



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладной океанографии и комплексного управления
прибрежными зонами

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

(бакалаврская работа)

«Применение полосовой фильтрации для анализа внутренней
структуры временных рядов гидрометеорологических характеристик»

Исполнитель: Жукова Эллина Витальевна

Руководитель: кандидат географических наук,

Густоев Дмитрий Владимирович

«К защите допускаю»

Заведующего кафедрой

(подпись)

Кандидат географических наук

(ученая степень, ученое звание)

Хаймина Ольга Владимировна

(фамилия, имя, отчество)

«04» 06 2024 г.

г. Санкт-Петербург

2024

Содержание

Введение	3
1. Методология прогнозирования гидрометеорологических характеристик....	4
1.1 Методы прогнозирования гидрометеорологических характеристик.....	4
1.1.1. Гидродинамические методы	4
1.1.2. Статистические методы	5
1.1.3. Физико-статистические методы	7
2. Фильтрация и полосовые фильтры.	9
2.1. Типы фильтров	11
2.2. Полосовые фильтры	12
2.2.1. Фильтр Чебышева первого рода	12
2.2.2. Фильтр Чебышева второго рода.....	14
2.2.3. Эллиптический фильтр	16
2.2.4. Фильтр Бесселя.....	18
2.2.5. Фильтр Поттера	20
2.2.6. Полосовой Фильтр Баттерворта.....	21
3. Анализ временных рядов	25
3.1. Анализ временного ряда средней многолетней температуры воздуха за 16 апреля в г. Санкт-Петербурге с 1881 по 2016 г.	25
3.2. Анализ временного ряда среднегодовой температуры воды на разрезе «Кольский меридиан» в слое 0-200 м за 1950-2020 г.....	34
3.3. Анализ временного ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900- 2021 г.	42
3.4. Анализ временного ряда вылова сельди за 1900-2013 г.	50
4. Прогностические возможности использования полосовой фильтрации	57
Заключение.....	60
Список использованной литературы	61

Введение

Актуальность: в последнее время исследователи испытывают трудности при анализе исходной информации и прогнозе, т.к. инструментов, которые они обычно используют, часто не хватает для того, чтобы в полной мере оценить и описать изменчивость исследуемых процессов. Инструменты полосовой фильтрации позволяют получить дополнительную информацию о внутренней структуре временных серий как в аналитическом, так и в прогностическом плане.

Цель работы: показать, что полосовая фильтрация не только является универсальным инструментом для обработки исходных данных различных гидрометеорологических характеристик, но и позволяет получить новое качество при их аппроксимации и экстраполяции.

Задачи работы:

1. Подобрать необходимые временные серии
2. Провести первичный анализ
3. Оценить особенности внутренней структуры с помощью функции спектральной плотности и автокорреляционной функции
4. Провести фильтрование отдельных компонент внутренней структуры временных серий с последующим анализом
5. Выполнить методическую экстраполяцию временных рядов при использовании полосовой фильтрации и без нее

1. Методология прогнозирования гидрометеорологических характеристик

1.1 Методы прогнозирования гидрометеорологических характеристик

Все возможные методы прогнозирования гидрометеорологических характеристик традиционно делятся на три основных класса – гидродинамические, статистические и физико-статистические.

1.1.1. Гидродинамические методы

Гидродинамические методы прогнозов основаны на решении уравнений гидротермодинамики. Средством прогнозирования при аналитическом подходе являются уравнения, представляющие собой упрощенные аналитические решения исходных систем уравнений. Но наиболее часто для прогнозирования применяются численные решения систем дифференциальных уравнений, реализованные в виде конечно-разностных схем. [1]

Типы гидродинамических методов:

- Методы решеточного моделирования: используют решетку для дискретизации пространства и времени, а затем решают уравнения Навье-Стокса на этой решетке.
- Методы спектрального моделирования: используют спектральный анализ для представления уравнений Навье-Стокса в виде суммы гармонических функций.
- Моделирование на основе метода конечных элементов: используют метод конечных элементов для дискретизации пространства и времени, а затем решают уравнения Навье-Стокса на этой решетке.

Достоинства гидродинамических методов:

- Высокая точность: гидродинамические методы могут обеспечивать высокую точность прогноза, особенно для процессов, которые сильно зависят от гидродинамических процессов.
- Учет физических процессов: гидродинамические методы учитывают физические процессы, лежащие в основе гидрометеорологических явлений, что позволяет получить более реалистичный прогноз.
- Возможность моделирования сложных процессов: гидродинамические методы могут моделировать сложные процессы, такие как турбулентность, волны и т.д.

Недостатки гидродинамических методов:

- Высокие требования к вычислительным ресурсам: гидродинамические методы требуют значительных вычислительных ресурсов, что может ограничивать их применение.
- Сложность моделирования: гидродинамические методы могут быть сложными для моделирования, особенно для крупномасштабных систем.
- Неопределенность параметров модели: гидродинамические методы могут иметь неопределенность параметров модели, что может влиять на точность прогноза.
- Ограничения в масштабе: гидродинамические методы могут иметь ограничения в масштабе, что может ограничивать их применение для крупномасштабных систем.

1.1.2. Статистические методы

В основе статистических методов лежат эмпирические прогностические уравнения, которые для статистико-вероятностного подхода характеризуют

причинно-следственные связи, выявляемые в процессе статистического анализа временного ряда единственного прогнозируемого параметра. [1]

Типы статистических методов:

- Методы регрессионного анализа: используются для определения зависимости между гидрометеорологическими характеристиками и другими факторами, такими как температура, влажность, атмосферное давление и т.д.
- Методы временного ряда: используются для анализа временных рядов гидрометеорологических характеристик и прогнозирования будущих значений.
- Методы байесовского анализа: используются для прогнозирования гидрометеорологических характеристик на основе байесовской статистики (в байесовской статистике, вероятность отражает степень доверия событию, которая может измениться, когда будет собрана новая информация).

Достоинства статистических методов:

- Простота реализации: статистические методы просты в реализации и не требуют значительных вычислительных ресурсов.
- Высокая скорость прогнозирования: статистические методы могут производить прогнозы быстро, что важно для оперативного прогнозирования.
- Возможность использования данных прошлых лет: статистические методы могут использовать данные прошлых лет для прогнозирования будущих значений гидрометеорологических характеристик.
- Возможность учета нелинейных зависимостей: статистические методы могут учитывать нелинейные зависимости между гидрометеорологическими характеристиками и другими факторами.

Недостатки статистических методов:

- Ограничения в физической интерпретации: статистические методы не учитывают физические процессы, лежащие в основе гидрометеорологических явлений.

- Зависимость от качества данных: статистические методы чувствительны к качеству данных, что может влиять на точность прогноза.
- Ограничения в масштабе: статистические методы могут иметь ограничения в масштабе, что может ограничивать их применение для крупномасштабных систем.
- Необходимость в обновлении моделей: статистические методы требуют периодического обновления моделей, чтобы учитывать изменения в гидрометеорологических процессах.

1.1.3. Физико-статистические методы

Физико-статистическая методология предполагает построение статистического прогностического уравнения на основе эмпирического описания изменчивости прогнозируемого параметра в будущем как результат совокупного влияния нескольких физически обоснованных факторов в прошлом. [1]

Типы физико-статистических методов:

- Методы динамического прогнозирования: используют физические модели, такие как модели динамики атмосферы и океана, для прогнозирования гидрометеорологических характеристик.
- Методы статистической постобработки: используют статистические методы для коррекции результатов физических моделей и учета неопределенностей.
- Методы байесовской фильтрации: используют байесовскую статистику для учета неопределенностей в физических моделях и данных.

Достоинства физико-статистических методов:

- Физическая интерпретация: физико-статистические методы учитывают физические процессы, лежащие в основе гидрометеорологических явлений.
- Учет неопределенностей: физико-статистические методы могут учитывать неопределенности в физических моделях и данных.

- Возможность учета нелинейных зависимостей: физико-статистические методы могут учитывать нелинейные зависимости между гидрометеорологическими характеристиками и другими факторами.

- Возможность использования различных типов данных: физико-статистические методы могут использовать различные типы данных, включая наблюдательные данные, данные из физических моделей и др.

Недостатки физико-статистических методов:

- Сложность реализации: физико-статистические методы могут быть сложными в реализации и требовать значительных вычислительных ресурсов.

- Ограничения в масштабе: физико-статистические методы могут иметь ограничения в масштабе.

- Зависимость от качества данных: физико-статистические методы чувствительны к качеству данных, что может влиять на точность прогноза.

- Необходимость в обновлении моделей: физико-статистические методы требуют периодического обновления моделей, чтобы учитывать изменения в гидрометеорологических процессах.

2. Фильтрация и полосовые фильтры.

Фильтрация – процедура выделения (удаления) из временного ряда циклических колебаний только необходимой частоты или группы частот.

Полосовая фильтрация – выделение из структуры временного ряда закономерности, находящейся в определенном интервале частот. [1]

Фильтрация - одна из наиболее важных и полезных процедур при глубоком и тщательном анализе особенностей внутренней структуры временных рядов. Метод полосовой фильтрации возник из технических приложений и используется (например: в радиоэлектронике) для выделения из исходного процесса полезного сигнала при условии, что известен его частотный диапазон. Благодаря интенсивному развитию вычислительной техники, предоставилась возможность применения алгоритмов полосовой фильтрации полезного сигнала из временных серий, представленных в цифровом виде. [2]

В океанологии, полосовая фильтрация может применяться в целях выделения долгопериодных колебаний (трендов), отделение синоптической изменчивости от внутригодовой, выделение суточных колебаний и т.д. Кроме того, при помощи полосовых фильтров можно представить сложную структуру исходного ряда в виде набора простых составляющих, а далее использовать результаты такого представления в аналитических или прогностических целях.

Наиболее распространенными являются пять типов фильтрации:

- низкочастотная;
- высокочастотная;
- полосовая;
- режекторная;
- эжекторная.

При низкочастотной фильтрации подавляются высокочастотные составляющие исследуемого процесса и выделяются низкочастотные (например: тренд). При высокочастотной - гасятся низкочастотные составляющие (например: исключение годового хода из ряда ежесуточных наблюдений). Полосовая (пропускающая) фильтрация позволяет выделить из исходной выборки некоторую, интересующую исследователя, полосу частот (например: выделение сезонной изменчивости из ряда, где есть годовой ход и внутрисуточные колебания). Режекторная (заграждающая) фильтрация решает задачу, обратную полосовой. Эжекторная (выбрасывающая) фильтрация, при которой в ряду остается интересующая исследователя часть и выбрасываются оставшиеся значения. [2]

Основным достоинством полосовой фильтрации следует считать возможность учета "неправильности" природных колебаний. Например, традиционно удаление годового хода производится путем вычитания из исходных данных средних многолетних аномалий, рассчитанных за каждый месяц года. Однако, в подавляющем большинстве случаев, сохраняется пик спектральной плотности с близким к годовому ходу квазипериодом между одноименными минимумами. Следовательно, эта составляющая исключена не полностью. Это происходит потому, что на самом деле временной промежуток между максимумами (или минимумами) в ходе выбранного в примере параметра, строго не равен календарному году. Таким образом, при удалении квазипериодической составляющей традиционным способом мы не достигаем полноты фильтрации.

Полосовая фильтрация позволяет выделять интересующую исследователя изменчивость именно в терминах "квази", т.е. отфильтровать из исходного ряда не только сам "фиксированный" пик, но и его колебания в пределах некоторого интервала. Для исследователя это важно со следующих основных позиций:

- существенная чистота эксперимента, т.к. изменчивость, отфильтрованная из исходного ряда в некотором частотном диапазоне, далее не проявляется;

- в чистом виде выделенная квазипериодическая составляющая позволяет провести детальный анализ ее временной изменчивости, оценить нестационарность по амплитуде и ее вклад в общую изменчивость ряда.

Используя полосовую фильтрацию, исходный ряд, обладающий сложной внутренней структурой, можно представить в виде набора простых структур, причем без существенных потерь информации об исследуемом процессе. [2]

2.1. Типы фильтров

Всего различают следующие 4 типа фильтров:

а) фильтры нижних частот (ФНЧ; английский термин — low-passfilter), пропускающие частоты, меньшие некоторой частоты среза ω_0 ;

б) фильтры верхних частот (ФВЧ; английский термин — high-passfilter), пропускающие частоты, большие некоторой частоты среза ω_0 ;

в) полосовые фильтры (ПФ; английский термин — band-passfilter), пропускающие частоты в некотором диапазоне $\omega_1 \dots \omega_2$ (они могут также характеризоваться средней частотой $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2/2$ и шириной полосы пропускания $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$);

г) режекторные фильтры (другие возможные названия — заграждающий фильтр, фильтр-пробка, полосно-задерживающий фильтр; английский термин — band-stopfilter), пропускающие на выход все частоты, кроме лежащих в некотором диапазоне $\omega_1 \dots \omega_2$ (они могут также характеризоваться средней частотой $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2/2$ и шириной полосы пропускания $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$). [3]

2.2. Полосовые фильтры

2.2.1. Фильтр Чебышева первого рода

Функция передачи фильтра Чебышева первого рода не имеет нулей, а ее полюсы расположены в левой половине эллипса на s -плоскости.

АЧХ фильтра Чебышева первого рода описывается следующим образом:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega/\omega_0)}}$$

Здесь ω_0 - частота среза, $T_n(x)$ - полином Чебышева n -го порядка, n -порядок фильтра, ε - параметр, определяющий величину пульсаций АЧХ в полосе пропускания.

Полином Чебышева $T_n(x)$ при $|x| \leq 1$ колеблется в диапазоне $-1 \dots +1$, а при $|x| > 1$ неограниченно возрастает по абсолютной величине. Поэтому АЧХ фильтра Чебышева первого рода в полосе пропускания (при $|\omega| \leq \omega_0$) колеблется между значениями $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$ и 1, а вне полосы пропускания (при $|\omega| > \omega_0$) монотонно затухает до нуля.

Коэффициент передачи на нулевой частоте равен 1 при нечетном порядке фильтра и $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$ - при четном. На частоте среза коэффициент передачи фильтра равен $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$, то есть уровню пульсаций АЧХ в полосе пропускания. При $\omega \rightarrow \infty$ АЧХ стремится к нулю.

По сравнению с фильтром Баттерворта того же порядка фильтр Чебышева обеспечивает более крутой спад АЧХ в области перехода от полосы пропускания к полосе задерживания.

Значение параметра ε и уровень пульсаций R_p (в децибелах) связаны следующим образом:

$$R_p = 20 \lg(\sqrt{1 + \varepsilon^2}) = 10 \lg(1 + \varepsilon^2) \text{ дБ}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{R_p/10} - 1}$$

При $\omega \rightarrow \infty$ АЧХ фильтра Чебышева первого рода является максимально плоской. [4]

Достоинства полосового фильтра Чебышева первого рода:

- Высокая селективность: полосовой фильтр Чебышева первого рода имеет высокую селективность, что позволяет ему эффективно разделять сигналы с близкими частотами.
- Хорошая сглаживающая способность: фильтр эффективно сглаживает временные ряды, уменьшая влияние шума и высокочастотных компонент.
- Минимизация потерь: фильтр имеет минимальные потери сигнала в полосе пропускания.
- Устойчивость к шуму: фильтр устойчив к шуму и помехам, что позволяет использовать его в условиях высокого уровня шума.
- Простота реализации: полосовой фильтр Чебышева первого рода относительно прост в реализации.
- Высокая точность: фильтр имеет высокую точность, что позволяет ему эффективно фильтровать сигналы с высокой частотой дискретизации.

Недостатки полосового фильтра Чебышева первого рода:

- Колебания амплитуды сигнала в полосе пропускания: фильтр имеет колебания амплитуды сигнала в полосе пропускания, что может привести к искажению сигнала.
- Ограничения в полосе пропускания: Полосовой фильтр имеет ограничения в полосе пропускания, что может ограничивать его применение для сигналов с широкой полосой частот.

- Чувствительность к параметрам: фильтр чувствителен к параметрам, таким как частота среза и порядок фильтра, что может требовать тщательной настройки.
- Ограничения в применении: Полосовой фильтр Чебышева первого рода может иметь ограничения в применении для сигналов с нестандартными характеристиками, таких как сигналы с нелинейными зависимостями.
- Высокий порядок фильтра: фильтр может требовать высокого порядка для достижения необходимой селективности, что может увеличить сложность реализации.

2.2.2. Фильтр Чебышева второго рода

Функция передачи фильтра Чебышева второго рода, в отличие от предыдущих случаев, имеет и нули, и полюсы. Она связана с функцией передачи фильтра Чебышева первого рода следующим образом:

$$H_2(s) = 1 - H_1(1/s)$$

Здесь $H_1(s)$ и $H_2(s)$ — функции передачи фильтров-прототипов Чебышева первого и второго рода соответственно.

Полюсы функции передачи фильтров-прототипов Чебышева первого и второго рода (p_{1i} и p_{2i} соответственно) связаны друг с другом соотношением

$$p_{2i} = 1/p_{1i}$$

По этой причине фильтры Чебышева второго рода называют еще инверсными фильтрами Чебышева (*inverseChebyshevfilter*). АЧХ фильтра Чебышева второго рода описывается следующим образом:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2}{T_n^2(\omega_0/\omega)}}$$

Здесь ω_0 - частота среза, $T_n(x)$ — полином Чебышева n -го порядка, n -порядок фильтра, ε - параметр, определяющий величину пульсаций АЧХ в полосе задерживания. В результате указанного выше преобразования функции передачи АЧХ фильтра Чебышева второго рода ведет себя следующим образом: в полосе пропускания она монотонно затухает, а в полосе задерживания колеблется между нулем и значением $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$.

Частотой среза фильтра Чебышева второго рода считается не конец полосы пропускания, а начало полосы задерживания.

Коэффициент передачи фильтра на нулевой частоте равен 1, на частоте среза - заданному уровню пульсаций в полосе задерживания. При $\omega \rightarrow \infty$ коэффициент передачи равен нулю при нечетном порядке фильтра и уровню пульсаций — при четном.

Значение параметра ε и уровень пульсаций R_s (в децибелах) связаны следующим образом:

$$R_s = 20 \lg(\sqrt{1 + \varepsilon^2}) = 10 \lg(1 + \varepsilon^2) \text{ дБ}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{R_s/10} - 1}$$

При $\omega = 0$ АЧХ фильтра Чебышева второго рода является максимально плоской. [4]

Достоинства полосового фильтра Чебышева второго рода:

- Высокая селективность: полосовой фильтр Чебышева второго рода имеет высокую селективность, что позволяет ему эффективно разделять сигналы с близкими частотами.
- Хорошая сглаживающая способность: фильтр эффективно сглаживает временные ряды, уменьшая влияние шума и высокочастотных компонент.
- Минимизация потерь: полосовой фильтр имеет минимальные потери сигнала в полосе пропускания.
- Устойчивость к шуму: фильтр устойчив к шуму и помехам, что позволяет использовать его в условиях высокого уровня шума.

- Высокая точность: фильтр имеет высокую точность, что позволяет ему эффективно фильтровать сигналы с высокой частотой дискретизации.

Недостатки полосового фильтра Чебышева второго рода:

- Ограничения в полосе пропускания: фильтр имеет ограничения в полосе пропускания, что может ограничивать его применение для сигналов с широкой полосой частот.

- Утечка сигнала: полосовой фильтр Чебышева второго рода может вызывать утечку сигнала, особенно при использовании высоких порядков фильтра.

- Чувствительность к параметрам: фильтр чувствителен к параметрам, таким как частота среза и порядок фильтра, что может требовать тщательной настройки.

- Ограничения в применении: полосовой фильтр может иметь ограничения в применении для сигналов с нестандартными характеристиками, таких как сигналы с нелинейными зависимостями.

- Высокий порядок фильтра: фильтр может требовать высокого порядка для достижения необходимой селективности, что может увеличить сложность реализации.

2.2.3. Эллиптический фильтр

Эллиптические фильтры (фильтры Кауэра) в некотором смысле объединяют в себе свойства фильтров Чебышева первого и второго рода, поскольку АЧХ эллиптического фильтра имеет пульсации заданной величины как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания. За счет этого удастся обеспечить максимально возможную (при фиксированном порядке фильтра) крутизну ската АЧХ, то есть переходной зоны между полосами пропускания и задерживания.

Функция передачи эллиптического фильтра имеет как полюсы, так и нули. Нули, как и в случае фильтра Чебышева второго рода, являются чисто мнимыми и

образуют комплексно-сопряженные пары. Количество нулей функции передачи равно максимальному четному числу, не превосходящему порядка фильтра.

АЧХ эллиптического фильтра описывается следующей формулой:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 R_n^2(\omega/\omega_0, L)}}$$

Здесь ω_0 — частота среза, n — порядок фильтра, $R_n(\dots)$ — рациональная функция Чебышева n -го порядка, ε и L — параметры, определяющие величину пульсаций в полосах пропускания и задерживания. [4]

Достоинства эллиптического полосового фильтра:

- Высокая селективность: эллиптический полосовой фильтр имеет высокую селективность, что позволяет ему эффективно разделять сигналы с близкими частотами.
- Хорошая сглаживающая способность: фильтр эффективно сглаживает временные ряды, уменьшая влияние шума и высокочастотных компонент.
- Минимизация потерь: полосовой фильтр имеет минимальные потери сигнала в полосе пропускания.
- Устойчивость к шуму: фильтр устойчив к шуму и помехам, что позволяет использовать его в условиях высокого уровня шума.
- Простота реализации: эллиптический фильтр относительно прост в реализации.

Недостатки эллиптического полосового фильтра:

- Сложность настройки: эллиптический полосовой фильтр имеет несколько параметров, которые необходимо настроить для достижения оптимальных результатов, что может быть сложно.
- Ограничения в полосе пропускания: фильтр имеет ограничения в полосе пропускания, что может ограничивать его применение для сигналов с широкой полосой частот.

- Утечка сигнала: полосовой фильтр может вызывать утечку сигнала, особенно при использовании высоких порядков фильтра.
- Чувствительность к параметрам: фильтр чувствителен к параметрам, таким как частота среза и порядок фильтра, что может требовать тщательной настройки.
- Ограничения в применении: фильтр может иметь ограничения в применении для сигналов с нестандартными характеристиками, таких как сигналы с нелинейными зависимостями.

2.2.4. Фильтр Бесселя

В отличие от фильтров предыдущих типов, фильтры Бесселя не аппроксимируют прямоугольную АЧХ - их АЧХ по форме близка к гауссовой кривой (точнее, стремится к ней с ростом порядка фильтра). Практическая ценность фильтров Бесселя определяется тем, что для них зависимость группового времени задержки от частоты является максимально гладкой в точке $\omega = 0$ и групповая задержка очень мало меняется в полосе пропускания. [4]

Функция передачи фильтра Бесселя имеет только полюсы, лежащие на окружности с центром в положительной области вещественной оси. Сама функция передачи имеет следующий вид:

$$H(s) = \frac{d_0}{\sum_{k=0}^n d_k s^k}$$

Коэффициенты полинома знаменателя рассчитываются по следующей формуле:

$$d_k = \frac{(2n-k)!}{2^{n-k} k!(n-k)!}$$

Достоинства полосового фильтра Бесселя:

- Хорошая сглаживающая способность: полосовой фильтр Бесселя эффективно сглаживает временные ряды, уменьшая влияние шума и высокочастотных компонент.
- Максимум передаточной функции: фильтр Бесселя имеет максимум передаточной функции в определенной частоте, что позволяет выделить сигнал с этой частотой.
- Линейность: фильтр является линейным фильтром, что означает, что он не искажает форму сигнала.
- Простота реализации: фильтр относительно прост в реализации.
- Устойчивость к шуму: полосовой фильтр Бесселя устойчив к шуму и помехам, что позволяет использовать его в условиях высокого уровня шума.

Недостатки полосового фильтра Бесселя:

- Ограничения в полосе пропускания: полосовой фильтр Бесселя имеет ограничения в полосе пропускания, что может ограничивать его применение для сигналов с широкой полосой частот.
- Зависимость от параметров: фильтр зависит от параметров, таких как частота среза и порядок фильтра, что может требовать тщательной настройки.
- Утечка сигнала: фильтр может вызывать утечку сигнала, особенно при использовании высоких порядков фильтра.
- Необходимость в предварительной обработке: фильтр Бесселя может требовать предварительной обработки сигнала, такой как нормализация или фильтрация, для достижения оптимальных результатов.
- Ограничения в применении: фильтр может иметь ограничения в применении для сигналов с нестандартными характеристиками.

2.2.5. Фильтр Поттера

Полосовой фильтр Поттера - это статистический метод, используемый для постобработки результатов физических моделей, таких как модели атмосферной и океанской динамики, для улучшения точности прогноза гидрометеорологических характеристик. Полосовой фильтр Поттера является разновидностью статистического фильтра Калмана, который используется для учета неопределенностей в физических моделях и данных. Метод основан на использовании двух моделей: модели прогноза и модели наблюдений. [4]

Модель прогноза: Физическая модель, которая прогнозирует гидрометеорологические характеристики на основе начальных условий и параметров модели.

Модель наблюдений: Статистическая модель, которая описывает ошибки в наблюдениях и неопределенности в данных.

Полосовой фильтр Поттера работает следующим образом:

Инициализируются параметры модели прогноза и модели наблюдений. Физическая модель прогнозирует гидрометеорологические характеристики на основе начальных условий и параметров модели. Статистическая модель наблюдений корректирует прогноз, учитывая ошибки в наблюдениях и неопределенности в данных. Параметры модели прогноза и модели наблюдений обновляются на основе скорректированного прогноза. [4]

Достоинства полосового фильтра Поттера:

- Учет неопределенностей: полосовой фильтр Поттера учитывает неопределенности в физических моделях и данных.
- Улучшение точности прогноза: фильтр позволяет улучшить точность прогноза гидрометеорологических характеристик.
- Простота реализации: фильтр является относительно простым в реализации.

Недостатки полосового фильтра Поттера:

- Ограничения в масштабе: полосовой фильтр Поттера может иметь ограничения в масштабе, что может ограничивать его применение для крупномасштабных систем.
- Зависимость от качества данных: фильтр чувствителен к качеству данных, что может влиять на точность прогноза.

2.2.6. Полосовой Фильтр Баттерворта

Одним из наиболее мощных инструментов фильтрации является полосовой цифровой фильтр Баттерворта. Один из способов представления цифровых фильтров является линейное дифференциальное уравнение в частотно-разностной рекуррентной форме, которое связывает отфильтрованный ряд $\{Y_i\}_{i=1}^N$ с неотфильтрованным $\{X_i\}_{i=1}^N$ следующим соотношением:

$$Y_i = \sum_{k=0}^K b_k X_{j-k} - \sum_{l=1}^L \alpha_l y_{j-l}$$

где:

b_k, α_l - действительные числа, коэффициенты фильтра.

Применив к уравнению дискретное преобразование Фурье, получим другое выражение для фильтра:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^K \beta_k Z^{-k}}{\sum_{l=1}^L \alpha_l Z^{-l}}$$

где:

$Z = \exp(i\omega\Delta)$ - интервал дискретизации рядов $\{X_i\}$ и $\{Y_i\}$;

$X(\omega)$ и $Y(\omega)$ - их Фурье изображения.

Функция $H(\omega)$ называется передаточной функцией фильтра и является его исчерпывающей характеристикой. Она выражает связь между частотными представлениями рядов $\{X_i\}$ и $\{Y_i\}$; и имеет значения в комплексной области, т.е. $H(\omega)$ можно представить в виде:

$$H(\omega) = |H(\omega)| \exp(-i\varphi(\omega))$$

При таком представлении функцию $|H(\omega)|$ называют амплитудно-частотной характеристикой фильтра. Она выражает отношение амплитуд гармоник отфильтрованного и неотфильтрованного ряда с некоторой заданной частотой, в каждой точке частотного диапазона. Фазочастотная характеристика фильтра $\varphi(\omega)$ выражает зависимость сдвига фаз от частоты в отфильтрованном и неотфильтрованном рядах. Эти характеристики вычисляются по следующим формулам:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Im}^2[H(\omega)] + \operatorname{Re}^2[H(\omega)]}$$

Так как выражение дробно-рациональная функция с полиномами в числителе и знаменателе, ее можно представить как множители первого и второго порядка с действительными коэффициентами. Рассмотрим специальный вид передаточной функции:

- числитель и знаменатель имеет четные порядки;
- в числителе и знаменателе отсутствуют сомножитель первого порядка;
- все сомножитель второго порядка в числителе равны между собой. [2]

Корни знаменателя (относительно ω а не Z^{-1}) называют полюсами передаточной функции, корни числителя - нулями. В силу наложенных ограничений полюса и нули встречаются парами комплексно-сопряженных. Таким образом, передаточная функция примет вид:

$$H(\omega) = \frac{M_1 (b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2})}{\prod_{m=1}^{M_1} (1 + a_{1m} Z^{-1} + a_{2m} Z^{-2})}$$

Величина $M=2M_1$ называется порядком передаточной функции или порядком фильтра; M совпадает с порядком полиномов, стоящих в числителе и знаменателе $H(\omega)$. Таким образом, передаточная функция будет выглядеть следующим образом:

$$H(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) + \dots + H_{M_1}(\omega)$$

где:

$$H(\omega) = \frac{b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2}}{1 + a_{1m} Z^{-1} + a_{2m} Z^{-2}} = \frac{W_m(\omega)}{W_{m-1}(\omega)}$$

Правую часть равенства можно представить как Фурье-изображения некоторого отфильтрованного и неотфильтрованного ряда $W_m(\omega)$ и $W_{m-1}(\omega)$. При этом $\{\omega_j^{(m)}\}$ совпадает с $\{X_j\}$, а $\{\omega_j^{(M_1)}\}$ совпадает с $\{Y_j\}$.

$$\frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = H(\omega) = \frac{W_1(\omega)}{W_0(\omega)} \frac{W_2(\omega)}{W_1(\omega)} \dots \frac{W_{M_1}(\omega)}{W_{M_1-1}(\omega)} = \frac{W_{M_1}(\omega)}{W_0(\omega)}$$

Напишем частотно-разностные уравнения соответствующие каждой $H_m(\omega)$ и сведем их к единому соотношению:

$$Y_j = b_0 \omega_j^{(M_1-1)} + b_1 \omega_{j-1}^{(M_1-1)} + b_2 \omega_{j-2}^{(M_1-1)} - a_{1M_1} y_{j-1} - a_{2M_1} y_{j-2}$$

Из уравнений видно, что, последовательно вычисляя ряды $\{\omega_j^{(1)}\}$, $\{\omega_j^{(2)}\}$, ..., $\{\omega^{(M-1)}\}$ мы получим $\{Y_j\}$ как результат фильтрации $\{X_j\}$ фильтром с передаточной функцией. Для этого необходимо лишь знать коэффициенты b_0 , b_1 , a_{1m} , a_{2m} ($m=1,2,\dots,M_1$) При различных значениях этих коэффициентов можно получить различные виды фильтров. [2]

Достоинства полосового фильтра Баттерворта:

- Максимальная плоскость амплитуды: полосовой фильтр Баттерворта имеет максимальную плоскость амплитуды в полосе пропускания, что обеспечивает минимальное искажение сигнала.
- Минимальные потери: фильтр имеет минимальные потери сигнала в полосе пропускания, что делает его привлекательным для использования в приложениях, где важна сохранность сигнала.

- Хорошая селективность: фильтр Баттерворта имеет хорошую селективность, что позволяет ему эффективно разделять сигналы с близкими частотами.

- Простота реализации: фильтр относительно прост в реализации, что делает его привлекательным для использования в различных приложениях.

- Устойчивость к шуму: фильтр устойчив к шуму и помехам, что позволяет использовать его в условиях высокого уровня шума.

- Высокая точность: фильтр имеет высокую точность, что позволяет ему эффективно фильтровать сигналы с высокой частотой дискретизации.

Недостатки полосового фильтра Баттерворта:

- Колебания амплитуды сигнала в полосе пропускания: фильтр имеет колебания амплитуды сигнала в полосе пропускания, что может привести к искажению сигнала.

- Ограничения в полосе пропускания: фильтр имеет ограничения в полосе пропускания, что может ограничивать его применение для сигналов с широкой полосой частот.

- Чувствительность к параметрам: фильтр чувствителен к параметрам, таким как частота среза и порядок фильтра, что может требовать тщательной настройки.

- Высокий порядок фильтра: фильтр может требовать высокого порядка для достижения необходимой селективности, что может увеличить сложность реализации.

- Неидеальная фазовая характеристика: Фильтр имеет неидеальную фазовую характеристику, что может привести к искажению сигнала в некоторых приложениях.

3. Анализ временных рядов

Исходные данные: ряд средней многолетней температуры воздуха за 16 апреля в г. Санкт-Петербурге с 1881 г. по 2016 г., ряд среднегодовой температуры воды на разрезе «Кольский меридиан» в слое 0-200 м за 1950-2020 г., ряд среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г., ряд вылова сельди за 1900-2013 г.

3.1. Анализ временного ряда средней многолетней температуры воздуха за 16 апреля в г. Санкт-Петербурге с 1881 по 2016 г.

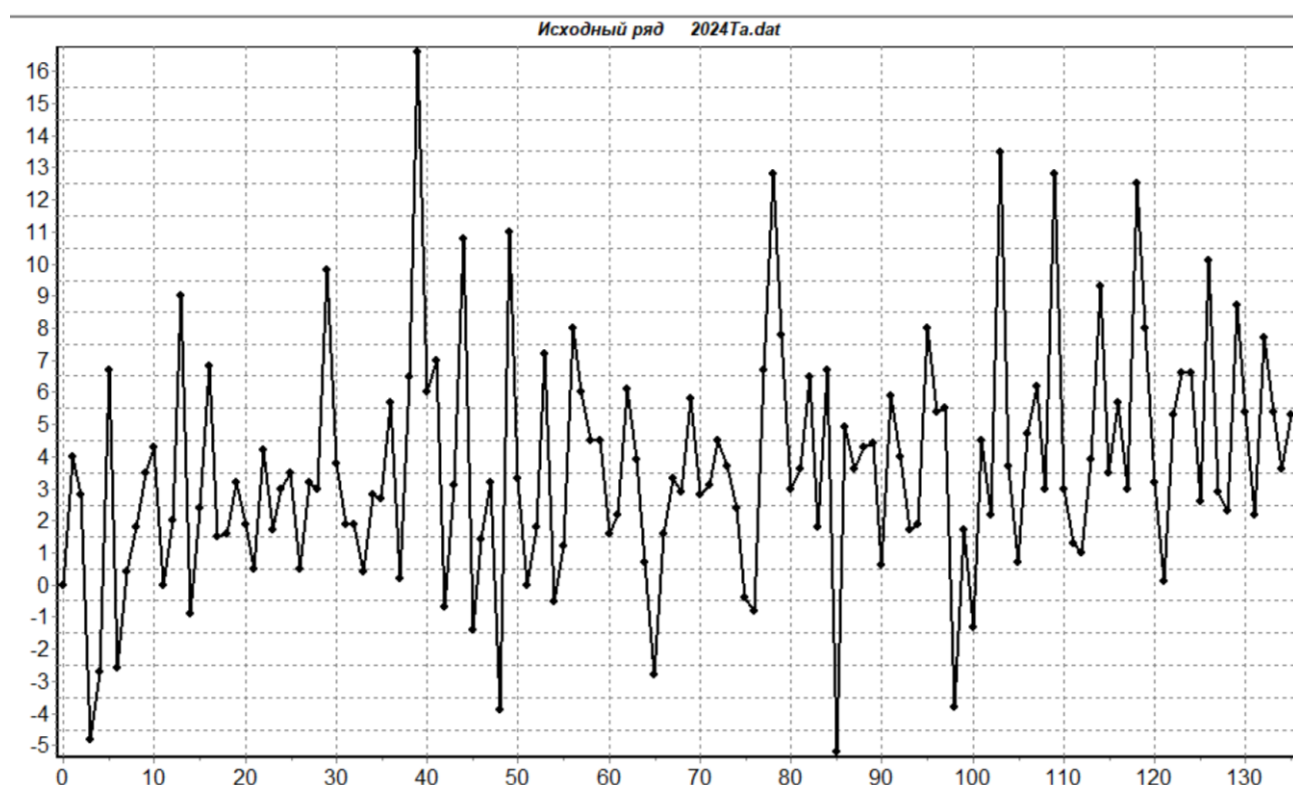


Рис.1 Исходный ряд средней многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

График исходного ряда имеет сложную структуру изменчивости, которая состоит из регулярных и хаотических колебаний. Минимальное значение температуры воздуха наблюдалось в 1966 году и составило $-5,2^{\circ}\text{C}$, а максимальное – в 1920 году $16,6^{\circ}\text{C}$. Из данного графика можно сделать вывод, что исходный ряд обладает плохо выраженным трендом.

Табл.1 Первичная статистика ряда многолетней температуры воздуха за 16 апреля в СПб с 1881 по 2016 г.

Среднее	3.65
Стандартная ошибка	0.31
Медиана	3.2
Мода	3
Стандартное отклонение	3.64
Дисперсия выборки	13.27
Эксцесс	1.29
Асимметрия	13,97
Интервал	21.8
Минимум	-5.2
Максимум	16.6
Сумма	496.9
Счет	136

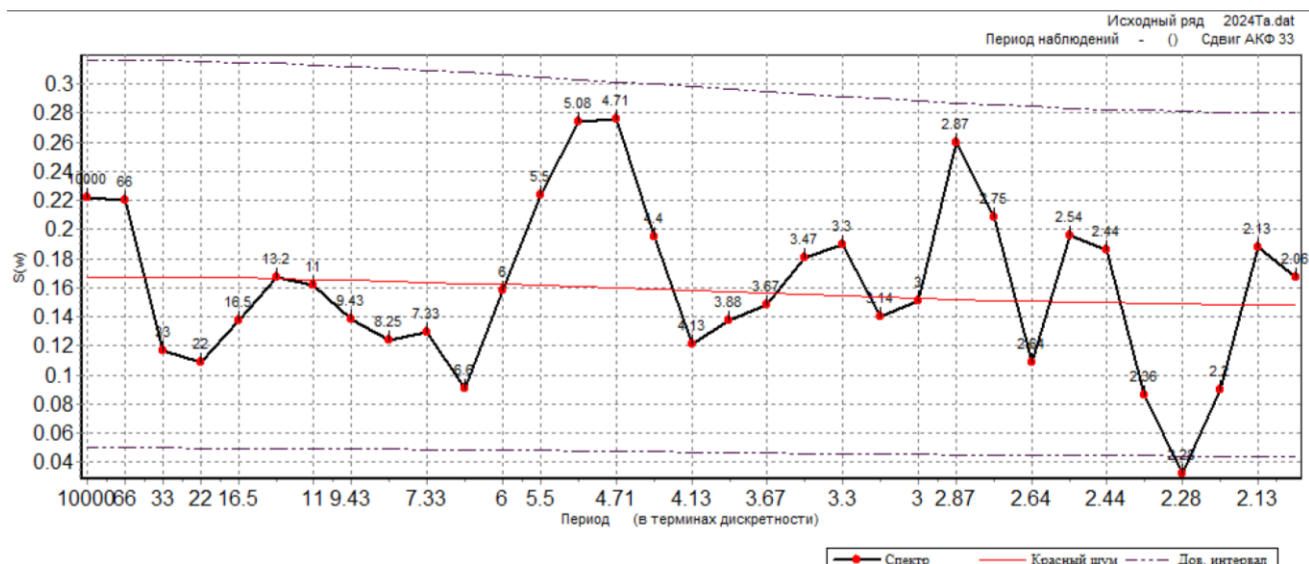


Рис.2 Функция спектральной плотности ряда многолетней температуры воздуха в СПб за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Можно сказать, что функция спектральной плотности имеет сложный характер (количество пиков равно 8). Основные пики относятся к внутривековым, межгодовым, сезонным и синоптическим изменчивостям.

Первый максимум 66 можем отнести к квазивековому циклу климатической изменчивости на планете. Далее пики 13,2, 7,33, 4,71, 3,3, 2,87, 2,54, 2,13. Максимум со значением 13,2 связан с циклом солнечной активности, а именно, влиянием самого потока тепла на температуру воздуха; значение 7,33 связано с нутациями магнитных полюсов Земли. Четвертый пик со значением 4,71 связан с автоколебательной системой океан-атмосфера. Пики 3,3, 2,87, 2,54 и 2,13 относятся к результатам взаимодействий множества компонент, которые описывают какие-либо процессы, происходящие на планете.

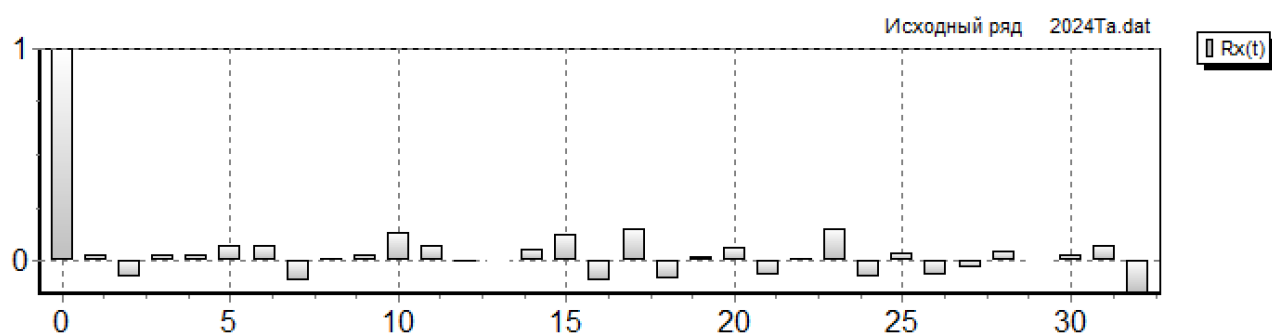


Рис.3 АКФ ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

По графику АКФ можем видеть плохо выраженный тренд (график АКФ похож на белый шум).

Для полосовой фильтрации были выбраны 6 основных полос.

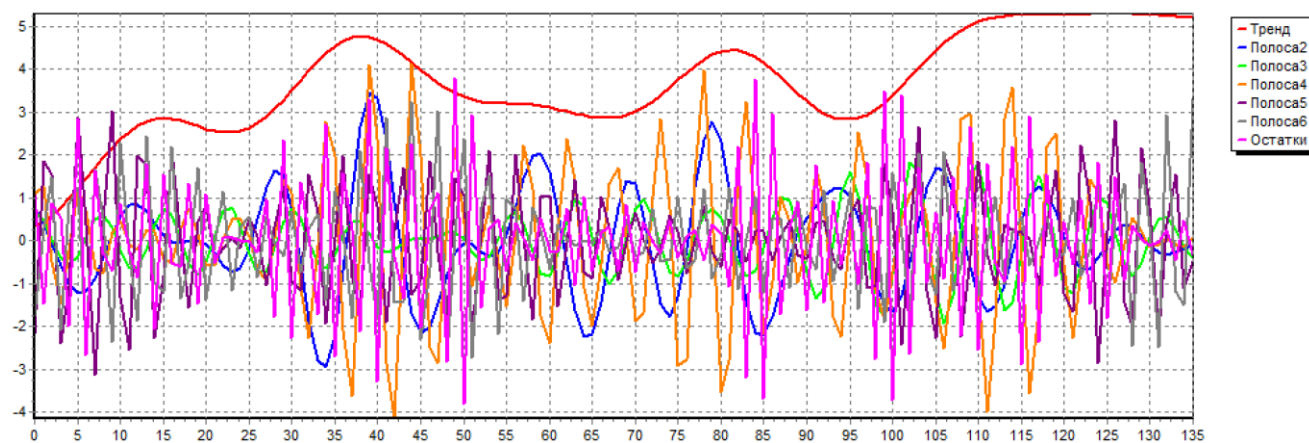


Рис.4 Полосовая фильтрация ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Табл.2 Качество полосовой фильтрации ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

	Вклад, %
Полоса №1	10.26
Полоса №2	11.8
Полоса №3	4.21
Полоса №4	22.42
Полоса №5	13.56
Полоса №6	13.63
Сумма	96.89

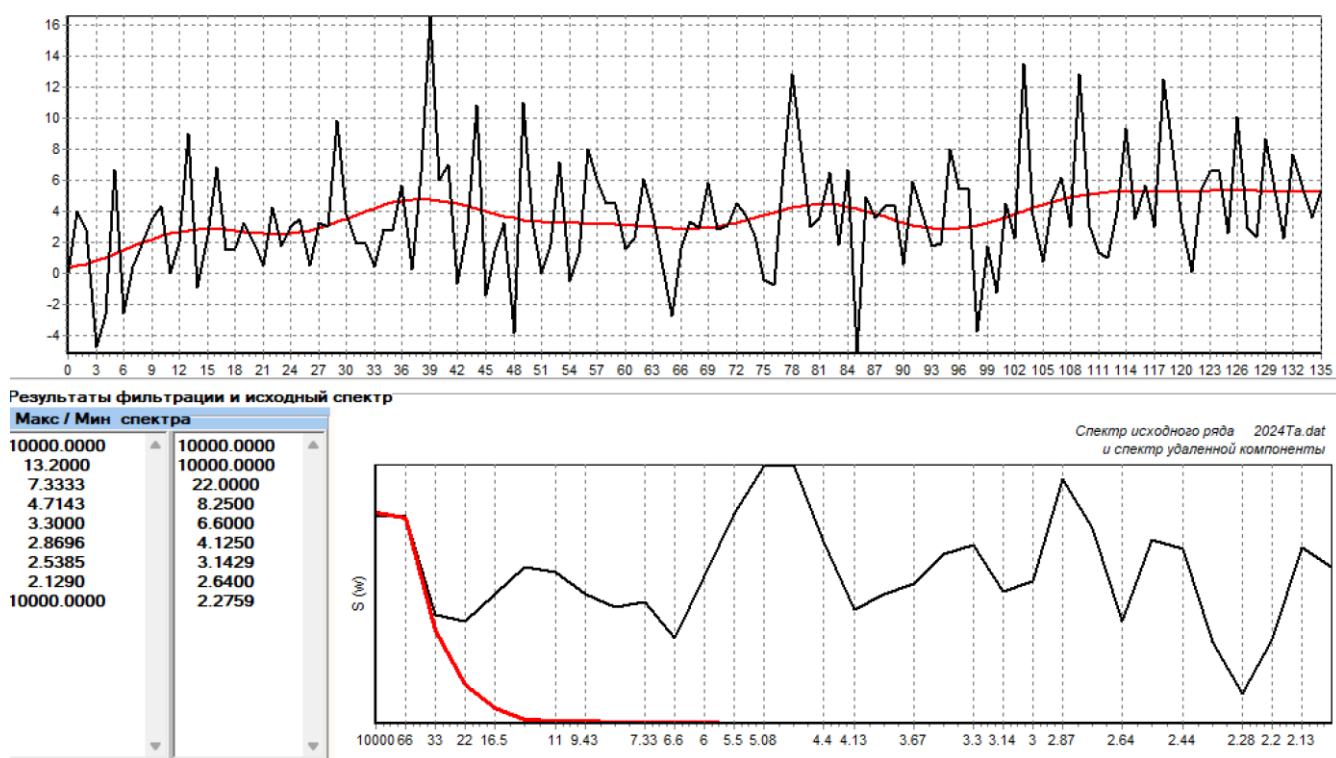


Рис.5 Тренд ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Трендовая компонента данного временного ряда характеризуется хаотическими плавными нерегулярными колебаниями. Вклад в общую дисперсию равен 10,26%.

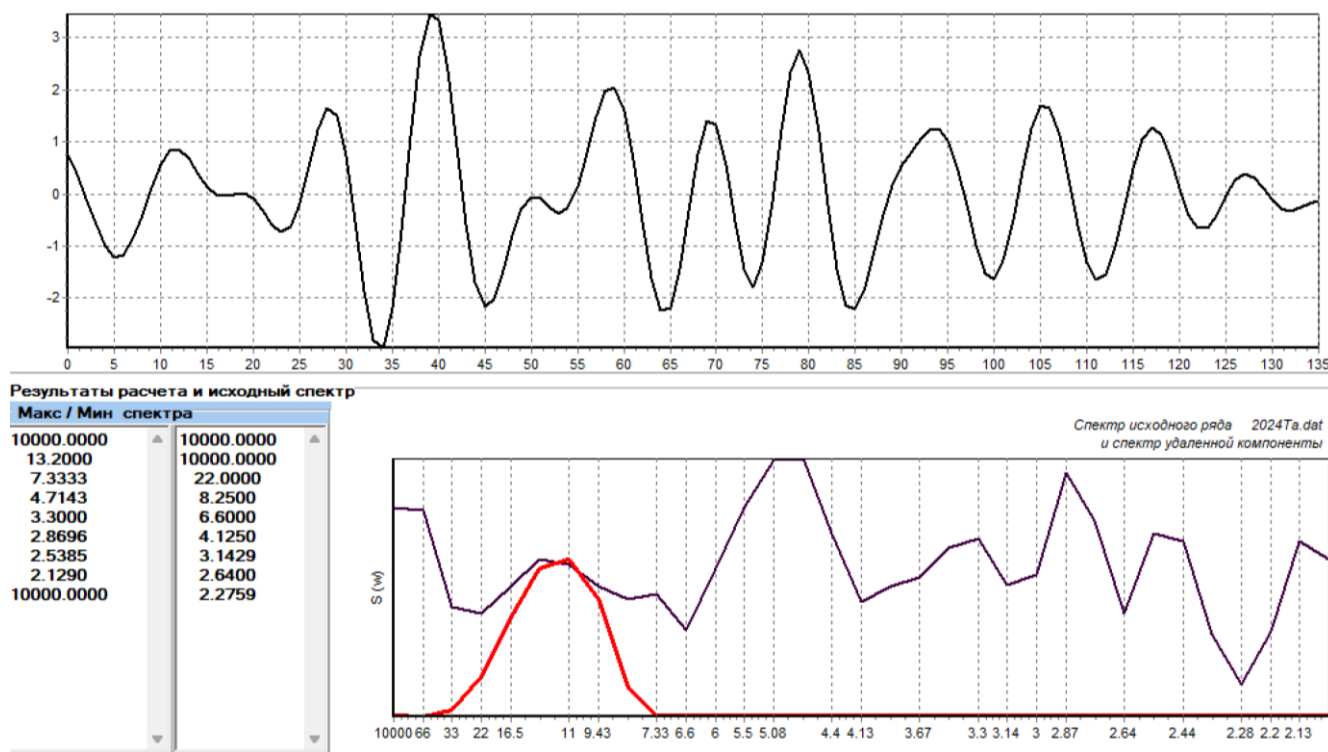


Рис.6 Полоса №2 ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Полоса № 2 с максимальной частотой спектра 13,2 говорит нам о влиянии солнца на температуру воздуха. По полученному графику можно заметить, что влияние распределено неравномерно, что можно наблюдать по амплитуде колебаний. График полосы №2 похож на периодическую функцию, т.к. можно наблюдать повторяющиеся колебания. Периодические изменения можно считать результатом воздействия астрономических и космофизических факторов (обусловленных строго детерминированными периодическими силами — гравитационными, радиационными, тепловыми, геомагнитными, возникающими под действием вращения Земли, планет и Солнца) Вклад солнечной компоненты в общую дисперсию относительно небольшой 11,8%.

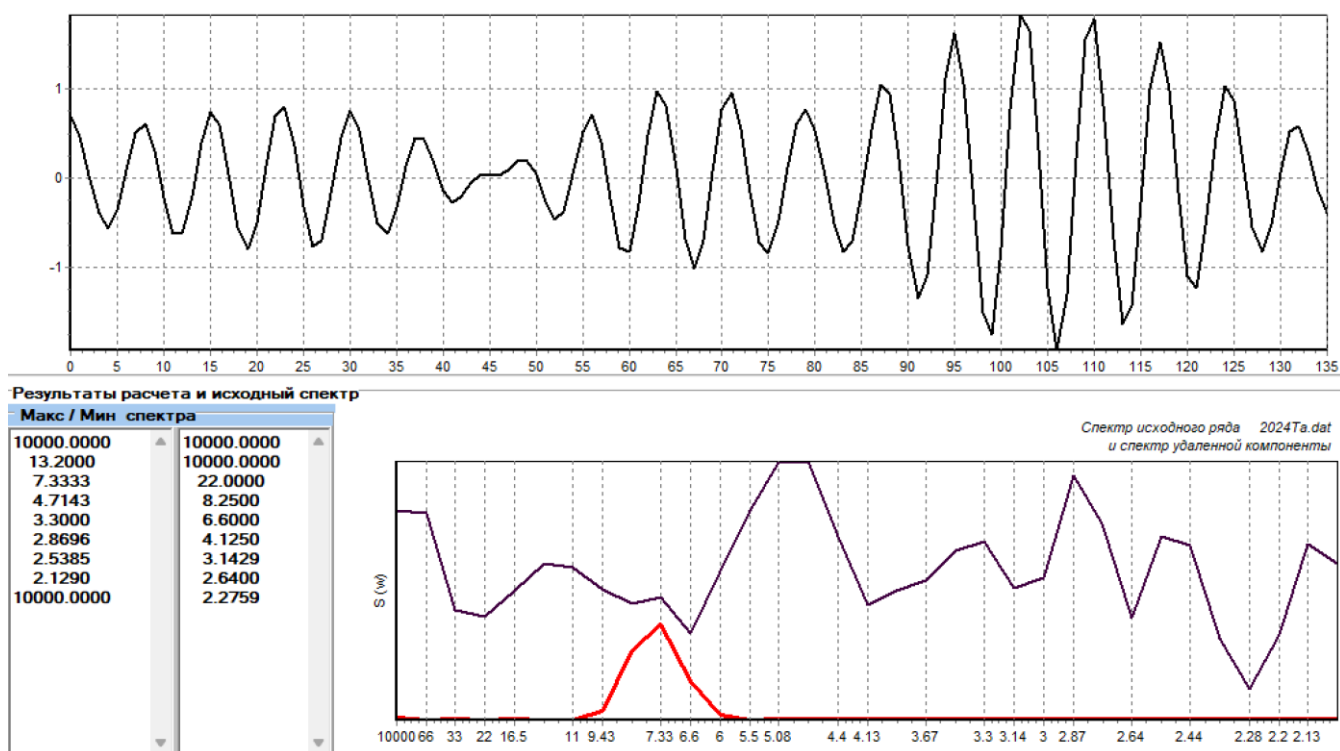


Рис.7 Полоса №3 ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Полоса №3 с максимумом 7,33 связана с изменениями нутаций магнитных полюсов Земли. Эта компонента является случайной, она отражает совокупное воздействие факторов случайного характера – прежде всего турбулентности различных масштабов. Полоса, связанная с нутациями магнитных полюсов, вносит минимальный вклад в общую дисперсию 4,21%.

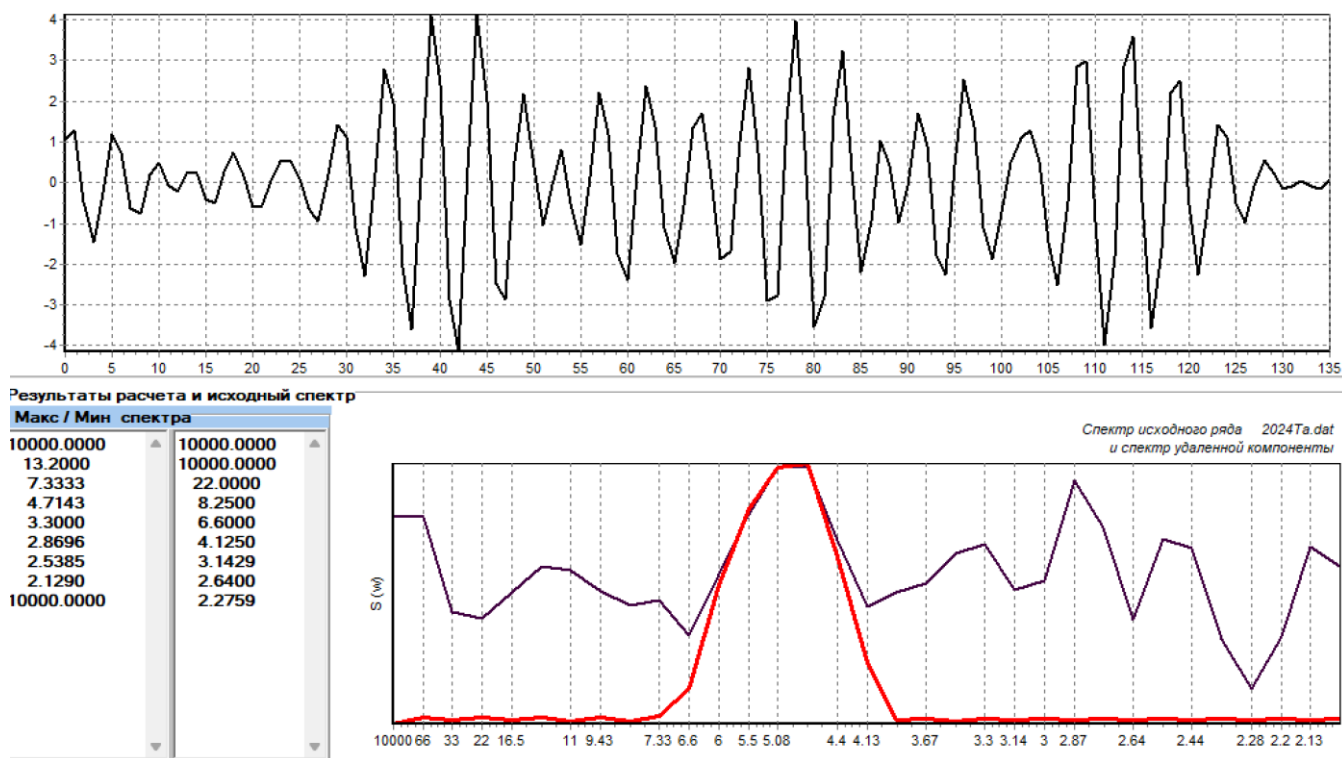


Рис.8 Полоса №4 ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Полоса №4 с пиком 4,71 связана с автоколебательной системой океан-атмосфера. Случайность этой компоненты прослеживается на графике в виде нерегулярных, хаотических по амплитуде и периоду колебаний. Но при этом, данная компонента вносит большой вклад в общую дисперсию 22.42%.

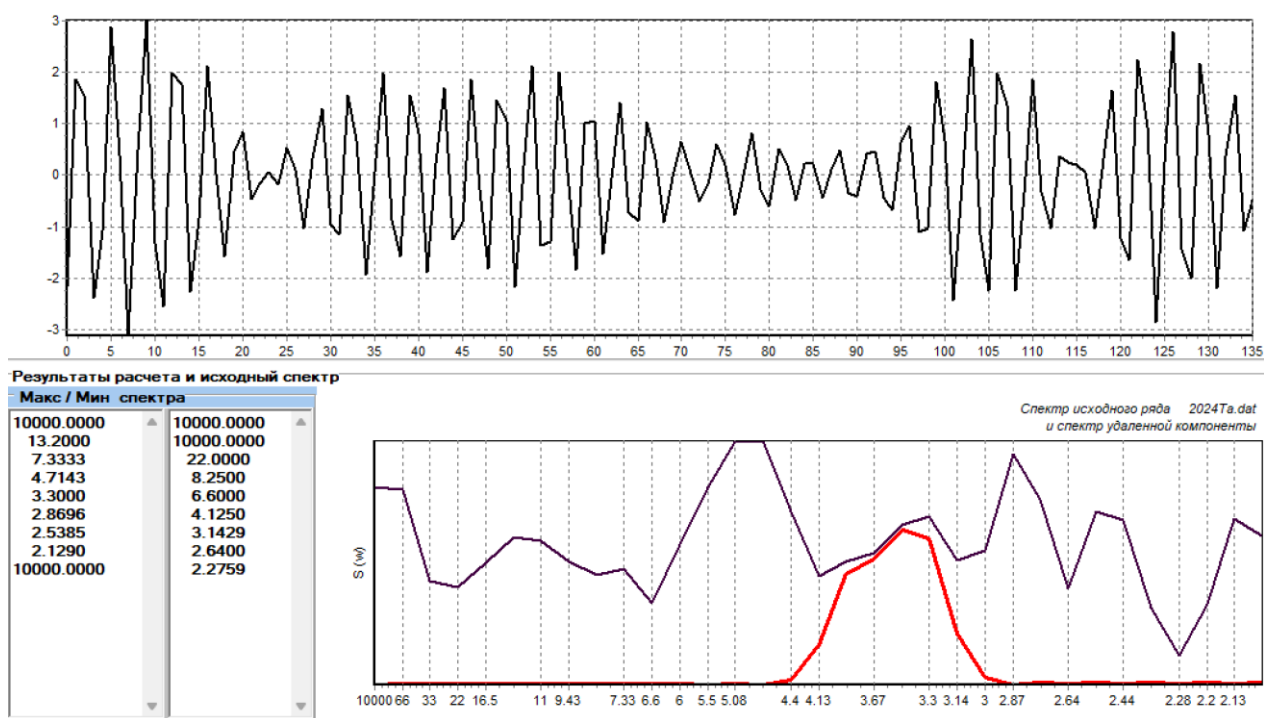


Рис.9 Полоса №5 ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

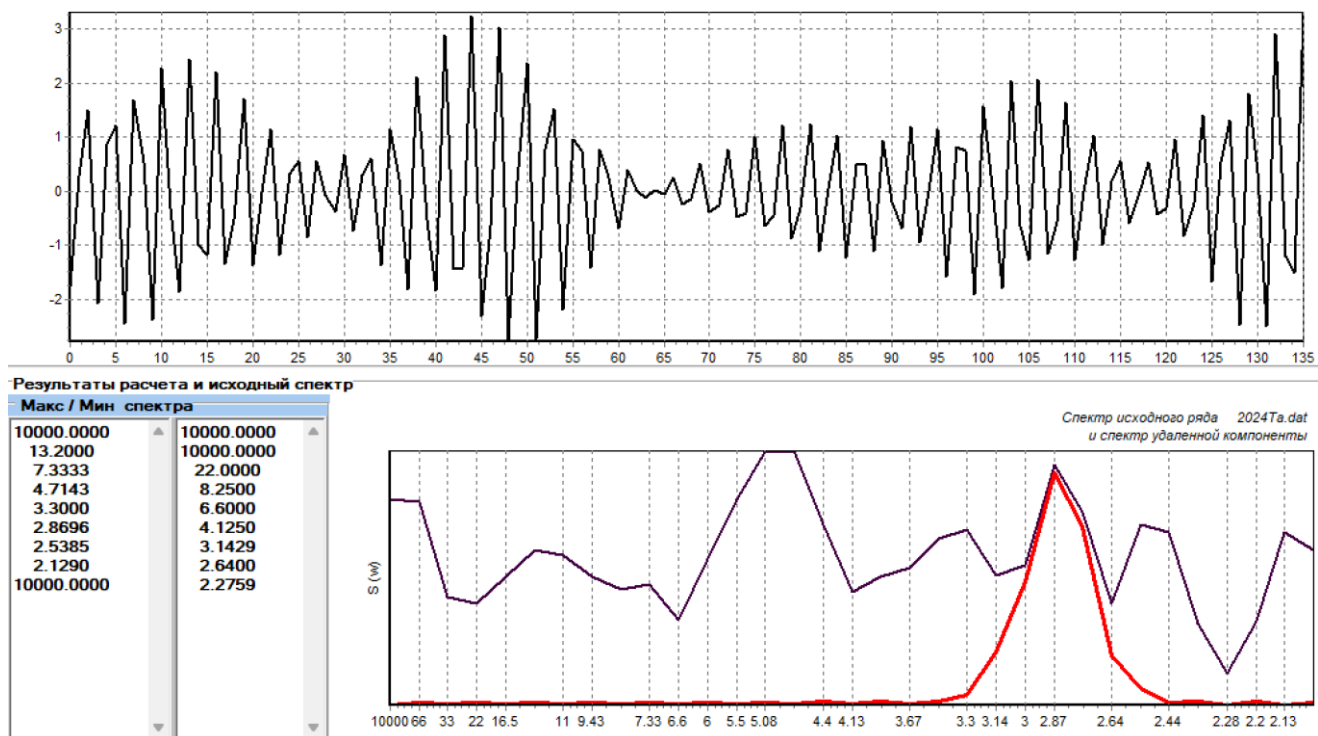


Рис.10 Полоса №6 ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Полосы №5 и №6 с максимумами 3,3 и 2,87 относятся к результатам взаимодействий множества компонент, которые описывают какие-либо процессы, происходящие на планете. Эти компоненты также являются случайными и отражают совокупное воздействие факторов случайного характера на температуру воздуха. Вместе вносят максимальный вклад в общую дисперсию 27,19%.

3.2. Анализ временного ряда среднегодовой температуры воды на разрезе «Кольский меридиан» в слое 0-200 м за 1950-2020 г.

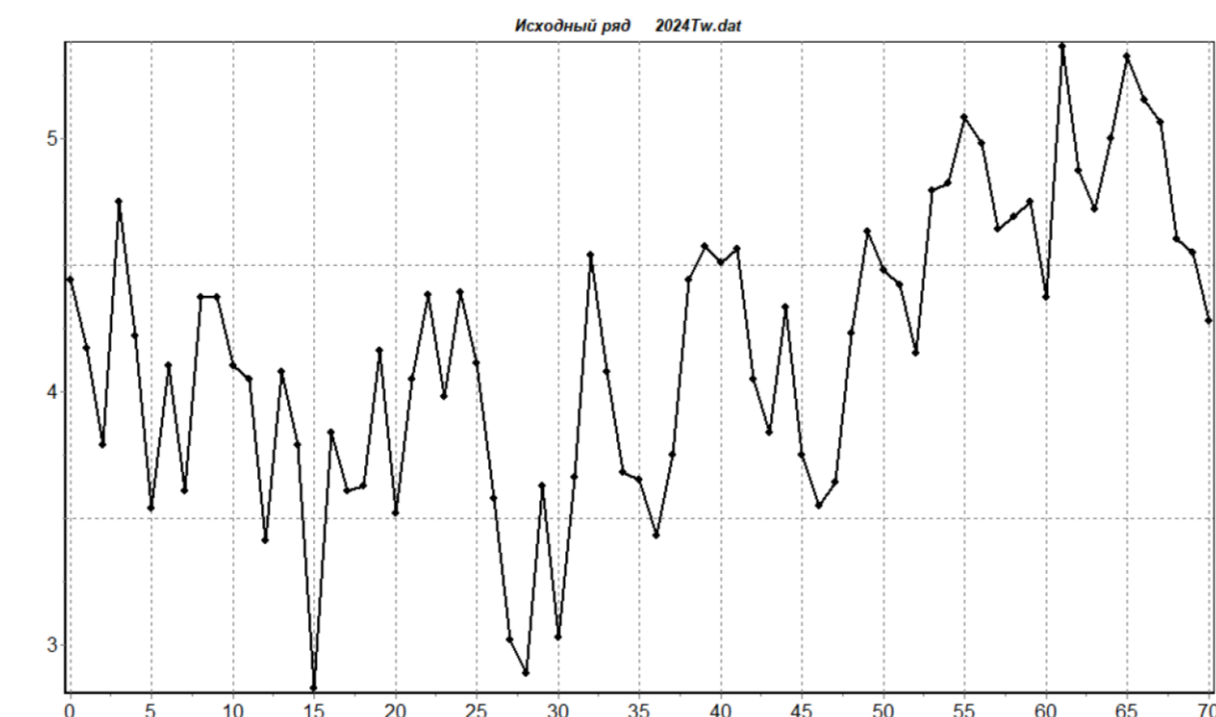


Рис.11 Исходный ряд среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

График исходного ряда имеет сложную структуру изменчивости, которая состоит из регулярных и хаотических колебаний. В первые 30 лет можем наблюдать небольшие значения температуры воды, а после - увеличение температуры. Минимальное значение температуры воды наблюдалось в 1965

году и составило 2,83°C, а максимальное – в 2011 году 5,36°C. На графике исходного ряда также можно заметить положительный тренд.

Табл.3 Первичная статистика ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

Среднее	4.17
Стандартная ошибка	0.07
Медиана	4.17
Мода	4.37
Стандартное отклонение	0.57
Дисперсия выборки	0.33
Экссесс	-0.33
Асимметрия	8.45
Интервал	2.53
Минимум	2.83
Максимум	5.36
Сумма	296.41
Счет	71

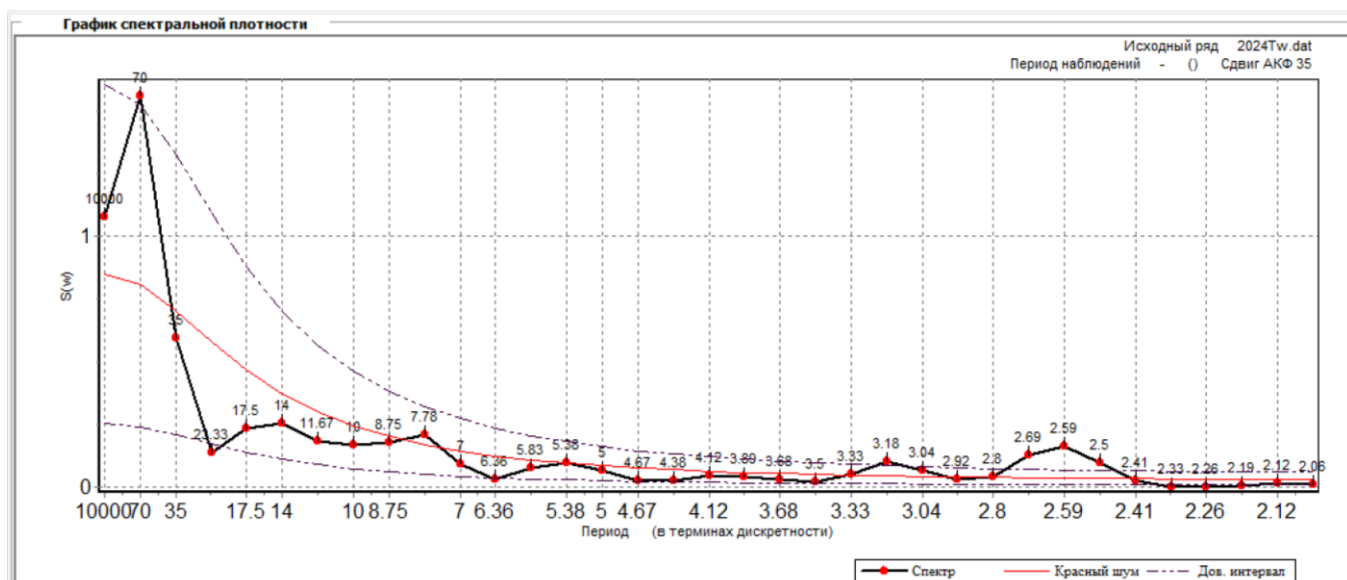


Рис.12 Функция спектральной плотности ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200 м за 1950-2020

Можно сказать, что функция спектральной плотности имеет сложный характер (количество пиков равно 8). По рис.2 видно, что основные пики относятся к внутривековым, межгодовым и сезонным изменчивостям.

Первый максимум 70 можем отнести к квазивековому циклу климатической изменчивости на планете. Далее пики 14 и 7,78, значение 14 можно отнести к циклу солнечной активности, а именно, как влияет поток солнечной радиации на температуру воды; значение 7,78 связано с нутациями магнитных полюсов Земли. Четвертый максимум со значением 5,38 связан с автоколебательной системой океан-атмосфера.

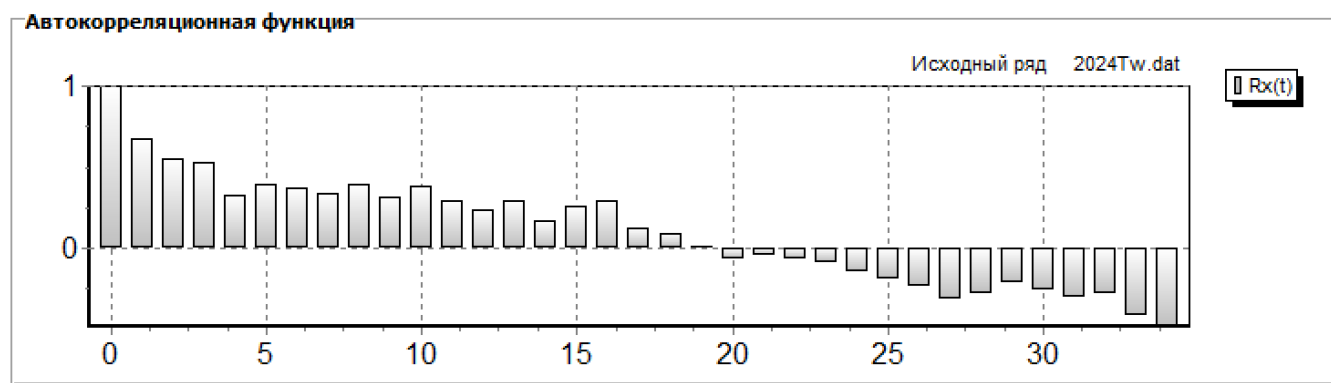


Рис.13 АКФ ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

По графику АКФ можем видеть хорошо выраженный тренд (т.к. радиус корреляции равен 19).

Для полосовой фильтрации были выбраны 4 основные полосы.

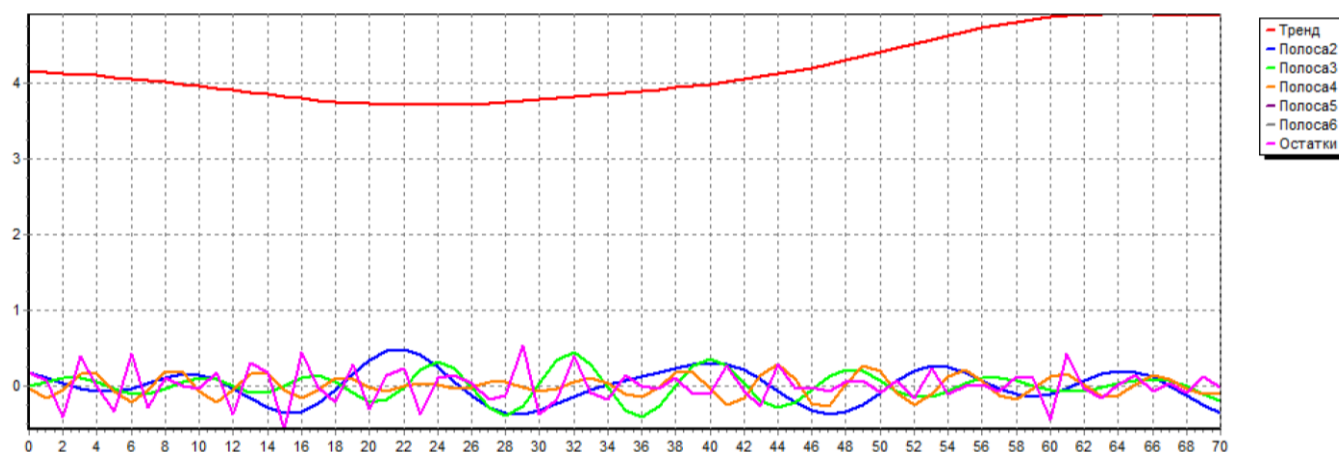


Рис.14 Полосовая фильтрация ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

Табл.4 Качество полосовой фильтрации ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020

	Вклад, %
Полоса №1	54,32
Полоса №2	14,58
Полоса №3	9,36
Полоса №4	5,45
Сумма	99,47

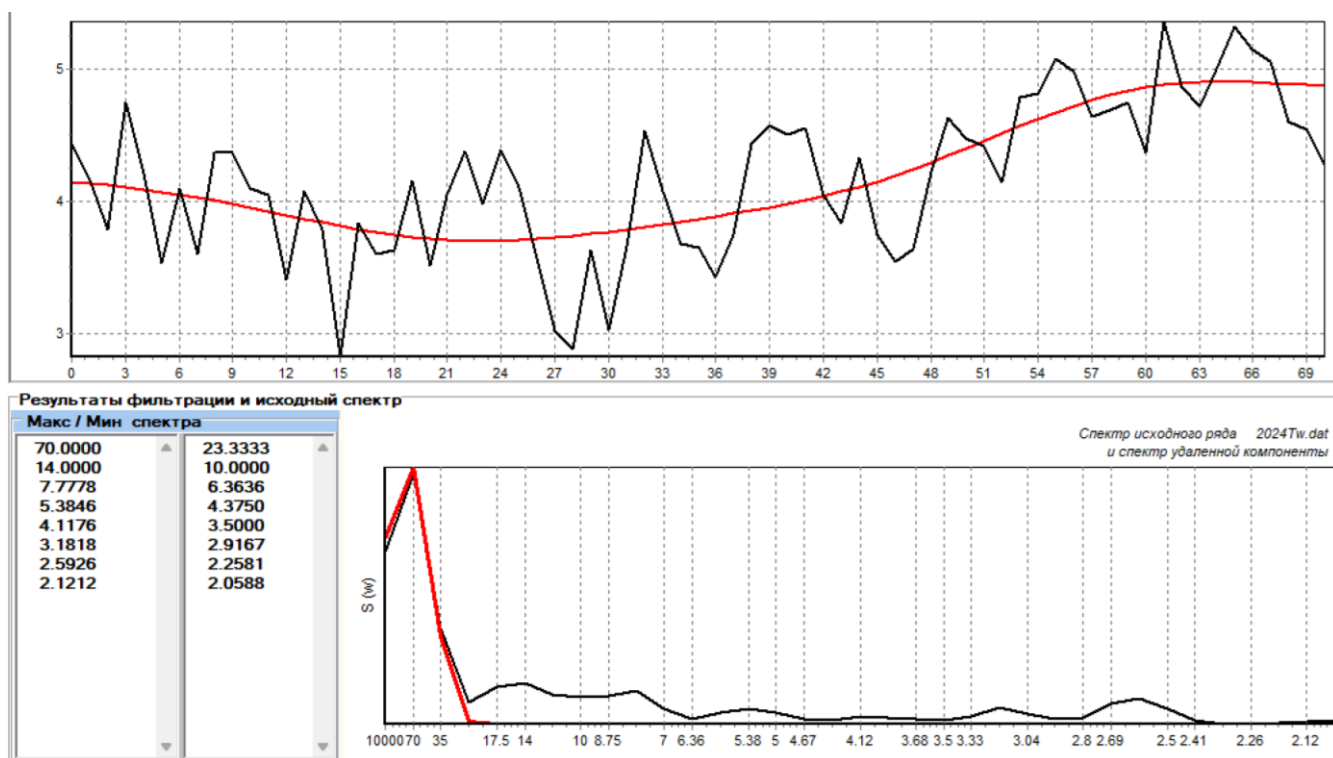


Рис.15 Тренд ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

Трендовая компонента данного временного ряда плавно убывала, а после также постепенно возрастала. Тренд вносит максимальный вклад в общую дисперсию 54,32%.

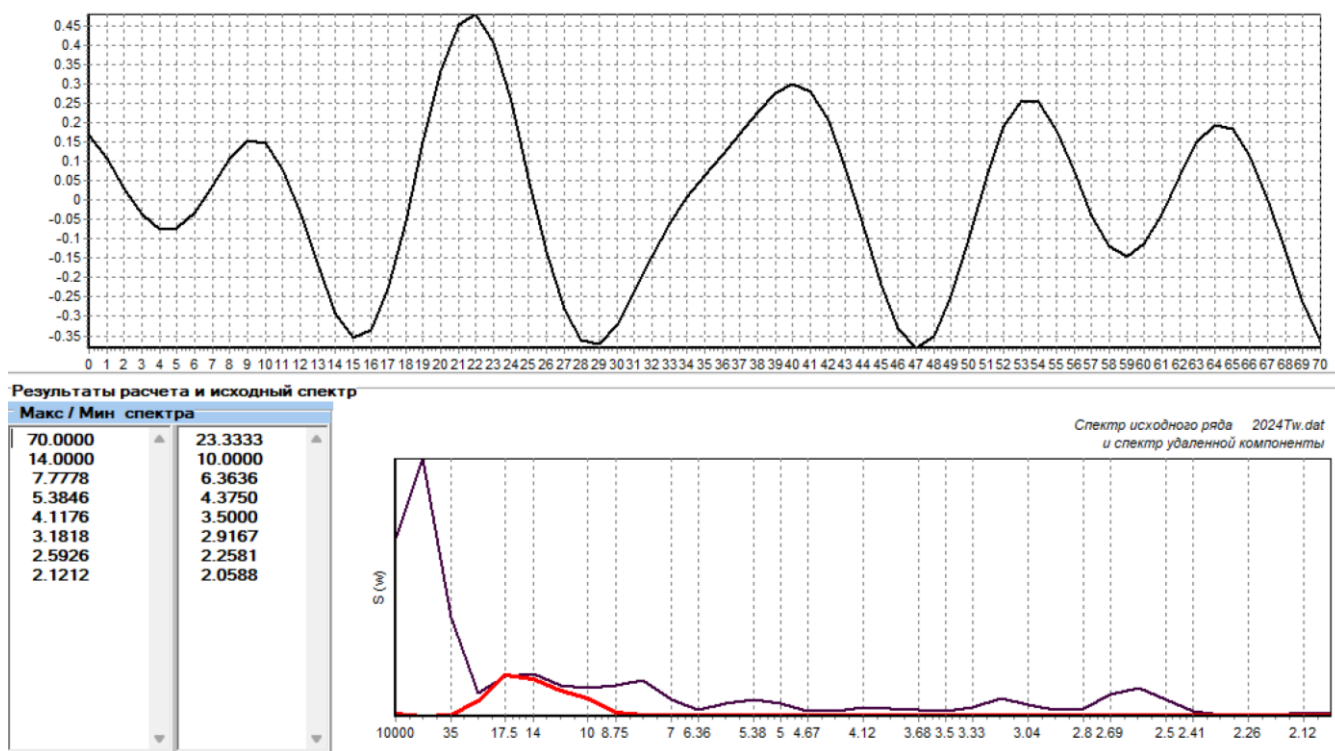


Рис.16 Полоса №2 ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

Полоса № 2 с максимальной частотой спектра 14 отражает влияние солнца. Влияние солнца на температуру воды неравномерно, что можно наблюдать по амплитуде колебаний, максимальный всплеск значений можно заметить в 1972 году. Это не гармоническая и непериодическая функция, значит возможно воздействие случайных факторов, на формирование температуры воды оказывает влияние не только солнце, но и термические процессы, которые могут генерироваться под воздействием лучистой энергии, но эта энергия может идти не на прямую (через атмосферу, через изменение океанических циркуляций и т.д.). Вклад в общую дисперсию равен 14,58%.

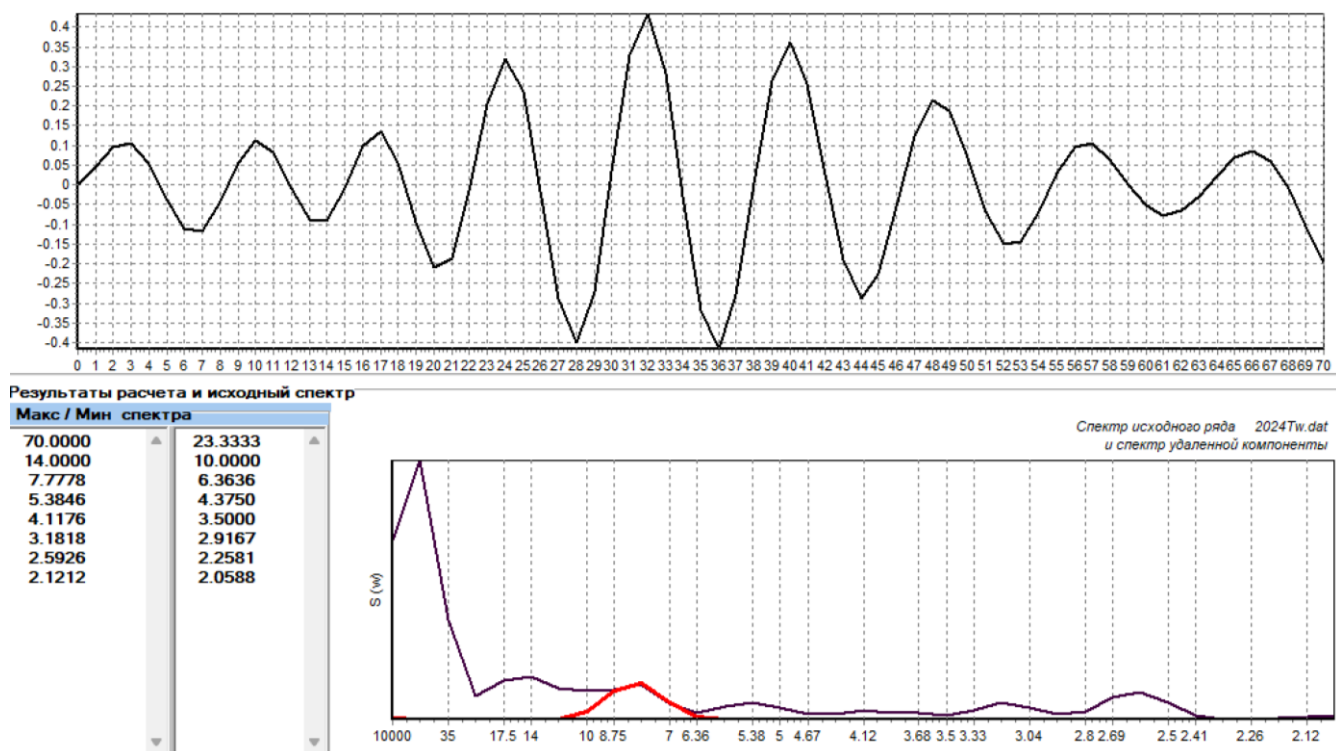


Рис.17 Полоса №3 ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

Полоса №3 связана с изменениями нутаций магнитных полюсов Земли. Эта компонента является периодической. Она описывает периоды относительного подъема и спада значений прогнозируемого ряда, состоит из повторяющихся периодических колебаний. Периодические изменения принято считать результатом воздействия астрономических и космофизических факторов. Вклад в общую дисперсию 9,36%.

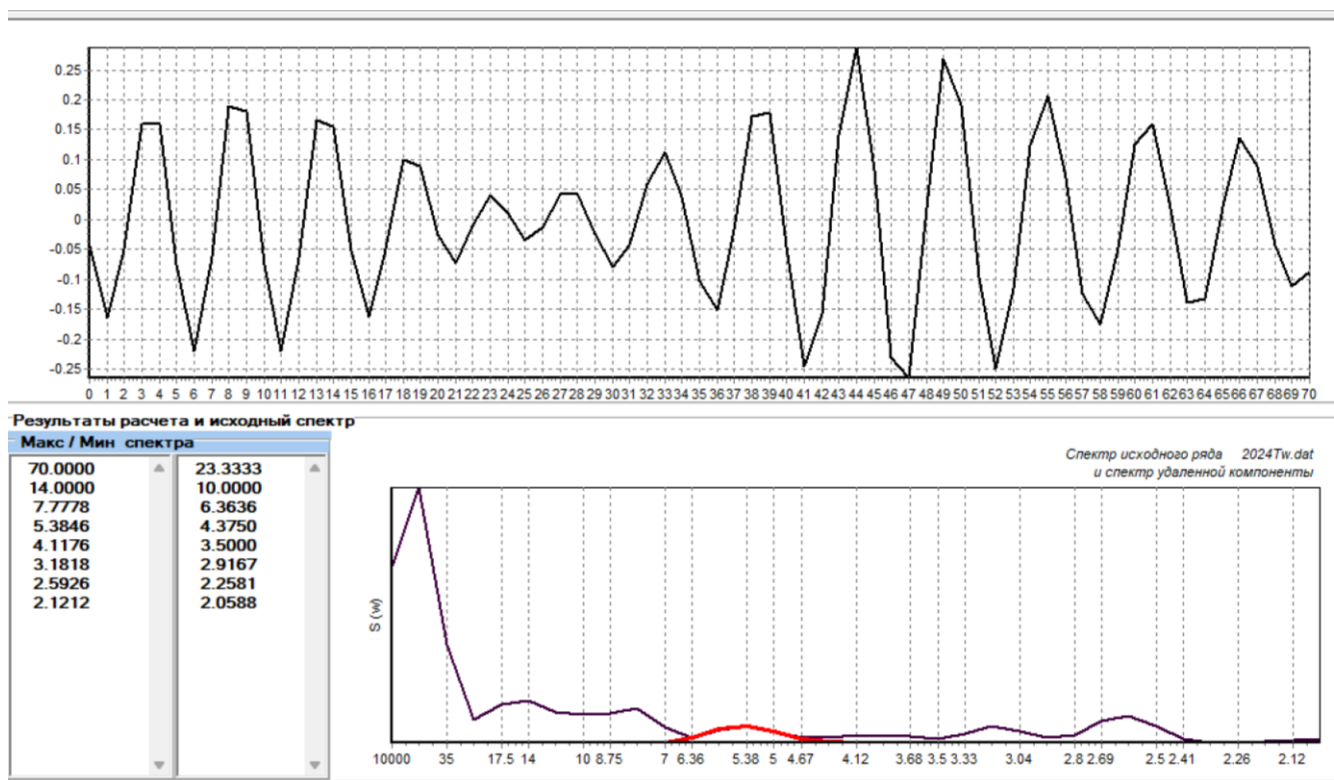


Рис.18 Полоса №4 ряда среднегодовой температуры воды на разрезе "Кольский меридиан" в слое 0-200м за 1950-2020 г.

Полоса №4 с пиком 4,38 связана с автоколебательной системой океан-атмосфера. Данная компонента является случайной, отражает совокупное воздействие факторов случайного характера. Она проявляется в присутствии нерегулярных, хаотических вариаций прогнозируемого ряда. Статистическое описание такой изменчивости возможно на основе расчета и анализа автокорреляционной функции (АКФ), а прогнозирование — с помощью уравнений авторегрессии. Вклад в общую дисперсию минимальный 5,45%.

3.3. Анализ временного ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

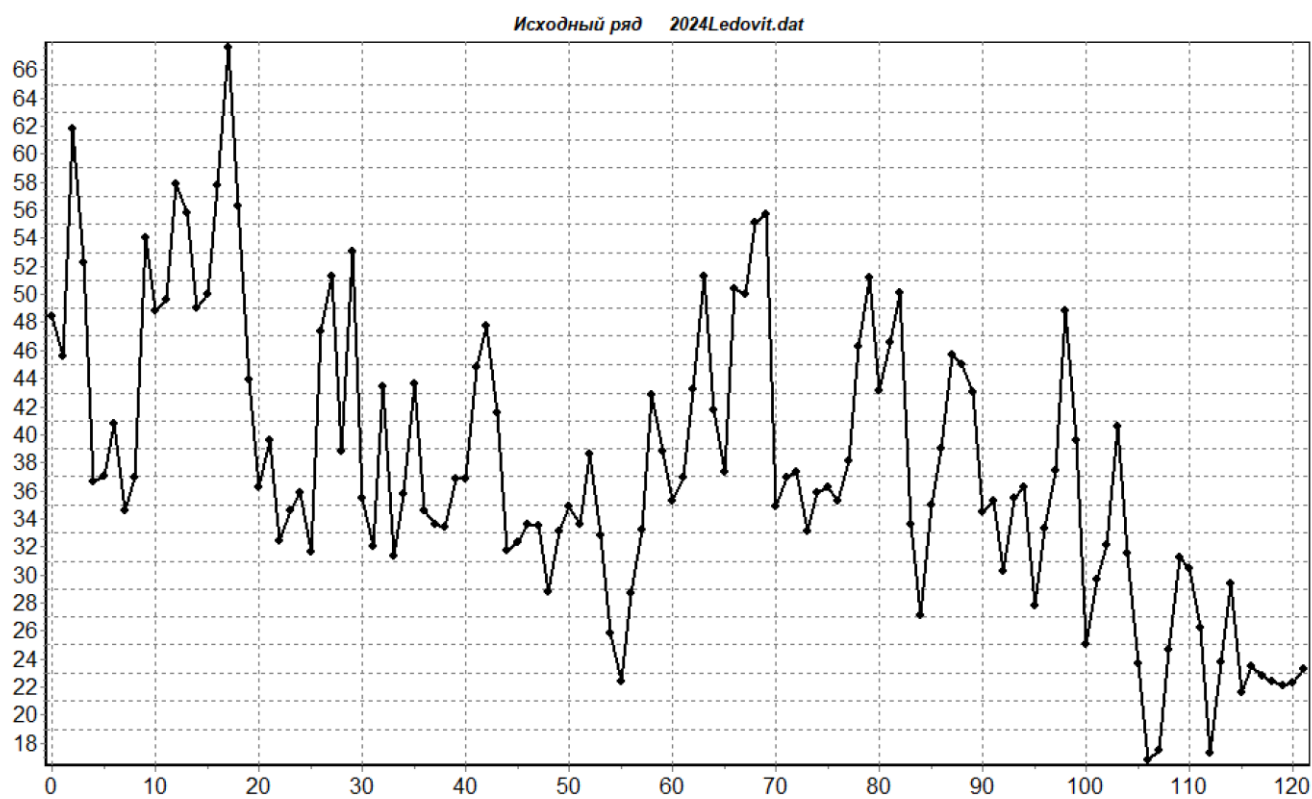


Рис.19 Исходный ряд среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

График исходного ряда имеет сложную структуру изменчивости, которая состоит из нерегулярных и хаотических колебаний. Минимальное значение ледовитости наблюдалось в 2005 году и составило 16,8%, а максимальное – в 1916 году 67,6%. На графике исходного ряда также можно заметить отрицательный тренд.

Табл.5 Первичная статистика ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

Среднее	37.78
Стандартная ошибка	0.91
Медиана	36.3
Мода	33.6
Стандартное отклонение	10.08
Дисперсия выборки	101.65
Экссесс	-0.08
Асимметрия	11.48
Интервал	50.8
Минимум	16.8
Максимум	67.6
Сумма	4608.7
Счет	122

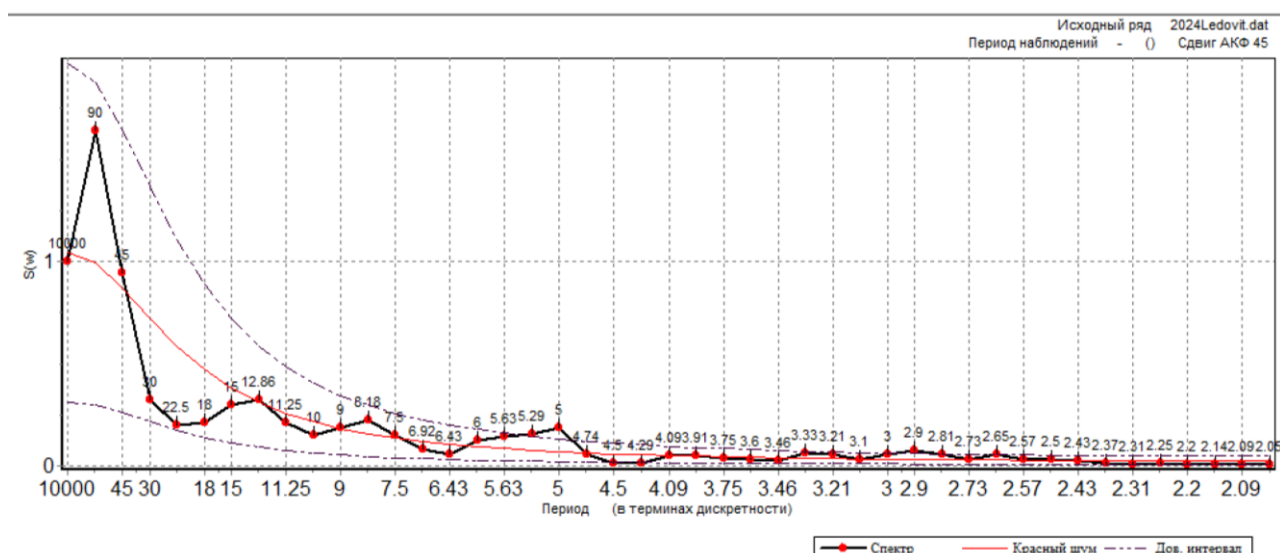


Рис.20 Функция спектральной плотности ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

По рис.20 видно, что функция спектральной плотности имеет сложный характер (количество пиков равно 10). Максимумы функции спектральной плотности относятся к внутривековым, межгодовым, сезонным и синоптическим изменчивостям.

Основных максимумов 4. Первый пик со значением 90 можно отнести к квазивековому циклу климатической изменчивости на планете. Максимум 12,86 связан с циклом солнечной активности, а именно, как влияет поток солнечной радиации на ледовитость Баренцева моря. Третий пик 8,18 связано с нутациями магнитных полюсов Земли. Максимум со значением 5 связан с автоколебательной системой океан-атмосфера. Оставшиеся пики могут быть связаны с закономерностями переноса в верхней тропосфере, а также относятся к результатам взаимодействий множества компонент, которые описывают какие-либо процессы, происходящие на планете.

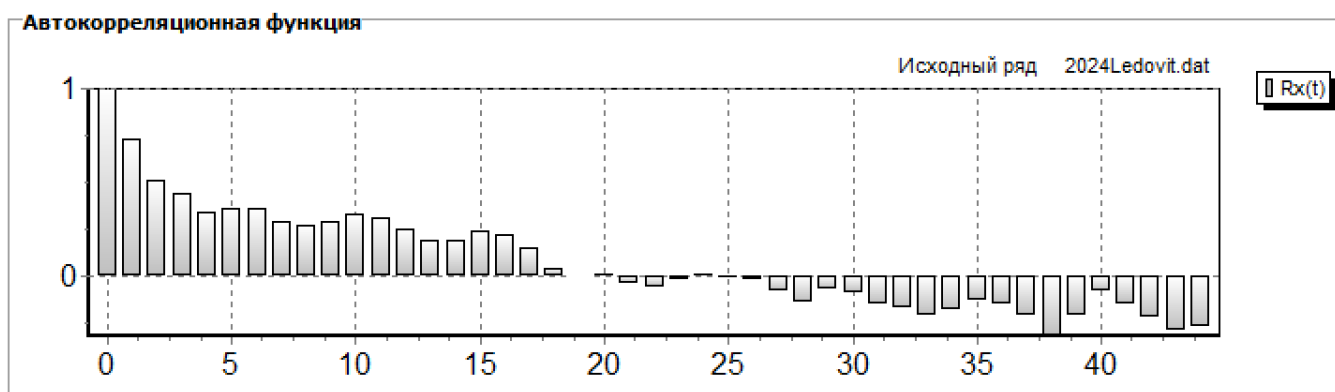


Рис.21 АКФ ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

График АКФ показывает значимый тренд (т.к. радиус корреляции равен 20).

Для полосовой фильтрации были выбраны 4 основные полосы.

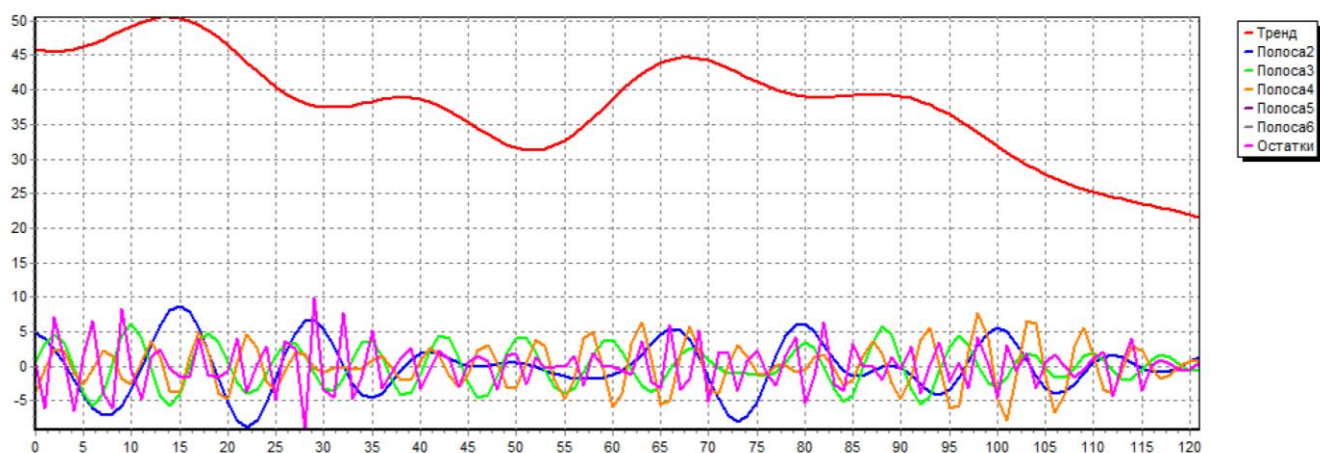


Рис.22 Полосовая фильтрация ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

Табл.6 Качество полосовой фильтрации ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

	Вклад, %
Полоса №1	54,66
Полоса №2	13,93
Полоса №3	8,03
Полоса №4	9,66
Сумма	96,97

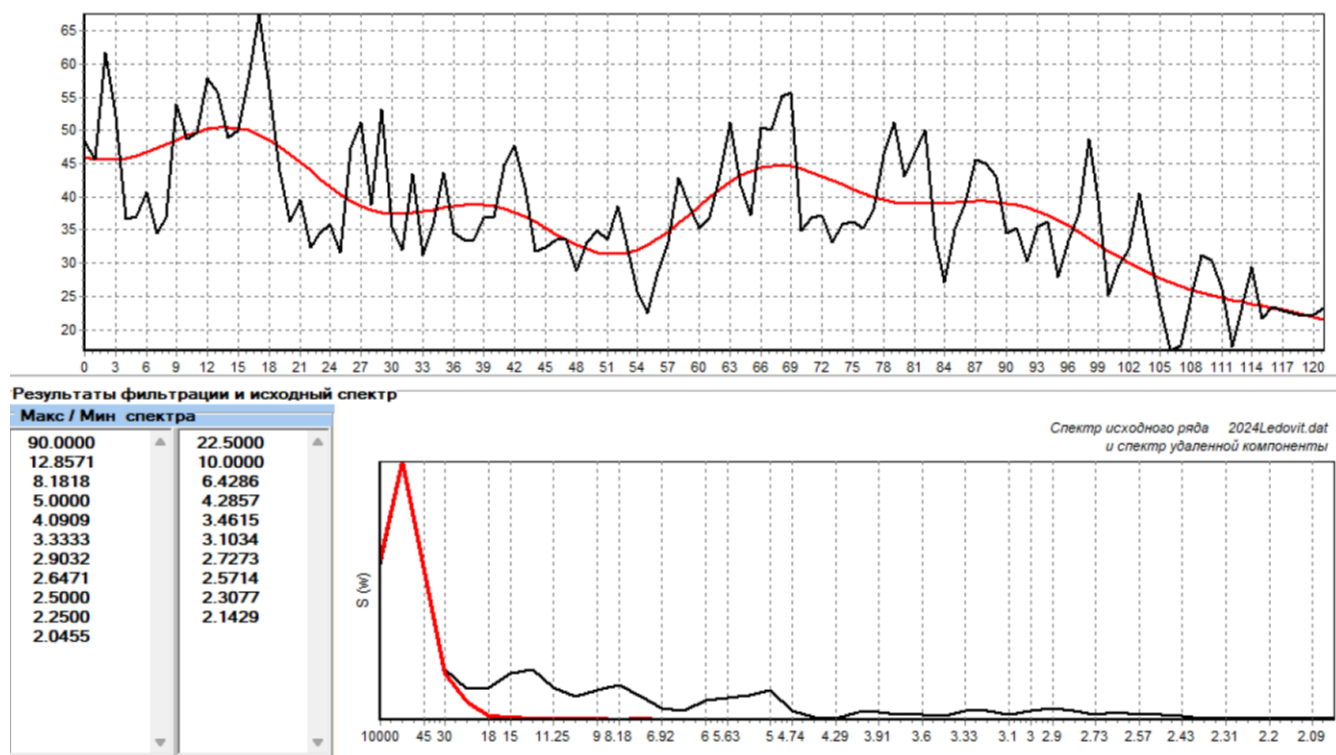


Рис.23 Тренд ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

Тренд данного временного ряда характеризуется хаотическими плавными регулярными колебаниями. Вклад в общую дисперсию максимальный 54,66%.

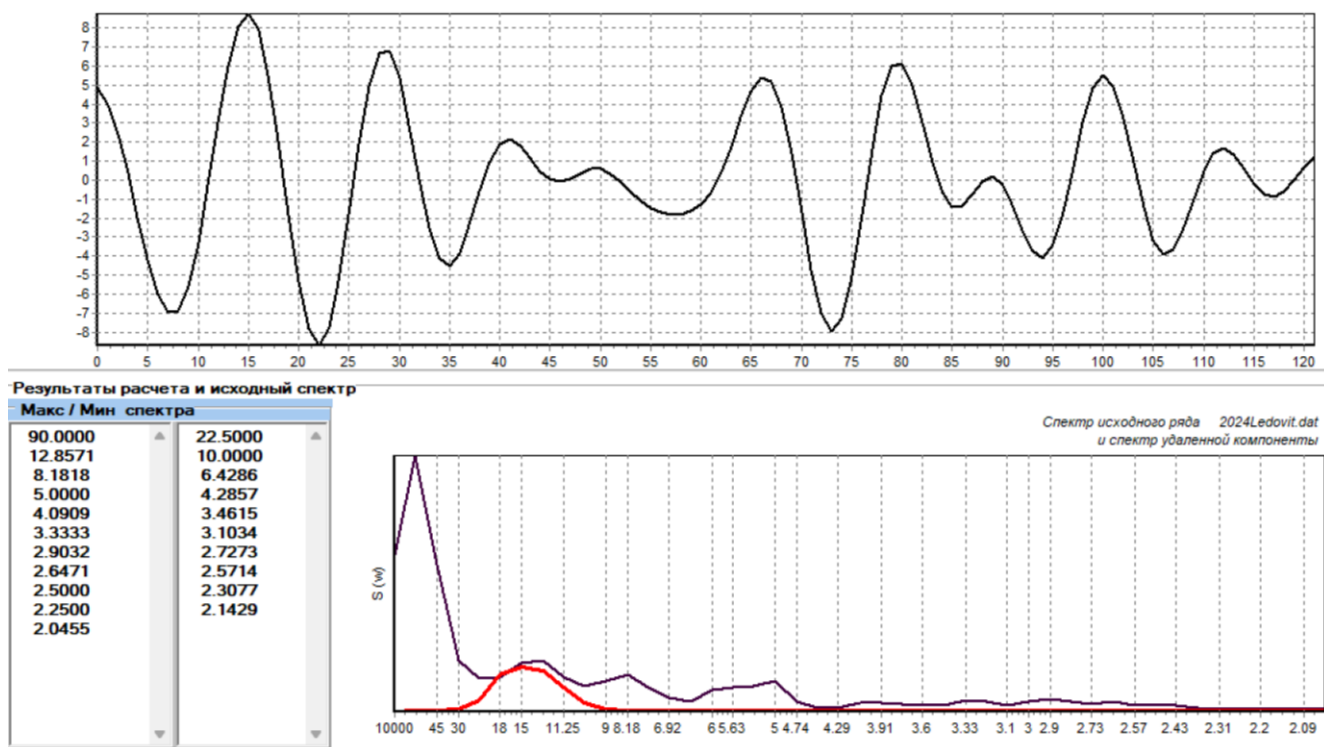


Рис.24 Полоса №2 ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

Полоса № 2 с максимальной частотой спектра 12,86 отражает неравномерное влияние солнца на ледовитость Баренцева моря. Присутствует воздействие случайных факторов на формирование ледовитости Баренцева моря, свое влияние оказывает не только солнце, но и термические процессы, которые могут генерироваться под воздействием лучистой энергии, но эта энергия может идти не на прямую (через атмосферу, через изменение океанических циркуляций и т.д.). Вклад в общую дисперсию равен 13,93%.

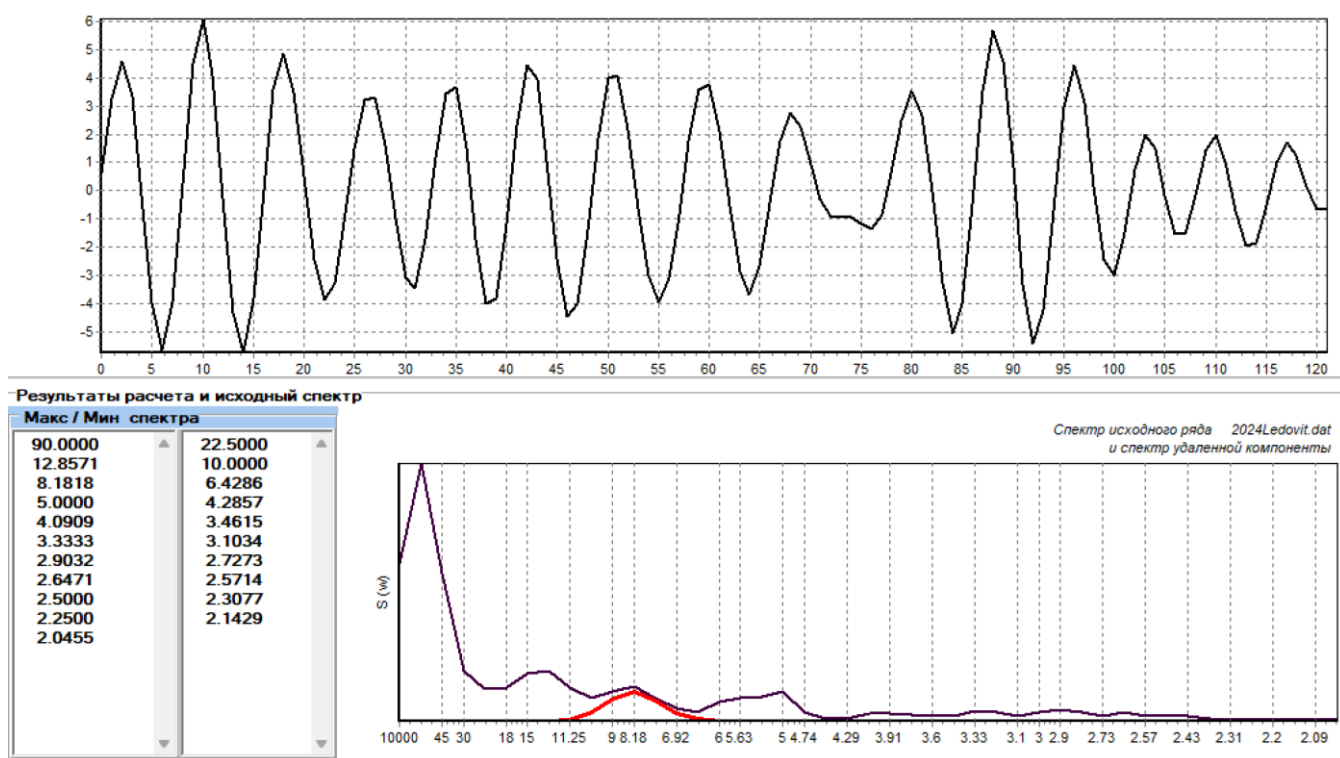


Рис.25 Полоса №3 ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

Полоса №3 с пиком 8,18 связана с изменениями нутаций магнитных полюсов Земли. Эта компонента является периодической. Периодические изменения можно считать результатом воздействия астрономических и космофизических факторов (обусловленных строго детерминированными периодическими силами). Вклад в общую дисперсию минимальный 8,03%.

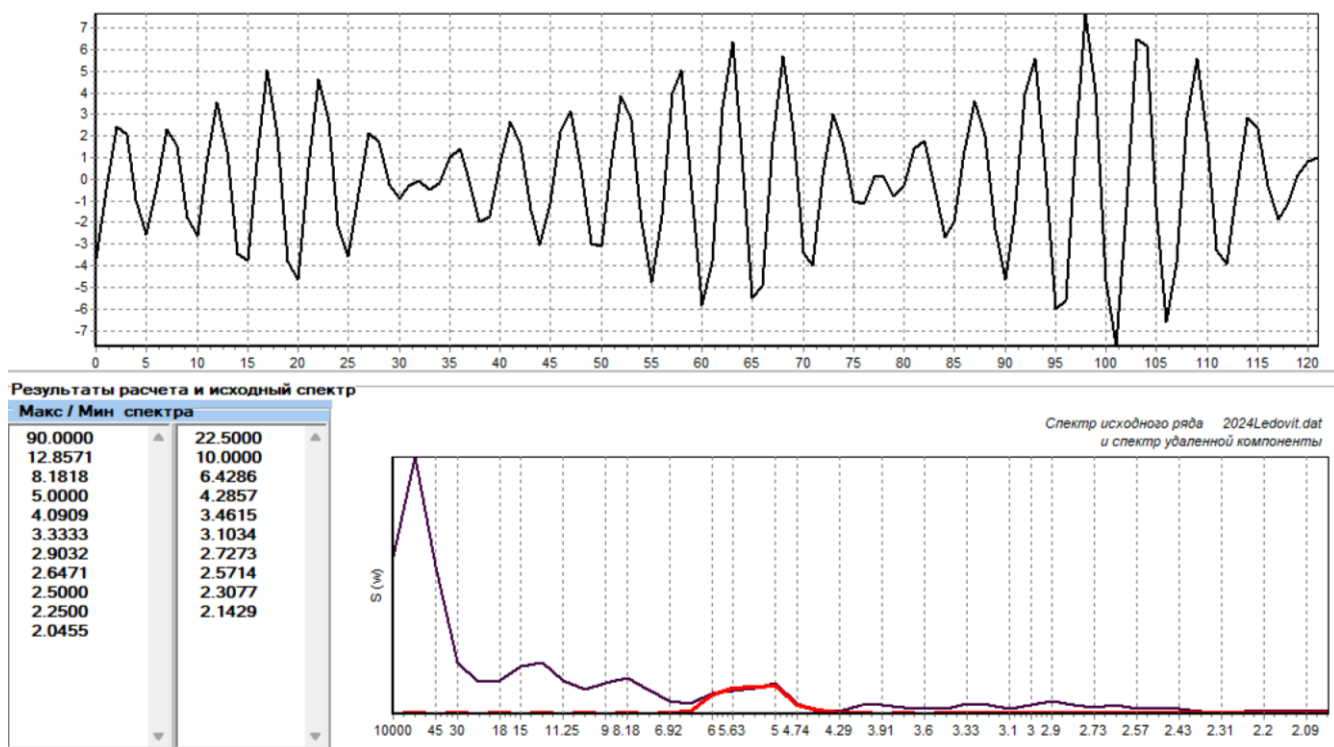


Рис.26 Полоса №4 ряда среднегодовой ледовитости Баренцева моря за 1900-2021 г.

Полоса №4 с максимальным значением 5 относится к автоколебательной системе океан-атмосфера. Данная компонента является случайной, отражает совокупное воздействие факторов случайного характера на ледовитость Баренцева моря. Вклад в общую дисперсию 9,66%.

3.4. Анализ временного ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

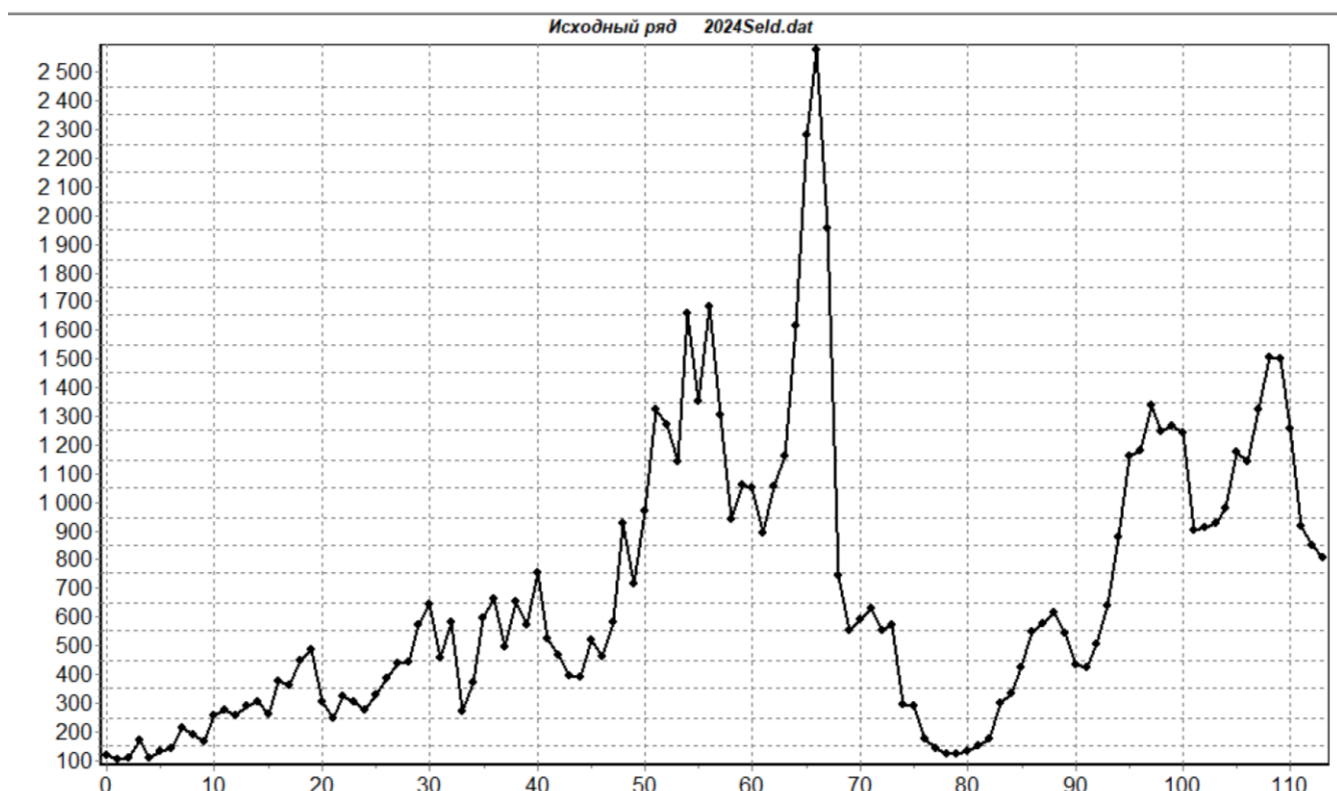


Рис.27 Исходный ряд вылова сельди за 1900-2013 г.

Исходный ряд имеет сложную структуру изменчивости, которая состоит из нерегулярных и хаотических колебаний. Минимальное значение вылова сельди наблюдалось в 1901 году и составило 103 т., а максимальное – в 1966 году 2578 т. На графике исходного ряда также можно заметить положительный тренд.

Табл.7 Первичная статистика ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

Среднее	682.42
Стандартная ошибка	45.85
Медиана	553.5
Мода	302
Стандартное отклонение	489.54
Дисперсия выборки	239646
Экссесс	1.70
Асимметрия	8.77
Интервал	2475
Минимум	103
Максимум	2578
Сумма	77796
Счет	114

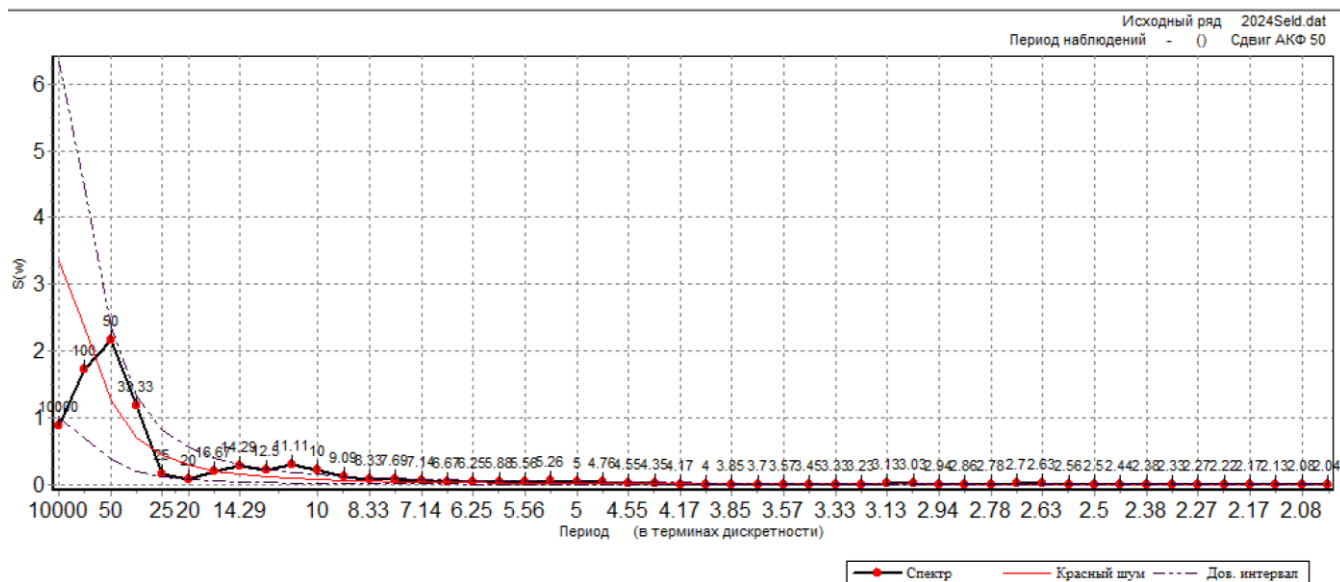


Рис.28 Функция спектральной плотности ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

Функция спектральной плотности имеет сложный характер (количество пиков равно 10). Максимумы функции спектральной плотности относятся к внутривековым, межгодовым, сезонным и синоптическим изменчивостям.

Основных максимумов 3. Первый пик со значением 50 можно отнести к квазивековому циклу климатической изменчивости на планете. Максимум 14,29 можно условно отнести к лунным циклам. Третий пик 11,11 связан с циклом солнечной активности, а именно, как влияет поток солнечного тепла на вылов сельди. Оставшиеся пики могут быть связаны с нутациями магнитных полюсов Земли, с автоколебательной системой океан-атмосфера, закономерностями переноса в верхней тропосфере, а также относятся к результатам взаимодействий множества компонент, которые описывают какие-либо процессы, происходящие на планете.

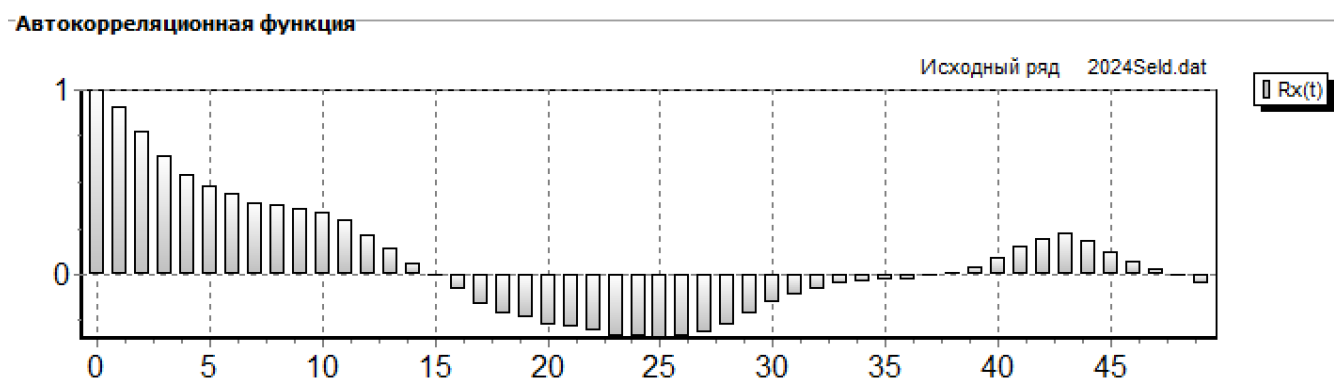


Рис.29 АКФ ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

График АКФ показывает значимый тренд (т.к. радиус корреляции равен 15). Характер АКФ похож на красный шум, он отражает случайные «инерционные» колебания термодинамической системы, возвращающейся (под влиянием исключительно внутренних сил инерции – трения, вязкости) в исходное стабильное состояние после внешнего воздействия.

Для полосовой фильтрации были выбраны 3 основные полосы.

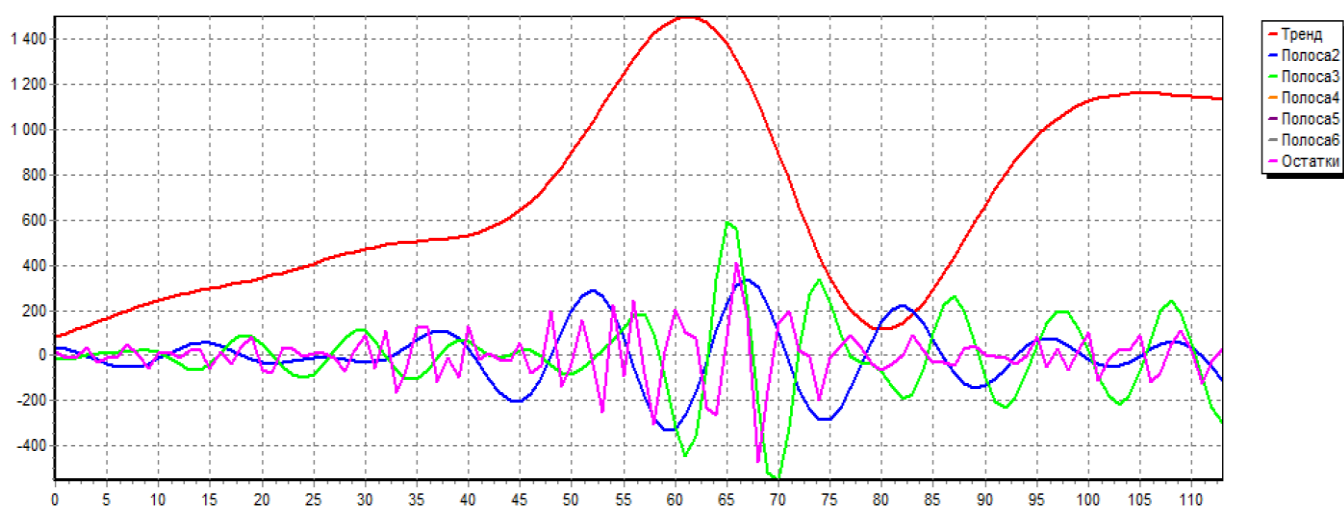


Рис.30 Полосовая фильтрация ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

Табл.8 Качество полосовой фильтрации ряда вылова сельди за 1900-2013г.

	Вклад, %
Полоса №1	73,83
Полоса №2	7,48
Полоса №3	12,65
Сумма	99,17

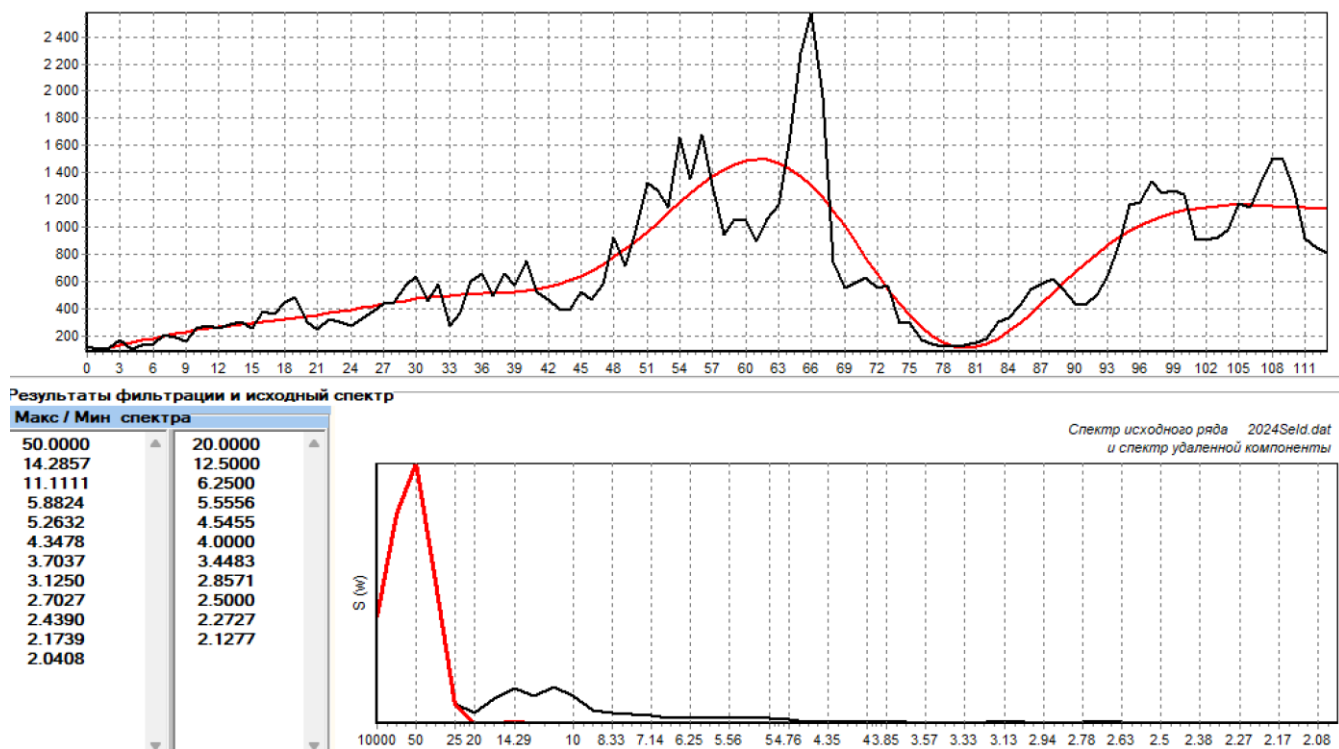


Рис.31 Тренд ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

Тренд данного временного ряда характеризуется монотонным возрастанием в первые 40 лет, после чего несколько плавных хаотических колебаний. Вклад в общую дисперсию максимальный 73,83%.

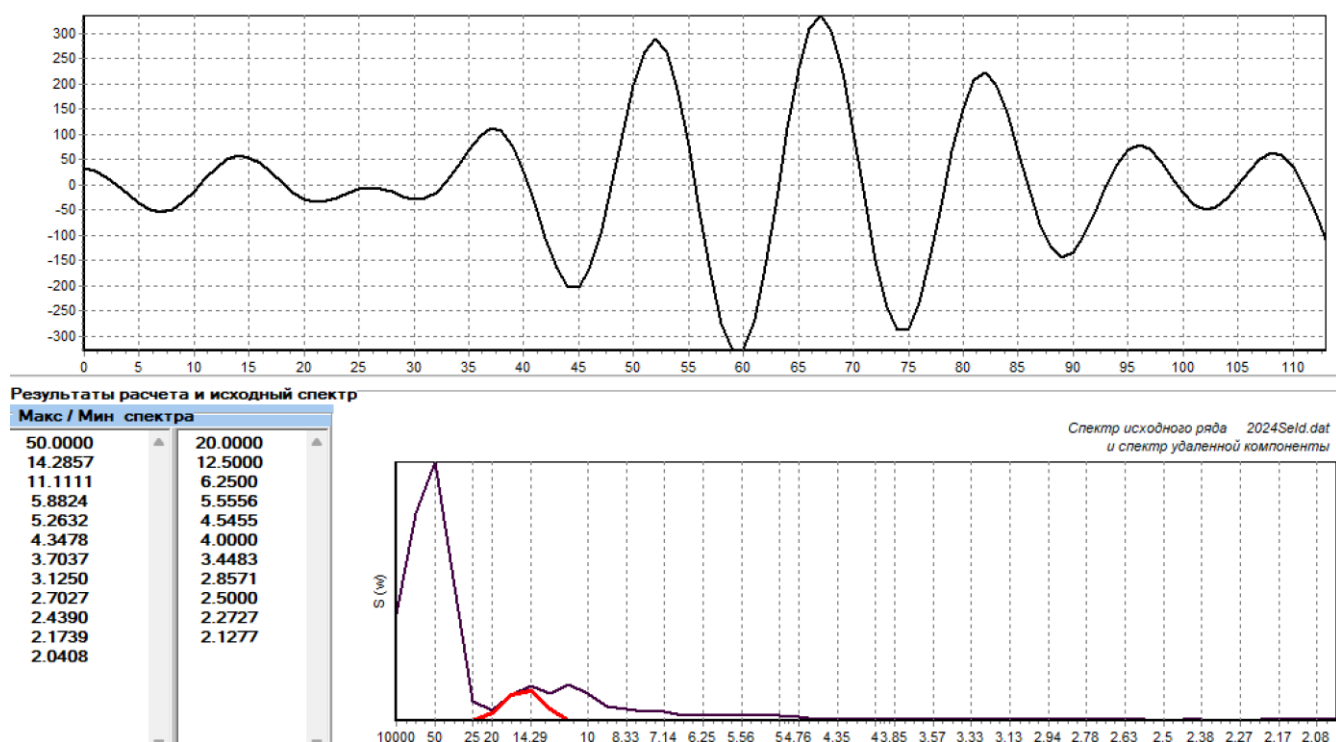


Рис.32 Полоса №2 ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

Полосу № 2 с максимальной частотой спектра 14,29 можно отнести к лунным циклам. В первую очередь лунные циклы влияют на приливы и отливы. Например, в фазы новолуния и полнолуния диапазон приливов максимальный, сильные течения и более выраженные вертикальные миграции могут сделать сельдь более доступной для рыбаков в эти периоды. Вклад в общую дисперсию минимальный 7,48%.

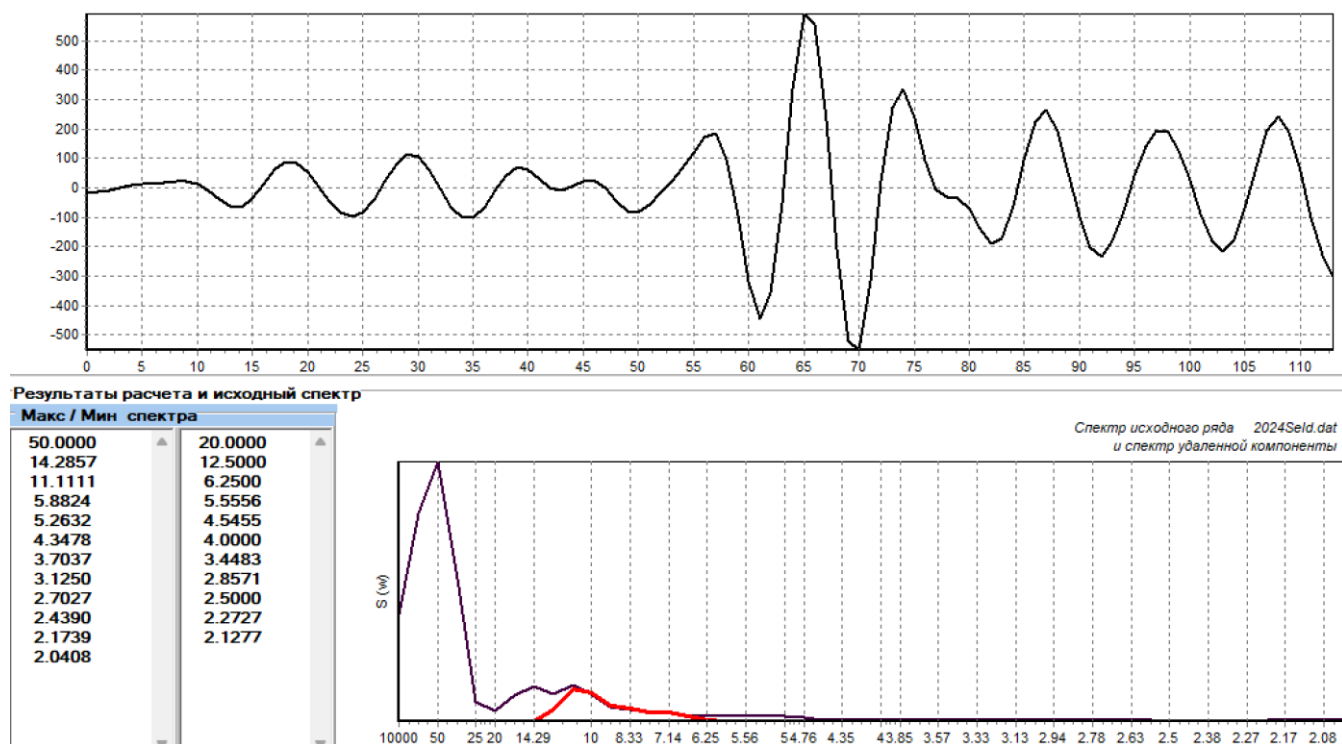


Рис.33 Полоса №3 ряда вылова сельди за 1900-2013 г.

Полоса №3 с пиком 11,11 есть 11-летний цикл солнечной активности. Эта компонента является случайной, она отражает совокупное воздействие факторов случайного характера, присутствует воздействие случайных факторов на вылов сельди, свое влияние оказывают солнце, термические процессы, которые могут генерироваться под воздействием лучистой энергии и т.д.. Вклад в общую дисперсию 12,65%.

4. Прогностические возможности использования полосовой фильтрации

На примере ряда многолетней температуры воздуха в Санкт-Петербурге за 16 апреля с 1881 г. по 2016 г. показаны возможности аппроксимации и экстраполяции временного ряда статистическими методами с использованием процедуры фильтрации. Методическое независимое прогнозирование выполнялось с 1970 г. по 2017 г.

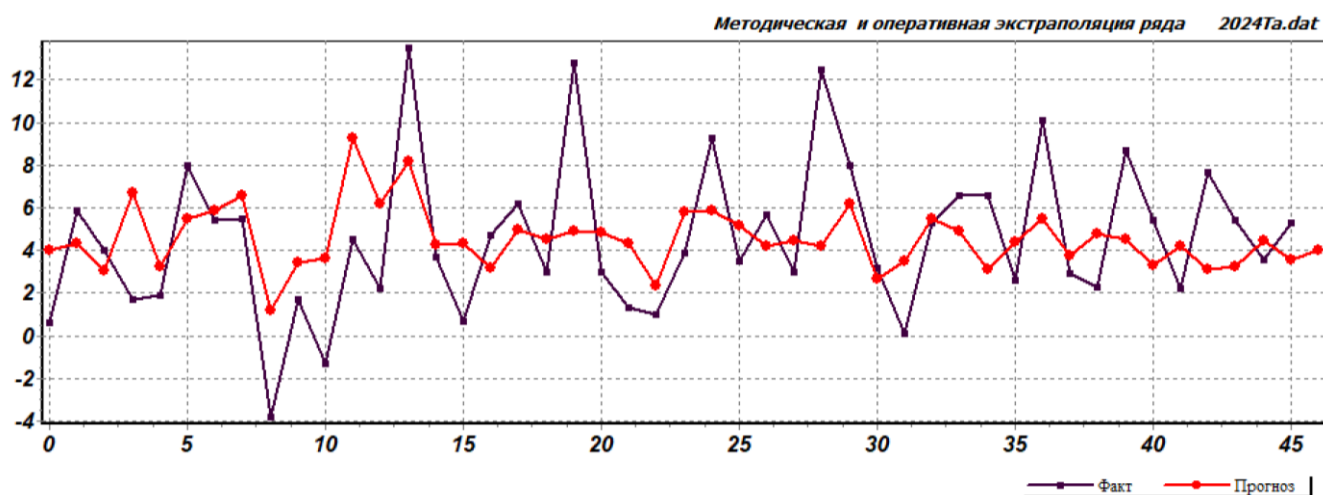


Рис.34 Автопрогноз ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Табл.9 Оправдываемость автопрогноза ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Метод	Надёжность	Заблаговр.	Средн. ошибка	Дисп. ошибки	Опр. знак	Опр. 0.67 σ	Опр. 0.80 σ
Факт	0.00	3000.00	0.00	0.00	100.00	100.00	100.00
Климат	0.98	0.78	-0.91	12.39	54.35	60.87	65.22

Инерция	2.06	0.00	-0.02	26.08	39.13	32.61	36.96
Байес	2.03	0.00	0.58	25.70	39.13	34.78	39.13
Дин-Стат	1.92	0.00	-0.57	24.36	47.83	43.48	47.83
Дин-Стох	1.62	0.00	-0.24	20.46	39.13	43.48	47.83
АР-1	0.98	0.00	-0.90	12.45	39.13	60.87	65.22
АР-2	0.98	0.75	-0.98	12.43	58.70	60.87	69.57
АР-3	1.01	0.00	-0.98	12.73	54.35	60.87	67.39
Фурье	1.10	0.00	-1.92	13.94	45.65	50	54.35
Сред.компл.	1.14	0.00	-0.66	14.40	45.65	56.52	67.39
Регр.компл.	0.81	1.79	-0.01	10.3	52.17	58.70	63.04



Рис.35 Прогноз после полосовой фильтрации ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Табл.10 Оправдываемость прогноза после полосовой фильтрации ряда многолетней температуры воздуха за 16.04 в СПб 1881-2016 г.

Метод	Надёж- ность	Заблаговр.	Средн. ошибка	Дисп. ошибки	Опр. знак	Опр. 0.67 σ	Опр. 0.80 σ
Факт	0.00	3000.00	0.00	0.00	100.00	100.00	100.00

Климат	0.98	0.00	-0.24	4.58	53.19	53.19	63.12
Байес	0.84	13.29	0.26	9.03	75.89	74.47	82.98
Стохаст.	0.98	0.00	-0.24	4.58	53.19	53.19	63.12
Дин-Стат	0.76	10.60	-0.07	7.89	75.89	76.60	82.98
АР-1	0.07	1059.75	-0.02	0.08	95.04	97.16	98.58
Полином	0.98	0.00	-0.24	4.58	53.19	53.19	63.12
Фурье	0.42	14.15	-0.02	3.89	78.01	80.85	89.36

По полученным графикам прогнозов можем сделать вывод, что после применения полосовой фильтрации прогноз имеет лучшее качество. Т.к. используя полосовую фильтрацию, исходный ряд, обладающий сложной внутренней структурой, можно представить в виде набора простых структур, причем без существенных потерь информации об исследуемом процессе, что увеличивает качество нашего прогноза по сравнению с автопрогнозом.

По таблицам 9 и 10 можно увидеть, что методическая оправдываемость прогноза после полосовой фильтрации стала значительно выше (в среднем на 20-30%). При прогнозировании без фильтрации превышение оправдываемости моделей над климатической не более 5%, а при использовании процедуры полосовой фильтрации оправдываемость увеличивается до 30%. Рассматривая климатический метод в двух вариантах прогноза, можно сказать, что при автопрогнозе климатический метод имеет лучшее качества, а именно, выше заблаговременность прогноза, оправдываемость прогноза также лучше.

Заключение

1. Структура гидрометеорологических и рыбопромысловых рядов как правило сложная, и в этой структуре существует множество компонент, которые определяются различными гидрометеорологическими процессами.

2. Разделение сложной исходной структуры на отдельные компоненты позволяет получить дополнительную информацию о степени влияния тех или иных характеристик на гидрометеорологические параметры, рассмотреть их участие в формировании общей изменчивости исходного ряда.

3. Процесс разделения структуры на отдельные компоненты применим не только к определенному гидрометеорологическому процессу или ряду, но является универсальной методикой.

4. Применение полосовой фильтрации позволяет добиться существенного улучшения методической оправдываемости. Чем лучше методическая оправдываемость, тем выше качество реального прогноза.

5. Полосовой фильтр Баттерворта является тангенсным, переменного порядка. Значит он универсален (т.к. тангенс включает в себя и синус и косинус), а также удобен, т.к. в процессе вычислений можно менять порядок. Передаточная функция с повышением порядка фильтра улучшает и качество фильтрации, но не все фильтры обладают такими свойствами. Потому фильтр Баттерворта наиболее подходящий в отличии от других.

Список использованной литературы

1. Вайновский П.А., Густоев Д.В. Статистическое прогнозирование гидрометеорологических временных рядов. – СПб.: РГГМУ, 2019, - 240 с.
2. Густоев Д.В. Статистико-вероятностное прогнозирование гидрометеорологических элементов. – СПб.: РГГМУ, 2021, - 45 с.
3. Прохоров Т.О. Проектирование и анализ полосовых фильтров. – Казань.: КФУ, 2016, - 5-10 с.
4. Томский политехнический университет, Кафедра ПМЭ, Лекции по дисциплине «Математические основы обработки сигналов». Сайт <https://portal.tpu.ru/departments/kafedra/iit>
5. Малинин В.Н. Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. – СПб.: РГГМУ, 2020, - 196 с.
6. Громов А.Ю. Применение цифровых фильтров Баттерворта в океанологии. Режимобразующие факторы, информационная база и методы ее анализа.- Л., Гидрометеиздат, 1989. - 17-26 с.
7. Вайновский П.А., Малинин В.Н. Методы обработки и анализа океанологической информации. – СПб.: РГГМИ, 1992, - 96 с.
8. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979. – 80 с.
9. Дэвис Дж. Статистический анализ данных в геологии. - М.: Мир, 1990. – 356 с.
10. Привальский В.Е. Климатическая изменчивость (стохастические модели, предсказуемость, спектры). - М.: Наука, 1985. –
11. Butterworth S. On the theory of filter amplifiers.–Experimental wireless (and the wireless engineer), 1930, vol. 7, N 85, pp. 536–541.