



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Гидрологии суши

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(бакалаврская работа)

На тему **Анализ многолетних колебаний
водности рек России с
использованием показателя Хёрста**

Исполнитель Петров И. С.

Руководитель кандидат географических наук, доцент

Сикан Александр Владимирович

«К защите допускаю»
Заведующий кафедрой

(подпись)

канд. геогр. наук. Сикан Александр Владимирович

« 8 » июня 2018 г.

Санкт-Петербург
2018



ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ИССЛЕДОВАНИЕ ХЁРСТА В ЕГИПТЕ	5
1.1. История наблюдений за уровнями реки Нил	5
1.2. Теория Хёрста.....	7
1.3. Современный взгляд на теорию Херста и ее развитие	11
2. ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЁРСТА ДЛЯ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С НЕЗАВИСИМЫМИ СЕЧЕНИЯМИ («БЕЛОГО ШУМА»)...	15
2.1. Формула Херста для «белого шума»	15
2.2. Проверка формул Херста с использованием искусственных гидрологических рядов.....	16
3. ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЯ ХЁРСТА ДЛЯ РЯДОВ МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ ВЕСЕННЕГО ПОЛОВОДЬЯ РЕК СЕВЕРО-ЗАПАДА РФ.....	21
3.1. Краткая физико-географическая и климатическая характеристика района исследований	21
3.2. Общая характеристика водного режима рек Северо-Запада РФ .	28
3.3. Расчет показателя Хёрста для рек Северо-Запада РФ.....	30
4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЕРСТА ПО ФРАГМЕНТАМ РЯДА МИНИМАЛЬНЫХ УРОВНЕЙ РЕКИ НИЛ.....	34
4.1. Формирование из исходного ряда выборок различной длины	34
4.2. Расчет показателя Херста для минимальных уровней реки Нил .	35
4.3. Использование модели авторегрессии для описания минимальных уровней реки Нил	37
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	Ошибка! Закладка не определена.
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	41
ПРИЛОЖЕНИЯ	44

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы для описания вероятностной структуры гидрологических рядов стали использовать так называемый показатель Хёрста, названный в честь британского гидролога Гарольда Эдвина Хёрста (1880-1978).

Хёрст долгие годы работал в Египте, где изучал водный режим реки Нил и получил прозвище Абу-Нил («отец Нила»). Он установил, что многие природные ряды не могут быть описаны в рамках модели случайного процесса с независимыми сечениями («белого шума») и их следует описывать моделями с долговременной или даже бесконечной памятью.

В настоящее время теория Хёрста нашла широкое применение при анализе финансовых рынков. Использовать этот подход в гидрологии следует с осторожностью, так как в большинстве случаев длина гидрологических рядов не превышает 100 лет, что не позволяет объективно доказать правомерность применения этой модели.

В настоящей работе:

1. Выполнен анализ показателя Хёрста для рядов, соответствующих модели «белого шума» с использованием искусственно смоделированных рядов различной продолжительности.
2. Рассчитаны показатели Хёрста рядов максимальных расходов рек Северо-Запада РФ и для ряда минимальных уровней реки Нил. При этом ряд минимальных уровней Нила разбивался на отдельные выборки различной продолжительности.

Работа состоит из 4 глав введения и заключения.

В первой главе описана история наблюдений за уровнями на реке Нил, излагаются основные положения теории Хёрста, показан современный взгляд на теорию Херста и ее развитие.

Во второй главе исследовались формулы, рекомендуемые для расчета показателя Хёрста для рядов типа «белого шума». В частности исследовались формула Хёрста и формула Эниса и Ллойда. Для проверки формул методом

Монте-Карло моделировались искусственные ряды различной продолжительности.

В третьей главе был выполнен расчет показателей Хёрста для рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада России. Выполнена проверка допустимости использования для расчета максимальных расходов воды модели случайной величины.

В четвертой главе исследовался 600-летний ряд минимальных уровней реки Нил. По этому ряду получены зависимости показателя Хёрста от длины выборки. Исследована статистическая структура этого ряда.

В Заключении представлены основные результаты проведенного исследования.

Работа содержит 17 рисунков, 6 таблиц, 2 приложения и список использованных источников из 30 наименований. Общий объем работы 50 страниц.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ ХЁРСТА В ЕГИПТЕ

1.1. История наблюдений за уровнями реки Нил

Как отмечалось ранее, Хёрст долгие годы работал в Египте, где изучал водный режим реки Нил. В своих исследованиях он использовал записи о наводнениях на реке Нил за 800 лет.

Записи о наводнениях были получены на основании измерений «*ниломера*», расположенного на острове Рода в Каире. Ниломер – сооружение для измерения уровня Нила.

Ниломеры использовались ещё со времён фараонов. Нил разливался, оставляя после разлива плодородную почву в долине реки. После ухода воды начинался сельскохозяйственный сезон. Слабый разлив означал возможность голода, так как затоплялись малые территории. Сильный разлив мог вызвать катастрофические последствия. Поэтому была важна возможность предсказывать объём предстоящего затопления. Для таких целей на реке от острова Элефантина и вниз по течению были построены подобные сооружения.

Родский нилометр представляет из себя колодец, спускающийся ниже уровня воды в Ниле. Вода проникала в ниломер по двум или трём трубам, расположенным на разной высоте. В центре располагается восьмиугольная колонна, поделенная на 19 локтей (рисунок 1.1). Если уровень паводка был менее 16 локтей, то это предвещало засуху и голод в стране, если превышал 19 локтей – появлялась угроза наводнения и гибели урожая (рисунок 1.2).

В настоящее время сохранилось около 20 ниломеров. Наиболее известные из них – Дом паводков, на острове Рода (Старый Каир) и Элефантина в окрестностях Асуана. Ниломер в Асуане имеет другую конструкцию – ступенчатую (рисунок 1.3).

Один из самых необычных проектов состоял из канала и трубы, ведущей на удаленное от берега расстояние, где находилась специальная цистерна. Благодаря этому, удавалось не только отслеживать уровень подъема воды, но и делать это, не находясь в непосредственной близости от Нила.



Рисунок 1.1 – Ниломер на острове Рода в Каире.

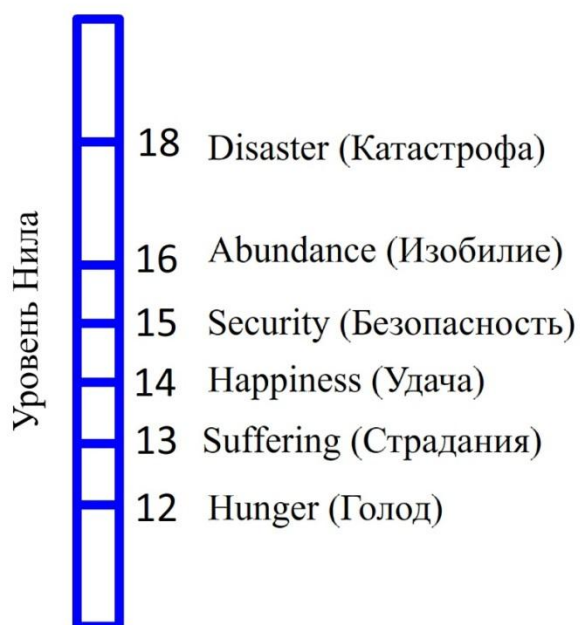


Рисунок 1.2 – Реальная интерпретация показаний Нилометра.

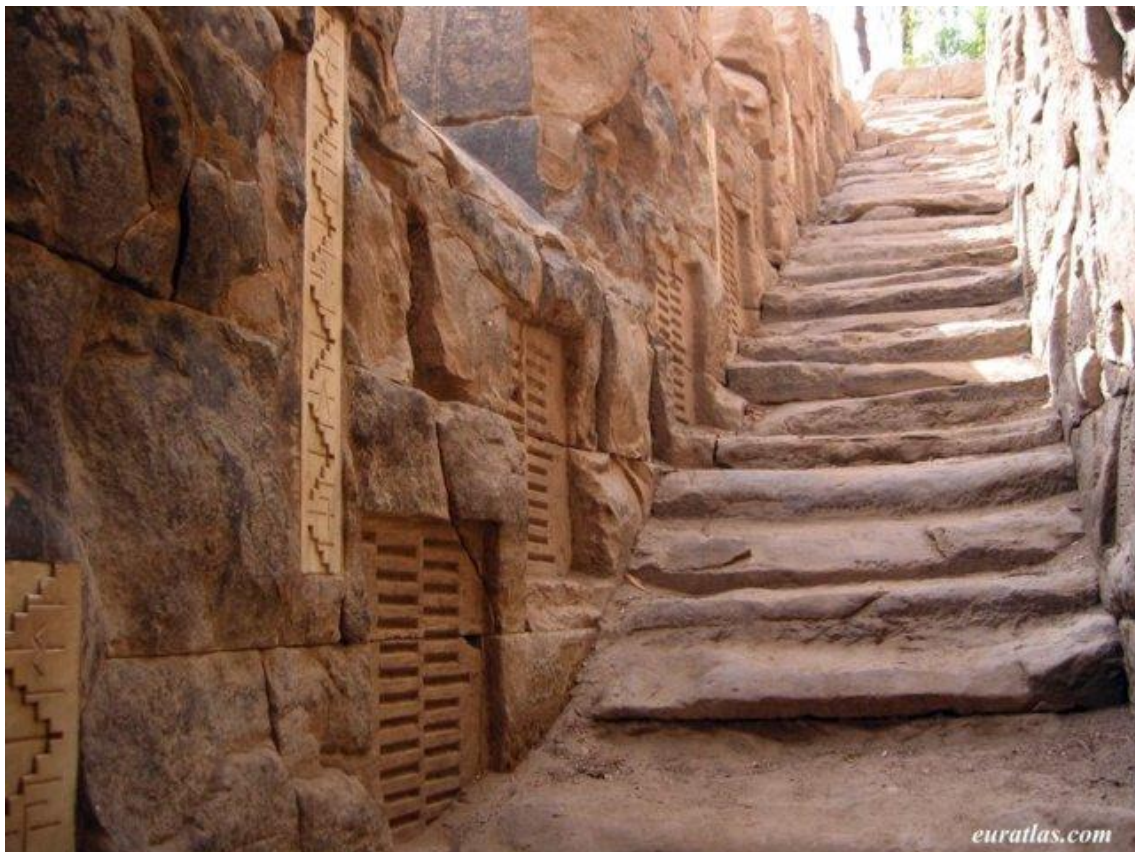


Рисунок 1.3 – Ступенчатый ниломер в Асуане.

Нилометры использовались вплоть до 20 века, то есть, на протяжении многих столетий после того, как Древний Египет стал историей. Сегодня ниломеры являются историческими памятниками, так как потеряли своё практическое значение после постройки Асуанской плотины.

1.2. Теория Хёрста

Изучив записи о наводнениях на реке Нил за 800 лет, Хёрст обнаружил в них закономерность: за годом с высоким уровнем воды обычно следовал еще один год с высоким уровнем, а за годом с низким уровнем воды – еще один год с низким уровнем. Это было похоже на циклы с непредсказуемым периодом.

Для описания таких рядов Хёрст разработал собственную теорию, которую сейчас называют эмпирическим законом Хёрста. Для сравнения различных типов временных рядов Хёрст ввел следующее соотношение:

$$R/S = N^H. \quad (1.1)$$

где R/S – нормированный размах разностной интегральной кривой; N – число наблюдений; H – показатель Хёрста.

Если в двойных логарифмических координатах найти наклон R/S как функцию от N , то тем самым получим оценку H . Эта оценка не связана с какими-либо предположениями относительно лежащего в основе распределения, т. е. является непараметрической.

Из формулы (1.1) следует, что показатель Хёрста равен:

$$H = \frac{\lg(R/S)}{\lg(N)}. \quad (1.2)$$

В настоящее время принята следующая классификация для показателя Хёрста (рисунок 1.4):

1. $H = 0,5$. Указывает на случайный ряд. События случайны и некоррелированы. Настоящее не влияет на будущее. Размах накопленных отклонений должен увеличиваться пропорционально квадратному корню из времени.
2. $0 \leq H < 0,5$. Данный диапазон соответствует *антиперсистентным*, или эргодическим, рядам. Такой тип системы часто называют «возврат к среднему». Если система демонстрирует «рост» в предыдущий период, то, скорее всего, в следующем периоде начнется «спад». И наоборот, если шло снижение, то вероятен близкий подъем. Устойчивость такого антиперсистентного поведения зависит от того, насколько H близко к нулю. Чем ближе его значение к нулю, тем ряд более изменчив.
3. $0,5 < H \leq 1,0$. Имеем персистентные, или трендоустойчивые, ряды. Если ряд возрастает (убывает) в предыдущий период, то, вероятно, что он будет сохранять эту тенденцию какое-то время в будущем. Наблюдения не являются независимыми. Каждое наблюдение несет память о всех предшествующих событиях. Эта память долговременная. Недав-

ние события имеют влияние большее, чем события отдаленные, но остаточное влияние этих последних всегда ощутимы. Трендоустойчивость поведения, или сила персистентности, увеличивается при приближении H к единице. Чем ближе H к 0,5, тем более зашумлен ряд и тем менее выражен его тренд. Персистентный ряд является самым распространенным типом, встречающимся в природе.

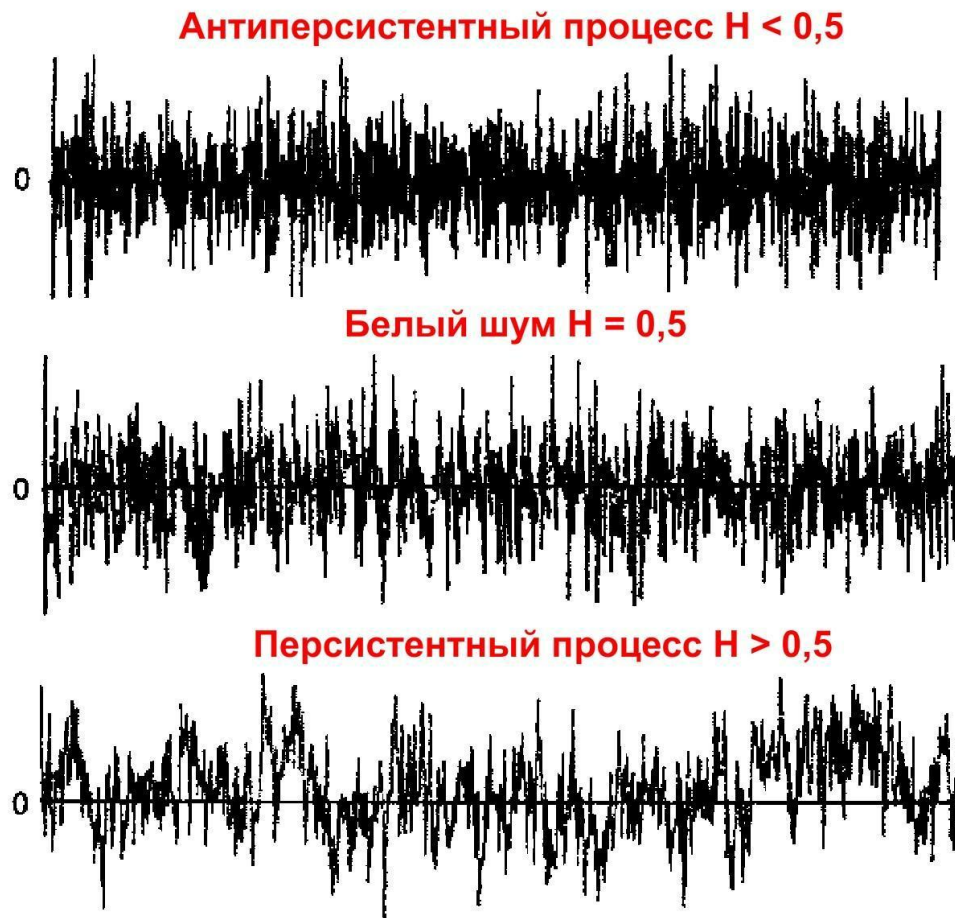


Рисунок 1.4. – Основные типы процессов по показателю Хёрста (из книги Б. Мандельброта и Р.Л. Хадсона «Непослушные рынки: фрактальная революция в финансах»).

Показатель Хёрста может быть преобразован во фрактальную размерность D с помощью следующей формулы:

$$D = 2 - H. \quad (1.3)$$

Фрактальная размерность временного ряда, или накопленных изменений при случайном блуждании, равна 1,5. Фрактальная размерность кривой

линии равна 1, а фрактальная размерность геометрической плоскости равна 2. Таким образом, фрактальная размерность случайного блуждания лежит между кривой линией и плоскостью.

Если $H = 0,5$, то $D = 1,5$. Обе величины характеризуют независимую случайную последовательность.

Величина $0,5 < H \leq 1$ будет соответствовать фрактальной размерности, более близкой к кривой линии. Это персистентный временной ряд, дающий более гладкую, менее зазубренную линию, нежели случайное блуждание.

Антиперсистентная величина H ($0 < H < 0,5$) дает соответственно более высокую фрактальную размерность и более прерывистую линию, чем случайное блуждание, и, следовательно, характеризует систему, более подверженную переменам (см. рисунок 1.4) [12].

Если предположить, что природные ряды представляют собой независимые случайные последовательности, то для них должно выполняться условие: $H = 0,5$.

Хёрст (Hurst, 1951) попытался проверить справедливость соотношения на большом числе геофизических временных рядов, таких как ряды речного стока, уровней озер и рек, осадков, температуры воздуха и давления, колец деревьев, слоев ила и чисел пятен на солнце. Он рассмотрел 75 временных рядов, которые в зависимости от их длины были разделены на части, содержащие от 30 до 2000 членов, что в итоге составило 690 случаев. Позднее Хёрст расширил исходный материал, охватив 120 временных рядов и доведя общее число случаев до 872 с длинами от 10 до 2000 лет.

В результате исследований он обнаружил, что нормированный размах увеличивается быстрее чем $n^{0,5}$, т.е. $H > 0,5$. Оказалось, что для речного стока и уровней воды оценка $\bar{H}$ равна приблизительно 0,75, для осадков, температуры и давления – 0,70, а для колец деревьев – 0,80. Среднее значение оценки $\bar{H}$ равно приблизительно 0,73, среднее квадратическое отклонение – 0,09, а диапазон изменения $\bar{H}$ составляет 0,46-0,96.

Считая, что ряд с числом членов $n = 2000$ является достаточно продолжительным для того, чтобы характеризовать асимптотическое поведение H , Хёрст сделал вывод о том, что для геофизических временных рядов $H > 0,5$. Превышение оценкой $\bar{H}$ значения 0,5 получило в дальнейшем название эффекта Херста.

Было высказано предположение, что эти ряды имеют так называемую «долговременную» или даже «бесконечную» память в отличие рядов с короткой памятью – типа авторегрессии первого или второго порядка $AR(1)$ и $AR(2)$.

1.3. Современный взгляд на теорию Хёрста и ее развитие

Нетрудно видеть, что исследования Хёрста представляют собой дальнейшее развитие хорошо известного и широко используемого метода интегрально-разностных кривых. При этом если интегрально-разностная кривая применяется главным образом для выявления циклических или трендовых составляющих, а также момента нарушения стационарности, то коэффициент Хёрста больше ориентирован на решение задач проектирования и эксплуатации водохозяйственных и гидроэнергетических систем.

Поскольку в центре обсуждения эффекта Хёрста стоит вопрос о величине коэффициента H , то некоторые авторы (Mandelbort, Wallis, 1969; Gomide, 1975) высказали критические замечания в адрес используемой им оценки:

$$\bar{H} = \log A_n^0 / \log(n/2). \quad (1.4)$$

Так, Гомиде предложил оценку вида:

$$\bar{H} = \frac{\log A_n^0}{\log(n)} - \frac{\log(1.2533)}{\log(n)}. \quad (1.5)$$

И обнаружил, что для 30 из генерируемых Хёрстом рядов она дает значение 0.50, в то время как при использовании оценки (1.4) было получено значение

0.64. Кроме того, при использовании (1.5) среднее значение $\bar{H}$, полученное для 690 случаев естественных рядов, составило 0.57, что существенно ниже, чем при оценивании H по выражению (1.5). Таким образом, в результате было установлено, что оценка (1.5) дает положительное смещение, однако вывод Хёрста о том, что для геофизических временных рядов $H > 0,5$, остался без изменения.

Со временем открытия эффекта Хёрста были опубликованы сотни работ, в которых авторы пытались найти математическое и (или) физическое ему объяснение. Чтобы доказать свою точку зрения, они наряду с отдельными теоретическими проработками в большинстве своем занимались генерированием временных рядов. Это дало большой толчок развитию методов математического моделирования в гидрологических исследованиях. Существующие сегодня объяснения причин эффекта условно можно разделить на три группы.

1. Асимметричность маргинальных распределений вероятностей временных рядов. На это впервые обратил внимание Миллерет, который поставил под сомнение предположение Хёрста о нормальности анализируемых им геофизических рядов. Однако, как показал Филлер, асимптотическое поведение H не зависит от закона распределения вероятностей. Выполненные затем работы привели к окончательному выводу о том, что асимметрия распределения может оказывать влияние на коэффициент Хёрста H при длинах ряда $n < 1000$. Однако это влияние незначительно, поскольку асимметрия геофизических рядов не настолько велика, чтобы получить значения H , равным около $0.7 \div 0.8$.

2. Структура связанности временных рядов. Впервые эту гипотезу высказал сам Хёрст. В этом вопросе наметились две интерпретации. Представители первого направления, следуя за Феллером, считают, что эффект Хёрста может быть объяснен с помощью автокорреляционной структуры временных рядов. С начала 60-х годов для генерирования временных гидрологических рядов стали использоваться авторегрессионные модели. С помо-

щью этих моделей были проведены широкие исследования для объяснения эффекта Хёрста. Файеринг рассмотрел вопрос о правомерности применения авторегрессионных моделей при проектировании гидрологических сооружений со сроком действия от 10 до 100 лет. Он пришел к заключению, что для таких периодов АР-модели являются вполне работоспособными и обеспечивают сохранение эффекта Хёрста. При этом с ростом порядка модели продолжительность периода сохранения эффекта увеличивается. Интересные результаты были получены ранее. Тогда использовались ограниченные длины выборок, как и в работе Хёрста, а генерирование рядов осуществлялось с помощью модели авторегрессии первого порядка при значениях коэффициента корреляции между смежными членами ряда от 0.0 до 0.9. Полученное Гоми-де среднее значение коэффициента H оказалось равным 0.75. Это означает, что эффект Хёрста может быть объяснен в рамках АР-модели недостаточной длиной рядов наблюдений. При удлинении выборки коэффициент Хёрста H будет стремиться к 0.5.

Сторонники второй интерпретации, следуя за Хёрстом, считают, что автокорреляционная структура является недостаточной для объяснения эффекта. Мандельброт и Валлис для объяснения эффекта Хёрста в гидрологических рядах предложили модель дробного шума, основанную на концепции самоподобия. В рамках этой модели бесконечное прошлое оказывает хотя бы небольшое, но все же ощутимое влияние на настоящее. Отличительной особенностью процесса дробного шума является то, что он сохраняет значение $H > 0.5$ при бесконечном увеличении длины ряда. Вместе с тем Мандельброт и Валлис не сумели предложить объяснение физического механизма, который мог бы обусловить чрезвычайную долгую, по сути дела бесконечную, память речного стока. По этой причине модель дробного шума, как физически несостоятельная, была подвергнута резкой критике.

3. Нестационарность временных рядов. Впервые эта мысль была высказана Евжевичем, который путем генерирования временных рядов показал возможность образования эффекта за счет нестационарности. Дальней-

шее развитие это направление получило во многих работах. Так, О'Конелл показал, что процессы авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС) – ведут себя аналогично процессам с большой глубиной памяти и уже при малых порядках АРПСС – модели объясняют эффект Хёрста для всего расчетного срока службы водохозяйственных систем. Клемеш моделировал нестационарные временные ряды с периодическими и случайными изменениями среднего значения и показал, что зависимость между нормированным размахом A_n^0 и длиной ряда n в области средних значений имеет уклон, превышающий 0.5, а по мере стремления n к бесконечности уклон зависимости все больше приближается к 0.5. В целом результаты исследований показывают, что основная причина явления Хёрста заключена в нестационарности и что модели АРСС дают уклоны Хёрста, аналогичные тем, которые были получены им для геофизических рядов, но, как известно, асимптотически эти уклоны стремятся к 0.5.

Физическая интерпретация нестационарности гидрологических рядов вполне очевидна, поскольку временная изменчивость всех природных процессов формируется в изменяющемся климате. Из-за полицикличности климатической системы складывается следующая ситуация: чем продолжительнее исследуемые временные ряды, чем больший вклад в нестационарность вносит низкочастотная климатическая составляющая. Поэтому для адекватного описания временной изменчивости гидрологических процессов необходима обращаться к нестационарным моделям.

В настоящее время в гидрологии используются следующие нестационарные модели: модель дробного шума, модель авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС), модель периодически коррелированного случайного процесса (ПКСП) [28].

2. ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЁРСТА ДЛЯ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С НЕЗАВИСИМЫМИ СЕЧЕНИЯМИ («БЕЛОГО ШУМА»)

2.1. Формула Хёрста для «белого шума»

В 1951 году Хёрст предложил формулу для оценки математического ожидания отношения (R/S) от длины выборки (n) для случайной последовательности типа белого шума:

$$\overline{(R/S)} = (n\pi/2)^{0,5}. \quad (2.1)$$

Однако, как показали дальнейшие исследования, эта формула дает систематическую погрешность при малых значениях n . Много лет спустя Эннис и Ллойд (1976) для устранения систематической погрешности вывели следующее выражение:

$$\overline{(R/S)} = \frac{\Gamma[0,5(n-1)]}{\pi^{0,5}\Gamma(0,5n)} \sum_k^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}}. \quad (2.2)$$

Это выражение можно рекомендовать при $n < 300$. При больших значениях n выражение (2.2) использовать затруднительно, так как значение Γ -функции становится слишком большим для памяти большинства персональных компьютеров. Для $n > 300$ можно рекомендовать другую формулу:

$$\overline{(R/S)} = (n\pi/2)^{-0,5} \sum_k^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}}. \quad (2.3)$$

Позже Э.Э. Петерс показал, что формула (2.2) при малых значениях n все еще дает небольшое завышение параметра (R/S) и предложил эмпирическую поправку к формулам (2.2-2.3).

$$\delta = \frac{n-0,5}{n}. \quad (2.4)$$

В окончательном виде формулы (2.2-2.3) с учетом поправки (2.4) принимают вид:

$$\overline{(R/S)} = \frac{\Gamma[0,5(n-1)]}{\pi^{0,5}\Gamma(0,5n)} \sum_k^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}} \left(\frac{n-0,5}{n} \right), \quad (2.5)$$

$$\overline{(R/S)} = (n\pi/2)^{-0,5} \sum_k^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}} \left(\frac{n-0,5}{n} \right). \quad (2.6)$$

Математическое ожидание для эмпирической оценки показателя Хёрста в этом случае приближенно определяется по формуле:

$$\overline{H} = \frac{\lg(\overline{R/S})}{\lg(N)}, \quad (2.7)$$

где $(\overline{R/S})$ рассчитывается по формулам (2.5-2.6).

Формула (2.7) дает небольшую смещённость оценки показателя Хёрста, так в ней вместо среднего логарифма (R/S) используется логарифм среднего.

2.2. Проверка формул Хёрста с использованием искусственных гидрологических рядов

Для проверки формул Хёрста моделировались искусственные гидрологические ряды. В основе моделирования искусственных гидрологических рядов лежит метод Монте-Карло. Метод Монте-Карло – это метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин.

Процесс моделирования включает несколько этапов. На первом этапе требуется получить последовательность случайных чисел равномерно распределенных на интервале $[0,1]$. Случайные числа (или точнее псевдослучайные числа) на компьютере получают с помощью датчика случайных чисел.

На следующем этапе моделирования каждое значение случайной величины, равномерно распределенной на интервале $[0-1]$, рассматривается как вероятность непревышения и по нему рассчитывается соответствующий квантиль заданного закона распределения.

Переход от случайных чисел равномерно распределенных на отрезке $[0-1]$ к случайным числам с заданным законом распределения выполняется аналитически с использованием обратной функции от интегрального закона распределения. Если аналитического решения обратной задачи не существует, то задача решается с использованием численных методов.

Для проверки формулы (2.5) были смоделированы по 100 выборок для рядов продолжительностью 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100, 120, 150 и 200 лет. Для каждого значения n определялись среднее значение показателя Хёрста и его стандартное отклонение. Результаты расчетов представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1. – Значения показателя Хёрста по результатам моделирования

Характеристика	Длина выборки, n											
	10	20	30	40	50	60	70	80	100	120	150	200
Среднее по результатам моделирования	0,449	0,494	0,507	0,508	0,519	0,519	0,518	0,521	0,523	0,523	0,525	0,525
Среднее по формуле 10	0,458	0,494	0,507	0,508	0,519	0,519	0,518	0,521	0,523	0,523	0,525	0,525
СКО по результатам моделирования	0,086	0,071	0,065	0,059	0,061	0,056	0,053	0,053	0,049	0,047	0,046	0,043

Как видно из таблицы, значения показателей Хёрста, полученные по результатам моделирования и по формуле, практически совпадают (рисунок 2.1). Также получена зависимость стандартной ошибки показателя Хёрста от длины ряда (рисунок 2.2). Зависимость аппроксимирована выражением $y = 0,14x^{-0,23}$. Связь достаточно тесная, коэффициент детерминации $R^2 = 0,99$.

При моделировании рядов в качестве базового распределения использовалось двухпараметрическое Г-распределение (как было показано ранее статистика Хёрста является непараметрическим показателем и не зависит от типа распределения).

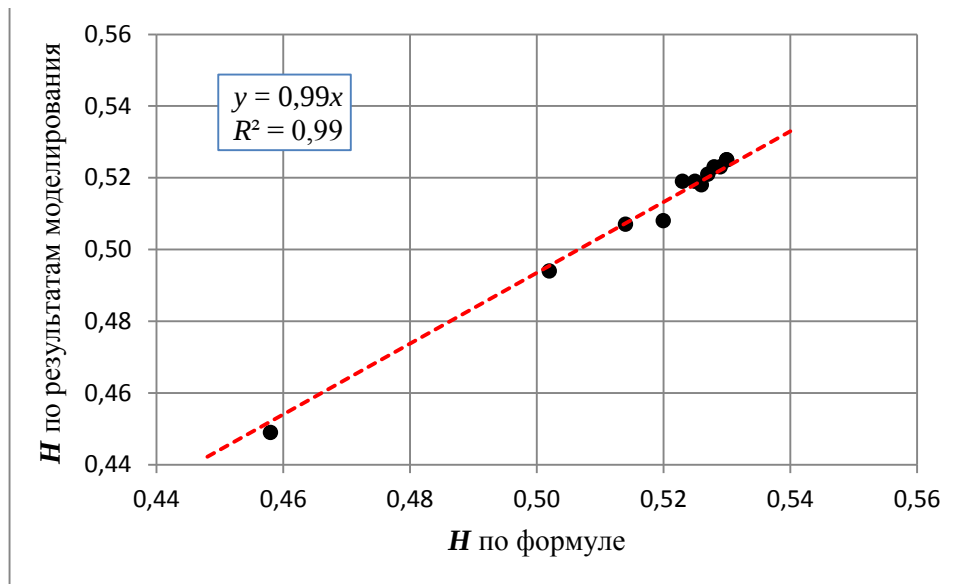


Рисунок 2.1. – Связь показателя Хёрста, полученного по данным моделирования и с использованием формулы (2.5) для «белого шума».

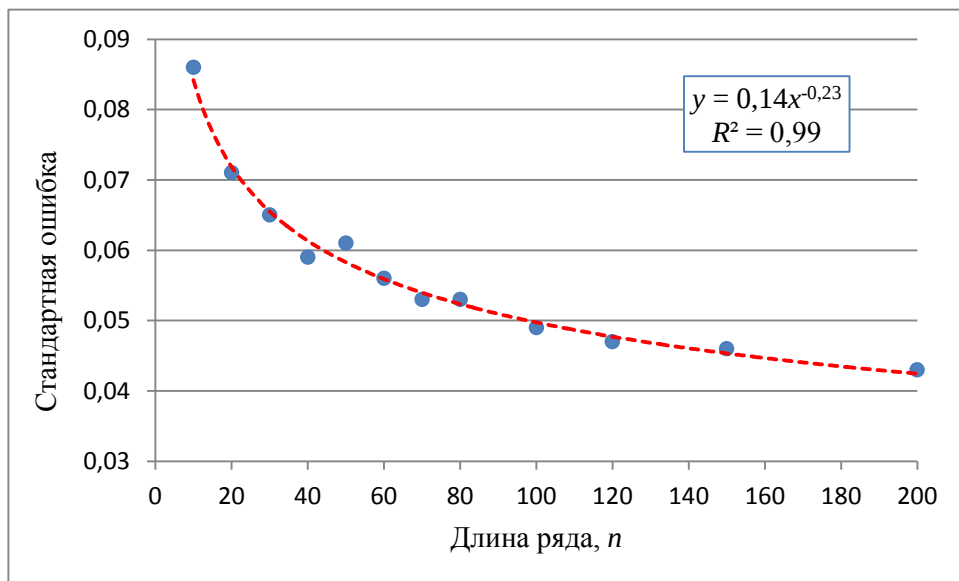


Рисунок 2.2. – Зависимость стандартного отклонения показателя Хёрста от длины выборки для «белого шума».

Как показал анализ, выборочные значения показателя Хёрста имеют нормальное распределение (рисунки 2.3, 2.4) и по отдельным выборкам могут существенно отклоняться от средних значений.



Рисунок 2.3 – Распределение выборочных показателей Хёрста для «белого шума» при длине рядов $n = 50$ и числе выборок 100.

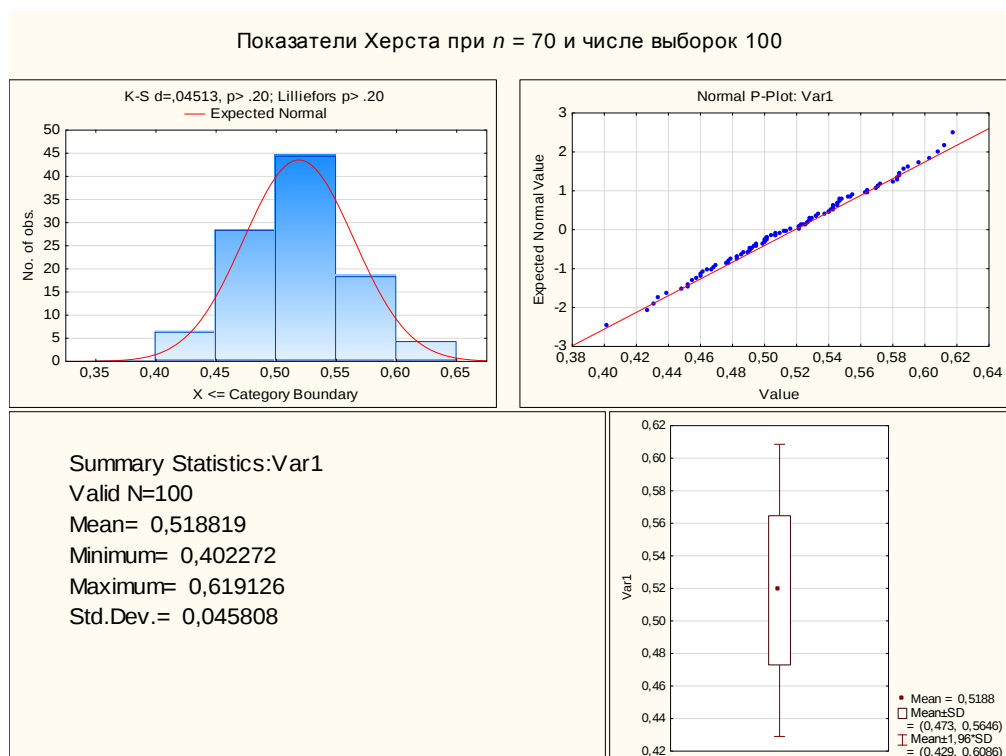


Рисунок 2.4 – Распределение выборочных показателей Хёрста для «белого шума» при длине рядов $n = 70$ и числе выборок 100.

Наряду с этим была проанализирована зависимость показателя Хёрста от длины ряда для «белого шума» при малой длине выборки (рисунок 2.3).

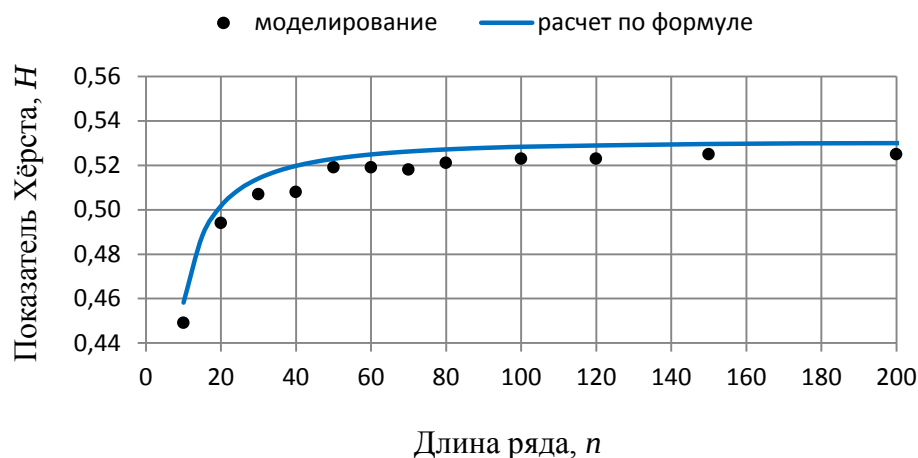


Рисунок 2.3 – График зависимости показателя Хёрста от длины ряда для «белого шума»; точки – по результатам моделирования; линия – расчет по формуле Энниса и Ллойда с поправкой Петерса.

Глядя на график можно сделать вывод, что формула Энниса и Ллойда с поправкой Петерса все еще дает завышенные значения, по сравнению со значениями, полученными в результате моделирования. Поэтому вместо поправки Петерса была введена поправка $(n-1)/n$, при которой аналитическое выражение лучше описывает эмпирические данные (рисунок 2.4).

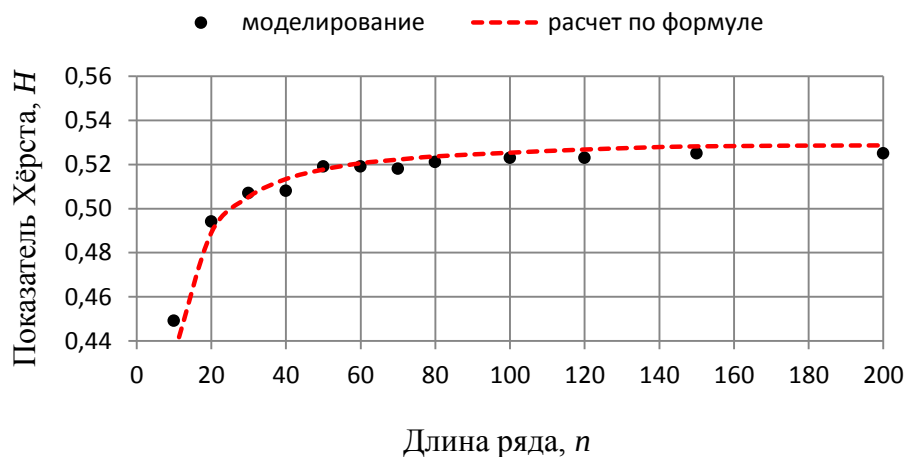


Рисунок 2.4. – График зависимости показателя Хёрста от длины ряда для «белого шума»; точки – по результатам моделирования; линия – расчет по формуле Энниса и Ллойда с поправкой $(n-1)/n$.

3. ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЯ ХЁРСТА ДЛЯ РЯДОВ МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ ВЕСЕННЕГО ПОЛОВОДЬЯ РЕК СЕВЕРО-ЗАПАДА РФ

3.1. Краткая физико-географическая и климатическая характеристика района исследований

Рассматриваемая территория расположена на северо-западе Европейской части России между $67^{\circ} 40' - 55^{\circ} 36'$ с. ш. (протяжение около 1200 км) и $27^{\circ} 20' - 37^{\circ} 57'$ в. д. (420 км) и занимает площадь 396 тыс. км².

В административном отношении она включает Республику Карелию, Ленинградскую, Новгородскую и Псковскую области (рисунок 3.1).

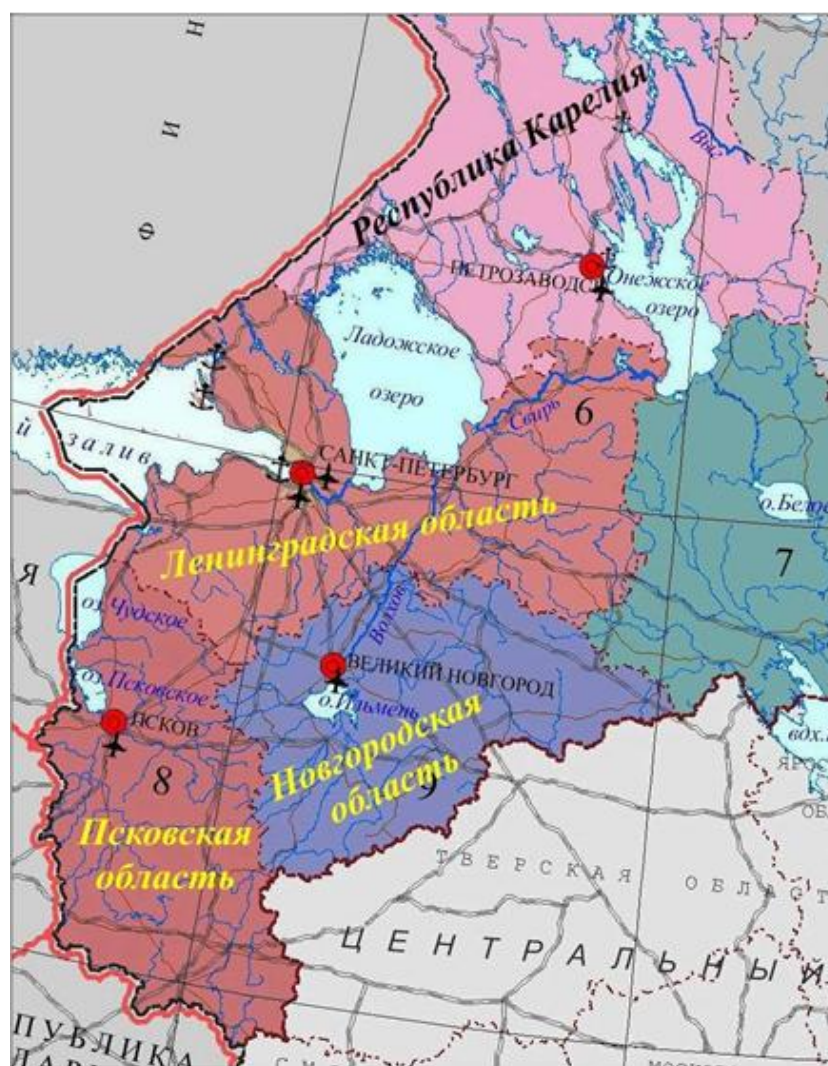


Рисунок 3.1 – Административная карта Северо-Запада ЕТР.

Рельеф

По характеру геологического и геоморфологического строения территория разделяется на две области: Карелию и Северо-Запад.

Карелия в основном характеризуется холмисто-равнинным рельефом с абсолютными отметками, не превышающими 200 м над уровнем моря; на северо-западе и западе отдельные массивы достигают высоты 350-600 м.

Частая смена гряд и холмов различного рода понижениями придает поверхности Карелии чрезвычайно расчлененный характер, несмотря на сравнительно малые относительные высоты. Для южных районов республики характерна северо-западная ориентировка форм рельефа, для северных – преимущественно широтная, реже северо-восточная и северо-западная.

Рельеф определил особенности гидрографической сети Карелии. На значительной ее части реки прокладывают свой путь в направлении с северо-запада на юго-восток; так же ориентирована большая часть озер. Более крупные реки в северной части территории текут преимущественно в широтном, в южном, в меридиональном направлениях.

Геологическое строение

В геологическом отношении территория Карелии является восточной частью Балтийского или Фенноскандинавского кристаллического щита и представляет собой область распространения преимущественно древнейших кристаллических пород архейско-протерозойского комплекса.

Территория Северо-Запада в отличие от Карелии сложена в основном осадочными породами палеозойского комплекса.

Древнейшие архейские и протерозойские образования в Карелии представлены изверженными и обломочно-осадочными породами, метаморфизованными в толщу кристаллических сланцев. Они имеют преимущественно северо-западное простирание. Развита по побережью Белого моря, в бассейнах рек Керести, Гридины, Поньгомы и в нижнем течении р. Кеми.

Молодые архейские образования представлены огнейсованными гра-

нитами, грано-диоритами и магматитами, объединенными под общим названием гнейсо-гранитов. Они широко развиты в бассейнах рек Тумчи, Кеми, Чирко-Кеми, Выга, Сегежи, Шуи и в верхнем течении р. Водлы.

Породы протерозойского возраста распространены к северо-западу от оз. Онежского, протягиваясь полосой до озер Куйто, а также к северо-западу от оз. Ладожского. В составе протерозоя выделяются нижняя и верхняя подгруппы.

Почвенный покров

Основными процессами почвообразования на территории Карелии и Северо-Запада являются подзолообразование и заболачивание, что обусловлено положением территории в зоне с холодным, влажным климатом, а также преобладанием лесной, преимущественно хвойной растительности. По характеру почвообразования территория может быть разделена на две зоны: северную и южную. Граница между ними проходит примерно на широте Ладожского и Онежского озер.

Почвообразующей породой в северной части являются ледниковые наносы, преимущественно неоднородные, грубые по механическому составу; в южной части моренные отложения имеют различный состав – от песков до глин, что и определяет различие в механическом составе почв.

Влагозапасы в почве в зимнее время зависят от промерзания почвы. Влагонасыщенность почвы резко увеличивается за счет капиллярного подсосывания при ледообразовании, а также за счет парообразной воды, поднимающейся из теплых нижних слоев почвы к верхним холодным, где она конденсируется и замерзает.

Растительность

Рассматриваемая территория расположена преимущественно в пределах таежной зоны. Карелию пересекают две широтные полосы этой зоны: северотаежная, или полоса воронично-лишайниково-зеленомошных хвойных лесов, и среднетаежная, или полоса зеленомошных хвойных лесов. Граница

этих полос совпадает с границей почвенных подзон и проходит примерно по 63° с. ш.

Только на крайнем севере территории в горах северного озерного района находятся тундровые и лесотундровые группировки растительности. Здесь же наиболее ярко выражена вертикальная поясность растительности, которая характеризуется следующим чередованием растительных сообществ от основания крупных гряд к их вершинам: сосновые лишайниковые и зеленомошные леса – еловые зеленомошные – березово-еловые редколесья – тундровые сообщества с карликовой березой и кустарниками.

Общие сведения о гидрографической сети

Реки. Обширная территория Карелии и Северо-Запада имеет хорошо развитую гидрографическую сеть, принадлежащую бассейнам Белого и Балтийского морей. Густота ее составляет 0,56 км/км². Наличие большого количества рек, озер и болот обуславливается в первую очередь избыточно влажным климатом этого района.

Общее число рек здесь составляет 85654, а их суммарная длина достигает 221 157 км, причем характерным для гидрографической сети является большое количество мелких рек. Число рек и ручьев длиной менее 10 км составляет 97% общего числа, а длина их – 70% общей длины. Рек, длиной более 50 км насчитывается всего 231, а суммарная длина их составляет 23417 км.

Имеющиеся различия в орографии и геологии территории Карелии и Северо-Запада обуславливают большое разнообразие в характере распределения и строения гидрографической сети, а также в особенностях водного режима рек.

Гидрографическая сеть Карелии и Карельского перешейка представлена большей частью либо небольшими реками, либо короткими протоками, которые, соединяя между собой многочисленные озера, образуют отдельные озерно-речные системы.

Большая часть рек Северо-Запада берет начало на главном водоразделе между Балтийским и Каспийским морями, который проходит по Валдайской возвышенности и простирающейся на северо-восток от нее Вепсовской возвышенности. Второй водораздел тянется с юга на север по Вязовской, Бежанницкой и Судомской возвышенностям и далее по повышенным точкам рельефа к западу от р. Волхова, примерно параллельно ему. Этот водораздел внутренний и разделяет бассейны рек, впадающих в Балтийское море. На нем находятся истоки рек Великой и Луги. Почти все реки по своему типу относятся к равнинным.

Озера. Карелия и Северо-Запад входят в зону так называемого «Озерного края» и уже это говорит об обилии здесь озер. В экономике края озера используются для целей транспорта, сплава леса, водоснабжения, рыбного хозяйства, энергетики и приобретают большое значение как водохранилища для регулирования стока малых и средних рек района.

На рассматриваемой территории насчитывается 82503 озера с общей площадью 50062 км²; 80396 озер (97% общего числа) имеют площадь менее 1 км². Наряду с большим количеством мелких здесь расположены такие крупные озера, как Ладожское и Онежское, занимающие по площади первое и второе места в Европе. Площадь зеркала этих озер равна 27420 км², что составляет 55% общей площади зеркала озер этой территории.

Распределение озер по территории Карелии и Северо-Запада неравномерное и обусловлено, в основном, геолого-геоморфологическим строением поверхности.

Наибольшее количество озер находится на территории Карелии и Карельского перешейка. Общее их число здесь (без Ладожского и Онежского) достигает 68162, а суммарная площадь зеркала равна 20,324 км², что составляет около 12% всей площади территории.

Климатическая характеристика района исследований

Температура воздуха. Средняя годовая температура воздуха на территории Северо-Запада колеблется от 2.0 °С в северо-восточной части до 4.5 °С в южной.

Самыми холодными месяцами в году являются январь и февраль, их среднемесячная температура минус 10-11 °С.

Абсолютный минимум температуры воздуха на территории Ленинградской, Новгородской и Псковской областей достигает минус 50-52 °С. Особенно значительные понижения температуры, ниже -50 °С отмечались в долинах рек Паши и Ояти. На остальной территории Северо-Запада абсолютный минимум составляет -48 °С. Самым теплым месяцем на всей рассматриваемой территории является июль, со средней температурой воздуха 16 – 17°С. Абсолютный максимум температуры воздуха составляет 31 – 36 °С.

За начало весны принимается устойчивый переход средней суточной температуры воздуха через нуль. Период с положительными средними суточными температурами составляет 190 – 200 дней. В Ленинградской области весна начинается в конце первой декады апреля. Между датами перехода температуры воздуха через нуль и разрушения устойчивого снежного покрова обычно проходит не более 7 – 10 дней. Весна характеризуется частыми возвратами холодов, а иногда и кратковременными установлениями снежного покрова. К концу апреля вся территория освобождается от снежного покрова.

Средняя продолжительность лета в Ленинградской области 3,5 месяца, за начало которого принимается переход средней суточной температуры воздуха через 10 °С.

В начале лета еще возможны заморозки. Раньше всего заморозки прекращаются на побережьях озер Ильмень, Псковского и Чудского – в первой декаде мая. К концу мая они заканчиваются почти повсеместно и только на востоке Ленинградской области возможны заморозки в первой декаде июня.

Осень наступает в восточных районах Ленинградской и Новгородской областей в конце первой – начале второй декады сентября. Через 7 – 10 дней осень наступает на остальной территории. Продолжительность осени около двух месяцев.

Зима начинается в конце октября в восточной части Ленинградской области и во второй декаде ноября – в западной части Ленинградской области. Первая половина зимы, или так называемое предзимье, характеризуется преобладанием ненастной погоды с выпадением дождя и мокрого снега. Обычно в конце октября – начале ноября появляется снежный покров, но он, как правило, держится недолго. В это время возможны неоднократные кратковременные образования снежного покрова. Приблизительно с половины декабря средняя суточная температура воздуха переходит через -5°C . На большей части территории этот период длится до середины марта, т. е. в среднем 3 месяца.

Осадки. Территория Северо-Запада относится к зоне избыточного увлажнения. Это объясняется сравнительно небольшим приходом тепла и хорошо развитой здесь циклонической деятельностью, которая активно проявляется во все сезоны года.

На распределение осадков большое влияние оказывают орографические особенности местности и подстилающая поверхность, ведущие к нарушению плавного характера изменения осадков. Даже небольшие возвышенности обуславливают перераспределение осадков: увеличение их на наветренных возвышенных участках и уменьшение на подветренных склонах и в понижениях за возвышенностями. Заметно уменьшаются осадки вблизи крупных водоемов таких, как Финский залив, Ладожское, Онежское, Ильмень, Псковское и Чудское озера. Все это обуславливает неравномерность распределения осадков по территории. [17,21]

3.2. Общая характеристика водного режима рек Северо-Запада РФ

Реки рассматриваемой территории принадлежат к типу равнинных рек, для которых характерно смешанное питание с преобладанием снегового. В годовом ходе уровня воды четко выражены четыре фазы: весеннее половодье, летне-осенняя межень, почти ежегодно нарушаемая дождевыми паводками, затем короткий осенне-зимний период с несколько повышенной водностью рек, и, наконец, устанавливается зимняя межень, в некоторые годы прерываемая подъемами уровней в периоды оттепелей;

Доля грунтового стока в годовом составляет 22-28 %, в отдельных случаях до 43 %.

За время весеннего половодья проходит в среднем от 40 до 60 % суммарного стока за год. Наибольшие расходы в году наблюдаются, как правило, в этот период.

Весеннее половодье начинается в третьей декаде марта. В отдельные годы в зависимости от характера весны сроки начала половодья могут значительно отклоняться от средних многолетних. Самое раннее половодье наблюдалось во второй-третьей декадах февраля. Как правило, подъем весеннего половодья начинается за 8-12 дней до вскрытия рек. Средняя продолжительность подъема половодья составляет 10-20 дней. В зависимости от характера весны продолжительность подъема весеннего половодья может изменяться от 5 до 52 дней. Средняя интенсивность подъема весеннего половодья по территории составляет 22 см/сутки, но в зависимости от дружности весны она может колебаться от года к году. При этом на отдельных реках подъем уровней может быть более интенсивным. Так на реке Великой средняя интенсивность подъема уровня равна 25-50 см/сутки, наибольшая – 149 см/сутки.

В основном для рек рассматриваемой территории характерна одна волна половодья, форма гидрографа одновершинная. Однако большое влияние на форму гидрографа оказывают метеорологические условия в период формирования половодья. В поздние вёсны при дружном снеготаянии половодье

наиболее высокое, в ранние мягкие вёсны происходит постепенное стаивание снега, половодье бывает обычно низкое.

В формировании весеннего половодья помимо талых вод участвуют дожди, доля которых в объеме половодья невелика (2-5% суммарного стока). Основная доля стока половодья формируется талыми водами. Величина грунтового стока незначительна и составляет примерно 5-15%.

Спад весеннего половодья, как правило, носит более затяжной характер. Средняя продолжительность его колеблется от 40 до 50 дней. При неблагоприятных условиях погоды спад может затягиваться до 60-70 дней. Спад весеннего половодья всегда менее интенсивен; средняя величина колеблется от 6 см/сутки до 12 см/сутки. В отдельные дни величина эта может возрастать или падать.

Продолжительность половодья зависит от характера реки; на крупных реках и на реках с большим процентом озёрности продолжительность половодья больше, чем на малых и средних реках.

Общая продолжительность весеннего половодья в среднем составляет 55-65 дней, наибольшая 89-105 дней. Причиной увеличения общей продолжительности половодья может служить напластование на него дождевых паводков.

Весеннее половодье, в основном, имеет один пик. Исключение составляют годы, когда наблюдается значительный возврат холода, приводящий к временному снижению интенсивности снеготаяния. В отдельные годы двух и даже трехпиковые половодья обуславливаются выпадающими осадками, которые, накладываясь на спад весеннего половодья. При этом формируются пики, которые в отдельных случаях могут превосходить максимум основной волны половодья.

Весенний ледоход на реках района сопровождается заторами, которые вызывают значительные подъемы уровня.

Для рек характерна летне-осенняя межень, нарушаемая отдельными подъемами, вызванными дождями, и зимняя межень, прерываемая в отдель-

ные годы подъемами уровня за счет таяния снега во время оттепелей.

Летне-осенняя межень обычно наступает в 1-ой декаде июня. При дружном прохождении весеннего половодья период низкого стока на реках может наступать значительно раньше, в середине мая, а в годы затяжного половодья или когда на спаде его проходят дожди - в середине или даже в конце июля. Средняя продолжительность летне-осенней межени изменяется в пределах 107-120 дней.

По отношению к годовому слой стока за межень составляет 5-15%.

Наиболее маловодный период летне-осенней межени отмечается в июле-августе, реже в сентябре. Средняя продолжительность его - 15-20 дней, наибольшая - до 70 дней.

Ежегодно 2-3 раза межень нарушается дождевыми паводками. Особенно дождливыми бывают август - октябрь. В наиболее дождливые годы на реках проходит 4-5 паводков. По высоте подъема уровня эти паводки, как правило, значительно ниже снеговых, а по объему составляют 0,4-0,5 величины весеннего половодья.

Зимняя межень обычно устанавливается в конце ноября - середине декабря. Наиболее ранние даты наступления межени приходятся на конец октября - начало ноября, наиболее поздние - на январь.

Межень оканчивается обычно в конце марта; крайние сроки – конец февраля и середина апреля. Зимняя межень может в отдельные годы во время оттепелей прерываться повсеместно паводками и состоять из двух-трех частей. Средняя продолжительность ее 84 дня. Наиболее маловодный период чаще всего наблюдается в феврале-марте. Средняя продолжительность его 15-20 дней. [19,27]

3.3. Расчет показателя Хёрста для рек Северо-Запада РФ

С использованием показателя Хёрста выполнен анализ рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада России. Были проанализированы 50 рядов продолжительностью от 25 до 133 лет. При продолжительности периода наблюдений менее 50 лет использовались только те

ряды, для которых не опровергалась гипотеза об однородности по критериям Фишера и Стьюдента.

Для каждого ряда был рассчитан показатель Хёрста (таблица 3.1). Этот показатель сравнивался с показателем Херста для «белого шума», рассчитанным с использованием формулы Энниса и Ллойда с поправкой Петерса (рисунок 3.2).

Таблица 3.1. – Результаты расчета показателя Хёрста для рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада РФ

№ п/п	Река – створ	Число лет наблюдений, n	Показатель Хёрста, H
1	р.Ловать - д.Узкое	70	0,56
2	р.Ловать - г.Холм	93	0,6
3	р.Мга - д.Горы	78	0,55
4	р.Тосна - ст.Тосно	70	0,51
5	р.Шелонь - д.Заполье	81	0,69
6	р.Шелонь г.Порхов	59	0,59
7	р.Великая - д.Пятаново	80	0,62
8	р.Великая - г.Опочка	65	0,49
9	р.Паша - д.Поречье	80	0,59
10	р.Паша - с.Часовенское	80	0,55
11	р.Паша д.Дуброво	80	0,57
12	р.Воложба - д.Пареево	63	0,49
13	р. Кунья - г.Холм	62	0,51
14	р. Кунья- д.Уварово	57	0,57
15	р.Мста - пос.Потерпелицы	63	0,52
16	р. Коваши - д. Лендовщина	65	0,56
17	р.Вьюн - д.Запорожское	60	0,54
18	р. Локня - д.Бородино	62	0,59
19	р. Авлога -д. Матокса	60	0,5
20	р.Оредеж - пгт.Вырица	76	0,57
21	р.Ящера - д.Долговка	63	0,53
22	р.Ивина - пгт.Ладва	60	0,49

№ п/п	Река – створ	Число лет наблюдений, <i>n</i>	Показатель Хёрста, <i>H</i>
23	р. Лососинка - г.Петрозаводск	54	0,58
24	р.Видлица - с.Большие горы	79	0,55
25	р.Немина - пос.Немино	57	0,44
26	р.Свирь - XII ГЭС	51	0,58
27	р.Тихвинка - д.Горелуха	133	0,61
28	р.Великая - д.Гуйтово	70	0,63
29	р. Луга - ст.Толмачево	95	0,6
30	р. Луга- г.Луга	76	0,56
31	р.Луга- г.Кингисепп	71	0,57
32	р.Плюсса - с.Плюсса	76	0,6
33	р.Плюсса - д.Брод	76	0,58
34	р.Воложба - д.Воложба	79	0,52
35	р.Мста - д.Девкино	81	0,57
36	р. Оять- д. Шангиничи(Акулова гора)	72	0,63
37	р.Перехода - д.Подсосонье	69	0,56
38	р.Сороть - д.Осинкино	82	0,66
39	р. Вуокса - X ГЭС	59	0,44
40	Чернецкий - д.Ситенка	68	0,6
41	Равань – д. Бабино	39	0,56
42	Мегрега д.Судалица(Олонец)	25	0,66
43	Плюсса г.Сланцы	38	0,57
44	Пола д.Новый Новосел	45	0,60
45	Холова д.Горбуново	43	0,62
46	р.Черная Большое Замошье	38	0,51
47	Яна д.Ловынь	32	0,60
48	руч. Панкан-оя пос. Дружноселье	41	0,51
49	Березайка с.Устье	36	0,58
50	Веребушка с.Оскочи	48	0,51
	Среднее		0,56

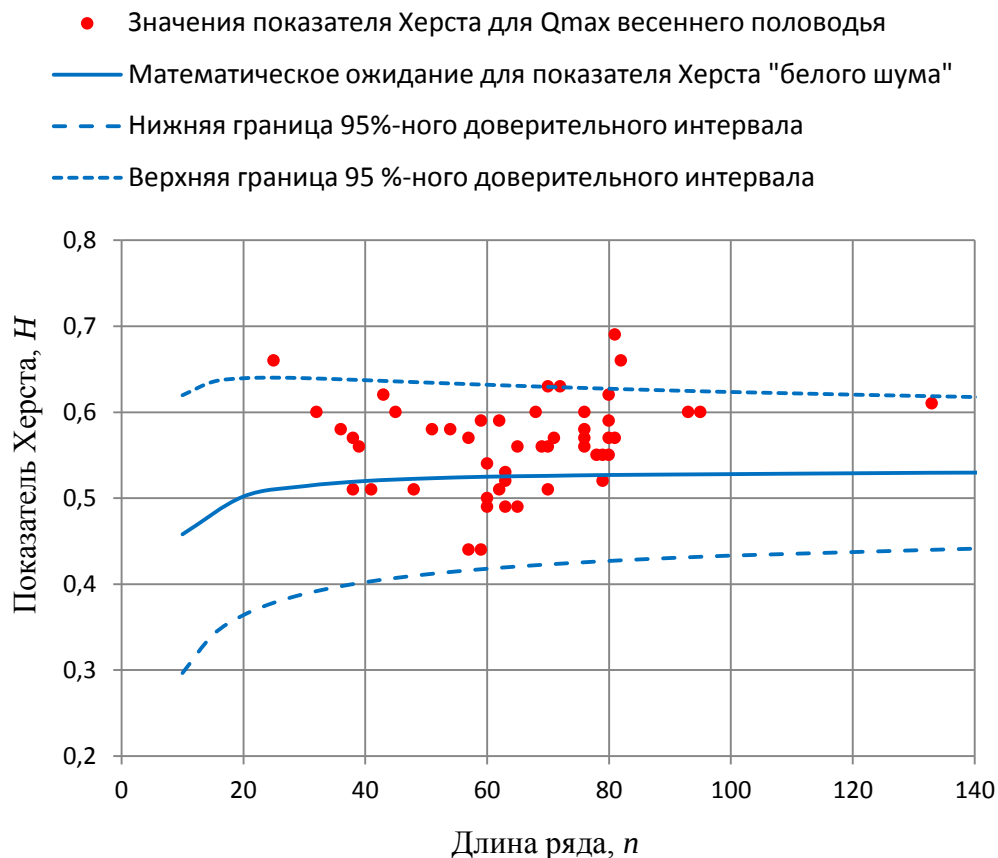


Рисунок 3.2 – Зависимость показателя Хёрста от длины ряда для максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада РФ (точки); сплошная линия – математическое ожидание показателя Хёрста для «белого шума».

Как видно на рисунке, 47 точек из 50 (то есть примерно 95%) лежат в пределах 95 %-ного доверительного интервала. Следовательно, показатели Хёрста для рядов максимальных расходов весеннего половодья не имеют значимого отличия от показателей Херста «белого шума».

И, следовательно, для рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада РФ (при $n < 150$) вполне допустимо использовать модель случайной величины. При этом нужно признать, что эта модель является не идеальной, так как точки на графике смещены вверх от линии математического ожидания H «белого шума».

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЁРСТА ПО ФРАГМЕНТАМ РЯДА МИНИМАЛЬНЫХ УРОВНЕЙ РЕКИ НИЛ

4.1. Формирование из исходного ряда выборок различной длины

В качестве базового ряда использовался ряд минимальных уровней воды реки Нил за 663 года – с 622 по 1284 гг.¹ (рисунок 4.1, приложение А).

Статистические характеристики этого ряда приводятся в таблице 4.1.

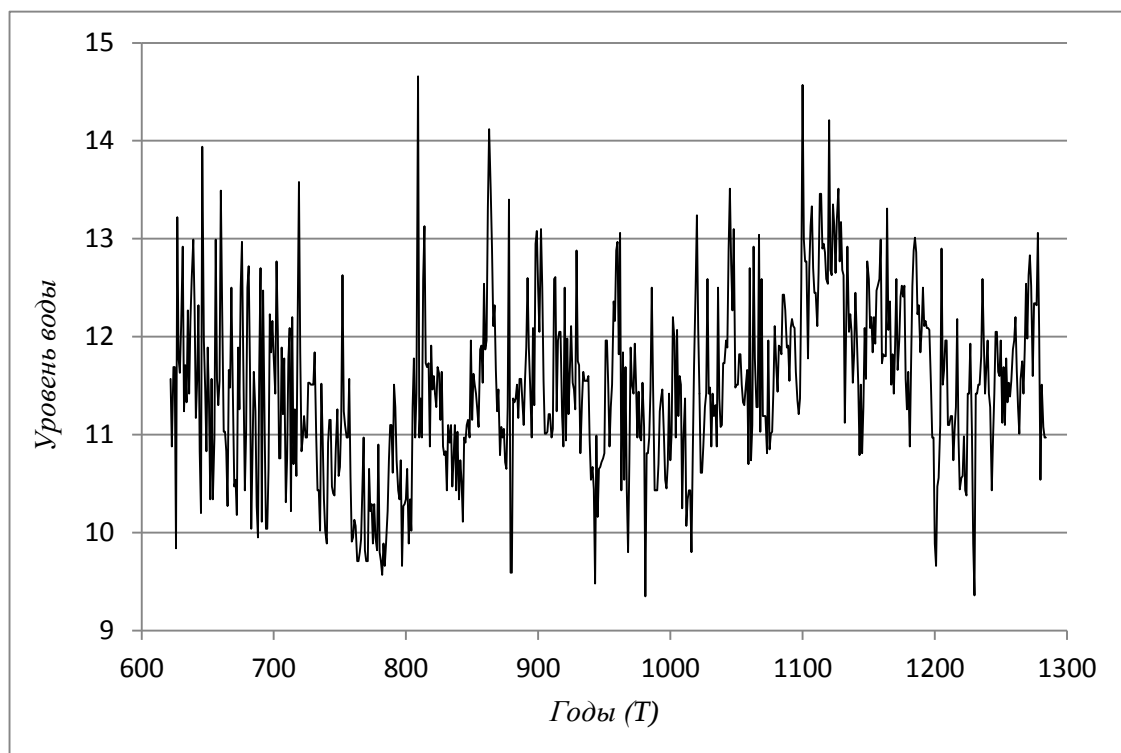


Рисунок 4.1 – Минимальные уровни реки Нил за период 662-1284 гг.

Таблица 4.1 – Основные статистические характеристики минимальных уровней воды реки Нил за 662-1284 гг

$h_{\text{ср}}$ (м)	СКО	C_v	C_s	C_s/C_v	max РИК	min РИК	R	H	$r(1)$
11,48	0,886	0,077	0,25	3,26	11	-109	120	0,74	0,58

¹ Ряд опубликован на сайте <https://datamarket.com/data/set/22yh/annual-minimum-level-of-nile-river-622-1921#!ds=22yh&display=line>

Из этого ряда выделялись последовательности (выборки) продолжительностью (n) равной 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100, 120, 150 и 200 лет. Для каждого значения n были сформированы по 40 выборок (с частичным перекрытием).

4.2. Расчет показателя Хёрста для минимальных уровней реки Нил

Сформированные из длинного ряда минимальных уровней реки Нил выборки использовались для исследования зависимости показателя Хёрста от длины ряда. Для каждого значения n определялось среднее значение показателя Хёрста. Результаты расчетов представлены в таблице 4.2 и на рисунке 4.2.

Таблица 4.1. – Осредненные значения показателя Хёрста для минимальных уровней Нила

Характеристика	Длина выборки											
	10	20	30	40	50	60	70	80	100	120	150	200
H для Нила	0,50	0,57	0,60	0,61	0,62	0,63	0,63	0,63	0,65	0,67	0,70	0,74

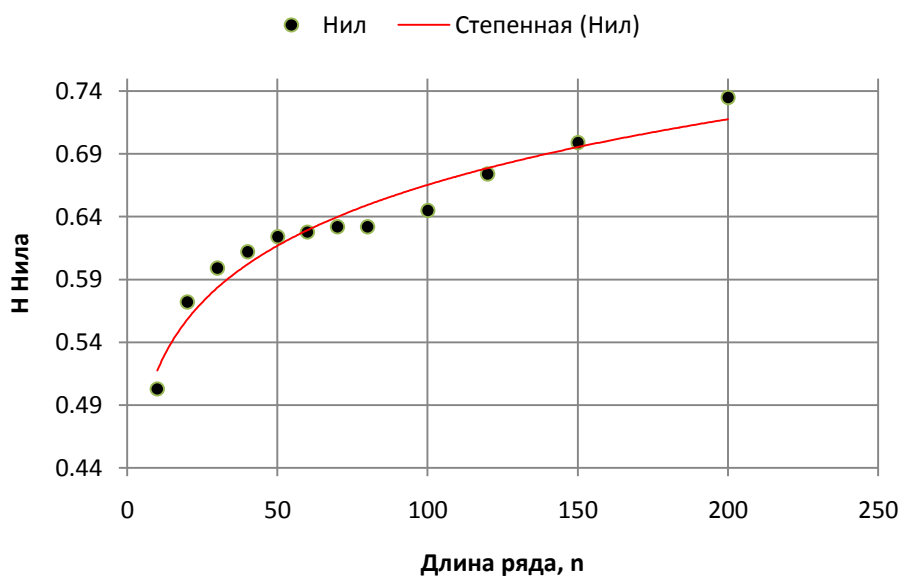


Рисунок 4.2 – График зависимости показателя Хёрста от длины ряда для минимальных уровней воды реки Нил.

Был также построен совмещенный график зависимости показателя Хёрста от длины ряда для минимальных уровней Нила и зависимость показателя Хёрста от длины ряда для «белого шума» (рисунок 4.3).

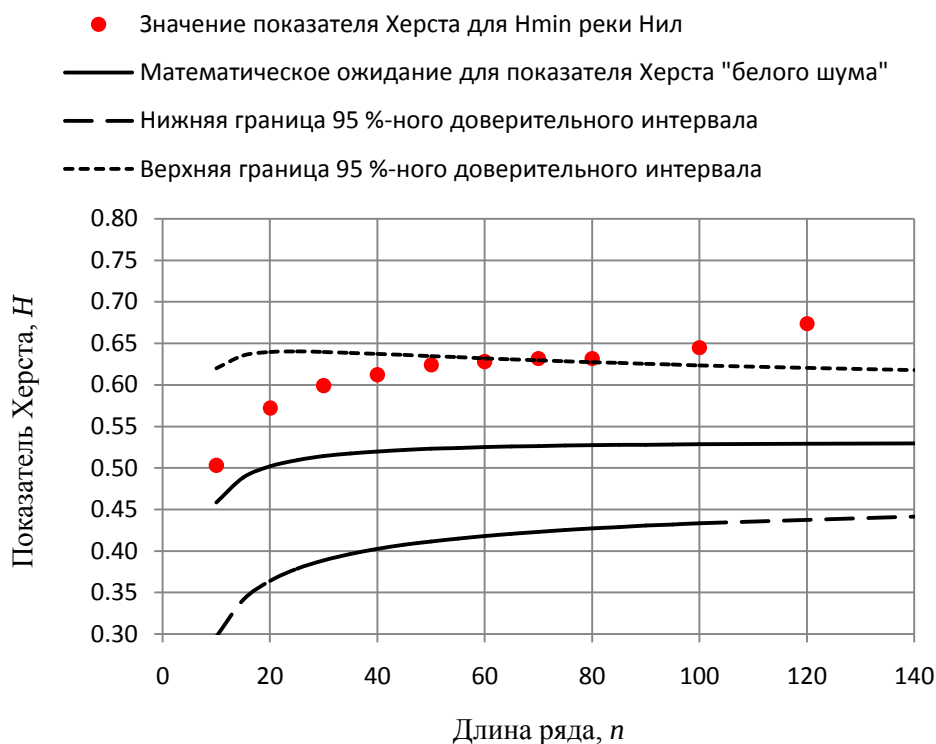


Рисунок 4.3 – График зависимости показателя Хёрста от длины ряда; точки получены для минимальных уровней Нила; сплошная линия – зависимость $H = f(n)$ для «белого шума».

Как видно на рисунке эмпирические точки лежат существенно выше сплошной линии, а при $n > 60$ лет они выходят за границы 95 %-ного доверительного интервала. Таким образом, для описания вероятностной структуры минимальных уровней реки Нил нельзя использовать модель случайной величины.

Учитывая сказанное, была предпринята попытка использовать для описания ряда минимальных уровней реки Нил модель авторегрессии (АР).

4.3. Использование модели авторегрессии для описания минимальных уровней реки Нил

Предварительный анализ ряда минимальных уровней реки Нил показал, что ряд содержит низкочастотную квазипериодическую компоненту (рисунки 4.4) с периодом около 220 лет (таблица 4.2).

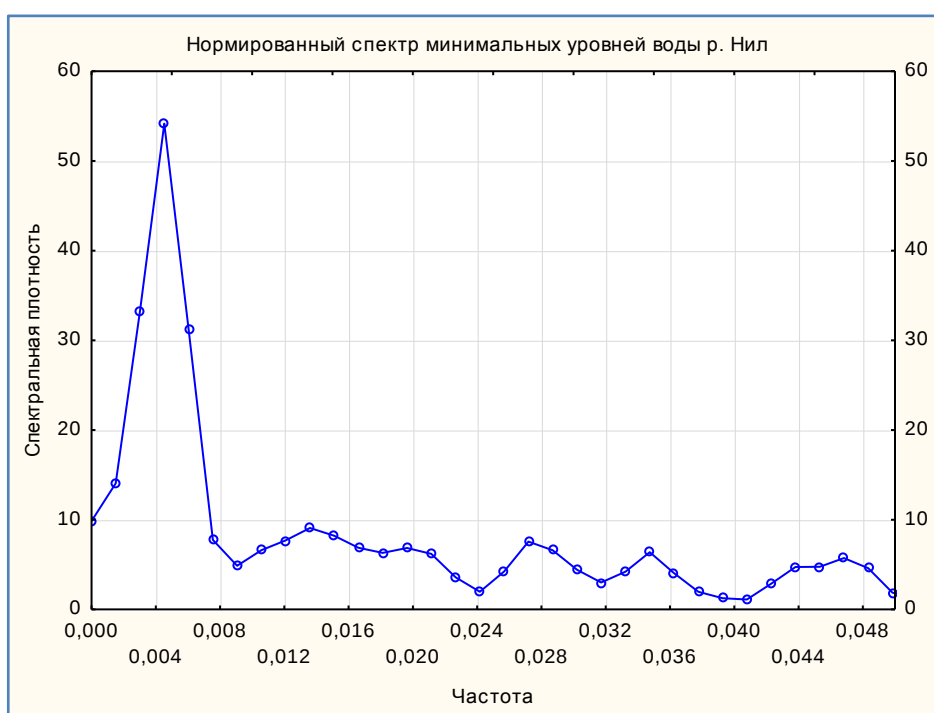


Рисунок 4.4 – Спектральная плотность ряда минимальных уровней реки Нил.

Таблица 4.5 – Характеристики спектральной плотности ряда минимальных уровней Нила

Частота	Период	Спектральная плотность
0,00453	221	54,2

Наличие трендциклической компоненты хорошо прослеживается и на графике скользящего среднего с равными весами, который был построен при ширине окна 51 год (рисунок 4.5).

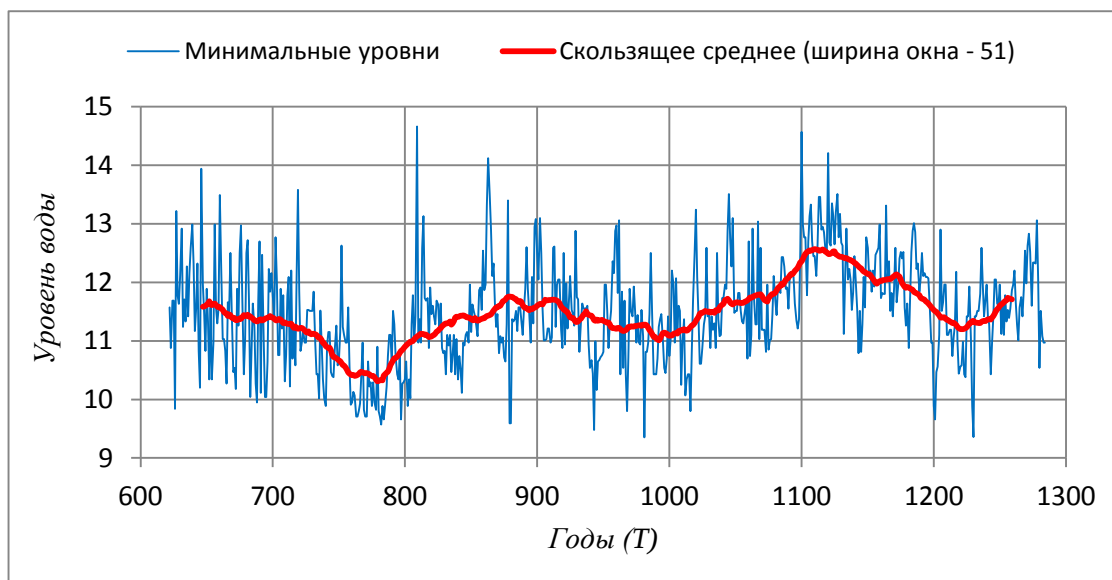


Рисунок 4.5 – Минимальные уровни реки Нил – скользящее среднее при $\Delta t = 51$ год.

Учитывая, что выборочный коэффициент автокорреляции исследуемого ряда достаточно большой ($r(1) = 0,58$) была предпринята попытка описать этот ряд в рамках модели авторегрессии.

Анализ, выполненный с использованием программы STATISTICA, показал, что для минимальных уровней Нила значимые коэффициенты регрессии имеют модели AP(1), AP(2), AP(3) и AP(4) (приложение Б). Уровень значимости принимался $2\alpha = 5\%$. Значения параметров представлены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Параметры модели авторегрессии для минимальных уровней Нила

Параметр	Порядок модели AP			
	AP(4)	AP(3)	AP(2)	AP(1)
const	11,48	11,48	11,48	11,48
a_1	0,442	0,458	0,481	0,484
a_2	0,085	0,095	0,164	
a_3	0,093	0,143		
a_4	0,109			
SS	0,498	0,503	0,513	0,526

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты работы

Методом Монте-Карло были смоделированы в общей сложности 2400 искусственных рядов продолжительностью от 10 до 200 лет. В качестве базового распределения использовалось двухпараметрическое Γ -распределение. Ряды моделировались для исследования зависимости показателя Хёрста от длины ряда для случайного процесса с независимыми сечениями («белого шума»).

Для 50 рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада России рассчитан показатель Хёрста и обоснована модель для описания вероятностной структуры этих рядов.

Выполнен анализ шестисотлетнего ряда минимальных уровней реки Нил. Рассчитаны его статистические характеристики и показатель Хёрста. За счет деления этого ряда на выборки различной длины проведено исследование зависимости показателя Хёрста от длины ряда.

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Для случайных независимых выборок среднее значение показателя Хёрста следует оценивать по формуле Энниса и Ллойда с поправкой Петерса в зависимости от длины ряда. Поправку Петерса можно скорректировать и вместо $(n-0,5)/n$ использовать формулу $(n-1)/n$, что дает лучшую сходимость для коротких выборок.
2. По отдельным выборкам значение показателя Хёрста может заметно отклоняться от среднего значения, рассчитанного по формуле. При этом выборочные значения показателя Хёрста распределены асимптотически нормально.
3. Стандартную ошибку показателя Хёрста для рядов продолжительностью до 200 лет можно рассчитать по эмпирической формуле:

$$\sigma_H = 14N^{-0.23}.$$

4. Показатели Хёрста для рядов максимальных расходов весеннего половодья не имеют значимого отличия от показателей Хёрста «белого шума». И, следовательно, для рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада РФ (при $n < 150$) вполне допустимо использовать модель случайной величины. При этом нужно отметить, что эмпирические точки, хотя и не выходят за пределы 95 %-ного доверительного интервала, эмпирическое среднее значение показателя Хёрста для $Q_{\max}$ на 6% выше теоретического значения «белого шума».
5. Ряд минимальных расходов реки Нил не может быть описан в рамках модели «белого шума». Как показал анализ, этот ряд имеет значимые коэффициенты регрессии для моделей AP(1), AP(2), AP(3) и AP(4). То есть он действительно обладает долговременной, хотя и не бесконечной памятью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Богословский Б.Б.* Общая гидрология: учебник для студ. ВУЗов/ Богословский Б.Б. [и др.] – Л.: Гидрометеиздат, 1984.–356 с.
- 2 *Боровиков В. П.* STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов. – СПб.: «Питер», 2003. – 688 с.
- 3 *Боровиков В.П.* Популярное введение в программу Statistica. М.: КомпьютерПресс, 1998.– 267с.
- 4 *Боровиков В.П., Боровиков И.П.* Statistica. Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. – М.: Информационно-издательский дом "Филинь", 1997.– 608с.
- 5 *Владимиров А.М.* Гидрологические расчёты. – Л.: Гидрометеиздат, 1990. – 365 с.
- 6 *Владимиров А.М., Дружинин В.С.* Сборник задач и упражнений по гидрологическим расчетам. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992. – 208 с.
- 7 *Евстигнеев В. М.* Речной сток и гидрологические расчеты.– М.: Изд-во МГУ,1990. – 304 с.
- 8 Международное руководство по методам расчета основных гидрологических характеристик. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 248 с.
- 9 Методические рекомендации по определению расчетных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений. – Нижний Новгород: Вектор-ТиС. 2007. – 134 с.
- 10 Методические рекомендации по определению расчетных гидрологических характеристик при недостаточности данных гидрометрических наблюдений. – СПб.: Ротапринт ГНЦ ААНИИ, 2007. – 67 с.
- 11 Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 444 с.
- 12 *Рождественский А.В., Чеботарев А.И.* Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 424 с.
- 13 Руководство по гидрологической практике. Том II. Управление вод-

ными ресурсами и практика применения гидрологических методов. (ВМО-№ 168). 2012 г.

- 14 Свод правил СП 33-101-2003. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. – М.: Стройиздат, 2004. – 72 с.
- 15 Сикан А.В. Методы статистической обработки гидрометеорологической информации. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007.–279 с.
- 16 Сикан А.В., Малышева Н.Г., Винокуров И.О. Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. Лабораторный практикум. – СПб.: изд. РГГМУ, 2014.– 75 с.
- 17 Гидрологические ежегодники. Том 1. Вып. 0-3. Бассейн Балтийского моря. – Л.: Гидрометеоздат, 1947- 2000.
- 18 Горошков, Иван Филиппович. Гидрологические расчеты: [Учебник для вузов по спец. «Гидрология суши»]. – Л. :Гидрометеоздат, 1979. – 431 с.
- 19 Государственный водный кадастр. Многолетние данные о режиме и ресурсах поверхностных вод суши. Ч. 1. Реки и каналы. Том I. РСФСР. Бассейн Балтийского моря. Вып. 5. – Л.: Гидрометеоздат, 1982.
- 20 Копач Д. М. Исследование области применения Хёрста. – Санкт-Петербург: Санкт – Петербургский государственный инженерно-экономический университет, 2007 – 25 с.
- 21 Многолетние данные о режиме и ресурсах поверхностных вод. Том 1 РСФСР, вып. 5 Бассейны рек Балтийского моря.
- 22 Определение основных расчетных гидрологических характеристик. СП 33-101-2003. – М.: Стройиздат, 2004. – 72 с.
- 23 Петерс Э.Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. М.:Интернет-трейдинг, 2004.– 304 с.
- 24 Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. – Л.: Гидрометеоздат, 1984. – 447 (I) с. + Приложение.-(ГГИ)
- 25 Ресурсы поверхностных вод СССР. Гидрологическая изученность. Т. 2. Карелия и Северо-Запад. – Л.: Гидрометеоздат, 1965.

- 26 Ресурсы поверхностных вод СССР. Т. 2. Карелия и Северо-Запад. Ч. 2. Приложения. – Л.: Гидрометеиздат, 1972.
- 27 Ресурсы поверхностных вод СССР. Т. 2. Карелия и Северо-Запад. Основные гидрологические характеристики (до 1962 г., за 1963-70 гг., за 1971-75 гг.) – Л.: Гидрометеиздат, 1966, 1974, 1978.
- 28 *Румянцев А.В, Трапезников Ю.А.* Стохастические модели гидрологических процессов. – СПб.: изд. Наука, 2008.–150 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А – Минимальные уровни р. Нил за период 662-1324 гг.

год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень
662	1157	702	1103	742	1277	782	1115
663	1088	703	1103	743	1206	783	1115
664	1169	704	1083	744	1076	784	1047
665	1169	705	1027	745	1076	785	1040
666	984	706	1166	746	1189	786	1038
667	1322	707	1148	747	1121	787	1085
668	1178	708	1250	748	1178	788	1126
669	1103	709	1155	749	1031	789	1058
670	1211	710	1047	750	1076	790	1067
671	1292	711	1054	751	1178	791	1115
672	1124	712	1018	752	1209	792	1263
673	1171	713	1189	753	1022	793	1124
674	1133	714	1126	754	1220	794	1110
675	1227	715	1250	755	1070	795	1097
676	1142	716	1297	756	1126	796	1097
677	1216	717	1178	757	1058	797	1157
678	1259	718	1043	758	1216	798	1000
679	1299	719	1103	759	1358	799	991
680	1232	720	1250	760	1184	800	995
681	1117	721	1272	761	1083	801	1013
682	1155	722	1169	762	1097	802	1007
683	1232	723	1004	763	1119	803	971
684	1083	724	1083	764	1097	804	971
685	1020	725	1164	765	1097	805	980
686	1394	726	1124	766	1153	806	993
687	1196	727	1027	767	1153	807	1043
688	1148	728	995	768	1151	808	1097
689	1083	729	1169	769	1151	809	982
690	1189	730	1270	770	1151	810	971
691	1133	731	1011	771	1184	811	971
692	1034	732	1247	772	1097	812	1065
693	1157	733	1101	773	1043	813	1022
694	1034	734	1004	774	1043	814	1029
695	1097	735	1004	775	1002	815	989
696	1299	736	1065	776	1152	816	1029
697	1157	737	1223	777	1097	817	995
698	1130	738	1184	778	1034	818	982
699	1155	739	1216	779	1002	819	1090
700	1349	740	1180	780	989	820	980
701	1232	741	1142	781	1092	821	971

год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень
822	957	862	1142	902	1331	942	1310
823	989	863	1128	903	1412	943	1250
824	966	864	1169	904	1349	944	1155
825	989	865	1162	905	1290	945	1101
826	1022	866	1115	906	1211	946	1100
827	1074	867	1164	907	1232	947	1103
828	1110	868	1088	908	1166	948	1121
829	1110	869	1079	909	1124	949	1121
830	1061	870	1083	910	1146	950	1097
831	1151	871	1043	911	1079	951	1106
832	1128	872	1110	912	1108	952	1259
833	1074	873	1092	913	1097	953	1261
834	1043	874	1110	914	1106	954	1124
835	1034	875	1047	915	1072	955	1196
836	1074	876	1076	916	1065	956	1205
837	966	877	1110	917	1128	957	1205
838	1027	878	1043	918	1340	958	1119
839	1029	879	1103	919	959	959	1088
840	1034	880	1034	920	959	960	1250
841	1065	881	1074	921	1137	961	1094
842	989	882	1052	922	1133	962	1198
843	1034	883	1011	923	1137	963	1121
844	1002	884	1097	924	1151	964	1164
845	1128	885	1092	925	1117	965	1211
846	1178	886	1110	926	1157	966	1153
847	1097	887	1115	927	1157	967	1146
848	1142	888	1097	928	1133	968	1126
849	1466	889	1196	929	1110	969	1288
850	1097	890	1115	930	1155	970	1175
851	1137	891	1162	931	1189	971	1171
852	1097	892	1151	932	1260	972	1081
853	1259	893	1142	933	1189	973	1133
854	1313	894	1126	934	1151	974	1164
855	1173	895	1108	935	1097	975	1155
856	1169	896	1187	936	1209	976	1155
857	1173	897	1191	937	1130	977	1155
858	1088	898	1153	938	1295	978	1160
859	1191	899	1254	939	1308	979	1094
860	1146	900	1187	940	1250	980	1054
861	1160	901	1196	941	1205	981	1067

год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень
982	1044	1022	1081	1062	1142	1102	1110
983	948	1023	1081	1063	1061	1103	1292
984	1099	1024	1097	1064	1000	1104	1178
985	1016	1025	1146	1065	1088	1105	1128
986	1065	1026	1250	1066	1128	1106	1097
987	1067	1027	1151	1067	1142	1107	1304
988	1072	1028	1043	1068	1259	1108	1103
989	1076	1029	1043	1069	1142	1109	1259
990	1081	1030	1043	1070	1148	1110	1119
991	1196	1031	1070	1071	1088	1111	1119
992	1196	1032	1124	1072	1142	1112	1119
993	1151	1033	1137	1073	1119	1113	1081
994	1088	1034	1146	1074	1130	1114	1196
995	1128	1035	1099	1075	1088	1115	1085
996	1151	1036	1054	1076	1250	1116	1101
997	1236	1037	1045	1077	1137	1117	1103
998	1216	1038	1070	1078	1108	1118	1146
999	1288	1039	1142	1079	1110	1119	1211
1000	1297	1040	1074	1080	1173	1120	1169
1001	1182	1041	1101	1081	1173	1121	1144
1002	1306	1042	1220	1082	1196	1122	1191
1003	1043	1043	1196	1083	1189	1123	1189
1004	1184	1044	1097	1084	1200	1124	1182
1005	1054	1045	1207	1085	1351	1125	1243
1006	1169	1046	1119	1086	1274	1126	1243
1007	1043	1047	1160	1087	1227	1127	1227
1008	980	1048	1151	1088	1310	1128	1189
1009	1072	1049	1025	1089	1148	1129	1191
1010	1189	1050	1097	1090	1151	1130	1155
1011	1151	1051	1137	1091	1151	1131	1209
1012	1142	1052	1007	1092	1182	1132	1218
1013	1193	1053	1034	1093	1182	1133	1211
1014	1151	1054	1043	1094	1151	1134	1209
1015	1097	1055	1043	1095	1133	1135	1164
1016	1144	1056	980	1096	1130	1136	1135
1017	1097	1057	1079	1097	1151	1137	1121
1018	1094	1058	1169	1098	1166	1138	1137
1019	1153	1059	1250	1099	1070	1139	1254
1020	1108	1060	1324	1100	1200	1140	1457
1021	935	1061	1209	1101	1074	1141	1299

год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень	год	Уровень
1142	1277	1182	1151	1222	1173	1262	1058	1302	1220
1143	1277	1183	1079	1223	1252	1263	1098	1303	1166
1144	1178	1184	1151	1224	1288	1264	1043	1304	1128
1145	1270	1185	1081	1225	1301	1265	1038	1305	1101
1146	1313	1186	1128	1226	1286	1266	1142	1306	1157
1147	1333	1187	1209	1227	1223	1267	1142	1307	1175
1148	1270	1188	1157	1228	1232	1268	1193	1308	1142
1149	1245	1189	1277	1229	1184	1269	1103	1309	1187
1150	1245	1190	1259	1230	1207	1270	989	1310	1254
1151	1211	1191	1209	1231	1250	1271	936	1311	1198
1152	1265	1192	1220	1232	1256	1272	1142	1312	1263
1153	1346	1193	1184	1233	1211	1273	1142	1313	1283
1154	1346	1194	1220	1234	1216	1274	1151	1314	1252
1155	1290	1195	1193	1235	1209	1275	1151	1315	1160
1156	1295	1196	1247	1236	1209	1276	1180	1316	1234
1157	1286	1197	1252	1237	1207	1277	1259	1317	1234
1158	1259	1198	1259	1238	1151	1278	1196	1318	1232
1159	1254	1199	1299	1239	1097	1279	1142	1319	1306
1160	1421	1200	1173	1240	1097	1280	1169	1320	1205
1161	1268	1201	1182	1241	989	1281	1196	1321	1054
1162	1263	1202	1180	1242	966	1282	1142	1322	1151
1163	1335	1203	1180	1243	1047	1283	1128	1323	1108
1164	1313	1204	1331	1244	1056	1284	1043	1324	1097
1165	1265	1205	1207	1245	1110	1285	1097		
1166	1319	1206	1236	1246	1290	1286	1142		
1167	1351	1207	1151	1247	1151	1287	1205		
1168	1277	1208	1182	1248	1166	1288	1205		
1169	1317	1209	1142	1249	1196	1289	1164		
1170	1268	1210	1191	1250	1196	1290	1160		
1171	1263	1211	1259	1251	1110	1291	1196		
1172	1112	1212	1166	1252	1110	1292	1112		
1173	1207	1213	1196	1253	1119	1293	1169		
1174	1292	1214	1241	1254	1119	1294	1110		
1175	1205	1215	1252	1255	1074	1295	1178		
1176	1223	1216	1241	1256	1106	1296	1133		
1177	1205	1217	1252	1257	1128	1297	1153		
1178	1153	1218	1157	1258	1218	1298	1139		
1179	1182	1219	1126	1259	1098	1299	1155		
1180	1245	1220	1164	1260	1044	1300	1187		
1181	1205	1221	1088	1261	1056	1301	1196		

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Параметры модели авторегрессии для минимальных уровней р. Нил
(расчет в программе Statistica 10)

Модель АР (1)

Исход.:ПЕР1 (Таблица данных1) Преобразования: Нет Модель(1,0,0) MS Остаток= ,52650						
Параметр	Парам.	Асимпт. Ст.ошиб.	Асимпт. t(661)	р	Нижняя 95% дов.	Верхняя 95% дов.
Конст.	11,48378	0,066204	173,4600	0,00	11,35379	11,61378
р(1)	0,57548	0,031846	18,0709	0,00	0,51295	0,63801

Модель АР (2)

Исход.:ПЕР1 (Таблица данных1) Преобразования: Нет Модель(2,0,0) MS Остаток= ,51315						
Параметр	Парам.	Асимпт. Ст.ошиб.	Асимпт. t(660)	р	Нижняя 95% дов.	Верхняя 95% дов.
Конст.	11,48207	0,077982	147,2409	0,000000	11,32895	11,63520
р(1)	0,48127	0,038431	12,5230	0,000000	0,40581	0,55673
р(2)	0,16385	0,038441	4,2622	0,000023	0,08836	0,23933

Модель АР (3)

Исход.:ПЕР1 (Таблица данных1) Преобразования: Нет Модель(3,0,0) MS Остаток= ,50342						
Параметр	Парам.	Асимпт. Ст.ошиб.	Асимпт. t(659)	р	Нижняя 95% дов.	Верхняя 95% дов.
Конст.	11,48139	0,089825	127,8190	0,000000	11,30501	11,65776
р(1)	0,45785	0,038586	11,8659	0,000000	0,38209	0,53362
р(2)	0,09508	0,042355	2,2448	0,025112	0,01191	0,17825
р(3)	0,14306	0,038596	3,7066	0,000228	0,06728	0,21885

Модель АР (4)

Исход.:ПЕР1 (Таблица данных1) Преобразования: Нет Модель(4,0,0) MS Остаток= ,49819						
Параметр	Парам.	Асимпт. Ст.ошиб.	Асимпт. t(658)	р	Нижняя 95% дов.	Верхняя 95% дов.
Конст.	11,48095	0,099893	114,9320	0,000000	11,28480	11,67710
р(1)	0,44224	0,038785	11,4023	0,000000	0,36608	0,51839
р(2)	0,08471	0,042296	2,0028	0,045609	0,00166	0,16776
р(3)	0,09317	0,042298	2,2028	0,027957	0,01012	0,17623
р(4)	0,10908	0,038800	2,8114	0,005079	0,03290	0,18527