ВОЛНЫ В ПОГРАНИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ ОКЕАНА

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук, проф.
В. В. ЕФИМОВА

Ленинград
Гидрометеоиздат 1985

УДК 551.466

В 67

Авторы: В. В. Ефимов, Е. А. Куликов, А. Б. Рабинович, И. В. Файн

Рецензенты: д-р геогр. наук, проф. А. В. Некрасов,
д-р физ.-мат. наук Е. Н. Пелиновский

Рассматриваются основные особенности волновых процессов в пограничных областях океана: в зонах шельфа — континентального склона, в экваториальных областях и фронтальных зонах. Показано, что в этих областях формируются особые типы горизонтально неоднородных длинноволновых движений, которые существенным образом обусловливают динамику этих частей океана, приводя к захвату и конденсации волновой энергии, меандрированию течений, образованию мезомасштабных вихрей, оказывают определяющее влияние на цунами, приливы, штормовые нагоны.

Для океанологов, гидродинамиков, специалистов, интересующихся проблемой цунами.

The book by V. V. Yefimov, Ye. A. Kulikov, A. B. Rabinovich and I. V. Fine "Ocean Boundary Waves" treats the main properties of wave processes in the ocean boundary areas such as continental shelf, equatorial and frontal zones. It is shown that special types of horizontally nonhomogeneous long waves are formed there that are essentially responsible for the dynamics of these zones. Several important effects are described: trapping and condensation of wave energy, meandering of currents, generation of mesoscale eddies are related to boundary effects. They play an important role in such phenomena as tides, tsunamis and surges.

The book is addressed to various specialists in oceanology, fluid dynamics and those interested in the tsunami problem.

335003

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Л-д 195196 Малоохтинский пр., 98

В $\frac{1903030100-172}{069(02)-85}$ 37-85

© Гидрометеоиздат, 1985 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Зона шельфа — континентального склона приобретает все большее значение. Навигация, рыболовство, добыча нефти, газа и других полезных ископаемых, строительство портовых сооружений требуют детального знания гидрофизических процессов, протекающих в этой зоне. Как показали исследования последних лет, в прибрежной области океана совместное влияние вращения Земли, переменности рельефа и стратификации вызывает особые типы волновых движений («пограничные волны»), которые самым существенным образом определяют динамику этой зоны. Из всей совокупности явлений, происходящих вблизи океанской границы, можно выделить три эффекта, возможно, имеющих наибольшее значение: 1) «захват» волновой энергии, при котором шельф играет роль волновода, способного переносить волновые возмущения на большие расстояния без существенной потери энергии; 2) «шельфовый резонанс» — многократное усиление шельфом на определенных «резонансных» частотах длинных волн, приходящих из открытого океана; 3) «апвеллинг» — подъем на поверхность холодных вод вблизи берега, создающий большие горизонтальные градиенты температуры.

Резкие изменения глубины в открытом океане (подводные горы, хребты, желоба, банки и пр.) приводят к появлению «топографических» волн (в метеорологии подобные колебания называют «орографическими»), которые по своему характеру во многом аналогичны волнам, образующимся в зоне шельфа.

Особого типа пограничные волны существуют в экваториальной зоне. Длинные волны «захватываются» в районе экватора, подобно тому как это имеет место вблизи берега. В результате образуются различные виды «экваториальных захваченных волн», большинство из которых имеет соответствующие аналоги среди прибрежных пограничных волн.

За последние 10—20 лет интерес к изучению пограничных волн резко возрос. Как показали проведенные исследования, такие разнородные явления, как топографические вихри, меандрирование Гольфстрима и Куросио, прибрежная циркуляция и перенос осадочного материала, короткопериодные климатические флюктуации, тесно связаны с пограничными волнами.

Можно считать, что в настоящее время теория пограничных волн представляет собой достаточно сформировавшийся раздел гидродинамики океана, имеющий свой круг задач, методику и даже терминологию. Фактически начало этой теории было заложено еще Стоксом, Кельвином, Пуанкаре и Ламбом. Следует подчеркнуть заметную роль советских ученых, прежде всего Л. Н. Сретенского, С. С. Войта и Б. А. Тареева, чьи пионерские работы имели большое значение для прогресса исследований пограничных волн. Большую роль в формировании и развитии данного направления

сыграли работы В. Манка, М. Лонге-Хиггинса, П. Райнса, А. Робинсона, Дж. Филандера, Л. Майсека и др.

Следует отметить, что, несмотря на большой научный интерес и практическое значение волновых движений в пограничных областях океана, их описание фактически отсутствует в отечественной учебной и монографической литературе, соответствующие разделы до сих пор не вошли в учебные курсы студентов-океанологов. Поэтому авторы ставили своей целью восполнить этот пробел и по возможности стремились дать цельное изложение предмета, понятное для неподготовленного читателя.

Одна из важных задач, которая преследовалась в монографии,— показать, что разнообразные процессы в пограничных областях океана, такие, как приливы, штормовые нагоны, цунами, топографические вихри и пр., имеют общие особенности, которые могут быть описаны с точки зрения теории пограничных волн. Такой подход позволяет объяснить наблюдаемый характер и механизм формирования природных явлений в различных районах Мирового океана, а в отдельных случаях построить прогностические модели более точные и физически обоснованные, чем существующие.

Монография является обобщением экспериментальных и теоретических исследований длинноволновых процессов в пограничных областях океана. Для иллюстрации большинства типов волновых движений, рассматриваемых в работе, авторы стремились использовать оригинальные натурные материалы. Среди них в первую очередь следует отметить долговременные синхронные регистрации уровня в открытом океане, полученные в Первой и Второй советско-американских экспедициях по проблеме цунами, наблюдения в Тропической Атлантике в рамках программы ПГЭП, а также многолетние массивы данных дальневосточных гидрометеорологических станций.

Естественно, не все аспекты проблемы рассмотрены в равной мере. Список литературы не претендует на полноту: в нем приведены работы приоритетного характера, а также некоторые работы, имеющие иллюстративное значение. Дополнительную информацию по данной теме можно найти в монографиях [48] и [62], а также в обзорных статьях [94, 146, 166, 175].

Общий план книги и инициатива ее написания принадлежат В. В. Ефимову. Отдельные разделы книги основаны на совместных работах авторов и при написании подвергались коллективному обсуждению.

Глава 1 подготовлена Е. А. Куликовым, А. Б. Рабиновичем и И. В. Файном, глава 2 — В. В. Ефимовым, Е. А. Куликовым и А. Б. Рабиновичем, глава 3 — Е. А. Куликовым и А. Б. Рабиновичем, глава 4 — В. В. Ефимовым и И. В. Файном, глава 5 — В. В. Ефимовым, глава 6 — А. Б. Рабиновичем, глава 7 — Е. А. Куликовым и И. В. Файном.

Авторы выражают благодарность всем тем, кто способствовал появлению данной книги. Член-корреспондент АН СССР С. Л. Со-

ловьев был инициатором Первой советско-американской экспедиции по проблеме цунами, фактически положившей начало исследованиям, которые послужили основой настоящей монографии. Большой вклад в организацию и проведение океанографических исследований в пограничных областях океана внес С. С. Лаппо. Часть результатов, вошедших в книгу, была получена в ходе совместных работ с О. Н. Лихачевой, В. М. Кушниром, Г. В. Шевченко, А. В. Скрипником и В. Я. Марамзиным.

Материалы советско-американских экспедиций обрабатывались и обсуждались с американскими учеными из Гавайского института геофизики Г. Р. Миллером, Р. Р. Харви, С. Л. Пулом и Л. К. Спилфогелем.

Авторы благодарят доктора Д. Картрайта (Институт океанографических наук, Бидстон, Великобритания), предоставившего информацию о глубоководных наблюдениях за уровнем Мирового океана, а также доктора Р. Е. Томсона (Институт наук об океане, Сидней, Канада) за данные об исследованиях шельфовых волн у берегов Канады.

Большую помощь в разработке программного обеспечения, в обработке и визуализации исходных данных и результатов расчетов оказали Ю. В. Тюрин, А. С. Левянт, Р. И. Ашкинази.

Особую благодарность авторы хотели бы выразить рецензентам книги А. В. Некрасову и Е. Н. Пелиновскому, сделавшим много ценных замечаний, которые авторы постарались учесть при подготовке окончательного варианта.

ВВЕДЕНИЕ

Волны в океане,— по-видимому, самый известный и самый наглядный тип волновых движений. Разнообразие их и диапазон масштабов чрезвычайно велик: от капиллярных волн (10^{-3}—10^{-2} м) до планетарных (10^7 м). Из всего многообразия океанских волн в настоящей работе рассматриваются только *длинные волны*, линейный масштаб которых от десятков до десятков тысяч километров, а периоды от нескольких минут до нескольких месяцев. Фактически различные типы длинных волн определяют в той или иной степени характер большинства гидро- и геофизических процессов, протекающих в океане или на его границе, включая осадконакопление, формирование береговой зоны, апвеллинг, меандрирование течений, короткопериодные колебания климата, изменение биопродуктивности отдельных районов океана и пр.

Термин «длинные волны» связан с широко известным в гидродинамике приближением гидростатики, согласно которому для волновых процессов с горизонтальными масштабами, значительно превосходящими глубину жидкости, в уравнениях движения можно пренебречь вертикальными ускорениями. Типичные примеры длинных волн в океане: приливы, волны цунами, штормовые нагоны. Несмотря на их внешние отличия и разные источники возбуждения, они описываются аналогичными уравнениями и могут рассматриваться с единых позиций.

По характеру возвращающих сил длинноволновые движения можно разделить на два основных класса: *гравитационные* и *градиентно-вихревые (квазигеострофические)*. В первом случае возвращающими силами являются силы тяжести или плавучести. Этот тип включает поверхностные и внутренние гравитационные волны, которым можно сопоставить размерные параметры, характеризующие их фазовые скорости:

$c_1 = \sqrt{gh}$ — скорость длинных поверхностных гравитационных волн;

$c_2 = \sqrt{g\frac{\Delta\rho}{\rho}h^*}$ — скорость длинных внутренних гравитационных волн,

где h — глубина океана; g — ускорение свободного падения; ρ и $\Delta\rho$ — плотность морской воды и характерный масштаб ее изменения; h^* — характерный вертикальный масштаб области изменчивости плотности (например, глубина залегания термоклина).

Волны второго класса формируются под влиянием гироскопических сил и определяются законом сохранения потенциального вихря [75]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathrm{rot}_z \mathbf{V} + f}{h}\right) = 0,$$

где f — параметр Кориолиса: $\mathrm{rot}_z \mathbf{V}$ — завихренность поля скорости.

В области открытого океана, где изменения глубины жидкости малы, этот класс волн полностью определяется изменением параметра Кориолиса с широтой («β-эффектом») и единственным видом градиентно-вихревых волн являются *волны Россби* [33, 83]. Характерную скорость для этих волн привести затруднительно ввиду специфического закона их дисперсии, однако для них можно указать другой параметр, равный относительному градиенту планетарного вихря (f/h):

$\mathbf{G}_1 = h\,\mathbf{grad}\,(f/h)$ — для поверхностных (баротропных) волн Россби.

При $h=\text{const}$ $G_1=\beta$ — производной параметра Кориолиса по меридиональной составляющей.

Аналогичный параметр можно выписать для внутренних волн с заменой h на h^*:

$\mathbf{G}_2=h^*\,\mathrm{grad}\,(f/h^*)$ — для внутренних (бароклинных) волн Россби.

Как скорости гравитационных волн c_1, c_2, так и параметры $\mathbf{G}_1$, $\mathbf{G}_2$ для градиентно-вихревых волн характеризуют плотность среды в смысле ее преломляющих свойств, подобно тому, как локальная скорость света в среде характеризует ее оптическую плотность. Пространственные изменения каждого из этих параметров приводят к трансформации (преломлению) волнового поля соответствующего вида.

В средних широтах открытого океана указанные параметры среды меняются слабо, поэтому преломление почти не выражено и волны можно считать *горизонтально-однородными.* В областях, где эти параметры меняются существенным образом (порядка самих величин): в зоне шельфа—континентального склона, в районах океанских хребтов и впадин, островов, банок, интенсивных течений и резких изменений глубины залегания термоклина, а также в экваториальных областях, происходит заметная трансформация волнового поля и образование *горизонтально-неоднородных (пограничных) волн.* Такие области будем называть *пограничными.* Фактически изменчивость параметров c_1, c_2, $\mathbf{G}_1$ и $\mathbf{G}_2$ обусловлена изменениями трех независимых физических параметров: h, h^* и f, которым можно поставить в соответствие три типа пограничных областей:

1) **топографические пограничные области,** образованные изменениями рельефа в бассейне и наличием берега: шельфовая зона, подводные хребты, банки и пр. Изменения глубины приводят к изменениям всех четырех параметров среды и соответственно к модификации всех упомянутых видов волн, а также к появлению специфических пограничных волновых образований (поверхностные и внутренние волны Кельвина, краевые и шельфовые волны, двойные волны Кельвина, придонные захваченные волны и др. [48, 166]);

2) **фронтальные пограничные области,** образованные горизонтально-неоднородным полем плотности. В таких областях происхо-

дит модификация внутренних волн. Неоднородная стратификация сопровождается бароклинными течениями, которые также влияют на длинноволновые движения вследствие доплеровского эффекта. При совпадении фазовой скорости волн со скоростью течения возможно образование неустойчивых (растущих) волн. Кроме того, совместное влияние неоднородной стратификации и наличия течения может приводить к образованию особого вида градиентно-вихревых волн — струйных волн (jet modes) [154], имеющих фазовые скорости, близкие к скорости течения. С апвеллингом (выходом холодных глубинных вод на поверхность океана) связано появление фронтальных волн [97]. Аналогичные волны хорошо известны в атмосфере [171];

3) **экваториальная пограничная область,** особенность которой связана с изменением знака параметра Кориолиса вблизи экватора. Здесь происходит модификация волн, обусловленных вращением Земли (волн Россби, инерционно-гравитационных волн), в результате чего они становятся существенно неоднородными в меридиональном направлении. Для *экваториальной волны Кельвина* экватор играет роль стенки, вдоль которой эта волна распространяется в восточном направлении, экспоненциально затухая в сторону высоких широт. В районе экватора может существовать также совершенно особый вид колебаний: *смешанная Россби-гравитационная волна (волна Янаи)*, которая на низких частотах является градиентно-вихревой, а на высоких — гравитационной [48, 62].

Важнейшим свойством пограничных областей является способность концентрировать волновую энергию за счет образования так называемых *захваченных волн* (trapped waves), т. е. волн, локализованных внутри области («зоны захвата») и затухающих за ее пределами. Пограничная область для захваченных волн играет роль волновода, по которому волновая энергия может распространяться на большие расстояния с малыми потерями.

При описании топографических пограничных волн во многих случаях оказывается возможным использовать модели с простой геометрией, для которых параметры среды зависят только от одной пространственной переменной (вытянутый шельф или подводный хребет, впадина и т. п.). По своей природе фронтальная пограничная область и район экватора также имеют выделенное направление. Для топографических и фронтальных пограничных областей основной геометрической характеристикой будет их ширина L, соответствующая горизонтальному масштабу изменения параметров среды, а также масштабу «зоны захвата». Вследствие этого возникает новый размерный параметр скорости fL, который характеризует фазовую скорость градиентно-вихревых захваченных волн.

Для экваториальной области геометрический размер отсутствует, однако для различных видов экваториальных волн аналогичную функцию выполняют соответствующие радиусы деформации (см. подробнее [48, 62]).

В противоположность захваченным, *излученные волны* (leaky waves) не привязаны к какой-либо зоне, а могут распространяться по всему океану. В пограничной области (например, вблизи берега) эти волны модифицируются, при определенных (резонансных) условиях может происходить их резкое усиление, однако они не задерживаются в этих областях, а свободно «излучаются» в открытый океан.

Отметим, что аналогичное разделение на захваченные и излученные волны наблюдается и в других средах, например в земной коре. Так, *сейсмические волны Лява и Рэлея* являются захваченными, а *PL-волны* — излученными [49]. При этом захваченные волны представляют собой дискретный набор отдельных мод, а излученные, как правило, имеют непрерывный (континуальный) спектр по частоте и волновому числу.

Основное внимание в настоящей работе уделяется волнам, существующим в топографических пограничных областях, прежде всего в зоне шельфа — континентального склона, поэтому остановимся вкратце на их классификации.

Для баротропных движений существуют три механизма топографического захвата и соответственно три основных типа захваченных волн [164]:

1) захват вращением Земли и наличием береговой границы — волна Кельвина;

2) гравитационный захват в области мелководья — краевые волны (гравитационные волны Стокса);

3) захват совместным эффектом вращения Земли и неоднородности рельефа — топографические волны Россби.

Волна Кельвина — единственный вид пограничных волн, существующий на частотах как выше, так и ниже инерционной. В северном полушарии она распространяется, оставляя берег справа, а в южном — слева. Ее амплитуда экспоненциально затухает в сторону открытого океана. На низких частотах характер волны Кельвина определяется вращением Земли, с увеличением частоты зона шельфа начинает оказывать на нее все большее влияние, в результате чего волна Кельвина переходит в нулевую моду краевых волн. Впервые эта волна была описана Кельвиным в работе [192]. Волна Кельвина играет важную роль в формировании океанских приливов [55, 60, 179].

Вследствие уменьшения фазовой скорости гравитационных волн на мелководье возникает эффект захвата, аналогичный эффекту полного внутреннего отражения в оптике, и происходит образование *краевых волн*. Впервые решение, описывающее волны подобного типа, было получено Стоксом [190], в дальнейшем теория этих волн была развита в работах [121, 182, 185, 193]. Краевые волны имеют характер прогрессивных колебаний в направлении вдоль шельфа и стоячий — поперек него; за пределами шельфа эти волны быстро затухают. С увеличением частоты их фазовая скорость уменьшается. Волны, связанные с явлением волновода, аналогичные краевым волнам в океане, хорошо известны в оптике

(световод), акустике (звуковой канал), сейсмологии (волны Лява) и др. Во всех этих случаях энергия концентрируется в зонах, где скорость распространения волн минимальна.

Под термином «топографические волны Россби» объединяются различные виды субинерционных квазигеострофических колебаний, связанные с переменностью рельефа и вращением Земли. В зоне шельфа — континентального склона образуются *континентальные шельфовые волны*, распространяющиеся вдоль шельфа в том же направлении, что и волна Кельвина. Шельфовые волны — важнейший вид низкочастотных топографических колебаний, играющий заметную роль в формировании синоптических колебаний уровня океана и прибрежных течений, топографических вихрей, переносе осадочного материала, формировании суточных приливов и др. [66, 166]. Впервые на возможность существования подобных волн указал Ламб [44, § 206, 212], а их открытие и исследование связано с работами [104, 130, 182, 184]. По характеру изменения вблизи берега шельфовые волны напоминают краевые, но имеют другие механизм формирования, частотный диапазон и заметно меньшие скорости распространения.

Другой вид топографических волн Россби — *двойные волны Кельвина* возникают в открытом океане на протяженных подводных неоднородностях рельефа типа разлома, хребта, желоба и т. п. По-видимому, первым существование данных волн предсказал С. С. Войт [11], а их описание и подробное исследование было выполнено Лонге-Хиггинсом [149, 150]. Как и континентальные шельфовые волны, двойные волны Кельвина относятся к классу градиентно-вихревых волн.

Баротропные излученные волны в зоне шельфа могут существовать только на частотах выше инерционной. *Волны Свердрупа* — прогрессивные волны, образующиеся в открытом океане под совместным действием сил тяжести и вращения Земли, отражаясь от берега, образуют *волны Пуанкаре*. Последние имеют прогрессивный характер в направлении вдоль берега и стоячий — поперек него [60, 179]. Первоначально волны Пуанкаре были описаны для канала постоянной глубины [180] и рассматривались при описании глобальных приливных колебаний [179, 181]. Сравнительно недавно выяснилось, что этот вид волновых движений играет существенную роль при формировании относительно короткопериодных (0,1—8 ч) колебаний, связанных с атмосферными возмущениями или цунами. Для этих движений большое значение имеет шельфовая зона: на определенных частотах (для которых на шельфе укладывается кратное нечетное число полуволн) наблюдается *шельфовый резонанс*, аналогичный резонансу в органной трубе [162, 163]. При описании пограничных волн термины «волны Пуанкаре» и «излученные волны» обычно употребляются как синонимы [164].

Большинство бароклинных топографических волн являются аналогами соответствующих видов баротропных колебаний (например, *внутренние волны Кельвина* и *внутренние краевые волны*). На поверхности они практически не заметны и обычно наиболее

ярко проявляются в зоне термоклина. Исключением являются *придонные захваченные волны* — квазигеострофические градиентно-вихревые колебания, интенсификация которых происходит у дна. Возможность существования данного вида волн, формирующихся в результате совместного влияния стратификации, наклона дна и вращения Земли, была предсказана Райнсом [183]; сравнительно недавно эти волны были экспериментально зарегистрированы в океане [73, 191].

В реальном океане могут наблюдаться смешанные типы пограничных областей: например, в шельфовой зоне могут присутствовать интенсивные течения, формирующие горизонтально неоднородную стратификацию, в экваториальной области встречаются значительные перепады глубины и пр. Такие случаи значительно усложняют анализ волнового поля, возникает вопрос о связанности различных типов пограничных волн. Мерой подобной связанности могут служить безразмерные отношения значений характерных скоростей, соответствующих отдельным типам волн:

$D=fL/\sqrt{gh}$ — *параметр дивергентности*, характеризующий связанность поверхностных гравитационных и топографических волн Россби;

$S=\sqrt{g\frac{\Delta\rho}{\rho}h^*}/(fL)$ — *параметр стратификации (число Бургера)*, описывающий степень связанности внутренних гравитационных и топографических волн Россби;

$\mathrm{Ro}=U/(fL)$ — *число Россби*, характеризующее отношение скорости течения U к фазовой скорости топографических волн, а также взаимодействие струйных и топографических волн.

Когда значения этих параметров близки к единице, то волновые движения, относящиеся к различным типам возвращающих сил, становятся взаимосвязанными, так что выделить «в чистом виде» отдельные виды движений становится невозможным. В этом случае могут возникать особые волны, не относящиеся ни к одному из описанных выше видов простых волн. Фактически придонные захваченные волны, появляющиеся в случае конечного значения числа Бургера, являются примером таких сложных волн.

Для реальных масштабов пограничных областей, глубины, стратификации и скоростей течений эти безразмерные параметры заметно меньше единицы, что дает физическое основание рассматривать отдельные виды волн в упрощенных моделях, описывающих только данные волновые движения. Так, гравитационные волны можно в большинстве случаев рассматривать без учета вращения, топографические волны Россби — в бездивергентном приближении (т. е. без учета гравитационных эффектов), струйные волны — в приближении малых чисел Россби и также пренебрегая дивергентностью. С другой стороны, учет конечности значений пара-

метров позволяет оценить степень взаимодействия соответствующих видов волн.

Различие фазовых скоростей для разных видов волновых движений приводит к физической выделенности каждого из видов, которые проявляются и в сложных моделях, учитывающих различные факторы. При этом, что очень важно, добавление новых факторов (например, учет вязкости или сжимаемости) приводит к появлению дополнительных «степеней свободы» и соответственно новых видов колебаний, но прежние виды при этом изменяются лишь незначительно.

Таким образом, выделение отдельных видов волновых движений является не математической, а *физической* проблемой [75]: это выделение зависит от конкретных значений безразмерных параметров океана.

Естественно, различные проблемы теории пограничных волн и сами виды волновых движений невозможно рассмотреть в настоящей работе с равной степенью подробности. Исследование баротропных топографических пограничных волн началось более 100 лет назад и особенно интенсивно стало развиваться с середины 50-х годов. К настоящему времени накоплен богатый экспериментальный материал, подтверждающий существование и свидетельствующий о важной роли для динамических процессов в океане волн Кельвина, Пуанкаре, краевых и шельфовых. Можно сделать определенные обобщения и подвести итоги проведенных исследований. Поэтому рассмотрению баротропных движений посвящена бóльшая часть книги.

Серьезные исследования экваториальной области океана и волновых движений, приуроченных к этой зоне, начались около 20 лет назад, и сейчас это направление бурно развивается. Изучение бароклинных захваченных волн стало проводиться только в самые последние годы. Эмпирический материал по этим видам движений пока еще крайне ограничен, однако именно в этой области следует в ближайшее время ждать значительного прогресса. Основанием для подобного предположения является то, что уже первые исследования показали тесную связь бароклинных захваченных волн с такими важными явлениями, как меандрирование океанских течений и апвеллинг.

ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН В ПОГРАНИЧНОЙ ОБЛАСТИ ОКЕАНА

1.1. Основные уравнения

Выбор модели (уравнений движения) для описания физических явлений в пограничной области океана (приливов, цунами, штормовых нагонов, меандрирования пограничных течений, внутренних приливов, апвеллинга и др.) определяется прежде всего пространственными и временны́ми масштабами волновых движений, а также порядком основных безразмерных параметров (параметров дивергентности и стратификации, числа Россби и др.).

Оценка безразмерных параметров позволяет в каждом конкретном случае пренебречь отдельными членами в уравнениях движения и построить более удобное приближение. В качестве исходной модели примем уравнения движения для идеальной жидкости в известном линейном приближении Буссинеска [83].

Введем декартовы координаты с горизонтальными осями x, y и вертикальной z, направленной вверх от среднего уровня поверхности океана. Будем считать, что в океане в состоянии покоя

$$\mathbf{u} \equiv 0; \quad p = p_0(z); \quad \rho = \rho_0(z),$$

где $\mathbf{u}(u, v, w)$ — скорость частиц жидкости; p — давление; ρ — плотность жидкости; $\rho_0(z)$ — заданное распределение плотности по глубине, определяющее изме́нение $p_0(z)$ в состоянии гидростатического равновесия $dp_0/dz = -\rho_0 g$. Частота Вяйсяля—Брента N в пренебрежении сжимаемости жидкости (величиной gh/c_s^2, где g — ускорение свободного падения, h — глубина океана, c_s — скорость звука в воде) выражается как $N^2 = (-g/\rho_0)(d\rho_0/dz)$. Она является удобным параметром, характеризующим статическое распределение плотности.

Представим поле давления и плотности в виде суммы $p(x, y, z; t) = p_0(z) + \tilde{p}(x, y, t)$ и $\rho(x, y, z; t) = \rho_0(z) + \tilde{\rho}(x, y, t)$, где $\tilde{p}$ и $\tilde{\rho}$ — возмущения поля давления и плотности. Тогда линеаризованные уравнения движения в приближении Буссинеска запишутся в виде

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} + \frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{p} - \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \mathbf{g} = 0, \tag{1.1}$$

где $\boldsymbol{\Omega}$ — вектор угловой скорости вращения Земли; $\Delta = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ — оператор Гамильтона.

Для несжимаемой жидкости уравнение для изменений плотности имеет вид

$$d\tilde{\rho}/dt + w\, d\rho_0/dz = 0, \tag{1.2}$$

а уравнение неразрывности

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0. \tag{1.3}$$

Граничное условие при $z=-h(x, y)$ (на дне) определяется равенством нулю нормальной к границе составляющей скорости

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{n} = 0 \text{ при } z = -h. \tag{1.4}$$

При $z=0$ (свободная поверхность) линеаризованные граничные условия включают кинематическое условие

$$w = \partial\zeta/\partial t \text{ при } z = 0, \tag{1.5}$$

где ζ — смещение поверхности океана, и динамическое условие равенства давления на поверхности жидкости атмосферному давлению

$$p = p_a \text{ при } z = 0. \tag{1.6}$$

Укажем на ограничения данного приближения. Линеаризация основных уравнений ограничивает наше рассмотрение волновыми движениями, в которых скорости частиц жидкости значительно меньше фазовой скорости волны. В частности, для частот $\omega\sim\Omega$ локальным условием линейности задачи служит малость числа Россби $\mathrm{Ro}=u/(\Omega L)$. Согласно [48], приближение Буссинеска [т. е. учет изменений в уравнении (1.1) только в члене, связанном с плавучестью] справедливо при $N^2L_z/g\ll 1$, где L_z — вертикальный масштаб.

Полное выражение для силы Кориолиса в (1.1) имеет вид

$$2\boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{u} = \{-2\Omega v\sin\varphi - 2\Omega w\cos\varphi,\ 2\Omega u\sin\varphi,\ 2\Omega u\cos\varphi\},$$

где φ — географическая широта. Однако обычно используется традиционное приближение, в котором пренебрегается горизонтальной проекцией вектора угловой скорости вращения Земли

$$2\boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{u} = \{-fv,\ fu,\ 0\}, \tag{1.7}$$

где $f=2\Omega\sin\varphi$ — параметр Кориолиса.*

Ограничиваясь при дальнейшем анализе горизонтальными масштабами $L\ll R$ (R — радиус Земли), можно использовать известные приближения f- и β-плоскости. При локальном анализе приливных волн, масштабы которых сравнимы с размерами Земли, эти приближения оказываются также удовлетворительными.

---

* Приближение (1.7), вообще говоря, несправедливо для внутренних волн с частотами $\omega\sim f$ [48].

Приближения f- и β-плоскости состоят в линейной аппроксимации параметра Кориолиса в зависимости от широты:

$$f = 2\Omega \sin\varphi = \text{const} - f\text{плоскость}; \tag{1.8}$$

$$f = f_0 + \beta y, \quad \beta = 2\Omega \cos\varphi / R - \beta\text{-плоскость} \tag{1.9}$$

(здесь предполагается, что ось y направлена вдоль меридиана).

В приближении гидростатики (приближение длинных волн), основанном на малости параметров $h\,\mathrm{ctg}\,\varphi/L$ и ω/N, в уравнении (1.1) можно пренебречь членами с вертикальными ускорениями [48], и с учетом (1.7) уравнения движения запишутся в виде:

$$\partial u/\partial t - fu = -(1/\rho_0)(\partial p/\partial x); \tag{1.10}$$

$$\partial v/\partial t + fu = -(1/\rho_0)(\partial p/\partial y); \tag{1.11}$$

$$\partial \rho/\partial t + w d\rho_0/dz = 0; \tag{1.12}$$

$$\partial p/\partial z = -\rho g; \tag{1.13}$$

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0. \tag{1.14}$$

Остановимся на описании баротропных движений в однородном океане ($\rho = \text{const}$) с учетом вращения Земли и переменности рельефа дна. Интегрируя уравнение (1.13), получим:

$$p(z) = \rho g(\zeta - z) + p_a. \tag{1.15}$$

Полагая $p_a = \text{const}$, можно исключить в уравнениях (1.10)—(1.11) давление:

$$\partial u/\partial t - fv = -g\,\partial\zeta/\partial x; \tag{1.16}$$

$$\partial v/\partial t + fu = -g\,\partial\zeta/\partial y. \tag{1.17}$$

Так как ζ не зависит от z, то из уравнений (1.16)—(1.17) следует, что u и v также не зависят от z. Интегрируя уравнение неразрывности (1.14) по z, получаем:

$$\partial\zeta/\partial t = -\partial(hu)/\partial x - \partial(hv)/\partial y. \tag{1.18}$$

Выражения (1.10)—(1.14) и (1.16)—(1.18) образуют системы уравнений длинных бароклинных (внутренних) и баротропных волн. Они описывают довольно широкий класс явлений в океане с масштабами от 10^1 до 10^4 км. Учет внешних сил — приливного потенциала, переменного атмосферного давления, поля напряжений ветра и других — приводит к появлению дополнительных членов в уравнениях. В дальнейшем будут рассмотрены уравнения с учетом воздействия атмосферных факторов (глава 3) и приливообразующих сил (глава 6).

1.2. Баротропные волны у прямолинейного берега

Задача о распространении длинных волн в океане значительно упрощается, когда глубина океана h зависит только от одной координаты x: в этом случае частным решением задачи являются

волны, распространяющиеся вдоль изобат и гармонические по координате y, параллельной изобатам. Любое нестационарное решение можно представить в виде суммы таких гармонических волн; кроме того, само изучение гармонических волн представляет интерес, так как пространственно-временной спектральный анализ данных наблюдений характеризует именно такие простые волны.

Бóльшая часть океанических шельфов действительно имеют топографию дна, близкую к цилиндрической. Аналогичную структуру имеют также многие океанические хребты и впадины. Это свидетельствует о достаточной общности применения подобного подхода. При этом мелкомасштабные (по сравнению с длиной волны) отклонения рельефа дна от цилиндрического можно учесть в задаче о рассеянии (см. главу 6).

В свою очередь крупномасштабные отклонения (такие, например, как изгиб островных дуг) учитываются в адиабатическом приближении. Однако, если на расстояниях, сравнимых с длиной волны, происходят значительные изменения глубины по обеим координатам, простая теория пограничных волн, вообще говоря, неприменима. В этом случае единственным методом анализа является численный расчет распространения волн для реальной двумерной топографии дна (см., например, [53]).

Выберем систему координат, в которой ось y совпадает с береговой линией, а ось x направлена в сторону открытого океана. На берегу должно выполняться условие непротекания:

$$hu \to 0 \quad \text{при} \quad x \to 0. \tag{1.19}$$

Предполагая, что $h=h(x)$, будем искать решение (1.16)—(1.18) в виде волн, распространяющихся вдоль берега. При этом введем разделение переменных:

$$\begin{pmatrix} \zeta(x,\ y;\ t) \\ u(x,\ y;\ t) \\ v(x,\ y;\ t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta(x) \\ u(x) \\ v(x) \end{pmatrix} e^{i(\omega t - ky)}. \tag{1.20}$$

Подставляя (1.20) в (1.16)—(1.18), получим следующую систему уравнений, которую будем использовать для анализа баротропных пограничных волн:

$$\begin{gathered} i\omega u - fv = -g\, d\zeta/dx; \\ i\omega v + fu = ikg\zeta; \\ \frac{d}{dx}(hu) - ikhu + i\omega\zeta = 0. \end{gathered} \tag{1.21}$$

Из (1.21) можно получить выражения для компонентов скорости u, v:

$$\begin{gathered} u = \frac{ig}{\omega^2 - f^2}\left(\omega \frac{d\zeta}{dx} - kf\zeta\right); \\ v = -\frac{g}{\omega^2 - f^2}\left(f \frac{d\zeta}{dx} - k\omega\zeta\right). \end{gathered} \tag{1.22}$$

Исключая u и v из уравнения неразрывности, получаем обыкновенное линейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно амплитуды колебаний уровня океана ζ:

$$\zeta''(x)+\frac{h'(x)}{h(x)}\zeta'(x)+\left(\frac{\omega^2-f^2}{gh(x)}-\frac{h'(x)}{h(x)}\frac{fk}{\omega}-k^2\right)\zeta(x)=0. \quad (1.23)$$

Здесь и везде в дальнейшем, за исключением особо оговоренных случаев, штрих означает производную по x.

На берегу (при $x=0$) должно выполняться условие (1.19), которое при $h(0)\neq 0$ имеет вид

$$\omega\zeta'(x)-kf\zeta(x)=0 \text{ при } x=0. \quad (1.24)$$

Если $h(0)=0$, то следует использовать условие ограниченности функций ζ, u, v на берегу.

Пусть область переменной глубины имеет конечный размер (L), а далее глубина постоянна, т. е.

$$h=\begin{cases} h(x) & \text{при } 0\leqslant x<L; \\ H=\text{const} & \text{при } x\geqslant L. \end{cases} \quad (1.25)$$

Тогда для области открытого океана ($x\geqslant L$) уравнение (1.23) значительно упростится:

$$\zeta_2''(x)-\varkappa_2^2\zeta_2(x)=0; \quad (1.26)$$

где

$$\varkappa_2^2=k^2-(\omega^2-f^2)/(gH). \quad (1.27)$$

Здесь и далее индекс «2» относится к области открытого океана ($x\geqslant L$), а индекс «1» — к области шельфа — континентального склона ($0\leqslant x<L$).

В зависимости от знака выражения (1.27) решение в открытом океане носит экспоненциальный или тригонометрический характер. Если $\varkappa_2^2>0$, то

$$\zeta_2(x)=A_2e^{-\varkappa_2 x}+B_2e^{\varkappa_2 x}. \quad (1.28)$$

Из условия ограниченности решения следует, что в этом случае

$$\zeta(x)\to 0 \text{ при } x\to\infty \quad (1.29)$$

($B_2=0$). Таким образом, если

$$\omega^2<f^2+k^2gH,$$

то волновое решение уравнения (1.26) экспоненциально затухает в сторону открытого океана и волны этого типа оказываются захваченными в шельфовой зоне.

При $x=L$ должно выполняться условие непрерывности уровня и нормального к берегу потока:

$$\zeta_1(x)=\zeta_2(x); \quad (1.30)$$

$$h_1(x)u_1(x)=Hu_2(x) \text{ при } x=L.$$

Ленинградский Гидрометеорологический ин-т БИБЛИОТЕКА

Подставляя в (1.30) $\zeta_2 = A_2 e^{-\varkappa_2 x}$ и учитывая (1.22), получим:

$$\omega h_1(x)\zeta'(x) + [\varkappa_2 \omega H + fk(H - h(x))]\zeta(x) = 0 \text{ при } x = L. \quad (1.31а)$$

В частности, если $h_1(L) = H$, т. е. в отсутствие скачка глубины на границе шельфа, граничное условие (1.31а) приводится к виду

$$\zeta'(x) + \varkappa_2 \zeta(x) = 0 \text{ при } x = L. \quad (1.31б)$$

Таким образом, при $\varkappa_2^2 > 0$ имеются однородное линейное уравнение (1.22) и два однородных граничных условия (1.24) и (1.31). Тогда нетривиальное решение задачи будет существовать лишь при некоторых ω (при фиксированном волновом числе k), поэтому захваченные волны представляют собой дискретный набор отдельных гармонических составляющих (мод). Каждая из мод отображается на плоскости (ω, k) дисперсионной кривой $\omega(k)$.

При $\varkappa_2^2 < 0$ решение в открытом океане имеет осциллирующий характер

$$\zeta_2(x) = A_2 \cos(p_2 x) + B_2 \sin(p_2 x), \quad (1.32)$$

где $p_2 = i\varkappa_2$, и условия (1.30) выполняются для любых ω и k, для которых справедливо условие $\omega^2 > f^2 + k^2 gH$. Таким образом, данный тип волн имеет непрерывный спектр, занимающий на плоскости (ω, k) всю область, где выполняется указанное условие (рис. 1.1). В отличие от захваченных волн, которые распростра-

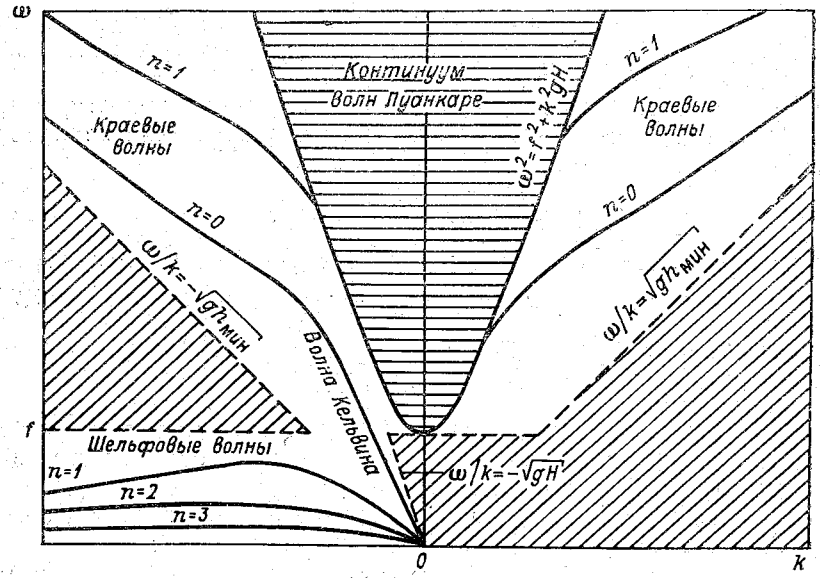


Рис. 1.1. Характеристическая дисперсионная диаграмма захваченных волн.

няются по шельфу как по волноводу и не могут уходить в открытый океан, этот тип волновых движений можно представить как суперпозицию волн, падающих на шельф и отраженных от него в открытый океан. Поэтому этот тип волн получил название *излученных* [163]. Их также отождествляют с волнами Пуанкаре, хотя классические волны Пуанкаре были получены для океана постоянной глубины [180].

Для некоторых зон в плоскости (ω, k) наблюдается «неполный захват» волновой энергии. Это явление получило название *шельфового резонанса.* Амплитуды волн в этом случае в зоне шельфа при соответствующих значениях ω и k многократно увеличиваются. При удалении от берега амплитуды волн затухают, хотя и не до нуля. Можно ввести коэффициент усиления $\gamma(\omega, k)$, равный отношению амплитуды волны на берегу к амплитуде волны в открытом океане. Зависимость этого коэффициента от частоты определяет частотные свойства шельфа. Подробнее об излученных волнах будет сказано в разделе 1.7.

1.3. Качественная теория баротропных захваченных волн

Следуя работе Хатненса [138], а также используя результаты работ [61, 78], рассмотрим подробно краевую задачу (1.23), (1.24), (1.29). Собственное значение ω (при фиксированном k) входит нелинейным образом в уравнение (1.23), поэтому теорию Штурма—Лиувилля непосредственно применить не удается. Однако если преобразовать (1.23) к безразмерному виду, то задачу можно решить относительно другого параметра, отличного от ω и k, который входит в уравнение (1.23) линейно. Введем обозначения

$$\omega^* = \omega/f; \quad k^* = kL; \quad x^* = x/L; \quad h^* = h/H. \tag{1.33}$$

Подставляя (1.33) в (1.23), получим:

$$\frac{d}{dx^*}\left(h^* \frac{d\zeta}{dx^*}\right) - \left[D^2(1-\omega^{*2}) + \frac{k^*}{\omega^*}\frac{dh^*}{dx^*} + k^{*2}h^*\right]\zeta = 0, \tag{1.34}$$

где $D^2 = f^2L^2/(gH)$ — параметр дивергентности. В дальнейшем в этом разделе звездочку в обозначениях безразмерных величин будем опускать.

Как отмечалось выше, в области $\omega^2 > 1 + k^2/D^2$ существует непрерывный спектр волн Пуанкаре (рис. 1.1). При $\omega^2 < 1 + k^2/D^2$ спектр дискретный, и в пространстве параметров (k, ω, D^2) решения существуют лишь на отдельных поверхностях, каждая из которых относится к одной моде.

Анализируя свойства захваченных волн, Дж. Хатненс [138] сформулировал ряд теорем (положений), которые приводятся ниже (пункты «а»—«к»). Положения, содержащиеся в пунктах «г»—«к», были получены независимо А. Б. Одуло для задачи о распростра-

нении длинных волн в канале [61], положения «л»—«м» доказаны И. В. Файном [78].

Наиболее важным результатом, полученным Хатненсом, является утверждение, которое в дальнейшем будем называть «основной теоремой»:

а) *если* $h'(x)>0$ *(профиль дна монотонный), то*

$$\frac{\partial\omega}{\partial D^2}\Big|_{k=\text{const}}<0. \tag{1.35}$$

Его доказательство довольно громоздко, поэтому здесь не приводится. Уравнение (1.34) является уравнением Штурма—Лиувилля относительно собственного параметра D^2. Из него несложно оценить свойства функции $D_n^2(\omega, k)$, где n — номер моды. «Основная теорема» дает возможность ввести однозначные монотонные функции $\omega(D^2)$ или $D^2(\omega)$ и, таким образом, определить характеристики дисперсионных кривых $\omega_n(k)$. Положения «б», «в» и «л» в значительной степени опираются на «основную теорему»;

б) *при* $\omega<1$ *для фиксированного волнового числа существует последовательность шельфовых волн, для которых* $\omega_0>\omega_1>\omega_2>\ldots>\omega_N$ (ω_0, возможно, отсутствует); *при* $\omega>1$ *существует последовательность краевых волн, для которых* $\omega_0<\omega_1<\omega_2<\ldots<\omega_N$, $\omega_N^2<1+k^2/D^2$ (ω_0, возможно, отсутствует); *шельфовых волн для непрерывного профиля глубины бесконечное число, краевых — конечное число.* Справедливость свойства «б» можно проиллюстрировать следующими рассуждениями. Если $\omega>1$, то сомножитель при D^2 положительный, и тогда при увеличении D^2 увеличивается количество нулей функции ζ или растет номер моды: $D_0^2<D_1^2<D_2^2$ Из этого неравенства, а также из основной теоремы Хатненса следует $\omega_0<\omega_1<\ldots<\omega_N$.

Аналогично выводятся неравенства для шельфовых волн ($\omega<1$). Конечное число краевых волн (при фиксированных k и D^2) является следствием наличия непрерывного спектра волн Пуанкаре: можно показать, что для конечного значения частоты число нулей функции ограничено;

в) *число краевых волн неограниченно растет с ростом волнового числа*;

г) *линия* $\omega=1$ *разделяет на дисперсионной диаграмме два класса захваченных волн: краевые* (при $\omega>1$) *и шельфовые* (при $\omega<1$). *Существует единственная мода, дисперсионная кривая которой пересекает эту линию,— волна Кельвина* (рис. 1.1).

Номер моды для захваченных волн соответствует числу узловых (нодальных) линий, параллельных берегу. Волна Кельвина — это монотонно затухающая в сторону открытого океана волна, не имеющая узловых линий.

Краевые волны отличаются от шельфовых и волны Кельвина не только по положению на дисперсионной диаграмме. Легко показать, что краевые волны могут существовать и при отсутствии вра-

щения Земли, так как по своей природе они являются гравитационными. Захват краевых волн связан с эффектом полного внутреннего отражения (от границы шельфа), хорошо известным в оптике. Действительно, для этих волн фазовая скорость равна $\sqrt{gh}$, поэтому малые глубины аналогичны оптической среде с большим показателем преломления и, наоборот, большие глубины — среде с малым показателем преломления. При переходе луча (волны) из первой среды во вторую будет происходить полное внутреннее отражение, если луч (волна) послан к границе под углом, большим, чем критический.

Для краевых волн справедливы следующие положения:

д) *фазовая скорость краевых волн* $|c|>\sqrt{gh_{\text{мин}}}$* (рис. 1.1);

е) *фазовая скорость краевых волн, распространяющихся в циклоническом направлении относительно открытого океана, меньше скорости соответствующих волн, распространяющихся в противоположном направлении.*

В отличие от краевых волн, шельфовые волны образуются в результате совместного эффекта переменности рельефа и вращения Земли — в невращающемся океане они существовать не могут. Шельфовые волны являются следствием закона сохранения потенциального вихря [33]: градиент потенциального вихря обеспечивает возможность низкочастотных колебаний на шельфе. Аналогичную природу имеют, как известно, волны Россби. Фактически шельфовые волны являются одним из типов топографических волн Россби. Отметим несколько важных свойств шельфовых волн:

ж) *при* $k\to 0$ $\omega\to 0$;

з) *для монотонного профиля все субинерционные волны* (шельфовые, волна Кельвина) *распространяются в циклоническом направлении относительно открытого океана*, т. е. при $\omega<1$ $c<0$.

Условие монотонности функции $h(x)$ является необходимым: если профиль немонотонный, волны могут распространяться в обоих направлениях. Типичный пример немонотонного профиля — глубоководный желоб, примыкающий к континентальному склону. Так, в работах [25, 168] было показано, что вдоль океанского склона Курило-Камчатского желоба распространяется система низкочастотных волн в антициклоническом направлении (на северо-восток). Такого типа волны, распространяющиеся вдоль океанских желобов, хребтов или подводных ступеней, получили название *двойных волн Кельвина* [149, 150], которые также являются одним из видов топографических волн Россби;

и) *если функция* $\xi(x)=h'(x)/h(x)$ *ограничена, то для шельфовых волн* $\omega_n\to 0$ *при* $k\to-\infty$ *для всех мод.*

Из свойства «и» следует, что в случае ограниченной функции $\xi(x)$ каждая из дисперсионных кривых $\omega_n(k)$ имеет максимум $\omega_n^{\max}(k_n^0)$. Групповая скорость на этой частоте для данной моды

* $h_{\text{мин}}$ — минимальная, $h_{\text{макс}}$ — максимальная глубина для рассматриваемого профиля.

равна нулю. При $k<k^0{}_n$ фазовая и групповая скорости имеют противоположные знаки. Следовательно, при любом фиксированном $\omega<\omega_n^{\max}$ дисперсионная кривая n-й моды пересекается дважды, причем первое пересечение соответствует отрицательной групповой скорости, а второе — положительной. Частоты $\omega_n^{\max}$ играют особую роль в динамике шельфовых волн: на этих частотах происходит резонансное накопление волновой энергии [104, 108] (см. разделы 6.6, 6.7). Ограниченность логарифмической производной глубины во всех точках является существенным условием справедливости положения «и»: так, для шельфа-ступеньки и линейного шельфа, имеющих неограниченную производную в точках $x=1$ и $x=0$ соответственно, дисперсионные кривые являются монотонной функцией волнового числа k и не имеют максимумов.

Следующие свойства характеризуют верхнюю границу фазовых скоростей волны Кельвина и первой моды шельфовых волн:

к) *при* $\omega<1$ $|c|<\sqrt{gH}$ (рис. 1.1).

Практически скорость волны Кельвина оказывается весьма близкой к значению $\sqrt{gH}$ и совпадает с ним для океана постоянной глубины;

л) *скорость первой шельфовой моды ограничена критерием* $c_s<-\int_0^1 (1-h)dx$ *или в размерных величинах* $c_s<-\frac{f}{H}\int_0^L (H-h)dx$. Данное свойство подчеркивает характер распространения шельфовых волн, для которых определяющим является не гравитация, а вращение и изменение рельефа.

Из перечисленных свойств следует, что параметр D^2, формально введенный в начале раздела, имеет, как это видно из последнего утверждения, ясный физический смысл, а именно: он пропорционален отношению квадрата скорости шельфовых волн к квадрату скорости гравитационных волн. Используя понятие баротропного радиуса деформации Россби $R_0=\sqrt{gH}/f$, можно предложить другую интерпретацию этого параметра: D^2 равен отношению квадрата ширины шельфа к квадрату радиуса Россби. Для большинства шельфов это отношение мало и составляет 10^{-3}—10^{-2}, поэтому его полагают равным нулю, рассматривая шельфовые волны в *бездивергентном приближении.* Такое приближение эквивалентно отбрасыванию члена $\partial\zeta/\partial t$ в уравнении неразрывности (1.18). При этом возможно введение интегральной функции тока ψ [48, 104]:

$$hu=\partial\psi/\partial y; \quad hv=-\partial\psi/\partial x, \tag{1.36}$$

которая удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{h}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{h}\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial y}-\frac{\partial h}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial x}=0. \tag{1.37}$$

Теоретический анализ и численные расчеты показывают, что приближение бездивергентности практически не влияет на поведение собственных функций и дисперсионных кривых шельфовых мод [102]. Однако для некоторых задач, как, например, для задачи генерации шельфовых волн переменным атмосферным давлением (глава 3) или подводным землетрясением (глава 7), дивергентность существенна. Учет дивергентности важен также при решении задачи о рассеянии шельфовых волн [103]. Отбрасывание члена с D^2 приводит при этом к расходимости при $k \to 0$.

В бездивергентном приближении справедлива следующая теорема сравнения для дисперсионных кривых шельфовых мод, соответствующих различным профилям рельефа:

м) *если* $h_1'(x) \geqslant h_2'(x)$ *для любых* x, *то* $\omega_n^{(1)} \geqslant \omega_n^{(2)}$ *для любых* k. Данный результат применим, в частности, для сравнения дисперсионных кривых шельфовых волн, полученных для степенных профилей рельефа [вида $h(x)=x^\alpha$ при $x<1$]. Так при $\alpha>1$ частота каждой моды растет с ростом α (при фиксированном волновом числе).

На рис. 1.1 приведена обобщенная дисперсионная диаграмма пограничных баротропных волн в случае монотонного рельефа и f-плоскости. Выделены зоны существования различных типов волн.

1.4. Групповая скорость, дисперсия и соотношение ортогональностей

Понятие групповой скорости $c_g=d\omega/dk$ широко используется в различных задачах распространения волн. С этой скоростью происходит перенос волновой энергии. Особую роль с этой точки зрения играют частоты, на которых групповые скорости имеют минимальное значение. Такие частоты получили название *частот Эйри* [9]. В предыдущем разделе отмечалось, что одно из основных свойств шельфовых волн — наличие на дисперсионной кривой точек, соответствующих нулевой групповой скорости (максимумов дисперсионных кривых). Перенос волновой энергии на частотах $\omega_n^{\max}$ отсутствует, следовательно на них можно ожидать накопления энергии. Анализ спектров течений в шельфовой зоне океана [35, 108] и лабораторное моделирование возбуждения шельфовых волн [105] (см. рис. 3.11) подтверждают данное предположение.

Хотя для краевых волн нулевые групповые скорости обычно не наблюдаются, следует ожидать накопления волновой энергии на частотах с минимальными групповыми скоростями, т. е. на частотах Эйри. Теоретически это было показано в работе [32] при рассмотрении задачи о возбуждении волны цунами в шельфовой зоне океана. Подробнее данный вопрос будет рассмотрен в главе 7.

В дополнение к положениям, сформулированным в разделе 1.3, можно выписать еще несколько, описывающих важные свойства групповых скоростей захваченных волн:

н) *для краевых волн, распространяющихся в положительном направлении* (т. е. при $k>0$), *групповая скорость* c_g *всегда положительна.*

Данное свойство может показаться очевидным, так как групповая скорость гравитационных волн обычно имеет тот же знак, что и фазовая. Однако при $k<0$ это не всегда справедливо: в работе [138] приведен пример, когда фазовая скорость краевой моды отрицательна, а групповая — положительна (хотя и для параметров шельфа, далеких от реальности). Отметим, что в этом случае дисперсионная кривая данной краевой моды имеет два экстремума, т. е. две частоты, на которых групповые скорости равны нулю.

С понятием групповой скорости тесно связаны вопросы дисперсии волн. В работе [78] в бездивергентном приближении было доказано утверждение, которое остается справедливым и в общем случае:

о) *фазовая скорость всех типов захваченных волн уменьшается с возрастанием (по модулю) волнового числа* k $(d(c^2)/d(k^2)<0)$, т. е. групповая скорость всегда меньше фазовой (по модулю). Отметим, что положение «о» справедливо и для сейсмических волн Лява и Рэлея [49], аналогичных гравитационным захваченным волнам в океане. Этот результат имеет важное значение для задачи генерации захваченных волн. Действительно, например, равномерно движущаяся вдоль берега система атмосферных возмущений представляется на дисперсионной диаграмме прямой, выходящей из начала координат. Эта прямая может пересекать однократно каждую из дисперсионных кривых, нигде не касаясь их. Как будет показано далее, эти пересечения отвечают простым полюсам, которые при интегрировании дадут решение конечной амплитуды. Физически это означает, что циклон конечных размеров порождает в океане переменной глубины конечный отклик на воздействие давления и ветра, даже если он движется достаточно долго.

Элементарные волновые решения (моды) могут использоваться в качестве базиса, по которому разлагается решение. Для подобного разложения требуются соотношения ортогональностей. Эти соотношения будут иметь различный вид, в зависимости от того, какой из параметров является собственным, а какие — фиксированными. Можно представить три различных случая фиксации параметров [138], которые отвечают трем важным типам физических задач, связанных с теорией пограничных волн:

1) $k=\text{const}$. Этот случай соответствует начальной задаче распространения волн. Типичный пример — распространение волн цунами, вызванных подвижкой дна. Характерные линейные масштабы подвижки определяют размеры образующихся волновых возмущений. При решении этой задачи удобно сначала использовать Фурье-преобразование по координате y, а потом разлагать Фурье-образы по собственным функциям при фиксированном волновом числе. Задачи такого типа будут рассмотрены в главе 7;

2) $\omega=\text{const}$. Такая задача (граничная) возникает, в частности,

при исследовании приливов. Любую приливную гармонику можно представить в виде суперпозиции отдельных волновых составляющих с различными волновыми числами (глава 6). Кроме того, подобную задачу приходится решать при исследовании рассеяния длинных волн на неоднородностях рельефа и береговой линии;

3) $c=\text{const}$. Этот случай соответствует задаче о характере отклика океана на равномерно движущуюся вдоль берега систему атмосферных возмущений (глава 3).

Таким образом, при исследовании трех важнейших видов длинноволновых возмущений: цунами, приливов и штормовых нагонов, приходится решать три различные типа задачи на собственные значения. Рассмотрим первую из них. Пусть при $k=k_0$ имеются две различные моды $\omega_j \neq \omega_m$. Умножим уравнения (1.21) при $\omega=\omega_j$ соответственно на u_m^*, v_m^*, ζ_m^* и сложим их с сопряженными уравнениями (1.21) при $\omega=\omega_m$, умноженными соответственно на u_j, v_j, ζ_j:

$$i(\omega_m-\omega_j)(hu_ju_m^*+hv_jv_m^*+g\zeta_j\zeta_m^*)=\frac{d}{dx}[gh(u_j\zeta_m^*+u_m^*\zeta_j)]. \quad (1.38)$$

Проинтегрировав (1.38) по x от 0 до ∞ и учитывая граничные условия (1.29), (1.31), получим:

$$(\omega_m-\omega_j)E_{jm}=\frac{1}{2}(\omega_m-\omega_j)\int_0^\infty (hu_ju_m^*+hv_jv_m^*+g\zeta_j\zeta_m^*)\,dx=0. \quad (1.39)$$

E_{jm} представляет собой матричный элемент интеграла энергии.

Из (1.39) легко получить, что

$$E=\sum_j E_{jj}. \quad (1.40)$$

Таким образом, при $k=\text{const}$ моды ортогональны в «энергетическом представлении». Это следствие закона сохранения энергии волны. Действительно, если представить суммарную волну в виде суперпозиции отдельных гармонических волн (мод), перекрестные члены в интеграле энергии (1.39) должны быть нулевыми, чтобы полная энергия нескольких мод не зависела от времени. Этот результат можно выразить и в более общем виде: если при эволюции системы (волны) сохраняется некоторый интеграл, то моды должны быть ортогональны в представлении этого интеграла. Исходя из этого, легко получить соотношения ортогональностей для случая 2. При $\omega=\text{const}$ поток энергии F вдоль берега не зависит от координаты y:

$$\partial F/\partial y=0,$$

где

$$F=\int_0^\infty gh\zeta v\,dx. \quad (1.41)$$

Тогда моды будут ортогональны в представлении потока энергии:

$$(k_j - k_m) F_{jm} = (k_j - k_m) \int_0^\infty gh (\zeta_j v_m^* + \zeta_m^* v_j)\, dx = 0. \qquad (1.42)$$

Этот результат можно получить и непосредственно из уравнений (1.21), подобно тому, как это было сделано для случая $k=\text{const}$.

Для случая $c=\text{const}$ соотношение ортогональностей можно получить, если из уравнения (1.23) при $k^2=k_j^2$, умноженном на ζ_m, вычесть то же уравнение при $k^2=k_m^2$, умноженное на ζ_j, и полученный результат проинтегрировать по x от 0 до ∞. Тогда

$$(k_m^2 - k_j^2) \int_0^\infty (c^2 - gh) \zeta_j \zeta_m\, dx = 0, \qquad (1.43)$$

Последнее соотношение с помощью (1.39), (1.41) можно привести к виду

$$cE_{jm} - F_{jm} = 0. \qquad (1.44)$$

Следуя [138], формулы (1.39), (1.42) и (1.43) можно объединить:

$$(k_m - k_j) F_{mj} - (\omega_m - \omega_j) E_{mj} = 0. \qquad (1.45)$$

Соотношения ортогональностей имеют важное значение для решения многих задач. Так, начальную задачу (глава 7) удобно рассматривать в энергетическом представлении, рассеяние волн — в представлении потока энергии, а для задачи о генерации волн движущимся циклоном достаточно использовать исходное уравнение (1.23).

1.5. Дисперсионные диаграммы пограничных волн для простейших форм рельефа

Среди различных аналитических форм аппроксимации рельефа в зоне шельфа — континентального склона три модели получили наибольшее распространение: шельф-ступенька, экспоненциальный шельф и шельф, задаваемый степенными функциями (чаще всего линейной). На таких моделях легко провести изучение влияния различных факторов (размеров шельфа, его глубины, трения, неоднородности береговой линии, стратификация и пр.) на пограничные волны. Первые две модели рассматриваются в настоящем разделе, третья — в следующем.

Шельф-ступенька. Шельф-ступенька (рис. 1.7 *а*) является простейшей формой задания рельефа дна вблизи берега, достаточно физически обоснованной и удобной для демонстрации основных классов пограничных волн. Вероятно, впервые эта модель была использована Сезава и Канаи (1939) [185], которые рассмотрели

движение в невращающемся океане и получили дискретный набор захваченных краевых мод. В дальнейшем данная модель рассматривалась в работах [5, 11, 132, 187]. В наиболее подробном виде различные типы пограничных волн для шельфа-ступеньки исследованы в работе Манка и др. [164].

Пусть глубина задана в виде

$$h(x)=\begin{cases} h_1=h_0 & \text{при } 0<x<L; \\ h_2=H & \text{при } x>L. \end{cases} \tag{1.46}$$

Тогда уравнение (1.23), описывающее амплитуду колебаний уровня, записывается в виде

$$\zeta''-\varkappa_j^2\zeta=0, \tag{1.47}$$

где

$$\varkappa_j^2=k^2-(\omega^2-f^2)/(gh_j), \quad j=1,\ 2. \tag{1.48}$$

На берегу (при $x=0$) должно выполняться условие (1.24), а на границе шельфа (при $x=L$) — условия

$$\zeta_1=\zeta_2,$$

$$h_1\left(\zeta_1'-\frac{kf}{\omega}\zeta_1\right)=h_2\left(\zeta_2'-\frac{kf}{\omega}\zeta_2\right) \text{ при } x=L, \tag{1.49}$$

где ζ_1 соответствует области шельфа ($0<x<L$), а ζ_2 — открытого океана ($x>L$).

В зависимости от знака выражения (1.48) величина $\varkappa_j^2$ будет чисто мнимой или действительной и решение уравнения (1.47) будет выражаться в тригонометрических или экспоненциальных функциях:

$$\zeta_1=A_1\cos(p_1x)+B_1\sin(p_1x), \tag{1.50а}$$

или

$$\zeta_1=A_1e^{-\varkappa_1x}+B_1e^{\varkappa_1x}; \tag{1.50б}$$

$$\zeta_2=A_2\cos(p_2x)+B_2\sin(p_2x), \tag{1.51а}$$

или

$$\zeta_2=A_2e^{-\varkappa_2x}, \tag{1.51б}$$

где $p_1=i\varkappa_1$, $p_2=i\varkappa_2$.

Характер решения можно представить на диагностической дисперсионной диаграмме (рис. 1.2). Следуя Манку [164], введем обозначения: E — экспоненциальное, T — тригонометрическое решение в открытом океане, E' и T' — то же на шельфе. Тогда гиперболами $k^2=(\omega^2-f^2)/(gh_0)$, $k^2=(\omega^2-f^2)/(gH)$ и прямой $\omega=f$ дисперсионная плоскость разобьется на ряд подобластей, где

возможно существование решений, удовлетворяющих уравнению (1.47) с граничными условиями (1.24) и (1.31а) или (1.49):

1) $k^2 < (\omega^2 - f^2)/(gH)$ — TT' — любая точка этой области является решением уравнения (1.47) с граничными условиями (1.24) и (1.49) — это область существования излученных волн (волн Пуанкаре); решение носит осциллирующий характер как на самом шельфе, так и вне его;

2) $(\omega^2 - f^2)/(gh_0) > k^2 > (\omega^2 - f^2)/(gH)$ — ET' — область, в которой существует дискретный набор краевых волн; решение носит тригонометрический характер на шельфе и затухает по экспоненциальному закону вне его;

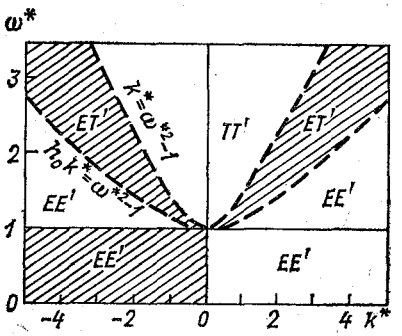


Рис. 1.2. Области существования различных типов решений для модели шельф-ступенька; $\omega^* = \omega/f$, $k^* = k\sqrt{gH}/f$.

3) $0 < \omega < f$, $k \leqslant -\omega/\sqrt{gH}$ — EE' — область существования волны Кельвина и 1-й моды шельфовых волн (для шельфа-ступеньки существует всего одна шельфовая мода) — решение носит экспоненциальный характер на шельфе (комбинация двух экспонент с различными знаками у показателя) и в открытом океане (затухающая экспонента).

Таким образом, в области TT' существует непрерывный спектр излученных волн, описываемый для данной модели решениями (1.50а), (1.51а), а в областях ET' и EE' — дискретный набор захваченных волн с решениями (1.51б) и (1.50а) или (1.50б).

Для волн захваченного типа из условий (1.24) и (1.31а) можно получить следующие дисперсионные уравнения:
для EE'

$$e^{2\varkappa_1 L} = \frac{[d(\varkappa_1\omega + kf) - (\varkappa_2\omega + kf)](\varkappa_1\omega - kf)}{[d(\varkappa_1\omega - kf) + (\varkappa_2\omega + kf)](\varkappa_1\omega + kf)}; \qquad (1.52)$$

для ET'

$$\operatorname{tg} p_1 L = \frac{\omega p_1 (kf + \omega\varkappa_2)}{d\omega^2 p_1^2 - kf\omega\varkappa_2 - kf^2(1-d)}, \qquad (1.53)$$

где $d = h_0/H$. Уравнение (1.52) имеет два типа решений. Одно из них, соответствующее волне Кельвина, можно легко получить, если в левой части (1.52) ограничиться первым членом разложения экспоненты в ряд Тейлора (что соответствует предположению

о малости размеров шельфа по сравнению с длиной волны). В этом случае

$$c = \omega/k \approx -\sqrt{gH}. \tag{1.54}$$

Волна Кельвина, как указывалось в разделе 1.3, обладает той особенностью, что ее дисперсионная кривая единственная пересекает линию $\omega = f$. На низких частотах эта волна полностью определяется вращением Земли и (1.54) выполняется. По мере роста

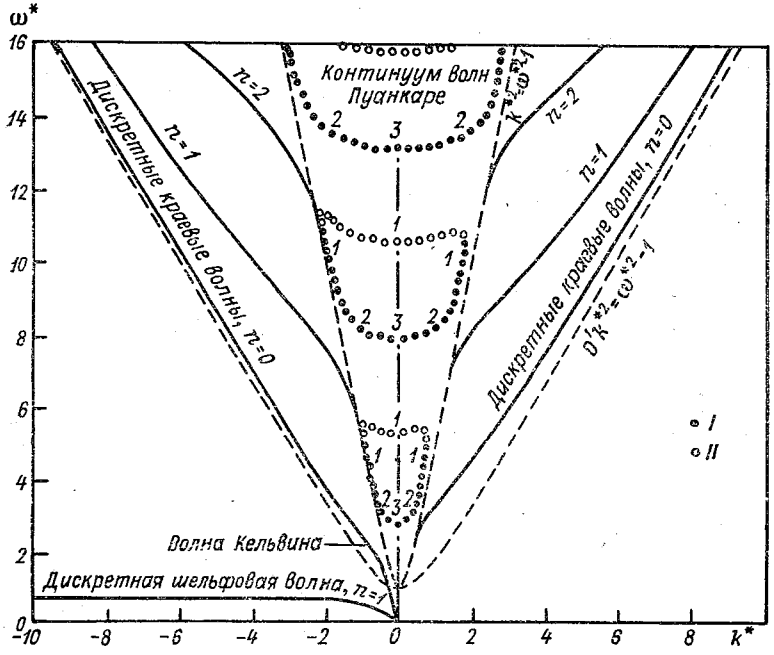


Рис. 1.3. Дисперсионная диаграмма для модели шельф-ступенька (из работы [164]).

I — линии максимального, *II* — линии минимального усиления волны Пуанкаре. Цифры — значения коэффициента усиления. $\omega^* = \omega/f$, $k^* = k\sqrt{gH}/f$.

частоты и уменьшения длины волны шельф оказывает на нее все большее влияние, фазовая скорость уменьшается, и она постепенно переходит в нулевую моду краевых волн (рис. 1.3).

Второе решение находится в предположении малости дивергентного члена в выражении (1.48). В этом случае $\varkappa_1 \approx \varkappa_2 \approx -k$ и из (1.52) получается следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega = \frac{f(1-d)}{d - \operatorname{cth}(kL)}. \tag{1.55}$$

Это решение соответствует шельфовой волне. Из (1.55) следует, что при $k \to 0$ волна носит недисперсный характер

$$c = \omega/k \to -fL \quad \text{при} \quad k \to 0. \tag{1.56}$$

При больших отрицательных значениях k частота шельфовой волны стремится к асимптоте

$$\omega^* = \omega/f \to \frac{1-d}{1+d} = \frac{H-h_0}{H+h_0} \text{ при } k \to -\infty. \quad (1.57)$$

Отметим, что для двойной волны Кельвина, существующей на разрыве глубины в случае бесконечного океана, также справедливо выражение (1.57) [164].

Согласно п. «б» раздела 1.3 уравнение (1.53) имеет набор решений, соответствующих различным модам краевых волн, которые могут распространяться как в положительном, так и в отрицательном направлении. На низких частотах за счет вращения Земли наблюдается некоторая асимметрия: для одинаковых ω отрицательные моды имеют большее волновое число и соответственно меньшую фазовую скорость, чем положительные (п. «е» раздела 1.3). При больших ω решения становятся практически симметричными (рис. 1.1).

На рис. 1.3, взятом из работы [164], помещена дисперсионная диаграмма для случая $d = 1/6$. Нетрудно убедиться, что для шельфа-ступеньки выполняются положения, сформулированные в разделах 1.3, 1.4. Для излученных волн, занимающих область TT', на рисунке приведены значения коэффициента их усиления γ. Подробнее этот тип волн будет рассмотрен в разделе 1.7.

В заключение укажем некоторые ограничения модели шельфа-ступеньки: 1) в модели возникает только одна мода шельфовых волн; 2) на границе шельфа происходит разрыв скорости течения (условия неразрывности уровня ζ и нормальной скорости оказываются несовместимыми); 3) как будет показано в разделе 1.7, для шельфа-ступеньки коэффициент усиления излученных волн оказывается периодической функцией частоты ω с одинаковым значением всех максимумов (см. рис. 1.7 *а*), что плохо согласуется с наблюдениями.

Экспоненциальный шельф. Обычно используется два типа аппроксимации рельефа дна в зоне шельфа—континентального склона экспоненциальными функциями. В первом [74, 96] принимается

$$h(x) = H(1 - e^{-ax}). \quad (1.58)$$

Особенностью этого приближения является отсутствие точной границы шельфа и монотонное стремление глубины к пределу $h(x) \to H$ при $x \to \infty$ (рис. 1.7 *г*). Решение уравнения (1.23) для данного профиля выражается в функциях Якоби. В общем, форма (1.58) неплохо описывает зону континентального склона, но хуже пригодна для аппроксимации зоны шельфа [166], поэтому она не получила широкого распространения. Укажем только некоторые свойства волн в этом приближении:

1) существует бесконечный набор шельфовых мод, причем для каждой моды справедливо следующее соотношение:

$$\omega_n^* = \omega_n/f \to (2n+1)^{-1} \text{ при } k \to -\infty, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \quad (1.59)$$

Групповая скорость для этих мод всюду отрицательна, что не противоречит п. «и» раздела 1.3, так как $\xi(x) \to \infty$ при $x \to 0$;

2) $h(x) \to 0$ при $x \to 0$, поэтому для краевых волн

$$c_n = \omega_n / k_n \to 0 \text{ при } |k_n| \to \infty. \tag{1.60}$$

Многие свойства пограничных волн для данной формы рельефа, в частности (1.59), (1.60), те же, что и для линейного профиля (см. следующий раздел).

Другим способом задания экспоненциального шельфа является форма (рис. 1.7 *д*)

$$h(x) = \begin{cases} h_0 e^{ax} & \text{при } 0 < x < L; \\ h_0 e^{aL} = H & \text{при } x > L. \end{cases} \tag{1.61}$$

Уравнение (1.23) принимает тогда форму

$$\zeta'' + a\zeta' + \left(\frac{\omega^2 - f^2}{gh_0} e^{-ax} - \frac{fka}{\omega} - k^2\right)\zeta = 0 \tag{1.62}$$

при $0 < x < L$ и форму (1.26) при $x > L$. На береговой границе выполняется условие (1.24), на границе шельфа — (1.31б).

Впервые подобную аппроксимацию рельефа использовали Бухвальд и Адамс для расчета континентальных шельфовых волн в приближении бездивергентности [104]. Ими был получен важный теоретический результат: показано, что для каждой моды шельфовых волн существует такое волновое число k, начиная с которого знак групповой скорости меняется на обратный (т. е. групповая и фазовые скорости имеют противоположные направления распространения). Этот факт Хатненс [138] обобщил потом для всех профилей, имеющих ограниченную величину $\xi(x) = h'(x)/h(x)$ (п. «и» раздела 1.3). Для профиля (1.61) $\xi(x) = a$, т. е. данное условие выполняется, в отличие от профиля (1.58) и шельфа-ступеньки.

Экспоненциальная форма задания рельефа (1.61) широко применяется для расчета пограничных волн. Это объясняется двумя причинами. Во-первых, как будет показано ниже, решение уравнения (1.62) не представляет сложностей, особенно в бездивергентном приближении. Во-вторых, форма изменения глубины, описываемая выражениями (1.61), хорошо соответствует реальной топографии в районах многих океанских границ.

Теоретические вопросы, связанные с распространением шельфовых волн на экспоненциальном шельфе, рассматривались в работах [102, 104, 105], решение для краевых волн для рельефа (1.61) рассматривалось в работе [21]. Экспоненциальная модель широко использовалась для интерпретации наблюдений за уровнем океана и течениями [24, 108]. Подобная аппроксимация рельефа применялась также для анализа колебаний стратифицированной жидкости, учета влияния средних течений, неоднородности дна и береговых границ, для расчета генерации шельфовых волн атмосферным давлением и ветровым напряжением, для анализа экваториальных топографических волн и др. [13, 100, 129, 195 и др.].

Решение уравнения (1.62) при $0<x<L$ имеет вид [21]

$$\zeta_1(x) = A_1 e^{-ax/2} J_\nu(\sigma e^{-ax/2}) + B_1 e^{-ax/2} N_\nu(\sigma e^{-ax/2}), \qquad (1.63)$$

где J_ν и N_ν — соответственно функции Бесселя и Неймана ν-го порядка,

$$\nu = \left(1 + \frac{4kf}{a\omega} + \frac{4k^2}{a^2}\right)^{1/2}; \qquad (1.64)$$

$$\sigma^2 = \frac{4}{a^2}\,\frac{\omega^2 - f^2}{gh_0}. \qquad (1.65)$$

В области постоянной глубины решение для захваченных волн имеет вид (1.51б). Из граничных условий (1.24), (1.31б) получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\Delta = [\delta J_\nu(\xi) + \xi J_{\nu-1}(\xi)][\upsilon N_\nu(\sigma) + \sigma N_{\nu-1}(\sigma)] - [\upsilon J_\nu(\sigma) + \sigma J_{\nu-1}(\sigma)][\sigma N_\nu(\xi) + \xi N_{\nu-1}(\xi)] = 0, \qquad (1.66)$$

где

$$\delta = 1 - 2\varkappa/a - \nu;$$
$$\upsilon = 1 + 2kf/(a\omega) - \nu;$$
$$\xi = \sigma e^{-aL/2}.$$

Результаты исследования уравнения (1.66) при $\omega > f$ (для краевых волн) представлены на рис. 1.4. При $\omega < f$ при вычислении дисперсионных кривых можно пренебречь дивергентным членом, что, как показано в работе [102], вполне корректно для реальных бас-

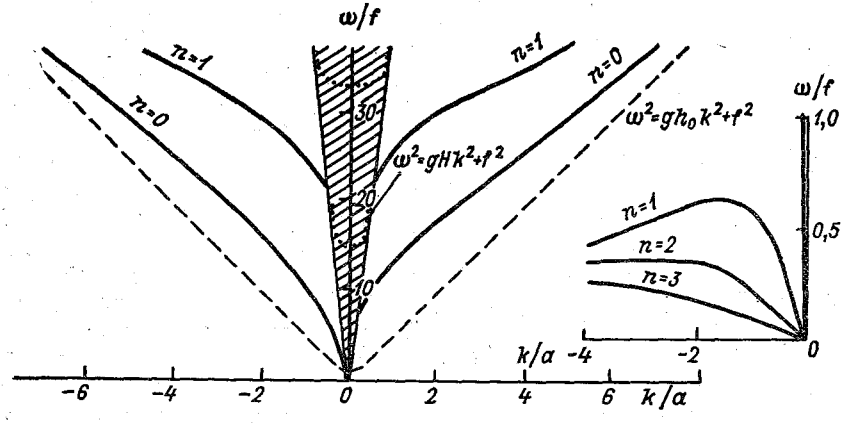


Рис. 1.4. Дисперсионная диаграмма захваченных волн для модели экспоненциального рельефа дна (1.61), рассчитанная по (1.66). Область существования краевых волн ограничена двумя гиперболами $\omega^2 = gHk^2 + f^2$ и $\omega^2 = gh_0k^2 + f^2$. Отдельно показаны дисперсионные кривые для шельфовых волн. Заштрихована область существования волн Пуанкаре. Точками отмечены линии максимального усиления волн.

сейнов. В этом случае уравнение (1.62) имеет постоянные коэффициенты и его решение при $0<x<L$ принимает вид [104]

$$\zeta_1(x) = A_1 e^{-ax/2}\cos(qx) + B_1 e^{-ax/2}\sin(qx), \qquad (1.67)$$

где

$$q = \left(-fka/\omega - a^2/4 - k^2\right)^{1/2} \qquad (1.68)$$

[выражение под знаком корня в (1.68) положительно, так как $fa/\omega \gg |k|$, а $k<0$].

Из представления ζ в виде (1.67) и (1.51б) соответственно для зоны шельфа и открытого океана и условий (1.24), (1.31б) получается следующее простое дисперсионное уравнение для шельфовых волн:

$$\operatorname{tg}(qL) = q(k - a/2)^{-1}. \qquad (1.69)$$

На рис. 1.5 приведены дисперсионные кривые двух первых мод шельфовых волн при различных значениях $a^* = aL$. Видно, что

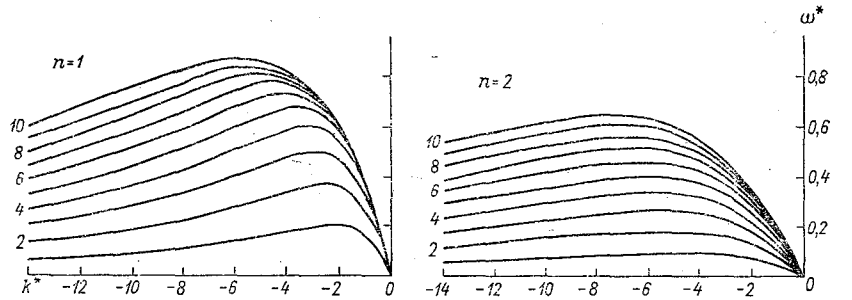


Рис. 1.5. Дисперсионные кривые 1-й и 2-й мод шельфовых волн для экспоненциального шельфа (1.61) при различных значениях параметра $aL = 1, 2, \ldots, 10$; $\omega^* = \omega/f$, $k^* = kL$.

с ростом a^* максимальные значения частоты возрастают. Увеличение a^* при фиксированном H соответствует уменьшению $h_{\text{мин}} = h_0$. Так, если положить $H = 5200$ м (характерная глубина открытой части Тихого океана), то $a^* = 1$ отвечает $h_0 = 1913$ м, $a^* = 3$—259 м, $a^* = 5$—35 м, $a^* = 10$—0,23 м и т. д. Таким образом, чем больше отношение глубин $H/h_{\text{мин}}$, тем большее значение имеет $\omega_{\text{макс}}$ для каждой моды. Это правило выполняется и для других форм рельефа. В частности, для шельфа-ступеньки оно выражено формулой (1.57).

1.6. Пограничные волны для профилей рельефа, аппроксимируемых степенными функциями

Среди различных форм аппроксимации рельефа в пограничной области океана важное значение имеет аппроксимация его степенными функциями. Особенно часто используются модели с линейным

законом изменения глубины $h=bx$. Так, Стокс еще в 1846 г. в работе [190] использовал модель бесконечного линейного откоса. Аналогичное приближение применялось в работах [121, 182, 193]. Существенным недостатком подобной аппроксимации рельефа является отсутствие характерного горизонтального масштаба. Между тем, как было показано в разделе 1.3, размеры области переменной глубины (1.25) фактически определяют параметры пограничных волн. В частности, шельфовые волны при малых волновых числах имеют значительно меньшие фазовые скорости, чем аналогичные квазигеострофические волны, получаемые в модели беско-

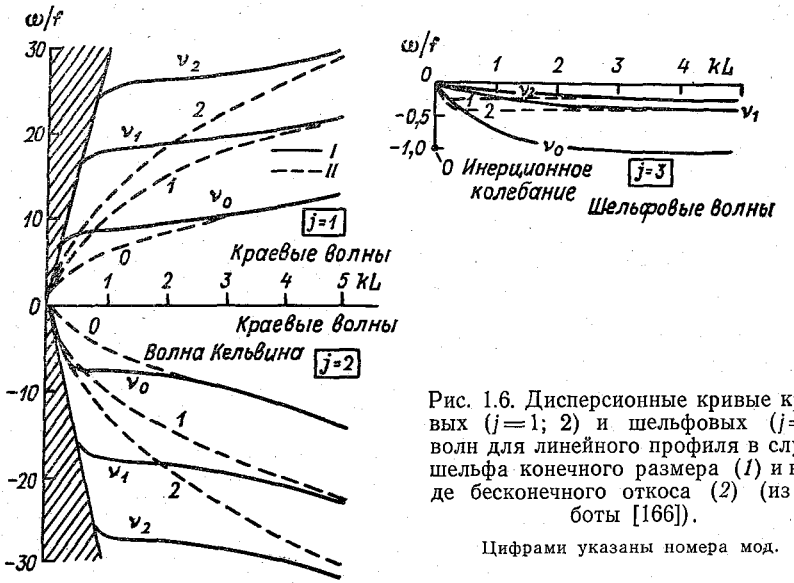


Рис. 1.6. Дисперсионные кривые краевых ($j=1$; 2) и шельфовых ($j=3$) волн для линейного профиля в случае шельфа конечного размера (*1*) и в виде бесконечного откоса (*2*) (из работы [166]).

Цифрами указаны номера мод.

нечного откоса [182], так как ширина реального шельфа много меньше баротропного радиуса деформации. С ростом волнового числа различие в фазовых скоростях уменьшается и в пределе, при $|k|\to\infty$, решения, полученные для рельефа, заданного в форме (1.25), при условии, что на берегу ставится условие «уголка», т. е. $h\to\infty$ при $x\to 0$, совпадают с решениями для бесконечного откоса (рис. 1.6).

Следуя работе Р. Рида [182], рассмотрим распространение волн над бесконечным откосом $h(x)=bx$. Уравнение (1.23) в этом случае приводится к виду

$$\zeta''+\frac{1}{x}\zeta'-\left(\frac{f^2-\omega^2}{gbx}+\frac{fk}{\omega x}+k^2\right)\zeta=0. \qquad (1.70)$$

На берегу (при $x=0$) и при $x\to\infty$ должны выполняться условия ограниченности функции ζ. Используя замену переменной $u=-2kx$ и функции $\psi=e^{u/2}\zeta(u)$ из (1.70), получаем:

$$u\psi''+(1-u)\psi'-\left(\frac{\omega^2-f^2}{2gkb}-\frac{f}{2\omega}+\frac{1}{2}\right)\psi=0. \qquad (1.71)$$

Единственное ограниченное в нуле решение этого уравнения есть функция Куммера ${}_1F_1\left(\frac{\omega^2-f^2}{2gkb}-\frac{f}{2\omega}+\frac{1}{2}, 1, u\right)$, где ${}_1F_1(a, b, z)$ представляется рядом

$$ {}_1F_1(a,\ b,\ z)=1+\frac{a}{b}z+\frac{a(a+1)}{b(b+1)}\frac{z^2}{2!}+\ldots \qquad (1.72) $$

При $z\to\infty$ эта функция (вырожденная гипергеометрическая функция первого рода) имеет асимптоту

$$ {}_1F_1(a,\ b,\ z)\to\frac{\Gamma(b)}{\Gamma(a)}z^{a-b}e^z \text{ при } z\to\infty \qquad (1.73) $$

(Γ — гамма-функция), т. е. экспоненциально растет, кроме случаев, когда $a=-n$, $n=0, 1, \ldots$ Таким образом, для существования ограниченных решений при $z\to 0$ и $z\to\infty$ необходимо и достаточно, чтобы

$$ \frac{f^2-\omega^2}{2gkb}+\frac{f}{2\omega}-\frac{1}{2}=n. \qquad (1.74) $$

Для фиксированного волнового числа k уравнение (1.74) имеет три действительных корня во всех случаях. При $n=0$ один из корней $\omega=f$ не зависит от волнового числа и соответствует инерционным колебаниям, другие два корня соответствуют волне Кельвина и нулевой моде краевых волн, распространяющейся в циклоническом направлении относительно открытого океана. При $n=1$ три корня уравнения (1.74) отвечают квазигеострофической моде и двум краевым модам (циклонической и антициклонической). При малых k (т. е. для очень длинных волн) $\omega\to f$ для краевых волн и $\omega\to 0$ для геострофических волн и волны Кельвина.

Рассмотрим теперь модель шельфа конечной ширины (рис. 1.7 *б*)

$$ h(x)=\begin{cases} bx & \text{при } 0<x<L; \\ H & \text{при } x>L. \end{cases} \qquad (1.75) $$

Такую модель использовал Робинсон [184] для интерпретации аномальных откликов уровня океана на атмосферное давление, отмеченных в работе [130], и позднее Майсек [165]. Дисперсионное соотношение в этом случае имеет вид

$$ {}_1F_1(\gamma,\ 1,\ -2kL)\left\{\left[\frac{\Delta(f^2-\omega^2)}{k^2}+1\right]^{1/2}+\frac{f}{\omega}-\Delta\left(1+\frac{f}{\omega}\right)\right\}+ $$
$$ +2\Delta\,{}_1F_1'(\gamma,\ 1,\ -2kL)=0, \qquad (1.76) $$

где

$$ {}_1F_1'=d_1F_1/dz;\quad \Delta=bL/H, $$
$$ \gamma=\frac{\omega^2-f^2}{2gkb}-\frac{f}{2\omega}+\frac{1}{2}. \qquad (1.77) $$

При $\Delta \ll 1$ для шельфовых волн можно использовать упрощенное соотношение

$$ {}_1F_1(\gamma,\ 1,\ -2kL) = 0. \tag{1.78} $$

Вычислив нули функции Куммера, можно из (1.78) найти собственные частоты. Как и в модели бесконечного откоса [182], здесь на каждый корень дисперсионного соотношения (1.76) приходится три собственные частоты, соответствующие двум краевым и шельфовой моде.

На рис. 1.6 приведены дисперсионные кривые для двух рассмотренных форм рельефа. Видно существенное различие моделей. Это различие обусловлено не только конечным размером шельфа во второй модели, но и наличием в ней скачка глубины у края шельфа. В частности, этот скачок приводит к образованию дополнительной моды шельфовых волн, которая не стремится ни к одной из квазигеострофических мод Рида при $k \to -\infty$.

Другие степенные функции, отличные от линейной, для аппроксимации дна использовались реже [186]. Между тем при расчетах шельфовых волн они имеют ряд преимуществ по сравнению с другими аппроксимациями. В частности, профили вида $h(x) = b(x+x_0)^\alpha$, которые будут рассматриваться ниже, обладают большей гибкостью, чем профили типа (1.58) или (1.61), а значит, позволяют лучше описывать реальное распределение глубин.

Вначале рассмотрим распространение низкочастотных волн для профилей «без стенки» на берегу, т. е. вида (рис. 1.7 *в*, *е*)

$$ h(x) = \begin{cases} bx^\alpha & \text{при } 0 < x < L; \\ H = bL^\alpha & \text{при } x > L. \end{cases} \tag{1.79} $$

Можно показать, что регулярные решения (1.23) при такой форме аппроксимации глубины для всех типов волн существуют лишь при $0 < \alpha \leqslant 1$ (для субинерционных колебаний существует решение также при $\alpha = 2$). В дальнейшем при анализе субинерционных колебаний будет использоваться бездивергентное приближение, позволяющее получить решение при любых α.

Делая в (1.23) замену переменных, $u = -2kx$, $\psi = \zeta e^{u/2}$ и полагая $D^2 \equiv 0$, получаем:

$$ u\psi'' + (\alpha - u)\psi' - \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{f\alpha}{2\omega}\right)\psi = 0. \tag{1.80} $$

Решением (1.80), ограниченным в нуле, является функция Куммера ${}_1F_1[\alpha/2 - f\alpha/(2\omega),\ \alpha,\ u]$. Тогда, учитывая (1.31б), получаем простое дисперсионное уравнение [78]:

$$ {}_1F_1(a,\ b,\ z) = {}_1F_1\left(1 - \frac{f\alpha}{2\omega} + \frac{\alpha}{2},\ \alpha + 1,\ -2kL\right) = 0. \tag{1.81} $$

Данное уравнение при $k < 0$ имеет решение только в том случае, когда $a < 0$. Эти решения соответствуют дискретным шельфовым

модам. Следуя работе [78], приведем некоторые свойства дисперсионных кривых:

а) $$\omega_n/f \to \alpha/(\alpha+2n) \text{ при } k \to -\infty, \tag{1.82}$$

где $n=1, 2, \ldots$ — *номер моды.*

Для доказательства данного положения можно использовать асимптотическое разложение функции ${}_1F_1$ (1.73). Полюса функции $\Gamma(a)$ соответствуют предельным частотам отдельных мод;

б) *групповая скорость отрицательна при любых* $k<0$. Это условие получается из анализа свойств нулей функции Куммера;

в) $$c_n \to -\frac{4\alpha}{J^2_{\alpha,\,n}} fL \text{ при } k \to 0, \tag{1.83}$$

где c_n — *фазовая скорость n-й моды;* $J_{\alpha,\,n}$ — *n-й нуль функции Бесселя* α*-го порядка.*

Этот результат легко получить, используя предельный переход для функции Куммера при малых z и больших отрицательных значениях a.

Отметим, что для каждой моды можно получить аналитические выражения для собственных значений и собственных функций в том случае, когда

$$\omega_n/f = \alpha/(\alpha+2m), \tag{1.84}$$

где $n=1, 2, \ldots$ — номер моды, а m — целое число, большее n. Данные аналитические выражения для нескольких низших мод, а также предельные значения частот приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Волновые числа $k_T=-kL$ для различных значений частот для профилей вида (1.79)

Частота $\omega^*=\omega/f$	Номер моды		
	1	2	3
$\frac{\alpha}{\alpha+2}$	∞	—	—
$\frac{\alpha}{\alpha+4}$	$\frac{\alpha+1}{2}$	∞	—
$\frac{\alpha}{\alpha+6}$	$\frac{\alpha+2-\sqrt{\alpha+2}}{2}$	$\frac{\alpha+2+\sqrt{\alpha+2}}{2}$	∞
$\omega^* \to 0$	$\frac{J^2_{\alpha,\,1}}{4\alpha}\omega^*$	$\frac{J^2_{\alpha,\,2}}{4\alpha}\omega^*$	$\frac{J^2_{\alpha,\,3}}{4\alpha}\omega^*$

Рассмотрим теперь степенные профили «со стенкой», т. е. профили вида

$$h(x)=\begin{cases} b(x+x_0)^\alpha & \text{при } 0<x<L; \\ H=b(L+x_0)^\alpha & \text{при } x>L. \end{cases} \tag{1.85}$$

Для таких профилей уравнение (1.23) не содержит особенностей и, следовательно, имеет регулярные решения при $D^2 \neq 0$. В то же время можно показать, что в бездивергентном приближении для профилей вида (1.85) собственные частоты меньше, чем для профилей вида (1.79), при условии нормировки волновых чисел на $L+x_0$ и L соответственно. Учитывая свойство «б», а также свойство «а» раздела 1.3, получим, что значения волновых чисел, приведенные в табл. 1.1, оказываются завышенными по отношению к точным решениям для профилей вида (1.85), причем

$$|k_c| > \frac{|k_т|}{L+x_0}, \tag{1.86}$$

где $k_т$ — табличные значения волновых чисел; k_c — точные решения для профилей «со стенкой». Максимальная частота (ω_n^{max}) шельфовых волн для профилей вида (1.85), следовательно, не может превышать значений $\alpha f/(\alpha+2n)$. Этот результат позволяет, в частности, сразу оценить, участвуют ли шельфовые волны в формировании приливных движений в том случае, когда реальный профиль удается описать зависимостью типа (1.85).

Для другой важной проблемы — расчета отклика океана на движущийся вдоль берега циклон — требуется оценивать параметры свободных волн при малых волновых числах. В случае аппроксимации рельефа дна (1.85) фазовые скорости приближенно равны $c_n \approx -4f(L+x_0)\alpha/J^2_{\alpha,\,n}$, а собственные функции для уровня океана можно оценить по формуле

$$\zeta_n = (x+x_0)^{(1-\alpha)/2} J_{\alpha-1}\left(2\sqrt{-\alpha f \frac{x+x_0}{c_n}}\right). \tag{1.87}$$

В заключение отметим, что полученные общие результаты не распространяются на случай, когда на границе шельфа имеется скачок глубины. В этом случае максимальная частота шельфовых волн определяется главным образом самой величиной скачка и может быть близка к инерционной частоте f.

1.7. Шельфовый резонанс для простейших форм рельефа

Исследование непрерывного спектра излученных волн (волн Пуанкаре) представляет самостоятельный интерес. Явление шельфового резонанса, аналогичное резонансу в органной трубе [163], может играть существенную роль при распространении волн цунами. Волна, набегающая из открытого океана, в результате многократного отражения от берега и границы шельфа может значительно усиливаться на избранных «резонансных» частотах. Периоды резонансных «частично захваченных» волн Пуанкаре сравнимы с характерным временным масштабом волн цунами (10—100 мин).

Наиболее простой характеристикой, описывающей непрерывный спектр волн Пуанкаре, является коэффициент амплитудного усиления γ — отношение амплитуды волны у берега к амплитуде волны в открытом океане. Эта величина зависит от частоты и вдольберегового волнового числа k. Рассматривая волну Пуанкаре как суперпозицию падающей из открытого океана и соответствующей отраженной волн, можно записать:

$$\sin\alpha = k\sqrt{gh/(\omega^2 - f^2)}, \tag{1.88}$$

где α — угол падения волны. $k=0$ соответствует нормальному падению.

Впервые явление шельфового резонанса, по-видимому, рассматривалось в работах Манка и др. [163, 187]. В работе [114] проведено исследование этого явления для различных форм рельефа. Ниже будет рассмотрено несколько примеров шельфового резонанса для простейших аналитических аппроксимаций рельефа.

Экспоненциальный шельф. Рассмотрим для начала профиль глубины, описываемый выражением (1.61) (рис. 1.7 *д*). Сопоставляя решение (1.51а) в области постоянной глубины с решением (1.63), с учетом условия (1.31б) можно рассчитать функцию

$$\gamma(\omega,\ k) = \frac{2\sigma}{\pi}\{[Z_1(\sigma_1)F_2(\sigma) - Z_2(\sigma_1)F_1(\sigma)]^2 +$$

$$+ \sigma^2 e^{-aL}[F_2(\sigma)J_\nu(\sigma_1) - F_1(\sigma)N_\nu(\sigma_1)]^2\}^{-1/2}, \tag{1.89}$$

где

$$Z_1(y) = (1-\nu)J_\nu(y) + yJ_{\nu-1}(y), \quad F_1(y) = \mu J_\nu(y) + yJ_{\nu-1}(y);$$

Z_2 и F_2 аналогичны Z_1 и F_1, где вместо функции Бесселя J_ν, $J_{\nu-1}$ стоят функции Неймана N_ν, $N_{\nu-1}$;

$$\sigma^2 = \frac{4}{a^2}\frac{\omega^2 - f^2}{gh_0}; \quad \sigma_1 = \sigma e^{-aL/2}; \quad \mu = 1 + \frac{2kf}{a\omega} - \nu.$$

Результаты расчета при $k=0$ представлены на рис. 1.7 *д* при следующих значениях параметров шельфа: $h_0=50$ м, $H=5000$ м, $L=100$ км, $aL=\ln 100$. На рисунке выделяются два максимума на частотах $14f$ и $32f$, коэффициент усиления для которых составляет соответственно 5,6 и 4,7. Характерной особенностью волн Пуанкаре для шельфа, описываемого выражением (1.61), является слабая зависимость положения максимума функции $\gamma(\omega, k)$ от угла падения волны (рис. 1.8).

В случае, когда шельф задается выражением (1.58) (рис. 1.7 *г*), коэффициент усиления $\gamma(\omega, 0)$, соответствующий нормальному углу падения волны, имеет следующий вид [164]:

$$\gamma(\omega,\ 0) = [\pi\sigma\,\mathrm{cth}\,(\pi\sigma)]^{1/2}, \tag{1.90}$$

где

$$\sigma = \left(\frac{\omega^2}{f^2} - 1\right)\frac{Lf}{\sqrt{gh}}.$$

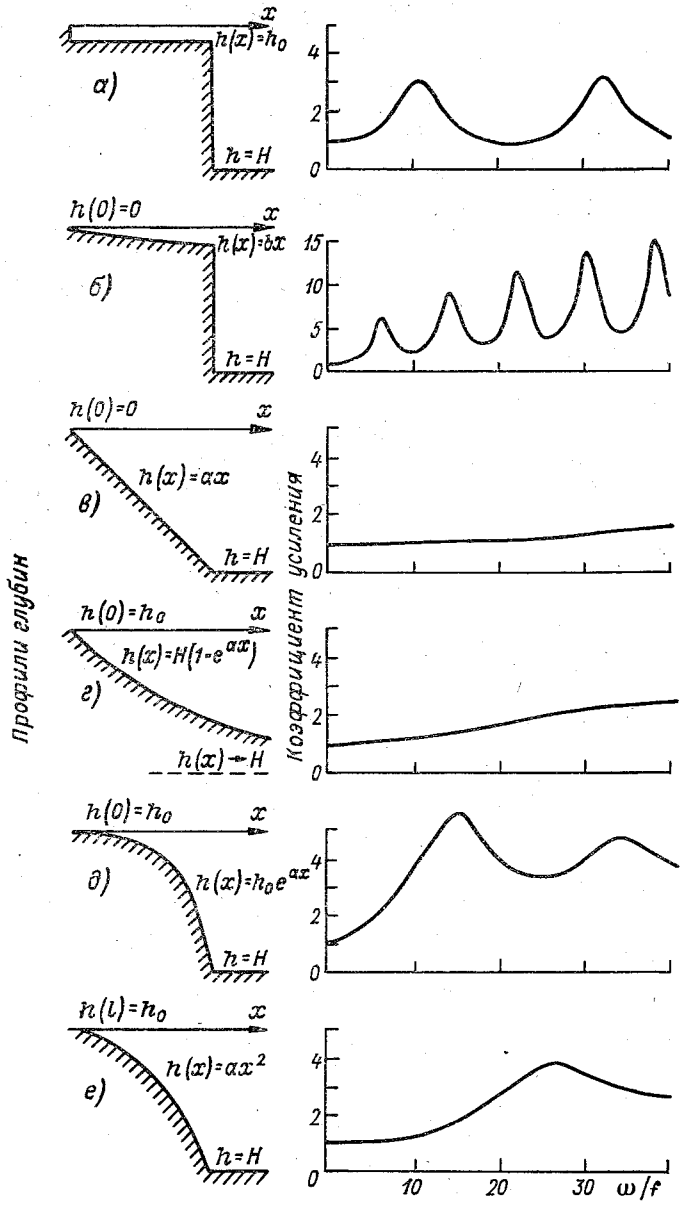


Рис. 1.7. Формы рельефа для нескольких моделей и соответствующие им зависимости коэффициента усиления волны Пуанкаре от частоты (случай нормального падения, $k=0$).

Соответствующий график, рассчитанный для параметров шельфа $L=100$ км и $H=5000$ м, носит сравнительно гладкий характер и не имеет максимумов (рис. 1.7 *г*).

Шельф-ступенька. Для такой простой формы шельфа зависимость $\gamma(\omega, 0)$ выражается из (1.50а), (1.51а) и (1.49):

$$\gamma(\omega, 0)=\left[\cos^2(p_1L)+d\sin^2(p_1L)\right]^{-1/2}, \tag{1.91}$$

где по-прежнему $d=h_0/H$. Так как $d<1$, то из (1.91) следует, что

$$\gamma_{\text{мин}}=1 \text{ при } p_1L=\pi m;$$

$$\gamma_{\text{макс}}=d^{-1/2} \text{ при } p_1L=\frac{2m-1}{2}\pi, \tag{1.92}$$

где $m=1, 2, \ldots$ Как видно, минимальное значение коэффициента усиления, равное единице, достигается, когда ширина шельфа равна кратному числу полуволн, а максимальное, когда она равна $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ волны и т. д. Интересно, что значения всех максимумов и всех минимумов равны между собой. Это — специфическая особенность шельфа-ступеньки, для других форм шельфа она не наблюдается (рис. 1.7).

Коэффициент усиления оказывается тем больше, чем больше разница глубин между шельфом и открытым океаном. При отсутствии шельфа $\gamma\equiv 1$.

На рис. 1.7 *а* приведена зависимость $\gamma(\omega, 0)$ для шельфа-ступеньки при $h_0=500$ м, $H=5000$ м, $L=100$ км.

Линейный шельф. В случае, когда шельф имеет форму откоса и описывается выражением (1.75) (рис. 1.7 *б*), зависимость $\gamma(\omega, 0)$ выражается

$$\gamma(\omega, 0)=\left[J_0^2(\sigma)+dJ_1^2(\sigma)\right]^{-1/2}, \tag{1.93}$$

где

$$\sigma=\lambda\sqrt{L};\quad \lambda=2\sqrt{\frac{L(\omega^2-f^2)}{gh}};\quad d=h/H;\quad h=aL.$$

На рис. 1.7 *б* приведены результаты расчета $\gamma(\omega, 0)$ в случае, когда $h=500$ м, $H=5000$ м и $L=100$ км.

Если на границе шельфа нет скачка глубины, т. е. шельф имеет форму (1.79) и $\alpha=1$, то функция $\gamma(\omega, 0)$ носит гладкий характер и не имеет максимумов (рис. 1.7 *в*). Расчет произведен для случая $H=5000$ м, $L=100$ км. Обращает внимание большое сходство данного случая с тем, когда рельеф глубины носил характер обратной экспоненты (1.58) (рис. 1.7 *г*).

Параболический шельф. В случае, когда шельф имеет парабо-

лическую форму, т. е. $h=ax^2$ при $x_0<x<L$, коэффициент усиления $\gamma(\omega, 0)$ имеет вид *

$$\gamma = 2\sqrt{\frac{L}{x_0}}\,\sigma\left[4\sigma^2 + 1 - \cos(2\mu\sigma) + 2\sigma\sin(2\mu\sigma)\right]^{-1/2}, \qquad (1.94)$$

если $\sigma^2>0$, или форму

$$\gamma(\omega,\ 0) = 2\sqrt{\frac{L}{x_0}}\left[4\delta^2 - 1 + \operatorname{ch}(2\mu\delta) + 2\delta\operatorname{sh}(2\mu\delta)\right]^{-1/2}, \qquad (1.95)$$

если $\sigma^2<0$ и $\delta^2>0$. Здесь

$$\mu = \ln\frac{L}{x_0};\quad \sigma^2 = \frac{(\omega^2 - f^2)\,L^2}{gH} - \frac{1}{4};\quad \delta^2 = -\sigma^2.$$

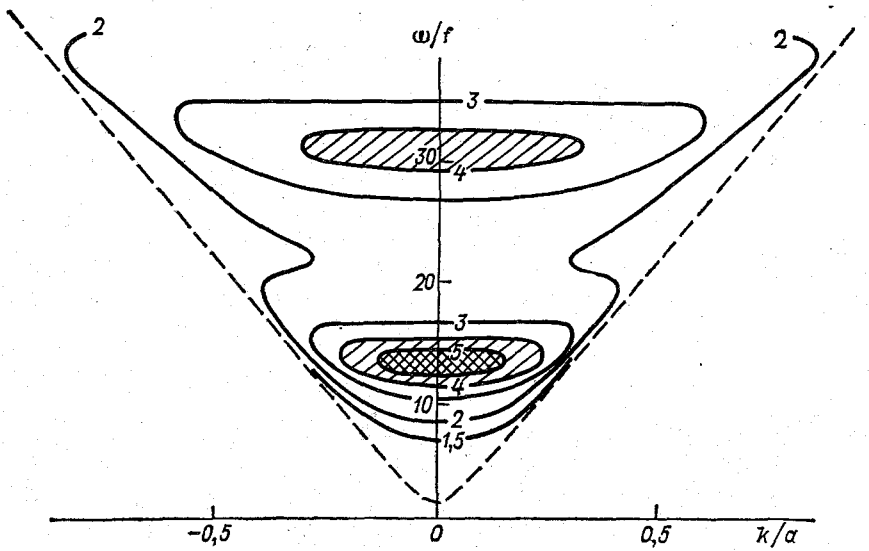


Рис. 1.8. Изолинии коэффициента усиления волны Пуанкаре $\gamma(\omega, k)$, построенные согласно (1.89) для шельфа экспоненциальной формы (1.61). Штриховая линия ограничивает область существования волн Пуанкаре.

Зависимость $\gamma(\omega, 0)$, приведенная на рис. 1.7 *е*, рассчитана для профиля (1.85) с параметрами $x=10$ км, $L=90$ км, $H=5000$ м.

Исследование характера зависимости $\gamma(\omega, k)$ показывает, что резонансные свойства шельфа проявляются на «избранных частотах», причем положение максимума функции $\gamma(\omega, k)$ зависит от угла падения волны сравнительно слабо, но достаточно сильно изменяется само значение γ (рис. 1.8). Максимальное усиление наблюдается при нормальном угле падения волны, т. е. при $\alpha=0$, ми-

* Важно отметить, что, как следует из (1.94), при $\omega\to\infty$ $\gamma(\omega, 0)\to[h(x_0)/H]^{-1/4}$. Этот результат остается справедливым и в случае произвольной непрерывной функции $h(x)$.

нимальное — при α, близком к 90°. За счет вращения Земли наблюдается некоторая асимметрия $\gamma(\omega, k)$, с ростом частоты она уменьшается.

Зависимость $\gamma(\omega)$ полностью аналогична резонансной кривой простого колебательного контура в радиотехнике, которая есть отношение амплитуды колебаний в резонаторе к амплитуде «накачки». Соответственно можно ввести понятие добротности (Q), характеризующее скорость утечки энергии из резонатора. За счет излучения в открытый океан относительная убыль энергии за период колебаний равна $2\pi/Q$. Максимальное значение резонансной кривой приблизительно соответствует значению добротности на резонансной частоте $\max\gamma(\omega) \simeq Q$. Например, для профиля (1.61) с указанными значениями параметров (рис. 1.7 *д*) на частоте $\omega = 14f$ добротность составляет около 5.

В определенном смысле функцию $\gamma(\omega, k)$ можно интерпретировать как передаточную функцию от открытого океана к берегу. В главе 7 будут продемонстрированы расчеты зависимости $\gamma(\omega, k)$ для реальных сечений Курильского шельфа, имеющие важное значение для задачи цунамирайонирования побережья.

1.8. Численные методы расчета пограничных волн и их применение для северо-западной части Тихого океана

При анализе пограничных волн для конкретных регионов, что требуется для нужд практики (проблема цунами, анализ волновой структуры приливов, штормовые нагоны и пр.), необходима достаточно точная аппроксимация реального рельефа. В этом случае задача сводится к численному решению уравнения (1.23) с граничным условием (1.24) при заданной форме аппроксимации $h(x)$. Фактически для пограничных волн приходится решать два типа задач:

а) для излученных волн — расчет формы взволнованной поверхности и коэффициента усиления $\gamma(\omega, k)$;

б) для захваченных волн — определение собственных частот и соответствующих им собственных функций ζ_n.

Существует несколько методов численного расчета пограничных волн. Авторы в расчетах преимущественно использовали метод начальных параметров (МНП) [25] или интерполяционно-разностный [79].

Метод начальных параметров. Метод начальных параметров широко применяется при решении различных задач механики, в частности при расчете строительных конструкций. Основная его идея заключается в разбиении области, в которой коэффициенты дифференциального уравнения являются переменными, на ряд подобластей, для каждой из которых коэффициенты можно аппроксимировать так, чтобы решение уравнения в них имело простую аналитическую форму. Простейший способ — аппроксимация переменных коэффициентов внутри каждой подобласти константами. На гра-

ницах подобластей ставятся условия склейки. В итоге решение начального дифференциального уравнения сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений.

Рассмотрим применение МНП для расчета пограничных волн. В уравнении (1.23) переменность коэффициентов связана с изменениями глубины в зоне шельфа. Аппроксимируем зону переменной глубины ступенчатой функцией (см. рис. 1.11 *а*). Тогда для каждой j-й ступеньки уравнение (1.23) будет иметь вид (1.47) с решением вида (1.50а) или (1.50б). Задавая на границах ступенек условия типа (1.49), получим рекуррентную формулу для вычисления коэффициентов A_j, B_j:

$$Z_{j+1} = C_j Z_j, \tag{1.96}$$

где Z_j — вектор-столбец, C_j — матрица перехода от j-го участка к $(j+1)$-му:

$$Z_j = \begin{vmatrix} A_j \\ B_j \end{vmatrix}; \tag{1.97}$$

$$C_j = \begin{vmatrix} a_{11}^j & a_{12}^j \\ a_{21}^j & a_{22}^j \end{vmatrix}, \tag{1.98}$$

где коэффициенты a_{mn}^j получаются из условий (1.49) после подстановки в него выражений (1.50а), (1.50б). Из граничного условия (1.24) следует:

$$B_1 = \frac{\omega\varkappa_1 + kf}{\omega\varkappa_1 - kf} A_1 \quad \text{при} \quad \varkappa_1^2 > 0 \tag{1.99}$$

или

$$B_1 = \frac{kf}{\omega p_1} A_1 \quad \text{при} \quad \varkappa_1^2 < 0, \tag{1.100}$$

где $\varkappa_1$ определяется выражением (1.48); $p_1 = i\varkappa_1$.

Для последней (N-й) ступеньки при $\varkappa_n^2 > 0$ (для захваченных волн) из условия ограниченности $\zeta(x)$ при $x \to \infty$ следует:

$$B_N = R_{N-1}\left(\prod_{j=1}^{N-2} C_j\right) Z_j = 0, \tag{1.101}$$

где

$$R_{N-1} = \begin{vmatrix} a_{21}^{N-1} \\ a_{22}^{N-1} \end{vmatrix}. \tag{1.102}$$

Уравнение (1.101) после подстановки в него выражений (1.98), (1.99) и (1.102) фактически оказывается дисперсионным уравнением для захваченных волн. Постоянная A_1 может быть задана произвольно.

Расчет коэффициента усиления $\gamma(\omega, k)$ для излученных волн, равного

$$\gamma(\omega, k) = A_1 / \sqrt{A_N^2 + B_N^2}, \tag{1.103}$$

выполняется по формулам

$$\gamma(\omega, k) = A_1 (Z_N Z_N^*)^{-1/2}, \tag{1.104}$$

$$Z_N = Z_1 \prod_{j=1}^{N-1} C_j, \tag{1.105}$$

а Z_N^* — транспонированная матрица Z_n.

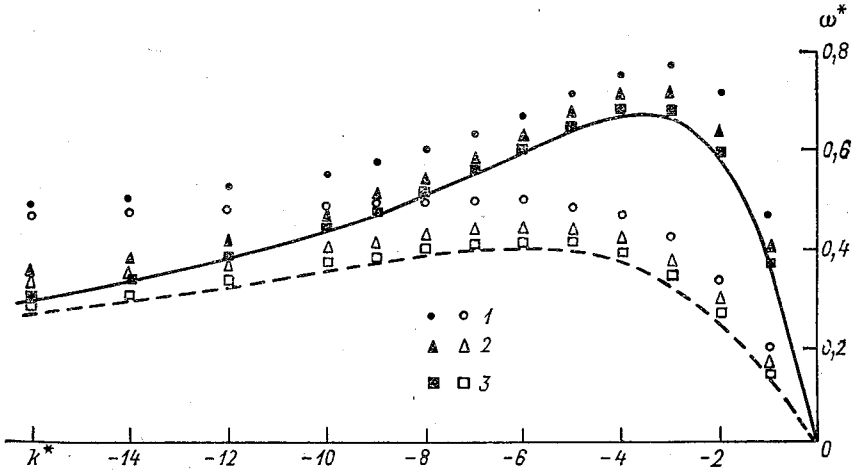


Рис. 1.9. Теоретические дисперсионные кривые двух первых мод шельфовых волн для экспоненциального рельефа (1.61) и результаты их численного расчета (*1* — 1-е приближение, *2* — 2-е, *3* — 3-е); $\omega^* = \omega/f$, $k^* = kL$.

Достоинством МНП является то, что для него шаг по x можно задавать переменным (размеры отдельных ступенек не имеют значения). Точность расчета захваченных и излученных волн для реальной формы рельефа фактически связана с точностью аппроксимации данной формы рельефа ступенчатой функцией. Естественно, что при увеличении числа ступенек возрастает качество аппроксимации и соответственно растет точность. На рис. 1.9 в качестве примера приведены результаты расчета шельфовых волн для экспоненциального профиля для разного числа ступенек. При аппроксимации данного профиля 5 ступеньками погрешность определения собственных частот составила около 20 %, при 10 ступеньках — 6 %, при 20 — 2,5 %.

Интерполяционно-разностный метод. Метод основан на конечно-разностной аппроксимации высокого порядка точности дифферен-

циального уравнения (1.23). При этом значения функций $h(x)$ и $h'(x)$ в узлах разностной схемы вычисляются предварительно с помощью интерполяции многочленами. Данный метод прост в реализации (используются стандартные алгоритмы), удобен в использовании (непосредственно в ЭВМ вводятся значения изобат и их удаленность от берега) и обладает высокой точностью.

Основной этап расчетов — вычисление собственных частот и собственных функций для полученного кусочно-полиномиального профиля. Внутренний блок вычислений состоит из решения задачи Коши с условиями на открытой границе (1.31) и

$$\zeta(x) = 1 \quad \text{при} \quad x = L. \tag{1.106}$$

Выполнение условия непротекания (1.24) на берегу служит при этом критерием для нахождения собственного числа.

Необходимость вести счет от края области изменения рельефа к берегу диктуется характером изменения амплитуды колебаний поверхности, как правило, быстро убывающей в сторону открытого океана. Действительно, вычисление затухающего решения приводит к счетной неустойчивости и требует применения специальных методов для избавления от нее. В качестве разностной схемы использовался метод Рунге—Кутта четвертого порядка, с постоянным шагом, упрощенный для случая линейной системы.

Контрольный расчет для экспоненциального шельфа, для которого функция $h(x)$ задавались в 20 точках, разбросанных по интервалу $0 \leqslant x < L$, дал погрешность в пределах 0,1—0,2 %.

Расчеты захваченных волн для конкретного рельефа. В задачах о распространении длинных волн в океане возникают трудности в случае сложного характера изменения глубины бассейна. Для масштабов неоднородности рельефа, больших чем длина исследуемых волн, эта трудность обходится применением приближенных методов, например лучевого приближения. Мелкомасштабные неоднородности рельефа являются рассеивающими факторами, но в целом они слабо влияют на распространение длинных волн.

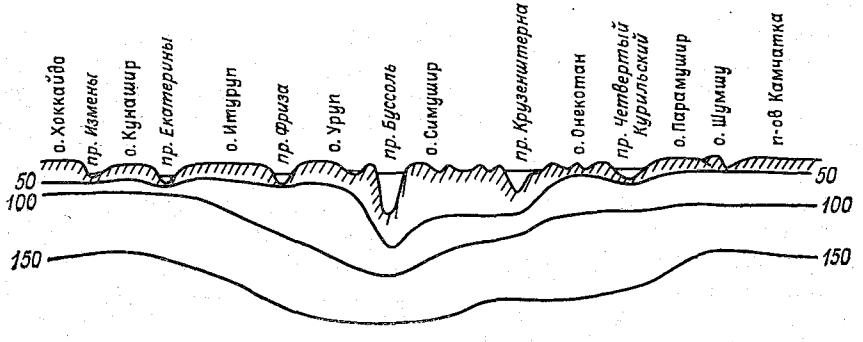
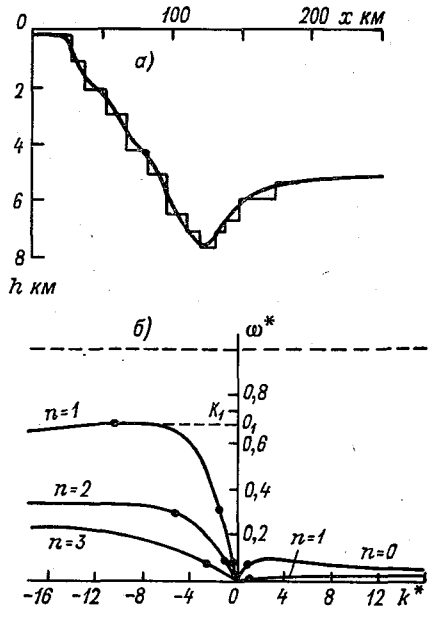


Рис. 1.10. Схема, иллюстрирующая продольный разрез рельефа вдоль линии Курильской гряды.

Сплошными линиями показаны профили глубин на расстояниях 50, 100 и 150 км от берега.

Рис. 1.11. Профиль глубины для района о. Шикотан и его ступенчатая аппроксимация (*а*); дисперсионные кривые шельфовых волн ($k^*<0$) и двойных волн Кельвина ($k^*>0$), рассчитанные для профиля *а* (*б*); $\omega^*=\omega/f$, $k^*=kL$. Указаны относительные частоты суточных приливных гармоник K_1 и O_1 [17].



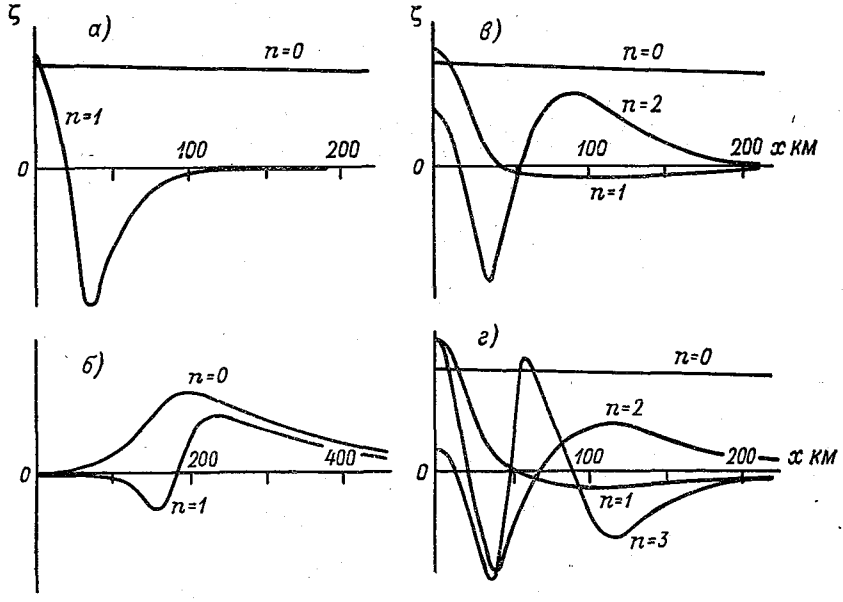


Рис. 1.12. Поперечный профиль волны для различных значений частот и волновых чисел, отмеченных на рис. 1.11 *б* [17].

а) $\omega^*=0{,}676$; *б*) $k^*=1$ (двойные волны Кельвина); *в*) $\omega^*=0{,}3$; *г*) $\omega^*=0{,}1$. $\omega^*=\omega/f$, $k^*=kL$.

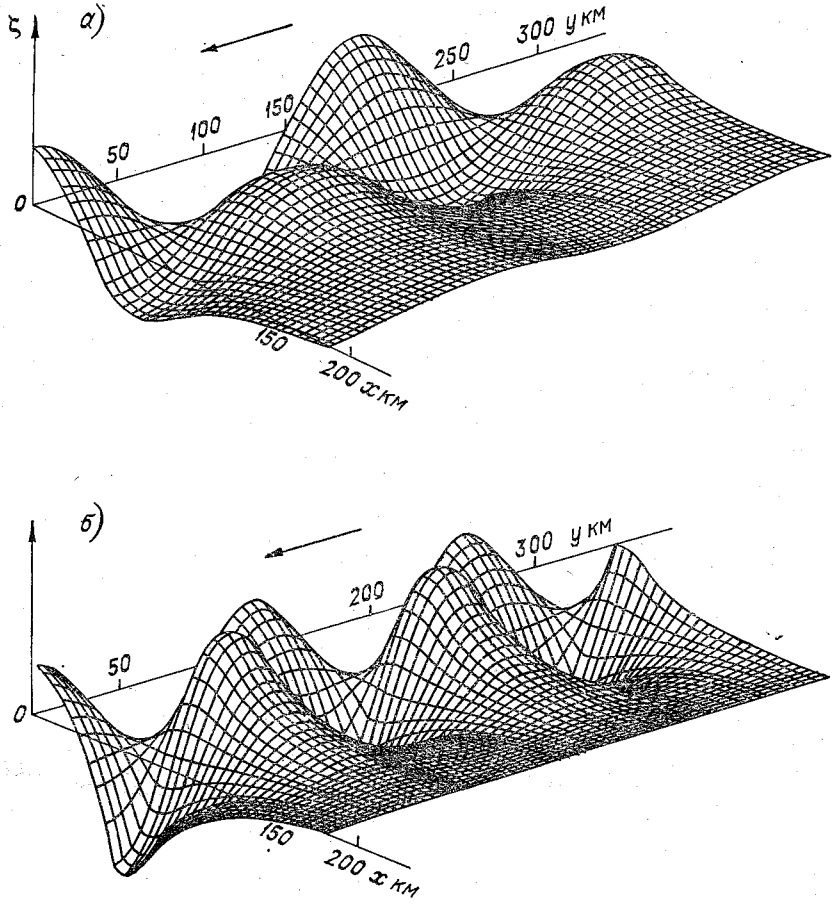
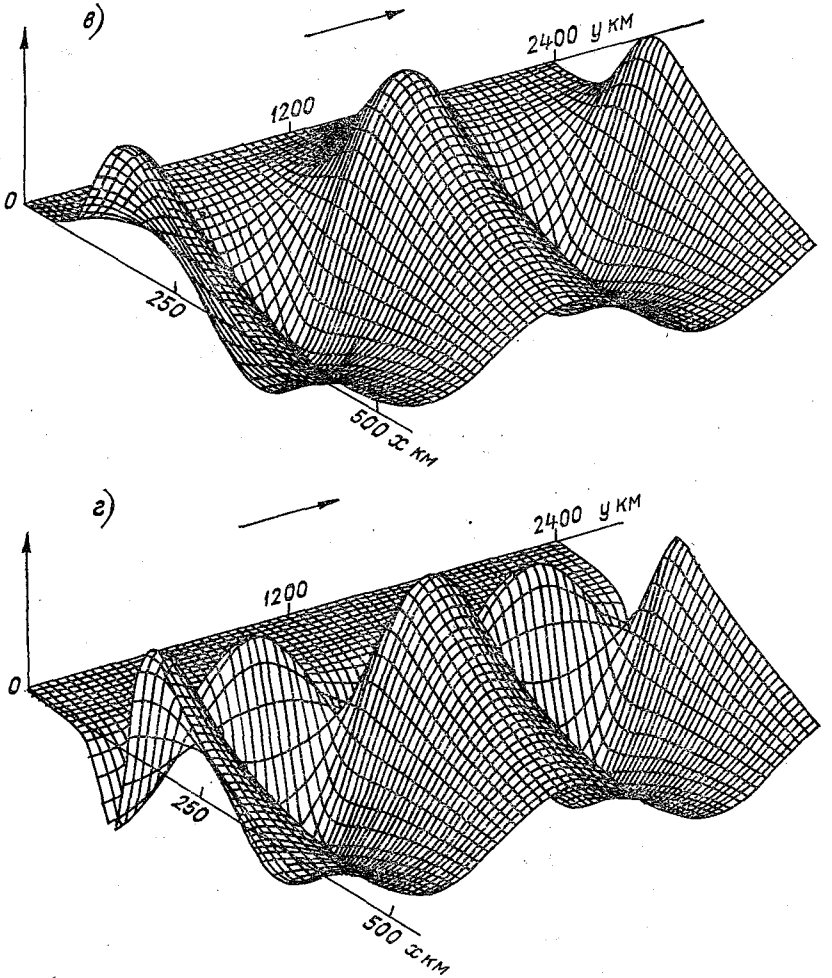


Рис. 1.13. Рельеф шельфовых волн 1-й моды при $\omega^*=0{,}67$ [$k^*=5{,}5$ (*а*) и *г* — 1-я).

Проще всего рассмотреть пограничные волны на достаточно вытянутом континентальном шельфе, в том случае когда рельеф можно считать цилиндрическим (зависящим только от расстояния от берега). Характерным примером такого шельфа является область Курильских островов.

В районе от о. Хоккайдо до п-ова Камчатка изолинии глубин близки к прямым линиям, без учета мелких особенностей с масштабами, меньшими 50—100 км, такими, как форма береговой черты островов и наличие проливов (см. рис. 2.2). На рис. 1.10 приведена схема, условно показывающая вид береговой границы в этом районе. Видно, что относительная площадь проливов неве-



10,5 (*б*)] и двойных волн Кельвина при $k^*=1{,}0$ (*в* — нулевая мода; $\omega^*=\omega/f$, $k^*=kL$..

лика. Поэтому при расчете волновых движений с длинами волн, превышающими 100 км, для данного района вполне допустимо использовать теорию и методы, изложенные выше. Некоторые оценки влияния проливов на распространение приливных волн будут даны в главе 6.

Расчет пограничных волн для различных профилей рельефа в районе Курило-Камчатского желоба был выполнен численно [25, 79]. На рис. 1.11 *а* приведен профиль рельефа в районе о. Шикотан, на рис. 1.11 *б* — результаты расчета соответствующих ему дисперсионных кривых для субинерционных пограничных волн, просчитанные МНП, а на рис. 1.12 — формы колебаний для неко-

торых выбранных значений частот и волновых чисел. Дисперсионные кривые, лежащие в левой полуплоскости (рис. 1.11 *б*) — шельфовые волны, распространяющиеся вдоль берега в юго-западном направлении, в правой — двойные волны Кельвина [25], распространяющиеся вдоль океанской стороны желоба в северо-восточном направлении.* Для наглядности эти два типа колебаний показаны в изометрической проекции на рис. 1.13.

Исследование краевых и излученных волн для реального рельефа в значительной степени связано с проблемой цунами. На

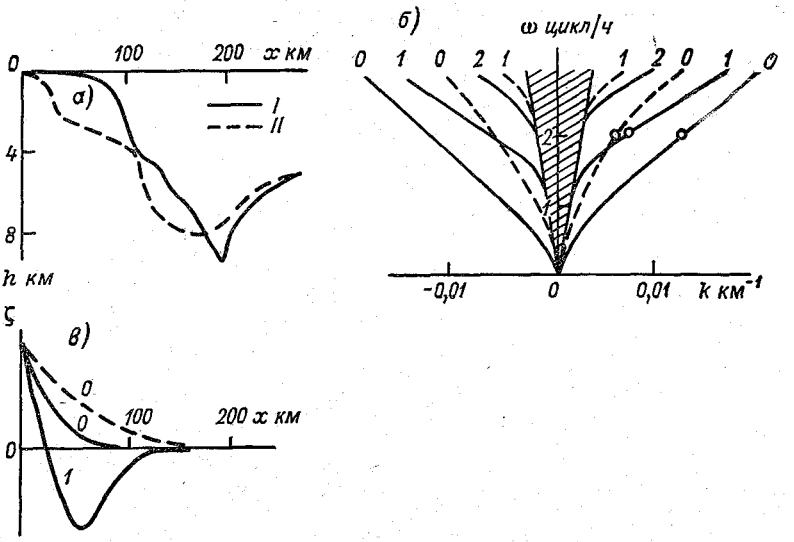


Рис. 1.14. Профили глубины для района о. Итуруп (*I*) и о. Симушир (*II*) (*а*); дисперсионные кривые краевых волн, соответствующие приведенной батиметрии *а* (*б*); поперечные профили нулевой и первой краевых мод для частоты 2 цикл/ч, соответствующие точкам на дисперсионных кривых *б* (*в*) [78].

рис. 1.14 *б*, *в* в качестве примера приведены результаты расчета краевых волн для двух различных профилей рельефа в районе Курильской гряды (рис. 1.14 *а*). Хорошо видно, что их фазовые скорости (как, впрочем, и формы колебаний) существенно зависят от формы шельфа: с уменьшением ширины шельфа они возрастают (для шельфовых волн — наоборот).

Многочисленные численные примеры расчета краевых и излученных волн для района Курильских островов и Камчатки приводятся в разделе 7.3. Подобные расчеты позволили, в частности, провести цунамирайонирование Тихоокеанского побережья СССР в зависимости от резонансных и волноводных свойств шельфа [80].

* Майсек [168] предлагает их называть *желобовыми волнами* (trench waves).

ГЛАВА 2. НАБЛЮДЕНИЯ И АНАЛИЗ ДЛИННЫХ ВОЛН В ОКЕАНЕ

2.1. Глубоководные измерения уровня океана

До недавнего времени представление о характере колебаний уровня в открытом океане базировалось исключительно на береговых наблюдениях. Между тем существуют по крайней мере две проблемы, для которых прямые глубоководные наблюдения за уровнем чрезвычайно важны: океанские приливы и цунами.

Количественное описание и объяснение физической природы приливов Мирового океана является центральной проблемой теории приливов [54]. В настоящее время имеется около двух десятков приливных карт для всего Мирового океана или его отдельных акваторий, построенных с использованием береговых наблюдений (полуэмпирические модели) или чисто теоретически на основе данных о потенциале приливообразующей силы, конфигурации береговой линии и рельефа дна. Карты существенно различаются между собой, и единственный способ проверки их объективности и точности — измерение приливов в открытом океане.

Не менее важны подобные наблюдения для проблемы цунами. Во-первых, измерение цунами вблизи мест их генерации имеет первостепенное значение для проверки и дальнейшего развития существующих представлений о процессах возбуждения и распространения волн цунами [69]. Во-вторых, создание автоматизированной системы наблюдений за уровнем в открытом океане является наиболее перспективным путем решения задачи надежного и заблаговременного предупреждения о цунами. Применяемый в настоящее время «сейсмологический» метод прогноза цунами основан на измерении сейсмических характеристик землетрясения и объявлении тревоги цунами в случае, если энергия (магнитуда M) землетрясения превысит некоторое критическое значение (обычно при $M \geqslant 7$). Он приводит к большому числу ложных тревог, так как далеко не каждое, даже сильное землетрясение сопровождается цунами [69]. «Гидрофизический» метод прогноза, предложенный С. Л. Соловьевым [29, 69] и основанный непосредственно на регистрации волны цунами вдали от берега, способен обеспечить существенно бóльшую надежность оповещения о цунами.

Глубоводные измерения уровня важны и по другим причинам. Колебания уровня вблизи берега искажаются вследствие рефракции, нелинейного взаимодействия волн друг с другом, нерегулярности линии берега; на них оказывают воздействие волновой захват и шельфовый резонанс, а также придонное трение на мелководье. Изучение всех этих явлений представляет большой теоретический и практический интерес, но сделать это, используя данные только береговых наблюдений, затруднительно; модели приливов, цунами и других длинноволновых процессов, основанные

на этих данных, могут содержать серьезные дефекты. Измерения уровня океана в зоне шельфа и вне его дают в этом отношении ценную информацию и могут способствовать существенному улучшению моделей. При этом точность глубоководных регистраторов уровня обычно выше, чем береговых самописцев уровня.

Регистрации уровня в открытом океане связаны с большими техническими сложностями, и фактически такие измерения стали проводиться только в течение последних 20 лет. Первые работы в этой области выполнены М. Эйри, С. Хиксом, Ф. Снодграссом, Ж. Фью и др. [95, 112].

Первоначально основной задачей глубоководных измерений уровня было изучение океанских приливов. Эту цель преследовала созданная в 1965 г. группа № 27 СКОР* [95]. Крупным мероприятием этой группы было проведение в 1973 г. большого эксперимента в Бискайском заливе, во время которого было выполнено сравнение различных систем регистраторов глубоководных приливов [95]. Этот эксперимент, а также более поздние исследования [39, 123] показали, что среди различных систем датчиков (вибротронные, кварцевые, акустические, тензодатчики и др.) кварцевые обеспечивают наибольшую точность и стабильность измерений. Кроме того, выяснилось, что автономные постановки более надежны, чем буйковые (меньше потери приборов), поэтому последние применяются в настоящее время относительно редко.

В каталоге пелагических измерений приливов [112] содержатся сведения о 108 глубоководных станциях, установленных до 1979 г. Доктор Картрайт любезно предоставил дополнительный список из 57 станций, выполненных в последнее время. Вместе с 9 станциями Первой и Второй советско-американских экспедиций [39, 42], кабельными станциями СахКНИИ [17, 28], а также несколькими станциями, известными по литературным источникам [123, 124, 198 и др.], общее количество глубоководных станций, на которых измерялся уровень океана, составляет около 190. На рис. 2.1 приведена схема их размещения. Распределение станций крайне неравномерно — большинство измерений было выполнено в северо-восточной и северо-западной частях Атлантики, а также в северо-восточной части Тихого океана. В Северном Ледовитом, Индийском, южной и центральной частях Тихого океана глубоководные измерения уровня практически отсутствуют.

Большинство современных приборов, предназначенных для измерения глубоководных приливов, способны регистрировать и цунами. Имеются и специальные приборы для регистрации цунами в открытом океане [87], но опыт их эксплуатации показывает, что такие узконаправленные регистраторы экономически невыгодны.

Для службы цунами предполагается использовать датчики, вынесенные в открытый океан в зону высокой сейсмической активности и соединенные кабелем с берега. Кабельные постановки

* СКОР — Научный комитет по океанским исследованиям Международного совета научных союзов.

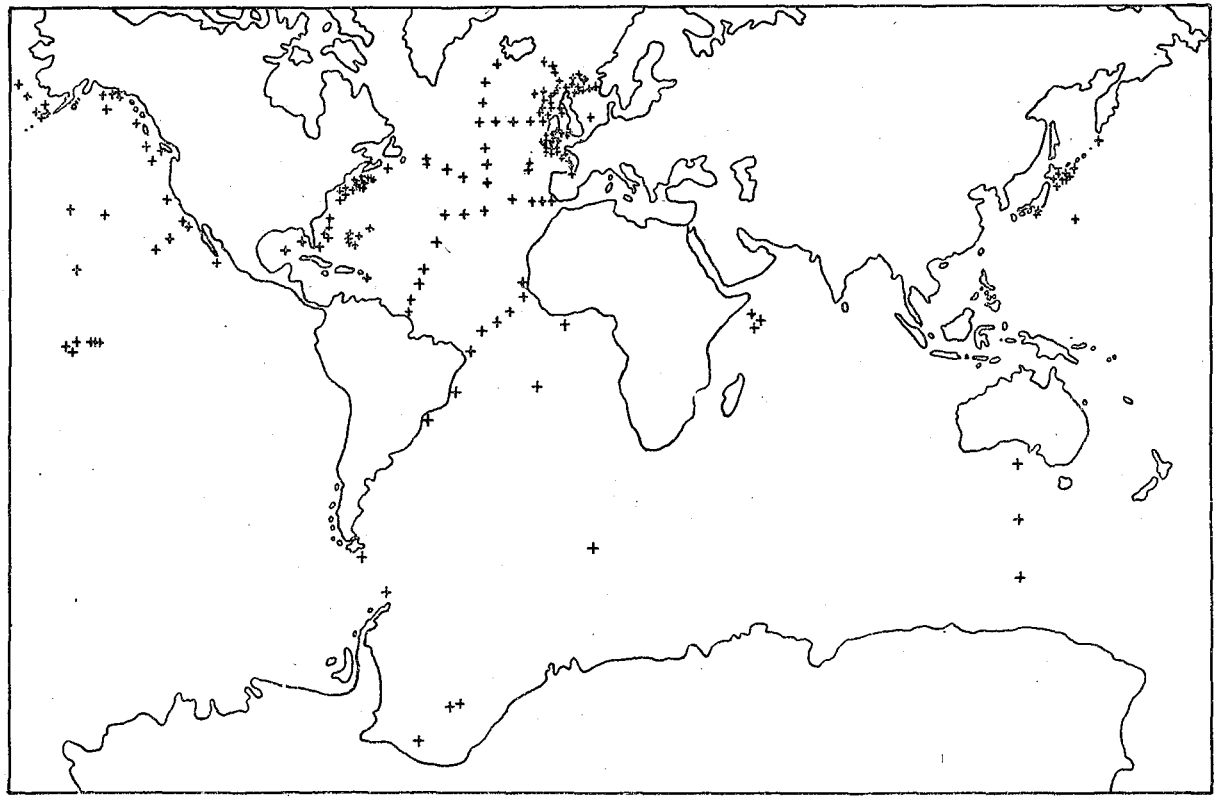


Рис. 2.1. Сводная карта измерений уровня в открытом океане; карта построена согласно [112] и дополнена более поздними данными. Знаком «+» отмечены глубоководные станции.

достаточно надежны и рассчитаны на долговременные регистрации уровня. Так, донная станция ОБС-3, установленная к западу от побережья Калифорнии на глубине около 4 км, проработала 6 лет [170]. В настоящее время на Дальнем Востоке разрабатывается Единая автоматизированная система наблюдения за возникновением и распространением цунами и оповещения о них (ЕАСН «цунами»), основанная на кабельных датчиках. Первые работы в этом направлении были начаты в конце 60-х годов в СахКНИИ под руководством С. Л. Соловьева с использованием датчиков, разработанных В. М. Жаком [28, 29], и в Гавайском институте геофизики на основе датчиков конструкции М. Витусека [194]. Две совместные экспедиции, главной задачей которых была регистрация цунами в открытом океане [39, 42], явились значительным этапом этих работ. Многолетние попытки измерить цунами в открытом океане увенчались успехом сравнительно недавно: почти одновременно были проведены регистрации цунами в районе о. Шикотан [17] и вблизи Калифорнии [124].

Описание приборов, применяющихся для глубоководных регистраций уровня, можно найти в работах [87, 95, 194]. Сведения о различных измерениях уровня в открытом океане содержатся в работах [3, 12, 42, 112, 164]. Отметим, что самые продолжительные автономные записи получены, по-видимому, на двух станциях в районе Антарктического циркумполярного течения [198].

2.2. Описание и методика обработки глубоководных записей уровня

Записи уровня в открытом океане, полученные во время Первой и Второй экспедиций по проблеме цунами, а также в экспедициях СахКНИИ, явились основой для анализа различных классов баротропных волновых движений в пограничной области северо-западной части Тихого океана и широко используются в настоящей работе. Поэтому остановимся на кратком описании этих материалов и основных этапов их первичной обработки [3].

В Первой советско-американской экспедиции (август—сентябрь 1975 г.) для наблюдений за колебаниями уровня океана использовались вибротронные датчики конструкции М. Витусека [194]. Их точность составляла 0,5—0,8 см водяного столба. Измерения проводились двумя сериями по 20 сут каждая. В первой серии было поставлено 9 регистраторов, поднято 7, во второй — поставлено 6, поднято 4. Из 11 полученных записей 6 (ст. Р1.1, Р3.1, Р5.1, Р8.1 и Р9.1 — все из первой серии) были высокого качества, две (Р3.2 и Р9.2) были с неправильно определенным калибровочным множителем, а три (Р4.1, Р4.2, Р7.2) содержали значительные сбои, особенно Р4.1. Поэтому анализ приливов и других длинноволновых движений базировался преимущественно на 6 станциях первой серии (рис. 2.2) [20, 21, 24, 40, 42], станции второй серии использовали для уточнения отдельных характеристик краевых волн [21].

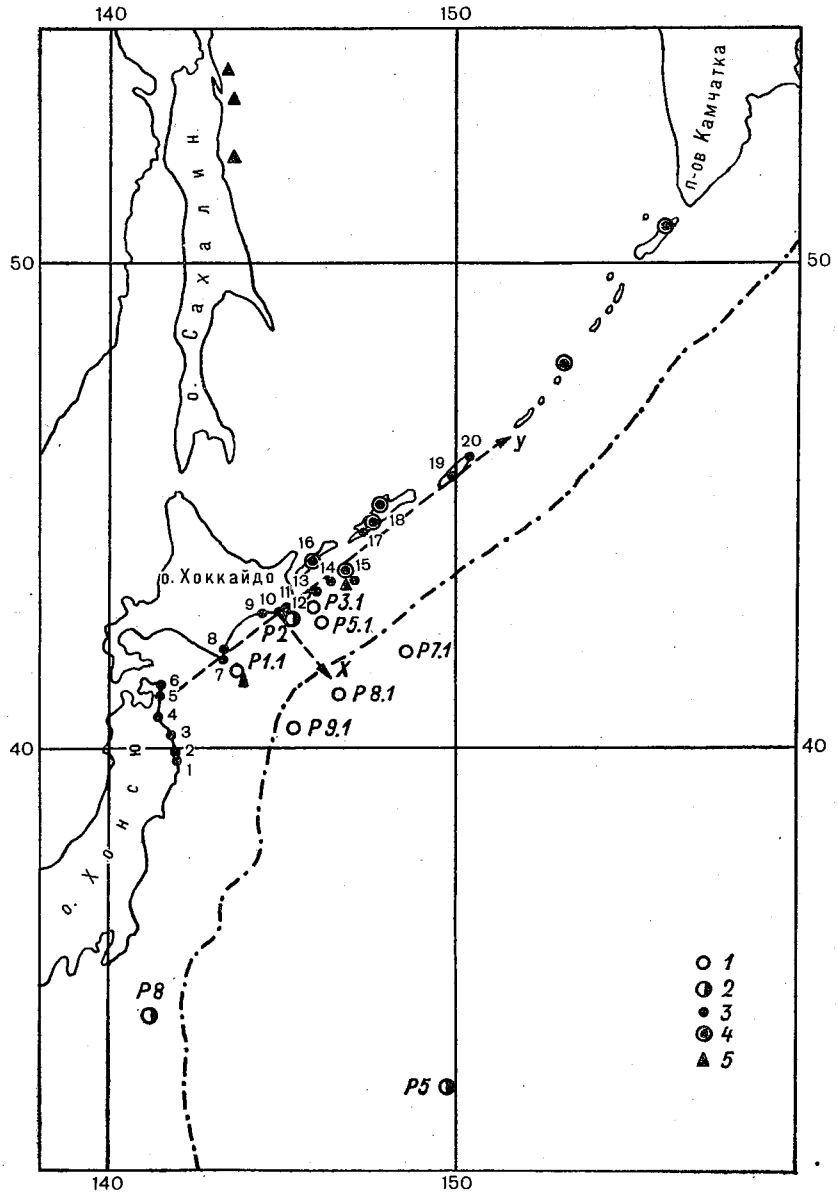


Рис. 2.2. Схема расположения станций в районе Курильской гряды, Японии и о. Сахалин.

1 — шесть станций Первой советско-американской экспедиции по проблеме цунами, на которых измерялся уровень в открытом океане; *2* — три аналогичные станции Второй экспедиции; *3* — станции Курильской гряды и Японии с известными значениями гармонических постоянных приливов (использовались при построении приливных моделей в разделах 6.4, 6.6); *4* — мареографные станции Курильской гряды: Малокурильское, Южно-Курильск, Буревестник, Курильск, Матуа и Северо-Курильск; *5* — измерители течений. Штрих-пунктирная линия указывает положение желоба.

Во Второй экспедиции (август—октябрь 1978 г.) применялись кварцевые датчики конструкции Р. Р. Харви с высокой точностью определения уровня ($\sim$0,5 мм). Были получены высококачественные записи уровня океана на трех станциях: Р2 (продолжительность 54 сут, глубина постановки 1000 м) Р5 (40 сут, 5650 м) и Р8 (36 сут, 4000 м) (рис. 2.2).

Наблюдения за колебаниями уровня на шельфе Курильских островов ведутся с 1970 г. Первоначально использовались вибротронные датчики конструкции В. М. Жака [29], в последнее время — регистраторы, разработанные группой авторов под руководством В. Н. Митрофанова [17]. Донные станции устанавливались на глубинах от 20 до 120 м и соединялись кабелем с береговой регистрирующей аппаратурой. Максимальная продолжительность непрерывной регистрации — около 1 года.

Несмотря на различия в типах приборов, их точности, районах постановок, общий вид записей, получаемых донными самописцами уровня, достаточно близок между собой. Типичный пример такой записи приведен на рис. 2.3 *а*. Практически на всех записях придонного давления прослеживается инструментальный тренд, вызванный механическим воздействием воды на чувствительные элементы прибора. Удаление тренда является первым необходимым этапом обработки записей. Оптимальным средством решения этой задачи является аппроксимация тренда комбинацией аналитических функций типа $e^{\alpha t}$ и t^{γ} (t — время, α и γ — параметры, зависящие от свойств датчика) [3]. При этом естественные колебания уровня практически не искажаются. На рис. 2.3 *б* приведен тренд, рассчитанный таким образом, а на рис. 2.3 *в* — запись с вычтенным трендом.

Основной вид колебаний, который прослеживается на всех записях уровня океана, — это прилив. За редкими исключениями, широкий по частоте естественный длинноволновый шум на фоне приливов не просматривается (рис. 2.3 *в*), так как энергетический уровень приливов значительно превышает уровень других процессов. Поэтому необходимым этапом, предшествующим анализу последних, является исключение из записей приливных составляющих. Обычно для этой цели применяют те или другие фильтры [13, 160], хотя это не всегда удобно, так как даже при использовании «жестких» фильтров остаточный приливный шум часто превосходит по своей величине другие типы движений, которые представляют интерес для анализа. Кроме того, фильтрация приводит к укорачиванию рядов, т. е. к потери части полезной информации. Однако благодаря тому, что поверхностный прилив является в основном детерминированным процессом, можно существенно понизить его энергетический уровень, не внося искажения в неприливные процессы. Для этого по имеющейся реализации, используя, например, метод наименьших квадратов (МНК), следует рассчитать гармонические постоянные прилива, а потом вычесть его из первоначальных записей. Практически достаточно взять 8 главных приливных гармоник, чтобы уменьшить уровень

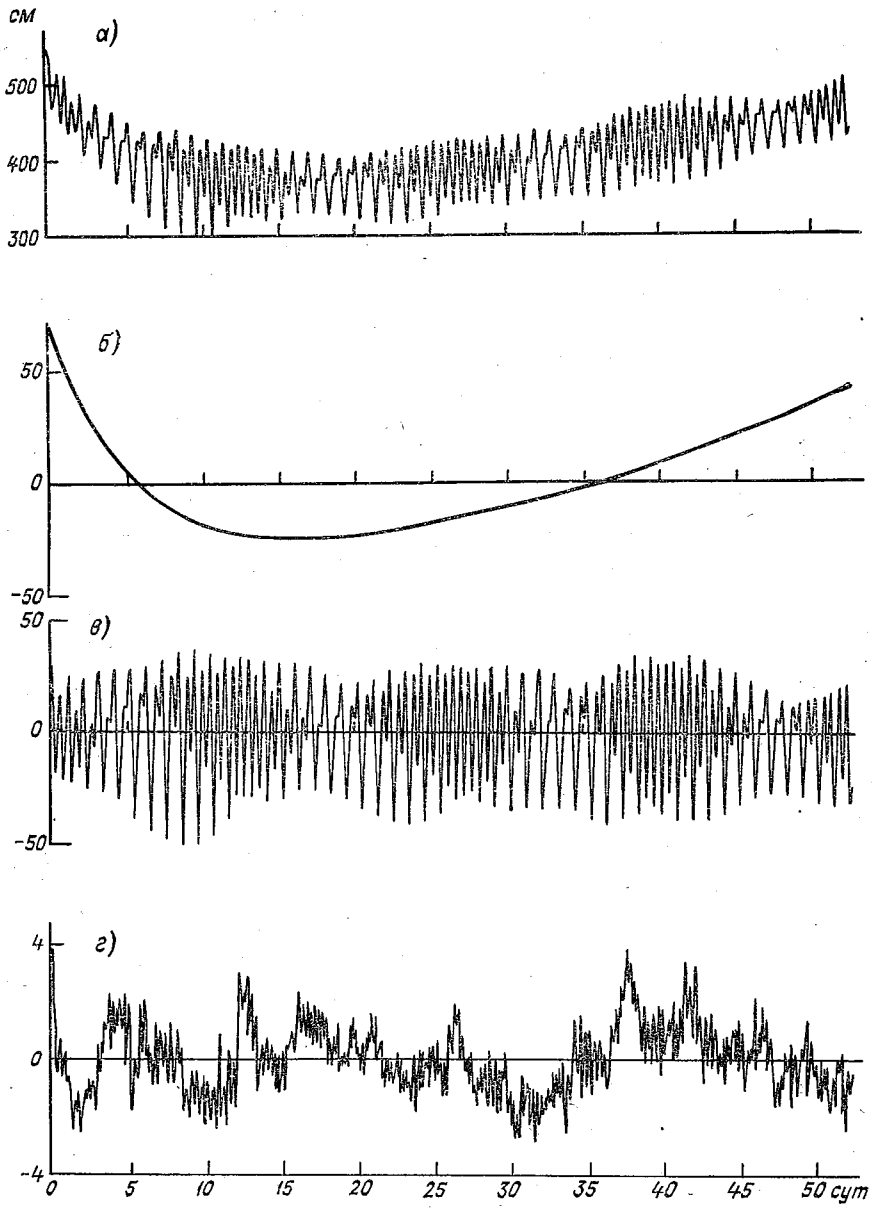


Рис. 2.3. Запись придонного давления на ст. Р2 и некоторые этапы ее предварительной обработки.

а — исходная запись (в сантиметрах водного столба); *б* — рассчитанный инструментальный тренд; *в* — рассчитанный прилив; *г* — остаточный уровень.

вклада от прилива 15—20 раз, а при использовании 20 гармоник устраняется 95—98 % прилива [3].

МНК как метод очищения рядов от приливов применялся для анализа материалов Первой, Второй советско-американских экспедиций, а также записей береговых и донных самописцев уровня [33, 52] и показал свою высокую эффективность. Остаточные приливные колебания, обусловленные гравитационными гармониками, радиационными приливами и другими спектральными составляющими на приливных частотах, устранялись с помощью специальной фильтрации [3, 42].

На рис. 2.3 *г* представлен в качестве примера тот же ряд, что и на рис. 2.3 *в*, после вычитания из него 20 приливных гармоник. На записи отчетливо выражены различные виды длинноволновых колебаний в широком диапазоне частот, при этом остатки приливов визуально не просматриваются.

Количество гармоник, которое целесообразно учитывать для удаления приливов, зависит от величины приливов: чем сильнее прилив, тем большее количество приливных гармоник приходится вычислять. Для районов обширного мелководья, где существенную роль начинают играть высокочастотные составляющие прилива, например для Северного моря, приходится дополнительно включать большое количество высокочастотных (мелководных) гармоник. Обычно 15—20 гармоник обеспечивают вполне достаточную для практических целей точность.

Изложенный подход был использован для выделения захваченных баротропных волн в районе Южных Курил — о. Хоккайдо на основе наблюдений Первой экспедиции (глава 3). К сожалению, во время этой экспедиции не удалось получить записи цунами в открытом океане, так как за все время экспедиции не произошло ни одного достаточно сильного землетрясения [21]. Большие усилия по поиску и идентификации волн цунами в открытом океане были предприняты на основании глубоководных наблюдений за уровнем на трех станциях Второй экспедиции. Сильных землетрясений в районе постановок за период работы также не наблюдалось, но высокая точность регистраторов позволяла надеяться на то, что удастся обнаружить и идентифицировать цунами от слабых или удаленных землетрясений. Для выделения аномального сигнала (возможной волны цунами) на фоне естественного фона применялся специальный отбеливающий фильтр (ряды были предварительно тщательно очищены от приливов). Удалось выделить несколько аномальных отклонений уровня, вероятно вызванных землетрясениями [144]. Отметим, что ранее подобный анализ записей кабельных станций позволил выделить возмущения уровня, которые интерпретировались как слабые цунами [7]. Помимо чисто научного интереса, работы по выделению и распознаванию слабых волн цунами на фоне естественного длинноволнового шума представляют большое значение при разработке методов анализа гидрофизических сигналов в Единой автоматизированной системе наблюдений за цунами.

Первые достоверные наблюдения цунами в открытом океане были получены лишь в самые последние годы. 23 февраля 1980 г. к юго-востоку от Малых Курильских островов произошло землетрясение с магнитудой $M=7{,}1$ (рис. 2.4 *а*). Землетрясение вызвало

Рис. 2.4. *а* — эпицентр землетрясения 23 февраля 1980 г. (*1*); штриховой линией (*2*) выделена область автершоков; *б* — схема расположения датчика давления (*3*).

небольшое цунами, которое было зарегистрировано береговыми самописцами уровня на островах Итуруп, Кунашир, Шикотан,

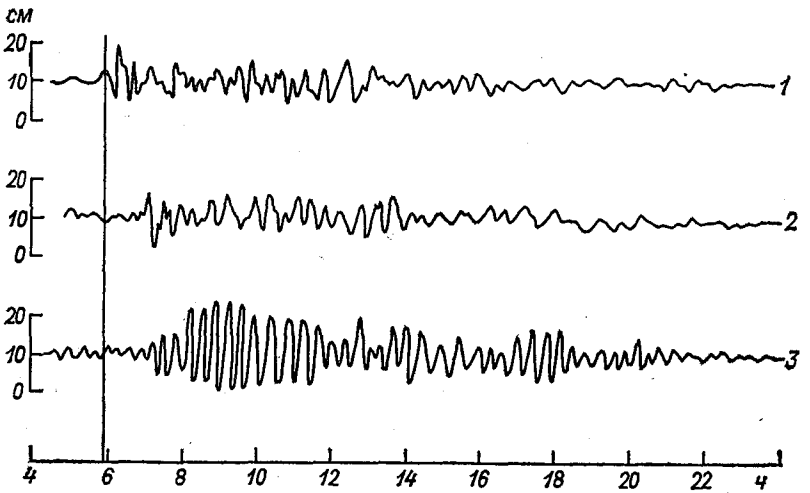


Рис. 2.5. Записи цунами 23 февраля 1980 г., полученные с помощью донного датчика давления (*1*) и самописцев уровня в Южно-Курильске (*2*) и Малокурильском (*3*). Тонкой линией отмечен момент землетрясения ($M=7{,}1$).

Хоккайдо и Хонсю (рис. 2.5). В это время работала донная измерительная система, установленная летом 1979 г. на глубине 113 м в 8 км южнее о. Шикотан (рис. 2.4 *б*). Донный самописец уровня зафиксировал цунами с амплитудой 4—5 см примерно за час до подхода волн к берегу (рис. 2.5) [17].

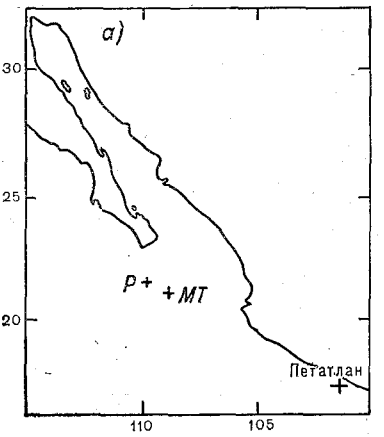
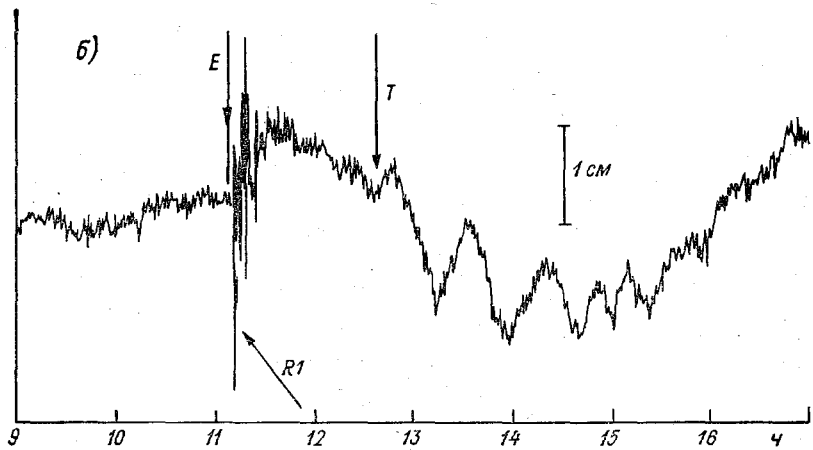


Рис. 2.6. Схема расположения донного самописца уровня (*P*) и магнитографа (*MT*) вблизи побережья Мексики (*а*). Крестом в нижнем правом углу рисунка помечен эпицентр Петатланского землетрясения 14 марта 1979 г. (из работы [124]). Запись придонного гидростатического давления во время Петатланского землетрясения 14 марта 1979 г. (*б*). Момент землетрясения отмечен буквой *E*; стрелкой *R1* отмечены колебания, обусловленные сейсмическими волнами Рэлея; приход слабо выраженной волны цунами отмечен буквой *T* (из работы [124]).



Несколько раньше волну цунами с амплитудой 1,5—2 см от землетрясений с $M=7{,}6$, происшедшего в районе Мексики 14 марта 1979 г., зарегистрировал Ж. Фью с помощью автономного датчика своей конструкции, установленного на глубине 3200 м на расстоянии 150 км от берега (рис. 2.6 *а*). Интересно, что, помимо цунами, прибор зафиксировал и сейсмические колебания дна океана (волны Рэлея) (рис. 2.6 *б*). По-видимому, из-за своей малой амплитуды данное цунами было не сразу обнаружено, и поэтому сообщение

о нем [124] появилось позже, чем сообщение о цунами в районе Шикотана.

Эти две записи позволяют составить первое представление о характере распространения волн цунами вблизи зон их генерации и представляют несомненный интерес для сопоставления с записями береговых самописцев уровня. Большое значение имеет сравнение этих двух записей, так как первая относится к шельфовой зоне океана, т. е. к зоне, где происходит захват и шельфовый резонанс волн цунами, а вторая — зоне открытого океана, где эти явления не наблюдаются. Подробнее данные вопросы будут рассматриваться в главе 7, а сейчас лишь отметим, что, вопреки распространенному мнению, полученные записи свидетельствуют о том, что цунами в открытом океане может проявляться и как *цуг волн*, а не только как одиночная волна, как это предполагалось ранее.

2.3. Спектр длинных волн в океане

При изучении спектра волн вблизи берега, как правило, используются непосредственные измерения уровня океана (береговые самописцы уровня), а в открытом океане — регистрации колебаний придонного гидростатического давления. В широком диапазоне частот колебания гидростатического давления на дне обусловливаются преимущественно смещениями свободной поверхности океана с учетом изменения атмосферного давления. Таким образом, регистрируются отклонения уровня от равновесного. Влияние бароклинности в записях давления (неконтролируемая погрешность измерения колебаний уровня вследствие изменений гидростатического давления, связанных с флюктуациями плотности воды) при этом невелико и составляет, по оценке [201], $\sim 10^{-4} - 10^{-5}$. При сравнении данных береговых самописцев уровня и датчиков придонного давления приходится дополнительно учитывать изменения атмосферного давления. Уровень, измеренный самописцем, пересчитывается в приведенный уровень $[\eta = \zeta + \Delta p_a/\rho g) \approx \zeta - 1{,}01\Delta p_a$, где ζ — в сантиметрах, и изменения атмосферного давления Δp_a — в гПа], сопоставимый с данными донных датчиков.

Гравитационные и радиационные приливы. При анализе спектра длинных волн следует иметь в виду, что он формируется двумя типами составляющих: дискретными (приливы) и непрерывным по частоте длинноволновым фоном. Одновременный анализ этих двух типов затруднен из-за существенного различия в уровнях энергии. Приливные колебания содержат около 85—90 % общей энергии длинных волн, причем дисперсия колебаний уровня, приходящаяся на суточный и полусуточный прилив, составляет около 10^3 см^2, на долгопериодный 10^1—10^2 см^2, на мелководные и радиационные составляющие 10^0—10^1 см^2. Суммарная дисперсия непрерывной части спектра около 10^2 см^2. Для иллюстрации на рис. 2.7 приведен амплитудный спектр записи уровня открытого океана, где ясно виден вклад приливных волн в сравнении с непрерывным спектром.

Одна из наиболее характерных особенностей спектра волн в океане — резкое уменьшение энергии в диапазоне, лежащем между частотами волн зыби ($T \sim 10$ с) и полусуточными приливами ($T \sim 12$ ч). Минимальный уровень энергии соответствует периоду 3—5 мин, т. е. приходится на границу, разделяющую два типа гравитационных волн — длинные и поверхностные (см. рис. 2.1 в [48]). Энергия длинных волн, с периодами ниже приливных, относительно мала. Считается, что главная причина, способная

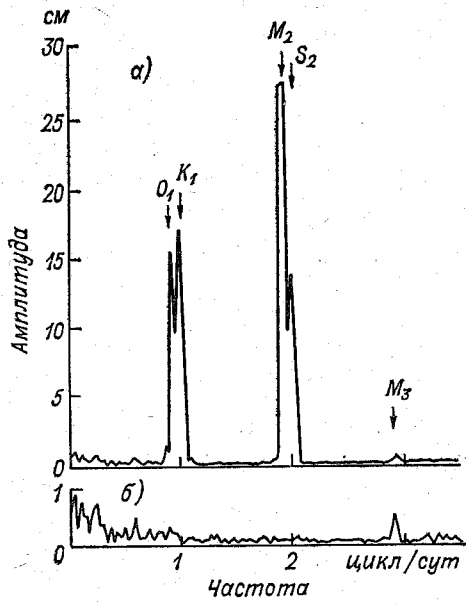


Рис. 2.7. Амплитудные спектры колебаний уровня океана исходного (*а*) и остаточного (*б*) на станции Р2 ($h = 1000$ м).

резко повысить содержание энергии в названном диапазоне,— это волны цунами [159, 163].

По данным Манка и Балларда [160], спектр естественного длинноволнового шума на частотах выше приливных имеет монотонный характер, уменьшаясь от 10^{-1} см^2·сут на частоте 2,5 цикл/сут до 10^{-2} см^2·сут на частоте 6 цикл/сут (по наблюдениям на северо-восточном побережье Тихого океана). Монотонный характер спектра нарушается на частотах 3, 4, 5, 6 циклов в лунные сутки, где наблюдаются спектральные максимумы, значительно превышающие общий уровень спектра. Своим происхождением они обязаны гравитационным приливным гармоникам высшего порядка, образующимся в зоне мелководья в результате нелинейного взаимодействия главных приливных волн.

Ранее предполагалось, что в открытом океане вдали от берегов, где влияние нелинейности пренебрежимо мало, уровень естественного длинноволнового шума должен быть значительно меньше, чем вблизи берега, и не содержать экстремумов на частотах высших приливных гармоник. Однако, как показали результаты наблюдений Второй советско-американской экспедиции, на

частотах 3, 4, 5, 6, 7, 11 цикл/сут имеются хорошо выраженные максимумы, превышающие средний уровень шума (рис. 2.8) [40]. Аналогичные колебания заметны и на спектре уровня открытого океана в районе Гавайских островов, полученном в работе [123].

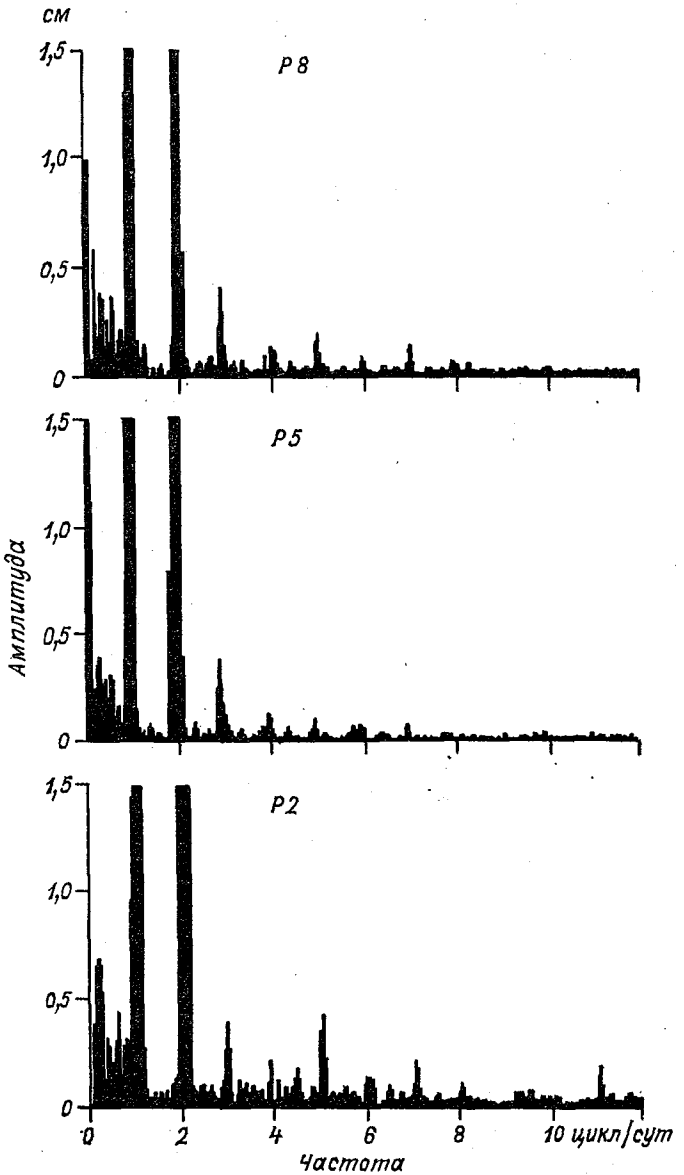


Рис. 2.8. Амплитудные спектры колебаний уровня океана для станций Р2, Р5 и Р8.

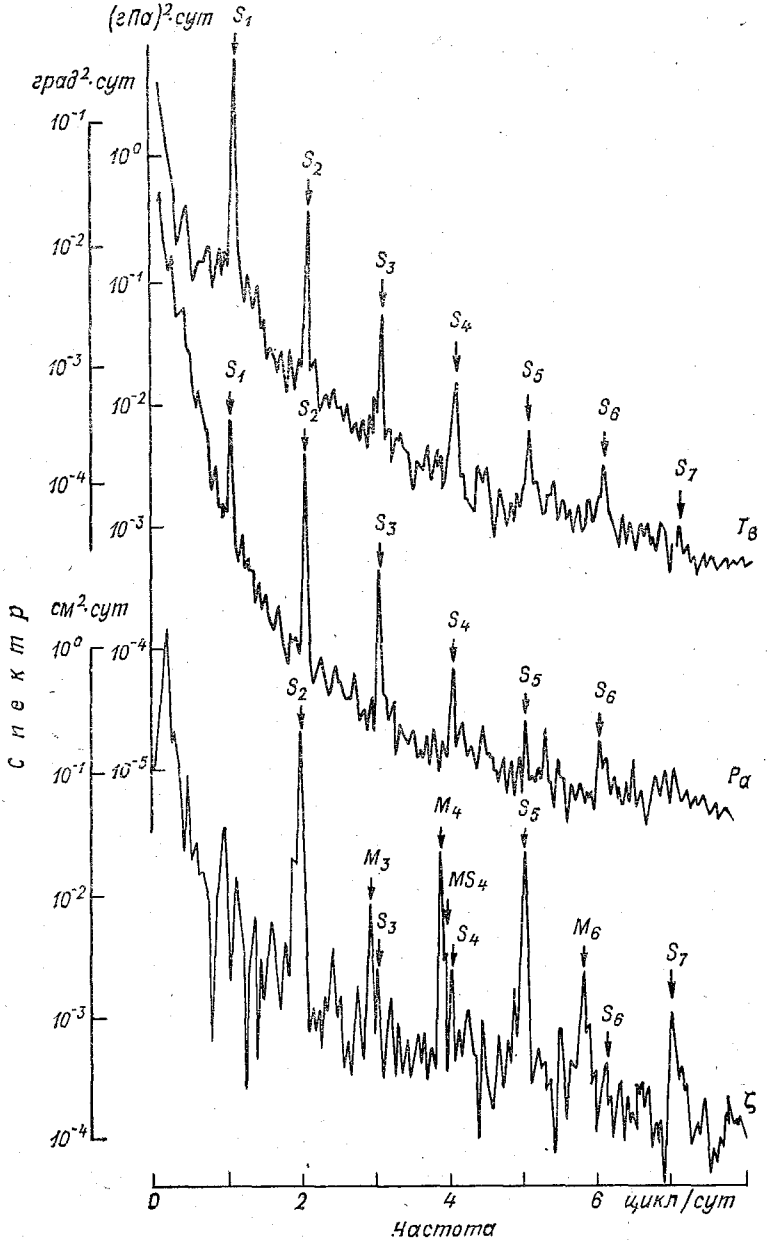


Рис. 2.9. Типичные спектры колебаний температуры воздуха $T_в$, атмосферного давления $P_а$ и уровня океана ζ для района Курильской гряды с отфильтрованными суточными и полусуточными гравитационными гармониками. На рисунке отмечены радиационные составляющие прилива и некоторые мелководные приливные составляющие [41].

Как было показано в работе [41], эти максимумы связаны с воздействием на атмосферу излучения Солнца, а точнее с его отсутствием в ночное время, в результате чего и появляются высшие радиационные гармоники S_3, S_4, S_5, S_6 и т. д., с частотами, кратными основным радиационным гармоникам S_1 и S_2 (суточной и полусуточной). По береговым данным их выделение затруднено наличием нелинейных гармоник с близкими частотами, но там, где зона мелководья невелика и нелинейные гармоники слабы, радиационные гармоники выделяются достаточно отчетливо. Особенно хорошо они проявляются в спектрах атмосферного давления и температуры воздуха (рис. 2.9)*. Относительная роль радиационных приливов в прибрежных районах невелика, но в открытом океане в частотном диапазоне 3—12 цикл/сут на их долю приходится основная часть волновой энергии [40].

Синоптические колебания уровня. На частотах ниже приливных колебания уровня океана определяются в основном метеорологическими факторами. В районе обширных мелководий уровень океана формируется прежде всего колебаниями ветрового напряжения, для глубокого океана преобладающее воздействие на уровень оказывает атмосферное давление. На рис. 2.10 приведены спектры атмосферного давления, ветрового напряжения и уровня океана в Северо-Курильске, построенные по пятилетним рядам наблюдений (1971—1975 гг.). Фактически во всем синоптическом диапазоне частот (на периодах от 1 мес до 1,5 сут) спектры уровня и атмосферного давления идентичны, причем когерентность между ними в этом диапазоне близка к 1 (рис. 2.11 *а*), а сдвиг фазы — к 180° (рис. 2.11 *б*). Это свидетельствует о том, что отклик уровня на атмосферное давление для данного района носит практически гидростатический характер (выполняется «закон обратного барометра» [45]). Обычно такая картина наблюдается для открытого океана (в том числе и для изолированных островов [201]), а в зоне шельфа под влиянием континентальных шельфовых волн закон обратного барометра нарушается [130, 131, 146]. Фактически само открытие шельфовых волн было связано с объяснением отклонения характера отклика уровня океана на шельфе Австралии от гидростатического [184] (см. главу 3). Однако, как будет показано в следующей главе, передаточная функция в линейной системе давление—уровень существенным образом зависит от направления распространения атмосферных возмущений относительно направления распространения шельфовых волн. В случае противоположных направлений, как это имеет место для тихоокеанского шельфа Курильской гряды, отличия уровня от гидростатического невелики. Для различных береговых пунктов Курильской гряды от 55 до 80 % энергии неприливных колебаний уровня обусловлены гидростатическим откликом на атмосферное давление [51].

На спектрах имеется ряд слабых максимумов, общих для атмосферного давления и уровня, соответствующих периодам 9,4; 5,4;

* Аналогичные спектры для Бермудских островов приводятся в работе [201].

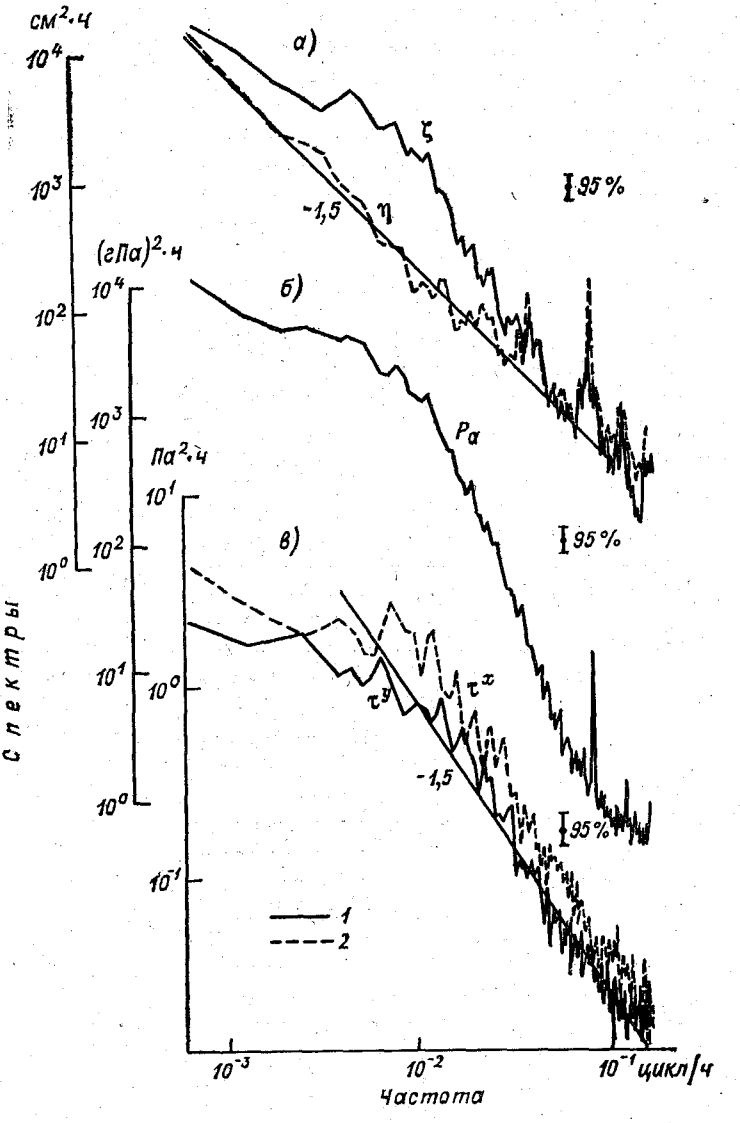


Рис. 2.10. Спектры колебаний уровня океана, атмосферного давления и напряжений ветра, построенные по 5-летним рядам наблюдений в Северо-Курильске [45].

Спектры: *а* — исходного уровня (*1*) и приведенного (*2*); *б* — атмосферного давления; *в* — нормальной к берегу τ^x (*2*) и вдольбереговой составляющей напряжения ветра τ^y (*1*).

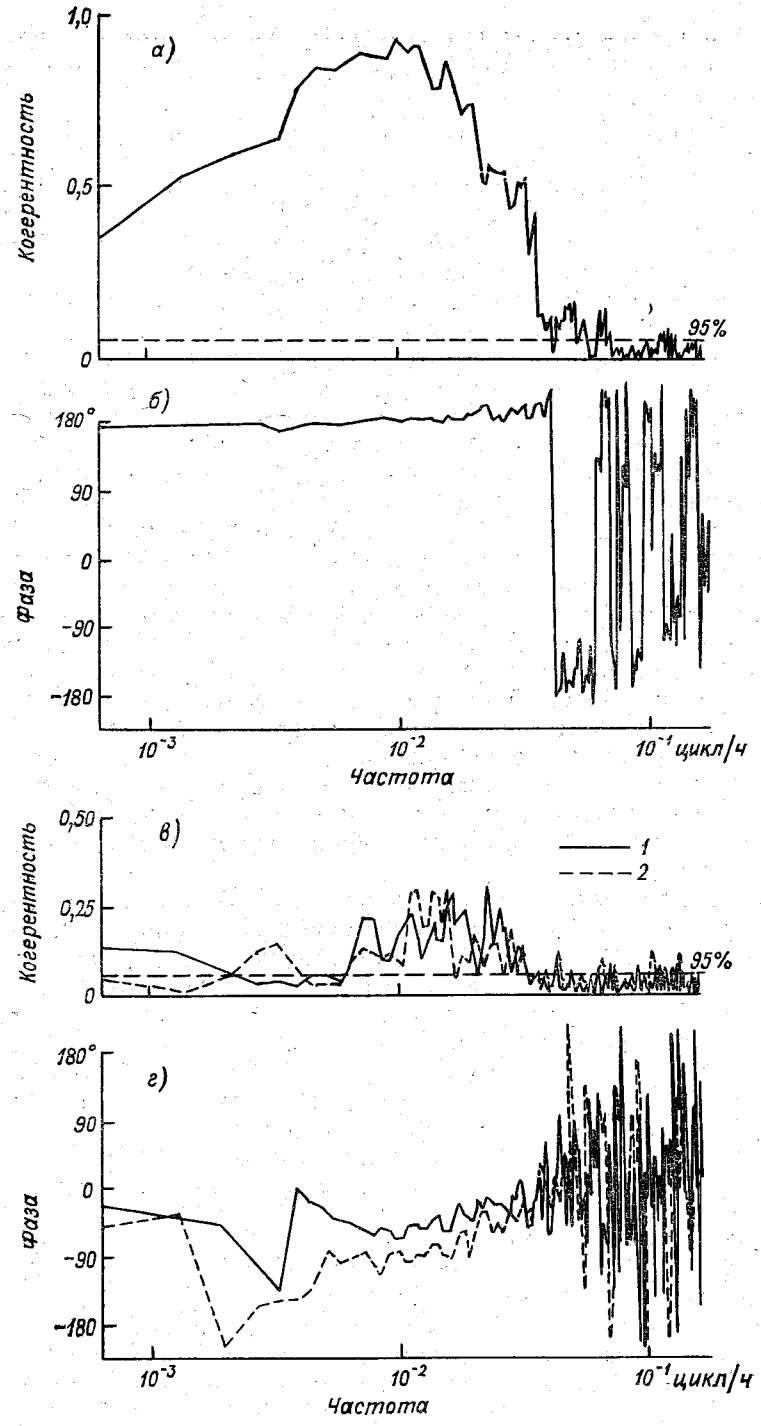
3,6; 2,1 и 1,7 сут (рис. 2.10). Спектральные максимумы на периодах 3—10 сут, по-видимому, связаны с естественным синоптическим периодом (типичным периодом повторяемости барических возмущений [45]). Многочисленные измерения в различных районах Мирового океана показывают, что «синоптические максимумы» имеют неустойчивый характер во времени и пространстве и обычно слабо выражены. В колебаниях атмосферы (а следовательно, и в связанных с ними колебаниях уровня океана) в частотном диапазоне от 1 цикл/год до 1 цикл/сут отсутствует определенная периодичность, и наблюдающиеся в этом диапазоне колебания фактически являются квазипериодичными.

На периоде около двух — трех недель наблюдается «перелом» спектра атмосферного давления (рис. 2.10). Здесь проходит граница синоптических процессов, для которых характерна линейная связь между пространственными и временными масштабами, и климатических, для которых из-за ограниченных размеров Земли подобная связь отсутствует.

Период две недели является одновременно низкочастотной границей, начиная с которой когерентность колебаний уровня и давления начинает падать (рис. 2.11 *а*). Во-первых, это связано с тем, что масштабы длиннопериодных атмосферных процессов приближаются к размерам океана, а следовательно, изменение давления над всей акваторией океана не вызывает пропорционального изменения уровня [51]. Во-вторых, на низкочастотные колебания уровня океана, помимо атмосферных процессов, оказывают влияние долгопериодные составляющие приливов, а также сезонные изменения плотности воды, которые в конечном счете связаны с годовым и полугодовым циклом изменчивости потока тепла, получаемого от Солнца, а также с общим характером океанической циркуляции.

Частота 0,03 цикл/ч (т. е. период около 35 ч) является высокочастотной границей связанности атмосферного давления и уровня океана (рис. 2.11 *а*). Спектральная плотность уровня на частотах выше 0,03 цикл/ч значительно превышает спектральную плотность давления. Уровень океана в этой области формируется в основном за счет других факторов (приливы, инерционные колебания и пр.). Максимумы в спектрах уровня на периодах 1 и 0,5 сут связаны с неустраненными остатками гравитационных приливов (в основном нелинейного происхождения).

Колебания ветрового напряжения связаны с вариациями атмосферного давления. Тем не менее их спектры сильно различаются. «Перелом» спектров ветрового напряжения наблюдается на более высоких частотах ($\sim 0{,}007$ цикл/ч, что соответствует периоду около 6 сут) (рис. 2.10). На низких частотах спектры напряжений носят практически однородный характер, на высоких — характеризуются монотонным спаданием по закону $\omega^{-1{,}5}$. По-видимому, на периоде 6 сут происходит изменение характера пространственных градиентов поля атмосферного давления, определяющих геострофический ветер.


а)
Когерентность
1,0
0,5
0
95%
б)
Фаза
180°
90
0
-90
-180
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1} цикл/ч
Частота
в)
Когерентность
0,50
0,25
0
1
2
95%
г)
Фаза
180°
90
0
-90
-180
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1} цикл/ч
Частота

Единственный заметный максимум спектров напряжения соответствует как раз «точке перелома» (0,007 цикл/ч), причем здесь же проходит низкочастотная граница связанности ветровых напряжений и уровня океана (рис. 2.11 *в*), подобно тому как это имело место для атмосферного давления. В отличие от когерентности давления и уровня, которая на частотах ниже точки перелома падает, но все равно значительна (свыше 0,5 — см. рис. 2.11 *а*), когерентность напряжения и уровня ниже этой точки практически отсутствует [за исключением наиболее низких частот, где заметна небольшая, но значимая связанность уровня и вдольберегового компонента напряжения (рис. 2.11 *в*)].

Высокочастотная граница связанности уровня с компонентами ветрового напряжения та же, что и с атмосферным давлением (~35 ч). Таким образом, основное воздействие на океанские процессы ветровое напряжение оказывает на временных масштабах от 1,5 до 6 сут (рис. 2.11 *в*).

Связь уровня океана и ветра в указанном диапазоне в рассматриваемом районе (приглубый берег) проявляется слабее, чем связь уровня и давления. Когерентность не превышает 0,3, однако лежит значительно выше доверительного уровня и характеризуется стабильным поведением фазы (рис. 2.11 *г*), причем вдольбереговой компонент напряжения ветра опережает уровень примерно на 45°, а нормальный — на 90°.

Синоптический диапазон частот, в котором наиболее сильно проявляется воздействие атмосферного давления и ветра на процессы в океане, совпадает с диапазоном существования шельфовых волн, и именно это во многом обусловливает ту важную роль, которую играют последние в динамике пограничной области океана.

Диапазон волн цунами. Особый интерес представляет спектр длинных волн в частотном диапазоне 0,5—10 цикл/ч, т. е. в диапазоне волн цунами. Дисперсия колебаний фоновых уровней здесь невелика и составляет около 0,04 см^2 в открытом океане и 1 см^2 вблизи берега. Согласно Манку и др. [159, 163], основная причина, вызывающая эти колебания, заключается в нерезонансном воздействии флюктуаций атмосферного давления на свободную поверхность океана. Этот частотный диапазон в атмосфере соответствует внутренним гравитационным волнам (ВГВ) и акустико-гравитационным волнам (АГВ) [14]. Типичная скорость их распространения соответствует скорости звука в воздухе — около 300 м/с, что несколько больше типичной скорости длинных волн в открытом океане — 200 м/с. Вследствие этого передача энергии из атмосферы в океан происходит из-за «кумулятивного» воздействия возмуще-

---

Рис. 2.11. Результаты взаимного спектрального анализа уровня океана и атмосферного давления (*а*, *б*); уровня океана и напряжения ветра (*в*, *г*) (*1* — вдольбереговая составляющая, *2* — нормальная к берегу).

Расчеты проводились по материалам, опубликованным в кн.: Нестационарные длинноволновые процессы на шельфе Курильских островов. Владивосток, ЮВНЦ, 1984, с. 93—109.

ний давления [159]. Спектр флюктуаций атмосферного давления, заимствованный из работы [14], приведен на рис. 2.12. Характерным его свойством является спадание по закону ω^{-2}. Хотя свойства ВГВ и АГВ изучены пока недостаточно полно, по-видимому, можно считать, что спектр атмосферного давления достаточно устойчив и однороден в пределах акватории океана. Волны, возникающие под действием такого распределенного источника, образуют поле естественного длинноволнового шума в океане.

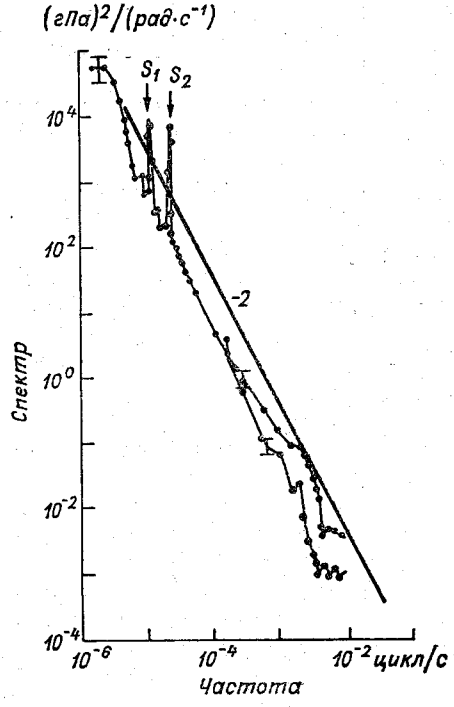


Рис. 2.12. Спектр флюктуаций атмосферного давления, по данным [14].

Характерные горизонтальные масштабы волн в рассматриваемом частотном диапазоне ($\sim 10^2$ км) значительно меньше размеров океана ($\sim 10^3$—10^4 км). Учитывая также, что поглощение и рассеяние длинных волн открытого океана сравнительно малы, естественно ожидать, что спектр волн открытого океана однороден. Действительно, синхронные измерения спектра длинных волн в двух точках (Р5 и Р8 — см. рис. 2.2), значительно удаленных друг от друга (около 1000 км), дают практически одинаковые спектры. Характерным свойством этих спектров является монотонное совпадение, примерно соответствующее, как и для спектра колебаний давления, закону ω^{-2}.

Наиболее интересным свойством спектров колебаний уровня является значительное возрастание волновой энергии при приближении к берегу. На рис. 2.13 повышение уровня энергии для береговых станций составляет 1,5—2 порядка. По-видимому, это происходит, во-первых, из-за шельфового резонанса вследствие усиления волн, приходящих из открытого океана в зону шельфа, а во-вторых, из-за возникновения в этой зоне независимой системы волн захваченного типа (краевых волн), энергия которых убывает при удалении от берега (см. главы 1, 3). По оценке Манка и др. [163], вблизи берега 95—98 % энергии приходится на захваченные волны. Как отмечается в этой работе, «вызывает удивление то малое количество энергии, которое несут волны, поступающие из

открытого океана, и то большое количество энергии, которым обладают волны, захваченные шельфом». Область захвата (для краевых волн) составляет незначительную часть океана — менее 5 % его площади, соответственно такая же доля вынуждающего поля

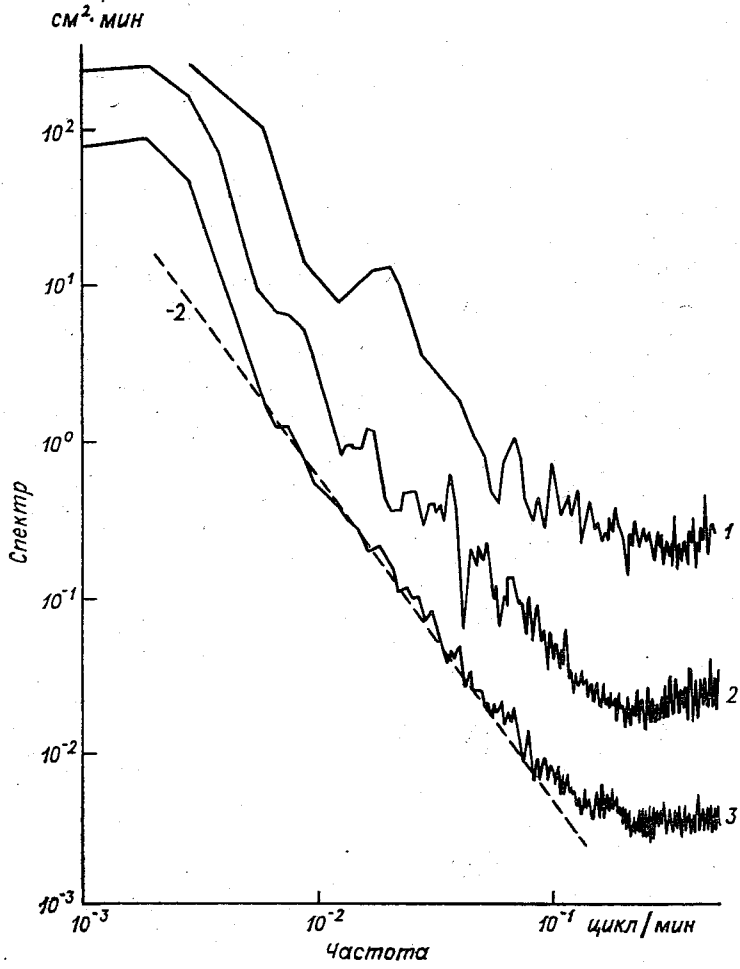


Рис. 2.13. Спектры колебаний придонного давления, относящиеся к трем характерным зонам Тихого океана.

1 — зона шельфа (донный самописец уровня вблизи о. Шикотан, h=100 м); *2* — область континентального склона (ст. Р2, h=1000 м); *3* — открытый океан (ст. Р5, h=5650 м).

атмосферного давления участвует в возбуждении этих волн. В работе [163] хотя и не дается объяснение этому парадоксу, все же отмечается, что «взаимодействие, обусловленное рассеянием, если даже оно мало, должно играть большую роль в распределении энергии между различными волнами (модами)».

Как будет показано в главе 3, перераспределение энергии между волнами открытого океана (волнами Пуанкаре) и захваченными (краевыми) вследствие рассеяния на неоднородностях рельефа и берега приводит к возрастанию энергии краевых волн приблизительно на два порядка.

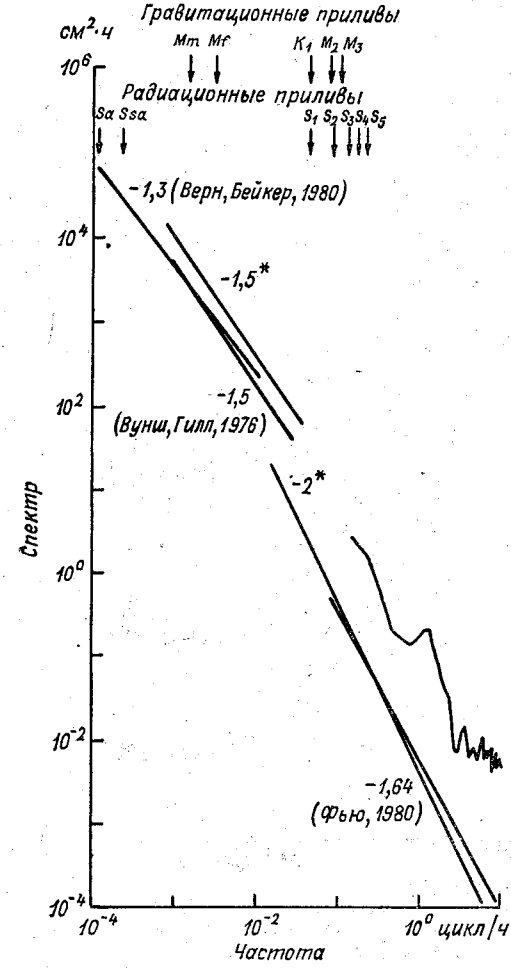


Рис. 2.14. Обобщенный спектр колебаний приведенного уровня океана, построенный согласно [123, 198, 203]. Использовались данные о скорости спадания спектра с частотой, приведенные авторами. Звездочкой отмечены результаты авторов настоящей работы (рис. 2.10 и 2.13). В области высоких частот приведен типичный спектр колебаний уровня океана вблизи побережья Курильских островов (рис. 2.13).

Обобщенный спектр колебаний уровня океана. Несмотря на то что измерения спектра длинных волн немногочисленны, а также разнородны по качеству, в настоящее время имеется возможность систематизировать известные экспериментальные данные, относящиеся к Тихоокеанскому бассейну. Для более полного соответствия целесообразно использовать сведения об изменениях придонного гидростатического давления и приведенного уровня, которые практически не содержат изостатические колебания, а характеризуют поле свободных длинных волн. Обобщенные данные приведены на диаграмме на рис. 2.14. На ней сведены результаты измерений, полученные разными авторами и относящиеся к глубоководным и мелководным частям океана. Прямые линии аппроксимируют изменение значений спектра в зависимости от частоты в широком диапазоне от 10^{-4} до 10^{1} цикл/ч. Хорошо

видно, что на диаграмме отдельно группируются данные, полученные в открытом океане, в том числе на изолированных островах [203], и данные, полученные с помощью береговых самописцев уровня или датчиков придонного давления, установленных в зоне мелководья [17, 28, 40]. Различия между спектрами открытого океана и береговыми составляют 1—2 порядка в диапазоне частот 10^{-1}—10^{1} цикл/ч и 0,5—1 порядок в диапазоне частот 10^{-4}—10^{-1} цикл/ч.

Эффект возрастания спектральной плотности при приближении к берегу в низкочастотной области, как и в случае волн типа цунами, связан с существованием в зоне шельфа континентальных шельфовых волн, а также с усилением вблизи берега вынужденных колебаний.

Суммарная дисперсия в колебаниях уровня определяется в основном низкочастотной частью спектра, поэтому ее изменения связаны с изменениями энергии длиннопериодных составляющих. В табл. 2.1 приведены дисперсии колебаний уровня для береговых

Таблица 2.1

Дисперсия колебаний приведенного уровня океана для различных станций [51]

Станция	Расстояние от берега, км	Глубина, м	Дисперсия (см²) в частотном интервале	
			0—0,5 цикл/ч	0,5—30 цикл/ч
Р5	900	5650	5,3	0,02
Р8	150	4000	2,0	0,04
Р2	30	1000	3,6	0,25
Кабельная станция «Шикотан»	10	100	—	0,5
Малокурильское	0	0	34,8	—
Южно-Курильск	0	0	34,7	—
Буревестник	0	0	33,5	—
Северо-Курильск	0	0	45,1	—

(приведенный уровень) и донных станций. Видно, что изменения энергии волн носят достаточно закономерный характер, дисперсия вблизи берега и в открытом океане различается примерно на порядок.

Отметим, что еще одной зоной океана, в которой наблюдаются закономерные изменения энергии колебаний уровня океана в низкочастотном диапазоне, является экваториальная область. Как будет показано в главе 5, экватор выполняет роль волнового канала, в котором возникает широкий спектр экваториальных волн и как следствие концентрация волновой энергии. При удалении от экватора в сторону высоких широт энергия колебаний уровня убывает.

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЯ БАРОТРОПНЫХ ЗАХВАЧЕННЫХ ВОЛН

3.1. Генерация длинных волн в океане

Возбуждение длинных волн в океане обычно связывают с силами, воздействующими на поверхность океана,— переменным атмосферным давлением и напряжением ветра или с массовой приливообразующей силой. Вопросы генерации приливных волн, а также волн цунами будут рассмотрены ниже, соответственно в главах 6 и 7. Здесь мы остановимся на анализе роли атмосферного давления и ветра в генерации длинных волн различного масштаба в открытом океане и на шельфе.

Воздействие переменного атмосферного давления p_a в (1.15) в приближении длинных волн эквивалентно влиянию массовой силы в правой части (1.10)—(1.11)—$(1/\rho)(\partial p_a/\partial x)$ и $(1/\rho)(\partial p_a/\partial y)$ соответственно. Ветер создает на поверхности океана касательные напряжения $\boldsymbol{\tau} \equiv (\tau^x, \tau^y)$, где $\boldsymbol{\tau} = \rho_a C_D |\mathbf{V}| \mathbf{V}$, $\mathbf{V}$ — скорость ветра, $\rho_a = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ г/см^3 — плотность воздуха, C_D — коэффициент сопротивления (обычно принимается $C_D \simeq 1{,}5 \cdot 10^{-3}$) [48]. Интегрируя уравнения движения по вертикали (см., например, [33]), легко получить уравнения движения с учетом переменного атмосферного давления и ветра:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + g\frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{\tau^x}{\rho h}; \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu + g\frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_a}{\partial y} + \frac{\tau^y}{\rho h}. \tag{3.2}$$

Здесь $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{h}\int_0^h \begin{matrix} u(z) \\ v(z) \end{matrix} dz$ — осредненные по глубине скорости частиц жидкости.

В дальнейшем будем анализировать уравнение движения относительно приведенного уровня $\eta = \zeta + \Delta p_a/(\rho g)$, т. е. уровня океана за вычетом гидростатической добавки. Это удобно, в частности, потому, что именно этот параметр непосредственно измеряется донными самописцами уровня (придонное гидростатическое давление). Подстановкой η в уравнениях (3.1)—(3.2) исключается атмосферное давление. Его влияние, однако, сказывается в уравнении неразрывности (1.18).

В области открытого океана, полагая $h = H = \text{const}$, в приближении β-плоскости уравнение для $Z = \rho g \eta$ (подповерхностное давление) будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 \mathcal{L} Z - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{L}^2 Z - \beta\frac{\partial}{\partial x}\mathcal{L} Z + 2\beta f^2 \frac{\partial}{\partial x} Z -$$

$$-2\beta f \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial y} Z = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\mathscr{L}^2 p_a + \frac{f}{H}\mathscr{L}\,\mathrm{rot}_z\,\boldsymbol{\tau} +$$

A B

$$+\frac{1}{H}\frac{\partial}{\partial t}\mathscr{L}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{\tau} + \frac{\beta}{H}\mathscr{L}\tau^x + 2\beta\frac{f^2}{H}\tau^x - 2\beta\frac{f}{H}\frac{\partial}{\partial t}\tau^y, \qquad (3.3)$$

C D E F

где $c^2=gH$, $\mathscr{L}=\partial^2/\partial t^2+f^2$. Различные члены в правой части уравнения (3.3) помечены буквами латинского алфавита.

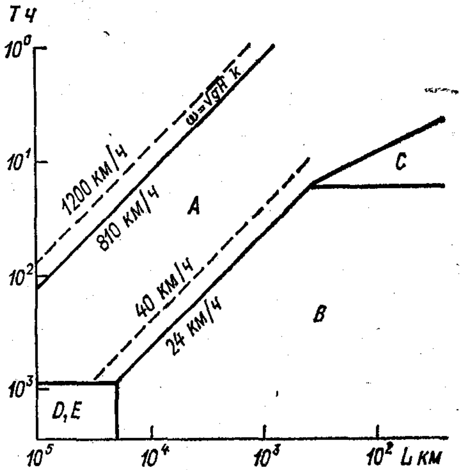


Рис. 3.1. Диагностическая диаграмма, иллюстрирующая роль различных членов в уравнении (3.3) в зависимости от периодов и линейных масштабов вынуждающей силы. Приведены прямые, соответствующие скорости длинных волн в открытом океане (810 км/ч) и скорости звука в атмосфере (1200 км/ч).

Оценим роль различных членов в правой части уравнения (3.3) в зависимости от временнóго (T) и пространственного (L) масштабов. Оператор $\mathscr{L}$ при $Tf>2\pi$ можно аппроксимировать, как $\mathscr{L}\sim f^2$, а при $Tf<2\pi$ — $\mathscr{L}\sim 4\pi^2T^2$. Полагая для оценки $p_a\sim 5$ гПа $=500$ Па и $\tau\sim 0{,}03$ Па ($V\sim 4$ м/с), что, согласно [48], является типичным для областей над океаном, получим:

$Tf > 2\pi$	$Tf < 2\pi$
$A \sim 500f^4/(gHT)$	$A \sim 500/(gHT^5)$
$B \sim 0{,}03f^3/(HL)$	$B \sim 0{,}03f/(HLT^2)$
$C \sim 0{,}03f^2/(HTL)$	$C \sim 0{,}03/(HLT^3)$
$D, E \sim 0{,}03f^3/(RH)$	$D, E \sim 0{,}03f^3/(RH)$
$F \sim 0{,}03f^2/(RHT)$	$F \sim 0{,}03f^2/(RHT)$

R — радиус Земли.

На рис. 3.1 приведена диаграмма, на которой в координатах $1/L$ и $1/T$ показаны области доминирующего влияния разных факторов вынуждающих сил. Линии, разделяющие области диаграммы, помеченные буквами А, В, ..., проведены с точностью, соответствую-

щей условности оценки масштабов $\partial/\partial t \sim 2\pi/T$ и др. Качественный анализ показывает, что β-эффект (D, E, F) оказывается существенным лишь в области больших пространственных и временных масштабов, причем член F пренебрежимо мал по сравнению с членами D и E. В диапазоне масштабов, соответствующих нижней правой части диаграммы, доминирующим фактором является завихренность поля напряжений ветра (B). Линия, разделяющая область доминирующего влияния завихренности поля напряжений ветра и атмосферного давления, примерно соответствует скорости 24 км/ч. Следовательно, волны в атмосфере со скоростями, меньшими 24 км/ч, возбуждают волны в океане за счет завихренности поля напряжений ветра. И наоборот, для быстрых волновых процессов доминирующим фактором является атмосферное давление.

Диапазон масштабов доминирующего влияния дивергенции поля напряжений ветра (C) соответствует области в верхней правой части диаграммы выше инерционной частоты.

Этот качественный анализ роли разных факторов вынуждающей силы оказывается весьма полезным при выборе модели возбуждения длинноволновых процессов в океане. В зависимости от масштабов вынуждающего воздействия атмосферы (циклоны, тайфуны, гравитационные, акустико-гравитационные волны и др.) выбор модели можно сделать, определив доминирующий фактор воздействия, пренебрегая при этом малозначащими членами в правой части (3.3). Например, для медленно движущихся циклонов ($L \sim 10^3 \ldots 10^4$ км) определяющим параметром воздействия на океан является завихренность поля напряжений ветра, а в случае акустико-гравитационных волн в атмосфере (скорость распространения ~ 1000 км/ч) длинные волны возбуждаются в основном посредством воздействия переменного атмосферного давления.

Задача о возбуждении длинных волн в пограничной области океана над шельфом усложняется из-за необходимости учета изменения глубины бассейна, а также наличия береговой границы. Поэтому оценки удается получить только для некоторых простых моделей.

Рассмотрим влияние атмосферного давления и ветра в уравнениях (3.1)—(3.2). В приближении f-плоскости для полуограниченного океана с $h=h(x)$ в области шельфа и континентального склона уравнение для Z имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\nabla^2 Z + \frac{h'}{h}\frac{\partial}{\partial x} Z\right] - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\mathscr{L} Z + \frac{fh'}{h}\frac{\partial}{\partial y} Z =$$

$$= -\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\mathscr{L} p_a + \frac{f}{h}\operatorname{rot}_z \tau + \frac{1}{h}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div} \tau. \qquad (3.4)$$

При этом граничное условие (1.19) на берегу при условии, что $h(0) \neq 0$, будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x} Z + f\frac{\partial}{\partial y} Z = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\tau^x}{h} + f\frac{\tau^y}{h} \quad \text{при } x = 0. \qquad (3.5)$$

Как показано ранее, однородная форма (3.4)—(3.5) допускает существование двух типов решения: с непрерывным спектром (волны Пуанкаре) и с дискретным (волна Кельвина, краевые и шельфовые волны).

Краевые волны и волны Пуанкаре, имеющие частоты выше инерционной и пространственные масштабы $L \sim 10^1 \ldots 10^2$ км, в основном генерируются возмущениями атмосферного давления, вызванными внутренними гравитационными или акустико-гравитационными волнами в атмосфере [163]. Это подтверждается также результатами работы [48], в которой на основании простых оценок была показана доминирующая роль атмосферного давления при генерации краевых волн быстро движущимися циклонами.

Возбуждение шельфовых волн, имеющих субинерционные частоты и пространственные масштабы $L \sim 10^2 \ldots 10^3$ км, принято связывать с циклоническими процессами в атмосфере. Преобладающая роль переменного напряжения ветра в возбуждении шельфовых волн обосновывается в работе [129]. Однако при этом использовалось бездивергентное приближение, которое не позволяет учесть воздействие атмосферного давления.

Оценим относительную роль внешних факторов в уравнениях (3.1)—(3.2) при возбуждении шельфовых волн в рамках простой модели шельфа экспоненциальной формы (1.61). В отличие от моделей [88, 129], где анализировались уравнения относительно функции тока, рассмотрим уравнения относительно давления Z. Полагая возмущения внешней силы гармоническими

$$p_a,\ \tau \sim e^{i(\omega t - ky)},$$

уравнение (3.4) и граничное условие (3.5) можно преобразовать к виду

$$Z'' + aZ' + \left(\frac{\omega^2 - f^2}{gh} - \frac{kaf}{\omega} - k^2\right) Z = -\frac{f^2 - \omega^2}{gh} p_a + \\ + \frac{fk}{\omega h}\tau^x - i\frac{k}{h}\tau^y; \qquad (3.6)$$

$$Z' - \frac{kf}{\omega} Z = \frac{1}{h}\tau^x - i\frac{f}{\omega h}\tau^y. \qquad (3.7)$$

Вынуждающая сила входит как в основное уравнение (3.6), так и в граничное условие (3.7). Это затрудняет непосредственную оценку относительного вклада ветра и давления. Поэтому осуществим замену переменной

$$Y = Z + \frac{\omega}{k}\frac{\tau^x - i\frac{f}{\omega}\tau^y}{h\left(\frac{a}{k}\omega + f\right)}.$$

Поскольку τ^x и τ^y не зависят от x, граничное условие (3.7) принимает однородную форму

$$Y' - \frac{kf}{\omega} Y = 0.$$

Ограничиваясь рассмотрением масштабов $L/T \ll \sqrt{gH}$, уравнение (3.6) можно преобразовать к виду

$$Y'' + aY' + \left(\frac{\omega^2 - f^2}{gh} - \frac{kfa}{\omega} - k^2\right)Y =$$

$$= \frac{(f^2 - \omega^2)}{h\left(\frac{a}{k}\omega + f\right)}\left[-\frac{1}{g}\left(\frac{a}{k}\omega + f\right)p_a + \frac{k}{\omega}\tau^x + i\frac{a}{\omega}\tau^y\right]. \qquad (3.8)$$

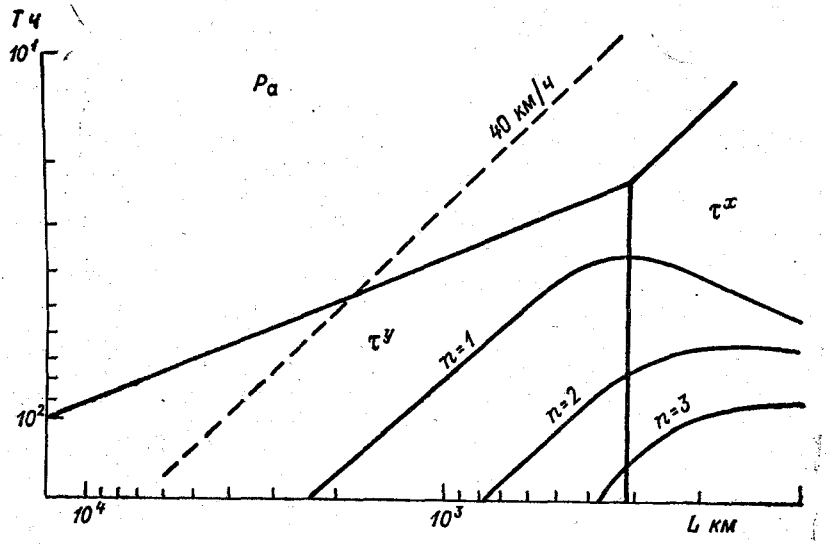


Рис. 3.2. Диагностическая диаграмма, иллюстрирующая роль различных членов в уравнении (3.8) в зависимости от периодов и линейных масштабов вынуждающей силы. Приведены дисперсионные кривые первых трех мод шельфовых волн (a=0,025 км$^{-1}$). При других значениях a кривые могут пересекать также и область доминирующего воздействия атмосферного давления p_a.

Для уравнения в форме (3.8) легко оценить вклад каждой составляющей вынуждающей силы. Диаграмма, приведенная на рис. 3.2, была рассчитана, как и в случае однородного океана, для характерных масштабов $|p_a| \sim 500$ Па, а $|\tau| \sim 0{,}03$ Па.

В целом качественные выводы из анализа диаграммы согласуются результатами Гилла и Шумана [129], которые указывали на преобладающую роль вдольбереговой составляющей напряжения ветра (τ^y) при генерации низкочастотных длинных ($L > 10^3$ км) шельфовых волн. Однако, как видно из диаграммы, в области периодов, меньших 2 сут, роль атмосферного давления может оказаться более существенной. Доминирующая роль поперечной составляющей волнового напряжения (τ^x) проявляется в области малых пространственных масштабов $L < 300$ м.

3.2. Экспериментальные исследования краевых волн

Экспериментальные исследования краевых волн в океане начались сравнительно недавно. Это объясняется сложностями их регистрации и выделения на фоне других процессов. Для их идентификации необходимо определить не только период, но и скорость распространения, поэтому возникает необходимость вести регистрацию одновременно в нескольких точках океана. Измерение уровня океана долгое время проводилось с помощью дорогостоящих стационарных самописцев уровня, расположенных сравнительно редко вдоль береговой линии. Поэтому анализ длинных волн ограничивался, как правило, измерением и изучением приливов, а также штормовых нагонов. В связи с увеличением числа самописцев уровня, а также с появлением датчиков придонного гидростатического давления стала возможной регистрация более коротковолновых процессов, в том числе и краевых волн.

Как отмечалось в главе 2, проведение исследований подобных процессов в значительной степени стимулировалось возрастающим интересом к изучению катастрофических волн цунами, в особенности, необходимостью заблаговременной их регистрации. В свою очередь задача о распространении волны цунами в шельфовой области океана тесно связана с эффектом захвата длинных волн рельефом дна.

Первые экспериментальные исследования эффекта захвата длинных волн шельфом связаны с работами В. Манка. В работе [162] в записях береговых самописцев уровня на побережье Калифорнии были отмечены аномальные волновые возмущения с характерными периодами 5—6 ч, вызванные воздействием на океан проходящих циклонов. Измеренные параметры волны достаточно хорошо совпадали с теоретическими оценками, полученными согласно модели Стокса [190] для низшей моды краевых волн. Используя результаты прибрежных измерений гидростатического давления, авторы указывают на существование широкого по частоте длинноволнового шума, обусловленного, по их мнению, малыми случайными краевыми волнами. В дальнейшем изучение эффекта захвата в том же районе было выполнено исключительно на основе датчиков придонного гидростатического давления, расположенных на шельфе вблизи берега и непосредственно за шельфом [187]. Исследуя спектральные характеристики записей уровня, авторы определили частотный интервал 0,7—10 цикл/ч, в котором когерентность между записями на двух станциях (глубоководной и мелководной) весьма мала. Этот эффект объяснялся наличием в записях мелководной станции независимого (некогерентного) длинноволнового шума, обусловленного захваченными краевыми волнами.

Позднее в более полной работе [163] результаты обработки нескольких синхронных записей придонного гидростатического давления, зарегистрированных в различных точках Калифорнийского шельфа, использовались для оценки пространственно-вре-

менно́го спектра колебаний уровня океана в диапазоне частот 2—12 цикл/ч. На рис. 3.3 приведен основной результат работы. В координатах частоты и вдольберегового волнового числа на диаграмме проведены изолинии спектра. Главной особенностью рисунка является наличие полос повышенной спектральной плот-

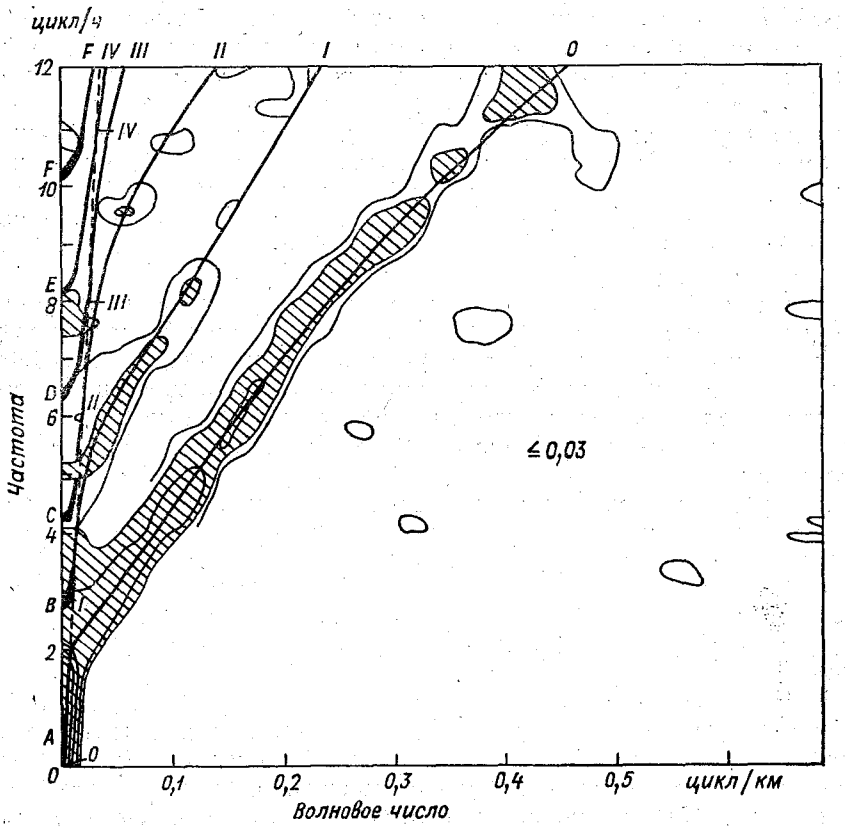


Рис. 3.3. Пространственно-временно́й спектр колебаний уровня океана вблизи побережья Калифорнии. Нанесены дисперсионные кривые для первых четырех мод краевых волн. Зачерненные участки, помеченные на рисунке буквами *A*, *B*, *C*, ..., соответствуют диапазонам максимального усиления волн Пуанкаре в плоскости ω и k (из работы [163]).

Изолинии спектра соответствуют значениям 0,03; 0,05; 0,1; 0,25; 0,5 см²·ч, площади со спектральной плотностью более 0,05 заштрихованы.

ности. Положение полос хорошо совпадает с рассчитанными с помощью численной модели теоретическими дисперсионными кривыми низших краевых волн, причем основная энергия приходится на волны нулевой моды. В общей сложности на долю краевых захваченных волн приходится свыше 95 % суммарной волновой энергии. По существу, это была первая успешная попытка разде-

ления излученных и захваченных волн в спектре длинных волн на шельфе.

В работе [21] по материалам Первой советско-американской экспедиции по проблеме цунами (1975) был выполнен анализ, аналогичный [163]. Отличие заключалось прежде всего в больших масштабах эксперимента, размер полигона достигал 300 км. Анализировались синхронные записи придонного гидростатического давления в пяти точках полигона Р1.1, Р3.1, Р5.1, Р7.1 и Р9.1 (см. рис. 2.2).

Методика предварительной обработки записей, а также спектрального анализа описана в главе 2. Для построения простран-

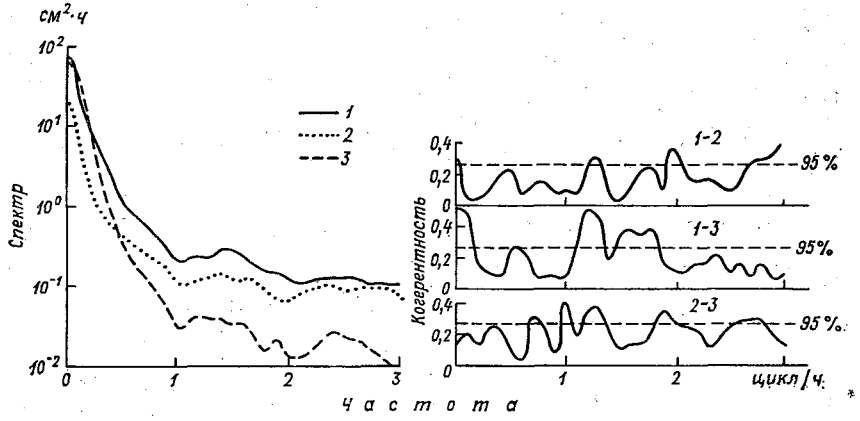


Рис. 3.4. Спектры колебаний уровня океана вблизи о. Хоккайдо для станций Р1.1 (*1*), Р5.1 (*2*), Р7.1 (*3*). Рядом приведены функции когерентности между записями уровня.

ственно-временно́го спектра колебаний уровня океана была использована как методика прямой оценки, так и адаптивной (методом максимального правдоподобия) [20]. Подробное описание этих спектральных оценок можно найти, например, в [19, 36].

Спектральный анализ, результаты которого приведены на рис. 3.4, показал значимую когерентность колебаний уровня в разных точках в интервале частот 1,1—1,8 цикл/ч. Для изучения характера этих колебаний была рассчитана диаграмма изменения уровня спектральной мощности на каждой частоте в зависимости от времени, которая показала существенную нестационарность волновых колебаний уровня (рис. 3.5). Оказалось, что в спектре за 8—9 и 13—14 сентября наблюдается заметное усиление составляющих с частотами 1,2—1,3 цикл/ч, связанное с возмущениями поля атмосферного давления и напряжений ветра, наблюдавшимися в это время. Оценки спектров волновых чисел и частот позволили изучить пространственную структуру волнового поля. Оказалось, что для большинства из них максимумы спектральной плотности лежат близко к направлению, параллельному берегу

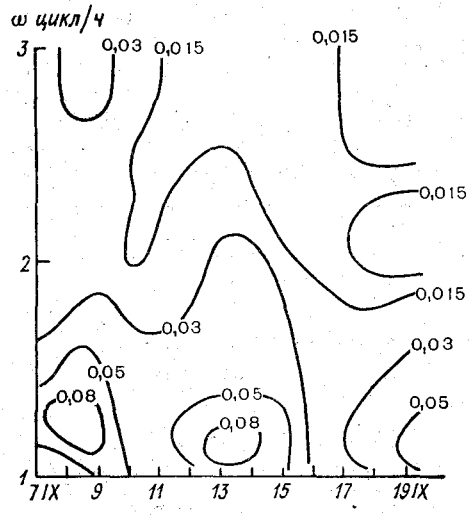


Рис. 3.5. Изменение спектральной плотности колебаний уровня океана в диапазоне частот 1—3 цикл/ч в зависимости от времени. Нанесены изолинии спектральной плотности ($см^2 \cdot ч$).

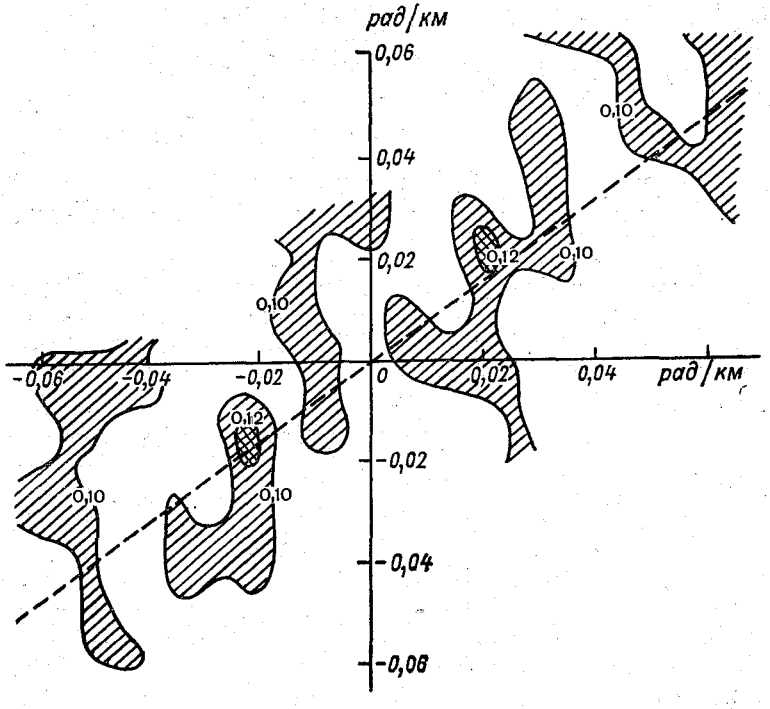


Рис. 3.6. Спектр волновых чисел для частоты 0,6 цикл/ч. Нанесены изолинии спектральной плотности колебаний уровня океана ($см^2 \cdot ч$). Штриховая линия соответствует направлению вдоль береговой линии.

(рис. 3.6), причем один из максимумов соответствует направлению распространения волн на юго-запад, а второй — на северо-восток.

Для дальнейшего анализа волнового поля вместо спектра волновых чисел и частот $E(\omega, k)$ удобнее рассматривать его сечение по линии, проходящей через начало координат в плоскости волновых чисел и параллельной линии берега $E(\omega, k)$, где k — вдольбереговая составляющая волнового вектора. На рис. 3.7 приведена диаграмма $E(\omega, k)$ в интервале частот 0—2,8 цикл/ч, которая

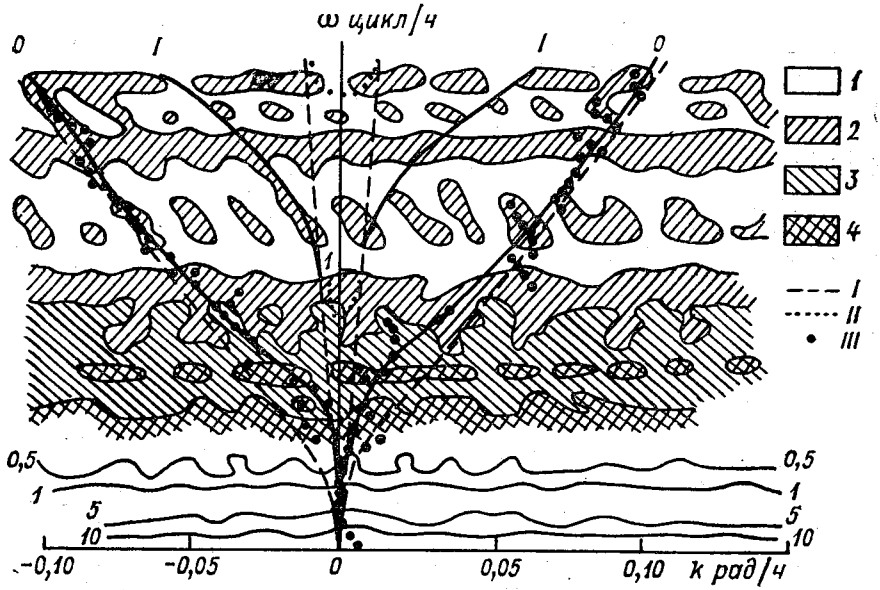


Рис. 3.7. Дисперсионная диаграмма захваченных краевых волн (нулевая и 1-я моды) для района о. Хоккайдо, рассчитанная по численной модели.

Линия I отделяет область существования волн Пуанкаре, *II* — линии их максимального усиления. Нанесены изолинии пространственно-временного спектра, рассчитанного по наблюдениям в четырех точках (Р1.1, Р5.1, Р7.1 и Р9.1). *III* — локальные максимумы спектральной плотности. *1* — $E<0{,}03$ см^2·ч; *2* — $0{,}03$ см^2·ч$<E<0{,}05$ см^2·ч; *3* — $0{,}05$ см^2 · ч$<E<0{,}10$ см^2·ч; *4* — $E>0{,}10$ см^2·ч.

показывает распределение энергии колебаний уровня неприливного происхождения по частотам и волновым числам. Выделяются характерные участки, для которых локальные максимумы спектральной плотности вытягиваются в линию (черные кружочки). К таким участкам следует отнести интервал частот 1,1—1,8 и 0,6—0,8 цикл/ч для левой полуплоскости и небольшой участок 1,3—1,5 цикл/ч для правой полуплоскости. Ввиду периодичности оценки спектра волновых чисел на диаграмме появляется еще целый ряд полос повышенной спектральной плотности, соответствующих ложным максимумам в оценках спектра (аналог аллиасинга).

Таким образом, отчетливо видно, что энергия волнового поля на шельфе концентрируется в основном в узких диапазонах частот и волновых чисел, соответствующих отдельным дискретным

модам. Наиболее ярко проявляются максимумы в оценках спектра волновых чисел в левой полуплоскости диаграммы (для $c<0$), что соответствует распространению волн вдоль шельфа на юго-запад. Преимущественно юго-западное направление распространения захваченных волн подтверждают и оценки спектра волновых чисел, выполненные по методу максимального правдоподобия [20]. В качестве примера на рис. 3.8 приведены результаты анализа для частоты 0,38 цикл/ч. Положение основного максимума спектра

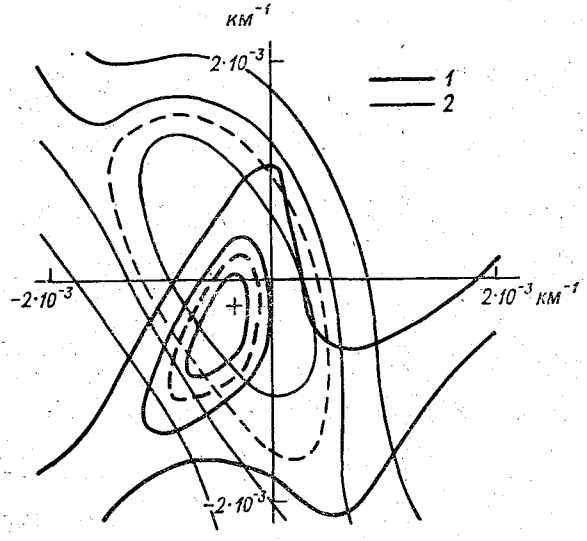


Рис. 3.8. Спектр волновых чисел колебаний уровня океана на частоте 0,38 цикл/ч.

1 — оценка методом максимального правдоподобия (адаптивная), *2* — традиционная оценка. Спектр нормирован на величину главного максимума. Изолинии проведены через 0,2 от максимума. Нанесены 95 %-ные доверительные интервалы для этих оценок (штриховые линии). Крестиком отмечено теоретическое положение максимума для нулевой моды краевых волн.

хорошо согласуется с теоретическим положением нулевой моды краевой волны, бегущей на юго-запад. По-видимому, такое избранное направление распространения связано с тем, что несколько южнее полигона начинается изгиб береговой линии и шельфа, препятствующий образованию встречной краевой волны, распространяющейся на северо-восток.

Для исследуемого района был проведен численный расчет краевых и излученных волн (см. раздел 1.8), результаты которого также представлены на рис. 3.7. Наблюдается хорошее совпадение максимумов спектра волновых чисел и частот и дисперсионных кривых нулевой моды краевых волн. Это означает, что длинноволновое поле, измеренное в ходе эксперимента, состояло в основном из волн захваченного типа нулевой моды, причем преимущественно

распространяющихся на юго-запад. Первая и вторая, а также более высокие моды здесь, видимо, не проявляются или проявляются слабее.

Захваченные краевые моды, рассматривавшиеся в данном разделе, были вызваны, по-видимому, флюктуациями давления. Аналогичным образом ведут себя и краевые волны, вызванные сейсмическим источником, которые рассматриваются в главе 7.

3.3. Рассеяние длинных волн и теоретическая модель спектра в океане

Как указывалось в главе 2, возбуждение длинных волн в диапазоне частот цунами 0,5—6 цикл/ч происходит в основном за счет воздействия на океан равномерно распределенного источника — флюктуаций атмосферного давления. Образуемый длинноволновый шум обладает рядом свойств, характерных для установившегося стохастического процесса, аналогичного турбулентности: случайность, стационарность и однородность в пределах открытого океана. В отличие от турбулентности, влияние нелинейного взаимодействия длинных волн столь малых амплитуд (~ 1 см) пренебрежимо мало́. Оценка времени взаимодействия волн значительно (на два порядка) превосходит характерное время затухания волны вследствие диссипации [63].

Таким образом, в формировании спектра волн участвуют три основных процесса: 1) возбуждение волн; 2) рассеяния на неоднородностях рельефа дна или береговой границы; 3) диссипация волновой энергии [126]. Для установившегося процесса выполняется условие равенства потоков энергии, поступающего из атмосферы и диссипируемого трением. Под диссипацией будем понимать влияние турбулентной вязкости, которая, согласно известным оценкам, существенна лишь в мелководных акваториях океана. Как показано в работе [63], затухание среднего поля длинных волн за счет рассеяния на случайных неоднородностях рельефа дна значительно превосходит затухание волн за счет вязкости. «Чистая» диссипация, согласно [63], для длинных волн характеризуется временем затухания около 1—3 сут. Вследствие этого роль рассеяния оказывается определяющей при формировании распределения энергии волн по волновым числам и различным модам. Процесс рассеяния успевает перераспределить энергию длинных волн в океане прежде, чем станет существенным эффект диссипации.

Задача об установлении волнового поля в случайно-неоднородной среде, описываемом в рамках кинетических уравнений, является весьма сложной. В частности, при произвольном соотношении между длиной волны и размером неоднородностей не удается выписать замкнутые уравнения относительно моментов второго порядка. В отдельных случаях, например при размерах неоднородностей S, заметно превышающих длину волны λ, процесс становится марковским и уравнения замыкаются; роль времени в этом

случае играет выделенная пространственная координата. Для произвольного соотношения между S и λ отсутствует так называемая динамическая причинность, характерная для марковских процессов; решение в данной точке уже не является функцией от решения в предыдущей точке (благодаря рассеянию назад).

Рассмотрим установившееся в результате случайного рассеяния волновое поле, считая наличие такого стационарного поля опытным фактом. Следует отметить, что в последовательной теории, основанной на кинетических уравнениях, доказательство существования установившегося поля является одной из важных задач исследования.

Важным вопросом, возникающим при исследовании установившегося распределения энергии длинных волн по различным модам, является вопрос о соотношении волновой энергии на шельфе и в открытом океане. Из физических соображений можно предположить, что это соотношение определяется равновесием между потоком энергии, поступающим в захваченные (краевые) волны от излученных (Пуанкаре) волн и обратным потоком энергии в излученные волны.

Рассмотрим полуограниченный океан, который для простоты выкладок заменим широким каналом, который имеет рельеф дна, близкий к цилиндрическому. Случайные отклонения рельефа дна от цилиндрической формы полагаем достаточно малыми, чтобы допустить существование нормальных мод. Без учета непрерывного поступления энергии из атмосферы, а также оттока энергии волн за счет диссипации определим равновесное (в статистическом смысле) распределение энергии по модам (захваченным и излученным).

Поскольку рассеяние не меняет частоту волн, в дальнейшем будем полагать ее фиксированной. Как было показано в разделе 1.4, задача о распространении волн с фиксированной частотой характеризуется законом сохранения потока энергии вдоль берега. В частности, в разделе 1.4 показано, что моды ортогональны в представлении потока энергии вдоль берега [см. (1.45)]. Не оговаривая конкретную форму рассеяния, а также его интенсивность, рассмотрим рассеяние на случайных неоднородностях рельефа дна, считая, что фазы рассеянных волн случайны. В дополнение укажем необходимость учета еще одного важного свойства рассеяния: процесс рассеяния разрешает обмен энергиями между всеми возможными модами, так что в процессе перераспределения энергии могут реализовываться все возможные состояния системы при фиксированном общем потоке энергии волн. В результате возникающего процесса случайного многократного рассеяния достигается детальное равновесие (равновесное состояние). Покажем, что это состояние соответствует равнораспределению потока энергии по модам.

Рассмотрим канал шириной L, в котором рельеф дна определяется средней функцией $h(x)$ и случайными отклонениями $\delta h(x, y)$ (рис. 3.9). На фиксированной частоте ω в канале существует вол-

новое поле $\zeta(x, y)$. Это поле является случайным и стационарным (по ансамблю δh) в направлении оси y:

$$\langle \zeta^2(x, y)\rangle = F_1(x);$$

$$\langle v^2(x, y)\rangle = F_2(x), \qquad (3.9)$$

где $\langle\ \rangle$ — знак осреднения. Вдольбереговая скорость v выражается через ζ согласно (1.16)—(1.17). Так как возмущения глубины

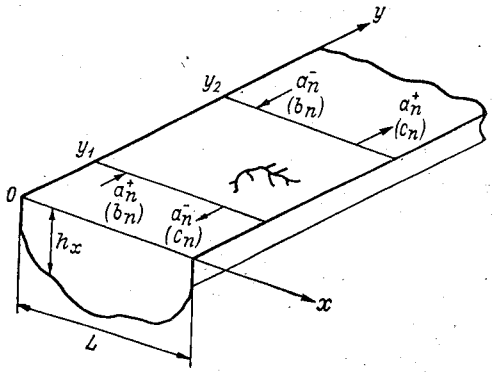


Рис. 3.9. Схема, иллюстрирующая рассматриваемую модель океана.

Стрелками указаны направления потоков энергии отдельных мод.

невелики, функции $\zeta(x, y)$ и $v(x, y)$ можно представить в виде суммы мод:

$$\begin{pmatrix}\zeta(x, y)\\ v(x, y)\end{pmatrix} = \sum_1^N a_n(y)\begin{pmatrix}\zeta_n(x)\\ v_n(x)\end{pmatrix}, \qquad (3.10)$$

где N — число мод на данной частоте, а $a_n(y)$ вычисляются из соотношения ортогональности (1.42).

Зная функции $\zeta(x, y)$ и $v(x, y)$ на некоторой линии $y=y_1$, можно определить функции $\zeta(x, y)$ и $v(x, y)$ для любой точки канала (см. рис. 3.9). Следовательно, на произвольной линии $y=y_2$ можно найти разложение вида (3.10). Коэффициенты $a_n(y_1)$ и $a_n(y_2)$, таким образом, должны выражаться через некоторую матрицу $\{A_{nm}\}$, элементы которой определяются рельефом глубины между линиями $y=y_1$ и $y=y_2$:

$$a_n(y_2) = \sum_{m=1}^{N} A_{nm} a_m(y_1).$$

Все моды можно разделить на два типа: распространяющиеся в положительном направлении оси y (ζ_n^+) и в отрицательном направлении (ζ_n^-). Учитывая, что суммарный поток на линиях 1 и 2 должен быть одинаков

$$\sum_1^{N_1} [a_n^+(y_1)]^2 - \sum_{N_1+1}^{N} [a_n^-(y_1)]^2 = \sum_1^{N_1} [a_n^+(y_2)]^2 - \sum_{N_1+1}^{N} [a_n^-(y_2)]^2, \qquad (3.11)$$

получим

$$\sum_{1}^{N_1} [a_n^+(y_1)]^2 + \sum_{N_1+1}^{N} [a_n^-(y_2)]^2 = \sum_{1}^{N} [a_n^+(y_2)]^2 + \sum_{N_1+1}^{N} [a_n^-(y_1)]^2, \quad (3.12)$$

где N_1 — число мод, распространяющихся в положительном направлении. Объединим коэффициенты, стоящие слева в (3.12), под общим обозначением b_n (коэффициенты мод до рассеяния), а стоящие справа (3.12)— c_n (коэффициенты после рассеяния). Заметим, что между b_n и c_n также должна быть линейная связь, причем соответствующая матрица $\{B_{nm}\}$ может быть легко получена из $\{A_{nm}\}$. Таким образом,

$$c_n = \sum_m B_{nm} b_m. \quad (3.13)$$

Важное свойство матрицы $\{B_{nm}\}$ — ее унитарность, т. е.

$$B_{nm}^* = B_{nm}^{-1},$$

где звездочка — знак комплексного сопряжения; B_{nm}^{-1} — элемент матрицы, обратной $\{B_{nm}\}$. Это свойство непосредственно следует из закона сохранения потока энергии (3.12).

Из предположения о стационарности волнового процесса в широком смысле, т. е. независимости всех его статистических характеристик от y, следует, что все коэффициенты $a_n^+(y)$ и $a_n^-(y)$ не зависят в среднем (по модулю) от y:

$$\langle |a_n^+|^2 \rangle = \text{const},$$
$$\langle |a_n^-|^2 \rangle = \text{const}$$

или

$$\langle |b_n|^2 \rangle = \langle |c_n|^2 \rangle, \quad n = 1, \ldots, N. \quad (3.14)$$

Подставляя (3.14) в (3.13), получим:

$$\langle |c_n|^2 \rangle = \langle |b_n|^2 \rangle = \sum_{m,l} \langle B_{nm} B_{nl}^* b_m b_l^* \rangle.$$

Элементы матрицы $\{B_{nm}\}$, как указывалось выше, зависят от рельефа глубины между линиями $y=y_1$ и $y=y_2$. Коэффициенты же b_n определяются возмущениями рельефа во всем канале. Это дает возможность использовать «приближение усечения» [48], т. е.

$$\langle B_{nm} B_{nl}^* b_m b_l^* \rangle = \langle B_{nm} B_{nl}^* \rangle \langle b_m b_l^* \rangle.$$

Вследствие хаотизации фаз отдельных мод

$$\langle b_m b_l^* \rangle = |b_m|^2 \delta_{ml},$$

поэтому

$$\langle |c_i|^2 \rangle = \langle |b_i|^2 \rangle = \sum_k \langle |B_{ik}|^2 \rangle \langle |b_k|^2 \rangle = \sum_k D_{ik} \langle |b_k|^2 \rangle. \quad (3.15)$$

Матрица $\{D_{nm}\}$ стохастическая, т. е. сумма ее строчных элементов равна 1. Уравнение (3.15) является задачей на отыскание собственного вектора $\langle |b_k|^2 \rangle$ матрицы $\{D_{nm}\}$ при собственном числе, равном 1. Из теории стохастических матриц известно, что такой вектор всегда существует и представляет единичный вектор

$$\langle |b_k|^2 \rangle = 1. \tag{3.16}$$

Таким образом, оказывается, что стационарное распределение (если оно осуществляется) соответствует равнораспределению потока энергии по модам.

Полученное свойство установившегося волнового процесса (3.16) позволяет определить пространственное распределение волновой энергии в канале с произвольным профилем. Проиллюстрируем это на двух простых моделях.

Модель 1. Рассмотрим задачу о статистическом распределении энергии между модами в канале постоянной глубины H и ширины $L \gg \lambda$,* где λ — длина волны. В этом случае имеется конечное число нормальных мод вида

$$\zeta_n = Ae^{i(\omega t - k_n y)} \cos(\varkappa_n x), \tag{3.17}$$

где n — номер моды, а k и $\varkappa$ — соответственно вдоль- и поперекбереговые волновые числа, которые связаны соотношением

$$k_n^2 + \varkappa_n^2 = \omega^2/(gH). \tag{3.18}$$

Каждая мода может быть представлена в виде суперпозиции падающей и отраженной волн. При этом угол падения α определяется как

$$\operatorname{tg} \alpha = k/\varkappa. \tag{3.19}$$

В процессе многократного рассеяния происходит, с одной стороны, хаотизация фаз отдельных мод, с другой стороны, выравнивание в среднем соответствующих потоков энергии $\langle F_i \rangle = \text{const}$, где F — среднестатистический поток энергии, приходящийся на одну моду. Учитывая случайность фаз, легко вычислить полную среднюю волновую энергию $E = \langle \mathscr{E}_\Sigma \rangle$, соответствующую установившемуся (в статистическом смысле) состоянию системы. Статистическое осреднение устраняет интерференционные члены при подсчете суммарной энергии, и поэтому полная средняя плотность энергии волн есть простая сумма средних энергий отдельных мод $E = \sum_n \langle \mathscr{E}_n \rangle$. Поскольку $L \gg 1/k$ и число мод велико, можно определить плотность распределения энергии по углу падения α:

$$dE_\alpha = \langle E_n \rangle dn = \pi^{-1} F \omega (gH)^{-1} d\alpha. \tag{3.20}$$

При этом оказывается, что распределение энергии по углу изотропно. Интегрируя выражение (3.20) по углу α от $-\pi/2$ до $\pi/2$,

* Отметим, что при увеличении ширины канала число мод волн Пуанкаре возрастает и в пределе при $L \to \infty$ спектр становится непрерывным.

получим важное соотношение, связывающее значение средней суммарной плотности волновой энергии и среднего потока энергии одной моды:

$$E = F\omega (gH)^{-1}. \tag{3.21}$$

Зависимость плотности потенциальной энергии отдельной моды от расстояния от берега из (3.17) имеет вид

$$\mathscr{P}_n = \frac{1}{2}\rho g\zeta_n^2 = \frac{1}{2}\mathscr{E}_n \cos^2(\varkappa_n x). \tag{3.22}$$

Интегрируя (3.22) по углу α, получим выражение для средней суммарной плотности потенциальной энергии:

$$P = \langle \mathscr{P}_\Sigma \rangle = \frac{1}{2}\langle \mathscr{E}_\Sigma \rangle [1 + J_0(2k_0 x)], \tag{3.23}$$

где $k_0 = \omega\sqrt{gH}$; J_0 — функция Бесселя.

При удалении в открытый океан

$$P \to \frac{1}{2}E \text{ при } x \to \infty, \tag{3.24}$$

а вблизи берега

$$P \to E \text{ при } x \to 0. \tag{3.25}$$

Таким образом, дисперсия колебаний уровня океана вблизи берега возрастает вдвое по сравнению с дисперсией в открытом океане. Следовательно, даже в океане с почти ровным дном наблюдается повышение энергии длинных волн вследствие многократного рассеяния.

Модель 2. Оценим среднестатистическое распределение энергии по модам в океане в присутствии шельфа характерной глубины h и ширины l. В дополнение к модам Пуанкаре наличие шельфа допускает существование конечного числа захваченных (краевых) мод. Точное аналитическое решение для оценки энергетических соотношений довольно затруднительно, поэтому мы ограничимся приближенной оценкой коротковолнового (высокочастотного) приближения. Полагая $\lambda \ll 1$ и $h \ll H$, можно оценить число захваченных мод как

$$N \sim l/\lambda, \tag{3.26}$$

где $\lambda \sim \sqrt{gh}/\omega$.

Введем для удобства следующие обозначения $E_0^{\text{захв}}$, $E_0^{\text{изл}}$ и E_0 — соответственно плотностей энергии захваченных волн, излученных и их суммы на шельфе; $E_\infty^{\text{захв}}$, $E_\infty^{\text{изл}}$ и E_∞ — то же для открытого океана.

Таким образом,

$$E_0 = E_0^{\text{изл}} + E_0^{\text{захв}};$$

$$E_\infty = E_\infty^{\text{изл}}, \text{ так как } E_\infty^{\text{захв}} = 0. \tag{3.27}$$

Как и в случае океана с ровным дном, выполняется соотношение (3.21), связывающее среднюю суммарную плотность энергии волн E_∞ в открытом океане со средним потоком энергии F, приходящимся на одну моду.

В состоянии стохастического равновесия устанавливается равенство средних потоков энергии не только среди мод Пуанкаре, но и среди захваченных мод:

$$F \simeq c_g l \langle \mathscr{E}_i^{\text{захв}} \rangle. \tag{3.28}$$

На высоких частотах для захваченных мод групповая скорость $c_g \sim \sqrt{gh}$, поэтому среднюю суммарную плотность энергии захваченных мод можно оценить как

$$E_0^{\text{захв}} = \sum_i^N \langle \mathscr{E}_i^{\text{захв}} \rangle = N \langle \mathscr{E}^{\text{захв}} \rangle \simeq F\omega (gh)^{-1}. \tag{3.29}$$

Из сравнения (3.29) и (3.21) следует, что плотность энергии захваченных мод (на шельфе) значительно превышает плотность энергии излученных волн в открытом океане:

$$E_0^{\text{захв}}/E_\infty \sim H/h. \tag{3.30}$$

Согласно разделу 1.7 (см. примечание к с. 42), энергия излученных волн в лучевом приближении возрастает в сторону берега по закону $h(x)^{-1/2}$, т. е.

$$E_0^{\text{изл}}/E_\infty^{\text{изл}} \sim \sqrt{H/h}. \tag{3.31}$$

Из (3.31) с учетом (3.27) и (3.30) следует, что

$$E_0^{\text{изл}}/E_0^{\text{захв}} \sim \sqrt{h/H}. \tag{3.32}$$

Таким образом, бóльшая часть энергии на шельфе приходится на долю захваченных волн (>90 % для реальных шельфов). Эта оценка хорошо согласуется с данными [163].

Аналогичные (3.30)—(3.32) соотношения выполняются и для средней плотности потенциальной энергии P, которая соответствует дисперсии колебаний уровня на шельфе и в открытом океане. Учитывая, что $h \ll H$, из (3.30) и (3.32) можно показать, что

$$\langle \zeta_0^2 \rangle / \langle \zeta_\infty^2 \rangle \sim H/h. \tag{3.33}$$

Это соотношение для большинства шельфов $\sim 10^2$. Таким образом, наличие шельфа приводит к значительному возрастанию волновой энергии, что подтверждается данными наблюдений (см. раздел 2.3).

Произвольный шельф. Исходя из свойства равнораспределения потока энергии по модам, можно рассчитать передаточную функцию, связывающую спектральную плотность колебаний уровня случайного волнового поля в открытом океане и вблизи берега с учетом реального рельефа в зоне шельфа — континентального склона. Спектр длинных волн в диапазоне частот цунами сравни-

тельно устойчив и однороден в пределах открытого океана, поэтому, используя спектр, полученный в произвольной достаточно удаленной от берега точке в качестве «эталонного», можно на его основе рассчитать спектр для любого участка в пределах однородного шельфа.

Как показано в главе 2, хорошим примером установившегося стационарного волнового процесса, по-видимому, является поле

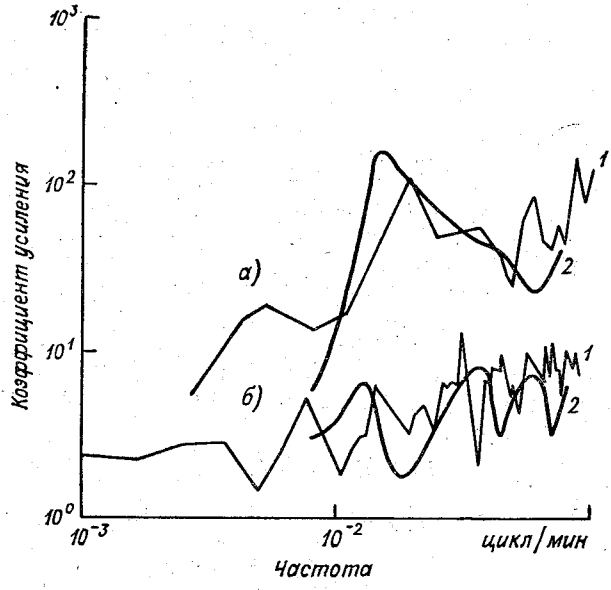


Рис. 3.10. Отношение спектра колебаний уровня океана в пограничной зоне к эталонному (глубоководному, $h=5650$ м) (*1*) и теоретическая передаточная функция (*2*).

а — в зоне шельфа ($h=100$ м); *б* — в районе континентального склона ($h=1000$ м).

длинных волн в диапазоне частот цунами в северо-западной части Тихого океана, прилегающей к Курильским и Японским островам. Измерения спектра волн, выполненные в этом районе (рис. 2.13), относились к трем характерным зонам океана:

1) открытый океан (ст. Р5, $h=5650$ м);

2) зона континентального склона (ст. Р2, $h=1000$ м);

3) шельфовая зона (донный самописец уровня вблизи о. Шикотан, $h=100$ м).

В целях проверки описанного свойства равновесного процесса рассеяния волн были выполнены расчеты, в которых спектр открытого океана (ст. Р5) использовался в качестве опорного.

На рис. 3.10 приведены результаты расчета передаточной функции от открытого океана ($h=5650$ м) к берегу ($h=100$ м) и

к промежуточной зоне ($h=1000$ м). Нанесены измеренные отношения спектров S_{100}/S_{5650} и S_{1000}/S_{5650}. Наблюдается хорошее совпадение значений передаточной функции, оцененной экспериментально и теоретически (Тезисы XVIII Генеральной Ассамблеи ИАФСО, Гамбург, 1983 г.).

3.4. Исследование шельфовых волн в океане

В настоящее время имеются надежные измерения шельфовых волн в различных районах Мирового океана. В этом разделе будут рассмотрены лишь некоторые из них. Дополнительные сведения о наблюдениях шельфовых волн можно найти в работах [94, 137, 146, 166].

Обнаружение шельфовых волн связано с объяснением аномального характера колебаний уровня океана на побережье Австралии. Б. Хэмон в 1962 г. [130] обратил внимание, что в спектре уровня океана хорошо проявляются колебания с периодом в несколько дней, распространяющиеся в направлении, противоположном направлению движения атмосферных возмущений, причем характер отклика уровня океана на атмосферное давление для этих колебаний не соответствовал «закону обратного барометра». А. Робинсон (1964) теоретически показал возможность существования особого класса субинерционных градиентно-вихревых колебаний (шельфовых волн) [184], что позволило объяснить результаты Б. Хэмона. Позднее Хэмон [131] провел сравнение теоретических значений фазовых скоростей, полученных по модели [184], и их фактических значений по данным наблюдений на различных станциях австралийского побережья. Хорошее совпадение данных расчетов и измерений показало важную роль шельфовых волн в формировании уровня океана в синоптическом диапазоне частот.

В дальнейшем шельфовые волны по наблюдениям за колебаниями уровня океана были обнаружены в различных районах Мирового океана: у побережья Орегона и Британской Колумбии (северо-восточная часть Тихого океана), в районе Северной Каролины (северо-западная часть Атлантики), вблизи Японии, Перу, Гвинеи и др. [146, 166]. Почти во всех этих случаях шельфовые волны проявлялись в фазовых запаздываниях колебаний уровня на различных станциях, а также в негидростатическом отклике на атмосферное давление. В результате этих исследований установилось мнение, что закон «обратного барометра» выполняется только в открытом океане или на изолированных островах (например, на Бермудах [201]), а для станций, расположенных в зоне океанического шельфа, он существенно нарушается. Отметим, что этот вывод нуждается в уточнении: негидростатический отклик уровня наблюдается в первую очередь там, где: а) вблизи берега имеется широкий протяженный шельф; б) направление распространения атмосферных возмущений и шельфовых волн совпадает. Так, на тихоокеанском побережье Курильских остро-

вов, где эти направления противоположны, а шельф короткий, закон «обратного барометра» достаточно хорошо выполняется, а на охотоморской стороне нарушается [47, 51, 52] (см. раздел 3.6).

В целом условия для возбуждения шельфовых волн в районах, где направление их распространения совпадает с направлением движения атмосферных возмущений, более благоприятные, чем там, где эти направления противоположны. Однако и в последнем случае шельфовые волны могут возбуждаться за счет рассеяния метеоприлива на неоднородностях рельефа.

В то же время следует отметить, что шельфовые волны гораздо лучше проявляются в течениях, чем в уровне: колебаниям уровня океана в несколько сантиметров соответствуют течения со скоростями в десятки сантиметров в секунду. Д. Картрайт (1969) был, по-видимому, первым, кто использовал наблюдения за течениями для выделения шельфовых волн [108]. Результаты анализа, проведенного им, показали присутствие на шельфе Гебридских островов первой моды шельфовых волн, играющей важную роль в формировании суточных приливных колебаний (см. раздел 6.5).

Вслед за работой Картрайта последовало большое количество работ, в которых для выделения шельфовых волн использовались синхронные наблюдения за уровнем океана и прибрежными течениями [118, 140, 197]. Подробные обоснования рациональной системы измерения и выделения шельфовых волн приводятся в работе [137], в которой указано, что по наблюдениям за уровнем выделение высших мод шельфовых волн крайне затруднительно, для решения этой задачи необходимы измерения течений на системе датчиков, расставленных поперек шельфа (подобно тому, как для выделения отдельных мод внутренних волн требуются измерения на различных глубинах).

В середине 70-х годов появились исследования, в которых было показано, что шельфовые волны играют особую роль в формировании меандров Гольфстрима (см. [100], а также обзор [166]).

Эффектный эксперимент, подтверждающий существование шельфовых волн, был выполнен на лабораторной модели Д. Колдуэллом и др. [105]. Измерения проводились на вращающемся макете океана с шельфом экспоненциальной формы вида (1.61). На рис. 3.11 приведены результаты сравнения теоретических дисперсионных кривых с измерениями. Хорошее совпадение наблюдается для 1-й, 2-й и 3-й мод шельфовых волн. Интересно, что для данной модели хорошо возбуждались шельфовые волны не только с отрицательными, но и с положительными групповыми скоростями (т. е. с большими волновыми числами). Существенным результатом работы [105] явилось экспериментальное подтверждение ранее высказанной гипотезы [104, 108] о преимущественном возбуждении шельфовых волн с нулевой групповой скоростью.

Наблюдения шельфовых волн в районе Курильской гряды. Исследования синоптических колебаний уровня в районе Курильских островов позволили обнаружить шельфовые волны [20, 47]. Ана-

лизировались записи уровня океана на пяти станциях Курильской гряды, расположенных вдоль шельфа (рис. 2.2), длительностью 2 мес, а также наблюдения за атмосферным давлением и ветром [47]. Взаимные спектральные функции колебаний различных гидрометеорологических характеристик между двумя парами станций: Южно-Курильск—Буревестник (*а*) и Буревестник—Северо-Курильск (*б*) (см. рис. 2.2), приведены на рис. 3.12 *А*. Для первой пары станций, расположенных сравнительно недалеко друг от

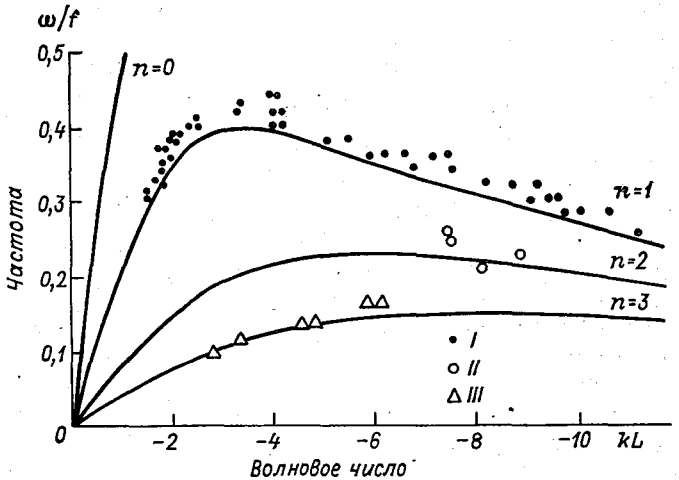


Рис. 3.11. Дисперсионные кривые шельфовых волн и волны Кельвина для модельного профиля экспоненциальной формы (1.61) (из работы [105]).

I, II, III — экспериментальные данные соответственно для 1-й, 2-й и 3-й мод.

друга (~200 км), высокая связанность характерна для всех элементов в широком диапазоне частот (рис. 3.12 *А, а*), для второй пары станций, расстояние между которыми ~800 км, высокая когерентность наблюдается только в определенных частотных диапазонах (рис. 3.12 *А, б*). Можно предположить, что экстремумы когерентности между колебаниями уровня океана в Буревестнике и Северо-Курильске связаны со свободными и вынужденными шельфовыми волнами, генерированными атмосферными процессами. На рис. 3.12 *Б* приведены дисперсионные кривые двух первых мод шельфовых волн, рассчитанные для реального Курильского шельфа, и нанесены на них волновые числа для тех частот, на которых когерентность между значениями приведенного уровня была достаточно велика. Волновые числа k_j определялись по формуле $k_j = \Delta\varphi(\omega_j)/\Delta x$, где Δx — расстояние между пунктами (использовались различные пары из 5 станций). Как видно из рисунка, совпадение с первой модой шельфовых волн на низких частотах получилось достаточно убедительным.

Нулевая групповая скорость для первой моды примерно соответствовала частоте 1 цикл/сут. Наблюдаемые на этой частоте экстремумы в спектрах уровня, а также высокая когерентность между приведенными уровнями (рис. 3.12 *А, а, б*) могут объясняться не только наличием остатков прилива, но и присутствием на этих частотах шельфовых волн, резонансно возбужденных атмосферой.

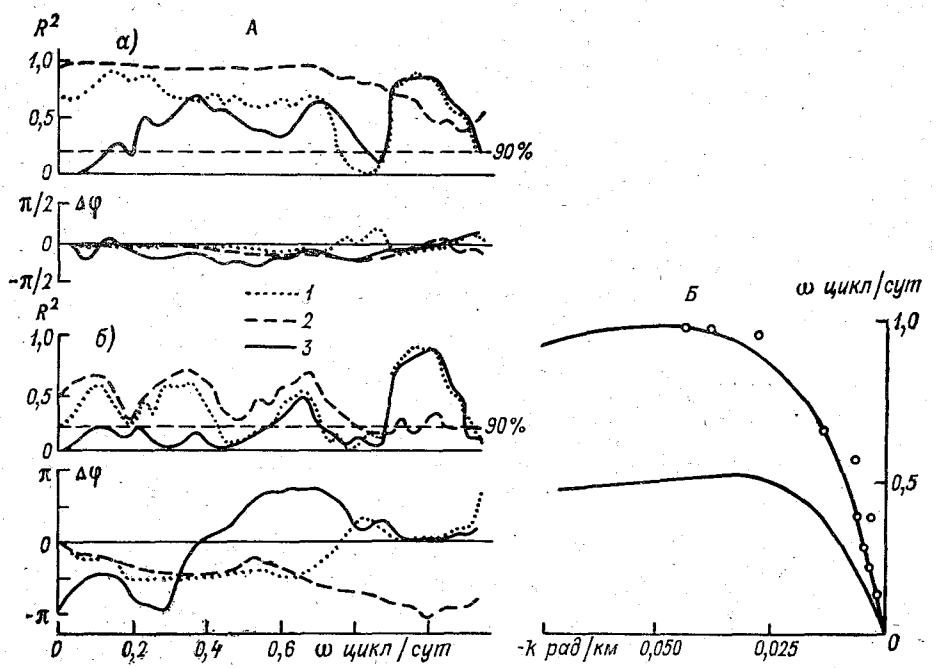


Рис. 3.12. *А* — когерентность и сдвиг фаз между записями уровня океана (*1*), атмосферного давления (*2*) и приведенного уровня (*3*) для пар станций: Южно-Курильск—Буревестник (*а*) и Буревестник—Северо-Курильск (*б*); *Б* — дисперсионные кривые 1-й и 2-й мод шельфовых волн, рассчитанные для осредненного рельефа дна в районе Курильской гряды. На частотах экстремумов в когерентности между записями приведенных уровней нанесены кружки, соответствующие волновым числам, оцененным по сдвигам фаз между записями [47].

Специальный анализ приведенных (негидростатических) колебаний уровня океана с целью выделения в нем свободных шельфовых волн был проведен в работе [20]. Записи были подвергнуты полосовой фильтрации с окном 0,002—0,026 цикл/ч. Остаточные флюктуации уровня не превосходили 10—12 см. Две записи приведены на рис. 3.13. Стрелками отмечены сильные волновые возмущения, которые хорошо прослеживались во всех пунктах.

При расчетах пространственных спектров оказалось, что в интервале частот 0,008—0,012 цикл/ч на диаграмме выделяется резкий максимум, соответствующий распространению волн на юго-

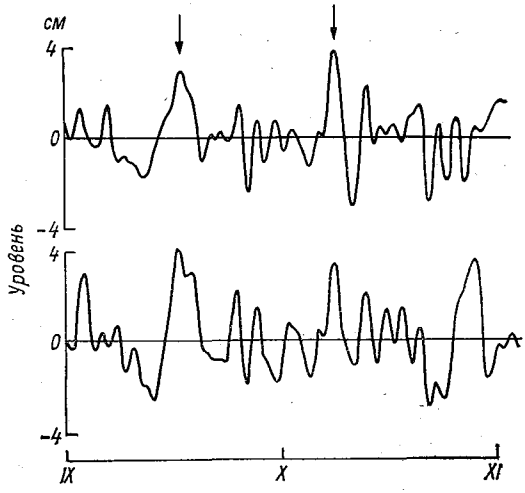


Рис. 3.13. Примеры фильтрованных записей колебаний приведенного уровня в двух соседних точках Курильской гряды. Стрелками отмечены наибольшие отклонения уровня океана за период наблюдений, зарегистрированные на всех станциях [21].

запад, с волновыми числами $0{,}6 \cdot 10^{-3}$—$0{,}9 \cdot 10^{-3}$ км$^{-1}$. На рис. 3.14 приведен типичный пространственный спектр, рассчитанный адаптивным методом. Здесь разрешающая способность, достигаемая в направлении юго-запад—северо-восток, значительно превосходит разрешающую способность спектра в перпендикулярном направлении. Это объясняется расположением станций, лежащих почти на прямой линии, соединяющей о. Хоккайдо и южную часть п-ова Камчатка, и поэтому изолинии спектра имеют характерный

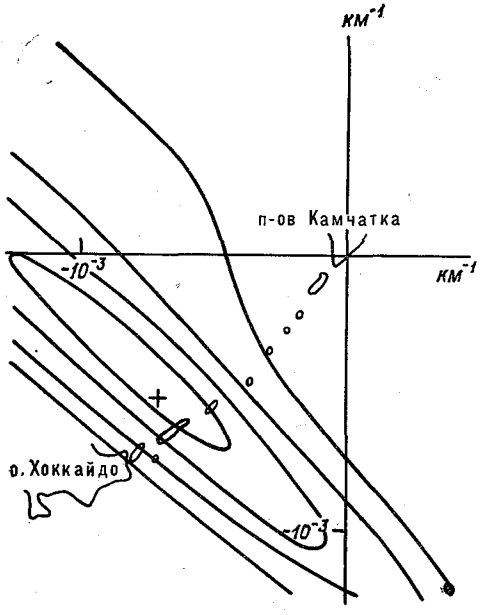


Рис. 3.14. Оценка максимального правдоподобия (адаптивная) спектра волновых чисел колебаний уровня океана на частоте 0,01 цикл/ч. Спектр нормирован на величину главного максимума. Изолинии проведены через 0,2 от максимума. Показано взаимное расположение станций на Курильских островах, записи которых использовались при расчете. Крестом отмечено теоретическое значение волнового вектора для 1-й моды шельфовых волн [20].

вытянутый вид. На рисунке нанесено теоретическое положение максимума в спектре волновых чисел, рассчитанное для шельфовой волны первой моды, распространяющейся вдоль шельфа на юго-запад. Оценка волнового вектора проводилась численно [20]. Видно, что наблюдается хорошее совпадение предсказанного положения максимума в спектре и измеренного в эксперименте.

Для исследуемого диапазона частот спектр свободных волн составляют лишь захваченные волны, поэтому для дальнейшего анализа целесообразно использовать сечение спектра волновых чисел в направлении, параллельном береговой линии. На рис. 3.15 в координатах частоты и составляющей волнового вектора вдоль берега проведены изолинии спектральной плотности. Они характеризуют распределение энергии колебаний уровня по частоте и данной вдольбереговой составляющей волнового вектора. На

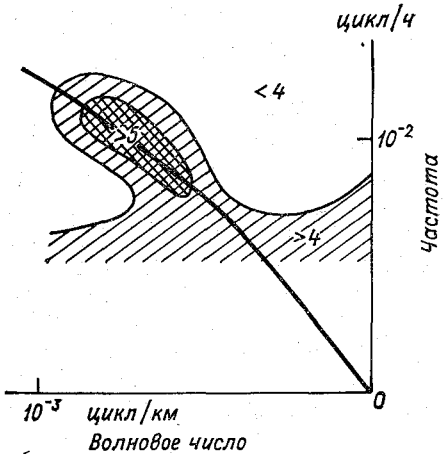


Рис. 3.15. Пространственно-временной спектр колебаний уровня океана (см²·ч). Нанесена теоретическая дисперсионная кривая для 1-й моды шельфовых волн.

рисунке выделяется вытянутый максимум в спектре, соответствующий частотному интервалу 0,008—0,012 $ч^{-1}$ и интервалу волновых чисел $0{,}6 \cdot 10^{-3}$—$0{,}9 \cdot 10^{-3}$ $км^{-1}$. Этот максимум хорошо описывается дисперсионной кривой, рассчитанной численно для первой шельфовой моды. В отличие от анализа краевых волн [21], представленных в разделе 3.2, здесь не наблюдается широкого по частоте спектра свободных волн, что, по-видимому, связано с небольшой для этого класса волн длительностью наблюдений. Как видно из рис. 3.13, за время регистрации через район измерений прошло лишь два существенных цуга волн, вызванных, по-видимому, возмущениями поля атмосферного давления или напряжений ветра и давших вклад в спектр колебания уровня океана в указанных интервалах волновых чисел и частот.

Дальнейшее исследование шельфовых волн в районе Курильской гряды было продолжено в работах [46, 51, 52]. В частности, анализировались факторы, формирующие негидростатические колебания уровня [52]. Приведенный уровень рассматривался как выход линейной системы, на вход которой подавались компоненты ветрового напряжения, атмосферное давление, а также градиенты в направлении вдоль Курильской гряды и перпендикулярно ей. При этом оказалось, что максимальный вклад дает перпендику-

лярная к берегу составляющая градиента давления. Следовательно, на формирование негидростатических колебаний уровня в данном районе главное влияние оказывает не локальный ветер, а усредненный по пространству, причем главную роль играет геострофический компонент ветра, параллельный направлению гряды.

Это представление хорошо согласуется с моделью генерации шельфовых волн, предложенной Гиллом и Шуманом [129]. С помощью данной модели в работе [52] проанализирована возможность возбуждения первой моды шельфовых волн вдольбереговым компонентом ветрового напряжения. В диапазоне частот 0,3—0,6 цикл/сут получено достаточно хорошее согласование с наблюдениями.

В работе [46] при рассмотрении связи колебаний градиентов атмосферного давления и уровня океана было отмечено, что на частотах, где первая мода шельфовых волн имеет нулевую групповую скорость, наблюдается уменьшение когерентности. При этом, как хорошо видно на графиках, представленных в работе [52], на этих же частотах наблюдается резкое увеличение передаточной функции от атмосферного давления к уровню. Данные результаты являются вполне естественными: на стационарных частотах наблюдается резонансный отклик уровня на атмосферное давление, при этом фазовые сдвиги между входным процессом (давлением) и выходным (уровнем) носят случайный характер, что приводит к существенному уменьшению когерентности. Отметим, что аналогичное явление в океане наблюдается на инерционных частотах: резонансное возбуждение колебаний на этих частотах и слабая связь с внешними силами.

Для этого же района расчеты топографических волн были выполнены Майсеком и др. [168] на основании двойной экспоненциальной модели:

$$h(x)=\begin{cases} H_0 e^{2ax} & \text{при } -L_1 \leqslant x < 0, \\ H_0 e^{-2bx} & \text{при } 0 \leqslant x < L_2, \\ H_0 e^{-2bL_2} = H & \text{при } x > L_2, \end{cases}$$

где $x=0$ соответствует самой глубокой части желоба. Параметры рельефа ($L_1=197$ км, $L_2=50$ км, $H_0=7{,}75$ км, $a=0{,}91\cdot10^{-2}$ км$^{-1}$, $b=3{,}71\cdot10^{-3}$ км$^{-1}$) были выбраны ими путем осреднения большого числа поперечных профилей. Результаты расчетов на данной аналитической модели достаточно хорошо согласуются с численными расчетами, приведенными в работах [25, 79] (раздел 1.8).

Майсек и др. [168] предполагают, что низкочастотные (с периодом несколько месяцев) колебания уровня в береговых пунктах Курильской гряды и Камчатки, распространяющиеся, согласно данным наблюдений, в северо-восточном направлении, связаны с желобовыми волнами. Однако нужно учесть, что указанный класс волн очень быстро затухает по направлению к берегу (см. рис. 1.12, 1.13), значение уровня на берегу составляет 10^{-3}—10^{-4} от значе-

ния в максимуме, поэтому возможность наблюдения таких волн вблизи берега маловероятна. Двойные волны Кельвина (желобовые волны) должны локализоваться в районе океанской стороны желоба и, как будет показано в следующем разделе, вихреобразные образования в этом районе, которые регулярно проявляются по данным космических наблюдений [188], скорее всего, связаны именно с этим типом колебаний.

Можно отметить, что субинерционные топографические волны оказывают заметное воздействие на формирование синоптических колебаний, а также суточных приливов (раздел 6.6) в районе Курильской гряды.

3.5. Топографические вихри в районе Курило-Камчатского желоба

Как показали исследования последних лет, синоптические вихри, открытые в начале 70-х годов, играют важную роль в динамике Мирового океана, определяя в значительной степени его погоду и климат. Наблюдения, полученные во время глобального международного океанического эксперимента ПОЛИМОДЕ, свидетельствуют, что в океане имеется широкий спектр вихревых образований от одиночных вихрей до систем плотно упакованных циклонических и антициклонических центров. Большую часть вихрей можно интерпретировать как сложный синтез баротропных и бароклинных волн Россби и крупно-

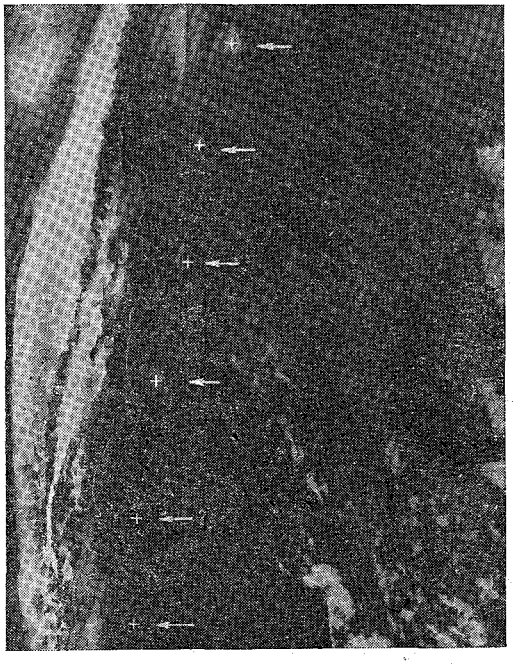


Рис. 3.16. Топографические вихри в районе п-ова Камчатка. Использована спутниковая фотография из работы [188].

масштабной океанической турбулентности [34]. Имеется, однако, ряд наблюдений, где зафиксированы системы вихрей, имеющих хорошо выраженную топогенную природу. Так, на спутниковых фотографиях, приведенных в работе [188], на шельфе п-ова Камчатка хорошо выделяется цепочка вихрей с расстоянием между

центрами 160—170 км (рис. 3.16). На некоторых фотографиях заметны также и другие более крупные вихри, расположенные вблизи оси Курило-Камчатского желоба *. Согласно данным, приведенным в работе [10] на основе анализа спутниковой информации, устойчивая система вихрей также наблюдается в районе Курильских островов (рис. 3.17). Эти вихри представляют собой ква-

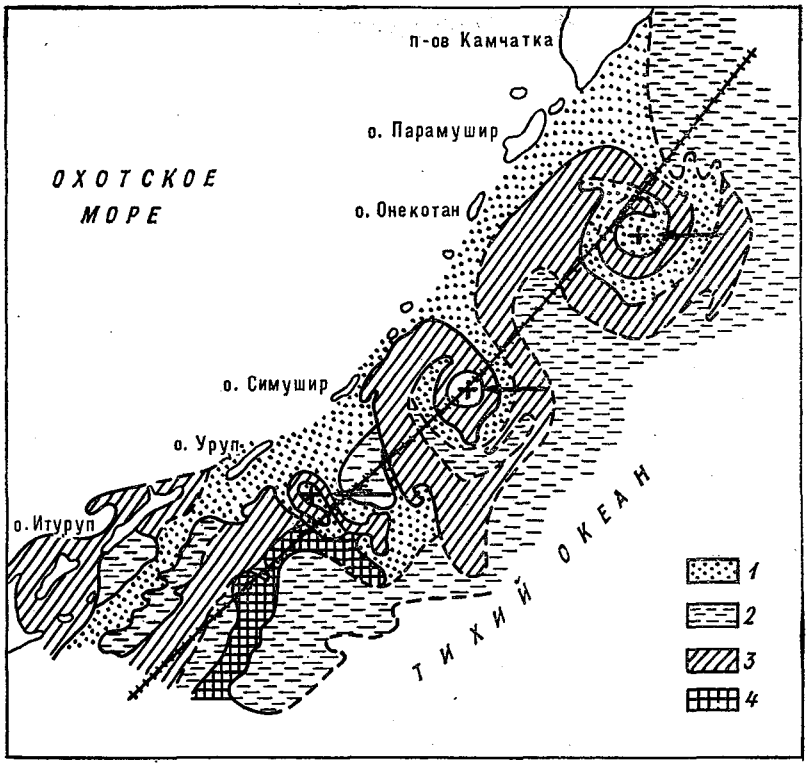


Рис. 3.17. Топографические вихри в районе Курило-Камчатского желоба. Использован рисунок из работы [10].

1 — холодные течения; *2* — трансформированные воды холодных течений; *3* — трансформированные воды теплых течений; *4* — теплые течения.

зистационарные образования, медленно распространяющиеся вдоль оси желоба в северо-восточном направлении с характерными скоростями 1—3 мили в сутки (т. е. 2—6 см/с). В летнее время вихри лучше выделяются, что, по-видимому, связано с тем, что в это время больше контрасты температуры (на спутниковых фотографиях различия температуры менее 2 °С практически не заметны). Высокая устойчивость наблюдаемых вихрей в разные

* Увеличенные фотографии из работы [188] были любезно предоставлены авторам К. Альнес и Г. Соломоном.

сезоны свидетельствует о их баротропной природе, а четкая периодическая структура (см. рис. 3.16) говорит о их волновом характере.

В работах [25, 168] (см. раздел 1.8) было показано, что в районе Курило-Камчатского желоба могут существовать две системы низкочастотных баротропных топографических волн: шельфовые волны, распространяющиеся вдоль шельфа в юго-западном направлении, и двойные волны Кельвина, распространяющиеся вдоль океанской стороны желоба на северо-восток. Можно пред-

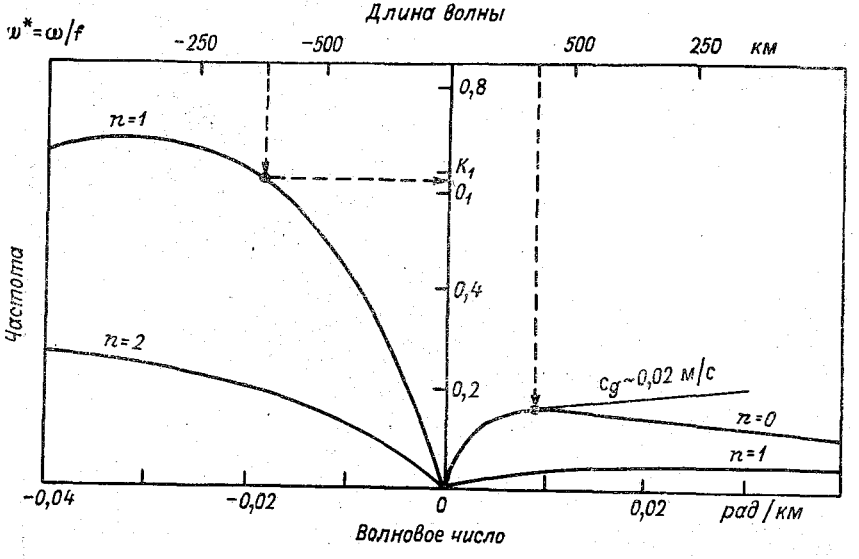


Рис. 3.18. Дисперсионные кривые топографических волн для района Курило-Камчатского желоба (шельфовые волны в левой половине диаграммы, двойные волны Кельвина — в правой). Отмечены точки на дисперсионных кривых, соответствующие топографическим вихрям, представленным на рис. 3.16 и 3.17.

положить, что вихри, наблюдающиеся на шельфе Камчатки и в районе желоба, связаны именно с этими двумя типами волн [66].

На рис. 3.18 представлена дисперсионная диаграмма с результатами расчета двух низших мод шельфовых волн и двойных волн Кельвина для осредненного профиля рельефа в районе Курильской гряды—Камчатки. Частота дана в безразмерном виде, поэтому при подстановке соответствующих значений f данный график может быть использован как для района средних Курил ($f \approx 1{,}06 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$), так и для Камчатки ($f \approx 1{,}17 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$).

Для района Камчатки шельфовые волны существуют в диапазоне частот 0—1,2 цикл/сут и имеют характерные фазовые скорости 10—20 км/ч. Имеющиеся фотографии вихрей у побережья Камчатки (рис. 3.16) не позволяют определить их скорость распространения, но их реальные волновые размеры (удвоенное рас-

стояние между центрами) соответствуют шельфовым волнам суточного периода (рис. 3.18). При этом рассчитанные центры циркуляции для шельфовых волн данного периода располагались на расстояниях от берега, хорошо согласующихся с наблюдениями. Для северной части Тихого океана суточные приливные шельфовые волны были инструментально зарегистрированы в районе Южных Курил [25, 35], вблизи о. Ванкувер [116], а также вблизи Сахалина [67] (см. разделы 6.5, 6.6). По-видимому, аналогичное явление наблюдается и в районе Камчатки, причем спутниковые фотографии показывают, что оно проявляется в виде системы топографических вихрей.

Двойные волны Кельвина для района Курило-Камчатского желоба могут иметь минимальные периоды 100—120 ч (рис. 3.18), причем наиболее вероятно как раз существование волн именно с этими периодами (групповая скорость в этом случае близка к нулю и должно происходить накопление волновой энергии). Линейные размеры вихревых образований в районе желоба (рис. 3.17) соответствуют нулевой моде двойных волн Кельвина с групповой скорость $c_g \approx 2$ см/с (рис. 3.18), что близко наблюденным значениям скоростей смещения вихрей [10]. Период этих малоподвижных вихревый образований (5—6 сут) близок к синоптическому периоду атмосферных процессов для данного района [45]. Вероятно, наблюдаемые в районе желоба вихри обязаны своим происхождением динамическому воздействию атмосферы на поверхность океана и имеют резонансную природу (период, на котором нулевая мода двойных волн Кельвина имеет групповую скорость, близкую к нулю, совпадает с естественным синоптическим периодом для данного района — см. раздел 2.3).

3.6. Вынужденные волны в пограничной области океана

Важное значение для оценки механического энергообмена между океаном и атмосферой в синоптическом диапазоне частот и прогноза штормовых нагонов имеет задача о распространении вынужденных волн в пограничной области океана [45]. Будем рассматривать колебания уровня океана, обусловленные атмосферным давлением, и, в отличие от распространения свободных волн, будем учитывать линейное трение. Уравнения движения в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} &\partial u/\partial t + ru - fv = -g\,\partial(\zeta - \bar{\zeta})/\partial x; \\ &\partial v/\partial t + rv + fu = -g\,\partial(\zeta - \bar{\zeta})/\partial y; \\ &\partial \zeta/\partial t + \partial(hu)/\partial x + \partial(hv)/\partial y = 0, \end{aligned} \tag{3.34}$$

где r — коэффициент трения; $\bar{\zeta} = -p_a/(\rho g)$ — равновесный уровень; p_a — атмосферное давление на уровне моря.

Следуя работе [13], введем линейный оператор $\mathscr{B} = \partial/\partial t + r$ и

обозначим $\eta=\zeta-\bar{\zeta}$, где η — приведенный уровень. Тогда для компонентов скорости можно получить следующие выражения:

$$\frac{\mathscr{B}^2+f^2}{g}u=-\mathscr{B}\frac{\partial\eta}{\partial x}-f\frac{\partial\eta}{\partial y};\quad \frac{\mathscr{B}^2+f^2}{g}v=-\mathscr{B}\frac{\partial\eta}{\partial y}+f\frac{\partial\eta}{\partial x}, \tag{3.35}$$

и, подставляя их в уравнение неразрывности, получаем уравнение для колебаний уровня океана:

$$\frac{\mathscr{B}^2+f^2}{g}\frac{\partial\eta}{\partial t}-h\mathscr{B}\nabla^2\eta-\frac{\partial h}{\partial x}\left(\mathscr{B}\frac{\partial\eta}{\partial x}+f\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)-$$

$$-\frac{\partial h}{\partial y}\left(\mathscr{B}\frac{\partial\eta}{\partial y}-f\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)=-\frac{\mathscr{B}^2+f^2}{gh}\frac{\partial\bar{\zeta}}{\partial t}. \tag{3.36}$$

Будем считать рельеф цилиндрическим $h=h(x)$, а равновесный уровень представим в виде волны, подходящей под произвольным углом к берегу:

$$\bar{\zeta}(x,\ y;\ t)=Ae^{i(\omega t-lx-ky)}. \tag{3.37}$$

Тогда приведенный уровень $\eta(x,\ y,\ t)$ можно представить в виде

$$\eta(x,\ y;\ t)=\eta(x)\,e^{i(\omega t-ky)}. \tag{3.38}$$

При сделанных допущениях уравнение (3.36) принимает вид

$$\eta''+\frac{h'}{h}\eta'-\left[i\omega\frac{\mathscr{B}^2+f^2}{gh\mathscr{B}}+ik\frac{h'}{h}\frac{f}{\mathscr{B}}+k^2\right]\eta=$$

$$=i\omega\frac{\mathscr{B}^2+f^2}{gh\mathscr{B}}Ae^{ilx}, \tag{3.39}$$

где теперь $\mathscr{B}=i\omega+r$.

Сходная задача решалась в работе [13], но с более жесткими допущениями: шельф считался экспоненциальным, атмосферное давление в направлении поперек шельфа считалось постоянным [что равносильно заданию $l=0$ в выражении (3.37)], а гравитационные волны отфильтровывались с помощью приближения $\mathscr{B}\approx r$.

Решение можно получить, используя метод начальных параметров (см. раздел 1.8). Разбивая область переменной глубины на N ступенек, можно для каждой j-й ступеньки представить решение (3.39) в виде

$$\eta_j(x)=C_{1j}e^{-\varkappa_j x}+C_{2j}e^{\varkappa_j x}+P_je^{-ilx}, \tag{3.40}$$

где $P_j=-\dfrac{\varkappa_j^2-k^2}{\varkappa_j^2+l^2}A;\quad \varkappa_j^2=i\omega\dfrac{\mathscr{B}^2+f^2}{gh_j\mathscr{B}}+k^2.$

На границах ступенек должны выполняться условия непрерывности уровня и потока:

$$\eta_{j+1}=\eta_j;\ h_{j+1}(\mathscr{B}\eta'_{j+1}-ikf\eta_{j+1})=h_j(\mathscr{B}\eta'_j-ikf\eta_j)\ \text{при}\ x=x_j; \tag{3.41}$$

на берегу — условие непротекания

$$\mathscr{B}\eta_1' - ikf\eta_1 = 0 \text{ при } x = 0, \qquad (3.42)$$

а в открытом океане — условие излучения, из которого следует, что $c_{2N} = 0$.

При $\varkappa_N$ действительном или комплексном это условие означает ограниченность уровня на бесконечности, при $\varkappa_N$ чисто мнимом — условие, что волна должна бежать «от стенки». Условия (3.41), (3.42) позволяют по рекуррентной формуле определить все коэффициенты c_{1j}, c_{2j}.

На рис. 3.19 приведены результаты расчета частотной характеристики (т. е. $\eta_1(0)+\zeta(0)$) для реального профиля глубины в юж-

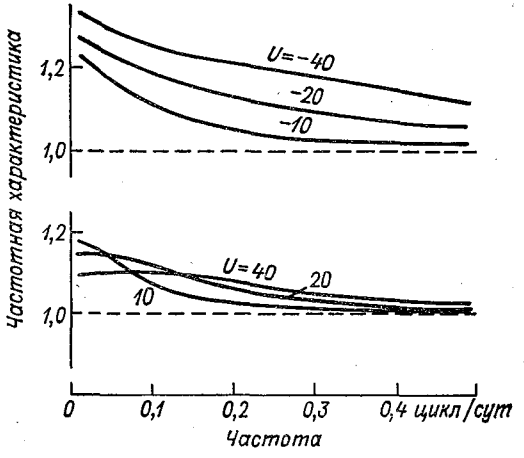
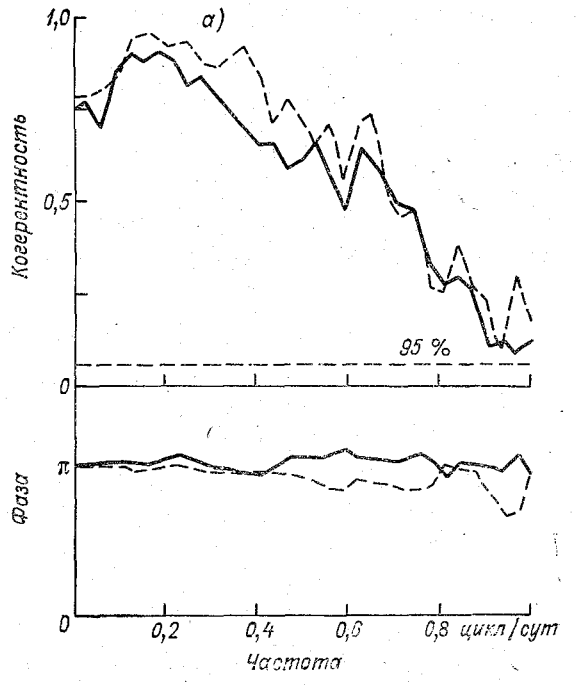


Рис. 3.19. Теоретические частотные характеристики системы атмосферное давление—уровень океана, рассчитанные для района о. Итуруп для атмосферных возмущений, распространяющихся вдоль береговой линии со скоростями 10, 20, 40 км/ч в направлении, совпадающем с направлением движения шельфовых волн (вверху) и противоположном ему (внизу).

ной части Курильской гряды (район Буревестника — см. рис. 2.2). Был взят случай, когда циклоны распространяются строго вдоль направления береговой линии ($l=0$) на северо-восток ($U>0$) или юго-запад ($U<0$). Два важных результата следуют из численных расчетов: а) значения частотной характеристики тем выше, чем больше скорость распространения циклонов; б) при отрицательных скоростях распространения циклонов (для района Курильской гряды — при распространении циклонов на юго-запад) частотная характеристика заметно превышает единицу, т. е. отклик уровня носит негидростатический характер, при положительных скоростях — она близка к единице. Таким образом, закон «обратного барометра» должен выполняться при движении атмосферных возмущений в направлении, противоположном направлению распространения шельфовых волн и нарушаться, когда эти направления совпадают. Это позволяет объяснить наблюдаемые особенности в колебаниях уровня, которые отмечались в работах [47, 51, 52].

Так, в работе [47] при анализе связи уровня и атмосферного давления в пяти пунктах Курильской гряды оказалось, что в четырех из них (Малокурильске, Южно-Курильске, Буревестнике


а)
1,0
0,5
0
Когерентность
95 %
π
0
Фаза
0,2
0,4
0,6
0,8 цикл/сут
Частота

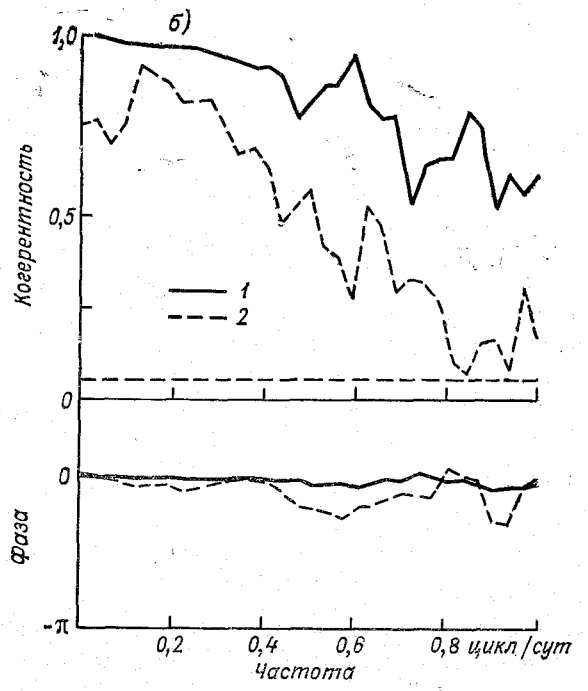

б)
1,0
0,5
0
Когерентность
1
2
0
-π
Фаза
0,2
0,4
0,6
0,8 цикл/сут
Частота

Рис. 3.20. Когерентность и сдвиг фаз между записями атмосферного давления и уровня океана для станций Буревестник (*1*) и Курильск (*2*) (*а*). Когерентность и сдвиг фаз между записями колебаний атмосферного давления для станций Курильск—Буревестник (*1*), то же для колебаний уровня океана (*2*) (*б*).

и Северо-Курильске — см. рис. 2.2) закон обратного барометра выполняется достаточно хорошо, а в пятом (Матуа) — нарушается. Подробный анализ данного явления был проведен в работе [52], но объяснения ему не было дано. Отметим, что первые четыре пункта лежат на тихоокеанской стороне Курильской гряды, а Матуа является изолированным островом, испытывающим заметное влияние Охотского моря. Именно последнее обстоятельство, по-видимому, и обусловливает особенности реакции уровня океана в этой точке на колебания атмосферного давления. Справедливость данной гипотезы подтверждает сравнение характера колебаний

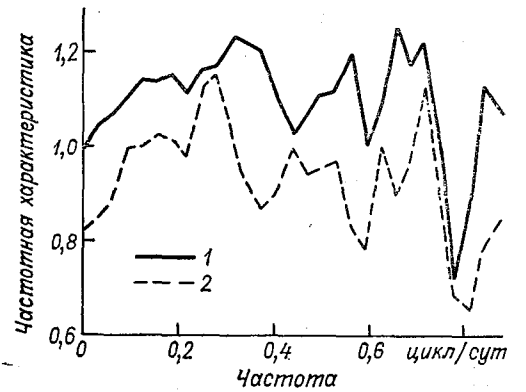


Рис. 3.21. Частотные характеристики линейной системы атмосферное давление—уровень океана для Курильска (*1*) и Буревестника (*2*), рассчитанные по годовым сериям наблюдений в этих пунктах.

уровня океана и их реакции на колебания атмосферного давления (Лихачева О. Н., Рабинович А. Б.— В кн.: Тонкая структура и синоптическая изменчивость океанов и морей, Таллин, АН СССР, 1984 г.).

На рис. 3.20, 3.21 приведены результаты анализа годовых серий наблюдений за атмосферным давлением и уровнем океана. В обоих пунктах в синоптическом диапазоне частот когерентность между уровнем и давлением достаточно высокая (0,7—0,9), а сдвиг фазы близок к 180° (рис. 3.20 *а*). Рассматриваемые пункты расположены на расстоянии менее 50 км друг от друга, поэтому различия в характере атмосферных процессов для них пренебрежимо малы (когерентность близка к 1,0 — рис. 3.20 *б*). Различия в реакции уровня на давление в этих пунктах (рис. 3.21) могут быть связаны только с различиями в передаточных свойствах тихоокеанского и охотоморского шельфа. Ведущее направление распространения атмосферных возмущений для района Курильской гряды — северо-восточное [77], совпадает для Курильска с направлением движе-

ния шельфовых волн, а для Буревестника — противоположно ему. Поэтому для Буревестника частотная характеристика (давление—уровень) близка к единице, а для Курильска — 1,15. По-видимому, отклик уровня в Матуа также обусловлен охотоморским шельфом и поэтому носит негидростатический характер.

В заключение отметим, что сопоставление колебаний в различных точках Курильской гряды позволяет достаточно просто разделить свободные и вынужденные шельфовые волны. Можно считать, что системы свободных колебаний в Курильске и Буревестнике между собой не связаны, поэтому на соответствующих частотах должно наблюдаться понижение когерентности между колебаниями уровня в этих пунктах и, наоборот, вынужденным колебаниям должны соответствовать экстремумы когерентности. Анализ когерентности (рис. 3.20 *б*) показывает, что на частотах 0,7 и 0,9 цикл/сут наблюдаются свободные колебания, обусловленные, по-видимому, первой модой шельфовых волн, а на частотах 0,15 и 0,75 цикл/сут — вынужденные колебания, первый из которых связан с естественным синоптическим периодом, а природа второго нуждается в дальнейшем исследовании.

ГЛАВА 4. ПОГРАНИЧНЫЕ ВОЛНЫ С УЧЕТОМ СТРАТИФИКАЦИИ И ПОСТОЯННЫХ ТЕЧЕНИЙ

4.1. Стратификация и захваченные волны

В предыдущих главах рассматривались волновые процессы в однородном океане. Между тем реальный океан имеет хорошо выраженную стратификацию, которая может влиять на баротропные движения. В переслоенной жидкости существуют также внутренние волны, изучение которых занимает важное место в океанологии (см., например, [37, 56, 86]).

Одной из наиболее интересных и сложных проблем теории длинных волн является учет взаимного влияния баротропного и бароклинного движений в пограничной области океана. Внутренние волны имеют характерные фазовые скорости $c \sim 1$ м/с, что более чем на два порядка меньше скоростей поверхностных гравитационных волн, поэтому можно ожидать пренебрежимо малое взаимодействие этих типов волн. Однако на субинерционных частотах в океане переменной глубины существуют баротропные топографические волны Россби (см. главы 1, 3), фазовые скорости которых $c \leqslant fL \sim 5$ м/с (L — ширина области изменения рельефа) и которые, таким образом, могут взаимодействовать с бароклинным движением.

Другая важная проблема — модификация внутренних волн рельефом. Наличие берега и переменной глубины может приводить к захвату внутренних волн, хотя этот эффект не столь выражен,

как для поверхностных волн. Фазовая скорость этих волн в основном определяется глубиной залегания термоклина и степенью стратификации. Различные аспекты распространения волн в океане переменной глубины рассматриваются в работах [56, 86].

В общем случае волновое движение не разделяется на баротропную и бароклинную составляющие, что создает трудности при теоретическом исследовании волн в стратифицированной жидкости.

Рассмотрим линейные уравнения Буссинеска в гидростатическом приближении (1.1)—(1.3) на f-плоскости. Как и прежде, будем предполагать, что линия берега прямая, а рельеф дна цилиндрический, причем $h=h(x)$, $0<x<L$ (область шельфа) и $h=H=\text{const}$, $x>L$ (область открытого океана). В этом случае можно рассматривать гармонические по времени и вдольбереговой координате y волны:

$$\begin{pmatrix} p(x,\ y,\ z,\ t) \\ u(x,\ y,\ z,\ t) \\ v(x,\ y,\ z,\ t) \\ w(x,\ y,\ z,\ t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(x,\ z) \\ u(x,\ z) \\ v(x,\ z) \\ w(x,\ z) \end{pmatrix} e^{i(\omega t - ky)}.$$

Уравнения движения тогда можно представить в виде:

$$\begin{gathered} i\omega u - fv = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}; \\ i\omega v + fu = ik\frac{1}{\rho_0}p; \\ -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z} - g\frac{\rho}{\rho_0} = 0; \\ i\omega\rho + w\frac{d\rho_0}{dz} = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial x} - ikv + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{gathered} \tag{4.1}$$

Выражая u, v, w, ρ из (4.1) через p, получаем уравнение для давления:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{f^2-\omega^2}{N^2}\frac{\partial p}{\partial z}\right) - k^2 p = 0, \tag{4.2}$$

где N — частота Вяйсяля—Брента.

Граничное условие на свободной поверхности, как обычно, получается из (1.2), (1.5), (1.6):

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{N^2}{g}p = 0 \text{ при } z = 0. \tag{4.3}$$

Условие на дне заключается в равенстве нулю нормальной составляющей скорости:

$$w - u\,dh/dx = 0, \tag{4.4а}$$

или

$$\frac{dh}{dx}\left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{kf}{\omega}\,p\right) - \frac{f^2-\omega^2}{N^2}\,\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \text{ при } z = -h(x). \tag{4.4б}$$

При $h=H=\text{const}$ (в области открытого океана) это условие упрощается:

$$\partial p/\partial z = 0 \text{ при } z = -H. \tag{4.5}$$

Характер решения в этой области (экспоненциальный или тригонометрический) определяет, будут ли волны захваченными в шельфовой зоне или излученными. Проводя разделение переменных $p=X(x)\cdot Z(z)$ можно получить отдельные уравнения, описывающие горизонтальную и вертикальную структуры волн:

$$\frac{d^2X}{d^2x} - \left[\frac{(f^2-\omega^2)}{c^2} + k^2\right]X = 0; \tag{4.6}$$

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{N^2}\,\frac{dZ}{dz}\right) + \frac{Z}{c^2} = 0, \tag{4.7}$$

где c^2 — константа разделения. Уравнение (4.7) с учетом граничных условий (4.3) и (4.5) составляет задачу на собственные значения.

Общее решение можно представить в виде суперпозиции вертикальных мод, связанных с соответствующими горизонтальными функциями [уравнение (4.6)]. Для каждой из них можно определить области на дисперсионной диаграмме (ω, k), в которых соответствующее решение по координате x будет иметь экспоненциальный или тригонометрический характер. Как непосредственно видно из (4.6), кривые, разделяющие эти области, представляют собой гиперболы:

$$\varkappa_n^2 = f^2 + k^2c_n^2 - \omega^2 = 0, \tag{4.8}$$

где c_n^{-2} — собственные значения вертикальной задачи.

В случае непрерывной стратификации $c_n \to 0$ при $n \to \infty$, и, таким образом, при любых волновых числах k и частотах $\omega > f$ все высшие моды, начиная с некоторого номера n_k, будут излученными. Однако разделение на захваченные и излученные волны здесь, в отличие от баротропного случая, носит условный характер. В области переменной глубины (шельфа) разделение переменных не может быть осуществлено, поэтому решение на границе шельфа должно склеиваться со всеми решениями в открытом океане. Последнее приводит к тому, что при $\omega > f$ все волны, строго говоря, оказываются излученными. Это утверждение можно проиллюстрировать следующим примером.

Пусть имеется стратифицированный океан с профилем глубины вида (1.46) (шельф-ступенька). Используя (4.4), легко получить условие на разрыве глубины:

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{kf}{\omega} p = 0 \text{ при } x = L, \quad -H < z < -h_0. \tag{4.9}$$

Покажем, что это условие невозможно удовлетворить, используя только n_k первых (захваченных) мод. Действительно, (4.9) в этом случае приводится к виду

$$\sum_{n=1}^{n_k} A_n Z_n(z)\left(\varkappa_n + \frac{kf}{\omega}\right) = 0 \text{ при } x = L, \quad -H < z < -h_0. \tag{4.10}$$

Поскольку соотношение (4.10) должно выполняться в каждой точке отрезка $-H<z<-h_0$, все коэффициенты A_n будут равны нулю (случай $\varkappa_n = -kf/\omega$, соответствующий внутренним волнам Кельвина, здесь исключается, так как для них нормальная составляющая скорость оказывается равной нулю также и в области $-h_0<z<0$).

В моделях с конечным числом слоев (например, в двухслойном океане, см. следующий раздел) «просачивание» энергии в открытый океан через высокие моды не происходит, поскольку число мод ограничено. При этом на частотах выше инерционных возможны захваченные (краевые) моды.

На субинерционных частотах все решения (4.6) оказываются экспоненциальными, волны являются захваченными в шельфовой зоне. Аналогично тому, как было сделано в разделе 1.2, можно показать, что захваченные волны представляют дискретный набор отдельных мод. Эти моды, однако, не являются чисто баротропными или бароклинными, а представляют собой смешение этих типов движений.

В качестве простого примера рассмотрим захваченные волны в непрерывно стратифицированном океане постоянной глубины с вертикальной стенкой на берегу. Учитывая разделение переменных, граничное условие на берегу запишется в виде

$$\frac{dX}{dx} - \frac{fk}{\omega} X = 0 \text{ при } x = 0. \tag{4.11}$$

Тогда получим для каждой вертикальной моды:

$$X = Ae^{(f/c_n)x},$$

где $c_n<0$ — фазовая скорость n-й моды. Такие решения аналогичны решению для баротропной волны Кельвина и носят название *внутренних волн Кельвина* [125]. В частности, если частота Вяйсяля—Брента постоянна, то

$$c_n = -NH/(n\pi),$$

где $n=1, 2, 3, \ldots$ — номер моды.

Внутренние волны Кельвина представляют нормальные по вертикали колебания, аналогичные нормальным модам прогрессивных

внутренних гравитационных волн. В горизонтальной плоскости эти волны распространяются вдоль берега в циклоническом направлении относительно открытого океана (оставляя берег справа в северном полушарии) и затухают в направлении от берега с декрементом $\gamma = f/c_n$. Соответствующий характерный масштаб затухания $R_b = NH/f$ называют *бароклинным радиусом деформации Россби.* Этот масштаб имеет определяющее значение для механики низкочастотных волн в стратифицированном океане. Для средних широт он имеет типичные значения 5—30 км.

Более общий случай — захваченные волны у твердой стенки, расположенной под углом α к горизонту, рассмотрел П. Райнс [183]. В этом случае, если нет свободной границы (жидкость занимает полупространство), волны могут захватываться стенкой, затухая по направлению нормали к ней и распространяясь вдоль. Оказывается, что захват волн сильно зависит от угла α, при малых α захват проявляется сильнее, причем масштаб захвата выражается приближенной формулой

$$R_\alpha = O\,[N/(fk)], \tag{4.12}$$

если угол наклона $\alpha = (f/N)$. Характерный наклон океанских шельфов имеет порядок 10^{-3}—10^{-2}, что близко к $f/N\,(\sim 10^{-2})$. Если волновое число достаточно велико, масштаб захвата может быть меньше глубины океана, и волны будут «захватываться дном». Соответствующие волны называют *придонными захваченными волнами* [183]. Таким образом, короткие (в указанном смысле) низкочастотные волны являются бароклинными, баротропное коротковолновое движение невозможно. Фактически, для малых фазовых скоростей происходит вертикальное расслоение градиентно-вихревых субинерционных движений, т. е. колебания в каждом слое становятся независимыми.

4.2. Захваченные волны в двухслойной модели неоднородного вращающегося океана

Основные свойства низкочастотных захваченных волн в достаточно общем виде можно описать, используя двухслойную модель вращающегося океана переменной глубины.

Рассмотрим три различных случая задания стратификации и рельефа (рис. 4.1):

а) стратифицирован только открытый океан, над шельфом жидкость однородна [165];

б) стратифицирована вся область океана, граница между слоями «упирается» в стенку на берегу [92, 195];

в) смешанная модель: граница между слоями кончается на склоне, так что и в двухслойной, и в однородной областях глубина переменна [27, 117].

Различие между «а», «б» и «в» связано с геометрией отдельных слоев. Действительно, для коротких волн на низких частотах происходит расслоение модовой структуры, каждая из мод локали-

зуется либо в верхнем, либо в нижнем слое [183]. В модели «а» нижний слой прямоугольный, и в нем отсутствуют возвращающие силы для градиентно-вихревых волн. В случае «б» верхний слой оказывается прямоугольным, и аналогичные волны могут возникать только в нижнем слое. Наконец, в смешанной модели «в» присутствуют две системы субинерционных мод, соответственно в верхнем и нижнем слоях. Эти системы практически независимы и обязаны своим существованием неоднородностям рельефа в каждом из слоев.

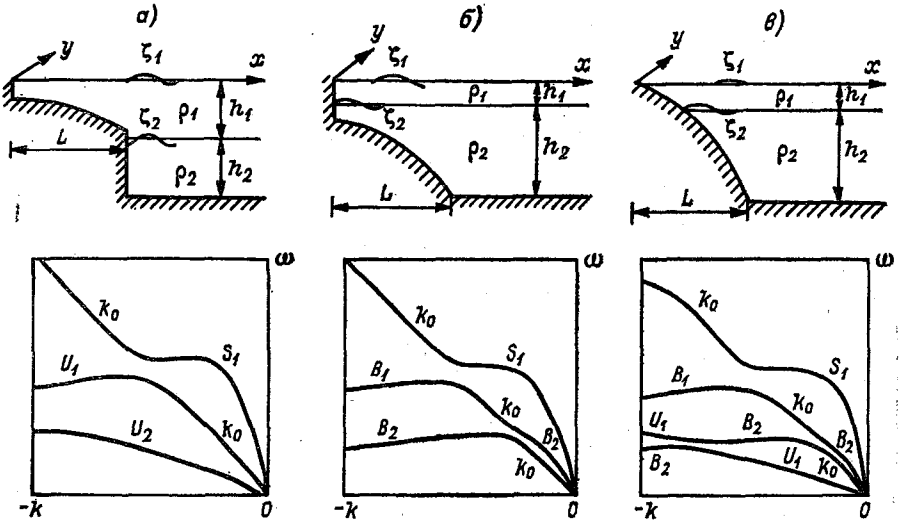


Рис. 4.1. Три различных случая задания стратификации и рельефа дна для двухслойных моделей полубесконечного вращающегося океана и соответствующие им дисперсионные диаграммы. Пояснения обозначений даны в тексте. Модель *а* использовалась в работе [165], *б* — в [92, 195], *в* — в [27, 117].

Уравнение малых колебаний в двухслойной модели вращающегося океана в приближении гидростатики (длинноволновом приближении) можно выписать по аналогии с уравнениями (1.16)—(1.18) для однородной жидкости:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - fv_1 = -g\frac{\partial \zeta_1}{\partial x}; \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} - fv_2 = -g\frac{\partial \eta_2}{\partial x};$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + fu_1 = -g\frac{\partial \zeta_1}{\partial y}; \quad \frac{\partial v_2}{\partial t} + fu_2 = -g\frac{\partial \eta_2}{\partial y};$$

$$h_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}\right) + \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} - \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = 0; \qquad (4.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(h_2u_2) + \frac{\partial}{\partial y}(h_2v_2) + \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = 0;$$

$$\eta_2 = \zeta_1(1 - \Delta\rho/\rho_2) + \zeta_2\Delta\rho/\rho_2,$$

где $\Delta\rho=\rho_2-\rho_1$; ρ_1, ρ_2 — плотности соответственно верхнего и нижнего слоев; h_1, h_2 — их толщина; ζ_1, ζ_2 — колебания уровня и поверхности раздела; η_2 — давление в единицах водного столба в нижнем слое. Движение в области, где имеется только один слой (такие области присутствуют в моделях «а» и «в»), описывается уравнениями (1.16)—(1.18). Как и прежде, будем считать рельеф дна цилиндрическим $h=h(x)$, а линию берега прямой. Предполагая в уравнениях (4.13) гармоническую зависимость функций от времени и координаты y, исключая u_1, v_1, u_2, v_2, ζ_2, получим:

$$\frac{d^2\zeta_1}{dx^2}-k^2\zeta_1=\frac{f^2-\omega^2}{g'h_1}(\zeta_1-\eta_2); \tag{4.14}$$

$$\frac{d^2\eta_2}{dx^2}+\frac{h_2'}{h_2}\frac{d\eta_2}{dx}-\left(k^2+\frac{fk}{\omega}\frac{h_2'}{h_2}\right)\eta_2=$$
$$=\frac{f^2-\omega^2}{g'h_2}[\eta_2-\zeta_1(1-\Delta\rho/\rho)], \tag{4.15}$$

где $g'=g\Delta\rho/\rho$. Дифференцируя дважды (4.14) и подставляя результат в (4.15), получим единственное уравнение четвертого порядка:

$$\frac{S^2L^2f^2}{f^2-\omega^2}\left(\frac{d}{dx}h_2\frac{d}{dx}-k^2h_2-\frac{fk}{\omega}h_2'\right)\left(\frac{d^2\zeta_1}{dx^2}-k^2\zeta_1\right)=$$
$$=\frac{d}{dx}\left(h\frac{d\zeta_1}{dx}\right)-\left(k^2h+\frac{fk}{\omega}h'+\frac{f^2-\omega^2}{g}\right)\zeta_1, \tag{4.16}$$

где $S^2=g'h_1/(f^2L^2)$ — параметр стратификации, S^{-2} аналогичен параметру дивергентности D^2 (см. раздел 1.2, а также 4.3). При $S=0$ получим уравнение (1.23) для баротропной модели. При $S^2\neq0$ уравнение (4.16) всегда содержит бароклинное решение. Уравнение, описывающее бароклинное движение, можно выписать при $|S^2f^2/(f^2-\omega^2)|\ll1$, сравнивая старшие степени k и старшие производные правой и левой частей (4.16) (подробнее см. [117]):

$$\frac{d^2G}{dx^2}+\left(\frac{\omega^2-f^2}{g'}\frac{h_1+h_2}{h_1h_2}-k^2\right)G=0, \tag{4.17}$$

где $G=d^2\zeta_1/dx^2-k^2$. Для высокочастотных волн $\omega\gg f$ и $|S^2f^2/(f^2-\omega^2)|\ll1$ поверхностные и внутренние волны можно рассчитывать отдельно, используя уравнения (1.23) и (4.17) соответственно. Отметим, что при этом рельеф дна оказывается существенным для внутренних волн, лишь когда $h_2\lesssim h_1$.

При $\omega<f$ такое разделение возможно не для всех случаев. Величина S^2, равная квадрату отношения бароклинного радиуса Россби к ширине шельфа, обычно имеет значение $\sim0{,}1$—$0{,}5$. Для относительно коротких волн ($kL>3$) члены левой части (4.16) оказываются сравнимыми с членами правой части, и тогда подобное разделение невозможно, бароклинное и баротропное движение будут связаны.

Определим, для каких параметров (ω, k) волны являются захваченными, а для каких излученными. Для этого следует рассмотреть характер решения в области открытого океана. Уравнения (4.14)—(4.15) в этом случае имеют вид

$$\frac{d^2\zeta_1}{dx^2} - k^2\zeta_1 = \frac{f^2-\omega^2}{g'h_1}(\zeta_1 - \eta_2); \tag{4.18}$$

$$\frac{d^2\eta_2}{dx^2} - k^2\eta_2 = \frac{f^2-\omega^2}{g'h_2^{(2)}}[\eta_2 - \zeta_1(1-\Delta\rho/\rho)], \tag{4.19}$$

где $h_2^{(2)} = H - h_1$. Решение (4.18)—(4.19) представляется в виде

$$\zeta_1 = Ae^{-\lambda_1 x} + Be^{\lambda_1 x} + Ce^{-\lambda_2 x} + De^{\lambda_2 x}. \tag{4.20}$$

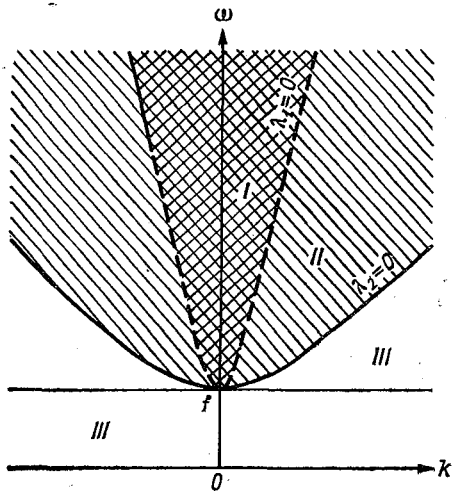


Рис. 4.2. Диагностическая диаграмма для двухслойной модели вращающегося океана.

I — область, где все волны излученные; *II* — область, где бароклинные волны излученные, а баротропные — захваченные; *III* — область, где все волны захваченные.

В первом приближении по $\Delta\rho/\rho$ корни характеристического уравнения λ_1 и λ_2 равны

$$\lambda_1 = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2-f^2}{g'}\frac{h_1+h_2^{(2)}}{h_1h_2^{(2)}}}; \tag{4.21}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2-f^2}{gH}}. \tag{4.22}$$

На дисперсионной диаграмме (рис. 4.2) в зависимости от знаков корней λ_1^2 и λ_2^2 выделены три области:

I) при $\omega^2 > f^2 + k^2gH$ оба корня λ_1 и λ_2 чисто мнимые, все решения (4.18)—(4.19) носят тригонометрический характер, спектр задачи непрерывный;

II) при $(f^2+k^2gH) > \omega^2 > (f^2+k^2g'h_1h_2^{(2)}/H)$ $\lambda_1^2<0$, $\lambda_2^2>0$ бароклинные волны являются излученными, а баротропные — захвачен-

ными. Нетрудно показать, что и в этом случае спектр также будет непрерывным. Для каждого значения k и ω существует единственное решение, которое имеет баротропный характер только вблизи частот, соответствующих краевым модам в модели однородного океана. Однако даже для таких частот в открытом океане остается бароклинное тригонометрическое решение с амплитудой $O(\Delta\rho/\rho)$, так что энергия краевых волн будет «просачиваться» в океан;

III) при $\omega^2 < f^2 + k^2 g' h_1 h_2^{(2)}/H$ оба корня действительные, и волны будут захваченными. Краевые баротропные волны в этот диапазон не попадают, так как их фазовые скорости значительно выше фазовых скоростей внутренних волн. В этой области параметров на частотах выше инерционных могут существовать только *внутренние краевые волны.* Захват таких волн обусловлен уменьшением фазовых скоростей при приближении к берегу вследствие уменьшения глубины нижнего слоя h_2.

В качестве примера рассмотрим модель шельфа-ступеньки, относящейся к типу «б» двухслойных моделей. Уравнения (4.14)—(4.15) в этом случае приводятся к виду

$$\frac{d^2\zeta_1^{(i)}}{dx^2} - k^2\zeta_1^{(i)} = \frac{f^2-\omega^2}{g'h_1}\left(\zeta_1^{(i)} - \eta_2^{(i)}\right); \tag{4.23}$$

$$\frac{d^2\eta_2}{dx^2} - k^2\eta_2^{(i)} = \frac{f^2-\omega^2}{g'h_2^{(i)}}\left[\eta_2 - \zeta_1 + \Delta\rho/\rho\zeta_1\right], \tag{4.24}$$

где $i=1,\ 2$ — области шельфа и открытого океана соответственно. На берегу для каждого из слоев должно выполняться условие непротекания:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\zeta_1}{dx} - \frac{kf}{\omega}\zeta_1 = 0 \quad \text{при} \quad x=0; \\ &\frac{d\eta_2}{dx} - \frac{kf}{\omega}\eta_2 = 0 \quad \text{при} \quad x=0. \end{aligned}\right\} \tag{4.25}$$

На границе шельфа-ступеньки должны выполняться условия равенства уровня и нормальных потоков:

$$\left.\begin{aligned} &\zeta_1^{(1)} = \zeta_1^{(2)}; \quad \frac{d\zeta_1^{(1)}}{dx} = \frac{d\zeta_1^{(2)}}{dx} \\ &\eta_1^{(1)} = \eta_2^{(2)} \\ &h_2^{(1)}\left(\frac{d\eta_2^{(1)}}{dx} - \frac{kf}{\omega}\eta_2^{(1)}\right) = h_2^{(2)}\left(\frac{d\eta_2^{(2)}}{dx} - \frac{kf}{\omega}\eta_2^{(2)}\right) \end{aligned}\right\} \text{при } x=L. \tag{4.26}$$

Используя уравнения (4.23)—(4.24) для каждой из областей (шельфа и открытого океана), граничные условия (4.25) и усло-

вия склейки (4.26), можно получить дисперсионное соотношение [195]:

$$\mathrm{Det}\,\|M\| = 0, \tag{4.27}$$

где M — матрица третьего порядка, имеющая элементы:

$$M_{11} = -q_2 e^{-kL} - e^{+kL}; \quad M_{12} = 1 - d; \quad M_{13} = 1;$$

$$M_{21} = k\left(q_2 e^{-kL} - e^{kL}\right);$$

$$M_{22} = \frac{h_2^{(1)}}{h_1}\gamma_1 q_3 + d\gamma_2 \frac{h_2^{(2)}}{h_1}; \quad M_{23} = -k, \quad M_{31} = kM_{11}; \tag{4.28}$$

$$M_{32} = \gamma_1 q_3 + d\left[\gamma_2 \frac{h_2^{(2)}}{h_2^{(1)}} + \frac{1}{c}\left(\frac{h_2^{(2)}}{h_2^{(1)}} - 1\right)\right];$$

$$M_{33} = k\frac{h_2^{(2)}}{h_2^{(1)}} - \frac{1}{c}\left(\frac{h_2^{(2)}}{h_2^{(1)}} - 1\right),$$

где

$$q_1 = \frac{c\gamma_1 + 1}{c\gamma_1 - 1}; \quad q_2 = \frac{\omega - f}{\omega + f};$$

$$q_3 = \frac{q_1 e^{\gamma_1 L} - e^{-\gamma_1 L}}{q_1 e^{\gamma_1 L} + e^{-\gamma_1 L}}; \quad \gamma_i^2 = \frac{f^2 - \omega^2}{g'}\,\frac{h_1 + h_2^{(i)}}{h_1 h_2^{(i)}} + k^2; \quad d = \frac{h_1 + h_2^{(1)}}{H}.$$

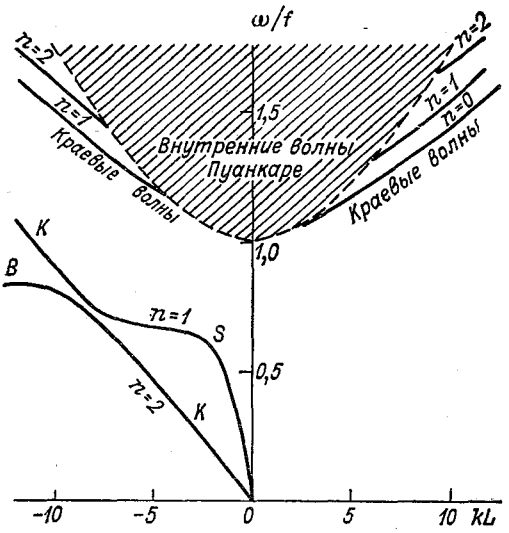


Рис. 4.3. Дисперсионная диаграмма для двухслойной модели шельфа-ступеньки, $h/H = 0{,}1$, $h_1 = h_2^{(1)}$. Буквами помечены различные типы низкочастотных волн: шельфовая волна (S), внутренняя волна Кельвина (K), придонная захваченная волна (B).

На рис. 4.3 изображена дисперсионная диаграмма, рассчитанная с использованием соотношений (4.27)—(4.28). Внутренние краевые волны имеют многомодовую структуру. Для высоких

частот дисперсионные кривые этих волн находятся близко друг от друга и образуют практически непрерывный спектр. На дисперсионной диаграмме показана также область существования *внутренних волн Пуанкаре* (излученных волн). Как и для поверхностных волн, для них можно определить коэффициент усиления γ, равный отношению амплитуды внутренней волны у берега к ее амплитуде в открытом океане. Зависимость этого коэффициента от частоты слабо выражена, приближенно можно считать, что $\gamma^2 = c_0/c_s$, где c_s и c_0 — соответственно фазовые скорости волн на шельфе и в открытом океане.

Особый интерес представляет область субинерционных частот. Можно показать, что при $\omega < f$ для каждого $k < 0$ уравнение (4.27) имеет не более двух решений, соответствующих градиентно-вихревой волне и внутренней волне Кельвина. Последняя удовлетворяет соотношению [195]:

$$q_1 \leqslant e^{-2\gamma_1 L}$$

или

$$\left| \frac{kf}{\omega} + \gamma_1 \right| \leqslant 2\gamma_1 e^{-\gamma_1 L} \ll \gamma_1.$$

Это неравенство означает, что если бароклинный радиус деформации много меньше ширины шельфа, внутренняя волна «не замечает» открытого океана и распространяется в области шельфа практически без дисперсии с фазовой скоростью

$$c_k \simeq \sqrt{g' \frac{h_1 h_2^{(1)}}{h_1 + h_2^{(1)}}}.$$

Градиентно-вихревую моду можно получить, полагая в (4.26) $|q_1| \gg e^{-2\gamma_1 L}$. Фазовая скорость этой моды быстро уменьшается с ростом волнового числа и слабо зависит от стратификации. При $c > c_k$ ее дисперсионная кривая практически совпадает с дисперсионной кривой для шельфовой волны, получаемой из баротропной модели (см. раздел 1.5):

$$\omega = f \frac{h_2^{(2)} - h_2^{(1)}}{H\,[d - \operatorname{cth}(kL)]}. \tag{4.29}$$

При $c < c_k$, однако, дисперсионное соотношение для градиентно-вихревой моды имеет вид

$$\omega = f \frac{h_2^{(2)} - h_2^{(1)}}{h_2^{(1)} - h_2^{(2)} \operatorname{cth}(kL)}.$$

Сравнение с (1.55) и (4.29) показывает, что для этой моды является существенной глубина только нижнего слоя. Таким образом, для больших волновых чисел (или малых фазовых скоростей) градиентно-вихревая волна оказывается захваченной в нижнем слое подобно придонным захваченным волнам [183]. Этот вывод под-

утверждается при анализе собственных функций: для таких волновых чисел скорости частиц значительно выше в нижнем слое, чем в верхнем. Пересечения дисперсионных кривых не происходит, кривые «отталкиваются». Дисперсионная кривая моды *1* не пересекается с кривой *2* (внутренней волны Кельвина), а уходит на продолжение этой кривой (см. рис. 4.3). Аналогичным образом ведет себя кривая *2*. Эффект «псевдопересечения» дисперсионных кривых определяет их резонансную связь (в [195] используется термин «resonant coupling»). Вопрос о реакции такой системы на вынуждающую силу рассмотрен в [93]. Оказалось, что сближение дисперсионных кривых не вызывает усиление отклика системы. В то же время этот эффект может служить механизмом генерации низкочастотных внутренних волн. Вблизи «псевдопересечения» не существует «чистой» шельфовой волны или внутренней волны Кельвина, каждая из двух мод является смесью баротропного и бароклинного движения. Таким образом, если на шельфе задать баротропное начальное условие в виде гармонической по координате y волны с волновым числом $k_{\text{п}}$, соответствующим точке «псевдопересечения», то через некоторое время движение станет бароклинным, затем перейдет опять в баротропное и т. д. Действительно, баротропное начальное условие в этом случае представляется суммой двух мод, имеющих близкие частоты. Разностная частота $\Delta\omega$ отвечает времени перехода из бароклинного движения в баротропное и обратно. Эта ситуация аналогична колебаниям двух маятников со слабой связью: если раскачать один из маятников, через некоторое время будет качаться другой, причем первый остановится. В модели шельфа-ступеньки эта связь слабая, расстояние между дисперсионными кривыми можно оценить как

$$\Delta\omega \sim f\sqrt{h_1(1-d)^3/He}^{-\frac{1-d}{1+d}k_{\text{п}}L}.$$

Для модели типа «б» с непрерывным профилем глубины исследование взаимодействия между модами было проведено в работе [92] методом возмущений. В качестве малого параметра автор использовал $\varepsilon^2=R_b/R_h=R_b/[h_2(dh_2/dx)^{-1}]$ — отношение бароклинного радиуса деформации Россби к характерному масштабу изменения глубины океана. Для районов океанических шельфов последний соответствует ширине области шельфа и материкового склона L, так что параметр ε равен условной стратификации S. В результате исследования было получено, что минимальное расстояние между дисперсионными кривыми $\Delta\omega=O(\varepsilon^2)$. Следовательно, связь между модами в случае непрерывного профиля глубины сильнее, чем в случае шельфа-ступеньки.

Полученные результаты, однако, могут быть отнесены лишь к моделям «а» и «б». В случае модели «в» метод возмущений, использованный в работе [92], является некорректным (в точке, где поверхность раздела пересекает склон, параметр ε^2 равен бесконечности). Аналитических результатов даже при простейшей топографии дна в модели «в» получить не удается, и, по-видимому,

единственным методом исследования распространения волн в рамках этой модели являются численные расчеты.

Подобные расчеты были проведены в работе [27] для рельефа дна, соответствующего району Амазонского шельфа и Гвианской котловины.* Профиль глубины района изображен на рис. 4.4. Расчет производился для постоянного параметра Кориолиса $f=2\times$

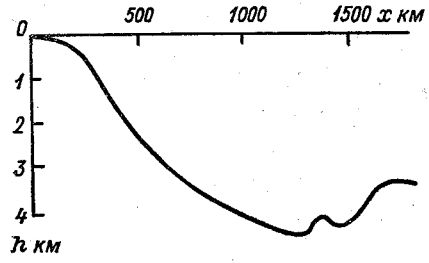


Рис. 4.4. Профиль глубины в районе Гвианской котловины.

$\times 10^{-5}$ c^{-1}, соответствующего широте 8° (средней для данного профиля).

Чтобы оценить влияние стратификации на распределение низкочастотных волн, предварительно рассчитывались волны для ба-

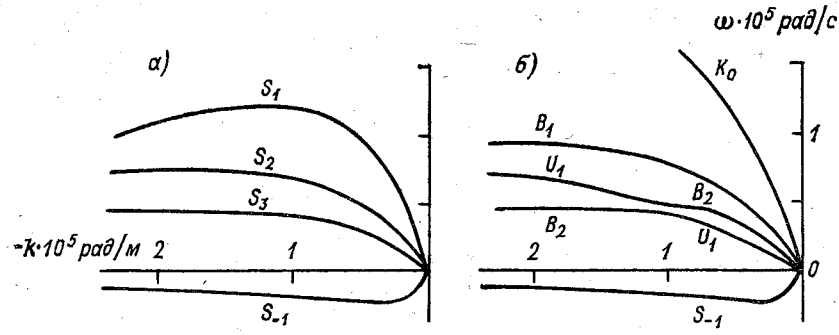


Рис. 4.5. Дисперсионные кривые низкочастотных волн, рассчитанные для профиля, приведенного на рис. 4.4, при $f=2\cdot 10^{-5}$ c^{-1} по баротропной модели (*а*) и по модели двухслойного океана при $h_1=100$ м, $\Delta\rho/\rho=0{,}002$ (*б*).

ротропной модели. Дисперсионные кривые помещены на рис. 4.5 *а*. Баротропные шельфовые волны (S) распространяются на юго-восток вдоль южноамериканского побережья и локализованы на шельфе и континентальном склоне. Фазовая скорость первой шельфовой моды (S_1) — $c_s\sim 1$ м/с, у более высоких мод эта скорость ниже. Для малых длин эти волны имеют частоты $\omega_1=f/3$, $\omega_2=f/5$,

* Этот район активно изучается в экспедициях научно-исследовательских судов МГИ АН УССР по проекту «Разрезы». Наблюдения обнаруживают присутствие интенсивных волновых колебаний, природа которых исследуется.— *Прим. ред.*

..., соответствующие квазигеострофическим волнам, распространяющимся вдоль откоса (см. раздел 1.6). Двойная волна Кельвина (S_{-1}) распространяется вдоль Срединно-Атлантического хребта на северо-запад. Эта мода диспергирует уже при малых волновых числах, с дальнейшим ростом волнового числа частота ее практически не изменяется и составляет около 0,03 сут$^{-1}$.

Аналогичные дисперсионные кривые были рассчитаны для модели двухслойного океана при параметрах $h_1 = 100$ м, $\Delta\rho = 0{,}002$ (рис. 4.5*б*). В этом случае решение существенно отличается от баротропного. Это хорошо видно на рис. 4.6, где изображены собст-

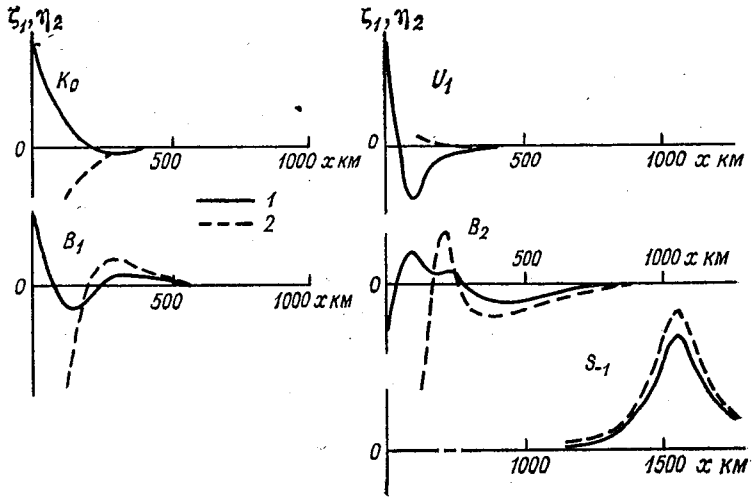


Рис. 4.6. Поперечный профиль колебаний уровня ζ_1 (*1*) и давления η_2 (*2*) низкочастотных мод для двухслойной модели при $k = 10^{-5}$ рад/м.

венные кривые давления в верхнем и нижнем слоях при $k = -10^{-5}$ м$^{-1}$. Все моды, распространяющиеся на юго-восток, носят бароклинный характер. Напротив, моды, распространяющиеся на северо-запад (на рисунке изображена только первая мода), остаются баротропными и практически не отличаются от двойных волн Кельвина, рассчитанных для модели однородного океана.

Волны, распространяющиеся на юго-восток, можно разделить на два типа — максимальные в верхнем слое (тип U), и максимальные в нижнем слое (тип B). Первый тип волн связан с наличием «уголка» у берега, в модели «б», где граница между слоями «упирается» в стенку на берегу, он отсутствует. При очень больших волновых числах волны этого типа «прижимаются» к берегу и становятся аналогичными соответствующим баротропным шельфовым волнам. Волны второго типа имеют максимальные колебания давления и скоростей в точке, где граница раздела слоев совпадает со склоном.

Особой является волна K_0, являющаяся модифицированной внутренней волной Кельвина, связанной с взаимодействием слоев. Для малых волновых чисел эта мода близка к баротропной шельфовой моде S_{-1}, с увеличением волнового числа отличие движения от баротропного увеличивается. Можно сказать, что мода K_0 разделяет на дисперсионной диаграмме две области — верхнюю (с большими фазовыми скоростями), где моды баротропные, и нижнюю, где моды бароклинные. Для второй области поверхность, разделяющая жидкость разной плотности, становится как бы непрозрачной для волн: низкочастотные волны распространяются в каждом из слоев практически независимо. В данном расчете все моды (кроме K_0) соответствуют нижней области дисперсионной диаграммы и, таким образом, оказываются бароклинными. Такая ситуация возникает, когда фазовая скорость внутренней волны Кельвина близка или больше скорости первой шельфовой баротропной моды.

Двойные волны Кельвина, распространяющиеся на северо-запад, нечувствительны к стратификации при всех волновых числах. Это связано с малым по сравнению с исследуемой областью бароклинным радиусом деформации, определяющим расстояние от берега, для которого существенны бароклинные эффекты.

Таким образом, как видно из рассмотренных примеров, низкочастотные захваченные волны в двухслойном океане имеют сложную структуру, определяемую видом модели и степенью стратификации. Характерные дисперсионные диаграммы, соответствующие трем различным случаям задания стратификации и рельефа, представлены на рис. 4.1. Во всех случаях дисперсионная кривая моды K_0 (внутренней волны Кельвина) служит на диаграммах границей, разделяющей баротропные шельфовые волны (S) и бароклинных волн (B и U). В случае «а» отсутствуют волны B, локализованные в нижнем слое (слой имеет прямоугольную геометрию); в случае «б» по аналогичной причине отсутствуют волны верхнего слоя (U); в модели «в» имеются обе системы низкочастотных квазигеострофических колебаний.

Характерной особенностью дисперсионных кривых является наличие псевдопересечений, подобных описанным выше. Фактически, как видно из рисунков, каждая кривая при увеличении волнового числа может многократно менять свой характер — переходить от типа S к типу K, от типа K к типу B и т. д.

4.3. Захваченные волны в непрерывно стратифицированном океане

Как показано в разделе 4.1, захваченные волны в непрерывно стратифицированном океане, вообще говоря, могут существовать лишь на субинерционных частотах. В случае произвольной непрерывной стратификации $\rho(z)$ и рельефа дна $h(x)$ исследование характеристик этих волн представляет значительные трудности. Од-

нако, некоторые общие качественные результаты можно получить с помощью методов, рассмотренных в разделах 1.3, 1.4. Эти результаты как обобщение баротропного случая были получены в работе Дж. Хатненса [139].

Следуя данной работе, будем использовать следующие безразмерные переменные:

$$(x^*,\ y^*) = (x,\ y)/L; \quad k^* = kL;$$
$$(z^*,\ h^*) = (z,\ h)/H; \quad \omega^* = \omega/f;$$
$$N^* = N/N_{\text{макс}}.$$

В дальнейшем в этом разделе звездочку в обозначениях безразмерных величин опускаем. Уравнение (4.2) тогда можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{N^2}\frac{\partial p}{\partial z}\right)\frac{1-\omega^2}{S^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - k^2 p = 0, \tag{4.30}$$

где $S = N_{\text{макс}} H/(fL)$ — параметр безразмерной стратификации (аналогичный использованному в предыдущем разделе). Граничные условия (4.3) и (4.4) перепишутся в виде

$$\frac{\partial p}{\partial z} + D^2 S^2 N^2 p = 0 \text{ при } z = 0; \tag{4.31}$$

$$\frac{dh}{dx}\left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{k}{\omega}p\right) - \frac{1-\omega^2}{S^2 N^2}\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \text{ при } z = -h. \tag{4.32}$$

Умножим (4.30) на p и проинтегрируем его по переменным x, z, $0<x<\infty$, $0>z>-h(x,\ y)$ (область A), используя граничные условия (4.31) и (4.32). Тогда можно получить интегральное уравнение

$$-\frac{k}{\omega} = \left[I_1 + \frac{1-\omega^2}{S^2} I_2 + k^2 I_3 + D^2(1-\omega^2) I_4\right] \Big/ I_5, \tag{4.33}$$

где

$$I_1 = \iint_A \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 dx\, dz; \quad I_2 = \iint_A \frac{1}{N^2}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 dx\, dz;$$

$$I_3 = \iint_A p^2\, dx\, dz; \quad I_4 = \int_0^\infty p_s^2\, dx; \quad I_5 = \int_0^{z=-h} p^2\, dz,$$

$$p_s = p(x,\ 0).$$

Фактически, уравнение (4.33) можно рассматривать как вариационную задачу на собственные значения. Правая часть (4.33) является стационарной по отношению к малым вариациям p тогда и только тогда, когда p является решением дифференциальной задачи (4.30)—(4.32). Легко показать, что любая из захваченных мод на субинерционных частотах распространяется в циклоническом направлении относительно открытого океана (т. е. $k<0$), если профиль глубины монотонный. Этот результат аналогичен свойству «з» раздела 1.3, полученному для баротропных шельфовых волн.

В пространстве параметров (ω, k, D^2, S^2) каждая из мод представляется функцией $\omega_n = \omega_n(k, D^2, S^2)$. Основными свойствами этой функции являются следующие:

$$\left.\frac{\partial \omega}{\partial D^2}\right|_{k,\ S^2} < 0; \tag{4.34}$$

$$\left.\frac{\partial \omega}{\partial S^2}\right|_{k,\ D^2} > 0. \tag{4.35}$$

Эти свойства аналогичны соответствующим свойствам для баротропных волн (см. «основную теорему» Хатненса в разделе 1.3).

Подобно тому, как было сделано в разделе 1.4, для захваченных волн в непрерывно-стратифицированном океане можно получить соотношения ортогональностей для трех случаев фиксации параметров:

1) $k = \text{const}$ — моды ортогональны в энергетическом представлении; энергия равна сумме энергии отдельных мод:

$$E = \frac{1}{2}\iint_A \left[u^2 + v^2 + p^2/(N^2 S^2)\right] dx\, dz + \frac{1}{2} D^2 \int_0^\infty p_s^2\, dx = \sum_n E_{nn}; \tag{4.36}$$

2) $\omega = \text{const}$ — моды ортогональны в представлении потока энергии,

$$F = \iint_A pv\, dx\, dz = \sum_n F_{nn}; \tag{4.37}$$

3) $c = const$ — в этом случае следующая комбинация потока и энергии разделяется для различных мод:

$$cE - F = \sum_n (cE_{nn} - F_{nn}). \tag{4.38}$$

Как и для баротропных волн, формулы (4.36)—(4.38) можно объединить в одну:

$$(\omega_n - \omega_m) E_{nm} - (k_n - k_m) F_{nm} = 0. \tag{4.39}$$

В случае простой геометрии и постоянной стратификации удается получить аналитические результаты. Такой анализ был проделан недавно для двух случаев: модели бесконечного откоса [58] и параболического профиля глубины [139].

В модели бесконечного откоса, $h = bx$, удается упростить уравнения с помощью замены декартовых координат (x, z) на обобщенные полярные координаты (r, λ):

$$x = r\cos\lambda; \quad z = br\sin\lambda. \tag{4.40}$$

Путем довольно громоздких преобразований можно получить явное выражение для дисперсионного уравнения, которое оказы-

вается квадратным относительно волнового числа k. Это уравнение имеет два действительных решения, определяемых формулами

$$k_{1,2}=\frac{D^2(\omega^2-1)}{b(Q_n^2-p^{2n})}\left\{\omega s^n\left[s^n+b^2\left(\omega^2-N^2/2\right)R_n\right]\pm\right.$$

$$\left.\pm\omega^2 Q_n\sqrt{b^2s^{2n}+\left(s^n-b^2N^2R_n/2\right)^2}\right\}, \qquad (4.41)$$

где

$$Q_n=(2n+1)\sum_{m=0}^{n}B_m^{(n)}s^{n-m}q^m;$$

$$R_n=\sum_{m=0}^{n}(2m+1)\,B_m^{(n)}s^{n-m}q^{m-1};$$

$$B_m^{(n)}=\left[(2n+1)^2-1\right]\ldots\left[(2n+1)^2-(2m-1)^2\right]/(2m+1)!;$$

$$s=\omega^2(1+b^2)-1-b^2N^2;\quad q=b^2(N^2-\omega^2);$$

$$B_0^n=1.$$

В модели профиля глубины $h=b\sqrt{x}$ удается решить задачу с помощью введения параболических координат:

$$x=\frac{1}{2}\left(\xi+\frac{1}{2G}-\eta^2\right);\quad z=\xi\eta\sqrt{G}, \qquad (4.42)$$

где $G=(1-\omega^2)/S^2$. Свободная поверхность соответствует условию $\eta=0$, если $x\geqslant 1/(4G)$, и $\xi=0$, если $x<1/(4G)$. При условии $D^2\equiv 0$ (отфильтровывающем баротропную волну Кельвина) несложно получить общее решение (4.30)—(4.32):

$$p=e^{k\xi^2/2}H_{2m}\left(i\xi k^{1/2}\right)e^{-k\eta^2/2}H_{2m}\left(\eta k^{1/2}\right), \qquad (4.43)$$

где H_m — полином Эрмита, имеющий $2m$ действительных нулей, расположенных симметрично относительно начала координат, так что m-я мода имеет m узловых линий по переменной ξ. Дисперсионное соотношение для такой модели имеет вид

$$\omega^{-1}=1-H'_{2m}(u)/[uH_{2m}(u)]\Big|_{u=\sqrt{k/2G}}. \qquad (4.44)$$

Для первой моды $m=1$, $H_{2m}(u)=4u^2-2$ и $\omega=(-2+\sqrt{9-5kS^2})/5$. Таким образом, как это и следует из общего свойства (4.34), частота волн растет с ростом стратификации, достигая значения 1 (инерционной частоты) при $S^2k=-8$. При малых волновых числах $(k\to 0)$ $\omega\to 0{,}2$ и фазовая скорость неограниченно растет с ростом длины волны. Это связано с отсутствием характерного размера, ограничивающего в модели область переменной глубины.

Удается провести анализ также для некоторых предельных случаев [139]:

1) $S^2 \to 0$ (случай слабой стратификации). В этом случае легко получить уравнение (1.23) теории баротропных пограничных волн. Необходимо отметить, что с уменьшением стратификации уменьшается бароклинный радиус деформации; при малых, но конечных S^2 всегда остаются бароклинные решения (высшие моды) с низкими фазовыми скоростями;

2) $S \to \infty$ (случай сильной стратификации). Может реализоваться, когда бароклинный радиус деформации намного больше характерного масштаба изменения глубины (например, волны у приглубого берега). Тогда низшие моды имеют характер внутренних волн Кельвина, их поперечный масштаб много больше ширины области изменения глубины. Эти моды можно получить, введя в уравнения (4.30) новые независимые переменные: $\xi = x - X(z)$, $\eta = z/\varepsilon$, где $\varepsilon = S^{-1}$, $X(z)$ находится из условия $z = -h(X)$. Решение (4.30)—(4.32) для этого случая имеет вид

$$p = \Phi(\eta)\, e^{k\xi/\omega} + O(\varepsilon); \tag{4.45}$$

$$\Phi = \cos\left(kS/\omega \int_{-1}^{z} N(z')\, dz' \right);$$

3) $\omega \sim 1$. В этом случае также просто получить оценки. Полагая $\omega = 1 - \gamma$, $\gamma \ll 1$, и $p = [p_0(z) + \gamma p_1(x, z)]\, e^{-kx}$, получим обыкновенное дифференциальное уравнение относительно p_0:

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{e^{2kX}}{N^2} \frac{dp_0}{dz} \right) + k^2 S^2 e^{2kX} p_0 = 0, \tag{4.46}$$

где $X(z)$ определяется из условия $z = -h(X)$. Граничные условия (4.31)—(4.32) выписываются относительно p_0 и не зависят от координаты x. Легко проверить, что для данного $k < 0$ номер моды растет с увеличением стратификации S. Таким образом, при увеличении условной стратификации низшие моды достигают значения $\omega = 1$ и перестают быть захваченными. Отметим, что оценки в области параметров $\omega \sim 1$ носят условный характер, так как приближения (1.7) в этом случае являются некорректными (см. раздел 1.1);

4) $|k| \gg 1$. С ростом волнового числа уменьшается вертикальный масштаб захвата. Если этот масштаб меньше глубины океана, волны захватываются дном (придонные захваченные волны, см. раздел 4.1). Выражения для собственных значений и собственных функций в этом случае можно получить, разлагая решение в ряд по степеням ε, $\varepsilon = (-k)^{-1/2}$.

Рассмотренные случаи предельных значений параметров, однако, не дают возможность получить точные кинематические характеристики захваченных волн, необходимые, например, для сравнения с данными наблюдений. Поэтому задачу расчета низкочастотных волн в стратифицированном океане переменной глубины в общем случае приходится решать численными методами. Труд-

ности таких вычислений заключаются не только в необходимости двумерной разностной сетки для расчетов (в баротропном случае достаточно одномерного расчета), но и несоизмеримости различных масштабов (так, ширина шельфа ~ 10 км, глубина океана 100—5000 м, глубина термоклина 50—200 м).

В работе [196] для расчета захваченных волн в непрерывно-стратифицированном океане использовался метод резонансных итераций, предложенный Дж. Платцманом. При этом в уравнение (4.30), предварительно проинтегрированное по времени, формально вводился неоднородный член (фиктивная сила). Решение находи-

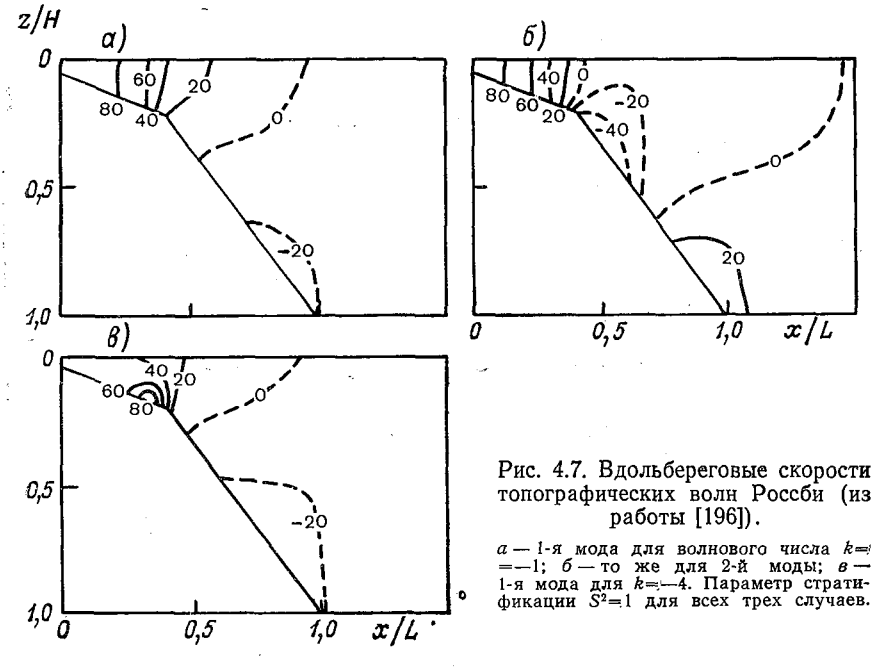


Рис. 4.7. Вдольбереговые скорости топографических волн Россби (из работы [196]).

а — 1-я мода для волнового числа $k=-1$; *б* — то же для 2-й моды; *в* — 1-я мода для $k=-4$. Параметр стратификации $S^2=1$ для всех трех случаев.

лось с помощью определения резонансного отклика на вынуждающую силу. Пример расчета захваченных мод приведен на рис. 4.7. При $kL=-1$ первая (рис. 4.7 *а*) и вторая (4.7 *б*) захваченные моды носят характер баротропных шельфовых волн в зоне шельфа и придонных захваченных волн в районе склона. С уменьшением длины волны происходит уменьшение масштаба вертикального захвата (см. раздел 4.1) и, в частности, при $kL=-4$ первая мода представляет собой придонную захваченную волну и в зоне шельфа (рис. 4.7 *в*).

В последнее время для расчета волн в стратифицированной жидкости широкое распространение получил метод обратных итераций, предложенный Дж. Хатненсом [139], который также предполагает введение фиктивной силы, но расчет собственных значений и собственных функций в нем производится непосредственно, без интегрирования по времени.

4.4. Наблюдения бароклинных захваченных волн

Как отмечалось в предыдущем разделе, теоретические исследования захваченных волн в стратифицированном океане сопряжены со значительными трудностями. Много проблем также возникает при экспериментальном излучении таких волн. Действительно, определение волновых характеристик требует, вообще говоря, сети синхронных долговременных станций, расположенных в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Большинство комплексных экспедиционных исследований, направленных на изучение пространственно-временной изменчивости бароклинных процессов в океане, включая такие глобальные эксперименты, как «Полигон-70», МОДЕ, ПОЛИМОДЕ [34], были выполнены в центральной зоне океана, и поэтому их результаты не могли быть использованы для

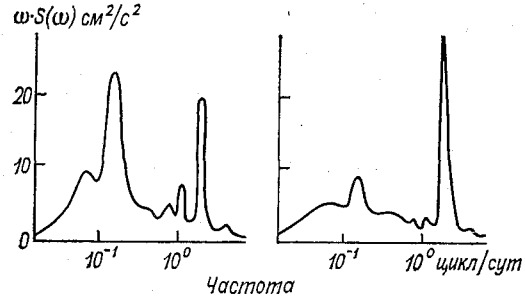


Рис. 4.8. Спектры колебаний скорости течения на станции *C*, расположенной в районе максимального наклона дна (слева), и для станции *E*, в окрестности которой изменения глубины невелики (справа) (из работы [73]).

анализа внутренних захваченных волн. Только в самые последние годы стали проводиться и специализированные эксперименты в зоне шельфа — континентального склона (например, БОСЭКС [91]). В целом можно отметить, что экспериментальные работы следовали за теоретическими и в значительной степени стимулировались последними. Так, определяющее влияние на исследование низкочастотных бароклинных волн оказала работа Райнса [183]. Вскоре после ее появления придонные захваченные волны, теоретически описанные в данной работе, были зарегистрированы в различных районах Мирового океана: в северо-западной части Атлантики [191], в Балтийском море [73, 90, 91], в северо-восточной части Тихого океана вблизи о. Ванкувер [116] и др. В работе [91] описаны результаты наблюдений за температурой и течениями на двух станциях в Балтийском море (проект БОСЭКС-77). Характерной особенностью зарегистрированных волновых процессов была их интенсификация в придонном слое (рис. 4.8). Аналогичные измерения, проведенные в 1979 г., однако, не выявили этого эффекта [73], что, возможно, объяснялось слабой атмосферной активностью в период второго эксперимента. Наблюдения в 1980 г. подтвердили наличие колебаний течений в придонном слое (с периодом 6—8 сут) [73]. Пространственный спектральный анализ

позволил выявить волны длиной 22—25 км, распространяющиеся вдоль изобат на юго-запад. Более интенсивные волны наблюдались на станции, расположенной в районе сильных наклонов дна. Расчеты, проведенные по модели Хатненса [139], позволили показать, что эти волны связаны с эффектом захвата дном.

Специальные измерения температуры, солености, плотности, выполненные в 1979—1981 гг. на полигонах, расположенных в тех же районах, выявили вихреобразные возмущения с характерными размерами 20—50 км и скоростями течений в несколько сантиметров в секунду, направление и скорость которых также хорошо описывались в рамках модели придонных захваченных волн [90].

Другим классом внутренних захваченных волн, которые довольно хорошо проявляются в наблюдениях, являются внутренние волны Кельвина. Теоретически описанные Фьельстадом еще в 1933 г. [125], они только в последние годы стали объектом пристального внимания в связи с возрастанием общего интереса к процессам в пограничной области океана и получением новой информации, которая в значительной степени изменила ранее сложившиеся представления о характере бароклинных движений в этой зоне. Так, выяснилось, что явление апвеллинга, имеющее большое значение для короткопериодных колебаний климата и биопродуктивности различных районов Мирового океана (районы Перу, Западной Африки и др.), тесно связано с этим типом волновых движений [94].

В работе [81] было показано существование захваченных волн типа внутренних волн Кельвина на основе наблюдений за полусуточными приливными течениями на двух станциях (АБС-1 и АБС-2), расположенных на границе шельфа и континентального склона в районе мыса Эримо (юго-восточная оконечность о. Хоккайдо) (рис. 4.9 *а*, *б*). Результаты наблюдений показывают, что приливные течения на большинстве горизонтов имели направления вращения вектора скорости по часовой стрелке, близкие значения фаз и закономерный характер изменчивости по вертикали. Это позволяет предположить, что основная энергия течений заключена в нескольких (низших) модах внутренних волн. Действительно, разложение течений по отдельным внутренним модам по методу Краусса [37] дало для полусуточных гармоник M_2 и S_2 следующие результаты: 78—90 % приливной энергии на станции АБС-2 сосредоточено на модах 0 и 1, 74—81 % энергии АБС-1 — на модах 0, 1, 2 (самой энергонесущей в этом случае оказалась вторая мода). Условие малости наклона дна $\alpha \ll f/N$, необходимое для обоснования модели, хорошо выполняется для станции АБС-2 и несколько хуже для АБС-1. Вертикальные профили мод, рассчитанные из уравнений (4.3), (4.5), (4.7), приведены на рис. 4.10.

Важной частью работы явилось определение горизонтального профиля мод $\varphi_n(x, y)$. Обычно полагается, что $\varphi_n(x, y)$ имеет вид единичной плоской волны:

$$\varphi_n(x, y) = e^{-i(k_n x + l_n y)}. \qquad (4.47)$$

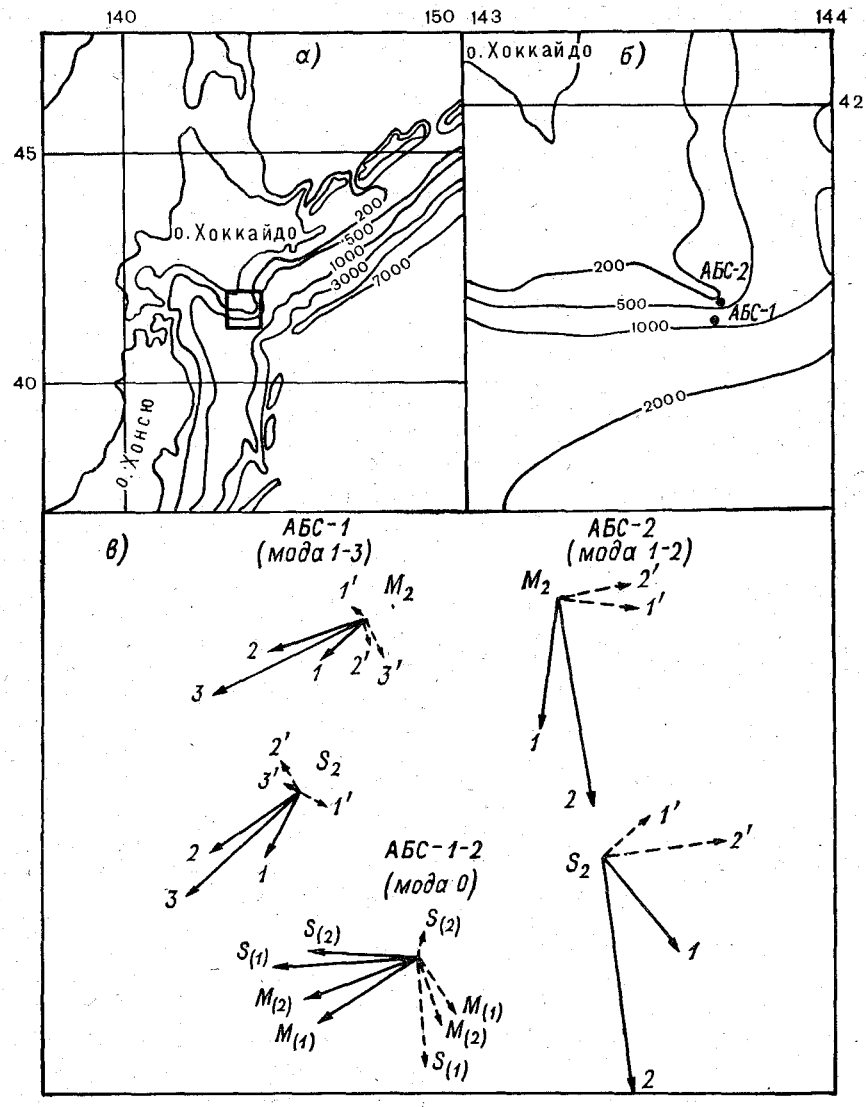


Рис. 4.9. Район постановки станций АБС-1 и АБС-2 (*а*, *б*); показаны комплексные волновые векторы отдельных мод полусуточных гармоник M_2 и S_2 (*в*) (сплошные — действительная часть, пунктирные — мнимая).

Из уравнений (4.1) следует, что в этом случае приливной эллипс должен иметь вращение вектора по часовой стрелке, направление большой полуоси, совпадающее с направлением распространения волны, и сжатие (отношение полуосей), определяемое соотношением f/ω (в рассматриваемом случае 0,66—0,68). Фактически, отношение полуосей эллипсов в рассматриваемом районе

для различных мод в большинстве случаев было меньше этой величины. Указанные особенности можно объяснить, если предположить, что приливные течения носят характер внутренних захваченных волн. Тогда k_n и l_n следует считать комплексными числами, удовлетворяющими соотношению

$$k_n^2 + l_n^2 = (\omega^2 - f^2)/c_n^2, \tag{4.48}$$

где c_n^2 —собственные числа вертикальной задачи (4.3), (4.5), (4.7). Очевидно, что при фиксированном значении c_n существует

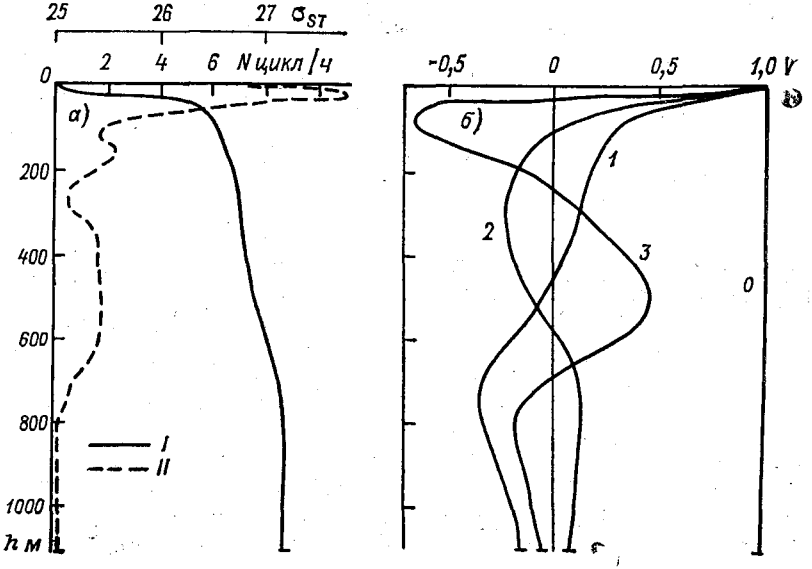


Рис. 4.10. Профили условной плотности σ_{ST} (*I*) и частоты Вяйсяля—Брента $N(z)$ (*II*) (*а*); вертикальные профили баротропной (нулевой) и первых трех бароклинных мод в районе станции АБС-1 (*б*).

взаимнооднозначное соответствие между параметрами приливного эллипса и комплексного волнового вектора. В частности, когда отношение полуосей эллипса меньше, чем для плоской волны (как наблюдалось в большинстве случаев), волна затухает влево от направления движения. Как известно, такими свойствами обладают волны Кельвина.

На рис. 4.9 *в* изображены комплексные волновые вектора низших мод. Направления распространения баротропной моды на обеих станциях лежат в узком секторе (азимут 251°±23°) и, по-видимому, обусловлены крупномасштабными особенностями северо-западной части Тихого океана. Изменчивость направлений внутренних мод сильнее. Вероятно, направления распространения этих волн определяются более мелкими особенностями рельефа.

Масштаб затухания волн в направлении от берега — 5—10 км примерно соответствует внутреннему радиусу деформации Россби.

Обширный экспериментальный материал наблюдений был использован в работе [134]. Бароклинные захваченные волны изучались по записям шести станций, расположенных у Бермудских островов. Каждая из станций имела датчики для измерения температуры и течений на трех-четырех горизонтах. Синхронные наблюдения были проведены на трех станциях в 1975 г. (продолжительность 270 сут) и на трех — в 1977 г. (384 сут). Взаимный спектральный анализ позволил обнаружить несколько мод с различной вертикальной и горизонтальной структурой и периодами 90, 54, 45, 26,1 ч. Теоретические расчеты для сравнения с наблюдениями производились для океана с ровным дном, форма линии берега Бермудских островов аппроксимировалась эллипсом.

Сравнение вертикальной структуры мод с наблюдаемыми характеристиками на периодах 45 и 26,1 ч также убедительно свидетельствует о наличии в данном районе захваченных островами внутренних волн Кельвина.

4.5. Захваченные волны в присутствии течений и устойчивость баротропных пограничных течений

В предыдущих главах рассматривались пограничные волны, распространяющиеся в океане при отсутствии течений. Между тем в пограничных областях океана, как правило, имеются стационарные течения, влияющие на распространение волн. Скорости течений имеют порядок 10^{-1}—10^{0} м/с, что значительно меньше фазовых скоростей гравитационных волн (10^{2} м/с), но сравнимо со скоростями внутренних гравитационных и градиентно-вихревых волн (10^{0}—10^{1} м/с), поэтому следует ожидать, что течения способны модифицировать последние два типа волн. Вопросы влияния течений на распространение волн тесно связаны с задачей об устойчивости течений. Если фазовая скорость волны совпадает со скоростью течения в некоторой точке, это может привести к появлению неустойчивых (растущих во времени) волн, которые увеличивают свою энергию за счет энергии основного течения. Течения, таким образом, сами могут являться генераторами волн.

В данном разделе рассматривается влияние течений на распространение волн и соответственно устойчивость течений в однородном океане.

Хотя теория гидродинамической устойчивости разрабатывается уже в течение более 80 лет, изучение устойчивости океанических течений началось сравнительно недавно. По-видимому, первые работы по устойчивости баротропных течений в пограничных областях (т. е. с учетом топографии дна и вращения) появились в начале 70-х годов. Достаточное условие устойчивости для таких течений впервые получено Б. А. Тареевым [74]. Устойчивость Гольфстрима на основе простейшей модели топографии дна и профиля

скорости рассматривалась П. Нилером и Л. Майсеком [169]. Рассчитанная дисперсионная диаграмма приведена на рис. 4.11. Неустойчивым волнам соответствовали период $T_1=10$ сут и длина $\lambda_1=140$ км для района плато Блейк и $T_2=21$ сут, $\lambda_2=195$ км для района континентального склона, что несколько отличается от известных параметров меандров Гольфстрима ($T\sim 50$ сут, $\lambda\sim 200...$ 400 км [75]). Работы [74, 169] в значительной степени способствовали развитию дальнейших исследований по данному вопросу [100, 153].

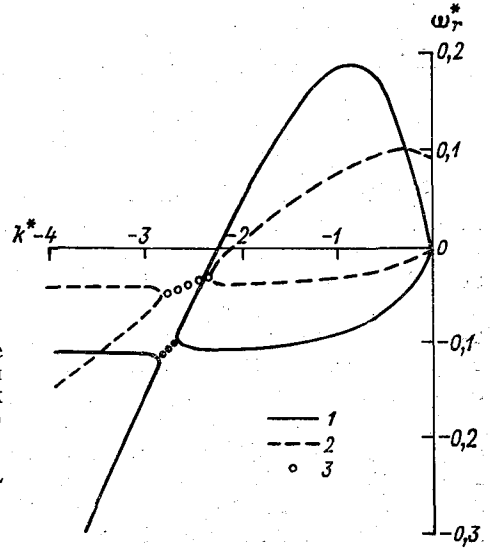


Рис. 4.11. Дисперсионные кривые шельфовых волн с учетом течения Гольфстрима в районе плато Блейк (*1*) и в районе континентального склона для 35° с. ш. (*2*); *3* — неустойчивые волны; $\omega r^*=\mathrm{Re}(\omega/f)$, $k^*=kL$ (из работы [169]).

Рассмотрим в общем виде устойчивость баротропного течения, направленного вдоль берега, поперечный профиль скорости которого описывается функцией $V(x)$. Уравнения для малых отклонений скоростей u, v и уровня ζ легко получить, анализируя полные уравнения Буссинесска [48] и интегрируя их по вертикали при $\rho=$ $=\mathrm{const}$:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}+V\frac{\partial u}{\partial y}\right)-fv=-g\frac{\partial \zeta}{\partial x};$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}+V\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\left(f+\frac{dV}{dx}\right)u=-g\frac{\partial \zeta}{\partial y}; \qquad (4.49)$$

$$\frac{\partial (hu)}{\partial x}+\frac{\partial (hv)}{\partial y}+\frac{\partial \zeta}{\partial t}+V\frac{\partial \zeta}{\partial y}=0.$$

В дальнейшем будем использовать бездивергентное приближение, т. е. пренебрегать двумя последними членами уравнения неразрывности. Условия применимости данного приближения оста-

ются такими же, как и при отсутствии течения (см. раздел 1.3). Вводя интегральную функцию тока ψ

$$\partial\psi/\partial x = hu; \quad \partial\psi/\partial y = -hu, \tag{4.50}$$

можно получить для нее уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{h}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{1}{h}\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{f}{h}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) - \\ - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{f+V'}{h}\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) = 0. \tag{4.51}$$

Полагая $h=h(x)$ и $\psi(x, y; t) = \psi(x)e^{ik(ct-y)}$, получим:

$$(V-c)\left(\psi'' - \frac{h'}{h}\psi' - k^2\psi\right) - h\frac{d}{dx}\left(\frac{f+V'}{h}\right)\psi = 0. \tag{4.52}$$

Сравнение с (1.37) показывает, что влияние постоянного течения на дискретные моды шельфовых волн сводится к двум факторам: смещению фазовой скорости вследствие сноса (доплеровский эффект) и изменению потенциального вихря (к параметру Кориолиса добавляется вихрь скорости основного течения). Как показано в работе [100], эти эффекты в случае монотонных профилей скорости и глубины действуют противоположным образом, но доплеровский эффект, как правило, доминирует.

Важным свойством уравнения (4.52) является его сингулярность в области $V_{\text{мин}} < c < V_{\text{макс}}$. При этом возможны неустойчивые волны, т. е. волны, имеющие комплексные значения фазовой скорости. Подобные эффекты хорошо известны в теории гидродинамической устойчивости [50]; фактически, уравнение (4.52) является модифицированным уравнением Рэлея и сводится к последнему при $h=\text{const}$. Некоторые результаты, полученные для этого уравнения, легко могут быть перенесены на случай вращающегося бассейна переменной глубины.

1. *Для устойчивости течения достаточно, чтобы градиент потенциального вихря нигде не обращался в нуль* (модифицированный критерий Рэлея [74]):

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{f+V'}{h}\right) \neq 0. \tag{4.53}$$

Для уравнения Рэлея (т. е. при $h=\text{const}$) этот критерий означает отсутствие точек перегиба на профиле скорости.

2. *Если существует такая константа K, что*

$$\frac{dQ}{dx}(K-V) < 0 \text{ при любых } x, \tag{4.54}$$

то течение устойчиво (модифицированный критерий Фьортофта) [115]. Полагая $V_{\text{мин}} > K$ или $V_{\text{макс}} < K$, из (4.54) легко получить критерий Рэлея.

Другой важный частный случай — когда профиль скорости монотонный и имеется единственная точка x_S, такая, что $dQ/dx|_{x=x_S}=0$. Выбирая $K=V(x_S)$, из (4.54) получим

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{dQ}{dx}\left(V(x_s)-V(x)\right)\right]<0 \text{ при } x=x_s. \qquad (4.54a)$$

Для определения устойчивости течения удобно использовать следующее число Россби:

$$\mathrm{Ro}=V_{\text{макс}}/(fL).$$

Очевидно, что при $\mathrm{Ro}\ll 1$ течение будет устойчивым.

Рассмотрим простой пример. Пусть профили глубины и скорости описываются функциями

$$h=He^{a(x-L)};\quad V=2\,\mathrm{Ro}\,f\left(x-\frac{1}{2}x^2/L\right) \text{ при } 0\leqslant x\leqslant L;$$

$$h=H;\quad V=\mathrm{Ro}\,fL \text{ при } x>L. \qquad (4.55)$$

Нетрудно получить, что для такого типа профилей имеется лишь одна точка x_s, для которой $dQ/dx=0$ при $x=x_s$. Учитывая, что эта точка должна принадлежать интервалу $0<x<L$, получим условия для параметров a, Ro, L:

$$1<\frac{1}{\mathrm{Ro}}-\frac{2}{aL}<2. \qquad (4.56)$$

Легко показать, что при этом выполняется критерий устойчивости (4.54а). Приведенный пример показывает, что монотонный рельеф дна оказывает стабилизирующее влияние на течение. В действительности условия (4.56) выполняются редко, так как число Россби обычно меньше 1, а aL для океанских шельфов ~ 4—5.

Вероятно, неустойчивость такого типа — явление достаточно редкое в океане и может осуществляться в низких широтах (где число Россби больше), а также в областях с незначительными наклонами глубины (для неустойчивости необходимо, чтобы $R_V/R_h\leqslant \mathrm{Ro}$, где $R_h=(h'/h)^{-1}$ — масштаб изменения глубины и R_V — ширина течения).

3. *«Полукруговая теорема»: действительная c_r и мнимая c_i части фазовой скорости удовлетворяют соотношениям* [115]

$$V_{\text{мин}}+\frac{1}{2}c_1\leqslant c_r\leqslant c_1+V_{\text{макс}};$$

$$|c_i|\leqslant\frac{1}{2}|V_{\text{макс}}-V_{\text{мин}}|, \qquad (4.57)$$

где c_1 — фазовая скорость первой шельфовой моды при отсутствии течения; $c_r=\omega_r/k$; $c_i=\omega_i/k$. В области $\omega_i>0$ возмущения затухают, при $\omega_i<0$ течение неустойчиво, $\omega_i=0$ характеризует нейтральное возмущение.

Устойчивые шельфовые волны в районе Флоридского пролива рассматривались в работе [100]. Флоридское течение аппроксимировалось различными профилями скорости, при этом для фазовой скорости первой шельфовой моды получались близкие результаты (рис. 4.12). Дискриминантный анализ уравнения (4.52) показал, что дискретных шельфовых мод может быть лишь конечное число,

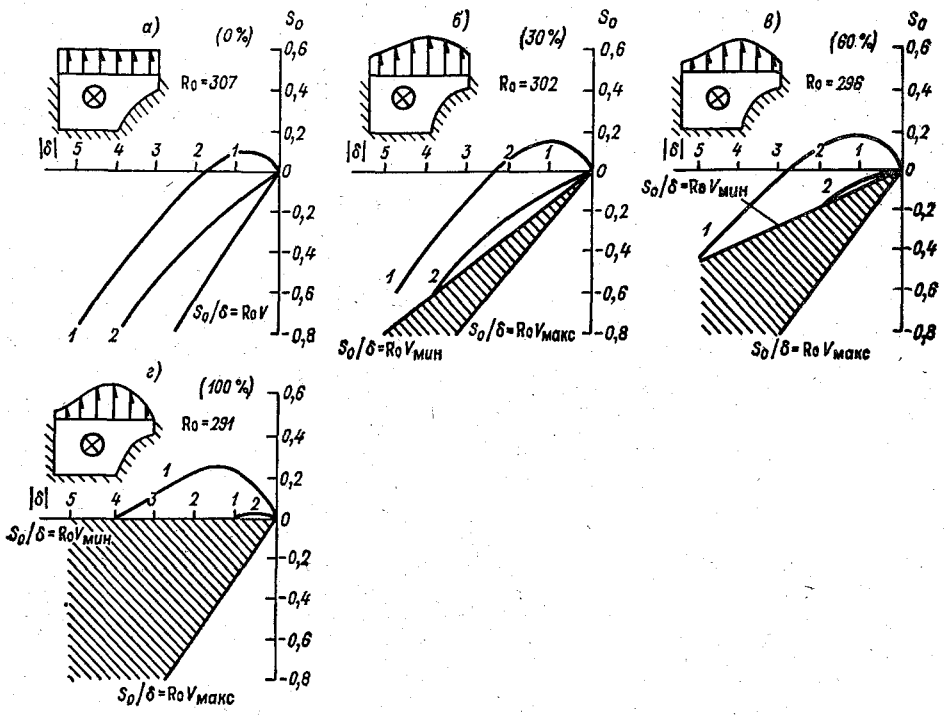


Рис. 4.12. Дисперсионные диаграммы для модели экспоненциального шельфа (1.61), показывающие трансформацию дисперсионных кривых шельфовых волн в зависимости от вида профиля скорости (из работы [100]).

а — однородный профиль; *б—г* — профиль скорости задавался в виде RoV, где $V=0{,}78+a(xe^{1-x}-0{,}78)$. Параметр a для каждого варианта (в процентах) приведен в скобках. Выделены критические области $V_{мин}<c<V_{макс}$; $\omega^*=\omega/f$, $k^*=kL$.

причем волновые числа для каждой из мод не могут быть больше некоторого числа k_0 (эффект коротковолнового усечения).

В связи с тем, что число дискретных мод конечно, возникают трудности при изучении устойчивости. Произвольное начальное условие не может быть разложено на отдельные моды, поскольку спектр дифференциального оператора в (4.51) не является полным. Поэтому, вообще говоря, на основе решения спектральной задачи (4.52) нельзя сделать вывод об устойчивости течения относительно произвольных (а не только гармонических) возмущений и, следо-

вательно, возникает необходимость в решении задачи Коши для уравнения (4.51). Такая задача была решена в работах [16, 153].

У. Макки [153] показал существование непрерывного спектра в критической области $V_{\text{мин}}<c<V_{\text{макс}}$, состоящего из элементарных волновых решений с разрывом производной в точке $x_{\text{кр}}$, $V(x_{\text{кр}})=c$. В критической точке x имеется особенность логарифмического типа — эта точка является точкой ветвления. В отличие от спектральной задачи, для задачи Коши проблемы выбора ветви решения не существует, нужная ветвь находится из условия причинности и соответствует предельному переходу от растущих во времени возмущений к нейтральным ($\operatorname{Im} c=0$). Суммарный непрерывный спектр не имеет особенностей и убывает во времени при выполнении критерия Рэлея (4.53), как некоторая степень t (в частности, для монотонного профиля скорости как t^{-1}). Таким образом, при выполнении (4.53) произвольное начальное возмущение при $t\to\infty$ превращается в сумму дискретных шельфовых мод и течение оказывается устойчивым.

Для вынужденной волны оказалось, что линейный рост решений возможен лишь в том случае, когда частоты и фазовые скорости вынуждающей силы и свободных волн (дискретных мод) совпадают, т. е. аналогично случаю отсутствия течений [153]. Если фазовая скорость для внешнего воздействия $c_{\text{в}}$ приходится на критическую область $V_{\text{мин}}<c_{\text{в}}<V_{\text{макс}}$, роста решений не происходит, однако в критической точке $x_{\text{с}}$ производная функция тока имеет особенность логарифмического типа при $t\to\infty$, и вдольбереговые скорости неограниченно растут при приближении к этой точке.

Другой возможностью обойти трудности, связанные с неполнотой спектральной задачи, является добавление в уравнение (4.52) члена, учитывающего горизонтальную вязкость. Для вязкой жидкости, как известно, спектр дискретный и полный. Более того, течения вязкой жидкости, как правило, неустойчивы при больших числах Рейнольдса, хотя профиль скорости может и не содержать точек перегиба [50].

В работе [26] была поставлена и решена задача об устойчивости баротропного течения над переменным рельефом дна с учетом вязкости, которая является модификацией задачи Орра—Зоммерфельда [50].

Уравнение для функции тока представлялось в виде

$$(V-c)\left(\psi''-\frac{h'}{h}\psi'-k^2\psi\right)-h\frac{dQ}{dx}\psi=$$

$$=-i\frac{\nu}{k}\left(\frac{d^2}{dx^2}-k^2-\frac{1}{h}\frac{d}{dx}h\right)\left(\frac{d^2\psi}{dx^2}-k^2\psi\right), \qquad (4.58)$$

где ν — коэффициент турбулентной вязкости. Это уравнение является естественным обобщением (4.52). Уравнение (4.58) можно также получить из линеаризованных уравнений полных потоков [33] при использовании следующих предположений: а) придонное

течение мало; б) градиенты глубины невелики; в) коэффициент горизонтального турбулентного трения постоянен; г) бароклинные движения не возбуждаются.

На берегу задавались условия прилипания:

$$\left.\begin{aligned}\psi(0)&=0\\ \psi'(0)&=0\end{aligned}\right\}\ \text{при}\ x=0. \tag{4.59}$$

На границе шельфа (свободной границе) необходимо произвести склейку с решениями для открытого океана, где уравнение (4.58) не содержит переменных коэффициентов. Отбрасывание двух решений, возрастающих в направлении от шельфа, дает условия на свободной границе. Изложенный способ получения граничных условий, однако, требует высокой степени гладкости переменных коэффициентов уравнения (4.58). Пренебрегая вязкостью на границе шельфа, можно из (4.52) выписать упрощенные условия, справедливые при менее жестких требованиях к гладкости коэффициентов (достаточно непрерывности функций V' и h):

$$\left.\begin{aligned}&\psi'-k\psi=0\\ &(V-c)\left(\psi''-\frac{h'}{h}\psi'-k^2\psi\right)-h\frac{dQ}{dx}\psi=0\end{aligned}\right\}\ \text{при}\ x=L. \tag{4.60}$$

При численном решении задачи (4.58)—(4.60) использовался метод ортогонализации, описанный в работе [26]. Из двух граничных условий (4.60) определялись начальные условия для независимых решений ψ_1 и ψ_2. Чтобы исключить влияние быстрорастущего «вязкого» решения, в процессе вычисления делались остановки, на которых решения разделялись с помощью «невязкого» фильтра [уравнение (4.52)]. Искомый параметр c определялся из условий (4.59):

$$\psi_1\psi_2'-\psi_2\psi_1'=0\ \text{при}\ x=0. \tag{4.61}$$

Собственные значения находились по методу Ньютона. Все расчеты проводились с профилями скорости и глубины вида (4.55), устойчивыми по отношению к невязким возмущениям.

Рисунок 4.13 иллюстрирует расчет дисперсионных кривых для данной задачи. Без течения дисперсионные кривые существуют при любых волновых числах, волны распространяются только в циклоническом направлении относительно открытого океана (оставляя берег справа в северном полушарии). В случае сдвигового течения, направленного в противоположную сторону, для невязкой жидкости существует только конечное число мод (в приведенном примере только одна). При $k=k_0$ действительная часть частоты равна нулю, для модели без трения эта точка соответствует «коротковолновому усечению». В модели с горизонтальной вязкостью шельфовые волны существуют и при $|k|>|k_0|$, дисперсионная

кривая продолжается в «критическую» область. Мнимая часть частоты ω_i достигает минимума при $k=k_0$ (т. е. в этой точке затухание волн максимально), а затем быстро возрастает, вскоре достигая максимума $\omega_i^{\text{макс}}$. На рис. 4.13 приведен случай, когда $\omega_i^{\text{макс}}=0$, т. е. течение критическое.

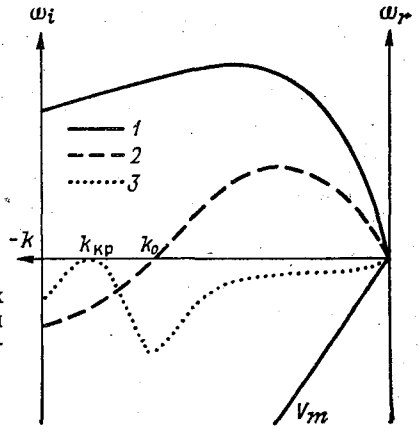


Рис. 4.13. Пример расчета дисперсионных кривых при отсутствии течений (*1*) и для модели, включающей течение (*2* — действительная часть частоты, *3* — мнимая).

Результаты численных расчетов представлены на рис. 4.14. Данный рисунок иллюстрирует зависимость критического числа Рейнольдса $R_{кр}$, где $R=Ro(fL^2)/\nu$ и соответствующего ему волнового числа $k_{кр}$ от параметра глубины a [см. (4.55)] и числа

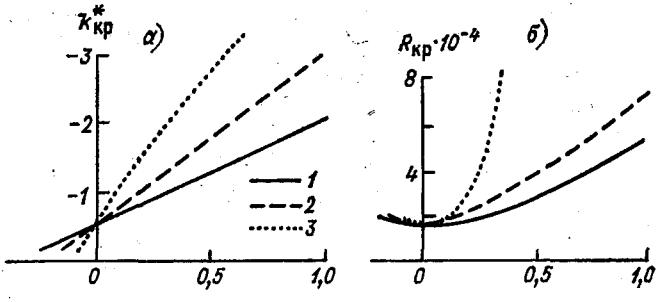


Рис. 4.14. Зависимость критических значений $k^*_{кр}$ и $R_{кр}$ от параметра наклона дна a.

1) Ro=0,4; *2*) Ro=0,2; *3*) Ro=0,1; $k^*=kL$.

Россби. Обращает внимание несимметричность задачи относительно знака a (что равносильно изменению направления распространения течения). Течение, ограниченное справа берегом (в северном полушарии), при положительном градиенте глубины начиная с некоторого небольшого значения aL устойчиво по отношению к вязким возмущениям потока. Это связано с тем, что при

достаточно большом наклоне дна шельфовые волны могут распространяться со скоростью, превышающей максимальную скорость течения. Тогда неустойчивость может возникать лишь в том случае, когда $c \leqslant |V|_{\text{макс}}$. Однако такие волны, связанные с приосевой неустойчивостью потока, в работе [26] не рассматривались, так как они отфильтровываются принятыми условиями на свободной границе (4.60). Очевидно, что неустойчивость такого типа должна сильно зависеть от формы $V(x)$ и $h(x)$ в окрестности максимальной скорости потока.

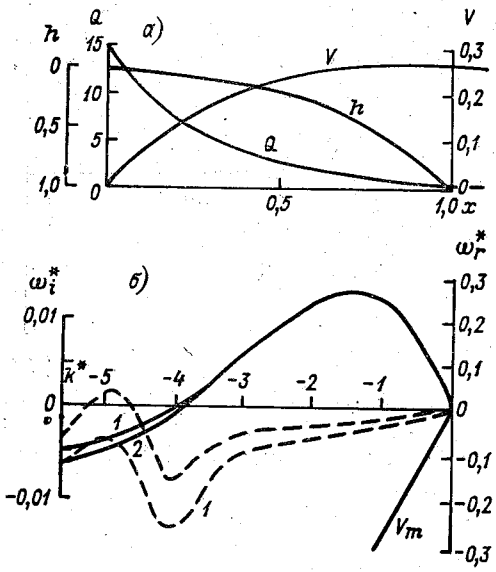


Рис. 4.15. Нормированные профили скорости, глубины и потенциального вихря для Флоридского течения (*а*); дисперсионные кривые для модели Флоридского течения, рассчитанные с учетом горизонтального трения при $R=10^6$ (*1*) и при $R=5\cdot10^5$ (*2*) (*б*); действительная часть частоты дана сплошными линиями, мнимая — штриховыми; $\omega^*=\omega/f$, $k^*=kL$.

Напротив, течение, ограниченное слева берегом (например, западные пограничные течения), неустойчиво для всех параметров a и Ro, при которых проводился расчет. При этом значения критических чисел $k_{\text{кр}}$ и $R_{\text{кр}}$ непрерывно росли с ростом a. Этот результат можно объяснить следующим образом. Увеличение наклона дна приводит к увеличению скорости шельфовых волн, распространяющихся в направлении, противоположном потоку, поэтому неустойчивые волны возможны для более коротких длин волн, для которых $c \geqslant V_{\text{мин}}=0$. Можно сказать, что период этих волн определяется градиентом скорости основного потока у берега, а длина волны — значением k_0, определяемой соотношением между наклоном дна и скоростью потока.

Рассмотрим применение результатов численных расчетов для оценки устойчивости известных пограничных течений.

Шельфовые волны во Флоридском проливе. Для Флоридского течения оценка $aL=2{,}77$, $V=2{,}5f\text{Ro}\times(x-0{,}8x^2/L+0{,}2x^3/L^2)$, $\text{Ro}=0{,}3$ [100]. Рисунок 4.15 иллюстрирует результаты расчета дисперсионных кривых при числах Рейнольдса $R=5\cdot10^5$ и $R=10^6$

(размерный коэффициент трения $\nu = 4 \cdot 10^2$ см^2/с и $2 \cdot 10^2$ см^2/с). Горизонтальные размеры нормированы на ширину шельфа $L = 30$ км, вертикальные — на глубину пролива $H = 1$ км, частоты измеряются в единицах параметра Кориолиса $f = 0{,}65 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$. Действительная часть частоты ω_r для волн, распространяющихся против потока ($kL > -4$), практически совпадает с расчетом по невязкой модели [100]. Однако для невязкой модели решений нет при $kL < -4$, тогда как для вязкой модели оно существует при любых волновых числах. Более того, для невязкой модели $\omega_i = 0$, т. е. течение устойчиво, в то время как для расчета с вязкостью ω_i при $kL = -5$ принимает положительные значения для закритического течения (при $R \approx 5 \cdot 10^5$). Период максимально растущих волн для данной модели составляет 10—14 сут, а длина волны $\lambda \sim 50$ км.

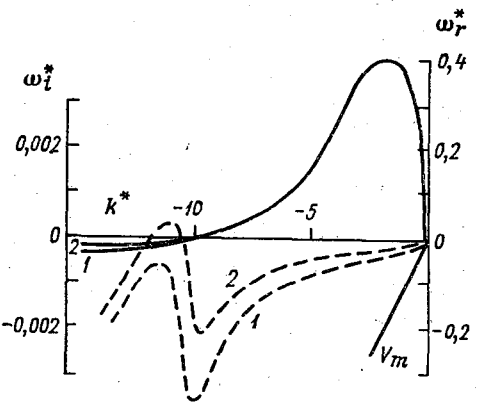


Рис. 4.16. Расчет, аналогичный представленному на рис. 4.15 *б*, для района Куросио (35° с. ш.).

Шельфовые волны в районе течения Куросио (35° с. ш.). Аналогичный расчет был проведен для модели Куросио (рис. 4.16) при параметрах $aL = 3$, $V = \mathrm{Ro} f(2x - x^2/L)$, $\mathrm{Ro} = 0{,}1$, $L = 100$ км, $f = 0{,}8 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$. Течение в этом случае незначительно меняет дисперсионную кривую шельфовой волны. Неустойчивые волны возникают и здесь (критическое число Рейнольдса) $R_{кр} = 2{,}7 \cdot 10^6$, или $\nu_{кр} = 3 \cdot 10^2$ см^2/с), однако они имеют значительно бо́льшие периоды ($T \sim 45$ сут) при аналогичных длинах волн ($\lambda \sim 50$ км).

Суммируя результаты, отметим, что горизонтальное трение может приводить к потере устойчивости пограничного течения относительно баротропных шельфовых колебаний для потоков, ограниченных слева берегом в северном полушарии. Растущие волны имеют довольно малые длины и значительные периоды, определяемые горизонтальным градиентом потока.

4.6. Устойчивость пограничных течений в стратифицированном вращающемся океане

Как показано в предыдущем разделе, монотонный рельеф дна в краевых областях океана оказывает стабилизирующее влияние на баротропные течения, неустойчивость которых может осущест-

вляться лишь в особых случаях: когда наклон дна невелик или масштабы волн малы. Вертикальный сдвиг скорости течений в стратифицированном океане способствует возникновению неустойчивых волн. Различают два типа неустойчивости таких течений — баротропную и бароклинную.

Наиболее изучена бароклинная неустойчивость, связанная с вертикальным сдвигом скорости [62, 75]. В этом случае неустойчивые волны черпают свою энергию из доступной потенциальной энергии течений, которая образуется благодаря наклону изопикнических поверхностей. Бароклинная неустойчивость широко распространена в океане и, по-видимому, является основной причиной меандрирования крупномасштабных течений и циклогенеза [75].

Говоря о баротропной неустойчивости, обычно имеют в виду неустойчивость, вызванную горизонтальным сдвигом скорости. Образующиеся при этом волны могут иметь бароклинный характер; так, например, для двухслойной модели с течением в верхнем слое неустойчивые колебания будут возникать именно в этом слое. Таким образом, следует отличать проблему баротропной устойчивости течений в стратифицированном океане от проблемы устойчивости баротропных течений, рассмотренной в предыдущем разделе. Изменение глубины квазиоднородного слоя, как правило, меньше изменения глубины океана (наклон изопикнических поверхностей 10^{-3}—10^{-4}) и не оказывает значительного стабилизирующего влияния, поэтому баротропная неустойчивость поверхностных течений обусловливается профилем скорости. Отметим, что учет вертикального сдвига скорости в этом случае также очень важен.

Ввиду сложности общей постановки задачи с непрерывным профилем скорости и непрерывной стратификацией рассмотрим двухслойный вращающийся океан, в котором присутствует постоянное течение, имеющее горизонтальные скорости $V_1(x)$ и $V_2(x)$ соответственно в верхнем и нижнем слоях. Это течение описывается уравнениями (4.13). Малые отклонения от основного течения также описываются уравнениями, подобными (4.13). Линеаризуя полные уравнения, включающие инерционные члены, можно получить:

$$D_1 u_1 - f v_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x}; \quad D_1(\zeta_2 - \zeta_1) = \frac{\partial}{\partial x}(h_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(h_1 v_1);$$

$$D_1 v_1 + f_1 u_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial y}; \quad D_2 u_2 - f v_2 = -g \frac{\partial \eta_2}{\partial x};$$

$$D_2 v_2 + f_2 u_2 = -g \frac{\partial \eta_2}{\partial y}; \quad -D_2 \zeta_2 = \frac{\partial}{\partial x}(h_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial y}(h_2 v_2); \quad (4.62)$$

$$\eta_2 = \zeta_1(1 - \Delta\rho/\rho) + \zeta_2 \Delta\rho/\rho;$$

где $D_1 = \frac{\partial}{\partial t} + V_1 \frac{\partial}{\partial y}$; $D_2 = \frac{\partial}{\partial t} + V_2 \frac{\partial}{\partial y}$; $h_1 = h_1(0) + \int_0^x \frac{V_1 - V_2}{g' f} dx$;

$g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho}$; $h_2 = h - h_1$; $f_1 = f + \frac{dV_1}{dx}$; $f_2 = f + \frac{dV_2}{dx}$.

Сравнение (4.62) с (4.13) показывает, что изменения, вносимые наличием постоянного течения в уравнения, заключаются в замене оператора $\partial/\partial t$ на D_1 или D_2, в добавлении к параметру Кориолиса вихря скорости основного течения, а также в наклоне поверхности, разделяющей жидкости разной плотности вследствие вертикального сдвига скорости.

Предполагая, как и прежде, гармоническую зависимость всех функций от t и y и исключая из (4.62) ζ_2, u_1, u_2; v_1, v_2, получим для соответствующих функций $\zeta(x)$ и $\eta(x)$ следующую систему:

$$(V_1-c)\left[\frac{d^2\zeta_1}{dx^2}+\left(\frac{h_1'}{h_1}-\frac{M_1'}{M_1}\right)\frac{d\zeta_1}{dx}-k^2\zeta_1\right]+$$
$$+f\frac{d}{dx}\left(\ln\frac{fh_1}{M_1}\right)=\frac{M_1}{h_1}(V_1-c)(\eta_2-\zeta_1); \qquad (4.63а)$$

$$(V_2-c)\left[\frac{d^2\eta_2}{dx^2}+\left(\frac{h_2'}{h_2}-\frac{M_2'}{M_2}\right)\frac{d\eta_2}{dx}-k^2\eta_2\right]+$$
$$+f\frac{d}{dx}\left(\ln\frac{fh_2}{M_2}\right)=\frac{M_2}{h_2}(V_2-c)\left(\zeta_1-\eta_2-\frac{\Delta\rho}{\rho}\zeta_1\right), \qquad (4.63б)$$

где

$$M_i=[ff_i+k^2(V_i-c)^2]/g', \quad i=1,\ 2.$$

Полученные уравнения выписаны в приближении гидростатики и предполагают, вообще говоря, учет β-эффекта. При изучении устойчивости, как правило, ограничиваются квазигеострофическим приближением:

$$\omega\sim kV\ll f, \qquad (4.64)$$

которое соответствует малым частотам и малым числам Россби. Постановка задачи в этом случае несколько упрощается и удается получить ряд общих заключений для зональной системы течений (амплитуды скорости зависят только от меридиональной координаты). Детальное исследование устойчивости двухслойного течения в таком приближении было проведено в работе [173]. Следуя этой работе, рассмотрим зональное течение в двухслойном океане, имеющее скорости $U_1(y)$ и $U_2(y)$. Отметим, что здесь (при анализе зональных течений) используется географическая прямоугольная система координат, в которой ось y направлена на север, а ось x — на восток (при этом будут рассматриваться решения вида $F(y)e^{i(\omega t-kx)}$.

Введем следующие безразмерные переменные:

$$(x^*,\ y^*)=(x,\ y)/L, \quad (c^*,\ U^*)=(c,\ U)/U_{\text{макс}};$$
$$\beta^*=\beta L^2/U_{\text{макс}}. \qquad (4.65)$$

В квазигеострофическом приближении уравнения (4.63), в которых независимая переменная x заменена на y, значительно упроща-

ются. При этом колебания уровня ζ_i и давления в нижнем слое η_2 соответствуют колебаниям функции тока φ_1, φ_2; $\partial\varphi_i/\partial x = v_i$, $\partial\varphi_i/\partial y = -u_i$. Опуская звездочку над безразмерными величинами, окончательно получим:

$$(U_1 - c)\left[\varphi_1'' - k^2\varphi_1 - F_1(\varphi_1 - \varphi_2)\right] + \left[F_1(U_1 - U_2) + \beta - U_1''\right]\varphi_1 = 0; \tag{4.66а}$$

$$(U_2 - c)\left[\varphi_2'' - k^2\varphi_2 - F_2(\varphi_2 - \varphi_1)\right] + \left[F_2(U_2 - U_1) + \beta - U_2''\right]\varphi_2 = 0. \tag{4.66б}$$

где $F_1 = f^2L^2/(g'h_1)$; $F_2 = f^2L^2/(g'h_2)$ — безразмерные коэффициенты, аналогичные S^2. Граничными условиями являются условия затухания возмущений на зональных границах

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0 \text{ при } y = \pm 1. \tag{4.67}$$

Таким образом, эта система двух уравнений определяет устойчивость течения в двухслойной модели. В работе [173] были рассмотрены необходимые и достаточные условия существования неустойчивых решений, а также интегральные энергетические соотношения, связывающие характеристики возмущений и среднего движения. Второй член в левой части уравнений представляет собой градиент средней потенциальной завихренности Q_i в каждом слое:

$$dQ_1/dy = \beta - U_1'' + F_1(U_1 - U_2); \tag{4.68а}$$

$$dQ_2/dy = \beta - U_2'' + F_2(U_2 - U_1). \tag{4.68б}$$

Рассмотрим неустойчивое возмущение, для которого $c_i = \omega_i/k > 0$. Разделив первое уравнение на $(U_1 - c)$, а второе — на $(U_2 - c)$ и умножив их соответственно на φ_1^*/F_1 и на φ_2^*/F_2, проинтегрируем по y. После очевидных преобразований получим

$$\int_{-1}^{1}\left\{\frac{|\varphi_1'|^2 + k^2|\varphi_1|^2}{F_1} + \frac{|\varphi_2'|^2 + k_2|\varphi_2|^2}{F_2} + |\varphi_1 - \varphi_2|^2\right\}dy =$$

$$= \int_{-1}^{1}\left\{\frac{dQ_1}{dy}\frac{|\varphi_1|^2}{(U_1 - c)F_1} + \frac{dQ_2}{dy}\frac{|\varphi_2|^2}{(U_2 - c)F_2}\right\}dy. \tag{4.69}$$

Условие (4.69) должно выполняться по отдельности для действительных и мнимых частей. Мнимую часть (4.69) можно записать в виде

$$\int_{-1}^{1}\left[h_1\frac{dQ_1}{dy}\frac{|\varphi_1|^2}{|U_1 - c|^2} + h_2\frac{dQ_2}{dy}\frac{|\varphi_2|^2}{|U_2 - c|^2}\right]dx = 0. \tag{4.70}$$

Таким образом, для неустойчивости течения необходимо, чтобы горизонтальный градиент потенциальной завихренности изменял знак. β-эффект стабилизирует движение, так как из выражений

для завихренности видно, что достаточно большая величина β приведет к положительным градиентам Q_1 и Q_2 для всех y. Из анализа действительной части уравнения (4.69) можно получить второе необходимое условие неустойчивости:

$$\int_{-1}^{1}\left[U_1\frac{dQ_1}{dy}\frac{|\varphi_1|^2}{|U_1-c|^2F_1}+U_2\frac{dQ_2}{dy}\frac{|\varphi_2|^2}{|U_2-c|^2F_2}\right]dy=$$

$$=\int_{-1}^{1}\left[\frac{|\varphi_1'|^2+k^2|\varphi_1|^2}{F_1}+\frac{|\varphi_2'|^2+k^2|\varphi_2|^2}{F_2}+|\varphi_1-\varphi_2|^2\right]dy>0. \quad (4.71)$$

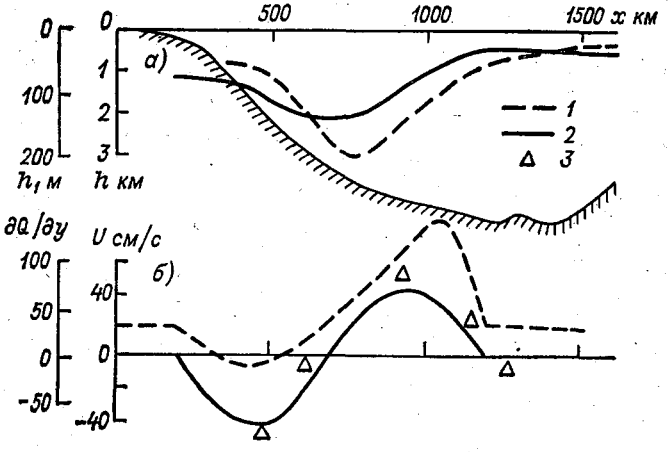


Рис. 4.17. Толщина однородного слоя (по данным наблюдений — *1*, теоретическая оценка — *2*) (*а*); профили скорости (*2*) и безразмерного градиента потенциального вихря (*1*) (*б*); *3* — экспериментальные данные о скорости. Показан рельеф дна в районе Гвианской котловины.

Произведение зональной невозмущенной скорости и градиента потенциальной завихренности должно быть положительным. Одновременное выполнение условий (4.70)—(4.71) не является слишком жестким требованием. Оценки показывают, что для струйных течений, таких как Гольфстрим или Куросио, необходимые условия неустойчивости соблюдаются. Таким образом, бароклинная неустойчивость может являться основным источником меандрирования течений. Детальные расчеты, основанные на использовании уравнений (4.69), правильно предсказывали фазовые скорости и длины волн меандров [75].

В качестве примера рассмотрим Гвианское поверхностное течение в районе Амазонского шельфа и Гвианской котловины (рис. 4.17). Соответствие профилей скорости и глубины верхнего квазиоднородного слоя показывает приближенное выполнение геострофических соотношений для основного течения. Изображенный профиль градиента потенциального вихря меняет знак, и произве-

дение $UdQ/dy>0$ на определенном отрезке y. Поэтому следует ожидать наличие неустойчивых волн для такой системы течений.

Важными факторами, влияющими на устойчивость бароклинного течения, являются соотношение глубин однородных слоев, стратификация, рельеф дна, наличие горизонтального сдвига скорости. Легко показать, что для горизонтально-однородного течения необходимые условия для неустойчивости становятся более жесткими при увеличении глубины нижнего слоя. В пределе когда глубина нижнего слоя стремится к бесконечности течение становится бароклинно устойчивым. Баротропная неустойчивость поверхностного течения может осуществляться даже и в этом случае благодаря горизонтальному сдвигу скорости.

Влияние β-эффекта и наклона дна обсуждалось в работах [1, 2, 141, 167]. Для зонального течения было показано, что β-эффект в океане с ровным дном оказывает стабилизирующее воздействие. Равномерный наклон дна в направлении, поперечном потоку, также стабилизирует течение независимо от знака наклона. Однако совместное влияние топографии и β-эффекта может приводить к дестабилизации течений, если эти эффекты действуют противоположным образом (например, увеличение глубины океана в сторону высоких широт, оставляющее неизменным потенциальный вихрь).

Горизонтальный сдвиг скорости определяет баротропную устойчивость течений. В работе [173] найдены необходимые и достаточные условия для неустойчивости такого типа в случае простого зонального течения. В частности, было показано, что течение с антисимметричным профилем скорости неустойчиво. В общем случае произвольного направления течения баротропную и бароклинную неустойчивость невозможно разделить, неустойчивые возмущения имеют более сложную структуру.

Влияние конфигурации дна и береговых границ значительно усложняет дисперсионную диаграмму устойчивых и неустойчивых мод. В частности, изменчивость глубины может приводить к новому типу неустойчивости, связанному с взаимодействием между различными поперечными потоку модами и Фурье-компонентами донной топографии [167]. В работе [1] изучалось совместное действие различных факторов: горизонтального и вертикального сдвигов скорости, наклона дна и конфигурации рельефа, а также ориентации течения. Результаты расчетов сопоставлялись с наблюдениями вихрей в юго-восточной части Черного моря и дали удовлетворительное объяснение наблюденных и рассчитанных волновых характеристик.

Учет агеострофических эффектов, т. е. конечного значения числа Россби, в общем случае является сложной задачей. Условий для неустойчивости, подобных (4.70) и (4.71), в этом случае получить не удается. Устойчивость негеострофического течения может быть определена с помощью численных расчетов. В работе [75] подробно обсуждается влияние агеострофических эффектов на бароклинную неустойчивость. В целом учет этих эффектов приводит

к уменьшению скоростей роста для неустойчивых возмущений. Следует отметить, что квазигеострофическое приближение (4.64) лучше выполняется в области средних широт. В низких широтах, где число Россби нельзя считать малым, и в высоких, где стратификация невелика такое приближение может быть неправомерным.

Агеострофические эффекты также важны при изучении устойчивых классов низкочастотных волн — струйных [154] и фронтальных [97] мод. Существование этих типов колебаний непосредственно связано с наличием стратификации и течения, имеющего вертикальный сдвиг скорости.

Струйные волны, описанные Дж. Маквильямсом для зонального канала [154], по механизму возвращающей силы аналогичны топографическим волнам Россби (шельфовым волнам): их вызывает градиент потенциального вихря, связанный с изменением глубины верхнего квазиоднородного поля.

В качестве примера можно рассмотреть двухслойную модель зонального канала постоянной глубины H с течением в верхнем слое $U_1=U=\text{const}$. При условии $\beta=0$, $\mathrm{Ro}\ll 1$ и $h_1\ll H$ возмущения стационарного потока описываются упрощенным уравнением (4.65а):

$$\varphi_1'' + \left(\frac{cF_1}{U_1-c} - k^2\right)\varphi_1 = 0. \tag{4.72}$$

Учитывая, что на границах канала $\varphi=0$ при $y=\pm 1$, получим следующие дисперсионные соотношения:

$$c_n = U\left(1 - \frac{F_1}{F_1 + k^2 + n^2\pi^2/4}\right), \tag{4.73}$$

где $n=1, 2, \ldots$

Таким образом, струйные волны представляют собой набор дискретных мод, имеющих точку сгущения $c_\infty=U$. Для течения, имеющего горизонтальный градиент скорости, моды могут иметь фазовые скорости, удовлетворяющие условию $|c|<|V|_{\text{мин}}$; высшие моды при этом пропадают.

Фронтальные волны, описанные в работе Дж. Бэйна [97], связаны с выходом холодных вод на поверхность моря (апвеллингом). В случае двухслойной модели такие моды возникают при пересечении поверхности, разделяющей жидкость разной плотности, со свободной поверхностью океана. Фронтальные волны имеют максимальную амплитуду вблизи линии пересечения поверхностей. Отметим, что эти волны непосредственно связаны с агеострофическими эффектами, поэтому для их изучения необходимо использовать полные уравнения (4.63).

Таким образом, баротропно-бароклинная неустойчивость средних течений в пограничных областях океана является сложной проблемой, решение которой найдено лишь в некоторых модельных упрощенных ситуациях. В полной постановке ее приходится рассматривать в каждом отдельном случае по-разному, вводя те или иные упрощения. При этом основным методом решения задачи являются численные расчеты.

ГЛАВА 5. ЭКВАТОРИАЛЬНЫЕ ЗАХВАЧЕННЫЕ ВОЛНЫ

5.1. Проявление экваториальных волн

Захваченные волны могут генерироваться и вдали от берега при постоянной глубине океана. Это происходит, например, в экваториальной области, и здесь причиной, приводящей к возникновению таких волн, является меридиональное уменьшение горизонтальной составляющей силы Кориолиса вплоть до нуля при приближении к экватору. Как уже отмечалось, вдали от берегов в открытом океане под действием сил тяжести и плавучести, а также меридионального изменения параметра Кориолиса f могут образовываться несколько типов длинных волн: баротропные и бароклинные инерционно-гравитационные волны и волны Россби [83]. На экваторе параметр f равен нулю и в результате исчезновения горизонтальной составляющей силы Кориолиса указанные волны видоизменяются и к ним добавляются, кроме того, еще два типа захваченных волн. Одна из них — Россби-гравитационная волна — обусловлена совместным действием β-эффекта и силы тяжести, вторая — экваториальная волна Кельвина связана с исчезновением параметра f на экваторе (в этом отношении экватор играет роль береговой стенки при образовании волны Кельвина).

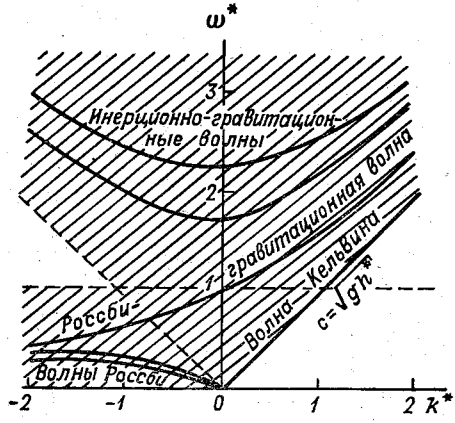


Рис. 5.1. Общая дисперсионная диаграмма экваториальных захваченных волн.

Волны Россби и инерционно-гравитационные волны вблизи экватора видоизменяются таким образом, что их горизонтальная структура становится существенно неоднородной в меридиональном направлении. Появляются дискретные горизонтальные моды, энергия которых концентрируется в конечной области около экватора, а далее к полюсам экспоненциально затухает. В целом экваториальную область по отношению к длинным волнам можно рассматривать как пограничную область океана. Захваченные здесь волны во многом аналогичны рассмотренным ранее краевым и шельфовым волнам.

Действительно, общая дисперсионная диаграмма экваториальных захваченных волн, приведенная на рис. 5.1, удивительно напоминает дисперсионную диаграмму захваченных волн в прибреж-

ной пограничной области океана (рис. 1.1). Здесь использована общепринятая географическая система прямоугольных координат: ось x направлена на восток, ось y — на север. $\omega^* = \omega T$, $k^* = kL$ — безразмерные частота и зональное волновое число (T, L — характерные масштабы времени и длины). В обоих случаях волны Кельвина направлены так, что берег (либо экватор) остается в северном полушарии вправо относительно направления распространения волны. Место волн Пуанкаре занимают инерционно-гравитационные волны, которые в экваториальной области имеют дискретный спектр, а шельфовых волн — волны Россби. Смешанная Россби-гравитационная волна не имеет аналога среди рассмотренных ранее волн. Сходный характер обеих дисперсионных диаграмм приводит к ряду общих свойств захваченных прибрежных и экваториальных волн. В то же время за этим формальным сходством нельзя забывать и о существенных отличиях: захват в краевой области океана связан с изменением глубины (а следовательно, скорости длинных волн) и отражением от берега, а захват экваториальных волн обусловлен меридиональным изменением горизонтальной составляющей силы Кориолиса (т. е. скорости инерционно-гравитационных и Россби волн).

Одними из первых работ, посвященных эффекту захвата волн в экваториальной области, были работы Стерна [189] и Брезертона [99]. Более общие результаты получены Мацуно [152], Блэнфордом [98], Лайтхиллом [147], Манком и Муром [161] и позднее в серии работ Филандера, Мура, Лонге-Хиггинса и др. [158, 174—177 и др.].

Наблюдения захваченных волн в открытом океане, в том числе и в экваториальной области, связаны со значительными техническими трудностями. Поэтому до настоящего времени таких данных мало и они не позволяют составить достаточно детального представления о свойствах экваториальных волн. Одной из немногих экспериментальных работ является работа Вунша и Гилла [203], в которой была выполнена обработка многочисленных рядов измерений уровня океана на островных станциях, расположенных в экваториальной области Тихого океана. Были проанализированы характерные пики в спектрах колебаний уровня, имеющие периоды в несколько суток, которые интерпретировались как инерционно-гравитационные экваториальные захваченные волны.

Хорошую возможность для изучения низкочастотных экваториальных волн дали измерения течений в таких крупных международных экспериментах, как Атлантический тропический эксперимент (АТЭП) в 1974 г. и Первый глобальный эксперимент (ПГЭП) в 1979 г.

На рис. 5.2 приведены годографы среднесуточных скоростей течений для разных глубин вблизи экватора (0°30′ с. ш., 35° з. д.). Записи получены в результате измерений на многосуточной буйковой станции в период ПГЭП на НИС «Академик Вернадский». Не останавливаясь пока на всех деталях поведения вектора скорости течения, отметим одну характерную особенность — существование

интенсивных колебаний скорости с периодом около 20 сут. Они отмечаются во всем верхнем 70—100-метровом слое и их амплитуды составляют около 50 см/с.

Подобную же картину дали измерения гидрологических характеристик в экваториальной зоне Индийского океана в 10 и 11-м

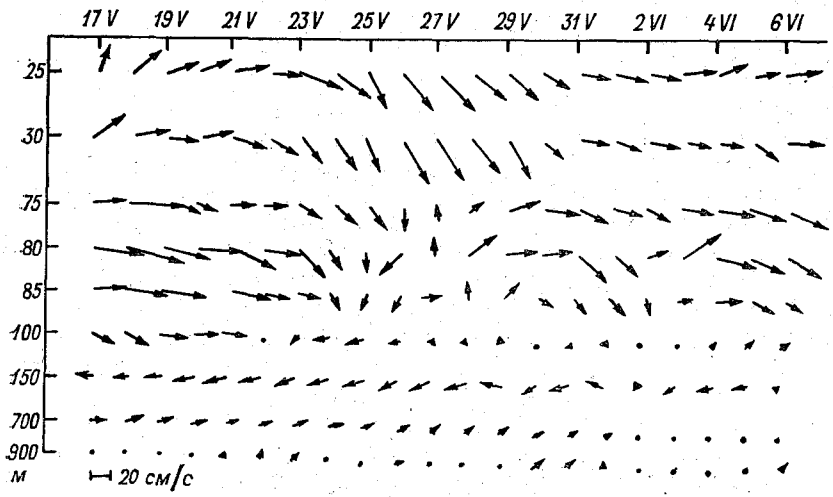


Рис. 5.2. Годографы среднесуточных скоростей течений для разных глубин вблизи экватора (1°30′ с. ш., 35° в. д.) по измерениям в период ПГЭП.

рейсах НИС «Академик Вернадский». На рис. 5.3 показано распределение солености по глубине в верхнем 300-метровом слое океана на экваториальном разрезе 50—80° в. д. Измерения на раз-

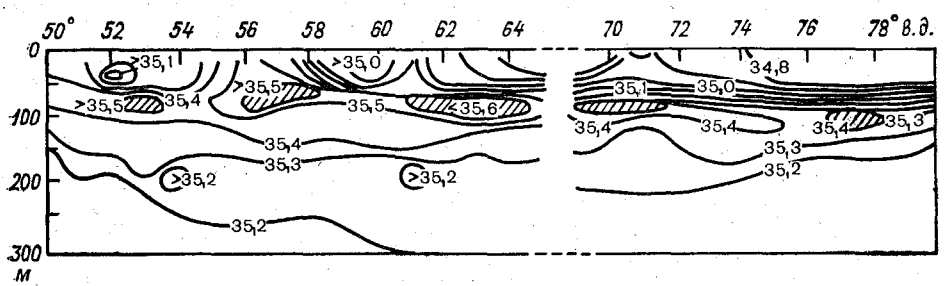


Рис. 5.3. Распределение солености на экваториальном разрезе в Индийском океане.

резе выполнены в два этапа: 50—65 и 65—80° в. д. Продолжительность каждого около 4 сут, промежуток между ними составлял 20 сут. На рис. 5.3 приведены результаты измерений солености на четырех меридиональных разрезах по 65° в. д. от 2°30′ с. ш. до 2°30′ ю. ш., выполненных с временным интервалом 4 сут.

Видно, что вдоль экватора в верхнем слое наблюдаются ядра повышенной солености, отстоящие друг от друга на расстояние около 500—600 км. Эту особенность можно объяснить как проявление волны, распространяющейся вдоль экватора, с длиной, приблизительно равной удвоенному расстоянию между ядрами повышенной солености.

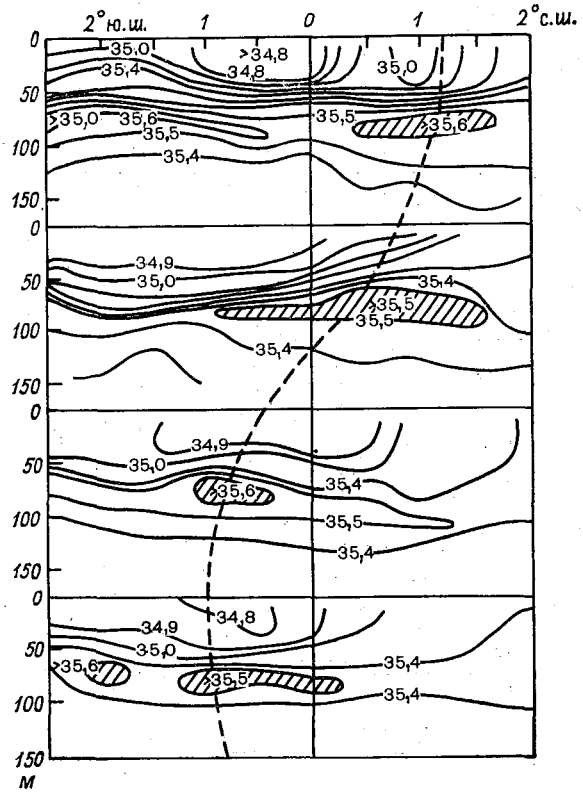


Рис. 5.4. Распределение солености на меридиональных разрезах по 65° з. д., выполненных с временным интервалом 4 сут.

На рис. 5.4 показано меридиональное смещение ядер повышенной солености со временем. Хотя продолжительность измерений была недостаточной, чтобы оценить период этих колебаний, само существование периодических изменений положения ядер отчетливо прослеживается. Эти примеры свидетельствуют о существовании в экваториальной области Атлантического и Индийского океанов интенсивных волновых движений: в данных случаях с периодом около 20 сут и длиной волны 1000—1200 км. Как будет показано ниже, они так же, как и волны в краевой области океана,

относятся к горизонтально-неоднородным захваченным волнам. В целом, спектр экваториальных захваченных волн довольно широк. Пространственные масштабы изменяются от сотен до тысяч километров, временны́е — от суток до нескольких месяцев.

5.2. Основные уравнения экваториальных захваченных волн

Используем географическую систему прямоугольных координат. Из исходных уравнений движения (1.10)—(1.14) следует уравнение для меридиональной скорости:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{\partial v}{\partial t}+\beta\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{N^2}\left(\frac{\partial^4 v}{\partial z\,\partial t^3}+\beta^2 y^2\frac{\partial^2 v}{\partial z\,\partial t}\right)\right]=0. \tag{5.1}$$

Будем искать решение в виде прогрессивных волн, распространяющихся в зональном направлении. Для этого введем следующее разделение переменных:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G(z)\,U(y) \\ iG(z)\,V(y) \\ iW(z)\,P(y) \\ \rho_0 AG(z)\,P(y) \end{bmatrix} Ae^{i(\omega t-kx)}, \tag{5.2}$$

A — постоянная, имеющая размерность скорости.

Из (5.1) после разделения переменных получаются два уравнения, определяющих горизонтальную и вертикальную структуру волн:

$$\frac{d^2V}{dy^2}+\left(\frac{\omega^2}{c^2}-k^2-\frac{\beta k}{\omega}-\frac{\beta^2 y^2}{c^2}\right)v=0; \tag{5.3}$$

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{N^2}\frac{dG}{dz}\right)+\frac{1}{c^2}G=0, \tag{5.4}$$

где c — постоянная разделения, имеющая размерность скорости.

С учетом (1.12), (1.13) уравнение (5.4) для вертикальной скорости записывается в виде

$$\frac{d^2W}{dz^2}+\frac{N^2}{c^2}W=0, \tag{5.5}$$

где

$$W=\frac{A\omega}{N^2}\frac{dG}{dz}. \tag{5.6}$$

Граничными условиями, как обычно, являются: условие непротекания на дне

$$W=0 \text{ при } z=-H \tag{5.7}$$

и динамическое условие на свободной поверхности

$$\frac{dW}{dz} - \frac{g}{c^2} W = 0 \text{ при } z = 0. \tag{5.8}$$

Следуя Филандеру [175], можно выделить два метода решения общей задачи. Первый, более распространенный, состоит в представлении вертикальной структуры волн в виде суперпозиции нормальных мод (поверхностной и внутренних). Они описываются однородным уравнением (5.5) с граничными условиями (5.7), (5.8). Его решение сводится к отысканию собственных функций W_n и собственных значений c_n этой краевой задачи. Тогда горизонтальная структура волнового поля, т. е. зависимость V от координаты y, определяется уравнением (5.3) при соответствующих краевых условиях горизонтальной задачи. Значения постоянной разделения c в уравнении (5.3) определяются соответствующими значениями вертикальной краевой задачи c_n. Обычно вместо c_n вводят эквивалентную глубину h_n, которая формально равна глубине жидкости, в которой скорость распространения длинной гравитационной волны $c_n = \sqrt{gh_n}$. Тогда горизонтальная задача (5.3) на собственные значения и собственные функции определяет дисперсионное соотношение $\omega_{l,n}(k, c_n)$ и меридиональную структуру скорости $V_l(y)$ (l — индекс горизонтальной моды).

Второй подход к изучению волн состоит в первоначальном решении горизонтальной краевой задачи (5.3) на собственные функции V_l и собственные значения c_l. Волновые числа k и частоты ω считаются заданными (определяются возбуждающими силами), а значения c_l или эквивалентные глубины h_l определяются. Затем решается уравнение (5.5) для вертикальной задачи, в котором c_l (или h_l) известны. Поэтому вертикальная структура волн представляет собой совокупность прогрессивных (в случае положительных h_l) или вертикальных захваченных (в случае отрицательных значений эквивалентной глубины h_l) волн.

Применение того или иного подхода к описанию волн зависит от вертикальной и горизонтальной структуры волнового поля, которая в свою очередь определяется механизмом генерации волн. Как показывают экспериментальные данные, в экваториальной области Атлантического океана наблюдается вертикальное распространение колебаний температуры [120]. Оказывается, этот эффект проще описывается представлением в виде вертикально распространяющихся вынужденных волн, чем нормальными бароклинными модами. Как известно, для установления таких мод необходимо выполнение условия (5.7) полного отражения волн от нижней границы (т. е. от дна) для низкочастотных внутренних волн ($\omega < N(z)$). Это условие может и не выполняться для длинных волн, распространяющихся в океане с неровным дном, либо в случае, когда вертикальный масштаб волны много меньше глубины H (глубокое море). В этих случаях условие непротекания (5.7) заменяется на условие излучения.

5.3. Горизонтальная структура волн

Рассмотрим уравнение (5.3) с граничными условиями затухания решения при $|y| \to \infty$. Решение этой задачи на собственные значения и собственные функции известно [152, 175]. Последние имеют вид

$$V_l = \exp\left[-y^2/(2R_l^2)\right] H_l\,(y/R_l), \tag{5.9}$$

где H_l — полиномы Эрмита l-го порядка. В выражении (5.9) R_l — радиус Россби l-й моды

$$R_l = (\sqrt{gh_l}/\beta)^{1/2} = (c_l/\beta)^{1/2}, \tag{5.10}$$

где c_l — собственные значения, являющиеся корнями характеристического уравнения (5.3)

$$\frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2 - \frac{\beta k}{\omega} = \frac{\beta\,(2l+1)}{c_l}. \tag{5.11}$$

Решение его можно записать как

$$c_l = \left\{-\beta\,(2l+1) \pm \left[\beta^2\,(2l+1)^2 + 4\left(\frac{\beta k}{\omega} + k^2\right)\omega^2\right]^{1/2}\right\} \times$$

$$\times \left[2\left(k^2 + \frac{\beta k}{\omega}\right)\right]^{-1}. \tag{5.12}$$

Условия ортогональности последовательности собственных функций (5.9) определяются выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\omega^2 - \beta^2 y^2)\, V_n\,(y/R_n)\, y_m\,(y/R_m)\, dy =$$

$$= (gh/\beta^2)^{1/4}\left[\omega^2 - \frac{2n+1}{2}\,(gh\beta^2)^{1/2}\right]\pi^{1/2}\,2^n n!\,\delta_{mn}. \tag{5.13}$$

где δ_{mn} — символ Кронеккера. Несколько первых полиномов Эрмита имеют вид

$$H_0 = 1; \quad H_1(y) = 2y; \quad H_2(y) = 4y^2 - 2; \quad H_3(y) = 8y^3 - 12y.$$

Используя уравнения (1.10), (1.11) можно получить выражение для составляющей зональной скорости

$$U_l = \frac{\beta^{1/2}}{(c_l)^{1/4}\,\omega}\left\{\frac{(l/2)^{1/2}\,y_{l-1}\,(y/R_l)}{k/\omega + c_l^{-1}} + \frac{[(l+1)/2]^{1/2}\,y_{l+1}\,(y/R_l)}{-k/\omega + c_l^{-1}}\right\}. \tag{5.14}$$

Отметим, что входящие в (5.9) и (5.14) полиномы Эрмита — симметричные функции координаты y, если l — четное число, и антисимметричные, если l — нечетное.

Основная симметричная мода ($l=0$) требует специального рассмотрения. Для нее корни (5.12) можно представить в виде

$$c_0^{(1)} = \omega^2/(\beta + \omega k); \tag{5.15}$$

$$c_0^{(2)} = -\omega/k. \tag{5.16}$$

Можно показать, что второй корень $c_0^{(2)}$ физически не обоснован. Действительно, из уравнений движения (1.10)—(1.14) следует выражение, связывающее зональную и меридиональную скорость:

$$U = \frac{k\,\partial V/\partial y - \omega\beta y V}{i\,(\omega^2 - k^2c^2)}. \tag{5.17}$$

Как видно из (5.17), корень $c_0^{(2)}$ не удовлетворяет условию ограниченности зональной скорости. Первый корень $c_0^{(1)}$ соответствует волне, определяемой как *смешанная Россби-гравитационная волна* (ее иногда называют *волной Янаи*).

Имеется еще одно волновое решение, не следующее из уравнения (5.3), но удовлетворяющее исходным уравнениям движения. Это решение описывает волну, для которой меридиональная скорость равна нулю. Полагая $v=0$, из уравнений движения (1.10), (1.11), (1.14) получим:

$$-i\omega U + kAP = 0; \tag{5.18}$$

$$\beta y U + A\,dP/dy = 0; \tag{5.19}$$

$$kU - \omega AP/c^2 = 0. \tag{5.20}$$

Условие совместимости (5.18), (5.20) имеет вид

$$(\omega - kc)(\omega + kc) = 0.$$

Тогда решение, удовлетворяющее условию затухания при $|y| \to \infty$, соответствует корню $c=\omega/k$ и запишется в виде

$$U_{-1} = C \exp\left[-y^2/(2R_{-1}^2)\right]; \tag{5.21}$$

где C — постоянная интегрирования.

Таким образом, для этой волны меридиональная скорость равна нулю, зональная — затухает от экватора к полюсам в соответствии с (5.21), а сами волны распространяются со скоростью длинной волны (в океане эквивалентной глубины). Она имеет все свойства известной волны Кельвина и называется *экваториальной волной Кельвина*. Индекс «—1» в формуле (5.21) для ее обозначения введен для общности решения: выражение (5.9) и дисперсионное соотношение (5.12) формально будут описывать все классы волн, в том числе Россби-гравитационную и Кельвина при $l=0$ и $l=-1$ соответственно.

Связь между частотой ω, зональным волновым числом k и собственными значениями c_l краевой задачи для свободных горизон-

тальных волн задается дисперсионным соотношением (5.12). Для мод с $l=1$ и $l=0$ оно определяет эквивалентную глубину экваториальной волны Кельвина и смешанной Россби-гравитационной волны. Физический смысл имеет только один из корней уравнения (5.11), поэтому для горизонтальных мод с $l=0; -1$ имеется однозначное соответствие между ω, k и c_l.

Для $l \geqslant 1$ решение (5.11) содержит два корня. Один относится к знаку «+», второй — «—» в этом выражении. Они определяют захваченные экваториальные инерционно-гравитационные волны и волны Россби. Рассмотрим отдельные волны подробнее.

Инерционно-гравитационные волны. Структура меридиональной скорости V задана выражением (5.9), в котором значение эквивалентной глубины h_l для известных значений частоты ω и зонального волнового числа k (зависящих от условий генерации) определяется (5.12), где берется знак «+». Скорость V зависит от порядкового номера моды. Для старшей моды функция V антисимметрична:

$$V = \exp\left[-y^2/(2R_1^2)\right] 2y/R_1. \tag{5.22}$$

Вторая мода симметрична по отношению к экватору и изменяется как $\exp[-y^2/(2R^2_2)]H_2(y/R_2)$, третья антисимметрична и т. д. Для высших инерционно-гравитационных волн в экваториальной области, начиная с некоторой критической широты y_k, поведение изменяется — амплитуды быстро затухают и стремятся экспоненциально к нулю (явление «захвата»). Как видно из структуры уравнения (5.3), эта широта определяется условием

$$y_k \approx \sqrt{c_l(2l+1)/\beta}. \tag{5.23}$$

Поскольку для высших мод (при больших l)

$$c_l \approx \omega^2/[\beta(2l+1)]; \tag{5.24}$$

получим

$$y_k \approx \omega/\beta, \tag{5.25}$$

что соответствует инерционной (критической) широте [175]. Таким образом, область захвата волновой энергии простирается в экваториальной области вплоть до инерционных широт. Это поведение инерционно-гравитационных волн отличает их от экваториальных волн Россби, которые распространяются от экватора до высоких широт (тем больших, чем больше номер моды).

На рис. 5.5 приведены дисперсионные соотношения двух первых мод инерционно-гравитационных волн для различных значений эквивалентных глубин. Графики построены в соответствии с дисперсионным соотношением (5.12) при $l=1; 2$. При более высоких частотах волны имеют бо́льшие эквивалентные глубины. Фазовые скорости этих волн (а также групповые скорости) могут иметь различное направление (как на запад, так и на восток). Групповая скорость равна нулю вдоль штрихпунктирной линии. Она задается простым соотношением: $k=-\beta/(2\omega)$.

Волны Россби. Это низкочастотные градиентно-вихревые экваториальные волны, для которых при больших l

$$c_l \simeq -\beta(2l+1)/(k^2+\beta k/\omega), \qquad (5.26)$$

а следовательно, в отличие от инерционно-гравитационных волн, при $l \to \infty$ критическая широта $y_k \to \infty$. Это означает, что возможны лишь волны, для которых y_k меньше расстояния от экватора до полюса, поэтому число волн Россби конечно. Меридиональная структура скорости V_l подобна соответствующей структуре инерционно-гравитационных волн.

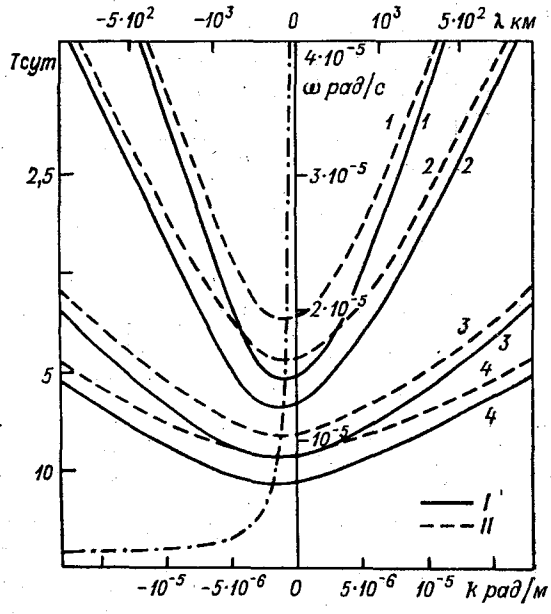


Рис. 5.5. Дисперсионные кривые для 1-й (*I*) и 2-й мод (*II*) инерционно - гравитационных волн.

1) h_l=100 см; *2*) h_l=50 см; *3*) h_l=10 см; *4*) h_l=5 см.

Дисперсионные кривые для двух низших мод волн Россби показаны на рис. 5.6. Значения h_l уменьшаются с ростом номера моды. Фазовая скорость этих волн не изменяет знака — всегда направлена на запад. Групповая же скорость, как и для предыдущего типа волн, может быть разного знака. Для тех значений ω и k, которые соответствуют линии $k=-\beta/(2\omega)$, она равна нулю. Для экваториальных волн Россби приблизительно выполняется геострофический баланс полей давления и скорости [в формуле (5.17) преобладает второй член, включающий параметр Кориолиса $f=\beta y$]. Исключение составляет область непосредственно вблизи самого экватора [152]. Здесь вследствие исчезновения силы Кориолиса на экваторе геострофическое соотношение нарушается.

Смешанная Россби-гравитационная волна. Для нее зависимость h_l от ω и k, описываемая дисперсионным соотношением (5.15), показана на рис. 5.7. Фазовая скорость может быть направлена и на

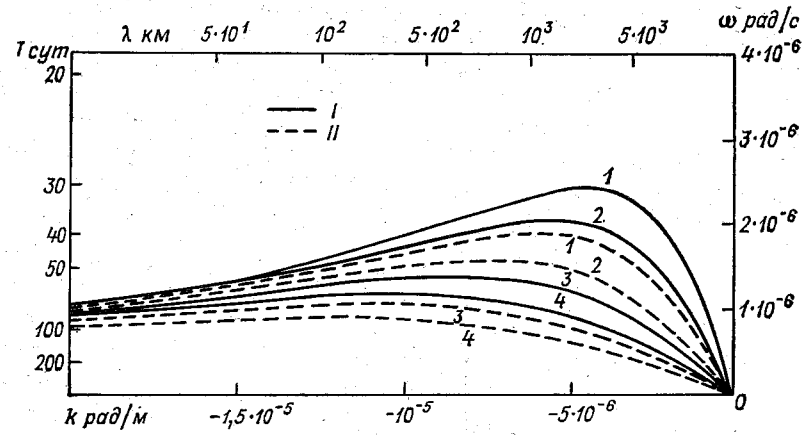


Рис. 5.6. Дисперсионные кривые для 1-й (*I*) и 2-й мод (*II*) волн Россби.
1) h_l=100 см; *2*) h_l=50 см; *3*) h_l=10 см; *4*) h_l=5 см.

запад, и на восток, групповая — только на восток. Эта волна имеет различный характер при малых и больших ω. Для больших частот она ведет себя подобно гравитационным волнам, для малых — подобно волнам Россби. Так, для больших периодов скорость и давление приблизительно связаны геострофическим соотношением, за исключением узкой экваториальной полосы.

Выпишем общие выражения для меридиональной и зональной скоростей смешанной волны, следующие из (5.9), (5.14), (5.15):

$$u = -A\frac{\beta+\omega k}{\omega}\, y \exp\left[-y^2/(2\,R_0^2)\right] G(z)\, e^{i(\omega t - kx)}; \qquad (5.27)$$

$$v = -A \exp\left[-y^2/(2\,R_0^2)\right] G(z)\, e^{i(\omega t - kx - \pi/2)}. \qquad (5.28)$$

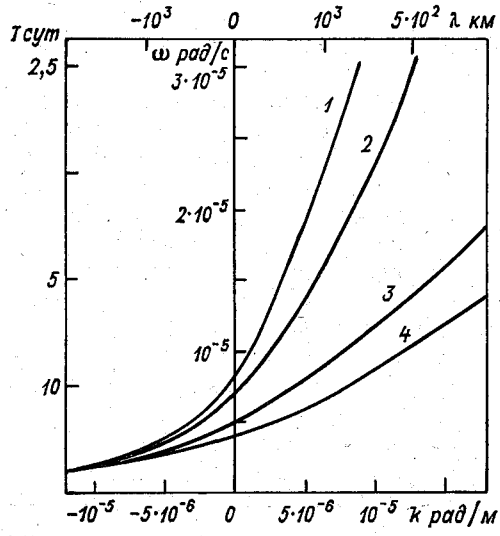


Рис. 5.7. Аналогично рис. 5.6 для смешанной Россби-гравитационной волны.

На экваторе зональная скорость равна нулю, а меридиональная имеет максимальную амплитуду колебаний. Сдвиг по фазе колебаний скорости u и v равен $\pi/2$. На некотором расстоянии от экватора амплитуда скорости u достигает максимума. Это рас-

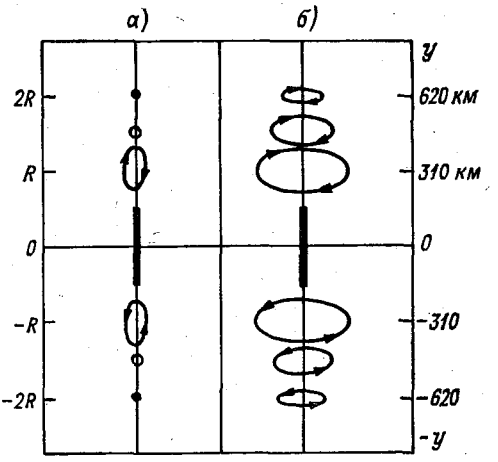


Рис. 5.8. Изолинии горизонтальных скоростей Россби-гравитационной волны в относительных единицах для двух значений периодов, соответствующих западному и восточному направлению распространения.

а) $T=20$ сут; *б*) $T=5$ сут.

стояние равно радиусу Россби R_0. Далее к полюсам оба компонента скорости быстро затухают. Например, при $y=\pm 2\,R_0$ меридиональная скорость затухает в e^2 раз.

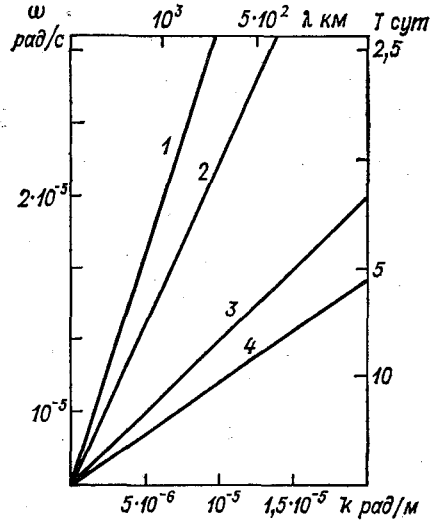


Рис. 5.9. Дисперсионные кривые для экваториальной волны Кельвина.

1) $h_l=100$ см; *2*) $h_l=50$ см; *3*) $h_l=10$ см; *4*) $h_l=5$ см.

На рис. 5.8 *а*, *б* показаны эллипсы горизонтальных скоростей смешанной Россби-гравитационной волны для периода $T_1=20$ сут и $T_2=5$ сут. Одна из них имеет западное, вторая — восточное направление фазовой скорости. Значение эквивалентной глубины равно 50 см (см. рис. 5.6), так что $c_l=2{,}24$ м/с. Виден разный

характер изменения эллипсов течений по широте. Для $T=5$ сут вне узкой экваториальной области поле скорости быстро приближается к зональному виду, при котором $u \gg v$.

Волна Кельвина. Поле горизонтальной скорости волны Кельвина имеет простой вид, меридиональная скорость равна нулю, зональная изменяется, как $\exp[-y^2/(2R^2_{-1})]$. Дисперсионное соотношение для нее записывается в простом виде: $c=\omega/k$. Дисперсионные линии на плоскости (ω, k) имеют вид прямых (рис. 5.9).

5.4. Вертикальная структура поля скорости

Изменение по вертикали вертикальной составляющей скорости W описывается уравнением (5.5) с граничными условиями (5.7) и (5.8). Оно определяет свободные волны. Для длинных волн динамическое граничное условие (5.8) на поверхности упрощается. Действительно, вблизи поверхности из (5.5) следует

$$w \sim \exp\left[i \frac{N(0)}{c} z\right]. \tag{5.29}$$

Сравнение в (5.8) первого и второго членов показывает, что условие на свободной поверхности можно записать в виде

$$W = 0 \text{ при } z = 0, \tag{5.30}$$

если $N(0)c/g \ll 1$. Оно обычно выполняется с большой степенью точности.

Обозначив $N^2(z)/c^2 = m^2(z)$, запишем уравнение и граничные условия, определяющие вертикальную структуру волн:

$$W'' + m^2(z)\, W = 0; \tag{5.31}$$

$$W(0) = W(-H) = 0. \tag{5.32}$$

Собственные значения c_n и вертикальные собственные функции свободных колебаний для задачи (5.31), (5.32), легко находятся численно для любого профиля частоты Вяйсяля—Брента $N(z)$.

Осредненный по разрезу поперек экватора в Атлантическом океане, выполненному в 1979 г. НИС «Академик Вернадский», профиль частоты $N(z)$ показан на рис. 5.10, где приведены также результаты расчета первых трех собственных функций $W_n(z)$. Напомним, что изменение горизонтальных скоростей u и v с глубиной пропорционально dW_n/dz. Соответствующие этим модам значения c_n и h_n приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Номер моды, n	1	2	3	4	5
Фазовая скорость, м/с	2,21	1,24	0,84	0,69	0,55
Эквивалентная глубина, м	0,500	0,157	0,072	0,048	0,031

Одним из физических условий образования вертикальной структуры в виде совокупности нормальных мод является условие полного отражения от дна для $\omega < N(z)$, которое записывается в виде $W(-H)=0$. Это условие, вероятно, во многих случаях неприменимо. В частности, подводные неоднородности, хребты, впадины могут приводить к рассеянию волн при отражении от дна и препятствовать установлению нормальных мод. Очевидно, стационарное состояние волнового поля, при котором вертикальная скорость ведет себя как $W(z)e^{i(\omega t-kx)}$ может установиться лишь при задании неоднородных граничных условий.

Рассмотрим прогрессивные вертикальные волны. Исследуем предельный случай, при котором условие полного отражения на дне при $z=-H$ заменяется на условие полного поглощения на некоторой глубине. Это означает физически, что в случае поверхностного источника энергии в глубоководных слоях океана там, где

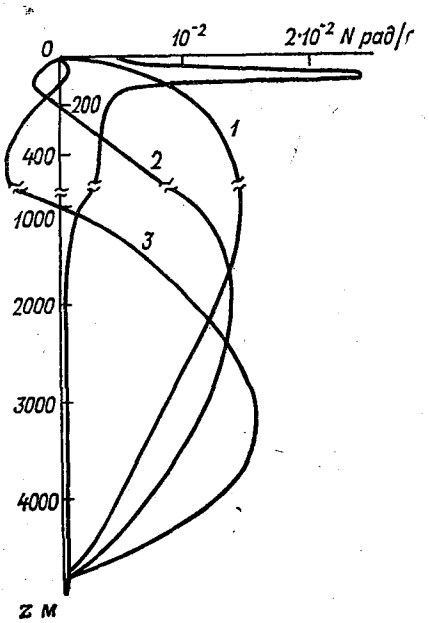


Рис. 5.10. Усредненный график $N(z)$ и соответствующие ему первые три вертикальные моды собственных колебаний в экваториальной области.

$N(z)\simeq$ const, присутствует лишь волновая составляющая, переносящая энергию вниз. Фактически это условие соответствует условию излучения. Такой случай, очевидно, реализуется для «глубокого моря», когда вертикальный масштаб бароклинных волн много меньше глубины H, поэтому вследствие поглощения волн в глубоководных слоях отраженная волна пренебрежимо мала. На поверхности зададим амплитуду вертикальной скорости W_0. Уравнение (5.31) решаем методом начальных параметров, аналогично тому, как это делалось при расчете пограничных баротропных волн (раздел 1.8). При этом $N(z)$ аппроксимируется ступенчатой функцией. Решение для j-го слоя имеет вид

$$W_j = B_j e^{-im_j z} + C_j e^{+im_j z}, \qquad (5.33)$$

$j=1, 2, \ldots, M$, где M — номер глубинного слоя с $N=$ const.

Здесь первое слагаемое соответствует прогрессивной волне, направленной вверх, а второе — вниз. Условие непрерывности вертикальной и горизонтальной скорости сводится к требованию

непрерывности W и W' на границе слоев. Граничное условие на поверхности следующее:

$$B_1 + C_1 = W_0. \tag{5.34}$$

При этом предполагается, что источник энергии находится на поверхности.

Условие излучения в глубоководной области, где частоту Вяйсяля—Брента можно считать постоянной величиной, запишем в виде

$$C_M = 0. \tag{5.35}$$

Как известно, для внутренних волн в океане вертикальные составляющие фазовой и групповой скорости различаются по знаку [83]. Поэтому вертикальный поток энергии, связанный с гармонической составляющей Be^{-imz}, направлен вниз, хотя фазовая скорость ее — вверх.

В результате задача сводится к численному решению следующей системы алгебраических уравнений:

$$\begin{gathered} B_j e^{-im_j z_j} + C_j e^{m_j z_j} - B_{j+1} e^{-im_{j+1} z_j} - C_{j+1} e^{im_{j+1} z_j} = 0, \\ - m_j B_j e^{-im_j z_j} + m_j C^{im_j z_j} + m_{j+1} B_{j+1} e^{-im_{j+1} z_j} - \\ - m_{j+1} C_{j+1} e^{im_{j+1} z_j} = 0; \\ j = 1, \ldots, M-1 \end{gathered} \tag{5.36}$$

с учетом условий (5.34), (5.35).

Кроме амплитуд вертикальной скорости прямой и обратной волны

$$\Pi_j = |B_j| \text{ и } O_j = |C_j| \tag{5.37}$$

соответственно, рассчитывается функция амплитудного отражения

$$R = |C_j|/|B_j|, \tag{5.38}$$

равная отношению амплитуд вертикальной скорости обратной и прямой волн. Однако амплитуда скорости не дает полного представления об энергетических свойствах волнения. Важной характеристикой является вертикальный поток энергии

$$E_z = \overline{\mathrm{Re}\,(p)\,\mathrm{Re}\,(w)}, \tag{5.39}$$

где p и w — давление и вертикальная скорость, заданные (5.2), а черта означает — осреднение по периоду волны. Используя формулы (5.4), (5.6), получим:

$$E_z = \frac{1}{2} A\rho_0 \frac{c}{\omega} \{N_j |C_j|^2 - N_j |B_j|^2\} = E_z^+ - E_z^-. \tag{5.40}$$

Как видно, вертикальный поток энергии является разностью двух величин E_z^+ и E_z^-, представляющих потоки энергии, направленные вверх и вниз. Они зависят не только от амплитуд вертикальной

скорости волн, но и от локального значения $N(z)$. Поэтому в области больших $N(z)$ составляющие потоков E_z^+ и E_z^- могут быть большими по абсолютному значению.

Поскольку $P(z) \sim dW(z)/dz$, то из (5.31) видно, что определяемое (5.39) значение полного потока E_z не зависит от z, т. е. постоянно по глубине. Конечно, этот вывод физически очевиден, поскольку в рамках нашей задачи поток энергии, заданный неоднородным граничным условием на поверхности, должен сохраняться на всех глубинах, хотя соотношение между E_z^+ и E_z^- изменяется вследствие отражения волн в неоднородной жидкости.

Вертикальная структура, рассчитанная для профиля частоты $N(z)$, характерного для экваториальной области Атлантического океана (для $h_l=2$ м) (рис. 5.10), показана на рис. 5.11. Результаты вычислений показывают, что верхний слой океана (квазиоднородный слой и слой скачка плотности) действует как эффективный отражатель для вертикального потока энергии от поверхности вниз. Отношение потока E_z^- на поверхности к такому же потоку ниже термоклина изменяется в зависимости от h_l. При некоторых значениях h_l оно минимально — термоклин хорошо пропускает такие волны. Зависимость отношения $E_z^-(0)/E_z^-(-H)$ от h_l для заданного выше профиля $N(z)$ приведена на рис. 5.12.

Для $h_l > 1$ м отношение энергий достаточно велико. При этом в верхнем квазиоднородном слое океана и термоклине амплитуды вертикальной скорости изменяются не слишком сильно. Однако горизонтальные скорости изменяются с глубиной больше: поскольку функция, описывающая их зависимость от z, как это следует из (5.4), (5.6), имеет вид $G \sim dW/dz$, скорости u и v в верхнем слое океана много больше соответствующих скоростей ниже термоклина.

Таким образом, рассмотрены две модели вертикальной струк-

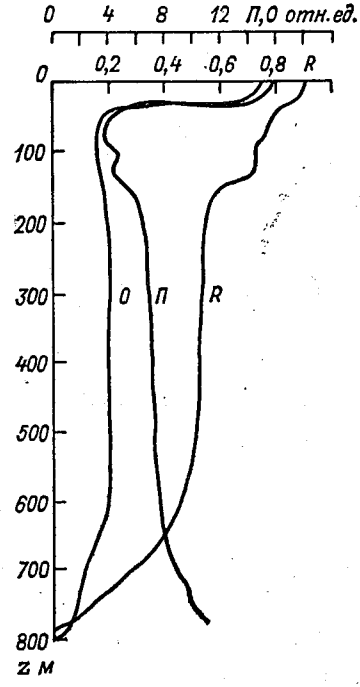


Рис. 5.11. Амплитуды горизонтальной скорости прямой ($П$), отраженной ($О$) волн, а также коэффициент отражения (R) для профиля частоты $N(z)$ в Атлантическом океане.

туры волн. Первая представляет свободные вертикальные колебания в виде нормальных мод, вторая описывает распространяющиеся по вертикали волны. В случае генерации волн поверхностным источником, например колебаниями напряжения ветра, когда горизонтальная составляющая фазовой скорости вынуждающей силы c приближается к скорости свободных бароклинных мод c_n, наблюдается явление резонанса. Как известно, при описании волн в этом случае нужно уже учитывать затухание, например вводить некоторую эффективную вязкость, нелинейность, рассеяние и т. д.

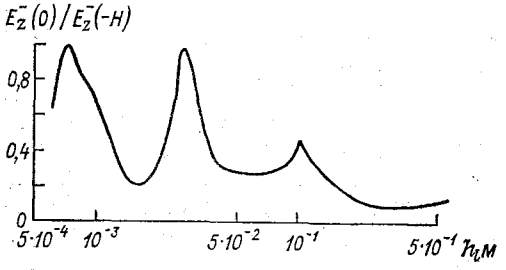


Рис. 5.12. Отношение вертикального потока (направленного вниз) на поверхности $E_z^-(0)$ к потоку ниже термоклина $E_z^-(-H)$ в зависимости от значений эквивалентной глубины h_l.

В заключение следует отметить, что при обсуждении горизонтальной и вертикальной структуры экваториальных захваченных волн не рассматривалось влияние средних течений и, следовательно, эффектов взаимодействия с ними. Учет средних течений с горизонтально неоднородным распределением скорости существенно усложняет задачу. В этом случае нельзя ввести в общем виде разделение переменных по горизонтали и вертикали. В настоящее время существует лишь несколько работ посвященных анализу экваториальных волн при наличии зональных течений. В частности, в работе [176] показано, что средние течения с горизонтальным сдвигом скорости приводят к изменению дисперсионных соотношений вследствие эффекта Доплера. Этот эффект оказывается большим для медленно распространяющихся волн, таких как волны Россби, смешанная и Кельвина. В том случае, когда скорость среднего течения становится равной фазовой скорости волн может возникать неустойчивость. Подробнее эти эффекты будут рассмотрены в разделе 5.7.

5.5. Экспериментальные исследования экваториальных волн

Вертикальная и горизонтальная структура волнового поля определяется в первую очередь условиями генерации (в случае генерации волн в поверхностном слое океана — временными и пространственными масштабами атмосферных возмущений). Горизонтальные масштабы циклонов и антициклонов (10^2—10^3 км) близки к горизонтальным масштабам экваториальных волн, что создает благоприятные условия для их генерации. Как показано в работах [48, 175], доминирующим фактором при этом является ветровое напряжение.

Вообще говоря, произвольное распределение поверхностных напряжений можно разложить по y в ряд по собственным функциям горизонтальной задачи (функциями Эрмита), а по x, t — по простым гармоническим составляющим. Решение неоднородной горизонтальной задачи, представленное в виде указанного выше разложения, будет зависеть от амплитуд этого разложения, что в свою очередь требует знания пространственно-временных спектров напряжения ветра в океане. В настоящее время они изучены недостаточно, и обычно спектр частот и волновых чисел вынуждающих сил принимается широкополосным.

Анализ автоспектров горизонтальных составляющих скорости свидетельствует о существенных отличиях экваториальной области от открытых районов океана в средних широтах. Прямое сравнение энергии колебаний на одинаковых глубинах в разных районах океана не показательно, так как основная характеристика вертикальной структуры — профиль частоты устойчивости $N(z)$ — может быть различной. Поэтому, как показывают результаты расчетов распространения волн по вертикали, рассмотренных ранее, лучше ввести нормировку спектров на функцию $N(z)$ *. Тем самым учитывается зависимость от стратификации, а также от глубины (в предположении прогрессивных вертикальных волн).

На рис. 5.13 показаны спектры вращательных компонентов горизонтальной скорости на глубине 1500 м вблизи экватора в Индийском океане и в средних широтах в Атлантическом океане (эксперимент МОДЕ). Отвлекаясь от очевидного различия спектров (пик в области инерционной частоты 0,039 цикл/ч на спектре, соответствующем средним широтам), отметим, что на частотах ниже инерционной энергия колебаний вблизи экватора более чем на порядок превышает энергию вдали от него. При этом экваториальный район, в котором получены спектры рис. 5.13, не отличается бо́льшей изменчивостью метеорологических процессов по сравнению с районом эксперимента МОДЕ. Физическая причина отмеченного превышения может быть объяснена вкладом экваториальных волн. В частности, об этом говорит и то, что на более высоких частотах различие в уровнях спектральной плотности для этих двух районов становится незначительным. Как следует из результатов теоретического решения, на высоких частотах (0,5 цикл/сут и больше) эквивалентные глубины достаточно велики и область горизонтального захвата уже не ограничивается приэкваториальной зоной, а достигает критической широты. Похожий эффект — увеличение спектральной энергии — отмечался ранее для зоны шельфа (см. рис. 2.13). Разница заключается в том, что для экваториальной пограничной области интервал частот, в котором наблюдается увеличение энергии длинных волн, сдвинут

* Для мелкомасштабных волн в предположении ВКБ приближения нормировка скоростей на $N^{1/2}$, а значит, спектров на N непосредственно следует из уравнения (5.31).

в область низких частот по сравнению с шельфовой зоной (что связано с разными частотными интервалами существования захваченных краевых и экваториальных волн).

Периодам от нескольких суток и более на дисперсионных диаграммах (ω, k) соответствуют волны Кельвина, Россби и смешанная Россби-гравитационная волна. Значения эквивалентных глубин для нескольких первых мод собственных колебаний изменя-

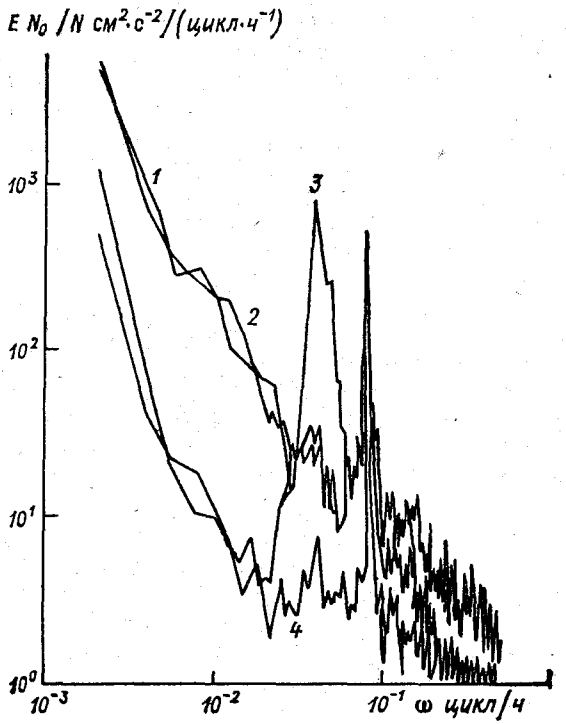


Рис. 5.13. Спектры вращательных компонентов скорости (из работы [122]).

1, 2 — вблизи экватора (1°30′ с. ш., 53° в. д.); *3, 4* — в средних широтах (28° с. ш., 63°40′ з. д.); *1, 4* — левовращательные, *2, 3* — правовращательные компоненты. N_0=1 цикл/ч.

ются здесь от единиц до десятков сантиметров. Меньшие значения h_l, так же как и $h_l \geqslant 10^3$ см, маловероятны. Первые соответствуют очень малым вертикальным масштабам, для которых волны уже, вероятно, будут неустойчивы из-за больших градиентов скорости. А для бóльших h_l низкочастотным волнам соответствуют высокие критические широты y_k, т. е. по существу для их описания неприменимо приближение экваториальной β-плоскости.

Волны Россби со значениями эквивалентных глубин (10^0—10^1 см), как было видно на рис. 5.6, имеют периоды месяц и бо-

лее. Экспериментальное обнаружение и изучение таких волн требует длительных целенаправленных измерений. Такие наблюдения в настоящее время по существу отсутствуют.

Экваториальные захваченные волны играют важную роль в динамике экваториальной области. С ними, вероятно, связано явление чередования направления горизонтальных скоростей течения по глубине, которое наблюдается в Индийском океане (рис. 5.14). Данные не позволяют судить о детальной картине течений, но в то же время однозначно указывают на существование относительно больших скоростей течений на глубинах в несколько километров, направление которых изменяется на противоположное при изменении вертикальной координаты.

Подобное чередование скоростей может быть связано с возникновением вблизи экватора захваченных волн Россби. Причина, вызывающая их,— периодические колебания напряжения ветра на поверхности, обусловленные колебаниями муссонных ветров в этой области океана. На рис. 5.15 показан ход зональной составляющей скорости ветра за восьмилетний период. Отчетливо видны колебания с периодом около года (зональная составляющая скорости, кроме того, имеет значительную полугодовую гармонику [202]).

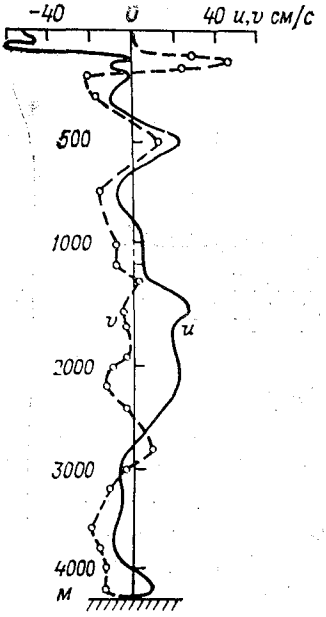


Рис. 5.14. Чередование течений по глубине в экваториальной области Индийского океана.

Остановимся на этих волнах несколько подробнее.

Для низких частот, соответствующих годовой или полугодовой гармонике, вертикальная составляющая фазовой скорости экваториальных захваченных волн Россби $c_z=\omega c/N$ мала (рис. 5.6). Поэтому время распространения волны от поверхности до дна велико. Оно в несколько раз превышает период рассматриваемых колебаний и, например, для периода 1 год составляет несколько лет. Маловероятно, чтобы в этом случае устанавливались вертикальные нормальные моды колебаний, если учесть разного рода диссипативные процессы в глубоководных слоях океана.

Используя систему (5.34)—(5.36), описывающую распространение прогрессивных волн по вертикали, рассчитаем профиль мгновенной скорости зональной составляющей для нескольких первых мод экваториальных волн Россби. Поскольку для четных мод $U(y)$ — антисимметричная функция [см. (5.9), (5.17)], приве-

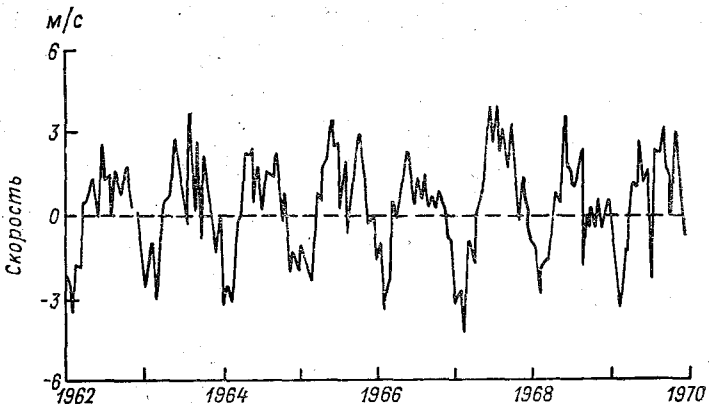


Рис. 5.15. Изменение зонального компонента скорости ветра вблизи экватора в Индийском океане (из работы [202]).

дем результаты лишь для мод с $l=1, 3, 5, 7, \ldots$. Профиль частоты $N(z)$ для экваториального района океана взят из рис. 5.10. Значения эквивалентных глубин h_l или скоростей c_l этих мод, вычисленные по дисперсионному соотношению (5.12), даны в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Значения эквивалентных глубин h_l и скоростей c_l первых пяти мод волн Россби на экваторе для периода 1 год (длина волны $\lambda=3000$ км)

Номер моды, l	1	2	3	4	5
Фазовая скорость c_l, м/с	0,29	0,48	0,67	0,86	1,05
Эквивалентная глубина h_l, м	0,0084	0,023	0,045	0,074	0,11

Зональная скорость записывается в виде

$$u_l(x,\ y,\ z,\ t) = u_{0l}(y)\, e^{i\,(\omega t - kx)} N(z)\, c_l^{-1} \{\Pi(z)\, e^{-i\,[mz + \varphi_1(z)]} + \\ + O(z)\, e^{i\,[mz - \varphi_2(z)]}\}, \qquad (5.41)$$

где функции $\Pi(z)$, $O(z)$, $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$ вычисляются по схеме, описанной в предыдущем разделе. На рис. 5.16 показаны профили скорости u_1 для первой моды экваториальной волны Россби, нормированные на поверхностную амплитуду u_{10}, для двух значений фазы $\omega t - kx = 0$ и $\pi/2$. Колебания скорости наблюдаются по всей толще океана. В верхней части они имеют меньший масштаб длины (т. е. меньшую фазовую скорость по вертикали), но бóльшую амплитуду. На бóльших глубинах вертикальный масштаб волны увеличивается, амплитуда колебаний уменьшается. Сравнение положения по глубине равных фаз для двух последовательных моментов времени $t_1 = kx/\omega$ и $t_2 = t_1 + \pi/(2\omega)$ показывает, что фазо-

вая скорость имеет вертикальную составляющую, направленную вверх.

Поведение с глубиной скоростей более высоких мод $l=3$, $l=5$ и т. д. в общем имеет те же особенности. Так как более высокие моды имеют бóльшие вертикальные составляющие фазовой скорости c_z, то для них число модальных точек уменьшается, т. е. изменение по вертикали составляющих горизонтальной скорости становится более простым. Та же тенденция сохраняется и при увеличении частоты. При уменьшении периода экваториальной волны Россби изменение горизонтальных скоростей по вертикали становится более плавным: расстояние между слоями, в которых горизонтальные скорости изменяют свое направление на противоположное, увеличивается.

Рассмотренная особенность вертикальной структуры поля скорости, связанная с низкочастотными экваториальными волнами Россби, характерна для Индийского океана [151]. В Атлантическом океане она не обнаруживается. Измерения скорости в экваториальной зоне Атлантического океана показывают, что ниже верхнего деятельного слоя (толщиной несколько сот метров) горизонтальные скорости невелики. Причина такого различия заключается в том, что интенсивность муссонной циркуляции в Центральной Атлантике ниже, чем в Индийском океане. Поэтому волны Россби годового или полугодового периода в экваториальной зоне Атлантики плохо выражены. Более высокочастотные волны, как было показано ранее теоретически, испытывают значительное отражение от верхнего термоклина и, следовательно, сосредоточены больше в верхнем слое океана.

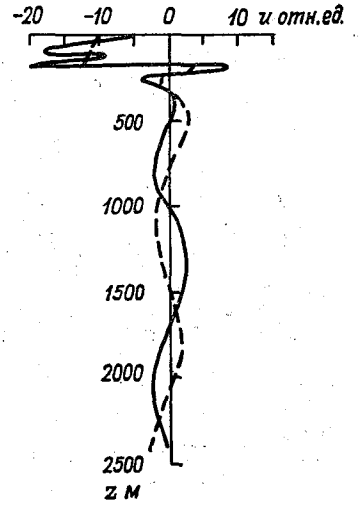


Рис. 5.16. Рассчитанные изменения мгновенных значений зональной скорости течения по глубине в Индийском океане для двух значений фазы.

Захваченные экваториальные волны проявляются также для периодов от 10 до 20—30 сут. Дисперсионное соотношение показывает, что эти периоды соответствуют смешанной Россби-гравитационной волне и волне Кельвина. На рис. 5.2 были приведены результаты измерений скорости вблизи экватора, ясно указывающие на присутствие интенсивных волновых колебаний с периодом около 20 сут. Приведем еще один пример таких колебаний.

На рис. 5.17 показано поле меридиональной скорости в экваториальной зоне Атлантического океана (19° з. д.), измеренное

в период АТЭП в 1974 г. Как видно из этого рисунка, наблюдаются изменения направления скорости с периодом около 15—20 сут. Еще отчетливее они проявились на периодограммах скорости, приведенных в работе [4]. Важная особенность поля скорости — наклон изолиний скорости по отношению к вертикали. В верхнем 200-метровом слое океана он составляет приблизительно 40 м/сут, что соответствует среднему значению вертикальной составляющей фазовой скорости волны около 0,05 см/с. Последняя направлена вверх, так, что в свою очередь групповая скорость имеет вертикальную составляющую, направленную от поверхности

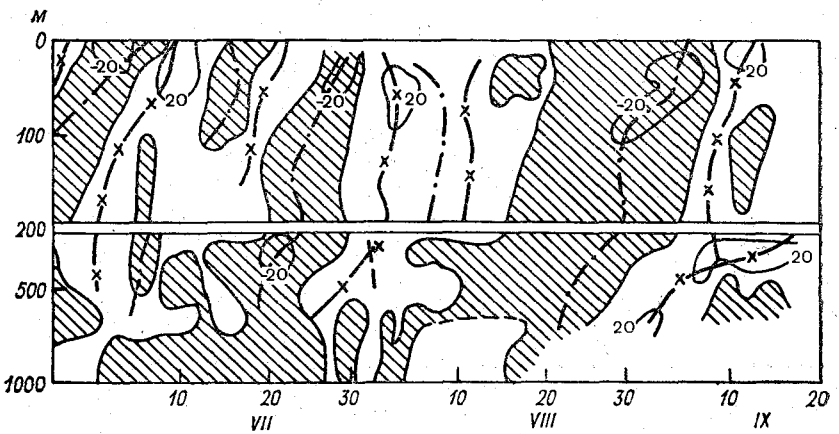


Рис. 5.17. Изолинии меридиональной скорости течения на экваторе в Атлантическом океане по измерениям, выполненным в период АТЭП в 1974 г. (из работы [4]).

вниз. Усредненное в этом же верхнем слое значение частоты $N(z)$ равно $1{,}3 \cdot 10^{-2}$ рад/с, откуда для волны с периодом $T=20$ сут эквивалентная глубина $h_l=40$ см ($c_l=200$ см/с). Дисперсионные диаграммы волн Россби и смешанной Россби-гравитационной волны показывают, что вычисленное значение c_l отвечает смешанной волне длиной 1500 км либо волне Кельвина (направленной на восток) длиной около 3000 км. Предположение о волне Кельвина с указанными параметрами менее вероятно. Оно не подтверждается другими экспериментальными данными. Кроме того, для столь длинных волн пренебрежение меридиональными границами океана уже неправомерно и необходимо учитывать влияние боковых границ, т. е. рассматривать эффект отражения от них и как следствие этого — образование зональных стоячих волн [106, 127]. По-видимому наблюдаемые изменения скорости и наклона изолиний (рис. 5.17) объясняются присутствием смешанной Россби-гравитационной захваченной волны.

Это предположение подтверждается многосуточными измерениями ветра, скоростей течений и температуры на полигоне

вблизи экватора во время проведения второй фазы ПГЭП на НИС «Академик Вернадский» [22]. Измерения выполнялись на трех буйковых станциях, расположенных треугольником со сторонами 13—15 км, в районе 1°30′ с. ш. и 35° з. д. Наряду с высокочастотными (периоды десятки минут—часы) и приливными колебаниями скорости на всех записях отчетливо проявились колебания с периодами 5—7 и 19—22 сут. Эти колебания вносили наибольший вклад в суммарную изменчивость полей скорости и температуры. На рис. 5.18 показаны меридиональные u и широтные v состав-

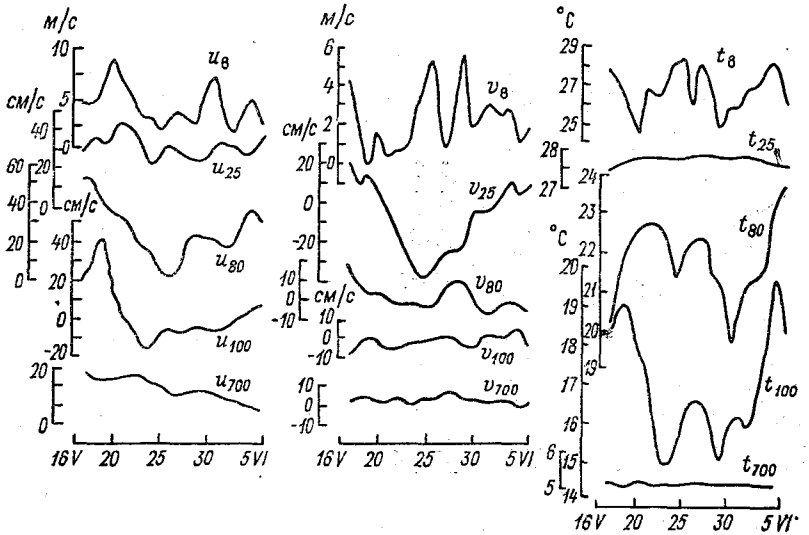


Рис. 5.18. Среднесуточные колебания скоростей течений u, v, ветра $u_в$, $v_в$ и температуры воздуха $t_в$ и температуры воды на разных горизонтах.

ляющие скорости течений на разных глубинах, а также скорости ветра в приводном слое атмосферы. Графики построены по осредненным мгновенным отсчетам измеряемых элементов на трех станциях за период 1 сут.

Для определения амплитуд, частот и начальных фаз гармонических составляющих зарегистрированных колебаний использовался метод наименьших квадратов. Выделение разности фаз между компонентами скорости, измеренными на разнесенных в пространстве АБС, позволило, хотя и грубо, оценить длину и направление распространения волн на разных участках.

В силу различных случайных факторов периоды гармонических составляющих полученных реализаций несколько отличались друг от друга. В то же время среди них четко выделяются два диапазона периодов: первый — 19—22 сут, второй — 4—7 сут. Для приведения результатов в каждом диапазоне масштабов к одной средней частоте ω_0 использовалось соотношение для дисперсии

случайной погрешности вычисления начальной фазы $\sigma_\varphi^2 = 4\sigma_\xi^2/(n^2A^2)$, где σ_ξ^2 остаточная дисперсия приближения, A — амплитуда гармонической составляющей, n — число точек ряда. Частота ω_0 определялась из условия $\sum_{i=1}^{m} \sigma_{i\varphi}^2 = \min$. Результаты вычислений показали, что средние периоды гармонических колебаний в двух диапазонах соответствуют $T_0 = 21$ сут и $T_0 = 5{,}6$ сут.

Амплитуды и фазы вертикальных смещений были подсчитаны с использованием уравнения несжимаемости

$$A = A_T/\overline{(dT/dz)}, \qquad (5.42)$$

где $\overline{dT/dz}$ — вертикальный градиент средней температуры [23].

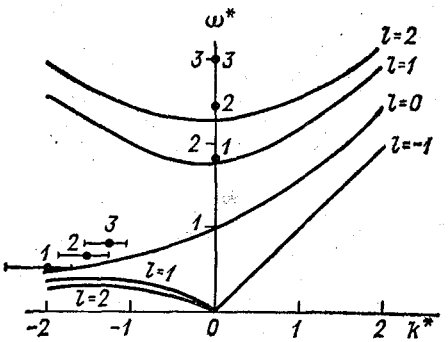


Рис. 5.19. Безразмерная дисперсионная диаграмма экваториальных волн и экспериментальные оценки ω^* и k^*.

Основной особенностью волновых скоростей является то, что их наибольшие значения сосредоточены в поверхностном слое до глубины 50—100 м. Ниже амплитуды колебаний значительно уменьшаются, что согласуется с теоретическими расчетами распространения волн по вертикали (рис. 5.11). Однако само поведение компонентов скорости u и v в поверхностном слое носит сложный характер, и из-за ограниченности времени наблюдений трудно провести детальное сравнение с теоретической моделью.

Фазовый сдвиг между зарегистрированными колебаниями гармонических элементов (u, v, T) на разных АБС с периодом 21 сут соответствовал волне, распространяющейся в западном направлении с длиной около 1000 км. Для второй гармоники с периодом 5,6 сут средний фазовый сдвиг оказался близким к нулю, что соответствует волновым числам $k \simeq 0$ [22].

На рис. 5.19 приведена в безразмерном виде дисперсионная диаграмма экваториальных волн. При нормировке использовалось соотношение (5.10), согласно которому безразмерные волновые числа k_* и частоты ω_* вводились с использованием масштаба длины $L_l = (c_l/\beta)^{1/2}$ и периода $T_l = (\beta c_l)^{-1/2}$. Здесь показаны первые две горизонтальные моды инерционно-гравитационных волн ($l=1$, $l=2$), смешанная волна ($l=0$), волна Кельвина ($l=-1$) и первые

две моды волн Россби ($l=1$, $l=2$). Точками *1*, *2*, *3* отмечены экспериментальные значения, соответствующие полученным оценкам периодов и длин волн и значениям c_l, взятым из табл. 5.2 для первых трех вертикальных мод. Доверительные интервалы оценок, определенные по 20-процентной погрешности k_*, показаны на диаграмме горизонтальными отрезками. Как видно, ни для одной из вертикальных мод экспериментальные точки k_* не ложатся на дисперсионную кривую нормальных мод.* Это согласуется с ранее приведенными результатами, согласно которым вертикальная структура соответствует распространяющимся по вертикали волнам.

Наблюдения смешанной Россби-гравитационной экваториальной волны с периодом около 10—30 сут отмечались ранее в некоторых работах [199]. Анализ спектральных и взаимоспектральных функций скоростей на промежуточных и больших глубинах в экваториальной области Индийского океана хотя не обнаружил преобладающих пиков на этих периодах, хорошо согласуется с теоретическими представлениями о свойствах поля скорости смешанной волны [122]. Исследования, выполненные в Экваториальной Атлантике в период Атлантического тропического эксперимента 1974 г., также указывали на возможность присутствия таких волн [120]. В частности, в спектрах выделялся пик, соответствующий периоду $T=10$ сут. Отфильтрованные для этого периода записи скоростей u и v имеют признаки, характерные для Россби-гравитационной волны. Кроме того подтверждается право- и левовращательное движение в северном и южном полушариях на небольших расстояниях от экватора, симметрия амплитуды меридионального компонента скорости v и антисимметрия зонального компонента u по отношению к координате y (на экваторе $u=0$ и движение сводится к меридиональному виду). Так же, как в приведенных примерах, вертикальная составляющая фазовой скорости волны направлена вверх (групповой — соответственно вниз). Одной из возможных причин, препятствующих установлению нормальных мод, является Срединно-Атлантический хребет [175], так как на нем рассеивается энергия внутренних волн, распространяющихся в зональном экваториальном волновом канале. Более очевидная причина преобладания вертикально распространяющихся волн — нестационарный характер возбуждающих сил. Как известно, для установления стоячих вертикальных мод необходимо, чтобы возбуждение действовало достаточно долго (по крайней мере время генерации должно быть больше времени, необходимого для прохождения вертикальной волны от поверхности до дна и обратно). Вероятно, это условие редко выполняется для периодов 10—30 сут, а внутренние механизмы генерации волн, связанные с баротропной неустойчивостью, недостаточно эффективны.

* Ближе всего экспериментальная оценка первой волны с $T=21$ сут к первой бароклинной моде смешанной Россби-гравитационной волны, а второй с $T=5{,}6$ сут — к той же бароклинной моде инерционно-гравитационной волны с $l=1$.

Экваториальные волны Кельвина могут существовать в широком диапазоне частот. На высоких частотах они ведут себя подобно гравитационным волнам, на низких же, как и в волнах Россби, выполняется геострофическое соотношение между давлением и скоростью. В отличие от инерционно-гравитационных или смешанных волн, волна Кельвина всегда распространяется на восток. В настоящее время имеются лишь косвенные данные, указывающие на существование экваториальных волн Кельвина в океане. Так, формальный спектральный анализ, выполненный в работе [122], позволил обнаружить колебания, возможно обусловленные экваториальными волнами Кельвина. Однако вклад этих волн в спектры измеренных скоростей течений для рассматриваемых периодов 10—30 сут в несколько раз меньше, чем Россби-гравитационных волн. Для более низких частот длительность наблюдений не позволяет оценить характеристики волны Кельвина. В то же время в численных экспериментах возникновение этой волны отчетливо прослеживается. Так, расчеты Джента [127], Филандера и Пакановски [177], Кэйна и Сарачика [107] показывают, что в переходный период установления квазистационарной циркуляции (после действия импульсного возбуждения) либо под воздействием периодических напряжений в синоптическом диапазоне масштабов западный край экваториальной области океана становится источником свободных волн Кельвина с преобладанием первой бароклинной моды.

Одним из важнейших видов экваториальных захваченных волн являются инерционно-гравитационные волны. Для эквивалентных глубин от нескольких сантиметров до нескольких метров диапазон периодов низших горизонтальных мод ($l=1, 2, 3$) этих волн составляет 2—7 сут. Например, для реальной стратификации в экваториальной зоне Атлантического океана первая горизонтальная мода ($l=1$) для эквивалентной глубины, соответствующей низшей бароклинной моде, имеет период около 5,7 сут. Действительно, для нее $h_1=50$ см, а согласно рис. 5.5 это соответствует максимальному периоду первой моды ($l=1$), равному 5,7 сут.

Детальное исследование инерционно-гравитационных волн выполнено в работе Вунша и Гилла [203]. Здесь исследованы данные многолетних измерений уровня поверхности Тихого океана на ряде островов, расположенных в экваториальной области. В спектрах колебаний уровня выделяются несколько характерных пиков, приходящихся на диапазон периодов захваченных волн.

Полученные спектры сопоставлялись с теоретической моделью инерционно-гравитационных волн, имеющих вертикальную структуру в виде нормальных мод. В отличие от низкочастотных экваториальных волн, рассмотренных ранее, эта структура волн в Тихом океане, вероятно, может устанавливаться. Для этого существует несколько причин. Во-первых, топография дна лучше отвечает условию полного отражения энергии (в Тихом океане отсутствует срединный хребет и, следовательно, рассеяние, связанное с ним). Во-вторых, инерционно-гравитационные волны — высокочастотные

волны имеют большие вертикальные скорости распространения. В-третьих, в атмосфере экваториальной части Тихого океана также выделяются волны с периодами, соответствующими диапазону существования инерционно-гравитационных волн.

Результаты сравнения теории и наблюдений приведены на рис. 5.20. Здесь показаны два спектральных пика: один — приходящийся на период $T_1=5{,}6$ сут ($а$), второй — $T_2=4$ сут ($б$). Численный расчет собственных функций и частот вертикальных мод для характерного в экваториальной зоне Тихого океана профиля частоты $N(z)$ показывает, что для первой бароклинной моды $c_1 \simeq$

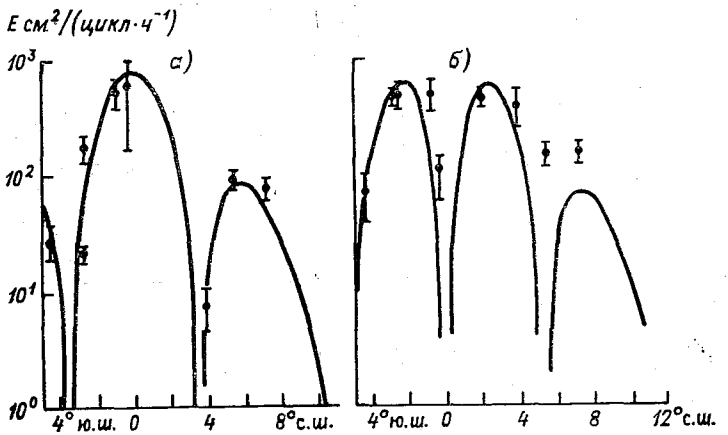


Рис. 5.20. Теоретический спектр колебаний уровня океана для периодов $T_1=5{,}5$ сут ($а$) и $T_2=4$ сут ($б$) в зависимости от широты. Точками отмечены экспериментальные оценки спектра и их доверительный интервал по наблюдениям на островных станциях (из работы [203]).

$\simeq 2{,}8$ м/с. Пользуясь дисперсионным соотношением, легко получить для заданного значения волнового числа k частоту ω или период горизонтальных инерционно-гравитационных мод любого порядка l. Как видно из рис. 5.5, для каждой моды существует минимальное значение частоты, соответствующее нулевой групповой скорости волны в зональном направлении. Минимальный период первой моды ($l=1$) приходится на T_1, второй ($l=2$) — на T_2. Это говорит о том, что пики в спектрах, приходящиеся на периоды 5,6 и 4 сут, обусловлены первой и второй горизонтальными модами низшей бароклинной моды. Более того, зависимость уровня спектральной плотности от широты удивительно хорошо совпадает с экспериментальными данными.

Таким образом, в Тихом океане механизм генерации инерционно-гравитационных волн по всей вероятности, определен. Это воздействие гармонических составляющих поля скорости ветра, приходящихся на те же периоды. В атмосферных процессах над Тихим океаном во внутритропической зоне конвергенции выделя-

ются распространяющиеся на запад волны, имеющие периоды 3—5 сут и длины 2000—3000 км. Эти волны могут эффективно генерировать несколько первых мод инерционно-гравитационных захваченных волн. Как отмечено Вуншем и Гиллом [203], эти моды могут также генерироваться и более длинноволновыми возмущениями в атмосфере за счет резонансного возбуждения первой бароклинной моды с частотами, соответствующими нулевой групповой скорости.

Таким образом, эти данные позволили убедительно доказать существование инерционно-гравитационных экваториальных волн в океане. Длительные ряды наблюдений дали возможность выделить даже те небольшие спектральные пики в спектрах колебаний уровня, которые вызываются бароклинными колебаниями.*

Присутствие таких волн можно обнаружить и непосредственно в записях скоростей течения. Данные, приведенные на рис. 5.18, позволяют предположить, что волновые колебания с периодом около 5,6 сут в u-компоненте на глубине 20 м также относятся к инерционно-гравитационным волнам [23]. В то же время отличие экспериментальных оценок $k(\omega)$ от теоретических кривых (рис. 5.19) указывают на то, что в этом случае они, по-видимому, являлись не стоячими, а вертикально распространяющимися волнами. В силу ограниченности времени измерений детальный анализ вертикальной структуры волнового поля не представляется возможным.

5.6. Генерация экваториальных волн

Механизмы возбуждения экваториальных захваченных волн в основном те же, что и генерации волн в других областях океана (и открытых, и пограничных). К ним относятся действие касательных и нормальных напряжений на границе раздела океан—атмосфера, влияние топографии океанского дна и гидродинамическая неустойчивость средних течений. Если учитывать ограниченность экваториальной области, т. е. принимать во внимание меридиональные границы, то нужно также рассматривать и отражение от этих границ.

Физические процессы, протекающие в пограничных слоях атмосферы и океана, определяющие передачу количества движения от ветра воде, весьма сложны и во многом неясны. Поэтому так же, как и в большинстве других работ, посвященных генерации крупномасштабной циркуляции, не вдаваясь в детали, поверхностное касательное напряжение ветра принимается как некоторая сила, распределенная в поверхностном слое океана. Тогда уравнения

* Как указывалось ранее, для данных волн в первом приближении можно использовать приближение твердой крышки. Поэтому реакция уровня океана при распространении внутренних волн относится к эффектам второго порядка малости.

движения рассматриваются без учета вязких напряжений [175], но с заданной массовой силой в правой части уравнений (1.10), (1.11).

Иногда для учета касательных напряжений ветра поступают другим образом: выделяют экмановский квазиоднородный слой океана и находят вертикальный компонент скорости w_h на его нижней границе. Она выражается через пространственные градиенты поверхностного напряжения [56]. Тогда по-прежнему можно рассматривать однородные уравнения движения, но в динамическом граничном условии (5.8) учесть найденную скорость $W(0)$.

Подход к решению задачи о вынужденных экваториальных волнах зависит от физической постановки. Если рассматривать бесконечно глубокий океан ($2\pi/m \ll H$, m — вертикальное волновое число) или, если условие вертикального отражения на дне плохо применимо, то задача сводится к расчету вертикального распространения волн в океане с заданным профилем $N(z)$ [см. (5.34)—(5.36)]. Скорость на верхней границе $W(0) = w_h$ выражается через заданные касательные напряжения τ^x, τ^y, разложенные в свою очередь в ряд по собственным функциям горизонтальной краевой задачи V_l. К сожалению, из-за отсутствия экспериментальных данных о пространственно-временном спектре пульсаций ветра над океаном вблизи экватора точная количественная оценка скорости затруднена. Хотя не вызывает сомнений, что если в спектре атмосферных воздействий содержится энергия на частотах и волновых числах, соответствующих дисперсионным соотношениям захваченных волн, то такие волны должны возникать (как в случае муссонных ветров над Индийским океаном, см. [202]).

Это справедливо и в задаче о возбуждении волн в океане конечной глубины, для которого применимо условие полного отражения от дна и вертикальная структура нормальных мод может устанавливаться. В этом случае возникает рассматривавшийся ранее эффект, связанный с характерной особенностью дисперсионных кривых Россби и инерционно-гравитационных волн — наличием максимумов, соответствующих нулевой групповой скорости волн. Так же как и для шельфовых волн, соответствующие частоты являются резонансными.

Для экваториальных волн подобная задача была решена Вуншем и Гиллом [203]. Для двух предельных случаев вида пульсаций напряжения ветра: белого шума или узкополосного сигнала, ими были получены выражения для спектров возбуждаемых инерционно-гравитационных волн. Проведенные расчеты с использованием указанных оценок спектра напряжения ветра над океаном, хорошо согласовались с данными непосредственных измерений. Показано, что наблюденные характерные пики в спектрах колебаний уровня на частотах 4—6 сут объясняются генерацией ветром экваториальных инерционно-гравитационных волн первой бароклинной моды.

Отражение от меридиональных границ может приводить к переходу энергии от одних видов экваториальных волн к другим.

Подробный обзор работ по данному вопросу выходит за рамки настоящего исследования, хотя следует отметить, что в серии статей [106, 107, 127, 128 и др.] меридиональная структура горизонтальных мод для зонального ограниченного бассейна рассматривалась достаточно полно.

Для зональной длины волны $2\pi/k$, много меньшей размера океана по экватору, эффекты многократного отражения от границ можно не рассматривать. Простое однократное отражение на меридиональных стенках изучено Муром и Филандером [158], Кэйном и Сарачиком [106]. Инерционно-гравитационные волны с меридиональным волновым числом l при отражении на западной границе распадаются на конечное число мод, имеющих меньшее меридиональное волновое число, и на волну Кельвина или смешанную Россби-гравитационную волну. Характеристики отраженных волн определяются граничным условием, т. е. равенством нулю зональной скорости u. Для падающей волны, имеющей симметричный по отношению к экватору профиль скорости v, отраженные волны содержат смешанную волну, а в случае антисимметричного профиля — волну Кельвина. Вертикальная структура и падающих, и отраженных волн одинакова.

В случае падения первой горизонтальной моды волны Россби ($l=1$) на западную границу отраженная волна содержит лишь волну Россби той же моды, но с бóльшим волновым числом, и волну Кельвина, направленную на восток [202]. Отраженная волна Россби имеет групповую скорость, также направленную на восток. Поскольку ее длина невелика, то в реальном океане с учетом трения она должна быстро затухнуть.* Таким образом, на некотором расстоянии от западной границы отраженная волна будет состоять только из экваториальной волны Кельвина.

Отражение от восточной границы океана носит иной характер, поскольку на ней не может образовываться экваториальная волна Кельвина или смешанная волна, однако при этом будут генерироваться захваченные волны, распространяющиеся вдоль берега. Отражение волн от берега, расположенного под углом к меридиану, носит более сложный характер: в этом случае могут возникать все виды волн [148, 175].

5.7. Неустойчивость зональных течений

Одним из наиболее интересных и важных механизмов возбуждения экваториальных захваченных волн является бароклинная и баротропная неустойчивость средних течений. При анализе необходимо учитывать две главные особенности поля скорости течений в экваториальных областях океанов. Первая — наличие эквато-

* Поскольку затухание волн характеризуется зависимостью $e^{-\nu k^2 t}$ [44], где ν — коэффициент вязкости, расстояние, на котором волна ослабится в e раз, равно $\omega/(\nu k^3)$.

риальных подповерхностных противотечений (Ломоносова — в Атлантическом, Тареева — в Индийском и Кромвелла — в Тихом океанах). Эти течения носят струйный характер, направлены на восток, их максимальные скорости в стрежне течений достигают 100 см/с в Атлантическом и 160 м/с в Тихом океанах [85]. Верхняя граница противотечений находится в среднем на глубине 20—50 м, при этом выходит на поверхность в восточных частях океана, а нижняя располагается на глубине 300—350 м. Приближенно можно считать, что подповерхностные противотечения сосредоточены ниже верхнего квазиоднородного слоя.

Вторая особенность — наличие нескольких поверхностных зональных течений противоположных направлений с большими горизонтальными градиентами скорости. Здесь нужно выделить Южное пассатное течение, направленное на запад. Оно имеет максимальные скорости 50—60 см/с, занимает область шириной $\pm(3—4°)$ относительно экватора и несколько смещено к северу от него. К нему примыкает Северное пассатное противотечение (4—10° с. ш.). Скорости его достигают 40—60 см/с. Севернее находится Северное пассатное течение западного направления. Имеется обширная литература, посвященная излучению структуры экваториальных течений.

Система течение—противотечение означает существование точек перегиба в горизонтальном профиле скорости. Поэтому заранее можно предполагать, что в генерации волновых возмущений существенную роль играет баротропная неустойчивость.

В полной постановке проблема неустойчивости течений представляет значительные математические трудности. Хорошее приближение к описанию основных особенностей неустойчивости экваториальной циркуляции можно получить в рамках двухслойной модели. Такая модель позволяет воспроизвести черты неустойчивости экваториальных течений достаточно просто [2, 174, 176].

Подобная двухслойная модель была рассмотрена в разделе 4.6. Полученные необходимые условия неустойчивости (4.70) и (4.71) геострофического течения на β-плоскости для ровного дна можно использовать и для анализа экваториальной циркуляции.

Рассмотрим частный случай: $U_2=0$ и U_1 не зависит от y. Тогда меридиональные градиенты функции тока в верхнем и нижнем слоях в безразмерных переменных (4.65) выражаются формулами

$$dQ_1/dy=\beta+F_1U_1;\quad dQ_2/dy=\beta-F_2U_2. \tag{5.43}$$

Если $U_1>0$ (т. е. поток направлен на восток), необходимое условие неустойчивости, следующее из (4.70), имеет вид

$$U_1(y)>\beta/F_2. \tag{5.44}$$

Если $U_1<0$ (т. е. для зонального однородного потока западного направления), необходимое условие неустойчивости, как видно из (4.70), будет

$$|U_1|>\beta/F_1. \tag{5.45}$$

Итак, в размерных обозначениях необходимые условия неустойчивости восточного и западного потоков примут соответственно вид

$$U_1 > \frac{g' h_2 \cos \varphi_0}{2\Omega R \sin^2 \varphi_0}; \tag{5.46}$$

$$U_1 < -\frac{g' h_1 \cos \varphi_0}{2\Omega R \sin^2 \varphi_0}, \tag{5.47}$$

где R — радиус Земли; φ_0 — широта.

Случай одинаковой глубины слоев $h_1 = h_2$ изучался Н. Филлипсом [178]. Им была решена краевая задача, в которой показано, что минимальное значение вертикального сдвига, необходимое для неустойчивости равно β/F_2. Таким образом, в этом случае неравенство (5.44) является необходимым и достаточным условием неустойчивости. При этом и западное, и восточное течения имеют одинаковый критерий устойчивости.

При увеличении глубины нижнего слоя $F_2 \to 0$ $(h_2 \to \infty)$, поэтому требуемое для неустойчивости значение U_1 становится бесконечно большим. Это означает, что океан с меньшим верхним квазиоднородным слоем и глубоким нижним слоем будет бароклинно устойчив.

В этом частном случае условие (4.71) дает

$$\int_{-1}^{1} U_1 \frac{dQ_1}{dy} \frac{|\varphi_1|^2}{|U_1 - c|^2}\, dy > 0. \tag{5.48}$$

Это неравенство указывает на то, что неустойчивость зависит только от градиента потенциальной завихренности и скорости течения в верхнем слое. Если в нижнем слое скорость отлична от нуля, но ее можно считать постоянной по y, то переходом в новую систему отсчета задачу можно свести к рассмотренному случаю. Из выражения (5.48) следует, что движение может быть неустойчивым только, когда на некотором участке профиля выполняется неравенство

$$U_1 \, dQ_1/dy > 0. \tag{5.49}$$

На рис. 5.21 для двух значений глубины верхнего слоя показаны скорости, необходимые для появления неустойчивости в соответствии с (5.46), (5.47) в зависимости от ширины. Западные течения менее устойчивы по сравнению с восточными. При приближении к экватору критические скорости, необходимые для неустойчивости, увеличиваются.

Конечно, этот результат справедлив в предположении применимости квазигеострофического приближения. Непосредственно вблизи экватора аппроксимация, основанная на малости числа Россби Ro неприменима. Изучение агеострофических эффектов показывает, что они уменьшают скорости роста неустойчивых волн как для западного, так и для восточного потока. Поэтому условие, налагаемое на критическое значение скорости (при котором может

возникнуть бароклинная неустойчивость) становится еще более жестким. Таким образом, значения, приведенные на рис. 5.21, могут рассматриваться как нижние пределы неустойчивости [174].

В экваториальной области океанов подповерхностные противотечения сосредоточены в области $\pm 1°30'$ относительно экватора, а их максимальные скорости не превышают 100—150 см/с. Экваториальные противотечения западного направления имеют максимальные скорости 50—60 см/с. Как видно из рис. 5.21, ни одно из этих течений не удовлетворяет условию бароклинной неустойчивости. (Интересно, что в высоких широтах менее интенсивные течения могут уже быть бароклинно неустойчивы.)

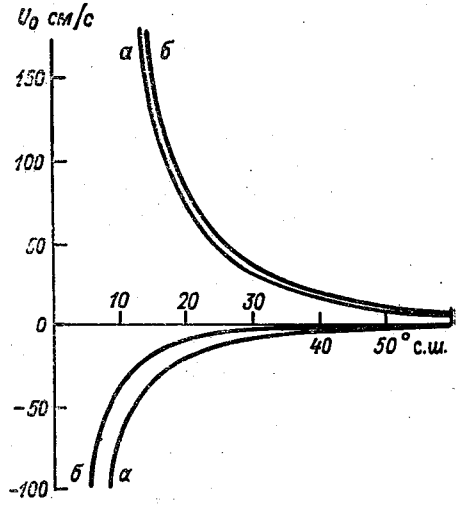


Рис. 5.21. Зависимость минимальной скорости течения, при которой возникает бароклинная неустойчивость, от широты для восточного ($U_0>0$) и западного ($U_0<0$) направления течения для глубин поверхностного слоя 1000 м (*а*) и 500 м (*б*) (из работы [174]).

Возвратимся к общим уравнениям (4.66) и рассмотрим случай, когда невозмущенная скорость $U(y)\neq\text{const}$. Используя результаты, полученные при рассмотрении бароклинной неустойчивости, исследуем баротропную неустойчивость. Здесь основную роль играет не совместная завихренность в верхнем и нижнем слоях Q_1 и Q_2, а изменение с широтой самих Q_1 и Q_2. Проще всего ее основные черты исследуются в предельном случае, при котором невозмущенное движение в нижнем слое отсутствует. Кроме того, примем $h_2 \gg h_1$. При этом возмущениями скорости в нижнем слое можно пренебречь, т. е. по существу рассматривать однослойную модель океана. Поскольку условие бароклинной неустойчивости течений в экваториальной области, как правило, не выполняется (необходимы слишком большие вертикальные градиенты скорости), основное значение приобретает баротропная неустойчивость.

С учетом сделанных предположений уравнения (4.66) сводятся к следующему:

$$\varphi'' - (k^2 + F_1)\,\varphi_y + \frac{\beta + F_1 U - U''}{U - c}\,\varphi = 0. \qquad (5.50)$$

где штрих означает производную по y.

Можно рассматривать два вида возмущений: симметричные и антисимметричные относительно экватора. Для них граничные условия при $y=0$ имеют вид $\varphi'(0)=0$ либо $\varphi(0)=0$ соответственно. Как показывают результаты вычислений, антисимметричные возмущения имеют большие скорости роста [174]. В дальнейшем будем рассматривать только их. Граничное условие при $y=\pm 1$ имеет тот же вид, что и (4.67).

Уравнение (5.50) эквивалентно хорошо изученному в теории гидродинамической неустойчивости уравнению Рэлея. Его основные свойства устанавливаются тем же способом, что и ранее в разделе 4.5. Во-первых, если $U=c$ в некоторой точке $y=y_{кр}$, то для нейтральных волн

$$Q(y_{кр})=\beta F_1/U-U''=0.$$

Второе свойство нейтральных возмущений состоит в том, что их фазовая скорость $c<|U_{макс}|$ (минимальные скорости могут быть меньше $U_{мин}$ из-за β-эффекта). Все это позволяет сравнительно просто исследовать нейтральные возмущения, при которых $c_i=\operatorname{Im} c=0$, и установить зависимости между параметрами потока. Труднее определить зависимость величин c_i от параметра течения в области неустойчивости. Это требует решения краевой задачи (5.50) на комплексные собственные значения [2].

Рассмотрим несколько примеров простых меридиональных профилей течения. Если задать симметричный относительно экватора профиль в виде $U=\pm\operatorname{sech}^2 y$, то для нейтральных волн необходимое условие изменения знака завихренности Q имеет вид [174]

$$\beta-\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4}F_1\right)<Q<\beta+2+F_1. \tag{5.51}$$

Минимальное значение Q относится к потоку восточного направления, а максимальное — западного. Видно, что $F_1>0$ приводит к условию неустойчивости для западного направления менее жесткому, чем для восточного (так же, как и для бароклинной неустойчивости вследствие β-эффекта).

Поскольку для нейтральных возмущений $c=U(y_{кр})$ и $dQ(y_{кр})/dy=0$, уравнение Рэлея нетрудно решить, находя корни уравнения $dQ/dy=0$, т. е. определяя фазовые скорости нейтральных волн c_1 и c_2 и разлагая далее функцию dQ/dy по $(U-c_{1,2})$. В результате для нейтральных волн в восточном потоке собственные числа определяются соотношением

$$c=k^4/6;\quad k^4+(F_1-4)k^2+6\beta=0, \tag{5.52}$$

а собственная функция нейтральных волн

$$\varphi=\operatorname{sech}^2 y. \tag{5.52'}$$

Для зонального потока западного направления

$$c_1=1;\quad k^4-9k^2-9(F_1+\beta)=0; \tag{5.53}$$

$$\varphi=(\operatorname{sech} y)^{k^2/3}(\operatorname{th} y)^{2-k^2/3}. \tag{5.53'}$$

Итак, симметричный поток зонального направления может быть баротропно неустойчив для возмущений с волновыми числами k, лежащими внутри области нейтральной кривой, определяемой соотношениями (5.52) для восточного и (5.53) для западного направления невозмущенного течения [174].

Несколько примеров неустойчивости простых меридиональных профилей течений приведены в работе [174].

В рамках трехслойной модели (нижний слой считался покоящимся, а океан бесконечно глубоким) с учетом разнонаправленных зональных течений $U_1(y)$ в верхнем слое океана и противотечения восточного направления $U_2(y)$ в среднем слое вычислены характеристики неустойчивых возмущений. Результат оказался существенно зависящим от скорости течения $U_1(y)$. Для двух моделей $U_1(y)$ области максимальных скоростей роста значительно различаются. Зависимость результатов от скорости $U_2(y)$, как и следовало ожидать, была меньшей.

Первая модель зональной скорости представляла собой течение, заданное в следующем виде:

$$U_1 = -\cos \pi y - 0{,}5; \qquad (5.54)$$

$$U_1 = 0{,}9 \operatorname{sech}^2 (4y),$$

Оно ограниченно стенками при $y = \pm 1{,}5$. Таким образом, в поверхностном слое моделировались западное экваториальное течение и меньшие по скорости противотечения, примыкающие к нему. Максимальная скорость в верхнем слое $U_1 = 140$ см/с, скорость подповерхностного противотечения в слое 50—150 м $U_2 = 85$ см/с.

Расчеты дали длину волны наиболее неустойчивых возмущений около 2000 км, период 16 сут, скорость роста 0,06 сут$^{-1}$. Эта неустойчивая волна антисимметрична по отношению к экватору, поэтому должна проявляться в наблюдениях как меандрирование противотечения. Обнаруженные в период АТЭП 16-суточные колебания течений по-видимому, объяснялись действием этого механизма.

Однако более реалистическая модель зональных течений в поверхностном слое, основанная на измерениях, выполненных в тот же период, отличается от вида (5.54). Западное течение слегка асимметрично: максимум скорости сдвинут на 2—3° от экватора на север. Кроме того, имеется более выраженное поверхностное противотечение восточного направления [174]. Таким образом, горизонтальные градиенты скорости $U(y)$ были большими, хотя абсолютная максимальная скорость U оказалась меньшей по сравнению с предыдущей моделью. В результате характеристики неустойчивых волн значительно изменились. Оказалось, что максимальные скорости роста приходятся на 30-суточные колебания с длиной волны около 1100 км. Волны же с периодом 16 сут попали в область устойчивых возмущений. Следовательно, объяснение

наблюдаемых волн, вероятно, следует искать в генерации их переменным ветром — как показали данные Белевича [4], в спектрах скорости ветра присутствуют составляющие, которые могут вызывать эти волны.

ГЛАВА 6. ПРИЛИВНЫЕ ВОЛНЫ В ПОГРАНИЧНОЙ ОБЛАСТИ ОКЕАНА

6.1. Некоторые сведения из теории приливов

Приливы являются самым известным и, возможно, наиболее важным типом длинноволновых колебаний. Литература о приливах чрезвычайно обширна. По оценкам Картрайта [110], с 1670 по 1970 г. опубликовано около 3600 работ по теории приливов. В настоящее время постоянные наблюдения за приливными колебаниями уровня ведутся в нескольких тысячах пунктов, успешно развиваются измерения приливов из космоса. Для основных портов и гаваней составляются таблицы высокой и малой воды на несколько лет, вперед, и отличия реально наблюдаемого уровня от указанного в таблицах объясняется большей частью влиянием погодных условий, а не ошибками в расчете астрономических приливов [110].

Несмотря на достигнутые успехи, многие черты приливной динамики остаются до сих пор неизвестными. По существу неясен механизм формирования приливов в большинстве реальных водоемов. По словам Картрайта, «приливы являются уникальными среди естественных физических процессов в том отношении, что можно хорошо предсказывать их величину на будущее, не зная ничего об их физическом механизме» [110]. Такие важные разделы теории приливов, как диссипация приливной энергии, генерация внутренних приливных волн, взаимодействие земных, океанических и атмосферных приливов и другие, остаются недостаточно хорошо изученными [31, 54, 83].

Центральной проблемой теории приливов является расчет, количественное описание, анализ и объяснение приливов в Мировом океане и его отдельных регионах [54]. В настоящее время существует большое число различных приливных карт, которые, к сожалению, для открытого океана достаточно сильно различаются между собой и часто не соответствуют эмпирическим данным. По мнению А. В. Некрасова [60], это связано прежде всего с тем, что недостаточно полно учитываются волновые свойства приливных явлений.

Пограничная область океана играет важнейшую роль в формировании приливов Мирового океана. Фактически характер прилива в масштабе всего океана определяется прежде всего геометрией береговой линии и рельефом дна в зоне шельфа-конти-

нентального склона. Только в последнее время стало ясно то большое влияние, которое оказывает шельф на океанские приливы [55, 113]:

— волноводные свойства шельфа приводят к захвату и конденсации в этой зоне значительной части приливной энергии;

— на протяженных шельфах может происходить резонансное усиление приливов;

— за счет неоднородностей береговой линии и рельефа дна может происходить перераспределение приливной энергии между отдельными типами волновых движений, что в свою очередь может приводить к перестройке всего приливного режима;

— основная часть приливной энергии диссипирует именно в зоне шельфа.

Примечательно, что, несмотря на определенные специфические особенности приливных движений, к ним в полной мере применима и весьма эффективна теория пограничных волн, которая рассматривалась в предыдущих главах.

В настоящей главе будут анализироваться баротропные приливные движения. Исследование внутренних приливных волн, особенно в зоне шельфа — континентального склона, где они преимущественно формируются, является важным самостоятельным вопросом, который, в частности, рассматривается в работах [48, 54, 83]. Некоторые результаты анализа внутренних приливов приводились в главе 4.

Общие вопросы теории океанских приливов изложены в работах [54, 55, 110, 179]. Поэтому ограничимся минимальными сведениями, необходимыми для понимания дальнейшего.

Приливные колебания гравитационного потенциала $\Omega(t)$ можно представить в виде суммы гармоник [55, 110]

$$\Omega(t) = \mathscr{D} \sum_j C_j \cos(\omega_j t + \theta_j), \tag{6.1}$$

где $\mathscr{D} = 2{,}268 \cdot 10^4$ см^2/с^2 — постоянная Дудсона, коэффициенты C_j, θ_j рассчитываются теоретически на основе астрономических данных, а приливные частоты ω_j являются комбинацией угловой скорости вращения Земли ω_0 и сумм и разностей угловых скоростей ω_k, которым соответствуют пять фундаментальных астрономических периодов (1 лунный месяц, 1 год, 8,847 лет и т. д. [54]):

$$\omega_j = n\omega_0 + \sum_{k=1}^{5} m_k \omega_k, \tag{6.2}$$

где $m_k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Значению $n=0$ соответствуют приливы первого рода (долгопериодные), $n=1$ — приливы второго рода (суточные), $n=2$ — третьего рода (полусуточные).

Первоначально разложение гравитационного потенциала (6.1), проведенное Дж. Дарвином, включало 39 членов с амплитудами не менее 10^{-3} от максимального значения. Дудсон выделил уже 396 членов с относительным значением $C_j > 10^{-4}$. Однако, если

ограничиться гармониками с амплитудой $C_j > 0{,}05$, то их остается всего 11 [54] (долгопериодные *Ssa*, *Mm*, *Mf*, суточные K_1, O_1, P_1, Q_1, полусуточные M_2, S_2, K_2, N_2). В повседневной практике ограничиваются разложением прилива по гармоникам, образующимся как комбинация первых трех фундаментальных частот по формуле (6.2), а влияние остальных учитываются с помощью введения специальных поправок в значения амплитуд и фаз (нодальных параметров), которые нетрудно рассчитать на любой момент времени.

Формула для расчета приливных колебаний уровня (или других гидрофизических параметров) $\zeta(t)$ представляется в виде

$$\hat{\xi}(t) = Z_0 + \sum_j f_j H_j \cos[\omega_j t + (v_0 + u)_j - G_j], \qquad (6.3)$$

где f_j — редукционный множитель; $(v_0+u)_j$ — астрономическая поправка на фазу; H_j — средняя амплитуда гармоники; G_j — угол положения (в гринвичском времени); Z_0 — средний уровень. Фактически весь ныне существующий приливной анализ основан на определении тем или иным способом гармонических постоянных прилива (H_j, G_j) и его дальнейшем предвычислении по формуле (6.3). Анализ пространственной приливной картины обычно заключается в построении приливных карт (т. е. карт изолиний гармонических постоянных) для главных приливных гармоник.

В районах обширных мелководий под влиянием нелинейного взаимодействия главных гармоник образуются дополнительные (мелководные) гармоники, в том числе долгопериодная *MSf*, третьсуточные: MK_3, MO_3, четвертьсуточные: M_4, MS_4 и т. д.

Основными уравнениями океанских приливов являются приливные уравнения Лапласа [54], которые в прямоугольной системе координат для однородного океана без учета сил трения записываются в виде

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -g\frac{\partial}{\partial x}(\zeta - \zeta_E);\\
\frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -g\frac{\partial}{\partial y}(\zeta - \zeta_E);\\
\frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -\frac{\partial (hu)}{\partial x} - \frac{\partial (hv)}{\partial y},
\end{aligned} \qquad (6.4)$$

где ζ_E — равновесный (статический) уровень, который можно представить как [179]

$$\zeta_E(x, y, t) = H_E(\varphi)\, e^{i(\omega t + n\lambda)} = H_0 G_n(\varphi, \lambda)\, e^{i\omega t}, \qquad (6.5)$$

где H_E — амплитуда статического прилива на широте φ; n — то же, что и в формуле (6.2); λ — восточная долгота, G_n — геодезический множитель:

$$\begin{aligned}
G_0(\varphi) &= \frac{1}{2}(3\sin^2\varphi - 1);\\
G_1(\varphi, \lambda) &= e^{i\lambda}\sin(2\varphi);\\
G_2 &= e^{2i\lambda}\cos^2\varphi.
\end{aligned} \qquad (6.6)$$

Величину H_0 можно представить в виде [179]

$$H_0 = (1/g)\mathcal{D}C_j(1 + k - h), \tag{6.7}$$

где C_j — средний коэффициент гармоники (см. [54, 110]); $(1+k-h) \approx 0{,}69$ — редукционный множитель Лява, позволяющий учитывать прогибание земной коры под действием равновесного прилива [55, 179]. Для системы координат, ориентированной относительно берега, с началом координат в точке φ_0, λ_0, осью y, направленной вдоль береговой линии с азимутом ψ, и осью x, направленной в сторону открытого океана, формула (6.5) принимает вид

$$\zeta_E(x, y, t) = H_0 G_n(\varphi)\, e^{i(\omega t - l_E x - k_E y - G_E)}, \tag{6.8}$$

где $l_E = -n\cos\psi/(R\cos\varphi)$; $k_E = -n\sin\psi/(R\sin\varphi)$; $G_E = -n\lambda_0$; $R = 6370$ км — радиус Земли.

Представляя ζ_E, ζ, u, v в виде

$$\begin{pmatrix} \zeta_E(x, y; t) \\ \zeta(x, y; t) \\ u(x, y; t) \\ v(x, y; t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_E(x, y) \\ \zeta(x, y) \\ u(x, y) \\ v(x, y) \end{pmatrix} e^{i\omega t}; \tag{6.9}$$

из системы уравнений (6.1) можно получить следующее уравнение для уровня:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h}{\omega^2 - f^2}\frac{\partial}{\partial x}(\zeta - \zeta_E)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{h}{\omega^2 - f^2}\frac{\partial}{\partial y}(\zeta - \zeta_E)\right] +$$

$$+ \frac{i}{\omega}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{fh}{\omega^2 - f^2}\right)\frac{\partial}{\partial x}(\zeta - \zeta_E) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{fh}{\omega^2 - f^2}\right)\frac{\partial}{\partial y}(\zeta - \zeta_E)\right] +$$

$$+ \frac{1}{g}\zeta = 0. \tag{6.10}$$

Уравнение (6.10) выписано без использования приближения f- или β-плоскости. На границе области должно выполняться условие (1.19), которое при $h(0) \neq 0$ имеет вид

$$i\omega\frac{\partial}{\partial x}(\zeta - \zeta_E) + f\frac{\partial}{\partial y}(\zeta - \zeta_E) = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \tag{6.11}$$

на открытой границе — условие излучения (см. раздел 3.6).

Известно, что прилив в реальном водоеме (окраинном море) можно представить в виде суммы *собственного* (реакции водной массы бассейна на прямое воздействие приливообразующей силы) и *индуцированного* (приливных колебаний внутри бассейна, являющихся реакцией на периодическое воздействие со стороны смежного водоема [60]). Фактически индуцированный прилив представляет собой результат проникновения в рассматриваемый бассейн приливных волн, сформировавшихся вне его. Аналогичное представление справедливо и для любой акватории океана

с открытыми границами, в том числе и для локальной области, рассматриваемой в рамках модели полубесконечного океана. Наблюдаемый прилив в этом случае можно представить в виде суперпозиции прилива, сформировавшегося непосредственно в данной области под действием внешней силы (ζ_F), и приливных волн, пришедших в нее извне (ζ_f). ζ_F представляет собой решение неоднородного уравнения (6.10) с условием (6.11) и в дальнейшем, следуя В. Манку [164], для его описания будет использоваться термин *«вынужденные приливные волны»*. Решение ζ_f удовлетворяет уравнению свободных длинных волн

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h}{\omega^2-f^2}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h}{\omega^2-f^2}\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{i}{\omega}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{fh}{\omega^2-f^2}\right)\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{fh}{\omega^2-f^2}\right)\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right]+\frac{1}{g}\zeta=0 \qquad (6.12)$$

и граничному условию на берегу

$$i\omega\frac{\partial\zeta}{\partial x}+f\frac{\partial\zeta}{\partial y}=0 \quad \text{при} \quad x=0, \qquad (6.13)$$

поэтому для этой составляющей приливных колебаний можно использовать термин *«свободные приливные волны»*. Для цилиндрического рельефа в приближении f-плоскости уравнение (6.12) сводится к (1.23), а условие (6.13)— к (1.24), решение которого рассматривалось в главах 1 и 3.

Как подчеркивается в работе [60], разделение приливов на индуцированные и собственные отражает двойственную природу реальных приливов и помогает более четко представить процесс их формирования. Хотя волновые характеристики индуцированных приливных колебаний (фазовая скорость, направление распространения, длина волны и пр.) определяются геометрией бассейна и совпадают с соответствующими характеристиками свободных волн, эти колебания не являются «свободными» в обычном смысле слова, так как внешние силы воздействуют на них через открытые границы.

6.2. О волновой структуре приливов Мирового океана

Создание и развитие теории длинных волн во многом были связаны с изучением приливов. Так, волны Кельвина и Пуанкаре были теоретически получены при решении задач о распространении приливных волн в канале [180, 192]. Теоретические исследования приливных колебаний для бассейнов различной формы были выполнены Г. Ламбом, Л. Н. Сретенским, М. Лонге-Хиггинсом. Большое внимание этим вопросам уделено в работах [12, 54, 55]. Многие сравнительно простые волновые модели оказались применимы при

объяснении свойств приливных колебаний в реальных водоемах (например, для района пролива Ла-Манш приливы носят характер волны Кельвина [179]). Однако для большинства водоемов представление приливных гармоник как волн какого-либо одного вида (Кельвина, Пуанкаре и пр.) с постоянными волновыми характеристиками (длиной волны, фазовой скоростью и т. п.) оказывается недостаточным.

Дж. Праудмен впервые высказал предположение, что каждую приливную гармонику можно представить как сумму отдельных волн, различающихся по своим свойствам и волновым характеристикам [181]. Позже подобный подход был использован В. В. Тимоновым для описания приливов в Белом и Охотском морях [76], Годэном для интерпретации приливов в море Лабрадор и прилегающих районах [60].

Интенсивное развитие теории длинных волн в пограничных областях океана в течение последних 20 лет стимулировало изучение волновых свойств приливов. Были открыты новые виды волн, которые, как оказалось, играют важную роль в формировании приливов. Начал развиваться структурный волновой анализ приливов [60], который позволил во многих случаях дать простое физическое объяснение реально наблюдаемым особенностям приливной картины и построить достаточно точные прогностические модели. Большое значение в формировании данного направления сыграла работа Манка и др. [164], в которой теоретические расчеты удачно сочетались с конкретными высокоточными наблюдениями за приливами в открытом океане.

При традиционном подходе каждая приливная гармоника рассматривается и анализируется в целом. Задачей структурного анализа является расщепление ее на отдельные физические составляющие с известными волновыми характеристиками. Естественно, это удается сделать при некоторых простых конфигурациях бассейна, таких, как полубесконечный океан с прямолинейным берегом, круглый бассейн, круглый остров и т. п., т. е. когда можно ввести аналитическое представление спектральных компонентов.

Рассмотрим волновую структуру приливов в приближении f-плоскости для прямолинейного берега с цилиндрическим рельефом дна. Последнее предположение вполне оправдано для значительной части океанских границ, в том числе и для северо-западной части побережья Тихого океана. Влияние, которое оказывают на волновые составляющие прилива изменчивость параметра Кориолиса с широтой, нелинейность и другие факторы, рассматривалось в работах [155, 166, 186].

Как отмечалось выше, для любой приливной гармоники колебания уровня $\zeta(x, y; t)$ можно представить как

$$\zeta = \zeta_F + \zeta_f. \tag{6.14}$$

Как было показано в главе 1, каждому значению частоты (в том числе и приливной) соответствует набор определенных

волновых решений с различными волновыми числами k. Пусть элементарное решение уравнений (6.10)—(6.12) представляется в виде

$$\zeta_j(x,\ y,\ t;\ \omega_n) = A_j F_j(x;\ k_j)\, e^{i\ (\omega_n t - k_j y)}, \tag{6.15}$$

где k_j — вдольбереговое волновое число (в общем случае, т. е. при учете сферичности Земли и изменчивости рельефа вдоль берега, оно оказывается комплексным). Суперпозиция всех этих колебаний формирует волновое поле приливной гармоники ω_n

$$\zeta(x,\ y,\ t;\ \omega_n) = \sum_j A_j F_j(x,\ k_j)\, e^{i\ (\omega_n t - k_j y)}. \tag{6.16}$$

Естественно, что свойства и волновые характеристики каждой гармоники должны определяться составом и свойствами ее отдельных волновых составляющих.

В уравнении (6.10) сделаем замену переменной: $\eta = \zeta - \zeta_E$, аналогично тому, как это делалось в разделе 3.6. Так как длины вынужденных волн, обусловленных приливом, много больше ширины шельфа, для их расчета можно использовать модель океана постоянной глубины. Тогда с учетом допущений, сделанных выше, уравнение (6.10) принимает вид

$$\nabla^2\eta + \frac{\omega^2 - f^2}{gH}\eta = -\frac{\omega^2 - f^2}{gH}\zeta_E \tag{6.17}$$

с граничным условием на берегу (6.11). Из данного граничного условия и представления ζ_E в виде (6.8) следует что $k_j = k_E$, т. е. в выражении (6.16) вынужденное решение можно представить как сумму составляющих с одним вдольбереговым волновым числом (k_E), но различающихся по характеру изменения в направлении открытого океана:

$$\zeta_F = \eta + \zeta = \eta_N + \eta_h + \zeta_E, \tag{6.18}$$

где η_N — приходящая вынужденная волна [частное решение уравнения (6.17)], а η_h — отраженная вынужденная волна [решение однородного уравнения, удовлетворяющее условию (6.11)].

Положим $\eta_N,\ \eta_h \sim e^{-i\ (K_E y + G_E)}$. Тогда η_N можно представить в виде

$$\eta_N(x) = Pe^{-il_E x}, \tag{6.19}$$

где

$$P = -\frac{H_E \chi^2}{\chi^2 - l_E^2 - k_E^2}, \tag{6.20}$$

а

$$\chi^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{gH}.$$

Такое представление справедливо везде, за исключением области «резонансных» широт ($\varphi_{рез}$), для которых $\chi^2 \approx l_E^2 + k_E^2$, т. е. широт, где скорости свободных и вынужденных волн совпадают. Отметим, что данная особенность появляется в решении вследствие пренебрежения сферичностью Земли. Использование приближения β-плоскости не устраняет ее, а приводит только к смещению в сторону высоких широт. В Тихом океане для полусуточных приливов данная особенность соответствует, в частности, району южной части Курильской гряды [24], а для суточных — району Гавайских островов [145].

Ограниченное вынужденное решение в области резонансных широт можно получить, если добавить в (6.17) член вида $r\eta'(x)$, выражающего действие некоторой эквивалентной вязкости

$$\eta_N''(x) + r\eta_N'(x) + (\chi^2 - k_E^2)\eta_N(x) = -\chi^2 H_E e^{-il_E x}. \qquad (6.21)$$

Тогда вместо (6.20) получаются выражения

$$\begin{gathered} \operatorname{Re}\{P\} = \chi^2 H_E (k_E^2 + l_E^2 - \chi^2)/\delta, \\ \operatorname{Im}\{P\} = -\chi^2 H_E l_E r/\delta, \end{gathered} \qquad (6.22)$$

где

$$\delta = (k_E^2 + l_E^2 - \chi^2)^2 + l_E^2 r^2,$$

которые не имеют особенностей для действительного r. Теоретическая оценка параметра r может быть проведена на основе наблюдений или подобрана так, чтобы оптимальным образом смоделировать влияние кривизны Земли.

Можно предположить, что резонансные области играют особую роль в формировании приливов Мирового океана. В этих областях должно наблюдаться увеличение относительного вклада вынужденных составляющих в суммарный прилив. По-видимому, именно здесь осуществляется основная закачка приливной энергии в океан, откуда она разносится свободными приливными волнами.

Характер однородного решения определяется знаком разности $\chi^2 - k_E^2$. Если $\alpha^2 = \chi^2 - k_E^2 > 0$, т. е. если k_E попадает в область существования волн Пуанкаре, то η_h имеет вид

$$\eta_h(x) = Ce^{-i\alpha x}, \qquad (6.23)$$

где, согласно условию излучения Зоммерфельда, α должно быть взято положительным, так чтобы эта волна имела направление «от берега» (см. раздел 3.6). Условно ее можно назвать *«вынужденной волной Пуанкаре»*, так как она имеет характер, аналогичный свободной волне Пуанкаре.

При $a^2 = k_E^2 - \chi^2 > 0$

$$\eta_h(x) = C^* e^{-ax} \qquad (6.24)$$

(оставлено только убывающее решение), т. е. появляется волна, аналогичная свободной волне Кельвина (*«вынужденная волна Кельвина»*). В отличие от обычной волны Кельвина, которая всегда движется, оставляя берег справа (в северном полушарии), направление вынужденной волны Кельвина определяется знаком k_E и зависит от ориентации берега относительно меридиана.

Из условия (6.11) получаются выражения для C и C^*:

$$C = -\frac{k_E^2 f^2 + \omega^2 \alpha l_E + i\omega k_E f (l_E - \alpha)}{k_E^2 f^2 + \omega^2 \alpha l_E} P; \tag{6.25}$$

$$C^* = -\frac{k_E f + i\omega l_E}{a\omega + k_E f} P, \tag{6.26}$$

где P имеет вид (6.22) для области резонансных широт и (6.20) для остальных районов океана.

Для приливных гармоник с частотами ниже инерционной η_h имеет характер вынужденной волны Кельвина, выше инерционной — вынужденной волны Пуанкаре (за исключением районов с береговой линией, вытянутой в зональном направлении).

Таким образом, в формировании прилива участвуют четыре вида вынужденных волновых составляющих: равновесный прилив, приходящая волна, вынужденные волны Кельвина и Пуанкаре.

Рассмотрим второй тип волн — свободные волновые составляющие. На рис. 6.1 приведена обобщенная дисперсионная диаграмма, построенная для характерного профиля глубины в пограничной области Тихого океана (см. рис. 1.11 *а*, 1.14 *а*). Масштабы на рисунке несколько искажены для большей наглядности. Для других районов Мирового океана дисперсионная диаграмма будет в целом носить аналогичный характер, за исключением того, что при отсутствии глубоководных желобов двойные волны Кельвина не будут наблюдаться.*

Из диаграммы видно, что для каждого типа приливов существует определенный набор возможных волновых составляющих, причем при изменении широты этот набор может меняться. При этом для приливных гармоник с частотами ниже инерционной волновые составляющие представляют собой дискретный набор мод, а на частотах выше инерционной, кроме дискретных мод, существует непрерывный спектр волн Пуанкаре (в открытом океане — волн Свердрупа), и, следовательно, для этих гармоник выражение (6.16) более правильно представить в виде

$$\zeta(x,\ y,\ t;\ \omega_m) = \sum_j^N A_j F_j(x,\ k_j)\, e^{i\ (\omega_m t - k_j y)} + \\ + e^{i\omega_m} \int_{-\chi}^{\chi} A_P(k)\, F_P(x,\ k)\, e^{-iky}\, dk, \tag{6.27}$$

* Колебания типа двойных волн Кельвина могут существовать также на срединно-океанических хребтах, причем для таких форм рельефа они будут распространяться вдоль оси хребта в обоих направлениях [101].

где N — число дискретных составляющих для гармоники ω_m, $F(x, k)$ — форма, а $A_P(k)$ — амплитуда волновой составляющей Пуанкаре для k, лежащего в диапазоне $\{-\chi, \chi\}$.

Используя результаты, полученные в предыдущих главах, можно построить обобщенную схему изменения волновой структуры приливов Мирового океана в зависимости от широты (рис. 6.2). Естественно, что в районах со сложной орографией от-

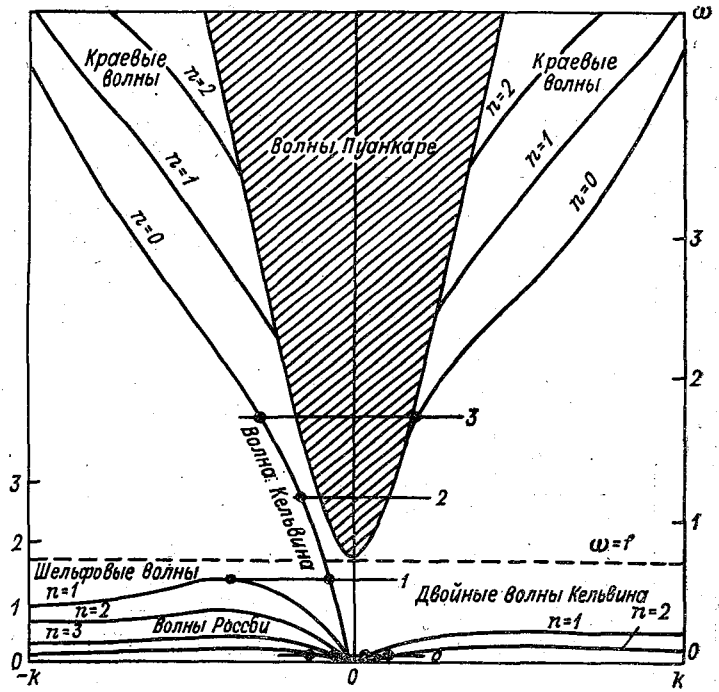


Рис. 6.1. Обобщенная дисперсионная диаграмма пограничных волн. На рисунке указаны приливные диапазоны для долгопериодных (*0*), суточных (*1*), полусуточных (*2*) и третьсуточных (*3*) приливов для широты 45°; слева — то же для 60°, справа — для 20°.

дельные волновые составляющие приливов будут искажаться и могут возникать свои локальные формы колебаний. Однако в целом представленная схема является достаточно универсальной для описания формирования приливов в масштабах всего Мирового океана.

Остановимся на волновой структуре различных типов прилива и на характеристике отдельных волновых составляющих. Условно все составляющие можно разделить на две группы: гравитационные, которые прежде всего должны проявляться в колебаниях уровня океана (Кельвина, Пуанкаре, Свердрупа, краевые, вынужденные), и градиентно-вихревые (квазигеострофические), кото-

рые слабо влияют на формирование уровня океана, но могут вызывать сильные баротропные течения (шельфовые, двойные волны Кельвина, волны Россби). Среди различного вида экваториальных

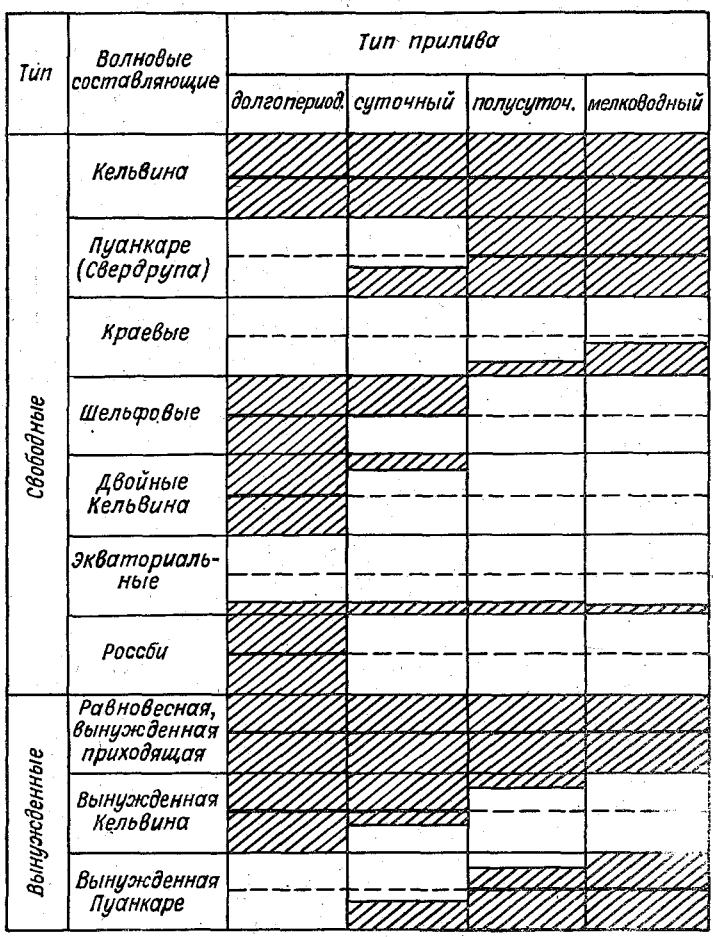


Рис. 6.2. Обобщенная схема изменения волновой структуры приливов Мирового океана в зависимости от широты. Нижняя граница каждого прямоугольника соответствует экватору, верхняя — полюсу, центральная линия — широте 45°. Заштрихованы области, в которых соответствующая волновая составляющая участвует в формировании данного типа приливов.

волн есть как те, так и другие (см. главу 5). На рис. 6.2 все они объединены в одну группу.

Волны Свердрупа и тесно связанные с ними волны Пуанкаре участвуют в формировании приливов в зоне, ограниченной «критическими широтами» ($\varphi_{кр}$), т. е. широтами, на которых $\omega_j = f$. Для

главных приливных гармоник эти широты следующие [145, 179]: K_1 — 30,0°; O_1 — 27,6°; P_1 — 29,8°; Q_1 — 26,4°; M_2 — 74,5°; S_2 — 85,8°; N_2 — 71,0°; K_2 — 90,0°. Таким образом, волны Свердрупа и Пуанкаре влияют на характер суточных приливов только в области низких широт, а для полусуточных — на всех широтах вплоть до приполярной области (для K_2 — до полюса).

Важную роль в динамике приливов играет свободная волна Кельвина. Эта волна участвует в формировании всех типов приливов на любых широтах (рис. 6.1, 6.2) и, по-видимому, наряду с вынужденной волной Кельвина определяет наблюдаемое уменьшение амплитуд приливных гармоник в сторону открытого океана и преимущественное циклоническое направление распространения приливов. Однако присутствие в приливных колебаниях других составляющих (вероятно, прежде всего волн Пуанкаре) усложняет характер прилива и приводит в отдельных случаях даже к изменению общего направления движения на антициклоническое (согласно приливной карте К. Т. Богданова [8] для гармоники M_2 9 амфидромических систем в Мировом океане имеют циклоническое направление движения и 4 — антициклоническое).

Интересные особенности приливных движений связаны с шельфовой составляющей. Фазовая скорость и длина волны у нее на один-два порядка меньше, чем у волн Кельвина и Пуанкаре. Поэтому эта составляющая приводит к появлению мелкомасштабных вариаций приливных гармоник, а также к сильным приливным течениям вблизи берега [24, 111].

Своеобразные явления можно ожидать в районах, где проходит граница существования какого-либо вида волновых составляющих прилива (в частности, в районе критические широты). В этом случае гармоники с близкими частотами могут иметь разный волновой состав и существенно различаться по своему характеру. Такое явление наблюдается, например, в южной части Курильской гряды, где шельфовая составляющая присутствует в гармонике O_1, но не в K_1 (см. раздел 6.6).

Как видно из диаграммы (рис. 6.2), полусуточные приливы формируются преимущественно волнами Кельвина, Пуанкаре и вынужденными. Только вблизи экватора на них могут оказать влияние краевые и экваториальные волны (инерционно-гравитационные, смешанная и Кельвина). Для приливных гармоник высшего порядка в целом состав волновых составляющих тот же, что и для полусуточных приливов, за исключением того, что краевые волны должны играть для них бóльшую роль.

В формировании суточных приливов, помимо волн Кельвина, на широтах ниже критических могут участвовать свободные и вынужденные волны Пуанкаре, а на высоких широтах — шельфовые волны.

Интересным и малоизученным вопросом является вопрос о формировании в Мировом океане долгопериодных приливов. До последнего времени считалось, что они практически совпадают с равновесными, Вунш [200], по-видимому, первый высказал пред-

положение о том, что в их образовании важную роль должны играть волны Россби. Подробно этот вопрос рассматривается в работе [84]. Как следует из диаграммы, в долгопериодных приливах должны участвовать и другие волновые составляющие: вынужденные, шельфовые, двойные Кельвина, экваториальные. Волна Кельвина на этих частотах должна иметь длину, многократно превышающую размеры земного шара, и поэтому ее можно не учитывать. Таким образом, в формировании долгопериодных приливов фактически участвуют гравитационные вынужденные составляющие и свободные градиентно-вихревые. Отсюда следует, что вынужденные составляющие должны играть главную роль в долгопериодных приливных колебаниях уровня, а свободные — в течениях. Так, двухнедельные приливные колебания температуры воды и течений в Гвинейском заливе у побережья Ганы, по-видимому, обусловлены шельфовыми волнами, модифицированными стратификацией [136].

Диаграмма, аналогичная изображенной на рис. 6.2, может быть построена и для бароклинных приливных волн. В главе 4 обсуждались различные классы внутренних волн и легко представить, какие из них и при каких условиях должны участвовать в формировании внутреннего прилива. Подробное исследование вопросов возбуждения внутренних волн в широком диапазоне временных и пространственных масштабов проведено Филандером [175]. Хотя он рассматривал в основном воздействие атмосферных процессов на поверхность океана, многие из его результатов применимы и для приливов.

Отметим, что представленная на рис. 6.2 схема позволяет примерно оценить волновой состав приливного поля на различных широтах, но не его количественные характеристики. Для вычисления относительного вклада отдельных волновых составляющих в прилив требуется привлечение дополнительных теоретических гипотез о механизме формирования океанских приливов или использовании натурных наблюдений. Методика и некоторые количественные результаты подобных расчетов излагаются в следующих разделах.

6.3. Кинематический анализ приливов в различных районах Мирового океана

При волновом анализе приливных движений широко используются закономерности, основанные на кинематике рассматриваемых процессов и выражающие связь между наблюдаемыми свойствами приливных движений и их внутренней волновой структурой [60, 76]. При этом обычно преследуются следующие цели и задачи:

1) интерпретация и объяснение реальных особенностей приливной динамики отдельных регионов;

2) построение приливных моделей, описывающих пространственную изменчивость приливных движений в исследуемом районе;

3) выявление физического механизма, формирующего прилив в отдельных районах Мирового океана, а также во всем океане в целом.

Для решения первой задачи часто можно ограничиться качественным анализом волнового состава прилива, не проводя количественных оценок вклада отдельных составляющих. При этом часто удается интерпретировать не только особенности приливного режима, известные непосредственно из наблюдений, но и рассчитанные приливные карты. Подобные примеры приводятся в монографии А. В. Некрасова [60].

Вторая задача в определенном смысле является обратной первой: используя результаты анализа волновой структуры приливов и данные наблюдений, построить приливные карты отдельных гармоник. Количественные оценки вклада каждой из волновых составляющих прилива, которые обычно делаются на основе фактических данных, в этом случае являются необходимыми.

Третья задача — наиболее сложная. Для понимания физико-географического механизма формирования прилива недостаточно знать его волновую структуру, необходимо выяснить, почему она сформировалась именно в таком виде, что обусловило для исследуемого района преобладание в приливе тех или иных составляющих. Для решения этой принципиальной задачи требуется накопление и обобщение данных волнового анализа приливов в различных районах Мирового океана.

Большинство примеров кинематического анализа приливов относится к окраинным морям. В работе [60] показано, как кинематические методы могут быть эффективно использованы для построения приливных карт или для их анализа. Набор и свойства отдельных волновых составляющих для замкнутых или частично замкнутых бассейнов может несколько отличаться от приведенных на схеме (рис. 6.2) (в частности, для таких бассейнов вынужденные составляющие обычно играют пренебрежимо малую роль [60]), но в целом данная схема применима и в этом случае.

Имеется несколько примеров расчета волновых составляющих прилива для открытого океана. Среди них наиболее важной является работа Манка и др. [164]. В ней на основе теории пограничных волн анализировался характер приливных движений в северо-восточной части Тихого океана. Реальный рельеф данного района аппроксимировался моделью шельфа-ступеньки (результаты расчета пограничных волн приведены на рис. 1.3). Анализировались суточная гармоника K_1 и полусуточная M_2. Каждая из них представлялась в виде суперпозиции волн Кельвина, Пуанкаре и вынужденных. Модель содержала пять неизвестных параметров: амплитуды и фазы волн Кельвина и Пуанкаре и волновое число Пуанкаре (амплитуды и фазы вынужденных составляющих рассчитывались теоретически). Для определения этих параметров использовались береговые и глубоководные наблюдения за уровнем и течениями (рис. 6.3). Получено, что амплитуды волн Кельвина, Пуанкаре и вынужденных для гармоники M_2 соотносятся, как

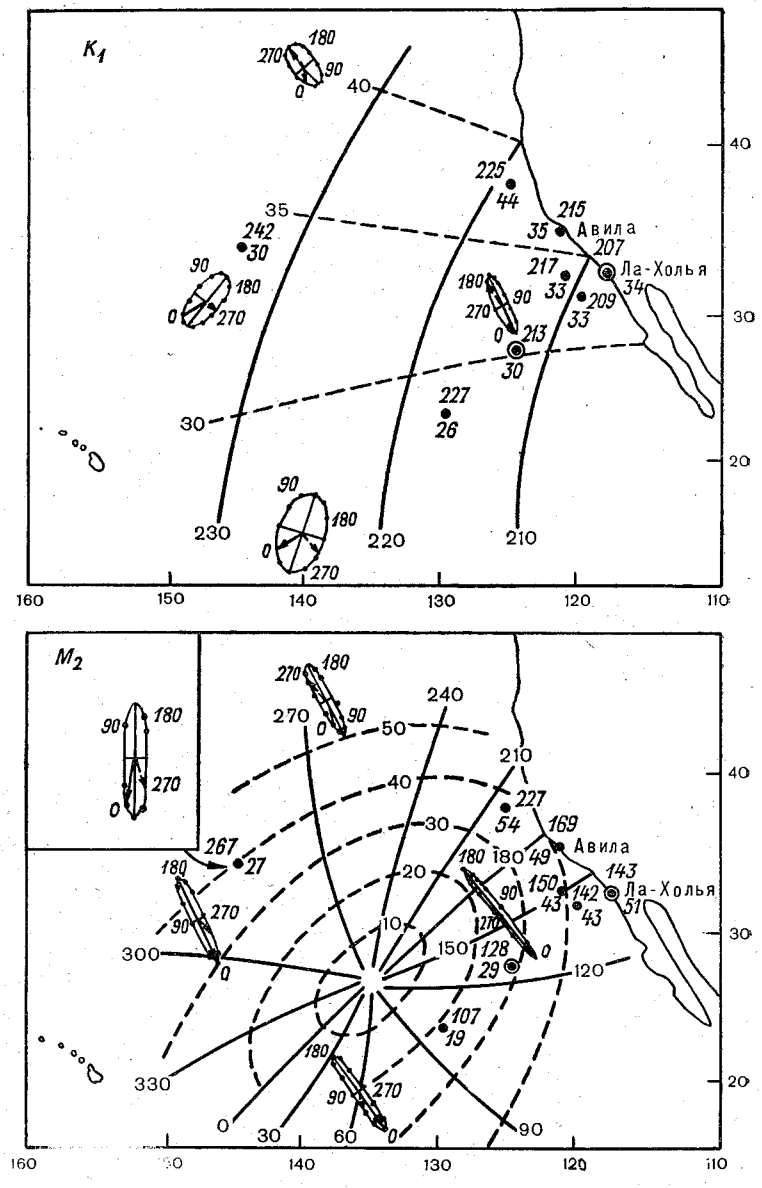


Рис. 6.3. Приливные карты гармоник K_1 и M_2 для северо-восточной части Тихого океана, построенные по волновой модели [164].

Нанесены рассчитанные эллипсы приливных течений. Для гармоники M_2 в левом верхнем углу — наблюденный эллипс на станции, указанной стрелкой, ориентация которого неизвестна. Точками обозначены береговые и глубоководные уровенные станции, цифрами возле них — значения гармонических постоянных. Двойным кружком отмечены опорные станции, гармонические постоянные в которых послужили основой для построения модели (из работ [142, 164]).

54 : 16 : 4, а для гармоники K_1 — 21 : 24 : 9. Таким образом, главный вклад в полусуточный прилив в исследуемом районе дает волна Кельвина, а в суточный вклад волн Кельвина и Пуанкаре примерно одинаков. Вклад вынужденных составляющих в обоих случаях невелик.

Приведенный анализ позволил Манку и др. [164] объяснить ряд особенностей динамики рассматриваемой области, в частности отличия наблюдаемых фазовых скоростей гармоник M_2 и K_1 от скорости длинных волн. На основе полученных данных были построены приливные карты для M_2 и K_1 (рис. 6.3). Наиболее интересная особенность карты M_2 — существование амфидромической системы с центром в точке 27° с. ш., 135° з. д. (рис. 6.3 *б*), появление которой связано с суперпозицией волн Кельвина и Пуанкаре. Существование данной системы подтверждают глобальные численные расчеты приливной карты M_2 [8, 54, 83], а также глубоководные измерения уровня на противоположной стороне амфидромической системы [142, 170].

В работе Картрайта [109] анализировалось волновое поле приливов в центральной части Атлантического океана. Использовалась модель бесконечного океана постоянной глубины H в приближении β-плоскости. Суточные и полусуточные гармоники представлялись в виде суперпозиции вынужденной волны $F(x, y)$ и двух волн Пуанкаре, модифицированных β-эффектом, с различными волновыми векторами:

$$\zeta(x, y) = F(y)\, e^{i(lx + m\lambda_0)} + e^{-\beta f y/(\omega^2 - f^2)}\left[C_1 e^{i(l_1 x + k_1 y)} + C_2 e^{i(l_2 x + k_2 y)}\right], \tag{6.28}$$

где $\lambda_0 = 15°$ з. д., $\varphi_0 = 20°$ ю. ш.— начальные координаты; ось y направлена на запад, ось x — на юг. Коэффициенты C_1, C_2, а также l_1, l_2 ($k_{1,2}$ связаны с $l_{1,2}$ аналитическими соотношениями) определялись по значениям гармонических постоянных на островных станциях. Из выражения (6.28) видно, что волны Пуанкаре за счет β-эффекта экспоненциально затухают в меридиональном направлении. На β-плоскости компоненты волнового вектора для волн Пуанкаре можно представить в виде [109]

$$k_j = \rho^* \sin\theta_j; \qquad l_j = l_0 + \rho^* \cos\theta_j, \tag{6.29}$$

где θ соответствует направлению распространения волн Пуанкаре без учета β-эффекта;

$$l_0 = \frac{\beta}{2f}\,\frac{\omega^2 + f^2}{\omega^2 - f^2} \tag{6.30}$$

играет роль «западного сноса» волн Пуанкаре за счет β-эффекта, а $\rho^* = \rho + b$, где b тем больше, чем сильнее β-эффект. Таким образом, для различных значений θ_j длины волн Пуанкаре на β-пло-

скости существенно различаются, в отличие от f-плоскости, где они постоянны, а их истинное направление распространения $\psi = \operatorname{arctg}(k_j/l_j)$ может существенно отличаться от θ_j.

Анализ характера прилива в районе Гавайских островов выполнен в работе Дж. Ларсена [145]. Использовалась модель, близкая к модели Картрайта, но с использованием f-плоскости. При этом Гавайский хребет аппроксимировался эллипсоидальным островом. Неизвестные параметры модели определялись по береговым наблюдениям. В целом предложенная модель достаточно хорошо описывала приливное поле в исследуемом районе: различия между наблюденными и рассчитанными значениями гармонических постоянных не превышали 7 %. Интересно, что попытка использования в модели бо́льшего числа волн Пуанкаре не привела к уменьшению этой цифры. Следовательно, даже в столь обширном водоеме, как Тихий океан, приливные волны Пуанкаре не образуют однородного по направлениям поля, а их спектр волновых чисел носит явно анизотропный характер.

Еще одним примером кинематического анализа является работа Хита [133], в которой достаточно сложную картину полусуточных приливных колебаний в районе Новой Зеландии удалось представить как результат суперпозиции свободных волн Кельвина и Пуанкаре. При этом выяснилось, что в гармонику M_2 основной вклад вносит волна Кельвина, а в S_2 вклад волны Кельвина и Пуанкаре примерно равнозначен.

Вышеприведенные примеры относились к районам, в которых анализируемые гармоники имели частоты выше инерционной и аналогичный волновой состав (хотя процентный вклад отдельных волновых составляющих для гармоник разных типов, а иногда и одного типа существенно различался). При этом все волновые составляющие имели гравитационную природу, поэтому приливные движения проявлялись прежде всего в колебаниях уровня океана.

Пока число примеров кинематического анализа приливов Мирового океана крайне ограничено, но даже они демонстрируют некоторые общие волновые свойства приливных движений, которые проявляются в различных районах. Это обстоятельство было использовано, в частности, для обоснования выбора значения волнового числа волн Пуанкаре при построении волновой модели полусуточных приливов в районе Курильской гряды (см. следующий раздел).

Особый интерес представляет кинематический анализ субинерционных приливных колебаний. В этом случае в формировании приливов участвуют градиентно-вихревые составляющие, вызывающие сильные баротропные течения. Примеры анализа подобного типа колебаний будут рассмотрены в разделах 6.5, 6.6.

Следует отметить, что рассмотренные волновые модели приливов не являются альтернативой существующим глобальным приливным моделям, основанным на применении численных расчетов. Обычно при построении волновых моделей и вообще при использовании методов кинематического анализа не учитывается или

учитываются не в полной мере такие факторы, как сферичность Земли, неоднородность береговой линии и рельефа дна и пр. Поэтому подобные модели применимы к сравнительно ограниченному району. В то же время этот подход позволяет выявить основные факторы, формирующие прилив в исследуемой области, объяснить его характерные особенности, описать тонкую структуру приливов в конкретном районе океана. При глобальном моделировании это чаще всего сделать не удается. Можно сказать, что численное моделирование приливов во всем Мировом океане и их региональное моделирование, основанное на анализе волновой структуры, дополняют друг друга: глобальное моделирование дает всю картину океанских приливов в целом, а структурный волновой анализ позволяет показать физику формирования отдельных частей этой картины.

6.4. Волновая модель полусуточных приливов в северо-западной части Тихого океана

Анализ береговых наблюдений за приливными колебаниями уровня в районе Курильской гряды и Японии, а также глубоководных наблюдений Первой и Второй советско-американских экспедиций по проблеме цунами [42, 65] показал, что приливы в северо-западной части Тихого океана обладают рядом характерных особенностей:

1) полусуточные приливы для различных (хотя и близких) районов имеют разные волновые характеристики (амплитуды, фазовые скорости и пр.), вплоть до того, что в районах Южных и Северных Курил у них противоположное направление распространения;

2) фазовые скорости суточных и полусуточных гармоник заметно различаются между собой и не совпадают со скоростью длинных волн;

3) в целом полусуточные гармоники имеют сходный между собой характер и близкие значения волновых параметров, а в суточных приливах они сильно различаются.

Волновой анализ полусуточных приливов для данного района позволил описать пространственную структуру приливов и объяснить указанные особенности [24].

Использовалась модель полубесконечного однородного океана постоянной глубины ($H=5200$ м) в приближении f-плоскости. Система координат приведена на рис. 2.2: ось y направлена вдоль Курильской гряды с азимутом $\psi=60°$, ось x — в сторону открытого океана, начало координат совмещено со станцией Аккэси с географическими координатами $\varphi_0=43°02'$ с. ш., $\lambda_0=144°52'$ в. д. (№ 10 на рис. 2.2). Предположение о постоянстве глубины океана здесь вполне допустимо, так как вынужденные волны и свободные волны Кельвина и Пуанкаре, формирующие полусуточные приливы (рис. 6.1, 6.2), имеют большие характерные масштабы и слабо

зависят от переменности рельефа в зоне шельфа—континентального склона.

На рис. 6.4 представлена дисперсионная диаграмма, рассчитанная для данной модели. Значения вдольберегового числа вынужденных волн (k_E) определялись из соотношения $k_E = n \sin\psi/(R\cos\varphi_0)$, где R — радиус Земли, $n=1$ для суточных и

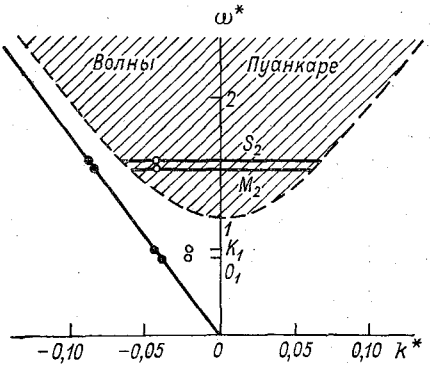


Рис. 6.4. Дисперсионная диаграмма для океана постоянной глубины $H=5200$ м в нормированных координатах: $\omega^*=\omega/f$, $k^*=kL$, где $L=135$ км. Выделены приливные диапазоны, соответствующие широте 43°. Незалитые кружки относятся к вынужденным составляющим.

$n=2$ для полусуточных приливов. Как следует из выражения (6.27), полусуточные приливы можно представлять в виде

$$\zeta(x,\ y,\ t) = A_F\hat{F}(x)\,e^{i\,(\omega t - k_E y - G_E)} + A_K F_K(x)\,e^{i\,(\omega t - k_K y - G_E)} + \\ + e^{i\,(\omega t - G_E)} \int_{-\chi}^{\chi} A_P(k)\,F_P(x;\ k)\,e^{-iky}\,dk, \qquad (6.31)$$

где A_K — комплексная амплитуда волны Кельвина; k_K — ее волновое число; A_F — суммарная амплитуда вынужденных составляющих;

$$\zeta_F(x) = A_F\hat{F}(x) = \eta_h(x) + \eta_N(x) + \zeta_E(x); \qquad (6.32)$$

F_K и F_P — формы взволнованной поверхности в направлении открытого океана для волн Кельвина и Пуанкаре соответственно, которые для океана постоянной глубины имеют вид

$$F_K(x) = e^{-fx/c}; \qquad (6.33)$$

$$F_P(x,\ k) = \cos(px) + \frac{kf}{p\omega}\sin(px), \qquad (6.34)$$

где

$$p = (\omega^2 - f^2 - c^2k^2)^{1/2}/c;$$

k_E для полусуточных приливов попадает в область существования волн Пуанкаре, поэтому η_h описывается выражением (6.23) и носит характер вынужденной волны Пуанкаре.

Интеграл в выражении (6.31), выражающий суммарное воздействие волн Пуанкаре, заменялся одной волной с неизвестным волновым числом k_P $\{-\chi, \chi\}$ и амплитудой A_P.

Комплексные амплитуды отдельных составляющих представлялись в виде

$$A_K = a_K e^{-i\varphi_K}; \quad A_P = a_P e^{-i\varphi_P};$$

$$P = a_N e^{-i\varphi_N}; \quad C = a_h e^{-i\varphi_h}.$$

В общем случае при построении волновых моделей амплитуды и фазы вынужденных волн рассчитываются теоретически [164]. Однако в рассматриваемом районе для полусуточных приливов наблюдается резонансная особенность, и поэтому для описания η_N приходится вводить дополнительный параметр r (эквивалентную вязкость) согласно (6.21), (6.22). Теоретическая оценка этого параметра затруднительна, поэтому a_N и φ_N полагались неизвестными, так же как и амплитуды и фазы свободных волн. Таким образом, в модели имелось 7 неизвестных параметров: a_K, φ_K, a_P, φ_P, k_P, a_N и φ_N [a_h и φ_h выражаются через a_N, φ_N по формулам (6.25)], значения которых определялись из условия минимума выражения (невязки):

$$\sigma = \sum_{i=1}^{20} \left\{ \left\{ H_i \cos G_i - \sum_{j=1}^{m} a_j F_j(x_i) [\cos\varphi_j \cos(k_j y_j) - \right.\right.$$

$$\left. - \sin\varphi_j \sin(k_j y_j)] \right\}^2 + \left\{ H_i \sin G_i - \sum_{j=1}^{m} a_j F_j(x_i) [\cos\varphi_j \sin(k_j y_j) + \right.$$

$$\left. \left. + \sin\varphi_j \cos(k_j y_i)] \right\}^2 \right\},$$

где H_i и G_i — гармонические постоянные уровня на 20 береговых станциях южной части Курильской гряды и Японии (рис. 2.2), взятые из Таблиц приливов [24]; $m=5$; $F_j(x_i)$ определялись выражениями (6.8), (6.19), (6.23), (6.33) и (6.34). Глубоководные наблюдения за уровнем, а также береговые наблюдения на Северных и Центральных Курилах служили для контроля.

Расчеты выполнялись при различных значениях k_P (табл. 6.1). При этом значения невязки σ практически не различались. Оказалось, что характер зависимости амплитуд и фаз отдельных составляющих от волнового числа Пуанкаре для гармоник M_2 и S_2 был практически идентичен (рис. 6.5 *а, б*) и хорошо соответствовал аналогичным расчетам Манка и др. [164] для района Калифорнии (рис. 6.5 *в*). В качестве критерия для выбора истинного k_P рассматривалось следующее:

$$\sum_{j=1}^{m} a_j^2(k_P) \to \min. \qquad (6.35)$$

Таблица 6.1

Разложение полусуточных приливных гармоник на составляющие в районе Южных Курил — о. Хоккайдо [24]

Приливная гармоника; частота, 10^4 рад/с	Составляющие волны	Параметры составляющих, 10^4 рад/км		Амплитуды и фазы составляющих волн при различных значениях kP (10^4 рад/км)									
				−4,407 (−4,709)		−2,0		0		2,0		4,407 (4,709)	
		k	l	a см	φ°	a см	φ°	a см	φ°	a см	φ°	a см	φ°
M_2 1,4053	Кельвина	−6,222	4,391	179,6	141,9	90,3	133,6	69,3	126,9	58,9	121,8	51,9	116,9
	Пуанкаре	−4,407 4,407	0—4,407	593,7	329,4	103,4	148,4	32,6	145,7	16,1	143,3	8,9	140,3
	Приходящая вынужденная	−3,717	−2,146	347,1	36,9	134,3	195,2	67,8	176,3	51,5	161,8	44,6	149,7
	Вынужденная Пуанкаре	−3,717	2,367	332,9	135,6	128,8	293,8	65,0	274,9	49,4	260,5	42,8	248,3
	Вынужденная равновесная	−3,717	−2,146	8,8	70,3	8,8	70,3	8,8	70,3	8,8	70,3	8,8	70,3
S_2 1,4544	Кельвина	−6,437	4,391	99,2	177,6	42,9	164,7	32,2	155,5	27,1	148,0	23,6	139,9
	Пуанкаре	−4,709 4,709	0—4,709	269,4	61,2	62,5	185,0	20,1	183,0	10,1	181,2	5,3	178,8
	Приходящая вынужденная	−3,717	−2,146	141,6	82,3	71,7	237,9	34,1	216,7	25,5	199,0	22,2	182,7
	Вынужденная Пуанкаре	−3,717	2,888	122,4	173,3	61,9	329,0	29,5	307,8	22,0	290,0	19,2	273,7
	Вынужденная равновесная	−3,717	−2,146	4,1	70,3	4,1	70,3	4,1	70,3	4,1	70,3	4,1	70,3

Тогда $k_P \approx \chi$ ($4{,}4 \cdot 10^{-4}$ рад/км для M_2 и $4{,}7 \cdot 10^{-4}$ рад/км для S_2). Отметим, что k_P, определенное в работе [164] на основе эмпирических данных, удовлетворяет критерию (6.35), причем также $k_P \approx \chi$. Следовательно, как в районе Калифорнии, так и в районе Курильской гряды волна Пуанкаре является чисто прогрессивной и распространяется вдоль береговой линии в направлении, противоположном волне Кельвина. Вряд ли такое совпадение характера

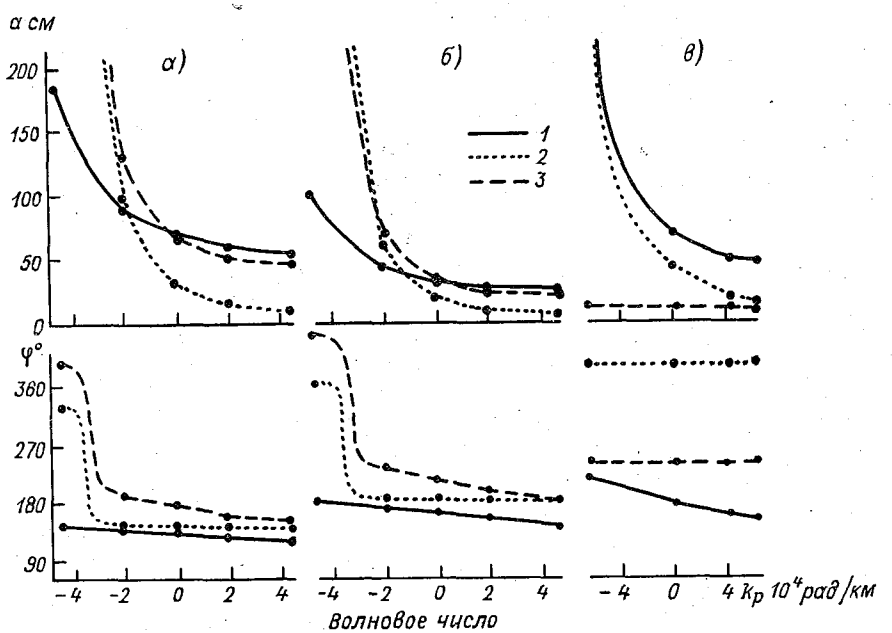


Рис. 6.5. Изменения рассчитанных значений амплитуд и фаз волновых составляющих прилива в зависимости от значения вдольберегового волнового числа для волны Пуанкаре для гармоник M_2 (*а*) и S_2 (*б*) в районе Курильской гряды и M_2 вблизи Калифорнии (*в*).

1 — волна Кельвина, *2* — Пуанкаре, *3* — вынужденная.

приливных движений для различных районов Мирового океана является случайным.

Отношение амплитуд волн Кельвина, Пуанкаре и вынужденных (суммарное) при выбранном k_P составляет: 52 : 9 : 52 для M_2 и 24 : 5 : 25 для S_2, что сильно отличается от результатов работы [164]. Вклад вынужденных составляющих, малый для района Калифорнии, вблизи Курильской гряды играет важную роль, что, вероятно, связано с резонансными эффектами.

Таким образом, полусуточный прилив в рассматриваемом районе складывается из волны Кельвина и вынужденной, распространяющихся на юго-запад со скоростями $c = \sqrt{gH} = 226$ м/с и $c_F = 378$ м/с $\approx 1{,}7c$ соответственно, и волны Пуанкаре, распространяющейся на северо-восток со скоростью $c_P = 319$ м/с $\approx 1{,}4c$. Супер-

позиция этих составляющих, каждая из которых имеет постоянную скорость, образует приливную волну с *переменной* фазовой скоростью. Так, рассчитанные по модели изменения фаз вдоль береговой линии показывают, что обе полусуточные гармоники распространяются на юго-запад в районе Южных Курил и Японии и на северо-восток вблизи Северных Курил (что соответствует эмпирическим данным (рис. 6.6)). Отметим, что никакие методы прямой экстраполяции не позволили бы предсказать факт возрастания фаз полусуточных гармоник в северо-восточном направле-

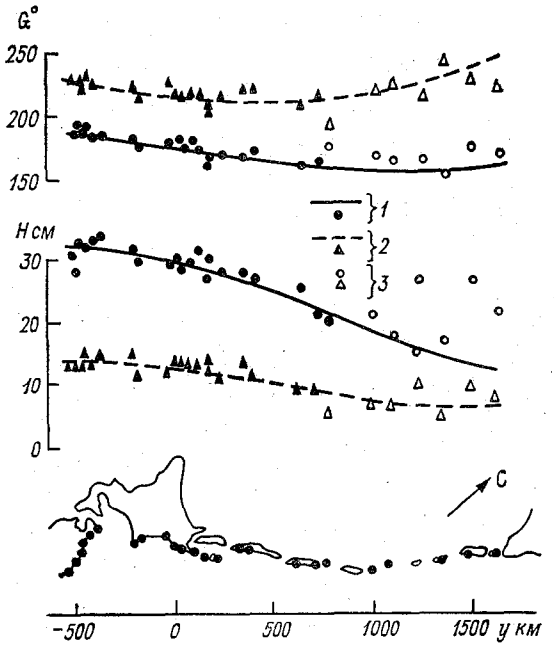


Рис. 6.6. Рассчитанные и наблюденные значения гармонических постоянных полусуточных приливов вдоль Японии — Курильской гряды. В нижней части рисунка указаны положения береговых станций.

1 — гармоника M_2; *2* — S_2; *3* — фактические значения гармонических постоянных, не использовавшиеся при построении модели.

нии в районе Северных Курил на основе наблюдений у Южных Курил, где фазы гармоник возрастают в противоположном направлении (рис. 6.6).

Соответствие теоретических кривых изменения гармонических постоянных и их фактических значений (рис. 6.6) достаточно хорошее. Отдельные выбросы, по-видимому, связаны с наличием глубоководных проливов (см. рис. 1.10), которые не учитывались при построении модели.

Проведенный анализ позволил объяснить причины сходства полусуточных приливных гармоник и различия суточных. Гармоники M_2 и S_2 имеют идентичный волновой состав и близкие значения волновых характеристик (рис. 6.4, табл. 6.1), поэтому естественно, что и их суммарные приливные картины в целом аналогичны. Суточные приливы имеют другую волновую структуру (см. рис. 6.4),

и, как будет показано в разделе 6.6, эта структура у отдельных суточных гармоник в данном районе различная.

Сопоставление рассчитанных и наблюденных значений гармонических постоянных для глубоководных станций, расположенных вблизи Южных Курил—Хоккайдо (Р1.1—Р9.1 и Р2 — см. рис. 2.2), дало хорошие результаты. Небольшие имеющиеся различия скорее связаны с недостаточной точностью гармонического анализа наблюдений (так явно выпадает значение фазы гармоники S_2 для Р5.1), чем с недостатками самой модели [24, 42].

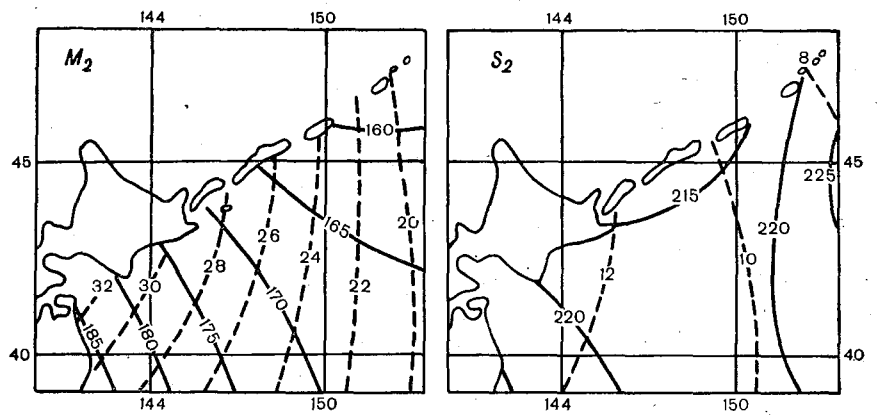


Рис. 6.7. Рассчитанные по волновой модели приливные карты полусуточных гармоник для района о. Хоккайдо — Южных Курил.

Результаты расчетов были использованы для построения приливных карт данного района (рис. 6.7), которые неплохо согласуются с глобальными приливными картами, построенными с учетом фактических наблюдений за приливами в береговых пунктах [8, 54, 65].

Область применимости данной модели можно оценить, используя наблюдения на станциях Р5, Р8, удаленных от анализируемого района на расстояние 1000—1300 км (рис. 2.2). Результаты сравнения приведены в работе [65]. Совпадение для станции Р8 вполне удовлетворительное, для станции Р5 — несколько хуже: амплитуда полусуточных гармоник затухает в сторону открытого океана быстрее, чем это следует из модели. По-видимому, влияние сферичности Земли и неоднородностей рельефа на таких расстояниях уже становится существенным. Тем не менее, как показали результаты сравнения данных наблюдений на станциях Р5, Р8 с расчетами других авторов, волновая модель даже для этих сравнительно удаленных станций дает результаты лучше, чем существующие глобальные приливные модели [65].

6.5. Влияние шельфовых волн на формирование суточных приливов

Как отмечалось в разделе 6.2, шельфовые волны играют важную роль в формировании суточных приливов, вызывая, в частности, вблизи берега аномально сильные баротропные приливные течения. На это впервые указал, по-видимому, Д. Картрайт на основе анализа приливных течений в районе Гебридских островов в Северной Атлантике [108]. Проведенные им расчеты показали, что поле суточных течений в этом районе хорошо описывается моделью бездивергентных шельфовых волн.

Позднее здесь же было выполнено новое более тщательное исследование суточных приливов [111]. Используя наблюдения за колебаниями уровня на двух береговых станциях, авторы построили модель, в которой суточные приливные колебания представлялись как результат суперпозиции волн Кельвина и шельфо-

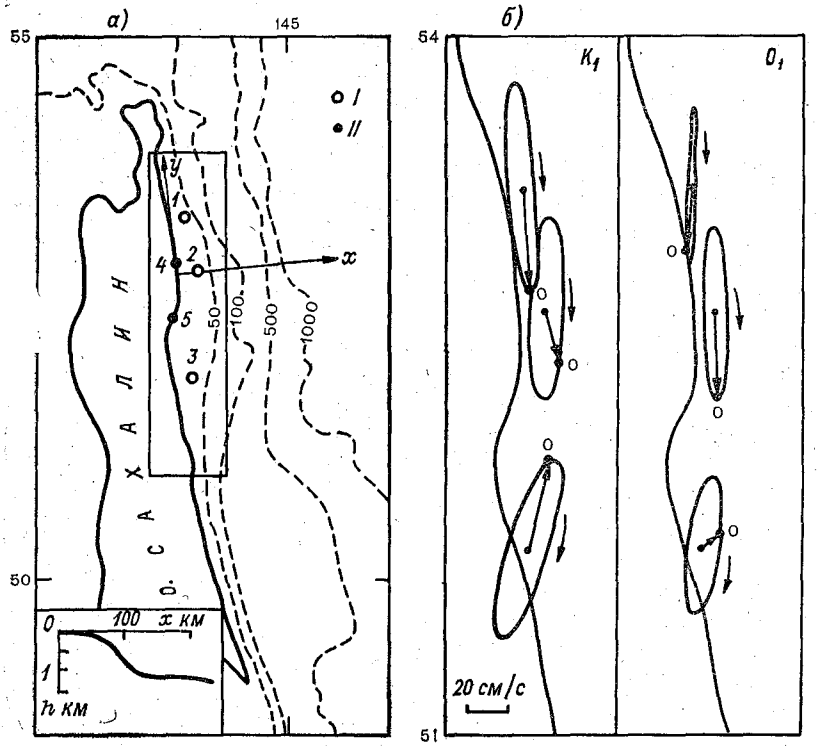


Рис. 6.8. Схема расположения станций на шельфе о. Сахалин (*а*) и приливные эллипсы суточных гармоник (*б*). На врезке — поперечный профиль глубины по линии $y=0$.

I — станции, на которых измерялись течения: Одоптинская (*1*), Пильтун-Астохская (*2*) и Венинская (*3*); *II* — станции, на которых измерялся уровень: Пильтун (*4*) и Чайво (*5*).

вой, амплитуды которых согласно расчетам составили 13,1 и 11,0 см для K_1, 9,1 и 5,8 см для O_1 соответственно. Приливные течения, рассчитанные по модели, хорошо соответствовали результатам наблюдений [108]. Получили объяснения и другие особенности приливной динамики данного района, отмеченные ранее. В частности, было показано, что сильная мелкомасштабная изменчивость гармонических постоянных вдоль берега связана с наложением сравнительно коротковолновой шельфовой составляющей на волну Кельвина. Несколько ранее аналогичный эффект был обнаружен у берегов Южных Курил [24] (см. раздел 6.6). Прежде подобную изменчивость объясняли исключительно влиянием неоднородностей береговой линии.

Одним из наиболее характерных примеров участия шельфовых волн в формировании приливов являются сильные баротропные суточные течения на северо-восточном шельфе о. Сахалин (рис. 6.8) [67]. Приливы на охотоморском побережье Сахалина носят суточный характер, поэтому влияние шельфовых волн на приливные течения в этом районе проявляется особенно ярко. Полусуточные течения здесь пренебрежимо малы, а суточные достаточно велики (40—50 см/с), причем ориентация их эллипсов практически совпадает с направлением береговой линии (рис. 6.8 *б*).

Приливные колебания в рассматриваемом районе представлялись в виде (6.16). Влияние вынужденных составляющих, обычно малых для замкнутых водоемов [60], игнорировалось. Расчет дисперсионных кривых и форм собственных колебаний уровня и течений был выполнен методом начальных параметров (см. раздел 1.8) для профиля глубины, приведенного на врезке рис. 6.8 *а*. Результаты расчетов, представленные на рис. 6.9 *а*, показывают, что в формировании суточных приливов участвуют волна Кельвина и 1-я мода шельфовых волн, причем последняя с двумя различными волновыми числами, из которых одно соответствует отрицательной групповой скорости, а другое — положительной.*

Амплитуды и фазы 1-й и 2-й шельфовых волн определялись по гармоническим постоянным вдольберегового компонента скорости (v) на трех станциях из условия минимума выражения, аналогичного (6.33). Параметры волны Кельвина оценивались по береговым наблюдениям за уровнем. Результаты расчетов, приведенные в табл. 6.2, показывают, что основной вклад в приливные течения вносит 1-я шельфовая волна, а в приливных колебаниях уровня вклад 1-й шельфовой волны и волны Кельвина примерно равноценен. Таким образом, общий характер суточных приливных колебаний в районе Сахалина тот же, что и для района Гебридских островов [111]. 2-я шельфовая волна дает малый вклад в приливные колебания уровня и течений, что согласуется с результатами работы [38] (см. раздел 6.7), в которой было показано, что при дифракции волны Кельвина на неоднородностях

* В дальнейшем условно будем называть их 1-я шельфовая волна и 2-я шельфовая волна соответственно.

линии берега основная часть энергии поступает в шельфовую составляющую с отрицательной групповой скоростью.

Скорости распространения суточных приливных волн вдоль побережья Сахалина, оцененные по разности фаз компонента v для станций Одоптинская и Венинская (рис. 6.9)— 15,1 и 13,9 км/ч для гармоник O_1 и K_1 соответственно, практически совпадали

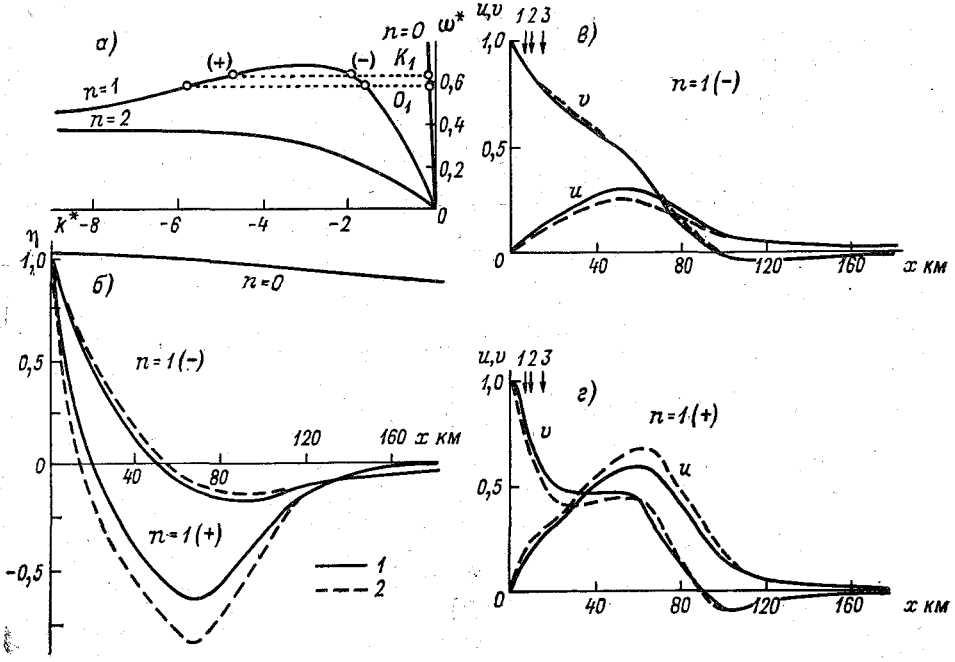


Рис. 6.9. Дисперсионные кривые 1-й и 2-й мод шельфовых волн и волны Кельвина для профиля, представленного на врезке рис. 6.8 *а*; знак «—» соответствует шельфовым составляющим суточного прилива с отрицательной групповой скоростью, «+» — с положительной (*а*); формы собственных функций уровня для гармоник K_1 (*1*) и O_1 (*2*) (*б*); то же для двух шельфовых составляющих течений (*в*, *г*); стрелками указаны расстояния от берега, где измерялись течения на станциях, показанных на рис. 6.8 *а*.

с теоретическими фазовыми скоростями 1-й шельфовой волны (15,3 и 13,8 км/ч). Интересно, что как данные расчетов, так и наблюдения выявили явную дисперсию суточных приливов (различие фазовых скоростей гармоник K_1 и O_1).

Построенная модель со значениями волновых параметров, определенными из наблюдений (табл. 6.2), была использована для расчета приливных колебаний уровня на северо-восточном побережье о. Сахалин (рис. 6.10). Суперпозиция двух составляющих с близкими амплитудами (Кельвина и 1-й шельфовой), но сильно различающихся по длине волны, приводит к значительным колебаниям амплитуд (от 3—5 до 40 см) и фаз (от 0 до 360°) суточных

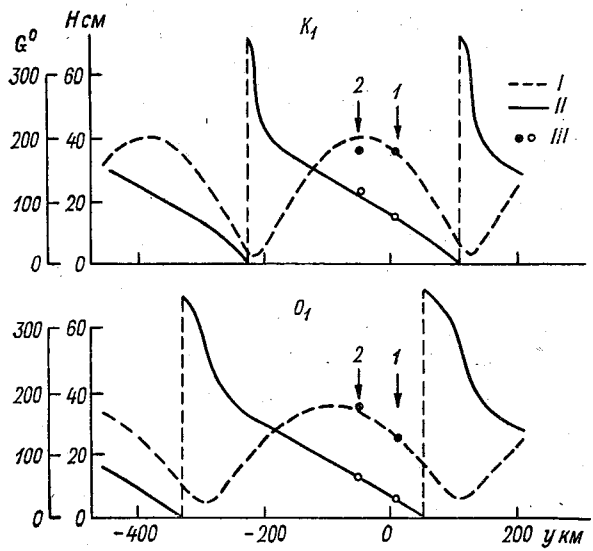


Рис. 6.10. Изменения амплитуд (*I*) и фаз (*II*) суточных гармоник вдоль побережья о. Сахалин; *III* — фактические значения гармонических постоянных для станций Пильтун (*1*) и Чайво (*2*).

Таблица 6.2

Параметры волновой модели суточных приливов для шельфа о. Сахалин

Приливная гармоника	Составляющие волны	Длина волны, км / Фазовая скорость, км/ч	Компоненты	a см/с / см	φ°
K_1	Кельвина	8990 / 375,6	v	1,9	283,8
			ζ	20,3	103,8
	1-я шельфовая	330 / 13,8	v	50,5	232,7
			ζ	19,8	52,7
	2-я шельфовая	135 / 5,6	v	7,8	322,2
			ζ	1,2	142,2
O_1	Кельвина	9700 / 375,6	v	1,4	263,1
			ζ	15,3	83,1
	1-я шельфовая	390 / 15,2	v	44,4	184,1
			ζ	19,2	4,1
	2-я шельфовая	108 / 4,2	v	7,9	156,8
			ζ	1,0	336,8

приливных гармоник (рис. 6.10). Точки побережья, в которых приливный уровень минимален, фактически являются центрами амфидромий.

Сильные приливные течения, обусловленные шельфовыми волнами, были обнаружены также на шельфе о. Ванкувер (северо-восточная часть Тихого океана) [116] и в районе залива Мэн и п-ова Новая Шотландия в Северной Атлантике [119]. По-видимому, участие шельфовых волн в формировании суточных приливов — явление достаточно распространенное. Так, как уже отмечалось в разделе 3.5, вихри в районе Камчатки, обнаруженные по данным спутниковых наблюдений [188], вероятно, своим происхождением обязаны шельфовым волнам суточной периодичности. Отсутствие сведений об участии шельфовых волн в формировании приливов в других районах Мирового океана, скорее всего, связаны с тем, что соответствующие исследования не проводились. Можно предположить, где прежде всего может быть обнаружено данное явление:

— в области высоких широт, так как на широтах ниже 40° шельфовые волны не могут принимать участия в формировании приливов;

— при наличии неоднородности дна и линии берега, проливов и т. п., т. е. в условиях, благоприятных для генерации шельфовых волн;

— в районах сильных суточных приливных колебаний уровня.

Из этих условий следует, что наиболее благоприятными районами для существования приливных шельфовых волн является шельфовая зона северной части Тихого океана и прилегающих морей (см. рис. 6.23), южная часть Патагонского шельфа, побережье Сибири и Антарктиды. Возможно также проявление шельфовых волн суточной периодичности на шельфе Северной Атлантики, Гренландии и Скандинавии, однако в этих районах данное явление должно проявляться слабее, так как суточные приливы в них невелики [8].

Результаты волнового анализа суточных приливов в различных районах Мирового океана [24, 25, 67, 111, 116, 119] дали хорошее соответствие теории и эксперимента и оказались во многом сходными: поле приливных течений в зоне шельфа формируется 1-й модой шельфовых волн, причем составляющей с отрицательной групповой скоростью, поле уровня — волной Кельвина или совместно волной Кельвина и шельфовой.

Два эффекта, связанные с участием шельфовых волн в формировании приливов, имеют наибольшее значение:

1) *присутствие сильных баротропных приливных течений в зоне шельфа.* Эти течения являются практически детерминированными и потому хорошо поддаются прогнозу (в отличие от внутренних приливных волн, которые, как показывают данные многочисленных измерений, в значительной степени являются случайными и могут прогнозироваться только в статистическом смысле). В свою очередь наличие сильных течений приводит к ряду вторичных эффек-

тов, в частности к интенсивной диссипации приливной энергии (см. раздел 6.8).

Следует подчеркнуть важное прикладное значение прогноза приливных течений в шельфовой зоне океана в связи с нефтепоисковыми, рыбопромысловыми, гидротехническими и другими работами в этой зоне, а также задачами навигации;

2) *мелкомасштабные вариации гармонических постоянных вдоль берега.* Этот эффект следует учитывать при построении глобальных моделей суточных приливов. Использование береговых наблюдений при недостаточно детальной аппроксимации зоны шельфа может привести к значительным ошибкам из-за явления, аналогичного аллиасингу.

6.6. О резонансных приливных течениях в районе Южных Курил

Рассмотрим необычный пример влияния шельфовых волн на формирование волнового поля суточных приливов, наблюдающегося на шельфе Южных Курил.

Осенью 1973 г. в этом районе были проведены измерения температуры с помощью системы донных станций, расположенных на расстоянии 5—10 км друг от друга [43]. Одновременно проводились съемки температуры поверхности. Оказалось, что характер изменения температуры на дне и на поверхности океана близок друг к другу, что свидетельствовало о баротропном характере наблюдаемых колебаний и дало возможность связать колебания температуры воды с баротропными колебаниями горизонтальных скоростей течений.

Расчеты спектров колебаний температуры на дне показали, что основной максимум приходится на частоту 0,93 цикл/сут, соответствующую суточной приливной гармонике O_1; остальные приливные гармоники проявлялись гораздо слабее (рис. 6.11). Анализ пространственно-временны́х спектров показал, что в колебаниях температуры на частоте O_1 присутствует волновая составляющая, распространяющаяся на юго-запад с характерной скоростью 0,9 м/с.

Позже при анализе приливного режима в северо-западной части Тихого океана [42] были обнаружены и другие особенности суточных приливных колебаний в этом районе: фазовые скорости гармоник K_1 и O_1 заметно различались, при этом у гармоники O_1 наблюдались резкие скачки гармонических постоянных, отсутствовавшие у K_1.

Проведенный в работе [24] анализ волновой структуры суточных приливов позволил объяснить причину появления спектрального максимума с частотой O_1 в колебаниях температуры (рис. 6.11), а также другие особенности суточных приливных движений. Расчет вынужденных составляющих и волны Кельвина выполнялся для океана постоянной глубины, аналогично тому, как это делалось для полусуточных приливов (раздел 6.4). Форма

взволнованной поверхности для волны Кельвина определялась выражением (6.33), равновесной вынужденной — (6.8), приходящей вынужденной (6.19), (6.20). Отраженная вынужденная волна носила характер вынужденной волны Кельвина (6.24) со значением амплитуды, определяемым выражением (6.26).

Отдельно проводился расчет шельфовых волн. Поперечный профиль глубины задавался в виде (1.61), где параметры $h_0=35$ м, $L=130$ км и $aL=5$ были выбраны так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать реальный

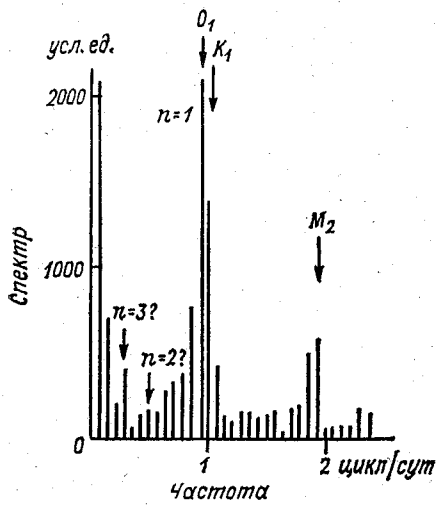


Рис. 6.11. Спектр колебаний температуры воды у дна в районе Южных Курил. Стрелками указаны некоторые приливные гармоники и теоретические положения резонансных частот шельфовых волн.

рельеф в исследуемом районе. Соответствующая дисперсионная диаграмма приведена на рис. 6.12.

В предыдущем разделе рассматривались примеры анализа волновой структуры суточных приливов, в которых обе главные суточные гармоники имели идентичную волновую структуру и шельфовые волны участвовали в формировании всего суточного диапазона приливов. Как следует из расчетов, представленных на рис. 6.12, в районе Южных Курил шельфовая составляющая участвует

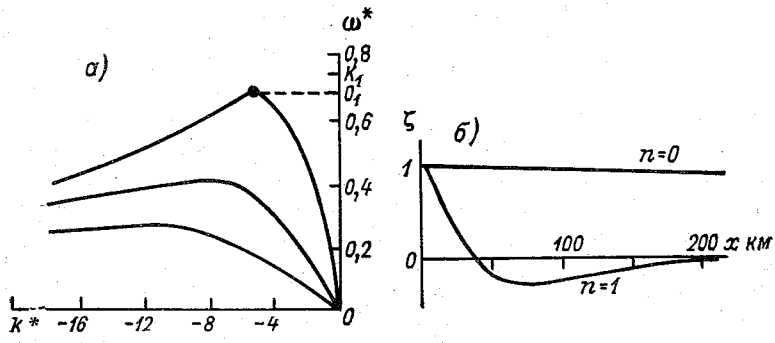


Рис. 6.12. Дисперсионные кривые шельфовых волн для экспоненциальной модели шельфа (1.61) для района Южных Курил в нормированных координатах $\omega^*=\omega/f$, $k^*=kL$, где $L=135$ км (*а*). Собственные функции уровня для волны Кельвина и 1-й шельфовой моды для частоты O_1 (*б*).

в формировании только O_1 (но не K_1), при этом частота O_1 оказывается здесь для шельфовых волн близкой к резонансной (групповая скорость практически равна нулю — см. рис. 6.12). Естественно предположить, что главный спектральный максимум в колебаниях температуры на рис. 6.11 носит резонансный характер и обусловлен 1-й модой шельфовых волн. На резонансных частотах 2-й и 3-й мод также наблюдаются спектральные максимумы (рис. 6.11), вызванные, по-видимому, атмосферными процессами. Подобные максимумы аналогичной природы присутствовали и в спектрах течений в районе Гебридских островов [108].

Шельфовая составляющая приливной гармоники O_1 распространяется в юго-западном направлении, т. е. в том же направлении, что и волновая составляющая, обнаруженная на основе анализа колебаний температуры [43], но ее скорость (2,4 м/с) оказалась заметно выше. Различия могут быть связаны, во-первых, с неточностями определения фазовой скорости из наблюдений, а во-вторых, с недостатками экспоненциальной модели, слишком грубо аппроксимирующей реальный рельеф в рассматриваемом районе. При использовании ступенчатой модели, описанной в разделе 1.8, совпадение оказалось значительно лучше (см. ниже).

Расчет амплитуд и фаз отдельных волновых составляющих суточных приливов выполнялся на основе фактических береговых наблюдений за приливными колебаниями уровня на 20 станциях (рис. 2.2), так же, как это было проделано для полусуточных приливов (см. раздел 6.4). Модель содержала четыре неизвестных параметра для гармоники O_1: a_K, φ_K, a_s и φ_s (амплитуды и фазы свободных волн Кельвина и шельфовой соответственно) и два для гармоники K_1: a_K и φ_K. Результаты расчетов приведены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

Разложение суточных приливных гармоник на составляющие в районе Южных Курил — о. Хоккайдо

Приливная гармоника; частота, 10^4 рад·н/с	Составляющие волны	Параметры составляющих, 10^4 рад/км		Амплитуды фазы составляющих волн	
		k	l	a см	$\varphi°$
K_1	Кельвина	—3,230	4,395	10,3	37,4
0,7292	Приходящая вынужденная	—1,858	—1,073	6,4	180
	Вынужденная Кельвина	—1,858	—3,512	17,8	203,0
	Вынужденная равновесная	—1,858	—1,073	9,7	215,1
O_1	Кельвина	—2,992	4,390	7,3	337,9
0,6760	Шельфовая	—276,8	276,8	3,8	128,1
	Приходящая вынужденная	—1,858	—1,073	4,8	180
	Вынужденная Кельвина	—1,858	3,711	14,1	201,5
	Вынужденная равновесная	—1,858	—1,073	6,9	215,1

Отношение амплитуд волны Кельвина, шельфовой (для O_1) и вынужденных (суммарное), полученное в результате расчетов, составляет 10 : 33 для K_1 и 7 : 4 : 25 для O_1. Таким образом, в рассматриваемом районе основной вклад в суточные приливы вносят вынужденные составляющие. Важнейшей среди них оказалась вынужденная волна Кельвина, которая по своему характеру близка к обычной волне Кельвина, имеет то же направление распространения (юго-западное) и аналогичным образом затухает в сторону открытого океана. Поэтому приливные карты суточных гармоник, построенные на основе проведенных расчетов (рис. 6.13), вне зоны шельфа имеют вид, типичный для районов с преобладанием сво-

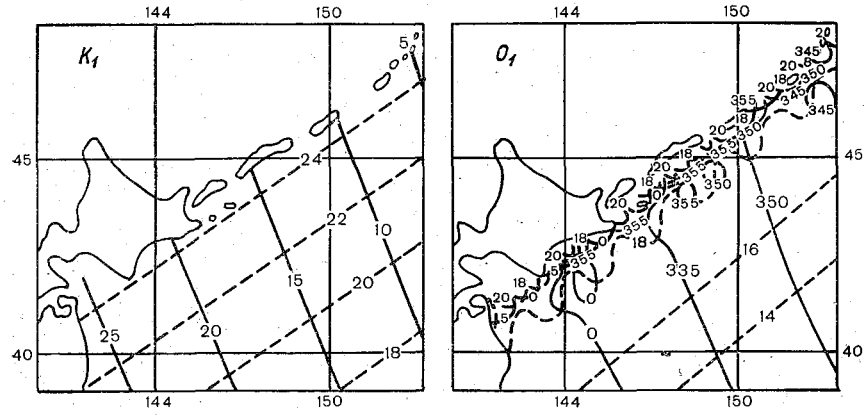
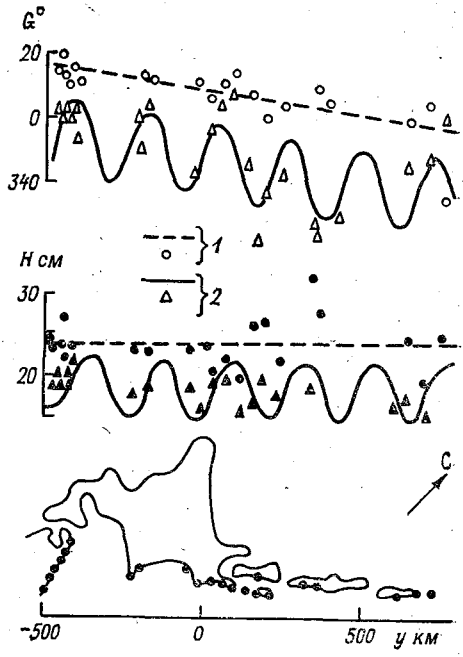


Рис. 6.13. Рассчитанные по волновой модели приливные карты суточных гармоник для района о. Хоккайдо и Южных Курил [24, 25].

бодной волны Кельвина [60]. В открытом океане приливные гармоники K_1 и O_1 имеют сходную пространственную картину, однако вблизи берега, где проявляется влияние шельфовой составляющей, они резко различаются (рис. 6.13, 6.14). Присутствием шельфовой волны объясняются скачки гармонических постоянных O_1, отмеченные в работе [42]; этим же объясняются наблюдаемые вблизи берега различия. Результаты сравнения рассчитанных и наблюденных гармонических постоянных приведены в работах [24, 65].

Работа [24] явилась, по-видимому, первой, в которой был отмечен несколько экзотический эффект выборочного влияния шельфовых волн на отдельную приливную гармонику. Шельфовые волны проявляются прежде всего в течениях, поэтому для проверки данного эффекта на шельфе Южных Курил были проведены наблюдения за придонными приливными течениями [35]. Измерения проводились на двух горизонтах: 0,5 и 3 м над дном, с помощью специальных датчиков конструкции П. Д. Ковалева. Приливные эллипсы течений на верхнем и нижнем горизонтах хорошо соответствовали друг другу (рис. 6.15), характер их изменения по вертикали показал, что оба датчика находились в пределах

Рис. 6.14. Рассчитанные и наблюденные значения гармонических постоянных для суточных гармоник K_1 (*1*) и O_1 (*2*). Фактические значения амплитуд и фаз приливов — по данным станций, отмеченных в нижней части рисунка.



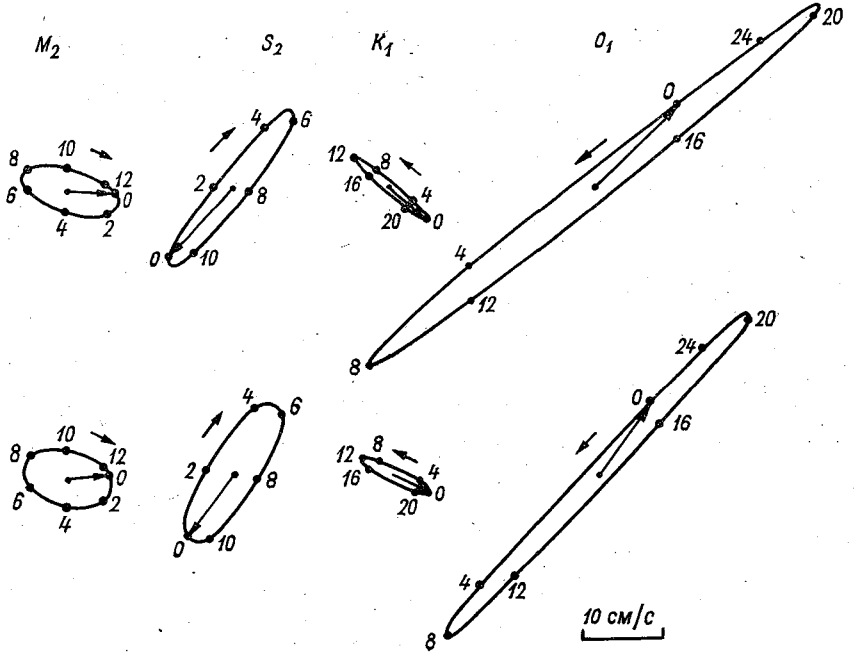


Рис. 6.15. Приливные эллипсы по измерениям в южной части Курильской гряды на горизонте 3 м над дном (верхний ряд) и 0,5 м (нижний ряд).

придонного пограничного слоя, в нижней части которого скорость u изменяется по логарифмическому закону [54]

$$u(z) = \frac{u_*}{\varkappa} \ln \frac{z}{z_0}, \qquad (6.36)$$

где z — высота над дном; $\varkappa = 0{,}4$ — постоянная Кармана; u_* — скорость трения; z_0 — параметр шероховатости.

Данные приливного анализа течений показали, что на частоте O_1 наблюдаются аномально сильные приливные течения, в несколько раз превосходящие течения на других приливных частотах, в том числе и на частоте K_1 (35,4 и 5,8 см/с на горизонте 3 м соответственно для O_1 и K_1 (рис. 6.15).

Используя представление течений в виде (6.36), определили значения u_* и z_0, которые для гармоники O_1 составили 1,8 см/с и 0,12 см, а для K_1 — 0,28 см/с и 0,08 см. На основе закона Казанского—Монина по значениям u_*, z_0 определяли скорость течения вне пограничного слоя [164]:

$$u_\infty = u_* \left[\left(\frac{1}{\varkappa} \ln \frac{u_*}{f z_0} + B \right)^2 + A \right]^{1/2}, \qquad (6.37)$$

где $B = -5$; $A = 25$. Из (6.37) следует, что скорость течения для гармоники O_1 за пределами пограничного слоя должна достигать 45,7 см/с, а K_1 — 6,1 см/с.

В работе [25] было проведено сравнение теоретических расчетов суточных течений, исходя из построенной ранее волновой модели [24], и их фактических значений. Рассчитанный по экспоненциальной модели эллипс O_1 оказался примерно в 10 раз больше, чем K_1 (рис. 6.16), что достаточно близко к фактически наблюдающимся различиям. Рассчитанный и наблюденный эллипсы O_1 (на горизонте 3 м) совпали по форме и направлению главных осей (вдоль береговой линии); отличие направления вращения вектора придонного течения от теоретического, по-видимому, связано с эффектом, описанным в работах [54, 60],— изменением направления обхода эллипса течений в пограничном слое в результате возрастания относительной роли горизонтального градиента давления по сравнению с силой Кориолиса.

Таким образом, хорошее качественное совпадение результатов расчетов суточных приливных течений и наблюдений свидетельствует о том, что в рассматриваемом районе наблюдается эффект резонансного усиления шельфом приливных течений O_1, возникающий в результате воздействия на эту гармонику 1-й моды шельфовых волн с нулевой групповой скоростью. Вместе с тем имелись определенные количественные расхождения (примерно вдвое) между рассчитанными для экспоненциальной модели и наблюденными течениями O_1. Поэтому был проведен расчет течений на основе ступенчатой модели (раздел 1.8), позволяющей гораздо точнее аппроксимировать реальный рельеф в районе постановки

донного регистратора. Дисперсионная диаграмма шельфовых волн для данной модели представлена на рис. 1.11 *б*. Изменение способа аппроксимации рельефа не привело к изменению резонансной частоты 1-й моды шельфовых волн, по-прежнему совпадавшей с частотой O_1, но увеличило соответствующее значение волнового числа (до $-5{,}25 \cdot 10^{-2}$ рад/км). Фазовая скорость шельфовой составляю-

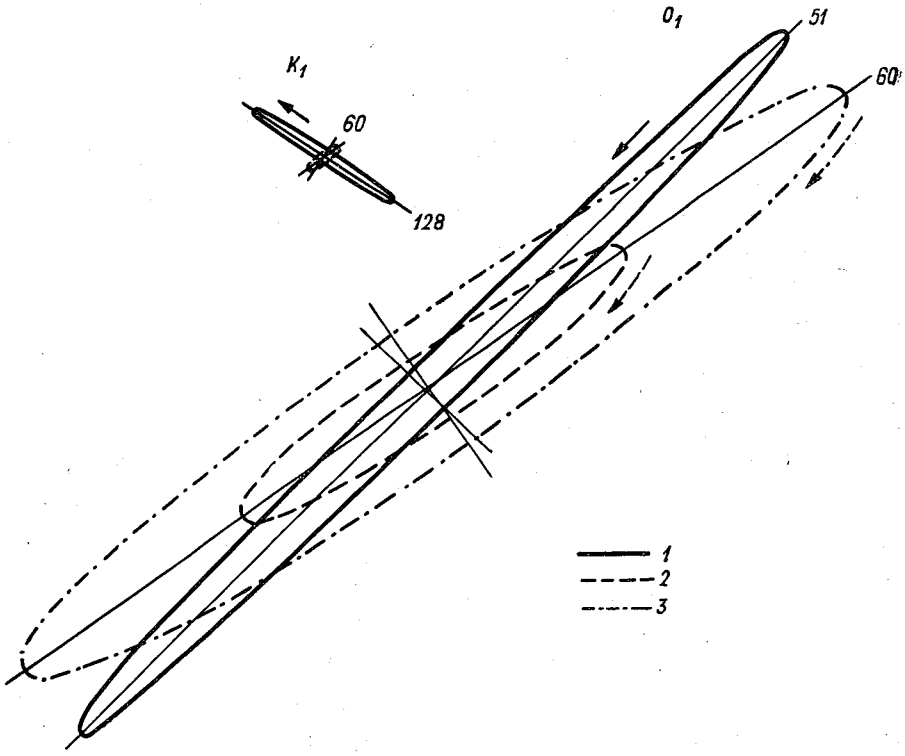


Рис. 6.16. Наблюденные эллипсы суточных приливных течений (*1*) и результаты их расчета по экспоненциальной (*2*) и численной (*3*) моделям.

щей $c_s \approx 1{,}28$ м/с всего на 30 % отличается от скорости распространения температурных возмущений в рассматриваемом районе по данным [43]. Результаты расчета течений для шельфовой волны амплитудой 3,8 см приведены на рис. 6.16. Рассчитанное значение максимальной скорости приливного течения O_1 (35,6 см/с) практически точно совпало с наблюденным на горизонте 3 м. Значению скорости приливного течения O_1 вне пограничного слоя (45,7 см/с) соответствует шельфовая волна с амплитудой 4,8 см.

Проделанный анализ позволяет говорить о резонансном возбуждении в южной части Курильской гряды приливных течений с частотой O_1. Вызывающая их шельфовая волна образуется,

по-видимому, в результате дифракции приливной волны Кельвина, а также вынужденных приливных волн на неоднородностях Курильской гряды, прежде всего на проливах (см. следующий раздел). Аналогичная область с резонансными приливными течениями O_1 должна существовать примерно на тех же широтах у северо-восточного побережья Тихого океана. В более высоких широтах шельфовые волны должны участвовать в формировании всего суточного диапазона прилива, как это и наблюдается в районах о-вов Сахалин и Ванкувер (см. раздел 6.5) [67, 116].

6.7. Дифракция приливной волны Кельвина на неоднородностях линии берега

Как показано в предыдущих разделах, в средних широтах океана суточные приливные колебания на шельфе включают составляющие, обусловленные шельфовыми волнами. Наличие этих волн трудно объяснить непосредственным воздействием на океан приливообразующей силы, линейный масштаб которой на два порядка превосходит соответствующий масштаб шельфовых волн. Поэтому можно предположить, что процесс возбуждения данного класса волновых движений связан с особенностями геометрии бассейна, масштаб которых сравним с характерными длинами шельфовых волн. Так этот эффект можно объяснить в рамках модели рассеяния приливной волны обычного типа (Кельвина или вынужденных) на неоднородностях линии берега (типа проливов, выступов или заливов). Дифракции монохроматической шельфовой волны (первой моды) на локальном, произвольной формы изгибе береговой линии над экспоненциальным шельфом рассмотрена Бухвальдом [103]. Им было показано, что при рассеянии происходит возбуждение всех возможных шельфовых мод с данной частотой. При этом возможен случай резонанса дифрагированной волны на стационарных частотах, т. е. на тех частотах, где групповая скорость обращается в нуль.

Естественно ожидать аналогичный эффект при рассеянии приливной волны Кельвина (с частотами, меньшими инерционной). Однако в этом случае задача усложняется, что связано с тем, что приходится рассматривать взаимодействие волн двух классов, которые сильно отличаются по физической природе, в частности волна Кельвина имеет существенно бóльшую скорость распространения по сравнению с характерными скоростями шельфовых волн. В этом случае невозможно обойтись, как это сделано в работе [103], приближением бездивергентности.

В рамках модели [38] рассмотрим дифракцию монохроматической волны Кельвина на локальных неоднородностях береговой линии. Глубину океана зададим в виде (1.61) (рис. 6.17 *а*). Береговую линию будем считать прямой, за исключением участка $-d<y<d$, где она задана в виде малого отклонения $\varepsilon s(y)$ ($\varepsilon \ll 1$) от прямой. Общее линеаризованное уравнение длинных волн с уче-

том вращения и изменения глубины бассейна, следующее из (1.16)—(1.18), запишется в виде

$$\frac{\partial^3\zeta}{\partial t^3}+f^2\frac{\partial\zeta}{\partial t}+gf\left(\frac{\partial h}{\partial y}\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)-$$

$$-g\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial x}h\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}h\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)=0; \qquad (6.38)$$

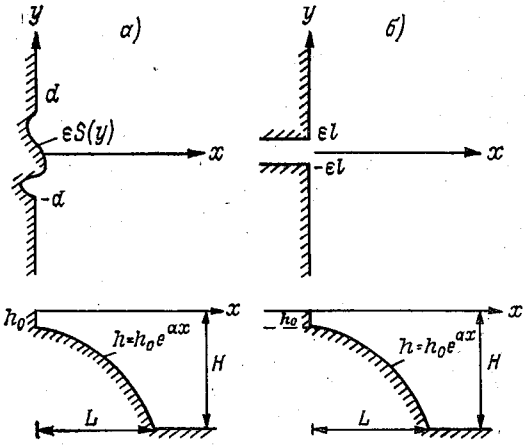


Рис. 6.17. Форма береговой линии и рельефа дна для двух моделей океана.

а) прямая линия берега содержит локальный изгиб на отрезке $-d<y<d$; *б*) на отрезке $-\varepsilon l<y<\varepsilon l$ океан соединяется с узким проливом постоянной глубиной h_0.

граничное условие при $x=0$ с точностью до членов порядка ε^2

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\zeta}{\partial x}+f\frac{\partial\zeta}{\partial y}+\varepsilon s\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+f^2\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\right)-$$

$$-\varepsilon s_y'\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\zeta}{\partial y}-f\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)=0. \qquad (6.39)$$

Используем метод возмущений; как обычно, представим решение (6.38)—(6.39) в виде суммы невозмущенного решения, соответствующего волне Кельвина ζ_0, и малой добавки, обусловленной дифракцией. Разложим ζ по малому параметру ε:

$$\zeta=\zeta_0+\varepsilon\zeta_1+\varepsilon^2\zeta_2+\ldots=(\zeta_0+\varepsilon\zeta_1+\varepsilon^2\zeta_2+\ldots)\,e^{-i\omega_0 t}, \qquad (6.40)$$

где ω_0 — частота волны Кельвина.

Тогда с учетом (1.61) можно построить цепочку уравнений, определяющую каждое последовательное приближение. Любое ζ_j удовлетворяет уравнениям

$$\frac{\partial^2\zeta_j}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta_j}{\partial y^2}+a\frac{\partial\zeta_j}{\partial x}+i\frac{fa}{\omega_0}\frac{\partial\zeta_j}{\partial y}+\frac{\omega_0^2-f^2}{gh}\zeta_j=0$$

$$\text{при } 0<x<L; \qquad (6.41)$$

$$\frac{\partial^2\zeta_j}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta_j}{\partial y^2}-\chi^2\zeta_j=0 \text{ при } x>L, \qquad (6.42)$$

где $\chi^2=(f^2-\omega_0^2)/(gH)$, причем при $x=L$ принимается условие непрерывности уровня и потока (1.30).

Граничные условия при $x=0$ для ζ_0 и ζ_1 имеют вид

$$\frac{\partial\zeta_0}{\partial x}+i\frac{f}{\omega_0}\frac{\partial\zeta_0}{\partial y}=0, \tag{6.43}$$

$$\frac{\partial\zeta_1}{\partial x}+\frac{if}{\omega}\frac{\partial\zeta_1}{\partial y}+s\left(\frac{\partial^2\zeta_0}{\partial x^2}-i\frac{f}{\omega_0}\frac{\partial^2\zeta_0}{\partial x\,\partial y}\right)-$$

$$-s_y'\left(\frac{\partial\zeta_0}{\partial y}+i\frac{f}{\omega_0}\frac{\partial\zeta_0}{\partial x}\right)=0. \tag{6.44}$$

Кроме того, выполняется условие захвата (1.29). Ограничимся рассмотрением нулевого и первого приближений. Как показано в разделе 1.5, для мод вида $\zeta=\zeta e^{iky}$ решение (6.41)—(6.42) записывается через функции Бесселя (1.63). В случае однородных граничных условий (1.24) и (1.29) выполняется дисперсионное соотношение $\Delta(\omega, k)=0$ (1.66), причем

$$\varkappa=(\chi^2+k^2)^{1/2}. \tag{6.45}$$

Ограничимся случаем, когда величина $|\sigma|$ мала, что оказывается хорошим приближением для большинства океанских шельфов. В этом случае справедливы выражения

$$J_\nu(q)\simeq\frac{1}{\Gamma(\nu+1)}\left(\frac{q}{2}\right)^\nu;\quad N_\nu(q)\simeq-\frac{\Gamma(\nu)}{\pi}\left(\frac{q}{2}\right)^{-\nu}, \tag{6.46}$$

где $q\sim\sigma$.

Дополнительным условием, отфильтровывающим шельфовые моды и оставляющим нулевую моду Кельвина, будет $k\ll a$ и соответственно $\nu\simeq 1+2kf/a\omega_0$. Это условие в интервале частот $\omega_0<f$ выполняется с большой точностью. Таким образом, решение для моды Кельвина запишется в виде

$$\zeta_0=A_0e^{-fx/c}e^{-i\omega_0(t+y/c)}, \tag{6.47}$$

где $c=\sqrt{gH}$.

Как видно, оно совпадает с решением для волны Кельвина в океане с ровным дном. То есть условие малости σ показывает, что для нулевой моды можно пренебречь влиянием эффекта изменения глубины.

Чтобы определить ζ_1, осуществим Фурье-преобразование по y:

$$Z_1=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\zeta_1e^{-iky}\,dy;\quad S(k)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}s(y)\,e^{-iky}\,dy;$$

$$\delta(k)=-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[s\left(\frac{\partial^2\zeta_0}{\partial x^2}+i\frac{f}{\omega_0}\frac{\partial^2\zeta_0}{\partial x\,\partial y}\right)-\right.$$

$$\left.-s_y'\left(\frac{\partial\zeta_0}{\partial y}-i\frac{f}{\omega_0}\frac{\partial\zeta_0}{\partial x}\right)\right]e^{-iky}\,dy=A_0\chi^2\left(1+\frac{k}{k_0}\right)S(k+k_0),$$

где $k_0=\omega_0/c$. Уравнения для Z_1 запишутся в виде

$$\frac{\partial^2 Z_1}{\partial x^2}+a\frac{\partial Z_1}{\partial x}+\left(\frac{\omega_0^2-f^2}{gh}-\frac{fak}{\omega_0}-k^2\right)Z_1=0 \text{ при } x<L; \quad (6.48)$$

$$\frac{\partial^2 Z_1}{\partial x^2}-\varkappa^2 Z_1=0 \text{ при } x>L \quad (6.49)$$

с граничным условием

$$\frac{\partial Z_1}{\partial x}-\frac{kf}{\omega_0}Z_1=\delta(k). \quad (6.50)$$

Решение задачи, заданной (6.48)—(6.49) с условиями (1.29), (1.30) и (6.50):

$$Z_1(x,\ k)=Ae^{-ax/2}J_\nu(\sigma e^{-ax/2})+Be^{-ax/2}N_\nu(\sigma e^{-ax/2}), \quad (6.51)$$

где

$$A=-\frac{2}{a\Delta}\left[\left(\varkappa+\frac{a\nu}{2\sigma}-\frac{a}{2}\right)N_\nu(\sigma e^{-aL/2})-\frac{a}{2}N_{\nu-1}(\sigma e^{-aL/2})\right]\delta(k);$$

$$B=-\frac{2}{a\Delta}\left[\left(\varkappa+\frac{a\nu}{2\sigma}-\frac{a}{2}\right)J_\nu(\sigma e^{-aL/2})-\frac{a}{2}J_{\nu-1}(\sigma e^{-aL/2})\right]\delta(k)$$

и Δ задано (1.66). Используя приближение (6.46), приходим к выражению:

$$Z_1\simeq\left\{\left[\left(\varkappa-\frac{a}{2}\right)-m\,\mathrm{tg}\,(mL)\right]\sin(mx)-\right.$$

$$\left.-\left[m+\left(\varkappa-\frac{a}{2}\right)\mathrm{tg}\,(mL)\right]\cos(mx)\right\}e^{-ax/2}\delta(k)/\Delta_1, \quad (6.52)$$

где

$$\Delta_1=\left[\left(\varkappa+\frac{a}{2}\right)\mathrm{tg}\,(mL)+m\right]\left(\varkappa+\frac{kf}{\omega_0}\right);$$

$$m^2+\frac{kfa}{\omega_0}+\frac{a^2}{4}+k^2=0. \quad (6.53)$$

Условие $\Delta_1(\omega_0,\ k)=0$ есть приближенное дисперсионное соотношение, определяющее нулевую моду Кельвина и дискретные шельфовые моды. На рис. 6.18 приведена дисперсионная диаграмма. Линия $\omega=\omega_0$ пересекает дисперсионную кривую нулевой моды в точке k_0^-, а первой и второй мод в точках k_1^-, k_2^-, k_1^+, k_2^+. Знаки соответствуют знаку групповой скорости в данной точке.

Решение ζ_1 можно выразить через обратное Фурье-преобразование от Z_1:

$$\zeta_1=e^{-i\omega_0 t}\int\limits_{-\infty}^{\infty}Z_1(x,\ k)\,e^{iky}\,dk. \quad (6.54)$$

Функция $Z_1(x,\ k)$ имеет в комплексной плоскости k простые полюсы, расположенные на действительной оси и соответствующие

захваченным модам. Кроме полюсов, имеются две точки ветвления $k=\pm i\chi$. Поскольку полюсы лежат на пути интегрирования, необходимо определить способ обхода. Вводя фактор трения путем замены производной $\partial/\partial t$ в уравнениях (6.38)—(6.39) на $\partial/\partial t+\gamma$ (γ — малый параметр $\gamma\ll\omega_0$), тем самым заменим в уравнениях (6.41)—(6.44) ω_0 на $\omega=\omega_0+i\gamma$. При этом в точках полюсов $\Delta_1(k_j, \gamma)=0$ оказывается, что $dk_j/d\gamma=i/c_g^j$, где $c_g^j=d\omega/dk|_{k=k_j}$ — групповая скорость j-й моды на частоте ω_0. Это означает, что в случае, когда групповая скорость соответствующая j-му полюсу

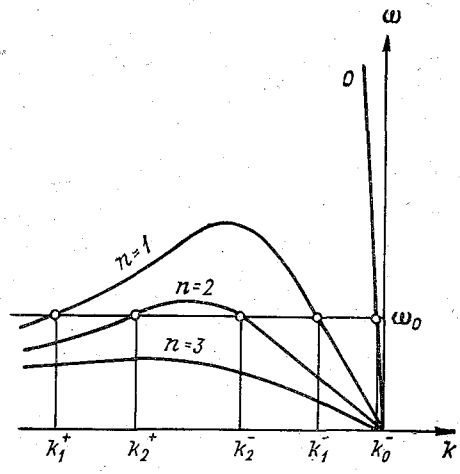


Рис. 6.18. Дисперсионная диаграмма для шельфовых волн и волны Кельвина. Линия $\omega=\omega_0$ пересекает 1-ю и 2-ю шельфовые моды и нулевую моду Кельвина в точках с абсциссами k_0^-, $k_1^\pm$, $k_2^\pm$. Знаки соответствуют знаку групповой скорости волны в точках пересечения.

положительна, полюс смещается в верхнюю полуплоскость, и, наоборот, для отрицательной групповой скорости полюс смещается в нижнюю полуплоскость.

Наличие точек ветвления вынуждает провести разрез в плоскости k. Выбор соответствующего листа определяется условием $\varkappa\sim|k|$ при $k\to\infty$. Таким образом, разрезы следует провести по мнимой оси от $i\chi$ до $i\infty$ и от $-i\chi$ до $-i\infty$ (рис. 6.19). Способ замыкания контура обхода определяется величиной y, при условии того, что вклад интеграла по внешней части замкнутого контура стремится к нулю при увеличении радиуса замыкающей полуокружности. Поскольку функция $S(k)$ является целой функцией экспоненциального типа $\leqslant d$, при $y>d$ замыкание следует осуществлять в верхней полуплоскости, а при $y<-d$ — в нижней. Таким образом, решение будет складываться из вычетов, соответствующих захваченным модам с положительной групповой скоростью для $y>d$ и с отрицательной для $y<-d$. Кроме того, решение будет включать вклад от интеграла вдоль разрезов. С учетом (6.52) вычеты запишутся для шельфовых мод:

$$\mathrm{Res}_j\left[e^{iky}Z_1(k)\right]=a_j\cos(m_jx)\,e^{-ax/2}+b_j\sin(m_jx)\,e^{-ax/2}, \qquad (6.55)$$

где

$$a_j = 2m_j^2\omega_0^2\,\delta(k_j)\left[k_j^2\left(\frac{f}{\omega_0}-1\right)f(\beta_j^2L+m_j^2L-\beta_j)\,c_g^j\right]^{-1}; \quad (6.56)$$

$$b_j = 2m_j\omega_0^2\left(\frac{fk_j}{\omega_0}+\frac{a}{2}\right)\delta(k_j)\left[k_j^2\left(\frac{f}{\omega_0}-1\right)\times\right.$$

$$\left.\times f(\beta_j^2L+m_j^2L-\beta_j)\,c_g^j\right]^{-1}, \quad (6.57)$$

$$\beta_j = k_j - a/2.$$

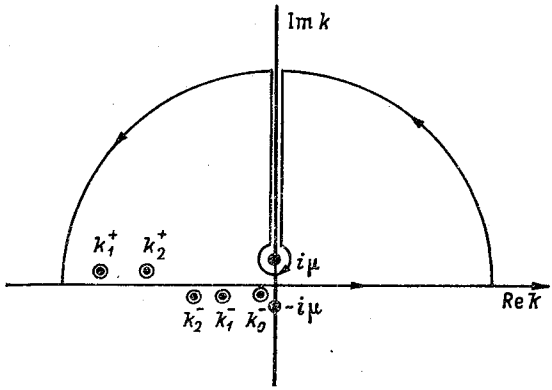


Рис. 6.19. Путь интегрирования в комплексной плоскости волновых чисел. Показаны простые полюсы, соответствующие шельфовым модам и волне Кельвина. Залитыми кружками отмечены точки ветвления.

Вычет, соответствующий нулевой моде Кельвина, оказывается равным нулю из-за того, что $\delta(-k_0)=0$. Это означает, что в первом приближении нулевая мода не возбуждается. Однако следует ожидать ее появления в приближениях более высокого порядка, если в выражении (6.39) учесть члены с ε^n, $n\geqslant 2$.

Можно показать, что вклад интеграла вдоль разрезов (рис. 6.19) стремится к нулю при $|y|\to\infty$, поэтому на его анализе останавливаться не будем.

Окончательно общее решение при $|y|>d$ имеет вид

$$\zeta_1^+ = 2\pi i\sum_{j=1}^{n}\left[a_j^+\cos(m_j^+x)+b_j^+\sin(m_j^+x)\right]e^{-ax/2}e^{i\left(k_j^+y-\omega_0t\right)}; \quad (6.58а)$$

$$\zeta_1^- = 2\pi i\sum_{j=1}^{n}\left[a_j^-\cos(m_j^-x)+b_j^-\sin(m_j^-x)\right]e^{-ax/2}e^{i\left(k_j^-y-\omega_0t\right)}. \quad (6.58б)$$

Суммирование производится по всем возможным на данной частоте шельфовым модам, при этом «+» или «—» соответствует точкам на дисперсионных кривых с положительными или отрицательными групповыми скоростями. Полученное решение позволяет количественно оценить поле рассеянных шельфовых волн, образующихся при дифракции волны Кельвина.

Рассеяние на проливе. Еще одним фактором, способным вызвать рассеяние волн на шельфе, может быть наличие проливов. Учет их влияния особенно важен при анализе распространения волн вдоль гряды островов.

Для простоты рассмотрим задачу о дифракции волны Кельвина, распространяющейся вдоль прямого берега с проливом, заданным в виде узкого канала шириной $2\varepsilon l$ и постоянной глубиной h_0 (рис. 6.17 *б*). Глубина океана задана (1.61). Кроме уравнения (6.38), выполняется условие на границе $x=0$:

$$-g\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \zeta}{\partial x}+f\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)=\begin{cases}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}+f^2u & \text{при } |y|<\varepsilon l;\\ 0 & \text{при } |y|>\varepsilon l.\end{cases} \tag{6.59}$$

С учетом (6.40) условие (6.59) запишется в виде

$$-g\left(f\frac{\partial \zeta}{\partial y}-i\omega_0\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)=(f^2-\omega_0^2)\begin{cases}u_0 & \text{при } |y|<\varepsilon l;\\ 0 & \text{при } |y|>\varepsilon l,\end{cases} \tag{6.60}$$

где $u=u_0e^{-i\omega_0 t}$.

Осуществляя Фурье-преобразование по y

$$Z=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\zeta e^{-iky}\,dy,\quad Z_0=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\zeta_0 e^{-iky}\,dy,$$

$$Z_1=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\zeta_1 e^{-iky}\,dy,$$

где ζ_0, по-прежнему, представляется в виде (6.47), приходим к следующему условию при $x=0$:

$$\frac{\partial Z}{\partial x}-\frac{kf}{\omega_0}Z=-\frac{f^2-\omega_0^2}{g}\frac{u_0}{\omega_0}\frac{\sin(\varepsilon lk)}{\pi k}. \tag{6.61}$$

Разлагая правую часть выражения (6.61) по степеням ε, можно получить условие на границе $x=0$ для первого приближения:

$$\frac{\partial Z_1}{\partial x}-\frac{kf}{\omega_0}Z_1=-\delta_1, \tag{6.62}$$

где

$$\delta_1=-\frac{f^2-\omega_0^2}{g}\frac{u_0}{\omega_0}\frac{l}{\pi}.$$

Предположим, что в канале существует лишь «уходящая» волна (волна Кельвина):

$$\zeta_K \sim e^{-i\omega_0(t+x/c_0)}, \quad c_0 = \sqrt{gh_0}.$$

Тогда из условия склейки уровня на границе $x=L$ получим

$$u_0 = \frac{gA_0}{c_0} \quad \text{и} \quad \delta_1 = -\frac{f^2-\omega_0^2}{\omega_0 c_0} A_0 \frac{l}{\pi}.$$

Таким образом, задача для определения Z_1 или ζ_1 через (6.53) задана уравнениями (6.48)—(6.49) и граничным условием (6.62) при выполнении (1.29) и (1.30). Заметим, что (6.62) отличается от (6.50) только правой частью, поэтому решение $Z_1(x, k)$ будет совпадать с (6.52) при условии замены $\delta(k)$ на δ_1. В случае пролива решение для первого приближения дифрагированных волн будет складываться из вычетов, соответствующих шельфовым волнам, а также вычета, обусловленного нулевой модой Кельвина:

$$\mathrm{Res}_0\left[e^{iky} Z_1(x, k)\right] = a_0 e^{-fx/c} e^{-i\omega_0(t+y/c)}, \tag{6.63}$$

где

$$a_0 = \frac{\omega_0 f}{f^2-\omega_0^2} e^{-aL}\delta_1.$$

Общее волновое решение записывается аналогично (6.58), где $a_j^{\pm}$ и $b_j^{\pm}$ определяются (6.56)—(6.57) при условии замены $\delta(k)$ на δ_1. В решении (6.52б) появляется добавочный член, обусловленный волной Кельвина (6.63).

Заметим, что в обоих решениях величина c_g^j стоит в знаменателе, что означает резкое возрастание амплитуды рассеянной j-й шельфовой моды при $c_g^j \to 0$. Таким образом, на частотах волны Кельвина, близких к максимальной частоте одной из шельфовых мод, наблюдается резонансное возбуждение этой моды.

При $\omega_0 \ll f$ для низших мод легко оценить амплитуды дифрагированных волн. Для количественной оценки рассмотрим два случая:

1) выступ шириной D и протяженностью $2d$, при этом $\varepsilon_1 \sim d/L$;

2) узкий пролив шириной $2l$, $\varepsilon_2 \sim l/L$.

Положив $A_0=1$, можно составить таблицу, показывающую распределение амплитуд рассеянных волн по различным модам (табл. 6.4).

Можно сравнить влияние выступа и пролива, считая $D \sim l$, т. е. $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$. В этом случае амплитуды рассеянных мод (a_j) для двух рассмотренных моделей соотносятся, как $k_0 d/(fl/c_0)$. Например, для Курильского шельфа это отношение составляет 0,1, если положить $2d \sim L$. Следовательно, пролив, вообще говоря, является более сильным рассеивающим фактором, чем изгиб береговой линии.

Таблица 6.4

Относительные амплитуды рассеянных волн при дифракции волны Кельвина на неоднородностях береговой линии ($\rho \simeq \alpha^2 L^2/\pi^2 = O(1)$)

Форма рельефа	Нулевая мода — волна Кельвина a_0^-	Шельфовая мода	
		с положительной групповой скоростью a_j^+	с отрицательной групповой скоростью a_j^-
Выступ $\varepsilon_1 \sim D/L$	0	$\varepsilon_1 \left(\frac{\omega_0}{f}\right)^4 (2j-1)^2 \times$ $\times [(2j-1)^2 + \rho] k_0 a$	$\varepsilon_1 (2j-1)^2 k_0 a$
Пролив $\varepsilon_2 \sim l/L$	$\varepsilon_2 e^{aL/2} \frac{fL}{c_0}$	$\varepsilon_2 \left(\frac{\omega_0}{f}\right)^4 (2j-1)^2 \frac{fL}{c_0}$	$\varepsilon_2 \frac{(2j-1)^2}{[(2j-1)^2+\rho]} \frac{fL}{c_0}$

Из табл. 6.4 видно, что амплитуды рассеянных мод возрастают с номером моды, поскольку убывают их групповые скорости ($a_j \sim 1/c_g^j$). Для каждой моды амплитуды волн с отрицательными c_g^j больше, чем с положительными, т. е. энергия волны Кельвина в основном рассеивается в направлении своего движения.

Генерация шельфовых волн в районе Курильской гряды. В соответствии с полученными результатами можно рассмотреть задачу о генерации шельфовых волн за счет рассеяния приливной волны Кельвина на неоднородностях береговой линии Курильской гряды. Рассчитанные дисперсионные кривые шельфовых волн для средней части Курильского шельфа показывают, что диапазон существования шельфовых волн в среднем ограничен частотами $0 < \omega \leqslant 1$ цикл/сут. Среди главных приливных составляющих единственной гармоникой, попадающей в этот интервал, является O_1 (рис. 6.20), для которой возможно существование трех захвачен-

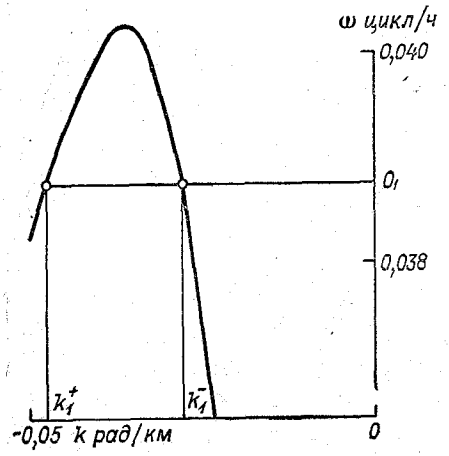


Рис. 6.20. Дисперсионная кривая для 1-й шельфовой моды, рассчитанная для средней части Курильского шельфа. Частота гармоники O_1 соответствует двум точкам пересечения на дисперсионной кривой.

ных мод — 1-й шельфовой с положительной групповой скоростью *, 1-й шельфовой с отрицательной групповой скоростью и, наконец, нулевой моды — волны Кельвина. Распространяющаяся волна Кельвина с частотой O_1 возбуждает шельфовые моды из-за наличия изгибов береговой линии и проливов. Однако, в соответствии с оценками, сделанными ранее, амплитуды рассеянных за счет изгибов и выступов берега волн по крайней мере на порядок меньше, чем амплитуды волн, рассеянных проливами в районе Ку-

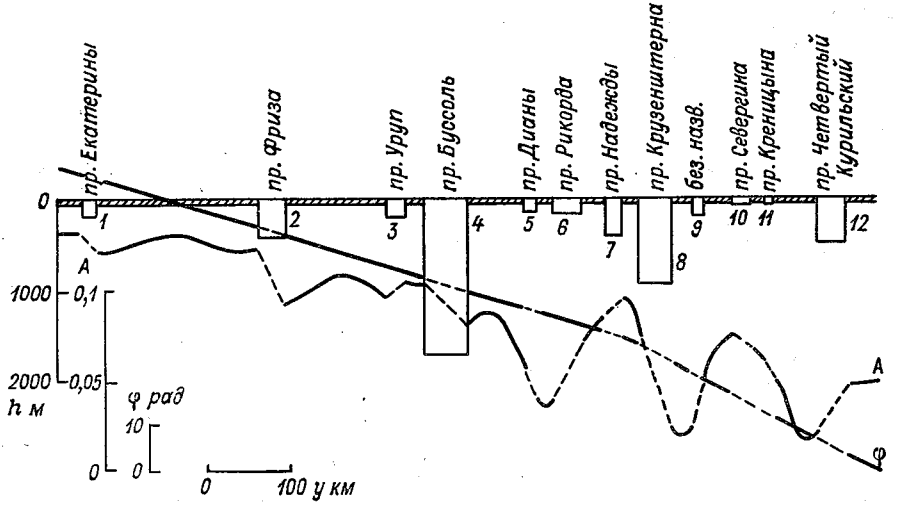


Рис. 6.21. Принятый в модели вид береговой границы. Нанесен график изменения амплитуды A и фазы φ рассеянной волны.

рильских островов. Поэтому в дальнейшем можно пренебречь неровностями береговой линии, учитывая лишь проливы.

Рассмотрим модель океанического шельфа вида (1.61) и прямой линией берега с проливами (рис. 6.21). Параметры $h_0=44$ м, $a=0{,}0477$ км$^{-1}$, $L=100$ км в выражении (1.61) были выбраны так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать зависимость $h'(x)/h(x)$, поскольку для формирования шельфовых волн эта величина имеет решающее значение.

На границе пролива $x=0$ принимается скачкообразное изменение глубины от h_0 при $x\to+0$ до h_j при $x<0$, где h_j — глубина j-го пролива. Проливы, как и ранее, представляются в виде каналов с ровным дном и шириной l_j. Для расчета дифракции от отдельного пролива используются формулы (6.56), (6.57), в которых

* В отличие от Южных Курил, где на частоте O_1 имеется только одна шельфовая мода с $c_g\approx 0$ (см. раздел 6.6).

нужно учесть скачки глубин на границе. Для этого достаточно заменить в правой части уравнений δ на δ_2, где

$$\delta_2 = -\frac{f^2-\omega_0^2}{\omega_0\sqrt{gh_j}}\frac{l_j}{\pi}\frac{h_j}{h_0}A_0. \qquad (6.64)$$

Были проведены расчеты значений относительных амплитуд ($A_0=1$) для 12 проливов Курильской гряды. Наибольшее рассеяние приливной волны Кельвина наблюдается в основном для четырех широких глубоководных проливов: Фриза, Буссоль, Крузенштерна и Четвертого Курильского. Считая дифракцию от каждого пролива независимой и пренебрегая вторичным рассеянием, можно выписать общее решение для рассеянных шельфовых волн вблизи берега ($x=0$):

$$\zeta(0,\ y,\ t) = \sum_{j=1}^{12} a_{1j}^{+}\exp\left[i\omega_0 t - ik_1^{+}(y-y_j) + ik_0 y_j\right]\times$$

$$\times[1+\operatorname{sign}(y-y_j)]/2 + \sum_{j=1}^{12} a_{1j}^{-}\exp\left[i\omega_0 t - ik_1^{-}(y-y_j) + ik_0 y_j\right]\times$$

$$\times[1-\operatorname{sign}(y-y_j)]/2, \qquad (6.65)$$

где y_j — координаты центральных точек проливов; $k_1^{\pm}$ — волновые числа, соответствующие волнам 1-й шельфовой моды с положительной и отрицательной групповыми скоростями; $a_{1y}^{\pm}$ — амплитуды рассеянных шельфовых волн, соответствующие каждому j-му проливу (см. табл. 3.2); $\kappa_0=\omega_0/\sqrt{gH}$ — волновое число основной приливной волны Кельвина, распространяющейся в отрицательном направлении.

На рис. 6.21 приведены результаты расчетов амплитуд и фаз дифрагированных волн по формуле (6.65) с учетом $a_1^{\pm}$, взятых из табл. 3.2. Образовавшаяся интерференционная картина имеет довольно сложный характер. Наблюдается общее возрастание амплитуд в направлении на юго-запад, что связано с тем, что амплитуды волн с отрицательной групповой скоростью несколько больше, чем с положительной. Максимальные значения амплитуд могут достигать 0,12 A_0, что неплохо согласуется с результатами предыдущего раздела. Согласно расчетам [24], амплитуда шельфовой волны в районе Южных Курил достигает 3,8 см при амплитуде основной составляющей $O_1 \sim 20$ см. Таким образом, модель правильно описывает общие свойства рассеянных волн, позволяет оценивать порядок их амплитуд.

Описанные резонансные свойства шельфовых волн по отношению к генерирующей их волне Кельвина, по-видимому, универсальны. Следует ожидать аналогичного резонанса при распространении вынужденной волны, связанной с воздействием движущихся возмущений поля атмосферного давления или напряжений ветра,

и соответственно появления пиков в спектрах колебаний уровня или течений на шельфе на стационарных частотах (где групповая скорость шельфовых волн обращается в нуль). Это подтверждается рядом экспериментальных данных, относящихся к району Курильской гряды (рис. 6.11), а также к другим областям океана [108].

6.8. О роли шельфовых волн в диссипации энергии суточных приливов

Вопрос о диссипации приливной энергии занимает важное место в теории приливов. Существующие геофизические и астрономические оценки диссипации различаются примерно в полтора раза [31, 110]. В значительной степени именно это обстоятельство стимулирует дальнейшие исследования океанских приливов, поиски новых и уточнение уже известных механизмов диссипации.

Согласно современным представлениям, диссипация приливной энергии происходит главным образом в окраинных морях (Беринго-во, Охотское, Арафурское, Гудзонов залив и др. [31]), а также в шельфовой зоне океана. Шельф играет первостепенную роль в формировании приливов Мирового океана [55, 113]. Тем не менее большинство численных моделей океанских приливов по существу не учитывают влияние континентального шельфа. Естественно, что при этом возможны значительные ошибки как в рассчитанных приливных картах, так и в энергетических оценках, которые на их основе делаются. Трудности прямого описания происходящих на шельфе процессов в рамках единой модели «океан—шельф» привели к необходимости постановки задачи о параметризации шельфовых эффектов с целью учета их влияния при глобальном моделировании приливов (см. главу 6 в работе [55]). Однако оказалось, что эффекты, связанные с захватом волн, в полной мере при этом учесть достаточно сложно.

Большинство существующих оценок общей диссипации приливной энергии основано на расчетах, произведенных для гармоники M_2. Между тем, как отмечается в работе [31], неоправданное исключение приливных волн отличной от M_2 периодичности может быть одной из причин больших расхождений между астрономическими и геофизическими оценками диссипации. Как было показано в данной главе, суточные гармоники обладают особыми волновыми свойствами, связанными прежде всего с тем, что в их формировании участвуют шельфовые волны. Последние (в зоне шельфа) вызывают сильные баротропные приливные течения, в результате чего диссипация энергии шельфовых волн гораздо интенсивнее, чем других составляющих. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

В узкой прибрежной полосе шириной l нормальной составляющей скорости u можно пренебречь, а глубину считать постоянной. В этом случае выражение для фрикционного потока [60]

$$\Phi' = \rho r \left(u^2 + v^2\right)^{3/2} \tag{6.66}$$

принимает вид

$$\Phi' = \rho r \, | v |^3, \tag{6.67}$$

где r — коэффициент трения ($\sim 3 \cdot 10^{-3}$), а ρ — плотность воды. Вдольбереговую скорость приливного течения v можно представить в виде (6.16), т. е. рассматривать ее как результат суперпозиции волн Кельвина, вынужденных и шельфовой: $v = v_K + v_f + v_s$.

Из (1.21) и (1.24) следует, что вблизи берега вдольбереговой компонент течения связан с уровнем соотношением

$$v_j^0 = \frac{g k_j}{\omega} \zeta_j^0, \tag{6.68}$$

где k_j — значение вдольберегового волнового числа j-й составляющей. Из выражения (6.68) и результатов анализа волновой структуры суточных приливов, приведенных в разделах 6.5, 6.6, следует, что течения, обусловленные шельфовыми волнами, на порядок превосходят течения, связанные с волной Кельвина и вынужденными. Оценим относительную роль различных составляющих в диссипации суточных приливов.

Пусть $\varepsilon_1 = v_K^0 / v_s^0$, $\varepsilon_2 = v_f^0 / v_s^0$, $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$. Индексы «$K$», «$s$» и «$f$» относятся соответственно к волнам Кельвина, шельфовой и вынужденной. Предполагая, что на участке, равном длине шельфовой волны λ_s, скорости v_K и v_f постоянны,* можно оценить энергию, диссипирующую за приливной цикл T на этом участке:

$$\Delta E = T \int_0^{\lambda_s} \int_0^{l} \Phi' \, dy \, dx = \rho T r \int_0^{\lambda_s} \int_0^{l} | v_K + v_f + v_s \cos (k_s y) |^3 \, dy \, dx =$$

$$= \rho \frac{\lambda_s}{2\pi} l T r \int_0^{2\pi} | v_K + v_f + v_s \cos \varphi |^3 \, d\varphi, \tag{6.69}$$

где $k_s = 2\pi / \lambda_s$ — вдольбереговое волновое число шельфовой составляющей, $\varphi = k_s y$. Преобразуя (6.69), можно получить:

$$\Delta E = A \left\{ \int_0^{\pi/2+\Delta} (\varepsilon + \cos \varphi)^3 \, d\varphi - \int_{\pi/2+\Delta}^{\pi} (\varepsilon + \cos \varphi)^3 \, d\varphi \right\} =$$

$$= I_1 + I_2 + I_3 + I_4, \tag{6.70}$$

$$I_1 = 2A\varepsilon^3 \Delta; \quad I_2 = 6A\varepsilon^2 \cos \Delta \approx 6A\varepsilon^2;$$

$$I_3 = \frac{3}{2} A\varepsilon (2\Delta - \sin 2\Delta) \approx 2A\varepsilon \Delta^3; \tag{6.71}$$

$$I_4 = 2A \cos \Delta \left(1 - \frac{1}{3} \cos^2 \Delta\right) \approx \frac{4}{3} A,$$

* Это приближение вполне допустимо, учитывая, что $\lambda_K \gg \lambda_s$ и $\lambda_f \gg \lambda_s$, где λ_K и λ_f — соответственно длины волн Кельвина и вынужденной.

где

$$A = 2\rho l \lambda T r v_s/(2\pi); \quad \Delta = \arcsin \varepsilon.$$

В выражении (6.71) I_4 соответствует энергии, диссипирующей за счет шельфовой составляющей, I_1 — за счет волн Кельвина и вынужденных, а I_2+I_3 — за счет их нелинейного взаимодействия с шельфовой составляющей.

Учитывая, что $\Delta \approx \varepsilon$, из (6.71) получают следующие оценки:

$$I_1 \approx I_3 \approx 2A\varepsilon^4; \quad I_2 \approx 6A\varepsilon^2; \quad I_4 \approx {}^4/_3 A. \tag{6.72}$$

Так как $\varepsilon \ll 1$, значения интегралов I_1 и I_3 имеют пренебрежимо малую величину, следовательно, прямая диссипация приливных вынужденных волн и волны Кельвина не играет заметной роли в общем энергетическом балансе приливов.*

Оценим интеграл I_2. Так как $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$, то I_2 можно представить в виде

$$I_2 = I_{sKK} + I_{sKf} + I_{sff}, \tag{6.73}$$

где I_{sKK} отвечает энергии, диссипирующей за счет взаимодействия шельфовой волны и Кельвина, I_{sff} — шельфовой и вынужденных, а I_{sKf} — всех трех типов составляющих.

По данным волнового анализа суточных приливов в различных районах Мирового океана $\varepsilon_1 = v_K/v_s$ имеет следующие значения: 0,04 [111], 0,01 [24], 0,03 [67], 0,15 [119] и 0,18 [116], а $\varepsilon_2 = v_f/v_s$ — 0,08 [119] и 0,02 [24]. Взяв в качестве типичных значения $\varepsilon_1 = 0{,}1$ и $\varepsilon_2 = 0{,}05$, получим: $I_{sKK} = 0{,}06$; $I_{sKf} = 0{,}06$; $I_{sff} = 0{,}015$. Если всю энергию диссипирующую на участке l ΔE принять за 100 %, то на долю прямой диссипации шельфовых волн $\Delta E_1 = I_4$ приходится 91 %, а на диссипацию шельфовых волн за счет их взаимодействия с остальными типами составляющих соответственно 4 % ($\Delta E_2 = I_{sKK}$), 4 % ($\Delta E_3 = I_{sKf}$) и 1 % ($\Delta E_4 = I_{sff}$).

Таким образом, в высоких широтах важную роль в диссипации энергии суточного прилива играет шельфовая составляющая: основная доля энергии, диссипирующая в зоне шельфа, приходится или непосредственно на нее, или на результат ее нелинейного взаимодействия с другими типами составляющих. Как было показано в разделе 6.7, шельфовые волны могут образовываться в результате рассеяния волны Кельвина (а также вынужденных волн) на нерегулярностях линии берега, неоднородностях рельефа дна и пр. Следовательно, для суточных приливов реализуется *«двухтактный механизм» диссипации*: рассеяние крупномасштабных (но слабо диссипирующих) приливных составляющих в шельфовую, а затем относительно быстрая диссипация последней [68].

Непосредственная оценка энергии, переходящей от волн Кельвина и вынужденных к шельфовым за счет различных механизмов

* Здесь не рассматриваются районы обширных мелководий, проливов и заливов, где волны Кельвина и вынужденные могут сопровождаться сильными течениями.

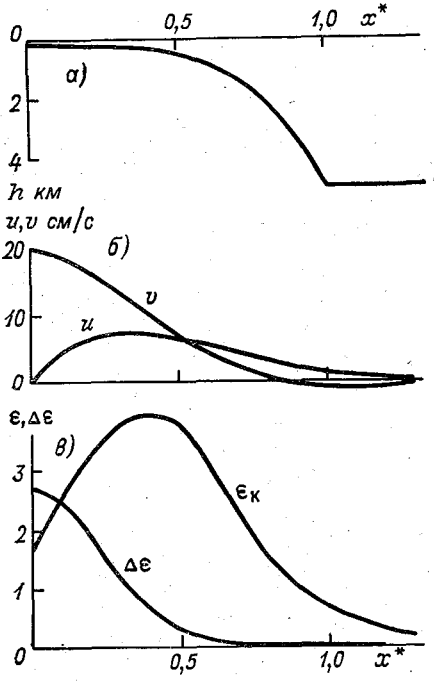


Рис. 6.22. Экспоненциальный профиль глубины (*а*); кривые измерения течений для 1-й моды шельфовых волн, рассчитанной для данного профиля на частоте суточного прилива (*б*); плотность кинетической энергии ($\varepsilon_к$), плотность энергии, диссипирующей за приливной цикл ($\Delta\varepsilon$) как функции расстояния от берега (*в*); $x^*=x/L$.

рассеяния, достаточно затруднительна. Однако можно учесть, что для приливных колебаний должен поддерживаться энергетический баланс, поэтому энергия, поступающая в шельфовую составляющую за счет рассеяния должна соответствовать энергии, которую эта составляющая теряет за счет диссипации.

Рассмотрим диссипацию приливной энергии шельфовыми волнами, используя для расчетов экспоненциальную модель Бухвальда—Адамса (1.61) [104] (рис. 6.22 *а*). При этом будем предполагать, что трение относительно мало и при расчете компонентов скорости его можно не учитывать.

Из (1.21) с учетом (1.67) следует

$$u(x) = iv_0 \frac{k}{q} e^{-ax/2} \sin(qx);$$

$$v(x) = v_0 e^{-ax/2}\left[\cos(qx) + \frac{a}{2q}\sin(qx)\right], \qquad (6.74)$$

где v_0, выражающееся формулой (6.68),— значение скорости у берега; q определяется формулой (1.68); k — волновое число, которое при заданной частоте суточного прилива рассчитывается из дисперсионного уравнения (1.69). На рис. 6.22 *б* приведены значения u, v, рассчитанные по формулам (6.74) для $v_0=20$ см/с и значений параметров экспоненциальной модели тех же, что и в разделе 6.6.

Энергетические потери шельфовой волны можно определить, подставив (6.74) в формулу для фрикционного потока (6.66).

Тогда на участке, равном длине шельфовой волны λ, количество энергии диссипирующей за приливной цикл, составляет

$$\Delta E = \rho r T \int_0^{\lambda}\int_0^{L} \left[u^2 \sin^2(ky) + v^2 \cos^2(ky)\right]^{3/2} dx\, dy = \rho r T \frac{\lambda}{2\pi} L v_0 J_1, \tag{6.75}$$

где

$$J_1 = \int_0^{2\pi}\int_0^{1} \left(\frac{u^2}{v_0^2}\sin^2\varphi + \frac{v^2}{v_0^2}\cos^2\varphi\right)^{3/2} dx^*\, d\varphi, \quad x^* = x/L. \tag{6.76}$$

Потенциальная энергия шельфовой волны мала по сравнению с кинетической. Последняя определяется формулой

$$E_к = \rho \int_0^{\pi}\int_0^{L} h(x) \frac{u^2 \sin^2(ky) + v^2 \cos^2 ky}{2} dx\, dy = \rho \frac{h_0}{2} \frac{v_0^2 \lambda L}{2\pi} J_2, \tag{6.77}$$

где

$$J_2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{1} h_0 \left(\frac{u^2}{v_0^2}\sin^2\varphi + \frac{v^2}{v_0^2}\cos^2\varphi\right) e^{ax^*} dx^*\, d\varphi. \tag{6.78}$$

Относительные потери энергии за приливный цикл можно определить, как

$$\delta = \frac{\Delta E}{E_к} = \frac{2rTv_0}{h_0}\frac{J_1}{J_2}. \tag{6.79}$$

Для первой моды шельфовых волн $J_1/J_2 \approx 0{,}2$. Взяв $h_0 = 60$ м, что соответствует $aL \approx 4{,}5$ и $v_0 = 20$ см/с, получаем $\delta \approx 30$ %, чему соответствует значение добротности $Q = 2\pi/\delta \approx 20$.

На рис. 6.22 *в* приведены графики плотности кинетической энергии $(\varepsilon_к)^*$ и плотности энергии, диссипирующей за приливный цикл T $(\Delta\varepsilon)$, в зависимости от поперечной к шельфу координаты x^*. Оказалось, что существенный вклад в диссипацию (94 %) приходится на участок $0 < x^* < 0{,}5$, т. е. областью действия описываемого механизма является прибрежная область, ограниченная примерно 1000-метровой изобатой. Соответствующая зона для северной части Тихого океана приведена на рис. 6.23.

Среднюю за приливный цикл диссипацию энергии на участке длиной l и шириной L можно вычислить по формуле

$$W = \rho r \frac{lL}{2\pi} v_0^3 J_1. \tag{6.80}$$

---

* $\Delta E = \int_0^L \Delta\varepsilon\, dx$, $E_к = \int_0^L \varepsilon_к\, dx$.

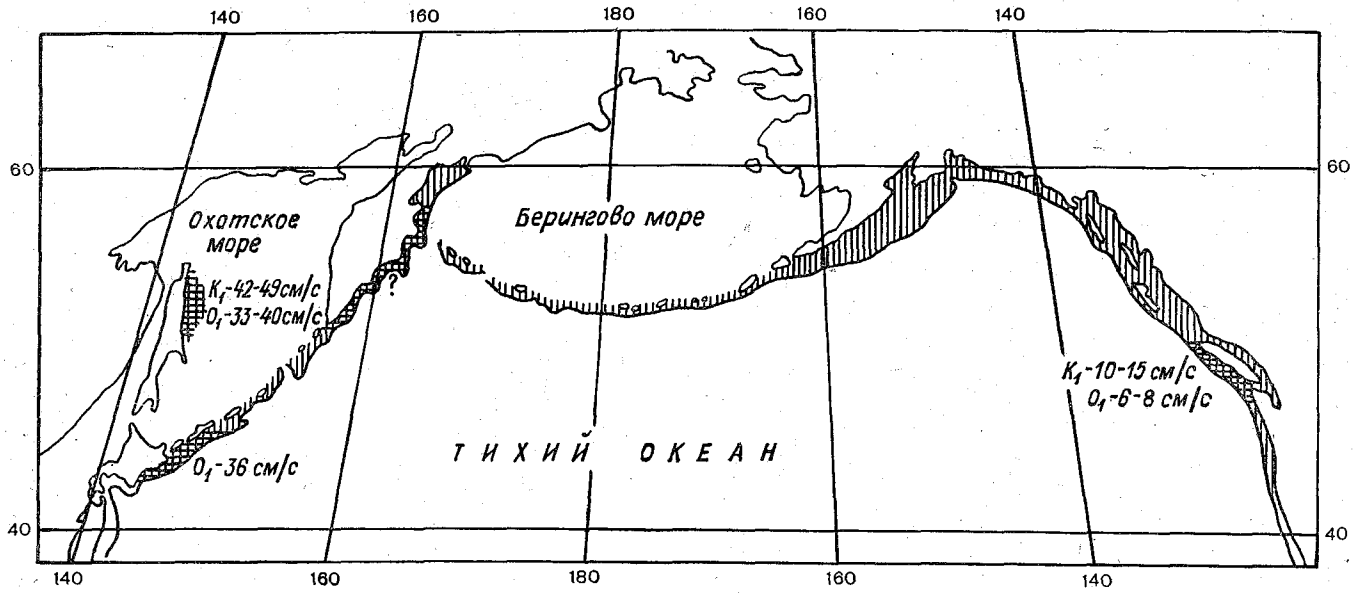


Рис. 6.23. Северная часть Тихого океана. Выделена зона, где шельфовые волны могут участвовать в формировании суточных приливов. Указаны зоны, где имеются фактические наблюдения за приливными течениями, обусловленными шельфовыми волнами, и их характерные значения. Знаком «?» отмечена область, где имеются косвенные данные о суточных шельфовых волнах (см. рис. 3.16).

Значение J_1 рассчитывалось при различных значениях aL (4,0; 4,5; 5,0) в диапазоне частот $\omega/f=0{,}57\ldots 0{,}70$, что соответствует суточному приливному диапазону для различных районов северной части Тихого океана. При этом среднее значение $J_1\approx 0{,}8$, а отклонения от этого значения для различных вариантов расчета не превышали 10—15 %.

Точность расчета диссипирующей энергии определяется в первую очередь точностью значения v_0. Фактические данные о скоростях суточных приливных течений в северной части Тихого океана имеются только в южной части Курильской гряды и у о. Ванкувер (рис. 6.23), однако с учетом общей картины суточных приливов в этой части Тихого океана [8] значение скорости $v_0=20$ см/с для гармоники K_1 можно считать достаточно характерным. Общая протяженность шельфа в зоне, где могут существовать суточные шельфовые волны, составляет около 10 000 км (рис. 6.23), ширину L области изменения рельефа можно принять равной 150 км. Подставляя соответствующие значения в формулу (6.80), получим $W=5\cdot 10^9$ Вт. Заметим, что эта оценка очень чувствительна к значению скорости v_0; так, при $v_0=25$ см/с она удваивается, поэтому речь может идти только об оценке порядка величины диссипации.

Учитывая, что суточные шельфовые волны приливной периодичности должны наблюдаться и в других районах Мирового океана, в частности в Охотском и Бегинговом морях, в Северной Атлантике, у побережья Сибири и Антарктиды (и в некоторых из этих районов уже инструментально зарегистрированы [67, 108, 119]), можно заключить, что посредством шельфовых волн диссипирует значительная часть энергии суточных приливов.*

В заключение отметим, что существует определенная аналогия между шельфовыми составляющими приливов и внутренними приливными волнами. Те и другие имеют близкие масштабы (50—500 км) и сходный механизм генерации (рассеяние крупномасштабных баротропных приливных волн на неоднородностях рельефа [38, 54]). Кроме того, для суточных приливов они как бы взаимно дополняют друг друга: внутренние суточные приливные волны могут существовать на широтах ниже критической (т. е. между 30° ю. ш. и 30° с. ш.), а шельфовые — на широтах выше критической. Таким образом, в области низких широт суточная приливная волна Кельвина рассеивается во внутренние волны, а в высоких — в шельфовые. В то же время между этими двумя классами колебаний имеются существенные различия: 1) внутренние приливные волны от источника генерации могут распространяться во всех направлениях и поэтому могут наблюдаться далеко в открытом океане, шельфовые волны могут существовать только в зоне шельфа — континентального склона, которая является для них волноводом; 2) внутренние приливные волны в значительной степени являются случайным процессом [48, 54],

* Общая мощность диссипации энергии для приливной гармоники K_1 в масштабах всего Мирового океана по оценке [15] составляет $2{,}5\cdot 10^{11}$ Вт.

и их прогноз возможен только в статистическом смысле, в то время как шельфовые приливные волны являются практически детерминированным процессом, который поддается прямому прогнозу.

ГЛАВА 7. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ЦУНАМИ В ЗОНЕ ШЕЛЬФА И КОНТИНЕНТАЛЬНОГО СКЛОНА

7.1. Особенности распространения волн цунами в пограничных областях океана

Катастрофические волны цунами вызываются, как правило, сильными подводными землетрясениями, реже взрывами подводных вулканов, оползнями, обвалами и др. По своей разрушительной силе и внезапности цунами относится к одному из самых грозных стихийных бедствий. Эти волны часто приводят к разрушению прибрежных зданий, судов, портовых сооружений, а также к человеческим жертвам. Высота самых сильных цунами в очаге практически не выходит за пределы нескольких метров, однако при приближении к берегу волны могут достигать высоты до 10 м с отдельными заплесками до 30—50 м [71].

Наиболее подвержены воздействию волн цунами участки Тихоокеанского побережья, включая группы островов — Японские, Курильские, Алеутские, Гавайские, а также п-ов Камчатка, побережья Чили, Аляски и др. Согласно работе [70], наибольшая цунамиопасность наблюдается в районе Тихоокеанского побережья Японии и Курильских островов. Как указывается в работе [71], «возникает цунами не часто, но все же примерно каждые полтора года где-то в Тихом океане происходит по крайней мере одно разрушительное цунами».

Цунами как процесс включает в себя множество различных явлений, с трудом поддающихся формализованному описанию. Поэтому одной из важнейших задач при изучении цунами явилась проблема параметризации. Наиболее общий и полный подход к описанию цунами предложен С. Л. Соловьевым в работе [70], где на основе большого статистического материала автор ввел несколько основных параметров, являющихся естественной мерой энергии и разрушительной силы цунами. Согласно шкале Соловьева интенсивность цунами определяется как

$$I = \frac{1}{2} + \log_2 \bar{h}, \tag{7.1}$$

где $\bar{h}$ — средняя высота наводнения на побережье, в метрах. На основе этого параметра, а также используя параметр обобщенной интенсивности (для удаленных от берега источников цунами), удалось рассчитать графики повторяемости цунами на Тихоокеан-

ском побережье и выделить зоны наибольшей цунамиопасности. Важное эмпирическое соотношение, полученное в работе [69], связывает полную энергию цунами с его интенсивностью:

$$\lg E = 13{,}5 + 0{,}75J, \tag{7.2}$$

где E — в джоулях.

Формулу (7.2) используют для приближенной оценки энергетического класса цунами по наблюдениям на побережье.

Наиболее сложным вопросом при описании цунами является установление связи его характеристик с параметрами подводного землетрясения. Вероятность возбуждения волны в океане в результате землетрясения сильно зависит не только от энергетического класса сейсмического толчка (магнитуды), но и от района расположения очага, главным образом от тектонических особенностей региона (островные дуги, зоны блоковой тектоники, промежуточные). К сожалению, до сих пор не выработаны надежные критерии цунамигенности землетрясения, с помощью которых можно было бы однозначно определить цунамиопасность по известным значениям магнитуды, глубины очага, сейсмического момента и других параметров землетрясения.

Процессы, происходящие в очаге цунами, малоизучены. Это объясняется прежде всего невозможностью непосредственного наблюдения подводного сейсмического процесса. Согласно работе [71], основной причиной разрушительных цунами следует считать резкие вертикальные смещения отдельных участков дна бассейна вследствие сейсмотектонических подвижек. Таков, например, как показывают подробные натурные исследования, был механизм возникновения разрушительного Ниигатского цунами 1964 г. «Поршневыми» движениями океанического дна, видимо, возбуждается большинство сильных цунами.

«Поршневой» механизм возбуждения волн цунами оказывается весьма удобным при гидродинамическом моделировании и является в настоящее время общепринятым. Характерное время реакции океана на распределенное воздействие литосферы определяется временем пробега волны через очаг, т. е. $\tau \sim L/\sqrt{gh}$, где L — пространственный масштаб сейсмического очага, составляет для $L \sim 10^2 \ldots 10^3$ км около 10^3—10^4 с. В то же время большинство сейсмических процессов представляют собой кратковременные толчки с характерным временем действия 1—10 с, что позволяет считать воздействие мгновенным. Образуемые при этом остаточные смещения дна океана вытесняют жидкость таким образом, что форма смещений свободной поверхности океана повторяет форму смещений дна.

Генерируемые сейсмическими источниками волны с высокой степенью точности относятся к классу длинных волн ($\lambda \sim L$, $H/\lambda \ll 1$). Эффекты, связанные с дисперсией и нелинейностью, проявляются, как правило, лишь на больших расстояниях и при анализе распространения цунами в пределах небольшой акватории

(например, для Курило-Камчатской зоны) ими можно с уверенностью пренебречь [63] и воспользоваться уравнениями (1.16)—(1.18). При этом остаются вне поля зрения некоторые явления, сопровождающие выход цунами на берег (образование бора, опрокидывание гребня волны и др.), обусловленные нелинейностью на мелководье и трением. Наиболее полное изложение проблем, связанных с изучением цунами как процесса, можно найти в специальных работах [5, 59, 63, 69].

В настоящей главе основное внимание будет уделено анализу особенностей распространения цунами в области шельфа и континентального склона.

В работе [71] на основании большого статистического материала отмечается ряд особенностей, характерных для цунами, набегающих на берег из открытого океана, и цунами, возбужденных в пограничной области океана. При выходе на шельф волны цунами испытывают заметное преломление, и их фронты разворачиваются почти параллельно изобатам, а следовательно, и береговой черте. Благодаря наличию у шельфа резко выраженных границ выход цунами на мелководье вызывает собственные колебания воды на шельфе (сейши), которые существенно искажают форму цунами, особенно хвостовую часть волны и увеличивая продолжительность колебаний. Таким образом, шельф в значительной степени является областью концентрации и переноса энергии.

Если очаг цунами расположен на самом шельфе, а падающие волны цунами имеют не вполне плоские фронты и подходят под углом к берегу, на шельфе формируются сравнительно медленно распространяющиеся вдоль побережья краевые волны интерференционной природы, несущие основную долю энергии.

Впервые, по-видимому, важная роль захватывающих свойств шельфа для распространения волн цунами была отмечена в работах [132, 157, 204]. В дальнейшем значительная часть исследований была направлена на интерпретацию натурных наблюдений за цунами, включая обработку мареограмм, сопоставление статистических данных и построение математических моделей. Согласно общепринятому мнению, процесс цунами включает три основных этапа:

1) формирование начального возмущения, вызванного сейсмическим толчком, определяющего энергию и направленность излучения очага;

2) распространение волны в открытом океане и над переменным рельефом дна (шельфом);

3) трансформация волны цунами под влиянием локальных особенностей рельефа дна и берега в районе регистрации.

В соответствии с локальными часточно-избирательными свойствами региона (бухт, проливов и пр.) формой берега и особенностями прибрежного рельефа волна цунами может значительно усиливаться (или ослабляться) на сравнительно узких участках побережья [64, 72].

Известно, что спектры различных цунами в одном и том же пункте, как правило, сходны, чего нельзя сказать о спектрах одного и того же цунами на разных станциях [156]. Отсюда следует неизбежный вывод о том, что вид записей цунами, полученных на береговых станциях, определяется в первую очередь топографией дна вблизи места регистрации, а не характером источника. На станциях, расположенных в укрытых гаванях, сигнал цунами, пришедший из открытого океана, проходит через дополнительный «фильтр гавани», в результате чего искажения спектра становятся еще более сильными.

Таким образом, для получения информации о характере волны цунами вблизи источника требуются измерения в открытом океане или (что достаточно сложно) применение специальных методов анализа, позволяющих устранять влияние локальных особенностей на записи волн цунами.

Указанные первые два этапа формирования цунами определяют прежде всего общее распределение волновой энергии цунами в океане, в частности, между излученными и захваченными волнами. В зависимости от места расположения сейсмического источника и формы шельфа волны цунами или беспрепятственно излучаются в открытый океан, или надолго «задерживаются» в сравнительно узкой полосе — шельфовой зоне океана.

В настоящей главе в основном уделяется внимание эффектам шельфового резонанса, а также захвата энергии волны цунами протяженным шельфом, которые определяют крупномасштабное распределение амплитуд и периодов волны вдоль побережья. Эти явления имеют большое значение, поскольку значительная часть цунамигенных землетрясений в океане происходит в области шельфа — континентального склона либо непосредственно вблизи него.

7.2. Распространение волны цунами в океане с цилиндрическим рельефом дна

Рассмотрим в общем виде задачу о распространении волны цунами в полубесконечном вращающемся океане с цилиндрическим рельефом дна и прямолинейным берегом. Существует несколько методов решения задачи Коши для этого случая. Традиционный подход заключается в непосредственной разностной аппроксимации уравнений (1.16)—(1.18) (либо интегральных следствий этих уравнений) [53]. В последнее время успешно применяется метод конечных элементов. Эти методы позволяют рассчитывать волновое поле для произвольного рельефа дна последовательно для каждого момента времени. В случае цилиндрического рельефа можно использовать разложение решения на элементарные волны. Основанием для подобного разложения является условие ортогональности (1.39), которое легко может быть распространено на случай непрерывного спектра волн Пуанкаре.

Фурье-преобразование уравнений длинных волн (1.16)—(1.18) по вдольбереговой координате y имеет вид

$$\begin{aligned} \partial u/\partial t &= -g\,\partial\zeta/\partial x + fv; \\ \partial v/\partial t &= ikg\zeta - fu; \\ \partial\zeta/\partial t &= -\partial(hu)/\partial x + ikhv, \end{aligned} \tag{7.3}$$

где ζ, u, v — Фурье-образы от соответствующих функций. Полученные уравнения удобно записать в матричном виде:

$$-i\,\partial\boldsymbol{\zeta}/\partial t = \hat{A}\boldsymbol{\zeta}, \tag{7.4}$$

где $\boldsymbol{\zeta}$ — вектор с компонентами $\sqrt{g}\,\zeta$, $\sqrt{h}u$, $\sqrt{h}v$, а матричный оператор $\hat{A}$ имеет вид

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & i\dfrac{\partial}{\partial x}\,c_0 & kc_0 \\ ic_0\dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & -if \\ kc_0 & if & 0 \end{pmatrix}, \tag{7.5}$$

где $c_0(x) = \sqrt{gh(x)}$. Введем норму векторов

$$(\boldsymbol{\zeta},\ \boldsymbol{\zeta}) = \int_0^\infty \boldsymbol{\zeta}^*\boldsymbol{\zeta}\,dx.$$

Легко видеть, что определенная таким образом, норма есть удвоенная плотность энергии в интервале волновых чисел $(k,\ k+dk)$. В дальнейшем будем рассматривать векторы лишь с конечной нормой (энергией). Тогда при $x\to\infty$ ζ, u, $v\to 0$. Учитывая также граничное условие на берегу $u=0$ при $x=0$, можно показать, что оператор является самосопряженным, т. е. $(\hat{\zeta}_1\ \hat{A}\zeta_2) = (\hat{A}\zeta_1, \zeta_2)$.

Спектром оператора $\hat{A}$ является набор частот ω. Как было показано в главе 1, этот спектр непрерывный, если $\omega^2 > f^2 + k^2gH$, и дискретный, когда $\omega^2 < f^2 + k^2gH$. Более того, этот спектр является полным, и любой вектор с конечной нормой можно разложить по собственным функциям оператора $\hat{A}$:

$$\boldsymbol{\zeta} = \sum_n a_n\boldsymbol{\zeta}_n + \int_{\omega_0}^\infty a_\omega\boldsymbol{\zeta}_\omega\,d\omega, \tag{7.6}$$

где $\omega_0 = \sqrt{f^2 + k^2gH}$ — граничная частота непрерывного спектра; $\boldsymbol{\zeta}_n$ — собственные функции захваченных волн (краевых при $\omega > f$ и шельфовых при $\omega < f$); $\boldsymbol{\zeta}_\omega$ — собственные функции непрерывного спектра волн Пуанкаре, не обладающие, однако, конечной нор-

мой. Поэтому следует нормировать собственные функции непрерывного спектра на δ-функцию:

$$\int_0^\infty \zeta^*_{\omega'} \zeta_\omega \, dx = \delta(\omega - \omega'). \tag{7.7}$$

Тогда выражения для коэффициентов разложения имеют вид

$$a_n = \int_0^\infty \zeta^*_n \zeta \, dx;$$

$$a_\omega = \int_0^\infty \zeta^*_\omega \zeta \, dx. \tag{7.8}$$

Набор коэффициентов a_n и функция a_ω вполне определяют решение в данный момент времени. Однако, вычислив лишь один раз эти коэффициенты, можно легко получить решение в любой другой момент времени. Действительно, оператор $\hat{A}$ из уравнения (7.4) равен оператору $-i\partial/\partial t$, и собственные функции $\hat{A}$ эволюционируют со временем как $e^{i\omega t}$, где ω — собственные числа оператора $\hat{A}$. Тогда схема построения решения может выглядеть следующим образом:

1) разложение в интеграл Фурье начального условия —

$$\zeta_0 = \zeta(x, k, 0) = \int_{-\infty}^\infty \zeta(x, y, 0) e^{-iky} \, dy; \tag{7.9}$$

2) расчет коэффициентов разложения решения на элементарные волны в начальный момент времени —

$$a_n(0) = \int_0^\infty \zeta^*_n \zeta_0 \, dx;$$

$$a_\omega(0) = \int_0^\infty \zeta^*_\omega \zeta_0 \, dx; \tag{7.10}$$

3) расчет коэффициентов разложения в произвольный момент времени —

$$a_n(t) = a_n(0) e^{i\omega_n t};$$

$$a_\omega(t) = a_\omega(0) e^{i\omega t}; \tag{7.11}$$

4) нахождение искомого решения с помощью обратного преобразования Фурье —

$$\zeta(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_n a_n \zeta_n + \int_{\omega_0}^{\infty} a_\omega \zeta_\omega \, d\omega \right] e^{-iky} \, dk, \quad (7.12)$$

Рассмотренный метод обладает рядом преимуществ по сравнению с прямыми методами. Во-первых, представление волны в виде суммы простых волн позволяет лучше понять механику распространения волны цунами в районе шельфа и континентального склона, подобно тому как аналогичное представление приливных гармоник (разделы 6.2, 6.3) проясняет механику их распространения и формирования. Во-вторых, подобный способ расчета позволяет отдельно вычислять решения, относящиеся к различным типам волн. Таким образом, например, для расчета шельфовой волны, сопровождающей цунами (см. раздел 7.4), нет необходимости решать задачу в целом. При этом указанный метод позволяет непосредственно найти решение для любого времени t, прошедшего с момента возникновения цунами, поэтому его особенно выгодно использовать при больших значениях t.

В случае отсутствия вращения выражения (7.9)—(7.12) значительно упрощаются. Однако при этом исчезает класс субинерционных захваченных волн (шельфовых), а также асимметрия краевых волн относительно направления распространения вдоль берега (см. раздел 1.3). Общее решение можно в этом случае представить в виде суммы краевых мод и интеграла, описывающего непрерывный спектр излученных (Пуанкаре) волн, причем в выражениях (7.9)—(7.12) достаточно использовать скалярные функции ζ (возвышение уровня).

Одна из первых работ, в которой волны цунами представлялись в виде суммы излученных и захваченных волн, была выполнена Кадзиурой [32]. Для полуограниченного океана без вращения рассматривалась задача образования волн цунами в результате мгновенной подвижки дна шельфа. Начальное возмущение свободной поверхности океана было локализовано в области шельфа и континентального склона. Оказалось, что доля энергии, приходящаяся на захваченные (краевые) моды, сильно зависит от размеров источника и места его расположения. Для протяженных деформаций дна, охватывающих шельф во всю его ширину, эффективнее всего возбуждается нулевая мода краевых волн. Если источник сильно вытянут вдоль побережья, образуются почти плоские волны, испытывающие многократное отражение от берега и края шельфа (излученные волны). Краевые волны при этом почти не образуются. Возбуждение краевых волн сопровождается одной примечательной особенностью, состоящей в том, что максимальные амплитуды для отдельной краевой моды наблюдаются на частоте, соответствующей минимуму групповой скорости. Этот эффект аналогичен известному в сейсмологии эффекту фазы Эйри

[9], возникающему при распространении поверхностных сейсмических волн.

Следует отметить, что метод разложения цунами на сумму элементарных волновых составляющих обладает определенным недостатком, связанным с необходимостью рассчитать непрерывный спектр излученных волн (если требуется полное решение задачи о распространении цунами). Аналогичные трудности встречаются в теории рассеяния [30]. При этом чтобы избежать вычисления интегралов от непрерывного спектра, используют представление решения в виде дискретной суммы нестационарных волн с комплексной частотой. Подобный подход применим и к анализу волн цунами.

Используя преобразование Лапласа уравнений (7.1), получим в рамках модели невращающегося океана ($f=0$) следующую краевую задачу:

$$\frac{d}{dx}\left(gh\frac{d\tilde{\zeta}}{dx}\right)-(p^2+k^2gh)\,\tilde{\zeta}=-p\zeta_0-\zeta_1; \tag{7.13}$$

$$d\tilde{\zeta}/dx=0 \text{ при } x=0;$$
$$\tilde{\zeta}\to 0 \text{ при } x\to\infty, \tag{7.14}$$

где

$$\tilde{\zeta}=\int_0^\infty e^{-pt}\zeta(x,\,k,\,t)\,dt;\quad \zeta_0=\zeta|_{t=0};\quad \zeta_1=\frac{\partial\zeta}{\partial t}\Big|_{t=0};\quad \operatorname{Re}p>0.$$

Однородная задача (7.13)—(7.14) имеет нетривиальное решение в некоторых точках p_n плоскости p, причем $\operatorname{Re}p_n\leqslant 0$. Эти точки, как легко показать, являются простыми полюсами для функции $\tilde{\zeta}(p)$. При обратном преобразовании Лапласа эти полюсы дадут отдельные волновые решения, которые могут содержать экспоненциально затухающий во времени множитель.

Рассмотрим пример распространения волны для шельфа-ступеньки (1.46). Будем полагать, что $\zeta_1=0$, а начальное возмущение вытянуто вдоль шельфа ($k=0$). Краевая задача (7.13)—(7.14) для отыскания образа Лапласа запишется следующим образом:

$$\frac{d^2\tilde{\zeta}^{(i)}}{dx^2}-\frac{p^2}{gh_i}\,\tilde{\zeta}^{(i)}=-\frac{p\zeta_0}{gh_i}\,\delta_{1i};$$

$$\left.\begin{aligned}&\tilde{\zeta}^{(1)}=\tilde{\zeta}^{(2)}\\&h_1\,d\tilde{\zeta}^{(1)}/dx=h_2\,d\tilde{\zeta}^{(2)}/dx\end{aligned}\right\}\ \text{при } x=L; \tag{7.15}$$

$$d\tilde{\zeta}^{(1)}/dx=0 \text{ при } x=0,$$

где $i=1,\ 2$ — области шельфа и открытого океана соответственно; δ_{ik} — символ Кронеккера.

Решение (7.15) можно представить в виде

$$\zeta^{(1)} = \frac{1}{c_1}\left[-\int_0^x \operatorname{ch}\frac{p\xi}{c_1}\operatorname{sh}\frac{px}{c_1}\zeta_0(\xi)\,d\xi - \int_x^L \operatorname{sh}\frac{p\xi}{c_1}\operatorname{ch}\frac{px}{c_1}\zeta_0(\xi)\,d\xi + \right.$$

$$\left. + \frac{c_1 \operatorname{ch}(pL/c_1) + c_2 \operatorname{sh}(pL/c_1)}{c_1 \operatorname{sh}(pL/c_1) + c_2 \operatorname{ch}(pL/c_1)} \operatorname{ch}\frac{px}{c_1} \int_0^L \operatorname{ch}\frac{p\xi}{c_1}\zeta_0(\xi)\,d\xi \right] \text{ при } 0 \leqslant x \leqslant L; \tag{7.16}$$

$$\zeta^{(2)} = \frac{\int_0^L \operatorname{ch}(p\xi/c_1)\,\zeta_0(\xi)\,d\xi}{c_1 \operatorname{sh}(pL/c_1) + c_2 \operatorname{ch}(pL/c_1)} e^{-p(x-L)/c_2} \text{ при } x > L, \tag{7.17}$$

где $c_i = \sqrt{gh_i}$, $i = 1, 2$.

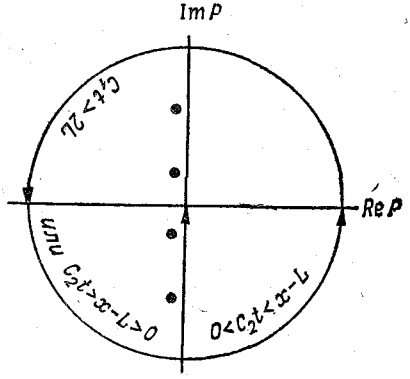


Рис. 7.1. Расположение p_n и возможные пути интегрирования.

Из условия обращения в нуль знаменателя в (7.16)—(7.17) легко получить выражения для полюсов функции $\tilde{\zeta}(p)$:

$$p_n = \frac{c_1}{2L}\left[\ln\left(1 - \frac{2c_1}{c_1 + c_2}\right) + i\pi(2n - 1)\right], \tag{7.18}$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

Таким образом, все полюса p_n расположены в левой полуплоскости на одинаковом расстоянии друг от друга и от оси $\operatorname{Re} p = 0$ (рис. 7.1). Искомое решение $\zeta(x, t)$ находится с помощью обратного преобразования Лапласа:

$$\zeta(x, t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{pt}\tilde{\zeta}(x, p)\,dp. \tag{7.19}$$

При вычислении (7.19) удобно рассматривать отдельно решения в области шельфа ($0 \leqslant x \leqslant L$) и открытого океана ($x > L$).

Легко видеть, что для области открытого океана при $x > L > c_2 t$ контур интегрирования может быть замкнут в правой полуплоскости. Поэтому для таких значений x и t решение обращается в нуль (внутри контура полюса отсутствуют). Наличие в откры-

том океане областей, в которых отсутствуют возмущения уровня, является следствием конечной скорости распространения волн. Если $0<x-L<c_2t$, контур интегрирования в (7.19) можно замкнуть в левой полуплоскости, решение будет иметь вид суммы вычетов от полюсов функции $e^{pt}\tilde{\zeta}^{(2)}(p)$:

$$\zeta^{(2)}(x,\ t)=$$

$$=\begin{cases}\displaystyle\sum_n \frac{1}{L}\, e^{p_n[x-(t-L)/c_2]}\,\frac{\displaystyle\int_0^L \operatorname{ch}(p_n\xi/c_1)\,\zeta_0(\xi)\,d\xi}{c_1\operatorname{ch}(p_nL/c_1)+c_2\operatorname{sh}(p_nL/c_1)} & \text{при } x-L<c_2t;\\ 0 & \text{при } x-L>c_2t.\end{cases}$$

(7.20)

При $0\leqslant x\leqslant L$ (область шельфа) условия для замыкания контура интегрирования можно получить, если сравнить показатели роста гиперболических функций в (7.16) и функции e^{pt} при $\operatorname{Re}p\to$ $\to-\infty$. Очевидно, что при $t>2L/c_1$ требуемые условия для затухания функции $e^{pt}\tilde{\zeta}(p)$ при $\operatorname{Re}p\to-\infty$ выполняются, и решение можно также представить в виде суммы вычетов

$$\zeta^{(1)}(x,\ t)=\sum_n \frac{1}{L}\, e^{p_nt}\operatorname{ch}\frac{p_nx}{L}\int_0^L \operatorname{ch}\frac{p_n\xi}{c_1}\,\zeta_0(\xi)\,d\xi \quad \text{при } t>2L/c_1.$$

(7.21)

В случае $t<2L/c_1$ замыкание контура интегрирования также можно провести, если представить гиперболические функции в (7.16) в виде суммы экспонент, однако при этом получаются довольно громоздкие выражения.

Преобразование Лапласа, с помощью которого были получены такие дискретные решения, фактически неявно содержит условие излучения Зоммерфельда, что приводит к появлению дополнительного граничного условия для излученных волн, подобно тому, как это было описано для вынужденных волн в разделе 3.6. Условие излучения означает, что в области открытого океана волны могут распространяться только в направлении от шельфа, т. е. от района возбуждения.

Затухающие волновые решения (7.20) и (7.21) по существу имеют вид, аналогичный собственным функциям в (7.6), поэтому в дальнейшем будем называть их комплексными модами. Выражение решения в виде ряда комплексных мод предпочтительнее интеграла по непрерывному спектру волн Пуанкаре в (7.6) (содержащих как падающие на берег, так и распространяющиеся от берега волны) как с точки зрения расчетов, так и для физического описания волновых процессов. Так, отношение мнимой и действительной частей p_n определяет добротность соответствующих колебаний.

Полученные результаты легко могут быть обобщены на случай произвольного профиля глубины $h(x)$. В области открытого океана решение будет иметь вид, аналогичный (7.20). При $0<x<L$ условия для замыкания контура интегрирования можно получить, если в (7.12) положить $|p|\to\infty$. Тогда решение будет иметь вид, аналогичный (7.19), если

$$t > 2\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}} = 2T, \qquad (7.22)$$

где T — время прохождения волны от границы шельфа до берега. При $t<2T$ решение не может быть представлено в виде суммы комплексных мод; таким образом, рассмотренный метод не позволяет рассчитывать первую приходящую волну цунами.

Одинаковое затухание различных мод является следствием специального профиля глубины (шельф-ступенька); для непрерывного монотонного профиля глубины затухания волн увеличивается с ростом частоты.

7.3. Исследование захватывающих и частотных свойств Курильского шельфа

Побережье Курильских островов и п-ова Камчатка подвержено воздействию волн цунами, вызываемых, как правило, неглубокофокусными землетрясениями местного происхождения. Как известно [70], Курило-Камчатская сейсмоактивная зона характеризуется тем, что основная масса неглубоких (до 60 км) очагов приурочена к северо-западному борту глубоководного Курило-Камчатского желоба и удалена от Большой Курильской гряды в среднем на 100—150 км. Следовательно, болѣшинство очагов цунами располагается в области резкого изменения глубины океана на континентальном склоне, т. е. в зоне влияния «захвата». Степень захвата полностью определяется, во-первых, геометрией задачи: удаленностью очага от берега и формой рельефа дна на шельфе и континентальном склоне, а во-вторых, размерами и направленностью сейсмического источника цунами. Исследование захватывающих свойств шельфа в чисто геометрическом смысле, без учета индивидуальных свойств очага, представляется особенно важным, в частности, с точки зрения задачи цунамирайонирования.

Теоретические оценки показывают, что для описания краевых волн можно использовать лучевую теорию [48]. Условие ее применимости для цилиндрического профиля дна заключается в том, что длина волны не должна превосходить характерный поперечный масштаб рельефа. Для Курило-Камчатского шельфа в первом приближении можно пренебречь дифракцией длинных волн на проливах между островами и считать береговую линию непрерывной. Характерная ширина зоны Курило-Камчатского шельфа и

континентального склона примерно 150—200 км. Поскольку характерные длины волн цунами не превосходят этого значения, представляется возможным для их анализа применить лучевую теорию, которая позволяет получить достаточно общую характеристику захватывающих свойств Курило-Камчатского шельфа и континентального склона. Для изучения степени захвата введем понятие локального коэффициента захвата. Для этого рассмотрим точечный изотропный источник. Тогда можно определить коэффициент захвата как отношение количества захваченных лучей к общему числу лучей, выходящих из данной точки.

Если рассматривать шельф строго цилиндрической формы, в рамках лучевой теории распространение волн цунами на шельфе от точечного источника аналогично распространению звука в звуковом канале в океане [9]. При этом можно получить точное аналитическое выражение для коэффициента захвата:

$$\Upsilon = \frac{\pi}{2} \arccos \sqrt{h(x_0)/H}, \qquad (7.23)$$

где $h(x_0)$ — глубина океана в точке излучения x_0; H — глубина открытого океана. Например, если источник расположен на изобате 3000 м, а глубина $H=6000$ м, коэффициент Υ согласно (7.23) равен 0,5.

Как правило, реальная топография дна в открытых зонах океана не имеет строго цилиндрической формы, поэтому вычисление коэффициента захвата должно проводиться с учетом неоднородностей рельефа дна вдоль берега. Такой расчет был выполнен в работе [82] для Курило-Камчатского региона.

Для построения лучей область исследования была разбита на треугольники (рис. 7.2 *а*). Для каждого треугольника строилось точное решение уравнения для траекторий лучей в случае мелкой воды, имеющего, согласно работе [48], вид $gh\ (\nabla\varphi)^2=1$, где φ — фаза (эйконал).

Условие непрерывности траектории луча и ее производной на границе двух треугольников обеспечивает единственность решения. Аппроксимация дна была выбрана таким образом, чтобы функция $\sqrt{h(x, y)}$ являлась линейной для каждого треугольника. В этом случае траектория луча имеет особенно простой вид — окружность.

Центр окружности для каждого треугольника лежит на прямой, являющейся линией пересечения плоскости $\sqrt{h(x, y)}$ и плоскости $h=0$. Вторая линия — перпендикуляр к направлению луча в плоскости $h=0$, восстановленный в точке пересечения лучом стороны треугольника. Пересечение прямых дает искомый центр окружности.

Таким образом, уже нет необходимости решать дифференциальное уравнение, задача расчета лучей стала геометрической: для первоначального треугольника отыскивается центр окружности, затем в этом треугольнике проводится окружность до пересечения со стороной треугольника, и процедура повторяется для смеж-

ного треугольника. Для удобства снятия батиметрии вершины треугольников помещались на изобатах 0 (берег), 200 м, 1 км, 3 км, 6 км, 8 или 9 км. Внутри каждого треугольника выбирался точечный изотропный источник. Лучи, пересекающие сразу или после отражения линию глубоководного желоба, считались ушедшими в открытый океан. Рассчитывался процент захваченных лучей. Полученная характеристика ставилась в соответствие данной точке. Были проделаны расчеты для двух вариантов триангуляции — с разбиением на 80 и на 147 треугольников. Второй вариант триангуляции приведен на рис. 7.2 *а*.

Результаты расчетов оказались близкими. На основании расчета построена карта изолиний коэффициента захвата для исследуемого района. На карте нанесены также цунамигенные зоны Курильского шельфа согласно работе [71] (рис. 7.2 *б*).

По характеристикам захвата область можно разбить на три части. Сильнее всего захватывающие свойства выражены в южной и северной частях Курильского шельфа, слабее — в центральной. Аномалии свойства захвата наблюдаются у изломов береговой линии (район к югу от о. Итуруп) и изломов изобат (у о. Онекотан). Изолинии коэффициента захвата вообще чувствительны к изломам береговой линии и изобат; так, например, наличие выступа приводит к увеличению степени захвата в прилегающей области.

Из рис. 7.2 *б* видно, что наиболее сейсмоактивные и цунамигенные зоны лежат в районах, где степень захвата колеблется в пределах от 0,3 до 0,7. Следовательно, эффект захвата волн цунами, вызванных цунамигенными землетрясениями в пределах Курило-Камчатского континентального склона, не является малым, и его необходимо учитывать при анализе распространения волн цунами.

В рамках лучевой теории можно аналогичным образом исследовать захват энергии от когерентного источника произвольной формы. Для каждого элемента контура источника Г можно определить, захватывается ли луч, выходящий по нормали к контуру из данной точки. Тогда степень захвата энергии можно определить как

$$\Upsilon = \int_{\Gamma'} Q_n(s)\, ds \Big/ \int_{\Gamma} Q_n(s)\, ds, \tag{7.24}$$

где Γ' — часть контура Г, на которой лучи, выходящие по нормали, захватываются; $Q_n(s)ds$ — поток энергии, излучаемой элементом контура ds.

В частности, очевидно, что степень захвата зависит от ориентации очага на шельфе: он наиболее значителен в том случае, когда очаг вытянут поперек шельфа; если очаг вытянут вдоль шельфа, то степень захвата минимальна. Эти выводы хорошо согласуются с теоретическими результатами Кадзиуры [32] для волновой модели с цилиндрическим рельефом дна.

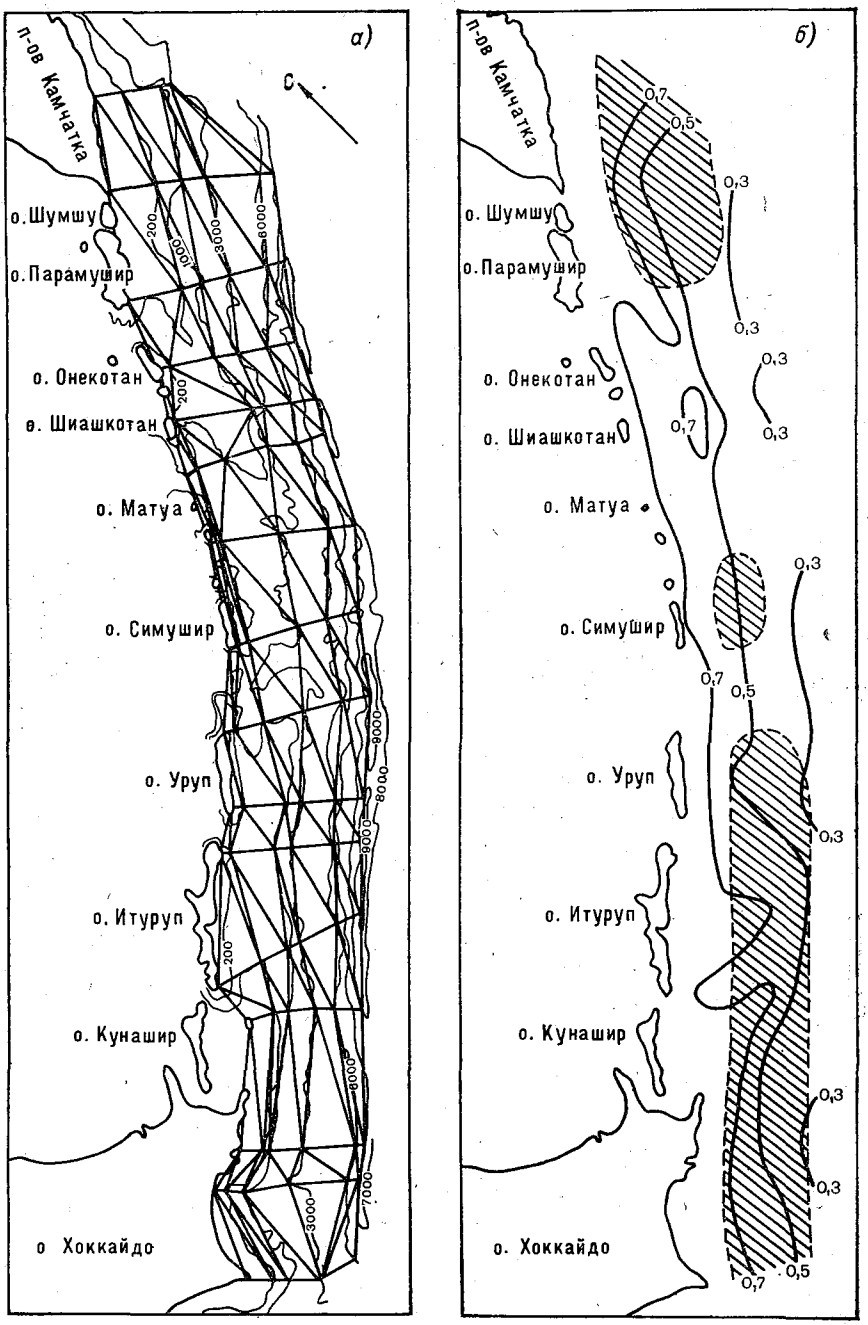


Рис. 7.2. Схема триангуляции расчетной области, а также батиметрия шельфа и континентального склона Курильской гряды (*а*); карта изолиний коэффициента захвата (*б*). Заштрихованы цунамигенные зоны Курильского региона, по данным [70].

Исследование частотных свойств Курило-Камчатского шельфа представляется особенно важным с точки зрения цунамирайонирования побережья по вероятности проявления волн различного периода и амплитуды. Возбуждение шельфовых сейш в районе регистрации цунами приводит, как указывалось в разделе 7.1, к увеличению длительности колебаний уровня на шельфе с периодами

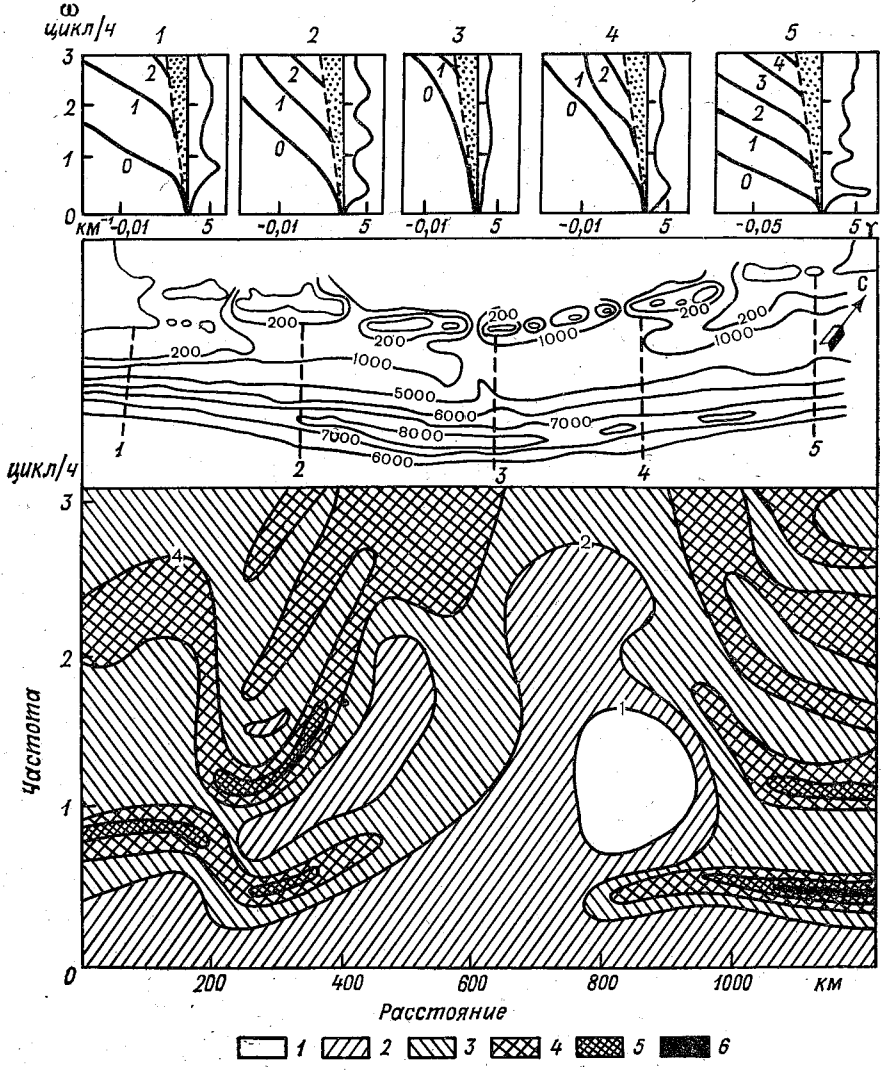


Рис. 7.3. Вверху — примеры расчета дисперсионных кривых краевых волн и коэффициента усиления волн Пуанкаре для 5 профилей, указанных на среднем рисунке. Внизу — изолинии коэффициента усиления волн Пуанкаре, рассчитанные по 12 профилям.

1) $\gamma<1$; *2*) $1<\gamma<2$; *3*) $2<\gamma<4$; *4*) $4<\gamma<6$; *5*) $6<\gamma<8$; *6*) $\gamma>8$.

резонансных частот, определяемых формой и размерами шельфа. Наиболее вероятный период максимальной волны цунами определяется, впрочем, не только частотно-избирательными свойствами региона, но и спектральным составом собственно самого сигнала — формой волны в источнике.

Исследование зависимости амплитуды шельфовых сейш от частоты $\gamma(\omega)$ имеет большое значение, поскольку эта зависимость определяет передаточную функцию от открытого океана к берегу.

Был выполнен расчет коэффициента усиления волны Пуанкаре $\gamma(\omega)$ для случая нормального падения с учетом реальной топографии дна на шельфе Курило-Камчатского региона [80]. Двенадцать равноотстоящих профилей дна на шельфе и континентальном склоне были использованы при расчетах, приведенных на рис. 7.3.

На рис. 7.3 представлены результаты расчета краевых и излученных волн для пяти характерных профилей. Изолинии коэффициента усиления волны (рис. 7.3 *б*) проведены в координатах частоты волны, а также расстояния вдоль побережья Курильских островов и Камчатки. Наблюдаемый излом изолиний на рисунке, соответствующий примерно положению островов Шикотан и Кунашир, связан с искусственным переносом линии берега при переходе от Большой Курильской гряды к Малой.

На рисунке выделяются две основные зоны с ярко выраженными частотно-избирательными свойствами. Это область северной части Курильских островов и побережья п-ова Камчатка, а также зона, прилегающая к островам Малой Курильской гряды. Наименее выражены резонансные свойства в районе Средних Курил, в котором, как известно, отмечается относительно пониженная цунамиопасность [70, 71].

7.4. Генерация шельфовых волн источником сейсмического типа

В рамках линейной теории мелкой воды волну цунами можно представить, как показано в разделе 7.2, в виде суперпозиции интерференционных волн Пуанкаре, захваченных волн, волны Кельвина, шельфовых волн, а также стационарных течений. Основную энергию цунами несут краевые и излученные волны, низкочастотные волны (шельфовые, волна Кельвина) и стационарные течения можно рассматривать как сопутствующие цунами явления.

В работе [6] с помощью преобразования Лапласа были рассчитаны течения, возникающие при мгновенном подъеме уровня в океане с донными ступенями. Для непрерывного монотонного профиля глубины, как легко показать, стационарные течения не возникают, однако в этом случае волна цунами сопровождается субинерционными топографическими волнами, которые по своей природе фактически являются нестационарным течением.

Энергию и пространственную форму шельфовых волн можно рассчитать, используя метод разложения решения по собственным функциям. Используя (7.6), получим выражение для полной энергии цунами:

$$E = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\sum_n a_n^* a_n + \int_{\omega_0}^{\infty} a_\omega^* a_\omega\, d\omega\right] dk, \tag{7.25}$$

где a_n и a_ω вычисляются по формулам (7.10).

Оценим энергию шельфовых волн, генерируемых подвижкой дна, для модели шельфа-ступеньки (1.46). Как известно, для этой модели имеется только одна (первая) шельфовая мода. В бездивергентном приближении ее дисперсионная кривая описывается соотношением (1.55), а поперечный профиль волны имеет вид

$$\zeta_1 = \begin{cases} (\omega - f)\, e^{kx} + (\omega + f)\, e^{-kx} & \text{при } 0 < x < L; \\ \left[(\omega - f)\, e^{kL} + (\omega + f)\, e^{-kL}\right] e^{-kx} & \text{при } x > L. \end{cases} \tag{7.26}$$

Выражение для энергии шельфовой волны можно получить, подставляя (7.10) в формулу (7.25):

$$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} dk \left[\int_0^{\infty} (\zeta_0 \cdot \zeta_1)^2\, dx \Big/ \int_0^{\infty} (\zeta_1 \cdot \zeta_1)\, dx\right]. \tag{7.27}$$

Интеграл в знаменателе возникает в случае ненормированной собственной функции. Отметим, что здесь, как и в разделе 7.2, вектор $\boldsymbol{\zeta}$ имеет компоненты $\sqrt{g}\zeta$, $\sqrt{h}u$, $\sqrt{h}v$.

Энергия возбужденной шельфовой волны E_1, таким образом, зависит от начального возмущения $\zeta_0(x, k)$, а также от вида собственной функции ζ_1. Важной характеристикой эффективности генерации подобных волн является отношение этой энергии к полной энергии начального возмущения E_0. Начальное отклонение уровня зададим следующим образом:

$$\zeta_0(x, y) = \begin{cases} A & \text{при } a_1 L < x < a_2 L \text{ и } |y| < Lb; \\ 0 & \text{при } x > a_2 L \text{ или } x > a_1 L; \\ 0 & \text{при } |y| > Lb, \end{cases} \tag{7.28}$$

а скорости u и v положим равными нулю. Однако даже для такого простого примера интеграл (7.27) не выражается в элементарных функциях. Для асимптотических случаев протяженного (вдоль шельфа) источника ($b \gg 1$) или малого ($b \ll 1$) можно получить аналитические выражения:

1) расположенный на шельфе источник ($0 < a_1 < a_2 < 1$):

при $b \gg 1$

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{1}{2}\frac{f^2 L^2}{g h_1}(a_2 - a_1)(2 - a_2 - a_1)^2. \tag{7.29}$$

Доля энергии цунами, переходящей в шельфовую волну, пропорциональна параметру дивергентности в области шельфа, поперечному размеру источника, а также квадрату расстояния от центра источника до границы шельфа. При $a_1=0{,}25$, $a_2=0{,}75$, $h_1=100$ м, $f=10^{-4}$ с$^{-1}$, $L=100$ км получим $E_1/E_0=2{,}5$ %;

при $b\ll 1$

$$\frac{E_1}{E_0}=\frac{b}{\pi}\frac{f^2L^2}{gh_0}(a_2-a_1)(2-a_2-a_1)^2. \qquad (7.30)$$

Для малых поперечных размеров источника цунами b доля энергии, уходящая в шельфовые волны, уменьшается при уменьшении b. В этом случае эффективность генерации субинерционных волн пропорциональна площади исходного поднятия уровня. Этот результат остается справедливым и для произвольного рельефа дна;

2) источник, расположенный в открытом океане:

при $b\gg 1$

$$\frac{E_1}{E_0}=\frac{f^2L^2}{gh_0}\frac{h_0^2}{H_0^2}(a_2-a_1); \qquad (7.31)$$

при $b\ll 1$

$$\frac{E_1}{E_0}=4\frac{f^2L^2}{gh_0}\frac{h_0^2}{H^2}(a_2-a_1)\,b. \qquad (7.32)$$

Таким образом, если источник расположен вне шельфа, энергия шельфовых волн оказывается значительно меньше.

Аналогичные результаты можно получить и в случае экспоненциального профиля глубины в районе шельфа [вида (1.61)]. Как показано в разделе 1.5, при этом имеется счетный набор шельфовых мод, каждая из которых может нести определенную часть энергии. Общая энергия шельфовых волн пропорциональна, как и в случае шельфа-ступеньки, параметру дивергентности и не превышает нескольких процентов энергии начального возмущения.

На рис. 7.4 приведены изолинии интегральной функции тока 1-й шельфовой моды для различных моментов времени. В начальный момент времени шельфовая мода образует единственный циклонический вихрь синоптического масштаба, расположенный симметрично по отношению к источнику. С течением времени вихрь смещается в направлении распространения шельфовых волн со скоростью $c\sim 0{,}3fL$ и деформируется в результате дисперсии. Деформация вихря выражается в вытягивании переднего фронта, а также в развитии у заднего фронта антициклонического образования. Интересно, что масштаб вихря значительно превосходит размеры начального возмущения уровня. Первоначально шельфовая волна, а также другие типы длинноволновых движений, возникающих при распаде начального возмущения (краевые и излученные), интерферируют и образуют поднятие уровня. В последующие моменты времени гравитационные волны быстро уходят

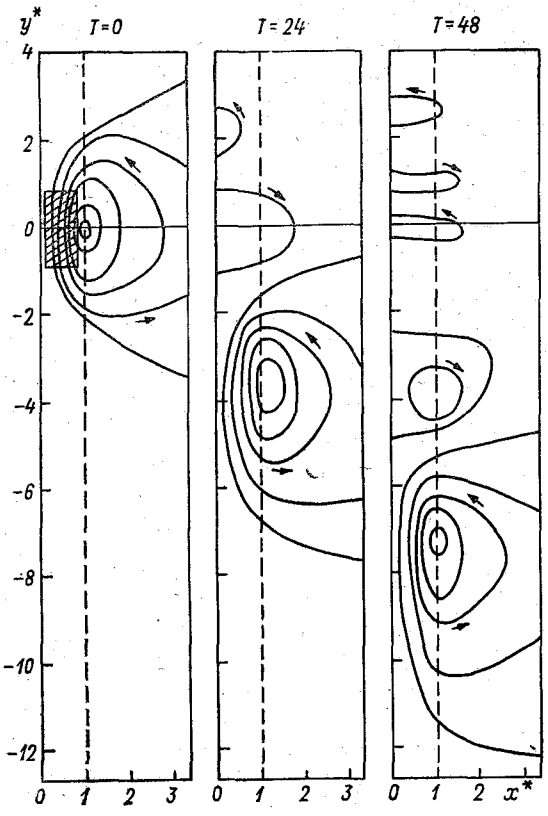


Рис. 7.4. Изолинии интегральной функции тока 1-й моды шельфовых волн для экспоненциальной модели рельефа дна (1.61) при различных моментах времени $T=ft$ в координатах $x^*=x/L$, $y^*=y/L$. Заштрихована область источника.

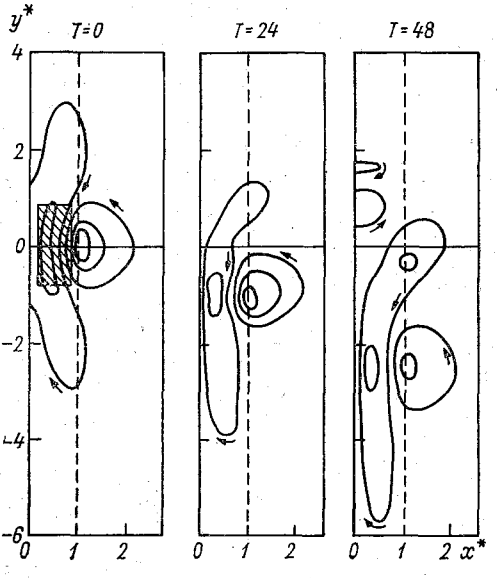


Рис. 7.5. То же, что на рис. 7.4, для 2-й моды шельфовых волн.

из области, и далее квазигеострофический вихрь движется отдельно от других типов волн.

Аналогичный тип движения представляет собой 2-я мода (рис. 7.5), скорость смещения которой значительно меньше ($c \sim 0{,}1fL$).

На рис. 7.6 приведены кривые изменения вдольбереговой скорости для точек, расположенных на берегу ($x=0$), с координатами $y_1=-2L$, $y_2=-3L$ и $y_3=-4L$.

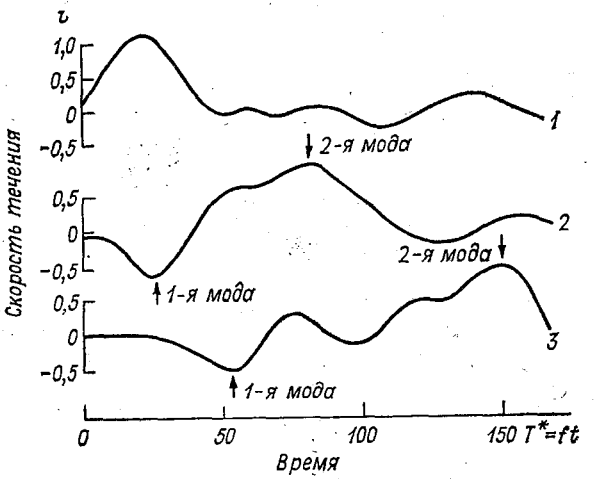


Рис. 7.6. Кривые изменения скорости течений для трех различных точек на берегу. Отмечены моменты подхода различных мод шельфовых волн.

В 1-й точке различные шельфовые моды дают совместный эффект. Для 2-й точки на графике выделяются два волновых пакета, относящихся соответственно к 1-й и 2-й шельфовой модам. Еще больше разделяются моды для 3-й точки. График 1-й моды представляет единичный импульс, за которым следуют продолжительные колебания меньшей амплитуды с периодом, близким к периоду, соответствующему нулевой групповой скорости.

Можно ожидать, что подобные вихревые образования, образующиеся при сильных подводных землетрясениях, могут быть зарегистрированы с помощью специальной измерительной аппаратуры.

7.5. Анализ измерений волн цунами

Бóльшая часть имеющихся мареограмм цунами была получена с помощью стационарных береговых самописцев уровня, как правило, устанавливаемых в закрытых бухтах или устьях рек. Поэтому влияние локальных особенностей рельефа дна, формы бе-

рега и пр. часто оказывалось определяющим и практически не давало возможности судить о процессах формирования и распространения цунами в открытом океане. Попытки исключить в записях цунами искажающее влияние резонансных явлений в гаванях были осуществлены путем проведения регистрации на уединенных островах вдали от материка [87]. В последнее время, как указывалось в главе 2, стали использоваться донные самописцы уровня, основанные на датчиках придонного гидростатического давления. Размещая эти приборы в открытом океане, можно полностью исключить «береговые эффекты».

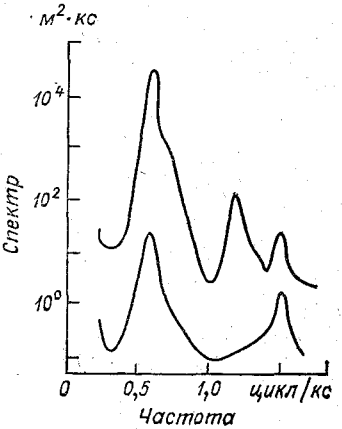


Рис. 7.7. Спектр колебаний уровня океана в Акопулько во время прохождения цунами (верхняя кривая) и в период сейсмического затишья (нижняя кривая) (из работы [159]).

Спектральная плотность колебаний уровня, вызванных цунами, обычно на два-три порядка выше спектральной плотности фоновых колебаний. Типичный пример спектра волн цунами вблизи берега в сравнении со спектром фоновых колебаний уровня океана приведен в работе [159] (рис. 7.7). Интересно, что основной пик обоих спектров совпадает и приходится на частоту 0,57 цикл/кс ($T \sim 30$ мин). Меньший пик на частоте 1,5 цикл/кс ($T \sim 11$ мин) также обнаруживается на обеих кривых, а пик на частоте 1,15 цикл/кс ($T \sim 15$ мин) характерен только для спектра цунами. Очевидно, что общие пики на спектрах обусловлены влиянием особенностей рельефа дна и формы берега в районе регистрации, а промежуточный максимум отражает индивидуальные спектральные свойства основного сигнала (цунами).

Влияние частотных свойств региона может проявляться также и на некотором удалении от берега. В работе [28] был выполнен анализ измерений флюктуаций придонного гидростатического давления на шельфе Курильской гряды в районе о. Шумшу, полученных с помощью датчика вибротронного типа. Прибор был установлен на глубине 40 м в 13 км от острова. При спектральном анализе записей обнаружилось, что в спектре фоновых колебаний уровня океана присутствуют два основных пика на частотах

0,5 и 1,1 цикл/ч (рис. 7.8), которые, как оказалось, обусловлены собственными (сейшевыми) колебаниями воды на шельфе. Расчет коэффициента усиления волны Пуанкаре $\gamma(\omega, k)$ для случая нормального падения волны ($k=0$) и его сравнение со спектром длинноволнового шума показали, что максимумы в спектре хорошо совпадают с резонансными пиками в зависимости $\gamma(\omega)$ (рис. 7.3). Как отмечалось выше, зависимость $\gamma(\omega)$ является своего рода передаточной функцией от открытого океана к берегу, поэтому аналогичный эффект выборочного усиления составляющих с частотами 0,5 и 1,1 цикл/ч должен наблюдаться и для волн цунами, набегающих на берег.

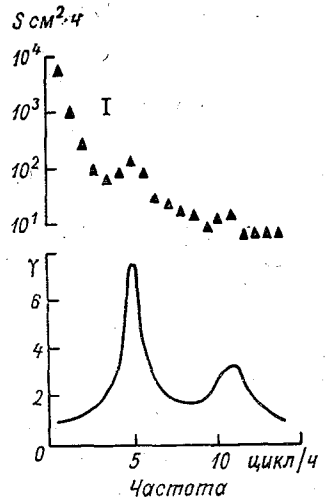


Рис. 7.8. Спектр колебаний уровня океана по записям донной станции, расположенной на шельфе Северных Курил (вверху) и зависимость коэффициента усиления волны Пуанкаре от частоты, рассчитанная для данного района (случай нормального падения волны, $k=0$).

Действительно, как показано в работе [17], на примере анализа записи цунами 1980 г., впервые зарегистрированного в открытом океане в районе о. Шикотан (рис. 2.5), в спектре волны цунами наблюдаются ярко выраженные пики, обусловленные резонансными свойствами шельфа. На рис. 7.9 изображен частотно-временно́й спектр, показывающий изменение спектральной плотности колебаний уровня океана в зависимости от времени, а также график зависимости коэффициента усиления волны Пуанкаре $\gamma(\omega)$. Совпадение максимумов в спектре и в частотной характеристике $\gamma(\omega)$ показывает, что набегание волны цунами сопровождалось возникновением шельфовых сейш, медленно затухающих во времени. Оценка добротности колебаний дает значения $Q \sim 10$.

Как указывалось, сейсмические источники, расположенные в пределах континентального склона, могут возбуждать захваченные краевые волны, энергия которых почти полностью сосредоточена в пределах шельфа. Эти волны не испытывают геометрического затухания, и поэтому энергия цунами, излученная

вдоль берега, переносится на значительные расстояния вдоль побережья. С другой стороны, в отличие от волн открытого океана, краевые волны обладают сильной дисперсией, и вследствие этого волновой пакет как бы «растягивается» во времени, уменьшая опасность волны, увеличивая, однако, длительность колебаний уровня. Так, в работе [157] отмечается, что после катастрофиче-

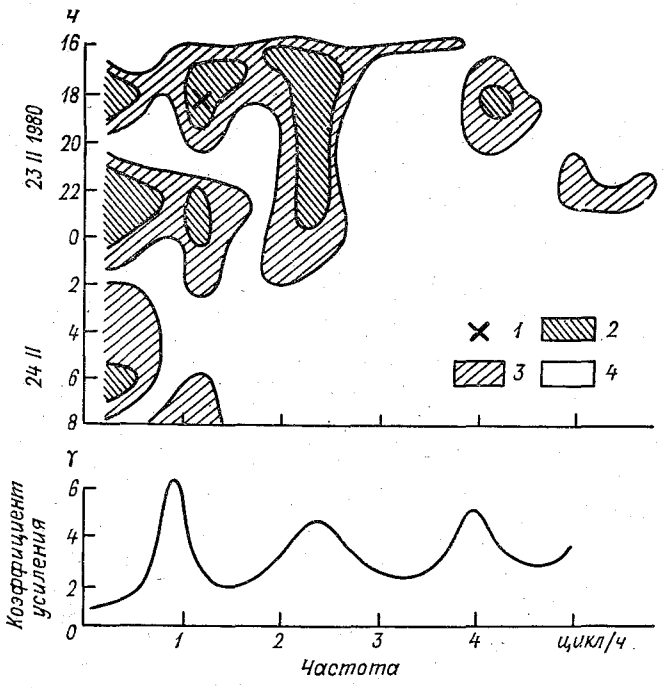


Рис. 7.9. Изменение во времени спектральной плотности колебаний уровня по записи донной станции в период прохождения волны цунами 23 февраля 1980 г. и непосредственно после него. Внизу приведена зависимость коэффициента усиления волны Пуанкаре от частоты, вычисленная для района наблюдений.

1 — положение максимума в спектре; спектральные плотности в интервалах: от 0 до —10 дБ (*2*), от —10 до —20 дБ (*3*) и менее —20 дБ (*4*).

ского Чилийского землетрясения (1960 г.) на спектрах уровня, полученных для района Калифорнии, в течение недели наблюдалось значительное повышение содержания длинноволновой энергии в диапазоне волн цунами, что, по мнению авторов, было связано с захватывающими свойствами шельфа.

Выделение краевых волн в мареограммах затруднено тем, что эти волны сильно «маскируются» колебаниями уровня местного происхождения (собственные колебания бухт, проливов и пр.). Поэтому, чтобы идентифицировать краевые волны в мареограм-

мах цунами, следует не анализировать распределение энергии по частотам (спектр), а измерять скорость распространения различных составляющих. Перенос энергии волны, а также волнового пакета характеризуется групповой скоростью волны, следова-

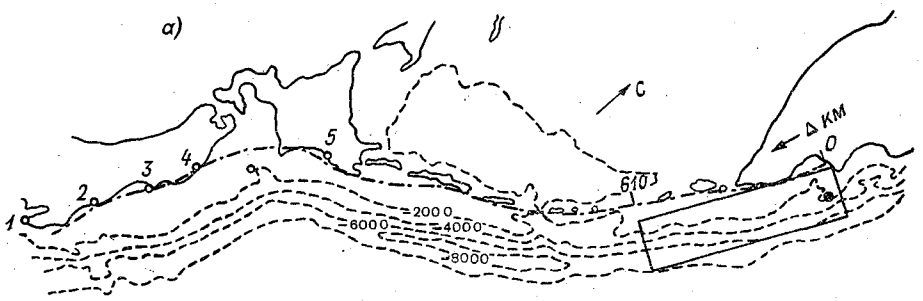
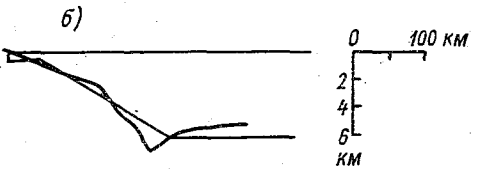


Рис. 7.10. Схема расположения самописцев уровня вдоль побережья Японии (*а*) (*1* — Мера; *2* — Онагама; *3* — Аюкава; *4* — Мияко; *5* — Кусиро); на рисунке отмечено положение эпицентра землетрясения и приблизительная форма очага цунами 5 ноября 1952 г.; батиметрия дна на шельфе и континентальном склоне в районе Мияко (*б*); показан аппроксимирующий профиль дна, использовавшийся в модели (из работы [143]).



тельно, именно эта характеристика является лучшим идентифицирующим параметром при анализе мареограмм цунами.

Первая попытка выделить в колебаниях уровня захваченные волны (по наблюдениям Итурупского 1958 г. и Урупского 1963 г. цунами, была выполнена Хатори и Такахаси в 1964 г. [132]. Обратив внимание на подобие двух записей колебаний уровня в Мияги—Еносима для двух различных цунами, авторы интерпре-

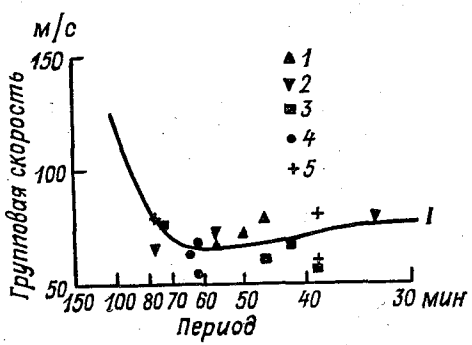


Рис. 7.11. Фактические значения групповой скорости волн, вычисленные по наблюдениям в пунктах *1—5* (рис. 7.10) (из работы [143]).

I — теоретическая зависимость групповой скорости от периода, рассчитанная по модели.

тировали их как пакет диспергирующих краевых волн, сформированных в пределах Курильского шельфа. В мареограммах определялось время прихода волны фиксированного периода (по максимуму ее амплитуды) и сравнивалось со временем распространения краевой волны нулевой моды, вычисленным согласно теоретической модели [185] (шельф-ступенька). Удовлетворительное совпадение наблюдалось для обеих мареограмм цунами.

Подробный анализ записей цунами в районе Мияги—Еносима, выполненный в работе Аиды (1967) [89], подтвердил результаты работы [132]: в наблюдениях отчетливо выделяется нулевая мода краевых волн, распространяющаяся вдоль шельфа Курильских островов и Японии.

Позднее подобный анализ был применен для изучения мареограмм Камчатского цунами 1952 г. [143]. Основываясь на цилиндрической модели рельефа дна (рис. 7.10), были рассчитаны дисперсионные кривые и групповые скорости краевых волн. Для анализа были привлечены мареограммы цунами в пяти пунктах тихоокеанского побережья Японии. Определяя фазу максимальной амплитуды волны определенного периода, авторы вычислили фактическую групповую скорость распространяющихся волн. На рис. 7.11 нанесены соответствующие значения групповых скоростей для периодов волны от 30 до 90 мин и теоретическая дисперсионная кривая (зависимость групповой скорости от частоты) для нулевой краевой моды. Наблюдается достаточно хорошее согласие теории и эксперимента, несмотря на то, что, как указывают авторы, записи содержали значительный шум, обусловленный сейшевыми колебаниями местного происхождения.

Таким образом, проведенные исследования показывают, что даже сравнительно простые модели (цилиндрический рельеф, несложные формы аппроксимации шельфа, пренебрежение вращением Земли) позволяют достаточно хорошо описать физическую картину распространения волн цунами вблизи берега.

В настоящее время экспериментальные исследования цунами имеют целью не столько сопоставить натурные наблюдения с теорией, сколько получить статистические данные для цунамирайонирования, а также попытаться оценить экспериментально передаточную функцию от открытого океана к берегу с целью создания Автоматизированной системы предупреждения о волнах цунами [28, 80].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов А. А., Блатов А. С., Ульянова В. И. Влияние рельефа дна на устойчивость струйного двухслойного потока.— Изв. АН СССР, ФАО, 1983, т. 19, № 4, с. 417—423.
2. Абрамов А. А., Тареев Б. А., Ульянова В. И. Неустойчивость двухслойного геострофического течения с антисимметричным профилем скорости в верхнем слое.— Изв. АН СССР, ФАО, т. 8, № 10, с. 1017—1028.
3. Багрянцев В. И., Куликов Е. А., Пул С. Л. и др. Измерение длинных волн в открытом океане.— В сб.: Волновые процессы в северо-западной части Тихого океана. Владивосток, ДВНЦ АН СССР, 1980, с. 11—27.
4. Белевич Р. Р. О долгопериодных волнах в течениях Экваториальной Атлантики по материалам инструментальных наблюдений НИС в АТЭП.— Океанология, 1978, т. 18, № 4, с. 608—613.
5. Бернштейн В. А. Цунами и рельеф океанического дна.— Новосибирск: Наука, 1972.— 142 с.
6. Бернштейн В. А. О возможном источнике энергии постоянных океанических течений.— Труды СахКНИИ, 1975, вып. 34, с. 15—30.
7. Бернштейн В. А., Жак В. М., Кайстренко В. М. Опыт интерпретации некоторых возмущений поверхности океана, записанных с помощью дистанционного датчика давления.— Труды СахКНИИ, 1973, вып. 32, с. 156—167.
8. Богданов К. Т. Приливы Мирового океана.— М.: Наука, 1975.— 116 с.
9. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах.— М.: Наука, 1973.— 343 с.
10. Булатов Н. В., Лобанов В. Г. Исследование мезомасштабных вихрей восточнее Курильских островов по данным метеорологических спутников Земли.— Исследование Земли из космоса, 1983, № 3, с. 40—47.
11. Войт С. С. Краевые волны от начальных возмущений в бассейне переменной глубины.— Симпозиум по матем. и гидродинам. методам изучения физических процессов в океане. 2-й Междунар. Океаногр. Конгресс, М., Наука, 1966, с. 49—51.
12. Войт С. С. Длинные волны и приливы.— В кн.: Итоги науки и техники, сер. Океанология, т. 2, 1973, с. 46—69, т. 3, 1975, с. 70—90.
13. Герман В. Х., Левиков С. П. Исследование непериодических колебаний уровня моря в синоптическом диапазоне частот на шельфе при наличии приливов.— Изв. АН СССР, ФАО, 1978, т. 14, № 5, с. 527—537.
14. Госсард Э. Э., Хук У. Х. Волны в атмосфере. Пер. с англ.— М.: Мир, 1978.— 532 с.
15. Готлиб В. Ю., Каган Б. А. Реконструкция пространственной структуры суточных приливов в Мировом океане с использованием собственных функций приливного оператора Лапласа.— Океанология, 1983, т. 23, № 4, с. 538—542.
16. Дикий Л. А. Гидродинамическая устойчивость и динамика атмосферы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1976.— 106 с.
17. Дыхан Б. Д., Жак В. М., Куликов Е. А. и др. Первая регистрация цунами в открытом океане.— Докл. АН СССР, 1981, т. 257, № 5, с. 1088—1092.
18. Ефимов В. В. Исследование внутренних волн и мезомасштабной изменчивости течений в экваториальной Атлантике.— Морские гидрофизические исследования, Севастополь, 1980, № 1, с. 180—187.
19. Ефимов В. В. Динамика волновых процессов в пограничных слоях атмосферы и океана.— Киев: Наукова думка, 1981.— 255 с.
20. Ефимов В. В., Куликов Е. А. Применение методов адаптивной оценки пространственно-временных спектров к анализу захваченных волн.— Изв. АН СССР, ФАО, 1978, т. 14, № 7, с. 748—756.

21. Ефимов В. В., Куликов Е. А., Лаппо С. С., Соловьев С. Л. Краевые волны в северо-западной части Тихого океана.— Изв. АН СССР, ФАО, 1978, т. 14, № 3, с. 318—327.
22. Ефимов В. В., Кушнир В. М. Низкочастотные волны в экваториальной области Атлантического океана.— В сб.: Гидрофизические исследования Центральной Атлантики. Севастополь, МГИ АН УССР, 1983, с. 7—19.
23. Ефимов В. В., Кушнир В. М., Заикин В. М. Течения и адвективный перенос тепла в экваториальной Атлантике.— В кн.: Океанографические исследования в тропической зоне Атлантического океана. Л., Гидрометеоиздат, 1982, с. 17—28.
24. Ефимов В. В., Рабинович А. Б. Влияние краевых волн на формирование приливов в северо-западной части Тихого океана.— В сб.: Поверхностные и внутренние волны. Севастополь, МГИ АН УССР, 1978, с. 11—21.
25. Ефимов В. В., Рабинович А. Б. О резонансных приливных течениях и их связи с континентальными шельфовыми волнами в северо-западной части Тихого океана.— Изв. АН СССР, ФАО, 1980, т. 16, № 10, с. 1091—1101.
26. Ефимов В. В., Файн И. В. Шельфовые волны в присутствии течений и устойчивость пограничных течений.— Изв. АН СССР, ФАО, 1983, т. 19, № 12, с. 1288—1301.
27. Ефимов В. В., Файн И. В. Распространение низкочастотных захваченных волн в присутствии течений в районе Гвианской котловины.— В сб.: Гидрофизические исследования Центральной Атлантики. Севастополь, МГИ АН УССР, 1983, с. 80—89.
28. Жак В. М., Куликов Е. А. Анализ распространения длинных волн на шельфе северной части Курильской гряды.— Метеорология и гидрология, 1978, № 6, с. 51—55.
29. Жак В. М., Соловьев С. Л. Дистанционная регистрация слабых волн типа цунами на шельфе Курильских островов.— Докл. АН СССР, 1971, т. 198, № 4, с. 816—817.
30. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики. Пер. с нем.— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1950.— 456 с.
31. Каган Б. А. Глобальное взаимодействие океанских и земных приливов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1977.— 46 с.
32. Кадзиура К. Направленность излучения энергии цунами, возбужденного вблизи континентального шельфа.— Труды СахКНИИ, 1973, вып. 32, Южно-Сахалинск, с. 5—26.
33. Каменкович В. М. Основы динамики океана.— Л.: Гидрометеоиздат, 1973.— 240 с.
34. Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А. С. Синоптические вихри в океане.— Л.: Гидрометеоиздат, 1982.— 264 с.
35. Ковалев П. Д., Рабинович А. Б. Придонные измерения приливных течений в южной части Курило-Камчатского желоба.— Океанология, 1980, т. 20, № 3, с. 451—458.
36. Коняев К. В., Спектральный анализ случайных океанологических полей.— Л.: Гидрометеоиздат, 1981.— 207 с.
37. Краусс В. Внутренние волны. Пер. с нем.— Л.: Гидрометеоиздат, 1968.— 272 с.
38. Куликов Е. А. Дифракция волны Кельвина на неоднородностях линии берега.— В сб.: Волновые процессы в краевых областях океана. Южно-Сахалинск, СахКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1979, с. 3—11.
39. Куликов Е. А., Павленко В. Г., Лаппо С. С., Рабинович А. Б. Вторая советско-американская экспедиция по изучению цунами в открытом океане.—Океанология, 1979, т. 19, № 2, с. 357—359.
40. Куликов Е. А., Пул С. Л., Рабинович А. Б. Спектр длинных волн в открытом океане и радиационные приливы.— В сб.: Волновые процессы в северо-западной части Тихого океана. Владивосток, ДВНЦ АН СССР, 1980, с. 28—38.
41. Куликов Е. А., Рабинович А. Б. Радиационные приливы в океане и атмосфере.— Докл. АН СССР, 1983, т. 271, № 5, с. 1226—1230.

42. Куликов Е. А., Рабинович А. Б., Харви Р. Р. Глубоководные исследования приливов в северо-западной части Тихого океана.— Труды СахКНИИ, 1977, вып. 54, Владивосток, с. 59—75.
43. Куликов Е. А., Христофоров Г. Н. Некоторые особенности структуры гидрофизических полей на шельфе северо-западной части Тихого океана.— Труды СахКНИИ, 1976, вып. 50, с. 29—34.
44. Ламб Г. Гидродинамика. Пер. с англ.— Л.: ГИТТЛ, 1947.— 928 с.
45. Лаппо С. С. Среднемасштабные динамические процессы океана, возбуждаемые атмосферой.— М.: Наука, 1979.— 181 с.
46. Лаппо С. С. О связи полей атмосферного давления и уровня океана у побережья Курильских островов.— Изв. АН СССР, ФАО, 1982, т. 18, № 10, с. 1077—1085.
47. Лаппо С. С., Скрипник А. В., Рабинович А. Б. О связи атмосферного давления и уровня северо-западной части Тихого океана.— Метеорология и гидрология, 1978, № 12, с. 50—55.
48. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Пер. с англ.— М.: Мир, 1981. Т. 1.— 480 с. Т. 2.— 365 с.
49. Левшин А. Л. Поверхностные и каналовые сейсмические волны.— М.: Наука, 1973.— 176 с.
50. Линь С. Теория гидродинамической устойчивости. Пер. с англ.— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1958.— 230 с.
51. Лихачева О. Н. Вынужденные колебания уровня у берегов Курильской гряды в синоптическом диапазоне частот.— Океанология, 1984, т. 24, № 2, с. 245—250.
52. Лихачева О. Н., Скрипник А. В. Формирование синоптических колебаний уровня океана в районе Курильской гряды.— Изв. АН СССР, ФАО, 1981, т. 17, № 5, с. 513—520.
53. Марчук Ан. Г., Чубаров Л. Б., Шокин Ю. М. Численное моделирование волн цунами.— Новосибирск: Наука, 1983.— 175 с.
54. Марчук Г. И., Каган Б. А. Океанские приливы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1977.— 295 с.
55. Марчук Г. И., Каган Б. А. Динамика океанских приливов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1983.— 359 с.
56. Миропольский Ю. З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане.— Л.: Гидрометеоиздат, 1981.— 301 с.
57. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана.— Л.: Гидрометеоиздат, 1974.— 262 с.
58. Музылев С. В., Одуло А. Б. Волны во вращающейся стратифицированной жидкости у наклонного берега.— Докл. АН СССР, 1980, т. 250, № 2, с. 331—335.
59. Мурти Т. С. Сейсмические морские волны цунами. Пер. с англ.— Л.: Гидрометеоиздат, 1981.— 447 с.
60. Некрасов А. В. Приливные волны в окраинных морях.— Л.: Гидрометеоиздат, 1975.— 247 с.
61. Одуло А. Б. Распространение длинных волн во вращающемся бассейне переменной глубины.— Океанология, 1975, т. 15, № 1, с. 18—24.
62. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. Пер. с англ.— М.: Мир, 1984.— 811 с.
63. Пелиновский Е. Н. Нелинейная динамика волн цунами.— Горький: ИПФ АН СССР, 1982.— 226 с.
64. Плинк Н. Л. Исследование частотных свойств шельфа с целью цунамирайонирования.— В сб.: Теоретические и экспериментальные исследования по проблеме цунами. М., Наука, 1977, с. 140—147.
65. Пул С. Л., Рабинович А. Б., Спильфогель Л. К., Харви Р. Р. Исследование океанских приливов в районе Курило-Камчатского и Японского желобов.— Океанология, 1980, т. 20, № 6, с. 996—1003.
66. Рабинович А. Б. Топографические вихри в районе Курило-Камчатского желоба.— Докл. АН СССР, 1984, т. 277, № 4, с. 976—979.
67. Рабинович А. Б., Жуков А. Е. Приливные колебания на шельфе острова Сахалин.— Океанология, 1984, т. 24, № 2, с. 238—244.

68. Рабинович А. Б., Шевченко Г. В. О двухтактном механизме диссипации приливной энергии в океане.— Докл. АН СССР, 1984, т. 276, № 6, с. 1470—1473.
69. Соловьев С. Л. Проблема цунами и ее значение для Камчатки и Курильских островов.— В сб.: Проблема цунами. М., Наука, 1968, с. 7—50.
70. Соловьев С. Л. Повторяемость землетрясений и цунами в Тихом океане.— Труды СахКНИИ, 1972, вып. 29, Южно-Сахалинск, с. 7—47.
71. Соловьев С. Л., Го Ч. Н. Каталог цунами на западном побережье Тихого океана.— М.: Наука, 1974.— 310 с.
72. Соловьев С. Л., Некрасов А. В., Бухтеев В. Г., Пясковский Р. В. Предварительное цунамирайонирование Курило-Камчатского побережья на основе гидродинамических расчетов.— В сб.: Теоретические и экспериментальные исследования по проблеме цунами. М., Наука, 1977, с. 131—139.
73. Талсепп Л. А. О захваченных топографических волнах в Балтийском море.— Океанология, 1983, т. 23, № 6, с. 928—936.
74. Тареев Б. А. Градиентно-вихревые волны на материковом склоне океана.— Изв. АН СССР, ФАО, 1971, т. 7, № 4, с. 431—436.
75. Тареев Б. А. Динамика бароклинных возмущений в океане.— М.: Изд. МГУ, 1975.— 189 с.
76. Тимонов В. В. О кинематическом анализе приливов.— Труды ГОИН, 1959, вып. 37, с. 181—204.
77. Тихий океан. Метеорологические условия.— М.: Наука, 1966.— 396 с.
78. Файн И. В. Распространение бездивергентных волн вдоль шельфов с различной топографией.— В сб.: Волновые процессы в краевых областях океана. Южно-Сахалинск, СахКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1979, с. 12—16.
79. Файн И. В. Расчет захваченных волн для района Курильской гряды.— В сб.: Волновые процессы в северо-западной части Тихого океана. Владивосток, ДВНЦ АН СССР, 1980, с. 87—92.
80. Файн И. В. Частотные свойства Курильского шельфа.— В сб.: Генерация цунами и выход волн на берег. М., Радио и связь, 1984, с. 80—83.
81. Файн И. В., Жуков А. Е., Рабинович А. Б. Вертикальная структура полусуточных приливных течений на шельфе острова Хоккайдо.— В сб.: Волновые процессы в северо-западной части Тихого океана. Владивосток, ДВНЦ АН СССР, 1980, с. 93—105.
82. Файн И. В., Шевченко Г. В., Куликов Е. А. Исследование лучевым методом захватывающих свойств Курильского шельфа.— Океанология, 1983, т. 23, № 1, с. 23—26.
83. Физика океана, т. 1. Гидрофизика океана; т. 2. Гидродинамика океана.— М.: Наука, 1978.
84. Фукс В. Р. Введение в теорию волновых движений в океане.— Л.: Изд. ЛГУ, 1982.— 200 с.
85. Хлыстов Н. З. Структура и динамика вод Тропической Атлантики.— Киев: Наукова думка, 1976.— 163 с.
86. Черкесов Л. В. Гидродинамика поверхностных и внутренних волн.— Киев: Наукова думка, 1976.— 364 с.
87. Шендерович И. М. Аппаратура для изучения волн цунами.— Л.: Гидрометеоиздат, 1977.— 86 с.
88. Adams J. K., Buchwald V. T. The generation of continental shelf waves.— J. Fluid Mech., 1969, vol. 35, pt. 4, p. 815—826.
89. Aida I. Water level oscillations on the continental shelf in the vicinity of Miyogi—Enoshima.— Bull. Earthquake Res. Inst., 1967, vol. 45, pt. 1, p. 61—78.
90. Aitsam A., Elken J. Synoptic scale variability of hydrophysical fields in the Baltic Proper on the basis of CTD measurements.— In: Hydrodynamics of semi-enclosed seas. Amsterdam, Elsevier, 1982, p. 433—467.
91. Aitsam A., Talsepp L. Analysis of bottom trapped topographic waves in the Baltic Sea.— In: The investigation and modelling of processes in the Baltic Sea. Tallinn, 1981, pt. 2, p. 57—70.
92. Allen J. S. Coastal trapped waves in stratified ocean.— J. Phys. Oceanogr., 1975, vol. 5, N 2, p. 300—325.

93. Allen J. S. Some aspects of the forced wave response of stratified coastal regions.— J. Phys. Oceanogr., 1976, vol. 6, N 1, p. 113—119.
94. Allen J. S. Models of wind-driven currents on the continental shelf.— Ann. Rev. Fluid Mech., 1980, vol. 12, p. 389—433.
95. An intercomparison of open sea tidal pressure sensors.— UNESCO Techn. Papers in Mar. Sci., 1975, N 21.— 67 p.
96. Ball F. K. Edge waves in an ocean of finite depth.— Deep-Sea Res., 1967, vol. 14, p. 79—88.
97. Bane J. M. Coastal-trapped and frontal-trapped waves in a baroclinic western boundary current.— J. Phys. Oceanogr., 1980, vol. 10, N 10, p. 1652—1668.
98. Blanford R. Mixed gravity — Rossby waves in the ocean.— Deep-Sea Res., 1966, vol. 13, p. 941—961.
99. Bretherton F. P. Low frequency oscillations trapped near the equator.— Tellus, 1964, vol. 16, p. 181—182.
100. Brooks D. A., Mooers C. N. K. Free, stable continental shelf waves in a sheared, barotropic boundary current.— J. Phys. Oceanogr., 1977, vol. 7, p. 380—388.
101. Buchwald V. T. Long waves on oceanic ridges.— Proc. Roy. Soc. London, 1968, Ser. A, vol. 308, p. 343—354.
102. Buchwald V. T. On divergent shelf waves.— J. Mar. Res., 1973, vol. 31, p. 105—115.
103. Buchwald V. T. Diffraction of shelf waves by an irregular coastline.— Lecture Notes in Physics, 1977, vol. 64, New York, Springer, p. 188—193.
104. Buchwald V. T., Adams J. K. The propagation of continental shelf waves.— Proc. Roy. Soc. London, 1968, Ser. A, vol. 305, p. 235—250.
105. Caldwell D. R., Cutchin D. L., Longuet-Higgins M. S. Some model experiments on continental shelf waves.— J. Mar. Res., 1972, vol. 30, N 1, p. 39—55.
106. Cane M. A., Sarachic E. S. Forced baroclinic ocean motions. II: The linear equatorial bounded case.— J. Mar. Res., 1977, vol. 35, N 2, p. 395—432.
107. Cane M. A., Sarachic E. S. The response of a linear baroclinic equatorial ocean to periodic forcing.— J. Mar. Res., 1981, vol. 39, N 4, p. 651—693.
108. Cartwright D. E. Extraordinary tidal currents near St. Kilda.— Nature, 1969, vol. 223, p. 928—932.
109. Cartwright D. E. Tides and waves in the vicinity of Saint Helena.— Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1971, Ser. A, vol. 270, N 1210, p. 603—649.
110. Cartwright D. E. Oceanic tides.— Repts. Progr. Phys., 1977, vol. 40, N 6, p. 665—708.
111. Cartwright D. E., Huthnance J. M., Spenser R., Vassie J. M. On the St. Kilda shelf tidal regime.— Deep-Sea Res., 1980, vol. 27A, N 1, p. 61—70.
112. Cartwright D. E., Zetler B. D., Hamon B. V. Pelagic tidal constants.— Publ. Sci. 30, Internat. Assoc. Phys. Sci. of the Oceans, 1979.— 65 p.
113. Clarke A. J., Battisti D. S. The effect of continental shelves on tides.— Deep-Sea Res., 1981, vol. 28A, N 7, p. 665—682.
114. Clarke D. J. Long edge waves over a continental shelf.— Deut. Hydr. Zeit., Bd. 27, N 1, S. 1—8.
115. Collings I. L., Grimshaw R. The effect of topography on the stability of a barotropic coastal current.— Dyn. Atmosph. Oceans, 1980, vol. 5, p. 83—106.
116. Crawford W. R., Thomson R. E. Continental shelf waves of diurnal period along Vancouver Island.— J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, p. 9516—9522.
117. Csanady G. T. Baroclinic boundary currents and long edgewaves in basins with sloping shores.— J. Phys. Oceanogr., 1971, vol. 1, N 1, p. 92—104.
118. Cutchin D. L., Smith R. L. Continental shelf waves: low frequency variations in sea level and currents over the Oregon continental shelf.— J. Phys. Oceanogr., 1973, vol. 3, N 1, p. 73—82.
119. Daifuku P. R., Beardsley R. C. The K_1 tide on the continental shelf from Nova Scotia to Cape Hatteras.— J. Phys. Oceanogr., 1983, vol. 13, N 1, p. 3—17.

120. Düing W., Hizard P., Katz E. et al. Manders and long waves in the equatorial Atlantic.— Nature, 1975, vol. 257, p. 280—284.
121. Eckart C. Surface waves in water of variable depth.— Mar. Phys. Lab., Scripps Inst. Oceanogr., Wave Rept. N 100, 1951, Ref. 51—12.— 99 p.
122. Eriksen C. C. Evidence for continuous spectrum of equatorial waves in the Indian Ocean.— J. Geophys. Res., 1980, vol. 85, N C6, p. 3285—3303.
123. Filloux J. H. Pressure fluctuations on the open ocean floor over a broad frequency range: New program and early results.— J. Phys. Oceanogr., 1980, vol. 10, N 12, p. 1959—1971.
124. Filloux J. H. Tsunami recorded on the open ocean floor.— Geophys. Res. Let., 1982, vol. 9, N 1, p. 25—28.
125. Fjelstad J. E. Interne Wellen.— Geophys. Publ., 1933, vol. 10, N 6, p. 1—35.
126. Fuller J. D., Mysak L. A. Edge waves in the presence of an irregular coastline.— J. Phys. Oceanogr., 1977, vol. 7, p. 846—855.
127. Gent P. R. Standing equatorial wave modes in bounded ocean basins.— J. Phys. Oceanogr., 1979, vol. 9, N 4, p. 653—662.
128. Gent P. R., Semtner A. J. Energy trapping near the equator in a numerical ocean model.— J. Phys. Oceanogr., 1980, vol. 10, N 6, p. 823—842.
129. Gill A. E., Schumann E. H. The generation of long waves by the wind.— J. Phys. Oceanogr., 1974, vol. 4, N 1, p. 83—90.
130. Hamon B. V. The spectrums of mean sea level at Sydney, Coff's Harbour, and Lord Howe Island.— J. Geophys. Res., 1962, vol. 67, p. 5147—5155. (Correction, Ibid, 1963, vol. 68, p. 4635).
131. Hamon B. V. Continental shelf waves and the effects of atmospheric pressure and wind stress on sea level.— J. Geophys. Res., 1966, vol. 71, N 12, p. 2883—2893.
132. Hatori T., Takahasi R. On the Iturup tsunami of Oct. 13, 1963, as observed along the coast of Japan.— Bull. Earthquake Res. Inst., 1964, vol. 42, p. 543—554.
133. Heath R. A. Variations of the semi-diurnal tidal admittance near New Zealand.— Deep-Sea Res., 1981, vol. 28A, N 8, p. 847—858.
134. Hogg N. G. Observations of internal Kelvin waves trapped round Bermuda.— J. Phys. Oceanogr., 1980, vol. 10, N 9, p. 1353—1376.
135. Horigan A. M., Weisberg R. H. A systematic search for trapped equatorial waves in the GATE velocity data.— J. Phys. Oceanogr., 1981, vol. 11, N 3, p. 337—354.
136. Houghton R. W. Characteristics of the fortnightly shelf wave along the Ghana Coast.— J. Geophys. Res., 1979, vol. 84, N C10, p. 6355—6361.
137. Hsieh W. W. On the detection of continental shelf waves.— J. Phys. Oceanogr., 1982, vol. 12, N 5, p. 414—427.
138. Huthnance J. M. On trapped waves over a continental shelf.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 69, pt. 4, p. 689—704.
139. Huthnance J. M. On coastal trapped waves: analysis and numerical calculation by inverse iteration.— J. Phys. Oceanogr., 1978, vol. 8, N 1, p. 74—92.
140. Huyer A. B., Hickey B. M., Smith J. D. et al. Alongshore coherence at low frequency in currents observed over the continental shelf off Oregon and Washington.— J. Geophys. Res., 1975, vol. 80, p. 3495—3505.
141. Iida H. Edge waves on the linearly sloping coast. 1. Free waves.— Oceanogr. Mag., 1970, vol. 22, N 1, p. 37—62.
142. Irish J., Munk W., Snodgrass F. M_2-amphidrome in the Northeast Pacific.— Geophys. Fluid. Dyn., 1971, vol. 2, p. 355—360.
143. Ishii H., Abe K. Propagation of tsunami on a linear slope between two flat regions. Part 1. Edge wave.— Phys. Earth., 1980, vol. 28, p. 531—541.
144. Kulikov E. A., Poole S. L., Rabinovich A. B. et al. Measurement of tsunamis in the open ocean.— Marine Geodesy, 1983, vol. 6, N 3—4, p. 311—329.
145. Larsen J. C. Cotidal charts for the Pacific Ocean near Hawaii using f-plane solutions.— J. Phys. Oceanogr., 1977, vol. 7, N 1, p. 100—109.
146. LeBlond P. H., Mysak L. A. Trapped coastal waves and their role in shelf dynamics.— In: The Sea, vol. 6, New York, J. Wiley, 1977, p. 459—495.

147. Lighthill M. J. Dynamic response of Indian Ocean to onset of the southwest monsoon.— Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1969, Ser. A, vol. 265, p. 45—92.
148. Longuet-Higgins M. S. Planetary waves on a rotating sphere.— Proc. Roy. Soc. London, Ser. A. Pt. 1, 1964, vol. 279, p. 446—473; Pt. 2, 1965, vol. 284, p. 40—54.
149. Longuet-Higgins M. S. On the trapping of waves along a discontiunity of depth in a rotating ocean.— J. Fluid Mech., 1968, vol. 31, pt. 3, p. 417—434.
150. Longuet-Higgins M. S. Double Kelvin waves with continuous depth.— J. Fluid Mech., 1968, vol. 34, p. 49—80.
151. Luyten J. R., Swallow J. C. Equatorial undercurrents.— Deep-Sea Res., 1976, vol. 23, p. 999—1001.
152. Matsuno T. Quasi-geostropic motions in equatorial area.— J. Meteorol. Soc. Japan, 1966, vol. 44, p. 25—43.
153. McKee W. D. Critical levels for forced Rossby and continental shelf waves.— Pure Appl. Geophys., 1979, vol. 117, p. 841—850.
154. McWilliams J. C. Stable jet modes: a special case of eddy and mean flow interaction.— J. Phys. Oceanogr., 1978, vol. 8, p. 344—362.
155. Miles J. W. Kelvin waves on oceanic boundaries.— J. Fluid Mech., 1972, vol. 55, pt. 1, p. 113—127.
156. Miller G. R. Relative spectra of tsunamis.— Report NOAA—JTRE-73, Honolulu, University of Hawaii, 1972.— 7 p.
157. Miller G. R., Munk W. H., Snodgrass F. E. Long-period waves over California's continental borderland. Pt. II. Tsunamis.— J. Mar. Res., 1962, vol. 20, N 1, p. 31—41.
158. Moore D. W., Philander S. G. H. Modelling of the tropical oceanic circulation.— In: The Sea, vol. 6, Ch. 8. New York, J. Wiley, 1977, p. 319—361.
159. Munk W. H. Long ocean waves.— In: The Sea. Ideas and observations in in progress in study of the sea. Ch. 1. New York, J. Wiley, 1962, p. 647—663.
160. Munk W. H., Bullard E. C. Patching the long-wave spectrum across the tides.— J. Geophys. Res., 1963, vol. 68, N 12, p. 3627—3634.
161. Munk W. H., Moore D. W. Is the Cromwell Current driven by equatorial Rossby wave? — J. Fluid Mech., 1968, vol. 33, p. 241—259.
162. Munk W. H., Snodgrass F. E., Carrier G. Edge waves on the continental shelf.— Science, 1956, vol. 123, p. 127—132.
163. Munk W. H., Snodgrass F. E., Gilbert F. Long waves on the continental shelf: an experiment to separate trapped an leaky modes.— J. Fluid Mech., 1964, vol. 20, pt. 4, p. 529—544.
164. Munk W. H., Snodgrass F. E., Wimbush M. Tides off shore: Transition from California coastal to deep-sea waters.— Geophys. Fluid Dyn., 1970, vol. 1, p. 161—235.
165. Mysak L. A. On the theory of continental shelf waves.— J. Mar. Res., 1967, vol. 25, p. 205—227.
166. Mysak L. A. Recent advances in shelf wave dynamics.— Rev. Geophys. Space Phys., 1980, vol. 18, N 1, p. 211—241.
167. Mysak L. A., Johnson E. R., Hsieh W. W. Baroclinic and barotropic instabilities of coastal currents.— J. Phys. Oceanogr., 1981, vol. 11, N 2, p. 209—230.
168. Mysak L. A., LeBlond P. H., Emery W. J. Trench waves.— J. Phys. Oceanogr., 1979, vol. 9, N 5, p. 1001—1013.
169. Niiler P. P., Mysak L. A. Barotropic waves along an eastern continental shelf.— Geophys. Fluid Dyn., 1971, vol. 2, p. 273—288.
170. Nowroozi A. A. Long-term measurements of pelagic tidal height off the coast of northern California.— J. Geophys. Res., 1972, vol. 77, N 3, p. 434—443.
171. Orlanski J. Instability of frontal waves.— J. Atmosph. Sci., 1968, vol. 25, N 2, p. 178—200.
172. Orlanski J. The influence of bottom topography on the instability of jets in a baroclinic fluid.— J. Atmosph. Sci., 1969, vol. 26, N 6, p. 1216—1237.

173. Pedlosky J. The stability of currents in the atmosphere and ocean.— J. Atmosph. Sci., 1964, vol. 21, Pt. 1, N 2, p. 201—219; Pt. 2, N 4, p. 342—353.
174. Philander S. G. H. Instabilities of zonal equatorial currents.— J. Geophys. Res., Pt. 1, 1976, vol. 81, N 21, p. 3725—3735; Pt. 2, 1978, vol. 83, N C7, p. 3679—3682.
175. Philander S. G. H. Forced oceanic waves.— Rev. Geophys. Space Phys., 1978, vol. 16, N 1, p. 15—46.
176. Philander S. G. H. Equatorial waves in the presence of the equatorial undercurrent.— J. Phys. Oceanogr., 1979, vol. 9, N 2, p. 254—262.
177. Philander S. G. H., Pacanowsky R. C. Response of equatorial oceans to periodic forcing.— J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N C3, p. 1903—1916.
178. Phillips N. A. A simple three-dimensional model for the study of large-scale extratropical flow patterns.— J. Meteorol., 1951, vol. 8, N 6, p. 381—384.
179. Platzman G. W. Ocean tides and related waves.— In: Lectures in Applied Mathematics, vol. 14, Mathem. Probl. in Geophys. Sciences, pt. 2, 1971, p. 239—291.
180. Poincaré H. Leçons de mécanique céleste. T. 3. Théorie des marées.— Paris: Gauthier—Villars, Impr.— Lib., 1910.— 409 p.
181. Proudman J. The tides of the Atlantic Ocean.— Month. Not. Roy. Astr. Soc., 1944, vol. 104, p. 244—256.
182. Reid R. O. Effect of Coriolis force on edge waves. 1. Investigation of the normal modes.— J. Mar. Res., 1958, vol. 16, p. 104—144.
183. Rhines P. B. Edge-, bottom-, and Rossby waves in a rotating stratified fluid.— Geophys. Fluid Dyn., 1970, vol. 1, p. 273—302.
184. Robinson A. R. Continental shelf waves and the response of sea level to weather systems.— J. Geophys. Res., 1964, vol. 69, p. 367—368.
185. Sezawa K., Kanai K. On shallow water waves transmitted in direction parallel to a sea coast, with special reference to Love-waves in heterogeneous media.— Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo, 1939, vol. 17, p. 685—694.
186. Smith R. Nonlinear Kelvin and continental shelf waves.— J. Fluid Mech., 1972, vol. 52, p. 379—391.
187. Snodgrass F. E., Munk W. H., Miller G. R. Long-period waves over California's continental borderland. Pt. 1. Background spectra.— J. Mar. Res., 1962, vol. 20, N 1, p. 3—30.
188. Solomon H., Ahlnäs K. Eddies in the Kamchatka Current.— Deep-Sea Res., 1978, vol. 25, N 4, p. 403—410.
189. Stern M. E. Trapping of low-frequency oscillations in the equatorial "boundary layer".— Tellus, 1963, vol. 15, p. 246—250.
190. Stokes G. G. Report on recent researches in hydrodynamics.— Rep. 16th Meet. Brit. Assoc. Adv. Sci., London, Murray, 1846, p. 1—20.
191. Thompson R. O. R. Y., Luyten J. R. Evidence for bottom-trapped Rossby waves from single moorings.— Deep-Sea Res., 1976, vol. 23, p. 629—635.
192. Thomson W. (Lord Kelvin). On gravitational oscillations of rotating water.— Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 1979, vol. 10, p. 92—100.
193. Ursell F. Edge waves on a sloping beach.— Proc. Roy. Soc. London, 1952, Ser. A, vol. 214, p. 79—97.
194. Vitousek W., Miller G. An instrumentation system for measuring tsunamis.— In: Tsunamis in the Pacific Ocean. Honolulu, University Press of Hawaii, 1970, p. 239—252.
195. Wang D. P. Coastal trapped waves in baroclinic ocean.— J. Phys. Oceanogr., 1975, vol. 5, N 2, p. 326—333.
196. Wang D. P., Mooers C. N. K. Coastal-trapped waves in the continously stratified ocean.— J. Phys. Oceanogr., 1976, vol. 6, p. 853—863.
197. Wang D. P., Mooers C. N. K. Long coastal-trapped waves off the west coast of the United States, summer 1973.— J. Phys. Oceanogr., 1977, vol. 7, p. 856—864.
198. Wearn R. B., Baker D. J. Bottom pressure measurements across the Atlantic Circumpolar Current and their relation to the wind.— Deep-Sea Res., 1980, vol. 27, A, N 11, p. 875—880.

199. Weisberg R. H., Horigan A., Colin C. Equtorially trapped Rossby-gravity wave propagation in the Gulf of Guinea.— J. Mar. Res., 1979, vol. 37, N 1, p. 67—86.
200. Wunsch C. Long-period tides.— Rev. Geophys. Space Phys., 1967, vol. 5, p. 447—475.
201. Wunsch C. Bermuda sea-level in relation to tides, weather and baroclinic fluctuations.— Rev. Geophys. Space Phys., 1972, vol. 10, N 1, p. 1—49.
202. Wunsch C. Response of an equatorial ocean to a periodic monsoon.— J. Phys. Oceanogr., 1977, vol. 7, p. 497—511.
203. Wunsch C., Gill A. E. Observations of equatorial trapped wave in Pacific sea-level variations.— Deep-Sea Res., 1976, vol. 23, p. 371—390.
204. Yoshida K. A hypothesis on transmission of energy of tsunami waves.— Rev. Oceanogr. Works in Japan, 1959, vol. 5, p. 14—23.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Амфидромия, амфидромическая точка 195, 198—199, 212
Анализ волновой структуры приливов (кинематический анализ) 43, 188—219
Апвеллинг 3, 6, 12, 13, 129, 147

Вихри синоптические 100
— топографические 3, 10, 100—103, 255—257
Вихрь планетарный 7
— потенциальный 6, 134, 140, 145—146
Волновод 3, 9, 50, 73
Волновой вектор комплексный 130—132
Волновые составляющие прилива вынужденные 188, 193—199, 202—207, 213—215, 232—234
— — — свободные 188—220, 230—234
Волны атмосферные акустико-гравитационные (АГВ) 69—70, 76—77
— — внутренние гравитационные (ВГВ) 69—70, 76—77
— океанские внутренние гравитационные 6, 11, 14—15, 108, 112, 132
— — внутренние приливные 129—131, 196, 237—238
— — горизонтально-неоднородные 7
— — горизонтально-однородные 7
— — гравитационные 6—8, 11, 24, 132, 196
— — градиентно-вихревые 6—8, 11, 112, 113, 118, 132, 157, 193—196, 200
— — желобовые 50, 99—100
— — захваченные 8—9, 17—38, 43—50, 58, 70—71, 74—85, 86—92, 93—100, 110—141, 148—153, 155—160, 164—176, 192—230, 241—244, 248—262
— — излученные 9—10, 19, 28, 38—43, 50, 81, 86, 90—92, 110—111, 115—116, 241, 244, 247
— — квазигеострофические 6, 11, 34, 36, 121—122, 193
— — Кельвина (поверхностные) 7, 9, 10, 12, 18, 20—38, 77, 111, 125, 148—149, 155, 189, 193—195, 197—216, 220—230, 232—233, 254
— — — внутренние 7, 10, 111, 117, 119, 122, 126, 129—132
— — — вынужденные 192, 194, 214—216
— — — двойные 7, 10, 21, 30, 47—50, 100, 102—103, 121, 192—194, 196
— — краевые (волны Стокса) 7, 9, 12, 18, 20—38, 50, 54, 70, 72, 77, 79—92, 166, 193—195, 240—244, 248—253, 259—262
— — — внутренние 10, 116—117
Волны на подводных хребтах 3, 10, 192
— океанские неустойчивые 133, 139, 141, 144—147, 182—183
— — отраженные 19, 89, 161, 178
— — — вынужденные 190
— — падающие 19, 89
— — придонные захваченные 7, 11, 112, 117, 122, 126—128
— — приходящие вынужденные 190, 192, 194, 204
— — Пуанкаре 10, 12, 18—19, 29—32, 38—42, 72, 77, 80, 83, 86, 89—92, 149, 189, 192—195, 197—207, 241—244, 247
— — — внутренние 117—118
— — — вынужденные 191—192, 194, 202, 204
— — Россби бароклинные 7, 100, 148
— — — баротропные 7, 21, 100, 148, 194, 196
— — — топографические 9—11, 102, 108, 127, 147
— — Свердрупа 10, 193—195
— — струйные 8, 11, 147
— — топографические 3, 11—12, 99, 100
— — фронтальные 8, 147
— — шельфовые 5, 7, 10, 12, 18, 20—38, 45, 47—50, 65—69, 73, 77—78, 93—99, 102, 103, 105, 107—108, 114—122, 127, 133—141, 147—149, 193—196, 208—237, 242, 244, 253—257

— — — вынужденные 95, 103—108
— — экваториальные 3, 8, 73, 148—184, 194—196
— — — вынужденные 177
— — — зональные стоячие 170, 176—178
— — — инерционно-гравитационные 148—149, 156—157, 164, 166—178, 195
— — — Кельвина 8, 148—149, 155, 159—160, 169—174, 176—178, 195
— — — Россби 8, 148—149, 157—158, 164, 166—174, 176—178
— — — смешанная Россби-гравитационная (волна Янаи) 8, 148—149, 155, 157, 164, 166, 169—173, 176—178, 195
— сейсмические 9, 245
— — Лява 9, 10, 24
— — Рэлея 9, 24, 60
— — *PL*-волны

Гармоники приливные гравитационные 56—58, 185
— — — долгопериодные 186
— — — мелководные (высокочастотные) 58, 186
— — — полусуточные 62, 64, 129—130, 186, 195—198, 199, 200—207
— — — суточные 47, 62, 102, 186, 195—199, 202, 208—211, 213—220
— радиационные 63—65
Гармонические составляющие прилива (гармонические постоянные) 58, 186, 198—199, 203, 206—207, 209
— — — мелкомасштабные вариации гармонических постоянных 209—211, 213, 216—217
— — экваториальных течений 171—172
Генерация внутренних приливных волн 184
— длинных волн 74—78
— краевых волн 244
— цунами 51, 58—61, 238—241, 244
— шельфовых волн 77—78, 94—95, 99, 220, 228—231, 253—257
— экваториальных волн 148, 164, 173, 176—178, 179—184
Геодезический множитель 186—187
Градиент потенциальной завихренности 134, 144—147, 180—181

Датчики для измерения уровня открытого океана 52, 58—60, 79, 258
— — — — — — — вибротронные 52, 54, 258
— — — — — — — кварцевые 52, 56
Диагностическая диаграмма 28, 75, 78, 115
Дисперсионная диаграмма баротропных захваченных волн 18, 27—29, 32, 34, 149, 193, 202
— — бароклинных захваченных волн 110, 113, 117, 120, 122
— — краевых волн 50, 80, 83, 252
— — шельфовых волн 32, 33, 45, 47, 95, 96, 102, 210, 214, 224
— — устойчивых и неустойчивых баротропных мод 133, 139, 140, 141
— — экваториальных волн 148—149, 157—159, 172
Дисперсия волновая 7, 23—26, 73, 239, 260, 262
— колебаний уровня океана 61, 69, 73, 90
Диссипация энергии длинных волн 85, 86
— приливной энергии 184, 213, 231—237
— — — «двухтактный механизм» диссипации 233
Дифракция волн на неоднородностях рельефа 220—230, 248
Добротность 43, 235, 247, 259

Единая автоматизированная система наблюдений за цунами (EACH) 51, 54, 58, 262

Завихренность поля скорости 6, 134, 143
— напряжений ветра 76—77
Задача краевая (на собственные значения) 18—20, 24, 123, 154—155, 182, 241
— начальная (задача Коши) 24—25, 137, 241—248
Закон Казанского—Монина 218

— логарифмический 218
— обратного барометра 65, 93—94, 105, 107
— сохранения потенциального вихря 6
—— энергии 25, 88
— спадания спектра 66, 67, 70—72
Захват волновой энергии 3, 9, 51, 79, 148, 156, 185, 241
Зона захвата 8, 248

Карта приливная 51, 186, 197—199, 207, 216
Когерентность между колебаниями уровня океана и атмосферным давлением 67—69, 95—96, 106—107
———— и ветровым напряжением 68—69
Колебания инерционные 34
— субинерционные 36, 49—50, 100, 200, 255
— уровня океана синоптические 65—69, 100, 103—108
Конденсация волновой энергии 8, 73, 185
Коэффициент вязкости 137—138, 178
— захвата 249—251
— отражения 162—163
— сопротивления 74
— усиления волн Пуанкаре 19, 30, 39—43, 45, 252—253, 259—260
Критерий устойчивости Рэлея 134, 137
—— Фьортофта 134
Критическая область 136—137, 139
— скорость 180
— точка 135—137, 182

Магнитуда землетрясения 51, 59—60, 239
Меандрирование течений 4, 6, 12, 13, 133, 142, 145
Метод возмущений 119, 221
— интерполяционно-разностный 43, 45—46
— максимального правдоподобия (адаптивный) 81, 84, 97
— наименьших квадратов (МНК) 56—58, 171—172
— начальных параметров (МНП) 43—45, 49, 104—105, 161—162
— обратных итераций 127
— ортогонализации 138
— прогноза цунами гидрофизический 51
——— сейсмологический 51
— резонансных итераций 127
— Рунге—Кутта 46
Моделирование лабораторное 94—95
— численное 43—50, 103—105, 127
Модель океана двухслойная 111, 112—122, 142—147, 179—183
—— полубесконечного постоянной глубины 111—112, 201—207
—— трехслойная 183—184
Модель бесконечного откоса (модель Стокса—Рида) 34, 36, 79, 121, 124—125
— шельфа, аппроксимируемого степенными функциями 33—38, 40—42, 125
—— линейная 34—36, 40—41, 261—262
— экспоненциальная 30—33, 39—41, 45—46, 77, 94—95, 104, 135—141, 214—218, 220—230, 234—235, 255—257
—— двойная экспоненциальная 99—100
— шельф-ступенька 26—30, 40—41, 111, 116—119, 197, 245—247, 254—255, 261—262

Наблюдения глубоководные за колебаниями уровня океана 5, 51—61, 189, 197—198, 201—203, 207
— волн цунами 58—61, 240—241, 257—262
— внутренних волн Кельвина 129—132
— краевых волн 79—84
— придонных захваченных волн 128—129
—— приливных течений 216—219

— спутниковые 100—103
— шельфовых волн 93—100, 103
— — — вынужденных 105—107
— экваториальных волн 149—152, 164—176
Нейтральные возмущения 137, 182—183
Неустойчивость гидродинамическая 132—133, 140—142, 144—147, 176
— зональных течений 178—183
Нодальные параметры 186

Параметр дивергентности 11, 13, 19, 22, 114, 255
— Кориолиса 6, 7, 14, 15, 120, 134, 143, 148, 157, 189
— стратификации 11, 13, 114, 119, 123, 127
— шероховатости морского дна 218
Передаточная функция (частотная характеристика) системы атмосферное давление—уровень океана 65, 105—108
Передаточные свойства шельфа 91—92, 107, 258—260
Периоды синоптические 67—69, 103, 108
— фундаментальные астрономические 185
Пограничная область 4, 7—9, 11, 13, 54, 129, 176, 184
— — топографическая 7—9, 148, 184—185
— — фронтальная 7, 8
— — экваториальная 3, 8, 11, 73, 148—149, 156, 160, 165, 167, 176
Поправка астрономическая на фазу прилива 186
Постоянная Дудсона 185, 187
— Кармана 218
Потенциал приливообразующей силы 51, 185
Поток энергии 25, 26, 86—92, 250
— — вертикальный 162—164
— фрикционный 231—232
Приближение бездивергентности 22—23, 31, 36—37, 77, 133, 254
— Буссинеска 13, 14, 109
— ВКБ 165
— гидростатики (длинных волн) 15, 74, 108, 113, 143
— квазигеострофическое 143, 147, 180
— лучевое (коротковолновое) 46, 90, 92, 248—251
— традиционное 14
— усечения 88
— β-плоскости 14, 15, 74, 179, 187, 191, 199
— f-плоскости 14, 15, 76, 109, 187, 189, 200, 201
Придонный пограничный слой 216—220
Приливы 4, 6, 9, 13, 25, 51, 74, 184—238
— атмосферные 64, 65, 185
— гравитационные 61—62, 72, 184—238
— долгопериодные 61, 185, 194, 195
— земные 184
— индуцированные 187
— мелководные 64, 186, 194
— полусуточные 61, 185, 191, 194, 195, 201—207
— радиационные 62—65, 72
— собственные 187
— статический (равновесный) 186—187, 194, 195, 214—216
— суточные 61, 100, 185, 191, 194, 195, 208—220, 231—237
Приливные течения 94, 129—132, 171, 197—198, 208—219, 237
Противотечение Кромвелла 179
— Ломоносова 179
— Северное пассатное 179
— Тареева 179
Псевдопересечение дисперсионных кривых 119—120, 122

Распределение энергии внутренних волн между модами 129—131
— — длинноволнового шума между модами 70—75, 80—83, 85—92

— — цунами между модами 244, 254—257
Резонансное возбуждение колебаний 99, 205, 227, 230—231, 258—259
— — приливных течений 214—220

Свойства захваченных бароклинных волн 122—126
— — баротропных волн 19—26
Сила возвращающая 6, 113, 147
— гироскопическая 6
— Кориолиса 14, 148—149, 157
— приливообразующая 51, 74
— тяжести 6, 148
Скорость трения 218
Соотношения геострофические 145, 157—158, 174
— ортогональностей 24—26, 87, 154
Спектр амплитудный 62—63
— волновых чисел 80—84, 97
— волн цунами 241, 258—261
— вращательных компонентов поля скорости 165—166
— дискретный 18, 77, 115—116, 137, 192, 241—245
— естественного длинноволнового шума 62, 258
— колебаний атмосферного давления 64—70
— — напряжения ветра 66—69
— — скорости течений 128
— — температуры воды 213—214
— — — воздуха 64—65
— — уровня океана 61—73, 79—83, 91—93, 149, 174—176, 258—259
— непрерывный (континуальный) 9, 18, 28, 38, 77, 115—116, 118, 137, 192, 241—245, 247
Спектральный анализ пространственно-временной 16, 80—84, 95—98
Структура поля скорости вертикальная 110, 129—131, 153, 160—164
— — — горизонтальная 110, 129—132, 153—160, 164

Теорема Хатненса «основная» 20, 38, 124
— «полукруговая» 135
Теория Штурма—Лиувилля 19
Течение Антарктическое циркумполярное 54
— вязкое поверхностное 145
— Гвианское поверхностное 145
— геострофическое 179
— Гольфстрим 3, 94, 132—133, 145
— зональное 143, 146, 176—183
— Куросио 3, 141, 145
— Северное пассатное 179
— Флоридское 136—141
— Южное пассатное 179
Тренд приборный 56, 57
Трение горизонтальное 140—141
— придонное 51

Угол падения волны 89
Уравнение неразрывности 14, 15, 103—104, 133, 186
— Орра—Зоммерфельда 137
— Рэлея 134, 182
Уравнения Буссинеска 109, 133
— движения для баротропного океана 15—19, 74, 103, 133—134, 186—188
— — для стратифицированного океана 13—15, 109—110, 113—117, 123, 152
— приливные Лапласа 186
Уровень океана гидростатический 65
— — «приведенный» 61, 66—67, 72—73, 74, 95—98, 104—105
— — равновесный 103, 186
Условия динамические на свободной поверхности 153, 160, 162—163

— граничные 14, 76—77, 109—111, 113, 123, 144, 161, 178, 182, 187—188, 221—222, 242
— начальные 138
— непротекания 16, 105, 116, 152—153
— полного отражения 161, 177
— полного поглощения 161
— прилипания 138
— устойчивости для баротропного течения 132—135
— — для стратифицированного океана 144—145, 179—180, 182
Устойчивости гидродинамической теории 132, 134, 182
Устойчивость бароклинных течений (баротропная) 141—147
— — — (бароклинная) 142—147, 179—183
— баротропных течений 132—141

Фаза Эйри 244
Фильтрация приливов 56—58
Формы собственных колебаний (профили волны) горизонтальные 47—49, 121, 209—210
— — — — — вертикальные 129—131, 160—161
Функция тока интегральная 22, 77, 134, 144—147, 179—183, 255—256

Цунами 4, 6, 10, 13, 24—25, 43, 51, 58—61, 74, 79, 238—262
— временной масштаб 38, 239, 258—259
— интенсивность 238—239
— очаг 58—59, 239—240, 250—251, 260—262
— поршневой механизм возбуждения 239
— регистрация в открытом океане 51—54, 259—260
— энергия 239—241
Цунамигенность землетрясения 58, 239—241, 250—251
Цунамирайонирование побережья 43, 50, 248—253

Частота Вяйсяля—Брента 13, 109, 131, 160, 162—163, 168
— инерционная 38, 99, 125, 165
— максимальная (резонансная) для шельфовых волн 22—23, 30, 37—38, 96, 214, 219—220, 227
— — — для экваториальных волн 177
— резонансная 3, 38, 42—43, 253, 259
— Эйри 23
Число Бургера 11
— Рейнольдса 137, 140—141
— — критическое 139, 141
— Россби 11, 13, 14, 135, 139, 143, 147, 180

Шельфовый резонанс 3, 10, 19, 38—43, 50—51, 61, 170, 241, 259—260
Широты критические (инерционные) 156, 165—166, 194—195, 237
— резонансные 191—192
Штормовые нагоны 4, 6, 13, 25, 43, 79, 103

Эквивалентная глубина 153, 155—156, 159—160, 164—168, 174
— вязкость 191
Экспедиция советско-американская по проблеме цунами Первая (1975 г.) 4, 5, 52, 54—55, 58, 81, 201
— — — — — Вторая (1978 г.) 4, 52, 55—58, 62, 201
Эксперимент глобальный «Полигон-70» 128
— международный АТЭП (1974 г.) 149, 170, 183
— — БОСЭКС 128
— — МОДЕ 128, 165

— — ПОЛИМОДЭ 100, 128
— — ПГЭП (1979 г.) 4, 149—150, 171
Эллипсы приливных течений 130—131, 198, 208—209, 217—219
Энергетический баланс приливов 231, 233—234
Энергия землетрясений 51
— приливная 184—185, 191, 231—237
Эффект доплеровский 134, 164
— захвата дном 129
— коротковолнового усечения 136, 138
— β-эффект 7, 76, 143—144, 146—148, 182, 199
Эффекты агеострофические 146—147, 180

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 3

ВВЕДЕНИЕ 6

ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН В ПОГРАНИЧНОЙ ОБЛАСТИ ОКЕАНА 13

1.1. Основные уравнения . . . . . —
1.2. Баротропные волны у прямолинейного берега 15
1.3. Качественная теория баротропных захваченных волн 19
1.4. Групповая скорость, дисперсия и соотношение ортогональностей 23
1.5. Дисперсионные диаграммы пограничных волн для простейших форм рельефа 26
1.6. Пограничные волны для профилей рельефа, аппроксимируемых степенными функциями 33
1.7. Шельфовый резонанс для простейших форм рельефа 38
1.8. Численные методы расчета пограничных волн и их применение для северо-западной части Тихого океана 43

ГЛАВА 2. НАБЛЮДЕНИЯ И АНАЛИЗ ДЛИННЫХ ВОЛН В ОКЕАНЕ 51

2.1. Глубоководные измерения уровня океана . . . . . —
2.2. Описание и методика обработки глубоководных записей уровня 54
2.3. Спектр длинных волн в океане 61

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЯ БАРОТРОПНЫХ ЗАХВАЧЕННЫХ ВОЛН 74

3.1. Генерация длинных волн в океане . . . . . —
3.2. Экспериментальные исследования краевых волн 79
3.3. Рассеяние длинных волн и теоретическая модель спектра в океане 85
3.4. Исследование шельфовых волн в океане 93
3.5. Топографические вихри в районе Курило-Камчатского желоба 100
3.6. Вынужденные волны в пограничной области океана 103

ГЛАВА 4. ПОГРАНИЧНЫЕ ВОЛНЫ С УЧЕТОМ СТРАТИФИКАЦИИ И ПОСТОЯННЫХ ТЕЧЕНИЙ 108

4.1. Стратификация и захваченные волны . . . . . —
4.2. Захваченные волны в двухслойной модели неоднородного вращающегося океана 112
4.3. Захваченные волны в непрерывно стратифицированном океане 122
4.4. Наблюдения бароклинных захваченных волн 128
4.5. Захваченные волны в присутствии течений и устойчивость баротропных пограничных течений 132
4.6. Устойчивость пограничных течений в стратифицированном вращающемся океане 141

ГЛАВА 5. ЭКВАТОРИАЛЬНЫЕ ЗАХВАЧЕННЫЕ ВОЛНЫ 148

5.1. Проявление экваториальных волн . . . . . —
5.2. Основные уравнения экваториальных захваченных волн . . . 152
5.3. Горизонтальная структура волн 154
5.4. Вертикальная структура поля скорости 160

5.5. Экспериментальные исследования экваториальных волн . . . 164
5.6. Генерация экваториальных волн 176
5.7. Неустойчивость зональных течений 178

ГЛАВА 6. ПРИЛИВНЫЕ ВОЛНЫ В ПОГРАНИЧНОЙ ОБЛАСТИ ОКЕАНА 184

6.1. Некоторые сведения из теории приливов . . . . . —
6.2. О волновой структуре приливов Мирового океана 188
6.3. Кинематический анализ приливов в различных районах Мирового океана 196
6.4. Волновая модель полусуточных приливов в северо-западной части Тихого океана 201
6.5. Влияние шельфовых волн на формирование суточных приливов 208
6.6. О резонансных приливных течениях в районе Южных Курил 213
6.7. Дифракция приливной волны Кельвина на неоднородностях линии берега 220
6.8. О роли шельфовых волн в диссипации энергии суточных приливов 231

ГЛАВА 7. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ЦУНАМИ В ЗОНЕ ШЕЛЬФА И КОНТИНЕНТАЛЬНОГО СКЛОНА 238

7.1. Особенности распространения волн цунами в пограничных областях океана . . . . . —
7.2. Распространение волны цунами в океане с цилиндрическим рельефом дна 241
7.3. Исследование захватывающих и частотных свойств Курильского шельфа 248
7.4. Генерация шельфовых волн источником сейсмического типа 253
7.5. Анализ измерений волн цунами 257

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 263

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 272

Владимир Васильевич Ефимов, Евгений Аркадьевич Куликов,
Александр Борисович Рабинович, Исаак Вениаминович Файн

Волны в пограничных областях океана

Редактор З. И. Мироненко. Художник Е. Е. Городная. Художественный редактор Б. А. Денисовский. Технический редактор Г. В. Ивкова. Корректор И. В. Жмакина. ИБ № 1536. Сдано в набор 30.04.85. Подписано в печать 26.09.85. М-22575. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага тип. № 1. Литературная гарнитура. Печать высокая. Печ. л. 17,5. Кр.-отт. 17,5. Уч.-изд. л. 19,47. Тираж 1000 экз. Индекс ОЛ-185. Заказ № 152. Цена 3 р. 40 к. Гидрометеоиздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, 23.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, Ленинград, Прачечный переулок, 6.