



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра инженерной гидрологии

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(магистерская диссертация)

На тему **Оценка стандартных ошибок**
коэффициента вариации и асимметрии
при анализе гидрологических рядов

Исполнитель Щеглов Денис Александрович
(фамилия, имя, отчество)

Руководитель Кандидат географических наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

Сикан Александр Владимирович
(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»
Заведующий кафедрой

(подпись)

к. т. н., доцент

(ученая степень, ученое звание)

Каустов Виталий Александрович

(фамилия, имя, отчество)

« 06 » 06 2022 г.

Санкт-Петербург
2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ.....	7
1.1. Метод Монте-Карло	7
1.2. Моделирование чисел с заданным законом распределения	8
1.3. Использование пакета анализа MS Excel для моделирования искусственных гидрологических рядов.....	9
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ.....	12
3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА ВАРИАЦИИ.....	14
3.1. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из нормального распределения ($C_s = 0$).....	14
3.2. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из двухпараметрического гамма-распределения ($C_s/C_v = 2$).....	19
3.3. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при $C_s/C_v = 1,5$	23
3.4. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при $C_s/C_v = 1$	25
3.5. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при $C_s/C_v = 3$	26
3.6. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при значениях C_s/C_v 4, 5 и 6.....	27
3.7. Обобщение результатов исследования стандартных ошибок выборочных коэффициентов вариации	28
4. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВАРИАЦИИ РЕАЛЬНЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ (НА ПРИМЕРЕ МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ РЕК СЕВЕРО- ЗАПАДА РФ).....	30
4.1. Особенности формирования максимального стока на реках Северо- Запада РФ	30
4.2. Оценка статистических характеристик максимальных расходов весеннего половодья.....	31
4.3. Оценка погрешностей выборочных коэффициентов вариации	35
5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА АСИММЕТРИИ.....	37
5.1. Вывод формулы для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии	39
5.2. Оценка точности формулы Крицкого-Менкеля для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии.....	42
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	45

ПРИЛОЖЕНИЕ А – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при различных значениях C_s/C_v (по результатам моделирования)	48
ПРИЛОЖЕНИЕ Б – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при различных значениях C_s/C_v (по результатам моделирования)	51
ПРИЛОЖЕНИЕ В – Среднеквадратические ошибки выборочных коэффициентов вариации для распределения Пирсона III типа по А.В. Рождественскому при $r(1) = 0$	55
ПРИЛОЖЕНИЕ Г – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 1$	56
ПРИЛОЖЕНИЕ Д – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 1,5$	59
ПРИЛОЖЕНИЕ Е – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 2$	61
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 3$	64
ПРИЛОЖЕНИЕ З – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 4$	67
ПРИЛОЖЕНИЕ И – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 5$	70

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время основным нормативным документом, регламентирующим инженерные гидрологические расчеты, является Свод Правил – СП 33-101-2003 «Определение основных расчетных гидрологических характеристик». В соответствии с этим документом выбор расчетной методики зависит от объема имеющейся гидрометеорологической информации. Выделяют три основных случая:

- расчет при наличии данных гидрометрических наблюдений;
- расчет при ограниченности данных гидрометрических наблюдений;
- расчет при отсутствии данных гидрометрических наблюдений.

Продолжительность периода наблюдений считают достаточной, если относительные среднеквадратические погрешности среднего значения и коэффициента вариации не превышают 10% для годового и сезонного стока и 20% – для максимального и минимального стока. При этом в СП 33-101-2003 представлена формула только для расчета относительной погрешности среднего значения.

Для расчета относительной погрешности коэффициента вариации дана формула для случая, когда отношение коэффициента асимметрии (C_s) к коэффициенту вариации (C_v) равно двум. Для других отношений C_s/C_v рекомендуется определять погрешности коэффициента вариации по специальным таблицам, полученным методом статистических испытаний. В работе [12] такие таблицы представлены, но в них приводятся погрешности выборочных значений C_v только при C_s/C_v от 1 до 4.

Цель настоящего исследования: разработать формулу для оценки погрешности выборочных значений коэффициента вариации и асимметрии с учетом длины выборки и коэффициента асимметрии.

Для этого решались следующие задачи:

- Выполнить моделирование искусственных гидрологических рядов различной продолжительности с заданным законом распределения и значениями C_v/C_v от 0 до 6; оценить абсолютные и относительные погрешности среднего значения, коэффициента вариации и коэффициента асимметрии.
- По результатам моделирования построить зависимости погрешностей выборочных значений параметров распределения от длины выборки, коэффициента вариации и коэффициента асимметрии.
- Представить алгоритм для расчета стандартной ошибки коэффициентов вариации и асимметрии.

Для моделирования искусственных гидрологических рядов использовался метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Расчет параметров распределения выполнен методом моментов. В качестве базового распределения использовалось распределение Пирсона III типа.

Работа состоит из 5 глав введения и заключения.

В первой главе представлена методика моделирования искусственных гидрологических рядов методом Монте-Карло. Описан алгоритм моделирования рядов, принадлежащих распределению Пирсона III типа.

Во второй главе исследуются погрешности выборочных средних значений. Производится сравнение погрешностей, полученных по результатам моделирования и рассчитанных по формуле рекомендуемой СП 33-101-2003.

В третьей главе выполнен анализ погрешностей выборочных коэффициентов вариации. Представлен алгоритм расчета абсолютной и относительной ошибок C_v с учетом длины и асимметрии ряда.

В четвертой главе на примере рядов максимальных расходов рек Северо-Запада РФ выполнена оценка погрешностей коэффициентов вариации по предложенной в настоящей работе методике.

В пятой главе выполнено исследование погрешностей коэффициента асимметрии. Представлен вывод формулы для расчета ошибки коэффициенты

асимметрии. Дана оценка точности формулы Крицкого-Менкеля для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии.

Работа содержит 6 таблиц, 28 рисунков, 9 приложений и список литературы из 20 наименований. Общий объем работы 72 страниц.

1. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ

1.1. Метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло – это численный метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин. Датой рождения метода Монте-Карло принято считать 1949 год, когда появилась статья под названием «The Monte Carlo method». Создателями этого метода считают американских математиков Дж. Неймана и С. Улама.

В гидрологии метод Монте-Карло используется для моделирования искусственных гидрологических рядов. Процесс моделирования включает несколько этапов. На первом этапе требуется получить последовательность случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0 - 1]$.

Закон равномерной плотности определяется двумя параметрами: началом a и концом b интервала изменения случайной величины X .

Математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение равномерного распределения определяются выражениями:

$$m_x = \frac{a+b}{2}, \quad (1.1)$$

$$\sigma_x = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}. \quad (1.2)$$

Закон равномерной плотности играет важную роль при моделировании искусственных гидрологических рядов, поскольку значения любой случайной величины можно получить преобразованием значений случайной величины, равномерно распределенной на отрезке $[0, 1]$.

Если $a = 0$ и $b = 1$:

$$m_x = \frac{a+b}{2} = \frac{0+1}{2} = 0,5, \quad (1.3)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(a+b)^2}{12}} = \sqrt{\frac{(0+1)^2}{12}} = 0,29. \quad (1.4)$$

Различают три способа получения случайных чисел: таблицы случайных чисел, генераторы случайных чисел и метод псевдослучайных чисел.

Простейшим генератором случайных чисел является рулетка. С помощью устройств типа рулетки легко сгенерировать случайные последовательности любой продолжительности. Полученные таким образом случайные последовательности можно оформить в виде таблиц. Самая большая из опубликованных таблиц случайных чисел содержит один миллион цифр. Однако при работе на компьютере удобнее пользоваться так называемыми псевдослучайными числами.

В настоящее время на любом персональном компьютере имеется возможность генерации случайных чисел, равномерно распределенных в интервале $[0 - k]$, где k – положительное целое число.

1.2. Моделирование чисел с заданным законом распределения

На следующем этапе моделирования каждое значение случайной величины, равномерно распределенной на интервале $[0 - 1]$ рассматривается как вероятность непревышения и по нему рассчитывается соответствующий квантиль заданного закона распределения (рисунок 1.3).

Переход от случайных чисел равномерно распределенных на отрезке $[0 - 1]$ к случайным числам с заданным законом распределения выполняется аналитически с использованием обратной функции от интегрального закона распределения. Если аналитического решения обратной задачи не существует, то задача решается с использованием численных методов.

Применяя изложенную схему можно написать компьютерную программу на любом языке программирования. Однако довольно часто достаточно воспользоваться уже готовыми программами. Например, "Пакет анализа", который входит в состав Microsoft Excel, позволяет моделировать ряды

для 7 законов распределения. Еще большими возможностями обладают специальные статистические пакеты.

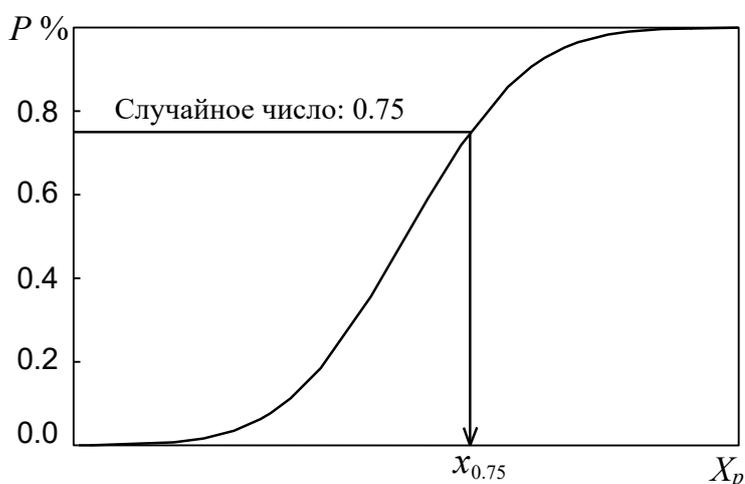


Рисунок 1.1 – Схема моделирования случайной величины с заданным законом распределения.

1.3. Использование пакета анализа MS Excel для моделирования искусственных гидрологических рядов

В состав Microsoft Excel входит надстройка Пакет анализа, которая содержит 19 статистических процедур и около 50 функций.

Статистические процедуры, содержащиеся в надстройке Пакет анализа, представляют широкий спектр средств для статистического анализа начиная от простой описательной статистики или сглаживания данных и заканчивая анализом Фурье и проведением различных тестов.

В настоящей работе использовалась процедура Генерация случайных чисел (рисунок 3.2). Это средство предназначено для генерирования случайных чисел, имеющих заданное распределение, т.е. для получения случайных выборок. Средство имеет возможность генерировать случайные числа, имеющие следующие распределения: равномерное, нормальное, Бернулли, биномиальное и др.

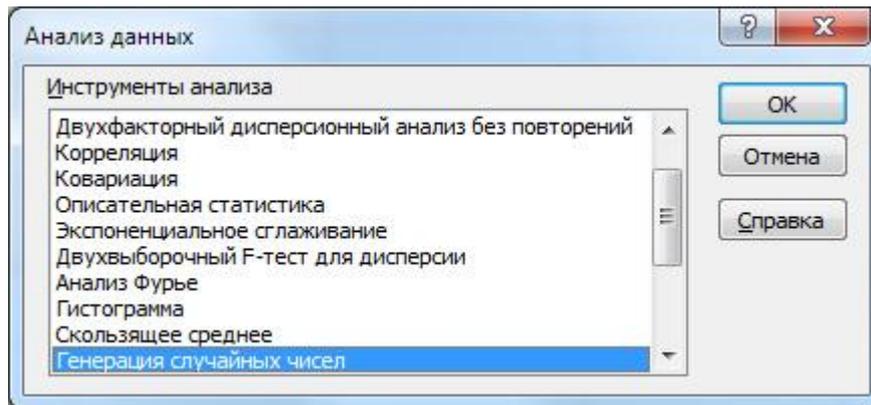


Рисунок 1.2 – Диалоговая панель «пакета анализа» MS Excel при выборе процедуры генерации случайных чисел.

При выборе равномерного распределения генерируется последовательность равномерно распределенных случайных чисел в заданном интервале, для чего необходимо указать верхнюю и нижнюю границы интервала (рисунок 3.3).

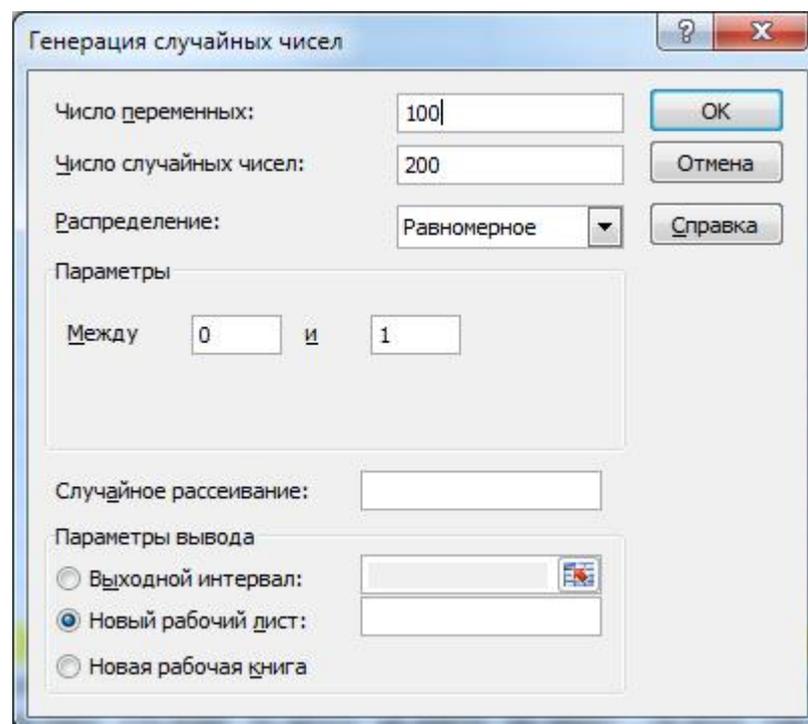


Рисунок 1.3 – Диалоговая панель «пакета анализа» MS Excel при моделировании чисел равномерно распределенных на отрезке от 0 до 1.

Моделирования случайных выборок с распределением Пирсона III типа

Для моделирования рядов с распределением Пирсона III типа применялся метод «обратной функции». На первом этапе с помощью «Пакета анализа» моделировались числа, равномерно распределенные в интервале от 0 до 1. Эти числа рассматривались как вероятности непревышения.

Для получения квантилей распределения Пирсона III типа использовалась формула: $=\text{ГАММА.ОБР}(P; \alpha; \beta) + c$,
где: ГАММАОБР – обратное гамма-распределение; P – вероятность непревышения; α, β, c – параметры распределения, которые связаны с числовыми характеристиками моделируемого ряда, следующими соотношениями:

$$\alpha = 4/C_s^2, \quad (1.5)$$

$$\beta = (1/2)\sigma | C_s |, \quad (1.6)$$

$$c = \bar{x} - \alpha\beta, \quad (1.7)$$

где: \bar{x} – среднее значение; σ – среднеквадратическое отклонение; C_s – коэффициент асимметрии.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ

В соответствии с СП 33-101-2003 относительная ошибка выборочного среднего значения при любых соотношениях C_s/C_v рассчитывается по формуле:

$$\delta_{Q_{\text{ср}}} = \frac{C_v}{\sqrt{n}} 100\% , \quad (2.1)$$

где C_v – выборочный коэффициент вариации; n – длина выборки.

Для проверки этой формулы моделировались ряды продолжительностью (n) от 10 до 200 лет при различных значениях C_v и C_s/C_v . В качестве базового распределения использовалось распределение Пирсона III типа. Для каждого сочетания n , C_v и C_s/C_v моделировалось 10 серий по 100 рядов. Затем для каждого значения C_s/C_v определялась относительная среднеквадратическая ошибка среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки (таблица 2.1, приложение А).

Рассматривался диапазон значений C_v от 0,1 до 2,0 и диапазон C_s/C_v от 0 до 6. Как показал анализ, модельные значения погрешностей совпадают со значениями погрешностей, рассчитанными по формуле (2.1) при любых сочетаниях C_v и C_s .

Таблица 2.1 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s = 0$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,18	2,28	1,83	1,50	1,45	1,17	1,02
0,2	6,04	4,47	3,70	3,27	2,79	2,40	1,96
0,3	9,06	6,79	5,67	4,85	4,22	3,75	3,03
0,4	13,0	8,58	7,20	6,49	5,64	4,84	4,12
0,5	17,2	10,9	9,24	8,01	6,94	5,99	4,88
0,6	20,8	13,6	10,9	9,55	9,07	7,38	6,06
0,7	24,2	15,7	12,43	11,3	10,3	8,26	6,96
0,8	24,8	18,5	15,2	12,7	11,5	9,30	8,11
0,9	25,7	20,4	17,0	13,6	12,6	10,4	8,98
1,0	30,1	25,2	19,2	14,6	13,6	11,4	10,1

В качестве иллюстрации на рисунке 2.1 представлены зависимости относительной ошибки среднего значения от коэффициента вариации и длины ряда при значениях C_s/C_v 0, 1, 2 и 4.

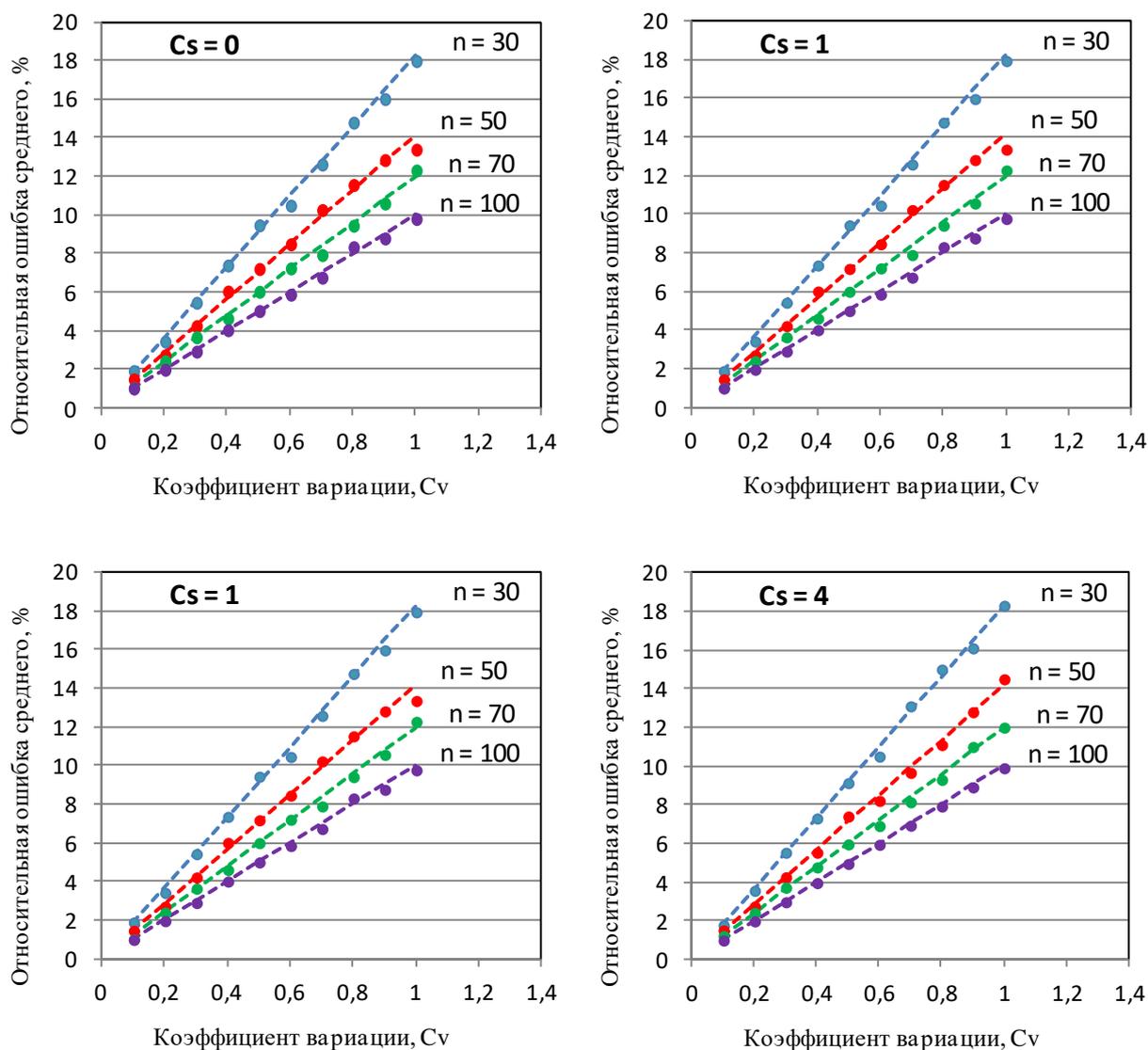


Рисунок 2.1 – Зависимости относительной ошибки среднего значения от коэффициента вариации и длины ряда при различных значениях C_s/C_v ; пунктирные линии – расчет по формуле, точки – модельные данные.

Формула 2.1 работает для нормального распределения ($C_s = 0$); двухпараметрического гамма-распределения ($C_s/C_v = 2$) и распределения Пирсона III типа при различных значениях C_s/C_v и, следовательно, не зависит от используемого типа распределения.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА ВАРИАЦИИ

В данной главе представлен анализ абсолютных и относительных ошибок коэффициента вариации при различных значениях отношения C_s/C_v , выполненный на основе данных статистического моделирования.

3.1. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из нормального распределения ($C_s = 0$)

Формулу для расчета стандартной ошибки коэффициента вариации при независимости членов ряда можно представить в виде выражения:

$$\varepsilon_{c_v} = \frac{C_v \sqrt{1 + aC_v^2}}{\sqrt{2n}}, \quad (3.1)$$

где a – параметр, зависящий от длины выборки и коэффициента асимметрии.

Считается, что для нормального распределения параметр $a = 2$ [15,19]:

$$\varepsilon_{c_v} = \frac{C_v \sqrt{1 + 2C_v^2}}{\sqrt{2n}}. \quad (3.2)$$

Однако, как показал численный эксперимент, $a = 2$ только при длине выборок $n > 200$. Для коротких выборок коэффициент a меняется от 2,95 при $n = 20$ до 2,24 при $n = 100$ (рисунок 3.1).

На основе численного моделирования была получена формула зависимости параметра a от длины выборки (рисунок 3.2) для нормального распределения:

$$a = 2 + 1,33e^{-0,017N} \quad (3.3)$$

С использованием формул (3.1) и (3.3) были построены графики зависимости абсолютной и относительной ошибок коэффициента вариации от длины выборки и коэффициента вариации (рисунки 3.3-3.4).

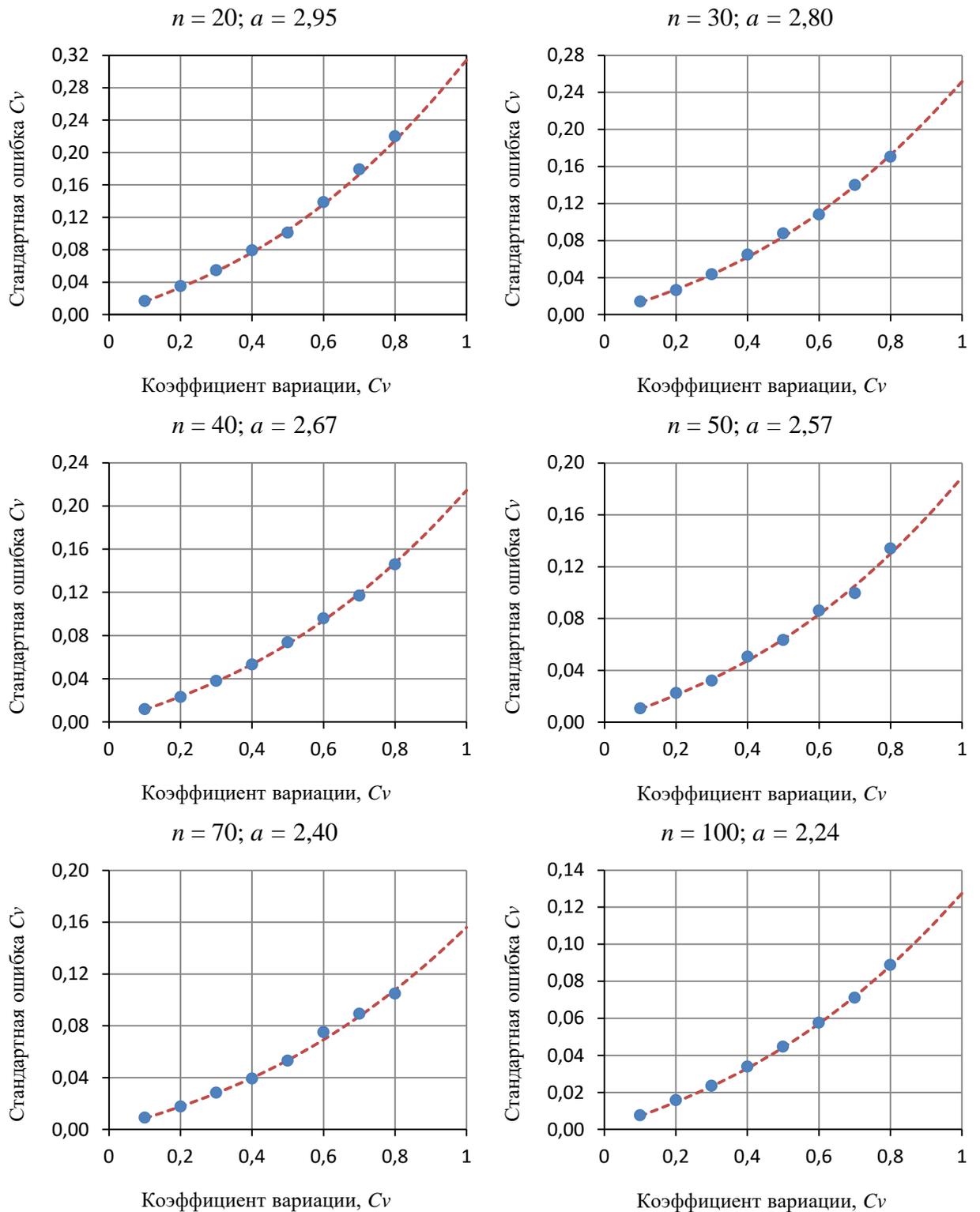


Рисунок 3.1 – Зависимость стандартной ошибки выборочного коэффициента вариации нормального распределения от коэффициента вариации при различной длине выборки (n от 20 до 100) по результатам моделирования.

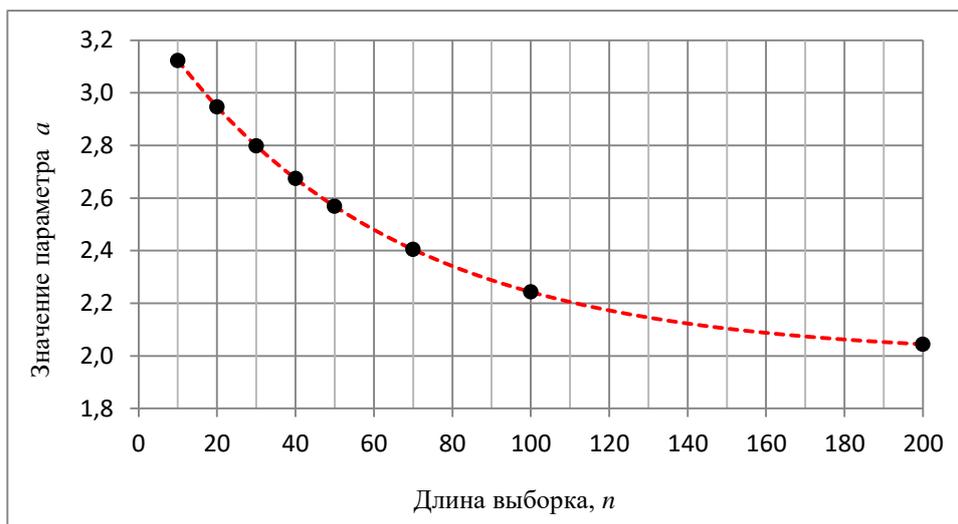


Рисунок 3.2 – Зависимость параметра a от длины выборки для нормального распределения по результатам моделирования.

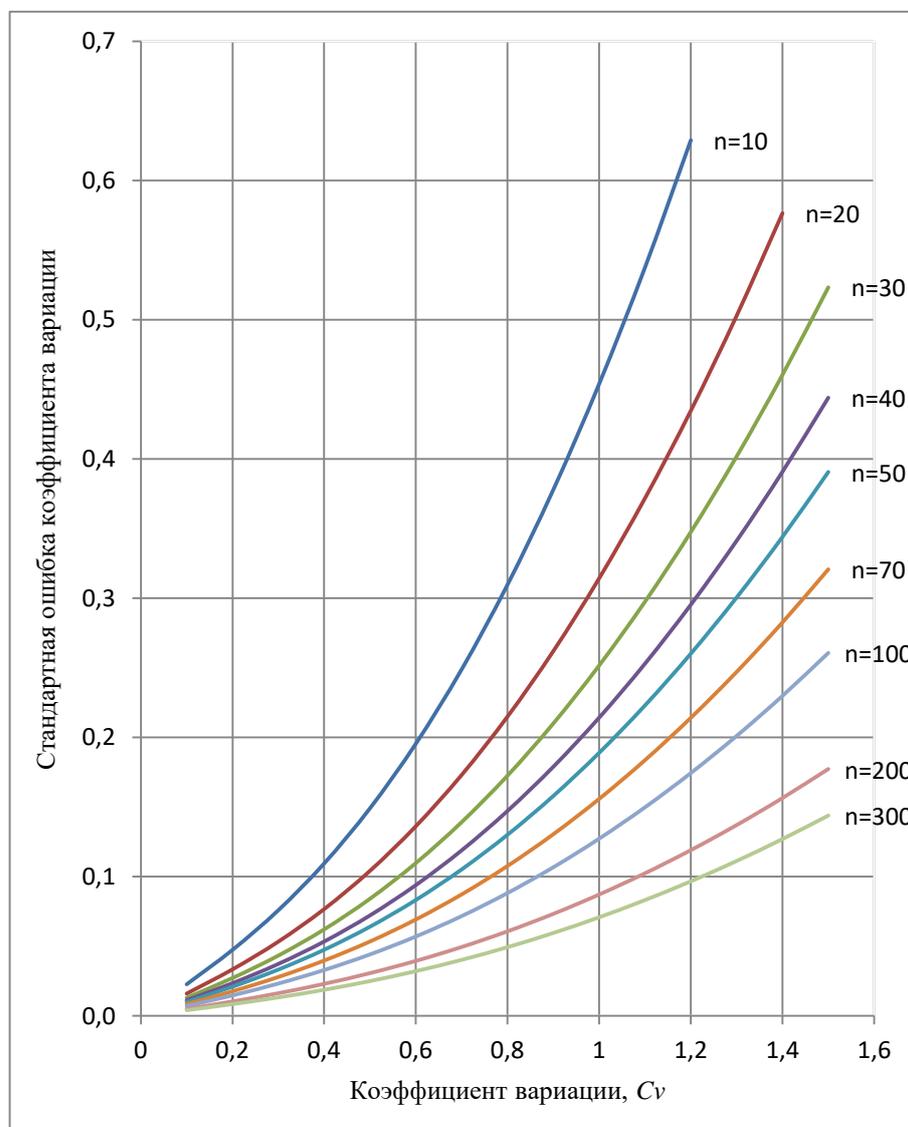


Рисунок 3.3 – Осредненная зависимость стандартной ошибки коэффициента вариации нормального распределения от коэффициента вариации при различной длине выборок.

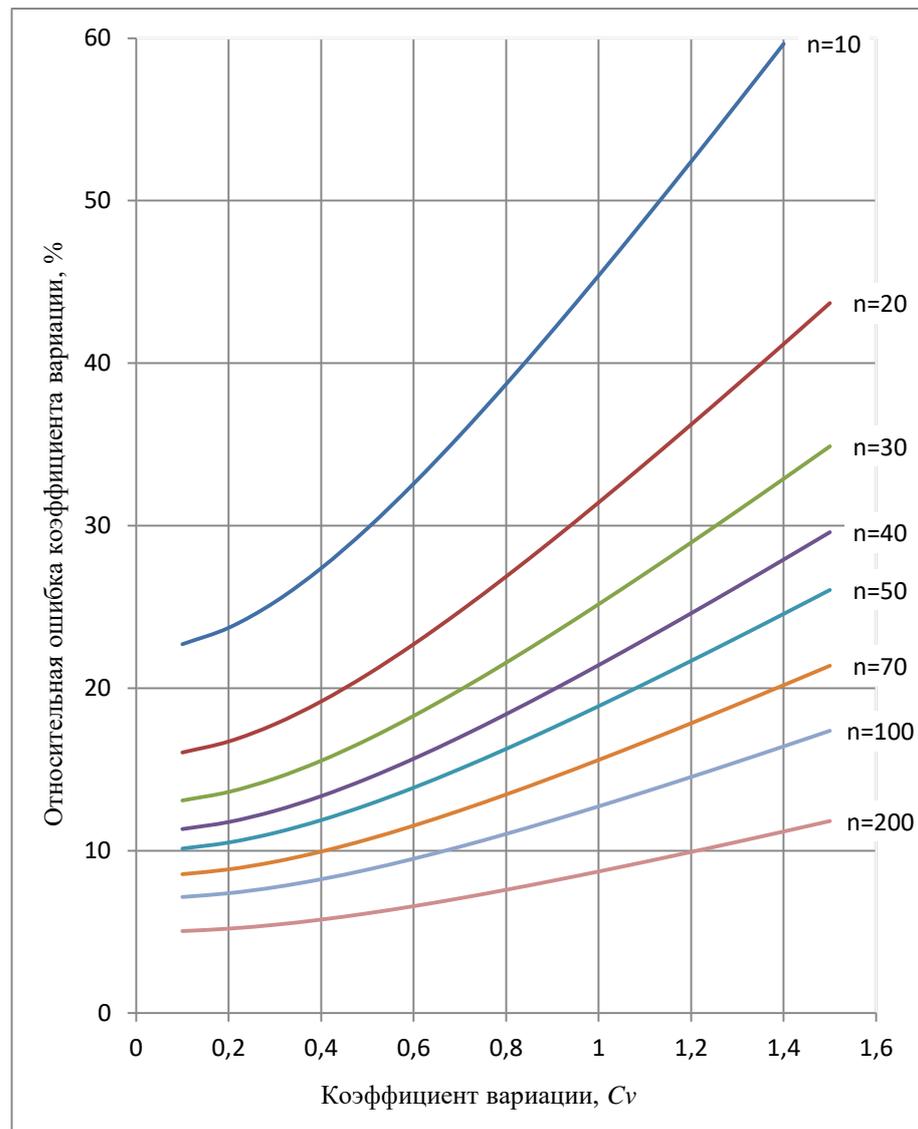


Рисунок 3.4 – Осредненная зависимость относительной ошибки коэффициента вариации нормального распределения от коэффициента вариации при различной длине выборок.

На рисунке 3.5 показаны зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формуле (3.2). Как видно на рисунке при длине выборок $n = 20-70$ и $C_v > 0,6$ формула (3.2) немного занижает стандартную ошибку C_v . Например при $C_v = 1$ и длине ряда $n = 20$ занижение 3,6%, а при $n = 50$ занижение 1,7%.

Таким образом, для реальных гидрологических рядов, продолжительность которых редко превышает 100, целесообразно принимать значение параметра a , рассчитанное по формуле (3.3) в случае если C_s не существенно отличается от нуля.

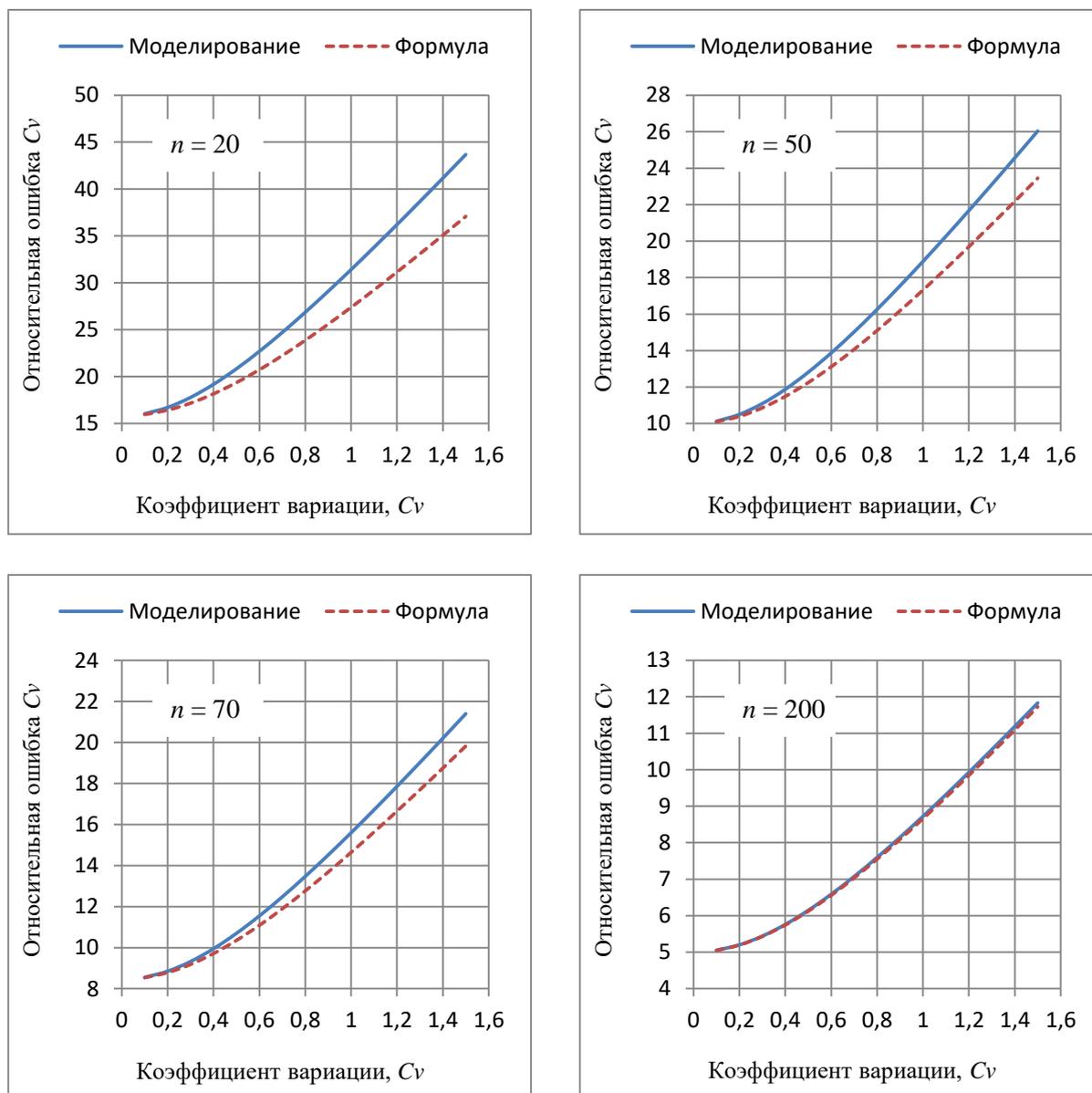


Рисунок 3.5 – Зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формуле (3.2).

3.2. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из двухпараметрического гамма-распределения ($C_s/C_v = 2$)

При $C_s/C_v = 2$ распределение Пирсона III типа совпадает с двухпараметрическим гамма-распределением. Для двухпараметрического гамма-распределения параметр a в формуле (3.1) обычно принимается: $a = 1$. В этом случае формула имеет вид [4,6 и др.]:

$$\varepsilon_{c_v} = \frac{C_v \sqrt{1 + C_v^2}}{\sqrt{2n}} \quad (3.4)$$

Формула (3.4) рекомендовалась нормативным документом СН 435-72 для расчета стандартной ошибки коэффициента вариации, полученного методом моментов независимо от соотношения C_s/C_v .

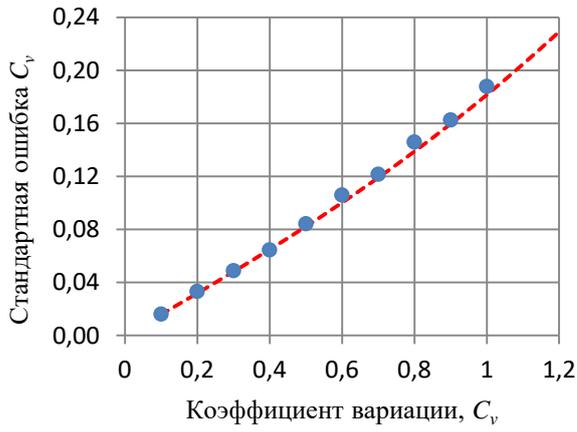
В действующем в настоящее время нормативном документе СП-33-101-2003 в случае $C_s/C_v = 2$ и при независимости членов выборки рекомендуется формула [4,7]:

$$\sigma_{c_v} = \frac{C_v}{n + 4C_v^2} \sqrt{\frac{n(1 + C_v^2)}{2}}. \quad (3.5)$$

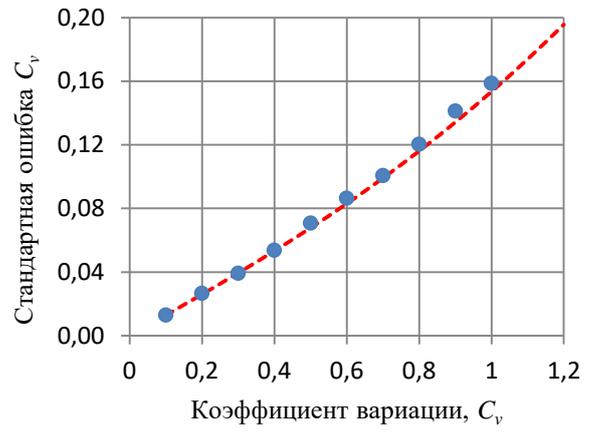
Как показали результаты моделирования, для получения достоверных оценок стандартных погрешностей коэффициента вариации вместо формул (3.4) и (3.5) можно использовать формулу (3.1) с переменным значением параметра a , так как параметр a при $n < 200$ зависит от длины выборки (рисунок 3.6).

На основе результатов моделирования была получена формула зависимости параметра a от длины выборки для двухпараметрического гамма-распределения:

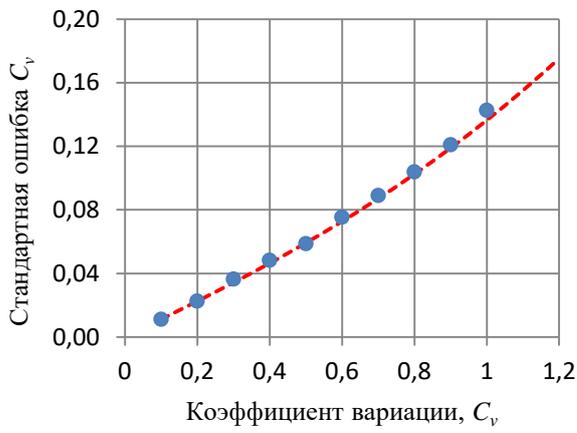
$$a = 0,8 - 0,75e^{-0,022n}. \quad (3.6)$$



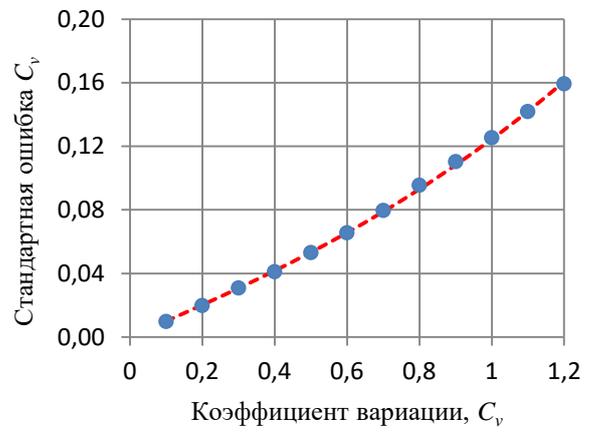
$n = 40; a = 0,49$



$n = 50; a = 0,55$



$n = 70; a = 0,64$



$n = 100; a = 0,72$

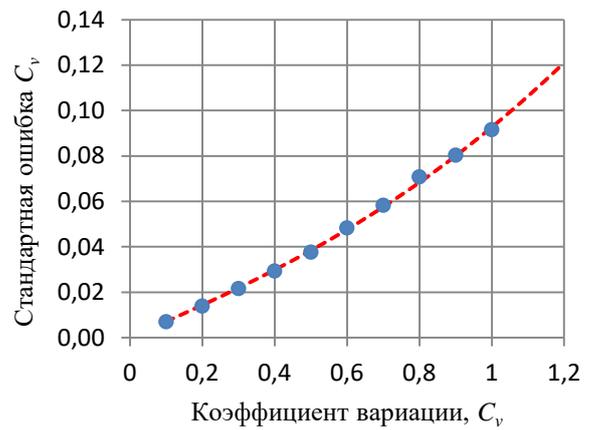
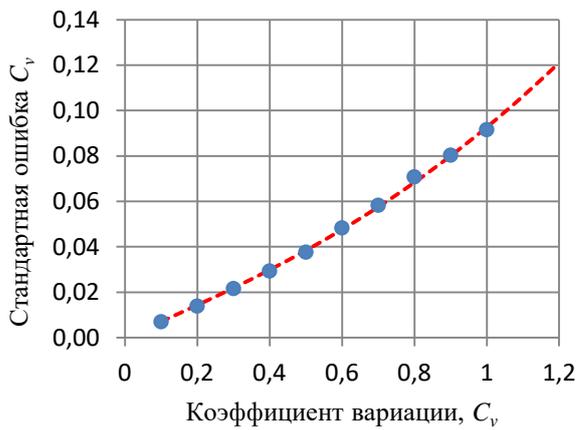


Рисунок 3.6 – Зависимость стандартной ошибки выборочного коэффициента вариации гамма-распределения от коэффициента вариации при различной длине выборок.

Как видно на рисунке 3.7, при длине выборок $n > 200$ параметр a превращается в константу ($a = 0,8$).

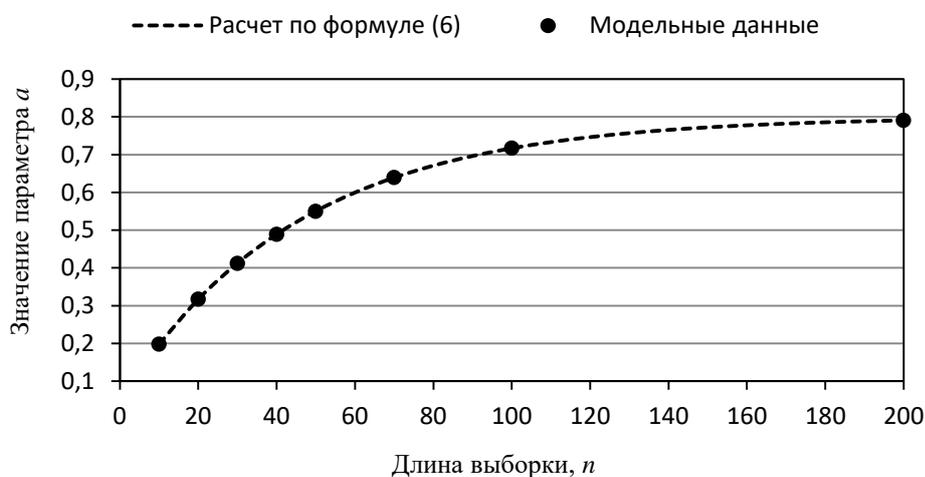


Рисунок 3.7 - Зависимость параметра a от длины выборки для двухпараметрического гамма-распределения.

С использованием формул (3.1) и (3.6) были построены графики зависимости абсолютной и относительной ошибок коэффициента вариации от длины выборки и коэффициента вариации (рисунки 3.8-3.9).

На рисунке 3.10 показаны зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формулам (3.4) и (3.5).

Как видно на рисунке, статистическое моделирование и формула (3.5) дают близкие результаты при любых значениях коэффициента вариации – разница не превышает 1%.

Формула (3.4) завышает погрешность. Особенно это заметно при больших значениях коэффициента вариации и малой длине выборок. Например, при $C_v = 1$ и $n = 50$ завышение 1,7%, а при $n = 20$ завышение составляет 4,3%.

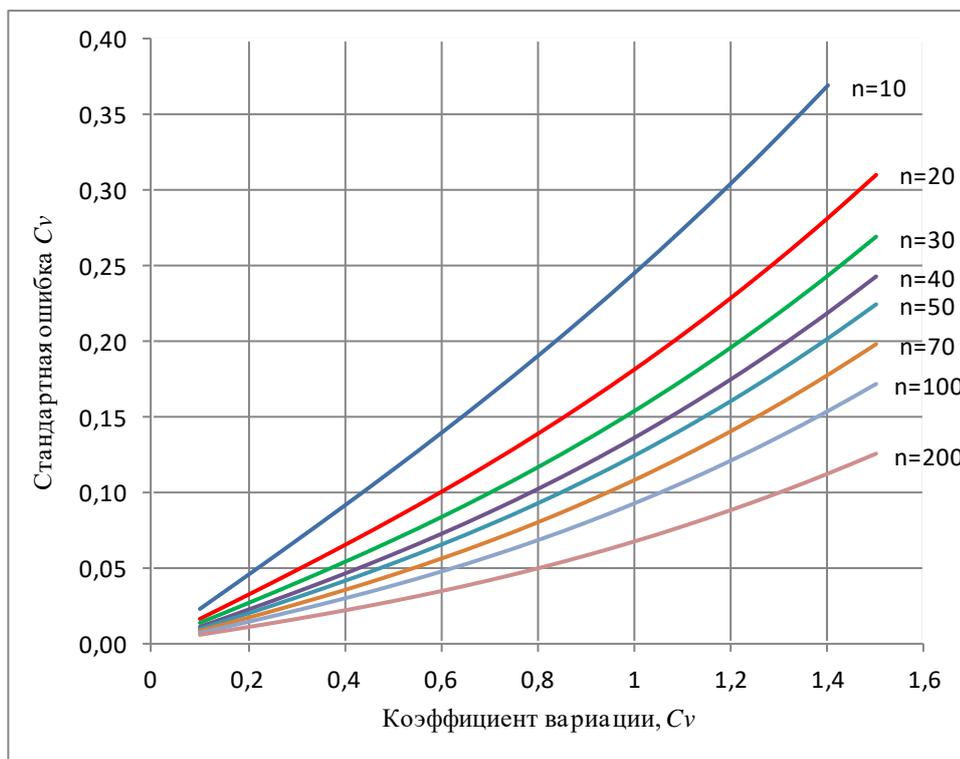


Рисунок 3.8 – Осредненная зависимость стандартной ошибки коэффициента вариации двухпараметрического гамма-распределения от коэффициента вариации при различной длине выборок.

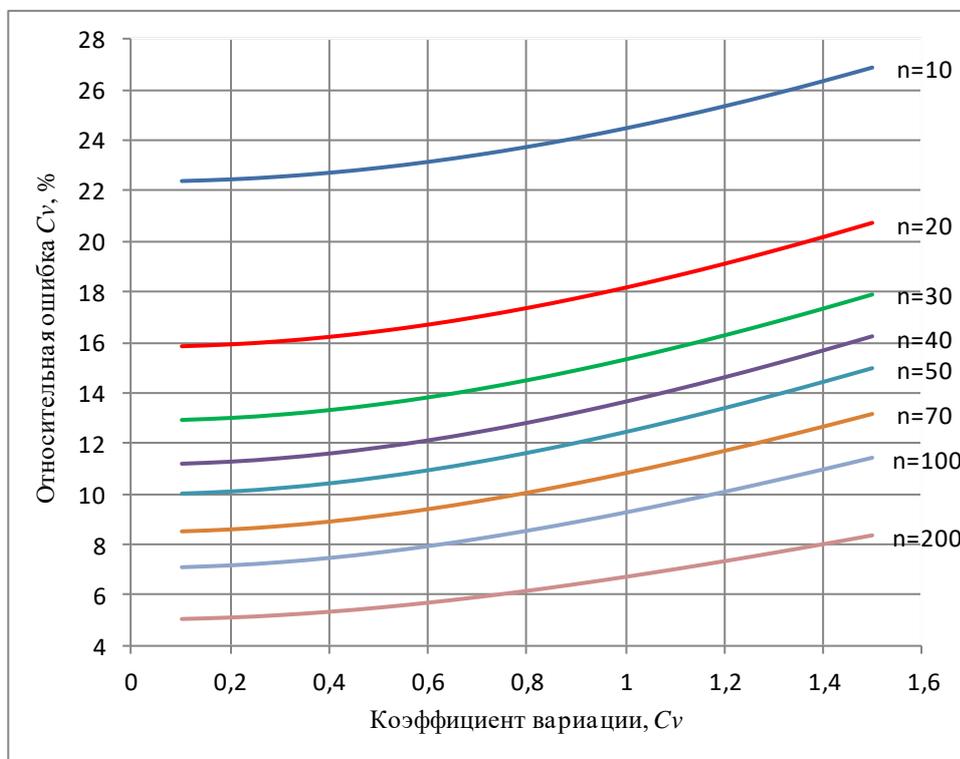


Рисунок 3.9 – Осредненная зависимость относительной ошибки коэффициента вариации двухпараметрического гамма-распределения от коэффициента вариации при различной длине выборок.

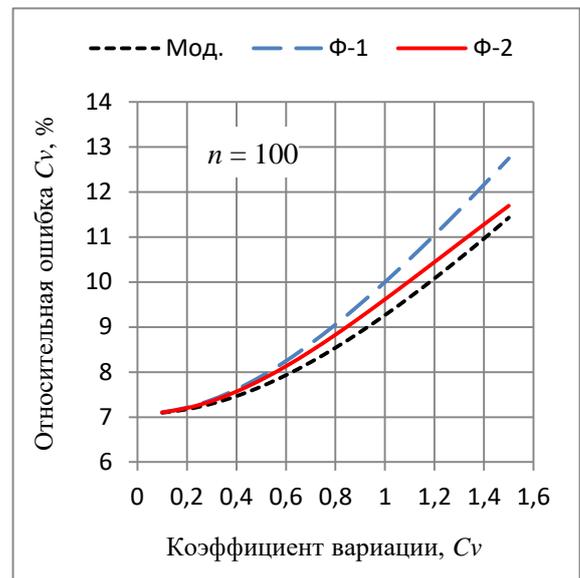
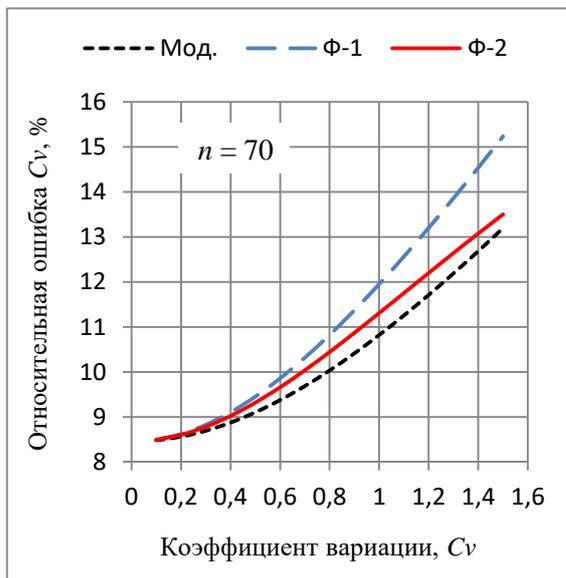
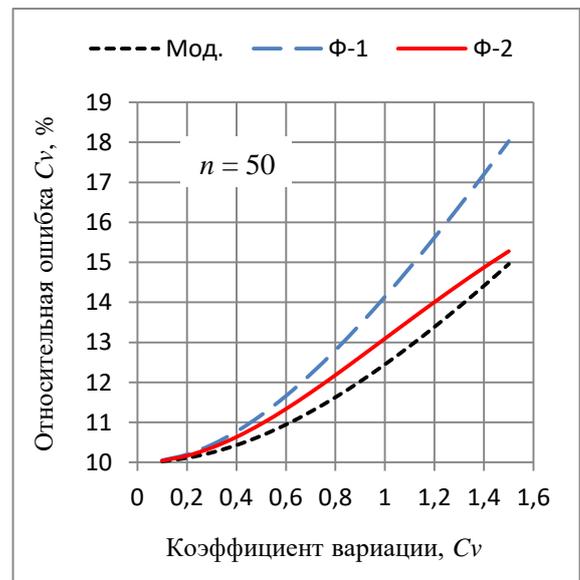
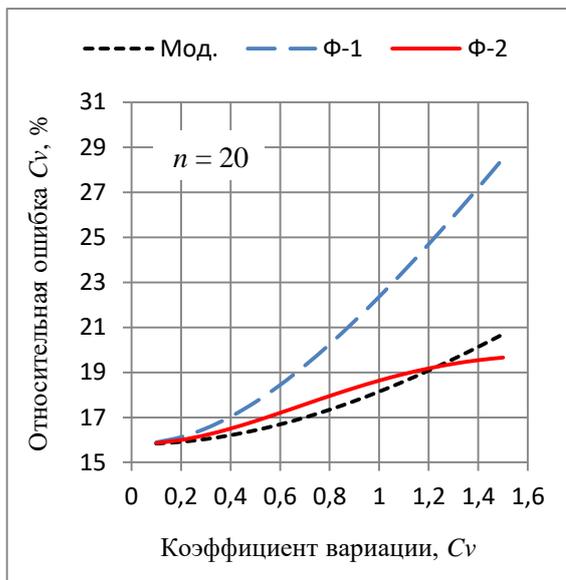


Рисунок 3.10 – Зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формулам; Мод – по результатам моделирования; Ф-1 – по формуле (3.4); Ф-2 – по формуле (3.5).

3.3. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при $C_s/C_v = 1,5$

Как показали результаты моделирования, при соотношении $C_s/C_v = 1,5$ параметр a в формуле 3.1 является константой ($a = 0,5$) и не зависит от длины выборки.

На рисунке 3.11 показаны зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формулам (3.4) и (3.5).

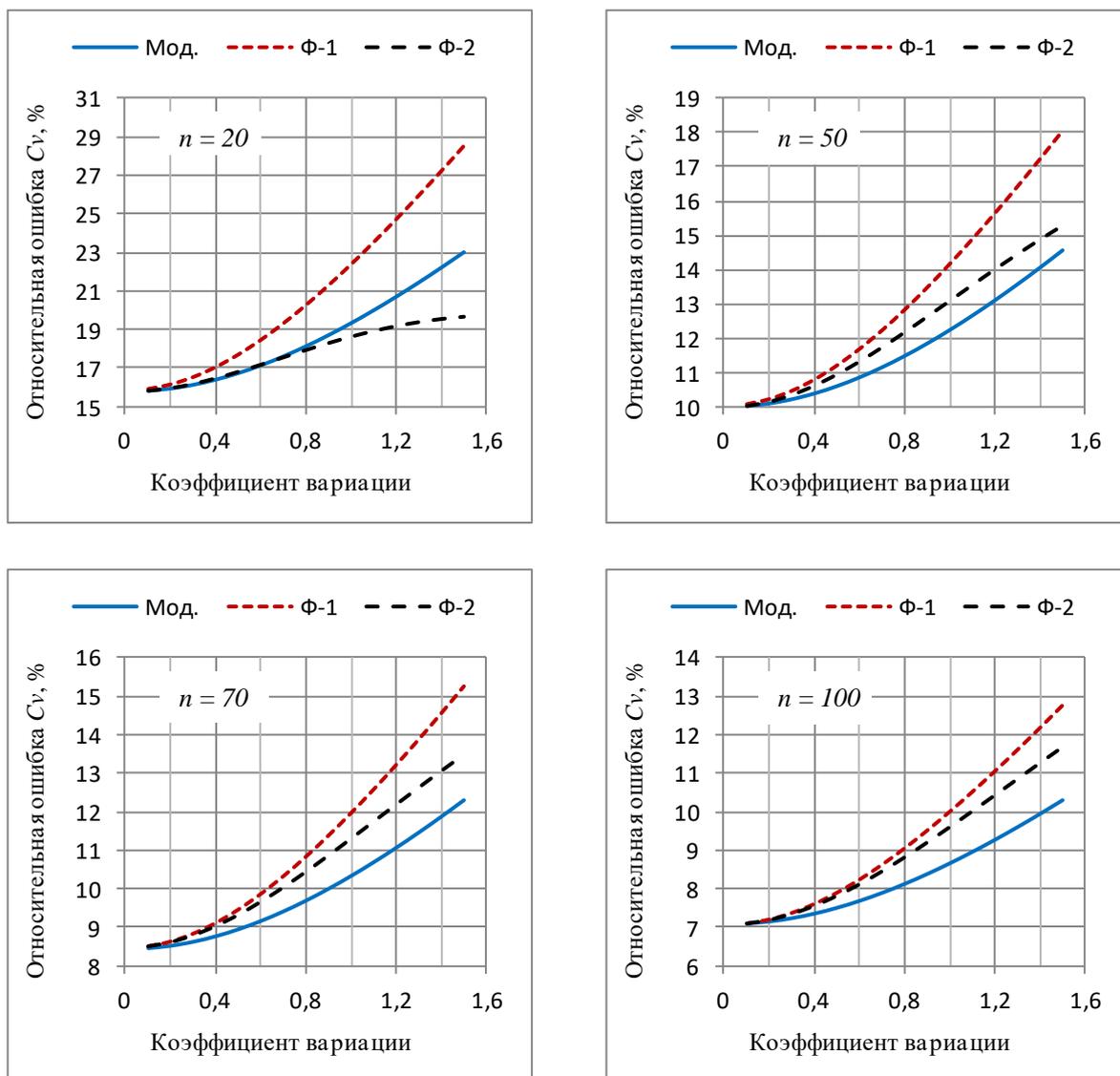


Рисунок 3.11 – Зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования (при $C_s/C_v = 1,5$) и рассчитанные по формулам; Мод – по результатам моделирования; Ф-1 – по формуле (3.4); Ф-2 – по формуле (3.5).

Как видно на рисунках, при $C_s/C_v = 1,5$ и $C_v < 1,2$ вполне допустимо для оценки погрешности коэффициента вариации использовать формулу 3.5, которая дает завышение не более 1-1,2%.

3.4. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при $C_s/C_v = 1$

Как показали результаты моделирования, при соотношении $C_s/C_v = 1,0$ параметр a в формуле 3.1 зависит от длины выборки и может быть аппроксимирован выражением:

$$a = 0,6 + 0,57e^{-0,020n} . \quad (7)$$

На рисунке 3.12 показаны зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формулам (3.4) и (3.5).

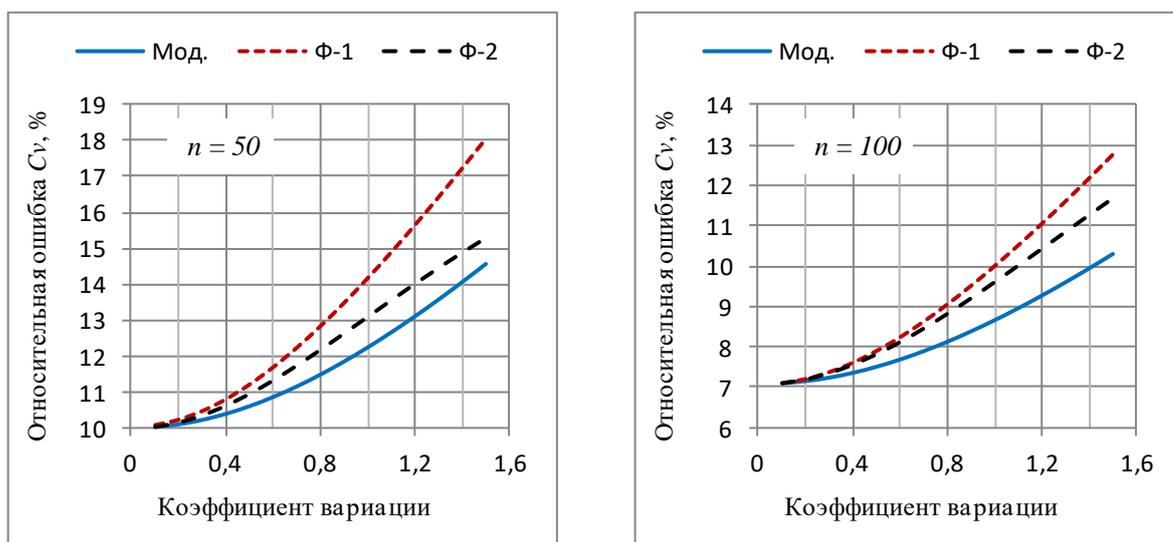


Рисунок 3.12 – Зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования (при $C_s/C_v = 1,0$) и рассчитанные по формулам; Мод – по результатам моделирования; Ф-1 – по формуле (3.4); Ф-2 – по формуле (3.5).

Как видно на рисунке, при значениях коэффициента вариации от 0,1 до 1,0 формула Блохинова дает результаты близкие к модельным результатам, расхождение не превышает 1%. При $C_v > 1$ формула Блохинова баает завышенные ошибки в пределах 1,5-2%.

3.5. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при $C_s/C_v = 3$

Как показали результаты моделирования, при соотношении $C_s/C_v = 3,0$ параметр a в формуле 3.1 зависит от длины выборки и может быть аппроксимирован выражением:

$$a = 2,0 - 2e^{-0,027n} . \quad (3.7)$$

На рисунке 3.13 показаны зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формулам (3.4) и (3.5).

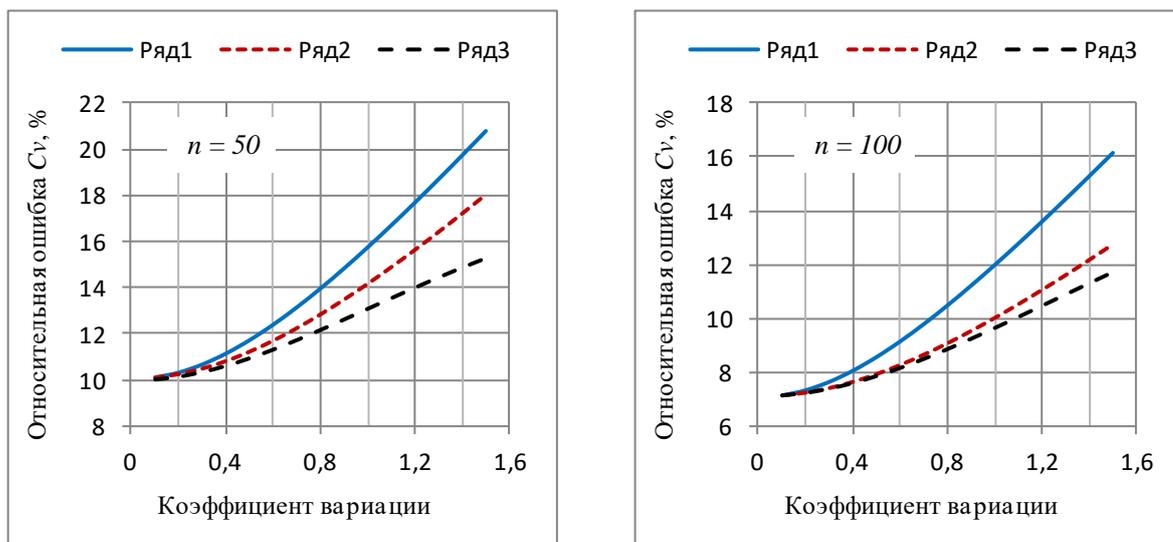


Рисунок 3.13 – Зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования (при $C_s/C_v = 3,0$) и рассчитанные по формулам; Мод – по результатам моделирования; Ф-1 – по формуле (3.4); Ф-2 – по формуле (3.5).

Как видно на рисунках, при $C_s/C_v = 3$ формула Блохинова дает заниженную погрешность коэффициента вариации и при $C_v > 1$ занижение уже превышает 2%.

3.6. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа при значениях C_s/C_v 4, 5 и 6

При значениях $C_s/C_v > 3$ параметр a в формуле 3.1 достаточно хорошо аппроксимируется формулами:

$$\text{при } C_s/C_v = 4 \quad a = 4,4 - 3,54e^{-0,029n} \quad (3.8)$$

$$\text{при } C_s/C_v = 5 \quad a = 8,0 - 7,914e^{-0,030n} \quad (3.9)$$

$$\text{при } C_s/C_v = 6 \quad a = 13 - 11,1e^{-0,033n} \quad (3.10)$$

Было проведено сравнение относительных ошибок коэффициента вариации, рассчитанных по формулам (3.4), (3.5) и с использованием формул (3.8-3.10). Для примера на рисунке 3.14 показаны зависимости относительной ошибки C_v от коэффициента вариации при длине ряда $n = 70$ и значениях C_s/C_v , = 4 и 5, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формулам (3.4-3.5).

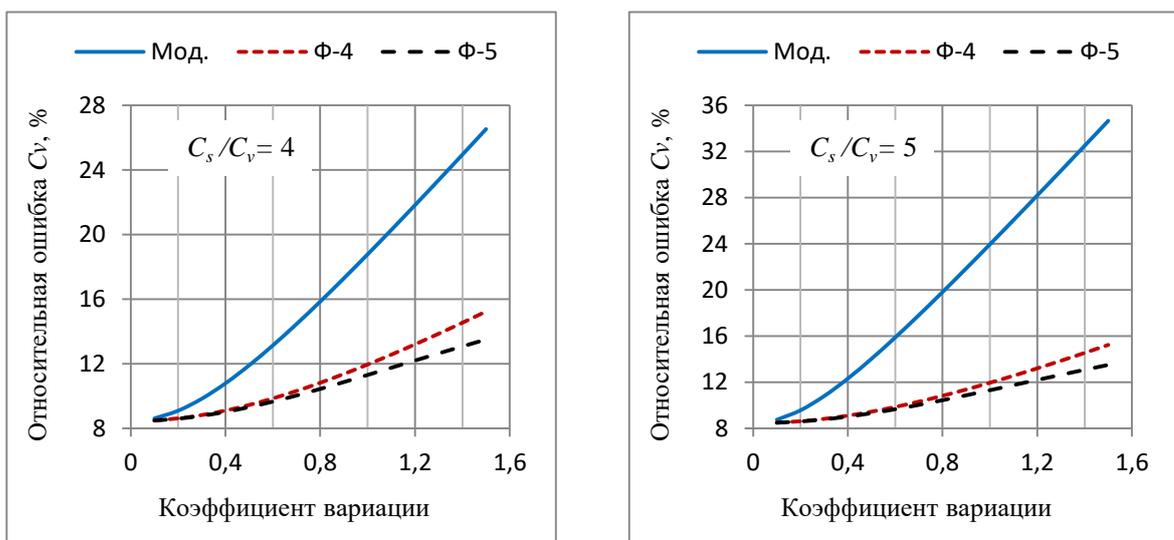


Рисунок 3.14. Зависимости относительной ошибки C_v от коэффициента вариации при длине ряда $n = 70$ и различных значениях C_s/C_v , полученные по результатам моделирования (Мод) и рассчитанные по формулам 3.4 (Ф-4) и 3.5 (Ф-5).

Как видно на рисунке, при $C_s/C_v \geq 4$ формулы (3.4) и (3.5) дают существенное занижение ошибки коэффициента вариации.

3.7. Обобщение результатов исследования стандартных ошибок выборочных коэффициентов вариации

В общем случае для распределения Пирсона III типа зависимость параметра a от длины выборки и соотношения C_s/C_v можно аппроксимировать выражением:

$$a = b + ke^{-cn}, \quad (3.11)$$

где n – длина выборки;

b, k, c – параметры, которые определяются по таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Значения параметров в формуле (3.11) в зависимости от C_s/C_v

C_s/C_v	Параметры формулы		
	b	k	c
0	2,0	1,33	0,017
1	0,6	0,57	0,020
1,5	0,5	0,00	0,021
2	0,8	-0,75	0,022
3	2,0	-2,00	0,027
4	4,4	-3,54	0,029
5	8,0	-7,91	0,030
6	13	-11,1	0,033

Стандартные ошибки коэффициентов вариации, полученные по результатам моделирования и рассчитанные с использованием формул (3.1) и (3.11) в диапазоне значений C_v от 0,1 до 1,2 совпадают с точностью до 1%.

Было также проведено сравнение стандартных ошибок выборочных значений коэффициента вариации полученных по разработанной методике и ошибок представленных в монографии А.В. Рождественского [12] (приложение В). Результаты сравнения показаны на рисунке 3.15.

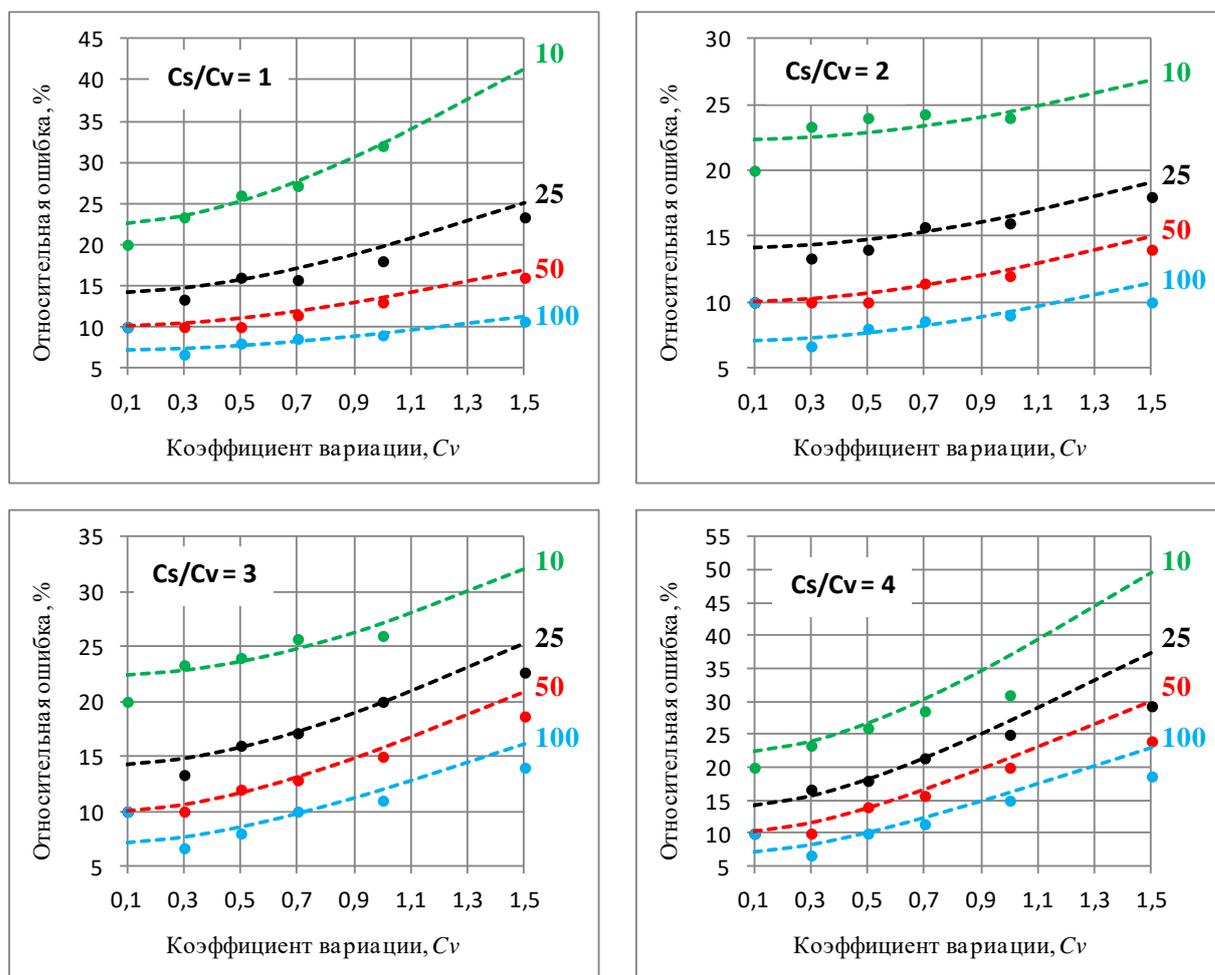


Рисунок 3.15 – Зависимость относительной среднеквадратической ошибки выборочного коэффициента вариации для распределения Пирсона III типа от коэффициента вариации и длины ряда при различных значениях C_s/C_v ; пунктирные линии – результаты моделирования; точки – значения ошибок по А.В. Рождественскому.

Как видно на рисунке оба метода дают близкие результаты. В диапазоне C_v от 0,2 до 0,8 расхождение не превышает 1%.

4. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВАРИАЦИИ РЕАЛЬНЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ (НА ПРИМЕРЕ МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ РЕК СЕВЕРО-ЗАПАДА РФ)

4.1. Особенности формирования максимального стока на реках Северо-Запада РФ

Все реки Северо-Запада принадлежат к типу равнинных рек, для которых характерно смешанное питание с преобладанием снегового. В годовом ходе уровня воды чётко выражены четыре фазы: весеннее половодье, летне-осенняя межень, почти ежегодно нарушаемая дождевыми паводками, затем короткий осенне-зимний период с несколько повышенной водностью рек, и, наконец, устанавливается зимняя межень, в некоторые годы прерываемая подъёмами уровней вызван подпором от зажорных явлений.

Распределение весеннего (снегового), дождевого и грунтового стока в году находится в прямой зависимости от физико-географических факторов: рельефа, характера почво-грунтов, распределения по территории осадков, геологического строения местности.

Весеннее половодье на большей части Северо-Запада начинается почти одновременно: на юге, юго-западе территории (бассейны рек Великой, Шелони, Плюсы, Ловати) в третьей декаде марта, на остальной части – в первой декаде апреля, кроме восточных и северо-восточных районов (бассейны рек Ояти, Паши), где половодье начинается в конце первой, начале второй декады апреля.

Средняя продолжительность подъёма половодья составляет 10-20 дней как для средних, так и для крупных рек. В зависимости от характера весны продолжительность подъёма весеннего половодья может изменяться от 5 до 52 дней.

Средние даты наступления пика весеннего половодья подчиняются зональному распределению. Исключение составляет бассейны рек Луги, Плюсы, Тигоды, где пик весеннего половодья наступает с опозданием на 6-

10 дней, что обусловлено физико-географическими особенностями района в целом (слабый уклон водосбора, повышенная залесённость и заболоченность). Средние даты наступления максимума весеннего половодья показаны на рисунке 4.1. [11]

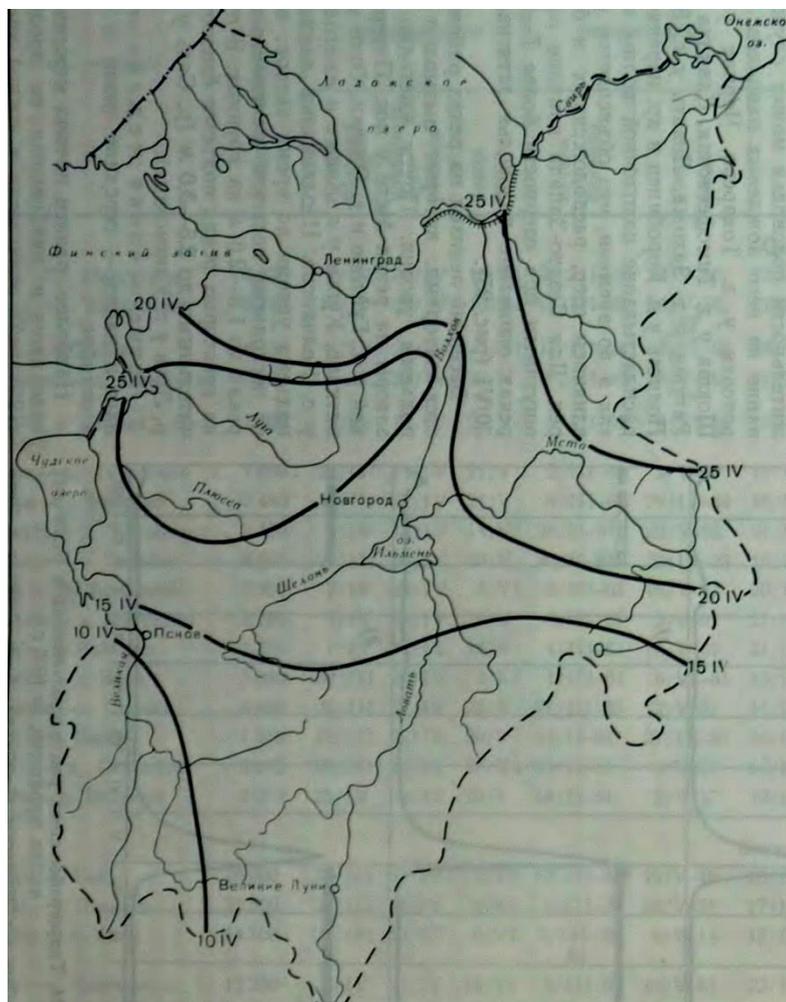


Рисунок 4.1 – Средние даты наступления пика весеннего половодья.

4.2. Оценка статистических характеристик максимальных расходов весеннего половодья

На первом этапе была выполнена проверка рядов на однородность и стационарность, которая включала в себя проверку рядов на наличие значимых трендов и проверку однородности с использованием критериев Фишера и Стьюдента. Результаты проверки представлены в таблицах 4.1-4.2.

Таблица 4.1 – Оценка значимости линейных трендов в рядах максимальных расходов воды рек Северо-Запада РФ при уровне значимости $2\alpha = 5\%$

Река - пост	n	R^2	R	σ_R	$R^*\sigma_R$	Значимость тренда
Авлога – д. Матокса	60	0,0505	0,22	0,124	0,25	н
р.Ящера д.Долговка	63	0,052	0,23	0,120	0,24	н
р.Шелонь г.Порхов	59	0,0782	0,28	0,121	0,24	зн
р.Цна с.Жилотково	53	0,01	0,1	0,137	0,27	н
р.Тосна ст.Тосно	70	0,0047	0,06	0,119	0,24	н
р.Рагнукса д.Харловская	59	0,0679	0,26	0,122	0,24	зн
р.Пяльма д.Пяльма	62	0,0202	0,14	0,125	0,25	н
р.Перехода д.Подсосонье	69	0,1264	0,36	0,106	0,21	зн
р.Паша с.Часовенское	80	0,0208	0,14	0,110	0,22	н
р.Паша д.Поречье	80	0,0053	0,07	0,111	0,22	н
р.Паша д.Дуброво	80	0,0066	0,08	0,112	0,22	н
р.Орлинка уроч.Орлинка	61	0,0525	0,22	0,122	0,24	н
р.Немина пос.Немино	57	0,0492	0,22	0,127	0,25	н
р.Мста пос.Потерпелицы	63	0,022	0,14	0,124	0,24	н
р.Мста д.Девкино	81	0,0615	0,24	0,104	0,20	зн
р.Мерега д.Куйтежа	66	0,0205	0,14	0,121	0,24	зн
р.Мга д.Горы	78	0,0031	0,05	0,113	0,22	н
р.Луга г.Кингисепп	71	0,0686	0,26	0,111	0,22	зн
р.Дымка д.Домачево	66	0,0372	0,19	0,119	0,23	н
р.Воложба д.Пареево	63	0,0001	0,01	0,127	0,25	н
р.Воложба д.Воложба	79	0,0017	0,04	0,113	0,23	н
р.Видлица с.Большие горы	79	0,0283	0,16	0,11	0,22	н
р.Великая г.Опочка	65	0,0483	0,21	0,119	0,23	н
р.Большой Тудер д.Бабяхтино	69	0,0591	0,24	0,114	0,23	зн
р. Тигода ст. Любань	70	0,02	0,14	0,118	0,23	н
р. Пола д. Налючи	65	0,0113	0,11	0,124	0,25	н
р. Оять д.Шангиничи (Акулова гора)	72	0,066	0,26	0,111	0,22	н
р. Нева д.Новосаратовка	140	0,002	0,04	0,085	0,17	н
р. Луга г.Луга	76	0,0084	0,09	0,115	0,23	н
р. Лососинка г.Петрозаводск	54	0,2257	0,48	0,106	0,21	зн
р. Кунья г.Холм	62	0,0189	0,14	0,126	0,25	н
р. Кунья д.Уварово	57	0,1191	0,35	0,118	0,24	зн
р. Гороховка пос. Токарево	66	0,0279	0,17	0,121	0,24	н

Обозначения: н – тренд незначим; зн – тренд значим

Таблица 4.2 – Проверки рядов на однородность по критериям Фишера и Стьюдента

Река – пост	Распределение Стьюдента			Распределение Фишера		
	t^*	t	$H_0: Q_{1cp} = Q_{2cp}$	F^*	F	$H_0: D_1 = D_2$
Авлога – д. Матокса	1,67	2	н	1,37	2,10	н
р.Ящера д.Долговка	1,38	2	н	1,58	1,83	н
р.Шелонь г.Порхов	1,48	2	н	1,58	2,12	н
р.Цна с.Жилотково	0,28	2	н	1,90	1,94	н
р.Тосна ст.Тосно	0,22	2	н	1,47	1,98	н
р.Рагнуksа д.Харловская	1,32	2	н	1,92	2,11	н
р.Пяльма д.Пяльма	1,06	2	н	1,39	2,07	н
р.Перехода д.Подсосонье	0,5	2	н	0,3	0,5	н
р.Паша с.Часовенское	0,7	2	н	1,1	1,7	н
р.Паша д.Поречье	1,2	2	н	1,5	1,9	н
р.Паша д.Дуброво	1,1	2	н	1,2	1,9	н
р.Орлинка уроч.Орлинка	1,4	2	н	1,47	2,1	н
р.Немина пос.Немино	1,28	2	н	1,23	2,14	н
р.Мста пос.Потерпелицы	0,02	2	н	1,63	2,07	н
р.Мста д.Девкино	1,6	2	н	1,8	1,9	н
р.Мерега д.Куйтежа	0,6	2	н	2,0	2,0	н
р.Луга г.Кингисепп	1,6	2	н	1,2	1,8	н
р.Дымка д.Домачево	1,7	2	н	1,9	2,0	н
р.Воложба д.Пареево	1,12	2	н	1,41	1,83	н
р.Воложба д.Воложба	0,4	2	н	1,2	1,9	н
р.Видлица с.Большие горы	1,9	2	н	1,3	1,9	н
р.Великая г.Опочка	1,1	2	н	2,0	2,0	н
р.Большой Тудер д.Бабяхтино	1,8	2	н	1,3	1,8	н
р. Тигода ст. Любань	1,3	2	н	1,8	2	н
р. Пола д. Налючи	0,4	2	н	1,1	2	н
р.Оять д.Шангиничи	1,9	2	н	1,08	1,96	н
р. Нева д.Новосаратовка	0,2	2	н	1,2	1,5	н
р. Луга г.Луга	0,65	2	н	1,26	1,92	н
р. Лососинка г.Петрозаводск	1,8	2	н	1,2	2,2	н
р. Кунья г.Холм	0,36	2	н	1,15	2,07	н
р. Кунья д.Уварово	1,5	2	н	1,8	2,2	н
р. Гороховка пос. Токарево	0,55	2	н	1,77	2,02	н
<i>Обозначения: н – гипотеза об однородности не опровергается; опр – опровергается</i>						

Для дальнейших расчетов использовались только однородные и стационарные ряды. Основные статистические характеристики отобранных рядов представлены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Основные статистические характеристики рядов максимальных расходов воды рек Северо-Запада РФ

Река - створ	F , км ²	n , лет	Q_{cp}	C_v	C_s	C_s/C_v	$\delta_{Q_{cp}}$, %	δ_{C_v} , %
Авлога – д. Матокса	89,1	60	10,3	0,49	1,41	2,87	6,7	10,0
р.Ящера д.Долговка	581	63	53,0	0,43	0,64	1,48	6,2	9,6
р.Шелонь г.Порхов	2950	59	241	0,48	0,95	1,99	6,7	10,0
р.Цна с.Жилотково	1460	53	128	0,36	0,28	0,78	6,9	10,7
р.Тосна ст.Тосно	1300	70	105	0,38	0,32	0,84	4,8	8,9
р.Рагнукса д.Харловская	328	59	46,1	0,32	1,06	3,31	5,0	9,7
р.Пяльма д.Пяльма	908	62	151	0,34	0,23	0,65	3,5	9,6
р.Перехода д.Подсосонье	138	69	15,1	0,51	0,86	1,71	5,5	9,4
р.Паша с.Часовенское	5710	80	545	0,31	0,23	0,74	3,4	8,2
р.Паша д.Поречье	1110	80	119	0,32	0,19	0,60	3,9	8,2
р.Паша д.Дуброво	3910	80	406	0,34	0,81	2,39	4,5	8,4
р.Орлинка уроч.Орлинка	206	61	14,1	0,43	0,66	1,53	6,8	10,0
р.Немина пос.Немино	601	57	97,5	0,34	0,53	1,56	4,7	9,8
р.Мста пос.Потерпелицы	13200	63	370	0,35	0,89	2,56	5,2	9,5
р.Мста д.Девкино	22500	81	1101	0,29	0,64	2,20	3,3	8,1
р.Мерега д.Куйтежа	381	66	48,9	0,33	1,33	4,01	4,6	9,1
р.Мга д.Горы	709	78	61,7	0,40	0,81	1,99	4,1	8,6
р.Луга г.Кингисепп	12800	71	610	0,33	0,33	1,02	4,6	8,9
р.Дымка д.Домачево	112	66	13,9	0,34	0,74	2,18	3,6	9,2
р.Воложба д.Пареево	644	63	73,0	0,32	0,25	0,79	3,9	9,2
р.Воложба д.Воложба	1330	79	106	0,37	0,79	2,15	4,2	8,4
р.Видлица с.Большие горы	977	79	45,3	0,44	0,88	1,98	4,7	8,6
р.Великая г.Опочка	3500	65	119	0,39	1,18	3,03	4,0	9,4
р.Большой Тудер д.Бабяхтино	871	69	83,1	0,40	0,84	2,08	6,3	9,4
р. Тигода ст. Любань	589	70	54,0	0,44	0,74	1,71	5,1	9,1
р. Пола д. Налючи	6450	65	484	0,26	0,18	0,69	3,7	9,1
р. Оять д. Шангиничи	4930	72	420	0,31	0,39	1,25	5,1	9,059
р. Нева д.Новосаратовка	281000	140	3335	0,14	0,25	1,84	3,1	7,2
р. Луга г.Луга	2330	76	109	0,47	0,95	2,02	6,5	9,1
р. Лососинка г.Петрозаводск	276	54	19,4	0,36	0,36	0,99	6,6	10,5

Река - створ	F , км ²	n , лет	Q_{cp}	C_v	C_s	C_s/C_v	$\delta_{Q_{cp}}$, %	δ_{C_v} , %
р. Кунья г.Холм	5140	62	417	0,43	1,17	2,73	4,7	9,7
р. Кунья д.Уварово	2480	57	217	0,40	0,75	1,89	6,1	10,1
р. Гороховка пос. Токарево	700	66	22,0	0,25	0,85	3,43	3,6	9,1
			сред	0,37	0,68	1,9	4,9	9,2
			max	0,48	1,41	2,9	6,7	10,0
			min	0,13	0,25	1,8	3,1	7,2

Как видно из таблицы 4.3, в исследуемом районе коэффициент вариации для стационарных и однородных рядов максимальных расходов весеннего половодья меняется в диапазоне от 0,13 до 0,48, а отношение C_s/C_v – от 1,8 до 2,9. Среднее районное значение $C_s/C_v = 2$.

4.3. Оценка погрешностей выборочных коэффициентов вариации

Для проверки разработанной методики для отобранных стационарных и однородных рядов были рассчитаны относительные ошибки выборочных коэффициентов вариации. Результаты расчета представлены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Относительные среднеквадратические ошибки коэффициентов вариации, рассчитанные по методике ВКР и формуле Блохинова для рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада РФ.

Река – створ	n	C_v	$\frac{C_s}{C_v}$	b	k	c	a	δ_{C_v} , %		$\Delta\%$
								метод ВКР	формула Блохинова	
Гороховка - п. Токарево	66	0,25	4	4,4	-3,54	0,029	3,88	9,70	9,04	-0,7
Тигода - ст. Любань	70	0,44	2	0,8	-0,75	0,022	0,64	8,96	9,12	0,2
Тосна - ст. Тосна	70	0,38	1	0,6	0,57	0,020	0,74	8,89	10,1	1,2
р.Ящера д.Долговка	63	0,43	1,5	0,5	0	0,021	0,50	9,32	9,7	0,4
р.Шелонь г.Порхов	59	0,48	2	0,8	-0,75	0,022	0,60	9,81	10,1	0,3
р.Цна с.Жилотково	53	0,36	1	0,6	0,57	0,020	0,80	10,20	10,7	0,5
р.Рагнукса д.Харловская	59	0,32	3	2	-2	0,027	1,59	9,93	9,8	-0,2
р.Пяльма д.Пяльма	62	0,34	1	0,6	0,57	0,020	0,76	9,38	9,6	0,2
р.Перехода д.Подсосонье	69	0,51	1,5	0,5	0	0,021	0,50	9,04	9,5	0,4
р.Паша с.Часовенское	80	0,31	1	0,6	0,57	0,020	0,72	8,17	8,2	0,1
р.Паша д.Поречье	80	0,32	1	0,6	0,57	0,020	0,72	8,18	8,3	0,1
р.Паша д.Дуброво	80	0,34	2	0,8	-0,75	0,022	0,67	8,21	8,4	0,2

Река – створ	n	C_v	$\frac{C_s}{C_v}$	b	k	c	a	$\delta_{C_v}, \%$		$\Delta\%$
								метод ВКР	формула Блохинова	
р. Орлинка уроч. Орлинка	61	0,43	1,5	0,5	0	0,021	0,50	9,46	10,0	0,6
р. Немина пос. Немино	57	0,34	1,5	0,5	0	0,021	0,50	9,63	9,8	0,2
р. Мста пос. Потерпелицы	63	0,35	3	2	-2	0,027	1,63	9,75	9,5	-0,2
р. Мста д. Девкино	81	0,29	2	0,8	-0,75	0,022	0,67	8,08	8,2	0,1
р. Мерега д. Куйтежа	66	0,33	4	4,4	-3,54	0,029	3,88	10,40	9,2	-1,2
р. Мга д. Горы	78	0,40	2	0,8	-0,75	0,022	0,67	8,43	8,6	0,2
р. Луга г. Кингисепп	71	0,33	1	0,6	0,57	0,020	0,74	8,72	8,9	0,2
р. Дымка д. Домачево	66	0,34	2	0,8	-0,75	0,022	0,62	9,01	9,2	0,2
р. Воложба д. Пареево	63	0,32	1	0,6	0,57	0,020	0,76	9,25	9,3	0,0
р. Воложба д. Воложба	79	0,37	2	0,8	-0,75	0,022	0,67	8,31	8,4	0,1
р. Видлица с. Большие горы	79	0,44	2	0,8	-0,75	0,022	0,67	8,46	8,6	0,2
р. Великая г. Опочка	65	0,39	3	2	-2	0,027	1,65	9,80	9,5	-0,3
р. Б. Тудер д. Бабяхтино	69	0,40	2	0,8	-0,75	0,022	0,64	8,94	9,5	0,5
р. Пола д. Налючи	65	0,26	1	0,6	0,57	0,020	0,76	8,99	9,1	0,1
Оять д. Шангиничи	72	0,31	1,5	0,5	0	0,021	0,50	8,54	9,1	0,5
р. Нева д. Новосаратовка	140	0,14	1,5	0,5	0	0,021	0,50	6,00	7,3	1,3

Как видно из таблицы, оба метода дают близкие результаты – среднее отклонение менее 1%, максимальное отклонение 1,3%.

Такое небольшое различие в расчетных значениях связано с тем, что отношение C_s/C_v для исследуемого района составляет 2-3, а коэффициент вариации не превышает 0,5. И как показано в разделах 3.3 и 3.5 в этом случае формула Блохинова дает надежные результаты и может использоваться для практических расчетов.

5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА АСИММЕТРИИ

На основе результатов моделирования были построены графики связи стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента вариации при различных значениях длины ряда ($n = 10, 20, 30, 40, 50, 70, 100$ и 200) и различных значениях отношения коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации ($C_s/C_v = 1.0, 1.5, 2, 3, 4, 5$) (приложение Г-И). Как видно на рисунках, во всех случаях связи с достаточной точностью можно аппроксимировать линейными зависимостями. Коэффициенты детерминации не ниже 0,95.

Было также произведено сравнение стандартных ошибок C_s , полученных в результате моделирования и представленных в таблицах А.В. Рождественского [12] (рисунки 5.1-5.4).

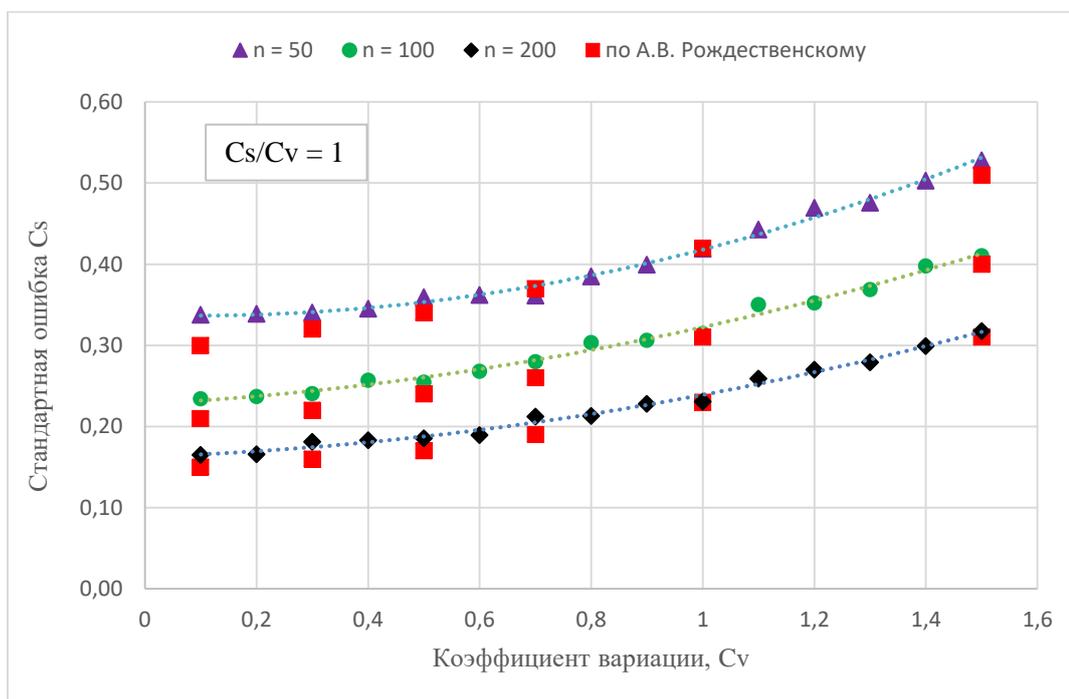


Рисунок 5.1 – График зависимости стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента вариации для различных значений длины ряда при $C_s/C_v = 1$.

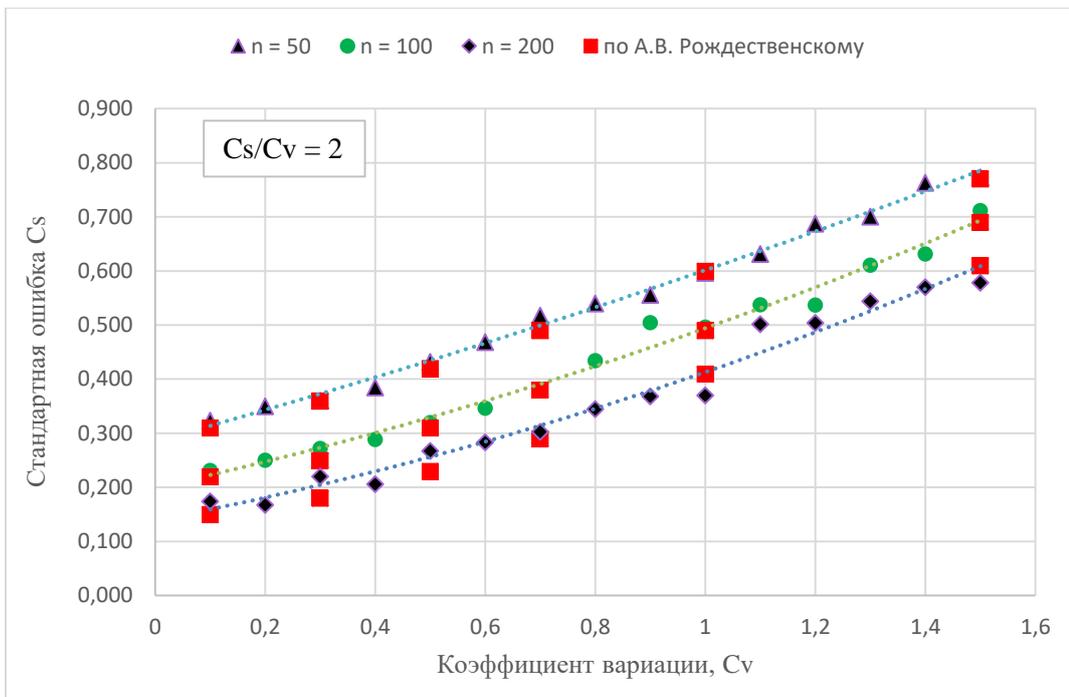


Рисунок 5.2 – График зависимости стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента вариации для различных значений длины ряда при $C_s/C_v = 2$.

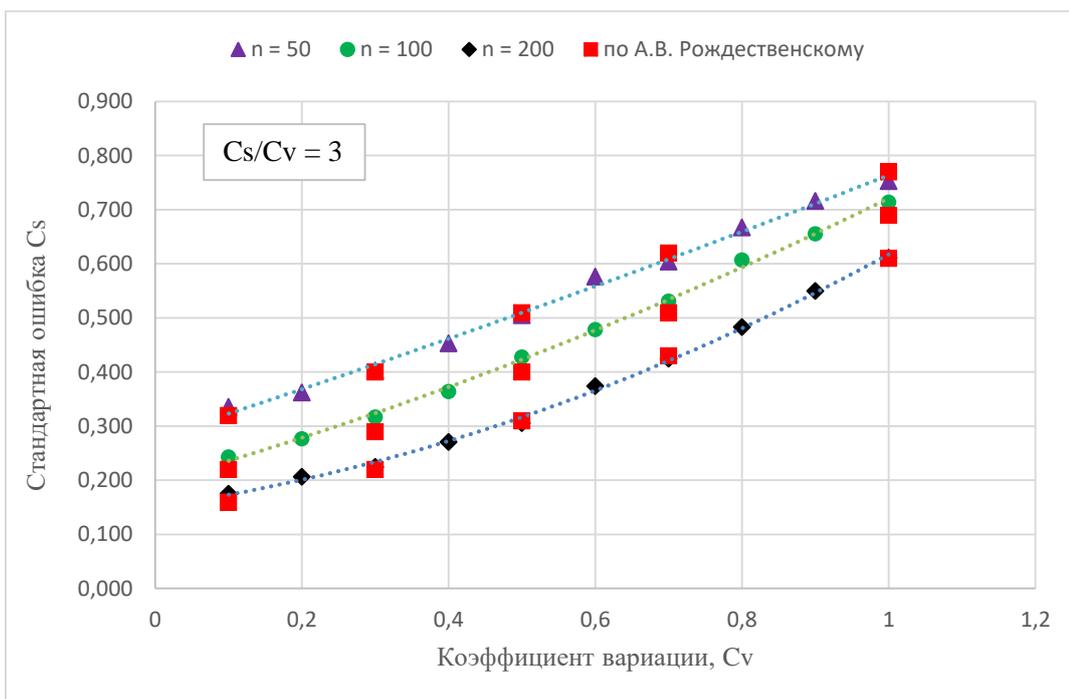


Рисунок 5.3 – График зависимости стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента вариации для различных значений длины ряда при $C_s/C_v = 3$.

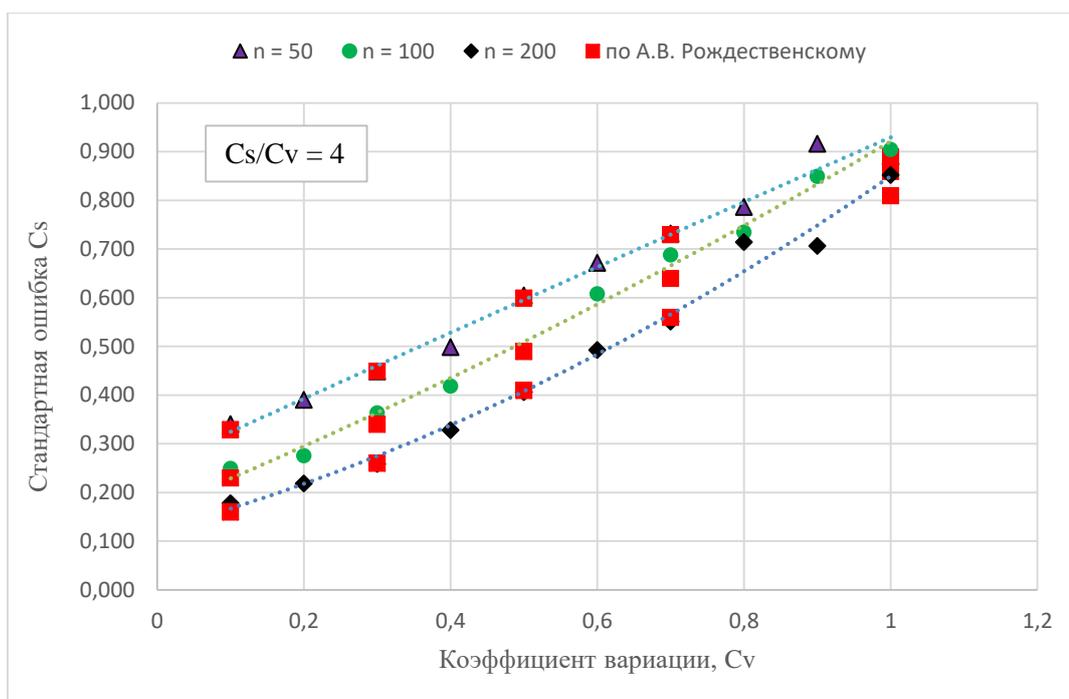


Рисунок 5.4 – График зависимости стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента вариации для различных значений длины ряда при $C_s/C_v = 4$.

Как видно на рисунках, значения модельных ошибок C_s и ошибок C_s из монографии А.В. Рождественского практически совпадают.

5.1. Вывод формулы для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии

Для расчета σ_{C_s} была предложена формула (5.1):

$$\sigma_{C_s} = \sigma_0 + \Delta\sigma_{C_s}, \quad (5.1)$$

где σ_0 – стандартная ошибка C_s для нормального распределения;

$\Delta\sigma_{C_s}$ – приращение стандартной ошибки коэффициента асимметрии при увеличении асимметрии ряда.

Стандартная ошибка коэффициента асимметрии для нормального распределения рассчитывалась по формуле [20]

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}} \approx \sqrt{\frac{6}{n}} \quad (5.2)$$

Приращение стандартной ошибки коэффициента асимметрии определялось обратным путем из формулы 5.1:

$$\Delta\sigma_{C_s} = \sigma_{C_s} - \sigma_0, \quad (5.3)$$

По результатам моделирования была получена зависимость $\Delta\sigma_{C_s}$ от коэффициента асимметрии и длины выборки (рисунок 5.5). Как видно на рисунке, $\Delta\sigma_{C_s}$ слабо зависит от длины выборки. Поэтому была построена осредненная зависимость $\Delta\sigma_{C_s} = f(C_s)$ представленная на рисунке 5.6.

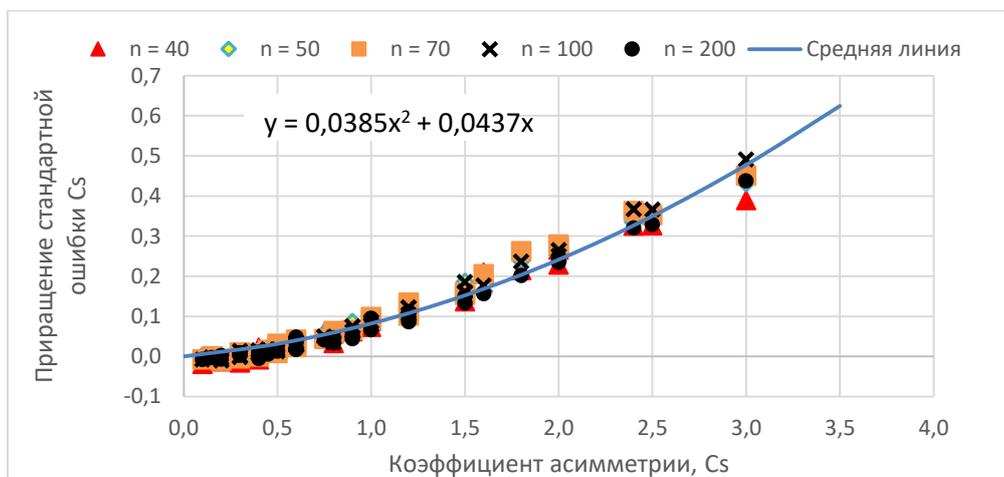


Рисунок 5.5 – График зависимости стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента асимметрии и длины выборки.

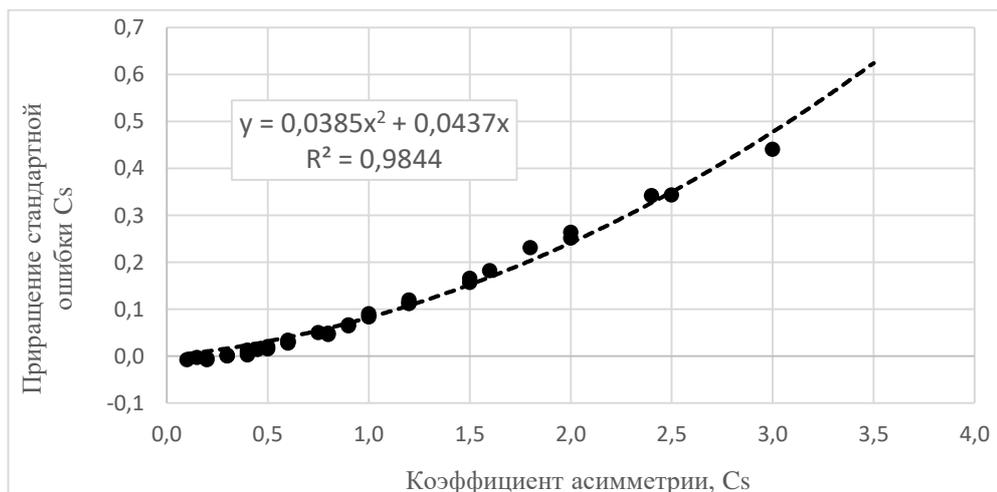


Рисунок 5.6 – Осредненная зависимость стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента асимметрии.

Зависимость, представленная на рисунке 5.6 была аппроксимирована формулой (5.4):

$$\Delta\sigma_{C_s} = 0,0385C_s^2 + 0,0437C_s \quad (5.4)$$

В итоге объединения формул (5.4) и (5.1) получаем выражение (5.5):

$$\sigma_{C_s} = \sigma_0 + 0,0385C_s^2 + 0,0437C_s \quad (5.5)$$

или

$$\sigma_{C_s} = \sqrt{6/n} + 0,0385C_s^2 + 0,0437C_s. \quad (5.5a)$$

Представленную формулу можно рекомендовать для практических расчетов при $C_v \leq 1,5$ и диапазона C_s/C_v от 0 до 6.

Зависимость $\Delta\sigma_{C_s}$ от длины ряда при различных значениях C_s/C_v показана на рисунке 5.7. Зависимость относительной ошибки C_s от длины ряда и коэффициента асимметрии представлена в таблице 5.1.

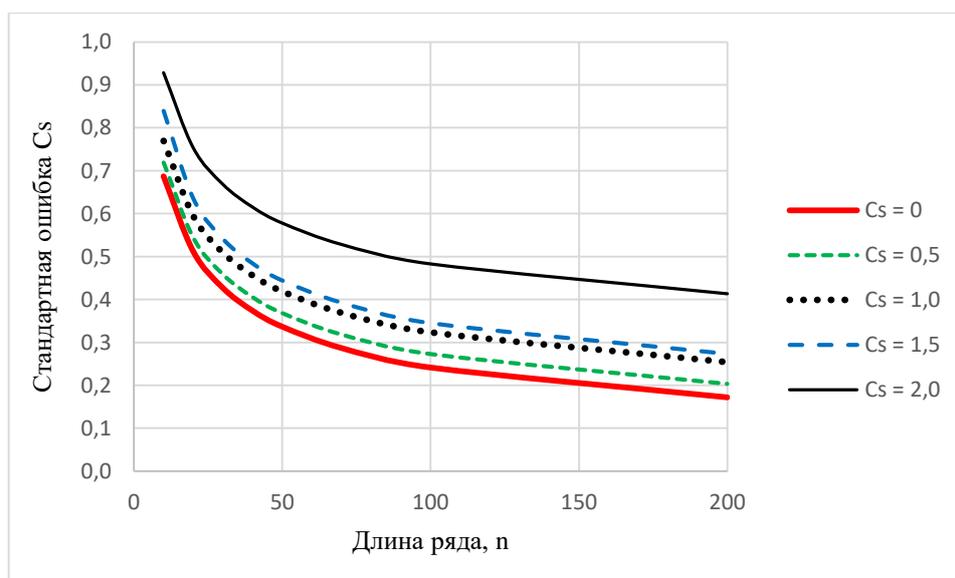


Рисунок 5.7 – Зависимость стандартной ошибки коэффициента асимметрии от длины ряда при различных значениях C_s/C_v .

Таблица 5.1 – Зависимость относительной ошибки C_s от длины ряда и коэффициента асимметрии

n	Коэффициент асимметрии			
	0,5	1,0	1,5	2,0
10	144	77	56	46
20	109	59	42	38
30	92	51	36	33
40	81	46	32	31
50	74	42	30	29
70	64	37	26	26
100	55	32	24	24

5.2. Оценка точности формулы Крицкого-Менкеля для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии

На рисунках 5.8-5.10 представлены зависимости стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента вариации при различных значениях отношения C_s/C_v и различной длине ряда (n), полученные по результатам моделирования.

Пунктирной линией на графики нанесена зависимость ошибки C_s от коэффициента вариации, рассчитанная по формуле Крицкого-Менкеля:

$$\sigma_{C_s} = \sqrt{(6/n)(1 + 6C_v^2 + 5C_v^4)} \quad (5.6)$$

Формула была выведена С. Н. Крицким и М.Ф. Менкелем для двухпараметрического гамма-распределения у которого $C_s/C_v = 2$. Однако, как видно на рисунках, формула соответствует этому положению только при большой длине рядов ($n = 500$). При длине ряда $n = 200$ формула дает решение, которое соответствует соотношению $C_s/C_v = 3$, а при длине ряда $n = 50$ формула дает решение, которое соответствует соотношению $C_s/C_v = 4$.

Поскольку реальные гидрологические ряды редко имеют продолжительность более 100 лет, то на практике формула Крицкого-Менкеля при малых C_s/C_v будет завышать ошибку, а при больших – занижать.

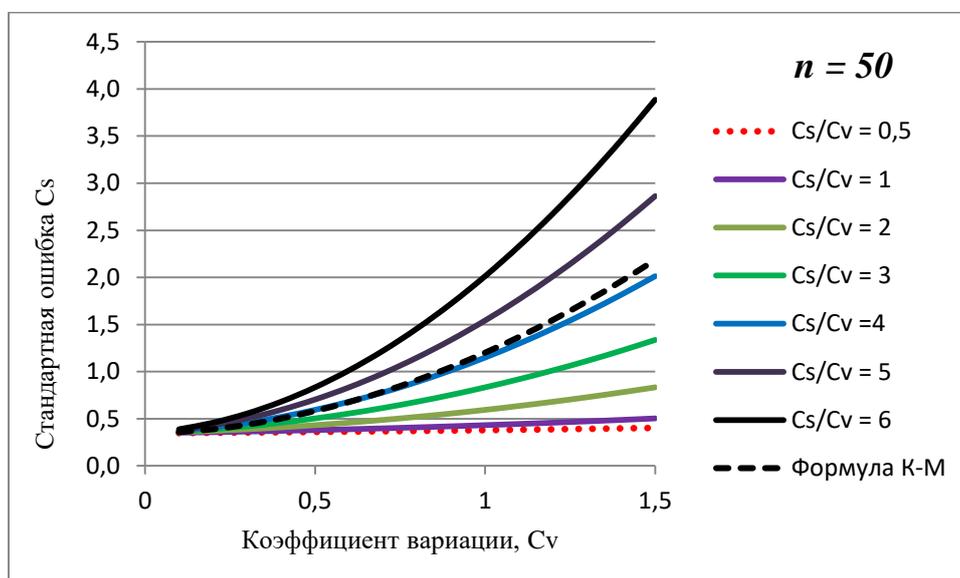


Рисунок 5.8 - Зависимость стандартной ошибки C_s от коэффициента вариации при различных значениях C_s/C_v для выборки длиной 50

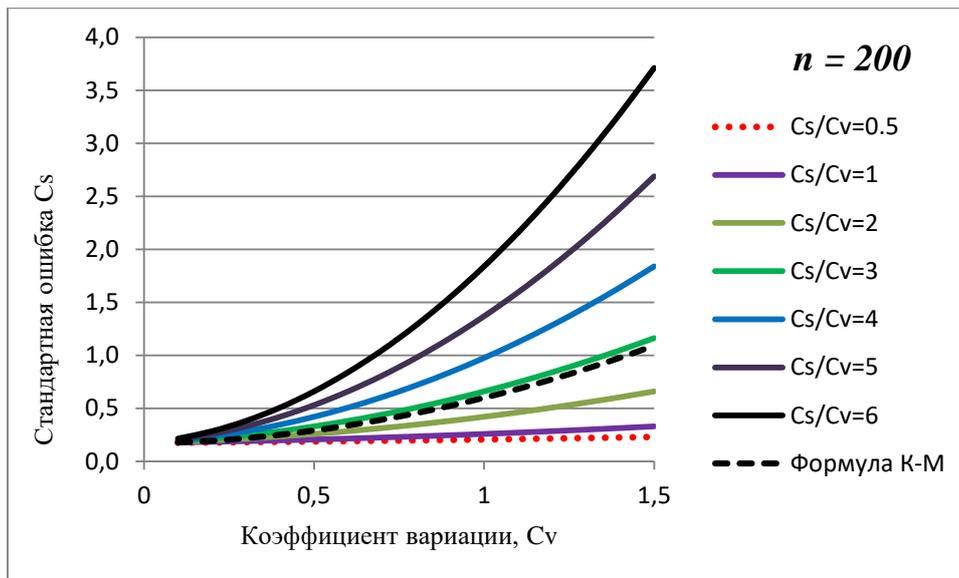


Рисунок 5.9 - Зависимость стандартной ошибки C_s от коэффициента вариации при различных значениях C_s/C_v для выборки длиной 200

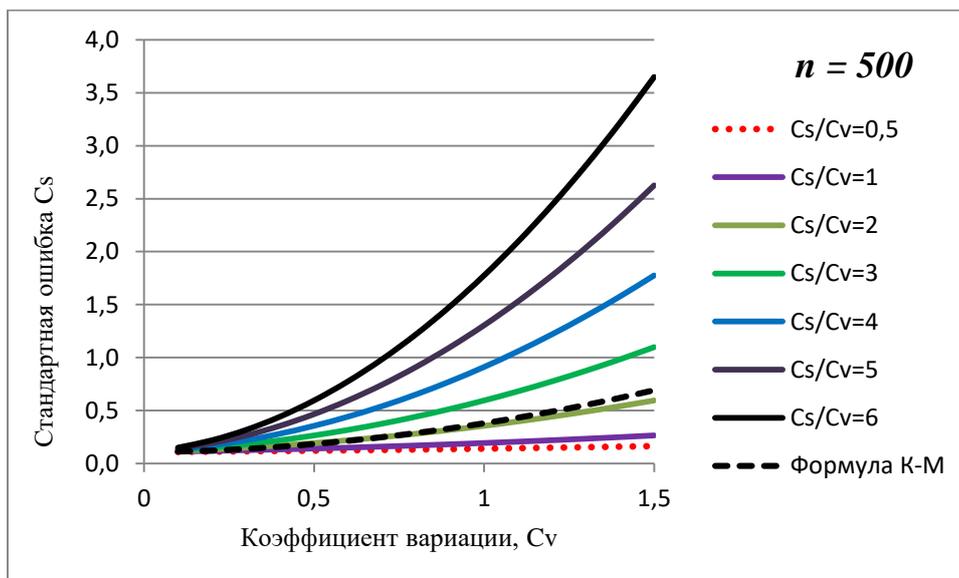


Рисунок 5.10 - Зависимость стандартной ошибки C_s от коэффициента вариации при различных значениях C_s/C_v для выборки длиной 500.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований получены следующие результаты.

- Формула, рекомендуемая СП 33-101-2003 для расчета среднеквадратической погрешности выборочных средних является надежной и может использоваться при любых значениях коэффициента вариации и отношения C_s/C_v . Результаты моделирования подтвердили, что ошибка выборочного среднего не зависит от типа распределения и асимметрии и однозначно определяется коэффициентом вариации и длиной выборки.
- Установлено, что стандартная ошибка выборочных коэффициентов вариации зависит не только от коэффициента вариации и длины выборки, но и от асимметрии ряда.
- На основе результатов статистического моделирования предложена методика расчета стандартной ошибки коэффициента вариации, для широкого диапазона значений n , C_v и C_s/C_v .
- Показано, что формула Блохинова, рекомендуемая в СП 33-101-2003 для рядов с отношением $C_s/C_v = 2$, может использоваться в диапазоне C_s/C_v от 1 до 3, но при условии $C_v < 1$.
- Для рядов с асимметрией близкой к нулю приемлемые результаты дает классическая формула $\delta_{Cv} = C_v \sqrt{1 + 2C_v^2} / \sqrt{2n}$.
- При $C_s/C_v > 3,5$ все рассмотренные формулы дают существенное занижение среднеквадратической ошибки выборочного коэффициента вариации, и для её оценки следует использовать либо таблицы, опубликованные в монографии А.М. Рождественского [12], либо универсальную методику, предложенную в ВКР.
- Для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии можно рекомендовать формулу: $\sigma_{C_s} = \sqrt{6/n} + 0,0385C_s^2 + 0,0437C_s$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Богословский Б.Б.* Общая гидрология: учебник для студ. ВУЗов/ Богословский Б.Б. [и др.] – Л.: Гидрометеиздат, 1984.–356 с.
- 2 *Владимиров А.М.* Гидрологические расчёты. – Л.: Гидрометеиздат, 1990. – 365 с.
- 3 *Владимиров А.М., Дружинин В.С.* Сборник задач и упражнений по гидрологическим расчетам. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992. – 208 с.
- 4 Гидрологические ежегодники. Том 1. Вып. 0-3. Бассейн Балтийского моря. – Л.: Гидрометеиздат, 1947- 2000.
- 5 Государственный водный кадастр. Многолетние данные о режиме и ресурсах поверхностных вод суши. Ч. 1. Реки и каналы. Том I. РСФСР. Бассейн Балтийского моря. Вып. 5. – Л.: Гидрометеиздат, 1982.
- 6 *Евстигнеев В. М.* Речной сток и гидрологические расчеты.– М.: Изд-во МГУ,1990. – 304 с.
- 7 Международное руководство по методам расчета основных гидрологических характеристик. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 248 с.
- 8 Методические рекомендации по определению расчетных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений. – Нижний Новгород: Вектор-ТиС. 2007. – 134 с.
- 9 Ресурсы поверхностных вод СССР. Гидрологическая изученность. Т. 2. Карелия и Северо-Запад. – Л.: Гидрометеиздат, 1965.
- 10 Ресурсы поверхностных вод СССР. Т. 2. Карелия и Северо-Запад. Ч. 2. Приложения. – Л.: Гидрометеиздат, 1972.
- 11 Ресурсы поверхностных вод СССР. Т. 2. Карелия и Северо-Запад. Основные гидрологические характеристики (до 1962 г., за 1963-70 гг., за 1971-75 гг.) – Л.: Гидрометеиздат, 1966, 1974, 1978.
- 12 *Рождественский А.В.* Оценка точности кривых распределения гидрологических характеристик. – Л.: Гидрометеиздат. 1977. – 269 с.

- 13 *Рождественский А.В., Ежов А.В., Сахарюк А.В.* Оценка точности гидрологических расчетов. – Л.: Гидрометеиздат, 1990. – 276 с.
- 14 *Рождественский А.В., Чеботарев А.И.* Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 424 с.
- 15 Свод правил СП 33-101-2003. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. – М.: Стройиздат, 2004. – 72 с.
- 16 *Сикан А.В.* Методы статистической обработки гидрометеорологической информации. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007.–279 с.
- 17 *Сикан А.В., Малышева Н.Г., Винокуров И.О.* Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. Лабораторный практикум. – СПб.: изд. РГГМУ, 2014.– 75 с.
- 18 *Соболь И.М.* Метод Монте-Карло. – М.: Наука, 1968. 64 с.
- 19 Средства Excel для статистического анализа. Часть II. Глава 5 – Надстройка Пакет анализа [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.dialektika.com/PDF/5-8459-0692-X/part.pdf> (дата обращения 18.01.2020)
- 20 *У. Виссен мл., Т.И. Харбаф, Д.У. Кнэпп.* Введение в гидрологию. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. – 470 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при различных значениях C_s/C_v (по результатам моделирования)

Таблица А.1 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s = 0$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,18	2,28	1,83	1,50	1,45	1,17	1,02
0,2	6,04	4,47	3,70	3,27	2,79	2,40	1,96
0,3	9,06	6,79	5,67	4,85	4,22	3,75	3,03
0,4	13,0	8,58	7,20	6,49	5,64	4,84	4,12
0,5	17,15	10,9	9,24	8,01	6,94	5,99	4,88
0,6	20,85	13,6	10,86	9,55	9,07	7,38	6,06
0,7	24,21	15,67	12,43	11,31	10,31	8,26	6,96
0,8	24,84	18,48	15,17	12,73	11,48	9,30	8,11
0,9	25,66	20,42	17,02	13,57	12,55	10,45	8,98
1,0	30,13	25,15	19,25	14,65	13,62	11,35	10,12

Таблица А.2 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 1,0$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,13	2,24	1,90	1,85	1,47	1,02	1,00
0,2	6,62	4,49	3,43	3,10	2,72	2,41	1,97
0,3	9,34	6,67	5,44	4,72	4,23	3,65	2,91
0,4	12,78	8,86	7,37	6,44	6,02	4,62	4,02
0,5	15,40	10,86	9,45	7,89	7,19	6,01	5,01
0,6	18,59	13,75	10,47	9,56	8,47	7,22	5,86
0,7	21,48	15,73	12,60	11,02	10,24	7,91	6,74
0,8	25,05	18,71	14,77	12,46	11,54	9,43	8,32
0,9	27,93	21,05	15,99	14,78	12,83	10,58	8,77
1,0	31,76	22,82	17,96	15,65	13,37	12,29	9,78

Таблица А.3 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 1,5$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,13	2,30	1,91	1,55	1,51	1,20	0,99
0,2	6,61	4,47	3,49	3,10	2,77	2,46	1,96
0,3	9,33	6,72	5,53	4,88	4,30	3,56	3,02
0,4	12,67	8,81	7,35	6,28	5,55	4,84	3,99
0,5	15,90	11,04	9,25	7,96	6,76	5,90	5,15
0,6	18,79	12,88	11,19	9,41	8,65	7,29	6,08
0,7	22,73	15,31	12,55	10,89	9,80	8,20	6,59
0,8	25,68	18,28	14,57	12,29	11,23	9,49	7,84
0,9	28,52	19,95	16,52	14,59	13,22	10,55	8,84
1,0	31,42	22,17	17,97	14,80	14,32	11,97	9,80

Таблица А.4 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 2,0$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,20	2,20	1,83	1,60	1,40	1,20	1,00
0,2	6,30	4,50	3,70	3,20	2,80	2,40	2,00
0,3	9,50	6,70	5,50	4,70	4,20	3,60	3,00
0,4	12,6	8,90	7,30	6,30	5,70	4,80	4,00
0,5	15,8	11,2	9,10	7,90	7,10	6,00	5,00
0,6	19,0	13,4	11,0	9,50	8,50	7,20	6,00
0,7	22,1	15,7	12,8	11,1	9,90	8,40	7,00
0,8	25,3	17,9	14,6	12,6	11,3	9,60	8,00
0,9	28,5	20,1	16,4	14,2	12,7	10,8	9,00
1,0	31,6	22,4	18,3	15,8	14,1	12,0	10,0

Таблица А.5 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 3$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,12	2,20	1,85	1,58	1,41	1,21	1,01
0,2	6,75	4,53	3,64	3,18	2,96	2,44	2,04
0,3	9,65	6,85	5,43	4,79	4,50	3,68	3,06
0,4	13,0	9,18	7,22	6,39	6,05	4,91	4,08
0,5	16,3	11,5	9,01	8,00	7,59	6,14	5,10

0,6	19,6	13,8	10,8	9,60	9,13	7,38	6,13
0,7	22,8	16,2	12,6	11,2	10,7	8,6	7,15
0,8	26,1	18,5	14,4	12,8	12,2	9,8	8,17
0,9	29,4	20,8	16,2	14,4	13,8	11,1	9,19
1,0	32,6	23,2	18,0	16,0	15,3	12,3	10,2

Таблица А.6 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 4$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,08	2,25	1,78	1,65	1,51	1,22	0,95
0,2	6,08	4,56	3,56	3,13	2,75	2,42	1,65
0,3	9,37	6,19	5,53	4,61	4,26	3,72	2,35
0,4	12,6	9,18	7,30	6,09	5,53	4,77	3,05
0,5	16,1	11,0	9,13	7,57	7,40	5,96	3,75
0,6	19,6	13,4	10,5	9,04	8,21	6,91	4,45
0,7	21,7	14,7	13,1	10,5	9,66	8,14	5,15
0,8	24,1	17,9	15,0	12,0	11,1	9,30	5,85
0,9	28,7	20,2	16,1	13,5	12,8	11,0	6,55
1,0	31,5	22,0	18,3	15,0	14,5	12,0	7,25

Таблица А.7 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 5$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	3,15	2,55	1,78	1,65	1,40	1,33	1,14
0,2	6,31	4,62	3,56	3,14	2,78	2,56	2,14
0,3	9,18	6,70	5,35	4,62	4,12	3,80	3,14
0,4	12,5	8,78	7,13	6,11	5,63	5,04	4,14
0,5	15,1	10,9	8,92	7,59	6,73	6,28	5,14
0,6	17,8	12,9	10,7	9,08	8,29	7,52	6,14
0,7	20,1	15,0	12,5	10,6	10,2	8,76	7,14
0,8	24,5	17,1	14,3	12,0	11,1	10,0	8,14
0,9	27,4	19,2	16,1	13,5	13,1	11,2	9,14
1,0	30,3	21,2	17,8	15,0	14,0	12,5	10,1

Таблица А.8 – Относительные среднеквадратические ошибки среднего значения в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 6$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100

0,1	3,10	2,28	1,82	1,55	1,40	1,20	1,03
0,2	6,28	4,44	3,42	3,00	2,78	2,31	1,99
0,3	9,62	6,51	5,55	4,55	4,26	3,51	3,53
0,4	12,3	9,11	6,94	6,31	5,65	4,68	4,03
0,5	16,0	11,4	9,12	7,96	5,57	5,83	5,04
0,6	18,3	13,0	10,8	8,93	5,66	7,05	6,00
0,7	23,1	15,7	13,2	11,1	9,91	8,16	6,93
0,8	26,0	16,8	14,5	12,3	10,9	9,36	7,81
0,9	27,4	19,9	15,8	14,0	12,2	10,6	9,11
1,0	29,9	22,0	18,4	15,0	14,0	11,6	9,84

ПРИЛОЖЕНИЕ Б – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при различных значениях C_s/C_v (по результатам моделирования)

Таблица Б.1 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s = 0$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,024	0,017	0,014	0,012	0,011	0,009	0,008
0,2	0,051	0,035	0,027	0,023	0,023	0,018	0,016
0,3	0,081	0,055	0,043	0,038	0,032	0,028	0,024
0,4	0,116	0,079	0,065	0,053	0,051	0,039	0,034
0,5	0,146	0,101	0,088	0,074	0,063	0,053	0,045
0,6	0,204	0,139	0,108	0,096	0,086	0,075	0,058
0,7	0,271	0,179	0,140	0,117	0,100	0,089	0,071
0,8	0,335	0,220	0,171	0,146	0,134	0,105	0,089
0,9	0,378	0,262	0,210	0,179	0,158	0,131	0,11
1,0	0,454	0,314	0,252	0,214	0,189	0,156	0,13

Таблица Б.2 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 1,0$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,023	0,016	0,013	0,011	0,010	0,009	0,0070
0,2	0,049	0,033	0,025	0,023	0,020	0,017	0,014

0,3	0,071	0,049	0,040	0,035	0,030	0,027	0,022
0,4	0,098	0,067	0,057	0,046	0,042	0,036	0,028
0,5	0,123	0,090	0,072	0,064	0,057	0,044	0,040
0,6	0,150	0,105	0,084	0,075	0,066	0,056	0,048
0,7	0,197	0,129	0,103	0,091	0,086	0,067	0,057
0,8	0,225	0,160	0,129	0,109	0,097	0,081	0,070
0,9	0,283	0,187	0,147	0,131	0,113	0,097	0,081
1,0	0,349	0,229	0,179	0,149	0,126	0,115	0,095

Таблица Б.3 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 1,5$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,023	0,017	0,013	0,011	0,010	0,008	0,0070
0,2	0,049	0,032	0,025	0,023	0,019	0,017	0,014
0,3	0,069	0,046	0,041	0,034	0,031	0,026	0,022
0,4	0,096	0,065	0,055	0,049	0,041	0,035	0,029
0,5	0,116	0,085	0,067	0,058	0,051	0,044	0,038
0,6	0,147	0,106	0,084	0,070	0,065	0,055	0,045
0,7	0,169	0,125	0,100	0,086	0,075	0,066	0,056
0,8	0,196	0,141	0,118	0,105	0,090	0,080	0,064
0,9	0,225	0,175	0,141	0,119	0,104	0,093	0,074
1,0	0,254	0,192	0,152	0,136	0,126	0,103	0,088

Таблица Б.4 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 2,0$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,023	0,016	0,013	0,011	0,010	0,009	0,0070
0,2	0,048	0,033	0,027	0,023	0,020	0,017	0,014
0,3	0,073	0,049	0,039	0,037	0,031	0,026	0,022
0,4	0,093	0,064	0,054	0,048	0,041	0,037	0,029
0,5	0,115	0,084	0,071	0,059	0,053	0,046	0,038
0,6	0,131	0,106	0,086	0,075	0,066	0,056	0,048
0,7	0,165	0,122	0,101	0,089	0,080	0,069	0,058
0,8	0,189	0,146	0,120	0,104	0,095	0,081	0,071
0,9	0,211	0,162	0,141	0,121	0,110	0,093	0,080
1,0	0,240	0,188	0,159	0,143	0,125	0,104	0,092

Таблица Б.5 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 3$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,022	0,016	0,013	0,011	0,010	0,009	0,007
0,2	0,045	0,032	0,026	0,023	0,021	0,017	0,015
0,3	0,068	0,049	0,041	0,035	0,032	0,027	0,023
0,4	0,093	0,067	0,056	0,049	0,044	0,038	0,032
0,5	0,118	0,087	0,073	0,064	0,059	0,050	0,043
0,6	0,145	0,108	0,092	0,081	0,074	0,064	0,055
0,7	0,174	0,131	0,112	0,100	0,092	0,080	0,068
0,8	0,204	0,157	0,135	0,122	0,112	0,098	0,084
0,9	0,237	0,184	0,160	0,145	0,133	0,117	0,101
1,0	0,271	0,214	0,188	0,170	0,158	0,139	0,120

Таблица Б.6 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 4$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,023	0,016	0,013	0,011	0,010	0,009	0,0072
0,2	0,046	0,033	0,027	0,024	0,021	0,018	0,015
0,3	0,072	0,052	0,044	0,038	0,034	0,030	0,025
0,4	0,101	0,074	0,063	0,055	0,050	0,043	0,037
0,5	0,134	0,100	0,085	0,075	0,069	0,060	0,051
0,6	0,171	0,130	0,111	0,099	0,091	0,079	0,067
0,7	0,213	0,164	0,141	0,126	0,116	0,101	0,087
0,8	0,261	0,202	0,175	0,158	0,145	0,127	0,109
0,9	0,313	0,245	0,213	0,193	0,178	0,156	0,134
1,0	0,371	0,292	0,256	0,232	0,214	0,188	0,161

Таблица Б.7 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 5$

C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,023	0,016	0,013	0,011	0,010	0,009	0,0073
0,2	0,047	0,034	0,028	0,025	0,022	0,019	0,016
0,3	0,073	0,055	0,046	0,041	0,037	0,032	0,028
0,4	0,104	0,080	0,069	0,062	0,057	0,049	0,042
0,5	0,139	0,109	0,096	0,087	0,080	0,070	0,060
0,6	0,179	0,144	0,128	0,117	0,108	0,095	0,082
0,7	0,224	0,185	0,165	0,152	0,141	0,125	0,108
0,8	0,275	0,231	0,208	0,192	0,179	0,159	0,137
0,9	0,333	0,283	0,257	0,237	0,221	0,197	0,170
1,0	0,396	0,341	0,310	0,288	0,269	0,240	0,207

Таблица Б.8 – Абсолютные среднеквадратические ошибки коэффициента вариации в зависимости от C_v и длины выборки при $C_s/C_v = 6$

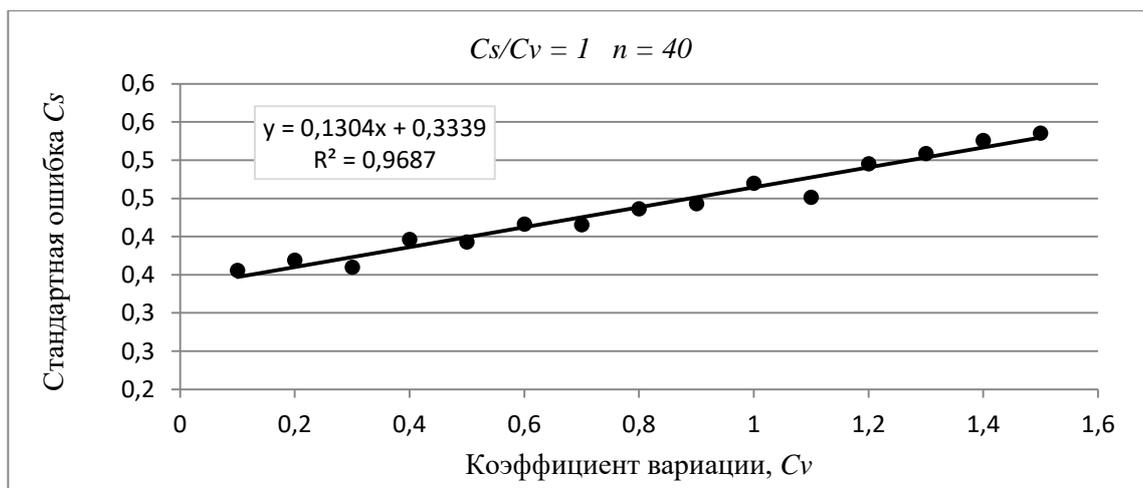
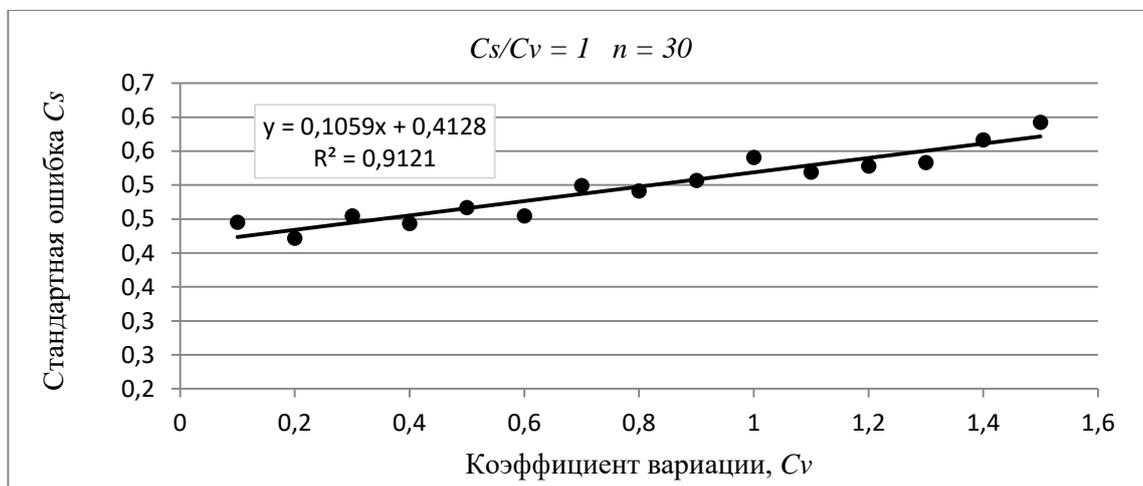
C_v	Длина ряда						
	10	20	30	40	50	70	100
0,1	0,025	0,016	0,014	0,012	0,010	0,009	0,0072
0,2	0,051	0,037	0,032	0,028	0,024	0,021	0,017
0,3	0,092	0,064	0,057	0,047	0,043	0,037	0,042
0,4	0,129	0,103	0,085	0,074	0,066	0,058	0,050
0,5	0,177	0,137	0,126	0,107	0,068	0,081	0,075
0,6	0,206	0,178	0,159	0,139	0,071	0,113	0,097
0,7	0,271	0,226	0,201	0,181	0,164	0,145	0,127
0,8	0,321	0,266	0,249	0,229	0,212	0,180	0,163
0,9	0,356	0,314	0,297	0,269	0,252	0,223	0,190
1,0	0,394	0,362	0,354	0,312	0,294	0,264	0,228

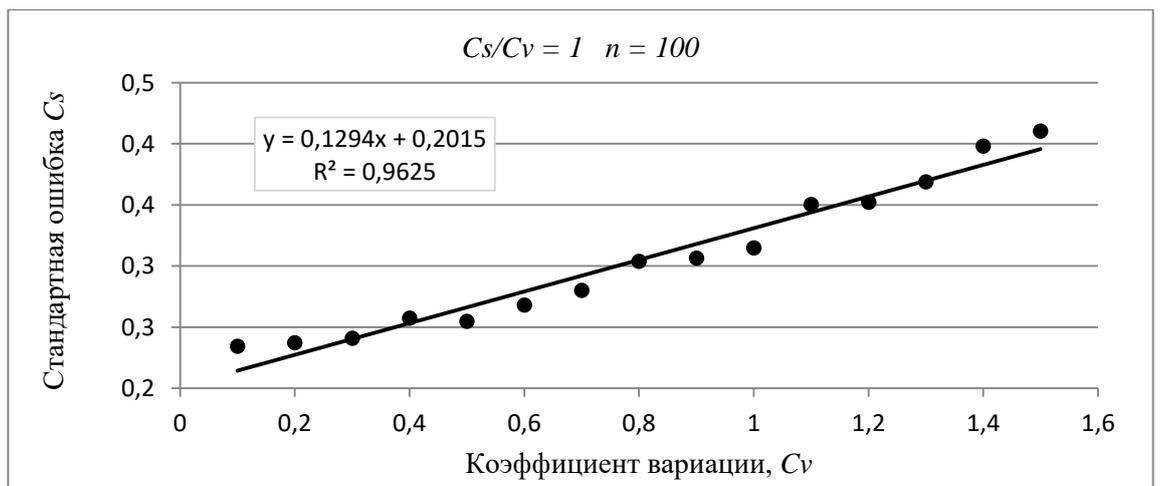
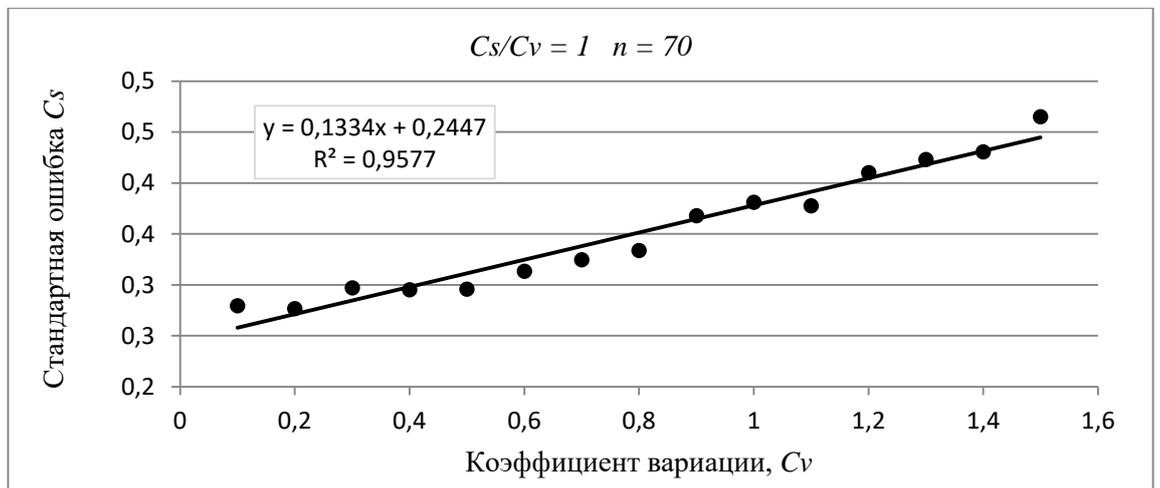
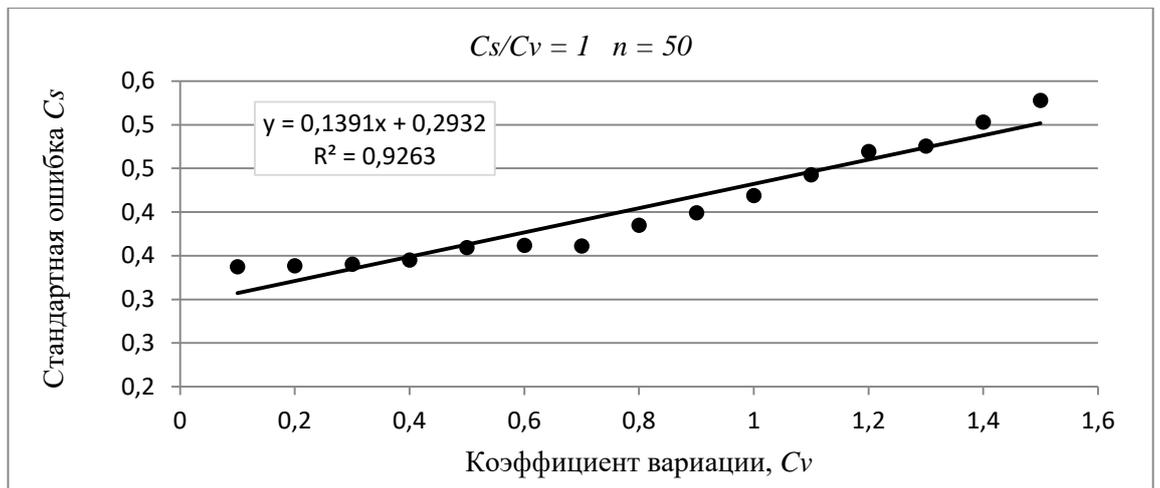
ПРИЛОЖЕНИЕ В – Среднеквадратические ошибки выборочных коэффициентов вариации для распределения Пирсона III типа по А.В. Рождественскому при $r(1) = 0$

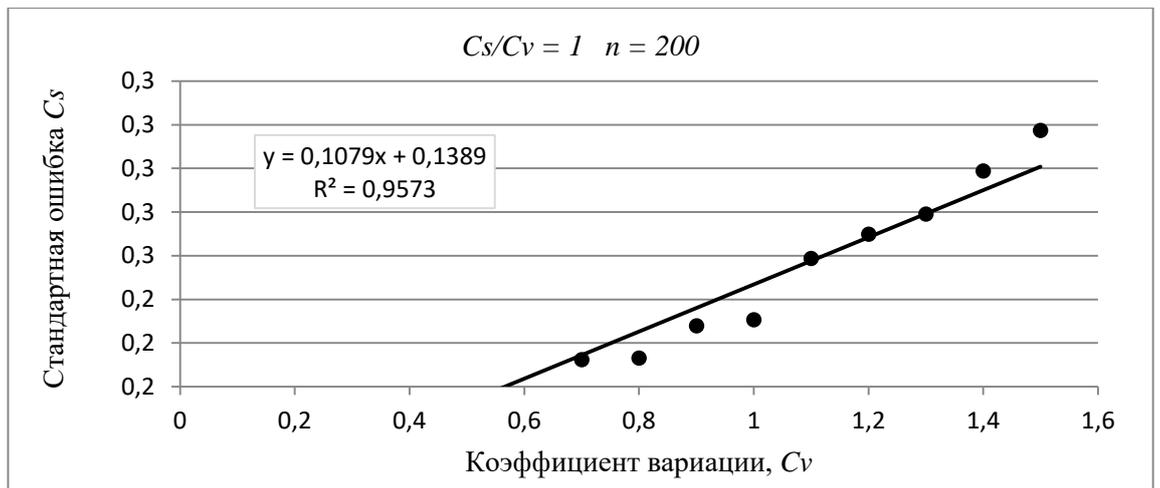
n	Коэффициенты вариации					
	0,1	0,3	0,5	0,7	1,0	1,5
$C_s = C_v$						
10	0,02	0,07	0,13	0,19	0,32	
25	0,01	0,04	0,08	0,11	0,18	0,35
50	0,01	0,03	0,05	0,08	0,13	0,24
100	0,01	0,02	0,04	0,06	0,09	0,16
200	0,01	0,02	0,03	0,04	0,07	0,12
$C_s = 2C_v$						
10	0,02	0,07	0,12	0,17	0,24	0,34
25	0,01	0,04	0,07	0,11	0,16	0,27
50	0,01	0,03	0,05	0,08	0,12	0,21
100	0,01	0,02	0,04	0,06	0,09	0,15
200	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,11
$C_s = 3C_v$						
10	0,02	0,07	0,12	0,18	0,26	
25	0,01	0,04	0,08	0,12	0,20	0,34
50	0,01	0,03	0,06	0,09	0,15	0,28
100	0,01	0,02	0,04	0,07	0,11	0,21
200	0,01	0,02	0,03	0,05	0,08	0,16
$C_s = 4C_v$						
10	0,02	0,07	0,13	0,20	0,31	
25	0,01	0,05	0,09	0,15	0,25	0,44
50	0,01	0,03	0,07	0,11	0,20	0,36
100	0,01	0,02	0,05	0,08	0,15	0,28
200	0,01	0,02	0,04	0,06	0,11	0,22

ПРИЛОЖЕНИЕ Г – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 1$

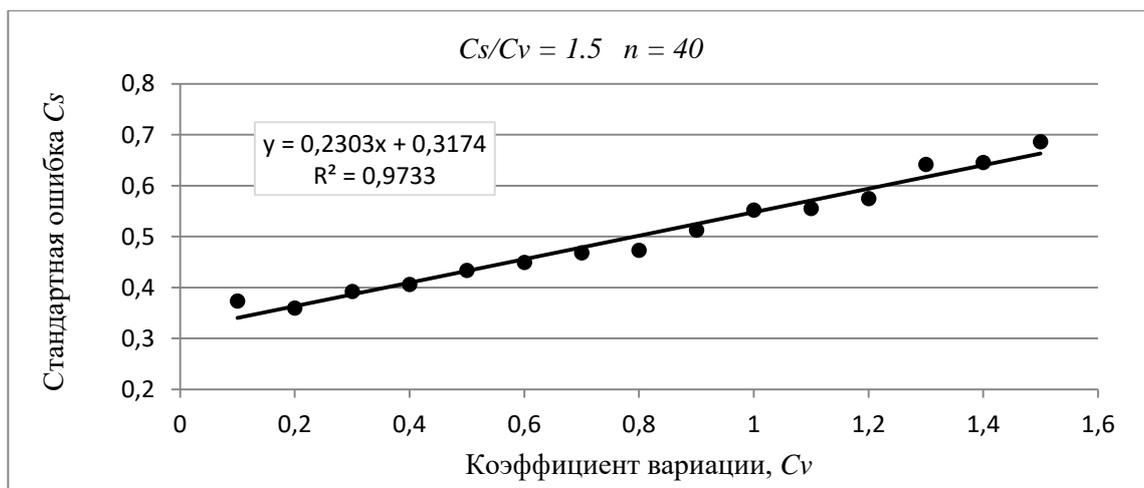
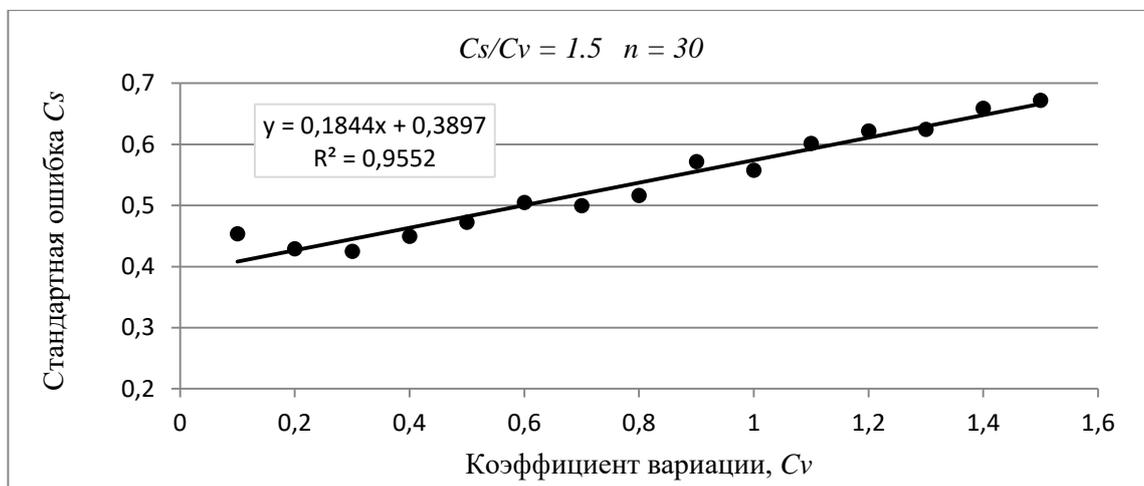
1

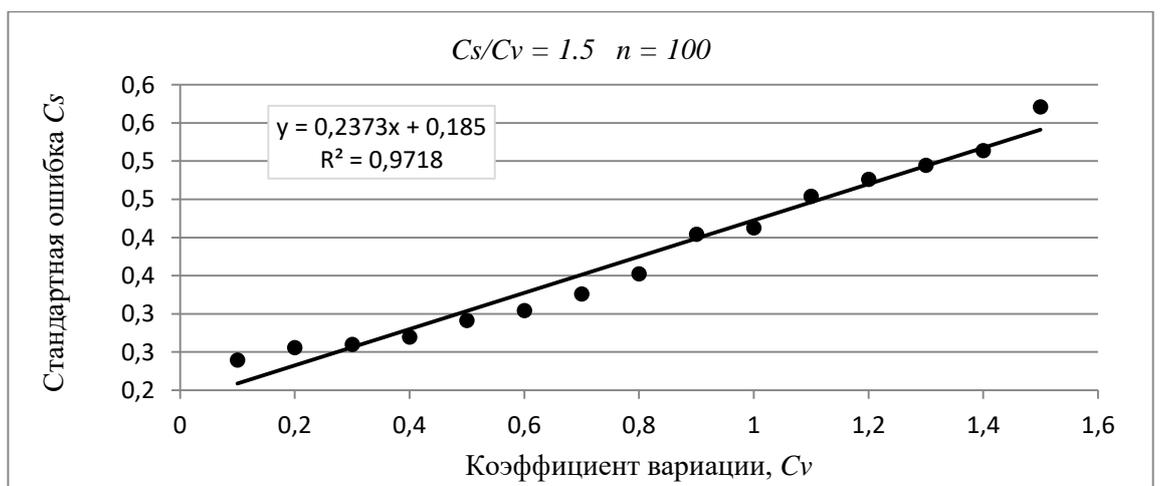
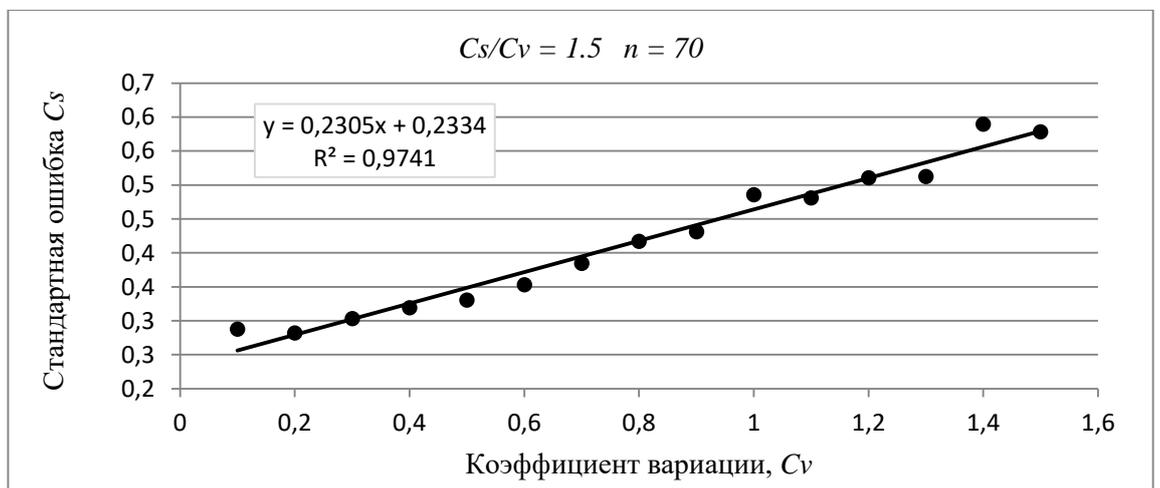
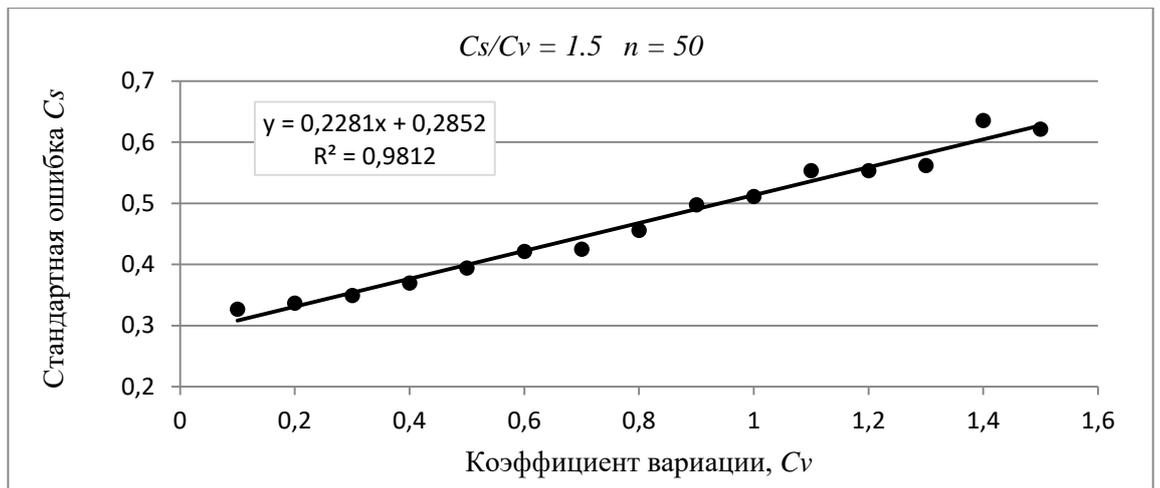


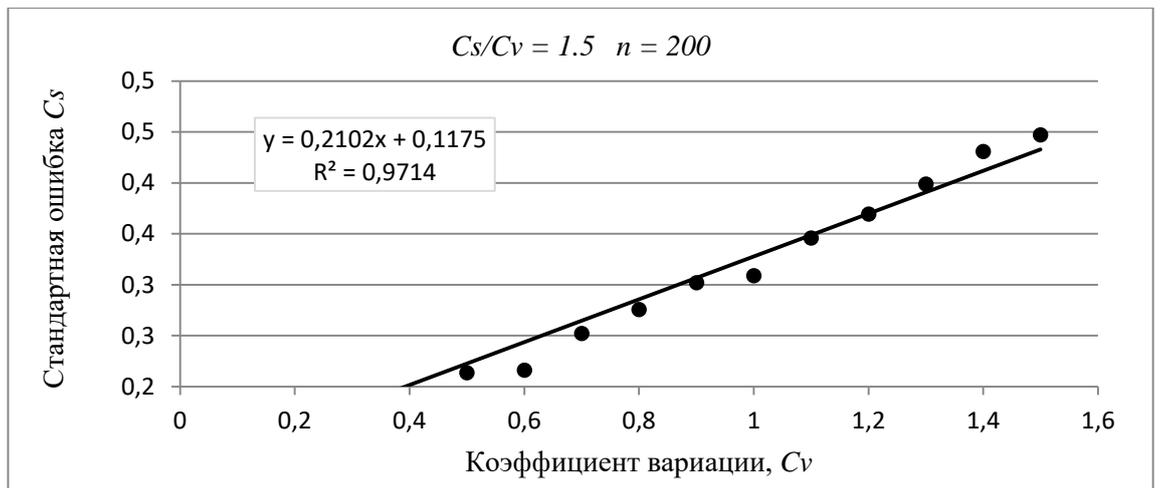




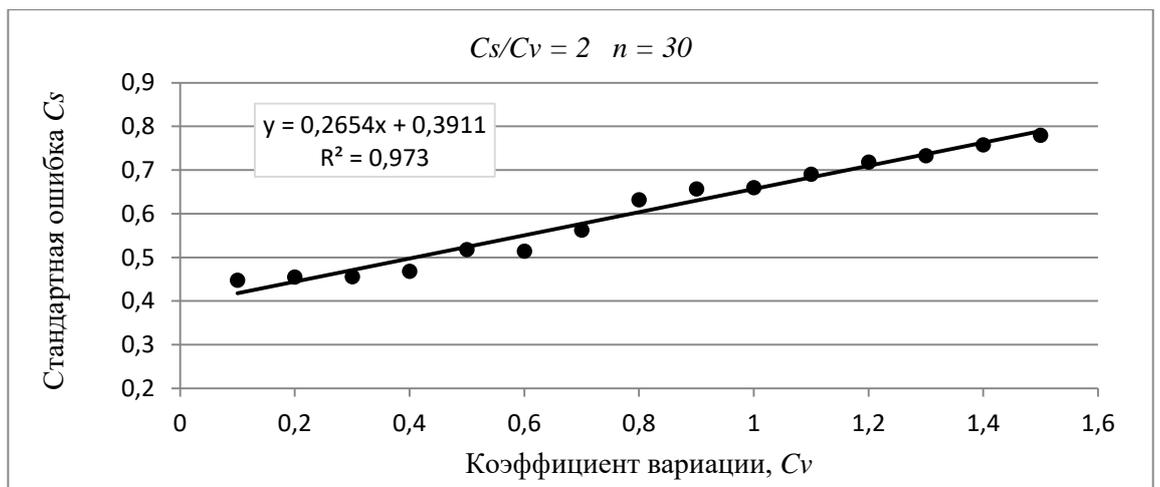
ПРИЛОЖЕНИЕ Д – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 1,5$

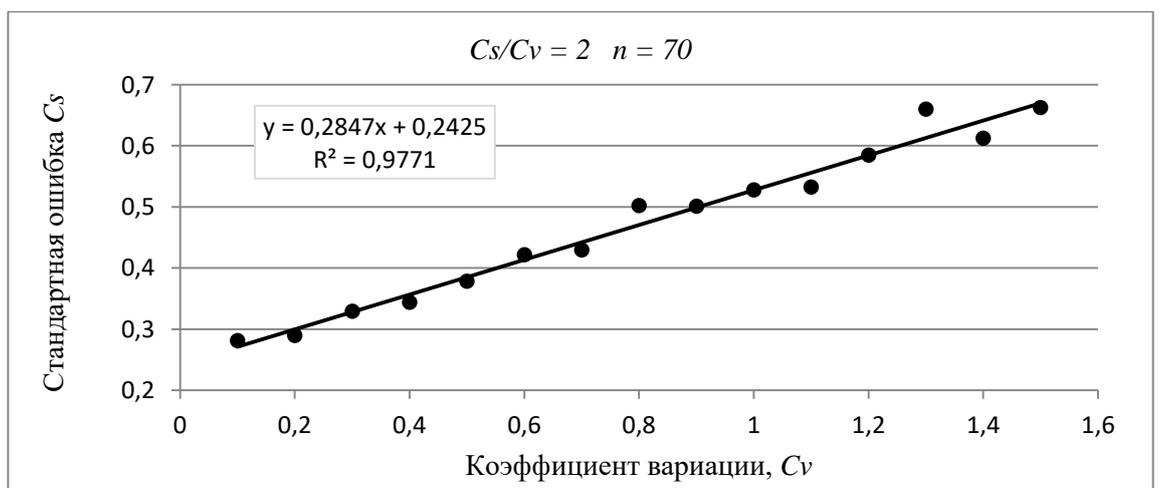
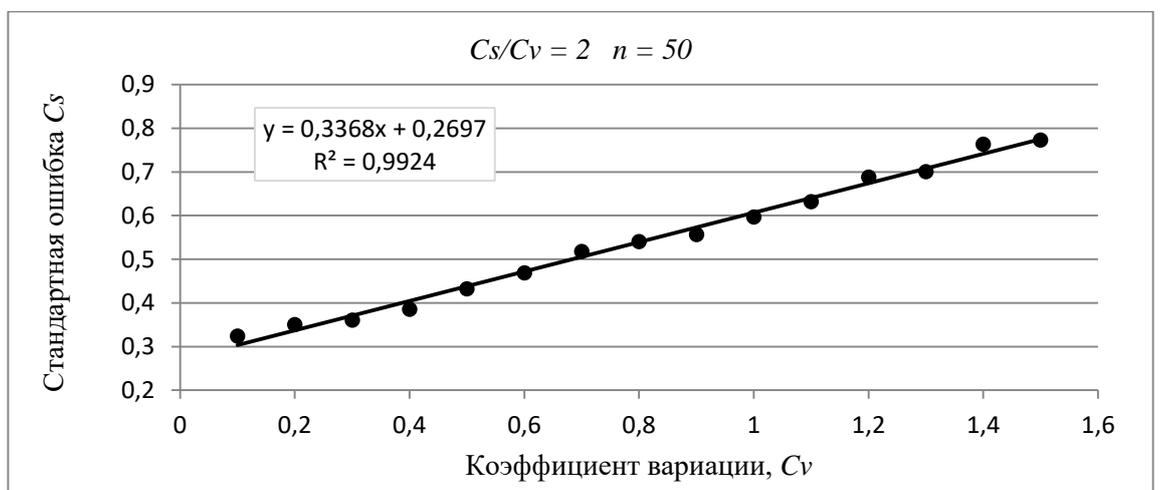
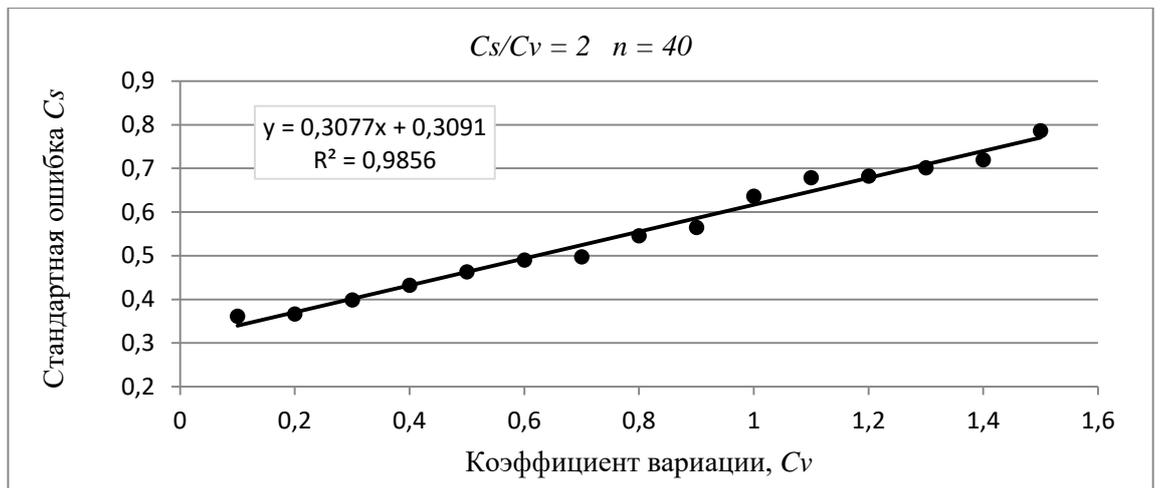


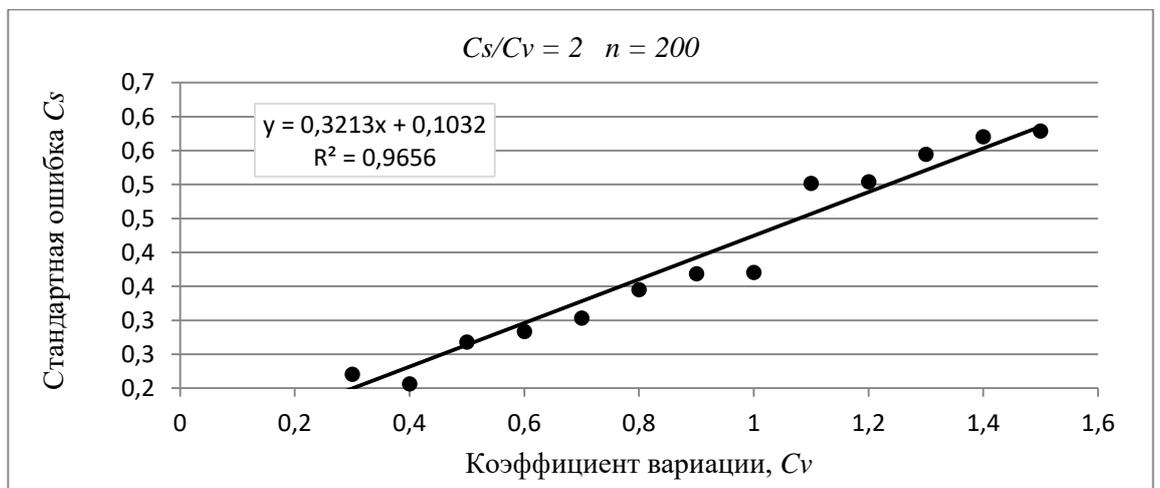
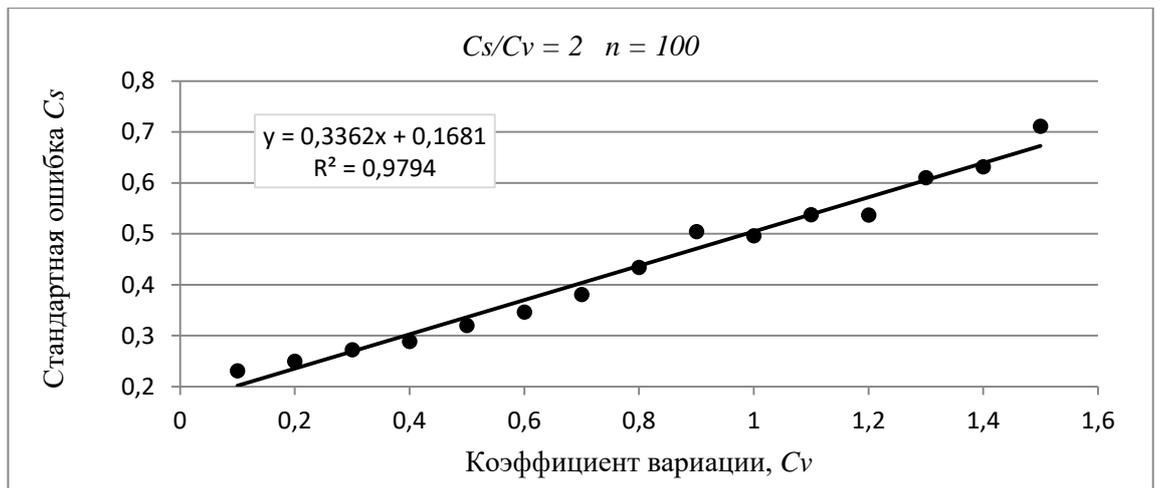




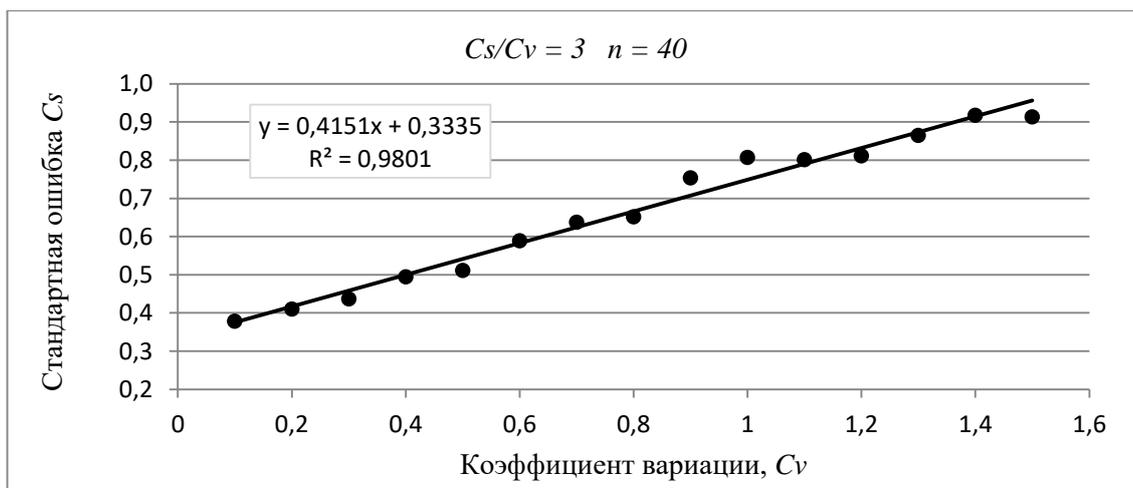
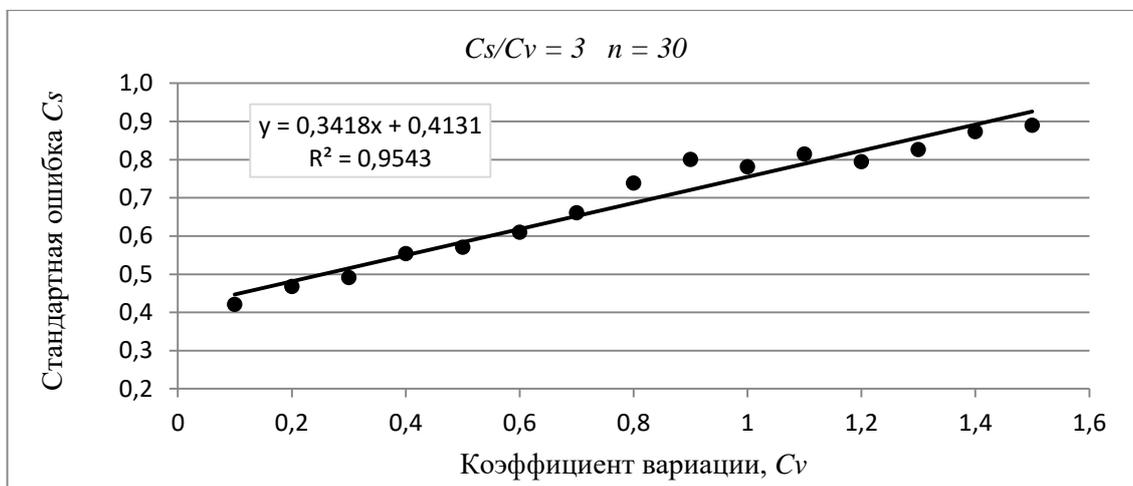
ПРИЛОЖЕНИЕ Е – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 2$

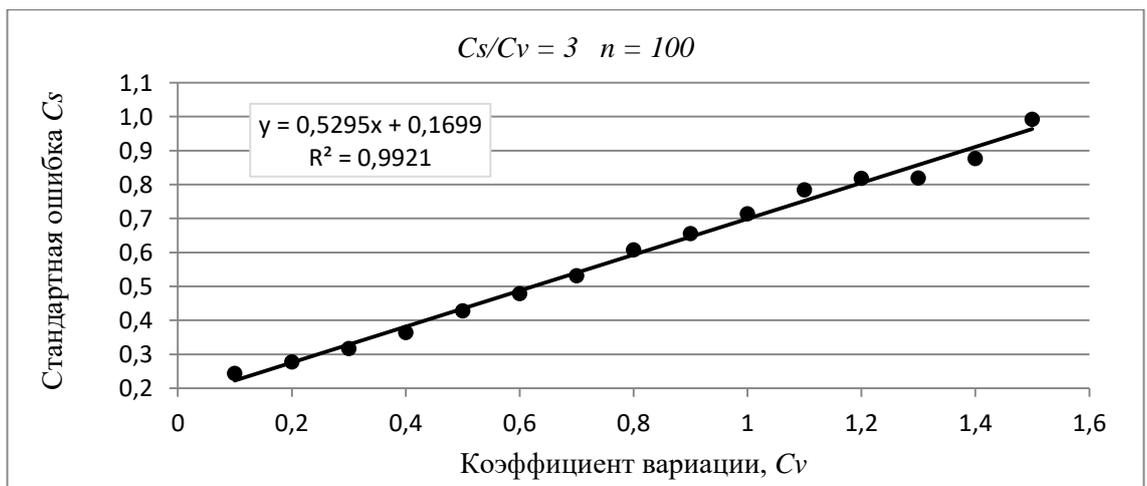
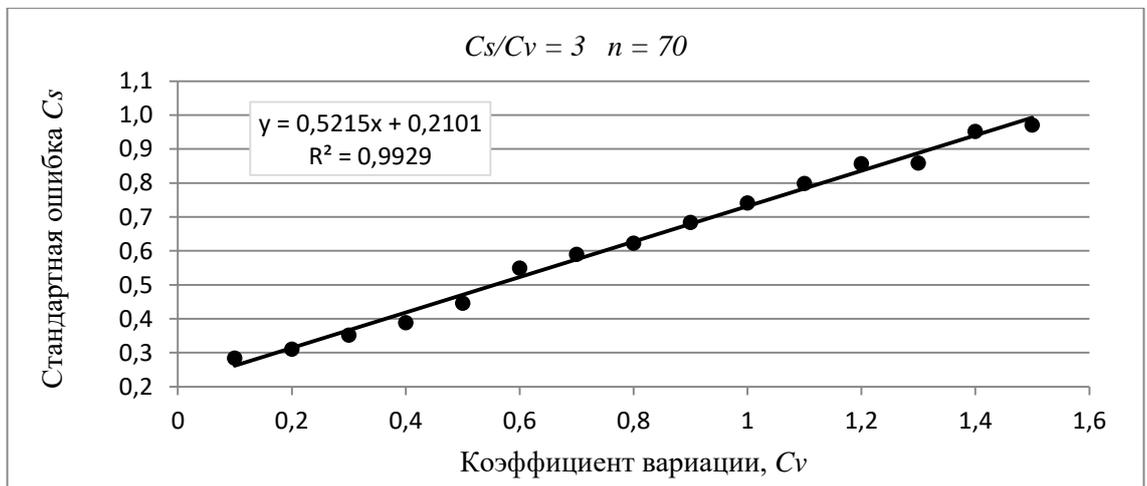
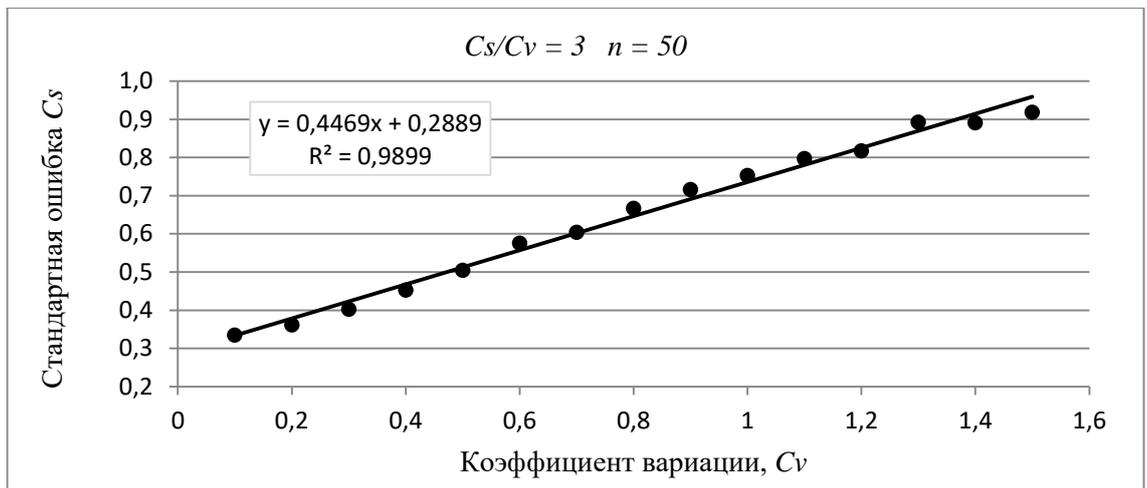


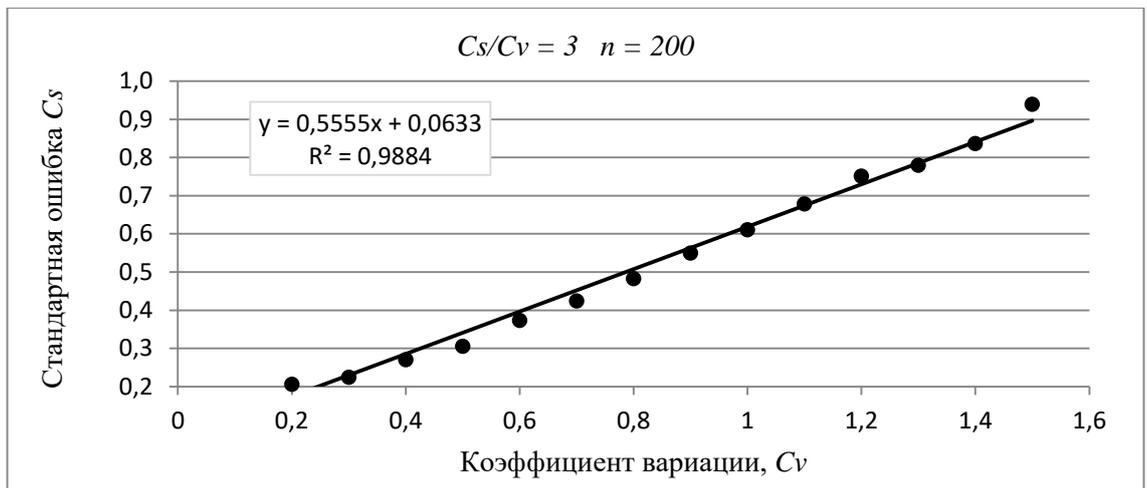




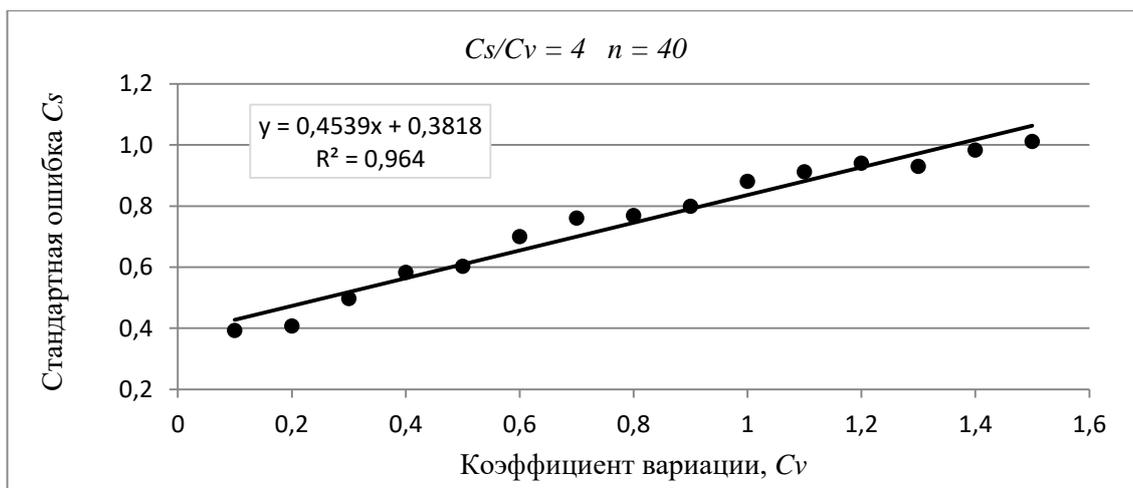
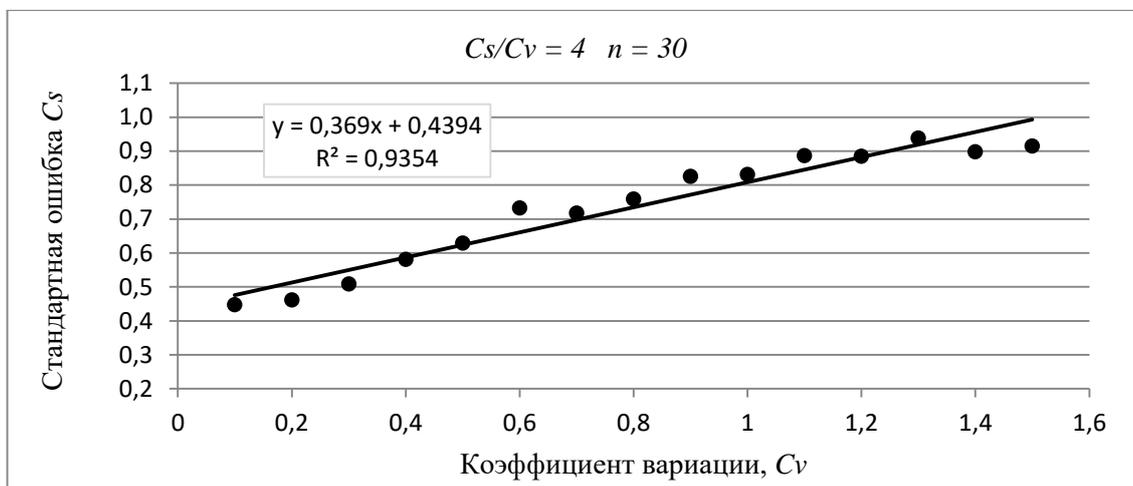
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 3$

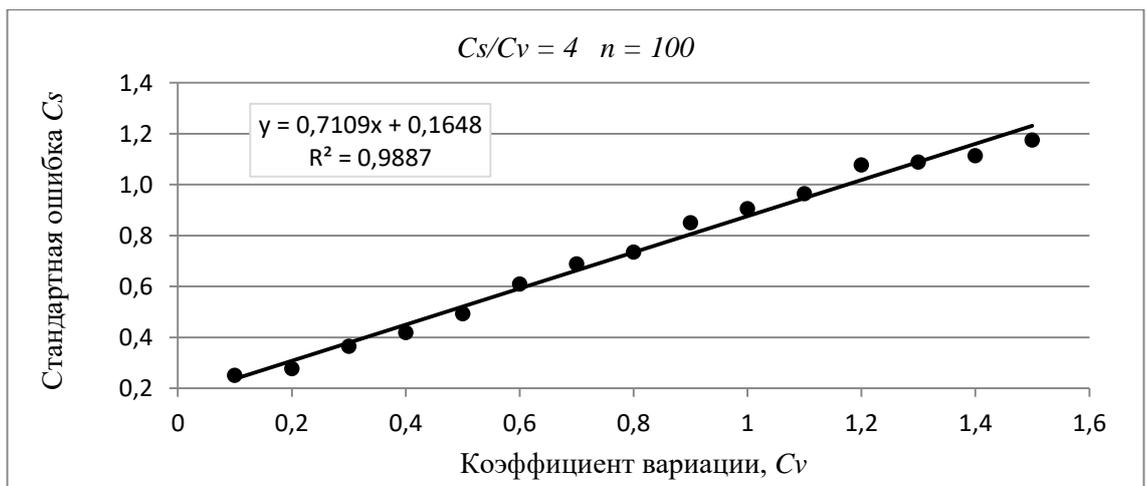
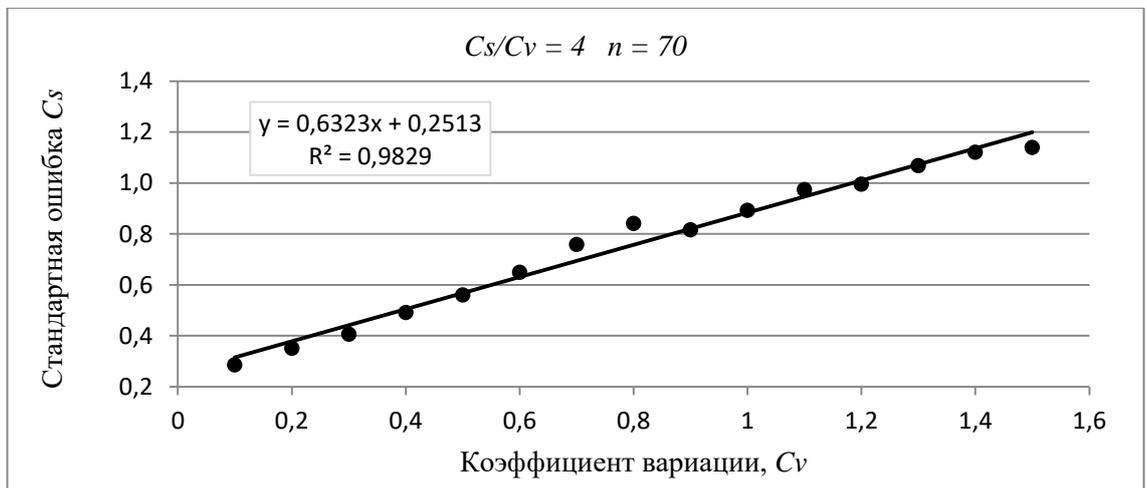
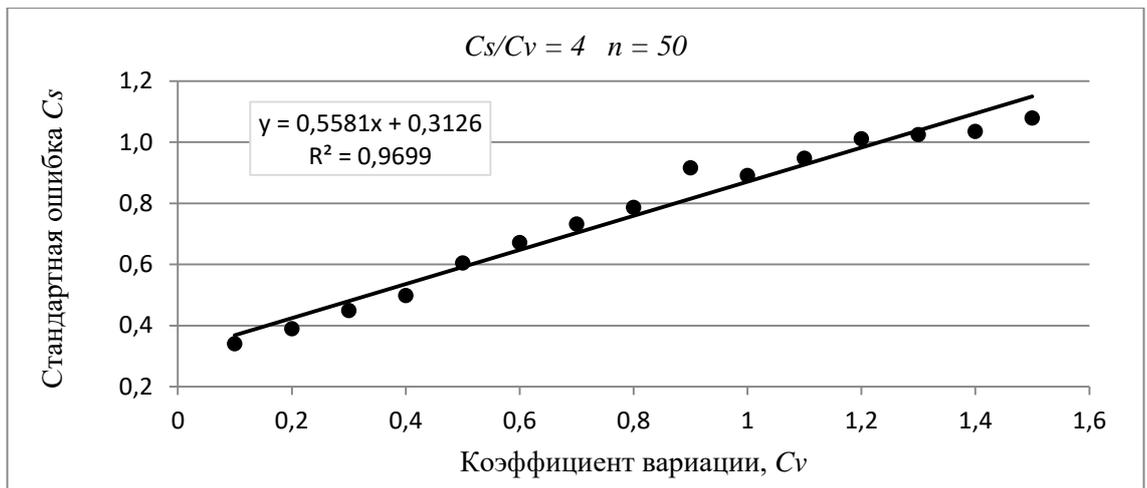


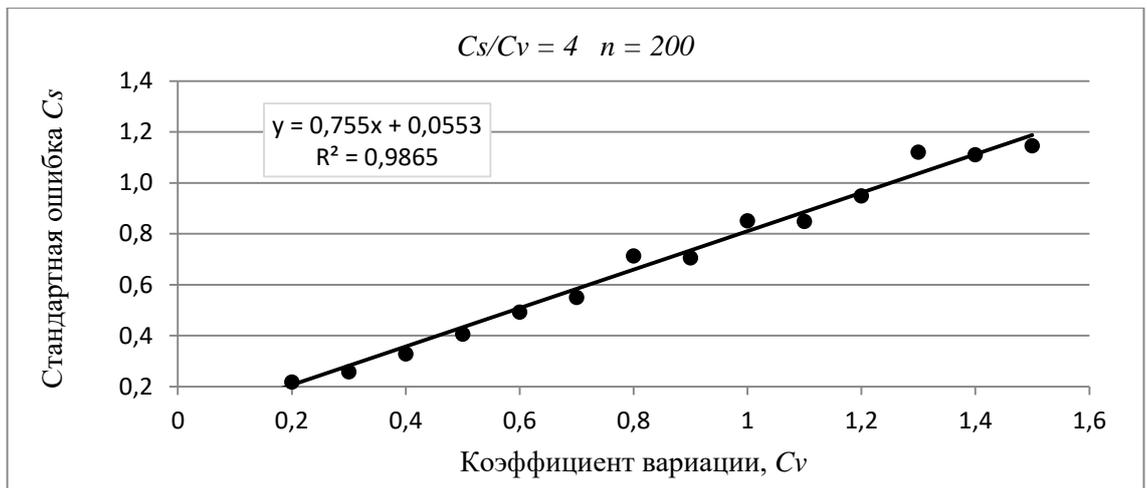




ПРИЛОЖЕНИЕ 3 – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 4$







ПРИЛОЖЕНИЕ И – Зависимость стандартной ошибки C_s от C_v при различных значениях длины выборки n и фиксированном значении $C_s/C_v = 5$

