



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладной океанологии ЮНЕСКО-МОК и охраны природных вод

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(Магистерская диссертация)
**«ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ БАРБОТАЖА НА ФОРМИРОВАНИЕ
ЦИРКУЛЯЦИИ В МЕЛКОВОДНОМ ВОДОЕМЕ»**

Исполнитель: Березина Анфиса Владимировна, студент группы ПО-М17-1-8

Научный руководитель: к.г.н., доцент, Чанцев Валерий Юрьевич

«К защите допускаю»

Заведующий кафедрой

(подпись)

(ученая степень, ученое звание)

(фамилия, имя, отчество)

«__» _____ 20__ г.

Санкт-Петербург

2019

СОДЕРЖАНИЕ

СОКРАЩЕНИЯ	4
ВВЕДЕНИЕ.....	5
1 Исследования барботажа и его практическое применение.....	7
1.1 Основные характеристики пузырьковых течений	7
1.2 Циркуляция воды, индуцированная пузырьковым течением	11
1.3 Перенос тепла	17
1.4 Практическое применение и ограничения метода	20
2 Организация эксперимента и методы исследования	25
2.1 Постановка эксперимента	25
2.1.1 Описание лабораторной установки	25
2.1.2 Проведение экспериментов	26
2.2 Определение скорости всплытия пузырьков	28
2.2.1 Бинаризация изображения (пороговое преобразование)	28
2.2.2 Обнаружение контуров объектов.....	29
2.2.3 Алгоритм обработки данных экспериментов	30
2.3 Вычисление скорости потока методом цифровой трассерной визуализации.....	32
2.3.1 Принцип метода.....	33
2.3.2 Обработка изображений и получение распределения скоростей.....	34
2.3.3 Поиск максимума корреляционной функции и подпиксельная интерполяция	37
2.3.4 Метод коррекции ошибок	39

2.3.5 Метод интерполяции	40
2.3.6 Погрешность PIV-метода	40
2.3.7 Алгоритм обработки данных экспериментов	41
3 Результаты проведенных исследований	43
3.1 Наблюдение затягивания	43
3.2 Скорость всплытия и характеристики пузырей	44
3.3 Поля скоростей формирующихся течений	62
3.4 Определение коэффициента увлечения	70
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	74
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	76

СОКРАЩЕНИЯ

БПФ -быстрое преобразование Фурье

ДПФ -дискретное преобразование Фурье

СМП – Северный морской путь

CV – Computer Vision (компьютерное зрение)

PIV – Particle Image Velocimetry (метод цифровой трассерной визуализации)

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время стремительно увеличивается использование ресурсного потенциала морей Российской Арктики. Огромны перспективы освоения арктического шельфа, на котором обнаружены значительные запасы полезных ископаемых, углеводородов. Ключевую роль при их транспортировке играет Северный морской путь (СМП).

Определенную трудность представляет собой обеспечение круглогодичной работы замерзающих портов СМП. Актуальной проблемой при их эксплуатации в зимний период является образование ледяного покрова на портовой акватории.

Проводка судов в условиях высокой сплоченности льда традиционно осуществляется ледоколами. Однако, их применение весьма дорогостояще малоэффективно вблизи причальных стенок. Хорошо зарекомендовавшим себя методом подавления нарастания льда в портах Канадской Арктики стала установка барботажной системы. Ее сущность заключается в создании вертикального пузырькового потока, создающего вертикальную циркуляцию в водоеме для растапливания льда.

Реализация такой системы требует исследования формирующейся циркуляции и особенностей вовлечения окружающих вод в воздушный поток.

Объект исследования — процесс барботажа.

Предмет исследования — циркуляция, формирующаяся в водоеме при барботаже.

Данное исследование является продолжением бакалаврской работы, в которой были изучены параметры пузырькового потока [1].

Цель работы: в лабораторных условиях исследовать процесс затягивания жидкости в пузырьковый поток и циркуляцию, формирующуюся под действием барботажа.

Задачи работы:

1. Разработать экспериментальную установку;
2. Подготовить и провести эксперименты по формированию и фиксации процесса затягивания воды в пузырьковый поток
3. Сформировать массив данных по результатам наблюдений в ходе экспериментов;
4. С помощью методов «компьютерного зрения» (CV) и цифровой трассерной визуализации (PIV) исследовать вертикальную циркуляцию при барботаже;

Научная новизна исследования

В работе применены современные техники «компьютерного зрения» для определения вертикальной скорости пузырьков в потоке. Получены оценки вертикальных скоростей течения, формирующегося под воздействием барботажа при различных расходах воздуха. На их основе выполнен расчет коэффициента увлечения воды пузырьковым потоком. Эти данные крайне важны для адекватного описания вертикальной циркуляции, индуцируемой воздушным потоком, и проектирования барботажной системы.

1 Исследования барботажа и его практическое применение

1.1 Основные характеристики пузырьковых течений

Сущность барботажа состоит в том, что в нижние слои воды с помощью пневматической (барботажной) установки через перфорированные трубопроводы или отдельные сопла выпускается сжатый воздух. Пузырьки воздуха, обладая подъемной силой, движутся к поверхности и увлекают за собой массы более теплой придонной воды, которая, отдавая свое тепло, препятствует ледообразованию или способствует растоплению льда.

Детальное исследование процесса барботажа крайне сложно, так как истечение газа в жидкость представляет собой двухфазный поток. Общие свойства пузырькового плюма для точечного и распределенного (пузырьковые завесы) источников воздуха в нестратифицированной и стратифицированной средах теоретически проанализированы в исследовании [2] и сопоставлены с экспериментальными данными работы [3]. Характеристики воздушно-пузырькового плюма анализировались на основе интегральных уравнений сохранения массы, импульса и плавучести для двумерного и трехмерного случаев в однородной, покоящейся воде.

Истечение воздуха на некоторой глубине в водоеме приводит к формированию циркуляции и вертикального перемешивания (рисунки 1.1 – 1.2).

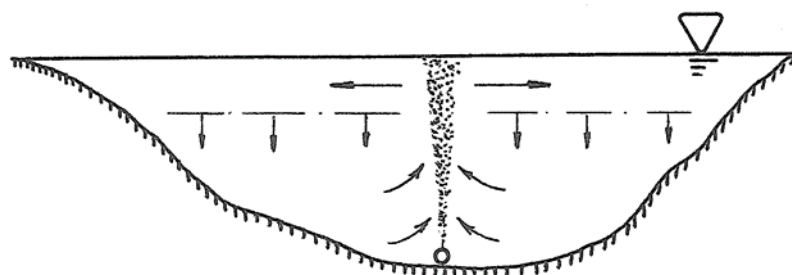


Рисунок 1.1 Общая циркуляция, формирующаяся в нестратифицированном водоеме под воздействием барботажа [2]

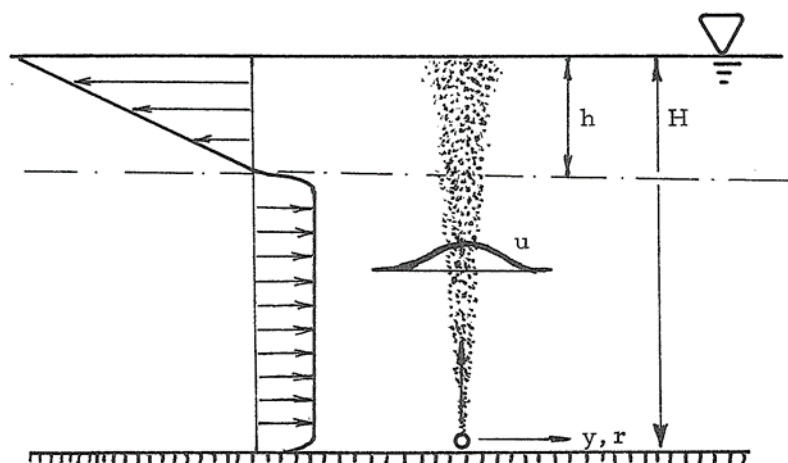


Рисунок 1.2 Профиль горизонтальной составляющей скорости в окрестности пузырькового плюма [1]

Всплытие пузырьков и вызванный этим вертикальный поток схожи с процессом турбулентной диффузии от затопленной плавучей струи, что было первоначально указано Тейлором (1955 г.) [4]. Это сходство лежит в основе работы [2]. Область исследования ограничена зоной, где горизонтальные течений в приповерхностном слое не влияют на вертикальный поток. Эмпирическим путем было установлено, что h составляет приблизительно $0.25H$ в двухмерном случае (для линейного источника) и несколько меньше для точечного.

Скорость увлечения на краю плюма полагается пропорциональной средней осевой скорости в плюме. Кроме того, предполагается, что боковые профили скорости и дефицита плотности аналогичны на всех высотах и могут быть аппроксимированы Гауссовой кривой.

Скорость увлечения $\frac{dQ}{dx}$ при этом определяется следующим образом:

$$\frac{dQ}{dx} = 2 \cdot \pi \cdot b \cdot \alpha \cdot u_m \quad 1.1$$

u_m - скорость на осевой линии плюма.

α - коэффициент увлечения

При сравнении с экспериментальными данными Кобуса использовался α от 0.053 до 0.65 для точечного источника в зависимости от расхода воздуха ($5.7 \cdot 10^{-4}$ - $2.55 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$). Глубина экспериментального бассейна составляла 4.5 м.

Кобус показал, что скорость расширения плюма, описываемая $\frac{db}{dx}$, на практике является постоянной, в малой степени зависит от уровня расхода воздуха, но независима от диаметра источника (сопла) в диапазоне, использовавшемся в экспериментах (от 0.05 до 0.5 мм). Теоретические расчеты показали, что b является только функцией α . Предлагается выражение для расчета α в случае точечного источника:

$$\alpha = \frac{5}{6} \frac{db}{dx} = \frac{5\sqrt{2}}{6} \frac{d\sigma}{dx} \quad 1.2$$

Используя данные работы [3], была построена зависимость α от расхода (рисунок 1.3).

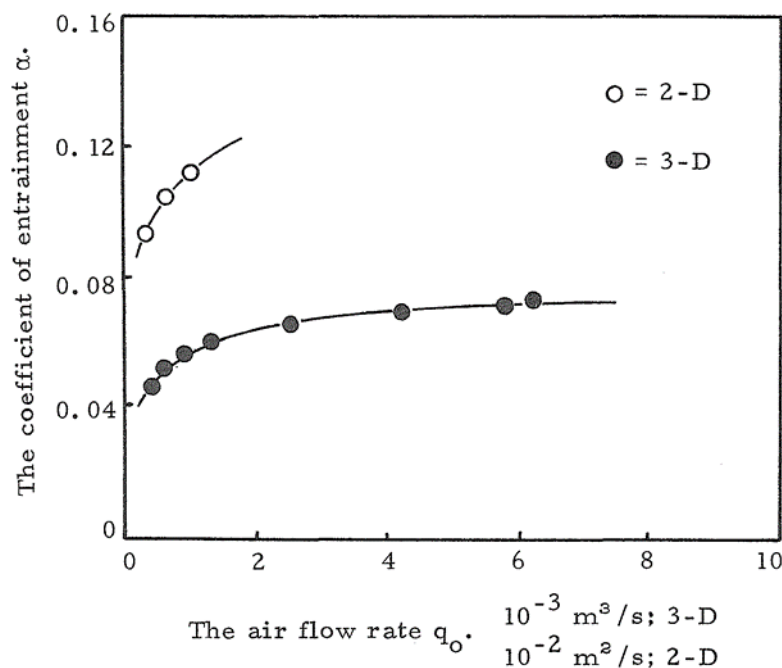


Рисунок 1.3 Коэффициент увлечения как функция объемного расхода воздуха для точечного (3-D) и линейного (2-D) источников. Данные экспериментов [3]

Значения α для точечного источника (3-D) увеличиваются с возрастанием расхода воздуха, асимптотически приближаясь к величине около 0.08. Несмотря на то, что эксперименты с пузырьковой завесой, опубликованные Кобусом [3], охватывают относительно малый диапазон расходов воздуха, можно сделать предположение, что величина α возрастает с увеличением расхода близко к кривой в трехмерном случае, и α асимптотически приближается к 0.16 при очень высоких расходах.

Исследования скорости всплытия одиночных воздушных пузырей в неподвижной воде показывают, что пузырьки широкого диапазона размеров имеют конечную скорость скольжения относительно окружающих вод порядка 0.3 м/с. Поэтому для большинства практических случаев можно использовать данное значение, за исключением крайне малых расходов воздуха.

Также в работе обсуждаются особенности процесса барботажа в стратифицированных водах. Отмечается, что присутствие плотностной стратификации формирует разрыв между потоком воды и воздушных пузырьков, что схематически показано на рисунке для двухслойной системы. Непрерывная стратификация может приводить к аналогичному явлению.

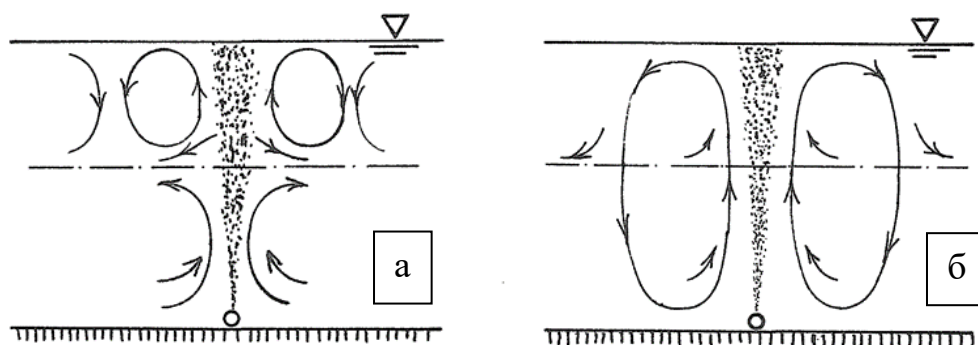


Рисунок 1.4 Наблюдаемые режимы циркуляции при барботаже в стратифицированных водах:

- а) полный разрыв струи потока при двухслойной стратификации;*
- б) частичный разрыв при непрерывной стратификации [3]*

Всплытие пузырьков вследствие сжимаемости воздуха, заключенного в них, увеличивает поток плавучести с удалением от источника. Различие в

скорости между всплывающими пузырьками и окружающих вод имеет обратный эффект, так как оно снижает локальную концентрацию воздушных пузырьков внутри плюма. Несмотря на это, оба эффекта не компенсируют друг друга полностью.

Отмечается [2], что необходимо больше экспериментальных данных для определения необходимых значений коэффициента увлечения жидкости в пузырьковый поток, чтобы охватить широкий диапазон внешних условий и приложить теоретические знания к практике, что еще раз подтверждает актуальность настоящего исследования.

Моделированию пузырьковых плюмов посвящен ряд работ [5 - 8]

1.2 Циркуляция воды, индуцированная пузырьковым течением

В работах исследователей второй половины XX века было показано, что профиль вертикальных скоростей, индуцированных истечением воздуха в воду через сопло может быть описан кривой Гауссова распределения с линейным распределением по вертикальной координате за исключением зон вблизи сопла и свободной поверхности моря. В работе [3] были проведены измерения скоростей течения и плотности и получены профили скорости и средней скорости пузырькового потока, на основе которых сформулировано выражение для увеличения потока импульса в силу плавучести. Также было предложено соотношение для определения объемного потока вод к расходу воздуха в зависимости от глубины источника.

Непрерывная струя воздуха, истекающего через отверстие небольшого диаметра (порядка 1-5 мм) быстро расширяется вследствие резкого падения давления в окрестности сопла, и от нее отрываются отдельные пузырьки. Для практических случаев принято считать, что размер отрывного диаметра пузырьков зависит исключительно от расхода воздуха и изменяется независимо от свойств барботируемой жидкости, ни от диаметра сопла.

Скорость всплытия пузырьков при отрыве от сопла быстро достигает постоянной по глубине величины, которая зависит от распределения размеров пузырьков и их концентрации. Эти параметры, в свою очередь, являются функциями лишь расхода воздуха.

В работе [3] был проведен ряд экспериментов по изучению барботажа в бассейне 8 x 280 x 4,7 м. Источник воздуха был помещен на глубине 4,5 м. Отверстия, через которые пропусклся воздух, имели диаметр от 0,5 до 5 см. В исследовании использовались расходы воздуха в диапазоне от 400 до 6200 мл/с. В связи со значительными флуктуациями вертикального потока измерения скорости проводились с дискретностью 5 мин. Измерялись профили скорости поперек пузырькового потока и в плоскости, нормальной к струе на различных высотах. Результаты измерения скорости пузырьков представлены на рисунке 1.5

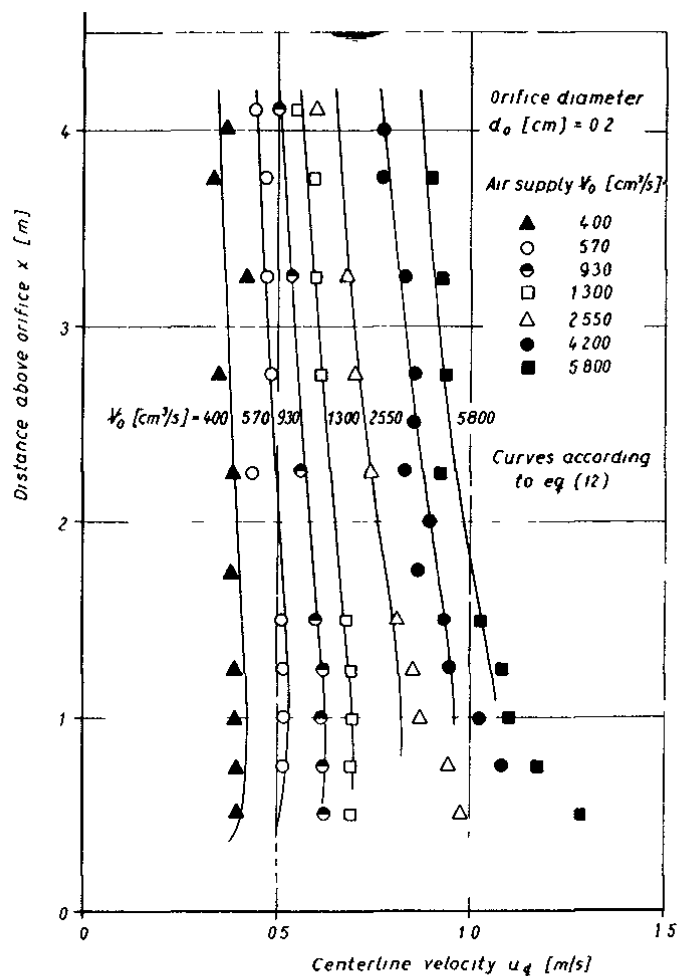


Рисунок 1.5 Вертикальная скорость пузырьков на оси потока над одиночным источником [3]

Измерения параметров одиночных пузырьков не продемонстрировали признаков того, что их скорость всплытия значительно варьирует с глубиной, хотя предполагается, что изменения в объеме пузырьков по мере всплытия, а также снижение давления столба жидкости должны приводить к таким изменениям. Однако, за исключением очень маленьких пузырьков, скорость их подъема плавно изменяется в зависимости от их диаметра. В связи с этим можно принять, что средняя скорость пузырькового потока не зависит от глубины.

Измерения показали, что скорость всплытия пузырьков от одиночного источника возрастала с увеличением расхода воздуха от 0,5 м/с при $Q = 400$ мл/с до 0,8 м/с при $Q = 6800$ мл/с и слабо варьировала с изменением диаметра сопла.

Пример профилей вертикальной скорости течений, измеренных на различных горизонтах, представлен на рисунке 1.6

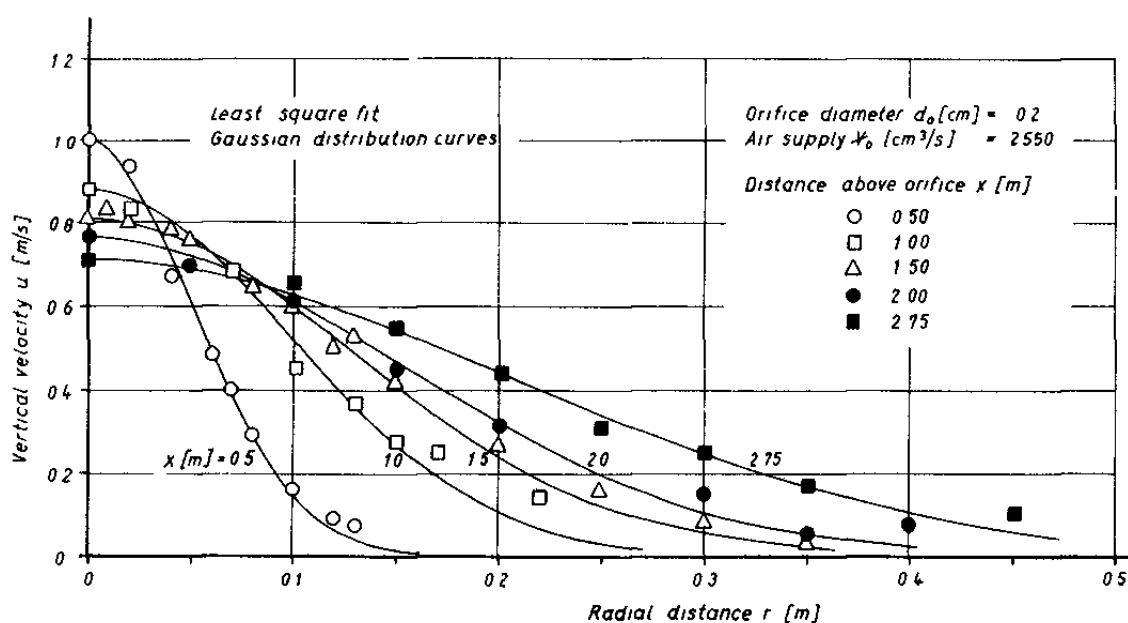


Рисунок 1.6 Профили вертикальной скорости течений от точечного источника на различных горизонтах. $Q = 2500$ мл/с [3]

С удалением от источника кривая распределения скоростей становится все более полой. Максимальные скорости течения достигаются непосредственно на оси пузырькового плюма.

Попытки исследовать циркуляцию, порождаемую пузырьковым плюмом, с учетом турбулентной природы таких течений начались с работы [9]

В этой же работе приведены измеренные и смоделированные разрезы скоростей течений, для турбулентного замыкания использовалась модель $k - \varepsilon$. Скорость воздушного потока при прохождении через сопло составляла 1,62 м/с.

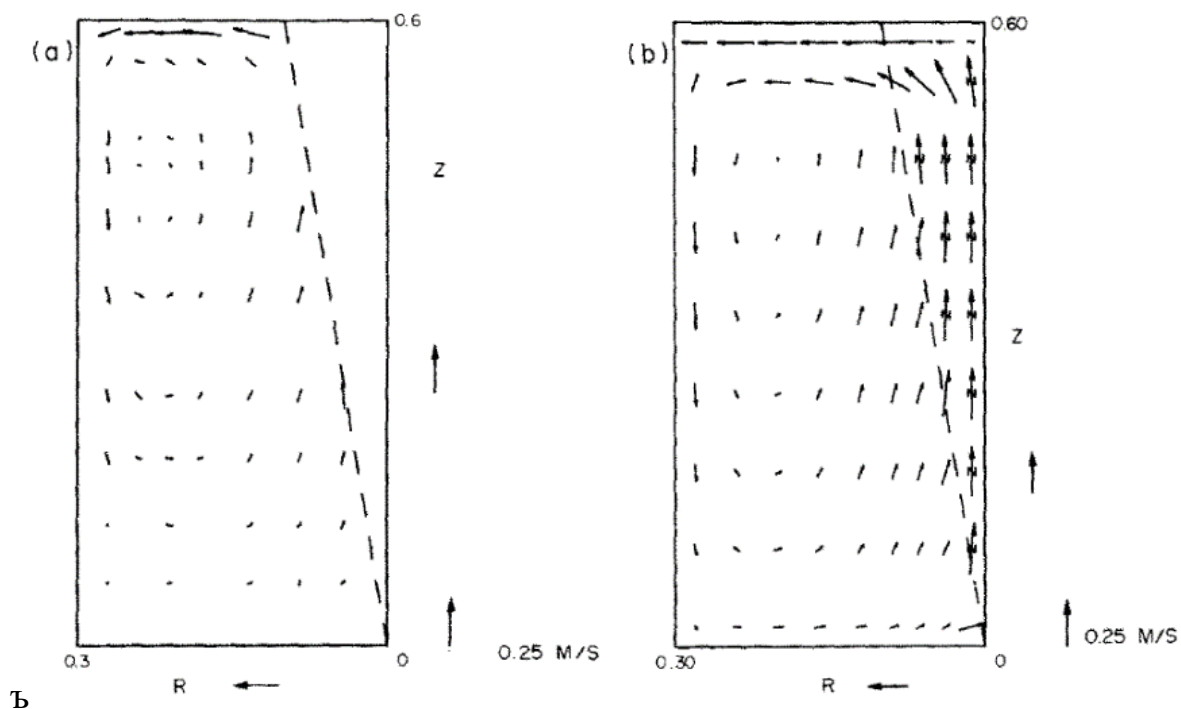


Рисунок 1.7 Измеренная и смоделированная циркуляция в бассейне [9]

В работе [10] используется смешанный Эйлеров-Лагранжев подход для описания двухмерного движения малых сферических газовых пузырьков. Движение пузырьков рассчитывается на основе баланса сил, включающих градиент давления жидкой фазы, сопротивление, виртуальную (присоединенную) массу, завихренность жидкости и притяжение, индивидуально для каждого пузыря. Кроме того, в модели учитывалось взаимодействие пузырьков друг с другом. Показано, что предыдущие состояния двухфазного потока в значительной степени влияют на структуру потока в каждый момент времени.

Средняя скорость всплытия в водной среде может быть рассчитана по формулам 1.3 – 1.4.

$$v_{rise} = \sqrt{\frac{\frac{8}{3}(\rho_w - \rho_a)R_b g}{C_D \rho_w}} \quad 1.3$$

$$C_D = \begin{cases} Re < 1000 \Rightarrow \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0,687}) \\ Re \geq 1000 \Rightarrow 0.44 \end{cases} \quad 1.4$$

Конечная скорость подъема составила 20,8 см/с для воздушного пузырька с диаметром 2 мм.

В модели воспроизводилось всплытие пузырьков в барботажной колонне с высотой 1,5 м и 0,5 м шириной при расходах воздуха от 26,7 мл/с до 134 мл/с.

При такой конфигурации порождались течения жидкости со средней скоростью 7,7 см/с.

В этом исследовании была показана необходимость учета эффекта присоединенной массы, характеризующего инерцию окружающей среды, при моделировании двухфазного потока, так как именно он ограничивает скорость пузырьков при истечении в жидкость. Пренебрежение данным параметром ведет к чересчур высоким скоростям всплытия вследствие относительно большой силы плавучести и малой массы пузырьков.

Отмечается, что на плюм оказывается воздействие со стороны многочисленных вихрей, развивающихся в приповерхностной зоне. При осреднении за период 60 с получается известный профиль скоростей с вертикальным потоком на оси пузырькового плюма и нисходящими течениями вблизи стенок.

Распределение пузырьков и поле скоростей при расходе воздуха 6 мл/с представлено на рисунке 1.8.

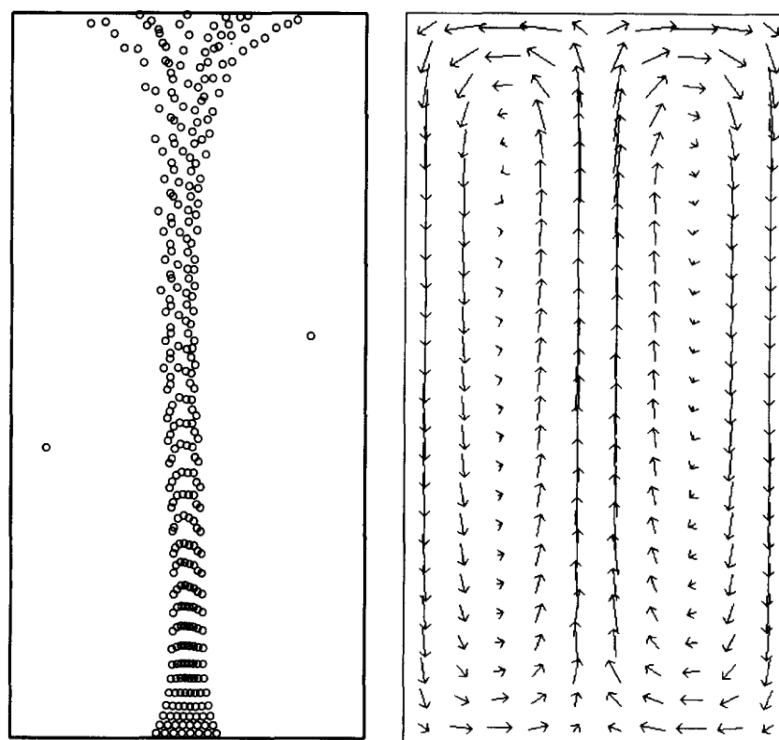


Рисунок 1.8 Положение пузырьков и рассчитанная циркуляция в колонне [10]

С развитием вычислительной техники в модели циркуляции включалось все больше управляющих параметров. Обстоятельный обзор истории развития моделирования двухфазных течений изложен в работе [11]. Там же приведены результаты моделирования циркуляции в барботажной колонне, представленные на рисунке 1.9.

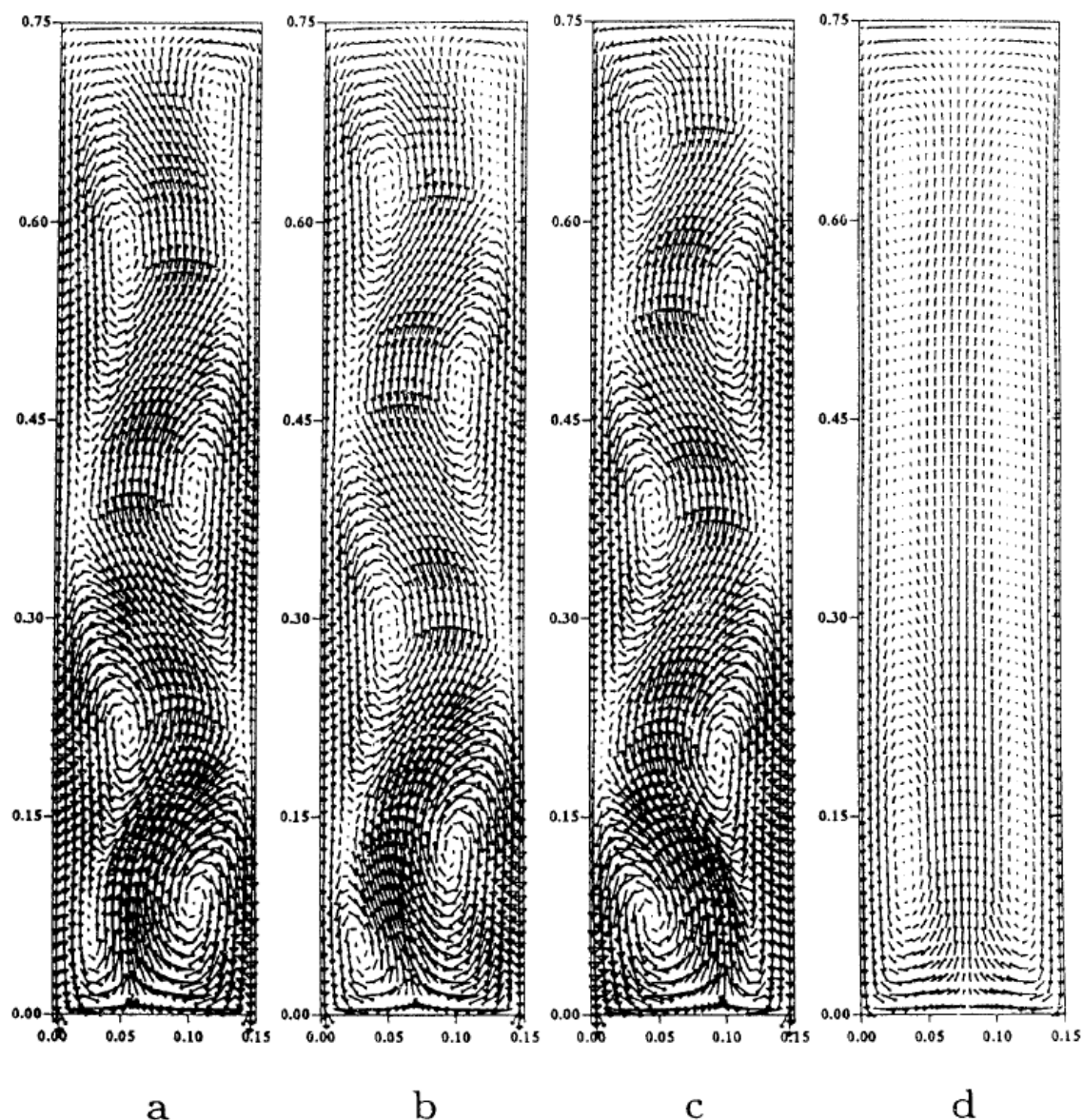


Рисунок 1.9 Смоделированные мгновенные (a, b, c) и осредненное (d) поля скорости потока в аэрируемой колонне. [11]

1.3 Перенос тепла

Пузырьковый плюм создает поток плавучести и стимулирует вертикальный обмен в водной толще. Для успешного подавления нарастания льда с помощью данного средства ключевыми являются два фактора: а) инверсия в температурной стратификации водоема, т. е. существование теплозапаса в нижних слоях озера или залива в течение зимы и б) относительно высокая способность воздушных пузырьков захватывать окружающие воды. В этом случае барботажная система

порождает вертикальный поток, который поднимает теплые воды (обычно в пределах $0 - 4^{\circ}\text{C}$) со дна водоема в верхние слои вплоть до поверхности раздела вода – лед. Взаимодействие с поверхностью льда трансформирует вертикальный поток в горизонтальное движение. В районе прямо над источником воздуха и в области горизонтальных течений происходит теплообмен между ледовым покровом и теплыми водами. Компенсация охлаждения льда атмосферным воздухом путем подогрева его нижней поверхности теплыми течениями способствует таянию льда или, по крайней мере, предотвращает увеличение его толщины.

Коэффициент теплообмена на разделе вода – лед изменяется в зависимости от горизонтального расстояния от оси пузырькового потока, расхода воздуха барботера и глубины. Значение коэффициента теплообмена является одним из важнейших параметров при проектировании барботажной системы. Подходы к его определению изложены в работах [12, 13]

Эксперименты по использованию барботажной системы в бассейне глубиной 1,83 м, в водной толще которого была сформирована инверсия температуры, при постоянной температуре атмосферного воздуха 0°C , показали, что индуцируемый пузырьками теплообмен действительно снижает толщину льда. [13]

На основе полученных экспериментальных данных произведено численное моделирование толщины льда при заданных параметрах барботажной установки и атмосферных условий. Результаты приведены в работах [12, 13]

Пример численной симуляции образования майн в ледовом покрове в результате барботажа представлен на рисунке 1.10.

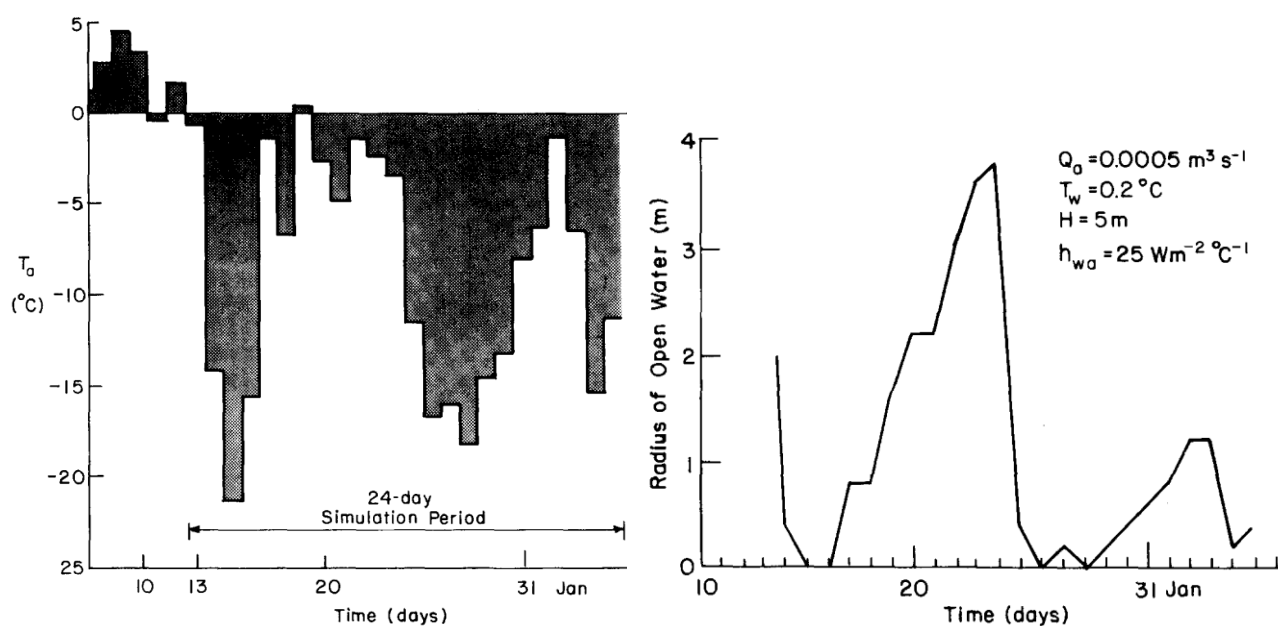


Рисунок 1.10 Временной ход температуры воздуха и рассчитанного радиуса майны под воздействием барботажа [13]

В работе [14] выполнено численное моделирование теплопереноса в процессе барботажа в тестовом портовом бассейне. Показано, что барботажа формирует крупномасштабную циркуляцию в окрестности причальной стенки. Если водная масса имеет температуру даже незначительно выше точки замерзания, большое количество термической энергии выносится к области причала на стыке ячеек циркуляции.

В работе [15] рассматривается использование термо-пузырьковых плюмов для подавления нарастания ледового покрова. Такая технология предполагает одновременное истечение теплых вод и пузырьков в водную толщу. Подаваемые теплые воды подхватываются пузырьковым потоком, за счет чего обеспечивается поступление тепловой энергии к поверхности льда. Положительная плавучесть пузырьков используется для компенсации отрицательной плавучести теплой воды.

1.4 Практическое применение и ограничения метода

Использование тепла глубинных вод с помощью барботажной системы является гидротермодинамическим методом воздействия на ледяной покров [16].

Результаты натурных исследований по созданию майн при малых запасах или полном отсутствии тепла в воде показывают, что барботажные установки будут эффективны при расходах воздуха, характерных для пневматических волноломов, когда с их помощью можно будет взламывать лед толщиной не менее 10 см и создавать поверхностные течения воды со скоростями не менее 0.6 м/с.

Общим для всех пневмоустановок является выпуск сжатого воздуха в воду через барботер. Различают два типа установок: осуществляющих подачу в водоем только сжатого воздуха и использующих сжатый воздух и теплоноситель, подаваемые в водоем отдельно или в смеси. В том и в другом случае для эффективного применения пневмоустановок необходимо учитывать особенности зимнего ледотермического режима конкретного водоема.

Зная термохалинную стратификацию водоема, сжатый воздух выпускают в слое наибольших вертикальных градиентов этих параметров. При этом благодаря «поршневому эффекту» образуется восходящий поток. По мере работы пневмоустановки возникают полужамкнутые циркуляционные течения, которые можно разделить на три основные области: поверхностные горизонтальные течения; вертикальный восходящий водовоздушный поток; возвратные течения, подтекающие к месту выпуска сжатого воздуха.

Представления об образовании, направлении и скорости этих течений имеют особо важное значение при выборе размеров, типа барботера пневмоустановки в конкретных гидрологических и морфологических условиях.

Важно разместить барботер таким образом, чтобы в циркуляционном течении при его работе принимал участие весь объем теплой воды. В морских водах наиболее выгодно располагать барботер в слое наибольшей солености, так

как в процессе растопления льда необходим постоянный приток воды высокой солености к нижней поверхности ледяного покрова.

В пневмоустановках, использующих тепло промышленных сбросовых вод, барботер необходимо располагать таким образом, чтобы обеспечить перемешивание поступающей теплой воды с водой водоема.

Водовоздушная вертикальная струя, в которой происходит подъем пузырьками воздуха масс воды, имеет форму конусного факела, его верхний расширенный конец вблизи поверхности воды преобразуется в горизонтальные потоки. В месте выхода вертикальной струи образуется бурун, создающий гидравлический подпор. В области поверхностных течений происходит замещение охлажденной воды более теплыми или солеными массами, поднимаемыми пузырьками воздуха и взаимодействие их с ледяным покровом. Направление поверхностных течений зависит от количества устройств и выпускных отверстий, их расположения относительно вертикальных стенок причальных сооружений.

При одном точечном источнике вертикальный водовоздушный поток на поверхности создает веерную струю, т.е. течения расходятся радиально от центра. Несколько источников, расположенных в ряд, создают плоскую струю, направленную по обе стороны от этой линии в противоположных направлениях и перпендикулярно ей. При работе барботера вблизи стенки образуется только половина плоской струи, направленной в сторону от нее.

Поверхностные течения по мере удаления от места выпуска сжатого воздуха теряют свою скорость. Скорость на некоторых расстояниях от места выпуска воздуха зависит от глубины погружения барботера и удельного расхода сжатого воздуха.

Максимального значения скорость поверхностного течения достигает на расстоянии $(0.3 — 1.0)H$ от места выхода воздуха на поверхность водоема, (H — глубина погружения барботера). При работе барботера вблизи стенки скорость поверхностного течения увеличивается приблизительно в 1.3 раза. Эти данные имеют большое значение при расчете зоны активного действия пневмоустановки,

а также ширины канала вдоль пирса, свободного от битого льда в результате выноса его поверхностными потоками.

Пневмоустановки бывают с непрерывным и импульсным выпуском сжатого воздуха. Это определяет два основных направления разработки их конструкции.

У пневмоустановок с непрерывным выпуском сжатого воздуха барботер выполнен в виде перфорированного трубопровода. В ряде стран (США, Швеция) запатентован трубопровод с отверстиями, уложенный на дне водоема, в который подается сжатый воздух от компрессора, расположенного на берегу.

При импульсном способе воздух подается в барботер, оборудованный специальным накопителем, и при наполнении критического объема воздуха выпускается в воду порциями. Импульсный способ обеспечивает подачу воздуха в виде пузырей большого объема, с увеличением объема пузыря увеличивается скорость его подъема. Пузырь стремится приобрести форму опрокинутого блюда с большой горизонтальной осью, что приводит к увеличению расхода воды, которая увлекается каждым отдельным пузырем. Преимущество импульсного способа заключается в том, что стремление повысить производительность барботера увеличением удельного расхода воздуха не приводит к срыву пузырькового режима течения в вертикальном восходящем потоке, как это может произойти при работе барботера непрерывного действия, когда воздух истекает через толщу воды, не перемешиваясь с ней. При этом расход увлекаемой воды и эффективность работы установки резко сокращается.

Паундер [17] приводит описание действия барботажной системы в пресной воде. Слой воды ниже термоклина имеет температуру порядка $+4^{\circ}\text{C}$. Всплывающие со дна пузырьки воздуха подхватывают эту «теплую» воду и увлекают ее к поверхности, создавая таким образом искусственную вертикальную циркуляцию. Теплостойкость воды весьма велика, и при охлаждении $0,03 \text{ м}^3$ воды от $+4$ до 0°C должно растаять 1400 см^3 льда. Потери тепла с поверхности водоема при отсутствии ледяного покрова будут значительно

больше, чем обычно в зимнее время. Воздушная система используется для нагрева поверхностных слоев воды тепловую энергию глубинных вод, поэтому термоклин постепенно понижается.

Разумеется, глубинное тепло нельзя считать неисчерпаемым. Однако, поскольку борьба со льдом ведется на сравнительно небольшой площади, общие потери тепла в водоеме не так уж велики. Затраты энергии на приведение в действие компрессора ничтожны по сравнению с энергией, подаваемой с его помощью к поверхности воды из глубин водоема.

Воздушная система защиты от льда вполне надежна и при менее благоприятных условиях, например при малых глубинах или в случаях, когда быстрое течение вызывает интенсивную турбулентность. Действительно, для ее эффективной работы достаточно, чтобы разность температур на поверхности воды и на той глубине, где проложены трубы, была всего лишь $0,5^{\circ}\text{C}$.

Перемешивание воды с помощью воздушных пузырьков может применяться с разными целями: для защиты доков от повреждения льдом и обеспечения их нормальной работы в зимнее время, при строительстве пирсов зимой, для предотвращения заморов рыбы из-за недостатка растворенного в воде кислорода, для очистки от льда трасс (не слишком протяженных) движения паромов и т. д.

Возвращаясь к вопросу о вертикальной циркуляции морской воды, отметим, что в зимнее время в верхних слоях (до 100 м или ниже) наблюдается изотермия, а слой скачка расположен на значительной глубине. Это обстоятельство делает почти невозможным применение воздушной системы уничтожения ледяного покрова в морской воде. Тем не менее такие попытки все же предпринимались и даже достигли определенного успеха, предотвращая замерзание воды на более или менее продолжительный период времени. Необходимо отметить также, что использование других типов барботажных устройств в этих условиях вообще не дает никаких результатов.

При наличии градиента солености из глубин может подниматься более насыщенная солями вода, которая и растворяет некоторое (хотя и небольшое)

количество льда. Предполагали также, что интенсивная циркуляция способна вызвать эрозию нижней поверхности льда.

2 Организация эксперимента и методы исследования

2.1 Постановка эксперимента

Для решения поставленных задач по исследованию вертикальной циркуляции, индуцированной барботажем, была разработана и собрана лабораторная установка для проведения серии экспериментов.

2.1.1 Описание лабораторной установки

В рамках работы для проведения серии экспериментов была собрана лабораторная установка. Все элементы крепления были изготовлены с помощью 3D-печати.

В бассейн объемом 800 литров, заполненный пресной водой до высоты 70 см вдоль вертикальной штанги размещается трубка с соплом, направленным кверху. Сопло располагается на глубине 50 см под поверхностью. Через шланг с помощью компрессора подается воздух, который выходит в воду в виде пузырьков. Предусмотрена отдельная трубка с иглой на конце, подведенная чуть выше отверстия сопла для подачи красящей жидкости. Во время экспериментов проводились измерения разности температур в верхнем и нижнем слоях водной толщи для отслеживания формирования стратификации и ее устранения. Схема установки представлена на рисунке 2.1.

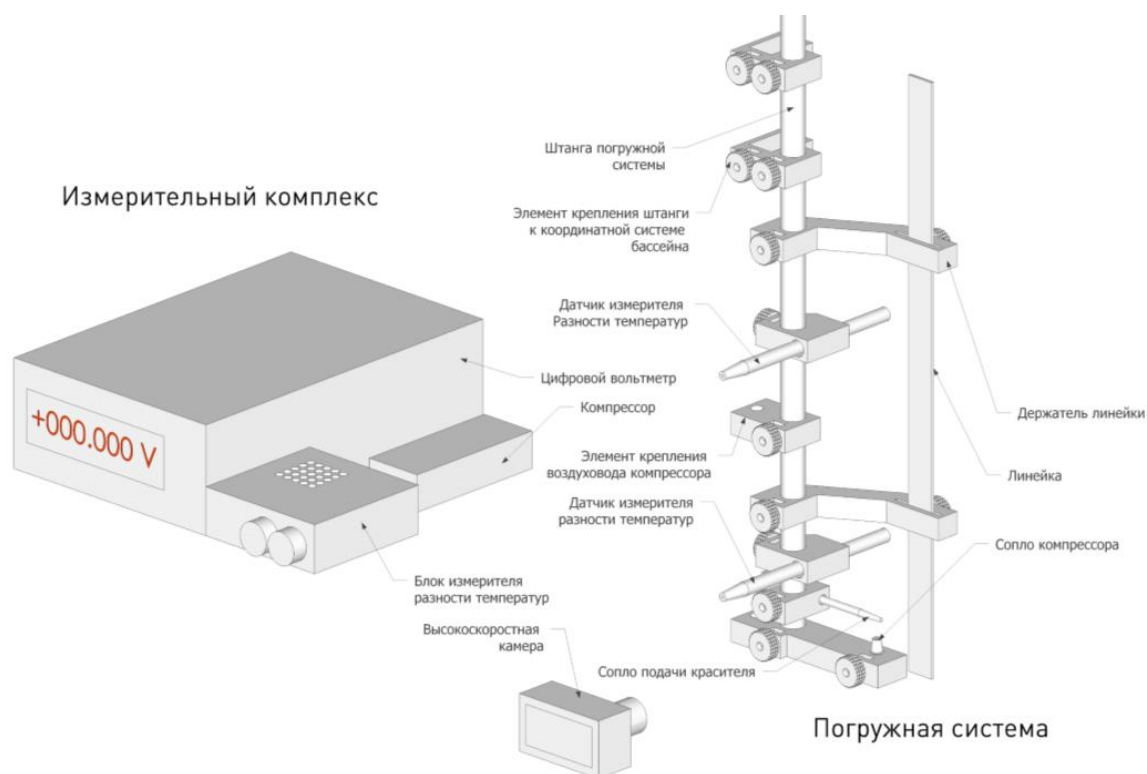


Рисунок 2.1 Схема лабораторной установки для исследования затягивания подкрашенной жидкости в водовоздушный поток

Для исследования движения потока воды, увлекаемой пузырьковой струей, над водной поверхностью устанавливался зеленый лазерный модуль с цилиндрической линзой, трансформирующий лазерный луч в плоскость.

2.1.2 Проведение экспериментов

Перед включением воздушного компрессора контролировалось отсутствие вертикальных движений в воде.

Всплытие пузырей и распространение подкрашенной жидкости регистрировалось на видеокамеру с частотой съемки 240 кадров в секунду. В качестве красителя использовался раствор метиленового синего. Под действием минимально необходимого давления жидкость подавалась по трубке к окрестности сопла и выходила в виде горизонтальной струи. Ее затягивание в водовоздушный поток наблюдалось визуально.

Для определения вертикальной скорости пузырьков и изучения формирующейся циркуляции частота съемки понижалась до 30 кадров в секунду в целях увеличения разрешения изображения до 1920x1080 пикс. На видеокамеру регистрировалось всплытие пузырьков при различных объемных расходах воздуха.

Параметры вертикальной циркуляции воды определялись с помощью отслеживания координат трассеров. Для этого в поток вносились частицы малого размера, которые подсвечивались плоскостью лазера. Их движение в этой плоскости под действием барботаж при различных расходах воздуха регистрировалось на видеокамеру.

В качестве трассеров использовалась бронзовая пудра (сплав меди с цинком) размером 100 мкм. Было замечено, что частицы повторяют мельчайшие движения потока, обладают малой инерцией и крайне медленно оседают благодаря плохой смачиваемости.

Параметры экспериментов представлены в таблицах 2.1 – 2.2

Таблица 2.1 Параметры лабораторной установки

Высота столба жидкости над соплом	50 см
Диаметр сопла	1,5 мм
Расход воздуха	0,3; 0,4; 0,5; 0,65; 1,0, 2,5 мл/с

Таблица 2.2 Параметры видеокамеры

Вариант эксперимента	Частота съемки, кадр/с	Разрешение, пикс
Наблюдение подкрашенной жидкости	240	1280 x 720
Регистрация всплытия пузырьков и движения трассеров	30	1920 x 1080

По результатам серии экспериментов формируется массив видеоданных, подлежащих дальнейшей автоматической обработке.

2.2 Определение скорости всплытия пузырьков

В эксперименте воздух подавался по трубке через сопло в виде непрерывной струи. При прохождении через сопло и истечении в воду вследствие резкого падения давления струя расширяется, и от нее отрывается пузырек. Скорость его всплытия быстро достигает постоянной величины и практически не изменяется с глубиной [3]. Это свойство использовалось в данной работе для определения вертикальной скорости пузырьков в области установившегося потока.

Для расчета скорости пузырьков на основе видеоданных, полученных в эксперименте, использовался метод анализа изображений.

Анализ изображений – это процедура извлечения необходимой информации из изображения с использованием автоматических систем.

В данной работе производилась автоматическая обработка фрагментов исходных видеофайлов с использованием программ, написанных автором на языке программирования python 3 с подключением библиотеки OpenCV (Open Source Computer Vision Library, библиотека компьютерного зрения с открытым исходным кодом) [18].

Из всего разнообразия алгоритмов, используемых в области компьютерного зрения (computer vision, CV), в настоящей работе в основном применялись процедуры бинаризации изображений и обнаружение контуров объектов.

Рассмотрим подробно указанные методы.

2.2.1 Бинаризация изображения (пороговое преобразование)

Пусть есть изображение в оттенках серого, тогда каждому пикселю соответствует значение от 0 до 255. В самом простом случае к каждому пикселю

применяется одно и то же заданное пороговое значение. Если значение пикселя меньше, чем пороговое, оно приравнивается к максимальному, в противном случае, оно приравнивается к 0. Работа алгоритма проиллюстрирована на рисунке 2.2

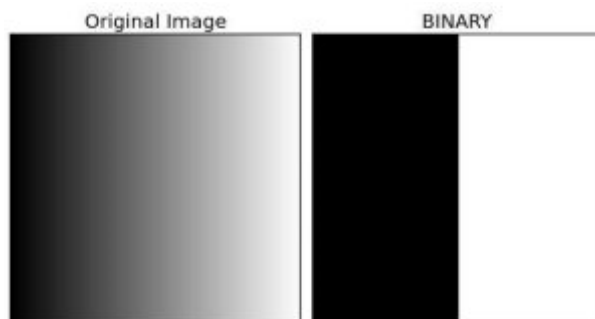


Рисунок 2.2 Бинаризация изображения

Процедура бинаризации является вспомогательной и служит для улучшения работы алгоритма обнаружения контуров.

2.2.2 Обнаружение контуров объектов

Контурный анализ — это один из важных методов поиска и описания графических образов.

Под контуром объекта подразумевается его видимый край, отделяющий объект от фона.

При проведении контурного анализа полагается, что контур содержит достаточную информацию о форме объекта. Применение контурного анализа может быть затруднено в связи с несколькими факторами:

- в случае, если яркость объекта близка к яркости фона, объект может не иметь четкой границы или сильно зашумлен;
- перекрытие объектов ведет к тому, что контур образов выделяется неправильно и не соответствует границам реальных объектов.

Описанное выше пороговое преобразование позволяет получить бинарное изображение, которое явно задает границы образов.

Полученные контуры представляются в виде цепного кода Фридмана как последовательность отрезков прямых линий с определенной длиной и направлением.

Библиотека OpenCV содержит удобные методы для обнаружения и манипуляции с контурами объектов. В процессе обработки видеофрагментов использовались такие параметры контуров, как площадь и его центр.

2.2.3 Алгоритм обработки данных экспериментов

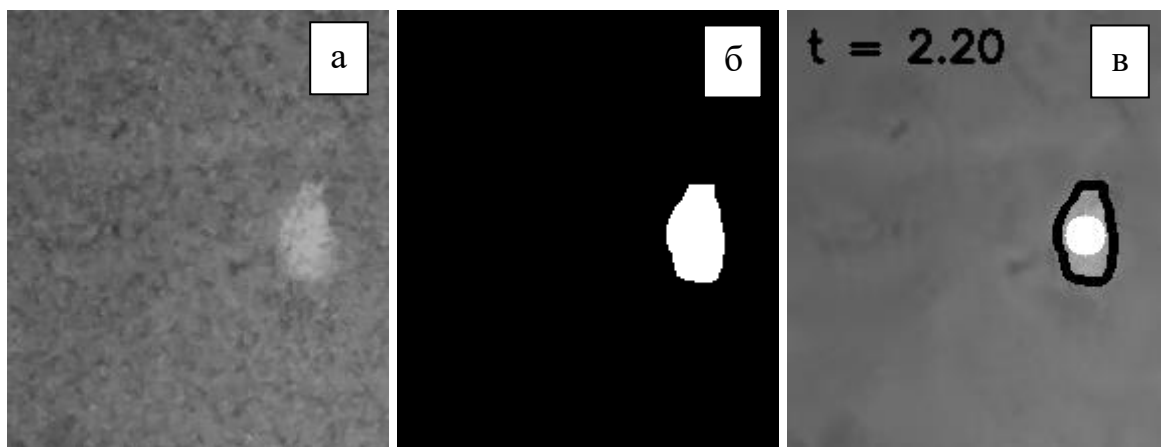
Из исходного видеофайла вырезается область с высотой кадра приблизительно равной расстоянию между всплывающими пузырьками. Для облегчения распознавания пузырька производятся следующие процедуры:

- выполняется контрастирование выделенного участка на каждом кадре видеофайла, что позволяет компенсировать дефекты освещения
- изображение переводится в оттенки серого
- производится удаление шума

После этого выполняется бинаризация изображения с пороговым значением, незначительно отличающимся для каждого видеофайла. В некоторых случаях использовались различные пороговые значения для одного видеофайла в связи с изменениями условий освещения.

Для бинаризованного изображения производился поиск контуров. Если площадь контура удовлетворяла заданному диапазону значений, соответствующих пузырьку, вычислялись координаты его центра.

На рисунке 2.3 представлена описанная схема анализа изображения.



*Рисунок 2.3 Схема обработки изображения для распознавания пузырька:
 а) контрастированное изображение в оттенках серого;
 б) бинаризованное изображение;
 в) обнаруженный контур пузырька и координаты его центра.*

Координаты центров пузырьков по оси y наносились на график по времени, и производился поиск локальных экстремумов.

Чем меньшее значение имеет координата y , тем ближе пузырёк к поверхности. Попарно вычисляя абсолютную величину разности между минимумами и максимумами, получаем ряд значений приращения вертикальной координаты. Зная временной интервал Δt между последовательными кадрами, можно вычислить вертикальные скорости пузырьков. Схема алгоритма вычисления показана на рисунке 2.4.

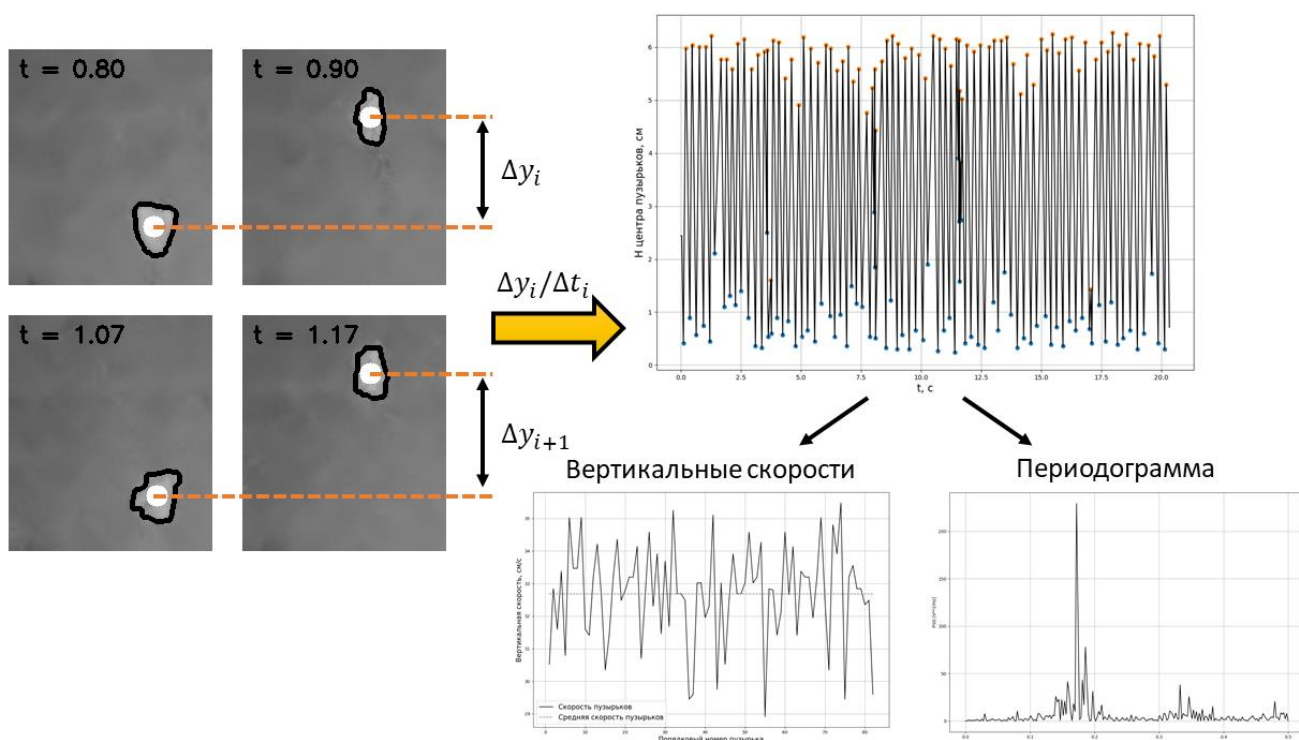


Рисунок 2.4 Схема расчета вертикальной скорости пузырьков

Кроме того, выполняется спектральный анализ ряда вертикальных координат центров пузырьков. Наибольший пик периодограммы соответствует частоте пузырьков. На основании этого можно получить данные об их периоде.

2.3 Вычисление скорости потока методом цифровой трассерной визуализации

Particle Image Velocimetry (PIV) – метод цифровой трассерной визуализации является бесконтактным методом, позволяющим регистрировать мгновенные поля скоростей течений [19]. Применение данного подхода дает возможность исследовать гидродинамические свойства потока, его статистические характеристики.

В основе метода лежит отслеживание движения трассеров в потоке — мелких частиц, взвешенных в жидкости. Мощность современной вычислительной техники позволяет получать информацию о распределении

скоростей с высоким пространственным и временным разрешением. Преимуществами метода является его бесконтактность, высокое временное разрешение, отсутствие ограничений по диапазону измеряемых скоростей. Кроме того, на сегодняшний день процесс обработки данных осуществляется в автоматическом режиме.

2.3.1 Принцип метода

В исследуемую жидкость вносятся частицы малого размера с нейтральной плотностью. Их количество подбирается таким образом, чтобы они не препятствовали свободному движению жидкости и следовали потоку с минимальной инерцией. В данной работе в качестве трассеров использовались частицы бронзовой пыли (сплав меди с цинком) размером 100 мкм. Несмотря на то, что их плотность больше плотности воды, из-за плохой смачиваемости частицы хорошо повторяли движение потока даже при турбулентных завихрениях малого масштаба. Кроме того, при подсвечивании лазером они отчетливо выделялись на получаемых изображениях.

На рисунке 2.5 показана принципиальная схема измерительной установки для регистрации движения трассеров.

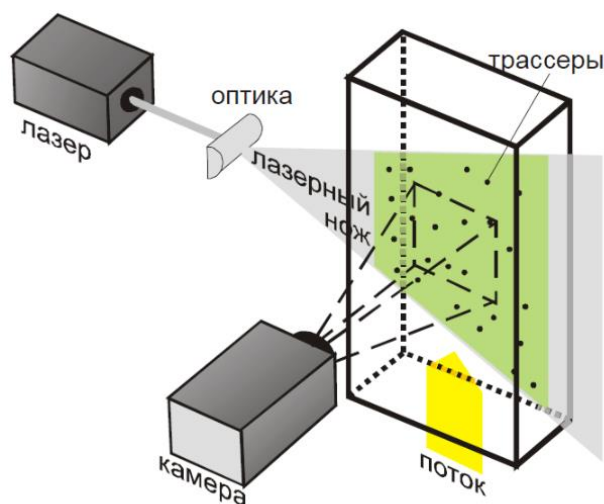


Рисунок 2.5 Схема измерительной установки для регистрации перемещения трассеров [19]

Мгновенное поле скоростей течения определяется на основе измерения перемещения трассеров в наблюдаемой плоскости за фиксированный промежуток времени. Световым ножом из толщи воды «вырезается» измеряемая область. В различные моменты времени на цифровую камеру регистрируется положение частиц в этой области. При дальнейшей обработке полученных изображений рассчитываются смещения частиц, переносимых потоком, и строится двумерное поле скорости течения. Полученные двухкомпонентные векторы скорости являются проекциями трехмерных векторов реального течения на плоскость измеряемой области.

2.3.2 Обработка изображений и получение распределения скоростей

Методика обработки зависит от концентрации трассеров в исследуемой области. Объективным критерием выбора метода является величина N_I , называемая плотностью образов частиц.

$$N_I = C \Delta z_0 \left(\frac{D_I}{M_0} \right)^2 \quad 2.1$$

C – счетная концентрация трассеров,

Δz_0 – толщина лазерного ножа,

D_I – размер расчетной области,

M_0 – коэффициент увеличения.

Метод PIV применяется при $N_I \sim 10$. В этом случае исследуемый поток разбивается на элементарные измерительные области заданного размера, для каждой из которых рассчитывается корреляционная функция сдвигов трассеров.

Применяется два типа корреляционных алгоритмов:

1. Автокорреляционный. Для этого на одном кадре записываются начальные и конечные положения частиц. Направление вектора скорости потока вычисляется с точностью до знака.

2. Кросскорреляционный. Используется пара изображений с начальным и конечным положением частиц. Этот алгоритм позволяет однозначно определять направление скорости.

В данной работе использовался кросскорреляционный подход. Рассмотрим его более подробно.

Для реализации алгоритма требуется пара изображений, фиксирующих начальное распределение частиц и через короткий промежуток времени. Оба изображения разбиваются на элементарные расчетные области размером $d_x \times d_y$, таким образом, чтобы в каждый участок попало хотя бы несколько частиц. Параметры расчетных областей остаются постоянными на протяжении расчета поля скоростей в ней. На втором изображении для соответствующего элементарного участка определяется зона поиска, размер которой ограничивается априори максимально возможным смещением трассера внутри расчетной области. Оптимальное измеряемое смещение равно $1/4$ линейного размера элементарного участка.

Интенсивность отраженного от трассеров и зарегистрированного камерой света в оттенках серого может быть представлена дискретной функцией двух переменных координат для каждого изображения $I_1(x, y)$ и $I_2(x, y)$. Вычисляется корреляционная функция:

$$r_{I_1 I_2}(m, n) = \sum_{l=-d_y/2}^{d_y/2} \sum_{k=-d_x/2}^{d_x/2} I_1(k, l) \cdot I_2(k + m, l + n) \quad 2.2$$

Максимум корреляционной функции на определенном сдвиге соответствует наиболее вероятному перемещению частиц в данной расчетной области. Для идеального случая полагается, что скорость потока в элементарной области неизменна и сдвиг всех частиц одинаков. В таком приближении корреляционная функция имеет один максимум, преобладающий над шумом. Более точное определение положения максимума достигается с использованием подпиксельной интерполяции корреляционной функции в окрестности пика. В

данном исследовании в качестве интерполирующей функции применялся Гауссиан.

Расчет корреляционной функции производится на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ) с применением теоремы о корреляции.

Суть заключается в следующем. Изображение в оттенках серого представляется как функция двух переменных, заданная в точках прямоугольной сетки. К этой функции применяется дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Используя корреляционную теорему [20], рассчитывается кросс-корреляция.

$$r_{I_1 I_2} = F^{-1}[F[I_1] \cdot F^*[I_2]] \quad 2.3$$

F и F^{-1} – прямое и обратное преобразование Фурье, $*$ - комплексное сопряжение.

В алгоритмах БПФ размер элементарной области должен быть представлен в виде $2^n \times 2^n$, где $n = 2 \div 8$.

По интервалу времени Δt и наиболее вероятному сдвигу частиц D рассчитывается двухкомпонентная скорость для данной элементарной области.

$$V = S \cdot \frac{D}{\Delta t} \quad 2.4$$

S – масштабный коэффициент для пересчета скорости в м/с.

На рисунке 2.6 представлена схема обработки изображений трассеров для получения векторов скоростей.

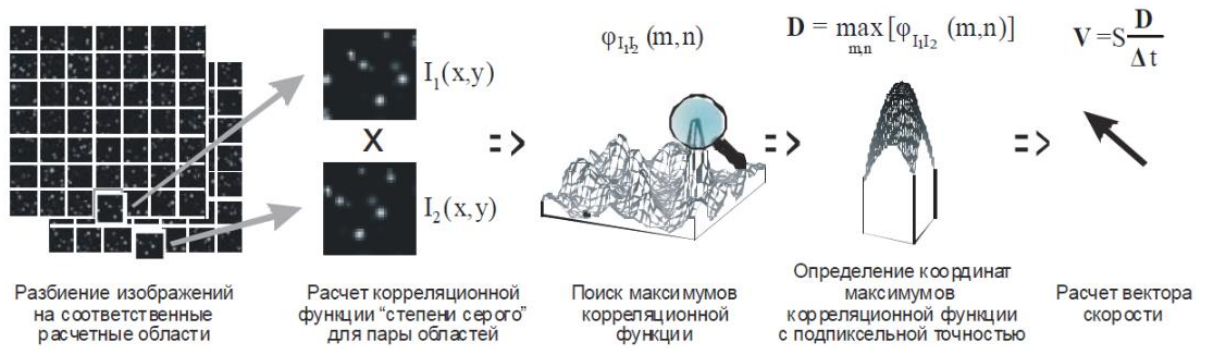


Рисунок 2.6 Кросскорреляционный алгоритм вычисления вектора скорости по изображениям частиц в потоке [19]

Применение алгоритма ко всем ячейкам пары изображений позволяет получить распределение осредненных скоростей за малый интервал времени Δt . Обычно при разбиении изображений ячейки могут в определенной степени перекрывать друг друга.

2.3.3 Поиск максимума корреляционной функции и подпиксельная интерполяция

Дискретное представление изображения приводит к тому, что найденный максимум корреляционной функции имеет целые координаты. Такой точности в большинстве случаев недостаточно. Если в окрестности максимума имеются значения корреляции, превышающие уровень шума, для улучшения точности может быть произведена подпиксельная интерполяция.

В данной работе используется подпиксельная интерполяция кривой Гаусса:

$$f(x) = C^* \exp\left(-\frac{(x_0 - x)^2}{\pi}\right) \quad 2.5$$

Координаты максимума определяются как:

$$\begin{cases} x_0 = i + \frac{\ln R(i-1, j) - \ln R(i+1, j)}{2 \cdot \ln R(i-1, j) - 4 \cdot \ln R(i, j) + 2 \cdot \ln R(i+1, j)} \\ y_0 = j + \frac{\ln R(i, j-1) - \ln R(i, j+1)}{2 \cdot \ln R(i, j-1) - 4 \cdot \ln R(i, j) + 2 \cdot \ln R(i, j+1)} \end{cases} \quad 2.6$$

Для расчета поля скорости в современных PIV-системах используются итерационные методы, при которых обработка области осуществляется несколько раз, добиваясь сходимости результатов обработки. В идеале после всех итераций первый и второй кадры изображения элементарной области должны совпасть. Однако, в реальности, такого совпадения добиться не удастся ввиду наличия локальных градиентов смещения, третьей компоненты скорости и различной степени освещенности областей.

Важным этапом итерационного подхода является компенсация смещения частиц, от точности расчета которой зависит точность расчета скорости. На рисунке 2.7 проиллюстрировано влияние различных порядков точности компенсации:

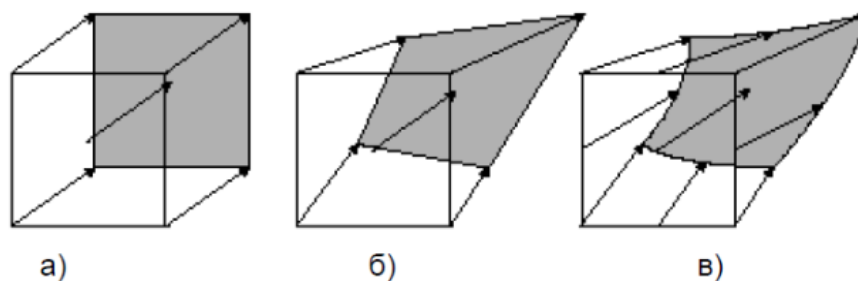


Рисунок 2.7 Компенсация движения частиц. а) - нулевой порядок точности (без учета локальных градиентов); б) - первый порядок точности (локальные градиенты учитываются линейно); в) - второй и выше порядок точности.

В данной работе использовалась поправка к смещению нулевого порядка. Принцип этого метода заключается в построении новой пары изображений, на которой скомпенсированы смещения трассеров, рассчитанные в предыдущей итерации. Новая пара изображений на последующих итерациях всегда строится по исходной паре.

Конкретная процедура, применявшаяся в данной работе, — это одношаговый алгоритм с прямым расчетом корреляционной функции и различным размером элементарной области и области поиска [21]. В методе используется увеличенный размер области поиска, что позволяет частично уменьшить эффект «потери пары» при движении трассеров в плоскости, отсекаемой лазерным ножом. Этот метод прост в реализации, надежен и не требует больших вычислительных затрат.

2.3.4 Метод коррекции ошибок

Автоматическая обработка изображений допускает появление ошибочных векторов, источниками которых могут являться, например, низкое качество изображения в текущей элементарной области, недостаточное число трассеров, большие градиенты, существенные значения третьей компоненты скорости.

Для отсеивания и исправления ошибочных векторов применяется методы коррекции ошибок. Сущность подхода, используемого в данной работе, состоит в отсеиве векторов по отношению сигнал/шум и замещении их интерполированными. Отношение сигнал/шум вычисляется на основе двух максимумов корреляционной функции. Полагается, что уровень сигнала соответствует амплитуде наибольшего максимума, уровнем шума считается наибольший максимум из оставшихся. Пороговое значение отношения сигнал/шум устанавливается эмпирически, в данном исследовании было использовано типичное значение равное 1,3. Данные, имеющие отношение сигнал/шум более 2, считаются надежными, отношение сигнал/шум равное 1 свидетельствует о том, что данные ненадежны и однозначно выбрать вектор перемещения частиц невозможно.

Также в данной работе использовался отсев векторов по абсолютному значению скорости, основанном на априорных представлениях о структуре потока. Рассчитанный вектор считался ошибочным, если его абсолютное значение превышает 15 см/с.

2.3.5 Метод интерполяции

После применения процедуры отсеивания ошибочных векторов для получения поля скоростей требуется заменить их на наиболее вероятные. В работе использовался итерационный метод заполнения, включающий несколько итераций замены на основе локального среднего.

2.3.6 Погрешность PIV-метода

Погрешность метода в большой степени обуславливается характеристиками измерительного оборудования и особенностями постановки эксперимента. На точность измерения перемещений частиц влияют следующие факторы:

1. Локальный градиент скорости. Если градиент скорости внутри элементарной области значителен, трассеры сдвиг трассеров внутри нее происходит с различной скоростью и направлением. Появляется несколько пиков на корреляционной функции.

2. Абсолютная величина смещения трассеров. Чем больше значение данной величины, тем больше ее вклад в суммарную погрешность измерений. Использование итерационных методов позволяет компенсировать эту величину путем смещения расчетных областей.

3. Фоновый шум изображения.

4. Размер частиц на изображении. Он должен обеспечивать возможность межпиксельной интерполяции, но также и высокую степень локальности.

5. Эффективное количество частиц. Должно быть оптимальным для расчета корреляционной функции и в то же время обеспечивать оптическую прозрачность жидкости.

6. Размер и плавучесть трассеров. В идеальном случае частицы должны иметь нейтральную плотность, а их размер должен быть минимальным.

2.3.7 Алгоритм обработки данных экспериментов

Обработка видеоданных, полученных в результате серии экспериментов производилась с применением программ, написанных автором на языке программирования python 3. Для этого использовались подключаемые библиотеки OpenCV [18] и OpenPIV [22]. Процедура обработки осуществлялась в несколько этапов. Они представлены схематически на рисунке 2.8

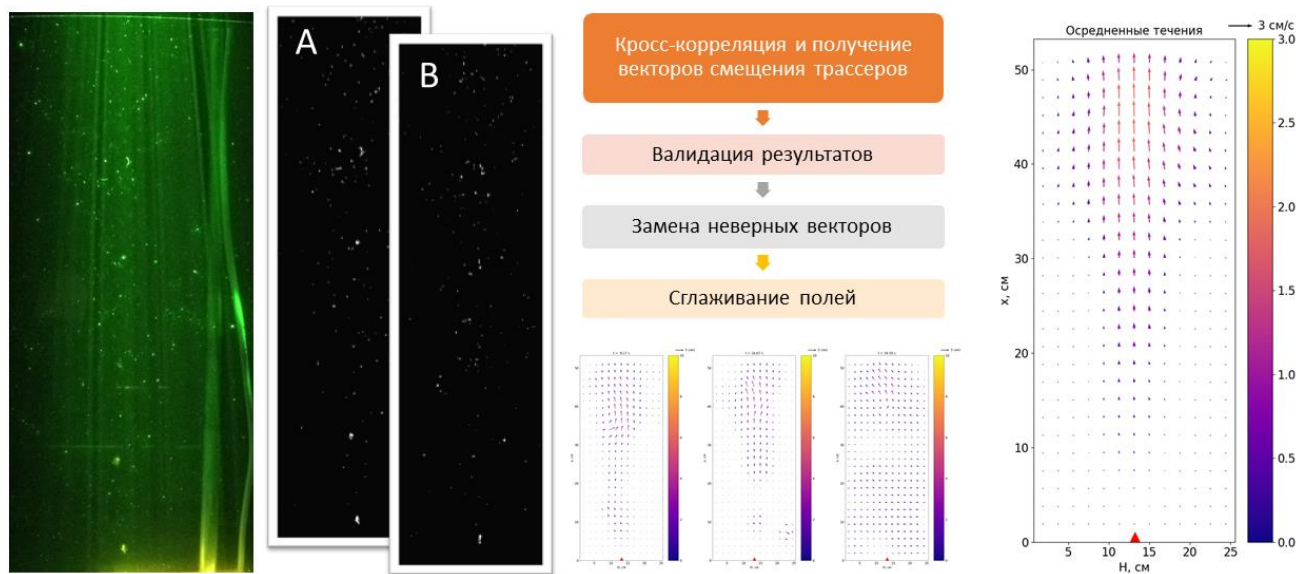


Рисунок 2.8 Иллюстрация алгоритма обработки видеоданных

1. Исходный видеофайл разбивался на пары последовательных изображений для последующего распараллеливания процесса вычисления скоростей.

2. Выполнялась бинаризация изображений для устранения шумовых компонент на изображении, маскирования присутствующих в кадре элементов крепления.

3. Расчет полей скоростей. Библиотека OpenPIV поддерживает вычисление полей скоростей для каждой пары изображений в параллельном режиме. На данном этапе производились следующие процедуры:

- Реализация одношагового алгоритма с прямым расчетом корреляционной функции и различным размером элементарной области и области поиска, в результате которого получается первичное поле скоростей.

- Валидация данных по соотношению сигнал/шум и абсолютным значениям скоростей.

- Замена неверных векторов с помощью итерационной процедуры интерполяции на основе локального среднего. Компоненты скорости u и v замещаются средними значениями соседних действительных векторов с применением весовой функции. Веса определяются по формуле:

$$W = \frac{1}{(2 \cdot s + 1)^2 - 1} \quad 2.7$$

s – размер матрицы сглаживания.

Если прилегающие векторы также являются недействительными, требуется произвести несколько таких итераций.

- Сглаживание полей с помощью Гауссиана

4. Осреднение мгновенных полей с интервалом порядка 30 с.

5. Построение мгновенных и осредненных полей скорости потока.

Конфигурация параметров обработки видеоданных представлена в таблице 2.3.

Таблица 2.3 Параметры PIV-метода

Размер исследуемой области	1800x900 пикс.
Размер ячейки	128x128 пикс.
Размер области поиска	128x128 пикс.
Перекрытие ячеек	64 пикс.
Метод валидации	- отношение сигнал/шум на основе двух максимумов корреляционной функции; - абсолютное значение скорости (<15 см/с)
Пороговое значение сигнал/шум	1,3

3 Результаты проведенных исследований

3.1 Наблюдение затягивания

Была проведена серия экспериментов с введением подкрашенной жидкости в окрестность пузырькового потока. Истечение подкрашенной жидкости в водную среду происходило в виде струи с небольшой горизонтальной скоростью. Струя проходила через ось пузырькового потока, малая часть ее захватывалась всплывающими пузырями (рисунок 3.1), часть следовала дальше, и на расстоянии порядка 4 см от сопла формировалось пятно красителя (рисунок 3.1 а).

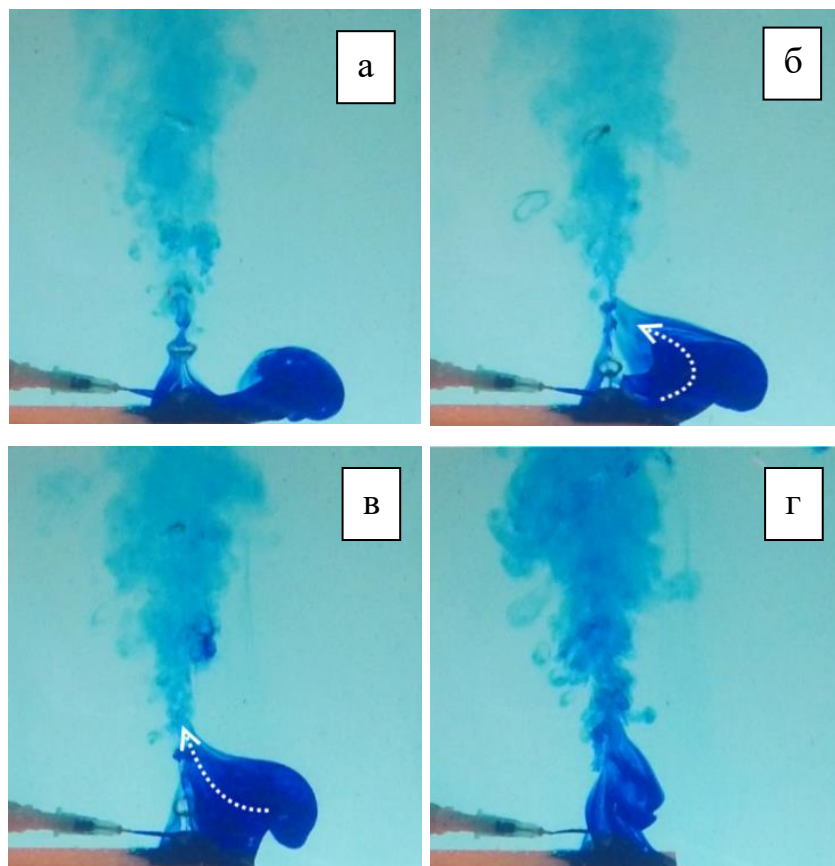


Рисунок 3.1 Процесс затягивания подкрашенной жидкости в поток. Расход воздуха $Q = 0,3$ мл/с. а) формирование пятна красителя; б) горизонтальное затягивание красителя; в) появление вертикальной составляющей скорости г) вовлечение в пузырьковый поток

Наблюдалось вовлечение подкрашенного объема жидкости в пузырьковый поток (рисунок 3.1, б). На расстоянии до 2 см отмечалось только горизонтальное движение пятна красителя по направлению к пузырьковой струе, при этом скорость возрастала от 0,5 до 4 см/с. По мере приближения к оси потока более выраженной становилась вертикальная составляющая скорости (рисунок 3.1, в). В непосредственной близости от оси потока движение приобретало сложный турбулентный характер (рисунок 3.1, г), однако, отмечалось быстрое увеличение концентрации красителя в области пузырькового потока и его распространение вплоть до свободной поверхности. Таким образом, наблюдения показали вовлечение окружающей жидкости в пузырьковую струю и их подъем к поверхностному слою водной толщи.

3.2 Скорость всплытия и характеристики пузырей

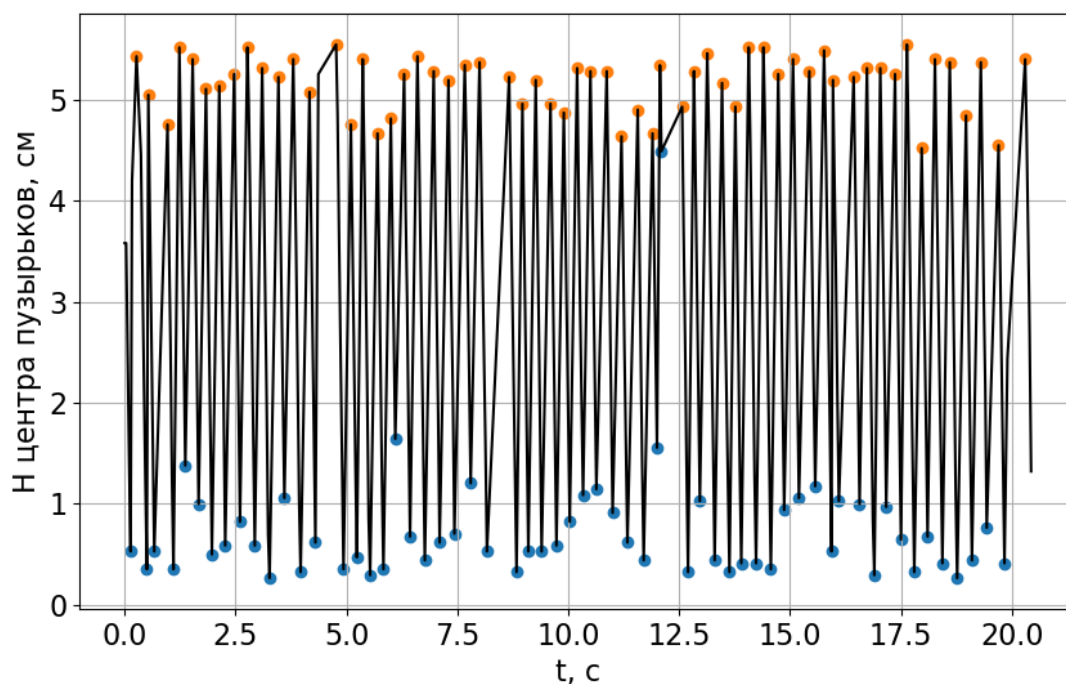
С целью определения характеристик пузырей в зависимости от расхода воздуха Q , был выполнен анализ видеоданных, регистрирующих движение пузырькового потока при различных задаваемых расходах. С использованием описанной в разделе 2.2.3 методики определены координаты центров распознанных пузырьков на видеофрагменте в области установившегося потока пузырьков. Значения вертикальных координат были нанесены на графики по времени. При этом каждый локальный максимум получившихся временных рядов интерпретируются как вертикальная координата пузырька, только что появившегося в измеряемой области. Минимумы соответствуют вертикальной координате в последний момент времени присутствия пузырька в кадре.

Для оценки частотных характеристик рядов был выполнен спектральный анализ и построены периодограммы. Полагалось, что наибольшему пику периодограммы соответствует частота пузырьков (в единицах дискретности).

Главной целью построения графиков координат центров пузырьков является вычисление их скоростей всплытия. По абсолютной величине разности максимумов и минимумов и значению интервалов времени между ними

рассчитывались вертикальные скорости каждого пузырька. Вариации скорости могут быть обусловлены воздействием пузырьков на водный поток, в результате чего пузырек, следующий позади другого пузырька в потоке может попадать в его «след» и приобретать большую скорость по сравнению с впереди идущим. Производилась фильтрация выбросов, связанных с ошибками алгоритма в распознавании пузырей. Значения скоростей менее 20 см/с и более 50 см/с отбрасывались и заменялись средним значением. В результате осреднения такого ряда были получены средние скорости воздушного потока при заданных объемных расходах воздуха.

На рисунке 3.2 представлен график вертикальной координаты центров детектированных пузырьков во времени при расходе воздуха $Q = 0,3$ мл/с.



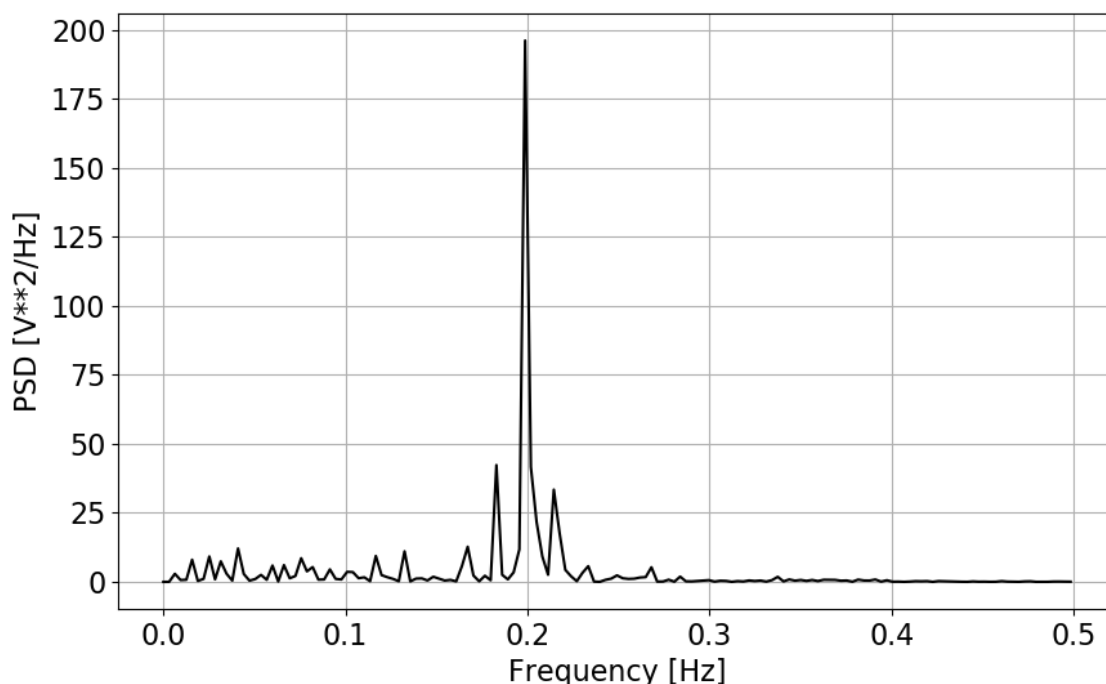
*Рисунок 3.2 Высота центра пузырьков в исследуемой области.
 $Q = 0,3$ мл/с*

На графике отмечены локальные минимумы и максимумы высоты центров пузырьков в кадре. Здесь и далее значительные нарушения частотной структуры ряда связаны с несрабатыванием алгоритма распознавания пузырька в силу временных дефектов освещения, низком контрасте изображений. Также наблюдались случаи кратковременного срыва установившегося потока пузырей,

обусловленных работой компрессора, небольшими возмущениями давления в области сопла либо взаимодействием пузырьков друг с другом.

В целом, можно видеть, что алгоритм дает реалистичное распределение высоты пузырьков в кадре и в большинстве случаев работает корректно.

Периодограмма данного ряда представлена на рисунке 3.3.



*Рисунок 3.3 Периодограмма ряда вертикальных координат пузырьков.
 $Q = 0,3$ мл/с*

На периодограмме выделяется 3 пика в окрестности главного максимума на частоте 0,2 Гц, что соответствует 3,13 1/с при переводе из единиц дискретности. Период пузырьков при данной частоте составляет 0,32 с.

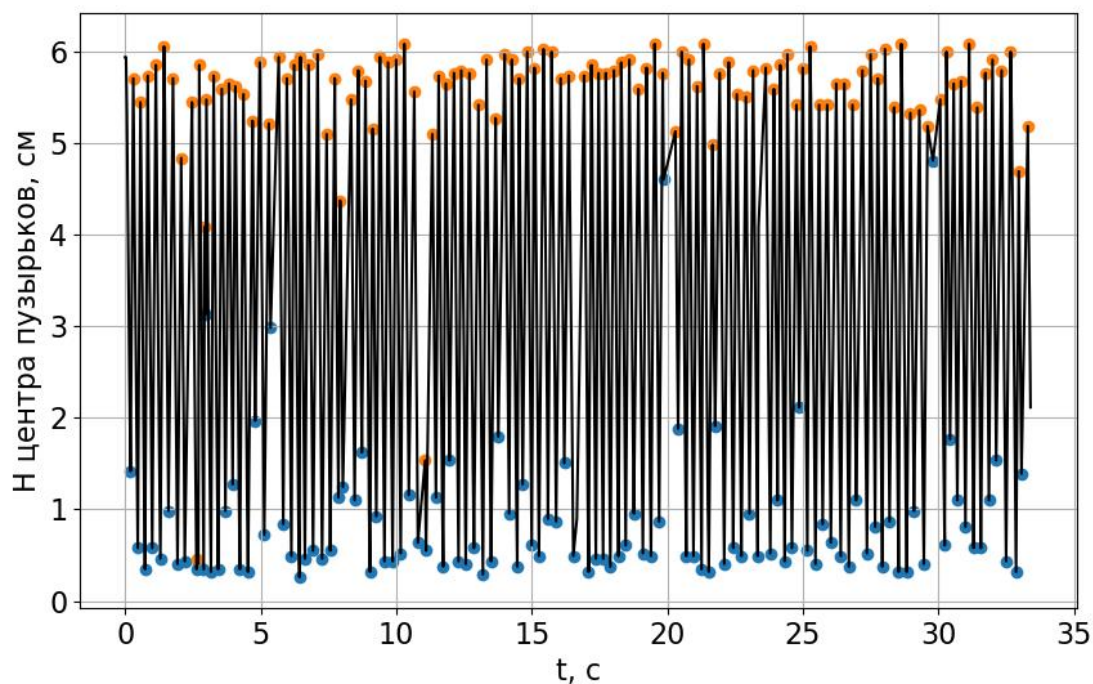
На рисунке 3.4 представлен график рассчитанных скоростей пузырьков и осредненное значение для пузырькового потока при $Q = 0,3$ мл/с.



Рисунок 3.4 Измеренные вертикальные скорости пузырьков. $Q = 0,3$ мл/с

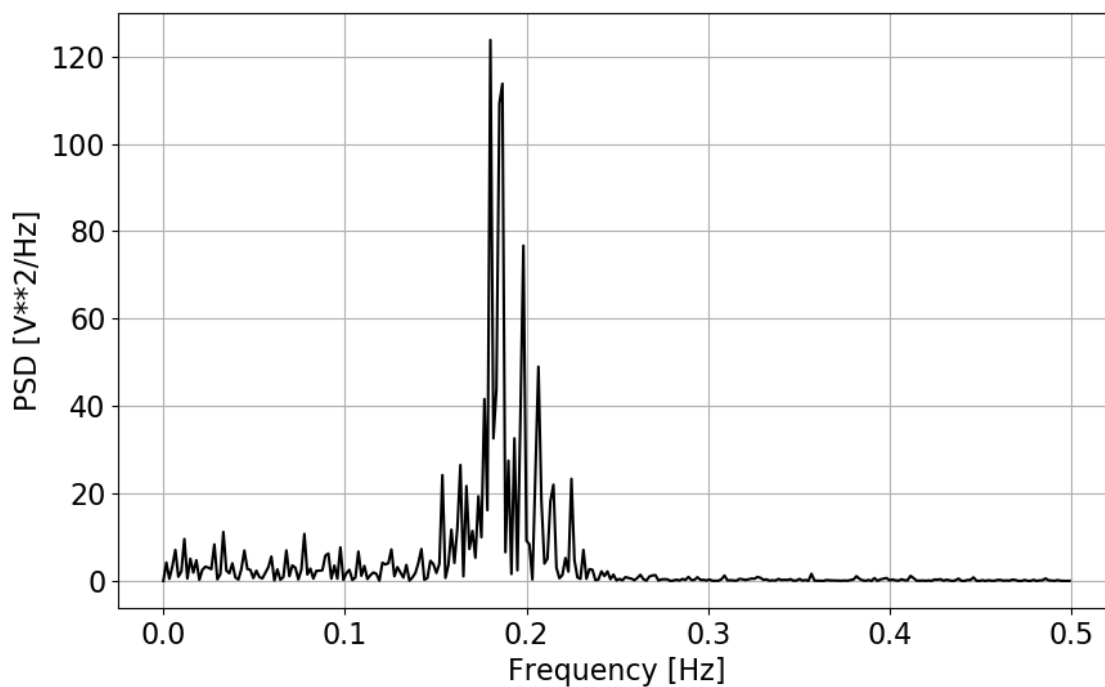
Всего на видеофрагменте было зарегистрировано 59 пузырей. При расходе воздуха 0,3 мл/с скорость пузырьков варьировала от 22 до 35 см/с. Среднее значение скорости всплытия составило 31,6 см/с.

На рисунке 3.5 представлен график вертикальной координаты пузырьков во времени при расходе воздуха 0,4 мл/с.



*Рисунок 3.5 Высота центра пузырьков в исследуемой области.
 $Q = 0,4$ мл/с*

Можно видеть, что в данном случае алгоритм распознавания пузырьков сработал достаточно хорошо, доля сбоев незначительна. Построена периодограмма ряда, представленная на рисунке 3.6



*Рисунок 3.6 Периодограмма ряда вертикальных координат пузырьков.
 $Q = 0,4$ мл/с*

Спектр данного ряда имеет несколько мощных пиков, наибольшие из которых расположены в области частот от 0,15 Гц до 0,23 Гц. Максимальный пик отмечается на частоте 0,18 Гц (3,26 1/с), что соответствует периоду 0,31 с.

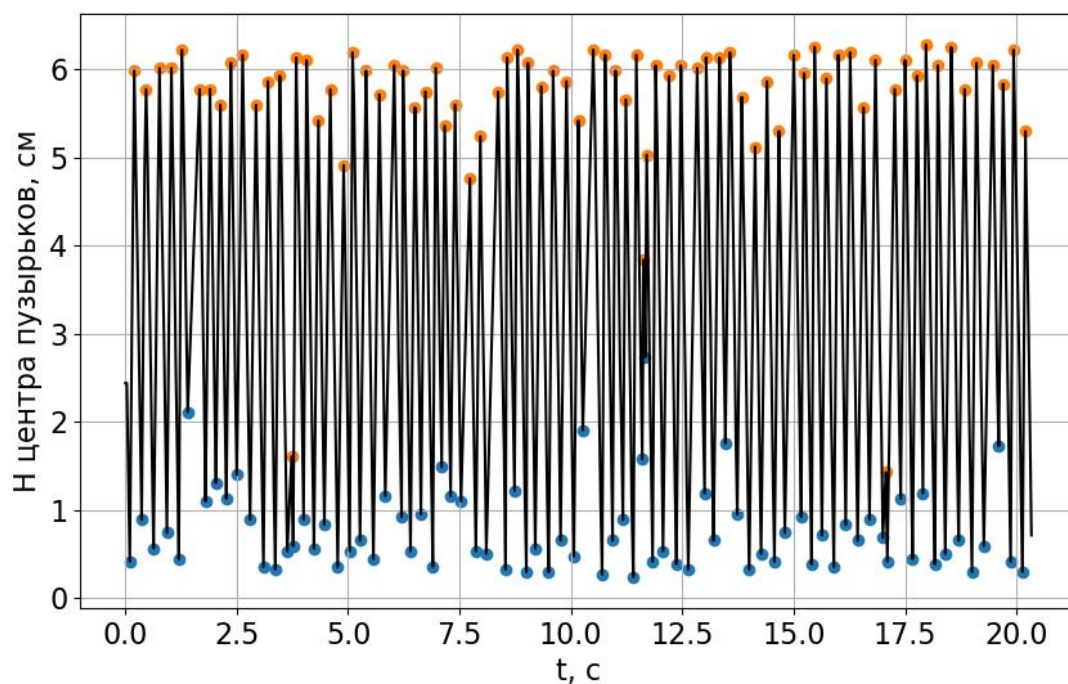
На рисунке 3.7 показаны скорости зарегистрированных пузырьков при расходе 0,4 мл/с.



Рисунок 3.7 Измеренные вертикальные скорости пузырьков. $Q = 0,4$ мл/с

Скорость пузырьков изменялась от 28 до 37 см/с, в среднем составляя 31,8 см/с.

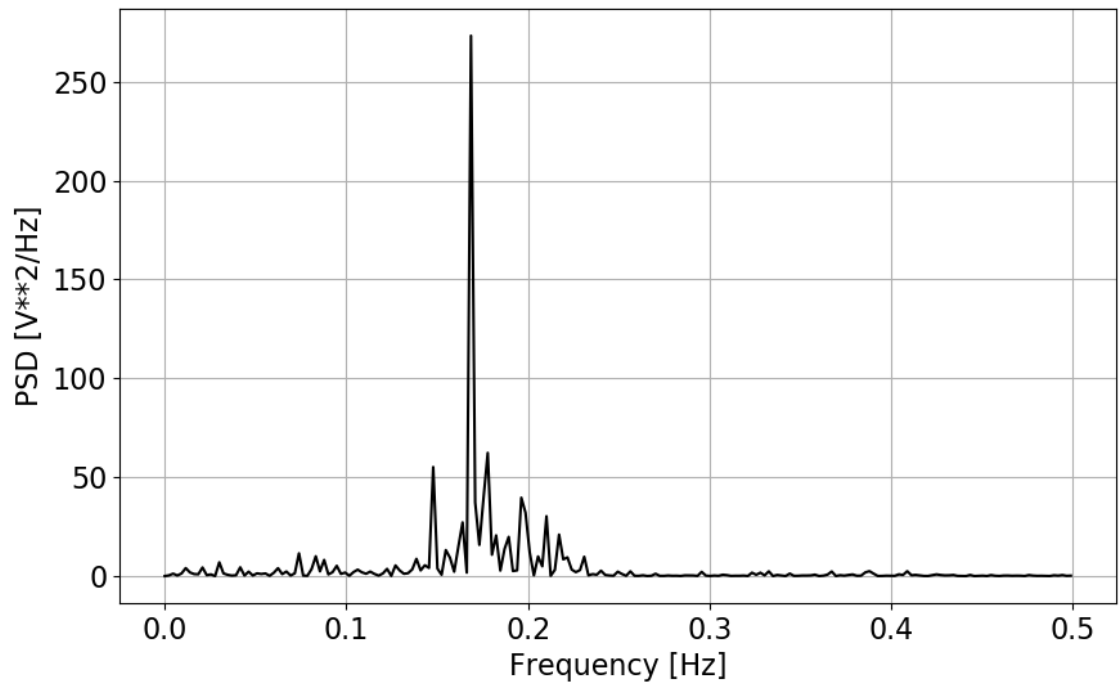
На рисунке 3.8 представлен график вертикальных координат зафиксированных пузырьков во времени при расходе воздуха $Q = 0,5$ мл/с.



*Рисунок 3.8 Высота центра пузырьков в исследуемой области.
 $Q = 0,5 \text{ мл/с}$*

Можно видеть, что временная изменчивость вертикальной координаты в данном случае имеет четкую периодическую структуру, практически отсутствуют дефекты, связанные с невозможностью алгоритма зарегистрировать пузырек в какой-то момент времени.

На рисунке 3.9 представлена периодограмма данного ряда.



*Рисунок 3.9 Периодограмма ряда вертикальных координат пузырьков.
 $Q = 0,5$ мл/с*

Как и ожидалось, в спектральной структуре данного ряда преобладает один наибольший пик на частоте 0,17 Гц (3,58 1/с), что соответствует периоду пузырьков 0,28 с.

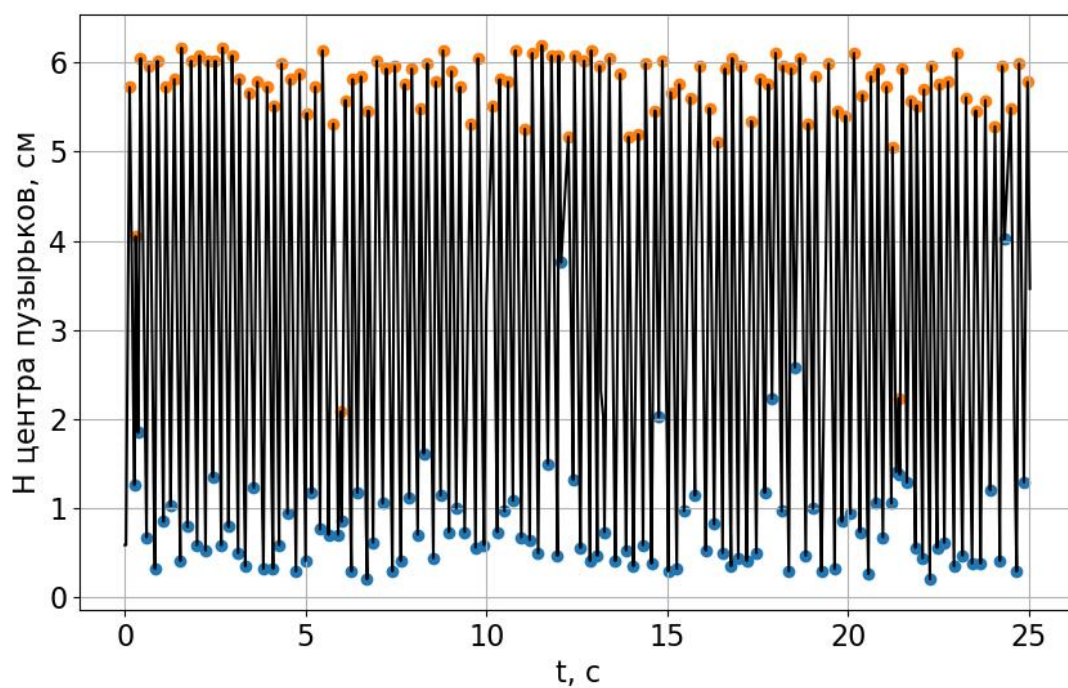
На рисунке 3.10 показаны измеренные скорости всплытия пузырьков.



Рисунок 3.10 Измеренные вертикальные скорости пузырьков. $Q = 0,5$ мл/с

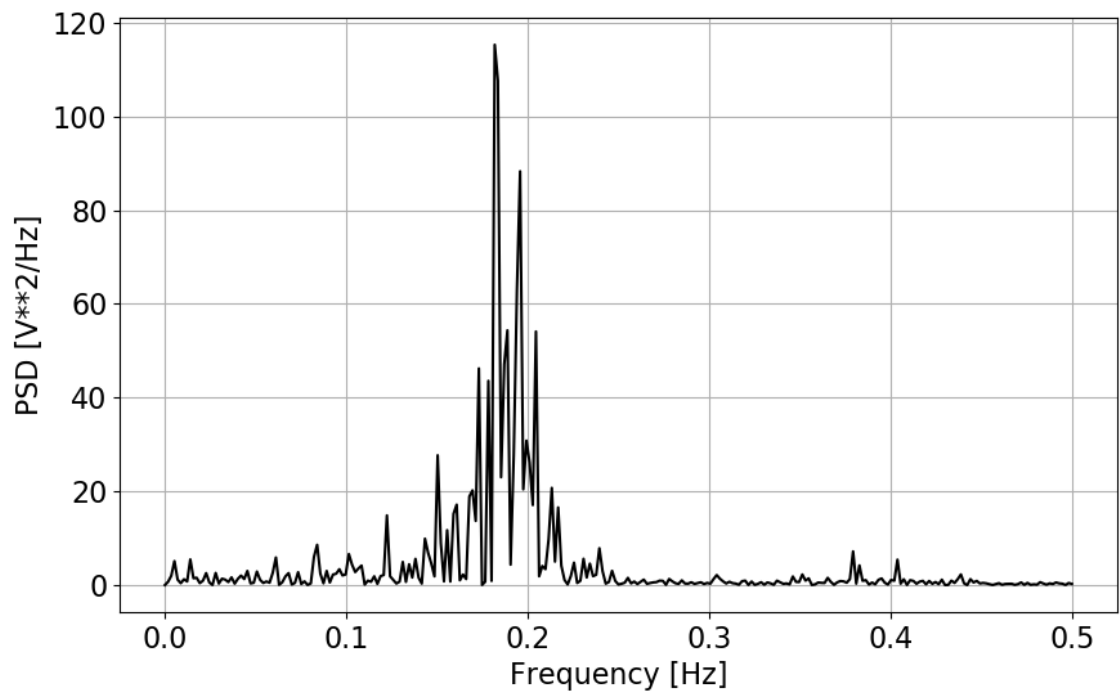
Вертикальная скорость варьировала в пределах от 29 до 36 см/с. Средняя скорость составила 32,65 см/с.

На рисунке представлен временной ход значений вертикальных координат распознанных пузырьков при расходе $Q = 0,65$ мл/с.



*Рисунок 3.11 Высота центра пузырьков в исследуемой области.
 $Q = 0,65$ мл/с*

Данный ряд также обладает выраженной периодичностью, нарушений в работе алгоритма обнаружения пузырьков практически не наблюдается. Периодограмма ряда представлена на рисунке 3.12



*Рисунок 3.12 Периодограмма ряда вертикальных координат пузырьков.
 $Q = 0,65$ мл/с*

На периодограмме отмечается несколько пиков в окрестности главного максимума на частоте 0,18 (4,17 1/с). Период пузырьков составил 0,24 с.

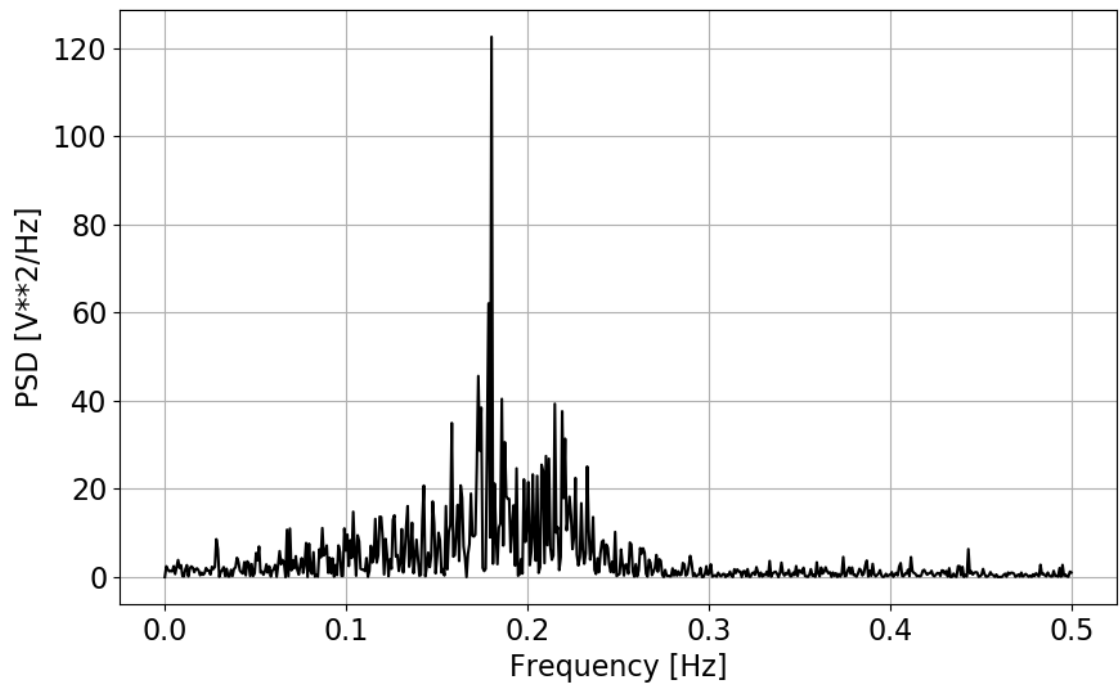
Вертикальные скорости зафиксированных пузырьков представлены на рисунке 3.13.



Рисунок 3.13 Измеренные вертикальные скорости пузырьков. $Q = 0,65$ мл/с

Скорость подъема пузырьков изменялась от 26 до 39 см/с. Средняя скорость всплытия составила 33,77 см/с.

Ряд вертикальных координат пузырьков при расходе воздуха $Q = 1$ мл/с имел достаточно большую длину и не приводится в настоящем разделе. На рисунке 3.14 представлена его периодограмма.



*Рисунок 3.14 Периодограмма ряда вертикальных координат пузырьков.
 $Q = 1$ мл/с*

На периодограмме отмечается большое количество пиков, преобладающим является максимум на частоте 0,18 Гц (4,35 1/с). Период пузырьков составляет 0,23 с.

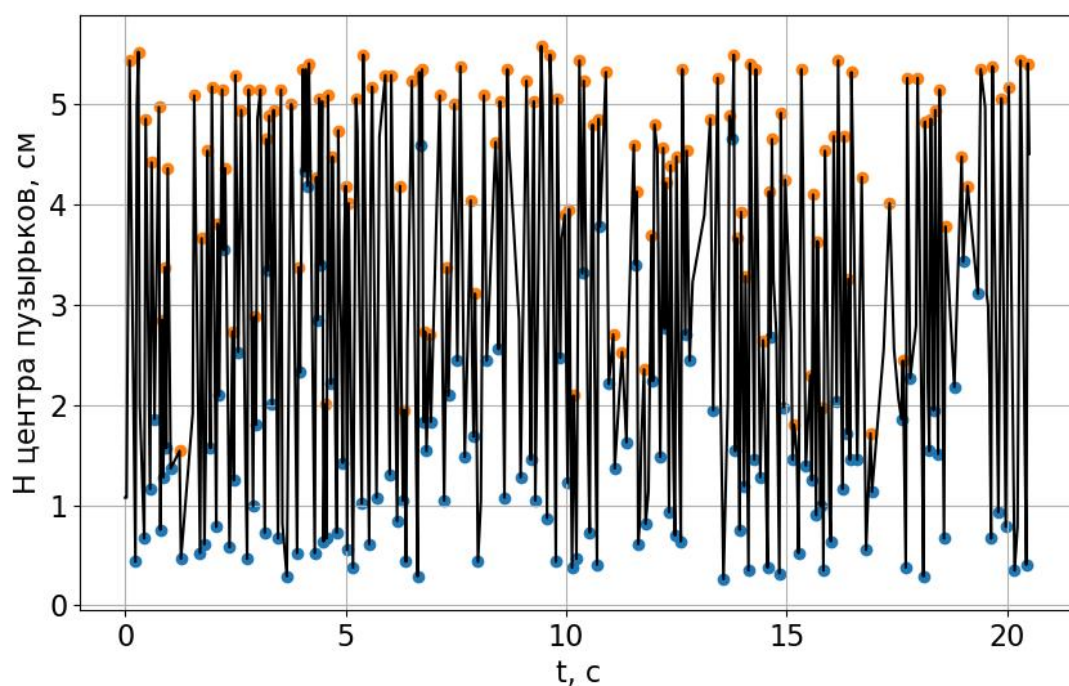
Измеренные скорости всплытия пузырьков показаны на рисунке 3.15.



Рисунок 3.15 Измеренные вертикальные скорости пузырьков. $Q = 1$ мл/с

В данном ряду присутствовало несколько выбросов, которые были заменены на среднее значение ряда, однако, присутствует также неотфильтрованный максимум, достигающий 50 см/с, однако, такие скорости пузырьков при данном расходе воздуха вполне возможны. Средняя скорость всплытия составила 35,2 см/с.

Расход воздуха $Q = 2,5$ мл/с является максимальным расходом, при котором в условиях эксперимента наблюдался пузырьковый режим истечения. Пузыри имели большой объем и неправильную форму, значительную роль оказывало взаимодействие между ними, что в большой степени усложняло их корректное распознавание и определение параметров. На рисунке 3.16 представлен ряд вертикальных координат зарегистрированных пузырей.



*Рисунок 3.16 Высота центра пузырьков в исследуемой области.
 $Q = 2,5 \text{ мл/с}$*

Видно, что ряд не стационарен по периоду, присутствуют значительные вариации в значениях максимумов и минимумов. На основе простого подсчета обнаруженных пузырей за время наблюдений определена их частота, составившая 6,67 1/с. Период пузырей равен 0,15. Тем не менее благодаря тому, что алгоритм расчета вертикальной скорости основан на расчете приращений по высоте, удалось определить скорости распознанных пузырьков. Результаты расчета представлены на рисунке 3.17.

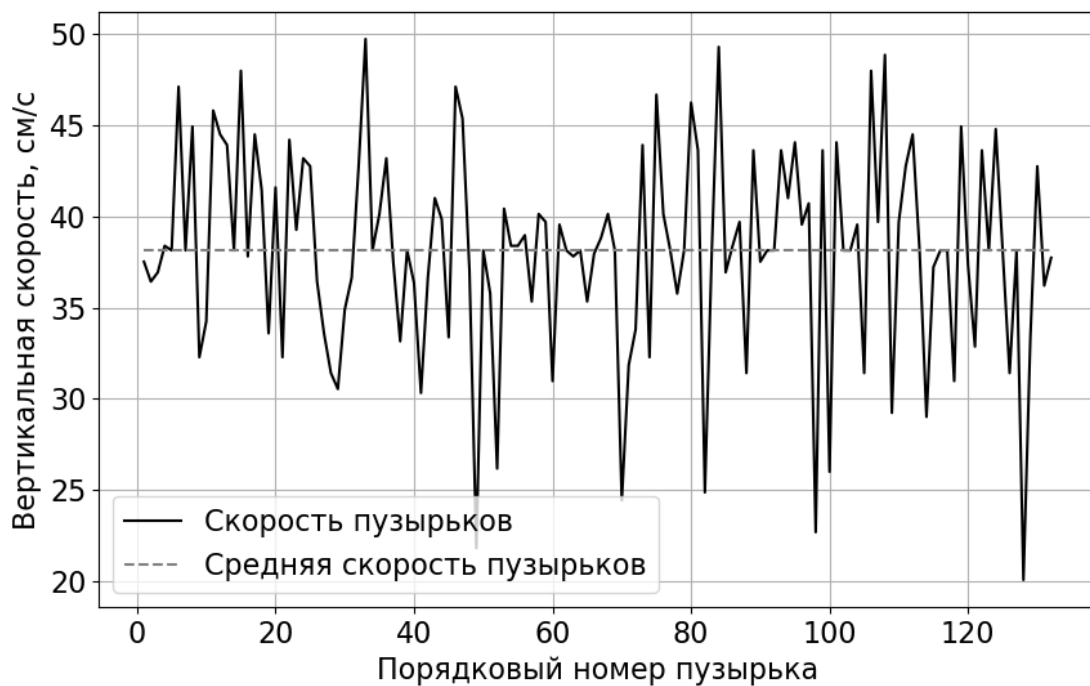


Рисунок 3.17 Измеренные вертикальные скорости пузырьков. $Q = 2,5$ мл/с

Скорость пузырей значительно варьировала в диапазоне от 20 до 50 см/с, в среднем составляя 38,1 см/с.

По результатам определения вертикальных скоростей пузырьков и их частот были построены графики зависимости этих параметров от расхода, представленные на рисунках 3.18.

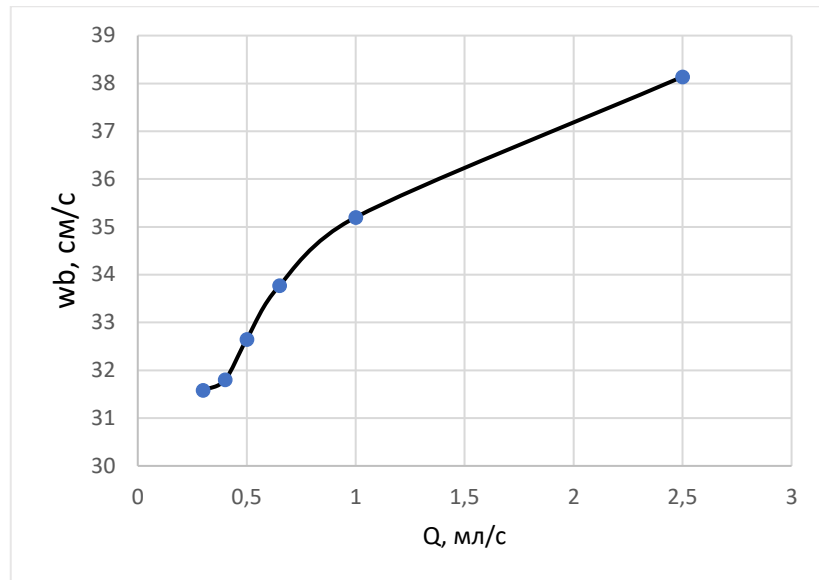


Рисунок 3.18 Зависимость скорости всплытия пузырей от объемного расхода воздуха в эксперименте

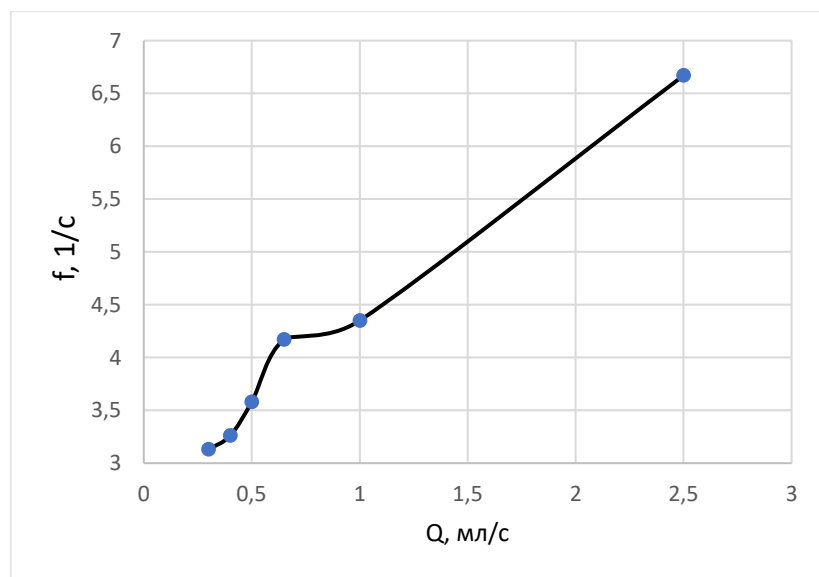


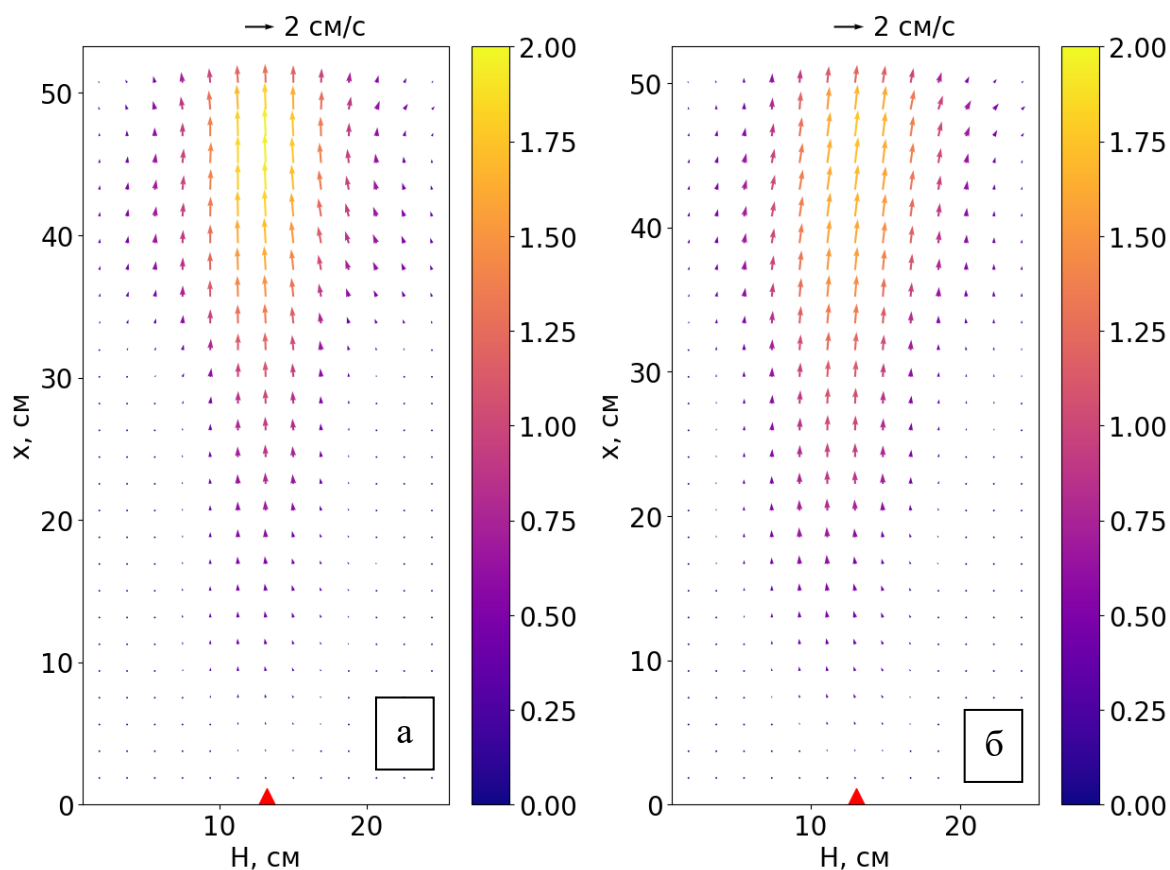
Рисунок 3.19 Зависимость частоты пузырей от объемного расхода воздуха в условиях эксперимента

Вертикальная скорость пузырей возрастает на всем диапазоне использовавшихся величин расхода воздуха от 31,6 см/с при $Q = 0,3$ мл/с до 38,1 см/с при $Q = 2,5$ мл/с. Полученные значения хорошо удовлетворяют литературным данным. При этом частота возрастает с увеличением расхода практически линейно от 3,1 1/с до 6,7 1/с.

3.3 Поля скоростей формирующихся течений

С помощью метода цифровой трассерной визуализации были определены скорости потока, формируемого в процессе барботажа при различных объемных расходах воздуха. Далее представлены результаты измерений.

На рисунке 3.20 показаны распределения скоростей потока при расходах воздуха $Q = 0,3$ мл/с (а) и $Q = 0,4$ мл/с (б).



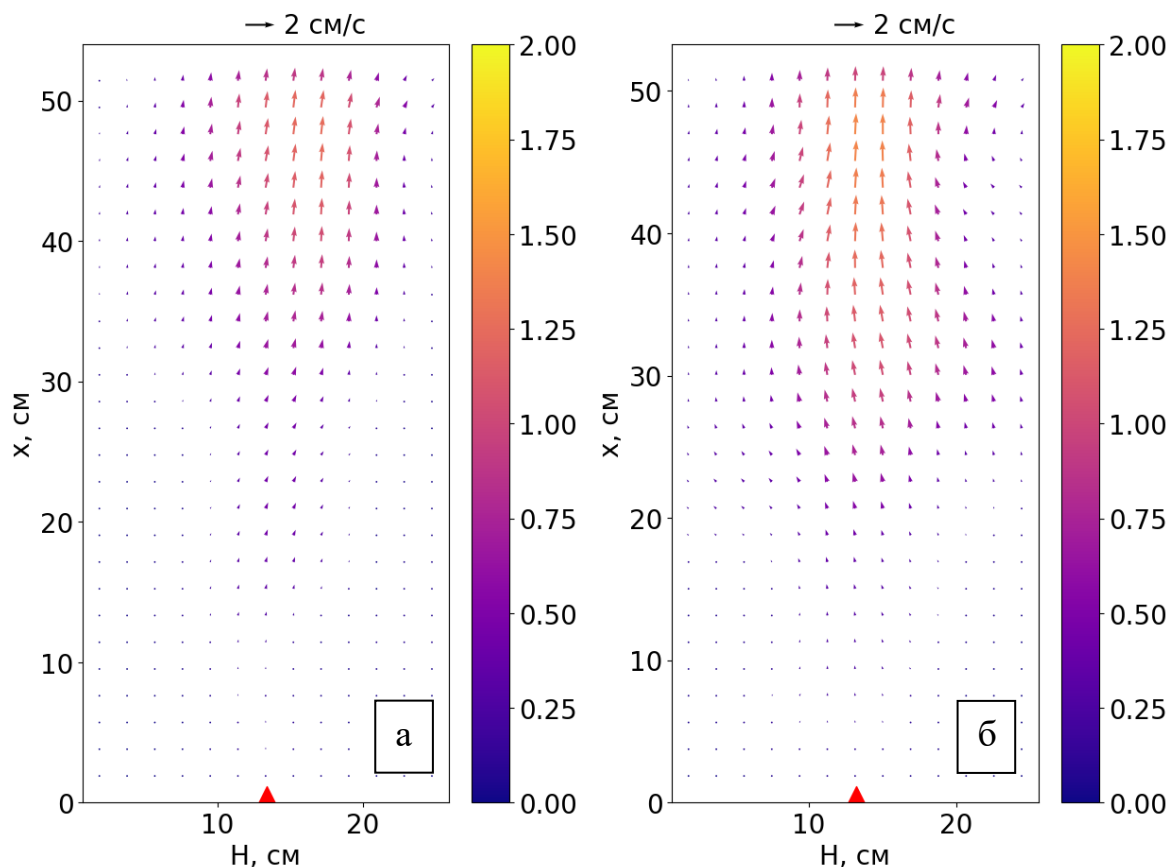
*Рисунок 3.20 Вертикальная циркуляция при барботаже в исследуемой области. Красным треугольником отмечено положение барботера.
а) $Q = 0,3$ мл/с; б) $Q = 0,4$ мл/с.*

При расходе воздуха $Q = 0,3$ мл/с поток представляет собой узкую струю, направленную вверх. На высоте порядка 32 см поток расширяется в горизонтальном направлении и захватывает всю исследуемую область до

поверхности раздела. Максимальные скорости отмечаются на оси пузырькового потока в слое 40 - 50 см, где они имеют практически только вертикальную составляющую. Их величина достигает 2 см/с. На удалении от центральной оси скорости снижаются, и появляется горизонтальная составляющая, показывающая вовлечение водных масс в струю, либо формирование горизонтальной циркуляции в приповерхностной области в результате взаимодействия пузырькового потока с границей раздела.

Увеличение расхода воздуха до 0,4 мл/с ведет к расширению струи водного потока на горизонтах 10 – 30 см. На глубине порядка 32 см в вертикальное движение вовлекается жидкость во всей исследуемой области. При этом картина циркуляции слегка асимметрична ввиду особенностей проведения эксперимента и возможного взаимодействия потока с элементами крепления оборудования. Максимальные скорости порядка 1,5 - 2 см/с отмечаются в области 35 – 50 см.

Рисунок 3.21 иллюстрирует циркуляцию при расходах воздуха $Q = 0,5$ мл/с и $Q = 0,65$ мл/с.



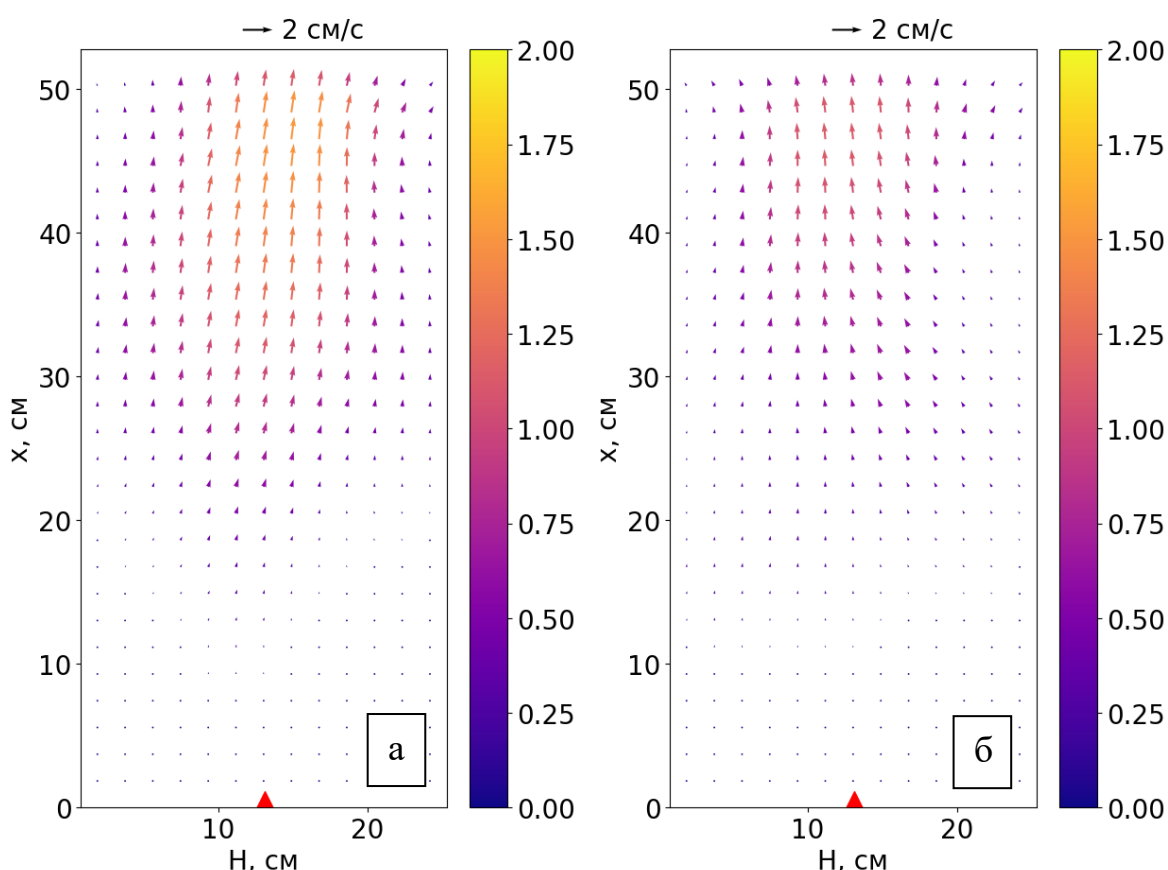
*Рисунок 3.21 Вертикальная циркуляция при барботаже в исследуемой области. Красным треугольником отмечено положение барботера.
а) $Q = 0,5$ мл/с; б) $Q = 0,65$ мл/с.*

При расходе воздуха $Q = 0,5$ мл/с средняя скорость течений значительно снижается, по сравнению с меньшими расходами. Значительные вертикальные движения наблюдаются только на горизонтах 40 – 50 см и достигают лишь 1,25 – 1,5 см/с. Вертикальная струя в нижних слоях малозаметна. Возможно, это связано с развитием турбулентных завихрений, при осреднении компенсирующих друг друга.

При расходе воздуха $Q = 0,65$ см/с наблюдалась более интенсивная средняя циркуляция по сравнению с предыдущим рассмотренным случаем. Поток на расстоянии 0 – 20 см от источника все еще слабо выражен, однако, начиная с 20 – 25 см в вертикальное движение вовлечена жидкость во всей исследуемой

области. В правой стороне от центральной оси потока отмечается формирование ячейки циркуляции: на горизонте 30 см происходит вовлечение воды в воздушную струю, а в приповерхностной зоне векторы скорости направлены в сторону от потока.

На рисунке 3.22 представлена циркуляция при расходах воздуха 1,0 и 2,5 мл/с.



*Рисунок 3.22 Вертикальная циркуляция при барботаже в исследуемой области. Красным треугольником отмечено положение барботера.
а) $Q = 1,0$ мл/с; б) $Q = 2,5$ мл/с.*

При расходе $Q = 1$ мл/с вертикальный поток захватывает всю исследуемую область от 25 см до приповерхностного слоя, скорости достигают 1,75 мл/с. Увеличение расхода до 2,5 мл/с приводит к снижению интенсивности вертикальной циркуляции. Она проявляется только в слое 40 – 50 см, и средняя

скорость течения достаточно низкая (порядка 1 – 1,25 см/с). Сказанное может быть обусловлено турбулизацией потока вследствие интенсивного барботирования, что описано в литературе.

Рассмотрим распределение скоростей поперек потока при разных расходах воздуха на различных горизонтах.

На рисунке 3.23 представлены профили вертикальной скорости на горизонте 46,5 см, где наблюдалась наиболее интенсивная струя водного потока.

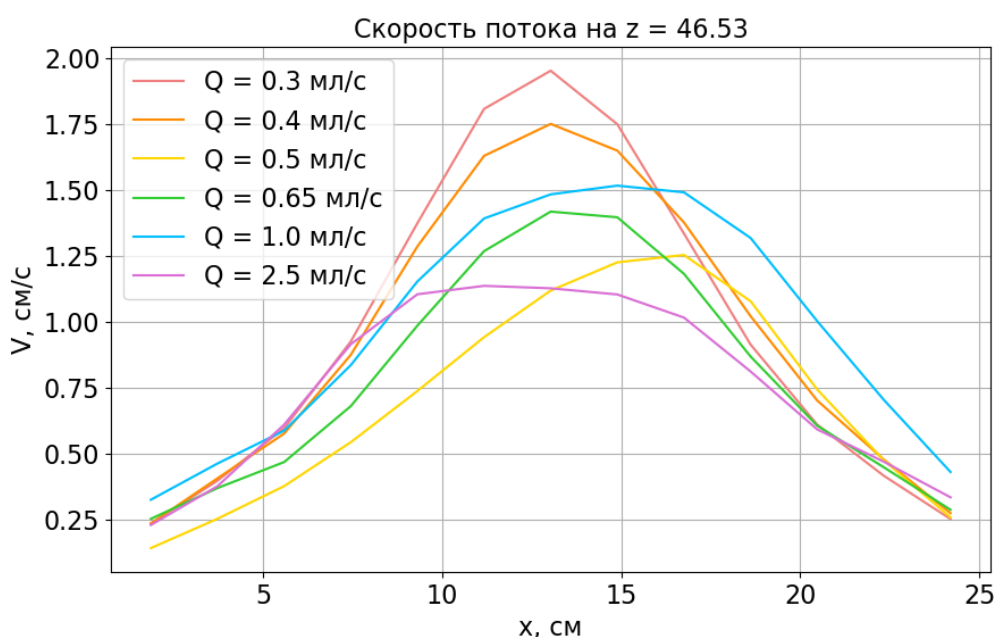


Рисунок 3.23 Профили вертикальной скорости водного потока в исследуемой области при различных расходах Q на высоте 46,5 см над источником воздуха. Барботер расположен в точке $x = 12,5$ см.

Видно, что распределение имеет вид гауссовых кривых с небольшой асимметрией. Максимальная скорость на данном горизонте отмечается при $Q = 0,3$ мл/с непосредственно на оси пузырькового потока и достигает чуть менее 2 см/с. Наибольшая скорость при $Q = 0,3$ мл/с составила 1,75 см/с также на центральной оси струи. Далее при увеличении расхода воздуха максимумы кривых сдвигаются, графики становятся более пологими. Следующее по величине значение скорости отмечается при $Q = 1$ мл/с и составляет 1,5 см/с при

сдвиге вправо от источника воздуха на 2,5 см. Минимальные скорости наблюдаются при $Q = 2,5$ мл/с (наибольшее значение составляет 1,13 см/с).

На рисунке 3.24 представлены профили вертикальной скорости на горизонте 39,1 см.

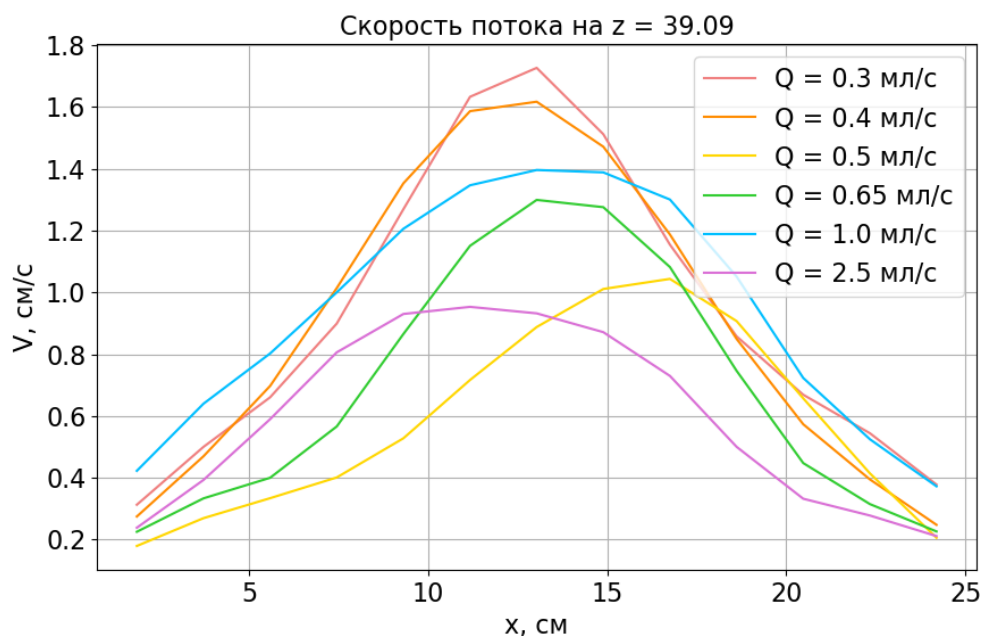


Рисунок 3.24 Профили вертикальной скорости водного потока в исследуемой области при различных расходах Q на высоте 39,1 см над источником воздуха. Барботер расположен в точке $x = 12,5$ см.

Вид распределения скоростей аналогичен вышеописанному, величина скорости, в целом, снижается. Можно отметить, что графики скорости при $Q = 0,3$ и $0,4$ мл/с практически совпадают. Максимум наблюдается при $Q = 0,3$ мл/с и составляет 1,75 см/с.

На рисунке 3.25 представлены профили вертикальной скорости на горизонте 27,9 см.

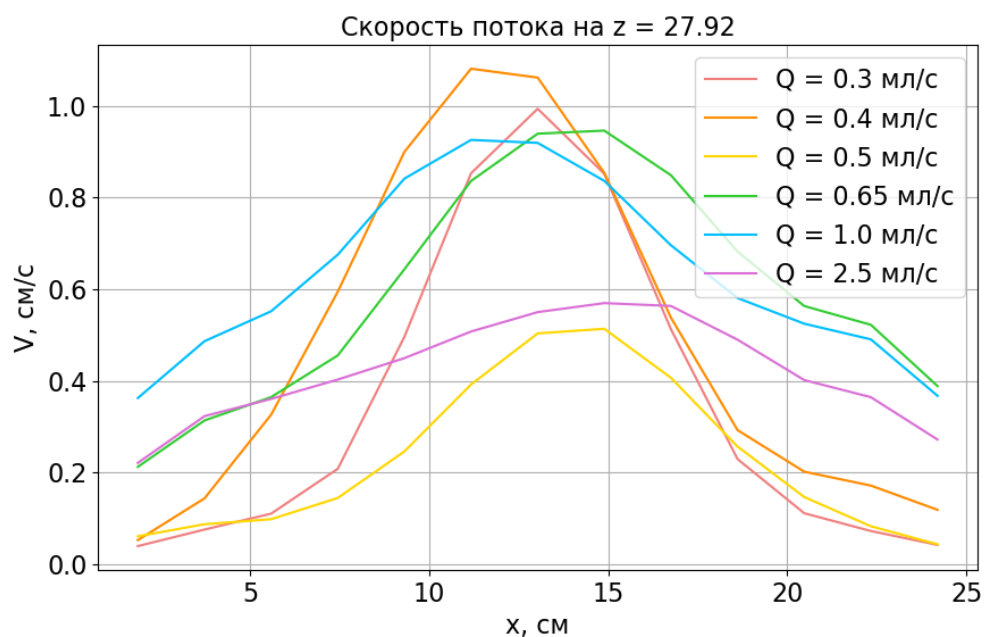


Рисунок 3.25 Профили вертикальной скорости водного потока в исследуемой области при различных расходах Q на высоте 27,9 см над источником воздуха. Барботер расположен в точке $x = 12,5$ см.

Средняя величина скорости снижается. Максимумы при расходах 0,3, 0,4, 0,65 и 1 мл/с близки друг к другу и составляют порядка 0,9 – 1,1 см/с. Графики становятся более пологими.

Профили вертикальной скорости на горизонте 16,75 см представлены на рисунке 3.26.

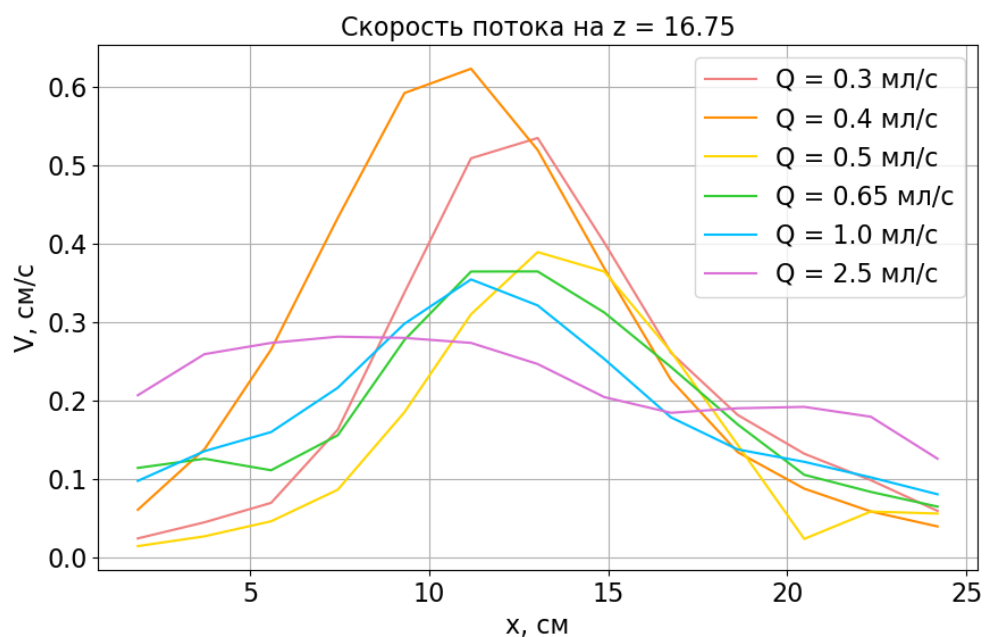


Рисунок 3.26 Профили вертикальной скорости водного потока в исследуемой области при различных расходах Q на высоте 16,75 см над источником воздуха. Барботер расположен в точке $x = 12,5$ см.

Наибольшее значение скорости отмечается при расходе $Q = 0,4$ мл/с и составляет 0,6 см/с. Величина скорости при расходах более 0,5 мл/с не превышает 0,4 см/с.

На рисунке 3.27 представлены профили вертикальной скорости на горизонте 5,6 см.

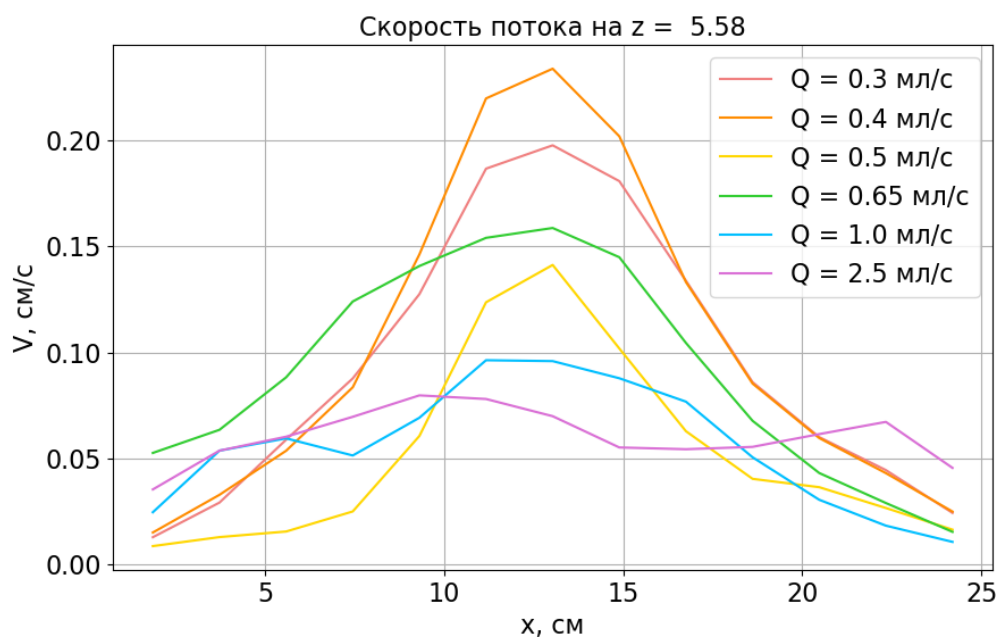


Рисунок 3.27 Профили вертикальной скорости водного потока в исследуемой области при различных расходах Q на высоте 5,6 см над источником воздуха. Барботер расположен в точке $x = 12,5$ см.

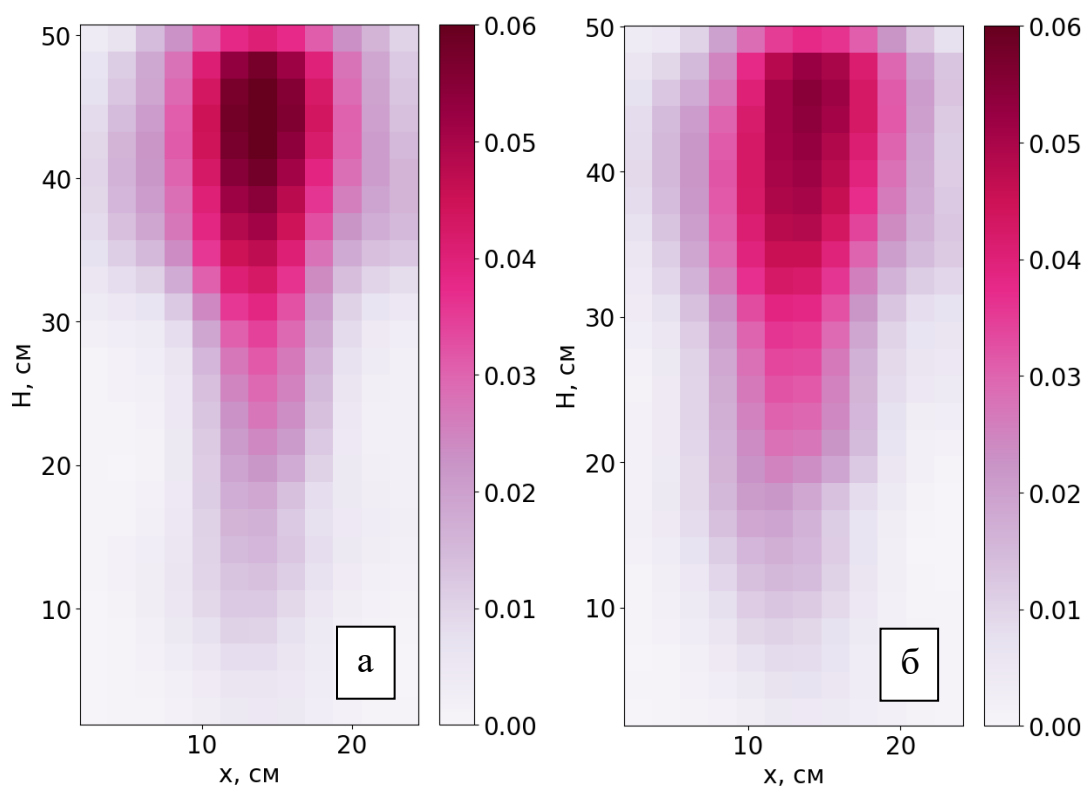
Видно, что величины средних скоростей в окрестности источника невелики, максимум составляет 0,23 см/с при расходе $Q = 0,4$ мл/с.

На основе анализа всех представленных профилей можно сделать вывод, что, в целом, средние значения скорости возрастают по мере продвижения от источника воздуха к поверхности. При этом в большинстве случаев максимумы скорости для каждого расхода воздуха достигаются на центральной оси пузырькового потока. Движение воды при расходах менее 0,5 мл/с происходит в виде достаточно узкой струи, распространяющейся от источника воздуха, а затем расширяющейся по мере приближения к поверхности. Профили скорости при больших расходах более пологие.

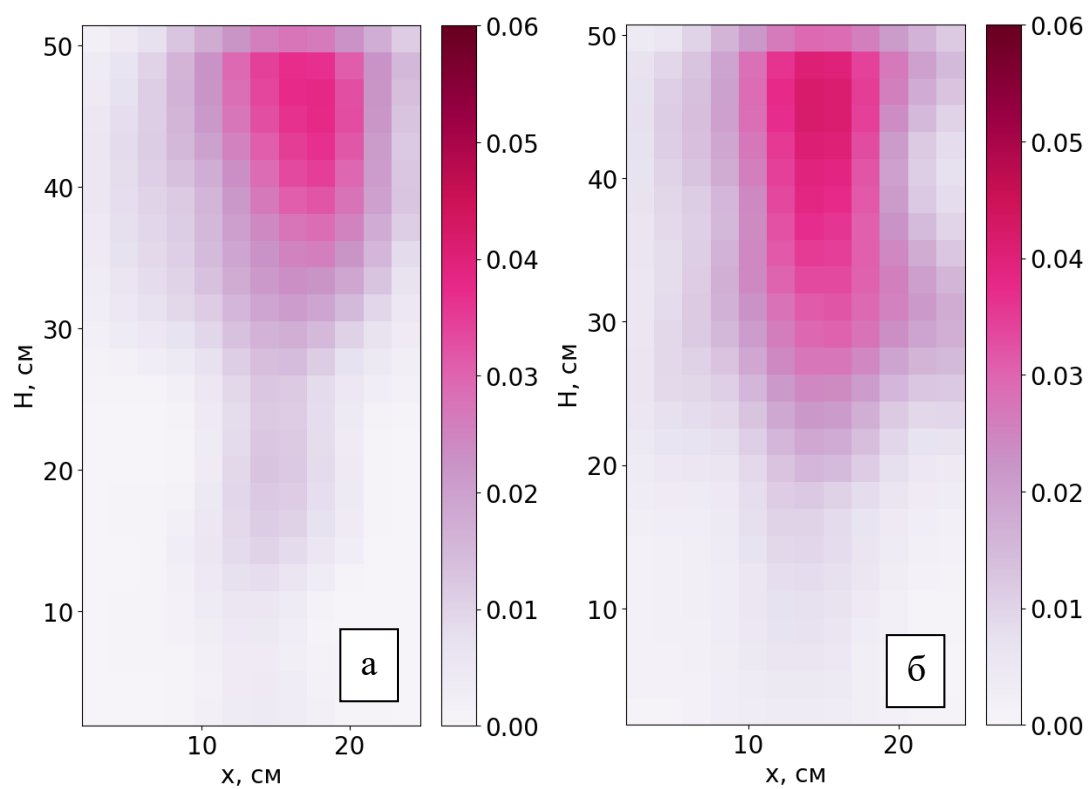
3.4 Определение коэффициента увлечения

На основе отношения скорости водного потока к средней скорости пузырьков были определены коэффициенты увлечения водных масс в

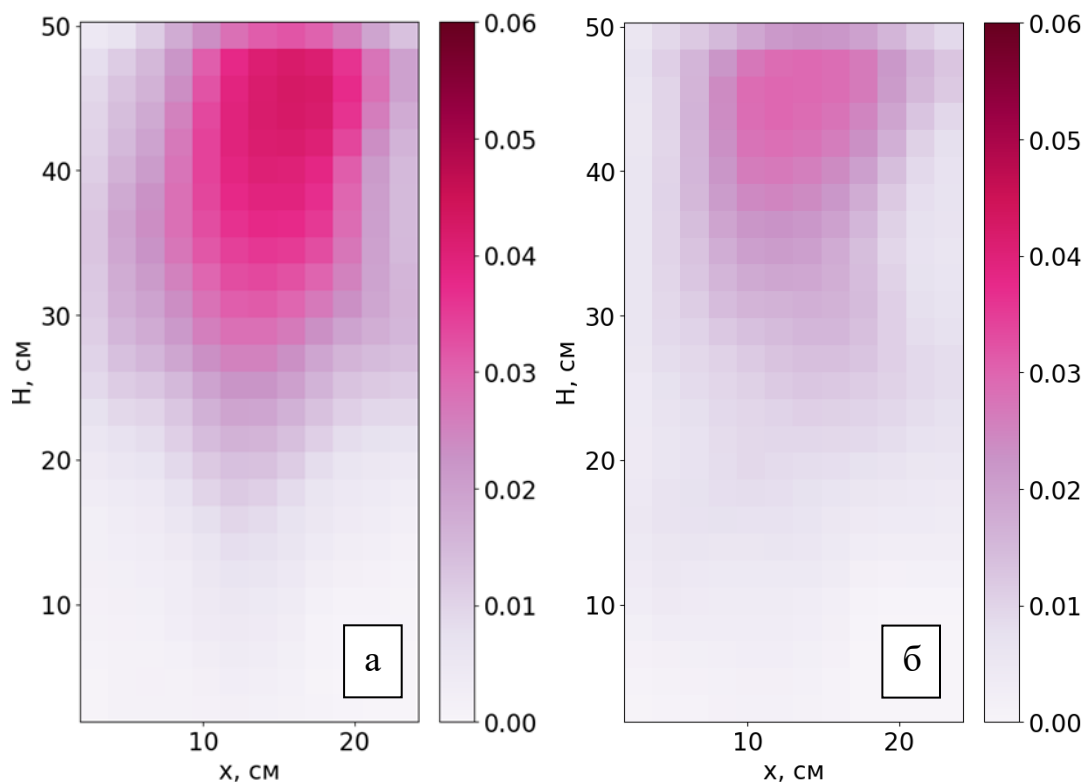
водовоздушный поток α . Результаты для различных расходов представлены на рисунках 3.28 – 3.30.



*Рисунок 3.28 Распределение коэффициента увлечения в исследуемой области.
а) $Q = 0,3$ мл/с; б) $Q = 0,4$ мл/с*



*Рисунок 3.29 Распределение коэффициента увлечения в исследуемой области.
а) $Q = 0,5$ мл/с; б) $Q = 0,65$ мл/с*



*Рисунок 3.30 Распределение коэффициента увлечения в исследуемой области.
а) $Q = 1,0$ мл/с; б) $Q = 2,5$ мл/с*

Максимальный коэффициент увлечения отмечается при $Q = 0,3$ мл/с на горизонте 45 см в окрестности центральной оси пузырькового потока и составляет 0,06. Значение α также достаточно велико при $Q = 0,3$ мл/с и достигает 0,55. При расходе $Q = 1$ мл/с наблюдается наибольшая площадь вовлечения воды в поток, в среднем, коэффициент увлечения составляет порядка 0,04 в слое 30-50 см над источником воздуха. Минимальные значения α отмечаются при расходе воздуха $Q = 2,5$ мл/с, что может быть связано с проскальзыванием пузырьков через водную толщу, высокой турбулизацией потока, появлением малых локальных ячеек циркуляции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы выполнены все поставленные задачи.

Была разработана лабораторная установка, которая позволила изучить формирование вертикальной циркуляции и процесс затягивания воды в пузырьковый поток. Организована и настроена система подачи воздуха и красителя в воду, оборудована лазерная система для подсвечивания трассеров. Проведены серии экспериментов по наблюдению затягивания подкрашенной жидкости в водовоздушный поток, определению скорости всплытия пузырей и скоростей движения трассеров в водном потоке.

Сформирован массив видеоданных по результатам экспериментов при задании различных расходов воздуха.

Реализованы алгоритмы определения вертикальной скорости пузырьков с помощью анализа изображений и измерения полей скоростей потока методом цифровой трассерной визуализации.

В эксперименте с подачей красителя наблюдалось вовлечение подкрашенной жидкости в пузырьковый поток и ее подъем вплоть до поверхности.

Определены средние скорости всплытия пузырьков при различных расходах воздуха. Вертикальная скорость возрастала с увеличением расхода воздуха от 31,6 см/с при $Q = 0,3$ мл/с до 38,1 см/с при $Q = 2,5$ мл/с.

Методом PIV исследована циркуляция, формирующаяся при барботаже. Показано, что наибольшие скорости потока наблюдаются при минимальном расходе воздуха, что, предположительно, связано с проскальзыванием пузырьков при больших вертикальных скоростях без захвата окружающей жидкости.

Полученные оценки скорости потока являются адекватными, что подтверждается результатами других подобных исследований [3, 10].

Установлено, что коэффициент увлечения максимален при минимальном расходе и достигает величины 0,06, так как отношение вертикальной скорости потока и скорости всплытия пузырьков в этом случае наибольшее. При этом наибольшая площадь вовлечения воды в воздушную струю наблюдалось при расходе $Q = 1$ мл/с.

Процесс барботажа может быть успешно использован для создания вертикальной циркуляции в водоеме, разрушения стратификации и подъема придонных вод к поверхности.

Данная работа необходима для построения численной модели барботажа, которая позволит производить расчет энергозатрат на растапливание льда в портовой акватории.

Результаты настоящего исследования были опубликованы в двух сборниках тезисов всероссийских конференций [1,23] и представлены в докладах на нескольких международных научных школах.

Благодарности

Автор диссертации выражает признательность научному руководителю Чанцеву Валерию Юрьевичу за ценные замечания и продуктивные обсуждения работы; Сvergун Егору за 3D-печать, помощь в сборе лабораторной установки, прибора для измерения разности температур и лазерной системы; Артамоновой Анастасии за предоставление скоростной видеокамеры; Смирнову Юрию, Татаренко Юрию и Лапенкову Артему за помощь при проведении экспериментов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Березина А.В. Определение отдельных параметров барботажа по данным лабораторного эксперимента // Процессы в геосредах. Специальный выпуск. Материалы III Всероссийской конференции молодых ученых «Комплексные исследования Мирового океана» (КИМО-2018). 2018. №17. С.197-198.
2. Cederwall K. Ditmars J. D. Analysis of air-bubble plumes [Текст]. - Pasadena : California Institute of Technology, 1970.
3. Kobus H. E. Analysis of the flow induced by air-bubble systems [Текст] // Coastal Engineering Proceedings. - 1968 г.. - Т. 11. - стр. 1016 - 1031.
4. Taylor G. I. The action of surface current used as a breakwater [Текст] // Proceedings of Royal Society. - 1955 г.. - Т. 231.
5. Tsang G. Vodelling criteria for bubble plumes - a theoretical approach [Текст] // Canadian Journal of Civil Engineering. - 1984 г.. - Т. 11. - стр. 293 - 298.
6. Milgram J. H. Mean flow in round bubble plumes [Текст] // Journal of Fluid Mechanics. - 1983 г.. - Т. 133. - стр. 345 - 376.
7. Brevik I. Killie R. Phenomenological description of the axisymmetric air-bubble plume [Текст] // International Journal of Multiphase Flow. - 1996 г.. - 3 : Т. 22. - стр. 535-549.
8. Bernard R. S. Maier R. S., Falvey H. T. A simple computational model for bubble plumes [Текст] // Applied Mathematical Modelling. - 2000 г.. - Т. 24. - стр. 215 - 233.
9. Grevet J. H. Szekely J., El-Kaddah N. An experimental and theoretical study of gas bubble driven circulation systems [Текст] // International Journal of Heat Mass Transfer. - 1982 г.. - 4 : Т. 25. - стр. 487-497.

10. Delnoji E. Lammers F. A., Kuipers A. M., Svaaij P.M. Dynamic simulation of dispersed gas-liquid two-phase flow using a discrete bubble model [Текст] // Chemical Engineering Science. - 1997 г. - 9 : Т. 52. - стр. 1429 - 1458.
11. Jakobsen H. A. Sannaes B. H., Grevskott S., Svendsen H. F. Modelling of vertical bubble-driven flows [Текст] // Independent Engineering Chemical Research. - 1997 г. - Т. 36. - стр. 4052 - 4074.
12. Ashton G. D. Point source bubbler systems to suppress ice [Текст] // Cold Regions Science and Technology. - 1979 г. - Т. 1. - стр. 93 - 100.
13. Keribar R. Tankin R. S., Ashton G. D. Computer simulation of bubbler-induced melting of ice covers using experimental heat transfer results [Текст] // Canadian Journal of Civil Engineering. - 1978 г. - Т. 5. - стр. 362 - 366.
14. Huachen P., Eranti E. Applicability of Air bubbler Lines for Ice Control in Harbours [Текст] // China Ocean Engineering. - 2009 г. - 2 : Т. 21. - стр. 215 - 224.
15. Baddour R. E. Computer simulation of ice control with thermal-bubble plumes - line source configuration [Текст] // Canadian Journal of Civil Engineering. - 1990 г. - Т. 17. - стр. 509-513.
16. Богородский В. В. Гаврило В. П., Недошивин О. А. Разрушение льда. Методы, технические средства [Текст]. - Ленинград : Гидрометеиздат, 1983.
17. Паундер Э. Физика льда [Текст] / ред. А. Савельев Б.. - Москва : "Мир", 1967.
18. Bradski G. The OpenCV Library [Текст] // Dr. Dobb's Journal of Software Tools. - 2000 г.
19. Руководство пользователя программы "ActualFlow" [Текст]. - Новосибирск : Институт теплофизики СО РАН, 2007.
20. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток [Текст] / ред. Амербаев В. М. Кренкель Т. Э.. - Москва : "Радио и связь", 1985.

21. Adrian R. J. Particle-Imaging techniques for experimental fluid mechanics [Текст] // Annual Review of Fluid Mechanics. - 1991 г. - Т. 23. - стр. 261 - 304.
22. Taylor Z.J., Gurka R., Kopp G., Liberzon A. Long-Duration Time-Resolved PIV to Study Unsteady Aerodynamics, Instrumentation and Measurement [Текст] // IEEE Transactions. - 2009 г. - 12 : Т. 59. - стр. 3262 - 3269.
23. Березина А.В. Исследование влияния барботажа на формирование циркуляции в мелководном водоеме. // Комплексные исследования Мирового океана. Материалы IV Всероссийской научной конференции молодых ученых, г. Севастополь, 22-26 апреля 2019 г. [Электронный ресурс]. – Севастополь: ФГБУН МГИ. – Режим доступа: http://mhiras.ru/news/news_201904151055.html, свободный.