

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

И.К. Сиденко, А.А. Чалганова

**ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«СТАТИСТИКА»**

Учебное пособие

38.03.01 «Экономика»
Направленность (профиль) –
Экономика и управление
на предприятиях

Квалификация – Бакалавр

Санкт-Петербург
РГГМУ
2021

УДК 311

ББК 60.6

Рецензент: профессор кафедры экономики таможенного дела Санкт-Петербургского им. В.Б. Бобкова филиала Российской таможенной академии, доктор экономических наук, доцент Н.А. Логинова

С34 Сиденко И.К., Чалганова А.А.

Практикум по дисциплине «Статистика» : Учебное пособие /
И.К. Сиденко, А.А. Чалганова. – Санкт-Петербург : РГГМУ, 2021. – 164 с.

Практикум предназначен для студентов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика и управление на предприятиях».

Практикум по дисциплине «Статистика» одобрен на заседании кафедры экономики предприятия природопользования и учетных систем от 16 июня 2021 г., протокол № 11.

Авторы-составители: Сиденко И.К., кандидат экономических наук, доцент, декан факультета гидрометеорологического обеспечения экономико-управленческой деятельности в отраслях и комплексах, доцент кафедры экономики предприятия природопользования и учетных систем РГГМУ

Чалганова А.А., старший преподаватель кафедры экономики предприятия природопользования и учетных систем РГГМУ

© Сиденко И.К., 2021

© Чалганова А.А., 2021

© Российский государственный
гидрометеорологический университет, 2021

Оглавление

Введение	4
1. Источники, обработка и представление статистических данных.....	5
1.1 Понятие статистики, краткие сведения из её истории	5
1.2 Организация государственной статистики в России	9
1.3 Объект, предмет и основные категории статистики	13
1.4 Единицы совокупности и их признаки	15
1.5 Этапы статистического исследования	19
1.6 Графическое представление статистических данных	35
2. Абсолютные и относительные величины.....	43
3. Средние величины и показатели вариации	57
4. Выборочное наблюдение	82
5. Статистическое изучение связи между признаками.....	97
5.1 Метод аналитической группировки и правило сложения дисперсий .	98
5.2 Корреляционно-регрессионный метод анализа	100
6. Анализ рядов динамики	113
6.1 Показатели изменений уровней динамических рядов	114
6.2 Способы обработки динамического ряда	117
7. Индексы и их применение	126
8. Тесты.....	146
9. Ответы к тестам	157
10. Рекомендуемая литература.....	158
Приложения	159
 Приложение №1	159

Введение

«Статистика» является дисциплиной, изучаемой студентами экономических специальностей в соответствии с требованиями ФГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы. Она имеет фундаментальный характер, так как рассматривает методы выявления и измерения основных закономерностей общественного развития, что предполагает необходимость использования студентами знаний, полученных при изучении таких дисциплин как «Макроэкономика», «Микроэкономика», «История экономических учений», «Государственное регулирование экономики», «Математика», «Информатика» и др. Знания, полученные при изучении курса «Статистика», служат основой для дисциплин: «Эконометрика», «Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности», «Планирование на предприятии», «Экономический анализ производственно-хозяйственной деятельности» и др.

Целью освоения дисциплины «Статистика» является приобретение студентами теоретических знаний, умений и практических навыков в области статистики, необходимых для успешной профессиональной деятельности бакалавра. Основные задачи дисциплины:

- сформировать у обучающихся представление об организации государственной статистики Российской Федерации и международной статистики;
- дать научные знания о способах получения, обобщения и анализа статистической информации;
- обеспечить формирование теоретических знаний о системе социально-экономических показателей, используемых для оценки деятельности предприятий и организаций по видам экономической деятельности, на уровне экономики в целом и в территориальном разрезе;
- сформировать навыки анализа и оценки основных статистических показателей, характеризующих социально-экономические процессы и явления.

Студент должен освоить основные приемы и методы статистического анализа данных, характеризующих деятельность конкретных хозяйствующих субъектов, совокупности предприятий и организаций отдельных секторов, отраслей и видов деятельности, а также экономики в целом, должен иметь навыки работы с первоисточниками, поиска необходимой литературы, самостоятельного отбора наиболее существенного материала, выбора приемов анализа, правильного оформления статистических данных.

Содержание программы дисциплины охватывает две большие части статистической науки: общую теорию статистики и социально-экономическую статистику. Данное пособие посвящено первой части изучаемого курса – общей теории статистики.

1.Источники, обработка и представление статистических данных

1.1Понятие статистики, краткие сведения из её истории

Термин «статистика» происходит от латинского слова *status*, что в переводе означает состояние, положение. Прежде, чем стать наукой в ее современном понимании, статистика прошла многовековую историю развития.

Историческое развитие статистики связано с развитием государств, с потребностями государственного управления. Хозяйственные и военные нужды уже в древний период истории человечества требовали наличия данных о населении, его составе, имущественном положении. С целью налогообложения организовывались переписи населения, проводился учет земель. Первые работы такого рода отмечены даже в священных книгах разных народов.

В Древнем Китае в 23 веке до н.э. собирались сведения о численности населения, распределении его по полу и возрасту, доходности земли и изменениях в торговле.

В античном мире был организован учет родившихся; молодые люди, достигшие 18 лет, вносились в списки военнообязанных, а по достижении 20 лет - в списки полноправных граждан. Составлялись земельные кадастры, в которые вносились сведения о строениях, рабах, скоте, инвентаре, получаемых доходах. Проводился учет частных хозяйств.

Начиная с 6 века до н.э. в Древнем Риме существовал государственный орган – ценз. Высший чиновник ценза назывался цензором. Цензор избирался сначала на 5 лет, а с середины 5 века – на полтора года. Цензор ведал проведением цензовой переписи, наблюдением за правильным поступлением налогов, сдачей на откуп государственных доходов, осуществлял надзор за благонравием населения. Цензовая перепись содержала учет населения по возрастам и имущественному положению.

В античном мире появились описания государств. Большая заслуга в этом принадлежит греческому философу Аристотелю, жившему в 4 веке до н.э. (384-322 гг. до н.э.). Аристотель составил описание 157 городов и государств своего времени. «Величину государства измеряют количеством его населения, - писал Аристотель, - но скорее нужно обращать внимание не на количество, а на возможности».

Учетно-статистические работы в России зародились в глубокой древности. Первые попытки переписи населения относятся к 12 веку. К середине 17 века широко распространились учетные книги. Учетные книги состояли из двух частей: одна – по приходу ценностей, другая – по расходу. Книги велись разными людьми, что обеспечивало достаточно четкий контроль.

В середине 17 века в Англии возникла школа политических арифметиков. Ее основателями были Вильям Петти (1623 - 1687 гг.) – врач, доктор физики, профессор астрономии, основоположник трудовой теории стоимости, и его друг и единомышленник, торговец сукном Джон Граунт (1620 - 1674 гг.). Политические арифметики путем обобщения и анализа фактов стремились цифрами

охарактеризовать состояние и развитие общества, показать закономерности развития общественных явлений, проявляющихся в массовом материале. История показала, что именно школа политических арифметиков явилась истоком возникновения современной статистики как науки.

Петти по праву считается создателем экономической статистики. Граунт исследовал закономерности воспроизводства населения. Он изучил бюллетени смертности за 33 года, выявил наличие количественных закономерностей и построил первую таблицу смертности. Граунт ввел представление о частоте событий, что сыграло огромную роль для развития теории вероятностей.

В середине 18 века немецкий ученый, профессор физиологии и права, Готфрид Ахенваль впервые начал читать в Марбургском, а затем в Геттингенском университетах новую учебную дисциплину, которую он и назвал статистикой. Основным содержанием этого курса было описание политического состояния и достопримечательностей государства. Это направление развития статистики получило название описательного.

Содержание, задачи, предмет изучения статистики в понимании Ахенвала были далеки от современного взгляда на статистику как науку. Школа политических арифметиков была гораздо ближе к современному пониманию статистики.

В первой половине XIX в. возникло третье направление статистической науки - статистико-математическое. Среди представителей этого направления следует отметить бельгийского статистика Адольфа Кетле (1796 - 1874 гг.). Кетле синтезировал политическую арифметику и государствоиздание. «Статистика, - писал он, - изучает государство в определенную эпоху; она собирает элементы, связанные с жизнью этого государства, старается сделать их сравнимыми и комбинирует их наилучшим образом, чтобы познать все то, что они могут нам открыть».

Кетле по праву считается основоположником учения о средних величинах. Он рассматривал теорию вероятностей как принципиальную основу статистики и научного познания в целом.

Таким образом, заслуга Кетле состоит в обосновании того, что:

1) предметом статистики являются объективные закономерности, определяющие развитие общества;

2) все явления складываются под совместным действием независимых друг от друга общих (постоянных) и индивидуальных (случайных) причин;

3) принципиальная суть статистического познания состоит в погашении случайного, вызванного действием индивидуальных причин, с тем чтобы выявить закономерности, обусловленные общими причинами;

4) основными методами статистического познания являются массовое наблюдение и обобщающие показатели, обеспечивающие погашение случайности;

5) средние величины представляют собой важнейший прием, позволяющий определить реально существующие типы исследуемых явлений;

6) теория вероятностей является теоретической основой статистики, она раскрывает действие общих и индивидуальных причин, позволяя дать оценку надежности обобщающих статистических показателей.

Кетле разработал теорию сбора массовых статистических данных на примере переписей населения.

В XIX веке математическая статистика развивалась в работах англичан Гальтона (1822 - 1911 гг.), Пирсона (1857 -1936 гг.), Госсета (1876 - 1937 гг.), более известного под псевдонимом Стьюдента, Фишера (1890 -1962 гг.), Митчела (1874 - 1948 гг.) и др. Представители этого направления считали основой статистики теорию вероятностей.

В развитии российской статистической науки и практики видное место принадлежит И.К. Кириллову (1689 - 1737 гг.), И.Ф. Герману (1755 - 1815 гг.), Д.Н. Журавскому (1810 -1856 гг.), Н.Н. Семенову-Тян-Шанскому (1827-1914 гг.), Ю.Э. Янсону (1835 - 1893 гг.), А.А. Чупрову (1874 - 1926 гг.), В.С. Немчинову (1894 - 1964 гг.), С.Г. Струмилину (1877 - 1974 гг.), В.Н. Старовскому (1905 - 1975 гг.) и др.

Большое развитие статистическая наука получила с применением экономико-математических методов и широким использованием компьютерной техники в анализе социально-экономических явлений.

В настоящее время ведется работа по совершенствованию статистической методологии и завершению перехода Российской Федерации на принятую в международной практике систему учета и статистики в соответствии с требованиями рыночной экономики.

В наше время термин «статистика» употребляется в трех значениях:

- отрасль практической деятельности («статистический учет») по сбору, обработке, анализу и публикации массовых цифровых данных о самых различных явлениях и процессах общественной жизни; эту деятельность на профессиональном уровне осуществляет государственная статистика -Федеральная служба государственной статистики (Росстат) и система ее учреждений, организованных по административно-территориальному признаку, а также ведомственная статистика (на предприятиях, в объединениях, ведомствах, министерствах);

- совокупность цифровых сведений, статистические данные, представляемые в отчетности предприятий, организаций, отраслей экономики, а также публикуемые в сборниках, справочниках, периодической прессе, которые являются результатом статистической работы;

- отрасль общественных наук, специальная научная дисциплина, изучаемая в высших и средних специальных учебных заведениях.

Статистика как наука представляет собой целостную систему научных дисциплин: теория статистики, экономическая статистика и ее отрасли, социальная статистика и ее отрасли.

Теория статистики является наукой о наиболее общих принципах и методах статистического исследования социально-экономических явлений. Она разрабатывает понятийный аппарат и систему категорий статистической науки,

рассматривает методы сбора, сводки, обобщения и анализа статистических данных, т.е. общую методологию статистического исследования массовых общественных процессов.

Таким образом, теория статистики - методологическая основа всех отраслевых статистик.

Экономическая статистика разрабатывает и анализирует синтетические показатели, включая такие макроэкономические показатели как национальное богатство (НБ), национальный доход (НД), валовой внутренний продукт (ВВП), валовой национальный продукт (ВНП) и др., отражающие состояние национальной экономики; структуру, пропорции, взаимосвязь отраслей; рассматривает особенности размещения производственных сил, состав и использование материальных, трудовых и финансовых ресурсов; наконец, осуществляет построение и анализ общей макростатистической модели рыночной экономики в виде системы национальных счетов (СНС).

Отрасли экономической статистики - статистика промышленности, сельского хозяйства, строительства, транспорта, связи, труда, природных ресурсов, охраны окружающей среды и т.д. - разрабатывают и изучают статистические показатели развития соответствующих отраслей.

Социальная статистика формирует и анализирует систему показателей, комплексно характеризующих различные стороны социальных условий и образа жизни населения; ее отрасли - статистика народонаселения, политики, культуры, здравоохранения, науки, просвещения, права и т.д.

Статистика развивается как единая наука, и развитие каждой отрасли содействует ее совершенствованию в целом.

Статистика - отрасль общественной науки, изучающая методом обобщения показателей количественную сторону качественно определенных массовых социально-экономических явлений и закономерностей их развития в конкретных условиях места и времени.

Между статистикой, как наукой, и практикой существует тесная взаимосвязь: статистика использует данные практики, обобщает и разрабатывает методы проведения статистических исследований. В свою очередь в практической деятельности применяются теоретические положения статистической науки для решения конкретных управленческих задач.

Знание статистики необходимо современному специалисту для принятия решений в условиях неопределенности (когда анализируемые явления подвержены влиянию случайностей), для анализа элементов рыночной экономики, в сборе информации, в связи с увеличением числа хозяйственных единиц и их типов, аудите, финансовом менеджменте, прогнозировании.

1.2 Организация государственной статистики в России

Национальный центр по формированию информационных ресурсов России в области социально-экономической статистики - Федеральная служба государственной статистики (Росстат). Удовлетворение потребностей органов власти и управления, средств массовой информации, населения, научной общественности, коммерческих организаций и предпринимателей, международных организаций в разнообразной, объективной и полной статистической информации – главная задача Федеральной службы государственной статистики. Для ее решения действует система государственной статистики, в состав которой входят центральный аппарат на федеральном уровне и территориальные органы Росстата, расположенные во всех субъектах Российской Федерации, а это более 23 тысяч работников. Структура Росстата представлена на рисунке 1.2.1.

Росстат выполняет следующие функции:

- формирует официальную статистическую информацию, предназначенную для обеспечения информационных потребностей государства и общества;
- публикует статистические сборники, представляет на сайте Росстата в сети Интернет оперативную статистическую информацию;
- осуществляет деятельность по разработке и совершенствованию методологии социально-экономической статистики.

Деятельность Росстата осуществляется в соответствии с Федеральным законом «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики Российской Федерации» № 282 – ФЗ от 29.11.2007 г.

Принципами официального статистического учета и системы государственной статистики являются:

1) полнота, достоверность, научная обоснованность, своевременность предоставления и общедоступность официальной статистической информации (за исключением информации, доступ к которой ограничен федеральными законами);

2) применение научно обоснованной официальной статистической методологии, соответствующей международным стандартам и принципам официальной статистики, а также законодательству Российской Федерации, открытость и доступность такой методологии;

3) рациональный выбор источников в целях формирования официальной статистической информации для обеспечения ее полноты, достоверности и своевременности предоставления, а также в целях снижения нагрузки на респондентов;

4) обеспечение возможности формирования официальной статистической информации по Российской Федерации в целом, по субъектам Российской Федерации, по муниципальным образованиям;

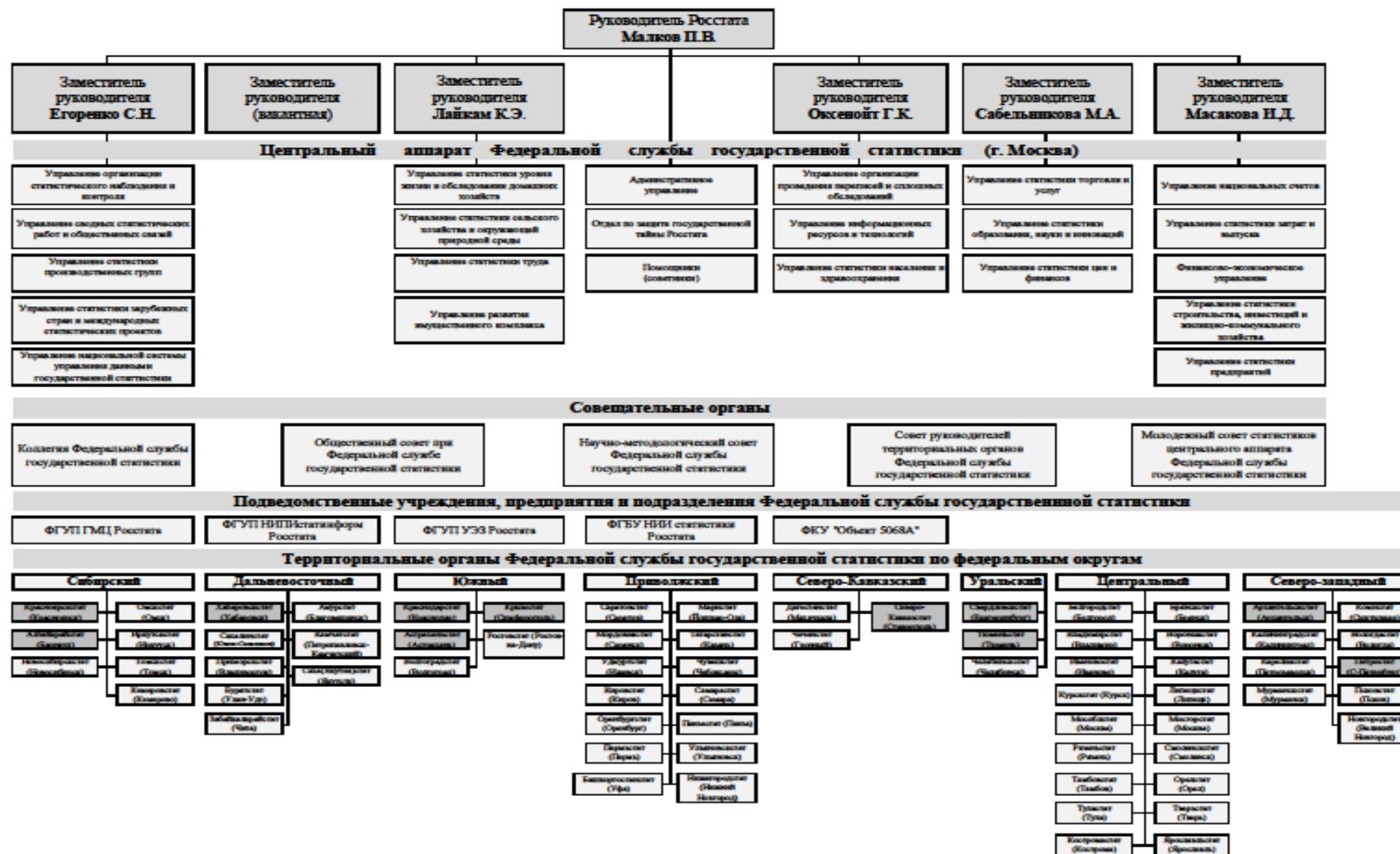


Рисунок 1.2.1 - Структура Росстата

5) обеспечение конфиденциальности первичных статистических данных при осуществлении официального статистического учета и их использование в целях формирования официальной статистической информации;

6) согласованность действий субъектов официального статистического учета;

7) применение единых стандартов при использовании информационных технологий и общероссийских классификаторов технико-экономической и социальной информации для создания и эксплуатации системы государственной статистики в целях ее совместимости с другими государственными информационными системами;

8) обеспечение сохранности и безопасности официальной статистической информации, первичных статистических данных и административных данных.

Виды информационных ресурсов, используемых статистикой:

- официальные информационные ресурсы (официальная статистика);
- информационные ресурсы ведомственных организаций (ведомственная статистика);
- информационные ресурсы субъектов хозяйственной деятельности;
- информационные ресурсы международных организаций.

Одним из принципов официального статистического учета и системы государственной статистики является применение общероссийских классификаторов технико-экономической и социальной информации для создания и эксплуатации системы государственной статистики в целях ее совместимости с другими государственными информационными системами.

Росстат является федеральным органом исполнительной власти, обеспечивающим разработку, ведение и применение следующих общероссийских классификаторов: объектов административно-территориального деления (ОКАТО), территорий муниципальных образований (ОКТМО), органов государственной власти и управления (ОКОГУ), форм собственности (ОКФС), организационно-правовых форм (ОКОПФ), предприятий и организаций (ОКПО), которые широко используются в различных сферах экономики, в частности, для идентификации хозяйствующих субъектов при создании государственных регистров и реестров.

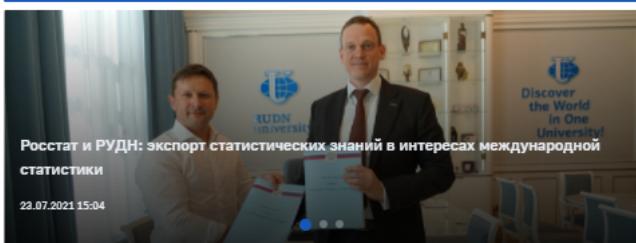
Перечень общероссийских классификаторов представлен в приложении 1. Библиографическая информация об общероссийских классификаторах, а также и сами классификаторы размещены на официальном сайте Росстата в разделе «Методология и нормативно-справочная информация».

Вид главной страницы официального сайта Федеральной службы государственной статистики представлен на рисунке 1.2.2.



Сельхозперепись – в августе по всей стране

Новости Росстата



Росстат и РУДН: экспорт статистических знаний в интересах международной статистики

23.07.2021 15:04

[Все новости](#)

[Подписаться на рассылку](#)

Оперативные показатели

Оценка численности постоянного населения РФ (на 01.01.2021)	146171.0	тыс. человек
Объем ВВП в текущих ценах в I квартале 2021 года (первая оценка)	26771,0	млрд рублей
Индекс физического объема ВВП в рыночных ценах в соответствии с методологией СНС 2008 (I квартал 2021 г. к I кварталу 2020 г.)	99,3	%
Индекс промышленного производства (июнь 2021 г. к июню 2020 г.)	110,4	%
Индекс потребительских цен (ИПЦ) (июнь 2021 г. к декабрю 2020 г.)	104,19	%
Уровень безработицы (по методологии МОТ) в мае 2021 г.	4,8	%
Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций по Российской Федерации за апрель 2021 г.	56614	рублей

Популярное

Переписи и обследования

Все популярные ресурсы

- [Всероссийская перепись населения 2020](#)
- [Всемирный день статистики](#)
- [Сплошное наблюдение малого и среднего бизнеса](#)
- [СБОРНИК «Методики расчета показателей национальных проектов \(программ\)»](#)
- [Методология и нормативно-справочная информация](#)

Календарь публикаций

Календарь отчетности

BI-система

Анонсы

[Посмотреть все](#)

Публикации

[Посмотреть все](#)

26 июля: О внешней торговле в январе-мае 2021 года

23 июля: Деловая активность организаций в России в июле 2021 года

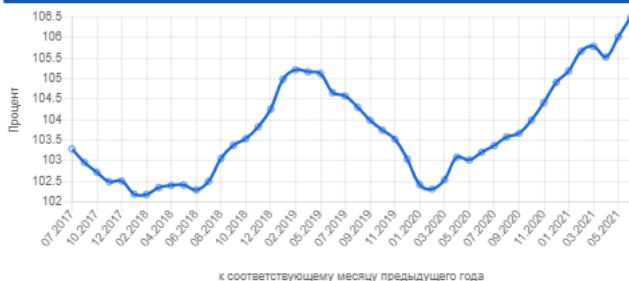
26 июля: О финансовых результатах деятельности организаций в январе-мае 2021 года

22 июля: О промышленном производстве в I полугодии 2021 года

[Каталог публикаций](#)

[Статистика против COVID-19](#)

Индексы потребительских цен на товары и услуги по Российской Федерации



к соответствующему месяцу предыдущего года

Все показатели

THE GLOBAL GOALS
For Sustainable Development

Цели в области устойчивого развития

Национальные счета



Переписи населения



Витрина данных



Рисунок 1.2.2 – Вид главной страницы официального сайта Росстата

Важнейшими пользователями официальной статистической информации являются:

- Президент РФ;
- Федеральное Собрание РФ;
- Правительство РФ, иные федеральные органы государственной власти, органы государственной власти субъектов РФ, органы местного самоуправления;
- суды, органы прокуратуры;
- Банк России;
- государственные внебюджетные фонды;
- профсоюзные объединения и объединения работодателей;
- международные организации;
- коммерческие и некоммерческие организации;

- средства массовой информации;
- граждане.

Таким образом, Росстат обеспечивает информационные потребности государства и общества.

1.3 Объект, предмет и основные категории статистики

Статистика как наука исследует не отдельные факты, а массовые закономерности социально-экономических явлений и процессов, выявляет и измеряет взаимосвязи между ними.

Основные задачи статистики:

- наблюдение за развитием экономики и общества, сбор данных;
- совершенствование методики статистического наблюдения;
- комплексное изучение экономики, анализ ее состояния, развития тенденций, закономерностей, определение роли факторов в социальной и экономической сферах и исследование взаимовлияния всех составляющих развития общества друг на друга;
- контроль за содержанием поступающей в органы статистики информации;
- подготовка и публикация статистических материалов.

Предмет статистики - количественная сторона массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной или их содержанием, а также количественное выражение закономерностей общественного развития в конкретных условиях места и времени.

Объект изучения статистики - общество в целом, отдельные явления и процессы общественной жизни. Таким образом, объект статистического исследования – статистическая совокупность.

Статистическая совокупность – это множество объективно существующих во времени и пространстве варьирующих явлений, которые имеют один или несколько общих существенных признаков и различаются между собой по другим признакам.

Статистическая совокупность - это:

- множество явлений;
- множество однокачественных явлений;
- множество варьирующих явлений.

Если различия касаются существенных признаков, то такая совокупность считается разнородной.

Признаком в статистике считается свойство, характерная черта или иная особенность единиц, объектов (явлений), которые могут быть наблюдаемы или измерены.

Единицами совокупности называются отдельные первичные объекты и явления, образующие статистическую совокупность. Единицами совокупности

могут выступать акционерные общества, фирмы, фермерские хозяйства, отдельные люди, семьи, станки, изделия и т.д.

Под качественной *однородностью* единиц совокупности понимается сходство единиц (объектов, явлений) по каким-либо существенным признакам, но различающихся по каким-либо другим признакам. Например, множество промышленных предприятий наряду с качественной однородностью (принадлежность к одной и той же отрасли) обладает различиями по размеру основных фондов, объему производства, численности работающих и т.д.

Однородность совокупности устанавливается в каждом конкретном статистическом исследовании в соответствии с его целями и познавательными задачами.

Выделение качественно однородных статистических совокупностей является предпосылкой расчета обобщающих показателей, статистического изучения вариации, связей между признаками.

Важной особенностью статистической совокупности выступает наличие *вариации*, т.е. колеблемости, многообразия, изменяемости величины признака у отдельных единиц совокупности явлений.

Статистическая закономерность составляет предмет статистической науки. Это понятие играет важную роль не только в современной статистике, но и вообще в современной науке. Знание о статистических закономерностях конкретных явлений имеет большое научное и практическое значение.

Статистическая закономерность представляет собой одну из форм проявления всеобщей причинной связи между явлениями в природе и обществе. Эта закономерность есть объективная количественная закономерность *массового процесса*. Она обнаруживается в массовом статистическом наблюдении, чем и обусловлена ее взаимосвязь с *законом больших чисел*. Отдельное событие при этой закономерности может наступить или не наступить (что связано с известной вероятностью), но во множестве событий общая закономерность обязательно проявится. Каждое заметное изменение условий существования этого множества скажется и на статистической закономерности.

Статистическая закономерность с определенной вероятностью определяет устойчивость средних величин при сохранении условий, порождающих данное явление. Из этого следует, что пределы отклонений индивидуальных значений от среднего уровня относительно малы, и эти отклонения постоянно взаимопогашаются. И они будут тем меньше, чем больше объем наблюдаемого множества. Это прямо вытекает из теории вероятностей, доказывающей, что средняя арифметическая случайных величин при достаточно большом числе величин с вероятностью, близкой к 1 (т.е. к достоверности), сколь угодно мало отличается от математического ожидания этой средней.

Одной из форм математической связи причин и следствия при статистической закономерности могут служить уравнения регрессии (корреляции).

Статистическая закономерность выражает диалектическую связь и единство необходимости и случайности, что иллюстрирует известное положение о случайности как форме проявления необходимости.

Примером статистической закономерности могут служить многие демографические тенденции и, в частности, изменения уровня рождаемости или продолжительности жизни. Они в полной мере выявляются для большой совокупности людей, а не для отдельной семьи или индивидуума.

Сам термин «статистическая закономерность» впервые стал употребляться в естественных науках в противовес понятию динамической закономерности. Статистическая закономерность по своей природе близка к категории более высокого уровня обобщения - закону, поскольку, как и закон, она отражает необходимые причинно-следственные связи.

Статистическая закономерность, как было показано выше, находит свое выражение только в массе явлений с варьирующими признаками.

Динамическая закономерность выражает форму связи, когда строго определенным значениям каких-либо факторов всегда соответствуют строго определенные значения зависимых от этих факторов величин. Здесь количественные соотношения между величинами, в рамках действия известного закона, остаются справедливыми для каждого отдельного случая и каждого элемента совокупности. Математически такая форма связи описывается строго определенными формулами, системой уравнений и т.д. Примером динамических закономерностей могут служить закономерности, обусловленные законом всемирного тяготения.

При всей близости статистической закономерности к закону между ними имеются различия.

Закон фиксирует *устойчивый, всеобщий* характер причинно-следственной связи явлений.

При *статистической* же закономерности эти связи *менее устойчивы* и уже не имеют всеобщего характера, а относятся к определенному пространству и времени, справедливы лишь для данных условий существования изучаемых статистикой явлений. При этом сама закономерность может быть результатом действия не одного, а ряда перекрецивающихся законов. Но всегда статистическая закономерность объективно выступает как форма проявления определенных законов.

1.4 Единицы совокупности и их признаки

Единица совокупности - это предел дробления объекта исследования, при котором сохраняются все свойства изучаемого процесса, и, одновременно, это частный случай проявления изучаемой закономерности.

Единицы статистической совокупности характеризуются общими свойствами, именуемыми в статистике признаками.

Признак- показатель, характеризующий некоторое свойство объекта совокупности, рассматриваемый как случайная величина. Например, единица статистической совокупности – «предприятие»- имеет следующие признаки: объёмы произведенной и реализованной продукции, соотношение собственных и заемных средств, издержки производства, численность работников и т.д.

Признаки единиц совокупности – их свойства, которые различаются способами их измерения и другими особенностями. Статистика изучает явления через их признаки.

Вариация- различия в значениях того или иного признака отдельных единиц статистической совокупности. Она возникает результате того, что индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов (условий), которые по-разному сочетаются в каждом конкретном случае. Например, успеваемость отдельного студента зависит от затрат времени на подготовку к занятиям, способностей к обучению, возраста и т.п.

Необходимо отличать признаки явлений от самих явлений, а все вместе - от показателей.

Явление, единица совокупности - это всегда какая-то часть реальной действительности, признак - это поддающееся измерению свойство действительности, показатель - числовая характеристика признака или явления (а также модель такой характеристики).

Признак единиц совокупностей относится к числу основных категорий статистики, которые составляют ее специфический язык.

Признаки отличаются большим разнообразием, что делает необходимой их классификацию по ряду оснований.

В статистике признаки разделяются на следующие группы:

- существенные (основные) и несущественные;
- качественные (атрибутивные) и количественные;
- варьирующие и постоянные (статистика изучает только варьирующие признаки),

- прямые и косвенные;
- первичные и вторичные;

- признаки-причины, признаки-условия и признаки-следствия (в практической статистике признаки-причины и условия часто называют факторными, а признаки-следствия - результативными),

- прерывные количественные признаки (дискретные, принимающие численные значения, отличающиеся друг от друга на некоторую конечную величину, обычно целое число) и непрерывные (могут принимать любые целые или дробные значения).

Классификация признаков в статистике представлена в таблице 1.4.1.

В статистических работах признаки исследуемых явлений следует брать в системе, в противном случае не всегда можно понять смысл отдельных признаков.

Таблица 1.4.1
Классификация признаков в статистике

Параметр классификации	Вид признака	Пример признака
По характеру выражения	атрибутивные количественные	форма собственности рост человека
По способу измерения	первичные вторичные (расчетные)	выручка рентабельность
По характеру вариации	дискретные альтернативные непрерывные	размер обуви пол человека возраст группы людей
По отношению ко времени	моментные интервальные (за период)	сумма денег на банковском счете зарплата за месяц

Наличие вариации является основной предпосылкой статистического исследования. Варьирующие признаки могут быть количественными, если их варианты выражаются числовым значениями (возраст, стаж работы, оплата труда и пр.) и неколичественными (атрибутивными), не имеющими числового выражения и представляющими собой смысловые понятия (профессия, социальная принадлежность и т.д.).

Количественные признаки могут быть дискретными и непрерывными, как было указано ранее.

В случае, когда варианты признака могут принимать одно из двух противоположных значений, говорят об альтернативном признаке (да, нет). Например, продукция может быть годной или бракованной (негодной).

Признаки подразделяются на существенные, или главные, выражающие содержательную сторону явлений, и несущественные, или второстепенные. Статистическому изучению подлежат существенные признаки.

Признаки, характеризующие статистическую совокупность, взаимосвязаны между собой, поэтому следует различать факторные (признаки-факторы) и результативные признаки.

Факторные признаки - это независимые признаки, оказывающие влияние на другие, связанные с ними признаки.

Результативные признаки - это зависимые признаки, которые изменяются под влиянием факторных признаков. Так, квалификация, стаж работы - факторные признаки; производительность труда - результативный.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1.4.1

Имеются данные о распределении квартир в многоквартирном доме:

Таблица 1.4.2

Число комнат в квартире	1	2	3	4
Число квартир	10	35	15	5

Назовите вид признака, по которому построено распределение квартир.

Задача № 1.4.2

Изучается конкурентоспособность промышленных предприятий региона. Определите изучаемую совокупность и ее единицу, а также вид каждого из перечисленных признаков.

Результаты решения оформите в таблице, приведенной ниже в качестве образца (таблица 1.4.3).

Таблица 1.4.3

Признаки единицы совокупности	Характеристика размеров единицы совокупности		Характеристика за период или на момент времени		Принимает только целочисленные или любые значения	Признак имеет количественные или словесные значения
	первичный	вторичный	интервальный	моментный		
Стоимость произведенной предприятием продукции за год, тыс. руб.					дискретный	непрерывный
Стоимость основных производственных фондов на 31.12, тыс. руб.					количественный	атрибутивный

Численность работников предприятия на 31.12., чел.							
Прибыль предприятия по результатам работы за год, тыс. руб.							
Доля продукции, проданной на экспорт: а) в страны СНГ; б) в страны дальнего зарубежья							
Затраты за год на производство всей продукции, тыс. руб.							
Затраты на производство единицы данного вида продукции, руб.							
Стоимость бракованной продукции на одного работника, тыс. руб.							
Объем уникальной продукции за год, тыс. руб.							

1.5 Этапы статистического исследования

Этапы статистического исследования включают:

- статистическое наблюдение;
- статистическую сводку;
- статистическую группировку;
- представление статистических данных в виде таблиц и графиков;
- анализ и интерпретацию.

Подготовительная, методологическая и организационная деятельность представляет собой совокупность работ, включающую подготовку системы показателей, характеризующих отображаемый объект или процесс, проектирование форм отчетности, составление программы статистического наблюдения и обработки данных, подбор и обучение кадров, планирование мероприятий рекламной кампании проводимого наблюдения, порядок приема и сдачи материалов наблюдения и представления предварительных и окончательных итогов наблюдения, проведение необходимого инструктажа, финансирование и материально-техническое обеспечение работ.

Программно-методологические показатели наблюдения:

- объект наблюдения - совокупность, о которой должны быть собраны необходимые сведения;
- единица наблюдения - единица изучаемой совокупности (человек, предприятие, банк), являющаяся носителем признаков, подлежащих регистрации;
- программа наблюдения - перечень существенных признаков, подлежащих регистрации, перечень вопросов для их регистрации;
- период наблюдения - время, в течение которого осуществляется регистрация признаков единиц наблюдения по установленной программе;
- критический момент наблюдения - момент времени, по состоянию на который проводится регистрация собираемых сведений. На практике критический момент назначается на начало периода наблюдения;
- формуляр наблюдения - специальный бланк для записи ответов на вопросы программы;
- инструкция по заполнению формуляра наблюдения.

Формы, виды и способы статистического наблюдения представлены в таблице 1.5.1.

Таблица 1.5.1
Формы, виды и способы статистического наблюдения

Организационные формы статистического наблюдения	Виды статистического наблюдения		Способы статистического наблюдения
	По времени регистрации фактов	По охвату единиц совокупности	
1.Статистическая отчетность 2.Специально организованное наблюдение 3. Регистры	1.Текущее или непрерывное 2.Прерывное: а) периодическое б) единовременное	1.Сплошное 2.Несплошное: а) выборочное б) анкетное в) метод основного массива г) монографическое	1.Непосредственное 2.Документальное 3.Опрос

Специально организованные статистические наблюдения проводятся для получения данных, не содержащихся в предоставляемой ежегодной отчетности или необходимых для проверки или уточнения данных, содержащихся в отчетах. Специально организованное наблюдение - сбор сведений посредством специально организованных переписей, единовременных учетов и обследований. Особым его видом является перепись населения.

Перепись населения - это организация сбора, обработки и публикации демографических, экономических и социальных данных обо всем населении,

проживающем в определенный момент времени в стране. Перепись - специально организованное статистическое наблюдение, основой которого является учет численности и характеристики состава изучаемого явления путем записи в статистический формуляр данных по обследуемым единицам совокупности.

Статистический формуляр представляет собой бланк различной формы учета и отчетности или переписной лист.

Статистическая отчетность - особая форма, присущая только государственной статистике, которая подразделяют на общегосударственную и ведомственную.

Регистровая форма наблюдения - форма непрерывного наблюдения за долговременными процессами, которые имеют фиксированное начало стадию развития и фиксированный конец.

Статистическое наблюдение подразделяется на виды - по времени регистрации данных и по степени охвата единиц наблюдения.

По времени регистрации фактов различают непрерывное, или текущее наблюдение и периодическое (прерывное).

Текущее - это наблюдение, которое проводится постоянно. Факты, подлежащие регистрации, фиксируются по мере их возникновения (например, регистрация доходов и расходов в семьях).

Прерывное - проводится с перерывами, время от времени. Если оно проводится строго регулярно, т.е. через равные промежутки времени, то оно называется периодическим, если же такой регулярности нет, то оно называется единовременным. Инвентаризация на предприятии - это периодическое наблюдение, так как проводится через определенные промежутки времени.

По степени охвата единиц совокупности различают сплошное и несплошное наблюдения. При сплошном исследовании наблюдению подвергаются все без исключения единицы совокупности. При несплошном - сведения собираются не о всех единицах совокупности, а только о некоторой части их, отобранный определенным образом. Отдельные виды несплошного наблюдения различаются способом отбора тех единиц, которые должны быть подвергнуты наблюдению.

Выборочным считается такое наблюдение, при котором отбор производится в порядке беспристрастного, случайного для каждой единицы совокупности отбора.

Наблюдение основного массива основано на пристрастном отборе: отбору подвергаются наиболее крупные с точки зрения данного статистического исследования единицы совокупности. Отобранные единицы составляют вместе преобладающую часть общей величины изучаемого показателя.

Монографическое наблюдение также основано на пристрастном отборе, но отличается от основного массива тем, что отбираются только отдельные, характерные в каком-либо отношении, единицы совокупности (лучшие, типичные, худшие и т.д.), которые подвергаются детальному статистическому описанию.

Анкетный способ основан на рассылке определенному кругу лиц анкет для заполнения.

Статистическое наблюдение может основываться на непосредственном учете фактов в процессе обследования, либо на документальном учете, либо на опросе респондентов.

Мониторинг - вид непрерывного наблюдения по специально разработанной программе.

Важнейшими этапами работы с информацией, полученной после проведения статистического наблюдения, являются систематизация первичных данных и получение сводных характеристик объекта в целом при помощи обобщающих показателей, что достигается проведением сводки и группировки первичных статистических данных.

Сводка представляет собой комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих статистическую совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом.

Таким образом, если при статистическом наблюдении собирают данные о каждой единице объекта, то результатом сводки являются подробные данные, отражающие в целом всю совокупность.

Статистическая сводка должна вестись на основе предварительного теоретического анализа явлений и процессов. Это необходимо для того, чтобы во время сводки не потерять информацию об исследуемом явлении, и чтобы все статистические итоги отражали важнейшие характерные черты объекта.

По глубине и точности обработки материала различают сводку простую и сложную.

Простая сводка - это операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

Сложная сводка - это комплекс операций, включающих группировку полученных при наблюдении материалов, составление системы показателей для характеристики типичных групп и подгрупп изучаемой совокупности явлений, подсчет числа единиц и итогов в группах и подгруппах и оформление результатов этой работы в виде статистических таблиц.

Проведение сводки включает следующие этапы:

- 1) выбор группировочного признака;
- 2) определение порядка формирования групп;
- 3) разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- 4) разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

По форме обработки материала сводка бывает:

- 1) централизованная, когда весь первичный материал поступает в одну организацию, подвергается в ней обработке от начала до конца;
- 2) децентрализованная, когда отчеты предприятий сводятся статистическими органами субъектов Российской Федерации, а полученные итоги

поступают в Росстат РФ и там определяются итоговые показатели в целом по экономике страны.

По технике выполнения статистическая сводка бывает автоматизированная и ручная.

Ряды распределения - это ряды величин, характеризующие состав изучаемых явлений по одному признаку. Ряды распределения бывают *качественные*, или *атрибутивные*, и *количественные*, или *вариационные*. Вариационные ряды бывают *прерывные* (дискретные, ранжированные) и *непрерывные* (интервальные).

Ряды распределения состоят из варианта и частот, т.е. *элементов ряда*.

Вариантами называются отдельные значения варьирующего признака, а *частотами* - величины, показывающие, сколько раз повторяется данная варианта. Сумма всех частот определяет объем совокупности.

Сумму всех частот называют *объемом ряда распределения* или *его численностью*.

Частоты, выраженные в виде относительных величин (в долях единицы или в процентах к итогу) называются частостями. Соответственно, сумма частот равна 1 или 100%.

Мода - это варианта ранжированного ряда, соответствующая наибольшей частоте или варианте, которая встречается наибольшее количество раз в ряду распределения. Мода обозначается *Mo*.

Группировкой называется расчленение единиц статистической совокупности по одному или нескольким существенным признакам на однородные группы, различающиеся между собой в качественном и количественном отношении и позволяющие выделить социально-экономические типы, изучить структуру совокупности или проанализировать связи между отдельными признаками.

Группировка как этап статистического исследования выполняется для достижения следующих целей:

- 1) установления статистических связей и закономерностей;
- 2) выделения социально-экономических типов явлений;
- 3) выявления структуры совокупности.

Группировочный признак, или *основание группировки* - это признак, на основе которого производится расчленение совокупности на однородные группы.

Правильность проведения группировки зависит от двух основных условий:

- 1) сводные показатели для отдельных групп должны быть типичными;
- 2) группы должны иметь достаточную численность единиц, так как в этом случае взаимопогашаются случайные и проявляются закономерные характеристики.

Следовательно, чтобы группировка строилась правильно, большое значение имеет определение группировочных признаков, определение числа групп и величины интервала.

Часто группировка по количественному признаку имеет задачу отразить распределение единиц совокупности по этому признаку. В этом случае

количество групп зависит, в первую очередь, от степени колеблемости группировочного признака: чем больше его колеблемость, тем больше можно образовать групп.

Чем больше групп, тем точнее будет воспроизведен характер исследуемого объекта. Однако, слишком большое число групп затрудняет выявление закономерностей при исследовании социально-экономических явлений и процессов. Поэтому в каждом конкретном случае при определении числа групп следует исходить не только из степени колеблемости признака, но и из особенностей объекта и цели исследования.

Определение числа групп можно осуществить с использованием формулы Стерджесса:

$$m = 1 + 3.322 \cdot \lg n \quad (1.1)$$

где, m – число групп;

n – число единиц совокупности.

Согласно этой формуле, выбор числа групп зависит от объема совокупности. Недостаток формулы состоит в том, что ее применение дает хорошие результаты, если совокупность состоит из большого числа единиц и распределение единиц по признаку, положенному в основание группировки, близко к нормальному.

Когда определено число групп, то следует определить интервалы группировки.

Интервал – это значения признака, лежащие в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них.

Нижней границей называется наименьшее значение, а *верхней* – наибольшее значение признака в интервале.

Величина или *ширина* интервала – это разность между его верхней и нижней границами.

Интервалы группировки в зависимости от их величины бывают:

- 1) равные;
- 2) неравные.

Неравные интервалы могут быть построены как:

- 1) прогрессивно возрастающие;
- 2) прогрессивно убывающие;
- 3) произвольные;
- 4) специализированные.

Неравные интервалы могут быть прогрессивно возрастающие или убывающие в арифметической или геометрической прогрессии.

Если вариация признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят группировку с равными интервалами.

Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} \quad (1.2)$$

где, i – величина интервала;

x_{\max} и x_{\min} – максимальное и минимальное значения признака в изучаемой совокупности;

m - принятое число групп.

Интервалы группировок могут быть:

- 1)закрытыми;
- 2)открытыми.

Закрытые - это интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы.

Открытые - это интервалы, у которых указана только одна граница: как правило, верхняя - у первого, нижняя - у последнего.

Может возникнуть вопрос, в какую группу включать единицы объекта, значения признака у которых совпадают с границами интервалов. Вопрос отнесения отдельных единиц совокупности, значения которых являются граничными, к той или иной группе решается на основе анализа последнего открытого интервала. Возможны два случая обозначения последнего открытого интервала, например:

- 1) **A** млн. руб. и более;
- 2) более **A** млн. руб.

В первом случае единицы с граничным значением признака **A** млн. руб. попадут в последнюю группу; во втором случае - в предыдущую группу.

Основу группировки составляет факторный признак. Группировка изучает влияние факторного признака на результативный. Например, повышение квалификации рабочих (факторный признак) приводит к росту производительности труда (результативный признак).

Группировочные признаки могут быть атрибутивными (качественными) и количественными (вариационными). Группировка на основе качественного признака называется классификацией.

В зависимости от числа признаков в основании группировки или по способу построения выделяют группировки по одному признаку - простые и по нескольким признакам - сложные или комбинационные.

В соответствии с познавательными задачами различают три основных вида группировок:

- 1) типологические - это разбиение разнородной совокупности единиц наблюдения на качественно однородные группы и выявление на их основе устойчивых социально-экономических типов явлений;
- 2) структурные - характеризуют структуру однородных совокупностей по какому-либо варьирующему признаку;
- 3) аналитические - позволяют выявлять связи между изучаемыми признаками.

Значение группировки: она обеспечивает обобщение данных, создает основу для сводки и анализа.

Классификация видов статистических группировок может осуществляться как по характеру решаемых задач, так и по способу построения. Выделяемые виды статистических группировок представлены в таблице 1.5.2.

Таблица 1.5.2
Виды статистических группировок

Виды группировок	
По характеру решаемых задач:	По способу построения:
а) типологические; б) структурные; в) аналитические (факторные)	а) простые; б) комбинационные

Иллюстрацией структурной группировки будет являться распределение сотрудников предприятия по возрасту. Ряд распределения по возрасту сотрудников предприятия приведен в таблице 1.5.3.

Таблица 1.5.3
Распределение сотрудников предприятия по возрасту

Возраст, лет	Численность сотрудников
20-30	8
30-40	17
40-50	11
50-60	8
60-70	2
Итого	46

Анализ данных, полученных в процессе массового статистического наблюдения, сводки и группировки, позволяет обнаружить в них причинные связи, упорядочить их и дать обобщенную характеристику совокупности.

Проводятся два вида анализа полученной информации: экономический и технологический.

Цели экономического анализа:

- определение степени выполнения плановых заданий и причин, обусловливающих данный уровень их выполнения;
- изучение закономерностей динамики данного объекта или процесса и определяющих их факторов;
- изучение взаимосвязи одного объекта с другими объектами;
- оценка эффективности деятельности и резервов ее роста;
- выявление узких мест в развитии объекта (процесса) и возможных путей их преодоления.

Исходными данными для экономического анализа служат не только статистические, но и плановые, проектные и научно-технические данные, характеризующие объекты и процессы народного хозяйства и факторы его развития.

Экономический анализ является важнейшим этапом подготовки сложных управленческих решений.

Технологический анализ собранных показателей представляет собой выполнение разного рода процедур по исчислению аналитических показателей, например: процента выполнения плана или доли прироста результата производства, достигнутой за счет какого-либо фактора или по комбинации показателей, и формулировку выводов и предложений об управляемом объекте (процессе).

Точность статистического наблюдения обеспечивается в порядке логического и арифметического контроля.

Логический контроль состоит в сопоставлении ответов на взаимосвязанные между собой вопросы программы наблюдения.

Например, при переписи населения вопросы о возрасте, грамотности, семейном положении контролируются взаимосвязано. Если, например, окажется, что 10-летний ребенок женат или 2-летний ребенок грамотен, то ясно, что при записи была допущена ошибка в записи возраста или семейного положения.

Счетный, или арифметический, контроль сводится к проверке общих и групповых цифровых итогов и их сопоставлению; задача его - обнаружить и исправить неверные итоги числовых показателей.

Существуют два вида ошибок наблюдения:

- *ошибки репрезентативности* - показывают, в какой степени выборочная совокупность представляет генеральную совокупность;

- *ошибки регистрации* - возникают в результате неправильного установления фактов или неправильной их записи и подразделяются на *случайные и систематические*.

Случайные - могут быть обусловлены невнимательностью или низкой квалификацией работника.

Систематическая ошибка - понятие математической статистики: ошибка, которая постоянно либо преувеличивает, либо преуменьшает результаты измерений (оценок наблюдаемых величин) вследствие воздействия определенных факторов, систематически влияющих на эти измерения и изменяющих их в одном направлении (например, в отличие от случайных ошибок).

Систематические ошибки более опасны, так как они могут повлиять на итоговые показатели.

Примеры решения типовых задач

Пример № 1.5.1

На заводе ведется учет выполнения норм выработки. Укажите виды наблюдения по времени проведения, охвату единиц совокупности и источникам данных.

Решение

Так как наблюдению подвергаются все, без исключения, рабочие, то по степени охвата единиц наблюдение сплошное; наблюдение непрерывное, так как проводится по мере возникновения явления; источником данных служат документы.

Пример № 1.5.2

Проведено обследование части школьных буфетов в городе. Укажите вид наблюдения по степени охвата единиц и способу проведения.

Решение

Так как наблюдалась только часть буфетов, то наблюдение несплошное и, по-видимому, был применен экспедиционный способ, т.е. в каждый проверяемый буфет посыпался специальный человек, который и фиксировал необходимую информацию.

Пример № 1.5.3

Первая Всесоюзная перепись населения 1926 г. проводилась по состоянию на 12 ч. ночи с 16 на 17 декабря и продолжалась в городах 7 дней, а в сельской местности - 14 дней.

Укажите объективное и субъективное время и критический момент наблюдения.

Решение

Объективное время - 12 ч. ночи с 16 на 17 декабря. Этот же момент является критическим.

Субъективное время: в городах - 7 дней; в сельской местности - 14 дней.

Пример № 1.5.4.

Срок представления годовых отчетов за 1995 год – с 1 по 25 января 1996 г. Укажите объективное и субъективное время и критический момент наблюдения.

Решение

Объективное время - 1995 год, т.к. данные наблюдения относятся именно к этому периоду; субъективное время – 1-25 января 1996 г., так как в это время составляется отчет, собираются данные; критический момент отсутствует.

Пример № 1.5.5

Проводится перепись художественной литературы в библиотеках области. Укажите объект, единицу наблюдения и единицу совокупности.

Решение

Объектом наблюдения являются библиотеки области, единицей наблюдения здесь будет фонд художественной литературы, так как другие ее виды не учитываются, а единицей наблюдения является каждая конкретная книга, так как она обладает признаками, подлежащими регистрации.

Пример № 1.5.6

Построить группировку с определением количества групп и интервалов. Определить какой признак лежит в основе группировки.

Таблица 1.5.4

№ п/п	Объем реализации в 2020г., млрд. руб.	Прибыль от про- даж в 2020г., млрд. руб.	Прибыль после налогообложения за 2020г., млрд. руб.	Среднесписочная численность рабо- тающих, тыс. чел
1	1876,2	218,5	168,4	18,6
2	1827,8	290,7	204,1	9,1
3	1602,7	157,1	94,2	17,4
4	1563,8	91,7	11,9	6,4
5	1544,5	270,3	168,5	26,0
6	1470,5	142,1	73,9	6,4
7	1462,0	76,9	35,1	15,0
8	1392,7	138,7	2,4	15,7
9	1359,8	107,6	66,2	10,9
10	1350,9	262,2	150,2	7,6
11	1340,0	314,3	159,3	9,7
12	1290,7	190,0	99,6	20,6
13	1290,1	269,2	204,2	13,2
14	1285,4	131,2	77,1	6,3
15	1273,4	200,9	154,3	11,6
16	1270,7	300,9	259,9	5,6

17	1267,8	439,9	330,1	6,4
18	1266,4	243,7	115,1	11,5
19	1240,1	261,7	177,2	5,5
20	1228,9	136,1	74,6	17,5
21	1180,3	166,2	108,1	7,0
22	1164,5	133,3	85,4	10,7
23	1128,8	205,0	73,4	15,2
24	1098,0	136,2	91,3	11,3
25	1080,5	280,5	213,6	4,8
26	1080,2	319,2	253,2	6,5
27	1036,9	304,0	212,2	11,4
28	1033,4	118,2	97,0	7,5
29	1010,3	130,7	60,0	12,6
30	1007,3	148,0	99,5	5,3
31	1006,7	356,9	257,9	16,4
32	984,4	70,6	7,9	13,0
33	950,8	109,7	60,6	14,5
34	926,5	136,5	81,2	6,3
35	890,1	119,5	85,9	7,6

Решение

В таблице представлены данные для 35 единиц совокупности изучаемых предприятий (по 35 предприятиям). Для каждого предприятия приведено по четыре показателя, три из которых – в стоимостном выражении (объем реализации, прибыль от продаж и прибыль после налогообложения), а один – в натуральных единицах измерения (среднесписочная численность работающих). В зависимости от цели исследования выбирается группировочный признак.

Для примера рассмотрим данные в последнем столбце и выполним группировку по среднесписочной численности работающих.

1. Определим, какой признак лежит в основе группировки (количественный, качественный, дискретный, непрерывный)

В данном примере – *количественный непрерывный признак*.

2. Подсчитаем число единиц совокупности – n . В данном примере получаем $n = 35$.

3. Определяем максимальное (x_{max}) и минимальное (x_{min}) значение в приведенных данных.

Получаем:

$$x_{max} = 26;$$

$$x_{min} = 4,8;$$

4. По формуле Стерджесса (1.1) определяем число групп:

$$m = 1 + 3,322 * \lg n$$

Получаем $m \approx 6$

Для определения числа групп при невозможности вычисления логарифма числа можно воспользоваться таблицей 1.5.5 (для равномерного распределения и для групп с равными интервалами):

Таблица 1.5.5

n	15-24	25-44	45-89	90-179	180-359	360-719
m	5	6	7	8	9	10

5. Рассчитаем величину интервала i по следующей формуле:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m}$$

Получаем:

$$i = \frac{26 - 4,8}{6} \approx 3,53(3) \text{тыс.чел.}$$

Единицу измерения интервала указывать обязательно.

Округляем интервал до $i = 3,54$. При несовпадении значения последней границы интервала последней группы с x_{\max} необходимо брать более точное значение интервала или округлять его в большую сторону, как сделано в данном случае.

6. Рассчитаем интервал для каждой группы, с условием, что интервал закрытый (имеет верхнюю и нижнюю границы). Для этого:

а) для 1-й группы нижней границей будет являться x_{\min} .

б) Прибавляем к x_{\min} значение величины интервала:

$x_{\min} + i = 4,8 + 3,54 = 8,34$ – это верхняя граница интервала.

Тогда для 1-й группы получаем интервал: 4,8 - 8,34.

в) Для 2-й группы нижней границей будет верхняя граница 1-й группы или 8,34.

г) Для определения верхней границы интервала 2-й группы прибавляем к значению нижней границы значение величины интервала:

$8,34 + i = 8,34 + 3,54 = 11,88$

Интервал для 2-й группы: 8,34 - 11,88.

д) Аналогично рассчитываем границы интервалов для оставшихся 4-х групп.

В итоге получаем:

Таблица 1.5.6

Номер группы	Границы интервала
1	4,8 - 8,34
2	8,34 - 11,88
3	11,88 - 15,42
4	15,42 - 18,96
5	18,96 - 22,50
6	22,50 - 26,04

Как видно из результатов верхняя граница интервала последней группы немного не совпада с максимальным значением x_{max} . Все это зависит от точного подсчета числа групп и значения интервала i . Учтем, что последний интервал включает максимальное значение, которое в нашем случае не совпадает с верхним граничным для данного интервала, попадая внутрь интервала. Минимальное значение группировочного признака x_{min} совпадает с нижней границей первого интервала. Следовательно, единицы, значения признаков у которых будет совпадать с нижней границей интервала, будут относиться к этому интервалу, а единицы, значения признака у которых будут равны верхней границе интервала, нужно относить к следующему интервалу значений.

Теперь можно составить необходимую группировку:

е) Из таблицы данных подсчитываем количество значений, входящих в интервал 1-й и последующих групп, т.е.:

для интервала 1-й группы получаем 14 предприятий, для 2-й – 8 и т.д.

Строим группировку в таблице 1.5.7:

Таблица 1.5.7

Группы по численности рабочих (x_i)	Кол-во предприятий (f_i)
4,8 - 8,34	14
8,34 - 11,88	8
11,88 - 15,42	6
15,42 - 18,96	5
18,96 - 22,50	1
22,50 - 26,04	1

Аналогичным образом можно провести группировку по другим признакам.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1.5.1

За день работы предприятиями ООО «Кожобувь» были проданы мужские туфли следующих размеров:

45 41 40 40 38

39 42 39 42 43

37 40 44 45 42

41 42 43 44 42

Построить дискретный вариационный ряд распределения проданной обуви по размерам. Обозначить элементы ряда, изобразить его графически, сделать вывод.

Преобразовать дискретный ряд в интервальный вариационный ряд, образовав 4 группы с равными интервалами. Изобразить графически, сделать выводы.

Задача № 1.5.2

Имеются данные о товарообороте магазинов розничной сети за отчетный период:

Таблица 1.5.8

Товарооборот магазинов розничной сети за отчетный период

№ магазина	Товарооборот, млн. руб.	
	Плановый	Фактический
1	10	10,1
2	12	12,2
3	8	7,6
4	50	52,0
5	40	40,4
6	12	12,6
7	10	9,5
8	30	32,6
9	20	20,2
10	25	25,6
11	15	15,3
12	20	20,6
13	35	35,7
14	12	11,0
15	50	52,0
16	40	40,8
17	60	63,0
18	30	30,9
19	80	83,2
20	70	72,1
Итого	629	647,4

1. Сгруппируйте предприятия по размеру фактического товарооборота, выделив следующие группы:

- предприятия с товарооборотом до 20 млн. руб. включительно;
- от 20 до 50 млн. руб. включительно;
- от 50 млн. руб. и выше.

2. Составьте простую перечневую групповую таблицу.

3. Определите в сказуемом таблицы товарооборот плановый, фактический и абсолютное отклонение фактического товарооборота от планового.

Задача № 1.5.3

При изучении покупательного спроса в торговом доме в течение дня зарегистрирована продажа следующих размеров женских брючных костюмов:

Таблица 1.5.9

46	52	52	48	48
48	48	46	52	52
44	50	48	48	50
46	54	54	52	48
50	50	50	50	46
46	48	48	52	48
46	52	44	48	48
50	50	48	54	50
46	50	50	48	48
54	48	48	48	48

Постройте ряд распределения и полученные результаты сравните с типовой шкалой пошива брючных костюмов фабрикой, поставляющей их в торговый дом.

Типовая шкала пошива брючных костюмов:

Таблица 1.5.10

Размер	44	46	48	50	52	54	Всего
Число изделий, в % к итогу	2	16	40	25	12	5	100

Данные ряда распределения реализованного спроса и типовой шкалы пошива платьев изобразите в виде полигона распределения. Сделайте выводы о соответствии спроса и предложения. Укажите модальную величину ряда распределения.

1.6 Графическое представление статистических данных

В современной практике основными способами выполнения завершающего этапа статистического исследования – представления статистической информации – являются:

- в зависимости от выбора изобразительных средств – таблицы и графики;
- в зависимости от выбора носителя информации – печатные издания и электронные базы данных.

Каждый из этих способов представления данных имеет свои сильные и слабые стороны, отличается значительным числом видов, форм и вариантов.

Несмотря на существование достаточно четких принципов и правил представления статистической информации в виде таблиц и графиков, окончательный выбор оптимальной схемы их построения остается за исследователем.

Статистические таблицы являются одним из наиболее распространенных в статистической практике инструментов. Они оформляются в результате сводки и группировки имеющихся данных проведенного наблюдения. Статистические таблицы позволяют большие массивы числовых данных представить в компактном, легко обозримом и удобном для выполнения анализа виде.

Под статистической таблицей понимается система граф и строк, предназначенная для упорядоченного изложения числовой информации.

В стандартной структуре таблицы различают две части, именуемые *подлежащим* и *сказуемым*. Подлежащее таблицы показывает, о чем идет речь в таблице, обычно оно расположено слева и представляет собой содержание строк. В подлежащем дается статистическое описание состава рассматриваемой совокупности – названы единицы совокупности, их группы или перечень элементов единиц совокупности. В сказуемом содержится числовая характеристика (статистические показатели) по каждой позиции, выделенной в подлежащем таблицы. Расположено оно сверху и представляет собой содержание граф. Сказуемое показывает, какими признаками характеризуется подлежащее.

Статистические таблицы обязательно содержат итоговые показатели.

Общие правила составления и оформления статистических таблиц сводятся к следующему. Над таблицей указывают ее порядковый номер и заголовок, в котором должны быть указаны изучаемая проблема, название совокупности, ее границы во времени и в пространстве. После таблицы могут быть даны сноски и примечания с указанием источника данных, с пояснениями о смысле и способах расчета показателей, с некоторой дополнительной информацией. Система формирования граф, строк и размещения информации не подчинена жестким стандартам и определяется исследователем с учетом характера статистических данных и задач их анализа. При этом основными критериями являются удобство пользования и сравнительного анализа, логическая последовательность и взаимосвязь показателей и их блоков.

При обширной системе статистических показателей целесообразно выделить специальными графическими средствами отдельные зоны в таблице либо распределить весь материал на ряд частных таблиц. Для облегчения ориентации в содержании таблиц при их большом объеме рекомендуется ввести нумерацию граф (строк). Заголовки граф и строк формулируются лаконично, точно, понятно, без произвольных сокращений слов, с указанием единиц измерения. Таблица должна содержать итоговую строку или столбец. В сказуемом – числовой части таблицы – следует в пределах одного параметра соблюдать единую меру точности и располагать разряды чисел строго под теми же разрядами, что и в предыдущей строке. Нельзя оставлять незаполненные клетки на пересечениях граф и строк. Если значение показателя неизвестно, ставится многоточие; при отсутствии данного явления ставится знак «—»; если значение показателя по данной позиции не имеет смыслового содержания, используется знак «×».

Статистические графики - это самая эффективная форма представления статистических данных с точки зрения их восприятия.

Графиком называют условное, наглядное изображение статистических величин и их соотношений при помощи геометрических линий и фигур.

Каждый график должен включать следующие элементы: графический образ, поле графика, масштабные ориентиры и систему координат.

Графический образ - геометрические знаки, совокупность точек, линии, фигуры, с помощью которых изображаются статистические величины.

Поле графика представляет собой пространство, в котором размещаются геометрические знаки.

Масштабные ориентиры статистического графика определяются масштабом и масштабной шкалой.

Масштаб статистического графика - это мера перевода числовой величины в графическую.

Масштабная шкала - линия, определенные точки которой могут быть прочитаны как определенные числа. Шкала состоит из линии (носителя шкалы) и ряда намеченных на ней точек, расположенных в определенном порядке.

Для размещения геометрических знаков в поле графика необходима система координат. Наиболее распространена система прямоугольных координат.

По способу построения графики делятся на линейные графики, диаграммы, картограммы, картодиаграммы.

К классу линейных графиков относятся: полигон, кумулята и кривая Лоренца.

Полигоном называют ломаную линию, отрезки которой соединяют точки (x, f) , где x - значение признака; f - частота. Полигон применяют для дискретного ряда распределения.

Кумулята - ломаная, составленная по накопленным частотам или частотам, координатами точек которой являются (x, f) , где x - значение признака, для интервального ряда — верхняя граница значений x ; f - накопленная частота.

Начальная точка ломаной интервального ряда распределения - нижняя граница значения (x, f) в первой группе.

Кривой Лоренца, или кривой концентрации, называют кривую относительной концентрации суммарного значения признака. Она представляет собой ломаную, координатами точек которой на оси абсцисс являются накопленные относительные частоты, а на оси ординат - накопленное (нарастающим итогом) значение признака x .

Чем ближе кривая Лоренца к прямой линии, тем распределение признака более равномерное, т.е. концентрация меньше. Чем кривизна кривой больше, тем распределение более неравномерное, т.е. концентрация больше.

Статистические диаграммы – это прежде всего гистограмма (столбиковая диаграмма), а также другие диаграммы: полосовые, ленточные, круговые, линейные, квадратные, секторные, фигурные и др.

Гистограмма - это ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основания которых равны величине интервала в группе, а высоты - плотности в группе (абсолютной или относительной).

При построении столбиковых диаграмм данные изображаются в виде столбиков одинаковой ширины, но различной высоты, в зависимости от числовых значений изображаемых величин по определенному масштабу.

Разновидностью столбиковых диаграмм являются ленточные и полосовые диаграммы. Они изображают размеры признака в виде расположенных по горизонтали прямоугольников одинаковой ширины, но различной длины, пропорционально изображаемым величинам. Начало полос должно находиться на одной и той же вертикальной линии.

Секторные диаграммы удобно использовать для изображения структуры явления, в этом случае круг делится на секторы, пропорциональные долям частей явлений. Круг принимается за целое (100%) и разбивается на секторы, дуги которых пропорциональны значениям отдельных частей изображаемых величин.

Для графического изображения пространственного распределения какого-либо статистического показателя применяют картограммы, которые бывают фоновые и точечные.

Картограмма - это сочетание диаграммы с географической картой.

На фоновых картограммах распределение изучаемого явления по территории изображается различными раскрасками территориальных единиц с разной густотой цвета или штриховкой различной интенсивности.

На точечной картограмме символами графического изображения статистических данных являются точки, размещенные в пределах определенных территориальных единиц. Каждой точке придается конкретное числовое значение.

Картограмма применяется в тех случаях, когда возникает необходимость показать территориальное распределение какого-нибудь одного статистического признака в совокупности для выявления закономерности распределения этого признака.

Примеры решения типовых задач:

Пример № 1.6.1

На экзамене по истории студенты получили следующие оценки:

3 4 4 4 3 4

3 4 3 5 4 4

5 5 2 3 2 3

3 4 4 5 3 3

5 4 5 4 4 4

Построить дискретный вариационный ряд распределения студентов по баллам и изобразить его графически.

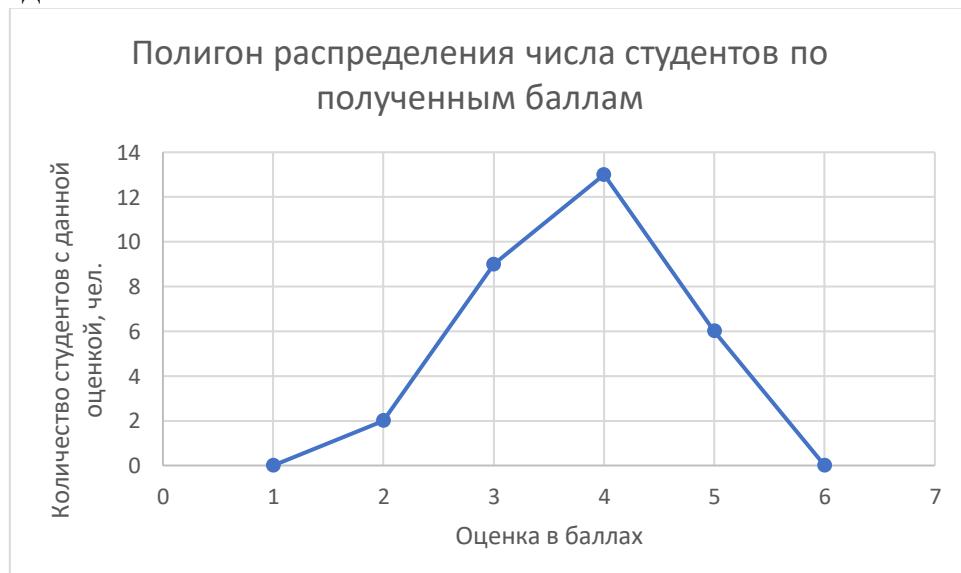
Решение

Определяем элементы ряда распределения: варианты, частоты, частоты, представим их в таблице 1.6.1.

Таблица 1.6.1

Оценка, баллы	Кол-во студентов с данной оценкой, человек	В процентах к итогу (частоты), %
2	2	6,7
3	9	30
4	13	43,3
5	6	20
Итого	30	100

Графически изобразим дискретный ряд распределения в виде полигона распределения.



Можно сделать вывод о том, что преобладающее большинство студентов получило «4» (43,3 %).

Пример № 1.6.2

Во время выборочной проверки было установлено, что продолжительность одной покупки в кондитерском отделе магазина была следующей: (секунды).

77-70-82-81-81
82-75-80-71-80
81-**89**-75-67-78
73-76-78-73-76
82-69-**61**-66-84
72-74-82-82-76

Построить интервальный вариационный ряд распределения продолжительности покупок, создав 4 группы с одинаковыми интервалами. Обозначить элементы ряда. Изобразить его графически, сделать вывод.

Решение

Определяем элементы ряда распределения: варианты, частоты, частоты, накопленные частоты.

Но прежде рассчитаем границы 4 заданных групп с одинаковыми интервалами:

Величину интервала определим по формуле:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m}$$

В нашем случае

$$i = \frac{89 - 61}{4} = 7$$

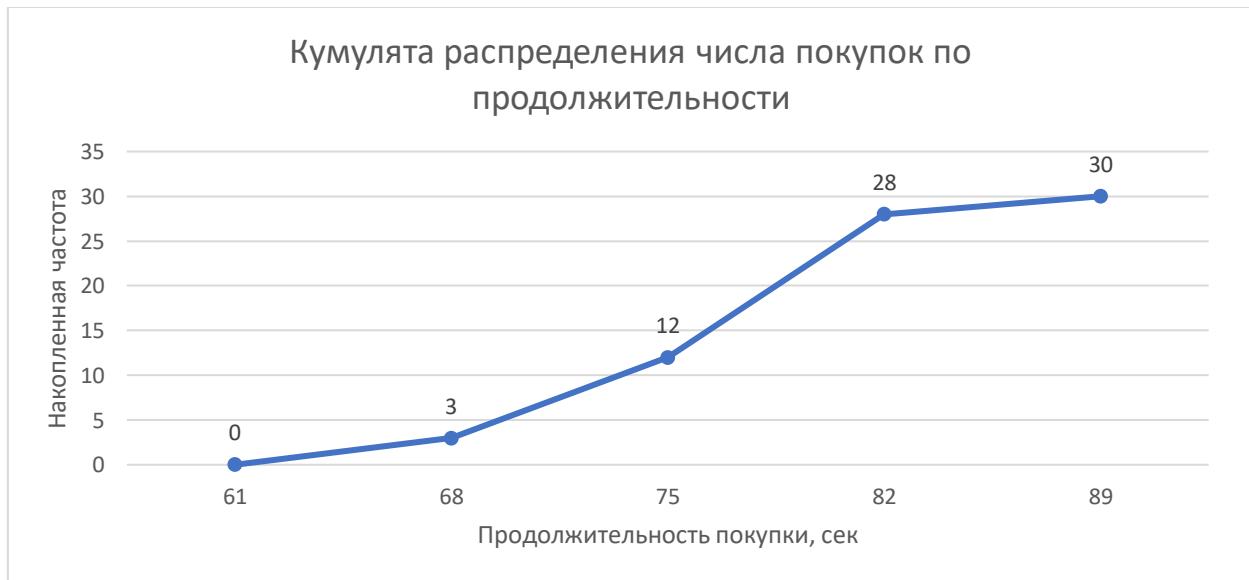
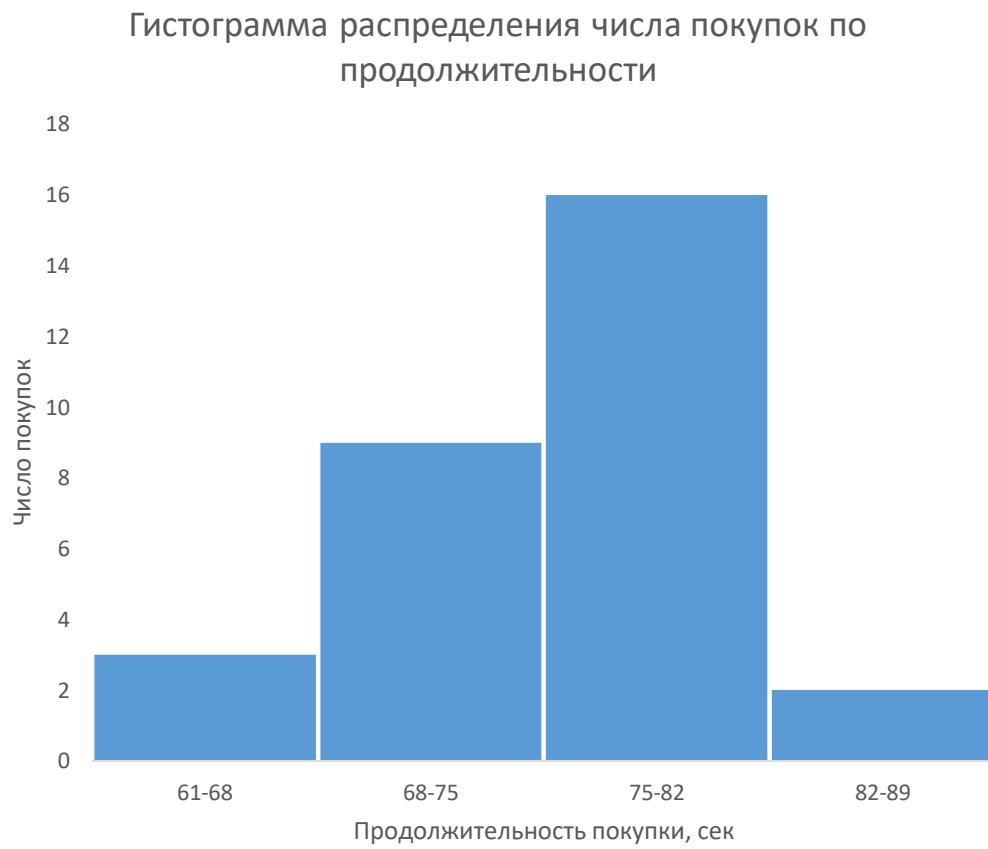
Границы групп соответственно равны:

1. $61+7=68$, т.е. (61-68)
2. $68+7=75$, т.е. (68-75)
3. $75+7=82$, т.е. (75-82)
4. $82+7=89$, т.е. (82-89)

Таблица 1.6.2

Группы покупок по продолжительности, сек.	Число покупок	В процентах к итогу, %	Накопленные частоты
61-68	3	10	3
68-75	9	30	12
75-82	16	53,3	28
82-89	2	6,7	30
Итого	30	100	

Графически отобразим наш интервальный вариационный ряд в виде гистограммы и кумуляты.



По таблице и графикам можно сделать вывод о том, что преобладающее большинство покупок (16 или 53,3%) находится во временном интервале от 75 до 82 сек.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1.6.1

По имеющимся данным о производстве сельскохозяйственной продукции за год составить радиальную диаграмму (тыс. тонн):

Таблица 1.6.3

Январь	300
Февраль	340
Март	400
Апрель	500
Май	600
Июнь	700
Июль	720
Август	630
Сентябрь	580
Октябрь	520
Ноябрь	410
Декабрь	380

При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:

Что означает термин «статистика» и каково его происхождение?

Укажите предмет, цели, задачи статистики.

Перечислите факторы, способствовавшие появлению статистики как науки.

Что отличает статистику от других общественных наук?

Как можно определить предмет статистики?

С чем связано возрастание роли статистических исследований?

Определите задачи и цели статистической науки.

Перечислите основные направления реформирования системы государственной статистики в Российской Федерации.

С чем связан процесс реформирования системы государственной статистики?

Каковы основные принципы деятельности Росстата?

Перечислите основные группы пользователей официальной статистической информации.

Какие существуют способы распространения официальной статистической информации?

Какие функции выполняют органы государственной статистики России?

Назовите субъектов обеспечения официальной статистической информацией Росстата.

Перечислите основные понятия, которыми оперирует статистика.

В чем заключается специфика статистической методологии?

Дайте формулировку закона больших чисел.

Определите понятие статистической совокупности.

Охарактеризуйте понятие «статистическая закономерность».

Перечислите и охарактеризуйте специфические методы статистического изучения общественных явлений.

Из каких последовательных этапов состоит цикл работ по проведению статистического исследования?

Перечислите и охарактеризуйте этапы статистического исследования, покажите их единство и взаимосвязь.

Какие известны способы регистрации данных при статистическом наблюдении?

Что такое программа наблюдения?

Раскройте смысл понятий «программа наблюдения» и «программа разработки итогов наблюдения».

Каковы задачи статистической сводки?

Каковы задачи типологической группировки?

Какие общероссийские классификаторы вам известны?

Определите понятие «статистические показатели».

Как соотносятся между собой понятия «признак единицы совокупности» и «статистический показатель»?

Выделите основные классификации признаков, используемые в статистике.

Какие бывают ошибки статистического наблюдения?

Что такое ошибки репрезентативности?

Охарактеризуйте роль и значение комбинационных таблиц при изучении взаимосвязей социально-экономических явлений.

В чем состоят основные правила оформления статистических таблиц?

Назовите известные вам виды статистических таблиц и раскройте особенности их построения.

2. Абсолютные и относительные величины

Статистические показатели являются результатом каждого этапа процесса статистического исследования - статистического наблюдения, сводки и группировки данных, их последующей обработки и анализа.

Методология расчета и интерпретация того или иного показателя зависят от его вида и формы выражения.

Статистический показатель представляет собой количественную характеристику социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности. Качественная определенность показателя заключается в том, что он непосредственно связан с внутренним содержанием изучаемого явления или процесса, его сущностью.

В зависимости от характера исходных данных и методологии исчисления статистические показатели могут быть выражены в форме абсолютных, относительных и средних величин.

Абсолютными величинами называются количественные сведения обо всех сторонах, как общественной жизни, так и явлений природы.

В зависимости от размеров изучаемых явлений абсолютные величины бывают индивидуальные и суммарные. Абсолютные величины являются именованными числами и выражаются в натуральных, стоимостных и условных измерителях.

Например, объем продукции из натуральных единиц в условно-натуральные пересчитывается по формуле:

$$Y_{\text{ усл.-нат.}} = K \cdot Y_{\text{нат.}} \quad (2.1)$$

где $Y_{\text{ усл.-нат.}}$ - объем продукции в условно-натуральных единицах;

$Y_{\text{нат.}}$ - объем продукции в натуральных единицах;

K - коэффициент пересчета.

Относительные величины представляют собой отношение одних абсолютных показателей к другим. Величина, с которой производится сравнение (знаменатель дроби), обычно называется базой сравнения или основанием.

В зависимости от целей исследования и исходной информации относительные величины выражаются:

- в коэффициентах, если основание принимается за 1;
- в процентах (%), если основание принимается за 100;
- в промилле (‰), если основание принимается за 1000;
- в промилле (‰), если основание принимается за 10000.

Чаще всего все виды относительных величин выражаются в процентах. Для этого необходимо каждый относительный показатель умножить на 100%.

Существуют следующие виды относительных величин: динамики; структуры; сравнения; выполнения плана или договорных обязательств; выполнения планового задания; координации; интенсивности.

Относительная величина динамики (ОВД) или темп изменения (роста или уменьшения) показывает изменение явлений во времени, характеризует рост или снижение каких-либо показателей в сравниваемых периодах времени.

Базой сравнения является первоначальный или предыдущий период времени (день, месяц, квартал, полугодие, год...).

$$ОВД = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предшествующий или базисный показатель}} \quad (2.2)$$

Относительные величины динамики или темпы роста, исчисленные по отношению к первоначальному периоду (постоянной базе сравнения), называются базисными.

Относительные величины динамики или темпы роста, исчисленные к предыдущему периоду (переменной базе сравнения), называются цепными.

Относительная величина структуры (ОВС) показывает отношение частей к целому или отношение отдельных групп ко всей совокупности:

$$ОВС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}} \quad (2.3)$$

Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает часть совокупности или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге статистической совокупности. Относительные величины структуры в сумме по всем частям совокупности всегда составляют 100%.

Относительная величина сравнения (ОВСр) сопоставляет уровни однотипных показателей, относящихся к различным объектам наблюдения, взятым на один и тот же момент или за один и тот же период времени:

$$ОВСр = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект } A}{\text{Показатель, характеризующий объект } B} \quad (2.4)$$

Относительная величина выполнения плана или договорных обязательств (ОВВП) показывает отношение фактических показателей к плановым или договорным:

$$ОВВП = \frac{\text{Показатель, достигнутый в } i\text{ - периоде}}{\text{Показатель, планируемый на } i\text{ - период}} \quad (2.5)$$

Относительная величина выполнения планового задания (ОВВПЗ) показывает отношение показателя планового задания на предстоящий период к фактическому выполнению плана за базисный (первоначальный) период:

$$OBBPZ = \frac{\text{Показатель, планируемый на } (i+1) \text{ период}}{\text{Показатель, достигнутый в } i - \text{м периоде}} \quad (2.6)$$

Относительная величина координации (ОВК) представляет собой одну из разновидностей показателя сравнения и показывает характеристику соотношения между отдельными частями статистической совокупности:

$$OVK = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i - \text{ю часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}} \quad (2.7)$$

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть совокупности, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате получают, во сколько раз данная часть больше базисной или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на 1 единицу (или 100, 1000 единиц) базисной структурной части.

Относительная величина интенсивности (ОВИ) характеризует степень распространенности или развития того или иного явления в определенной среде:

$$OVI = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление } A}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления } A} \quad (2.8)$$

Относительный показатель интенсивности обычно рассчитывают в тех случаях, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабах явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения. Так, например, для определения уровня обеспеченности населения легковыми автомобилями рассчитывается число автомобилей, приходящихся на 100 семей, для определения плотности населения рассчитывается число людей, приходящихся на 1 кв. км.

Разновидностью относительных показателей интенсивности являются *относительные показатели уровня экономического развития*, характеризующие производство продукции в расчете на душу населения и играющие важную роль в оценке развития экономики государства. Так как объемные показатели производства продукции по своей природе являются интервальными, а показатель численности населения - моментным, в расчетах используют среднюю за период численность населения (предположим, среднегодовую).

Примеры решения типовых задач:

Пример № 2.1

В апреле 2004 г. в Российской Федерации было добыто 23,8 млн т нефти. Ее теплота сгорания 45 МДж/кг. Перевести в условное топливо (У.Т.).

Решение

Теплота сгорания 1 кг твердого (жидкого) условного топлива (или 1 куб. м газообразного) равна 29,3 МДж. Для пересчета натурального топлива в условное применяется калорийный эквивалент (коэффициент), величина которого определяется отношением теплоты сгорания конкретного рабочего топлива к теплоте сгорания условного топлива. Перевод натурального топлива в условное производится умножением количества натурального топлива на калорийный эквивалент.

Зная теплоту сгорания нефти, рассчитаем коэффициент перевода:
 $45,0 / 29,3 = 1,536$.

Добытый объем нефти эквивалентен $23,8 * 1,536 = 36,6$ млн т У.Т.

Пример № 2.2

Прогноз внешней торговли пшеницей региона в 2024-2028 гг. (млн тонн)

Таблица 2.1

	2024	2025	2026	2027	2028
экспорт	6,7	7,2	7,6	7,9	8,3
импорт	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4

Рассчитать относительную величину динамики (ОВД) с переменной и постоянной базой сравнения. Показать взаимосвязь между цепными и базисными относительными величинами динамики. Сделать выводы по прогнозу.

За базу сравнения выбрать показатели 2024 г.

Решение

Экспорт:

ОВД с переменной базой:

$$7,2/6,7=1,07; 7,6/7,2=1,05; 7,9/7,6=1,04; 8,3/7,9=1,05$$

ОВД с постоянной базой:

$$7,2/6,7=1,07; 7,6/6,7=1,13; 7,9/6,7=1,18; 8,3/6,7=1,24$$

Взаимосвязь между цепными и базисными относительными величинами динамики: произведение цепных показателей динамики равно последнему базисному.

$$1,07*1,05*1,04*1,05=1,24$$

Импорт:

ОВД с переменной базой:

$$0,6/0,7 = 0,86; 0,5/0,6 = 0,83; 0,5/0,5 = 1,00; 0,4/0,5 = 0,80$$

ОВД с постоянной базой:

$$0,6/0,7 = 0,86; 0,5/0,7 = 0,71; 0,5/0,7 = 0,71; 0,4/0,7 = 0,57$$

Взаимосвязь между цепными и базисными относительными величинами динамики: Произведение цепных показателей динамики равно последнему базисному.

$$0,86*0,83*1,00*0,80 = 0,57$$

Вывод: за прогнозный период экспорт пшеницы в регионе должен вырасти на 24%, а экспорт – сократиться на 43%.

Пример № 2.3

Оборот торговой фирмы в 2019г. составил 2,0 млн. руб. Запланировано увеличение товарооборота в 2020 г. до 2,8 млн. руб. Фактический оборот фирмы составил в 2020 г. 2,6 млн. руб. Определить относительную величину планового задания (ОВПЗ) и относительную величину выполнения планового задания (ОВПЗ).

Решение

ОВПЗ = $2,8/2,0*100\% = 140\%$ или в 1,4 раза плановое задание 2020 года превышает товарооборот 2019 года.

Следовательно, запланированный на 2020 год товарооборот превышает достигнутый в 2019 году на 40% (140% - 100% = 40%).

ОВВПЗ = $2,6/2,8*100\% = 92,9\%$ или фактический товарооборот 2020 года составил 92,9% от запланированного.

Следовательно, фактический товарооборот фирмы оказался в 2020 году на 7,1% меньше запланированного (92,9% - 100% = -7,1%).

Пример № 2.3 а

По плану на 2020 г. предполагалось увеличить производство стиральных машин на 12,5 % по сравнению с объемом производства 2019 г., составившим 6103 тыс. шт. Определить запланированный на 2020 год выпуск машин.

Решение

$$6103 * 1,125 = 6865,8 \text{ тыс. шт.}$$

Пример № 2.3б

В 2019 г. было произведено стиральных машин 6103 тыс. шт. при плане 6481 тыс. шт. Определить, на сколько процентов недовыполнено плановое задание (относительную величину выполнения плана).

Решение

ОВВП = $6103 / 6481 = 0,942$ или 94,2%, т.е. плановое задание было выполнено только на 94,2%.

Следовательно, плановое задание недовыполнено на 5,8 %.

Пример № 2.3в

В результате реализации мероприятий по снижению производственных затрат было запланировано сократить себестоимость единицы продукции на 24,2 руб. и достичь себестоимости единицы продукции 809,1 руб.

Фактически снижение себестоимости единицы продукции составило 27,5 руб., что позволило достичь значения себестоимости единицы 805,8 руб.

Оценить процент перевыполнения плана по снижению себестоимости, а также на сколько процентов фактическая себестоимость единицы продукции оказалась ниже, чем планировалось.

Решение

Если планировалось снизить себестоимость единицы продукции на 24,2 руб., а фактическое снижение составило 27,5 руб., то плановое задание по снижению себестоимости выполнено с ростом в:

$27,5 / 24,2 = 1,136$ раза, то есть план перевыполнен на 13,6 %.

Если фактическая себестоимость изделия равнялась 805,8 руб. при плановой 809,1 руб., то

ОВВП = $805,8 / 809,1 = 0,996$ или 99,6 %.

Следовательно, фактический уровень затрат на одно изделие оказался на 0,4 % ниже планового ($100\% - 99,6\% = 0,4\%$).

Пример № 2.4

В таблице 2.2 приведены данные о составляющих валового внутреннего продукта Российской Федерации в 2020 г. Рассчитать показатели структуры валового внутреннего продукта РФ в 2020 г. по приведенным данным. Результаты представить в таблице, включив в нее исходные данные для расчетов.

Таблица 2.2
Состав валового внутреннего продукта Российской Федерации в 2020 г.

	Объем Млрд. руб.
ВВП- всего	16 779
В том числе:	
Производство товаров	6 376
Производство услуг	8 725
Чистые налоги на продукты	1 678

Решение

Обратимся к формуле (2.3). Относительная величина структуры (ОВС) показывает отношение частей к целому или отношение отдельных групп ко всей совокупности. Выражается в долях единицы или процентах. ОВС показывает, какой долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге. Решение оформим в таблице 2.3.

Таблица 2.3
Структура валового внутреннего продукта РФ в 2020 г.

	Объем	
	Млрд. руб.	% к итогу
ВВП- всего	16 779	100
В том числе:		
Производство товаров	6 376	37,9
Производство услуг	8 725	51,9
Чистые налоги на продукты	1 678	10.2

Пример № 2.5

По данным примера 2.4 рассчитать относительные величины координации (ОВК).

Решение

Обратимся к формуле (2.7). Относительная величина координации (ОВК) представляет собой одну из разновидностей показателя сравнения и дает характеристику соотношения между отдельными частями статистической

совокупности. В качестве базы сравнения выбирается часть с наибольшим удельным весом или приоритетная с экономической, социальной точки зрения.

В качестве показателя – базы сравнения примем объем произведенных товаров.

$8\ 725/6\ 376 = 1,36$, т.е. на каждый 1 млрд. руб. произведенных товаров приходится 1,36 млрд. руб. услуг.

$1\ 678/6\ 376 = 0,263$, т.е. на каждый 1 млрд. руб. произведенных товаров приходится 0,263 млрд. руб. чистых налогов на продукты.

Пример № 2.6

На начало мая 1996г. численность граждан, состоящих на учете в службе занятости, составила 3064 тыс. чел., а число заявленных предприятием вакансий 309 тыс. Рассчитать относительную величину интенсивности (ОВИ).

Решение

$$309/3064*100=10$$

На каждых 100 незанятых приходилось 10 свободных мест.

Пример № 2.7

ВВП РФ в 2004 г. составил 16 779 млрд. руб. Численность населения страны - 145,0 млн. чел. Определить относительный показатель уровня экономического развития (относительную величину уровня экономического развития - ОВУЭР).

Решение

$16\ 779 \text{ млрд. руб.} / 0,145 \text{ млрд. чел.} = 0,11$. Следовательно, на 1 чел. (на душу населения) приходилось в 2004 году 0,11 млн. руб. ВВП.

Пример № 2.8

Определить относительные показатели сравнения (OBC_p) с уровнем столицы сброса сточных вод городов РФ по следующим данным за 2002 г., представленным в таблице 2.4.:

Таблица 2.4

Город	Москва	Санкт-Петербург	Нижний Новгород	Краснодар	Новосибирск
Сброс сточных вод, млн. м ³	3326	1263	689	650	649

Решение

Обратимся к формуле (2.4). Относительная величина сравнения (**ОВСр**) сопоставляет уровни одноименных показателей, относящихся к различным объектам наблюдения, взятым на один и тот же момент или за один и тот же период времени:

$1263 / 3326 = 0,34$, следовательно, объем сбросов в Санкт-Петербурге составляет 0,34 от объема Москвы.

$689 / 3326 = 0,21$, следовательно, объем сбросов в Нижнем Новгороде составляет 0,21 от объема Москвы.

$650 / 3326 = 0,20$, следовательно, объем сбросов в Краснодаре составляет 0,20 от объема Москвы.

$649 / 3326 = 0,19$, следовательно, объем сбросов в Новосибирске составляет 0,19 от объема Москвы.

Пример № 2.9

Два консервных завода выработали по 100 тыс. шт. банок виноградного сока. На первом заводе емкость каждой банки составляет 500 см^3 , а на втором – 200 см^3 . Можно ли сказать, что оба завода работали одинаково?

Решение

Для того, чтобы ответить на этот вопрос необходимо установить коэффициенты перевода фактического объема банок в условные банки и затем умножить количество выпущенных банок на эти коэффициенты.

За учетную (условную) единицу принимается банка емкостью $353,4 \text{ см}^3$. Расчет представлен в таблице 2.5.

Таблица 2.5

Заводы	Количество выпущенных банок, тыс. шт.	Объем банки см^3	Коэффициенты перевода	Количество выпущенных условных банок, тыс. шт.
№ 1	100	500	$\frac{500}{353,4} = 1,415$	$100 * 1,415 = 141,5$
№ 2	100	200	$\frac{200}{353,4} = 0,566$	$100 * 0,566 = 56,6$

Таким образом, завод № 1 по сравнению с заводом № 2 выпустил виноградного сока на 84,9 тыс. условных банок больше ($141,4 - 56,6$) или в 2,5 раза больше ($141,5 / 56,6 = 2,5$).

Пример № 2.10

Имеются следующие данные розничного товарооборота, млн. руб.:

Таблица 2.6

Универмаги	Фактический товарооборот за базисный год	Розничный товарооборот (млн. руб.)	
		Отчетный год	
		По плану	Фактически
«Крым»	105	110	98
«Центральный»	137	148	150

Определить:

- 1) относительную величину выполнения плана;
- 2) относительную величину планового задания;
- 3) относительную величину динамики.

Решение

1. Относительная величина выполнения плана (**ОВВП**) показывает отношение фактических показателей к плановым, формула (2.5). Определяем относительную величину выполнения плана по каждому из универмагов:

$$OVBП_{Крым} = \frac{98}{110} \cdot 100\% \approx 89,1\%$$

$$OVBП_{Центральный} = \frac{150}{148} \cdot 100\% \approx 101,4\%$$

2. Относительная величина выполнения планового задания (**ОВВПЗ**) показывает отношение показателя планового задания на предстоящий период к фактическому выполнению плана за базисный (первоначальный) период, формула (2.6). Определим относительную величину планового задания:

$$OVBПЗ_{Крым} = \frac{110}{105} \cdot 100\% \approx 104,8\%$$

$$OVBПЗ_{Центральный} = \frac{148}{137} \cdot 100\% \approx 108,0\%$$

3. Относительная величина динамики (**ОВД**) или темп изменения характеризует рост или снижение каких-либо показателей в сравниваемых периодах времени, формула (2.2). Определяем относительную величину динамики:

$$OVD_{Крым} = \frac{98}{105} \cdot 100\% \approx 93,3\%$$

$$OVD_{Центральный} = \frac{150}{137} \cdot 100\% \approx 109,5\%$$

Выводы:

1. Для универмага «Центральный» был запланирован рост розничного товарооборота на 8%, плановый показатель был перевыполнен в отчетном году на 1,4%. Это привело к росту розничного товарооборота в отчетном году на 9,5% по сравнению с базисным.

2. Рост розничного товарооборота для универмага «Крым» был запланирован в размере 4,8%, однако план фактически был выполнен только на 89,1%, что обусловило снижение фактического розничного товарооборота в отчетном году по сравнению с базисным на 6,7%.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 2.1

В отчетном периоде Краснодарским консервным заводом было произведено продукции:

Таблица 2.7

Вид продукции	Объем банки, см ³	Количество банок, тыс. шт.
Соус томатный	670	300
Огурцы соленые	1000	450
Томаты натуральные	700	570
Икра кабачковая	500	280
Маринованные кабачки	3000	150

Примечание: за условную банку принять 400 см³.

Определите общий объем производства в отчетном периоде в условных единицах.

Задача № 2.2

Планом предусматривалось повысить производительность труда на 9,8 %, фактически она повысилась на 18 %. Определите степень выполнения плана по росту производительности труда.

Задача 2.3

Имеются следующие данные о численности детей, родившихся в городе N (чел.):

мальчики – 51690;

девочки – 62320.

Определите относительную величину координации.

Задача № 2.4

Урожайность сахарной свеклы в хозяйстве в предыдущем году составила 800 ц/га. Планом за отчетный год предусматривалось собрать 795 ц/га. Фактически собрано 842 ц/га.

Определите относительные величины выполнения плана, планового задания и динамики.

Задача № 2.5

Выполнение плана выпуска продукции на рыбоконсервном заводе за отчетный период характеризуется следующими данными:

Таблица 2.8

Вид продукции	Вместимость одной банки, граммов	Количество банок, тыс. шт.	
		по плану	фактически
Скумбрия в масле	350	20	25
Сардины	200	10	7
Бычки в томате	400	50	60
Сайра в масле	250	30	40

Определить процент выполнения плана выпуска продукции:

- в натуральном выражении;
- в условно-натуральном выражении (в переводе на условные банки вместимостью 250 граммов);
- по ассортименту.

Задача № 2.6

Определить долю каждого вида изделий в выручке предприятия от их реализации:

Таблица 2.9

Наименование изделия	Физический объем продаж, тыс. шт.	Цена производителя за 1 шт., тыс. руб.
А	57,3	70
Б	43,2	95
В	9,5	250
Г	15,0	300

Задача № 2.7

В регионе на 100 мужчин приходится 125 женщин. Каков (в %) удельный вес мужчин в регионе?

Задача № 2.8

Рассчитайте производительность труда в натуральном и денежном выражении. Условия: объем выработки угля в натуральном выражении – 8956 тонн. Стоимость одной тонны угля – 3514 руб. Среднесписочная численность работающих – 213 чел.

Задача № 2.9

Распределение управленческого персонала по уровню образования характеризуется следующими показателями, представленными в таблице 2.10:

Таблица 2.10

Показатели	Численность персонала, чел.
Всего управленческого персонала,	1239
в том числе:	
- с высшим образованием;	480
- со средним специальным образованием;	526
- со средним общим образованием;	200
- с незаконченным средним образованием	33

Вычислить относительные показатели структуры уровня образования управленческого персонала.

Задача № 2.10

Доходы предприятий характеризуются следующими данными (млн. руб.), которые представлены в таблице 2.11:

Таблица 2.11

Показатели	2018г.	2019г.	2020г.
Доходы предприятий, всего	102,3	156,7	302,7
В том числе:			
- от производственной деятельности;	93,9	142,9	276,8
- от коммерческой деятельности	8,4	13,8	25,9

Вычислить показатели структуры доходов предприятия по годам.

Задача № 2.11

Выпуск продукции промышленным предприятием характеризуется следующими данными, тыс. руб.:

Таблица 2.12

Квартал	Выпуск продукции	
	По плану	Фактически
1	405	411
2	410	402
3	440	434
4	425	428

Вычислить процент выполнения плана по выпуску продукции за каждый квартал и за год. Сделать выводы.

При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:

Перечислите виды абсолютных показателей.

Почему абсолютные статистические показатели - всегда именованные числа?

Как получают абсолютные величины?

В каких единицах измеряются натуральные, ценностные, условно-натуральные абсолютные величины?

В чем измеряются относительные величины?

Чем относительные показатели отличаются от абсолютных?

Как построены относительные величины динамики, структуры, координации, сравнения, выполнения плана, интенсивности?

Какие способы графического изображения абсолютных и относительных величин обычно используются?

В чем разница относительных величин плана и планового задания?

Рассчитайте относительную величину структуры вашей группы, исходя из состава студентов по полу.

С какой целью рассчитывают относительные величины сравнения?

Приведите примеры расчета относительных величин координации.

Как рассчитывается цепная относительная величина динамики?

В чем принципиальное отличие относительных величин интенсивности от всех других типов относительных величин?

3. Средние величины и показатели вариации

Наиболее распространенной формой статистических показателей, используемой в экономических исследованиях, является средняя величина - это обобщенная количественная характеристика признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени. Важнейшее свойство средней величины заключается в том, что она отражает то общее, что присуще всем единицам исследуемой совокупности.

Сущность средней заключается в том, что в ней взаимопогашаются отклонения значений признака отдельных единиц совокупности, обусловленные действием случайных факторов, и учитываются изменения, вызванные действием факторов основных. Это позволяет средней отражать типичный уровень признака и абстрагироваться от индивидуальных особенностей, присущих отдельным единицам.

На этапе статистической обработки могут быть поставлены самые различные задачи исследования, для решения которых нужно выбрать соответствующую среднюю. При этом необходимо руководствоваться следующим правилом: величины, которые представляют собой числитель и знаменатель средней, должны быть логически связаны между собой.

Формы и виды средних величин приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Формы и виды средних величин

Формы средних величин	Виды средних величин	
	Простая	Взвешенная
Средняя арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Средняя гармоническая	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{x} = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$
Средняя квадратическая	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Средняя геометрическая	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[f]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}$

Рекомендации при использовании средних величин:

-совокупность, по которой производится обобщение, должна быть однородной;

-необходимо обеспечить исчерпывающий учет единиц совокупности;

-при расчете средних необходимо учитывать своеобразие и взаимосвязь признаков и использовать их в совокупности с другими статистическими показателями;

-порядок расчета средних сохраняется независимо от уровня обобщения.

Для расчета средних первичных признаков используется простая средняя.

Для расчета средних вторичных признаков используется взвешенная средняя.

Взвешенная средняя может быть рассчитана для первичных признаков, если они представлены в сгруппированном виде.

Несгруппированные данные осредняются по простой средней.

Вариация – это различие значений признака у отдельных единиц изучаемой совокупности в один и тот же период или момент времени.

Вариация отражает колеблемость индивидуальных значений признака.

Вариация отражает неравномерность развития единиц совокупности.

Важнейшей частью статистического анализа является построение рядов распределения (структурной группировки) с целью выделения характерных свойств и закономерностей изучаемой совокупности. Ряды распределения уже были затронуты в разделе 1.5 - «Этапы статистического исследования».

Ряд распределения – упорядоченное распределение единиц совокупности по возрастающим или убывающим значениям признака и подсчет единиц с тем или иным значением признака.

Если за основу группировки взят качественный признак, то такой ряд распределения называют атрибутивным (распределение по видам труда, по полу, по профессии, по религиозному признаку, национальной принадлежности и т.д.).

Ряд распределения, построенный по количественному признаку – вариационный ряд.

Виды вариационных рядов:

-дискретные, в которых значения варьирующего признака выражены в виде вполне определенных величин (обычно целых);

-интервальные, в которых значения варьирующего признака представлены в виде интервалов, например: размер дохода, стаж работы, стоимость основных фондов предприятия и т.д. Признак в определенных границах может принимать любые значения.

Дискретный вариационный ряд представляет таблицу, которая состоит из двух граф. В первой графе указывается конкретное значение признака, а во второй - число единиц совокупности с определенным значением признака.

Для интервальных рядов признак имеет непрерывное изменение в определенных границах (размер дохода, стаж работы, стоимость основных фондов предприятия и т.д.). Групповая таблица также имеет две графы. В первой

указывается значение признака в интервале «от - до» (варианты), во второй - число единиц, входящих в интервал (частота). Пример приведен для ряда распределения населения региона по размеру среднедушевого дохода семьи в месяц в таблице 3.2.

Таблица 3.2

Группы населения региона по размеру среднедушевого денежного дохода в месяц, в тыс. руб.

Группы населения по размеру среднедушевого денежного дохода в месяц	Численность населения	
	Всего, тыс. чел.	В % к итогу
До 40	2,4	1,6
40-80	23,4	15,8
80-120	34,8	23,5
120-160	29,4	19,8
160-200	20,7	13,9
200-240	13,5	9,1
240-280	8,7	5,9
280 и более	15,5	10,4
Всего	148,4	100

Элементы вариационного ряда:

-*варианты* – значения, которые принимает исследуемый признак.

-*частоты* – абсолютная численность отдельных групп с различными значениями признака.

-*частости* – удельные веса (доли) отдельных групп в общей численности совокупности.

К вариантам *графического представления вариационного ряда* относятся:

-*полигон распределения*;

-*гистограмма* – столбиковая диаграмма, для построения которой на оси абсцисс откладывают отрезки, равные величине интервалов вариационного ряда. Для преобразования гистограммы в полигон частот целесообразно число интервалов увеличить на два (по одному в начале и конце имеющегося ряда). Для преобразования гистограммы в полигон частот нужно середины верхних сторон прямоугольников гистограммы соединить отрезками прямой, и две крайние точки прямоугольников замкнуть по оси абсцисс на середине интервалов, в которых частоты равны нулю;

- *кумулята распределения* строится по накопленным частотам (частостям).

Накопленные частоты (частости) определяются последовательным суммированием частот (частостей).

Примеры графического изображения вариационного ряда представлены ниже. На рисунке 3.1 даны два варианта изображения вариационного ряда: в виде полигона распределения и в виде гистограммы.



Рисунок 3.1 - Графическое изображение вариационного ряда в виде полигона распределения и гистограммы

Построение трех вариантов графиков распределения для вариационных рядов можно проиллюстрировать на примере интервального ряда распределения числа туристических фирм по числу менеджеров в них. Вариационный ряд представлен в таблице 3.3.

На рисунке 3.2 изображен полигон распределения, на рисунке 3.3 представлена гистограмма, и на рисунке 3.4 - кумулята распределения для данного ряда.

Таблица 3.3

Распределение туристических фирм по числу менеджеров

Численность менеджеров, чел.	Число фирм, ед.
20 - 25	2
25 - 30	4
30 - 35	7
35 - 40	4
40 - 45	2
45 - 50	1
Итого	20

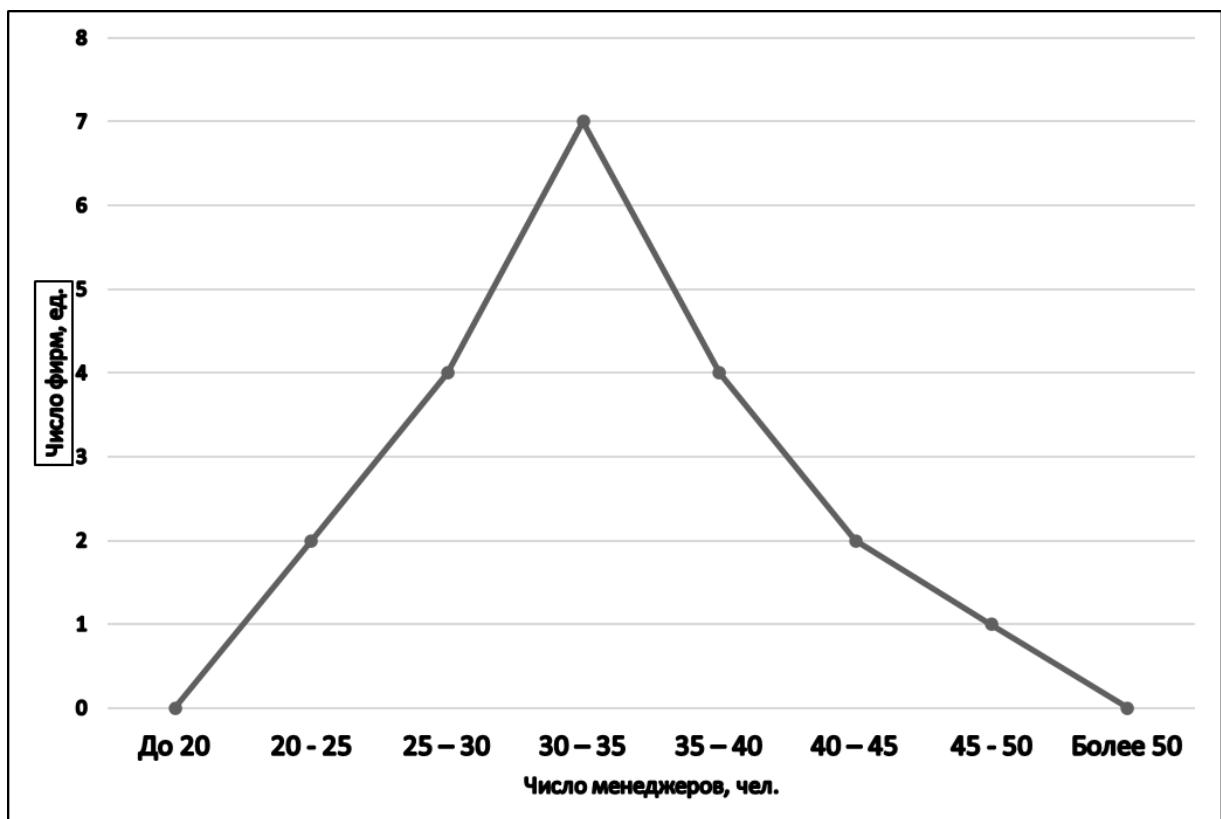


Рисунок 3.2 - Полигон распределения

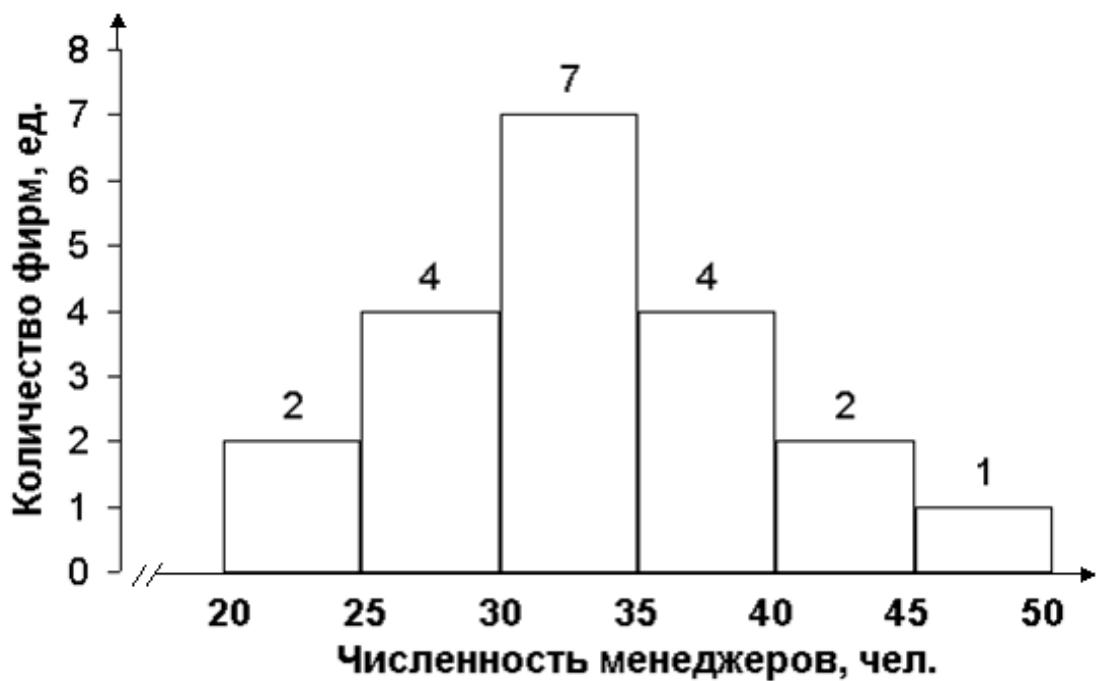


Рисунок 3.3 - Гистограмма распределения



Рисунок 3.4 - Кумулята распределения

Показатели вариации

Для измерения вариации признака используют как абсолютные, так и относительные показатели. Абсолютные показатели вариации – это размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Формулы расчета данных показателей приведены ниже.

Размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (3.1)$$

Среднее линейное отклонение:

а) для несгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \quad (3.2)$$

б) для сгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} \quad (3.3)$$

Дисперсия:

а) для несгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \quad (3.4)$$

б) для сгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f} \quad (3.5)$$

Среднее квадратическое отклонение:

а) для несгруппированных данных:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \quad (3.6)$$

б) для сгруппированных данных:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}} \quad (3.7)$$

К относительным показателям вариации относится коэффициент вариации V , который позволяет оценить степень однородности статистической совокупности. Его выражают в процентах и рассчитывают следующим образом:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (3.8)$$

Шкала значений коэффициента вариации для оценки степени однородности совокупности представлена в таблице 3.4.

Таблица 3.4

Шкала значений коэффициента вариации для оценки степени однородности совокупности

Коэффициент вариации, %	Степень однородности совокупности
До 30	однородная
30-60	средняя
60 и более	неоднородная

Для характеристики структуры статистической совокупности применяются показатели, которые называют *структурными средними*. К ним относятся мода и медиана.

Мода – наиболее часто встречающееся в данной совокупности значение признака. В дискретном ряду мода – вариант с наибольшей частотой. В интервальном ряду мода определяется по формуле:

$$Mo = x_0 + i \cdot \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})} \quad (3.9)$$

где x_0 – нижняя граница модального интервала;

i – величина модального интервала;

f_m – частота модального интервала;

f_{m-1} – частота интервала, предшествующего модальному;

f_{m+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Медиана – то значение признака, которое находится в середине упорядоченного ряда и делит совокупность на две равные части. В дискретном ряду медиана определяется по сумме накопленных частот, которая должна превышать половину всей численности совокупности. В дискретном ряду для определения медианного значения признака находят номер медианной единицы ряда:

$$N_m = \frac{n+1}{2} \quad (3.10)$$

где n – объем совокупности.

В интервальном ряду медиана определяется по формуле:

$$Me = x_0 + i \cdot \frac{\frac{1}{2} \sum f - S_{me-1}}{f_{me}} \quad (3.11)$$

где: x_0 – нижняя граница медианного интервала;

i – величина медианного интервала;

f_{me} – частота медианного интервала;

S_{me-1} – накопленная частота интервала, предшествующего медианному.

Форму распределения характеризуют показатели асимметрии и эксцесса.

Коэффициент асимметрии характеризует симметричность распределения. Коэффициент эксцесса – характеристика «подъема, крутости» кривой распределения.

Коэффициент асимметрии рассчитывается по формуле:

$$As = \frac{M_3}{\sigma^3} \quad (3.12)$$

Где σ – среднеквадратическое отклонение,

M_3 – центральный момент 3-го порядка, который, в свою очередь, можно рассчитать по следующей формуле:

$$M_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 \cdot f}{\sum f} \quad (3.13)$$

Для симметричных распределений рассчитывается показатель эксцесса (островершинности).

Коэффициент эксцесса:

$$Ex = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 \quad (3.14)$$

Где σ – среднеквадратическое отклонение,

M_4 – центральный момент 4-го порядка, который рассчитывается по следующей формуле:

$$M_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 \cdot f}{\sum f} \quad (3.15)$$

Для нормального распределения $As = 0$. Если $As < 0$, асимметрия левосторонняя. Если $As > 0$, асимметрия правосторонняя. Если $|As| < 0,25$, то асимметрия незначительная. Если $|As| > 0,5$, асимметрия значительная.

Для нормального распределения $\frac{M_4}{\sigma^4} = 3$. Следовательно, для нормального закона распределения $Ex = 0$.

При $Ex > 0$ (положительный эксцесс) распределение является более островершинным, чем нормальное распределение. При $Ex < 0$ (отрицательный эксцесс) распределение является более пологим, чем нормальное распределение.

Положительный эксцесс свидетельствует о том, что в совокупности есть слабо варьирующееся по данному признаку «ядро». Чем круче распределение, тем ярче проявляется закономерность в формировании значений показателей.

В плосковершинном распределении единицы рассеяны по всем значениям признака более равномерно. При существенном отрицательном эксцессе результаты анализа ненадежны. Значительный отрицательный эксцесс может указывать на качественную неоднородность совокупности. Иллюстрации данных положений приведены на рисунках ниже.

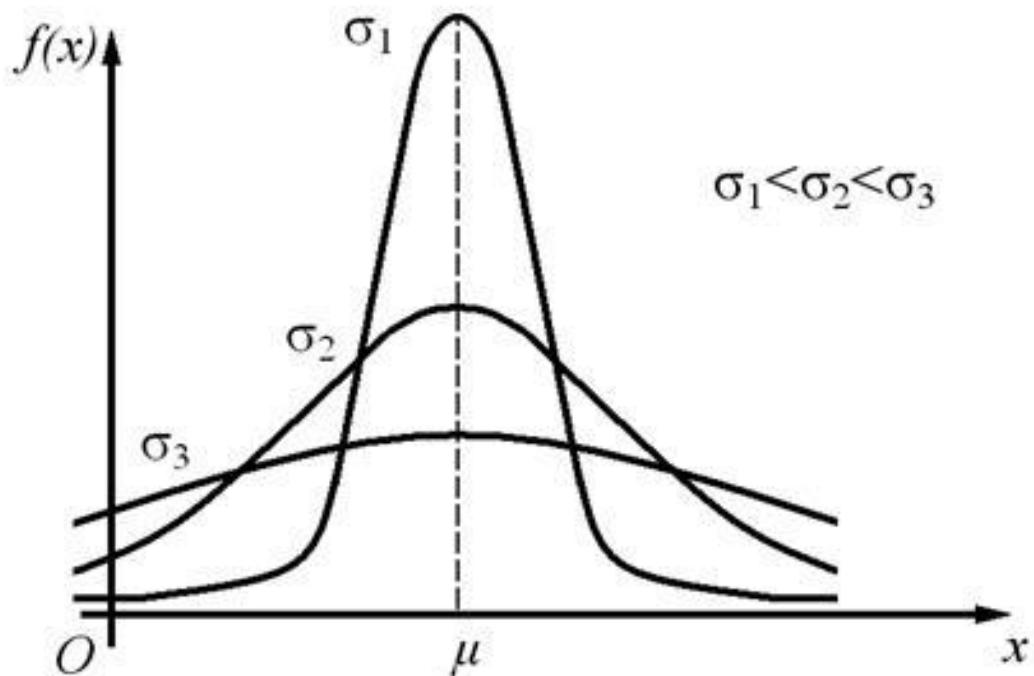


Рисунок 3.5 - Форма распределения при различных значениях σ .

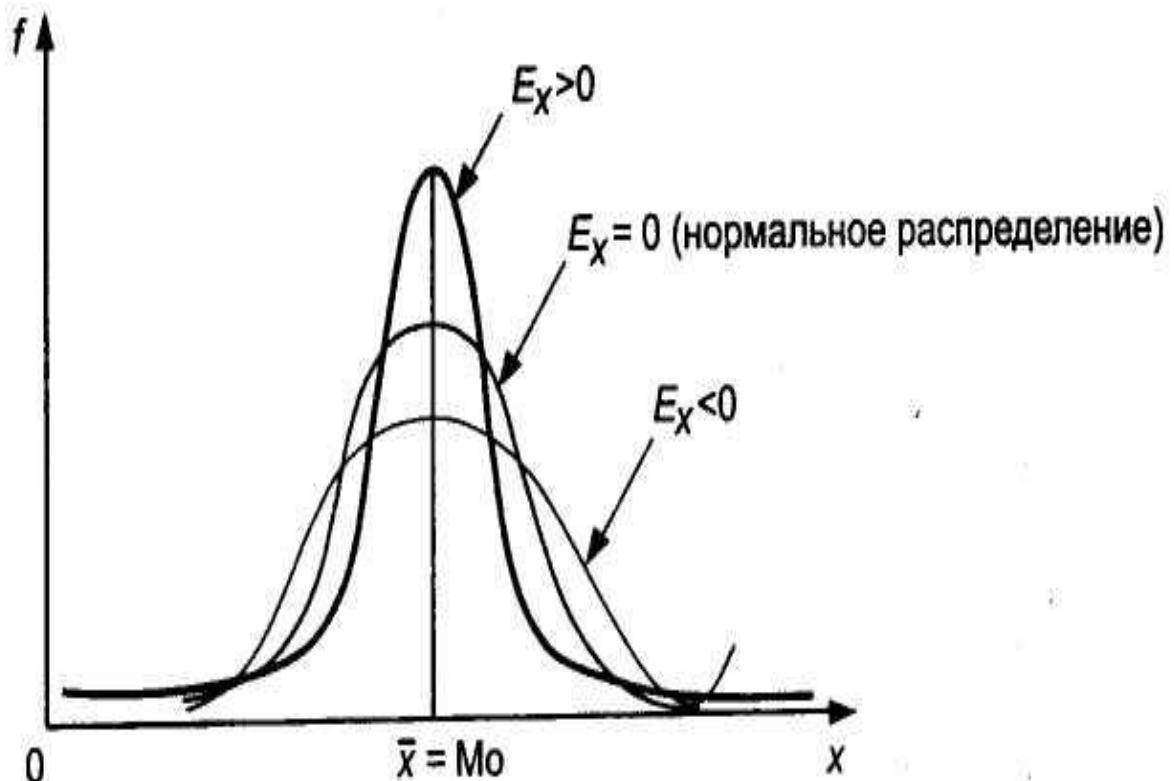


Рисунок 3.6- Форма распределения при различных значениях Ex .

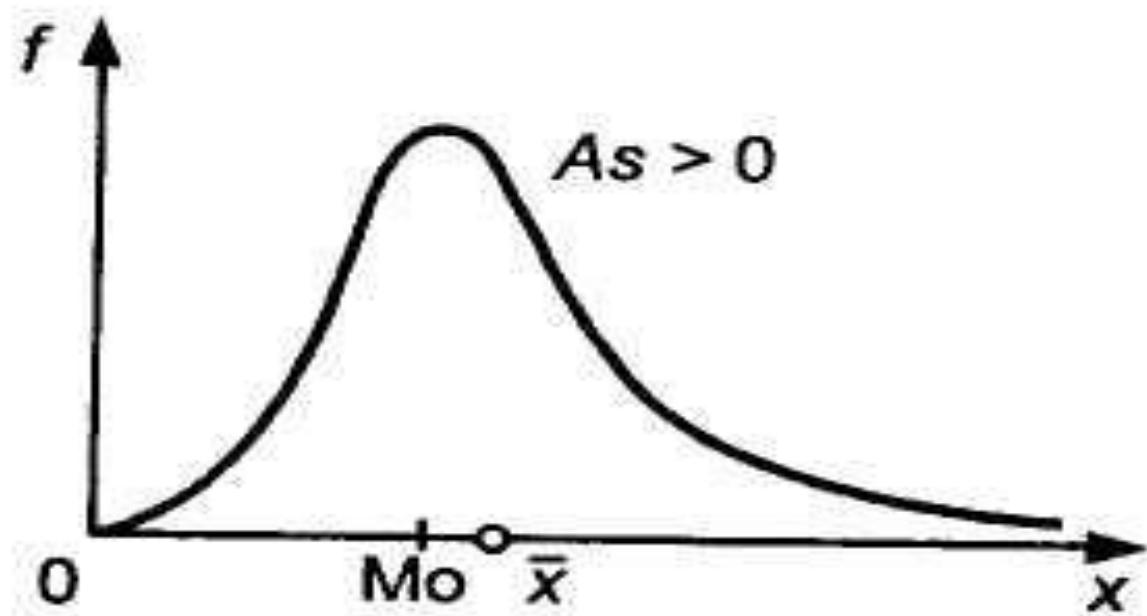


Рисунок 3.7- Правосторонняя асимметрия

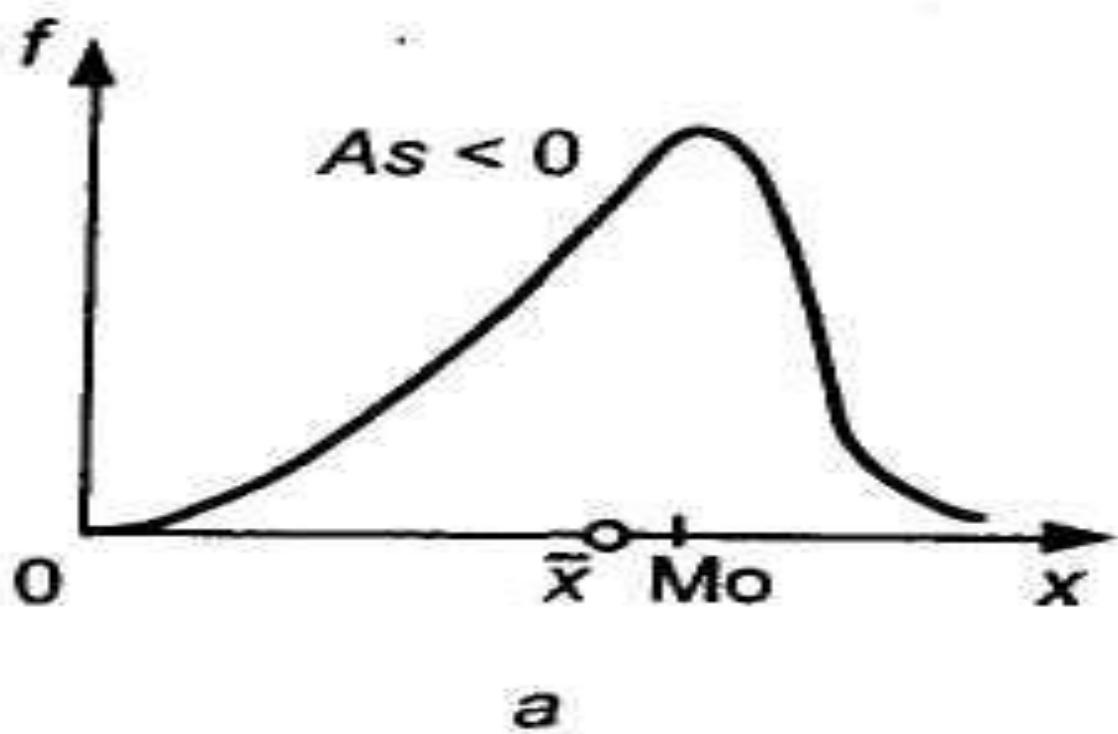


Рисунок 3.8 – Левосторонняя асимметрия

Вышеуказанные характеристики статистических распределений используются при анализе вариационных рядов распределения признаков социально-экономических явлений.

Примеры решения типовых задач:

Пример № 3.1(Определение средней арифметической)

Рассчитать средний возраст студентов в группе из 20 человек:

Таблица 3.5

№ п\п	Возраст (лет)						
1	18	6	20	11	22	16	21
2	18	7	19	12	19	17	19
3	19	8	19	13	19	18	19
4	20	9	19	14	20	19	19
5	19	10	20	15	20	20	19

Решение

Для данных, которые не сгруппированы, используют формулу средней арифметической простой:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{18+18+19+20+19+20+19+19+19+20+22+19+19+20+20+20+21+19+19+19+19}{20} = 19,4$$

Если сгруппировать данные, то получим ряд распределения, представленный в таблице 3.6:

Таблица 3.6

x_i	18	19	20	21	22	Всего
f_i	2	11	5	1	1	20

Для сгруппированных данных можно воспользоваться формулой средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{18*2+19*11+20*5+21*1+22*1}{20} = 19,4$$

Как видно, результат не изменился.

Пример № 3.2 (Нахождение средней арифметической взвешенной)

Распределение рабочих по выработке деталей за смену приведено в таблице 3.7:

Таблица 3.7

Выработка деталей за смену одним рабочим, шт., x_i	17	18	19	20	21	22	Всего
Число рабочих, f_i	1	2	8	5	3	1	20

Определить среднесменную выработку деталей на одного рабочего.

Решение

Для сгруппированных данных воспользуемся формулой средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{17 \cdot 1 + 18 \cdot 2 + 19 \cdot 8 + 20 \cdot 5 + 21 \cdot 3 + 22 \cdot 1}{20} = 19,5 \text{ деталей}$$

Пример № 3.3 (Вычисление средней по групповым средним или по частным средним)

Определить средний стаж работы на предприятии рабочих трех цехов завода по данным, приведенным в таблице 3.8.

Таблица 3.8

Средний стаж работы на предприятии рабочих цехов завода

Номер цеха	Средний стаж работы на заводе рабочих цеха, лет.	Число рабочих в цехе, чел.
1-й	5	90
2-й	7	60
3-й	10	50
Итого		200

Решение

Воспользуемся формулой средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{5 \cdot 90 + 7 \cdot 60 + 10 \cdot 50}{200} = 6,85 \text{ года}$$

Пример № 3.4(Вычисление средних в интервальных рядах распределения)
Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда:

Таблица 3.9

Группы рабочих по оплате труда у.е.	Число рабочих, чел. f_i	Середина интервала, x'_i
До 500	5	450
500-600	15	550
600-700	20	650
700-800	30	750
800-900	16	850
900 и более	14	950
Итого:	100	-

Решение

В качестве значения признака для всех единиц интервала примем середину интервала. Обозначим середины интервалов x' . Воспользуемся формулой средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i f_i}{\sum f_i} = \frac{450 \cdot 5 + 550 \cdot 15 + 650 \cdot 20 + 750 \cdot 30 + 850 \cdot 16 + 950 \cdot 14}{100} = 729 \text{ у.е}$$

Пример № 3.5

Группа предприятий включает 3 юридических лица (3 предприятия). Информация о фонде заработной платы промышленно-производственного персонала (ППП) по каждому из предприятий, входящих в группу, а также о численности ППП представлена в таблице 3.10:

Таблица 3.10

Предприятие	Численность промышленно- производственного персонала, чел.	Месячный фонд заработной платы, тыс. руб.
1	540	5648,4
2	275	3327,5
3	458	5175,4
ИТОГО:	1 273	14151,3

Определить среднюю заработную плату в целом по всем предприятиям группы (среднюю по группе предприятий).

Решение

Искомая средняя величина определяется как частное от деления суммарного фонда заработной платы в целом по группе предприятий на суммарную численность. Составим логическую формулу средней:

$$\text{Средняя заработная плата по всем предприятиям} = \frac{\text{совокупный фонд з / п группы}}{\text{общая численность ППП группы}}$$

Введем обозначения для удобства записи расчетных формул. Месячный фонд заработной платы обозначим F_i , где i – номер предприятия. Численность ППП обозначим f_i . Искомую среднюю заработную плату по группе предприятий обозначим \bar{x} . Тогда логическую формулу средней можно записать в принятых обозначениях следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i}{\sum f_i}$$

Из условия задачи известны числитель и знаменатель логической формулы.

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i}{\sum f_i} = \frac{14151300}{1273} = 11120 \text{ руб.}$$

Пример № 3.6

Группа компаний включает 3 предприятия. Информация о численности промышленно-производственного персонала (ППП) по каждому из предприятий, входящих в группу, а также о средней заработной плате ППП на каждом из предприятий представлена в таблице:

Таблица 3.11

Предприятие	Численность промышленно- производственного персонала, чел.	Средняя заработная плата, руб.
1	540	10460
2	275	12100
3	458	11300
ИТОГО:	1 273	?

Определить среднюю заработную плату в целом по всем предприятиям группы (среднюю по группе предприятий).

Решение

Искомая средняя величина определяется как частное от деления суммарного фонда заработной платы в целом по группе предприятий на суммарную численность. Составим логическую формулу средней:

$$\text{Средняя заработная плата по всем предприятиям} = \frac{\text{совокупный фонд з / п группы}}{\text{общая численность ППП группы}}$$

Введем обозначения. Месячный фонд заработной платы обозначим F_i , где i – номер предприятия. Численность ППП обозначим f_i , среднюю заработную плату i -предприятия – x_i . Среднюю заработную плату по группе предприятий обозначим \bar{x} . Тогда можно записать в принятых обозначениях:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Искомая средняя определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{(10460 \cdot 540 + 12100 \cdot 275 + 11300 \cdot 458)}{1273} = 11120 \text{ руб.}$$

Пример № 3.7(Определение средней гармонической)

Группа компаний включает 3 юридических лица (3 предприятия). Информация о месячном фонде заработной платы промышленно-производственного персонала (ППП) по каждому из предприятий, входящих в группу, а также о средней заработной плате ППП на каждом из предприятий представлена в таблице:

Таблица 3.12

Предприятие	Месячный фонд заработной платы, тыс. руб.	Средняя заработная плата, руб.
1	5648,4	10460
2	3327,5	12100
3	5175,4	11300
ИТОГО:	14151,3	?

Определить среднюю заработную плату по всем предприятиям.
Указать, какой вид средней был использован.

Решение

Искомая средняя величина определяется как частное от деления суммарного фонда заработной платы в целом по группе предприятий на суммарную численность. Составим логическую формулу средней:

$$\text{Средняя заработная плата по всем предприятиям} = \frac{\text{совокупный фонд з / п группы}}{\text{общая численность ППП группы}}$$

Хотя численность персонала не известна по условию задачи, ее можно определить, разделив фонд заработной платы на среднюю зарплату ППП.

Введем обозначения для удобства записи расчетных формул. Месячный фонд заработной платы обозначим F_i , где i – номер предприятия. Численность ППП обозначим f_i , среднюю заработную плату i -го предприятия x_i . Искомую среднюю заработную плату по группе предприятий обозначим \bar{x} . Тогда логическую формулу средней можно записать в принятых обозначениях следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i}{\sum f_i} = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{x_i}}$$

Искомая средняя определяется по формуле средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{x_i}} = \frac{(5648400 + 3327500 + 5175400)}{\frac{5648400}{10460} + \frac{3327500}{12100} + \frac{5175400}{11300}} = 11120 \text{ руб.}$$

Пример № 3.8

Определить среднюю цену моркови по всем магазинам, если известны цены и выручка от реализации по всем трем коммерческим магазинам:

Таблица 3.13

№ магазина	Цена моркови., руб. за кг.	Выручка от реализации, руб.
1	17	3060
2	20	2800
3	24	1920

Решение

Логическая формула средней цены:

$$\text{Средняя цена моркови} = \frac{\text{Выручка от реализации, руб.}}{\text{Количество реализованной моркови, кг.}};$$

Количество реализованной моркови может быть найдено путем деления выручки от реализации на цену моркови.

Введем обозначения для удобства записи расчетных формул. Обозначим выручку каждого магазина R_i , где i – номер магазина. Цену моркови в каждом из магазинов обозначим x_i .

Искомая средняя определяется по средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum R_i}{\sum \frac{R_i}{x_i}} = \frac{3060 + 2800 + 1920}{\frac{3060}{17} + \frac{2800}{20} + \frac{1920}{24}} = 19,45 \text{ руб.}$$

Пример № 3.9

Удельная материалоемкость по двум предприятиям, изготавливающим один и тот же вид продукции, составила соответственно 2,5 и 3 кг. Вычислить среднюю удельную материалоемкость изделия по двум предприятиям при условии, что каждым предприятием израсходовано на изготовления одного изделия по 60 тонн стали.

Решение

Для правильного расчета средней величины необходимо составить логическую формулу, отражающую смысл показателя.

Логическая формула:

Средняя удельная материалоемкость по двум предприятиям равна общему расходу материала на двух предприятиях, деленному на общее количество изделий, произведенных обоими предприятиями:

$$\boxed{\text{Средняя
удельная
материалоемкость}} = \frac{\text{Общий расход материала на двух предприятиях}}{\text{Общее количество изделий, произведенных обоими предприятиями}}$$

Введем обозначения для удобства записи расчетных формул. Обозначим Расход материала на каждом предприятии M_i , где i – номер предприятия (первое и второе). Удельную материалоемкость на каждом из предприятий обозначим x_i .

Тогда логическую формулу средней можно записать в принятых обозначениях следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{M_i}{x_i}}$$

Искомая средняя определяется по формуле средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{M_i}{x_i}} = \frac{60000 + 60000}{\frac{60000}{2.5} + \frac{60000}{3}} = \frac{120000}{24000 + 20000} = 2.73 \text{ кг / изд.}$$

Средняя удельная материалоемкость составила 2,73 кг стали на изделие.

Пример № 3.10

Имеются данные о деятельности туристических фирм. Продолжительность и количество реализованных туров приведены в таблице 3.14:

Таблица 3.14

Продолжительность тура в днях	Количество туристов, чел.
2-4	40
4-6	63
6-8	57
8-10	120

Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации продолжительности реализованных туров.

Решение

Размах вариации определяется по формуле 3.1:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Его есть смысл рассчитывать для несгруппированных данных. Однако иногда этот показатель приводят и для интервальных рядов, рассчитывая его как разность между верхней границей последнего интервала и нижней границей первого интервала.

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 10 - 2 = 8 \text{ дней}$$

Для расчета показателей вариации необходимо определить среднее значение признака. В качестве значения признака для всех единиц интервала примем середину интервала. Обозначим середины интервалов x' . Необходимые расчеты выполним в таблице (таблица 3.15).

Таблица 3.15

Продолжительность тура в днях	x'	Количество туристов, чел. f	$x' \cdot f$	$ x' - \bar{x} $	$ x' - \bar{x} \cdot f$	$(x' - \bar{x})^2 \cdot f$
2-4	3	40	120	3,8	153,4	588,5
4-6	5	63	315	1,8	115,7	212,3
6-8	7	57	399	0,2	9,4	1,5
8-10	9	120	1080	2,2	259,7	562,1
Итого		280	1914		538,2	1364,4

Средняя величина продолжительности тура определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x' \cdot f}{\sum f} = \frac{3 \cdot 40 + 5 \cdot 63 + 7 \cdot 57 + 9 \cdot 120}{280} = 6,8$$

Среднее линейное отклонение:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x' - \bar{x}| \cdot f}{\sum f} = \frac{3,8 \cdot 40 + 1,8 \cdot 63 + 0,2 \cdot 57 + 2,2 \cdot 120}{280} = 1,9$$

Дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x' - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{3,8^2 \cdot 40 + 1,8^2 \cdot 63 + 0,2^2 \cdot 57 + 2,2^2 \cdot 120}{280} = 4,9$$

Отсюда среднее квадратическое отклонение составит:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 2,21$$

Относительным показателем вариации является коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = 32\%$$

Коэффициент вариации 32%, что говорит о средней степени однородности совокупности.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 3.1

Имеются следующие данные о себестоимости деталей и суммарных затратах на целую партию для трех произведенных предприятием партий деталей:

Таблица 3.16

Партии деталей	Себестоимость одной детали, (в руб.)	Затраты на всю партию деталей, (в руб.)
1	2,75	210
2	3,35	350
3	3,78	440
Итого	-	1000

Определите среднюю себестоимость одной детали для трех произведенных предприятием партий деталей.

Задача № 3.2

Имеются следующие данные о распределении рабочих предприятия по уровню заработной платы, представленные в таблице 3.17:

Таблица 3.17

Группы рабочих по размеру заработной платы (в руб.)	Число рабочих
До 90000	30
90000-100000	100
100000-110000	110
110000-120000	78
120000 и более	90

Определить:

- 1) среднюю заработную плату рабочих предприятия;
- 2) модальное и медианное значение заработной платы рабочих.

Задача № 3.3

Размер задолженности бюджету предприятиями АПК трех районов Крыма представлен следующими показателями в таблице 3.18:

Таблица 3.18

Год	Симферопольский р-н		Нижнегорский р-н		Ленинский р-н	
	Суммарная задолженность, тыс. руб.	Число предприятий-должников	Суммарная задолженность, тыс. руб.	Число предприятий-должников	Суммарная задолженность, тыс. руб.	Число предприятий-должников
2000	571	14	1813	14	554	23

Определить средний размер задолженности перед бюджетом предприятия АПК по данным трех районов Крыма.

Задача № 3.4

Товарные остатки муки на складе на 1-е число каждого месяца составили:

Таблица 3.19

Дата	на 1.01.	на 1.02.	на 1.03.	на 1.04.	на 1.05.	на 1.06.	на 1.07.
Товарные остатки (тыс. руб.)	12,8	18,1	16,3	15,6	11,9	20,5	17,2

Определите средний размер товарных остатков за период.

Задача № 3.5

При контроле качества изделий, изготовленных на предприятии в первую смену, из 100 изделий бракованным оказались 5 изделий. Во вторую смену было изготовлено 50 изделий, из которых 4 штуки оказались бракованными.

Определить средний процент брака за день.

Задача № 3.6

Доля бракованной продукции в первой партии электроламп размером в 100 штук составила 1%, а при проверке второй партии размером 400 штук доля брака составила 3,5%. Каков средний процент бракованной продукции?

Задача № 3.7

В студенческой группе из 10 девушек и 15 юношей. На каникулах работали 40% девушек и 60% юношей. Каков процент студентов группы, работавших на каникулах?

Задача № 3.8

Распределение численности рабочих предприятия по возрасту характеризуется следующими данными:

Таблица 3.20

Возраст, лет x	Численность рабочих, чел. f
До 25	19
25-35	35
35-45	36
45-55	18
55-65	27
65 и старше	14

Вычислить все показатели вариации (абсолютные и относительные).

Задача № 3.9

Имеются следующие данные о пробеге машин от гаража до бензоколонки, представленные в таблице:

Таблица 3.21

Расстояние, м	Число автомашин, шт.
До 500	7
500-700	19
700-900	30
900-1000	26
1000-1100	18

Определить:

- 1) средний пробег;
- 2) дисперсию;
- 3) среднее квадратическое отклонение;
- 4) коэффициент вариации.

Задача № 3.10

Определить средний уровень квалификации рабочих каждой бригады по следующим данным:

Таблица 3.22

№ бригады	Число рабочих	Уровень квалификации каждого рабочего бригады (тарифный разряд)											
		4	3	2	4	5	6	4	3	4	3	5	4
1	12	4	3	2	4	5	6	4	3	4	3	5	4
2	10	3	5	6	5	4	3	2	3	3	4		

Задача № 3.11

Урожай зерна двух хозяйств равен соответственно 60 и 40 тыс. тонн, площади под посевы зерновых составили 20 и 10 тыс. га. Определить среднюю по 2 хозяйствам урожайность зерновых.

Задача № 3.12

Информация о вкладах в банке за два месяца представлена в таблице 3.23:

Таблица 3.23

Вид вклада	Октябрь		Ноябрь	
	Число вкладов, ед.	Средний размер вклада, тыс. руб.	Сумма вкладов, млн. руб.	Средний размер вклада, тыс. руб.
До востребования	1000	3,5	4,07	3,70
Срочный	800	4,0	3,87	4,30

- 1) Определить средний размер вклада по двум видам в каждом месяце.
- 2) Оценить динамику среднего размера вклада в банке за два месяца.

Задача № 3.13

Акционерный капитал двух фирм равен соответственно 20 и 40 млн. руб., прибыль, полученная за год, составила 8 и 10 млн. руб. Определить среднюю по 2 фирмам рентабельность акционерного капитала.

Задача № 3.14

Распределение малых предприятий региона по стоимости основных производственных фондов (ОПФ) представлена в таблице 3.24:

Таблица 3.24

Группы предприятий по стоимости ОПФ, млн. руб.	Число предприятий
14-16	2
16-18	6
18-20	10
20-22	4
22-24	3
Итого:	25

Определить средний размер стоимости основных производственных фондов малых предприятий региона.

При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:

Дайте определение понятию средних величин.

Определите основную функцию средней величины.

Назовите условия научного применения средних.

Перечислите виды средних величин, способы их расчета.

В чем отличие средней взвешенной арифметической от простой?

Объясните выбор вида взвешенной средней (арифметической или геометрической) при вычислении средних значений вторичных признаков.

Охарактеризуйте структурные средние: моду, медиану и основные математические свойства характеристик центра распределения.

Что общего у арифметической средней и гармонической средней?

В каких случаях необходимо использовать методику геометрической средней?

Дайте определение средней квадратической.

Что такое ряд распределения, какие их виды различают?

Приведите примеры графического изображения вариационных рядов.

Перечислите статистические характеристики вариации и формы распределения.

4. Выборочное наблюдение

Выборочное наблюдение – это научно обоснованный способ несплошного наблюдения, при котором обследуется не вся совокупность, а лишь часть ее, отобранная по определенным правилам выборки и обеспечивающая получение данных, характеризующих всю совокупность в целом.

Генеральная совокупность – полный круг единиц исследуемой совокупности.

Выборочная совокупность – часть генеральной совокупности, которая выбрана в случайном порядке и включена в обследование.

Выборочное наблюдение – вид несплошного статистического наблюдения, основанного на принципе случайного (вероятностного) отбора.

Выборочные показатели (оценки) – обобщающие числовые характеристики, получаемые при разработке итогов выборочного обследования. Различают два основных вида:

- среднее значение какого-либо признака единиц совокупности;
- показатель доли единиц в составе выборочной совокупности, отвечающих установленному критерию по какому-либо признаку.

Основа выборки – полный перечень единиц генеральной совокупности с указанием адресных данных и значений некоторых признаков. Используется она для отбора единиц в процессе формирования выборочной совокупности.

Ошибка репрезентативности (выборки) – различие между выборочным показателем и тем значением параметра генеральной совокупности, который был бы получен при сплошном наблюдении всех единиц генеральной совокупности.

Ошибка наблюдения (регистрации) – погрешности, возникающие вследствие неправильной записи ответов в формулярах наблюдения.

Выборочная дисперсия – вычисленная по выборочной совокупности дисперсия, являющаяся смещенной оценкой дисперсии по генеральной совокупности.

Повторная выборка – выборка, при которой процедурой отбора предусмотрена возврат каждой отобранной единицы в генеральную совокупность.

Предельная ошибка выборки – предельно возможная величина расхождения между значением конкретного показателя по генеральной и выборочной совокупности.

Средняя (стандартная) ошибка выборки – базовая количественная характеристика точности оценивания выборочных показателей, определяет среднюю величину возможного отклонения выборочного показателя от его величины по генеральной совокупности.

Трактовка данных как выборочных является основой деления статистики на описательную (дескриптивную) и выводную (аналитическую).

Описательная статистика является инструментом описания совокупности, по которой у исследователя полностью имеются исходные данные.

Аналитическая статистика – позволяет по данным выборки делать заключения о большей по размеру совокупности, по которой исследователь не имеет исчерпывающих наблюдений.

Преимущества выборочного наблюдения:

- выигрыш во времени;
- снижение затрат на сбор и обработку данных;
- снижение риска ошибки регистрации;
- выборочный метод – единственный метод при испытаниях, связанных с уничтожением продукции.

Порядок проведения выборочного наблюдения:

- определение единицы наблюдения и границ генеральной совокупности;
- составление программы наблюдения и инструкций;
- определение основы для проведения выборки – списка единиц генеральной совокупности, сведений об их размещении и т.д.;
- установление допустимого размера погрешности и определения объема выборки;
- обоснование выбора метода и способа отбора единиц в выборку;
- установление сроков проведения наблюдения;
- определение потребности в кадрах, их подготовка;
- отбор единиц в выборку;
- сбор информации по единицам выборочной совокупности, проверка полноты охвата отобранных единиц;
- построение обобщающих показателей на основе выборки;
- расчет ошибки выборки;
- распространение результатов выборочного наблюдения на генеральную совокупность с определенной вероятностью.

Способы отбора единиц в выборку:

- повторный;
- бесповторный.

Виды выборки:

- собственно-случайная выборка;
- механическая (периодическая) выборка;
- районированная (типическая) выборка;
- гнездовая (серийная) выборка;
- многоступенчатая выборка;
- многофазовая выборка.

Собственно-случайная (простая случайная) выборка есть отбор единиц из генеральной совокупности путем случайного отбора, но при условии равной вероятности выбора любой единицы из генеральной совокупности. Отбор проводится методом жеребьевки или по таблице случайных чисел.

Механическая (периодическая) выборка представляет собой отбор единиц через равные промежутки (по алфавиту, через временные промежутки, по пространственному способу и т.д.). При проведении механического отбора

генеральная совокупность разбивается на равные по численности группы, из которых затем отбирается по одной единице.

Районированная (типическая или стратифицированная) выборка предполагает разделение неоднородной генеральной совокупности на типологические или районированные группы по какому-либо существенному признаку, после чего из каждой группы производится случайный отбор единиц.

Для серийной (гнездовой) выборки характерно то, что генеральная совокупность первоначально разбивается на определенные равновеликие или неравновеликие серии (единицы внутри серий связаны по определенному признаку), из которых путем случайного отбора отбираются серии и затем внутри отобранных серий проводится сплошное наблюдение.

Многоступенчатая выборка есть образование внутри генеральной совокупности вначале крупных групп единиц, из которых образуются группы, меньшие по объему, и так до тех пор, пока не будут отобраны те группы или отдельные единицы, которые необходимо исследовать.

Многофазная – в отличие от многоступенчатой предполагает сохранение одной и той же единицы отбора на всех этапах ее проведения, при этом отобранные на каждой стадии единицы подвергаются обследованию (на каждой последующей стадии отбора программа обследования расширяется).

Тип и способы выборки прямо зависят от поставленных целей и гипотез исследования. Чем конкретнее цель и чем яснее сформулированы гипотезы, тем правильнее будет решен вопрос о выборке. Чем больше свойств данного объекта принимается во внимание в их сочетании, а не изолировано, тем больше должен быть объем выборки.

Ошибки выборки бывают систематические и случайные, они возникают в результате неправильного установления фактов или неправильной их записи.

Случайные ошибки - могут быть обусловлены невнимательностью или низкой квалификацией работника.

Систематические ошибки более опасны, так как они могут повлиять на итоговые показатели.

Цель выборочного наблюдения - установить, с какой величиной отклоняется значение выборочной средней от средней генеральной, т.е. какова ошибка выборочного наблюдения. Эти ошибки называются ошибками репрезентативности или представительности.

Репрезентативность (представительство) выборки означает, что структура выборки должна быть близка к структуре генеральной совокупности, т.е. выборка должна состоять из тех же типов и в той же пропорции, что и генеральная совокупность. Если структура выборки не соответствует структуре генеральной совокупности, то при оценке характеристик (параметров) будут допущены ошибки репрезентативности. Между тем строго репрезентативную выборку по всем важным для проблематики исследования параметрам обеспечить невозможно, и поэтому следует гарантировать репрезентацию по главному направлению анализа данных.

Мерой подобия выборочной модели структуре генеральной совокупности оценивается ошибка выборки, а пределы допустимой ошибки зависят от целей исследования.

Когда требуется повышенная точность результатов исследования, допускается ошибка до 3%;

- обычная точность – 3-10%;
- приближенная – 10-20%;
- ориентировочная – 20-40%;
- прикидочная – более 40%.

Средняя и предельная ошибки выборки исчисляются для количественных и качественных признаков. Не следует отождествлять среднюю ошибку выборочной средней (количественный признак) и среднюю ошибку выборочной доли (качественный признак).

В дальнейшем изложении будут использоваться обозначения, приведенные в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Условные обозначения показателей выборочного наблюдения

Показатели	Генеральная совокупность	Выборка
Объем совокупности	N	n
Средняя	\bar{x}	\tilde{x}
Численность единиц, обладающих обследуемым качеством	M	m
Доля единиц, обладающих обследуемым качеством	$p = \frac{M}{N}$	$w = \frac{m}{n}$
Дисперсия	σ^2	S^2

Величина средней ошибки в условиях большой выборки ($n > 30$) рассчитывается по известным из теории вероятностей формулам, приведенным в таблице 4.2.

Таблица 4.2
Средняя (стандартная) ошибка выборки для случайного отбора

Стандартная ошибка	Способ отбора	
	Повторный	Бесповторный
Средней величины	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}}$	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Относительной величины	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Величины σ и p по генеральной совокупности неизвестны. В условиях большой выборки их заменяют величинами S (выборочная дисперсия) и w (выборочная доля), рассчитанными по выборочным данным.

Формулы для расчета средней (стандартной) ошибки выборки для случайного отбора представлены в таблице 4.3.

Таблица 4.3
Средняя (стандартная) ошибка выборки для случайного отбора

Стандартная ошибка	Способ отбора	
	Повторный	Бесповторный
Средней величины	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Относительной величины (доля)	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n}}$	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Факторы, влияющие на размер случайной ошибки выборки:

- размер выборочной совокупности;
- доля выборочной совокупности в объеме генеральной совокупности;
- дисперсия генеральной совокупности.

Предельная (доверительная) ошибка выборки рассчитывается по формуле:

$$\Delta = t \cdot Se \quad (4.1)$$

где t - нормированное отклонение (коэффициент доверия), который определяется по таблице значений интеграла вероятностей,

Se - средняя (стандартная) ошибка выборки.

Относительная ошибка выборки определяется как процентное соотношение предельной ошибки выборки к соответствующей характеристики выборочной совокупности.

Наиболее часто встречающиеся уровни доверительной вероятности и соответствующие им значения t приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4

Уровни доверительной вероятности и соответствующие им значения t .

$F(t)$	0,683	0,950	0,954	0,990	0,997
t	1,00	1,96	2,00	2,58	3

Порядок установления пределов, в которых находится показатель в генеральной совокупности описывает система неравенств:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}} \quad (4.2)$$

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w \quad (4.3)$$

Распространение данных выборки на генеральную совокупность происходит следующим образом.

Для количественного признака с вероятностью $F(t)$ оцениваемый выборочным исследованием показатель \bar{x} (среднее значение) в генеральной совокупности будет находиться в пределах:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}} \quad (4.4)$$

Для качественного признака пределы, в которых будет находиться среднее значение доли единиц, обладающих определенным признаком, в генеральной совокупности с вероятностью $F(t)$ будут определяться следующим образом:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w \quad (4.5)$$

Таким образом, выборочное исследование позволяет с определенной вероятностью оценить средние значения в генеральной совокупности.

Формулы для определения необходимого объема выборки при заданном уровне вероятности приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5

Определение объема выборки

Определение объема выборки для оценки:	Способ отбора	
	Повторный	Бесповторный
Средней величины	$n = \frac{t^2 \cdot S^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot S^2 \cdot N}{\Delta_{\tilde{x}}^2 \cdot N + t^2 \cdot S^2}$
Относительной величины (доли)	$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w)}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 \cdot w \cdot (1-w)}$

На практике объем выборки рассчитывают вначале по формуле для повторного отбора.

Если полученное значение $n_{повт}$ превышает 5% численности генеральной совокупности, то расчет проводят по формуле для бесповторного отбора.

Полученный на основе использования этих формул результат всегда округляется в большую сторону.

В практике статистических исследований приходится сталкиваться с небольшими по объему выборками, которые так и называются – малые выборки.

Малая выборка – это такое выборочное наблюдение, численность единиц которого не превышает 30.

Расчет ошибок в малой выборке мало отличается от аналогичных вычислений в большой, но вероятность будет немного меньше, чем в большой, и точность результатов ниже, чем при большой выборке.

При оценке результатов малой выборки для определения возможных пределов ошибки используется критерий Стьюдента, определяемый по формуле:

$$\Delta_{MB} = t \cdot Se_{MB} \quad (4.6)$$

где, Se_{MB} – мера случайных колебаний выборочной средней в малой выборке;

t – коэффициент доверия, затабулированный в специальных таблицах Стьюдента.

Сегодня создается большое количество новых форм массовых явлений и процессов, как правило, немногочисленных, иногда единичных. Поэтому приходится ограничиваться малым числом наблюдений.

Примеры решения типовых задач:

Пример № 4.1

При проверке импортирования груза на таможне методом случайной выборки было обработано 200 изделий. В результате был установлен средний вес изделия 30 г при среднеквадратическом отклонении веса изделия 4 г. С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится средний вес изделий в генеральной совокупности, если был реализован случайный повторный отбор.

Решение

Для наглядности запишем условие задачи в принятых нами обозначениях.

$$n = 200 \text{ изделий};$$

$$\tilde{x} = 30 \text{ г};$$

$$S = 4 \text{ г};$$

$$F(t) = 0,997, \text{ тогда из таблиц, } t = 3;$$

Доверительные интервалы для генеральной средней с вероятностью $F(t)$:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

Средний уровень признака по выборке известен из условия задачи:

$$\tilde{x} = 30 \text{ г};$$

Предельная ошибка выборки для среднего значения определяется по формуле:

$$\Delta_x = t \cdot Se_x,$$

где t - нормированное отклонение (коэффициент доверия), который определяется по таблице значений интеграла вероятностей. По заданной вероятности $F(t) = 0,997$ определяем с помощью таблиц значение $t = 3$.

Формула средней ошибки для случайного повторного отбора:

$$Se_{(\tilde{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n}} = \sqrt{\frac{4^2}{200}} = \sqrt{\frac{16}{200}} = 0,28$$

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_x = t \cdot Se_x = 3 \cdot 0,28 = 0,84$$

Определяем доверительные интервалы для генеральной средней:

$$30 + 0,84 \leq \bar{x} \leq 30 + 0,84;$$

$$29,16 \leq \bar{x} \leq 30,84;$$

Ответ: средний вес изделий в генеральной совокупности с вероятностью 0,997 будет находиться в пределах от 29,16 г до 30,84 г:

Пример № 4.2

В городе проживает 250 тыс. семей. Для определения среднего числа детей в семье была организована 2%-я бесповторная выборка семей. По ее результатам было получено следующее распределение семей по числу детей, приведенное в таблице 4.6:

Таблица 4.6

Число детей в семье, x_i	0	1	2	3	4	5
Количество семей	1000	2000	1200	400	200	200

С вероятностью 95,4% найти пределы, в которых будет находиться среднее число детей в семьях, проживающих в городе.

Решение

Доверительные интервалы для генеральной средней с вероятностью $F(t)$:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

По условию задачи известен объем генеральной совокупности N , он равен 250 000 семей. Объем выборки составляет 2% от генеральной совокупности.

$$n = 0.02 \cdot 250000 = 5000$$

Было обследовано 5000 семей.

Найдем среднее число детей в семье по выборочной совокупности:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{1000 \cdot 0 + 2000 \cdot 1 + 1200 \cdot 2 + 400 \cdot 3 + 200 \cdot 4 + 200 \cdot 5}{5000} = 1,48 \text{ ребенка}$$

Предельная ошибка выборки для среднего значения определяется по формуле:

$$\Delta_x = t \cdot Se_x,$$

где t - нормированное отклонение (коэффициент доверия), который определяется по таблице значений интеграла вероятностей. По заданной вероятности $F(t) = 0,954$ определяем с помощью таблиц значение $t = 2$.

Формула для определения средней (стандартной) ошибки для бесповторной выборки:

$$Se_{(\tilde{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

Необходимо определить выборочную дисперсию:

$$S^2 = \frac{\sum (x - \tilde{x})^2 \cdot f}{\sum f} =$$

$$= \frac{(0 - 1,48)^2 \cdot 1000 + (1 - 1,48)^2 \cdot 2000 + (2 - 1,48)^2 \cdot 1200 + (3 - 1,48)^2 \cdot 400 + (4 - 1,48)^2 \cdot 200 + (5 - 1,48)^2 \cdot 200}{5000} =$$

$$= \frac{2190,4 + 460,8 + 324,48 + 924,16 + 1270,08 + 2478,08}{5000} = \frac{7648}{5000} = 1,5296 \approx 1,53$$

Подставим значение выборочной дисперсии в формулу средней (стандартной) ошибки для бесповторной выборки:

$$Se_{(\tilde{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1.53}{5000} \cdot \left(1 - \frac{5000}{250000}\right)} = \sqrt{\frac{1.53}{5000} \cdot 0.98} = 0.017$$

Теперь можно определить предельную ошибку выборки:

$$\Delta_x = t \cdot Se_x = 2 \cdot 0.0173 = 0.0346 = 0.035$$

Определим доверительные интервалы для генеральной средней:

$$1.48 - 0.035 \leq \bar{x} \leq 1.48 + 0.035$$

$$1.445 \leq \bar{x} \leq 1.515$$

Ответ: С вероятностью 95,4% среднее число детей на семью, проживающую в городе, будет находиться в пределах от 1.445 до 1.515 детей.

Пример № 4.3

С целью определения средней фактической продолжительности рабочего дня в государственном учреждении с численностью служащих 480 человек была проведена 25%-ная механическая выборка. По результатам наблюдения оказалось, что у 10% обследованных потери рабочего времени достигали более 45 мин. в день. С вероятностью 0,683 установить пределы, в которых находится генеральная доля служащих с потерями рабочего времени более 45 мин. в день.

Решение

Для наглядности запишем условие задачи в принятых нами обозначениях. $N = 480$ чел.

$n = 25\%$ от общего числа сотрудников ($480 \cdot 0,25 = 120$ чел.);

$w = 10\%$ или $0,1$;

$F(t) = 0,683$, тогда из таблиц, $t = 1$;

С вероятностью $0,683$ доля служащих с потерями рабочего времени более 45 мин. в день в генеральной совокупности будет находиться в пределах:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

Выборочная доля w по условию 10% . Учитывая, что показатели точности механической и собственно случайной бесповторной выборки определяются одинаково, стандартная ошибка выборочной доли:

$$Se_w = \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,1 \cdot (1-0,1)}{120} \left(1 - \frac{120}{480}\right)} = 0,0237 = 0,024 \text{ или } 2,4\%$$

По заданной вероятности $F(t) = 0,683$ определяем с помощью таблиц значение $t = 1$. Тогда:

$$\Delta_w = t \cdot Se_w = 1 \cdot Se_w$$

Доля служащих с потерями рабочего времени более 45 мин. в день с вероятностью $0,683$ в генеральной совокупности будет находиться в пределах:

$$0,1 - 0,024 \leq p \leq 0,1 + 0,024$$

$$0,076 \leq p \leq 0,124$$

или

$$7,6\% \leq p \leq 12,4\%$$

Ответ: таким образом, с вероятностью $0,683$ можно утверждать, что доля работников учреждения с потерями рабочего времени более 45 мин. в день находится в пределах от 7,6 до 12,4 %.

Пример № 4.4

В цехе 200 рабочих. Планируется проведение выборочного обследования с целью определения удельного веса рабочих, имеющих профессиональные заболевания. Из предыдущих обследований известно, что доля рабочих, имеющих профессиональные заболевания равна $0,12$. С вероятностью $0,954$ рассчитайте необходимый объем случайной бесповторной выборки для обследования, если ошибка выборки не должна превышать 10% .

Решение

Численность выборки для бесповторного отбора:

$$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 \cdot w \cdot (1-w)} = \frac{2^2 \cdot 0,12 \cdot (1-0,12) \cdot 200}{0,1^2 \cdot 200 + 2^2 \cdot 0,12 \cdot (1-0,12)} = 34,9$$

В данном случае надо округлять до целого, т.е. $n = 35$.

Ответ: таким образом, чтобы с вероятностью 0,954 обеспечить результат выборочного исследования с предельной ошибкой выборки, не превышающей 10%, необходимо обследовать 35 рабочих.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 4.1

В механическом цехе завода работает 100 рабочих. В целях изучения квалификации рабочих была проведена 20 %-ная случайная бесповторная выборка. Получено следующее распределение обследованных рабочих по разрядам.

Таблица № 4.7

Рабочие	Разряды рабочих						
1	3	6	4	11	9	16	8
2	8	7	5	12	6	17	3
3	7	8	3	13	4	18	2
4	6	9	1	14	5	19	1
5	2	10	6	15	7	20	4

С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится средний разряд рабочих механического цеха.

Задача № 4.2

На заводе, имеющим 200 бригад, проектируется случайная бесповторная выборка для установки доли бригад завода, не выполняющих норму выработки. Требуется определить необходимое число бригад для выборочного обследования, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 8 %, если предыдущее обследование показало, что доля бригад, которые не выполняют норму выработки равна 12%.

Задача № 4.3

В порядке случайной повторной выборки было отобрано 400 единиц готовой продукции предприятия, из которых 20 единиц были забракованы. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится доля выбракованной продукции предприятия.

Задача № 4.4

В порядке случайной повторной выборки было отобрано 500 единиц готовой продукции предприятия, из которых 50 были забракованы. С вероятностью 0,954 определить предельную ошибку для доли бракованной продукции.

Задача № 4.5

Для прогнозирования явки избирателей на муниципальные выборы из 6000 избирателей методом случайного бесповторного отбора было опрошено 600. Из них 300 собирались участвовать в выборах. С вероятностью 0,99 определить пределы, в которых будет находиться доля избирателей, которые собираются участвовать в выборах, во всей совокупности.

Задача № 4.6

С целью определения средней суммы вкладов в сберегательном банке, имеющем 2000 вкладчиков, по схеме случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 вкладов. Результаты обследования представлены в таблице:

Таблица № 4.8

Сумма вклада, тыс. руб.	50-150	150-250	250-350	350-450	450-550	Итого
Число вкладов	14	24	35	20	7	100

Найти границы, в которых с вероятностью 0,98 находится средняя сумма всех вкладов в сберегательном банке.

Задача № 4.7

Хронометраж работы станочника дал следующие результаты, приведенные в таблице.

Таблица № 4.9

Затраты времени на изготовление одной детали, с	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	Итого
Количество деталей, шт.	3	27	35	29	6	100

Определить:

- средние затраты времени на обработку одной детали по данным наблюдения;
- предельную ошибку выборки с вероятностью 0,954, учитывая, что речь идет о массовом производстве, т.е. выборка производится из генеральной совокупности очень большого объема.

Задача № 4.8

Для изучения мнения избирателей о работе муниципальных депутатов из 5000 избирателей методом случайного бесповторного отбора было опрошено 600. Из них 500 одобрили работу депутатов. С вероятностью 0,99 определить пределы, в которых находится доля избирателей, одобравших работу муниципальных депутатов, во всей совокупности.

Задача № 4.9

В механическом цехе завода в порядке 10%-ной бесповторной выборки изучались фотографии рабочего дня 32 рабочих. Время непроизводительной работы и перерывов, зависящих как от самого рабочего, так и по организационно-техническим причинам, у обследованных рабочих приведено в таблице 4.10:

Таблица № 4.10

Время непроизводительной работы и перерывов у обследованных рабочих механического цеха завода, мин.

№ п/п	Потери вре- мени						
1	52	9	55	17	55	25	49
2	48	10	53	18	46	26	51
3	60	11	50	19	53	27	55
4	46	12	63	20	47	28	49
5	62	13	54	21	46	29	51
6	54	14	52	22	62	30	58
7	51	15	48	23	54	31	57
8	49	16	60	24	55	32	60

Определить:

- 1) доверительные пределы, в которых находится среднее время непроизводительной работы и перерывов для всех рабочих цеха, гарантируя результат с вероятностью 0,99;
- 2) вероятность того, что среднее время непроизводительной работы и перерывов для всех рабочих цеха отличалось от полученного по выборке не более чем на 3 минуты.

При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:

Объясните понятие «генеральная совокупность» и «выборочная совокупность».

Укажите причины применения выборочного метода.

Что такое репрезентативность выборки?

Какие используют способы отбора, обеспечивающие репрезентативность выборки.

Укажите разницу между стандартной ошибкой выборки и предельной ошибкой выборки.

Каким образом осуществляется распространение результатов выборочного наблюдения на генеральную совокупность.

Как рассчитывается необходимая численность выборки?

С чем связаны преимущества выборочного метода?

Перечислите виды выборочного исследования.

В чем недостатки простой случайной выборки?

От чего зависит величина ошибки при серийной выборке?

5. Статистическое изучение связи между признаками

Важнейшей целью статистики является изучение объективно существующих связей между явлениями. В ходе статистического исследования зависимостей необходимо выявить причинно-следственные отношения между признаками, такую связь явлений и процессов, когда изменение одного из них – причины ведет к изменению другого – следствия.

В основе первого этапа статистического изучения связи лежит качественный анализ, связанный с анализом природы социального или экономического явления методами экономической теории, социологии, конкретной экономики.

Второй этап – построение модели связи, базируется на методах статистики: группировках и др.

Третий, последний этап – интерпретация результатов, как и первый, он связан с качественными особенностями изучаемого явления.

Признаки по их значению для изучения взаимосвязи делятся на два вида. Признаки, обуславливающие изменения других, связанных с ними признаков, называют факторными, или просто *факторами*. Признаки, изменяющиеся под действием факторных признаков, называют результативными или *результатными*.

Существует две категории зависимостей: функциональная (или жестко детерминированная) и стохастическая (или статистическая). *Функциональная* – связь, при которой определенному значению факторного признака соответствует одно значение результативного. Если причинная зависимость проявляется не в каждом отдельном случае, а в общем, среднем при большом числе наблюдений, то такая зависимость называется *стохастической*. Частным случаем стохастической связи является *корреляционная* связь, при которой изменение среднего значения результативного признака обусловлено изменением факторных признаков.

По направлению выделяют связь прямую и обратную. *Прямая* – это связь, при которой с увеличением или с уменьшением значений факторного признака происходит увеличение или уменьшение значений результативного. Так, например, рост производительности труда способствует увеличению уровня рентабельности производства.

В случае *обратной* связи значения результативного признака изменяются под воздействием факторного, но в противоположном направлении по сравнению с изменением факторного признака. Так с увеличением уровня фондоотдачи снижается себестоимость единицы производимой продукции.

По аналитическому выражению (по форме связи) выделяют связи прямолинейные (или просто линейные) и нелинейные.

Для определения наличия связи, ее характера и направления в статистике используются методы:

- приведения параллельных данных;
- аналитических группировок;

- графический;
- корреляции.

Метод приведения параллельных данных основан на сопоставлении двух или нескольких рядов статистических величин. Такое сопоставление позволяет установить наличие связи и получить представление о ее характере.

Для примера сравним изменение двух величин: X и Y, представленное в таблице 5.1.

Таблица 5.1

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	4	7	6	10	14	17	15	20	23

Видно, что с увеличением величины X величина Y также возрастает. Можно сделать предположение, что связь между ними прямая и ее можно описать или уравнением прямой или уравнением параболы второго порядка.

Графически взаимосвязь двух признаков изображается с помощью поля корреляции. В системе координат на оси абсцисс откладываются значения факторного признака, а на оси ординат - результативного. Каждое пересечение линий, проводимых через эти оси, обозначается точкой.

При отсутствии тесных связей имеет место беспорядочное расположение точек на графике. Чем сильнее связь между признаками, тем теснее будут группироваться точки вокруг определенной линии, выражающей форму связи.

Методы измерения связей можно поделить на прямые, к которым относится балансовый метод и индексный метод (будет рассмотрен далее в соответствующем разделе), и косвенные, основанные на соответствии вариации значений факторного и результативного признаков. Косвенные методы измерения взаимосвязей включают метод аналитической группировки и корреляционно-регрессионный анализ.

5.1 Метод аналитической группировки и правило сложения дисперсий

Аналитическая группировка используется для выявления наличия связи, определения ее характера и направления между двумя признаками, один из которых является фактором, т.е. обуславливает изменение другого, связанного с ним признака – результата.

Для этого единицы изучаемой совокупности объединяются в группы по значению факторного признака.

По каждой выделенной группе рассчитываются средние значения результативного признака.

Через сопоставление изменения факторного и результативного признаков делается предположение о наличии или отсутствии связи между признаками.

Недостатки аналитической группировки:

- предполагает только линейную зависимость между признаками;
- на основе аналитической группировки невозможно прогнозировать явление.

Показателем силы связи в линейном уравнении парной регрессии является коэффициент регрессии b . Он показывает, на сколько в среднем изменяется результативный признак при изменении факторного признака на одну единицу:

$$b = \frac{\bar{y}_k - \bar{y}_1}{x_k - x_1} \quad (5.1)$$

где \bar{y}_k - среднее значение результативного признака в последней (конечной) группе;

\bar{y}_1 - среднее значение результативного признака в первой группе;

x_1 и x_k - соответственно, значения факторного признака в первой и последней группах.

Для того, чтобы оценить влияние отдельных факторов на колеблемость индивидуальных значений результативного признака, используют дисперсионный анализ. При этом кроме общей средней для всей совокупности исчисляют средние по отдельным группам (групповые или частные средние) и три показателя дисперсии, называемые: общая дисперсия; межгрупповая дисперсия; средняя внутригрупповая дисперсия.

Величина *общей дисперсии* (σ_o^2) характеризует вариацию признака под влиянием всех факторов, формирующих уровень признака у единиц данной совокупности, и определяется по формуле:

$$\sigma_o^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_o)^2 \cdot f}{\sum f} = \bar{y}_o^2 - (\bar{y}_o)^2 \quad (5.2)$$

где \bar{y}_o - общая средняя арифметическая для всей изучаемой совокупности.

Межгрупповая дисперсия (дисперсия групповых средних - δ^2) отражает систематическую вариацию, т.е. различия в величине изучаемого признака, которые возникают под влиянием фактора, положенного в основу группировки.

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{y}_j - \bar{y}_o)^2 n_j}{\sum n_j} \quad (5.3)$$

где \bar{y}_j - средняя арифметическая по отдельной группе;

n_j - число единиц в определенной группе.

Средняя внутригрупповая дисперсия ($\overline{\sigma^2}$) характеризует случайную вариацию, возникающую под влиянием других, неучтенных факторов, и не зависит от признака-фактора, положенного в основу группировки.

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} \quad (5.4)$$

где σ_j^2 - дисперсия по отдельной группе;

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_j)^2 \cdot f}{\sum f} \quad (5.5)$$

Указанные дисперсии взаимосвязаны между собой равенством, которое называется правилом сложения дисперсий: величина общей дисперсии равна сумме межгрупповой дисперсии и средней внутригрупповой:

$$\sigma_o^2 = \delta^2 + \overline{\sigma^2} \quad (5.6)$$

Опираясь на это правило, можно определить, какая часть (доля) общей дисперсии складывается под влиянием признака-фактора, положенного в основу группировки.

5.2 Корреляционно-регрессионный метод анализа

Корреляционно-регрессионный метод исследования состоит из двух этапов. К первому этапу относится корреляционный анализ, а ко второму – регрессионный.

Корреляционный анализ имеет своей задачей количественное определение тесноты связи между двумя признаками (при парной связи) и между результативным и множеством факторных признаков (при многофакторной связи).

Регрессия тесно связана с корреляцией: первая оценивает силу (тесноту) статистической связи, вторая исследует ее форму.

Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (называемой зависимой или результативным признаком), обусловлено влиянием одной или нескольких независимых величин (факторов).

Мерой существенности тесноты связи являются показатели ее оценки: линейный коэффициент корреляции при прямолинейной форме связи и корреляционное отношение при нелинейной форме связи.

Коэффициент детерминации η^2 показывает, какую долю общей дисперсии составляет дисперсия под влиянием изучаемого фактора:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma_o^2} \quad (5.7)$$

Эмпирическое корреляционное отношение η характеризует нелинейную взаимосвязь между признаками:

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma_o^2}} \quad (5.8)$$

Для определения степени тесноты связи для линейной зависимости служит линейный коэффициент корреляции r , для расчета которого можно использовать, например, следующие формулы:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad (5.9)$$

$$r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \cdot \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}} \quad (5.10)$$

Значение линейного коэффициента корреляции важно для исследования социально-экономических явлений и процессов, распределение которых близко к нормальному.

Линейный коэффициент корреляции может принимать значения в пределах от -1 до +1 или по модулю от 0 до 1. Чем ближе он по абсолютной величине к 1, тем теснее связь. Знак указывает направление связи: «+» - прямая зависимость, «-» имеет место при обратной зависимости.

Коэффициент корреляции (r) является мерой тесноты связи только для линейной формы связи, а корреляционное отношение – и для линейной, и для нелинейной форм связи.

При прямолинейной форме связи коэффициент корреляции по своей абсолютной величине равен корреляционному отношению: $|r| = \eta$.

Результаты корреляционного анализа служат основой для проведения регрессионного анализа, позволяющего выразить аналитическую форму связи в виде теоретического уравнения регрессии.

Могут иметь место различные формы связи:

1) прямолинейная:

$$\bar{y}_x = a + b \cdot x \quad (5.11)$$

2) нелинейная в виде:

а) параболы второго порядка (или высших порядков):

$$\bar{y}_x = a + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 \quad (5.12)$$

б) гиперболы:

$$\bar{y}_x = a + \frac{b}{x} \quad (5.13)$$

в) показательной функции:

$$\bar{y}_x = a \cdot b^x \quad (5.14)$$

и т.д.

Важнейшей задачей является определение формы связи с последующим расчетом параметров уравнения, или, иначе, нахождение уравнения связи (уравнения регрессии).

Наиболее простым вариантом корреляционной зависимости является парная корреляция, т.е. зависимость между двумя признаками (результативным и факторным). Математически эту зависимость можно выразить как зависимость результативного показателя y от факторного показателя x .

Параметры для линейного и сводящихся к линейным уравнений связи, как правило, определяют из системы нормальных уравнений, которые должны отвечать требованию метода наименьших квадратов (МНК):

$$\begin{cases} a \cdot n + b \cdot \sum x = \sum y; \\ a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 = \sum x \cdot y. \end{cases} \quad (5.15)$$

Решается следующая система уравнений относительно a и b :

$$\begin{cases} \bar{y} = a + b \bar{x} \\ \bar{y} \bar{x} = a \bar{x} + b \bar{x}^2 \end{cases} \quad (5.16)$$

Искомые оценки параметров a и b можно найти по готовым формулам:

$$b = \frac{\bar{y} \bar{x} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \quad (5.17)$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x} \quad (5.18)$$

где, параметр a - называется свободным членом уравнения регрессии; параметр b - коэффициентом регрессии.

Его величина показывает среднее изменение результата с изменением фактора на одну единицу. В линейном уравнении параметр b - абсолютный показатель силы связи. Показатели тесноты связи для линейной модели – линейный коэффициент корреляции r и коэффициент детерминации r^2 . Формулы их расчета были приведены выше.

Относительными показателями силы связи в моделях парной регрессии являются коэффициенты эластичности. Для линейной функции коэффициент эластичности рассчитывается по формуле:

$$\mathcal{E} = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \quad (5.19)$$

Коэффициенты эластичности показывают, на сколько процентов в среднем меняется результативный признак при изменении факторного признака на один процент.

Оценка качества построенной в результате регрессионного анализа модели производится на основе ошибки аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{\sum \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| \cdot 100}{n} \quad (5.20)$$

Средняя ошибка аппроксимации не должна превышать 8–10%.

Примеры решения типовых задач:

Пример № 5.1

Рассмотрим пример использования аналитической группировки для выявления наличия связи между двумя признаками, определения ее характера и направления. Пусть, есть данные по некоторым предприятиям одной отрасли о производительности труда на них и энергоооруженности труда рабочего, которые представлены в таблице 5.2:

Таблица 5.2

№	Энергоооруженность труда рабочего, кВт	Производительность труда, т
1	6,0	2
2	6,1	3
3	6,8	6
4	7,2	4
5	7,4	2
6	7,9	3
7	8,2	4
8	8,5	5
9	8,6	6
10	9,1	8
11	9,4	5
12	9,9	7
13	10,4	7

Решение

Качественный анализ природы связи производительности труда рабочих на предприятии и энерговооруженности труда этих рабочих, позволяет понять, что производительность труда зависит от его энерговооруженности, т.е. энерговооруженность труда рабочего – это признак-фактор, от которого зависит производительность труда. Таким образом, производительность труда – признак результативный, его принято обозначать y , а признак – фактор обозначают x .

Для выявления корреляционной связи построим поле корреляции – поле точек, координаты которых (x, y) определяются значениями факторного и результативного признаков.

Для построения поля корреляции в координатных осях:

- на оси x отложены значения энерговооруженности труда для каждого предприятия;
- на оси y показаны значения производительности труда рабочего каждого предприятия;

На графике, изображенном на рис. 5.1, нанесены точки с координатами (x, y) для каждого предприятия, значения признаков для которого приведены в таблице 5.2 с исходными данными.

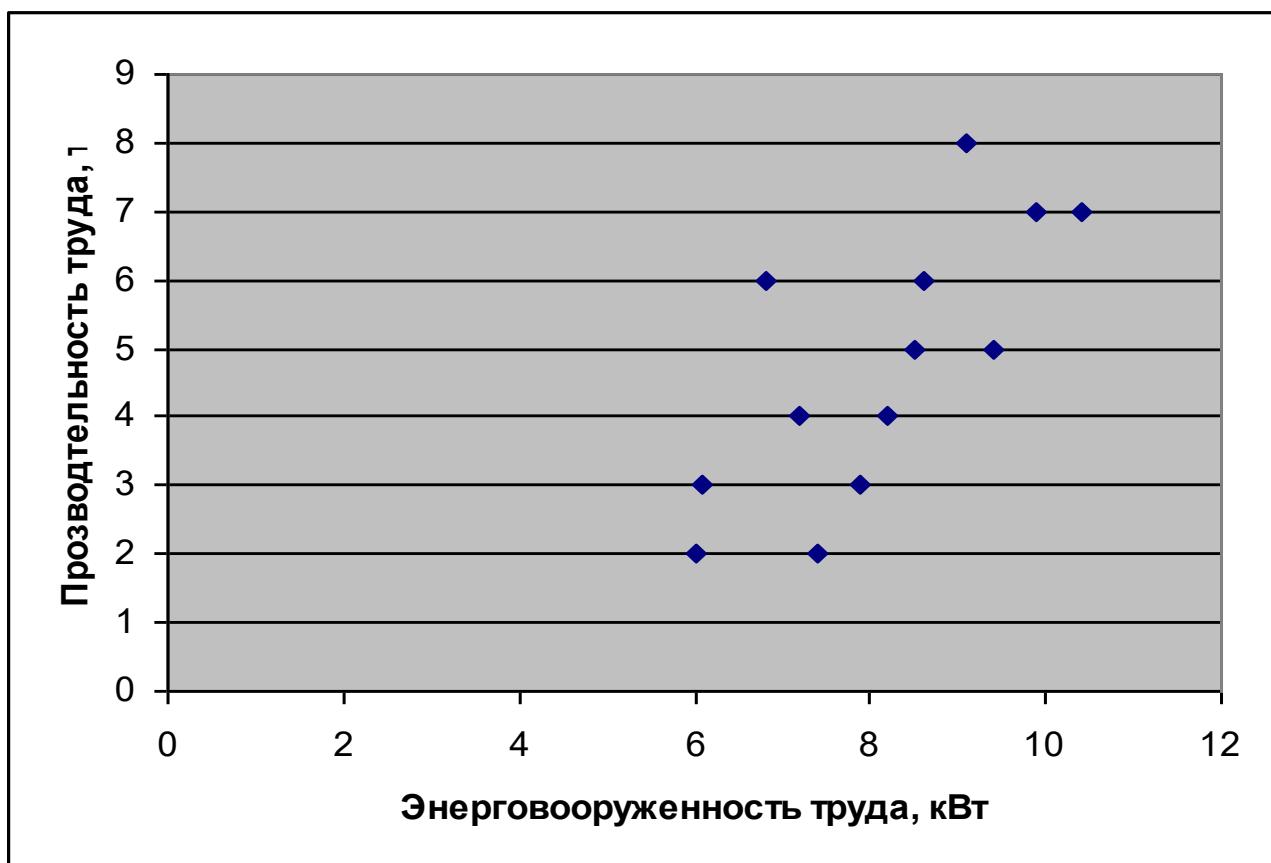


Рисунок 5.1 - Зависимость производительности труда от энерговооруженности

Расположение точек позволяет предположить, что существует прямая линейная связь между энерговооруженностью труда и производительностью труда на предприятиях рассматриваемой отрасли.

Для того, чтобы выявить эту связь, выполним аналитическую группировку по признаку-фактору, разделив предприятия отрасли на 3 группы. Результаты группировки представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3

Группы предприятий по энерговооруженности	Число предприятий n_j	$\sum y_{ij}$	\bar{y}_j
6,0 – 7,5	5	17	3,40
7,5 – 9,0	4	18	4,50
9,0 – 10,5	4	27	6,75
Итого	13	62	4,77

В самом правом заполненном столбце – значение средней арифметической по каждой группе. Видно, что среднее значение производительности труда в группе (\bar{y}_j) растет с ростом значения фактора – энерговооруженности труда.

Таким образом, аналитическая группировка позволила явно увидеть прямую зависимость между факторным признаком и результатным.

Рассчитаем показателем силы связи – b , который характеризует, на сколько в среднем изменяется результативный признак при изменении факторного признака на одну единицу.

$$b = \frac{\bar{y}_k - \bar{y}_1}{x_k - x_1} = \frac{6,75 - 3,40}{9,75 - 6,75} = 1,117$$

Показателями тесноты связи для парной зависимости являются коэффициент детерминации η^2 и эмпирическое корреляционное отношение η . Для их вычисления требуется выполнить дополнительные расчеты. Результаты расчетов сведены в таблицу 5.4.

Расчет общей дисперсии с использованием результатов таблицы 5.4:

$$\sigma_o^2 = \overline{y_o^2} - (\bar{y}_o)^2 = \frac{342}{13} - (4,77)^2 = 26,31 - 22,75 = 3,56$$

Промежуточные вычисления для определения межгрупповой дисперсии выполнены в таблице 5.5.

Таблица 5.4
Промежуточные вычисления для определения общей дисперсии

№ предприятия	Производительность труда, т (y)	(y^2)
1	2	4
2	3	9
3	6	36
4	4	16
5	2	4
6	3	9
7	4	16
8	5	25
9	6	36
10	8	64
11	5	25
12	7	49
13	7	49
Итого	62	342

Таблица 5.5
Промежуточные вычисления для определения межгрупповой дисперсии

Группы предприятий по энерговооруженности	Число предприятий n_j	$\sum y_{ij}$	\bar{y}_j	$\bar{y}_j - \bar{y}_o$	$(\bar{y}_j - \bar{y}_o)^2$	$(\bar{y}_j - \bar{y}_o)^2 n_j$
6,0 – 7,5	5	17	3,40	-1,37	1,877	9,385
7,5 – 9,0	4	18	4,50	-0,27	0,073	0,292
9,0 – 10,5	4	27	6,75	1,98	3,920	15,680
Итого	13	62	4,77	×	×	25,357

Расчет межгрупповой дисперсии с использованием результатов вычислений из таблицы 5.5:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{y}_j - \bar{y}_o)^2 n_j}{\sum n_j} = \frac{25,357}{13} = 1,95$$

Коэффициент детерминации показывает, какую долю общей дисперсии составляет дисперсия под влиянием изучаемого фактора:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma_o^2} = \frac{1,95}{3,56} = 0,547$$

Следовательно, дисперсия результатного показателя производительности труда на 54,7% определяется влиянием энерговооруженности труда рабочего.

Эмпирическое корреляционное отношение рассчитывают, когда данные представлены в табличной форме, оно характеризует взаимосвязь между признаками:

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = 0,740$$

Таким образом, связь между признаками довольно тесная.

Пример № 5.2

Имеются данные о расходах на рекламу и объеме продаж для 10 компаний, представленные в таблице 5.6. Построить модель парной линейной регрессии для зависимости объема продаж от величины расходов на рекламу компаний. Оценить модель с помощью коэффициента корреляции и детерминации.

Таблица 5.6

№ п/п	Расходы на рекламу, млн. руб.	Объем продаж, млн. руб.
1	5	72
2	8	76
3	6	74
4	5	70
5	3	62
6	9	80
7	12	85
8	4	65
9	3	68
10	10	83

Решение

Построить модель парной линейной регрессии означает построить уравнение вида:

$$\hat{y}_x = a + b \cdot x$$

и определить (оценить) параметры этого уравнения a и b .

Для решения задачи необходимо по известным формулам на основе исходных данных рассчитать значения свободного члена регрессии a , коэффициента регрессии b , а также показателей тесноты связи: линейного коэффициента корреляции r_{yx} и коэффициента детерминации r^2 .

Выполним необходимые вычисления в таблице 5.7.

Таблица 5.7

№ п/п	x	y	y^2	yx	x^2
1	5	72		360	25
2	8	76		608	64
3	6	74		444	36
4	5	70		350	25
5	3	62		186	9
6	9	80		720	81
7	12	85		1020	144
8	4	65		260	16
9	3	68		204	9
10	10	83		830	100
Итого	65	735		4982	509
Средние	6.5	73.5		498.2	50.9

Искомые оценки параметров a и b можно найти по готовым формулам:

$$b = \frac{\overline{x} \cdot \overline{y} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \frac{498,2 - 73,5 \cdot 6,5}{50,9 - 6,5^2} = 2,364$$

$$a = \overline{y} - b \cdot \overline{x} = 73,5 - 2,346 \cdot 6,5 = 58,133$$

Получили уравнение парной линейной регрессии вида:

$$y_x = 58,5 + 2,364 \cdot x$$

Характеристикой тесноты связи между результатом и фактором является коэффициент корреляции, для расчета которого определим дисперсии признаков факторного и результатного:

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2} = \sqrt{5454.3 - 73.5} = 7.215$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} = \sqrt{50.9 - 6.5^2} = \sqrt{8.65} = 2.941$$

Далее можно рассчитать значение коэффициента корреляции:

$$r = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 2,364 \cdot \frac{2,941}{7,215} = 0,964$$

Коэффициент детерминации равен:

$$r^2 = 0,929$$

Значение линейного коэффициента корреляции равно 0,964, что характеризует связь между признаками как тесную, с весьма высокой теснотой связи. Коэффициент детерминации показывает, что 92,9% вариации результативного признака объясняется регрессией (т.е. вариацией факторного признака) в общей вариации результата.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 5.1

Имеются следующие данные по группам предприятий одной отрасли в отчетном периоде:

Таблица № 5.8

Стоимость основных производственных фондов, млн. руб.	Число предприятий	Средний объем произведенной продукции, млн. руб.
200-300	12	305
300-400	14	420
400-500	8	530

Охарактеризуйте связь между стоимостью основных производственных фондов и объемом произведенной продукции на предприятиях отрасли: укажите направление и форму связи.

Задача № 5.2

С целью установления зависимости между маркой автомобиля и его страховой суммой провели 5-ти процентную выборку договоров страхования, заключенных за месяц. Результаты представлены в таблице 5.9.

Таблица № 5.9

№ п/п	Марка автомобиля	Страховая сумма, тыс. долл.	№ п/п	Марка автомобиля	Страховая сумма, тыс. долл.
1	Opel	7,2	16	Audi	11,8
2	Audi	12,3	17	Volkswagen	6,7
3	Ford	10,5	18	ВАЗ	5,0
4	Volkswagen	8,8	19	Opel	6,0
5	ВАЗ	3,8	20	Ford	12,3
6	Ford	12,0	21	Volkswagen	7,5
7	Opel	5,5	22	Opel	6,1
8	Volkswagen	7,9	23	ВАЗ	4,0
9	ВАЗ	4,2	24	ВАЗ	4,5
10	Ford	8,7	25	Volkswagen	6,7
11	Volkswagen	9,5	26	Opel	5,5
12	Opel	4,9	27	Volkswagen	12,0
13	Opel	7,5	28	Audi	10,1
14	Volkswagen	10,0	29	Audi	11,8
15	Ford	8,0	30	Ford	11,5

Постройте аналитическую группировку, отражающую зависимость страховой суммы автомобиля от марки.

Задача № 5.3

На основе приведенных в таблице 5.10 данных о результатах наблюдения за выработкой продукции рабочими цеха и стажем их работы на предприятии:

- 1) Сформулировать задачу изучения взаимосвязи признаков, обосновать выбор признака-фактора и признака-результата.
- 2) Рассчитать средние значения и показатели вариации (среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации) для признака-фактора и признака-результата.

Таблица № 5.10

Табельный номер рабочего	Стаж работы, лет	Выработано продукции за период наблюдения, тыс. единиц
1	4,6	28
2	6,8	59
3	1,2	14
4	8,3	64
5	5,4	43
6	9,3	95
7	12,4	86
8	4,7	39
9	3,8	18
10	6,6	58
11	5,1	42
12	10,6	89
13	8,2	62
14	9,9	92
15	9,7	89
16	2,0	13
17	5,7	44
18	13,2	90
19	6,4	56
20	7,8	61

3) Построить поле корреляции. Сформулировать гипотезу о наличии связи, ее форме, направлении.

4) Провести аналитическую группировку по признаку-фактору, выделив 3-4 группы с равными интервалами. Для каждой группы рассчитать среднее значение признака-результата.

5) По результатам аналитической группировки определить показатель силы связи.

6) Определить общую дисперсию, межгрупповую дисперсию, внутригрупповые дисперсии и среднюю из внутригрупповых дисперсий. Проверить правило сложения дисперсий.

7) Рассчитать показатели тесноты связи: эмпирическое корреляционное отношение и коэффициент детерминации. Сделать выводы о роли изучаемого фактора в общем комплексе условий и причин, влияющих на результат.

8) Охарактеризовать данную зависимость с помощью линейного уравнения регрессии и коэффициентов корреляции и детерминации. Сделать выводы.

9) Сравнить показатели силы и тесноты связи по результатам аналитической группировки и методом регрессии и корреляции. Сделать выводы о линейном или нелинейном характере связи.

При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:

Сравните функциональную и корреляционную зависимость

Как можно выявить наличие связи между явлениями социально-экономической жизни и их признаками?

Определите сущность коэффициента детерминации и эмпирического корреляционного отношения.

Что такое корреляционное поле?

Как осуществляется расчет параметров линейного уравнения регрессии?

Определите экономическое содержание коэффициента регрессии

Для чего используют показатели тесноты корреляционной связи?

6. Анализ рядов динамики

Изменение социально-экономических явлений во времени изучается статистикой методом построения и анализа динамических рядов.

Ряды динамики - это значения статистических показателей, которые представлены в определенной хронологической последовательности.

Каждый динамический ряд содержит две составляющие:

- 1) показатели периодов времени (годы, кварталы, месяцы, дни или даты);
- 2) показатели, характеризующие исследуемый объект за временные периоды или на соответствующие даты, эти показатели называют уровнями ряда.

Уровни ряда выражаются как абсолютными, так и средними или относительными величинами. В зависимости от характера показателей строят динамические ряды абсолютных, относительных и средних величин. Ряды динамики из относительных и средних величин строят на основе производных рядов абсолютных величин.

Различают *интервальные* и *моментные* ряды динамики.

Динамический интервальный ряд содержит значения показателей за определенные периоды времени. В интервальном ряду уровни можно суммировать, получая объем явления за более длительный период, или так называемые накопленные итоги.

Динамический моментный ряд отражает значения показателей на определенный момент времени (дату времени). В моментных рядах исследователя может интересовать только разность явлений, отражающая изменение уровня ряда между определенными датами, поскольку сумма уровней здесь не имеет реального содержания. Накопленные итоги здесь не рассчитываются.

Важнейшим условием правильного построения динамических рядов является сопоставимость уровней рядов, относящихся к различным периодам. Уровни должны быть представлены в однородных величинах, должна иметь место одинаковая полнота охвата различных частей явления.

Для того, чтобы избежать искажения реальной динамики, в статистическом исследовании проводятся предварительные расчеты (смыкание рядов динамики), которые предшествуют статистическому анализу динамических рядов.

Под *смыканием рядов динамики* понимается объединение в один ряд двух и более рядов, уровни которых рассчитаны по разной методологии или не соответствуют территориальным границам и т.д. Смыкание рядов динамики может предполагать также приведение абсолютных уровней рядов динамики к общему основанию, что нивелирует несопоставимость уровней рядов динамики.

6.1 Показатели изменений уровней динамических рядов

Для характеристики интенсивности развития во времени используются статистические показатели, получаемые сравнением уровней между собой, в результате чего получаем систему абсолютных и относительных показателей динамики: абсолютный прирост, коэффициент роста, темп роста, темп прироста, абсолютное значение 1% прироста.

Для характеристики интенсивности развития за длительный период рассчитываются средние показатели: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний коэффициент роста, средний темп роста, средний темп прироста, среднее абсолютное значение 1% прироста.

Если в ходе исследования необходимо сравнить несколько последовательных уровней, то можно получить или сравнение с постоянной базой (базисные показатели), или сравнение с переменной базой (цепные показатели).

Базисные показатели характеризуют итоговый результат всех изменений в уровнях ряда от периода базисного уровня до данного (i -го) периода.

Цепные показатели характеризуют интенсивность изменения уровня от одного периода к другому в пределах того промежутка времени, который исследуется.

Абсолютный прирост выражает абсолютную скорость изменения ряда динамики и определяется как разность между данным уровнем и уровнем, принятым за базу сравнения.

Абсолютный прирост (базисный):

$$\Delta_{i(\delta)} = y_i - y_0 \quad (6.1)$$

где y_i - уровень сравниваемого периода;

y_0 - уровень базисного периода.

Абсолютный прирост с переменной базой (цепной), который называют скоростью роста:

$$\Delta_{i(u)} = y_i - y_{i-1} \quad (6.2)$$

где y_i - уровень сравниваемого периода;

y_{i-1} - уровень предшествующего периода.

Коэффициент роста K_i определяется как отношение данного уровня к предыдущему или базисному, показывает относительную скорость изменения ряда.

Коэффициент роста базисный:

$$K_{i(\delta)} = \frac{y_i}{y_0} \quad (6.3)$$

Коэффициент роста цепной:

$$K_{i(u)} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \quad (6.4)$$

Если коэффициент роста выражается в процентах, то его называют *темпом роста*.

Темп роста:

$$T_p = K_p \cdot 100\% \quad (6.5)$$

Темп прироста T_n определяется как отношение абсолютного прироста данного уровня к предыдущему или базисному.

Темп прироста базисный:

$$T_{n(\delta)} = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100\% \quad (6.6)$$

Темп прироста цепной:

$$T_{n(y)} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\% \quad (6.7)$$

Темп прироста можно рассчитать и иным путем:

1) как разность между темпом роста (в процентах) и 100 %:

$$T_n = T_p - 100\% \quad (6.8)$$

или же

2) как разность между коэффициентом роста и 1 (единицей):

$$T_n = K_p - 1 \quad (6.9)$$

Абсолютное значение одного процента прироста A_i .

Этот показатель служит косвенной мерой базисного уровня, представляя собой одну сотую часть базисного уровня, но одновременно представляет собой и отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу роста.

Данный показатель рассчитывают по формуле:

$$A_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{T_{n_{i/i-1}}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0.01 \cdot y_{i-1} \quad (6.10)$$

Для характеристики динамики изучаемого явления за продолжительный период рассчитывают группу *средних показателей динамики*.

Можно выделить две категории показателей в этой группе:

- а) средние уровни ряда;
- б) средние показатели изменения уровней ряда.

Средние уровни ряда рассчитываются в зависимости от вида временного ряда.

Для интервального ряда динамики абсолютных показателей средний уровень ряда рассчитывается по формуле простой средней арифметической:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}, \quad (6.11)$$

где n - число уровней ряда.

Для моментного динамического ряда средний уровень определяется следующим образом.

Средний уровень моментного ряда с равными интервалами рассчитывается по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n}, \quad (6.12)$$

где $(n+1)$ - число дат.

Средний уровень моментного ряда с неравными интервалами рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной, где в качестве весов берется продолжительность промежутков времени между временными моментами изменений в уровнях динамического ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t} \quad (6.13)$$

где t - продолжительность периода (дни, месяцы), в течение которого уровень не изменился.

Средний абсолютный прирост (средняя скорость роста) определяется как средняя арифметическая из показателей скорости роста за отдельные периоды времени:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1}, \text{ или } \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} \quad (6.14)$$

где y_n - конечный уровень ряда;

y_1 - начальный уровень ряда.

Средний коэффициент роста (\bar{K}_p) рассчитывается по формуле средней геометрической из показателей коэффициентов роста за отдельные периоды:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{K_{p2} \cdot K_{p3} \cdot \dots \cdot K_{p(n)}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad (6.15)$$

где K_{p2} , K_{p3} , ..., $K_{p(n)}$ - коэффициенты роста по сравнению с предыдущим периодом (цепные);

n - число уровней ряда.

y_n - конечный уровень ряда; y_1 - начальный уровень ряда.

Средний темп роста, %. Это средний коэффициент роста, который выражается в процентах:

$$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100\% \quad (6.16)$$

Средний темп прироста, %.

Для расчета данного показателя первоначально определяется средний темп роста, который затем уменьшается на 100%. Его также можно определить, если уменьшить средний коэффициент роста на единицу:

$$\bar{T}_n = \bar{T}_p - 100\% ; \quad \bar{T}_n = (K_p - 1) \cdot 100\% \quad (6.17)$$

Среднее абсолютное значение 1% прироста можно рассчитать по формуле:

$$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n} \quad (6.18)$$

Средние показатели динамики исчисляются одинаковым методом для интервальных и моментных рядов, исключение составляет лишь расчет среднего уровня ряда.

6.2 Способы обработки динамического ряда

В ходе обработки динамического ряда важнейшей задачей является выявление основной тенденции развития явления (тренда) и сглаживание случайных колебаний. Для решения этой задачи в статистике существуют особые способы, которые называют методами выравнивания.

Выделяют три основных способа обработки динамического ряда:

- а) укрупнение интервалов динамического ряда и расчет средних для каждого укрупненного интервала;
- б) метод скользящей средней;
- в) аналитическое выравнивание (выравнивание по аналитическим формулам).

Укрупнение интервалов - наиболее простой способ. Он заключается в преобразовании первоначальных рядов динамики в более крупные по продолжительности временных периодов, что позволяет более четко выявить действие основной тенденции (основных факторов) изменения уровней.

По интервальным рядам итоги исчисляются путем простого суммирования уровней первоначальных рядов. Для других случаев рассчитывают средние величины укрупненных рядов (переменная средняя). Переменная средняя рассчитывается по формулам простой средней арифметической.

Скользящая средняя - это такая динамическая средняя, которая последовательно рассчитывается при передвижении на один интервал при заданной продолжительности периода. Если, предположим, продолжительность периода равна 3, то скользящие средние рассчитываются следующим образом:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} ; \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3} ; \quad \bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3} \quad \text{и т.д.} \quad (6.19)$$

При четных периодах скользящей средней можно центрировать данные, т.е. определять среднюю из найденных средних. К примеру, если скользящая исчисляется с продолжительностью периода, равной 2, то центрированные средние можно определить так:

$$\bar{y}'_1 = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2}; \quad \bar{y}'_2 = \frac{\bar{y}_2 + \bar{y}_3}{2}; \quad \bar{y}'_3 = \frac{\bar{y}_3 + \bar{y}_4}{2} \quad \text{и т.д.} \quad (6.20)$$

Первую рассчитанную центрированную относят ко второму периоду, вторую - к третьему, третью - к четвертому и т.д. По сравнению с фактическим сглаженный ряд становится короче на $(m-1)/2$, где m - число уровней интервала.

Важнейшим способом количественного выражения общей тенденции изменения уровней динамического ряда является аналитическое выравнивание ряда динамики, которое позволяет получить описание плавной линии развития ряда. При этом эмпирические уровни заменяются уровнями, которые рассчитываются на основе определенной кривой, где уравнение рассматривается как функция времени. Вид уравнения зависит от конкретного характера динамики развития. Его можно определить как теоретически, так и практически. Теоретический анализ основывается на рассчитанных показателях динамики. Практический анализ - на исследовании линейной диаграммы.

Задачей аналитического выравнивания является определение не только общей тенденции развития явления, но и некоторых недостающих значений как внутри периода, так и за его пределами. Способ определения неизвестных значений внутри динамического ряда называют интерполяцией. Эти неизвестные значения можно определить:

- 1) используя полусумму уровней, расположенных рядом с интерполируемыми;
- 2) по среднему абсолютному приросту;
- 3) по темпу роста.

Способ определения количественных значений за пределами ряда называют экстраполяцией. Экстраполирование используется для прогнозирования тех факторов, которые не только в прошлом и настоящем обусловливают развитие явления, но и могут оказать влияние на его развитие в будущем.

Экстраполировать можно по средней арифметической, по среднему абсолютному приросту, по среднему темпу роста.

Примеры решения типовых задач:

Пример № 6.1

По данным о месячном товарообороте розничного магазина за 12 месяцев года определить цепные и базисные показатели динамики товарооборота: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста и абсолютное значение 1% прироста. Исходные данные представлены в таблице 6.1.

Таблица 6.1

Товарооборот розничного магазина с разбивкой по месяцам года

Месяц	Товарооборот, млн. руб.
Январь	6,5
Февраль	6,7
Март	7
Апрель	7,2
Май	7,3
Июнь	7,5
Июль	7,4
Август	7,7
Сентябрь	8,1
Октябрь	8,3
Ноябрь	8,2
Декабрь	8,6

Решение

Результаты расчетов показателей динамики оформим в виде таблицы 6.2.

В первой строке таблицы (для января) значений показателей динамики не будет, потому что нет исходных данных (за предыдущий месяц) для сравнения. В качестве базы сравнения будем использовать значения товарооборота в январе, т.е. за базисный период примем январь.

Заметим, что для февральских показателей динамики значения цепных и базисных сравнений будут совпадать, поскольку будут производиться с одним и тем же значением, т.к. значение для предыдущего периода совпадает с базисным (наиболее ранним по времени).

Для расчета абсолютного прироста воспользуемся формулами (6.1) и (6.2).

$$\Delta_{i(\delta)} = y_i - y_0$$

$$\Delta_{i(u)} = y_i - y_{i-1}$$

$$\Delta_{1(\delta)} = y_1 - y_0 = 6,7 - 6,5 = 0,2$$

$$\Delta_{1(u)} = y_1 - y_0 = 6,7 - 6,5 = 0,2$$

Для марта и следующих месяцев цепные и базисные показатели будут различаться.

$$\Delta_{i(\delta)2\%} = y_2 - y_0 = 7 - 6,5 = 0,5$$

$$\Delta_{2(u)} = y_2 - y_1 = 7 - 6,7 = 0,3 \text{ и т.д.}$$

Для расчета темпов роста обратимся к формулам 6.3 – 6.5.

$$T = K \cdot 100\%$$

$$T_{1(u)} = K_{1(u)} \cdot 100\% = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100\% = \frac{6,7}{6,5} \cdot 100\% = 103,1\%$$

$$T_{1(\delta)} = K_{1(\delta)} \cdot 100\% = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100\% = \frac{6,7}{6,5} \cdot 100\% = 103,1\%$$

Для следующих месяцев цепные и базисные показатели будут различаться.

$$T_{2(u)} = K_{2(u)} \cdot 100\% = \frac{y_2}{y_1} \cdot 100\% = \frac{7}{6,7} \cdot 100\% = 104,5\%$$

$$T_{2(\delta)} = K_{2(\delta)} \cdot 100\% = \frac{y_2}{y_0} \cdot 100\% = \frac{7}{6,5} \cdot 100\% = 107,7\% \text{ и т.д.}$$

Для расчета темпов прироста обратимся к формуле 6.8.

$$T_{np} = T - 100\%$$

$$T_{np(u)2\%} = T_{1(u)} - 100\% = 103,1\% - 100\% = 3,1\%$$

$$T_{np(\delta)2\%} = T_{1(\delta)} - 100\% = 103,1\% - 100\% = 3,1\%$$

$$T_{np(u)2\%} = T_{2(u)} - 100\% = 104,5\% - 100\% = 4,5\%$$

$$T_{np(\delta)2\%} = T_{2(\delta)} - 100\% = 107,7\% - 100\% = 7,7\% \text{ и т.д.}$$

Для расчета абсолютного значения 1% прироста обратимся к формуле 6.10.

$A_{i(\delta)} = 0,01 \cdot y_0$ для всех базисных сравнений, следовательно, интерес представляют цепные показатели (с переменной базой) абсолютного значения 1% прироста.

$$A_{i(u)} = 0,01 \cdot y_{i-1}$$

$$A_{1(u)} = 0,01 \cdot y_0 = 6,5 \cdot 0,01 = 0,065$$

$$A_{2(u)} = 0,01 \cdot y_1 = 6,7 \cdot 0,01 = 0,067 \text{ и т.д.}$$

Результаты расчетов представлены в таблице 6.2.

Таблица 6.2
Показатели динамики товарооборота

Месяц	Това- рообо- рот, млн. руб.	Абсолютный прирост, млн. руб.		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсо- лютное значе- ние 1% приро- ста, млн. руб.
		цепной	базис- ный	цепной	базис- ный	цепной	базис- ный	
Январь	6,5	-	-	-	-	-	-	-
Февраль	6,7	0,2	0,2	103,1	103,1	3,1	3,1	0,065
Март	7	0,3	0,5	104,5	107,7	4,5	7,7	0,067
Апрель	7,2	0,2	0,7	102,9	110,8	2,9	10,8	0,07
Май	7,3	0,1	0,8	101,4	112,3	1,4	12,3	0,072
Июнь	7,5	0,2	1,0	102,7	115,4	2,7	15,4	0,073
Июль	7,4	-0,1	0,9	98,7	113,8	-1,3	13,8	0,075
Август	7,7	0,3	1,2	104,1	118,5	4,1	18,5	0,074
Сентябрь	8,1	0,4	1,6	105,2	124,6	5,2	24,6	0,077
Октябрь	8,3	0,2	1,8	102,5	127,7	2,5	27,7	0,081
Ноябрь	8,2	-0,1	1,7	98,8	126,2	-1,2	26,2	0,083
Декабрь	8,6	0,4	2,1	104,9	132,3	4,9	32,3	0,082

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 6.1

Выпуск продукции предприятием по годам характеризуется следующими данными, млн. руб.:

Таблица № 6.3

2014г.	2015г.	2016г.	2017г.	2018г.
1560	1590	1880	1985	2004

Вычислить:

- а) абсолютный прирост (цепной и базисный);
- б) темп роста (цепной и базисный);
- в) темп прироста (цепной и базисный);
- г) абсолютное значение одного процента темпа прироста.

Сделать выводы.

Задача № 6.2

Рассчитать цепные и базисные темпы роста производства электроэнергии в регионе, используя следующие данные в таблице 6.4:

Таблица № 6.4

Период	2016г.	2017г.	2018г.	2019г.
Производство электроэнергии, млрд. кВт/ч	1150	1202	1238	1295

Сделать краткие выводы.

Задача № 6.3

Имеется следующая информация о выпуске продукции заводом за период 2016-2021 гг. (млн. руб.), приведенная в таблице 6.5:

Таблица 6.5

Годы	2016	2017	2018.	2019	2020	2021
Валовая продукция	30,2	33,4	28,6	29,4	35,8	31,7

Определите:

- 1) абсолютные приrostы;
- 2) темп роста и прироста;
- 3) абсолютное значение 1 % прироста;
- 4) средний абсолютный прирост;
- 5) среднегодовой темп роста и прироста.

Сделайте краткие выводы

Задача № 6.4

Имеется следующая информация об объеме выпуска продукции заводом за 2016-2020 гг. (млн. руб.).

Таблица 6.6

Годы	2016.	2017	2018	2019	2020
Валовая продукция	42,4	38,6	30,1	53,2	61,8

Определите:

- 1) абсолютные приросты;
- 2) темп роста и прироста;
- 3) абсолютное значение 1 % прироста;
- 4) средний абсолютный прироста;
- 5) среднегодовой темп роста и прироста.

Полученные результаты представьте в табличной форме.

Задача № 6.5

Имеются данные о движении материальных запасов на предприятии в течение июня месяца в стоимостном выражении (в тыс. руб.).

Остаток на начало месяца – 1200;
02.06 - поступило на склад – 500;
04.06 – отпущено в производство – 300;
07.06 – отпущено в производство – 250;
12.06 – поступило на склад – 400;
15.06 – отпущено в производство – 850;
20.06 – реализовано на сторону – 120;
28.06 – отпущено в производство – 380;

Других изменений до конца месяца не было. Требуется определить средний запас материалов на предприятии за июнь.

Задача № 6.6

Динамика задолженности бюджету предприятиями АПК трех районов Крыма представлена в таблице 6.7.

Таблица 6.7

Год	Симферопольский р-н		Нижнегорский р-н		Ленинский р-н	
	Сумма задолженности, тыс. ден. ед.	Число предприятий-должников	Сумма задолженности, тыс. ден. ед.	Число предприятий-должников	Сумма задолженности, тыс. ден. ед.	Число предприятий-должников
1998	3108	24	2371	19	2200	24
1999	2987	21	3390	13	3201	26
2000	571	14	1813	14	554	23

Определите средний размер задолженности бюджету, приходящийся на одно агропромышленное предприятие Крыма за каждый приведенный год. Оцените динамику этого показателя на основе приведенных данных.

Задача № 6.7

Имеется следующая информация о реализации продуктов сельскохозяйственного производства магазинами города, (млн. руб.):

Таблица 6.8

Квартал	2018 г.	2019 г.	2020 г.
1	340	515	435
2	280	330	420
3	420	438	380
4	510	240	377

Для выявления основной тенденции развития товарооборота произведите сглаживание уровней ряда динамики:

- 1) методом укрупнения периодов по трем кварталам.
- 2) методом скользящей средней.

При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:

Что такое динамические ряды?

Какие задачи решаются путем построения рядов динамики?

Какие элементы необходимы для описания динамического ряда?

Как обеспечивается сопоставимость данных при изучении рядов динамики?

Какие показатели динамики можно отнести к абсолютным?

Какие относительные показатели динамики используются при изучении временных рядов?

Приведите показатели рядов динамики и способы их расчета.

В чем сущность способов обеспечения сопоставимости рядов или уровней ряда - приведения рядов динамики к одному основанию и приведения рядов динамики к сопоставимому виду?

Определите сущность способов выявление тенденции изучаемого явления - метода укрупнения интервалов, метода скользящей средней, метода аналитического выравнивания.

Что такое интерполяция рядов динамики?

Что такое экстраполяция рядов динамики?

7. Индексы и их применение

Индексами в статистике называются обобщающие показатели сравнения во времени или пространстве величин какого-либо общественного явления.

Индексные показатели вычисляются на высшей ступени статистического обобщения и опираются на результаты сводки и обработки данных статистического наблюдения.

Индексный метод применяется для решения следующих задач:

- для изучения изменения явлений во времени;
- для проведения пространственных сравнений;
- для характеристики степени выполнения плана;
- для характеристики степени влияния структурных изменений.

Индекс является результатом сравнения двух одноименных показателей, поэтому при его вычислении различают сравниваемый уровень (числитель индексного отношения), называемый текущим или отчетным, и уровень, с которым производится сравнение (знаменатель индексного отношения), называемый базисным. Выбор базы определяется целью исследования.

Для удобства применения индексного метода, составления формул индексов и их использования в статистико-экономическом анализе в теории статистики разработана определенная символика и применяются соответствующие условные обозначения.

Каждая индексируемая величина имеет свое символическое обозначение:

- p – цена за одну единицу продукции;
 q – количество продукции одного вида в натуральном выражении;
 z – себестоимость единицы продукции;
 $1, 2, \dots$ – подстрочное обозначение отчетного периода;
 0 – подстрочное обозначение базисного периода;
 i – индивидуальный индекс;
 I – сводный (общий) индекс.

У символа, обозначающего индекс, проставляется символ соответствующей индексируемой величины.

Индексы подразделяются на индивидуальные и общие (сводные).

Индивидуальным называется индекс, который применяется для определения степени изменения отдельного элемента сложного общественного явления.

Так, *индивидуальный индекс цены* обозначается i_p и рассчитывается следующим образом:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad (7.1)$$

где, p_1 – цена отчетного периода;

p_0 – цена базисного периода.

Индивидуальный индекс физического объема строится следующим образом:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \quad (7.2)$$

где q_1 – количество проданной продукции (проданного товара) в отчетном периоде;

q_0 – количество проданной продукции (проданного товара) в базисном периоде.

Индивидуальный индекс товарооборота (выручки):

$$i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} = i_p \cdot i_q \quad (7.3)$$

Как показано, индивидуальные индексы цены, физического объема и товарооборота составляют систему.

Общим индексом называется относительный показатель, характеризующий изменение сложного явления, состоящего из элементов, не поддающихся непосредственному суммированию. Идея построения общего индекса цен заключается в следующем. Общий индекс цен показывает, как в среднем меняются цены по всем рассматриваемым товарным группам. Так как цены, относящиеся к различным товарам, непосредственно суммировать нельзя, то нужно выбрать некий показатель, чтобы действие суммирования имело смысл. Таким показателем является товарооборот или выручка.

На величину товарооборота влияют два фактора:

- уровень цен;
- количество проданных товаров.

Если нас интересует только изменение цен, то влияние второго фактора необходимо устранить. Для этого количество проданных товаров фиксируется на постоянном уровне q .

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q}{\sum p_0 \cdot q} \quad (7.4)$$

Возможны два варианта:

1. Количество проданных товаров фиксируется на уровне отчетного периода (этот вариант индекса был предложен Г. Пааше):

$$I_p^I = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} \quad (7.5)$$

2. Количество проданных товаров фиксируется на уровне базисного периода (вариант индекса был предложен Э. Ласпейресом):

$$I_p^II = \frac{\sum p_1 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} \quad (7.6)$$

Для получения единого результата используется индекс Фишера, который рассчитывается как средняя геометрическая величина из индексов Пааше и Ласпейреса:

$$I_p^\phi = \sqrt{I_p^\Pi \cdot I_p^L} \quad (7.7)$$

Если нас интересует только изменение количества реализованной продукции (проданных товаров), то влияние второго фактора, т.е. уровня цен, необходимо устраниТЬ, зафиксировав его на постоянном уровне p_0 . Общий индекс физического объема товарооборота (выручки от реализации) принимает вид:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} \quad (7.8)$$

Данный индекс показывает, как изменяется общая выручка в связи с изменением количества проданных товаров.

Общий индекс стоимости реализованной продукции (товарооборота):

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} \quad (7.9)$$

Эти индексы представляют собой систему:

$$I_{pq} = I_p^\Pi \cdot I_q^L \quad (7.10)$$

или

$$I_{pq} = I_p^L \cdot I_q^\Pi \quad (7.11)$$

Индексный метод применяется для факторного анализа. Для получения сопоставимых результатов рекомендуется соблюдать такую последовательность включения факторов в анализ: вначале идут количественные факторы (в нашем случае q), затем качественные (p).

Абсолютное изменение товарооборота за счет изменения количества проданных товаров (числитель минус знаменатель общего индекса физического объема товарооборота по Ласпейресу):

$$\Delta_q p \cdot q = \sum q_1 \cdot p_0 - \sum q_0 \cdot p_0 \quad (7.12)$$

Абсолютное изменение товарооборота за счет изменения цен (числитель минус знаменатель индекса цен Пааше):

$$\Delta_p p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_1 \quad (7.13)$$

Здесь возможны два случая: экономия или перерасход покупателей за счет изменения цен.

Взаимосвязь абсолютных величин:

$$\Delta p \cdot q = \Delta_q p \cdot q + \Delta_p p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_0 \quad (7.14)$$

Возможны два способа расчета индексов – цепной и базисный.

Цепные индексы получают путем сопоставления показателя любого периода с показателем предшествующего периода. Следовательно, база сравнения непрерывно меняется.

Базисные индексы получают путем сопоставления с уровнем какого-либо одного периода, принятого за базу сравнения. При территориальных сравнениях за базу принимают данные другой территории.

Для иллюстрации приведем пример построения цепных и базисных индивидуальных индексов физического объема реализации некоторого товара в разные периоды времени. Различия построения цепных и базисных индивидуальных индексов становятся понятны из сравнения двух столбцов таблицы 7.1, в которых представлены для 5 разных периодов времени t , принимающих значения от 0 до 4, формулы расчета базисных и цепных индивидуальных индексов физического объема реализации, использующие показатели физического объема реализации в те же периоды времени.

В таблице использованы обозначения:

q_0 - количество реализованной продукции (проданного товара) в базисном периоде;

q_1 - количество реализованной продукции (проданного товара) в первом периоде, и так далее.

Таблица 7.1

Порядок расчета базисных и цепных индивидуальных индексов физического объема для 5-ти последовательных периодов времени

t	q_t	i_q^B	i_q^U
0	q_0	—	—
1	q_1	q_1/q_0	q_1/q_0
2	q_2	q_2/q_0	q_2/q_1
3	q_3	q_3/q_0	q_3/q_2
4	q_4	q_4/q_0	q_4/q_3

Произведение цепных индексов дает базисный индекс последнего периода времени:

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdot \frac{q_4}{q_3} = \frac{q_4}{q_0} \quad (7.15)$$

Пример построения цепных агрегатных индексов физического объема продукции:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}; \quad (7.16)$$

$$I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_2 \cdot p_1}{\sum q_1 \cdot p_1}; \quad (7.17)$$

$$I_{q_{3/2}} = \frac{\sum q_3 \cdot p_2}{\sum q_2 \cdot p_2} \text{ и т.д.} \quad (7.18)$$

Пример построения базисных агрегатных индексов физического объема продукции:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}; \quad (7.19)$$

$$I_{q_{2/0}} = \frac{\sum q_2 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}; \quad (7.20)$$

$$I_{q_{3/0}} = \frac{\sum q_3 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} \text{ и т.д.} \quad (7.21)$$

Базисный агрегатный индекс физического объема продукции может быть получен как произведение цепных агрегатных индексов при постоянных соизмерителях:

$$I_{q_{2/0}} = I_{q_{1/0}} \cdot I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} \times \frac{\sum q_2 \cdot p_0}{\sum q_1 \cdot p_0} = \frac{\sum q_2 \cdot p_0}{\sum q_1 \cdot p_0} \quad (7.22)$$

или

$$I_{q_{2/0}} = I_{q_{1/0}} \cdot I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_c}{\sum q_0 \cdot p_c} \times \frac{\sum q_2 \cdot p_c}{\sum q_1 \cdot p_c} = \frac{\sum q_2 \cdot p_c}{\sum q_1 \cdot p_c} \quad (7.23)$$

В первом случае в качестве соизмерителя использована цена базисного периода p_0 , а во втором случае – учетная цена (соизмеримая цена) – p_c .

Цепные агрегатные индексы цен строят следующим образом:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}; \quad (7.24)$$

$$I_{p_{2/1}} = \frac{\sum p_2 \cdot q_2}{\sum p_1 \cdot q_2}; \quad (7.25)$$

$$I_{p_{3/2}} = \frac{\sum p_3 \cdot q_3}{\sum p_2 \cdot q_3} \text{ и т.д.} \quad (7.26)$$

Базисные агрегатные индексы цен:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}; \quad (7.27)$$

$$I_{p_{2/0}} = \frac{\sum p_2 \cdot q_2}{\sum p_0 \cdot q_2}; \quad (7.28)$$

$$I_{p_{3/0}} = \frac{\sum p_3 \cdot q_3}{\sum p_0 \cdot q_3} \text{ и т.д.} \quad (7.29)$$

Для характеристики изменения обобщенных величин по всей совокупности строят сводные (общие) индексы. Сводные индексы могут быть построены: в агрегатной форме, как уже рассмотренные выше, и как *средние из индивидуальных*.



Рисунок 7.1

Построение агрегатных индексов цен и физического объема было рассмотрено выше. Рассмотрим построение индексов средних из индивидуальных.

Средние взвешенные индексы цен применяются в том случае, если известны индивидуальные индексы цен по отдельным видам продукции, а также стоимость отдельных видов продукции.

Формула *среднего взвешенного арифметического индекса цен*:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum i_p \cdot p_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}, \quad (7.30)$$

где i_p - индивидуальный индекс цен по каждому виду продукции;

$p_0 \cdot q_0$ - стоимость продукции каждого вида в базисном периоде.

Формула *среднего взвешенного гармонического индекса цен*:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 \cdot q_1}, \quad (7.31)$$

где $p_1 \cdot q_1$ - стоимость продукции каждого вида в текущем периоде;

i_p - индивидуальный индекс цен по каждому виду продукции.

Индексы средних уровней (индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов) используются для изучения динамики качественных показателей по некоторым единицам (предприятиям, территориям, странам).

Например, рассматривается реализация товара А несколькими фирмами. У каждой фирмы определенный объем реализации (q_i), своя доля в общем объеме реализации (d_i) и своя цена (p_i). Требуется провести анализ изменения средней цены товара.

Индекс средней цены (индекс переменного состава):

$$I_p = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} \quad (7.32)$$

Этот индекс можно построить иначе.

$$\frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \sum \frac{p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \sum p_0 \cdot \frac{q_0}{\sum q_0} = \sum p_0 \cdot d_0 \quad (7.33)$$

$$\frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} = \sum \frac{p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} = \sum p_1 \cdot \frac{q_1}{\sum q_1} = \sum p_1 \cdot d_1 \quad (7.34)$$

$$I_{\bar{p}_{1/0}} = \frac{\sum p_1 \cdot d_1}{\sum p_0 \cdot d_0} \quad (7.35)$$

где d_1 и d_0 – удельный вес (доля) каждого предприятия в общем объеме выпуска продукта А соответственно в отчетном и базисном периодах.

Из формулы индекса переменного состава видно, что средняя цена изменяется в результате действия двух факторов:

- изменения цен в отдельных фирмах;
- изменения удельного веса фирм в общем объеме реализации товаров.

Следовательно, индекс переменного состава может быть разложен на два субиндекса, каждый из которых характеризует действия одного из этих факторов:

- 1) Субиндекс - индекс постоянного состава $I_{\bar{p}_p}$. Он показывает, как изменяется средняя цена в результате изменения цен в отдельных фирмах;
- 2) Субиндекс - индекс структурных сдвигов $I_{\bar{p}_d}$. Он показывает, как изменяется средняя цена в результате изменения удельного веса фирм в общем объеме реализации товаров (в результате структурных сдвигов):

Индекс постоянного состава:

$$I_{\bar{p}_p} = \frac{\sum p_1 \cdot d_1}{\sum p_0 \cdot d_1} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \quad (7.36)$$

Индекс структурных сдвигов:

$$I_{\bar{p}_d} = \frac{\sum p_0 \cdot d_1}{\sum p_0 \cdot d_0} = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} \quad (7.37)$$

Перечисленные индексы образуют систему:

$$I_{\bar{p}} = I_{\bar{p}_p} \cdot I_{\bar{p}_d} \quad (7.38)$$

Абсолютное изменение средней цены исчисляется как разность делимого и делителя индекса переменного состава:

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} \quad (7.39)$$

Изменение средней цены за счет изменения цен в отдельных фирмах исчисляется как разность делимого и делителя индекса фиксированного состава:

$$\Delta \bar{p}_{\bar{p}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} = \sum p_1 \cdot d_1 - \sum p_0 \cdot d_1 \quad (7.40)$$

Изменение средней цены за счет структурных сдвигов исчисляется как разность делимого и делителя индекса структурных сдвигов:

$$\Delta \bar{p}_d = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \sum p_0 \cdot d_1 - \sum p_0 \cdot d_0 \quad (7.41)$$

Перечисленные абсолютные величины образуют систему:

$$\Delta \bar{p} = \Delta \bar{p}_{\bar{p}} + \Delta \bar{p}_d \quad (7.42)$$

Рассмотренные индексы находят широкое применение в факторном анализе.

Примеры решения типовых задач:

Пример № 7.1

Реализация предприятием продукции за два периода характеризуется следующими данными:

Таблица 7.2

Вид продукции	Базисный период		Текущий период	
	Количество, шт., q_0	Цена за штуку, руб., p_0	Количество, шт., q_1	Цена за штуку, руб., p_1
А	2860	40	3020	38
Б	6890	25	6780	20

Вычислить:

- индивидуальные индексы цен, физического объема реализации и выручки от реализации продукции;
- общий индекс физического объема продукции, цен, и общий индекс выручки;
- абсолютное изменение выручки в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- оценить вклад каждого фактора в общее изменение выручки предприятия.

Решение

Для того, чтобы вычислить индивидуальные индексы цен, физического объема реализации и выручки от реализации продукции, воспользуемся формулами (7.1) – (7.3).

Для продукции вида А:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{3020}{2860} = 1,06 \text{ или } 106\%$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{38}{40} = 0,95 \text{ или } 95\%$$

$$i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} = \frac{38 \cdot 3020}{40 \cdot 2860} = \frac{114760}{114400} = 1,003 \text{ или } 100,3\%$$

Снижение цены продукции А на 5% (до 95% от базисного уровня) сопровождалось ростом физического объема на 6%, что в совокупности привело к незначительному росту выручки от реализации продукции А на 0,3%.

Для продукции вида Б:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{6780}{6890} = 0,98 \text{ или } 98\%$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{20}{25} = 0,8 \text{ или } 80\%$$

$$i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} = \frac{20 \cdot 6780}{25 \cdot 6890} = \frac{135600}{172250} = 0,787 \text{ или } 78,7\%$$

Расчеты показывают, что по продукции Б незначительное снижение в отчетном периоде до 98% физического объема реализации сопровождалось заметным снижением цены до 80%, что привело к снижению выручки от реализации продукции Б до 78,7% от базисного уровня.

Для того, чтобы вычислить общие индексы физического объема продукции, цен, выручки воспользуемся формулами (7.5), (7.8) и (7.9).

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{38 \cdot 3020 + 20 \cdot 6780}{40 \cdot 3020 + 25 \cdot 6780} = \frac{114760 + 135600}{120800 + 169500} = \frac{250360}{290300} = 0,862 \text{ или } 86,2\%$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{40 \cdot 3020 + 25 \cdot 6780}{40 \cdot 2860 + 25 \cdot 6890} = \frac{120800 + 169500}{114400 + 172250} = \frac{290300}{286650} = 1,013 \text{ или } 101,3\%$$

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{250360}{286650} = 0,873 \text{ или } 87,3\%$$

В среднем цены на продукцию предприятия в отчетном периоде снизились на 13,8% (до 86,2% от базисного уровня) при некотором росте в среднем физического объема реализации на 1,3% до 101,3%. Однако выручка в отчетном периоде в целом снизилась до 87,3% базисного уровня (на 12,7%), что следует оценить как негативную тенденцию.

Для того, чтобы вычислить абсолютное изменение выручки в отчетном периоде по сравнению с базисным, а также изменение стоимости реализованной

продукции за счет влияния каждого из факторов (вклад в общее изменение стоимости каждого из факторов), воспользуемся формулами (7.12), (7.13) и (7.14).

$$\Delta p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_0 = \Delta_q p \cdot q + \Delta_p p \cdot q$$

$$\Delta_q p \cdot q = \sum q_1 \cdot p_0 - \sum q_0 \cdot p_0$$

$$\Delta_p p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_1$$

$$\Delta p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_0 = 250360 - 286650 = -36290$$

$$\Delta_p p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_1 = 250360 - 290300 = -39940$$

$$\Delta_q p \cdot q = \sum q_1 \cdot p_0 - \sum q_0 \cdot p_0 = 290300 - 286650 = 3650$$

Выполним проверку, сумма изменений за счет каждого из факторов должна быть равна общему изменению стоимости реализованной продукции.

$$\Delta_q p \cdot q + \Delta_p p \cdot q = -39940 + 3650 = -36920 = \Delta p \cdot q$$

Равенство выполняется.

Можно сделать **вывод**, что в отчетном периоде произошло уменьшение выручки на 36290 руб. Абсолютное уменьшение выручки на 36290 руб. было обусловлено изменением цен и физического объема реализации. За счет снижения цен произошло уменьшение выручки на 39940 руб. В то же время, увеличение физического объема привело к росту выручки на 3650 руб., что, однако, не смогло компенсировать большее на порядок снижение выручки за счет фактора цены.

Пример № 7.2

Имеются данные о себестоимости по предприятиям, вырабатывающим однородную продукцию:

Таблица 7.3

Предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	Произведено, тыс. шт. (q_0)	Себестоимость единицы, руб. (z_0)	Произведено, тыс. шт. (q_1)	Себестоимость единицы, руб. (z_1)
№1	60	42	43	43
№2	360	39	480	38

Определить:

- Индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов. Сделайте выводы.
- Абсолютное изменение средней себестоимости единицы продукции, а также изменение средней себестоимости за счет изменения факторов.

Решение

Для того, чтобы вычислить индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов, воспользуемся формулами (7.35), (7.36) и (7.37). Рассчитаем доли (удельные веса) в физическом объеме производства каждого предприятия и дополним таблицу с исходными данными. Результаты вычислений объединены с исходными данными в таблице 7.4.

Доля в общем объеме производства предприятия №1 в базисном периоде:

$$d_0^{\text{№1}} = \frac{60}{60+360} = \frac{60}{420} = 0,143$$

Доля в общем объеме производства предприятия №2 в базисном периоде:

$$d_0^{\text{№2}} = \frac{360}{60+360} = \frac{360}{420} = 0,857$$

Доля в общем объеме производства предприятия №1 в отчетном периоде:

$$d_1^{\text{№1}} = \frac{43}{43+480} = \frac{43}{523} = 0,082$$

Доля в общем объеме производства предприятия №2 в отчетном периоде:

$$d_1^{\text{№2}} = \frac{480}{43+480} = \frac{480}{523} = 0,918$$

Таблица 7.4

Пред- прия- тие	Базисный период			Отчетный период		
	Произве- дено, тыс. шт. (q_0)	Себестои- мость единицы, руб. (z_0)	Доля в общем объеме пр-ва d_0	Произве- дено, тыс. шт. (q_1)	Себестои- мость единицы, руб. (z_1)	Доля в общем объеме пр-ва d_1
№1	60	42	0,143	43	43	0,082
№2	360	39	0,857	480	38	0,918

Индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов:

$$I_{\bar{z}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_0} = \frac{43 \cdot 0,082 + 38 \cdot 0,918}{42 \cdot 0,143 + 39 \cdot 0,857} = \frac{3.526 + 34.884}{6.006 + 33.423} = \frac{38.41}{39.429} = 0.974 \text{ или } 97,4\%$$

$$I_{\bar{z}_c} = \frac{\sum z_1 \cdot d_1}{\sum z_0 \cdot d_1} = \frac{43 \cdot 0,082 + 38 \cdot 0,918}{42 \cdot 0,082 + 39 \cdot 0,918} = \frac{3.526 + 34.884}{3.444 + 35.802} = \frac{38.41}{39.246} = 0.979 \text{ или } 97,9\%$$

$$I_{\bar{z}_d} = \frac{\sum z_0 \cdot d_1}{\sum z_0 \cdot d_0} = \frac{42 \cdot 0.082 + 39 \cdot 0.918}{42 \cdot 0.143 + 39 \cdot 0.857} = \frac{3.444 + 35.802}{6.006 + 33.423} = \frac{39.246}{39.429} = 0.995 \text{ или } 99,5\%$$

Средняя себестоимость единицы продукции по двум предприятиям в отчетном периоде снизилась по сравнению с базисным на 2,6%, что, при прочих равных, следует расценивать как положительную тенденцию. Средняя себестоимость единицы продукции снизилась за счет снижения себестоимости единицы продукции на разных предприятиях до 97,9% от базисного уровня, т.е. на 2,3%, а за счет структурных сдвигов средняя себестоимость изменилась менее значительно, снизившись лишь на 0,5%.

Для того, чтобы провести факторный анализ, т.е. оценить абсолютное изменение средней себестоимости в отчетном периоде по сравнению с базисным, а также влияние каждого из факторов на это изменение, воспользуемся формулами (7.40), (7.41) и (7.42).

Следует обратить внимание, что искомые абсолютные значения рассчитываются как разность между числителем и знаменателем соответствующего индекса. Это позволяет не повторять вычисления, а воспользоваться готовыми значениями, полученными при исчислении индексов переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов.

$$\Delta \bar{z} = \Delta \bar{z}_{\bar{z}} + \Delta \bar{z}_d$$

$$\Delta \bar{z} = \sum z_1 d_1 - \sum z_0 d_0 = 38.41 - 39.429 = -1.019 \approx -1,02 \text{ руб.}$$

$$\Delta \bar{z}_{\bar{z}} = \sum z_1 \cdot d_1 - \sum z_0 \cdot d_1 = 38.41 - 39.246 = -0.836 \approx -0,84 \text{ руб.}$$

$$\Delta \bar{z}_d = \sum z_0 \cdot d_1 - \sum z_0 \cdot d_0 = 39.246 - 39.429 = -0.183 \approx -0,18 \text{ руб.}$$

Выполним самопроверку, сумма изменений за счет каждого из факторов должна быть равна общему изменению средней себестоимости:

$$\Delta \bar{z}_{\bar{z}} + \Delta \bar{z}_d = -0.836 + (-0.183) = -1.019 = \Delta \bar{z}$$

Равенство выполняется.

Можно сделать **вывод**, что средняя себестоимость снизилась в отчетном периоде по сравнению с базисным на 1,02 руб. Абсолютное уменьшение средней себестоимости произошло в основном за счет снижения себестоимости единицы на разных предприятиях, и за счет фактора себестоимости на отдельных предприятиях составило -0,84 руб., снижение же средней себестоимости за счет структурных сдвигов (перераспределения физических объемов производства между предприятиями) было менее значительным и составило -0,18 руб.

Пример № 7.3

На сколько процентов изменился товарооборот, если цены были снижены на 5%, а физический объём товарооборота увеличился на 12%?

Решение

Для определения индекса товарооборота используем взаимосвязь между тремя индексами:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = 0,95 \cdot 1,12 = 1,064$$

Следовательно, товарооборот увеличился на 6,4%.

Пример № 7.4

Имеются следующие данные о товарообороте магазина в базисном периоде и индивидуальных индексах цен в отчетном периоде:

Таблица 7.5

Группа товаров	Товарооборот базисного периода, тыс. руб.	Индекс цен отчетного периода
Часы	1067	1,06
Ювелирные изделия	2302	1,14
Фаянсовая посуда	1474	1,02

Определить, как в среднем изменились цены на представленные группы товаров.

Решение

Для того чтобы оценить в среднем изменение цен на представленные товарные группы, надо вычислить общий индекс цен. Воспользуемся формулой среднего взвешенного арифметического индекса цен (7.30):

$$I_{p_{v0}} = \frac{\sum i_p \cdot p_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{1,06 \cdot 1067 + 1,14 \cdot 2302 + 1,02 \cdot 1474}{1067 + 2302 + 1474} = \frac{1131,02 + 2624,28 + 1503,48}{4843} = \\ = \frac{5258,78}{4843} = 1,086 \text{ или } 108,6\%$$

Следовательно, цены на представленные товарные группы в среднем выросли на 8,6%.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 7.1

Реализация продукции в области за два месяца представлена в таблице:

Таблица 7.6

Наименование товара	Июль		Август	
	Цена за 1 кг, руб.	Продано, т	Цена за 1 кг, руб.	Продано, т
Черешня	12	18	12	15
Персики	11	22	10	27
Виноград	9	20	7	24

Определить:

- 1) изменение (в %) физического объема реализации каждого вида продукции, а также изменение физического объема продаж продукции в целом по области;
- 2) изменение цен (в %) по каждому виду продукции и среднее изменение цен по всему ассортименту продукции;
- 3) изменение стоимости реализованной продукции каждого вида и общей стоимости реализации продукции в области;
- 4) абсолютное изменение общей стоимости продукции, выделив из общей суммы изменение за счет изменения количества продукции и за счет изменения цен.

Сделать выводы по динамике продаж за два месяца.

Задача № 7.2

Продажа товаров на рынке в 2021 г. представлена в таблице 7.7.

Таблица 7.7

Товары	Количество проданных товаров, тыс.		Цена за единицу товара. руб.	
	Январь	Февраль	Январь	Февраль
	q_0	q_1	p_0	p_1
Картофель, кг	200	240	30	40
Молоко, л	60	50	65	70
Яйцо, дес.	800	650	80	72

Рассчитать индивидуальные индексы цен, общие индексы Пааше и Ласпейреса, экономию (перерасход) населения из-за изменения цен.

Задача № 7.3

По данным таблицы 7.8 получить сводную оценку изменения цен на реализованный товар (дать оценку общего изменения цен в текущем периоде по сравнению с базисным).

Таблица 7.8

Товар	Реализация в текущем периоде, руб.	Изменение цен в текущем периоде по сравнению с базисным, %
Морковь	23000	+4,0
Свекла	21000	+2,3
Лук	29000	-0,8
Итого	73000	

Задача № 7.4

Имеются следующие данные о продаже товара (картофеля) на рынках города:

Таблица 7.9

Рынок	Продано, ц		Цена, руб./кг	
	Апрель	Май	Апрель	Май
1	68	62	32	33
2	24	24	48	50
3	20	16	24	26,5

Определите:

- 1) Индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов. Сделайте выводы.
- 2) Абсолютное изменение средней цены картофеля на рынках города, а также изменение средней цены за счет изменения факторов.

Задача № 7.5

В отчетном году было продано меховых изделий на 800 тыс. руб., головных уборов – на 7500 тыс. руб., галантереи – на 6000 тыс. руб.

Определите общий индекс цен на эти три товара, если известно, что цены на меха были снижены на 3 %. На головные уборы – на 7 %, на галантерею – на 11 %.

Задача № 7.6

Имеется следующая информация о продаже товаров на рынке группы городов, представленная в таблице 7.10:

Таблица 7.10

Товары	Продано товаров, тонн		Цены в сентябре, тыс. руб.	% изменения цен в сентябре по сравнению с августом
	Август	Сентябрь		
Огурцы	42,0	240	4,5	+20
Помидоры	28,0	35,0	2,5	+45
Картофель	36,0	42,0	1,3	-12
Лук	29,0	24,0	2,5	+2

На основе приведенных данных исчислите:

- 1) индивидуальные и общие индексы цен;
- 2) общий индекс товарооборота в фактических ценах
- 3) общий индекс физического объема, используя взаимосвязь индексов товарооборота и цен;
- 4) сумму экономического эффекта в отчетном периоде от изменения цен.

Задача № 7.7

На сколько процентов изменится товарооборот, если цены будут снижены на 5%, а физический объем продаж за счет снижения цен увеличится на 10%?

Задача № 7.8

Реализация продукции в текущем и базисном периодах характеризуется следующими данными, которые представлены в таблице 7.11:

Таблица 7.11

Вид продукции	Базисный период		Текущий период	
	Количество, шт.	Цена одной штуки, руб.	Количество, шт.	Цена одной штуки, руб.
А	2860	40	3020	38
Б	6890	25	6780	20

Вычислить:

- индивидуальные и общие индексы цен, физического объема и стоимости реализованной продукции;
- абсолютное изменение общей стоимости продукции, выделив из общей суммы изменение за счет изменения физического объема и за счет изменения цен.

Задача № 7.9

Имеются данные по предприятиям, вырабатывающим однородную продукцию, которые приведены в таблице 7.12:

Таблица 7.12

Предприятие	Базисный период		Отчетный период	
	Произведено, тыс. шт.	Себестоимость единицы, руб.	Произведено, тыс. шт.	Себестоимость единицы, руб.
№1	160	(z_0) 42	43	40
№2	360	49	480	53

Определите:

- индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов, сделайте выводы;
- абсолютное изменение средней себестоимости единицы продукции, а также за счет изменения факторов.

Задача № 7.10

Имеются следующие данные о товарообороте базисного периода и индивидуальных индексах по группам однородных товаров, представленные в таблице 7.13:

Таблица 7.13

Группа товаров	Товарооборот базисного периода, млн. руб.	Индекс цен
Золотые изделия	1060	1,05
Изделия с бриллиантами	2300	1,15
Изделия из самоцветов	1470	1,02

Вычислить общий индекс цен.

Задача № 7.11

Имеются следующие данные о реализации товаров, представленные в таблице 7.14:

Таблица 7.14

Наименование товара	Реализовано, шт.		Цена за единицу, тыс. руб.	
	Базисный период	Отчётный период	Базисный период	Отчётный период
Телевизоры	200	250	42	40
Муз. центры	500	500	200	240

Вычислить общий индекс цен. Сделать выводы.

При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:

Для каких задач используется индексный метод?

Какова роль индексного метода в статистических исследованиях?

Объясните разницу между индивидуальными и общими индексами.

Какова классификация индексов?

Определите принципы построения агрегатных индексов объема и индексов качественных показателей

Покажите наличие связи между цепными и базисными индексами?

Покажите соотношение индексов взаимосвязанных величин

Как осуществляется разложение абсолютного прироста сложного показателя на приrostы за счет каждого фактора с помощью индексов?

Как построить индексы переменного и фиксированного состава?

Покажите взаимосвязь индексов переменного и фиксированного состава с индексом структурных сдвигов

Какова роль индексов средних из индивидуальных?

Какие факторы положены в основу различия агрегатных индексов Ласпейреса и Пааше?

Какова роль индексов средних уровней?

Объясните принцип взаимосвязи индексов.

Чем отличается факторный показатель от результативного?

Какой принцип лежит в основе аналитических индексных расчетов?

Какой принцип положен в основу последовательно-цепного метода (принципа цепных подстановок)?

8. Тесты

1. Вариационный ряд - это ряд распределения, построенный по ... признаку:

- а. количественному
- б. качественному
- с. непрерывному
- д. количественному и качественному

2. Средняя величина признака равна 20, а коэффициент вариации -25 %.

Дисперсия признака равна:

- а. 20
- б. 25
- с. 125
- д. 45

3. Относительные статистические величины могут выражаться в:

- а. процентах
- б. промилле
- с. трудовых единицах измерения
- д. виде простого кратного отношения

4. Атрибутивные признаки группировок:

- а. национальность
- б. посевная площадь
- с. прибыль предприятия
- д. пол человека

5. Модой называется:

- а. наиболее редко встречающееся значение признака в данном ряду
- б. среднее значение признака в данном ряду распределения
- с. наиболее часто встречающееся значение признака в данном ряду
- д. значение признака, делящее данную совокупность на две равные части

6. При увеличении всех значений признака в 2 раза средняя арифметическая:

- а. увеличится более чем в 2 раза
- б. не изменится
- с. увеличится в 2 раза
- д. уменьшится в 2 раза

7. Имеется ряд распределения: Тарифный разряд рабочих: 2, 3, 4, 5, 6. Число рабочих: 8, 16, 17, 12, 7. Вид данного ряда:

- a. дискретный
- b. интервальный
- c. моментный
- d. атрибутивный

8. В зависимости от задач статистического исследования применяются группировки:

- a. первичные, вторичные
- b. типологические, аналитические, структурные
- c. атрибутивные, количественные
- d. простые, комбинированные

9. Относительные величины сравнения - это:

- a. соотношение двух разноименных показателей, находящихся в определенной взаимосвязи
- b. соотношение одноименных показателей, характеризующих различные объекты за один и тот же период
- c. соотношение отдельных частей совокупности, входящих в её состав, из которых одна принимается за базу сравнения
- d. удельный вес каждой части совокупности в её общем объеме

10. Группировка промышленных предприятий по формам собственности является примером группировки:

- a. структурной
- b. аналитической
- c. типологической
- d. сложной

11. Сумма отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины:

- a. больше нуля
- b. меньше нуля
- c. равна нулю
- d. больше или равна нулю

12. Абсолютные показатели вариации:

- a. коэффициент корреляции
- b. коэффициент осцилляции
- c. коэффициент вариации
- d. размах вариации

13. К относительным показателям вариации относятся:

- a.коэффициент вариации
- б.размах вариации
- с.дисперсия
- д.среднее линейное отклонение

14. Стоимость реализованной продукции за текущий период увеличилась на 15%. Цены на продукцию за этот период также увеличились на 15%. Количество реализованной продукции:

- а.не изменилось
- б.уменьшилось на 5%
- с.увеличилось на 32%
- д.уменьшилось на 32 %

15. Агрегатный индекс физического объема при исчислении по одним и тем же данным будет ... среднему (го) арифметическому(го) индексу (а) физического объема:

- а.равен
- б.больше или равен
- с.меньше или равен
- д.меньше

16. Средний уровень интервального ряда динамики с равными временными промежутками исчисляется по формуле средней:

- а.гармонической взвешенной
- б.арифметической простой
- с.гармонической простой
- д.арифметической взвешенной

17. Для значений признака: 3, 5, 6, 9, 11, 12, 13 Мода...:

- а.= 13
- б.= 3
- с.отсутствует
- д.= 9

18. Известно, что индекс переменного состава равен 107,8 %, а индекс структурных сдвигов - 110 %. Индекс постоянного состава равен ... %:

- а.105,0
- б.96,5
- с.99,0
- д.98,0

19. Физический объем продукции снизился на 20 %, а производственные затраты увеличились на 6 %. Индекс себестоимости единицы продукции равен ... % (с точностью до 0,1%):

- a.132,5
- b.96,5
- c.88,3
- d.120,0

20. Средний квадрат индивидуальных значений признака равен 625, а его дисперсия - 400. Величина средней равна:

- a.40
- b.15
- c.80
- d.25

21. Стоимость реализованной продукции за текущий период увеличилась на 15%. Количество реализованной продукции за этот период тоже увеличилось на 15%. Цены на продукцию:

- a.уменьшились на 32 %
- b.уменьшились на 5%
- c.не изменились
- d.увеличились на 5 %

22. Если все значения признака увеличить в 16 раз, то дисперсия:

- a.увеличится в 4 раза
- b.увеличится в 16 раз
- c.увеличится в 256 раз
- d.не изменится

23. Известно, что индекс постоянного состава равен 102,5%, а индекс структурных сдвигов - 100,6%. Индекс переменного состава равен ... % (с точностью до 0,1%):

- a.103,1
- b.109,0
- c.99,5
- d.98,0

24. Рост количества проданных товаров в мае по сравнению с апрелем - 5%, а в июне по сравнению с маев - 4%. Индекс физического объема продаж июня по сравнению с апрелем равен ... % (с точностью до 0,1%):

- a.96,5
- b.132,5
- c.103,5
- d.109,2

25. Агрегатные индексы физического объема товарооборота строятся с весами:

- a.с весами базисного периода
- b.нет правильного ответа
- c.с весами текущего периода
- d.без использования весов

26. Для выявления основной тенденции развития явления используются:

- a.аналитическое выравнивание
- b.метод скользящей средней
- c.индексный метод
- d.метод укрупнения интервалов

27. Парный коэффициент корреляции показывает тесноту:

- a.связи между результативным признаком и остальными,ключенными в модель
- б.линейной зависимости между двумя признаками на фоне действия остальных, входящих в модель
- с.тесноту нелинейной зависимости между двумя признаками
- д.линейной зависимости между двумя признаками при исключении влияния остальных, входящих в модель

28. При проведении выборочного наблюдения определяют:

- а.численность выборки, при которой предельная ошибка не превысит допустимого уровня
- б.вероятность того, что ошибка выборки не превысит заданную величину
- с.тесноту связи между отдельными признаками, характеризующими изучаемое явление
- д.число единиц совокупности, которые остались вне сплошного наблюдения

29. Репрезентативность результатов выборочного наблюдения зависит от:

- а. продолжительности проведения наблюдения
- б. времени проведения наблюдения
- с. определения границ объекта исследования
- д. вариации признака и объема выборки

30. По результатам выборочного обследования жилищных условий населения доля людей, не обеспеченных жильем в соответствии с социальными нормами, составила 10%, а средняя ошибка выборки - 0,1%. С вероятностью 0,954 (коэффициент доверия $t=2$) доля людей, не обеспеченных жильем, в генеральной совокупности находится в пределах ... %:

- а. 18,5 - 19,4
- б. нет правильного ответа
- с. 15,3 - 17,4
- д. 9,8 - 10,2

31. Остаток оборотных средств составил (млн. руб.): на I апреля - 300, на I мая - 320, на I июня - 310, на I июля - 290. Выберите вид средней для расчета среднего остатка за второй квартал:

- а. средняя гармоническая
- б. средняя арифметическая
- с. средняя хронологическая
- д. средняя геометрическая

32. К группе абсолютных величин относится показатель:

- а. объем ВВП за 2021 г. в % к объему ВВП за 2020 г.
- б. число родившихся в 2007 г. в расчете на 1000 человек населения
- с. численность занятых в экономике России на 01.01.2018 г., тыс. чел.;
- д. удельный вес каждой части совокупности в ее общем объеме

33. Если выработка продукции в единицу времени увеличилась на 5,0%, то трудоёмкость единицы продукции:

- а. увеличились на 5%
- б. нет правильного ответа
- с. снизились на 5,0%.
- д. снизились на 4,8%

34. К относительным показателям вариации относятся:

- а. дисперсия
- б. среднее линейное отклонение
- с. коэффициент вариации
- д. размах вариации

35. Абсолютные величины могут выражаться в:

- а.натуральных единицах измерения
- б.процентах
- с.денежных единицах измерения
- д.условно-натуральных единицах измерения

36. В отчетном периоде по сравнению с базисным товарооборот розничной торговли увеличился в 1,4 раза, а физический объем реализации возрос на 18%. Динамика цен в процентах (с точностью до 0,1%):

- а.увеличение на 15,7%
- б.увеличение на 18,6%
- с.снижение на 22 %
- д.снижение на 15,7%

37. По полноте охвата единиц совокупности различают наблюдение:

- а.сплошное и несплошное
- б.текущее.
- с.периодическое
- д.единовременное

38. При уменьшении значений частот в средней арифметической взвешенной в 2 раза значение средней величины признака:

- а.увеличится в 2 раза
- б.не изменится
- с.уменьшится в 2 раза
- д.увеличится более чем в 2 раза

39. Гистограмма применяется для графического изображения:

- а.ряда накопленных частот
- б.прерывного ряда распределения
- с.дискретных рядов распределения
- д.интервальных рядов распределения

40. Медианой называется:

- а.наиболее редко встречающееся значение признака в данном ряду.
- б.наиболее часто встречающееся значение признака в данном ряду
- с.значение признака, делящее совокупность на две равные части
- д.среднее значение признака в ряду распределения

41. Показатели обеспеченности населения учреждениями здравоохранения, торговли – это относительные величины:

- а.интенсивности
- б.структуры
- с.координации
- д.динамики

42. Дискретные признаки группировок:

- а.заработка плата работающих
- б.число членов семей
- с.величина вкладов населения в учреждениях сберегательного банка
- д.численность населения стран

43. Основанием группировки может быть признак:

- а.результатирующий
- б.количественный
- с.качественный
- д.как качественный, так и количественный

44. Если модальное значение признака больше средней величины признака, то это свидетельствует о:

- а.левосторонней асимметрии в данном ряду распределения
- б.симметричности распределения
- с.правосторонней асимметрии в данном ряду распределения
- д.нормальном законе распределения

45. Относительная величина структуры – это:

- а.соотношение двух разноименных показателей, находящихся в определенной взаимосвязи
- б.соотношение отдельных частей совокупности, входящих в её состав, из которых одна принимается за базу сравнения
- с.удельный вес каждой части совокупности в её общем объеме
- д.соотношение одноименных показателей, характеризующих различные объекты

46. Данные на начало месяцев (млн. руб.): на 01.04.2020 – 300, на 01.05.2020 – 320, на 01.06.2020 – 310, на 01.07.2020 – 290. Для расчета среднего остатка оборотных средств за 2 квартал следует применить среднюю:

- а.гармоническую
- б.геометрическую
- с.хронологическую
- д.арифметическую

47. Для следующих значений признака: 3, 3, 3, 4, 4, 6, 7, 9, 9 мода:

- a.отсутствует
- б.= 3
- с.= 9
- д.= 13

48. Агрегатный индекс цен при исчислении по одним и тем же данным будет ... среднему (го) гармоническому (го) индексу (а) цен.

- а.меньше или равен
- б.больше или равен
- с.меньше
- д.равен

49. Средний уровень моментного ряда динамики с равными временными промежутками исчисляется по формуле средней:

- а.гармонической взвешенной
- б.хронологической простой
- с.арифметической простой
- д.арифметической взвешенной

50. Средний квадрат отклонений вариантов от средней величины – это:

- а.среднее квадратическое отклонение
- б.коэффициент вариации
- с.размах вариации
- д.дисперсия

51. Парный коэффициент корреляции может принимать значения:

- а.от 0 до 1
- б.от -1 до 1
- с.любые положительные
- д.от -1 до 0

52. Количество реализованной продукции за текущий период увеличилось на 20 %. Цены на продукцию за этот период также увеличились на 20 %. Стоимость реализованной продукции:

- а. увеличилась на 44 %
- б. уменьшилась на 44 %
- с. уменьшилась на 40 %
- д. увеличилась на 40 %

53. Агрегатные индексы цен Пааше строятся:

- а.без использования весов
- б.с весами текущего периода
- с.с весами базисного периода
- д.нет правильного ответа

54. Средний уровень интервального ряда динамики с неравными временными промежутками исчисляется по формуле средней:

- а.арифметической простой
- б.гармонической взвешенной
- с.арифметической взвешенной
- д.гармонической простой

55. При вычислении среднего гармонического индекса цен используют:

- а.индивидуальные индексы физического объема товарооборота и товарооборот базисного периода
- б.индивидуальные индексы цен и товарооборот отчетного периода
- с.индивидуальные индексы цен и товарооборот базисного периода
- д.индивидуальные индексы товарооборота и товарооборот отчетного периода

56. Корреляционный анализ используется для изучения:

- а.формы взаимосвязи явлений
- б.развития явления во времени
- с.структуры явлений
- д.взаимосвязи явлений

57. В результате проведения регрессионного анализа получают функцию, описывающую:

- а.темперы роста показателей
- б.соотношение показателей
- с.взаимосвязь показателей
- д.структуру показателей

58. Под выборочным наблюдением понимают:

- а.несплошное наблюдение части единиц совокупности
- б.наблюдение за единицами совокупности в определенные моменты времени
- с.сплошное наблюдение всех единиц совокупности
- д.несплошное наблюдение части единиц совокупности, отобранных случайным способом

59. Численность населения области на 1 января составляла 4836 тыс. чел., на 1 апреля - 4800 тыс. чел., на 1 июля - 4905 тыс. чел., на 1 октября - 4805 тыс. чел., на 1 января следующего года - 4890 тыс. чел. Средняя численность за период равна ... тыс. чел.:

- a.4860
- b.4836
- c.4843
- d.4859

60. Средняя величина признака равна 22, а коэффициент вариации признака — 26 %. Дисперсия признака (с точностью до 0,1) равна:

- a.28
- b.27,8
- c.35,6
- d.32,7

9.Ответы к тестам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a, b, d</i>	<i>a, d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>a, b, d</i>	<i>b</i>	<i>a, b</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>a, c, d</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>d</i>

10. Рекомендуемая литература

а) основная литература:

1. Статистика [Текст] : учебник / СПбГУЭФ ; ред. : И. И. Елисеева. - М. : Высшее образование, 2006. - 565 с.

2. Статистика : учебник / В.В. Глинский, В.Г. Ионин, Л.К. Серга [и др.] ; под ред. В.Г. Ионина. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 355 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=925878>

б) дополнительная литература:

1. Общая и прикладная статистика: Учеб. для студ. высш. проф. обр./Р.Н. Пахунова, П.Ф. Аскеров и др.; Под общ. ред. Р.Н. Пахуновой - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013-272с.: Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=404310>

2. Социально-экономическая статистика: Учебник / Под ред. Ковалев В.В. - СПб: СПбГУ, 2014. - 328 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=941162>

3. Социально-экономическая статистика : учеб. пособие / Я.С. Мелкумов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 186 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=912522>

4. Практикум по общей статистике [Текст] : учебное пособие / И. И. Елисеева, Н. А. Флуд, М. М. Юзбашев ; ред. : И. И. Елисеева. - Москва : Финансы и статистика, 2008. - 509 с.

Приложения

Приложение №1

Библиографическая информация об общероссийских классификаторах (по состоянию на 01.12.2021)

№ п/п	Наименование общероссийского классификатора (аббревиатура классификатора)	Обозначение общероссийского классификатора	Постановление Госстандарта России (приказ Росстандарта) (дата, №) о принятии и введении в действие общероссийского классификатора. Дата введения в действие	Федеральный орган исполнительной власти, обеспечивающий разработку, введение и применение общероссийского классификатора	Наличие изменений	Порядковый номер последнего изменения/год утверждения Дата утверждения и дата введения в действие последнего изменения
1	2	3	4	5	6	7
1.	Общероссийский классификатор стандартов (ОКС)	ОК (МК (ИСО/ИНФКО МКС) 001-96) 001-2000	Постановление Госстандарта России от 17.05.2000 № 138-ст 01.10.2000	Росстандарт	5	5/2017 Дата утверждения: 25.05.2017 Дата введения в действие: 01.07.2017
2.	Общероссийский классификатор информации по социальной защите населения (ОКИСЗН)	ОК 003-2017	Приказ Росстандарта от 25.05.2017 № 424-ст 01.12.2017	Минтруд России	Нет	

3.	Общероссийский классификатор управленческой документации (ОКУД)	ОК 011-93	Постановление Госстандарта России от 30.12.1993 № 299 01.07.1994	Росстандарт	129	129/2021 Дата утверждения: 07.10.2021 Дата введения в действие: 01.12.2021
4.	Общероссийский классификатор основных фондов (ОКОФ)	ОК 013-2014 (СНС 2008)	Приказ Росстандарта от 12.12.2014 № 2018-ст 01.01.2016	Росстандарт	6	6/2021 Дата утверждения: 10.09.2021 Дата введения в действие: 01.11.2021
5.	Общероссийский классификатор валют (ОКВ)	ОК (МК (ИСО 4217) 003-97) 014-2000	Постановление Госстандарта России от 25.12.2000 № 405-ст 01.07.2001	Росстандарт	45	45/2019 Дата утверждения: 24.12.2019 Дата введения в действие: 01.01.2020
6.	Общероссийский классификатор единиц измерения (ОКЕИ)	ОК 015-94 (МК 002-97)	Постановление Госстандарта России от 26.12.1994 № 366 01.01.1996	Росстандарт	17	17/2021 Дата утверждения: 10.06.2021 Дата введения в действие: 01.07.2021
7.	Общероссийский классификатор информации о населении (ОКИН)	ОК 018-2014	Приказ Росстандарта от 12.12.2014 № 2019-ст 01.07.2015	Росстандарт	16	16/2021 Дата утверждения: 07.10.2021 Дата введения в действие: 01.12.2021
8.	Общероссийский классификатор стран мира (ОКСМ)	ОК (МК (ИСО 3166) 004-97) 025-2001	Постановление Госстандарта России от 14.12.2001 № 529-ст 01.07.2002	Росстандарт	27	27/2021 Дата утверждения: 12.04.2021

						Дата введения в действие: 01.06.2021
9.	Общероссийский классификатор информации об общероссийских классификаторах (ОКОК)	ОК 026-2002	Постановление Госстандарта России от 25.12.2002 № 502-ст 01.07.2003	Росстандарт	16	16/2017 Дата утверждения: 13.10.2017 Дата введения в действие: 01.12.2017
10.	Общероссийский классификатор органов государственной власти и управления (ОКОГУ)	ОК 006-2011	Приказ Росстандарта от 26.04.2011 № 60-ст 01.01.2012	Росстат	45	45/2021 Дата утверждения: 29.10.2021 Дата введения в действие: 01.01.2022
11.	Общероссийский классификатор объектов административно-территориального деления (ОКАТО)	ОК 019-95	Постановление Госстандарта России от 31.07.1995 № 413 01.01.1997	Росстат	452	452/2021 Дата утверждения: 29.10.2021 Дата введения в действие: 01.01.2022
12.	Общероссийский классификатор предприятий и организаций (ОКПО)	ОК 007- 93	Постановление Госстандарта России от 30.12.1993 № 297 01.07.1994	Росстат	3 (изменения в части введения к ОКПО)	3/2007 Дата утверждения: 04.09.2007 Дата введения в действие: 01.12.2007
13.	Общероссийский классификатор форм собственности (ОКФС)	ОК 027-99	Постановление Госстандарта России от 30.03.1999 № 97 01.01.2000	Росстат	2	2/2009 Дата утверждения: 23.10.2009 Дата введения в действие: 01.01.2010

14.	Общероссийский классификатор организационно-правовых форм (ОКОПФ)	ОК 028-2012	Приказ Росстандарта от 16.10.2012 № 505-ст 01.01.2013	Росстат	5 (изменением 4/2018 утверждено приложение B – КИСЭ)	5/2021 Дата утверждения: 10.09.2021 Дата введения в действие: 01.11.2021
15.	Общероссийский классификатор экономических регионов (ОКЭР)	ОК 024-95	Постановление Госстандарта России от 28.12.1995 № 640 01.01.1997	Минэкономразвития России	16	16/2021 Дата утверждения: 10.02.2021 Дата введения в действие: 01.03.2021
16.	Общероссийский классификатор видов экономической деятельности (ОКВЭД2)	ОК 029-2014 (КДЕС Ред. 2)	Приказ Росстандарта от 31.01.2014 № 14-ст (в ред. приказов Росстандарта от 30.09.2014 № 1261-ст, от 10.11.2015 № 1745-ст)	Минэкономразвития России	43	43/2021 Дата утверждения: 07.10.2021 Дата введения в действие: 01.12.2021
17.	Общероссийский классификатор специальностей по образованию (ОКСО)	ОК 009-2016	Приказ Росстандарта от 08.12.2016 № 2007-ст 01.07.2017	Минобрнауки России Минпросвещения России	Нет	
18.	Общероссийский классификатор специальностей высшей научной квалификации (ОКСВНК)	ОК 017-2013	Приказ Росстандарта от 17.12.2013 № 2255-ст 01.07.2014	Минобрнауки России	1	1/2020 Дата утверждения: 23.06.2020 Дата введения в действие: 01.07.2020
19.	Общероссийский классификатор занятий (ОКЗ)	ОК 010-2014	Приказ Росстандарта от 12.12.2014 № 2020-ст 01.07.2015	Минтруд России	Нет	

20.	Общероссийский классификатор профессий рабочих, должностей служащих и тарифных разрядов (ОКПДТР)	ОК 016-94	Постановление Госстандарта России от 26.12.1994 № 367 от 01.01.1996	Минтруд России	7	7/2012 Дата утверждения: 19.06.2012 Дата введения в действие: 01.08.2012
21.	Общероссийский классификатор полезных ископаемых и подземных вод (ОКПИиПВ)	ОК 032-2002	Постановление Госстандарта России от 25.12.2002 № 503-ст от 01.01.2003	Минприроды России	4	4/2017 Дата утверждения: 04.07.2017 Дата введения в действие: 01.09.2017
22.	Общероссийский классификатор гидроэнергетических ресурсов (ОКГР)	ОК 030-2002	Постановление Госстандарта России от 31.10.2002 № 399-ст от 01.01.2003	Минэнерго России	Нет	
23.	Общероссийский классификатор территорий муниципальных образований (ОКТМО)	ОК 033-2013	Приказ Росстандарта от 14.06.2013 № 159-ст от 01.01.2014	Росстат	518	518/2021 Дата утверждения 29.10.2021 Дата введения в действие: 01.01.2022
24.	Общероссийский классификатор продукции по видам экономической деятельности (ОКПД2)	ОК 034-2014	Приказ Росстандарта от 31.01.2014 № 14-ст (в ред. приказов Росстандарта от 30.09.2014 № 1261-ст, от 10.11.2015 № 1745-ст)	Минэкономразвития России	61	61/2021 Дата утверждения 07.10.2021 Дата введения в действие: 01.12.2021
25.	Общероссийский классификатор народных художественных промыслов и	ОК 036-2019	Приказ Росстандарта от 27.12.2019 № 1490-ст от 01.07.2020	Росстандарт	2	2/2021 Дата утверждения 10.09.2021

	мест традиционного бытования (ОКНХП)					Дата введения в действие: 01.11.2021
--	--------------------------------------	--	--	--	--	--------------------------------------

Учебное издание

**И.К. Сиденко,
А.А. Чалганова**

ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «СТАТИСТИКА»

Печатается в авторской редакции.

Подписано в печать 27.12.2021. Формат 60×90 1/16.

Гарнитура Times New Roman. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 10,375. Тираж 15 экз. Заказ № 1136.

РГГМУ, 192007, Санкт-Петербург, Воронежская ул., д. 79.