



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра инженерной гидрологии

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(бакалаврская работа)

На тему **Уровенный режим**
Онежского озера

Исполнитель Боброва Татьяна Николаевна
(фамилия, имя, отчество)

Руководитель д.г.н профессор
(ученая степень, ученое звание)

Мякишева Наталья Вячеславовна
(фамилия, имя, отчество)

« защите допускаю»
Заведующий кафедрой

(подпись)

К.Т.Н. ДОЦЕНТ

(ученая степень, ученое звание)

Хаустов Виталий Александрович
(фамилия, имя, отчество)

20 05 2024г.

Санкт-Петербург
2024

Содержание

Введение.....	3
1. Физико-географическая характеристика Онежского озера.....	5
1.1 Особенности Онежского озера.....	5
1.2 Рельеф и морфометрия озера.....	7
1.3 Геологическое строение и донные отложения.....	10
1.4 Климат.....	13
1.5 Гидрография.....	14
1.6 Гидрологический режим.....	16
2. Методы анализа.....	18
2.1. Квантильный анализ.....	18
2.2. Регрессионный анализ.....	20
2.3. Фильтрация Баттерворта.....	21
2.4 Методы теории периодически коррелированных случайных процессов (ПКСП).....	24
3. Особенности многолетней изменчивости уровней воды озера.....	26
4. Особенности внутригодовых колебаний уровня озера.....	34
Заключение.....	41
Список литературы.....	42
Приложение.....	44

Введение

Объектом исследования в данной работе является Онежское озеро, расположенное на северо-западе Европейской части России, в административных границах Республики Карелия, Ленинградской и Вологодской областях. Оно является вторым по величине озером в Европе после Ладожского, его объем составляет 295 км^3 , площадь зеркала – 9720 км^2 , а максимальная глубина – 127 м. Площадь водосборного бассейна озера равна 53100 км^2 . Более 1000 водотоков впадают в озеро, самыми большими из них являются Водла и Суна протяженностью 149 км и 282 км соответственно.

«Онежское озеро соединяется с Балтийским морем через реку Свирь, которая представляет собой единственную вытекающую реку из озера. Она является частью Волго-Балтийского водного пути имени В.И.Ленина, соединяющего бассейны Каспийского и Балтийского морей. В 1952 г. на реке Свири была построена Верхне-Свирская ГЭС и Онежское озеро превратилось в энергетическое водохранилище». [6]

Онежское озеро относится к водоемам замедленного водообмена. Период водообмена составляет 10 лет – за это время объем воды в озере полностью обновляется.

Результирующие водного баланса, к основным элементам которого относятся осадки, водообмен с подземными водоносными горизонтами, испарение и сток притоков и вытекающих водотоков, определяют такие показатели водного режима как внутригодовая и многолетняя динамика уровня воды водоема. Уровни озер не только фиксируют водные ресурсы территорий, но и являются интегральными показателями увлажненности водосборов и изменений климата на обширных пространствах. Также изменчивость уровня воды в озерах отражает суммарное антропогенное влияние в их бассейнах, что может сказаться на судоходстве, рыболовстве и

других промышленных отраслях экономики, а также на изменении качества воды и трофического статуса водных экосистем. [2]

Цель данной работы состоит в изучении и оценки уровня режима Онежского озера. Актуальность определяется необходимостью обоснования принципов рационального использования озерного фонда и обязательного учета перспектив изменения запаса и качества воды в гидрологических объектах замедленного водообмена при планировании их хозяйственного использования.

Для установления внутригодовых колебаний используются средние месячные значения, анализ многолетней изменчивости производится с помощью средних годовых величин.

1. Физико-географическая характеристика Онежского озера

1.1 Особенности Онежского озера

Онежское озеро расположено в зоне Европейского Севера России, административная акватория озера принадлежит трем субъектам Российской Федерации – Ленинградской, Вологодской областям и Республике Карелия. На территории Карелии находится наибольшая часть водосбора озера 86,1%, остальная часть распределена между двумя областями (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Территориально-административное распределение площадей Онежского озера

Наименование региона	Всего, км ²	Карелия	Вологодская область	Ленинградская область
Общая площадь	9943	8593	1197	153
Острова	251	243	3	-
Зеркало	9693	8345	1194	153

Озеро является узловым звеном на путях соединения 4 морей: Балтийского, Белого, Каспийского и Черного.

Бассейн Онежского озера расположен между параллелями северной широты 60° 25' – 63° 34' и меридианами восточной долготы 31° 37' – 37° 59', озеро асимметрично, имеет вытянутую по линии северо-запада форму, с расширением на севере и сужением на юге.

Северная часть бассейна характеризуется многочисленными извилистыми заливами: Повенецкий, Заонежский, Большое и Малое Онего. В то время как южная часть представляет собой гладкую береговую линию. Этот ландшафт значительно увеличивает протяженность береговой линии (Рисунок 1.1).

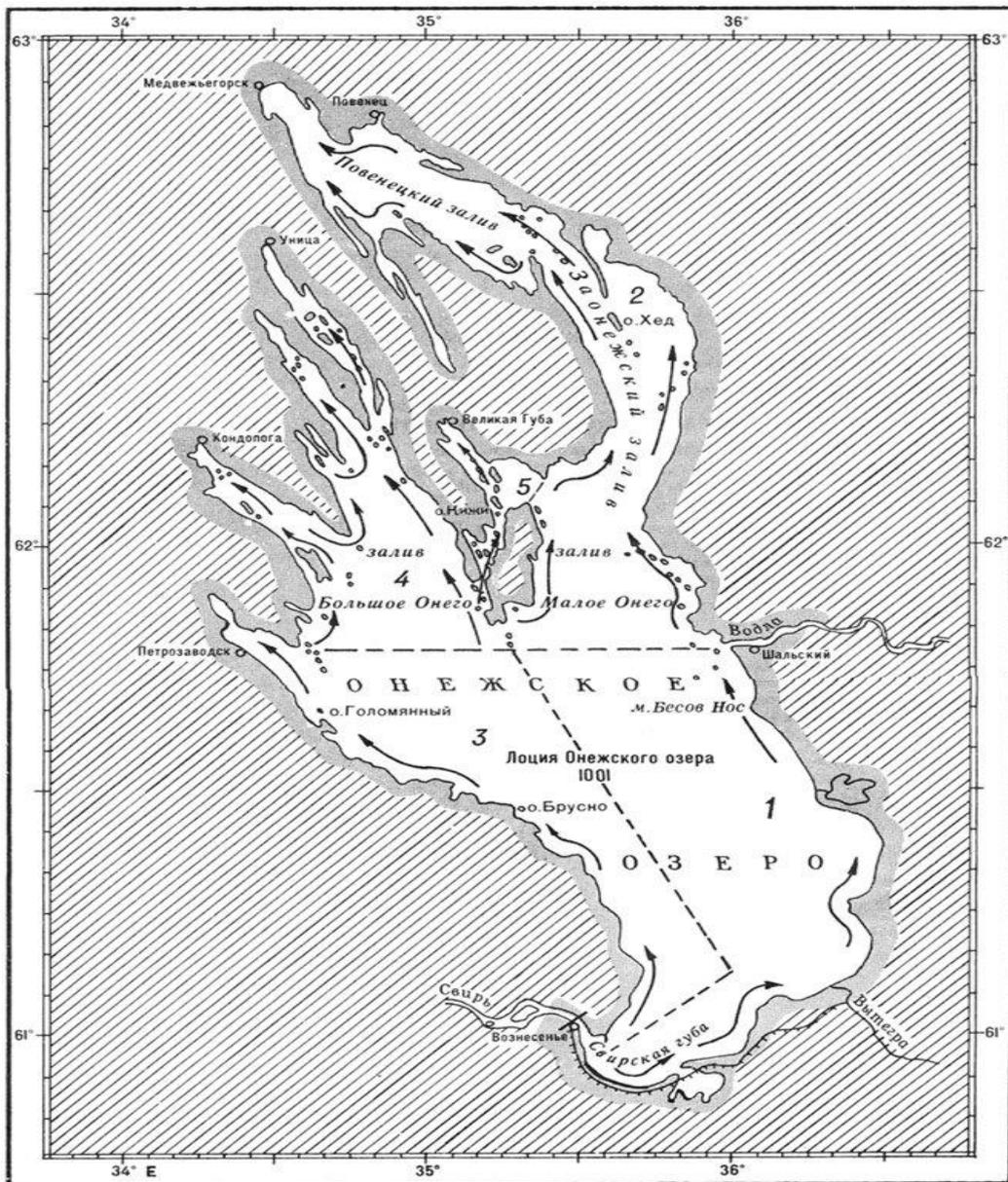


Рисунок 1.1 – Схема Онежского озера

1.2 Рельеф и морфометрия озера

Морфометрия Онежского озера крайне сложная. Согласно определениям Ф.А. Черняевой, общая длина береговой линии озера составляет 1810 км, на северную часть приходится 1230 км (коэффициент извилистости 0,41) и на южную – 580 км (0,12). Общая площадь островов 250,7 км², а число размером больше 1 га – около 200. Наибольшая островистость у губ Великая и Кондопожская. Самые крупные острова: Бол. Клименецкий (147, 4 км), Большой Леликовский (21,2 км²) и Суйсари (16,8 км²) (Таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Основные морфометрические характеристики Онежского озера

Характеристика	Онежское озеро
Высота над уровнем моря, м	33,3
Площадь водосбора, км ²	53 100
Площадь общая, S _{общ} , км ²	9 720
Площадь зеркала, км ²	9 777
Объем, км ³	295
Средняя глубина, Н _{ср.} , м	30
Максимальная глубина, Н _{max} , м	120
Максимальная длина, км	290
Максимальная ширина, км	82
Относительная глубина **	0,11%
Направление главных осей	ССЗ-ЮЮВ
Длина береговой линии L, км	1810

Происхождение озера объясняет его витиеватость, оно связано с древними тектоническими расколами, сформировавшимися в третичный период и ориентированными в широтном направлении в северной части Карелии. Эти разломы послужили основой для возникновения цепи озер и возвышенностей, которые в четвертичный период стали ложем наступающего ледника. Под воздействием движения ледника,

многочисленные скалы и гряды, сложенные твердыми кристаллическими породами, подверглись экзарации, что привело к образованию отполированных выступов пород округло-выпуклой формы, известных как «курчавые скалы». Кроме того, сформировались отчетливо выраженные крутые склоны, получившие название «бараньи лбы». В послеледниковый период деятельность талых вод обусловила формирование песчаных равнин, извилистых гряд – озов и симметричных холмов – камов. В районах крупных тектонических впадин образовались озера, к числу которых относится и Онежское озеро. Его бассейн характеризуется наличием свежих следов четвертичного оледенения, что делает его ценным объектом для изучения геологических процессов, сформировавших современный ландшафт.

Изрезанность берегов Онежского озера неравномерна. Его Северная часть, являясь продолжением горных кряжей Карелии, отличается крупными разломами земной коры, что обуславливает сильную изрезанность северной береговой линии и образование многочисленных заливов, губ и бухт. Наиболее значимыми являются Повенецкий, Малое Онего и Заонежский заливы, через которые проходит путь, соединяющий Белое море с Онежским озером посредством Беломорско-Балтийского канала. В северной части расположены крупнейшие из губ озера: Кондопожская, Уницкая, Петрозаводская.

Южная часть озера характеризуется слабо изрезанной береговой линией. Здесь присутствует относительно крупная Свирская губа и несколько бухт, глубины которых не превышают 50 метров, а рельеф дна однороден.

Рельеф северной и южной частей бассейна существенно различается как по абсолютным, так и по относительным высотам. Анализ мелкомасштабных карт позволяет проследить распределение основных изогипс.

К югу от Онежского озера проходит изогипса в 150 м, которая начинается у краев южных возвышенностей, относящихся к карбонному глинтю, и тянется на северо-восток, огибая Онежское озеро. Вдоль

восточного побережья озера расположились каменистые гряды высотой до 200 м, ориентированные в северном направлении и разграничивающие бассейн Онежского озера и реки Онеги. На крайнем севере примыкает Выгозерская впадина, северо-западный угол бассейна расположен на Западно-Карельских возвышенностях, средняя высота которых 200 м. Вдоль юго-западного берега тянется Шокшинская гряда.

Характерной особенностью рельефа является чередование высоких и протяженных кряжей, вытянутых в северо-западном направлении, с узкими ложбинами, в которых располагаются небольшие озера и болота.

«Рельеф дна озера в целом повторяет рельеф прилегающей суши: изобаты 10, 15 и 20 следуют очертаниям берега, четко выделяются северная и южная части с границей по линии Петрозаводск – устье р. Водлы. Южная часть имеет сравнительно ровное дно с обширным плато на глубинах 50-60 м. Постепенно глубины уменьшаются к югу, а изобата 30 м. отходит от берега. Исключением является Шокшинский участок с глубинами до 50 м. Северная часть озера отличается сложным и контрастным рельефом с большими перепадами глубин. В целом преобладают глубины от 20 до 60 м, на долю которых приходится 57% площади озера. Наибольшая часть объема – 85, 5% заключена на участках с глубинами до 40 м». (Таблица 1.3) [3]

Таблица 1.3 – Распределение поверхности и водной массы Онежского озера по ступеням глубин

Ступени глубин, м	Поверхность		Объем	
	км ²	% к общей	км ³	% к общему
0-5	925,9	9,6	46,1	15,8
5-10	914,5	9,4	41,6	14,3
10-15	870,6	9,0	37,0	12,7
15-20	777,8	8,0	32,9	11,3
20-30	1693,3	17,5	53,4	18,3
30-40	1343,6	13,9	38,2	13,1
40-50	1380,6	14,3	24,7	8,5
50-60	1109,2	11,4	12,1	4,1

60-70	459,5	4,7	4,1	1,4
79-80	157,7	1,6	1,2	0,4
80-90	51,2	0,5	0,3	0,1
90-100	8,5	0,1	0,1	0,03
0-100	9692,3	100	291,7	100

1.3 Геологическое строение и донные отложения

Онежское озеро объединяет геологические образования различного возраста, охватывающего миллиарды лет (архейские и протерозойские породы), до относительно молодых четвертичных отложений (возрастом не более одного миллиона лет), а также промежуточные по возрасту породы палеозойской эры.

Озеро расположено в пределах Восточно-Европейской платформы, характеризующейся относительно стабильной геологической структурой.

Древнейшие геологические породы – архейские и протерозойские, составляют основание Карелии. Для них характерна высокая твердость и сложный процесс формирования. На восточном и северо-восточном побережье озера преобладают архейские граниты и гнейсо-граниты. Значительная часть побережья сложена породами протерозойского возраста – кварцитами, кварцито-песчаниками.

Протерозойские породы представлены кварцитами и кварцито-песчаниками, сформировавшимися в сложных геологических условиях и характеризующимися высокой прочностью. На докембрийском фундаменте залегают отложения палеозоя, представленные песчаниками, известняками и доломитами. Эти породы обнажаются в виде маломощных выходов на берегах озера. В районе Онежского озера породы мезозойского и кайнозойского возраста практически отсутствуют.

В четвертичном периоде территория озера подвергалась многократным оледенениям, в результате чего накопились мощные залежи ледниковых отложений (глин, суглинков и песков).

Современные отложения представлены озерным илом, которые накапливаются на дне озера в результате жизнедеятельности организмов и осаждения взвешенных частиц.

В районе Онежского ведется добыча драгоценных и полудрагоценных камней, таких как аметист, гранат, яшма. Также имеются месторождения полезных ископаемых (глины, торфа).

В Карелии были обнаружены залежи шунгита, обладающего свойствами, аналогичными активированному углю, включая способность перерабатывать нефтепродукты. Использование шунгита для очистки воды от нефтепродуктов приводит к полной нейтрализации ее цветности.

Донные отложения Онежского озера представлены разнообразными осадками, сформировавшимися в течение его геологической истории. Их состав и распределение тесно связаны с рельефом дна, динамикой водных масс, поступлением речного стока и антропогенным воздействием. Отложения обладают значительной аккумулярующей способностью и отражают совокупность биологических, химических и физических процессов, происходящих в водоеме.

В целом современное состояние донных отложений Онежского озера удовлетворительное, с низким содержанием органики и биогенных элементов. Однако отдельные заливы (Кондопожский, Петрозаводский, Большой Повенецкий), подвергающиеся интенсивным антропогенным нагрузкам, характеризуются высоким уровнем загрязнения воды и донных отложений.

Мощность донных отложений варьируется от нескольких метров до десятков метров. Наибольшая мощность наблюдается в глубоководных центральных частях озера, где она может достигать 50-70 метров. Распределение отложений зависит от глубины, гидродинамических условий и характера береговой линии. В заливах и устьях рек встречаются илистые и торфяные отложения, образованные в процессе накопления растительных остатков. В прибрежных зонах и на мелководьях распространены песчаные

отложения, возникшие в результате переотложения ледниковых отложений и разрушения берегов. В глубоководных частях озера преобладают глинистые отложения, сформировавшиеся в вследствие осаждения взвешенных частиц.

Негативное влияние на состояние донных отложений оказывают ливневые и речные стоки, дренирующие урбанизированные территории. Например, в Петрозаводскую губу поступает около 110 000 тонн техногенных веществ в год, что приводит к распространению загрязнения в районы Большого и Центрального Онего. В донных отложениях этих районов обнаружено значительное повышение содержания органических веществ, биогенных элементов (фосфора) и металлов. [8]

Объем техногенных стоков в бассейне Онежского озера составляет примерно 315 млн. м³ в год, из них 46% приходится на промышленные и хозяйственные предприятия, 25% – на ливневые стоки, а 16% – на дренажно-мелиоративные воды. Около 25-26% токсичных загрязнений поступает в озеро аэрогенным путём, преимущественно из Кондопожского района. Поступление в озеро биогенных элементов значительно превышает сток их из озера. Современная биогенная нагрузка характеризуется поступлением общего фосфора – 810 тонн, общего азота – 17, 0 тыс. тонн в год, а из озера с водами р. Свирь выносятся всего 280 фосфора и 11,8 тыс. тонн азота, то есть аккумулируется в озере 68% фосфора и 31% азота.

Донные отложения играют важную роль в экосистеме Онежского озера. Они обеспечивают среду обитания для живых организмов, служат источником питательных веществ для растений и участвуют в процессе самоочищения озера.

1.4 Климат

Онежское озеро расположено в северо-западной части России, вблизи полярного круга. Климат в этом районе умеренный континентальный с продолжительной зимой и коротким прохладным летом. На циркуляцию атмосферы в данном районе влияют относительно влажные и теплые воздушные массы, поступающие с Атлантического океана.

Зимний сезон на Онежском озере продолжается около 5 месяцев, начиная с середины ноября и завершаясь в апреле. Первая половина зимы характеризуется пасмурной и ветреной погодой с частыми осадками. Вторая половина значительно холоднее, температура воздуха может опускаться до -30°C и ниже. Основными осадками в зимний период является снег, который формирует устойчивый снежный покров толщиной до 60 см.

Лето короткое и прохладное, характеризуется редкими подъемами температуры воздуха выше $+25^{\circ}\text{C}$. Даже в июле при вторжении холодных арктических воздушных масс возможны заморозки. Осадки в летний период выпадают в основном в виде дождя, максимальное их количество приходится на период с июня по октябрь, среднегодовое количество осадков: 630 мм.

Ледяной покров в различных частях озера устанавливается в разное время. Процесс формирования льда начинается в северной части озера и постепенно распространяется на юг. К середине января озеро полностью покрывается льдом, сохраняя такой вид до апреля. Толстый снежный покров, который образуется на льду Онежского озера, играет важную роль в защите озера и его обитателей от суровых зимних условий, снег изолирует лед и замедляет его таяние. Его толщина варьируется от 50 см в южной части озера до 80 см в северной. В суровые зимы высота снежного покрова может достигать 1 метра.

1.5 Гидрография

Геологические и геоморфологические особенности территории оказывают существенное влияние на формирование и распределение гидрографической сети. В северной части бассейна реки имеют молодой возраст и образовались в результате тектонических движений вдоль линий разломов и понижений земной коры. Эти реки характеризуются высокими скоростями течения, наличием порогов и водопадов. Их долины еще не обладают выработанным продольным профилем. В южной части бассейна реки более старые. Для них характерны хорошо выработанные русла и слабый уклон, что приводит к большей заболоченности территории.

«Гидрографическую сеть бассейна Онежского озера образуют 6,765 тыс. рек (95 % длиной менее 10 км) и 9,516 тыс. озёр (96 % площадью менее 1 км²). В Онежское озеро впадает 1,152 тыс. водотока (также 95 % длиной менее 10 км), наиболее крупные – Шуя, Суна, Водла, Вытегра, Андома; сток этих рек составляет около 60 % от общего притока в озеро». (Рисунок 1.2) [4]

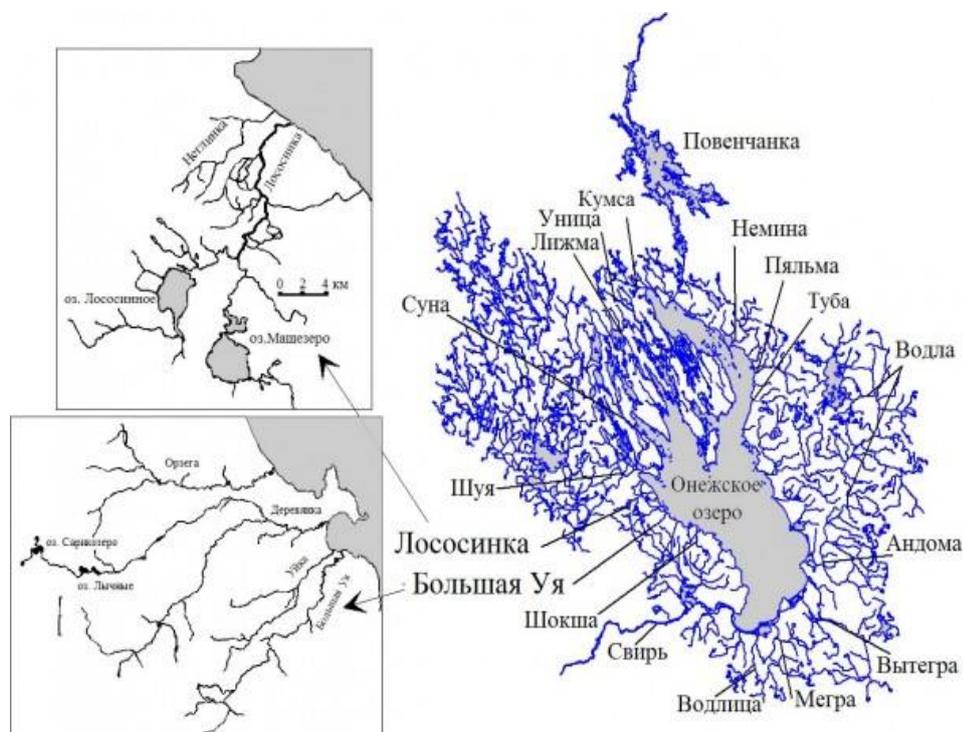


Рисунок 1.2 – Гидрография Онежского озера

Суммарный среднегодовое стока около 18 км³. Вытекает река Свирь (впадает в Ладожское озеро), сток из Онежского озера зарегулирован Верхне-Свирской ГЭС, также высокая озерность водосбора (средняя 6,7%, а в северо-западной части - 11,3%) обуславливает большую естественную зарегулированность стока рек. На нее накладывается искусственное регулирование стока рек Суны, Водлы, преобразованных в судоходные каналы - Вытегры и Повенчанки. [5]

1.6 Гидрологический режим

Онежское озеро классифицируется как холодноводный бассейн с ограниченным водообменом. Коэффициент условного водообмена колеблется от 0,040 до 0,085 в зависимости от гидрологического режима года, в среднем составляя 0,058. Водообмен между основным плесом и шхерным районом озера демонстрирует сезонную динамику. В период с мая по сентябрь объем водообмена достигает 12,8 км³, а с октября по апрель – 26,2 км³.

Термический режим озера характеризуется двумя периодами полной циркуляции (весенней и осенней). В летний период устанавливается прямая термическая стратификация, а в зимний – обратная. Профундальная зона озера представлена мощным слоем холодного гипolimниона, температура воды в котором круглогодично близка к 4 °С. Ветровое перемешивание служит основным механизмом вертикального переноса тепла, его влияние обычно ограничено глубиной 20-25 м. Регистрируется высокая пространственно-временная изменчивость полей течений и температуры воды. Эти процессы обусловлены прибрежными апвеллингами (подъемами и опусканиями водных масс мезомасштабного характера), а также внутренними и береговыми захваченными волнами. Апвеллинги наиболее часто наблюдаются у мысов Бесов Нос и Брусно, а также в районе залива Большое Онего.

Усиление ветров в осенний период обуславливает доминирование ветровых течений, особенно выраженных в мелководных заливах. Среди стоковых течений наиболее значимым является течение реки Шуя, впадающей в Петрозаводскую губу. Сгонно-нагонные колебания уровня воды могут достигать 15-20 см, в исключительных случаях – 40 см. Регистрируются также сейшевые колебания с амплитудой до 20 см и периодами 4 ч 30 мин, 2 ч 15 мин и 1 ч 8 мин.

Для Онежского озера установлены 5 – 7 летние квазипериодические колебания уровня, на которые накладывается техногенное регулирование в

целях энергетики. Наблюдается снижение уровня в среднем на 14 -34 см в летне-осенний период. [9]

Приходная часть водного баланса озера в среднем по водности году на 75% формируется речным притоком и на 25% – осадками. В многоводные годы доля притока может возрасть до 80%, а осадки и испарение сокращаются на 5-6%. И наоборот, в маловодные годы осадки могут составлять до 30% приходной части баланса, а испарение – до 25% расходной части. Подземный приток в озеро незначителен и, предположительно, составляет около 1% приходной части баланса. Количество выпадающих над озером осадков, обладающих низкой минерализацией, но часто загрязненных аэрогенно, превышает испарение на 45%.

2. Методы анализа

2.1. Квантильный анализ

Квантильный анализ – это статистический метод, который используется для анализа данных и выявления закономерностей и тенденций. Он основан на понятии квантилей, которые представляют собой значения, делящее набор данных на равные части.

Каждый временной ряд рассматривается как реализация случайного процесса $x(t)$, за основную вероятностную характеристику которого принимается функция распределения $F(x_p)$ и ее квантили x_p .

Квантильный анализ заключается в нахождении квантилей $X_{min}, X_{0.25}, X_{0.5}, X_{0.75}, X_{max}$ функции распределения $F(x)$ данных в выборке. Алгоритм оценивания перечисленных характеристик следующий: X_{min} и X_{max} – минимальное и максимальное значения данных в выборке, $X_{0.5}$ – медиана. Если количества членов в выборке нечетное, то медиана – центральное значение выборки, если количество членов в выборке четное, то медиана – среднее между двумя центральными значениями. $X_{0.25}$ и $X_{0.75}$ характеризуют центр первой и второй половины выборки, соответственно. Наряду с перечисленными квантилями использовались их линейные комбинации:

размах в пределах выборки

$$R = X_{max} - X_{min}, \quad (2.1)$$

интерквантильное расстояние

$$Q = X_{0.75} - X_{0.25}. \quad (2.2)$$

Для $X_{0.25}$ и $X_{0.75}$ вводятся барьерные значения, $X_в$ – верхний барьер и $X_н$ – нижний барьер:

$$X_в = X_{0.75} + 1.5Q \quad (2.3)$$

$$X_н = X_{0.25} - 1.5Q \quad (2.4)$$

Наряду с медианой, в качестве оценки центра распределения данных в выборке можно использовать среднее арифметическое m и трехсреднее значение T^* , а совместно с R и Q в качестве оценки масштаба распределения – дисперсию D и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{D}$. Сопоставление среднего m с медианой $X_{0.5}$ и σ с $0,74Q$ дает возможность получить предварительную информацию о типе и параметрах распределения данных в выборке.

Трёхсреднее значение оценивается по формуле Тьюки:

$$T^* = 0.25(X_{0.25} + 2 \cdot X_{0.5} + X_{0.75}) \quad (2.5)$$

Если распределение симметрично, то m и $X_{0.5}$ равны с точностью до выборочной изменчивости. Сопоставление m и $X_{0.5}$, σ и $0.74Q$ удобно проводить графически. Для этого на график наносятся точки, абсциссы которых соответствуют m или σ , а ординаты $X_{0.5}$ или $0.74Q$. Если точки группируются около биссектрисы координатного угла, то $0.74Q$ и σ , а также m и $X_{0.5}$ такие же, как и у нормального распределения.

В качестве другой характеристики асимметрии полезно использовать следующий параметр:

$$As = [(X_{0.75} - X_{0.5}) - (X_{0.5} - X_{0.25})] / (2Q); \quad (2.6)$$

Расчеты доверительных интервалов A_s вычисленные по смоделированным нормальным рядам показали, что выборку целесообразно считать симметричной, если $-0.31 < A_s < 0,25$; имеющий левую асимметрию, если $A_s < -0.31$ или правую при $A_s > 0.25$.

2.2. Регрессионный анализ

Регрессионный анализ используется с двумя целями. Во-первых, для описания зависимости между переменными и определения причинной связи. Во-вторых, для построения прогнозных значений зависимой переменной. Мерой зависимости является величина коэффициента корреляции.

При регрессионном анализе рассматривается связь между одной зависимой переменной и несколькими другими независимыми переменными. Эта связь выражается с помощью математической модели. Выбор подходящей модели основывается как на статистических доводах, так и на основе содержательного смысла моделируемой зависимости.

С помощью коэффициента регрессии можно определить значение одной величины, зная значение другой. Для этих целей служит уравнение линейной регрессии, которое имеет вид:

$$Y = a + b X, \quad (2.7)$$

где X – значение независимой переменной, Y – значение зависимой переменной, a и b – параметры уравнения (a – коэффициент сдвига, b – коэффициент регрессии).

2.3. Фильтрация Баттерворта

Фильтрация Баттерворта – это тип аналоговой или цифровой фильтрации, который используется для удаления нежелательных компонентов сигнала. Она названа в честь британского инженера-электрика Стивена Баттерворта, который разработал её в 1930-х годах.

При наличии в структуре временных рядов трендов – медленно меняющихся, гладких функций, под которыми наиболее часто понимается переменное математическое ожидание случайного процесса, применяется фильтрация Баттерворта. Для выделения тенденций или трендов на повышение или понижение значений процесса на отрезках времени в несколько лет или десятилетий используется низкочастотная фильтрация.

Фильтры Баттерворта имеют максимально плоскую амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) в полосе пропускания и монотонную характеристику в полосе задержания. Квадрат АЧХ фильтра Баттерворта описывается выражением

$$H^2(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}, \quad (2.8)$$

где ω_c – граничная частота, n – порядок фильтра.

По мере возрастания порядка n фильтра Баттерворта коэффициент передачи в полосе пропускания все в большей степени приближается к единице, переходная область все в большей степени сужается, а в полосе задержания функция передачи все ближе подходит к нулю. При $n \rightarrow \infty$ АЧХ фильтра Баттерворта приближается к идеальной величине.

«Одним из методов анализа временных рядов с целью выделения тенденции или трендов на повышение или понижение значений является их фильтрация, которая бывает низкочастотной и высокочастотной, полосовой и режекторной.

Низкочастотная фильтрация – преобразование ряда, при котором исключаются высокочастотные составляющие.

Для анализа многолетней изменчивости гидрометеорологических процессов рекомендуется применять цифровую тангенсную низкочастотную фильтрацию рядов. Это связано с тем, что тангенсная фильтрация обладает такими преимуществами, как простота вычисления коэффициентов передаточной функции фильтра и большая крутизна амплитудно – частотной характеристики вблизи частоты среза».

[11]

«Одна из исчерпывающих характеристик – передаточная функция фильтра $H(\omega)$.

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^K \beta_k Z^{-k}}{1 + \sum_{l=1}^L \alpha_l Z^{-l}}, \quad (2.9)$$

где $H(\omega)$ - передаточная функция;

$X(\omega)$ и $Y(\omega)$ – их Фурье – изображение;

β_k, α_l - действительные числа, коэффициенты фильтра;

$Z = \exp(i\omega\Delta)$;

Δ – интервал дискретизации рядов $\{x_i\}$ и $\{y_i\}$.»[7]

«Передаточная функция фильтра $H(\omega)$ выражает связь между частотными представлениями рядов $\{x_i\}$ и $\{y_i\}$ и имеет значения в комплексной области, т.е. $H(\omega)$ можно представить в виде:

$$H(\omega) = |H(\omega)| \exp(\exp(-i\varphi(\omega))), \quad (2.10)$$

$$H(\omega) = \frac{(b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2})^{M_1}}{\prod_{m=1}^{M_1} (1 + a_{1m} Z^{-1} + a_{2m} Z^{-2})}, \quad (2.11)$$

где

$H(\omega)$ – передаточная функция;

$b_0, b_1,$ – коэффициенты;

b_2, a_{1m}, a_{2m} коэффициенты;

Величина $M=2M_1$ называется порядком передаточной функции или порядком фильтра». [11]

«При таком представлении функцию $|H(\omega)|$ называют амплитудно-частотной характеристикой фильтра. В каждой точке частотного диапазона она выражает отношение амплитуд гармоник отфильтрованного и неотфильтрованного ряда с данной частотой. Функцию $\varphi(\omega)$ называют фазово-частотной характеристикой фильтра. Она выражает зависимость сдвига фаз от частоты в отфильтрованном и неотфильтрованном рядах». [11]

«Тангенсные цифровые фильтры Баттерворта имеют передаточную функцию вида (2.10), что позволяет применить вышеуказанный метод фильтрации, обладающий:

- рекуррентным способом вычисления отфильтрованного ряда;
- возможность повышения порядка фильтра увеличением числа уравнений.» [10]

«Тангенсный низкочастотный фильтр Баттерворта порядка M имеет амплитудно – частотную характеристику

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\omega\Delta}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\omega_c\Delta}{2}\right)} \right]^{2M}}}, \quad (2.12)$$

где ω_c – частота среза». [11]

2.4 Методы теории периодически коррелированных случайных процессов (ПКСП)

Случайный процесс $\xi(t)$, $t \in (-\infty, \infty)$, называют периодически коррелированным, если существует такое фиксированное положительное число T , при сдвиге на которое характеристики процесса остаются инвариантными.

«Математическое ожидание периодически коррелированного случайного процесса определяется по формуле:

$$m^*(t) = \sum_{k=1} \xi(t + kT) \quad (2.13)$$

$$D^*(t) = \sum \xi [(t + kT)]^2 - \text{дисперсия}$$

, а корреляционная функция - как

$$K^*(t, T) = M\{\xi^0(t+kT) \xi^0(t+\tau+kT)\} \quad (2.14)$$

, где $\xi^0(t) = \xi(t) - m\xi(t)$ - центрированный случайный процесс; τ - сдвиг корреляционной функции». [7]

При; $\tau=0$ функция (2.14) равна дисперсии процесса $D^*(t)$. Функции $m^*(t)$, $D^*(t)$, $K^*(t, \tau)$ являются периодическими по аргументу t с периодом T , который называется периодом коррелированности. Естественным периодом коррелированности составляющих баланса служит период, равный одному году. Характеристики ПКСП описывают так называемую повторяемость «в среднем» свойств гидрометеорологических процессов. Математическое ожидание характеризует регулярную компоненту изменений и позволяет найти средний многолетний образ сезонного или месячного хода (что близко к понятию «норма»); дисперсия - отклонения процесса $\xi(t)$ от средней многолетней нормы. Совместный анализ графиков оценок $m(t)$ и $D(t)$ дает возможность установить тип межгодовой изменчивости процессов. В случае когерентности этих графиков изменчивость происходит в виде амплитудной

модуляции, т.е. ослабления или усиления интенсивности основных элементов внутригодового хода, в случае не когерентности – в виде наложения долгопериодного колебания или частотно-фазовой модуляции.

«Вид функции $K_{\xi}(t, \tau)$ определяет закономерности корреляционных зависимостей межгодовых (при $\tau=1$ год) или внутригодовых (при $\tau=1$ месяц) изменений процесса в заданные моменты времени. Оценки функций $m^*(t)$, $D^*(t)$, $K^*(t, T)$ имеют вид

$$m^*_{\xi}(t) = (1/N) \sum \xi(t+kT) \quad (2.15)$$

$$D^*_{\xi}(t) = (1/N) \sum [\xi^0(t+kT)]^2 \quad (2.16)$$

$$K^*_{\xi}(t, \tau) = (1/N) \sum [\xi^0(t+kT) \xi^0(t+kT + \tau)] \quad (2.17)$$

вычисляются по отсчетам, взятым из исходной реализации через период коррелированности». [7]

3. Особенности многолетней изменчивости уровней воды озера

Для характеристики уровня режима Онежского использовались данные наблюдений за уровнем воды с гидрологического поста, находящегося в г. Петрозаводск (Таблица 3.1). [1]

Таблица 3.1 – Характеристики гидрологического поста

Код поста ГГИ	Название озера	Пункт наблюдения	Высотная отметка нуля поста, м	Система высот	Субъект РФ	УГМС	Дата открытия
3900712	Онежское	г. Петрозаводск	31,80	БС	Республика Карелия	Северо-Западное	1883

Для изучения структуры временного ряда уровней воды Онежского озера использовались данные за период инструментальных наблюдений с 1883 по 2021 годы (135 лет), в интервале с 1942 по 1944 гг. данные отсутствуют (Рисунок 3.1).

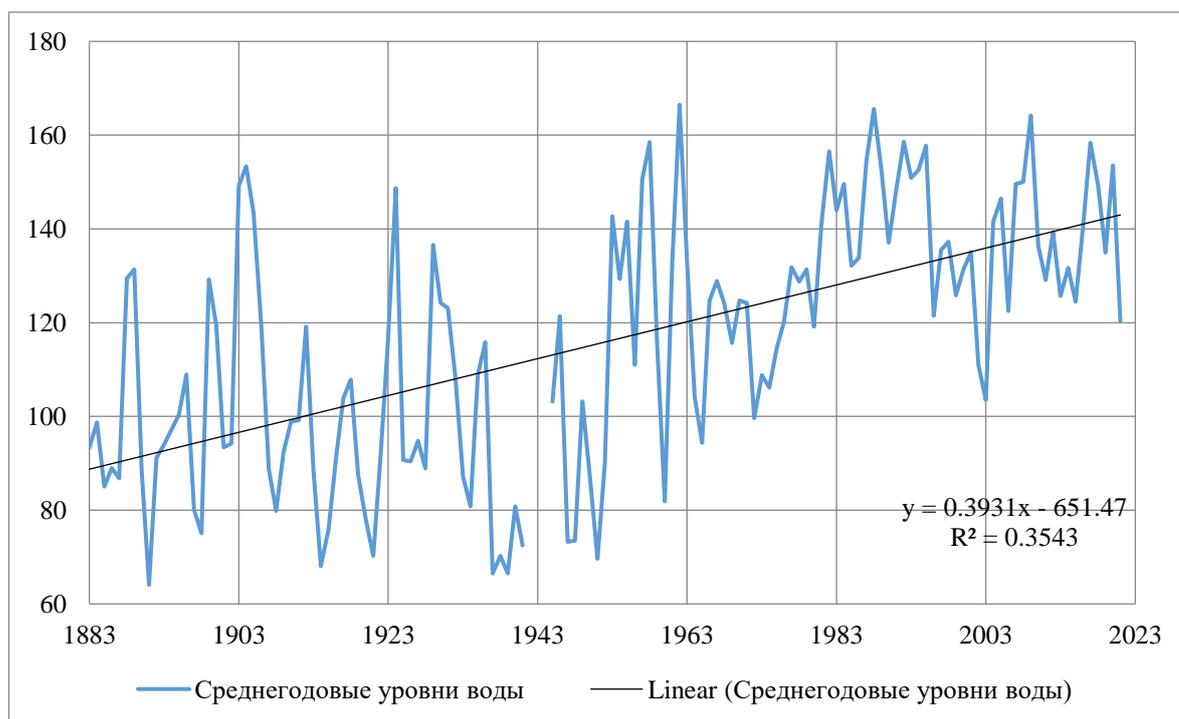


Рисунок 3.1 – Хронологический график уровней воды в Онежском озере (1883-2021 гг.)

Учитывая различия в структуре, исходный временной ряд был разбит на два отрезка. На рисунке 2 – приведен график колебаний уровня озера с 1883 по 1941 гг, на рисунке 3 – с 1945 по 2021 гг.

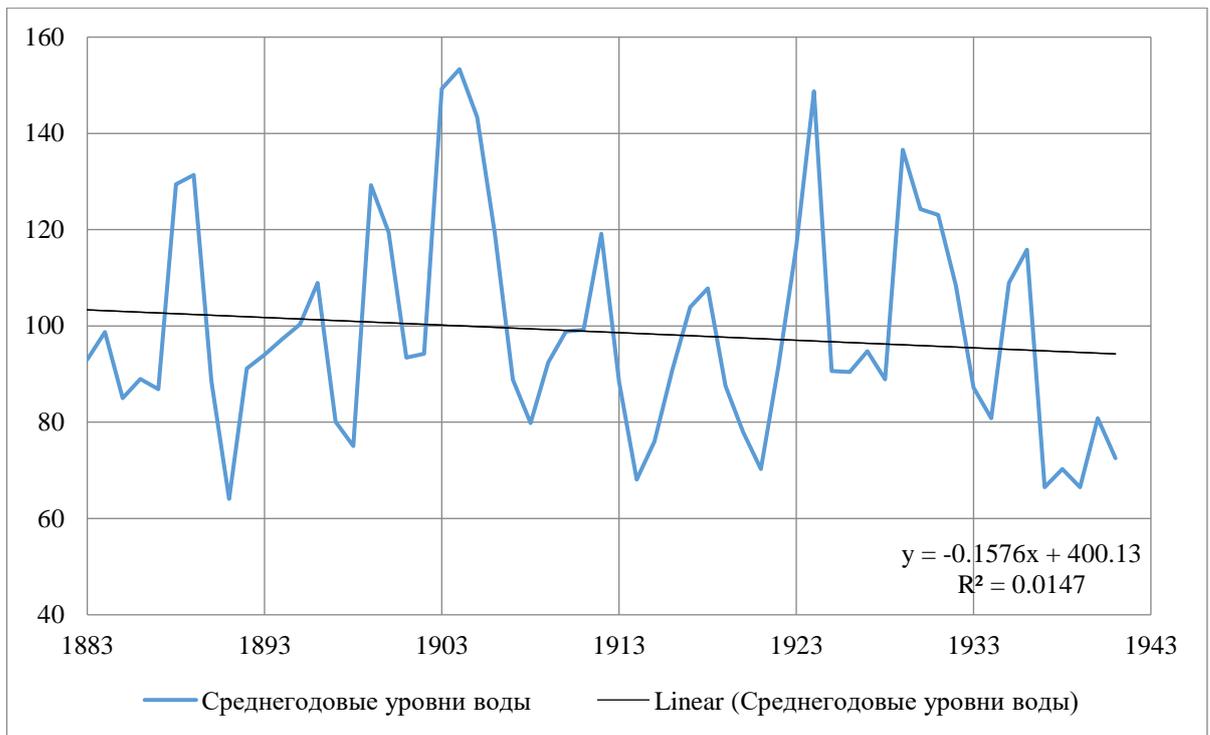


Рисунок 3.2 – Хронологический график уровней воды в Онежском озере (1883-1941 гг.)

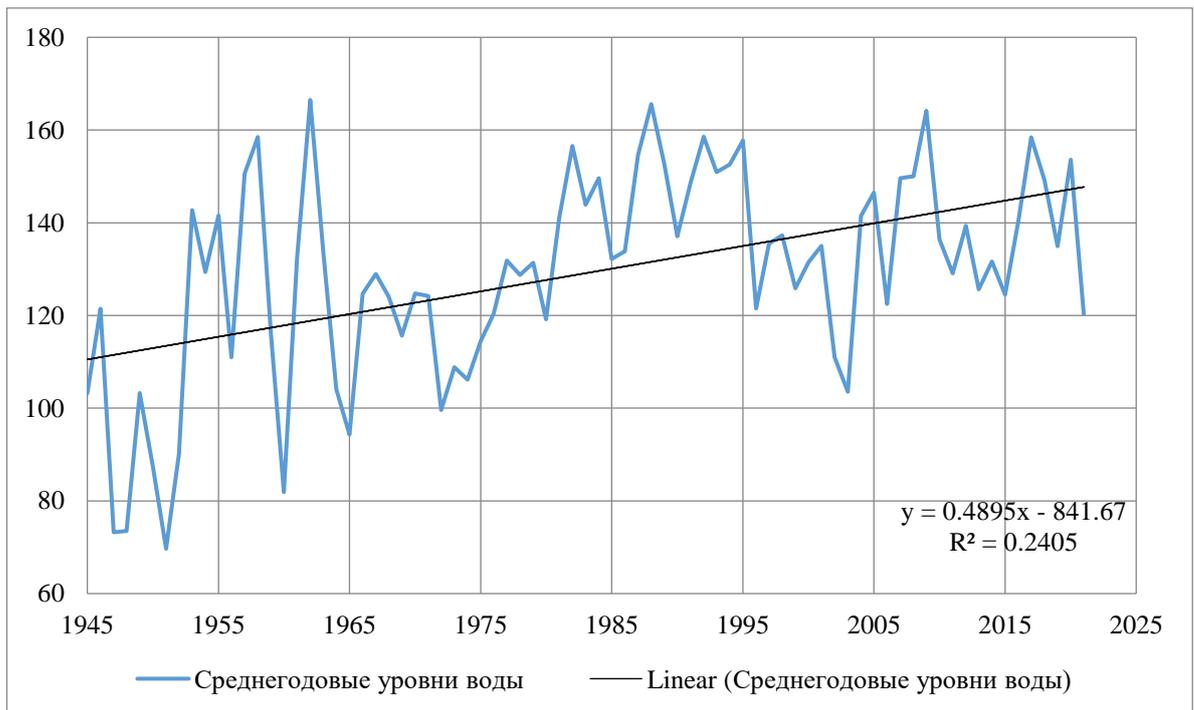


Рисунок 3.3 – Хронологический график уровней воды в Онежском озере (1945-2021 гг.)

Временные ряды средних годовых уровней прошли проверку на однородность по стандартным критериям Стьюдента и Фишера (Таблица 3.2).

Таблица 3.2 – Результаты проверки рядов на однородность

Характеристики	1883-2021 гг.	1883-1941 гг.	1945-2021 гг.
t	-10,03	1,53	-4,69
$t_{2\alpha=5\%}$	1,97	2,00	1,992
Однородность	опровергается	не опровергается	опровергается
F	1,53	1,07	2,65
$F_{2\alpha=5\%}$	1,65	2,71	2,3
$H_0: D^*_1 = D^*_2$	не опровергается	не опровергается	опровергается

В период 1883-2021 гг. эмпирическое значение статистики Фишера меньше теоретического,

$$(F^* = 1,53) < (F_{2\alpha=5\%} = 1,65)$$

то можно считать различие в дисперсиях по отдельным частям ряда незначительным. В этом случае говорят, что гипотеза об однородности ряда по критерию Фишера при уровне значимости $2\alpha=5\%$ не опровергается.

Эмпирическое значение статистики Стьюдента по абсолютной величине больше теоретического,

$$(|t^*| = 10,03) > (t_{2\alpha=5\%} = 1,97)$$

из этого можно сделать вывод, что различие в средних значениях по отдельным частям ряда значительны, гипотеза об однородности по критерию Стьюдента при уровне значимости $2\alpha=5\%$ опровергается.

Выполненный анализ показал, что ряд средних годовых уровней Онежского озера во временном промежутке 1945-2021 гг. является неоднородным как по критерию Фишера, так и по критерию Стьюдента. В

период с 1883-1941 гг. гипотеза об однородности по дисперсии и по среднему значению не опровергается.

Таблица 3.3 – Результаты проверки рядов на значимость тренда

Характеристики тренда	1883-1941 гг.	1945-2021 гг.
R	0,49	0,13
σ_R	0,10	0,13
$ R /\sigma_R$	4,87	0,98
$t_{2\alpha}$	1,99	2,00
Значимость R	не значим	значим

Проверка рядов на наличие тренда показала, что значимым является тренд на повышение уровня озера в период с 1945 по 2021 гг.. Тренд на понижение уровня в период с 1883 по 1941 гг. не значим (Таблица 3.3).

После квантильного анализа уровней воды были выявлены тенденции и закономерности в данных о водном режиме (Рисунок 3.4, 3.5)

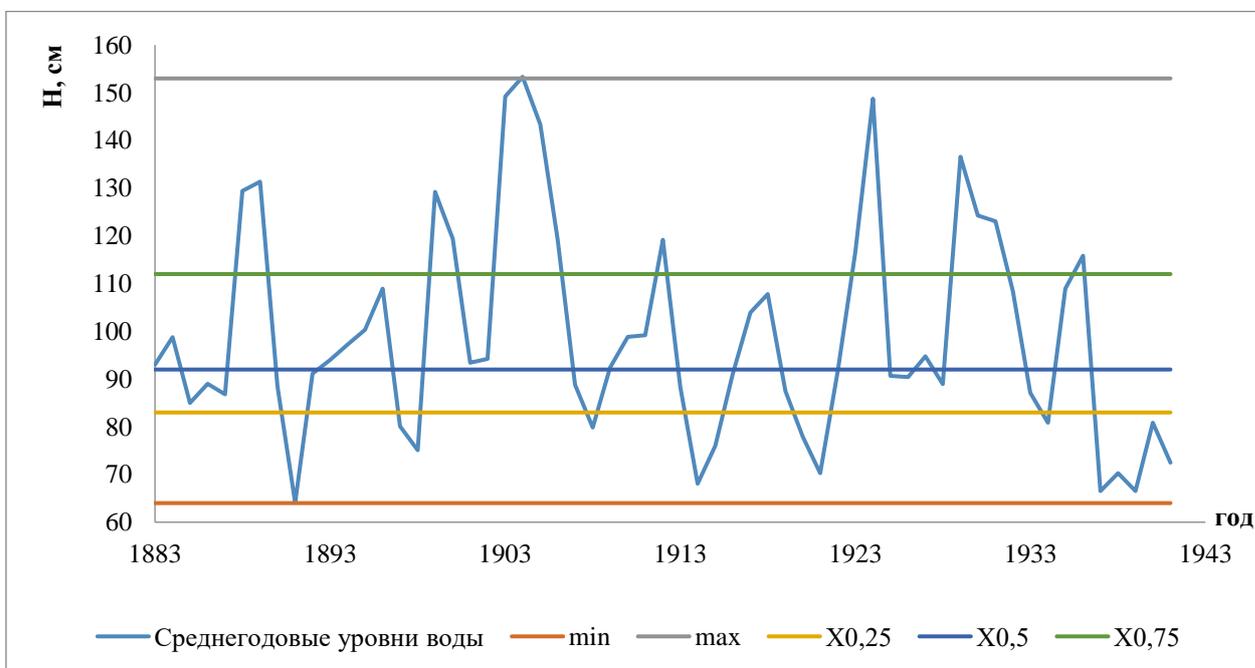


Рисунок 3.4 – Квантильная диаграмма среднегодовых уровней Онежского озера (1883-1941 гг).

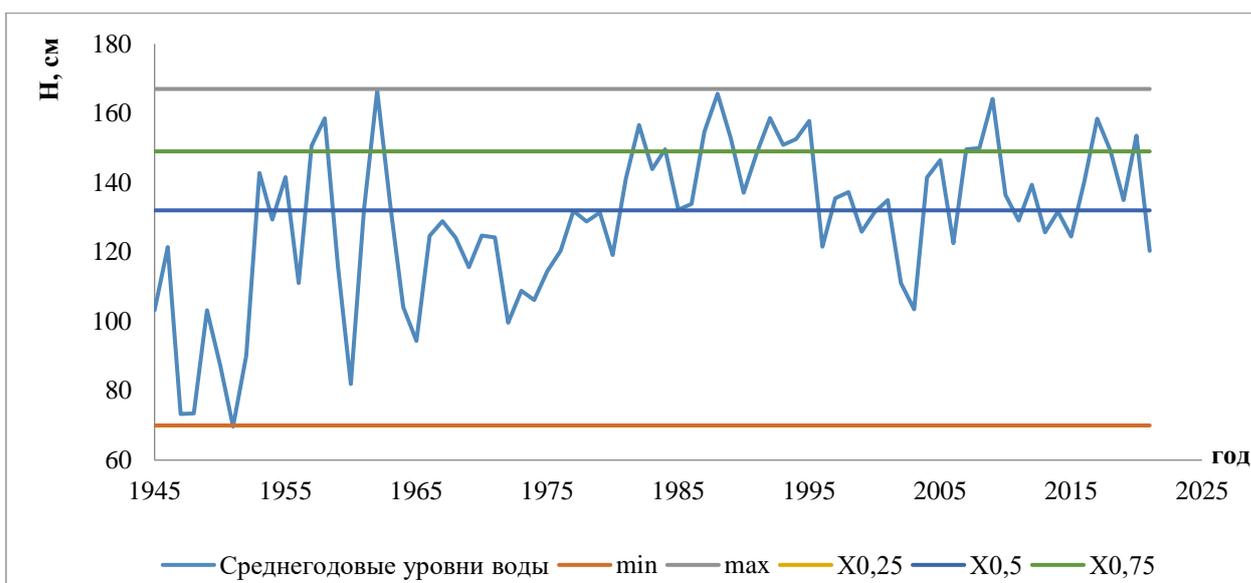


Рисунок 3.5 – Квантильная диаграмма среднегодовых уровней Онежского озера (1945-2021 гг.).

Квантильный анализ показал, что минимальный уровень воды в Онежском озере пришелся на 1891 г. (64 см) и 1951 г. (70 см), а максимальный – на 1904 г. (153 см) и 1962 г. (167 см)

Медиана, рассчитанная за период после введения в строй Верхне-Свирской ГЭС составила 132 см. по сравнению с аналогичной характеристикой за период до строительства – 92 см. Таким образом, средний уровень озера поднялся на 40 см. (Рисунок 3.6)

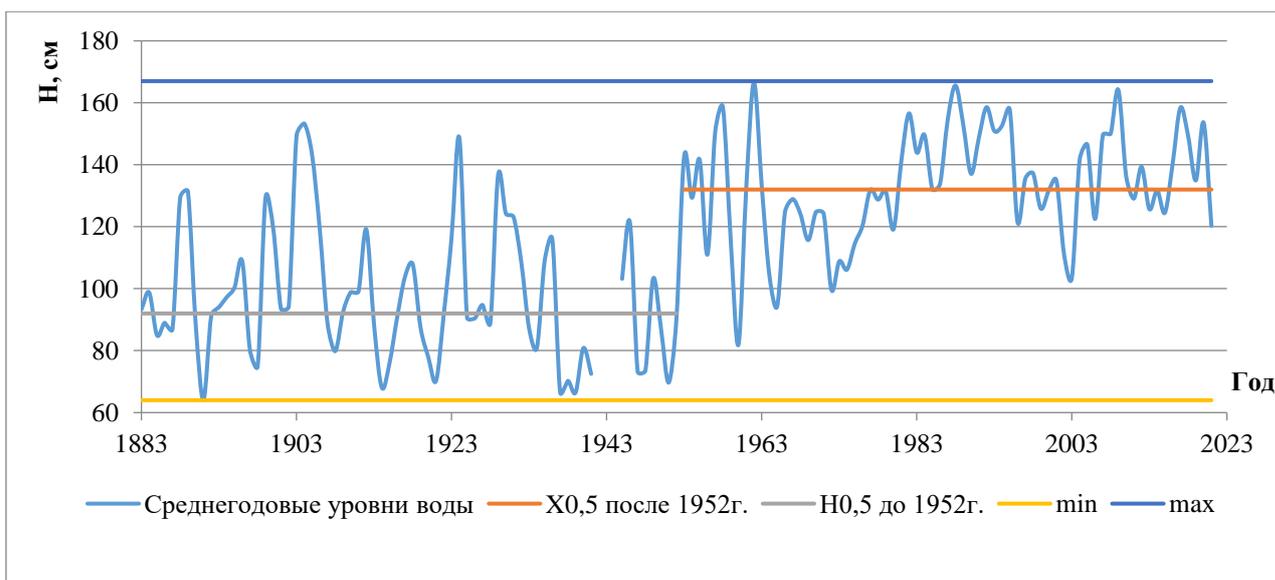


Рисунок 3.6 – Квантильная диаграмма среднегодовых уровней Онежского озера (1889-2021 гг.).

Таблица 3.4 – Годы высокого и низкого положений уровней Онежского озера

Годы высокого положения	Годы низкого положения
1903-1904	1883
1924	1891-1892
1957-1958	1892
1962	1898
1982	1908
1987-1989	1914-1915
1992-1995	1920-1921
2007-2009	1934-1935
2017	1937-1941
	1947-1948
	1951, 1960

Годы высокого и низкого стояния уровня воды в Онежском озере группировались в циклы продолжительностью от 2 до 5 лет. При этом годы низкого положения уровня чаще всего наблюдались до начала 1950-х годов. При этом в 1941 г наблюдался самый низкий уровень Онежского озера. Годы высокого стояния уровня чаще всего наблюдались после 1950-х годов (Таблица 3.4).

Для выделения периодов подъема и спада уровня воды, продолжительностью в несколько лет и десятилетий (отрезков локальной нестационарности), применялась низкочастотная фильтрация Баттерворта с частотой среза $w = 0,57$ рад/год (Рисунки 3.7, 3.8).

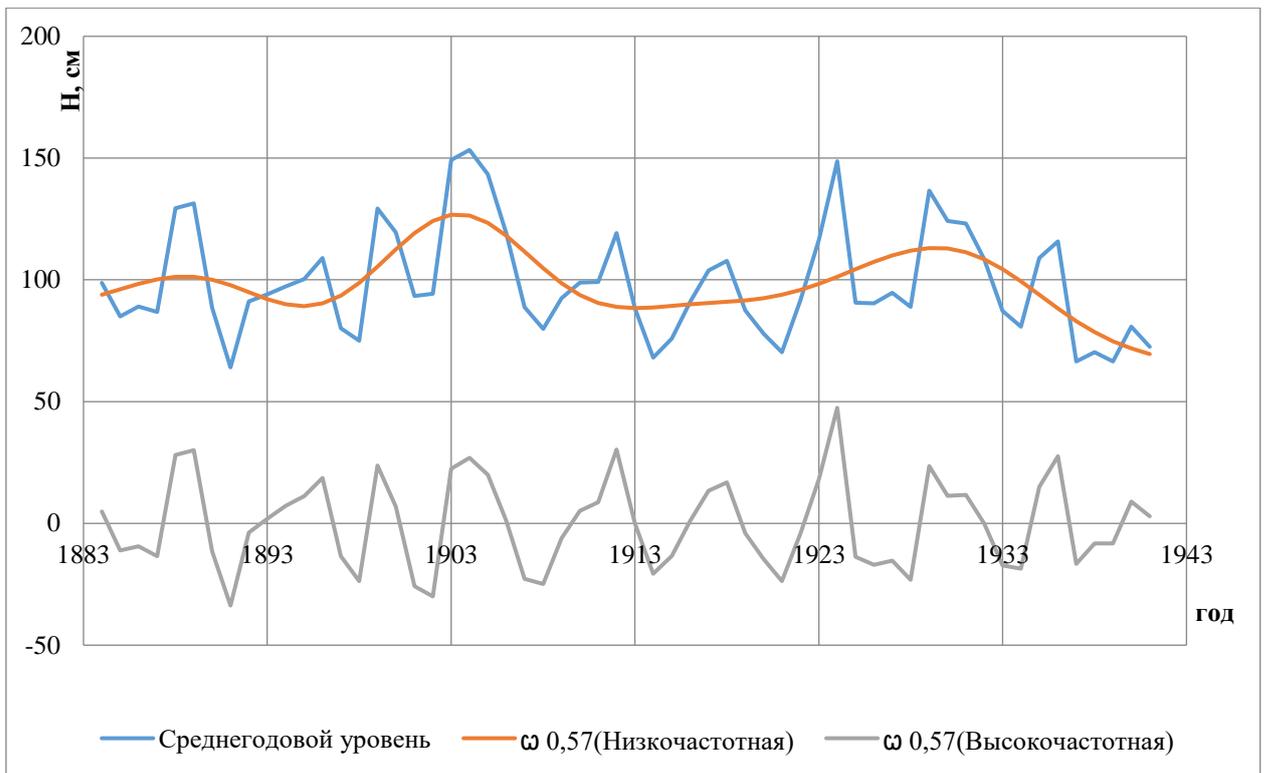


Рисунок 3.7 - Результат низкочастотной и высокочастотной фильтрации Баттерворта с частотой среза $\omega = 0,57$ рад/год за период 1883-1941 гг.

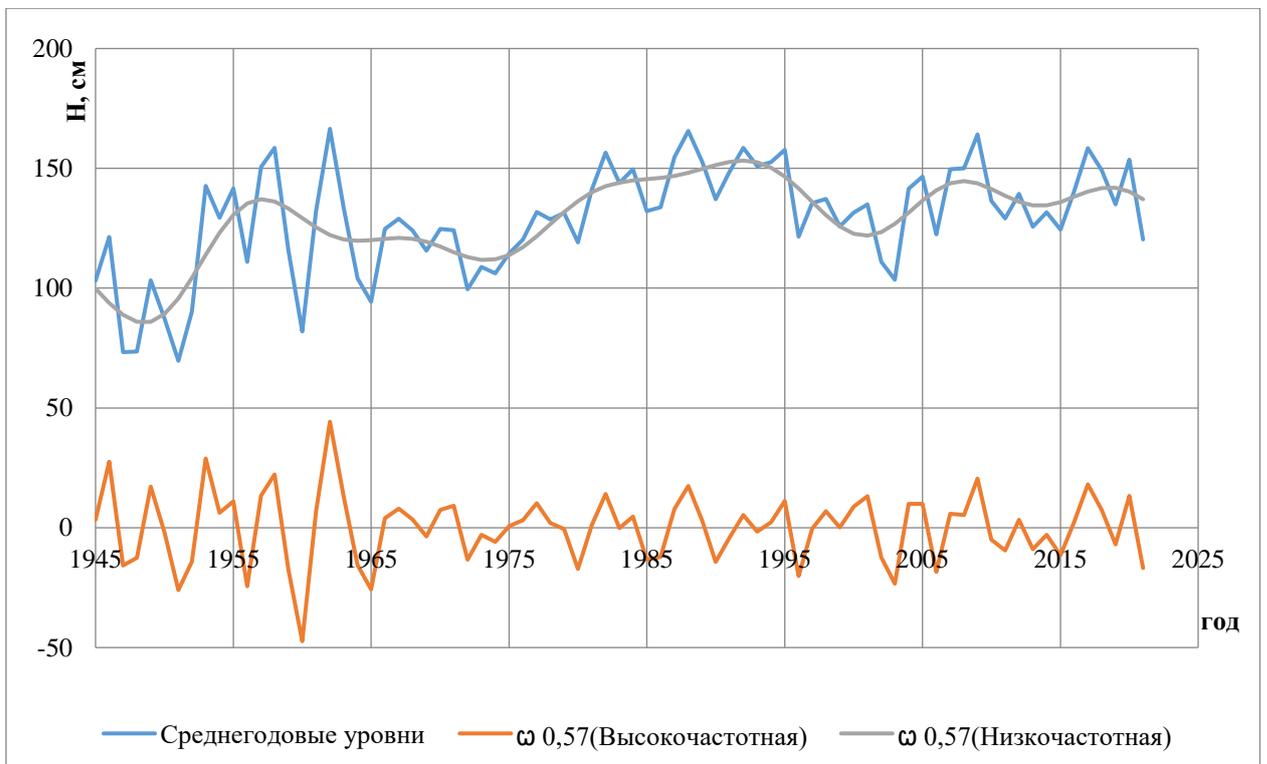


Рисунок 3.8 - Результат низкочастотной и высокочастотной фильтрации Баттерворта с частотой среза $\omega = 0,57$ рад/год за период 1945-2021 гг.

Многолетние циклы колебания уровня воды в Онежском озере проявляются в чередовании периодов с высоким и низким уровнем воды

Так, периоды повышения уровня воды наблюдались – в 1947-1957 гг., 1974-1991 гг., 2001-2007 гг., а периоды понижения – в 1958-1965 гг., 1992-2000 гг., образуя циклы водности продолжительностью в несколько десятилетий.

Результаты высокочастотной фильтрации Баттерворта с частотой среза $\omega = 0,57$ рад/год показали наличие во временной структуре ряда квази 5-6-летних и квази 2-3-летних колебаний.

4. Особенности внутригодовых колебаний уровня озера

Для анализа ритмики годовой цикличности уровня воды в Онежском озере использовался метод теории периодически коррелированных случайных процессов (ПКСП). Основными вероятностными характеристиками ПКСП являются математическое ожидание $m(t)$, дисперсия $D(t)$, корреляционные зависимости внутригодовой изменчивости $K(t, \tau)$ $\tau = 1$ месяц.

Математическое ожидание ПКСП характеризует регулярную компоненту внутригодовых изменений процесса и позволяет оценить средний многолетний повторяющийся образ внутригодового колебания, дисперсия - отклонения процесса от средней многолетней нормы.

Для расчета оценок $m^*(t)$, $D^*(t)$, $K^*(t, \tau)$, использовался ряд средних месячных уровней воды (Рисунок 4.1).

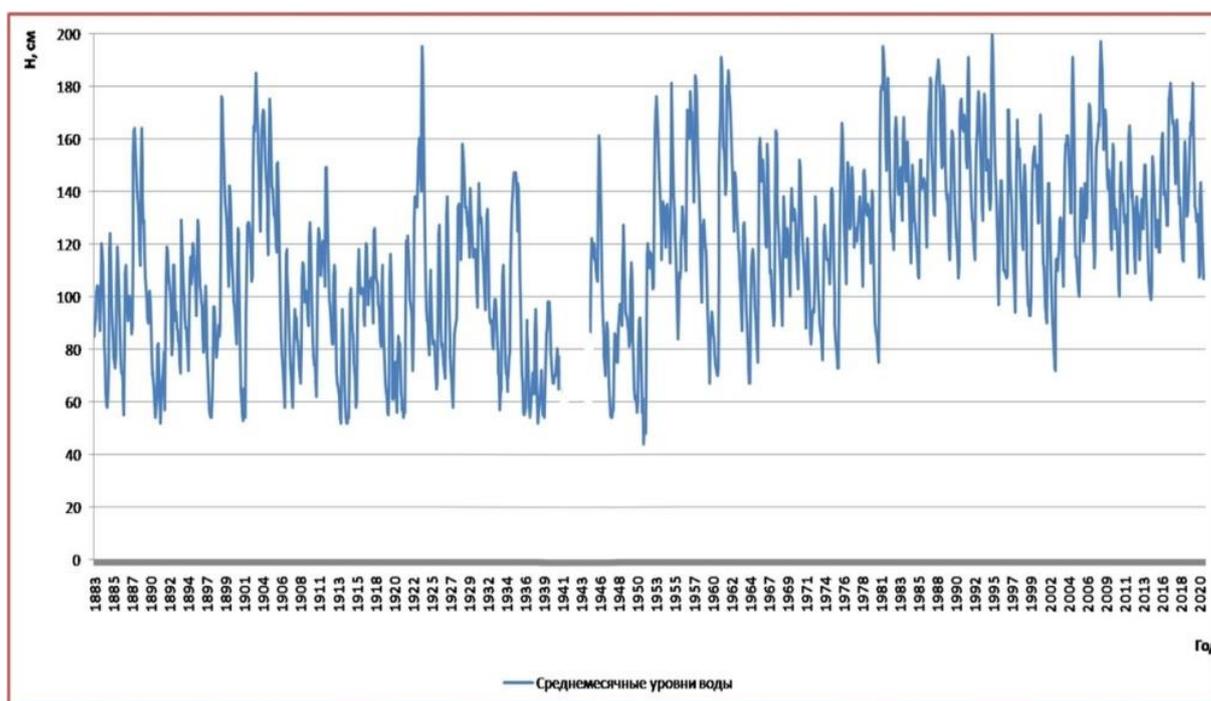


Рисунок 4.1 – Ход средних месячных значений уровня воды Онежского озера 1883-2021 гг.

Для сравнения были построены графики оценки $m^*(t)$ и кривой оценки дисперсии $D^*(t)$ за два периода 1883-1941 гг. и 1945-2021 гг. (Рисунки 4.2, 4.3).

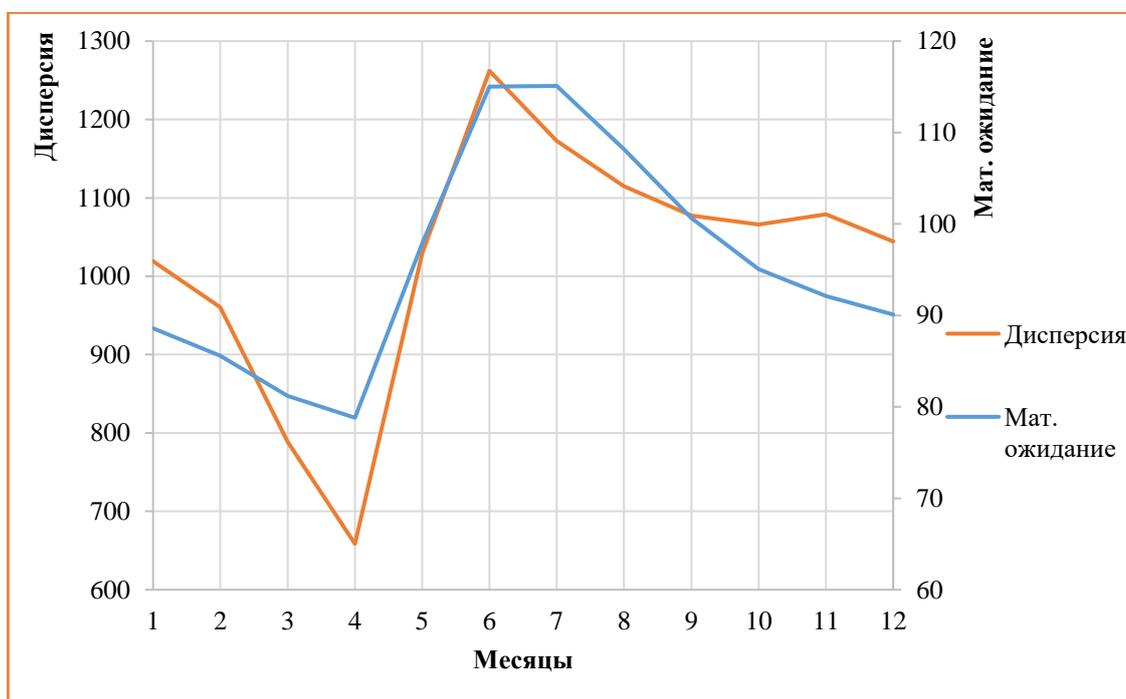


Рисунок 4.2 – Графики оценок математического ожидания и дисперсии внутригодовых колебаний уровня озера за период 1883-1941 гг.

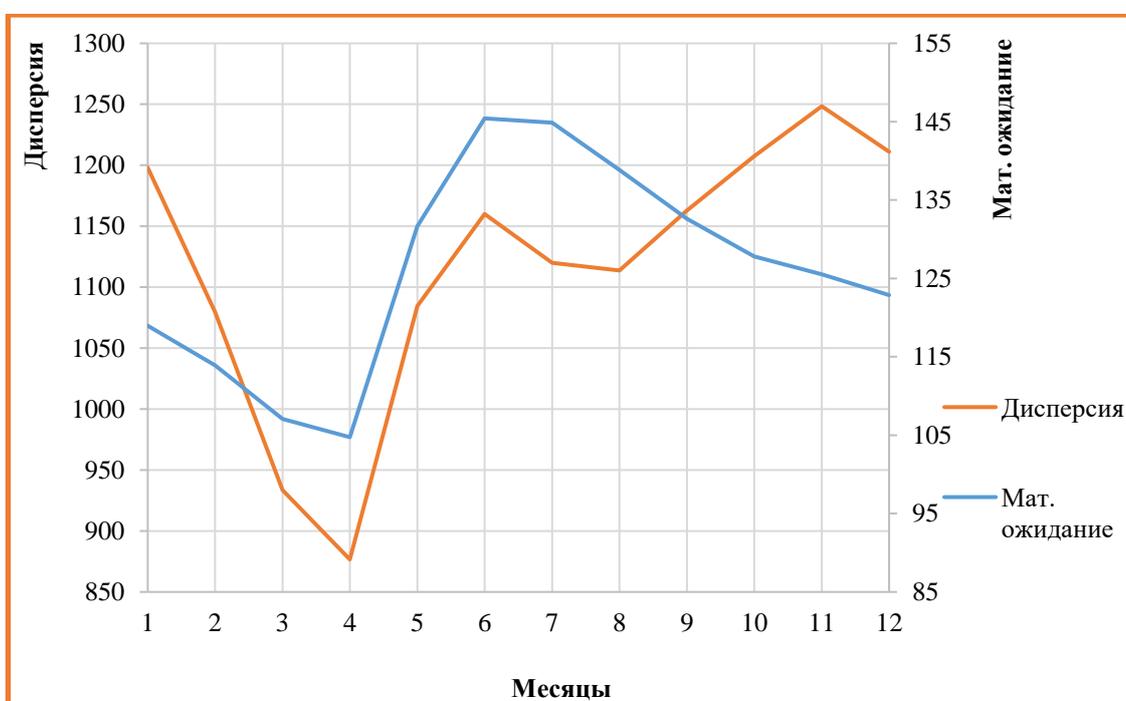


Рисунок 4.3 – Графики оценок математического ожидания и дисперсии внутригодовых колебаний уровня озера за период 1945-2021 гг.

Как видно на графике оценки $m^*(t)$ наибольшие значения уровня наблюдаются в июне и июле, а наименьшие – в апреле. При этом на кривой оценки дисперсии $D^*(t)$ минимум приходится на апрель, а максимумы – на ноябрь и июнь (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Таблица оценки математического ожидания и дисперсии за два периода

Период	Дисперсия				Мат. ожидание			
	месяц	min	месяц	max	месяц	min	месяц	max
1883-1941	Апрель	658	Июнь	1268	Апрель	78	Июнь- Июль	115
1945-2021	Апрель	876	Ноябрь	1248	Апрель	104	Июнь- Июль	145
Амплитуда	218		20		26		30	

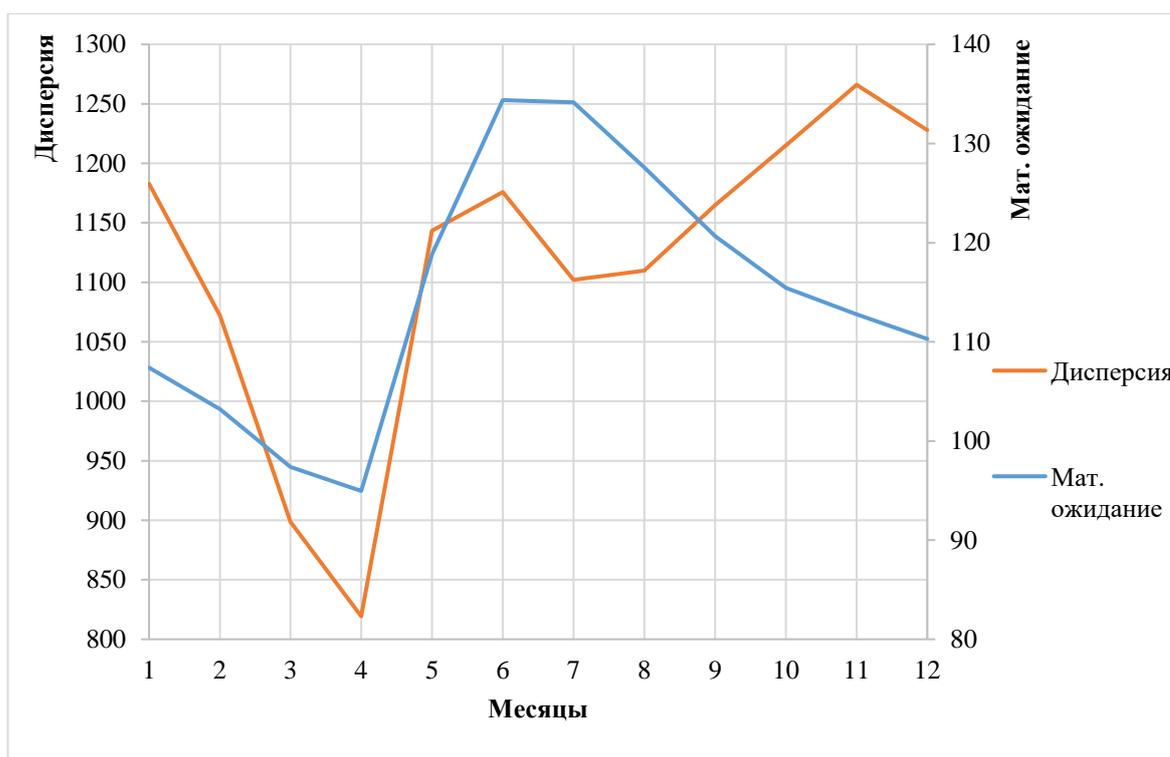


Рисунок 4.4 – Графики оценок математического ожидания и дисперсии внутригодовых колебаний уровня озера за период 1883-2021 гг.

Для выделения периодов локальной нестационарности в рядах средних месячных уровней озера применялась низкочастотная фильтрация Баттерворта на весь период наблюдений 1883-2021 гг. (Рисунок 4.5)

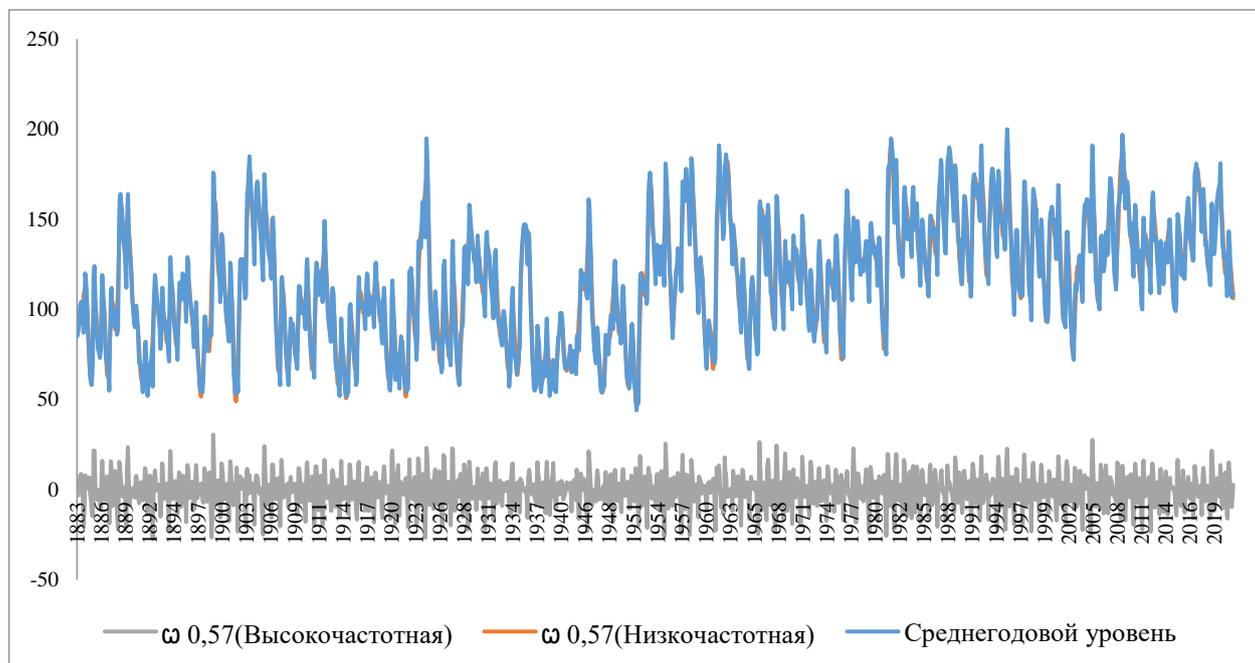


Рисунок 4.5 – Результат низкочастотной и высокочастотной фильтрации Баттерворта с частотой среза $\omega = 0,57$ рад/год за период 1883-2021 гг.

Как видно из рисунка 4.5 ритмика годовой цикличности уровня колебания проявляется на фоне долгопериодного колебания (результат низкочастотной фильтрации Баттерворта). Поэтому для оценки собственно внутригодового колебания, необходимо выполнить высокочастотную фильтрацию Баттерворта.

Был выполнен расчет ПКСП без наличия в ряду долгопериодных колебаний (высокочастотная фильтрация Баттерворта) (Рисунок 4.6).

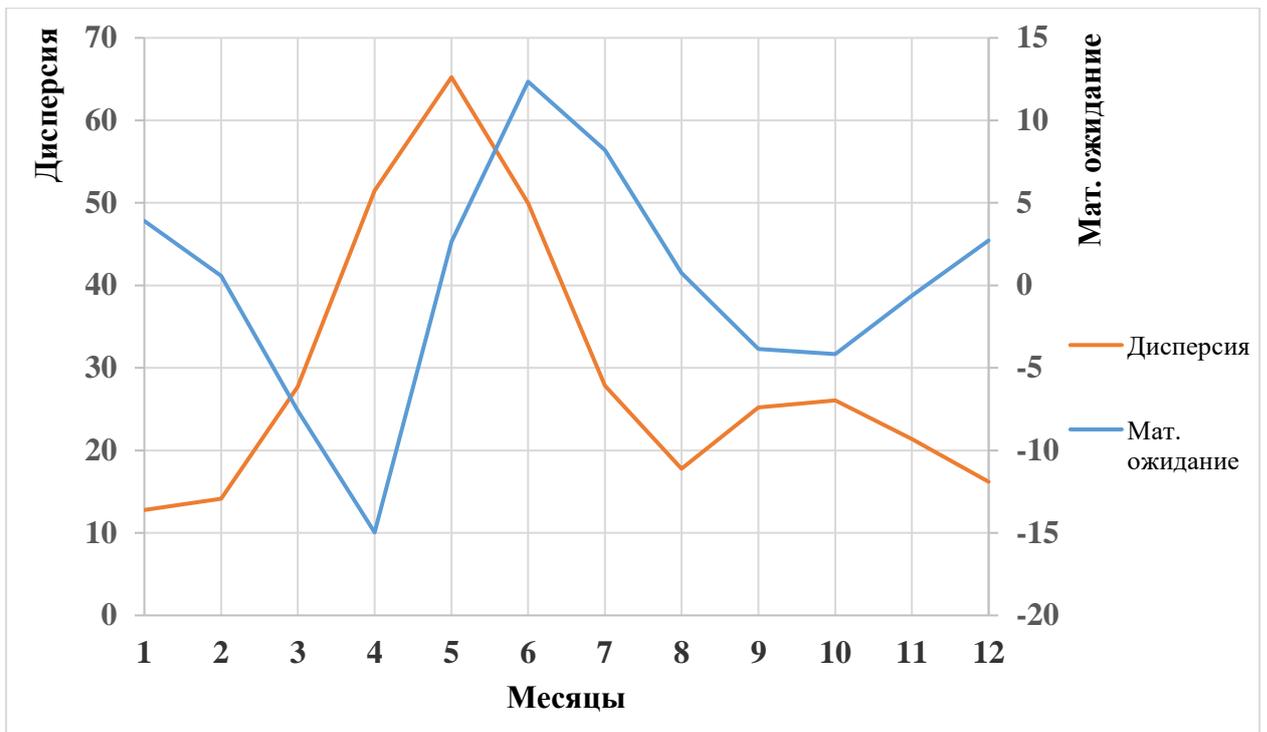


Рисунок 4.6 – Графики оценок математического ожидания и дисперсии внутригодовых колебаний уровня озера после фильтрации Баттерворта за период 1883-2021 гг.

Таблица 4.2 – Оценки математического ожидания и дисперсии за период 1883-2021 гг. до и после фильтрации Баттерворта.

	Дисперсия				Мат. ожидание			
	месяц	min	месяц	max	месяц	min	месяц	max
До фильтрации	Апрель	819	Ноябрь	1266	Апрель	94	Июнь	134
После фильтрации	Август	17	Май	65	Апрель	-17	Июнь	12
Амплитуда	802		1201		107		122	

Корреляционные зависимости внутригодовой изменчивости колебаний уровня озера симметричны, однотипны и значимы для всех месяцев. Так, при временном сдвиге $\tau = 1$ мес., $K^*(t, \tau)$ близки к 1,0 (Рисунок 4.7).

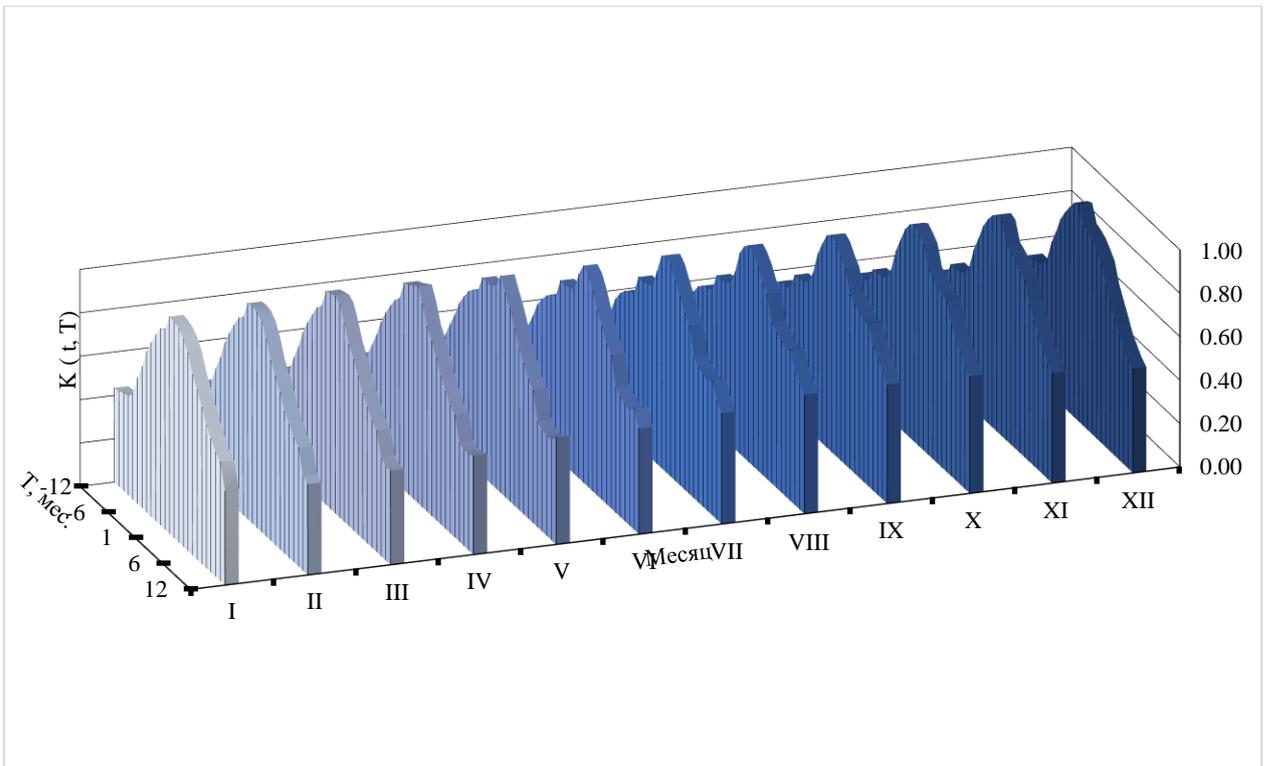


Рисунок 4.7 – Графики оценок корреляционных зависимостей внутригодовой изменчивости уровней воды Онежского озера 1883-2021 гг.

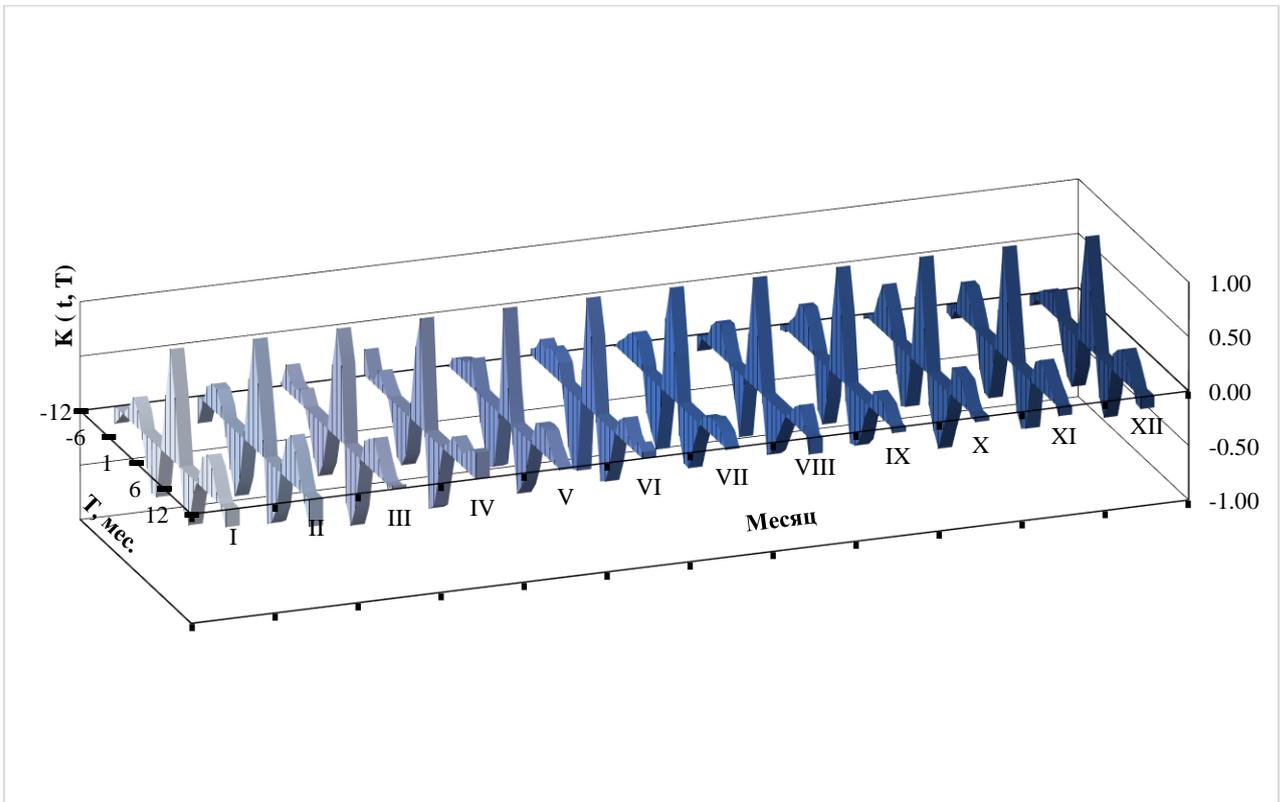


Рисунок 4.8 – Графики оценок корреляционных зависимостей внутригодовой изменчивости уровней воды Онежского озера 1883-2021 гг. после фильтрации Баттерворта

Анализ оценок $K(t, T)$ показывает, что при временном сдвиге $i = 1$, $Ki(1)$ для всех месяцев года близки к 1,0. Для всех месяцев связи как "вперед", так и "назад" при сдвиге 2-4 мес. затухают, но продолжают флуктуировать в дальнейшем. При сдвиге $i = 2-4$ мес., $Ki(1)$ находятся в области отрицательных значений и остаются значимыми для весенних и летних месяцев. Корреляционные связи внутри года для колебаний уровня симметричны и однотипны для всех месяцев (Рисунок 4.8)

Параметры авторегрессии, описывающие корреляционных зависимостей внутригодовой изменчивости уровней воды искусственно завышены за счет наличия в структуре процесса долгопериодного колебания. В результате фильтрации Баттерворта происходит устранение колебаний, параметры уменьшаются и характеризуются только зависимости собственно внутригодового хода, ритмика годовой цикличности

Таблица 4.3 – Численные значения параметров авторегрессии внутригодовой коррелированности уровней воды за период 1883-2021 гг. до и после фильтрации Баттерворта.

До фильтрации Баттерворта											
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	IX	XII
1,00	0,99	0,98	0,94	0,94	0,98	0,97	0,98	0,98	0,98	0,99	0,92
После фильтрации Баттерворта											
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	IX	XII
0,59	0,63	0,70	-0,05	0,30	0,68	0,45	0,50	0,59	0,38	0,53	0,54

В месяцы, когда численные значения параметров авторегрессии внутригодовой коррелированности уровней воды после фильтрации Баттерворта равны или превышают 0,60 (февраль, март, июнь) на реках впадающих в Онежское озеро наблюдается зимняя и летняя межень. В эти месяцы сток рек, впадающих в озеро, зарегулирован подземными водами. Поэтому корреляционные связи внутригодовой изменчивости существенны, а параметр авторегрессии значим.

Заключение

Знание уровня режима озера имеет большое практическое значение и необходимо для обеспечения бесперебойной подачи воды для бытовых, промышленных и сельскохозяйственных нужд, для определения оптимальных условий навигации, расчета допустимой осадки судов и планировании сроков проведения дноуглубительных работ, для оптимизации работы гидроэлектростанций, регулирования выработки электроэнергии в зависимости от уровня воды. [6]

Уровненный режим озера является интегральным индикатором изменений в водосборном бассейне, таких как изменения климата, хозяйственной деятельности и регулирования стока. Мониторинг уровня режима позволяет своевременно выявить и реагировать на негативные тенденции, что способствует устойчивому управлению водными ресурсами и сохранению экосистемы.

Для уровня режима Онежского озера характерна разномасштабная изменчивость, которая проявляется в наличии значимого тренда на повышение в период после строительства Верхне-Свирской ГЭС, периодов локальной нестационарности (подъема и спада) продолжительностью в несколько десятилетий, а также достаточно хорошо выраженных квази 5-6-летних и 2-3-летних колебаний воды в озере. Ритмика годовой цикличности проявляется на фоне долгопериодной изменчивости. Наименьшие значения уровня наблюдаются в апреле, а наибольшие – в июне, июле.

Список литературы

1. АИС ГМВО. – <https://gmvo-demo.skniivh.ru/> (дата обращения: 10.02.2024 г.)
2. Выручалкина Т.Ю., Филатов Н.Н., Дианский Н.А., Гусев А. В. О прогнозе многолетних изменений уровня воды крупных озер // Труды Карельского научного центра РАН № 9. 2016 – С. 3-16
3. Государственный доклад о состоянии окружающей природной среды в Республики Карелия в 1994 году / Минэкология РК, Петрозаводск, 1995. 126 с.
4. Государственный доклад о состоянии окружающей природной среды Республики Карелия в 1995 году / Минэкология РК, Петрозаводск, 1996. 138 с.
5. Государственный доклад «О состоянии окружающей природной среды Российской Федерации в 1996 году / Госомэкологии РФ. Зеленый мир. 1997, № 24,25
6. Григорьев С.В. Энергетическое значение и использование вод бассейна Онежского озера // Онежское озеро как объект хозяйственного использования.-Л.,Наука, 19703 с. 20-59
7. Игнатов Н.А. Прогнозирование временных рядов с регулярными циклическими компонентами с помощью модели периодически коррелированных случайных процессов // Научные труды: Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН, 2011.
8. Лозовик П.А., Сабылина А.В. Изменение режима водоемов Карелии в результате антропогенного воздействия // Водные ресурсы Карелии и экология. – Петрозаводск: КНЦ РАН, 1992, с. 45-55
9. Мякишева Н.В., Давыденко Е.В, Орлов Д.А. Разномасштабная изменчивость уровня воды в озерах России Арктический регион. Умбозеро // Успехи современного естествознания. – 2021. – №12(часть 1). – С.166-172. DOI: 10.17513/use.37754

10. Мякишева Н.В., Давыденко Е.В, Орлов Д.А. Разномасштабная изменчивость уровня воды в озерах России II Ладожское озеро // естественные и технические науки. – 2020. – №12(150). – С.166-172.

11. Тимофеев А.А., Стерин А.М. Применение метода квантильной регрессии для анализа изменений характеристик климата // Метеорология и гидрология. – 2010. – №5 – С. 70-41.

Приложение А

Таблица А1

Среднемесячные уровни Онежского озера 1883-2021 гг.

Год	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
1883							85	87	90	92	102	104
1884	104	103	96	87	101	120	117	112	100	88	81	76
1885	63	59	58	63	73	118	124	112	97	90	85	78
1886	77	75	73	78	105	119	113	105	94	84	74	71
1887	71	66	62	55	83	109	112	102	94	91	97	100
1888	98	93	86	89	118	154	163	164	157	150	143	138
1889	135	129	118	112	149	164	151	138	128	129	116	107
1890	103	99	92	90	101	102	98	89	78	70	72	68
1891	65	59	54	58	62	81	82	72	61	52	60	63
1892	67	69	73	79	57	87	107	119	117	110	106	103
1893	100	94	88	78	83	112	112	101	91	94	88	87
1894	83	82	74	71	109	129	121	113	105	100	92	88
1895	88	83	79	72	94	109	115	112	105	108	120	119
1896	110	110	103	93	114	129	126	112	106	104	102	98
1897	96	85	79	80	98	104	95	77	71	64	57	55
1898	55	54	54	61	73	96	96	90	80	77	80	85
1899	89	89	85	88	120	176	175	161	155	144	136	133
1900	129	123	114	104	117	142	140	132	117	111	106	98
1901	96	92	86	82	108	126	124	111	94	78	64	60
1902	55	53	65	63	54	94	110	127	128	128	128	126
1903	121	115	106	108	150	165	163	176	185	175	167	160
1904	155	148	136	125	146	163	169	171	170	161	151	145
1905	141	135	125	116	155	175	168	154	142	141	137	131
1906	131	127	119	117	150	151	141	125	111	96	84	78
1907	74	69	64	58	89	116	118	109	103	98	88	80
1908	73	69	62	58	74	86	95	91	91	92	84	83
1909	79	73	70	67	81	107	113	112	106	98	102	101
1910	102	98	92	89	123	128	120	106	94	83	77	74
1911	74	69	67	62	93	117	126	124	116	108	114	120
1912	121	117	111	104	121	149	149	134	120	109	99	96
1913	92	86	82	82	108	112	109	99	87	71	67	66
1914	64	62	54	52	75	95	87	79	69	67	59	54
1915	52	52	54	54	78	101	103	94	87	85	77	75
1916	72	68	58	60	90	109	118	108	102	101	103	103
1917	102	100	92	89	109	120	119	106	97	103	106	104
1918	107	106	99	90	110	125	126	116	107	106	105	97
1919	96	91	83	81	104	112	105	92	81	74	67	64
1920	62	56	55	65	107	116	107	95	80	61	61	70
1921	71	75	62	56	77	85	82	82	73	63	60	57
1922	58	54	56	56	94	121	118	123	117	109	99	97

1923	95	90	82	72	86	129	138	137	135	134	144	156
1924	160	156	146	140	168	195	187	167	143	122	106	95
1925	91	90	82	78	102	110	106	95	86	82	83	83
1926	77	70	65	67	92	124	127	112	100	88	81	82
1927	78	74	72	69	94	132	138	121	106	93	83	77
1928	72	68	62	58	75	86	88	90	92	107	134	135
1929	135	133	125	114	128	158	155	149	142	134	134	132
1930	127	127	122	115	130	141	132	128	120	115	117	117
1931	118	111	102	96	130	142	143	133	128	130	126	118
1932	114	107	101	95	118	131	133	119	103	98	92	90
1933	91	89	82	80	94	99	99	95	87	81	78	71
1934	70	57	63	65	94	108	112	99	87	74	71	70
1935	64	68	71	77	79	112	124	135	139	145	147	146
1936	147	145	136	125	143	141	129	109	97	81	70	67
1937	56	55	56	58	76	91	86	81	69	58	54	58
1938	63	67	71	70	63	87	95	85	74	61	52	55
1939	59	62	66	72	61	55	57	54	66	76	84	86
1940	88	98	97	98	92	79	74	70	67	67	70	70
1941	70	72	76	80	74	65	77	74	77	73	68	64
1942												
1943												
1944												
1945	84	86	85	77	88	112	122	117	115	120	118	114
1946	114	110	107	106	137	161	156	143	129	109	96	89
1947	84	77	74	70	84	90	87	78	66	60	55	54
1948	54	56	61	57	76	86	85	77	75	75	88	92
1949	97	97	92	89	113	122	127	117	106	94	93	92
1950	89	87	81	83	106	113	108	95	84	76	65	61
1951	62	60	56	60	82	91	92	84	72	60	56	61
1952	44	49	48	48	84	116	120	114	111	117	115	116
1953	115	110	103	104	141	163	171	176	170	162	153	145
1954	139	132	123	114	128	136	134	134	126	119	132	135
1955	131	128	121	113	141	181	177	164	150	138	133	122
1956	116	106	94	84	95	109	107	112	120	125	134	130
1957	126	124	117	110	152	171	166	160	160	172	178	171
1958	170	162	151	136	155	184	182	176	161	148	143	134
1959	126	117	107	98	124	127	129	123	119	117	107	96
1960	87	79	69	67	85	89	94	91	86	84	78	74
1961	73	71	70	73	112	149	161	170	191	187	174	157
1962	156	150	139	143	180	179	186	182	178	175	169	161
1963	152	145	135	125	147	145	138	131	126	121	119	116
1964	107	103	94	87	112	127	128	120	105	95	89	82
1965	77	73	67	67	95	111	116	118	114	106	96	92
1966	86	80	75	76	116	157	160	153	144	151	152	146
1967	137	129	120	119	151	158	151	135	124	109	110	104
1968	100	94	89	92	136	163	162	148	136	128	124	117

1969	112	106	96	89	118	138	131	122	115	118	117	126
1970	123	116	106	100	132	141	134	130	129	133	130	123
1971	117	114	109	103	125	152	149	139	130	122	117	113
1972	107	100	91	88	110	122	117	106	98	86	82	88
1973	94	95	94	103	132	138	132	119	110	102	97	90
1974	87	86	81	76	98	125	127	126	122	118	114	114
1975	114	110	105	116	140	141	139	126	110	100	89	84
1976	81	78	73	73	103	127	143	153	166	161	148	138
1977	128	119	112	105	134	151	149	139	126	127	143	149
1978	144	135	124	119	124	126	122	121	127	129	136	138
1979	132	124	114	104	130	147	148	144	135	132	131	135
1980	133	130	123	113	133	140	137	127	115	102	90	87
1981	86	83	79	75	106	159	178	180	179	181	195	192
1982	186	174	157	148	178	183	172	154	140	133	125	129
1983	128	123	118	134	163	168	164	155	141	139	146	148
1984	149	144	134	129	161	168	157	149	144	150	159	151
1985	140	131	121	113	130	142	150	145	136	129	127	122
1986	119	115	108	107	141	152	152	142	141	142	142	145
1987	143	138	128	119	143	159	170	174	183	181	165	153
1988	148	139	132	131	157	180	184	186	190	187	180	173
1989	166	157	149	150	180	178	164	148	140	137	139	126
1990	118	114	114	127	155	163	162	159	146	135	129	123
1991	120	115	107	112	149	168	174	175	167	164	163	169
1992	167	162	152	149	181	191	177	160	154	144	136	130
1993	128	122	118	114	145	158	162	173	178	178	172	163
1994	154	143	133	129	167	177	173	159	148	149	152	147
1995	142	137	133	137	184	200	192	177	162	150	143	136
1996	127	118	108	97	118	133	144	144	132	117	110	110
1997	109	108	107	108	144	171	171	159	147	140	136	126
1998	117	109	103	94	126	154	167	164	159	153	156	145
1999	138	131	120	118	142	150	145	132	120	113	104	97
2000	96	93	93	99	136	147	153	155	157	150	149	150
2001	144	136	128	128	154	169	162	145	126	113	111	104
2002	96	93	92	90	130	143	143	131	118	108	98	90
2003	84	79	73	72	104	114	114	110	115	118	129	130
2004	128	122	111	104	130	149	158	158	158	161	161	158
2005	151	142	132	132	177	191	177	159	140	127	115	115
2006	110	106	102	100	122	140	141	136	129	121	125	138
2007	143	138	130	133	151	163	173	172	166	156	140	130
2008	120	115	111	117	147	157	159	160	166	165	186	197
2009	191	186	172	156	164	170	171	168	157	146	141	148
2010	143	134	122	118	146	158	155	142	133	126	133	127
2011	122	115	103	100	140	151	144	138	137	139	132	128
2012	131	124	116	109	145	161	165	160	146	138	140	137
2013	133	125	115	109	134	138	133	131	123	114	123	130
2014	137	135	128	126	142	150	150	139	132	122	113	106

2015	102	100	99	104	137	153	150	144	138	127	119	121
2016	129	127	117	117	141	149	152	160	162	151	139	140
2017	137	133	127	127	153	175	178	181	177	177	170	166
2018	167	163	151	143	164	167	160	146	135	138	130	127
2019	123	119	114	113	146	159	152	140	131	133	140	149
2020	161	162	166	165	171	181	163	147	135	133	129	131
2021	129	119	107	108	139	143	135	123	115	107	108	109

Таблица А2

Среднегодовые уровни воды Онежского озера 1883-2021 гг.

1883	93	1914	68	1944		1974	106	2004	142
1884	99	1915	76	1945	103	1975	115	2005	147
1885	85	1916	91	1946	121	1976	120	2006	123
1886	89	1917	104	1947	73	1977	132	2007	150
1887	87	1918	108	1948	73	1978	129	2008	150
1888	129	1919	87	1949	103	1979	131	2009	164
1889	131	1920	78	1950	87	1980	119	2010	136
1890	88	1921	70	1951	70	1981	141	2011	129
1891	64	1922	92	1952	90	1982	157	2012	139
1892	91	1923	117	1953	143	1983	144	2013	126
1893	94	1924	149	1954	129	1984	150	2014	132
1894	97	1925	91	1955	142	1985	132	2015	125
1895	100	1926	90	1956	111	1986	134	2016	140
1896	109	1927	95	1957	151	1987	155	2017	158
1897	80	1928	89	1958	159	1988	166	2018	149
1898	75	1929	137	1959	116	1989	153	2019	135
1899	129	1930	124	1960	82	1990	137	2020	154
1900	119	1931	123	1961	132	1991	149	2021	120
1901	93	1932	108	1962	167	1992	159		
1902	94	1933	87	1963	133	1993	151		
1903	149	1934	81	1964	104	1994	153		
1904	153	1935	109	1965	94	1995	158		
1905	143	1936	116	1966	125	1996	122		
1906	119	1937	67	1967	129	1997	136		
1907	89	1938	70	1968	124	1998	137		
1908	80	1939	67	1969	116	1999	126		
1909	92	1940	81	1970	125	2000	132		
1910	99	1941	73	1971	124	2001	135		
1911	99	1942		1972	100	2002	111		
1912	119	1943		1973	109	2003	104		

Таблица А3

Фильтрация Баттерворта 1883-1941 гг.

Год	Среднегодовой уровень	ω 0,57(Низкочастотная)	ω 0,57(Высокочастотная)
1883	96,2	91,2	8,3
1884	98,8	93,9	4,9
1885	85,0	96,2	-11,2
1886	89,0	98,4	-9,4
1887	86,8	100,2	-13,4
1888	129,4	101,3	28,1
1889	131,3	101,2	30,1
1890	88,5	100,0	-11,5
1891	64,1	97,8	-33,7
1892	91,2	95,0	-3,8
1893	94,0	92,1	1,9
1894	97,2	90,0	7,3
1895	100,3	89,2	11,1
1896	108,9	90,3	18,6
1897	80,1	93,6	-13,5
1898	75,1	98,8	-23,7
1899	129,3	105,4	23,8
1900	119,4	112,6	6,8
1901	93,4	119,2	-25,8
1902	94,3	124,2	-29,9
1903	149,3	126,7	22,5
1904	153,3	126,5	26,9
1905	143,3	123,4	19,9
1906	119,2	118,1	1,0
1907	88,8	111,6	-22,7
1908	79,8	104,7	-24,9
1909	92,4	98,6	-6,1
1910	98,8	93,7	5,1
1911	99,2	90,5	8,6
1912	119,2	88,9	30,3
1913	88,4	88,4	0,0
1914	68,1	88,7	-20,6
1915	76,0	89,3	-13,3
1916	91,0	90,0	1,0
1917	103,9	90,5	13,4
1918	107,8	91,0	16,9
1919	87,5	91,6	-4,1
1920	77,9	92,5	-14,6
1921	70,2	93,9	-23,7
1922	91,8	95,9	-4,1

1923	116,5	98,4	18,1
1924	148,8	101,3	47,5
1925	90,7	104,4	-13,7
1926	90,4	107,4	-17,0
1927	94,7	110,1	-15,3
1928	88,9	112,0	-23,1
1929	136,6	113,1	23,5
1930	124,3	112,9	11,3
1931	123,1	111,4	11,7
1932	108,4	108,5	-0,1
1933	87,2	104,4	-17,2
1934	80,8	99,4	-18,6
1935	108,9	93,9	15,0
1936	115,8	88,3	27,5
1937	66,5	83,1	-16,6
1938	70,3	78,5	-8,3
1939	66,5	74,8	-8,3
1940	80,8	71,8	9,0
1941	72,5	69,5	3,0

Таблица А4

Фильтрация Баттерворта 1941-2021 гг.

Год	Среднегодовой уровень	ω 0,57(Низкочастотная)	ω 0,57(Высокочастотная)
1945	103,2	99,8	3,4
1946	121,4	93,8	27,6
1947	73,3	88,9	-15,7
1948	73,5	86,0	-12,5
1949	103,3	86,0	17,2
1950	87,3	89,3	-2,0
1951	69,7	95,7	-26,0
1952	90,2	104,3	-14,1
1953	142,8	113,9	28,9
1954	129,3	123,1	6,3
1955	141,6	130,5	11,1
1956	111,0	135,3	-24,3
1957	150,6	137,1	13,4
1958	158,5	136,2	22,3
1959	115,8	133,2	-17,4
1960	81,9	129,3	-47,4
1961	132,3	125,4	7,0
1962	166,5	122,2	44,3
1963	133,3	120,4	13,0

1964	104,1	119,7	-15,6
1965	94,3	120,0	-25,7
1966	124,7	120,6	4,0
1967	128,9	121,0	8,0
1968	124,1	120,6	3,5
1969	115,7	119,3	-3,7
1970	124,8	117,3	7,4
1971	124,2	115,0	9,2
1972	99,6	113,0	-13,4
1973	108,8	111,8	-3,0
1974	106,2	112,0	-5,9
1975	114,5	113,8	0,7
1976	120,3	117,2	3,2
1977	131,8	121,6	10,2
1978	128,8	126,7	2,0
1979	131,3	131,8	-0,5
1980	119,2	136,4	-17,2
1981	141,1	140,0	1,1
1982	156,6	142,5	14,1
1983	143,9	144,1	-0,2
1984	149,6	144,9	4,7
1985	132,2	145,4	-13,3
1986	133,8	146,0	-12,2
1987	154,7	146,8	7,8
1988	165,6	148,1	17,5
1989	152,8	149,7	3,1
1990	137,1	151,4	-14,3
1991	148,6	152,7	-4,2
1992	158,6	153,2	5,3
1993	150,9	152,5	-1,6
1994	152,6	150,3	2,3
1995	157,8	146,6	11,2
1996	121,5	141,6	-20,1
1997	135,5	136,0	-0,5
1998	137,3	130,4	6,9
1999	125,8	125,7	0,1
2000	131,5	122,7	8,8
2001	135,0	121,9	13,1
2002	111,0	123,3	-12,3
2003	103,5	126,8	-23,3
2004	141,5	131,5	10,0
2005	146,5	136,5	10,0
2006	122,5	140,9	-18,4
2007	149,6	143,7	5,9

2008	150,0	144,6	5,4
2009	164,2	143,7	20,5
2010	136,4	141,4	-5,0
2011	129,1	138,5	-9,5
2012	139,3	136,0	3,3
2013	125,7	134,6	-8,9
2014	131,7	134,6	-2,9
2015	124,5	135,9	-11,4
2016	140,3	138,1	2,2
2017	158,4	140,3	18,1
2018	149,3	141,8	7,5
2019	135,0	141,9	-6,9
2020	153,6	140,3	13,3
2021	120,3	137,0	-16,8

Таблица А5

Среднемесячные уровни Онежского озера после фильтрации Баттерворта

Год	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
1883							-2,72	-3,26	-2,03	-1,19	7,9	8,7
1884	6,8	2,9	-7,7	-20,6	-9,7	8,05	6,7	6,7	2,7	0,58	3,59	6,76
1885	-1,67	-5,73	-11,4	-14,6	-14,3	21,6	21,5	7,7	-4,6	-5,57	-3	-3,19
1886	-0,19	-2,21	-8,32	-10,3	8,5	15,9	6,68	0,016	-5,07	-5,78	-5,2	1,2
1887	7,3	3,6	-4,1	-18,8	-0,6	15,9	11,6	-1,8	-9,2	-8,4	2,9	10,2
1888	9,6	1,5	-13,4	-22,2	-7,0	15,5	13,8	8,5	0,4	-3,2	-3,9	-1,6
1889	1,5	-1,1	-11,9	-20,5	12,4	23,6	8,8	-3,0	-8,3	0,1	-3,9	-3,8
1890	-0,2	1,1	-3,1	-4,4	6,5	7,6	5,0	-0,5	-6,2	-7,6	1,3	3,2
1891	4,3	-0,2	-6,0	-4,6	-4,1	11,8	11,0	1,1	-8,0	-13,7	-2,2	3,4
1892	7,9	7,5	6,1	4,0	-27,5	-7,2	4,4	10,7	6,3	0,1	-0,5	1,3
1893	2,9	0,3	-4,3	-15,0	-12,0	14,6	13,1	2,3	-5,3	1,7	0,4	3,4
1894	1,3	-0,6	-12,7	-22,1	8,4	21,5	9,0	0,0	-5,3	-4,5	-4,8	-1,1
1895	4,8	2,7	-2,1	-13,3	2,1	9,5	8,5	0,2	-9,6	-7,0	6,5	7,7
1896	0,6	1,4	-6,3	-18,1	0,6	13,7	10,3	-2,2	-4,7	-1,7	1,8	2,8
1897	4,4	-4,9	-10,8	-10,6	6,8	13,6	7,7	-4,8	-3,2	-1,9	-1,3	1,8
1898	3,4	0,0	-6,0	-7,3	-3,9	11,9	7,6	0,8	-6,7	-5,5	1,6	8,2
1899	9,7	2,1	-14,1	-26,6	-11,0	30,5	19,2	0,6	-3,9	-8,3	-6,6	0,6
1900	5,1	4,3	-3,5	-15,6	-6,6	14,6	10,9	4,5	-5,4	-3,6	0,2	0,1
1901	3,2	0,4	-8,2	-17,5	2,4	15,8	12,8	3,6	-4,8	-8,5	-8,7	-0,1
1902	3,5	4,2	12,2	0,1	-23,3	0,5	1,6	7,2	1,8	0,5	3,1	5,5
1903	4,1	-1,3	-14,1	-20,5	9,6	11,5	-2,4	2,2	7,9	-0,1	-1,8	-0,1
1904	3,4	2,6	-6,9	-19,5	-3,3	7,5	8,0	6,9	6,4	1,4	-2,2	-1,2
1905	0,6	-2,4	-12,7	-25,0	9,0	24,1	14,1	0,1	-8,7	-4,0	-1,1	-1,0
1906	2,9	-0,3	-10,2	-15,8	13,9	13,8	6,6	-2,1	-4,6	-5,5	-3,1	2,9
1907	6,4	3,2	-5,8	-20,3	-0,1	16,5	11,0	-0,9	-4,5	-2,5	-2,5	0,0

1908	1,9	3,2	-2,8	-10,1	-0,3	4,4	7,1	-0,8	-1,4	2,3	-1,0	3,2
1909	3,2	-1,4	-6,2	-14,1	-6,9	11,8	11,7	6,8	-0,3	-7,1	-0,5	0,9
1910	3,1	-1,8	-10,7	-17,9	12,2	15,1	8,1	-1,2	-5,3	-6,2	-2,1	3,0
1911	7,2	1,7	-5,8	-20,0	-0,2	12,8	12,9	5,3	-4,6	-11,5	-2,8	5,8
1912	7,9	2,5	-7,3	-19,6	-7,9	16,5	16,0	4,4	-2,7	-4,5	-4,8	0,6
1913	2,0	-2,3	-8,0	-11,9	9,7	10,8	8,0	1,8	-2,9	-9,5	-3,9	2,9
1914	5,5	3,9	-7,4	-15,3	1,2	16,0	5,9	-0,5	-5,4	0,0	-0,2	0,8
1915	1,4	-0,4	-4,5	-13,6	0,1	14,0	9,9	-1,0	-5,5	-1,6	-2,1	2,9
1916	4,6	1,4	-11,8	-16,6	4,4	14,2	15,4	0,3	-7,5	-7,4	-2,3	1,4
1917	3,4	2,6	-6,1	-11,7	4,9	12,5	9,3	-4,2	-11,9	-3,3	2,7	3,1
1918	7,0	4,9	-5,1	-18,2	-2,5	9,4	9,3	0,7	-4,5	-0,2	4,4	1,1
1919	2,8	-1,7	-11,3	-15,8	5,1	12,9	8,5	1,1	-2,1	-0,4	0,2	2,1
1920	1,0	-8,4	-16,2	-14,8	18,8	21,9	10,7	0,8	-8,3	-19,1	-10,7	5,1
1921	9,8	13,6	-2,9	-14,5	0,6	4,3	0,1	2,6	-0,6	-2,8	1,8	4,2
1922	6,5	-1,4	-8,3	-20,9	3,0	16,8	3,9	4,0	-1,4	-3,9	-5,5	1,6
1923	7,0	5,5	-3,6	-19,4	-14,6	17,3	15,4	5,2	-3,6	-9,0	-1,7	7,9
1924	8,8	0,4	-15,2	-26,8	-2,9	23,3	19,0	7,7	-3,3	-8,5	-8,3	-5,1
1925	0,9	4,9	-3,1	-10,8	7,9	11,2	5,1	-4,3	-8,2	-4,8	4,1	10,2
1926	6,8	-2,1	-13,2	-20,1	-4,8	19,2	17,9	3,2	-3,8	-7,5	-5,1	3,9
1927	4,2	-0,3	-7,6	-19,7	-5,4	22,8	22,4	3,9	-7,2	-11,6	-10,0	-3,7
1928	2,1	5,5	2,2	-3,8	7,0	8,8	0,3	-8,1	-15,3	-7,6	14,0	11,1
1929	8,1	3,3	-7,7	-22,1	-11,4	15,7	11,0	4,9	-0,4	-5,2	-1,0	1,2
1930	-0,4	1,5	-3,2	-11,3	2,0	11,6	2,4	-0,1	-4,8	-5,1	1,8	5,9
1931	9,0	1,4	-10,8	-22,2	5,6	11,8	9,0	-2,0	-4,9	1,6	3,6	1,5
1932	2,0	-2,7	-8,9	-17,1	3,0	13,7	15,2	3,4	-7,8	-6,1	-4,8	-0,4
1933	4,9	4,4	-3,9	-9,1	1,2	3,5	3,2	1,7	-0,9	0,1	4,2	2,7
1934	4,1	-10,3	-9,3	-14,6	6,4	13,9	14,5	2,3	-5,0	-10,3	-4,6	2,0
1935	0,3	4,1	1,9	-1,9	-12,8	6,1	4,5	4,2	-0,1	0,8	0,4	-1,0
1936	0,7	-0,1	-7,3	-15,7	6,6	11,1	8,2	-0,4	0,5	-2,6	-2,2	3,1
1937	-3,5	-4,2	-6,1	-8,9	4,0	15,3	9,0	5,4	-3,1	-9,6	-9,5	-3,0
1938	2,2	4,0	4,0	-1,8	-13,1	8,1	15,4	6,9	-0,8	-9,6	-14,2	-7,4
1939	-0,6	4,1	8,8	14,7	3,0	-4,4	-4,6	-10,7	-3,0	1,7	3,9	0,2
1940	-2,7	4,2	2,3	4,8	2,5	-5,4	-4,7	-3,4	-2,2	0,4	4,1	3,2
1941	1,0	0,3	1,7	3,7	-3,3	-12,2	1,1	0,1	5,3	3,2	-1,0	-6,0
1945	10,9	7,7	-0,3	-16,4	-13,4	3,8	8,9	1,6	-0,4	6,2	6,1	3,0
1946	1,9	-5,9	-14,8	-22,9	1,5	21,2	15,7	6,7	0,9	-7,9	-8,6	-4,1
1947	0,0	-1,4	-2,2	-6,6	5,8	10,6	8,1	1,8	-5,5	-5,5	-4,8	-1,5
1948	0,3	1,1	2,3	-7,4	5,4	9,8	4,7	-5,6	-8,3	-8,3	4,4	6,9
1949	8,5	3,3	-8,2	-17,9	0,4	6,2	11,0	4,1	-1,3	-6,3	-0,6	3,3
1950	2,5	-0,4	-9,9	-12,5	6,3	11,3	7,6	-0,4	-3,4	-1,7	-3,3	-0,2
1951	4,2	1,4	-7,3	-10,4	4,2	7,8	6,9	1,4	-3,9	-6,6	-0,8	12,0
1952	-1,6	1,4	-7,4	-19,8	1,4	18,7	10,6	-3,2	-9,1	-1,6	0,6	6,0
1953	7,4	0,9	-12,1	-21,3	3,0	12,0	9,2	7,6	0,2	-4,0	-5,2	-3,2
1954	0,8	1,9	-2,1	-9,5	3,3	8,6	3,8	2,2	-5,6	-10,8	4,9	10,2
1955	6,8	1,6	-10,5	-26,1	-6,6	25,6	16,5	2,7	-7,3	-10,6	-3,5	-0,9
1956	5,9	5,9	-0,2	-9,0	-1,1	6,9	-2,4	-4,2	-1,4	0,8	9,2	5,7

1957	2,2	-0,8	-11,2	-24,2	9,6	19,4	5,6	-7,2	-11,0	0,3	8,4	5,0
1958	7,8	2,2	-8,4	-25,1	-9,3	16,5	12,9	8,1	-2,0	-6,7	-1,1	1,1
1959	3,0	1,0	-5,9	-15,5	7,3	6,0	4,9	-1,6	-2,3	2,6	2,1	1,5
1960	1,7	0,0	-7,5	-10,7	3,5	2,8	4,3	0,6	-1,7	1,9	2,9	4,8
1961	6,0	0,7	-10,1	-22,9	-3,7	12,3	5,3	0,1	13,4	8,4	-0,3	-9,9
1962	-3,2	-3,9	-13,6	-12,6	18,0	9,0	8,8	0,4	-4,0	-3,1	-1,6	-0,3
1963	0,0	0,7	-4,3	-11,9	10,4	8,0	1,4	-3,3	-3,7	-2,1	3,4	7,4
1964	3,3	1,2	-9,2	-20,1	0,0	10,9	10,5	4,9	-3,7	-4,3	0,3	2,9
1965	4,1	1,5	-8,3	-16,4	1,3	7,2	4,9	4,1	2,5	1,0	-0,2	4,1
1966	3,1	-3,1	-14,2	-24,6	0,7	26,4	16,4	0,8	-11,5	-2,8	3,4	3,8
1967	0,4	-4,6	-13,6	-16,9	11,8	16,6	10,3	-1,2	-4,1	-8,8	2,8	5,0
1968	4,8	-2,9	-15,0	-22,9	8,6	24,4	15,8	-0,5	-9,3	-9,5	-3,1	0,6
1969	4,3	3,2	-6,2	-16,5	6,6	20,1	7,5	-4,6	-11,8	-6,4	-3,4	9,8
1970	9,7	3,2	-8,8	-19,2	7,4	11,1	0,5	-4,6	-3,8	4,2	6,4	4,2
1971	1,2	-1,5	-9,1	-19,9	-3,6	18,3	12,5	2,8	-2,5	-4,1	-1,4	2,1
1972	1,8	-2,0	-10,5	-14,9	5,0	15,6	11,0	2,7	-0,9	-7,8	-7,6	0,2
1973	4,5	0,3	-8,8	-9,0	11,5	11,9	4,5	-5,1	-6,6	-4,4	1,3	3,1
1974	5,2	4,6	-4,6	-17,4	-4,9	12,9	8,0	3,4	-0,7	-2,0	-2,2	1,2
1975	2,5	-3,1	-12,3	-7,2	11,1	8,6	6,9	-0,9	-7,4	-4,7	-2,3	4,2
1976	8,1	5,9	-5,2	-17,2	-3,2	3,6	4,1	2,8	10,2	5,6	-2,0	-3,6
1977	-4,5	-5,8	-8,3	-14,7	11,4	22,9	14,5	-1,3	-18,1	-18,2	-0,6	9,1
1978	9,0	4,9	-2,2	-4,9	0,7	1,8	-3,9	-6,6	-1,7	0,2	8,0	11,4
1979	6,7	-0,9	-11,7	-23,8	-1,0	12,6	10,8	5,3	-3,4	-4,5	-2,6	4,5
1980	4,7	2,4	-5,5	-17,5	0,7	7,3	6,6	2,5	-0,4	-2,0	-2,4	4,1
1981	8,2	4,1	-7,8	-25,8	-13,1	19,7	19,6	5,9	-5,9	-9,1	4,4	4,5
1982	3,3	-3,6	-16,2	-21,7	11,4	19,8	13,2	1,1	-5,7	-5,1	-6,3	2,3
1983	2,8	-4,1	-14,1	-5,1	16,4	15,1	7,2	-2,7	-14,7	-12,5	-0,4	6,1
1984	10,0	5,3	-6,8	-16,0	10,9	13,2	-1,0	-9,8	-12,8	-2,3	12,7	11,1
1985	5,5	0,1	-8,8	-18,0	-3,8	5,2	11,1	5,9	-0,7	-3,2	0,6	1,3
1986	2,4	-0,4	-9,5	-15,8	10,8	13,8	7,0	-7,1	-8,7	-5,0	0,0	8,6
1987	11,0	7,3	-5,2	-20,6	-5,7	0,3	2,7	1,3	9,3	10,9	1,8	-1,9
1988	0,5	-4,3	-11,4	-17,2	0,5	13,5	8,1	3,3	4,3	2,3	-0,5	-1,6
1989	-2,7	-7,3	-13,1	-11,6	18,0	16,2	4,3	-6,8	-7,3	-1,2	9,7	3,4
1990	-1,5	-7,1	-12,8	-8,5	10,2	10,5	5,6	3,6	-3,7	-5,4	-0,9	2,3
1991	4,8	0,3	-12,7	-17,2	7,7	14,4	10,1	4,4	-6,1	-7,9	-5,3	4,7
1992	5,6	1,3	-10,6	-17,2	10,9	18,4	5,0	-7,6	-5,4	-4,5	-0,7	3,6
1993	8,3	3,9	-3,9	-16,6	2,8	3,5	-3,0	1,1	3,9	6,1	5,6	3,4
1994	0,6	-6,6	-15,8	-22,0	12,2	18,2	11,9	-1,7	-9,3	-2,8	6,2	5,7
1995	2,1	-5,8	-16,6	-22,2	14,8	22,8	11,1	-2,0	-9,3	-9,1	-1,7	5,2
1996	7,1	4,3	-4,8	-19,3	-4,3	4,5	11,5	11,1	2,7	-5,7	-5,0	1,3
1997	2,9	-0,5	-8,9	-19,2	4,0	19,5	12,1	-1,5	-8,9	-6,2	2,5	4,9
1998	5,3	1,5	-6,6	-23,2	-2,7	12,8	14,8	4,7	-2,4	-5,7	3,5	0,2
1999	0,1	-2,2	-11,5	-14,4	7,5	13,9	9,5	0,5	-4,2	-1,8	-1,0	-0,1
2000	2,7	-1,8	-8,5	-13,5	10,4	8,5	4,3	0,2	0,7	-3,9	-0,2	5,8
2001	3,2	-3,9	-13,7	-17,2	5,2	18,5	13,3	2,2	-7,2	-8,4	1,4	3,8
2002	0,9	-2,2	-8,4	-19,1	11,1	15,9	11,4	0,1	-6,8	-6,6	-4,2	-0,2

2003	2,9	2,5	-4,3	-10,9	12,0	11,5	1,7	-9,7	-8,7	-6,3	6,5	10,4
2004	10,4	4,4	-9,6	-22,5	-4,3	6,4	8,0	3,0	0,8	4,2	6,3	5,8
2005	0,2	-9,3	-21,9	-25,7	15,6	27,7	15,0	2,2	-7,8	-9,4	-9,3	1,3
2006	3,5	2,2	-3,6	-11,0	3,5	13,9	8,8	0,5	-7,0	-13,2	-6,5	8,6
2007	13,5	5,6	-8,3	-13,2	-3,7	1,1	6,9	6,0	4,4	2,6	-3,0	-2,5
2008	-3,9	-3,9	-7,7	-6,2	15,1	13,9	3,9	-6,3	-9,2	-16,0	2,3	13,2
2009	9,1	6,9	-4,0	-17,1	-6,5	2,1	6,2	7,2	1,1	-4,3	-3,5	8,6
2010	7,1	-0,4	-13,2	-19,6	5,2	14,4	10,3	-1,4	-6,6	-7,6	6,2	6,4
2011	5,7	-0,1	-14,2	-22,1	11,5	16,1	4,4	-3,7	-3,7	1,9	0,0	0,8
2012	7,0	0,2	-10,7	-23,4	5,5	14,6	13,5	6,3	-6,5	-10,2	-1,9	2,1
2013	4,2	0,4	-7,7	-13,9	9,5	11,5	5,0	2,6	-4,7	-12,5	-2,3	4,8
2014	10,2	4,8	-6,9	-13,8	-1,7	4,9	6,6	0,9	1,9	1,4	1,3	1,0
2015	-0,2	-3,9	-10,7	-14,4	9,0	16,5	8,1	0,7	-2,7	-8,1	-9,1	-0,9
2016	10,7	8,6	-5,5	-12,8	2,3	1,9	-1,4	3,9	7,1	0,7	-5,0	2,2
2017	3,4	0,2	-9,1	-15,9	0,9	13,2	7,7	4,9	-1,5	-0,6	-4,1	-3,4
2018	2,1	2,1	-7,7	-14,2	8,1	12,2	7,7	-2,1	-6,5	1,9	0,3	2,2
2019	-0,5	-4,1	-11,6	-15,9	13,0	21,7	12,6	-1,0	-11,9	-11,1	-6,1	-0,1
2020	6,3	1,7	1,1	-3,9	1,4	13,7	1,3	-7,0	-10,5	-2,7	0,7	8,6
2021	9,4	-0,5	-14,3	-16,2	11,7	15,1	6,8	-2,5	-6,1	-9,7	-2,8	2,7