



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра инженерной гидрологии

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(магистерская диссертация)

На тему Методика двумерного анализа
гидрологических рисков на примере
рек Северо-Западного региона

Исполнитель

Лобанов Константин Эдуардович

(фамилия, имя, отчество)

Руководитель

К.Т.Н., доцент

(ученая степень, ученое звание)

Гайдукова Екатерина Владимировна

(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»
Заведующий кафедрой

(подпись)

К.Т.Н., доцент

(ученая степень, ученое звание)

Гайдукова Екатерина Владимировна

(фамилия, имя, отчество)

26 мая 2025 г.

Санкт-Петербург
2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1 Физико-географическое описание региона	6
1.1 Рельеф и геологическое строение	6
1.2 Почвы и растительность	7
1.3 Климат	8
1.4 Гидрологические условия	9
1.5 Гидрогеологические условия	11
2 Теоретическое обоснование двумерного анализа гидрологических рисков	12
2.1 Причины перехода к двумерным моделям	12
2.2 Переход к модели двумерного распределения	14
2.3 Метод сводных показателей	20
3 Расчет среднемноголетнего испарения с поверхности суши	22
3.1 Способы определения испарения	22
3.2 Уравнения связи	24
3.3 Разработка программы для расчета испарения различными методами на языке программирования C++	36
3.4 Апробация программы для расчета испарения	39
3.5 Нормы годовых осадков и температуры воздуха	41
3.6 Нормы испарения и стока	43
3.7 Вклады в изменения норм испарения и стока	45
4 Методика получения двумерной поверхности обеспеченности	49
4.1 Многолетние ряды стока	49
4.2 Многолетние ряды испарения	51
4.3 Существующие методы построения двумерной плотности вероятности	53

4.4	Разработка программы для построения двумерной поверхности обеспеченности	56
4.5	Апробация программы	58
4.6	Анализ полученных результатов	64
	Заключение	69
	Список использованных источников	70
	Приложение А	73
	Приложение Б	76
	Приложение В	81
	Приложение Г	89

ВВЕДЕНИЕ

Целью исследования выпускной квалификационной работы является разработка и реализация методики построения двумерной поверхности обеспеченности по рядам наблюдения за гидрометеорологическими характеристиками на речном водосборе.

Задачами исследования являются: изучение методов определения испарения с поверхности суши, методов построения двумерной плотности вероятности, создание программы для построения двумерных поверхности обеспеченностей, апробация методики, анализ получаемых поверхностей.

На величину речного стока в различных физико-географических зонах в разной степени могут влиять такие факторы, как испарение и увлажненность водосбора, которые, наряду со стоком, входят в расходную часть уравнения водного баланса. Возникает необходимость учета совместно со стоком второй наиболее важной составляющей при статистическом описании формирования речного стока, что характеризует актуальность данного исследования. Существуют алгоритмы построения двумерных поверхностей плотности вероятности: графический способ, графоаналитический метод и аналитический метод. Все эти подходы учитывают вторую фазовую переменную при описании речного стока – испарение.

Главным недостатком перечисленных подходов и последующего получения условных кривых обеспеченности является сложность интерпретации результатов в рамках нормативной инженерной гидрологии. Научной новизной же данного исследования является преодоление этой проблемы – получение двумерной поверхности обеспеченности, которая подобна клетчатке вероятности. Именно клетчатка вероятности широко применяется на практике, что характеризует практическую значимость исследования.

Выполняемое исследование направлено на создание программного продукта на языке программирования *MATLAB*, выбранный из-за простоты

использования, наличия множества инструментов для математического моделирования, мощных возможностей визуализации данных.

Основные положения данной работы докладывались 6 июня 2025 года на Всероссийской конференции «Природные опасности и катастрофы: история, прогноз, защита», проведенная Санкт-Петербургским отделением Российской академии наук и Санкт-Петербургским филиалом Института океанологии им. П. П. Ширшова Российской академии наук.

1 ФИЗИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РЕГИОНА

1.1 Рельеф и геологическое строение

Регион расположен на территории Восточно-Европейской (Русской) равнины. Этим объясняется равнинный характер рельефа с незначительными абсолютными высотами (в основном, 50–150 м над уровнем моря). Территория Карельского перешейка (а особенно его северо-западной части) отличается пересечённым рельефом, многочисленными скальными выходами и большим количеством озёр. Карельский перешеек является частью Балтийского кристаллического щита.

Низменности в основном расположены по берегам Финского залива и Ладожского озера, а также в долинах крупных рек. Территория региона находится на стыке двух крупнейших тектонических структур.

Северо-запад расположен на Балтийском кристаллическом щите, где выходят на поверхность архейские и раннепротерозойские породы. Они образовались более 600 миллионов лет назад в результате мощных вулканических извержений. Поэтому на этой территории основными полезными ископаемыми являются гранит, облицовочный камень и песчано-гравийный материал [4].

На южных берегах Финского залива и Ладожского озера в кембрийский период (около 500 миллионов лет назад) сформировались мощные толщи осадочных пород (синих глин с прослойками песчаников).

Приблизительно 400 миллионов лет назад, в ордовикский период, произошло образование оболочковых песчаников, содержащих месторождения фосфоритов и горючих сланцев (запад региона). На юге региона на поверхность выходят породы девонского периода.

В восточной части области близко к поверхности находятся породы, образовавшиеся в Каменноугольный период. Там присутствуют месторождения бокситов, известняков и доломитов.

Окончательно рельеф региона сформировался в четвертичный период в результате четырёх оледенений и последовательно сменявших их межледниковых эпох. Поэтому на большей части региона присутствуют месторождения торфа, глины и песка.

1.2 Почвы и растительность

Наиболее распространёнными в рассматриваемом регионе являются богатые дерново-подзолистые почвы, сформированные на карбонатных породах, а также дерново-карбонатные почвы [18].

Особое разнообразие имеют дерново-карбонатные почвы, которые выделяют в отдельный тип почв. Внутри этого типа, в зависимости от степени насыщенности пород карбонатами, выделяют подтипы: типичные, выщелоченные и оподзоленные дерново-карбонатные почвы. Дерново-подзолистые почвы образуют относительно однородные массивы на равнинных участках. В условиях холмистого рельефа они входят в состав сложных почвенных комплексов: занимают либо пониженные и выровненные участки на хорошо дренированных моренных отложениях с высоким содержанием карбонатов, либо возвышенности и склоны в районах с глубокими выщелоченными моренными отложениями с низким содержанием воды. Дерново-карбонатные почвы формируются на тяжелых по механическому составу карбонатных моренах, причём именно содержание карбонатов определяет их особенности. В отличие от них, дерново-подзолистые почвы формируются на различных породах, свойства которых значительно варьируются в зависимости от содержания оснований и механического состава.

Дерново-глееватые почвы чаще всего образуют комплексы с дерново-карбонатными и занимают западины, перегибы и шлейфы склонов. Морфологически они похожи на дерново-карбонатные почвы, но характеризуются очень тёмным, богатым гумусом дерновым горизонтом и слабым оглеением нижних горизонтов профиля. Благодаря богатству кальцием в породах процессы деградации этих почв выражены слабо. Основным недостатком таких почв является их неблагоприятный водно-воздушный режим.

Регион расположен в южной подзоне тайги. Растительные сообщества этой территории относятся к экстразональному подтаежному округу Ордовикского плато. Их особенности обусловлены резко выраженной карбонатностью почв данного района, что отличает их от соседних растительных сообществ.

1.3 Климат

Среднегодовое количество осадков на территории составляет 670 мм. Распределение осадков по территории довольно равномерное, однако в центре и на западе района наблюдается немного более высокое увлажнение. Большая часть осадков выпадает в теплый период года. Летом осадки в основном увлажняют верхние слои почвы и расходуются на транспирацию и испарение. Проникновение влаги до грунтовых вод происходит весной и реже – во влажные осенние месяцы.

Мощность снежного покрова составляет 40–50 см, снег лежит в среднем около 140 дней. Весной снег начинает таять очень быстро – за примерно 15 дней. Обычно снеготаяние происходит на промерзшей почве, что может приводить к поверхностному стоку и эрозии почвы на пахотных участках с волнистым рельефом.

Более возвышенные части района отличаются по климату от пониженных окраин плато. В этих возвышенных районах зимой холоднее, а летом теплее. Заморозки чаще случаются на пониженных окраинах плато и реже – на

возвышенностях. Основные климатические показатели показывают более влажный и холодный режим центральной возвышенной части плато по сравнению с низинами. В то же время благодаря особенностям почвообразующих пород, их карбонатности, высокой водопроницаемости и сухости, в этом районе отмечается более сильное прогревание верхних слоев почвы в период вегетации.

1.4 Гидрологические условия

Характерной особенностью гидрографической сети данного региона является большое количество мелких рек. В центральной части Ижорской возвышенности практически отсутствует гидрографическая сеть, что связано с карстовыми явлениями.

Все водотоки района относятся к типу равнинных рек, для которых характерно смешанное питание с преобладанием снегового. В годовом ходе уровня воды выделяются: весеннее половодье; летне-осенняя межень, которая почти ежегодно нарушается дождевыми паводками; короткий осенне-зимний период с повышенной водностью и зимняя межень, иногда прерываемая подъемами уровней из-за оттепелей или подпора от зажорных явлений.

Весеннее половодье начинается в третьей декаде марта. В отдельные годы сроки его начала могут значительно отклоняться в зависимости от характера весны. Обычно подъем уровня начинается за 8–12 дней до вскрытия рек. Продолжительность подъема варьируется от 5 до 52 дней, а общее половодье длится в среднем 60–70 дней, иногда до 89–105 дней. Увеличение продолжительности связано с напластыванием дождевых паводков и зависит от длины реки, заболоченности и озерности водосбора. Пик половодья приходится на период с 15 по 20 апреля.

Обычно для рек характерна одна волна половодья с одновершинной формой гидрографа, однако метеоусловия могут влиять на его форму. Во время

весеннего половодья реки проходят от 40 до 55% годового стока. Спад уровня после половодья обычно затяжной и завершается к концу мая.

Летне-осенняя межень наступает в начале–середине июня и продолжается до октября, длительностью от 65 до 130 дней. На регулируемых реках она может длиться более 130 дней, а на некоторых – до 156 дней из-за карстовых и хозяйственных факторов. В этот период уровни воды колеблются незначительно; минимальные уровни отмечаются в июле–августе (реже – сентябре). Средняя продолжительность стояния уровней 15–20 дней, максимум – до 70 дней. Межень часто нарушается дождевыми паводками, особенно в августе–октябре.

Многие реки зарастают водной растительностью во время межени, что вызывает подпор уровня воды.

Зимняя межень устанавливается в конце ноября – начале декабря и завершается с началом весеннего половодья (конец марта – первая декада апреля). Самый маловодный период приходится на февраль–март; её длительность составляет от 84 до 115 дней. В отдельные годы она может прерываться паводками во время оттепелей или подпорами.

Весенний ледоход начинается примерно в середине апреля и длится около 23 дней. Перед ним обычно происходит движение льда. Ледовый режим формируется под влиянием морского климата: воздушные массы с Атлантики способствуют образованию льда и его устойчивости. Процесс образования льда начинается примерно с третьей декады октября по третью декаду ноября; осеннего ледохода на большинстве рек не наблюдается. Замерзание происходит за счет увеличения заберегов; большинство рек замерзают в первой–второй декаде декабря.

После образования ледостава толщина льда увеличивается сначала быстро, затем медленнее; максимальная толщина достигается в марте (от 25 до 60 см). Ледовитость неустойчива: на порогах и местах выхода грунтовых вод лед может образовываться позднее или вновь вскрываться при оттепелях. Средняя продолжительность ледостава составляет от 83 до 139 дней.

В верховьях рек зимой водотоки обычно промерзают полностью до дна, а в среднем и нижнем течении благодаря течению поверхность остается открытой дольше. На участках с небольшими уклонами при сильных морозах образуется сплошной ледостав; там возникают зажоры – скопления льда и шуги.

Таким образом, гидрологический режим района характеризуется выраженной сезонностью: весенним половодьем, летне-осенней меженью и зимним периодом с образованием льда, возможными зажорами.

1.5 Гидрогеологические условия

В гидрогеологическом отношении рассматриваемый регион характеризуется наличием безнапорных подземных вод, которые движутся свободно. Эти воды расположены в прослоях и линзах песка и пыли, а также в ледниковых суглинках, супесях и щебенистых грунтах. Максимальный уровень подземных вод обычно наблюдается во время весеннего снеготаяния и при обильных осадках, когда вода поднимается на глубину от 0,4 до 6,0 метров от поверхности. В низменных участках рельефа возможно появление подземных вод типа «верховодка». Источником питания подземных вод служит инфильтрация атмосферных осадков. Минимальный уровень подземных вод фиксируется в период с мая по сентябрь.

2 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО АНАЛИЗА ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РИСКОВ

2.1 Причины перехода к двумерным моделям

Первым препятствием на пути устойчивого прогнозирования является наличие значительных мультипликативных шумов в стохастической модели формирования стока. Их относительно легко устранить, преобразовав модель, исключив параметрические шумы и превратив их в внешние аддитивные воздействия. Более сложный, но более физически обоснованный подход заключается в переходе от использования безусловных распределений к условным, то есть в фиксации одной из фазовой переменной модели с помощью существующих гидрологических карт её статистических норм (например, многолетней нормы испарения) или построении двумерных эмпирических распределений и фиксации одной из переменных.

Второе препятствие связано с тем, что основная фазовая переменная – расход воды, важная для проектировщиков в контексте гидрологического обеспечения надежности сооружений – может взаимодействовать с другими гидрометеорологическими переменными (например, с испарением или увлажненностью почвы). «Игнорирование этих взаимодействий при сценарной оценке приводит к неустойчивым или даже бессмысленным результатам» [6]. Это препятствие можно преодолеть путем увеличения размерности фазового пространства модели с непрерывным временем, описывающей формирование многолетнего стока, а также за счет использования двумерных логистических отображений – нелинейных моделей с дискретным временем, учитывающих конкуренцию за ресурсы (например, осадки и сток) между речным стоком и испарением.

Реализация указанных методов направлена на повышение привлекательности решений прогностических моделей. Однако в условиях

развития гидрометеорологических процессов любые аттракторы (точечные для начальных моментов распределений, периодические или «странные» для отображений) будут эволюционировать со временем. Поэтому в ближайшей перспективе предполагается искать пути учета этих эволюционных изменений – степени нелинейности и размерности моделей, чтобы обеспечить устойчивость долгосрочных прогнозов.

Основой достижения устойчивых результатов в гидрологическом прогнозировании является методология частично инфинитной гидрологии и соответствующие ей методы. В рамках этой методологии развитие интерпретируется как увеличение размерности фазового пространства системы, где изучаемая область представлена моделью с фиксированным набором компонентов состояния. Появление новых компонентов (расширение пространства) происходит только через неустойчивость решения (атрибут развития), то есть при нарушении условий его корректности. Любая модель связывает вектор состояния с внешними воздействиями и задаваемыми параметрами (коэффициентов модели). Последний элемент системы обеспечивает её взаимодействие с окружающей средой, и именно «оживление» его составляющих, то есть превращение задаваемых коэффициентов модели в реальные фазовые переменные, которые существуют в одном пространстве с уже имеющимися переменными, является ключевой задачей для достижения поставленной цели.

Основные компоненты частично инфинитного моделирования в гидрологии включают:

- а) выявление условий, при которых происходит потеря устойчивости решения модели, описывающего очередную стадию развития гидрологической системы;
- б) определение необходимого количества фазовых переменных для устойчивого моделирования развивающейся системы;
- в) оценка характеристик этих переменных (то есть определение их конкретной природы);

- г) проведение обычного моделирования и прогнозирования для обеспечения устойчивого функционирования расширенной системы (с добавленной новой фазовой переменной);
- д) выявление условий, при которых происходит потеря устойчивости уже расширенной системы, и так далее по кругу.

2.2 Переход к модели двумерного распределения

Известно [10], что в речном бассейне существует конкуренция между фазовыми переменными. Также известно, что при большом периоде осреднения уравнение водного баланса принимает вид:

$$\bar{X} = \bar{Q} + \bar{E}, \quad (2.1)$$

где $\bar{X}$ – норма осадков;
 $\bar{Q}$ – норма стока;
 $\bar{E}$ – норма испарения;

что свидетельствует о наличии лишь двух конкурирующих факторов за ресурс осадков: сток и испарение. Гидрологические же исследования в основном сосредоточены на расходе воды. Стохастически обобщая динамическую модель, можно записать уравнение вида:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{k\tau} + \frac{X}{\tau}, \quad (2.2)$$

где k – коэффициент стока;
 τ – время релаксации речного бассейна;

которое приводит к уравнению Фоккера–Планка–Колмогорова и соответствующему семейству кривых Пирсона (в стационарном состоянии).

Аналогично, и для испарения можно сформулировать подобное уравнение:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{k_E \tau_E} + \frac{X}{\tau_E}, \quad (2.3)$$

где k_E – коэффициент испарения;

τ_E – время релаксации испарительной емкости бассейна.

Стохастически обобщая это уравнение, получаем уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова для плотности вероятности $p(E)$, с коэффициентами сноса и диффузии:

$$\begin{aligned} A_E &= -(\bar{c}_E - 0,5G_{\bar{c}_E})E - 0,5G_{\bar{c}_E \bar{N}}\bar{N}; \\ B_E &= G_{\bar{c}_E} E^2 - 2G_{\bar{c}_E \bar{N}} E + G_{\bar{N}}; \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $G_{\bar{c}_E}, G_{\bar{c}_E \bar{N}}$ и $G_{\bar{N}}$ – интенсивности белых шумов,

что предполагает отрицательный коэффициент асимметрии распределения $p(E)$.

На текущем этапе, при условии:

$$\begin{aligned} G_{\bar{c}_E} &\ll \bar{c}_E, \\ \bar{c}_Q &\gg G_{\bar{c}_Q}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

сток и испарение могут рассматриваться независимо. Однако при отсутствии стационарных распределений их необходимо анализировать совместно.

Учитывая, что:

$$\begin{aligned}c_Q &= \frac{X}{Q} = \frac{Q+E}{Q}, \\c_E &= \frac{X}{E} = \frac{Q+E}{E},\end{aligned}\tag{2.6}$$

получаем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{dt} &= -\frac{Q+E}{\tau_Q} + \frac{X}{\tau_Q} + z\xi, \\ \frac{dE}{dt} &= -\frac{Q+E}{\tau_E} + \frac{X}{\tau_E} + z\xi,\end{aligned}\tag{2.7}$$

в которую введены аддитивные белые шумы с интенсивностью G_z . Мультипликативные шумы исключены вследствие предположения о их происхождении либо от стоковых, либо от испарительных процессов. В результате формируется двумерное уравнение ФПК.

Решение этого уравнения соответствует нормальному распределению:

$$p(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_Q\sigma_E\sqrt{1-r_{QE}^2}} \exp(-\lambda^2), \quad (2.8)$$

где

$$\lambda^2 = \frac{1}{2(1-r_{QE}^2)} \left[\frac{(Q-\bar{Q})^2}{\sigma_Q^2} - \frac{2r_{QE}(Q-\bar{Q})(E-\bar{E})}{\sigma_Q\sigma_E} + \frac{(E-\bar{E})^2}{\sigma_E^2} \right], \quad (2.9)$$

где σ_Q – среднеквадратическое отклонение по ряду стока;
 σ_E – среднеквадратическое отклонение по ряду испарения;
 r_{QE} – коэффициент корреляции между рядами стока и испарения;
 Q и E – значения стока и испарения в каждом узле расчетной сетки;
и выглядит как "колокольчик", что иллюстрируется на рисунке 2.1.

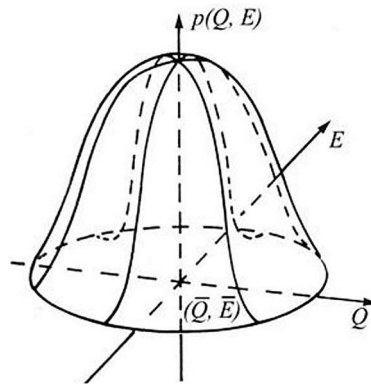


Рисунок 2.1 – Нормальное распределение $p(Q, E)$

В результате объединения предметных областей происходит нормализация распределения и ликвидация источника нестационарности, обусловленного внешними воздействиями. Таким образом, система становится

мультипликативно замкнутой относительно внешней среды, оставаясь при этом аддитивно открытой. Это позволяет получить устойчивое по статистическим моментам двумерное распределение. В случае одномерного устойчивого распределения необходимо учитывать три момента для описания распределения (например, кривой Крицкого-Менкеля). Сечение полученного двумерного распределения представляет собой нормальное распределение, для его описания достаточно знать два момента; однако это условное распределение – для каждого значения E оно является своим. Следовательно, для полного описания все равно требуется три параметра. В случае совместного распределения плотностей вероятности $p(Q, E; t)$ возможно работать с процессами, ранее считающимися неустойчивыми по моментам: толстые хвосты и низкочастотная расхожимость спектра исчезают, но только в рамках двумерного случайного процесса и условного одномерного. Двумерный процесс полностью заполняет плоскость; его фрактальная размерность совпадает с топологической, в то время как безусловный одномерный процесс обладает фрактальной структурой.

Таким образом, рассмотренная модель демонстрирует переход к устойчивым двумерным статистическим характеристикам за счет учета совместных взаимодействий стоковых и испарительных процессов и их стохастической природы.

Переход к двумерным распределениям в моделировании гидрологических процессов и их практическое применение, например, в строительном проектировании при определении максимального расхода с заданной обеспеченностью, обладает значительным перспективой для повышения точности и надежности оценки рисков. В традиционных подходах, основанных на одномерных моделях, расчет максимальных расходов осуществляется при фиксированных значениях параметров, что предполагает стационарность наблюдаемых процессов. Однако такие модели не учитывают взаимосвязи между различными переменными и их совместное влияние на распределение расхода.

В описываемом же методе выбор обеспеченности становится проблемой: значения расхода (рисунок 2.2, точка 1) соответствующее окружности $(Q, E)_{1\%}$ не обязаны совпадать с $Q_{1\%}$ (рисунок 2.2, точка 2), полученных при фиксированном значении испарения.

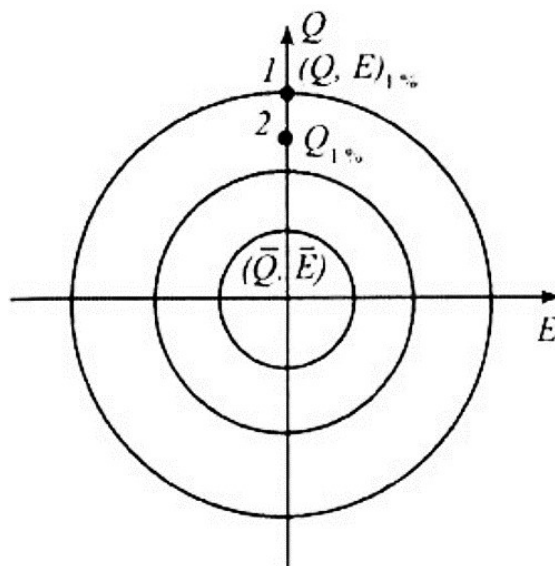


Рисунок 2.2 – Проекция «колокольчика» на плоскость (Q, E)

Переход к двумерным распределениям позволяет учитывать совместное распределение двух переменных. В частности, события 1%-ной обеспеченности теперь представлены не на оси расходов, на которой фиксировался $Q_{1\%}$, а на окружности определенного радиуса. Это означает, что экстремальные значения расхода могут возникать при различных сочетаниях параметров, а не только при фиксированных значениях. В результате максимальное значение расхода на этой окружности может превышать значение, полученное при фиксированных параметрах. Это важно, так как введение гарантийных поправок, направленных на учет толстых хвостов распределений и редких экстремальных событий, может привести к еще более высоким оценкам максимальных расходов. Таким образом, двухмерный анализ позволяет выявить потенциально более опасные сценарии, которые ранее могли быть недооценены или игнорированы.

Стоит отметить, что максимальное значение окружности $(Q, E)_{1\%}$ является однозначным, а, следовательно, нормируемой характеристикой. В случае

наличия толстых хвостов распределений происходит нарушение предельной теоремы, а при нормализации мы оказываемся в условиях ее справедливости, но при «застывании» размерности пространства вложения – «нормальное распределение вкладывается само в себя» [10].

Гипотетически использование двумерных распределений повышает точность моделирования редких событий и позволяет учитывать комплексные взаимодействия между переменными. Это особенно важно в условиях изменяющихся климатических условий и необходимости обеспечения высокой надежности инфраструктурных объектов.

2.3 Метод сводных показателей

Данный метод будет рассмотрен в качестве инструмента для оценки гидрологических рисков, что позволяет систематически и всесторонне оценивать состояние исследуемого объекта и его потенциальных опасностей.

Упрощённую схему построения сводного показателя для исследуемого объекта можно представить в виде последовательности следующих шагов [20].

Для начала формируется вектор исходных характеристик, содержащий необходимые и достаточные параметры для полного всестороннего анализа объекта.

Далее, из этого вектора выделяется вектор отдельных показателей, каждый из которых является функцией исходных характеристик. Эти показатели отражают различные аспекты исследуемого объекта и оценивают их с помощью различных критериев. В простейшем случае каждый показатель зависит только от одной исходной характеристики.

Затем выбирается форма синтезирующей функции, которая объединяет вектор отдельных показателей в сводную оценку – показатель, характеризующий объект в целом. Обычно предполагается, что эта функция зависит от вектора положительных параметров, которые задают значимость каждого из показателей

для сводной оценки. В процессе определения сводного показателя также устанавливаются значения весовых коэффициентов, которые интерпретируются как степени влияния соответствующих показателей на итоговую оценку. Часто используют условие нормировки, что позволяет рассматривать эти параметры как относительные веса.

Таким образом, при использовании метода сводных показателей выделяют три основных этапа:

- а) формирование вектора исходных показателей;
- б) выбор синтезирующей функции;
- в) определение значений весовых коэффициентов.

Эти этапы позволяют систематически объединить множество характеристик исследуемого объекта в единую оценку, что важно при анализе гидрологических рисков.

На практике, как правило, не удастся однозначно определить компоненты вектора исходных характеристик исследуемого объекта, однозначно задать функции и однозначно определить вектор весовых коэффициентов. Поэтому формирование сводного показателя происходит в условиях дефицита информации. Самым сложным этапом в методе построения сводных показателей является оценка весов из-за обычно ограниченной информации об их точных числовых значениях. Как правило, исследователь обладает лишь нечисловой (ординальной) информацией.

3 РАСЧЕТ СРЕДНЕМНОГОЛЕТНЕГО ИСПАРЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТИ СУШИ

3.1 Способы определения испарения

Для выполнения данной работы необходим метод определения годового среднего многолетнего испарения в зависимости от изменяющихся климатических факторов.

Для измерения испарения с поверхности суши применяются плавучие и грунтовые испарители, испарительные бассейны, представляющих собой цилиндрические резервуары определенной площади и емкости. В России используются испарители ГГИ-3000. Этот прибор вместе с дождемером помещается в грунт по уровню земли на специальной испарительной площадке. Количество испарившейся воды определяется по снижению уровня в испарителе, а выпавшие осадки учитываются дождемером.

Прямые измерения испарения обычно не производятся. Однако существуют эмпирические формулы, связывающие испарение с температурой и влажностью.

В нашей стране существует три основных метода [17] определения испарения: первый – по карте изолиний испарения (рисунок 3.1), опубликованной в 1976 г.; второй – по методу А. Р. Константинова, который основан на определении испарения с помощью температуры и влажности воздуха с помощью номограммы (рисунок 2.2); и третий – по уравнениям связи. Такими уравнениями в гидрометеорологической литературе в настоящее время называют уравнения, связывающее норму годового испарения с нормой годовых осадков и испаряемости. Существует некоторое количество уравнений связи, и одна из задач данной работы рассмотреть их.

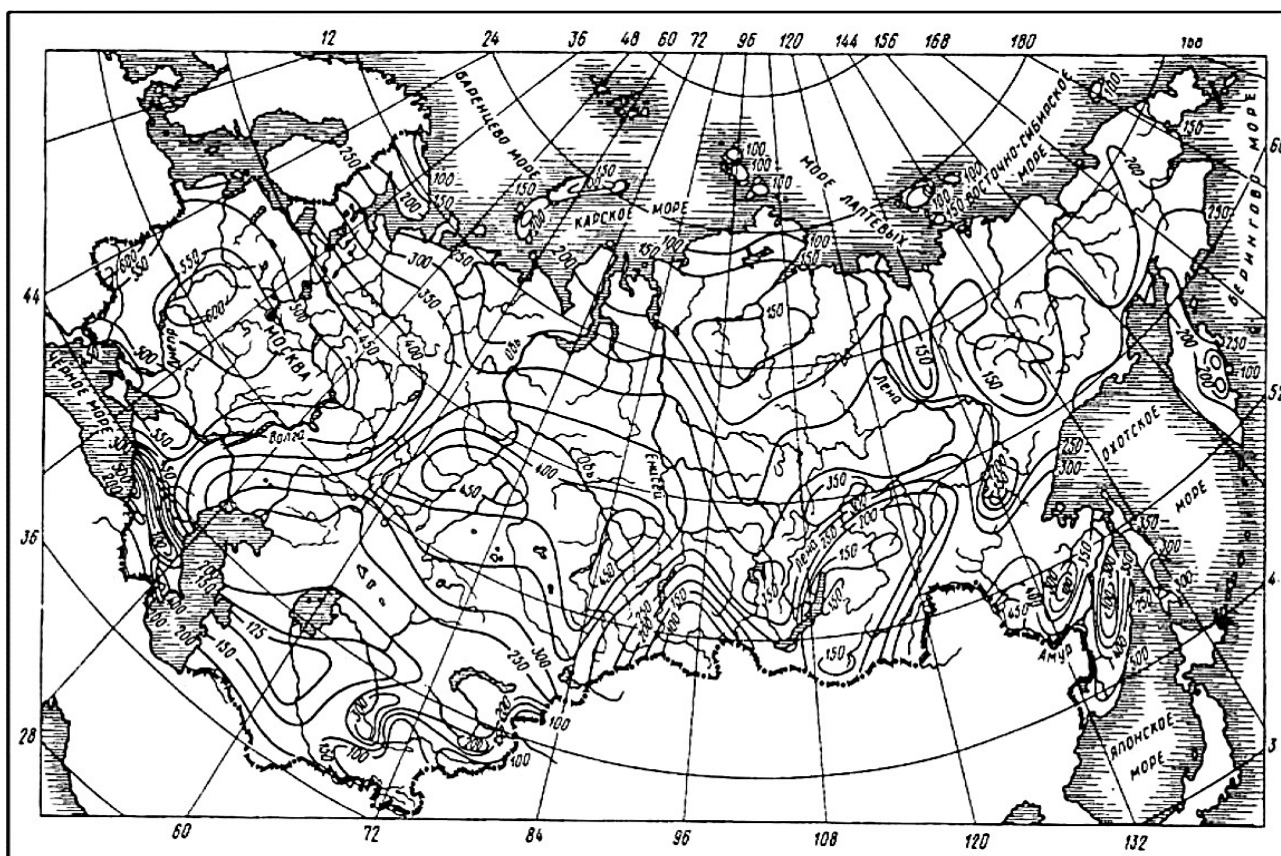


Рисунок 3.1 – Карта изолиний испарения с поверхности суши в миллиметрах

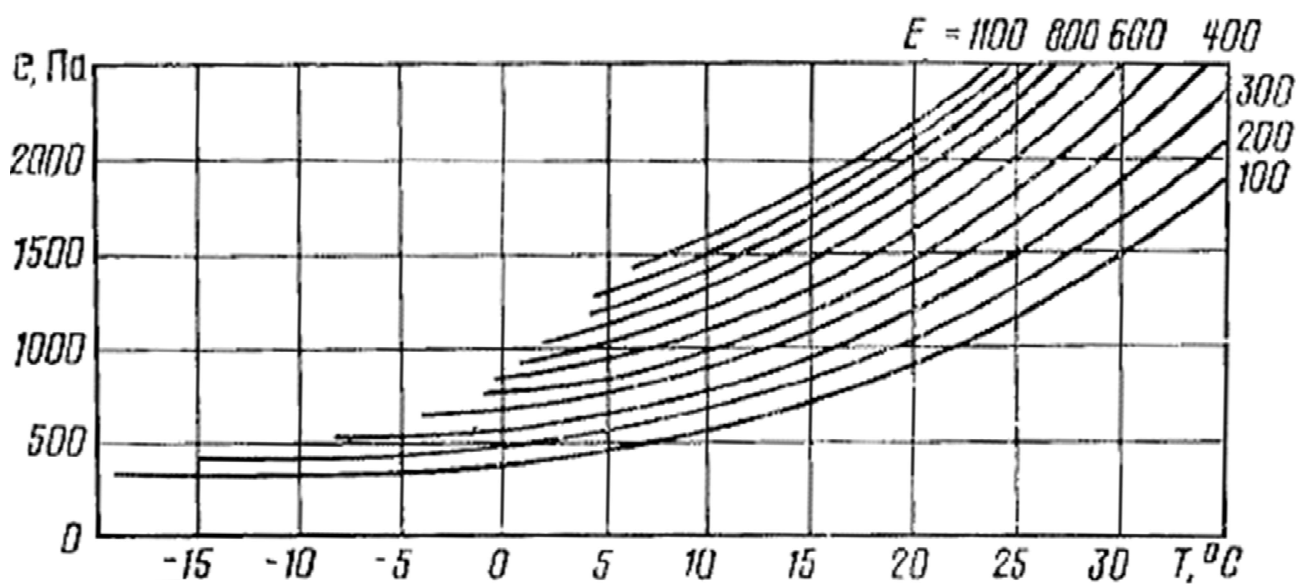


Рисунок 3.2 – Номограмма для расчета испарения по методу

А. Р. Константинова

3.2 Уравнения связи

Давно ведутся попытки описать взаимосвязь между испарением и атмосферными осадками. Первым известным уравнением связи считается уравнение немецкого гидролога Шрейбера начала XX века [6]:

$$E = x \left[1 - e^{-E_0/x} \right]. \quad (3.1)$$

Также известны уравнения [11] Э. М. Ольдекопа:

$$E = E_0 \tanh \left(\frac{x}{E_0} \right), \quad (3.2)$$

В. С. Мезенцева:

$$E = E_0 \left[1 - \left(\frac{kx}{E_0} \right)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}}, \quad (3.3)$$

Л. Тюрка:

$$E = x \left[A + \left(\frac{x}{E_0} \right)^2 \right]^{-0.5}. \quad (3.4)$$

М. И. Будыко при использовании уравнений (3.1) и (3.2) пришел к выводу [2], что уравнение (3.1) несколько преуменьшает, а уравнение (3.2) несколько преувеличивает значения испарения. Поэтому Будыко предложил взять среднее геометрическое из двух полученных результатов:

$$E = \sqrt{E_{(1)}E_{(2)}}. \quad (3.5)$$

Здесь E , E_0 и x – годовые нормы испарения, испаряемости и осадков соответственно;

$E_{(1)}$ и $E_{(2)}$ – испарение, рассчитанное по формулам (3.1) и (3.2) соответственно;

k , n и A – параметры, определяемые опытным путем.

«Испаряемость – испарение с оптимально увлажненного участка суши при условии мгновенной компенсации влаги в почве по мере расходования ее на испарение. Кроме того, в зависимости от поставленной задачи в гидрологии выделяют фоновое испарение (среднеевзвешенное по территории) и испарение с конкретных поверхностей – сельскохозяйственных угодий, леса, болот, естественного разнотравья, снега и т. п.» [11].

Обоснование общих свойств указанных зависимостей впервые было дано Э. М. Ольдекопом. Уравнения (3.1), (3.2) и (3.5) содержат только один параметр – испаряемость E_0 , которая обуславливается только метеорологическими факторами, на что указывает выше приведенное определение. Так как для среднемноголетних условий формула водного баланса проста: осадки расходуются на сток и испарение, получается, что единственным фактором, разделяющим осадки между процессами стока и испарения, является некоторая совокупность метеорологических, то есть внешних по отношению к водосбору условий. Свойства самого водосбора (тип почвогрунтов, рельеф и др.) в уравнениях (3.1), (3.2) и (3.5) не учитываются, что является их принципиальным недостатком.

Уравнения (3.3) и (3.4), содержащие несколько параметров, способны достаточно гибко аппроксимировать зависимость $E = f(x)$. Однако физический смысл параметров n и A определен нечетко, что также является недостатком этих уравнений.

Н. А. Багров [11] считал, что первая производная стока y по осадкам определяется соотношением испарения и испаряемости, и что в самом общем виде эту зависимость можно записать следующим образом:

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{E}{E_0} \right)^m. \quad (3.6)$$

При среднемноголетних условиях уравнение водного баланса замкнутого водосбора реки имеет вид

$$y = x - E, \quad (3.7)$$

то

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{dE}{dx}, \quad (3.8)$$

откуда

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{1 - (E/E_0)^m}. \quad (3.9)$$

Таким образом, первая производная испарения по осадкам пропорциональна разности $1 - (E/E_0)^m$, которой трудно придать какой-либо физический смысл.

Только при $m = 1$ рассматриваемую разность можно трактовать как дефицит испарения, имеющий ясный физический смысл.

В этом случае получается уравнение, похожее на уравнение (3.1):

$$E = E_0 \left[1 - e^{-x/E_0} \right]. \quad (3.10)$$

Однако при $m = 1$ производная dy/dx в выражении (3.6) в точности равна отношению испарения к испаряемости. Такая конкретизация смысла и величины dy/dx при составлении дифференциального уравнения представляется чрезмерной. При $m = 2$ после интегрирования и определения постоянной интегрирования получаем уравнение, похожее на уравнение (3.2):

$$E = x \tanh \left(\frac{E_0}{x} \right). \quad (3.11)$$

Недостатки рассматриваемых уравнений подталкивают к поискам другой форме уравнения связи. Все указанные выше уравнения основываются на зависимости испарения от внешних факторов, таких как осадки и испаряемость, которые являются характеристиками окружающей среды, но не учитывают внутренние свойства водосбора. Таким образом, эти уравнения не содержат информации, непосредственно связанной с особенностями исследуемого водосбора. А. Н. Постников попытался найти другую форму уравнения связи [12], в котором бы присутствовали сведения, характеризующие данный водосбор. Далее приведены выдержки из этой работы, поясняющие ход рассуждений автора.

Рассмотрим ситуацию, при которой норма осадков для исследуемого водосбора варьируется от очень низких до очень высоких значений. Соответственно с этим изменяются также нормы речного стока и испарения.

Итак, при очень малых уровнях осадков вся поступающая на водосбор влага будет аккумулироваться на поверхности и расходоваться на испарение, при этом сток соответственно отсутствует. Такое состояние сохраняется до тех пор, пока уровень осадков не достигнет некоторого порогового значения x_1 , при превышении которого начнет появляться сток. При дальнейшем увеличении осадков будут расти как сток, так и испарение. Однако рост последнего будет происходить не бесконечно: при достижении осадками некоторого значения x_0 испарение сравняется с испаряемостью и при дальнейшем увеличении x уже расти не будет, то есть при $x \geq x_0$ будет иметь место равенство $E = E_0$. Также очевидно, что в точке x_1 производная $dy/dx = 0$, затем она начинает расти и в точке x_0 достигает своего максимального и постоянного значения: $dy/dx = 1$. Понимая, что для любого значения dy/dx существует соответствующее значение испарения E , можно предположить, что справедливо равенство

$$1 - \frac{dy}{dx} = a(E_0 - E)^n, \quad (3.12)$$

где a и n – параметры.

С учетом выражения (3.8) уравнение (3.12) примет вид

$$\frac{dE}{dx} = a(E_0 - E)^n, \quad (3.13)$$

интегрирование уравнения (3.13) дает

$$\frac{(E_0 - E)^{1-n}}{1-n} = ax + C, \quad (3.14)$$

где C – постоянная интегрирования.

Используя условия $E = x_1$ при $x = x_1$, $E = E_0$ при $x = x_0$, из уравнения (3.14) получаем

$$E = E_0 - (E_0 - x_1) \left(\frac{x_0 - x}{x_0 - x_1} \right)^{\frac{1}{1-n}} = \nu. \quad (3.15)$$

Выше отмечалось, что $dy/dx = 0$ при $x = x_1$, это условие позволяет из равенства (3.12) установить, что

$$n = \frac{x_0 - E_0}{x_0 - x_1}. \quad (3.16)$$

$(x_0 - x_1)$ – это стокообразующие осадки, то есть часть осадков, которая дает сток. Поэтому n представляет собой коэффициент стока стокообразующих осадков, когда $x = x_0$. Таков физический смысл параметра n . Отсюда $0 \leq n \leq 1$.

Таким образом, зависимость испарения от осадков представляется системой уравнений:

$$\begin{aligned} E &= x \text{ при } x \leq x_1, \\ E &= \nu \text{ при } x_1 < x < x_0, \\ E &= E_0 \text{ при } x \geq x_0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Попробуем определить, от каких факторов могут зависеть параметры x_1 и x_0 . Во-первых, значение x_0 , при одинаковом уровне максимально возможного испарения E_0 , зависит от уклона склонов: на водосборе с более крутыми склонами оно должно быть больше, чем на участке с меньшими уклонами. Во-вторых, если рассматривать, например, пару бассейнов – один с суглинистыми, другой с песчаными почвами, то легко заметить, что песок,

обладая высокой фильтрационной способностью, будет быстро пропускать через себя воду вниз, то есть изымать ее у поверхностного стока и мало воды оставлять для испарения. В противоположность этому, в бассейне с суглинистыми почвами условия более благоприятны для испарения. Объемный вес почвы может служить характеристикой этих физических свойств. И последний фактор – это распределение осадков во времени. Весьма существенно, когда и как часто они выпадают. Например, там, где большая часть годовых осадков выпадает в холодный период года, условия для стока более благоприятны, чем там, где большая часть осадков выпадает в теплый период (в первом случае значение x_0 будет больше, чем во втором). Рассмотрим также два случая выпадения одного и того же количества осадков: в первом случае осадки выпадают в виде двух дождей, а во втором – в виде десяти дождей через равные интервалы времени. В последнем случае благоприятнее условия для испарения, а в первом – для стока, следовательно, в последнем случае значение x_0 будет меньше.

x_1 должен зависеть, во-первых, от распределения осадков во времени: чем за большее число раз будет выпадать одно и то же количество осадков, тем больше будет x_1 . Во-вторых, x_1 зависит каким-то образом от условий стекания. Например, чем больше уклоны склонов или чем больше густота речной сети на водосборе, тем меньше остается шансов у воды задержаться на поверхности бассейна, тем меньше x_1 . В-третьих, значение x_1 должно до некоторой степени определяться общим уровнем увлажнения: у влажных почв x_1 будет меньше, чем у пересушенных. По этой причине, по-видимому, x_1 может возрасти при переходе от лесной к лесостепной и далее к степным зонам.

Параметры x_0 и x_1 служат важными характеристиками гидрологической системы, отражая ее способность к накоплению воды и испарению. Значение x_0 в значительной мере зависит от свойств водосбора, таких как уклон склонов, тип почвы и распределение осадков во времени. Например, на водосборе с большим уклоном склонов вода быстрее стекает, что уменьшает время пребывания влаги в поверхностных слоях почвы и снижает потенциал для испарения. В свою очередь, параметры x_1 отражают динамику водного баланса в течение года,

учитывая распределение осадков по времени и условия стока. Чем чаще выпадают осадки в течение года (более равномерное распределение), тем больше значение x_1 , что свидетельствует о большей вероятности задержки воды на поверхности. Объемный вес почвы определяет ее пористость и фильтрационные свойства: более пористые песчаные почвы позволяют воде быстро проникать вниз, уменьшая поверхностный сток и потенциал для испарения; суглинистые почвы задерживают воду дольше, создавая условия для более интенсивного испарения. Эти свойства могут быть использованы для уточнения значений x_0 и x_1 при моделировании конкретных бассейнов.

Зависимость x_1 и x_0 от многих переменных осложняет применение уравнения (3.16).

Интересно отметить, что из формулы (3.13) при $n = 1$ получаем

$$E = E_0 - (E_0 - x_1) e^{-\frac{x - x_1}{E_0 - x_1}}, \quad (3.18)$$

где E_0 и x_1 имеют тот же смысл, что и в уравнении (3.17), но уже другие численные значения.

Если x_1 принять равным нулю (вследствие отсутствия данных), то из уравнения (3.18) получим уравнение (3.10). График функции

$$z = E_{(10)} / E_{(1)} \quad (3.19)$$

в зависимости от переменной x/E_0 представлен на рисунке 3.3, из которого видно, что максимальное отклонение значения z от единицы составляет 12 %. Это свидетельствует о том, что результаты, полученные с помощью уравнений (3.1) и (3.10), являются достаточно схожими. Следует отметить, что по уравнениям (3.1)–(3.5) и (3.10) сток начинается сразу же, как только появляются сколь угодно малые осадки, что не соответствует действительности.

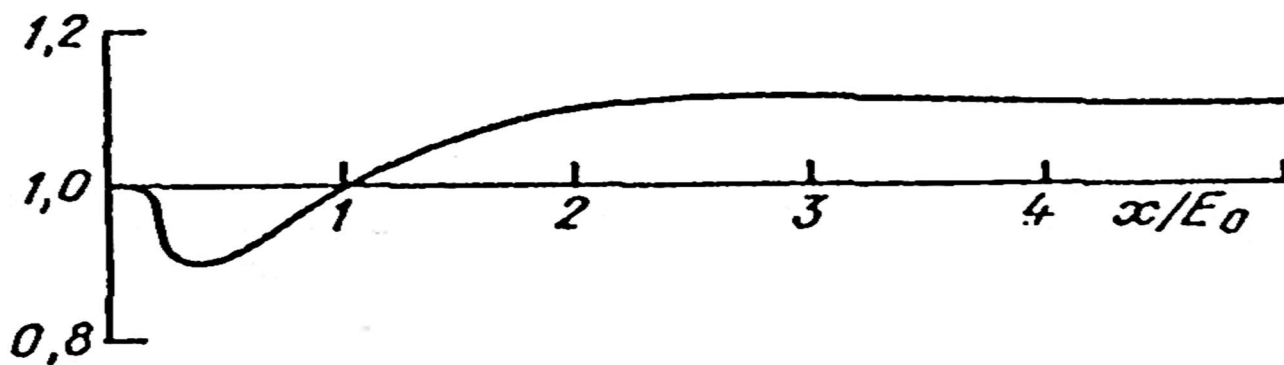


Рисунок 3.3 – Функция $-z = f(x/E_0)$

Использование различных уравнений связи показывает, что при превышении осадков испаряемости в два раза, испарение становится близко к испаряемости. Если в систему (3.17) вложить $x_1 = 0$ и $x_0 = 2E_0$, то получим простое уравнение

$$E = x \left(1 - \frac{x}{4E_0} \right). \quad (3.20)$$

Испаряемость определяется как максимально возможное испарение для конкретных климатических условий при предположении, что поверхность, с которой происходит испарение, обладает избыточной увлажненностью. Следовательно, испаряемость не зависит от уровня увлажненности территории и определяется исключительно ее тепловыми ресурсами. В результате уравнения (3.1)–(3.5) принимают вид

$$E = f(x, E_0) \quad (3.21)$$

и устанавливают связь между тепловыми и водными характеристиками территории. Если известен способ вычисления значений E_0 , то эти уравнения позволяют не только оценить уровень испарения на конкретной территории, но и определить сток с неё, поскольку для многолетних условий водный баланс

описывается уравнением (3.7). Кроме того, задавая значения осадков и переменных, влияющих на E_0 , можно получить оценки стока и испарения в новых гидрометеорологических условиях.

За рубежом для расчета испарения широко используется уравнение (3.4) при

$$E_0 = 300 + 25t + 0,05t^3, \quad (3.22)$$

где t – норма среднегодовой температуры воздуха.

Параметр A отражает аридность территории и варьируется в диапазоне от 0,77 до 1,22, при этом в среднем принимается равным 0,9. Согласно данному уравнению, при значениях $t < -10$ °С испаряемость становится отрицательной, что означает, что уравнение Л. Тюрка не подходит для территорий с такими низкими температурами как, например, Арктика.

А. Н. Постниковым было предложено еще одно уравнение связи [12]:

$$E = E_0 (1 - e^{-z}), \quad (3.23)$$

где

$$z = \frac{x}{E_0} + 0,5 \left(\frac{x}{E_0} \right)^2, \quad (3.24)$$

и было предложено уравнение для расчета испаряемости:

$$E_0 = 16,8(0,8 + 0,011t_{\text{п}})(90 - 52e^{0,11(6-t_{\text{п}})}), \quad (3.25)$$

где $t_{\text{п}}$ – норма среднегодовой температуры воздуха за теплый период.

Очевидно, что основная часть испарения с поверхности суши на территории Российской Федерации приходится на теплый период года. Поэтому, если испаряемость зависит от температуры воздуха, то более точной будет её связь именно с температурой за этот период, а не с годовой температурой в целом. В качестве характеристики температуры воздуха за теплый период можно использовать сумму среднемесячных значений температуры воздуха за месяцы теплого периода года, деленную на 12. Месяцами теплого периода считаются те, у которых средняя температура воздуха неотрицательна. Деление на 12, а не на число месяцев с положительной температурой, делает эту характеристику более сопоставимой в разных пунктах и в случае, когда температура во все месяцы года положительна, то $t_{\text{п}}$ превращается в среднюю годовую температуру воздуха.

Если каждое из приведенных уравнений связи разделить на x , то левые части уравнений превратятся в E/x – коэффициенты испарения, а правые – будут зависеть только от аргумента E_0/x . Задавая значения E_0/x в диапазоне возможных изменений этой величины, по всем уравнениям можно вычислить значения коэффициентов испарения, сравнить их и получить представление о расхождении оценок испарения по различным уравнениям связи (таблица 3.1).

Данные таблицы 3.1 говорят о том, что в некоторых диапазонах E_0/x оценки коэффициента испарения близки по всем уравнениям, а в некоторых диапазонах заметно расходятся. Наибольшая согласованность между оценками величин E/x наблюдается для уравнений (3.2), (3.11) и (3.23), то есть для уравнений Ольдекопа, Багрова и Постникова.

Таблица 3.1 – Коэффициенты испарения, определенные по различным уравнениям связи

E_0/x	(3.1)	(3.2)	(3.5)	(3.10)	(3.11)	(3.20)	(3.23)
0,4	0,33	0,39	0,36	0,37	0,38	0,38	0,40
0,5	0,39	0,48	0,44	0,43	0,46	0,50	0,49
0,6	0,45	0,56	0,50	0,49	0,54	0,58	0,57
0,7	0,50	0,62	0,56	0,53	0,60	0,64	0,64
0,8	0,55	0,68	0,61	0,57	0,66	0,69	0,70
1,0	0,63	0,76	0,69	0,63	0,76	0,75	0,78
1,2	0,70	0,82	0,76	0,68	0,83	0,79	0,83
1,4	0,75	0,86	0,80	0,71	0,89	0,82	0,87
1,6	0,80	0,89	0,84	0,74	0,92	0,84	0,90
1,8	0,83	0,91	0,87	0,77	0,95	0,86	0,91
2,0	0,86	0,92	0,89	0,79	0,96	0,88	0,93
2,2	0,89	0,94	0,91	0,80	0,98	0,89	0,94
2,5	0,92	0,95	0,93	0,82	0,99	0,90	0,95
2,8	0,94	0,96	0,95	0,84	0,99	0,91	0,96
3,0	0,95	0,96	0,96	0,85	1,00	0,92	0,97
3,2	0,96	0,97	0,96	0,86	1,00	0,92	0,97
3,5	0,97	0,97	0,97	0,87	1,00	0,93	0,98
4,0	0,98	0,98	0,98	0,88	1,00	0,94	0,98

Примечание – В верхней строке таблицы указаны номера уравнений по тексту данной работы.

Для отдельных регионов бывшего Советского Союза были выполнены расчёты испарения с использованием уравнений (3.2), (3.5), (3.11), (3.20) и (3.23) [13]. Результаты этих расчетов сравнивались с данными карты среднего годового испарения (рисунок 3.1), созданной в Государственном гидрологическом

институте на основе уравнения водного баланса речного бассейна [17]. Погрешности определения испарения по этим уравнениям оказались близкими и в среднем составляли 6–8 % относительно данных карты. Уравнение (3.23), предложенное А. Н. Постниковым, учитывает сезонные особенности теплого периода года и лучше отражает реальные условия в регионах с выраженной сезонностью климата.

Несмотря на высокую согласованность оценок при использовании различных уравнений связи, методики имеют ограничения, связанные с упрощением физических процессов и отсутствием учета локальных особенностей региона.

3.3 Разработка программы для расчета испарения различными методами на языке программирования C++

Для выполнения комплексных расчетов испарения с поверхности суши сразу по нескольким методам и по большому количеству исходных данных целесообразна разработка специализированной программы простого калькулятора на языке программирования C++. Язык программирования выбран по пройденной дисциплине «Математическое моделирование гидрологических процессов» [16]. В приложении А приведен полный код программы.

Программа калькулятора, описанная в данном коде, представляет собой инструмент для выполнения математических вычислений на основе предоставленных данных из файлов с использованием различных формул: (3.1), (3.2), (3.5), (3.10), (3.11), (3.20), (3.23) и номограммы А. Р. Константинова (листинг 3.1).

Листинг 3.1 – Используемые в калькуляторе испарения формулы

```
9      void Konstantinov(float e_mb, float t, float* results, int& size) {
10          float result = 73.17*e_mb+4.47*t+5.05*pow(e_mb, 2)-0.36*pow(t, 2)-
0.205*pow(e_mb, 3)-0.00317*pow(t, 3)+0.0036*pow(e_mb, 4)+0.000401*pow(t, 4)-
3.087*e_mb*t-265.49;
11          results[size++] = result;}
12      void Schreiber(float X, float EO, float* results, int& size) {
13          float result = X*(1-pow(2.718282, -EO/X));
14          results[size++] = result;}
15      void Oldecop(float EO, float X, float* results, int& size) {
16          float result = EO*tanh(X/EO);
17          results[size++] = result;}
18      void Budyko(float X, float EO, float* results, int& size) {
19          float result = pow(X*(1-pow(2.718282, -EO/X))*EO*tanh(X/EO), 0.5);
20          results[size++] = result;}
21      void Bagrov(float EO, float X, float* results, int& size) {
22          float resultM1 = EO*(1-pow(2.718282, -X/EO));
23          float resultM2 = X*tanh(EO/X);
24          results[size++] = resultM1;
25          results[size++] = resultM2;}
26      void Postnikov(float X, float EO, float* results, int& size) {
27          float result1 = X*(1-X/(4*EO));
28          float result2 = EO*(1-pow(2.718282, -(X/EO+0.5*pow(X/EO, 2))));
29          results[size++] = result1;
30          results[size++] = result2;}
```

Программа начинает с чтения данных из предварительно подготовленных файлов, содержащих значения параметров: упругости водяного пара в мбар, температуры воздуха в °С, осадков в мм, температуры воздуха за теплый период

в °C. При ошибке чтения файлов программа сообщает об этом через сообщение в консоли.

После успешного чтения данных пользователю предлагается выбрать одну из формул для расчета параметра E_0 : (3.22) или (3.25) (листинг 3.2).

Листинг 3.2 – Выбор формулы для расчета параметра E_0

```
64      std::cout << "Выберите формулу для расчета E0: 0 - формула
Постникова, 1 - формула Тюрка" << std::endl;
65      std::cin >> ch;
```

После выбора формулы, программа выполняет расчеты для каждого набора данных. Полученные результаты выводятся в консоль в виде удобной таблицы (листинг 3.3).

Листинг 3.3 – Вывод результатов в виде таблицы

```
68      for (int i = 0; i < e_mb.size(); ++i) {
69          EO = kalkulator.calculateEO(ch, tp[i], t[i]);
70          kalkulator.Konstantinov(e_mb[i], t[i], results, resultsSize);
71          kalkulator.Schreiber(X[i], EO, results, resultsSize);
72          kalkulator.Oldecop(EO, X[i], results, resultsSize);
73          kalkulator.Budyko(X[i], EO, results, resultsSize);
74          kalkulator.Bagrov(EO, X[i], results, resultsSize);
75          kalkulator.Postnikov(X[i], EO, results, resultsSize);
76          std::cout << (i + 1) << ";";
77          for (int j = 0; j < resultsSize; ++j) {
78              std::cout << results[j] << ";";
79          }
80          std::cout << std::endl;
          resultsSize = 0; } } // Обнуление размера массива результатов для
следующего набора данных
```

Калькулятор обеспечивает удобный способ автоматизировать процесс обработки больших объемов данных, сокращая время и уменьшая вероятность ошибок при выполнении вычислений.

Для повышения функциональности программы можно реализовать дополнительные возможности: ввод исходных данных через графический интерфейс пользователя, экспорт результатов в файлы различных форматов, построение графиков, интеграция с геоинформационными системами для пространственного анализа. Это расширение позволит использовать разработанный калькулятор не только как инструмент для расчетов внутри научных лабораторий или учебных заведений.

3.4 Апробация программы для расчета испарения

Решено было апробировать программу расчета для расчёта испарения с использованием различных методов, сравнив средние многолетние значения осадков, испарения и стока за два временных периода. Первый период относится к эпохе стационарного климата, второй – к эпохе нестационарного климата. Первую эпоху – периодом до 1985 г. Вторую эпоху решено было характеризовать периодом с 1986 по 2015 гг., т.е. 30-летним периодом, как это принято в метеорологии в последнее время для определения климатических характеристик.

Исходные данные для определения климатических норм, включающие среднемесячные температуры воздуха и месячные суммы осадков, были получены из базы данных электронного ресурса Всероссийского научно-исследовательского института гидрометеорологической информации *meteo.ru*. При этом использовались осадки с двумя поправками: на смачивание и ветровой недоучет. В общей сложности расчеты проводились по данным 29 метеостанций Центрального федерального округа (таблица 3.2).

Таблица 3.2 – Метеостанции, по данным наблюдений которых проводились расчеты

Станция	Индекс станции	Широта, °	Долгота, °	Высота над уровнем моря
Тверская область				
Бологое	26298	57,90	34,05	186
Торопец	26479	56,48	31,63	187
Старица	26499	56,48	34,92	184
Максатиха	27208	57,80	35,90	140
Смоленская область				
Смоленск	26781	53,25	34,32	236
Брянская область				
Брянск	26898	53,25	34,32	214
Красная Гора	26976	53,01	31,60	147
Трубчевск	26997	52,58	33,77	177
Костромская область				
Кологрив	27164	58,82	44,32	150
Кострома	27333	57,73	40,78	125
Ярославская область				
Переславль-Залесский	27425	56,71	38,83	174
Московская область				
Можайск	27509	55,52	36,00	184
Коломна	27625	55,13	38,73	112
г. Москва				
Москва, ВДНХ	27612	55,83	37,62	147
Рязанская область				
Елатьма	27648	54,95	41,77	132
Рязань	27730	54,58	39,70	155

Станция	Индекс станции	Широта, °	Долгота, °	Высота над уровнем моря
Павелец	27823	53,78	39,25	209
Калужская область				
Сухиничи	27707	54,08	35,35	237
Тульская область				
Плавск	27814	53,65	37,23	240
Тамбовская область				
Тамбов	27947	52,80	41,48	127
Курская область				
Поныри	34003	52,32	36,30	247
Курск	34009	51,77	36,17	246
Липецкая область				
Конь-Колодезь	34026	52,15	39,15	135
Белгородская область				
Богородицкое-Фенино	34110	51,16	37,35	223
Готня	34202	50,80	35,76	225
Валуйки	34321	50,21	38,10	111
Воронежская область				
Воронеж	34123	51,70	39,22	147
Каменная Степь	34139	51,05	40,70	193
Калач	34247	50,42	41,05	90

3.5 Нормы годовых осадков и температуры воздуха

Полученные нормы годовых осадков и температуры воздуха за теплый период представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Полученные нормы x и $t_{п}$

Станция	Первый период		Второй период		Изменение	
	x , мм	$t_{п}$, мм	x , мм	$t_{п}$, мм	Δx , мм	$\Delta t_{п}$, мм
Бологое	702	6,3	712	6,7	10	0,4
Торопец	751	6,6	807	7,0	56	0,4
Старица	698	6,5	750	6,9	52	0,4
Смоленск	734	6,7	773	7,2	38	0,5
Брянск	688	7,3	725	7,8	37	0,5
Красная Гора	614	7,5	681	8,0	67	0,5
Трубчевск	685	7,6	626	7,9	–58	0,3
Кологрив	672	5,9	596	6,2	–76	0,3
Максатиха	701	6,4	707	6,7	6	0,3
Кострома	660	6,5	672	6,9	13	0,4
Переславль-Залесский	643	6,6	637	7,0	–6	0,4
Можайск	647	6,7	719	7,2	72	0,5
Москва, ВДНХ	715	7,2	714	7,6	–1	0,4
Коломна	603	7,1	600	7,7	–3	0,6
Елатьма	633	7,1	674	7,5	41	0,4
Сухиничи	645	6,9	663	7,4	19	0,5
Рязань	609	7,3	610	7,7	2	0,4
Плавск	591	7,3	664	7,6	73	0,3
Павелец	569	7,2	555	7,6	–14	0,4
Тамбов	524	7,8	595	8,3	71	0,5
Поныри	671	7,3	652	7,8	–19	0,5
Курск	678	7,7	685	8,3	7	0,6
Конь-Колодезь	601	7,9	637	8,5	36	0,6
Богородицкое-Фенино	601	7,8	637	8,2	36	0,4
Воронеж	601	8,1	637	8,6	36	0,5
Каменная Степь	487	8,1	495	8,7	9	0,6

Станция	Первый период		Второй период		Изменение	
	x , мм	$t_{п}$, мм	x , мм	$t_{п}$, мм	Δx , мм	$\Delta t_{п}$, мм
Готня	659	8,0	645	8,4	–14	0,4
Калач	487	8,6	495	8,9	9	0,3
Валуйки	563	8,6	612	9,0	50	0,4

Норма годовых осадков в среднем по всему округу за первый период составила 644 мм, за второй период – 662 мм. Изменение количества осадков оказалось неоднородными по территории округа, имеет место как его увеличение (максимум 73 мм, 12 % от значения за первый период), так и его уменьшение (максимум –76 мм, 11 % от значения за первый период). В среднем по округу норма осадков увеличилась на 18 мм, что от среднего значения за первый период составляет 3%. Неравномерность этих изменений можно объяснить тем, что среднее количество осадков меняется неоднородно в зависимости от атмосферной циркуляции, а изменение климата лишь влияет на частоту экстремальных значений осадков, увеличение которой наблюдается по всей планете, за счет роста содержания водяного пара в атмосфере [1].

Норма среднегодовой температуры $t_{п}$ в среднем по округу за первый период составила 7,3 °С, за второй период 7,7 °С. На всех станциях произошло повышение значения температуры $t_{п}$, в среднем по округу оно составило 0,4 °С, максимальное 0,6 °С, минимальное 0,3 °С. Если разделить округ на примерно равные части, то в южной части изменение в среднем составило 0,5 °С, в северной 0,4 °С.

3.6 Нормы испарения и стока

По формулам (3.7), (3.23)–(3.25) рассчитываются нормы годового испарения и стока, расчет представлен в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Результаты расчета норм годового испарения и стока

Станция	Первый период				Второй период				Изменение в мм	
	E_0 , мм	z	E , мм	Y , мм	E_0 , мм	z	E , мм	Y , мм	ΔE	ΔY
Бологое	580	1.94	497	205	614	1.83	516	196	19	-9
Торопец	606	2.01	524	226	640	2.06	558	249	34	23
Старица	597	1.85	503	194	631	1.89	536	214	33	19
Смоленск	614	1.91	523	211	656	1.87	555	218	32	7
Брянск	664	1.57	526	162	704	1.56	556	169	30	7
Красная Гора	681	1,31	497	117	720	1,39	541	140	45	22
Трубчевск	689	1,49	533	151	712	1,27	511	115	-22	-37
Кологрив	544	2,00	470	202	571	1,59	454	141	-16	-60
Максатиха	588	1,90	500	200	614	1,81	514	193	14	-7
Кострома	597	1,71	490	170	631	1,63	508	164	18	-6
Переславль-Залесский	606	1,62	487	157	640	1,49	496	141	9	-15
Можайск	614	1,61	491	156	656	1,69	536	183	45	27
Москва, ВДНХ	656	1,68	534	181	689	1,57	546	168	12	-13
Коломна	648	1,36	482	121	697	1,23	494	107	11	-14
Елатьма	648	1,45	497	136	681	1,48	526	148	29	12
Сухиничи	631	1,54	496	148	673	1,47	518	145	22	-3
Рязань	664	1,34	490	119	697	1,26	499	111	9	-8
Плавск	664	1,28	481	110	689	1,43	524	140	43	30
Павелец	656	1,24	467	102	689	1,13	466	89	0	-13
Тамбов	704	1,02	451	73	743	1,12	501	94	50	21
Поныри	664	1,52	519	152	704	1,35	523	130	4	-22
Курск	697	1,45	533	146	743	1,35	550	135	17	-10
Конь-Колодезь	712	1,20	498	103	758	1,19	528	109	31	6
Богородицкое-Фенино	704	1,22	496	105	735	1,24	523	114	27	9
Воронеж	728	1,17	501	100	766	1,18	530	107	29	7
Каменная Степь	728	0,89	430	57	773	0,85	441	54	12	-3

Станция	Первый период				Второй период				Изменение в мм	
	E_0 , мм	z	E , мм	Y , мм	E_0 , мм	z	E , мм	Y , мм	ΔE	ΔY
Готня	720	1,33	530	128	751	1,23	531	114	1	-14
Калач	766	0,84	434	52	787	0,83	443	52	9	0
Валуйки	766	1,01	485	77	795	1,07	521	91	36	14

Норма годового испарения в среднем по округу за первый период составила 495 мм, за второй период – 515 мм. Увеличение нормы испарения произошло почти на всех станциях, за исключением двух: Трубчевск (Брянская область) и Кологрив (Костромская область), удаленных друг от друга и находящихся у границы округа. Именно на этих станциях наблюдаются минимальные увеличения значения температуры t_n и максимальные понижения нормы осадков. Среднее увеличение по округу составило 23 мм, т.е. 5 % от среднего значения за первый период, среднее изменение – 20 мм, т.е. 4 %.

Норма годового стока в среднем по округу за первый период составила 140 мм, за второй период – 139 мм. Норма стока в окрестностях рассматриваемых станций как повышается (максимум 30 мм, 5 % от значения за первый период), так и понижается (максимум –60 мм, 9 % от значения за первый период). Среднее изменение по округу составило лишь –1 мм, т.е. можно сказать, что сток в среднем по территории округа под влиянием климата на уровень 2015 г. практически не изменился.

3.7 Вклады в изменения норм испарения и стока

Также представляет интерес расчет вкладов изменений количества осадков и температуры t_n в изменение нормы испарения и стока в процентном соотношении. Из уравнений (3.23)–(3.25) видно, что испарение зависит только от x и t_n , раз это так, то и сток, согласно уравнению (3.7), также является функцией от этих переменных.

Изменение испарения и стока приближенно можно представить в виде [15]:

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n + \frac{\partial E}{\partial X} \Delta x, \\ \Delta Y &= \Delta x - \Delta E = \Delta x - \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n - \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x = \left(1 - \frac{\partial E}{\partial x}\right) \Delta x - \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Вклады в процентах можно определить по формулам [14]:

$$\begin{aligned}V_{t_n E} &= \frac{\left| \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n \right| \cdot 100\%}{\left| \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n \right| + \left| \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x \right|}, \\ V_{xE} &= \frac{\left| \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x \right| \cdot 100\%}{\left| \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n \right| + \left| \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x \right|}, \\ V_{t_n Y} &= \frac{\left| \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n \right| \cdot 100\%}{\left| \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n \right| + \left| \left(1 - \frac{\partial E}{\partial x}\right) \Delta x \right|}, \\ V_{xE} &= \frac{\left| \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x \right| \cdot 100\%}{\left| \frac{\partial E}{\partial t_n} \Delta t_n \right| + \left| \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x \right|},\end{aligned}\tag{3.2}$$

где $V_{t_n E}$ — вклад Δt_n в ΔE ;

V_{xE} , $V_{t_n Y}$ и V_{xY} — аналогично.

При этом

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial x} &= \left(1 + \frac{x}{E_0}\right) e^{-z}, \\ \frac{\partial E}{\partial t_n} &= \frac{dE_0}{dt_n} (1 - e^{-z}) + E_0 e^{-z} \frac{dz}{dt_n}, \\ \frac{dE_0}{dt_n} &= 16.8 \left[0.99 + (4.01 + 0.06 t_n) e^{0.11(6-t_n)} \right], \\ \frac{dz}{dt_n} &= -\frac{dE_0}{dt_n} \frac{x}{E_0^2} \left(1 + \frac{x}{E_0}\right).\end{aligned}\tag{3.3}$$

Определенные по данным формулам вклады представлены в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Вклады в изменение испарения и стока

Станция	$V_{t_n E}, \%$	$V_{XE}, \%$	$V_{t_n Y}, \%$	$V_{XY}, \%$
Бологое	84	16	71	29
Торопец	50	50	30	70
Старица	47	53	31	69
Смоленск	61	39	43	57
Брянск	48	52	40	60
Красная Гора	24	76	25	75
Трубчевск	23	77	20	80
Кологрив	37	63	20	80
Максатиха	85	15	74	26
Кострома	74	26	64	36
Переславль-Залесский	84	16	79	21
Можайск	35	65	27	73
Москва, ВДНХ	97	3	95	5
Коломна	92	8	91	9

Станция	$V_{t_n E}, \%$	$V_{XE}, \%$	$V_{t_n Y}, \%$	$V_{XY}, \%$
Елатьма	36	64	32	68
Сухиничи	64	36	58	42
Рязань	90	10	90	10
Плавск	14	86	15	85
Павелец	52	48	56	44
Тамбов	13	87	20	80
Поныри	62	38	57	43
Курск	82	18	80	20
Конь-Колодезь	35	65	40	60
Богородицкое-Фенино	27	73	31	69
Воронеж	29	71	35	65
Каменная Степь	51	49	69	31
Готня	55	45	56	44
Калач	30	70	51	49
Валуйки	14	86	21	79

Анализируя таблицу 3.5, можно сказать, что есть станции как с большим вкладом изменения температуры t_n , так и с большим вкладом изменения количества осадков, а также с примерно равным вкладом обоих составляющих. Это верно и для изменения испарения, и для изменения стока.

Средний на территории округа вклад $V_{t_n E}$ составил 52%, V_{XE} – 48%, $V_{t_n Y}$ – 49%, V_{XY} – 51%. Таким образом, изменение температуры t_n и количества осадков вносят практически одинаковые вклады на территории рассматриваемого округа.

4 МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ

4.1 Многолетние ряды стока

При рассмотрении гидрологических рисков Северо-Западного региона было принято решение расширить район исследования до Европейской части Российской Федерации с целью апробации методики при различных природных условиях и гидрологических рисков. Для формирования исходных данных в рамках данного исследования было отобрано 15 водосборных бассейнов. Их выбор осуществлялся по следующим критериям: площадь водосбора должна находиться в диапазоне от 1000 до 50000 км²; водосборы должны располагаться как в северных, так и в южных регионах страны; а наблюдения за стоком на выбранных водосборах должны иметь достаточную продолжительность для проведения надежной статистической оценки – в данном случае длина временного ряда по всем пунктам составляет 37 лет. В таблице 4.1 приведены координаты центров водосборов и их площади для выбранных рек.

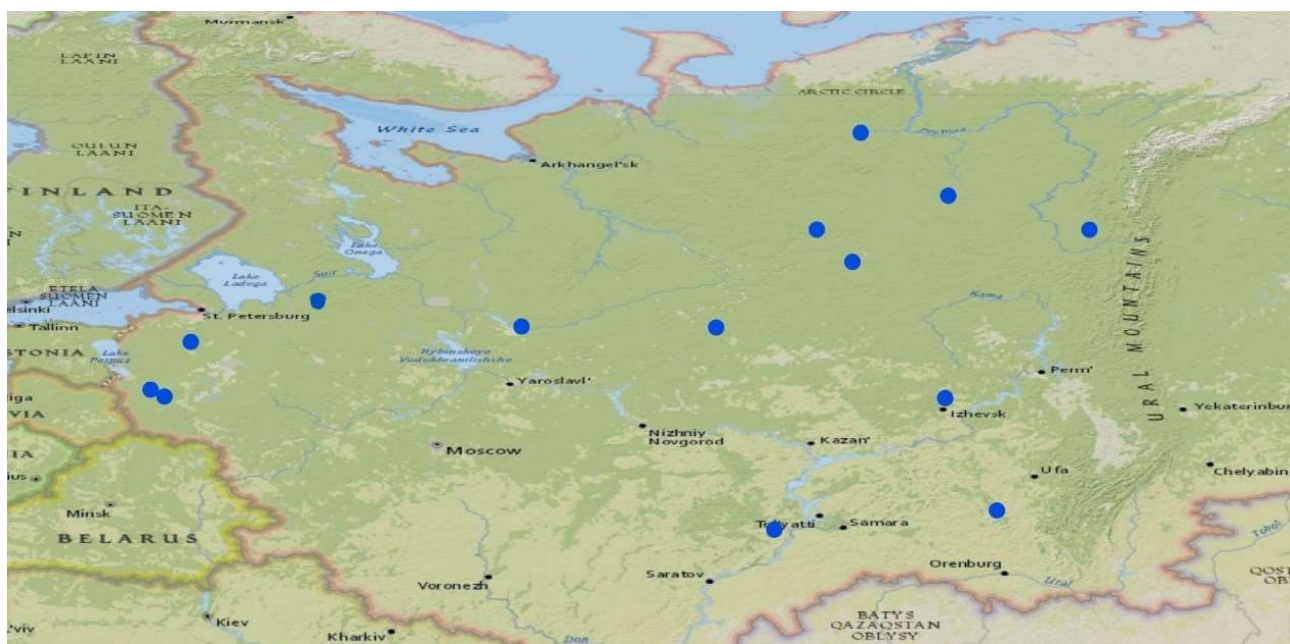


Рисунок 4.1 – Расположение центров водосборов рек

На рисунке 4.1 видно, что все выбранные водосборы расположены в Европейской части России. Все водосборы находятся в условиях умеренно-континентальном типа климата.

Таблица 4.1 – Координаты центров и площадь водосборов

Река – пункт	Координаты центров водосборов, град.		F , км ²
	широта	долгота	
р. Паша – с. Часовенское	60,02	33,94	5710
р. Луга – г. Кингисепп	59,06	29,81	12800
р. Великая – д. Гуйтово	56,79	29,04	13400
р. Сороть – д. Осинкино	57,10	29,20	3170
р. Сухона – г. Тотьма	59,71	40,68	34800
р. Юг – д. Гаврино	60,17	47,35	34800
р. Яренга – с. Тохта	62,60	49,14	4930
р. Вашка – д. Решельская	63,54	47,33	19000
р. Сызранка – с. Репьевка	53,28	47,49	4380
р. Дема – д. Бочкарева	53,77	54,67	12500
р. Чепца – с. Полом	57,64	53,55	5930
р. Печора – с. Троицко-Печорск	62,45	57,61	35600
р. Ижма – с. Усть-Ухта	63,48	53,06	15000
р. Ухта – г. Ухта	63,50	53,06	4290
р. Цильма – с. Трусово	65,83	50,29	20900

Из таблицы 4.1 можно заметить, что самым большим водосбором является водосбор реки Печора (с. Троицко-Печорск) – 35600 км², а наименьшим реки Сороть (д. Осинкино) – 3170 км².

В таблице 4.2 представлена информация о статистических характеристиках рядов стока. Рассчитаны слои стока (h), среднеквадратическое отклонение (σ), коэффициент вариации (C_v) и коэффициент асимметрии (C_s).

Таблица 4.2 – Статистические характеристики рядов данных

Река – пункт	Период наблюдений, гг.	Q_{cp} , м ³ /с	h , мм	σ , мм	C_v	C_s
р. Паша – с. Часовенское	1951–1988	62,0	354	13	0,23	0,12
р. Луга – г. Кингисепп	1951–1988	94,7	233	21	0,29	0,39
р. Великая – д. Гуйтово	1951–1988	90,4	213	23	0,30	0,39
р. Сороть – д. Осинкино	1951–1988	20,9	207	5	0,32	0,32
р. Сухона – г. Тотьма	1951–1988	300	272	66	0,27	0,22
р. Юг – д. Гаврино	1951–1988	285	258	56	0,26	0,65
р. Яренга – с. Тохта	1951–1988	42,6	272	11	0,33	–0,17
р. Вашка – д. Рещельская	1951–1988	188	312	27	0,19	0,25
р. Сызранка – с. Репьевка	1951–1988	13,5	97	2	0,23	0,83
р. Дема – д. Бочкарева	1951–1988	44,7	113	13	0,37	0,67
р. Чепца – с. Полом	1951–1988	36,3	193	7	0,26	0,23
р. Печора – с. Троицко-Печорск	1951–1988	532	471	55	0,14	0,40
р. Ижма – с. Усть-Ухта	1951–1988	149	313	18	0,15	0,34
р. Ухта – г. Ухта	1951–1988	45,3	333	6	0,16	0,33
р. Цильма – с. Трусово	1951–1988	227	342	33	0,17	–0,24

Из таблицы 4.2 видно, что наименьший сток у р. Сызранка – с. Репьевка и он равен 97 мм. Наибольший сток у р. Печора – с. Троицко-Печорск – 471 мм. Самое большое значение коэффициента вариации у р. Дема – д. Бочкарева $C_v = 0,30$. Самый маленький коэффициент вариации $C_v = 0,10$ у р. Печора – с. Троицко-Печорск. Коэффициент асимметрии изменяется от –0,24 до 0,83.

4.2 Многолетние ряды испарения

По номограмме А.Р. Константинова были составлены ряды испарения. Данный метод был выбран, поскольку он является наиболее широко используемым в аналогичных исследованиях. Данные по температуре и

влажности воздуха были взяты из источников Всемирной метеорологической организации.

В таблице 4.3 представлены рассчитанные статистические характеристики рядов испарения. Рассчитаны среднегодовые слои испарения (E), среднеквадратическое отклонение (σ), коэффициент вариации (C_v) и коэффициент асимметрии (C_s) рядов испарения.

Таблица 4.3 – Статистические характеристики рядов данных

Река – пункт	Период наблюдений, гг.	$E_{ср}$, мм	σ , мм	C_v	C_s
р. Паша – с. Часовенское	1951–1988	435	35	0,10	0,10
р. Луга – г. Кингисепп	1951–1988	476	36	0,09	0,15
р. Великая – д. Гуйтово	1951–1988	514	32	0,08	0,41
р. Сороть – д. Осинкино	1951–1988	512	33	0,08	0,40
р. Сухона – г. Тотьма	1951–1988	401	34	0,10	0,13
р. Юг – д. Гаврино	1951–1988	362	33	0,11	0,03
р. Яренга – с. Тохта	1951–1988	300	35	0,14	–0,18
р. Вашка – д. Рещельская	1951–1988	286	37	0,15	–0,21
р. Сызранка – с. Репьевка	1951–1988	515	34	0,08	–0,41
р. Дема – д. Бочкарева	1951–1988	450	33	0,09	–0,16
р. Чепца – с. Полом	1951–1988	408	30	0,09	–0,06
р. Печора – с. Троицко-Печорск	1951–1988	260	32	0,15	0,18
р. Ижма – с. Усть-Ухта	1951–1988	273	35	0,15	–0,06
р. Ухта – г. Ухта	1951–1988	272	35	0,15	–0,06
р. Цильма – с. Трусово	1951–1988	244	34	0,16	–0,03

Из таблицы 4.3 видно, что незначительное испарение свойственно р. Цильма – 244 мм, это связано с самым северным расположением водосбора. Южный водосбор р. Сызранка имеет самое большое значение испарения $E = 515$ мм. Коэффициент вариации изменяется от 0,08 до 0,16. Коэффициент асимметрии изменяется от –0,41 до 0,41.

4.3 Существующие методы построения двумерной плотности вероятности

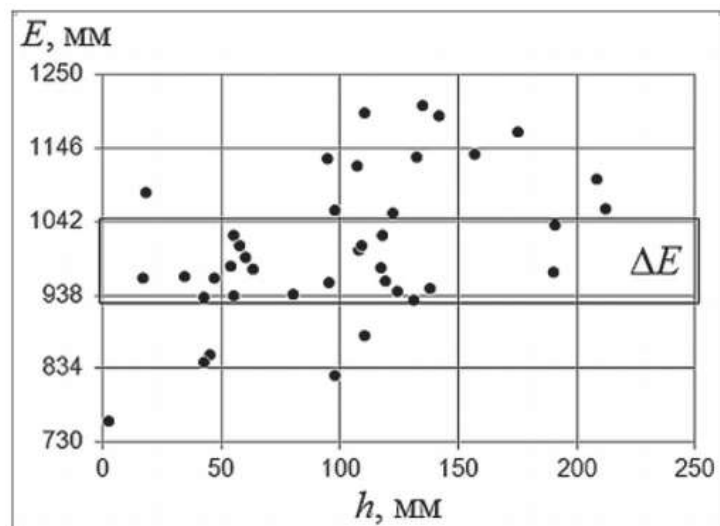
В настоящее время основным подходом к изучению процессов формирования речного стока является использование математического моделирования. Этот метод позволяет количественно воспроизвести физические закономерности трансформации воды, поступающей на водосборную площадь, основываясь на теоретических концепциях и обобщении полевых данных. Формирование речного стока представляет собой сложный процесс, который обусловлен взаимодействием различных процессов, происходящих на водосборе реки. На уровень речного стока в различных физико-географических зонах влияют такие факторы, как испарение и влажность водосбора, которые вместе со стоком входят в состав расходной части уравнения водного баланса. Поэтому возникает необходимость учитывать одновременно со стоком еще одну важную составляющую в математической модели формирования речного стока (см., например, [7, 8, 9]).

Существуют различные методы определения данной составляющей.

Графический метод основывается на том, что на эллипсах рассеивания выбирается диапазон в значениях испарения ΔE , в который входит норма испарения, и отделяется от остального поля точек (см. рисунок 4.2, а) [5]. По точкам, попавшим в диапазон ΔE , строятся условные кривые обеспеченности $P(Q/\Delta E)$. Отбрасывание точек ведет к большим погрешностям в результирующих условных обеспеченных расходах воды.

В графо-аналитическом методе используется теоретическая поверхность плотности вероятности (построение которой подробно рассмотрено в главе 2.2), которая «разрезается» по норме испарения, тем самым получается проекция на ось стока h – условная плотность вероятности (см. рисунок 4.2, б). Данный метод представляет условные кривые обеспеченности для конкретных значений испарения [3].

a)



б)

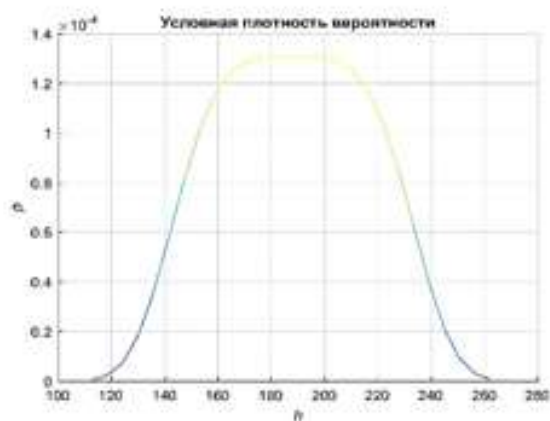
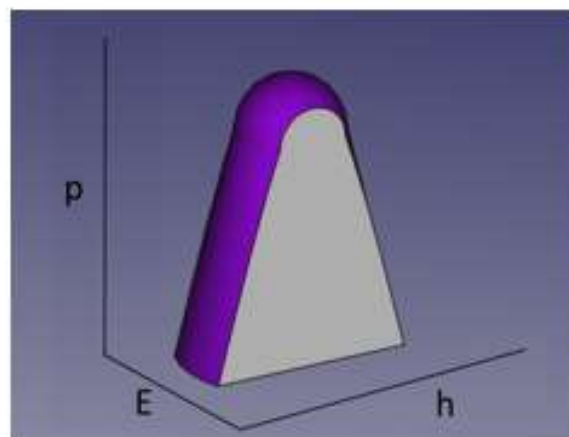
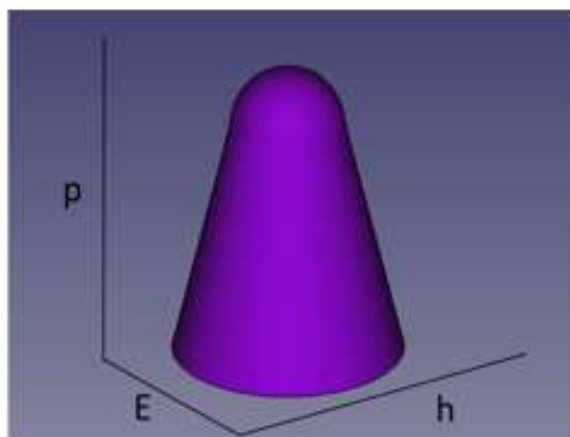


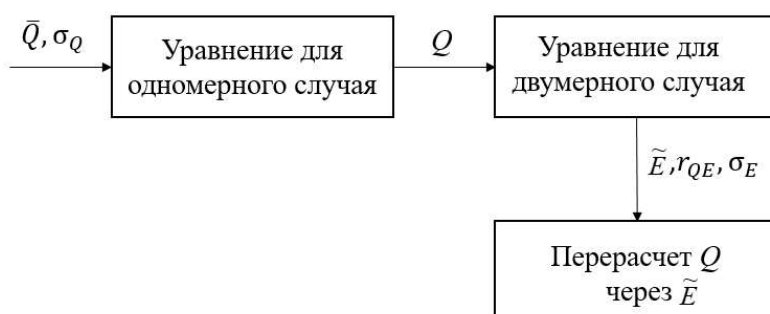
Рисунок 4.2 – Графический (а) и графо-аналитический (б) методы построения двумерной плотности вероятности.

Аналитический метод заключается в получении проекции двумерного распределения плотности вероятности и нахождении условных обеспеченных

значений расходов воды (рисунок 4.3). Для этого по рядам стока и испарения рассчитываются: нормы стока $\bar{Q}$ и испарения $\bar{E}$, коэффициенты корреляции между рядами стока и испарения r_{QE} , коэффициенты вариации C_v и асимметрии C_s , среднее квадратическое отклонение по рядам стока σ_Q и испарения σ_E . Затем строится поле точек $Q = f(E)$ (эллипс рассеивания), которое делится на определенные интервалы, число которых зависит от длины ряда. Далее подсчитывается число точек в каждом интервале, по этим данным строится эмпирическая двумерная гистограмма. По уравнению для одномерного случая рассчитываются обеспеченные значения. Далее они используются в уравнении для двумерного случая для получения крайних значений испарения $\tilde{E}$, которые необходимы при расчете соответствующих обеспеченных значений расходов воды Q .

Данный метод достаточно сложный в практическом смысле, несмотря на то, что существует программное приложение. И также как и в предыдущих методах, не происходит построения поверхности обеспеченности.

а)



б)

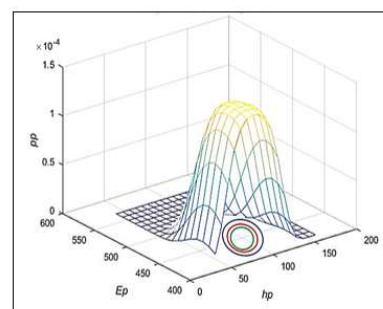


Рисунок 4.3 – Схема аналитического метода получения условных кривых обеспеченности (а) и проекции плотности вероятности (б).

4.4 Разработка программы для построения двумерной поверхности обеспеченности

Цель ВКР заключается в создании методики двумерного анализа гидрологических рисков, которая позволяет построение поверхности обеспеченности. В приложении Б приведен код программы, написанный на языке программирования *MATLAB*, являющийся реализацией данной методики. Так как суть создаваемой методики в получении серии условных кривых для заданных значений испарения, программа основана на коде другого программного решения [19], реализующий графо-аналитический метод, упомянутый выше. Авторская часть кода выделена полужирным начертанием.

MATLAB был выбран из-за простоты использования, наличия множества инструментов для математического моделирования. *MATLAB* особенно подходит для решения данной задачи благодаря своим мощным возможностям визуализации данных. Возможность легко строить графики и трехмерные поверхности позволяет наглядно представить результаты анализа

Программа начинается с проверки наличия переменных стока Q и испарения E в рабочем пространстве *MATLAB*. Если переменные не заданы, пользователю предлагается ввести их вручную. При этом реализована возможность повторного ввода данных, если длины рядов наблюдений не совпадают. Это важно для корректного статистического анализа, так как сравниваемые ряды должны иметь одинаковую длину.

Далее программа вычисляет основные статистические показатели:

- а) коэффициент корреляции между стоком и испарением rQE ;
- б) автокорреляцию по каждому из рядов (arQ и arE);
- в) средние значения (QI , EI), минимальные и максимальные значения ($minQ$, $maxQ$, $minE$, $maxE$);
- г) стандартное отклонение (SQ , SE);
- д) коэффициенты вариации (CvQ , CvE);
- е) коэффициенты асимметрии (CsQ , CsE);

- ж) относительные погрешности стандартных отклонений (ESQ, ESE);
- з) погрешности коэффициентов вариации ($ECvQ, ECvE$);
- и) погрешности коэффициентов асимметрии ($ECsQ, ECsE$).

На основе рассчитанных параметров строится модель двумерного распределения – двумерная функция плотности вероятности, которая моделируется как многомерное нормальное распределение с учетом корреляционной связи между переменными. Для этого создаются сетки значений Q и E с шагами, определяемыми диапазонами данных и выбранной точностью. Затем вычисляется функция плотности на каждой точке сетки с использованием формулы двумерного нормального распределения.

Программа создает несколько графиков для визуального анализа:

- а) трехмерный график теоретической поверхности плотности вероятности, отображающая модельное распределение;
- б) гистограмму эмпирических данных по двум переменным для оценки их распределений;
- в) график рассеяния точек для визуализации взаимосвязи.

Для более глубокого анализа и выполнения главной цели ВКР программа выполняет итерации по различным значениям испарения. Для каждого значения строится условная двумерная модель плотности. На основе этой модели вычисляются условные вероятностные функции, из них извлекаются кумулятивные суммы вероятностей, которые позволяют определить вероятность попадания наблюдений в определенные диапазоны при заданном значения испарения. Эти данные сохраняются в массивы для последующего построения графиков и дальнейшего анализа.

Для перехода от кривых плотности вероятности к кривым обеспеченностей используется следующая формула:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt, \quad (4.1)$$

Используя полученные массивы строится итоговая трехмерная поверхность – двумерная поверхность обеспеченности.

4.5 Апробация программы

Апробация программы происходит с помощью данных по реке Паша, пост село Часовенское (таблица 4.4). Для построения двумерной поверхности обеспеченности программе необходимы ряды данных по стоку и испарению равной длины. Ввод данных продемонстрирован на рисунках 4.4 и 4.5. Пример того, как программа реагирует на ряды разной длины продемонстрирован на рисунке 4.6.



Рисунок 4.4 – Ввод данных по стоку

Таблица 4.4 – Исходные данные для апробации программы

E , мм	h , мм
460	261
442	438
449	462
457	321
400	389
371	297
473	429
392	490
441	307
409	219
474	341
416	483
380	257
423	290
391	282
392	501
476	317
417	352
383	433
427	270
428	358
498	244
456	238
504	342
519	279
363	413
441	393
383	413
440	267
424	242
477	453
460	420
504	454
476	424
387	292
441	353
376	366
479	369

```
Command Window
454
424
292
353
366
369
]
Введите ряд испарения
Испарение = [460
442
449
457
400
371
```

Рисунок 4.5 – Ввод данных по испарению

```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
253
239
214
343
210
190
280
232
]
Error, ряды наблюдений разной длины
```

Рисунок 4.6 – Уведомление об ошибке

Первым результатом работы программы является набор из четырех графиков: теоретическая поверхность, двумерная эмпирическая гистограмма, эллипс рассеивания, условная плотность вероятности (рисунок 4.7). Интерес представляют «колокольчик» (рисунок 4.8) и результат «разрезания» теоретической поверхности – условная плотность вероятности (рисунок 4.9).

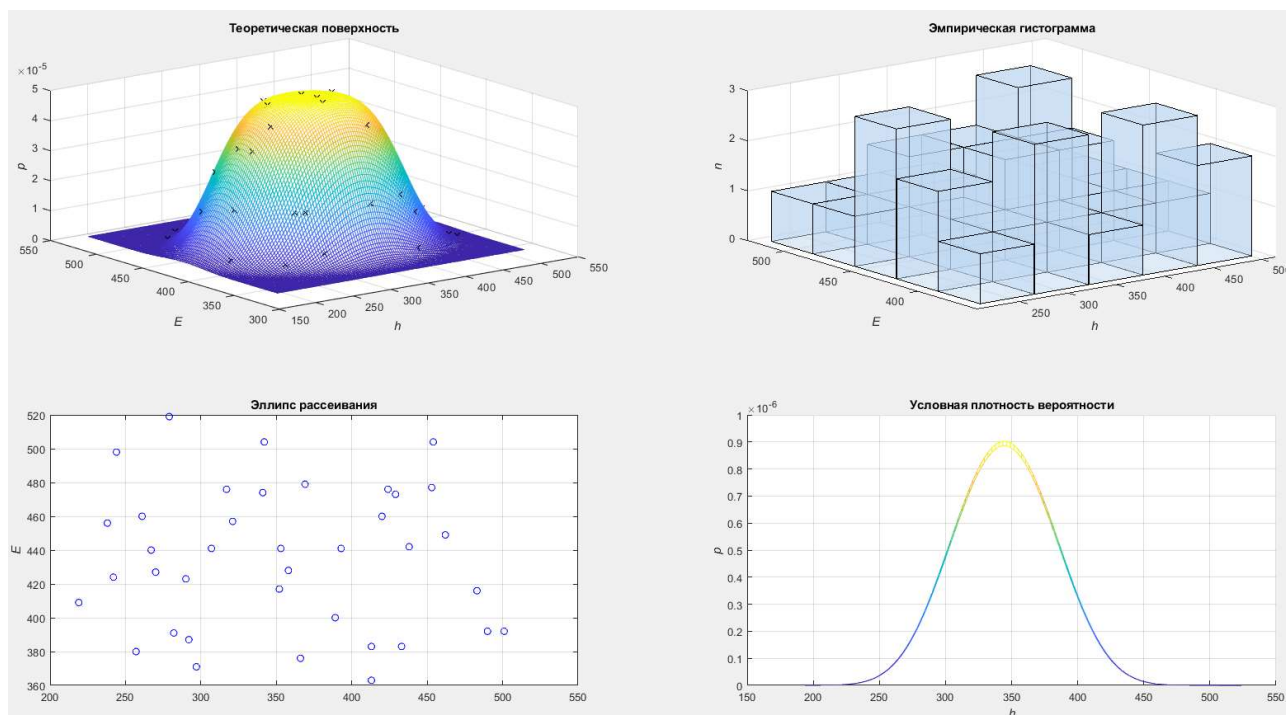


Рисунок 4.7 – Набор получаемых графиков

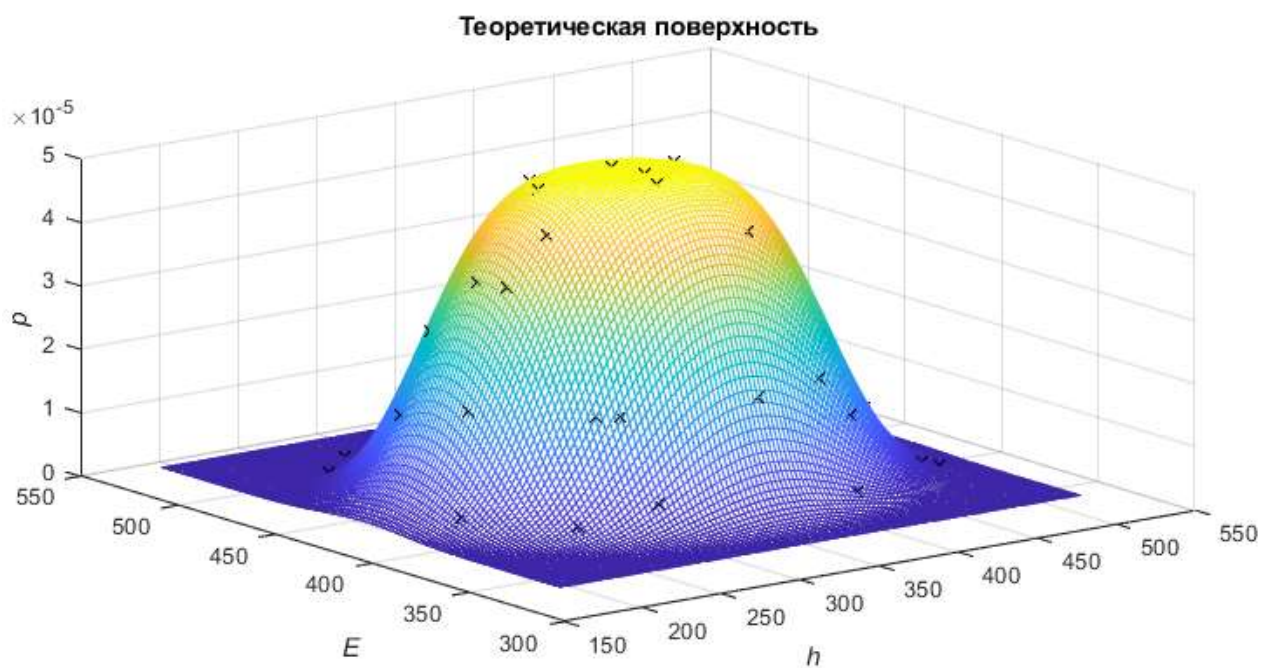


Рисунок 4.8 – «Колокольчик»

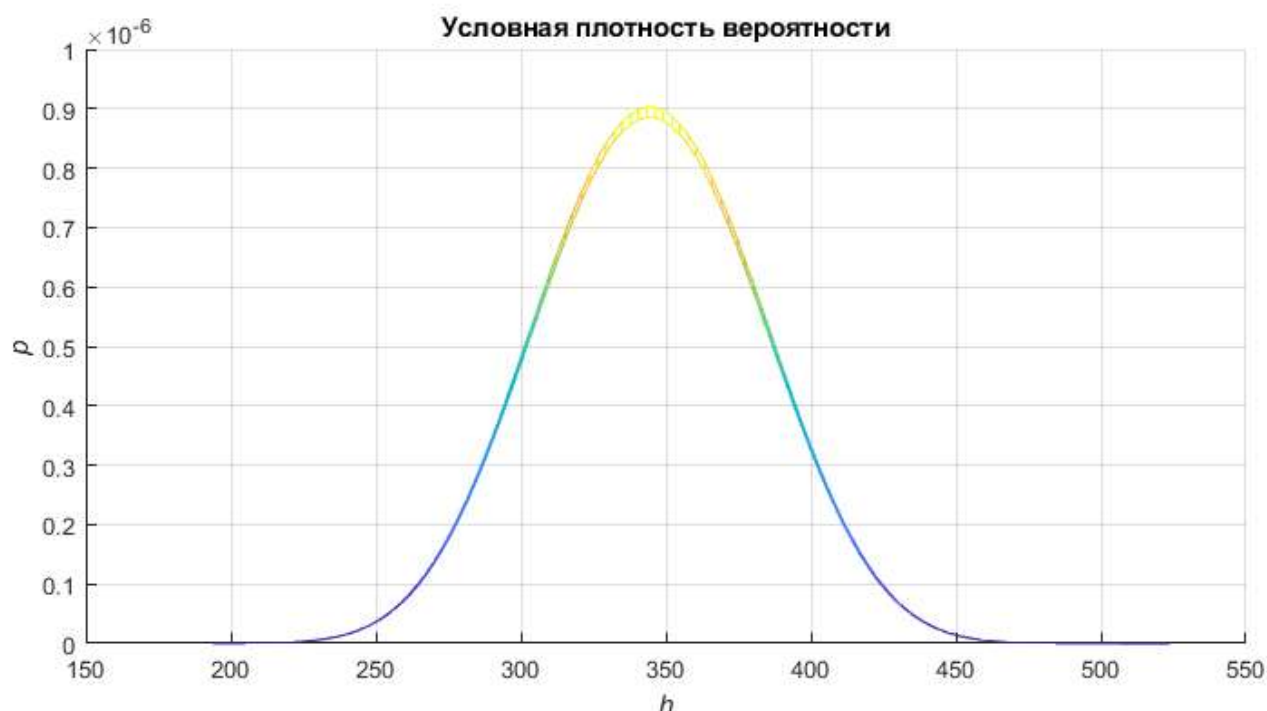


Рисунок 4.9 – Условная плотность вероятности при максимальном значении испарения

Вторым результатом работы программы является искомый график – двумерная поверхность обеспеченности, которая является набором пересчитанных условных плотностей вероятности (рисунок 4.10). Ось обеспеченностей является логарифмической, на начальном этапе разработки программы, рассматривался вариант классической равномерной шкалы (4.11). Использование именно логарифмической шкалы для обеспеченностей приближает получаемый график к виду клетчатки вероятностей.

Для повторного получения результатов нет необходимости вводить ряды повторно – программа начинается с проверки наличия переменных в рабочем пространстве, при их наличии достаточно подтвердить выбор (рисунок 4.12).

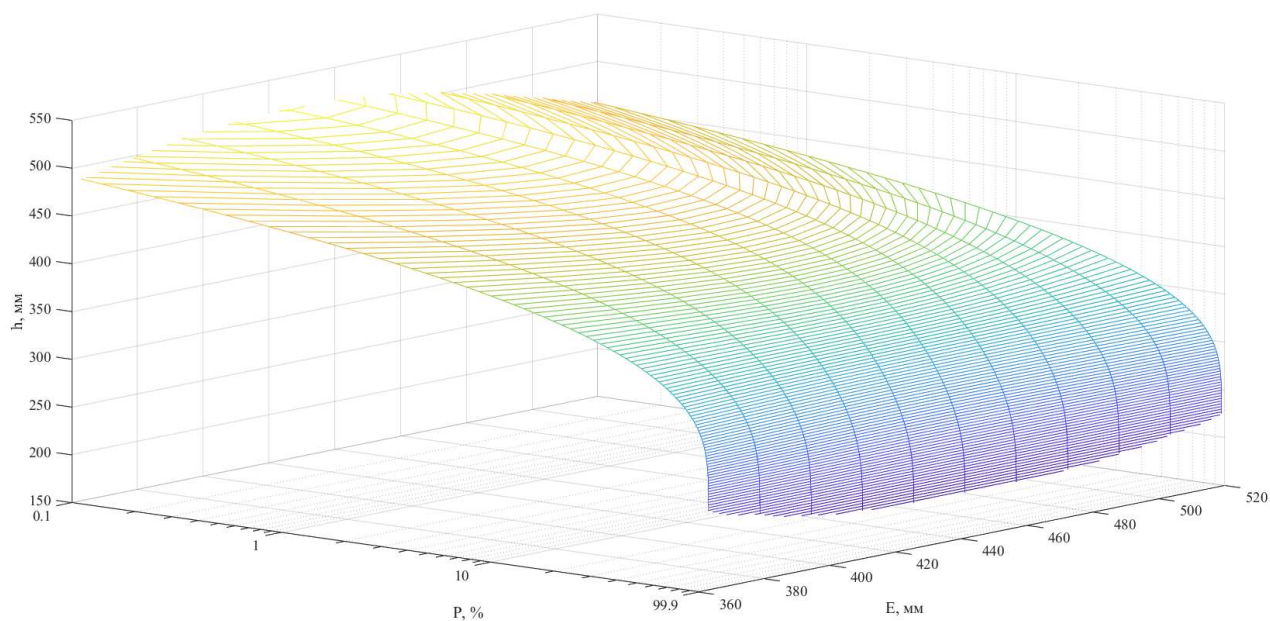


Рисунок 4.10 – Двумерная поверхность обеспеченности

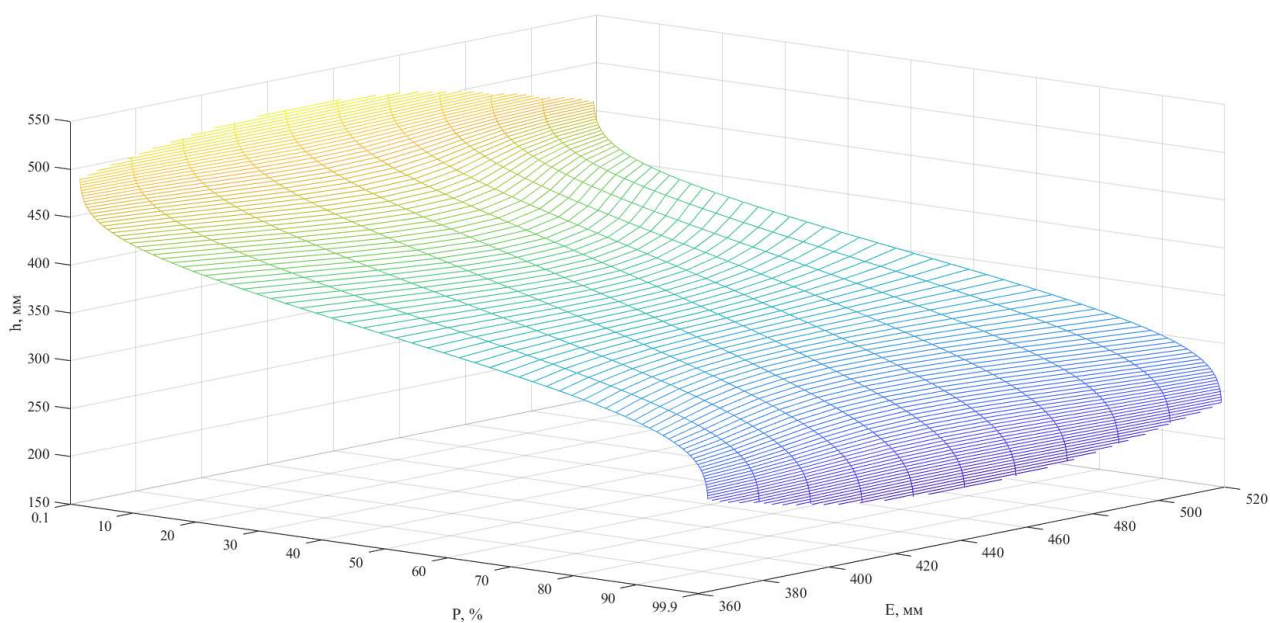


Рисунок 4.11 – Первоначальный вариант двумерной поверхности обеспеченности

```
Command Window
489
415
520
]
Хотите оставить значение стока и испарения?
Если да, то введите "1", если нет, то "2"
Оставить:
```

Рисунок 4.12 –Проверка наличия переменных в рабочем пространстве

4.6 Анализ полученных результатов

В приложении В представлены исходные данные, а в приложении Г полученные двумерные поверхности обеспеченности для всех 15 постов. Далее будет приведен анализ общей картины, а также подробный анализ водосборов Северо-Западного региона.

Теоретические поверхности водосборов, расположенных в схожих природных условиях, должны быть подобны. Это можно наблюдать на совмещенных графиках теоретических поверхностей (рисунок 4.13) для водосборов рек Северо-Западного региона (реки Паша, Луга, Сорочь). При сравнении же водосборов рек, находящихся на большом удалении друг от друга, становится заметно различие в получаемых графиках. Для данного примера был построен совмещенный график для водосборов рек Паша и Сызранка (рисунок 4.14). Стоит отметить, что теоретическая поверхность для реки Сызранка выглядит более вытянутой из-за меньшего размаха по оси стока.

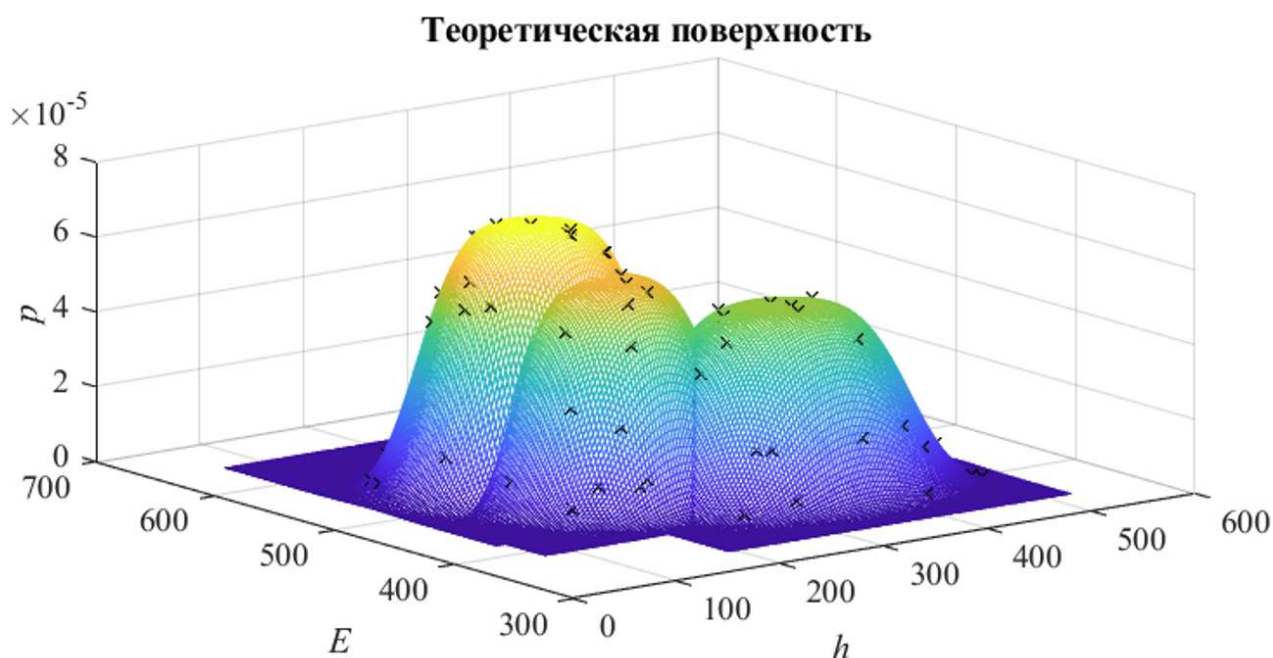


Рисунок 4.13 – Совмещенные теоретические поверхности для водосборов рек Северо-Западного региона

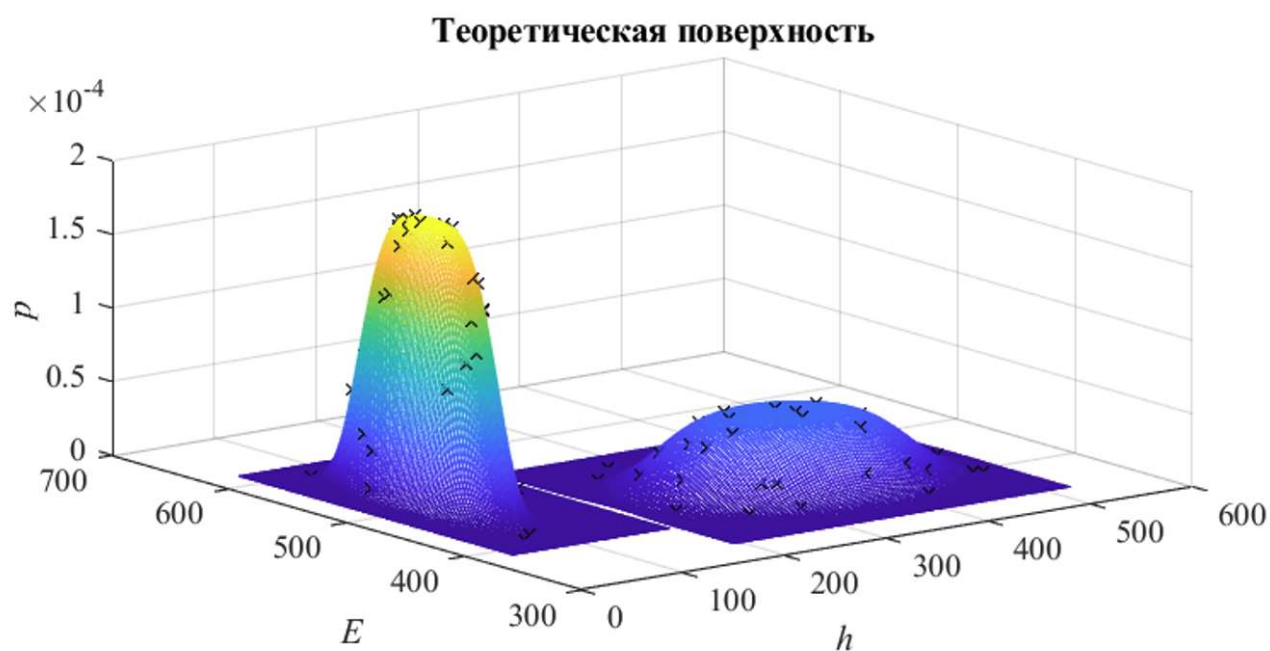


Рисунок 4.14 – Совмещенные теоретические поверхности для водосборов рек Паша и Сызранка

С помощью функционала программы *MATLAB* полученные двумерные поверхности обеспеченности можно рассмотреть с разных точек обзора (рисунок 4.15).

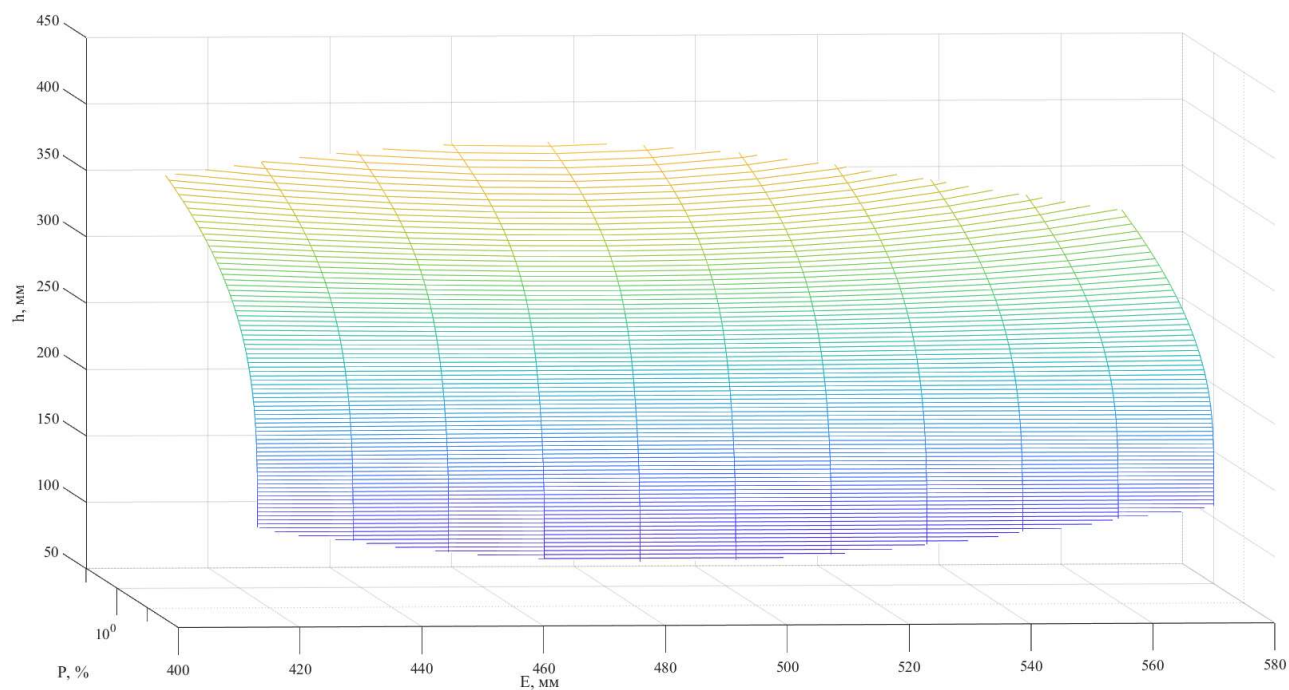


Рисунок 4.15 – Двумерная поверхность обеспеченности р. Луга – г. Кингисепп

На рисунке 4.15 видно, что для реки Луга максимальные и минимальные значения, соответствующие при этом 0,1 и 99,9 % обеспеченности соответственно, достигаются при значении испарения равном норме (для 476 мм). Также можно отметить, что кривая обеспеченностей, соответствующая минимальному значению испарения в ряду (413 мм), имеет большую вариативность по стоку, в сравнении с кривой, соответствующей максимальному значению испарения (570 мм). Это сходится с тем, что можно наблюдать на эллипсе рассеивания (рисунок 4.16) – в зоне малых значений испарения находится больше точек.

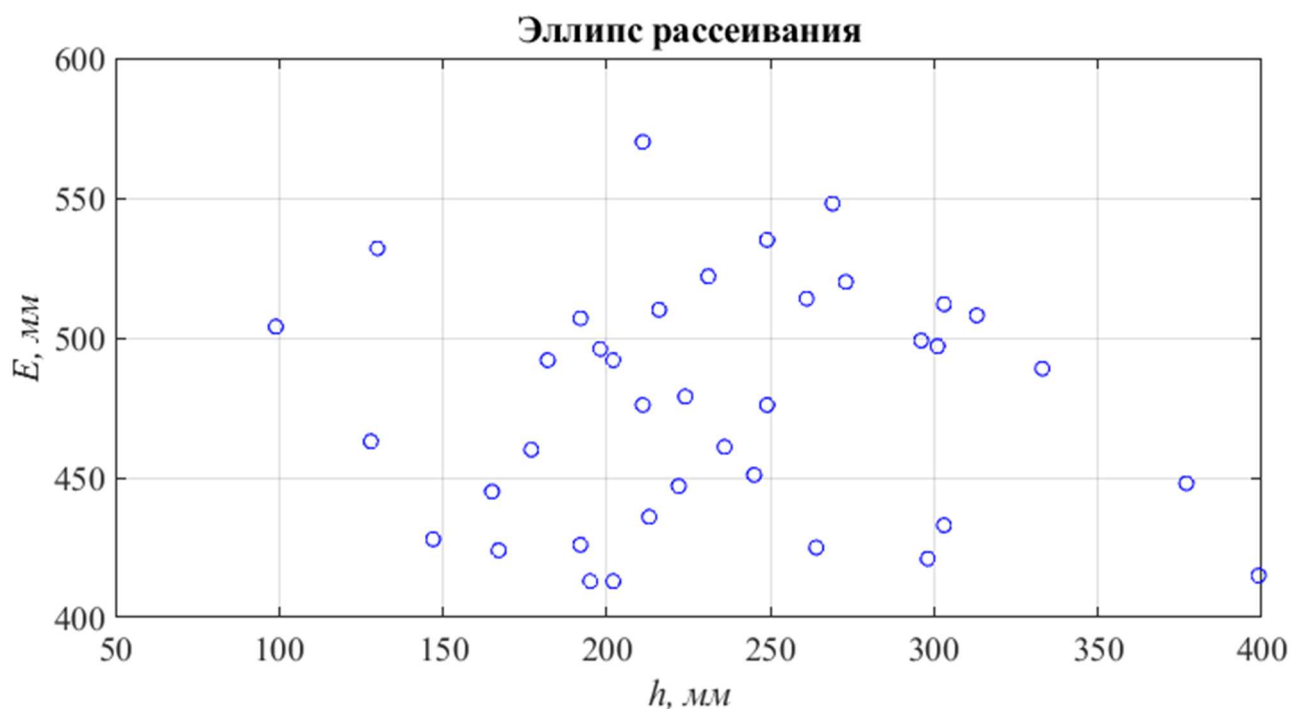


Рисунок 4.16 – Эллипс рассеивания р. Луга – г. Кингисепп

На рисунке 4.17 можно наблюдать как двумерная поверхность обеспеченности «перекручивается» – до обеспеченности примерно равной 50 % поверхность является выпуклой, после поверхность становится вогнутой. Данная закономерность наблюдается на всех двумерных поверхностях (приложение Г).

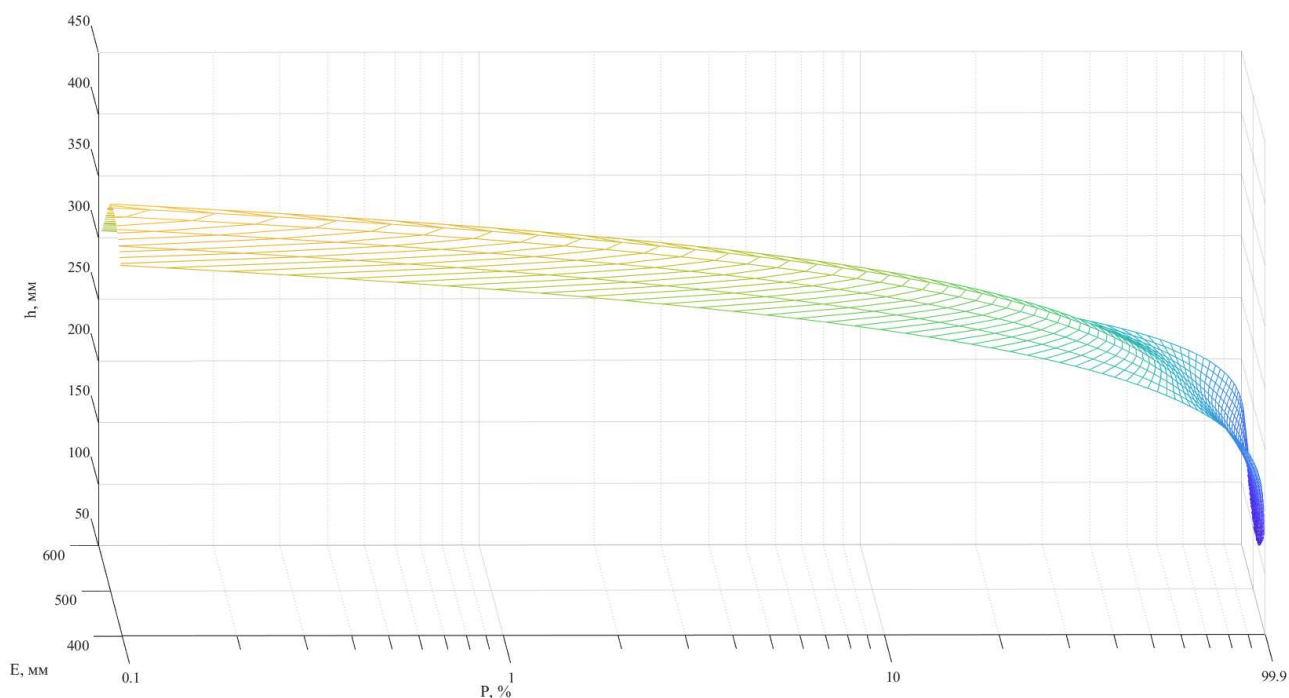


Рисунок 4.17 – Двумерная поверхность обеспеченности р. Луга – г. Кингисепп

На рисунке 4.18 видно, что для реки Великая максимальные и минимальные значения, соответствующие при этом 0,1 и 99,9 % обеспеченности соответственно, достигаются при значении испарения равному немного меньшему, чем норма (норма составляет 514 мм). Но это также сходится с тем, что можно наблюдать на эллипсе рассеивания (рисунок 4.19)

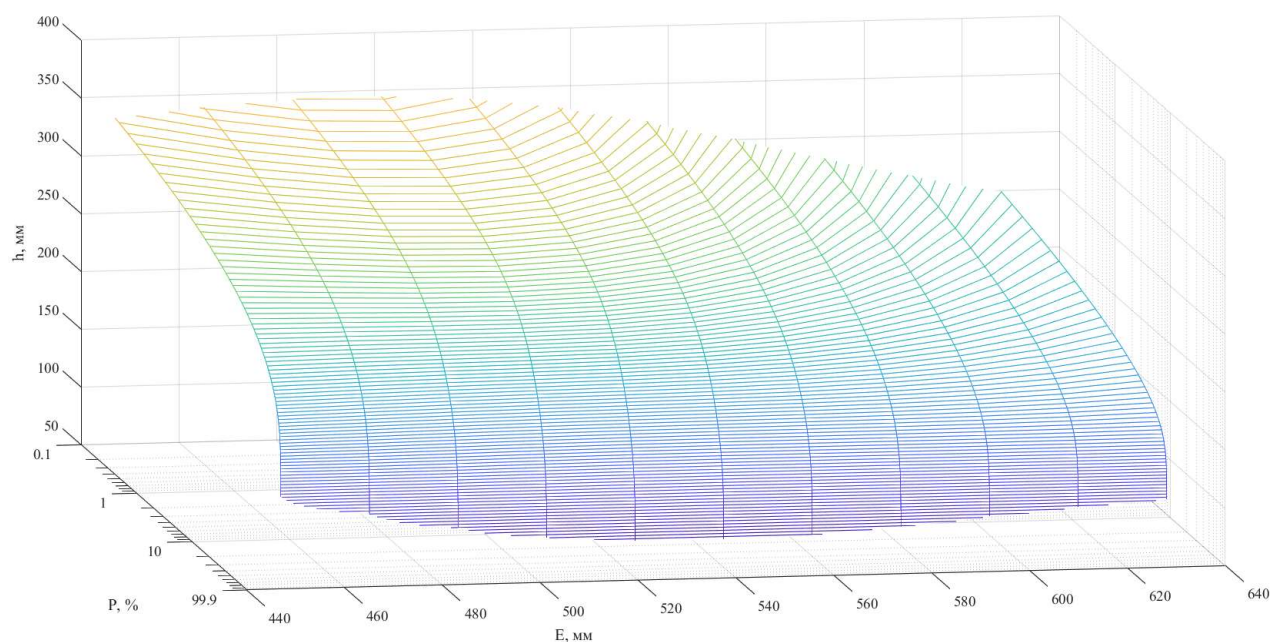


Рисунок 4.18 – Двумерная поверхность обеспеченности р. Великая – д. Гуйтово

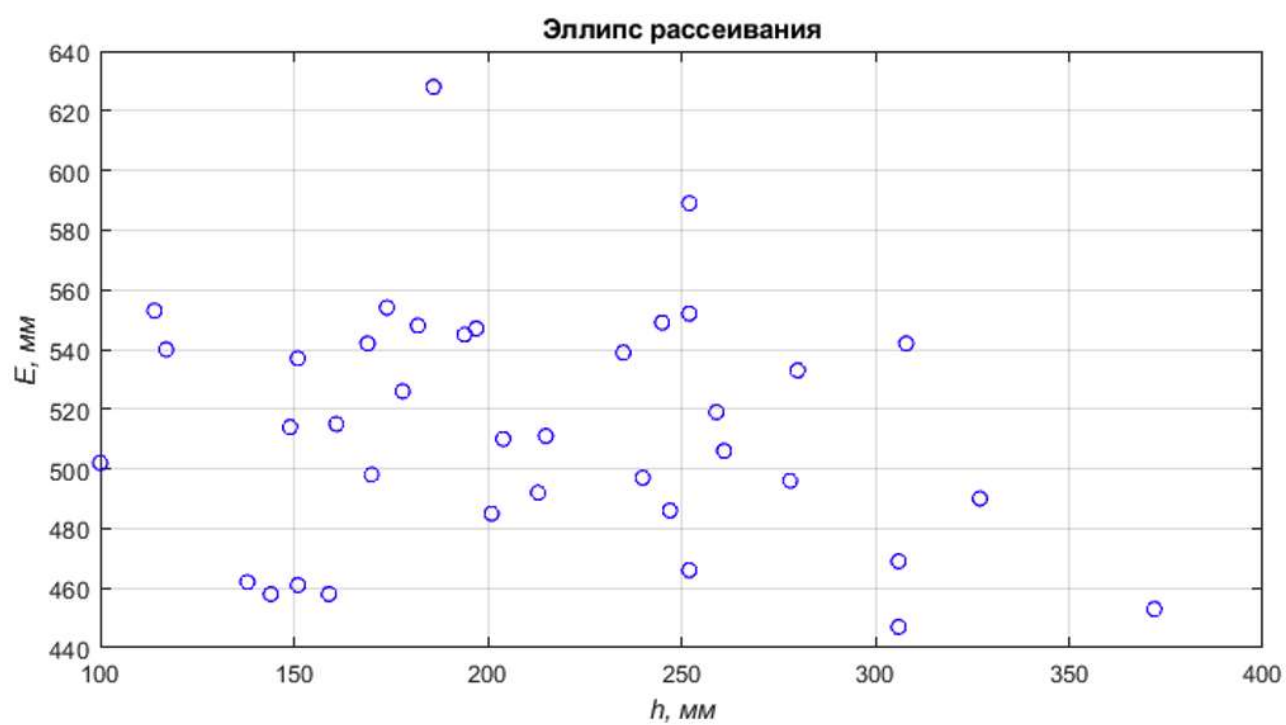


Рисунок 4.19 – Эллипс рассеивания р. Луга – г. Кингисепп

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной выпускной квалификационной работы было выполнено:

- а) исследование методов учета нескольких фазовых переменных;
- б) исследование методов определения нормы годового испарения;
- в) разработка программы для расчета испарения несколькими методами;
- г) сбор необходимых исходных данных, их обработка;
- д) расчет и анализ составляющих водного баланса – испарения и стока;
- е) разработка программы для построения двумерных поверхностей обеспеченности;
- ж) апробация разработанных программ;

Поставленная цель данного исследования достигнута: разработана новая методика построения двумерных поверхностей обеспеченности, которая реализована в виде программного обеспечения на базе среды приложения *MATLAB*.

Направление дальнейших исследований – определение практических задач, которые могут быть решены новой методикой, поиск закономерностей в виде двумерных поверхностей обеспеченности в зависимости от природных условий на соответствующем водосборе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Lehmann, J. Increased occurrence of record-wet and record-dry months reflect changes in mean rainfall* [Текст] / J. Lehmann, F. Mempel, D. Coumou // *Geophysical Research Letters*. – 2018. – Том 45, Вып. 24. – С. 13468–13476.
- 2 Будыко, М. И. Климат и жизнь [Текст] / М. И. Будыко. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1971. – 472 с.
- 3 Гайдукова Е. В., Шаночкин С. В., Москалюк М. А. Учет испарения при математическом моделировании речного стока [Текст] // Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. 2018. № 52. С. 79–87.
- 4 Даринский А. В. Рельеф и полезные ископаемые [Текст] // География Ленинградской области: учеб. пособие / под ред. В. А. Лаврова. – Санкт-Петербург: Глагол, 2001. – С. 5–15.
- 5 Коваленко В. В., Гайдукова Е. В., Соловьев Ф. Л., Бонгу С. Э., Джалалванд А. О возможности учета испарения при моделировании процесса формирования многолетнего речного стока (на примере Западной Африки) [Текст] // Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. 2016. № 44. С. 45–53.
- 6 Коваленко В. В., Гайдукова Е. В., Хаустов В. А. [и др]. Частично инфинитное моделирование развивающихся гидрологических систем [Текст]: монография / Санкт-Петербург : изд-во РГГМУ, 2021. – 119 с.
- 7 Коваленко В. В., Гайдукова Е. В., Чистяков Д. В., Хамлили А. Прогностические модели развития процессов катастрофического формирования многолетнего годового речного стока [Текст] // Метеорология и гидрология. 2010. № 10. С. 64–69.
- 8 Коваленко В. В. Гидрометеорология: эволюция в пространстве понятий [Текст]. Санкт-Петербург.: изд-во РГГМУ, 2016. 236 с.
- 9 Коваленко, В. В. Модальная неустойчивость при формировании речного стока [Текст]. Санкт-Петербург: изд-во РГГМУ, 2014. 150 с.

10 Коваленко В. В. Частично инфинитный механизм турбулизации природных и социальных процессов [Текст]: монография / Санкт-Петербург: изд-во РГГМУ, 2006. – 166 с.

11 Методы изучения и расчета водного баланса [Текст]. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1981. – 396 с.

12 Постников, А. Н. К оценке среднемноголетнего суммарного испарения с поверхности суши на основе уравнений связи [Текст] / А. Н. Постников // Труды РГГМУ. – 1999. – № 123. – С. 141–152.

13 Постников, А. Н. Об использовании различных уравнений связи для определения норм годового испарения [Текст] / А. Н. Постников // Ученые записки РГГМУ. – 2017. – № 50. – С. 126–137.

14 Постников, А. Н. О влиянии изменений климата на речной сток и испарение в Арктической зоне России [Текст] / А. Н. Постников // Заметки ученого. – 2023. – С. 343–347

15 Постников, А. Н. Ориентировочные оценки изменений норм речного стока на территории России под влиянием изменений климата [Текст] / А. Н. Постников // Сборник тезисов Всероссийской научно-практической конференции «Современные проблемы гидрометеорологии и устойчивого развития Российской Федерации» – Санкт-Петербург: изд-во РГГМУ, 2019. – С. 268–269.

16 Практикум по дисциплине «Моделирование гидрологических процессов. Часть 1. Динамические модели» (на базе языка C++) [Текст]: учебное пособие / В. В. Коваленко, Е. В. Гайдукова – Санкт-Петербург: изд-во РГГМУ, 2010 – 150 с.

17 Рекомендации по расчету испарения с поверхности суши [Текст] / М-во сельск. хоз-ва СССР. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1976. – 96 с.

18 Ресурсы поверхностных вод СССР. Том 2. Карелия и Северо-Запад. Часть 1 [Текст] / ред. В. Е. Водогрецкий – Ленинград: Гидрометеиздат, 1972.

19 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018663963 Российская Федерация. Построение фактических и сценарных условных кривых плотности вероятности гидрометеорологических характеристик / Е. В. Гайдукова, М. А. Москалюк; РГГМУ, 2018.

20 Хованов, Н. В. Анализ и синтез показателей при информационном дефиците [Текст] / Н. В. Хованов. – СПб: Санкт-Петербургский государственный университет, 1996. – 196 с.

Листинг А.1 – Калькулятор испарения на языке программирования C++

```

0   #include <iostream>
1   #include <fstream>
2   #include <vector>
3   #include <string>
4   #include <cmath>
5   class Kalkulator {
6   public:
7       Kalkulator() {}
8       ~Kalkulator() {}
9       void Konstantinov(float e_mb, float t, float* results, int& size) {
10          float result = 73.17*e_mb+4.47*t+5.05*pow(e_mb, 2)-0.36*pow(t, 2)-
0.205*pow(e_mb, 3)-0.00317*pow(t, 3)+0.0036*pow(e_mb, 4)+0.000401*pow(t, 4)-
3.087*e_mb*t-265.49;
11          results[size++] = result;}
12       void Schreiber(float X, float EO, float* results, int& size) {
13          float result = X*(1-pow(2.718282, -EO/X));
14          results[size++] = result;}
15       void Oldecop(float EO, float X, float* results, int& size) {
16          float result = EO*tanh(X/EO);
17          results[size++] = result;}
18       void Budyko(float X, float EO, float* results, int& size) {
19          float result = pow(X*(1-pow(2.718282, -EO/X))*EO*tanh(X/EO), 0.5);
20          results[size++] = result;}
21       void Bagrov(float EO, float X, float* results, int& size) {
22          float resultM1 = EO*(1-pow(2.718282, -X/EO));
23          float resultM2 = X*tanh(EO/X);
24          results[size++] = resultM1;
25          results[size++] = resultM2;}
26       void Postnikov(float X, float EO, float* results, int& size) {
27          float result1 = X*(1-X/(4*EO));
28          float result2 = EO*(1-pow(2.718282, -(X/EO+0.5*pow(X/EO, 2))));

```

```

29     results[size++] = result1;
30     results[size++] = result2;}
31     float calculateEO(bool ch, float tp, float t) {
32         if (ch) {
33             return 300+25*t+0.05*pow(t, 3); // формула Тюрка для расчета E0
34         } else {
35             return 16.8*(0.8+0.011*tp)*(90-52*pow(2.718282, 0.11*(6-tp)));} //
формула Постникова для расчета E0
36     bool ReadFromFile(const std::string& fileName, std::vector<float>& values,
37     std::string& errorFile) {
38         std::ifstream file(fileName);
39         if (file.is_open()) {
40             float value;
41             while (file >> value) {
42                 values.push_back(value);}
43             file.close();
44             return true;
45         } else {
46             errorFile = fileName;
47             std::cout << "Ошибка при открытии файла " << fileName << std::endl;
48             return false;}}};
49     int main() {
50         Kalkulator kalkulator;
51         const int maxSize = 100; // Максимальный размер массива
52         float results[maxSize]; // Объявление массива
53         int resultsSize = 0; // Текущий размер массива
54         std::vector<float> e_mb, t, X, tp;
55         bool ch;
56         bool allFilesOpened = true;
57         std::string errorFile;
58         allFilesOpened = allFilesOpened && kalkulator.ReadFromFile("e_mb.txt",
e_mb, errorFile);
59         allFilesOpened = allFilesOpened && kalkulator.ReadFromFile("t.txt", t,
errorFile);
60         allFilesOpened = allFilesOpened && kalkulator.ReadFromFile("X.txt", X,
errorFile);

```

```

61     allFilesOpened = allFilesOpened && kalkulator.ReadFromFile("tp.txt", tp,
errorFile);
62     if (allFilesOpened) {
63         std::cout << "Все файлы успешно открыты" << std::endl;
64         std::cout << "Выберите формулу для расчета EO: 0 - формула
Постникова, 1 - формула Тюрка" << std::endl;
65         std::cin >> ch; 66         std::cout << "Номер набора данных
;Константинов ;Шрейбер ;Ольдекоп ;Будыко ;Багров m=1 ;Багров m=2
;Постников ф.1 ;Постников ф.2 " << std::endl;
67         float EO;
68         for (int i = 0; i < e_mb.size(); ++i) {
69             EO = kalkulator.calculateEO(ch, tp[i], t[i]);
70             kalkulator.Konstantinov(e_mb[i], t[i], results, resultsSize);
71             kalkulator.Schreiber(X[i], EO, results, resultsSize);
72             kalkulator.Oldecop(EO, X[i], results, resultsSize);
73             kalkulator.Budyko(X[i], EO, results, resultsSize);
74             kalkulator.Bagrov(EO, X[i], results, resultsSize);
75             kalkulator.Postnikov(X[i], EO, results, resultsSize);
76             std::cout << (i + 1) << ";";
77             for (int j = 0; j < resultsSize; ++j) {
78                 std::cout << results[j] << ";";
79             }
80             std::cout << std::endl;
81             resultsSize = 0; } } // Обнуление размера массива результатов для
следующего набора данных
81     return 0;}

```

Листинг Б.1 – Программа для построения двумерной поверхности
обеспеченности на языке программирования *MATLAB*

```

lengthQ = exist('Q');
lengthE = exist('E');
if ~exist('Q') && ~exist('E')
    disp('Введите ряд стока ');
    Q = input('Сток = ');
    disp('Введите ряд испарения ');
    E = input('Испарение = ');
end
if exist('Q')==1 && exist('E')==1
    disp('Хотите оставить значение стока и испарения?');
    disp('Если да, то введите "1", если нет, то "2" ');
    mas = input('Оставить: ');
    if mas == 1
        end
    if mas == 2
        disp('Введите ряд стока ');
        Q = input('Сток = ');
        disp('Введите ряд испарения ');
        E = input('Испарение = ');
        if mas~=1 && mas~=2
            while mas==1 || mas==2
                if mas == 1
                    end
                if mas == 2
                    disp('Введите ряд стока ');
                    Q = input('Сток = ');
                    disp('Введите ряд испарения ');
                    E = input('Испарение = ');
                end
            end
        end
    end
    Qlength = length(Q);
    Elength = length(E);
    while Qlength~=Elength

```

```

disp('Error, ряды наблюдения разной длины')
disp('Введите ряд стока ');
Q = input('Сток = ');
disp('Введите ряд испарения ');
E = input('Испарение = ');
Qlength = length(Q);
Elength = length(E);
    end
end
% ряды по стоку Q
% ряды по испарению E
corrcoef(Q,E);
b=corrcoef(Q,E);
rQE=b(2,1); % коэффициент корреляции
% автокорреляция по Q и E
    LQ = length(Q); % Длина ряда Q
    LE = length(E); % Длина ряда E
    b1 = Q(1:LQ-1);
    b2 = Q(2:LQ);
    b3 = E(1:LE-1);
    b4 = E(2:LE);
    arQ1 = corrcoef(b1,b2);
    arQ = arQ1(2,1); % автокорреляция по Q
    arE1 = corrcoef(b3,b4);
    arE = arE1(2,1); % автокорреляция по E
% СКО стока и испарения
    SQ=std(Q);
    SE=std(E);
% средние значения
    Q1=mean(Q);
    E1=mean(E);
minQ = min(Q);
minE = min(E);
maxQ = max(Q);
maxE = max(E);
% Коэффициент вариации Cv для Q и E

```

```

CvQ = SQ/Q1;
CvE = SE/E1;
% Коэффициент асимметрии Cs для Q и E
CsQ = skewness(Q);
CsE = skewness(E);
% Погрешность СКО относительная для Q и E
ESQ = (CvQ/sqrt(LQ))*100;
ESE = CvE/sqrt(LE)*100;
% Погрешность Cv относительная для Q и E
ECvQ = ((1/(LQ+4*(CvQ^2))) * (sqrt(LQ*(1+(CvQ^2)))/2))*100;
ECvE = ((1/(LE+4*(CvE^2))) * (sqrt(LE*(1+(CvE^2)))/2))*100;
% Погрешность Cs относительная для Q и E
ECsQ = (1/CsQ)*(sqrt((6/LQ)*(1+(6*(CvQ^2)))+(5*(CvQ^4))))*100;
ECsE = (1/CsE)*(sqrt((6/LE)*(1+(6*(CvE^2)))+(5*(CvE^4))))*100;
%Подсчёт шага
stepQ = ((max(Q)-min(Q))/100);
stepE = ((max(E)-min(E))/100);
[X, Y] = meshgrid(minQ-25:stepQ:maxQ+25, minE-25:stepE:maxE+25);
a1=(-1/(2*(1-(rQE^2))))*(((X-Q1).^2)./(SQ^2))-((2*rQE).*(X-Q1).*(Y-
E1))./(SQ*SE)+((Y-E1).^2)./(SE^2));
h=(2*pi*SQ*SE);
m=(2.7183);
t=(rQE^2);
p=1./(h.*(1-(t.^0.5)).*(m.^((a1).^2)));
subplot(2,2,1);
mesh(X,Y,p);
xlabel('h, мм', 'FontAngle','i');
ylabel('E, мм', 'FontAngle','i');
zlabel('p', 'FontAngle','i');
a2=(-1/(2*(1-(rQE^2))))*(((Q-Q1).^2)./(SQ^2))-((2*rQE).*(Q-Q1).*(E-
E1))./(SQ*SE)+((E-E1).^2)./(SE^2));
h1=(2*pi*SQ*SE);
m1=(2.7183);
t1=(rQE^2);
p1=1./(h1.*(1-(t1.^0.5)).*(m1.^((a2).^2)));
hold on;
title('Теоретическая поверхность');

```

```

plot3(Q, E, p1, 'xk');
subplot(2,2,2);
dat = [Q, E];
hist3 (dat, [5 5], 'FaceAlpha', 0.50);
grid on;
xlabel('h', 'FontAngle','i');
ylabel('E', 'FontAngle','i');
zlabel('n', 'FontAngle','i');
title('Эмпирическая гистограмма');
set(gcf,'renderer','opengl');
subplot(2,2,3);
plot(Q, E, 'ob');
grid on;
ylabel('E, мм', 'FontAngle','i');
xlabel('h, мм', 'FontAngle','i');
title('Эллипс рассеивания');
E2= minE:10*stepE: maxE;
all_pQs1 = cell(length(E2), 1);
for i = 1:length(E2)
    tek_E2 = E2(i); % Текущее значение E2
    [X, Y] = meshgrid(minQ-25:stepQ:maxQ+25, tek_E2:0.1:(tek_E2 + 0.1));
    a=(-1/(2*(1-(rQE^2))).*(((X-Q1).^2)./(SQ^2))- ((2*rQE).*(X-Q1).*(Y-
E1))./(SQ*SE)+((Y-E1).^2)./(SE^2)));
    h=(2*pi*SQ*SE);
    m=(2.7183);
    t=(rQE^2);
    p6=1./(h.*(1-(t.^0.5)).*(m.^((a).^2)));
    subplot(2,2,4);
    mesh(X,Y,p6);
    xlabel('h, мм', 'FontAngle','i');
    ylabel('E, мм', 'FontAngle','i');
    zlabel('p', 'FontAngle','i');
    title('Условная плотность вероятности');
    view( [ 0 , 360 ] );
    p2 = sum(p6)/length(p6);
    p3 = p2'; % транспанируем p
    Qv = X(1, :); % Q с шагом

```

```

Qv2 = Qv' ; % транспанируем Q
Qvc = Qv2 .* p3 ;
Qs = sum(Qvc);
Qk = (100.*Qvc)./Qs; % процент
Qv1 = [Qv2 Qk]; % совмещаем столбцы
Qv3 = sortrows(Qv1,-1); % ранижируем
Qo = Qv3';
Qo1= Qo(1, :);
Qo2= Qo(2, :);
Qo3= Qo1' ; % отдельное Q
Qo4= Qo2' ; % отдельное P
pQs1 = cumsum(Qo4); % для текущего значения E2
all_pQs1{i} = pQs1; % сохраняем результат в массиве
end
E3 = arrayfun(@(x) repmat(x, length(Qo3), 1), E2, 'UniformOutput', false);
Eitog = E3';
Qitog = repmat({Qo3}, length(E2), 1);
Xmat = cell2mat(cellfun(@(c) c(:)', all_pQs1, 'UniformOutput', false));
Ymat = cell2mat(cellfun(@(c) c(:)', Eitog, 'UniformOutput', false));
Zmat = cell2mat(cellfun(@(c) c(:)', Qitog, 'UniformOutput', false));
figure;
mesh(Xmat, Ymat, Zmat);
grid on;
set(gca, 'XScale', 'log');
xlabel('P, %');
ylabel('E, мм');
zlabel('h, мм');
view(70, 15);
xlim([0.1, 99.9]);

```

Таблица В.1 – Исходные данные

р. Паша – д. Часовенское				р. Луга – г. Кингисепп			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм	Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	47,2	460	261	1951	77,9	507	192
1952	79,3	442	438	1952	101	476	249
1953	83,6	449	462	1953	122	497	301
1954	58,2	457	321	1954	73,7	492	182
1955	70,5	400	389	1955	90,2	447	222
1956	53,8	371	297	1956	82,1	413	202
1957	77,7	473	429	1957	127	508	313
1958	88,8	392	490	1958	86,3	436	213
1959	55,6	441	307	1959	80,3	496	198
1960	39,7	409	219	1960	67,1	445	165
1961	61,8	474	341	1961	93,9	522	231
1962	87,4	416	483	1962	153	448	377
1963	46,6	380	257	1963	67,7	424	167
1964	52,5	423	290	1964	51,8	463	128
1965	51	391	282	1965	59,6	428	147
1966	90,8	392	501	1966	123	433	303
1967	57,4	476	317	1967	87,6	510	216
1968	63,8	417	352	1968	99,3	451	245
1969	78,4	383	433	1969	77,8	426	192
1970	48,9	427	270	1970	71,9	460	177
1971	64,9	428	358	1971	82	492	202
1972	44,2	498	244	1972	52,7	532	130
1973	43,1	456	238	1973	40,2	504	99
1974	61,9	504	342	1974	101	535	249
1975	50,6	519	279	1975	85,6	570	211
1976	74,8	363	413	1976	79	413	195
1977	71,1	441	393	1977	85,7	476	211
1978	74,8	383	413	1978	121	421	298
1979	48,4	440	267	1979	90,8	479	224
1980	43,9	424	242	1980	95,7	461	236
1981	82,1	477	453	1981	120	499	296
1982	76,1	460	420	1982	123	512	303
1983	82,2	504	454	1983	109	548	269
1984	76,7	476	424	1984	106	514	261
1985	52,9	387	292	1985	107	425	264
1986	63,9	441	353	1986	135	489	333
1987	66,2	376	366	1987	162	415	399
1988	66,8	479	369	1988	111	520	273

Таблица В.2 – Исходные данные

р. Великая – д. Гуйтово				р. Сороть – д. Осинкино			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм	Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	82,3	545	194	1951	26,8	541	267
1952	91,5	511	215	1952	13,9	510	138
1953	110	519	259	1953	26,1	518	260
1954	63,4	514	149	1954	28,2	514	281
1955	111	506	261	1955	30,3	502	301
1956	130	447	306	1956	25,4	446	253
1957	131	542	308	1957	18,4	541	183
1958	118	496	278	1958	21,6	491	215
1959	75,8	526	178	1959	18,5	525	184
1960	90,4	492	213	1960	21,6	489	215
1961	77,5	548	182	1961	18,5	548	184
1962	139	490	327	1962	32,4	488	322
1963	64,3	461	151	1963	14,6	460	145
1964	42,4	502	100	1964	10,9	501	108
1965	67,5	458	159	1965	15,7	458	156
1966	102	497	240	1966	22,1	493	220
1967	83,6	547	197	1967	15,7	546	156
1968	105	486	247	1968	24,2	484	241
1969	61,1	458	144	1969	12,8	458	127
1970	72,3	498	170	1970	14,9	497	148
1971	64,3	537	151	1971	13,7	536	136
1972	48,3	553	114	1972	9,73	554	97
1973	49,7	540	117	1973	9,08	540	90
1974	73,8	554	174	1974	17,9	554	178
1975	79,2	628	186	1975	19,6	625	195
1976	58,6	462	138	1976	14,9	458	148
1977	68,3	515	161	1977	14,6	513	145
1978	130	469	306	1978	29,1	467	289
1979	86,5	510	204	1979	20,1	509	200
1980	85,3	485	201	1980	24,6	485	245
1981	100	539	235	1981	25,6	537	255
1982	104	549	245	1982	25,2	547	251
1983	107	589	252	1983	23,9	587	238
1984	71,7	542	169	1984	18,8	542	187
1985	107	466	252	1985	24,1	465	240
1986	119	533	280	1986	28,4	531	283
1987	158	453	372	1987	38,2	452	380
1988	107	552	252	1988	22,3	551	222

Таблица В.3 – Исходные данные

р. Сухона – г. Тотьма				р. Юг – д. Гаврино			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм	Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	276	420	250	1951	261	388	237
1952	298	418	270	1952	530	393	480
1953	416	415	377	1953	338	380	306
1954	283	420	256	1954	287	384	260
1955	438	366	397	1955	323	336	293
1956	317	342	287	1956	317	316	287
1957	397	452	360	1957	370	410	335
1958	380	361	344	1958	326	323	295
1959	310	390	281	1959	211	352	191
1960	195	383	177	1960	204	336	185
1961	392	425	355	1961	272	373	246
1962	375	397	340	1962	308	384	279
1963	219	343	198	1963	216	313	196
1964	229	391	208	1964	235	351	213
1965	281	353	255	1965	383	322	347
1966	424	356	384	1966	308	314	279
1967	215	441	195	1967	141	413	128
1968	328	374	297	1968	377	317	342
1969	367	325	333	1969	296	272	268
1970	234	398	212	1970	217	371	197
1971	211	384	191	1971	289	337	262
1972	198	443	179	1972	265	384	240
1973	176	411	159	1973	217	364	197
1974	142	474	129	1974	150	428	136
1975	187	475	169	1975	187	423	169
1976	355	337	322	1976	263	316	238
1977	291	418	264	1977	188	382	170
1978	488	351	442	1978	354	313	321
1979	282	397	256	1979	270	354	245
1980	306	390	277	1980	302	359	274
1981	319	475	289	1981	290	444	263
1982	290	430	263	1982	294	389	266
1983	289	471	262	1983	258	420	234
1984	276	433	250	1984	328	380	297
1985	237	371	215	1985	333	339	302
1986	395	403	358	1986	387	352	351
1987	350	354	317	1987	304	333	275
1988	239	442	217	1988	231	402	209

Таблица В.4 – Исходные данные

р. Яренга – с. Тохта				р. Вашка – д. Решельская			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм	Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	35,9	333	230	1951	172	321	285
1952	72,6	329	464	1952	250	310	415
1953	49,2	325	315	1953	195	314	324
1954	45,7	344	292	1954	157	336	261
1955	56,6	275	362	1955	197	258	327
1956	45,1	268	288	1956	169	260	281
1957	65,8	346	421	1957	264	336	438
1958	47,7	252	305	1958	217	234	360
1959	35	308	224	1959	165	302	274
1960	39,4	271	252	1960	145	260	241
1961	52,3	325	335	1961	224	319	372
1962	56	333	358	1962	196	318	325
1963	46,8	248	299	1963	165	237	274
1964	55,6	292	356	1964	230	276	382
1965	48,4	264	310	1965	177	251	294
1966	58	233	371	1966	265	217	440
1967	34,1	361	218	1967	166	349	276
1968	12,3	238	79	1968	185	227	307
1969	24	217	154	1969	197	206	327
1970	16,5	316	106	1970	189	308	314
1971	20,4	256	130	1971	230	240	382
1972	26,2	314	168	1972	167	313	277
1973	32,4	305	207	1973	178	294	295
1974	28,6	367	183	1974	113	357	188
1975	26	352	166	1975	177	342	294
1976	34,2	280	219	1976	213	269	354
1977	42,4	324	271	1977	123	309	204
1978	40,8	235	261	1978	172	217	285
1979	42,2	277	270	1979	184	262	305
1980	38,6	292	247	1980	156	266	259
1981	51,7	366	331	1981	204	337	339
1982	46,7	319	299	1982	194	303	322
1983	55,3	338	354	1983	230	320	382
1984	43,3	319	277	1984	180	309	299
1985	48,7	263	312	1985	149	242	247
1986	56,3	286	360	1986	208	276	345
1987	63,4	271	406	1987	205	252	340
1988	25,3	341	162	1988	141	324	234

Таблица В.5 – Исходные данные

р. Сызранка – с. Репьевка				р. Дема – д. Бочкарева			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм	Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	14,1	548	102	1951	35,8	484	90
1952	11,9	570	86	1952	24,5	506	62
1953	10,5	529	76	1953	35	478	88
1954	10,7	535	77	1954	29,8	472	75
1955	19,2	551	138	1955	24,1	486	61
1956	10,1	478	73	1956	25	432	63
1957	16,3	582	117	1957	68,4	514	173
1958	12,2	491	88	1958	58,1	444	147
1959	11,2	469	81	1959	42	406	106
1960	14,9	481	107	1960	35,4	403	89
1961	19,3	520	139	1961	33,1	458	84
1962	14	544	101	1962	37,7	471	95
1963	12,2	465	88	1963	62,8	426	158
1964	15,2	478	109	1964	58,6	401	148
1965	12,2	470	88	1965	66,2	422	167
1966	11,6	521	84	1966	49	429	124
1967	9,4	544	68	1967	21,2	493	53
1968	13,3	476	96	1968	28,5	414	72
1969	10,2	412	73	1969	28,4	350	72
1970	14,4	500	104	1970	53,8	442	136
1971	12,8	527	92	1971	41,6	460	105
1972	8,03	530	58	1972	43,4	421	109
1973	11,2	525	81	1973	33,6	443	85
1974	14	529	101	1974	43,7	459	110
1975	10,7	598	77	1975	23,5	529	59
1976	12,1	420	87	1976	42,8	368	108
1977	16,9	526	122	1977	58,2	450	147
1978	15	477	108	1978	62,4	420	157
1979	22,7	533	163	1979	28,6	455	72
1980	17,5	498	126	1980	38,6	424	97
1981	14,5	577	104	1981	44,1	512	111
1982	13,4	539	96	1982	36,9	480	93
1983	13,9	572	100	1983	42,1	512	106
1984	8,92	533	64	1984	77,3	456	195
1985	15	511	108	1985	56,8	446	143
1986	12,3	514	89	1986	49,9	435	126
1987	15,5	451	112	1987	68,4	411	173
1988	14,2	540	102	1988	87,5	497	221

Таблица В.6 – Исходные данные

р. Чепца – с. Полом				р. Печора – с. Троицко-Печорск			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм	Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	38	427	202	1951	451	300	400
1952	20,3	441	108	1952	532	278	471
1953	24,6	425	131	1953	456	277	404
1954	22,3	418	119	1954	480	294	425
1955	42	412	223	1955	479	239	424
1956	39,2	368	208	1956	520	233	461
1957	46,2	459	246	1957	522	286	462
1958	40,1	394	213	1958	574	227	508
1959	39,5	382	210	1959	525	262	465
1960	33,2	366	177	1960	379	211	336
1961	43,2	415	230	1961	530	286	469
1962	33,2	429	177	1962	591	312	524
1963	34,6	363	184	1963	515	214	456
1964	30,7	385	163	1964	520	235	461
1965	44,3	368	236	1965	688	237	609
1966	53,1	378	282	1966	632	207	560
1967	24	460	128	1967	527	335	467
1968	49,2	365	262	1968	527	203	467
1969	35,5	308	189	1969	550	179	487
1970	37,8	406	201	1970	454	260	402
1971	39,1	404	208	1971	545	228	483
1972	35,8	394	190	1972	530	230	469
1973	31	417	165	1973	518	269	459
1974	45,4	446	241	1974	552	312	489
1975	20,6	478	110	1975	531	306	470
1976	42,2	355	224	1976	516	258	457
1977	38,6	420	205	1977	457	273	405
1978	24,6	374	131	1978	642	212	569
1979	20,8	415	111	1979	700	234	620
1980	32,8	403	174	1980	416	264	369
1981	35,7	483	190	1981	507	339	449
1982	25,8	436	137	1982	445	270	394
1983	35,6	468	189	1983	688	308	609
1984	46,7	409	248	1984	543	261	481
1985	31,7	406	169	1985	602	241	533
1986	35,3	385	188	1986	649	239	575
1987	61,5	388	327	1987	526	243	466
1988	46,9	465	249	1988	395	321	350

Таблица В.7 – Исходные данные

р. Ижма – с. Усть-Ухта				р. Ухта – г. Ухта			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм	Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	119	311	250	1951	35,2	311	259
1952	198	300	416	1952	62,8	299	462
1953	144	300	303	1953	45	300	331
1954	134	322	282	1954	38,1	322	280
1955	145	251	305	1955	46,3	249	340
1956	141	251	296	1956	37,4	251	275
1957	163	311	343	1957	50,6	311	372
1958	169	230	355	1958	51,5	229	379
1959	125	286	263	1959	34,4	286	253
1960	127	234	267	1960	41,9	234	308
1961	150	307	315	1961	49,6	307	365
1962	146	320	307	1962	50,1	320	368
1963	138	222	290	1963	36,8	222	271
1964	163	253	343	1964	53,4	253	393
1965	185	239	389	1965	51,7	239	380
1966	181	214	381	1966	62,3	214	458
1967	126	343	265	1967	41,1	343	302
1968	132	210	278	1968	45,5	210	334
1969	156	190	328	1969	46,4	190	341
1970	116	280	244	1970	38,1	279	280
1971	144	232	303	1971	43,8	232	322
1972	149	266	313	1972	46,7	265	343
1973	138	275	290	1973	41,3	275	304
1974	148	331	311	1974	46,5	331	342
1975	129	315	271	1975	38,7	314	284
1976	154	269	324	1976	44,9	269	330
1977	128	300	269	1977	41,9	300	308
1978	171	212	360	1978	49,5	212	364
1979	170	246	357	1979	46,9	246	345
1980	116	260	244	1980	36	259	265
1981	141	342	296	1981	44,5	341	327
1982	166	284	349	1982	51,9	284	382
1983	197	309	414	1983	53,5	308	393
1984	150	283	315	1984	44,8	283	329
1985	145	238	305	1985	41,5	238	305
1986	186	254	391	1986	51,4	254	378
1987	168	246	353	1987	49,6	246	365
1988	103	319	217	1988	30,9	318	227

Таблица В.8 – Исходные данные

р. Цильма – с. Трусово			
Год	Q , м ³ /с	E , мм	h , мм
1951	275	278	415
1952	231	252	349
1953	195	271	294
1954	214	306	323
1955	191	220	288
1956	217	234	327
1957	281	277	424
1958	279	196	421
1959	183	274	276
1960	164	213	247
1961	248	281	374
1962	260	284	392
1963	252	202	380
1964	240	234	362
1965	242	219	365
1966	298	183	450
1967	216	324	326
1968	187	187	282
1969	217	169	327
1970	195	260	294
1971	236	207	356
1972	262	266	395
1973	261	251	394
1974	247	309	373
1975	254	295	383
1976	251	253	379
1977	181	258	273
1978	186	178	281
1979	261	210	394
1980	164	214	247
1981	260	284	392
1982	245	239	370
1983	291	258	439
1984	196	270	296
1985	138	201	208
1986	213	227	321
1987	222	210	335
1988	182	274	275

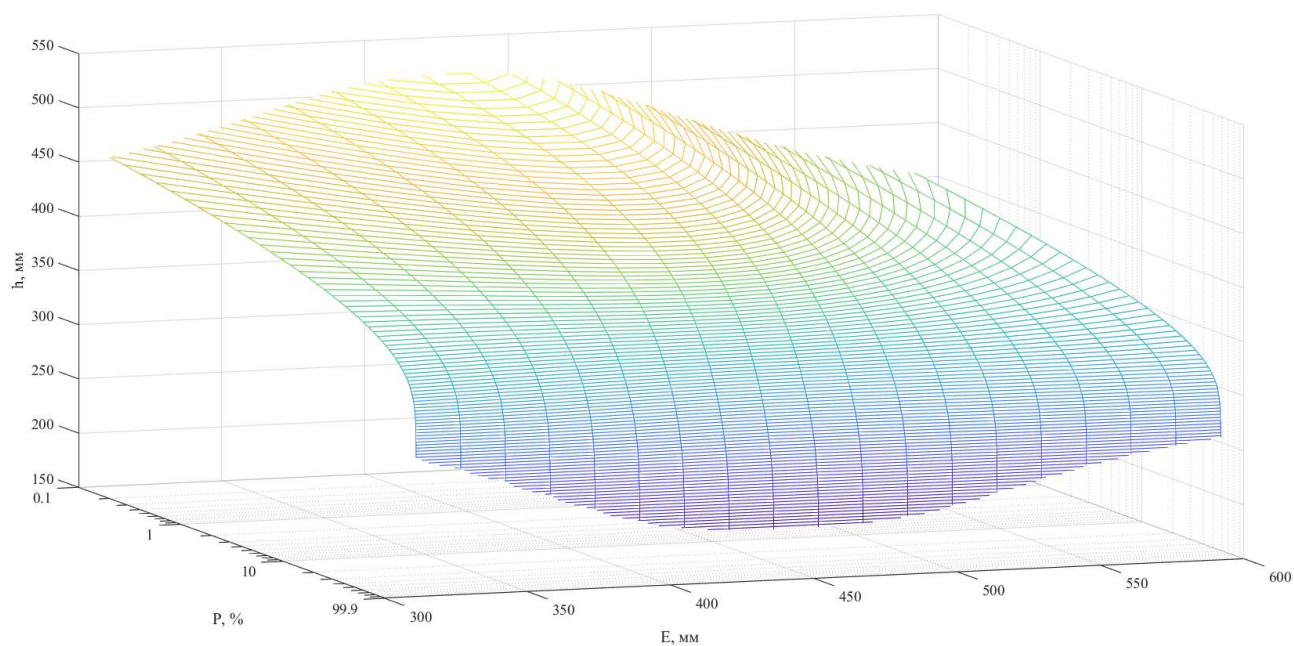


Рисунок Г.1 – Поверхность обеспеченности р. Паша – д. Часовенское

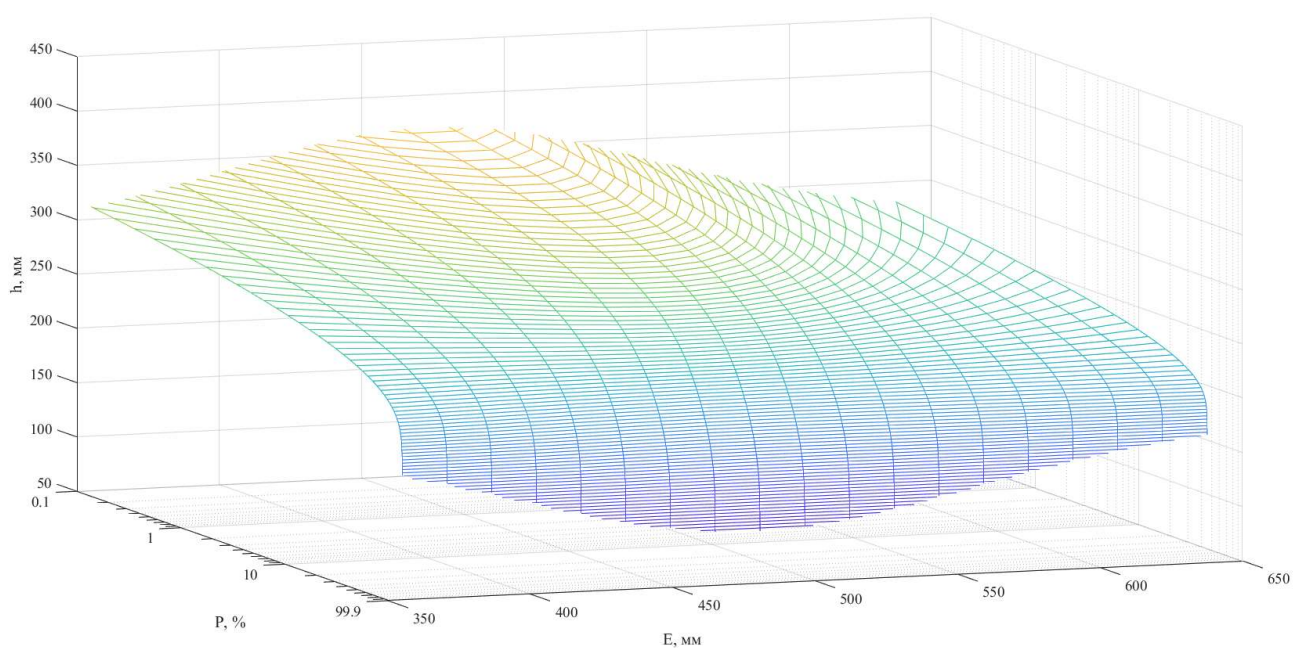


Рисунок Г.2 – Поверхность обеспеченности р. Луга – г. Кингисепп

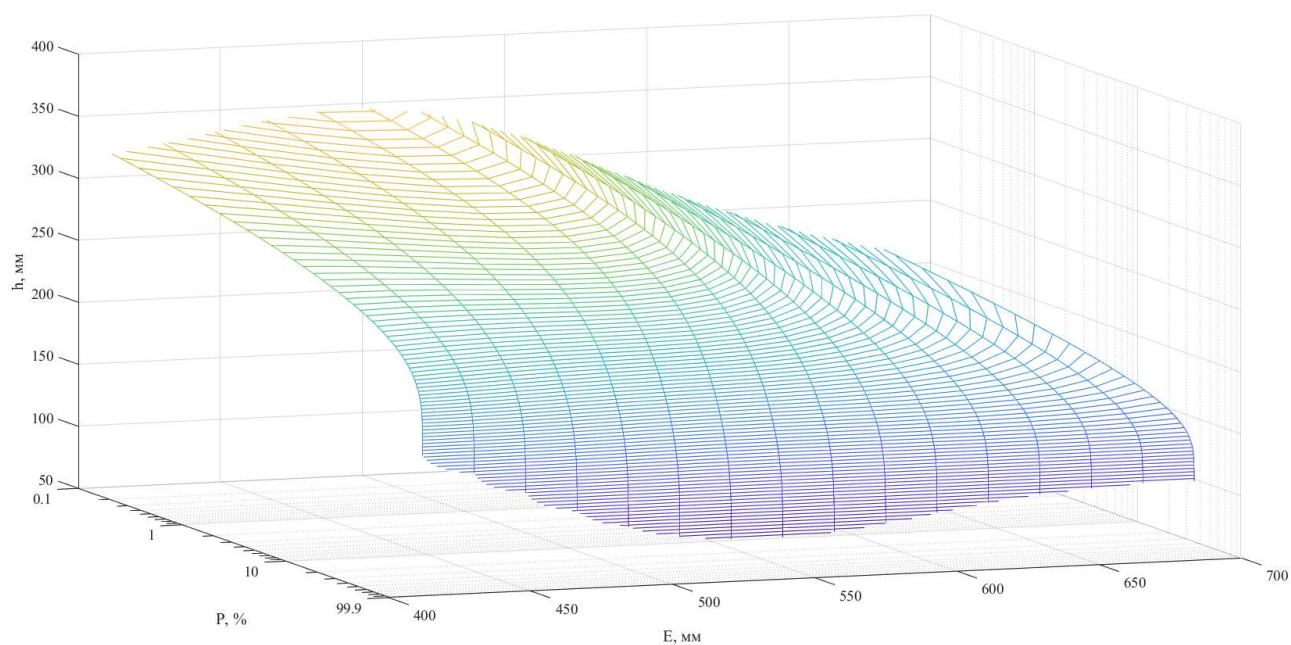


Рисунок Г.3 – Поверхность обеспеченности р. Великая – д. Гуйтово

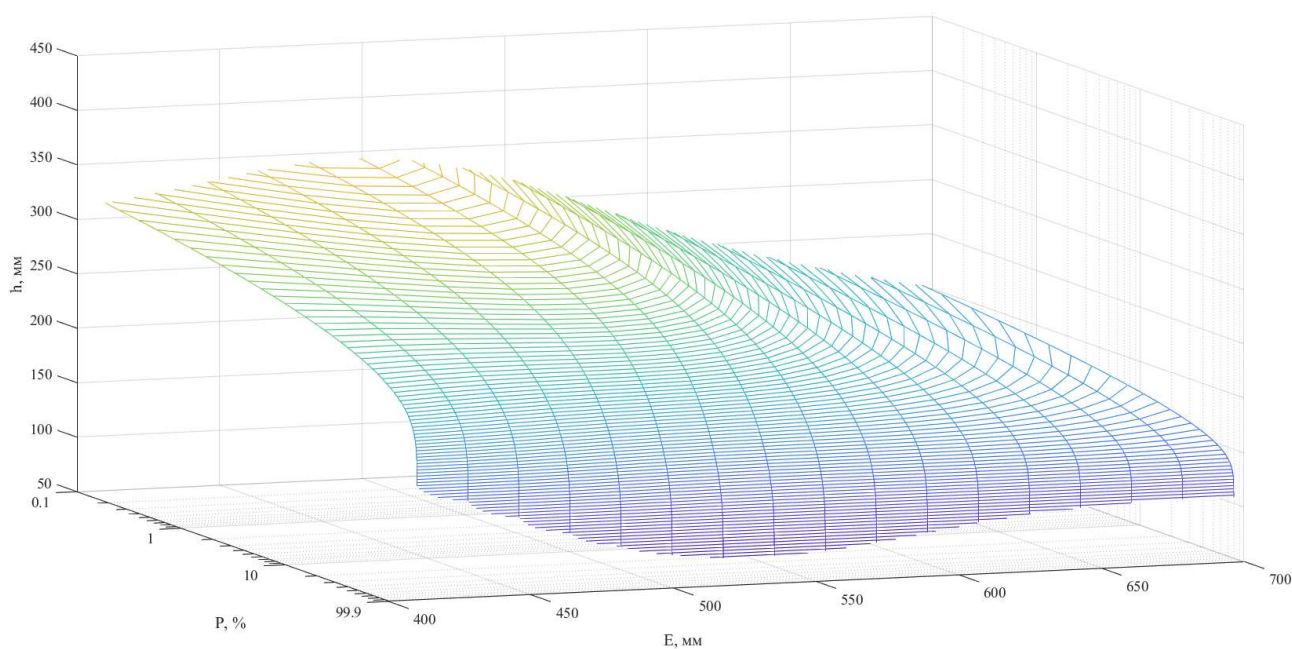


Рисунок Г.4 – Поверхность обеспеченности р. Сороть – д. Осинкино

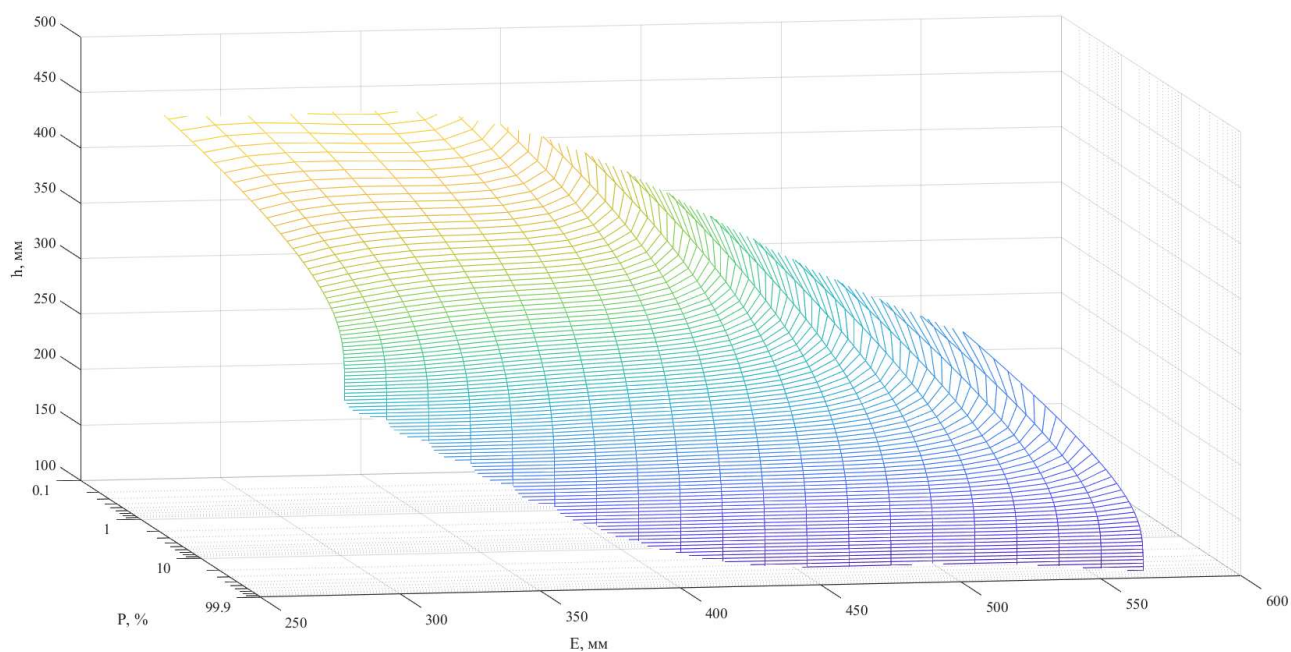


Рисунок Г.5 – Поверхность обеспеченности р. Сухона – г. Тотьма

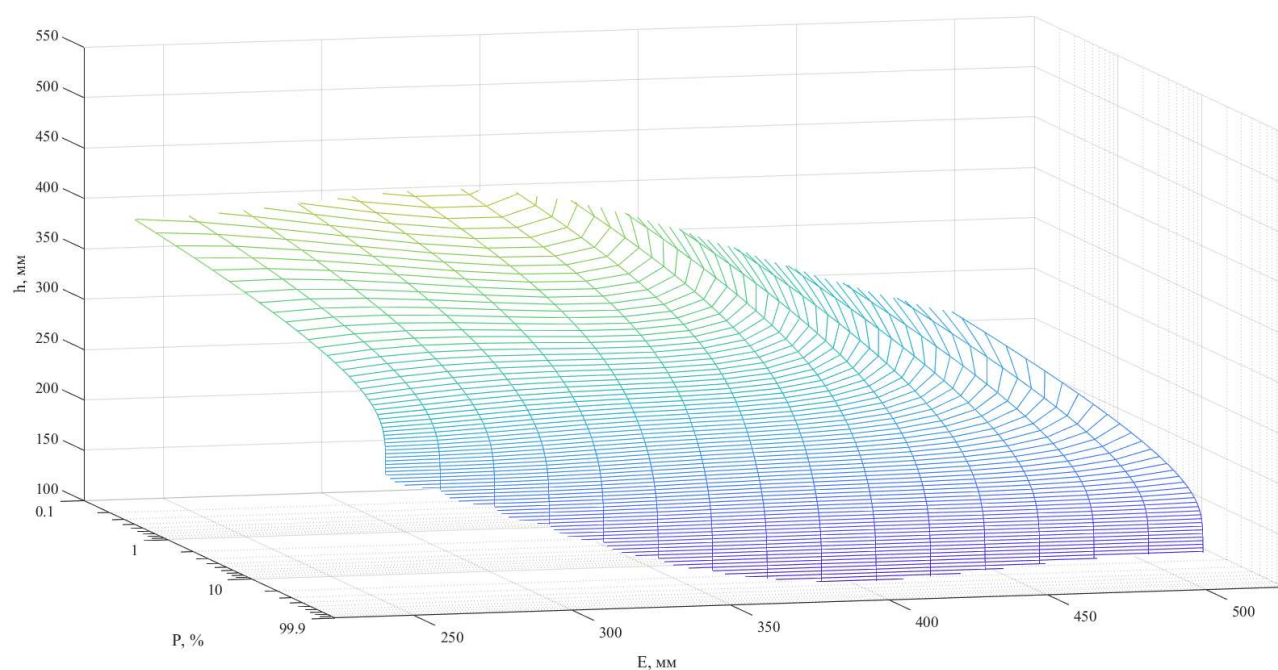


Рисунок Г.6 – Поверхность обеспеченности р. Юг – д. Гаврино

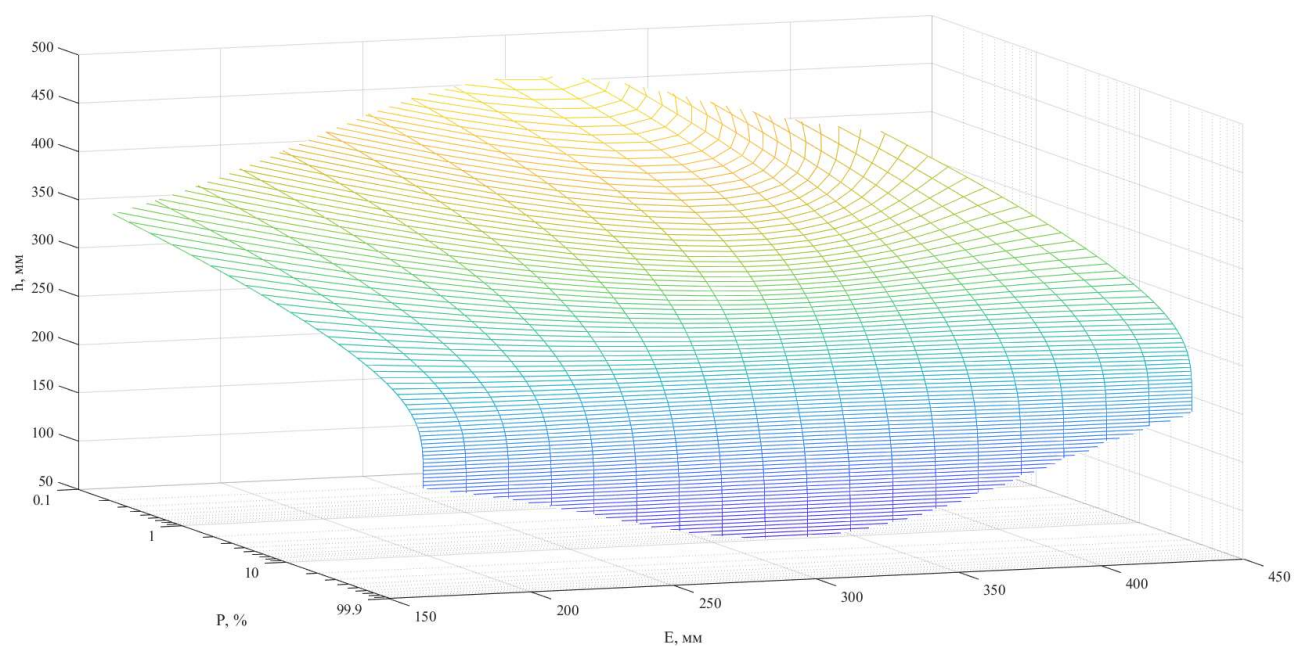


Рисунок Г.7 – Поверхность обеспеченности р. Яренга – с. Тохта

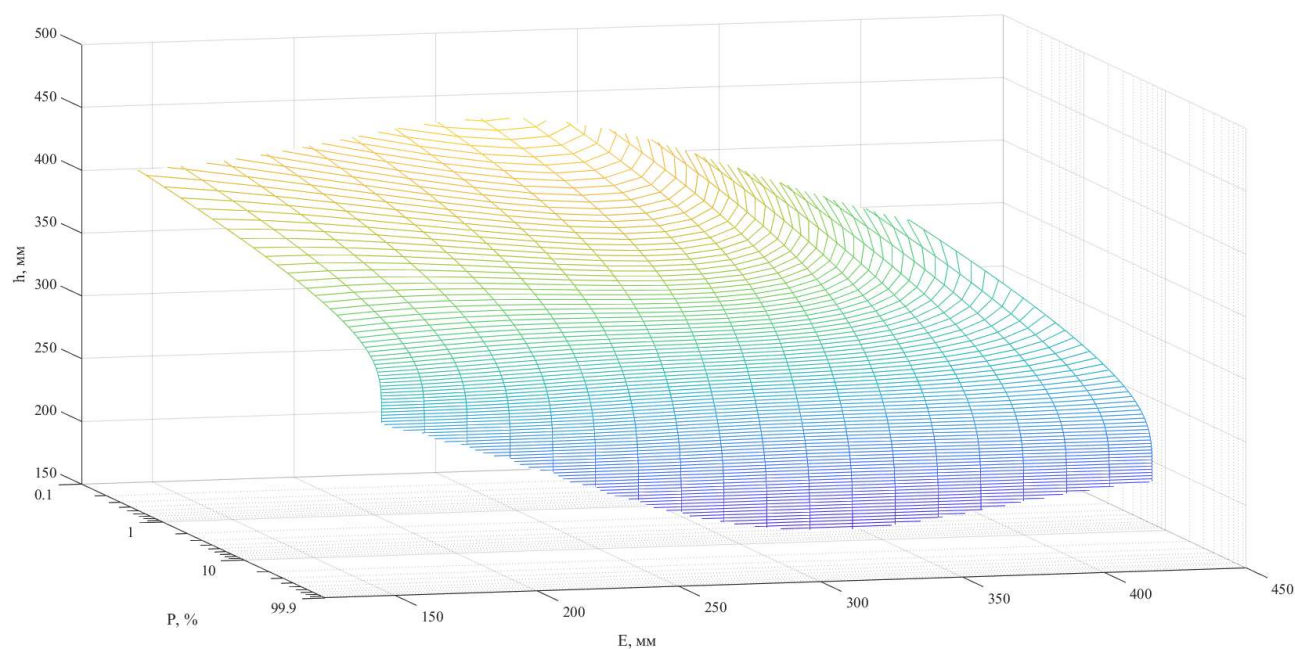


Рисунок Г.8 – Поверхность обеспеченности р. Вашка – д. Решельская

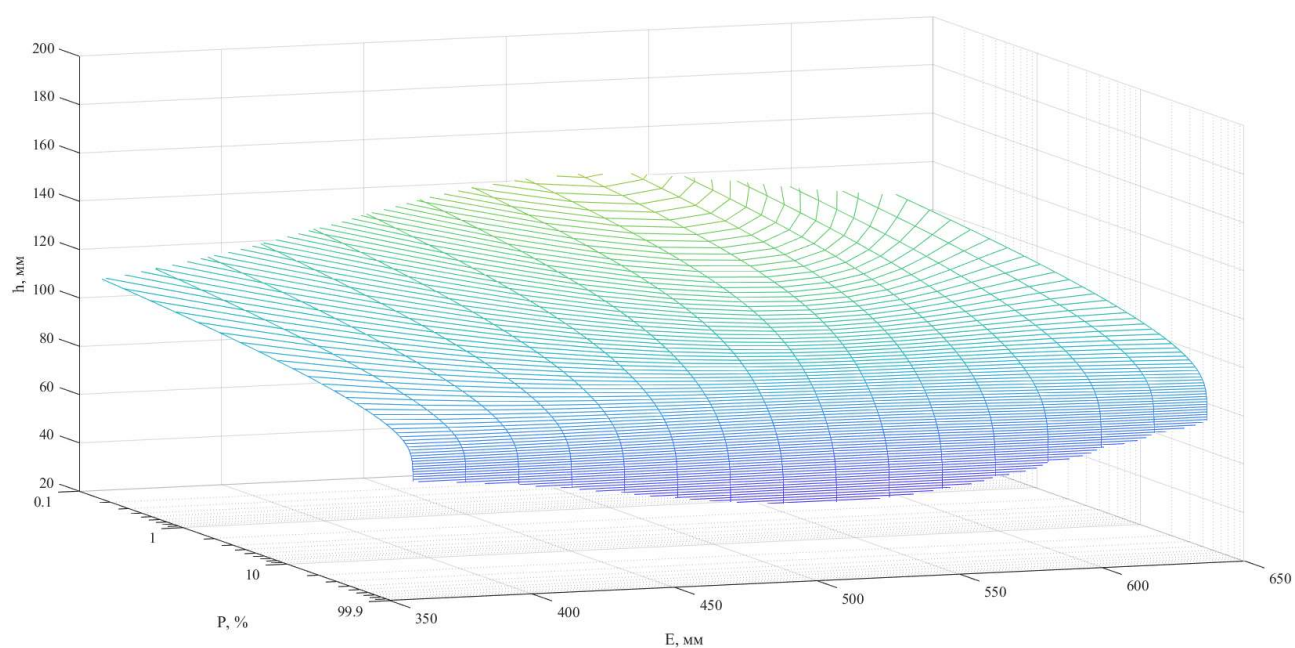


Рисунок Г.9 – Поверхность обеспеченности р. Сызранка – с. Репьевка

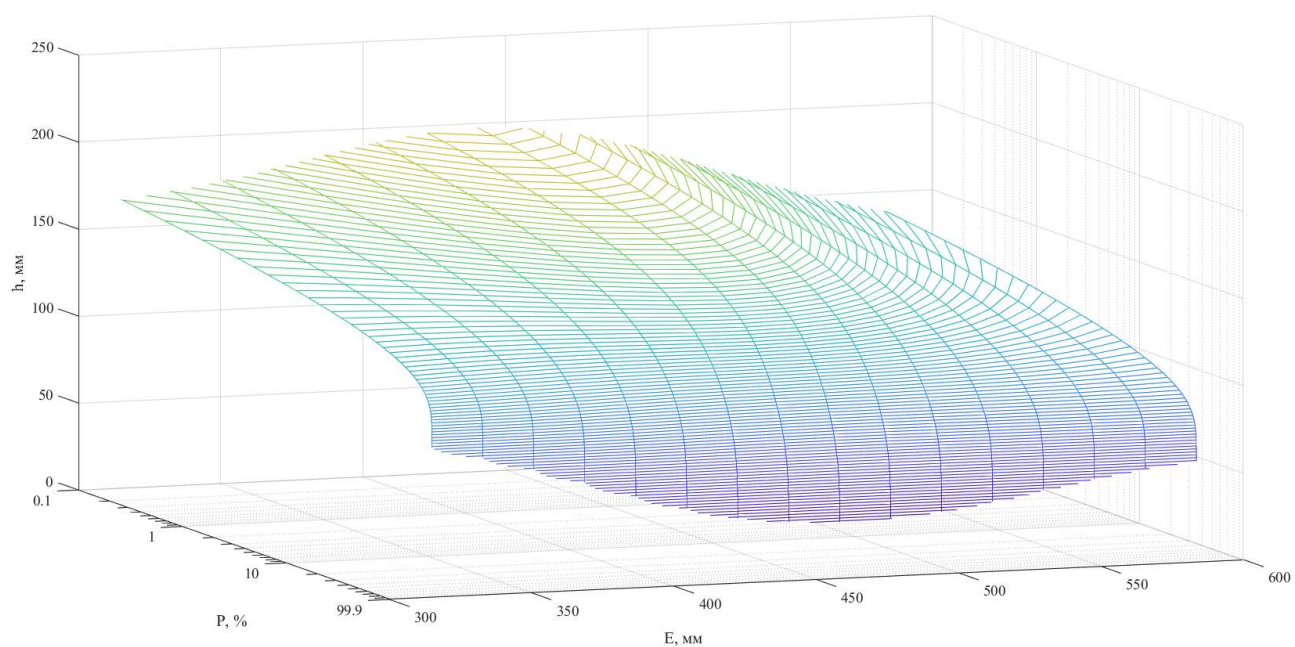


Рисунок Г.10 – Поверхность обеспеченности р. Дема – д. Бочкарева

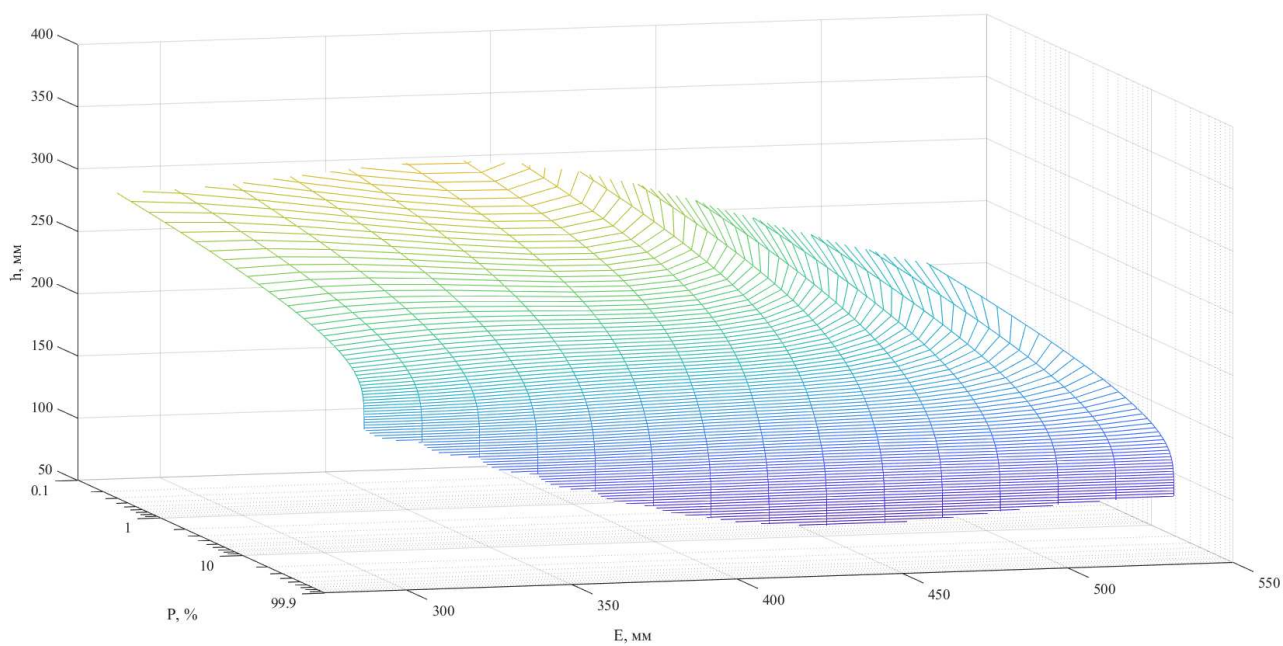


Рисунок Г.11 – Поверхность обеспеченности р. Чепца – с. Полом

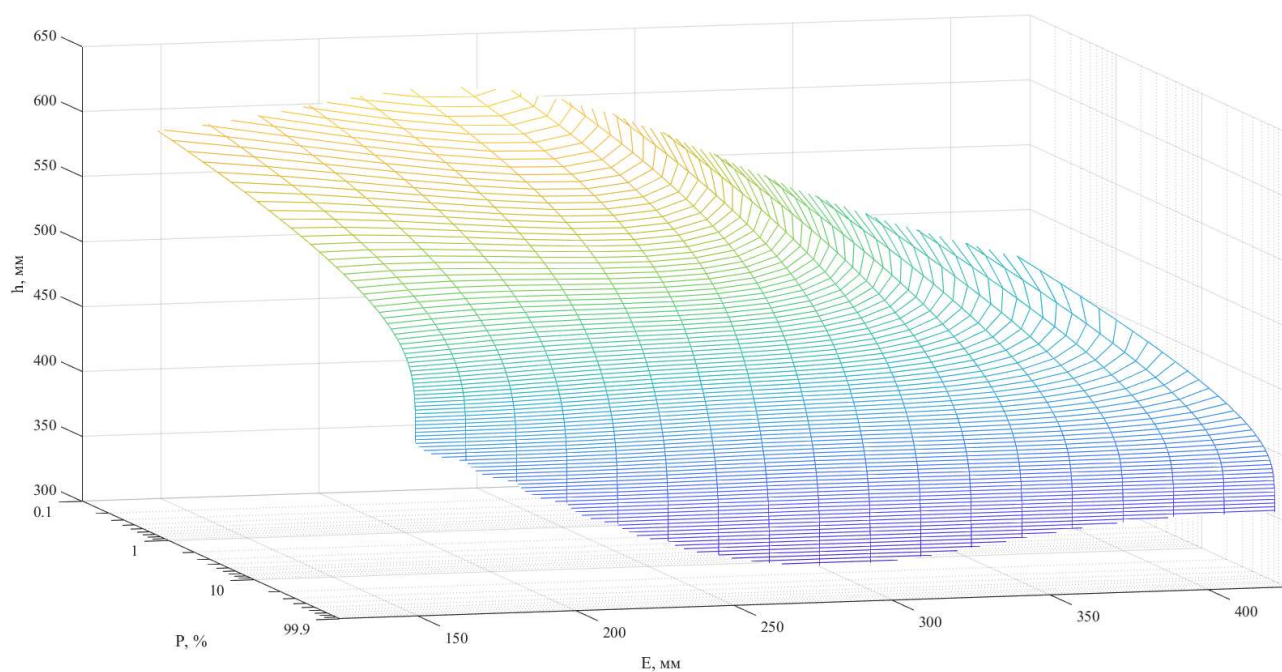


Рисунок Г.12 – Поверхность обеспеченности р. Печора – с. Троицко-Печорск

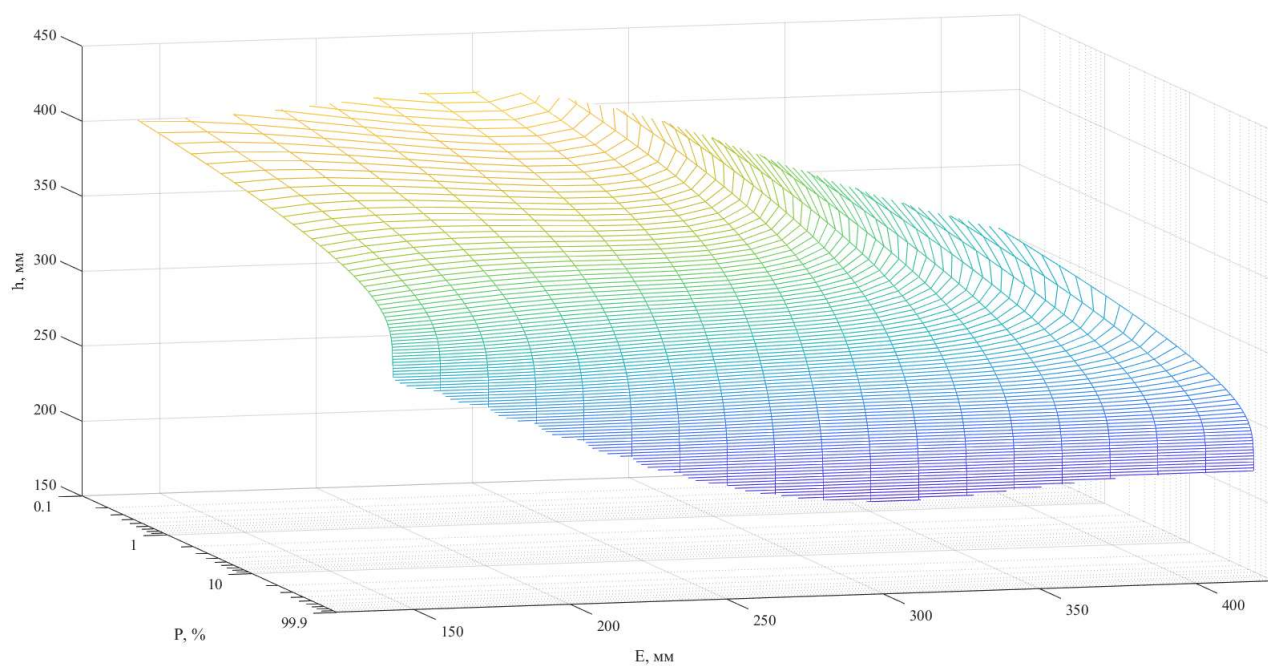


Рисунок Г.13 – Поверхность обеспеченности р. Ижма – с. Усть-Ухта

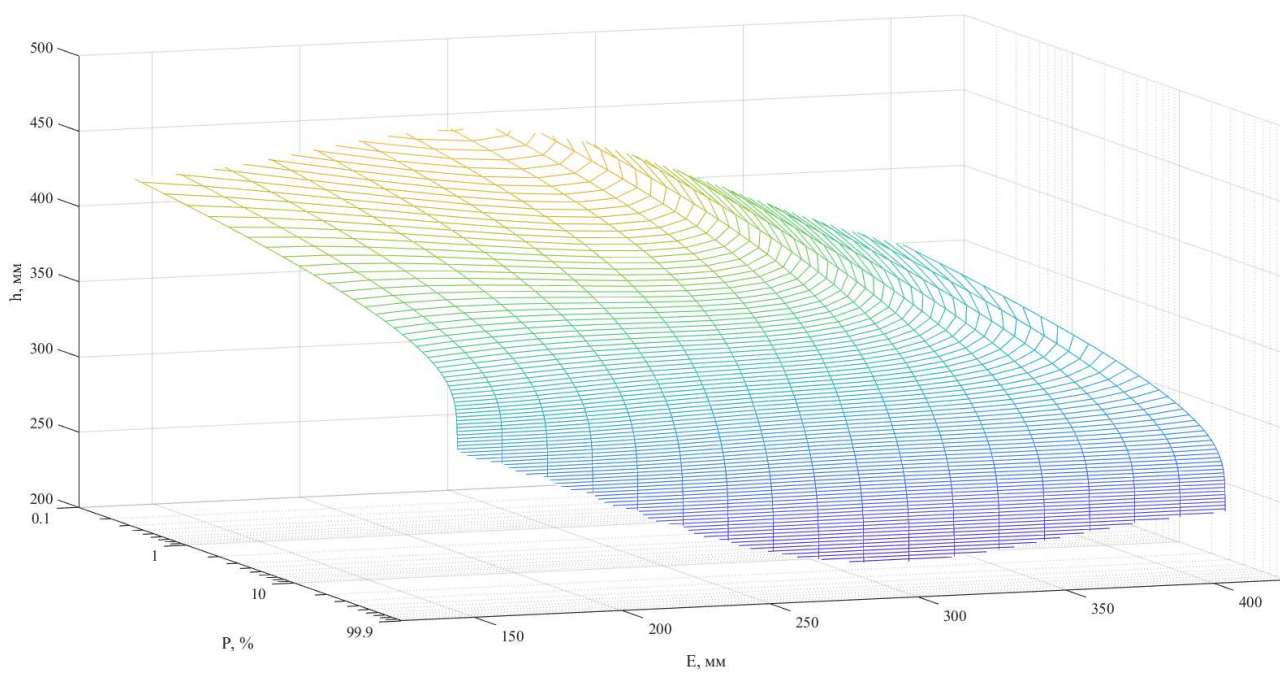


Рисунок Г.14 – Поверхность обеспеченности р. Ухта – г. Ухта

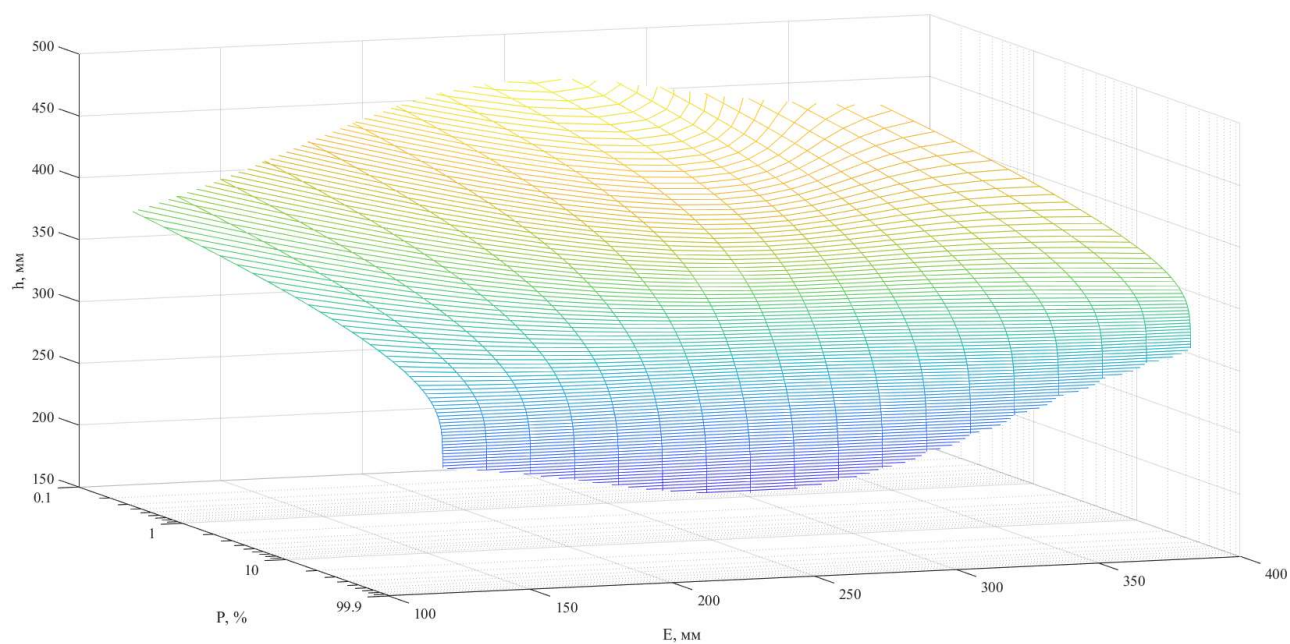


Рисунок Г.15 – Поверхность обеспеченности p . Цильма – с. Трусово