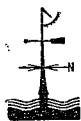


55/46
4.58

В. М. АЛЬТШУЛЕР

ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА И РАСЧЕТА МОРСКИХ ПРИЛИВОВ

205-201



БИБЛИОТЕКА
Ленинградского
Гидрометеорологического
Института

ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • 1966

Монография является обобщением методических исследований и опыта работы автора в области расчетов приливо-отливных явлений, составления пособий по обеспечению нужд мореплавания и гидрографических работ, а также по обоснованию проектирования приливных электростанций и других морских гидротехнических сооружений. В ней изложены, кроме того, результаты исследований наиболее распространенных методов обработки краткосрочных наблюдений над приливами. В книге имеется ряд новых методических разработок по анализу и расчету приливных явлений в море и в устьях рек.

В приложении даны таблицы для получения элементов максимального приливного течения и вычисления гармонических постоянных приливов.

Книга представляет интерес для широкого круга специалистов-океанологов, мореплавателей, гидрографов, гидротехников и студентов морских учебных заведений, гидрометинститутов и университетов.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Теоретические и экспериментальные исследования приливных явлений в океанах и морях ведутся давно. Несмотря на это, приливы все же изучены недостаточно. Практическое значение надежных данных о приливах, особенно в последнее время, определяется прежде всего более высокими требованиями мореплавания, проектированием морских гидротехнических сооружений и другими прикладными задачами. Получение более надежных и точных характеристик приливов связано с длительными наблюдениями, что экономически не выгодно, а в ряде случаев неосуществимо. Вследствие этого в настоящее время возникла настоятельная необходимость рассмотреть вопросы повышения точности анализа и расчета приливов по наблюдениям минимальной продолжительности.

Наилучшие результаты при вычислении характеристик приливов дает гармонический анализ.

Как известно, при анализе краткосрочных наблюдений соотношения амплитуд и разностей фаз составляющих волн прилива близких периодов принимаются равными соответствующим теоретическим значениям фаз и амплитуд. Поэтому точность анализа наблюдений различной длительности зависит от степени расхождения указанных соотношений. Кроме того, чем короче серия наблюдений тем, как правило, возникают еще большие погрешности в гармонических постоянных за счет непривливых явлений. Это выдвигает задачу разработки более современных методов анализа и расчета приливов.

Опыт расчетов по обоснованию проектов гидротехнических сооружений и составлению навигационных пособий позволил автору разработать ряд практических рекомендаций для повышения точности анализа и вычисления приливов.

В работе исследуются и уточняются широко распространенные в отечественной практике методы гармонического анализа приливов. Рассматриваются вопросы фильтрации и вероятностной оценки основных волн прилива. Приводятся некоторые новые

методы анализа и вычисления приливов, а также способы расчетов приливов в устьях рек.

Практической направленностью книги обусловлено приведение примеров, некоторых прикладных расчетов и новых вспомогательных таблиц, необходимых при расчетах.

Основные результаты исследований, изложенные в книге, получены в Ленинградском отделении Государственного океанографического института.

Автор выражает свою искреннюю благодарность А. И. Дуванину, И. М. Соскину, А. В. Некрасову и Е. Н. Дворнину, чьи критические замечания и дружеские советы оказали помощь в работе над книгой. Особую благодарность автор приносит редактору книги В. А. Снежинскому.

ВВЕДЕНИЕ

Связь между приливами и движением и фазами Луны была замечена в глубокой древности. Однако первое научное объяснение приливов было дано только Ньютоном (1687 г.) на основе открытого им закона всемирного тяготения. При этом многие особенности приливов не были объяснены.

В 1774 г. новую теорию приливов предложил Лаплас, но он не смог удовлетворительно объяснить все особенности приливов.

Фундаментальные работы Ньютона и Лапласа легли в основу теоретических работ двух направлений: астрономических исследований изменчивости приливов во времени в отдельных точках и гидродинамических исследований распространения приливных волн в пространстве.

Астрономическое направление определилось раньше.

Во второй половине XIX века В. Томсон (лорд Кельвин), развивая идеи Лапласа, предложил для исследования и предсказания приливов метод гармонического анализа. Он же изобрел машину — предвычислитель приливов. Суть гармонического анализа заключается в разложении сложной кривой наблюдаемых в данном месте приливных колебаний уровня на простейшие синусоидальные волны и в вычислении для этих волн так называемых гармонических постоянных, характеризующих влияние местных условий. По гармоническим постоянным можно вычислить приливы на любой момент времени. Гармонический анализ получил широкое распространение и является основным методом современной обработки наблюдений над приливами.

Исходными данными для гидродинамических расчетов являются также гармонические постоянные по некоторому минимуму точек. Следовательно, для получения надежных расчетов приливов в пространстве необходимы достоверные гармонические постоянные приливов в отдельных пунктах [61].

Необходимо отметить, что наряду с вычислением приливов по гармоническим постоянным используются и другие методы, например метод сравнения, метод поправок и др. В последнее

время А. И. Дуваниным разработан новый метод вычисления приливов, основанный на связи приливных явлений с годовым ходом времени кульминации Луны [40]. На его основе оказалось возможным представлять результаты вычислений в форме таблиц постоянного действия, а также составлять ежегодники приливов.

Полный анализ главных и родственных приливных волн для довольно точной аппроксимации измерений приливных колебаний охватывает весь период обращения узла лунной орбиты, т. е. 18, 61 года. Гармонические постоянные можно вычислить из ежечасных наблюдений за 19 лет путем уравнивания по методу наименьших квадратов [92].

Однако такого тщательного анализа не проводилось. Наиболее длительными сериями наблюдений, которые подвергались гармоническому анализу, являются ежечасные наблюдения уровня за 369 суток.

В 1866 г. Томсоном была обработана гармоническим анализом первая годовая серия наблюдений над приливами.

В 1907 г. Д. Г. Дарвин упростил метод гармонического анализа и разработал схемы анализа годового и месячного ряда наблюдений, а также предложил прибор для обработки годового ряда наблюдений [78].

В отечественной практике при помощи такого прибора А. М. Бухтеевым в 1910 г. обработан годовой ряд ежечасных наблюдений над уровнем на Мурмане [26]. Теория гармонического анализа изложена на русском языке И. Б. Шпиндлером, М. В. Никитиным и Вс. А. Березкиным [22], [51], [67] и др.

В 1919 г. при Ливерпульском университете был организован специальный Приливной институт из 4 человек — профессора Дж. Праудмэна, секретаря — доктора А. Т. Дудсона и двух ассистентов. В 1920 г. Праудмэн опубликовал результаты гармонического анализа годовых рядов наблюдений, выполненных в Англии, Канаде, Индии и других странах. В 1921—1924 гг. Дудсон по данным анализа наблюдений в С. Джонсе и Бомбее определил многолетние изменения гармонических постоянных приливных колебаний уровня моря [79], [80]. Он исходил из того, что каждому члену разложения потенциала соответствует гармоническое колебание прилива со сдвигом фазы. Однако так как некоторые из волн разложения имеют настолько близкие периоды, что обычными способами анализа их нельзя разделить, Дудсон рассматривает их как единые волны и называет «гармоническими составляющими», которые меняются из года в год. Если волны, входящие в «гармонические составляющие», имеют одинаковые фазы, а отношения амплитуд равны отношению соответствующих волн разложения потенциала приливообразующей силы, межгодовые изменения достаточно точно отражаются редукционными множителями и астрономическими аргументами. В большинстве случаев применение указанных

параметров оправдано практикой, но иногда гармонические постоянные, вычисленные из различных годовых серий наблюдений для одного и того же пункта, расходятся между собой.

Рассматривая данные гармонического анализа для С. Джонса и Бомбея, Дудсон пришел к выводу, что основные изменения гармонических постоянных главных лунных волн имеют девятнадцатилетний период и исключаются редукционными множителями и астрономическими аргументами. В 1952 г. Комитет по приливам Международного Гидрографического бюро дал специальные рекомендации для более точного учета девятнадцатилетней изменчивости гармонических постоянных [105].

Исследуя вековые изменения гармонических постоянных, происходящие в связи с изменениями морфометрических характеристик районов наблюдения, Дудсон нашел, что в С. Джонсе за 20 лет амплитуда волны M_2 уменьшилась на 3 см, а фаза увеличилась на 1° . В Бомбее за 30 лет амплитуда волны M_2 уменьшилась на 1 см, а фаза увеличилась на 2° . При анализе годового ряда наблюдений для учета гармонических постоянных важнейших родственных волн главных приливов, как уже упоминалось, принимают соотношение их амплитуд и разности фаз равными соответствующим отношениям амплитуд и разностям фаз волн разложения потенциала приливообразующих сил. В этом случае редукционные множители f близки к единице, а астрономические аргументы u малы. Это упрощает вычисления, но для тех районов океана, где соотношения между главными и родственными волнами соответствуют теоретическим значениям. В 1928 г. Дудсон опубликовал подробные схемы и все необходимые вспомогательные таблицы для гармонического анализа годовых рядов наблюдений. В основу был положен выполненный им ранее анализ потенциала приливообразующих сил [82]. Однако анализ годовой серии является очень трудоемкой работой. Ручные вычисления требуют трех месяцев работы двух квалифицированных вычислителей. В последние годы разработан ряд упрощенных схем для анализа приливов и вычисления гармонических постоянных. Так, например, Миядзаки и Картрайт принимают в расчет серию длительностью всего в 355 суток (13 лунных месяцев) вместо 369 суток (13,5 лунных месяцев), используемых в расчетах по схеме Д. Г. Дарвина [74], [98]. Миядзаки, кроме того, сильно сократил вычисления, приняв интервал времени в 35,5 часа. Он получил таким образом для анализа 240 ординат, что обеспечило выделение не только долгопериодных, но и короткопериодных волн. Однако случайные ошибки в этом методе, примерно, в 6 раз более тех, которые могут быть при использовании интервала, равного одному часу. Поэтому метод Миядзаки лучше использовать только в районах с незначительными непериодическими колебаниями уровня.

В последнее время опубликовано несколько программ для вычисления гармонических постоянных из годового ряда наблюдений на электронных вычислительных машинах [97], [75] и др.

Расчет на машине по методу Миядзаки занимает всего несколько минут и позволяет вычислить гармонические постоянные для 60 составляющих волн прилива.

Специальные исследования Дудсона и многолетний опыт вычисления приливов во многих странах показали, что гармонические постоянные, получаемые из годовых рядов наблюдений, являются достаточно надежными. Но сами годовые ряды наблюдений все еще очень дороги и поэтому сравнительно малочисленны. На практике в большинстве случаев используются приближенные значения гармонических постоянных, получаемые из анализа месячных рядов наблюдений.

В 1927 г. Дудсоном [81] даны принципиальные основы нового метода анализа двадцатидевятисуточной серии наблюдений над приливами. Схемы для этого метода и инструкция для вычисления постоянных по этим схемам опубликованы в 1928 г. [83]. Новый его вариант опубликован в 1954 г. [85]. По сравнению с методом Дарвина метод Дудсона значительно сокращает и упрощает вычисления и дает возможность рассчитать большее число волн.

В 1936 г. Дудсоном и Варбургом опубликованы схема и вспомогательные таблицы для обработки гармоническим анализом наблюдений за 24 часа [71].

Теоретическое обоснование этого так называемого Адмиралтейского метода дано Дудсоном и Варбургом [84]. На русском языке метод опубликован в изложении Вс. А. Березкина [21].

Адмиралтейский метод получил применение во многих гидрографических службах, а затем и для специальных океанографических исследований. Столь обширное распространение объясняется не столько простотой вычислительной схемы метода, сколь возможностью получать хотя бы приближенные данные о приливных колебаниях уровня и особенно о приливо-отливных течениях по суточным сериям наблюдений. После большого опыта использования метода возникла необходимость создания новой вычислительной схемы, которая, незначительно усложняя вычисления, позволяла бы решать задачу при отсутствии данных анализа, полученных по многосуточным сериям наблюдений в близлежащих пунктах.

Такая схема анализа двухсуточных наблюдений, называемая в отечественной литературе парным методом, была опубликована в Адмиралтейских таблицах приливов [71].

В 1941 г. И. В. Максимов дал описание способов обработки наблюдений над течениями в морях с приливами. В этой работе приводится предложенный автором метод гармонического ана-

лиза суточных циклов наблюдений. В практику этот метод вошел под наименованием способа Арктического института и в дальнейшем он был несколько усовершенствован в Дальневосточном гидрометеорологическом институте [47].

Дуванин изложил Адмиралтейский метод анализа двухсуточных серий наблюдений и дал его теоретическое обоснование [38], [41].

После создания классических методов гармонического анализа Дарвина и Дудсона и упрощенного Адмиралтейского метода появилось много различных их модификаций и технических усовершенствований, в какой-то степени облегчающих или упрощающих расчеты, но существенно не меняющих самих расчетных схем. Из отечественных разработок такого рода надо упомянуть работу А. Е. Крафта, которая упрощает расчеты по методу Дарвина [45].

Рациональные предложения по усовершенствованию расчетов парным методом даны А. И. Дуваниным, В. Г. Ньюнко и К. М. Соловейчик [41], [53], [59].

В связи со значительными экономическими выгодами, а также и из-за действительной невозможности производить длительные наблюдения, расчеты приливных явлений по краткосрочным наблюдениям становятся наиболее распространенными. Однако практика последнего времени требует не только ускорения наблюдений и упрощения вычислений, но и увеличения точности получаемых гармонических постоянных [1]. Из этих соображений Дуваниным конкретизированы условия выбора дат наблюдений, используемых в двухсуточной схеме Адмиралтейского метода [38].

Особенности парного метода анализа приливов рассматриваются Е. Н. Дворкиным [34], [35]. Изложение ряда распространенных схем анализа приводится А. А. Дмитриевой [36].

Определенный интерес представляет метод гармонического анализа приливов по семисуточным наблюдениям, предложенный Д. С. Франко в 1964 г. [89].

Совершенно естественно, что точность вычисляемых гармонических постоянных приливов зависит не только от метода обработки, но и в значительной степени от качества материалов наблюдений. Чем больше приливные явления искажены непериодическими колебаниями и чем больше ошибок в наблюдениях, тем менее надежны вычисляемые гармонические постоянные. Применение обычных схем гармонического анализа к наблюдениям, имеющим значительные искажения, может привести к нереальным результатам. Но это не порок метода, а результат неумелого его применения. Сейчас в связи с повышением требований практики к расчетам приливных явлений особенно по краткосрочным наблюдениям представляются целесообразными методические разработки, облегчающие выбор

конкретных схем анализа и определение достоверности вычисляемых гармонических постоянных. Необходимы такого же рода исследования для отыскания наилучших способов фильтрации приливных явлений от неприливных, анализа мелководных волн прилива, определения оптимального числа суточных циклов наблюдений, необходимых для расчетов и для усовершенствования вычислительных схем.

ПОГРЕШНОСТИ ШИРОКО ПРИМЕНЯЕМЫХ МЕТОДОВ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА КРАТКОСРОЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ПРИЛИВАМИ И СПОСОБЫ ИХ УЧЕТА

В отечественной практике краткосрочные наблюдения над приливами продолжительностью от суток до двух недель обрабатываются Адмиралтейским методом. Наблюдения продолжительностью в пятнадцать суток обрабатываются методом Дарвина.

Авторы Адмиралтейского метода (суточная и двухсуточная схемы) Дудсон и Варбург предназначали его только для приближенных вычислений и неоднократно предупреждали об этом [84], [87]. До появления Адмиралтейского метода приближенные вычисления приливов осуществлялись при помощи эмпирических связей между моментами полных вод и кульминации Луны (по прикладному часу). Таким образом вычислялись только полусуточные приливы. Адмиралтейский метод позволяет учитывать изменения параллакса и склонения Луны, а также девятнадцатилетние неравенства и применим для любого типа приливов. Естественно, что он нашел широкое применение. Метод дает удовлетворительные результаты, если используются наблюдения, выполненные при незначительных неперiodических воздействиях на приливы.

Однако для вычисления Адмиралтейским методом гармонических постоянных из суточных серий наблюдений имеются ограничения:

1) Можно использовать только наблюдения при незначительных неперiodических воздействиях на приливы.

2) Наблюдения не должны приходиться на квадратуру и время, когда склонение Луны близко к нулю. Это связано с тем, что в период квадратурных и равноденственных приливов величины суммарных полусуточной и суточной волн малы, а поправки e_1 и e_2 , входящие в схему расчета для объединения пар

суточных и полусуточных волн в суммарные волны, имеют наибольшие значения.

Кроме того, в схемах вычислений по этому методу соотношения между элементами полусуточных (S_2 и M_2) и суточных волн (K_1 и O_1) принимаются такими же, как в близлежащих пунктах с длительными наблюдениями. Точные их значения можно иметь только при хорошей изученности приливов, что для открытого моря бывает редко. Допускается, что соотношения между элементами главных и смежных с ними второстепенных волн (например, величины соотношения элементов волн M_2 и N_2 и т. д.) соответствуют их теоретическим значениям. Если соотношения этих волн не близки к теоретическим, наблюдается периодическая изменчивость гармонических постоянных главных полусуточных волн, равная периодичности смещения рассматриваемых волн относительно друг друга (например, волны N_2 относительно M_2 и S_2).

Адмиралтейский метод анализа двухсуточных серий наблюдений дает лучшие результаты. Однако опыт показал, что и этот метод имеет существенные недостатки. Гармонические постоянные, получаемые этим методом в одном и том же пункте из наблюдений, выполненных в разное время, часто намного отличаются друг от друга.

Таким образом, методика расчета гармонических постоянных по краткосрочным сериям наблюдений Адмиралтейским методом нуждается в серьезном улучшении. Слабыми местами этого метода гармонического анализа приливов являются:

- 1) Недостаточность критерия для определения лучших астрономических условий производства наблюдений в целях получения гармонических постоянных каждой из основных волн прилива.

- 2) Трудность сравнительной оценки качества гармонических волн, вычисленных по наблюдениям, выполненным при различных астрономических условиях.

- 3) Отсутствие в схеме расчета средств для исключения из наблюдений непериодических явлений.

§ 1. ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СХЕМЫ ОБРАБОТКИ ДВУХСУТОЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ АДМИРАЛТЕЙСКИМ МЕТОДОМ

По теории Адмиралтейского метода анализа двухсуточных (или, как их принято называть, парных) серий наблюдений исходными данными расчета гармонических постоянных являются найденные для каждой из суточных серий наблюдений фазы и амплитуды суммарных полусуточной и суточной волн: F_2 , f_2 , F_1 , f_1 , а также астрономические коэффициенты B , C ; b , c , вы-

бираемые из таблиц Адмиралтейского метода для четырех главных волн прилива по дате, времени кульминации и параллаксу Луны.

Для выделения составляющих волн из полусуточных и суточных суммарных волн в каждые сутки наблюдений суммарные амплитуды этих волн поочередно делят на астрономические коэффициенты составляющих двух главных волн, а из начальных фаз суммарных волн вычитают астрономические фазы этих волн. Затем для обоих суток из астрономических аргументов каждой волны прилива исключаются астрономические аргументы смежных с ними волн.

Полученные таким образом фазы и амплитуды чисто астрономических и действительно наблюдающихся полусуточных и суточных приливов за первые и вторые сутки наблюдений дают возможность исключить одно из смежных приливных колебаний. Для этого из элементов прилива для первых суток вычитаются те же элементы для вторых суток.

Гармонические или синусоидальные колебания часто представляют в виде векторов. Все действия в этом случае сводятся к вычислению разности векторов и фаз векторных разностей. Гармонические постоянные четырех главных волн прилива вычисляют по формулам:

$$H = \frac{Z}{Y}; \quad g = z - y. \quad (1)$$

Амплитуды и фазы наблюденных (Z, z) и астрономических (Y, y) приливов определяются по известным формулам разности гармонических колебаний:

$$Z \text{ или } Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 - 2X_1X_2\cos(x_1 - x_2)}; \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} z \text{ или } \operatorname{tg} y = \frac{X_1 \sin x_1 - X_2 \sin x_2}{X_1 \cos x_1 - X_2 \cos x_2}. \quad (3)$$

Индекс (1) относится к первым суткам наблюдений, индекс (2) ко вторым.

Напишем, чему равны величины X и x в формулах (2), (3) для главных полусуточных волн M_2 и S_2 .

Для волны M_2

$$X_z = \frac{F_2}{D_s} = \frac{F_2}{(BC)_{S_2}}; \quad x_z = f_2 - d_s = f_2 - (b + c)_{S_2}; \quad (4)$$

$$X_y = \frac{D_m}{D_s} = \frac{(BC)_{M_2}}{(BC)_{S_2}}; \quad x_y = d_m - d_s = (b + c)_{M_2} - (b + c)_{S_2}. \quad (5)$$

Для волны S_2

$$X_z = \frac{F_2}{D_m} = \frac{F_2}{(BC)_{M_2}}; \quad x_z = f_2 - d_m = f_2 - (b + c)_{M_2}; \quad (6)$$

$$X_y = \frac{D_s}{D_m} = \frac{(BC)_{S_2}}{(BC)_{M_2}}; \quad x_y = d_s - d_m = (b + c)_{S_2} - (b + c)_{M_2}. \quad (7)$$

Чтобы установить наилучшие условия для производства наблюдений, пользуются обычно следующими соображениями.

Из формулы (2) следует, что амплитуда Y очень мала, когда

$$(d_m - d_s)_1 - (d_m - d_s)_2 \simeq 0. \quad (8)$$

Поскольку амплитуда приливной волны не может быть бесконечно большой, ее величина в этом случае нереальна.

Величины H считаются реальными, если

$$300^\circ > (d_m - d_s)_1 - (d_m - d_s)_2 > 60^\circ. \quad (9)$$

Наилучшие условия для анализа осуществляются, когда

$$(d_m - d_s)_1 - (d_m - d_s)_2 = 180^\circ; \quad (10)$$

$$Y = X_1 + X_2. \quad (11)$$

Учитывая, что фазовая поправка b_{s_2} , имеющая полугодовой период, меняется в небольших пределах, разность фаз, величина которой вычисляется по формулам (10), (11), возникает главным образом за счет изменения времени кульминации Луны. Выбор дат наблюдений для определения гармонических постоянных главных суточных волн K_1 , O_1 выполняется по тем же формулам.

Величины X , x для волны K_1 в формулах (2), (3) равны:

$$X_z = \frac{F_1}{D_0}; \quad x_z = f_1 - d_0; \quad (12)$$

$$X_y = \frac{D_k}{D_0}; \quad x_y = d_k - d_0; \quad (13)$$

для волны O_1

$$X_z = \frac{F_1}{D_k}; \quad x_z = f_1 - d_k; \quad (14)$$

$$X_y = \frac{D_0}{D_k}; \quad x_y = d_0 - d_k. \quad (15)$$

Выбор дат для вычисления гармонических постоянных главных суточных волн K_1 и O_1 по парным сериям определяется разностью углов

$$(d_0 - d_k)_1 - (d_0 - d_k)_2 \simeq 0. \quad (16)$$

В связи с изложенным считается, что разности углов ($d_m - d_s$)_{1,2} или ($d_0 - d_h$)_{1,2} между первыми и вторыми сутками наблюдений представляют собой астрономические условия производства наблюдений. Между тем, это условие является неверным. Следует заметить, что до сих пор по формуле (2) исследовалась только разность векторов астрономических приливов. Разность векторов наблюдаемых приливов (та же формула) не подвергалась анализу. Поскольку такое исследование совершенно необходимо, ниже этот вопрос будет рассмотрен.

Первый недостаток принятого критерия выбора дат наблюдений заключается в том, что величины амплитуд гармонических волн, получаемых по формуле (1), определяются (формула 2) не только разностью фаз (формулы 8, 16). Величина разности двух векторов зависит не только от угла между ними, но и от величины самих векторов. Очевидно, можно найти отрезки времени, для которых при одинаковых значениях выражений (8), (16) величины, получаемые по формуле (2), будут различны. Можно найти и периоды, когда различным значениям выражения (8), (16) будут соответствовать одинаковые величины, вычисляемые по формуле (2).

Представляется поэтому целесообразным считать критерием астрономических условий для выбора дат производства наблюдений уравнение (2).

Приведем пример неправильности существующих представлений. В одном и том же районе моря наблюдения над приливными колебаниями уровня выполнены 21 и 23 июня 1959 г. и 19 и 23 сентября 1959 г. В первом случае значение угла, определенного по формуле (18), равно 57° , а во втором 270° . Первую пару станций обычно бракуют, а вторую считают вполне пригодной к обработке. Посмотрим, каково действительное качество обеих пар наблюдений. Определим для этого значения Y для волны M_2 по формуле (2).

Для первой пары станций

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1,04}{0,73} \cdot 1,20\right)^2 - 2 \frac{1,04}{0,73} \cdot 1,20 \frac{1,04}{0,73} \cdot 1,13 \cos 57^\circ + \dots} + \left(\frac{1,04}{0,73} \cdot 1,13\right)^2 = 1,60. \quad (17)$$

Для второй пары станций

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1,04}{1,20} \cdot 0,91\right)^2 - 2 \frac{1,04}{1,20} \cdot 0,91 \frac{1,04}{1,20} \cdot 0,86 \times \dots} \times \cos 270^\circ + \left(\frac{1,04}{1,20} \cdot 0,86\right)^2 = 1,08. \quad (18)$$

Как видим, в действительности первая пара станций, несмотря на худшие астрономические условия их производства,

дает возможность получить большую величину Y , т. е. более точно найти гармонические постоянные.

Второй важный недостаток принятого критерия заключается в том, что его одинаковые значения предполагают одно и то же качество результатов вычисления гармонических постоянных для каждой волны полусуточной группы волн (M_2 и S_2) и для каждой волны группы суточных волн (K_1 и O_1). В действительности же это не всегда справедливо. В уравнение (2) входят величины X , а они, как это следует из уравнений (5) и (7), а также (13) и (15), часто изменяются в каждой группе обратным образом. При возрастании величины y волны M_2 уменьшается величина Y для волны S_2 и наоборот. То же происходит и в группе суточных волн.

Таким образом, одни и те же разности фаз (8), (16) дают разные условия вычисления смежных волн.

Продолжим проведенный выше анализ наблюдений, выполненных 21—23 июля и 19—23 сентября 1959 г. Найдем для сравнения значения Y для волны S_2 .

Для первой пары станций

$$Y = \sqrt{\left(\frac{0,73}{1,04 \cdot 1,20}\right)^2 - 2 \frac{0,73}{1,04 \cdot 1,20} \cdot \frac{0,73}{1,04 \cdot 1,13} \cos 57^\circ + \left(\frac{0,73}{1,04 \cdot 1,13}\right)^2} = 0,58. \quad (19)$$

Для второй пары станций

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1,20}{1,04 \cdot 0,91}\right)^2 - 2 \frac{1,20}{1,04 \cdot 0,91} \cdot \frac{1,20}{1,04 \cdot 0,86} \cos 270^\circ + \left(\frac{1,20}{1,04 \cdot 0,86}\right)^2} = 1,85. \quad (20)$$

Значения Y для первой пары станций получились значительно меньше, чем для второй.

Рассматривая уравнения (5) и (7), а также (13) и (15) и данные вычислений (17)—(20), можно сделать вывод, что для оценки точности постоянных каждой волны необходимо использовать значения y этой волны.

Из сказанного следует также, что гармонические постоянные смежных волн бывает целесообразно получать из различных пар.

Совершенно необосновано для парного метода и утвердившееся в современной практике мнение, что наиболее благоприятные условия для производства суточных станций обеспечиваются в периоды сизигийных или тропических приливов. Это обосновывается тем, что в дни квадратурных и равноденственных приливов амплитуды суммарных полусуточных и суточной волн малы, а поправки e_1 и e_2 достигают наибольших значений. Вследствие этого относительное значение ошибок настолько увеличивается, что обработка наблюдений, выполненных в ука-

занные периоды, становится практически нецелесообразной. Все это совершенно справедливо при проведении гармонического анализа суточных серий наблюдений Адмиралтейским методом, в расчетную схему которого входят поправки E_1 , E_2 и e_1 , e_2 , зависящие от величин D_1 и D_2 , и разности $d_1 - d_2$. В вычислительной схеме парного метода величины E и e не учитываются. Следовательно, при выборе дат наблюдений для парного метода это дополнительное условие не нужно.

Таким образом, астрономическими условиями, наиболее благоприятными для выполнения суточных наблюдений при парном методе, являются величины Y , определяемые отдельно для каждой из составляющих волн прилива.

Определим пределы изменения величины Y для главных волн прилива: M_2 , S_2 , K_1 и O_1 и попытаемся найти зависимость между величинами критерия Y и погрешностями амплитуды гармонических постоянных. Найдем для каждой волны прилива за девятнадцатилетний период пределы изменения величины Y . Для этого рассмотрим формулу (11) для пар станций, выполняемых в месяцы экстремальных значений прилива. В эти месяцы величина каждой амплитуды X_1 и X_2 может иметь значения от минимального до максимального, следовательно, их крайние значения одинаковы:

$$(X_{\min})_1 = (X_{\min})_2; \quad (X_{\max})_1 = (X_{\max})_2, \quad (21)$$

можно формулу (11) переписать в виде

$$2X_{\min} \leq Y \leq 2X_{\max}. \quad (22)$$

Формула (22) дает максимальные пределы величины Y . Предельными значениями разностей углов астрономических аргументов первых и вторых суток обрабатываемых серий наблюдений по теории метода являются углы в 60 и 300°. Если в уравнении (2) взять косинус угла, равного 60 или 300°, то формула (22) примет вид

$$X_{\min} \leq Y \leq X_{\max}. \quad (23)$$

Решая обратную задачу, находим, что среднее значение

$$1,5X_{\min} \leq Y \leq 1,5X_{\max} \quad (24)$$

будет при разностях рассматриваемых углов 83 и 263°. Для определения минимального искажения амплитуд гармонических колебаний надо знать наибольшие значения критерия Y . Поэтому определим максимальные значения Y для четырех главных волн прилива на экстремальные месяцы многолетнего приливного цикла. За экстремальные месяцы могут быть приняты июнь и сентябрь 1950 и 1959 гг.

В табл. 1 сведены вычисления величины Y для четырех главных волн прилива: M_2 , S_2 , K_1 и O_1 .

Экстремальные величины Y для главных волн прилива

	Июнь 1950 г.	Сентябрь 1950 г.
Y_{M_2}	$2 \frac{0,96}{0,60} (0,85 \div 1,19) = 2,72 \div 3,81$	$2 \frac{0,96}{1,33} (0,86 \div 1,14) = 1,24 \div 1,64$
Y_{S_2}	$2 \frac{0,60}{0,96} \left(\frac{1}{0,85} \div \frac{1}{1,19} \right) = 1,45 \div 1,03$	$2 \frac{1,33}{0,96} \left(\frac{1}{0,86} \div \frac{1}{1,14} \right) = 3,21 \div 2,44$
Y_{K_1}	$2 \frac{1,43}{1,18} \left(\frac{0,90}{0,85} \div \frac{1,13}{1,19} \right) = 2,56 \div 2,30$	$2 \frac{0,80}{1,18} \left(\frac{0,90}{0,85} \div \frac{1,09}{1,14} \right) = 1,44 \div 1,30$
Y_{O_1}	$2 \frac{1,18}{1,49} \left(\frac{0,85}{0,90} \div \frac{1,13}{1,19} \right) = 1,55 \div 1,73$	$2 \frac{1,18}{0,80} \left(\frac{0,85}{0,90} \div \frac{1,14}{1,09} \right) = 2,77 \div 3,10$

	Июнь 1959 г.	Сентябрь 1959 г.
Y_{M_2}	$2 \frac{1,04}{0,74} (0,88 \div 1,16) = 2,49 \div 3,28$	$2 \frac{1,04}{1,19} (0,86 \div 1,14) = 1,50 \div 1,98$
Y_{S_2}	$2 \frac{0,74}{1,04} \left(\frac{1}{0,88} \div \frac{1}{1,16} \right) = 1,62 \div 1,22$	$2 \frac{1,19}{1,04} \left(\frac{1}{0,86} \div \frac{1}{1,14} \right) = 2,66 \div 2,02$
Y_{K_1}	$2 \frac{1,22}{0,88} \left(\frac{0,92}{0,88} \div \frac{1,11}{1,16} \right) = 3,13 \div 2,86$	$2 \frac{0,58}{0,82} \left(\frac{0,90}{0,85} \div \frac{1,09}{1,14} \right) = 1,50 \div 1,36$
Y_{O_1}	$2 \frac{0,82}{1,22} \left(\frac{0,88}{0,92} \div \frac{1,16}{1,11} \right) = 1,29 \div 1,41$	$2 \frac{0,82}{0,58} \left(\frac{0,85}{0,90} \div \frac{1,14}{1,09} \right) = 2,65 \div 2,96$

Посмотрим, как при погрешностях величины Z , определяемой по наблюдаемым суммарным полусуточным или суточным волнам, уменьшение значения Y может привести к возрастанию погрешности в амплитудах гармонических колебаний. Учитывая погрешность в производстве наблюдений и в точности обработки материалов (включая точность получения исходных суммарных полусуточных и суточных волн), погрешность величины Z может быть значительной.

Напишем, чему будет равна погрешность амплитуды гармонического колебания, определяемой по формуле (1),

$$\Delta H = \frac{Y \Delta Z + Z \Delta Y}{Y^2}, \quad (25)$$

где ΔZ — погрешность величины Z , ΔY — погрешность величины Y .

Учитывая, что $\Delta Y \approx 0$, и принимая $\Delta Z = 1, 2, 3, \dots$, построим график зависимости величин ΔH от Y (рис. 1). По формуле (25)

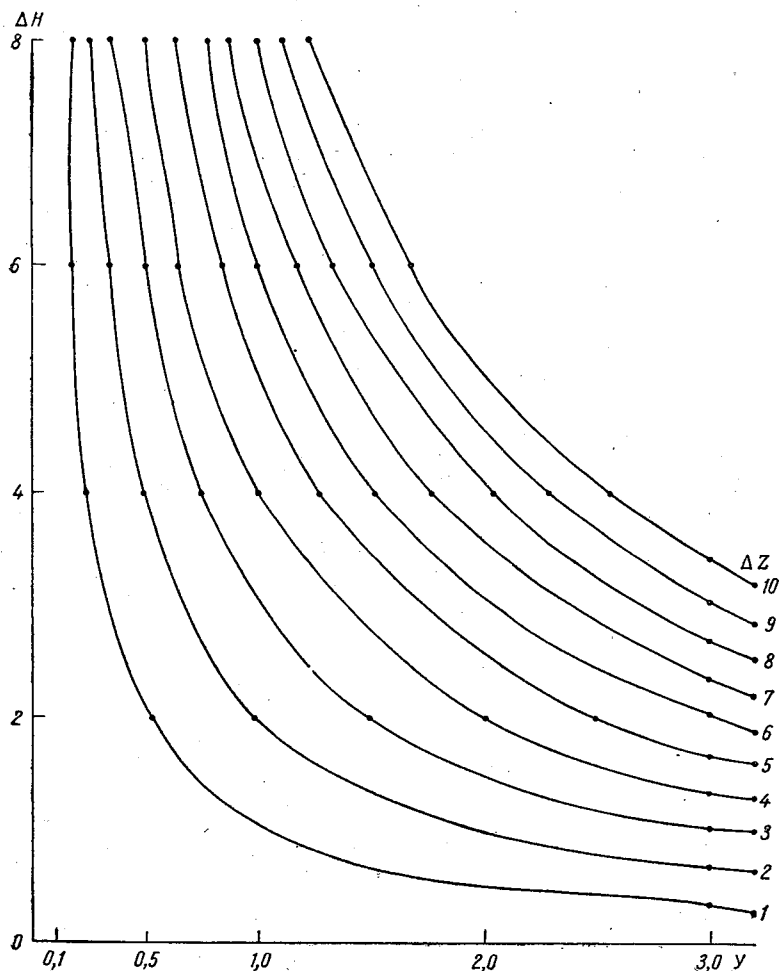


Рис. 1. График нарастания погрешностей амплитуд гармонических колебаний в зависимости от величины Y .

ΔH — погрешность амплитуды гармонического колебания, ΔZ — погрешность амплитуды разности наблюдательных приливов.

или по графику (рис. 1) можно определять погрешность в амплитудах гармонических колебаний в зависимости от величины Y . На графике видно, что при максимальном значении Y_0 , равном 3,1, величина ΔH_0 минимальна, и что ΔH растет с уменьшением значений Y . Любая другая величина ΔH , имеющая

место при значении Y , отличном от Y_0 , связана с величиной ΔH_0 соотношением

$$P = \frac{\Delta H}{\Delta H_0} = \frac{Y_0}{Y}. \quad (26)$$

Для примера определим относительную ошибку в амплитудах гармонических колебаний, если $\Delta Z=1$, при $Y_1=1,60$, $Y_2=1,20$ и $Y_3=0,80$. Снятые с графика (рис. 1) величины $\Delta H_0=0,32$ по $Y_0=3,1$; $\Delta H_1=0,62$ по $Y_1=1,60$; $\Delta H_2=0,83$ по $Y_2=1,20$ и $\Delta H_3=1,25$ по $Y_3=0,80$ подставим в формулу (26):

$$P_1 = \frac{3,1}{1,6} \cdot 100 = 194\%; \quad (27)$$

$$P_2 = \frac{3,1}{1,2} \cdot 100 = 258\%; \quad (28)$$

$$P_3 = \frac{3,1}{0,8} \cdot 100 = 388\%. \quad (29)$$

Из приведенного примера видно, как сильно растут абсолютные ошибки в амплитудах гармонических постоянных при уменьшении значений Y , даже при незначительных ошибках в амплитудах суммарных волн. (В примере $\Delta Z=1$ означает, что на амплитуды первых и вторых суток приходится по 0,5 единицы.) Если $\Delta Z > 1$, то соответственно возрастут погрешности в амплитудах гармонических волн.

Надо отметить, что вычисление амплитуд гармонических колебаний парным методом осуществляется по формуле, которая представляет собой отношение разностей малых величин, а предвычисление амплитуд прилива по формуле, которая представляет собой произведение постоянной амплитуды на астрономический редуccionный множитель. Вследствие этого при проверке гармонического анализа предвычислением возможны расхождения в результатах.

Следует еще указать и на неправильность утверждения, что вычислительная схема парного метода дает возможность довольно точно разделять суммарные полусуточные и суточные волны на их составляющие. Как мы видели, эта схема позволяет только выделять искомые волны. Искомая волна может быть определена достаточно точно, а смежная ей волна — ошибочно.

Приведем примеры, подтверждающие изложенное. В табл. 2 приводится анализ полусуточных волн, а в табл. 3 — анализ суточных волн нескольких пар станций наблюдений над колебаниями уровня. В этом пункте амплитуда волны S_2 равна 33,9 см, а из анализа пар, сведенных в табл. 2, величины амплитуд волны S_2 получены очень большие, хотя для этих пар все требования метода соблюдены.

Таблица 2
Вычисление гармонических постоянных полулунных приливов из двухсуточных серий наблюдений

	Ст. 1. 15/VI 1961		Ст. 2. 18/VI 1961		Ст. 1. 15/VI 1961		Ст. 2. 4/VII 1961		Ст. 1. 15/VI 1961		Ст. 2. 12/VII 1961	
	01,5	03,8	01,5	05,3	01,5	05,3	01,5	11,8	01,5	05,3	01,5	11,8
$(d_m - d_s)_1 - (d_m - d_s)_2$ (град.)	93				283				84			
Кульминация (час.)	1	1,04	1	1,04	1	1,04	1	1,04	1	1,04	1	1,04
M_2 (1) b ; B	55	0,88	123	0,86	55	0,88	140	1,15	55	0,88	355	0,88
(2) c ; C	56	0,92	124	0,89	56	0,92	141	1,20	56	0,92	356	0,92
(3) $b + c = d_m$; (4) $BC = D_m$												
S_2 (5) b ; B	—4	0,76	—3	0,75	—4	0,76	4	0,76	—4	0,76	8	0,78
(6) c ; C	—4	0,76	—3	0,75	—4	0,76	4	0,76	—4	0,76	8	0,78
(7) $b + c = d_s$; (8) $BC = D_s$												
M_2 (9) $= (3) - (7) = x$; (10) $= (4) : (8) = X$	60	1,21	127	1,19	60	1,21	137	1,58	60	1,21	348	1,18
(11) $= y$; (12) $= Y$	4	1,32			359	1,76			113	1,42		
S_2 (13) $= (7) - (3) = x$; (14) $= (8) : (4) = X$	300	0,83	233	0,84	300	0,83	223	0,63	300	0,83	12	0,85
(15) $= y$; (16) $= Y$	357	0,92			342	0,93			257	0,98		
M_2 и S_2 (17) $= r + p = f$; (18) $= \frac{1}{15} PR = F$	317	138	5	115	317	138	23	158	317	138	272	125
M_2 (19) $= (17) - (7) = x$; (20) $= (18) : (8) = X$	321	182	8	153	321	182	19	208	321	182	264	160
(21) $= z$; (22) $= Z$	266	145			253	190			16	164		
(23) $= (21) - (11) = g$; (24) $= (22) : (12) = H$	262	110			254	108			263	116		
S_2 (25) $= (17) - (3) = x$; (26) $= (18) : (4) = X$	261	150	241	129	261	150	242	132	261	150	276	136
(27) $= z$; (28) $= Z$	318	53			320	50			211	40		
(29) $= (27) - (15) = g$; (30) $= (28) : (16) = H$	321	57			338	54			314	41		

	Cr. 1. 15/VI 1961 r.	Cr. 2. 18/VI 1961 r.	Cr. 1. 15/VI 1961 r.	Cr. 2. 20/VI 1961 r.	Cr. 1. 15/VI 1961 r.	Cr. 2. 19/VII 1961 r.
$(d_o = d_k)_1 - (d_o - d_k)_2$ (град.).	72					
Склонение (град.).	108					
K_1	18	12	18	8	18	16
(1) b, B	1,21	185	186	1,21	186	1,21
(2) c, C	0,92	0,90	0,90	0,92	0,91	0,96
(3) $b + c = d_k; (4) BC = D_k$	1,11	185	186	1,11	186	1,14
O_1						
(5) $b; B$	0,83	171	168	0,83	173	0,83
(6) c, C	0,88	111	67	0,88	166	0,94
(7) $b + c = d_o; (8) BC = D_o$	0,73	294	223	0,73	339	0,78
K_1						
(9) $= (3) - (7) = x; (10) = (4) : (8) = X$	1,52	251	323	1,52	323	1,52
(11) $= y; (12) = Y$	1,81		354	2,62	282	2,21
O_1						
(13) $= (7) - (3) = x; (14) = (8) : (4) = X$	0,66	109	37	0,66	155	0,65
(15) $= y; (16) = Y$	0,78		7	1,13	80	1,00
K_1						
(17) $= r + p = f; (18) = \frac{1}{15} PR = F$	27	183	139	27	187	27
O_1						
(19) $= (17) - (7) = x; (20) = (18) : (8) = X$	37	278	276	37	208	276
(21) $= z; (22) = Z$	17		320	37	268	37
(23) $= (21) - (1) = g; (24) = (22) : (12) = H$	9		326	14	346	17
O_1						
(25) $= (17) - (3) = x; (26) = (18) : (4) = X$	24	358	313	24	313	24
(27) $= z; (28) = Z$	18		284	18	315	21
(29) $= (27) - (15) = g; (30) = (28) : (16) = H$	23		272	18	247	21

Из табл. 3 следует, что амплитуда волны O_1 получилась больше амплитуды волны K_1 , в действительности же в этом пункте она в пять раз меньше.

Из анализа погрешностей гармонических постоянных, зависящих от величины Y следует, что, пользуясь для каждой волн величинной Y как критерием выбора астрономических условий производства наблюдений, можно сопоставлять эти условия для различных станций и судить об относительной точности выделяемых волн.

§ 2. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ ГАРМОНИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ, ВЫЧИСЛЯЕМЫХ АДМИРАЛТЕЙСКИМ МЕТОДОМ

Выше уже говорилось о том, что для получения по вычислительной схеме рассматриваемого метода параметров четырех главных волн прилива составляющие волны выделяют из полусуточной и суточной суммарных волн путем исключения астрономических частей теоретического прилива. Элементы каждой из астрономических волн прилива, получаемые из таблиц Адмиралтейского метода, включают в себя астрономические части главных и сопутствующих им групп волн, имеющих определенные теоретические соотношения с главными. Ввиду того что отношения реальных волн прилива отличаются от теоретических, этим вводится в расчет определенная периодическая погрешность. Ее величина зависит от разности теоретического и реального соотношений составляющих волн приливов.

Общее выражение для вычисления высоты уровня прилива (h) в теории Адмиралтейского метода имеет, как известно, следующий вид:

$$h = A_0 + H_{S_1} B_{S_1} C_{S_1} \cos [q_{S_1} t - (b_{S_1} + c_{S_1} + g_{S_1})] + \\ + H_{M_2} B_{M_2} C_{M_2} \cos [q_{M_2} t - (b_{M_2} + c_{M_2} + g_{M_2})] + \\ + H_{K_1} B_{K_1} C_{K_1} \cos [q_{K_1} t - (b_{K_1} + c_{K_1} + g_{K_1})] + \\ + H_{O_1} B_{O_1} C_{O_1} \cos [q_{O_1} t - (b_{O_1} + c_{O_1} + g_{O_1})]. \quad (30)$$

Значения редукционных множителей $B_S C_S$ и др., так же как и астрономические части фаз $b_S + c_S$ и т. д., соответствуют искусственно объединенным в четыре группы волн членам уравнения высоты прилива, даваемого статической теорией приливов. Напоминаем, что в таблицах Адмиралтейского метода, значения редукционных множителей и астрономических частей фаз составляющих волн даются разбитыми на две части. Значения величин b и B приводятся как величины, зависящие от положения узла лунной орбиты; значения c и C — как величины, зависящие от момента кульминации Луны и ее горизонтального параллакса.

Прием объединения отдельных составляющих волн в каждой группе ясен из следующего примера для группы волны S . Уравнение суммы трех составляющих волн $S_2 + T_2 + K_2$ имеет вид:

$$H_{S_2} f_{S_2} \cos [q_{S_2} t + (v_0 + u)_{S_2} - g_{S_2}] + H_{T_2} f_{T_2} \cos [q_{T_2} t + (v_0 + u)_{T_2} - g_{T_2}] + H_{K_2} f_{K_2} \cos [q_{K_2} t + (v_0 + u)_{K_2} - g_{K_2}]. \quad (31)$$

Из теории гармонического анализа известно, что

$$f_{S_2} = f_{T_2} = 1; \quad (v_0 + u)_{T_2} = 0 \quad (32)$$

и отношения амплитуд составляющих волн

$$\frac{H_{T_2}}{H_{S_2}} = 0,059; \quad \frac{H_{K_2}}{H_{S_2}} = 0,272. \quad (33)$$

Зная, кроме того, что можно считать

$$g_{S_2} = g_{T_2} = g_{K_2}; \quad q_{T_2} = q_{K_2} = q_{S_2}, \quad (34)$$

после преобразований из уравнения (31) получают

$$B_S C_S = \sqrt{(1 + T \cos t + K \cos k)^2 + (T \sin t + K \sin k)^2}; \quad (35)$$

$$\operatorname{tg}(b_S + c_S) = \frac{T \sin t + K \sin k}{1 + T \cos t + K \cos k}, \quad (36)$$

где

$$T = 0,059 f_{T_2}; \quad K = 0,272 f_{K_2}; \quad (37)$$

$$t = (v_0 + u)_{T_2}; \quad k = (v_0 + u)_{K_2}. \quad (38)$$

Суммирование составляющих гармонических волн можно также производить сложением векторов, длины которых соответствуют амплитудам этих волн, а направления — значениям фаз $360^\circ - (v_0 + u)$ каждой составляющей волны.

Определим периодическую погрешность для амплитуды волны S_2 , вычисляемой парным методом. Амплитуда волны S_2 находится по формуле

$$H_{S_2} = \frac{Z}{Y}, \quad (39)$$

где

$$Z \text{ или } Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 - 2X_1 X_2 \cos(x_1 - x_2)}; \quad (40)$$

$$X_z = X = \frac{F}{D_s} = \frac{F}{(BC)_s}; \quad x = f_2 - d_s; \quad (41)$$

$$X_y = X' = \frac{D_m}{D_s} = \frac{(BC)_m}{(BC)_s}, \quad x' = d_m - d_s. \quad (42)$$

Для определения погрешности ΔH продифференцируем уравнение (39):

$$dH_{S_2} = \frac{Y dZ - Z dY}{Y^2}, \quad (43)$$

где

$$dZ = \frac{2X_1 dX_1 + 2X_2 dX_2 - 2(X_1 dX_1 - X_2 dX_2) \cos(x_1 - x_2)}{2Z}; \quad (44)$$

$$dY = \frac{2X'_1 dX'_1 + 2X'_2 dX'_2 - 2(X'_1 dX'_1 + X'_2 dX'_2) \cos(x'_1 - x'_2)}{2Y}; \quad (45)$$

$$dX_1 = dD_s \left(\frac{F_2}{D_s^2} \right)_1; \quad dX_2 = dD_s \left(\frac{F_2}{D_s^2} \right)_2; \quad (46)$$

$$dX'_1 = dD_s \left(\frac{D_m}{D_s^2} \right)_1; \quad dX'_2 = dD_s \left(\frac{D_m}{D_s^2} \right)_2. \quad (47)$$

Обозначим $dD_s = \Delta$ и преобразуем уравнения (46) и (47):

$$dX_1 = \frac{\Delta X_1}{(D_s)_1}; \quad dX_2 = \frac{\Delta X_2}{(D_s)_2}; \quad (48)$$

$$dX'_1 = \frac{\Delta X'_1}{(D_s)_1}; \quad dX'_2 = \frac{\Delta X'_2}{(D_s)_2}; \quad (49)$$

обозначим

$$\alpha = \frac{X_1^2}{(D_s)_1}, \quad \beta = \frac{X_2^2}{(D_s)_2}; \quad (50)$$

$$\alpha' = \frac{(X'_1)^2}{(D_s)_1}; \quad \beta' = \frac{(X'_2)^2}{(D_s)_2}. \quad (51)$$

Тогда уравнения (44) и (45) можно переписать в виде

$$\Delta Z = \frac{\alpha \Delta + \beta \Delta - (\alpha \Delta + \beta \Delta) \cos(x_1 - x_2)}{Z}; \quad (52)$$

$$\Delta Y = \frac{\alpha' \Delta + \beta' \Delta - (\alpha' \Delta + \beta' \Delta) \cos(x'_1 - x'_2)}{Y}. \quad (53)$$

Подставим Δz и Δy в формулу (43):

$$\Delta H_{S_2} = \frac{\frac{Y}{Z} [\alpha \Delta + \beta \Delta - (\alpha \Delta + \beta \Delta) \cos(x_1 - x_2)] + \frac{Z}{Y} [\alpha' \Delta + \beta' \Delta - (\alpha' \Delta + \beta' \Delta) \cos(x'_1 - x'_2)]}{Y^2}. \quad (54)$$

Ввиду того что величина погрешности, определяемая формулой (54), зависит от $\cos(x_1 - x_2)$ и $\cos(x'_1 - x'_2)$, для определения наибольшей погрешности рассмотрим случаи, когда

$$\left. \begin{aligned} x_1 - x_2 = x'_1 - x'_2 = 0^\circ; \\ x_1 - x_2 = x'_1 - x'_2 = 90^\circ; \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

$$\Delta H_{S_2} = \Delta \left[\frac{\alpha + \beta}{ZY} - \frac{Z}{Y^3} (\alpha' + \beta') \right]; \quad (56)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 - x_2 = x'_1 - x'_2 = 180^\circ, \\ \Delta H_{S_2} = 2\Delta \left[\frac{\alpha + \beta}{ZY} + \frac{Z}{Y^3} (\alpha' + \beta') \right]. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Проанализируем последнюю формулу, которая дает наибольшую погрешность. Определим пределы изменения X и X' .

Из таблиц Адмиралтейского метода следует:

$$\left. \begin{aligned} 1,6 > |BC|_M > 0,8; \\ 1,3 > |BC|_S > 0,6. \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

Принимая пределы изменения амплитуды суммарной полусуточной волны, равными 1 м,

$$0,0 \text{ м} > F > 1,0 \text{ м}, \quad (59)$$

можно написать

$$\left. \begin{aligned} 0,0 > X > 1,7; \\ 0,6 > X' > 2,7 \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

и получить предельные значения величин

$$\left. \begin{aligned} \alpha \text{ и } \beta; \alpha' \text{ и } \beta'; \\ 0,0 > \alpha; \beta > 4,8; \\ 0,3 > \alpha'; \beta' > 12,0. \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

Помня, что при

$$\left. \begin{aligned} x_1 - x_2 = 180^\circ; \quad z = x_1 + x_2; \\ x'_1 - x'_2 = 180^\circ; \quad y = x'_1 + x'_2 \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

можно написать

$$\left. \begin{aligned} 0,0 > Z > 3,4; \\ 1,2 > Y > 5,4 \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

и найти по формуле (57) наибольшую погрешность амплитуды волны S_2 :

$$\Delta H_{S_2} = 2\Delta \left[\frac{4,8 + 4,8}{3,4 \cdot 5,4} + \frac{3,4 (12 + 12)}{5 \cdot 4,3} \right] = 2,1 \Delta. \quad (64)$$

Таким образом, наибольшая погрешность амплитуды волны S_2 примерно равна удвоенной погрешности астрономического аргумента $\Delta = \alpha (BC)_S$ этой волны.

Какие расхождения могут быть в отношениях между главными и сопутствующими им волнами для теоретического прилива и для некоторых наблюдаемых приливов, можно увидеть из табл. 4. Теоретические отношения даны по Дарвину [78]. Дудсон получил более точные коэффициенты волн прилива [79], но астрономических аргументов данных в таблицах метода они практически не уточняют.

Таблица 4

Отношения реальных и теоретических коэффициентов волн прилива

	$\frac{H_{N_2}}{H_{M_2}}$	$\frac{H_{K_2}}{H_{S_2}}$	$\frac{H_{P_1}}{H_{K_1}}$	$\frac{H_{Q_1}}{H_{O_1}}$	Характер приливов
Теоретическое	0,19	0,27	0,33	0,19	—
о. Сосновец	0,15	0,27	0,33	0,20	Полусуточный
Кемь	0,20	0,28	0,29	1,00	То же
Владивосток	0,30	0,26	0,30	0,18	Смешанный
М. Матуга	0,09	0,27	0,33	0,18	Суточный
Б. Удача	0,12	0,20	0,33	0,19	"

По данным Владимирского, отношение амплитуд составляющих волн $\frac{N_2}{M_2}$ может меняться в пределах от 0,08 до 0,46. Абсолютная величина погрешности зависит также от величины наблюдающихся приливов, т. е. от величины F .

Продолжая анализ, найдем для волны S величину погрешности ее астрономического аргумента $\Delta = d (BC)_S$. Для этого продифференцируем уравнение (35). Чтобы упростить решение задачи, рассмотрим по очереди зависимости погрешности Δ от отношений волн K_2 и T_2 к волне S_2 . Такая схема анализа рациональна также ввиду того, что совпадения наибольших погрешностей этих составляющих волн бывают довольно редко, и, если ориентироваться на суммарные наибольшие погрешности, то практически вообще нельзя будет использовать парный метод. Поэтому следует вести обработку наблюдений, выполненных в периоды, когда малы погрешности, возникающие только за счет самой большой волны, сопутствующей волне S_2 .

Сначала полагаем $\Delta t = 0$,

$$\Delta (BC)_S = \frac{2(1 + T \cos t + K \cos k) \Delta K \cos k + 2(T \sin t + K \sin k) \Delta K \sin k}{2\sqrt{(1 + T \cos t + K \cos k)^2 + (T \sin t + K \sin k)^2}} =$$

$$= \frac{\Delta K [K + \cos k + T \cos (t - k)]}{\sqrt{(1 + T \cos t + K \cos k)^2 + (T \sin t + K \sin k)^2}} \quad (65)$$

Полагая $\Delta K=0$, аналогичным путем найдем $\Delta(BC)_s$:

$$\Delta(BC)_s = \frac{\Delta T [T + \cos t + K \cos(t-k)]}{\sqrt{(1+T \cos t + K \cos k)^2 + (T \sin t + \sin k)^2}}. \quad (66)$$

Теперь исключим волну T , положив $T=0$, тогда

$$\Delta(BC)_s = \frac{\Delta K (K + \cos k)}{\sqrt{1+K^2+2K \cos k}}. \quad (67)$$

Полагая $K=0$, можно получить

$$\Delta(BC)_s = \frac{\Delta T (T + \cos t)}{\sqrt{1+T^2+2T \cos t}}. \quad (68)$$

Рассмотрим формулу (67) для двух предельных случаев:

$$t_1=0^\circ; \quad t_2=90^\circ;$$

$$\Delta(BC)_s = \frac{\Delta K (1+K)}{\sqrt{1+K^2+2K}} = \Delta K; \quad (69)$$

$$\Delta(BC)_s = \frac{K \Delta K}{\sqrt{1+K^2}}. \quad (70)$$

Также рассмотрим для двух предельных случаев формулу (68):

$$k_1=0^\circ; \quad k_2=90^\circ;$$

$$\Delta(BC)_s = \frac{\Delta T (1+T)}{\sqrt{1+T^2+2T}} = \Delta T; \quad (71)$$

$$\Delta(BC)_s = \frac{T \Delta T}{\sqrt{1+T^2}}. \quad (72)$$

Так как знаменатели правых частей уравнений (70) и (72) больше единицы, по этим формулам получаются минимальные погрешности. Максимальные погрешности астрономического аргумента $\Delta(BC)_s$ определяются по формулам (69) и (71).

Так как $K=0,272 fK_2$, то

$$\Delta K = f_{K_2} \Delta h. \quad (73)$$

Соответственно, так как

$$\begin{aligned} T &= 0,059 fT_2, \text{ то} \\ \Delta T &= f_{T_2} \Delta h, \end{aligned} \quad (74)$$

где Δh — разность между теоретическими и наблюдаемыми отношениями амплитуд сопутствующих и главной волны. Определим конкретные величины Δh .

Если для первой сопутствующей волны $\Delta h=0,1$, что является вполне реальной величиной, то при $f_K=1,3$

$$\Delta K = 1,3 \cdot 0,1 = 0,13. \quad (75)$$

Теперь можно найти по формуле (64) погрешность амплитуды волны S_2 :

$$\Delta H_{S_2} = 2,1 \cdot 0,13 = 0,27 \text{ м.} \quad (76)$$

Используя формулы (67) и (68), можно составить таблицу изменений погрешности $\Delta(BC)_S$ от величины угла K или угла t при экстремальных значениях волн K или T .

Составим таблицу изменений $\Delta(BC)_S$ от величины угла K при $K_{\max}$ и $K_{\min}$ (табл. 5)

Таблица 5

Изменения $\Delta(BC)_S$ от величины угла K при $K_{\max}$ и $K_{\min}$

K (град.)	$K_{\max} = 0,356$ $\Delta K = 0,131$	$K_{\min} = 0,204$ $\Delta K = 0,075$	K (град.)	$K_{\max} = 0,356$ $\Delta K = 0,131$	$K_{\min} = 0,204$ $\Delta K = 0,075$
0	0,131	0,083	180	-0,131	-0,075
45	0,109	0,059	225	-0,058	-0,050
90	0,044	0,015	270	0,044	-0,015
135	-0,058	-0,050	315	0,109	0,059

Из теории гармонического анализа известно, что $f_{K_{\max}} = 1,31$, $f_{K_{\min}} = 0,75$, тогда

$$\left. \begin{aligned} K_{\max} &= 0,272 \cdot 1,31 = 0,356; \\ K_{\min} &= 0,272 \cdot 0,75 = 0,204; \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_{\max} &= 1,31 \cdot 0,1 = 0,131; \\ \Delta K_{\min} &= 0,75 \cdot 0,1 = 0,075. \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Аналогично можно рассчитать погрешности астрономических аргументов амплитуд волны M_2 и главных суточных волн K_1 и O_1 . Исследуемая погрешность изменяется периодически в соответствии со степенью развития групп волн, сопутствующих данной главной волне. Если пренебречь сравнительно незначительными второстепенными волнами каждой группы сопутствующих волн, то периодическая погрешность будет увеличиваться с развитием главной сопутствующей волны данной группы. Так, для волны M_2 такой главной сопутствующей волной является волна N_2 , для волны S_2 — волна K_2 и т. д. Сопутствующие волны уменьшают или увеличивают главные волны прилива, поэтому и моменты наступления экстремальных величин объединенных волн являются моментами наступления максимальных расхождений между теоретическими и эмпирическими коэффициентами приливов. Иначе говоря, если сопутствующая волна при определенных астрономических условиях мало выражена, то и

величины теоретической и наблюдаемой волн будут незначительно различаться между собой. Если сопутствующая волна имеет максимальное развитие, то и расхождения будут наибольшими. Например, для волн M_2 и N_2 расхождения будут наиболее значительными в перигей и апогей, а минимальными — при среднем параллаксе $57'$, т. е. при $C=1$.

Строго говоря, для получения парным методом более точных параметров главных волн прилива надо выбирать такие даты наблюдений, когда искомая волна наблюдается практически без сопутствующих волн, т. е. когда табличные коэффициенты амплитуд данной волны равны единице, а аргументы фаз равны нулю. Такие случаи бывают очень редко, поэтому для практических целей можно удовлетвориться анализом наблюдений, выполненных в дни, когда мало развита только главная сопутствующая волна.

Для подтверждения изложенного определим наибольшую погрешность астрономического аргумента для волны M_2 в зависимости от наблюдаемого отношения волн $\frac{N_2}{M_2}$ по водпосту о. Сосновец. Из табл. 4 найдем, что

$$\Delta n = 0,19 - 0,15 = 0,04. \quad (79)$$

Для расчета выберем 1959 год — экстремный в девятнадцатилетнем приливном цикле. Наибольшее развитие полусуточные волны имеют в июне, но мы возьмем май, так как в этот месяц сизигийные воды совпадают с наибольшим развитием волны N_2 , т. е. с перигеем и с апогеем. Это сделано для того, чтобы анализировать наблюдения, выполненные в наибольшие сизигии. Дополнительно произведем расчет за июль того же года. Из теории гармонического анализа редуционный множитель волны M_2 на 1959 г. $f_{M_2} = 1,038$, тогда

$$\Delta M = 1,038 \cdot 0,04 = 0,042. \quad (80)$$

По аналогии с формулой (64) можно написать:

$$\Delta H_{M_2} = 2 \Delta M_2 \left[\frac{\alpha_M + \beta_M}{ZY} + \frac{Z}{Y^3} (\alpha'_M + \beta'_M) \right], \quad (81)$$

где

$$\alpha_M = \frac{X_1^2}{(D_m)_1}; \quad \beta_M = \frac{X_2^2}{(D_m)_2}; \quad (82)$$

$$\alpha'_M = \frac{(X'_1)^2}{(D_m)_1}; \quad \beta'_M = \frac{(X'_2)^2}{(D_m)_2}. \quad (83)$$

Используя выражения (50) и (59), находим:

$$\left. \begin{aligned} 0,0 > X > 1,2; \\ 0,4 > X' > 1,6. \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

Получим предельное значение величин α_M , β_M , α'_M , β'_M :

$$\left. \begin{aligned} 0,0 > \alpha_M, \quad \beta_M > 1,8; \\ 0,1 > \alpha'_M, \quad \beta'_M > 3,2. \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

Учитывая выражение (62), можно написать:

$$\left. \begin{aligned} 0,0 > Z > 2,4; \\ 0,8 > Y > 3,2. \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

Тогда из уравнения (81) получим

$$\Delta H_{M_2} = 20 \Delta m \left[\frac{3,6}{2,4 \cdot 3,2} + \frac{2,4 \cdot 6,4}{33} \right] = 1,90 \Delta m. \quad (87)$$

Подставив значения ΔM в уравнение (87), имеем

$$\Delta H_{M_2} = 1,9 \cdot 0,042 = 0,08 \text{ м.} \quad (88)$$

Это теоретическая погрешность волны M_2 . При этом было принято $F=1$ м. Теперь приведем практические расчеты.

Исходя из теоретических соображений, анализу были подвергнуты три пары станций, которые выполнялись при минимальном, среднем и наибольшем значениях параллакса Луны. Станции не приходились на квадратуру, хотя это условие, как показано выше, значения не имеет. Пары станций выбраны так, чтобы разности углов $d_m - d_s$ между первыми и вторыми сутками наблюдений каждой пары были примерно одинаковы. Результаты гармонического анализа представлены в табл. 6.

Несмотря на то что, в соответствии с теорией метода, астрономические условия подобраны примерно одинаковыми, амплитуды волны M_2 по всем парам станций получились разными.

Для этого же пункта методом Дарвина из месячной серии наблюдений амплитуда волны M_2 получена равной 139 см. Такая амплитуда получена и по наблюдениям пары станций, выполненных при средних значениях параллакса. Амплитуда, вычисленная по наблюдениям пары станций, выполненных при меньших значениях параллакса, получилась заниженной на 11 см, а при больших параллаксах — завышенной на 18 см. Максимальное расхождение в амплитудах получилось равным 29 см. Если учесть, что при нахождении величины колебания уровня амплитуды удваиваются, то разница в величинах колебаний уровня, вычисленных по крайним значениям гармонических постоянных, только на волне M_2 будет в данном случае равна 58 см, чем никак нельзя пренебрегать. В табл. 7 сведены результаты аналогичных вычислений, произведенных по наблюдениям, выполненным в июле того же года. Они хорошо подтверждают данные табл. 6.

Вычисление гармонических постоянных примов при различных параллаксах Луны

Таблица 6

	Ст. 1. 8/V 1959 г.	Ст. 2. 13/V 1959 г.	Ст. 1. 14/V 1959 г.	Ст. 2. 17/V 1959 г.	Ст. 1. 23/V 1959 г.	Ст. 2. 26/V 1959 г.
$(d_m - d_s)_1 - (d_m - d_s)_2$ (град.)	246		290		275	
Кульминация (час., мин.)	00 07	04 04	04 53	07 20	00 28	03 30
Параллакс (град.)	53,9	55,1	55,7	58,1	61,3	59,3
M_2	—1 15 14	1,04 0,85 0,88	—1 129 128	1,04 0,94 0,98	—1 26 25	1,04 1,24 1,29
						—1 113 112
S_2	—10	0,94	—10	0,91	—8	0,84
						—8
M_2	—10	0,94	—10	0,91	—8	0,84
						—8
S_2	24 349	0,94 1,66	138	1,03	163 103	1,22 349
						33 2,00
S_2	336 7	1,07 1,71	222	0,97	197 246	0,82 0,98
						327 16
						0,65 0,95
M_2	10 20 332 343	160 170 212 128	90 100 124 338	146 160 138 139	114 126 138 139	112 126 138 139
						204 213 213 340
S_2	356 54 47	182 102 60	322	155	321 275 29	171 63 47
						326 21 29
						172

Таблица 7

Результаты вычислений гармонических постоянных приливов при различных параллаксах Луны

Дата и пары станций	1—4/VII 1959	8—11/VII 1959	16—19/VII 1959 г.
$(d_m - d_s)_1 - (d_m - d_s)_2$ (град.)	294	291	272
Кульминация (час., мин.)	08,25—10,45	01,37—04,02	08,25—11,25
Параллакс (град.)	54,1—54,4	55,9—57,5	60,0—60,0
g_{M_2} (град.)	359	353	330
H_{M_2} (см)	125	136	149

Интересно сравнить результаты теоретического расчета с данными непосредственных наблюдений. Из формулы (88) следует, что на 1 м амплитуды суммарной полусуточной волны наибольшая погрешность амплитуды гармонической волны M_2 равна 8 см. Это происходит при возрастании волны N_2 , что в схеме расчета выражается отклонением коэффициента D_m от единицы. Из табл. 6 видно, что первая пара станций, выполненная в апогей, имеет средний коэффициент $(D_m)_{cp} = 0,91$ и действительная погрешность в амплитуде волны $\Delta N_{M_2} = 11$ см. Средняя амплитуда суммарной волны $F_{cp} = 153$ см. Теоретически на 1 метр величины F погрешность равна 8 см. Следовательно $\Delta H_{M_2} = 1,53 \cdot 8 \text{ см} = 12 \text{ см}$. Для второй пары $(D_m)_{cp} = 1,03$. Погрешность отсутствует. Для третьей пары, выполненной в перигей, $(D_m)_{cp} = 1,22$. Действительная погрешность равна 18 см; $F_{cp} = 210$ см. $\Delta H_{M_2} = 2,1 \cdot 8 \text{ см} = 17 \text{ см}$. Сходимость сравниваемых результатов расчетов получилась хорошей.

Периодические погрешности в фазах гармонических постоянных при более или менее значительных приливах бывают, как правило, значительно меньше, чем погрешности в амплитудах. Это является следствием того, что погрешности в величинах z в формуле (1) не возникают с увеличением фаз гармонического колебания, как это бывает при вычислениях амплитуд.

Для выяснения возможного искажения фаз обратимся к геометрической интерпретации схемы расчета гармонических постоянных парным методом. Из различных сочетаний пар векторов астрономических частей и наблюдаемых приливов на рис. 2 представлены три варианта таких сочетаний. Линиями 1 изображены разности векторов чисто астрономических приливов. Линиями 2 представлены неискаженные разности векторов наблюдаемого прилива и 3 — вычисленные из наблюдений приливы, которые искажены перечисленными ранее погрешностями. Углы между положительным направлением оси ординат и векторами разностей представляют собой фазы разности: ρ —

неискаженных наблюдаемых приливов, ψ — искаженных наблюдаемых приливов, ω — астрономических приливов, а величины векторов — амплитуды этих волн.

В природе возможны различные сочетания обеих пар векторов, а отсюда и всевозможные сочетания разностей векторов. Однако, как нетрудно увидеть на чертежах, фазы векторных

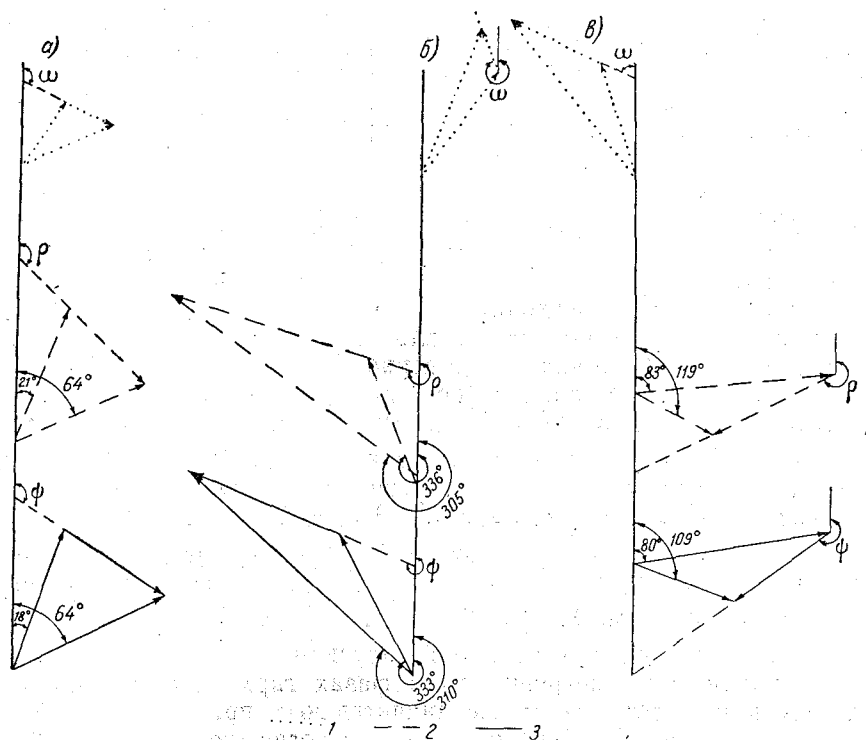


Рис. 2. Векторные разности пар чисто астрономических и наблюдаемых приливов.

а, б, в — три варианта сочетаний пар векторов чисто астрономических и наблюдаемых приливов.

разностей изменяются незначительно по сравнению с искажением амплитуд этих волн. Из рис. 2а можно найти, что угол гармонической волны $g = \omega - \rho = 355^\circ$, а в действительности $g = \psi - \rho = 338^\circ$. Таким образом, угол искажился на 17° . Амплитуда этого колебания должна была быть 20 единиц, а стала 25, то есть изменилась на 12,5%. Аналогично для рис. 2б получается погрешность в фазах 2° , а в амплитуде 24%. Для рис. 2в погрешность в фазах 9° , а в амплитудах 10%. Многочисленные вычисления гармонических постоянных, выполненные парным методом, подтверждают эту картину.

Необходимо остановиться в этом же разделе на погрешности, довольно часто вводимой в гармонические постоянные при анализе краткосрочных серий наблюдений, начинающихся не с начала суток. Надо помнить, что если наблюдения начинаются не с нуля суток, то следует либо кульминацию Луны привести к середине наблюдений, либо сразу ввести дополнительные поправки к астрономическим частям волн M_2 и O_1 . Эти поправки равны числу часов, прошедших от нуля суток до начала наблюдений, выраженному в градусах. Например, если наблюдения начаты в 6 часов, то фазы будут равны: $(b+c)_{M_2} = +6^\circ$ и $(b+c)_{O_1} = +6^\circ$. Эти поправки можно получить, если интерполировать астрономические фазы волн M_2 и O_1 , полученные по таблицам метода для смежных суток. Для волн S_2 и K_1 поправки не вводятся.

Закljučая настоящий раздел, необходимо напомнить оценку, данную Адмиралтейскому методу его авторами Дудсоном и Варбургом [84]. Они справедливо утверждают, что по сравнению со старыми методами он учитывает суточные приливы и более точно все полусуточные составляющие. К погрешностям метода, не считая возможных расхождений в теоретических и реальных отношениях главных и сопутствующих им волн, авторы относят.

1. Ошибки, связанные с использованием данных, вычисленных с известными допущениями и получаемых по таблицам: а) соединения составляющих одинакового периода, б) соединения составляющих разного периода.

2. Ошибки, связанные с употреблением времени кульминации Луны вместо ее долготы. Это может дать ошибку, равную 4% амплитуды волны M_2 .

Наиболее трудной задачей анализа авторы считают уменьшение влияния случайных воздействий на приливы. Влияние случайных ошибок может быть уменьшено, по их мнению, только с увеличением количества наблюдений, которые должны осредняться до анализа.

Из изложенного выше очевидно, что для уменьшения погрешностей результатов анализа краткосрочных серий наблюдений целесообразно по возможности избегать наблюдений в таких условиях, когда возникают рассмотренные нами периодические погрешности. Наиболее существенные погрешности в анализе возникают за счет непериодических воздействий; они не только непосредственно искажают значения фаз и амплитуд исходных для расчета суммарных полусуточных и суточных волн, но в связи с указанными выше особенностями вычислительной схемы метода могут в зависимости от величины Y различно искажать гармонические постоянные каждой главной волны прилива.

§ 3. УЧЕТ ВОЗРАСТА ПРИЛИВОВ В АДМИРАЛТЕЙСКОМ МЕТОДЕ

При вычислении гармонических постоянных главных волн прилива Адмиралтейским методом как по суточным, так и по двухсуточным сериям наблюдений используются астрономические коэффициенты и аргументы, учитывающие смежные волны, периоды которых близки к периодам главных волн. При этом, как известно, отношения амплитуд и разности фаз главных и смежных волн, принимаются равными теоретическим.

Искажения вычисляемых гармонических постоянных за счет несовпадения отношений амплитуд теоретических и реальных волн прилива рассматривались выше.

Рассмотрим искажения гармонических постоянных за счет несовпадения разности фаз. Разность фаз двух волн прилива обуславливает возраст одной волны прилива относительно другой. Известно, что возрастом какой-либо составляющей волны прилива по отношению к другой волне называется промежуток времени от момента совпадения астрономических аргументов $(v_0 + u)$ двух волн до момента совпадения фаз $[qt + (v_0 + u) - k]$ этих волн. Возраст волны B по отношению к волне A обозначают через $\tau(B, A)$ и вычисляют в средних часах по формуле

$$\tau(B, A) = \frac{K_B - K_A}{q_B - q_A}.$$

В руководствах по обработке приливов обычно рассматриваются только возрасты прилива S_2 относительно M_2 , $\tau(S_2, M_2)$; прилива N_2 относительно M_2 , $\tau(N_2, M_2)$; прилива O_1 относительно K_1 , $\tau(O_1, K_1)$. Нас могут интересовать, кроме того, возрасты прилива K_2 относительно S_2 , $\tau(K_2, S_2)$; прилива P_1 относительно K_1 , $\tau(P_1, K_1)$; прилива Q_1 относительно O_1 , $\tau(Q_1, O_1)$.

Возрасты последних трех приливов можно вычислять по нижеприводимым формулам. При этом если разность углов положений, входящих в формулу, превышает 180° , то вычисляют ее со знаком минус; в этом случае возраст принимается отрицательным.

а) Возраст равноденственного полусуточного прилива. Возрастом равноденственного полусуточного прилива называется промежуток времени от момента, когда Луна находится на экваторе, до момента, когда фазы волн S_2 и K_2 совпадают. Возраст равноденственного прилива вычисляется по формуле

$$\tau(K_2, S_2) = 12,195 (K_{K_2} - K_{S_2}).$$

б) Возраст равноденственного суточного прилива. Возрастом равноденственного суточного прилива называется промежуток времени от момента, когда Луна находится на экваторе, до момента, когда фазы волн K_1 и P_1 совпадают. Возраст равноденственного суточного прилива вычисляется по формуле

$$\tau(P_1, K_1) = 12,195 (K_{P_1} - K_{K_1}).$$

в) Возраст параллактического суточного прилива. Возрастом параллактического суточного прилива называется промежуток времени от момента, когда Луна находится в перигее, до момента, когда фазы волн O_1 и Q_1 совпадают. Возраст параллактического суточного неравенства вычисляется по формуле

$$\tau(O_1, Q_1) = 1,837 (K_{O_1} - K_{Q_1}).$$

Рассматривая возможные погрешности Адмиралтейского метода, Дудсон отмечает, что принятые в нем зависимости между волнами M_2 и N_2 учитывают также составляющие v_2 , L_2 и $2N_2$. Эти зависимости с некоторым приближением являются достаточно устойчивыми для амплитуд, но возникают расхождения в углах положения, что вызывает ошибки в расчетах. Однако в среднем по всему Мировому океану углы положения волн N_2 и M_2 отличаются друг от друга только на 15° . Это дает ошибку в величине прилива около 25% амплитуды волны N_2 или 5% амплитуды волны M_2 , а в момент полной воды около 6 минут. Примерно такие же расхождения имеет составляющая O_1 с группой волн M_1 , O_1 и I_1 .

Зависимости волн S_2 и K_2 , а также K_1 и P_1 с их смежными волнами более близки к даваемым теорией, так как угловые скорости этих волн незначительно отличаются друг от друга.

Однако в последнее время при детальном изучении приливов все чаще обнаруживаются расхождения в фазах главных и смежных с ними волн прилива. Особенно отличаются фазы этих волн в районах амфидромических областей. Следовательно, пользуясь Адмиралтейским методом, следует учитывать разности фаз и этих волн прилива.

На примере анализа месячной серии наблюдений над приливными колебаниями уровня определим степень искажения гармонических постоянных главных полусуточных волн за счет фазовой разницы волн M_2 и N_2 , т. е. за счет возраста параллактического прилива. Рассмотрим также возможности учета этого искажения и дадим некоторые рекомендации для уточнения Адмиралтейского метода. Месячная серия наблюдений была обработана по методам Дарвина и Адмиралтейскому. Список гармонических постоянных, полученных методом Дарвина, приведен в табл. 8, Адмиралтейским — в табл. 9.

Таблица 8

Гармонические постоянные, вычисленные методом Дарвина

Волны	M_2	S_2	N_2	K_2
H (см)	198	60	53	16
g (град.)	288	349	248	344

Значительные и закономерные колебания амплитуд гармонических постоянных, полученных Адмиралтейским методом,

Гармонические постоянные, вычисленные Адмиралтейским методом

Дата, апрель	Без учета возраста параллактического прилива				С учетом возраста параллактического прилива			
	M_2		S_2		M_2		S_2	
	H (см)	g (град.)	H (см)	g (град.)	H (см)	g (град.)	H (см)	g (град.)
15	188	291	57	352	201	291	58	352
16	192	288	58	349	195	288	59	349
17	198	294	60	355	188	293	57	354
18	218	292	66	353	191	290	58	351
19	214	285	65	346	191	288	58	349
20	218	294	66	355	189	293	56	354
21	248	302	75	3	205	302	62	3
22	241	306	73	7	205	306	62	7
23	254	303	77	4	214	305	65	6
24	238	297	72	358	218	299	65	0
25	215	296	65	357	201	297	61	358
26	205	304	62	5	208	303	63	4
27	200	303	60	4	201	303	61	4
28	208	299	63	0	188	300	57	1
29	198	299	60	0	186	299	57	0

указывают на неточность учета этим методом астрономических параметров. За пятнадцать суток амплитуды волны M_2 менялись от 188 до 254 см, т. е. на 35%, амплитуды волны S_2 изменялись на 35%. Возраст параллактического прилива в пункте исследования равен трем суткам. Если принять его во внимание, т. е. астрономические коэффициенты «С» выбрать не на сутки анализа, а на три дня раньше, то результаты анализа будут более устойчивыми.

В нашем примере возраст параллактического прилива был известен заранее. Обычно при коротких сериях наблюдений возраст параллактического или тропического прилива не бывает известен. Как поступать в этом случае, будет показано ниже.

Контролем гармонического анализа приливов является вычисление приливов на даты наблюдений, по которым не производился анализ. Если совпадение плохое, анализ считается неудовлетворительным. Если ошибок в анализе не оказывается, а вычисления все же не дают хорошего результата, то иногда приходят к ошибочному выводу о том, что гармонический анализ в данном месте неприменим. Между тем, вычисления могут дать хороший результат, если отношения главных и смежных волн прилива близки к теоретическому значению. Если же эти отношения значительно отличаются от теоретических, то вычисления дадут хорошие результаты только на дни с одинаковыми

значениями астрономических коэффициентов, что не является показательным. Этими коэффициентами будут при полусуточном лунном приливе C_M , при солнечном — B_S , при суточном — C_O и C_K .

Исходя из изложенного, можно сделать заключение, что, для того чтобы выявить наличие разницы в теоретических и наблюдаемых приливах, контрольные вычисления приливов надо производить на даты наблюдений, когда коэффициенты отличаются от единицы в противоположную сторону по сравнению с датой анализа. Например, если на день анализа $C_M = 1,15$, то на дату вычисления нужно иметь $C_M = 0,80 \div 0,90$.

Вычисления также можно выполнять на несколько суток, для которых астрономические коэффициенты (C_M , B_S , C_K , C_O) значительно различаются между собой. Сказанное относится к контрольным вычислениям анализа и для двухсуточных серий наблюдений.

Сами вычисления Адмиралтейским методом, учитывая возраст приливных волн, можно производить более точно. При этом, если вычисления Адмиралтейским методом осуществляются по гармоническим постоянным, полученным из анализа месячной или более длительной серии наблюдений, то возраст указанных приливов легко устанавливается по этой серии. Осуществляя вычисления по гармоническим постоянным, полученным из анализа суточных циклов, возрасты искомых волн определяют по данным тех длительных серий наблюдений, которые используются для выбора гипотезы в суточной схеме расчета постоянных.

Наконец, при контрольных вычислениях по гармоническим постоянным, определенным из анализа двухсуточных серий наблюдений, подбор коэффициентов C_M , B_S , C_K , C_O производится на основании следующих соображений.

Дудсон отмечает, что в тех случаях, когда отношения амплитуд главных полусуточных волн прилива меньше теоретического, отношения амплитуд этих волн к амплитудам волн, близких к ним по периодам, больше теоретического [84]. Например, если отношение амплитуд волн S_2 и M_2 меньше даваемого теорией, то отношение амплитуд N_2 и M_2 будет больше теоретического. Это происходит потому, что угловые скорости S_2 и N_2 находятся по обе стороны угловой скорости волны M_2 . Но если наблюдаются отклонения от теоретического отношения главных полусуточных или суточных волн прилива, то имеются отклонения и в возрасте соответствующих смежных с ними волн прилива.

Двухсуточная схема вычислений гармонических постоянных позволяет приближенно получать отношения главных полусуточных и суточных волн. Это уточняет подбор соответствующих астрономических коэффициентов. В свою очередь, форма

приливной кривой определяет тип прилива, т. е. подсказывает, возраст какого прилива следует учитывать при предвычислениях.

Таблица 10

Высоты ($h_{\text{ПВ}}$) и моменты ($t_{\text{ПВ}}$) полных вод, наблюдаемые и вычисленные Адмиралтейским методом по гармоническим постоянным, полученным методом Дарвина

Дата	Наблюдения		Вычисления без учета возраста прилива		Ошибка в высоте	Вычисления с учетом возраста прилива		Ошибка в высоте
	$h_{\text{ПВ}}$ (см)	$t_{\text{ПВ}}$ (час., мин.)	$h_{\text{ПВ}}$ (см)	$t_{\text{ПВ}}$ (час., мин.)		$h_{\text{ПВ}}$ (см)	$t_{\text{ПВ}}$ (час., мин.)	
15	680	12 00	672	12 15	8	666	12 12	14
16	648	00 10	612	00 30	36	618	00 30	30
17	620	01 00	590	01 18	30	600	01 00	20
18	580	02 00	560	02 20	20	576	02 00	4
19	562	03 00	524	03 30	38	550	03 00	12
20	504	04 10	476	05 00	28	504	04 40	0
21	500	06 00	460	06 13	40	488	06 00	—12
22	522	07 00	492	07 10	30	516	07 00	6
23	556	08 00	526	08 00	30	552	08 00	4
24	588	08 40	560	08 40	28	580	08 40	8
25	610	09 20	592	09 30	18	606	09 25	4
26	610	10 00	578	10 00	32	602	10 00	8
27	610	10 30	596	10 30	14	610	10 30	0
28	610	11 00	596	11 00	14	610	11 00	0
29	612	11 30	608	11 30	4	618	11 30	—6

В табл. 10 представлены результаты вычисления высот и моментов полных вод Адмиралтейским методом по гармоническим постоянным, полученным методом Дарвина. Вычисления произведены по обычной схеме Адмиралтейского метода и по той же схеме, но с учетом возраста параллактического прилива. Из табл. 10 видно, что вычисления с учетом возраста приливов дают лучшие результаты.

Заключая параграф, следует подчеркнуть, что рассматриваемая погрешность в приливных расчетах связана с применением таблиц Адмиралтейского метода. Поэтому она сказывается как в точности анализа суточных и двухсуточных серий наблюдений, так и на выполняемых Адмиралтейским методом вычислениях приливов.

Учет возраста приливов особенно необходим при исследованиях в устьях рек при определении изменений гармонических постоянных под действием сгонно-нагонных явлений, т. е. в тех случаях, когда рациональна обработка именно коротких серий наблюдений.

§ 4. НЕДОСТАТКИ АНАЛИЗА ПОЛУМЕСЯЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ МЕТОДОМ ДАРВИНА

Гармонические постоянные приливов, вычисляемые по методу Дарвина, могут иметь погрешности вследствие того, что в этом методе из наблюдений сначала выделяют группы приливных волн, а затем разделяют их на отдельные волны, исходя из теоретических соображений.

Значительные погрешности в гармонических постоянных могут появиться, если во время наблюдений метеорологические воздействия на водные массы были соизмеримы по величине с приливами.

Материалы наблюдений над течениями, как правило, не проходят перед гармоническим анализом предварительной фильтрации. Только у И. В. Максимова [47] имеются указания о том, что если в районе наблюдений скорости непериодических течений значительно превышают возможные скорости приливо-отливных течений, то гармоническому анализу, вместо составляющих суммарного течения лучше подвергать составляющие истинного приливо-отливного течения. При этом ежедневные значения составляющих истинного приливо-отливного течения при длительных наблюдениях обычно вычисляются теми же приемами, что и при обработке суточных циклов наблюдений [47]. В то же время известно, что диапазон изменений непериодических течений за одни сутки значительно меньше, чем изменения этих течений за время в 15 или 30 суток. Исходя из опыта работы, представляется рациональным при обработке материалов наблюдений методом Дарвина исключать непериодические колебания не только в том случае, если они значительно превышают приливные, но даже если они имеют величину того же порядка.

Подробно разбирать вопрос об изменениях гармонических постоянных за счет влияния метеорологических явлений мы не будем.

Рассмотрим лишь погрешности самой схемы анализа 15-суточной серии наблюдений. Впервые этот вопрос рассматривался автором в 1959 г. [4]. Не вдаваясь в известные подробности теории метода Дарвина, надо помнить, что, как и в любом другом методе, задача анализа сводится к разложению наблюдений кривой приливных колебаний на составляющие волны. Процесс выделения каждой волны ведет к исключению всех составляющих волн, кроме одной, что и является основой метода.

Следовательно, точность определения гармонических постоянных при прочих равных условиях зависит от способа выделения этих постоянных и от длительности ряда наблюдений.

Из теории метода Дарвина известно, что основные волны

прилива можно получить при анализе полумесячной серии наблюдений, а при анализе месячной серии можно дополнительно выделить волны N_2 и O_1 . Поэтому существует мнение что при анализе полумесячной серии наблюдений гармонические постоянные искажаются за счет того, что эта серия является только одним минимальным периодом, из которого можно выделить составляющие волны прилива. Это не совсем верно. При анализе полумесячных серий наблюдений искажение гармонических постоянных главных полусуточных волн происходит еще и в зависимости от того, насколько во время наблюдений момент прохождения Луны через перигей смещен относительно момента наступления сизигии.

Известно, что гармонические постоянные главных полусуточных волн, полученные в разное время по полумесячным и месячным сериям наблюдений, иногда близки друг к другу, а иногда значительно различаются. При этом расхождение между амплитудами этих волн иногда достигает 20%.

Расхождение между величинами амплитуд волн M_2 и S_2 может происходить за счет того, что они искажаются волной N_2 .

Посмотрим, как это происходит. Из теории метода Дарвина известно, что при обработке месячной серии наблюдений волна N_2 автоматически исключается из волн M_2 и S_2 .

Если в середине полумесячной серии наблюдений волны M_2 и S_2 совпадают по фазе с волной N_2 (совпадают сизигия и момент прохождения Луны через перигей), то не представляется возможным отделить первые волны от последней. В этом случае происходит искажение главных волн волной N_2 с одним знаком. В смежные 15 суток искажение главных волн происходит с обратным знаком. В последующие полумесячные серии, на середины которых приходятся сизигии, рассматриваемая погрешность уменьшается, достигая минимума при сдвиге фаз главных волн и волны N_2 на 180° . В дальнейшем ошибки снова растут. Это происходит в связи с разностью изменений средних долгот Солнца, Луны и перигея Луны. Если наблюдения начинаются с момента совпадения сизигии с периогеем (на середину наблюдений приходится квадратура), то главные волны практически выделяются без искажений. В последующие полумесячные серии, выполняемые между сизигиями, рассматриваемая погрешность растет, достигая максимума в период, когда получаются минимальные погрешности при анализе полумесячных наблюдений, выполняемых между квадратурами. Для обоснования сказанного рассмотрим уравнение Дарвина для выделяемых волн:

$$h = nR_q \cos(qt - \zeta_q) + nR_{mq} \cos(mqt - \zeta_{mq}) + \\ + \sum_{n=0}^{n=n-1} R'_q \cos\left(q't + n \frac{360q'}{q} - \zeta'_q\right), \quad (89)$$

где h — средняя из всех снятых ординат, n — число суток волны, R — амплитуда волны, q — угловая скорость волны, m — целое число, ξ — первоначальная фаза волны.

Первый член уравнения (89) представляет собой ординату выделяемой волны, имеющей скорость q , второй член — ординаты волн, имеющих угловые скорости, кратные q . Совокупность этих членов уравнения называется «серией волн». При выделении из приливной кривой искомой волны автоматически выделяется вся серия целиком. Исключается из общей ординаты только третий член уравнения (89) — ордината волны, имеющей скорость, отличающуюся от q .

Определим, чему будет равен последний член рассматриваемого уравнения (89) при отделении волны M_2 от волны N_2 из месячной и полумесячной серий наблюдений. Затем определим, каким образом при обработке полумесячных серий наблюдений волной N_2 искажаются амплитуды главных полусуточных волн.

Последний член уравнения (89) можно написать в виде

$$R'_q \cos(q't - \zeta q') \sum_{n=0}^{n=n-1} \cos \frac{n360q'}{q} - \\ - R'_q \sin(q't - \zeta q') \sum_{n=0}^{n=n-1} \sin \frac{n360q'}{q}. \quad (90)$$

Множители под знаком Σ представляют собой сумму косинусов и сумму синусов дуг в арифметической прогрессии. Эти суммы будут равны нулю, если $\frac{nq'}{q}$ целое число.

Обозначим для сокращения:

$$R'_q \cos(q't - \zeta q') = A; \\ R'_q \sin(q't - \zeta q') = B; \quad \frac{360q'}{q} = K;$$

для полусуточных волн $\frac{760q'}{q} = K$.

Выражение (90) примет вид

$$A \sum_{n=0}^{n=n-1} \cos kn - B \sum_{n=0}^{n=n-1} \sin kn$$

или

$$A \cos k - B \sin k + A \cos 2k - B \sin 2k + \dots + \\ + A \cos nk - B \sin nk. \quad (91)$$

Тогда для отделения волны M_2 от N_2 получим $n=26$.

Подставим значения $q_{M_2} = 28, 984^\circ$ и $q'_{N_2} = 28, 44^\circ$ в выражение (91). После преобразования получим:

$$\begin{aligned} & A(\cos 0^\circ + \cos 346^\circ + \cos 333^\circ + \dots + \cos 324^\circ) - \\ & - B(\sin 0^\circ + \sin 346^\circ + \sin 333^\circ + \dots + \sin 324^\circ) = \\ & = A(1,000 + 0,970 + 0,891 + \dots + 0,998) - \\ & - B(0,000 - 0,242 - 0,454 - \dots - 0,070) \approx A0 - B0 \approx 0. \end{aligned} \quad (92)$$

Таким образом, последний член уравнения (89) равен нулю при $n=26$, т. е. при условии, когда выдерживается требование теории метода. Но если анализировать период наблюдений, в который укладывается только $n=13$ (полумесечная серия), то коэффициент при A будет равен нулю, а при B будет иметь максимальное значение, и при обработке полумесечной серии наблюдений искажающее действие волны N_2 будет наибольшим.

Знак при B зависит от разницы фаз главных полусуточных волн и фазы волны N_2 . При этой разности в 0 или 180° указанный коэффициент будет иметь наибольшее значение. Если же разница фаз равна 90° или 270° , то коэффициенты при A и B будут равны между собой. В этом случае ординаты волны N_2 исказят ординаты выделяемых волн в течение первой недели с положительным знаком, а в течение второй недели — с отрицательным знаком и погрешности в главных полусуточных волнах за счет лунной большой эллиптической волны не будет. Таким образом, величина погрешности в вычисляемых из полумесечных серий наблюдений амплитудах главных полусуточных волн зависит от разности фаз этих волн и волны N_2 . Для проверки приведенных рассуждений отделим волны M_2 и S_2 от волны N_2 , как это делается при анализе полумесечной серии наблюдений.

Для волны M_2 последний член уравнения (89) будет равен

$$A \sum_{n=0}^{n=14} \cos \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{28,98^\circ} n - B \sum_{n=0}^{n=14} \sin \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{28,98^\circ} n. \quad (93)$$

Чтобы не производить все операции, определим последний член каждой суммы:

$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{28,98^\circ} 14 &= \cos 170^\circ 48'; \\ \sin \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{28,98^\circ} 14 &= \sin 170^\circ 48'. \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

Как видим, последние члены каждой суммы являются функциями углов, близких к 180° , что говорит о том, что выделяемая волна будет иметь максимальное искажение за счет исклю-

чаемой волны. То же самое происходит при анализе полумесячной серии наблюдений и при выделении волны S_2 ($q=30^\circ$). Последний член уравнения (89) для этого случая будет иметь вид

$$A \sum_{n=0}^{n=15} \cos \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{30,00^\circ} n - B \sum_{n=0}^{n=15} \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{30,00^\circ} n. \quad (95)$$

Определим последний член каждой суммы:

$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{30,00^\circ} 15 &= \cos 158^\circ 24'; \\ \sin \frac{720^\circ \cdot 28,44^\circ}{30,00^\circ} 15 &= \sin 158^\circ 24'. \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

В этом случае выделяемая волна также будет иметь значительное искажение за счет исключаемой волны.

Из изложенного следует, что если гармонические постоянные, полученные из полумесячной серии наблюдений, на которую падает одна из сизигийных вод, будут завышенными по отношению к постоянным, полученным из месячной серии наблюдений, то в период смежной сизигии они будут заниженными. Чтобы исключить эти искажения, достаточно осреднить величины обоих списков гармонических постоянных. В результате осреднения будут получены гармонические постоянные, величины которых окажутся близкими к постоянным, получаемым из анализа месячной серии наблюдений методом Дарвина. Можно еще отметить, что при анализе полумесячной серии наблюдений методом Дарвина гармонические постоянные получаются завышенными, если с периодом обрабатываемой серии совпадут фазы волны $M_2 + S_2 + N_2$, и заниженными, если волна N_2 и главные полусуточные волны будут в противофазе.

Также гармонические постоянные будут завышенными или заниженными, если на середину периода приходятся квадратурные приливы и фазы волн M_2 и N_2 совпадают или будут в противофазе.

Выше рассматривалась, главным образом, изменчивость амплитуд главных полусуточных волн прилива. Но совершенно очевидно, что если с какой-либо волной складывается другая волна, то гребень объединенной волны будет занимать какое-то промежуточное положение. Поэтому будут искажаться и фазы волн M_2 и S_2 .

Таким образом, при гармоническом анализе полумесячных серий наблюдений методом Дарвина главные полусуточные волны могут значительно искажаться волной N_2 . Смещение последней относительно первых определяет закономерность изменчивости гармонических постоянных.

Попробуем определить эту закономерность. Известно, что неравенство сизигийных приливов может быть различным по величине в разных пунктах и изменяется оно от месяца к месяцу. То новолунные приливы бывают больше полнолунных, то, наоборот, — полнолунные больше новолунных. Наибольшее наблюдаемое сизигийное неравенство приливных колебаний уровня, которое удалось обнаружить, достигло 236 см при средней величине сизигийного прилива, равной 543 см. Такая огромная разница в величине приливов имеет практическое значение.

Известно, что наибольшие приливы происходят в сизигию, которая совпадает с моментом прохождения Луны через перигей.

Промежуток времени, по истечении которого Луна возвращается в прежнее положение относительно Солнца, называется синодическим месяцем и равен 29,53 средних суток. Промежуток времени, по истечении которого Луна возвращается в прежнее положение относительно своих апсид (или перигея) называется аномалистическим месяцем и равен 27,55 средних суток.

Близость обоих периодов (синодического и аномалистического месяцев) и создает неравенство в величинах последовательных сизигийных вод. Если гребень волны N_2 в одну из сизигий совпадает с гребнями главных полусуточных волн, то через полмесяца, т. е. в смежную сизигию, с гребнями главных волн будет совпадать ее подошва. Гребни волн смещаются относительно друг друга.

Таким образом, изменчивость гармонических постоянных главных полусуточных волн и изменчивость неравенств сизигийных приливов определяются одной и той же причиной.

О существовании неравенства в величинах приливов и приливных течений в двух последовательных сизигиях известно давно. Так, Нансен в своем дневнике отметил 13 октября 1893 г., что по наблюдениям «Фрама» приливо-отливные сжатия были особенно заметны в сизигии, но во время новолуния были больше, чем во время полнолуния. В дальнейшем этот случай будет объяснен.

Рассмотрим, как момент прохождения Луны через перигей смещается относительно одной из сизигий. Изменение средней долготы Солнца за средние сутки $n=0,9856^\circ$, изменение средней долготы перигея Луны за средние сутки $\omega=0,1114^\circ$.

Определим разность изменений долготы Солнца и долготы перигея Луны или, что то же самое, скорость смещения Луны и Солнца по долготе относительно друг друга:

$$\Delta = n - \omega = 0,9856 - 0,1114 = 0,8742^\circ$$

Разность долгот Солнца и Луны станет равна первоначальной через

$$\frac{360^\circ}{0,8742^\circ} = 411,78 \text{ средних суток.}$$

Полученный период называется периодом эвекции в параллаксе. Таким образом, характер сизигийных неравенств будет повторяться через каждые 411,8 средних суток. При разности в 180° неравенство будет также максимальным, но обратного знака. При 90° и 270° сизигийного неравенства практически не будет. Кроме того, если в данном году максимальные неравенства наблюдались в какой-либо определенный момент, то в следующем году они будут наблюдаться на $411,78 - 365,25 = 46,53$ средних суток позже, т. е. в другом месяце. Смещаясь на 46 средних суток от года к году, максимальные сизигийные неравенства, опять придутся на тот же месяц года через 9 лет. За это время пройдет 8 полных периодов рассматриваемого изменения приливов.

На основании изложенного составлена табл. 11.

Таблица 11

Месяцы максимального сизигийного неравенства

Январь	1890	1899	1908	—	1925	1934	1943	1952	1961	—
Февраль	—	—	—	1917	26	35	44	53	62	1970
Март	91	1900	09	18	27	36	—	—	—	71
Апрель	92	01	10	19	—	—	45	54	63	72
Май	—	—	—	—	28	37	46	55	64	—
Июнь	93	02	11	20	29	38	—	—	—	73
Июль	94	03	12	—	—	—	47	56	65	74
Август	95	—	—	21	30	39	48	57	—	—
Сентябрь	—	04	13	22	31	40	—	—	66	75
Октябрь	96	05	14	—	—	—	49	58	67	76
Ноябрь	97	06	—	23	32	41	50	59	—	—
Декабрь	—	—	15	24	33	42	51	—	68	77
	98 ¹	07 ¹	16 ¹	—	—	—	—	60 ¹	69 ¹	78 ¹

¹ В эти годы максимального неравенства нет. Ближайшее наибольшее неравенство имеет место в предшествующем году.

Для определения месяца, когда одна из сизигий совпадает с моментом нахождения Луны в перигее, можно воспользоваться Астрономическим ежегодником, но он не всегда бывает под рукой.

Для получения главных полусуточных волн прилива без погрешностей за счет волны N_2 следует полумесячные наблюдения начинать раньше наступления сизигийных вод на количество суток, указанное в табл. 12.

Величина сизигийного неравенства в течение каждого периода эвекции в параллаксе изменяется по закону косинуса. Нетрудно поэтому получить величину отклонения сизигийных приливов любого месяца от величины среднего сизигийного прилива для периода изменений этих неравенств. Для этого удобна табл. 12.

Отклонения полнолунных и новолунных приливов
от средних сизигийных на каждый месяц

	Июнь 1893 г.	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Начало наблюдений раньше сизигии на n суток	0	1	3	7	4	1	0
Полнолунные прили- вы	-1,00	-0,87	-0,53	-0,06	+0,43	+0,80	+0,99
Новолунные приливы	+1,00	+0,87	+0,53	+0,06	-0,43	-0,80	-0,99

	Январь 1894 г.	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Начало наблюдений раньше сизигии на n суток	1	3	6	5	2	0	0
Полнолунные прили- вы	+0,92	+0,63	-0,18	-0,32	-0,73	-0,96	-0,96
Новолунные приливы	-0,92	-0,63	+0,18	+0,32	+0,73	+0,96	+0,96

Составленная таблица соответствия лет отличается от таблицы Адмиралтейского метода. Она отражает 9-летний период смещения рассматриваемых явлений только относительно друг друга, в то время как вторая — все основные астрономические условия изменчивости приливов.

Пользуясь такой таблицей, можно выяснить, в частности, почему в новолуние осенью 1893 г. Нансен наблюдал (запись в дневнике сделана 13 октября, т. е. наблюдения производились в августе и сентябре) более сильные приливо-отливные сжатия, чем в полнолуние. Из табл. 11 или по Астрономическому ежегоднику находим, что в 1893 г. максимальные сизигийные неравенства приходятся на июнь.

Затем, заполнив пустые клетки табл. 12 начиная с июня видим, что осенью 1893 г. новолунные приливы действительно были больше полнолунных.

Теперь рассмотрим, чему равна величина максимального сизигийного неравенства. Из наших рассуждений вытекает, что каждые 411,8 средних суток в одну из сизигий происходит сложение амплитуд трех волн M_2 , S_2 и N_2 , а в смежные сизигии — вычитание амплитуды волны N_2 из суммы главных полусуточных волн.

Определим величину максимального сизигийного неравенства:

$$\Delta H_{\bullet, \circ} = 2(H_{M_2} + H_{S_2} + H_{N_2}) - 2(H_{M_2} + H_{S_2} - H_{N_2}) = 4H_{N_2}. \quad (97)$$

Гармонические постоянные, полученные из анализа наблюдений различной длительности

Гармонические постоянные	Метод Дарвина; месячная серия наблюдений	Метод Дарвина; полумесечная серия наблюдений на новолуние	Метод Дарвина; полумесечная серия наблюдений на полнолуние	$\frac{(3) + (4)}{2}$	Адмиралтейский метод наблюдения на новолуние	Адмиралтейский метод наблюдения на полнолуние	$\frac{(6) + (7)}{2}$

Наблюдения прилива мареографом открытого моря

	1-30/IX 1952 г.	1-15/IX 1952 г.	15-30/IX 1952 г.	—	6/IX 1952 г.	21/IX 1952 г.	
M_2	H (см) 161 g (град.) 344	182 332	155 334	168 333	171 337	155 348	163 342
S_2	H (см) 40 g (град.) 28	43 45	38 29	40 37	40 43	38 43	39 43
N_2	H (см) 42 g (град.) 303	— —	— —	— —	— —	— —	— —

Наблюдения прилива на береговом посту

	16/VII ÷ 14 III 1952 г.	16-30/VI 1952 г.	31/VII ÷ 14 VIII 1952 г.	—	26/VII 1952 г.	9/VIII 1952 г.	
M_2	H (см) 213 g (град.) 300	188 305	241 296	214 300	203 304	245 276	224 290
S_2	H (см) 57 g (град.) 351	70 343	47 1	59 352	54 355	60 327	60 341
N_2	H (см) 58 g (град.) 270	— —	— —	— —	— —	— —	— —

Учитывая, что теоретически $H_{N_2} = 0,2H_{M_2}$, можно написать:

$$\Delta H_{\bullet, \circ} = 4H_{N_2} = 0,8H_{M_2}. \quad (98)$$

В действительных условиях, по данным Владимирского, значение отношения амплитуд, составляющих волны, $\frac{N_2}{M_2}$ может меняться в пределах от 0,08 до 0,46. Кроме того, амплитуда волны N_2 , которая выражает главную часть влияния на прилив параллакса Луны, имеет период неравенства около 206 суток.

В моменты, когда эксцентриситет бывает наибольшим, амплитуда волны N_2 также становится наибольшей. Это неравенство выражается лунной большой эвекционной полусуточной волной v_2 . В свою очередь, теоретически волна $H_{v_2} = 0,2H_{N_2}$, а изменение амплитуды этой волны следует закономерности тех же табл. 11 и 12.

Приведенные расчеты были проверены на материалах наблюдений, полученных на различных приливных пунктах. При этом расчетная периодичность сизигийных неравенств подтвердилась. Затем был осуществлен гармонический анализ по методу Дарвина месячных и полумесячных серий наблюдений (одного и того же месяца) для различных приливных пунктов. Анализ проводился для месяцев, на которые должны приходиться наибольшие расхождения гармонических постоянных. Результаты вычислений по двум пунктам приведены в табл. 13.

Из табл. 13 видно, что гармонические постоянные, вычисленные по 15-суточным наблюдениям, выполненным в смежные сизигии одного и того же месяца, резко отличаются друг от друга. В то же время гармонические постоянные, полученные как арифметическое среднее из последовательных полумесячных серий, близки к постоянным, полученным из месячной серии наблюдений. Следовательно, имеется возможность заменять анализ месячной серии наблюдений методом Дарвина анализом двух полумесячных серий, выполненных во время различных сизигий.

Необходимо еще раз отметить, что точность предвычисления приливных явлений целиком зависит от точности гармонических постоянных. Для получения надежных гармонических постоянных необходимо обрабатывать месячные серии наблюдений над приливами. В случае необходимости можно удовлетворяться полумесячными сериями наблюдений.

Однако для исключения рассматриваемых погрешностей из гармонических постоянных волн M_2 и S_2 следует устанавливать дату начала полумесячных наблюдений по табл. 11, 12.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО АНАЛИЗУ И ФИЛЬТРАЦИИ КРАТКОСРОЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ПРИЛИВАМИ

Как уже упоминалось, точность результатов анализа краткосрочных наблюдений над приливами зависит от искажения приливных явлений непериодическими воздействиями, от ошибок в наблюдениях и обработке, а также от тех упрощений, которые допущены в теоретических основах методов анализа. Искажения приливных наблюдений могут быть очень существенны; поэтому целесообразно устанавливать надежность выделяемых составляющих волн прилива и на всех стадиях анализа материалов производить возможную их фильтрацию от непериодических влияний.

В настоящей главе приводится критерий для определения достоверности выделяемых волн прилива и рассматривается комплекс работ по подготовке материалов, включающих сглаживание и интерполяцию наблюдений и приемы фильтрации приливов от неприливных явлений.

§ 1. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ О ТОЧНОСТИ АНАЛИЗА КРАТКОСРОЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ПРИЛИВАМИ

1. Количественная характеристика изменчивости гармонических постоянных

Хорошо известно, что гармонические постоянные, получаемые Адмиралтейским методом (суточная и двухсуточная схемы) из выполненных в разное время в одном и том же месте нескольких суточных серий наблюдений, могут значительно отличаться друг от друга. Разность между величинами найденных указанными способами гармонических постоянных обычно превышает расхождения в величинах постоянных, вычисляемых методом Дарвина из выполненных в разное время тридцатисуточных серий наблюдений. Иногда величины гармонических постоянных, определяемые из краткосрочных серий наблюдений,

являются явно ошибочными. Есть все основания считать, что непериодические воздействия на приливы и погрешности в наблюдениях и обработке вызывают в величинах гармонических постоянных случайные отклонения. Поэтому, чтобы определить диапазон изменений этих постоянных, правомерно и целесообразно статистическое рассмотрение их изменчивости. Если имеется ряд гармонических постоянных какой-либо волны, то члены этого ряда вследствие наличия случайных ошибок отличаются друг от друга.

Для определения диапазона изменчивости гармонических постоянных может быть рассчитана теоретическая кривая обеспеченности.

На рис. 3 приводятся кривые обеспеченности, рассчитанные по рядам гармонических постоянных, полученных Адмиралтейским методом из нескольких десятков пар серий наблюдений.

Для определения параметров $H_{\text{ср}}$, C_v и C_s члены рядов распределений располагались в убывающем порядке. Сначала вычислялись $H_{\text{ср}}$, затем модульные коэффициенты.

Для характеристики изменчивости величин членов рядов использовалась величина наиболее вероятного среднего квадратичного отклонения, называемого коэффициентом вариации. Координаты точек, через которые проводилась теоретическая кривая обеспеченности, вычислялись по полученным параметрам $H_{\text{ср}}$, C_v и C_s при помощи известных таблиц Рыбкина.

В целях повышения точности отсчетов и лучшей проверки соответствия эмпирических кривых теоретическим, эти кривые построены в клетчатке вероятности (рис. 3).

Кривые 1, 2 соответствуют волне S_2 приливных колебаний уровня, полученных парным методом; 3, 4 отражают изменчивость амплитуд, соответствующих волне M_2 приливных течений, полученных тем же методом; 5, 6 показывают обеспеченность суммарных (приливных и непериодических) месячных максимальных уровней полных вод и минимальных уровней малых вод.

Рассмотрев рис. 3, можно сделать следующие выводы.

1. Теоретические кривые обеспеченности проходят по эмпирическим точкам, следовательно, вычисления параметров кривых произведены правильно.

2. Кривые обеспеченности амплитуд гармонических постоянных подобны кривым обеспеченности суммарных колебаний (приливных и непериодических). Это подтверждает случайный характер изменчивости гармонических постоянных.

Можно утверждать поэтому, что только средние величины, полученные из значительного числа обработанных станций, дают достаточно надежные гармонические постоянные. Однако, повышая качество наблюдений, улучшая методику предварительной обработки материалов, применяя специальные методы

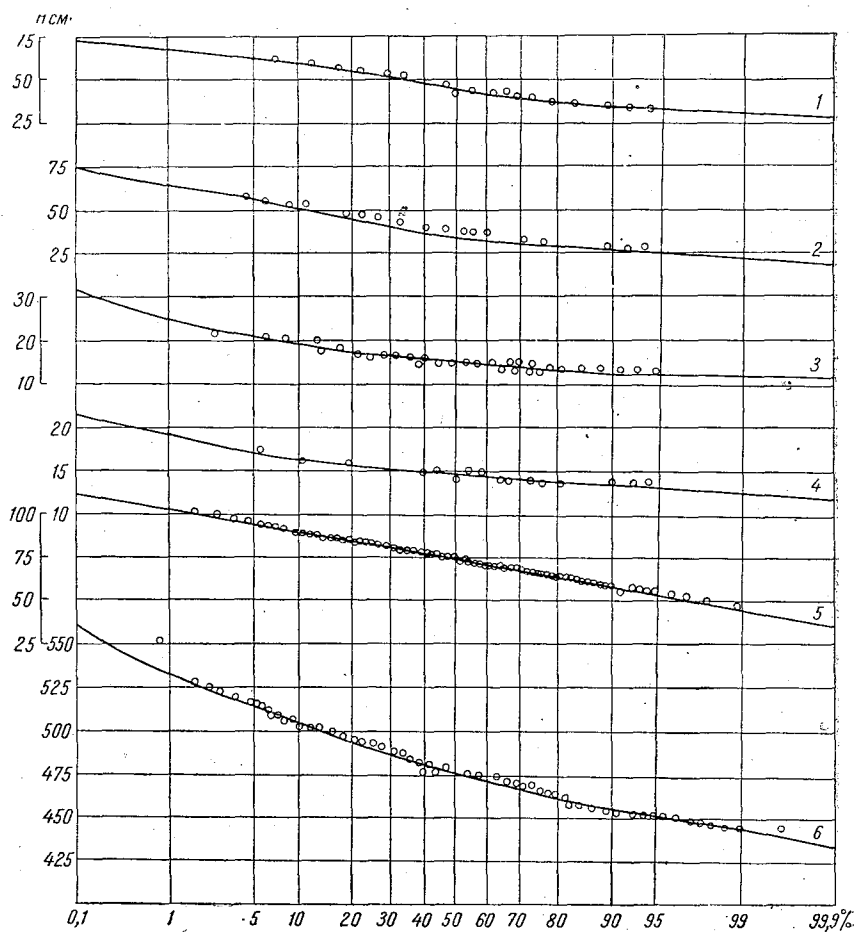


Рис. 3. Кривые обеспеченности амплитуд гармонических постоянных (1—4) и наблюдаемых уровней (5, 6).

Кривые	C_v	C_s	n
1	0,19	0,63	17
2	0,25	0,66	17
3	0,18	1,61	34
4	0,09	1,07	18
5	0,17	0,06	114
6	0,04	0,64	114

фильтрации приливов и уточняя расчетные схемы анализа, можно значительно уменьшить диапазон расхождения значений гармонических постоянных, получаемых из отдельных серий наблюдений. В большинстве случаев гармонические постоянные являются неточными главным образом из-за плохой фильтрации случайных колебаний и в связи с дефектами расчетных схем, а не из-за разницы в отношениях составляющих волн наблюдаемых приливов и теоретическим отношением этих волн.

Дудсон имеет противоположное мнение по этому вопросу [81]. Однако он рассматривает анализ длительных наблюдений над уровнем. При анализе краткосрочных серий наблюдений искажения гармонических постоянных за счет влияния случайных колебаний превалируют над погрешностями за счет влияния других причин.

Для подтверждения сказанного можно привести следующий пример. По наблюдениям над приливо-отливными течениями на тридцатисуточной станции были подобраны 34 суточные пары, по которым вычислены гармонические постоянные волны M_2 . Полученный ряд гармонических постоянных был статистически обработан. Рассчитанная кривая обеспеченности нанесена на рис. 3 (кривая 3). По материалам той же станции были построены графики изменений скоростей и фаз максимальных наблюдаемых полусуточных и суточных приливо-отливных течений и на этот же период вычислены кривые хода астрономических коэффициентов и аргументов полусуточного и суточного приливов (рис. 4, 5). Кривые хода астрономических параметров суммарных полусуточных и суточных групп волн построены по теоретическим соотношениям составляющих волн (здесь они близки к наблюдаемым) в каждой группе. Указанные астрономические параметры вычислены по данным таблиц Адмиралтейского метода по схеме, приведенной в § 4 настоящей главы. Обе группы кривых построены с целью выявления тесноты связи между ними.

Сравнение наблюдаемых приливов и астрономических параметров, приведенных на рис. 4 и 5, показало, что изменения скоростей максимальных полусуточных и суточных течений достаточно хорошо увязываются с изменениями полусуточных и суточных астрономических коэффициентов. Разница заключается главным образом только в возрасте максимальных наблюдаемых полусуточных и суточных приливо-отливных течений. Сами кривые имеют почти одинаковую форму. Для определения зависимости между параметрами наблюдаемых максимальных приливных течений и элементами астрономических приливов кривые наблюдаемых приливов сдвигались на величину возраста прилива. Ординаты сдвинутых кривых наблюдаемых приливов коррелировались с ординатами кривых астрономического прилива.

Коэффициенты корреляции величин максимальных приливных течений и астрономических коэффициентов как полусуточных, так и суточных приливов лежат в пределах $0,90 \div 0,92$. Ход

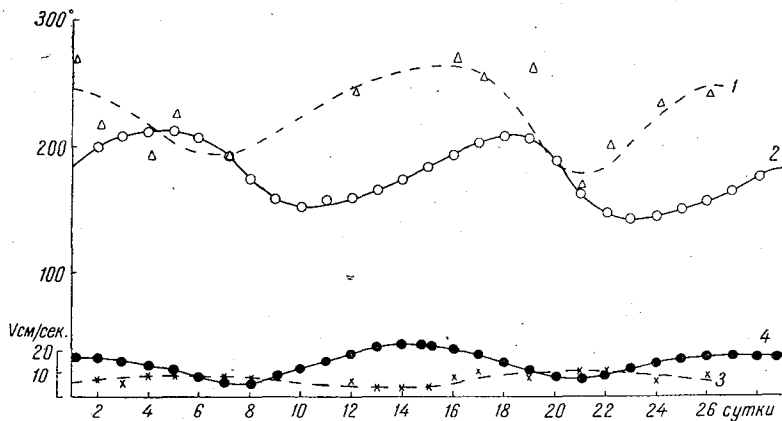


Рис. 4. График фаз (1, 2) и амплитуд (3, 4) наблюдаемых максимальных суточных приливных течений и астрономических параметров.
1, 3 — наблюдаемые, 2, 4 — астрономические.

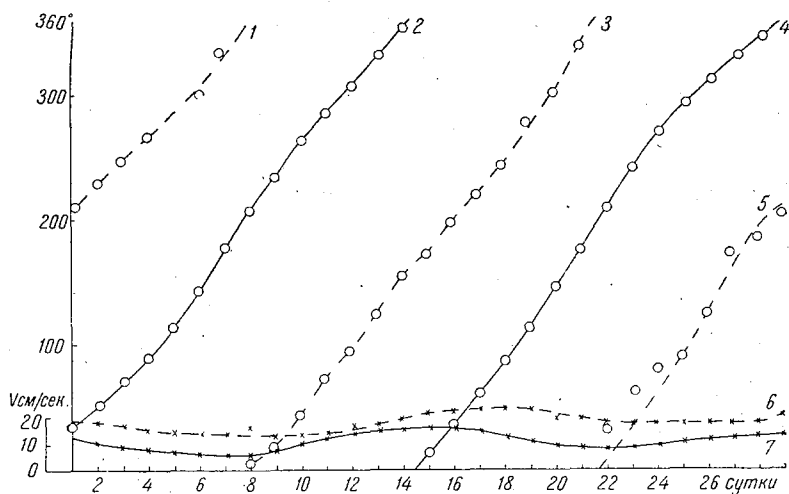


Рис. 5. График фаз (1—5) и амплитуд (6, 7) наблюдаемых максимальных полусуточных приливных течений и астрономических параметров.
1, 3, 5, 6 — наблюдаемые, 2, 4, 7 — астрономические.

фаз полусуточных и суточных максимальных течений и изменения соответствующих астрономических аргументов несколько хуже согласуются между собой. Коэффициенты корреляции в этом случае лежат в пределах $0,88 \div 0,84$.

Такое хорошее подобие наблюдаемых и астрономических суммарных полусуточных и суточных приливных кривых при значительных колебаниях параметров гармонических колебаний может быть объяснено только тем, что соотношения наблюдаемых и астрономических волн в каждой группе близки между собой, а погрешности в гармонических постоянных возникают за счет недостатков вычислительных схем метода.

В главе I показано, каким образом дефекты вычислительной схемы парного метода трансформируют сравнительно небольшие непериодические воздействия в значительные погрешности выделяемых гармонических составляющих прилива. Аналогичная картина наблюдается очень часто. При этом, чем хуже материалы наблюдений (плохо работали приборы, большие неприливные воздействия, некачественная обработка), тем меньше становятся коэффициенты корреляции между наблюдаемыми и астрономическими приливами.

2. Критерий достоверности вычисляемых гармонических волн

Надежность гармонических постоянных приливов, получаемых по краткосрочным сериям наблюдений, зависит не только от метода вычисления этих постоянных, но и в значительной степени от качества исходных данных, используемых при анализе. Исходными данными для получения гармонических постоянных являются амплитуды и фазы составляющих суточных (F_1, f_1), полусуточных (F_2, f_2), четвертьсуточных (F_4, f_4) и $1/6$ суточных (F_6, f_6) волн прилива, вычисляемых из суточных серий наблюдений. Существует большое количество разнообразных методов разложения периодических функций на составляющие гармоники.

Каждую составляющую гармонику получают по схеме гармонического анализа для 24 ординат по суммам или разностям соответствующих ординат, сгруппированных в определенном порядке. Эти комбинации первоначальных ординат являются ординатами исходных рядов, используемых для вычисления гармоник.

При нахождении указанных составляющих волн прилива эмпирическую кривую длительностью в солнечные сутки принимают равной периоду суточной гармоник, а остальные составляющие считают гармониками высшего порядка от периода основной. Принцип расчета заключается в замене наблюдаемой кривой $f(x_i)$ тригонометрическим полиномом $\varphi(x_i)$, так чтобы его среднее квадратичное отклонение от эмпирической кривой принимало минимальное значение. Другими словами, определяют такие коэффициенты Фурье, при которых сумма квадратов отклонений полинома в точках часовых ординат от наблюден-

ных ординат в этих же точках была бы минимальной, т. е. чтобы сумма

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{l=n} [f(x_i) - \varphi(x_i)]^2 = \min. \quad (1)$$

Выделяемые с помощью техники гармонического анализа составляющие приливные волны могут быть значительно искажены за счет непериодических колебаний, ошибками в наблюдениях и обработке, а также тем, что выделяемые колебания не являются точно кратными между собой и периодом наблюдений — солнечным суткам.

Величину искажения выделяемых составляющих волн обычно определяют визуально, сравнением предвычисленных и наблюдаемых приливов. В то же время количественная характеристика необходима для объективной оценки всего анализа материалов. Ее можно получить при помощи специального критерия, произведя испытания значимости амплитуд этих волн.

Пусть имеется очень большая нормальная совокупность рядов ординат, исходных для выделения колебаний какого-либо периода (суточного или полусуточного и т. д.), полученных из суточных серий наблюдений, имеющая дисперсию σ_0^2 . Средняя арифметическая величина амплитуд выделяемых колебаний представляет собой амплитуду истинной гармоник. Если рассматривать дисперсию ординат какого-либо исходного ряда и дисперсию выделенной из этой серии гармоник (дисперсия синусоидальной кривой амплитуды F есть $F^2/2$), то степень их расхождения, или остаточная дисперсия σ_3^2 , покажет величину достоверности полученной гармоник.

$$\sigma_1^2 = \frac{F^2}{2} + \sigma_3^2. \quad (2)$$

Если дисперсии $\sigma_1^2 = \frac{F^2}{2}$ равны между собой, то это указывает на отсутствие искажений в выделенном синусоидальном колебании.

Дисперсию ординат исходного ряда и дисперсию гармоник можно считать дисперсией двух независимых выборок одинакового объема:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l=n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}; \quad (3)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{F^2}{2}. \quad (4)$$

Знаменатель дисперсии исходного ряда определяется числом степенной свободы. Это число независимых отклонений членов ряда, по которому вычислена дисперсия. Дисперсия σ_1^2 вычисляется по независимому отклонению $n-1$, так как n членов ряда связано только одним соотношением

$$\sum_{i=1}^{i=n} x'_i = 0. \quad (5)$$

Таким образом получают исправленную дисперсию, свободную от постоянной погрешности. В этом случае рассматриваемый статистический комплекс представляет выборку из неограниченной нормальной совокупности с дисперсией σ_0^2 . Тогда математическое ожидание рассмотренных выше дисперсий равно

$$\sigma_0^2 = E\sigma_1^2 = E\sigma_2^2. \quad (6)$$

Отношение остаточной дисперсии σ_3^2 исходного после группировки ординат ряда (используемого для вычисления конкретной составляющей волны) к дисперсии выделенной гармоники может служить критерием достоверности Ал этой гармоники:

$$Ал = \frac{2\sigma_1^2}{F^2} = 1 + \frac{2\sigma_3^2}{F^2}. \quad (7)$$

Указанный критерий характеризует величину минимального значения среднего квадратичного отклонения выделенной волны от исходного для ее расчета ряда ординат, полученного по схеме гармонического анализа для 24 ординат. Если критерий $Ал=1$, то выделенная волна получена достоверно. Чем больше единицы этот критерий, тем с меньшей достоверностью получена составляющая волна.

Такое испытание значимости амплитуд составляющих волн прилива, полученных посредством гармонического анализа из суточных серий наблюдений, можно рассматривать как определение достоверности амплитуд испытываемых волн. Это означает, что амплитуды испытываемых волн отличаются не более, чем на P % от действительного значения этих волн. При этом достоверность амплитуд выделяемых волн не зависит от их периодов. Из дисперсионного анализа известно, что несколько составляющих волн, определяемых по одной и той же суточной серии наблюдений, независимы, если они являются гармониками всего периода наблюдений или кратны этому интервалу. Вопрос об оценке и сравнении дисперсий произвольных рядов наблюдений исследовался Фишером. Он нашел закон распределения отношений дисперсий (показатель достоверности) двух независимых выборок определенных объемов, взятых из одной и той же нормальной генеральной совокупности при различных степенях

свободы этих выборок. Этот закон распределения позволяет оценить степень расхождения двух выборок. Обычно закон распределения Фишера используется для вычисления (при заданных выборках) высокой вероятности того, что отношение дисперсий превзойдет заданное число Фишера при определенных низких уровнях значимости.

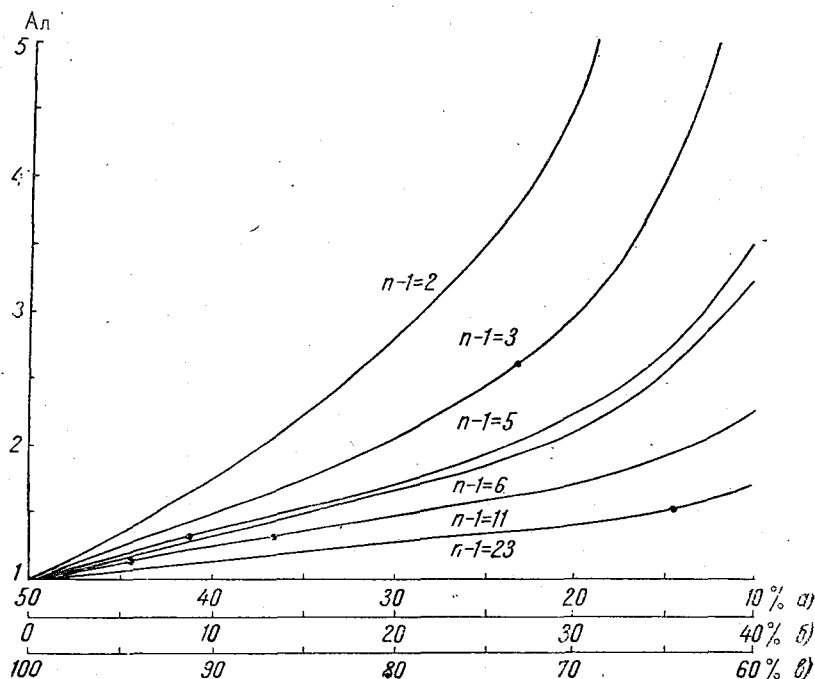


Рис. 6. Кривые распределения отношений дисперсий при различном числе членов исходного ряда.

Точки — значения критерия A_L , полученные из расчетов. Шкалы: а) уровень значимости, по Фишеру; б) приращение уровня значимости; в) достоверность выделяемой гармоника.

Нас интересуют малые значения вероятности, соответствующие высоким степеням значимости различия двух выборок.

Для упрощения можно рассматривать приращение уровня значимости распределения Фишера относительно его среднего значения (рис. 6).

Если выборки являются бесконечно большими, то гармоника выделяется достоверно и отношение дисперсий равно 1 при уровне значимости равном 0,5, т. е. 50%, так как Фишер рассматривает только отношение большей дисперсии к меньшей.

Таким образом, например, если уровень значимости равен 0,2, или 20%, то приращение уровня значимости будет 50% —

—20% = 30%. В этом случае можно считать достоверность погрешности выделенной гармоники равной 30% (достоверность этой гармоники на 30% меньше, чем достоверность выделения гармоники при отношении дисперсий равном 1) и соответственно достоверность гармоники равной 70%. На основании сказанного составлена табл. 14. В таблице горизонтальные строки даны для составляющих волн прилива разных периодов, которые представляют степени свободы выборок, используемых для получения этих волн.

Таблица 14

Отношение дисперсий при различном числе членов исходного ряда

n - 1	Достоверность выделяемой гармоники (%)									
	96	92	88	84	80	76	72	68	64	60
23	1,04	1,09	1,14	1,18	1,24	1,29	1,33	1,39	1,49	1,60
13	1,09	1,17	1,25	1,33	1,42	1,48	1,59	1,69	1,85	2,21
6	1,10	1,21	1,33	1,45	1,57	1,72	2,00	2,18	2,57	3,21
5	1,13	1,25	1,38	1,48	1,63	1,78	2,04	2,33	2,75	3,42
3	1,18	1,33	1,51	1,70	2,03	2,30	2,63	3,24	4,24	5,90
2	1,24	1,51	1,91	2,30	2,69	3,27	3,94	4,33	7,50	10,50

Примечание. Если $Al' < 1$, то $Al = \frac{1}{Al'}$.

Для определения достоверности выделяемых составляющих волн прилива вычисляют значение указанного выше критерия для каждой выделяемой волны. Затем значение критерия сравнивают с табличными величинами отношений дисперсий и находят достоверность выделенного колебания в %.

Предлагаемый критерий может быть использован при определении достоверности выделяемых синусоидальных колебаний, вычисляемых различными методами.

Ниже приводятся примеры определения достоверности выделяемых составляющих волн прилива, получаемых методами наиболее распространенными в отечественной практике.

Пример 1. Имеется суточная серия наблюдений над течениями, дисперсия проекций исходного ряда скоростей суммарного суточного приливо-отливного течения на параллель

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{276}{23} = 12.$$

Дисперсия проекций исходного ряда скоростей суммарного полусуточного течения на параллель

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{347}{11} = 32.$$

Амплитуда проекции скорости суточного течения на параллель, определенная при помощи трафарета Дуванина, равна $F_1=4$ см/сек., полусуточного $F_2=7$ см/сек. Величина критерия соответственно: $Ал_1=1,5$ и $Ал_2=1,28$.

Из табл. 14 находим, что первая волна выделена с достоверностью порядка 64%, а вторая с достоверностью 87%.

Пример 2. Имеется суточная серия наблюдений над колебаниями уровня в районе полусуточных мелководных приливов.

Таблица 15

Вычисление квадратов отклонений ординат исходных рядов от среднего для волн F_1, F_2, F_4, F_6

Часы	H (см)	$H_n = H - \frac{1}{24} \sum H$ (см)	$H_n + 12$ (см)	$H_1 = \frac{H_n - H_n + 12}{2}$ (см)	$H_3 = \frac{H_n + H_n + 2}{2}$ (см)	H_{n+6} (см)	$H_4 = 0,5 (6+7)$	H_{2+4}	H_{2+4}	$H_6 = 0,33 \cdot (6) + (9) + (10)$
0	350	-177	-259	41	-218	89	-64	432	-177	12
1	598	71	6	32	38	-58	-10	252	-278	4
2	826	299	263	18	281	-177	52	89	-350	7
3	928	401	402	0	401	-278	61	-58	-414	-23
4	991	464	400	32	432	-350	41			
5	760	233	271	-19	252	-414	-81			
6	586	59	119	-30	89					
7	454	-73	-44	-14	-58					
8	341	-186	-169	-8	-177					
9	240	-287	-269	-9	-278					
10	171	-356	-344	-6	-350					
11	111	-416	-413	-1	-414					
12	268	-259		-41						
13	533	6		-32						
14	790	263		-18						
15	929	402		0						
16	927	400		-32						
17	798	271		19						
18	646	119		30						
19	483	-44		14						
20	358	-169		8						
21	258	-269		9						
22	183	-344		6						
23	114	-413		1						
$\sum 24$	12 643	$\sum (x - \bar{x})^2$		11 384	952 652	—	18 863	—	—	738
$\frac{1}{24} \sum 24$	527									

Таблица 16
Вычисление проекций составляющих приливо-отливных течений на параллель и критерия $A\lambda$ для этих волн

Часы	(1)	Часы	(2)	Часы	(3)	Часы	(4)	(5)	(6)	(7)*	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)*	(14)*
	φ		φ		φ		φ	(1)-(2)	(3)-(4)	(5)+(6)	множитель	(7)-(8)	(5)+(6)		множитель	(10)·(11)	(13) ² [0,25 (7)] ²
0	-59	6	-28	12	-56	18	-32	-31	-24	-55	0,08333	-5	-55	—	—	-13,8	327
1	-67	7	16	13	-59	19	-1	-83	-58	-141	0,07217	-10	-141	0,04167	-6	-35,0	1243
2	-82	8	56	14	-47	20	47	-138	-94	-232	0,04167	-10	-232	0,07217	-17	-58,0	3364
3	-69	9	46	15	-82	21	26	-115	-108	-223	—	—	-223	0,08333	-19	-55,8	3103
4	-68	10	-1	16	-87	22	-3	-67	-84	-151	0,04167	-6	-151	0,07217	-11	-37,8	1425
5	-41	11	-30	17	-74	23	-38	-11	-36	-47	-0,07217	-3	-47	-0,04167	-2	-11,8	138
Полусуточная																	
												$B_2 =$	-22	$A_2 =$	-55	0,166 $\Sigma = 1595$	
												$f_2 =$	202°	$F_2 =$	59	$A_{\lambda 2} = 1,1$	

Суточная

0	-59	12	-56	—	—	—	—	-3	-8	-3	0,08333	-0,2	-3	—	—	1	1
1	-67	13	-59	11	-30	23	-38	-8	8	-16	0,08049	-1,3	0	0,02157	0	16	0
2	-82	14	-47	10	-1	-22	-3	-35	2	-37	0,07217	-2,7	-33	0,04167	-1,4	86	68
3	-69	15	-82	9	46	21	26	13	20	-7	0,05893	-0,4	33	0,05893	+1,9	3	68
4	-68	16	-87	8	56	26	47	19	9	10	0,04167	0,4	28	0,07217	2,0	6	49
5	-41	17	-74	7	16	19	-1	-33	17	16	0,02157	0,3	50	0,08049	4,0	16	156
6	-28	18	-32	—	—	—	—	4	—	4	—	—	4	0,08333	0,3	1	1
Суточная																	
												$B_2 =$	-4	$F_1 =$	7	0,077 $\Sigma_{(13)+(14)} = 36$	
												$f_1 =$	120°	$A_2 =$	8	$A_{\lambda 1} = \frac{72}{64} = 1,1$	

Примечание. В графах, отмеченных *, верхняя строка для полусуточной, нижняя — для суточной.

В табл. 15 приведены вычисления сумм квадратов отношений ординат исходных выборок для каждой волны. Амплитуды волн, полученные при помощи трафарета Дуванина, и критерии их достоверности соответственно равны: $F_1=19$ см, $F_2=390$ см, $F_4=76$ см, $F_6=14$ см; $Ал_1=2,70$, $Ал_2=1,14$, $Ал_4=1,31$, $Ал_6=2,60$.

Сравнивая критерий $Ал$ с табличными отношениями дисперсий, найдем, что амплитуда F_2 выделена с достоверностью ниже 60%. Амплитуда F_2 выделена с достоверностью порядка 94%, F_4 — с достоверностью 91%, а амплитуда F_6 — с достоверностью 73%.

На кривые распределения Фишера нанесены значения критерия $Ал$, полученные в первом и втором примерах (рис. 6).

Пример 3. В табл. 16 приведены вычисления методом ААНИИ, усовершенствованным К. Н. Соловейчик, проекции суммарных полусуточных и суточных приливо-отливных течений на параллель. В этой же таблице приведены значения критерия $Ал$ для выделенных составляющих прилива.

Сравнение вычисленных значений критерия $Ал$ с табличными величинами табл. 14, строка $n-1=6$) показывает, что амплитуда полусуточной волны определена с достоверностью 95%. Амплитуда суточной волны (табл. 14, строка $n-1=13$) найдена с достоверностью 95%.

Пример 4. В этом примере дано определение достоверности составляющих волн прилива, вычисляемых методом Дарвина. Для экономии места в примере использованы расчеты полусуточных волн S_2 и K_2 (схема 1) и суточных волн K_1 и P_1 (схема 2), выполненные Н. П. Владимирским и В. С. Стахевич [30], дополненные расчетами критерия $Ал$ для выделяемых волн.

По аналогии с предыдущими примерами можно найти достоверность полученных полусуточных волн $F_{(S_2+K_2)}$, равную 100%, и достоверность суточных волн $F_{(K_1+P_1)}$, равную 63%.

Составляющие волны приливов, выделяемые методом Дарвина, имеют погрешности, которые возникают как за счет неприливных воздействий, так и за счет того, что в этом методе производится группирование ординат, находящихся приблизительно в одной фазе (с отклонениями до $\pm 0,5$ часа волны).

3. Неравенство периодов наблюдаемого прилива и выделяемых гармоник отношениям 1:1, 1:2, 1:3, 1:4

Значительным затруднением прикладного гармонического анализа наблюдаемых приливных колебаний является разнообразие периодов составляющих волн прилива, большинство которых не имеет простых численных соотношений друг с другом.

Полусуточные волны S_2 и K_2

Часы	(1) $\sum_{30}^1$	Часы	(2) $\sum_{30}^1$	(3)	(4) 2-я поло- вина 3-го	(5) 3-4	(6) множ.	(7) 5-6	(8) множ.	(9)	(10) 0,25 (5)	(11) (10) ²
0	647	12	662	1309	1353	-44	0,00	0,0	1	-44,0	-11,0	121,0
1	684	13	692	1376	1305	+71	0,500	+35,0	0,866	+61,5	17,8	315,1
2	708	14	710	1418	1260	+158	0,866	+136,8	0,500	+79,0	39,5	1560,0
3	727	15	719	1446	1238	+208	1,000	+208,0	0,000	0,0	52,0	2704,0
4	731	16	710	1441	1246	+195	0,866	+168,9	0,500	-97,5	48,8	2376,6
5	719	17	691	1410	1276	+134	0,500	+67,0	0,866	-116,0	33,5	1122,2
6	687	18	666	1353	$\sum = 12B_2 =$			+616,2	$\sum = 12A_2 =$			0,166 $\sum = 1360$
7	663	19	642	1305	$\sum = 12B_2 =$				$\sum = 12A_2 =$			
8	640	20	620	1260	$\sum = 12B_2 =$				$\sum = 12A_2 =$			
9	632	21	606	1238	$\sum = 12B_2 =$				$\sum = 12A_2 =$			
10	635	22	611	1246	$\sum = 12B_2 =$				$\sum = 12A_2 =$			
11	642	23	634	1276	$\sum = 12B_2 =$				$\sum = 12A_2 =$			

$$B_2 = +51,35, \quad A_2 = -9,75$$

$$f_{(S_2+K_2)} = 100,8^\circ, \quad F_{(S_2+K_2)} = 52,0, \quad A_{T_2} = 1,00$$

Суточные волны K_1 и P_1

Часы	(1) $\sum_{27}^1$	Часы	(2) $\sum_{27}^1$	(3)	(4) 2-ая поло- вина 3-го в обрат- ном поряд- ке	(5) 3 + 4	(6) множ.	(7) 5-6	(8) 3-4	(9) множ.	(10) 8-9	(11) $[0,25(8)]^2$	(12) $[0,25(5)]^2$
0	623	12	640	-17	0	-17	0,000	0,0	-17	1,000	-17,0	18,0	18,0
1	653	13	667	-14	+5	-9	0,259	-2,3	-19	0,966	-18,4	22,6	5,0
2	682	14	682	0	+17	+17	0,500	+8,5	-17	0,866	-14,7	18,0	18,0
3	710	15	699	+11	+20	+31	0,707	+21,9	-9	0,707	-6,4	5,0	60,0
4	728	16	702	+26	+21	+47	0,866	+40,7	+5	0,500	+2,5	1,6	139,2
5	727	17	695	+32	+27	+59	0,966	+57,0	+5	0,259	+1,3	1,6	219,0
6	704	18	678	+26	0	+26	1,000	+26,0	+26	0,000	0,0	42,2	42,2
7	685	19	658	+27									
8	660	20	639	+21									
9	647	21	627	+20									
10	640	22	623	+17									
11	632	23	627	+5									

$$\sum 12B_1 = +151,8 \quad \sum 12A_1 = -52,7 \quad 0,166 \sum = 83,2$$

$$B_1 = +12,65 \quad A_1 = -4,40$$

$$f_{(K_1+P_1)} = 109,2^\circ, \quad F_{(K_1+P_1)} = 13,4, \quad A_{P_1} = 1,9$$

Практический гармонический анализ краткосрочных наблюдений над приливными колебаниями осуществляется при помощи рядов Фурье. Обычно определяют частную сумму только первых членов тригонометрического ряда. Коэффициенты находят приближенно по формуле прямоугольников.

Из теории рядов Фурье известно, что периодическая функция с ограниченным числом точек разрыва и излома и не имеющая бесконечно больших ординат, может быть разложена в тригонометрический ряд, чтобы среднее квадратичное отклонение от функции в указанном интервале принимало минимальное значение. В этом случае полином имеет вид

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx). \quad (8)$$

Почленное интегрирование равенства (8) в пределах от $-\pi$ до π дает

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} dx + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \int_{-\pi}^{\pi} \cos kx dx + \right. \\ &\quad \left. + b_k \int_{-\pi}^{\pi} \sin kx dx \right) = \pi a_0, \end{aligned}$$

отсюда

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx.$$

Умножая равенство (8) на $\cos nx$ и интегрируя почленно от $-\pi$ до π , получают

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \int_{-\pi}^{\pi} \cos kx \cos nx dx + \right. \\ &\quad \left. + b_k \int_{-\pi}^{\pi} \sin kx \cos nx dx \right) = \pi a_n. \end{aligned}$$

Все интегралы в правой части, кроме интеграла при коэффициенте a_n , равны нулю. Интеграл же при a_n равен π . Это означает, что множители, данные под интегралами, «изолированы», т. е. исключены все остальные коэффициенты, кроме a_n . Значит,

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx = a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 nx dx = \pi a_n,$$

отсюда

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx.$$

Аналогично, умножая исходное равенство (8) на $\sin nx$ и интегрируя почленно от $-\pi$ до π , получают

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx = \pi b_n,$$

отсюда

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx.$$

Коэффициенты полинома можно определить, если частоты гармоник таковы, что $n \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi$ (n — целое число) или $\omega = n$.

В этом случае коэффициенты зависят только от функции $f(x)$, но не от числа членов взятого полинома.

Если период функции не точно кратен выделяемым гармоникам, т. е. отсутствует точка, относительно которой все ординаты повторяются, то множители, данные под интегралами будут не достаточно «изолированы». Вместо того чтобы дать истинное значение какого-либо коэффициента, они дадут соединение всех, хотя превалировать будет искомый коэффициент. Это означает, что частная сумма истинных составляющих волн прилива, включая мелководные волны, заменяется суммой членов тригонометрического ряда, получаемых по отрезку функции, не равному ее целому периоду.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a_0^M}{2} + \sum_{m=1}^M a_m \cos \frac{m\pi}{T_1} x + b_m \sin \frac{m\pi}{T_1} x + \frac{a_0^S}{2} + \\ &+ \sum_{s=1}^S a_s \cos \frac{s\pi}{T_2} x + b_s \sin \frac{s\pi}{T_2} x = \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\alpha_l \cos \frac{l\pi}{T} x + \beta_l \sin \frac{l\pi}{T} x \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\alpha_l = \frac{2}{T} \int_0^T f(\xi) \cos \frac{l\pi}{T} \xi d\xi,$$

$$\beta_l = \frac{2}{T} \int_0^T f(\xi) \sin \frac{l\pi}{T} \xi d\xi.$$

Отсюда появляется разница в коэффициентах обеих частей выражения (9). Если расчет производится с целью аппроксимации функции на данном отрезке времени, то следует взять достаточное число членов усеченного ряда Фурье, и функция будет хорошо выражена. Чем больше для этого надо взять дополнительных членов частной суммы, тем больше расхождение в коэффициентах первых членов каждого ряда.

Однако целью анализа является решение прогностических задач. Следовательно, с увеличением указанной разницы уменьшается точность предвычислений приливных колебаний, осуществляемая по первым членам ряда. Пример получения таких коэффициентов, или показ несовершенства выделения искомой волны и «изоляции» исключаемых составляющих колебаний можно получить, если по обычной схеме расчета по 24 ординатам, взятым на каждый солнечный час времени, анализировать приливное колебание, состоящее из волн, имеющих равные фазы и амплитуды: $H_{M_2} = H_{K_1} = 100$ см, $H_{S_2} = H_{O_1} = 50$ см, т. е.,

когда прилив характеризуется отношением $\frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2} + H_{S_2}} = 1,0$.

Суммарная полусуточная волна в результате получается с погрешностью, равной 13% ($F_2 = H_{M_2} + H_{S_2} = 130$ см), а суммарная суточная с погрешностью в 6%. Каждая из суммарных волн искажена как за счет того, что ее период не равен и не кратен периоду солнечных суток, так и за счет того, что по этой же причине не удастся полностью изолировать другие составляющие волны. Так как период суммарной суточной волны меньше отличается от периода солнечных суток, чем период суммарной полусуточной от половины солнечных суток, то и погрешность вычисленной суточной волны меньше, чем полусуточной.

В целях повышения точности расчетов Дудсон [79] ввел поправочные множители, сведенные им в специальную таблицу. Входом в таблицу является аргумент, получаемый из других таблиц по региональным значениям величин: $D_2 = \frac{M}{S}$; $d_2 = m - s$; $D_1 = \frac{O}{K}$; $d_1 = o - k$.

Однако региональные значения указанных величин не всегда известны.

Дудсоном также определены ошибки вычисления коэффициента a_0 , т. е. положения среднесуточного уровня в зависимости от периодов составляющих волн прилива. Ошибка величины a_0 выражена в процентах от амплитуд составляющих волн в зависимости от того, осредняются ли 24 средних солнечных часа (отсутствует погрешность за счет солнечных волн) или 25 часов (минимальна ошибка за счет лунных волн).

Волны	Погрешность (%)		Волны	Погрешность (%)	
	24-часовые наблюдения	25-часовые наблюдения		24-часовые наблюдения	25-часовые наблюдения
K_1	0,3	4,2	S_2	0,0	4,0
O_1	7,5	3,2	M_4	3,5	0,6
M_2	3,5	0,6	MS_4	1,8	2,4

В. Г. Ньюнко¹ предложен способ исключения ошибки, допускаемой при нахождении компонентов остаточного течения по двум суточным сериям наблюдений над течениями, с помощью гармонических постоянных и специальных таблиц.

Необходимо остановиться еще на двух моментах прикладного гармонического анализа приливов. Это вопросы, связанные с применением тригонометрического интерполирования вместо точного гармонического анализа заданной функции и заменой интегрирования для получения коэффициентов Фурье приближенным суммированием по формуле прямоугольников. Как известно, одну и ту же функцию можно аппроксимировать различными аналитическими выражениями. Наилучшее приближение аналитического выражения и эмпирической кривой дает минимальная средняя квадратичная ошибка. Однако минимальная квадратичная ошибка не всегда является лучшим критерием приближения.

Если в функции имеются высшие гармонические колебания, то коэффициенты Фурье, которые дают точный гармонический анализ заданной функции, не учитывают присутствия этих обертонов. Коэффициенты, полученные с помощью тригонометрической интерполяции ведут себя иначе: реагируют на высшие гармоники, обращая их в более низкие частоты. Возникает так называемая погрешность интерполяционного процесса.

(К. Ланциош. Практические методы прикладного анализа. Физматгиз, М., 1961 г.). Тригонометрическая интерполяция превращает частоту $n + k$ в частоту $n - k$.

Такое же «превращение» происходит между частотами $2n$ и $3n$. Это «загрязнение» со стороны более высоких частот показывает, что классические коэффициенты Фурье выгоднее интерполяционных коэффициентов, если определяется истинный гармонический спектр функции, а не производится просто ее аппроксимация. Поэтому при анализе мелководных приливов по обычной схеме возникают погрешности в характеристиках вычисляемых главных волн и их обертонов. Например, если по обычной схеме расчета по 24 ординатам, взятым на каждый солнечный час времени, анализировать приливное колебание,

¹ См. Тр. ДВНИГМИ, вып. 17, 1964.

состоящее из волн M_2 и M_4 , имеющих равные фазы и амплитуды $H_{M_2}=100$, $H_{M_4}=25$ см, то в результате анализа амплитуды этих волн равны соответственно: $H_{M_2}=107$, $H_{M_4}=20$ см. Если взять 24 ординаты этого же колебания с промежутками, равными лунным часам, то даже в этом случае в результате анализа получаются амплитуды: $H_{M_2}=102$, $H_{M_4}=26$ см.

Коэффициенты Фурье, определяемые интегрированием, отличаются от суммарных коэффициентов, вычисляемых по формуле прямоугольников.

Коэффициенты, вычисляемые по суммам, выражаются через коэффициенты ряда Фурье по следующей формуле (26):

$$\left. \begin{aligned} a_m &= A_m + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{nk-m}) - A_{nk+m}; \\ b_m &= B_m + \sum_{n=1}^{\infty} (B_{nk+m} - B_{nk-m}). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

При $k=24$, $m=1$,

$$a_1 = A_1 + A_{23} + A_{25} + \dots$$

$$b_1 = B_1 - B_{23} + B_{25} - \dots$$

Из формул (10) видно, что для первых членов усеченного ряда разница в обоих видах коэффициентов невелика.

Из распространенных в отечественной практике методов разложения суточных серий наблюдений над приливами на суммарные составляющие волны наиболее совершенным является метод ААНИИ, несколько усовершенствованный Соловейчик. В этом методе для получения ординат исходного ряда используется наибольшее число комбинаций наблюдаемых ординат, благодаря чему уменьшается погрешность за счет неприливных воздействий. Мерой совершенства выделения составляющих гармоник может явиться среднеквадратичное отклонение. Например, среднее квадратичное отклонение (рассеяние) членов исходных рядов, полученных методами ААНИИ (табл. 16), для полусуточной составляющей $\sigma_2 = \sqrt{1595} = 40$, а для суточной со-

ставляющей $\sigma_1 = \sqrt{47} = 6.8$. При анализе этого же наблюдаемого ряда по схеме, приведенной в табл. 15, среднеквадратичные отклонения соответствующих исходных рядов соответственно равны: $\sigma_2=78$, $\sigma_1=9.0$. Сравнение среднеквадратичных отклонений обеих групп исходных рядов показывает, что рассеяние членов распределения в первом случае меньше, чем во втором. Отсюда определяется большая точность расчетов, выполненных первым методом.

Действительно, если для ряда с $\sigma_2=40$ гармоника получена с достоверностью в 96%, то для ряда с $\sigma_2=78$ (критерий $Al_2=1,75$; $n-1=11$) достоверность выделенной гармоники равна только 66%. Соответственно, если для ряда с $\sigma_1=6,8$ достоверность выделенной гармоники равна 95%, то в другом случае ($\sigma_1=9,0$; $Al_1=2,54$; $n-1=23$) достоверность вычисленной составляющей значительно меньше 60%.

Для уменьшения погрешности в связи с неравенством периодов наблюдаемого прилива и выделяемых гармоник отношениям 1:1, 1:2, ..., целесообразно наблюдаемый прилив анализировать по обычной схеме расчета по 24 ординатам, взятым на каждый солнечный или лунный час времени в зависимости от преобладания в приливах солнечных или лунных составляющих.

Ни один из этих приемов не дает полного решения задачи; первый дает меньшую ошибку за счет солнечных волн и значительную за счет лунных волн; второй, — наоборот. При необходимости можно применять одновременно обе системы времени, или условное время, в зависимости от составляющих волн.

Например, если анализировать приведенное выше приливное колебание с отношением составляющих волн равным 1,0 по обычной схеме, но по ординатам, взятым через каждые 62 мин., то суммарная полусуточная волна получается равной 144 см, с погрешностью всего в 4%.

При анализе мелководных полусуточных приливов целесообразно брать промежутки времени между ординатами в лунных часах. Во всяком случае, возможно фильтровать обертоны главных волн прилива. Пример фильтрации мелководных составляющих волн приведен в пятом параграфе настоящей главы.

Для упрощения работы, при анализе лунных приливов, можно удовлетворяться промежутком времени между ординатами равным 62 минутам солнечного времени.

§ 2. ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ, СГЛАЖИВАНИЕ И ИНТЕРПОЛЯЦИЯ НАБЛЮДЕНИЙ

Приливные колебания уровня определяют с точностью до 1 см, скорости течения с точностью до 1 см/сек., направление до градуса. С такой же точностью можно вычислять гармонические постоянные уровней и течений. Обработку следует производить так, чтобы она не уменьшала точности наблюдений.

Обычно обработка наблюдений начинается с их графического представления с последующими сглаживаниями интерполяцией данных. После этого материал сводят в таблицы.

1) **Графическое представление наблюдений.** График позволяет легко обнаружить грубые ошибки в наблюдениях и

проверить периодичность явления во времени, то есть является контролем качества выполненных наблюдений.

Построение графиков сводится: к выбору масштабов по осям координат, разбивке шкал на осях, нанесению точек соответствующих данным наблюдений, проведению через нанесенные точки кривых, написанию заголовка, условных обозначений и указания, кем выполнены наблюдения.

Обычно графики строят на обыкновенной миллиметровой бумаге. Ошибка отсчета по такому графику может достигать, как известно, $\pm 0,25$ мм. Поэтому желательно абсолютную ошибку наблюдений принимать на графике равной $\pm 0,25$ мм. Тогда точность отсчетов по графику будет соответствовать точности наблюдений. Отсюда определяются масштабы графика по обоим осям. В практике масштаб нанесения данных иногда уменьшается. В этом случае отсчеты по графику менее точны, чем наблюдения, по которым он построен.

Относительную величину масштаба по осям координат надо выбирать так, чтобы кривые не были слишком растянутыми или плоскими. Масштаб времени, как правило, откладывается по оси абсцисс, а масштаб параметров приливных колебаний — вдоль оси ординат.

Наиболее часто, при составлении приливных графиков применяют следующие масштабы:

Горизонтальный масштаб времени		Точность снятия отсчетов
Для уровней 1 см=1 часу		$\pm 0,25$ мм=1,5 мин.
Для течений 1 см=0,33 или 1 часу		$\pm 0,25$ мм= $\pm 0,5$; 1,5 мин.
Вертикальный масштаб наблюдений		Точность снятия отсчетов
Уровни. 1 см=10; 20 см		$\pm 0,25$ мм= $\pm 0,25$; 0,5 см
Скорости течений 1 см=10; 20 см/сек.		$\pm 0,25$ мм= $\pm 0,25$; 0,5 см/сек.
Направления течений 1 см= 20°		$\pm 0,25$ мм= $\pm 0,5^\circ$

При оцифровке масштабных шкал целесообразно, чтобы цифры имели столько знаков, сколько можно снять с кривой. На рис. 7 для примера дан график суточной станции наблюдений над течениями.

Проведение кривой через точки. При проведении кривой необходимо придерживаться следующих рекомендаций:

а) Кривая должна быть плавной и представлять собой возможно более тонкую линию.

б) Кривая должна проходить максимально близко ко всем нанесенным точкам. Если она проходит между точками, то по обе ее стороны должно лежать равное число точек.

в) Кривая может не проходить через все точки. Особенно критически следует относиться к конечным точкам. Часто конечные точки отражают неустановившиеся показания приборов.

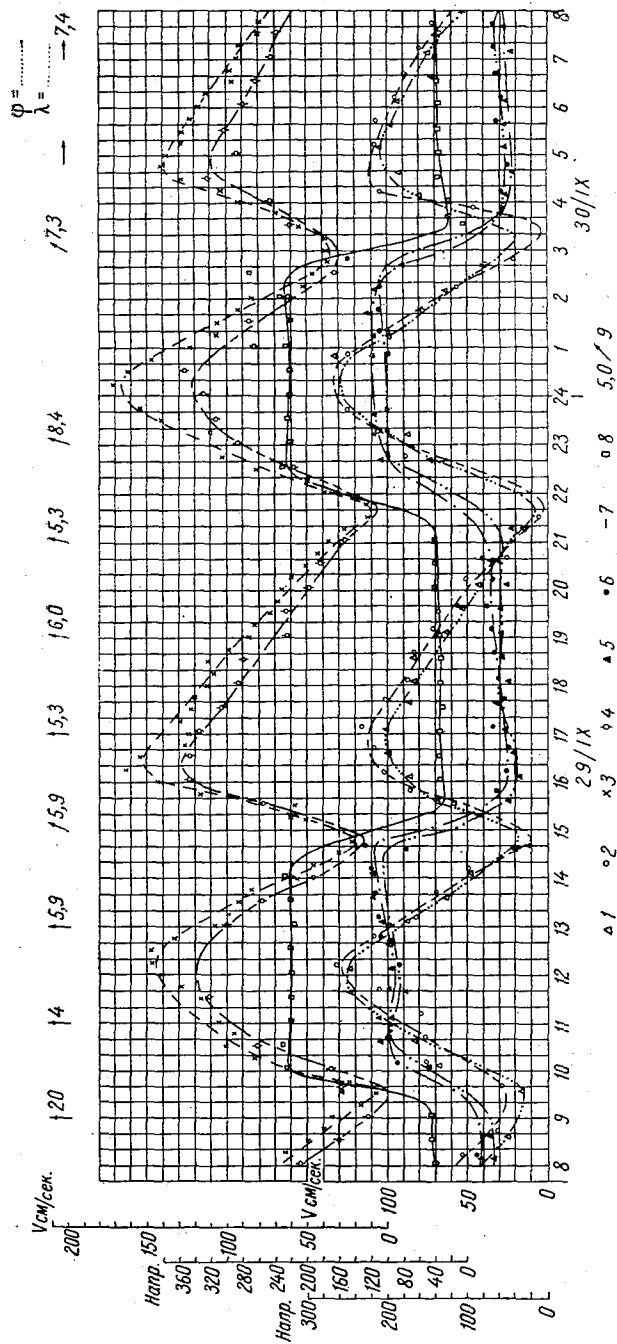


Рис. 7. График суточной станции наблюдений над течениями.
 Скорости течения: 1 — на глубине 0,8 h, 2 — 0,6 h, 3 — 2,5 м (вертушка Жестовского), 4 — 1,0 м (поплавок); направление течения: 5 — на глубине 0,8 h, 6 — 0,6 h, 7 — 3 — 1,0 м (поплавок), 9 — скорость (м/сек) и направление ветра.

г) При проведении кривых нельзя отбрасывать точки, значительно отклоняющиеся от общего хода кривой. Эти точки надо оставить на графике, но заключить в скобки. Точку можно отбросить, если отклонение ее от кривой более чем втрое превышает среднее отклонение остальных точек от кривой. Иногда бракует точку, если она отклоняется от кривой более, чем на 10% значения величины снимаемой с кривой.

Самый процесс проведения кривой складывается из следующих действий:

д) Глазомерно или при помощи лекал определяются точки или отрезки кривых, через которые или близко к которым должна проходить кривая.

е) Через выбранные точки и отрезки кривых карандашом наносится пунктирная кривая.

ж) Затем вычерчивается окончательная кривая, при этом в соответствии с изложенным предварительная, пунктирная кривая может изменяться.

2) **Сглаживание и интерполяция.** При графическом представлении наблюдений производится некоторое сглаживание и интерполяция данных. При четко выраженных приливных колебаниях и при наличии достаточного количества наблюденных точек, через которые можно провести плавную непрерывную кривую, указанные выше приемы дают хорошие результаты. В противном случае следует применять специальные приемы сглаживания и интерполирования.

Обычно частота наблюдений бывает недостаточной и материалы измерений могут содержать значительные случайные ошибки, которые следует исключать. Получаемые данные должны представлять собой монотонно изменяющуюся функцию.

Для уточнения наблюденных и получения отсутствующих промежуточных данных можно воспользоваться математическими методами.

Ряд формул для интерполирования для равноотстоящих и неравноотстоящих наблюдений и определение погрешностей интерполяционных формул приводятся во многих курсах математики, например, у Безиковича [19].

Наиболее простые приемы математического сглаживания по способу скользящих средних и метод разностей, применяемые в метеорологии, изложены Бруксом и Карузерсом [25].

Однако приливные наблюдения подвергают, как правило, только графическому сглаживанию и интерполяции. О точности сглаживания и интерполяции судят по количеству нанесенных точек наблюдений и выбранному масштабу, а также по тщательности, с которой нанесены точки и вычерчены кривые. В тех случаях, когда точек наблюдений немного и они не лежат вблизи от экстремальных значений, вычертить кривую можно только очень приближенно. Практика показывает, что точки наблюде-

ний, даже если их достаточно, почти никогда не ложатся на плавную кривую. Поскольку приливные процессы имеют монотонный характер, разброс точек может быть объяснен только случайными воздействиями на приливы или ошибками измерений. Приливные кривые должны быть плавными.

Укажем один известный прием наиболее точного глазомерного проведения кривых. Основной принцип заключается в том, чтобы кривая между двумя соседними точками плавно соединяла еще по одной точке с каждой стороны рассматриваемого участка графика.

С графика снимают 4—6 калек с точками наблюдений. На каждой из них проводят плавную кривую. Затем все кривые

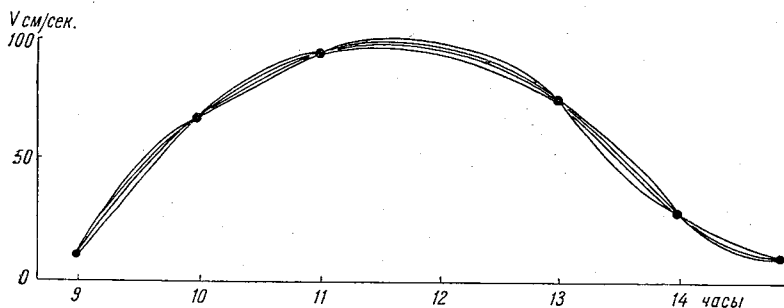


Рис. 8. Глазомерное проведение интерполяционной кривой.

переносят на график и сплошной линией проводят среднюю кривую, которая является окончательной (рис. 8).

Если бывает необходимо продолжить наблюдения на небольшой промежуток времени, то применяется экстраполяция. Точность получаемых данных при этом уменьшается. Целесообразным является следующий прием экстраполяции. С наблюдаемой кривой на кальку снимается часть кривой, включающая отрезок, форма которого подобна отрезку, подлежащему экстраполяции. Затем совмещают отрезки подобной формы и с кальки на график снимают экстраполируемую часть кривой. После этого на глаз сглаживают экстраполируемый и снятый отрезки кривых. При анализе течений необходимо также сглаживать их проекции на оси.

§ 3. СПОСОБ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИЛИВОВ

Как уже упоминалось, основной трудностью гармонического анализа приливов и в особенности краткосрочных серий наблюдений является фильтрация случайных влияний и разделение близких по периодам волн. Исключать одновременно оба вида

погрешностей трудно, но можно значительно уменьшить каждую погрешность в отдельности. Для этого при анализе надо выбирать такие материалы наблюдений, когда одна из погрешностей отсутствует или мала по сравнению с другой. Такой подход к улучшению результатов гармонического анализа краткосрочных наблюдений, когда пренебрегают малой погрешностью, чтобы исключить большую, является достаточно плодотворным. Для оптимального решения этой задачи в каждом случае вопрос исключения той и другой погрешности следует рассматривать отдельно. Прежде всего необходимо определить, какая из указанных причин может больше исказить гармонические постоянные и тогда исключить ее. Можно рекомендовать, хотя и приближенные, но конкретные физические критерии наличия и величины этих погрешностей. Мы не останавливаемся на общих соображениях по определению инструментальных погрешностей, определению метеорологических воздействий по синоптическим данным и др. Не считая критерия Ал, приведенного в § 1 этой главы, мерилom влияния случайных ошибок может служить точность аппроксимации изменений лунных промежутков и отношений амплитуд наблюдаемых суммарных полусуточных и суточных волн прилива теоретическими кривыми распределения этих элементов в зависимости от соотношений главных составляющих волн и времени кульминаций Луны. Для этого было применено известное положение о связи между характеристиками приливов и временем кульминаций Луны. При построении семейств теоретических кривых использовались разработки автора по картографическому методу анализа и предвычисления приливов [6] и таблицы Адмиралтейского метода для объединения двух составляющих волн одинакового периода.

Величина разброса наблюдаемых точек по отношению к теоретическим кривым говорит о размерах случайных погрешностей. Близость эмпирических точек к какой-либо из теоретических кривых позволяет судить о величине отношений главных волн, составляющих суммарный полусуточный или суточный прилив.

В связи с тем, что при анализе приходится оперировать амплитудами и фазами суммарных колебаний, необходимо с особенной тщательностью получать эти величины. Рекомендации по вычислению суммарных составляющих также даны в § 1 этой главы.

На номограммах (рис. 9, 10) даны семейства кривых, представляющие ход изменения лунных промежутков и отношений амплитуд полусуточных и суточных приливов в зависимости от отношений составляющих волн и кульминаций Луны. Для полусуточных приливов эти изменения даны от сизигии до квадратуры и от квадратуры до сизигии, для суточных приливов от тропических до равноденственных и от равноденственных до

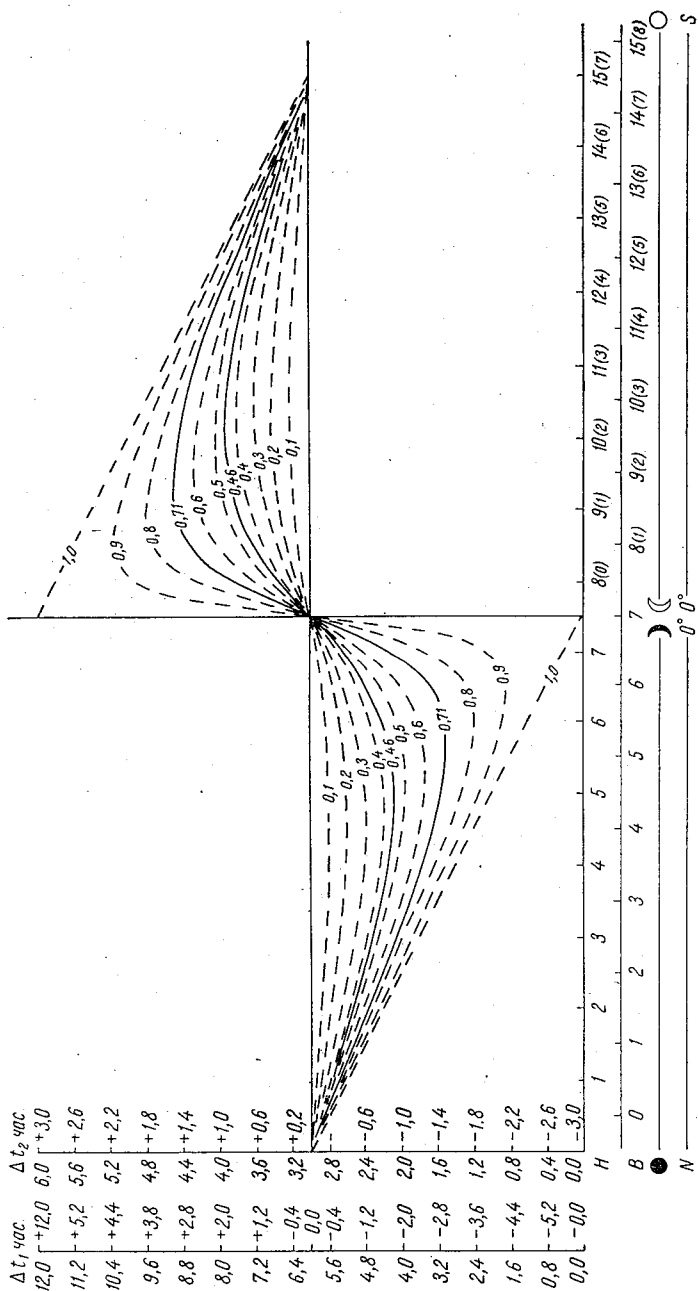


Рис. 9. Общая номограмма изменений лунных промежутков полусуточного или суточного приливов.

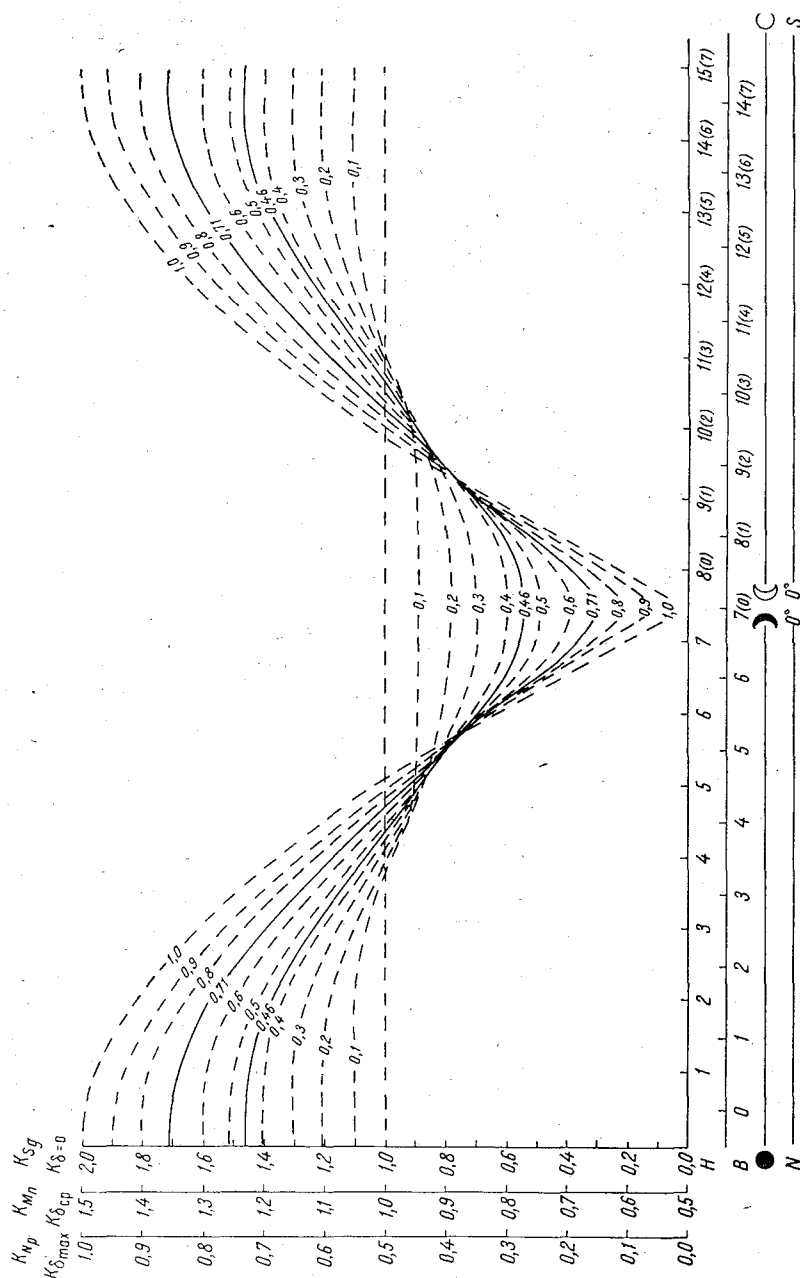


Рис. 10. Общая номограмма изменений отношений главных составляющих волн полусуточного или суточного приливов.

тропических приливов. Сплошными линиями представлены изменения исследуемых параметров приливов при отношениях составляющих главных волн, даваемых статической теорией приливов. Можно сказать, что номограммы представляют собой геометрическую интерпретацию суммирования пар гармонических колебаний с различными амплитудами. Для построения номограммы, как уже упоминалось, была использована таблица Адмиралтейского метода для объединения двух составляющих волн одинакового периода в суммарную волну. Эти таблицы составлены с приведением поправок путем изменения начала моментов времени суммирования.

Нас интересуют изменения лунных промежутков и амплитуд суммарных волн. Поэтому на номограммах по оси абсцисс отложены величины d , представляющие собой сдвиг фазы одной составляющей волны относительно другой. Периоды от одной сизигии до другой и от максимального склонения Луны до следующего максимального склонения приняты за один оборот смещения составляющих волн или за один период смещения кульминации Солнца относительно кульминации Луны. Указанные периоды времени разделены на равные промежутки, соответственно числу кульминаций Луны. Нумерация кульминаций Луны начинается с нулевой, которая соответствует новолунию или максимальному северному склонению Луны. Номера кульминаций Луны близки к часам солнечного времени этих кульминаций. Для упрощения определений номера кульминации их нумерацию можно вести дополнительно от момента нахождения Луны в первой или третьей четвертях, а также от момента нулевого склонения (номера даны в скобках). Все имеющиеся наблюдения над приливами располагают по номерам кульминаций Луны. По оси ординат на первой номограмме отложены изменения лунных промежутков (значения величины e) полусуточных и суточных приливов в течение рассматриваемых периодов времени. На второй номограмме по оси ординат откладываются изменения отношений амплитуд суммарных полусуточных и суточных волн (величина E).

Наблюдаемые изменения амплитуд являются относительными величинами и зависят от времени наблюдений. Поэтому на графике даны три шкалы. Если получены из наблюдений сизигийные или тропические амплитуды приливов, то берутся отношения остальных наблюдаемых амплитуд к указанным и пользуются первой шкалой. Отношения наблюдаемых амплитуд приливов к средним амплитудам откладываются по средней шкале, соответственно отношения к квадратурным или равноденственным амплитудам приливов откладываются по третьей шкале. Определение из наблюдаемых амплитуд приливов недельной длительности максимальной, средней или минимальной амплитуд может быть легко выполнено приближенным

графическим дифференцированием кривой, огибающей экспериментальные данные. Ход изменений амплитуд описывается почти синусоидальной кривой, представляющей собой биение двух близких по периодам гармонических колебаний. Следовательно, касательная к огибающей кривой, параллельная оси абсцисс и лежащая между этой осью и кривой, лежит около минимальной амплитуды. Такая же касательная, но расположенная с другой стороны кривой, лежит около максимальной амплитуды. Касательная, имеющая максимальный наклон к огибающей кривой, определяет условия нахождения средней амплитуды. Эти операции, как правило, можно выполнять лишь с относительно небольшой точностью, тем не менее, сравнивая наклон касательных от суток к суткам, можно определить искомые амплитуды приливов. Семейство кривых на первой номограмме представляет собой изменения лунных промежутков, а на второй номограмме — изменения амплитуд суммарных волн в зависимости от величины отношений составляющих их волн. Обоснованием связи лунных промежутков между кульминациями Луны и фазами суммарных главных суточных волн является известная зависимость между астрономическими аргументами и угловыми скоростями волн (30):

$$(v_0)_{K_1} + (v_0)_{O_1} = (v)_{M_2};$$

$$q_{K_1} + q_{O_1} = q_{M_2}.$$

Отсюда

$$f_{K_1} + f_{O_1} = f_{M_2} + [K_{M_2} - (K_{K_1} + K_{O_1})],$$

где f_{K_1} , f_{O_1} и f_{M_2} — фазы волн, вычисленные для одного и того же момента.

Для производства анализа экспериментальных материалов по номограмме из наблюдаемых значений лунных промежутков (полусуточных или суточных приливов) выбирается наименьший, который вычитается из остальных лунных промежутков. На номограмму накладывается калька и по оси ординат на соответствующие моменты кульминаций Луны откладываются вычисленные разности наблюдаемых лунных промежутков. После этого кальку смещают по номограмме до наилучшего совмещения эмпирических точек с одной из теоретических кривых. Аналогично рассматриваются наблюдаемые изменения амплитуд суммарных волн. Как было указано выше, вычисляются отношения амплитуд и по одной из шкал отношений амплитуд, по моментам кульминаций Луны они наносятся на другую кальку, которая накладывается на вторую номограмму. Затем по нанесенным точкам производят подбор теоретической кривой изменений отношений амплитуд.

Надо отметить, что предлагаемый способ дает возможность проводить только предварительную фильтрацию наблюдений, так как он основан на учете одних главных волн.

При необходимости большей тщательности анализа можно учитывать влияние параллакса. Для этого надо изменять шкалы оси ординат с учетом рекомендаций, данных в главе I по вопросу изменений сизигийных величин приливов. Обе номограммы позволяют производить взаимный контроль подбираемых теоретических кривых, благодаря чему увеличивается точность аппроксимации. Таким образом, при помощи номограммы решаются два вопроса: а) определяется наличие и приближенно устанавливаются размеры случайных погрешностей в наблюдениях и обработке, что может явиться объективной оценкой качества полученных материалов; б) примерно определяются отношения главных составляющих волн каждой суммарной волны и величины расхождения этих отношений с теоретическими. Номограммы также позволяют уточнять предвычисления приливов, производимые по значениям среднего прикладного часа.

Попутно можно отметить, что номограммы позволяют обоснованно разделять приливные колебания на сизигийные, средние, квадратурные и соответственно приливы максимального, среднего и минимального склонений. Например, для полусуточного прилива, имеющего отношение главных составляющих волн, равное 0,5, амплитуды изменяются от суммарного (1,5) прилива в сизигию до разности амплитуд (0,5) в квадратуру. Величина изменения амплитуд будет равна $1,5 - 0,5 = 1$.

На каждую из фаз прилива приходится по 0,33 периода между смежными сизигиями. В этом случае сизигийные приливы составят в период изменения амплитуд от 1,50 до 1,17, средние от 1,17 до 0,84 и квадратурные — от 0,84 до 0,50. Как можно увидеть на номограммах, для каждого отношения составляющих волн существует определенная продолжительность фаз прилива.

В результате анализа материалов наблюдений при помощи номограмм ориентировочно устанавливаются отношения составляющих волн каждого типа. После этого, учитывая найденные отношения составляющих приливных волн, производят фильтрацию случайных воздействий на приливы. Если не допускать возможности исключения влияний на гармонические постоянные отклонений в отношениях составляющих волн, то все результаты расчетов будут нефильТРованными. Следовательно, только принимаемые допущения делают задачу реальной. Рассмотренное исследование наблюденных данных дает основание производить фильтрацию и последующий гармонический анализ приливов.

Далее необходимо еще раз напомнить, что, как правило, при анализе краткосрочных серий наблюдений искажения в результатах расчетов бывают наибольшими за счет влияния случайных воздействий. Это объясняется тем, что в большинстве районов Мирового океана непериодические колебания и, в частности, метеорологические воздействия соизмеримы, а подчас и больше

приливных колебаний. В то же время значительные расхождения в отношениях составляющих волн прилива бывают только в отдельных районах океана.

Из практики работы можно отметить, что если величина приливных колебаний уровня меньше $250 \div 300$ см, а приливные течения имеют скорости менее $40 \div 50$ см/см, то наибольшие искажения в результатах анализа возникают за счет случайных воздействий. Таким образом, наиболее частыми являются наблюдения при соизмеримых отношениях приливных и непериодических колебаний.

Для непосредственной фильтрации значений амплитуд (F_1 , F_2) и фаз (f_1 , f_2) суммарных колебаний, выделяемых из наблюдений, можно, изменив шкалы, воспользоваться номограммами K и S (рис. 17, 20).

§ 4. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПРИЕМ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИЛИВНЫХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

При вычислении гармонических постоянных по краткосрочным наблюдениям допускается, что непериодическая составляющая, например, скорость непериодических течений в течение суток постоянна. Но, как правило, величина этой составляющей непрерывно изменяется, причем нередко в больших пределах. В результате значения гармонических постоянных получаются с большими погрешностями.

Среднесуточные непериодические составляющие также несколько отличаются от истинных среднесуточных остаточных составляющих, так как обычно вычисления производятся за 24 солнечных, а не за 24 лунных часа. Таким образом, средние остаточные составляющие несколько искажены лунными приливными волнами M_2 и O_1 . Поэтому при исключении из суммарных течений составляющих остаточного течения, полученного недостаточно точно, могут возникнуть погрешности и при расчете гармонических приливных течений.

Представляется интересным для примера привести график изменений направления и скорости остаточного течения за 29 суток. Месячная серия наблюдений буквопечатающей вертушкой на горизонте 50 м на буйковой станции была обработана по общепринятой схеме. Направление и скорость среднесуточного вектора остаточных течений на каждые сутки наблюдений приведены на рис. 11. На рисунке легко усматривается устойчивое вращение вектора остаточного течения от суток к суткам по часовой стрелке, что не соответствует представлениям о режиме остаточного течения в районе выполненной станции. На этой же станции наблюдается вращение вектора максимального приливного течения также против часовой стрелки. Различные в режиме вращения векторов приливного и остаточного течения заклю-

чается в том, что вектор приливного течения делает полный оборот за 14 суток, а вектор остаточного течения примерно за 5. В связи с этим можно напомнить, что Хамон, произведя спектральный анализ атмосферного давления и среднего уровня моря в Сиднее, Коффской гавани и у о. Лорд-Хау, нашел в их колебаниях такую же периодичность [91]. На материалах наблюдений по всем трем станциям имеются два наибольших спектральных пика с периодами в 5 и 9 суток. Найденную периодичность Хамон связывает с регулярным прохождением барических систем.

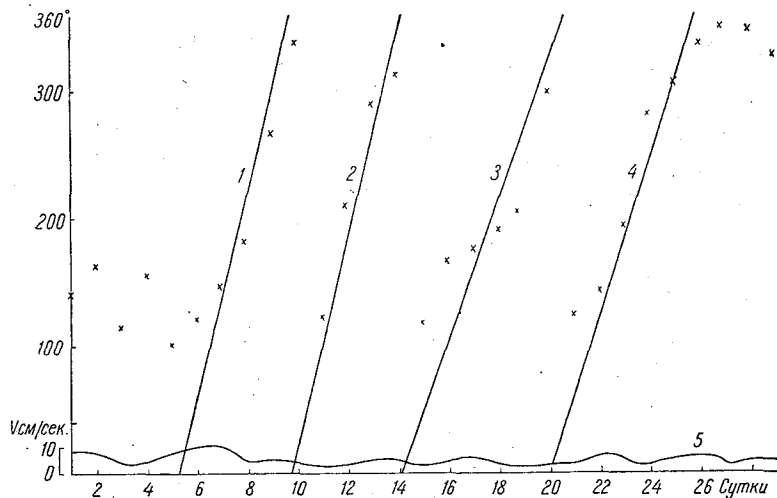


Рис. 11. Месячный ход направлений (1—4) и скоростей (5) остаточного течения.

Очевидно, остаточные течения, вычисляемые как $\frac{1}{24} \sum u$ и $\frac{1}{24} \sum v$, отражают и приливные и непериодические колебания, следовательно, эти колебания получаются искаженными, Барлоу отмечает, что во многих районах Мирового океана нет никакой устойчивости остаточного течения [73]. Беляев и Болдырев на основе анализа современных исследований непериодических течений делают вывод о недостатке существующей методики обработки опытных данных, при которой гармоническому анализу подвергаются не приливные течения, а суммарные [20].

О трудности полного отделения остаточных течений вследствие внутрисуточных изменений при обработке приливных течений Адмиралтейским методом говорит в одной из своих последних работ Дудсон [87].

Не останавливаясь детально на воздействии непериодических явлений на приливные колебания, попытаемся изложить

приближений прием вычисления фаз и амплитуд истинных приливов. Для решения этой задачи целесообразно использовать непосредственные наблюдения над приливами, выполненные в одном пункте при различных гидрометеорологических условиях, и сопоставить их амплитуды и фазы с соответствующими астрономическими коэффициентами и аргументами.

Физический смысл такого приема заключается в том, что астрономические и наблюдаемые приливы для каждых суток приближенно должны быть подобны. Если есть возможность, то надо учитывать возраст прилива. Исходя из этого, разности фаз, отношения амплитуд наблюдаемых приливов и астрономических аргументов и коэффициентов, относящихся к каждой паре суток, соответственно должны быть равны или пропорциональны друг другу. Указанные разности и отношения могут служить критериями искаженности приливных явлений. Отсюда возникает возможность получения фаз и амплитуд истинных приливных и непериодических явлений. Однако ввиду того, что отношения амплитуд составляющих волн прилива в природе (главным образом, амплитуд суточных волн относительно полусуточных) часто значительно отличаются от теоретического, могут возникнуть значительные трудности в получении амплитуд истинных приливов. В связи со сказанным представляется рациональным производить вычисление последних отдельно для полусуточной и суточной частей прилива. Параметры полусуточной и суточной составляющих прилива получают по известным элементарным схемам. Конечно, лучше вычислять истинные течения по указанному принципу отдельно для каждой главной волны прилива, но наблюдения суточной продолжительности разделяют только на суточную и полусуточную части.

Таким образом, приходится оперировать суммарными полусуточными и суточными составляющими прилива.

Исправление фаз истинных полусуточных или суточных приливных колебаний уровня производится на основании уравнений, определяющих разность фаз астрономических и наблюдаемых приливов в первый и второй дни наблюдений:

$$|(f'_2)_1 - (f'_2)_2| = |(d_{ms})_1 - (d_{ms})_2|; \quad (11)$$

$$|(f'_1)_1 - (f'_1)_2| = |(d_{ok})_1 - (d_{ok})_2|, \quad (12)$$

где $(f'_2)_1$, $(f'_2)_2$, $(f'_1)_1$, $(f'_1)_2$ — фазы полусуточных и суточных наблюдаемых приливов $(d_{ms})_1$, $(d_{ms})_2$, $(d_{ok})_1$, $(d_{ok})_2$ — фазы полусуточных и суточных астрономических аргументов.

Фазы полусуточных или суточных суммарных астрономических волн можно получить по формулам:

$$d_{ms} = \frac{A \sin a + B \sin b}{A \cos a + B \cos b}$$

или

$$d_{ok} = \frac{A' \sin a' + B' \sin b'}{A' \cos a' + B' \cos b'},$$

где $A = D_m$; $A' = D_k$; $B = 0,465 D_s$; $B' = 0,71 D_o$; $a = d_m$; $a' = d_k$; $b = d_s$; $b' = d_o$.

Коэффициенты D_m , D_k , D_s и D_o и аргументы d_m , d_k , d_s и d_o получают по таблицам Адмиралтейского метода на первые и вторые сутки наблюдений. Величины 0,465 и 0,710 являются теоретическими отношениями коэффициентов волн M_2 и S_2 и волн K_1 и O_1 . Если известны региональные значения этих отношений или они достаточно точно получены при помощи номограмм, то используют их.

Величины d_{ms} и d_{ok} могут быть получены сложением векторов, длины которых соответствуют величинам A и B , а их направление определяется значениями углов a и b .

Из уравнений (11, 12), следует:

$$\Delta f_2 = 0,5 [|(d_{ms})_1 - (d_{ms})_2| - |(f'_2)_1 + (f'_2)_2|]; \quad (13)$$

$$\Delta f_1 = 0,5 [|(d_{ok})_1 - (d_{ok})_2| - |(f'_1)_1 + (f'_1)_2|]. \quad (14)$$

Поэтому исправленные фазы приливов будут:

$$(f_2)_1 = (f'_2)_1 \pm \Delta f_2; \quad (15)$$

$$(f_2)_2 = (f'_2)_2 \mp \Delta f_2; \quad (16)$$

$$(f_1)_1 = (f'_1)_1 \pm \Delta f_1; \quad (17)$$

$$(f_1)_2 = (f'_1)_2 \mp \Delta f_1. \quad (18)$$

Расчет истинных приливных течений сложнее, чем вычисление истинных приливных колебаний уровня. В этом случае лучше анализировать не разности фаз проекций приливного течения (принятой пары суток наблюдений) на параллель и меридиан, а разности фаз максимального приливного течения.

На рис. 12 представлены эллипсы суммарного полусуточного течения за первые и вторые сутки наблюдений, принятых к обработке. В случае отсутствия непериодических воздействий разность наблюдаемых фаз максимальных течений в каждые сутки должна быть близка к разности астрономических аргументов на ту же пару суток. При этом разности астрономических аргументов могут не быть равны разностям фаз проекций течения на параллель и меридиан для этой же пары суток наблюдений. Действительно, если на эллипсах (рис. 12) сместить моменты наступления максимального течения, то проекции течения могут сместиться в разных направлениях относительно нулевого момента. Например, при одном и том же отношении амплитуд

$\frac{F_x}{F_y} = 0,5$ фазе максимального течения $\tau = 25^\circ$ соответствует

разность фаз проекций на меридиан и параллель $f_x - f_y = 25^\circ$, а фазе, $\tau = 23^\circ$ соответствует $f_x - f_y = 40^\circ$. Таким образом, изменению τ в 2° соответствует изменение $f_x - f_y$ в 15° . В другой паре случаев при том же отношении $\frac{F_x}{F_y} = 0,5$, если $\tau = 17^\circ$ $f_x - f_y = 65^\circ$, а при $\tau = 8^\circ$, $f_x - f_y = 80^\circ$. Во втором случае разность фаз составляющих на координатные оси изменилось также

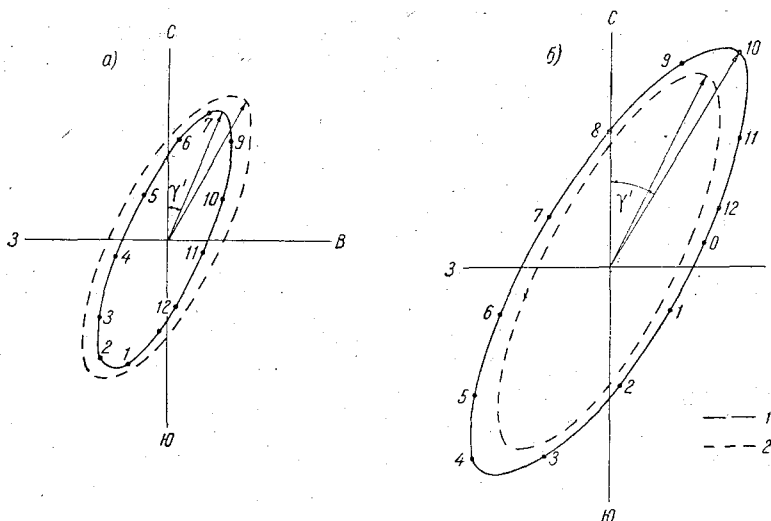


Рис. 12. Эллипсы полусуточных приливо-отливных течений за первые и вторые сутки наблюдений, принятые к обработке:

a — 1-е сутки; $б$ — 2-е сутки; 1 — эллипсы наблюдаемых течений, 2 — эллипсы течений, принятых к обработке;
 $\gamma_1 = 20^\circ$; $\gamma_2 = 28^\circ$.

на 15° , а фаза максимального течения — на 9° . Однако оперирование разностями фаз наступления максимального течения также может привести к некоторым неточностям за счет разницы в теоретических и реальных отношениях составляющих главных волн M_2 и S_2 или K_1 и O_1 . Полученные расхождения в разностях между астрономическими и наблюдаемыми приливами являются поправками, которые используются для уточнения моментов наступления максимальных течений. После этого можно графически получить истинные фазы составляющих колебаний.

Отметим, что в процессе графических построений неизбежно возникают дополнительные ошибки. В связи с этим исправления характеристик проекций скоростей течений целесообразно выполнять аналитически.

При малых углах между большими осями эллипсов слагающих волн течений, соответствующих волнам M_2 и S_2 (или волнам K_1 и O_1), необходимые исправления проще всего выполнять следующим приемом.

Как известно, в результате сложения двух синхронных, синусоидальных взаимно перпендикулярных колебаний (векторов) получается вектор, конец которого описывает на плоскости эллипс (32). Уравнение эллипса имеет вид

$$\frac{v_x^2}{F_x^2} + \frac{v_y^2}{F_y^2} - 2 \frac{v_x}{F_x} \frac{v_y}{F_y} \cos(f_x - f_y) = \sin^2(f_x - f_y), \quad (19)$$

где v_x , v_y — взаимно перпендикулярные векторы, меняющиеся синусоидально и синхронно, F_x , F_y , f_x , f_y — постоянные (гармонические колебания).

Уравнение (19) использовалось для анализа приливных течений Михайловым [50]. В упомянутой работе обращалось внимание только на разность фаз проекций течений на меридиан и параллель.

Мы рассмотрим изменения форм эллипса и его размеров в зависимости не только от разности фаз $f_x - f_y$, но и от отношения амплитуд $\frac{F_x}{F_y}$. Подробный анализ возможных форм эллипса приводится Гореликом [32].

При отсутствии неперiodических воздействий векторы приливного течения должны описывать во все дни производства наблюдений почти концентрические эллипсы, которые практически могут отличаться друг от друга только размерами, а не формой. Это означает, что у эллипсов приливных течений, наблюдаемых в первые и вторые сутки, равны следующие элементы:

$$\gamma_1 = \gamma_2; \quad (20)$$

$$|f'_x - f'_y|_1 = |f'_x - f'_y|_2; \quad (21)$$

$$\left(\frac{F'_x}{F'_y} \right)_1 = \left(\frac{F'_x}{F'_y} \right)_2, \quad (22)$$

где γ_1 , γ_2 — направление максимального течения.

Расхождения в равенствах (20) — (22) будут указывать на воздействие на приливы неперiodических составляющих и на возможные ошибки в наблюдениях и обработке. Если приравнять наблюдаемые и теоретические разности фаз и отношения приливов, то этим из наблюдаемых течений будут выделены приливные течения, близкие к истинным. Исключение составляет довольно редкий случай, когда в обоих сутках, отобранных для анализа, будут наблюдаться одинаковые неперiodические

колебания. Этот случай можно исключить при отборе наблюдений для анализа. Разброску расхождений в равенствах (20) — (22) нужно проводить дифференцировано. Если обе станции одинакового качества, то указанное расхождение надо разносить в равных частях между обеими станциями. Когда наблюдения в одни из суток более надежны, то надо исправлять фазы и амплитуды прилива вторых суток.

Фазы f и амплитуды F полусуточных и суточных составляющих истинного приливного течения могут быть получены по следующим формулам:

$$\Delta f = 0,25 [|f'_x - f'_y|_2 - |f'_x - f'_y|_1]; \quad (23)$$

$$(f_x)_1 = (f'_x)_1 \pm \Delta f; \quad (24)$$

$$(f_y)_1 = (f'_y)_1 \mp \Delta f; \quad (25)$$

$$(f_x)_2 = (f'_x)_2 \mp \Delta f; \quad (26)$$

$$(f_y)_2 = (f'_y)_2 \pm \Delta f; \quad (27)$$

$$K = 0,5 \left[\left(\frac{F'_x}{F'_y} \right)_1 + \left(\frac{F'_x}{F'_y} \right)_2 \right]. \quad (28)$$

Вычисления амплитуд истинных приливных течений соответственно для каждой станции удобно вычислять по формуле

$$K = \frac{F'_x + \Delta F}{F'_y + \Delta F}, \quad (29)$$

где ΔF — погрешность в амплитудах при условии, что $\left(\frac{F'_x}{F'_y} \right) \geq 1$. Если это условие не выдерживается, надо проверить наблюдения.

Из формулы (25) следует, что

$$\Delta F = \frac{F'_x - KF'_y}{K - 1}. \quad (30)$$

Исправленные амплитуды F_x и F_y равны:

$$F_x = F'_x + \Delta F; \quad (31)$$

$$F_y = F'_y + \Delta F. \quad (32)$$

Разность наблюдаемых (суммарных) и выделенных приливных колебаний на каждый час наблюдений дает возможность найти характеристики непериодических колебаний.

Все вычисления, связанные с определениями параметров максимального приливного течения, можно производить по спе-

циальным таблицам, приведенным в приложении, что ускорит и облегчит все расчеты [13].

Пример. Вычислить истинные приливные течения для двух суток, выполненных в разные фазы прилива. Во время выполнения обеих станций наблюдались значительные сгонно-нагонные явления. Эллипсы полусуточных приливо-отливных течений за первые и вторые сутки наблюдений приведены на рис. 12.

1-е сутки	2-е сутки
$F'_x = 14$ см/сек.,	$F'_x = 32$ см/сек.,
$F'_y = 34$ см/сек.,	$F'_y = 59$ см/сек.,
$f'_x = 250^\circ$,	$f'_x = 305^\circ$
$f'_y = 223^\circ$,	$f'_y = 290^\circ$.

По формулам (13) — (17) находим фазы истинных приливных течений: $\Delta f = 0,25$ ($|305 - 290|_2$; $-|250 - 223|_1 = -3^\circ$; $(f_x)_1 = 250 - 3 = 247^\circ$; $(f_y)_1 = 223 + 3 = 226^\circ$; $(f_x)_2 = 305 + 3 = 308^\circ$; $(f_y)_2 = 290 - 3 = 287^\circ$.

По формулам (18) — (22) находим амплитуды истинных приливных течений:

$$K = 0,5 \left(\frac{14 \text{ см/сек.}}{34 \text{ см/сек.}} + \frac{32 \text{ см/сек.}}{59 \text{ см/сек.}} \right) = 0,477;$$

$$\Delta F_1 = \frac{14 - 0,477 \cdot 34}{0,477 - 1} = 4 \text{ см/сек.};$$

$$(F_x)_1 = 14 \text{ см/сек.} + 4 \text{ см/сек.} = 18 \text{ см/сек.}$$

$$(F_y)_1 = 34 \text{ см/сек.} + 4 \text{ см/сек.} = 38 \text{ см/сек.};$$

$$\Delta F_2 = \frac{32 - 0,477 \cdot 59}{0,477 - 1} = -8 \text{ см/сек.};$$

$$(F_x)_2 = 32 \text{ см/сек.} - 8 \text{ см/сек.} = 24 \text{ см/сек.};$$

$$(F_y)_2 = 59 \text{ см/сек.} - 8 \text{ см/сек.} = 51 \text{ см/сек.}$$

Эллипсы вычисленных истинных приливо-отливных течений приведены пунктиром на рис. 12.

Необходимо отметить, что точность вычисления параметров истинных приливо-отливных течений по приведенной схеме зависит от угла между векторами максимальных течений слагаемых волн. Правда, в большинстве случаев угол между большими осями эллипсов в отдельных составляющих волн прилива невелик [50]. Фазовые и тропические изменения формы эллипсов полусуточных и суточных приливных течений в зависимости от углов положения осей эллипсов составляющих волн этих течений обстоятельно изложены в работе Лундберг [46].

Контроль расхождений в углах векторов максимальных течений главных составляющих волн прилива так же, как и контроль

величины отношений этих волн возможно осуществлять при помощи номограммы.

При изменениях формы эллипсов приливных течений, вызванных астрономическими факторами, исключить влияние непериодических колебаний на приливные течения затруднительно, ибо в этом случае разности фаз и отношения амплитуд проекций волн на меридиан и параллель в разные сутки не будут одинаковыми. Правда, и в этом случае можно применять указанный простой прием исправления приливных течений, если принятые к анализу суточные станции выполнены при одинаковых фазах и склонениях Луны.

Рассмотрим грубый прием определения истинных приливо-отливных течений в случае значительных величин угла между большими осями эллипсов волн, формирующих полусуточные или суточные приливные колебания. Для решения указанной задачи можно допустить, что отношения амплитуд составляющих приливных колебаний на меридиан и параллель на анализируемых станциях одинаковы. Такое допущение может быть оправдано тем, что в дальнейшем при выполнении гармонического анализа можно использовать рекомендации по анализу амплитуд гармонических колебаний, рассмотренные в предыдущей главе. Поэтому, на основании принятого допущения можно вычислять средние отношения указанных амплитуд и полученное отношение принимать к дальнейшим расчетам. Затем по формулам (1)—(8) можно определить истинные значения фаз максимального течения на каждые сутки. После этого, помня, что фазы максимального течения τ и углы γ его направления отсчитываются для одного и того же вектора максимального течения, исправляют углы γ теми же поправками, которыми исправлялись фазы τ . Применяя несколько преобразованную, известную формулу расчета угла направления максимального течения Ветдемейера, по величинам принятого отношения амплитуд и полученных значений углов можно вычислить разность фаз составляющих приливных колебаний на координатные оси:

$$\arccos(f_y - f_x) = \frac{\operatorname{tg} 2\gamma}{\operatorname{tg} 2 \arccos \frac{F_y}{\sqrt{F_y^2 + F_x^2}}} \quad (33)$$

или, что то же самое,

$$\arccos(f_y - f_x) = \frac{\operatorname{tg} 2\gamma}{\operatorname{tg} 2 \arcsin \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}} \quad (34)$$

Определение разности фаз составляющих, вычисляемых по формуле (33) или по формуле (34), необходимо вести для обоих суток наблюдений.

Вычислив значения разностей фаз составляющих приливного течения на меридиан и параллель и имея отношения их амплитуд, не составляет труда получить параметры истинных приливо-отливных течений. Для ускорения расчетов также можно пользоваться упомянутыми выше таблицами.

При наличии нескольких суток наблюдений (трех, четырех и т. д.) вычисление истинных приливных колебаний при гармоническом анализе производится более точно. В этом случае исправление фаз истинных приливных колебаний уровня производится пропорциональной разности средних фазовых разностей последовательных пар как наблюдаемых, так и астрономических приливов или средних разностей фаз наблюдаемых и астрономических приливов на каждый день.

Формулы (13) — (18) примут вид:

$$\Delta f_2^n = \frac{1}{n} [| (d_{ms})_1 - (f'_2)_1 | + | (d_{ms})_2 - (f'_2)_2 | + \dots + | (d_{ms})_n - (f'_2)_n |]; \quad (35)$$

$$\Delta f_1^n = \frac{1}{n} [| (d_{ok})_1 - (f'_1)_1 | + | (d_{ok})_2 - (f'_1)_2 | + \dots + | (d_{ok})_n - (f'_1)_n |]; \quad (36)$$

$$(f_2)_1 = (f'_2)_1 \pm \Delta f_2^n; \quad (f_2)_2 = (f'_2)_2 \mp \Delta f_2^n \dots (f_2)_n = (f'_2)_n \mp \Delta f_2^n; \quad (37)$$

$$(f_1)_1 = (f'_1)_1 \pm \Delta f_1^n; \quad (f_1)_2 = (f'_1)_2 \mp \Delta f_1^n \dots (f_1)_n = (f'_1)_n \mp \Delta f_1^n. \quad (38)$$

В случае приливных течений формулы (23) — (28) примут вид:

$$\Delta f^n = \frac{1}{2n} (|f'_x - f'_y|_1 + |f'_x - f'_y|_2 + \dots + |f'_x - f'_y|_n); \quad (39)$$

$$(f_x)_1 = (f'_x) \pm \Delta f^n; \quad (f_x)_2 = (f'_x)_2 \mp \Delta f_1^n \dots (f_x)_n = (f'_x)_n \mp \Delta f^n; \quad (40)$$

$$(f_y)_1 = (f'_y)_1 \mp \Delta f_1^n; \quad (f_y)_2 = (f'_y)_2 \pm \Delta f_1^n \dots (f_y)_n = (f'_y) \pm \Delta f^n; \quad (41)$$

$$K = \frac{1}{n} \left[\left(\frac{F'_x}{F'_y} \right)_1 + \left(\frac{F'_x}{F'_y} \right)_2 + \dots + \left(\frac{F'_x}{F'_y} \right)_n \right]. \quad (42)$$

§ 5. АНАЛИЗ КРАТКОСРОЧНОЙ СЕРИИ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ТЕЧЕНИЯМИ

Обычно считается, что, исходя из требований метода Дарвина, длительность наблюдений над приливо-отливными течениями должна быть равна 15 или 30 суткам. Однако в связи

с трудностями производства таких длительных наблюдений большинство выполненных станций имеет длительность от 5 до 12 суток. На основании рассмотренных в этой главе общих номограмм можно рекомендовать, для получения гармонических постоянных приливо-отливных течений Адмиралтейским методом достаточной недельную длительность наблюдений.

Длительность наблюдений может быть уменьшена. В каждом отдельном случае «экономическая» (меньше недели) длительность наблюдений должна устанавливаться отдельно. При отсутствии неприливных колебаний, имеющих периоды близкие к приливному, и больших инструментальных ошибок для получения удовлетворительных гармонических постоянных бывает достаточно наблюдений длительностью в 4—5 суток. При этом суточные серии наблюдений могут выполняться не подряд, а разрозненно, на любую фазу прилива, лишь бы они имели меньше искажений. Приведем вычисления гармонических постоянных полусуточных приливо-отливных течений по пятисуточной серии наблюдений. Анализ суточных составляющих проводится по такой же схеме.

Здесь суточные волны не вычислены, так как они практически отсутствуют.

Для анализа были использованы наблюдения на буйковой станции, начатые в квадратуру 29 августа 1963 г. и продолжавшиеся 14 суток. Вычисления гармонических постоянных производились по наблюдениям за первые 5 суток. Контрольные предвычисления выполнялись на все дни наблюдений.

В табл. 17 приведены фазы и амплитуды проекций полусуточных течений, вычисленные из наблюдений и элементы максимального полусуточного течения, полученные при помощи таблиц (приложения I, II).

Таблица 17

Характеристика суммарных полусуточных течений

№ суточной станции	Проекция				Максимальное течение				Время кульмина- ции Луны T_k (час.)	Лунный промежу- ток $\tau - T_k$	$\frac{V_{\max}}{V'} = K$	№ кульминации Луны после новолуния
	на меридиан		на параллель		скорости		направление γ (град.)	фаза τ (час.)				
	фаза f (град.)	амплитуда F (см/сек.)	фаза f (град.)	амплитуда F (см/сек.)	$V_{\max}$ (см/сек.)	$V_{\min}$ (см/сек.)						
1	225	48	246	24	54	27	26	8,7	7,4	1,3	1,28	7
2	294	42	297	18	42	18	24	9,7	8,2	1,5	1,00	8
3	333	52	333	22	57	24	23	11,1	9,1	2,0	1,36	9
4	6	53	15	26	61	29	24	11,9	10,0	1,9	1,45	10
5	30	64	42	28	70	30	24	12,7	10,9	1,8	1,67	11

Примечание. $V'_{\max}$ — наименьший из $\max$.

В табл. 17 также даны лунные промежутки и отношения скоростей максимальных течений к наименьшей из этих скоростей и номера кульминаций Луны после новолуния, приходящихся на дни наблюдений, включенных в анализ.

Большие лунные промежутки для удобства работы уменьшены на целое число часов, близкое к величине минимального наблюдаемого лунного промежутка. Лунные промежутки и отношения скоростей максимальных течений нанесены на график (рис. 13). Экспериментальные точки соединены плавными кривыми 1. На этот же график с общих номограмм перенесены

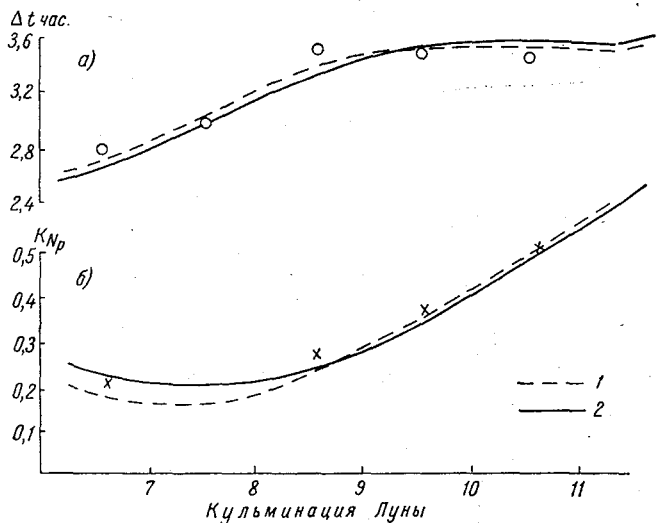


Рис. 13. Частный график изменений лунных промежутков (а) и отношений амплитуд (б) полусуточного прилива.

кривые 2 хода элементов теоретического полусуточного прилива.

Близость эмпирических кривых к теоретическим, оцифрованным 0,3, говорит о близости отношений главных составляющих волн наблюдаемого полусуточного прилива, имеющего отношение составляющих волн, равное 0,3.

Незначительный разброс эмпирических точек указывает на небольшой вес непериодической составляющей в суммарных течениях. Такая чисто графическая интерпретация наблюдаемых данных позволяет выявить и устранить ошибки в расчетах фаз и амплитуд суммарных волн.

По графику можно найти наибольшую величину ошибки в фазах, равную 7° и в амплитудах, равную 8%. Ошибки лежат в пределах точности наблюдений над течениями.

	Ст. № (I)	Ст. № (II)	Ст. № (I)	Ст. № (II)	Ст. № (I)	Ст. № (II)	Ст. № (I)	Ст. № (II)
$(17) = f'; \quad (18) = F'$	255	48	294	42	246	24	297	18
$(19) = \pm \Delta f; \quad \left(\begin{smallmatrix} + & - & + & - \\ - & + & + & - \end{smallmatrix} \right); \quad (20) = \Delta F$	-2	-4	2	2	2	-4	-2	2
$(21) = (17) \pm (19); \quad (22) = (18) + (20)$	253	44	296	44	248	20	295	20
$(23) = (21) - (7); \quad (24) = (22) : (8)$	245	40	288	40	240	18	287	18
$(25) = z; \quad (26) = Z;$	177	29			174	15		
$(27) = \begin{pmatrix} 25 \\ 26 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \end{pmatrix} = g;$	35	80			32	42		
$(28) = (26) : (12) = UV$								
$(29) = (21) - (3); \quad (30) = (22) : (4)$	26	47	43	46	20	22	43	21
$(31) = z; \quad (32) = Z;$	309	15			309	9		
$(33) = \begin{pmatrix} 31 \\ 32 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 \\ 16 \end{pmatrix} = g;$	93	29			93	17		
$(34) = (32) : (16) = UV$								

Сост. на меридиан				Сост. на параллель			
M_2	S_2	K_1	O_1	M_2	S_2	K_1	O_1
g°	35	93			32	93	
$U; V$	80	29			42	17	

Элементы максимального течения (по таблицам)

	M_2	S_2	K_1	O_1
τ°	35	93		
γ°	28	31		
$V^{\max}$	90	34		
$V^{\min}$	47	20		

Вычислил _____ 19 г.

Проверил _____ 19 г.

Сравнивая направления максимальных течений от суток к суткам можно видеть, что их расхождения не являются закономерными и наибольшее отклонение от среднего составляет всего 2° , т. е. также лежит в пределах точности наблюдений. Отсюда можно сделать вывод, что направления максимальных течений главных составляющих волн полусуточного прилива близки друг к другу, т. е. $\gamma_{M_2} \approx \gamma_{S_2}$.

В табл. 18, являющейся несколько видоизмененной схемой гармонического анализа двухсуточной серии наблюдений, приведены вычисления гармонических постоянных полусуточных волн для одной из пар, отобранных для анализа. Неприливные воздействия исключены по формулам, приведенным в предыдущем параграфе.

Таблица 19

Результаты обработки парных серий наблюдений над течениями, 1963 г.

Дата наблюдений	Составляющая на меридиан				Составляющая на параллель			
	M_2		S_2		M_2		S_2	
	g°	u (см/сек.)	g°	u (см/сек.)	g°	v (см/сек.)	g°	v (см/сек.)
29—30 VIII . . .	34	80	93	29	32	42	93	17
29—31 VIII . . .	38	80	97	29	33	36	94	14
29 VIII—1 IX . .	44	69	15	22	39	35	123	15
29 VIII—2 IX . .	41	68	112	18	46	34	125	15
30 VIII—1 IX . .	47	64	122	16	55	32	137	12
30 VIII—2 IX . .	43	60	109	14	53	28	137	10
Средние гармонические постоянные за 5 суток	41	70	108	21	43	34	119	14
Средние гармонические постоянные за 4 суток	43	73	107	23	40	36	112	14

В табл. 19 приведены гармонические постоянные, полученные из различных пар пятисуточной серии наблюдений. Как видно из этой таблицы, гармонические постоянные достаточно близки между собой. Гармонические постоянные, вычисленные только по 4 суткам наблюдений, имеют приблизительно те же средние значения.

Для проверки результатов выполненного анализа по осредненным гармоническим постоянным вычислены течения (как на дни по наблюдениям, в которые вычислены гармонические постоянные, так и на другие даты), проекции которых нанесены на график (рис. 14). Сопоставление колебаний проекций, полученных предвычислением, с колебаниями проекций, найденных из непосредственных наблюдений, показывает, что они хорошо

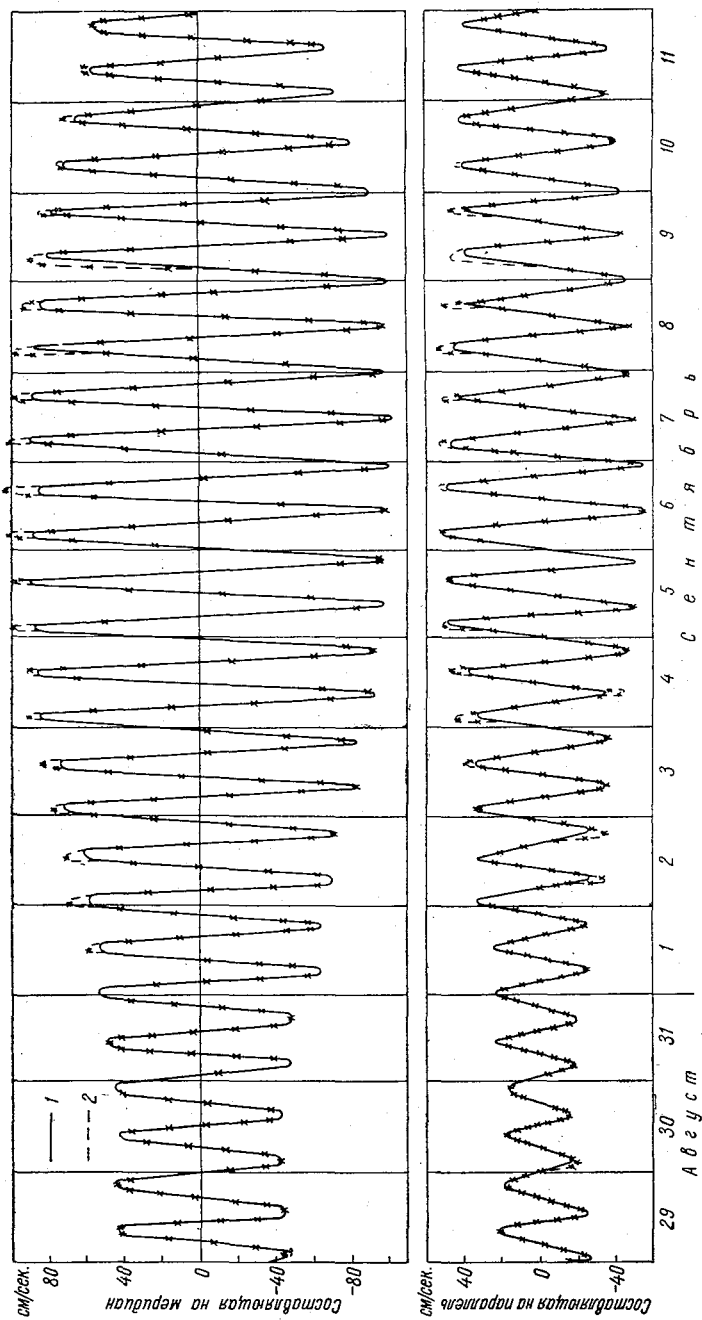


Рис. 14. Сопоставление проекций наблюдаемых (1) и вычисленных (2) приливных течений, август—сентябрь 1963 г.

совпадают, если не считать некоторого расхождения амплитуд в сизигию. Это позволяет сделать вывод о надежности полученных гармонических постоянных. Кстати, надо напомнить, что гармонические постоянные получены по наблюдениям, выполненным в квадратуру и значения величины Y были при этом небольшие. Это еще раз подтверждает выводы, сделанные в главе I.

Незначительные расхождения между вычисленными и наблюдаемыми отливными течениями в сизигию объясняются главным образом качеством наблюдений. Материалы, использованные в примере, получены на многосуточной буйковой станции, установленной в мелководном районе. Глубина в полную воду на станции была 14 м, а величина приливных колебаний уровня в сизигию равнялась 6,5 м. Очевидно, во время отлива приборы неточно регистрировали скорость течения.

§ 6. СХЕМА ФИЛЬТРАЦИИ МЕЛКОВОДНЫХ ПРИЛИВОВ

Мелководные приливные волны, их возникновение и трансформация — наименее исследованные характеристики приливных явлений. Между тем, они наблюдаются у многих побережий Мирового океана, по Александрову, не менее чем в 50% случаев [1].

Одно из наиболее обстоятельных исследований мелководных приливов выполнено Раушельбахом [101], [102]. Очень много внимания уделили их исследованию Дудсон и Варбург [84]. Дудсоном выполнена также большая работа по анализу и предвычислению приливов на мелководье [82]. Вопросы возникновения мелководных волн и их динамика рассматривались Никитиным [51], Шулейкиным [68] и др.

По теории Лапласа, каждый частный прилив разложения потенциалов приливообразующих сил Луны и Солнца создает свою приливную волну в море.

Каждая из главных волн сопровождается мелководными волнами высшего порядка, периоды которых кратны периоду главной волны. Например, волна M_2 может сопровождаться волнами M_4 , M_6 , M_8 и т. д. При этом коэффициенты мелководных волн второго порядка равны квадратам коэффициентов первичных волн, коэффициенты волн третьего порядка — кубам и т. д., а их аргументы равны удвоенным, утроенным и т. д. аргументам первичных волн.

Кроме того, мелководные приливные волны могут быть результатом реакции мелководья на комбинации главных волн. Например, главные волны M_2 и S_2 возбуждают сложные мелководные волны MS_4 , $2MS_2$ и т. д.

$$MS_4 = M_2 + S_2; \quad 2MS_2 = 2M_2 - S_2.$$

Аргументы сложных мелководных волн равны суммам или разностям аргументов первичных волн, а их коэффициенты — произведению коэффициентов.

Анализировать и предвычислять мелководные составляющие во многих случаях не представляется возможным вследствие отсутствия простых и надежных способов выделения их гармонических постоянных.

Только три главные мелководные волны (M_4 , MS_4 и M_6) выделяют методом Дарвина из наблюдений длительностью в 15 или 30 суток. Однако такие наблюдения ведутся главным образом только над колебаниями уровня на побережье. Уровенные наблюдения в мелководных районах моря, наблюдения над приливными течениями и гидрологическими элементами, характеризующими внутренние волны, очень редко бывают длительными. Между тем, нет оснований не выделять эти волны, хотя бы приближенно, из суточных наблюдений, подобно тому, как это делается при получении главных волн прилива Адмиралтейским методом. Вычисляемые главные волны будут более надежными.

Фильтрацию мелководных волн прилива покажем на примере анализа наблюдений, проведенных в мелководном районе моря. Для производства фильтрации прежде всего находят моменты каждой полной воды. Моменты полных вод можно определять глазомерно, проверяя их правильность точностью деления пополам ординатой выбранного момента площади кривой хода уровня. Если у вычислителя отсутствует необходимый опыт или работу надо провести особо тщательно, моменты полных вод определяют арифметически.

В немецких таблицах приливов [90] для этого дан следующий прием.

В период полной воды снимаются через час три высоты уровня и их моменты H_1 , H_2 , H_3 и t_1 , t_2 , t_3 . При этом высота H_2 снимается около полной воды $H_2 > H_1$, H_3 , тогда поправка к t_2 :

$$\Delta t = 30 \frac{(H_1 - H_3)}{(H_1 - 2H_2 + H_3)}. \quad (43)$$

Поправка к H_2

$$\Delta H = - \frac{(H_1 - H_3)^2}{8(H_1 - 2H_2 + H_3)}. \quad (44)$$

Определив моменты наступления полных вод, промежутки времени между каждыми двумя смежными моментами делят на 12 равных частей.

В настоящем примере это сделано графически — линейкой с двенадцатью делениями, величина которых больше продолжительности солнечных часов, по которым построена наблюденная кривая. На рис. 15 полученные отрезки времени являются часами главного лунного прилива. По этим часам с кривой I

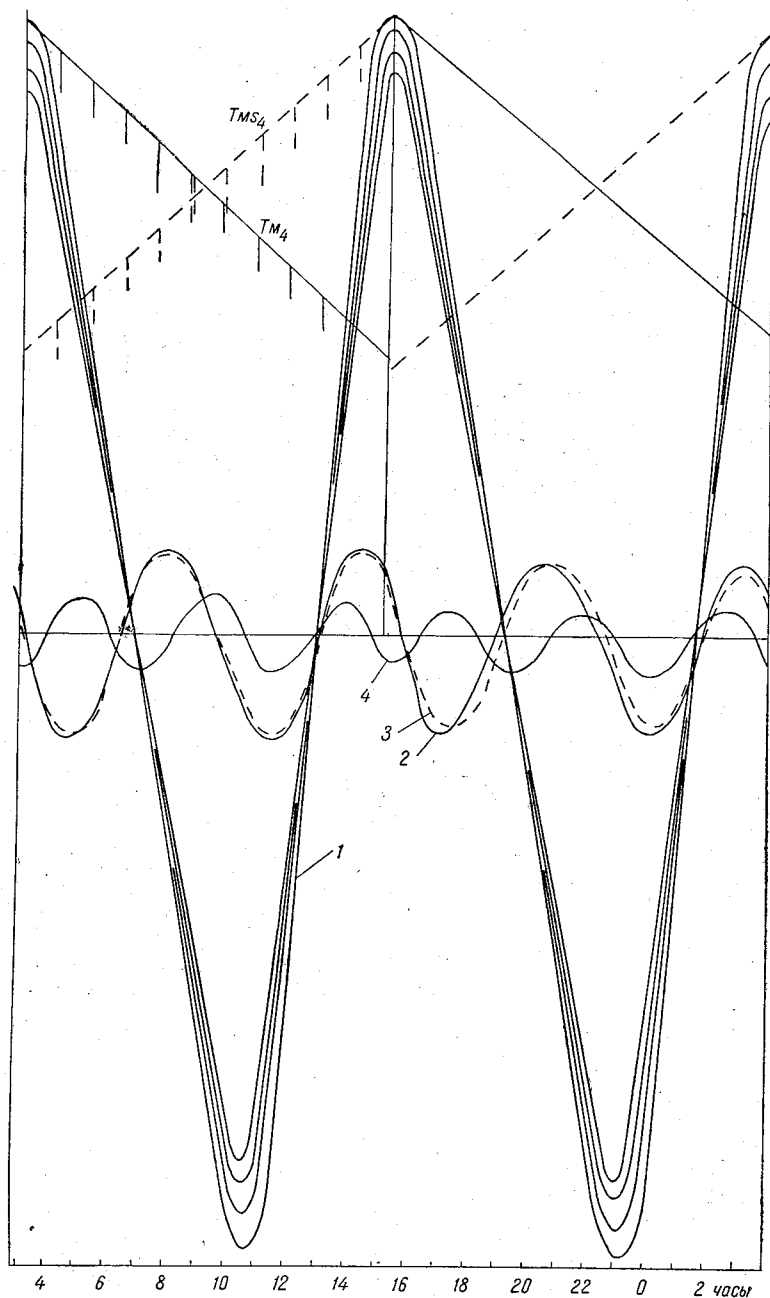


Рис. 15. График выделения мелководных волн из полусуточного мелководного прилива.

1 — наблюдаемый мелководный полусуточный прилив; 2 — выделенная волна M_4 ; 3 — выделенная волна MS_4 ; 4 — выделенная волна M_6 ; TMS_4 , TM_4 — промежутки времени, принимаемые для выделения мелководных волн.

снимают ординаты и группируют их по табл. 20. Эта таблица является обычной схемой гармонического анализа колебаний по двенадцати ординатам, а ее построение подобно построению аналогичных схем метода Дарвина. В графе 5 табл. 20 получают ординаты волны M_4 , а в графе 8 ординаты волны M_6 . Полученные ординаты волн M_4 и M_6 откладывают от среднесуточного уровня. На рис. 15 кривая 2 представляет волну M_4 , кривая 3 — волну M_6 .

Волны M_4 и M_6

Таблица 20

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Часы волны M_2	H (см)	$H_n - \frac{1}{12} \sum H$	$H_n + 6$	$\frac{M_4}{0,5 [(3)+(4)]}$	$H_n + 4$	$H_n + 18$	$\frac{M_6}{0,33 [(3)+(6)+(7)]}$
0	909	407	-357	25	-158	-272	-8
1	830	328	-413	-42	-272	-32	8
2	662	160	-272	-56	-357	248	17
3	500	-2	-32	-17	-413	368	-16
4	344	-158	248	45			
5	230	-272	368	48			
6	145	-357					
7	89	-413					
8	230	-272					
9	470	-32					
10	750	248					
11	870	368					

$$\sum 12 = 6029$$

$$\frac{1}{12} \sum 12 = 502$$

Для определения ординат сложной волны MS_4 надо к найденному уже промежутку времени между двумя смежными полными водами прибавить 12 часов и эту сумму разделить пополам:

$$T_{MS_4} = \frac{t_{(ПВ)_2} - t_{(ПВ)_1} + 12}{2}, \quad (45)$$

где $t_{(ПВ)_2}$ и $t_{(ПВ)_1}$ — моменты наступления смежных полных вод.

Период волны T_{MS_4} размещается на равных расстояниях между смежными полными водами и в свою очередь делится на 12 равных частей. На рис. 15 деление периода волны MS_4 на равные части также выполнено графически, отрезок времени показан пунктирной прямой. Снятые ординаты волны MS_4 группируются по табл. 21. Полученные ординаты волны MS_4 также откладываются от среднесуточного уровня — кривая 4. Таким же путем можно получить и другие мелководные волны.

Волна MS_4

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Часы волны MS_4	H (см)	$H_n - \frac{1}{12} \sum H$	$H_n + 6$	$\frac{MS_4}{0,5 [(3) + (4)]}$
0	909	421	-334	44
1	818	330	-394	-32
2	662	174	-298	-62
3	500	12	-76	-32
4	350	-138	178	20
5	236	-252	378	63
6	154	-334		
7	94	-394		
8	190	-298		
9	412	-76		
10	666	178		
11	866	378		
$\sum 12 = 5857$				
$\frac{1}{12} \sum 12 = 488$				

Однако в большинстве случаев практически пользуются тремя перечисленными мелководными волнами, которые также получают методом Дарвина. Получив три указанные волны, надо очистить от них (произвести фильтрацию) наблюдаемую кривую. Однако простое исключение ординат мелководных волн (кривые 2, 3 и 4) из ординат наблюдаемой кривой (кривая 1) может привести к значительным ошибкам. Мелководные волны найдены неточно главным образом потому, что волны M_4 и M_6 получены из суммарного колебания $M_2 + S_2$, а не только из искаженной мелководьем волны M_2 . Играть роль, естественно, и погрешности в наблюдениях и обработке.

Для получения более точных значений ежечасных ординат мелководных волн лучше воспользоваться специальными прозрачными трафаретами (рис. 16 а, б, в).

Эти трафареты похожи на трафареты, предложенные Дуваниным [41]. Трафареты мелководных волн представляют собой ряд совмещенных синусоид, построенных по ежечасным значениям произведений косинусов аргументов волн M_4 ($T=6,2$ часа), M_6 ($T=4,1$ часа) и MS_4 ($T=6,1$ часа) на амплитуды этих волн, принимаемые равными 10, 20, 30, 40 см и т. д. в зависимости от величины полученных колебаний. Через точки максимумов каждой волны проходят вертикальные линии. Для нахождения ординат каждой наблюдаемой мелководной волны и определения амплитуды и фазы этой волны, трафарет накладывается на график таким образом, чтобы синусоиды, нанесенные на нем,

наилучшим образом были совмещены с кривой. Величины ординат каждой волны снимаются по трафарету на часы солнечного времени и затем вычитаются из ординат тех же часов первой кривой. Одновременно (для последующего использования, при получении гармонических постоянных) с помощью трафарета

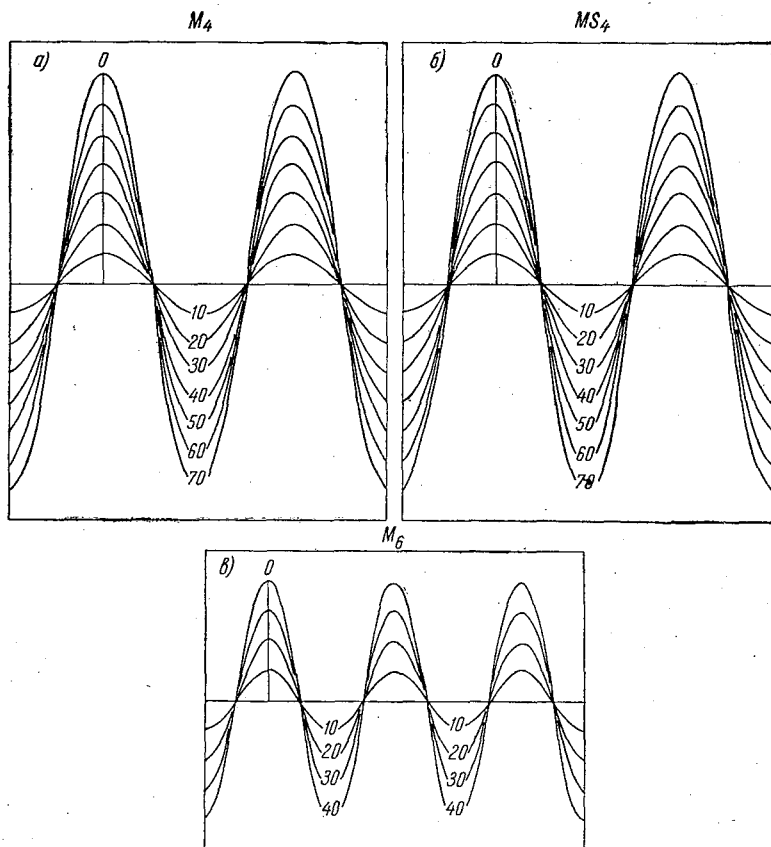


Рис. 16. (а, б, в) — трафареты мелководных волн M_4 , MS_4 и M_6 .

определяют амплитуды и фазы мелководных волн. Кривая, отфильтрованная от мелководных волн, то есть кривая, полученная как разность ординат наблюдаемой кривой и ординат, выделенных и аппроксимированных трафаретами мелководных волн, подвергается обычному гармоническому анализу Адмиралтейским методом (одно- или двухсуточный варианты).

В табл. 22 приведены гармонические постоянные волны M_2 , полученные в результате анализа двухсуточных серий суммарных наблюдений, не подвергнутых фильтрации, то же для

Гармонические постоянные волны M_2 , полученные разными способами

Гармонические постоянные	Парный метод			Метод Дарвина
	30 VI— 5 VII	1—6 VII	4—12 VII	30 суток
Наблюденный прилив				
H (см)	334	325	346	299
g (град.)	23	25	42	—
Отфильтрованный прилив				
H (см)	300	302	294	—
g (град.)	37	36	45	41

отфильтрованных серий и вычисленные методом Дарвина из месячной серии наблюдений. Гармонические постоянные, полученные из отфильтрованных кривых, значительно ближе к постоянным, вычисленным методом Дарвина, нежели полученные из непосредственных наблюдений, в которых присутствуют мелководные волны.

НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ СПОСОБЫ АНАЛИЗА И ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИЛИВОВ

Одной из задач этой книги является показ некоторых новых приемов анализа краткосрочных рядов наблюдений и возможностей вычисления приливов. При анализе краткосрочных наблюдений часто возникает необходимость выделения мелководных составляющих волн. Попыткой решения этого вопроса является приводимый приближенный анализ мелководных приливов по суточным наблюдениям.

Предлагаемый картографический способ вычисления приливов можно рассматривать как одно из рациональных направлений в разработках по составлению важного вида пособий для районов с приливами любого характера. Приближенный способ графического анализа и вычисления приливов является одной из рационализаций приливных расчетов.

Исходя из кардинального требования гармонического анализа о группировании и осреднении наблюденных ординат до производства анализа, несомненный интерес представляет метод Франко.

§ 1. ПРИБЛИЖЕННЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕЛКОВОДНЫХ ПРИЛИВОВ ПО СУТОЧНЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ

Амплитуды и фазы наблюденных мелководных волн, как было показано раньше, определяются по трафаретам. Для этого по шкале времени наблюдений отсчитывается момент времени t , на который приходится нулевая вертикальная линия трафарета. Затем, в зависимости от того, на каком расстоянии находится между линиями наблюденная кривая мелководной волны на трафарете, на глаз производится отсчет величины амплитуды волны F .

Значения фаз мелководных волн по известным значениям t определяются окончательно по формулам:

$$f_{M_1} = t_{M_1} \cdot 58^\circ; \quad f_{M_2} = t_{M_2} \cdot 87^\circ; \quad f_{MS_1} = t_{MS_1} \cdot 59^\circ, \quad (1)$$

где 58, 87 и 59° — угловые скорости волн M_4 , M_6 и MS_4 в один средний час.

Моменты (фазы) наступления полных вод мелководных волн можно получать не только по первым полным водам, но и по следующим. Для этого можно использовать теоретический промежуток времени между полными водами мелководных волн, соответственно равный

$$M_4 - 6,2 \text{ часа}; \quad M_6 - 4,1 \text{ часа}; \quad MS_4 - 6,1 \text{ часа}. \quad (2)$$

Для вычислений гармонических постоянных необходимо из полученных фаз мелководных волн исключить астрономические аргументы, а амплитуды изменить астрономическими коэффициентами этих волн. Приведем схемы возникновения исследуемых волн:

$$M_4 = 2M_2; \quad M_6 = 3M_2; \quad MS_4 = M_2 + S_2. \quad (3)$$

Согласно теории, астрономические параметры мелководных волн получаются из астрономических параметров первичных волн. Следовательно, коэффициенты и аргументы мелководных волн могут быть получены из коэффициентов и аргументов главных волн прилива, определяемых для тех же серий наблюдений Адмиралтейским методом по следующим формулам:

$$(BC)_{M_4} = (BC)_{M_2}^2; \quad (b+c)_{M_4} = 2(b+c)_{M_2}; \quad (4)$$

$$(BC)_{M_6} = (BC)_{M_2}^3; \quad (b+c)_{M_6} = 3(b+c)_{M_2}; \quad (5)$$

$$(BC)_{MS_4} = 0,465 (BC)_{M_2} (BC)_{S_2};$$

$$(b+c)_{MS_4} = 2(b+c)_{M_2} + (b+c)_{S_2}. \quad (6)$$

Надо напомнить, что, если наблюдения начинаются не с начала суток, то кульминацию Луны надо обязательно приводить к середине наблюдений, или вводить дополнительные поправки к астрономическим аргументам волны M_2 . При определении значения $(BC)_{MS_4}$ в величину $(BC)_{S_2}$ вводится поправочный коэффициент 0,465. Эта поправка служит для приведения астрономических коэффициентов волн M_2 и S_2 к единому масштабу.

В таблицах Адмиралтейского метода коэффициенты каждой волны получены независимо друг от друга и отражают развитие только волн, сопутствующих каждой главной волне, амплитуда которой принята за единицу. Поэтому для приведения к единому масштабу коэффициенты волны S_2 умножают на величину 0,465, представляющую теоретическое отношение этих волн.

Выражения для аргументов мелководных волн [формулы (4) — (6)] не дают точного значения этих аргументов.

Для получения их точного значения к указанным выражениям надо прибавлять поправочные углы. Дудсон и Варбург [84] считают, что величины поправок к аргументам мелковод-

ных волн зависят от того, являются ли первичные волны поступательными или стоячими. Эти поправки несколько меняются от суток к суткам. Очевидно, характер приливной волны определяется средним значением этой поправки.

При анализе суточных циклов наблюдений поправка аргумента изменяется в некоторых пределах. На каждые сутки она имеет свое значение в зависимости от отношения главных полусуточных волн и фазы прилива.

Следовательно, выражения для аргументов мелководных волн примут вид:

$$(b+c)_{M_4} = 2(b+c)_{M_2} + \alpha_{M_4}; \quad (7)$$

$$(b+c)_{M_6} = 3(b+c)_{M_2} + \alpha_{M_6}; \quad (8)$$

$$(b+c)_{MS_4} = 2(b+c)_{M_2} + (b+c)_{S_2} + \alpha_{MS_4}. \quad (9)$$

При анализе суточных серий наблюдений поправки аргументов находятся как разности моментов наступления полных вод, выделенных мелководных и первичных волн.

Проверка осуществляется вычислением приливов на другие сутки. Параметры наблюденных мелководных волн можно также получить аналитически, по схеме, приводимой Яковлевым [70]. Приведем пример вычисления по этой схеме.

Таблица 23

Схема расположения ординат волны M_2 и порядок их группирования

Часы волны M_2	H_1 (см)	Часы волны M_2	H_1 (см)	$u_i = (2) + (4)$		u_i		$r_i = (6) + (8)$		$s_i = (6) - (8)$		$v_i = (2) - (4)$		$p_i = (12) + (14)$		$q_i = (12) - (14)$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0		6		u_0		u_3				v_0		v_3		p_0		q_0	
1		11		u_1		u_5				v_1		v_5		p_1		q_1	
2		10		u_2		u_4				v_2		v_4		p_2		q_2	
3		9		u_3													
4		8		u_4													
5		7		u_5													
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	

Пример. Формулы для определения коэффициентов составляющих волн

$$a_1 = \frac{1}{6} \left(v_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} S_1 + \frac{1}{2} S_2 \right); \quad b_1 = \frac{1}{6} \left(v_3 + \frac{1}{2} p_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} p_2 \right);$$

$$a_2 = \frac{1}{6} \left(S_0 + \frac{1}{2} r_1 - \frac{1}{2} r_2 \right); \quad b_2 = \frac{\sqrt{3}}{12} (q_1 - q_2);$$

$$a_3 = \frac{1}{6} (v_0 - S_2); \quad b_3 = \frac{1}{6} (p_1 - v_3);$$

$$F_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}; \quad i = 1, 2, 3;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{a_i}{b_i}; \quad i = 1, 2, 3.$$

$$\varphi_i = \arctg \frac{a_i}{b_i}.$$

При вычислении φ_i учитываются знаки a_i и b_i ;

$$a_i = \varphi_i - \varphi_1.$$

Значения ординат волны M_2 располагаем по приведенной выше схеме и находим их суммы и разности

Часы волны M_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$H_{\text{см}}$	390	306	136	-14	-180	-294	-372	-426	-278	34	306	396

$H_{\text{см}}$				390	306	136	-14	-180	-294			
				-372	396	306	34	-278	-426			

Суммы (u)				18	702	442	20	-458	-720			

Разности (v)				726	-90	-170	-48	98	132			

u	18	702	442						-90	-170		
	20	-720	-458						132	98		

Суммы (r)	38	-18	-16						42	-72		

Разности (s)	-2	1422	900						-222	-262		

$$\begin{aligned} r_1 &= -18; & q_1 &= -222; \\ r_2 &= -16; & q_2 &= -262; \\ r_1 + r_2 &= -34; & q_1 + q_2 &= -489; \\ r_1 - r_2 &= -2. & q_1 - q_2 &= 40. \end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{1}{6} \left(762 + \frac{1,73}{2} 1422 + 450 \right) = 407,0;$$

$$a_2 = \frac{1}{6} (-2 - 1) = -0,5;$$

$$a_3 = \frac{1}{6} (762 - 900) = -23;$$

$$b_1 = \frac{1}{6} \left(-48 + 21 - \frac{1,73}{3} 72 \right) = -11,4;$$

$$b_2 = \frac{3}{12}(-484) = -69,8;$$

$$b_3 = \frac{1}{6}(42 + 48) = 15;$$

$$F_2 = \sqrt{165779} = 407; \quad \varphi_2 = 92^\circ;$$

$$F_4 = \sqrt{4869} = 70 \quad \varphi_4 = 180^\circ;$$

$$F_6 = 27; \quad \varphi_6 = 303^\circ;$$

$$\alpha_4 = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ; \quad \alpha_6 = 303^\circ - 92^\circ = 211^\circ.$$

В аргументе волны MS_4 удваивается значение величины $(b+c)_{M_2}$ ввиду того, что эта сложная волна определяется из суточных серий наблюдений, а не из пятнадцати- или тридцатисуточной серии. В суточных сериях наблюдений моменты наступления максимумов волны MS_4 искажаются за время от сизигийных до квадратурных приливов.

Напишем формулы для получения гармонических постоянных мелководных волн:

$$H_{M_4} = \frac{F_{M_4}}{(BC)_{M_4}}; \quad (10)$$

$$g_{M_4} = f_{M_4} - (b+c)_{M_4} - \alpha_{M_4}; \quad (11)$$

$$H_{M_6} = \frac{F_{M_6}}{(BC)_{M_6}}; \quad (12)$$

$$g_{M_6} = f_{M_6} - (b+c)_{M_6} + \alpha_{M_6}; \quad (13)$$

$$H_{MS_4} = F_{MS_4} (BC)_{MS_4}; \quad (14)$$

$$g_{MS_4} = f_{MS_4} - (b+c)_{MS_4} + \alpha_{MS_4}. \quad (15)$$

Из анализа формул (10), (12), (14) можно сделать вывод, что удельный вес мелководной составляющей при изменениях астрономических коэффициентов колеблется не прямо пропорционально изменениям величины первичной волны. Например, если квадратурные и сизигийные величины полусуточного прилива имеют коэффициенты 0,70 и 1,30, то коэффициенты волны M_4 будут соответственно равны 0,49 и 1,69. Аналогичные коэффициенты для волны M_6 будут равны 0,34 и 2,20 и т. д. Принимая амплитуду полусуточной волны, равной 100 см, а амплитуду волны M_4 , равной 20 см, можно получить в квадратуру 70 см для первичной волны и 10 см для волны M_4 и, соответственно, в сизигию 130 и 34 см. Тогда доля мелководной волны в квадратуру уменьшается от среднего на 50%, а в сизигию увеличивается до 70%. Подобная картина будет и для других

мелководных волн. Поэтому главные волны прилива могут быть получены более точно при анализе наблюдений, выполненных в квадратурные воды, нежели в сизигийные.

При помощи предлагаемой методики были вычислены гармонические постоянные мелководных волн. Анализу был подвергнут значительный ряд суточных станций наблюдений над колебаниями уровня в мелководном море. Для сравнения в табл. 24 приведены гармонические постоянные мелководных волн, полученные методом Дарвина по тридцатисуточной серии наблюдений.

Вычисление гармонических постоянных мелководных

	Июль									
	1		2		3		4			
(1) b_{M_4} , B_{M_4}	2	1,08	2	1,08	2	1,08	2	1,08		
(2) c_{M_4} , C_{M_4}	172	1,44	228	1,39	280	1,32	332	1,26		
(3) = $(b + c)_{M_4}$, (4) = $(BC)_{M_4}$	174	1,56	230	1,51	282	1,44	334	1,35		
(5) f_{M_4} , (6) F_{M_4}	106	60	154	58	200	54	250	49		
(7) a_{M_4}	90		90		90		100			
$g_{M_4} = (5) - (3) + (7)$	22		14		8		14			
$H_{M_4} = \frac{(6)}{(4)}$	38		38		38		36			
(8) b_{MS_4} , B_{MS_4}	5	0,36	6	0,36	6	0,37	7	0,37		
(9) c_{MS_4} , C_{MS_4}	172	1,20	228	1,18	280	1,15	332	1,12		
(10) = $(b + c)$, (11) = $(BC)_{MS_4}$	177	0,44	234	0,43	286	0,42	339	0,41		
(12) f_{MS_4} , (13) F_{MS_4}	142	57	193	53	258	52	310	48		
(14) a_{M_4}	100		100		100		100			
$g_{MS_4} = (12) - (10) + (14)$	65		64		70		71			
$H_{MS_4} = (13) / (11)$	25		23		22		20			
(15) b_{M_6} , B_{M_6}	3	1,12	3	1,12	3	1,12	3	1,12		
(16) c_{M_6} , C_{M_6}	258	1,73	342	1,64	60	1,52	138	1,41		
(17) = $(b + c)$, (18) = $(BC)_{M_6}$	261	1,95	345	1,86	63	1,73	141	1,56		
(19) f_{M_6} , (20) F_{M_6}	90	22	165	21	247	17	317	18		
(21) a_{M_6}	120		120		120		120			
$g_{M_6} = (19) - (17) + (21)$	309		300		304		306			
$H_{M_6} = \frac{(20)}{(18)}$	11		11		10		12			

Таблица 24

Гармонические постоянные мелководных волн, полученных
методом Дарвина

Гармонические постоянные	M_4	M_6	MS_4
H (см)	40	4	23
q (град.)	13	298	79

Вычисления гармонических постоянных мелководных волн по
суточным сериям наблюдений, выполненные в том же пункте,
приведены в табл. 25. Эта таблица составлена в форме расчет-

Таблица 25

волн из суточных серий наблюдений

1961 г.

5		6		7		8		9		10	
2	1,08	2	1,08	2	1,08	2	1,08	2	1,08	2	1,08
20	1,15	66	1,08	112	1,00	158	0,94	206	0,89	256	0,85
22	1,23	68	1,17	114	1,08	160	1,02	208	0,96	258	0,92
296	46	340	42	45	40	100	46	160	43	210	41
100		100		90		90		80		80	
14		12		21		30		32		32	
37		36		37		44		45		44	
7	0,37	7	0,37	8	0,37	8	0,37	9	0,37	9	0,37
20	1,07	66	1,04	112	1,00	158	0,97	206	0,94	256	0,92
27	0,39	73	0,38	120	0,37	166	0,36	215	0,35	265	0,34
355	44	28	42	30	38	140	46	200	40	268	44
100		100		90		90		90		80	
68		55		70		64		75		83	
17		16		14		17		15		15	
3	1,12	3	1,12	3	1,12	3	1,12	3	1,12	3	1,12
210	1,23	219	1,12	348	1,00	57	0,91	129	0,84	204	0,78
213	1,37	222	1,26	351	1,12	60	1,03	132	0,94	207	0,88
40	17	110	9	180	12	265	11	350	7	70	11
120		110		110		110		100		100	
307		308		299		315		318		323	
12		7		11		11		8		12	

ной схемы, аналогичной вычислительным схемам Адмиралтейского метода. Астрономические коэффициенты и аргументы можно дать в табличной форме, как это сделано в Адмиралтейском методе. Сравнение гармонических постоянных мелководных волн, полученных методом Дарвина (табл. 24) и предложенным методом (табл. 25) дает удовлетворительный результат.

Некоторый разброс фаз мелководных волн лежит в пределах, которые считаются приемлемыми при вычислениях Адмиралтейским методом главных волн прилива такой же величины.

Изложенный способ вычисления гармонических постоянных мелководных волн можно рекомендовать к использованию при тех же условиях, когда применяется в практике Адмиралтейский метод (суточная серия).

Выше была приведена схема вычисления гармонических постоянных главных полусуточных мелководных волн. Таким же образом можно получать гармонические постоянные главной суточной мелководной волны MK_3 . Параметры этой волны вычисляют по 24 ежечасным ординатам, так же как определяют характеристики волны MS_4 .

Сложная волна MK_3 образуется из волн M_2 и K_1 :

$$MK_3 = M_2 + K_1. \quad (16)$$

Астрономические коэффициенты и аргументы этой мелководной волны также могут быть получены из астрономических параметров главных волн:

$$(BC)_{MK_3} = 0,584 (BC)_{M_2} (BC)_{K_1}; \quad (17)$$

$$(b+c)_{MK_3} = (b+c)_{M_2} + (b+c)_{K_1} + \alpha_{MK_3}. \quad (18)$$

Астрономические коэффициенты и аргументы волны MK_3 также можно дать в специальных таблицах.

§ 2. СПОСОБ КАРТОГРАФИЧЕСКОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИЛИВОВ СМЕШАННОГО ТИПА

Наиболее распространенными являются календарные таблицы приливов (ежегодники). Однако такие таблицы приливов обеспечивают надежными данными только отдельные прибрежные районы моря. Даже при значительном увеличении объема таблиц в них невозможно осветить все изменения характеристик прилива с учетом специфических условий каждого района моря. Не дают они точного представления и о приливах в открытом море. Между тем величина приливов и моменты наступления полных и малых вод в открытом море часто значительно отличаются от таковых у берегов.

Таблицы постоянного действия, составляемые по методу Дуванина [40], облегчают издательскую работу. Что же касается содержащихся в них сведений о приливах, то им присущи те же недостатки, что и получаемые из ежегодников.

Наиболее совершенный и точный способ, пригодный для районов с любым характером приливов, — способ вычисления по гармоническим постоянным. Однако мореплаватели мало им пользуются, хотя необходимые вычисления не сложнее вычислений, с которыми приходится иметь дело в мореходной астрономии и навигации. В 1936 г. в Ливерпульском приливном институте был разработан Адмиралтейский метод вычисления приливов. Метод был специально рекомендован судоводителям и вошел в практику под названием «штурманского метода». Для его применения необходимо располагать гармоническими постоянными только четырех главных волн M_2 , S_2 , K_1 и O_1 . Однако и он не нашел широкого применения.

Наконец, для того чтобы получить пространственное представление о высоте уровня в пределах значительной акватории моря, имеющиеся сведения о приливах обобщают в виде карт и объединяют их в специальные Атласы приливов.

Для районов с полусуточными приливами обычно составляется 12 карт. На них изолиниями показывается положение уровня моря на каждый час относительно времени полной воды в каком-либо основном приливном пункте или относительно времени кульминации Луны на каком-либо меридиане (Гринвича или ином). При смешанных приливах как и в случае чистых суточных приливов приходится составлять 25 карт.

Однако карты (атласы) не дают надежных величин, если условия сравности приливов в отдельных пунктах моря не соблюдаются относительно основного пункта, а также если на различных участках моря, расположенных на небольших расстояниях друг от друга, наблюдаются приливы различного типа. В связи с этим возникает необходимость в простом методе картографического представления приливов, пригодном для любого типа приливов и не зависящем от пункта сравнения.

В последнее время Дуваниным, Лундберг, Соскиным и Тимоновым предложены новые, оригинальные варианты графического представления приливных течений для районов со смешанным характером приливов, предусматривающие создание атласов значительного объема [39], [41], [60], [63]. Автором сделана попытка разработать способ составления пособия меньшего объема [6].

Для решения вопроса представляется целесообразным разложить наблюдаемые колебания на две составляющие — суточную и полусуточную. В случае необходимости может быть выделена и четвертьсуточная составляющая. Подобный прием применяется в гармоническом анализе наблюдений над течениями

по способу Арктического научно-исследовательского института. Он же лежит в основе Адмиралтейского метода.

Предлагаемый метод основан на раздельном картографическом представлении ежечасных ординат волн S_2 и K_1 относительно среднего уровня моря и на графическом изображении (см. номограммы K и S) поправок, учитывающих изменение астрономической части этих составляющих прилива, а также искажающее влияние других волн.

Чтобы получить ординаты волн S_2 и K_1 относительно среднего уровня моря на каждый час суток строят раздельно для каждого пункта наблюдений синусоидальные кривые. По оси ординат откладывают амплитуды H , по оси абсцисс — часы солнечных суток от нуля до 24 часов. Момент наступления полной воды каждой из волн относительно начала координат определяется по специальному углу положения данной волны, выраженный в часах, и откладывается по оси абсцисс. С графиков снимают ординаты волн на одноименные часы солнечного времени и наносят их на карты, соответствующие порядковым номерам часов. Затем на картах проводятся линии равных значений ординат.

Для получения истинных ординат уровня на какой-либо конкретный день, необходимо исправить поправками, снятыми с номограмм, часы (номера) карт волн S_2 и K_1 и снятые с этих карт ординаты уровня. Затем исправленные ординаты суточной и полусуточной составляющих прилива алгебраически складывают. Практически все операции весьма несложны, а результаты предвычисления получаются одновременно для значительной акватории моря.

Составление карт ежечасных высот уровня волн S_2 и K_1 не представляет труда. Что же касается построения номограмм, то на нем следует остановиться несколько более подробно. На номограммах изображены сложные волны, получаемые при сложении простых гармонических колебаний.

Вначале попарно объединяют близкие между собой по периодам волны, затем групповые волны соединяют в одну сложную волну подобно тому, как это производится в Адмиралтейском методе.

Рассмотрим сложную суточную волну. Теоретически считается, что основной в сложной объединенной суточной волне является лунно-солнечная деклинационная суточная волна K_1 . Угловая скорость ее равняется $15,0411^\circ$ в один средний солнечный час, а период равен 23,9344 часа, т. е. на 4 минуты меньше средних солнечных суток. Отсюда следует, что волна K_1 непрерывно смещается во времени, причем указанная разница накапливается от суток к суткам. По истечении тропического года положение волны K_1 совпадает с первоначальным. Смещение момента кульминации фиктивного светила, образу-

щего волну K_1 , относительно кульминации среднего солнца является постоянным. Поэтому графически оно представляет собой прямую линию.

Известно, что волне K_1 всегда сопутствует солнечная главная суточная волна P_1 .

Ее угловая скорость равна $14,9589^\circ$ в один средний солнечный час, а период равен 24,0659 часа, т. е. на 4 минуты больше средних солнечных суток. Момент кульминации фиктивного светила, образующего волну P_1 , ежедневно обгоняет кульминацию среднего солнца. По истечении тропического года положение волны P_1 также совпадает с первоначальным исходным положением волны K_1 . Можно принять, что этот момент совпадает с началом средних солнечных суток.

Волна P_1 , суммируясь в разных своих положениях с волной K_1 , искажает полученную выше прямую зависимость скорости движения волны K_1 , а общий период движения суммарной волны $(K_1 + P_1)$ остается равным тропическому году. Следует помнить при этом, что величины волн P_1 и K_1 находятся в определенном соотношении.

Посмотрим, как движется суммарная волна $(K_1 + P_1)$. Обе составляющие волны K_1 и P_1 представляют собой гармонические колебания. Общее уравнение суммы этих волн имеет вид:

$$h_{K_1P_1} = H_{K_1} f_1 \cos [q_{K_1} t + \text{Гр.}(v_0 + u)_{K_1} - g_{K_1}] + H_{P_1} f_{P_1} \cos [q_{P_1} t + \text{Гр.}(v_0 + u)_{P_1} - g_{P_1}]. \quad (19)$$

Оно же преобразованное так, как это делается в Адмиралтейском методе, имеет вид:

$$h_{K_1P_1} = H_{K_1} B_{K_1} C_{K_1} \cos [q_{K_1} t - (b_{K_1} + c_{K_1} + g_{K_1})]. \quad (20)$$

Примем в уравнении (21) $H_{K_1} = 1$ и $g_{K_1} = 0$, тогда уравнение примет вид:

$$h_{K_1P_1} = B_{K_1} C_{K_1} \cos [q_{K_1} t - (b_{K_1} + c_{K_1})]. \quad (21)$$

Исключив этим действием влияние физико-географических условий, можем решать задачу в общем виде, т. е. найти закон изменения фазы и высоты постоянной части суммарной волны $K_1 + P_1$.

Если графически изобразить изменение во времени редуцированного множителя и фазы этой волны, то, сняв на любую дату (с построенного графика) эти величины, можно исправить ими конкретные значения H_{K_1} и g_{K_1} и получить величину колебаний суммарной волны $(K_1 + P_1)$. Если в каком-либо районе моря приливы обусловлены преобладанием в суммарном колебании волны $(K_1 + P_1)$, можно ограничиться построением только этой частной номограммы.

Рассмотрим теперь другую пару составляющих сложной объединенной суточной волны: лунную главную суточную O_1 и большую эллиптическую Q_1 . Для выяснения характера движения суммарной волны $(O_1 + Q_1)$ произведем те же операции, что и для волн $(K_1 + P_1)$. Совершенно так же, как и в первом случае, если в каком-либо районе моря приливы обусловлены преобладанием волн O_1 и Q_1 , можно ограничиться построением только частной номограммы.

Для построения общей номограммы сложной объединенной суточной волны, т. е. для случая, когда прилив зависит и от волн $(K_1 + P_1)$ и от волн $(O_1 + Q_1)$, объединим обе группы суммарных волн.

Результат аналитического сложения этих волн, как это делается в Адмиралтейском методе,

$$h_K = h_{K_1 P_1} + h_{O_1 Q_1} = H_K B_K C_K \cos [q_{K_1} t - (b_{K_1} + c_{K_1} + g_{K_1})] + H_{O_1} B_{O_1} C_{O_1} \cos [q_{O_1} t - (b_{O_1} + c_{O_1} + g_{O_1})] \quad (22)$$

можно выразить уравнением

$$h_K = H_{K_1} F_1 \cos [q_1 t - (f_1 + g_{K_1})]. \quad (23)$$

Или, если принять $H_{K_1} = 1$ и $g_{K_1} = 0$,

$$h_K = F_1 \cos (q_1 t - f_1). \quad (24)$$

Однако это уравнение неточно отражает движение сложной объединенной суточной волны прилива, ибо для упрощения задачи период всех суточных волн был принят равным 24 часам. В действительности периоды составляющих суточных колебаний отличаются от 24 часов. Необходимо поэтому учесть поправку периода. Она выбирается из специальных таблиц Адмиралтейского метода по аргументам:

$$D_1 = \frac{O_1}{K_1} = \frac{H_{O_1} B_{O_1} C_{O_1}}{H_{K_1} B_{K_1} C_{K_1}}; \\ d_1 = O_1 - K_1 = (g_{O_1} + b_{O_1} + c_{O_1}) - (g_{K_1} + b_{K_1} + c_{K_1}). \quad (25)$$

В итоге можно построить кривые (номограмму), которые дают возможность узнать на любое время редукционный множитель и астрономическую фазу сложной суточной волны прилива для любых встречающихся суточных приливов.

На представленной номограмме K (рис. 17, табл. 26) даны для 1949 г. кривые для определения характеристик сложной

суточной составляющей волны при отношениях $\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}}$, равных 0,1; 0,2; 0,5 и 1,0.

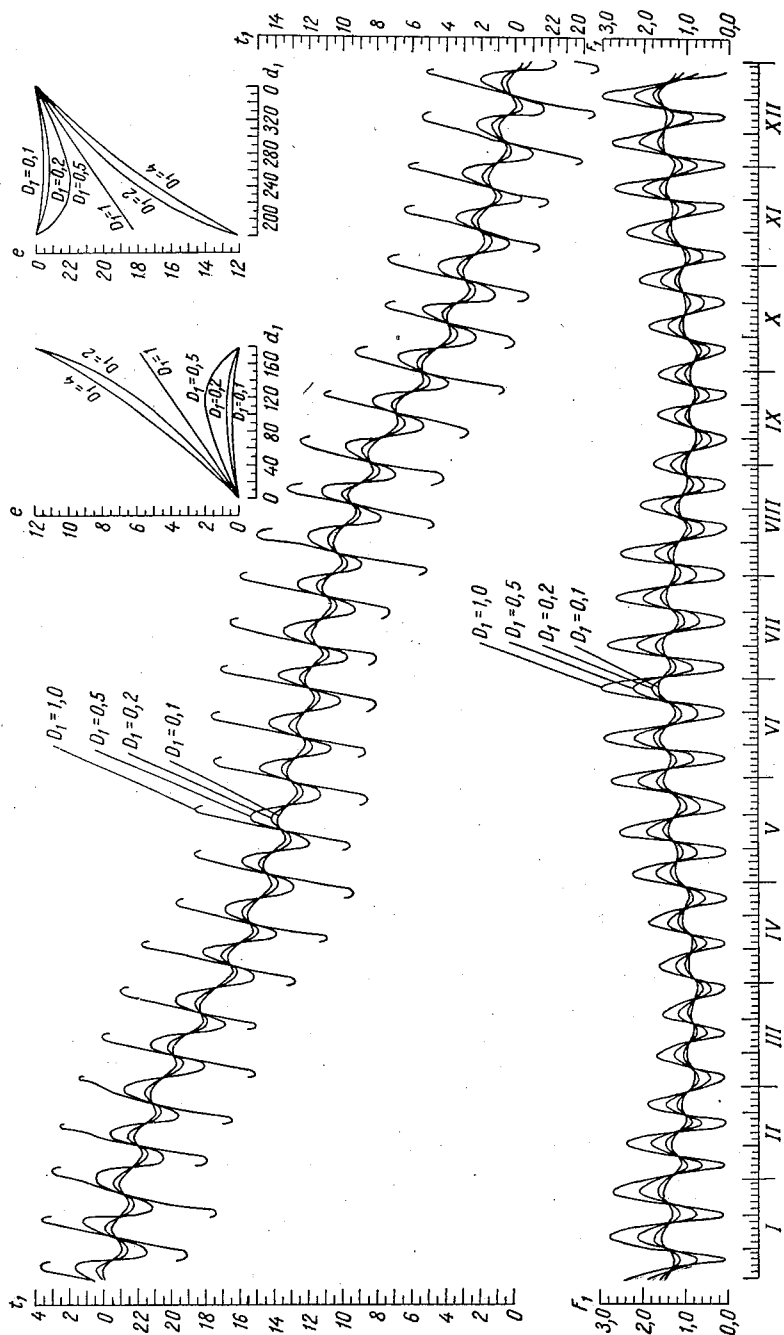


Рис. 17. Номограмма К на 1949 г.

Перевод $g_{S_2}^0$ и $g_{K_1}^0$ в τ_2 и τ_1 (час., мин.)

$g_{S_2}^0$ или $g_{K_1}^0$	τ_2	τ_1	$g_{S_2}^0$ или $g_{K_1}^0$	τ_2	τ_1
10	0,20	0,40	240	8,00	16,00
20	0,40	1,20	250	8,20	16,40
30	1,00	2,00	260	8,40	17,20
40	1,20	2,40	270	9,00	18,00
50	1,40	3,20	280	9,20	18,40
60	2,00	4,00	290	9,40	19,20
70	2,20	4,40	300	10,00	20,00
80	2,40	5,20	310	10,20	20,40
90	3,00	6,00	320	10,40	21,40
100	3,20	6,40	330	11,00	22,00
110	3,40	7,20	340	11,20	22,40
120	4,00	8,00	350	11,40	23,20
130	4,20	8,40	360	12,00	24,00
140	4,40	9,20	1	0,02	0,04
150	5,00	10,00	2	0,04	0,08
160	5,20	10,40	3	0,06	0,12
170	5,40	11,20	4	0,08	0,16
180	6,00	12,00	5	0,10	0,20
190	6,20	12,40	6	0,12	0,24
200	6,40	13,20	7	0,14	0,28
210	7,00	14,00	8	0,16	0,32
220	7,20	14,40	9	0,18	0,36
230	7,40	15,20			

На номограмме представлены два семейства кривых: $t_1 = f_1 = b_K + e$ и $F_1 = B_K C E$. Для построения первой группы кривых на миллиметровой бумаге строится промежуточная кривая (рис. 18). По оси абсцисс откладываются даты (как и на всех остальных графиках), а по оси ординат — по данным таблиц Адмиралтейского метода значения величин b_K в часах. Для этого табличные величины b_K делятся на 15° .

Затем для получения величины c строят вспомогательный график величин d' (рис. 19).

$$d' = b_0 + c - b_K = b_0 - b_K + c.$$

На этом графике по данным таблиц откладывают разность $(b_0 - b_K)$. Относительно полученной линии $(b_0 - b_K)$ строят линии величин c . Далее, имея на любые даты величины d' и принимая ряд значений для D' , из таблиц Адмиралтейского метода выбирают величины e и E относительно кривой b_K (рис. 20), получают искомое семейство кривых, характеризующее положение астрономической части суммарной суточной волны в зависимости от соотношения составляющих суточных волн. Для построения второй группы кривых табличные величины B_K умножаются на величины значений C . Затем полу-

ченные произведения умножают на величины E и окончательные результаты откладывают в нижней части номограммы в форме семейства кривых, характеризующих астрономическую часть амплитуды суммарной суточной волны для различных составляющих.

По номограмме K для определенных конкретных случаев можно судить об отклонениях в характере суточной составляющей прилива в данном районе моря относительно основного порта.

Следует отметить, что в случае разнородности приливов в пределах данного бассейна карты высот уровня на каждый час относительно полной воды в основном пункте составлять

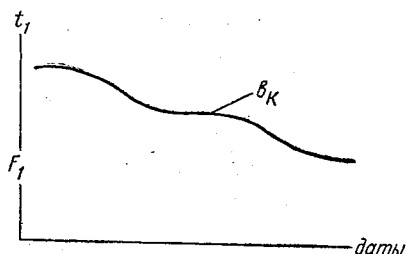


Рис. 18. Вспомогательный график b_K .

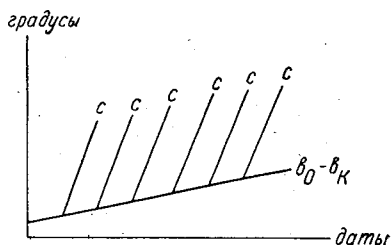


Рис. 19. Вспомогательный график $d' = b_0 - b_K + c$.

нельзя. Этот способ составления приливных пособий в данном случае не применим:

1) ввиду смещения во времени сложной суточной волны относительно сложной полусуточной волны;

2) из-за смещения во времени сложной суточной волны данного места относительно пункта сравнения при разных отноше-

ниях волн $\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}}$ в обоих пунктах.

Поэтому наиболее универсальным и точным является способ раздельного изображения суточной и полусуточной сложных составляющих прилива с последующим алгебраическим сложением исправленных ординат этих составляющих.

Приведенный выше прием суммирования отдельных суточных волн прилива в сложную суточную волну может быть применен и для сложения отдельных полусуточных волн.

Можно написать уравнение сложной объединенной полусуточной волны прилива:

$$h_s = H_{s_2} F_2 \cos [q_2 t - (f_2 + q_{s_2})]. \quad (26)$$

Затем, так же как для сложной суточной волны принять $H_{s_2} = 1$ и $g_{s_2} = 0$, построить графики редуционных множителей

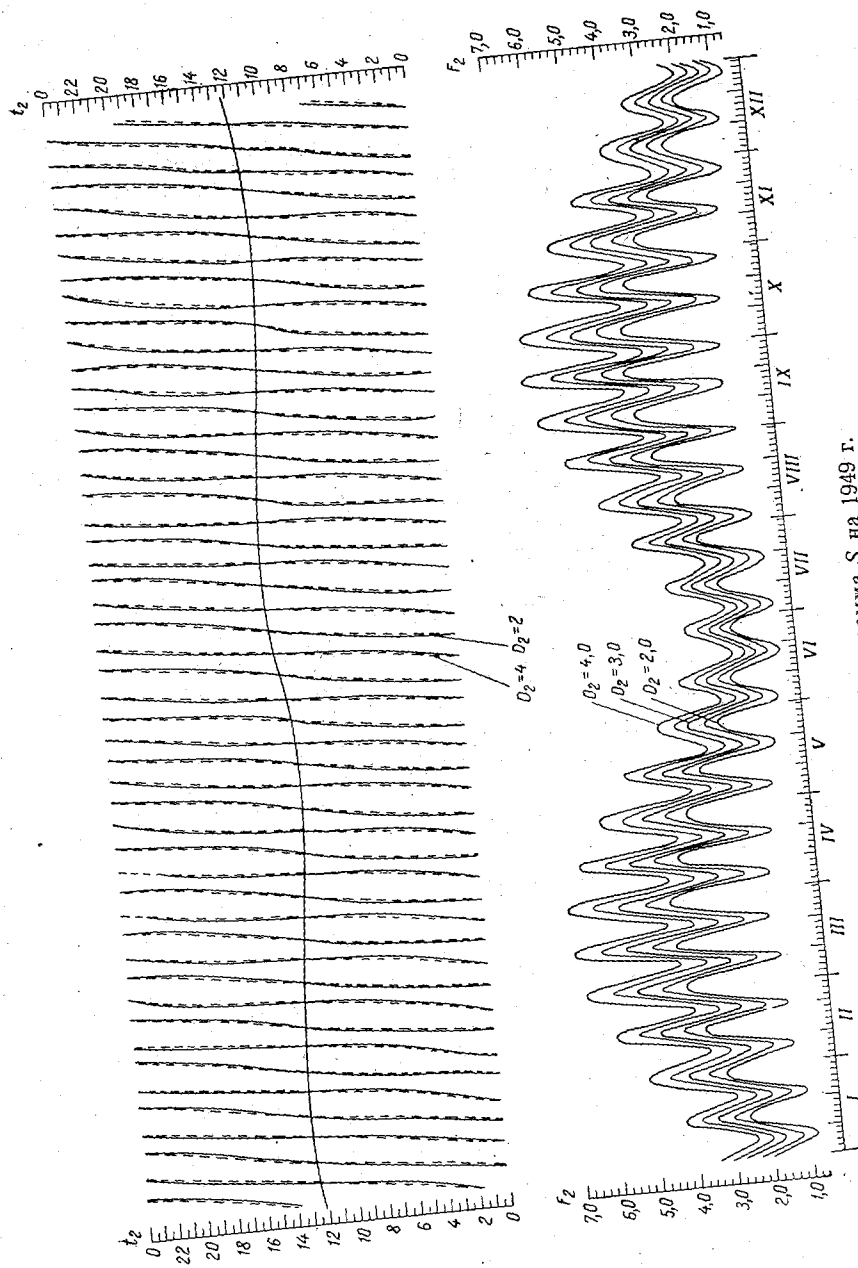


Рис. 20. Номограмма S на 1949 г.

и фаз этой волны при разных отношениях составляющих волн

$\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}}$ и получить в результате номограмму S (рис. 20). На номограмме представлены два семейства кривых:

$$t_2 = f_2 = b_s + c \quad \text{и} \quad F_2 = B_s E.$$

Для построения первой группы кривых строится промежуточная кривая b_s . По оси ординат откладываются величины b_s в часах. Для этого табличные величины b_s делят на 30° . Затем для получения величины c строят вспомогательный график величин d'' .

$$d'' = b_m + c - b_s = b_m - b_s + c.$$

Далее, имея значения d'' и задаваясь значениями D'' , из таблиц выбирают величины e и E . После этого величины c в часах откладывают от линии b_s .

Для построения второй группы кривых табличные значения b_s умножают на E .

Номограммы K и S можно использовать вместо таблиц приливов. Номограмма K заменяет таблицы приливов для тех пунктов, где наблюдаются правильные суточные приливы, а номограмма S для пунктов с полусуточными приливами. Зная гармонические постоянные каждого конкретного места, по номограммам выбирают кривые для нахождения времени наступления полных вод и их высот. Какими кривыми номограмм следует пользоваться при получении поправок для сложной суточ-

ной волны зависит от отношения составляющих волн $\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}}$,

а для сложной полусуточной волны — от отношения составляю-

щих волн $\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}}$. Практически такая замена вполне целесооб-

разна, так как позволяет избежать трудоемких вычислительных работ, необходимых при расчете таблиц приливов для каждого отдельного пункта.

Перейдем к рассмотрению вопроса о построении карт высот уровня составляющих волн прилива. Карты высот суточных и полусуточных колебаний относительно среднего уровня моря необходимо составлять для каждого среднего часа этих волн.

Для получения исходных ординат уровня строят синусоидальные кривые суточной и полусуточной составляющих для каждого приливного пункта. Амплитудами синусоид будут

соответственно величины H_{K_1} и H_{S_2} . Время, на которое придутся гребни этих волн, определится для суточных волн как

$$T_1 = \tau_1 + e_1,$$

где $\tau_1 = \frac{g_{K_1}}{15}$, e — поправка, зависящая от $a_1 = g_{O_1} - g_{K_1}$ и

$$A_1 = \frac{H_{O_1}}{H_{K_1}}.$$

Для полусуточной волны

$$T_2 = \tau_2 + e_2,$$

где $\tau_2 = \frac{g_{S_2}}{30}$, e_2 — поправка, зависящая от $a_2 = g_{M_2} - g_{S_2}$ и

$$A_2 = \frac{H_{M_2}}{H_{S_2}}.$$

Величины e_1 и e_2 можно снимать со специального графика, построенного на номограмме K по данным таблиц Адмиралтейского метода, переведенным в часы.

Период средних солнечных суток незначительно отличается от периода суточной волны K_1 и точно равен удвоенному периоду полусуточной волны S_2 ; поэтому полученные кривые разбивают на часы среднего солнечного времени и на каждый час составляют карты высот уровня. Часы суток одновременно являются номерами карт. При этом, поскольку волны K_1 и S_2 являются правильными синусоидами, одни и те же карты используются для получения ординат симметричных часов (в том числе для ординат, имеющих обратный знак). Например, для полусуточных колебаний уровня используется одна карта для часов 0, 12, 6, 18, другая для часов 1, 13, 7, 19 и т. д. Поправки, которыми номера — часы карт приводят к часам заданного дня, как уже говорилось выше, снимают с номограмм.

Например, на картах обозначены часы (номера карт) 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., а поправка на заданный день равна —2. Исправленные номера (часы) по поясному времени на дату предвычисления будут: 22, 23, 01, 2, 3, ... Величины уровня прилива находят, умножив снятые с карт ординаты на поправки, определенные на данное число по номограммам.

Таким образом, составляется атлас, который содержит карты ежечасных высот уровня волн K_1 и S_2 и номограммы K и S . Номограммы являются ключом для пользования атласом и строятся на каждый год подобно таблицам приливов в основных портах.

Разница заключается в том, что для составления таблиц требуется трудоемкая работа по предвычислению приливов в основных портах и поправок для дополнительных пунктов. Номограммы являются универсальными и могут быть использованы повсеместно. Само построение номограмм не требует большого труда, поэтому их можно построить на несколько лет вперед. На рис. 17 и 20 приведены общие номограммы, но для атласа конкретного района используются только те кривые, которые отвечают соотношениям волн, характеризующих приливы рассматриваемого района. Это значительно упрощает построение номограмм для конкретных районов.

Пример. Найти высоты уровня моря на 15 и на 23 часа 10 августа 1949 г. для пункта, имеющего следующие характеристики приливов:

$$\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} = 2,75; \quad g_{M_2} - g_{S_2} = -24,5^\circ;$$

$$\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} = 0,17; \quad g_{O_1} - g_{K_1} = 192,3^\circ; \quad A_0 = 184 \text{ см.}$$

1. Находим по номограммам на 10 августа $t_1 = 10$ час. 40 мин., $F_1 = 1,14$; $t_2 = 1$ час. 50 мин., $F_2 = 3,68$.

2. Определяем суточную составляющую. 15 час. 10 августа 1949 г. будет соответствовать карта 15 час. — $t_1 = 15$ час. — 10 час. 40 мин. = 4 час. 20 мин.

Для более точного получения ординаты уровня на 15 час. (как это делается в обычных атласах) с карт 4-го и 5-го часа следует снять ординаты и осреднить их. В нашем примере $h_4 = 19$ см и $h_5 = 15$ см. Затем результат надо умножить на коэффициент F_1

$$h'_{15} = \frac{h_4 + h_5}{2} F_1 = \frac{19 + 15}{2} 1,14 = 19,4 \text{ см.}$$

Для получения ординат уровня на 23 часа соответственно: 23 час. — $t_1 = 23$ час. — 10 час. 10 мин. = 12 час. 20 мин.,

$$h'_{23} = \frac{h_{12} + h_{13}}{2} F_1 = \frac{-19 - 21}{2} 1,14 = -22,8 \text{ см.}$$

3. Определяем полусуточную составляющую. 15 час. 10 августа 1949 г. будет соответствовать карта 15 час. — $t_2 = 15$ час. — 1 час. 50 мин. = 13 час. 10 мин.

Для получения высоты уровня на 15 часов надо снять ординату с карты 13-го часа и умножить ее на коэффициент F_2 . В нашем районе $h_{13} = 9$ см.

$$h''_{15} = h_{13} F_2 = 9 \cdot 3,68 = 33,2 \text{ см.}$$

Для получения высот уровня на 23 часа соответственно будет карта 23 часа — $t_2 = 23$ часа — 1 час 50 мин. ≈ 21 час.

$$h_{23}'' = h_{21} F_2 = -12 \cdot 3,68 = -44,2 \text{ см.}$$

4. Находим истинные ординаты высот уровня, суммируя суточные и полусуточные ординаты с A_0 ;

на 15 час. $19,4 + 33,2 + 184,0 = 236,6$ см,

на 23 часа — $22,8 - 44,2 + 184,0 = 117,0$ см.

Наблюденные высоты уровня для этого пункта были на 15 и на 23 часа соответственно 236 и 118 см.

Сходимость результатов вполне достаточная.

§ 3. ПРИБЛИЖЕННЫЙ СПОСОБ ГРАФИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИЛИВОВ

Построенные на каждый год номограммы могут быть использованы повсеместно как графический предвычислитель приливов. Они дают поправки фазы и увеличительные коэффициенты для сложных составляющих волн прилива. Если исправить гармонические постоянные волн S_2 и K_1 конкретного приливного пункта поправками фазы и амплитуды, получим амплитуду и фазу сложных составляющих волн прилива в данном месте.

Амплитуда полусуточной составляющей волны прилива получается как произведение амплитуды волны S_2 на величину F_2 , снятую с номограммы на дату вычисления, а фаза — как сумма специального угла положения g_{S_2} , выраженного в часах (готовые значения выбирают из таблиц номограммы K), с поправкой времени t_2 , снятой с номограммы на ту же дату, и с поправкой e_2 , полученной с отдельного графика номограммы по

аргументам $g_{M_2} - g_{S_2}$ и $\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}}$. Аналогично получают фазу и

амплитуду суточной составляющей волны прилива, используя номограмму K и гармонические постоянные волны K_1 . График e_1 представляет собой поправку в часах к моментам полных вод сложных волн в зависимости от разности фаз суммируемых волн и от отношения амплитуд этих волн.

В таблице номограммы дан перевод специальных углов положения g_{S_2} и g_{K_1} в часы средних суток (табл. 26). Имея фазы и амплитуды составляющих волн, не представляет труда аналитически или графически получить для этих волн отметки уровня на каждый час суток. Произведя сложение последних с величиной среднего суточного уровня, находят истинные значения уровня на каждый час.

В случае преобладания одной из составляющих волн прилива работа по предвычислению значительно упрощается.

Пример. Найти высоты уровня моря для того же пункта на 15 и на 23 часа 10 августа 1949 г.

Исходные данные:

Волна	M_2	S_2	K_1	O_1
H см	29,1	10,6	22,2	3,7
g°	85,1	109,6	30,9	223,2

$$A_2 = \frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} = 2,75; d_2 = g_{M_2} - g_{S_2} = -24,5^\circ; \tau_2 = \frac{g_{S_2}}{30} =$$

$$3 \text{ час. } 44 \text{ мин.}; e_2 = 22 \text{ час. } 40 \text{ мин.}; A_1 = \frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} = 0,17;$$

$$a_1 = g_{O_1} - g_{K_1} = 192,3^\circ; \tau_1 = \frac{g_{K_1}}{15} = 2 \text{ час. } 00 \text{ мин.}; e_1 =$$

$$23 \text{ час. } 50 \text{ мин.}; t_2 = 1 \text{ час. } 50 \text{ мин.}; F_2 = 3,68; t_1 =$$

$$10 \text{ час. } 40 \text{ мин.}; F_1 = 1,14; H_2 = H_{S_2} F_2 = 10,6 \cdot 3,68 = 39 \text{ см.};$$

$$T_2 = t_2 + \tau_2 + e_2 = 1 \text{ час. } 50 \text{ мин.} + 3 \text{ часа } 40 \text{ мин.} + 22 \text{ часа } 40 \text{ мин.} = 4 \text{ час. } 10 \text{ мин.};$$

$$H_1 = H_{K_1} F_1 = 22,2 \cdot 1,14 = 25,4 \text{ см.};$$

$$T_1 = t_1 + \tau_1 + e_1 = 10 \text{ час. } 40 \text{ мин.} + 2 \text{ часа } 00 \text{ мин.} + 23 \text{ часа } 50 \text{ мин.} = 12 \text{ час. } 30 \text{ мин.}$$

Зная амплитуду и фазу составляющих волн прилива, искомые высоты уровня находим графически или аналитически:

$$h_{15} = h''_{15} + h'_{15} + A_0 = 31 + 20 + 184 = 235 \text{ см (наблюденная)}$$

$$h_{15} = 236 \text{ см.}; h_{23} = h''_{23} + h'_{23} + A_0 = -35 - 27 + 184 = 112 \text{ см}$$

(наблюденная $h_{23} = 118 \text{ см.}$).

Как видно, результаты предвычисления хорошо сходятся с наблюдаемыми данными.

Полученные номограммы могут быть использованы и как графический анализатор приливов. Любую наблюдаемую кривую приливных колебаний уровня (суточной продолжительности) легко разложить на две сложные составляющие: суточную и полусуточную. Получив эти составляющие, нетрудно выделить из них гармонические постоянные главных волн прилива. Наиболее просто можно разложить приливную кривую суточной продолжительности методом Максимова [46]. Ординаты двух смежных полусуточных периодов равны или чрезвычайно близки друг к другу ($h^n \approx h^{n+12}$).

Эти ординаты уровня определяются для каждого целого часа полусуточной фазы, рассчитанной относительно нижней

кульминации Солнца на среднем меридиане пояса. Вычисление ординат полусуточной составляющей ведется по формулам:

$$h_2 = \frac{h^n + h^{n+12}}{2};$$

$$h_2^0 = \frac{h^0 + h^{12}}{2};$$

$$h_2^1 = \frac{h^1 + h^{13}}{2};$$

.....

$$h_2^{11} = \frac{h^{11} + h^{23}}{2}.$$

Далее, если истинные колебания уровня представляют собой сумму суточной и полусуточной составляющих, то ординаты суточной части приливной кривой могут быть получены как разность ординат истинных колебаний уровня и полусуточной части. Тогда ординаты суточной части кривой определяются по формулам:

$$h_1^0 = \frac{h^0 - h^{12}}{2};$$

$$h_1^1 = \frac{h^1 - h^{13}}{2};$$

.....

$$h_1^{11} = \frac{h^{11} - h^{23}}{2}.$$

Практически обработка суточного цикла наблюдений над приливами производится по нижеследующей схеме:

Место наблюдений: $\varphi = \text{_____}$; $\lambda = \text{_____}$.

Дата наблюдений _____; начало наблюдений в 0 часов по поясному времени.

Принятые значения отношений амплитуд и разностей фаз главных составляющих волн прилива: $\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} = A_2$; $\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} = A_1$;

$g_{M_2} - g_{S_2} = a_2$; $g_{O_1} - g_{K_1} = a_1$.

Схема № 1

Разложение кривой прилива на полусуточную и суточную составляющие

Вычисление суточных приливных колебаний уровня				Вычисление полусуточных приливных колебаний уровня			
целые часы относительно момента нижней кульминации Солнца на меридиане пояса	истинные ординаты уровня		$\frac{h^n - h^{n+12}}{2}$	целые часы относительно момента нижней кульминации Солнца на меридиане пояса	истинные ординаты уровня		$\sum \frac{h^n}{24} - \frac{h^n + h^{n+12}}{2}$
	h^n	h^{n+12}			h^n	h^{n+12}	
1	2	3	4	5	6	7	8

Схема № 2

Получение гармонических постоянных волн K_1 и O_1

По кривой, характеризующей суточную часть прилива, находят момент, соответствующий гребню волны T_1 , и ее амплитуду H_1 .

Затем по номограмме K на день наблюдения находят t_1 и F_1 .

Тогда

$$g_{K_1} = 15(T_1 - t_1 - e_1); \quad g_{O_1} = a_1 + g_{K_1};$$

$$H_{K_1} = \frac{H_1}{F_1}; \quad H_{O_1} = A_1 H_{K_1}.$$

Схема № 3

Получение гармонических постоянных волн M_2 и S_2

По кривой, определяющей полусуточную часть прилива, находят момент гребня волны T_2 и ее амплитуду H_2 . Затем по номограмме на день наблюдения находят t_2 и F_2 .

Тогда

$$g_{S_2} = 30(T_2 - t_2 - e_2); \quad g_{M_2} = a_2 + g_{S_2};$$

$$H_{S_2} = \frac{H_2}{F_2}; \quad H_{M_2} = A_2 H_{S_2}.$$

Пример. Найти гармонические постоянные для рассматриваемого пункта по материалам наблюдений за 10 августа 1949 г.

Принятые значения отношений амплитуд и разностей фаз:

$$A_2 = \frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} = 2,75; \quad a_2 = g_{M_2} - g_{S_2} = 335,5^\circ;$$

$$A_1 = \frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} = 0,17; \quad a_1 = g_{O_1} - g_{K_1} = 192,3^\circ.$$

Схема № 1 (пример)

1	2	3	4	5	6	7	8
0	132	191	-29,5	0	132	191	-22
1	152	211	-29,5	1	152	211	-2
2	174	226	-26,0	2	174	226	+16
3	184	236	-26,0	3	184	236	+25
4	193	235	-21,0	4	193	235	+30
5	191	226	-17,0	5	191	226	+25
6	176	211	-17,5	6	176	211	+14
7	176	196	-10,0	7	176	196	+2
8	186	181	+2,5	8	186	181	-0,5
9	186	152	+12,0	9	176	152	-20
10	182	126	+28,0	10	182	126	-30
11	175	118	+28,5	11	175	118	-37
12	191	132	+29,5				
13	211	152	+29,5				
14	226	174	+26,0				
15	236	184	+26,0				
16	233	195	+21,0				
17	226	191	+17,5				
18	211	176	+17,5				
19	196	176	+10,0				
20	181	186	-2,5				
21	152	176	-12,0				
22	126	182	-28,0				
23	118	175	-28,5				

$$\frac{1}{24} \sum h_n = 183,6$$

Схема № 2 (пример)

Из схемы № 1 находим $T_1 = 12$ час. 30 мин. и $H_1 = 29,5$ см.

По номограмме K находим $t_1 = 10$ час. 40 мин., $e = 23$ час. 50 мин. и $F_1 = 1,14$.

$$g_{K_1} = 15(T_1 - t_1 - e_1) = 15(12 \text{ час. } 30 \text{ мин.} - 10 \text{ час. } 40 \text{ мин.} - 23 \text{ час. } 50 \text{ мин.}) = 30^\circ;$$

$$g_{O_1} = 192^\circ + 30^\circ = 222^\circ;$$

$$H_{K_1} = \frac{H_1}{F_1} = \frac{29,5}{1,14} = 25,8 \text{ см};$$

$$H_{O_1} = A_1 H_{K_1} = 0,17 \cdot 25,8 = 4,4 \text{ см.}$$

Схема № 3 (пример)

Из схемы № 1 находим $T_2 = 4$ час. 00 мин. и $H_2 = 30$ см.

По номограмме S находим $t_2 = 1$ часу 50 мин.; $e_2 = 22$ час. 40 мин.; $F_2 = 3,68$.

$$g_{S_2} = 30 (T_2 - t_2 - e_2) = 30 (4 \text{ часа } 00 \text{ мин.} - 1 \text{ час } 50 \text{ мин.} - 22 \text{ часа } 40 \text{ мин.}) = 105^\circ;$$

$$g_{M_2} = a_2 + g_{S_2} = 335,5^\circ + 105,0^\circ = 80,5^\circ;$$

$$H_{S_2} = \frac{H_2}{F_2} = \frac{30}{3,68} = 8,2 \text{ см};$$

$$H_{M_2} = A_2 H_{S_2} = 2,75 \cdot 8,2 = 22,4 \text{ см.}$$

Таблица 27

Гармонические постоянные, полученные разными методами

Волны	Гармонические постоянные	Графический метод	Адмиралтейский метод	Метод Дарвина
M_2	H (см)	22,4	24	29,1
	g (град.)	80,5	90,5	85
S_2	H (см)	8,2	9,8	10,6
	g (град.)	105	117	109,6
K_1	H (см)	25,8	26,1	22,2
	g (град.)	30	56	31
O_1	H (см)	4,4	5,2	3,7
	g (град.)	222	248	223

Как видно из табл. 27, результаты анализа предлагаемым способом лежат в пределах точности данных, получаемых из анализа Адмиралтейским методом.

Приведем еще для примера данные предвычисления моментов и высот полных вод для Хон-До ($\varphi = 20^\circ 40' \text{ с}$, $\lambda = 106^\circ 48' \text{ в}$), где наблюдаются суточные приливы (табл. 28). Точность вычислений Адмиралтейским и графическим методами и здесь имеет один и тот же порядок.

Вычисленные данные, полученные разными методами

1949 г., июнь	Таблица приливов		Адмиралтейский метод		Графический метод	
	t (час. мин.)	h (см)	t (час. мин.)	h (см)	t (час. мин.)	h (см)
1	19 28	3,6	20 00	3,7	19 20	3,5
2	20 18	3,5	20 30	3,5	20 10	3,4
3	21 07	3,3	21 00	3,3	21 10	3,1
4	21 57	3,0	21 20	3,4	21 35	2,8
5	22 45	2,6	22 20	2,6	22 25	2,3
6	23 12	2,1	22 30	2,2	23 00	2,0
7	11 16	1,9	17 00	2,0	11 50	2,0
8	12 56	2,3	15 00	2,4	13 40	2,2
9	14 06	2,8	15 00	2,8	14 40	2,7
10	15 08	3,2	16 00	3,2	14 50	3,5
11	16 05	3,4	17 00	3,5	15 30	3,7
12	17 02	3,6	17 30	3,7	16 30	3,9
13	17 57	3,6	18 10	3,8	17 20	3,9
14	18 46	3,6	19 00	3,7	18 20	3,8
15	19 34	3,4	20 00	3,5	19 10	3,4
16	20 15	3,2	21 00	3,2	20 00	3,0
17	20 47	2,9	21 20	3,0	20 50	2,7
18	21 03	2,6	21 20	3,0	21 20	2,4
19	21 00	2,3	22 00	2,4	21 10	2,1
20	19 44	2,1	20 30	2,2	19 50	2,0
21	18 02	2,1	18 30	2,1	18 00	2,0
22	15 14	2,2	16 00	2,2	15 40	2,3
23	14 53	2,5	15 00	2,5	14 20	2,6
24	15 09	2,8	16 00	3,1	14 40	3,0
25	15 34	3,1	16 10	3,3	15 10	3,4
26	16 08	3,4	16 00	3,6	15 30	3,7
27	16 54	3,6	17 20	3,8	16 40	3,8
28	17 37	3,7	18 00	3,8	17 20	3,8
29	18 25	3,7	18 40	3,8	18 10	3,8
30	19 11	3,6	19 30	3,6	19 00	3,6

§ 4. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕДЕЛЬНОЙ СЕРИИ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ПРИЛИВАМИ МЕТОДОМ ФРАНКО¹

1. Общая характеристика метода

В 1961 г. Д. С. Франко опубликовал метод гармонического анализа приливов по семисуточным наблюдениям.

В 1964 г. им дан уточненный вариант этого метода [89]. Метод представляет несомненный интерес, особенно для анализа наблюдений над приливными течениями, получаемых на буйковых станциях, длительность которых в большинстве слу-

¹ § 4 представляет собой изложение гармонического анализа недельной серии наблюдений методом Д. С. Франко с примером, рассчитанным автором. — *Прим. ред.*

чаев равна 7—10 дням. На русском языке этот метод не опубликован. Для сравнения с результатами вычислений методом Дарвина, обычно применяемом в отечественной практике для анализа 15—30-суточных наблюдений, пример расчета выполнен по материалам, использованным в главе I, при рассмотрении метода Дарвина. В данном примере результаты расчетов методом Франко по сравнению с данными анализа месячной серии получились не хуже результатов расчета полумесячных наблюдений методом Дарвина.

В своем методе Франко использовал принципиальные положения Дудсона по разложению наблюденной кривой на составляющие, учету второстепенных волн при помощи специальных коэффициентов и дальнейшим комбинациям функций по типу месячной серии наблюдений, разработанные последним для обработки суточных, двухсуточных и двадцатидевятисуточных серий наблюдений.

Недельной длительностью наблюдений и указанными исходными принципиальными положениями анализа определяются достоинства и недостатки метода.

Для гармонического анализа приливов из краткосрочных наблюдений недельная серия является наиболее оптимальной по длительности. Несколько подробнее об этом было сказано в главе II.

С точки зрения исключения непериодических воздействий на результаты анализа рассматриваемый метод является более предпочтительным, нежели анализ семисуточной серии по двухсуточным схемам. Это соответствует одному из кардинальных принципов гармонического анализа о группировании и осреднении наблюденных ординат элементарным группированием до производства анализа. Достоинством метода также является отсутствие погрешностей, определяемых вычислительной схемой Адмиралтейского метода анализа двухсуточных наблюдений.

Недостатком метода является использование при расчетах теоретических соотношений главных и близких к ним по периодам волн прилива и необходимость иметь недельные серии наблюдений.

Для уточнения расчетов при анализе этим методом целесообразно из наблюденных данных исключать тенденцию.

2. Основная идея метода

Из семисуточной серии наблюдений над приливами можно, исходя из теоретических соображений, получить шесть составляющих волн: M_2 , S_2 , K_1 , O_1 , M_4 и MS_4 и волны N_2 и Q_1 .

Если обозначить R и r как амплитуду и фазу составляющей, получаемой из обработки наблюдений, то:

$$R = fH;$$

$$-r = v + u - g,$$

где $(v+u)$ — часовой угол светила в момент средней гринвичской полночи; f — редукционный множитель; H и g — гармонические постоянные, получаемые из анализа.

Тогда, если найдены r и R ,

$$H = R/f; \quad (27)$$

$$g = v + u + r. \quad (28)$$

Однако нельзя преобразовать выражения (27) и (28) так, чтобы из наблюдений можно было выделить составляющие с близкими периодами. Фактически выделяемые составляющие образованы группами волн (S_2, K_2, T_2) , (K_1, P_1) и (N_2, v_2) , которые нельзя разделить при анализе коротких серий наблюдений.

Группы волн с периодами, близкими к периодам главных волн, изменяют последние. Поэтому необходимо исправлять значения коэффициентов f и аргументов u главных волн $f(1+\omega)$ и $u+\omega$, где величины ω и ω малы. Тогда уравнения (27) и (28) будут иметь вид:

$$H = R/f(1+\omega); \quad (29)$$

$$g = v + u + \omega + r. \quad (30)$$

Величины R и r нельзя получить прямо из анализа, поэтому их получают как функции некоторых элементов.

Для того чтобы получить выражения для этих элементов, рассмотрим высоту одной из составляющих в момент $-r$: $R \cos(-r)$. Если фазу r увеличивать на q° (час.), то через t часов высота будет равна

$$R \cos(qt - r)$$

или

$$R \cos r \cos qt + R \sin r \sin qt. \quad (31)$$

Значения $R \cos r$ и $R \sin r$ получают при анализе:

$$R = \sqrt{(R \cos r)^2 + (R \sin r)^2}; \quad (32)$$

$$r = \arctg [(R \sin r)/(R \cos r)]. \quad (33)$$

Ежечасные высоты прилива, снятые с мареограммы относительно среднего уровня, имеют вид:

$$Y = S_0 + \sum_c R \cos r \cos qt + \sum_c R \sin r \sin qt, \quad (34)$$

где $\sum_c$ — сумма всех составляющих.

Основная идея анализа по определению $R \cos r$ и $R \sin r$ заключается в следующем.

Выполняемые комбинирование и суммирование ежечасных ординат дают пары линейных функций $R \cos r$ и $R \sin r$, которые

обозначают как: X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_4 и Y_4 . Комбинирование производится так, чтобы соответствующие составляющие и их функции имели наибольшие величины в множителях. Например, коэффициенты суточных составляющих $R \cos r$ и $R \sin r$ должны быть наибольшие в функциях X_1 и Y_1 . Также коэффициенты полусуточных составляющих должны быть наибольшими в функциях X_2 и Y_2 . Таким образом, из периода наблюдений в 7 дней комбинированием ежечасных высот для каждого суток получают величины функций X_n и Y_n . Затем комбинируют величинами X_n и Y_n так, чтобы было возможно:

- а) приближенно выделить каждую составляющую;
- б) разделить неизвестные $R \cos r$ и $R \sin r$ на две независимые группы линейных уравнений;

- в) получить в каждом уравнении наибольшие величины коэффициентов для каждой составляющей так, чтобы они были значительно больше коэффициентов других составляющих.

Специальная комбинация уравнений дает возможность образовать две независимые системы с m линейными уравнениями и с m неизвестными. Одна из этих систем дает $R \cos r$ и другая $R \sin r$.

Решение систем представляет возможность получить m составляющих (шесть волн из недельной серии наблюдений). Из величин $R \cos r$ и $R \sin r$ можно определить R и r по уравнениям (32) и (33) и гармонические постоянные из выражений (29) и (30). Метод является приближенным, он дает возможность получать только 6 составляющих, однако метод достаточно точен для практического применения. Приведем теоретические положения метода по учету суточной и месячной периодичности при выделении составляющих приливов, а также схему вычисления гармонических постоянных.

3. Суточная периодичность

В рассматриваемом методе задача разложения наблюдаемой кривой на составляющие решается подобно тому, как это делается в методе вычисления гармонических постоянных, предложенном Дудсоном. Из наблюдаемых ежечасных ординат Y_t каждого суток недельной серии наблюдений образуют суммы X_n и Y_n , пользуясь для этого множителями D_t и правилами нижеприведенной схемы (3-II).

При таком группировании и суммировании выделяют искомые ординаты и исключают остальные составляющие. Таким образом,

$$\sum_t D_t Y_t = F_n, \quad (35)$$

где F_n — функция X_n или Y_n для какого-либо дня d . Значок t

у суммы указывает на то, что ординаты каждой комбинации выбираются в определенные часы суток. Коэффициенты D_t представляют собой целые числа. Они, как упоминалось, используются для изоляции других составляющих и также соответствуют определенным часам t .

Пусть r_0 — фаза какой-либо составляющей в момент начала наблюдений. Если положить, что эта фаза равна нулевому числу первого дня наблюдений, то в t часов для дня d она будет равна

$$qt + \rho d - r_0,$$

где ρ — изменение фазы волны за 24 средних часа. Высота прилива может быть выражена в виде

$$Y_t = S_0 + \sum_c R \cos(qt + \rho d - r_0).$$

S_0 можно рассматривать как составляющую при $q = \rho = r_0 = 0$.

Тогда

$$Y_t = \sum_c R \cos(qt + \rho d - r_0),$$

но, так как

$$\cos x = (e^{ix} + e^{-ix}) 0,5;$$

то

$$Y_t = \sum_c R [e^{i(qt + \rho d - r_0)} + e^{-i(qt + \rho d - r_0)}] 0,5,$$

или

$$Y_t = \sum_c \frac{R}{2} [e^{i(\rho d - r_0)} e^{iqt} + e^{-i(\rho d - r_0)} e^{-iqt}]. \quad (36)$$

Так как в течение каждых суток наблюдений величины R и $(\rho d - r_0)$ считаются неизменными, то из (35) и (36) можно получить:

$$\begin{aligned} \sum_t D_t Y_t = \sum_c \frac{R}{2} \left[e^{i(\rho d - r_0)} \sum_t D_t e^{iqt} + \right. \\ \left. + e^{-i(\rho d - r_0)} \sum_t D_t e^{-iqt} \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Ниже будет показано, что всегда можно выбрать D_t и t , так чтобы

$$\sum_t D_t e^{\pm iqt} = k e^{\pm i\omega}, \quad (38)$$

где k и ω — постоянные величины для каждой составляющей прилива.

Сделав подстановку в (37) и возвращаясь к тригонометрической форме, можно получить:

$$\sum_t D_t Y_t = \sum_c k R \cos(\rho d - r_0 + \omega). \quad (39)$$

Из последнего выражения видно, что величина каждой составляющей зависит от коэффициента k .

Если необходимо исключить какую-либо группу составляющих, то надо, чтобы для этой группы $k=0$, тогда

$$\sum_t D_t (e^{\pm i q})^t = 0. \quad (40)$$

Если положить

$$e^{\pm i q} = z, \quad (41)$$

то

$$\sum_t D_t z^t = 0. \quad (42)$$

Для анализа выбрано уравнение в форме (42). В этом уравнении показатели степени величины z являются часами соответственно группируемым ординатам. Коэффициенты D_t — целые числа. Предварительно следует показать, что, вычитая ординаты, всегда можно исключить составляющие, имеющие угловые скорости nq_0 ($n=0, 1, 2, 3, 4 \dots$).

Если Θ выбрано так, что

$$\Theta = 360^\circ / q_0, \quad (43)$$

то из (41)

$$z^\Theta = e^{\pm i n 360^\circ} = 1,$$

отсюда

$$z = e^{\pm i n q_0}. \quad (44)$$

Одним из решений биномиального уравнения будет

$$1 - z^\Theta = 0. \quad (45)$$

Если рассматривать 1 как z^Θ , то $D_0=1$ и $D_\Theta=-1$, тогда, сгруппировав ординаты при нулевом и Θ часе по уравнению (38), получим из (40)

$$e^0 - e^{\pm i n 360^\circ} = 0.$$

Это означает, что исключены все составляющие nq_0 так же, как для S_0 , для которого $n=0$.

Практически у солнечных составляющих надо считать скорости $q=n15^\circ$, а для большей точности у лунных составляющих

$q = n14,5^\circ$ и у волны $O_1 = n13,9^\circ$. Таким образом, Θ равно: $360^\circ : 15^\circ = 24^\circ$ для солнечных составляющих; $360^\circ : 14^\circ,5 \approx 25$ для лунных составляющих; $360^\circ : 13^\circ,9 \approx 27$ для волны O_1 .

Значение Θ для O_1 будет ближе к 26, чем 27, но автор принимает его равным 27, так как эту величину лучше использовать в расчетах, которые будут приведены ниже: ошибка при этом невелика.

Если надо изолировать группу составляющих n , то необходимо сгруппировать ежечасные высоты для исключения всех составляющих, отличающихся от n . Комбинации биномиальной формы в уравнении (45) не удовлетворяют требованиям анализа.

Выражение (44) является одним из решений уравнения (45). Можно получить много других решений, если левую часть уравнения (45) записать как произведение полиномов. Любое значение z , принадлежащее одному из полиномов, будет корнем уравнения (45). Некоторые значения z , удовлетворяющие этому условию, будут найдены при решении уравнений, составленных так, чтобы полиномы были равны нулю.

Как будет показано, величины z определяются значком n исключаемых составляющих, а коэффициент z^t в выбранных полиномах будет множителем D_t , который используется в (35) для исключения других составляющих.

Из уравнения (45) можно получить несколько выражений при $\Theta = 24, 25, 27$. Так, можно получить:

$$\begin{aligned} 1 - z^{24} &= (1 - z^8)(1 + z^8 + z^{16}) = \\ &= (1 + z^4)(1 - z^4)(1 + z^4 + z^8)(1 - z^4 + z^8) = \\ &= (1 + z^4)(1 + z^2)(1 - z^2)(1 + z^2 + z^4)(1 - z^2 + z^4)(1 - z^4 + z^8) = \\ &= (1 + z^4)(1 + z^2)(1 + z)(1 - z)(1 + z + z^2)(1 - z + z^2) \times \\ &\quad \times (1 - z^2 + z^4)(1 - z^4 + z^8) = (1 + z^{12})(1 - z^{12}) = \\ &= (1 + z^{12})(1 + z^6)(1 - z^6) = (1 + z^{12})(1 + z^6)(1 + z^3)(1 - z^3); \\ 1 - z^{25} &= (1 - z^5)(1 + z^5 + z^{10} + z^{15} + z^{20}); \\ 1 - z^{27} &= (1 - z^9)(1 + z^9 + z^{18}). \end{aligned}$$

Все множители этого преобразования даны в табл. 3-I (вторая графа). Покажем, как получить k и ω по этой таблице. Согласно выражениям (38) и (41), можно написать тождество

$$\sum_t D_t z^t = \sum_t D_t e^{\pm iqt}. \quad (46)$$

Чтобы вычисления были понятными, выберем полиномы из табл. 3-I. Если взять полином (13), то в левой части (46)

$$1 - z^{12} = -z^6(z^6 - z^{-6}).$$

Согласно (41) и выражению

$$2i \sin x = e^{ix} - e^{-ix}, \quad (47)$$

$$1 - z^{12} = -2ie^{\pm 6iq} \sin 6q,$$

но.

$$ie^{\pm 6iq} = e^{\pm i(6q+90^\circ)},$$

отсюда

$$1 - z^{12} = 2e^{\pm i(6q+90^\circ)} \cos(6q+90^\circ).$$

Из (46):

$$\sum_t D_t e^{\pm iqt} = 2e^{\pm i(6q+90^\circ)} \cos(6q+90^\circ). \quad (48)$$

Это уравнение показывает, что комбинации полинома (13), суммируемые по выражению (46), преобразуются в (38), где $k=2 \cos(6q+90^\circ)$ и $\omega=6q+90^\circ$. Эти выражения даны в (13) строке табл. 3-I.

Таблица 3-I

№	Полином	k	ω	$S_n=0$ для $n=$
(1)	$1+z$	$2 \cos 0,5q$	$0,5q$	12
(2)	$1+z^2$	$2 \cos q$	q	6
(3)	$1+z^3$	$2 \cos 1,5q$	$1,5q$	4
(4)	$1+z^4$	$2 \cos 2q$	$2q$	3
(5)	$1+z^6$	$2 \cos 3q$	$3q$	2; 6
(6)	$1+z^{12}$	$2 \cos 6q$	$6q$	1; 3; 5; 7
(7)	$1-z$	$2 \cos(0,5q+90^\circ)$	$0,5q+90^\circ$	0
(8)	$1-z^2$	$2 \cos(q+90^\circ)$	$q+90^\circ$	0
(9)	$1-z^3$	$2 \cos(1,5q+90^\circ)$	$1,5q+90^\circ$	0,8
(10)	$1-z^4$	$2 \cos(2q+90^\circ)$	$2q+90^\circ$	0,6
(11)	$1-z^6$	$2 \cos(3q+90^\circ)$	$3q+90^\circ$	0; 4; 8
(12)	$1-z^8$	$2 \cos(4q+90^\circ)$	$4q+90^\circ$	0; 3; 6
(13)	$1-z^{12}$	$2 \cos(6q+90^\circ)$	$6q+90^\circ$	0; 2; 4; 6; 8
(14)	$1-z^{24}$	$2 \cos(12q+90^\circ)$	$12q+90^\circ$	0; 1; 2; 3; ...
(15)	$1+z+z^2$	$\sin 1,5q/\sin 0,5q$	q	8
(16)	$1+z^2+z^4$	$\sin 3q/\sin q$	$2q$	4; 8
(17)	$1+z^4+z^8$	$\sin 6q/\sin 2q$	$4q$	2; 4; 8
(18)	$1+z^8+z^{16}$	$\sin 12q/\sin 4q$	$8q$	1; 2; 4; 5; 7; 8
(19)	$1-z+z^2$	$\cos 1,5q/\cos 0,5q$	q	4
(20)	$1-z+z^4$	$\cos 3q/\sin q$	$2q$	2
(21)	$1-z^4+z^8$	$\cos 6q/\cos 2q$	$4q$	1; 5; 7
(22)	$1+z^5+z^{10}+z^{15}+z^{20}$	$\sin 13,5q/\sin 4,5q$	$9q$	Лунные серии (близкие) O_1 (близкие)
(23)	$1+z^9+z^{18}$	$\sin 12,5q/\sin 2,5q$	$10q$	

Величина k есть функция q . Если k не равно нулю, то это выражение будет равно вкладу составляющей, имеющей скорость q и, как упоминалось, значение вклада определяется величиной k .

Рассмотрим аналогичный пример для строки (16) табл. 3-I.

$$1+z^2+z^4=(1-z^6)/(1-z^2)=z^2(z^3-z^{-3})/(z-z^{-1}).$$

Но, согласно (41) и (46):

$$1 + z^2 + z^4 = e^{\pm 2iq} \sin 3q : \sin q,$$

следовательно:

$$\sum_t D_t e^{\pm iqt} = e^{\pm 2iq} \sin 3q : \sin q. \quad (49)$$

В этом случае $k = \sin 3q : \sin q$ и $\omega = 2iq$, т. е. выражения, данные в табл. 3-I для этой строки. Выражения (48) и (49), так же как и выражения, полученные при помощи полиномов из табл. 3-I, являются уравнениями типа (38).

Используя значения k из табл. 3-I, можно вычислить вклад любой составляющей в выбранной комбинации.

Для солнечной составляющей $q = 15^\circ$ легко найти значения соответствующих солнечных составляющих исключением выбранных комбинаций. Для вычисления n достаточно решить тригонометрические уравнения, положив $q = n15^\circ$ и $k = 0$. Последние две комбинации табл. 3-I дают значения лунных составляющих O_1 , близкие к нулю.

Когда значения k даются в виде $(\sin aq) : (\sin bq)$, нельзя допускать $q = 0$, чтобы найти вклад S_0 , так как получается неопределенность вида $\frac{0}{0}$. В этом случае последнее выраже-

ние надо записать в виде $\frac{(\sin aq)aq}{(\sin bq)bq} \frac{a}{b}$ и взять его предел, когда q стремится к нулю. Тогда a/b будет упомянутым вкладом.

Таблица 3-I дает вклад для очень простых комбинаций. Можно выбрать комбинации, которые являются произведениями нескольких полиномов. В этом случае правая часть (38) будет равна произведению различных значений $ke^{\pm i\omega}$ и результат запишется в виде

$$\sum_t D_t e^{\pm iqt} = J e^{\pm i\eta}, \quad (50)$$

где

$$\left. \begin{aligned} J &= k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \dots, \\ \eta &= \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Возвращаясь к тригонометрической форме, вместо (39) можно написать

$$\sum_t D_t Y_t = \sum_c J R \cos(\rho d - r_0 + \eta) \quad (52)$$

или по (35)

$$F_n = \sum_c JR \cos(\rho d - r_0 + \eta), \quad (53)$$

что подобно выражению для ежечасных значений ординат, где для каждого гармонического колебания коэффициенты J и η постоянны и зависят только от выбранных комбинаций.

Для того чтобы найти более удобные множители, из рассмотренного следует сделать 3 вывода:

а) Так как все полиномы в табл. 3-I можно представить в виде (38), то для исключения других составляющих всегда возможно умножить любой из этих полиномов на другой, даже если они не принадлежат одному и тому же выражению.

б) Так как J задается произведением значений k , то при $k=0$ для одной из составляющих или группы составляющих используемая комбинация не зависит от их вклада.

в) Когда n -ная солнечная составляющая исключается, вклад всех не солнечных составляющих, имеющих тот же индекс, значительно уменьшается, так как их скорости отличаются незначительно.

В этом методе анализа значения ординат используются в каждой комбинации только для 24 часов. Поэтому наибольшая степень произведения выбранных полиномов не должна превышать 23.

Теперь надо найти ежечасные множители D_i , используемые для приближенной изоляции групп, имеющих один и тот же индекс. В методе использованы только те комбинации, которые точно исключают группы одних солнечных составляющих.

Найдем ежечасные множители для вычисления значений функции X_1 . В этой функции желательно иметь наибольший вклад от суточной составляющей и минимальный от других. Кроме того, рассматриваются составляющие, имеющие индексы $n=0, 1, 2$ и 4.

Из табл. 3-I видно, что комбинация (13) достаточна для исключения всех составляющих, имеющих четные значки.

Тем не менее для увеличения вклада суточной составляющей и для того, чтобы оперировать со всеми суточными ординатами, также используются комбинации (3), (11) и (15). Произведения четырех полиномов будут иметь все степени z от 0 до 23, и значения D_i являются коэффициентами z^t , равными ± 1 , как это показано в табл. 3-II. В этой таблице видна вся последовательность применения множителей, используемых для получения всех суточных значений функций X_n и Y_n , а табл. 3-III дает различные полиномы из табл. 3-I, используемые для нахождения этих функций. В третьей и четвертой графах этой таблицы даны выражения J и η , полученные по (51) и табл. 3-I.

Таблица 3-II
 Множители для вычисления X_n, Y_n для каждых суток

Функция	Часы																							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$X_0 \dots$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$X_1 \dots$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$Y_1 \dots$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$X_2 \dots$	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
$Y_2 \dots$	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$X_4 \dots$	1	0	-1	-1	0	1	1	0	-1	-1	0	1	1	0	-1	-1	0	1	1	0	-1	-1	0	1
$Y_4 \dots$	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1

Таблица 3-III

Функция	Использованные полиномы	J	η
$X_0 \dots$	(1); (2); (4); (18)	$\sin 12q / \sin 0,5q$	11,5q
$X_1 \dots$	(15); (3); (11); (13)	$4 \sin^2 3q \sin 6q / \sin 0,5q$	11,5q
$Y_1 \dots$	(15); (3); (5); (13)	$2 \sin 6q / \sin 0,5q$	11,5q + 90°
$X_2 \dots$	(15); (9); (11); (6)	$8 \sin^2 1,5q \sin 3q \cos 6q / \sin 0,5q$	11,5q
$Y_2 \dots$	(15); (3); (11); (6)	$4 \sin^2 3q \cos 6q / \sin 0,5q$	11,5q + 90°
$X_4 \dots$	(8); (9); (5); (6)	$2 \sin q \sin 12q / \cos 1,5q$	11,5q
$Y_4 \dots$	(15); (9); (5); (6)	$\operatorname{tg} 1,5q \sin 12q / \sin 0,5q$	11,5q + 90°

Величины J

	X_0	X_1	Y_1	X_3	Y_2	X_4	Y_4
S_0	+24,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_1	-0,0664	+15,3466	+15,2807	+0,0274	+0,0660	+0,0048	+0,0273
O_1	+1,8094	+14,5682	+16,2770	-0,6187	-1,6191	-0,1133	-0,6913
S_2	0,0000	0,0000	0,0000	+15,4548	+15,4548	0,0000	0,0000
M_2	-0,8440	+1,6925	+0,0901	+15,0277	+15,8491	+0,2820	+0,8001
MS_4	-0,4281	-0,0024	+0,0458	-0,8585	-0,0288	+13,6040	+16,1240
M_4	-0,8519	-0,0197	+0,1840	-1,7087	-0,0910	+13,1646	+16,0006
Q_1	+2,8211	+14,0834	+16,6655	-0,8717	-2,3820	-0,1623	-1,0315
N_2	-1,2066	+2,6311	+0,2154	+14,7065	+15,9599	+0,4158	+1,2042

Значения J получены по формулам, данным в табл. 3-III, с учетом скорости соответствующих составляющих.

Полученные коэффициенты даны в табл. 3-IV, где также приведены коэффициенты волн Q_1 и N_2 , которые будут использованы в дальнейшем.

Из табл. 3-III видно, что для всех функций X_n имеет $\eta = 11,5q$ и для $Y_n \eta = 11,5q + 90^\circ$.

Франко применил прием суммирования высот, использованный Дудсоном, в котором начало счета времени смещено с 0 на 11,5 часа, т. е. на момент середины наблюдений. Поэтому начальные астрономические аргументы требуется исправить. Отсюда из (53):

$$X_n = \sum_c J_x R \cos(pd - r_0 + 11,5q), \quad (54)$$

$$Y_n = - \sum_c J_y R \sin(pd - r_0 + 11,5q). \quad (55)$$

Теперь можно разъяснить первый этап практического применения этого метода. В форме 3-1 даны наблюдаемые ежечасные высоты прилива. Покажем, что эти высоты, отражающие суточную периодичность приливов, есть элементы матрицы $\|Y_{dt}\|$. (При матричном обозначении используются: $()$ — вектор по строчке, $\{ \}$ — вектор по графе; $\| \|$ или заглавные буквы M, G — матрицы; показатель T указывает перестановку, которая умножается на транспонированную матрицу ежечасных множителей из табл. 3-II, обозначенную символом M^T). Если F_n одна из функций X_n или Y_n , соответствующих дню d , то

$$\|F_n\| = \|Y_{dt}\| M^T, \quad (56)$$

где $\|F_n\|$ матрица в форме 3-2.

Умножение по формуле (56) можно контролировать. Табл. 3-II показывает, что все множители равны ± 1 , кроме множителей для X_4 , которые в некоторых случаях равны нулю.

Таким образом, все положительные и отрицательные произведения можно складывать независимо. Суммы этих различных частей одинаковы и равны X_0 , исключая X_4 , где к суммам необходимо добавлять неучитываемые ординаты.

4. Месячная периодичность

В данном методе не рассматривается месячная изменчивость приливов, так как анализируются наблюдения длительностью только в 7 суток, но показывается, что для учета месячной периодичности используются те же принципы q , что и при анализе наблюдений длительностью 29 суток. Чтобы показать влияние месячной периодичности приливов на результаты

Ф ор ма 3-1

Наблюдения над колебаниями уровня с 5 по 11 июля 1952 г.

Дата	Часы																							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
5	461	382	316	279	287	335	416	522	592	641	643	596	516	420	332	265	244	270	342	428	520	594	618	600
6	528	445	361	293	266	291	354	446	541	631	664	651	584	493	396	312	253	245	289	369	476	567	631	640
7	597	524	422	339	275	260	300	380	478	582	655	672	638	556	451	350	264	226	246	305	410	518	606	648
8	636	580	484	374	302	256	270	332	426	542	638	686	678	616	514	401	302	225	219	263	344	454	568	648
9	664	635	544	448	354	280	254	292	374	490	585	674	700	668	586	476	362	270	222	228	286	396	504	606
10	664	657	600	492	382	296	237	243	308	406	516	620	679	678	621	521	400	292	220	201	240	332	436	556
11	644	662	633	556	452	356	276	246	276	353	454	558	646	674	643	562	457	350	261	204	214	274	378	492

Ф ор ма 3-2

Дата	X ₀	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₄	Y ₄
5	10 619	295	-321	1619	-2405	-3	-125
6	10 726	414	-216	2456	-1792	5	-162
7	10 702	402	-266	3036	-898	37	-88
8	10 758	502	-294	3330	-22	79	-34
9	10 898	564	-290	3206	1076	70	8
10	10 597	445	-245	2933	1967	44	99
11	10 621	369	-311	2201	2649	72	137

анализа, надо сначала рассмотреть выражение (53), которое представляет одно из суточных значений величин X_n и Y_n и учитывает суточную периодичность приливов.

Уравнение (53) показывает, что F_n является суммой гармоник, в которых p — суточные изменения фазы. Согласно значениям p , вклады рассматриваемых ниже составляющих составляют примерно 0, 2, 3 и 4 периодических цикла в течение одного лунного месяца (29, 53 дня). Значения p соответствуют этим циклам:

$$p = \pm 360^\circ p : 29,53 = \pm 12^\circ, 19p, \quad (p = 0, 2, 3, 4).$$

Для величин p , которые не кратны 12, 19°, значения p не будут целыми числами и находятся из выражения

$$p = 29,53p : 360^\circ. \quad (57)$$

Следовательно, можно составить таблицу для значений p , соответствующих составляющим, получаемым из анализа.

Таблица 4-I

Составляющие	Изменение фазы за сутки p°	Число циклов в 29, 53 дня	Составляющие	Изменение фазы за сутки p°	Число циклов в 29, 53 дня
S_2 и S_0	0	0	MS_4	-24,3815	2,00
K_1	0,9856	0,08	M_4	-48,7630	4,00
O_1	-25,3671	2,08	Q_1	-38,4321	3,15
M_2	-24,3815	2,00	N_2	-37,4465	3,07

Хотя волны Q_1 и N_2 не могут быть выделены непосредственно из анализа наблюдений недельной периодичности, их влияние на другие составляющие может быть оценено приблизительно по теоретическим соотношениям. Поэтому для вычисления указанных влияний необходимо учитывать эти составляющие, пока не будут составлены конечные уравнения. Для учета месячной периодичности можно комбинировать суточные значения F_n при получении новых функций F_{np} , где индекс p определяет число циклов составляющих в месяц, имеющих наибольший вклад в F_{np} . Значок n показывает компоненты, дающие наибольший вклад в функции. Можно видеть, что после этой, вторичной фильтрации будут уже приближенно изолированы сами составляющие. Суточная периодичность приливов дает возможность достаточно хорошо изолировать только несколько их типов, а число суток настолько ограничено, что хорошая изоляция составляющих путем простых комбинаций суточных значений невозможна. Действительно, табл. 4-I показывает, что недельный цикл, исключая M_4 , является только частью всех других составляющих. Тем не менее будет показано, что функции полу-

чены с учетом месячной периодичности применением суточных значений X_n и Y_n , которые могут комбинироваться так, что возможна хорошая изоляция всех составляющих со знаком n . Как и при учете суточных периодичностей, первым шагом учета месячных периодичностей являются комбинации функций F_n , так же как это делается с ежечасными высотами, что можно выразить равенством

$$\sum_d D_d F_n = F_{np}.$$

Нахождение всех множителей D_d надо начать, используя выражение (53).

Если дни отсчитываются от центрального дня ($d-3$), эти выражения можно преобразовать следующим образом:

$$F_n = \sum_c JR \cos [\rho(d-3) + 3\rho - r_0 + \eta]$$

или

$$F_n = \sum_c [JR \cos (3\rho - r_0 + \eta) \cos \rho(d-3) - JR \sin (3\rho - r_0 + \eta) \sin \rho(d-3)].$$

Если

$$JR \cos (3\rho - r_0 + \eta) = A; \quad (58)$$

$$-JR \sin (3\rho - r_0 + \eta) = B; \quad (59)$$

то

$$F_n = \sum_c [A \cos \rho(d-3) + B \sin \rho(d-3)]. \quad (60)$$

Для представления семи значений F_n , которые можно рассматривать как векторы в графе $\{|F|\}$, удобнее написать уравнения в матричной форме.

Фактически пары постоянных A и B , соответствующие каждой составляющей, могут быть обозначены как векторы по строчкам (A, B) и иначе матрица может быть записана как имеющая в строчках суточные значения величин $\cos \rho(d-3)$ и $\sin \rho(d-3)$.

Таким образом, мы получили следующее выражение (61), где для каждой пары строчек, соответствующих определенным составляющим и известным значениям ($d-3$), вычислены $\cos \rho(d-3)$ и $\sin \rho(d-3)$. Если мы обозначим через G матрицу в (61), то это выражение можно записать в виде:

$$\{F_n\}^T = (A, B) \cdot G. \quad (62)$$

Необходимо найти такое группирование множителей ± 1 , чтобы в уравнениях присутствовали только A или B . Эти множители могут быть выражены в виде векторов, расположенных по графам, обозначенным через $\{D_d\}$ и комбинируемых для

$\{F_n\}^T = (A, B)$	$d-3=-3$	$d-3=-2$	$d-3=-1$	$d-3=0$	$d-3=1$	$d-3=2$	$d-3=3$	
	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	(S_0)
	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
	0,999	0,999	0,999	1,999	0,999	0,999	0,999	(K_1)
	-0,051	-0,034	-0,017	0,000	0,017	0,034	0,051	
	0,240	0,663	0,904	1,000	0,904	0,663	0,240	(O_1)
	0,970	0,775	0,428	0,000	-0,428	-0,775	-0,970	
	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	(S_2)
	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
	0,290	0,659	0,911	1,000	0,911	0,659	0,290	(M_2)
	0,957	0,752	0,413	0,000	-0,413	-0,752	-0,957	(61)
	0,290	0,659	0,911	1,000	0,911	0,659	0,290	(MS_4)
	0,957	0,752	0,413	0,000	-0,413	-0,752	-0,957	
	-0,832	-0,131	0,660	1,000	0,660	-0,131	-0,832	(M_4)
	0,555	0,991	0,752	0,000	-0,752	-0,991	-0,555	
	-0,427	0,228	0,784	1,000	0,784	0,228	-0,427	(Q_1)
	0,905	0,974	0,621	0,000	-0,621	-0,974	-0,905	
	-0,380	0,261	0,794	1,000	0,794	0,261	-0,380	(N_2)
	0,925	0,965	0,608	0,000	-0,608	-0,965	-0,925	

Примечание. Запятая в матрице должна рассматриваться как десятичный знак.

определения месячной периодичности, что может быть выражено следующим образом:

$$\{F_n\}^T \cdot \{D_d\} = (A, B) \cdot G \cdot \{D_d\}. \quad (63)$$

Поскольку A и B соответственно нечетные и четные элементы вектора по строке AB , то произведение $G\{D_d\}$ будет вектором по графе с четными элементами, равными нулю, если исключается B , и с нечетными элементами, равными нулю, если исключается A . Помня, что нечетные строчки Gb (61) есть величины $\cos \rho(d-3)$ и четные строчки $\sin \rho(d-3)$, можно увидеть, что для симметричных значений $(d-3)$ косинусы равны по величине и знаку, тогда как синусы имеют равные величины, но обратные знаки. Таким образом, можно найти $\{D_d\}$ по знакам $\cos \rho(d-3)$ и $\sin \rho(d-3)$. Фактически выражение (61) показывает, что все величины $\cos \rho(d-3)$ для S_2 равны единице. Если мы возьмем эти значения как вектор $\{O\}$ из табл. 4-II, то видно, что $G\{O\}$ будет графой вектора, имеющего элементы алгебраической суммы строчек G .

Таблица 4-II

Множители для вычисления X_n и Y_n для недельной серии

$d-3$	Комбинации			$d-3$	Комбинации		
	(O)	(b)	(4)		(O)	(b)	(4)
-3	1	1	2	1	1	-1	0
-2	1	1	2	2	1	-1	2
-1	1	1	0	3	1	-1	2
0	1	0	0				

Поэтому все четные элементы граф вектора $G \cdot \{O\}$ равны нулю, что является необходимым условием для исключения B из вектора (A, B) . Заменив $\{D_d\}$ на $\{O\}$ в уравнении (63), можно записать выражение, в котором ни нулевые значения граф вектора $G \cdot \{O\}$, ни значения B не появляются:

$$\{F_n\}^T \cdot \{O\} = (A) \left\{ \begin{array}{l} 7,000 \\ 6,984 \\ 4,614 \\ 7,000 \\ 4,720 \\ 4,720 \\ 0,394 \\ 2,170 \\ 1,350 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} (S_0) \\ (K_1) \\ (O_1) \\ (S_2) \\ (M_2) \\ (MS_4) \\ (M_4) \\ (Q_1) \\ (N_2) \end{array} \right\} \quad (64)$$

Из этого выражения видно, что наибольшие коэффициенты имеют S_0 и составляющие K_1 и S_2 , которые, согласно табл. 4-I, не имеют ни одного цикла в месяц. Это определяет выбор символа O для обозначения комбинации, основанной на суточных значениях $\cos \rho (d-3)$ для S_2 . Из выражения (64) также видно, что только волна M_4 может в удобной форме заменяться комбинациями; другая комбинация будет необходима для приближенной изоляции составляющих с двумя циклами в месяц (M_2 , MS_4 и O_1).

Если вектор, имеющий ± 1 элементов, выбран так, что его знаки одинаковы, как и в случае с $\sin \rho (d-3)$ для волн M_2 , MS_4 и O_1 , то мы получим вектор $\{B\}$ из табл. 4-II. Произведение $G \cdot \{B\}$ будет той графой вектора, где все нечетные элементы равны нулю, что является условием исключения A из (A, B) . Заменяя $\{D_d\}$ на $\{B\}$ в (63), получаем выражение, в котором нет нулевых значений для произведения $G \cdot \{B\}$ и величины A :

$$\{F_n\}^T \cdot \{B\} = (B) \left\{ \begin{array}{l} 0,000 \\ -0,204 \\ 4,346 \\ 0,000 \\ 4,244 \\ 4,244 \\ 4,596 \\ 4,200 \\ 4,996 \end{array} \right\} \begin{array}{l} S_0 \\ (K_1) \\ (O_1) \\ (S_2) \\ (M_2) \\ (MS_4) \\ (M_4) \\ (Q_1) \\ (N_2) \end{array} \quad (65)$$

Буквенное обозначение вектора, полученного после вторичного произведения, принято для того, чтобы показать, что этот вектор получен в матрице (61) из синусной строчки вместо косинусной. Вторая буква применена для того, чтобы показать, что значения синусной строчки, которая дает $\{B\}$, соответствует составляющим, имеющим два цикла в месяц.

Для изоляции четвертьсуточной составляющей надо рассмотреть значение $\cos \rho (d-3)$ для волны M_4 , которая имеет четыре цикла в месяц (табл. 4-I).

Мы пришли к выводу, что наилучшие результаты будут получены при использовании только отрицательных значений $\cos \rho (d-3)$.

Таким образом, был получен вектор $\{4\}$ в табл. 4-II и найдено следующее выражение:

$$\{F_n\}^T \cdot \{4\} = (A) \left\{ \begin{array}{l} 6,000 \\ 7,992 \\ 3,492 \\ 8,000 \\ 3,796 \\ 3,796 \\ -3,852 \\ -0,418 \\ -0,238 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} (S_0) \\ (K_1) \\ (O_1) \\ (S_2) \\ (M_2) \\ (MS_4) \\ (M_4) \\ (Q_1) \\ (N_2) \end{array} \right\} \quad (66)$$

Хотя в выражении (66) имеется значительный вклад всех составляющих, кроме четвертьсуточной, это не существенно, так как по суточным периодам уже была получена хорошая изоляция отдельных составляющих. Теперь необходимо связать A и B с значениями j и η . Из табл. 3-III: $\eta = 11,5$ для функций X_n ; $\eta = 11,5q + 90^\circ$ для функций Y_n .

Из выражений (58) и (59):

$$\begin{aligned} J_x R \cos(3p - r_0 + 11,5q) &= A; \\ -J_x R \sin(3p - r_0 + 11,5q) &= B, \end{aligned}$$

для X_n , а для Y_n

$$\begin{aligned} -J_y R \sin(3p - r_0 + 11,5q) &= A; \\ -J_y R \cos(3p - r_0 + 11,5q) &= B. \end{aligned}$$

Отсюда если

$$3p - r_0 + 11,5q = -r, \quad (67)$$

то последние четыре выражения могут быть приведены к виду:

$$A = J_x R \cos r; \quad (68)$$

$$B = J_x R \sin r, \quad (69)$$

для X_n , а для Y_n

$$A = J_y R \sin r; \quad (70)$$

$$B = J_y R \cos r. \quad (71)$$

Из уравнения (67) ясно, что $-r$ это фаза в 11,5 часа центрального дня наблюдений, которая может быть найдена из анализа. Следовательно, $R \cos r$ и $R \sin r$ являются теми неизвестными, которые нас интересуют. Выражения (64)—(66) и (68)—(71) составляют две независимые системы уравнений для $R \cos r$ и для $R \sin r$ соответственно.

Приведем пример составления двух уравнений, получаемых из двух комбинаций суточных значений X_1 и Y_1 . Если в

$$(A) = R \cos r$$

S_0	K_1	O_1	S_2	M_2	MS_4	M_4	Q_1	N_2
0,000	0	0	0	0	0	0	0	0
0	15,347	0	0	0	0	0	0	0
0	0	14,568	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,000	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1,692	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-0,002	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-0,020	0	0
0	0	0	0	0	0	0	14,083	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2,631

(72)

выражении (64) $\{F_n\}$ заменить на $\{X_1\}$, то вектор по строчке (A), соответствующий (68), равен $(J_x R \cos r)$, где J_x — числовой коэффициент X_1 , в табл. 3-IV. Этот вектор можно представить как произведение вектора $(R \cos r)$ на диагональ матрицы, составленной из значений J (72).

В выражении (64) заменим вектор ряда (A) на правую часть выражения (72).

$$\{X_1\}^T \cdot \{O\} = (R \cos r) \left\{ \begin{array}{ll} 107,365 & (K_1) \\ 66,329 & (O_1) \\ 0,000 & (S_2) \\ 7,989 & (M_2) \\ -0,011 & (MS_4) \\ -0,008 & (M_4) \\ \hline 30,553 & (Q_1) \\ 6,180 & (N_2) \end{array} \right\} \quad (73)$$

Перенеся указанные векторы в (73), получим уравнение X_{10} второй строчки табл. 4-III. Вторым индекс X показывает умножение на $\{(X_1)\}^T$ вектора $\{(O)\}$ и число месячных циклов, составляющих наибольший вклад в X_{10} .

Для получения функции Y_{1b} из табл. 4-III следует в (65) $\{F_n\}$ заменить на $\{Y_1\}$ и (B) в (71) на $(J_y R \cos r)$. Тогда матрица, аналогичная (72), может быть построена с величинами J_y , взятыми из табл. 3-IV для Y_1 . После этого дальнейшее построение аналогично тому построению, которое выполнялось для получения (73). Прделав все преобразования, получим:

$$\{Y_1\}^T \cdot \{b\} = -(R \cos r) \left\{ \begin{array}{ll} -3,148 & (K_1) \\ 70,740 & (O_1) \\ 0,000 & (S_2) \\ 0,386 & (M_2) \\ 0,194 & MS_4 \\ 0,845 & M_4 \\ \hline 83,311 & (Q_1) \\ 1,076 & (N_2) \end{array} \right\} \quad (74)$$

Вторые индексы при X и Y в табл. 4-III показывают, какие множители из табл. 4-II необходимо использовать для получения новых функций, а также число циклов наиболее важных составляющих в каждом уравнении.

Для вычисления численных значений функций X_{00} , X_{10} и т. д. необходимо произвести те операции, которые показаны в левой

Таблица 4-III

(а) Уравнения с $R \cos r$

$\left\{ \begin{array}{l} X_{00} \\ X_{10} \\ -Y_{1B} \\ X_{20} \\ -Y_{2B} \\ X_{44} \\ -Y_{4B} \end{array} \right\}$																				
	$+168,000$	$+0,462$	$+8,243$	$0,000$	$-3,983$	$-2,025$	$-0,334$	$+6,120$	$-3,077$	S_0	K_1	O_1	S_2	M_2	MS_4	M_4	Q_1	N_2		
	$0,000$	$+107,365$	$+66,329$	$0,000$	$+7,989$	$-0,011$	$-0,008$	$+30,553$	$+6,180$											
	$0,000$	$-3,148$	$+70,740$	$0,000$	$+0,386$	$+0,194$	$+0,845$	$+83,311$	$+1,076$											
	$0,000$	$+0,192$	$-2,817$	$+108,184$	$+70,931$	$-4,052$	$-0,670$	$-1,891$	$+34,542$											
	$0,000$	$-0,014$	$-7,037$	$0,000$	$+67,232$	$-0,097$	$-0,418$	$-11,908$	$+79,752$											
	$0,000$	$+0,038$	$-0,396$	$0,000$	$+1,071$	$+51,641$	$-50,713$	$+0,129$	$-0,199$											
	$0,000$	$-0,006$	$-3,004$	$0,000$	$+3,394$	$+68,398$	$+73,507$	$-5,156$	$+6,017$											

(б) Уравнения с $R \sin r$

$\left\{ \begin{array}{l} Y_{10} \\ X_{1B} \\ Y_{20} \\ X_{2B} \\ Y_{44} \\ X_{4B} \end{array} \right\}$																				
	$+106,902$	$+74,117$	$0,000$	$+0,425$	$+0,216$	$+0,072$	$+36,155$	$+0,506$	K_1	O_1	S_2	M_2	MS_4	M_4	Q_1	N_2				
	$-3,160$	$+63,323$	$0,000$	$+7,183$	$-0,010$	$-0,091$	$+70,404$	$+13,148$												
	$+0,462$	$-7,373$	$+108,184$	$+74,801$	$-0,108$	$-0,036$	$-5,168$	$+37,486$												
	$-0,006$	$-2,689$	$0,000$	$+63,776$	$-3,643$	$-7,854$	$-4,358$	$+73,489$												
	$+0,218$	$-2,414$	$0,000$	$+3,037$	$+61,207$	$-61,237$	$+0,820$	$-0,576$												
	$-0,001$	$-0,492$	$0,000$	$+1,197$	$+57,733$	$+60,511$	$-0,811$	$+2,078$												

части выражений (64), (65) и (66); $\{F_n\}$ надо заменить на $\{X_n\}$ или $\{Y_n\}$ (взятые из формы 3-2) и $\{O\}$, $\{B\}$ и $\{4\}$ получить из сомножителей в табл. 4-II. Результаты записываются в форме 4-I. Это последний этап вычислений, учитывающий месячную периодичность приливов.

Форма 4-1

Функции $R \cos r$				Функции $R \sin r$			
X		Y		Y		X	
00	74 921						
10	2 991	1b	43	10	-1943	1b	-267
20	18 781	2b	-10787	20	575	2b	-1229
44	236	4b	-619	44	-102	4b	-147

5. Определение неизвестных

Из табл. 4-III видно, что можно получить конечные уравнения, где неизвестные имеют большие вклады только от одной составляющей. В табл. 5-I приведены эти конечные уравнения и операции, которые надо выполнить с левыми частями уравнений, показанных в табл. 4-III.

Если пренебречь составляющими Q_1 и N_2 , то в каждом уравнении остается только по одному неизвестному и обе системы из табл. 5-I могут быть решены при помощи соответствующих обратных матриц, что даст промежуточные значения неизвестных $\overline{R \cos r}$ и $\overline{R \sin r}$, обратные матрицы берутся из формы 5-1.

В обеих матричных формулах (a) и (b), в форме 5-1 численные значения известных членов вычисляются так, как это показано в правых частях этих формул, т. е. используя численные значения из формы 4-1. Промежуточные значения $\overline{R \cos r}$ и $\overline{R \sin r}$ вычисляются умножением матриц на соответствующие векторы известных членов и результаты записываются в левой части (c) в форме 5-1. Так как составляющими Q_1 и N_2 пренебрегаем, то следует установить, как может быть учтен эффект их влияния.

Представим систему в табл. 5-I (a) в символах, где $\{L\}$ — известные члены; E — квадратная матрица для левой части от пунктирных линий; E^1 — правая часть от пунктирной линии; $\{I\}$ — неизвестные члены, соответствующие матрице (до M_4 включительно); $\{I'\}$ — вектор, соответствующий матрице E^1 и не учитываемый составляющими (Q_1 и N_2).

Таблица 5-1

(a) Конечная система с $R \cos r$

X_{00}	S_0
$X_{10} + X_{16}$	K_1
$-Y_{16}$	O_1
$X_{20} + Y_{26}$	S_2
$-Y_{26}$	M_2
$X_{44} - Y_{46}$	MS_4
$-X_{44} - Y_{46}$	M_4
	Q_1
	N_2

+168,00	-0,46	+8,24	0,00	-3,98	+2,03	-0,33	+6,12	-3,08
0,00	+110,51	-4,41	0,00	+7,61	-0,21	-0,86	-52,78	+5,10
0,00	-3,15	+70,74	0,00	+0,39	+0,19	+0,85	+83,31	+1,08
0,00	+0,21	+4,22	+108,18	+3,70	-3,96	-0,25	+10,02	-45,21
0,00	-0,01	-7,04	0,00	+67,23	-0,10	-0,42	-11,91	+79,75
0,00	+0,03	-3,40	0,00	+4,47	+120,04	+22,79	-5,03	+5,82
0,00	-0,04	-2,61	0,00	+2,32	+16,76	+124,22	-5,29	+6,22

(b) Конечная система с $R \sin r$

$Y_{10} - X_{1B}$	K_1
X_{1B}	O_1
$Y_{20} - X_{2B}$	S_2
X_{2B}	M_2
$Y_{44} + X_{4B}$	MS_4
$-Y_{44} + X_{4B}$	M_4
	Q_1
	N_2

+110,06	+10,79	0,00	-6,76	+0,23	+0,16	-34,25	-12,64
-3,16	+63,32	0,00	+7,18	-0,01	-0,09	+70,40	+13,15
+0,49	-4,68	+108,18	+11,03	+3,54	+7,82	-0,81	-36,00
-0,01	-2,69	0,00	+63,78	-3,64	-7,85	-4,36	+73,49
+0,22	-2,91	0,00	+4,23	+118,94	-1,13	+0,01	+1,50
-0,22	+1,92	0,00	-1,84	-3,47	+122,15	-1,63	+2,65

Тогда можно записать эту систему в символическом виде:

$$\{L\} = E\{J\} + E^{-1}\{J'\}. \quad (75)$$

Если E^{-1} обратная матрица в (а) из формы 5-1, то из (75)

$$E^{-1}\{L\} = \{J\} + E^{-1}\{J'\}.$$

Откуда

$$\{J\} = E^{-1}\{L\} - E^{-1}E'\{J'\}. \quad (76)$$

Из матрицы $E^{-1}E'$ сразу получают приближенные значения $R \cos rb$ (с) формы 5-1; при этом необходимо учесть, что они умножены на 10^6 .

Эти же причины дают возможность сразу получить матрицу, используя значения $R \sin r$ из табл. 5-1 и перевернутую матрицу из формы 5-1 (b).

Поскольку $\{J'\}$ это векторы $\{R' \cos r'\}$ или $\{R' \sin r'\}$, соответствующие составляющим Q_1 и N_2 , надо получить их приближительные значения.

Это можно сделать только вычислением R' и r' для Q_1 и N_2 в функции приближенных значений $\bar{R}$ и $\bar{r}$ соответственно для O_1 и M_2 .

Величины $\bar{R}$ и $\bar{r}$ вычислены по значениям $\overline{R \cos r}$ и $\overline{R \sin r}$ (см. форму 5-1 (d)).

Для волн O_1 и M_2 $\omega = \omega = 0$ и из (27) и (28) получим:

$$\bar{R} = fH; \quad (77)$$

$$-\bar{r} = v + u - g. \quad (78)$$

Для составляющих Q_1 и N_2 :

$$R' = f'(1 + \omega)H'; \quad (79)$$

$$-r' = v' + u' + \omega - g', \quad (80)$$

где ω и ω одинаковы для обеих составляющих и учитывают соотношения ρ_1 и Q_1 или v_2 относительно N_2 .

Так как $f' = f$, из (77) и (79) получаем:

$$R' = \bar{R} \frac{H'}{H} (1 + \omega). \quad (81)$$

Из (78) и (80):

$$r' = \bar{r} + (v - u) - (v' + u') - \omega + g' - g. \quad (82)$$

Но u , ω и $(v - v')$ одинаковы как для O_1 и Q_1 , так и для M_2 и N_2 , поэтому (82) можно представить в виде

$$r = \bar{r} + v(M_2) - v(N_2) - \omega(N_2) + g' - g. \quad (83)$$

Если вычислить v для 0 часа этого дня, используя табл. III-1(a), III-1(b) и III-1(c) приложения, то тогда для

(a) Определение $10^6 R \cos r$

S_0	+5952	+6	-653	0	+348	+102	+3	$X_{00} = +74\,921$
K_1	0	+9066	+464	0	-1030	+6	+55	$X_{10} + Y_{1B} = +3034$
O_1	0	+400	+14145	0	-121	-10	-92	$-Y_{1B} = -43$
S_2	0	-34	-591	+9243	-516	+310	-36	$X_{20} + Y_{1B} = +7994$
M_2	0	+43	+1482	0	+14852	+4	+40	$-Y_{1B} = +10\,784$
MS_4	0	+6	+302	0	-516	+8546	-1574	$X_{44} - Y_{4B} = +855$
M_4	0	+10	+228	0	-212	-1154	+8258	$-X_{44} - Y_{4B} = +383$

(b) Определение $\overline{10^6 R \sin r}$

K_1	+9048	-1498	0	+1129	+19	+60	$Y_{10} - X_{1B} = -1647$
O_1	+445	+15647	0	-1714	-55	-190	$X_{1B} = -267$
S_2	-23	+622	+9243	-1670	-346	-701	$Y_{20} - X_{2B} = +1804$
M_2	+21	+652	0	+15605	+507	+1008	$X_{2B} = -1229$
MS_4	-7	+359	0	-598	+8389	+39	$Y_{44} + X_{4B} = -249$
M_4	+9	-229	0	+247	+245	+8205	$-Y_{44} + X_{4B} = -45$

(c)

 $R' \cos r$
 Q_1, N_2

$R \cos r$		
S_0	$\begin{Bmatrix} 449,818 \\ 16,402 \\ -0,745 \\ 68,496 \\ 160,294 \\ 1,143 \\ -0,100 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} +0,019 \\ +0,427 \\ -1,158 \\ -0,050 \\ +0,056 \\ +0,004 \\ +0,017 \end{Bmatrix}$
K_1		$\begin{Bmatrix} -0,009 \\ +0,035 \\ -0,006 \\ +0,458 \\ -1,186 \\ +0,001 \\ -0,027 \end{Bmatrix}$
O_1		$\begin{Bmatrix} 0,214 \\ -27,803 \end{Bmatrix} =$
S_2		$\begin{Bmatrix} +450,1 \\ +15,555 \\ -0,832 \\ +56,209 \\ +192,094 \\ +1,117 \\ +0,628 \end{Bmatrix}$
M_2		
MS_4		
M_4		

 $R' \sin r$
 Q_1, N_2

$R \sin r$		
K_1	$\begin{Bmatrix} -16,159 \\ -2,799 \\ 18,717 \\ -19,559 \\ -1,440 \\ -0,688 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} +0,420 \\ -1,094 \\ -0,046 \\ +0,025 \\ -0,028 \\ +0,030 \end{Bmatrix}$
O_1		$\begin{Bmatrix} +0,051 \\ -0,074 \\ +0,451 \\ -1,160 \\ +0,026 \\ -0,037 \end{Bmatrix}$
S_2		$\begin{Bmatrix} 0,613 \\ 24,308 \end{Bmatrix} =$
M_2		$\begin{Bmatrix} -14,662 \\ -5,269 \\ +19,652 \\ -47,741 \\ -0,825 \\ -1,569 \end{Bmatrix}$
MS_4		
M_4		

(d)

 $v_1 \omega$ и $1 + w$ берутся из формы 6-1

$$\begin{aligned}
 v_{M_3} &= 3,4 & g_{Q_1} - g_{O_1}^* &= \\
 -V_{N_2} &= -198,3 & \sigma &= \\
 \Delta M_3 - \Delta N_2 &= 6,2 & \theta_1 &= \\
 -\omega_{N_2} &= 4,0 & & \\
 \sigma &= -184,7 & g_{M_3} - g_{N_2}^* &= 330,0 \\
 & & \sigma &= -184,7 \\
 & & \theta_2 &= 145,3 \\
 c_1 &= K_1^* (1 + w) = 0,224 \\
 c_2 &= K_2^* (1 + w) = 0,224
 \end{aligned}$$

	R^2	$\bar{R}$	$C\bar{R} = R'$	$\lg \bar{r}$
$O_1 \dots$	8,389	2,896	0,649	3,757
$M_2 \dots$	26 076,72	161,483	36,172	-0,122

	$\bar{r}$	$r' = \bar{r} + \theta$	$\cos r'$	$\sin r'$
$O_1 \dots$	255,5	70,8	0,329	0,944
$M_2 \dots$	352,5	137,8	-0,741	0,672

* Если нет необходимых данных,

$$g_{Q_1} - g_{O_1} = g_{N_2} - g_{M_3} = 0; K_1 = K_2 = 0,191$$

учета разницы Δq между скоростями волн необходимо ввести поправки. Если наблюдения начались в 0 час. первого дня, поправка составит $11,5 \Delta q$, если они начались на t часов позже, то поправка будет равна $(11,5 - t) \Delta q$. Поправку можно найти в табл. III-2 приложения, вычитая значения Δ для N_2 из значения Δ для волны M_2 . Поправка $\omega(N_2)$ может быть взята из табл. III-5. Поэтому выражение (83) можно преобразовать:

$$r' = \bar{r} + v(M_2) - v(N_2) + \Delta(M_2) - \Delta(N_2) - \omega + g' - g. \quad (84)$$

В этом выражении известны все члены, кроме $(g' - g)$. Если гармонические постоянные для волн O_1 , Q_1 , M_2 и N_2 известны для ближайшей станции, разница $(g' - g)$ на этой станции для Q и O_1 или N_2 и M_2 может быть использована в (84) для получения Q_1 или N_2 . Если эти разности неизвестны, то надо принимать $g' - g = 0$.

Для вычисления R' должно быть использовано выражение (81), где известны $\bar{R}$ и $(1 + \omega)$, которые берутся из табл. III-5 для N_2 , и где отношения H'/H являются отношениями $H(Q_1)/H(O_1)$ или $H(N_2)/H(M_2)$ ближайшей станции. Если эти отношения неизвестны, то берутся их теоретические значения ($H'/H = 0,191$).

В форме 5-1 (d) приведены вычисления R' и r' для Q_1 и N_2 . Таблица III-5 приложения, из которой получают значения ω , будет объяснена ниже.

6. Определение ω и ϕ

В разделе 2 настоящего параграфа говорилось об ограниченных возможностях анализа короткопериодных серий наблюдений. Было отмечено, что составляющие, имеющие угловые скорости, почти равные угловым скоростям главных волн группы, искажают главные волны. Эти искажения могут быть представлены в виде малых изменений амплитуд и фаз главных составляющих группы при помощи соответствующих изменений f и u . В этом случае берутся следующие группы составляющих: S_2 , K_2 и T_2 ; K_1 и P_1 ; Q_1 и p ; N_2 и v_2 ; MS_4 , MK_4 и MT_4 . Влияние N_2 и Q_1 на другие составляющие может быть впоследствии исключено. Основываясь на этом положении, можно найти математические выражения для ω и ϕ , которые были даны в (29) и (30). Обозначим астрономические аргументы трех составляющих E , E' и E'' какой-то группы, где g — общий сдвиг по фазе всех составляющих, средние амплитуды которых соответственно H , H' и H'' . Суммарная составляющая этой группы может быть выражена так:

$$fH \cos(E - g) + f'H' \cos(E' - g) + f''H'' \cos(E'' - g) =$$

$$\begin{aligned}
&= fH \left(\cos E \cos g + \sin E \sin g + \frac{f'H'}{fH} \cos E' \cos g + \right. \\
&+ \frac{f'H'}{fH} \sin E' \sin g + \frac{f''H''}{fH} \cos E'' \cos g + \frac{f''H''}{fH} \sin E'' \sin g \Big) = \\
&= fH \cos g \left(\cos E + \frac{f'H'}{fH} \cos E' + \frac{f''H''}{fH} \cos E'' \right) + \\
&+ fH \sin g \left(\sin E + \frac{f'H'}{fH} \sin E' + \frac{f''H''}{fH} \sin E'' \right).
\end{aligned}$$

Если

$$\cos E + \frac{f'H'}{fH} \cos E' + \frac{f''H''}{fH} \cos E'' = (1 + \varpi) \cos(E + \omega); \quad (85)$$

$$\sin E + \frac{f'H'}{fH} \sin E' + \frac{f''H''}{fH} \sin E'' = (1 + \varpi) \sin(E + \omega), \quad (86)$$

то комбинированная сложная составляющая запишется в виде

$$f(1 + \varpi)H \cos(E + \omega - g). \quad (87)$$

Так как условия $fH = R$ и $E - g = -r$ справедливы для одной составляющей, множитель $(1 + \varpi)$ представляет собой изменения амплитуды, а поправка ω — изменения фазы главной составляющей. Разница между угловыми скоростями составляющих очень мала и можно считать, что в течение недели сдвиг фазы главной составляющей изменится незначительно; то же справедливо для ϖ и ω , которые, таким образом, могут быть определены для центрального дня анализируемой серии. Выпишем теоретические значения астрономических аргументов $v + u$ и амплитуд составляющих группы S_2 , K_1 и N_2 :

	$v + u$	Коэффициенты
$S_2:$	$E = 30^\circ t$	0,423
$K_2:$	$E' = 30^\circ t + 2h + u_{K_2}$	0,115
$T_2:$	$E'' = 30^\circ t - h + 282$	0,025
$K_1:$	$E = 15^\circ t + h + 90^\circ + u_{K_1}$	0,531
$P_1:$	$E' = 15^\circ t - h - 90^\circ$	0,175
$N_2:$	$E = 30^\circ t + 2h - 3s + p + u_{M_1}$	0,174
$v_2:$	$E' = 30^\circ t + 4h - 3s - p + u_{M_2}$	0,033

Выбрав значения, удовлетворяющие условию $E = 0$, получим:

$$\begin{aligned}
&\text{Группа } S_2: E = 0 \text{ для } t = 0; \\
&\text{„ } K_1: E = 0 \text{ для } t = -(h + 90^\circ + u_{K_1}) : 15^\circ; \\
&\text{„ } N_2: E = 0 \text{ для } t = -(2h - 3s + p + u_{M_2}) : 30^\circ.
\end{aligned}$$

соответственно E' и E'' будут получены заменой значений t в вышеприведенных выражениях:

$$\begin{aligned} & v + u \\ & \begin{cases} K_2 & E' = 2h + u_{K_2}; \\ T_2 & E'' = -h + 282^\circ \end{cases} \\ & \begin{cases} P_1 & E' = -2h - u_{K_1} - 180^\circ; \\ v_2 & E' = 2h - 2p \end{cases} \end{aligned}$$

Заменим в выражениях (85) и (86) отношения H'/H и H''/H на теоретические:

$$\begin{aligned} S_2 & \begin{cases} (1 + \omega) \cos \omega = 1 + f_{K_2} 0,272 \cos (2h + u_{K_2}) + \\ \quad + 0,059 \cos (h - 282^\circ), \\ (1 + \omega) \sin \omega = f_{K_2} 0,272 \sin (2h + u_{K_2}) - \\ \quad - 0,059 \sin (h - 282^\circ), \end{cases} \\ K_1 & \begin{cases} (1 + \omega) \cos \omega = 1 - \frac{1}{f_{K_1}} 0,331 \cos (2h + u_{K_1}); \\ (1 + \omega) \sin \omega = \frac{1}{f_{K_1}} 0,331 \sin (2h + u_{K_1}), \end{cases} \\ N_2 & \begin{cases} (1 + \omega) \cos \omega = 1 + 0,189 \cos (2h - 2p); \\ (1 + \omega) \sin \omega = 0,189 \sin (2h - 2p). \end{cases} \end{aligned} \quad (88)$$

Соотношение между двумя выражениями каждой группы дает $\operatorname{tg} \omega$ и затем ω , а квадратный корень суммы их квадратов будет равен $1 + \omega$. Значения ω и ω всегда малы, так как малы отношения H'/H и H''/H . Это позволяет упростить выражения для групп S_2 и K_1 . Если в качестве приближения взять $\omega = 1$ и $\sin \omega = \omega$ и исключить третий член из группы S_2 и произведения $\omega\omega$, то можно записать:

$$\begin{aligned} & \text{Группа } S_2 \\ & \begin{cases} \omega \approx f_{K_2} 0,272 \cos (2h + u_{K_2}); \\ \omega \approx f_{K_2} 0,272 \sin (2h + u_{K_2}), \end{cases} \\ & \text{Группа } K_1 \\ & \begin{cases} \omega \approx -\frac{1}{f_{K_1}} 0,331 \cos (2h + u_{K_1}); \\ \omega \approx \frac{1}{f_{K_1}} 0,331 \sin (2h + u_{K_1}). \end{cases} \end{aligned}$$

Приведенные выражения показывают, что ω и ω приблизительно пропорциональны f_{K_2} для группы S_2 и $1/f_{K_1}$ для группы

K_1 . Если использовать точные выражения для вычисления ω и ω , положив $f=1$, то можно получить удовлетворительное приближение из ω/f_{K_2} и ω/f_{K_2} для группы S_2 ; $(f_{K_1} \cdot \omega)$ и $(f_{K_1} \cdot \omega)$ для группы K_1 . Тогда можно записать:

Группа S_2

$$\left\{ \begin{aligned} (1 + \omega/f_{K_2}) \cos \frac{\omega}{f_{K_2}} &= 1 + 0,272 \cos(2h + u_{K_2}) + \\ &+ 0,059 \cos(h - 282^\circ); \\ (1 + \omega/f_{K_2}) \sin \frac{\omega}{f_{K_2}} &= 0,272 \sin(2h + u_{K_2}) - \\ &- 0,059 \sin(h - 282^\circ), \end{aligned} \right. \quad (89)$$

Группа K_1

$$\left\{ \begin{aligned} (1 + f_{K_1} \omega) \cos f_{K_1} \omega &= 1 - 0,331 \cos(2h + u_{K_1}); \\ (1 + f_{K_1} \omega) \sin f_{K_1} \omega &= 0,331 \sin(2h + u_{K_1}), \end{aligned} \right. \quad (90)$$

так как $2h + u_{K_2} \approx 2(v + u)_{K_1}$; $2h + u_{K_1} = (2v + u)_{K_1}$; $2h - 2p = 3v_{M_2} - 2v_{N_2}$.

Можно затабулировать значения ω/f_{K_2} и ω/f_{K_2} в функции $(v + u)$ от K_1 ; $(f_{K_1} \omega)$ и $(f_{K_1} \omega)$ для $(2v + u)$ от K_1 и $(1 + \omega)$ и ω для группы N_2 функций $(3v_{M_2} - 2v_{N_2})$ — табл. III-5 приложения. Разница между угловыми скоростями волн MS_4 , MK_4 и MT_4 и соотношения между их теоретическими амплитудами такие же, как для волн S_2 , K и T_2 , и табличные значения ω и ω можно использовать для обеих групп. Аналогично определяются $(1 + \omega)$ и ω для групп $(N_2$ и $v_2)$ и $(Q_1$ и $\rho_1)$.

7. Определение постоянных

Вычислив R_2 и $\text{tg } r$ (форма 6-1), определим величины R и r и в соответствующие строчки формы 6-1 впишем найденные из таблиц приложения III-1—III-5 значения v , u , f , ω и ω для разных составляющих. Величины v берутся для центрального дня недельной серии наблюдений из таблиц III-1(a), III-1(b) и III-1(c) приложения. Табл. III-2 дает поправки Δ для центрального часа анализируемого ряда в зависимости от момента начала наблюдений, а из табл. III-3 и III-4 получаем u и f для центрального дня. Из табл. III-5 находим поправки для ω и ω как функции указанных аргументов.

Волна K_1 , угол $(2v + u)_K = 62,8^\circ$;

волны S' , MS' , угол $(v + u)_{K_1} = 213,7^\circ$;

волна N_2 , угол $3(v_{M_2} - 2v_{N_2}) = 33,6^\circ$.

Из таблицы III-4 выписываются $f_{K_1} = 1,094$; $f_{K_2} = 1,259$.

Из таблиц также получают: для волны K_1 по углу $(2v + u)_K$

Форма 6-1

	S_0	K_1	O_1	S_2	M_2	MS_1	M_4	N_5
tg r	—	-0,942	6,332	0,350	-0,248	-0,738	-2,498	
R^2	—	-456,932	28,454	3545,65	39 179,31	1,928	2,856	
v 1/1 [III—1(a)]	—	9,6	263,3	—	272,9	—	—	239,9
v месяц: [III—1(b)]	—	178,4	88,6	—	266,9	—	—	62,2
v день: [III—1(c)]	—	21,7	161,9	—	183,6	—	—	256,2
Сумма	—	209,7	153,8	—	3,4	—	—	198,3
u	—	4,6	-5,2	—	1,2	12	24	
Δ	—	173,0	160,3	345,0	333,3	318,3	306,7	
ω	—	-13,1	—	-18,7	—	-18,7	—	
r	—	317,5	261,5	19,5	346,3	324,5	292,2	
g	—	331,7	210,4	345,8	324,2	265,3	241,3	
f	—	1,094	1,153	1,000	0,971	0,971	0,943	
$f(1+w)$	—	1,280	—	0,841	—	0,818	—	
R	—	21,376	5,334	59,54	197,95	1,389	1,690	
H	4500	27,4	6,2	50,0	192,2	1,1	1,6	

$\omega f_{K_1} = -14,3^\circ$, $\omega f_{K_1} = 0,188$; для волны S_2 , MS_4 по углу $(v+u)$
 $\omega/f_{K_2} = -14,9^\circ$, $\omega/f_{K_2} = 0,066$; для волны N_2 по углу $3(v_{M_2} -$
 $-2v_{N_2})$ $\omega = -4,0^\circ$; $1 + \omega = 1,167$.

Вычисляют параметры: для волны K_1 $\omega = \omega f_{K_1} : f_{K_1} = -13,1^\circ$;
 $\omega = \omega f_{K_1} : f_{K_1} = 0,172$; для волны S_2 , MS_4 , $\omega = \omega/f_{K_2} : f_{K_2} =$
 $= -18,7^\circ$; $\omega = \omega/f_{K_2} : f_{K_2} = -0,159$; для волны K_1 $1 + \omega = 1,159$;
 для волны S_2 , MS_4 $1 + \omega = 0,841$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для сравнения качества расчетов ниже приводятся результаты анализа, выполненного по месячной и полумесячной сериям наблюдений методом Дарвина и по недельной серии методом Франко. (табл. 6-I).

Таблица 6-I

Сравнительные результаты анализа прилива, выполненного методами Дарвина и Франко

Метод	Число дней	K_1		O_1		S_2		M_2		MS_4		M_4	
		g (град.)	H (см)	g (град.)	H (см)	g (град.)	H (см)	g (град.)	H (см)	g (град.)	H (см)	g (град.)	H (см)
Дарвина . . .	30	326	22	175	4	351	57	300	213	—	—	175	3
Дарвина . . .	15	328	20	158	2	343	70	305	187	—	—	203	3
Франко	7	332	27	210	6	346	50	324	192	265	1	241	2

ГЛАВА IV

АНАЛИЗ ПРИЛИВОВ В УСТЬЯХ РЕК

Протяженность морских участков ряда приливных рек СССР т. е. расстояние, на которое распространяется в них приливная волна, приведена в табл. 29.

Таблица 29

Дальность распределения приливов в устьях некоторых рек (км)

Река	Длина морского участка, в км	Река	Длина морского участка в км
Енисей	715	Мезень	96
Хатанга	300	Печора	85
Анадырь	250	Инди́га	46
Амур	150	Лена	25
Северная Двина	120	Воронья	22
Оленек	107	Поной	14
		Кемь	12

Режим приливов в устье чрезвычайно сложен. Он изменяется как во времени, в зависимости от колебаний приливов в море, стока реки, сгонно-нагонных явлений, ледового покрова, деформаций ложа реки, так и в пространстве на различных расстояниях от морского края устья реки в зависимости от морфометрических характеристик русла. На рис. 21 даны приливные кривые в устьях некоторых рек.

Между тем перед исследователями стоит сейчас сложная задача не только вычислять количественные характеристики элементов приливов в различных местах устьев рек, но и предсказывать те изменения в их режиме, которые произойдут после строительства гидротехнических сооружений. Именно поэтому вопрос о методике анализа и предвычисления приливов в устьях рек приобретает особый интерес.

Как известно, вычисление приливов в устьях рек обычным методом гармонического анализа, не дает удовлетворительного

результата в первую очередь из-за искажения формы приливной волны, вызванного мелководьем. Для вычисления приливов на мелководье ранее применялся чисто эмпирический метод уравнений, разработанный в Ливерпульском приливном институте [84]. Предвычисление экстремальных значений приливных колебаний и времени их наступления производилось по средним значениям лунных промежутков с поправками, учитывающими изменения в относительном положении Луны, Солнца и Земли.

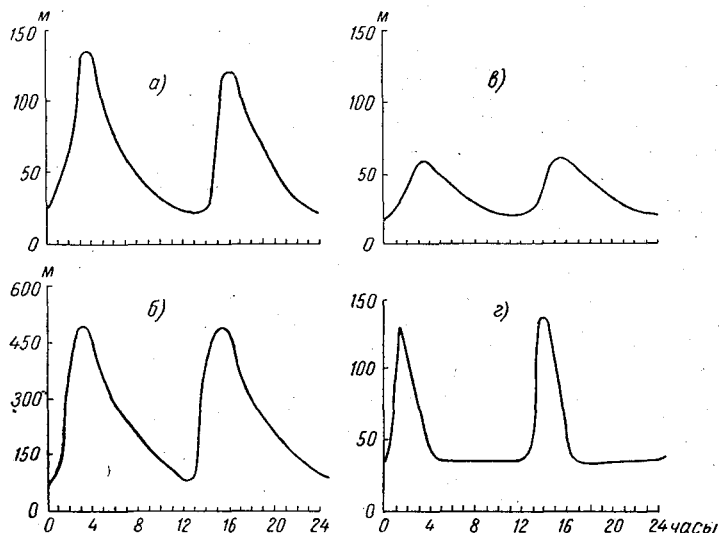


Рис. 21. Кривые уровня прилива на реках:
а — Вороньей, б — Мезени, в — Кеми, г — Поное.

Для использования метода уравнений необходимо располагать наблюдениями над моментами и высотами полных и малых вод прилива за 414 суток. Метод пригоден только для полусуточных приливов. На русском языке он подробно изложен Никитиным [52].

В настоящее время в районах, где наблюдается сильное влияние мелководья, применяется другой метод Ливерпульского приливного института. Схема расчета этим методом сводится к гармоническому анализу разностей между приливами, наблюдаемыми в данном пункте, и приливами, предвычисленными по обычным гармоническим постоянным для данного пункта или для пункта, принимаемого за основной. В результате получают гармонические постоянные поправок за мелководье. Пользуясь этими постоянными поправку за мелководье можно вычислить на те же даты, на которые вычисляется уровень, а затем

использовать для исправления уровней, вычисленных по обычным гармоническим постоянным.

Метод дает достаточно удовлетворительные результаты. Однако он неприменим в устьях рек, где кроме мелководья на приливную волну воздействует речной поток, соизмеримый по энергии с приливным потоком. В устьях приливных рек на разных участках наблюдаются различные соотношения двух потоков, которые изменяются от полного преобладания речного потока в вершине морского участка устья до полного преобладания морского прилива на взморье. Естественно поэтому, что классический гармонический анализ приливов в устьях рек вообще редко применим. Указанный выше метод Ливерпульского приливного института (гармонический анализ кривой разностей) можно применять только в устьях рек с незначительным стоком или для периодов его устойчивых значений.

Характер волнового движения частиц воды в приливной волне, речной сток и сгонно-нагонные явления определяют режим колебаний уровня в устье реки. Поэтому в настоящей главе рассматриваются приемы анализа стоячих и поступательных волн в устьях рек. Предлагается схема расчета действия стока на приливы и показываются основные особенности расчета сгонно-нагонных и приливных колебаний уровня в устье реки.

§ 1. СХЕМА АНАЛИЗА СТОЯЧИХ ПРИЛИВНЫХ ВОЛН В УСТЬЯХ РЕК

В случае стоячей приливной волны колебания уровня происходят почти одновременно по всему устью реки. Мгновенная кривая поверхности приливных вод представляет собой кривую подпора, аналогичную кривой подпора уровня в верхних бьефах речных электростанций.

Стоячие приливные волны в устьях рек наблюдаются при глубинах предустьевого взморья, больших величин прилива примерно в 10 и более раз.

Примерами могут являться приливы в реках: Поной (Белое море), Паатсо-йоки (Баренцево море), Тигиль, Ола и Полана (Охотское море). В устьях указанных рек наблюдаются стоячие приливные волны, а на предустьевом взморье имеется сравнительно значительный свал глубин, что, как упоминалось, и определяет характер приливной волны в этих устьях. Для определения характера приливной волны, в устье реки надо в пунктах, расположенных в начале, средней части и вершине устья, провести одновременные ежедневные наблюдения над колебаниями уровня. Схему анализа приливов в рассматриваемых устьях можно показать на примере расчета приливов в устье р. Поной.

На рис. 22, 23 показаны различные фазы приливных колебаний уровня в устье р. Поной. Как видно на рисунках, одина-

ковые фазы приливных колебаний уровня наблюдаются одновременно по всему устьевому участку реки. Периодичность колебаний уровня в устье соответствует периоду приливов в прибрежном районе моря. Следовательно, приливы в устье р. Поной представляют стоячие колебания, вызванные приливами Белого моря. Влияние рельефа ложа и стока реки определяют для каждого пункта устья асимметрию кривых хода уровня и высоту положения малых вод.

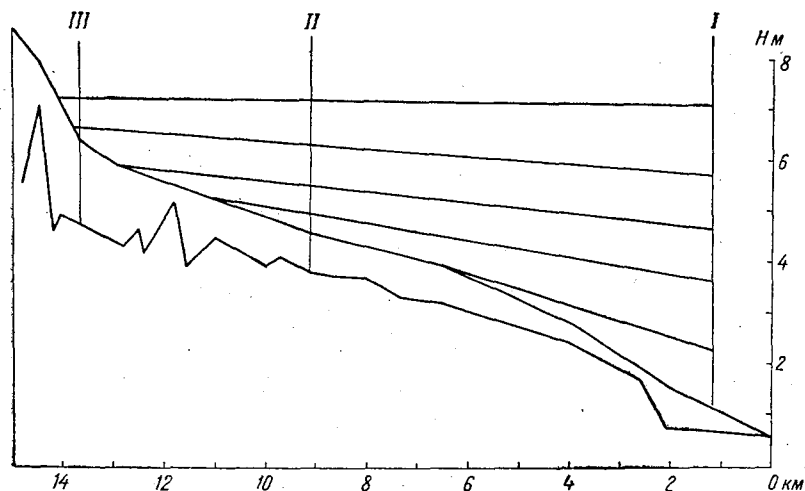


Рис. 22. Различные фазы колебаний уровня стоячей волны на р. Поной и профиль ложа реки; I—III — створы.

Стоячая приливная волна в устье реки незначительно искажается мелководьем и поэтому ее профиль имеет форму, близкую к синусоиде. Это объясняется влиянием мелководья на потоки воды, т. е. проявлением сил трения, которые пропорциональны квадрату скорости течения.

В стоячей волне, около моментов полной и малой воды, наблюдаются наименьшие скорости течения. Таким образом, около крайних стояний уровня, когда наиболее различны условия влияния мелководья, малы скорости течения и величина трения, а поэтому искажения стоячей приливной волны мелководьем незначительны.

В поступательной волне в периоды моментов полной и малой воды наблюдаются наибольшие скорости течения и наибольшие величины трения, поэтому правильная поступательная волна искажается мелководьем наиболее значительно.

Если принять глубину и ширину устьевом участка р. Поной постоянными, то по известной формуле Русселя [42] можно

определить скорость распространения поступательной приливной волны в этом устье:

$$c = \sqrt{g\left(h + \frac{A}{2}\right)} - u, \quad (1)$$

где c — скорость распространения приливной волны (м/сек.),

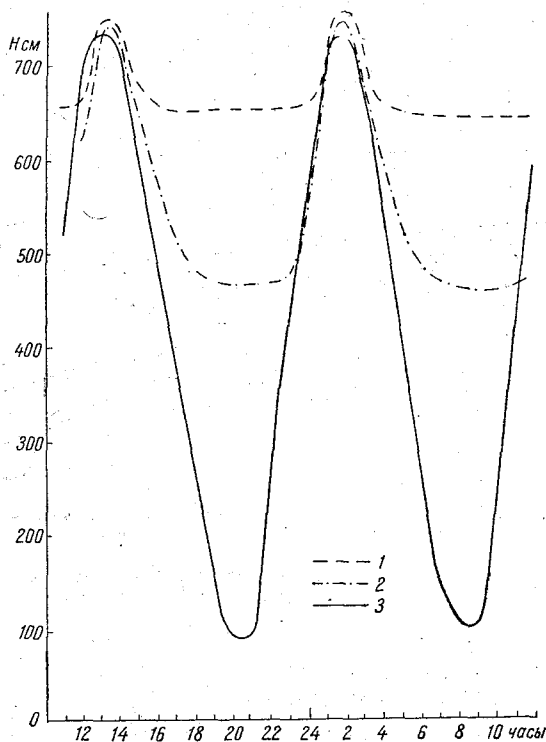


Рис. 23. Совмещенный график колебаний уровня воды в устье р. Поной.

1 — р. Поной, водпост в створе I; 2 — руч. Лобский, водпост в створе II; 3 — о. Безымянный, водпост в створе III.

g — ускорение силы тяжести (м/сек.²), h — глубина устья при среднем уровне (м), A — величина прилива (м), u — скорость речного течения (м/сек.).

Посмотрим, с какой скоростью должен был бы распространяться по реке гребень приливной волны, наблюдаемой в начале устья. В день наблюдения величина прилива в этом месте была равна 6,4 м, глубина устья при среднем уровне — 3,5 м и ско-

рость речного течения — около 1 м/сек. Поступательная приливная волна должна была бы двигаться по реке со скоростью

$$c = \sqrt{9,81(3,5 + 3,2)} - 1,0 = 7,1 \text{ м/сек.}$$

Путь между крайними створами (12,5 км) она проходила бы за 29 минут. Но, как упоминалось выше, наблюдения говорят о том, что такого движения приливной волны, т. е. поступательной волны, в р. Поной нет.

Теперь определим по приближенной формуле Мериана параметры стоячей волны в схематизированном устье:

$$T = \frac{2l}{\sqrt{g\left(h + \frac{A}{2}\right)}}, \quad (2)$$

где T — период волны (сек.), $2l$ — длина волны (м).

Формулой Мериана мы воспользовались потому, что она не учитывает второстепенных и в то же время недоступных точному определению факторов.

Рассмотрим эти колебания как продольную сейшу по схеме, данной Праудмэном [55].

В открытом море должно иметь место колебательное движение, которое в начале устья вызывает те же изменения уровня и течения, что и первоначальная сейша. Это колебательное движение рассматривается как гармоническое. Колебания в устье будут индуцированными колебаниями. Период колебаний остается неизменным. Определим длину волны индуцированных колебаний. Принимая $T=12,4$ часа (или 44 640 сек.) и

$$h + \frac{A}{2} = 6,7 \text{ м, получим}$$

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{2} T \sqrt{g\left(h + \frac{A}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 44\,640 \sqrt{9,81 \cdot 6,7} \approx 181 \text{ км.} \end{aligned}$$

Длина устьевоего участка р. Поной (L) равна приблизительно 14 км, так что

$$L < l. \quad (3)$$

Это говорит о том, что прилив будет происходить практически одновременно по всему устью реки. В частности, полная вода на всем устьевом участке будет наступать в то же время, что и в начале устья. Это теоретическое положение хорошо согласуется с наблюдениями над приливом в устье р. Поной (рис. 22).

Посмотрим теперь, как будут различаться между собой высоты уровня в наших створах, вычисленные по формуле Праудмэна.

$$H_{\text{в}} = \frac{H_{\text{н}}}{\cos \frac{\pi L}{l}}, \quad (4)$$

где $H_{\text{в}}$ — высота уровня в верхнем створе (м), $H_{\text{н}}$ — высота уровня в нижнем створе (м), L — длина участка реки между створами (м).

Подставим в эту формулу числовые значения:

$$H_{\text{II}} = \frac{6,7}{\cos \frac{\pi 7900}{181\,000}} = \frac{6,7}{\cos 7,9^\circ} = 6,76 \text{ м};$$

$$H_{\text{III}} = \frac{6,7}{\cos \frac{\pi \cdot 12\,500}{181\,000}} = \frac{6,7}{\cos 12,4^\circ} = 6,86 \text{ м}.$$

Разница между высотами уровня в среднем и верхнем створах по наблюдениям была равна 8 см, а по расчету — 10 см. Таким образом, получилось почти полное совпадение наблюдаемых и расчетных данных, ибо разница находится в пределах точности произведенной нивелировки. Очевидно, такое совпадение результатов объясняется тем, что схематизация русла отражает действительные условия. По мере снижения уровня воды, т. е. по мере уменьшения влияния прилива, все более и более начинают сказываться сток реки и рельеф дна. И действительно, из-за уклона дна отливные колебания уровня не проявляются на верхних створах. Высокое положение уровня (полные воды) в устье реки обуславливается режимом стоячей приливной волны, а низкое положение уровня (малые воды) — стоком. Промежуточные положения уровня создаются сочетанием влияния того и другого явлений. Разложить эти суммарные уровни на составляющие можно путем наложения линии роста уровня на линии падения одних и тех же полных вод. Однако нас интересуют не промежуточные, а крайние положения уровня.

Наши рассуждения подтверждаются проведенной корреляцией между малыми водами в верхнем створе и высотами уровня на безливном участке реки, а также между полными водами в этом створе и полными водами на о. Сосновец, где наблюдается обычный ход приливного изменения уровня. Полученные коэффициенты корреляции высот полных и малых вод $r_1 = 0,980$ и $r_2 = 0,966$ достаточно высоки и в то же время не равны друг другу. Это подтверждает, что режим полных и малых вод различен и, следовательно, наблюдения можно обрабатывать только так, как это предложено в настоящей работе. Сред-

няя квадратичная ошибка уравнения регрессии при этом не превышает допустимой.

В связи с тем, что наблюдаемые сложные периодические колебания уровня формируются из двух составных частей, для обработки этих наблюдений нельзя применять существующие приемы гармонического анализа прилива. Этот анализ дает хорошие результаты при рассмотрении только приливных колебаний. Поэтому малые воды возможно анализировать, лишь находя связи с режимом уровня на безливных участках реки, а полные воды — только сравнивая с таковыми в месте, где характер прилива сравним с характером прилива в море у устья реки.

Корреляция между высокими полными водами верхнего створа и высокими полными водами на о. Сосновец была произведена по двухмесячной серии одновременных наблюдений. Однако из ряда исключались квадратурные воды, которые не доходили до створа или сильно искажались стоком. Исключались также полные воды, которые наблюдались в период значительных сгонно-нагонных явлений.

Следует еще дополнительно остановиться на корреляции полных вод.

Существует не совсем ясное представление о возможности и целесообразности применения метода сравнения приливов в различных пунктах. Этот метод предназначен для сравнения явлений прилива, а не сравнения колебаний суммарного уровня.

Сравнение приливов возможно при соблюдении так называемых «условий сравнимости», когда связь между высотами уровня в этих пунктах представляет прямую линию, тангенс угла наклона которой характеризует величину прилива в пункте наблюдения по отношению к его величине в основном пункте. Отклонение точек связи от прямой говорит о степени различия характера прилива в этих пунктах.

Следовательно, нельзя согласиться с существующими рекомендациями по этому вопросу, сущность которых заключается в следующем: колебания уровня в двух пунктах принято считать сравнимыми, если коэффициент корреляции рядов уровней наблюдений в этих пунктах $r=0,85$, а средняя квадратическая ошибка уравнения регрессии не превышает ± 10 см. Для установления связи используются одновременные данные за весь имеющийся в дополнительном пункте период наблюдений.

Понятие о связи суммарных колебаний уровня в различных пунктах приливных морей не содействует изучению характера влияния элементов суммарных колебаний уровня в различных условиях на суммарный уровень во всем многообразии этого сложного явления, а, наоборот, упрощает это явление, скрывая механическим подходом к суммарному уровню реальные соотношения между распределением элементов уровня в различных

районах. Связь между суммарными колебаниями уровня за конкретный период времени в приливных морях является случайной. Даже при идеальном совпадении условий сравнимости приливов эта связь будет меняться в зависимости от длительности периода наблюдений, сезона наблюдений и особенно от соотношения элементов, определяющих суммарный уровень.

Связь могла бы быть постоянной только в том случае, если бы величины сгонно-нагонных колебаний уровня в сравниваемых пунктах были пропорциональны величинам прилива в них. Однако возможность такой пропорциональности практически исключается. Изменения уровня по гидрометеорологическим причинам, хотя последние и могут довольно значительно изменяться от пункта к пункту, все же оказываются одного и того же порядка вдоль побережий, где нет особых условий для формирования аномальных сгонно-нагонных явлений. Приливные же колебания изменяются в значительных пределах. Поэтому тангенс угла наклона линий связи (при идеальном совпадении условий сравнимости) будет величиной переменной.

Из изложенного можно сделать вывод, что сложные колебания уровня воды в реках, создаваемые стоячей приливной волной и стоком реки, возможно обрабатывать методом сравнения, но только сравнивая малые воды с уровнем безливного участка реки, а полные, в период отсутствия значительных сгонно-нагонных явлений, — с таковыми в пункте, где приливы сравнимы с приливами в море у устья реки.

§ 2. СХЕМА АНАЛИЗА ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ ПРИЛИВНЫХ ВОЛН В УСТЬЯХ РЕК

Поступательные приливные волны в устье реки характеризуются поступательным движением частиц воды в волне перемещения. Схема анализа этих волн в устьях рек также имеет свои особенности. В этом случае приливная волна как бы распространяется по поверхности уровня стока реки, т. е. ее гребень и подошва располагаются по одну сторону от уровня стока.

Наиболее часто в устьях рек, впадающих в море с приливами, наблюдаются поступательные приливные волны. Это объясняется тем, что обширные мелководные районы материковой отмели под влиянием трения преобразуют стоячую приливную волну в поступательную. Говоря точнее, такой процесс происходит в результате того, что отраженные от берегов поступательные волны в значительной мере гасятся мелководьем, что мешает возникновению стоячих колебаний. По этой причине к устьям многих рек подходят поступательные приливные волны. Довольно детальное освещение вопроса о влиянии мелководья на изменение характера стоячих приливных волн дано в работах Свердруп, Цикунова и Вапняра [104], [69], [29].

В зависимости от колебаний волнообразующего приливного расхода воды на морском крае устья и от изменений расхода реки поступающие в реку приливные волны в каждом пункте устья изменяют во времени свою форму и размеры. При этом гидравлические элементы русла — ширина, глубина, уклон и другие по отношению к направлению распространения волны могут возрастать, убывать или оставаться постоянными, что в свою очередь деформирует приливные колебания. Указанные основные факторы, влияющие на характер образования и распространения в устьях приливных волн, показывают, насколько многочисленны и разнообразны формы поступательных приливных волн в реальных устьях рек. Процесс распространения приливной волны вверх по устьевому участку реки начинается с момента перехода воды на взморье от малой воды к подъему. По мере продвижения волны вверх по реке профиль ее постепенно искажается, а скорость движения и величина прилива уменьшаются. Значительный уклон дна, мелководье и существенная величина стока создают разницу в скорости распространения полных и малых вод (гребня и подошвы приливной волны). Следовательно, по мере распространения волны вверх по реке расстояние между ее гребнем и подошвой предшествующей волны постепенно уменьшается и время падения уровня значительно превосходит время его подъема.

Существует широко распространенное мнение, что только за счет влияния мелководья в реках происходит сильное сближение гребня и подошвы приливной волны, передний склон, входящей в реку приливной волны становится очень крутым и в результате возникает так называемый бор или маскаре [22]. В этом случае, обычно проводится аналогия между разрушением на мелководье ветровой и приливной волн. Недостаток такого объяснения бора заключается в том, что для разрушения приливной волны необходимо постепенное накопление искажений формы волны, а явление бора происходит на небольших участках рек. Кроме того, несмотря на наличие обширных мелководий в ряде морей, бора в этих морях не наблюдается. Более обоснованной является теория бора, изложенная Дудсоном и Варбургом [84]. Главная черта бора — сравнительно быстрое поднятие уровня. Вертикальный фронт волны является только небольшой долей профиля всего приливного поднятия воды во время бора. Вертикальное поднятие объясняется следующим. Под влиянием значительных уменьшений площади поперечного сечения при определенных глубинах ложа реки, независимо от того, является ли это уменьшение следствием крутого подъема дна или уменьшения ширины реки, увеличиваются скорости приливного течения. Когда скорость приливного течения приближается к скорости распространения приливной волны, уклоны уровня становятся очень большими до создания вертикального

фронта у части поднятия уровня. Лякомбом выполнен анализ работ по изучению бора, начиная с 1900-х годов, и дан расчет бора путем интегрирования уравнений приливов в частных производных методом характеристик [93], [94]. Однако этот метод в связи с неравенствами в амплитудах и периодах приливов дает приближенную картину явления. Кроме того, он применим только при условии, если известны одновременные значения приливов и течений в устье реки.

Условия распространения приливов в реках очень сложны, поэтому в каждой реке могут наблюдаться свои особенности приливных явлений (например, «маниха» — временная приостановка падения уровня), однако, как правило, эти явления создаются поступательными волнами. Приливные волны поступательного типа наблюдаются в устьях рек: Вороньей (Баренцево море), Мезени (Белое море), Эльбы (Северное море) и других. Интересно, что скорость распространения приливных волн во всех этих устьях равна приблизительно 2,5 м/сек. Расчетная скорость приливных волн без учета влияния уклона дна устьев и стока рек приблизительно в 2,5 раза превосходит наблюдаемую.

Наблюдения показывают, что в одном и том же пункте устья реки эффект влияния стока на приливы получается двойной; во-первых, с увеличением стока уменьшается величина прилива и, во-вторых, поднимается волновая поверхность (рис. 24). Влияние величины расхода на приливы очень наглядно видно на примере р. Воронья (рис. 25). На этом рисунке видно, как с увеличением расходов реки уменьшается величина прилива. Однако взаимосвязь указанных явлений чрезвычайно сложна и специфична для каждой реки. Например, в устье р. Воронья при изменениях расходов реки от 16,3 до 28,6 м³/сек. величина приливов уменьшается от 170 до 140 см. Колебание величины стока Северной Двины от 5000 до 10 000 м³/сек. не вызывает заметных изменений величины прилива, но при расходе, равном 15 000 м³/сек., величина прилива уменьшается в 3 раза.

Дудсон и Варбург, рассматривая схему изменений приливных явлений в каналах с переменными площадями поперечных сечений, пришли к выводу, что поднятия уровней более чувствительны к изменениям в ширине, чем в глубине канала, течения ведут себя наоборот [84].

Отсюда можно заключить, что степень влияния расходов реки на приливы определяют относительные изменения гидравлического радиуса. Особенностью режима уровней рассматриваемых устьев рек является специфический характер колебаний малых вод прилива, что определяет своеобразие расчетов режима уровней.

Приведем анализ колебаний малых вод в устье р. Мезень, выполненный Альтшулером и Парванян [9].

Нередко о динамике малых вод прилива в устьях рек существует неверное представление. Если в море и мористых районах устьев рек самые низкие уровни малых вод бывают в сизигию, то считается, что в верхних участках устьев некоторых рек самые низкие уровни малой воды приходятся на квадратуру.

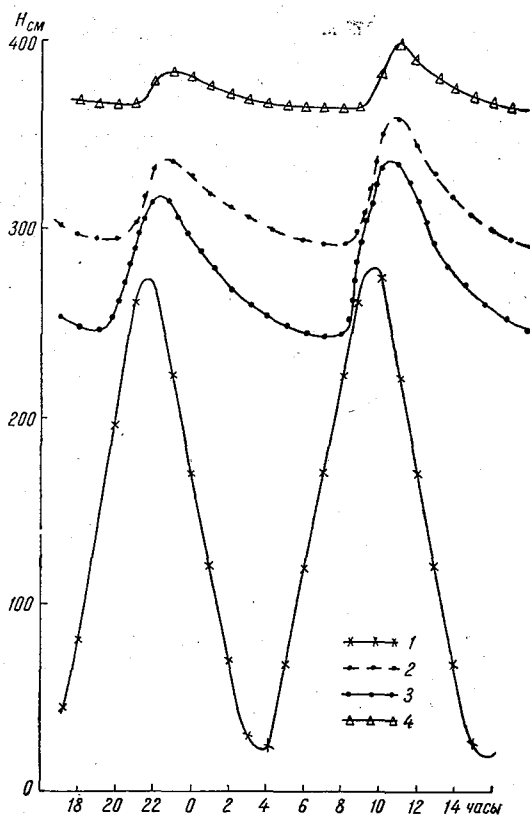


Рис. 24. Совмещенный график колебаний уровня воды в устье р. Воронья.

Водомерные посты: 1 — начало устья, 2 — 7-й километр, 3 — 12-й километр, 4 — 20-й километр.

Комоа объясняет это явление тем, что поступающее в реку в сизигию большое количество воды за время отлива не успевает полностью вытечь [42].

Основная разница в характере приливных колебаний уровня моря и приливных колебаний в большинстве рек заключается в том, что поверхность моря под действием приливообразующих

сил колеблется относительно своего среднего положения, а в реке происходят два самостоятельных процесса:

1) колебание уровня речных вод в зависимости от стока реки;

2) колебания уровня морских вод и подпертых речных вод под действием приливообразующих сил и стока реки. Эти колебания происходят как бы над стоком и обнаруживаются уже в некотором удалении от морского края устья реки. Для каждой реки величина указанного расстояния определяется параметрами речного стока, ложа реки и характеристиками приливов.

Положение малых вод в створах, расположенных на некотором расстоянии вверх по течению реки от морского края устья,

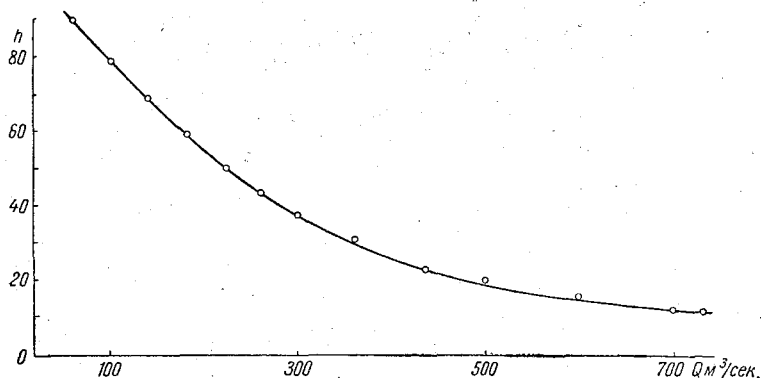


Рис. 25. Изменения величины прилива (h) в зависимости от расхода воды (Q) в р. Воронья у сел. Галицино.

зависит, главным образом, от колебаний стока реки. Отсюда понятны причины так называемого аномального явления с положением малых вод прилива в устье р. Мезень.

Так, Протопопов пишет, что на р. Мезень отмечена аномалия в стоянии наинизшего горизонта отлива [57]. Если при нормально протекающих приливо-отливных явлениях горизонт наинизшего отлива приходится на сизигийный период, то в устье Мезени это верно лишь для одного пункта — Семжи. Во всех же остальных пунктах уровень наинизшего отлива падает на квадратуру. Эти данные Протопопова на рис. 26 сопоставлены с колебаниями уровня воды за тот же период на безливном участке реки в селе Бугаево. В пунктах Каменка, Пыя и Самоедские ручьи четко вырисовывается зависимость между стоком Мезени и положением малых вод. В Семже превалирует морской режим, поэтому там малые воды не следуют за стоком реки.

Для проверки были проанализированы материалы наблюдений в устьях Кеми и Вороньей.

Для устья Кеми построен график колебаний уровня воды по наблюдениям на трех водомерных постах. Кривая 1 рис. 27 отражает колебание уровня воды на участке, где не сказывается влияние моря. Этот водпост расположен в 5 км от морского края устья. Кривая 2 характеризует колебания малых вод на посту, расположенном в Кемской губе — в 0,5 км от

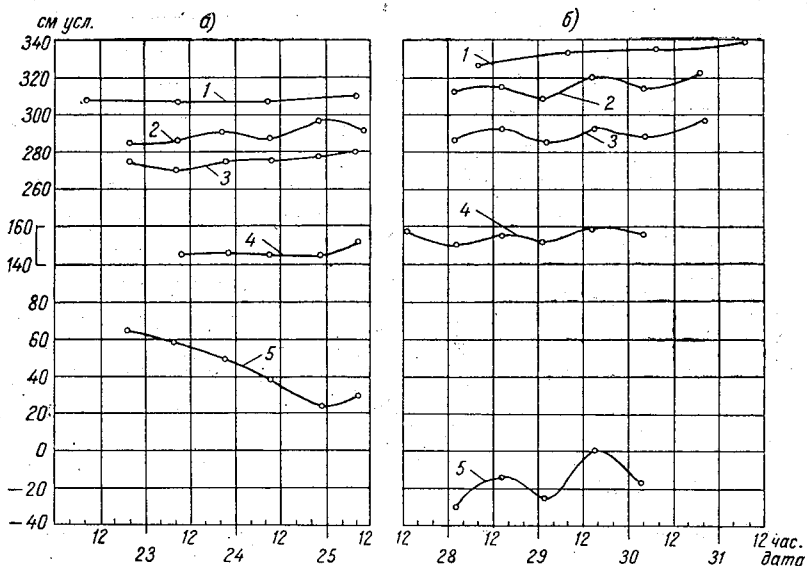


Рис. 26. Колебания высот малых вод р. Мезень, июль 1930 г. в периоды:
а — квадратурный; б — сизигийный. Водомерные посты:
1 — Бугаево, 2 — Каменка, 3 — Самоедские ручьи, 4 — Пыя, 5 — Семжа.

устья. Кривая 3 характеризует положение малых вод в море — на станции Кемь-порт, расположенной приблизительно в 10 км от устья.

Как видно на графике, положение малых вод на посту, расположенном в Кемской губе, следует за колебаниями уровня воды на верхнем безливном створе. Коэффициент корреляции между уровнями в этих пунктах достаточно высок. Никакой связи между малыми водами морского поста и уровнями первого поста не отмечается.

Та же картина наблюдается на р. Воронья, для устья которой построен график колебания уровня воды на двух водомерных постах. Кривая 1 рис. 28 отражает колебание уровня воды на участке реки, где не сказывается влияние моря. Этот пост находится приблизительно в 24 км от морского края устья. Кри-

вая 2 отражает приливные колебания уровня на посту, расположенном в 18 км от моря. Наблюдения над колебаниями уровня совпали с периодом значительного колебания стока р. Воронья. В этом случае особенно ясно видно, как малые воды все время следуют за колебаниями стока реки. Коэффициент корреляции между положением уровня малых вод на нижнем посту и уровнем на верхнем посту близок к единице.

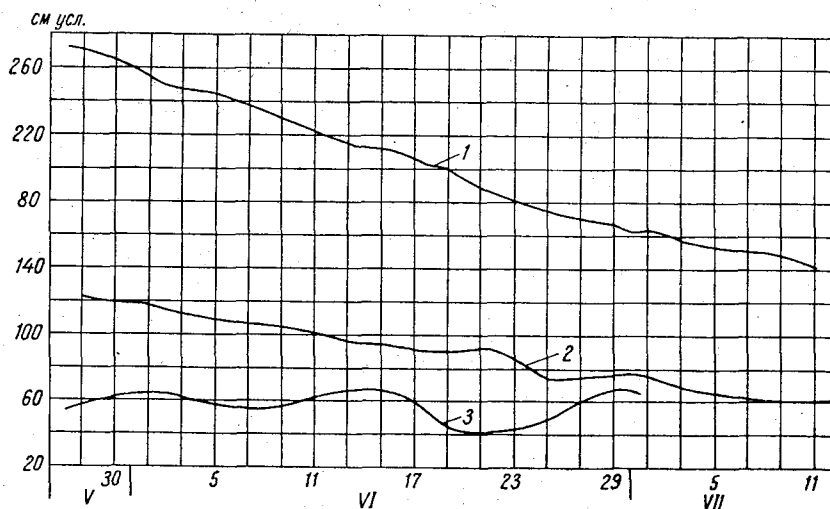


Рис. 27. Колебания высот малых вод р. Кемь (1955 г.). Водомерные посты:

1 — Нижняя путка, 2 — Кемская губа, 3 — Кемь-Порт.

Очевидно, режим колебаний уровня воды в устье Мезени имеет тот же характер, что и на многих других приливных реках. Следовательно, в положениях малых вод в устьях рек в сизигию и в квадратуру аномалий нет, а есть закономерность, отражающая влияние стока на приливы. Необходимо отметить, что в устьях рек, подверженных действию приливов, расчет минимальных уровней для проектирования гидротехнических сооружений и определения нуля глубин навигационных карт надо производить по данным кривых обеспеченности малых вод. В настоящее время за нуль глубин для устьевых участков рек, впадающих в моря с приливами, гидрографы, как правило, принимают понижение относительно среднего уровня на амплитуду прилива, максимально возможную по астрономическим причинам.

Таким образом, морской метод расчета нуля глубин, механически переносится для расчета нуля глубин устья приливной

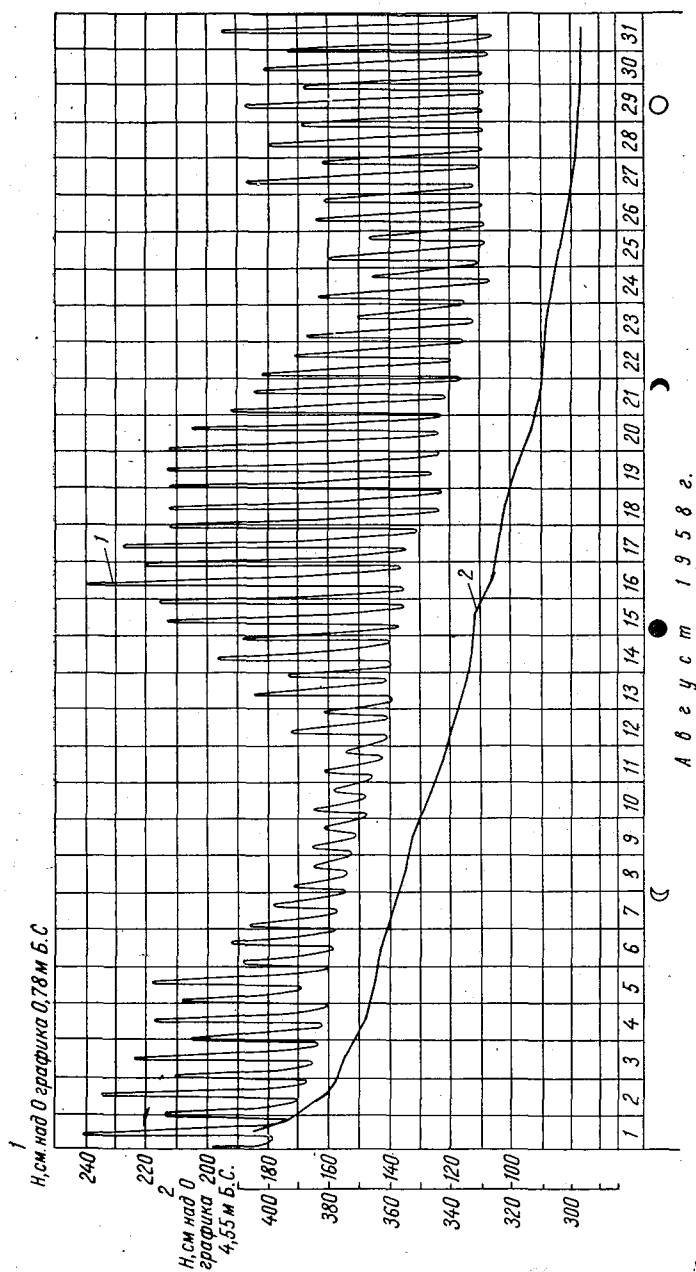


Рис. 28. Колебания уровня воды р. Воронья:
1 — приливо-отливные у сел. Галицко, 2 — среднесуточные в 5,65 км выше сел. Галицко.

реки. Этим ухудшаются условия плавания, так как принятый нуль глубин для устья реки имеет следующие погрешности:

1. Максимально возможные по астрономическим причинам величины приливов в устьях рек обусловлены местными особенностями и являются переменными.

2. Обычно промер производится в межень — в сезон минимального стока и максимальных приливов. В этот период малые воды имеют наименьшие отметки. Гидрографы дополнительно занижают их на величину, равную разнице между максимальным понижением уровня прилива, рассчитанным по астрономическим условиям, и максимальным понижением малых вод, полученным по наблюдениям. При малых глубинах в устьях рек и при значительной стоимости дночерпательных работ необоснованное занижение расчетных значений уровня недопустимо. Ввиду этого должен измениться и прием предсказания суммарных и приливных уровней в реках.

Если в реке и море установлен нуль глубин, то его вычисления для устьевого пункта может быть выполнено по методике В. В. Иванова¹.

В связи с изменчивостью астрономических, климатических и других условий суммарный уровень воды подвержен значительным колебаниям как в течение суток, так и за ряд лет. Эти колебания незакономерны, так как вызваны рядом переменных и независимых друг от друга факторов; поэтому их реальные значения учесть трудно. Однако изменчивость суммарных уровней можно выявить методами математической статистики. Проводя анализ поступательных приливных волн в устьях рек с некоторым приближением, можно рекомендовать в зависимости от участка устья реки малые воды коррелировать с уровнями стока реки или с малыми водами пункта-аналога. Полные воды, при условии небольших колебаний стока реки, следует сравнивать с полными водами в пункте, расположенном в районе взморья.

При значительных колебаниях стока реки величины прилива и высоты полных вод определяются специальными расчетами. Пример такого расчета дан в следующем параграфе.

Сгонно-нагонные явления влияют на приливы так же, как сток реки, поэтому схема расчета приливов в этом случае будет аналогичной.

Для вычисления мелководных составляющих и в целях предвычисления приливов целесообразно применять гармонический анализ, но при условиях незначительных колебаний стока реки и сгонно-нагонных явлений.

¹ В. В. Иванов. К расчету нуля глубин в устьях рек безливных морей. Тр. ААНИИ, т. 256, 1961.

§ 3. РАСЧЕТ ДЕЙСТВИЯ СТОКА НА ПРИЛИВЫ В УСТЬЯХ РЕК

Как упоминалось в предыдущем параграфе, гашение приливов стоком происходит по сложному закону и зависит от отношения величины поступающего в реку прилива и размера стока. Один и тот же сток реки в различной степени гасит приливы разной величины.

Для каждого участка реки по мере распространения приливов вверх по реке гашение их является различным. Рассматри-

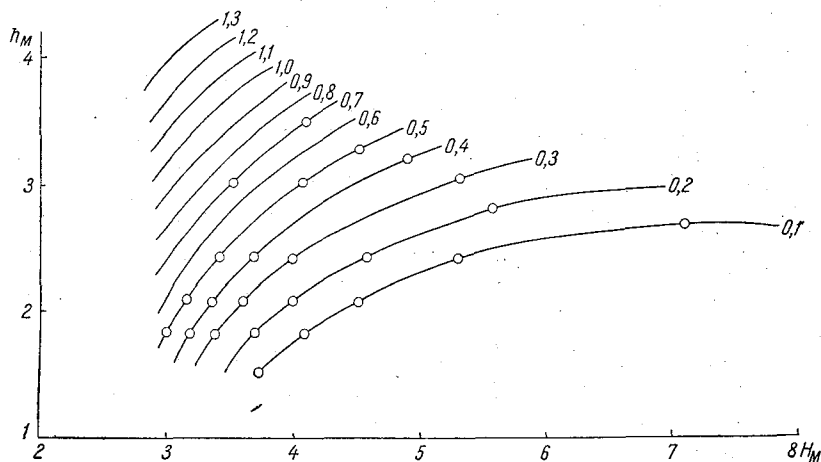


Рис. 29. Изменения величины прилива (h') в устье р. Воронья в зависимости от величины прилива в море (h) и уровня воды в реке (H).

Кружки на кривых — точки, принятые к расчету.

ваемое гашение приливов, вызванное действием стока реки, может быть для каждого пункта устья с достаточной для практики точностью определено из анализа эмпирических данных.

С целью получения несложных расчетных зависимостей следует произвести графическую аппроксимацию связей двух независимых переменных: уровня стока реки (H) и приливных колебаний, поступающих в устье (h) с приливами в данном пункте (h').

На рис. 29 для одного из пунктов устья р. Воронья, представлено проведенное по данным наблюдений семейство кривых, характеризующее гашение приливных колебаний, поступающих с моря в зависимости от изменений высоты уровня стока реки. В этом случае приходится оперировать с сериями значений двух независимых и одной зависимой переменных, для которых желательно найти математическую форму связи, выражающую одну зависимую переменную через две другие независимые.

Такое выражение требуется для приближенного обобщения результатов наблюдений в виде теоретической формулы, имеющей прогностическое значение, и интерполяции и экстраполяции наблюдаемых данных. Для решения поставленной задачи можно воспользоваться аппроксимацией поля кривых полиномом.

Семейство кривых, являющееся функцией двух переменных $h' = f(H, h)$, описывается теми же уравнениями, что и топографическая поверхность или поле распределения каких-либо метеорологических элементов. Следовательно, является правомерным и перспективным применение метода полиномиальной аппроксимации как для семейства исследуемых кривых, так и для определения взаимодействия стока реки с приливными и непериодическими колебаниями, поступающими с моря в устье реки. Таким образом, семейство кривых может быть аппроксимировано аналитически, так же как это делается для аналитического представления любых двухмерных полей, задаваемых в регулярной сетке точек.

В настоящее время возможности полиномиальной аппроксимации распределения каких-либо характеристик по площадям исследованы достаточно подробно. Этому вопросу посвящены работы Богрова, Калмыковой, Гандина, Панковского и многих др. [18], [31], [44], [99].

Найдем полином для семейства кривых равных величин прилива (h') в данном створе. Представим значение функции $h' = f(H, h)$ в виде степенного полинома

$$P(H, h) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N a_{ij} H^i h^j, \quad (5)$$

коэффициенты которого (d_{ij}) будем находить методом наименьших квадратов.

В связи с тем, что рассматриваемое семейство кривых представляет эквидистантные линии несложной формы, представим его в виде полинома второй степени от горизонтальных координат H и h . В этом случае при достаточно густой сети точек можно практически с одинаковой и вполне достаточной точностью аппроксимировать семейство эквидистантных кривых полиномом как второй, так и третьей степени; с увеличением степени точность аппроксимации практически не повышается.

Выбор степени полинома в общем случае зависит от сложности формы семейства кривых. На критерии выбора степени остановимся несколько ниже.

Полином второй степени имеет вид:

$$a_0 + a_1 h_i + a_2 H_i + a_3 h_i^2 + a_4 h_i H_i + a_5 H_i^2 = h'_i. \quad (6)$$

Для получения численного выражения полинома второй степени необходимо найти шесть неизвестных коэффициентов a_{ij} ,

для чего на системе кривых надо иметь шесть характерных точек. Характерными называются точки, величины приливов в которых позволяют находить величины приливов в остальных точках кривых путем линейного интерполирования.

Шесть характерных точек, необходимых для вычисления коэффициентов полинома второй степени, дают возможность производства правильных расчетов при отсутствии погрешностей в наблюдениях и точном проведении кривых. Так как обычно это условие не соблюдается, то для повышения точности вычисляемых коэффициентов надо взять на кривых больше точек. В нашем примере взято 24 точки (табл. 30).

Зная координаты каждой точки, составим 24 начальных уравнения с шестью неизвестными.

Обозначим ошибку наблюдений буквой η , тогда начальные уравнения будут иметь вид:

$$a_0 - h_j + a_{j1}a_1 + a_{j2}a_2 + a_{j3}a_3 + a_{j4}a_4 + a_{j5}a_5 = \eta_i, \quad (7)$$

где $j=1, 2, \dots, 24$.

Напишем в развернутом виде систему начальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} a_0 - 0,1 + 1,5a_1 + 3,7a_2 + 2,25a_3 + 5,55a_4 + 13,7a_5 &= \eta_1 \\ a_0 - 0,1 + 1,8a_1 + 4,08a_2 + 3,24a_3 + 7,34a_4 + 16,64a_5 &= \eta_2 \\ a_0 - 0,2 + 1,8a_1 + 3,68a_2 + 3,24a_3 + 6,62a_4 + 13,54a_5 &= \eta_3 \\ a_0 - 0,7 + 3a_1 + 3,5a_2 + 9a_3 + 10,5a_4 + 12,55a_5 &= \eta_{24} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Коэффициенты аппроксимирующего полинома найдем из условия минимума суммарной квадратической ошибки η .

Минимизации подлежит выражение

$$Q = \sum (\eta_i)^2 = \min. \quad (9)$$

Найдем частные производные от Q по независимым переменным a_{ij} и приравняем их нулю.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial a_0} &= 2 \sum_{j=1}^{24} (a_0 + a_{j1}a_1 + a_{j2}a_2 + a_{j3}a_3 + a_{j4}a_4 + a_{j5}a_5 - h_j) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_1} &= 2 \sum_{j=1}^{24} (a_{j1}a_0 + a_{j1}^2a_1 + a_{j1}a_{j2}a_2 + a_{j1}a_{j3}a_3 + \\ &\quad + a_{j1}a_{j4}a_4 + a_{j1}a_{j5}a_5 - a_{j1}h_j) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_2} &= 2 \sum_{j=1}^{24} (a_{j2}a_0 + a_{j2}a_{j1}a_1 + a_{j2}^2a_2 + a_{j2}a_{j3}a_3 + \\ &\quad + a_{j2}a_{j4}a_4 + a_{j2}a_{j5}a_5 - a_{j2}h_j) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial Q}{\partial a_3} &= 2 \sum_{j=1}^{24} (a_{j_3} a_0 + a_{j_3} a_{j_1} a_1 + a_{j_3} a_{j_2} a_2 + a_{j_3}^2 a_3 + \\
&\quad + a_{j_3} a_{j_4} a_4 + a_{j_3} a_{j_5} a_5 - a_{j_3} h_j) = 0. \\
\frac{\partial Q}{\partial a_4} &= 2 \sum_{j=1}^{24} (a_{j_4} a_0 + a_{j_4} a_{j_1} a_1 + a_{j_4} a_{j_2} a_2 + a_{j_4} a_{j_3} a_3 + a_{j_4}^2 a_4 + \\
&\quad + a_{j_4} a_{j_5} a_5 - a_{j_4} h_j) = 0 \\
\frac{\partial Q}{\partial a_5} &= 2 \sum_{j=1}^{24} (a_{j_5} a_0 + a_{j_5} a_{j_1} a_1 + a_{j_5} a_{j_2} a_2 + a_{j_5} a_{j_3} a_3 + \\
&\quad + a_{j_5} a_{j_4} a_4 + a_{j_5}^2 a_5 - a_{j_5} h_j) = 0
\end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Таким образом, для определения шести неизвестных имеем систему шести нормальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned}
24a_0 + a_1 \sum_{j=1}^{24} a_{j_1} + a_2 \sum_{j=1}^{24} a_{j_2} + a_3 \sum_{j=1}^{24} a_{j_3} + a_4 \sum_{j=1}^{24} a_{j_4} + \\
+ a_5 \sum_{j=1}^{24} a_{j_5} &= \sum_{j=1}^{24} h_j \\
a_0 \sum_{j=1}^{24} a_{j_1} + a_1 \sum_{j=1}^{24} a_{j_1}^2 + a_2 \sum_{j=1}^{24} a_{j_1} a_{j_2} + a_3 \sum_{j=1}^{24} a_{j_1} a_{j_3} + \\
+ a_4 \sum_{j=1}^{24} a_{j_1} a_{j_4} + a_5 \sum_{j=1}^{24} a_{j_1} a_{j_5} &= \sum_{j=1}^{24} a_{j_1} h_j \\
a_0 \sum_{j=1}^{24} a_{j_2} + a_1 \sum_{j=1}^{24} a_{j_2} a_{j_1} + a_2 \sum_{j=1}^{24} a_{j_2}^2 + a_3 \sum_{j=1}^{24} a_{j_2} a_{j_3} + \\
+ a_4 \sum_{j=1}^{24} a_{j_2} a_{j_4} + a_5 \sum_{j=1}^{24} a_{j_2} a_{j_5} &= \sum_{j=1}^{24} a_{j_2} h_j \\
a_0 \sum_{j=1}^{24} a_{j_3} + a_1 \sum_{j=1}^{24} a_{j_3} a_{j_1} + a_2 \sum_{j=1}^{24} a_{j_3} a_{j_2} + a_3 \sum_{j=1}^{24} a_{j_3}^2 + \\
+ a_4 \sum_{j=1}^{24} a_{j_3} a_{j_4} + a_5 \sum_{j=1}^{24} a_{j_3} a_{j_5} &= \sum_{j=1}^{24} a_{j_3} h_j \\
a_0 \sum_{j=1}^{24} a_{j_4} + a_1 \sum_{j=1}^{24} a_{j_4} a_{j_1} + a_2 \sum_{j=1}^{24} a_{j_4} a_{j_2} + a_3 \sum_{j=1}^{24} a_{j_4} a_{j_3} + \\
+ a_4 \sum_{j=1}^{24} a_{j_4}^2 + a_5 \sum_{j=1}^{24} a_{j_4} a_{j_5} &= \sum_{j=1}^{24} a_{j_4} h_j
\end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} a_0 \sum_{j=1}^{24} a_{j_5} + a_1 \sum_{j=1}^{24} a_{j_5} a_{j_1} + a_2 \sum_{j=1}^{24} a_{j_5} a_{j_2} + a_3 \sum_{j=1}^{24} a_{j_5} a_{j_3} + \\ + a_4 \sum_{j=1}^{24} a_{j_5} a_{j_3} + a_5 \sum_{j=1}^{24} a_{j_5}^2 = \sum_{j=1}^{24} a_{j_5} h_j. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Решение этой системы нормальных уравнений выполним по методу Гаусса. В результате получим значения коэффициентов a_{ij} . Подставив эти коэффициенты в уравнение (6), найдем аналитическое выражение аппроксимирующего многочлена:

$$h' = 1,445965 + 0,3499h - 0,702371H - 0,000679h^2 - \\ - 0,000455hH + 0,054075H^2. \quad (12)$$

Из уравнения (12) можно определить величину прилива в рассматриваемом створе устья реки по значениям приливов в начале устья и высоте уровня стока воды в реке.

Вычисление стоковой составляющей уровня может быть выполнено по методике Иванова. Методика разработана применительно к устьевым участкам сибирских рек, где преобладают непериодические колебания уровня, а приливы относительно малы [43]. Основной методики является положение о том, что при среднем многолетнем уровне моря уровни в устье зависят только от величины стока и местных морфометрических характеристик устья реки. В методике учитывается время добегания до устьевого пункта морских вод и речного стока. Вычисление стоковой составляющей производится по расходу или уровню стока с помощью степенных полиномов. Непериодическая составляющая уровня определяется как разность суммарной и стоковой составляющих.

Рассмотрим разницу между значениями величин приливов, полученных в 24 точках семейства кривых, и значениями величин приливов в этих же точках, полученных из многочлена (12). В табл. 30 приведены указанные расхождения.

Средняя квадратическая ошибка аппроксимации

$$m_{h_{\text{апп}}} = \pm 0,01 \text{ м}. \quad (13)$$

При сложных формах ложа реки семейство линий, характеризующих изменения приливов в устье, также может иметь сложный вид. В этом случае многочлен второй степени будет не точно аппроксимировать исследуемые кривые. Аппроксимация функции $h' = f(H, h)$ должна быть улучшена за счет выбора многочлена более высокой степени.

Степень многочлена зависит от сложности формы изолиний в области исследования S и определяется числом характерных точек на этих линиях. Это положение не является адекватным требованию способа наименьших квадратов о превалировании

Таблица 30

Координаты точек		Величины прилива, полученные		Расхождение (м)	Координаты точек		Величины прилива, полученные		Расхождение (м)
H_t (м)	h_t (м)	с кривых	из многоугольника		H_t (м)	h_t (м)	с кривых	из многоугольника	
3,70	1,50	0,10	0,11	-0,01	4,59	2,40	0,20	0,19	0,01
4,08	1,80	0,10	0,10	0,00	4,00	2,40	0,30	0,33	-0,03
3,68	1,80	0,20	0,22	-0,02	3,68	2,40	0,40	0,43	-0,03
3,38	1,80	0,30	0,31	0,01	3,40	2,40	0,50	0,52	-0,02
3,18	1,80	0,40	0,38	0,02	7,10	2,70	0,10	0,12	-0,02
2,99	1,80	0,50	0,45	0,05	5,58	2,80	0,20	0,18	0,02
4,50	2,03	0,10	0,08	0,02	5,30	3,02	0,30	0,29	0,01
3,99	2,03	0,20	0,21	-0,01	4,89	3,20	0,40	0,41	-0,01
3,60	2,03	0,30	0,32	0,02	4,50	3,24	0,50	0,50	0,00
3,37	2,03	0,40	0,40	0,00	4,05	3,00	0,50	0,53	-0,03
3,15	2,03	0,50	0,47	0,03	4,10	3,50	0,70	0,69	0,01
5,30	2,40	0,10	0,07	0,03	3,50	3,00	0,70	0,69	0,01

числа точек наблюдений над числом неизвестных для лучшей минимизации суммы квадратов ошибок наблюдений.

Один из способов определения степени многочлена, которым можно заменять семейство сложных кривых (топографическую поверхность) изложен в работе Хейфеца [64].

Требуется, чтобы аппроксимирующий многочлен совпадал с семейством кривых в характерных точках. Пусть поле кривых имеет N характерных точек.

$$A_1(H_1, h_1) \dots, A_N(H_N, h_N) \quad (14)$$

с величинами приливов в этих точках

$$h'_1, \dots, h'_N.$$

В качестве аппроксимирующего полинома рассматривается многочлен степени n от двух переменных:

$$P_n(H_1, h) = \sum_{i=0}^h \sum_{j=0}^{h-i} a_{ij} H^i h^j. \quad (15)$$

Степень этого многочлена должна быть такой, чтобы путем нахождения его коэффициентов можно было обеспечить выполнение равенств

$$P_n(H_r, h_r) = h_r \quad (r=1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

или равенств

$$h'_r = \sum_{i=0}^h \sum_{j=0}^{h-i} a_{ij} H_r^i h_r^j, \quad (r=1, 2, \dots, N). \quad (17)$$

Поскольку число коэффициентов a_{ij} многочлена $P_n(H, h)$

$$q = \frac{(n+1)(n+2)}{2}, \quad (18)$$

то степень аппроксимирующего многочлена может быть найдена из неравенства

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} \geq N. \quad (19)$$

Решая это неравенство относительно n , получают

$$n \geq \sqrt{2N + \frac{1}{4}} - \frac{3}{2}, \quad (20)$$

где N — число всех характерных точек семейства кривых. Так, например, если на семействе кривых надо взять 32 характерные точки, то, применяя формулу (20), получают $n=6$. Это означает, что заданное семейство кривых может быть аппроксимировано многочленом шестой степени.

Аналогичным путем можно устанавливать влияние сгонно-нагонных колебаний на приливы. Полиномы, как уже упоминалось, дают возможность экстраполировать данные для экстремальных значений независимых переменных, а также выделять из наблюдаемых колебаний уровня его слагаемые, что важно при исследовании генезиса явления.

§ 4. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НАГОННЫХ И ПРИЛИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ В УСТЬЯХ РЕК

Штормовые нагоны в устьях приливных рек являются одной из самых серьезных проблем океанографии. Исследованиями штормовых нагонов в приливных морях и их предсказанием занимаются многие видные ученые и целые организации [33], [48], [76], [103], [106].

При исследованиях сгонно-нагонных явлений в устьях приливных рек возникают три группы проблем:

1. Взаимодействие приливных и сгонно-нагонных явлений.
2. Статистический анализ суммарных уровней.
3. Предсказание суммарных-приливных и штормовых нагонов.

Сгонно-нагонные колебания являются одной из причин, искажающей наблюдаемые приливные колебания, а отсюда и гармонические постоянные приливов. Ввиду того, что в устьях рек сгонно-нагонные явления могут иметь величины, равные с приливами, а иногда и превосходят их, то гармонический анализ в этих случаях теряет смысл.

Обычно одна из трудностей анализа заключается в исходном предположении, что нагоны зависят только от метеорологических причин и не зависят от состояния прилива.

В устьях рек и в частности в устье Темзы было обнаружено, что взаимодействие между приливом и нагоном оказывает значительное влияние на высоту и время наступления пиков нагонов. Это влияние таково, что экстремальные значения бывают не в самый момент наступления полной воды, а чаще всего в период роста прилива.

Взаимное влияние приливов и сгонно-нагонных явлений друг на друга может быть объяснено гидродинамическими особенностями побережья. Многие из прибрежных районов имеют собственные колебания почти приливного периода. Поэтому, если здесь возникают колебания от поступающих нагонных волн под действием метеорологических причин, местные водные массы реагируют появлением в них ряда колебаний, с периодами, приблизительно равными приливному.

Очевидно, в связи с этим во время штормовых нагонов приливы в указанных районах искажаются, влияя на нагонные явления. В таких случаях штормовой нагон движется вдоль побережья со скоростью, мало отличающейся от скорости движения

приливной волны, что упрощает расчет экстремальных уровней. Вызывает большой интерес теоретическое исследование сочетаний приливных и нагонных колебаний в устьях рек, выполненное Праудмэном [100]. В этой работе отмечается, что наступление максимальных значений наибольших нагонов, наблюдаемых на английском побережье, оказалось приуроченным ближе к моменту малой воды прилива, нежели ко времени полной воды. В связи с тем, что метеорологические условия, вызывающие нагон, независимы от времени астрономического прилива, становится очевидным гидродинамическое происхождение указанной особенности сочетания обоих явлений. Приливные и нагонные колебания рассматриваются Праудмэном, как колебания, образовавшиеся в открытом море, а затем продвигающиеся в устьевой район. Поэтому он пренебрегает величинами приливообразующих сил, ветра и атмосферного давления, действующими на водные массы самого устья.

Особая сложность задачи заключается в том, что влияние мелководья и донного трения для одних и тех же метеорологических условий по-разному сказывается на величине нагонов во время полных и малых вод. Еще более сложная зависимость существует между фрикционными изменениями величин приливных и сгонно-нагонных колебаний в зависимости от отношений их первоначальных амплитуд. Так, по данным Бурдыкиной, в устье р. Оленек штормовые нагоны совершенно гасят приливы (рис. 30). На рисунке показаны прогнозируемые и истинные уровни во время нагона в устье р. Оленек. При других условиях, например в устье р. Воронья, приливы значительно больше нагонов и поэтому последние в основном только «поднимают» приливные колебания (рис. 31).

Практическим способом расчета действия сгонно-нагонных явлений на приливы в устьях рек может быть рекомендована изложенная в предыдущем параграфе схема расчета действия стока на приливы в устье реки.

Для обеспечения проектов, строительства и эксплуатации морских гидротехнических сооружений необходимо иметь статистическую оценку распределения суммарных высот уровня моря весьма редкой повторяемости с предвидением их на ближайшие десятилетия. В этом случае наибольшая трудность заключается в отсутствии уверенности, что вычисленная теоретическая кривая распределения будет отражать истинное положение уровней малой обеспеченности.

Ван Данциг подробно изложил метод статистической оценки суммарных колебаний уровня моря, предложенный Вемельсфельдером для района Хок-ван-Холланда [33]. Анализируя ряд наблюдений с 1888 по 1937 г., он установил, что частота

$\frac{n(h)}{n}$, где $n(h)$ — количество поднятий воды, превышающих

уровень h_1 за n лет, нанесенная на график в логарифмической шкале, очень близка к прямой линии. Затем было установлено, что вероятность $1 - F(h)$ превышения, превосходящего h (где h — превышение уровня моря во время высшей точки прилива над некоторым уровнем, принятым за нулевой, а $F(h)$ — соответствующая общая функция распределения), является функцией вида e^{-ah} . Однако максимальные значения h

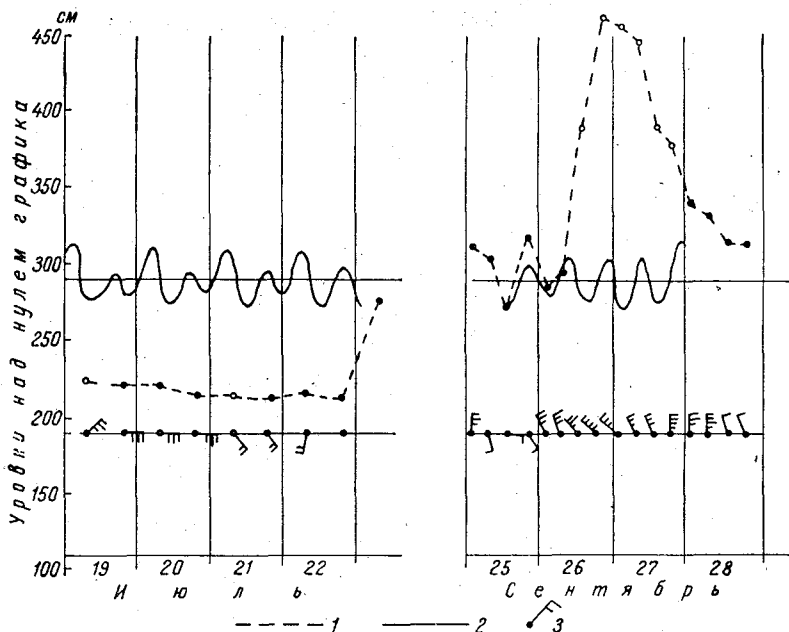


Рис. 30. Сопоставление наблюдаемых и вычисленных приливо-отливных уровней воды р. Оленок у с. Усть-Оленок за июль—сентябрь 1948 г.
1 — наблюдаемый уровень (см), 2 — вычисленный приливо-отливной уровень (см),
3 — ветер (м/сек).

имеют тенденцию отклоняться вправо от упомянутой прямой линии. Ван Данциг пытался оценить величину этого отклонения и нашел, что оно является следствием сложения нескольких экспоненциальных распределений, которые следует разделять. Он пришел к выводу, что даже при полном соответствии между конечным числом наблюдений и функцией статистического распределения нет ни малейшей гарантии, что возможна экстраполяция распределения во времени. Поэтому необходимо анализировать физические причины, вызывающие экстремальные поднятия уровня. Проверялись и другие распределения для экстремумов весьма редкой повторяемости (логарифмически нор-

мальное распределение, распределение разностей между предсказанными и наблюдаемыми уровнями моря и другие).

В заключение Ван Данциг установил, что лучшим приближением распределения уровней во время штормов и максимумов

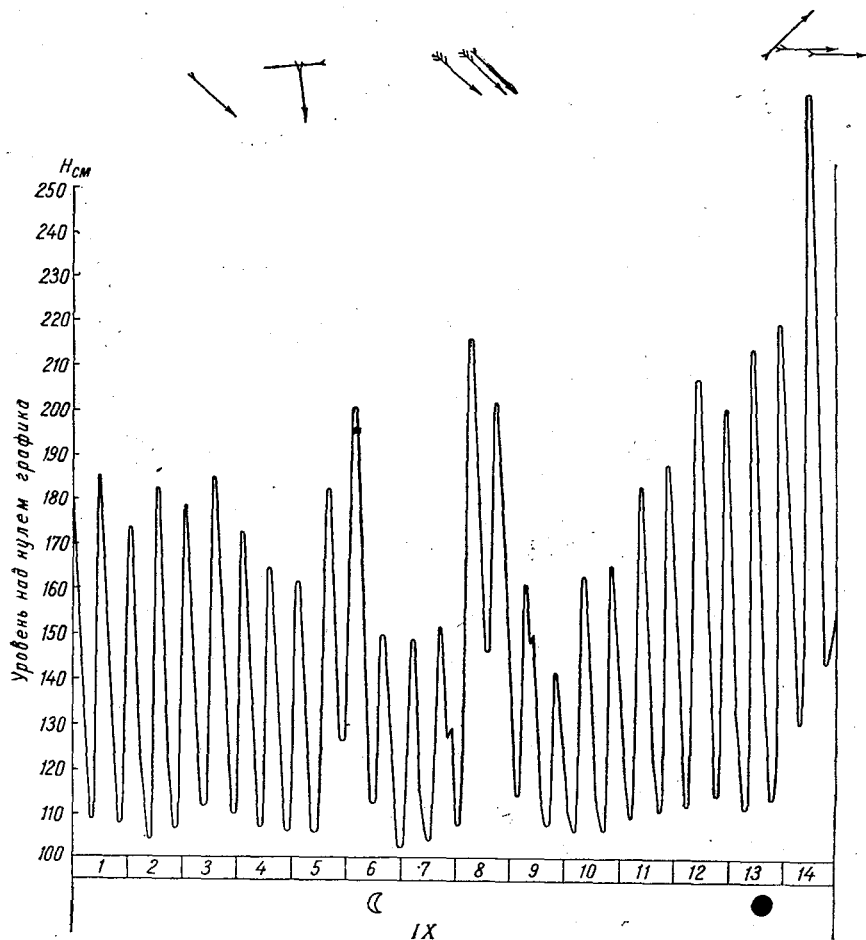


Рис. 31. Нагонные и приливные колебания уровня в р. Воронья. Ветер изображен стрелками.

мов прилива является экспоненциальное, хотя нет гарантий, что оно сохранится при значительной экстраполяции. Поэтому необходимо принимать во внимание физические причины повышения уровня, в частности резонанс и интерференцию. В отечественной практике обычно уровни редкой повторяемости

аппроксимируются (по Марютину) кривой нормального распределения [17]. Из множества законов распределения вероятностей закон нормального распределения является одним из наиболее простых. В этом случае кривая частоты повторяемости различного положения уровня над нулем поста выражается равенством:

$$P = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(H-\bar{H})^2}{2\sigma^2}}, \quad (21)$$

где P — вероятность (частота) повторения данного уровня; $\bar{H}$ — средний уровень за рассматриваемый период; σ — среднее квадратичное отклонение (стандарт).

Кривая нормального распределения частоты повторяемости высоты уровня имеет симметричный вид относительно центральной наибольшей ординаты. На этом основано построение теоретической кривой обеспеченности, выраженной уравнением

$$\Phi = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_H^{+\infty} e^{-\frac{(H-\bar{H})^2}{2\sigma^2}} dH, \quad (22)$$

где Φ — обеспеченность уровня H .

По ряду причин использование нормального закона при подсчете обеспеченности экстремальных уровней в устьях приливных рек может привести к определенным погрешностям. В связи с наличием суточного и полумесячного приливного неравенств полных и малых вод, односторонним систематическим влиянием стока реки, различными величинами сгонов и нагонов в одних и тех же устьях рек и, наконец, в связи с тем, что влияние ветров во время отлива отличается от такового во время прилива, суммарный уровень воды в устьях рек часто имеет кривую распределения частот повторяемости, отличающуюся от кривой нормального распределения. В этих распределениях наблюдается значительное преобладание значений, больших или меньших среднего, т. е. распределение является асимметричным.

Действительно, суммарные колебания уровня формируются при случайном совпадении тех или иных величин, периодических и непериодических, а иногда и вековых колебаний. Эти колебания являются случайными, так как они зависят от ряда переменных и независимых друг от друга факторов, определяющих трудность учета их реальных значений. Однако изменчивость суммарных колебаний уровня наиболее рационально можно выявить, используя законы статистического распределения, учитывающие асимметрию в распределении, причем схемы получения распределения высот уровня будут различными для случаев, когда имеются достаточно длинные ряды наблюдений и когда ряды наблюдений ограниченные [7]. Кривые обеспеченности

(повторяемости) уровня строятся для определения обеспеченности: стояния уровня в навигационный период, нулей глубин карты, нагонов и сгонов разной величины, для расчета уровней редкой повторяемости и т. д.

При наличии длительных систематических наблюдений соответствующие характеристики можно получить с помощью несложной статистической обработки фактических данных. При такой обработке для полноты картины следует использовать ежедневные отметки уровня, но это требует большой затраты времени. Поэтому иногда сознательно ограничивают задачу рассмотрением отдельно рядов больших суточных отклонений уровней, наибольших месячных отклонений и т. д. Соответственно, в зависимости от выбора анализируемых величин кривые обеспеченности будут изображаться различно.

При наличии большого ряда наблюдений достаточно построить эмпирическую кривую обеспеченности суммарных уровней.

При построении эмпирических кривых составляется таблица суммарных уровней за многолетний период, расположенных в убывающем порядке, и для каждого уровня вычисляется обеспеченность по формуле

$$P = \frac{m}{n+1} 100\%, \quad (23)$$

где m — порядковый член ряда; n — число членов ряда.

Затем значения суммарных уровней при соответственно вычисленной обеспеченности в процентах наносят на клетчатку вероятностей с натуральной осью ординат. Если точки располагаются на прямой линии (или тесно группируются около нее), либо около слегка изогнутой кривой, то кривая обеспеченности суммарного уровня проводится по этим точкам и до малых значений обеспеченности экстраполируется на глаз, с учетом ее направления. Расчетные значения уровня снимаются с этой кривой с точностью, не уступающей точности вычисления аналитическим способом.

На практике ряды наблюдаемых суммарных уровней обычно бывают короткими, и это не дает возможности построить надежную эмпирическую кривую распределения. В этом случае прибегают к восстановлению ряда и дальнейшему построению эмпирических и аналитических кривых обеспеченности.

Для восстановления необходимого ряда используется аналог. Исходя из анализа физико-географических и гидрометеорологических условий исследуемого района и районов возможных пунктов аналогов, а также проанализировав анемобарические условия макрорайона, подбирается аналог, имеющий идентичный характер режима приливных и сгонно-нагонных колебаний уровня. Например, по имеющимся материалам наблюдений

в пункте-аналоге составляется ряд из наблюдаемых максимальных месячных уровней полных вод. На эти же даты предвычисляются уровни полных вод прилива.

Между членами первого ряда и членами предвычисленного ряда находятся разности, которые представляют собой непериодическую слагающую суммарных колебаний уровня. Затем в обоих пунктах для всех вод периода одновременных наблюдений аналогичным способом отделяются непериодические составляющие от суммарных колебаний и проводится корреляция между непериодическими и периодическими компонентами обоих пунктов. После этого для исследуемого пункта на даты всего ряда пункта-аналога по полученным уравнениям регрессии проводится восстановление периодических и непериодических составляющих колебаний уровня. Сумма указанных компонентов представляет собой величину суммарных колебаний уровня моря.

При восстановлении ряда наблюдений длительностью 25 и более лет по полученным данным строят эмпирическую кривую обеспеченности. Если восстановлен более короткий ряд, рассчитывают теоретическую кривую обеспеченности.

С помощью теоретических кривых можно определить элементы редкой повторяемости, выходящие за пределы ряда наблюдений. Теоретическая кривая обеспеченности предназначена в основном для определения уровней очень малой (менее 1%) или очень большой (более 99%) обеспеченности при коротких рядах.

В гидрометеорологии наибольшее применение получила несимметричная биномиальная кривая распределения. Кривая обеспеченности, соответствующая этой кривой распределения, несимметрична: верхняя ее часть уходит в бесконечность, а нижняя достигает 100% при некотором конечном значении суммарных уровней.

Биномиальная кривая обеспеченности характеризуется тремя параметрами:

- 1) средней арифметической ряда

$$H_{\text{ср. с. у}} = \frac{\sum H_{\text{с. у}}}{n}, \quad (24)$$

где $\sum H_{\text{с. у}}$ — сумма всех значений суммарного уровня данного ряда, n — общее число членов ряда;

- 2) коэффициентом изменчивости, или коэффициентом вариации

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum (K-1)^2}{n-1}}, \quad (25)$$

где K — модульный коэффициент, или отношение каждой вели-

чины суммарного ряда к средней величине суммарного уровня, т. е.

$$K = \frac{H_{с. у}}{H_{ср. с. у}}; \quad (26)$$

3) коэффициентом асимметрии

$$C_s = \frac{\sum (K - 1)^3}{(n - 1) C_v^3}. \quad (27)$$

Средние ошибки определения коэффициента вариации и асимметрии по приведенным формулам имеют известные величины и приводятся в табл. 31.

Таблица 31

Средние ошибки определения коэффициента вариации и асимметрии

Число случаев	Ошибка C_v (%)	Ошибка C_s (%)
5	5—8	70—80
10	2—3,5	49—51
20	1,2—2,0	29—32
100	0,3—0,4	8—11

Из табл. 31 значение C_v может быть с достаточной для расчета точностью установлено по ряду, имеющему не менее 20 членов. Для точного вычисления коэффициента асимметрии требуется продолжительный ряд наблюдений, часто отсутствующий на практике.

Так как обработка ежечасных наблюдений чрезвычайно громоздка, то одним из отправных моментов обработки является выбор цикличности суммарных уровней, принимаемых в расчетах. При проектировании гидротехнических сооружений необходимо знать обеспеченность экстремальных значений суммарных уровней. Ежечасные же их значения в данном случае не представляют большого интереса, как это бывает при расчетах, связанных с обеспечением безопасности судоходства.

Многолетние ряды наблюдений во многих районах, как правило, отсутствуют. Следовательно, для целей проектирования гидротехнических сооружений за расчетный период при определении экстремальных суммарных уровней можно брать месячный период. Ежемесячные максимальные суммарные уровни представляют собой различные сочетания, как правило, наиболее значительных приливных и случайных непериодических колебаний. При составлении ряда в районах, где бывает ледяной покров, наблюдения над колебаниями суммарных уровней в зимние месяцы не учитываются, так как они в какой-то степени гасятся льдом.

Приведем пример вычисления и построения теоретической кривой обеспеченности суммарных уровней полных вод. В

Подсчет параметров кривой обеспеченности максимальных суммарных уровней полных вод

№ п/п	Год	Месяц	Уровни H (см)	В убывающем порядке			K	$K - 1$	$(K - 1)^2$	$(K - 1)^3$	P (%)
				год	месяц	уровни H (см)					
1	1936	VI	457	1948	X	553	1,15	0,15	0,0225	0,003375	0,87
2	1936	VII	458	1949	IX	527	1,10	0,10	0,0100	0,001000	1,74
3	1936	VIII	454	1957	IX	526	1,09	0,09	0,0081	0,000729	2,61
4	1936	IX	481	1958	IX	524	1,09	0,09	0,0081	0,000729	3,48
5	1936	XI	493	1949	X	521	1,08	0,08	0,0064	0,000512	4,35
6	1937	VI	459	1958	X	518	1,08	0,08	0,0064	0,000512	5,22
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
112	1958	VIII	476	1941	VIII	448	0,93	-0,07	0,0049	-0,000343	97,8
113	1958	IX	524	1940	VII	448	0,93	-0,07	0,0049	-0,000343	98,7
114	1958	X	518	1954	VII	445	0,92	-0,08	0,0064	-0,000512	99,6
					Ср.	54 835	113,95	+1,84	0,1915	0,004629	
						481		-1,87			

$$C_v = \sqrt{\frac{0,1915}{113}} = \sqrt{0,0017} = 0,04; C_s = \frac{0,004629}{1130 \cdot 0,00064} = 0,64$$

качестве примера рассмотрим вычисление кривой обеспеченности суммарных уровней полных вод в одном из пунктов. Сведения об этих уровнях приведены в табл. 32. Для определения параметров $H_{\text{ср}}$, C_v и C_s суммарные уровни полных вод располагают в убывающем порядке. Прежде всего вычисляют $H_{\text{ср}}$, затем модульные коэффициенты K .

Из табл. 32 следует, что коэффициент K колеблется в пределах от 1,15 до 0,92. Однако ряд в 20 лет недостаточно велик, поэтому следует ожидать появления и еще более высоких и низких уровней полных вод при большом ряде лет наблюдений.

Разность $K-1$ дает в отвлеченных величинах для каждого члена ряда степень отклонения его величины от нормы. Для уровней выше нормы эта разность будет положительна, для уровней ниже нормы — отрицательна. Для характеристики изменчивости уровней среднее значение этого отклонения использовать нельзя, так как оно всегда будет равно нулю. Поэтому по теории вероятностей для данной цели используется величина среднего квадратичного отклонения или, лучше, величина наиболее вероятного среднего квадратичного отклонения, называемого коэффициентом вариации.

Следует иметь в виду, что, как известно, величины среднего уровня и коэффициента вариации зависят от принятой плоскости отсчета, а нуль графика водпоста является, по существу, условной величиной. Поэтому сопоставлять данные расчетов по разным пунктам, как это делается при расчетах стока, нельзя.

Значения параметров, по данным табл. 32, таковы: $H_{\text{ср. с. у}} = 481$ см; $C_v = 0,04$; $C_s = 0,64$. Имея значения этих параметров, вычисление теоретической кривой обеспеченности суммарных уровней можно производить по известной таблице Рыбкина, в которой даны относительные отклонения от середины ординат интегральной кривой при $C_v = 1,00$ и при различной обеспеченности P .

По таблице Рыбкина определяются значения ординат Φ при $C_s = 0,64$ и записываются во вторую графу табл. 33. Ввиду того, что отклонения кривой от середины пропорциональны C_v , все значения умножаются на $C_v = 0,04$ с точностью до сотых (графа 3 табл. 33). Эти величины указывают на отклонения ординат кривой от среднего значения ряда, которое в таблице Рыбкина принято за единицу. Для определения величин модульных коэффициентов K , необходимых для построения кривой обеспеченности, к значениям величин графы 3 прибавляется единица (графа 4).

Для построения кривой обеспеченности суммарных уровней полных вод каждое значение K умножается на величину $H_{\text{ср. с. у}} = 481$.

Откладывая по оси ординат значения суммарных уровней полных вод из графы 5 табл. 33, а по оси абсцисс величину

Ординаты кривой обеспеченности максимальных суммарных уровней полных вод

$P (\%)$	Φ	$M_s = \varphi C_v$	$K_s = M_s + 1$	$H = K_s \cdot H_{cp}$	$P (\%)$	Φ	$M_s = \varphi C_v$	$K_s = M_s + 1$	$H = K_s \cdot H_{cp}$
0,01	5,14	0,21	1,21	582	50	-0,11	0,00	1,00	481
0,05	4,36	0,17	1,17	563	60	-0,35	-0,01	0,99	476
0,1	4,02	0,16	1,16	558	70	-0,59	-0,02	0,98	471
1	2,78	0,11	1,11	534	75	-0,72	-0,03	0,97	466
3	2,13	0,09	1,09	527	80	-0,85	-0,03	0,97	466
5	1,81	0,07	1,07	515	85	-1,02	-0,04	0,96	461
10	1,33	0,05	1,05	505	90	-1,19	-0,05	0,95	457
20	0,80	0,03	1,03	500	95	-1,59	-0,06	0,94	450
25	0,60	0,02	1,02	490	97	-1,59	-0,06	0,94	451
30	0,44	0,02	1,02	490	99	-1,85	-0,07	0,93	446
40	0,15	0,01	1,01	485	99,9	-2,22	-0,09	0,91	437

обеспеченности, находят точки, по которым получают кривую, называемую теоретической кривой обеспеченности суммарных уровней полных вод. Для контроля на график наносятся значения суммарных уровней, полученных из наблюдений при соответствующих значениях обеспеченности для эмпирических данных, вычисленных по формуле (24).

Если теоретическая кривая обеспеченности проходит по точкам наблюденных суммарных уровней или занимает среднее положение относительно них, то ее следует считать правильной. В противном случае надо подобрать значение величины C_s , которое уточнит положение теоретической кривой. Кривая обеспеченности, построенная в простых координатах, имеет верхнюю и нижнюю ветви с крутым подъемом, что уменьшает точность. Для повышения точности отсчетов кривая строится в клетчатке вероятностей.

Клетчатка применяется также для проверки соответствия эмпирических кривых теоретическим.

В качестве примера на рис. 3 представлена на клетчатке вероятностей кривая обеспеченности суммарных уровней полных вод. Здесь же для проверки вычисления теоретической кривой обеспеченности, по данным табл. 33, нанесены кружками значения суммарных уровней полных вод при соответствующих значениях обеспеченности.

На рисунке теоретическая кривая обеспеченности суммарных уровней проходит по точкам, — следовательно, вычисления параметров кривой H_{cp} , C_v и C_s произведено правильно.

Те же операции осуществляются при построении теоретической кривой обеспеченности суммарных уровней малых вод.

Проблема прогнозирования суммарных приливных и штормовых нагонов является предметом многих специальных работ. Поэтому попытаемся дать только краткую информацию о состоянии вопроса. В настоящее время в связи с серьезными последствиями штормовых затоплений в ряде стран организована специальная служба предупреждений наводнений [103].

Ярким примером катастрофического наводнения является штормовой нагон в Голландии 1-го февраля 1953 г. Этим наводнением была сильно разрушена юго-западная часть Голландии в районе дельты, образуемой устьями рек Рейна, Мааса и Шельды. В результате наводнения погибло более 1800 человек; около 9000 зданий было разрушено и более 38 000 повреждено.

Штормовой нагон в устье р. Сев. Двина 15—17 ноября 1957 г. был наибольшим за предыдущие 58 лет и характеризовался значительной продолжительностью. Этим наводнением в Архангельске и его окрестностях были затоплены низкие населенные места, в порту выброшены на мель небольшие суда, значительно занесен наносами морской подходный канал [56].

В 1963 г. состоялась одна из специальных дискуссий по вопросам предупреждения наводнений. На этом совещании были подытожены исследования штормовых нагонов [106].

Со времени открытия причинно-следственной связи между ветром и колебаниями давления воздуха и нагонными изменениями уровня моря делались попытки выразить эту связь с точностью, необходимой для обеспечения надежных методов прогноза нагонов. Методами статистической корреляции было разработано много формул, связывающих наблюдаемые данные о ветре и давлении воздуха с данными о нагонах. Такие эмпирические зависимости во многих районах давали удовлетворительные результаты, если штормовые нагоны являлись местными образованиями, а не возникали за пределами данного моря. Например, в 1948 г. Коркэном был предложен эмпирический метод прогноза нагонных уровней в Саутенде по связи разностей уровней в этом пункте и Данабаре с градиентами атмосферного давления в трех точках Северного моря [77]. При помощи этого метода были достаточно точно рассчитаны штормовые нагоны 1963 г. [103].

В нашей стране широко распространена методика прогноза штормовых нагонов, предложенная Марютиным [48], [49]. Эмпирические схемы краткосрочного прогноза сгонно-нагонных колебаний уровня разработаны для ряда наших северных рек [17].

Как уже упоминалось, недостатком формул такого типа также является то, что они получены в предположении зависимости нагонов только от метеорологических причин и не учитывают зависимости нагонов от состояния прилива.

Переход от прогноза суммарных уровней эмпирическим

путем, учитывающим отдельные факторы, к решению гидродинамической задачи стал возможным при появлении мощных вычислительных средств и моделировании этого явления на цифровых вычислительных машинах и машинах непрерывного действия.

Это направление представлено в настоящее время исследованиями, составившими сборник переводов [58], а также работами [27], [28]. Гидродинамической основой для создания метода расчета штормовой денивелиации являются так называемые уравнения «мелкой воды», которые могут быть выведены из основных уравнений в предположение о малости глубины жидкости по сравнению с длиной волны [62]. Численные методы интегрирования уравнений мелкой воды на быстродействующих вычислительных машинах интенсивно развивались после войны [77] для решения задач газовой динамики. В океанографии такой подход сравнительно быстро — менее, чем за 10 лет — привел к установлению собственной проблематики (вопросы обоснования теории мелкой воды, точности численного метода, быстроты сходимости и устойчивости разностных схем, связь с численными схемами прогноза погоды и прочие) и уже сейчас позволил получить ряд более или менее законченных результатов.

Теоретическая разработка ряда внутренних вопросов метода в сочетании с расчетами денивелиации для конкретных акваторий, хорошо обеспеченных гидрометеорологическими данными и экспериментальными исследованиями одномерных и двумерных математических моделей, может, по-видимому, привести к существенному прогрессу в этой области.

В Ливерпульском Приливном институте имеется математическая модель Темзы, в которой учитываются влияние стока реки, донное трение, изменяющееся поперечное сечение реки и даже изменения солености. Для решения уравнений применяется электронная цифровая вычислительная машина. Для правильной постановки вопроса в каждом отдельном случае необходимо понять генезис явления и особенно вопрос взаимодействия приливов и нагонов. То же относится к статистической обработке материалов наблюдений. Гидродинамическое решение вопроса взаимодействия приливов и нагонов настолько сложно, что до сих пор нет ни одного сколько-нибудь окончательного его решения. Трудности и особенности расчетов взаимодействия приливов и нагонов хорошо представлены Дудсоном [86]. Однако в последние годы гидродинамические методы исследования расчета штормовых нагонов развиваются весьма интенсивно.

Прогноз уровня режима в устьях рек представляет интерес для судоходства, предупреждения о наводнениях и т. д.

ПРИМЕРЫ НЕКОТОРЫХ ПРИКЛАДНЫХ РАСЧЕТОВ ПО ГАРМОНИЧЕСКИМ ПОСТОЯННЫМ ПРИЛИВОВ

§ 1. РАСЧЕТ РАСХОДОВ ПРИЛИВНОЙ ВОЛНЫ

Энергетические расчеты при проектировании электростанций, работающих на энергии приливов, требуют знания расходов приливной волны. Для их определения могут быть применены два метода. Один из них основан на рассмотрении приливных колебаний уровня по всей акватории залива, отсекаемой проектируемым створом, а другой — на изучении течений в этом створе [5].

Первый метод, называемый методом кубатур, основан на геометрическом вычислении объема воды, накопленной в заливе выше данного створа за некоторый промежуток времени. Эти вычисления производятся путем сравнения двух призм воды, соответствующих объемам в разные моменты времени. Разность объемов призм составляет сток воды за рассматриваемый промежуток времени. Отношение полученной разности объемов к определенному отрезку времени даст средний расход за этот интервал. Изменение объема призмы за определенный промежуток времени может быть легко получено, если по всему району (выше створа) имеются сведения о мгновенном состоянии уровня в начальный и конечный моменты рассматриваемого периода.

Определение расходов приливо-отливного потока методом кубатур позволяет производить расчеты сравнительно быстро и просто, но дает лишь приближенные результаты.

Что же касается скоростей течения, то кубатурный метод позволяет определять только средние скорости по сечению створа, а этого недостаточно для получения необходимой характеристики режима течений.

Для подсчета расходов воды по второму методу необходимо иметь данные наблюдений над течениями в рассматриваемом створе на характерных вертикалях профиля.

Под расходом воды в приливо-отливном потоке следует понимать не просто количество воды, протекающее через какое-либо сечение в единицу времени, а баланс воды, протекающей в единицу времени через сечение в противоположных направлениях. Это определяется особенностями приливо-отливных течений, которые в отдельные моменты приливного цикла могут быть в одном и том же сечении различны по направлению.

Если течение во всех точках данного сечения направлено в одну сторону, подсчет расходов не отличается от подсчета расходов обычного потока.

Если гидроствор расположен в устье реки и расходы приливной волны и реки соизмеримы, то при подсчете общих расходов должен учитываться и расход речного потока.

Характером приливо-отливных течений определяется основная особенность расхода приливо-отливного потока — непрерывное его изменение в течение приливного цикла, а также в соответствии с многолетней изменчивостью приливов.

Максимальные и нулевые расходы, или переходы расхода из приливного в отливной и обратно, могут наблюдаться в различные фазы хода уровня, в зависимости от характера приливной волны, т. е. от соотношения поступательной и стоячей составляющих сложной приливной волны.

Таким образом, обычная зависимость в потоках с течением одного направления — $Q=f(H)$, в случаях приливо-отливных расходов не имеет места. Одному и тому же положению уровня в разные моменты приливного цикла соответствуют различные расходы воды. То же относится и к отношению уровней и расходов различных приливных циклов. Здесь существуют те же закономерности, которые определяют форму орбиты водных частиц на приливной волне.

Если рассматривать общий расход в данном створе за время прилива или отлива, т. е. сток воды за каждую половину приливного цикла, то можно установить, что он подвергается колебаниям по тем же законам, что и приливные уровни и течения. Отсюда следует, что, определив расходы приливной волны в различные фазы прилива (сизигию, промежутки и квадратуру) и зная обеспеченность колебаний уровня на те же фазы, можно полагать, что и расходы приливной волны для этих фаз имеют ту же обеспеченность.

Обычно для определения расходов приливо-отливного потока производят полусуточные циклы синхронных наблюдений над течениями на характерных вертикалях гидрометрического профиля на сизигию и квадратуру; для чего требуется сразу несколько судов. При этом фазы (сизигия и квадратура) во время производства наблюдений далеко не всегда соответствуют средним астрономическим условиям. Если наблюдения проводятся с перерывами из-за волнения или отсутствия необ-

ходимого числа судов, работы на одном профиле затягиваются на несколько дней. В случае, если на гидрометрическом профиле наблюдаются допустимые расхождения величин скоростей, их связывают с колебаниями уровня, полученными в течение всего периода наблюдений на данном профиле. Если же эти расхождения значительны, то наблюдения необходимо выполнить заново.

Все это затрудняет работу и приводит к погрешностям в определении расходов приливо-отливного потока. Представляется более целесообразным определять расходы приливо-отливного потока по гармоническим постоянным, как негармонические постоянные. При этом появляется возможность производить наблюдения над течениями на различных вертикалях с одного судна. Подсчет расходов приливной волны и стока за фазы приливного цикла обеспечивает достаточную точность в вычислениях при разновременности наблюдений и не допускает субъективных ошибок.

Для расчета расходов воды приливо-отливного потока по этому методу необходимо производить наблюдения над течениями на горизонтах $0,2$; $0,6$; $0,8H$ по всем вертикалям, расположенным в характерных точках гидрометрического створа, в течение нескольких суток, а в некоторых точках выполнить месячные или полумесячные серии наблюдений (полумесячные серии выполняются с учетом рекомендаций, данных в первой главе настоящей работы). Небольшие расхождения между вычисленными глубинами $0,2$; $0,6$; $0,8H$, и фактическими, изменяющимися в процессе измерения скоростей течения не учитываются.

На первой стадии проектирования можно удовлетвориться непрерывными наблюдениями за колебаниями уровня в течение 30 или 15 суток.

Схема подсчета расходов приливо-отливного потока сводится к следующему. Сначала производится обработка наблюдений над течениями. Выполняется возможная фильтрация приливо-отливных течений от непериодических воздействий.

После этого осуществляется обработка проекций векторов течения методом гармонического анализа. Чтобы избежать излишних вычислительных работ, в некоторых случаях можно гармоническому анализу подвергать не проекции векторов течения на меридиан и параллель, как это обычно принято для открытого моря, а составляющую течения, спроектированную на перпендикуляр к гидрометрическому створу. Все дальнейшие расчеты ведутся только для этой составляющей.

Гармонический анализ проекций векторов течения на перпендикуляр к гидроствору выполняется для каждого горизонта ($0,2$; $0,6$; $0,8H$) всех вертикалей. По полученным гармоническим постоянным для этих же горизонтов каждой вертикали

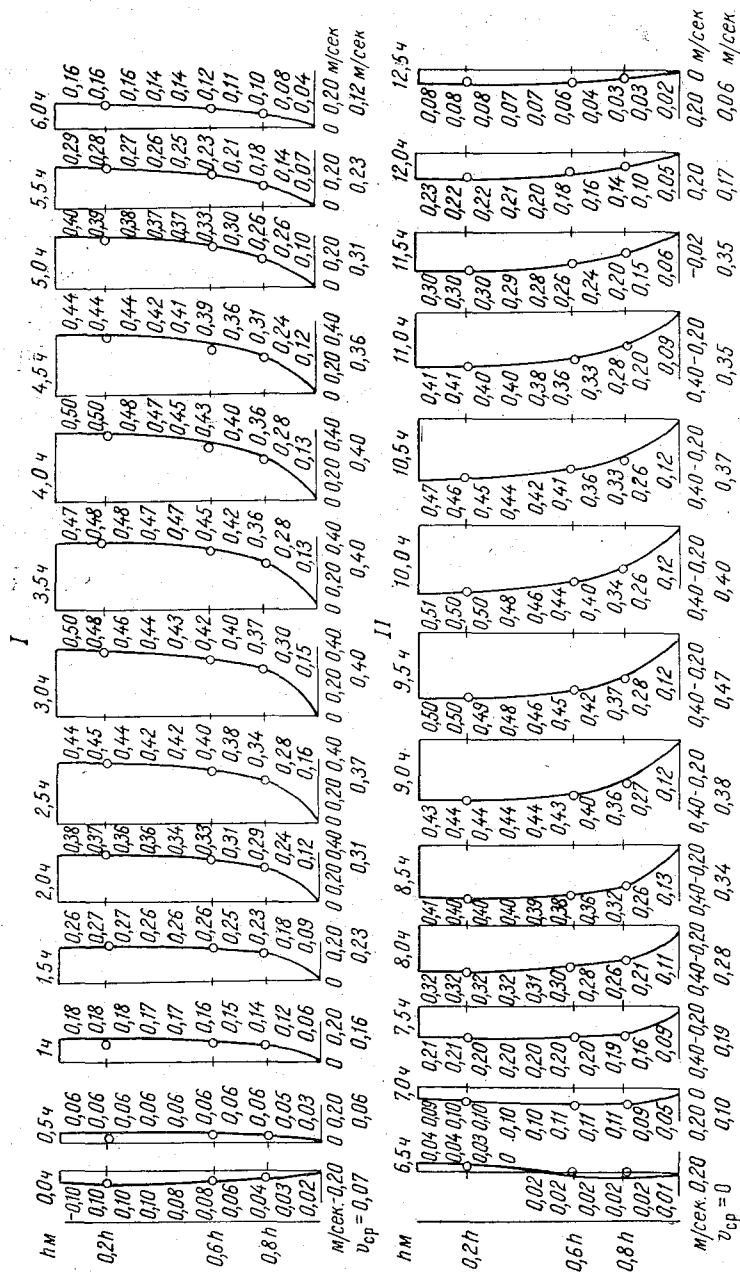


Рис. 32. Эпюры средних скоростей приливного течения (M_n) по вычислениям за приливной цикл:
I — фаза отлива, II — фаза прилива.

вычисляются величины сизигийных, средних и других приливо-отливных течений. Имея эти величины, при помощи таблиц Ньюко [54] получают на каждые полчаса приливного цикла значения уровней и скоростей течения. По этим данным строят эпюры скоростей и вычисляют средние скорости на вертикалях (рис. 32).

После построения графиков скоростей переходят к графическому подсчету расходов на гидрометрическом створе. Для этого строятся графики секундных расходов воды в различные

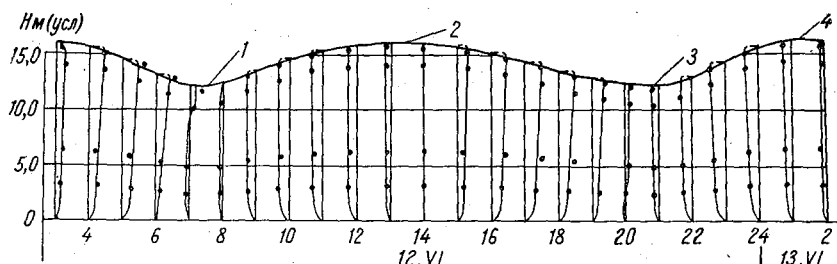


Рис. 33. Суточный график наблюдений над колебаниями уровня с еже-часными эпюрами проекций векторов течений. Величины скоростей, имеющие знак минус, отложены влево от вертикали, имеющие знак плюс, отложены вправо.

часы или получасы приливного цикла, начиная от момента полной воды в рассматриваемом створе. При этом сдвиг во времени экстремных значений скоростей течений относительно моментов полной воды определяется по приводимым дальше формулам.

При построении графика секундных расходов для каждого часа прилива и отлива на осях, отвечающих положению вертикалей на гидрометрическом створе, строят ординаты, равные по величине произведению глубины вертикали на данный час на средние скорости этого часа. Последние величины снимают с построенных ранее графиков средних скоростей. Затем на оси каждой вертикали створа для данного часа откладывается элементарный секундный расход вверх или вниз от оси абсцисс в зависимости от направления средних скоростей в сторону прилива или отлива. Соединяя вершины ординат, получают для каждого часа прилива и отлива многоугольник, площадь которого дает секундный расход в створе для данного конкретного часа.

Затем по данным полученных значений секундных расходов в рассматриваемом створе строится график изменений секундного расхода в этом створе за приливной цикл. При построении графика для каждого часа, считая от момента полной воды в створе, откладываются ординаты, по величине равные секунд-

ным расходам в соответствующие часы. Полученный график дает возможность определять наибольшие значения расходов прилива и отлива, вычислять средний секундный расход, находить величину стока за приливной цикл. Кроме того, делением величины расхода в какой-либо момент на соответствующее живое сечение, можно определить среднюю скорость по створу в данный момент и построить график изменений средней скорости в створе в течение всего приливного цикла. Ниже приводится пример определения расхода приливо-отливного потока в заливе для среднего полусуточного прилива.

В устье залива, в гидрометрическом створе имеются наблюдения над колебаниями уровня на водомерном посту и наблюдения над течениями на трех вертикалях, расположенных в характерных точках створа. На рис. 33 для одной из вертикалей дан суточный график наблюдений над колебаниями уровня и ежечасные эпюры проекций векторов течения на перпендикуляр к створу.

По имеющимся наблюдениям вычислены гармонические постоянные уровня и проекций течения на перпендикуляр к створу для каждого горизонта всех вертикалей. Для подсчета расходов предварительно по гармоническим постоянным определены величины колебаний уровня и скорости течения для среднего прилива по известной упрощенной формуле [40].

$$M_n \approx 2,08 H_{M_2},$$

где M_n — величина колебаний среднего прилива, H_{M_2} — амплитуда уровней волны M_2 .

Можно также показать, что

$$V_{M_n} \approx 1,04 V_{M_2},$$

где V_{M_n} — величина колебаний скоростей при среднем приливе, V_{M_2} — амплитуда проекций скоростей течения волны M_2 на перпендикуляр к створу.

Если точность величин колебаний уровня и скорости течения, получаемых при помощи этих упрощенных формул, не удовлетворительна, то искомые величины определяются по более точным формулам. Затем для периода в 12,5 часа, по таблицам Ньюко вычисляются на каждые полчаса значения уровней и скоростей течения на всех вертикалях для глубин 0,2; 0,6 и 0,8 Н. По полученным данным для каждой вертикали строятся эпюры скоростей, а затем вычисляется средняя скорость течения на каждые полчаса приливного цикла. При расчетах расходов воды на другие моменты приливной фазы сдвиг во времени экстремных значений скорости течения на каждом горизонте по всем вертикалям относительно момента полной воды определяется по формулам, приведенным ниже.

Для полусуточных приливов

$$f_2 = 0,033 [(g_{s_2} + e)_t - (g_{s_2} + e)_y], \quad (1)$$

где f_2 — сдвиг фаз течения относительно уровня (для полусуточных приливов), g_{s_2} — специальный угол положения волны S_2 , e — поправка, зависящая от величин волн, $d_2 = g_{M_2} - g_{s_2}$,

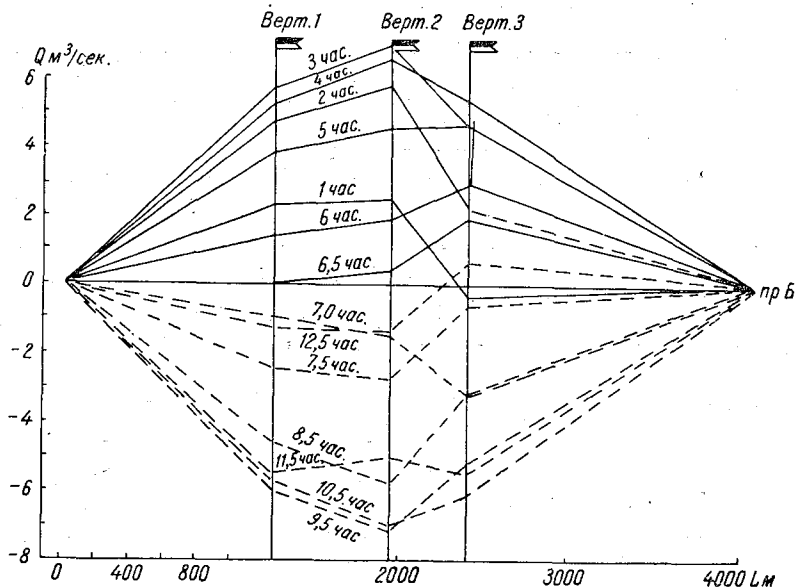


Рис. 34. График элементарных расходов за полусуточный цикл для среднего прилива.

$D_2 = \frac{H_{M_2}}{H_{S_2}}$, выбираемых из вспомогательных таблиц Адмиралтейского метода для уровня и течения, t — индекс течения, y — индекс уровня.

Для суточных приливов

$$f_1 = 0,067 [(g_{K_1} + e)_t - (g_{K_1} + e)_y], \quad (2)$$

где f_1 — сдвиг фаз течения относительно уровня для суточного прилива, g_{K_1} — специальный угол положения волны K_1 , e — по-

правка, зависящая от величин $d_1 = g_{O_1} - g_{K_1}$, $D_1 = \frac{H_{O_1}}{H_{K_1}}$, выбираемых из таблиц Адмиралтейского метода.

Затем на каждые полчаса приливного цикла по полученным значениям средних скоростей и соответствующим им положениям уровня строятся эпюры элементарных расходов (рис. 34).

Площади эпюр (многоугольников) представляют собой секундные расходы в створе для каждого часа прилива и отлива.

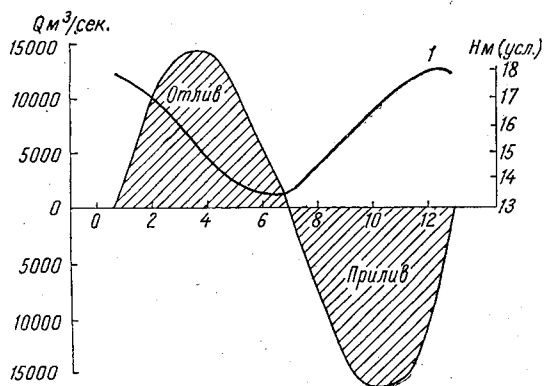


Рис. 35. График полусуточного изменения расходов и уровня воды, 1 — уровень.

В табл. 34 приведен подсчет элементарных и секундных расходов приливной волны. По данным этой таблицы строится график полусуточного цикла изменения расходов приливной волны (рис. 35).

§ 2. РАСЧЕТ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ ПРИЛИВНОЙ ВОЛНОЙ

Число работ, посвященных анализу и методам расчета энергии приливных волн, невелико. Между тем энергия приливной волны является одной из главных характеристик приливного процесса в целом и знание ее величины приобретает особое значение при специальных расчетах, связанных с проектированием электростанций, работающих на энергии прилива.

В ряде работ приводятся формулы подсчета энергии приливной волны и ее переноса [23], [24], [72], [96], [107]. Все они имеют одинаковую структуру и содержат элементы, определяемые эмпирическим путем. Это разность моментов смены течения и наступления среднего уровня или разность фаз между наступлением полной воды и моментом максимального приливного течения.

Между тем есть все основания утверждать, что следует учитывать не наблюдаемую разность фаз между указанными моментами, а разность, вычисляемую по гармоническим постоянным [10].

Это позволит более легко определять указанные фазовые углы и, поскольку они определяются не эмпирически, а довольно

строго вычисляются на основании гармонического анализа, исключать погрешности, которые могут возникать из-за воздействия непериодических явлений на приливы и за счет конкретных астрономических условий периода наблюдений. Физический смысл и значение косинуса угла фазового сдвига в расчетах приливной энергии хорошо раскрыты в работе Вантруа [95], в которой автор вводит понятие коэффициента мощности в виде косинуса упомянутого угла и показывает, какое реальное значение приобретает для расчета энергетических параметров приливной волны точность определения указанного угла.

В предлагаемой нами схеме расчета энергии приливной волны также производится учет конкретных характеристик течений в различных точках створа в противоположность принимаемым обычно единым характеристикам приливного потока по всей площади створа.

Как известно, энергия приливной волны складывается из кинетической, возникающей при горизонтальном движении отдельных частиц воды, и потенциальной энергии, возникающей при подъеме массы воды над невозмущенной поверхностью уровня при волновом движении. В общем случае полная энергия волны равна сумме ее кинетической и потенциальной энергии, причем обе они равны между собой по величине. Возможно и перераспределение долей общей энергии волны, перенос которой зависит от характера волны. Обычно при проектировании приливных энергоустановок учитывается не кинетическая, а потенциальная энергия волны.

Кинетическая энергия зависит главным образом от скорости горизонтального смещения частиц воды, т. е. от скорости приливного течения и площади поперечного сечения волны, используемой в установке. Учитывая, что встречающиеся в природе максимальные скорости приливных течений сравнительно невелики, получить энергию, имеющую промышленное значение, используя силу движущейся воды, можно только при условии использования больших площадей живого сечения волны, что весьма затруднительно и неэкономично. К этому присоединяется еще и тот недостаток, что режим работы меняется в соответствии с периодическими изменениями основных характеристик приливных течений, причем эти изменения приходятся на разные часы суток.

При условии измерения работы в килограммах, площади — в гектарах и если плотность воды принять равной 1,026, потенциальную энергию определяют из уравнения

$$E = 1,026 \cdot 10^7 S \xi^2, \quad (3)$$

где S — площадь бассейна, ξ — амплитуда прилива.

Необходимо отметить, что применять приведенную формулу

потенциальной энергии приливной волны не всегда целесообразно. Чем длина части залива, отсекаемой створом, больше длины пути, проходимого частицей воды при ее горизонтальном движении в приливной волне, тем больше будут погрешности при расчетах по этой формуле, как за счет невозможности учесть кривизну профиля водной поверхности, так и за счет неточностей учета морфометрических характеристик района. Расчет длины пути, проходимого частицами воды по заливу от створа плотины за время прилива, может быть ориентировочно произведен по формуле

$$l = \frac{HT}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{h}}, \quad (4)$$

где l — путь, проходимый частицей воды по заливу (км), H — величина прилива (м), h — глубина бассейна (м), g — ускорение силы тяжести (м/сек.²), T — продолжительность прилива (сек.).

Недостаток формулы (3) заключается также в том, что она получена в предположении неизменяемости водной поверхности бассейна за время приливного цикла. Представляется поэтому целесообразным определять энергию прилива по амплитуде и расходам приливной волны в створе сооружения. Перенос энергии приливной волной, проходящей через гидрологический створ, можно довольно точно вычислить на основе закономерностей орбитального движения частиц воды в приливной волне, учитывая особенности этого движения во всех точках плоскости створа. Количество переносимой энергии зависит от величины поступательной слагающей приливной волны, т. е. от сдвига фаз уровня и течений. В частности, если поступательная приливно-волна распространяется перпендикулярно к береговой линии, то в этом направлении сдвиг фаз экстремных значений скоростей приливных течений относительно экстремных значений уровня растет с приближением к берегу, где он достигает своей предельной теоретической величины в четверть периода, т. е. волна становится стоячей.

Приливные течения у берега затухают в моменты полных и малых вод, а наибольшие течения совпадают со средним уровнем, в результате чего приливно-энергия, передаваемая «в берега», должна быть равной нулю. При правильных приливах можно считать, что вертикальные (ξ) и горизонтальные (V) колебания частиц воды в приливной волне имеют синусоидальный характер. При неправильных приливах все операции расчета надо проводить отдельно для суточных и полусуточных составляющих суммарного прилива. Поэтому значения ξ и V всегда можно выразить при помощи законов гармонического изменения их средних амплитуд ξ_0 и V_0 с учетом угла сдвига

фаз этих элементов относительно друг друга. На основании этого для ξ можно написать простое выражение

$$\xi = \xi_0 \cos \frac{2\pi}{T} t, \quad (5)$$

где T — период приливного цикла, t — время.

Учитывая угол сдвига между колебаниями уровня и скоростями течения, величину V можно выразить так:

$$V = V_0 \cos \frac{2\pi}{T} (t - \varphi). \quad (6)$$

Угол сдвига (φ) между экстремными значениями уровня и скорости течения в каждой точке створа определяют из непосредственных наблюдений. Для этого по одновременным наблюдениям над ходом уровня и течениями строят графики колебаний уровня и скорости течения. Затем находят среднее значение промежутка времени между моментами наступления каждой полной воды и моментом наступления ближайшей к ней максимальной скорости течения, выражающее собой угол сдвига этих явлений в часах солнечного времени.

Более точно угол сдвига может быть вычислен по гармоническим постоянным по формулам (1), (2).

Из этих формул следует, что угол сдвига определяется в часах данной волны (как разность между моментами времени, на которые приходятся гребни суммарных главных полусуточных волн уровня и течения) в зависимости от величин гармонических постоянных главных волн уровня и течения.

Располагая значениями гармонических постоянных приливных колебаний уровня и течений и определив угол сдвига фаз между этими явлениями в каждой точке рассматриваемого створа, можно рассчитать мощность приливной волны, переносимой через этот створ.

Средняя мощность приливной волны [4], [5], проходящей через плоскость створа за один период волны, определяется выражением

$$\bar{W} = \frac{\rho g S}{T} \int_0^T \xi v dt, \quad (7)$$

где ρ — плотность воды, g — ускорение силы тяжести, T — период приливной волны, S — площадь плоскости створа.

При значительной длине створа и сравнительно ровном дне площадь сечения створа можно представить прямоугольником, ибо уклон берегов у концов створа незначительно исказит величину площади, подсчитанную по указанному прямоугольнику. В случае синусоидальных колебаний уровня площадь сечения

приливного потока в створе может быть ограничена по высоте среднего уровня:

$$S = bh_{\text{ср}}, \quad (8)$$

где S — площадь сечения потока, b — ширина створа, $h_{\text{ср}}$ — глубина в створе при средней воде.

Подставив в уравнение (7) выражения (5) и (6), получим

$$\overline{W} = \frac{\rho g S \xi_0 V_0}{T} \int_0^T \cos \frac{2\pi}{T} t \cos \frac{2\pi}{T} (t - \varphi) dt. \quad (9)$$

После преобразований окончательно можно написать:

$$\overline{W} = \frac{\rho g S \xi_0 V_0}{2} \cos \frac{2\pi}{T} \varphi. \quad (10)$$

Выражение, подобное (10), впервые было получено Тэйлором, однако, как уже упоминалось, расчет фазового угла производился им, а затем и рядом других авторов, по совмещенным графикам хода уровня и течений, а не по гармоническим постоянным, как рекомендовано выше. Уравнение (10) следует применять в случае, когда угол сдвига определен непосредственно из наблюдений, т. е. когда он отсчитывается в часах солнечного времени.

Если угол сдвига вычисляется по формуле (1) или (2), т. е. в часах данной волны, а не в часах солнечного времени, то уравнение (10) принимает вид

$$\overline{W} = \frac{S \rho g \xi_0 V_0}{2} \cos \varphi. \quad (11)$$

Из анализа выражений (10) и (11) можно установить, что наибольший перенос энергии будет в случае поступательной волны, когда момент полной воды совпадает с моментом наступления максимального течения ($\varphi = 0$). Если в приливной волне момент полной воды сдвинут относительно максимального течения на четверть периода ($\varphi = 90^\circ$), что, как известно, имеет место в стоячей волне, то средний перенос энергии через плоскость створа будет равен нулю. В этом случае на каждом участке района моря, расположенном между узлом и пучностью стоячей волны, запас энергии остается постоянным. В остальных случаях (когда $90^\circ > \varphi > 0^\circ$) будет наблюдаться сложный волновой режим, характеризующийся сочетанием поступательной и стоячей волн. Количество переносимой энергии (в процентах) поступательно-стоячей волной в среднем за один период волны может быть определено по формуле

$$\overline{W} = 100 \cos \frac{2\pi}{T} \varphi. \quad (12)$$

Направление переноса энергии совпадает с направлением горизонтального распространения приливной волны и определяется знаком косинуса угла сдвига.

Исследование наиболее характерных особенностей сложного волнового режима приливо-отливных явлений довольно подробно изложено в работе Цикунова [69].

В тех случаях, когда косинус угла имеет отрицательный знак, полная вода наступает позже момента максимальной скорости течения и перенос энергии через плоскость створа в среднем за период волны происходит от узла к пучности. Наоборот, положительный знак означает, что полная вода наступает раньше максимальных скоростей течения и перенос энергии идет от пучности к узлу. При рассмотрении формулы (11) можно сделать заключение, что косинус угла сдвига определяет долю поступательной и стоячей составляющих прилива в суммарной приливной волне. Полная средняя мощность приливной волны, располагаемая в створе за один период, определяется выражением (10), но без учета угла сдвига. Эта формула будет иметь вид

$$\overline{W} = \frac{\rho g S \xi_0 V_0}{2} S. \quad (13)$$

Полную мощность прилива в створе также возможно получить, если известны расходы воды приливной волны в створе (10). В этом случае, помня, что $Q = V_0 S$, выражение для подсчета мощности прилива имеет вид

$$\overline{W} = 0,5 \rho g \xi_0 Q. \quad (14)$$

Ниже приводится пример расчета переноса энергии приливной волной через створ на период сизигии. В рассматриваемом створе наблюдаются полусуточные приливы. Сизигийная амплитуда колебаний уровня в створе определяется как средняя из амплитуд, вычисленных по данным гармонического анализа наблюдений уровня вдоль створа. Для получения сизигийной амплитуды средней скорости течения в створе и угла ее фазового сдвига относительно уровня выполняются вспомогательные расчеты.

Величины сизигийных скоростей приливного течения (V_0) определяются по данным гармонического анализа наблюдений над скоростями течений на вертикалях, расположенных в наиболее характерных точках створа, соответственно на горизонтах 0,2; 0,6 и 0,8 H каждой вертикали (H — глубина на вертикали).

Количество вертикалей и их расположение определяет точность вычисления средней скорости в плоскости створа. Особенно важно знать распределение скоростей в точках излома профиля створа, на больших глубинах и у берегов.

В нашем примере три вертикали. Средние максимальные скорости течения на каждой вертикали для сизигийного прилива определены графически (рис. 36).

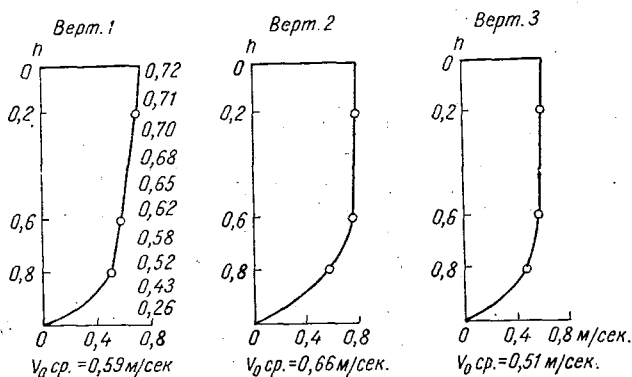


Рис. 36. Эпюры скоростей течений на вертикалях.

Угол сдвига для каждого горизонта вычислен по формуле (1). Средние значения углов сдвига для каждой вертикали

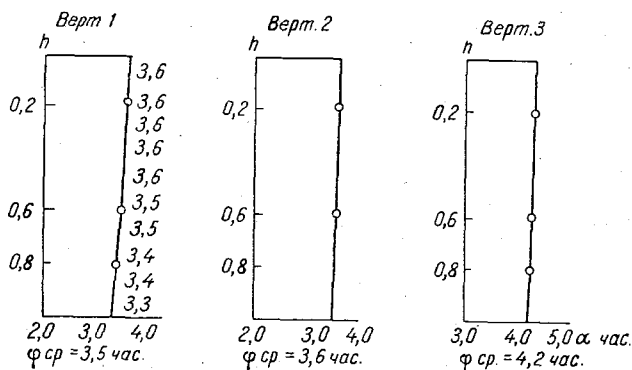


Рис. 37. Эпюры углов сдвига на вертикалях.

определены также графически (рис. 37). Средняя максимальная скорость течения и среднее значение угла сдвига для всего створа определены путем осреднения трех потоков течения векторным сложением (табл. 35).

Средняя мощность приливной волны, проходящей через плоскость нашего створа в сизигийный период, определена по формуле (11).

№ вектора (вертикали)	Течение		Составляющие вектора скорости на		Средний из трех векторов	
	направление (град.)	скорость (см/сек.)	меридиан	параллель	направление (град.)	скорость (см/сек.)
1	105	59	-15,4	50,7		
2	108	66	-20,6	60,4		
3	126	51	-30,9	41,2		
		Сумма	-66,9	152,3		
		Среднее	-22,3	50,7	110	60

На рис. 38 представлены графики колебания средних величин скорости течения и уровня и величина средней мощности волны на весь ее период в расчетном створе.

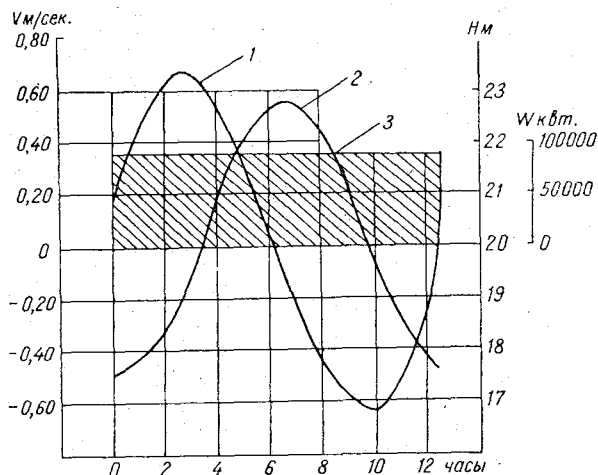


Рис. 38. График колебания средних амплитуд скорости течения и уровня и величины мощности волны в расчетном створе.

1 — скорость, 2 — уровень, 3 — ср. мощность.

Подставляя в формулу (11) значения величин $\rho = 1,026 \text{ г см}^{-3}$, $\xi_0 = 260 \text{ см}$, $g = 982 \text{ см/сек.}^{-2}$, $V_0 = 60 \text{ см/сек.}^{-1}$, $S = 32,10^7 \text{ см}^2$, $\varphi = 110^\circ$, получим

$$\begin{aligned} \overline{W} &= \frac{1,026 \cdot 982 \cdot 32 \cdot 10^7 \cdot 260 \cdot 60 (-0,342)}{2} = 86 \, 010^{12} = \\ &= \frac{\text{г см}^2 \text{ сек.}^{-1}}{\text{сек.}^2} = 86 \, 000 \text{ кВт.} \end{aligned}$$

§ 3. РАСЧЕТ РАССТОЯНИЙ МЕЖДУ УРОВЕННЫМИ ПОСТАМИ ПРИ ИЗЫСКАНИЯХ ПОД ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ

Расчеты приливных явлений, а также водохозяйственные, энергетические и другие расчеты, связанные с учетом колебаний уровня моря будут надежными только в том случае, когда уровенные посты организованы достаточно часто. Необходимое расстояние между постами должно определяться точностью приведения глубин при промере мелководных районов и разностью фаз уровня на этих постах. Структура расчетных формул аналогична структуре формул, применяемых в расчетах для определения пределов действия уровенных постов при промере.

Необходимое количество постов рассчитывается по гармоническим постоянным, полученным по материалам наблюдений прежних лет (8).

При промере предел действия уровенного поста определяется, исходя из условия, что на определенном расстоянии от поста можно с заданной точностью отсчитывать глубины. Отсчеты при промере производятся в зависимости от глубин со следующей точностью:

0—20 м	0,2 м
20—50 „	0,5 „
50—100 „	1,0 „

Как обычно, детализация работ зависит от задаваемой точности расчетов или от стадии проектирования, но для высокой точности расчетов и на последней стадии проектных работ ввиду сложности и большой стоимости гидротехнических сооружений точность отсчета глубин на всем диапазоне глубин района расчета или проекта сооружений должна быть равна 20 см. В связи со сказанным погрешность точности расчета принимается равной 20 см. Кроме того, учитывается, что в районе исследований, как обычно бывает, разность наступления одноименных фаз прилива меньше времени роста или времени падения прилива. Предельное положение уровня на двух смежных постах ввиду отсутствия других данных можно представить прямой, соединяющей одновременные предельные высоты вѳд на уровенных постах, установленных в двух береговых пунктах *A* и *B*, расстояние между которыми равно *S* км (рис. 39).

Данными поста *A* можно пользоваться в районе между постами *A* и *B* на расстоянии от поста *A* не далее *a* км, если разность предельных высот уровня на этом посту и на границе упомянутого района равна 20 см. При указанных условиях из треугольника *AOB* можно найти:

$$\frac{\Delta h_{\max}}{20} = \frac{S}{a}; \quad a = \frac{20S}{\Delta h_{\max}}. \quad (15)$$

Величина Δh в формуле (15) представляет собой одновременную разность наибольших высот прилива над средним уровнем моря $n_a n_b$:

$$\Delta h_{\max} = h_{A \max} - h_{B \max}.$$

Величина $\Delta h_{\max}$ независимо от характера приливов находится как разность наибольших уровней в пунктах A и B , вычисляемых обычно по формулам, предложенным Владимирским [30],

$$\begin{aligned} h_{A \max} = & \sqrt{M_{2A}^2 + O_{1A}^2 + 2M_{2A}O_{1A} \cos(\varphi_{K_1} + a_1)_A} + \\ & + \sqrt{S_{2A}^2 + P_{1A}^2 + 2S_{2A}P_{1A} \cos(\varphi_{K_1} + a_2)_A} + \\ & + \sqrt{N_{2A}^2 + Q_{1A}^2 + 2N_{2A}Q_{1A} \cos(\varphi_{K_1} + a_3)_A} + \\ & + K_{2A} \cos(2\varphi_{K_1} + a_4) + K_{1A} \cos K_{1A}. \end{aligned} \quad (16)$$

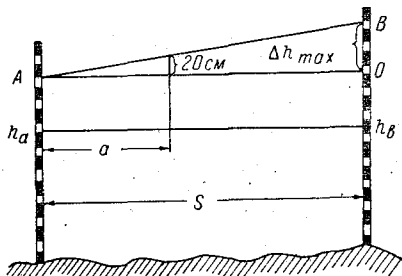


Рис. 39. Расчет предельных расстояний между уровненными постами.

Аналогичное написание имеет формула и для $h_{B \max}$. В этих формулах:

$$a_1 = g_{K_1} + g_{O_1} - g_{M_2};$$

$$a_2 = g_{K_1} + g_{P_1} - g_{S_2};$$

$$a_3 = g_{K_1} + g_{Q_1} - g_{N_2};$$

$$a_4 = 2g_{K_1} - 180^\circ - g_{K_2};$$

$$M_2 = f_{M_2} H_{M_2};$$

$$S_2 = f_{S_2} H_{S_2};$$

$$N_2 = f_{N_2} H_{N_2};$$

$$K_2 = f_{K_2} H_{K_2};$$

$$K_1 = f_{K_1} H_{K_1};$$

$$O_1 = f_{O_1} H_{O_1};$$

$$P_1 = H_{P_1};$$

$$Q_1 = f_{Q_1} H_{Q_1}.$$

Задавая φ_K значения 0,15, ..., 345, 360°, вычисляют значения $h_{\max}$ по формуле (16). Затем строят график экстремальных значений $h_{\max}$ в зависимости от φ_{K_1} и определяют по графику наибольшее значение $h_{\max}$.

Выбор значений редуционных множителей зависит от типа прилива. Для случая правильных полусуточных приливов при вычислении максимального уровня берут редуционные множители при $N=180^\circ$; для случая суточных приливов — при $N=0^\circ$; для случая смешанных приливов производятся расчеты как при $N=0$ и 180° и из полученных величин выбирается наибольшая (табл. 36).

Таблица 36

Значения редуционных множителей

Редуционные множители	Долгота восходящего узла лунной орбиты (град.)		
	0	180	96, 264
f_{M_2}	0,963	1,037	
f_{S_2}	1,000	1,000	1,00
f_{N_2}	0,963	1,037	1,00
f_{K_2}	1,317	0,752	0,99
f_{K_1}	1,113	0,885	1,00
f_{O_1}	1,183	0,810	1,00
f_{P_1}	1,000	1,000	1,00
f_{Q_1}	1,183	0,010	1,00

Схема и пример производства вычислений по приведенным формулам приводятся в руководстве Владимирского и Стахевич [30]. Однако вычисления по этим формулам довольно громоздки. Кроме того, для многих пунктов имеются значения только четырех главных волн прилива. Ввиду этого предлагается производить расчет более простым способом, незначительно теряя при этом в точности.

Воспользуемся для этого упрощенными формулами средних амплитуд сизигийного и тропического приливов Дуванина [41] $H_{M_2} + H_{S_2}$ и $H_{K_1} + H_{O_1}$ и предложенными Лундберг [46] коэффициентами для вычисления наибольшего значения уровня

сизигийного и тропического приливов $1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2}$ и $1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1}$.

Для приливов смешанного типа предельное расстояние d между постами определяется по формуле

$$d = \frac{20S}{\Delta h_{\max}} = \frac{20S}{|L|_{\max} R_2}, \quad (17)$$

где L выбирается по аргументам I и j с помощью таблицы «Соединение составляющих разного периода» [41]. Для данных значений I и j берется абсолютная величина наибольшего значения L . Величины I и j находятся по формулам

$$I = \frac{R_1}{R_2}; \quad j = \frac{1}{30} (2\eta_1^0 - \eta_2^0).$$

Для неправильных полусуточных приливов

$$0,5 < \frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2}} < 2.$$

Наибольшая возможная высота уровня в этих расчетах может быть в момент, когда складывается максимум сизигийного прилива со средней величиной тропического прилива. Тогда

$$R_1 = \sqrt{(H_{K_1} + H_{O_1})_A^2 + (H_{K_1} + H_{O_1})_B^2 - 2(H_{K_1} + H_{O_1})_A \times \dots \rightarrow \\ \rightarrow (H_{K_1} + H_{O_1})_B \cos(l_{1A} - l_{1B})}; \quad (18)$$

$$R_2 = \sqrt{(1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_A^2 + (1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_B^2 - \dots \rightarrow \\ \leftarrow \dots - 2(1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_A (1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_B \times \dots \rightarrow \\ \leftarrow \dots \times \cos(l_{2A} - l_{2B})}; \quad (19)$$

$$\operatorname{tg} \eta_1 = \frac{(H_{K_1} + H_{O_1})_A \sin l_{1A} - (H_{K_1} + H_{O_1})_B \sin l_{1B}}{(H_{K_1} + H_{O_1})_A \cos l_{1A} - (H_{K_1} + H_{O_1})_B \cos l_{1B}}; \quad (20)$$

$$\operatorname{tg} \eta_2 = \frac{(1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_A \sin l_{2A} - (1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_B \sin l_{2B}}{(1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_A \cos l_{2A} - (1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_B \cos l_{2B}}. \quad (21)$$

Для неправильных суточных приливов

$$2 < \frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2}} < 4;$$

$$R_1 = \sqrt{(1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_A^2 + (1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_B^2 - \dots \rightarrow \\ \leftarrow \dots - 2(1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_A (1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_B \times \dots \rightarrow \\ \leftarrow \dots \times \cos(l_{1A} - l_{2B})}; \quad (22)$$

$$R_2 = \sqrt{(H_{M_2} + H_{S_2})_A^2 + (H_{M_2} + H_{S_2})_B^2 - 2(H_{M_2} + H_{S_2})_A \times \dots \rightarrow \dots \times (H_{M_2} + H_{S_2})_B \cos(l_{2A} - l_{2B})}; \quad (23)$$

$$\operatorname{tg} \eta_1 = \frac{(1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1}) \sin l_{1A} - (1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1}) \sin l_{1B}}{(1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1}) \cos l_{1A} - (1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1}) \cos l_{1B}}; \quad (24)$$

$$\operatorname{tg} \eta_2 = \frac{(H_{M_2} + H_{S_2})_A \sin l_{2A} - (H_{M_2} + H_{S_2})_B \sin l_{2B}}{(H_{M_2} + H_{S_2})_A \cos l_{2A} - (H_{M_2} + H_{S_2})_B \cos l_{2B}}. \quad (25)$$

В этих формулах значения l_{1A} , l_{1B} и l_{2A} , l_{2B} находятся по таблицам Адмиралтейского метода, соответственно суточные составляющие — по формулам

$$g'_{O_{1A}} = (g_{O_1} - g_{K_1})_A; \quad H'_{O_1} = \left(\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} \right)_A;$$

$$g'_{O_{1B}} = (g_{O_1} - g_{K_1})_B; \quad H'_{O_{1B}} = \left(\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} \right)_B;$$

и полусуточные составляющие — по формулам

$$g'_{M_{2A}} = (g_{M_2} - g_{S_2})_A; \quad H'_{M_{2A}} = \left(\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} \right)_A;$$

$$g'_{M_{2B}} = (g_{M_2} - g_{S_2})_B; \quad H'_{M_{2B}} = \left(\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} \right)_B.$$

Предельное расстояние между уровенными постами для приливов полусуточного типа

$$\frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2}} < 0,5$$

определяется по формуле

$$d = \frac{20S}{\sqrt{(1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_A^2 + (1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_B^2 - \dots \rightarrow \dots - 2(1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_A(1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_B \cos(l_{2A} - l_{2B})}}. \quad (26)$$

Для приливов суточного типа

$$\frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2}} > 4$$

$$d = \frac{20S}{\sqrt{(1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_A^2 + (1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_B^2 - \dots \rightarrow \dots - 2(1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_A(1,70H_{K_1} + 1,51H_{O_1})_B \cos(l_{1A} - l_{1B})}}. \quad (27)$$

Существуют районы моря, где характеристики приливов обоих уровенных постов достаточно близки друг к другу по своим величинам. Эти районы надо рассматривать как безливные, т. е. в этом случае расчет дальности действия уровенных постов надо производить в зависимости от разности высот уровня обеспеченности 95% на этих постах. Производство расчета в этом случае по рассмотренным формулам теряет смысл, хотя в море и могут наблюдаться значительные приливы, так как в любое время уровень моря на обоих постах будет занимать одинаковое положение. Если гидротехнические сооружения проектируются в устьях рек или в районах значительных сгонно-нагонных колебаний уровня, то количество уровенных постов можно рассчитывать в зависимости от разности высот уровня обеспеченности 95% в пунктах *A* и *B*, формируемых совместным влиянием компонентов режима уровней. Если различие в режиме колебаний уровня в море и у берегов создает погрешности, превышающие точность в 20 см, то производятся дополнительные наблюдения над колебаниями уровня непосредственно в створе сооружений и в бассейне изучаемого района при помощи мареографов открытого моря.

Пример расчета предельных расстояний между уровенными постами для правильных полусуточных приливов

Исходные данные:

- 1) расстояние между пунктами *A* и *B* (S) = 20 км;
- 2) гармонические постоянные четырех основных волн прилива для пунктов *A* и *B*.

	Пункт <i>A</i>				Пункт <i>B</i>			
	M_2	S_2	K_1	O_1	M_2	S_2	K_1	O_1
H (м) . . .	2,30	0,61	0,12	0,04	2,22	0,49	0,14	0,02
g (град.) . .	38	99	358	—	33	90	354	—

1. Определяем тип прилива в пунктах *A* и *B*:

$$\frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2}} = 0,07; 0,07.$$

2. Вычисляем значения:

$$H_{2A} = (1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_A = 3,84 \text{ м};$$

$$H_{2B} = (1,33H_{M_2} + 1,37H_{S_2})_B = 3,66 \text{ м};$$

$$H'_{M_{2A}} = \left(\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} \right)_A = 3,78; \quad g'_{M_{2A}} = (g_{M_2} - g_{S_2})_A = 299^\circ.$$

$$H'_{M_{2B}} = \left(\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} \right)_B = 4,55; \quad g'_{M_{2B}} = (g_{M_2} - g_{S_2})_B = 303^\circ.$$

3. Определяем по таблицам Адмиралтейского метода:

$$l_{2A} = 311^\circ; \quad l_{2B} = 312^\circ.$$

4. Вычисляем выражение

$$R_2 = \sqrt{H_{2A}^2 + H_{2B}^2 - 2H_{2A}H_{2B} \cos(l_{2A} - l_{2B})} = \\ = \sqrt{3,84^2 + 3,63^2 - 2 \cdot 3,84 \cdot 3,63 \cos 1^\circ} = \sqrt{0,05} = 0,22 \text{ м.}$$

5. По формуле (26) определяем предельное расстояние между уровнями постами:

$$d = \frac{0,2 \cdot 20}{0,22} = 18 \text{ км.}$$

Пример расчета предельных расстояний между уровнями постами для смешанных приливов

Исходные данные:

- 1) расстояние между пунктами A и B (S) = 30 км;
- 2) гармонические постоянные четырех основных волн прилива для пунктов A и B .

	Пункт A				Пункт B			
	M_2	S_2	K_1	O_1	M_2	S_2	K_1	O_1
H (м) . . .	0,30	0,06	0,16	0,20	0,22	0,06	0,15	0,19
g (град.) . .	23	108	42	346	50	116	41	840

1. Определяем тип прилива в пунктах A и B :

$$\frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2}} = 1,2; \quad 1,5.$$

2. Вычисляем значения:

$$H_{1A} = (H_{K_1} + H_{O_1})_A = 0,36 \text{ м;}$$

$$H_{1B} = (H_{K_1} + H_{O_1})_B = 0,34 \text{ м;}$$

$$H'_{O_{1A}} = \left(\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} \right)_A = 1,25; \quad H_{O_{1A}} = \left(\frac{H_{O_1}}{H_{K_1}} \right)_B = 1,27;$$

$$g'_{O_{1A}} = (g_{O_1} - g_{K_1})_A = 304^\circ; \quad g'_{O_{1B}} = (g_{O_1} - g_{K_1})_B = 299^\circ.$$

3. Определяем по таблицам Адмиралтейского метода:

$$l_{1A} = 329^\circ; \quad l_{1B} = 326^\circ.$$

4. Вычисляем выражения:

$$R_1 = \sqrt{H_{1A}^2 + H_{1B}^2 - 2H_{1A}H_{1B} \cos(l_{1A} - l_{1B})} = \\ = \sqrt{0,36^2 + 0,34^2 - 2 \cdot 0,36 \cdot 0,34 \cos 3^\circ} = \sqrt{0,0007} = 0,026;$$

$$\operatorname{tg} \eta_1 = \frac{H_{1A} \sin l_{1A} - H_{1B} \sin l_{1B}}{H_{1A} \cos l_{1A} - H_{1B} \cos l_{1B}} = \\ = \frac{0,36 \sin 329^\circ - 0,34 \sin 326^\circ}{0,36 \cos 329^\circ - 0,34 \cos 326^\circ} \approx -0,18.$$

5. Вычисляем значения:

$$H_{2A} = (1,33H_{M_2} + 1,33H_{S_2})_A = 0,48 \text{ м};$$

$$H_{2B} = (1,33H_{M_2} + 1,33H_{S_2})_B = 0,37 \text{ м};$$

$$H'_{M_{2A}} = \left(\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} \right)_A = 5,00; \quad H'_{M_{2B}} = \left(\frac{H_{M_2}}{H_{S_2}} \right)_B = 3,68;$$

$$g'_{M_{2A}} = (g_{M_2} - g_{S_2})_A = 275^\circ; \quad g'_{M_{2B}} = (g_{M_2} - g_{S_2})_B = 294^\circ.$$

6. Определяем по таблицам Адмиралтейского метода значения:

$$l_{2A} = 286^\circ; \quad l_{2B} = 306^\circ.$$

7. Вычисляем выражения:

$$R_2 = \sqrt{H_{2A}^2 + H_{2B}^2 - 2H_{2A}H_{2B} \cos(l_{2A} - l_{2B})} = \\ = \sqrt{0,48^2 + 0,37^2 - 2 \cdot 0,48 \cdot 0,37 \cos 20^\circ} = \sqrt{0,034} \approx 0,18;$$

$$\operatorname{tg} \eta_2 = \frac{H_{2A} \sin l_{2A} - H_{2B} \sin l_{2B}}{H_{2A} \cos l_{2A} - H_{2B} \cos l_{2B}} = \\ = \frac{0,48 \sin 286^\circ - 0,37 \sin 306^\circ}{0,48 \cos 286^\circ - 0,37 \cos 306^\circ} \approx -1,9.$$

8. Определяем величины

$$I = \frac{R_1}{R_2} = 0,15; \quad j = \frac{1}{3} (2\eta_1^0 - \eta_2^0) = 14^\circ.$$

9. По аргументам I и j выбираем из таблицы Адмиралтейского метода «Соединение составляющих разного периода» абсолютное значение наибольшей величины $L = 1,2$.

Тогда

$$\Delta h_{\max} |L| R_2 = 1,2 \cdot 0,18 = 0,22.$$

10. По формуле (17) определяем предельное расстояние между уровнями постами:

$$d = \frac{0,2 \cdot 30}{0,22} = 27 \text{ км}.$$

1. Александров В. П. К вопросу о формировании мелководных приливных волн. Тр. ГОИН, вып. 64, 1961.
2. Альтшулер В. М. Особенности приливов на р. Поной и метод их анализа. Ленгидэп, Информационный сборник № 8, 1958.
3. Альтшулер В. М. Сгонно-нагонные явления в устьях рек, Информационный бюллетень № 7 (39), Ленгидэп, 1958.
4. Альтшулер В. М. Некоторые погрешности гармонического анализа полумесячных и суточных серий наблюдений над приливами. Информационный сборник Ленгидэп, № 15, 1959.
5. Альтшулер В. М. Расчет расходов приливной волны. Ленгидэп, Информационный сборник № 20, 1961.
6. Альтшулер В. М. Графокартографический способ расчета и предвычисления приливов. Тр. ГОИН, вып. 63, 1961.
7. Альтшулер В. М. и Дмитриева А. А. Некоторые океанографические расчеты при проектировании приливных электростанций. Уч. записки ЛГУ, № 309, вып. 15, 1961.
8. Альтшулер В. М. Определение расстояний между уровнями постами в приливном море при изысканиях под гидротехнические сооружения. Тр. ГОИН, вып. 70, 1962.
9. Альтшулер В. М. и Парванян А. Я. Особенности динамики приливов в устье р. Мезень. Ленгидропроект, Информационный сборник, № 24, 1962.
10. Альтшулер В. М. Энергия приливной волны и ее перенос. Тр. ГОИН, вып. 74, 1963.
11. Альтшулер В. М. Недостатки парного метода гармонического анализа приливов и некоторые рекомендации по их устранению. Тр. ГОИН, вып. 81, 1964.
12. Альтшулер В. М. Гармонический анализ краткосрочных серий мелководных приливов. Тр. ГОИН, вып. 82, 1964.
13. Альтшулер В. М. и Трапезников Ю. А. Таблицы для вычисления параметров максимального приливного течения. Тр. ГОИН, вып. 87, 1965.
14. Альтшулер В. М. Вычисление истинных приливов при гармоническом анализе. Тр. ГОИН, вып. 87, 1965.
15. Альтшулер В. М. Способ предварительной фильтрации приливов. Из монографии «Исследование приливов в неоднородном море». Гидрометеиздат, Л., 1965.
16. Альтшулер В. М. Гармонический анализ суточных наблюдений над приливо-отливными течениями. Океанология, т. VI, вып. 5, 1964.
17. Антонов В. С., Бурдыкина А. П., Федоров М. К. Проблема исследований устьев северных сибирских рек. Проблемы Арктики и Антарктики, вып. 4, 1960.
18. Багров Н. А. Аналитическое представление полей. Тр. ЦИП, вып. 64, 1958.

19. Безикович Я. С. Приближенные вычисления. Гостехиздат, М.—Л., 1949.
20. Беляев Б. Н. и Болдырев В. С. Применение теории случайных функций к изучению морских течений. Океанология, т. III, вып. 6, 1963.
21. Березкин В. С. А. Методы вычисления гармонических постоянных прилива и приливо-отливных течений из наблюдений за 24 часа. Военно-морская Академия ВМФ, Л., 1941.
22. Березкин В. С. А. Динамика моря, 1947.
23. Бернштейн Л. Б. Приливные электростанции — источник гарантированной энергии. Гидротехническое строительство, № 2, 1958.
24. Бернштейн Л. Б. Приливные электростанции в современной энергетике. Госэнергоиздат, М.—Л., 1961.
25. Брукс К. и Карузерс Н. Применение статистических методов в метеорологии. Гидрометеоиздат, Л., 1963.
26. Бухтеев А. М. Наблюдения приливов на Мурмане и обработка этих наблюдений. Зап. по гидрографии, вып. XXXII, 1910.
27. Вольцингер Н. Е., Лабзовский Н. А., Пясковский Р. В. Численный расчет подъемов уровня в Ленинграде. Тр. ГОИН, вып. 81, 1964.
28. Вольцингер Н. Е., Симунин Л. М. Численное интегрирование уравнений мелкой воды для прогноза невыходных наводнений. Тр. ГОИН, вып. 74, 1962.
29. Вапняр Д. У. Влияние трения на приливные явления мелководных районов. Тр. ГОИН, вып. 53, 1960.
30. Владимирский Н. П. и Стахевич В. С. Руководство по обработке и предсказанию приливов. Изд. ГУ ВМФ, Л., 1941.
31. Гандин Л. С. Расчетные методы анализа карт. Тр. ГГО, вып. 99, 1959.
32. Горелик Г. С. Колебание и волны. Физматгиз, М., 1949.
33. Д. Ван Дандиг. Математические проблемы, возникшие в связи с разрушительным наводнением 1953 г. Сборник переводов: Международный математический конгресс, Амстердам, 1954. Физматгиз, М., 1961.
34. Дворкин Е. Н. К методике обработки приливо-отливных течений и колебаний уровня парным методом. Тр. ААНИИ, т. 264, 1963.
35. Дворкин Е. Н. О применении парного метода для обработки данных наблюдений над приливными колебаниями температуры. Проблемы Арктики и Антарктики, вып. 17, 1964.
36. Дмитриева А. А. Методы расчета и предвычисления приливных течений. Изд. ЛГУ, 1963.
37. Дуванин А. И. Колебания уровня моря. ВМА им. А. Н. Крылова, 1951.
38. Дуванин А. И. Определение характеристик приливов по краткосрочным наблюдениям. Тр. ГОИН, вып. 30 (42), 1955.
39. Дуванин А. И. и Соловейчик К. Н. Предвычисление направления и скорости приливо-отливных течений с помощью эллипсов. Тр. ГОИН, вып. 30 (42), 1955.
40. Дуванин А. М. Метод составления постоянных навигационных пособий по приливам. Метеорология и гидрология, № 10, 1957.
41. Дуванин А. И. Приливы в море. Гидрометеоиздат, Л., 1960.
42. Зубов Н. Н. Динамическая океанология. Гидрометеоиздат, М.—Л., 1947.
43. Иванов В. В. Режим уровней Быковской протоки дельты Лены в зоне влияния моря. Тр. ААНИИ, т. 213, 1961.
44. Калмыкова Н. М. Аналитическое представление полей метеорологических элементов. Тр. ЦИП, вып. 46 (73), 1956.
45. Крафт А. Е. Стандартные схемы для вычисления гармонических постоянных по методу Дарвина. Тр. ДВНИГМИ, вып. 1, 1956.
46. Лундберг О. Р. Изменчивость приливо-отливных течений в зависимости от астрономических условий. Тр. ГОИН, вып. 30 (42), 1955.
47. Максимов И. В. Основные приемы производства и камеральной обработки наблюдений над течениями в море. Тр. ААНИИ, т. 155, 1941.

48. Марютин Т. П. Уравнения прогноза нагонных и сгонных уровней в дельте р. Сев. Двина. Тр. НИУ ГМС, серия V, вып. 1, 1941.
49. Марютин Т. П. Методы обработки наблюдений над уровнем моря, различные его расчеты и экстраполяция найденных экстремумов. Тр. ГОИН, вып. 55, 1960.
50. Михайлов Ю. Д. Оценка качества наблюдений над приливо-отливными течениями для вычисления гармонических постоянных Адмиралтейским методом парной обработки. Тр. ГОИН, вып. 37, 1959.
51. Никитин М. В. Гармонический анализ приливов. Изд. ГУ, Л., 1925.
52. Никитин М. В. Метод уравнений для предвычисления приливов. Зап. по гидрографии, т. 51, 1926.
53. Нюнько В. Г. Вспомогательные таблицы для гармонического анализа наблюдений над приливо-отливными явлениями. Изменение схемы IV для вычисления гармонических постоянных приливо-отливных течений из двух суточных серий наблюдений. Тр. ГОИН, вып. 30 (42), 1955.
54. Нюнько В. Г. Таблицы для предвычисления приливов. Гидрометеоздат, Л., 1956.
55. Праудмэн Д. Ж. Динамическая океанография. ИЛ, 1957.
56. Попов-Введенский А. Я. Чрезвычайный нагон вод в устье Северной Двины. Тр. ГОИН, вып. 49, 1960.
57. Протопопов Н. Д. О местных нулях глубин в устье р. Мезень. Зап. по гидрографии, т. 5, 1932.
58. Численные методы расчета штормовых нагонов, сб. переводов. Гидрометеоздат, Л., 1963.
59. Соловейчик К. Н. Стандартные схемы для гармонического анализа одно- и двухсуточных серий наблюдений над течениями. Тр. ГОИН, вып. 30 (42), 1955.
60. Соскин И. М. Способ составления навигационных атласов течений в приливных морях на основе гармонических постоянных приливо-отливных течений. Тр. ГОИН, вып. 30 (42), 1955.
61. Степанов С. И. и Борис Л. И. О влиянии ошибок в исходных данных на точность решения краевых задач уравнений прилива. Исследования северной части Атлантического океана. Сборник № 3, 1964.
62. Стокер Д. Волны на воде. ИЛ., М., 1959.
63. Тимонов В. В. Номограммы, заменяющие предвычисления приливо-отливных течений и колебаний уровня. Тр. ГОИН, вып. 30 (42), 1955.
64. Хейфец Б. С. О точности подсчета объема земляных масс по кубатурным формулам. Геодезия и аэрофотосъемка, вып. 2, 1963.
65. Хлюстин Б. П. Обработка приливов на о. Попова. Зап. по гидрографии, т. XXXVIII, 1914.
66. Шокальский Ю. М. Океанография, Пtg, 1914.
67. Шпиндлер И. Б. Обработка наблюдений над приливами с применением гармонического анализа. Зап. по гидрографии, вып. XXII и XXIII, 1901.
68. Шулейкин В. В. Физика моря. Изд. АН СССР, 1953.
69. Цикунов В. А. Особенности распространения приливной волны через пролив. Тр. ГОИН, вып. 23 (35), 1953.
70. Яковлев К. П. Математическая обработка результатов измерений. Гостехиздат, М.—Л., 1953.
71. Admiralty Tide Tables, Part III, Instructions and Tables, Hydr. Depart., Admiralty, London, 1936 and 1941.
72. Allard, P., *Forme et énergie de l'ondemarée de vive—eau entre les Néaux de Bréhat et le ca de la Hague*, Annales de Géophysique, v. 7, 1951.
73. Barlow E. W. Surface currents of the Ocean and their effects in Navigation. I. Inst. of Navig, 111, N 4, 1954.
74. Cartwright D. E. A study of currents in Strait of Dover., I. Inst. Navig., 142, 1961.

75. Cartwright D. E. and Cotton Diona B. On the fourier analysis of tidal observations, *International Hydrographie Review*, t. 40, N 1, 1962.
76. Corkan R. H. Storm surges in the North Sea, 1, 2, H. O. Misc. 15072, Washington, D. C., 1948.
77. Courant R., Isaacson E., Rees M. On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences, *Comm. Puré Appl. Math.*, 5, 1952.
78. Darwin G. H. *Scientific Papers*. vol. I, Oceanic Tides. Cambridge, 1907.
79. Doodson A. T. The harmonic development of the tide-generating potential, *Proc. Roy. Soc., A*, 100, 1921.
80. Doodson A. T. Perturbations of harmonic tidal constants. (Communicated by H. Lamb). *Trom the Proceedings of the Royal Society, A*. vol. 106, 1924.
81. Doodson A. T. The analysis of tidal observations. *Phil. Trans. Roy. Soc., A*, 227, 1927.
82. Doodson A. T. The analysis and prediction of tidal currents from observations of times of slack water. *Proc. Roy. Soc., A* 121, 1928.
83. Doodson A. T. Instructions for analysing tidal observation, 1928.
84. Doodson A. T. and Warburg H. D. *Admiralty Manual of Tides*. London, 1941.
85. Doodson A. T. The analysis of tidal observations for 29 days. *Internat. Hydr. Rev.*, vol. XXXI, No. 1, 1954.
86. Doodson A. T. Tides and storm surges in a long uniform gulf. *Proc. Roy. Soc., A* No. 1210, November 1956, vol. 237.
87. Doodson A. T. Methods of analysis of tides *Communs observ. roy, Belgique*, N 114, 1957.
88. Doodson A. T. The analysis and prediction of tides in shallow water, *Internat. Hydrogr. Rev.*, N 1, 1957.
89. Franco A. D. S. Harmonic analysis of tides for 7 days of hourly observations. *Int. Hyd. Rev.*, vol. 2, july 1964.
90. Gezeitentafeln für das Jahr 1962 Band I, *Europäische Gewässen*, Hamburg, 1961.
91. Hamon B. V. The spectrums of mean sea cevel of Sydney, Caff's Harbour and Harve. Island. *J. Geophys Res*, 1962, 67, v. 13.
92. Horn W. Some recent approaches to tidal problems. *Deutsche Hydrographisches Institut. Int. Hyd. Rev.*, vol. 2, 1960.
93. Lacombe H. Le mascarete; analyse bibliographique. *Bulletin d'Information du C.O.E.C.*, 2 éme année, 4 April 1950.
94. Lakombe H. C. O. E. C. (Comité contrale d'oceanographie et d'etnade des côtes), N 6, 1952.
95. Les Energies de la Mer. *Comptes rendu de la IV-me Journée de l'Hydraulique*, Paris, 13, 14, 15 Juin 1956, Publié par la Houille Blanche, Grenoble—France, v. I, II, 1957.
96. Mc Lellan H. I. Energy Considerations in the Bay of Fundy System. *Journal of the Fisheries Research, Board of Canada*, $\frac{315}{27}$ 15, N 2, 1958.
97. Miyazaki M. and Uento T. Tidal analysis and prediction by using the electronic computer, *Oceanographical Mag.*, 12, 1, 1960.
98. Miyazaki M. A. A method for harmonic analysis of tides, *Oceanographical Mag.*, 10, 1, 1958.
99. Panoisky H. A. Objective weather map analysis, v. of *Meteorol.*, vol. 6, N 6, 1949.
100. Proudman I. The propagation of tide and surge in an estuary. *Proc. Roy., Soc., A*, No. 1184, July 1955, vol. 231.
101. Rauschelbach H. Harmonische Analyse der Gezeiten des Meeres. *Arch. Dtsch. Seewarte* 42, 1924.

102. Rauschelbach H. Mitteilung von Harmonischen Konstanten und Berechnungen ihrer Fehler, Ann. d. Hydr. u Marit. Met., 53, 1925.
103. Rossiter G. R. The North Sea storm surge of 31 January and 1 February 1953, Phil. Trans., A, 246, 1954.
104. Sverdrup H., Johnson M. and Fleming R. The Oceans. New York, 1942.
105. Standart development of tide-generating potential (I. H. B. Circular—Letter N 4—4 of soth April 1954), The International Hydrographic Review vol. XXXI, N 1, May, 1954, Monaco.
106. Storm Sarges. Discussin on u. k. Flood Warning System, James N 509, vol. XLIII, March, 1953.
107. Tailor G. Tidal Friction in the Irish Sea. Transach., vol. 220, London, 1920.
108. Thomson W. The tide gauge, tidal harmonic analyser and tide predictor. Proc. Inst. Civil Engrs, 1881.
109. Thomson and Tait. Natural philosophy, 1883.
110. Warburg H. D. The Admiralty tide Tables and North Sea Tidel Predictions. The Tables for the year 1925, Part. I.

I Вспомогательные таблицы для вычисления элементов максимального приливного течения

Таблицы можно использовать для определения фаз, направлений и скоростей максимального и минимального полусуточного, суточного и четвертьсуточного приливо-отливных течений, а также для определения этих элементов у основных составляющих приливо-отливного течения (M_2 , S_2 , K_1 , O_1 и т. д.).

Обработка наблюдений над течениями методами гармонического анализа дает возможность вычислить элементы проекций суммарных полусуточных, суточных и четвертьсуточных приливных течений на координатные оси и гармонические постоянные составляющих приливо-отливного течения.

Непосредственное вычисление по составляющим на меридиан и параллель элементов приливных течений, а отсюда определение режима течений и его изменчивости весьма затруднительно. Эта задача решается построением эллипсов по проекциям суммарных или составляющих волн течений.

Параметры эллипсов представляют собой элементы максимального приливного течения (параметры наибольшего вектора эллипса), физический смысл которых аналогичен таким же элементам приливо-отливных колебаний уровня моря.

Вычисления этих элементов производятся различными графическими и аналитическими способами. Нами был произведен сравнительный анализ результатов вычисления максимальных течений по пятнадцатисуточной серии для отдельных составляющих приливного течения, полученных графически и аналитически по формулам Чернявского и по формулам Ведемейера. Вычисленные характеристики максимального течения по трем методам незначительно различались между собой.

Наиболее простые аналитические выражения дают формулы Ведемейера. Фаза приливного течения

$$2\tau = N + K_y + K_x,$$

где $\operatorname{tg} N = \cos 2\mu \operatorname{tg} (K_y + K_x)$, K_y , K_x — фазы проекций сум-

марных или составляющих волн течений на параллель и меридиан.

Значения вспомогательного угла μ находятся из равенства

$$\sin \mu = \frac{H_x}{\sqrt{H_y^2 + H_x^2}}; \quad \cos \mu = \frac{H_y}{\sqrt{H_y^2 + H_x^2}},$$

где H_y, H_x — амплитуда проекций суммарных или составляющих волн течений на параллель и меридиан.

Направление максимального течения:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \operatorname{tg} 2\mu \cos (K_y - K_x).$$

Скорость максимального течения

$$V_{\max} = \sqrt{[H_x \cos (\tau - K_x)]^2 + [H_y \cos (\tau - K_y)]^2}.$$

Для облегчения вычислений элементов максимального приливного течения по формулам Ведемейера, были рассчитаны две таблицы. Все элементы максимального приливного течения (τ ; γ ; $V_{\max}$; $V_{\min}$) можно довольно просто получить из указанных таблиц по общим входным аргументам: разности фаз проекций течений ($K_y - K_x$) и отношению их амплитуд $\frac{H_x}{H_y}$.

Все особенности тригонометрических трансформаций этих параметров, происходящих в зависимости от положения фаз проекций течений в той или другой четверти окружности, для облегчения работы внесены в табличные данные или в порядок оцифровки входных аргументов. Элементарные действия по вычислению значений элементов течений показаны на каждой странице таблиц. По указанным таблицам можно без дополнительных указаний вычислять все элементы максимального приливного течения.

Величины значений N и γ даны с округлениями до целого значения градуса. При вычислении значений скорости V удерживался лишний знак и округлялись лишь окончательно полученные значения, что дает ошибку, не превосходящую $30'$ для величин N и γ , и $0,005$ для величины V .

Ввиду того что линейное интерполирование тригонометрических характеристик в интервале от $0,90$ до $1,00$ значений отношения $\frac{H_x}{H_y}$ производить нельзя, то дополнительно рассчитаны

более точные таблицы для вычисления N и γ в интервале $0,900 + 0,999$ при шаге этих значений равном $0,001$.

Для полноты характеристики приливного течения следует отметить, что вращение вектора течения будет происходить по часовой стрелке, если $K_x > K_y$ и против часовой стрелки, если $K_x < K_y$.

Таблица I. Вычисление направления и скоростей максимального и минимального приливного течения. Таблица составлена с двумя входами аргументов $K_y - K_x$ и $\frac{H_x}{H_y}$, содержит градусное значение величины γ и натуральные значения величин V_1 и V_2 .

По этим таблицам можно непосредственно определить с точностью до $30'$ направление максимального приливного течения и с точностью $\pm 0,5$ единицы последней значащей цифры скорости максимального и минимального приливного течения ($V_{\max}$ и $V_{\min}$).

Таблицы составлены для случая $H_y > H_x$ по значениям аргументов $\frac{H_x}{H_y}$ в интервале 0,01—1,00 с шагом 0,02. Если

$H_x > H_y$, то для входа в таблицу следует брать вместо $\frac{H_x}{H_y}$ величину $\frac{H_y}{H_x}$ и тогда $\gamma' = 90^\circ - \gamma$ (если при этом $\gamma' < 0$, то к полученному значению следует прибавить 360° , тогда $\gamma' = 90^\circ - \gamma + 360^\circ$).

Скорости максимального и минимального приливного течения определяются по формулам

$$V_{\max} = V_1 H_y, \quad V_{\min} = V_2 H_x \quad \text{при} \quad \frac{H_x}{H_y} < 1;$$

$$V_{\max} = V_1 H_x, \quad V_{\min} = V_2 H_y \quad \text{при} \quad \frac{H_y}{H_x} < 1.$$

Пример 1. $H_y = 27,3$ см/сек.; $H_x = 15,1$ см/сек.; $K_y = 25^\circ$; $K_x = 215^\circ$.

Для входа в таблицу определяем

$$\frac{H_x}{H_y} = \frac{15,1}{27,3} = 0,55; \quad K_y - K_x = 170^\circ.$$

На пересечении столбца, обозначенного 170° , и строки, обозначенной 0,55, находим:

$$\gamma = 332^\circ; \quad V_1 = 1,13; \quad V_2 = 0,15.$$

Окончательно

$$\gamma = 332^\circ;$$

$$V_{\max} = 1,13 \cdot 27,3 = 30,8 \text{ см/сек.};$$

$$V_{\min} = 0,15 \cdot 15,1 = 2,3 \text{ см/сек.}$$

Пример 2. $H_y = 27$ см/сек., $H_x = 31$ см/сек.; $K_y = 300^\circ$, $K_x = 305^\circ$.

Для входа в таблицу вычисляем значения:

$$\frac{H_y}{H_x} = \frac{27}{31} = 0,87; \quad K_y - K_x = 355^\circ.$$

На пересечении столбца, обозначенного 355° , и строки, обозначенной $0,87$, находим значения

$$\gamma = 41^\circ; \quad V_1 = 1,32; \quad V_2 = 0,13.$$

Так как для входа в таблицу мы брали отношение $\frac{H_y}{H_x}$, то

$$\begin{aligned} \gamma &= 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ; \\ V_{\max} &= 1,32 \cdot 31 = 41,0 \text{ см/сек.}; \\ V_{\min} &= 0,13 \cdot 27 = 3,5 \text{ см/сек.} \end{aligned}$$

Таблица II. Вычисление фазы максимального приливного течения. Таблица составлена с двумя входами аргументов $K_y - K_x$ и $\frac{H_x}{H_y}$, содержит градусное значение величины N .

С точностью до $30'$ можно определить значение фазы максимального приливного течения по формуле

$$\tau = K_x + N.$$

Таблица составлена для случая $H_y > H_x$ по значениям аргументов $\frac{H_x}{H_y}$ в интервале $0,01-1,00$. Если $H_x > H_y$, то следует брать $\frac{H_y}{H_x}$ для входа в таблицу и тогда величина $N' = 360^\circ - N$, где N — табличное значение величины N , а $\tau = K_y + N'$.

В крайнем левом столбце размещены значения отношений $\frac{H_x}{H_y}$ с шагом $0,05$ до значения $\frac{H_x}{H_y} = 0,50$ и шагом $0,01$ при $\frac{H_x}{H_y} > 0,50$. В дополнительной таблице даны величины N при шаге $\frac{H_x}{H_y} 0,001$ в интервале $0,900-0,999$.

Пример 1.

$H_y = 27,3$ см/сек., $H_x = 15,1$ см/сек., $K_y = 25^\circ$, $K_x = 215^\circ$.

Для входа в таблицу вычисляем значения:

$$\frac{H_x}{H_y} = \frac{15,1}{27,3} = 0,55, \quad K_y - K_x = 170^\circ.$$

На пересечении столбца, обозначенного 170° , и строки, обозначенной $0,55$, находим значение $N = 172^\circ$.

$$\tau = 215^\circ + 172^\circ = 387^\circ.$$

Окончательно

$$\tau' = 387^\circ - 180^\circ \cdot 2 = 27^\circ.$$

Пример 2.

$$H_y = 27 \text{ см/сек.}, H_x = 31 \text{ см/сек.}, K_y = 300^\circ, K_x = 305^\circ.$$

Для входа в таблицу вычисляем значения

$$\frac{H_y}{H_x} = \frac{27}{31} = 0,87; \quad K_y - K_x = 355^\circ;$$

(так как $H_x > H_y$, то берем отношение $\frac{H_y}{H_x}$).

На пересечении столбца, обозначенного 355° , и строки, обозначенной 0,87, находим значение $N = 177$.

Так как для входа в таблицу мы брали отношение $\frac{H_y}{H_x}$, то

$$N' = 360^\circ - 177^\circ = 183^\circ;$$

$$\tau = 183^\circ + 300^\circ = 483^\circ.$$

Так как τ получили $> 180^\circ$, то окончательно:

$$\tau' = 483^\circ - 180^\circ \cdot 2 = 123^\circ.$$

Примечание: H_y и K_y — амплитуда и угол положения проекции течения на меридиан; H_x и K_x — амплитуда и угол положения проекции течения на параллель.

ТАБЛИЦЫ

Таблица 1
 Значения γ , $V_{\max}$, $V_{\min}$ в зависимости от разности фаз и отношения амплитуд проекций приливного течения
 $V_{\max} = V_1 \cdot H_y$; $V_{\min} = V_2 \cdot H_x$

$\frac{H_x}{H_y}$		$K_y - K_x$ (град.)											
		360 (0)			350 (10)			345 (15)			340 (20)		
		γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	1	1	1,00	0	1	1,00	0,174	1	1	0,259	1	1	0,342
04	2	1	1,00	0	2	1,00	0,174	2	1	0,259	2	1	0,342
06	3	1	1,00	0	3	1,00	0,174	3	1	0,259	3	1	0,342
08	5	1	1,00	0	5	1,00	0,174	4	1	0,259	4	1	0,342
10	6	1,01	1,00	0	6	1,00	0,174	5	1	0,259	5	1	0,342
12	7	1,01	1,01	0	7	1,01	0,172	7	1,01	0,256	6	1,01	0,339
14	8	1,01	1,01	0	8	1,01	0,172	8	1,01	0,256	8	1,01	0,339
16	9	1,02	1,01	0	9	1,01	0,172	9	1,01	0,256	9	1,01	0,339
18	10	1,02	1,02	0	10	1,02	0,170	10	1,02	0,254	10	1,01	0,339
0,20	11	1,02	1,02	0	11	1,02	0,170	11	1,02	0,254	11	1,02	0,335
22	12	1,02	1,02	0	12	1,02	0,170	12	1,02	0,254	12	1,02	0,335
24	13	1,02	1,03	0	13	1,03	0,168	13	1,03	0,251	13	1,03	0,332
26	14	1,03	1,03	0	14	1,03	0,168	14	1,03	0,251	14	1,03	0,332
28	16	1,04	1,04	0	15	1,04	0,167	15	1,04	0,249	15	1,03	0,332
0,30	17	1,04	1,04	0	16	1,04	0,167	16	1,04	0,249	16	1,04	0,329
32	18	1,05	1,05	0	18	1,05	0,165	17	1,05	0,246	17	1,04	0,329
34	19	1,06	1,06	0	19	1,05	0,165	18	1,05	0,246	18	1,05	0,326
36	20	1,06	1,06	0	20	1,06	0,164	19	1,06	0,244	19	1,06	0,323
38	21	1,07	1,07	0	21	1,07	0,162	20	1,07	0,242	20	1,06	0,323
0,40	22	1,08	1,08	0	22	1,08	0,160	21	1,07	0,242	21	1,07	0,320

42	23	1,09	0	23	1,08	0,160	22	0,240	22	1,08	0,317
44	24	1,09	0	24	1,09	0,159	23	0,237	23	1,08	0,317
46	25	1,10	0	24	1,10	0,158	24	0,235	24	1,09	0,314
48	26	1,11	0	25	1,11	0,156	25	0,233	25	1,10	0,311
0,50	27	1,12	0	26	1,12	0,155	26	0,233	26	1,11	0,308
52	27	1,13	0	27	1,12	0,155	27	0,231	27	1,12	0,305
54	28	1,13	0	28	1,13	0,154	28	0,229	28	1,12	0,305
56	29	1,14	0	29	1,14	0,152	29	0,227	29	1,13	0,303
58	30	1,15	0	30	1,15	0,151	30	0,225	30	1,14	0,300
0,60	31	1,16	0	31	1,16	0,150	31	0,223	31	1,15	0,297
62	32	1,17	0	32	1,17	0,148	31	0,221	31	1,16	0,294
64	33	1,18	0	32	1,18	0,147	32	0,219	32	1,17	0,292
66	33	1,19	0	33	1,19	0,146	33	0,217	33	1,18	0,290
68	34	1,21	0	34	1,20	0,143	34	0,216	34	1,19	0,287
0,70	35	1,22	0	35	1,21	0,142	35	0,214	34	1,20	0,285
72	36	1,23	0	36	1,23	0,141	35	0,212	35	1,22	0,280
74	37	1,24	0	36	1,24	0,140	36	0,210	36	1,23	0,278
76	37	1,25	0	37	1,25	0,139	37	0,207	37	1,24	0,276
78	38	1,26	0	38	1,26	0,138	38	0,205	38	1,25	0,274
0,80	39	1,28	0	39	1,28	0,136	38	0,204	38	1,26	0,271
82	39	1,29	0	39	1,29	0,134	39	0,202	39	1,27	0,269
84	40	1,30	0	40	1,30	0,132	40	0,201	40	1,29	0,269
86	41	1,32	0	41	1,31	0,132	41	0,198	40	1,30	0,269
88	41	1,33	0	41	1,32	0,130	41	0,196	41	1,31	0,261
0,90	42	1,34	0	42	1,34	0,129	42	0,193	42	1,33	0,257
92	43	1,35	0	43	1,35	0,128	43	0,192	43	1,34	0,255
94	43	1,37	0	43	1,37	0,127	43	0,190	43	1,35	0,253
96	44	1,38	0	44	1,38	0,126	44	0,189	44	1,37	0,250
98	45	1,39	0	45	1,39	0,125	45	0,186	45	1,38	0,248
1,00	45	1,41	0	45	1,40	0,124	45	0,184	45	1,39	0,246

$K_y - K_x$ (град.)

$\frac{H_x}{H_y}$	335 (25)						330 (30)						325 (35)						320 (40)					
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	1	1	0,423	1	1	0,5	1	1	0,574	1	1	0,574	1	1	0,574	1	1	0,574	1	1	0,574	1	1	0,643
04	2	1	0,423	2	1	0,5	2	1	0,574	2	1	0,574	2	1	0,574	2	1	0,574	2	1	0,574	2	1	0,643
06	3	1	0,423	3	1	0,5	3	1	0,574	3	1	0,574	3	1	0,574	3	1	0,574	3	1	0,574	3	1	0,643
08	4	1	0,423	4	1	0,5	4	1	0,574	4	1	0,574	4	1	0,574	4	1	0,574	4	1	0,574	4	1	0,643
0,10	5	1	0,423	5	1	0,5	5	1	0,574	5	1	0,574	5	1	0,574	5	1	0,574	5	1	0,574	5	1	0,643
12	6	1,01	0,418	6	1,01	0,495	6	1,01	0,495	6	1,01	0,495	6	1,01	0,568	6	1,01	0,568	6	1,01	0,568	6	1,01	0,636
14	7	1,01	0,418	7	1,01	0,495	7	1,01	0,495	7	1,01	0,495	7	1,01	0,568	7	1,01	0,568	7	1,01	0,568	7	1,01	0,636
16	8	1,01	0,418	8	1,01	0,495	8	1,01	0,495	8	1,01	0,495	8	1,01	0,568	8	1,01	0,568	8	1,01	0,568	8	1,01	0,636
18	9	1,01	0,418	9	1,01	0,495	9	1,01	0,495	9	1,01	0,495	9	1,01	0,568	9	1,01	0,568	9	1,01	0,568	9	1,01	0,636
0,20	10	1,02	0,414	10	1,02	0,490	10	1,02	0,490	10	1,02	0,490	10	1,01	0,568	10	1,01	0,568	10	1,01	0,568	10	1,01	0,636
22	11	1,02	0,414	11	1,02	0,490	11	1,02	0,490	11	1,02	0,490	11	1,02	0,562	11	1,02	0,562	11	1,02	0,562	11	1,02	0,630
24	12	1,02	0,414	12	1,02	0,490	12	1,02	0,490	12	1,02	0,490	12	1,02	0,562	12	1,02	0,562	12	1,02	0,562	12	1,02	0,630
26	13	1,03	0,410	13	1,03	0,485	13	1,03	0,485	13	1,03	0,485	13	1,02	0,562	13	1,02	0,562	13	1,02	0,562	13	1,02	0,630
28	14	1,03	0,410	14	1,03	0,485	14	1,03	0,485	14	1,03	0,485	14	1,03	0,557	14	1,03	0,557	14	1,03	0,557	14	1,03	0,624
30	15	1,04	0,406	15	1,04	0,481	15	1,04	0,481	15	1,04	0,481	15	1,03	0,557	15	1,03	0,557	15	1,03	0,557	15	1,03	0,624
32	16	1,04	0,406	16	1,04	0,481	16	1,04	0,481	16	1,04	0,481	16	1,04	0,551	16	1,04	0,551	16	1,04	0,551	16	1,04	0,624
34	17	1,05	0,402	17	1,05	0,476	17	1,05	0,476	17	1,05	0,476	17	1,04	0,551	17	1,04	0,551	17	1,04	0,551	17	1,04	0,618
36	18	1,05	0,402	18	1,05	0,476	18	1,05	0,476	18	1,05	0,476	18	1,05	0,546	18	1,05	0,546	18	1,05	0,546	18	1,05	0,618
38	19	1,06	0,399	19	1,06	0,472	19	1,06	0,472	19	1,06	0,472	19	1,05	0,546	19	1,05	0,546	19	1,05	0,546	19	1,05	0,612
0,40	20	1,07	0,395	20	1,06	0,472	20	1,06	0,472	20	1,06	0,472	20	1,06	0,541	20	1,06	0,541	20	1,06	0,541	20	1,05	0,612

42	21	1,07	0,395	1,07	0,467	20	1,06	0,541	20	1,06	0,606
44	22	1,08	0,391	1,08	0,463	21	1,07	0,536	21	1,07	0,601
46	23	1,09	0,388	1,08	0,463	22	1,08	0,531	22	1,07	0,601
48	24	1,09	0,388	1,09	0,459	23	1,08	0,531	23	1,08	0,595
50	25	1,10	0,384	1,10	0,454	24	1,09	0,526	23	1,08	0,595
52	26	1,11	0,381	1,11	0,450	25	1,10	0,521	25	1,09	0,590
54	27	1,12	0,377	1,11	0,450	26	1,10	0,521	26	1,10	0,584
56	28	1,13	0,373	1,12	0,446	27	1,11	0,517	27	1,11	0,579
58	29	1,14	0,371	1,13	0,442	28	1,12	0,512	28	1,11	0,579
60	30	1,14	0,371	1,14	0,438	29	1,13	0,508	29	1,12	0,574
62	31	1,15	0,367	1,15	0,435	30	1,14	0,503	29	1,13	0,569
64	32	1,16	0,364	1,16	0,431	31	1,15	0,499	30	1,14	0,564
66	32	1,17	0,361	1,17	0,427	32	1,16	0,494	31	1,15	0,559
68	33	1,18	0,358	1,18	0,424	33	1,17	0,490	32	1,16	0,554
70	34	1,20	0,352	1,19	0,420	33	1,18	0,486	33	1,17	0,549
72	35	1,21	0,349	1,20	0,417	34	1,19	0,482	34	1,18	0,545
74	36	1,22	0,346	1,21	0,413	35	1,20	0,476	35	1,19	0,540
76	37	1,23	0,344	1,22	0,410	36	1,21	0,474	36	1,20	0,536
78	37	1,24	0,341	1,23	0,406	37	1,22	0,470	37	1,21	0,531
80	38	1,25	0,338	1,25	0,400	38	1,23	0,466	38	1,22	0,527
82	39	1,26	0,335	1,26	0,397	39	1,24	0,462	39	1,23	0,523
84	40	1,28	0,330	1,27	0,394	39	1,25	0,459	39	1,24	0,518
86	40	1,29	0,328	1,28	0,391	40	1,27	0,452	40	1,25	0,514
88	41	1,30	0,325	1,29	0,388	41	1,28	0,448	41	1,27	0,506
90	42	1,31	0,322	1,31	0,382	42	1,29	0,445	42	1,28	0,502
92	43	1,33	0,318	1,32	0,379	43	1,30	0,441	43	1,29	0,498
94	43	1,34	0,315	1,33	0,376	43	1,32	0,434	43	1,30	0,494
96	44	1,35	0,313	1,35	0,370	44	1,33	0,431	44	1,32	0,487
98	44	1,37	0,308	1,36	0,368	44	1,34	0,428	44	1,32	0,487
1,00	45	1,38	0,306	1,37	0,365	45	1,35	0,425	45	1,33	0,483

$K_y - K_x$ (град.)												
$\frac{H_x}{H_y}$	315 (45)			310 (50)			305 (55)			300 (60)		
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	1	1	0,707	1	1	0,766	1	1	0,819	1	1	0,866
04	2	1	0,707	2	1	0,766	2	1	0,819	1	1	0,866
06	3	1	0,707	2	1	0,766	2	1	0,819	2	1	0,866
08	4	1	0,707	4	1	0,766	3	1	0,819	3	1	0,866
0,10	5	1	0,707	4	1	0,766	4	1	0,819	3	1	0,866
12	6	1	0,707	5	1	0,766	4	1	0,819	4	1	0,866
14	7	1,01	0,700	6	1,01	0,758	5	1	0,819	4	1	0,866
16	7	1,01	0,709	7	1,01	0,758	6	1	0,819	5	1	0,866
18	8	1,01	0,700	7	1,01	0,758	6	1,01	0,811	5	1	0,866
0,20	9	1,01	0,700	8	1,01	0,758	7	1,01	0,811	6	1,01	0,857
22	10	1,01	0,700	9	1,01	0,758	8	1,01	0,811	6	1,01	0,857
24	11	1,02	0,693	10	1,01	0,758	8	1,01	0,811	7	1,01	0,857
26	12	1,02	0,693	11	1,02	0,751	9	1,01	0,811	8	1,01	0,857
28	12	1,02	0,693	11	1,02	0,751	10	1,01	0,811	9	1,01	0,857
0,30	13	1,03	0,686	12	1,02	0,751	11	1,02	0,803	9	1,01	0,857
32	14	1,03	0,686	13	1,03	0,744	12	1,02	0,803	10	1,02	0,849
34	15	1,03	0,686	14	1,03	0,744	13	1,02	0,803	11	1,02	0,849
36	16	1,04	0,680	15	1,03	0,744	13	1,02	0,803	12	1,02	0,849
38	17	1,04	0,680	16	1,04	0,736	14	1,03	0,795	12	1,02	0,849
0,40	18	1,05	0,673	17	1,04	0,736	15	1,03	0,795	13	1,02	0,849

42	19	1,05	0,673	18	1,04	0,736	16	1,03	0,795	14	1,03	0,841
44	20	1,06	0,667	18	1,05	0,730	16	1,04	0,788	15	1,03	0,841
46	21	1,06	0,667	19	1,05	0,730	17	1,04	0,788	16	1,03	0,841
48	22	1,07	0,661	20	1,06	0,723	18	1,05	0,780	16	1,04	0,833
0,50	23	1,07	0,661	21	1,06	0,723	19	1,05	0,780	17	1,04	0,833
52	24	1,08	0,655	22	1,07	0,716	20	1,05	0,780	18	1,04	0,833
54	25	1,09	0,649	23	1,07	0,716	21	1,06	0,773	19	1,05	0,825
56	26	1,09	0,649	24	1,08	0,709	22	1,06	0,773	20	1,05	0,825
58	26	1,10	0,643	25	1,09	0,703	23	1,07	0,766	21	1,06	0,817
0,60	27	1,11	0,637	26	1,09	0,703	24	1,08	0,758	22	1,06	0,817
62	28	1,12	0,631	27	1,10	0,696	25	1,08	0,758	23	1,07	0,809
64	29	1,12	0,631	28	1,11	0,690	26	1,09	0,752	24	1,07	0,809
66	30	1,13	0,626	29	1,12	0,684	27	1,09	0,752	25	1,08	0,802
68	31	1,14	0,620	30	1,12	0,684	28	1,10	0,745	26	1,08	0,802
6,70	32	1,15	0,615	31	1,13	0,678	29	1,11	0,738	28	1,09	0,794
72	33	1,16	0,610	32	1,14	0,672	30	1,12	0,731	29	1,10	0,787
74	34	1,17	0,604	33	1,15	0,666	32	1,12	0,731	30	1,10	0,787
76	35	1,18	0,600	34	1,16	0,660	33	1,13	0,725	31	1,11	0,780
78	36	1,19	0,594	35	1,17	0,655	34	1,14	0,719	32	1,12	0,773
0,80	37	1,20	0,590	36	1,18	0,649	35	1,15	0,712	33	1,13	0,766
82	38	1,21	0,584	37	1,19	0,647	36	1,16	0,706	35	1,13	0,766
84	39	1,22	0,580	38	1,20	0,638	37	1,17	0,700	36	1,14	0,760
86	40	1,23	0,575	39	1,21	0,633	38	1,18	0,694	37	1,15	0,753
88	41	1,24	0,570	40	1,22	0,628	39	1,19	0,688	38	1,16	0,746
0,90	42	1,26	0,561	41	1,23	0,623	40	1,20	0,683	40	1,17	0,740
92	42	1,27	0,557	42	1,24	0,618	41	1,21	0,677	41	1,18	0,734
94	43	1,28	0,552	43	1,26	0,608	42	1,22	0,671	42	1,20	0,722
96	44	1,29	0,548	44	1,27	0,603	43	1,24	0,661	43	1,21	0,716
98	44	1,30	0,544	44	1,29	0,594	44	1,25	0,655	44	1,22	0,710
1,00	45	1,31	0,540	45	1,30	0,589	45	1,26	0,650	45	1,23	0,704

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)											
	295 (65)			290 (70)			288 (72)			286 (74)		
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	0	1	0,906	0	1	0,940	0	1	0,951	0	1	0,961
0,04	1	1	0,906	1	1	0,940	1	1	0,951	1	1	0,961
0,06	1	1	0,906	1	1	0,940	1	1	0,951	1	1	0,961
0,08	2	1	0,906	1	1	0,940	1	1	0,951	1	1	0,961
0,10	2	1	0,906	1	1	0,940	2	1	0,951	2	1	0,961
0,12	3	1	0,906	1	1	0,940	2	1	0,951	2	1	0,961
0,14	3	1	0,906	1	1	0,940	3	1	0,951	3	1	0,961
0,16	4	1	0,906	1	1	0,940	3	1	0,951	3	1	0,961
0,18	4	1	0,906	1	1	0,940	3	1	0,951	3	1	0,961
0,20	5	1	0,906	1	1	0,940	4	1	0,951	3	1	0,961
22	6	1	0,906	4	1	0,940	4	1	0,951	4	1	0,961
24	6	1,01	0,897	5	1	0,940	4	1	0,951	4	1	0,961
26	7	1,01	0,897	5	1	0,940	5	1	0,951	4	1	0,961
28	7	1,01	0,897	6	1	0,940	5	1	0,951	5	1	0,961
30	8	1,01	0,897	6	1,01	0,930	6	1	0,951	5	1	0,961
32	8	1,01	0,897	7	1,01	0,930	6	1,01	0,942	5	1	0,961
34	9	1,01	0,897	7	1,01	0,930	7	1,01	0,942	6	1,01	0,961
36	9	1,01	0,897	8	1,01	0,930	8	1,01	0,942	6	1,01	0,952
38	10	1,01	0,897	8	1,01	0,930	8	1,01	0,942	7	1,01	0,952
0,40	11	1,02	0,888	9	1,01	0,930	8	1,01	0,942	7	1,01	0,952

42	1,01	0,930	9	1,01	0,942	8	1,01	0,952
44	1,01	0,930	9	1,01	0,942	8	1,01	0,952
46	1,01	0,921	9	1,01	0,942	9	1,01	0,952
48	1,02	0,921	11	1,01	0,942	9	1,01	0,952
0,50	1,02	0,921	11	1,02	0,932	10	1,01	0,952
52	1,02	0,921	12	1,02	0,932	11	1,01	0,952
54	1,02	0,921	13	1,02	0,932	11	1,01	0,952
56	1,02	0,921	13	1,02	0,932	12	1,02	0,942
58	1,02	0,921	14	1,02	0,932	13	1,02	0,942
0,60	1,03	0,912	15	1,02	0,932	14	1,02	0,942
	1,03	0,912						
62	1,03	0,912	16	1,03	0,923	15	1,02	0,942
64	1,04	0,904	17	1,03	0,923	15	1,02	0,942
66	1,04	0,904	18	1,03	0,923	16	1,03	0,933
68	1,04	0,904	19	1,04	0,914	17	1,03	0,933
0,70	1,05	0,895	20	1,04	0,914	19	1,03	0,933
72	1,05	0,895	21	1,04	0,914	20	1,04	0,924
74	1,06	0,886	23	1,04	0,914	21	1,04	0,924
76	1,06	0,886	24	1,05	0,906	22	1,04	0,924
78	1,07	0,878	25	1,06	0,897	24	1,05	0,916
0,80	1,07	0,878	27	1,06	0,897	25	1,05	0,916
82	1,08	0,870	29	1,07	0,889	27	1,06	0,907
84	1,08	0,870	30	1,07	0,889	29	1,06	0,907
86	1,09	0,862	32	1,08	0,881	31	1,07	0,898
88	1,10	0,854	34	1,09	0,872	33	1,07	0,898
0,90	1,11	0,846	36	1,09	0,872	35	1,08	0,890
92	1,12	0,839	37	1,10	0,865	37	1,09	0,882
94	1,13	0,832	39	1,11	0,857	39	1,10	0,874
96	1,14	0,824	41	1,12	0,849	41	1,11	0,866
98	1,15	0,817	43	1,13	0,842	43	1,12	0,858
1,00	1,16	0,810	45	1,13	0,842	45	1,13	0,851

$K_y - K_x$ (град.)												
$\frac{H_x}{H_y}$	284 (76)			282 (78)			280 (80)			278 (82)		
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	0	1	0,970	0	1	0,978	0	1	0,985	0	1	0,990
04	1	1	0,970	0	1	0,978	0	1	0,985	0	1	0,990
06	1	1	0,970	1	1	0,978	1	1	0,985	1	1	0,990
08	1	1	0,970	1	1	0,978	1	1	0,985	1	1	0,990
0,10	1	1	0,970	1	1	0,978	1	1	0,985	1	1	0,990
12	2	1	0,970	2	1	0,978	1	1	0,985	1	1	0,990
14	2	1	0,970	2	1	0,978	1	1	0,985	1	1	0,990
16	2	1	0,970	2	1	0,978	2	1	0,985	1	1	0,990
18	3	1	0,970	2	1	0,978	2	1	0,985	1	1	0,990
0,20	3	1	0,970	3	1	0,978	2	1	0,985	2	1	0,990
22	3	1	0,970	3	1	0,978	2	1	0,985	2	1	0,990
24	4	1	0,970	3	1	0,978	3	1	0,985	2	1	0,990
26	4	1	0,970	3	1	0,978	3	1	0,985	2	1	0,990
28	4	1	0,970	4	1	0,978	3	1	0,985	2	1	0,990
0,30	5	1	0,970	4	1	0,978	3	1	0,985	3	1	0,990
32	5	1	0,970	4	1	0,978	4	1	0,985	3	1	0,990
34	5	1	0,970	5	1	0,978	4	1	0,985	3	1	0,990
36	6	1	0,970	5	1	0,978	4	1	0,985	3	1	0,990
38	6	1	0,970	5	1	0,978	4	1	0,985	4	1	0,990
0,40	6	1,01	0,961	6	1	0,978	5	1	0,985	4	1	0,990

42	7	1,01	0,961	6	1	0,978	5	1	0,985	4	1	0,990
44	7	1,01	0,961	6	1,01	0,968	5	1	0,985	4	1	0,990
46	8	1,01	0,961	7	1,01	0,968	6	1	0,985	5	1	0,990
48	8	1,01	0,961	7	1,01	0,968	6	1	0,985	5	1	0,990
0,59	9	1,01	0,961	8	1,01	0,968	7	1	0,985	5	1	0,990
52	10	1,01	0,961	8	1,01	0,968	7	1,01	0,975	6	1	0,990
54	10	1,01	0,961	9	1,01	0,968	7	1,01	0,975	6	1	0,990
56	11	1,01	0,961	9	1,01	0,968	8	1,01	0,975	6	1	0,990
58	11	1,01	0,961	10	1,01	0,968	8	1,01	0,975	7	1,01	0,980
0,60	12	1,02	0,951	10	1,01	0,968	9	1,01	0,975	7	1,01	0,980
62	12	1,02	0,951	11	1,01	0,968	10	1,01	0,975	8	1,01	0,980
64	13	1,02	0,951	12	1,01	0,968	10	1,01	0,975	8	1,01	0,980
66	14	1,02	0,951	13	1,02	0,959	11	1,01	0,975	9	1,01	0,980
68	15	1,02	0,951	14	1,02	0,959	11	1,01	0,975	10	1,01	0,980
0,70	17	1,02	0,951	15	1,02	0,959	13	1,01	0,975	10	1,01	0,980
72	18	1,03	0,942	16	1,02	0,959	14	1,02	0,965	11	1,01	0,980
74	19	1,03	0,942	17	1,02	0,959	15	1,02	0,965	12	1,01	0,980
76	21	1,03	0,942	18	1,03	0,950	16	1,02	0,965	13	1,01	0,980
78	22	1,04	0,933	20	1,03	0,950	17	1,02	0,965	15	1,01	0,980
0,80	24	1,04	0,933	21	1,03	0,950	19	1,02	0,965	16	1,02	0,971
82	25	1,05	0,924	23	1,03	0,950	20	1,03	0,956	17	1,02	0,971
84	26	1,05	0,924	25	1,04	0,940	22	1,03	0,956	19	1,02	0,971
86	28	1,06	0,915	27	1,04	0,940	24	1,03	0,956	21	1,02	0,971
88	30	1,06	0,915	29	1,05	0,931	27	1,04	0,947	24	1,03	0,961
0,90	32	1,07	0,907	31	1,06	0,923	29	1,04	0,947	26	1,03	0,961
92	35	1,08	0,898	34	1,06	0,923	32	1,05	0,938	30	1,03	0,961
94	38	1,08	0,898	37	1,07	0,914	35	1,06	0,929	33	1,04	0,952
96	40	1,09	0,890	39	1,08	0,906	38	1,06	0,929	37	1,05	0,943
98	43	1,10	0,882	42	1,09	0,897	42	1,07	0,920	41	1,06	0,934
1,00	45	1,11	0,874	45	1,10	0,889	45	1,08	0,912	45	1,07	0,926

$K_y - K_x$ (град.)										
$\frac{H_x}{H_y}$	276 (84)			274 (86)			272 (88)			271 (89)
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	
0,02	0	1	0,994	0	1	0,998	0	1	0,999	1
04	0	1	0,994	0	1	0,998	0	1	0,999	1
06	0	1	0,994	0	1	0,998	0	1	0,999	1
08	0	1	0,994	0	1	0,998	0	1	0,999	1
0,10	1	1	0,994	0	1	0,998	0	1	0,999	1
12	1	1	0,994	1	1	0,998	0	1	0,999	1
14	1	1	0,994	1	1	0,998	0	1	0,999	1
16	1	1	0,994	1	1	0,998	0	1	0,999	1
18	1	1	0,994	1	1	0,998	0	1	0,999	1
0,20	1	1	0,994	1	1	0,998	0	1	0,999	1
22	1	1	0,994	1	1	0,998	1	1	0,999	1
24	2	1	0,994	1	1	0,998	1	1	0,999	1
26	2	1	0,994	1	1	0,998	1	1	0,999	1
28	2	1	0,994	1	1	0,998	1	1	0,999	1
0,30	2	1	0,994	1	1	0,998	1	1	0,999	1
32	2	1	0,994	1	1	0,998	1	1	0,999	1
34	2	1	0,994	2	1	0,998	1	1	0,999	1
36	2	1	0,994	2	1	0,998	1	1	0,999	1
38	3	1	0,994	2	1	0,998	1	1	0,999	1
0,40	3	1	0,994	2	1	0,998	1	1	0,999	1

42	3	1	0,994	2	1	0,998	1	0,999	1	1
44	3	1	0,994	2	1	0,998	1	0,999	1	1
46	3	1	0,994	2	1	0,998	1	0,999	1	1
48	4	1	0,994	2	1	0,998	1	0,999	1	1
0,50	4	1	0,994	3	1	0,998	1	0,999	1	1
52	4	1	0,994	3	1	0,998	1	0,999	1	1
54	5	1	0,994	3	1	0,998	1	0,999	1	1
56	5	1	0,994	3	1	0,998	1	0,999	1	1
58	5	1	0,994	3	1	0,998	1	0,999	1	1
0,60	6	1	0,994	4	1	0,998	1	0,999	1	1
62	6	1	0,994	4	1	0,998	1	0,999	1	1
64	6	1	0,994	4	1	0,998	1	0,999	1	1
66	7	1	0,994	5	1	0,998	1	0,999	1	1
68	7	1	0,994	5	1	0,998	1	0,999	1	1
0,70	8	1,01	0,985	5	1	0,998	1	0,999	1	1
72	9	1,01	0,985	6	1	0,998	1	0,999	1	1
74	9	1,01	0,985	6	1	0,998	1	0,999	1	1
76	10	1,01	0,985	7	1	0,998	1	0,999	1	1
78	11	1,01	0,985	8	1	0,998	1	0,999	1	1
0,80	12	1,01	0,985	9	1	0,998	1	0,999	1	1
82	14	1,01	0,985	10	1	0,998	1	0,999	1	1
84	15	1,01	0,985	11	1,01	0,986	1	0,999	1	1
86	17	1,01	0,985	12	1,01	0,986	1	0,999	1	1
88	20	1,02	0,975	14	1,01	0,986	1	0,999	1	1
0,90	22	1,02	0,975	17	1,01	0,986	1	0,999	1	1
92	26	1,02	0,975	20	1,01	0,986	1	0,999	1	1
94	30	1,03	0,966	24	1,01	0,986	1	0,999	1	1
96	34	1,03	0,966	30	1,02	0,978	1,01	0,990	1	1
98	40	1,04	0,956	37	1,03	0,968	1,01	0,990	1	1
1,00	45	1,04	0,956	45	1,03	0,968	1,01	0,990	1	1

$K_y - K_x$ (град.)

$\frac{H_x}{H_y}$	270 (90)				269 (91)				268 (92)				266 (94)			
	V_1		V_2		γ	V_1		V_2		γ	V_1		γ	V_1		V_2
	γ	V_1	V_2			V_1	V_2		V_1	V_2	V_1	V_2	V_1	V_2	V_1	V_2
0,02	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	360	1	1	0,998
04	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	360	1	1	0,998
06	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	360	1	1	0,998
08	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	360	1	1	0,998
0,10	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	360	1	1	0,998
12	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	360	1	1	0,998
14	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	359	1	1	0,998
16	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	359	1	1	0,998
18	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	359	1	1	0,998
0,20	0	1	1	1	360	1	1	1	1	360	1	1	359	1	1	0,998
22	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	359	1	1	0,998
24	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	359	1	1	0,998
26	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	359	1	1	0,998
28	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	359	1	1	0,998
0,30	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	359	1	1	0,998
32	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	359	1	1	0,998
34	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	358	1	1	0,998
36	0	1	1	1	360	1	1	1	1	359	1	1	358	1	1	0,998
38	0	1	1	1	359	1	1	1	1	359	1	1	358	1	1	0,998
0,40	0	1	1	1	359	1	1	1	1	359	1	1	358	1	1	0,998

42	0	1	359	1	0,999	358	1	0,998
44	0	1	359	1	0,999	358	1	0,998
46	0	1	359	1	0,999	358	1	0,998
48	0	1	359	1	0,999	358	1	0,998
0,50	0	1	359	1	0,999	357	1	0,998
52	0	1	359	1	0,999	357	1	0,998
54	0	1	359	1	0,999	357	1	0,998
56	0	1	359	1	0,999	357	1	0,998
58	0	1	359	1	0,999	357	1	0,998
0,60	0	1	359	1	0,999	356	1	0,998
62	0	1	359	1	0,999	356	1	0,998
64	0	1	359	1	0,999	356	1	0,998
66	0	1	359	1	0,999	355	1	0,998
68	0	1	359	1	0,999	355	1	0,998
0,70	0	1	359	1	0,999	355	1	0,998
72	0	1	359	1	0,999	354	1	0,998
74	0	1	358	1	0,999	354	1	0,998
76	0	1	358	1	0,999	353	1	0,998
78	0	1	358	1	0,999	352	1	0,998
0,80	0	1	358	1	0,999	351	1	0,998
82	0	1	358	1	0,999	350	1	0,998
84	0	1	357	1	0,999	349	1,01	0,988
86	0	1	356	1	0,999	348	1,01	0,988
88	0	1	356	1	0,999	346	1,01	0,988
0,90	0	1	355	1	0,999	343	1,01	0,988
92	0	1	354	1	0,999	340	1,01	0,988
94	0	1	352	1	0,999	336	1,01	0,988
96	0	1	348	1	0,990	330	1,02	0,978
98	0	1	340	1	0,990	323	1,03	0,968
1,00	0	1	315	1,01	0,990	315	1,04	0,959

$K_y - K_x$ (град.)

$\frac{H_x}{H_y}$	264 (96)						262 (98)						260 (100)						258 (102)					
				V_s			V_1			V_2			V_1			V_2			V_1			V_2		
	γ	V_1	V_s	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	360	1	0,994	360	1	0,990	360	1	0,990	360	1	0,985	360	1	0,985	360	1	0,978	360	1	0,978	360	1	0,978
0,04	360	1	0,994	360	1	0,990	360	1	0,990	360	1	0,985	360	1	0,985	360	1	0,978	360	1	0,978	360	1	0,978
0,06	360	1	0,994	359	1	0,990	359	1	0,990	359	1	0,985	359	1	0,985	359	1	0,978	359	1	0,978	359	1	0,978
0,08	360	1	0,994	359	1	0,990	359	1	0,990	359	1	0,985	359	1	0,985	359	1	0,978	359	1	0,978	359	1	0,978
0,10	359	1	0,994	359	1	0,990	359	1	0,990	359	1	0,985	359	1	0,985	359	1	0,978	359	1	0,978	359	1	0,978
0,12	359	1	0,994	359	1	0,990	359	1	0,990	359	1	0,985	359	1	0,985	359	1	0,978	359	1	0,978	359	1	0,978
0,14	359	1	0,994	359	1	0,990	359	1	0,990	359	1	0,985	359	1	0,985	359	1	0,978	359	1	0,978	359	1	0,978
0,16	359	1	0,994	359	1	0,990	359	1	0,990	359	1	0,985	359	1	0,985	359	1	0,978	359	1	0,978	359	1	0,978
0,18	359	1	0,994	359	1	0,990	359	1	0,990	359	1	0,985	359	1	0,985	359	1	0,978	359	1	0,978	359	1	0,978
0,20	359	1	0,994	358	1	0,990	358	1	0,990	358	1	0,985	358	1	0,985	357	1	0,978	357	1	0,978	357	1	0,978
22	359	1	0,994	358	1	0,990	358	1	0,990	358	1	0,985	358	1	0,985	357	1	0,978	357	1	0,978	357	1	0,978
24	358	1	0,994	358	1	0,990	358	1	0,990	358	1	0,985	357	1	0,985	357	1	0,978	357	1	0,978	357	1	0,978
26	358	1	0,994	358	1	0,990	358	1	0,990	358	1	0,985	357	1	0,985	356	1	0,978	356	1	0,978	356	1	0,978
28	358	1	0,994	357	1	0,990	357	1	0,990	357	1	0,985	357	1	0,985	356	1	0,978	356	1	0,978	356	1	0,978
0,30	358	1	0,994	357	1	0,990	357	1	0,990	356	1	0,985	356	1	0,985	356	1	0,978	356	1	0,978	356	1	0,978
32	358	1	0,994	357	1	0,990	357	1	0,990	356	1	0,985	356	1	0,985	355	1	0,978	355	1	0,978	355	1	0,978
34	358	1	0,994	357	1	0,990	357	1	0,990	356	1	0,985	356	1	0,985	355	1	0,978	355	1	0,978	355	1	0,978
36	358	1	0,994	357	1	0,990	357	1	0,990	356	1	0,985	356	1	0,985	355	1	0,978	355	1	0,978	355	1	0,978
38	357	1	0,994	356	1	0,990	356	1	0,990	356	1	0,985	356	1	0,985	355	1	0,978	355	1	0,978	355	1	0,978
0,40	357	1	0,994	356	1	0,990	356	1	0,990	355	1	0,985	355	1	0,985	354	1	0,978	354	1	0,978	354	1	0,978

42	357	1	0,994	356	1	0,990	355	1	0,985	354-	1	0,978
44	357	1	0,994	356	1	0,990	355	1	0,985	354	1,01	0,968
46	357	1	0,994	355	1	0,990	354	1	0,985	353	1,01	0,968
48	356	1	0,994	355	1	0,990	354	1	0,985	353	1,01	0,968
0,50	356	1	0,994	355	1	0,990	353	1	0,985	352	1,01	0,968
52	356	1	0,994	354	1	0,990	353	1,01	0,975	352	1,01	0,968
54	355	1	0,994	354	1	0,990	352	1,01	0,975	351	1,01	0,968
56	355	1	0,994	354	1	0,990	352	1,01	0,975	351	1,01	0,968
58	355	1	0,994	353	1,01	0,980	352	1,01	0,975	350	1,01	0,968
0,60	354	1	0,994	353	1,01	0,980	351	1,01	0,975	350	1,01	0,968
62	354	1	0,994	352	1,01	0,980	350	1,01	0,975	349	1,01	0,968
64	354	1	0,994	352	1,01	0,980	350	1,01	0,975	348	1,01	0,968
66	353	1	0,994	351	1,01	0,980	349	1,01	0,975	347	1,02	0,959
68	353	1	0,994	350	1,01	0,980	349	1,01	0,975	346	1,02	0,959
0,70	352	1,01	0,985	350	1,01	0,980	347	1,01	0,975	345	1,02	0,959
72	351	1,01	0,985	349	1,01	0,980	346	1,02	0,965	344	1,02	0,959
74	351	1,01	0,985	348	1,01	0,980	345	1,02	0,965	343	1,02	0,959
76	350	1,01	0,985	347	1,01	0,980	344	1,02	0,965	342	1,03	0,950
78	349	1,01	0,985	345	1,01	0,980	343	1,02	0,965	340	1,03	0,950
0,80	348	1,01	0,985	344	1,02	0,971	341	1,02	0,965	339	1,03	0,950
82	346	1,01	0,985	343	1,02	0,971	340	1,03	0,956	337	1,03	0,950
84	345	1,01	0,985	341	1,02	0,971	338	1,03	0,956	335	1,04	0,940
86	343	1,01	0,985	339	1,02	0,971	336	1,03	0,956	333	1,04	0,940
88	340	1,02	0,975	336	1,03	0,961	333	1,04	0,947	331	1,05	0,932
0,90	338	1,02	0,975	334	1,03	0,961	331	1,04	0,947	329	1,06	0,923
92	334	1,02	0,975	330	1,03	0,961	328	1,05	0,938	326	1,06	0,923
94	330	1,03	0,966	327	1,04	0,952	323	1,05	0,938	323	1,07	0,914
96	326	1,03	0,966	323	1,05	0,943	322	1,06	0,929	321	1,08	0,906
98	320	1,04	0,956	319	1,06	0,934	318	1,07	0,920	318	1,09	0,897
1,00	315	1,04	0,956	315	1,07	0,925	315	1,08	0,912	315	1,10	0,889

$K_y - K_x$ (град.)												
$\frac{H_x}{H_y}$	256 (104)			254 (106)			252 (108)			250 (110)		
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	360	1	0,970	360	1	0,961	360	1	0,951	360	1	0,940
04	359	1	0,970	359	1	0,961	359	1	0,951	359	1	0,940
06	359	1	0,970	359	1	0,961	359	1	0,951	359	1	0,940
08	359	1	0,970	359	1	0,961	359	1	0,951	358	1	0,940
0,10	359	1	0,970	358	1	0,961	358	1	0,951	358	1	0,940
12	358	1	0,970	358	1	0,961	358	1	0,951	358	1	0,940
14	358	1	0,970	358	1	0,961	357	1	0,951	357	1	0,940
16	358	1	0,970	357	1	0,961	357	1	0,951	357	1	0,940
18	357	1	0,970	357	1	0,961	357	1	0,951	356	1	0,940
0,20	357	1	0,970	357	1	0,961	356	1	0,951	356	1	0,940
22	357	1	0,970	356	1	0,961	356	1	0,951	356	1	0,940
24	356	1	0,970	356	1	0,961	356	1	0,951	355	1	0,940
26	356	1	0,970	356	1	0,961	355	1	0,951	355	1	0,940
28	356	1	0,970	355	1	0,961	355	1	0,951	354	1	0,940
0,30	355	1	0,970	355	1	0,961	354	1	0,951	354	1,01	0,930
32	355	1	0,970	355	1	0,961	354	1,01	0,942	353	1,01	0,930
34	355	1	0,970	354	1	0,961	353	1,01	0,942	353	1,01	0,930
36	354	1	0,970	354	1,01	0,952	353	1,01	0,942	352	1,01	0,930
38	354	1	0,970	353	1,01	0,952	352	1,01	0,942	352	1,01	0,930
0,40	354	1,01	0,961	353	1,01	0,952	352	1,01	0,942	351	1,01	0,930

42	353	1,01	0,961	352	1,01	0,952	351	1,01	0,942	350	1,01	0,930
44	353	1,01	0,961	352	1,01	0,952	351	1,01	0,942	350	1,01	0,930
46	352	1,01	0,961	351	1,01	0,952	351	1,01	0,942	349	1,02	0,921
48	352	1,01	0,961	351	1,01	0,952	349	1,01	0,942	348	1,02	0,921
0,50	351	1,01	0,961	350	1,01	0,952	349	1,02	0,932	348	1,02	0,921
52	350	1,01	0,961	349	1,01	0,952	348	1,02	0,932	347	1,02	0,921
54	350	1,01	0,961	349	1,01	0,952	347	1,02	0,932	346	1,02	0,921
56	349	1,01	0,961	348	1,02	0,942	347	1,02	0,932	345	1,02	0,921
58	349	1,01	0,961	347	1,02	0,942	346	1,02	0,932	345	1,03	0,912
0,60	348	1,02	0,951	346	1,02	0,942	345	1,02	0,932	344	1,03	0,912
62	348	1,02	0,951	345	1,02	0,942	344	1,03	0,923	343	1,03	0,912
64	347	1,02	0,951	345	1,02	0,942	343	1,03	0,923	342	1,04	0,904
66	346	1,02	0,951	344	1,03	0,933	342	1,04	0,914	341	1,04	0,904
68	345	1,02	0,951	343	1,03	0,933	341	1,04	0,914	340	1,04	0,904
0,70	343	1,02	0,951	341	1,03	0,933	340	1,05	0,906	338	1,05	0,895
72	342	1,03	0,942	340	1,04	0,924	339	1,05	0,906	337	1,05	0,895
74	341	1,03	0,942	339	1,04	0,924	337	1,05	0,906	336	1,06	0,886
76	339	1,03	0,942	338	1,04	0,924	336	1,06	0,897	335	1,06	0,886
78	338	1,04	0,933	336	1,05	0,916	335	1,06	0,897	333	1,07	0,878
0,80	336	1,04	0,933	335	1,05	0,916	333	1,07	0,889	332	1,07	0,878
82	335	1,05	0,924	333	1,06	0,907	331	1,07	0,889	330	1,08	0,870
84	334	1,05	0,924	331	1,06	0,907	330	1,08	0,881	329	1,08	0,870
86	332	1,06	0,915	329	1,07	0,898	328	1,09	0,872	327	1,09	0,862
88	330	1,06	0,915	327	1,07	0,898	326	1,10	0,865	325	1,10	0,854
0,90	328	1,07	0,907	325	1,08	0,890	324	1,10	0,865	324	1,11	0,846
92	325	1,08	0,898	323	1,09	0,882	323	1,11	0,857	322	1,12	0,839
94	322	1,08	0,898	321	1,10	0,874	321	1,12	0,849	320	1,13	0,832
96	320	1,09	0,890	319	1,11	0,866	319	1,12	0,849	318	1,14	0,824
98	317	1,10	0,882	317	1,12	0,858	317	1,13	0,842	317	1,15	0,817
1,00	315	1,11	0,874	315	1,13	0,851	315	1,13	0,842	315	1,16	0,810

$K_y - K_x$ (град.)												
$\frac{H_x}{H_y}$	245 (115)			240 (120)			235 (125)			230 (130)		
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	360	1	0,906	359	1	0,866	359	1	0,819	359	1	0,766
0,04	359	1	0,906	359	1	0,866	358	1	0,819	358	1	0,766
0,06	359	1	0,906	358	1	0,866	358	1	0,819	358	1	0,766
0,08	358	1	0,906	357	1	0,866	357	1	0,819	356	1	0,766
0,10	358	1	0,906	357	1	0,866	356	1	0,819	356	1	0,766
0,12	357	1	0,906	356	1	0,866	356	1	0,819	355	1	0,766
0,14	357	1	0,906	356	1	0,866	355	1	0,819	354	1,01	0,758
0,16	356	1	0,906	355	1	0,866	354	1	0,819	353	1,01	0,558
0,18	356	1	0,906	355	1	0,866	354	1,01	0,811	353	1,01	0,758
0,20	355	1	0,906	354	1,01	0,857	353	1,01	0,811	352	1,01	0,758
22	354	1	0,906	354	1,01	0,857	352	1,01	0,811	351	1,01	0,758
24	354	1,01	0,897	353	1,01	0,857	352	1,01	0,811	350	1,01	0,758
26	353	1,01	0,897	352	1,01	0,857	351	1,01	0,811	349	1,02	0,751
28	353	1,01	0,897	351	1,01	0,857	350	1,01	0,811	349	1,02	0,751
0,30	352	1,01	0,897	351	1,01	0,857	349	1,02	0,803	348	1,02	0,751
32	352	1,01	0,897	350	1,02	0,849	348	1,02	0,803	347	1,03	0,744
34	351	1,01	0,897	349	1,02	0,849	347	1,02	0,803	346	1,03	0,744
36	351	1,01	0,897	348	1,02	0,849	347	1,02	0,803	345	1,03	0,744
38	350	1,01	0,897	348	1,02	0,849	346	1,03	0,795	344	1,04	0,736
0,49	349	1,02	0,888	347	1,02	0,849	345	1,03	0,795	343	1,04	0,736

42	348	1,02	0,888	346	1,03	0,841	344	1,03	0,795	342	1,04	0,736
44	348	1,02	0,888	345	1,03	0,841	344	1,04	0,788	342	1,05	0,730
46	347	1,02	0,888	344	1,03	0,841	343	1,04	0,788	341	1,05	0,730
48	346	1,02	0,888	344	1,04	0,833	342	1,05	0,780	340	1,06	0,722
0,50	345	1,03	0,880	343	1,04	0,833	341	1,05	0,780	339	1,06	0,722
52	344	1,03	0,880	342	1,04	0,833	340	1,05	0,780	338	1,07	0,716
54	344	1,03	0,880	341	1,05	0,825	339	1,06	0,773	337	1,07	0,716
56	343	1,04	0,871	349	1,05	0,825	338	1,06	0,773	336	1,08	0,709
58	342	1,04	0,871	339	1,06	0,817	337	1,07	0,766	335	1,09	0,703
0,60	341	1,04	0,871	338	1,06	0,817	336	1,08	0,758	334	1,09	0,703
62	340	1,05	0,863	337	1,07	0,809	335	1,08	0,758	333	1,10	0,696
64	339	1,05	0,863	336	1,07	0,809	334	1,09	0,752	332	1,11	0,690
66	338	1,06	0,855	335	1,08	0,802	333	1,09	0,752	331	1,12	0,684
68	337	1,06	0,855	334	1,08	0,802	332	1,10	0,745	330	1,12	0,684
0,70	335	1,07	0,847	332	1,09	0,794	331	1,11	0,738	329	1,13	0,678
72	334	1,07	0,847	331	1,10	0,787	330	1,12	0,731	328	1,14	0,672
74	333	1,08	0,839	330	1,10	0,787	328	1,12	0,731	327	1,15	0,666
76	332	1,08	0,839	329	1,11	0,780	327	1,13	0,725	326	1,16	0,660
78	330	1,09	0,831	328	1,12	0,773	326	1,14	0,718	325	1,17	0,655
0,80	329	1,10	0,824	327	1,13	0,766	325	1,15	0,712	324	1,18	0,649
82	328	1,10	0,824	325	1,13	0,766	324	1,16	0,706	323	1,19	0,644
84	326	1,11	0,816	324	1,14	0,760	323	1,17	0,700	322	1,20	0,638
86	325	1,12	0,809	323	1,15	0,753	322	1,18	0,694	321	1,21	0,633
88	323	1,13	0,802	322	1,16	0,746	321	1,19	0,688	320	1,22	0,628
0,90	322	1,14	0,795	320	1,17	0,740	320	1,20	0,683	319	1,23	0,623
92	321	1,15	0,788	319	1,18	0,734	319	1,21	0,677	318	1,24	0,618
94	320	1,16	0,781	318	1,20	0,722	318	1,22	0,671	317	1,26	0,608
96	318	1,17	0,775	317	1,21	0,716	317	1,24	0,661	316	1,27	0,603
98	316	1,18	0,768	316	1,22	0,710	316	1,25	0,655	315	1,29	0,594
1,00	315	1,19	0,762	315	1,23	0,704	315	1,26	0,650	315	1,30	0,589

$\frac{H_x}{H_y}$	225 (135)			220 (140)			215 (145)			210 (150)		
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	359	1	0,707	359	0,943	0,574	359	1	0,574	359	1	0,500
0,04	358	1	0,707	358	0,643	0,574	358	1	0,574	358	1	0,500
0,06	357	1	0,707	357	0,643	0,574	357	1	0,574	357	1	0,500
0,08	356	1	0,707	356	0,643	0,574	356	1	0,574	356	1	0,500
0,10	355	1	0,707	355	0,634	0,574	355	1	0,574	355	1	0,500
0,12	354	1	0,707	354	0,636	0,568	354	1,01	0,568	354	1,01	0,495
0,14	353	1,01	0,700	353	0,636	0,568	353	1,01	0,568	353	1,01	0,495
0,16	353	1,01	0,700	352	0,636	0,568	352	1,01	0,568	352	1,01	0,495
0,18	352	1,01	0,700	351	0,636	0,568	351	1,01	0,568	351	1,01	0,495
0,20	351	1,01	0,700	350	0,636	0,568	350	1,01	0,568	350	1,02	0,490
22	350	1,01	0,700	349	0,630	0,562	349	1,02	0,562	349	1,02	0,490
24	349	1,02	0,693	348	0,630	0,562	348	1,02	0,562	348	1,02	0,490
26	348	1,02	0,693	348	0,630	0,562	347	1,02	0,562	347	1,03	0,485
28	348	1,02	0,693	347	0,624	0,562	346	1,02	0,562	346	1,03	0,485
0,30	347	1,03	0,686	346	0,624	0,562	345	1,03	0,562	345	1,04	0,481
0,32	346	1,03	0,686	345	0,624	0,552	344	1,04	0,552	344	1,04	0,481
0,34	345	1,03	0,686	344	0,618	0,552	343	1,04	0,552	343	1,05	0,476
0,36	344	1,04	0,680	343	0,618	0,546	342	1,05	0,546	342	1,05	0,472
0,38	343	1,04	0,680	342	0,612	0,546	341	1,06	0,546	341	1,06	0,472
0,40	342	1,05	0,673	341	0,612	0,541	340	1,06	0,541	340	1,09	0,472

42	341	1,05	0,673	340	1,06	0,606	340	1,06	0,541	339	1,07	0,467
44	340	1,06	0,667	339	1,07	0,601	339	1,07	0,536	338	1,08	0,463
46	339	1,06	0,667	338	1,07	0,601	338	1,08	0,531	337	1,08	0,463
48	338	1,07	0,661	337	1,08	0,595	337	1,08	0,531	336	1,09	0,459
0,50	337	1,07	0,661	337	1,08	0,595	336	1,09	0,526	335	1,10	0,454
52	336	1,08	0,655	335	1,09	0,590	335	1,10	0,521	334	1,11	0,450
54	335	1,09	0,649	334	1,10	0,584	334	1,10	0,521	333	1,11	0,450
56	334	1,09	0,649	333	1,11	0,579	333	1,11	0,517	332	1,12	0,446
58	334	1,10	0,643	332	1,11	0,579	332	1,12	0,512	331	1,13	0,442
0,60	333	1,11	0,637	331	1,12	0,574	331	1,13	0,508	330	1,14	0,438
62	332	1,12	0,631	331	1,13	0,569	330	1,14	0,503	329	1,15	0,435
64	331	1,12	0,631	330	1,14	0,564	329	1,15	0,499	329	1,16	0,431
66	330	1,13	0,626	329	1,15	0,559	328	1,16	0,494	328	1,17	0,427
68	329	1,14	0,620	328	1,16	0,554	327	1,17	0,490	327	1,18	0,424
0,70	328	1,15	0,615	327	1,17	0,549	327	1,18	0,486	326	1,19	0,420
72	327	1,16	0,610	326	1,18	0,545	326	1,19	0,482	325	1,20	0,417
74	326	1,17	0,604	325	1,19	0,540	325	1,20	0,478	324	1,21	0,413
76	325	1,18	0,599	324	1,20	0,536	324	1,21	0,474	323	1,22	0,410
78	324	1,19	0,594	323	1,21	0,531	323	1,22	0,470	323	1,23	0,406
0,80	323	1,20	0,589	322	1,22	0,527	322	1,23	0,466	322	1,25	0,400
82	322	1,21	0,584	321	1,23	0,523	321	1,24	0,462	321	1,26	0,397
84	321	1,22	0,580	321	1,24	0,518	320	1,25	0,459	320	1,27	0,394
86	320	1,23	0,575	320	1,25	0,514	320	1,27	0,452	320	1,28	0,391
88	319	1,24	0,570	319	1,27	0,506	319	1,28	0,448	319	1,29	0,388
0,90	318	1,26	0,561	318	1,28	0,502	318	1,29	0,445	318	1,31	0,382
92	318	1,27	0,557	317	1,29	0,498	317	1,30	0,441	317	1,32	0,378
94	317	1,28	0,552	317	1,30	0,494	317	1,32	0,434	317	1,33	0,376
96	316	1,29	0,548	316	1,32	0,487	316	1,33	0,431	316	1,35	0,370
98	316	1,30	0,544	316	1,32	0,487	316	1,34	0,428	316	1,36	0,368
1,00	315	1,31	0,540	315	1,33	0,483	315	1,35	0,425	315	1,37	0,365

$\frac{H_x}{H_y}$	205 (155)			200 (160)			195 (165)			190 (170)			180		
	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2	γ	V_1	V_2
0,02	359	1	0,423	359	1	0,342	359	1	0,259	359	1	0,174	359	1	0
0,04	358	1	0,423	358	1	0,342	358	1	0,259	358	1	0,174	358	1	0
0,06	357	1	0,423	357	1	0,342	357	1	0,259	357	1	0,174	357	1	0
0,08	356	1	0,423	356	1	0,342	356	1	0,259	355	1	0,174	355	1	0
0,10	355	1	0,423	355	1	0,342	355	1	0,259	354	1	0,174	354	1	0
0,12	354	1,01	0,418	354	1,01	0,339	353	1,01	0,256	353	1,01	0,172	353	1,01	0
0,14	353	1,01	0,418	352	1,01	0,339	352	1,01	0,256	352	1,01	0,172	352	1,01	0
0,16	352	1,01	0,418	351	1,01	0,339	351	1,01	0,256	351	1,01	0,172	351	1,02	0
0,18	351	1,01	0,418	350	1,01	0,339	350	1,02	0,254	350	1,02	0,170	350	1,02	0
0,20	350	1,02	0,414	349	1,02	0,335	349	1,02	0,254	349	1,02	0,170	349	1,02	0
0,22	349	1,02	0,414	348	1,02	0,335	348	1,02	0,254	348	1,02	0,170	348	1,02	0
0,24	348	1,02	0,414	347	1,03	0,332	347	1,03	0,251	347	1,03	0,168	347	1,02	0
0,26	347	1,03	0,410	346	1,03	0,332	346	1,03	0,251	346	1,03	0,168	346	1,03	0
0,28	346	1,03	0,410	345	1,03	0,332	345	1,04	0,249	345	1,04	0,167	344	1,04	0
0,30	345	1,04	0,406	344	1,04	0,329	344	1,04	0,249	344	1,04	0,167	343	1,04	0
0,32	344	1,04	0,406	343	1,04	0,329	343	1,05	0,246	342	1,05	0,165	342	1,05	0
0,34	343	1,05	0,402	342	1,05	0,326	342	1,05	0,246	341	1,05	0,165	341	1,06	0
0,36	342	1,05	0,402	341	1,06	0,323	341	1,06	0,244	340	1,06	0,164	340	1,06	0
0,38	341	1,06	0,399	340	1,06	0,323	340	1,07	0,242	339	1,07	0,162	339	1,07	0
0,40	340	1,07	0,395	339	1,07	0,320	339	1,07	0,240	338	1,08	0,161	338	1,08	0

42	339	1,07	0,395	338	1,08	0,317	338	1,08	0,240	337	1,08	0,161	337	1,09	0
44	338	1,08	0,391	337	1,08	0,317	337	1,09	0,237	336	1,09	0,159	336	1,10	0
46	337	1,09	0,388	336	1,09	0,314	336	1,10	0,235	336	1,10	0,158	335	1,10	0
48	336	1,09	0,388	335	1,10	0,311	335	1,11	0,233	335	1,11	0,156	334	1,11	0
0,50	335	1,10	0,384	334	1,11	0,308	334	1,11	0,233	334	1,12	0,155	333	1,12	0
52	334	1,11	0,381	333	1,12	0,305	333	1,12	0,231	333	1,12	0,155	333	1,13	0
54	333	1,12	0,377	332	1,12	0,305	332	1,13	0,229	332	1,13	0,154	332	1,13	0
56	332	1,13	0,374	332	1,13	0,303	331	1,14	0,227	331	1,14	0,152	331	1,14	0
58	331	1,14	0,371	331	1,14	0,303	330	1,15	0,225	330	1,15	0,151	330	1,15	0
0,60	330	1,14	0,371	330	1,15	0,297	329	1,16	0,223	329	1,16	0,150	329	1,16	0
62	329	1,15	0,367	329	1,16	0,295	329	1,17	0,221	328	1,17	0,148	328	1,17	0
64	328	1,16	0,364	328	1,17	0,292	328	1,18	0,219	328	1,18	0,147	327	1,18	0
66	328	1,17	0,361	327	1,18	0,290	327	1,19	0,217	327	1,19	0,146	327	1,19	0
68	327	1,18	0,358	326	1,19	0,287	326	1,20	0,215	326	1,20	0,145	326	1,21	0
0,70	326	1,20	0,352	326	1,20	0,285	325	1,21	0,212	325	1,22	0,142	325	1,22	0
72	325	1,21	0,349	325	1,22	0,280	325	1,22	0,210	324	1,23	0,141	324	1,23	0
74	324	1,22	0,346	324	1,23	0,278	324	1,24	0,209	324	1,24	0,140	323	1,24	0
76	323	1,23	0,344	323	1,24	0,276	323	1,25	0,207	323	1,25	0,139	323	1,25	0
78	323	1,24	0,341	322	1,25	0,274	322	1,26	0,205	322	1,26	0,138	322	1,26	0
0,80	322	1,25	0,338	322	1,26	0,271	322	1,27	0,202	321	1,28	0,136	321	1,28	0
82	321	1,26	0,335	321	1,27	0,269	321	1,28	0,201	321	1,29	0,134	321	1,29	0
84	320	1,28	0,330	320	1,29	0,265	320	1,29	0,199	320	1,30	0,133	320	1,30	0
86	320	1,29	0,328	320	1,30	0,263	319	1,31	0,198	319	1,31	0,132	319	1,32	0
88	319	1,30	0,325	319	1,31	0,261	319	1,32	0,194	319	1,33	0,130	319	1,33	0
0,90	318	1,31	0,322	318	1,33	0,257	318	1,34	0,193	318	1,34	0,130	318	1,34	0
92	317	1,33	0,318	317	1,34	0,255	317	1,35	0,192	317	1,35	0,128	317	1,35	0
94	317	1,34	0,315	317	1,35	0,253	317	1,36	0,189	317	1,37	0,127	317	1,37	0
96	316	1,35	0,313	316	1,37	0,250	316	1,37	0,188	316	1,38	0,126	316	1,38	0
98	316	1,37	0,308	315	1,38	0,248	315	1,39	0,186	315	1,39	0,125	315	1,39	0
1,00	315	1,38	0,306	315	1,39	0,246	315	1,40	0,185	315	1,40	0,124	315	1,41	0

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)									
	270 (80)	271 (81)	272 (82)	273 (83)	274 (84)	275 (85)	276 (86)	277 (87)	278 (88)	279 (89)
0,900	29	29	26	25	22	20	17	13	9	5
05	30	29	27	25	23	21	17	14	10	5
10	31	29	28	26	24	21	18	14	10	5
15	31	30	29	27	25	22	19	15	11	6
20	32	31	30	28	26	23	20	16	11	6
25	33	32	30	29	27	24	21	17	12	6
30	34	33	31	30	28	25	22	18	13	7
35	34	33	32	31	29	26	23	19	14	7
40	35	34	33	32	30	27	24	20	15	8
45	36	35	34	33	31	29	25	21	16	9
50	37	36	35	34	32	30	27	23	17	9
55	38	37	36	35	33	31	28	24	19	10
0,960	38	38	37	36	34	32	30	26	20	12
62	39	38	37	36	35	33	30	27	21	12
64	39	38	38	37	35	34	31	27	22	13
66	39	39	38	37	36	34	32	28	23	13
68	40	39	38	38	36	35	32	29	24	14
0,970	40	39	39	38	37	35	33	30	24	15
72	40	40	39	38	37	37	34	31	25	16
74	41	40	40	39	38	37	35	32	26	17
76	41	41	40	39	38	37	35	33	28	18
78	41	41	40	40	39	38	36	33	29	19
0,980	42	41	41	40	40	38	37	34	30	20
81	42	42	41	41	40	39	37	35	31	21
82	42	42	41	41	40	39	38	35	32	22
83	42	42	41	41	40	39	38	36	32	23
84	42	42	42	41	41	40	38	36	33	24
85	43	42	42	41	41	40	39	37	33	25
86	43	42	42	42	41	40	39	37	34	26
87	43	43	42	42	41	41	40	38	35	27
88	43	43	43	42	42	41	40	39	35	28
89	43	43	43	42	42	41	40	39	36	29
0,990	43	43	43	43	42	42	41	40	37	30
91	44	43	43	43	43	42	41	40	38	31
92	44	44	43	43	43	42	42	41	39	33
93	44	44	44	43	43	43	42	41	39	34
94	44	44	44	44	43	43	43	42	40	35
95	44	44	44	44	44	43	43	42	41	37
96	44	44	44	44	44	44	43	43	42	39
97	45	44	44	44	44	44	44	43	43	40
98	45	45	45	45	44	44	44	44	44	44
0,999	45	45	45	45	45	44	44	44	44	44
1,000	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)									
	269 (91)	268 (92)	267 (93)	266 (94)	265 (95)	264 (96)	263 (97)	262 (98)	261 (99)	260 (100)
0,900	355	351	347	343	340	338	335	334	332	331
05	355	350	346	343	339	337	335	333	331	330
10	355	350	346	342	339	336	334	332	331	329
15	354	349	345	341	338	335	333	331	330	329
20	354	349	344	340	337	334	332	330	329	328
25	354	348	343	339	336	333	331	330	328	327
30	353	347	342	338	335	332	330	329	327	326
35	353	346	341	337	334	331	329	328	327	326
40	352	345	340	336	333	330	328	327	326	325
45	351	344	339	335	331	329	327	326	325	324
50	351	343	337	333	330	328	326	325	324	323
55	350	341	336	332	329	327	325	324	323	322
0,960	348	340	334	330	328	326	324	323	322	322
62	348	339	333	330	327	325	324	323	322	321
64	347	338	333	329	326	325	323	322	322	321
66	347	337	332	328	326	324	323	322	321	321
68	346	336	331	328	325	324	322	322	321	320
0,970	345	336	330	327	325	323	322	321	321	320
72	344	335	329	326	323	323	322	321	320	320
74	343	334	328	325	323	322	321	320	320	319
76	342	332	327	325	323	322	321	320	319	319
78	341	331	327	324	322	321	320	320	319	319
0,980	340	330	326	323	322	320	320	319	319	318
81	339	329	325	323	321	320	319	319	318	318
82	338	328	325	322	321	320	319	319	318	318
83	337	328	324	322	321	320	319	319	318	318
84	336	327	324	322	320	319	319	318	318	318
85	335	327	323	321	320	319	319	318	318	317
86	334	326	323	321	320	319	318	318	318	317
87	333	325	322	320	319	319	318	318	317	317
88	332	325	321	320	319	318	318	317	317	317
89	331	324	321	320	319	318	318	317	317	317
0,990	330	323	320	319	318	318	317	317	317	317
91	329	322	320	319	318	317	317	317	317	316
92	327	321	319	318	318	317	317	317	316	316
93	326	321	319	318	317	317	317	316	316	316
94	325	320	318	317	317	317	316	316	316	316
95	323	319	318	317	317	316	316	316	316	316
96	321	318	317	317	316	316	316	316	316	316
97	320	317	317	316	316	316	316	316	316	315
98	318	317	316	316	316	316	315	315	315	315
0,999	316	316	316	316	316	315	315	315	315	315
1,000	315	315	315	315	315	315	315	315	315	315

Примечание: Если $\frac{H_y}{H_x} > 1$, то $\gamma' = 90^\circ - \gamma$.

($\tau = N + K_x$; если $H_x > H_y$, то $\tau = 180^\circ + K_y - N$)

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																		
	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
0,02	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
0,5	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
10	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
15	0	2	4	6	8	10	12	14	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
20	0	2	4	6	8	10	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
25	0	2	4	6	7	9	11	13	15	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
30	0	2	4	5	7	9	11	13	15	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
35	0	2	4	5	7	9	10	12	14	16	18	19	22	23	25	27	28	31	33
40	0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	17	19	21	22	24	26	28	30	32
45	0	2	3	5	6	8	10	12	13	15	16	18	20	22	24	25	27	29	30
0,50	0	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	18	20	21	23	24	26	28	29
52	0	2	3	5	6	8	9	11	12	14	16	17	19	20	22	24	25	27	28
54	0	2	3	5	6	8	9	11	12	14	16	17	19	20	22	24	25	27	28
56	0	2	3	4	6	8	9	11	12	14	15	17	18	20	22	23	25	27	28
58	0	2	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	20	21	23	24	26	27
60	0	2	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24	26	27
62	0	2	3	4	6	7	8	10	11	13	14	16	17	19	20	22	24	25	26
64	0	2	3	4	6	7	8	10	11	13	14	16	17	19	20	21	23	25	26
66	0	1	3	4	6	7	8	10	11	12	14	15	17	18	20	21	23	24	25
68	0	1	3	4	5	7	8	10	11	12	14	15	16	18	19	20	22	24	25

0,70	0	1	3	4	5	7	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
71	0	1	3	4	5	7	8	9	11	12	13	15	16	17	19	20	22	23	24
72	0	1	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23	24
73	0	1	3	4	5	6	8	9	10	12	13	14	16	17	18	20	21	23	24
74	0	1	3	4	5	6	8	9	10	12	13	14	15	17	19	20	22	24	24
75	0	1	3	4	5	6	8	9	10	11	13	14	15	17	18	19	22	24	24
76	0	1	3	4	5	6	7	9	10	11	13	14	15	16	18	19	20	22	23
77	0	1	3	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16	18	19	20	22	23
78	0	1	3	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16	18	19	20	21	23
79	0	1	3	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16	17	19	20	21	23
80	0	1	2	4	5	6	7	8	9	11	12	13	15	16	17	18	20	21	22
81	0	1	2	4	5	6	7	8	9	11	12	13	15	16	17	19	21	22	22
82	0	1	2	4	5	6	7	8	9	11	12	13	14	16	18	19	21	22	22
83	0	1	2	4	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	19	20	22	22
84	0	1	2	4	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	18	19	20	21	22
85	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	21
86	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17	18	21	21
87	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18	20	21
88	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18	20	20
89	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19	20
90	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20
91	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20
92	0	1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	19	19
93	0	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
94	0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
95	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	16	17	18	19
96	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
97	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
98	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
99	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1,00	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																			
	38	40	42	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
0,02	38	40	42	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
0,05	38	40	42	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
0,10	38	39	42	44	44	46	47	48	49	50	51	52	53	54	54	56	57	58	59	60
0,15	37	39	41	43	44	45	46	47	48	49	50	52	53	53	54	55	56	57	58	59
0,20	36	38	40	42	43	44	45	46	47	48	49	50	52	52	53	54	55	56	57	58
0,25	36	38	40	42	43	44	45	46	47	48	49	50	52	50	52	54	54	55	56	57
0,30	35	37	39	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	50	51	53	54	55	56	57
0,35	34	36	38	40	41	42	43	44	45	46	47	48	48	49	50	52	53	54	54	55
0,40	33	35	37	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	52	53	53	54	54
0,45	32	34	36	38	39	40	41	42	42	44	44	46	47	48	49	51	52	52	53	54
0,50	31	33	35	37	38	39	40	41	41	42	43	44	45	46	48	49	50	51	52	52
0,52	30	32	34	36	37	38	39	40	40	42	43	44	44	46	47	48	49	50	51	52
0,54	30	32	34	36	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	48	49	50	50	51
0,56	29	32	33	35	36	36	37	38	39	40	42	42	44	44	46	47	48	49	50	50
0,58	29	31	32	34	35	36	37	38	38	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
0,60	28	30	32	34	34	36	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	48
0,62	28	29	31	33	34	35	36	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
0,64	27	29	30	32	33	34	35	36	36	38	38	40	40	42	42	44	45	46	47	48
0,66	27	28	30	32	32	34	34	35	36	37	38	39	40	42	42	44	45	46	47	47
0,68	26	28	30	31	32	33	34	34	35	36	37	38	39	40	41	42	44	45	46	46
0,70	26	28	29	30	32	32	33	34	34	36	36	37	38	39	40	41	43	43	44	45
0,71	26	27	29	30	31	32	33	34	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	44
0,72	26	27	28	30	31	32	32	33	34	35	36	37	38	39	39	40	42	42	43	44
0,73	25	27	28	29	30	31	32	33	34	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

74	25	26	28	29	30	31	32	32	33	34	35	36	36	37	38	40	41	42	43
75	25	26	28	29	30	30	31	32	33	34	34	35	36	37	38	39	40	41	43
76	25	26	27	29	30	30	31	32	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
77	24	26	27	28	29	30	31	32	33	34	34	35	36	37	38	39	40	41	42
78	24	25	27	28	29	30	31	32	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	41
79	24	25	26	28	29	30	31	32	31	32	33	34	36	37	38	39	40	40	40
0,80	24	25	26	27	28	29	30	30	31	32	32	34	36	37	38	39	38	39	40
81	23	24	26	27	28	28	29	30	30	31	32	34	36	36	37	38	38	39	40
82	23	24	25	27	28	28	29	30	30	31	32	34	35	36	37	38	38	39	39
83	23	24	25	26	27	28	29	30	30	31	32	34	35	36	37	38	38	39	38
84	23	24	25	26	27	28	29	30	30	31	32	34	35	36	37	38	38	38	38
85	22	23	25	26	27	28	29	30	30	31	32	34	35	36	37	38	38	38	38
86	22	23	24	26	27	28	29	30	30	31	32	34	35	36	37	38	38	38	38
87	22	23	24	26	26	27	28	29	30	31	32	34	35	36	37	38	38	38	38
88	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	34	35	36	37	38	38	38	38
89	21	22	23	25	26	27	27	27	28	28	29	30	31	32	33	34	35	36	35
0,90	21	22	23	24	26	27	27	27	28	28	29	30	31	32	33	34	34	34	34
91	21	22	23	24	26	26	26	26	27	28	28	29	30	31	32	33	33	33	34
92	20	21	22	24	25	26	26	26	27	27	28	29	30	31	32	33	33	33	33
93	20	21	22	23	24	25	26	26	27	27	28	29	30	31	32	33	33	33	33
94	20	21	22	23	24	25	26	26	27	27	28	29	30	31	32	33	33	33	33
95	20	21	22	23	24	25	26	26	27	27	28	29	30	31	32	33	33	33	33
96	20	21	22	23	24	25	26	26	27	27	28	29	30	31	32	33	33	33	33
97	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27	28	29	30	31	32	33	33	32
98	19	20	21	22	23	24	25	26	26	26	27	28	29	30	31	32	33	33	31
99	19	20	21	22	23	24	25	26	26	26	27	28	29	30	31	32	33	33	30
1,00	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	28	29	30	30	30

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																			
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
0,02	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
0,05	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
10	60	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
15	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
20	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
25	59	60	61	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
30	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
35	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
40	56	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
45	55	56	58	59	60	61	62	64	64	66	67	68	69	70	72	73	74	75	76	78
0,50	54	55	56	58	58	60	61	62	63	65	66	67	68	69	71	72	73	75	76	77
0,52	53	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	66	67	68	70	71	73	74	75	77
54	52	54	55	56	58	58	60	61	62	63	64	66	67	68	70	71	72	74	75	76
56	52	53	54	56	57	58	59	60	62	63	64	65	67	68	69	70	72	73	74	76
58	51	53	54	55	56	57	58	59	60	62	63	65	66	67	69	70	71	73	74	75
60	50	52	53	54	55	56	58	59	60	61	62	64	65	66	68	69	70	72	73	74
62	50	51	52	53	54	55	56	58	59	60	61	63	64	66	67	68	70	71	73	74
64	49	50	51	53	54	54	56	57	58	60	61	62	63	65	66	68	69	71	72	73
66	48	49	50	52	53	54	55	56	58	58	60	61	62	64	66	67	69	70	72	73
68	47	48	50	51	52	53	54	55	56	58	59	60	61	63	65	66	68	69	71	72
0,70	46	47	49	50	51	52	53	54	56	56	58	59	60	62	64	65	67	68	70	72
0,71	46	47	48	49	50	52	52	53	54	55	56	58	59	60	62	63	64	66	69	71
72	45	46	48	49	50	50	52	53	54	56	57	58	59	61	63	64	66	67	69	71

73	45	46	47	48	49	50	52	52	52	54	55	56	58	59	61	62	64	65	67	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	
74	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	60	61	63	65	66	68	70	72	73	75	77	79	81	83	85	87	90
75	44	45	46	47	48	49	50	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	64	66	67	69	71	72	74	76	78	81	83	85	87	90
76	43	44	46	47	48	48	50	51	52	53	54	55	56	57	58	60	61	63	65	66	68	70	72	74	76	78	80	83	85	87	90	
77	43	44	45	46	47	48	49	50	52	53	54	55	56	57	58	60	61	63	65	66	68	70	72	74	76	78	80	82	83	85	87	90
78	42	43	44	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	59	60	62	64	65	67	69	71	73	75	77	78	80	82	85	87	90
79	42	43	44	45	46	46	48	49	50	51	52	53	54	55	56	58	60	61	63	65	68	71	72	75	77	78	80	82	85	87	89	
0,80	41	42	43	44	45	46	48	48	50	50	52	52	53	54	55	56	57	59	61	62	64	66	68	70	72	74	76	79	82	84	87	90
81	40	42	43	44	45	46	46	48	49	50	52	52	53	54	55	56	57	58	60	61	63	65	67	69	71	74	76	78	81	84	87	90
82	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	51	52	53	54	55	56	57	59	61	62	64	66	68	70	73	76	78	80	84	87	90	
83	39	41	41	43	44	44	45	46	47	48	48	49	50	51	52	54	55	56	58	60	61	63	65	67	72	75	78	81	84	87	90	
84	39	40	41	42	43	44	45	46	46	48	49	49	50	51	52	53	54	56	57	59	60	62	64	67	72	74	77	80	84	87	90	
85	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	56	58	59	61	63	66	70	73	76	78	80	83	86	90	
86	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	56	57	58	60	62	65	67	70	72	76	79	82	86	90	
87	37	38	39	40	41	42	42	44	44	46	46	48	49	50	51	53	54	56	57	59	61	64	66	68	72	74	77	78	82	86	90	
88	37	38	38	40	40	41	42	43	44	44	46	46	47	48	49	50	52	53	55	56	58	60	62	64	67	70	74	77	82	85	90	
89	36	37	38	38	40	40	41	42	43	44	44	45	46	47	48	49	51	52	54	55	57	59	61	63	66	69	72	74	77	81	85	90
0,90	36	36	38	38	39	40	40	42	42	43	44	45	46	47	48	50	51	52	54	56	58	60	62	64	68	71	75	80	85	89	90	
91	35	36	36	38	38	39	40	40	42	43	44	45	46	47	49	50	51	53	54	56	58	60	63	66	68	70	74	79	85	89	90	
92	34	35	36	37	38	39	40	40	42	43	44	45	46	47	49	50	51	53	55	56	58	61	64	66	68	73	78	84	89	90		
93	34	34	36	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	48	49	50	51	53	54	56	58	60	62	66	70	76	83	90	90		
94	33	34	35	36	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	49	50	52	53	55	57	60	64	68	74	82	90	90	90		
95	32	34	35	35	36	36	37	38	39	40	40	42	43	44	45	46	48	49	50	51	53	55	58	61	66	72	80	90	90	90		
96	32	33	34	35	35	36	36	37	38	39	40	40	41	42	43	45	46	46	48	49	50	52	55	58	62	68	78	90	90	90		
97	32	32	33	34	34	35	36	37	38	39	40	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	52	55	58	64	74	90	90	90		
98	31	32	32	33	34	35	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	48	49	51	54	59	69	90	90	90	90	90	90		
99	31	32	32	32	33	34	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	48	49	51	54	59	69	90	90	90	90	90		
1,00	30	31	32	32	32	33	34	34	35	36	36	36	37	37	38	38	39	40	41	42	42	40	41	42	43	43	44	44	44	44	44	

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																			
	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
0,02	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
0,05	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
10	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	108	108	110
15	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	102	102	104	104	106	107	108	108	110
20	90	91	92	93	94	95	96	98	98	100	100	102	102	104	104	106	107	108	109	110
25	90	91	92	94	94	96	96	98	98	100	101	102	103	104	105	106	108	108	109	111
30	90	91	92	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	106	106	108	109	110	111
35	90	91	92	94	95	96	97	98	99	100	102	102	104	105	106	107	108	109	110	112
40	90	91	92	94	95	96	97	98	99	101	102	103	104	106	106	108	109	110	112	114
45	90	91	93	94	95	96	98	99	100	101	102	104	105	106	108	109	110	111	112	114
0,50	90	91	93	94	96	97	98	100	100	102	103	104	105	107	108	110	111	112	113	114
52	90	91	93	94	96	97	98	100	101	102	104	105	106	108	109	110	112	112	114	115
54	90	91	93	94	96	97	98	100	101	102	104	105	106	108	109	110	112	113	114	116
56	90	92	93	94	96	97	99	100	102	103	104	106	107	108	110	111	112	114	115	116
58	90	92	93	94	96	98	99	101	102	104	105	106	108	109	111	112	113	115	116	117
60	90	92	93	95	96	98	99	101	102	104	105	106	108	109	111	112	113	115	116	118
62	90	92	93	95	96	98	100	102	103	104	106	107	109	110	112	113	114	116	117	118
64	90	92	93	95	97	98	100	102	104	105	106	108	109	111	112	114	115	117	118	119
66	90	92	93	95	97	99	100	102	104	106	107	108	110	112	113	114	116	118	119	120
68	90	92	94	96	98	99	101	103	104	106	108	109	111	113	114	116	117	119	120	121
0,70	90	92	94	96	98	100	102	103	105	107	108	110	112	114	115	116	118	120	121	122
71	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	109	111	112	114	116	117	118	121	122	123
72	90	92	94	96	98	100	102	104	107	108	110	112	113	114	116	118	119	121	122	124

$\frac{H_x}{H_y}$		$K_y - K_x$ (град.)																		
		110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	
0,02 0,05 10 15 20 25 30 35 40 45	110	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	
	110	111	112	113	114	115	116	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	
	110	111	112	113	114	115	116	116	118	118	120	120	122	122	124	124	126	126	127	
	111	112	113	114	115	116	117	118	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	
	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	
	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	122	124	124	126	126	128	128	129	
	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	122	124	124	126	126	128	128	129	
	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	126	128	129	130	131	
	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	
	114	116	117	118	118	119	120	121	122	122	124	125	126	127	128	129	130	131	132	
0,50 52 54 56 58 60 62 64 66 68	116	117	118	119	120	122	122	123	124	125	126	128	128	129	130	131	132	134	135	
	116	118	118	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	135	136	
	117	118	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	134	136	137	138	
	118	119	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	135	137	138	139	
	119	120	122	122	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	135	136	138	139	139	
	120	121	122	124	125	126	127	128	129	130	132	133	134	135	137	138	139	140	141	
	121	122	123	124	126	126	128	129	130	131	132	133	134	136	137	138	139	140	141	
	122	123	124	125	127	128	128	130	130	131	133	134	134	136	137	138	140	141	141	
	122	124	125	126	127	128	128	130	130	132	133	134	135	136	136	138	139	141	141	
	123	124	125	126	127	128	130	130	130	132	133	134	135	136	136	138	139	141	141	
0,70 71 72	124	125	126	127	128	129	130	130	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	
	124	125	126	128	129	130	131	132	132	134	135	136	137	138	140	140	141	141	142	
	125	126	127	128	130	131	132	132	133	134	135	136	137	138	140	141	141	142	143	
	125	126	127	128	130	131	132	132	133	134	135	136	137	138	140	141	141	142	143	

73	125	127	128	128	130	131	132	133	133	134	136	137	138	139	140	141	142	143	143
74	126	127	128	129	131	132	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
75	127	128	128	130	131	132	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
76	126	128	129	131	132	133	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
77	127	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	145
78	128	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	145	145
79	129	130	131	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	145	145	145
0, 80	130	131	132	133	133	134	135	136	136	137	138	139	140	141	142	144	145	146	146
81	130	132	133	134	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	144	145	146	146
82	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	146	146	146
83	131	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	146	147	147	147
84	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	148	148	148
85	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	149	149
86	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	149	149	149
87	134	135	136	138	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	148	148	148	148
88	135	136	138	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	148	148	148	148	148
89	136	137	138	139	140	140	142	142	143	144	145	146	147	148	149	149	149	149	150
0, 90	137	138	138	140	141	141	142	143	143	144	144	146	146	147	148	149	150	150	150
91	138	139	140	141	141	142	143	143	144	145	146	147	147	148	148	149	150	150	151
92	138	140	141	141	142	142	143	144	145	146	147	148	148	149	149	150	151	151	151
93	139	140	141	142	143	143	144	145	146	147	148	148	149	149	150	151	151	151	151
94	140	141	142	143	143	143	144	145	146	147	148	148	149	149	150	151	151	151	151
95	141	142	143	143	143	143	144	145	146	147	148	149	149	150	150	151	151	152	152
96	142	143	143	144	144	144	145	146	147	148	149	149	150	150	150	151	152	152	152
97	143	143	144	145	145	145	146	147	147	148	149	150	151	151	151	151	152	152	153
98	144	144	144	145	146	147	147	148	148	149	150	151	151	151	152	152	152	153	153
99	144	145	146	146	146	147	147	148	148	149	150	151	151	152	152	152	153	153	153
1, 00	145	145	146	146	147	148	148	148	149	150	150	151	152	152	152	152	153	154	154

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)															
	128	129	130	131	132	133	134	135	136	138	140	142	144	146	148	150
0,02	128	129	130	131	132	133	134	135	136	138	140	142	144	146	148	150
0,05	128	129	130	131	132	133	134	135	136	138	140	142	144	146	148	150
0,10	128	129	130	131	132	134	135	136	136	138	140	142	144	146	148	150
0,15	128	130	131	132	133	134	135	136	137	139	141	143	145	147	149	151
0,20	129	130	132	133	134	135	136	137	138	140	142	144	146	148	150	151
0,25	130	131	132	133	134	135	136	137	138	141	143	145	146	148	151	152
0,30	131	132	133	134	135	136	137	138	139	142	144	146	147	149	151	153
0,35	131	133	134	135	136	137	138	139	140	142	144	146	147	149	152	153
0,40	132	134	135	136	137	138	139	140	141	143	145	147	148	150	152	154
0,45	134	135	136	137	138	139	140	141	142	144	146	148	150	151	153	155
0,50	136	137	138	139	140	140	141	142	143	145	147	149	151	152	154	156
0,52	136	138	138	140	141	141	142	143	144	146	148	149	151	152	154	156
0,54	137	138	139	140	141	142	143	144	144	146	148	150	152	153	155	156
0,56	138	138	140	141	141	142	143	144	145	147	149	151	152	154	155	157
0,58	138	140	140	142	142	143	144	145	146	148	149	151	153	154	156	157
0,60	139	140	141	142	143	144	144	145	146	149	150	152	153	154	156	158
0,62	140	141	142	143	144	145	146	146	147	149	150	152	154	155	156	158
0,64	140	142	142	144	144	145	146	147	148	150	151	152	154	156	157	158
0,66	141	143	143	144	145	146	146	148	148	150	152	153	155	156	158	159
0,68	142	143	144	145	146	146	147	148	149	151	152	154	155	156	158	160
0,70	143	144	144	146	146	147	148	148	149	151	152	154	156	157	158	160
0,71	143	144	145	146	147	147	148	148	150	152	153	154	156	157	158	160
0,72	144	144	146	146	147	148	148	148	150	152	153	154	156	157	159	160

73	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
74	144	146	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
75	145	146	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	161
76	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161
77	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	161
78	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	161
79	147	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	161
0,80	147	148	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162
	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162
81	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	161	162
82	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	161	162
83	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	161	162	162
84	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	161	162	163
85	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163
86	150	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163
87	150	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163
88	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	163
89	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	163
0,90	151	152	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	164	164
	151	152	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	164
91	152	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	164	164
92	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	163	164	164
93	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	163	164	164
94	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	163	164	164
95	153	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	163	164	164
96	153	154	154	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	163	164	164
97	153	154	155	155	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	164	165	165
98	154	154	155	156	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	164	165	165
0,99	154	154	155	156	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	164	165	165
1,00	154	154	155	156	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	164	165	165
	154	154	155	156	156	157	158	159	160	161	162	162	163	163	164	165	165

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)														
	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
0,02	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
0,05	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
10	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
15	153	155	157	159	161	163	165	167	169	170	172	174	176	178	180
20	153	155	157	159	161	163	165	167	169	170	172	174	176	178	180
25	154	156	158	160	161	163	165	167	169	170	173	175	176	178	180
30	154	156	158	160	162	164	166	167	169	171	173	175	176	178	180
35	155	157	158	161	162	164	166	168	169	171	173	175	177	178	180
40	155	158	159	161	163	164	166	168	170	171	173	175	177	178	180
45	156	158	160	162	164	165	167	168	170	172	173	175	177	178	180
0,50	157	159	160	162	164	166	167	169	170	172	174	175	177	178	180
52	158	160	161	163	164	166	168	169	171	172	174	175	177	178	180
54	158	160	161	163	164	166	168	169	171	172	174	175	177	178	180
56	158	160	162	163	165	166	168	169	171	173	174	176	177	178	180
58	159	160	162	164	165	167	168	170	171	173	174	176	177	178	180
60	159	161	162	164	165	167	168	170	171	173	174	176	177	178	180
62	160	161	163	164	166	167	169	170	172	173	174	176	177	178	180
64	160	161	163	164	166	167	169	170	172	173	174	176	177	178	180
66	160	162	163	165	166	168	169	170	172	173	175	176	177	179	180
68	161	162	164	165	166	168	169	170	172	173	175	176	177	179	180
0,70	161	162	164	165	167	168	169	171	172	173	175	176	177	179	180
71	161	163	164	165	167	168	169	171	172	173	175	176	177	179	180
72	161	163	164	165	167	168	170	171	172	173	175	176	177	179	180

73	162	163	164	166	167	168	170	171	172	174	175	176	177	179	180
74	162	163	164	166	167	168	170	171	172	174	175	176	177	179	180
75	162	163	165	166	167	169	170	171	172	174	175	176	177	179	180
76	162	163	165	166	167	169	170	171	172	174	175	176	177	179	180
77	162	164	165	166	167	169	170	171	172	174	175	176	177	179	180
78	163	164	165	166	168	169	170	171	173	174	175	176	177	179	180
79	163	164	165	166	168	169	170	171	173	174	175	176	177	179	180
0, 80	163	164	165	167	168	169	170	172	173	174	175	176	178	179	180
81	163	164	165	167	168	169	171	172	173	174	175	176	178	179	180
82	163	164	166	167	168	169	171	172	173	174	175	176	178	179	180
83	163	165	166	167	168	169	171	172	173	174	175	176	178	179	180
84	163	165	166	167	168	169	171	172	173	174	175	176	178	179	180
85	164	165	166	167	168	170	171	172	173	174	175	177	178	179	180
86	164	165	166	167	168	170	171	172	173	174	175	177	178	179	180
87	164	165	166	167	168	170	171	172	173	174	175	177	178	179	180
88	164	165	166	168	169	170	171	172	173	174	175	177	178	179	180
89	164	165	167	168	169	170	171	172	173	174	175	177	178	179	180
0, 90	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	176	177	178	179	180
91	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	176	177	178	179	180
92	165	166	167	168	169	170	171	172	173	175	176	177	178	179	180
93	165	166	167	168	169	170	171	172	174	175	176	177	178	179	180
94	165	166	167	168	169	170	171	173	174	175	176	177	178	179	180
95	165	166	167	168	169	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
96	165	166	167	168	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
97	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
98	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
0, 99	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
1, 00	166	167	168	169	170	171	172	173	174	176	176	177	178	179	180

73	180	181	183	184	185	186	188	189	190	192	193	194	196	197	199	200
74	180	181	183	184	185	186	188	189	190	192	193	194	196	197	198	200
75	180	181	183	184	185	186	188	189	190	192	193	194	195	197	198	199
76	180	181	183	184	185	186	188	189	190	191	193	194	195	197	198	199
77	180	181	183	184	185	186	187	189	190	191	193	194	195	196	198	199
78	180	181	183	184	185	186	187	189	190	191	192	194	195	196	198	199
79	180	181	183	184	185	186	187	189	190	191	192	194	195	196	197	199
0,80	180	181	182	184	185	186	187	188	189	191	192	193	195	196	197	198
81	180	181	182	184	185	186	187	188	189	191	192	193	195	196	197	198
82	180	181	182	184	185	186	187	188	189	191	192	193	194	196	197	198
83	180	181	182	184	185	186	187	188	189	191	192	193	194	195	197	198
84	180	181	182	184	185	186	187	188	189	191	192	193	194	195	196	198
85	180	181	182	183	185	186	187	188	189	190	192	193	194	195	196	197
86	180	181	182	183	185	186	187	188	189	190	192	193	194	195	196	197
87	180	181	182	183	185	186	187	188	189	190	191	193	194	195	196	197
88	180	181	182	183	185	186	187	188	189	190	191	192	194	195	196	197
89	180	181	182	183	185	186	187	188	189	190	191	192	193	195	196	197
0,90	180	181	182	183	184	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196
91	180	181	182	183	184	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196
92	180	181	182	183	184	185	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196
93	180	181	182	183	184	185	186	188	189	190	191	192	193	194	195	196
94	180	181	182	183	184	185	186	187	189	190	191	192	193	194	195	196
95	180	181	182	183	184	185	186	187	188	190	191	192	193	194	195	196
96	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	193	194	195	196
97	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
98	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
0,99	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
1,00	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195

$K_y - K_x \text{ (град.)}$

$\frac{H_x}{H_y}$	212	214	216	218	220	222	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234
0,02	212	214	216	218	220	222	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234
0,05	212	214	216	218	220	222	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234
0,10	212	214	216	218	219	222	224	224	226	227	228	229	230	231	232	233	234
0,15	211	213	215	217	219	221	223	224	225	226	227	228	229	230	232	233	233
0,20	211	213	215	216	218	220	222	223	224	226	226	228	228	229	231	232	233
0,25	210	212	214	216	217	220	222	223	224	225	226	227	227	228	230	232	232
0,30	209	212	214	215	218	219	221	222	223	224	225	226	227	228	230	230	232
0,35	208	211	213	214	216	218	220	221	222	223	224	225	226	227	229	230	330
0,40	208	210	212	213	215	217	219	220	221	222	223	224	225	226	228	228	229
0,45	207	209	210	212	214	216	218	219	220	221	222	222	224	224	226	227	228
0,50	206	208	209	211	213	215	217	218	219	220	221	221	222	223	224	225	226
0,52	206	208	209	210	212	214	216	216	218	219	220	220	222	223	224	224	226
0,54	205	207	208	210	212	214	216	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225
0,56	205	207	208	209	212	213	215	216	216	218	218	219	220	221	222	224	224
0,58	204	206	207	209	211	212	214	215	216	217	218	218	220	221	222	223	224
0,60	204	206	207	208	210	212	214	214	216	216	217	218	219	221	221	222	223
0,62	204	205	206	208	209	211	213	214	215	216	216	217	218	219	220	221	222
0,64	203	205	206	207	208	210	212	213	214	215	216	216	218	219	220	220	222
0,66	203	204	206	207	208	210	212	212	214	215	216	216	217	218	219	220	221
0,68	202	204	205	206	208	210	211	212	213	214	214	215	216	217	218	219	220
0,70	202	203	205	206	208	209	210	212	212	213	214	214	216	216	217	218	219
0,71	202	203	204	206	207	209	210	211	212	213	214	214	215	216	217	218	219
0,72	201	203	204	206	207	208	210	211	212	212	213	214	215	216	217	218	219

73	201	203	204	206	207	208	209	210	211	212	213	214	214	215	216	217	218
74	201	202	204	205	206	208	209	210	211	212	212	213	214	215	216	216	218
75	201	202	204	205	206	208	209	210	210	211	212	213	214	215	216	217	217
76	200	202	203	205	206	207	208	209	210	211	211	212	213	214	215	216	216
77	200	202	203	204	206	207	208	209	210	211	211	212	213	214	215	216	216
78	200	201	203	204	205	207	208	209	209	210	211	212	213	214	215	216	216
79	200	201	203	204	205	206	208	208	209	210	211	211	212	214	214	214	216
0, 80	200	201	202	204	205	206	207	208	209	210	210	211	212	213	214	214	215
81	200	201	202	203	204	205	207	208	208	209	210	211	212	212	214	214	214
82	199	201	202	203	204	205	207	208	208	209	210	211	212	212	214	214	214
83	199	200	202	203	204	205	206	207	208	208	209	210	211	211	212	213	214
84	199	200	201	203	204	205	206	207	207	208	209	210	211	211	212	213	213
85	199	200	201	202	203	205	206	207	207	208	208	209	210	211	212	212	212
86	199	200	201	202	203	204	206	206	207	208	208	209	210	211	212	212	212
87	198	200	201	202	203	204	205	206	206	207	208	208	209	210	211	211	212
88	198	199	200	202	203	204	205	206	206	207	207	208	208	209	210	211	212
89	198	199	200	202	203	204	205	205	206	206	207	208	208	209	210	210	211
0, 90	198	199	200	201	202	203	204	205	206	206	207	207	208	208	210	210	211
91	198	199	200	201	202	203	204	205	205	206	206	207	208	208	209	210	210
92	197	199	199	200	201	203	204	204	205	206	206	206	209	208	209	210	210
93	197	198	199	200	201	202	203	204	204	205	205	206	208	207	208	209	210
94	197	198	199	200	201	202	203	204	204	205	205	206	208	207	208	209	209
95	197	198	199	200	201	202	203	203	204	204	205	205	208	207	208	208	208
96	197	198	199	200	201	202	203	203	204	204	205	205	208	207	208	208	208
97	196	197	198	199	200	201	202	203	204	204	204	205	206	206	207	207	208
98	196	197	198	199	200	201	202	203	203	204	204	205	205	206	206	207	208
99	196	197	198	199	200	201	202	203	203	204	204	205	205	206	206	207	208
0, 99	196	197	198	199	200	201	202	203	203	204	204	205	205	206	206	207	208
1, 00	196	197	198	199	200	201	202	202	203	204	204	205	205	206	206	206	207

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																	
	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	
0,02	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	
0,05	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	
10	234	235	236	238	238	239	240	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	
15	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	
20	234	234	236	236	238	238	239	240	241	242	244	244	246	246	248	249	250	
25	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	244	244	246	246	248	249	250	
30	232	234	234	235	237	238	239	240	240	242	243	244	245	246	247	248	249	
35	231	233	234	234	236	237	238	239	240	241	242	243	244	246	246	248	248	
40	230	232	233	233	234	236	236	238	239	240	241	242	244	244	246	247	248	
45	229	231	232	232	233	234	235	236	238	239	240	241	242	244	244	246	247	
0,50	228	229	230	231	232	232	234	235	236	238	238	240	241	242	243	245	246	
52	227	228	229	230	231	232	233	235	236	237	238	239	241	242	242	244	245	
54	226	228	229	230	230	231	232	234	235	236	238	238	240	241	242	243	244	
56	226	227	228	229	230	230	232	233	234	236	237	238	239	240	242	243	244	
58	225	226	227	228	229	230	231	233	234	236	236	237	238	240	240	242	243	
60	224	225	227	227	228	229	230	232	233	234	235	236	238	239	240	241	242	
62	224	224	226	226	228	228	230	231	232	233	234	235	236	238	239	240	241	
64	222	224	225	226	227	228	229	230	231	232	234	235	236	237	238	240	241	
66	222	223	224	225	226	226	228	229	230	232	233	234	235	236	238	238	240	
68	221	222	224	224	225	226	227	228	230	231	232	233	234	235	236	238	239	
0,70	220	221	223	223	224	225	226	227	229	230	231	232	233	234	236	236	238	
71	220	221	222	223	224	224	226	227	228	229	230	232	232	234	235	236	238	
72	219	220	222	222	223	224	225	226	228	229	230	230	232	233	234	236	237	

73	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	232	232	234	235	236
74	218	220	221	221	222	223	224	225	227	228	229	230	231	232	233	234	236
75	217	219	220	220	221	222	224	225	226	227	228	229	230	232	232	234	236
76	218	219	220	220	221	222	223	224	226	227	228	230	230	231	232	233	235
77	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	232	233	234
78	216	218	219	219	220	221	222	223	224	226	227	228	229	230	231	232	233
79	216	217	218	219	220	220	222	223	224	225	226	226	228	229	230	231	232
0, 80	216	217	218	218	219	220	221	222	223	224	225	226	228	228	230	230	232
	216	216	217	218	219	220	220	222	223	224	225	226	226	228	229	230	232
81	215	216	217	218	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	231
82	215	216	216	217	218	219	219	221	221	223	224	224	225	226	227	228	230
83	214	215	216	216	218	218	219	220	221	222	223	224	225	226	228	229	230
84	214	215	215	216	217	218	218	220	220	221	222	223	224	225	226	227	228
85	213	214	215	216	217	218	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228
86	213	214	215	216	216	216	218	219	220	221	222	222	223	224	226	226	226
87	212	214	214	215	216	216	217	218	219	220	221	222	222	224	224	226	226
88	212	213	214	215	215	216	217	218	218	220	220	221	222	223	224	224	225
89	212	212	213	214	214	215	216	217	218	218	220	220	221	222	223	224	225
0, 90	212	212	213	214	214	214	216	216	218	218	219	220	220	222	222	223	224
	211	211	213	213	214	214	215	216	216	218	218	219	220	220	222	222	223
91	210	211	212	213	214	214	214	215	216	217	218	219	219	220	220	222	223
92	210	211	212	212	213	213	214	214	216	216	218	218	218	219	220	221	222
93	210	211	212	212	213	213	214	214	216	216	217	218	218	219	220	221	222
94	210	210	212	212	212	213	213	214	215	216	216	217	218	219	220	220	220
95	209	210	211	212	212	212	213	214	215	215	216	216	217	218	219	219	220
96	209	210	210	211	212	212	212	213	214	215	215	216	216	217	218	218	219
97	208	209	210	210	211	212	212	212	213	214	215	215	216	216	217	218	218
98	208	209	210	210	211	211	212	212	212	213	214	215	215	216	217	218	218
99	208	208	209	209	210	211	211	212	212	212	213	214	215	215	216	217	217
0, 99	208	208	209	209	210	210	211	212	212	212	213	214	214	214	215	216	216
	208	208	209	209	210	210	211	212	212	212	213	214	214	214	215	216	216
1, 00	208	208	208	209	210	210	210	211	212	212	212	213	213	214	214	215	215

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																		
	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
0,02	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
0,05	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
10	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
15	251	252	253	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
20	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	270
25	251	252	252	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	270
30	250	251	252	254	254	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	270
35	250	251	252	253	254	255	256	258	258	259	261	262	263	264	265	266	268	269	270
40	248	250	251	253	254	255	256	258	258	259	260	262	263	264	265	266	268	269	270
45	248	249	250	252	253	254	255	256	258	259	260	261	263	264	265	266	267	269	270
0,50	247	248	249	251	252	253	255	256	257	258	260	261	262	263	265	266	267	269	270
52	246	248	248	250	251	253	254	255	257	258	259	260	262	263	264	266	267	269	270
54	246	247	248	250	251	252	254	255	256	258	258	260	262	263	264	266	267	269	270
56	245	246	248	249	250	252	253	254	256	257	258	260	261	263	264	266	267	268	270
58	245	246	247	249	250	251	253	254	255	257	258	259	261	262	264	266	267	268	270
60	244	245	246	248	249	250	252	254	255	256	258	259	261	262	264	265	267	268	270
62	243	244	245	247	248	250	251	253	254	256	257	258	260	262	264	265	267	268	270
64	242	243	244	246	248	249	251	252	254	255	256	258	260	262	263	265	266	268	270
66	241	242	244	246	247	249	250	252	253	255	256	258	260	261	263	265	266	268	270
68	240	241	243	245	246	248	249	251	252	254	256	257	259	261	262	264	266	268	270
0,70	239	240	242	244	245	247	248	250	252	253	255	256	258	261	262	264	266	268	270
71	239	240	242	243	244	246	248	249	251	253	255	256	258	260	262	264	266	268	270
72	238	239	241	243	244	246	247	249	251	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270

73	238	239	241	242	244	245	247	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
74	237	238	240	241	243	244	246	248	250	252	253	255	257	259	261	263	266	268	270
75	236	238	240	241	242	244	246	247	249	251	252	254	256	259	261	263	265	267	270
76	236	237	239	240	242	243	245	247	249	250	252	254	256	258	261	263	265	267	270
77	235	236	238	240	241	243	245	246	248	250	252	254	256	258	260	263	265	267	270
78	235	236	237	239	240	242	244	245	247	251	253	256	258	260	262	262	265	267	270
79	234	235	236	238	240	241	243	245	247	248	251	252	255	257	260	262	265	267	270
0, 80	233	235	236	237	239	241	242	244	246	248	250	252	254	256	259	262	264	267	270
81	233	234	235	236	238	240	241	243	245	247	249	251	254	256	258	262	264	267	270
82	232	233	234	236	237	239	240	242	244	246	248	250	253	255	258	261	264	267	270
83	231	232	234	235	236	238	240	241	243	245	248	250	252	255	258	260	264	267	270
84	230	231	233	234	236	237	239	240	242	244	247	249	252	254	257	260	263	267	270
85	229	231	232	233	235	236	238	239	241	243	246	248	250	253	256	260	263	266	270
86	228	230	231	232	234	235	237	238	240	242	245	247	250	252	256	259	262	266	270
87	228	229	230	231	233	234	236	237	239	241	244	246	248	252	254	258	262	266	270
88	227	228	229	230	232	233	235	236	238	240	242	244	247	250	254	257	262	265	270
89	226	227	228	229	231	232	234	235	237	239	241	243	246	249	252	256	261	265	270
0, 90	225	226	227	228	230	231	232	234	236	238	240	242	244	248	251	255	260	265	270
91	224	225	226	227	229	230	231	232	234	236	238	240	243	246	250	254	259	265	270
92	223	224	225	226	227	229	230	231	233	235	236	238	241	244	248	253	258	264	270
93	222	223	224	225	226	227	229	230	231	233	234	237	240	242	246	250	256	263	270
94	221	222	223	224	225	226	227	229	230	232	233	235	237	240	244	248	254	262	270
95	220	222	223	223	224	226	226	227	228	230	231	233	235	238	241	246	252	269	270
96	220	220	221	222	223	225	225	226	226	228	229	230	232	235	238	242	248	258	270
97	219	220	220	221	222	223	223	224	225	226	227	228	230	232	235	238	244	254	270
98	218	219	219	220	221	222	222	223	224	224	225	226	228	229	231	234	239	249	270
99	217	218	218	218	219	220	221	221	222	222	223	224	224	226	227	229	232	240	270
1, 60	216	217	217	218	218	218	219	220	220	220	221	222	222	223	223	224	224	224	224

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																					
	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289		
0,02	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109		
0,05	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109		
10	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	108	108	110		
15	90	91	92	93	94	95	96*	97	98	99	100	102	102	104	104	106	106	108	108	110		
20	90	91	92	93	94	95	96	98	98	100	100	102	102	104	104	106	107	108	109	111		
25	90	91	92	94	94	96	96	98	98	100	101	102	102	104	105	106	108	108	109	111		
30	90	91	92	94	94	96	97	98	99	100	101	102	102	104	106	107	108	109	110	112		
35	90	91	92	94	95	96	97	98	99	100	102	102	104	105	106	107	108	109	110	112		
40	90	91	92	94	95	96	97	98	99	101	102	103	104	106	106	108	109	110	112	113		
45	90	91	93	94	95	96	98	99	100	101	102	104	105	106	108	109	110	111	112	114		
0,50	90	91	93	94	96	97	98	100	100	102	103	104	105	107	108	110	111	112	113	114		
52	90	91	93	94	96	97	98	100	101	102	104	105	106	108	109	110	112	112	114	115		
54	90	91	93	94	96	97	98	100	101	102	104	105	106	108	109	110	112	113	114	116		
56	90	92	93	94	96	97	99	101	102	103	104	106	107	108	110	111	112	114	115	116		
58	90	92	93	94	96	98	99	101	102	104	105	106	108	109	111	112	113	115	116	117		
60	90	92	93	95	96	98	99	101	102	104	105	106	108	109	111	112	113	115	116	118		
62	90	92	93	95	96	98	100	102	103	104	106	107	109	110	112	113	114	116	117	118		
64	90	92	93	95	97	98	100	102	104	106	106	108	109	111	112	114	115	117	118	119		
66	90	92	93	95	97	99	100	102	104	106	107	108	110	112	113	114	116	118	119	120		
68	90	92	94	96	98	99	101	103	104	106	108	109	111	113	114	116	117	119	120	121		
0,70	90	92	94	96	98	100	102	103	105	107	108	110	112	114	115	116	118	120	121	122		
71	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	109	111	112	114	116	117	118	121	122	123		
72	90	92	94	96	98	100	102	104	107	108	110	112	113	114	116	118	119	121	122	124		

73	90	92	94	96	98	100	102	104	107	108	110	112	114	115	116	118	119	120	122	123	124	125	126	127	128
74	90	92	94	97	99	101	103	105	108	109	111	112	114	115	117	118	119	120	122	123	124	125	126	127	128
75	90	92	95	97	99	101	104	105	108	109	111	113	115	116	118	120	121	122	123	124	125	126	127	128	
76	90	92	95	97	99	102	104	106	108	110	112	114	115	117	118	120	121	122	123	124	125	126	127	128	
77	90	92	95	97	100	102	104	106	108	110	112	114	116	117	119	120	122	123	124	125	126	127	128	129	
78	90	93	95	98	100	102	104	107	109	111	113	115	116	118	120	122	123	124	125	126	127	128	129	130	
79	90	93	95	98	100	103	105	108	110	111	114	116	118	119	120	122	123	124	125	126	127	128	129	130	
0,80	90	93	96	98	101	104	106	108	111	112	114	116	118	120	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	
81	90	93	96	98	101	104	106	109	111	113	115	117	119	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	
82	90	93	96	99	102	105	107	109	112	114	116	118	120	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	
83	90	93	96	100	102	105	108	110	112	115	117	119	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	
84	90	93	97	100	103	106	108	111	114	116	118	120	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	
85	90	94	97	100	103	107	109	112	115	117	119	121	122	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	
86	90	94	97	101	104	107	110	113	116	118	120	122	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	
87	90	94	98	102	106	108	112	114	117	119	121	123	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	
88	90	94	98	103	107	110	113	116	118	120	122	124	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	
89	90	95	100	104	108	111	114	117	119	122	124	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	
0,90	90	95	100	105	109	112	116	118	120	122	124	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	
91	90	96	101	106	110	114	117	120	122	124	126	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	
92	90	96	102	108	112	116	119	122	124	126	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	
93	90	97	104	110	114	118	120	123	126	127	129	130	131	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	
94	90	98	106	112	116	120	123	125	127	129	130	131	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	
95	90	100	108	114	119	122	125	127	129	130	132	134	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	
96	90	102	112	118	122	125	128	130	131	132	134	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	
97	90	105	116	122	125	128	130	131	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	
98	90	111	121	126	129	131	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	
99	90	120	128	131	133	134	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	
1,00	90	136	136	136	137	138	138	138	139	140	140	140	141	142	142	143	143	143	143	144	144	144	144	144	

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)																		
	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	
0,02	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	
05	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	
10	110	112	112	113	114	115	116	117	118	120	120	122	122	124	124	126	126	127	
15	111	112	112	114	114	116	116	118	118	120	121	122	123	124	125	126	126	128	
20	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	124	124	126	126	127	128	
25	112	112	114	114	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	128	
30	112	113	114	115	116	117	118	120	121	122	122	124	124	126	126	128	128	129	
35	112	114	114	116	117	118	119	120	121	123	124	125	126	126	128	129	129	130	
40	113	115	116	117	118	119	120	121	122	124	125	126	127	128	129	130	131	132	
45	114	116	117	118	119	120	121	122	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	
0,50	116	117	118	119	120	122	122	124	125	126	128	128	129	130	131	132	134	135	
52	116	118	118	120	121	122	123	124	126	127	128	129	130	131	132	133	135	136	
54	117	118	119	121	122	123	124	125	126	128	129	130	131	131	132	134	136	136	
56	117	118	120	121	122	123	124	126	127	128	130	131	132	132	134	134	136	137	
58	118	119	121	122	123	124	125	126	128	129	130	131	132	133	134	135	137	138	
60	119	120	122	122	124	125	126	127	129	130	131	132	133	133	135	136	138	138	
62	120	121	122	124	125	126	127	128	129	131	132	133	134	134	136	137	139	139	
64	121	122	123	124	126	126	128	129	130	132	133	134	135	135	137	138	139	140	
66	122	123	124	125	127	127	128	130	131	133	134	134	136	136	137	138	140	141	
68	123	124	125	126	127	128	130	130	132	133	134	135	136	136	138	139	141	141	
0,70	124	125	126	127	128	129	130	132	133	134	136	136	137	138	139	140	141	142	
71	124	125	126	128	129	130	131	132	134	134	136	137	138	138	140	140	141	142	
72	124	126	127	128	130	131	132	133	134	135	136	137	138	138	140	141	142	143	

73	125	127	128	128	130	131	132	133	134	136	137	138	139	140	141	142	143	143
74	126	127	128	129	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
75	126	128	128	130	132	133	133	134	135	136	138	139	140	141	142	143	144	144
76	127	128	129	131	132	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	144
77	127	129	130	131	132	133	133	134	135	136	138	139	140	141	142	144	144	145
78	128	130	131	132	133	134	134	136	137	138	139	140	141	141	143	144	144	145
79	129	130	131	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	144	144	145
0,80	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	144	144	144	145	146
	130	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	144	144	146	146
	131	133	134	135	136	137	138	138	140	141	142	143	144	145	146	145	146	146
	131	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	146	147	147
	132	134	135	136	136	138	139	139	140	142	143	144	145	146	146	147	148	148
	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	146	148	149	149
	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	148	150	150
	134	136	137	138	138	139	140	141	142	144	145	146	147	147	148	148	149	150
	135	136	137	138	138	139	140	141	142	144	145	146	147	147	148	148	149	150
	136	137	138	139	140	140	142	142	143	144	145	146	147	147	148	148	149	150
0,90	137	138	138	140	141	142	143	144	144	146	146	147	147	148	149	150	151	150
	138	139	140	141	142	143	143	144	145	146	147	147	148	148	149	150	151	151
	138	140	141	142	142	143	144	144	146	147	148	148	149	149	150	151	151	151
	139	140	141	142	143	144	145	145	146	148	148	148	149	150	151	151	152	152
	140	141	142	143	143	144	145	146	146	148	149	149	150	150	151	152	152	152
	141	142	143	144	144	145	146	146	147	148	149	149	150	150	151	152	152	152
	141	143	144	145	145	146	146	147	148	149	150	150	151	151	152	152	153	153
	142	144	145	146	146	147	147	148	148	149	150	151	151	151	152	152	153	153
	142	145	146	146	146	147	148	148	148	149	150	151	151	152	152	153	153	153
	143	146	146	146	147	147	148	148	148	149	150	151	151	152	152	153	153	153
1,00	145	145	146	146	147	148	148	148	149	150	150	151	151	152	152	153	153	154
	145	146	146	146	147	148	148	148	149	150	150	151	151	152	152	153	153	154

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)													
	308	309	310	311	312	313	314	315	316	318	320	322	324	326
0,02	128	129	130	131	132	133	134	135	136	138	140	142	144	146
05	128	129	130	131	132	133	134	135	136	138	140	142	144	146
10	128	129	130	131	132	133	134	136	137	138	140	142	144	146
15	128	130	131	132	133	134	135	136	137	139	141	143	145	147
20	129	130	132	132	134	134	136	136	138	140	142	144	145	147
25	130	131	132	133	134	135	136	137	138	140	142	144	146	148
30	131	132	133	134	135	136	137	138	139	141	143	145	146	148
35	131	133	134	135	136	137	138	139	140	142	144	146	147	149
40	132	134	135	136	137	138	139	140	141	143	145	147	148	150
45	134	135	136	137	138	139	140	141	142	144	146	148	150	151
0,50	136	137	138	139	140	140	141	142	143	145	147	149	151	152
52	136	138	138	140	141	141	142	143	144	146	148	149	151	152
54	137	138	139	140	141	142	143	144	144	146	148	150	152	153
56	138	138	140	141	141	142	143	144	145	147	149	151	152	154
58	138	140	140	142	142	143	144	145	146	148	149	151	153	154
60	139	140	141	142	143	144	144	145	146	148	150	152	153	154
62	140	141	142	143	144	145	146	146	147	149	150	152	154	155
64	140	142	142	144	144	145	146	147	148	150	151	152	154	156
66	141	143	143	144	145	146	146	148	148	150	152	153	155	156
68	142	143	144	145	146	146	147	148	149	151	152	154	155	156
0,70	143	144	144	146	146	146	147	148	149	151	152	154	156	157
71	143	144	145	146	147	147	148	148	150	152	153	154	156	157
72	144	144	146	146	147	148	148	148	150	152	153	154	156	157

73	144	145	146	146	147	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
74	144	146	146	147	148	148	148	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160
75	145	146	146	147	148	148	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161
76	145	146	147	148	148	149	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161
77	146	147	148	148	149	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	161
78	146	147	148	149	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	161	161
79	147	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	161	161	161
0,80	147	148	148	149	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	162	162	162
81	147	148	149	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162
82	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162
83	148	149	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162
84	148	149	151	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162
85	149	150	151	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162
86	150	151	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162
87	150	151	152	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162
88	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	162
89	150	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	163
0,90	151	152	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	164
91	151	152	153	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	163	164
92	152	153	154	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	163	163	164
93	152	153	154	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	163	163	164
94	152	153	154	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	163	163	164
95	153	154	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	163	163	164
96	153	154	155	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	163	163	164
97	153	154	155	156	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	163	163	165
98	154	154	155	156	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	163	164	165
99	154	154	155	156	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	163	164	165
1,00	154	154	155	156	157	158	160	161	161	162	162	162	162	162	162	162	163	164	165

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)														
	332	334	336	338	340	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360
0,02	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
05	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
10	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
15	153	155	157	159	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
20	153	155	157	159	161	163	165	167	169	170	172	174	176	178	180
25	154	156	158	160	161	163	165	167	169	170	173	175	176	178	180
30	154	156	158	160	162	164	166	168	169	171	173	175	176	178	180
35	155	157	158	161	162	164	166	168	169	171	173	175	177	178	180
40	156	158	159	161	163	164	166	168	170	171	173	175	177	178	180
45	156	158	160	162	164	165	167	168	170	172	173	175	177	178	180
0,50	157	159	160	162	164	166	167	169	170	172	174	175	177	178	180
52	158	159	161	162	164	166	168	169	171	172	174	175	177	178	180
54	158	160	161	163	164	166	168	169	171	172	174	175	177	178	180
56	158	160	162	163	165	166	168	169	171	173	174	176	177	178	180
58	159	160	162	164	165	167	168	170	171	173	174	176	177	178	180
60	159	161	162	164	165	167	168	170	171	173	174	176	177	178	180
62	160	161	163	164	166	167	169	170	171	173	174	176	177	178	180
64	160	161	163	164	166	167	169	170	172	173	174	176	177	178	180
66	160	162	163	165	166	168	169	170	172	173	175	176	177	178	180
68	161	162	164	165	166	168	169	170	172	173	175	176	177	179	180
0,70	161	162	164	165	167	168	169	171	172	173	175	176	177	179	180
71	161	163	164	165	167	168	169	171	172	173	175	176	177	179	180
72	161	163	164	165	167	168	170	171	172	173	175	176	177	179	180

73	162	163	164	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	179	180
74	162	163	164	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	179	180
75	162	163	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	179	180
76	162	163	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	179	180
77	162	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	179	180
78	163	164	165	166	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	177	179	180
79	163	164	165	166	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	177	179	180
0, 80	163	164	165	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
81	163	164	165	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
82	163	164	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
83	163	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
84	163	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
85	164	165	166	167	168	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
86	164	165	166	167	168	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
87	164	165	166	167	168	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
88	164	165	166	168	169	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
89	164	165	167	168	169	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
0, 90	165	166	167	168	169	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
91	165	166	167	168	169	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
92	165	166	167	168	169	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
93	165	166	167	168	169	170	171	172	172	173	174	175	176	177	178	179	180
94	165	166	167	168	169	170	171	172	173	173	174	175	176	177	178	179	180
95	165	166	167	168	169	171	172	172	173	173	174	175	176	177	178	179	180
96	165	166	167	169	170	171	172	172	173	173	174	175	176	177	178	179	180
97	166	167	168	169	170	171	172	172	173	173	174	175	176	177	178	179	180
98	166	167	168	169	170	171	172	172	173	173	174	175	176	177	178	179	180
99	166	167	168	169	170	171	172	172	173	173	174	175	176	177	178	179	180
1, 00	166	167	168	169	170	171	172	172	173	173	174	175	176	177	178	179	180

$\tau = K_x + N$, если $H_x > H_y$, то $\tau = 180^\circ + K_y - N$

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)										
	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
0,900	56	58	60	62	64	68	71	75	80	85	90
0,05	55	57	59	61	64	67	70	74	80	84	90
0,10	54	56	58	60	63	66	69	74	79	84	90
0,15	54	55	57	60	62	65	69	73	78	84	90
0,20	53	55	57	59	61	64	68	73	78	83	90
0,25	52	54	56	58	60	64	67	72	77	83	90
0,30	51	53	55	57	60	63	66	71	76	83	90
0,35	51	52	54	56	59	61	65	70	76	82	90
0,40	50	51	53	55	57	60	64	68	74	82	90
0,42	50	51	52	54	57	60	63	68	74	81	90
0,44	49	50	52	54	56	59	63	67	73	81	90
0,46	49	50	52	54	56	59	62	67	73	81	90
0,48	48	50	52	53	55	58	62	66	72	80	90
0,50	48	50	51	53	55	58	61	66	72	80	90
0,52	48	49	51	52	54	57	61	65	72	80	90
0,54	48	49	50	52	54	57	60	64	71	79	90
0,56	47	49	50	52	54	56	60	64	70	79	90
0,58	47	48	50	51	53	56	59	63	70	78	90

0,960	46	48	49	51	53	55	58	62	69	78	90
62	46	47	49	50	52	54	58	62	68	77	90
64	46	47	48	50	52	54	57	61	67	77	90
66	46	47	48	50	51	54	56	60	66	76	90
68	45	46	48	49	51	53	56	59	66	76	90
0,970	45	46	47	49	50	52	55	58	65	75	90
72	45	46	47	48	50	52	54	58	64	74	90
74	44	45	46	48	49	51	54	57	63	73	90
76	44	45	46	47	48	51	53	56	62	72	90
78	44	45	46	47	48	50	52	55	60	71	90
0,980	43	44	45	46	48	49	51	54	59	69	90
81	43	44	45	46	47	49	51	54	58	69	90
82	43	44	45	46	47	48	50	53	58	68	90
83	43	44	44	45	47	48	50	53	57	67	90
84	43	44	44	45	46	48	50	52	56	66	90
85	42	43	44	45	46	47	49	51	55	65	90
86	42	43	44	45	46	47	49	51	54	64	90
87	42	43	44	45	46	47	48	51	54	63	90
88	42	43	43	44	45	46	48	50	54	62	90
89	42	42	43	44	45	46	47	50	53	61	90
0,990	42	42	43	44	45	46	47	49	52	60	90
91	42	42	43	44	44	45	47	49	52	58	90
92	41	42	43	43	44	45	46	48	51	57	90
93	41	42	42	43	44	45	46	48	50	56	90
94	41	42	42	43	44	44	45	47	49	54	90
95	41	41	42	43	43	44	45	46	48	53	90
96	41	41	42	42	43	44	45	46	48	51	90
97	40	41	42	42	43	44	44	45	47	50	90
98	40	41	41	42	43	43	44	44	46	48	90
99	40	41	41	42	43	43	44	44	45	46	90
1,000	40	41	41	42	42	43	43	44	44	45	

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)										
	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
0,900	90	95	100	105	109	112	116	118	120	122	124
0,905	90	96	100	106	110	113	116	119	121	123	125
0,910	90	96	101	106	111	114	117	120	122	124	126
0,915	90	96	102	107	111	115	118	120	123	125	126
0,920	90	97	102	107	112	116	119	121	123	125	127
0,925	90	97	103	108	113	117	120	122	124	126	128
0,930	90	97	104	109	114	118	121	123	125	127	129
0,935	90	98	104	110	115	119	121	124	126	128	129
0,940	90	98	106	112	116	120	123	125	127	129	130
0,42	90	99	106	112	117	120	123	126	128	129	130
44	90	99	107	113	117	121	124	126	128	100	131
46	90	99	107	113	118	121	124	126	128	100	131
48	90	100	108	114	118	122	125	127	128	130	132
0,950	90	100	108	114	119	122	125	127	129	130	132
52	90	100	108	115	119	123	126	128	129	131	132
54	90	101	109	116	120	124	126	128	130	131	132
56	90	101	110	116	120	124	126	128	130	131	133
58	90	102	110	117	121	124	127	129	130	132	133
0,960	90	102	111	118	122	125	127	129	131	132	134
62	90	103	112	118	123	126	128	130	131	133	134
64	90	103	113	119	123	126	128	130	132	133	134
66	90	104	114	120	124	126	129	130	132	133	134
68	90	104	114	121	124	127	129	131	132	134	135

0, 970	90	101	115	122	125	128	130	131	132	133	134	135	136
72	90	106	116	122	126	128	130	132	133	134	135	136	137
74	90	107	117	123	126	129	131	132	133	134	135	136	137
76	90	108	118	124	127	129	132	133	134	135	136	137	138
78	90	109	120	125	128	130	132	133	134	135	136	137	138
0, 980	90	111	121	126	129	131	132	134	135	136	137	138	139
81	99	111	122	126	129	131	133	134	135	136	137	138	139
82	90	112	122	127	130	132	133	134	135	136	137	138	139
83	90	113	123	127	130	132	133	134	135	136	137	138	139
84	90	114	124	128	130	132	134	135	136	137	138	139	140
85	90	115	124	128	131	133	134	135	136	137	138	139	140
86	90	116	125	129	131	133	134	135	136	137	138	139	140
87	90	117	126	129	132	133	134	135	136	137	138	139	140
88	90	118	126	130	132	134	135	136	137	138	139	140	141
89	90	119	127	130	133	134	135	136	137	138	139	140	141
0, 990	90	120	128	131	133	134	135	136	137	138	139	140	141
91	90	122	128	131	133	135	136	137	138	139	140	141	142
92	90	123	129	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142
93	90	124	130	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142
94	90	126	131	133	135	136	137	138	139	140	141	142	143
95	90	127	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
96	90	129	132	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
97	90	130	133	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
98	90	132	134	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
99	90	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
1, 000		135	136	136	137	137	138	138	139	140	140	140	140

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)										
	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
0,900	236	238	240	242	244	248	251	255	260	265	270
05	235	237	239	241	244	247	250	254	260	264	270
10	234	236	238	240	243	246	249	254	259	264	270
15	234	235	237	240	242	245	249	253	258	264	270
0,920	233	235	237	239	241	244	248	253	258	263	270
25	232	234	236	238	240	244	247	252	257	263	270
0,930	231	233	235	237	240	243	246	251	256	263	270
35	231	232	234	236	239	241	245	250	256	262	270
0,940	230	231	233	235	237	240	244	248	254	262	270
42	230	231	232	234	237	240	243	248	254	261	270
44	229	230	232	234	236	239	243	247	253	261	270
46	229	230	232	234	236	239	242	247	253	261	270
48	228	230	232	233	235	238	242	246	252	260	270
0,950	228	230	231	233	235	238	241	246	252	260	270
52	228	229	231	232	234	237	241	245	252	260	270
54	228	229	230	232	234	237	240	244	251	259	270
56	227	229	230	232	234	236	240	244	250	259	270
58	227	228	230	231	233	236	239	243	250	258	270
0,960	226	228	229	231	233	235	238	242	249	258	270
62	226	227	229	230	232	234	237	242	248	257	270

64	226	227	228	230	232	234	237	241	247	257	270
66	226	227	228	230	231	234	236	240	246	256	270
68	225	226	228	229	231	233	236	239	246	256	270
0, 970	225	226	227	229	230	232	235	238	245	255	270
72	225	226	227	228	230	232	234	238	244	254	270
74	224	225	226	228	229	231	234	237	243	253	270
76	224	225	226	227	228	231	233	236	242	252	270
78	224	225	226	227	228	230	232	235	240	251	270
0, 980	223	224	225	226	228	229	231	234	239	249	270
81	223	224	225	227	227	229	231	234	238	249	270
82	223	224	225	226	227	228	230	233	238	248	270
83	223	224	224	225	227	228	230	233	237	247	270
84	223	223	224	225	226	228	230	232	236	246	270
85	222	223	224	225	226	227	229	232	236	245	270
86	222	223	224	225	226	227	229	231	235	244	270
87	222	223	224	225	226	227	228	231	234	243	270
88	222	223	223	224	225	226	228	230	234	242	270
89	222	222	223	224	225	226	227	230	233	241	270
0, 990	222	222	223	224	225	226	227	229	232	240	270
91	222	222	223	224	224	225	227	229	232	238	270
92	221	222	223	223	224	225	226	228	231	237	270
93	221	222	222	223	224	225	226	228	230	236	270
94	221	222	222	223	224	225	225	227	229	234	270
95	221	221	222	223	223	224	225	226	228	233	270
96	221	221	222	222	223	224	225	226	228	231	270
97	220	221	222	222	223	224	224	225	227	230	270
98	220	221	221	222	223	223	224	224	226	228	270
99	220	221	221	222	223	223	224	224	225	226	270
1,000	220	221	221	222	222	223	223	224	224	225	

$\frac{H_x}{H_y}$	$K_y - K_x$ (град.)										
	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
0,900	236	238	240	242	244	248	251	255	260	265	270
05	235	237	239	241	244	247	250	254	260	264	270
10	234	236	238	240	243	246	249	254	259	264	270
15	234	235	237	240	242	245	249	253	258	264	270
0,920	233	235	237	239	241	244	248	253	258	263	270
25	232	234	236	238	240	244	247	252	257	263	270
0,930	231	233	235	237	240	243	246	251	256	263	270
35	231	232	234	236	239	241	245	250	256	262	270
0,940	230	231	233	235	237	240	244	248	254	262	270
42	230	231	232	234	237	240	243	248	254	261	270
44	229	230	232	234	236	239	243	247	253	261	270
46	229	230	232	234	236	239	242	247	253	261	270
48	228	230	232	233	235	238	242	246	252	260	270
0,950	228	230	231	233	235	238	241	246	252	260	270
52	228	229	231	232	234	237	241	245	252	260	270
54	228	229	230	232	234	237	240	244	251	259	270
56	227	229	230	232	234	236	240	244	250	259	270
58	227	228	230	231	233	236	239	243	250	258	270
0,960	226	228	229	231	233	235	238	242	249	258	270
62	226	227	229	230	232	234	237	242	248	257	270

64	226	227	228	230	232	234	237	241	247	257	270
66	226	227	228	230	231	234	236	240	246	256	270
68	225	226	228	229	231	233	236	239	246	256	270
0, 970	225	226	227	229	230	232	235	238	245	255	270
72	225	226	227	228	230	232	234	238	244	254	270
74	224	225	226	228	229	231	233	237	243	253	270
76	224	225	226	227	228	231	233	236	242	252	270
78	224	225	226	227	228	230	232	235	240	251	270
0, 980	223	224	225	226	228	229	231	234	239	249	270
81	223	224	225	226	227	229	231	234	238	249	270
82	223	224	225	226	227	228	230	233	238	248	270
83	223	224	224	225	227	228	230	233	237	247	270
84	223	223	224	225	226	228	230	232	236	246	270
85	222	223	224	225	226	227	229	232	236	245	270
86	222	223	224	225	226	227	229	231	235	244	270
87	222	223	224	225	226	227	228	231	234	243	270
88	222	222	223	224	225	226	228	230	234	242	270
89	222	222	223	224	225	226	227	230	233	241	270
0, 990	222	222	223	224	225	226	227	229	232	240	270
91	222	222	223	224	224	225	227	229	232	238	270
92	221	222	223	223	224	225	226	228	231	237	270
93	221	222	222	223	224	225	226	228	230	236	270
94	221	222	222	223	224	224	225	227	229	234	270
95	221	221	222	223	223	224	225	226	228	233	270
96	221	221	222	222	223	224	225	226	228	231	270
97	220	221	222	222	223	224	224	225	227	230	270
98	220	221	221	222	223	223	224	224	226	228	270
99	220	221	221	222	223	223	224	224	225	226	270
1, 000	220	221	221	222	222	223	223	224	224	225	

Примечание: Если $\tau > 180^\circ$, то $\tau' = \tau - 180^\circ$, $n = 1$ или 2.

II. Вспомогательные таблицы для вычисления гармонических постоянных из наблюдений за 7 суток

Таблица III-1 (а)

Значения V_0 в 0 час. 1 января с 1900 по 2000 г. (Годы, обозначенные буквой (в) являются високосными)

	M_2	N_2	K_1	O_1
1900 (в)	006,3	063,7	10,2	356,1
1	107,1	075,7	10,0	097,1
2	207,8	087,8	09,7	198,1
3	308,6	099,8	09,5	299,1
4 (в)	049,3	111,3	09,2	040,1
5	125,7	086,4	10,0	115,7
6	226,5	098,4	09,7	216,7
7	327,2	110,5	09,5	317,7
8 (в)	068,0	122,5	09,3	058,7
9	144,3	097,1	10,0	134,3
1910	245,1	109,1	09,8	235,3
1	345,8	121,1	09,5	336,3
2 (в)	086,6	133,2	09,3	077,3
3	163,0	107,7	10,0	152,9
4	263,7	119,8	09,8	253,9
5	004,5	131,8	09,6	354,9
6 (в)	105,2	143,8	09,3	095,9
7	181,6	118,4	10,1	171,5
8	282,4	130,5	09,8	272,5
9	023,1	142,5	09,6	013,5
1920 (в)	123,9	154,5	09,4	114,5
1	200,2	129,1	10,1	190,1
2	301,0	141,1	09,9	291,1
3	041,7	153,2	09,6	032,1
4 (в)	142,5	165,2	09,4	133,1
5	218,9	139,8	10,1	208,7
6	319,6	151,8	09,9	309,7
7	060,4	163,8	09,7	050,7
8 (в)	161,1	175,9	09,4	151,7
9	237,5	150,5	10,2	227,3

	M_2	N_2	K_1	O_1
1930	338,2	162,5	09,9	328,3
1	079,0	174,5	09,7	069,3
2 (B)	179,8	186,5	09,5	170,3
3	256,1	161,1	10,2	245,9
4	356,9	173,2	10,0	346,9
5	097,6	185,2	09,7	087,9
6 (B)	198,4	197,2	09,5	188,9
7	274,8	171,8	10,2	264,5
8	015,5	183,8	10,0	005,5
9	116,3	195,9	09,8	106,5
1940 (B)	217,0	207,9	09,5	207,5
1	293,4	182,5	10,3	283,1
2	034,1	194,5	10,0	024,1
3	134,9	206,5	09,8	125,1
4 (B)	235,6	218,6	09,5	226,1
5	312,0	193,2	10,3	301,7
6	052,8	205,2	10,1	042,7
7	153,5	217,2	09,8	143,7
8 (B)	254,3	229,2	09,6	244,7
9	330,6	203,8	10,3	320,3
1950	071,4	215,9	10,1	061,3
1	172,2	227,9	09,8	162,3
2 (B)	272,9	239,9	09,6	263,3
3	349,3	214,5	10,4	338,9
4	090,0	226,5	10,1	079,9
5	190,8	238,6	09,9	180,9
6 (B)	291,5	250,6	09,6	281,9
7	007,9	225,2	10,4	357,5
8	108,7	237,2	10,1	098,5
9	209,4	249,2	09,9	199,5
1960 (B)	310,2	261,3	09,7	300,5
1	026,5	235,9	10,4	016,1
2	127,3	247,9	10,2	117,1
3	228,0	259,9	09,9	218,1
4 (B)	328,8	272,0	09,7	319,1
5	045,2	246,5	10,4	034,7

		M_2	N_2	K_1	O_1
1966		145,9	258,6	10,2	135,7
	7	246,7	270,6	10,0	236,7
8 (B)		347,4	282,6	09,7	337,7
	9	063,8	257,2	10,5	053,3
1970		164,6	269,2	10,2	154,3
	1	265,3	281,3	10,0	255,3
2 (B)		006,1	293,3	09,8	356,3
	3	082,4	267,9	10,5	071,9
4		183,2	279,9	10,3	172,9
	5	283,9	291,9	10,0	273,9
6 (B)		024,7	304,0	09,8	014,9
	7	101,1	278,6	10,5	090,5
8		201,8	290,6	10,3	191,5
	9	302,6	302,6	10,1	292,5
1980 (B)		043,3	314,7	09,8	033,5
	1	119,7	289,2	10,6	109,1
2		220,4	301,3	10,3	210,1
	3	321,2	313,3	10,1	311,1
4 (B)		061,9	325,3	09,9	052,1
	5	138,3	299,9	10,6	127,7
6		239,1	311,9	10,4	228,7
	7	339,8	324,0	10,1	329,7
8 (B)		080,6	336,0	09,9	070,7
	9	156,9	310,6	10,6	146,3
1990		257,7	322,6	10,4	247,8
	1	358,5	334,5	10,2	348,3
2 (B)		099,2	346,7	09,9	089,3
	3	175,6	321,3	10,7	164,9
4		276,3	333,3	10,4	265,9
	5	017,1	354,3	10,2	006,9
6 (B)		117,8	357,4	09,9	107,9
	7	194,2	331,9	10,7	183,5
8		295,0	344,0	10,5	284,5
	9	035,7	356,0	10,2	025,5
2000 (B)		136,5	008,0	10,0	126,5

Таблица III-1 (б)

Значения V_0 в 0 час. 1-го дня каждого месяца

Месяц	M_s	N_s	K_1	O_1	Месяц	M_s	N_s	K_1	O_1
Январь	000,0	000,0	000,0	000,0	Июль	266,9	062,2	178,4	088,6
Февраль	324,2	279,2	030,6	293,6	Август	231,1	341,3	209,0	022,2
Март	001,5	310,7	058,2	303,3	Сентябрь	195,3	260,5	239,5	315,8
Апрель	325,7	229,8	088,7	237,0	Октябрь	183,9	217,1	269,1	274,8
Май	314,2	186,4	118,3	195,9	Ноябрь	148,0	136,3	299,6	208,4
Июнь	278,4	105,6	148,8	129,6	Декабрь	136,6	092,9	329,2	167,4

Таблица III-1 (с)

Значения V_0 в 0 час. каждого дня месяца. (Кроме високосных лет, когда надо прибавлять день 29 февраля)

M_s	N_s	K_1	O_1	M_s	N_s	K_1	O_1
000,0	000,0	00,0	000,0	17	329,9	15,8	314,1
335,8	322,6	01,0	334,6	18	305,5	16,8	288,8
311,2	285,1	02,0	309,3	19	281,1	17,7	263,4
286,9	247,7	03,0	* 283,9	20	256,8	18,7	238,0
262,5	210,2	03,9	258,5	21	232,4	19,7	212,7
238,1	172,8	04,9	233,2	22	208,0	20,7	187,3
213,7	135,3	05,9	207,8	23	183,6	21,7	161,9
189,3	99,9	06,9	182,4	24	159,2	22,7	136,6
164,9	60,4	07,9	157,1	25	134,8	23,7	111,2
140,6	23,0	08,9	131,7	26	110,5	24,6	85,8
116,2	345,5	09,9	106,3	27	086,1	25,6	60,5
091,8	308,1	10,8	081,0	28	061,7	26,6	35,1
067,4	270,6	11,8	055,6	29	037,3	27,6	00,7
043,0	233,2	12,8	030,2	30	012,9	28,6	344,4
018,7	195,7	13,8	004,9	31	348,6	29,6	319,0
354,3	158,3	14,8	339,5	32	324,2	30,6	293,6

Величина Δ (град.)

Начало наблюдений (час.)	M_2	S_2	N_2	K_1	O_1	M_4	MS_4
0	333,3	345,0	327,1	173,0	160,3	306,7	318,3
1	304,3	315,0	298,6	157,9	146,4	248,7	259,3
2	275,3	285,0	270,2	142,9	132,4	190,7	200,3
3	246,3	255,0	241,7	127,8	118,5	132,7	141,3
4	217,4	225,0	213,3	112,8	104,6	74,8	82,4
5	188,4	195,0	184,9	97,8	90,6	16,8	23,4
6	159,4	165,0	156,4	82,7	76,7	318,8	324,4
7	130,4	135,0	128,0	67,7	62,7	260,9	265,4
8	101,4	105,0	99,5	52,6	48,8	202,9	206,4
9	72,5	75,0	71,1	37,6	34,9	144,9	147,5
10	43,5	45,0	42,7	22,6	20,9	87,0	88,5
11	14,5	15,0	14,2	7,5	7,0	29,0	29,5
12	345,5	345,0	345,8	352,5	352,0	331,0	330,5
13	316,5	315,0	317,3	337,4	339,1	273,0	271,5
14	287,6	285,0	288,9	322,4	325,2	215,1	212,6
15	258,6	255,0	260,5	307,4	311,2	157,1	153,6
16	229,6	225,0	232,0	292,3	297,3	99,1	94,6
17	200,6	195,0	203,6	277,3	282,3	41,2	35,6
18	171,6	165,0	175,1	262,2	269,4	343,2	336,6
19	142,7	135,0	146,7	247,2	255,5	285,2	277,7
20	113,7	105,0	118,3	232,2	241,5	227,2	218,7
21	84,7	75,0	89,8	217,1	227,6	169,3	159,7
22	55,7	45,0	61,4	202,1	213,6	111,3	100,7
23	26,7	15,0	32,9	187,0	199,7	53,3	41,7

Таблица III-3

Значения U в 0 час. 1 января с 1900 по 2000 г.

	M_2	K_1	O_1		M_2	K_1	O_1
1900	2,1	8,9	-10,9	1950	-0,5	-1,6	1,8
1	1,8	8,2	-10,5	1	0,3	1,0	-1,1
2	1,4	6,5	-8,5	2	1,0	3,5	-3,9
3	0,8	3,7	-5,0	3	1,5	5,7	-6,5
4	0,1	0,3	-0,5	4	1,9	7,5	-8,8
5	-0,6	-3,1	4,2	5	2,1	8,6	-10,3
6	-1,3	-6,0	8,0	6	2,1	8,9	-11,0
7	-1,8	-8,0	10,2	7	1,8	8,0	-10,3
8	-2,1	-8,9	11,0	8	1,3	6,1	-8,1
9	-2,1	-8,6	10,4	9	0,7	3,2	-4,3
1910	-2,0	-7,6	8,8	1960	-0,1	-0,2	0,3
1	-1,6	-5,8	6,6	1	-0,8	-3,7	4,9
2	-1,0	-3,5	4,0	2	-1,4	-6,4	8,5
3	-0,3	-1,0	1,2	3	-1,8	-8,2	10,5
4	0,4	1,6	-1,7	4	-2,1	-8,9	10,9
5	1,1	4,0	-4,5	5	-2,1	-8,5	10,2
6	1,7	6,2	-7,1	6	-1,9	-7,3	8,5
7	2,0	7,8	-9,2	7	-1,5	-5,5	6,2
8	2,1	8,8	-10,6	8	-0,9	-3,2	3,6
9	2,0	8,8	-10,9	9	-0,2	-0,6	0,7
1920	1,7	7,7	-9,9	1970	0,6	2,0	-2,2
1	1,2	5,5	-7,3	1	1,2	4,4	-5,0
2	0,5	2,5	-3,3	2	1,7	6,5	-7,5
3	-0,2	-1,0	1,4	3	2,1	8,0	-9,5
4	-0,9	-4,3	5,8	4	2,1	8,8	-10,7
5	-1,5	-6,9	9,0	5	2,0	8,7	-10,9
6	-1,9	-8,5	10,7	6	1,6	7,4	-9,6
7	-2,1	-8,9	10,9	7	1,1	7,1	-6,8
8	-2,1	-8,3	9,9	8	0,4	1,9	-2,6
9	-1,8	-6,9	8,0	9	-0,3	-1,6	2,2
1930	-1,4	-5,0	5,6	1980	-1,0	-4,8	6,4
1	-0,7	-2,6	2,9	1	-1,6	-7,3	9,4
2	0,0	0,0	0,0	2	-2,0	-8,6	10,8
3	0,7	2,5	-2,8	3	-2,1	-8,9	10,8
4	1,3	4,9	-5,6	4	-2,1	-8,1	9,6
5	1,8	6,9	-8,0	5	-1,8	-6,7	7,7
6	2,1	8,3	-9,8	6	-1,3	-4,6	5,2
7	2,1	8,9	-10,8	7	-0,6	-2,2	2,5
8	1,9	8,5	-10,7	8	0,1	0,4	-0,4
9	1,5	7,0	-9,1	9	0,8	2,9	-3,3
1940	0,9	4,4	-5,9	1990	1,4	5,3	-6,0
1	0,2	1,1	-1,5	1	1,9	7,2	-8,3
2	-0,5	-2,4	3,2	2	2,1	8,5	-10,0
3	-1,1	-5,5	7,2	3	2,1	8,9	-10,9
4	-1,7	-7,7	9,9	4	1,9	8,3	-10,6
5	-2,0	-8,8	10,9	5	1,4	6,6	-8,7
6	-2,1	-8,8	10,6	6	0,8	3,9	-5,3
7	-2,0	-7,9	9,2	7	0,1	0,6	-0,8
8	-1,7	-6,2	7,2	8	-0,6	-2,9	3,9
9	-1,1	-4,1	4,8	9	-1,2	-5,9	7,8
1950	-0,5	-1,6	1,8	2000	-1,7	-7,9	10,1

Значения f в 0 час. 1 января с 1900 по 2000 г.

	M_2	K_1	O_1	K_2
1900	1,007	0,993	0,987	0,962
1	1,019	0,954	0,923	0,874
2	1,029	0,918	0,865	0,807
3	1,035	0,892	0,823	0,764
4	1,038	0,882	0,807	0,748
5	1,036	0,889	0,818	0,759
6	1,030	0,912	0,856	0,797
7	1,021	0,946	0,912	0,860
8	1,010	0,986	0,976	0,945
9	0,997	1,024	1,039	1,041
1910	0,985	1,058	1,094	1,137
1	0,975	1,085	1,137	1,222
2	0,967	1,103	1,167	1,283
3	0,964	1,112	1,181	1,314
4	0,964	1,111	1,180	1,311
5	0,969	1,100	1,163	1,273
6	0,977	1,081	1,130	1,207
7	0,987	1,053	1,084	1,119
8	1,000	1,017	1,027	1,021
9	1,012	0,977	0,963	0,926
1920	1,023	0,939	0,900	0,846
1	1,032	0,907	0,847	0,788
2	1,037	0,887	0,814	0,755
3	1,038	0,883	0,808	0,749
4	1,034	0,896	0,830	0,771
5	1,027	0,924	0,876	0,819
6	1,017	0,961	0,936	0,891
7	1,005	1,001	1,001	0,981
8	0,992	1,038	1,061	1,079
9	0,981	1,069	1,112	1,172

	M_2	K_1	O_1	K_2
1930	0,972	1,093	1,151	1,249
1	0,965	1,108	1,175	1,300
2	0,963	1,113	1,183	1,317
3	0,965	1,108	1,175	1,300
4	0,971	1,093	1,151	1,251
5	0,981	1,070	1,113	1,174
6	0,992	1,039	1,063	1,082
7	1,004	1,002	1,003	0,984
8	1,017	0,962	0,938	0,894
9	1,027	0,925	0,878	0,821
1940	1,034	0,897	0,831	0,772
1	1,038	0,883	0,808	0,750
2	1,037	0,886	0,813	0,754
3	1,032	0,906	0,846	0,786
4	1,023	0,938	0,898	0,844
5	1,012	0,976	0,961	0,924
6	1,000	1,016	1,026	1,019
7	0,988	1,052	1,083	1,116
8	0,977	1,080	1,129	1,204
9	0,969	1,100	1,162	1,272
1950	0,964	1,111	1,180	1,310
1	0,964	1,112	1,181	1,314
2	0,967	1,103	1,167	1,284
3	0,975	1,085	1,138	1,223
4	0,985	1,059	1,095	1,140
5	0,997	1,025	1,041	1,044
6	1,009	0,987	0,978	0,948
7	1,021	0,947	0,914	0,862
8	1,030	0,913	0,858	0,798
9	1,036	0,890	0,819	0,760
1960	1,038	0,882	0,806	0,748
1	1,035	0,892	0,822	0,763
2	1,029	0,917	0,864	0,805
3	1,019	0,953	0,922	0,873
4	1,008	0,992	0,986	0,960
5	0,995	1,030	1,048	1,058

	M_2	K_1	O_1	K_2
1966	0,983	1,063	1,101	1,152
7	0,973	1,089	1,143	1,233
8	0,967	1,106	1,170	1,290
9	0,964	1,113	1,182	1,315
1970	0,965	1,110	1,178	1,306
1	0,970	1,097	1,158	1,264
2	0,978	1,076	1,123	1,193
3	0,989	1,047	1,075	1,103
4	1,002	1,011	1,016	1,006
5	1,014	0,971	0,952	0,913
6	1,025	0,933	0,899	0,835
7	1,033	0,902	0,840	0,780
8	1,037	0,884	0,810	0,752
9	1,037	0,884	0,809	0,751
1980	1,033	0,900	0,836	0,777
1	1,026	0,930	0,885	0,829
2	1,015	0,968	0,947	0,905
3	1,003	1,007	1,011	0,997
4	0,990	1,044	1,070	1,095
5	0,979	1,074	1,119	1,186
6	0,970	1,096	1,155	1,258
7	0,965	1,109	1,177	1,304
8	0,964	1,113	1,183	1,316
9	0,966	1,106	1,172	1,294
1990	0,973	1,090	1,146	1,240
1	0,982	1,066	1,106	1,161
2	0,994	1,034	1,054	1,066
3	1,006	0,996	0,992	0,968
4	1,018	0,956	0,927	0,879
5	1,028	0,920	0,869	0,810
6	1,035	0,894	0,826	0,766
7	1,038	0,883	0,807	0,749
8	1,036	0,888	0,817	0,758
9	1,031	0,910	0,854	0,794
2000	1,022	0,022	0,944	0,856

Вычисление ω и $1 + \omega$.

$S_2, MS_4, 2MS_6$			K_1, MK_3			$N_2, MN_4, 2MN_6$		
угол (град.)	ω/fK_2	ω/fK_2	угол (град.)	ω/fK_1	ω/fK_1	угол (град.)	ω	$1 + \omega$
0	0,7	-0,214	0	0,0	0,331	0	0,0	1,184
10	-6,6	-0,192	10	-2,5	0,327	10	1,6	1,182
20	-12,3	-0,131	20	-4,9	0,316	20	3,1	1,174
30	-15,5	-0,046	30	-7,3	0,297	30	4,6	1,163
40	-16,5	0,047	40	-9,6	0,271	40	5,9	1,147
50	-15,6	0,134	50	-11,8	0,239	50	7,2	1,127
60	-13,4	0,207	60	-13,8	0,201	60	8,3	1,104
70	-10,3	0,258	70	-15,6	0,157	70	9,2	1,077
80	-6,6	0,284	80	-17,1	0,107	80	9,9	1,048
90	-2,6	0,284	90	-18,3	0,053	90	10,4	1,017
100	1,6	0,256	100	-19,1	-0,003	100	10,6	0,984
110	5,6	0,204	110	-19,3	-0,060	110	10,4	0,953
120	9,2	0,131	120	-19,0	-0,118	120	10,0	0,922
130	12,0	0,041	130	-17,8	-0,173	130	9,1	0,893
140	13,7	-0,058	140	-15,9	-0,224	140	7,8	0,867
150	13,6	-0,157	150	-13,1	-0,268	150	6,2	0,846
160	11,2	-0,245	160	-9,3	-0,302	160	4,3	0,830
170	6,0	-0,307	170	-4,9	-0,323	170	2,2	0,819
180	-0,9	-0,330	180	0,0	-0,331	180	0,0	0,816
190	-7,8	-0,308	190	4,9	-0,323	190	-2,2	0,819
200	-12,6	-0,247	200	9,3	-0,302	200	-4,3	0,830
210	-14,9	-0,163	210	13,1	-0,268	210	-6,2	0,846
220	-14,8	-0,067	220	15,9	-0,224	220	-7,8	0,867
230	-13,0	0,029	230	17,8	-0,173	230	-9,1	0,893
240	-9,8	0,115	240	19,0	-0,118	240	-10,0	0,922
250	-6,0	0,186	250	19,3	-0,060	250	-10,4	0,953
260	-1,8	0,236	260	19,1	-0,003	260	-10,6	0,984
270	2,6	0,263	270	18,3	0,053	270	-10,4	1,017
280	6,9	0,265	280	17,1	0,107	280	-9,9	1,048
290	10,8	0,241	290	15,6	0,157	290	-9,2	1,077
300	14,1	0,192	300	13,8	0,201	300	-8,3	1,104
310	16,5	0,124	310	11,8	0,239	310	-7,2	1,127
320	17,5	0,039	320	9,6	0,271	320	-5,9	1,147
330	16,8	0,051	330	7,3	0,297	330	-4,6	1,163
340	13,7	-0,133	340	4,9	0,316	340	-3,1	1,174
350	8,0	-0,193	350	2,5	0,327	350	-1,6	1,182
360	0,7	-0,214	360	0,0	0,331	360	0,0	1,184

„Угол“ = $v + u$; для K_1 ;
 f для K_2

„Угол“ = $2v + u$ для K_1 ;
 f для K_1

„Угол“ = $3v$ для $M_2 - 2v$
для N_2 ; $2v$ для N_2

Предисловие	3
Введение	5
Глава I. Погрешности широко применяемых методов гармонического анализа краткосрочных наблюдений над приливами и способы их учета	11
§ 1. Погрешности вычислительной схемы обработки двухсуточных наблюдений Адмиралтейским методом	12
§ 2. Периодическая изменчивость гармонических постоянных, вычисляемых Адмиралтейским методом	23
§ 3. Учет возраста приливов в Адмиралтейском методе	36
§ 4. Недостатки анализа полумесячных наблюдений методом Дарвина	41
Глава II. Рекомендации по анализу и фильтрации краткосрочных серий наблюдений над приливами	51
§ 1. Общие соображения о точности анализа краткосрочных наблюдений над приливами	—
§ 2. Графическое представление, сглаживание и интерполяция наблюдений	71
§ 3. Способ предварительной фильтрации приливов	75
§ 4. Аналитический прием фильтрации приливных и непериодических колебаний	82
§ 5. Анализ краткосрочной серии наблюдений над течениями	91
§ 6. Схема фильтрации мелководных приливов	98
Глава III. Некоторые новые способы анализа и вычисления приливов	105
§ 1. Приближенный гармонический анализ мелководных приливов по суточным наблюдениям	—
§ 2. Способ картографического вычисления приливов смешанного типа	112
§ 3. Приближенный способ графического анализа и вычисления приливов	124
§ 4. Гармонический анализ недельной серии наблюдений над приливами методом Франко	130
Глава IV. Анализ приливов в устьях рек	164
§ 1. Схема анализа стоячих приливных волн в устьях рек	166
§ 2. Схема анализа поступательных приливных волн в устьях рек	172
§ 3. Расчет действия стока на приливы в устьях рек	181
§ 4. Особенности расчета нагонных и приливных колебаний уровня в устьях рек	188
Глава V. Примеры некоторых прикладных расчетов по гармоническим постоянным приливов	201
§ 1. Расчет расходов приливной волны	—
§ 2. Расчет переноса энергии приливной волной	209

§ 3. Расчет расстояний между уровнями постами при изысканиях под гидротехнические сооружения	217
Литература	225

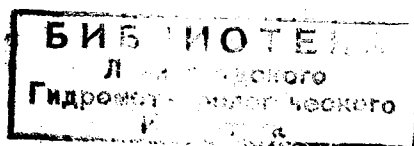
ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Вспомогательные таблицы для вычисления элементов максимального приливного течения

Таблица I. Значения γ , $v_{\max}$, $v_{\min}$ в зависимости от разностей фаз и отношений амплитуд проекций приливного течения . .	236
Таблица II. Значения N в зависимости от разности фаз и отношения амплитуд проекций приливного течения	262

II. Вспомогательные таблицы для вычисления гармонических постоянных из наблюдений за 7 суток

Таблица III-1 (a). Значения V_0 в 0 час. 1 января с 1900 по 2000 г.	300
Таблица III-1 (b). Значения V_0 в 0 час. 1-го дня каждого месяца . .	303
Таблица III-1 (c). Значения V_0 в 0 час. каждого дня месяца . . .	—
Таблица III-2. Величина Δ (град.)	304
Таблица III-3. Значения U в 0 час. 1 января с 1900 по 2000 г. . .	305
Таблица III-4. Значения f в 0 час. 1 января с 1900 по 2000 г. . .	306
Таблица III-5. Вычисление ω и $1+\omega$	309



Альтишулер Виктор Михайлович

ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА И РАСЧЕТА
МОРСКИХ ПРИЛИВОВ

Отв. редактор *В. А. Снежинский*

Редактор *Ю. П. Бреховских*

Техн. редактор *Г. С. Николаева*

Корректоры: *Н. И. Оршер* и *К. И. Розина*

Сдано в набор 18/I 1966 г. Подписано к печати 28/IV 1966 г.
Бумага 60×90¹/₁₆. Бум. л. 9,75. Печ. л. 19,5. Уч.-изд. л. 22,44.
Тираж 1650 экз. М-20757. Индекс ОЛ-130.
Гидрометеорологическое издательство. Ленинград, В-53,
2-я линия, д. № 23.
Заказ № 57 Цена 1 руб. 45 коп.

Ленинградская типография № 8 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР
Ленинград, Прачечный пер., д. 6