МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА



УДК 551.513.001.57+551.465.45.072

M 3 1/14ук, В. П. Дымников, В. Б. Залесный, В. Н. Лыкосов, В. Я. Галин 1. Mapay

Рецензент Институт океанологии им. П. П. Ширшова АН СССР

Последовательно излагаются математические и физические аспекты проблемы моделирования общей циркуляции атмосферы и океана — от постановки задачи до анализа результатов численных экспериментов и программной реализации модели на ЭВМ различных поколений.

Большое внимание уделено проблеме цараметризации процессов подсеточного масштаба и исследованию чувствительности модельной циркуляции к способу параметризации

этих процессов.

Книга рассчитана на специалистов в области геофизической гидродинамики, прикладной и вычислительной математики, а также студентов и аспирантов, специализирующихся в области математического моделирования атмосферы и океана.

The book "Mathematical modelling of general circulation of the atmosphere and ocean" (G. I. Marchuk, V. P. Dymnikov, V. N. Lykossov, V. B. Zalesny, V. Ya. Galin) contains the sistematic description of the mathematical and physical aspects of the problem of general circulation atmosphere and ocean modelling, beginning from the governing equations. to the analysis of numerical experiments and programme realization on the different generation computers.

The problems of sub-grid processes parametrization methods and the sensitivity of the models to the parametrization of the cloud-radiation interaction, large-scale condensation processes parametrization of the boundary layer are also considered in the book.

The book is intended for the experts in numerical and applied mathematics, geophy-

sical hydrodynamics as well as students of universities, concerned with numerical methods of the ocean and the atmosphere simulation.



ПРЕДИСЛОВИЕ

История развития численных моделей общей циркуляции атмосферы и океана насчитывает примерно три десятилетия. К настоящему времени качество моделей общей циркуляции атмосферы и океана (в особенности моделей общей циркуляции атмосферы) существенно возросло, и теперь с большой степенью уверенности можно сказать, что в геофизической гидродинамике пройден определенный этап, на котором математические (главным образом вычислительные) проблемы моделирования крупномасштабной циркуляции атмосферы и океана занимали центральное место. Математические аспекты этой проблемы развивались во многих научных центрах, как у нас в стране, так и за рубежом. Конечно, пока еще не все задачи окончательно решены. Однако нам кажется, что именно сейчас весьма актуально издание книги, в которой излагались бы основные идеи и принципы конструирования численных моделей общей циркуляции атмосферы и океана, поскольку для нового поколения исследователей такие модели уже становятся просто инструментом решения конкретных физических задач.

Этому направлению посвящены тысячи работ, тем не менее можно с уверенностью сказать, что в настоящее время не существует книги, в которой эта проблема обсуждалась бы во всем ее многообразии — от физической постановки до реализации алгоритмов на ЭВМ. Авторы настоящей книги в какой-то мере постарались восполнить этот пробел, взяв за основу модели общей циркуляции атмосферы и океана, разработанные в Вычислительном центре СО АН СССР и Отделе вычислительной математики АН СССР. В каждом разделе, касающемся того или иного физического или математического аспекта проблемы, авторы старались дать обзор возможных подходов к решению данной конкретной задачи. Естественно, невозможно в рамках одной книги в равной мере описать различные подходы, и, конечно, значительная часть материала посвящена изложению методов, реализованных авторами, однако нам кажется, что общие принципы решения конкретных задач, входящих в сложную проблему математического моделирования общей цикуляции атмосферы и океана, изложены в книге достаточно полно. Естественным кажется нам и то, что это изложение в большей степени связано с личным опытом и взглядами авторов, а не является простым обобщением известных результатов. Резюмируя, можно сказать, что целью данной книги является изложение проблемы моделирования общей циркуляции атмосферы и океана — от постановки задачи, построения и исследования вычислительного алгоритма до анализа численных экспериментов, включающих изучение чувствительности моделей к методам параметризации процессов подсеточных масштабов, и реализации моделей на ЭВМ различных поколений. Книга состоит из трех частей. В первой части рассматриваются проблемы, связанные с моделированием общей циркуляции атмосферы. Основные уравнения гидротермодинамики сформулированы в о-системе координат (о — отношение давления к приземному давлению). В качестве горизонтальных координат выбраны сферические как наиболее естественные для описания глобальной атмосферы. Выбор о-системы координат обусловлен широким ее употреблением, хотя необходимо отдавать себе отчет в том, что эта система обладает некоторыми недостатками и проблема построения оптимальной в некотором смысле системы координат для моделирования циркуляции атмосферы еще ждет своего решения.

Известно, что конкретная форма системы дифференциальных уравнений определяет круг возможностей при построении конечноразностных аппроксимаций. В качестве основы нами была выбрана симметризованная форма уравнений гидротермодинамики. Построение разностных уравнений, обладающих законами сохранения различного типа для других форм уравнений, можно найти

в работах [107, 108, 188].

Вторая глава первой части посвящена описанию методов параметризации процессов подсеточных масштабов. Рассматриваются методы параметризации процессов горизонтального и вертикального турбулентного обмена, гидрологического цикла суши, сухой и влажной конвекции, крупномасштабной конденсации и радиационных притоков тепла. Несмотря на большое разнообразие подходов к решению этой задачи, в принципе, можно сформулировать некоторые главные моменты, общие для многих моделей цир-

куляции атмосферы.

В третьей главе изложены вопросы, связанные с построением вычислительного алгоритма. Мы остановились только на анализе конечно-разностных схем не потому, что считаем их более предпочтительными перед спектральными или проекционно-сеточными методами. Как мы уже упоминали выше, объем книги не позволяет равномерно осветить все возможные подходы к численной реализации моделей общей циркуляции атмосферы, поэтому для ознакомления с техникой спектральных и проекционно-сеточных методов применительно к моделям общей циркуляции атмосферы мы отсылаем читателя к работам [63, 68]. Перечислим основные требования, которые должны выполняться при реализации вычислительного алгоритма. Прежде всего это естественные требования аппроксимации и устойчивости. Далее, необходимо, чтобы в разностных моделях выполнялись аналоги законов сохранения, поскольку, как это показано в первой главе, законы сохранения определяют многие характерные черты общей циркуляции атмосферы. Количество законов сохранения, которым удается удовлетворить при решении разностной задачи, зависит, конечно, от мастерства разработчика схемы.

В третьей главе подробно излагается метод построения разностной схемы, в которой (кроме основных линейных законов) точно выполняется закон сохранения энергии в адиабатическом приближении, причем разностная схема построена таким образом, что закон является квадратичным. Метод основан на предварительной симметризации исходной системы уравнений. Построение такого алгоритма требует дополнительных вычислительных затрат, однако он дает возможность значительно увеличить шаг по времени и, что самое главное, решить ряд новых задач. Симметризация исходных уравнений и предложенная разностная схема естественным образом позволяют использовать при решении полученной нестационарной задачи метод расщепления, сводящий решение сложной трехмерной задачи к более простым, не нарушая при этом квадратичных законов сохранения и обеспечивая хорошую точность.

Весьма существенным, по нашему мнению, является анализ разностной схемы с точки зрения воспроизведения конкретных физических процессов, таких, как распространение инерционногравитационных волн, развитие бароклинно неустойчивых волн, каскад энергии по спектру и т. д. Именно выбор конкретных физических процессов, которые должны наиболее точно воспроизводиться при заданном временном и пространственном разрешении, в известном смысле определяет набор разностных схем, используемых при моделировании общей циркуляции атмосферы. Необходимо заметить, что часто эти требования являются противоречивыми. Мы не приводим в указанной главе методы построения разностных схем, основанные на других формах записи исходной системы уравнений, поскольку эти методы уже достаточно подробно описаны [107, 108, 188].

Последний параграф главы посвящен численным методам решения уравнений переноса в атмосфере полей влажности, а также других полей, для которых характерны большие пространственные градиенты. Проблема здесь связана с построением так называемых монотонных разностных схем. Нам она представляется важной, поэтому мы дали достаточно подробный обзор существующих

в настоящее время подходов к решению этой задачи.

В четвертой главе приводятся результаты численных экспериментов по моделированию январской циркуляции атмосферы. Существует большое количество работ, в которых изложены результаты моделирования общей циркуляции атмосферы с помощью разных моделей [68, 98, 138, 154, 166, 167, 168, 208], и можно сказать, что целый ряд характеристик, по которым модельная циркуляция сравнивается с атмосферной, является общепринятым.

В пятой главе приводятся некоторые результаты исследования чувствительности модельной циркуляции к методам параметризации процессов подсеточного масштаба. Результаты этих исследований можно рассматривать с двух позиций. С одной стороны, это

исследование необходимой степени детализации при построении метода параметризации конкретного физического процесса подсеточного масштаба. В данном случае мы изучаем непосредственно модель. С другой стороны, это решение конкретной физической задачи. При этом необходимо иметь ясное представление о физических механизмах, ответственных за исследуемый процесс, а также о степени адекватности модели этому физическому процессу. Ясно, что эти две точки зрения часто трудно разделимы. Рассмотрим, например, проблему радиационно-облачных связей. Исследование роли облачности в формировании климата и его изменений относится к одной из самых важных проблем климатологии, и ему посвящена специальная подпрограмма Всемирной климатической программы. По-видимому, в этой проблеме центральное место занимает выделение характерного временного масштаба. В настоящей работе мы показываем, что зимой в средних широтах задача описания облачности не является решающей, поскольку в это время облака там обычно — лишь индикатор динамики, а не ее генератор. Основные источники и стоки, генерирующие циркуляцию, при этом находятся в низких и высоких широтах соответственно.

Весьма важными являются результаты, касающиеся связи между пространственным и временным спектрами кинетической энергии в модельной циркуляции, изложенные в последнем параграфе пятой главы. Решение задачи непосредственно связано со всей конструкцией вычислительного алгоритма, позволяющего решать задачу моделирования общей циркуляции атмосферы при практически произвольных коэффициентах в членах, описывающих диссипацию энергии. В этом смысле разностная схема позволяет исследовать задачи, решение которых обладает произвольным «наклоном» амплитудно-частотной характеристики на заданном участке спектра (например, инерционном), определяя тем самым

каскад энергии в сторону низких волновых чисел.

Вторая часть книги посвящена проблемам моделирования динамики Мирового океана. Хорошо известно, что динамика океанских процессов в настоящее время изучена существенно хуже, чем динамика процессов атмосферных. Это объясняется в первую очередь явной недостаточностью регулярных натурных наблюдений в океане. С этой точки зрения проблема создания моделей общей циркуляции Мирового океана становится еще более актуальной. Однако здесь существуют определенные трудности, связанные в конечном итоге с вычислительными ресурсами. Дело в том, что в океане наиболее неустойчивые бароклинные волны имеют масштаб 50—100 км, т. е. на 2 порядка меньше размеров океана. Одной из важнейших особенностей нестационарной океанской циркуляции является генерация в открытом океане вихрей именно этого масштаба, обладающих высокими энергетическими запасами. Другим важным типом движений, попадающим в кате-

горию подсеточных при современных пространственных разрешениях в моделях, являются фронтальные вихри, т. е. вихри, порожденные неустойчивостью струйных течений типа Гольфстрима, Куросио и др. Они имеют масштаб примерно 300—500 км. Ресурсы современных ЭВМ не позволяют нам в явном виде описывать все эти вихри; в то же время сама возможность адекватной их параметризации зависит от понимания процессов их генерации, эволюции и взаимодействия с осредненными течениями. Перспективным направлением здесь можно считать создание вихреразрешающих моделей для ограниченных акваторий и проведение тщательных натурных измерений. В настоящей книге мы в основном рассматриваем проблемы построения моделей, описывающих

крупномасштабную циркуляцию Мирового океана.

В первой главе второй части рассматриваются основные уравнения общей циркуляции океана в сферической системе координат. В качестве вертикальной координаты выбрана приведенная z_1 -ко- $(z_1=z/H)$, где $H(\lambda, \theta)$ — положительная функция. ордината описывающая рельеф дна. Модель основана на полных нелинейных уравнениях гидротермодинамики с общепринятыми приближениями Буссинеска, несжимаемости морской воды и гидростатического баланса. Выбранная система координат позволяет свести задачу к эволюционному виду, не нарушая при этом основных свойств динамического оператора. Эволюционная формулировка привлекательна в нескольких аспектах. Во-первых, она позволяет более наглядно представить волновой характер решения; во-вторых, постановка приобретает классический вид задачи Коши-Ковалевской, что дает возможность более полно изучить свойства ее решения, корректность формулировки начальных и краевых условий и, наконец, обоснованно использовать методы расщепления. Заметим, что для сведения задачи к эволюционному виду следует горизонтальные компоненты вектора скорости представить в виде средних по вертикали и отклонений от них, т. е. выделить в явном виде плоское движение (часто называемое в литературе внешней модой). Данное представление используется во многих моделях общей циркуляции океана. В первой главе также исследуются законы сохранения как для полной системы уравнений, так и для линеаризованной относительно устойчиво стратифицированного состояния покоя. Как и в случае задачи моделирования атмосферной циркуляции, требование выполнения дискретных аналогов законов сохранения для полной системы и ее некоторых приближений необходимо для воспроизведения многих характерных черт океанской циркуляции. В последнем параграфе главы обсуждаются некоторые подходы к параметризации подсеточных процессов, используемые в настоящее время в моделях общей циркуляции океана.

Во второй главе рассматриваются численные алгоритмы для решения поставленной задачи. Необходимо отметить, что модели,

сформулированные на базе полных уравнений гидротермодинамики, описывают широкий спектр движений — баротропные и бароклинные волны Россби, инерционно-гравитационные волны, экваториальные и прибрежные волны Кельвина, квазистационарные струйные течения и др. Однако пространственная дискретизация моделей с грубым разрешением приводит к тому, что многие процессы, например энергонесущие бароклинные волны Россби, не описываются моделью, поскольку в данном случае попадают в класс процессов подсеточного масштаба. Параметризация таких процессов связана, как мы уже указывали выше, с глубоким пониманием механизма взаимодействия процессов разных масштабов. Можно предложить два метода описания в глобальных моделях таких взаимодействий. Первый связан с разбиением области решения задач на ряд подобластей, преобразованием исходной системы уравнений в каждой из них с учетом описания лишь основных процессов и сшиванием решения на границах [143]. Второй основан на дискретизации задачи на неравномерной сетке с получением необходимой аппроксимации в заданных районах. Такой подход требует использования метода конечных элементов, чтобы сохранить свойства консервативности. Этот путь нам представляется более общим, поэтому конструкция основных алгоритмов, описываемых во второй главе, строится с учетом возможности использования для решения задачи как метода конечных разностей, так и метода конечных элементов.

В третьей главе представлены результаты моделирования циркуляции Мирового океана с помощью построенной численной модели. Основной целью проведенного эксперимента являлось воспроизведение климатических характеристик динамики и процессов теплообмена при условиях на поверхности, характерных для зимы северного полушария. Рассматриваются общие закономерности глобальных процессов динамики и теплообмена и их отличительные особенности в каждом океане в отдельности. Особое внимание при этом уделяется анализу зонально осреднен-

ных характеристик.

Третья часть книги посвящена моделированию совместной циркуляции атмосферы и океана. Проблема взаимодействия атмосферы и океана стала предметом пристального внимания ученых в последнее десятилетие. Условно эту проблему можно разбить на две — исследование роли атмосферы в формировании циркуляции океана и изучение роли океана в формировании циркуляции атмосферы. В свою очередь каждую из указанных задач необходимо рассматривать раздельно на характерных временах порядка 10 лет и более и временах порядка 1 года. Этому и посвящена первая глава, которая в сущности является обзорной. Наиболее слабо исследована проблема взаимодействия атмосферы и океана на временных масштабах порядка 1 года. С точки зрения теории климата она включает в себя задачу изучения роли

короткопериодных изменениях климата. океана частью этой задачи является также исследование механизмов формирования аномалий энтальпии в верхнем деятельном слое океана. Для решения этих задач необходима организация натурных исследований. Такие исследования, в частности, являются составной частью советской национальной программы «Разрезы». Существенное значение имеет построение математических моделей циркуляции атмосферы с учетом процессов в верхнем деятельном слое океана. Определенные результаты в области моделирования были получены в работах [82, 166, 174, 196], однако, как уже отмечалось выше, проблема в целом остается малоизученной, Более прозрачной представляется проблема взаимодействия атмосферы и океана на характерных временах порядка десятилетий. Центральным моментом здесь является сравнительное исследование переноса тепла от экватора к полюсам атмосферой и океаном, которое представляет собой фундаментальную проблему и в случае натурного эксперимента [120]. С математической точки зрения фундаментальной остается задача построения метода решения системы уравнений, описывающей динамику системы атмосфераокеан для длительных периодов интегрирования.

Во второй главе третьей части рассматриваются некоторые результаты численного эксперимента по моделированию январской циркуляции системы атмосфера—океан. При численном решении этой задачи был использован метод, предложенный в пионерской работе Манабе и Брайена [164], который основан на искусственной синхронизации характерных временных масштабов в атмосфере и океане. По-видимому, при задании среднего январского склонения Солнца в принципе невозможно получить квазиравновесного состояния. Естественным развитием задачи в этом смысле является включение годового хода, однако такая постановка требует очень больших вычислительных ресурсов.

Последняя глава третьей части посвящена структурному анализу вычислительного алгоритма реализации модели общей циркуляции атмосферы и океана. Это последнее звено в технологической цепи решения задачи в современной литературе практически не рассматривается. В данной главе рассмотрен модульный принцип построения вычислительного алгоритма и программ, который естественным образом связан с используемым в модели методом расщепления для решения нестационарных задач. Важным моментом является анализ алгоритма с точки зрения его реализации на ЭВМ конвейерного типа и многопроцессорных ЭВМ.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить И. М. Бобылеву, В. Л. Перова, А. А. Фоменко и А. Л. Казакова за разнообразные формы участия в работе над проблемой численного моделирования общей циркуляции атмосферы и океана; Л. Бенгтсона, Г. П. Курбаткина и И. В. Тросникова за ценные замечания, высказанные при обсуждении рассматриваемых

в книге вопросов; В. В. Воеводина за полезные консультации при анализе модели с точки зрения отображения используемых в ней алгоритмов на архитектуру вычислительных систем; администрацию и сотрудников Европейского центра прогнозов погоды средней заблаговременности за предоставленную возможность выполнить численные эксперименты на ЭВМ СRAY-1; коллектив лаборатории численного моделирования общей циркуляции атмосферы Гидрометцентра СССР за содействие в проведении обработки результатов ряда численных экспериментов; М. Ю. Молчанову за подготовку рукописи книги к печати.

ЧАСТЬ І

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ



ГЛАВА 1

УРАВНЕНИЯ ГИДРОТЕРМОДИНАМИКИ АТМОСФЕРЫ

1.1. Постановка задачи

Принимая в качестве вертикальной координаты давление, нормированное к его значению на поверхности Земли, и используя квазистатическое приближение, запишем уравнения гидротермодинамики в сферической системе координат:

$$\frac{du}{dt} - \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi\right) v + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda}\right) = F_u, \quad (1.1.1)$$

$$\frac{dv}{dt} + \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi\right) u + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi}\right) = F_v, \quad (1.1.2)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \pi u}{\partial \lambda} + \frac{\partial \pi v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \pi \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0, \quad (1.1.3)$$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{RT}{c_p \sigma \pi} \left[\pi \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) \right] = F_T + \varepsilon, \quad (1.1.4)$$

$$\frac{dq}{dt} = F_q - (C - E), \qquad (1.1.5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT}{\sigma},\tag{1.1.6}$$

где

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a\cos\omega} \frac{\partial}{\partial\lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial\omega} + \dot{\sigma} \frac{\partial}{\partial\sigma}; \qquad (1.1.7)$$

t — время; λ — долгота; ϕ — широта; σ = p/π (p — давление, π — значение давления у поверхности Земли) — вертикальная коорди-

ната; u, v, σ — составляющие скорости ветра по долготе, широте и вертикальной координате соответственно; $\Phi = gz$ (g — ускорение

свободного падения, z—высота над уровнем моря) — геопотенциал постоянной σ -поверхности; T — температура (K); q — массовая доля водяного пара; $l=2\Omega \sin \varphi$ (Ω — угловая скорость вращения Земли) — параметр Кориолиса; a — радиус Земли; R — газовая постоянная воздуха; c_ρ — теплоемкость воздуха при постоянном давлении; F_u , F_v — скорости изменения момента импульса за счет напряжений Рейнольдса; F_T , F_q — скорости изменения температуры и массовой доли водяного пара соответственно, обусловленные мелкомасштабной диффузией и мезомасштабной конвекцией; ε — неадиабатические притоки тепла (ε = ε_r + ε_f ; ε_r — радиационный приток тепла, ε_f — фазовый); C, E — члены, описывающие процессы конденсации и испарения.

В качестве краевых условий по долготе для (1.1.1)—(1.1.6) предполагается периодичность решения. Подстилающая поверхность как твердое тело одновременно является о-координатной поверхностью ($\sigma = 1$). Соответствующее кинематическое условие

записывается в виде

$$\dot{\sigma} = 0$$
 при $\sigma = 1$. (1.1.8)

Аналогичное условие ставится на верхней границе атмосферы (p=0):

$$\dot{\sigma} = 0$$
 при $\sigma = 0$. (1.1.9)

При $\sigma = 1$, кроме условия (1.1.8), задается также распределение геопотенциала

$$\Phi = gz_s = \Phi_s \quad \text{при} \quad \sigma = 1, \tag{1.1.10}$$

где z_s — превышение земной поверхности над уровнем моря. Используемая выше о-система координат была предложена Филлипсом [195]. Особенность ее состоит в том, что уравнений в ней на одно меньше, чем неизвестных функций. Роль недостающего уравнения играет лишнее краевое условие на нижней границе атмосферы. Можно сказать, что эта система координат в настоящее время наиболее популярна при решении задачи общей циркуляции атмосферы [12, 67, 98, 138, 168, 208]. Главным достоинством системы является корректное описание орографических неоднородностей поверхности Земли, однако в областях орографических неоднородностей, где пространственные градиенты Φ и π велики, возникает серьезная вычислительная трудность определения членов

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \quad \text{if} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \phi} ,$$

которые являются малой разностью больших величин. На решении этой проблемы мы остановимся при описании вычислительного алгоритма.

Используя условия (1.1.8), (1.1.9), можно построить уравнение для определения приземного давления л. Проинтегрировав

с этой целью уравнение неразрывности (1.1.3) по σ от 0 до 1, получим:

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \int_{0}^{1} \left(\frac{\partial \pi u}{\partial \lambda} + \frac{\partial \pi v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) d\sigma = 0. \tag{1.1.11}$$

Представим теперь уравнения (1.1.1), (1.1.2), (1.1.4), (1.1.5) в дивергентной форме. Для этого умножим эти уравнения на л и воспользуемся уравнением неразрывности (1.1.3). В результате придем к следующей системе:

$$\frac{\partial \pi u}{\partial t} + \frac{1}{a\cos\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial\lambda} u\pi u + \frac{\partial}{\partial\varphi} v\cos\varphi\pi u \right) + \frac{\partial}{\partial\sigma} \dot{\sigma}\pi u - \\
- \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi v + \frac{\pi}{a\cos\varphi} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial\pi}{\partial\lambda} \right) = \pi F_u, \quad (1.1.12)$$

$$\frac{\partial\pi v}{\partial t} + \frac{1}{a\cos\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial\lambda} u\pi v + \frac{\partial}{\partial\varphi} v\cos\varphi\pi v \right) + \frac{\partial}{\partial\sigma} \dot{\sigma}\pi v + \\
+ \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi u + \frac{\pi}{a} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial\pi}{\partial\varphi} \right) = \pi F_v, \quad (1.1.13)$$

$$\frac{\partial\pi T}{\partial t} + \frac{1}{a\cos\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial\lambda} u\pi T + \frac{\partial}{\partial\varphi} v\cos\varphi\pi T \right) + \frac{\partial}{\partial\sigma} \dot{\sigma}\pi T - \\
- \frac{RT}{c_p\sigma} \left[\pi \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{\partial\pi}{\partial t} + \frac{u}{a\cos\varphi} \frac{\partial\pi}{\partial\lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial\pi}{\partial\varphi} \right) \right] = \pi \left(F_T + \varepsilon \right), \quad (1.1.14)$$

$$\frac{\partial\pi q}{\partial t} + \frac{1}{a\cos\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial\lambda} u\pi q + \frac{\partial}{\partial\varphi} v\cos\varphi\pi q \right) + \\
+ \frac{\partial}{\partial\varphi} \dot{\sigma}\pi q = \pi \left[F_q - (C - E) \right]. \quad (1.1.15)$$

1.2. Интегральные законы сохранения

Записанная в предыдущем параграфе система уравнений гидротермодинамики атмосферы в адиабатическом приближении обладает рядом интегральных свойств, учет которых необходим при конструировании конечно-разностных схем.

1. Проинтегрируем вначале уравнение неразрывности (1.1.3) по всему объему атмосферы. В силу граничных условий (периодичность по λ и обращение в нуль вертикальной скорости $\dot{\sigma}$ на верхней и нижней границах атмосферы) будем иметь

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{G} \pi \, dG = 0, \quad dG = a^{2} \cos \varphi \, d\varphi \, d\lambda. \tag{1.2.1}$$

Интеграл в (1.2.1) записан по всей поверхности земного шара. Соотношение (1.2.1) означает, что в модели сохраняется полная масса атмосферы.

2. Введем в рассмотрение угловой момент

$$M = a\cos\varphi (u + a\Omega\cos\varphi).$$

Легко видеть, что уравнение (1.1.1) можно переписать относительно величины M в следующем виде:

$$\frac{dM}{dt} + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} = a \cos \varphi F_u, \qquad (1.2.2)$$

или в дивергентной форме:

$$\frac{\partial \pi M}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi M}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi M}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \sigma \pi M}{\partial \sigma} +
+ \pi \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right) = a \cos \varphi \pi F_u.$$
(1.2.3)

Используя уравнение квазистатики (1.1.6), преобразуем уравнение (1.2.3) к виду

$$\frac{\partial \pi M}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi M}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi M}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \dot{\sigma} \pi M}{\partial \sigma} + \frac{\partial \pi \Phi}{\partial \lambda} - \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \frac{\partial \Phi \sigma}{\partial \sigma} = a \cos \varphi \pi F_u. \tag{1.2.4}$$

Интегрируя теперь уравнение (1.2.4) по всему объему атмосферы и используя граничные условия, получим следующий закон сохранения углового момента:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{0}^{1} \int_{G} \pi M \, dG \, d\sigma = \int_{G} \Phi_{s} \, \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \, dG + \int_{0}^{1} \int_{G} a \cos \varphi \pi F_{u} \, dG \, d\sigma. \quad (1.2.5)$$

Заметим, что поскольку составляющие λ и ϕ рейнольдсовских напряжений не должны приводить к изменению суммарного углового момента, то в последнем члене (1.2.5) остается только составляющая, описывающая трение о Землю (в предположении, что на верхней границе атмосферы вертикальный турбулентный поток момента импульса отсутствует). Обозначив эту составляющую через $\tau_{\lambda,\sigma=1}$, получим окончательно

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{0}^{1} \int_{G} \pi M \, dG \, d\sigma = \int_{G} \left(\Phi_{s} \, \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + a \cos \varphi \tau_{\lambda \, \sigma = 1} \right) dG. \tag{1.2.6}$$

Осредняя (1.2.6) по достаточно большому интервалу времени и предполагая, что изменения давления π определяются в основном изменениями Φ_s (динамические изменения π существенно меньше), можно получить приближенное соотношение

$$\int_{G} \overline{\tau_{\lambda \sigma - 1} a \cos \varphi}^{t} dG \simeq 0$$
 (1.2.7)

(черта сверху с индексом t означает осреднение по времени). Действительно, в этом случае

$$\int_{G} \overline{\tau_{\lambda \sigma - 1} a \cos \varphi}^{t} dG = -\int_{G} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \Phi_{s} dG = \int_{G} \pi \frac{\partial \Phi_{s}}{\partial \lambda} dG =$$

$$= \int_{G} \pi (\Phi_{s}) \frac{\partial \Phi_{s}}{\partial \lambda} dG = \int_{G} \frac{\partial \psi (\Phi_{s})}{\partial \lambda} dG = 0,$$

поскольку $\psi(\Phi_s)$ — периодическая функция λ . Здесь $\pi(\Phi_s)$ = $\partial \psi(\Phi_s)/\partial \Phi_s$.

3. Аналогичным образом на основе уравнения (1.1.15) можно получить закон сохранения массовой доли водяного пара

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{0}^{1} \int_{G} \pi q \, dG \, d\sigma = \int_{G} \left[E_{s} - \int_{0}^{1} \pi \left(C - E \right) \, d\sigma \right] dG, \qquad (1.2.8)$$

где E_s — поток влаги с поверхности Земли. Если принять, что вся сконденсированная влага выпадает в виде осадков (иными словами, пренебречь испарением капель в облаках, считая E=0), то правая часть (1.2.8) будет выражать баланс количества выпавшей в виде осадков влаги и количества влаги, испарившейся с поверхности суши и океана.

4. Получим теперь закон сохранения полной энергии (при условии отсутствия диссипации и притоков). Умножив (1.1.12) на u, (1.1.13) на v и сложив полученные выражения, получим следующее уравнение для кинетической энергии $K = (u^2 + v^2)/2$:

$$\frac{\partial \pi K}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi K}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi K}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \sigma \pi K}{\partial \sigma} +
+ \pi \left[\frac{u}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right) + \frac{v}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) \right] =
= \pi \left(u F_u + v F_v \right).$$
(1.2.9)

В уравнении (1.2.9) преобразуем слагаемые, связанные с градиентом геопотенциала:

$$\pi \left(\frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) =$$

$$= \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial u \pi \Phi}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi \Phi}{\partial \varphi} - \Phi \left(\frac{\partial \pi u}{\partial \lambda} + \frac{\partial \pi v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) \right]. \quad (1.2.10)$$

В силу уравнения неразрывности (1.1.3)

$$-\frac{\Phi}{a\cos\varphi}\left(\frac{\partial\pi u}{\partial\lambda} + \frac{\partial\pi v\cos\varphi}{\partial\varphi}\right) = \Phi\left(\frac{\partial\pi}{\partial t} + \frac{\partial\pi\dot{\sigma}}{\partial\varphi}\right). \quad (1.2.11)$$

Выражение в правой части (1.2.11) можно переписать в виде

$$\Phi\left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{\partial \pi \dot{\sigma}}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} + \pi \dot{\sigma}\right) \Phi - \left(\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} + \pi \dot{\sigma}\right) \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \cdot (1.2.12)$$

И наконец, использовав уравнение квазистатики (1.1.6), получим:

$$-\left(\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} + \pi \dot{\sigma}\right) \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = \left(\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} + \pi \dot{\sigma}\right) \frac{RT}{\sigma} \bullet$$

В результате проделанных преобразований уравнение (1.2.8) примет вид

$$\frac{\partial \pi K}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi K}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi K}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \dot{\sigma} \pi K}{\partial \sigma} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi \Phi}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi \Phi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} + \pi \dot{\sigma} \right) \Phi + \frac{RT}{\sigma} \left[\pi \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) \right] = \pi \left(u F_u + v F_v \right). \tag{1.2.13}$$

Теперь сложим уравнения (1.1.14) и (1.2.13) и полученное выражение проинтегрируем по о от 0 до 1 и по всей поверхности земного шара. Используя соответствующие граничные условия, получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{G} \pi \left[\Phi_{s} + \int_{0}^{1} (K + c_{p}T) d\sigma \right] dG =$$

$$= \int_{G}^{1} \int_{0}^{1} \pi \left(uF_{u} + vF_{v} + F_{T} + \varepsilon \right) d\sigma dG. \qquad (1.2.14)$$

Таким образом, в адиабатическом приближении ($F_u = F_v = F_T = \varepsilon = 0$) выполняется закон сохранения полной энергии системы.

Отметим еще один интегральный закон сохранения, который может быть получен при некотором упрощающем предположении. В уравнении притока тепла множитель $RT/c_p\sigma$ заменим на $RT^*/c_p\sigma$, где T^* — среднее значение температуры, т. е. величина, не зависящая от пространственных координат и времени. Тогда, как нетрудно убедиться, в адиабатическом приближении справедлив закон сохранения полной энергии в форме

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{G} \pi \left[\Phi_{s} + \int_{0}^{1} \left(K + \frac{c_{p}}{2T^{*}} T^{2} \right) d\sigma \right] dG = 0.$$
 (1.2.15)

При $\Phi_s = 0$ выражение для энергии в этом случае имеет квадратичную форму по отношению к величинам $\sqrt{\pi u}$, $\sqrt{\pi v}$, $\sqrt{\pi T}$.

5. Остановимся на некоторых асимптотических законах сохранения, которые, по-видимому, существенно влияют на статисти-

ческие характеристики решения системы уравнений.

Рассмотрим баротропную несжимаемую жидкость. Для нее существует бесконечное количество инвариантов, определяемых локальным законом сохранения вихря, в частности закон сохранения энстрофии. Два квадратичных инварианта (энергии и энстрофии) запрещают каскад энергии по спектру в сторону больших волновых чисел, определяя тем самым наклон амплитудночастотной характеристики для кинетической энергии системы в инерционном масштабе волн (так называемый закон степени -3). С точки зрения использования разностных схем такое запрещение каскада энергии по спектру играет важную роль в случаях, когда существуют мощные источники генерации волн различного масштаба, например орографические неоднородности поверхности Земли. В случае разностных схем с одним квадратичным инвариантом (энергией) при наличии генерирующего источника приходится использовать добавочную искусственную «вязкость». чтобы скомпенсировать избыточный каскад энергии по спектру в сторону коротких волн. До конца не ясно, какой вид должна иметь искусственная вязкость, для того чтобы правильно описывалась трансформация энергии по спектру. По крайней мере, весьма проблематичным выглядит использование операторов типа оператора Лапласа.

Другим аспектом проблемы является стохастизируемость си-🤊 стемы, обладающей одним квадратичным инвариантом типа интеграла энергии. Если в дискретной системе уравнений мы не имеем ни одного квадратичного инварианта, то можно предположить, что выполнение набора квадратичных законов сохранения для некоторых усеченных подсистем будет стабилизировать решение системы, особенно при наличии постоянно действующей вынуждающей силы. Использование же схем с одним точным квадратичным инвариантом позволяет решать ряд специальных задач, например задачу о формировании пространственного и временного спектров решения и связи между этими спектрами (см. п. 5.4). Построение той или иной разностной схемы, обладающей необходимыми априорными свойствами, естественным образом связано со специальными формами исходной системы дифференциальных уравнений. Например, разностные схемы, обладающие в приближении мелкой воды законами сохранения энергии и энстрофии, удобно строить, используя систему уравнений в так называемой форме Лэмба.

Построение абсолютно устойчивых разностных схем в адиабатическом приближении проще всего, по-видимому, проводить для так называемой симметризованной формы уравнений гидротермодинамики, которую мы рассмотрим в следующем пара-

графе.

1.3. Симметризованная форма уравнений гидротермодинамики

Проблему приведения уравнений гидротермодинамики к симметризованной форме рассмотрим сначала на простом уравнении переноса. По-видимому, впервые подобного рода симметризация уравнений была приведена в [91]. Как уже было отмечено выше, смысл такой симметризации заключается прежде всего в возможности построения абсолютно устойчивых разностных схем, устойчивость которых доказывается в квадратичной норме, эквивалентной квадратичной энергии системы. Отметим, что сама симметризованная форма уравнений дает возможность построить бесконечное количество схем, обладающих этим свойством. Действительно, рассмотрим для примера два уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{\partial \pi u}{\partial x} = 0,$$

$$x \in \Omega, \quad t \in [0, T],$$
(1.3.1)

являющихся упрощенным вариантом уравнений переноса тепла и неразрывности. Оба эти уравнения можно привести к виду

$$\frac{\partial \sqrt{\pi}T}{\partial t} + \frac{1}{2} u \frac{\partial \sqrt{\pi}T}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sqrt{\pi}Tu}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \sqrt{\pi}}{\partial t} + \frac{1}{2} u \frac{\partial \sqrt{\pi}}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sqrt{\pi}u}{\partial x} = 0.$$
(1.3.2)

Делая замену переменных $\psi = \sqrt{\pi}T$ и $\sqrt{\pi} = \varphi$, получаем:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} u \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \psi u}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi u}{\partial x} = 0.$$
(1.3.3)

Эти уравнения формально совершенно эквивалентны, поэтому можно рассматривать лишь одно из них. Нетрудно видеть, что для (1.3.3) выполняется соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \psi^2 d\Omega = 0$$

при условии обращения u в нуль на границе области Ω или условии периодичности ϕ . Это следует из кососимметричности оператора

$$K\varphi \equiv u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial u\varphi}{\partial x}$$
.

Несложно проверить, что конечно-разностные аппроксимации оператора K будут также сохранять условие кососимметричности (будет получаться кососимметрическая матрица), если в (1.3.3) использовать для каждого члена $u(\partial \psi/\partial x)$ и $\partial \psi u/\partial x$ симметричный равномерный одинаковый шаблон. Тогда

$$\frac{\partial \psi^h}{\partial t} + K_h \psi^h = 0$$

при условии $(K_h \psi^h, \psi^h) = 0$, где скалярное произведение

$$(\varphi^h, \psi^h) = \sum \varphi_i^h \psi_i^h$$

выбирается в соответствующем сеточном пространстве.

Сделаем одно важное замечание. Кососимметрический вид оператора K_h сохраняется независимо от того, что мы будем выбирать в качестве u^h , т. е. не зависит от вида проектора, переводящего u в u^h . Такая независимость свойства кососимметричности от вида оператора проектирования P_h дает возможность строить для (1.3.3) сразу семейство схем, удовлетворяющих условию

$$(K_h\psi^h, \ \psi^h) = 0.$$

Если теперь по времени использовать схему Кранка—Николсона, то получим

$$\frac{(\psi^h)^{j+1} - (\psi^h)^j}{\tau} + K_h \frac{(\psi^h)^{j+1} + (\psi^h)^j}{2} = 0.$$
 (1.3.4)

Умножая (1.3.4) скалярно на $\frac{(\psi^h)^{j+1}+(\psi^h)^j}{2}$, получим:

$$((\psi^h)^{j+1}, (\psi^h)^{j+1}) = ((\psi^h)^j, (\psi^h)^j),$$
 (1.3.5)

что означает устойчивость задачи (1.3.4).

Теперь возникает вопрос: какая схема из семейства разностных схем предпочтительнее. Прежде всего заметим, что если в (1.3.2) положить T= const, то уравнение для ψ перейдет в уравнение для ϕ . Поскольку уравнения инвариантны относительно группы переноса, то мы, вообще говоря, должны потребовать выполнения вышеприведенного условия и для разностной схемы. Далее, для уравнения (1.3.2), кроме сохранения квадратичной формы $\int_0^\infty \pi T^2 d\Omega$, выполняются еще и линейные законы сохранения

$$\int_{\Omega} \pi T \ d\Omega = \text{const},$$

которые также имеют большой физический смысл (см. параграф о законах сохранения). Таким образом, мы должны потребовать,

чтобы первое уравнение (1.3.3) с помощью второго уравнения (1.3.3) могло быть приведено к виду, для которого имеет место закон сохранения.

Если сделать замену переменных:

$$\sqrt{\pi} = p^*$$
, $\sqrt{\pi}u = U$, $\sqrt{\pi}v = V$, $\sqrt{\pi}T = \theta$, $\sqrt{\pi}q = Q$,

то уравнения гидротермодинамики в симметризованной форме будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + KU - \left(1 + \frac{U}{ap^*} \lg \varphi\right) V + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(p^* \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{2R\theta}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial \lambda}\right) = \frac{F_u}{p^*},$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + KV + \left(1 + \frac{U}{ap^*} \lg \varphi\right) U + \frac{1}{a} \left(p^* \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{2R\theta}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial \varphi}\right) = \frac{F_v}{p^*},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + K\theta - \frac{2R\theta}{c_p} \left(\frac{\partial p^*}{\partial t} + \frac{U}{p^*a \cos \varphi} \frac{\partial p^*}{\partial \lambda} + \frac{V}{p^*a} \frac{\partial p^*}{\partial \varphi}\right) - \frac{R\theta}{c_p \sigma} \dot{\sigma} = \frac{F_T}{p^*} + \frac{\varepsilon}{p^*},$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{R\theta}{p^*\sigma}, \quad \frac{\partial p^*}{\partial t} + Kp^* = 0,$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + KQ = \frac{F_q}{p^*} - \frac{(C - E)}{p^*},$$

$$K = \frac{1}{2a \cos \varphi} \left[\left(\frac{U}{p^*} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{\partial \frac{U}{p^*}}{\partial \lambda} \right) + \left(\frac{V \cos \varphi}{p^*} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{V \cos \varphi}{p^*} \right) \right] + \frac{1}{2} \left(\dot{\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma} + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} \right).$$
(1.3.6)

Отметим, что для массовой доли водяного пара q можно ввести другую форму симметризации, полагая $\sqrt{\pi q}=Q$. (Это возможно, поскольку π и $q\geqslant 0$.) Тогда уравнение принимает вид

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + KQ = \frac{F_q}{2Q} - \frac{(C - E)}{2Q}, \qquad (1.3.7)$$

и линейный закон сохранения для q автоматически переходит в квадратичный для $oldsymbol{Q}$.

1.4. Уравнения гидротермодинамики в форме Лэмба

Вводя обозначения для удельной энергии

$$E = \frac{1}{2} (u^2 + v^2)$$

и абсолютного вихря

$$\Omega = \left[l + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial u \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) \right] / \pi,$$

первые два уравнения системы (1.3.6) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[\Omega \pi v \cos \varphi - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \lambda} (\Phi + E) - \frac{RT}{a} \frac{\partial}{\partial \lambda} \ln \pi \right] - \frac{\dot{\sigma}}{\partial \alpha} + F_u / \pi,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\Omega \pi u - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial w} (\Phi + E) - \frac{RT}{a} \frac{\partial}{\partial w} \ln \pi - \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + F_v / \pi.$$

Такая форма уравнений, как уже указывалось выше, удобна для конструирования разностных схем, сохраняющих энергию и энстрофию для бездивергентного потока, и часто используется в моделях общей циркуляции атмосферы [188].

ГЛАВА 2

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ПОДСЕТОЧНОГО МАСШТАБА

2.1. Параметризация горизонтальной турбулентной мелкомасштабной диффузии

Скорости изменения момента импульса, температуры и влажности, обусловленные мелкомасштабной диффузией, представим в виде суммы:

$$F_s = F_s^H + F_s^v$$

где F_s^H и F_s^v — вклады горизонтальной диффузии и вертикального перемешивания соответственно.

При описании турбулентной горизонтальной мелкомасштабной диффузии будем требовать выполнения двух условий:

1) член, описывающий диффузию, должен быть диссипативным:

2) угловой момент системы должен сохраняться.

Второе условие вытекает из того, что член, описывающий турбулентную мелкомасштабную диффузию, входит в сами уравнения гидротермодинамики (если ее рассматривать в терминах напряжений Рейнольдса), для которых глобальный угловой момент является инвариантом (без учета трения о Землю). Выполнение этих двух условий является нетривиальной задачей, если рассматривать сферическую систему координат с выбором в качестве вер-

тикальной координаты σ или z.

Для того чтобы аккуратно получить выражения для членов, описывающих мелкомасштабную турбулентную диффузию, будем работать в терминах напряжений Рейнольдса, предполагая, что изменениями п можно пренебречь (это, конечно, явное упрощение задачи).

Рассмотрим уравнения движения в дивергентной форме

$$\frac{\partial \pi u}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi u u + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi v u \cos \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi u \dot{\sigma} - \\
- \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi v + \frac{\pi}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right) = 0, \\
\frac{\partial \pi v}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi u v + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi v v \cos \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi \dot{\sigma} v + \\
+ \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi u + \frac{\pi}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) = 0. \tag{2.1.1}$$

Как это обычно делается в статистической гидромеханике, представим компоненты вектора скорости u, v в виде $\overline{u}+u'$, $\overline{v}+v'$, где черта сверху означает осреднение по интересующей нас спектральной области (временной и пространственной). Опуская далее для простоты записи эту черту, получим уравнения

$$\frac{\partial \pi u}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi u u + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi u v \cos \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi u \dot{\sigma} - \\
- \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi v + \frac{\pi}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right) = \\
= -\frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi u' u' + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi \cos \varphi \overline{v' u'} \right) - \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi \overline{u'} \dot{\sigma}' + \\
+ \left(l + \frac{u'}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi v', \\
\frac{\partial \pi v}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi u v + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi v v \cos \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi v \dot{\sigma} + \\
+ \left(l + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi u + \frac{\pi}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) = \\
= -\frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi \overline{v' u'} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi \cos \varphi \overline{v' v'} \right) - \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\pi \overline{v'} \dot{\sigma}' \right) - \\
- \left(l + \frac{u'}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi u'.$$

Члены

$$-\frac{\partial}{\partial\sigma}\overline{\pi u'\dot{\sigma}'}, \qquad -\frac{\partial}{\partial\sigma}\overline{\pi v'\dot{\sigma}'}$$

описывают вертикальный перенос момента количества движения за счет мелкомасштабных вертикальных вихрей.* Для горизонтальных членов турбулентной диффузии имеем выражения

$$F_{a}^{H} = \frac{1}{a\cos\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial\lambda} \pi \tau_{\lambda\lambda} + \frac{\partial}{\partial\varphi} \pi\cos\varphi\tau_{\lambda\varphi} \right) - \frac{\pi \operatorname{tg}\varphi}{a} \tau_{\lambda\varphi},$$

$$F_{v}^{H} = \frac{1}{a\cos\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial\lambda} \pi \tau_{\lambda\varphi} + \frac{\partial}{\partial\varphi} \pi\cos\varphi\tau_{\varphi\varphi} \right) + \frac{\pi \operatorname{tg}\varphi}{a} \tau_{\lambda\lambda}, \quad (2.1.2)$$

гле

$$\tau_{\lambda\lambda} = -\overline{u'u'}, \quad \tau_{\phi\phi} = -\overline{v'v'}, \quad \tau_{\lambda\phi} = -\overline{u'v'}.$$

Выражение для F_u^H можно свернуть к виду

$$F_u^H = \frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial}{\partial\lambda} \tau_{\lambda\lambda} + \frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial}{\partial\varphi} \tau_{\lambda\varphi} \pi \cos^2\varphi. \tag{2.1.3}$$

Выражение (2.1.3) уже независимо от гипотез замыкания для $\tau_{\lambda\lambda}$ и $\tau_{\lambda\phi}$ дает условие сохранения глобального углового момента. (Очевидно, что это условие будет сохраняться и при соответствующей конечно-разностной записи (2.1.3).)

Выражения для $\tau_{\lambda\lambda}$, $\tau_{\phi\phi}$, $\tau_{\lambda\phi}$ можно получить, используя теорию двумерной турбулентности [157]:

$$\tau_{\lambda\lambda} = -\tau_{\alpha\alpha} = kD_T, \quad \tau_{\lambda\alpha} = kD_s,$$

где D_T , D_s — деформации, k — коэффициент горизонтальной турбулентности. В прямоугольной системе координат

$$\widetilde{D}_T = \frac{\partial \widetilde{u}}{\partial x} - \frac{\partial \widetilde{v}}{\partial u}, \quad \widetilde{D}_s = \frac{\partial \widetilde{v}}{\partial x} + \frac{\partial \widetilde{u}}{\partial u},$$

где волна сверху означает, что величины вычисляются в прямоугольной системе координат.

Для того чтобы перейти к сферической системе координат, определим деформации в векторной форме:

$$D_{T} = \left(\mathbf{i}_{\lambda} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} - \frac{\mathbf{i}_{\varphi}}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi}\right) (\mathbf{i}_{\lambda} u + \mathbf{i}_{\varphi} v),$$

$$D_{s} = \left(\mathbf{i}_{\lambda} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} - \frac{\mathbf{i}_{\varphi}}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi}\right) (\mathbf{i}_{\lambda} v - \mathbf{i}_{\varphi} u), \tag{2.1.4}$$

где i_{λ} , i_{ϕ} — ортогональные единичные векторы сферической системы и под произведением понимается скалярное произведение.

^{*} Принятое для вертикального переноса замыкание приведено в следующем параграфе.

Сделав соответствующие преобразования, получим:

$$D_{T} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} - \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{v}{\cos \varphi} \right),$$

$$D_{s} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right). \tag{2.1.5}$$

Используя (2.1.5), находим:

$$F_{u}^{H} = \frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial}{\partial\lambda} k\pi \left[\frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial u}{\partial\lambda} - \frac{\cos\varphi}{a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \left(\frac{v}{\cos\varphi} \right) \right] +$$

$$+ \frac{1}{a\cos^{2}\varphi} \frac{\partial}{\partial\varphi} \cos^{2}\varphi k\pi \left[\frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial v}{\partial\lambda} + \frac{\cos\varphi}{a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \left(\frac{u}{\cos\varphi} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{a^{2}\cos^{2}\varphi} \frac{\partial}{\partial\lambda} k\pi \frac{\partial u}{\partial\lambda} - \frac{1}{a^{2}\cos\varphi} \frac{\partial}{\partial\lambda} \cos\varphi k\pi \frac{\partial}{\partial\varphi} \left(\frac{v}{\cos\varphi} \right) +$$

$$+ \frac{1}{a^{2}\cos^{2}\varphi} \frac{\partial}{\partial\varphi} k\pi \cos\varphi \frac{\partial v}{\partial\lambda} + \frac{1}{a^{2}\cos^{2}\varphi} \frac{\partial}{\partial\varphi} k\pi \cos^{3}\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi} \left(\frac{u}{\cos\varphi} \right),$$

$$F_{v}^{H} = \frac{1}{a\cos\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial\lambda} \pi k \left(\frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial v}{\partial\lambda} + \frac{\cos\varphi}{a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \left(\frac{u}{\cos\varphi} \right) \right) -$$

$$- \frac{\partial}{\partial\varphi} k\pi \cos\varphi \frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial u}{\partial\lambda} + \frac{\partial}{\partial\varphi} \frac{k\pi \cos^{2}\varphi}{a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \left(\frac{v}{\cos\varphi} \right) \right] +$$

$$+ \frac{\pi \lg\varphi}{a} k \left(\frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial u}{\partial\lambda} - \frac{\cos\varphi}{a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \left(\frac{v}{\cos\varphi} \right) \right).$$
 (2.1.6)

Если производные от $k\pi$ существенно меньше, чем производные других величин, входящих в (2.1.6), то (2.1.6) примет вид

$$F_{u}^{H} = \frac{1}{a^{2} \cos^{2} \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} k\pi \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a^{2} \cos^{2} \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} k\pi \cos^{3} \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi}\right),$$

$$F_{v}^{H} = \frac{1}{a^{2} \cos^{2} \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} k\pi \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{1}{a^{2} \cos^{2} \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} k\pi \cos^{3} \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{v}{\cos \varphi}\right). \quad (2.1.7)$$

Нетрудно проверить, что форма (2.1.7) также удовлетворяет и условию диссипативности, и условию сохранения углового момента. Действительно, умножим F_u^H на $\cos \varphi$ и проинтегрируем по всей области G. Поскольку $dG = a^2 \cos \varphi \, d\lambda \, d\varphi$, то

$$\int_{G} F_{u}^{H} \cos \varphi \, dG = 0.$$

Далее, умножим F_u и F_v на u и v соответственно и проинтегрируем по G. В результате получим

$$\int_{G} F_{u}^{H} u \, dG = \int_{G} F_{u}^{H} u \cos \varphi a^{2} \, d\varphi \, d\lambda =$$

$$= \int_{\lambda \varphi} \int_{\varphi} \frac{u}{\cos \varphi} \, \frac{\partial}{\partial \varphi} \, k\pi \cos^{3} \varphi \, \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right) d\varphi \, d\lambda =$$

$$= -\int_{\lambda \varphi} k\pi \cos^{3} \varphi \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right) \right]^{2} \, d\varphi \, d\lambda \leqslant 0,$$

т. е. форма диссипативна.

Фигурирующий в (2.1.7) коэффициент горизонтальной турбулентности k был выбран в виде

$$k = \mu \left[k^0 + l^2 \sqrt{D_T^2 + D_s^2} \right],$$
 (2.1.8)

где

$$l^2 = 0.08a^2 (\cos^2 \varphi \Delta \lambda^2 + \Delta \varphi^2)$$

 $(\Delta\lambda, \Delta\phi$ — параметры конечно-разностной сетки),

$$k^0 = \text{const} = 5 \cdot 10^4 \text{ M}^2/\text{c}$$

μ — параметр, позволяющий варьировать (в численных экспериментах) уровень диссипации в модели.

Что касается температуры и влажности, то скорости их изменения, обусловленные мелкомасштабной горизонтальной диффузией, записываются в традиционном виде:

$$F_s^H = \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\pi k \, \frac{\partial s}{\partial \lambda} \right) + \cos \varphi \, \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\pi k \cos \varphi \, \frac{\partial s}{\partial \varphi} \right) \right], \quad (2.1.9)$$

где s = T или q.

2.2. Параметризация взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью

Важным этапом в разработке моделей общей циркуляции атмосферы (ОЦА) является математическое описание физических процессов взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью, включающих в себя процессы, происходящие как на границе атмосфера—подстилающая поверхность, так и в сопредельных ей пограничных и деятельных слоях. Обмен теплом, влагой и импульсом при таком взаимодействии осуществляется через пограничные слои с помощью турбулентного и упорядоченного переноса. Хотя турбулентные потоки полагаются обычно равными нулю на верхней границе пограничного слоя атмосферы, тем не менее влияние вертикального перемешивания (в пограничном слое) на процессы в свободной атмосфере можно проследить следующим образом. Во-первых, неравномерности в распределении приземного напряжения трения обусловливают неоднородности в горизонтальных составляющих скорости ветра, что в свою очередь (через уравнение неразрывности) приводит к появлению упорядоченных вертикальных движений на верхней границе пограничного слоя. Во-вторых, горизонтальный градиент давления (геопотенциала) зависит от пространственного распределения поля температуры, на которое оказывает влияние как турбулентный обмен с подстилающей поверхностью, так и горизонтальные и вертикальные движения. Поэтому неоднородности в поле давления также приводят к изменениям составляющих скорости ветра и, следовательно, к изменениям вертикальной скорости на верхней границе пограничного слоя.

Возможны два подхода к параметризации пограничного слоя атмосферы в численных моделях ОЦА. В первом из них в качестве граничного условия на нижней границе атмосферы задается зависимость вертикальной скорости от внешних (относительно пограничного слоя) параметров и модели пограничного слоя. Сам пограничный слой при этом как бы «стягивается» в пленку (см., например, [74]). Для второго подхода характерно явное (в той или иной форме) описание процессов вертикального турбулентного переноса. В дальнейшем нас будет интересовать только этот подход.

Согласно теории пограничного слоя, в нем можно выделить два подслоя — постоянных потоков и переходный (или перемешанный). Различия в схемах обусловлены главным образом степенью детальности описания этих двух подслоев и способами определения верхней границы погранслоя. В [181] предложена следующая классификация способов параметризации пограничного слоя в моделях ОЦА.

1. Модели турбулентного замыкания. Такой подход возможен лишь в моделях ОЦА с хорошим вертикальным разрешением. В этом случае в пограничном слое удается разместить несколько уровней, и по существу решаются уравнения нестационарного горизонтального неоднородного турбулентного пограничного слоя. Выбор соответствующих гипотез замыкания можно осуществить исходя из иерархии моделей, предложенной в [179]. Вместе с тем очевидно, что в моделях ОЦА слой постоянных потоков должен все же параметризоваться с учетом логарифмического характера изменения метеорологических величин вблизи подстилающей поверхности. Пример использования в задачах ОЦА весьма сложных моделей замыкания приведен в работе [181].

2. Модели, основанные на обобщениях теории подобия для пограничного слоя. В данном подходе все профили метеорологических величин описываются с помощью универсальных функций,

зависящих лишь от некоторых комбинаций определяющих параметров. Пионерские работы Казанского-Монина [36, 37] для случая нейтральной стратификации обобщены к настоящему времени путем учета термической и влажностной стратификации, нестационарности и бароклинности (в смысле учета изменения градиента давления с высотой в пограничном слое атмосферы) [33]. Для нестационарного случая вводится еще один параметр высота пограничного слоя, для определения которой используется уравнение, полученное из теории перемешанного слоя Основой для нахождения универсальных функций профилей могут служить либо эмпирические данные [121, 225], либо результаты моделирования [95] структуры пограничного слоя. Следует заметить, что в выражениях для дефицитов скорости, температуры и влажности в пограничном слое используется асимптотический вид профилей этих величин в слое постоянных потоков и проводится (в предположении горизонтальной однородности) «склейка» профилей в обоих слоях. Наибольшее распространение получили формулы, содержащие логарифмические зависимости вблизи поверхности Земли. Пример использования такого подхода в моделях ОЦА дан в [67].

3. Модели перемешанного слоя. Строго говоря, такая модель справедлива лишь для тропических районов океана и развитой конвекции, так как именно в этих условиях можно считать практически постоянными по высоте (за исключением тонкого слоя постоянных потоков) температуру, ветер, влажность. Важным элементом этого подхода является расчет верхней границы перемешанного слоя и инверсионного скачка температуры (влажности), которые могут меняться во времени за счет процессов вовлечения, радиационных и фазовых притоков тепла [126].

Как следует из сказанного выше, последние два подхода к параметризации процессов в пограничном слое являются наиболее приемлемыми для моделей ОЦА, имеющих невысокое разрешение по вертикали. Наибольшее распространение получил подход, связанный с концепцией перемешанного слоя. В частности, этот подход реализован в разработанной нами модели ОЦА. При этом были использованы некоторые упрощающие допущения, основными из которых являются фиксирование постоянного (в о-системе координат) положения верхней границы пограничного слоя, отсутствие инверсионного скачка температуры и влажности и задание (отдельно для суши и океана) угла поворота ветра в пограничном слое.

Рассмотрим выражения

$$-\frac{\partial}{\partial \sigma}\pi \bar{\xi}' \dot{\sigma}'$$

 $(\xi - \pi)$ любая из величин u, v, T или q), описывающие вертикальный

перенос момента импульса, тепла и влаги за счет мелкомасштабных вихрей. Учитывая, что с хорошей точностью

$$\dot{\sigma}' = -\frac{go}{\pi} \, \omega',$$

тде ρ — плотность воздуха, w' — пульсация вертикальной скорости в z-системе координат (z — расстояние от поверхности Земли), находим:

$$\bar{\xi'\dot{\sigma}'} = -\frac{go}{\pi} \bar{\xi'w'}.$$

Используя далее замыкание Буссинеска

$$\overline{\xi'w'} = -K_{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial z}$$

 $(K_{\xi}$ — коэффициент вертикальной турбулентности для субстанции ξ) и вновь переходя к σ -координате, получим окончательно:

$$-\frac{\partial}{\partial \sigma} \pi \overline{\xi' \dot{\sigma}'} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{(go)^2}{\pi} K_{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial \sigma}. \tag{2.2.1}$$

В комплексе программ, реализующих модель, предусмотрено задание ненулевых коэффициентов K_s во всей толще атмосферы. Однако в большинстве обсуждаемых ниже численных экспериментов, проведенных с помощью этой модели, полагалось $K_s \equiv 0$ вне пограничного слоя атмосферы, и при невысоком вертикальном разрешении его параметризация сводилась к прямому включению вертикальных турбулентных потоков у поверхности Земли (с соответствующим коэффициентом ослабления) в прогностические уравнения для u, v, T или q на ближайшем к поверхности Земли расчетном уровне. Турбулентные потоки момента импульса $(|\tau_s|)$, тепла (H_s) и влаги (E_s) на поверхности Земли определяются с помощью интегрального метода:

$$|\tau_{s}| = \rho \overline{V'w'} = -\rho_{h} V_{h}^{2} C_{u},$$

$$H_{s} = c_{\rho} \rho \overline{w'T'} = -c_{\rho} \rho_{h} V_{h} (T_{h} - T_{s}) C_{T},$$

$$E_{s} = \rho \overline{w'q'} = -r \rho_{h} V_{h} (q_{h} - q_{\text{max}} (\pi, T_{s})) C_{T},$$
(2.2.2)

тде $V_h = (u_h^2 + v_h^2)^{1/2}$, $q_{\rm max}$ — значение массовой доли водяного пара при насыщении; r — относительная влажность; C_u , C_T — коэффициенты трения и теплообмена соответственно. Индекс h указывает, что соответствующие величины рассчитываются на

Для расчета температуры T_h и массовой доли водяного пара q_h используется предположение, что поток псевдопотенциальной тем-

пературы

$$\theta = \left(T + \frac{L}{c_p} q\right) \left(\frac{1000}{p}\right)^{R/c_p}$$

(L- скрытая теплота испарения) из приземного подслоя равен потоку вне этого слоя:

$$-\rho_h V_h \left(\theta_h - \theta_s\right) C_T = -\rho_h K_T \frac{\theta_{KL} - \theta_h}{z_{KL} - z_h}, \qquad (2.2.3)$$

и соотношение $q_h = q_{\max}(\pi, T_h)r$. В выражении (2.2.3) K_T — коэффициент вертикальной диффузии тепла (предполагается, что $K_T = \alpha V_h$, $\alpha \approx 1$ м). Если перемешанный слой оказывается сухо- или влажнонеустойчивым, проводится конвективное согласование полей температуры и массовой доли водяного пара. При этом предполагается, что сконденсированная влага мгновенно испаряется, так что влажноконвективное согласование не дает вклада в сум-

марные осадки.

Варьируя коэффициенты C_u и C_T , можно получить набор параметризаций взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью и исследовать чувствительность модели ОЦА к детальности описания такого взаимодействия. В нашей модели реализованы две схемы расчета вертикальных турбулентных потоков. Для удобства дальнейшего изложения будем называть эти схемы вариант A и вариант B. Различия этих вариантов связаны только с выбором способа расчетов коэффициентов C_u и C_T . Выпишем основные формулы для их расчета и кратко прокомментируем главные особенности. Изложение удобно провести отдельно для океана и суши (включая льды).

Океан

Для варианта A коэффициенты C_u и C_T в случае нейтральной стратификации ($\Delta T = T_h - T_s \simeq 0$) имеют вид [222]

$$C_u = C_u^N = \begin{cases} 0,0005 \sqrt{V_h} & \text{при } V_h \leqslant 15 \text{ м/c,} \\ 0,0026 & \text{при } V_h > 15 \text{ м/c,} \end{cases}$$
 (2.2.4)

$$C_T = C_T^N = \left\{ egin{array}{ll} C_u^N/1,2 & \text{при } V_h < 5 \text{ м/c,} \\ C_u^N/1,0 & \text{при 5 м/c} \leqslant V_h \leqslant 10 \text{ м/c,} \\ C_u^N/0,7 & \text{при } V_h > 10 \text{ м/c.} \end{array}
ight.$$

В случае устойчивой (Ri < 0) или неустойчивой (Ri > 0) стратификации ($\Delta T \neq$ 0)

$$C_u = C_u^N f_T(Ri); \quad C_T = C_T^N f_T(Ri),$$
 (2.2.6)

где Ri — интегральное число Ричардсона:

$$Ri = \frac{-g/\theta_h (z_h - z_s) \Delta T}{V_h^2}, \qquad (2.2.7)$$

а функция f_T выбрана в виде [105]

$$f_T(Ri) = \begin{cases} 1 + 3 Ri & \text{при } Ri < 0, \\ 1 + 0.65 Ri^{1/2} & \text{при } Ri > 0. \end{cases}$$
 (2.2.8)

Скачкообразный рост C_u^N с ростом скорости ветра объясняется в [222] увеличением торможения при штормовых условиях. Поправочные множители при расчете C_T^N дают возможность учесть дополнительный тепловлагообмен за счет брызг при больших скоростях ветра и его ослабление в условиях, близких к штилевым. Последнее является отражением экспериментально установленного факта существования при слабых ветрах холодной поверхностной пленки и температурной инверсии в прилегающем к поверхности 10-сантиметровом слое, что может приводить к уменьшению интенсивности турбулизации всего приводного слоя постоянных потоков. Учет влияния температурной стратификации сводится к уменьшению коэффициентов массо- и теплопередачи при устойчивой стратификации и их увеличению при неустойчивости.

Приведенный алгоритм обладает простотой описания физических процессов в приводном слое атмосферы и экономичен в реализации на ЭВМ. Следует, однако, заметить, что скачкообразный характер изменения C_u^N в зависимости от скорости ветра V_h не подтвердился в последующих работах по специальной обработке прямых измерений [131, 135]. Что касается расчета потоков тепла,

то, как показали оценки, проведенные в [85], быстрый рост коэффициентов C_T отмечается при скорости ветра $V_h > 20$ м/с и $V_h < 2$ м/с.

В варианте B была использована схема параметризации вертикальных турбулентных потоков тепла, предложенная в [35]. Формулы для расчета коэффициентов C_u и C_T имеют в этом случае вид

$$C_{\xi} = \frac{\alpha_0 \varkappa^2}{f_u(\xi_h, z) f_{\xi}(\xi_h, z)} \quad (\xi = u, T), \tag{2.2.9}$$

где

$$f_{\xi}(\zeta_{h}, z) = \ln \frac{z_{u}}{z_{\xi}} + \frac{1 \ln z + \beta \zeta_{h}}{\Theta_{\xi}(\zeta_{h}) - \Theta_{\xi}(\zeta_{u})} \qquad \text{при } Ri_{v} < 0, \\ \Pi_{\theta}(\zeta_{h}) - \Theta_{\xi}(\zeta_{u}) \qquad \text{при } 0 \leqslant Ri_{v} \leqslant Ri_{v}^{*}, \\ 3\varkappa_{\xi}^{-1}(\xi^{*}) \left[1 - \left(\frac{\xi^{*}}{\zeta_{h}}\right)^{1/3}\right] + \Phi_{\xi}(\xi^{*}) - \Phi_{\xi}(\zeta_{u}) \text{ при } Ri_{v} > Ri_{v}^{*}, \\ \Phi_{u}(\zeta) = \ln \left[\frac{\varkappa_{u}(\zeta) - 1}{\varkappa_{u}(\zeta) + 1}\right] + 2 \arctan \left[\varkappa_{u}(\zeta)\right], \\ \Phi_{T}(\zeta) = \ln \left[\frac{\varkappa_{T}(\zeta) - 1}{\varkappa_{T}(\zeta) + 1}\right], \\ \varkappa_{u}(\zeta) = (1 - \gamma_{u}\zeta)^{1/3}, \\ \varkappa_{u}(\zeta) = (1 - \gamma_{T}\zeta)^{1/3}, \\ \chi_{T}(\zeta) = (1 - \gamma_{T}\zeta)^{1/3}, \\ \zeta_{h} = h/L_{v}, \quad \zeta_{u} = z_{u}/L_{v}, \quad z = \zeta_{h}/\zeta_{u}, \\ L_{v} = L\left(1 + \frac{0.07}{Bo}\right)^{-1}, \quad L = \frac{\theta_{h}u_{x}^{2}}{\varkappa^{2}T_{x}}, \\ Ri_{v} = Ri\left(1 + \frac{0.07}{Bo}\right), \quad Ri_{v}^{*} = \zeta^{*} \frac{f_{T}(\xi^{*}, z)}{\alpha_{0}f_{u}^{2}(\xi^{*}, z)}, \\ \zeta_{h} = \alpha_{0}Ri_{v}\frac{f_{u}^{2}(\xi_{h}, z)}{f_{T}(\xi_{h}, z)}, \quad Bo = \frac{c_{p}}{L}\frac{T_{h} - T_{s}}{q_{h} - q_{s}}, \quad (2.2.13) \\ z_{u} = 0.111\frac{v}{u_{x}} + 0.0144\frac{u_{x}^{2}}{g}, \\ 1n\frac{z_{u}}{z_{T}} = \begin{cases} 0.83 \ln Re - 0.6 & \text{при } 0.111 < Re \leqslant 16.3, \\ 0.49 Re^{0.45} & \text{при } Re > 16.3 \end{cases}$$

(с ограничением $\ln z_u/z_T \leqslant 8$).

В формулах (2.2.10) — (2.2.15) Re= u_*z_u/v — число Рейнольдса; $\alpha_0=1,15; \quad \varkappa=0,4; \quad \beta=0,6; \quad \gamma_u=\gamma_T=16; \quad \zeta^*=-5,3; \quad (2.2.15)$

L, u_* , T_* — масштабы измерения (в слое постоянных потоков) длины, скорости ветра и температуры, соответственно; z_u , z_T — параметры шероховатости для скорости и температуры; $f_{\xi}(\zeta_h, z)$ — универсальные функции профилей; ζ^* — безразмерная высота «склейки» профилей с асимптотическими кривыми закона степени — 1/3; α_0 — отношение коэффициентов турбулентности для тепла и импульса при безразличной стратификации; α_0 — постоянная Кармана; α_0 — кинематический коэффициент вязкости воздуха.

Приведенная схема определения коэффициентов C_u и C_T основана на теории подобия [70, 73] Монина-Обухова. В качестве универсальных функций профилей использованы эмпирические зависимости Бусинджера—Дайера [118, 129], «склеенные» с формулами закона степени $-\frac{1}{3}$ при сильной неустойчивости [79]. Эти функции описывают асимптотический режим свободной конвекции и позволяют избежать в расчетах нереально заниженных значений турбулентных потоков тепла при малых скоростях ветра. Соотношения (2.2.12) дают простой способ учета влияния стратификации влажности. При этом предполагается, однако, что профили температуры и влажности подобны. Для слабых ветров $(V_h < 5 \text{ м/c})$ принято, что определяющую роль в формировании коэффициентов C_u и C_T при нейтральной стратификации играет механизм гладкого обтекания (формулы (2.2.13), (2.2.14)). Для умеренных и сильных ветров ($V_h > 10$ м/с) учтено сдерживающее влияние молекулярной диффузии в вязком подслое на перенос тепла и влаги вихрями (формула (2.2.14)). Дополнительный тепловлагообмен за счет брызговых облаков в настоящую схему не включен, но может быть рассчитан по схеме, предложенной в работах [4, 34].

Суша и льды

В варианте A принимается

$$C_T^N = C_u^N = 0,002 (2.2.16)$$

и эффекты термической стратификации учитываются с помощью функции $f_T(\mathrm{Ri})$ (см. формулы (2.2.6), (2.2.8)).

В варианте В задается

$$z_u = \begin{cases} 0.01 \text{ м над сушей,} \\ 0.001 \text{ м над льдом} \end{cases}$$
 (2.2.17)

и устанавливается

$$\ln\left(z_u/z_T\right) \leqslant 2. \tag{2.2.18}$$

Ограничение (2.2.18) подтверждается данными наблюдений [136], согласно которым, над естественными поверхностями существует

определенный предел отношения параметров z_u и z_T . Этот эмпирический факт является более жестким ограничением на роль процессов вязкого подслоя над сушей в передаче тепла и влаги, чем это имеет место для аналогичных процессов в приводном слое атмосферы.

Влияние рельефа ($\Phi_s \neq 0$) на процессы турбулентного обмена

задается увеличением коэффициентов C_u и C_T в

$$(1 + 3\Phi_s/gz_s^*) \tag{2.2.19}$$

раз, где параметр z_s^* имеет размерность длины и равен 5000 м. Перейдем теперь к формулировке граничных условий на поверхности Земли. В случае океана температура его поверхности либо может быть задана известной функцией широты, долготы и времени, либо ее можно рассчитать с помощью интегральной модели деятельного слоя океана [40]:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{B_s - B_{\eta}}{c_{pw} o_w \eta},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{c_{pw} o_w a_w (T_s - T_H)} \left[B_{\eta} - (1 - a_w) (H - \eta) \frac{B_s - B_{\eta}}{\eta} \right],$$

$$B_{\eta} = -B_s + \frac{2c_{pw} o_w C_w (1 - \delta_w) u_*^3}{g \gamma \eta},$$

$$B_s = (1 - a_s) S_g + F_g - \sigma_{SB} T_s^4 - H_s - LE_s. \tag{2.2.20}$$

Здесь T_s и T_H — температура воды на поверхности и на глубине H (в модели H=300 м); η — глубина перемешанного слоя; B_s и B_η — потоки тепла на поверхности океана и на глубине η ($\eta < H$); c_{pw} и ρ_w — удельная теплоемкость и плотность морской воды; γ — параметр плавучести; $\alpha_w=0.7$, $C_w=30$, $\delta_w=0.98$ — безразмерные параметры; σ_{SB} — постоянная Стефана — Больцмана; α_s — альбедо подстилающей поверхности; S_g и F_g — суммарные нисходящие потоки солнечной радиации и длинноволнового излучения на поверхности Земли; u_* — скорость трения:

$$u_* = \sqrt{|\tau_s|/\rho_w}$$
.

Расчет температуры поверхности суши и ледяного покрова производится с помощью уравнения

$$\Gamma \frac{\partial T_s}{\partial t} + H_s + LE_s + \sigma_{SB}T_s^4 + B_s = (1 - \alpha_s) S_g + F_g. \quad (2.2.21)$$

Параметр Γ считается равным нулю, если склонение Солнца не меняется со временем и выбирается отличным от нуля (исполь-

зуются данные работ [197, 110]) при наличии суточного хода. В случае морских льдов поток B_s рассчитывается по формуле

$$B_s = \lambda (T_s - T_H)/H, \qquad (2.2.22)$$

где H — толщина льда, λ — коэффициент его теплопроводности и T_H — температура замерзания морской воды. В модели принято $\lambda=210~{\rm Br/(m^2\cdot K)},\ H=3~{\rm m},\ T_H=271.5~{\rm K}.$ Для континентальных льдов полагается $B_s\!\equiv\!0.$ Аналогичное условие используется для суши в экспериментах с фиксированным во времени склонением Солнца. При наличии суточного хода поток B_s из почвы (оголенной или покрытой снегом) рассчитывается с помощью (2.2.22); при этом H — глубина, на которой отсутствуют годовые колебания температуры T_H . Величины H и T_H могут быть заданы в виде известных функций широты.

Альбедо подстилающей поверхности задается в модели следующим образом:

$$\alpha_s = \begin{cases} 0,1 & \text{для поверхности океана,} \\ 0,2+0,4S & \text{для поверхности сущи,} \\ 0,6 & \text{для ледяного покрова} \end{cases} \tag{2.2.23}$$

с ограничением $\alpha_s \leq 0,6$. В формуле (2.2.23) S — водноэквивалентная высота снежного покрова. В случае если рассчитанная из (2.2.21) температура подстилающей поверхности T_s в областях, покрытых снегом или льдом, оказывается больше, чем температура плавления $T_m = 273,2$ K, полагается $T_s = T_m$ и вычисляется скорость плавления снега (или льда)

$$M_{sn} = \begin{cases} B_s/L & \text{при } B_s > 0, \\ 0 & \text{при } B_s \leqslant 0, \end{cases}$$

$$B_s = \left[(1 - \alpha_s) \; S_g + F_g - \sigma_{SB} T_s^4 - L E_s - H_s \right]_{T_s = T_m}, \quad (2.2.24)$$

где L — скрытая теплота плавления. Температура поверхности морских льдов ограничивается снизу значением 243,2 К.

Для расчета высоты снежного покрова используется уравнение

$$\partial S/\partial t = \delta_{sn} - E_s, \qquad (2.2.25)$$

где δ_{sn} — скорость выпадения снега.

Относительная влажность воздуха r принимается равной 1 над океаном и областями, покрытыми снегом или льдом. В остальных районах земного шара величина r определяется по формуле

$$r = \begin{cases} W/W_{\text{KP}} & \text{при } W \leqslant W_{\text{KP}}, \\ 1 & \text{при } W > W_{\text{KP}}, \end{cases}$$
 (2.2.26)

где W — влажность почвенного слоя от поверхности до глубины 1 м; $W_{\rm kp}=0.75W_f;~W_f$ — влагоемкость почвы, равная в модели

15 см. Если выпавшее количество осадков превышает W_f , то предполагается, что избыток влаги перетекает в другие области суши либо в океан:

$$\begin{split} \partial W/\partial t &= \delta - E_s \quad \text{при } W < W_f, \\ \partial W/\partial t &= 0 \quad \text{при } W = W_f, \ \delta > E_{s \text{ max}}, \end{split} \label{eq:weight}$$

где δ — интенсивность осадков; $E_{s\, max}$ — поток влаги в условиях насыщения. При этом влагосодержание снега считается равным нулю, и для расчета влажности почвы под снежным покровом используются соотношения

$$\partial W/\partial t = M_{sn} + \delta$$
 при $W < W_f$, $\partial W/\partial t = 0$ при $W \geqslant W_f$. (2.2.28)

2.3. Расчет количества неконвективной облачности и крупномасштабной конденсации

При расчете термического режима атмосферы одной из основных проблем является параметризация процессов подсеточных масштабов, в частности проблема расчета количества неконвективной облачности, которая, как известно, существенным образом определяет радиационный режим атмосферы. В большинстве моделей общей циркуляции атмосферы для расчета количества облачности используются эмпирические соотношения, известные под названием графиков Смагоринского, или соотношения, близкие к ним. Эти соотношения устанавливают линейную корреляционную связь между количеством облачности и относительной влажностью. В общем случае установление таких связей между количеством облачности (внутри ячейки интегрирования) и средними по ячейке значениями метеорологических величин является решением некоторой обратной задачи, корректность которой совершенно неочевидна. Также неочевидно априори, какие именно величины определяют количество облачности. В частности, на первый взгляд кажется, что одним из основных определяющих факторов должна быть вертикальная скорость. Графики определения количества облачности по дефициту точки росы и вертикальной скорости были построены в [16].

Для того чтобы показать область применимости графиков Смагоринского, воспользуемся уравнением для переноса полей влажности и облачности, полученным в работе [17]. Уравнение для случая облаков, не дающих осадков, имеет вид

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{\text{max}}}{\partial T}\right) \frac{c_p}{L} \frac{RT}{gp} \left(\gamma_a - \gamma_{\text{Ba}}\right) \frac{dp}{dt}. \tag{2.3.1}$$

Здесь

36

$$\Phi = q - q_{\text{max}} + \left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{\text{max}}}{\partial T}\right) q_2,$$

q — массовая доля водяного пара, q_2 — массовая доля воды, $\gamma_{\rm a}$, $\gamma_{\rm Ba}$ — сухоадиабатический и влажноадиабатический градиенты соответственно, dp/dt — аналог вертикальной скорости в p-системе координат. Нетрудно заметить, что это уравнение описывает как облачную, так и безоблачную атмосферу. Действительно, поскольку мы приняли, что в облаках $q-q_{\rm max}=0$, то уравнение (2.3.1) есть уравнение для массовой доли воды (умноженной на некоторую известную функцию); в безоблачной же атмосфере $q_2=0$, и уравнение описывает дефицит массовой доли водяного пара. Таким образом, отрицательные значения Φ описывают дефицит массовой доли водяного воды.

Преимуществом полученного уравнения является также то, что в нем исключена малая разность больших величин (вместо сравнения q и $q_{\rm max}$ — величин, близких друг к другу, и вычисления q_2 как разности q — $q_{\rm max}$ происходит сравнение с нулем).

Кроме того, в данном уравнении в явном виде выделен главный источник, ответственный за трансформацию влаги в атмосфере. Для ряда задач (некоторые из них мы рассмотрим ниже) уравнение (2.3.1) можно рассматривать как линейное, считая температуру и влажность независимыми величинами. Выделение в правой части источника позволяет также решать обратную задачу по оптимизации (или нахождению) источника.

Й наконец, это уравнение относительно знакопеременной функции, что частично снимает некоторые серьезные трудности, возникающие при численном решении уравнений подобного класса.

Рассмотрим задачу образования облачности в области, в которой для простоты положим постоянными проекции вектора скорости (в этом случае по вертикальной координате размер области полагается достаточно малым). Переходя к движущейся системе координат, уравнение (2.3.1) запишем в' виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{\text{max}}}{\partial T}\right) \frac{c_p}{L} \frac{RT}{gp} \left(\gamma_a - \gamma_{\text{Ba}}\right) \frac{dp}{dt} = \alpha \frac{dp}{dt} = \alpha\tau \quad (2.3.2)$$

(предполагается, что облака не дают осадков). Проинтегрируем уравнение (2.3.2) по t:

$$\Phi = \Phi_0 + \int_0^t \alpha \tau \, dt. \tag{2.3.3}$$

Пусть $\tilde{\Omega} \times H \times t$ — область определения функции Φ (H — размер области по вертикальной координате, предполагаемый в этой

задаче, как уже отмечалось выше, достаточно малым). Предположим, что Φ есть суммируемая функция. Тогда, по определению, измеримы множества

$$\widetilde{\Omega}_{1}(\Phi > 0)$$
 и $\widetilde{\Omega}_{2}(\Phi < 0)$.

Определим количество облачности (баллы) как отношение меры множества $\widetilde{\Omega}_1$ к мере множества $\widetilde{\Omega}_2$:

$$n = \operatorname{mes} \widetilde{\Omega}_1 / \operatorname{mes} \widetilde{\Omega} = \Omega_1 / \Omega$$

(без ограничения общности можно положить mes $\Omega=1$, тогда $n=\Omega_1$). Определим средний дефицит массовой доли водяного пара

$$\overline{\Delta} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega_{1}} \Phi\left(\widetilde{\Omega}\right) d\Omega = \int_{\Omega_{2}} \Phi\left(\widetilde{\Omega}\right) d\Omega$$

и среднюю массовую долю воды ($\Omega = 1$) в виде

$$\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{\text{max}}}{\partial T}\right) q_2 = \int_{\Omega_1} \Phi\left(\widetilde{\Omega}\right) d\Omega.$$

Проинтегрировав (2.3.3) по Ω , получим:

$$\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{\text{max}}}{\partial T}\right) q_2 + \overline{\Delta} = \overline{\Phi}_0 + \int_{\Omega} \int_0^t \alpha \tau \, dt \, d\Omega, \qquad (2.3.4)$$

где

$$\overline{\Phi}_{0} = \int_{\Omega} \Phi_{0} \left(\widetilde{\Omega} \right) d\widetilde{\Omega},$$

а $\Phi_0(\widetilde{\Omega})$ задает неоднородность поля влажности в $\widetilde{\Omega}$. Имеем

$$\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{\max}}{\partial T}\right) q_2 = \int_{\Omega_1} \Phi_0\left(\widetilde{\Omega}\right) d\Omega + \int_{\Omega_1} \int_0^t \alpha \tau \, dt \, d\Omega =$$

$$= \int_{\Omega_1} \Phi_0\left(\widetilde{\Omega}\right) d\widetilde{\Omega} + n\tau \int_0^t \alpha^{-\Omega_1} dt.$$

Тогда (2.3.4) перепишется в виде

$$\int_{\Omega_1} \Phi_0\left(\widetilde{\Omega}\right) d\widetilde{\Omega} + n\tau \int_0^t \sigma^{\Omega_1} dt + \overline{\Delta} = \overline{\Phi}_0 + \tau \int_0^t \overline{\sigma}^{\Omega_1} dt. \tag{2.3.5}$$

Если $\Phi_0(\Omega)$ — заданная функция, то

$$\Omega_1 = f\left(\Phi_0, \int_0^t \tau \alpha \ dt\right),$$

или

записать

38

$$n = f\left(\Phi_0, \int_0^t \tau \alpha \ dt\right). \tag{2.3.6}$$

Если Φ_0 — непрерывная однозначная функция в $\widetilde{\Omega}$, то $\widetilde{\Omega}_1$ будет монотонной функцией $\int\limits_0^t \tau \alpha \,dt$ (см. (2.3.3)). Следовательно, уравнение (2.3.6) разрешимо относительно $\int\limits_0^t \tau \alpha \,dt$, т. е. мы можем

$$\int_0^t \tau a \, dt = \varphi \left(n, \; \Phi_0 \right). \tag{2.3.7}$$

Подставляя (2.3.7) в (2.3.5), получим искомое соотношение, которое связывает балл облачности с дефицитом массовой доли водяного пара:

$$\int_{\Omega_{1}} \Phi_{0}\left(\widetilde{\Omega}\right) d\widetilde{\Omega} + n\overline{\varphi(n, \Phi_{0})}^{\Omega} + \overline{\Delta} = \overline{\Phi}_{0} + \overline{\varphi(n, \Phi_{0})}^{\Omega}. \quad (2.3.8)$$

Существование решения (2.3.8) при произвольных Φ_0 , конечно, не очевидно.

Предположим, что решение (2.3.8) существует, т. е.

$$n = \psi(\overline{\Delta}, \Phi_0),$$

где Φ_0 входит параметрически, например через свои коэффициенты Φ урье по некоторой базисной системе функций:

$$n = \psi(\overline{\Delta}, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots).$$
 (2.3.9)

Пусть $\overline{\Delta}_0$ определяет n=0 (при $\Delta>\Delta_0$ n становится больше 0). Тогда для достаточно малых n и при условии, что $\psi\in C^2(a,b)$, где a и b — нижняя и верхняя границы изменения $\overline{\Delta}$ (нетрудно видеть, что b=0, $a=-q_{\max}$), получим:

$$n = \frac{\partial \psi}{\partial \overline{\Delta}} \Big|_{\overline{\Delta} = \overline{\Delta}_0} (\Delta - \overline{\Delta}_0),$$

или

$$n = \frac{\partial \psi}{\partial \overline{\Delta}} \Big|_{0} \Delta - \frac{\partial \psi}{\partial \overline{\Delta}} \Big|_{0} \overline{\Delta}_{0}. \tag{2.3.10}$$

Если вспомнить, что Δ линейно связано с относительной влажностью, то получим линейную зависимость между количеством облачности и относительной влажностью. Поскольку коэффициенты этой зависимости определяются семейством $\{\alpha_i\}$, то для каждого яруса они, очевидно, будут своими, что мы и видим на графиках Смагоринского.

В работе [18] задача (2.3.8) была решена для случая, когда Φ_0 представляет собой произведение простых гармонических волн по каждой переменной. При этом для количества облачности в сред-

ней тропосфере было получено соотношение

$$n = 1,26r - 0,63,$$

что весьма близко к эмпирическому графику Смагоринского. Важным результатом является получение соотношений между количеством облачности и водностью облаков

$$\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{\text{max}}}{\partial T}\right) q_2 = n\Phi_0, \qquad (2.3.11)$$

а также количеством облачности и средней водностью в ячейке

$$\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial \bar{q}_{\text{max}}}{\partial T}\right) \bar{q}_2 = \frac{n^2 \sqrt{n}}{3 \sqrt{\pi}} \overline{\Phi}_0$$
 (2.3.12)

Эти соотношения позволяют теоретически рассчитывать альбедо облаков. Любопытно отметить, что соотношения, аналогичные (3.3.11) и (3.3.12), были позднее получены в работе [207] в предположении случайного распределения полей влажности и температуры с нормальным законом распределения. В описываемой нами модели использовались линейные зависимости между относительной влажностью и количеством облачности $n_i = \alpha_i r - \beta_i$ с (α_i, β_i) , взятыми, согласно Смагоринскому [209]:

для нижнего яруса $\alpha_1 = 3,33$, $\beta_1 = 2$; для среднего яруса $\alpha_2 = 2$, $\beta_2 = 0,7$; для верхнего яруса $\alpha_3 = 1,73$, $\beta_3 = 0,43$.

Решение задачи определения фазовых притоков за счет крупномасштабной конденсации можно искать двумя способами.

1. Предполагается, что возникающее облако заполняет всю ячейку интегрирования, т. е. конденсация начинается при условии $\bar{q} \geqslant \bar{q}_{\max}$, или r>1, где r— средняя относительная влажность ячейки. Если процессами испарения капель пренебречь, то придем к системе уравнений

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -C,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{L}{c_p} C.$$
(2.3.13)

Поскольку при конденсации массовая доля водяного пара в облаках весьма близка к ее значению при насыщении, получим систему уравнений

$$\frac{L}{c_p} (q^{j+1} - q^j) = T^{j+1} - T^j,$$

$$q^{j+1} = q_{\max} (T^{j+1}).$$

Эта система решается итерационным методом. При расчете осадков можно предполагать, что вся сконденсированная влага выпадает на Землю или что запасы воды, превышающие некоторый пороговый уровень в ячейке, выпадают в нижележащий слой.

Однако сформулированный выше метод расчета фазовых притоков не согласован с расчетом количества облачности. Поэтому

расчет притоков можно уточнить вторым методом.

2. По линейным соотношениям рассчитывается количество облачности в ячейке интегрирования. Далее, используя формулы, полученные выше, рассчитываем среднюю водность в ячейке при заланном количестве облачности:

$$\tilde{q}_2 = \frac{2n^2\sqrt{n}}{3\tilde{\beta}\sqrt{\pi}}\Phi_0,$$

где

$$\bar{\beta} = \left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial \bar{q}_{\text{max}}}{\partial T}\right),\,$$

 Φ_0 — функция ярусности облачности. Соответствующая массовая доля водяного пара получается из соотношений

$$q^{i+1} + q_2^{i+1} = q^i + q_2^i - \delta$$

при соответствующих предположениях о механизме выпадения осадков. В приведенных ниже расчетах использовался первый из описанных алгоритмов.

2.4. Параметризация процессов «сухой» и «влажной» конвекции

Решение проблемы параметризации процессов выделения тепла при конденсации в случае кучевой конвекции и нагревания атмосферы с помощью этого тепла (особенно в низких широтах) является, по-видимому, одной из ключевых задач при моделировании общей циркуляции атмосферы. Хорошо известно, что тепло, выделяемое при конденсации в низких широтах в случае кучевой конвекции, является главным источником нагревания атмосферы, создающим градиент температуры между экватором и полюсом. Именно этот источник (а также радиационный сток тепла в высоких широтах) поддерживает основные механизмы циркуляции

зимой в средних широтах. Более жесткие требования, по-видимому, необходимо предъявлять к параметризации конвективных процессов при моделировании реакции атмосферы на аномалии поверхностной температуры океана в низких широтах. В последнее время появилось достаточное количество работ [219, 150, 200], свидетельствующих о том, что в атмосфере существует глобальный отклик на аномалии источников тепла в низких широтах. Эти аномалии связываются с аномалиями поверхностной температуры океана. Если это так, то физический механизм возникновения аномалии источника тепла в атмосфере в зависимости от аномалии температуры поверхности океана будет одним из самых существенных во всей цепи, определяющей глобальную реакцию атмосферы на аномалии поверхностной температуры океана в низких широтах.

В настоящей книге мы не имеем возможности подробно остановиться на всех методах и проблемах параметризации конвективных процессов в атмосфере. Существуют три основных подхода к решению этой проблемы. Первый связан с идеей согласования полей метеоэлементов исходя из некоторых энергетических принципов. Этот метод был предложен в работах Манабе [168]. Второй метод основан на принципе условной неустойчивости второго рода [159], и третий подход (по-видимому, наиболее перспективный) связан с описанием ансамбля кучевых облаков [106]. К настоящему времени существует много работ, посвященных как изучению чувствительности моделей общей циркуляции атмосферы и методам параметризации процессов кучевой конвекции [128], так и анализу некоторых методов параметризации с помощью данных наблюдений [190, 99]. К сожалению, сравнительные эксперименты по моделированию общей циркуляции атмосферы с различными методами параметризации кучевой конвекции не анализировались с точки зрения изучения отклика атмосферы на аномалии тепловых источников, например, в низких широтах.

Поскольку исторически в наших экспериментах мы использовали параметризации процессов влажной конвекции (а также сухой конвекции), основанные на идее Манабе о согласовании полей метеоэлементов (идее, достаточно продуктивной, по нашему мнению, при описании циркуляции атмосферы), мы изложим ниже модификацию этого метода.

Пусть кучевая облачность развивается в области между двумя уровнями: обозначим их k+1 (нижний уровень) и k (верхний уровень).

Следуя [105], можно заключить, что в облаке сохраняется статическая энергия

$$h = c_p T + \Phi_k + Lq.$$

Воздух в облаке насыщен паром, поэтому для облака

$$h = h^* = c_p T + \Phi_k + Lq_{\max}.$$

Поскольку через основание облака (мы предполагаем, что воздух в облако засасывается только через основание) поступает ненасыщенный воздух, то необходимое условие существования облака имеет вид [105]

$$h_{k+1} \geqslant h_k^*, \tag{2.4.1}$$

или

$$c_p T_{k+1} + \Phi_{k+1} + Lq_{k+1} \geqslant c_p T_k + \Phi_k + Lq_{\max}(T_k, p_k).$$

Учитывая, что $\Phi_k = g z_k$, приведем соотношение (2.4.1) к следующему виду:

$$\frac{T_{k+1} - T_k}{z_k - z_{k+1}} \geqslant \frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \frac{q(k+1) - q_{\max}(k)}{z_k - z_{k+1}} = \frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \frac{q_{\max}(k+1) - q_{\max}(k)}{z_k - z_{k+1}} + \frac{L}{c_p} \frac{q_{\max}(k+1)(1-r)}{z_k - z_{k+1}},$$
(2.4.2)

где

$$r = q_{k+1}/q_{\max}(k+1).$$

Поскольку левая часть (2.4.2) аппроксимирует $-\partial T/\partial z$, а член

$$\frac{L}{c_p} \frac{q_{\max}(k+1) - q_{\max}(k)}{z_k - z_{k+1}} + \frac{g}{c_p}$$

аппроксимирует $\gamma_a - \gamma_{Ba}$, то условие возникновения влажной конвекции можно переписать в виде

$$-\frac{\partial T}{\partial z} \geqslant \gamma_{\text{Ba}} + \frac{L}{c_p} \frac{q_{\text{max}}(k+1)(1-r)}{z_k - z_{k+1}}. \tag{2.4.3}$$

Введем понятие критической относительной влажности из условия, что градиент температуры не может быть больше сухоадиабатического. Имеем

$$\gamma_{a} = \gamma_{Ba} + \frac{L}{c_{p}} \frac{q_{\text{max}}(k+1)(1-r_{\kappa p})}{z_{k}-z_{k+1}}.$$

Отсюда

$$r_{\rm kp} = 1 - \frac{\gamma_{\rm a} - \gamma_{\rm Ba}}{\frac{L}{c_p} \frac{q_{\rm max} (k+1)}{z_k - z_{k+1}}}$$
 (2.4.4)

С использованием (2.4.4) условие (2.4.3) приводится к виду

$$-\frac{\partial T}{\partial z} \geqslant \gamma_{\rm a} \frac{1-r}{1-r_{\rm KP}} + \gamma_{\rm Ba} \frac{r-r_{\rm KP}}{1-r_{\rm KP}} \equiv \gamma_{\rm KP}. \tag{2.4.5}$$

Оценки, проведенные для (2.4.4), показывают, что характерные значения $r_{\rm кр}$ лежат в интервале (0.6-0.85).

Таким образом, в качестве условия возникновения влажной конвекции можно принять условие (2.4.5).

Наиболее сложным моментом представляется запись системы уравнений, описывающих состояние атмосферы после окончания конвекции. Два уравнения достаточно очевидны (при условии, что нет переноса момента импульса):

уравнение баланса полного влагосодержания

$$(\tilde{q}_{k+1}-q_{k+1})\,\Delta\sigma_{k+1}+(\tilde{q}_k-q_k)\,\Delta\sigma_k+m=0,$$

где m — суммарное количество выпавших осадков; уравнение сохранения полной энергии

$$\left(\widetilde{T}_{k+1}-T_{k+1}\right)\Delta\sigma_{k+1}+\left(\widetilde{T}_{k}-T_{k}\right)\Delta\sigma_{k}-\frac{L}{c_{p}}\ m=0.$$

Третье уравнение можно получить, предположив, что в результате конвекции выравниваются градиенты температуры и относительной влажности, т. е. они становятся равными критическому градиенту. Это предположение приводит к уравнениям

$$\frac{\widetilde{T}_{k+1} - \widetilde{T}_k}{p_{k+1} - p_k} = \gamma_{KP} \frac{R\overline{T}_{k+1/2}}{p_{k+1/2}},$$

$$\widetilde{q}_k = r_{KP} q_{\max}(\widetilde{T}_k), \quad \widetilde{q}_{k+1} = r_{KP} q_{\max}(\widetilde{T}_{k+1}),$$

где

$$\varphi_{k+1/2} = \frac{\varphi_{k+1} \Delta \sigma_{k+1} + \varphi_k \Delta \sigma_k}{\Delta \sigma_{k+1} + \Delta \sigma_k}.$$

Обосновать сделанные предположения можно на основе оценки количества выпавших осадков.

Имеем

$$m = (q_{k+1} - \tilde{q}_{k+1}) \Delta \sigma_{k+1} + (q_k - \tilde{q}_k) \Delta \sigma_k =$$

$$= (q_{k+1} - r_{KP} q_{max} (\tilde{T}_{k+1})) \Delta \sigma_{k+1} + (q_k - r_{KP} q_{max} (\tilde{T}_k)) \Delta \sigma_k.$$

С помощью разложения в ряд Тейлора получим

$$m = (q_{k+1} - r_{KP}q_{\max}(T_{k+1})) \Delta\sigma_{k+1} + (q_k - r_{KP}q_{\max}(T_k)) \Delta\sigma_k - r_{KP}\frac{\partial q_{\max}}{\partial T_{k+1}} (\widetilde{T}_{k+1} - T_{k+1}) \Delta\sigma_{k+1} - r_{KP}\frac{\partial q_{\max}}{\partial T_k} (\widetilde{T}_k - T_k) \Delta\sigma_k \approx (q_{k+1} - r_{KP}q_{\max}(T_{k+1})) \Delta\sigma_{k+1} + (q_k - r_{KP}q_{\max}(T_k)) \Delta\sigma_k - r_{KP}\frac{\partial q_{\max}}{\partial T_{k+1}} [(\widetilde{T}_{k+1} - T_k) \Delta\sigma_{k+1} + (\widetilde{T}_k - T_k) \Delta\sigma_k]. \quad (2.4.6)$$

Подставляя в (2.4.6) выражения для $\tilde{T}_i - T_i$, находим:

$$m = \frac{\Delta \sigma_{k+1} q_{\text{max}} (T_{k+1}) (r_{k+1} - r_{\text{KP}}) + q_{\text{max}} (T_k) (r_k - r_{\text{KP}}) \Delta \sigma_k}{1 + \frac{L}{c_p} r_{\text{KP}} \frac{\partial q_{\text{max}}}{\partial T_{k+1/2}}}.$$
 (2.4.7)

Поскольку $r_{k+1} > r_{\rm KP}$ и $r_k > r_{\rm KP}$, то величина m всегда положительна. Такой результат при других формах замыкания совершенно не очевиден.

Алгоритм параметризации сухой конвекции аналогичен вышеприведенному для влажной конвекции при следующих условиях:

$$\gamma_{KP} = \gamma_a$$
, $\delta = 0$.

2.5. Радиация

Система уравнений гидротермодинамики, составляющая математическую основу нашей модели, наряду с рассмотренными выше турбулентными и фазовыми притоками тепла содержит в качестве источника энергии слагаемое є, характеризующее радиационное нагревание или охлаждение воздушных масс. Радиационный приток тепла ε_r к некоторому объему воздуха определяется, во-первых, поглощением солнечной радиации (нагревание) имеющимся в данном объеме количеством водяного пара, озона, углекислого газа, аэрозоля и ряда других радиационно активных компонент воздуха, а также облаков и, во-вторых, собственным тепловым излучением (выхолаживание) выделенного объема в длинноволновой части спектра. В длинноволновой части спектра происходит не только излучение тепла, приводящее к постоянному охлаждению рассматриваемого объема, но и поглощение аналогичного излучения окружающих частей воздуха, облаков и подстилающей поверхности. В целом функция є, как алгебраическая сумма положительной и отрицательной составляющих наиболее часто является отрицательной в тропосфере и по абсолютному значению сопоставима с фазовыми притоками тепла. Погрешности определения є, как разности двух относительно больших величин значительны и в расчетах, и при измерениях.

Другой важной характеристикой радиационных процессов в системе атмосфера—Земля (по-видимому, наиболее важной) является величина поглощенной поверхностным слоем континентов и океанов солнечной радиации. Количество этой радиации S_g зависит главным образом от облачности и альбедо подстилающей поверхности. Величина S_g совместно с нисходящим потоком длинноволновой радиации у поверхности Земли F_g (противоизлучение атмосферы) существенно влияет на температуру подстилающей поверхности. Сумма значений S_g и F_g используется в мо-

дели общей циркуляции, а именно в уравнении теплового баланса на нижней границе атмосферы, и поэтому подлежит определению в радиационном блоке. Таким образом, целью радиационного блока, содержащегося в моделях общей циркуляции атмосферы и океана, является определение функций ε_r , S_g , F_g . Приближенная схема распространения излучения в модельной атмосфере зависит от ряда термодинамических параметров, вырабатываемых в модели, таких, как температура, влажность, облачность и т. д. Действительная картина радиационных процессов в реальной атмосфере очень сложна, зависит от большого числа рассеивающих и поглощающих субстанций, структуры облаков и аэрозоля, оптических и геометрических характеристик подстилающей поверхности, спектральных свойств поглощения, излучения и рассеяния газообразных и мелкодисперсных составляющих воздуха. Математическая модель крупномасштабных процессов в атмосфере и океане в настоящее время не в состоянии адекватно воспроизводить всю эту многопараметрическую стохастическую картину радиационных процессов и их взаимодействия с динамикой. В нашей модели для определения функций ε_r , S_g и F_g используются значения температуры, влажности и давления в узлах трехмерной разностной сетки. Все остальные параметры, определяющие радиационный процесс, либо параметризуются через указанные функции, либо считаются равными некоторым известным средним значениям. Параметризуется, в частности, количество облачности — через относительную влажность по линейным соотношениям Смагоринского. Толщина облаков, их альбедо и поглощательная способность, альбедо океанов и льдов, общее содержание озона, концентрация углекислого газа считаются фиксированными; альбедо континентов корректируется количеством осадков. Селективность поглощения атмосферных газов сводится к интегральному поглощению. Процессы рассеяния коротковолнового солнечного излучения частично затрагиваются только в видимой области спектра. Поглощение малых примесей и аэрозоля не учитывается. Типы облаков не идентифицируются.

Однако даже в такой весьма упрощенной постановке функции ε_r , S_g и F_g , по-видимому, нельзя считать постоянными по времени. Изменчивость этих функций связана прежде всего с динамикой облачности, температуры, влажности и альбедо подстилающей поверхности. Дальнейшее развитие методов параметризации радиационных притоков тепла с учетом возможностей ЭВМ безусловно должно привести к снятию большей части указанных ограничений. В ряде современных моделей уже достигнут известный прогресс в этом направлении [199].

В нашу модель общей циркуляции атмосферы и океана включены несколько версий радиационных блоков. Ниже мы остановимся на описании двух из них, которые условно назовем вариантами R_2 и R_4 . Они основаны на широко известных в литературе

методах параметризации радиационных процессов в моделях

общей циркуляции атмосферы [155, 161, 208, 170].

В радиационном блоке атмосфера считается плоско-параллельной и горизонтально однородной, поэтому задача определения функций ε_r , S_g и F_g является одномерной. Вертикальная координата в R_2 совпадает с σ -координатой модели, в которой объединены как основные уровни, так и сдвинутые. На рис. 1 приведен пример вертикальной структуры радиационного блока R_2 . Атмосфера разбита на K основных слоев (на рисунке они ограничены сплошными линиями). Значения температуры T и влажности q

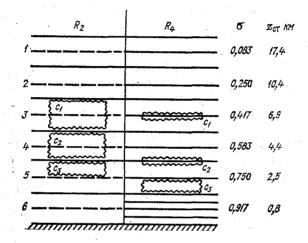


Рис. 1. Вертикальная структура R_2 и R_4 .

определены на уровнях, которые изображены на рисунке штриховыми линиями (назовем их уровнями данных), а также на подстилающей поверхности.

Функции ε_r представляют собой притоки тепла к основным слоям. Для вычисления ε_r необходимо знать значения T и q на уровнях, обозначенных не только штриховыми, но и сплошными линиями. С этой целью проводится линейная в p-координатах интерполяция значений влажности q. На верхнюю границу атмосферы значение q переносится с ближайшего уровня данных. Интерполяция T проводится следующим образом. На уровнях данных рассчитываются значения $B = \sigma_s T^4$, где σ_s — постоянная Стефана — Больцмана; затем производится линейная в p-координатах интерполяция значений p на дополнительные уровни. На верхнюю границу атмосферы p экстраполируется с ближайших нижних уровней.

По известным значениям массовой доли водяного пара и массовой концентрации углекислого газа рассчитываются эффектив-

ные массы поглощающих веществ в атмосферных слоях Δp :

$$\Delta u = \frac{10}{g} \int_{\Delta p} q \left(\frac{p}{p_0}\right)^n dp,$$

где g — ускорение свободного падения, p_0 — стандартное давление на уровне моря. Форма кривой вертикального распределения озона постоянна для всех географических широт и соответствует аппроксимации Лакиса—Хансена [161]. Общее содержание озона в вертикальном столбе зависит от широты и времени года и задается климатическим.

Облачность в R_2 является трехъярусной; каждый ярус, за исключением нижнего, занимает по толщине один слой (по границам совпадает с основным слоем), нижний ярус занимает полслоя. Высота расположения облаков фиксируется заранее в σ -координатах. Наибольшие погрешности расчета радиационных притоков тепла при этом возможны над орографически сильно неоднородной поверхностью.

В длинноволновой части спектра потоки нисходящего и восходящего теплового излучения рассчитываются по известным приближенным формулам [42, 11] с использованием интегральной функции пропускания H_2O и CO_2 , взятой из работы [100]. Поглощение в полосе озона 9,6 мкм в R_2 не рассматривается. Разорванность облаков учитывается путем линейной комбинации потоков в безоблачной ситуации и при сплошной облачности. Расчеты коротковолнового излучения проводятся отдельно для безоблачного и облачного неба. В случае ясного неба поглощение солнечной радиации рассчитывается на основе параметризации эффектов рассеяния, согласно работе [161], а в облачной атмосфере — по формулам, предложенным в [155].

Известно, что в область спектра с длинами волн $\lambda < 0.9$ мкм попадает примерно 65 % приходящей солнечной радиации. В этой области интенсивно поглощает озон и велико рэлеевское рассеяние. На участок спектра с $\lambda > 0.9$ мкм на верхней границе атмосферы приходится 35 % солнечной постоянной, и здесь существенно поглощение водяным паром. В модели суммарная радиация, поглощенная подстилающей поверхностью, для этих областей спектра в случае безоблачной атмосферы определяется выражениями для $(S_g)_1$ и $(S_g)_2$ соответственно:

$$(S_g)_1 = S_0 \mu_0 \left[0.647 - \overline{R}_r \left(\mu_0 \right) - A_1 \left(M u_1 \right) \right] (1 - R_g) / \left(1 - \overline{R}_r R_g \right),$$

$$(S_g)_2 = S_0 \mu_0 \left[0.353 - A_2 \left(M u_2 \right) \right] (1 - R_g),$$

где S_0 — солнечная постоянная; μ_0 — косинус зенитного угла Солнца; A_1 , A_2 — поглощение солнечной радиации озоном и водяным паром соответственно; u_1 , u_2 — содержание озона и водяного пара во всей толще атмосферы; функции \bar{R}_r , \bar{R}_r описывают рэлеев-

ское рассеяние [161]; R_g — альбедо подстилающей поверхности; M — множитель, учитывающий наклон луча в атмосфере.

В случае облачной атмосферы поглощение озоном рассчитывается только выше слоя облачности, рэлеевское рассеяние не учитывается, а поглощение земной поверхности определяется как

$$(S_g)_1 = S_0 \mu_0 [0.647 - A_1 (Mu_1)] (1 - R_c) (1 - R_g) / (1 - R_c R_g),$$

где R_c — полное альбедо облаков в области поглощения озоном ($\lambda < 0.9$ мкм) с учетом их разорванности. В области $\lambda > 0.9$ мкм поглощение облаками заменяется на поглощение эквивалентным количеством водяного пара [155]. Поглощение земной поверхностью в этом случае определяется в виде [155]

$$(S_g)_2 = S_0 \mu_0 [0.353 - A_2 (\tau_g)] (1 - cR_1) (1 - cR_2) (1 - cR_3) \times (1 - R_g) / (1 - R_g cR_{123}),$$

где τ_g — оптическая толщина всей атмосферы с учетом облаков, cR_i — альбедо облаков i-го яруса с учетом их количества, cR_{123} — полное альбедо облаков всех ярусов в области $\lambda > 0,9$ мкм. Радиационное изменение температуры слоев рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_r = \frac{g}{c_p} \frac{\Delta S + \Delta F}{\Delta p}$$
,

где ΔF и ΔS — изменения эффективного теплового и солнечного излучений соответственно.

Разработка второй версии метода параметризации радиационных процессов в атмосфере (вариант R_4) главным образом стимулировалась желанием более подробного разбиения атмосферы по вертикали, что особенно важно для задания облачности в радиационном блоке. В этом случае основные слои, на которые разбивается атмосфера в модели общей циркуляции, разделяются еще на ряд подслоев. Кроме того, в отличие от варианта R_2 высоты облаков фиксируются не на σ -поверхностях, а на p-поверхностях, и поэтому в зависимости от значения приземного давления облака могут занимать различные слои. Считается, что облака либо бесконечно тонкие, либо занимают некоторый подслой.

Как и в R_2 , значения температуры и влажности задаются на основных уровнях модели. В радиационном блоке они интерполируются на все вновь введенные уровни линейно в переменных $z = -\ln(\sigma)$ для температуры и логарифма влажности.

В формулах расчета эффективного содержания масс водяного пара и углекислого газа в длинноволновой области спектра учитывается и температурная зависимость:

$$\Delta u = \frac{10}{g} \int_{\Lambda p} q \left(\frac{p}{p_0} \right)^n \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2} dp.$$

В коротковолновой части спектра используется метод Куртиса—Годсона [29], поэтому массы поглощающих веществ H_2O и CO_2 вычисляются без коррекции на давление и температуру:

$$\Delta u = \frac{10}{g} \int_{\Delta p} q \, dp,$$

однако дополнительно определяется среднее давление для каждой субстанции:

$$\bar{p} = \int p \, du / \int du,$$

где и — масса водяного пара или углекислого газа.

Расчеты потоков восходящего и нисходящего тепловых излучений проводятся так же, как и в R_2 , однако в R_4 учитывается дополнительно полоса поглощения 9,6 мкм O_3 . Функция пропускания озона в этой полосе получена в [198]. Потоки солнечной радиации в R_4 рассчитываются по методике Манабе, Стриклера [170] и Манабе, Везерольда [172]. Учет рэлеевского рассеяния по этой методике сводится к вычитанию некоторой части от солнечной постоянной; в качестве субстанций, поглощающих коротковолновую радиацию, рассматриваются озон, водяной пар и углекислый газ. Функции поглощения этих веществ в зависимости от массы и давления заданы в виде двухмерных таблиц. Альбедо сплошных облаков α и их поглощение β , как и в R_2 , фиксированы [170]. Таковы особенности варианта R_4 .

Следует отметить, что с точки зрения точности расчета радиационных притоков и потоков в модели варианты R_2 и R_4 , по-видимому, являются близкими.

В заключение рассмотрим несколько методических расчетов, целью которых является сравнение описанных выше методов параметризации радиационных процессов R_2 и R_4 . Возьмем в качестве исходных данных некоторые средние значения метеорологических параметров атмосферы, соответствующие 15, 45, 70° с. ш. Будем рассматривать вначале безоблачную, а затем облачную атмосферу. Используя методики R_2 и R_4 , рассчитаем значения функций ϵ_r , S_g , F_g для шестиуровенной модели атмосферы. В табл. 1 приведены результаты, полученные для безоблачной атмосферы. Нетрудно видеть, что в расчетах по методике R_4 поглощенная подстилающей поверхностью солнечная радиация S_g больше, чем при использовании R_2 , на 7 $\mathrm{Bt/M^2}$. Значения F_g практически одинаковы. Притоки в основном отличаются в верхних слоях атмосферы в экваториальной и полярной областях, в нижних слоях отличие сравнительно небольшое.

Рассмотрим теперь облачную атмосферу. Вертикальная структура облачной атмосферы для обоих вариантов показана на рис. 1, баллы облачности по ярусам равны:

$$c_1 = 0.228; \quad c_2 = 0.090; \quad c_3 = 0.313.$$

ТАБЛИЦА 1 Значения функций ε_r (°С/сут), S_g и F_g (Вт/м²) для безоблачной атмосферы

Функция	15° с. ш.		45° с. ш.		70° с. ш.	
	R_2	R_4	R_2	R_4	R_2	R_4
ε ₁ ε ₂ ε ₃ ε ₄ ε ₅ ε ₆	-0,49 $-0,46$ $-0,86$ $-1,70$ $-0,86$ $-1,63$	0,53 -0,91 -0,51 -1,99 -0,82 -1,61	-1,17 -0,75 -0,42 -1,43 -1,12 -1,02	-1,33 -0,55 -0,35 -1,33 -1,10 -0,96	-1,24 $-0,88$ $-0,47$ $-1,49$ $-1,90$ $-0,67$	$ \begin{array}{r} -2,17 \\ -0,76 \\ -0,24 \\ -1,46 \\ -1,86 \\ -0,61 \end{array} $
$\begin{bmatrix} S_g \\ F_g \end{bmatrix}$	195 373	204 372	56 233	64 236	2 180	3 183

Результаты расчетов для этого случая приведены в табл. 2. Легко видеть, что значения S_g в варианте R_4 отклоняются от S_g в R_2 в другую сторону по сравнению со случаем безоблачной атмосферы (разница достигает 14 $\mathrm{Br/m^2}$, или 10 %); значения F_g отличаются мало, а отличия в значениях ε_r аналогичны отмеченным для безоблачной атмосферы.

ТАБЛИЦА 2 Значения функций ε_r (°С/сут), S_g и F_g (Вт/м²) для облачной атмосферы при c_1 =0,228, c_2 =0,09, c_3 =0,313

Функция -	15° с. ш.		45° с. ш.		70° с. ш.	
	R_2	R_4	R_2	- R ₄	R_2	R_4
£1 £2 £3 £4 £5 £6	-0,49 -0,55 -1,90 -1,48 -0,78 -1,06	$\begin{array}{c} 0,53 \\ -1,00 \\ -1,52 \\ -1,73 \\ -0,92 \\ -0,83 \end{array}$	-1,17 -0,80 -1,22 -1,34 -1,52 -0,73	-1,34 $-0,61$ $-1,06$ $-1,24$ $-1,55$ $-0,61$	-1,24 -0,91 -0,89 -1,72 -2,86 -0,35	-2,20 $-0,81$ $-1,01$ $-1,45$ $-2,55$ $-0,27$
S_g F_g	163 398	149 3 97	50 269	48 270	2 219	2 225

Следует отметить, что варианты R_2 и R_4 были опробованы также в радиационно-конвективной модели. С помощью этой простой и очень экономичной модели была проверена пригодность ряда известных аппроксимаций функций пропускания, был оценен вклад отдельных полос поглощения в общее радиационное нагревание в тропосфере и стратосфере, было исследовано влияние высоты, толщины и количества облаков на температуру подсти-

лающей поверхности и на уходящее длинноволновое излучение и т. л.

Указанное выше уменьшение в варианте R_4 величины поглощенной подстилающей поверхностью солнечной радиации S_g на $10\,\%$ привело в радиационно-конвективной модели к уменьшению равновесной температуры на $2\,\mathrm{K}$ ($T_*=286,5\,\mathrm{K}$ в варианте R_2 и $T_*=284,6\,\mathrm{K}$ в R_4). В этом эксперименте вертикальная структура облаков в R_2 и R_4 была одинакова и совпадала с вертикальная структурой R_2 на рис. 1. В последующем в варианте R_4 вертикальная структура облаков была принята более близкой к реально наблюдаемой в атмосфере [100]. На рис. 1 изображена также вертикальная структура R_4 , использованная в последующих экспериментах. В этом случае равновесные поверхностные температуры в радиационно-конвективной модели в условиях средней облачности в вариантах R_2 и R_4 оказались примерно одинаковыми.

ГЛАВА 3

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ

3.1. Выбор сетки

Прежде чем перейти к формулированию конечно-разностных схем, необходимо выбрать сеточные пространства определения искомых сеточных функций. Конечно, если бы мы имели теоремы сходимости для нелинейных операторов и могли производить расчеты со сколь угодно малыми пространственными шагами, то при условии регулярности границ преимущества одной сетки перед другой оказались бы весьма незначительными. Однако поскольку речь идет о решении задачи с конечными (и, более того, достаточно большими) шагами, то выбор надлежащей сетки может иметь большое значение. Можно сформулировать очень большое число требований, которым наиболее полно должна удовлетворять выбранная сетка. Однако самыми существенными являются следующие:

- 1) минимизация фазовых ошибок при воспроизведении фазовых скоростей инерционно-гравитационных волн;
- 2) наиболее точное воспроизведение критериев устойчивости бароклинных волн и скоростей нарастания неустойчивых мод;
- 3) более точное описание орографии (исключение ложных источников);
- 4) воспроизведение локального «кососимметрического» характера оператора кориолисовых сил;

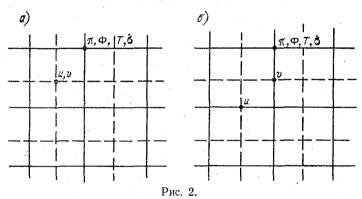
5) по возможности наиболее удобное описание динамического оператора в полюсных точках;

6) удобная реализация краевых условий по вертикали.

Первую задачу исследовал Аракава [105]. Он показал, что наиболее оптимальными в этом смысле являются сетки, приведенные на рис. 2.

Вторая задача была исследована авторами [20]. В ней также было показано, что сетки, приведенные на рис. 2, оптимальны.

Очевидно, что сетка, показанная на рис. 2a, оптимальна для реализации четвертой и пятой задач, поскольку в этой сетке компоненты вектора скорости определены в одних и тех же точках



и смещены относительно полюсной точки, в которой они не определены.

Остановимся несколько подробнее на описании орографии. В σ -системе координат эта проблема является нетривиальной, поскольку в районе гор члены $\partial \Phi/\partial \lambda$ и $(RT/\pi)(\partial \pi/\partial \lambda)$ становятся близкими по значению и приходится рассчитывать малую разность больших величин, что всегда связано с большими неприятностями.

Если рассмотреть однородную атмосферу с $T(p)=A \ln p + B$, где A, B= const, то, следуя работе [122], можно показать, что член $(RT/\pi)(\partial\pi/\partial x)=RT(\partial\ln\pi)/\partial x$ должен быть расписан на сетке, в которой все функции определены в одних и тех же точках как

$$\overline{R\overline{T}^x}\,\delta_x\ln\pi^x,$$

где осреднение проводится по координате x по двум соседним точкам, а δ_x — разность в тех же точках.

Если мы используем сдвинутые сетки, где u, v сдвинуты на полшага относительно T, π , то член с $RT(\partial \ln \pi)/\partial x$ необходимо расписать как $R\overline{T}^x$ $\delta_x \ln \pi$, а полный оператор осреднения применять не нужно, так как на сдвинутых сетках в этом случае автомати-

чески получается второй порядок аппроксимации по x, т. е. мы имеем обычную запись членов с π , дающую необходимый результат. (Отметим, что результат получается, если член с $\partial \Phi/\partial x$ расписать как $\delta_x \Phi$.)

Таким образом, обобщая все вышеизложенное, можно заключить, что наиболее приемлемой с точки зрения методов решения рассмотренных выше задач является сетка, приведенная на рис. $2\,a$, которую мы и примем для построения конечно-разностных схем.

Не менее сложные проблемы возникают при выборе вертикальной сетки. Они связаны с реализацией краевых условий по вертикали с наиболее точной аппроксимацией уравнения гидростатики (что особенно существенно для малоуровенных моделей). Мы в нашей модели выбрали распределение переменных, в котором аналог вертикальной скорости $\dot{\sigma}$ сдвинут на полшага относительно других неизвестных функций. В этом случае перенос субстанций по вертикали реализуется элементарно (со вторым порядком по координате σ), однако возникают некоторые проблемы с расчетом геопотенциала на нижнем уровне, на чем мы остановимся позднее.

3.2. Аппроксимация системы уравнений по пространственным переменным и дискретные аналоги законов сохранения

В настоящем параграфе мы проведем построение разностных уравнений для симметризованной формы исходной системы уравнений гидротермодинамики. Поскольку в качестве метода решения по времени сформулированной в дальнейшем системы разностных уравнений нами будет использован метод расщепления по физическим процессам (этапы переноса и адаптации), построение разностных аппроксимаций по пространственным переменным будем проводить отдельно для систем уравнений, описывающих перенос субстанций вдоль траекторий и адаптацию метеорологических полей.

Для уравнения переноса построение разностной схемы, удовлетворяющей требованиям, сформулированным в начале этой главы, проведем на примере одномерной задачи. Пусть есть уравнение для $\phi = \sqrt{\pi}T$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi u}{\partial x} = 0 \tag{3.2.1}$$

и уравнение для $\sqrt{\pi}$

$$\frac{\partial \sqrt{\pi}}{\partial t} + \frac{1}{2} u \frac{\partial \sqrt{\pi}}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sqrt{\pi} u}{\partial x} = 0.$$

Рассмотрим смещенные сетки определения u, $\sqrt{\pi}$, T, приведенные на рис. 3. Выпишем схему второго порядка точности по пространству для уравнения (3.2.1)

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} \tilde{u}_i \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{2h} + \frac{1}{2} \frac{\varphi_{i+1} \tilde{u}_{i+1} - \varphi_{i-1} \tilde{u}_{i-1}}{2h} = 0,$$

тде \widetilde{u}_i определены в тех же точках, что и ϕ_i . Перепишем это уравнение в виде

$$\frac{\partial \varphi_{i}}{\partial t} + \frac{\frac{\tilde{u}_{i+1} + \tilde{u}_{i}}{2} \varphi_{i+1} - \frac{\tilde{u}_{i} + \tilde{u}_{i-1}}{2} \varphi_{i-1}}{2h} = 0.$$

$$\frac{\varphi_{i-1}}{\times} \frac{u_{i-1}}{\times} \varphi_{i} \quad u_{i} \quad \varphi_{i+1}(\sqrt{\pi_{i+1}}, \tau_{i+1})$$
Puc. 3.

Поскольку мы имеем смещенные сетки, то с сохранением порядка точности можно принять

$$\frac{\tilde{u}_{i+1} + \tilde{u}_i}{2} = u_i, \quad \frac{\tilde{u}_i + \tilde{u}_{i-1}}{2} = u_{i-1}.$$

Тогда получим

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + \frac{u_i \varphi_{i+1} - u_{i-1} \varphi_{i-1}}{2h} = 0. \tag{3.2.2}$$

Кососимметрический характер пространственного разностного оператора очевиден, следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum \varphi_i^2 = 0$$

(при условии периодических краевых условий или u=0 на границах).

Для того чтобы схема (3.2.2) была инвариантна относительно группы переноса (по отношению к T), необходимо выполнение условия

$$\frac{\partial \sqrt{\pi_i}C}{\partial t} + \frac{u_i \sqrt{\pi_{i+1}}C - u_{i-1}\sqrt{\pi_{i-1}}C}{2h} = 0,$$

тде C= const, т. е. мы автоматически получаем разностную схему пля $\sqrt{\pi_i}$

$$\frac{\partial \sqrt{\pi_i}}{\partial t} + \frac{u_i \sqrt{\pi_{i+1}} - u_{i-1} \sqrt{\pi_{i-1}}}{2h} = 0.$$
 (3.2.3)

Покажем, что в этом случае будет выполняться и линейный закон сохранения. Умножим (3.2.2) на $\sqrt{\pi_i}$, а (3.2.3) на ϕ_i и сложим их. Получим

$$\sqrt{\pi_{i}} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial t} + \varphi_{i} \frac{\partial \sqrt{\pi_{i}}}{\partial t} + \sqrt{\pi_{i}} \frac{u_{i}\varphi_{i+1} - u_{i-1}\varphi_{i-1}}{2h} + \varphi_{i} \frac{u_{i}\sqrt{\pi_{i+1}} - u_{i-1}\sqrt{\pi_{i-1}}}{2h} = 0,$$

или

$$\frac{\partial \sqrt{\pi_i} \varphi_i}{\partial t} + \frac{1}{2h} \left(\sqrt{\pi_i} u_i \varphi_{i+1} - \sqrt{\pi_i} u_{i-1} \varphi_{i-1} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2h} \left(u_i \varphi_i \sqrt{\pi_{i+1}} - u_{i-1} \varphi_i \sqrt{\pi_{i-1}} \right) = 0.$$

Нетрудно заметить, что при сдвиге индекса первый член в скобках превращается в четвертый, а второй — в третий. Следовательно, при суммировании сумма в круглых скобках обратится в нуль, и мы получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i} \sqrt{\pi_{i}} \varphi_{i} = 0$$
,

что эквивалентно

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i} \pi_{i} T_{i} = 0$$

(имеются в виду упомянутые выше краевые условия).

Перейдем теперь к аппроксимации по времени. Запишем схему Кранка—Николсона для уравнения (3.2.2):

$$\frac{\varphi_i^{j+1} - \varphi_i^j}{\tau} + \frac{u_i \varphi_{i+1}^{j+1/2} - u_{i-1} \varphi_{i-1}^{j+1/2}}{2h} = 0, \tag{3.2.4}$$

где

$$\varphi^{j+1/2} = \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} .$$

Умножая скалярно (3.2.4) на $\varphi^{j+1/2}$, получим соотношение

$$\sum_{i} (\varphi_i^{i+1})^2 = \sum_{i} (\varphi_i^{i})^2.$$

Инвариантность по отношению к группе переноса сохранится, если для уравнения неразрывности (для $\sqrt{\pi}$) будем использовать также схему Кранка—Николсона. Покажем, что в этом случае будет выполняться и линейный закон сохранения. Умножая

уравнение для φ_i на $(\sqrt{\pi_i}^{j+1} + \sqrt{\pi_i}^j)/2$, а уравнение для $\sqrt{\pi_i}$ на $(\varphi_i^{j+1} + \varphi_i^j)/2$ и суммируя по всем i, получим:

$$\sum_{i} \left(\sqrt{\pi_{i}}^{i+1} + \sqrt{\pi_{i}}^{i} \right) \left(\varphi_{i}^{i+1} - \varphi_{i}^{i} \right) + \left(\varphi_{i}^{i+1} + \varphi_{i}^{i} \right) \left(\sqrt{\pi_{i}}^{i+1} - \sqrt{\pi_{i}}^{i} \right) = \theta,$$

или

$$\sum_{i} \sqrt{\pi_{i}}^{j+1} \varphi_{i}^{j+1} = \sum_{i} \sqrt{\pi_{i}}^{j} \varphi_{i}^{j}.$$

Не представляет труда выписать аппроксимацию по пространственным переменным для трехмерного уравнения переноса. В качестве примера рассмотрим аппроксимацию уравнения переноса для температуры $\theta = \sqrt{\pi T}$:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{2a\cos\varphi_{j}\Delta\lambda} \left[\bar{u}_{i+1/2, j, k} \theta_{i+1, j, k} - \bar{u}_{i-1/2, j, k} \theta_{i-1, j, k} \right] + \\
+ \frac{1}{2a\cos\varphi_{j}\Delta\lambda} \left[(\bar{v}\cos\varphi)_{i, j+1/2, k} \theta_{i, j+1, k} - \\
- (\bar{v}\cos\varphi)_{i, j-1/2, k} \theta_{i, j-1, k} \right] + \\
+ \frac{1}{2\Delta\varphi_{k}} \left[\dot{\sigma}_{i, j, k+1/2} \theta_{i, j, k+1} - \dot{\sigma}_{i, j, k-1/2} \theta_{i, j, k-1} \right] = 0. \quad (3.2.5)$$

тде

$$\bar{u}_{i+1/2, j, k} = \frac{u_{i+1/2, j+1/2, k} + u_{i+1/2, j-1/2, k}}{2},$$

$$(\bar{v}\cos\varphi)_{i, j+1/2, k} = \frac{(v\cos\varphi)_{i+1/2, j+1/2, k} + (v\cos\varphi)_{i-1/2, j+1/2, k}}{2}.$$

Отметим, что в (3.2.5) узлы сетки, в которых определены функции u, v, имеют индексы i+1/2, j+1/2, k, а узлы, в которых определена функция σ ,— индексы i, j, k+1/2.

Нетрудно также заметить, что матрица каждого из операторов разностной аппроксимации производных вдоль λ , ϕ и σ кососимметрична, т. е. (3.2.5) мы можем записать в векторном виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (K_1 + K_2 + K_3) \theta = 0,$$

тде

$$(K_i\theta, \ \theta)=0.$$

Перейдем теперь к построению пространственных конечно-разностных аппроксимаций для системы уравнений адаптации метеорологических полей. Система имеет вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \left(l + \frac{U}{ap^*} \lg \varphi\right) V + \frac{1}{a \cos \varphi} \left[p^* \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + 2R\theta \frac{\partial \ln p^*}{\partial \lambda}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \left(l + \frac{U}{ap^*} \lg \varphi\right) U + \frac{1}{a} \left[p^* \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + 2R\theta \frac{\partial \ln p^*}{\partial \varphi}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{2R\theta}{p^*c_p} \left(\frac{\partial p^*}{\partial t} + \frac{U}{p^*a \cos \varphi} \frac{\partial p^*}{\partial \lambda} + \frac{V}{p^*a} \frac{\partial p^*}{\partial \varphi}\right) - \frac{R\theta}{c_p \varphi} \dot{\varphi} = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial g} = -\frac{R\theta}{p^*g}, \quad \frac{\partial p^*}{\partial t} + Kp^* = 0.$$
(3.2.6)

Приведем систему (3.2.6) к эволюционному виду. С этой целью проинтегрируем уравнение неразрывности по о от 0 до 1. С учетом краевых условий можно записать

$$\frac{\partial p^*}{\partial t} + \int_0^1 D \, d\sigma = 0,$$

где

$$D = \frac{1}{2a\cos\varphi} \left(\frac{U}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial \lambda} + \frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{V\cos\varphi}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial \varphi} + \frac{\partial V\cos\varphi}{\partial \varphi} \right).$$

Далее, интегрируя уравнение неразрывности от 0 до о, получим выражение для определения аналога вертикальной скорости

$$\dot{\sigma} = \frac{2}{p^*} \left(\sigma \int_0^1 D \, d\sigma - \int_0^\sigma D \, d\sigma \right). \tag{3.2.7}$$

Наконец, используя уравнение гидростатики, выражение для $\partial p^*/\partial t$ и (3.2.7), перепишем уравнение для температуры в следующем виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{2R\theta}{c_p a p^*} \left(\frac{U}{\cos \varphi} \frac{\partial \ln p^*}{\partial \lambda} + V \frac{\partial \ln p^*}{\partial \varphi} \right) - \frac{2}{c_p p^*} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \int_0^{\sigma} D \, d\sigma = 0.$$

Поскольку $\partial \Phi / \partial \sigma = -R\theta / \sigma p^*$, то в дифференциальной постановке мы имеем эволюционную задачу:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \left(l + \frac{U}{ap^*} \operatorname{tg} \varphi\right) V + \frac{1}{a \cos \varphi} \left[p^* \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + 2R\theta \frac{\partial \ln p^*}{\partial \lambda} \right] = 0,$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \left(l + \frac{U}{ap^*} \operatorname{tg} \varphi\right) U + \frac{1}{a} \left[p^* \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + 2R\theta \frac{\partial \ln p^*}{\partial \varphi} \right] = 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{2R\theta}{c_p a p^*} \left(\frac{U}{\cos \varphi} \frac{\partial \ln p^*}{\partial \lambda} + V \frac{\partial \ln p^*}{\partial \varphi} \right) +$$

$$+ \frac{2}{c_p p^*} \frac{R\theta}{p^* \sigma} \int_0^{\sigma} D \, d\sigma = 0,$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial t} + \int_0^1 D \, d\sigma = 0.$$
(3.2.9)

Выпишем теперь пространственные конечно-разностные аналоги уравнений:

$$\frac{\partial U_{i+1/2, j+1/2, k}}{\partial t} - \left(l_{j+1/2} + \frac{U_{i+1/2, j+1/2, k}}{ap_{i+1/2, j+1/2}^*} \operatorname{tg} \varphi_{j+1/2}\right) \times \\ \times V_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac{1}{a \cos \varphi_{j+1/2} \Delta \lambda} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_i \Phi_{j+1/2, k} + \frac{1}{a \cos \varphi_{j+1/2} \Delta \lambda} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_i \Phi_{j+1/2, k} + \frac{2R\theta_{i+1/2, j+1/2, k}}{\partial t} + \left(\ln p^*\right)_{j+1/2}\right] = \theta,$$

$$\frac{\partial V_{i+1/2, j+1/2, k}}{\partial t} + \left(l_{j+1/2} + \frac{U_{i+1/2, j+1/2, k}}{ap_{i+1/2, j+1/2}^*} \operatorname{tg} \varphi_{j+1/2}\right) \times \\ \times U_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2}^* \nabla_j \Phi_{i+1/2, k} + \frac{1}{a \Delta \varphi} \left[p_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac$$

$$-\frac{2}{c_{p}p_{i,j}^{*}}\sum_{j \Delta \sigma k}\sum_{\nu=-1,0} \left[(\Phi_{i,j,k+1/2+\nu/2} - \Phi_{i,j,k+\nu/2}) \times \left(\sum_{k=1}^{k=\nu} D_{i,j,k} \Delta \sigma_{\mu} \right) \right] = 0, \qquad (3.2.10)$$

$$\times \sum_{\mu=1}^{k=\nu} D_{i,j,k} \Delta \sigma_{\mu} = 0, \qquad (3.2.10)$$

$$\Phi_{i,j,k} - \frac{1}{\Delta \sigma_{k}} \nabla_{k-1/2} (\Phi_{ij}\sigma) = \frac{R\theta_{i,j,k}}{p_{i,j}^{*}}, \qquad D_{i,j,k} = \frac{1}{2ap_{i,j}^{*}} \cos \varphi_{j} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\nu=-1,0} \left[\frac{U_{i+1/2+\nu,j,k} \nabla_{i+\nu} p_{j}^{*}}{\Delta \lambda} + \frac{(V \cos \varphi)_{i,j+1/2+\nu,k} \nabla_{j+\nu} p_{i}^{*}}{\Delta \varphi} \right] + p_{i,j}^{*} \left[\frac{1}{\Delta \lambda} \nabla_{i-1/2} U_{j,k} + \frac{1}{\Delta \varphi} \nabla_{j-1/2} (V \cos \varphi)_{i,k} \right] \right\}, \qquad (3.2.11)$$

где

$$\nabla_{r}() = ()_{r+1} - ()_{r},$$

$$()_{r+1/2} = \frac{1}{2} [()_{r+1} + ()_{r}]$$

(r -любой из индексов i, j или k).

Напомним, что Северный и Южный полюс являются точками определения скалярных величин. Величина p^* на полюсе представляет собой меридиональный поток массы со всех точек круга широты, где определены компоненты скорости. Для упрощения вычислений полюс может быть представлен как группа точек с индексом i. Для каждого i используется уравнение неразрывности. После вычисления $\partial p^*/\partial t$ для каждого i значение $\partial p^*/\partial t$ для полюсов вычисляется как среднее арифметическое по всем i.

Аналогичная процедура применяется для уравнения притока тепла. Пусть $\Phi_s = 0$ и θ в правой части (3.2.6) равно $\theta^* = \text{const.}$ Тогда, умножая первое уравнение (3.2.10) на $U_{i+1/2,\ j+1/2,\ k}$, второе — на $v_{i+1/2,\ j+1/2,\ k}$, третье — на $\theta_{i,\ j,\ k}$ и суммируя по всем i, j, k, получим соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} \sum_{i,j,k} \left(U_{i+1/2,j+1/2}^2, k + V_{i+1/2,j+1/2}^2, k + \frac{c_{\rho}\theta_{i,j,k}^2}{\theta^*} \right) = 0.$$
(3.2.12)

Соотношение (3.2.12) означает, что если представить (3.2.10) в векторном виде

$$rac{\partial \varphi}{\partial t} + K_A \varphi = 0$$
, где $\varphi = egin{pmatrix} U_{i+1/2, \ i+1/2, \ k} \ V_{i+1/2, \ j+1/2, \ k} \ \sqrt{rac{c_p}{ heta^*}} \theta_{i, \ j, \ k} \end{pmatrix}$

и ввести скалярное произведение естественным образом, то оператор K_A в этом скалярном произведении будет кососимметрическим, т. е. $(K_A \varphi, \varphi) = 0$. Таким образом, построенные разностные (по пространству) аппроксимации для адвективной части симметризованной формы системы уравнений гидротермодинамики и для части, описывающей адаптацию полей метеоэлементов, позволяют выписать полученную систему дифференциально-разностных уравнений для полной системы уравнений гидротермодинамики (в адиабатическом приближении) в виде

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + K\varphi = 0, \tag{3.2.13}$$

тде

$$(K\varphi, \varphi) = 0.$$

3.3. Метод расщепления по физическим процессам и геометрическим переменным. Устойчивость вычислительного алгоритма

Установленное нами свойство оператора K и его компонент позволяет использовать для решения системы (3.2.13) метод расщепления, применяя в качестве базовой схемы схему Кранка— Николсона. Действительно, построим для (3.2.13) схему Кранка— Николсона:

$$\frac{\varphi^{l+1} - \varphi^l}{\tau} + K \frac{\varphi^{l+1} + \varphi^l}{2} = 0. \tag{3.3.1}$$

Умножая скалярно (3.3.1) на $\frac{\varphi^{j+1}+\varphi^{j}}{2}$, получим соотношение

$$(\varphi^{j+1}, \ \varphi^{j+1}) = (\varphi^j, \ \varphi^j).$$
 (3.3.2)

Соотношение (3.3.2) означает устойчивость вычислительного алгоритма в спектральной норме $\|\phi\|_2 = (\phi, \phi)^{\frac{1}{2}}$.

Оператор K можно разделить на два оператора: $K = K_n + K_A$, где K_n описывает процесс переноса субстанций вдоль траекторий, а K_A — адаптацию метеорологических полей. Такое расщепление

динамического оператора *К* на операторы, описывающие различные физические процессы (расщепление по физическим процессам), было впервые предложено в работе [57]. Как нами было установлено выше, каждый из этих операторов обладает свойством кососимметричности. Схема расщепления будет иметь вид

$$\frac{\varphi^{j+1/2} - \varphi^{j}}{\tau} + K_n \frac{\varphi^{j+1/2} + \varphi^{j}}{2} = 0,$$

$$\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j+1/2}}{\tau} + K_A \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^{j+1/2}}{2} = 0.$$
 (3.3.3)

Схема (3.3.3) при условии коммутативности операторов K_n и K_A имеет второй порядок аппроксимации по времени [56]. В общем случае схема имеет первый порядок аппроксимации, однако с помощью метода циклической перестановки можно и в общем случае построить схему второго порядка аппроксимации [56]. Поскольку K_n и K_A кососимметричны, то

$$(\varphi^{i+1/2}, \varphi^{i+1/2}) = (\varphi^{i}, \varphi^{j}),$$

$$(\varphi^{i+1}, \varphi^{i+1}) = (\varphi^{i+1/2}, \varphi^{i+1/2}),$$

отсюда

$$(\varphi^{i+1}, \varphi^{i+1}) = (\varphi^i, \varphi^i),$$
 (3.3.4)

т. е. и в этом случае мы имеем абсолютную устойчивость схемы и точное выполнение квадратичных законов сохранения. Как мы уже показывали выше, оператор K_n представляет собой сумму трех операторов (перенос вдоль каждого геометрического направления), каждый из которых обладает свойством кососимметричности. Поэтому естественно произвести дальнейшее расщепление задачи. В результате получим следующий алгоритм:

$$\frac{\varphi^{j+1/s} - \varphi^{j}}{\tau} + K_{n_{1}} \frac{\varphi^{j+1/s} + \varphi^{j}}{2} = 0,$$

$$\frac{\varphi^{j+1/4} - \varphi^{j+1/s}}{\tau} + K_{n_{2}} \frac{\varphi^{j+1/4} + \varphi^{j+1/s}}{2} = 0,$$

$$\frac{\varphi^{j+1/2} - \varphi^{j+1/4}}{\tau} + K_{n_{3}} \frac{\varphi^{j+1/2} + \varphi^{j+1/4}}{2} = 0,$$

$$\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j+1/2}}{\tau} + K_{A} \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^{j+1/2}}{2} = 0.$$
(3.3.5)

Абсолютная устойчивость сформулированной разностной схемы и точное сохранение квадратичных функционалов устанавливается для (3.3.5) аналогично (3.3.4). Таким образом, сформулированный

нами алгоритм имеет формально первый порядок аппроксимации по времени, второй по пространственным переменным и абсолютно устойчив. Кроме того, для него (при сделанных допущениях) точно выполняется квадратичный закон сохранения (сохранение полной энергии). Решение полной неадиабатической задачи проводится также с помощью метода расщепления по следующей схеме (мы здесь используем символику метода слабой аппроксимации):

решение уравнений переноса и диффузии

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + A_1 \varphi_1 = 0, \quad \varphi_1(t_j) = \varphi(t_j);$$

решение уравнений адаптации

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + A_2 \varphi_2 = 0, \quad \varphi_2(t_j) = \varphi_1(t_{j+1});$$

расчет фазовых притоков тепла, сухой и влажной конвекции

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial t} + A_3 \varphi_3 = 0, \quad \varphi_3(t_j) = \varphi_2(t_{j+1});$$

расчет радиационных притоков тепла

$$\frac{\partial \varphi_4}{\partial t} + A_4 \varphi_4 = 0, \quad \varphi_4(t_j) = \varphi_3(t_{j+1});$$

расчет параметров пограничного слоя, динамики тепла и влаги в почве

$$\frac{\partial \varphi_5}{\partial t} + A_5 \varphi_5 = 0, \quad \varphi_5(t_j) = \varphi_4(t_{j+1}). \tag{3.3.6}$$

Формальный анализ метода расщепления дает нам информацию только о порядке аппроксимации, ничего не говоря о числовых значениях коэффициентов. На самом деле аппроксимация исходной задачи с помощью расщепленной часто оказывается поразительно хорошей. Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим модельную двумерную задачу

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sigma \varphi = \mu \, \Delta \varphi, \tag{3.3.7}$$

$$\varphi = g$$
 при $t = 0$.

Пусть g(x, y) задана на всей плоскости (x, y) и достаточно быстро убывает на бесконечности, так что решение может быть представлено в виде интеграла Фурье

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(m, n, t) e^{imx + iny} dm dn.$$
 (3.3.8)

Аналогично.

$$g = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(m, n) e^{imx + iny} dm dn.$$
 (3.3.9)

Уравнение (3.3.7) вместе с начальными данными умножим на $\frac{1}{4\pi^2} e^{-imx-iny}$ и результат проинтегрируем по x и y. Тогда приходим к задаче для коэффициентов Фурье:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[-imu - inv + \sigma + \mu \left(m^2 + n^2\right)\right] \Phi = 0, \qquad (3.3.10)$$

$$\Phi = A$$
 при $t = 0$,

решение которой имеет вид

$$\Phi = A \exp \{ [imu + inv - \sigma - \mu (m^2 + n^2)] t \}.$$
 (3.3.11)

Подставляя (3.3.11) в (3.3.8), найдем точное решение

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(m, n) \exp \{ im (x + ut) + in (y + vt) - - [\sigma + \mu (m^2 + n^2)] t \} dm dn.$$
 (3.3.12)

Перейдем теперь к расщеплению задачи на две. С этой целью рассмотрим временной интервал $0 \leqslant t \leqslant \tau$, на котором запишем две задачи:

задача первая:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = 0, \qquad (3.3.13)$$

$$\varphi_1 = g$$
 при $t = 0$;

задача вторая:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \mu \, \Delta \varphi - \sigma \varphi, \qquad (3.3.14)$$

$$\varphi = \varphi_1(x, y, \tau).$$

Пусть функция g(x, y) представлена в виде (3.3.9). Аналогичные разложения в ряд Фурье рассмотрим для функций φ_1 и φ . Гогда, подобно предыдущему, приходим к двум задачам:

для коэффициентов Фурье Φ_1 задачи (3.3.13):

$$\frac{d\Phi_1}{dt} - (imu + inv) \Phi_1 = 0, \qquad (3.3.15)$$

$$\Phi_1 = A$$
 при $t = 0$;

для коэффициентов Фурье Ф задачи (3.3.14):

$$\frac{d\Phi}{dt} + [\sigma + \mu (m^2 + n^2)] \Phi = 0, \qquad (3.3.16)$$

$$\Phi = \Phi_{\scriptscriptstyle 1} (\tau)$$
 при $t = \tau$.

Решение уравнения (3.3.15) имеет вид

$$\Phi_t(t) = A \exp\{(imu + inv)t\};$$
 (3.3.17)

решение уравнения (3.3.16) имеет вид

$$\Phi(t) = \Phi_1(\tau) \exp\{-\left[\sigma + \mu \left(m^2 + n^2\right)\right]t\}. \tag{3.3.18}$$

Полагая в (3.3.17) $t=\tau$ и подставляя $\Phi_1(\tau)$ в (3.3.18), находим:

$$\Phi(t) = A \exp\{(imu + inv)\tau - [\sigma + \mu(m^2 + n^2)]t\}.$$
 (3.3.19)

Полагая в (3.3.19) $t = \tau$, окончательно получаем:

$$\Phi(\tau) = A \exp\left\{ \left[imu + inv - \sigma - \mu \left(m^2 + n^2\right)\right]\tau\right\},\,$$

и, следовательно,

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(m, n) \exp \{im(x + u\tau) + in(y + v\tau) - - [\sigma + \mu(m^2 + n^2)]\tau\} dm dn.$$
 (3.3.20)

До сих пор величина τ не фиксировалась. Пусть она задана произвольно. Выберем в (3.3.12) $t=\tau$. Тогда (3.3.12) и (3.3.20) тождественно совпадают друг с другом (при любых τ). Однако нетрудно убедиться, что эти решения точно совпадают друг с другом только при $t=\tau$. Если бы мы захотели получить с помощью расчлененной задачи решение внутри интервала $0 \le t \le \tau$, то оно было бы там только приближенным. Таким образом, если требуется найти такое решение в дискретном ряду точек $t=t_i$, то необходимо последовательно решить задачи расщепленные, τ . е. задачи

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = 0, \tag{3.3.21}$$

$$\varphi_{1} = \varphi^{j} \text{ npu } t = t_{j};$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \mu \Delta \varphi - \sigma \varphi, \qquad (3.3.22)$$

$$\varphi = \varphi_1^{j+1}$$
 при $t = t_j$.

Этот замечательный факт и положен в основу расщепления задач по физическим процессам. Однако поскольку в реальных

условиях коэффициенты u и v обычно не являются постоянными, то алгоритм расщепления не дает точного решения при $t=t_i \ (j=1,\,2,\,\ldots)$. Для уточнения результата предполагается, что временные интервалы достаточно малые, чтобы обеспечить лучшую аппроксимацию в тех случаях, когда коэффициенты уравнения $u,\,v$ изменяются весьма значительно. Здесь был рассмотрен двумерный случай, но те же выкладки относятся и к общему трехмерному случаю.

Теперь рассмотрим задачу (3.3.21) при условии, что u = const, v = const. Будем решать ее в два этапа. Сначала решим задачу

$$\frac{\partial \varphi_{11}}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial x} = 0, \qquad (3.3.23)$$

$$\varphi_{11} = \varphi_1^f \text{ при } t = t_j,$$

а затем — задачу

$$\frac{\partial \varphi_{12}}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial y} = 0, \qquad (3.3.24)$$

$$\varphi_{12} = \varphi_{11}^{j+1}$$
 при $t = t_j$.

Методом анализа Фурье, как это было сделано выше, можно показать, что решения исходной задачи (3.3.21) на интервале $t_i \leq t \leq t_{j+1}$ и расщепленной задачи (3.3.23), (3.3.24) при $t = t_{j+1}$ совпадают:

$$\varphi_{12}^{i+1} = \varphi_1^{i+1} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_1^i(m, n) \exp \{im(x + u\tau) + in(y + v\tau)\} dm dn.$$
(3.3.25)

Здесь Φ_1^i — преобразование Фурье функции Φ_1^i .

Переходим теперь к покомпонентному решению задачи (3.3.22). Расщепим эту задачу на две:

задача по переменной x:

$$\frac{\partial \varphi_{21}}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \varphi_{21}}{\partial x^2} - \frac{\sigma}{2} \varphi_{21}, \qquad (3.3.26)$$

$$\varphi_{21} = \varphi_{12}^{j+1}$$
 при $t = t_j$;

задача по переменной y:

$$\frac{\partial \varphi_{22}}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \varphi_{22}}{\partial u^2} - \frac{\sigma}{2} \varphi_{22}, \qquad (3.3.27)$$

$$\varphi_{22} = \varphi_{21}^{j+1} \text{ при } t = t_j.$$

Решая их с помощью преобразования Фурье, получаем выражение

$$\varphi_{22}^{j+1} \equiv \varphi^{j+1} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{1}^{j+1}(m, n) \times \\ \times \exp\{imx + iny - [\sigma + \mu(m^{2} + n^{2})]\tau\} dm dn, \quad (3.3.28)$$

которое в этом случае является точным решением задачи на интервале $t_i \le t \le t_{i+1}$.

Наконец, рассмотрим более общий случай расщепления, когда задача (3.3.7) представляется в покомпонентном виде следующим образом:

задача первая:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\sigma}{2} \varphi_1 = \mu \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2}, \qquad (3.3.29)$$

$$\varphi_1 = \varphi_1^i \text{ при } t = t_i;$$

задача вторая:

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + \frac{\sigma}{2} \varphi_2 = \mu \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2}, \qquad (3.3.30)$$

$$\varphi_2 = \varphi_1^{l+1} \operatorname{при} t = t_i.$$

Методом преобразования Фурье получим решение задачи (3.3.29), (3.3.30), точно совпадающее с решением задачи (3.3.7) на интервале $t_i \leqslant t \leqslant t_{j+1}$:

$$\varphi_2^{i+1} \equiv \varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^i(m, n) \times$$

$$\times \exp \{im(x+u\tau)+in(y+v\tau)-[\sigma+\mu(m^2+n^2)]\tau\} dm dn.$$
 (3.3.31)

Как мы видим, для расщепления задачи (3.3.7) имеется ряд вариантов и все они приводят в заданных временных точках t_i к точному решению. Неточность решения в реальных условиях может возникнуть лишь за счет непостоянства величин u и v. Интервал τ выбирается достаточно малым, чтобы свести до минимума возможную погрешность расщепления. Именно с этой целью целесообразно на каждом интервале $\tau = t_{i+1} - t_i$ ($t_i \le t \le t_{i+1}$) общую задачу (3.3.7) расщеплять на две по физическим процессам, поскольку каждый из них в общем случае связан с выполнением тех или иных физических соотношений баланса, и важно, чтобы эти балансовые соотношения не были нарушены уже на стадии построения разностных аппроксимаций.

Метод расщепления позволяет также строить решения, точно совпадающие с решением задачи вида

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + A\varphi = 0,$$

где $A = \sum_{i=1}^{n} A_i$, A_i — попарно коммутативные матрицы простой структуры. Схема расщепления в этом случае записывается в виде

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + A_1 \varphi_1 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_n^j \text{ при } t = t_j;$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + A_2 \varphi_2 = 0, \quad \varphi_2 = \varphi_1^{j+1} \text{ при } t = t_j;$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{\partial \varphi_n}{\partial t} + A_n \varphi_n = 0, \quad \varphi_n = \varphi_{n-1}^{j+1} \text{ при } t = t_j.$$

3.4. Метод реализации алгоритма на каждом шаге по времени

Поскольку на каждом шаге расщепления в (3.3.5) мы имеем неявную схему типа Кранка-Николсона, нам необходимо проводить на каждом шаге обращение операторов различной размерности. В частности, трехмерную задачу переноса мы свели к набору одномерных задач. Коротко изложим методы обращения этих одномерных операторов. Перенос по λ (вдоль кругов широты) осуществляется методом циклической прогонки и идентичен для всех искомых функций (отличие заключается лишь в определении «переносящих» скоростей). Алгоритм переноса вдоль о также идентичен для всех искомых функций (простая прогонка). Более сложна реализация переноса по ф (вдоль меридианов). В настоящей версии модели мы использовали метод образования циклически замкнутых кругов из меридианов, сдвинутых друг относительно друга на угол п. При этом компоненты векторных величин при переходе через полюс должны изменять знак на обратный, скалярные же величины остаются с тем же самым знаком. Поскольку полюсная точка не является точкой определения и и и, то проблемы переноса компонент вектора скорости вдоль таких замкнутых кругов не возникает (перенос осуществляется циклической прогонкой), при этом кососимметрический вид оператора гарантирует сохранение квадратичных величин. При переносе в и Q возникает сложность определения этих величин в полюсной точке, т. е., другими словами, проблема осреднения в полюсной точке с требованием сохранения квадратичных величин.

Можно предложить несколько методов такого осреднения. В настоящей модели был использован метод последовательного осреднения. Суть его заключается в следующем. Пусть мы имеем *I* меридиональных кругов, проходящих через полюсную точку. Перенос вдоль каждого круга производится таким образом, что выполняется соотношение

$$\sum_{i} (\psi_{i,j,k}^{(2)})^{2} + (\psi_{P_{i},k}^{(2)})^{2} = \sum_{i} (\psi_{i,j,k}^{(1)})^{2} + (\psi_{P_{i},k}^{(1)})^{2},$$

$$i = 1, 2, \ldots, I; \quad k = 1, 2, \ldots, K,$$

где ψ_{P_i} , k — значение ψ в полюсной точке (индекс I указывает, что перенос идет вдоль I-го круга). Будем в качестве $\psi_{P_{i+1},k}^{(1)}$ использовать $\psi_{P_i,k}^{(2)}$. Тогда получим систему соотношений

$$\sum_{j} (\psi_{i,j,k}^{(2)})^{2} + (\psi_{P_{i},k}^{(2)})^{2} = \sum_{j} (\psi_{i,j,k}^{(1)})^{2} + (\psi_{P,k}^{(1)})^{2},$$

$$\sum_{j} (\psi_{2,j,k}^{(2)})^{2} + (\psi_{P_{2},k}^{(2)})^{2} = \sum_{j} (\psi_{2,j,k}^{(1)})^{2} + (\psi_{P_{1},k}^{(2)})^{2},$$

$$\sum_{j} (\psi_{I,j,k}^{(2)})^{2} + (\psi_{P_{I},k}^{(2)})^{2} = \sum_{j} (\psi_{I,j,k}^{(1)})^{2} + (\psi_{P_{I-1},k}^{(2)})^{2}.$$

Складывая левые и правые части и производя сокращение одинаковых членов, получим:

$$\sum_{i,j} (\psi_{i,j,k}^{(2)})^2 + (\psi_{P,j}^{(2)}, k)^2 = \sum_{i,j} (\psi_{i,j,k}^{(1)})^2 + (\psi_{P,k}^{(1)})^2.$$

Величину $\psi_{I,k}^{(2)}$ принимаем за значение ψ в полюсной точке в следующий момент времени. Таким образом, произведенное осреднение дает нам сохранение квадратичных величин и в случае, если полюс является точкой определения искомой функции (заметим, что в модели, в отличие от рассмотренного примера, суммирование ведется с соответствующими весами). К сожалению, систему уравнений адаптации нам не удалось расщепить на одномерные (или двумерные) задачи без существенной потери точности. Поэтому обращение трехмерного оператора проводится итерационным методом. Чтобы не загромождать изложение многочисленными выкладками, идею итерационного метода покажем на более простой задаче.

Рассмотрим следующую модельную задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - lv + \frac{1}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + lu = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{RT^*}{c_p \sigma} \dot{\sigma} = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT}{\sigma},$$

$$\frac{1}{m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0,$$

$$m = a \cos \Phi \Delta \lambda, \quad x = \lambda / \Delta \lambda,$$
(3.4.1)

в области $D\colon 0\leqslant x\leqslant L,\ 0\leqslant \sigma\leqslant 1$ с краевыми условиями

$$\dot{\sigma} = 0$$
 при $\sigma = 0$, $\Phi = 0$ при $\sigma = 1$. (3.4.2)

По переменной х предполагается периодичность решения.

Легко убедиться, что задача (3.4.1) обладает законом сохранения полной энергии в форме

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{0}^{1} \int_{0}^{L} \frac{1}{2} \left(u^{2} + v^{2} + \frac{c_{\rho} T^{2}}{T^{*}} \right) m \, dx \, d\sigma = 0. \tag{3.4.3}$$

Используя уравнения (3.4.1) и условия (3.4.2), запишем приведенную выше систему в эволюционной форме:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - lv + \frac{R}{m} \frac{\partial}{\partial x} \int_{0}^{\infty} \frac{T}{\sigma} d\sigma = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + lu = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{RT^{*}}{c_{p}\sigma m} \int_{0}^{\sigma} \frac{\partial u}{\partial x} d\sigma = 0.$$
(3.4.4)

Введем конечно-разностную сетку по горизонтали с индексом i таким образом, чтобы точки, в которых описываются компоненты вектора скорости u и v, были сдвинуты на полшага по отношению к точкам, в которых определяются T, Φ , σ . По вертикальной координате сеточной функции u, v и T зададим на уровнях с целым индексом k, а функции Φ и σ — на дробных.

Пусть n и Δt — соответственно индекс и шаг по времени. Запишем конечно-разностный аналог системы уравнений (3.4.4):

$$\frac{u_{i+1/2, k}^{n+1/2, k} - u_{i+1/2, k}^{n}}{\Delta t} - lv_{i+1/2, k}^{n+1/2, k} + \frac{R}{2m} \sum_{\nu=0,1} \sum_{\mu=k+\nu}^{K} \frac{T_{i+1, \mu}^{n+1/2} - T_{i, \mu}^{n+1/2}}{\sigma_{\mu}} \Delta \sigma = 0,$$

$$\frac{v_{i+1/2, k}^{n+1} - v_{i+1/2, k}^{n}}{\Delta t} + lu_{i+1/2, k}^{n+1/2, k} + lu_{i+1/2, k}^{n+1/2} = 0,$$

$$\frac{T_{i, k}^{n+1} - T_{i, k}^{n}}{\Delta t} + \frac{RT^{*}}{2c_{\rho}\sigma_{k}m} \sum_{\nu=0,1} \sum_{\mu=1}^{k-\nu} \left(u_{i+1/2, \mu}^{n+1/2} - u_{i-1/2, \mu}^{n+1/2}\right) \Delta \sigma = 0.$$
(3.4.5)

Здесь

$$\varphi^{n+1/2} = \frac{1}{2} (\varphi^n + \varphi^{n+1}),$$

где $\varphi = u$ или T, $\Delta \sigma = \mathrm{const} - \mathrm{mar}$ по координате σ .

Не проводя выкладок, укажем, что система (3.4.5) удовлетворяет конечно-разностному аналогу закона сохранения энергии в виде

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{N} \frac{m}{2} \left(u_{i+1/2, k}^{2} + v_{i+1/2, k}^{2} + \frac{c_{p} T_{i, k}^{2}}{T^{*}} \right)^{n+1} \Delta \sigma =$$

$$= \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{N} \frac{m}{2} \left(u_{i+1/2, k}^{2} + v_{i+1/2, k}^{2} + \frac{c_{p} T_{i, k}^{2}}{T^{*}} \right)^{n} \Delta \sigma. \quad (3.4.6)$$

Для упрощения дальнейших выкладок перейдем в уравнениях (3.4.5) от величин на (n+1)-м шаге к величинам на (n+1/2)-м шаге (индекс n+1/2 опускаем):

$$u_{i+1/2, k} - \frac{l \Delta t}{2} v_{i+1/2, k} + \frac{\Delta \sigma R \Delta t}{4m} \sum_{\nu=0,1} \sum_{\mu=k+\nu}^{K} \frac{T_{i+1, \mu} - T_{i, \mu}}{\sigma_{\mu}} = u_{i+1/2, k}^{n},$$

$$v_{i+1/2, k} + \frac{l \Delta t}{2} u_{i+1/2, k} = v_{i+1/2, k}^{n},$$

$$T_{i,k} + \frac{RT^* \Delta t \Delta \sigma}{4c_p \sigma_k m} \sum_{\nu=0,1} \sum_{\mu=1}^{k-\nu} (u_{i+1/2}, \mu - u_{i-1/2}, \mu) = T_{i,k}^n.$$
 (3.4.7)

Решение системы алгебраических уравнений (3.4.7) будем искать в виде конечного ряда Фурье по дискретной переменной x_i :

$$u_{i+1/2, k} = \sum_{q} u_{k}^{q} e^{\mathbf{i} (i+1/2) \gamma q},$$

$$v_{i+1/2, k} = \sum_{q} v_{k}^{q} e^{\mathbf{i} (i+1/2) \gamma q},$$

$$T_{i, k} = \sum_{q} T_{k}^{q} e^{\mathbf{i} i \gamma q},$$
(3.4.8)

где і — мнимая единица, $\gamma=2\pi/N$. Разложив аналогичным образом в ряд Фурье правые части (3.4.7) и подставив затем (3.4.8) в (3.4.7), перейдем к системе уравнений относительно коэффициентов Фурье u_k^q , v_k^q и T_k^q (индекс q для упрощения затем опускаем):

$$u_k - \frac{l \Delta t}{2} v_k + \frac{R \Delta t \Delta \sigma \mathbf{i}}{2m} \sin \frac{\gamma q}{2} \sum_{\nu=0,1} \sum_{\mu=k+\nu}^{K} \frac{T_{\mu}}{\sigma_{\mu}} = (u_k^q)^n,$$

$$v_k + \frac{l \Delta t}{2} u_k = (v_k^q)^n,$$

$$T_k + \frac{RT^* \Delta t \Delta \sigma \mathbf{i}}{2c_p \sigma_k m} \sin \frac{\gamma q}{2} \sum_{\nu=0,1} \sum_{\mu=1}^{k-\nu} u_{\mu} = (T_k^q)^n. \tag{3.4.9}$$

Разрешив теперь первые два уравнения (3.4.9) относительно функций u_k и v_k и подставив в третье уравнение, после несложных выкладок получим:

$$T_{k} + \frac{\xi}{\sigma_{k}} \left[\frac{(4k-3)}{2} \frac{T_{k}}{\sigma_{k}} + \sum_{\nu=1}^{k-1} \frac{(2\nu-1) T_{\nu}}{\sigma_{\nu}} + (2k-1) \sum_{\nu=k+1}^{K} \frac{T_{\nu}}{\sigma_{\nu}} \right] = \hat{f}_{k}^{q},$$
(3.4.10)

где

$$\xi = \frac{1}{2} \varkappa \left(\sin \frac{\gamma q}{2} \Delta \sigma \right)^2 (K^*)^2 / \left(1 + \left(\frac{l \Delta t}{2} \right)^2 \right),$$

$$\varkappa = \frac{R}{c_\rho}, \quad K^* = \frac{\sqrt{RT^*} \Delta t}{m},$$

а функции f_k^q зависят от $(u_k^q)^n$, $(v_k^q)^n$, $(T_k^q)^n$.

Запишем (3.4.10) в матричном виде:

$$(E + \xi DAD) T = F,$$
 (3.4.11)

где

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_K \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} f_1^q \\ f_2^q \\ \vdots \\ f_K^q \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \frac{5}{2} & 3 & 3 & \dots & 3 \\ 1 & 3 & \frac{9}{2} & 5 & \dots & 5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 3 & 5 & 7 & \dots & \frac{2K - 3}{2} \end{pmatrix},$$

E — единичная матрица, D — диагональная матрица, на k-м месте диагонали которой стоит величина $1/\sigma_k$.

Нетрудно показать, что последовательные главные миноры Δ_k матрицы A удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению:

$$\Delta_k - \Delta_{k-1} + \frac{1}{4} \Delta_{k-2} = 0, \quad k = 3, 4, \dots, K,$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{2}, \quad \Delta_2 = \frac{1}{4}. \tag{3.4.12}$$

Решение системы уравнений (3.4.12) имеет вид

$$\Delta_k = 2^{-k}, \quad k = 1, \ldots, K.$$

Поскольку матрица A симметрическая, то положительность всех ее последовательных главных миноров является достаточным условием положительности ее собственных чисел, т. е. условием положительной определенности. Матрица

$$B = E + \varepsilon DAD$$

симметрична в силу симметричности матриц E, A и D. Поскольку $\xi > 0$, а матрицы D и A положительно определены, то матрица B также положительно определена. Действительно,

$$(Bx, x) = (x, x) + \xi(DADx, x) = (x, x) + \xi(ADx, Dx) > 0,$$

где x — произвольный вектор, отличный от нуля. Из симметричности и положительной определенности матрицы B следует, что ее собственные числа λ_B строго больше нуля.

Для решения уравнения (3.4.11) применим итерационный про-

$$T^{(s+1)} = T^{(s)} + \tau (F - BT^{(s)}). \tag{3.4.13}$$

Условие положительности собственных чисел матрицы B является достаточным для сходимости итерационного процесса (3.4.13) при

$$0 < \tau < 2/(\lambda_B)_{\text{max}}$$
 (3.4.14)

Выбор процесса (3.4.13) был обусловлен его достаточно быстрой сходимостью для данной конкретной задачи и простой программной реализацией. Поскольку оператор перехода E— τB в процессе (3.4.13) симметричен, то условие (3.4.14) эквивалентно тому, что его спектральная норма меньше 1. Последнее гарантирует монотонную сходимость (3.4.13). Оптимальное значение параметра τ определяется следующим образом:

$$\tau_{\text{opt}} = \frac{2}{(\lambda_B)_{\min} + (\lambda_B)_{\max}} = \frac{1}{1 + \xi \left[\frac{(\lambda_{DAD})_{\min} + (\lambda_{DAD})_{\max}}{2} \right]}. \quad (3.4.15)$$

Вспомнив, что

$$\xi \sim \frac{RT^* \Delta t^2}{m^2},$$

из (3.4.15) нетрудно получить зависимость $\tau_{\rm opt}$ от параметров модели.

Поскольку при решении полной задачи нахождение границ спектра матрицы DAD является весьма трудной проблемой, величина $\tau_{\rm opt}$ находилась экспериментально. В реальной задаче фактически итерировалось трехмерное уравнение для температуры. Нетрудно показать, что оптимальное значение итерационного параметра $\tau_{\rm opt}$ пропорционально

$$1/(1+\frac{RT^*\Delta t^2}{m^2}\delta_1),$$

где $\delta_1 \equiv$ const. Поскольку при приближении к полюсу $m \to 0$, то, очевидно, что при $\phi \to \pi/2$ $\tau \to 0$. В этом случае, естественно, итерационный процесс будет сходиться очень медленно. Чтобы этого не случилось, в течение итерационного процесса в окрестности полюса производилась фильтрация коротких волн в градиентах скорости, давления и геопотенциала. Эта процедура, не изменяя энергетики системы, увеличивает эффективный шаг по λ в окрестности полюса, тем самым увеличивая скорость сходимости итерационного процесса.

3.5. Численные методы решения уравнений переноса влажности в атмосфере

Одной из главных особенностей уравнений (1.1.5) является то, что они описывают существенно положительные функции с большими пространственными градиентами, а потому требуют для решения специальных разностных схем. Полученное нами уравнение (2.3.1) исключило первую особенность, но большие пространственные градиенты (или даже разрывы производной) при этом не исключаются. Следовательно, и в этом случае выбор разностной схемы не может быть произвольным.

Рассмотрим проблемы, связанные с решением задач подобного класса, на примере задачи Коши для одномерного уравнения переноса

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \tag{3.5.1}$$

где u = const > 0.

Следуя работе [13], мы будем называть монотонной схемой разностную схему, которая переводит все монотонные функции в монотонные с тем же направлением роста.

Рассмотрим далее класс двухслойных по времени разностных

Справедливо утверждение: для того чтобы разностная схема вида

$$\varphi_k^{j+1} = \sum_k C_{n-k} \varphi_k \tag{3.5.2}$$

была монотонной, необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты C_{n-k} в (3.5.2) были неотрицательны [13].

Кратко остановимся на некоторых свойствах монотонных разностных схем. Прежде всего это гарантия положительности (неотрицательности) решения разностной задачи, если решение дифференциальной задачи по существу положительно (неотрицательно) и имеет разрывы или большие пространственные градиенты. Для нелинейных гиперболических уравнений вида

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} F(\varphi) = 0 \tag{3.5.3}$$

в случае неединственности обобщенного решения сходящиеся монотонные схемы обеспечивают сходимость к физически допустимому решению [142].

Перейдем теперь к вопросу о возможности построения моно-

тонных разностных схем для уравнения (3.5.1).

Будем говорить, что разностная схема (3.5.2) имеет индекс p, если она точна для начальных данных, являющихся многочленами

степени $\leq p$. В работе [13] была доказана теорема, согласно которой, среди схем, имеющих индекс p=2 (для решения задачи (3.5.1)), не существует монотонных схем. Это доказательство нетрудно перенести и на схемы с индексом p>2. Однако отсюда еще не следует, что для решения задачи (3.5.1) не существует монотонных разностных схем с порядком точности большем 1 (мы имеем в виду общепринятое определение порядка точности сходящейся схемы [14]). Действительно, порядок точности схемы и ее индекс в общем случае не связаны между собой. Доказательство невозможности существования схем класса (3.5.2) для решения задачи (3.5.1) с порядком точности выше первого было дано в [142].

Монотонные схемы первого порядка точности для уравнения (3.5.1) построить несложно (это схемы направленных разностей), однако применение этих схем, особенно для многомерных уравнений, очень затруднительно из-за необходимости использования очень высокого пространственного и временного разрешения.

Немонотонность схем с порядком точности выше первого проявляется, как известно, в характерных осцилляциях, возникающих в окрестности больших градиентов или разрывов решения. В связи с этим большую роль играет уже введенное понятие индекса схемы. В работе [24] было показано, что в пределе (при $j \rightarrow \infty$) поведение решения сходящихся схем с нечетным индексом при описании разрывных решений оказывается гораздо более предпочтительным.

Рассмотрим задачу (3.5.1) с начальным условием

$$\varphi(0, x) = e^{ikx}. {(3.5.4)}$$

Как известно, решением (3.5.1) будет

$$\varphi(t, x) = e^{ik(x-ut)}$$
 (3.5.5)

Если при j=0 для схемы (3.5.2) принять $\phi_n^0=e^{ikn\;\Delta x}$, то решение (1.3.2) можно искать в виде

$$\varphi_n^j = \lambda^j e^{ikn \, \Delta x},$$

где λ — комплексное число.

Пусть $\lambda = re^{-ij\delta}$. Тогда

$$\varphi_n^i = r^i e^{-ij\delta} e^{ink \, \Delta x} = r^i e^{ik \left(n \, \Delta x - \frac{j\delta}{k}\right)}.$$

Таким образом, ошибку разностного решения можно разделить на две составляющие — амплитудную ошибку (разность между единицей и r^j) и фазовую ошибку (разность между $u_j \Delta t$ и $j\delta/k$). Сделаем одно очень важное замечание. Для линейного

уравнения (1.3.1) с u= const фазовая скорость волнового решения c не зависит от волнового числа k(c=u); для разностного же решения фазовая скорость $c_{\Delta}=\delta/k\Delta t$ является, как правило, функцией волнового числа k, т. е. c=c(k). Это дисперсионное соотношение для разностной схемы по существу определяет ее свойства, которые можно продемонстрировать, например, на монотонной схеме первого порядка

$$\varphi_n^{j+1} = (1-r)\,\varphi_n^j + r\varphi_{n-1}^j,$$

$$r = u\,\Delta t/\Delta x. \tag{3.5.6}$$

Очень удобно для этого воспользоваться понятием первого дифференциального приближения [102]. Для схемы (3.5.4) оно будет иметь вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2},$$

$$\mu = \frac{uh}{2} (1 - r), \quad r = \frac{u \Delta t}{\Delta x} \le 1. \tag{3.5.7}$$

Поскольку решение (3.5.7) при начальных данных (3.5.4) будет иметь вид

$$\varphi(t, x) = e^{ik(x-ut) - \mu k^2 t},$$

то ясно, что дисперсионные свойства схемы будут определяться членами в дифференциальном приближении с порядком малости выше первого. Следуя работе [142], мы можем утверждать, что первое дифференциальное приближение любой монотонной схемы для решения (3.5.1) будет иметь вид (3.5.7) с $\mu \sim ch$. Если первое дифференциальное приближение схемы будет иметь в правой части производные нечетного порядка, то основная ошибка будет уже не амплитудной, а фазовой.

При использовании для описания полей влажности уравнения (2.3.1), в принципе, как уже отмечалось выше, не обязательно применять монотонные схемы, но желательно использовать схемы,

в некотором смысле близкие к монотонным.

Основным направлением в конструировании схем, близких к монотонным, является стремление свести к минимуму фазовые ошибки. Рассмотрим некоторые схемы такого рода. Наиболее интересными из них являются модификации известной схемы Лакса—Вендрофа [163]. Идея схемы, предложенной Фроммом [132], заключается в использовании известного факта, что схема Лакса—Вендрофа при постоянном u > 0 имеет фазовую ошибку, что приводит к отставанию решения разностной схемы по отношению к решению дифференциальной задачи (имеется в виду решение в виде простой гармонической волны).

Пусть схема Лакса—Вендрофа имеет вид

$$\varphi^{j+1} = L(r) \varphi^j$$
 при $r \le 1$. (3.5.8)

Схема (1.3.8) абсолютно точна при r=1. Переход на (j+1)-й уровень можно также осуществить, двигаясь по времени назад, предварительно пройдя по характеристике с r=1, т. е. произвести преобразование

$$\tilde{\varphi}^{j+1} = L(r-1)L(1)\varphi^{j}. \tag{3.5.9}$$

В этом случае $\tilde{\varphi}^{j+1}$ в реальном времени будет опережать решение дифференциальной задачи. Если мы возьмем в качестве решения полусумму решений по схемам (3.5.8) и (3.5.9), то фазовая ошибка по существу будет исключаться. Таким образом, схема, предложенная в [132], имеет вид

$$\varphi^{i+1} \approx \frac{1}{2} [L(r) + L(r-1)L(1)] \varphi^{i}.$$
 (3.5.10)

Для знакопеременного r схему (3.5.10) можно записать в виде

$$\varphi_{n}^{j+1} = (1 - |r_{n}|) \varphi_{n}^{j} + \frac{r_{n} + |r_{n}|}{2} \varphi_{n}^{j} + \frac{(|r_{n}| - r_{n})}{2} \varphi_{n+1}^{j} - \frac{(1 - |r_{n}|)}{4} \left[\frac{r_{n} + |r_{n}|}{2} \left(\Delta_{1/2} \varphi^{j} - \Delta_{-3/2} \varphi^{j} \right) + \frac{|r_{n}| - r_{n}}{2} \left(\Delta_{3/2} \varphi^{j} - \Delta_{-1/2} \varphi^{j} \right) \right],$$

$$r_{n} = u_{n} \Delta t / \Delta x, \qquad (3.5.11)$$

где

$$\Delta_{1/2} \varphi = \varphi_{n+1} - \varphi_n, \Delta_{-1/2} \varphi = \varphi_n - \varphi_{n-1}.$$

Соответствующим образом определяются и $\Delta_{s/2}$, и $\Delta_{-s/2}$

Идея введения в схему Лакса—Вендрофа параметра была реализована в работе [133], в которой однопараметрическое семейство схем имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_n^{j+1} &= \varphi_n^j - r \left\{ \left(1 + \frac{2}{3} \alpha \right) \frac{\varphi_{n+1}^j - \varphi_{n-1}^j}{2} - \frac{2}{3} \alpha \frac{\left(\varphi_{n+2}^j - \varphi_{n-2}^j \right)}{4} \right\} + \\ &+ \frac{1}{2} r^2 \left\{ \left(1 + \frac{4}{3} \alpha \right) \left(\varphi_{n+1}^j - 2 \varphi_n^j + \varphi_{n-1}^j \right) - \\ &- \frac{4}{3} \alpha \frac{\varphi_{n-2}^j - 2 \varphi_n^j + \varphi_{n+2}^j}{4} \right\}. \end{aligned}$$
(3.5.12)

78

Схему (3.5.12) можно оптимизировать по α с точки зрения минимизации амплитудной и фазовой ошибок. Предложенное в работе [133] значение α определяется в виде

$$\alpha = \frac{3}{4}(1-r^2).$$

Можно отметить два интересных свойства полученной схемы — положительную фазовую ошибку (u>0) практически для всех r и для всех длин волн и достаточное хорошее описание волны $\lambda=2\,\Delta x$ при r=0,7. Выше мы отмечали, что с точки зрения воспроизведения разрывных решений схемы нечетного индекса являются более предпочтительными. Именно такой является схема третьего порядка точности, предложенная Русановым [86]. Первое дифференциальное приближение этой схемы имеет вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{u}{24} \Delta x^3 \left(\frac{\omega}{2} - 4r + r^3 \right) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4}, \quad (3.5.13)$$

где ω — параметр. Поскольку остальные приближения имеют производные более высокого порядка, мы можем заключить, что дисперсионные свойства схемы определяются членами $\sim \Delta x^4$.

Достаточно экономной (хотя и имеющей четный индекс) является схема четвертого порядка по пространству и второго по времени с регуляризатором четвертого порядка малости [158]. Необходимо отметить, правда, что эта схема трехслойная. Нами был предложен и использован для прогноза полей влажности двухслойный вариант такой схемы (типа Кранка—Николсона) [22]. Для одномерного уравнения (3.5.1) схема имеет вид

$$\frac{\varphi_n^{j+1}-\varphi_n^j}{\Delta t}+u\left[\frac{4}{3}D_0(h)-\frac{1}{3}D_0(2h)\right]\varphi^{j+1/2}=\varepsilon h^3(D_+D_-)^2\varphi^{j+1/2},$$

где

$$D_{0}(h) \varphi = \frac{\varphi_{n+1} - \varphi_{n-1}}{2h},$$

$$D_{0}(2h) \varphi = \frac{\varphi_{n+2} - \varphi_{n-2}}{4h},$$

$$D_{+} \varphi = \frac{\varphi_{n+1} - \varphi_{n}}{h},$$

$$D_{-} \varphi = \frac{\varphi_{n} - \varphi_{n-1}}{h},$$

$$\varphi^{n+1/2} = \frac{1}{2} (\varphi^{n+1} + \varphi^{n}).$$

Параметр ε выбирался не больше h, так чтобы порядок схемы по

по пространству был четвертым.

Все описанные выше квазимонотонные схемы можно использовать для уравнений типа (2.3.1), решение которых представляет знакопеременную функцию координат. Для решения же уравнений типа (3.5.1) необходимо использовать монотонные схемы желательно высокого порядка точности. Поскольку среди линейных схем таких нет, решение проблемы следует искать в классе нелинейных схем.

Идея построения нелинейных монотонных разностных схем для линейных и нелинейных гиперболических уравнений, по-видимому, впервые была изложена в работе [15]. Суть метода заключается в следующем. Пусть мы имеем монотонный оператор первого порядка точности L_1 , такой что

$$\varphi_{(1)}^{j+1} = L_1 \varphi^j,$$

и немонотонный оператор второго порядка L_2 :

$$\varphi_{(2)}^{j+1} = L_2 \varphi^j$$
.

Тогда

$$\varphi_{(2)}^{j+1} = L_1 \varphi^j + (L_2 - L_1) \varphi^j \equiv L_1 \varphi^j + \Delta_2 \varphi^j.$$

Введем некоторую управляющую функцию $f(\xi)$ и определим разностное решение задачи в виде

$$\varphi^{j+1} = L_1 \varphi^j + \Delta_2 \varphi^j f(\xi). \tag{3.5.14}$$

Ясно, что при $f(\xi) = 0$ решение определяется по схеме первого порядка точности, а при $f(\xi) = 1$ — по схеме второго порядка. Определим ξ следующим образом:

$$\xi = \left| \frac{\Delta_2 \varphi}{\Delta_1 \varphi} \right|,$$

где $\Delta_1 \phi$ — пока не определенный ограничивающий оператор первого порядка точности.

Естественным образом мы можем сформулировать некоторые условия определения $f(\xi)$: f(0)=1 (результаты расчета по схемам первого и второго порядка точности совпадают); $f'(\xi) \leq 0$ (функция должна быть убывающей по мере нарастания ξ , в пределе обращаясь в 0). Метод определения функций $f(\xi)$ для некоторого подкласса монотонных схем приведен в [20].

Следует заметить, что построенные описанным выше способом разностные схемы не являются в общем случае консервативными; в задачах же общей циркуляции атмосферы свойство консерва-

тивности может иметь решающее значение.

Пример консервативной монотонной разностной схемы второго порядка точности для уравнения (3.5.1), построенной на базе уже обсуждавшейся схемы Фромма, приведен в [224]. При построении консервативных схем необходимое условие сохранения линейной величины (имеются в виду существенно неотрицательные решения) можно сформулировать в терминах квадратичных инвариантов [10]. Действительно, если $\phi \geqslant 0$, то уравнение (3.5.1) можно переписать в терминах функции $\sqrt{\phi}$ и сохранение $\int_{0}^{\infty} (\phi) d\Omega$ будет

эквивалентно сохранению $\int\limits_{\Omega} (\sqrt{\phi})^2 d\Omega$. Если для аппроксимации пространственной производной использовать кососимметрическое представление, а для аппроксимации по времени — схему Кран-ка—Николсона, то в терминах функций $\psi = \sqrt{\phi}$ схема будет иметь вид

$$\frac{\psi^{i+1} - \psi^i}{\Delta t} + K \frac{\psi^{i+1} + \psi^i}{2} = 0, \tag{3.5.15}$$

где

$$(K\psi, \ \psi) = 0.$$

Для системы (1.3.23) имеет место соотношение

$$(\psi^{i+1}, \ \psi^{i+1}) = (\psi^i, \ \psi^i),$$
 (3.5.16)

где скалярное произведение определяется естественным образом:

$$(\psi, \xi) = \sum_i \psi_i \xi_i.$$

Соотношение (3.5.16) выполняется независимо от знака ϕ^{i+1} . Если мы введем нелинейное преобразование

$$\tilde{\psi}_h^{j+1} = \sqrt{(\psi^{j+1})^2},$$

то в результате будем иметь точный линейный закон сохранения для функции ϕ^j при выполнении условия ее неотрицательности.

Нетрудно показать, что такое преобразование не меняет порядка аппроксимации схемы (при условии положительности решения дифференциальной задачи). Действительно, преобразование эквивалентно умножению разностного решения на диагональную матрицу с элементами, по модулю равными единице, и знаком, определяемым знаком решения (норма этой матрицы равна 1, поэтому устойчивость схемы не меняется), т. е.

$$\tilde{\psi} = D(\psi) \psi. \tag{3.5.17}$$

Пусть схема (3.5.15) аппроксимирует исходную дифференциальную задачу на ее решении со вторым порядком по τ и с порядком m по h, τ . е.

$$\|L_{h\tau}^{(1)}(\varphi)^{h\tau} - f^{h\tau}\|_{\Phi_{h\tau}} \le C_1 \tau^2 + C_2 h^m,$$
 (3.5.18)

где $L_{h\tau}^{(1)}$ — разностный оператор, $f^{h\tau}$ — правая часть разностной схемы (в нашем случае это 0), $(\phi)^{h\tau}$ — проекция решения дифференциальной задачи на сетку.

Если мы используем нелинейное преобразование (3.5.17), то оператор новой схемы можно представить в виде произведения:

$$L_{h\tau} = L_{h\tau}^{(1)} D^{-1}$$
.

Тогда получим

$$\|L_{h\tau}(\varphi)^{h\tau} - f^{h\tau}\|_{\Phi_{h\tau}} = \|L_{h\tau}^{(1)}D^{-1}(\varphi)^{h\tau} - f^{h\tau}\|_{\Phi_{h\tau}}.$$

Поскольку $(\phi)^{h\tau}$ — величина положительная, то $D^{-1} \equiv E$ — тождественный оператор, и аппроксимация схемы совпадает с (1.3.25). Именно этот вариант нелинейной разностной схемы был использован нами при решении уравнения переноса влажности в модели общей циркуляции атмосферы.

ГЛАВА 4

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯНВАРСКОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

В этой главе мы рассмотрим результаты некоторых численных экспериментов по моделированию январской циркуляции атмосферы. Температура поверхности океана, положение морских и континентальных льдов, склонение Солнца, распределение озона и концентрация углекислого газа были фиксированы во времени и выбраны равными их климатическим значениям для января. В качестве основного был принят трехуровенный вариант модели с равномерным распределением уровней по о-координате, поскольку именно этот вариант модели был использован для эксперимента по расчету совместной циркуляции атмосферы и океана, результаты которого обсуждаются в главе 2 части III. Было проведено четыре эксперимента. В экспериментах 1 и 2 было принято горизонтальное разрешение $\Delta \lambda = 10^{\circ}$, $\Delta \phi = 6^{\circ}$, причем в эксперименте 1 задавался отличный от нуля рельеф (карты топографии земной поверхности z_s приводятся на рис. 4); в экспериментах 2— 4 полагалось $z_s = 0$. В эксперименте 3 было использовано более

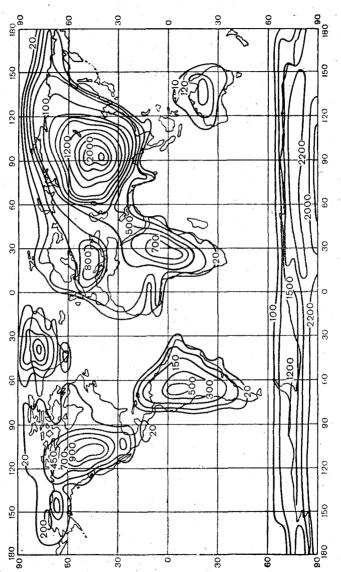


Рис. 4. Карта топографии (м) земной поверхности в эксперименте 1,

гонкое горизонтальное разрешение: $\Delta\lambda = \Delta\phi = 5^\circ$, а в эксперименте 4 — более тонкое к тому же разрешение по вертикали (шесть уровней). Состояние атмосферы, с которого начиналось интегрирование, характеризовалось во всех этих экспериментах следующими значениями метеорологических величин:

$$u(0, \lambda, \varphi, \sigma) = v(0, \lambda, \varphi, \sigma) = 0,$$
 $T(0, \lambda, \varphi, \sigma) \equiv T(\sigma) = 287 + 60 (\sigma - 1),$
 $q(0, \lambda, \varphi, \sigma) = 0.8q_{\text{max}}(T(\sigma)),$
 $\pi(0, \lambda, \varphi) \equiv \text{const} = 1013 \text{ rΠa}.$

Счет проводился в эксперименте 1 до 71-х суток, в эксперименте 2 до 131-х суток, в эксперименте 3 до 185-х суток и в эксперименте 4 до 210-х суток. Для получения климатических характеристик результаты экспериментов осреднялись, как правило, по выборке за последние 30 сут. Все климатические характеристики были разбиты на три класса: глобальные (величины, характеризующие трансформацию энергии в атмосфере, спектральные распределения, средние волновые числа и т. д.), зонально осредненные и, наконец, поля метеорологических элементов.

4.1. Циркуляция массы и баланс энергии

На рис. 5 приведены энергетические диаграммы модели. Приняты следующие обозначения: A — доступная потенциальная энергия, K — кинетическая энергия, $G_{\rm A}$ — генерация доступной потенци-

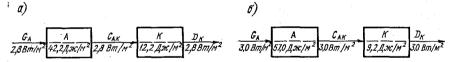


Рис. 5. Энергетические диаграммы, рассчитанные по результатам экспериментов i (a) и 4 (б).

альной энергии, C_{AK} — превращение доступной потенциальной энергии в кинетическую, D_K — диссипация.

На рис. 6 показано спектральное распределение зональной и меридиональной составляющих кинетической энергии для уровней 150, 500 и 850 гПа в эксперименте 1. Обращает на себя внимание наличие максимума в обоих распределениях на волновом числе n=14. Спектральные распределения подобного вида, построенные нами для модели без гор (эксперимент 2), не давали

максимума в области высоких волновых чисел (рис. 7). Численные эксперименты [134] по исследованию скоростей роста бароклинно неустойчивых волн в широком спектральном диапазоне на реальных распределениях зональной скорости с помощью модели общей циркуляции атмосферы GFDL (Лаборатория геофизической гидродинамики, США) показали, что существуют два макси-

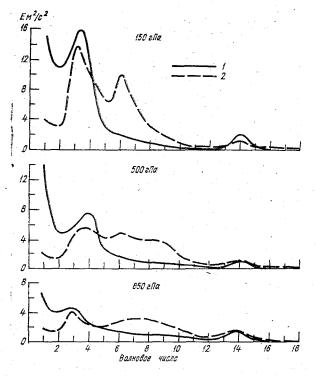


Рис. 6. Спектральное распределение зональной (1) и меридиональной (2) составляющих энергии в эксперименте 1.

мума в скоростях роста бароклинных волн: в синоптическом диапазоне n=5...8 и n=14,15, причем второй максимум является абсолютным. Было сделано предположение, что из-за вязкости этот максимум не проявляется в реальной атмосфере и в экспериментах по моделированию общей циркуляции атмосферы с помощью численных моделей. Сразу отметим, что весьма существенные характеристики модели общей циркуляции атмосферы, построенной нами, и модели GFDL оказались довольно близкими (на этом подробнее остановимся ниже), поэтому можно предположить, что второй максимум есть лишь проявление данной конструкции разностной схемы, хотя это и маловероятно, поскольку в [134] использовано очень высокое разрешение (20 точек на длину волны). Положение максимума меридиональной составляющей кинетической энергии в модели говорит о том, что волно-

зые числа наиболее неустойчивых мод в модели получаются близкими к реальным. Это объясняется тем, что в средних широтах, де происходит основная генерация бароклинных вихрей, пространственный шаг сетки составляет примерно 500 км, что вполне:

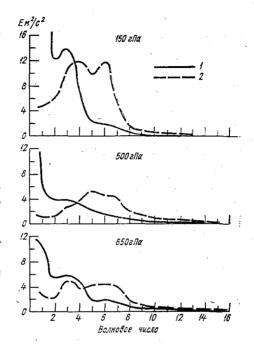
достаточно для корректного описания начального этапа развития наиболее неустойчивых волн.

В табл. 3 приведены эффективные волновые числа (эксперимент 1) для каждого уровня модели и средние по уровням, рассчитанные по формуле

$$\bar{n} = \int n \ dE(n) / \int dE(n),$$

где E(n) — спектральное распределение кинетической энергии.

Рис. 7. Спектральное распределение зональной (1) и меридиональной (2) составляющих энергии в эксперименте 2.



Волновые числа рассчитывались как для зональной \bar{n}_u , так и для меридиональной \bar{n}_v компонент энергии.

Из табл. З видно, что имеется общая тенденция увеличения характерной длины волны с высотой, что согласуется с теорией. Следует также отметить увеличение эффективных волновых чисел

таблица з Эффективные волновые числа в эксперименте 1

ñ —		Уровень, гПа			
	150	500	800	- Среднее	
\bar{n}_u	2,84	3,6	4,44	3,63	
$\bar{n}_{m{v}}$	4,85	6,44	6,74	6,01	

	ТАБЛ				
Эффективные	волновые	числа	В	эксперименте	2

$ar{n}$		Уровень, гПа		
	150	500	850	Среднее
\bar{n}_{tt}	2,32	3,38	3,34	3,01
$ar{n}_v$	4,60	6,22	5,51	5,44

таблица 5 Эффективные волновые числа в эксперименте 3

- 1 n	Уровень, гПа				
	150	500	850	— Среднее	
\bar{n}_u	3,27	4,86	5,3 3	4,49	
$ar{n}_{m{v}}$	6,01	8,05	8,29	7,45	

в данной модели по сравнению с моделью без гор (эксперимент 2, табл. 4).

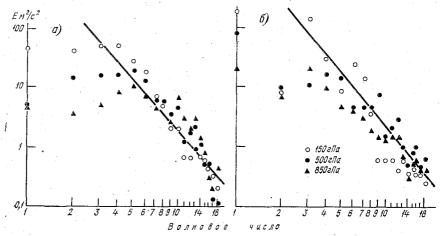


Рис. 8. Спектральное распределение вихревой кинетической энергии в эксперименте 1.

а) 45° с. ш., б) 3° с. ш.

Рост эффективных волновых чисел в модели наблюдается и при переходе от горизонтального разрешения $\Delta\lambda=10^\circ,~\Delta\phi=6^\circ$ к разрешению $\Delta\lambda=\Delta\phi=5^\circ$ (эксперимент 3, табл. 5).

На рис. 8 приведены спектральные распределения вихревой кинетической энергии для 45 и 3° с. ш. соответственно. Видно, что все распределения в инерционном масштабе достаточно близки к закону степени — 3 (сплошная кривая).

Поскольку в экваториальной области предположение о квази-геострофичности атмосферных движений явно несправедливо, мы

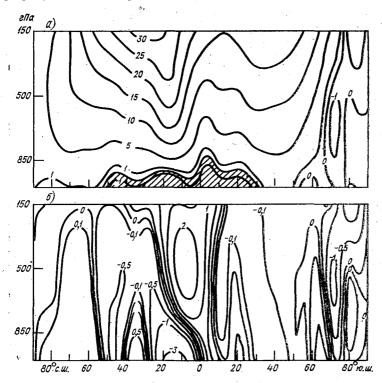


Рис. 9. Широтно-высотное зонально осредненное распределение скорости (м/с) в эксперименте 1. a— зональная скорость \overline{u}^{λ} , δ — меридиональная скорость \overline{v}^{λ} .

можем заключить, что подобное спектральное распределение энергии определяется главным образом квазидвумерностью модельной атмосферы.

На рис. 9 даны зонально осредненные распределения зональной и меридиональной скорости. Соответствующие распределения для реальной атмосферы [152] показаны на рис. 10. Нетрудно заметить, что модель хорошо воспроизводит субтропическое струйное течение северного полушария. Соответствующее течение южного полушария выражено слабее. Также по существу более четко просматривается в северном полушарии ячейка Ферреля. Это

объясняется, конечно, тем, что в зимний период (январь) меридиональные градиенты температуры в северном полушарии больше, чем в южном, что приводит к развитию более мощных бароклинных вихрей. При переходе к более тонкому горизонтальному и

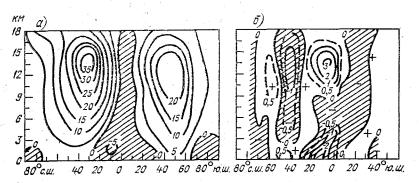


Рис. 10. Широтно-высотное зонально осредненное распределение скорости (м/с) по данным работы [152].

a — зональная скорость \overline{u}^{λ} , δ — меридиональная скорость \overline{v}^{λ} .

вертикальному разрешению воспроизведение рассматриваемых характеристик значительно улучшается. Так, приведенное на рис. 11 распределение зонально осредненной зональной составляющей

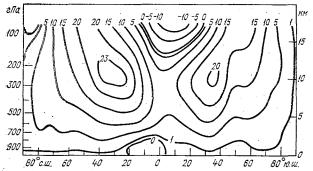


Рис. 11. Широтно-высотное зонально осредненное распределение зональной скорости \bar{u}^{λ} (м/с) в эксперименте 4.

скорости, полученное в эксперименте 4, обнаруживает ярко выраженные ядра субтропических струйных течений (как в северном, так и в южном полушариях), местоположение которых (широта и высота) хорошо согласуется с их местоположением в реальной атмосфере (см. рис. 10 а). Значительно лучше, чем в эксперименте 1, воспроизводится также приэкваториальная область восточных ветров.

Рассмотрим теперь проинтегрированный по толще атмосферы меридиональный перенос углового момента к полюсу за счет стационарной циркуляции

$$\frac{1}{g} \sum_{\alpha} \pi^{-\lambda} \widehat{u} \widehat{v} a \cos \varphi \, \Delta \sigma$$

и за счет вихревых движений

$$\frac{1}{g}\sum_{\sigma}\overline{\pi u'v'}^{\lambda}a\cos\varphi\Delta\sigma$$

(здесь и далее для любой величины A выражение \overline{A}^{λ} означает осреднение по кругу широты; $\widehat{A} = \overline{nA^{\lambda}}/\overline{n^{\lambda}}$; $A = \widehat{A} + A'$). Этот перенос изображен на рис. 12, на котором приведены также данные наблюдений [152]. Основное отличие между двумя кривыми на рис. 12 a состоит в том, что в эксперименте 1 модель существенно усиливает в тропической зоне среднюю меридиональную циркуляцию. Необходимо заметить, что по сравнению с результатами численного интегрирования с $z_s = 0$ (эксперимент 2) вихревой перенос момента к полюсу в северном полушарии в эксперименте 1 происходит более интенсивно, что обусловлено в основном дополнительной (завышенной, на наш взгляд) генерацией вихрей горами.

Интересной энергетической характеристикой атмосферной циркуляции является диссипация кинетической энергии. На рис. 13 приведены зонально осредненные распределения диссипации энергии в планетарном пограничном слое (за счет трения о подстилающую поверхность) D_v , в свободной атмосфере (обусловленной внутренним трением за счет мелкомасштабной горизонтальной турбулентности) D_H и их сумма $D_{\text{sum}} = D_v + D_H$, рассчитанные по результатам эксперимента 4. Как показывает рисунок, распределения диссипации в пограничном слое и в свободной атмосфере имеют одинаковый качественный характер — им свойственно наличие глобальных максимумов в средних широтах как северного, так и южного полушария и минимумов в тропической и полярных Количественная областях. оценка этих величин приведена в табл. 6 отдельно для широтных зон и в целом по сфере.

ТАБЛИЦА 6

Зона	<i>D</i> _𝒯 BT/M²	<i>D_.H</i> Вт/м²	D _{sum} Br/m²	$D_v/D_{\rm sum}$ %	D _H /D _{sum} %
20° с. ш.—90° с. ш.	1,70	2,70	4,40	61	39
20° ю. ш.—20° с. ш.	1,06	0,81	1,87	48	57
20° ю. ш.—90° ю. ш.	0,96	1,90	2,86	66	34
Вся сфера	1,23	1,82	3,05	60	40

Одной из наиболее важных атмосферных характеристик при построении совместной модели атмосфера—океан является τ_{λ} , т. е. λ -компонента поверхностного напряжения трения. На рис. 14 при-

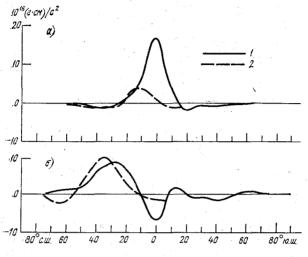
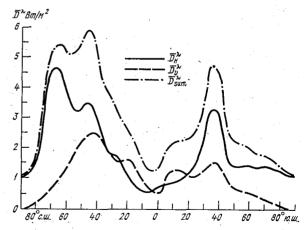


Рис. 12. Меридиональный перенос углового момента за счет осредненной меридиональной циркуляции (a) и за счет вихревых движений (δ). I — эксперимент 1, 2 — фактированская I —

7 — эксперимент 1, 2 — фантические данные [152].

ведены графики зонально осредненного распределения $\tau_{\lambda}{}^{\lambda}$, рассчитанного по модели и по данным наблюдений, взятым из работы [203].

Рис. 13. Зонально осредненные распределения диссипации кинетической энергии в пограничном слое $(\overline{D}_v^{\lambda})$, в свободной атмосфере $(\overline{D}_H^{\lambda})$ и суммарная $(\overline{D}_{\text{sum}}^{\lambda} = \overline{D}_H^{\lambda} + \overline{D}_v^{\lambda})$, рассчитанные по результатам эксперимента 4.



В целом можно признать удовлетворительным описание пояса приземного напряжения трения в области субтропических пассатных ветров. Что касается средних широт, то модельное напряжение трения здесь получилось существенно заниженным. Это свя-

зано, по-видимому, в северном полушарии со смещением оси макзимальных ветров в модели в сторону экватора, а в южном полунарии с ослабленным зональным потоком в средних широтах

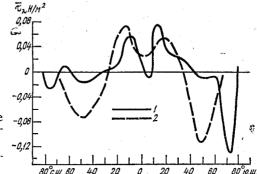
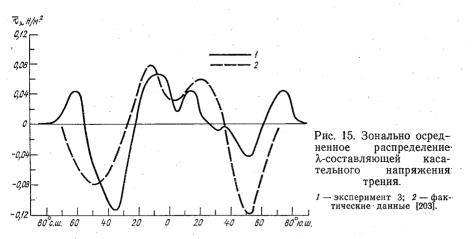


 Рис. 14. Зонально осредненное заспределение λ-составляющей касательного напряжения трения.

— эксперимент 1, 2 — фактические данные [203].

(напомним, что ближайший к поверхности уровень, на котором эпределяется зональная компонента скорости в модели, находится на высоте около 1500 м).



На рис. 15 приведено распределение приземного напряжения трения для эксперимента 3 (модельный климат получен в этом эксперименте осреднением за период с 156-х по 185-е сутки счета). Главной характерной особенностью этого распределения

является весьма близкое к реальному поведение зависимости τ_{λ}^{λ} от широты в северном полушарии (заметно усилилось напряжение

трения в средних широтах, что объясняется, по-видимому, улуч шением горизонтального разрешения модели). В то же время следует отметить сдвиг максимума напряжения трения в сторону экватора и заниженное значение максимума напряжения трения в южном полушарии по сравнению с реальными данными.

Важнейшей характеристикой является баланс углового мо мента, и в случае отсутствия гор в модели должно выполняться

•соотношение

$$I_{\tau} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\lambda^{t}}{\tau_{\lambda}} \cos^{2} \varphi \, d\varphi \approx 0.$$

Обозначим через τ_+ вклад в интеграл I_τ положительных значений подынтегральной функции, а через τ_- вклад отрицательных зна чений. Тогда величина $\varepsilon = (\tau_+ - \tau_-)/\tau_+$ может служить мерой степени баланса углового момента в модели. В случае экспери мента 3 $\varepsilon = 0.06$, т. е. баланс углового момента при осреднении за 30 сут выполняется с точностью 6 %. Этот результат является достаточно хорошим, если учесть, что в модели используется метод расщепления и разностные аппроксимации, описывающие кориолисовы силы, не дают точного сохранения углового момента Отметим также, что решающим моментом в получении сбаланси рованного распределения приземного напряжения трения явилось использование специальной формы для описания горизонтальной вязкости.

Остановимся теперь на моделировании давления, приведен ного к уровню моря. На рис. 16 представлено поле давления, приведенного к уровню моря, полученное в результате численного расчета, на рис. 17 — поле, построенное по фактическим данным [203]. В модели давление к уровню моря приводилось поформуле

$$p_s = \pi \exp(\Phi_s/R\overline{T}),$$

где

$$\overline{T} = T_s + \gamma \Phi_s/g$$

и γ — градиент стандартного распределения температуры в нижней тропосфере ($\gamma = 7\,^{\circ}\text{C/км}$).

В модели вполне удовлетворительно описываются стационарные длинные волны в средних широтах северного и южного полушарий, пояс низкого давления Антарктиды. Однако необходимо отметить завышение давления на Северном полюсе (очень похожий результат был получен в модели GFDL). По нашему мнению,

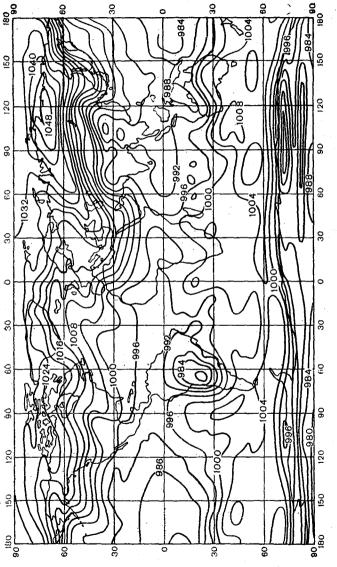


Рис. 16. Приземное давление, приведенное к уровню моря, $ar{p}_s$ (гПа), рассчитанное в эксперименте 1.

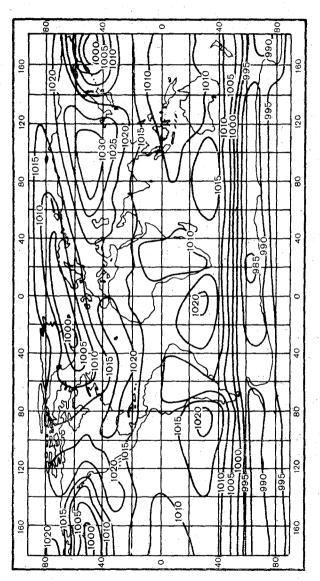
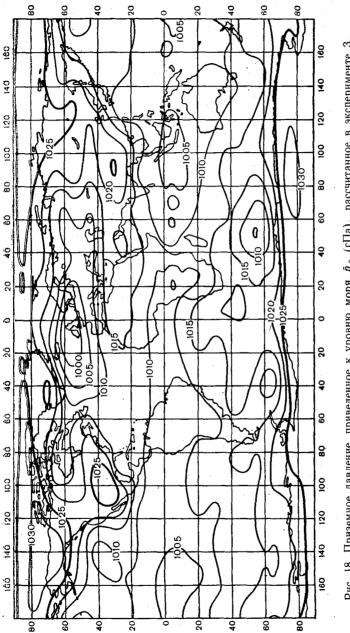


Рис. 17. Приземное давление, приведенное к уровню моря, \vec{p}_s (гПа), построенное по фактическим данным [203].



Pис. 18. Приземное давление, приведенное к уровню моря, \hat{p}_s (г Π а), рассчитанное в эксперименте 3.

причин такого завышения несколько: во-первых, недостаточный вихревой перенос влаги и тепла к полюсу, что обусловлено грубым пространственным разрешением (и, может быть, конструкцией членов, описывающих горизонтальную диффузию); во-вторых, отсутствие в модели учета сезонного хода, что также, по-видимому, приводит к чрезмерному выхолаживанию полюса.

Если предположить, что исландский минимум и сибирский антициклон являются результатом формирования стационарной барической волны главным образом за счет термической неоднородности подстилающей поверхности, то, поскольку для образования в ложбине волны циклона требуется достаточно большая ее амплитуда, необходимо, чтобы давление в непосредственной окрестности полюса было умеренным (в противном случае язык высокого давления заполняет ложбину исландского минимума). Пояс такого умеренного давления в окрестности полюса связан со слабой ячейкой Ферреля, которая может сформироваться лишь в том случае, если в полярную область поступает достаточное количество влаги. Достичь этого можно, например, с помощью увеличения горизонтального разрешения модели. На рис. 18 приведено поле приземного давления, рассчитанное в эксперименте 3. Нетрудно видеть, что даже в отсутствие рельефа поле давления в северном полушарии в этом эксперименте существенно ближе к реальному, чем в эксперименте 1: четко сформировался исландский минимум, положение сибирского антициклона лучше согласуется с реальным его положением на климатических картах ит. д.

4.2. Температура и баланс тепла

Рассмотрим высотно-широтные распределения зонально осредненной температуры, рассчитанной в эксперименте 1 (рис. 19.a) и построенной по фактическим данным (рис. 19.6). Основными особенностями этих распределений являются заниженные значения температуры в высоких широтах северного полушария и по сравнению с аналогичным распределением для модели без рельефа (эксперимент 2) более высокие меридиональные градиенты в этих же широтах. Из рис. 20 видно, что вихревой меридиональный поток тепла к полюсу

$$(c_v/g)\sum \overline{\pi T'v'}^{\lambda} \Delta \sigma$$

занижен по сравнению со значениями, полученными по фактическим данным [152]. Поле температуры на поверхности 500 гПа, рассчитанное в эксперименте 1, приведено на рис. 21. Улучшение горизонтального и в особенности вертикального разрешения при-

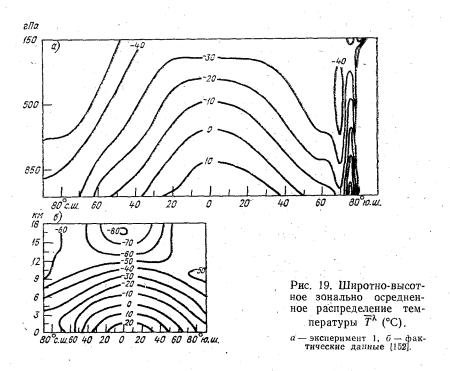


Рис. 20. Меридиональный перенос тепла вихревыми движениями. 1 — эксперимент 1, 2 — фактические данные [152]. 80°с.ш. 60 40 20 20 40 60 80°ю.ш.

1012(2.CM)/c3

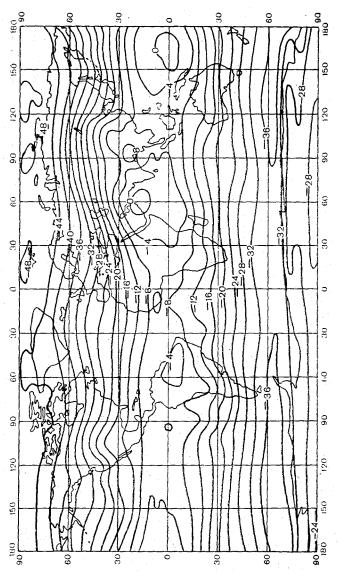


Рис. 21. Поле температуры \overline{T} (°C) поверхности 500 гПа в эксперименте 1.

водит к более реалистичному распределению температуры. Это легко видеть из рис. 22, на котором даны графики зонально осредненной температуры на двух изобарических поверхностях (500 и 850 гПа), рассчитанные в экспериментах 3 и 4 и построенные по фактическим данным [153].

Для иллюстрации качества модели на рис. 23 и 24 приведены поля температуры и геопотенциала для поверхности 500 гПа, полученные в эксперименте 3, а на рис. 25 и 26 — их отклонения от реальных климатических распределений для января [153]. В це-

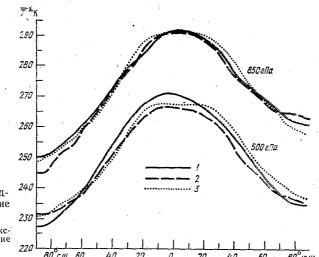


Рис. 22. Зонально осредненное распределение температуры.

эксперимент 3, 2 — эксперимент 4, 3 — фактические данные [153].

лом ошибка воспроизведения температуры не превосходит по абсолютному значению 4°С над большей частью земного шара. Однако имеется область, расположенная над восточной частью Евроазиатского материка и западной частью Тихого океана, в центре которой (примерно 40° с. ш., 140° в. д.) ошибка достигает 12°С. В этой же области ошибка геопотенциала составляет 160 дам. Исключение составляют районы, примыкающие к Антарктиде, где из-за отсутствия в эксперименте 3 рельефа ошибка может достигать 240 дам. Вне этой области разность между воспроизведенным геопотенциалом и реальным климатическим его распределением для января невелика (≤ 80 дам). Приведенная на рис. 23 и 24 структура ошибок полей температуры и геопотенциала практически не зависит от разрешения модели и является фактически ее внутренним свойством (так называемые систематические ошибки модели).

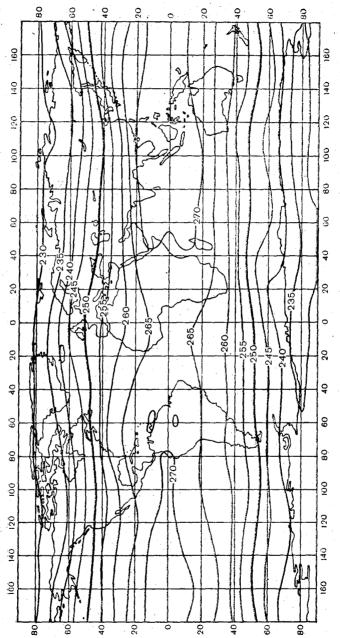


Рис. 23. Поле температуры (К) поверхности 500 гПа в эксперименте 3.

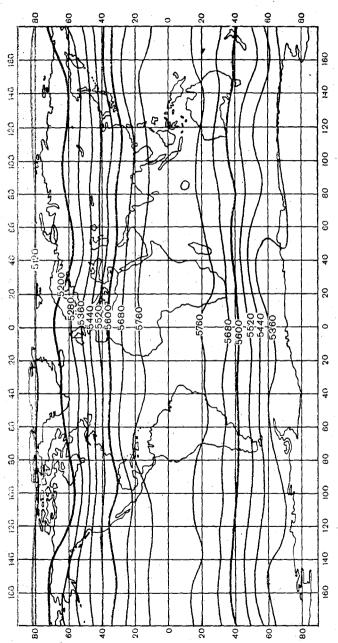
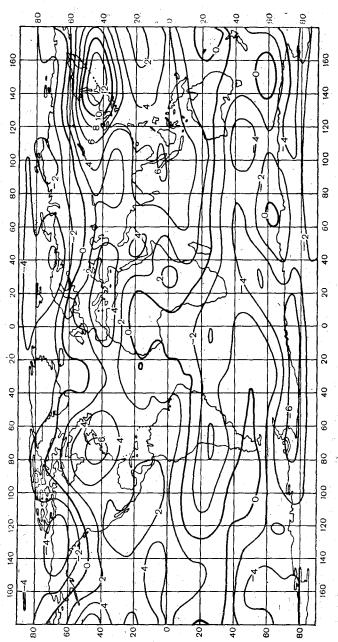
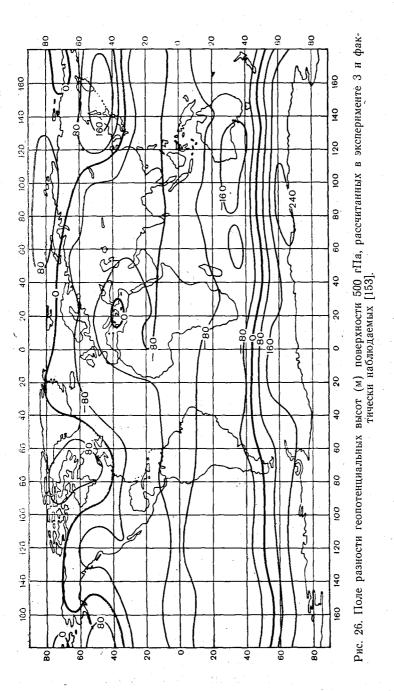


Рис. 24. Поле геопотенциальных высот (м) поверхности 500 гПа в эксперименте 3.

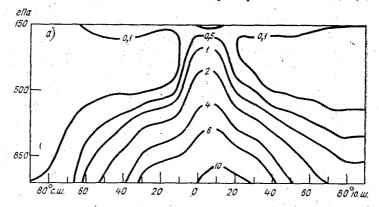


фактически 3 и эксперименте щ (К) поверхности 500 гПа, рассчитанных наблюдаемых [153]. Рис. 25. Поле разности температур



4.3. Перенос влажности. Гидрологический цикл

На рис. 27 а приведено широтно-высотное распределение зонально осредненного поля массовой доли водяного пара (эксперимент 1). Соответствующее распределение, построенное по реальным данным, показано на рис. 27 б. Из этих распределений видно, что мас-



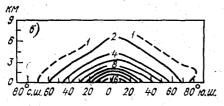
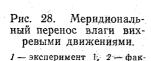


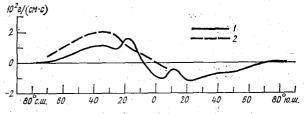
Рис. 27. Широтно-высотное зонально осредненное распределение массовой доли водяного пара \overline{q}^{λ} (‰).

a — эксперимент 1, δ — фактические данные [152].

совая доля водяного пара в модели по сравнению с реальным распределением ниже в окрестности Северного полюса. Естественно, что такое распределение коррелирует с распределением темпера-



тические данные [152].

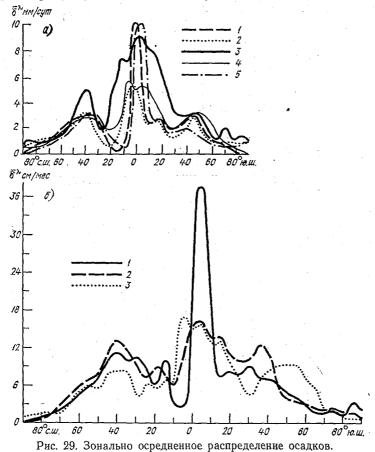


туры, полученным в том же эксперименте 1. Пониженные значения влажности в полярной области являются, по нашему мнению, следствием заниженного вихревого переноса влаги $(1/g) \sum \pi q' v'^{\lambda}$

к полюсу (рис. 28), который представляет собой одну из причин чрезвычайно низких температур на полюсе и, следовательно, обусловливает высокое приземное давление. Улучшение пространствен-

ного разрешения, как уже отмечалось выше, приводит к существенному снижению этого эффекта.

На рис. 29 *а* приведены распределения зонально осредненных осадков, полученные в различных моделях общей циркуляции атмосферы. Сразу бросается в глаза удивительное сходство между



а) 1 — модель GFDL [148], 2 — модель GISS [208], 3 — модель RAND [105], 4 — фактические данные [203], 5 — эксперимент 1; 6) 1 — эксперимент 3, 2 — эксперимент 4, 3 — фактические данные [203].

распределениями осадков, полученных в модели GFDL и в модели, рассматриваемой в настоящей работе.

При обсуждении такого сходства, по нашему мнению, главным является вопрос о форме широтного распределения осадков в тропическом поясе, так как в средних широтах все модели дают близкие результаты. Поскольку основной причиной тропических осадков является вынос пара из субтропических зон и кучевая конвек-

ция в тропическом поясе, то ясно, что тропические осадки будут определяться выбором схем, описывающих динамику восходящей ветви ячейки Гадлея, и параметризацией процессов влажной конвекции. Рассмотрим теперь распределения осадков, полученные в экспериментах 3 и 4 и приведенные на рис. 29 б. Из этого рисунка видно, что распределение осадков, полученное в эксперименте 3 (трехуровенная модель с пятиградусным разрешением по

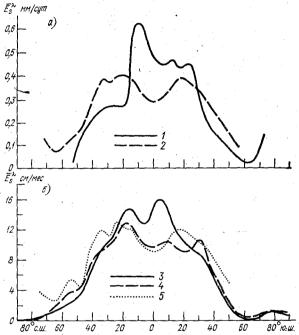
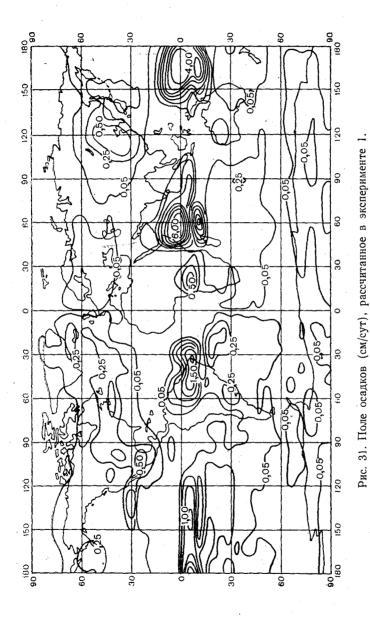
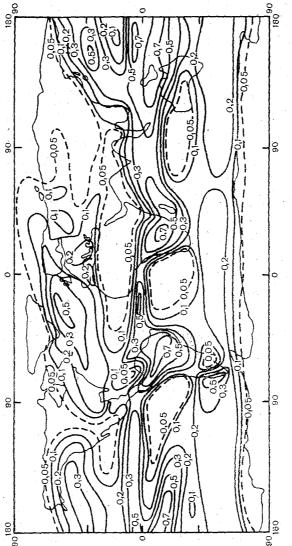


Рис. 30. Зонально осредненное распределение испарения с поверхности $\overline{E}\lambda_{s}$. a) 1—эксперимент 1, 2—фактические данные [203]; δ) δ —эксперимент 3, 4—эксперимент 4, δ —фактические данные [203].

широте и долготе), по форме очень напоминает распределение, полученное в эксперименте 1. Характерной особенностью этих распределений является наличие острого пика на 5° ю. ш. При переходе к шестиуровенной модели (эксперимент 4) этот пик размывается, причем главным образом по ширине тропической зоны (от 20° с. ш. до 20° ю. ш.). Все распределение осадков при этом становится значительно более гладким и лучше согласуется с реальным их распределением, построенным по данным [203]. Следует заметить, что такая пикообразная форма кривой осадков в экспериментах 1 и 3 присуща как крупномасштабным осадкам, так и осадкам, обусловленным конвекцией.

На рис. 30 построены зонально осредненные распределения величины испарения с поверхности Земли, рассчитанные в экспери-





Рис, 32, Фактическое поле осадков (см/сут) [203].

ментах 1, 3 и 4, и фактические данные, заимствованные из [203]. Из рисунка следует, что так же, как и в случае осадков, лучшее качественное и количественное согласие с реальностью достигается при переходе к более высокому разрешению по вертикальной координате.

Рассмотрим баланс влаги в атмосфере (на примере эксперимента 3). Рассчитанные суммарные осадки, осредненные по всему земному шару, в этом эксперименте оказались равными 9,309 см/мес (по данным [203], реальные осадки составляют

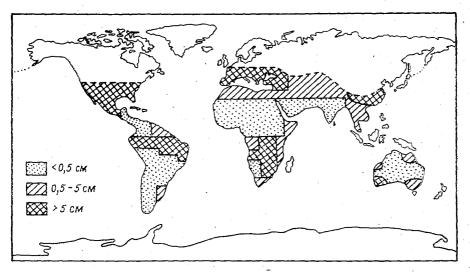


Рис. 33. Поле средних запасов воды W (см) в почве в эксперименте 1. Штриховая линия — граница снежного покрова.

8,811 см/мес), в то время как среднее испарение 9,480 см/мес (по реальным данным 9,357 см/мес). Заметим, что в период осреднения наблюдалось небольшое изменение влагосодержания в атмосфере, так что баланс влаги в модели оказался практически точным.

Географическое распределение средней интенсивности осадков, рассчитанных в эксперименте 1, показано на рис. 31. Соответствующее широтно-долготное распределение реальных осадков [203] приведено на рис. 32. Наконец, на рис. 33 изображена карта средних запасов воды в почве. Из рис. 31—33 видно, что модель хорошо воспроизводит сухие субтропические пояса обоих полушарий. Четко обозначены на рис. 33 очень сухие области Сахары и Австралийской пустыни, засушливые области западного побережья Южной Америки и центральной части Северной Америки, хотя сухой субтропический пояс северного полушария не соединен в мо-

дели с засушливой областью Северной Америки, как это наблюдается в действительности. Увлажненные области Южной Америки и Африки также моделируются достаточно хорошо. Сухой пояс в средних широтах южного полушария, охватывающий весь земной шар, неплохо согласуется с наблюдениями за исключением увлажненной области в южной части Южной Америки, которая в модели сдвинута к востоку от Анд, что, по-видимому, объясняется недостаточно хорошим воспроизведением в модели ветров нижней тропосферы в этой части земного шара. Интересно отметить, что в модели Индия воспроизводится как засушливая область. Это, вообще говоря, согласуется с действительностью, поскольку во время зимнего муссона осадков в Индии практически нет.

В целом можно констатировать, что гидрологический цикл вос-

производится моделью вполне удовлетворительно.

ГЛАВА 5

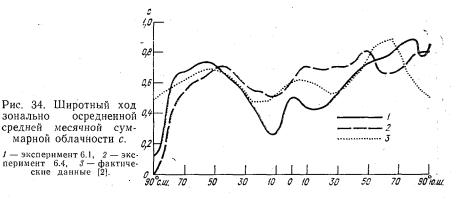
ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МОДЕЛЬНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ К МЕТОДАМ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ПОДСЕТОЧНЫХ МАСШТАБОВ

5.1. Чувствительность модельной циркуляции атмосферы к параметризации радиационно-облачных связей

В настоящем параграфе мы рассмотрим радиационные характеристики модели, приведем результаты сопоставления их с данными наземных и спутниковых измерений, коснемся некоторых проблем, связанных с чувствительностью общей циркуляции атмосферы к радиационно-облачным связям. По-видимому, роль облаков в формировании циркуляции атмосферы будет существенно различна в зависимости от пространственных и временных масштабов. Характерные времена, обсуждаемые в данном параграфе, составляют около одного месяца.

В рассматриваемых ниже расчетах моделировалась январская циркуляция атмосферы при фиксированной температуре поверхности океана. Высота Солнца, положение границы паковых льдов, общее содержание озона на разных широтах были фиксированы равными их средним январским значениям. Расчеты проводились по 6-уровенному варианту модели с пространственным разрешением $\Delta \phi = \Delta \lambda = 5^\circ$. Вертикальная структура модели, принятая в расчетах, приведена на рис. 1 для каждого из вариантов радиационного блока R_2 и R_4 .

Введем некоторые обозначения. Моделирование январской циркуляции с фиксированной температурой поверхности океана с помощью 6-уровенного варианта модели с использованием радиационного блока R_2 назовем экспериментом 6.1 (первая цифра указывает на число уровней в модели). Аналогичный эксперимент с использованием R_4 назовем 6.4. В этих экспериментах (6.1 и 6.4) количество облаков различных ярусов рассчитывалось по линейным соотношениям Смагоринского $n = \alpha r - \beta$. Нами были проведены еще два эксперимента, в которых значения коэффициентов а и в были заменены на меньшие. Один из этих экспериментов, в котором использовался блок R_2 , назовем 6.3. Другой экспери-



мент, в котором применялся R_4 при тех же значениях α , β , что и в 6.3. назовем 6.5.

зонально

Подробно мы обсудим результаты экспериментов 6.1 и 6.4. На приведенных ниже рисунках результаты эксперимента 6.1 обозначены сплошными линиями, результаты эксперимента 6.4 — штрйховыми линиями, а фактические данные пунктиром. Общая продолжительность расчетов эксперимента 6.1 равнялась 150 сут. Исходное состояние атмосферы для него описано в главе 4. Эксперимент 6.4 подключался с 90-х суток эксперимента 6.1 и продолжался параллельно до 150-х суток.

На рис. 34 приведено широтное распределение зонально осредненной полной облачности в экспериментах 6.1 и 6.4, а также результаты измерений по данным работы [2]. Напоминаем, что сравниваются средние месячные характеристики и что эксперименты 6.1 и 6.4 отличаются только радиационными блоками. И в том, и в другом эксперименте количество облаков определяется по относительной влажности, осредненной по одним и тем же атмосферным слоям. Однако в соответствии с различием R_2 и R_4 толщины облаков и их высота несколько отличаются (см. рис. 1). Как видим, изменение метода параметризации заметно влияет на количество облаков. Пожалуй, только в средних широтах северного полушария оба эксперимента удовлетворительно согласуются с фактическими данными. В экваториальной и тропической зонах обоих полушарий облачность в 6.1 гораздо меньше фактической. В южном полушарии количество облаков в 6.4 в целом больше фактического (имеются в виду наиболее динамически активные низкие и средние широты). Такой разный характер результатов численных экспериментов затрудняет объяснение причины отличия их от фактических данных и требует проведения дальнейших экспериментов.

На рис. 35 приведены графики зависимости полного альбедо системы атмосфера — подстилающая поверхность в экспериментах 6.1, 6.4 и по данным спутниковых измерений [212]. В северном полушарии альбедо по результатам 6.1 хорошо согласуется

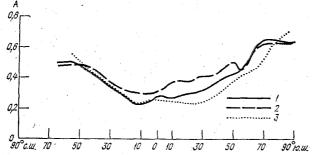


Рис. 35. Полное альбедо A системы атмосфера—подстилающая поверхность.

I — эксперимент 6.1, 2 — эксперимент 6.4, 3 — фактические данные [212].

с измерениями; в южном полушарии расчеты систематически превышают наблюдаемые значения. В целом ход альбедо повторяет поведение полной облачности, и в соответствии с этим 6.4 дает гораздо большее отклонение альбедо от фактического, чем 6.1. Достаточно хорошее согласие альбедо северного полушария в эксперименте 6.1 и фактического подсказывает, что причина завышенных расчетных значений альбедо южного полушария, возможно, кроется в высоком значении альбедо подстилающей поверхности. В нашей модели альбедо поверхности океанов принято равным 10 %, хотя в действительности это значение можно было бы уменьшить вдвое. Если исключить высокие широты (льды), то среднее полное альбедо над океанами северного полушария в эксперименте 6.1 составляет 28 %, а над океанами южного полушария — 33 %. Аналогично средняя облачность над океанами северного полушария равна 4,6 балла, южного — 5,5 балла. Это означает, что разница в расчетных значениях альбедо над океанами южного и северного полушарий точно соответствует различию в количестве облаков между полушариями. Анализ карт облачности [2] показывает, что над океанами северного полушария (даже исключая Северный Ледовитый океан) количество облаков в среднем для января гораздо больше расчетного значения, равного 4,6 балла. Поэтому можно предположить, что альбедо над океанами обоих

полушарий в расчетах завышено, а над континентами занижено. Средняя облачность над континентами северного полушария по расчетам 6.1 равна 5.7 балла, альбедо — 41 %; аналогично для южного полушария облачность — 5,2 балла, альбедо — 37 %. Это обстоятельство и объясняет различие зонально осредненных значений альбедо по данным эксперимента 6.1 и фактическим данным, полученным для разных полушарий.

Для детального анализа причин расхождения измеренных и расчетных значений альбедо требуется информация по климато-

логии облачности различных ярусов.

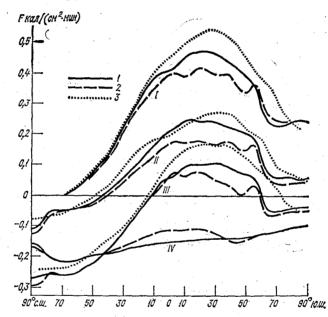


Рис. 36. Радиационный баланс на верхней границе атмосферы (I), радиационный баланс подстилающей поверхности (II), полный радиационный баланс на верхней границе атмосферы (III), радиационный баланс атмосферы (IV).

1 — эксперимент 6.1, 2 — эксперимент 6.4, 3 — фактические данные [203, 212].

На рис. 36 приведены распределения по широте величин, характеризующих радиационные свойства модели: зонально осредненные значения баланса коротковолновой радиации на верхней границе атмосферы, радиационного баланса подстилающей поверхности, полного радиационного баланса на верхней границе атмосферы и радиационного баланса атмосферы. Как видим, в данном случае поглощенная системой солнечная радиация плохо согласуется с действительно наблюдаемыми значениями. Таким образом, проявляется несоответствие полного альбедо системы в южном полушарии измеренным значениям, которое, как мы видели выше, является следствием не адекватного действительности распределения облачности над океанами И материками. можно сделать известный вывод о том, что для получения удовлетворительных радиационных свойств модели прежде всего необходимо хорошо моделировать облачность. Однако несомненно также, что и радиация существенным образом влияет на количество облачности (во всяком случае, в рамках формул Смагоринского). Поэтому понятно, почему некоторые авторы используют фиксированное распределение облаков.

На рис. 37 приведена широтная зависимость уходящей длинноволновой радиации по расчетам 6.1, 6.4 и по фактическим данным [212]. На рис. 38—43 приведены карты глобальной облачности по результатам 6.1 и по данным работы [2], осредненные по долготе и высоте поля радиационных и фазовых притоков тепла, а также широтно-высотное распределение зонально осредненных радиационных притоков по расчетам 6.1.

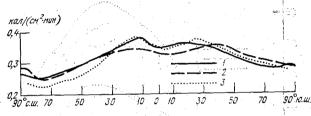


Рис. 37. Уходящая длинноволновая радиация. 1— эксперимент 6.1, 2— эксперимент 6.4, 3— фактические данные [212].

В какой степени отмеченные отличия радиационных характеристик в экспериментах 6.1 и 6.4 влияют на циркуляцию модельной атмосферы? Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим распределение источников тепла в экспериментах 6.1 и 6.4.

На рис. 44 приведены распределения по широте осредненных по долготе и тропосферному слою средних месячных значений источников нагревания атмосферы — радиационных, а также суммарных (последние включают и относительно малые по величине турбулентные притоки). Прежде всего мы видим сравнительно небольшое различие средних значений є, по данным 6.1 и 6.4 и очень плавный широтный ход. Для иллюстрации изменчивости є в отдельных точках этой функции по 6.1 проставлены значения межсуточных дисперсий за рассматриваемый месячный промежуток времени. На рисунке отложены средние квадратические отклонения $\pm \sigma$ (но не 3σ). Кроме того, на рис. 45 для 10 и 40° с. ш. приведены вертикальные распределения зонально осредненной средней месячной функции є, в экспериментах 6.1 и 6.4. Как видим, в отдельных слоях значения є, отличаются существенно. Однако, как показывает рис. 44, средние радиационные притоки в тропосфере с учетом дисперсии притоков в экспериментах 6.1 и 6.4 можно считать одинаковыми. Дисперсии притоков тепла в несколько раз (на порядок) больше радиационных, поэтому изменчивость суммарных источников нагревания $arepsilon_{ ext{sum}}$ определяется изменчивостью фазовых притоков. Сравнение суммарных значений є sum показывает, что в экспериментах 6.1 и 6.4 источники нагревания (выхолаживания) в атмосфере имеют

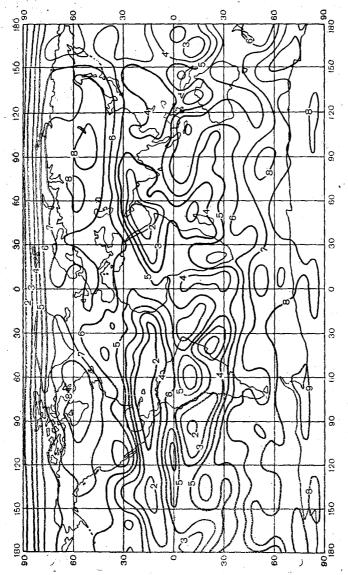


Рис. 38. Облачность (баллы), рассчитанная в эксперименте 6.1.

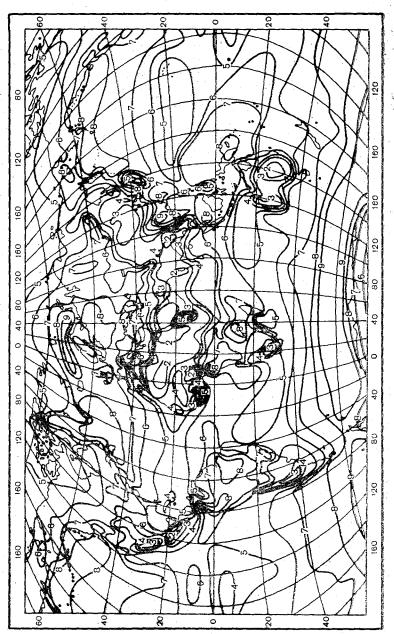


Рис. 39. Фактическая облачность (баллы) за январь [2].

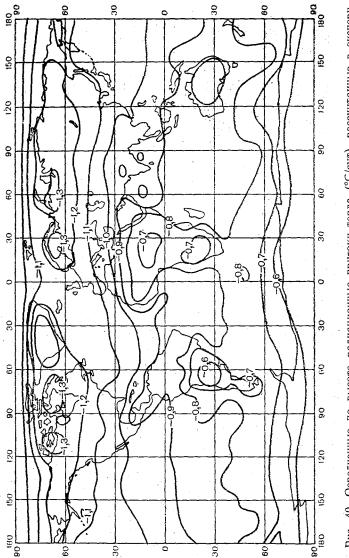
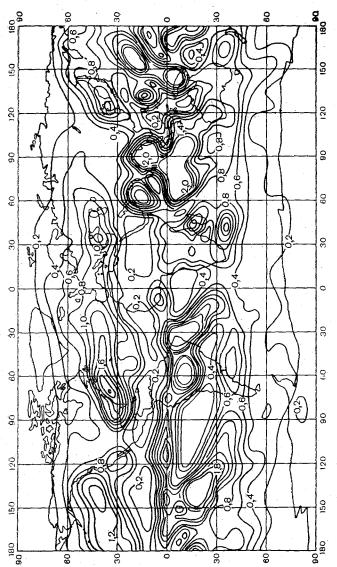
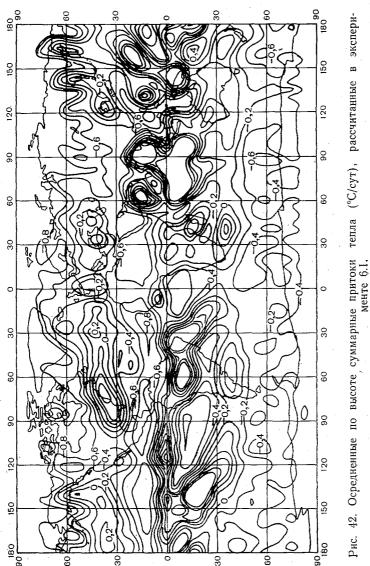


Рис. 40. Осредненные по высоте радиационные притоки тепла (°C/сут), рассчитанные в эксперименте 6.1.



Pnc. 41. Осредненные по высоте фазовые притоки тепла (°C/сут), рассчитанные в эксперименте 6.1.



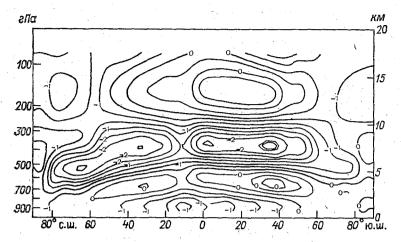


Рис. 43. Широтно-высотное распределение радиационных притоков тепла (°С/сут), рассчитанное в эксперименте 6.1.

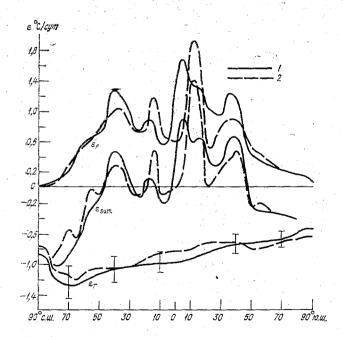


Рис. 44. Средние по тропосфере значения радиационных (ε_r) , фазовых (ε_f) и суммарных (ε_{sum}) притоков тепла в атмосфере.

1 — эксперимент 6.1, 2 — эксперимент 6.4.

много общих черт в зональном распределении и можно считать, что в целом с точки зрения суммарных источников эксперименты 6.1 и 6.4 отличаются несущественно. Рисунок 45 показывает, что в случае январской циркуляции в полярных районах обоих полушарий

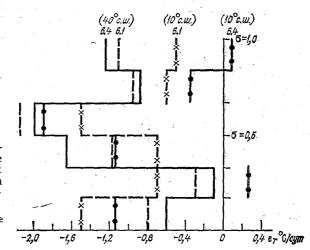


Рис. 45. Зонально осредненные вертикальные профили радиационных притоков тепла ϵ_r на 10 и 40° с. ш. в экспериментах 6.1 и 6.4.

Некоторые горизонтальные линин опущены.

атмосфера выхолаживается (преобладают радиационные процессы), а в средних и низких широтах идет нагревание, особенно сильное в южном полушарии (преобладают процессы, связанные

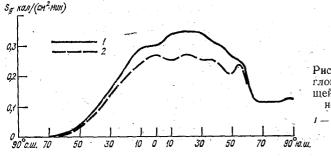
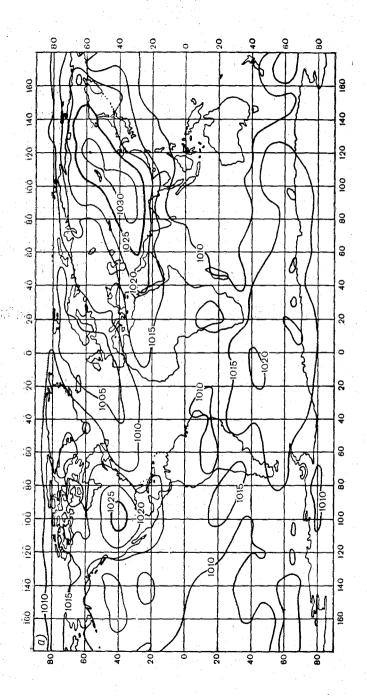


Рис. 46. Количество поглощенной подстилающей поверхностью солнечной радиации S_g .

эксперимент 6.1, 2 — эксперимент 6.4.

с фазовыми превращениями водяного пара). Эти источники формируют и поддерживают средний меридиональный градиент температуры.

Рассмотрим теперь рис. 46, на котором приведено широтное распределение зонально осредненного количества поглощенной подстилающей поверхностью солнечной радиации (S_g) . Величина



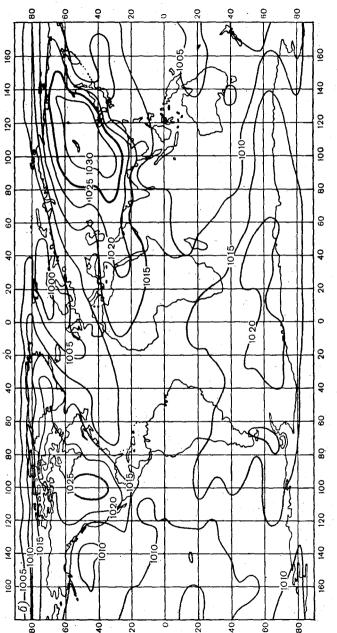
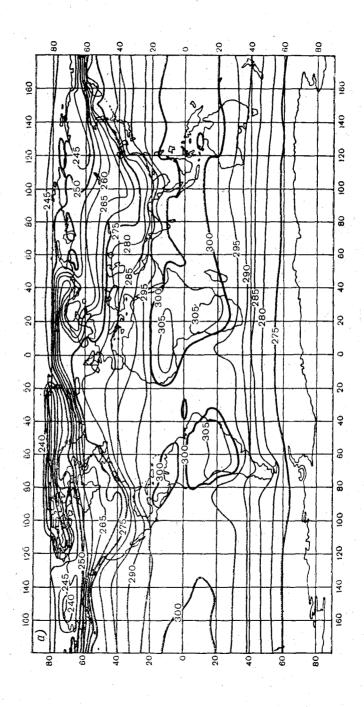


Рис. 47. Поле приземного давления (гПа). а — эксперимент 6.1, б — эксперимент 6.4.



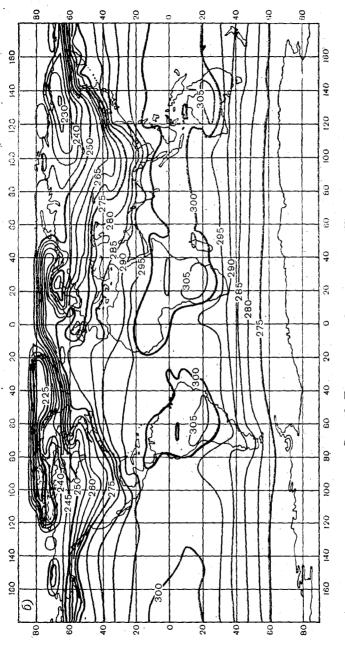
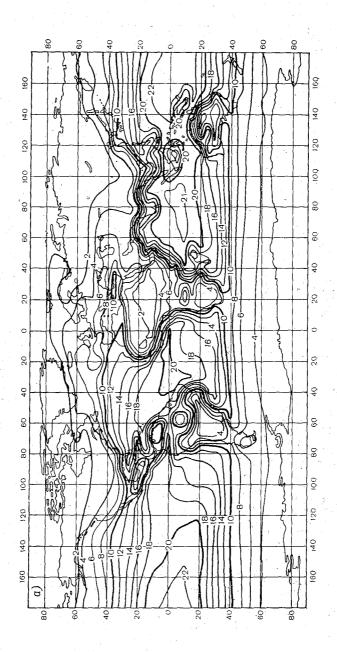


Рис. 48. Поле приземной температуры (К). а — эксперимент 6.1, б — эксперимент 6.4.



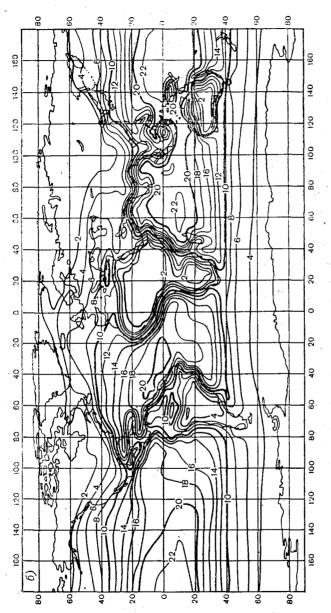
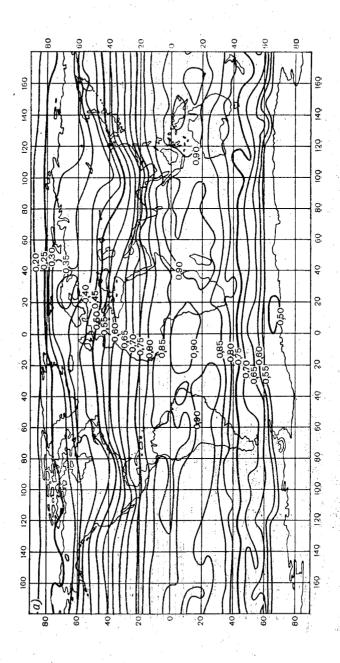


Рис. 49. Поле массовой доли водяного пара (%) на уровне 1000 гПа. - эксперимент 6.4. эксперимент 6.1, 6



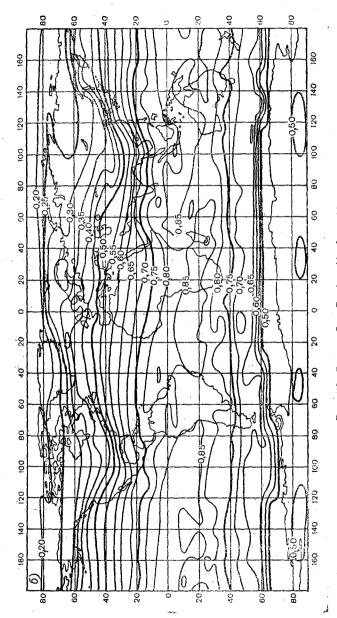


Рис. 50. Сумма $S_g + F_g$ (кал/(см²-мин))... a -эксперимент 6.1, 6 -эксперимент 6.4.

 $S_{\rm g}$ в эксперименте 6.4 существенно меньше, чем в 6.1, особенно в низких и средних широтах южного полушария. Эта особенность в полной мере проявляется в значениях радиационного баланса подстилающей поверхности (см. кривые ІІ на рис. 36). Поскольку температура поверхности океанов в экспериментах фиксирована, то можно ожидать проявления влияния вариаций Ѕд над отдельными районами суши. Области наибольших различий S_g в 6.1 и 6.4 приходятся на южное полушарие, где есть возможность проследить за состоянием модельной атмосферы над Австралией, Африкой, Южной Америкой. Рассмотрим над указанными континентами средние значения облачности c, потоков S_g и F_g , приземной температуры T_s , изменение которой наиболее вероятно под действием вариаций S_g и F_g . В табл. 7 и 8 даны значения указанных величин для средних широт южного полушария и экваториальных поясов. Нетрудно видеть, что вариации величин S_g в модели не приводят к однозначно интерпретируемым изменениям приземной

ТАБЛИЦА 7 Значения c (баллы), S_g , F_g , LE_s+H_s (Вт/м²), T_s (К) над сушей в тропических широтах южного полушария в экспериментах 6.1 и 6.4

	Южная Америка		Африка		Австралия	
	6.1	6 .4	6.1	6.4	6.1	6.4
c	4,4	6,5	5,6	5,7	5,7	6,8
\mathcal{S}_g	230	188	209	202	209	181
F_g	398	384	391	37.7	391	398
T_s	304,8	302,0	300,7	301,7	298,2	300,2
$LE_s + H_s$	112	91	126	105	119	105

ТАБЛИЦА 8 Значения c (баллы), S_g , F_g , LE_s+H_s (Вт/м²), T_s (К) над сушей в экваториальной зоне в экспериментах 6.1 и 6.4

	Южная А	мерика	Африка		
	6.1	6.4	6.1	6.4	
c	3,8	6,3	3,9	6,2	
S_g	195	160	202	167	
F_{g}	398	398	391	384	
T_s	301,1	301,0	303,7	302,5	
$LE_s + H_s$	112	91	91	77	
I					

температуры. По-видимому, преобладающую роль и тут играют динамические и гидрологические процессы. На это указывают средние значения потоков явного и скрытого тепла с поверхности

 $(LE_s + H_s)$, также приведенные в табл. 7 и 8.

Анализ карт приземных давления и температуры, влажности в атмосфере, полей ветра и осадков показывает, что моделирование январской циркуляции при фиксированной температуре поверхности океанов в экспериментах 6.1 и 6.4 привело к почти одинаковым результатам, отличающимся только в мелких деталях. Это можно увидеть из рис. 47—50, где приведены карты приземного давления, приземной температуры, влажности, суммы

 $S_g + F_g$.

Кратко рассмотрим эксперименты 6.3 и 6.5. Исходным состоянием атмосферы в этих расчетах принято состояние модели за 90-е сутки эксперимента 6.1, и счет продолжался до 150 сут. Как уже упоминалось выше, в 6.3 и 6.5 была изменена параметризация облачности. Коэффициенты а, в в формулах Смагоринского были заменены таким образом, чтобы приращение количества облаков с ростом относительной влажности происходило примерно в пять раз медленнее, чем в экспериментах 6.1 и 6.4. Это сближает эксперименты 6.3 и 6.5 с экспериментами с фиксированной облачностью. Результаты расчетов показали, что изменение коэффициентов а, в не привело к существенному изменению глобальных и зонально осредненных характеристик, а также полей метеоэлементов, т. е. с точки зрения этих характеристик модель была не чувствительна к заданию коэффициентов в линейном соотношении между количеством облачности и относительной влажностью. В связи с этим детального обсуждения экспериментов 6.3 и 6.5 приводить не будем.

5.2. Исследование чувствительности атмосферной циркуляции к выделению тепла при крупномасштабной конденсации

Эффект влияния выделения скрытого тепла конденсации на общую циркуляцию атмосферы складывается из многих факторов. Прежде всего фазовые притоки тепла по существу определяют суммарное распределение источников тепла в атмосфере, формирующее в конечном счете всю циркуляцию атмосферы через генерацию как зонально осредненной доступной потенциальной энергии, так и непосредственно через генерацию вихревой доступной потенциальной энергии. Далее, фазовые притоки тепла существенно влияют на преобразование доступной потенциальной энергии в кинетическую посредством изменения эффективной статической устойчивости атмосферы. В работах [23, 134] было показано, что при наличии фазовых притоков тепла скорость роста энергии бароклинно неустойчивых волн изменялась примерно в 1,4 раза. Напомним, что

в указанных работах изучалась неустойчивость зонально осредненного (рассчитанного по реальным данным) состояния атмосферы по отношению к бесконечно малым возмущениям. Теоретическое обоснование приведенного результата дано в работе [19], где показано, что для волн синоптического масштаба критерий потери устойчивости бароклинно неустойчивых волн и скорость нарастания энергии этих волн при переменном параметре статической устойчивости можно определять через интегральный параметр статической устойчивости. Поскольку конденсация водяного пара в основном происходит в области восходящих вертикальных токов, то в реальной развивающейся бароклинной волне в этой области параметр статической устойчивости определяется разностью $\gamma_{\rm Ba} - \bar{\gamma}$ ($\gamma_{\rm Ba}$ — влажноадиабатический градиент температуры, $\bar{\gamma}$ средний градиент температуры), т. е. он близок к нулю (заметим, что для исключения конвекции следует принять $\gamma_{\rm BB} - \bar{\gamma} \geqslant 0$); в области же нисходящих вертикальных токов параметр статической устойчивости определяется разностью $\gamma_a - \bar{\gamma}$ (γ_a — сухоадиабатический градиент температуры), т. е. мы имеем интегральное изменение параметра статической устойчивости примерно в два раза. Поскольку скорость нарастания энергии бароклинно неустойчивых волн обратно пропорциональна корню квадратному из параметра статической устойчивости [19], то мы получаем искомый результат. Важно отметить, что и для волн конечной амплитуды было получено, что вихревая кинетическая энергия заметно увеличивается при наличии процессов конденсации [145]. (В цитируемой выше работе зонально осредненное состояние атмосферы также принималось фиксированным по времени.) В этой работе было также показано, что в основном добавочная энергия бароклинно неустойчивых волн при наличии конденсации черпается из зональной доступной потенциальной энергии и лишь частично непосредственно из вихревой доступной потенциальной энергии через неадиабатическое нагревание. Это означает, что при анализе суммарного эффекта влияния скрытого тепла конденсации на общую циркуляцию атмосферы мы в первом приближении можем изучать влияние тепла конденсации на формирование фундаментальных параметров, определяющих зональную доступную потенциальную энергию, - зонально осредненного меридионального градиента температуры и зонально осредненного параметра статической устойчивости.

В настоящем параграфе мы остановимся на изучении роли крупномасштабной конденсации в формировании указанных параметров зимой в средних широтах. Известно, что зимой в средних широтах фазовый приток тепла осуществляется в основном за счет крупномасштабной конденсации, а в низких широтах — за счет конвекции. Поэтому, исключая из рассмотрения крупномасштабную конденсацию, мы также в первом приближении можем изучить роль фазовых притоков тепла в формировании циркуляции

атмосферы в средних широтах. Прежде чем перейти непосредственно к численным экспериментам, необходимо определить (хотя бы качественно) относительную роль динамики и источников нагревания в формировании меридионального градиента в средних широтах.

На рис. 51 приведено осредненное по вертикали и долготе среднее январское распределение основных источников тепла в атмосфере. Это распределение было рассчитано с помощью модели общей циркуляции атмосферы, подробно описанной в главах 1—4.

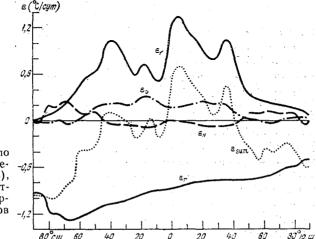


Рис. 51. Осредненные по высоте и долготе значения радиационных (ε_r) , фазовых (ε_t) , турбулентных (ε_t) и суммарных (ε_t) притоков тепла.

В данном эксперименте использовался 6-уровенный вариант модели с горизонтальным разрешением $\Delta \lambda = \Delta \phi = 5^{\circ}$. Из рис. 51 нетрудно видеть, что основными источниками тепла в атмосфере являются фазовый и радиационный притоки, причем в средних широтах происходит практически полная компенсация этих двух источников. Отсюда можно сделать два вывода. Нагревание в низких широтах за счет фазовых превращений водяного пара и радиационное выхолаживание в высоких широтах являются основными источниками зимой при формировании эффективного меридионального градиента (разность температур экватор-полюс). В средних широтах формирование меридионального градиента происходит при активном участии динамических процессов. Поскольку выделение тепла за счет фазовых превращений является по существу следствием динамических процессов, то влияние источников тепла на формирование динамики в средних широтах можно считать эффектом вторичным. Конечно, здесь речь идет лишь об осредненных параметрах, характеризующих общую циркуляцию атмосферы, в то время как региональные циркуляции в средних широтах могут поддерживаться за счет локальных источников

В работе [214] было показано, что средний температурный градиент в тропосфере средних широт очень близок к критическому, определяемому геострофическим приспособлением в двухуровенной модели. Теоретически этот результат был получен в предположении о том, что в средних широтах существуют развитые вихри. Критический градиент описывается соотношением

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial y}\Big|_{c} = -\frac{\beta}{f} (\theta_{1} - \theta_{3}), \qquad (5.2.1)$$

где θ_1 и θ_3 — потенциальная температура верхнего и нижнего слоев соответственно. Таким образом, мы можем заключить, что если интенсивность источников нагревания в низких широтах достаточна для реализации в средних широтах развитого режима Россби, средний меридиональный градиент в средних широтах определяется статической устойчивостью атмосферы, причем, следуя теории развития неустойчивости бароклинных волн в атмосфере, мы должны, в принципе, рассматривать эффективную статическую устойчивость, учитывая выделение тепла при конденсации. Итак, если в атмосфере средних широт не происходит выделения скрытого тепла конденсации (заметим, что радиационный режим может существенно не измениться, поскольку происходит перенос пара к полюсам), то это означает, что вертикальный градиент температуры по модулю может возрасти, так как отсутствует нагревание средней тропосферы (напомним, что выделение скрытого тепла при крупномасштабной конденсации в основном пропорционально величине восходящих вертикальных токов). При наличии конденсации вертикальный градиент температуры оказался меньше, однако эффективная статическая устойчивость при этом сильно и не измениться. Если использовать двухслойную модель атмосферы [97], то мы можем заключить, что длина наиболее бароклинно неустойчивой волны должна быть пропорциональна корню квадратному из параметра эффективной статической устойчивости.

Следующей величиной, характеризующей эффект крупномасштабной конденсации, является величина вихревой кинетической энергии (нестационарной компоненты). Согласно [23], этот уровень в первом приближении можно определить следующим образом:

$$E^{^{1/_{2}}}=\gamma_{1}/\delta,$$

где γ_1 — коэффициент пропорциональности, определяющий скорость роста амплитуды бароклинно неустойчивых волн, а δ — константа пропорциональности в члене, описывающем диссипацию. Поскольку величина γ_1 пропорциональна $(\partial \overline{T}/\partial y)/\overline{\sigma}^{\eta_2}$ ($\overline{\sigma}$ — параметр статической устойчивости), а производная $\partial \overline{T}/\partial y$ пропорциональна $\overline{\sigma}$, то энергия E должна быть пропорциональна $\overline{\sigma}$.

Перейдем к описанию и анализу результатов численного эксперимента. В качестве исходной была принята трехуровенная глобальная модель общей циркуляции атмосферы в σ -системе координат (уровни по вертикали при отсутствии гор соответствовали примерно 850, 500 и 150 гПа) с разрешением по горизонтальным переменным $\Delta\lambda = \Delta \phi = 5^{\circ}$ и фиксированными температурой поверхности океана, положением границы паковых льдов, распределением озона, альбедо облаков и средним январским склонением Солнца. Массовая доля водяного пара и количество облаков рассчитывались. Было проведено два эксперимента — контрольный,

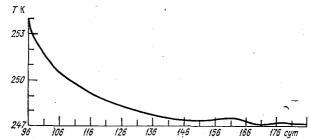


Рис. 52. Зависимость средней температуры атмосферы от времени интегрирования.

в котором учитывались все притоки тепла (мы будем называть его эксперимент I), и эксперимент, в котором в уравнение притока тепла не включались фазовые притоки за счет крупномасштабной конденсации (эксперимент II). Результаты анализировались для северного полушария. Точнее, контрольный эксперимент I проводился на 186 сут (такое длительное интегрирование было необходимо, чтобы исследовать характеристики внутренней изменчивости). Расчеты в эксперименте II проводились на 90 сут, причем 95-е сутки контрольного эксперимента брались в качестве начальных данных для эксперимента II. Результаты осреднялись по последним 30 сут.

На рис. 52 приведена зависимость средней температуры атмосферы в эксперименте II от времени интегрирования. Нетрудно заметить, что время установления глобальной температуры составляет 50 сут. Следовательно, осреднение за последние 30 сут дает нам достаточно хорошее приближение к статистически равновесному состоянию. Средняя температура атмосферы в эксперименте II получилась ниже на 6 K, чем в эксперименте I, за счет дефицита фазовых притоков тепла (на 62 см/мес в пересчете на суммарные осадки).

На рис. 53 приведено зонально осредненное распределение температуры для двух экспериментов на уровнях 850, 500 и 300 гПа.

Предварительный качественный анализ, проведенный нами выше, показывает, что характерным параметром, зная который, можно рассчитать некоторые другие параметры, характеризующие циркуляцию атмосферы в средних широтах, является параметр статической устойчивости атмосферы в средних широтах. В полосе 45—65° с. ш. статическая устойчивость тропосферы уменьшилась в эксперименте II по сравнению с экспериментом I в 1,1 раза. Этот результат, по-видимому, статистически значим, поскольку сравнительные расчеты по осредненным величинам за 141-е—170-е сутки эксперимента I дают изменения статической устойчивости в пределах 21%. Согласно проведенному анализу, средний меридиональный

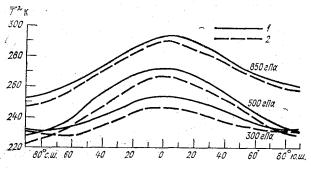


Рис. 53. Зонально осредненное распределение температуры атмосферы на трех уровнях.

1- эксперимент I, 2- эксперимент II.

градиент в тропосфере в средних широтах в эксперименте II должен быть в 1,1 раза меньше, чем в эксперименте I. В наших расчетах в полосе 45—65° с. ш. это отношение составило 1,15. (Вообще говоря, при расчете меридионального градиента температуры мы должны были использовать эффективную статическую устойчивость, т. е. с учетом процессов конденсации.) Однако, принимая во внимание отношение площади, занятой осадками, к общей площади в полосе средних широт (в каждый момент времени), а также толщину облаков, мы можем заключить, что эффективная статическая устойчивость атмосферы будет мало отличаться от обычно получаемой при расчетах. Этот результат принципиально отличается от результатов для линеаризованных задач, в которых конденсация идет практически по всей толще атмосферы и примерно на половине всей горизонтальной поверхности.

Любопытно отметить, что суммарное количество тепла, выделявшееся в низких широтах (5° с. ш. — 5° ю. ш.), в экспериментах I и II практически не различалось (рис. 54). Такой результат получился за счет того, что в эксперименте II усилилась конвективная деятельность атмосферы в низких широтах вследствие понижения статической устойчивости. Поскольку, как уже отмечалось выше, основным источником нагревания в атмосфере являются фазовые превращения влаги в низких широтах, мы вправе

ожидать, что распределения параметров, характеризующих циркуляцию атмосферы в средних широтах, в экспериментах I и II окажутся близкими. Заметим, что радиационный приток тепла по всей толще атмосферы является практически монотонной функцией широты (за исключением высоких широт) (см. рис. 51); максимальное относительное отклонение составляет примерно 20 %. Это означает, что вся пространственная (зонально осредненная) изменчивость притока тепла определяется изменчивостью фазовых притоков тепла. По-видимому, с большой степенью досто-

верности это можно сказать и о временной изменчивости cvммарного притока тепла. Поскольку статическая устойчивость и меридиональный градиент атмосферы в эксперименте II уменьшились, согласно предварительному качественному анализу, в этом эксперименте должны уменьшиться также вихревой перенос тепла к полюсу в средних широтах и длина волны с максимальной скоростью роста [146] (при условии, что в средних широтах существует хорошо развитый режим Россби), а кроме того, по-

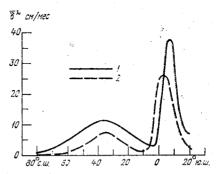


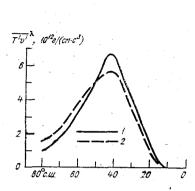
Рис. 54. Зонально осредненное распределение осадков.

1 — эксперимент I, 2 — эксперимент II.

низиться уровень вихревой кинетической энергии [23]. Последний в эксперименте II получился ниже, чем в эксперименте I, в 1,1 раза (энергия рассчитывалась на уровне 500 гПа). На рис. 55 приведена зависимость вихревого переноса тепла к полюсу от широты в северном полушарии для обоих экспериментов, а на рис. 56—амплитудно-частотная характеристика меридиональной компоненты вихревой кинетической энергии для поверхности 500 гПа. Нетрудно убедиться, что в обоих экспериментах происходят предсказанные качественным анализом уменьшение вихревого переноса тепла к полюсу и сдвиг волнового числа с максимальной амплитудой в сторону более высоких волновых чисел в эксперименте II.

Таким образом, результаты численных экспериментов дают основание утверждать, что выделение тепла за счет крупномасштабной конденсации в целом приводит к стабилизации атмосферы в средних широтах северного полушария в зимнее время. Другими словами, увеличение скорости нарастания бароклинно неустойчивых волн при наличии крупномасштабной конденсации не компенсирует полностью добавочного нагревания средней тропосферы за счет выделения тепла при конденсации. Хотя в численном эксперименте II произошло лишь незначительное уменьшение параметра статической устойчивости атмосферы в средних широтах (~10 %), нам кажется, что этот результат статистически значим,

поскольку все дополнительные расчеты параметров, характеризующих циркуляцию атмосферы в средних широтах, этот результат подтверждают. Отметим также, что результаты численных экспе-



 $E_{R} H^{2}/c^{2}$ E_{R

Рис. 55. Зонально осредненный вихревой перенос тепла к полюсу.

 эксперимент I, 2 — эксперимент II.

Рис. 56. Зонально осредненная амплитудночастотная характеристика меридиональной компоненты вихревой кинетической энергии (E_n) .

I — эксперимент I, 2 — эксперимент II.

риментов хорошо согласуются с утверждением, что основным фактором, определяющим градиенты температуры в средних широтах, является крупномасштабная динамика.

5.3. Чувствительность атмосферной циркуляции к процессам микромасштабного турбулентного взаимодействия с подстилающей поверхностью

Процессы, происходящие в планетарном пограничном слое атмосферы, играют важную роль в обмене теплом, влагой и импульсом между подстилающей поверхностью и свободной атмосферой, оказывая большое влияние на формирование зимнего распределения источников тепла в атмосфере. Ясно, что это влияние проявляется различным образом, поскольку в основном снабжение атмосферы скрытым и явным теплом происходит в низких широтах (см. рис. 51), и, следовательно, там преимущественно и происходит генерация доступной потенциальной энергии, а в средних широтах наблюдается соответствующая диссипация кинетической энергии (см. рис. 13).

Описание потоков тепла, влаги и момента импульса с помощью аэродинамического метода (с использованием коэффициентов обмена, значений скорости ветра и дефицита соответствующих субстанций в приповерхностном слое постоянных потоков) получило

широкое распространение в моделях общей циркуляции атмосферы. Опубликованные различными авторами экспериментальные данные о коэффициентах обмена дают близкие по порядку значения (см., например. [5]) в области умеренных значений скорости ветра. Вместе с тем о характере зависимости этих коэффициентов от скорости ветра при малых скоростях ветра в приводном слое атмосферы до сих пор нет единого мнения; не решен также и вопрос о тепло- и влагообмене при штилевых условиях. Многие авторы экстраполируют зависимости коэффициентов обмена от скорости ветра, полученные для умеренных значений, в область малых скоростей ветра (см., например, [124]), что соответствует предположению о «сверхгладком» обтекании водной поверхности при слабых ветрах, обусловленном, например, действием поверхностно-аквеществ, загрязняющих поверхность океана Существует и другое объяснение [5]: ослабление обмена при условиях. близких к штилевым, является отражением экспериментально установленного факта наличия при слабых ветрах холодной поверхностной пленки и температурной инверсии в прилегающем к поверхности 10-сантиметровом слое.

С другой стороны, установлено [156], что при уменьшении скорости ветра начиная примерно с 2 м/с значения коэффициентов обмена растут, что соответствует представлениям (теоретическим и экспериментальным) об обтекании гладких поверхностей. Кроме того, при штилевых условиях и при неустойчивой стратификации в приводном слое атмосферы (характерной для тропической зоны) перенос тепла и влаги от поверхности океана сводится к взаимодействию всплывающих снизу перегретых и переувлажненных струек воздуха с окружающей атмосферой. В результате этого взаимодействия формируется режим свободной конвекции.

Отсутствие надежных экспериментальных данных о характере обмена в приводном слое атмосферы при малых скоростях ветра (<2 м/с) и штиле по всей акватории Мирового океана не позволяет оказать предпочтение той или иной схеме. Это привело нас к необходимости рассмотреть два варианта параметризации процессов в пограничном слое для разработанной нами модели общей циркуляции атмосферы. Эти варианты подробно описаны в главе 2 и для удобства ссылок обозначены как варианты A (основной вариант) и B. На рис. 57 для обоих вариантов представлены зависимости коэффициентов сопротивления C_u и тепло- и влагообмена C_r от скорости ветра и разности температур в приводном слое атмосферы, рассчитанные для стандартного уровня h=10 м.

Сравнение этих параметризаций на независимом материале прямых измерений *, при которых малые скорости ветра не наблю-

^{*} Были использованы данные экспериментов БОМЭКС [177], АТЭКС [223], ТРОПЭКС [101] и станции Сейбл [211]. При этом данные станции Сейбл относятся к умеренным широтам, остальные — к тропической части Атлантического океана.

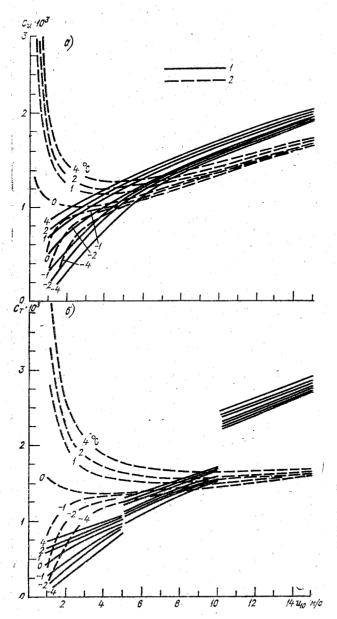


Рис. 57. Зависимости коэффициента трения C_u (a) и коэффициента теплообмена C_T (б) от скорости ветра (м/с) и разности температур (°C) в приводном слое атмосферы.

1 — вариант A, 2 — вари-

дались, показало, что в статистическом смысле (для средних значений и дисперсий рассчитанных потоков тепла, влаги и количества движения) варианты A и B дают примерно одинаковые ре-

зультаты.

Мы используем эти варианты параметризаций для изучения вопроса о чувствительности осредненной циркуляции атмосферы по отношению к способам обмена с подстилающей поверхностью в условиях, близких к штилевым, которые характерны для внутритропической зоны конвергенции (ВЗК), где наблюдается сходимость линий тока и уменьшение скорости ветра (в связи с чем ВЗК называют иногда экваториальной зоной затишья) [99]. Как и в предыдущих параграфах этой главы, мы можем в первом приближении изучать влияние процессов обмена на формирование фундаментальных параметров климатической системы — зонально осредненных меридионального градиента температуры, параметра статической устойчивости и широтного градиента температуры, достигающего максимальных значений зимой у восточных границ континентов.

Скорость нагревания атмосферы в низких широтах в значительной степени обусловлена поступлением тепла и влаги с поверхности океана. Попытаемся рассмотреть качественно, какие эффекты вызовет усиление тепло- и влагообмена в тропическом пограничном слое атмосферы. Во-первых, при этом должны интенсифицироваться процессы конвекции и крупномасштабной конденсации, что приведет к «перебросу» избыточной статической энергии из нижних приводных слоев атмосферы в верхние и за счет этого к дополнительному нагреванию тропосферы. Во-вторых, избыток влаги приведет к повышению интенсивности выпадения осадков (особенно в районе ВЗК) и к увеличению облачности. Поскольку, как показано в п. 4.1, суммарное радиационное выхолаживание атмосферы мало чувствительно к изменениям облачности, то усиление в тропиках тепло- и влагообмена между подстилающей поверхностью и атмосферой вызовет (в случае зимней циркуляции в северном полушарии) увеличение эффективного меридионального градиента температуры (разности температуры между экватором и полюсом), а значит, и усиление генерации доступной потенциальной энергии зонального движения.

Если теперь, как и в предыдущем параграфе, предположить, что источники нагревания в низких широтах достаточны для реализации в средних широтах развитого режима Россби, то статическая устойчивость атмосферы в этих широтах будет связана с меридиональным градиентом температуры соотношением (5.2.1). Поэтому возможной динамической реакцией атмосферы на увеличение нагревания в тропиках (в условиях существования хорошо развитого режима Россби в средних широтах) может быть такая перестройка атмосферной циркуляции, при которой обеспечивается повышение статической устойчивости атмосферы средних широт,

что должно привести к уменьшению генерации вихревой доступной потенциальной энергии, с одной стороны, и к уменьшению нестационарной компоненты вихревой кинетической энергии, с другой.

Заметим также, что уменьшение вихревого переноса тепла и влаги к полюсу, связанное с уменьшением кинетической энергии нестационарных вихрей, приведет к росту давления в полярной области, интенсификации полярного антициклона и, разумеется, к перестройке поля давления в средних широтах.

Для проверки изложенных выше соображений качественного анализа нами были выполнены два численных эксперимента с моделью общей циркуляции атмосферы, подробно описанной в главах 1 и 2. Был использован 6-уровенный вариант глобальной модели с равномерным расположением уровней по о-координате и

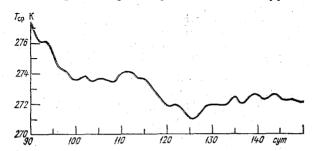


Рис. 58. Зависимость средней температуры $T_{\rm cp}$ поверхности континентов северного полушария (без континентальных льдов) от времени интегрирования в эксперименте 2.

 $z_s = 0$, горизонтальным разрешением $\Delta \lambda = \Delta \phi = 5^{\circ}$. Температура поверхности океана, положение границы паковых льдов, распределение озона, альбедо облаков и склонение Солнца были фиксированы во времени и заданы равными их январским климатическим значениям. Контрольный эксперимент (назовем его эксперимент 1) был выполнен с использованием схемы А расчета вертикальных турбулентных потоков тепла, влаги и момента; в другом эксперименте — «аномальном» (эксперимент 2) — была использована схема В. При этом в формуле (2.2.3) в качестве значений вертикального коэффициента турбулентности для температуры (K_{τ}) принимались значения, рассчитанные по использованным в варианте В зависимостям. Некоторые результаты, полученные в эксперименте 1, приведены в главе 4. В качестве начальных условий для эксперимента 2 было выбрано решение, полученное в контрольном эксперименте на 90-е сутки. Расчеты в этом эксперименте проводились на период 60 сут. Модельные климаты в обоих экспериментах получались осреднением за 30 сут (со 121-х по 150-е сутки). Анализ результатов проводился в основном для северного полушария.

На рис. 58 приведена средняя (по северному полушарию) температура поверхности континентов (континентальные льды не включены) $T_{\rm cp}$ в зависимости от времени для эксперимента 2. Из рисунка следует, что наибольшие изменения $T_{\rm cp}$ имели место

в течение первого месяца интегрирования, так что осреднение за последние 30 сут представляется достаточно хорошим приближением к статистически равновесному состоянию.

На рис. 59 приведены распределения зонально осредненных потоков явного \overline{H}_s^λ и скрытого \overline{LE}_s^λ тепла на подстилающей поверхности в экспериментах 1 и 2, а также по данным, заимствованным

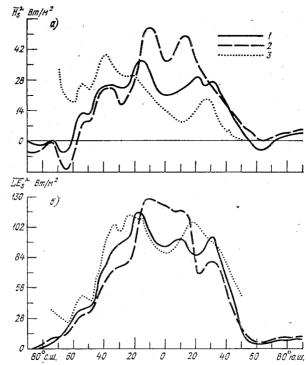


Рис. 59. Зонально осредненный поток явного тепла $\overline{H}^{\lambda}_{s}$ (a) и скрытого тепла $\overline{LE}^{\lambda}_{s}$ (δ) на подстилающей поверхности. I — эксперимент 2, s — фактические данные [203].

мента 2, наибольшие отличия (количественные, а для скрытого тепла к тому же и качественные) имеют место для тропической зоны. Приведенное на рис. 60 распределение зонально осредненных осадков δ^{λ} обнаруживает те же особенности. Любопытно, что рассчитанные в эксперименте 2 осадки по форме зонального распределения весьма напоминают те, что получены при использовании трехуровенного варианта модели (см. п. 4.3). По-видимому, форма распределения испарения с поверхности E_s по существу определяет форму распределения осадков. Отсутствие ярко выра-

из работы [203]. Как и предполагалось при постановке экспери-

женного локального минимума в \overline{E}^λ_s вблизи экватора приводит к пикообразной форме кривой $\overline{\delta}^\lambda$. По распределению осадков

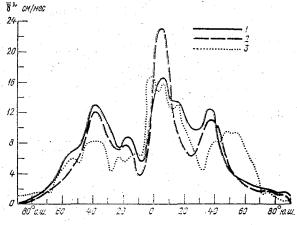


Рис. 60. Зонально осредненное распределение осадков $\overline{\delta}^{\lambda}$. 1— эксперимент 1, 2— эксперимент 2, 3— фактические данные [203].

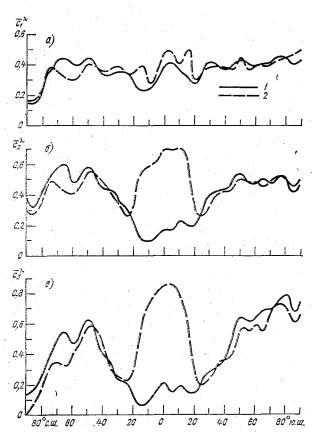
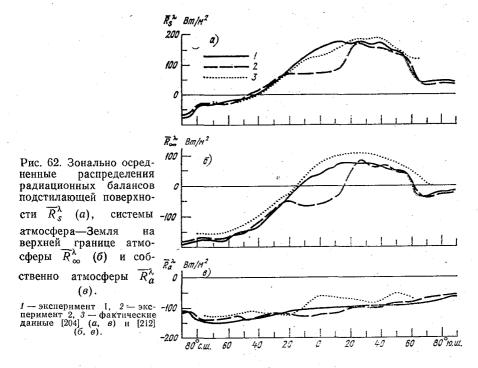


Рис. 61. Зонально осредненные распределения облачности верхнего (a), среднего (b) и нижнего (a) ярусов.

1 — эксперимент 1, 2 — эксперимент 2.

можно судить о среднем по всей толще атмосферы нагревании за счет фазовых превращений водяного пара, которое на 5° ю. ш. в эксперименте 2 оказалось почти в 1,5 раза больше, чем в эксперименте 1.

На рис. 61 изображены распределения зонально осредненного балла облачности верхнего \overline{c}_1^{λ} , среднего \overline{c}_2^{λ} и нижнего \overline{c}_3^{λ} ярусов, построенные по результатам численных экспериментов. Если в экс-



перименте 1 зонально осредненная облачность среднего и нижнего ярусов была минимальной в тропической зоне, то в эксперименте 2 наблюдается противоположная картина — резкое увеличение облачности на экваторе и примерно в 20-градусной зоне к северу и югу от него. Что касается облачности верхнего яруса, то она изменилась не очень существенно. В эксперименте 2 в этих же приэкваториальных зонах произошли значительные изменения радиационного баланса подстилающей поверхности \overline{R}_s^λ и системы атмосфера — Земля $\overline{R}_\infty^\lambda$ (на верхней границе атмосферы). Однако эти изменения (рис. 62) были направлены в одну сторону — в сторону уменьшения по сравнению с контрольным экспериментом, и радиа-

ционный баланс собственно атмосферы \overline{R}_a^λ (рис. 62s), характери-

зующий интегральное по высоте радиационное выхолаживание атмосферы, увеличился (по абсолютному значению) не более чем на 20 %, в то время как нагревание в тропиках за счет потока явного тепла и фазовых превращений водяного пара возросло почти на 50 %. Таким образом, в целом тропическая атмосфера в эксперименте 2 получила больше тепла, чем в эксперименте 1.

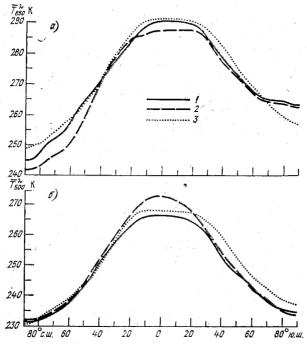


Рис. 63. Зонально осредненные распределения температуры поверхностей 850 гПа (а) и 500 гПа (б).

1 — эксперимент 1, 2 — эксперимент 2, 3 — фактические данные [153].

На рис. 63 приведены зонально осредненные распределения температуры для поверхностей 850 и 500 гПа. Как видно из рисунков, в средних и высоких широтах северного полушария эти распределения на поверхности 500 гПа в экспериментах 1 и 2 получились очень близкими не только между собой, но и по отношению к фактическим данным [153]. В то же время на поверхности 850 гПа температура, рассчитанная в эксперименте 2, почти на 7 К ниже (на 60° с. ш.), чем в эксперименте 1, который дает при этом значительно более близкие к фактическим результаты. Что касается тропиков, то на поверхности 500 гПа температура в эксперименте 2 на 6 К выше (экватор), чем в эксперименте 1, а на поверхности 850 гПа, наоборот, на 3 К ниже. Из формы распределений температуры видно, что в целом ее меридиональный градиент возрос в эксперименте 2. Разность между температурами, осредненными по всей толще тропосферы и вдоль кругов широты

на 45 и 65° с. ш., составила: в эксперименте 1—11,44 K, а в эксперименте 2—13,44 K, т. е. увеличилась в последнем случае в 1,17 раза. В то же время осредненная по этой же полосе (45—65° с. ш.)

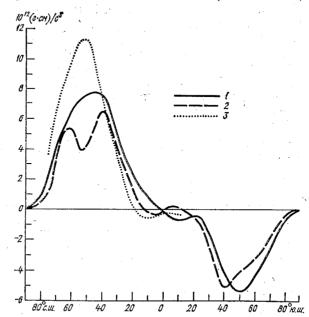


Рис. 64. Меридиональный перенос тепла вихревыми движениями.

3 — эксперимент 1, 2 — эксперимент 2, 3 — фактические даиные [152].

разность потенциальных температур ближайшего к поверхности Земли расчетного уровня σ_6 и второго расчетного уровня σ_2 , условно принятого за верхнюю границу тропосферы, оказалась

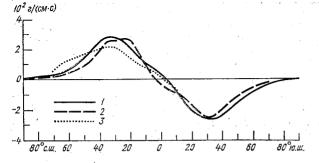


Рис. 65. Меридиональный перенос влаги вихревыми движениями.

1 — эксперимент 1, 2 — эксперимент 2, 3 — фактические данные [152].

равной: в эксперименте 1 - 81,05 K, а в эксперименте 2 - 88,42 K, т. е. уменьшилась во втором случае в 1.09 раза

т. е. уменьшилась во втором случае в 1,09 раза. На рис. 64 и 65 изображены профили меридионального переноса тепла и влаги, обусловленного вихревыми движениями (соответственно (c_v/g) $\sum \pi T'v'^\lambda \Delta \sigma$ и (1/g) $\sum \pi q'v' \Delta \sigma$). Нетрудно видеть, 10^*

что в эксперименте 2 произошло ослабление (в средних широтах северного полушария) вихревого переноса тепла и влаги к полюсу, особенно заметное на 50° с. иг.

В табл. 9 представлены эффективные волновые числа, рассчитанные для различных σ -уровней по формулам, приведенным в п. 4.1, отдельно для зональной и меридиональной компонент кинетической энергии. Из таблицы следует, что в эксперименте 2 эффективные волновые числа для зональной энергии \bar{n}_u стали больше в нижней части тропосферы. На уровне σ_6 (ближайшем к поверхности Земли) в эксперименте 1 эффективное волновое число составило 7,91, а в эксперименте 2 — 10,30. Что касается верхней части тропосферы и стратосферы, а также волновых чисел для меридиональной компоненты \bar{n}_v , то различия между экспериментами оказались невелики.

ТАБЛИЦА 9 Эффективные волновые числа для различных σ-уровней

4.	Уровень					
	σ_1	σ_2 σ_3	σ,	σ ₅	σ ₆	
	·	Эксперимент	1			
\bar{n}_u	9,14	5,17 5,41	6,60	6,93	7,91	
$ar{n}_{m{v}}$	6,33	7,52 8,17	8,89	9,60	8,94	
		Эксперимент	2			
\bar{n}_{tt}	8,32	5,49 5,23	6,64	8,35	10,30	
$ar{n}_{m{v}}$	6,48	7,34 7,67	8,32	9,16	8,55	

Рис. 66 иллюстрирует различия в компонентах энергетических циклов, рассчитанных в обоих экспериментах. На рисунке и далее в тексте используются следующие обозначения: A_z , K_z , A_E , K_E —доступная потенциальная и кинетическая энергия зонального (индекс z) и вихревого (индекс E) движений; C_z , C_E — скорости перехода доступной потенциальной энергии зонального и вихревого движений в соответствующую форму кинетической энергии (K_z , K_E); C_A , C_R — скорости обмена доступной потенциальной и кинетической энергией между зональной и вихревой формами движения; D_z , D_E , G_z , G_E — диссипация кинетической энергии и генерация доступной потенциальной энергии зонального и вихревого движения. Проведем последовательно сравнение рассчитанных энергетических диаграмм для экспериментов 1 и 2, выделяя главные процессы цикла Лоренца [53].

1. Образование со скоростью G_z доступной потенциальной энергии A_z в зональном потоке за счет меридиональной изменчивости

притоков тепла в эксперименте 2 происходит в 1,6 раза интенсивнее, чем в эксперименте 1, что связано с увеличением в эксперименте 2 поступления явного и скрытого тепла в атмосферу.

2. Процессы, связанные с реализацией бароклинной неустойчивости в атмосфере, порождают перенос явного тепла к полюсу и обеспечивают переход доступной потенциальной энергии от среднего зонального потока к крупномасштабным вихрям $(A_z \to A_E)$ со скоростью C_A , которая в эксперименте 2 оказалась выше, чем в эксперименте 1, также примерно в 1,6 раза. При этом в обоих

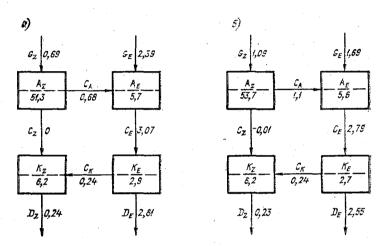


Рис. 66. Энергетические диаграммы для экспериментов 1 (a) и 2 (b).

Значения энергии приведены в Дж/м2, остальных величин — в Вт/м2.

экспериментах генерация G_z зональной составляющей доступной потенциальной энергии A_z полностью уравновешивается ее переходом C_A в доступную потенциальную энергию вихревого движения A_E . Изменчивость температуры и притоков тепла вдоль широтных кругов является вторым источником поступления вихревой доступной потенциальной энергии со скоростью G_E , которая в эксперименте 2 оказалась в 1,4 раза меньше, чем в эксперименте 1.

3. Переход доступной потенциальной энергии A_E крупномасштабных вихрей в кинетическую энергию K_E тех же вихрей в эксперименте 2 происходит с меньшей, чем в эксперименте 1, скоро-

стью C_E (примерно в 1,1 раза).

4. Крупномасштабные вихри, перенося вдоль меридианов тепло и влагу, транспортируют также момент импульса из тропических широт (пояс восточных ветров) в средние широты (пояс западных ветров), определяя передачу кинетической энергии от крупномасштабных вихрей к зональной циркуляции $(K_E \to K_z)$

со скоростью C_{H} . Эта скорость в обоих экспериментах оказалась одинаковой.

5. Диссипация за счет трения о подстилающую поверхность зональной (D_z) и вихревой (D_E) кинетической энергии наряду с другими физическими процессами определяет уровень K_z и K_E . Значения D_z в экспериментах 1 и 2 практически не отличались, в то время как D_E в эксперименте 2 уменьшилась в 1,1 раза по сравнению с D_E в эксперименте 1.

Примерно во столько же раз (точнее в 1,07 раза) уменьшилось значение K_E . Величина K_z при этом возросла на $2 \cdot 10^5$ Дж/м², в то

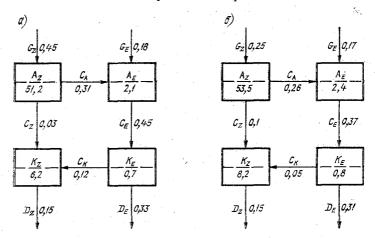


Рис. 67. Энергетические диаграммы для экспериментов 1 (a) и 2 (δ) при условии, что нестационарные вихри отфильтрованы.

время как A_z увеличилась на $2,4\cdot 10^5$ Дж/м². Приведенные на рис. 67 энергетические диаграммы, рассчитанные в обоих экспериментах по осредненным за период с 121-х по 150-е сутки метеорологическим полям (нестационарные вихри таким образом оказываются фильтрованными), показывают, что увеличение значения K_z в эксперименте 2 связано с прямым переходом A_z в K_z (обусловленным усилением ячейки Гадлея и ослаблением ячейки Ферреля), поскольку в этом случае величина C_z стала значительно больше, чем в эксперименте 1 (0,10 и 0,03 $BT/м^2$ соответственно).

На рис. 68 приведена карта изоаномал — изолиний разности значений температуры на ближайшем к поверхности Земли расчетном уровне σ_6 (в отсутствие гор соответствует примерно 917 гПа) в «аномальном» эксперименте 2 и контрольном эксперименте 1. Можно отметить следующие особенности географического распределения изоаномал:

1) практически всюду над океанами «аномалии» температуры не превышают по абсолютному значению 2 К.

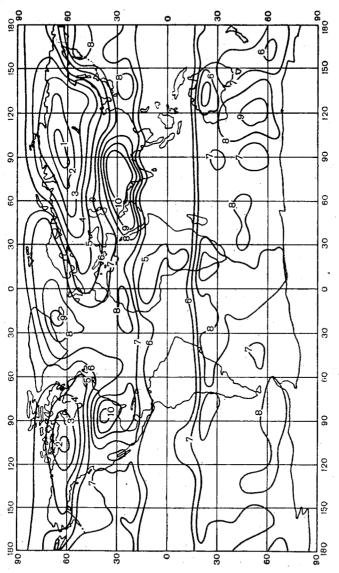


Рис. 68, Карта изоаномал (°С) на расчетном уровне об.

- 2) в северном полушарии над континентами в средних широтах образовались обширные области отрицательных аномалий, в центральных частях которых понижение температуры достигает 20 К; отдельные очаги отрицательных аномалий получены над континентами и в экваториальной зоне от 15° ю. ш. до 15° с. ш.;
- 3) вместе с тем можно выделить субтропические зоны повышенных температур, расположенные над юго-восточным побережьем США, Карибским бассейном и южной частью Азии и обусловленные интенсификацией региональных циркуляций;

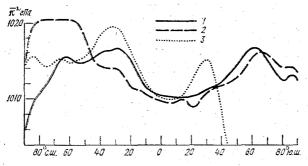


Рис. 69. Зонально осредненные распределения приземного давления $\overline{\pi}^{\lambda}$. 1— эксперимент 1, 2— эксперимент 2, 3— фактические данные [203].

4) сравнение рис. 68 с картой изоаномал температуры поверхности σ_6 показало, что этот рисунок повторяет главные особенности распределения аномалий.

Наконец, приведем рис. 69, на котором даны рассчитанные в экспериментах зонально осредненные распределения приземного давления $\bar{\pi}^{\lambda}$. Наиболее сильные изменения произошли в эксперименте 2 по сравнению с контрольным в области к северу от 50° с. ш., где образовалась зона повышенного давления. В то же время, поскольку в модели выполняется закон сохранения массы, это повышение давления приводит к перестройке циркуляции, следствием которой является ослабление антициклонической деятельности в субтропиках.

В заключение заметим, что полученные в эксперименте 2 результаты качественно согласуются с результатами Червина и Лилли [128].

5.4. Чувствительность модели к параметризации горизонтальной диффузии

Одной из характерных особенностей общей циркуляции атмосферы является ее цикличность, проявляющаяся в виде нелинейных колебаний различных временных периодов (от нескольких суток до нескольких лет). Особый интерес представляют 2—3-недельные циклы (так называемые естественные синоптические циклы), моделирование которых является не только очень важной (особенно

для задач долгосрочного прогноза погоды), но и очень трудной проблемой. Сложность ее заключается в том, что для воспроизведения нелинейных колебаний такой системы, как атмосфера, необходимо правильно воспроизвести не только уровень генерации вихревой кинетической энергии (который в свою очередь определяется адекватным описанием гидротермодинамики атмосферы), но и перераспределение этой энергии по спектру. Если предположить, что генерация вихревой кинетической энергии происходит в основном в средних широтах в спектральном диапазоне синоптического масштаба за счет реализации бароклинной неустойчивости, то в силу того что атмосфера квазибаротропна и квазигеострофична, каскад энергии должен происходить в сторону более низких волновых чисел, в конечном итоге взаимодействуя с зональным потоком и образуя нелинейные колебания. В сторону высоких волновых чисел идет каскад энстрофии, формируя при этом в спектральном распределении известный закон степени — 3. Таким образом, налицо тесная связь между пространственным спектром кинетической энергии и временными колебаниями различного рода циркуляции атмосферы.

Если модель общей циркуляции атмосферы построена таким образом, что в ней (например, в баротропном приближении) выполняются законы сохранения энергии и энстрофии одновременно (имеются в виду, конечно, аналоги этих законов в конечномерном пространстве), то законы спектрального распределения энергии должны, по-видимому, выполняться автоматически и нелинейные колебания (их амплитуда и фаза) будут определяться в основном уровнями генерации и диссипации энергии. (Напомним еще раз, что мы говорим только о бароклинном источнике энергии, при котором вихри, переносящие тепло к полюсу, снижают уровень доступной потенциальной энергии, т. е. снимают сам источник.)

В противном случае следует позаботиться не только об уровнях генерации и диссипации, но и о формировании соответствующих градиентов в спектральном распределении кинетической энергии.* Достичь этого можно, варьируя значения коэффициентов горизонтальной турбулентности (формула (2.1.8). Таким образом, возникает задача исследования чувствительности модели общей циркуляции атмосферы к изменениям величины горизонтальной диффузии, для решения которой были проведены численные эксперименты для средних январских условий (были заданы температура поверхности океана и склонение Солнца). В обсуждаемых ниже экспериментах границы морских и континентальных льдов фиксировались, рельеф отсутствовал ($\Phi_s \equiv 0$). Эксперименты проводились на модели со следующим пространственным разрешением: 5° по широте и долготе и три уровня по координате $\sigma(\sigma_1 = {}^1/_6$,

^{*} Рассуждая подобным образом, следует предполагать, конечно, что средний профиль зональной скорости воспроизводится моделью удовлетворительно.

 $\sigma_2 = ^{1}/_{2}$, $\sigma_3 = ^{5}/_{6}$, что в отсутствие гор примерно соответствует изобарическим поверхностям 150, 500 и 850 гПа). Были проведены три эксперимента, которые отличались только значением коэффициента μ , входящего в выражение для коэффициента горизонтальной турбулентности (2.1.8). В частности, в эксперименте I было положено $\mu = 0.1$, в эксперименте II $\mu = 1$ и в эксперименте III $\mu = 10$. Во всех экспериментах расчеты были проведены на 90 сут. Обсуждаемые ниже пространственные статистические характеристики вычислялись осреднением за последние 30 сут; временные спектры анализировались по выборке за последние 72 дня.

В табл. 10 приведены некоторые глобальные характеристики этих экспериментов. Как видно из таблицы, уровень вихревой кинетической энергии в эксперименте I выше, а в эксперименте III ниже, чем в эксперименте II (это естественно): вместе с тем полная диссипация изменилась не столь существенно. Тропосферная часть кинетической энергии, связанной с зональной компонентой (K_u^{tr}) изменяется от эксперимента I к эксперискорости ветра менту III в значительно более узких пределах, чем полная зональная кинетическая энергия модельной атмосферы (K_z) . Анализ поля температуры на верхнем расчетном уровне (соответствующем стратосфере) показал, что как в эксперименте I, так и в эксперименте III на этом уровне установился новый по сравнению с экспериментом II термодинамический режим со значительно меньшим зонально осредненным меридиональным градиентом температуры и более высокой температурой. Что касается кинетической энергии меридиональной компоненты скорости ветра, то ее значение изме-

ТАБЛИЦА 10

Эксперимент	Kz	κ_E	Z	K_u^{tr}	K_v^{tr}	D_z^{tr}	D_H^{tr}	atr
III III	3,91 10,43 22,36	5,66 3,88 1,96	3,84 3,85 3,84	2,78 2,79 4,73	1,80 1,03 0,40	2,49 1,62 3,24	0,97 1,54 0,94	3,40 3,48 4,03

Примечания: 1. K_z — зональная кинетическая энергия, K_E — вихревая кинетическая энергия; Z— абсолютная потенциальная энстрофия; K_u^{tr} и K_v^{tr} — кинетическая энергия зональной и меридиональной компонент ветра; D_z^{tr} — диссипация кинетической энергии в планетарном пограничном слое; D_H^{tr} — диссипация кинетической энергии за счет горизонтальной турбулентности; G^{tr} — генерация кинетической энергии. 2. В качестве единиц измерения для K_z , K_E , K_u^{tr} , K_v^{tr} приняты 10^5 Дж/м², для D_z^{tr} , D_H^{tr} , G^{tr} — Вт/м² и для $Z-10^{-7}$ $\Gamma 1a^{-1}$ с $^{-2}$. 3. Величины с индексом tr вычислялись в «тропосферном» слое (от поверхности Земли до высоты изобарической поверхности 300 г $\Gamma 1a$); остальные величины были получены интегрированием по всей толще атмосферы.

няется от эксперимента I к эксперименту III существенно на всех

уровнях.

На рис. 70 для всех трех экспериментов нанесены спектры меридиональной компоненты кинетической энергии как функции волнового числа. Из этого рисунка следует, что передача энергии от синоптических масштабов к более высоким волновым числам в эксперименте I значительно выше, чем в эксперименте II. В то же время такая передача энергии в эксперименте III полностью отсутствует.

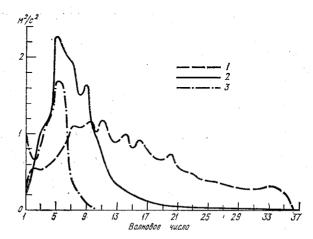


Рис. 70. Пространственный спектр меридиональной компоненты кинетической энергии в зависимости от волнового числа.

1, 2 и 3 — эксперименты I, II и III соответственно.

На рис. 71 приведены спектральные распределения кинетической энергии, вычисленные на 45° с. ш. по результатам экспериментов I, II и III. Легко видеть, что в эксперименте II (рис. 71 б) в диапазоне волновых чисел от 6 до 14 это распределение близко к закону степени —3. С другой стороны, аналогичного вида распределение в эксперименте I получено в области волновых чисел от 16 до 25 (рис. 71a), в то время как в эксперименте III сформировался совершенно другой тип спектра (рис. 71 в). Хотя глобальная энстрофия системы не изменилась (значение Z, соответствующее начальным условиям, равнялось $3,55 \cdot 10^{-7}$ г $\Pi a^{-1}c^{-2}$), тем не менее как в эксперименте I, так и в эксперименте III оказался реализованным дополнительный перенос энергии: в первом случае — к высоким волновым числам, во втором — к низким, Следует поэтому ожидать уменьшения каскада энергии (генерация изменилась несущественно): в эксперименте І — в сторону длинных волн. а в эксперименте III — наоборот, в сторону коротких волн. Это утверждение означает, что по сравнению с экспериментом II должен иметь место ослабленный (в эксперименте Î) или, наоборот, чрезмерно усиленный (эксперимент III) обмен энергией между зональным потоком и вихрями. В любом случае это в свою оче-

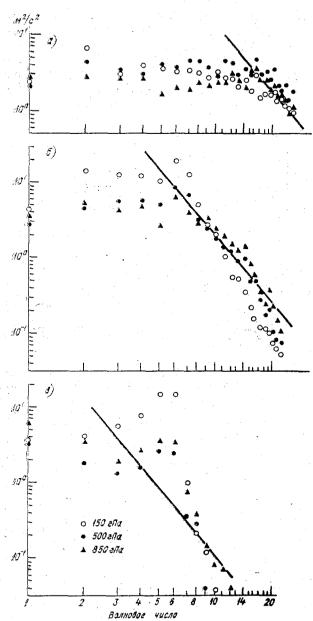


Рис. 71. Спектральное распределение вихревой кинетической энергии на 45° с. ш. в экспериментах I (а), II (б) и III (в) на трех уровнях.

редь должно привести к ослаблению нелинейных циклов индексов

пиркуляции атмосферы.

В качестве таких индексов были выбраны две характеристики — зональная кинетическая энергия K_z и вихревая кинетиче-

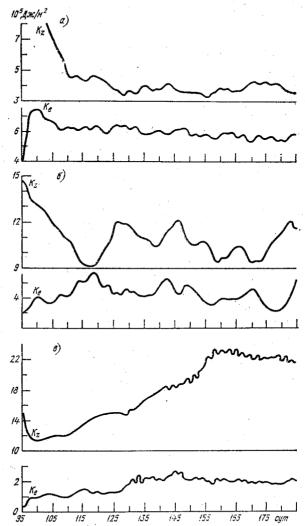


Рис. 72. Зависимость зональной кинетической энергии K_z и вихревой кинетической энергии K_E от времени интегрирования в экспериментах I (a), II (б) и III (в).

ская энергия K_E . На рис. 72 приведен временной ход этих величин по результатам экспериментов I—III. Для удобства анализа этих кривых на рис. 73 построены временные спектры по выборкам за последние 72 дня. Нетрудно видеть, что в эксперименте II (рис. 73 б) ярко выражены циклы с периодами примерно 2 недели

и 24 дня (особенно в распределении для вихревой энергии K_E). Точнее, энергетический вклад движений с такими периодами в этом эксперименте более весом. В экспериментах I и III такие циклы отсутствуют и лишь примерно 18-суточный ритм наблюдается в спектральном распределении K_z в эксперименте I.

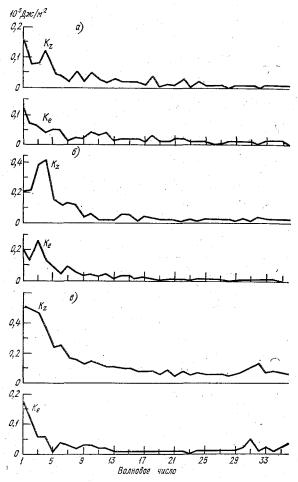


Рис. 73. Временные спектры зональной кинетической энергии K_z и вихревой кинетической энергии K_E в экспериментах I (a), II (б) и III (в).

Таким образом, складывается впечатление, что как расширение так и сужение пространственного спектра или, другими словами, повышенная турбулизация модельной атмосферы (за счет явного воспроизведения вихрей при малых μ или параметрическим образом при больших μ) может быть одной из главных причин отсутствия хорошо известного естественного синоптического периода в атмосферной циркуляции.

часть п

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МИРОВОГО ОКЕАНА



ГЛАВА 1 УРАВНЕНИЯ ГИДРОТЕРМОДИНАМИКИ ОКЕАНА.

1.1. Постановка задачи

Будем исходить из традиционной системы дифференциальных уравнений в частных производных в сферической системе координат, описывающей крупномасштабную гидротермодинамику океана в области Ω :

$$\frac{du}{dt} - (l - m\cos\theta u) v = -\frac{m}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial u}{\partial z} + F^{\lambda},$$

$$\frac{dv}{dt} + (l - m\cos\theta u) u = -\frac{n}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial v}{\partial z} + F^{\theta},$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = g\rho,$$

$$m \left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v}{m} \right) \right] + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} v_T \frac{\partial T}{\partial z} + F^T - \gamma_T w,$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} v_S \frac{\partial S}{\partial z} + F^S - \gamma_S w,$$

$$\rho = f(T, S). \tag{1.1.1}$$

Система уравнений записана для отклонений относительно устойчиво стратифицированной по плотности жидкости [58] со

следующим представлением полей плотности, температуры и солености:

$$\rho = \overline{\rho}(z) + \rho', \quad T = \overline{T}(z) + T', \quad S = \overline{S}(z) + S'$$

(в системе (1.1.1) штрихи опущены).

В (1.1.1) использованы следующие обозначения: Ω — область океана, ограниченная боковой цилиндрической поверхностью σ , невозмущенной поверхностью океана и дном $H(\lambda, \theta)$; λ — долгота (географическая); $\theta = \phi + \pi/2$, где ϕ — широта; z — расстояние по вертикали от невозмущенной поверхности океана;

$$l = -2\omega \cos \theta$$
, $m = 1/r \sin \theta$, $n = 1/r$, $q = \sin \theta$,

 ω — угловая скорость вращения Земли, r — радиус Земли; F^{λ} , F^{θ} , F^{τ} , F^{s} — члены, описывающие процессы горизонтального турбулентного обмена импульсом, теплом и солью;

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + mu \frac{\partial}{\partial \lambda} + nv \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial z}.$$

Система дифференциальных уравнений (1.1.1) выписана с использованием традиционных приближений, принятых при моделировании общей циркуляции океана: приближения Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды, а также с использованием гипотезы линейного замыкания относительно вертикальных турбулентных пульсаций момента импульса, тепла и соли. Вид членов, описывающих горизонтальный турбулентный обмен F^{λ} , F^{θ} , F^{τ} , F^{s}), и соответствующая постановка условий на береговой поверхности о будут определены далее.

Сформулируем граничные по вертикали и начальные условия системы уравнений (1.1.1):

при z=0:

$$w = 0$$
, $v \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_1}{\rho_0}$, $v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_2}{\rho_0}$, $\alpha_T \frac{\partial T}{\partial z} + \beta_T T = Q_T$, $\alpha_S \frac{\partial S}{\partial z} + \beta_S S = Q_S$;

при $z = H(\lambda, \theta)$:

$$w = mu \frac{\partial H}{\partial \lambda} + nv \frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad v \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_{1B}}{\rho_0}, \quad v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_{2B}}{\rho_0}, \quad (1.1.2)$$
$$\frac{\partial T}{\partial n_1} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial n_1} = 0;$$

при t=0:

$$u = u^0$$
, $v = v^0$, $T = T^0$, $S = S^0$, (1.1.3)

где τ_1 , τ_2 — компоненты напряжения трения ветра соответственно по осям λ , θ ; $\alpha_{(T,S)}$, $\beta_{(T,S)}$, $Q_{(T,S)}$ — функции, специализирующие постановку условий на границе раздела с атмосферой; τ_{1B} , τ_{2B} —

члены, описывающие трение о дно (в частности, они могут равняться нулю); n_1 — направление внешней нормали. Заметим, что выбор в качестве области решения задачи трехмерной области Ω с плоским верхним основанием z=0 и постановка на нем условия «твердой крышки» w=0 соответствует частичной линеаризации задачи и фильтрации поверхностных гравитационных волн, эволюцией которых в задаче общей циркуляции можно пренебречь.

1.2. Эволюционная формулировка задачи

Выписанная система уравнений, граничных и начальных условий (1.1.1)—(1.1.3) не является окончательной. Перед тем как перейти к определению членов, описывающих горизонтальный турбулентный обмен, постановке краевых условий на береговой поверхности σ и построению численной схемы решения задачи, преобразуем ее к эволюционному виду.

Система уравнений (1.1.1)—(1.1.3) не принадлежит к начальнокраевым задачам Коши—Ковалевской. Она включает в себя наряду с эволюционными (прогностическими) уравнениями три соотношения (статики, неразрывности и состояния) так называемого диагностического типа. Другими словами, функции w, p, ρ зависят от времени параметрически и могут быть из исходной системы исключены. При этом задача принимает с математической точки зрения более удобный (классический) вид, позволяющий классифицировать ее (по типу), корректно сформулировать граничные условия и обоснованно использовать для ее численного решения методы расщепления.

Введя замену переменных $\lambda_1 = \lambda$, $\theta_1 = \theta$, $z_1 = z/H$, переводящую область решения задачи Ω в область $\widehat{\Omega}$ с плоским основанием, получаем:

$$H \frac{\partial u}{\partial t} + muH \frac{\partial u}{\partial \lambda_{1}} + nvH \frac{\partial u}{\partial \theta_{1}} + w_{1} \frac{\partial u}{\partial z_{1}} - H (l - m \cos \theta u) v =$$

$$= -\frac{m}{\rho_{0}} \left[H \frac{\partial p}{\partial \lambda_{1}} - \frac{\partial H}{\partial \lambda_{1}} z_{1} \frac{\partial p}{\partial z_{1}} \right] + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z_{1}} v \frac{\partial u}{\partial z_{1}} + HF_{1}^{\lambda},$$

$$H \frac{\partial v}{\partial t} + muH \frac{\partial v}{\partial \lambda_{1}} + nvH \frac{\partial v}{\partial \theta_{1}} + w_{1} \frac{\partial v}{\partial z_{1}} + H (l - m \cos \theta u) u =$$

$$= -\frac{n}{\rho_{0}} \left[H \frac{\partial p}{\partial \theta_{1}} - \frac{\partial H}{\partial \theta_{1}} z_{1} \frac{\partial p}{\partial z_{1}} \right] + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z_{1}} v \frac{\partial v}{\partial z_{1}} + HF_{1}^{\theta},$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = gH\rho,$$

$$m \left[\frac{\partial uH}{\partial \lambda_{1}} + n \frac{\partial}{\partial \theta_{1}} \left(\frac{vH}{m} \right) \right] + \frac{\partial w_{1}}{\partial z_{1}} = 0,$$

$$H \frac{\partial T}{\partial t} + muH \frac{\partial T}{\partial \lambda_{1}} + nvH \frac{\partial T}{\partial \theta_{1}} + w_{1} \frac{\partial T}{\partial z_{1}} = 0,$$

$$= -\gamma_T w_2 + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z_1} v_T \frac{\partial T}{\partial z_1} + HF_1^T,$$

$$H \frac{\partial S}{\partial t} + muH \frac{\partial S}{\partial \lambda_1} + nvH \frac{\partial S}{\partial \theta_1} + w_1 \frac{\partial S}{\partial z_1} =$$

$$= -\gamma_S w_2 + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z_1} v_S \frac{\partial S}{\partial z_1} + HF_1^S,$$

$$\rho = f(T, S). \tag{1.2.1}$$

Здесь

$$w_{1} = w - mz_{1} \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda_{1}} u + n \frac{\partial H}{\partial \theta_{1}} \frac{v}{m} \right),$$

$$w_{2} = w_{1} + mz_{1} \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda_{1}} u + n \frac{\partial H}{\partial \theta_{1}} \frac{v}{m} \right). \tag{1.2.2}$$

С учетом первого из выражений (1.2.2) граничное условие для w_1 на уровне $z_1=1$ будет иметь вид

$$w_1 = 0.$$
 (1.2.3)

Далее, представим горизонтальные компоненты вектора скорости в виде

$$u = \tilde{u} + u', \quad v = \tilde{v} + v', \tag{1.2.4}$$

где волна сверху означает осреднение по вертикали

$$\widetilde{a} = \int_{0}^{1} a \, dz.$$

Подставим (1.2.4) в первые два уравнения (1.2.1) и проинтегрируем их от поверхности $z_1=0$ до дна $z_1=1$. Используя уравнение статики

$$p(z) = p_0 + gH \int_0^z \rho \, dz$$

и опуская нижний индекс у независимых переменных и вертикальной компоненты вектора скорости, получим:

$$H \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + mH\tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \lambda} + nH\tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} - H(l - m\cos\theta\tilde{u})\tilde{v} =$$

$$= -\frac{m}{\rho_0} H \frac{\partial \rho_0}{\partial \lambda} - \frac{m}{\rho_0} \int_0^1 \left(Hg \frac{\partial}{\partial \lambda} H \int_0^z \rho \, dz - \frac{\partial H}{\partial \lambda} zgH\rho \right) dz +$$

$$+ \frac{1}{H} \left(v \frac{\partial u'}{\partial z} \Big|_{z=1} - v \frac{\partial u'}{\partial z} \Big|_{z=0} \right) + \int_{0}^{1} HF_{1}^{\lambda} dz + J_{\lambda},$$

$$H \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + mH \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \lambda} + nH \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + H (l - m \cos \theta \tilde{u}) \tilde{u} =$$

$$= -\frac{n}{\rho_{0}} H \frac{\partial \rho_{0}}{\partial \theta} - \frac{n}{\rho_{0}} \int_{0}^{1} \left(Hg \frac{\partial}{\partial \theta} H \int_{0}^{z} \rho dz - \frac{\partial H}{\partial \theta} zgH\rho \right) dz +$$

$$+ \frac{1}{H} \left(v \frac{\partial v'}{\partial z} \Big|_{z=1} - v \frac{\partial v'}{\partial z} \Big|_{z=0} \right) + \int_{0}^{1} HF_{1}^{\theta} dz + J_{\theta}.$$
 (1.2.5)

Кроме того, из уравнения неразрывности получим

$$\frac{\partial \tilde{u}H}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tilde{v}H}{m} \right) = 0. \tag{1.2.6}$$

Члены J_{λ} , J_{θ} описывают влияние бароклинных составляющих горизонтального потока на плоскую циркуляцию:

$$J_{\lambda} = \int_{0}^{1} \left[-\cos\theta u'v' - m \frac{\partial}{\partial\lambda} (H(u')^{2}) - n \frac{\partial}{\partial\theta} (Hu'v') \right] dz,$$

$$J_{\theta} = \int_{0}^{1} \left[\cos\theta (u')^{2} - m \frac{\partial}{\partial\lambda} (Hu'v') - n \frac{\partial}{\partial\theta} (H(v')^{2}) \right] dz. \quad (1.2.7)$$

Вычитая из первых двух уравнений (1.2.1) и из уравнения неразрывности уравнения (1.2.5) и (1.2.6), находим:

$$+ \frac{1}{H} \left(\frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial v'}{\partial z} - \int_{0}^{1} \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial v'}{\partial z} dz \right) +$$

$$+ HF_{1}^{\theta} - \int_{0}^{1} HF_{1}^{\theta} dz - (N_{\theta} + J_{\theta}),$$

$$H \frac{\partial T}{\partial t} + mH (\tilde{u} + u') \frac{\partial T}{\partial \lambda} + nH (\tilde{v} + v') \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} =$$

$$= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z} v_{T} \frac{\partial T}{\partial z} + HF_{1}^{T} - \gamma_{T} w_{2},$$

$$H \frac{\partial S}{\partial t} + mH (\tilde{u} + u') \frac{\partial S}{\partial \lambda} + nH (\tilde{v} + v') \frac{\partial S}{\partial \theta} + w \frac{\partial S}{\partial z} =$$

$$= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z} v_{S} \frac{\partial S}{\partial z} + HF_{1}^{S} - \gamma_{S} w_{2},$$

$$(1.2.8)$$

где

$$w = \int_{z}^{1} m \left[\frac{\partial u'H}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v'H}{m} \right) \right] dz,$$

$$I_{\lambda} = H \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(gH \int_{0}^{z} \rho \, dz \right) - \frac{\partial H}{\partial \lambda} z gH \rho,$$

$$I_{\theta} = H \frac{\partial}{\partial \theta} \left(gH \int_{0}^{z} \rho \, dz \right) - \frac{\partial H}{\partial \theta} z gH \rho,$$

$$N_{\lambda} = mH \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \lambda} u' + nH \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} v' + mH \cos \theta u'\tilde{v},$$

$$N_{\theta} = mH \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \lambda} u' + nH \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} v' - mH \cos \theta u'\tilde{u}.$$

Наконец, последний шаг преобразований состоит в исключении из (1.2.3) функции p_0 . Для этого воспользуемся уравнением (1.2.6) и введем интегральную функцию тока

$$\frac{1}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \tilde{u}, \quad \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = -\tilde{v}. \tag{1.2.9}$$

Далее, умножим первое уравнение (1.2.5) на n/mH, второе — на 1/H и выполним для них операцию вихря. Получим

$$H \xrightarrow{\partial} \left(\frac{A \varphi}{H} \right) + m H \tilde{u} \xrightarrow{\partial} \left(\frac{A \varphi}{H} - \frac{l}{H} \right) + n H \tilde{v} \xrightarrow{\partial} \left(\frac{A \varphi}{H} - \frac{l}{H} \right) =$$

$$= m \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \int_{0}^{1} HF_{1}^{\lambda} dz - \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{1}{H} \int_{0}^{1} HF_{1}^{\theta} dz + Q \right),$$

$$Q = -\frac{ng}{\rho_{0}} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \int_{0}^{1} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} H \int_{0}^{z} \rho dz - \frac{\partial H}{\partial \lambda} z \rho \right) dz - \frac{\partial}{\partial \lambda} \int_{0}^{1} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} H \int_{0}^{z} \rho dz - \frac{\partial H}{\partial \theta} z \rho \right) dz \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{\rho_{0} mH} (\tau_{1} + J_{\lambda}) - \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{1}{\rho_{0} H} (\tau_{2} + J_{\theta}).$$

$$(1.2.10)$$

Уравнение (1.2.10) записано для интегральной функции тока в операторном виде, причем

$$\frac{A\varphi}{H} = \frac{m}{H} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right). \tag{1.2.11}$$

Если учесть соотношения (1.2.9), определяющие функцию тока, то можно заметить, что $A\phi/H$ является плоским вихрем:

$$\tilde{\xi} \equiv \frac{A_{\varphi}}{H} = \frac{m}{H} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{n}{m} \tilde{u} - \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \lambda} \right). \tag{1.2.12}$$

В результате преобразований исходные уравнения (1.1.1.) сводятся к эволюционной системе (1.2.8), (1.2.10) для функций u', v', T, S, φ .

В качестве начальных условий ставятся условия, вытекающие из (1.1.3) для плоской функции тока φ , компонент отклонений вектора скорости от среднего по вертикали (u',v'), температуры и солености:

$$\varphi = \varphi^0, \quad u' = (u')^0, \quad v' = (v')^0, \quad T = T^0, \quad S = S^0.$$
 (1.2.13)

К системе (1.2.8) также присоединяются граничные условия по вертикали, соответствующие (1.1.2):

при z = 0:

$$\frac{v}{H} \frac{\partial u'}{\partial z} = -\frac{\tau_1}{\rho_0}, \quad \frac{v}{H} \frac{\partial v'}{\partial z} = -\frac{\tau_2}{\rho_0},$$

$$\frac{\alpha_T}{H} \frac{\partial T}{\partial z} + \beta_T T = Q_T, \quad \frac{\alpha_S}{H} \frac{\partial S}{\partial z} + \beta_S S = Q_S$$

при z=1:

$$\frac{v}{H} \frac{\partial u'}{\partial z} = -\frac{\tau_{1B}}{\rho_0}, \quad \frac{v}{H} \frac{\partial v'}{\partial z} = -\frac{\tau_{2B}}{\rho_0},$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial z} = 0. \tag{1.2.14}$$

1.3. Интегральные законы сохранения

Если предположить, что в океане отсутствуют силы трения и внешние источники, и уравнения (1.2.8)—(1.2.10) переписать в терминах реальных величин ρ , T, S, то придем к следующей системе уравнений:

$$H \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + mH\tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \lambda} + nH\tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} - H(l - m\cos\theta\tilde{u})\tilde{v} =$$

$$= -\frac{m}{\rho_0} H \frac{\partial \rho_0}{\partial \lambda} - \frac{m}{\rho_0} \int_0^1 I_{\lambda} dz + J_{\lambda},$$

$$H \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + mH\tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \lambda} + nH\tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + H(l - m\cos\theta\tilde{u})\tilde{u} =$$

$$= -\frac{n}{\rho_0} H \frac{\partial \rho_0}{\partial \theta} - \frac{n}{\rho_0} \int_0^1 I_{\theta} dz + J_{\theta},$$

$$\frac{\partial \tilde{u}H}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tilde{v}H}{m}\right) = 0,$$

$$H \frac{dv'}{dt} - H[l - (\tilde{u} + u') m\cos\theta]v' =$$

$$= -\frac{m}{\rho_0} \left(I_{\lambda} - \int_0^1 I_{\lambda} dz\right) - (N_{\lambda} + J_{\lambda}),$$

$$H \frac{dv'}{dt} + H[l - (\tilde{u} + u') m\cos\theta]u' =$$

$$= -\frac{n}{\rho_0} \left(I_{\theta} - \int_0^1 I_{\theta} dz\right) - (N_{\theta} + J_{\theta}),$$

$$H \frac{dT}{dt} = 0, \quad H \frac{dS}{dt} = 0,$$
(1.3.1)

где

$$H \frac{d}{dt} = H \frac{\partial}{\partial t} + Hm (\tilde{u} + u') \frac{\partial}{\partial \lambda} + Hn (\tilde{v} + v') \frac{\partial}{\partial \theta} + \int_{\tilde{v}}^{1} m \left[\frac{\partial Hu'}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{Hv'}{m} \right) \right] dz \frac{\partial}{\partial z}.$$

Считаем, кроме того, что боковая цилиндрическая поверхность океана о является поверхностью, непроницаемой для жидкости, т. е. на этой поверхности

$$\tilde{u}_{n} = 0, \quad u'_{n} = 0 \tag{1.3.2}$$

Из уравнений переноса тепла и солей следуют законы сохранения

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} HT \, d\Omega = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} HS \, d\Omega = 0, \tag{1.3.3}$$

где $d\Omega$ — элемент объема трехмерной области Ω :

$$d\Omega = \frac{1}{mn} d\lambda d\theta dz. \qquad (1.3.4)$$

Установим основной закон сохранения полной энергии системы (1.3.1)—(1.3.2), аналогичный тому, который имел место для атмосферы (см. п. 1.2, часть I). Предварительно преобразуем два последних уравнения (1.3.1) к уравнению для плотности морской воды с учетом уравнения состояния [54]

$$\begin{split} \rho &= \rho_0 - \alpha_0 T + \beta_0 S - \gamma_0 T S - \sigma_0 T^2, \\ \rho_0 &= 1,000082, \quad \alpha_0 = 35 \cdot 10^{-7}, \quad \beta_0 = 802 \cdot 10^{-6}, \\ \gamma_0 &= 2 \cdot 10^{-6}, \quad \sigma_0 = 469 \cdot 10^{-8}. \end{split}$$

Умножим уравнения для T и S соответственно попарно на $(-\alpha_0,\ \beta_0)$, $(-\gamma_0 S,\ -\gamma_0 T)$, $(-\sigma_0 T,\ 0)$ и сложим их. В результате получим

$$H \frac{do}{dt} = 0. ag{1.3.5}$$

Умножим теперь первое и четвертое уравнения (1.3.1) на $\rho_0(\tilde{u}+u')$, второе и пятое — на $\rho_0(\tilde{v}+v')$, а уравнение для плотности (1.3.5) — на gz. Сложив все уравнения и проведя интегрирование по области Ω , получим закон сохранения полной энергии системы (1.3.1) — (1.3.2):

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \left[\rho_0 \frac{(\tilde{u} + u')^2 + (\tilde{v} + v')^2}{2} - gz\rho \right] d\Omega = 0, \qquad (1.3.6)$$

где первое слагаемое представляет собой кинетическую энергию, а второе — потенциальную. Как и в случае модели общей циркуляции атмосферы, для системы (1.3.1)-(1.3.2) не имеется квадратичного закона сохранения, однако его можно получить для системы уравнений, соответствующей (1.2.8)-(1.2.10), записанной в терминах отклонений ρ' , T', S'. В этом случае при дополнительном предположении линейной зависимости поля плотности от температуры и солености

$$\rho = \overline{\rho} - \alpha_T T' + \beta_S S', \quad \overline{\rho} = \widehat{\rho}_0 - \alpha_T \overline{T}(z) + \beta_S \overline{S}(z), \quad \widehat{\rho}_0 = \text{const},$$
(1.3.7)

имеет место следующий квадратичный закон сохранения:

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \left[\hat{\rho}_0 \frac{(\tilde{u} + u')^2 + (\tilde{v} + v')^2}{2} + \frac{g(\rho')^2}{2\gamma} \right] d\Omega = 0, \quad (1.3.8)$$

где

$$\rho' = \rho - \bar{\rho},$$

$$\gamma = -\alpha_T \gamma_T + \beta_S \gamma_S > 0,$$

$$\gamma_T = \frac{d\overline{T}}{dz},$$

$$\gamma_S = \frac{d\overline{S}}{dz}.$$

Рассмотрим несколько законов сохранения для частных случаев системы (1.3.1), выполнения которых мы будем требовать при выделении их дискретных аналогов в общей численной модели динамики океана.

Одной из важных характеристик движения является плоский абсолютный вихрь, уравнение для которого (1.2.10) получается из первых трех уравнений (1.3.1):

$$H \frac{\partial \zeta}{\partial t} + mH\tilde{u} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} + nH\tilde{v} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} = -\frac{mn}{\rho_0} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^1 \frac{I_{\lambda}}{H} dz - \frac{\partial}{\partial \lambda} \int_0^1 \frac{I_{\theta}}{H} dz \right) + m \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{nJ_{\lambda}}{\rho_0 mH} - \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{J_{\theta}}{\rho_0 H} \right), \qquad (1.3.9)$$

$$\zeta = \frac{m}{H} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right) - \frac{l}{H}. \qquad (1.3.10)$$

Правая часть (1.3.9) содержит функции, зависящие от интегралов от плотности и бароклинных составляющих горизонтального потока. В случае плоского движения их можно рассматривать, как «внешние источники». Если предположить их отсутствие, то последовательно умножая однородное уравнение, соответствующее (1.3.9), на 1, ζ и интегрируя по области Ω_0 , легко установить следующие соотношения:

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \zeta \, d\Omega_0 = 0, \tag{1.3.11}$$

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_0} \zeta^2 d\Omega_0 = 0, \qquad (1.3.12)$$

$$d\Omega_0 = \frac{1}{mn} d\lambda d\theta.$$

При сделанных предположениях для плоского движения выполняется также закон сохранения кинетической энергии. Для этого уравнение (1.3.9) с нулевой правой частью нужно умножить на φ (или, что то же самое, первое и второе уравнение (1.3.1) — на \widetilde{u} , \widetilde{v}) и проинтегрировать по Ω_0 . Получим, в терминах \widetilde{u} , \widetilde{v}

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \frac{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2}{2} d\Omega_0 = 0. \tag{1.3.13}$$

Если пренебречь правыми частями в четвертом и пятом уравнениях (1.3.1) для u', v', то находим

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \frac{u'^2 + v'^2}{2} d\Omega = 0, \qquad (1.3.14)$$

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \frac{T^2}{2} d\Omega = 0, \ H \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \frac{S^2}{2} d\Omega = 0.$$
 (1.3.15)

Кроме того, выполняются законы сохранения для одномерных операторов переноса по каждому из направлений $x_i(\lambda, \theta, z)$:

$$H \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_{i-0}}^{x_{i-1}} \frac{\zeta^2}{2} dx_i = 0.$$
 (1.3.16)

Это будет очевидно, если заранее оператор $H\frac{d}{dt}$ переписать в полудивиргентном виде:

$$H \frac{d}{dt} = H \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[mH \left(\tilde{u} + u' \right) \frac{\partial}{\partial \lambda} + nH \left(\tilde{v} + v' \right) \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial z} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} mH \left(\tilde{u} + u' \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} nH \left(\tilde{v} + v' \right) + \frac{\partial}{\partial z} w \right],$$

где

$$w = \int_{z}^{1} m \left[\frac{\partial Hu'}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{Hv'}{m} \right) \right] dz.$$

Выполнение в разностных схемах законов сохранения (1.3.14)— (1.3.16) дает возможность обоснованного применения для решения задачи метода расщепления.

1.4. Параметризация процессов турбулентного обмена в океане

Использование гипотезы полуэмпирической теории турбулентности и предположения о простейшей зависимости между тензором напряжений Рейнольдса и тензором скоростей деформации осредненного поля скорости [202], позволяет ввести два коэффициента

турбулентной вязкости — вертикальный ν и горизонтальный μ . Аналогично тому, как это было сделано для модели общей циркуляции атмосферы (см. п. 2.1, часть I), можно показать, что члены HF_1^{λ} , HF_1^{θ} , описывающие горизонтальную турбулентную вязкость в первых двух уравнениях динамики океана (1.2.1), можно представить в следующем виде:

$$HF_{1}^{\lambda} = m^{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{m^{2}}{n} \frac{\partial}{\partial \theta} \mu H q^{3} \frac{\partial (mu)}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{$$

При описании процессов вертикального и горизонтального крупномасштабного турбулентного обмена теплом и солью во всех известных моделях общей циркуляции океана используются (так же как и для уравнений движения) простейшие линейные схемы замыкания с предположением, что турбулентный обмен аналогичен турбулентной диффузии пассивной примеси. После осреднения уравнений для T, S в движущейся жидкости в рамках гипотезы о пропорциональности турбулентных потоков их средним градиентам [72] получаем следующие выражения для членов турбулентной диффузии:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{Tij} H \frac{\partial T}{\partial x_j} \right), \quad \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{Sij} H \frac{\partial S}{\partial x_j} \right).$$

Если, как ранее, предположить, что тензоры коэффициентов турбулентной диффузии K_{Tij} , K_{Sij} могут быть представлены в виде диагональных матриц, то придем к следующим выражениям (в сферической системе координат):

$$HF_{1}^{T} = m^{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu_{T} H \frac{\partial T}{\partial \lambda} + mn \frac{\partial}{\partial \theta} \mu_{T} H q \frac{\partial T}{\partial \theta},$$

$$HF_{1}^{S} = m^{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu_{S} H \frac{\partial S}{\partial \lambda} + mn \frac{\partial}{\partial \theta} \mu_{S} H q \frac{\partial S}{\partial \theta}.$$
(1.4.2)

Необходимо отметить, что, вообще говоря, вряд ли есть какие-либо основания, кроме простоты, в представлении тензоров K_{Tij} , K_{Sij} в виде диагональных матриц. Более разумным, по-видимому, является предположение о том, что диффузия тепла и солей проис-

ходит в свободном океане вдоль поверхностей одинаковой плотности.

Члены, описывающие процессы макротурбулентного обмена моментом импульса (1.4.1), теплом и солью (1.4.2), определены для системы уравнений (1.2.1), искомыми функциями которой являются, в частности, горизонтальные компоненты вектора скорости. Поскольку в дальнейшем задача преобразуется и сводится к эволюционному виду, она формулируется относительно отклонений горизонтальных компонент вектора скорости от средних по вертикали u', v' и функции тока ϕ (уравнения (1.2.8)—(1.2.10)). С учетом того, что

$$\int_{0}^{1} u' dz_{1} = 0, \quad \int_{0}^{1} v' dz_{1} = 0,$$

члены горизонтальной турбулентной вязкости в уравнениях для $u',\ v'$ будут иметь вид (1.4.1). В уравнении для плоского вихря (1.2.10) макротурбулентный обмен, описывающийся выражением

$$D_{\zeta}\tilde{\zeta} = m \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \int_{0}^{1} HF_{1}^{\lambda} dz_{1} - \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{1}{H} \int_{0}^{1} HF_{1}^{\theta} dz_{1} \right),$$

можно при некоторых упрощающих предположениях представить в виде

$$D_{\zeta}\tilde{\zeta} = m^{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial \lambda} + mn \frac{\partial}{\partial \theta} \mu H q \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial \theta}. \tag{1.4.3}$$

Здесь, как и в модели динамики атмосферы, будем полагать, что членами со смешанными производными в (1.4.1) можно пренебречь.

Для замыкания постановки задачи потребуем теперь в качестве граничных условий для температуры, солености, компонент вектора скорости и интегральной функции тока на береговой поверхности о выполнения следующих соотношений:

$$u'=v'=0$$
, $\varphi=\mathrm{const}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial n_1}=0$,

$$\frac{\partial T}{\partial n_1} - \frac{\partial H}{\partial n_1} \frac{z_1}{H} \frac{\partial T}{\partial z_1} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial n_1} - \frac{\partial H}{\partial n_1} \frac{z_1}{H} \frac{\partial S}{\partial z_1} = 0. \quad (1.4.4)$$

После того как с помощью полуэмпирической теории турбулентности описаны процессы турбулентного трения, встает задача определения свободных параметров (в данном случае коэффициентов обмена) на основе натурных наблюдений и экспериментов. Для этого существуют различные способы: оценка на основе

квазистационарного крупномасштабного баланса, прямое измерение турбулентных пульсаций, оценка скорости стока энергии за счет доминирующих физических процессов подсеточного масштаба (процессов меньших пространственных размеров). Результаты расчетов коэффициентов горизонтального турбулентного обмена, проведенных в первой половине нашего столетия в основном с помощью метода квазистационарного крупномасштабного баланса, показали зависимость этих коэффициентов от масштаба изучаемого явления L (некоторые результаты приводятся в В дальнейшем эта связь изучалась на основе многочисленных натурных данных (в том числе и для прямых измерений турбулентных пульсаций), и было установлено, что в некоторых случаях она удовлетворительно описывается по аналогии с атмосферными движениями законом степени $\frac{4}{3}$, а в некоторых — существенно отклоняется от него. Анализ распределения кинетической энергии по спектру пульсационных движений в океане позволил Озмидову [80, 81] выдвинуть гипотезу, на основе которой удается объяснить сложившуюся ситуацию. Было предложено представить коэффициент горизонтального турбулентного обмена и в более общем виде с учетом масштаба внешнего энергоснабжающего процесса (атмосферного воздействия) L_a :

$$\mu = kL^{4/s}f(L/L_a), \qquad (1.4.5)$$

где k— некоторая размерная постоянная. Главной особенностью зависимости (1.4.5) является наличие энергонесущих участков спектра с усиленным притоком (локальными максимумами) внешней энергии к океанским движениям и универсальным режимом— законом степени $^4/_3$ между ними. Коэффициент горизонтального турбулентного обмена является почти постоянным на участках локального падения плотности кинетической энергии и линейно изменяется между ними. Наибольший локальный максимум плотности кинетической энергии приходится на масштаб ~ 1000 км, соответствующий пространственным масштабам крупных атмосферных образований типа циклонов и антициклонов. Коэффициент горизонтального турбулентного обмена для данного масштаба составляет

$$\mu \simeq 10^8$$
 cm²/c.

Это значение и подтверждается результатами, полученными на основе натурных опытов с диффузией пятен красителя в океане [83] и прямых расчетов значений коэффициента по эмпирическим спектрам кинетической энергии крупномасштабных движений [7].

Фактически при подсчете на основе натурных данных коэффициентов обмена первыми двумя из указанных выше методов в разряд турбулентных попадают все движения подсеточного масштаба

(масштаба пространственно-временного осреднения). В связи с этим для уточнения оценки коэффициентов представляет интерес выделение доминирующих процессов меньших масштабов и изучение их влияния на крупномасштабное движение хотя бы в рамках той же полуэмпирической теории. Данный вопрос особенно важен с точки зрения численного моделирования, поскольку все подсеточные процессы при этом можно отнести к разряду турбулентных.

В случае интересующих нас глобальных масштабов океанических процессов в качестве одного из наиболее важных в горизонтальном макротурбулентном обмене выделяется механизм, связанный с обменом энергией между средним (крупномасштабным) движением и океанскими вихрями синоптического масштаба [72, 185]. В настоящее время приводятся некоторые оценки эффективной величины коэффициентов макротурбулентного обмена массой и моментом импульса. В работе [185] на основе предположения о том, что движение синоптического масштаба является суперпозицией слабо нелинейных бездивергентных плоских волн Россби и хорошо выделяется по масштабу в поле среднего течения, оценивается эффективный коэффициент турбулентного обмена и (в рамках баротропной модели) и приводится значение

$$\mu \simeq 10^8 \text{ cm}^2/\text{c}$$
.

Что касается коэффициента горизонтальной диффузии тепла, то его эффективное значение за счет вклада движений синоптического масштаба, полученное на основе обработки результатов натурных измерений и модельных экспериментов приводится в [112, 194]:

$$\mu_T \simeq 10^7 \text{ cm}^2/\text{c}.$$

Следует отметить, что данные оценки довольно приблизительны и сделаны в рамках принятой концепции полуэмпирической теории турбулентности. Решение проблемы состоит не только в уточнении значений коэффициентов, но и в обоснованном выборе самого вида членов макротурбулентного обмена. Такой выбор является чрезвычайно сложной задачей и связан с развитием методов натурных наблюдений и экспериментов, анализом и интерпретацией статистических свойств гидрологических характеристик, а также моделированием явлений синоптического масштаба — их генерации, эволюции и взаимодействия с крупномасштабным движением.

К настоящему времени накоплены материалы наблюдений, позволяющие судить о структуре и гидрологических особенностях синоптических вихрей открытого океана. В основном это является достижением крупных натурных экспериментов — советского «Полигон» и советско-американского «Полимоде», результаты исследования которых изложены в [1, 39]. Проделан также ряд численных экспериментов по моделированию генерации под действием атмосферных возмущений синоптических вихрей, их эволюции и взаимодействия со струйными течениями [31, 112, 205]. На основе анализа натурных данных и результатов модельных расчетов прослежена связь между процессами передачи энергии вихрям синоптического масштаба от атмосферы и от среднего движения в океане за счет механизмов баротропной и бароклинной неустойчивости; переходом энергии по спектру вниз — к движениям меньших пространственных масштабов — и вверх — к более крупномасштабным (эффект «баротропизации» вихрей, подпитывание энергией крупномасштабных струйных течений).

В настоящее время имеются также некоторые подходы к учету процессов синоптического масштаба в задачах общей циркуляции океана [141, 176, 220], однако проблема их адекватной параметризации еще ждет своего решения.

ГЛАВА 2

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ОКЕАНА

2.1. Численный алгоритм решения задачи плоской циркуляции океана в неодносвязной области

После разложения горизонтальных компонент вектора скорости на средние по вертикали и отклонения от них мы пришли к задаче для плоского движения, которую можно записать в виде эволюционного уравнения (1.2.10) и трех соотношений, последовательно связывающих вихрь, интегральную функцию тока и компоненты плоского вектора скорости:

$$H \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial t} + mH\tilde{u} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial \lambda} + nH\tilde{v} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial \theta} - \mu \left(m^2 \frac{\partial^2 \tilde{\xi}}{\partial \lambda^2} + mn \frac{\partial}{\partial \theta} q \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial \theta} \right) =$$

$$= m \left(\frac{\partial Q_1}{\partial \theta} - \frac{\partial Q_2}{\partial \lambda} \right) + m \left(\frac{\partial l/H}{\partial \lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial l/H}{\partial \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right), \qquad (2.1.1)$$

$$\tilde{\xi} = \frac{m}{H} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right), \qquad (2.1.2)$$

$$\frac{1}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \tilde{u}, \quad \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = -\tilde{v}. \tag{2.1.3}$$

Здесь для удобства дальнейшего изложения функция Q, стоящая в правой части (1.2.10) и зависящая от компонент напряжения

трения ветра на поверхности океана и интегралов по вертикали от плотности, разбита на две части:

$$Q_{1} = \frac{n}{\rho_{0}mH} (\tau_{1} + J_{\lambda}) - \frac{ng}{\rho_{0}} \int_{0}^{1} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} H \int_{0}^{z} \rho \, dz - \frac{\partial H}{\partial \lambda} z \rho \right) dz,$$

$$Q_{2} = \frac{1}{\rho_{0}H} (\tau_{2} + J_{\theta}) - \frac{ng}{\rho_{0}} \int_{0}^{1} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} H \int_{0}^{z} \rho \, dz - \frac{\partial H}{\partial \theta} z \rho \right) dz.$$

В качестве начальных и граничных условий используются следующие:

$$\phi = \phi^0$$
 при $t = 0$, $\phi = \Phi$, $\frac{\partial \phi}{\partial n_t} = 0$ на Γ , (2.1.4)

где Г — граница области.

Вообще говоря, задача ставится в терминах интегральной функции тока, с чем и связан выбор начальных и граничных условий (2.1.4). Представление ее в виде системы (2.1.1)—(2.1.3), с одной стороны, более наглядно в физическом отношении, с другой стороны, является поэтапным отражением метода ее численной реализации. В данном параграфе мы перейдем к изложению численного алгоритма решения задачи в неодносвязных областях, являющихся приближением реальных акваторий океана. Изложение идеи построения дискретных аппроксимаций задачи для интегральной функции тока в неодносвязной области для простоты проведем в линейной постановке, положив $\mu = 0$ и введя механизм трения о дно. * С учетом сделанных предположений систему (2.1.1)— (2.1.4) можно записать в виде

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right) + R \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{l}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{l}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{\partial Q_1}{\partial \theta} - \frac{\partial Q_2}{\partial \lambda}, \quad (2.1.5)$$

$$\varphi = \Phi \quad \text{на } \Gamma, \quad (2.1.6)$$

$$\varphi = \varphi^0 \quad \text{при } t = 0. \quad (2.1.7)$$

При решении (2.1.5)—(2.1.7) в неодносвязной области возникает проблема, которая связана с тем, что в данном случае задача становится незамкнутой: уже нельзя, как в случае односвязной области, положить Φ в (2.1.6) равной нулю на всем контуре Γ , состоящем из обособленных замкнутых кривых Γ_i , значения функ-

^{*} К задаче именно такого типа мы приходим при использовании метода расщепления для решения (2.1.1) на этапе адаптации (см. п. 2.2). Часто в этом случае представляет интерес включение известного процесса трения о дно [93].

ции тока на которых, вообще говоря, различны. Необходимо ввести дополнительные условия, обеспечивающие вместе с (2.1.5)—(2.1.7) существование и единственность решения ф. Задача (2.1.5)—(2.1.7) получена в результате преобразования исходных уравнений движения для средних по вертикали компонент вектора скорости, которые в рамках сделанных предположений сводятся к виду

$$H \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} - H l \tilde{v} = -\frac{m}{\rho_0} H \frac{\partial p_0}{\partial \lambda} - H R \tilde{u} + \frac{mH}{n} Q_1,$$

$$H \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + H l \tilde{u} = -\frac{n}{\rho_0} H \frac{\partial p_0}{\partial \theta} - H R \tilde{v} + H Q_2 \text{ B } \Omega_0, \quad (2.1.8)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}H}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tilde{v}H}{m}\right) = 0,$$

$$(\tilde{u}, \tilde{v})_{n_1} = 0 \quad \text{на } \Gamma_i, \quad (2.1.9)$$

$$(\tilde{u}, \tilde{v}) = (\tilde{u}^0, \tilde{v}^0) \quad \text{при } t = 0. \quad (2.1.10)$$

В связи с этим при сведении системы уравнений (2.1.8)—(2.1.10) к (2.1.5)—(2.1.7) необходимо таким образом сформулировать граничные условия на контуре Γ для функции ϕ , чтобы данные краевые задачи были эквивалентными. Поскольку ϕ определяется с точностью до постоянной (см. (2.1.3)), проблема упрощается в случае односвязной области: необходимо лишь в (2.1.6) положить Φ равной нулю. В случае многосвязной области, как уже указывалось, необходимы дополнительные условия. Причем для корректной формулировки метода численного решения задачи (2.1.5)—(2.1.7) нужно не только выписать данные дополнительные соотношения, но также выделить главное свойство решения дифференциальной задачи, которым должен обладать ее дискретный аналог, если мы хотим чтобы задача, аппроксимирующая (2.1.5)—(2.1.7), была также эквивалентна некоторой дискретной аппроксимации исходной задачи (2.1.8)—(2.1.10).

Итак, задача определения интегральной функции тока в океанском бассейне, содержащем острова и отдельные материки (Австралия, Антарктида), сводится к решению уравнения (2.1.5) в многосвязной области, ограниченной контурами Γ_0 , Γ_1 , ..., Γ_N ; причем значения функции тока на Γ_i должны быть найдены в процессе решения задачи (исключение составляет один контур Γ_k , значение на котором фиксировано). Подобная переформулировка классической задачи Дирихле, заключающаяся в ослаблении требований к граничным значениям искомой функции и наложении дополнительного условия на некоторый функционал от решения, оказалась весьма плодотворной для приложений. Мусхелишвили [76] исследовал ряд краевых задач данного типа, возникающих в теории упругости, и ввел для их обозначения термин «видоизме-

ненная задача Дирихле». Каменкович [38] представил геофизическую трактовку аналогичной краевой задачи, определив дополнигельное условие из требования однозначности функции ξ (превышение уровня океана) в многосвязной области (в нашем случае $\xi = -p_0/g\rho_0$). Проблема количественного описания расходов таких течений, как, например, циркумполярное, в настоящее время чрезвычайно важна при построении глобальных моделей. Поскольку при численной реализации на ЭВМ дифференциальная задача редуцируется к системе алгебраических соотношений, естественно потребовать, чтобы решение дискретной задачи обладало основными свойствами, присущими исходной, дифференциальной задаче. Одним из таких важных свойств является однозначность функции ро. Произвольная аппроксимация дополнительного интегрального условия, не связанная с аппроксимацией дифференциального уравнения, может привести к ухудшению свойств разностного оператора задачи и вследствие этого к неоднозначному определению сеточной функции p_0 .

В работе [25] на основе вариационного подхода оказалось возможным указать путь построения численных моделей (вариационно- и конечно-разностных), свободных от указанного недостатка.

Сформулируем обобщенную постановку задачи. Назовем обобщенным решением (2.1.5)—(2.1.7) функцию $\tilde{\phi}(t) \in \widetilde{W}_{2}^{(1)}$, для каж-

дого t удовлетворяющую дифференциальному уравнению $\frac{d}{dt} \int_{\Omega_0} \left(\frac{m}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \int_{\Omega_0} \left(\frac{Rm}{nH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) d\Omega_0 + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} \right) d\Omega_0 + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} + \frac{n}{mH} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda$

$$+\frac{Rn}{mH}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\theta}\frac{\partial\omega}{\partial\theta} + \frac{l}{H}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\lambda}\frac{\partial\omega}{\partial\theta} - \frac{l}{H}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\theta}\frac{\partial\omega}{\partial\lambda}\right)d\Omega_{0} =$$

$$= \int_{\Omega} \left(Q_{1}\frac{\partial\omega}{\partial\theta} - Q_{2}\frac{\partial\omega}{\partial\lambda}\right)d\Omega_{0} \qquad (2.1.11)$$

для любой $\omega = nm\psi$, где $\psi \in \widetilde{W}_{2}^{(1)}$, а $\widetilde{W}_{2}^{(1)}$ — пространство квадратичносуммируемых функций вместе с их первыми производными, равных нулю на Γ_{0} и принимающих произвольные фиксированные значения на Γ_{i} .

Уравнение (2.1.11) порождает задачу (2.1.5)—(2.1.7) с дополнительными условиями

$$\frac{d}{dt} \int_{\Gamma_i} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n} d\Gamma_i + \int_{\Gamma_i} \left(\frac{R}{H} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n} + \frac{l}{H} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial s} - Q_s \right) d\Gamma_i = 0, \quad (2.1.12)$$

где

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} = \frac{n}{m} \cos(v, \theta) \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \theta} + \frac{m}{n} \cos(v, \lambda) \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \lambda},$$

v, s — направления внутренней нормали и касательной к контуру $\Gamma_i,\ Q_s$ — касательная к Γ_i компонента вектора $Q=(Q_1,\ Q_2)$.

Важной особенностью данной постановки задачи является то. что граничное условие (2.1.12) является естественным. Соблюдение данного условия для оператора краевой задачи (2.1.5)— (2.1.6) при ее аппроксимации по пространству гарантирует однозначную разрешимость дискретной задачи и обеспечивает одно-

значность функции p_0 .

Прямой путь получения хорошей разностной схемы для решения задачи для интегральной функции тока состоит теперь в аппроксимации полученного дифференциального уравнения (2.1.11) либо с помощью кубатурных формул, либо используя процесс Галеркина. Во втором случае достаточно дискретизировать область Ω_0 определенным образом и в качестве координатных функций выбрать функции с конечным носителем $\omega_{m,n}$ (реализация процесса Галеркина в виде метода конечных элементов), определив M^{e} -приближение для фв виде

$$\tilde{\varphi}^{(M)} = \sum_{m, n \in \Omega_0^h} \varphi_{m, n} \omega_{m, n} + \sum_i \Phi_i \bar{\omega}_i,$$

где $\bar{\omega}_i$ — функция, равная единице на контуре Γ_i и некоторым образом (например, линейно) продолженная до нуля во всех остальных точках сеточной области.

Вторым путем получения численной схемы для данной задачи является аппроксимация и затем преобразование исходных уравнений плоского движения (2.1.8)—(2.1.10). Проведем полное построение численной схемы на примере стационарной баротропной задачи о ветровых течениях в океане [60]. Аппроксимируем задачу следующим образом:

$$- \overline{\left[\frac{nl_{j-1/2}}{m_{j-1/2}H_{i,\ j-1/2}}v_{ij-1/2}\right]^{\frac{\theta}{\lambda}}} = \frac{n}{\varrho_{0}} (p_{0i},j)_{\lambda} - \frac{Rn}{m_{j}H_{i+1/2},\ j} u_{i+1/2},\ j+ \\ + Q_{1i+1/2},\ j,$$

$$\frac{l_{j+1/2}}{H_{i,\ j+1/2}} \overline{u_{i-1/2}}_{i,\ j} = \frac{n}{\varrho_{0}} (p_{0i},j)_{\theta} - \frac{R}{H_{i,\ j+1/2}} v_{i,\ j+1/2} + Q_{2i,\ j+1/2},$$
 (2.1.13)
$$(u_{i+1/2},j)_{\lambda} + \left(\frac{nv_{i,\ j+1/2}}{m_{j+1/2}}\right)_{\bar{\theta}} = 0 \text{ B } \Omega_{0}^{\hbar} (0 \leqslant i \leqslant I,\ 0 \leqslant j \leqslant J), \quad (2.1.14)$$
 где
$$u_{i+1/2},j = (H\tilde{u})_{i+1/2},j, \quad v_{i,\ j+1/2} = (H\tilde{v})_{i,\ j+1/2},$$

$$\frac{\overline{(\cdot)}_{i+1/2, j}^{\lambda}}{(\cdot)_{i+1/2, j}} = \frac{(\cdot)_{i+1, j} - (\cdot)_{i, j}}{2} \\
(u_{i+1/2, j}, v_{i, j+1/2})_{n_1} = 0 \text{ Ha } \Gamma_i^h; (i=0, 1; \Gamma_1^h \parallel 0\lambda).$$

Путем алгебраических преобразований, вводя разностный аналог функции тока φ^h , сведем (2.1.13), (2.1.14) к задаче для φ^h :

$$-R\left[\left(\frac{n}{m_{j}H_{i+1/2,j}}\varphi_{\hat{\theta}}\right)_{\theta} + \left(\frac{m_{j+1/2}}{nH_{i,j+1/2}}\varphi_{\hat{\lambda}}\right)_{\lambda}\right] - \frac{\theta}{nH_{i,j+1/2}}\left(\varphi_{i+1/2,j-1/2}\right)_{\hat{\lambda}} + \frac{\theta}{nH_{i,j+1/2}}\left(\varphi_{i-1/2,j+1/2}\right)_{\hat{\theta}}\right]_{\lambda} = \frac{\theta}{nH_{i,j-1/2}}\left(\varphi_{i+1/2,j}\right)_{\theta} + \left(Q_{2i,j+1/2}\right)_{\lambda}, \qquad (2.1.15)$$

$$\varphi_{i+1/2,j+1/2}\left|_{\Gamma_{0}^{h}} = 0, \varphi_{i+1/2,j+1/2}\right|_{\Gamma_{1}^{h}} = \Phi_{1}, \qquad (2.1.16)$$

$$\sum_{i=0,\dots,j} \left\{ \frac{1}{\left[\frac{l_{j_{0}-1/2}\left(\varphi_{i+1/2,j_{0}-1/2}\right)_{\hat{\lambda}}}{H_{i,j_{0}-1/2}}\right]^{\hat{\lambda}}} + \frac{n}{m_{j_{0}}H_{i+1/2,j_{0}}} R(\varphi_{i+1/2,j_{0}+1/2})_{\hat{\theta}} - Q_{1i+1/2,j_{0}}\right\} = 0 \qquad (2.1.17)$$

(индекс h опущен).

Назовем обобщенным решением (2.1.15)—(2.1.17)

$$\widetilde{\varphi}^h \in \widetilde{\widetilde{W}}_{\mathfrak{d}}^{(1)}$$

такую, что для любой

$$\omega^h \stackrel{h}{=} \widetilde{\widetilde{W}}_2^{(1)}$$

имеет место

$$\sum_{ij} \sum_{\boldsymbol{\alpha} \hat{\boldsymbol{\alpha}}} \left\{ \frac{Rn}{mH} \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} \boldsymbol{\omega}_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} + \frac{Rm}{nH} \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{\bar{\boldsymbol{\lambda}}} \boldsymbol{\omega}_{\bar{\boldsymbol{\lambda}}} + \left[\frac{l}{H} \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{\bar{\boldsymbol{\lambda}}} \right]^{\underline{\boldsymbol{\omega}}} \boldsymbol{\omega}_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} - \frac{1}{l} \bar{\boldsymbol{\omega}}_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} - \left[\frac{l}{H} \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} \right]^{\underline{\boldsymbol{\omega}}} \boldsymbol{\omega}_{\bar{\boldsymbol{\omega}}} - Q_{1} \boldsymbol{\omega}_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} + Q_{2} \boldsymbol{\omega}_{\bar{\boldsymbol{\lambda}}} \right\} = 0.$$
(2.1.18)

Если преобразовать (2.1.18) при помощи формул суммирования по частям и, воспользовавшись тем фактом, что ω^h — произвольная сеточная функция, положить ее равной единице в фиксированной точке $(i_0+1/2, j_0+1/2)$ и нулю в остальных, то придем к системе (2.1.15) — (2.1.17). Наоборот, умножив (2.1.15) на ω^h и

просуммировав по всем точкам сеточной области Ω_0^h с учетом (2.1.16), (2.1.17), получим тождество (2.1.18). Таким образом, дискретные задачи (2.1.15)—(2.1.17) и (2.1.18) эквивалентны.

Покажем, что оператор краевой задачи (2.1.15)—(2.1.17) положительно определен. Для этого умножим левую часть уравнения (2.1.15) на φ^h и просуммируем по Ω^h_0 . Используя (2.1.16), (2.1.17), получим:

$$\sum_{ij \in \Omega_{\Omega}^{h}} \left[\frac{Rn}{mH} (\varphi_{\bar{\theta}})^{2} + \frac{Rm}{nH} (\varphi_{\bar{\lambda}})^{2} \right] > 0$$

для всех

$$\varphi^h \in \overset{h}{\widetilde{W}}_2^{(1)},$$

таких, что

$$\varphi^h \not\equiv 0$$
.

Удобно искать решение (2.1.15)-(2.1.17) в виде $\phi''=\phi'+\Phi\phi'', \tag{2.1.19}$

определив ϕ' , ϕ'' следующим образом:

$$\sum_{ij \in \Omega_{0}^{h}} \left\{ \frac{Rn}{mH} \varphi_{\bar{0}}^{i} \omega_{\bar{0}} + R \frac{m}{nH} \varphi_{\bar{\lambda}}^{i} \omega_{\bar{\lambda}} + \left[\frac{l}{H} \varphi_{\bar{\lambda}}^{i} \right]^{h} \omega_{\bar{0}} - \frac{\theta}{\left[\frac{l}{H} \varphi_{\bar{0}}^{i} \right]} \omega_{\bar{0}} - Q_{1} \omega_{\bar{0}} + Q_{2} \omega_{\bar{\lambda}} \right\} +$$

$$+ \sum_{ij \in \Gamma_{1}^{h}} \left\{ \left[\frac{l}{H} \varphi_{\bar{\lambda}}^{i} \right] + \frac{n}{mH} \left(R \varphi_{\bar{0}}^{i} \right) - Q_{1} \right\} = 0,$$

$$\Phi_{1} = \sum_{ij \in \Gamma_{1}^{h}} \left\{ \left[\frac{l}{H} \varphi_{\bar{\lambda}}^{i} \right] + \frac{n}{mH} R \varphi_{\bar{0}}^{i} - Q_{1} \right\}, \qquad (2.1.20)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_0^h} \left\{ \frac{Rn}{mH} \; \phi_{\bar{\theta}}^{''} \omega_{\bar{\theta}} + \frac{Rm}{nH} \; \phi_{\bar{\lambda}}^{''} \omega_{\bar{\lambda}} + \left[\frac{l}{H} \; \phi_{\bar{\lambda}}^{''} \right]^h \; \omega_{\bar{\theta}} - \left[\frac{l}{H} \; \phi_{\bar{\theta}}^{''} \right]^h \; \omega_{\bar{\lambda}} \right\} +$$

$$+\sum_{ij\in\Gamma_{1}^{h}} \left\{ \overline{\left[\frac{l}{H} \ \varphi_{\tilde{\lambda}}^{"}\right]^{h}} + \frac{n}{mH} R \varphi_{\tilde{\theta}}^{"} \right\} = 0,$$

$$\Phi_{2} = \sum_{ij\in\Gamma_{1}^{h}} \left\{ \overline{\left[\frac{l}{H} \ \varphi_{\tilde{\lambda}}^{"}\right]^{h}} + \frac{n}{mH} R \varphi_{\tilde{\theta}}^{"} \right\}. \tag{2.1.21}$$

Умножив (2.1.21) на Φ и сложив с (2.1.20), потребуем, чтобы полученное выражение было эквивалентно (2.1.18). Тогда выражение для Φ будет иметь вид

$$\Phi = -\Phi_1/\Phi_2. \tag{2.1.22}$$

Поскольку оператор задачи (2.1.15)—(2.1.17) положительно определен, то она однозначно разрешима, а ее решение совпадает с решением (2.1.18).

Таким образом, построен один из возможных алгоритмов ре-

шения исходной системы алгебраических уравнений.

Просуммируем теперь уравнение (2.1.15) по произвольному кругу широты:

$$\sum_{l=0,\ldots,l} \left\{ -\frac{Rn}{mH} \varphi_{\bar{\theta}} - \left[\frac{1}{H} \varphi_{\bar{\lambda}} \right]^{\frac{\theta}{\lambda}} + Q_1 \right\}_{\theta} = 0.$$

Это означает, что сумма постоянна на каждом замкнутом контуре. Так как при $j=j_0$ имеет место соотношение (2.1.17), то окончательно получим

$$\sum_{i=0,\dots,l} \left\{ -\frac{Rn}{mH} \varphi_{\bar{\theta}} - \left[\frac{1}{H} \varphi_{\bar{\lambda}} \right]^{\hat{\theta}} + Q_1 \right\} = 0.$$

Из сравнения данного равенства с первым уравнением (2.1.13) следует вывод об однозначности сеточной функции p_0^h .

В рассмотренной выше краевой задаче, описывающей поведение интегральной функции тока в морских бассейнах, которые представляют собой неодносвязные области, граничное условие (2.1.12) является естественным. Игнорирование данного свойства дифференциальной модели при ее конечномерной аппроксимации и, следовательно, нарушение требования однозначности сеточной функции p_0^h могут привести в свою очередь к неудовлетворительному описанию граничных течений в районах островов и отдельных материков. Особое значение это имеет в задачах со слабым пространственным разрешением, в частности при численном моделировании течений в Мировом океане. Довольно просто сохранить

указанное свойство краевой задачи для ф, используя при построении разностных схем уравнение (2.1.11). Дискретизируя (2.1.11) при помощи метода конечных элементов или метода конечных разностей, мы получаем алгебраическое тождество типа (2.1.18), которое, как было показано выше, эквивалентно некоторой конечномерной аппроксимации исходной краевой задачи. В этом случае аппроксимация интегрального краевого условия (2.1.12) получается автоматически. Отметим, что при использовании схем с недиссипативной аппроксимацией кососимметрической части дифференциального оператора учет данного свойства гарантирует сохранение положительной определенности оператора дискретной задачи.

2.2. Схемы расщепления по физическим процессам и геометрическим переменным

При построении, исследовании и реализации численных алгоритмов решения эволюционных задач типа (1.2.8) удобно разделять процесс построения численной схемы на два этапа — аппроксимацию операторов задачи по пространственным переменным и решение полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений по времени. Хотя, с одной стороны, оба этапа являются самостоятельными, часто выбор определенной пространственной дискретизации задачи налагает существенные ограничения на возможные методы решения ее по времени. Так, например, при решении простейшего уравнения теплопроводности с помощью метода конечных элементов в общем случае нельзя для полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений использовать явную схему, поскольку матрица при временном члене не будет диагональной. Естественно, что при решении сложных нелинейных задач математической физики весьма важным является выделение той методологической основы, которая представляет общую конструкцию используемых численных алгоритмов. В данном случае в качестве такой основы была избрана концепция метода расщепления сложного пространственного оператора задачи на ряд более простых [56]. Расщепление может проводиться как для самой дифференциальной задачи (метод слабой аппроксимации; в этом случае этапы построения численной схемы меняются местами), так и для аппроксимирующей ее системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Известно, что при расшеплении оператора задачи могут использоваться различные способы как на основе физики описываемых явлений (расщепление по физическим процессам), так и на более формальной математической основе, например с учетом геометрии области (расщепление по отдельным координатам и сечениям) [58, 62]. Как правило, при решении сложных задач используются оба вида расщепления, таким образом, чтобы задача сводилась к последовательному решению ряда простейших подзадач, обладающих эффективной реализацией на ЭВМ.

Вылелим в качестве основных физических этапов расшепления системы дифференциальных уравнений (1.2.8)—(1.2.10) (с соответствующими начальными и краевыми условиями) следующие

лва:

перенос — диффузия плоского вихря, импульса, тепла и соли:

$$H \frac{\partial \tilde{\xi}_{1}}{\partial t} + L_{0}\tilde{\xi}_{1} = D_{\xi}\tilde{\xi}_{1},$$

$$H \frac{\partial u'_{1}}{\partial t} + Lu'_{1} = D_{u}u'_{1},$$

$$H \frac{\partial v'_{1}}{\partial t} + Lv'_{1} = D_{u}v'_{1},$$

$$H \frac{\partial T_{1}}{\partial t} + LT_{1} = D_{T}T_{1},$$

$$(2.2.1)$$

$$H \frac{\partial S_1}{\partial t} + LS_1 = D_S S_1$$
 при $t_{j_1} \leqslant t \leqslant t_{j_1 + \frac{1}{j_2}}$,

$$(\tilde{\xi}_1, u_1', v_1', T_1, S_1) = (\tilde{\xi}_1^{i_1}, u_1'^{i_1}, v_1'^{i_1}, T_1^{i_1}, S_1^{i_1})$$
 при $t = t_{i_1}$, (2.2.2) адаптация гидрологических полей:

$$H \frac{\partial S_2}{\partial t} = D_z S_2 - \gamma_S w_2^h,$$
 $H \frac{\partial T_2}{\partial t} = D_z T_2 - \gamma_T w_2^h$ при $t_{j_1 + 1/2} \leqslant t \leqslant t_{j_1 + 1},$ (2.2.3)

$$H \frac{\partial v_2'}{\partial t} + H \left[l - m \left(\tilde{u} + u' \right)^j \cos \theta \right] u_2' = -\frac{n}{\rho_0} \left(I_\theta - \int_0^1 I_\theta dz \right) - (J_\theta + N_\theta),$$

$$H \frac{\partial u_2'}{\partial t} - H \left[l - m \left(\tilde{u} + u' \right)^j \cos \theta \right] v_2' = -\frac{m}{\rho_0} \left(I_\lambda - \int_0^1 I_\lambda dz \right) - (J_\lambda + N_\lambda),$$

$$H \frac{\partial B \varphi_2}{\partial t} + m \left(\frac{\partial l/H}{\partial \lambda} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta} - \frac{\partial l/H}{\partial \theta} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \lambda} \right) = -m \left(\frac{\partial Q_1}{\partial \theta} - \frac{\partial Q_2}{\partial \lambda} \right),$$

$$(S_2, T_2, v_2', u_2', \varphi_2) = (S_1, T_1, v_1', u_1', B^{-1}\tilde{\xi}_1), \text{ при } t = t_{i_1 + i_2}.$$
 (2.2.4)

Здесь L_0 , L — операторы переноса субстанций вдоль траекторий:

$$L_{0} = mH\tilde{u}^{j_{1}} \frac{\partial}{\partial \lambda} + nH\tilde{v}^{j_{1}} \frac{\partial}{\partial \theta} ,$$

$$L = L_{0} + mHu^{j_{1}} \frac{\partial}{\partial \lambda} + nHv^{j_{1}} \frac{\partial}{\partial \theta} + w_{1}^{j_{1}} \frac{\partial}{\partial z} ;$$

D — оператор диффузии с нижним индексом, указывающим на различные формы оператора и значения коэффициентов диффузии:

$$D = \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial}{\partial z} + m^2 \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial}{\partial \lambda} + mn \frac{\partial}{\partial \theta} \mu q H \frac{\partial}{\partial \theta};$$

$$B\varphi = -\frac{m}{H} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right);$$

 D_{ζ} — оператор плоской диффузии вихря:

$$D_{\zeta} = m^2 \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial}{\partial \lambda} + mn \frac{\partial}{\partial \theta} \mu q H \frac{\partial}{\partial \theta};$$

 D_z — оператор перемешивания с коэффициентом $v(t, \lambda, \theta, z) = \infty$ при неустойчивой стратификации плотности и с $v(t, \lambda, \theta, z) = \theta$ во всех других случаях.

Последовательная реализация двух этапов дает решение полной задачи в каждый момент времени t_{j_1} ($j_1=1,2,3,\ldots$), причем решение, полученное на предыдущем этапе, каждый раз используется в качестве начального условия для последующего. На первом этапе задача свелась к решению стандартных линеаризованных уравнений переноса—диффузии для пяти различных функций.

Решение данных двух- и трехмерных уравнений представляет собой довольно сложную задачу. Применим еще раз метод расщепления, но уже по геометрическим переменным. Имеем следующий процесс на временном интервале $t_{j_1} \leq t \leq t_{j_1+1/2}$ (для трехмерного уравнения) для некоторой функции $\tilde{\varphi}(t, \lambda, \theta, z)$:

$$\begin{split} H \frac{\partial \tilde{\varphi}_{1}}{\partial t} + L_{1} \tilde{\varphi}_{1} &= D_{1} \tilde{\varphi}_{1} \text{ при } t_{j_{1}} \leqslant t \leqslant t_{j_{1}+1/6}, \\ \tilde{\varphi}_{1} &= \tilde{\varphi} \text{ при } t = t_{j_{1}}, \end{split} \tag{2.2.5} \\ H \frac{\partial \tilde{\varphi}_{2}}{\partial t} + L_{2} \tilde{\varphi}_{2} &= D_{2} \tilde{\varphi}_{2} \text{ при } t_{j_{1}+1/6} \leqslant t \leqslant t_{j_{1}+2/6}, \\ \tilde{\varphi}_{2} &= \tilde{\varphi}_{1} \text{ при } t = t_{j_{1}+1/6}, \end{split} \tag{2.2.6} \\ H \frac{\partial \tilde{\varphi}_{3}}{\partial t} + L_{3} \tilde{\varphi}_{3} &= D_{3} \tilde{\varphi}_{3} \text{ при } t_{j_{1}+2/6} \leqslant t \leqslant t_{j_{1}+1/2}, \\ \tilde{\varphi}_{3} &= \tilde{\varphi}_{2} \text{ при } t = t_{j_{1}+2/6}, \end{split} \tag{2.2.7}$$

где нижний индекс у операторов L_i , D_i обозначает дифференцирование по переменным λ , θ , z.

Последовательная реализация этапов (2.2.5)—(2.2.7) дает решение задачи переноса—диффузии в каждый момент времени $t_{i_1+^1/2}$ с первым порядком точности, так как операторы (L_i-D_i) в общем случае не коммутируют. Заметим, что симметризация цепочки (2.2.5)—(2.2.7) (двуциклический метод расшепления) приводит к повышению порядка аппроксимации решения по времени до второго [56]. На каждом сформулированном этапе расшепления по физическим процессам и пространственным переменным операторы выделенных задач неотрицательны на определенном временном интервале, а в случае отсутствия сил трения и внешних источников для расшепленных систем уравнений выполняются соответствующие законы сохранения, рассмотренные в предыдущей главе. Исключение составляют соотношения (1.3.11), (1.3.12), которые выполняются с точностью до порядка аппроксимаций по времени.

2.3. Дискретизация трехмерной задачи по пространственным переменным

Каждый элементарный шаг расщепления задачи переноса—диффузии состоит в решении одномерного эволюционного уравнения с краевым условием Неймана. Рассмотрим численную схему решения данного простейшего уравнения, выбрав для примера λ-координату. Имеем

$$\frac{H}{m}\frac{\partial \phi}{\partial t} + uH \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = m \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial \phi}{\partial \lambda},$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ при } \lambda = 0, L,$$

$$\phi = \phi^0 \text{ при } t = 0. \tag{2.3.1}$$

Для аппроксимации задачи (2.3.1) по пространственным переменным используем проекционный метод. Сформулируем вариационную постановку задачи. Представив приближенное решение (2.3.1) в виде

$$\varphi_N = \sum_{i=1}^N \varphi_i \varkappa_i (\lambda),$$

получим:

$$\int_{0}^{L} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H}{m} \sum_{i=1}^{N} \varphi_{i} \varkappa_{i} \right) + uH \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\sum_{i=1}^{N} \varphi_{i} \varkappa_{i} \right) \right] \omega_{i} + \right. \\
\left. + m \frac{\partial \omega_{i}}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\sum_{i=1}^{N} \varphi_{i} \varkappa_{i} \right) \right\} d\lambda = 0, \tag{2.3.2}$$

где функции $\varkappa_i(\lambda)$, $\omega_i(\lambda) \in W_2^{(1)}$, но, вообще говоря, в отличие от метода Галеркина ω_i не совпадают с базисными функциями \varkappa_i .

В качестве κ_i возьмем кусочно-линейные функции, равные единице в точке j и нулю в остальных точках (рис. 74), а функции ω_i выберем следующим образом [151]:

$$\begin{split} \omega_{j} &= \varkappa_{j}(\lambda) - F_{j+1/2}(\lambda), \quad ^{*} \\ \omega_{j+1} &= \varkappa_{j+1}(\lambda) + F_{j+1/2}(\lambda), \quad jh \leqslant \lambda \leqslant (j+1)h, \end{split}$$

лде

$$F(\lambda) = a \frac{\lambda^2}{h^2} + b \frac{\lambda}{h} + c,$$

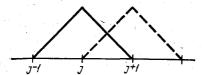


Рис. 74. Базисные функции иј.

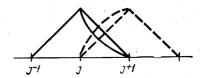


Рис. 75. Сеточные функции ω_j , \varkappa_j .

причем $F(\lambda)$ выбирается так, чтобы в точках (j+1)h, jh она обращалась в нуль:

$$F_{j+1/2}(\lambda) = -a \left\lceil \frac{(\lambda - jh)^2}{h^2} - \frac{\lambda - jh}{h} \right\rceil, \quad jh \leqslant \lambda \leqslant (j+1) h.$$

Тогда получим (рис. 75)

$$\omega_{j} = \varkappa_{j} + a \left[\frac{(\lambda - jh)^{2}}{h^{2}} - \frac{\lambda - jh}{h} \right],$$

$$\omega_{j+1} = \varkappa_{j+1} - a \left[\frac{(\lambda - jh)^{2}}{h^{2}} - \frac{\lambda - jh}{h} \right], \qquad (2.3.3)$$

где

$$\varkappa_{j} = 1 - \frac{\lambda}{h} + j, \quad jh \leqslant \lambda \leqslant (j+1)h,$$

$$\varkappa_{j+1} = \frac{\lambda}{h} - j.$$

Подставляя теперь (2.3.3) в (2.3.2) и предполагая, что коэффициенты уравнения (2.3.2) — кусочно-постоянные функции на каждом интервале (jh, (j+1)h), получаем:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12} a_{j-1/2} \right) \frac{H_{j-1/2}}{m} \varphi_{j-1} + \frac{1}{m} \left[\frac{2}{6} \left(H_{j-1/2} + H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) \right] \varphi_{j} + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) \right] \varphi_{j} + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) \right] \varphi_{j} + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) \right] \varphi_{j} + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j-1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right) + \frac{1}{12} \left(a_{j-1/2} H_{j+1/2} - a_{j+1/2} H_{j+1/2} \right)$$

$$+ \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} a_{j+1/2}\right) \frac{H_{j+1/2}}{m} \varphi_{j+1} = \frac{m}{h^2} \left\{ \left[\mu_{j+1/2} H_{j+1/2} + \frac{u_{j+1/2} H_{j+1/2} h}{2m} \left(\frac{a_{j+1/2}}{3} - 1 \right) \right] \varphi_{j+1} - \left[\left(\mu_{j+1/2} H_{j+1/2} + \frac{u_{j-1/2} H_{j-1/2}}{3} + \frac{h}{2m} \left(u_{j+1/2} H_{j+1/2} \frac{a_{j+1/2}}{3} + \frac{u_{j-1/2} H_{j-1/2}}{3} \right) \right] \varphi_{j} + \left[\mu_{j-1/2} H_{j-1/2} + \frac{u_{j-1/2} H_{j-1/2} h}{2m} \left(\frac{a_{j-1/2}}{3} + 1 \right) \right] \varphi_{j-1} \right\}.$$

$$(2.3.4)$$

Схема (2.3.4), вернее, класс схем, зависящих от параметра a, обладает рядом интересных свойств. При a=0 схема становится обычной, конечно-элементной, аппроксимирующей исходное уравнение (2.3.1) со вторым порядком точности по переменной λ . При выборе коэффициента $a \neq 0$, $\operatorname{sign}(a) = \operatorname{sign}(u)$, приходим к численной схеме с дополнительной диссипацией. Весьма интересной является схема (2.3.4) при выборе a в виде

$$a = 3 \left[\operatorname{cth} \left(\frac{uh}{2\mu m} \right) - \frac{2\mu m}{uh} \right]. \tag{2.3.5}$$

Эта схема в случае постоянных коэффициентов u, H, μ совпадает со схемой Ильина [32] за исключением аппроксимации временного члена. При выборе $a=3 \, {\rm sign}\,(u)$ первая производная по λ аппроксимируется направленными разностями.

Для решения (2.3.4) по времени используется либо схема Кранка—Николсона, либо неявная схема (схема естественного фильтра). Аналогичным образом строятся численные схемы решения второго и третьего этапов покоординатного расщепления. На каждом этапе задача редуцируется к решению линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, для обращения которой используется метод факторизации. Таким образом, может быть полностью описан численный алгоритм решения задачи переноса — диффузии океанологических характеристик.

При решении задачи адаптации гидрологических полей используется конечно-разностная схема второго порядка точности по пространственным переменным, причем члены N_{λ} , N_{θ} , J_{λ} , J_{θ} берутся с предыдущего временного шага. Это связано с нелинейной зависимостью полей течений и плотности от температуры и солености, что требует при использовании для этих членов аппроксимации Кранка—Николсона решения сложной нелинейной системы алгебраических уравнений.

Многочисленные эксперименты по расчету динамики Мирового океана показали, что существует возможность использования для решения (2.2.3) полунеявной схемы для достаточно широкого

диапазона временных шагов. Дискретизацию задачи адаптации гидрологических полей проведем на равномерной сетке с шагами $\Delta\lambda$, $\Delta\theta$ по переменным λ , θ с учетом неравномерного разбиения по оси z. Вертикальное разбиение и проекция сеточной области на плоскость $\lambda\theta$ представлены соответственно на рис. 76, 77. Областями определения искомых сеточных функций являются следующие. Функции $(u')^h$, $(v')^h$ определены в точках, отмеченных крестиками, а функции T^h , S^h — в узлах сетки (см. рис. 77) на целых уровнях по z (см. рис. 76). Соответствующим образом первые два уравнения записываются в узлах сетки Ω_0^h , а уравнение движения— в серединах квадратов. Выпишем конечно-разностное пред-

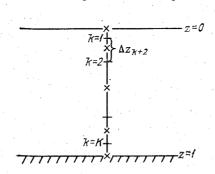


Рис. 76. Сетка по z.

Рис. 77. Сеточная область Ω_0^h .

ставление системы (2.2.3), учитывая, что i — индекс по переменной λ , i — по переменной θ , k — по z:

$$H_{ij} \frac{dS_{i,j,k}}{dt} = D_z S_{i,j,k} - \gamma_S w_2^h,$$

$$H_{ij} \frac{dT_{i,j,k}}{dt} = D_z T_{i,j,k} - \gamma_T w_2^h,$$

$$\frac{d}{dt} v'_{i+1/2, j+1/2, k} + [l - (\tilde{u} - u') m \cos \theta]_{i+1/2, j+1/2, k} u'_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac{ng}{\rho_0} \left\{ \left[\sum_{k_1=1}^k \frac{H_{ij}}{2} \Delta z_{k_1-1/2} \left(\rho_{i, j, k_1} + \rho_{i, j, k_1-1} \right) \right]_{\theta}^{\lambda} - H_{\theta} z_k \rho_{i, j, k} \right\} - \frac{ng}{\rho_0} \left\{ \sum_{k=1}^K \left(I_{\theta}^h \right)_k \frac{\Delta z_{k+1/2} + \Delta z_{k-1/2}}{2} \right\} = \frac{1}{H} \left(-J_{\theta} - N_{\theta} \right)_{i+1/2, j+1/2, k}, \frac{d}{dt} u'_{i+1/2, j+1/2, k} - [l - (\tilde{u} + u') m \cos \theta]_{i+1/2, j+1/2, k} v'_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac{d}{dt} v'_{i+1/2, j+1/2, k} - [l - (\tilde{u} + u') m \cos \theta]_{i+1/2, j+1/2, k} v'_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac{d}{dt} v'_{i+1/2, j+1/2, k} - [l - (\tilde{u} + u') m \cos \theta]_{i+1/2, j+1/2, k} v'_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac{d}{dt} v'_{i+1/2, j+1/2, k} v'_{i+1/2, j+1/2, k} v'_{i+1/2, j+1/2, k} + \frac{d}{dt} v'_{i+1/2, j+1/2, k} v'_{i+1/2, j+1/2, k}$$

(2.3.6)

$$\begin{split} & + \frac{mg}{\rho_0} \left\{ \overline{\left[\sum_{k_1 = 1}^k \frac{H_{ij}}{2} \Delta z_{k_1 - 1/2} \left(\varrho_{i, j, k_1} + \varrho_{i, j, k_1 - 1} \right) \right]_{\lambda}^{\theta} - H_{\lambda} z_k \varrho_{i, j, k}} \right\} - \\ & - \frac{mg}{\rho_0} \left\{ \sum_{k = 1}^K \left(I_{\lambda}^k \right)_k \frac{\Delta z_{k+1/2} + \Delta z_{k-1/2}}{2} \right\} = \frac{1}{H} \left(-J_{\lambda} - N_{\lambda} \right)_{i+1/2, j+1/2, k}, \end{split}$$

где

$$(\cdot)_{\lambda} = \frac{(\cdot)_{i+1,j} - (\cdot)_{i,j}}{\Delta \lambda}, \quad \overline{(\cdot)}^{\lambda} = \frac{(\cdot)_{i+1,j} + (\cdot)_{i,j}}{2},$$

$$(\cdot)_{\theta} = \frac{(\cdot)_{i,j+1} - (\cdot)_{i,j}}{\Delta \theta}, \quad \overline{(\cdot)}^{\theta} = \frac{(\cdot)_{i,j+1} + (\cdot)_{ij}}{2}.$$

В заключение приведем численную схему решения уравнения для температуры в том случае, если оператор диффузии записывается в неспрямленной системе координат и не делается никаких предположений относительно его упрощения при замене переменной $z_1=z/H$. В этом случае покоординатное расщепление пространственного оператора, изложенное выше не проходит, поскольку в операторе имеются смешанные производные по λ , θ . Приводимая ниже схема основана на аппроксимации по пространству с помощью метода конечных разностей и схеме расщепления по времени, предложенной в [87]. Имеем следующее уравнение (для простоты положим μ = const):

$$H \frac{\partial T}{\partial t} + LT = \mu m^{2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} H \frac{\partial T}{\partial \lambda} - \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(z \frac{\partial H}{\partial \lambda} \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial H}{\partial \lambda} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial H}{\partial \lambda} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial H}{\partial \lambda} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(z q \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial H}{\partial \theta} \right)^{2} q \frac{\partial T}{\partial z} \right] + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z} \nabla \frac{\partial T}{\partial z}.$$

$$(2.3.7)$$

Граничные условия на участках границы, параллельных оси θ , записываются в виде

$$H \frac{\partial T}{\partial \lambda} - \frac{\partial H}{\partial \lambda} z \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$
,

а на участках границы, параллельной оси λ, в виде

$$H\frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \theta} z \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \tag{2.3.8}$$

Схема расщепления имеет следующий вид:

$$\frac{1}{6}H\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(nv\frac{\partial T}{\partial \theta} - \mu mn\frac{\partial}{\partial \theta}Hq\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) = 0,$$

$$\frac{1}{6}H\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[w\frac{\partial T}{\partial z} - \mu m^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z^2\left(\frac{\partial H}{\partial \lambda}\right)^2}{H}\frac{\partial T}{\partial z}\right) - \frac{\partial T}{\partial z}\right] - \mu mn\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z^2\left(\frac{\partial H}{\partial \theta}\right)^2q}{H}\frac{\partial T}{\partial z}\right) - \frac{1}{H}\frac{\partial}{\partial z}v\frac{\partial T}{\partial z}\right] = \frac{-\mu mn\frac{\partial}{\partial z}\left(zq\frac{\partial H}{\partial \theta}\frac{\partial T}{\partial \theta}\right),$$

$$\frac{1}{3}H\frac{\partial T}{\partial t} + mu\frac{\partial T}{\partial \lambda} - \mu m^2\frac{\partial}{\partial \lambda}H\frac{\partial T}{\partial \lambda} = -\mu m^2\frac{\partial}{\partial \lambda}\left(z\frac{\partial H}{\partial \lambda}\frac{\partial T}{\partial z}\right),$$

$$\frac{1}{6}H\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[w\frac{\partial T}{\partial z} - \mu m^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z^2\left(\frac{\partial H}{\partial \lambda}\right)^2}{H}\frac{\partial T}{\partial z}\right) - \frac{1}{H}\frac{\partial}{\partial z}v\frac{\partial T}{\partial z}\right] = -\mu mn\frac{\partial}{\partial z}\left(z\frac{\partial H}{\partial \lambda}\frac{\partial T}{\partial \lambda}\right),$$

$$\frac{1}{6}\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(nv\frac{\partial T}{\partial \theta} - \mu mn\frac{\partial}{\partial \theta}Hq\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) = 0.$$
(2.3.9)

Для примера приведем аппроксимацию второго члена первого уравнения (2.3.9) Λ_2 и правой части второго уравнения Λ_{32} (остальные члены системы (2.3.9) аппроксимируются аналогичным образом):

$$\begin{split} & \Lambda_2 T \simeq \left[\frac{ (nv)_{i+1/2, j+1/2, k} + (nv)_{i-1/2, j+1/2, k} }{ 4 \, \Delta \theta} \right. \\ & - \mu m_{j+1/2} n \, \frac{ (Hq)_{i+1/2, j+1/2} + (Hq)_{i-1/2, j+1/2} }{ 2 \, (\Delta \theta)^2} \right] T_{i, j+1, k} \, + \end{split}$$

$$\begin{split} +\mu m_{j+1/2} n & \frac{(Hq)_{i+1/2, j+1/2} + (Hq)_{i-1/2, j+1/2} +}{2 (\Delta \theta)^2} T_{i, j, k} -\\ & - \left[\frac{(nv)_{i+1/2, j-1/2, k} + (nv)_{i-1/2, j-1/2}}{4 \Delta \theta} +\\ & + \mu n \frac{(Hq)_{i+1/2, j+1/2} + (Hq)_{i-1/2, j-1/2}}{2 (\Delta \theta)^2} \right] T_{i, j-1, k} \\ & + \mu n \frac{(Hq)_{i+1/2, j+1/2} + (Hq)_{i-1/2, j-1/2}}{2 (\Delta \theta)^2} \right] T_{i, j-1, k} \\ & \Lambda_{32} T \simeq - \frac{\mu m_{j+1/2} n}{4 (\Delta \theta)^2 (\Delta z_{k+1/2} + \Delta z_{k-1/2})} \{ (H_{i+1/2, j+1/2} + H_{i-1/2, j+1/2} -\\ & - H_{i+1/2, j-1/2} - H_{i-1/2, j-1/2}) \left[(zq)_{j, k+1} (T_{i, j+1, k+1} - T_{i, j-1, k+1}) -\\ & - (zq)_{j, k-1} (T_{i, j+1, k-1} - T_{i, j-1, k-1}) \right] \}. \end{split}$$

2.4. Устойчивость вычислительных алгоритмов

Если рассмотреть построенную в предыдущих параграфах модель динамики океана в терминах системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая получается после дискретизации задачи по пространственным переменным (с использованием недиссипативной аппроксимации оператора переноса—диффузии: a = 0 в (2.3.4)), то нетрудно показать, что для нее выполняются все законы сохранения, установленные в главе 1. Таким образом, при использовании данных методов пространственной дискретизации имеется возможность построения устойчивого процесса вычислений по времени на основе общей методологии расщепления. Как и в модели динамики атмосферы, здесь используется последовательное расшепление оператора задачи по физическим процессам (перенос-диффузия субстанций и адаптация гидрологиполей) и по пространственным координатам. Задача состоит в том, чтобы на каждом этапе построить абсолютно устойчивые неявные временные аппроксимации (типа Кранка—Николсона), обладающие эффективной реализацией на современных ЭВМ. Поскольку система уравнений, описывающая крупномасштабные движения в океане, нелинейна, то вопрос построения численных схем, обладающих эффективной реализацией, является весьма сложным. Кроме того, наличие физически хорошо сбалансированных процессов, таких, как, например, формирование средних по глубине течений, делает нецелесообразным расщепление оператора задачи по координатам, что приводит к необходимости обращения матриц, аппроксимирующих двумерный эллиптический оператор с младшими производными с помощью, например, итерационного метода. Поэтому сразу же отметим, что исходную нелинейную задачу мы линеаризуем на временном интервале $t_{j_1} \leqslant t \leqslant t_{j_1+1}$ и далее для полученной системы строим схему расщепления, сводя решение задачи к обращению одномерных операторов там, где это возможно и целесообразно с точки зрения аппроксимации физического процесса.

Рассмотрим процедуру решения по времени задачи плоского движения. Перепишем (2.1.1) в терминах уравнения для интегральной функции тока:

$$H \frac{\partial B\varphi}{\partial t} + m \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \frac{\partial B\varphi}{\partial \lambda} - m \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \frac{\partial B\varphi}{\partial \theta} - \left(m^2 \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial B\varphi}{\partial \lambda} + \right. \\ + m n \frac{\partial}{\partial \theta} \mu H q \frac{\partial B\varphi}{\partial \theta}\right) + m \frac{\partial l/H}{\partial \lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - m \frac{\partial l/H}{\partial \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = f \quad \text{B} \quad \Omega_0,$$

$$(2.4.1)$$

$$φ = Φ$$
, $\frac{\partial φ}{\partial n_1} = 0$ на Γ, (2.4.2)

$$\varphi = \varphi^0 \text{ при } t = 0,$$
 (2.4.3)

где

$$B\varphi = -\frac{m}{H} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{n}{mH} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{m}{nH} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right),$$

а f описывает силы, генерирующие плоское движение, которые зависят от напряжения трения ветра на поверхности океана, интегралов от плотности и т. д. В описанной ранее схеме расщепления для решения задачи (2.4.1)-(2.4.3), предполагается выделение двух физических процессов — переноса — диффузии плоского вихря и его линейной адаптации к внешним источникам. В терминах метода слабой аппроксимации процедура сводится к последовательному решению двух задач на временном интервале $t_{i_1} \leqslant t \leqslant t_{i_1} \leqslant t_{i_2} \leqslant t_{i_3} \leqslant t_{i_4} \leqslant t_{i_4} \leqslant t_{i_5} \leqslant$

$$\frac{1}{2} H \frac{\partial B \varphi_{1}}{\partial t} - m \left(\frac{\partial B \varphi_{1}}{\partial \theta} \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial \lambda} - \frac{\partial B \varphi_{1}}{\partial \lambda} \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial \theta} \right) - \left(m^{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu H \frac{\partial B \varphi'_{1}}{\partial \lambda} + m n \frac{\partial}{\partial \theta} \mu H q \frac{\partial B \varphi}{\partial \theta} \right) = 0,$$

$$\varphi_{1}(t_{j}) = \varphi(t_{j}),$$

$$\frac{1}{2} H \frac{\partial B \varphi_{2}}{\partial t} + m \frac{\partial l/H}{\partial \lambda} \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial \theta} - m \frac{\partial l/H}{\partial \theta} \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial \lambda} = f,$$

$$\varphi_{2}(t_{j+1/2}) = \varphi_{1}(t_{j+1/2}),$$
(2.4.4)

Принципиальным моментом процесса (2.4.4) является выделение в явном виде линейной части полного оператора задачи (2.4.1) — второго этапа схемы расщепления. Как правило, при решении задачи плоской циркуляции океана используют уравнение для абсолютного вихря [48, 130], и линейная часть оператора задачи (2.4.1)—(2.4.3) автоматически приписывается предыдущему моменту времени. При этом возникает естественное ограничение на величину шага по времени, вытекающее из условия вычислительной устойчивости. В нашем случае имеется возможность построения абсолютно устойчивого вычислительного процесса.

Предположим, что уравнения (2.4.4) аппроксимированы по пространственным переменным с учетом краевых условий методами, изложенными выше, и перепишем (2.4.4) в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{1}{2}H\frac{dB^{h}\varphi_{1}^{h}}{dt} - K^{h}\varphi_{1}^{h} - D_{\xi}^{h}\varphi_{1}^{h} = 0,$$

$$\varphi_{1}^{h}(t_{j}) = \varphi^{h}(t_{j}), \qquad (2.4.5)$$

$$\frac{1}{2}H\frac{dB^{h}\varphi_{2}^{h}}{dt} - L_{0}^{h}\varphi_{2}^{h} = f^{h},$$

$$\varphi_{2}^{h}(t_{j+1/2}) = \varphi_{1}^{h}(t_{j+1/2}). \qquad (2.4.6)$$

Как и в случае дифференциальных задач (2.4.4), дискретные аппроксимации этих уравнений имеют следующие свойства:

$$(B^{h}\varphi^{h}, \varphi^{h}) \geqslant \gamma_{1}(\varphi^{h}, \varphi^{h}),$$

$$(K^{h}\varphi^{h}, \varphi^{h}) = 0, (-D_{\xi}^{h}\varphi^{h}, \varphi^{h}) \geqslant \gamma_{2}(\varphi^{h}, \varphi^{h}),$$

$$(L_{0}^{h}\varphi^{h}, \varphi^{h}) = 0,$$

где $\gamma_1, \ \gamma_2$ — положительные числа; ϕ^h — произвольная функция выбранного пространства; K^h — нелинейный оператор, соответствующий аппроксимации второго и третьего членов первого уравнения (2.4.4), D^h_{ζ} — сумма четвертого и пятого членов. Уравнение (2.4.5) нелинейно и его решение является достаточно сложной задачей. Если, как и ранее, использовать линеаризацию на временном интервале $t_{j1} \leqslant t \leqslant t_{j_1+1}$, то имеются две возможности: линеаризовать нелинейный оператор K, зафиксировав либо члены $\partial \Phi/\partial \lambda$, $\partial \phi/\partial \theta$, либо члены $\partial B\phi/\partial \lambda$, $\partial B\phi/\partial \theta$. Во втором случае, при-

меняя дополнительное расщепление по координатам для (2.4.5) и используя аппроксимацию Кранка—Николсона, получим:

$$H \frac{B\varphi_{1}^{j_{1}+1/4} - B\varphi_{1}^{j_{1}}}{\tau/4} - (K_{1} + D_{1}) \frac{\varphi_{1}^{j_{1}+1/4} + \varphi_{1}^{j_{1}}}{2} = 0,$$

$$t_{j_{1}} \leqslant t \leqslant t_{j_{1}+1/4}, \quad \varphi_{1}^{j_{1}} = \varphi(t_{j_{1}});$$

$$H \frac{B\varphi_{1}^{j_{1}+1/2} - B\varphi_{1}^{j_{1}+1/4}}{\tau/4} - (K_{2} + D_{2}) \frac{\varphi_{1}^{j_{1}+1/2} + \varphi_{1}^{j_{1}+1/4}}{2} = 0,$$

$$t_{j_{1}+1/4} \leqslant t \leqslant t_{j_{1}+1/2};$$

$$H \frac{B\varphi_{2}^{j_{1}+1} - B\varphi_{2}^{j_{1}+1/2}}{\tau/2} - L_{0} \frac{\varphi_{2}^{j_{1}+1} + \varphi_{2}^{j_{1}+1/2}}{2} = f^{j_{1}+1/2},$$

$$t_{j_{1}+1/2} \leqslant t \leqslant t_{j_{1}+1},$$

$$\varphi_{0}^{j_{1}+1/2} = \varphi_{1}^{j_{1}+1/2}$$

$$(2.4.8)$$

(индексы h опущены). Здесь $K_1 + D_1$, $K_2 + D_2$ — аппроксимации по координатам λ , θ операторов

$$\left(m\frac{\partial B\varphi^{i_1}}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial \lambda}+m^2\frac{\partial}{\partial \lambda}\mu H\frac{\partial B}{\partial \lambda}\right),$$

$$m\left(-\frac{\partial B\varphi^{i_1}}{\partial \lambda}\frac{\partial}{\partial \theta}+mn\frac{\partial}{\partial \theta}\mu qH\frac{\partial B}{\partial \theta}\right).$$

Матрицы K_i — кососимметрические, а D_i — симметрические положительно определенные. Умножая скалярно первое уравнение (2.4.7) на

$$(\varphi_1^{j_1+1/4}+\varphi_1^{j_1})/2$$
,

второе — на

$$(\varphi_1^{j_1+1/2}+\varphi_1^{j_1+1/4})/2$$
,

получим:

$$(HB\varphi_1^{l_1+1/4}, \varphi_1^{l_1+1/4}) - (HB\varphi_1^{l_1}, \varphi_1^{l_1}) \leqslant 0,$$

$$(HB\varphi_1^{l_1+1/2}, \varphi_1^{l_1+1/2}) - (HB\varphi_1^{l_1+1/4}, \varphi_1^{l_1+1/4}) \leqslant 0.$$

Используя свойство положительной определенности матрицы НВ, находим:

$$\|\varphi^{j_1+1/4}\|_{HB} \leq \|\varphi^{j_1}\|_{HB}$$

$$\|\varphi^{j_1+1/2}\|_{HB} \leq \|\varphi^{j_1+1/4}\|_{HB}. \tag{2.4.9}$$

Умножив теперь (2.4.8) на

$$(\varphi_2^{j_1+1}+\varphi_2^{j_1+1/2})/2$$

и просуммировав по всем точкам сеточной области Ω^h_0 , получим

$$\left(\frac{HB\varphi_2^{j_1+1}-HB\varphi_2^{j_1+1/2}}{\tau/2}, \frac{\varphi_2^{j_1+1}+\varphi_2^{j_1+1/2}}{2}\right) = \left(f^{j_1+1/2}, \frac{\varphi_2^{j_1+1}+\varphi_2^{j_1+1/2}}{2}\right),$$

откуда

$$\|\varphi^{j_1+1}\|_{HB}^2 \leq \|\varphi^{j_1+1/2}\|_{HB}^2 + \frac{\tau}{2}\|f^{j_1+1/2}\|(\|\varphi^{j_1+1}\| + \|\varphi^{j_1+1/2}\|),$$

гле

$$\|\varphi\|_{HB}^2 = (HB\varphi, \varphi).$$

Учитывая теперь неравенство, выполняющееся для любого вектора ψ :

$$\alpha \|\psi\|^2 \leqslant (HB\psi, \psi), \quad \alpha > 0,$$

имеем

$$\|\varphi^{l_1+1}\|_{HB}^2 \leq \|\varphi^{j_1+1/2}\|_{HB}^2 + \frac{\tau}{2\sqrt{\alpha}} \|f^{j_1+1/2}\|(\|\varphi^{j_1+1}\|_{HB} + \|\varphi^{j_1+1/2}\|_{HB}),$$

т. е.

$$\| \varphi^{j_1+1} \|_{HB} \leq \| \varphi^{j_1+1/2} \|_{HB} + \frac{\tau}{2\sqrt{\alpha}} \| f^{j_1+1/2} \|.$$

Отсюда с учетом (2.4.9) приходим окончательно к неравенству

$$\| \varphi^{j_1+1} \|_{HB} \leq \| \varphi^{j_1} \|_{HB} + \frac{\tau}{2\sqrt{\alpha}} \| f^{j_1+\frac{1}{2}} \|.$$
 (2.4.10)

Рассмотрим теперь этап переноса — диффузии момента импульса, тепла и соли (формулы (2.2.1)—(2.2.2)). В качестве 13*

аппроксимации по времени используем схему Кранка-Николсона

$$H \frac{u_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} - u_{1}^{j_{1}}}{\tau/6} + L_{1} \frac{u_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + u_{1}^{j_{1}}}{2} = D_{1u} \frac{u_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + u_{1}^{j_{1}}}{2},$$

$$H \frac{v_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} - v_{1}^{j_{1}}}{\tau/6} + L_{1} \frac{v_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + v_{1}^{j_{1}}}{2} = D_{1u} \frac{v_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + v_{1}^{j_{1}}}{2},$$

$$H \frac{T_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} - T_{1}^{j_{1}}}{\tau/6} + L_{1} \frac{T_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + T_{1}^{j_{1}}}{2} = D_{1T} \frac{T_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + T_{1}^{j_{1}}}{2},$$

$$H \frac{S_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} - S_{1}^{j_{1}}}{2} + L_{1} \frac{S_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + S_{1}^{j_{1}}}{2} = D_{1S} \frac{S_{1}^{j_{1} + \frac{1}{6}} + S_{1}^{j_{1}}}{2},$$

$$(2.4.11)$$

на интервале $t_{i_1} \leqslant t \leqslant t_{i_1+1/6}$ с начальными условиями

$$(u_1^{i_1}, v_1^{i_1}, T_1^{i_1}, S_1^{i_1}) = (u, v, T, S)$$
 при $t = t_{i_1}$ (2.4.12)

Разностные операторы L_1 , D_{1u} , D_{1T} , D_{1S} представляют собой элементарные операторы по одной из координат λ , θ , z, построение которых изложено выше (см. (2.3.4) при a=0).

Умножив теперь уравнения (2.4.11) соответственно на

$$\frac{u_1^{j_1+\frac{1}{6}}+u_1^{j_1}}{2}, \quad \frac{v_1^{j_1+\frac{1}{6}}+v_1^{j_1}}{2}, \quad \frac{T_1^{j_1+\frac{1}{6}}+T_1^{j_1}}{2}, \quad \frac{S_1^{j_1+\frac{1}{6}}+S_1^{j_1}}{2}$$

и просуммировав по всем точкам области с использованием свойств кососимметричности операторов L_1 и положительной определенности симметричных операторов D_{1u} , D_{1T} , D_{1S} , получим (аналогично (2.4.10)):

$$\left\| \xi^{i_1 + \frac{1}{6}} \right\| \le \| \xi^{i_1} \|, \tag{2.4.13}$$

где ξ — вектор с компонентами u_1 , v_1 , T_1 , S_1 . Для полного этапа переноса — диффузии, таким образом, получаем неравенство

$$\left\| \xi^{j_1 + \frac{1}{2}} \right\| \leq |\xi^{j_1}|, \tag{2.4.14}$$

гарантирующее устойчивость численного решения.

На втором этапе для решения (2.3.6) имеем

$$H \frac{S_{2}^{j_{1}+1} - S_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} = D_{z} \frac{S_{2}^{j_{1}+1} + S_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} - \gamma_{S} w_{2}^{h},$$

$$H \frac{T_{2}^{j_{1}+1} - T_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} = D_{z} \frac{T_{2}^{j_{1}+1} + T_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} - \gamma_{T} w_{2}^{h},$$

$$H \frac{(v_{2}^{\prime})^{j_{1}+1} - (v_{2}^{\prime})^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + A_{0} \left(\frac{(u_{2}^{\prime})^{j_{1}+1} + (u_{2}^{\prime})^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} \right) =$$

$$= A_{2} \frac{\rho_{2}^{j_{1}+1} + \rho_{2}^{j_{2}}}{2} - (J_{\theta}^{j_{1}} + N_{\theta}^{j_{1}}),$$

$$H \frac{(u_{2}^{\prime})^{j_{1}+1} - (u_{2}^{\prime})^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} - A_{0} \left(\frac{(v_{2}^{\prime})^{j_{1}+1} + (v_{2}^{\prime})^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} \right) =$$

$$= A_{1} \frac{\rho_{2}^{j_{1}+1} + \rho_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} - (J_{\lambda}^{j_{1}} + N_{\lambda}^{j_{1}})$$

$$(2.4.15)$$

на интервале $t_{j_1+1/2} \leqslant t \leqslant t_{j_1+1}$ с начальными условиями $(u_2^{j_1+1/2}, v_2^{j_1+1/2}, T_2^{j_1+1/2}, S_2^{j_1+1/2}) = (u_1^{j_1+1/2}, v_1^{j_1+1/2}, T_1^{j_1+1/2}, S_1^{j_1+1/2}).$

Отметим, что в данной модели динамики океана на этапе адаптации гидрологических полей вводится процесс мгновенного гидростатического приспособления, формальная запись которого содержится в сеточных операторах D_z . Фактически, перед этапом адаптации в каждой точке сеточной области Ω^h после вычисления $\rho_{ijk} = \rho_{ijk}(T_{ijk}, S_{ijk})$ проверяется условие гидростатической устойчивости и там, где оно не выполняется, проводится перераспределение T_{ijk} , S_{ijk} от поверхности до некоторой фиксированной глубины z_k следующим образом:

$$\widetilde{T}_{ijk}^{l_1+1/2} = \begin{cases}
\frac{1}{\Delta z_{k_0}+1} + z_{k_0} \sum_{k_1=1}^{k_0} T_{ijk_1}^{l_1+1/2} \frac{\Delta z_{k_1} + \Delta z_{k_1+1}}{2}, & 1 \leq k \leq k_0, \\
T_{ijk}^{l_1+1/2}, & k_0 < k \leq K,
\end{cases}$$

$$\widetilde{S}_{ijk}^{l_1+1/2} = \begin{cases}
\frac{1}{\Delta z_{k_0+1}} \sum_{k_1=1}^{k_0} S_{ijk_1}^{l_1+1/2} \frac{\Delta z_{k_1} + \Delta z_{k_1+1}}{2}, & 1 \leq k \leq k_0, \\
S_{ijk}^{l_1+1/2}, & k_0 < k \leq K.
\end{cases}$$

$$k_0 < k \leq K.$$

$$(2.4.16)$$

Из (2.4.16) следуют очевидные неравенства

$$\|\widetilde{T}^{j_1+1/2}\| \leq \|T^{j_1+1/2}\|, \|\widetilde{S}^{j_1+1/2}\| \leq \|S^{j_1+1/2}\|.$$
 (2.4.17)

С учетом (2.4.16) уравнения, соответствующие этапу адаптации, можно переписать в следующем виде:

$$H \frac{(u_{2}')^{j_{1}+1} - (u_{2}')^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} - A_{0} \left(\frac{(v_{2}')^{j_{1}+1} + (v_{2}')^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} \right) - A_{1} \frac{\rho_{2}^{j_{1}+1} + \tilde{\rho}_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} = -J_{\lambda}^{j_{1}} - N_{\lambda}^{j_{1}},$$

$$H \frac{(v_{2}')^{j_{1}+1} - (v_{2}')^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + A_{0} \left(\frac{(u_{2}')^{j_{1}+1} + (u_{2}')^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} \right) - A_{2} \frac{\rho_{2}^{j_{1}+1} + \tilde{\rho}_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{2} = -J_{\theta}^{j_{1}} - N_{\theta}^{j_{1}},$$

$$H \frac{T_{2}^{j_{1}+1} - \tilde{T}_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + \gamma_{T} \frac{w_{2}^{hj_{1}+1} + w_{2}^{hj_{1}+\frac{1}{2}}}{2} = 0,$$

$$H \frac{S_{2}^{j_{1}+1} - \tilde{S}_{2}^{j_{1}+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + \gamma_{S} \frac{w_{2}^{hj_{1}+1} + w_{2}^{hj_{1}+\frac{1}{2}}}{2} = 0.$$
 (2.4.18)

Устойчивость процесса вычислений на этапе адаптации можно показать, предположив, что плотность линейно зависит от температуры и солености

$$\rho' = -\alpha_T T' + \beta_S S'$$

и пренебрегая членами J_{λ} , N_{λ} , J_{θ} , N_{θ} . Умножим скалярно первое уравнение (2.4.18) на

$$\frac{(u_2')^{j_1+1}+(u_2')^{j_1+1/2}}{2},$$

второе на

$$\frac{(v_2')^{j_1+1}+(v_2')^{j_1+1/2}}{2},$$

а уравнение для плотности, являющееся линейной комбинацией третьего и четвертого уравнений (2.4.18), на

$$\frac{\rho_2^{i_1+1}+\tilde{\rho}_2^{i_1+1/2}}{2}.$$

Если представить матрицу системы (2.4.18) в виде суммы двух матриц, вторая из которых представляет собой аппроксимацию членов

$$\int_{0}^{1} I_{\lambda} dz, \int_{0}^{1} I_{\theta} dz,$$

и воспользоваться свойством кососимметричности первой матрицы и равенствами

$$\sum_{k=1}^{K} u'_{k} \frac{\Delta z_{k} + \Delta z_{k+1}}{2} = 0,$$

$$\sum_{k=1}^{K} v'_{k} \frac{\Delta z_{k} + \Delta z_{k+1}}{2} = 0,$$

то можно показать, что имеют место следующие неравенства:

$$\| (u_2')^{j_1+1} \| \leq \| (u_2')^{j_1+1/2} \|, \ \| (v_2')^{j_1+1} \| \leq \| (v_2')^{j_1+1/2} \|,$$

$$\| (\rho_2')^{j_1+1} \| \leq \| \tilde{\rho}_2^{j_1+1/2} \|.$$
(2.4.19)

Неравенства (2.4.19) с учетом (2.4.17) будут гарантировать безусловную устойчивость процесса вычислений на этапе адаптации.

Решение системы уравнений (2.4.18) требует обращения матрицы довольно сложной формы. В работе [58] предложен метод решения (2.4.18) на основе дальнейшего расщепления по плоскостям λz , θz . При этом задача, полученная на каждом элементарном этапе, обладает эффективной реализацией на ЭВМ.

Отметим, что если положить γ_T , γ_S равными нулю и, таким образом, задачу сформулировать относительно величин ρ , T, S, то решение уравнений адаптации (2.4.18) значительно упростится. В этом случае не удается показать абсолютную устойчивость процесса вычислений, однако многочисленные эксперименты, в том числе с учетом нелинейной зависимости плотности от температуры и солености, дают основания предполагать, что он устойчив для достаточно широкого интервала изменчивости параметров модели.

ГЛАВА 3

моделирование январской циркуляции океана

3.1. Описание численного эксперимента

Основной задачей геофизического эксперимента, проведенного на основе изложенной в предыдущей главе численной модели, являлось воспроизведение климатических характеристик динамики и

процессов теплообмена в Мировом океане при условиях на его поверхности, характерных для зимы северного полушария. В настоящей главе мы опишем постановку расчета крупномасштабной динамики Мирового океана и его результаты, рассматривая этот расчет как самостоятельный эксперимент. При анализе общих закономерностей глобальных процессов динамики и теплообмена и их отличительных особенностей в каждом океане в отдельности особое внимание уделим зонально осредненным характеристикам.

Численный эксперимент был проведен для акватории Мирового океана с плоским дном при следующих шагах разностной сетки: было выбрано восемь уровней по вертикальной координате, лежащих на глубинах 25, 100, 300, 500, 1000, 1500, 2000 и 3000 м; глубина океана принималась постоянной и составляла 4000 м; размеры пространственной ячейки (на каждом уровне) равнялись 5° по долготе и широте, шаг по времени — 2 сут. Коэффициенты макротурбулентного обмена теплом и моментом импульса составляли

$$\mu_T = 5 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{c}, \quad \mu = 4 \cdot 10^9 \text{ cm}^2/\text{c},$$

$$\nu_T = \begin{cases} 15 \text{ cm}^2/\text{c} & \text{при } z \leq 25 \text{ m}, \\ 1.5 \text{ cm}^2/\text{c} & \text{при } z > 25 \text{ m}, \end{cases} \quad \nu = 100 \text{ cm}^2/\text{c}.$$

Априори известно, что грубое пространственное разрешение, типичное для моделей общей циркуляции, не позволяет количественно верно описать динамику плоских струйных течений и их нелинейный характер, поэтому уравнение для интегральной функции тока было взято в линеаризованном виде. В уравнениях для отклонений горизонтальных компонент вектора скорости от средних по вертикали (1.2.8) соответственно были отброшены члены N_{λ} , N_{θ} , J_{λ} , J_{θ} .

В данном эксперименте мы пренебрегли также изменениями солености, положив ее равной всюду 35 %. В качестве начального было выбрано состояние, при котором температура океана всюду была постоянной и составляла 4°С, а горизонтальные компоненты вектора скорости равнялись нулю. Решалась задача выхода решения (т. е. полей течений и температуры) на некоторый установившийся режим. В качестве граничных условий на поверхности океана использовались данные для напряжения трения ветра и температуры, взятые соответственно из работ [147, 217]. Численное интегрирование модели было проведено на срок примерно 210 лет. О выходе решения на установившийся режим можно судить по изменению средней температуры океана

$$\overline{\overline{T}}^h = \int_0^1 \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i^h \right) dz_1$$

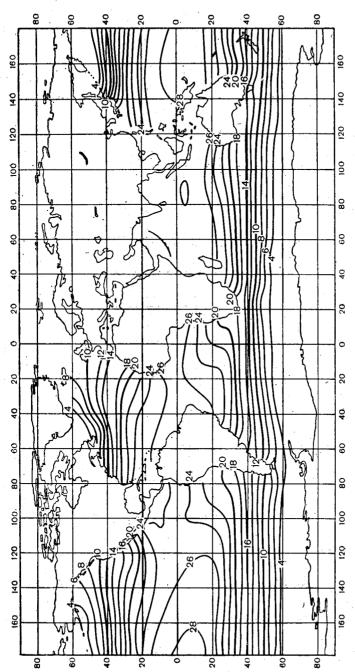


Рис. 78. Температура (°C) поверхности океана.

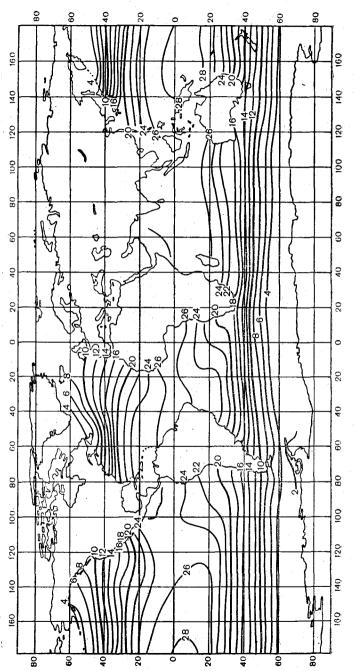
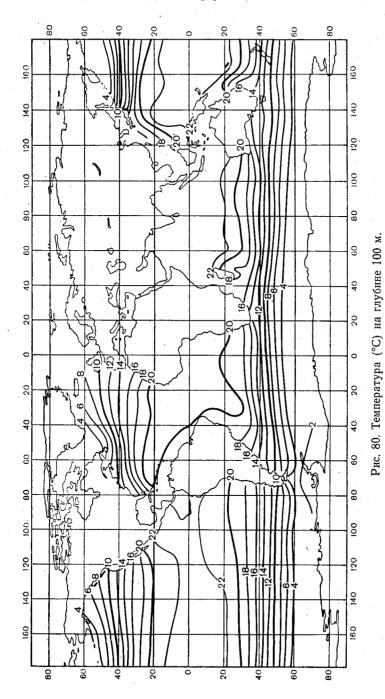


Рис. 79. Температура (°С) на глубине 25 м,



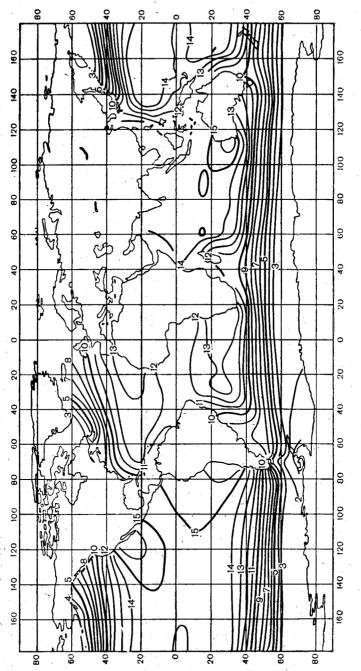


Рис. 81. Гемпература (°C) на глубине 300 м.

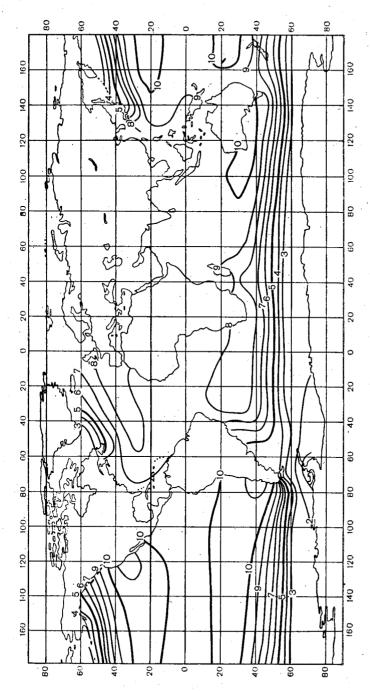


Рис. 82. Температура (°С) на глубине 500 м.

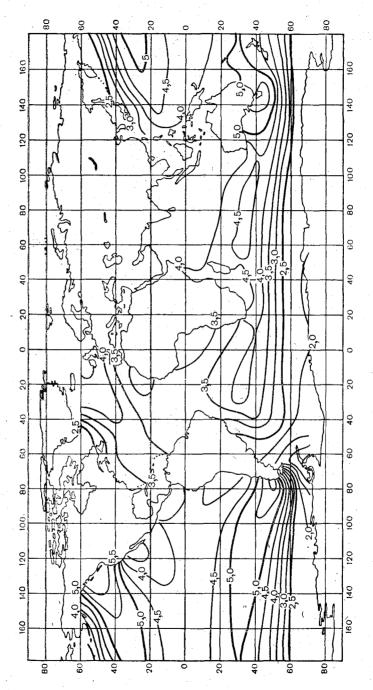


Рис. 83. Температура (°С) на глубине 1000 м.

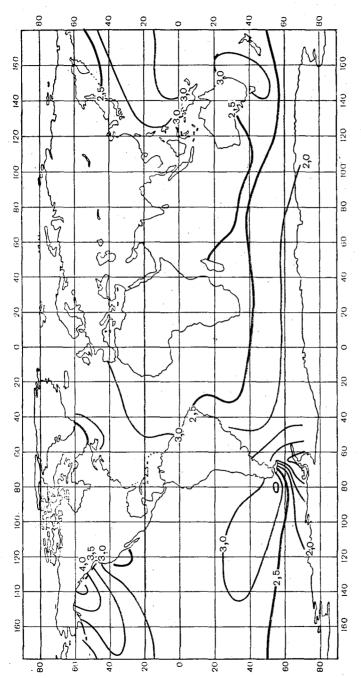
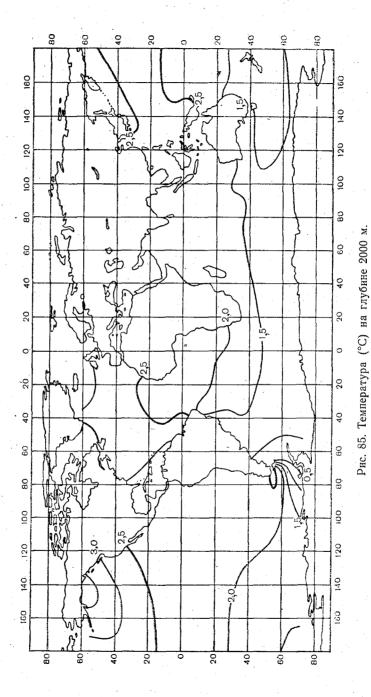
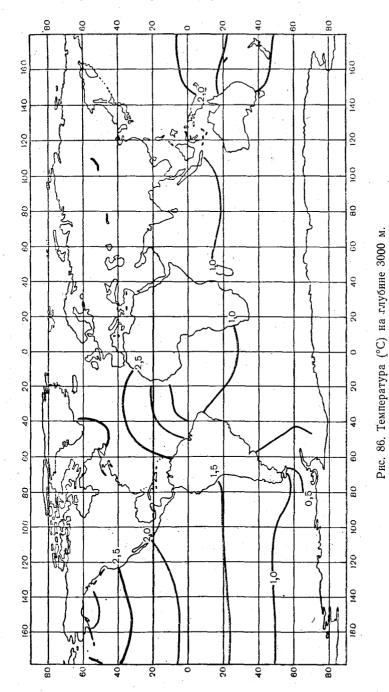


Рис. 84. Температура (°С) на глубине 1500 м.





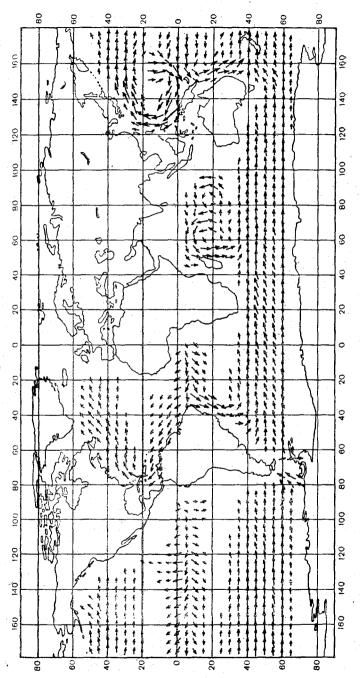


Рис. 87. Поле скоростей на глубине 25 м,

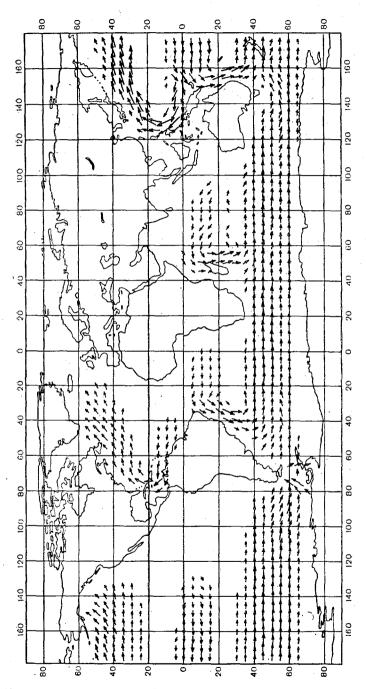
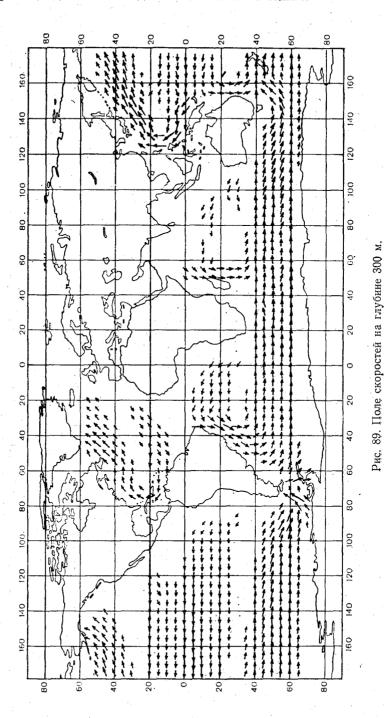
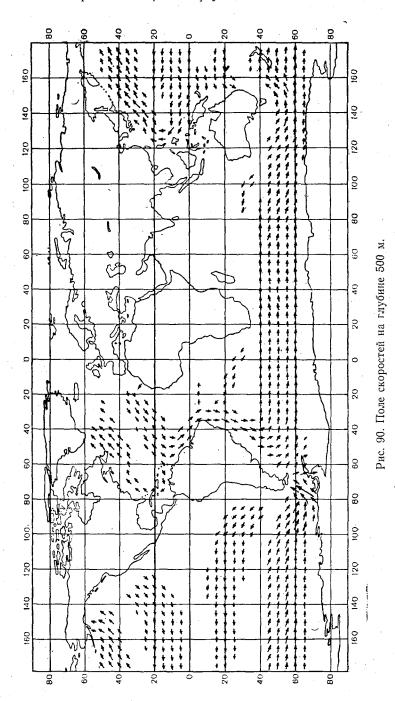
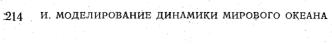


Рис. 88. Поле скоростей на глубине 100 м.







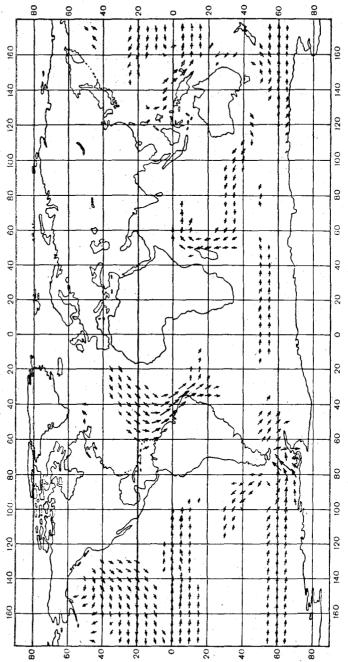
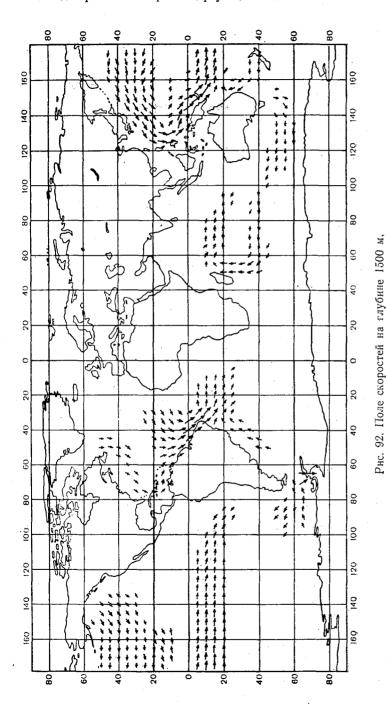


Рис. 91. Поле скоростей на глубине 1000 м.



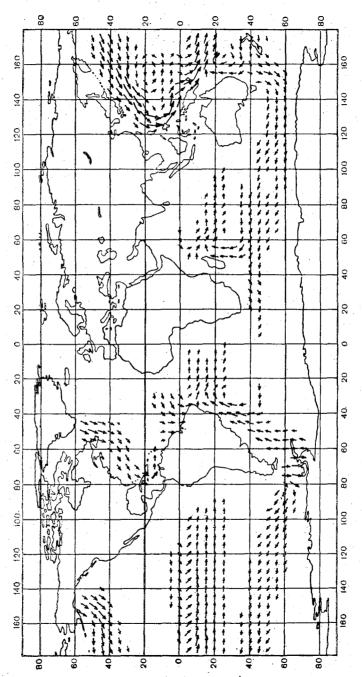
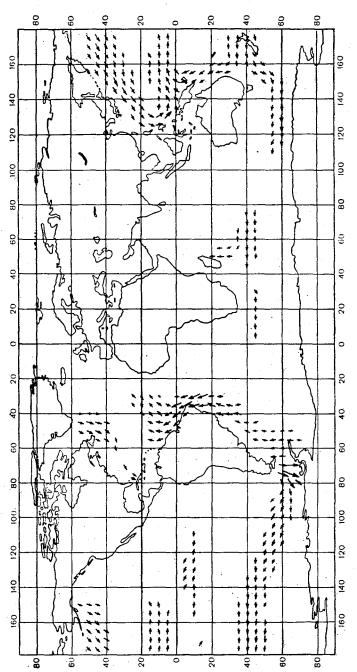


Рис. 93. Поле скоростей на глубине 2000 м.



Рис, 94, Поле скоростей на глубине 3000 м.

и кинетической энергии

$$K^{h} = \int_{0}^{1} \sum_{i=1}^{N} (u_{i}^{2} + v_{i}^{2}) dz_{1}$$

(N- число точек горизонтальной сетки). В завершающей стадии вычислений их абсолютные вариации за год составили соответственно $10^{-3}\,^{\circ}$ С (относительное изменение $\sim 2,75\cdot 10^{-4}$) и $7,5\,$ см $^2/c^2$ ($\sim 7\cdot 10^{-3}$), в начальной стадии (на 20-м году) $0,21\,^{\circ}$ С ($\sim 0,06$) и $940\,$ см $^2/c^2$ ($\sim 0,5$). На рис. $78-86\,$ и $87-94\,$ приведены горизонтальные поля температуры и течений на расчетных уровнях. Анализ представленных рисунков позволяет сделать вывод о качественной согласованности расчетных полей и данных наблюдений [92]. Это прежде всего относится к географическому распределению глубины залегания главного термоклина и наличию основных макроциркуляционных систем.

3.2. Зонально осредненные характеристики полей температуры и течений в отдельных океанах

Основное внимание при анализе зонально осредненных гидрологических характеристик уделим особенностям распределения в каждом отдельном океане. На рис. 95 представлены зонально осредненные поля температуры в Атлантическом, Тихом и Мировом океанах. Для сравнения с данными наблюдений [92] приведем дополнительно табл. 11—13, в которых представлено вертикальное распределение температуры в зонах 40—50, 20—30, 0—10° с. ш., 0—10, 20—30, 40—50° ю. ш. для Атлантического, Тихого и Индийского океанов.

В целом результаты численного эксперимента и фактические данные согласуются удовлетворительно (нужно учесть, что фактические данные — средние годовые, а эксперимент проведен для условий зимы северного полушария). Обращает на себя внимание лишь существенное их различие в зоне 20—30° с. ш. в Атлантическом океане на глубине 300—1000 м. Наличие здесь гораздо менее теплой воды в расчетных данных связано, по-видимому, с отсутствием в модели эффектов солености, существенно влияющих на поле температуры в данном районе.

Основное различие зонально осредненных полей температуры в Атлантическом и Тихом океанах заключается в монотонном повышении температуры в слое 1000—2000 м в Атлантике начиная от побережья Антарктиды примерно до 40° с. ш. В Тихом океане поле температуры более симметрично с минимумом в районе экватора в слое 1000—1500 м. В связи с этой особенностью температурных режимов двух океанов существенно различаются циркуляции в промежуточном и глубинном слоях (рис. 96) и процессы теплообмена (см. рис. 100), о чем более подробно будет сказано

ниже. Весьма важным является тот факт, что указанные особенности полей температуры прослеживаются и в натурных данных [92], причем их специфика связывается с различной динамикой промежуточных вод (верхняя граница приписывается глубине 500 м, ось — 1000 м, нижняя граница — 1500 м) и их свойствами

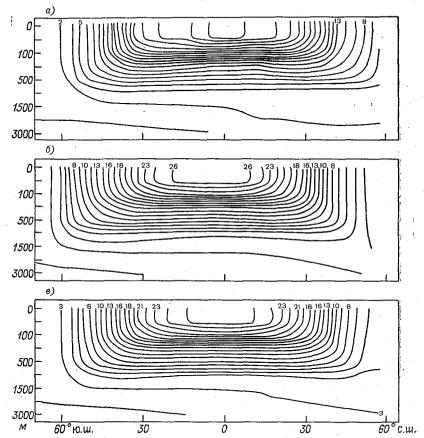


Рис. 95. Распределение зонально осредненной температуры (°C). a — Атлантический океан, δ — Тихий океан, δ — Мировой океан.

в северных районах океанов. Задача состоит в том, чтобы выяснить индивидуальные причины формирования меридиональных циркуляций.

Рассмотрим более подробно характерные особенности зонально осредненных циркуляций в отдельных океанах. Поверхностная циркуляция имеет следующие основные черты. От параллели 2,5° ю. ш. потоки направлены к средним широтам с постепенным

ТАБЛИЦА 11

Вертикальное распределение температуры (°С) в Атлантическом океане (в скобках — натурные данные (среднегодовые) [92])

Глуби- на, м	50—	40°ю. ц	ı. 30—	20°ю, ш	. 10-	0°ю. ш.	0-1	0° с. ш.	20—30)°с, ш.	40-50	∘ с. ш.
0	9,8	(8,7)	24,7	(19,7)	26,1	(26,1)	26,5	(27,2)	23,4	(23,8)	10,4	(13,1)
25	9,8	(8,4)	23,1	(19,6)	25,9	(24,9)	26,3	(26,4)	23 (2	23,5)	10,4	(12,2)
100	9,7	(7,2)	19,5	(18,0)	20,5	(18,6)	19,9	(18,2)	19,3	(21)	10 (1	0,7)
300	8,4	(4,9)	12,5	(12,4)	10,8	(10,2)	10,8	(10,6)	11,9	(16,5)	8,7	(10)
500	6,1	(3,3)	7,6	(9)	7,0	(7)	6,9	(7,6)	7,3	(13,7)	6,7	(8,8)
1000	3,0	(2,6)	3,3	(3,5)	3,2	(4,1)	3,2	(4,6)	3,2	(6,6)	3,4 (6,6)
1500	2,1	(2,3)	2,5	(3,4)	2,5	(3,8)	2,7	(4,1)	2,8	(5,2)	2,9	(5)
2000	1,4	(2,4)	1,9	(3)	2,1	(3,4)	2,3	(3,4)	2,6	(3,8)	2,6	(3,4)
3000	0,7	(1,6)	1,0	(2,6)	1,2	(2,7)	1,5	(2,7)	2,3	(2,8)	2,4	(3)

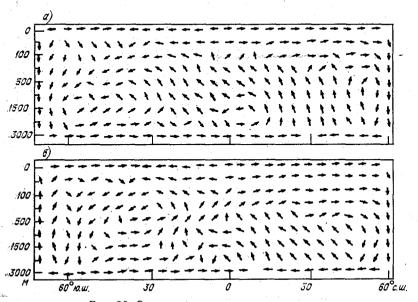


Рис. 96. Зонально осредненная циркуляция. a — Атлантический океан, δ — Тихий океан.

ТАБЛИЦА 12 Вертикальное распределение температуры (°C) в Тихом океане

Λ	19 5	(19.4)	93 9	(92.78)	26.7	(26.01)	26 R	(27)	21,0 (22,8)	6 9 (12 6
		, ,							•	
	•							, ,	21 (22,2)	
100	11,9	(9,6)	20,6	(20, 21)	22,5	(22,05)	22,4	(21,2)	19,3 (20,3)	7,0 (5,8)
300	10,3	(7,9)	14,5	(15,49)	14,3	(12,95)	14,2	(10,8)	14,3 (13)	6,9 (4,6)
500	8,6	(7,1)	10,3	(10, 35)	9,5	(8,39)	9,5	(8,1)	10,1 (8,9)	6,5 (3,8)
.000	5,0	(4,2)	4,8	(5, 26)	4,3	(4,61)	4,2	(4,7)	4,5 (4,9)	4,5 (2,9)
500	3,0	(2,9)	3,0	(3,32)	2,9	(3,14)	2,9	(3,3)	3,1 (3,6)	3,2 (2,3)
2000	2,0	(2,3)	2,2	(2,6)	2,4	(2,48)	2,4	(2,3)	2,5 (2,2)	2,8 (1,9)
3000	1.1	(1.7)	1.5	(1,91)	1.8	(1.99)	1.9	(1.8)	2,2 (1,6)	2.5 (1.6

ТАБЛИЦА 13 Вертикальное распределение температуры (°C) в Индийском океане

50—40° ю. ш.	30—20° ю. ш.	10-0° ю. ш.	0-10° с. ш.
9,9 (8,7)	24,0 (24)	27,6 (28,3)	27,0 (28,5)
9,8 (8,1)	23,8 (23,5)	27,4 (27,7)	26,8 (28)
9,6 (7,8)	20,4 (20,8)	22,6 (22)	22,7 (23,1)
8,6 (6,5)	13,8 (14,8)	14,1 (11,4)	13,3 (11,9)
7,1 (5,4)	9,4 (11,7)	9,3 (9,5)	9,3 (10)
4,0 (3,4)	4,1 (6,3)	3,8 (6,4)	3,8 (6,9)
2,5 (2,6)	2,4 (3,8)	2,3 (4,4)	2,2 (4,6)
1,6 (2,3)	1,6 (2,7)	1,6 (2,9)	1,6 (3,1)
0,8 (1,5)	0,9 (1,9)	1,0 (2)	1,1 (1,9)
	9,9 (8,7) 9,8 (8,1) 9,6 (7,8) 8,6 (6,5) 7,1 (5,4) 4,0 (3,4) 2,5 (2,6) 1,6 (2,3)	9,9 (8,7) 24,0 (24) 9,8 (8,1) 23,8 (23,5) 9,6 (7,8) 20,4 (20,8) 8,6 (6,5) 13,8 (14,8) 7,1 (5,4) 9,4 (11,7) 4,0 (3,4) 4,1 (6,3) 2,5 (2,6) 2,4 (3,8) 1,6 (2,3) 1,6 (2,7)	9,9 (8,7) 24,0 (24) 27,6 (28,3) 9,8 (8,1) 23,8 (23,5) 27,4 (27,7) 9,6 (7,8) 20,4 (20,8) 22,6 (22) 8,6 (6,5) 13,8 (14,8) 14,1 (11,4) 7,1 (5,4) 9,4 (11,7) 9,3 (9,5) 4,0 (3,4) 4,1 (6,3) 3,8 (6,4) 2,5 (2,6) 2,4 (3,8) 2,3 (4,4) 1,6 (2,3) 1,6 (2,7) 1,6 (2,9)

снижением интенсивности; минимума меридиональная компонента скорости достигает на 37.5° . Далее, в северном полушарии интенсивность потоков вновь увеличивается без изменения знака меридиональной компоненты, а в южном поток меняет знак и направлен к экватору: в Тихом океане — до Антарктиды, в Атлантике — до 65° ю. ш., где он опять меняет знак. Если течения в верхнем слое 0-100 м почти одинаковы для обоих океанов на всем протяжении от 60° с. ш. до 60° ю. ш., то движения в проме-

жуточном и глубинном слоях заметно различаются.

В Атлантике прослеживается распространение с юга на север глубинных холодных вод примерно до 30° с. ш. и промежуточных вод с севера вплоть до южной границы. В Тихом океане обмен водными массами в промежуточном и глубинном слоях между полушариями отсутствует. Обращает на себя внимание более узкое вытянутое по вертикали кольцо циркуляции в слое 500—2000 м в Северной Атлантике с хорошо выраженным подъемом вод вблизи 45—50° с. ш. и довольно размытое — в соответствующем районе Тихого океана. Наконец, можно отметить существование двух обособленных макроциркуляций в южном полушарии в Тихом океане и одной, трехъядровой, — в Южной Атлантике. В связи с этим у берегов Антарктиды формируются нисходящие вертикальные движения в Атлантическом океане и восходящие — в Тихом.

Указанные особенности циркуляции в меридиональной плоскости являются отражением специфики зонально осредненных полей температуры, сформированных под действием внешних факторов в условиях реальной географии океанов. По-видимому, основной механизм блокировки межэкваториального обмена в Тихом океане связан с формированием вытянутой по вертикали циркуляции (по часовой стрелке) у берегов Антарктиды, ослаблением за счет этого направленного на север потока глубинных вод и в результате встречи их с глубинными водами северного полушария в экваториальном районе. Поскольку процесс подъема глубинных вод происходит в экваториальном районе Тихого океана (в Атлантическом океане — в средних широтах), он приобретает более сложную структуру по вертикали без определенного выхода в каполушарий. Таким образом, происходит некий кое-либо из «захват» движения в экваториальном районе и блокировка обмена водными массами между северным и южным полушариями в Тихом океане. Вероятно, подобная блокировка межэкваториального обмена может произойти в Атлантическом океане при усилении направленного к экватору меридионального потока глубинных вод северного полушария за счет нарушения структуры циркуляции в Северной Атлантике, так же как и при изменении характера вертикальных движений у берегов Антарктиды.

Интересные особенности прослеживаются также в поле средней зональной составляющей скорости \bar{u} , приведенном на рис. 97 для

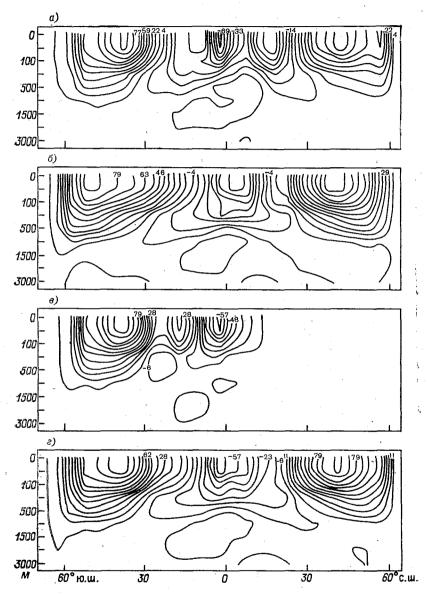


Рис. 97. Зональная составляющая скорости \overline{u} .

a — Атлантический океан (\times 0,49·10⁻¹ см/с); b — Тихий океан (\times 0,51·10⁻¹ см/с); b — Индийский океан (\times 0,56·10⁻¹ см/с); c — Мнровой океан (\times 0,46·10⁻¹ см/с).

Атлантического, Тихого, Индийского и Мирового океанов. В целом, для структуры зональных потоков присущ трехслойный характер в тропических областях, двуслойный в средних и низких широтах океанов и однослойный лишь в ближайших к Антарктиде точках. В верхней части океана примерно до глубины 1000 м расположены зональные течения с существенным вертикальным градиентом скорости, направленные в средних широтах на восток. а в тропических — на запад, а под ними располагаются противоположно направленные потоки. Поверхность раздела заглубляется от экватора в сторону высоких широт монотонно, но с различными градиентами в Атлантическом (более резко) и Тихом океанах.

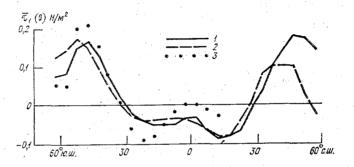


Рис. 98. Зональная составляющая напряжения трения ветра $\bar{\tau}_1(\theta)$ на поверхности океана.

1 — Атлантический океан, 2 — Тихий океан, 3 — Индийский океан.

и немонотонно (с локальным минимумом на 25° ю. ш.) в Индийском. Отметим, что общий характер меридиональных движений во внеэкваториальной зоне качественно хорошо согласуется с результатом численных экспериментов с зонально осредненной моделью океана [26, 30].

Наряду с наличием общих черт структуры зональных течений в каждом из трех океанов имеются и качественные их особенности. Обращает на себя внимание различный характер движений в тропической зоне. В верхнем слое Атлантического океана выделяется трехядровое течение западного направления с максимальными по модулю скоростями на 20° ю. ш, 5° ю. ш. и 15° с. ш. В тропической зоне Тихого океана существует западное течение — одноядровое с максимальными скоростями примерно на экваторе. В верхних слоях Атлантики зональные потоки сопровождаются интенсивным восходящим движением между экватором и 5° с. ш., скорость которого в несколько раз выше, чем в Тихом океане. Отмеченное расхождение связано с особенностями распределения, во-первых, зонально осредненной компоненты напряжения трения ветра $\bar{\tau}_1(\theta)$ на поверхности океанов и, во-вторых, градиентов поверхностной

температуры (рис. 98, 99). На рис. 99 виден хорошо выраженный максимум поверхностной температуры на 2,5° с. ш. в Атлантическом океане и почти нулевой ее градиент между 10° ю. ш. и 10° с. ш. в Тихом.

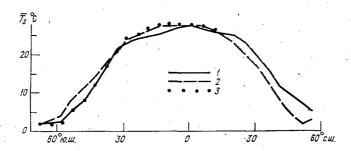


Рис. 99. Зонально осредненная температура $\overline{T_s}$ (°C) поверхности океана.

1 — Атлантический океан, 2 — Тихий океан, 3 — Индийский океан.

В Индийском океане наблюдается качественно иное поведение зонального потока восточного направления: в отличие от Атлантического и Тихого океанов поток является двухядровым с максимальными скоростями на 40 и 20° ю. ш. Это, вероятно, связано с особенностями поля ветра на поверхности Индийского океана.

3.3. Перенос тепла в океанах в меридиональной плоскости

Для анализа полученных в модели переносов тепла в меридиональной плоскости введем некоторые характеристики процесса теплообмена. Рассмотрим уравнение, описывающее эволюцию тепла в области Ω^h , составленной из «прямоугольников» на сфере и аппроксимирующей Ω , с границей Γ^h , состоящей из отрезков, параллельных осям λ , θ :

$$H \frac{\partial T}{\partial t} + Hmu \frac{\partial T}{\partial \lambda} + Hnv \frac{\partial T}{\partial \theta} + w_1 \frac{\partial T}{\partial z_1} = \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial z_1} v_T \frac{\partial T}{\partial z_1} + Hnv \frac{\partial}{\partial \lambda} \mu_T \frac{\partial}{\partial \lambda} + mn \frac{\partial}{\partial \theta} \mu_T q \frac{\partial}{\partial \theta},$$

$$u = \tilde{u} + u', \quad v = \tilde{v} + v',$$

$$w_1 = \int_{-1}^{1} m \left[\frac{\partial u'H}{\partial \lambda} + n \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v'H}{m} \right) \right] dz_1, \quad (3.3.1)$$

$$\partial T/\partial n_1 = 0$$
 на Γ^h , (3.3.2)

$$T = T_s$$
 при $z = 0$,

$$\frac{\partial T}{\partial n_t} = 0 \quad \text{при } z = H. \tag{3.3.3}$$

Представим вектор скорости и температуру в виде зональных средних и отклонений от них:

$$T = \overline{T} + T'', \ \overline{T} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} T \ d\lambda,$$
$$u = \overline{u} + u'', \ v = \overline{v} + v'',$$
$$w_1 = \overline{w}_1 + w''.$$

Интегрируя (3.3.1) с учетом (3.3.2), получим:

$$\frac{H}{mn} \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H \overline{v} \overline{T}}{m} + \frac{H \overline{v''} \overline{T''}}{m} - \mu_T q H \frac{\partial \overline{T}}{\partial \theta} \right) +
+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\overline{W}_1 \overline{T}}{mn} + \frac{\overline{w}_1'' \overline{T''}}{mn} - \frac{1}{Hmn} v_T \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} \right) = 0.$$
(3.3.4)

Первые слагаемые в обеих скобках представляют собой средние потоки тепла, переносимые течениями соответственно в меридиональном и вертикальном направлениях, вторые слагаемые — вихревые потоки, третьи — диффузионные. На рис. 100, 101 представлены полные меридиональные и вихревые переносы в каждом слое (сумма первых двух слагаемых в первой скобке и второе слагаемое отдельно, умноженные на размер поперечного сечения океана в плоскости θz и глубину слоя) в каждом из океанов и в Мировом океане в целом. Хорошо прослеживается трехслойная структура меридиональных переносов с нижними границами, лежащими на глубинах примерно 300, 1500 и 4000 м.

В верхнем слое во всех трех океанах полные потоки тепла, переносимые течениями, направлены от экватора к полюсам с постепенным заглублением осей максимальных значений по мере удаления от экватора. В Атлантическом океане имеются три ярко выраженных локальных максимума переноса тепла в северном полушарии и два — в южном, в Тихом океане по два в каждом полушарии (причем вторые локальные максимумы выражены довольно слабо и располагаются на 22,5° с. ш. в слое 100—300 м и на 52,5° ю. ш. в слое 500—1000 м). Если рассмотреть зонально осредненную температуру поверхности океана (см. рис. 99), то в северном полушарии в Атлантическом океане можно выделить три области с различными значениями ее градиента: 60—40,

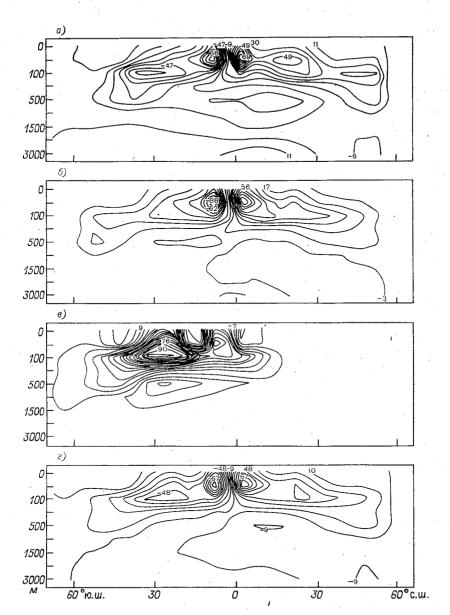


Рис. 100. Полный меридиональный перенос тепла течениями через зональное поперечное сечение.

a — Атлантический океан (\times 0,15·10¹³ кал/с); δ — Тихий океан (\times 0,3·10¹³ кал/с); δ — Индийский океан (\times 0,1·10¹³ кал/с).

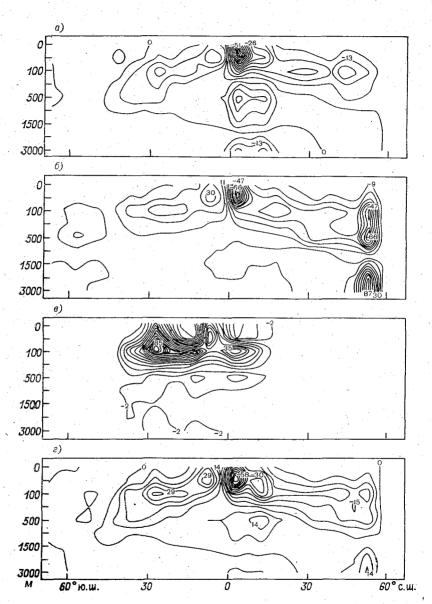


Рис. 101. Вихревой перенос тепла течениями.

a — Атлантический океан (×0,73·10¹² кал/с); δ — Тихий океан (×0,53·10¹² кал/с); s — Индийский океан (×0,25·10¹² кал/с); s — Мировой океан (×0,13·10¹³ кал/с).

40-25. $25-0^{\circ}$ с. ш., в Тихом океане — две основные области: 52.5-20 и $20-5^{\circ}$ с. ш. Внеэкваториальные максимумы переноса примерно в окрестности изменения градиента; тепла лежат в районе экватора процессы, по-видимому, в большей степени определяются напряжением трения ветра. Существенным изменением градиента поверхностной температуры объясняется и формирование локального максимума в Южной Атлантике. лежашего на 32.5° ю. ш. в слое 100—300 м. Влияние напряжения трения ветра помимо экваториального района сказывается в средних и высоких широтах в слое до 100 м. Им обусловлены изменения знака потоков тепла с небольшими положительными максимумами примерно на 45° ю. ш. в обоих океанах и уменьщение положительного переноса севернее 35° с. ш. с локальным минимумом на 37,5° с. ш. в Атлантике. Особо следует отметить резкое ослабление отрицательного переноса в экваториальном районе Индийского океана, возникновение положительного потока тепла между 10 и 20° ю. ш. в слое до 100 м и усиление отрицательного переноса на 25° ю. ш. в слое 100—300 м.

Основными особенностями процессов переноса тепла в промежуточном слое, как было ранее указано, являются обмен теплом между полушариями в Атлантическом океане и блокировка его в Тихом океане в районе экватора. Укажем здесь еще одну из возможных причин данного явления. Из рис. 100 а видно, что переносу тепла к югу в промежуточном слое Атлантического океана соответствует наличие там трех локальных минимумов потока тепла, существование которых связано с максимумами, расположенными ниже и выше. Поэтому представляется также возможным механизм блокировки переноса тепла и в районе экватора в Атлантическом океане, связанный с уничтожением (или достаточным ослаблением) локальных максимумов переноса тепла в верхнем слое в Северной Атлантике под действием внешних факторов (например, сглаживания меридиональных градиентов поверхностной температуры).

Перенос тепла в нижнем слое в каждом из трех океанов также имеет свои специфические черты. В Атлантическом океане у берегов Антарктиды происходит формирование холодных глубинных вод, которые затем переносятся до 30° с. ш. В Индийском океане, скорее, нужно говорить о несколько обособленном от процессов, протекающих в Антарктиде, переносе тепла течениями в глубинном слое с намечающейся блокировкой в районе экватора и, следовательно, с обратным наклоном оси переноса по сравнению с Атлантикой. В Тихом океане (в южном полушарии) наблюдается ситуация, подобная ситуации в Индийском океане, но с полной блокировкой переноса тепла в районе экватора. На формирование процессов в глубинном слое океанов решающее влияние оказывает структура полей у берегов Антарктиды и у северных границ

океанов.

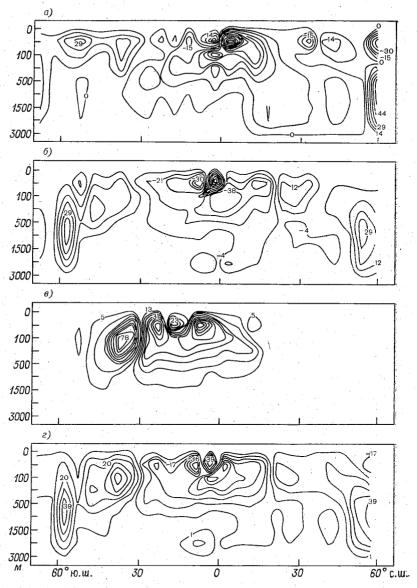


Рис. 102. Полный вертикальный перенос тепла течениями через горизонтальное поперечное сечение.

a — Атлантический океан (×0,12·10¹³ кал/с); δ — Тихий океан (×0,25·10¹³ кал/с); s — Индийский океан (×0,67·10¹² кал/с); ε — Мировой океан (×0,25·10¹³ кал/с).

Рассмотренные особенности полного меридионального переноса тепла почти идентичны и для его средней зональной составляющей $H\overline{v}T/m$ (совпадают знаки и близки абсолютные значения). Вихревая компонента, почти всюду имеет обратный знак и примерно в 3 раза меньше полного меридионального переноса в Атлантическом океане, в 5 раз — в Индийском и в 7,5 раз — в Тихом (см. рис. 101). Интересно отметить, что средний локальный максимум в поле средней зональной составляющей в верхнем слое Атлантического океана в северном полушарии отсутствует.

В заключение рассмотрим полный перенос тепла по вертикали (сумма первых двух слагаемых во второй скобке (3.3.4)) (рис. 102). Наиболее сложная картина обмена теплом, переносимым течениями в вертикальном направлении. в районе экватора, где расположены их максимальные значения. Сравнивая представленные рисунки, можно заметить принципиально различный характер вертикального обмена теплом в самых высоких широтах южного и северного полушарий. В Южной Атлантике перенос тепла от поверхности до дна осуществляется в узкой полосе около побережья Антарктилы и блокируется переносом тепла в отрицательном направлении в промежуточном слое в средних широтах. В Тихом океане вблизи Антарктиды тепло переносится от дна к поверхности, а в средних широтах — в обратном направлении в сужающейся ко дну клиновидной области. Интересен процесс вертикального переноса тепла и у северных границ Атлантического и Тихого океанов. Из рис. 96 видно, что в обоих случаях наблюдается опускание вод в этих районах, однако полный перенос тепла у северной границы Атлантического океана характеризуется отрицательными значениями в слое от 25 до 300 м. Это означает доминирующее влияние вихревого переноса на процессы теплообмена в данном районе. В аналогичном районе Тихого океана средний вертикальный поток тепла существенно превышает вихревой.

3.4. Поля температуры и горизонтальная циркуляция в Мировом океане

Горизонтальные поля температуры, представленные на рис. 78—86, дают общую картину ее пространственного распределения от поверхности до дна, согласно результатам численного интегрирования модели на срок 210 лет.

Температура на первом расчетном уровне (25 м) очень близка к заданной на поверхности (см. рис. 78); разность их равна примерно 0,1—0,3°С. Исключение составляют западные берега океанов, где эта разность равна приблизительно 0,5—0,6°С в полосе 10—30° как южного, так и северного полушарий (у западного

берега Тихого океана на 27,5° ю. ш. она достигает 0,8°C). Это обусловлено динамикой течений: именно в указанных районах отмечается большая их интенсивность. Отчетливее области значительных градиентов температуры у западных берегов океанов начинают проявляться на следующих горизонтах (100 и 300 м). где разница температур в соседних точках сеточной области составляет примерно 4—5°C. Характерной особенностью горизонтального поля температуры является наличие примерно на широте 30° в обоих полушариях у восточных берегов океанов на глубине 300 м максимумов, а на глубине 1000—1500 м минимумов. В районе экватора хорошо выражен минимум температуры на глубинах 300, 500 и 1000 м, в то время как на уровне 100 м он лишь намечается. Глубже, на уровнях 2000 и 3000 м, наблюдается почти зональное распределение температуры. Следует отметить, что наибольшие отклонения от зонального распределения наблюдаются в расчетных полях температуры на горизонтах 300 и 1000 м.

Рассмотрим более внимательно структуру поля температуры по горизонтам от поверхности океана до дна. На уровне 25 м поде температуры почти совпадает с заданным на поверхности, что связано с большим коэффициентом вертикальной турбулентной диффузии (до 15 cm²/c). Несколько отличаются лишь западные области океанов, где под действием динамики прибрежных течений локальные градиенты увеличиваются. На глубине 100 м происходит дальнейшее увеличение градиентов в указанных районах, в то время как в остальной акватории изолинии температуры выпрямляются и поле приобретает более зональный характер. Далее, на 300-метровой глубине в районе экватора формируется зона минимальных температур, обусловленная глобальным апвеллингом, с региональными максимумами у восточных берегов океанов примерно на широте 30°. Полю температуры на этой глубине присуще увеличение незональной компоненты. На следующем расчетном уровне (500 м) зональные градиенты температуры уменьшаются (подобно ситуации на уровне 100 м), а на горизонте 1000 м ее распределение опять приобретает незональный характер, причем на месте максимумов, имевшихся на глубине 300 м, появляются минимумы, а максимумы смещаются в более высокие широты вдоль восточных берегов океанов. Ниже, на глубинах 2000 и 3000 м поле температуры становится близким к зональному. Анализируя горизонтальные поля, интересно отметить следующую тенденцию пространственной изменчивости температуры: в верхнем слое в распределении тепла по оси в доминирует самая длинная волна (с одним максимумом в районе термического экватора); на глубине 300 м — суперпозиция двух волн; на 1000 м — трех волн; на 1500 м — двух волн; на 2000 и 3000 м распределение приобретает линейный характер. Наиболее ярко указанная тенденция выражена в акватории Тихого океана.

Карты течений на расчетных горизонтах представлены на рис. 87—94. На уровне 25 м хорошо прослеживаются основные макроциркуляционные системы в Атлантическом, Индийском и Тихом океанах, а также Течение Западных Ветров (Антарктическое Циркумполярное). Обращает на себя внимание значительная дивергенция течений в районе экватора в Атлантическом и Тихом океанах и довольно слабая— в Индийском. Она отражает глобальный апвеллинг в экваториальной зоне, прослеживающийся на схемах зонально осредненной циркуляции (см. рис. 96). Зона конвергенции с осью, расположенной примерно на 40° ю. ш. (пожалуй, более отчетливо выраженная в Индийском океане), сопро-

вождается опусканием вод в этом районе.

Циркуляция вод в верхнем слое океана в большей мере определяется распределением напряжения трения ветра на поверхности океана, которое и обусловливает формирование экваториального апвеллинга в верхнем примерно 100—300-метровом слое океана и переноса тепла в меридиональном направлении с ярко выраженными экстремумами противоположного знака в Атлантическом и Тихом океанах (см. рис. $100 a, \delta$). По мере движения в глубь океана, на глубине 100 и 300 м, горизонтальная циркуляция ослабевает: в связи с этим меридиональная компонента прибрежных течений у западных границ океанов становится все больше, и течения более плавно обтекают материки. На уровне 300 м в Атлантическом океане формируется Экваториальное Противотечение, связанное с усилением возвратной ветви североатлантического антициклонического круговорота. На горизонте 500 м в Атлантическом океане хорошо выражен поток вод из его северной части, пересекающий экватор и достигающий 40—50° ю. ш., в то время как в обоих полушариях Тихого океана движение имеет практически зональный характер. На глубине 1000 м меняют знак макроциркуляции в Тихом и Индийском океанах и экваториальные течения. Горизонты 1500 и 2000 м у западных берегов океанов характеризуются течениями обратного направления по отношению к поверхностным. Интересна картина горизонтальной циркуляции на последнем расчетном горизонте (3000 м). Видно распространение глубинных вод примерно до 30° с. ш. в Атлантическом океане вдоль восточного берега Южной Америки и затем вдоль западного берега Африки. В целом картина глубоководного движения складывается под действием опускания вод у побережья Антарктиды в Южной Атлантике (см. циркуляцию вод в зональной плоскости, рис. 96), движения вод на север вдоль Южной Америки и далее, как было указано выше, а через пролив Дрейка — в Тихий океан и затем в Индийский.

В заключение обсуждения результатов геофизического эксперимента по расчету зимнего климата Мирового океана с помощью численного интегрирования модели на срок 210 лет физического времени еще раз отметим, что он был проведен с начального

состояния, характеризующегося отсутствием движения (u=v=0) и безразличной температурной стратификацией ($T=4\,^{\circ}$ C). В результате эксперимента получены квазиустановившиеся поля течений и температуры, обусловленные напряжением трения ветра на поверхности океана и заданной на поверхности температурой.

Анализ полученного решения в целом позволяет констатировать качественное соответствие рассчитанных полей течений и температуры современным представлениям, сформированным на основе натурных данных. Основное внимание при анализе численного решения было сосредоточено на общих чертах и особенностях формирования зонально осредненных характеристик в отдельных океанах. Обобщить результаты можно следующим образом.

1. Для всех трех океанов характерна трехслойная по вертикали структура процессов динамики и теплообмена с преобладанием средней зональной компоненты (вклад отклонения от среднего зонального движения меньше в 3; 5 и 7,5 раз соответственно

для Атлантического, Индийского и Тихого океанов).

2. Характер процессов тепломассообмена принципиально различен в промежуточном и глубинном слоях Атлантического и Тихого океанов; верхнем слое Индийского океана, с одной стороны, и Атлантического и Тихого, с другой; у побережья Антарктиды в районе Атлантики, с одной стороны, и в районе Тихого и Индийского океанов, с другой. Своеобразные черты в каждом из трех океанов имеет зональное движение в районе

экватора.

- 3. Для Атлантического океана характерен беспрепятственный обмен в промежуточном и глубинном слоях моментом импульса и теплом между северным и южным полушариями. В Тихом океане в районе экватора происходит блокировка обмена. Механизм блокировки определяется спецификой процессов циркуляции в меридиональной плоскости в высоких широтах и взаимным расположением макроциркуляционных ячеек, формирующихся под действием меридионального градиента поверхностной температуры. По-видимому, справедлив следующий вывод: если одна из ячеек доминирует, то имеет место обмен теплом и моментом импульса через экватор; если обе ячейки примерно одинаковы по размеру и интенсивности и расположены почти симметрично относительно экватора, то формируется более сложная по вертикали структура движения и происходит блокировка тепломассообмена.
- 4. Процесс глобального экваториального апвеллинга в верхнем 100—300-метровом слое океана в большей степени связан с напряжением трения ветра на поверхности океана. Это подтверждают более ранние результаты, полученные с помощью двухмерной меридиональной модели термохалинных движений в океане [26].

5. Основные черты переноса тепла в верхнем 100-метровом слое океана решающим образом определяются динамикой протекающих здесь процессов, обусловленных влиянием атмосферы (в нашем случае влиянием температуры поверхности и напряжением трения ветра). Для атмосферных источников характерна сезонная изменчивость, в связи с чем картина тепломассообмена в верхнем слое может существенно измениться при учете сезонного хода (особенно в отношении локальных экстремумов потока тепла в районе экватора).

3

часть ІІІ

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

ГЛАВА 1

КРУПНОМАСШТАБНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

1.1. Роль атмосферы в формировании крупномасштабной динамики океана

Основная часть крупномасштабных движений в океане формируется под влиянием атмосферных процессов различных временных и пространственных масштабов. Их альтернативой могут служить лишь отдельные явления, такие, как приливные волны, вызываемые силами притяжения небесных тел; процессы распреснения за счет втока речной воды (крупномасштабный эффект, связанный с воздействием на кромку льда, значителен, по-видимому, лишь в Арктике); уединенные волны типа цунами, возникающие под действием источника на дне океана (вулканического или тектонического происхождения); вертикальные движения под влиянием геотермальных потоков на дне океанов.

В данном параграфе мы рассмотрим некоторые вопросы, связанные с реакцией океана на атмосферные воздействия с точки зрения закономерностей формирования его общей циркуляции. Изложение ограничим двумя основными проблемами, касающимися формирования квазистационарного состояния океана с характерным временным масштабом порядка сотен лет и его сезонной и межгодовой изменчивости. Именно выделенные временные интервалы движений наиболее существенны в задаче крупномасштабного взаимодействия атмосферы и океана.

Остановимся сначала на особенностях квазистационарных (климатических) режимов океана. В основном нас будут интересовать процессы формирования главного термоклина в океане, макроциркуляционных систем и теплообмена в меридиональной плоскости в глубинах океана. Внешними факторами, формирующими движение в глубинах океана, можно считать динамическое

воздействие вертикальных скоростей на нижней границе экмановского слоя трения и термическое взаимодействие, обусловленное двумя основными причинами: пространственным распределением потока тепла на поверхности и процессами глубокой конвекции, ответственными за образование холодных глубинных вод океана.

Задача изучения формирования термоклина в океане состоит в описании закономерностей вертикальной структуры температуры и плотности и является одной из центральных в океанографии. Теоретические оценки и исследования проблемы [52, 90], а также ряд численных экспериментов [45, 46, 90] показали, что в создании вертикальной термической и плотностной структуры равноправное участие принимают процессы динамики и крупномасштабного турбулентного обмена. Океан осуществляет основной прием и аккумуляцию солнечной энергии: на одних и тех же широтах он поглощает примерно на 30—50 % больше тепла, чем континент. Поступающее на поверхность тепло определенным образом перераспределяется в океане за счет переноса течениями и процессов макротурбулентного обмена.

Выделение механизма макротурбулентного обмена позволяет изучить качественные особенности формирования термической и плотностной структуры в областях открытого океана с положительным потоком тепла на поверхности [55]. Они состоят в следующем. Термоклин, складываясь под влиянием потока тепла из атмосферы, во многом определяется совместным действием процессов горизонтальной и вертикальной макротурбулентной диффузии. Его толщина пропорциональна отношению коэффициентов вертикального (v_T) и горизонтального (μ_T) обмена, а характерное время релаксации обратно пропорционально произведению μ_T и собственного числа оператора горизонтальной диффузии, отвечающего пространственному масштабу внешнего воздействия. Если приведенной толщиной термоклина H_n считать ту, на которой градиент температуры уменьшается в π раз, то

$$H_n = \frac{L}{n} \sqrt{\frac{v_T}{\mu_T}}, \qquad (1.1.1)$$

где L — характерный горизонтальный масштаб; n — номер гармоники в разложении Фурье по спектру оператора горизонтальной диффузии; v_T , μ_T — коэффициенты соответственно вертикального и горизонтального турбулентного обмена в свободном океане (ниже слоя трения). Предполагая, что $L \approx 10^9$ см, $v \approx 1$ см²/с, $\mu \approx 5 \cdot 10^7$ см²/с, получим:

$$H_n \simeq \frac{10}{7n}$$
,

т. е. толщина термоклина составляет $\sim 1,4$ км, что хорошо согласуется с фактическими данными для умеренных широт. Масштаб-

238

ный анализ нестационарного уравнения позволяет определить характерное время формирования термоклина

$$t_n = 1/\mu_T \lambda_n$$

где λ_n — собственное число, соответствующее n-й гармонике спектра оператора горизонтальной диффузии. Поскольку

$$\lambda_n = n^2 \pi^2 / L^2,$$

то для t_n (c) получаем

$$t_n \simeq \frac{2 \cdot 10^9}{n^2},$$

и, следовательно, для n=1

$$t_{\rm i} \simeq 60$$
 лет.

Связывая пространственный масштаб явления L с характерным размером внешних термических неоднородностей, можно сделать вывод, что реакция океана на стационарное термическое воздействие на его поверхности, характерный масштаб которого равен 1000 км, состоит в формировании термоклина толщиной $\sim 1,4$ км за промежуток времени около 60 лет. Уменьшение пространственных масштабов воздействия влечет за собой уменьшение толщины термоклина и времени его релаксации. Данные рассуждения дают качественное представление о термической реакции океана на тепловое воздействие на его поверхности в области умеренных широт. Такой анализ не применим в полярных районах, где океан отдает тепло, и нуждается в учете динамических эффектов (в том числе вызванных механическим воздействием ветра, особенно в районе экватора) для уточнения количественных оценок.

Важную роль в создании собственных крупномасштабных движений в океане и в тепловом балансе системы атмосфера—океан континент играют процессы глубинной конвекции. В океане наблюдались два типа глубинной конвекции: охлаждение в шельфовой зоне с погружением плотной воды вдоль континентального склона и конвекция в открытом океане. Наиболее интересная с климатической точки зрения шельфовая конвекция связана с формированием более плотной воды в районах Гренландии и Антарктики. Существуют несколько точек зрения на природу этого процесса. Во-первых, предполагается, что глубинная конвекция развивается в зимнее время за счет льдообразования и, таким образом, осолонения вод (обычно соленость льда на 30 % меньше солености морской воды). Во-вторых, формирование донных антарктических вод связывается с осолонением в полыньях в зимнее время вблизи ледника [140]. К сожалению, отсутствие в настоящее время данных прямых наблюдений не позволяет дать количественную оценку количества образующегося в полыньях льда. Третий подход состоит в изучении вод материкового льда Антарктиды, стекающего в шельфовую зону, в качестве постоянного источника охлаждения [28, 30]. В этом случае удалось вычислить скорость образования донной антарктической воды, которая составила $(6.6 \pm 2.6) imes$ $\times 10^{12}$ см 3 /с. Данное значение оказалось близким к оценке, полученной при изучении абиссальной циркуляции Мирового океана заниженным. Можно [213] $(20 \cdot 10^{12} \text{ см}^3/\text{с})$, однако несколько налеяться, что дальнейшее натурное изучение процессов в шельфовой зоне Антарктиды позволит оценить суммарный эффект и относительный вклад трех указанных составляющих в процессы формирования глубокой конвекции. Здесь интересно отметить тот факт, что преобладающую роль играет процесс, который можно считать квазистационарным и который, по-видимому, имеет важное значение в установлении равновесного теплового и водного баланса системы атмосфера—океан—континент.

Использование гипотезы о том, что процессы формирования глубинных вол могут являться определяющим фактором в создании общей термохалинной циркуляции в Мировом океане, привело к построению известной схемы абиссальных течений Стоммела и Аронса [213]. На основе анализа распределений температуры и солености на больших глубинах (~4000 м) в различных частях Мирового океана был сделан вывод о том, что имеются две основные области формирования глубинной воды — северо-западная часть Атлантики и прибрежные районы Антарктиды. Глубинные водные массы, сформированные в этих областях, движутся в Атлантическом океане навстречу друг другу в сторону экватора. Течение концентрируется за счет β-эффекта у западных берегов океана. Два основных абиссальных потока встречаются в умеренных широтах южного полушария, образуя зональное движение восточного направления. Далее течение проникает в Индийский и Тихий океаны. В соответствии с уравнением неразрывности, на поверхности океанов возникают компенсационные течения противоположного направления. В некоторых чертах представленная схема согласуется с данными наблюдений. Так, например, на ее основе можно объяснить большую интенсивность прибрежной циркуляции у западных берегов Атлантического океана в северном полушарии, чем в южном. К северу от экватора направление поверхностного компенсационного течения совпадает с течением, образованным за счет ветрового воздействия, и усиливает его. В южном полушарии компенсационное течение ослабляет западную ветвь антициклонической макроциркуляции. Необходимо

^{*} Это, в частности, явилось причиной того, что в одном из экспериментов с совместной системой авторы в качестве граничного условия использовали в модели океана условие постоянства температуры на побережье Антарктиды, тем самым косвенно учитывая результирующий эффект конвективных процессов у материка.

отметить, что асимметрия глубинных течений связана с различной интенсивностью процессов формирования глубинных вод в северных и южных полярных районах Атлантики. Более полное понимание физики процессов глубокой конвекции и параметризация ее эффектов в моделях общей циркуляции позволит количественно оценить глубоководные течения и их роль в общем балансе водных масс Мирового океана.

Основной глобальный эффект механического воздействия атмосферы на распределения температуры и плотности в Мировом океане выражается в уменьшении глубины залегания главного термопикноклина в области экватора. Влияние ветрового воздействия более ярко проявляется в динамических характеристиках горизонтальных течений верхнего слоя океана и в структуре вертикально-меридиональных циркуляций и затем отражается в характере распределений тепла и плотности. Помимо глобального апвеллинга в районе экватора, приводящего к подъему термоклина, климатическое воздействие поля ветра проявляется в деформации полей температуры и плотности в районах колец макроциркуляций антициклонического характера в средних широтах и циклонического — в северном полушарии в Атлантическом и Тихом океанах.

Одной из важнейших характеристик квазистационарного режима является перенос тепла и массообмен в вертикально-меридиональной плоскости. Для крупномасштабного взаимодействия с атмосферой цикл тепломассообмена является решающей характеристикой совместной системы, и от того, насколько хорошо реализован его климатический фон, зависит успех модели. В обшем балансе тепломассообмена в океане значительную роль играет верхний экмановский слой [27, 115, 166] и, следовательно, напряжение трения ветра на поверхности океана. осредненное распределение ветра у земной поверхности является важной динамической характеристикой атмосферы с точки зрения его непосредственного влияния на верхний деятельный слой океана.

К сожалению, в настоящее время перенос тепла в океане изучен настолько незначительно, что мы не рискуем сделать какиелибо выводы относительно процессов его формирования. Одной из основных причин здесь является наличие больших ошибок, присущих всем известным методам экспериментальных оценок потока тепла: на основе вычисления теплового баланса на поверхности океана, расчета его по данным спутников и радиозондов, а также на основе морских измерений гидрологических полей. Другая причина, затрудняющая исследование проблемы, связана со сложностью глобальных численных моделей общей циркуляции океана, с помощью которых проводятся геофизические эксперименты. В имеющихся в настоящее время результатах расчетов характеристик глобального океана [115, 116, 166] несколько настораживают заниженные по сравнению с оценками по данным наблюдений [191] значения интегрального переноса тепла в меридиональном направлении, что может быть результатом неудовлетворительных граничных условий на поверхности океана, погрешности натурных оценок либо объясняться слабостью модели. В недавнем эксперименте Хана и Гейтца [144] достигнуто хорошее согласие модельного и наблюденного переноса тепла в южном полушарии. Авторы предполагают, что улучшение по сравнению с заниженными примерно в три раза значениями в эксперименте Брайена, Левиса [116] произошло за счет изменения глобального распределения потока тепла на поверхности. Это косвенно говорит о том, что чувствительность модели глобального океана по отношению к тепловому атмосферному воздействию значительна, если речь идет об интегральном переносе тепла. Следует иметь в виду, что здесь сравниваются две, вообще говоря, различные, хотя и чрезвычайно близкие по своему содержанию, численные модели.

Для адекватного описания процессов тепломассообмена в вертикально-меридиональной плоскости необходимо решение ряда задач, относящихся к проблеме моделирования общей циркуляции океана. Эти задачи можно разделить на две части, касающиеся вопросов физического и математического характера. С точки зрения физических аспектов проблемы основные задачи моделирования общей циркуляции океана связаны с количественным описанием динамики течений и крупномасштабных волновых процессов, а также адекватной параметризацией в моделях подсеточных движений, наиболее активно влияющих на крупномасштабные явления. Как правило, во всех моделях общей циркуляции занижены значения скоростей и расходов основных струйных течений по отношению к имеющимся данным наблюдений. Струйные течения, являясь важным элементом общей циркуляции, попадают в разряд подсеточных движений при используемых в настоящее время в моделях пространственных разрешениях. Для их адекватного описания необходим, с одной стороны, более мелкий шаг пространственной сетки (по крайней мере у западных границ океанов), с другой — глубокое понимание определяющих физических процессов. В настоящее время нет твердого представления о том, каков доминирующий характер струйных течений — нелинейный, вязкий или волновой, а также, каким образом происходит управление преобразовнием энергии на всем их протяжении как у западных материковых границ, так и после отрыва от берега в свободном океане.

В численных моделях общей циркуляции океана коэффициент вертикальной диффузии тепла выбирается обычно порядка единицы. В этом случае достаточно удовлетворительно описывается реальная геометрия термоклина, хотя в некоторых моделях его толщина превышает наблюденную. Если предположить, что при квазиравновесном режиме имеет место локальный баланс между

вертикальным переносом тепла и диффузией, то в каждой точке океана будет выполняться соотношение

$$w \frac{\partial T}{\partial z} = v_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \,. \tag{1.1.2}$$

Ограничивая рассмотрение областью свободного океана ниже слоя Экмана вдали от высоких широт, где происходит формирование глубинных вод, на основании (1.1.2) можно оценить значение коэффициента вертикальной диффузии тепла v_T . Предположим, что вертикальное движение в слое главного термоклина компенсирует нисходящее движение в полярных районах формирования донных вод. На основе натурных данных скорость формирования донных вод составляет 10^7 м³/с. Поскольку характерным масштабом по вертикали является 1 км, а

$$v_T \sim zw$$
,

то получаем, что $v_T \approx 1$ см²/с. Таково значение коэффициента вертикального обмена в средних широтах океана в слое главного термоклина. С другой стороны, непосредственные морские измерения и энергетические оценки физических процессов, вызывающих вертикальное перемешивание (мелкомасштабная турбулентность, разрушение внутренних волн, пограничные поверхностный и придонный эффекты и т. д.), дают оценку на один-два порядка ниже. В целом это является отражением того факта, что океан представляет собой устойчиво стратифицированную среду с наличием горизонтальных турбулентных пятен и незначительным верперемешиванием в основной части тикальным турбулентным свободного океана. Вероятно, существуют локальные области, в которых происходит сильное вертикальное перемешивание в течение некоторого ограниченного промежутка времени. Эти процессы вызываются нестационарными атмосферными воздействиями, такими, как штормы и тропические циклоны. В остальное время крупномасштабное турбулентное перемешивание в свободном океане носит, по-видимому, изопикнический характер: перемешивание распространяется вдоль изопикнических поверхностей. Становится очевидной необходимость постановки серии численных экспериментов с моделью изопикнического турбулентного обмена, что потребует преодоления ряда трудностей, связанных с выбором основной системы координат, сохранением устойчивости вычислительного процесса, сшиванием решений на границе, если модель общей циркуляции дополняется моделью верхнего квазиоднородного слоя.

В течение нескольких последних лет в основном усилиями советских ученых было проведено изучение проблем математического и вычислительного характера, возникающих в задачах крупномасштабной динамики океана. С математической точки зрения

специфика данных задач состоит в том, что они не относятся к классическим задачам математической физики, и поэтому их исследование даже в линейной постановке является далеко не тривиальной задачей. В настоящее время получен ряд результатов, из которых следует отметить прежде всего следующие. Доказаны теоремы существования и единственности решений для ряда стационарных моделей динамики океана [6, 43, 44]. Проведено изучение асимптотического поведения решения линейных нестационарных задач при больших временах $(t \to \infty)$ [59], что позволяет обосновать для рассмотренных случаев широко применяющийся на практике метод стационирования. Предложены различные методы построения численных моделей общей циркуляции океана на основе конечно-разностных аппроксимаций [45, 46, 49, 62, 88, 90, 114, 143, 226].

Сезонная и межгодовая изменчивость

Если при рассмотрении квазистационарных режимов общей циркуляции основные проблемы связаны с параметризацией процессов подсеточного масштаба, то при изучении сезонной и межгодовой изменчивости гидрологических полей не менее важным

является описание волнового характера движений.

Наиболее отчетливо сезонный ход проявляется в Индийском океане, где он вызван периодической перестройкой атмосферного ветрового воздействия. Самая значительная межгодовая изменчивость, отмеченная в средних широтах Северной Атлантики (колебания Гольфстрима) и в экваториальном районе Тихого океана (явление Эль-Ниньо), связана с собственной волновой природой океанской циркуляции, хотя и вызывается внешним атмосферным воздействием. В этом состоит наиболее существенная разница

между сезонными и межгодовыми колебаниями в океане.

Сезонная изменчивость представляет собой наиболее яркий вид вынужденных движений в океане под влиянием атмосферных воздействий (напряжения трения ветра, разности испарения и осадков, потока тепла). Она прослеживается по данным измерений основных гидрологических характеристик: поверхностной температуры; глубины залегания сезонного термоклина; скоростей и соответственно расходов основных течений; солености в верхнем слое океана. Сезонный ход температуры распространяется обычно до глубин 200-300 м — нижней границы сезонного термоклина. Обширный ряд натурных данных на станции Рара в Тихом океане (50° с. ш., 145° з. д.) позволяет судить об общих чертах эволюции тепла в течение годового цикла в свободном океане средних широт. Во время летнего прогрева на поступающий из атмосферы поток тепла реагирует сравнительно тонкий верхний квазиоднородный слой (ВКС), отделенный от свободного океана хорошо развитым сезонным термоклином. С началом осеннего охлаждения поверх-

ности океана возникает мелкомасштабная конвекция, усиливающая вертикальное перемешивание, в результате чего перемешанный слой углубляется, а сезонный термоклин размывается. В конце зимы — начале весны в средних и высоких широтах сезонный термоклин может быть полностью размыт, а в тропиках хотя и остается, но выражен гораздо слабее. В настоящее время имеется целая серия моделей верхнего квазиоднородного слоя океана, которые после «обучения» на реальных данных дают весьма хороший результат локального описания сезонного хода температуры. Однако дать количественный ответ о полной пространственной реакции океана на сезонное воздействие позволяет лишь включение моделей ВКС в модели общей циркуляции, а эта проблема еще ждет своего решения. Мы не будем заострять на ней наше внимание, поскольку здесь рассматриваются задачи общей циркуляции, и отошлем читателя к литературе [40, 82, 113, 196].

Основной особенностью сезонного хода температуры на поверхности океанов T_s является ее выраженный зональный характер с наименьшими амплитудами в тропической зоне ($\sim 3-4^\circ$) и наибольшими в средних широтах на 40—45° с. ш. и 30—35° ю. ш., где зональные средние составляют соответственно примерно 9 и 6°С [92]. Наряду с макрозональным характером поля T_s в нем прослеживаются и неоднородности. Локальные максимумы, сосредоточенные в районах западных интенсивных прибрежных течений, составляют ~15°C в районе Гольфстрима и до 20°C в районе Куросио. Интерес вызывает также наличие локальных максимумов у восточных берегов Атлантического и Тихого океанов (примерно 5—7°C) с обеих сторон тропической зоны минимальных амплитуд. Квазизональное распределение амплитуд поверхностной температуры связано с подобным характером сезонной изменчивости потока тепла на границе раздела атмосфера-океан; исключение составляет северная часть Индийского океана, где наибольший вклад в сезонный ход T_s вносит ветровая муссонная циркуляция атмосферы.

Более сложным является вопрос о том, чем обусловлены резкие отклонения годовых амплитуд от зональных средних у западных побережий в средних широтах и у восточных — в тропиках; являются ли они результатом прямого атмосферного влияния и какого именно (регионального «контактного» теплообмена с атмосферой или механического ветрового воздействия) либо в значительной степени связаны с волновой природой собственных крупномасштабных колебаний. Аномалии у восточных берегов тропической зоны океанов связываются с восточными ветрами, оказывающими двоякое влияние: во-первых, они приносят с материка более холодный воздух зимой и более теплый летом; во-вторых, их сезонная изменчивость вызывает соответствующее изменение интенсивности подъема холодных глубинных вол [92].

В настоящее время не имеется прямых количественных оценок сравнительного вклада двух процессов, тем не менее можно привести некоторые косвенные оценки. Очевидно, ответ на этот вопрос можно получить на основе данных наблюдений отдельных состав-

ляющих регионального баланса тепла.

В работе [189] указывается, что наиболее сильный разбаланс между потоком тепла на поверхности и его локальным изменением обнаружен в акватории экваториальной Атлантики размером $2\times 2^\circ$ с центром в точке 0° ш., 10° з. д., которая попадает в район высоких годовых амплитуд T_s . Следовательно, в данной области для баланса тепла существенное значение имеют процессы экваториального апвеллинга и вертикального (либо горизонтального) перемешивания. В экваториальном океане, по-видимому, важную роль играют все составляющие баланса, и прежде всего вертикальная адвекция и перемешивание, вызываемые ветровыми эффектами.

Увеличение пассатов в зимний сезон в тропическом океане интенсифицирует экваториальный поток и усиливает апвеллинг, что приводит к большему охлаждению поверхности. Однако экваториальный апвеллинг уменьшается под действием собственных колебаний океана — экваториальных волн Кельвина, причем суммарный эффект зависит от фазовой скорости этих колебаний и размера океана [13]. В том случае, когда волна Кельвина почти полностью уничтожает вынужденный экваториальный поток, что, по-видимому, имеет место для межгодовой изменчивости в Тихом океане, важную роль начинает играть волна Россби.

В отличие от тропического океана, в средних широтах наблюдается баланс между локальным запасом тепла и потоком на поверхности [139], поэтому одной из наиболее вероятных причин максимальных амплитуд годового хода у западных границ океа-

нов является теплообмен с атмосферой.

Сезонные колебания течений, скорее всего, связаны с динамическим атмосферным воздействием на поверхности океана. Во внеэкваториальных широтах напряжение трения ветра максимально зимой и минимально летом. По данным натурных измерений, колебания скорости поверхностных течений в Атлантике достигают 20—35 % средней скорости, а колебания полного расхода Гольфстрима — $1.5 \cdot 10^7$ м³/с, или ~ 17 % [69] среднего. Максимальные изменения наблюдаются поздней весной — летом, а минимальные — поздней осенью — в начале зимы. Соответственно меняется и положение Гольфстрима: осенью он смещается к западному берегу, а весной — в открытый океан. Измерения колебаний Куросио в Тихом океане дают похожие оценки: средняя амплитуда: колебаний скорости и расхода составляет 10—15 % и, подобно Гольфстриму, в отдельные годы может достигать 50 %. Особенностью колебаний Куросио является хорошо выраженная: полугодовая гармоника.

Наиболее ярко сезонная изменчивость проявляется в северной части Индийского океана. Она связана с изменением муссонной циркуляции: под влиянием изменения направления ветра на поверхности океана изменяет направление и Сомалийское течение: летом оно направлено на север вдоль африканского побережья, а зимой — на юго-запад. Наиболее полным из проведенных к настоящему времени исследований остается модельное изучение циркуляции вод в Индийском океане под действием сезонных изменений атмосферных условий, выполненное Коксом [123]. Кокс проводит аналогию между механизмом сезонной изменчивости структуры температуры в районе Сомалийского течения и простым затухающим осциллятором. Возникающий под действием долгого летнего муссона апвеллинг приводит вместе с увеличением максимальных скоростей течения к охлаждению верхнего слоя океана. Механизмами затухания колебаний температуры служат горизонтальная адвекция тепла и макротурбулентное перемешивание. При отсутствии затухания реакция должна запаздывать на 90° по фазе от действующей силы; на самом деле вместе с уменьшением амплитуды модельного решения вынужденные колебания становятся более близкими по фазе к вынуждающей силе. Таким образом, хотя наиболее ярко выраженной является связь сезонной изменчивости течений с ветровым воздействием, реакция океана во многом носит бароклинный характер.

Слишком скудной является в настоящее время информация о сезонной изменчивости интегрального переноса тепла как в отдельных океанах, так и в Мировом океане. Тем не менее уже имеются отдельные исследования этого вопроса с помощью численных моделей [117, 144]. Важным результатом работы [117] является выявление различного характера сезонной изменчивости потока тепла в Атлантическом и Тихом океанах под действием переменного ветра. В Атлантике в связи с хорошо выраженным бароклинным характером меридиональной крупномасштабной циркуляции изменения ветра вносят незначительный эффект. В Тихом океане изменчивость потока тепла в основном обусловлена сезонными колебаниями ветра. Это наводит на мысль о необходимости изучения в Тихом океане связи межгодовой изменчивости потока тепла с наличием межгодового атмосферного сигнала (южные осцилляции), почти такого же, как и сезонный.

1.2. Роль океана в формировании климата атмосферы и его изменчивости

Решающая роль океана в формировании климата атмосферы не вызывает сомнений. В этом параграфе мы остановимся лишь на главных аспектах воздействия океана на атмосферу в климатическом временном масштабе.

Прежде всего необходимо помнить, что океан является неограниченным поставщиком водяного пара в атмосферу. Водяной пар (и образующаяся из него облачность) является основным регулятором радиационных потоков и притоков тепла в атмосфере.

Скрытое тепло конденсации, особенно в низких широтах, как уже обсуждалось нами выше, является одним из основных источ-

ников, формирующих общую циркуляцию атмосферы.

Большая термическая инерция океана приводит к существенному уменьшению амплитуды годового хода температуры атмосферы (см., например, [182]), т. е. климат атмосферы за счет наличия океанов становится более мягким.

Географическое распределение океанов и континентов (особенно в северном полушарии) по существу определяет географию климата атмосферы. Термическая неоднородность поверхности океана и суши в сочетании с орографией зимой порождает квазистационарные волны с хорошо известными центрами действия [3, 210]; летом эта неоднородность порождает циркуляцию муссонного типа. Океан также определяет и географию источников нагревания атмосферы. Мы уже говорили о формировании источников нагревания в низких широтах, где океану принадлежит определяющая роль. В средних широтах северного полушария зимой максимум источников нагревания формируется вдоль восточных берегов континентов, где сухой континентальный воздух выходит на теплый океан, определяя потоки скрытого и явного тепла в атмосфере. В этом состоит принципиальная разница между формированием потока тепла в атмосферу от океана в низких и средних широтах. Если в низких широтах поток тепла определяется в основном поглощением океаном прямой солнечной радиации, то в средних широтах он зависит от характеристик сухого (и зимой холодного) континентального воздуха. В связи с этим можно выделить энергоактивные (в климатическом смысле) зоны Мирового океана, т. е. зоны, где наблюдается в среднем максимальная отдача тепла океаном в атмосферу. В средних широтах северного полушария эти зоны связаны с теплыми океанскими течениями — Гольфстримом в Северной Атлантике и Куросио в северной части Тихого океана [96]. Следующим фактором, существенно влияющим на атмосферу, является перенос тепла к полюсу океанскими течениями. Известно, что океан в среднем переносит тепла к полюсам примерно столько же, сколько и атмосфера [191], причем в низких широтах северного полушария основной перенос тепла к полюсу осуществляется именно океаном.

Перенос тепла океаном к полюсам играет, по-видимому, существенную роль в долгопериодных изменениях климата атмосферы. В качестве примера рассмотрим проблему изменения климата за счет изменения концентрации углекислого газа в атмосфере. Численные эксперименты с моделями общей циркуляции атмосферы (в которых океан был представлен средой с нулевой тепло-

емкостью [21, 171]) и общей циркуляции атмосферы и океана [169] показали, что отклик атмосферы на изменения концентрации углекислого газа географически неоднороден. Максимальный отклик (мы будем рассматривать для простоты только зимние условия) наблюдается в высоких широтах. Величина этого отклика определяется разными причинами: изменением альбедо земной поверхности за счет таяния льда и перемещения границы снежного покрова, дополнительным потоком водяного пара из средних широт в высокие, добавочным потоком тепла из океана через лед в атмосферу в высоких широтах, а также непосредственно потоком тепла, переносимым атмосферой и океаном к полюсам. Следует также отметить, что тепловая инерция океана является определяющим звеном времени установления квазиравновесного состояния системы атмосфера-океан при новой (например, удвоенной) концентрации углекислого газа в атмосфере. Кроме того, океан является и резервуаром, поглощающим углекислый газ из атмосферы, и, следовательно, оказывает существенное влияние на уровень концентрации углекислого газа в атмосфере. Таким образом, с точки зрения моделирования совместной циркуляции атмосферы и океана (точнее, с точки зрения изучения роли океана в формировании климата атмосферы и его долгопериодных изменений) наиболее важными характеристиками являются температура поверхности океана, перенос тепла к полюсу океанами и атмосферой (абсолютное и относительное значения этих величин), а также географическое распределение источников нагревания над океанами и вдоль восточных берегов континентов.

Первые работы по моделированию совместной циркуляции атмосферы и океана были выполнены Манабе и Брайеном [165, 164]. Трудность осуществления такого эксперимента состоит в том, что характерные времена термической релаксации атмосферы и океана отличаются на несколько порядков (ищется квазиравновесное состояние системы). В работах [165, 164] для решения этой проблемы был предложен метод, в основу которого легла идея синхронизации временных процессов в атмосфере и океане и альтернирующий метод Шварца. Суть метода заключается в следующем. Система атмосфера-океан разделяется по краевым условиям. В качестве краевого условия для атмосферы используется температура поверхности океана (и рассчитываемая по ней массовая доля водяного пара), для океана — поток тепла из атмосферы в океан, вычисляемый как остаточный член в уравнении теплового баланса на поверхности океана. Один год «атмосферного» времени соответствует тремстам годам «океанического» времени. Обмен осуществляется через время, примерно равное характерному времени процессов в квазиоднородном слое глубиной примерно 70 м, которая в данной модели принимается постоянной (это характерное время составляет приблизительно 2 недели). Чтобы синхронизировать реальные процессы в атмосфере и океане, все атмосферные характеристики, необходимые для расчета потока тепла в океане, осредняются за период 2 недели. Такая процедура (при нестационарных и непериодических решениях), по-видимому, не дает равновесного состояния (происходит медленное выхолаживание океана в зимнем полушарии и нагревание в летнем). Однако результаты эксперимента представляют несомненный интерес, если осреднение вести за период времени, много меньший характерного времени этого неравновесного процесса.

Другой подход для интегрирования систем уравнений, описывающих совместную динамику атмосферы и океана, был предложен в работе [218]. Основная идея метода заключалась в использовании для описания динамики океана только полугодовой и годовой гармоник.

Эксперимент с описанием годового хода и использованием метода синхронизации был реализован в [166]. В этом случае, как отмечают авторы, квазиравновесие состояния было получено. В целом мы можем отметить, что с математической точки зрения все предложенные методы интегрирования совместной системы атмосфера—океан являются «инженерными», т. е. математически эта проблема к настоящему времени не решена.

1.3. Роль океана в короткопериодных флуктуациях климата атмосферы

Если рассматривать характерные времена от месяца до года или нескольких лет (т. е. короткопериодные изменения климата или, другими словами, флуктуации климата, включающие в себя межгодовую изменчивость), то роль океана в атмосферных процессах с такими временными масштабами не будет столь ясной, как при анализе формирования климата атмосферы и его изменений. Поскольку главным параметром, определяющим воздействие океана на атмосферу является температура поверхности океана, то естественным путем исследования роли океана в короткопериодных изменениях климата представляется изучение роли аномалий поверхностной температуры океана в формировании атмосферных процессов. Можно предложить два направления исследования этой проблемы: 1) статистическая обработка рядов данных натурных наблюдений, позволяющих выявить корреляционную связь между аномалиями поверхностной температуры в различных районах Мирового океана и аномалиями атмосферных процессов; 2) метод численного моделирования. Оба этих направления обладают рядом существенных недостатков. Во-первых, ряды данных атмосферных и океанографических (особенно океанографических) наблюдений являются недостаточно длинными, и атмосфера плохо освещена именно над океанами. Во-вторых, статистический анализ не позволяет выявить редкие, но очень важные, атмосферные процессы типа блокирования. Что касается численного моделирования, то, по нашему мнению, необходимо ясно представлять, каким физическим процессом будет реализоваться отклик атмосферы на аномалию поверхностной температуры океана и уже тогда правильно моделировать именно этот процесс. Например, если реакцией атмосферы является блокирующая ситуация, то численная модель атмосферы должна быть, по-видимому, очень сложной как в отношении физического содержания, так и в отношении пространственного и временного разрешения, чтобы воспроизводить процесс блокирования. (Насколько сложной должна быть эта модель, мы в настоящее время еще с уверенностью сказать не можем.)

Весьма сложной представляется проблема связи аномалии поверхностной температуры океана с аномалией источника нагревания в атмосфере. Движущей силой атмосферы являются, как известно, притоки тепла, поэтому при изучении проблемы влияния аномалий поверхностной температуры океана на атмосферную циркуляцию необходимо отчетливо понимать связь между аномалиями поверхностной температуры океана и аномалиями источников нагревания. Даже расчет климатических источников нагревания (особенно по фактическим данным и над океанами) является задачей чрезвычайно сложной, не говоря уже о расчете аномалий источников. В настоящее время мы не можем сформулировать необходимые требования к численным моделям с точки зрения явного описания или параметризации процессов, ответственных за формирование аномальных источников тепла в атмосфере.

Одним из важных вопросов является вопрос о влиянии изменчивости температуры поверхности океана на изменчивость климатической циркуляции (речь идет о некоторых интегральных характеристиках атмосферной циркуляции). Частичный ответ на этот вопрос можно получить, производя длительное интегрирование системы уравнений, описывающей общую циркуляцию атмосферы, в которую включен годовой ход температуры поверхности океана, но не включена ее межгодовая изменчивость. Подобные расчеты были проведены в работе [167]. В ней использовалась спектральная модель (15 гармоник по долготе и широте) общей циркуляции атмосферы с реалистичной географией океана и материков и топографией дна океана. Потоки солнечной радиации на верхней границе атмосферы имели как годовой, так и суточный ход. Расчеты проводились на 18 лет. Анализ результатов за последние 15 лет показал, что в средних и высоких широтах модель приблизительно воспроизводит наблюденное географическое распределение изменчивости ежедневных, месячных и годовых средних значений давления и температуры на поверхности. В низких широтах суммарная изменчивость давления на поверхности в модельной атмосфере (особенно на больших временных масштабах)

оказалась меньше, чем в реальной атмосфере, что подтверждает предварительные выводы о том, что важный вклад в изменчивость в низких широтах вносят процессы с большими временными масштабами, такие, как процессы крупномасштабного взаимодействия. атмосферы и океана. Аномалии поверхностного давления и температуры на поверхности в модельной атмосфере получились подобными тем, которые связаны с осцилляциями квазистационарных волн, наблюдаемыми в реальной атмосфере, однако колебания давления на уровне моря, связанные с наблюдаемыми южными осцилляциями в Тихом океане, не воспроизводятся моделью [162]. Эти результаты не дают, правда, ответа на вопрос, насколькосущественны связи между низкими и высокими широтами в общей. изменчивости атмосферы средних широт на различных временных масштабах, а также не показывают роли аномалий температуры поверхности океана в формировании редких блокирующих ситуаций в атмосфере средних широт, о чем мы упоминали выше. Статистический анализ реальных данных [103, 149, 187, 200] также показывает, что в низких широтах связь между аномалиями поверхностной температуры и аномалиями атмосферной циркуляции прослеживается более определенно, чем в средних широтах, поэтому дальнейшее рассмотрение крупномасштабного взаимодействия атмосферы и океана мы проводим раздельно для: низких и средних широт.

Поскольку межгодовая изменчивость поверхностной температуры в низких широтах Тихого океана больше ее нормального годового хода, а в Атлантическом океане — наоборот (что является следствием различных размеров этих океанов в тропических широтах), наиболее интенсивные исследования отклика атмосферы на аномалии поверхностной температуры океана проводились для Тихого океана. Наиболее ярким примером крупномасштабного взаимодействия атмосферы и океана в низких широтах является явление Эль-Ниньо (выход теплых вод у берегов-Перу) и южные осцилляции. Явление южных осцилляций (индекс осцилляции — разность приземного давления между Дарвином и Таити) исследовалось еще в начале нашего столетия (см., например, [221]), однако лишь в последнее десятилетие этой проблеме стало уделяться пристальное внимание в связи с изучением проблемы крупномасштабного взаимодействия атмосферы и океана. В последних работах [103, 111, 200] было установлено, что явление Эль-Ниньо и южные осцилляции сильно коррелируют между собой. Прежде всего существует сильная связь между развитием Эль-Ниньо и динамикой атмосферных процессов в экваториальной области Тихого океана.

В работе [200] проведен анализ явлений Эль-Ниньо начиная с 1949 г. и показано, что в течение нескольких месяцев, предшествующих теплому эпизоду, экваториальные пассаты были сильнее. В течение октября—ноября перед развитием Эль-Ниньо эквато-

риальные аномалии пассатных ветров сменяются западным ветром в западной части Тихого океана. Весь анализ показывает миграцию аномалии поверхностной температуры океана в западном направлении — от берегов Южной Америки в центр экваториальной области Тихого океана. Максимум поверхностной температуры обычно наблюдается в апреле—июне вдоль побережья Южной Америки и в конце года около 170° з. д. Это перемещение аномалий совпадает с интенсификацией аномалий западных ветров вдоль экватора. В течение этой же зимы (следующей за началом Эль-Ниньо) в центре экваториальной части Тихого океана наблюдаются и максимальные аномалии осадков (т. е. аномалии источника нагревания). Любопытно отметить, что они сдвинуты относительно аномалий поверхностной температуры на запад.

Главным результатом проведенных исследований [103, 111, 200, 216] следует признать утверждение, что явление Эль-Ниньо есть отражение процессов планетарного масштаба. Например, если в качестве предиктора использовать среднюю аномалию поверхностной температуры океана T_s в районе $0-10^\circ$ ю. ш., 90- 180° з. д., то проявится отрицательная корреляция (—0,62) между этими аномалиями и индексом южных осцилляций (по данным за 1972—1979 гг.) со статистической значимостью 99,9 %; положительная корреляция (0,72) между аномалиями T_s и зонально осредненной температурой в тропической тропосфере на два сезона позднее (по данным за 1958—1979 гг.); отрицательная корреляция (-0.62) между аномалиями T_s и осадками во время индийского летнего муссона на один-два сезона ранее (по данным за 1868-1977 гг.); корреляция (0,67) между аномалиями T_s и скоростью увеличения концентрации СО2 на Южном полюсе через 2— $\hat{3}$ сезона (по данным за $\hat{1}965$ —1976 гг.); корреляция (0, $\hat{3}7$) между аномалиями T_s и скоростью увеличения концентрации CO_2 на ст. Мауна-Лоа через один сезон (по данным за 1958—1978 гг.) [103]. Существует также значимая корреляция между температурой поверхности океана в районе 0—10° ю. ш., 90—180° з. д. и некоторых других районах США [104].

Мы не собираемся приводить здесь результаты всех работ, посвященных этой проблеме, однако даже процитированные работы дают основание утверждать, что существует связь между состоянием Тихого океана в тропической области и глобальной циркуляцией атмосферы. Численные эксперименты, проведенные с моделями общей циркуляции атмосферы, по изучению отклика атмосферной циркуляции на аномалии поверхностной температуры в тропической области Тихого океана также показывают

значимый результат для зимнего сезона [201].

Как уже упоминалось выше, амплитуда аномалий поверхностной температуры в тропической зоне Атлантического океана меньше ее нормального годового хода, поэтому выделить аномаль-

ный сигнал в этой области много труднее, чем в экваториальной зоне Тихого океана. Результаты численного эксперимента по выяснению влияния указанных аномалий в тропической зоне Атлантического океана на циркуляцию атмосферы приведен в [183]. В этой работе предположено, что возможный механизм формирования суровых засух на северо-востоке Бразилии связан с дипольной аномалией температуры поверхности океана в тропической Атлантике — теплой аномалией на севере (15° с. ш.. 45° з. д.) и холодной — на юге (15° ю. ш., 50° з. д.). Численный эксперимент, проведенный с моделью общей циркуляции атмосферы GLAS, подтвердил эту гипотезу. Следует также отметить работу [180]. в которой анализировалась связь между теплыми аномалиями в Гвинейском заливе и засухами в Сахели. Однако исследуемые выше связи, скорее, ближе к локальным откликам атмосферы; глобальный атмосферный отклик на аномалии поверхностной температуры Атлантического океана в этих районах в цитируемых работах не исследовался.

Экваториальная часть Мирового океана является областью, где аномалии поверхностной температуры воздействуют на первичную атмосферную циркуляцию через аномалии источников нагревания. (Численные эксперименты показывают, что отклики атмосферы сильнее, если теплая аномалия температуры поверхности помещается в более теплой части океана [206].) При построении теории отклика атмосферы на аномалии источников нагревания естественно в качестве первого приближения исключить климатический шум, определяемый нестационарными короткопериодными возмущениями, т. е. рассматривать стационарную задачу, линеаризованную относительно некоторого климатического состояния. Задачи такого класса решались в работах [150, 193, 219].

Сформулируем основные результаты этих работ. Отдаленный отклик на аномалии нагревания в низких широтах возникает, если эта аномалия (или хотя бы часть аномалии) расположена в слабом западном потоке. В зимнее время наиболее сильный отклик возникает, когда аномалия расположена в субтропиках. Возмущение от аномалии источника тепла распространяется вдоль луча со скоростью, равной групповой скорости волн Россби, т. е. направленной на северо-восток от аномалии. Линия нулевой зональной скорости является критической линией, именно поэтому аномалия источника должна быть расположена в более высоких широтах по отношению к этой линии. Проведенные численные эксперименты с баротропными и бароклинными моделями показали, что возмущения имеют баротропный характер даже для бароклинной атмосферы, если источник занимает всю толщу атмосферы; в противном случае существует зависимость от вертикального расположения источника.

Рассмотрим баротропную линеаризованную задачу для функции тока [150]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_m \frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right) + \beta_m \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,$$

где

$$\beta_{m} = \frac{2\Omega}{a} \cos^{2} \varphi - \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\cos^{2} \varphi} \frac{\partial}{\partial y} (\cos^{2} \varphi \bar{u}_{m}),$$

$$x = a\lambda, \quad y = a \ln \left[(1 + \sin \varphi) / \cos \varphi \right],$$

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial x},$$

$$\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial y}.$$
(1.3.1)

В случае волновых решений и стационарных волн $\omega = 0$ мы имеем уравнение для луча

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_g}{u_g} = \frac{l}{k} ,$$

где v_g , u_g — компоненты групповой скорости. Величина групповой скорости определяется по формуле

$$c_g = 2 \frac{k}{k_s} \bar{u}_m,$$

где

$$k_s^2 = k^2 + l^2.$$

Если использовать теорию WKB приближения (теорию возмущений) для решения (1.3.1) и рассмотреть случай движения с постоянной угловой скоростью типа вращения твердого тела, т. е. положить $\bar{u}_m = a\bar{\omega}$, то в этом случае получим

$$\beta_m = \frac{2\cos^2\varphi}{a}(\Omega + \bar{\omega}),$$

$$k_s = (\varepsilon a)^{-1} \cos \varphi, \ \varepsilon^2 = \bar{\omega} \left[2 \left(\bar{\omega} + \Omega \right) \right]^{-1},$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{k_s^2}{k^2} - 1\right)^{1/2}.$$
 (1.3.2)

Поскольку

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \cos\varphi\left(\frac{dy}{dx}\right),$$

то решение уравнения (1.3.2) имеет вид

$$tg \varphi = tg \alpha \sin(\lambda - \lambda_0), \qquad (1.3.3)$$

гле $\cos \alpha = \epsilon a k$.

Формула (1.3.3) описывает большую окружность, проходящую через $\lambda = \lambda_0$, $\phi = 0$. Другими словами, в этом простом случае энергия от источника распространяется вдоль дуги большого круга с групповой скоростью

$$c_g = 2 \frac{ka\bar{\omega}}{(\varepsilon a)^{-1}\cos\varphi}$$
.

Следует отметить, что при реальных распределениях зонально осредненного \overline{u}_m мы имеем довольно близкий результат (численный эксперимент). Отметим также, что результат распространения пакета волн вдоль упомянутых лучей довольно убедительно подтверждается статистическими эмпирическими исследованиями синхронных корреляционных связей метеорологических полей (осредненных за месяцы) для различных точек земного шара [216].

В упомянутых выше работах [150, 193, 219] было также показано, что отклик атмосферы на аномалии источников нагревания имеет ярко выраженный сезонный характер. Этот вывод вытекает из предыдущего нашего замечания о том, что для отдаленного отклика необходимо, чтобы аномалия была расположена в слабом западном потоке. Для средних широт зимой характерен сильный отклик по отношению к аномалиям нагревания в тропической зоне и слабый отклик по отношению к локальному нагреванию. Внетропические области летнего полушария чувствительны к локальному нагреванию, но не реагируют на экваториальные источники нагревания. Более детально на решающей роли годового хода в чувствительности атмосферы к аномалиям поверхностной температуры океана мы остановимся при рассмотрении проблемы для средних широт.

Атмосфера средних широт в аспекте данной проблемы отличается от атмосферы низких широт принципиально тем, что аномалии поверхностной температуры океана решающим образом могут влиять только на вторичные циркуляции (циркуляцию муссонного типа, вихри, планетарную конвекцию второго рода). Нетрудно понять, что реакция атмосферы будет зависеть от местоположения аномалии не только по долготе, но и по широте. Ясная концепция роли годового хода во взаимодействии атмосферы и океана в средних широтах была изложена в [51]. Зимой в средних широтах (при характерных временах примерно в один сезон) аномалии потока тепла из океана в атмосферу определяются не аномалией температуры поверхности океана, а аномалиями температуры воздуха. На рис. 103 и 104 приведены распределения корреляций между потоками явного тепла из океана

в атмосферу, а также температурой поверхности океана и температурой воздуха, рассчитанные для января по данным ПГЭП.

В теплый сезон аномалии потока тепла из океана в атмосферу уже сильнее коррелируют с аномалиями поверхностной температуры океана [47]. Такое разделение корреляций по сезонам представляется естественным, поскольку зимой атмосфера средних широт значительно более изменчива, чем летом. Согласно результатам работы [119], аномалии поверхностной температуры океана на масштабах времени меньше 100 сут имеют энергии меньше, чем аномалии температуры воздуха; на временных масштабах больше 100 сут их энергия примерно одинакова. На рис. 105 приведено

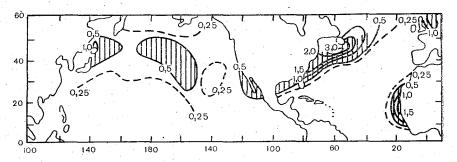


Рис. 105. Карта изменчивости (дисперсии) температуры ((°C)2) поверхности океана для северного полушария.

распределение изменчивости поверхностной температуры океана [119]. Нетрудно заметить отдельные районы, где дисперсии поверхностной температуры океана существенно выше. Эта изменчивость определяется двумя факторами: изменчивостью потока тепла через границу океан—атмосфера и изменчивостью дивергенции потока тепла океанскими течениями. К сожалению, обработка экспериментальных данных, имеющихся в настоящее время, не дает возможности получить убедительный ответ на вопрос, какова роль изменчивости океанских течений в суммарной изменчивости энтальпии верхнего слоя океана в различные сезоны (см., например, [109]). Возникает вопрос, откуда черпают энергию планетарные волны зимой в средних широтах (мы снова имеем в виду флуктуации планетарных волн с характерными временами порядка одного сезона). В работах [63, 160] при анализе ряда эмпирических данных и с помощью решения обратных задач было показано, что основным источником энергии флуктуаций планетарных волн зимой является зональная доступная потенциальная энергия, но не вихревая. Каков же вклад океана в флуктуации зональной доступной потенциальной энергии? На рис. 106 приведены составляющие баланса флуктуаций доступной потенциальной энергии [63]. Нетрудно видеть, что зимой основной вклад во флуктуации

зональной доступной потенциальной энергии вносит атмосфера над материками. Более того, на основе решения обратных задач для спектральной квазисоленоидальной модели в работе [51] было показано, что в целом зимой океан не генерирует флуктуации энергии длинных волн в атмосфере, а скорее разрушает их. С энергетической точки зрения этот парадоксальный, на первый взгляд, факт разрушения океаном флуктуаций волн планетарного масштаба не представляется таким уж странным. Действительно,

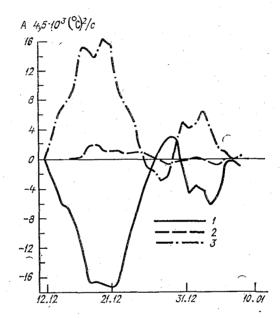


Рис. 106. Составляющие баланса флуктуаций доступной потенциальной энергии за 1964—1965 гг. [63].

1 — источники над сушей, 2 — источники над океаном, 3 — динамические факторы.

теплый океан в средних широтах способствует уменьшению зональной доступной потенциальной энергии и увеличению вихревой доступной потенциальной энергии. Поскольку основным источником планетарных волн является зональная доступная потенциальная энергия, кажется вполне вероятным, что океан будет действовать разрушающим образом на планетарные волны. Один из физических механизмов разрушения океаном волн планетарного масштаба был предложен в [50]. Этот механизм связан с образованием зимой значительных меридиональных градиентов вдоль восточных берегов континентов, так что холодный воздух течет сначала вдоль континента (развивается планетарная конвекция второго рода), а затем, после того как градиент температуры уменьшится, начинается процесс циклогенеза и холодный воздух выходит на теплый океан, прогреваясь и разрушая планетарную волну температуры. Таким образом, с этой точки зрения ключе-

выми являются процессы, развивающиеся зимой вдоль восточных берегов континентов.

Необходимо отметить, что встречающиеся иногда дипольные аномалии могут в корне изменить описанную выше картину. В теплое время года зональная доступная потенциальная энергия мала по сравнению с ее значением зимой, и существенными оказываются процессы муссонного типа. В этом смысле аномалии поверхностной температуры океана (при слабых западных потоках) уже могут создавать аномалии источников нагревания в атмосфере (т. е. аномалии потока тепла в атмосферу будут коррелировать с аномалиями поверхностной температуры океана). Поэтому реакция атмосферы на аномалии поверхностной температуры океана в теплое время года в средних широтах существенно сильнее [47, 51].

Перейдем к анализу влияния географии распределения аномалий поверхностной температуры океана в средних широтах на циркуляцию атмосферы. Несколько примеров синоптического анализа такого типа дано в [186, 125]. В конечном итоге речь должна идти о географии аномалий источников нагревания и связи этих источников с аномалиями поверхностной температуры океана. Географическое распределение климатических источников нагревания приведено на рис. 42. Нетрудно видеть, что зимой максимум источников тепла в средних широтах приходится на энергоактивные зоны океана, связанные с выносом сухого континентального воздуха на теплый океан. Вообще говоря, для анализа географического расположения областей максимального влияния аномалий источников тепла на динамику атмосферы необходимо рассматривать отношение аномалий источников тепла к их нормальному годовому ходу.

При развитии аномалии источника нагревания (в предположении малых возмущений) отклик атмосферы реализуется в основном двумя физическими механизмами — волновым процессом и простым адвективным переносом. Первый из процессов мы уже рассматривали выше. Изучение второго механизма связано с линеаризацией уравнения притока тепла относительно климатического состояния и выделения только линейной адвективной части. Наиболее рациональным для исследования этой задачи нам представляется метод построения функции Грина для нестационарных задач с помощью решения сопряженных уравнений [173]. Пусть линеаризованное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \theta'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \theta'}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \theta'}{\partial p} = \varepsilon', \tag{1.3.4}$$

где \overline{u} , \overline{v} , \overline{w} — климатические составляющие вектора скорости, θ' — возмущение потенциальной температуры, ϵ' — аномалия источников нагревания.

В качестве краевых условий примем либо условия периодичности, либо обращение компоненты вектора скорости на границе в нуль. Пусть

$$x$$
, y , $z \in \Omega$, $t \in [0, T]$, $\theta' = 0$ при $t = 0$.

Для задачи (1.3.4) на отрезке времени [0, T] в области Ω сформулируем сопряженную задачу

$$-\frac{\partial \theta^*}{\partial t} - \frac{\partial \theta^* \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial \theta^* \bar{v}}{\partial y} - \frac{\partial \theta^* \bar{w}}{\partial z} = f^*$$
 (1.3.4)

с теми же краевыми условиями и с начальным условием $\theta^*=0$ при t=T (на определении функции f^* остановимся позднее). Умножим (1.3.3) скалярно в Ω на θ^* , а (1.3.4) на θ и найдем разность полученных выражений. В результате имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} (\theta', \ \theta^*) = (\varepsilon', \ \theta^*) - (f^*, \ \theta'). \tag{1.3.5}$$

Проинтегрируем (1.3.5) от 0 до T, и с учетом начальных условий для θ' , θ^* получим соотношение

$$\int_{0}^{T} (\theta', f^*) dt = \int_{0}^{T} (\varepsilon', \theta^*) dt.$$
 (1.3.6)

Если f^* выбрать следующим образом:

$$f^* = \frac{1}{\overline{t}}$$
 при $t \in [0, \overline{t}], x, y, z \in D$,

и $f^*=0$ в противном случае, то (1.3.6) можно переписать в следующем виде:

$$\overline{\overline{\theta'}}^{\bar{t}} = \int_{0}^{T} (\varepsilon', \ \theta^*) \, dt, \tag{1.3.7}$$

В соотношении (1.3.7) слева стоит средняя по области D и за интервал времени $[0,\ \bar{t}]$ аномалия потенциальной температуры, а справа вклад в эту аномалию аномалий источников нагревания, расположенных во всей глобальной атмосфере (θ^* в этом случае играет роль функции Грина). С помощью такой техники (используя в качестве \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} реальные распределения скоростей на [0,T]) можно исследовать относительный вклад различных районов земного шара, где формируются аномалии источников, в среднюю аномалию температуры в заданном районе. Подобная задача для совместной системы уравнений переноса тепла в атмосфере и океане была решена в [64] для случая климатического распреде-

ления скоростей. В этой работе были выделены районы Мирового океана, где вклад обмена теплом между океаном и атмосферой наиболее существенен для формирования аномалий тепла над территорией ЕТС и США. Эти районы были названы энергоактивными зонами Мирового океана.

ГЛАВА 2

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯНВАРСКОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ СИСТЕМЫ АТМОСФЕРА—ОКЕАН

2.1. Описание численного эксперимента

описывающая совместную циркуляцию атмосферы и океана, построена на базе моделей общей циркуляции атмосферы и общей циркуляции океана, описанных в частях I и II. Взаимодействуя между собой, атмосфера и океан обмениваются теплом. влагой и моментом импульса. Температура на поверхности океана, которая является основным параметром, определяющим влияние океана на термодинамику атмосферы, рассчитывается из термодинамического уравнения, учитывающего перенос тепла океанскими течениями (см. часть II); при этом предполагается, что верхний квазиоднородный слой в океане имеет постоянную глубину ~100 м. Поток тепла из атмосферы в океан определяется как остаточный член в уравнении теплового баланса на поверхности океана, включающем члены, описывающие радиационный баланс, турбулентный поток тепла в атмосферу и затраты тепла на испарение.

Поскольку в данном эксперименте не рассматривалось уравнение для солености в океане, в механизме обмена между атмосферой и океаном принимались во внимание только члены, описывающие поток влаги с поверхности океана в атмосферу и сток влаги с сущи в океан.

Учет обмена моментом импульса производился путем использования в качестве верхнего граничного условия для уравнений динамики океана компонент поверхностного напряжения трения, рассчитанного в модели атмосферы. Вообще говоря, при этом необходимо учитывать скорость движения вод поверхностного слоя океана, но поскольку эта скорость значительно меньше скорости атмосферных потоков, в первом приближении ею можно пренебречь.

моделировании совместной циркуляции атмосферы и океана возникает определенная трудность, заключающаяся в том, что термические времена релаксации атмосферы и океана отличаются на два порядка. Поскольку время релаксации совместной модели должно быть не меньше максимального из этих двух времен, то прямое моделирование совместной циркуляции в вычислительном отношении представляет в настоящее время задачу практически неразрешимую. Поэтому мы в данной работе воспользовались методом, изложенным в [165]. Суть его заключается в искусственной синхронизации времен термической релаксации атмосферы и океана из условия, что один модельный атмосферный год соответствует примерно ста модельным океаническим годам. Ха-

рактерное время обмена информацией между атмосферой и океаном можно выбрать, используя характерное время перемешивания в верхнем квазиоднородном слое океана, глубина которого, как мы уже отмечали выше, в данном эксперименте считалась постоянной. Это время было принято равным примерно 14 сут. В соответствии с идеей искусственной синхронизации 14 сут океанической циркуляции должны соответствовать 0,14 сут атмосферной циркуляции. Поскольку временной шаг в океане то = = 2 cvr, a в атмосфере τ_a = = 40 мин, то обмен информа-

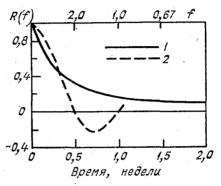


Рис. 107. Частотная реакция R(f) экспоненциального фильтра (1) и скользящего двухнедельного осреднения (2).

цией между атмосферой и океаном должен производиться после семи океанических шагов и пяти атмосферных (в модели ради удобства последнее число было выбрано равным шести).

Для того чтобы синхронизировать характерные времена обмена информацией в атмосфере и океане, необходимо осреднить все атмосферные характеристики, используемые в качестве граничных условий для системы уравнений гидротермодинамики океана, за период 14 сут. С этой целью был использован эквивалент экспоненциального фильтра [165]:

$$\tilde{q}^{\tau} = \left(1 - \frac{\Delta t}{\lambda}\right) \tilde{q}^{\tau - 1} + \frac{\Delta t}{\lambda} q^{\tau},$$

где т — номер величины во временном ряду, λ — постоянная времени (λ =7 сут), \tilde{q} — сглаженная величина, Δt — шаг по времени. Сравнительные частотные характеристики этого фильтра и скользящего двухнедельного осреднения показаны на рис. 107.

В качестве начальных данных для задачи моделирования общей циркуляции атмосферы и океана были взяты квазиравновесные состояния атмосферы и океана, рассчитанные при фиксирован-

ной температуре поверхности океана. В отличие от эксперимента, описанного в главе 3 части II, модель океана была более простой. Она включала линейные уравнения движения и содержала четыре уровня по вертикали, расположенные на глубинах 100, 500, 1500 и 3000 м.

В обсуждаемом в настоящей главе численном эксперименте счет проводился на 11 океанических лет, что составляет для атмо-

сферы срок порядка двух месяцев.

Поскольку основным параметром, определяющим в совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана изменения атмосферной циркуляции, является поверхностная температура океана, мы начнем анализ атмосферной циркуляции с анализа рассчитанных полей температуры и баланса тепла. Все характеристики атмосферной циркуляции рассчитывались осреднением за последние 20 сут.

2.2. Температура и баланс тепла в атмосфере

На рис. 108 приведено распределение зонально осредненной температуры поверхности океана, построенное по результатам расчета и по фактическим данным. Анализ распределения будет дан ниже; здесь же мы только отметим, что в результате расчета по-

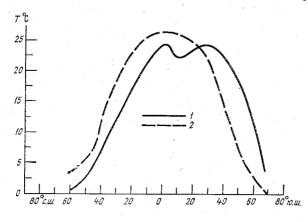


Рис. 108. Зонально осредненная температура поверхности океана. 1— результаты расчета, 2— фактические данные [203].

лучилось общее охлаждение океана в северном полушарии и в тропиках и нагревание в средних и высоких широтах южного полушария. Следствием такого результата явилось незначительное изменение градиента поверхностной температуры в северном полушарии и сильное изменение градиента в средних широтах южного полушария, что, естественно, оказало соответствующее влияние и на распределение зонально осредненной температуры атмосферы (рис. 109).

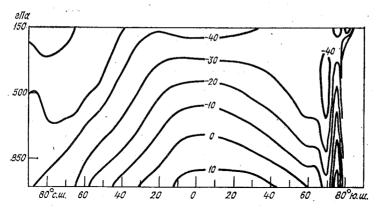


Рис. 109. Широтно-высотное распределение зонально осредненной температуры (°C), рассчитанное в эксперименте.

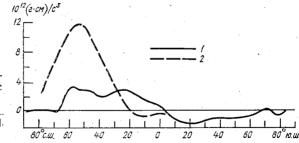


Рис. 110. Меридиональный вихревой перенос тепла.

1 — результаты расчета, 2 — фактические данные [152].

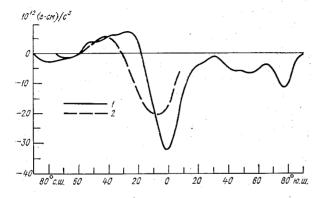
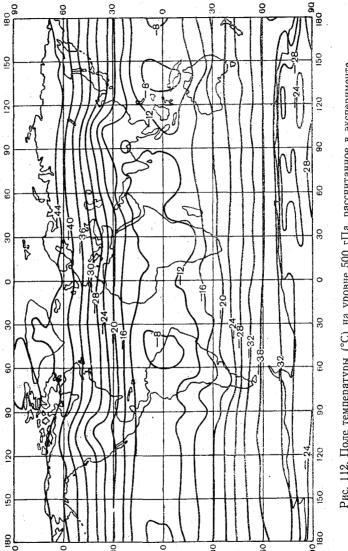


Рис. 111. Меридиональный перенос тепла стационарной циркуляцией.

1 — результаты расчета, 2 — фактические данные [152].



Рис, 112, Поле температуры (°С) на уровне 500 гПа, рассчитанное в эксперименте,

На рис. 109 мы также можем отметить выхолаживание атмосферы в северном полушарии и в тропической зоне и нагревание в средних и высоких широтах южного полушария. Максимум поверхностной температуры сдвинулся на юг, что привело к перемещению тропического пояса осадков (см. рис. 121). Уменьшение градиента температуры в обоих полушариях сделало атмосферу бароклинно более устойчивой, что привело к уменьшению вихревого переноса тепла к полюсам (рис. 110). Перенос тепла средней меридиональной циркуляцией показан на рис. 111.

На рис. 112 приведено поле температуры на уровне 500 гПа. Сравнивая этот рисунок с рис. 21, видим, что в тропической области температура воздуха получилась приблизительно на 5°С ниже, в то время как в средних и высоких широтах обоих полушарий

температура осталась практически неизменной.

Поскольку зона тропических дождей смещена в модели к югу от тропиков примерно на 10°, то в этом районе вертикальный градиент температуры над океанами близок к влажноадиабатическому и изменения температуры на уровне 500 гПа соответствуют ее изменениям у поверхности океана.

2.3. Циркуляция атмосферы и баланс энергии

На рис. 113 приведена зависимость кинетической энергии атмосферы от времени. Наибольшие изменения энергии произошли за первые две недели модельного счета. Как видно из рисунка, пол-

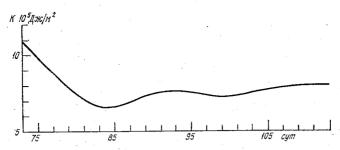


Рис. 113. Зависимость кинетической энергии атмосферы от времени интегрирования.

ная кинетическая энергия атмосферы уменьшилась, что связано с общим уменьшением меридионального градиента температуры. Произошло также уменьшение (примерно на 25 %) доступной потенциальной энергии, генерации доступной потенциальной энергии, превращения доступной потенциальной энергии в кинетическую, диссипации кинетической энергии.

На рис. 114 приведено спектральное распределение зональной и меридиональной составляющих энергии для различных уровней. Снова, как и в эксперименте с фиксированной температурой на поверхности океана, мы видим два максимума энергии: в обла-

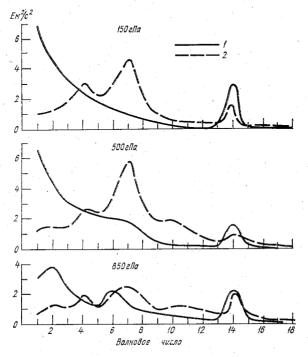


Рис. 114. Спектральное распределение рассчитанных зональной (1) и меридиональной (2) составляющих энергии.

сти длин волн синоптического масштаба и в коротковолновой области (n=14), причем наблюдается заметное относительное увеличение второго максимума. Нетрудно также заметить, что вихревая кинетическая энергия в области длинных волн и волн синоптического масштаба по существу уменьшилась. Поскольку абсо-

ТАБЛИЦА 14

		Уровень, гПа		
	150	500	850	Среднее
\bar{n}_{tt}	4,50	4,50	5,57	4,86
\bar{n}_v	6,80	7,35	8,02	7,39

лютное значение максимума в области коротких волн осталось практически прежним, то, естественно, эффективные волновые числа в данном эксперименте увеличились (табл. 14). Тот факт, что уровень кинетической энергии в окрестности волнового числа n=14 остался прежним, наводит на мысль, что причиной этого максимума все-таки являются внешние возмущения, т. е. рельеф.

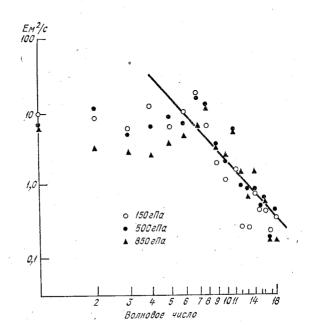


Рис. 115. Спектральное распределение вихревой кинетической энергии на 45° с. ш.

На рис. 115 приведено спектральное распределение вихревой кинетической энергии на 45° с. ш. Снова мы видим, что закон этого распределения в коротковолновом диапазоне весьма близок к закону степени — 3 (сплошная линия).

На рис. 116 показаны зонально осредненные поля зональной и меридиональной скоростей соответственно. Сравнивая эти распределения с соответствующими распределениями, приведенными на рис. 9, мы видим, что картина зональных течений северного полушария изменилась незначительно, поскольку практически незначительно изменился меридиональный градиент температуры в северном полушарии (понизились температуры в низких и высоких широтах), однако существенно уменьшилась скорость струйного течения южного полушария (поверхностная температура океана в высоких широтах южного полушария повысилась). Что касается

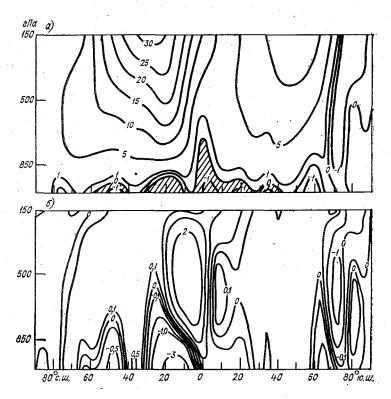


Рис. 116. Широтно-высотное распределение зонально осредненных зональной (a) и меридиональной (δ) компонент скорости.

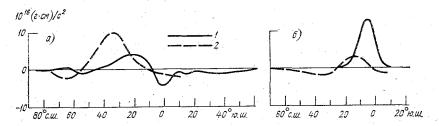


Рис. 117. Меридиональный перенос момента импульса: вихревой (a) и за счет стационарной циркуляции (b).

1 — результаты расчета, 2 — фактические данные [152].

средней меридиональной циркуляции, то в целом в северном полушарии она сохранилась, хотя можно заметить, что интенсивность обратной ячейки Ферреля несколько уменьшилась и соответственно увеличилась интенсивность прямой ячейки Гадлея в низких широтах. Интенсивность ячейки Ферреля в южном полушарии, естественно, понизилась значительно, что связано с ослаблением бароклинной неустойчивости атмосферы вследствие общего уменьшения меридионального градиента температуры. Соответственно уменьшился вихревой перенос момента импульса к полюсам

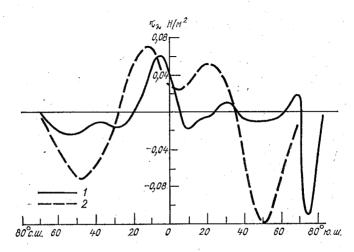


Рис. 118. Зонально осредненное распределение λ-составляющей касательного напряжения трения.

1 — результаты расчета,
 2 — фактические данные [152].

(рис. 117 a). Перенос момента импульса средней циркуляцией в низких широтах изменился незначительно, в то время как в средних широтах он уменьшился существенно в связи с уменьшением интенсивности ячейки Ферреля (рис. 117δ).

На рис. 118 приведены распределения зонально осредненной λ — компоненты приземного напряжения трения $\bar{\tau}_{\lambda}^{\lambda}$, построенные по результатам эксперимента и по фактическим данным. Ослабление зональной циркуляции в южном полушарии вызвало соответствующее уменьшение приземного напряжения трения, особенно заметное в низких широтах, где сказалось также и перемещение к югу максимума поверхностной температуры океана.

На рис. 119 показано поле приземного давления, приведенного к уровню моря. Структура поля практически не изменилась по сравнению с приведенной на рис. 47. Следует отметить некоторое углубление центров низкого давления над Южной Америкой, Южной Африкой и Австралией.

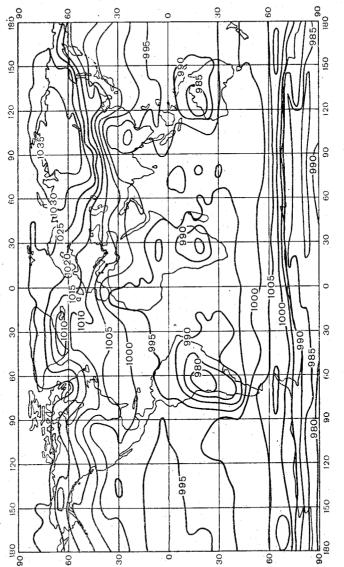


Рис. 119. Поле приземного давления (гПа), приведенного к уровню моря.

2.4. Перенос влажности. Гидрологический цикл

На рис. 120 приведены распределения меридионального переноса массовой доли водяного пара к полюсу вихревыми движениями и средней меридиональной циркуляцией. Снова можно отметить, что

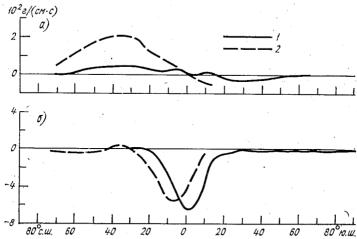


Рис. 120. Меридиональный перенос влаги: вихревой (a) и за счет стационарной меридиональной циркуляции (б).

1 — результаты расчета, 2 — фактические данные [152].

вихревой перенос влаги к полюсу существенно занижен (даже по сравнению с экспериментом, описанным в части I).

На рис. 121 показаны распределения зонально осредненной ин-

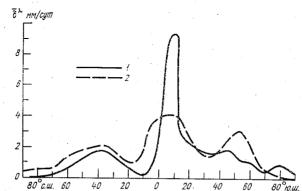


Рис. 121. Зонально осредненное распределение интенсивности осадков.

I — результаты расчета, 2 — фактические данные [152].

тенсивности осадков, построенные по расчетам в совместной модели и по фактическим данным [152]. Полученное в эксперименте распределение качественно и количественно похоже на то, что рассчитано в эксперименте 1, описанном в главе 4. Вместе с тем

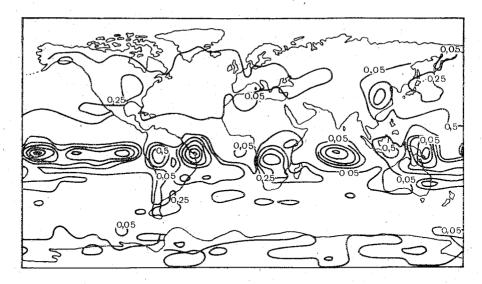


Рис. 122. Поле осадков (см/сут), рассчитанное в эксперименте.

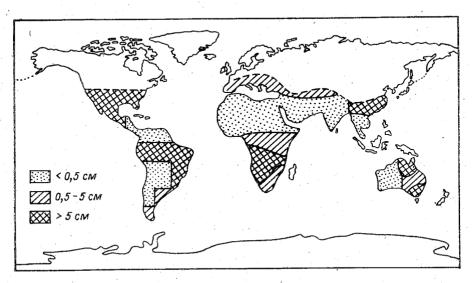


Рис. 123. Поле влагозапаса W (см) почвы, рассчитанное в эксперименте. Штриховая линия — граница снежного покрова.

анализ температуры поверхности океана показывает, что за счет подъема холодных вод в экваториальной области произошло ее понижение, что привело к некоторому уменьшению осадков над океаном и увеличению их над материком (в южной части Африки, восточной части Южной Америки) (рис. 122). Поскольку абсолютный максимум поверхностной температуры океана сместился на юг, максимум тропических осадков соответственно также сместился на юг. Можно также отметить некоторое, правда, весьма незначительное расширение пояса тропических осадков.

На рис. 123 приведена карта средних запасов воды в почве. Естественно, что распределение запасов влаги в почве сильно коррелирует с распределением осадков над континентами. Нетрудно убедиться, что эти распределения в совместном эксперименте получились ближе к реальности (см. рис. 31), особенно по отношению к Южной Америке, где стала значительно лучше описываться область дождей на восточном побережье и в центральной части. Это, по-видимому, связано с общим нагреванием поверхности океана в средних широтах южного полушария и с соответствующим увеличением испарения влаги с поверхности океана. То же самое можно сказать и о восточном побережье Австралии.

Следует отметить, что существенных изменений в положении границы снежного покрова не произошло. Более сухими стали области Северной Африки и Средней Азии. В целом карты распределения осадков и запасов тепла в почве в эксперименте с фиксированной температурой на поверхности океана и в совместной мо-

дели весьма близки.

2.5. Поле температуры и горизонтальная циркуляция в океане

Проанализируем эволюцию поля поверхностной температуры, обусловленную интегрированием совместной модели. Интересно рассмотреть температуру поверхности океана в начальной стадии эксперимента — через 3 мес по шкале времени океана (рис. 124). По сравнению с начальным полем появились два минимума температуры у западных берегов Тихого океана и один в северо-западной части Индийского океана. В этих районах локализованы экстремумы отрицательных потоков тепла (выхолаживание океана); здесь и происходит наиболее интенсивное взаимодействие. Вначале происходит некоторое уменьшение температуры верхнего слоя, а затем аномалии постепенно сглаживаются. Под действием резких градиентов потока тепла в экваториальной части Тихого и Индийского океанов усиливается поверхностное течение, направленное на запад, скорости которого доходят до 60 см/с, что в несколько раз выше, чем в Атлантическом океане. Интенсификация дивергенции экваториальных потоков у западного берега индуцирует усиление апвеллинга в этом районе, который деформирует

поле температуры, углубляя минимум. Затем соответственно усиливается меридиональная циркуляция, что приводит к сглаживанию градиентов температуры. Одновременно выброс тепла из океана перестраивает атмосферную циркуляцию, разрушая над данными участками Индийского и Тихого океанов циклоны и сглаживая аномалии потоков тепла из атмосферы в океан. Пронсходит приспособление поля температуры поверхности океана к условиям совместной системы. На этом начальном этапе адаптации отчетливо проявляется реакция экваториальной части океана на увеличение теплоотдачи в атмосферу: значительное усиление

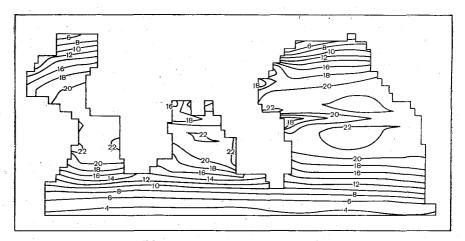


Рис. 124. Температура (°C) поверхности океана — начальный период адаптации совместной системы.

направленного на запад течения, интенсификация глобального апвеллинга и соответствующая деформация изоповерхностей температуры. Таким образом, локальные зоны интенсивного апвеллинга северного полушария и экваториальной части океанов тесно

связаны с местом выброса тепла в атмосферу.

На рис. 125 приведено поле поверхностной температуры в конце 9-го года эксперимента. Из рисунка видно, что расчетное и фактическое [92] поля температуры качественно хорошо согласуются. Наблюдаемые у западных берегов Тихого и Атлантического океанов максимумы температуры, хотя и смещенные к югу относительно экватора (поскольку рассматривается зимний для северного полушария сезон), присутствуют в расчетном поле. Падение температуры в северной части океанов соответствует действительности. Обращают на себя внимание более низкие значения температуры в тропической зоне Тихого и Индийского океанов (примерно на 3—4 °C) и более высокие — у берегов Антарктиды. Более

низкие температуры поверхности океана скорее всего связаны с несколько завышенной глубиной верхнего перемешанного слоя. Более высокие же, по-видимому, являются следствием стационар-

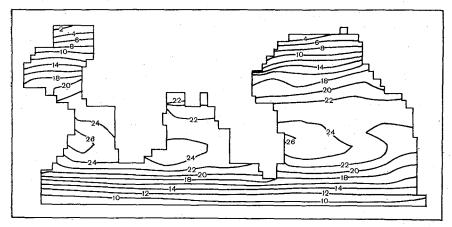


Рис. 125. Температура (°C) поверхности океана на 9-й год модельного времени.

ного режима солнечной радиации и отсутствия стока тепла у берегов Антарктиды. Для проверки последнего предположения с начала 10-го года в расчете совместной модели граничное условие

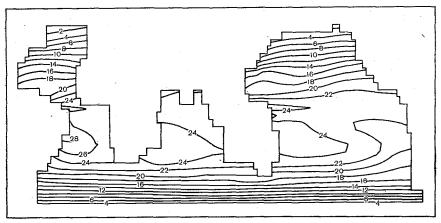


Рис. 126. Температура (°C) поверхности океана на 11-й год модельного времени.

на береговой поверхности Антарктиды было заменено на условие Дирихле: температура полагалась равной $-1\,^{\circ}$ С. На рис. 126 приведено расчетное поле температуры на конец 11-го года численного интегрирования (через 2 года после изменения граничного

условия). Видно, что хотя температура у берегов Антарктиды упала (примерно на 6 °C), ее положительный тренд в низких широтах Южного океана сохранился, в то время как северные районы

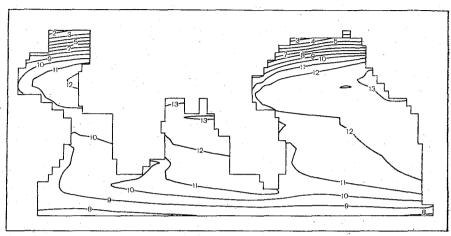


Рис. 127. Температура (°C) океана на уровне 500 м на 9-й год модельного времени.

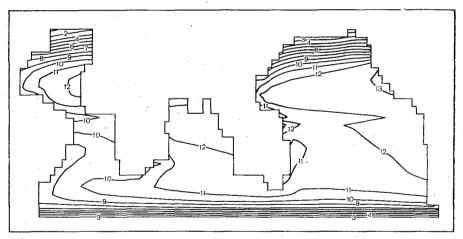


Рис. 128. Температура (°C) оке
ана на уровне 500 м на 11-й год модельного времени.

Атлантики и Тихого океана охладились. Таким образом, фиксация одного из граничных условий для температуры не привела к выводу совместной системы на квазиравновесный режим.

Распределение температуры по глубине показывает в общем несколько завышенные значения на уровне 500 м (рис. 127, 128).

Характерной особенностью этих полей является наличие максимумов в восточных частях трех океанов в северном полушарии. За время интегрирования совместной системы температура в низких широтах несколько упала, существенно охладились самые северные районы Атлантического и Тихого океанов и нагрелся район Южного океана. Градиенты температуры сильно сгладились в южном полушарии и возросли в северном. На рис. 129 представлены профили температур, осредненные по Атлантическому и Тихому океанам, в сравнении со средними годовыми данными наблюдений. Видно, что в модели получен более размытый термоклин,

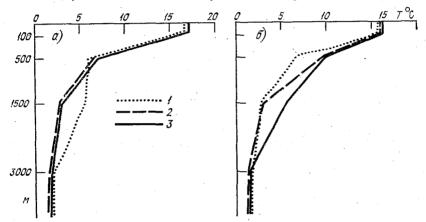


Рис. 129. Среднее распределение температуры в Атлантическом (a) и Тихом (b) океанах.

1 — данные наблюдений, 2 — 9-й год модельного времени, 3 — 11-й год.

чем по реальным данным, но запас тепла в верхнем 100-метровом слое хорошо согласуется с фактическими данными.

О горизонтальной крупномасштабной циркуляции дает представление схема течений, полученных на первом расчетном уровнее (100 м), которая приведена на рис. 130. В целом можно отметить, что она удовлетворительно соответствует современным представлениям о поле горизонтальных течений в верхнем слое океана и результатам моделирования океанской циркуляции (см. рис. 87, 88), хотя и имеет некоторые специфические особенности. Прежде всего отметим существенную перестройку течений в тропической зоне Тихого океана и ослабление течений у западных материковых границ в южном полушарии. Это связано с асимметрией градиента поверхностной температуры относительно экватора, значительным ослаблением зоны пассатов и смещением западных ветров далекок югу.

Циркуляция вод и распределение температуры в меридиональной плоскости являются чрезвычайно важными характеристиками

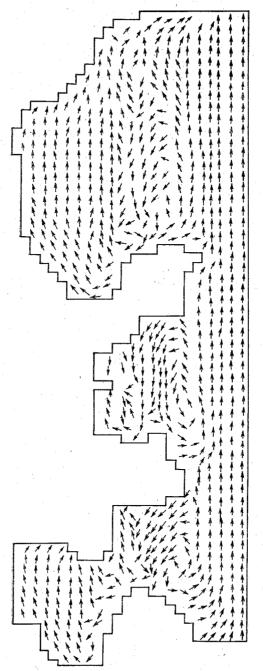


Рис. 130. Горизонтальная циркуляция на уровне 100 м на 9-й год модельного времени.

как собственно океана, так и совместной системы атмосфераокеан. В настоящее время на основе изучения косвенных данных сложились некоторые качественные представления о вертикальной структуре вод в меридиональной плоскости океанов. Основными звеньями циркуляции являются: опускание вод в полярных областях в результате охлаждения на поверхности; подъем их в областях циклонических систем циркуляции северного полушария приблизительно между 40 и 60° широты: опускание вод. в районе глобальных антициклонических круговоротов средних широт и подъем в достаточно узкой экваториальной зоне. В целом подобная качественная структура течений прослеживается в поле климатической зонально осредненной циркуляции океана (см. рис. 96). Исключение составляет наличие восходящих движений вблизи Антарктиды в Индийском и Тихом океанах. О характере распределения температуры в меридиональном сечении хорошее представление дает результат расчета по 8-уровенной модели (см. рис. 95).

Проследим теперь процесс изменения характеристик температуры и течений в океане в меридиональной плоскости в результате интегрирования совместной глобальной системы атмосфера—океан. В табл. 15 представлено поле зонально осредненной температуры

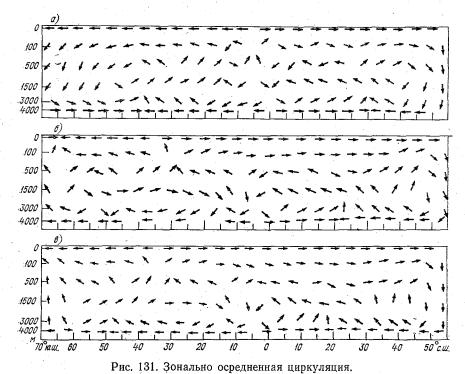
ТАБЛИЦА 15

Зонально осредненные значения температуры (°С) Мирового океана в начальной стадии эксперимента

Глуби- на, м	65—70° ю. ш.	60-65	5560	50-55	45-50	40-45	35-40	30-25	25—30	20-25	15-20	10—15	510
0	3,6	4,2	5,9	8,4	11,2	14,2	16,9	19,1	20,3	21,5	21,6	21,7	20,9
100	3,6	4,2	5,9	8,4	11,2	14,2	16,9	19,1	20,3	21,5	21,6	21,7	20,9
500	3,1	3,7	5,1	7,2	9	10,4	11,3	11,9	12,4	12,7	12,8	12,9	12,8
1500	2,9	3,3	4,0	4,5	4,6	4,5	4,2	3,7	3,3	2,8	2,6	2,3	2,4
3000	2,6	2,6	2,6	2,4	2,2	1,8	1,5	1,2	1	0,7	0,6	0,2	0,4

Глуби- на, м	0-5° ю, ш.	0—5° с. ш.	5-10	10—15	15-20	20—25	25-30	3035	35-40	40—45	4550	5 0—55	55—60° с. ш.
0	18,7	21	21	20,4	20,1	.18,7	17,9	16,1	13,3	10,1	7,6	5,1	4,7
100	18,7	21	21	20,4	20,1	18,7	17,9	16,1	13,3	10,1	7,6	5,1	4,7
500	12,7	12,8	12,9	13	12,9	12,8	12,4	11,9	11,2	9,6	7,5	5,1	4,7
1500	2,9	2,3	2,4	2,5	2,7	2,9	3,2	3,6	4	4,6	5	4,8	4,7
3000	0,5	0,4	0,4	0,5	0,7	0,9	1,3	1,9	2,6	3,4	4,2	4,7	4,7
	0 100 500 1500	0 18,7 100 18,7 500 12,7 1500 2,9	0 18,7 21 100 18,7 21 500 12,7 12,8 1500 2,9 2,3	0 18,7 21 21 100 18,7 21 21 500 12,7 12,8 12,9 1500 2,9 2,3 2,4	0 18,7 21 21 20,4 100 18,7 21 21 20,4 500 12,7 12,8 12,9 13 1500 2,9 2,3 2,4 2,5	0 18,7 21 21 20,4 20,1 100 18,7 21 21 20,4 20,1 500 12,7 12,8 12,9 13 12,9 1500 2,9 2,3 2,4 2,5 2,7	0 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 100 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 500 12,7 12,8 12,9 13 12,9 12,8 1500 2,9 2,3 2,4 2,5 2,7 2,9	0 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 100 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 500 12,7 12,8 12,9 13 12,9 12,8 12,4 1500 2,9 2,3 2,4 2,5 2,7 2,9 3,2	0 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 100 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 500 12,7 12,8 12,9 13 12,9 12,8 12,4 11,9 1500 2,9 2,3 2,4 2,5 2,7 2,9 3,2 3,6	0 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 13,3 100 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 13,3 500 12,7 12,8 12,9 13 12,9 12,8 12,4 11,9 11,2 1500 2,9 2,3 2,4 2,5 2,7 2,9 3,2 3,6 4	0 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 13,3 10,1 100 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 13,3 10,1 500 12,7 12,8 12,9 13 12,9 12,8 12,4 11,9 11,2 9,6 1500 2,9 2,3 2,4 2,5 2,7 2,9 3,2 3,6 4 4,6	0 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 13,3 10,1 7,6 100 18,7 21 21 20,4 20,1 18,7 17,9 16,1 13,3 10,1 7,6 500 12,7 12,8 12,9 13 12,9 12,8 12,4 11,9 11,2 9,6 7,5 1500 2,9 2,3 2,4 2,5 2,7 2,9 3,2 3,6 4 4,6 5	

для Мирового океана в целом в начале эксперимента. Обращает на себя внимание уже отмеченный выше ярко выраженный минимум поверхностной температуры в районе экватора, который хорошо прослеживается в верхнем слое. В среднем зональном потоке максимум скоростей наблюдается в районе экваториального минимума поверхностной температуры и составляет примерно 19 см/с



а — Мировой океан, начальный пернод расчета модели; б, в — Атлантический океан, 9-й (б) и 11-й (в) год модельного времени.

(в среднем по Мировому океану). Одновременно с интенсификацией поверхностного экваториального течения заметно усиливается противотечение на глубинах 500 и 1500 м, а на последнем расчетном горизонте (3000 м) возникает придонное течение одинакового направления с поверхностным. Вообще, трехслойная структура зонального потока наблюдается в большей части океана, но наиболее ярко выражена она именно в районе экватора (на уровне 3000 м средняя зональная скорость в 1,5—2 раза больше, чем в верхних слоях средних и высоких широт). Общее представление о характере движений в океане в меридиональной плоскости в начальный период адаптации совместной модели дает рис. 131 а. В обоих

полушариях в высоких широтах происходит опускание вод, однако в северном полушарии скорость опускания выше, что обусловлено, по-видимому, наличием там больших градиентов потоков тепла на поверхности океана, связанных с чередованием материков и океанов. В средних широтах выделяются зоны подъема вод, а в низких широтах — опускания. Наиболее интересен процесс меридиональной трансформации водных масс опять-таки в районе экватора — области наиболее интенсивного взаимодействия в начальный период расчета совместной системы. Данный район, как указывалось выше, характеризуется интенсификацией апвеллинга. Из рис. 131 видно, что апвеллинг формируется лишь в верхнем слое, тогда как под ним отмечаются достаточно интенсивные нисходящие движения.

В табл. 16 и 17 приведены зонально осредненные характеристики температуры, полученные после 9 и 11 лет расчета модели. Интересно отметить наличие между двумя максимумами на 27,5 и 2,5° ю. ш. минимума поверхностной температуры между 5 и 10° ю. ш. По имеющимся средним годовым данным измерений средних широтных значений температуры поверхности воды [92], ни в одном из океанов минимума не наблюдается. Это различие во многом связано с модельным распределением напряжения трения ветра на поверхности океана (см. рис. 118). Большая скорость ветра в экваториальной полосе северного полушария и ее резкий градиент (вплоть до изменения знака) между 10° с. ш. и 10° ю. ш. являются причиной интенсивного апвеллинга в данном районе, формирующего температурный минимум.

В структуре меридиональных течений по сравнению с начальной стадией эксперимента происходит заметная перестройка. Область опускания вод в высоких широтах северного полушария значительно расширяется и простирается в поверхностном слое до-30° с. ш., значительно сокращая зону подъема в средних широтах. Далее, в зоне 25° с. ш.—5° ю. ш. в верхнем 500-метровом слое происходит опускание вод. Таким образом, в северном полушарии (в верхнем слое) увеличивается область опускания, а соответственно в южном — зона подъема, которая располагается между 45 и 10° ю. ш. Область опускания в районе Антарктического Циркумполярного течения несколько сужается. В конце 11-го года эксперимента за счет влияния граничных условий вблизи Антарктиды образуется подъем холодных вод из глубинных слоев океана к поверхности, в то время как в поверхностном слое происходит перенос тепла из района максимального нагревания (примерно-27,5° ю. ш.) к югу и, таким образом, растет градиент поверхностной температуры в Южном океане (см. рис. 108). На рис. 131 б, в изображены средние зональные циркуляции в Атлантическом океане в конце 9-го и 11-го года эксперимента.

ТАБЛИЦА 16
Зонально осредненные значения температуры (°C) Мирового океана, 9-й год расчета совместной модели

Глуби- на, м	65—70° ю. ш.	60-65	55-60	50-55	45—50	40-45	35-40	30—35	25—30	20-25	15—20	10—15	5—10
0	4	9,5	13,9	17,3	19,8	22	23,4	24,4	24,6	24,3	23,7	23,6	23,2
100	4	9,5	13,9	17,3	19,8	22	23,4	24,4	24,6	24,3	23,7	23,6	23,2
500	2,9	7,5	9,7	9,7	11	11	11	10,9	11	11,3	11,5	11,8	12
1500	1,4	4	4,7	4,7	4,4	4	3,7	3,4	3,2	3	2,8	2,6	2,4
3000	0,5	2,1	2,5	2,3	2,1	1,8	1,6	1,4	1,2	- 1	0,9	0,7	0,7
					<u> </u>								

	Глуби- на, м	0—5° ю. ш.	0—5° с. ш.	5—10	10—15	15—20	20—25	25—30	3035	35-40	40-45	45—50	50—55 ⁸	55—60° с. ш.
	.0	24	23,5	21,5	20,1	18,3	16,4	13,7	11,2	8,6	5,9	3,7	2	0,7
	100	24	23,5	21,5	20,1	18,3	16,4	13,7	11,2	8,6	5,9	3,7	2	0,7
١	500	11,5	11,8	12,3	12,3	12,2	11,9	11,3	10,3	8,4	5,9	3,7	2	0,7
1	1500	2,5	2,4	2,4	2,5	2,7	2,9	3,2	3,6	$\dot{4}$	4,1	3,4	2	0,7
2000	3000	0,8	0,6	0,6	0,7	0,9	1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,6	1,9	0,7
d														

ТАБЛИЦА 17 Зонально осредненные значения температуры (°C) Мирового океана, 11-й год расчета совместной модели

Глубі на, в	и- 65—70° и ю. ш.	60-65	55-60	50-55	45—50	40—45	35—40	30—35	25-30	20-25	15—20	10—15	5—10
(9,3	10,5	13,5	16,6	19,2	21,5	23	24	24,3	24	23,5	23,3	22,8
100	9,3	10,5	13,5	16,6	19,2	21,5	23	24	24,3	24	23,5	23,3	22,8
500	7,9	8,6	9,4	10,2	10,6	10,8	10,9	11	11,2	11,4	11,6	11,8	12
1500	4,9	5	4,8	4,7	4,4	4,1	3,7	3,4	3,2	2,9	2,8	2,6	2,5
3000	3	2,9	2,7	2,4	2,1	1,8	1,6	1,3	1,1	0,9	0,8	0,7	0,6
1			1										

<u> </u>													
Глуби- на,м	0—5° ю. ш.	0—5° с. ш.	5—10	10-15	15—20	20-25	25—30	30—35	35—40	40—45	45-50	50—55	55—60° с. ш.
0	23	22,7	21,2	20	18,6	16,9	14,3	12	9,5	6,7	4,4	2,6	1,2
100	23	22,7	21,2	20	18,6	16,9	14,3	12	9,5	6,7	4,4	2,6	1,2
500	11,9	12	12,4	12,4	12,2	12	11,5	10,6	9	6,7	4,4	2,6	1,2
1500	2,5	2,4	2,4	2,5	2,7	2,9	3,1	3,5	4	4,3	3,9	2,6	1,2
3000	0,7	0,6	0,6	0,6	0,8	1	1,2	1,6	2,1	2,6	2,9	2,5	1,2

2.6. Процессы меридионального переноса тепла в океане

Особой характеристикой взаимодействующей системы атмосфера— океан является перенос тепла в меридиональном направлении. Как ранее указывалось, данная проблема представляется во многом неясной как в аспекте количественной оценки теплопереноса на основе данных наблюдений, так и в аспекте объяснения основных механизмов, ответственных за его формирование (речь идет о характерных временных масштабах порядка сотен лет). Известно, однако, что важная роль в процессе теплообмена принадле-

жит океану, который в целом переносит примерно столько же тепла, сколько и атмосфера [191]. В настоящее время существуют определенные представления о процессах теплообмена в меридиональной плоскости океана, хотя многие вопросы остаются неясными. Основываясь на результатах исследований, модельных следующие можно выделить моменты. Существенную роль в переносе тепла играет верхний слой, циркуляция вод в котором определяется главным образом напряжением трения ветра на поверхности океана. В большей части океана — в средних и низких широтах перенос тепла осуществляется за счет течений, а в высоких

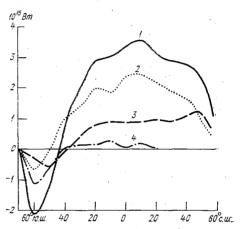


Рис. 132. Полный перенос тепла в океане.

1 — Мировой океан, 2 — Тихий океан, 3 — Атлантический океан, 4 — Индийский океан.

широтах важную роль играет диффузия. Основным слагаемым в переносе тепла течениями, по крайней мере в моделях общей циркуляции, является средний зональный перенос, в несколько разпревышающий вихревой (за счет крупномасштабных горизонтальных колец циркуляций). Процессы тепломассообмена значительно отличаются в каждом индивидуальном океане, отражая специфику циркуляции вод в меридиональной плоскости. Наконец, важным фактором в формировании зонально-осредненной циркуляции являются процессы глубокой конвекции в районе полярных материковых границ.

С этих позиций и целесообразно оценивать теплоперенос в океане при расчете совместной модели. На рис. 132 представлен полный перенос тепла по вертикали, вычисленный в соответствии со вторым слагаемым уравнения (3.3.4) части ІІ. Видно, что в большей части Мирового океана (от 67,5° ю. ш. до его северной

границы) поток тепла имеет положительное направление (к северу), достигая максимума, равного примерно 3,8·10¹⁵ Вт, на 12,5° с. ш. Рассмотрение составляющих переноса позволяет сделать вывод о том, что в области 40° ю. ш.—40° с. ш. основной вклад вносит перенос тепла зональными средними течениями, а локальные экстремумы в высоких широтах связаны с диффузионными процессами. Процесс теплообмена значительно отличается как от полученного при расчете январской циркуляции Мирового океана (см. рис. 100 г), так и от натурных данных [191]. Прежде всего это относится к увеличению переноса тепла к северу в большей части океана. Поскольку основную роль здесь играет перенос тепла течениями, интересно сравнить полученную зонально осредненную циркуляцию с расчетом чисто океанской модели. Сравнивая меридиональные движения вод Атлантического океана (см. рис. 96), можно заметить их существенное отличие в верхнем 100-метровом слое. Вместо дивергенции течений у экватора и конвергенции южнее 30° ю. ш., полученных в океанском эксперименте, в совместной модели наблюдается дивергенция на 35° ю. ш. и конвергенция в районе антарктического течения с заменой нисходящих движений у южной материковой границы восходящими. В формировании зонально осредненной циркуляции важную роль играет зональное напряжение трения ветра и поток тепла на поверхности океана. Наиболее существенное изменение распределения ветра по отношению к наблюденному произошло в южном полушарии (см. рис. 118), что уже отмечалось выше, и это определенным образом сказалось на формировании течений в верхнем слое океана. Однако необходимо заметить, что в данном эксперименте адаптация совместной системы происходит в основном под действием термических процессов: внешним фактором, влияющим на атмосферную циркуляцию является температура поверхности океана, а поведение океана складывается под действием потока тепла из атмосферы, и лишь в районе экватора значительно сказывается динамическое воздействие ветра. Это связано с наличием грубой аппроксимации по вертикали: первый расчетный уровень расположен на глубине 100 м и течения в верхнем слое в средних и низких широтах имеют незначительную дрейфовую компоненту. Анализ зонально осредненной поверхностной температуры (см. табл. 16) показывает, что ее максимальное значение в совместном эксперименте приходится на 27,5° ю. ш., что во многом обусловливает перенос тепла к северу в большей части Мирового океана.

Если сравнить переносы тепла, полученные для Атлантического и Тихого океанов, заметна их разница относительно изменения знака: в Тихом океане перенос тепла направлен на север уже на 47,5° ю. ш., в Атлантическом — на 32,5° ю. ш. Это связано с тем, что в Тихом океане направление зонально осредненных течений в верхнем деятельном слое положительно начиная уже

с 52,5° ю. ш.

Кроме того, имеются еще два наиболее ярких отличия меридиональных движений в двух океанах. В Атлантическом океане сильнее выражена зонально осредненная циркуляция: ее интенсивность (отношение максимумов зонально осредненных меридиональной и вертикальной скоростей) примерно в 1,5 раза выше, чем в Тихом океане. Данная ситуация характерна лишь для совместной модели и связана с тем, что в ней слабо выражено влияние ветра, который во многом ответствен за интенсивность меридиональной циркуляции в Тихом океане [117]. Интересно отметить также характер вертикальных движений у антарктического побережья: в Атлантическом океане движения восходящие, а в Тихом — нисходящие, тогда как у северной границы океанов, как и в океанском эксперименте (см. рис. 96), во всех случаях наблюдается опускание вод. Сейчас трудно привести обоснование этого факта (необходимо, по крайней мере, проведение специального эксперимента на моделях с хорошим вертикальным разрешением), однако можно заметить, что вертикальная циркуляция у берегов Антарктиды достаточно чувствительна к изменению внешних параметров. Изучение процессов глубокой конвекции в Южном океане и их параметризация в моделях общей циркуляции могут пролить свет, как на закономерности глобальных меридиональных движений, так и на процессы теплопередачи в совместных моделях крупномасштабного взаимодействия атмосферы и океана.

ГЛАВА 3

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МОДЕЛИ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ и океана

Численное экспериментирование, широко используемое стоящее время в качестве мощного средства теоретического исследования крупномасштабных атмосферных и океанических процессов, в технологическом плане включает в себя следующие этапы:

1) построение физико-математической модели (выявление относительной важности тех или иных физических процессов, поддерживающих общую циркуляцию атмосферы и океана, и формирование моделей, адекватных этим физическим процессам);

2) создание математического аппарата для численного решения нелинейных трехмерных уравнений гидротермодинамики (раз-

работка дискретной модели);

3) разработка программ для проведения расчетов на ЭВМ;

4) эксплуатация программ (численные эксперименты);

5) обработка и анализ разультатов расчетов.

Первые два этапа подробно обсуждались в предыдущих главах. Здесь же мы рассмотрим вопросы, связанные с разработкой и эксплуатацией программного обеспечения модели, а также с об-

работкой и анализом результатов расчетов.

При разработке программного обеспечения в основу была положена идея пакета программ, под которым понимается комплекс взаимосвязанных прикладных и системных программ, обеспечивающих решение задач, связанных с исследованиями общей циркуляции атмосферы и океана на основе численного моделирования. При создании пакета использовался модульный принцип с последовательным соблюдением следующих требований [41]:

1) независимая разработка модулей и их накопление;

2) «непрерывная зависимость» модулей от модели: малые ее изменения должны приводить к малым трудозатратам на построение соответствующего программного комплекса;

3) эффективность: при заданном числе модулей должно быть обеспечено по возможности большее число задач, которые можно

реализовать с их помощью;

4) высокая эффективность использования ресурсов вычислительной системы.

Необходимо было при этом решить ряд вопросов, связанных с выбором модулей и определением их структуры, выбором языка программирования, технологией сборки программы из модулей.

Особый интерес представляет анализ модели с точки зрения отображения используемых в ней алгоритмов на архитектуру вычислительных систем с целью достижения максимального быстродействия при реализации модели на ЭВМ. Существуют две разные тенденции в подходе к этой проблеме [9]: распараллеливание вычислений с помощью использования многих функциональных устройств (процессоров) и конвейеризация вычислений, связанная с повышением загруженности устройств. Проводя структурный анализ модели, мы попытаемся выделить те ее составляющие, в которых распараллеливание вычислений может оказаться, на наш взгляд, полезным, и те алгоритмы, которые могут быть эффективно конвейеризованы.

3.1. Структурный анализ модели

В основу построения дискретной модели была положена идея метода расщепления. Логично поэтому с позиций этого метода провести структурный анализ модели, оформляя каждый этап расщепления в виде замкнутого модуля, согласовывая его входные и выходные параметры с входными и выходными параметрами других модулей.

Модель «Атмосфера—океан» в самом общем виде представлена на рис. 133. На этом и последующих рисунках стрелками обозначены порядок выполнения вычислительного процесса и связанные с этим направления потоков данных. В модуле «Атмосфера» в каж-

дый дискретный момент времени рассчитываются величины, характеризующие термодинамическое состояние атмосферы (поля компонент скорости ветра, температуры, массовой доли водяного пара, приземного давления), распределения источников и стоков тепла, импульса, гидрологический цикл суши и т. д. момента влаги и вычисляются характеристики океанической В молуле «Океан» циркуляции — поля течений и температуры (солености). Модуль связи осуществляет согласование полей, полученных на различных разностных сетках в модулях «Атмосфера» и «Океан». перелает информацию о температуре поверхности океана в модуль «Атмосфера» и данные о потоках тепла и напряжениях трения ветра в модуль «Океан». Начальные условия либо генерируются

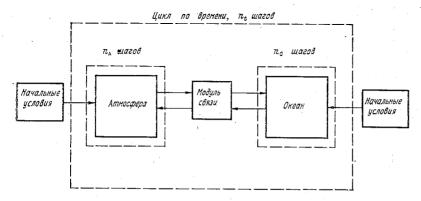


Рис. 133. Модульная диаграмма модели «Атмосфера—океан».

в соответствующих модулях (начальные значения прогностических переменных задаются в момент времени t=0 в виде известных функций простраственных координат), либо вводятся с внешних носителей (как правило, с магнитных лент или дисков). При каждом «выходе» на ЭВМ вычислительный процесс имеет следующий характер. Вводятся начальные поля, и в течение определенного числа шагов n_t (обусловленного ресурсами вычислительной системы) проводятся однотипные вычислительные работы: автономная обработка информации в течение n_a шагов в модуле «Атмосфера» и n_0 шагов в модуле «Океан» (значения n_a и n_0 выбираются на основе принципа согласования времен; см. главу 2) и после этого обмен данными через модуль связи; периодическая передача информации, необходимой для продолжения счета или последующей обработки, на внешние носители. При наличии в вычислительной системе двух универсальных процессоров автономная работа модулей «Атмосфера» и «Океан» может осуществляться параллельно. Дальнейший анализ будем проводить отдельно для «атмосферной» и «океанической» частей модели.

Атмосфера

На рис. 134 приведена схема модуля «Атмосфера», каждый элемент которой, изображенный в виде прямоугольника, также представляет собой замкнутый модуль и соответствует (за исключением модулей «Фильтры» и «Вывод информации») основным этапам расщепления эволюционных уравнений для горизонтальных компонент скорости (u, v), температуры (T), массовой доли водяного пара (q) и приземного давления (π) . В модуле «Адиабатические процессы» рассчитывается гидротермодинамика свободной атмо-

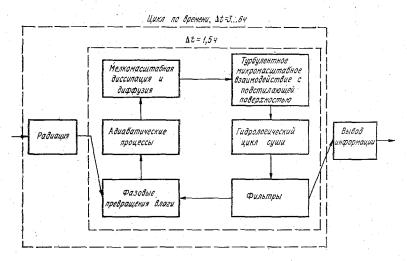


Рис. 134. Модульная диаграмма атмосферной части модели.

сферы; входными и выходными параметрами являются все перечисленные зависимые переменные: u, v, \hat{T}, q, π . В модуле «Радиация» вычисляются радиационные притоки тепла к атмосфере и потоки длинноволнового (F_g) и коротковолнового (S_g) излучения к поверхности Земли; входные параметры — температура и влажность атмосферы и подстилающей поверхности, давление на поверхности Земли и ее альбедо; выходные параметры — температура атмосферы, радиационные потоки на поверхности. В модуле «Фазовые превращения влаги» рассчитываются скорости изменения температуры и влажности за счет указанных в названии модуля процессов; входные параметры — температура, влажность и давление; выходные параметры — температура, влажность и интенсивность осадков. В следующем модуле «Мелкомасштабная диссипация и диффузия» реализуется расчет турбулентных процессов подсеточных масштабов в свободной атмосфере; входные и выходные параметры — горизонтальные составляющие скорости ветра,

температура и влажность. В модуле «Турбулентное микромасштабное взаимодействие с подстилающей поверхностью» осуществляется вычисление потоков тепла и влаги и касательного напряжения трения над сушей и океаном для расчета скорости изменения момента импульса, температуры и влажности на ближайшем к поверхности Земли расчетном уровне (σ_{KL}) , а также температуры поверхности суши; входные параметры — скорость ветра, температура и влажность почвы; выходные параметры — те же, за исключением влажности почвы, на уровне σ_{KL} и на поверхности Земли. Модуль «Гидрологический цикл суши» связан с расчетом толщины снежного покрова, влагозапаса в почве и стока избыточной влаги в океан; входные параметры — снежный покров, влажность почвы и осадки, выходные — толщина снега, альбедо подстилающей поверхности и влажность почвы. Модуль «Фильтры», использующий алгоритм быстрого преобразования Фурье, предназначен для отфильтровывания зональных короткопериодных возмущений; входные и выходные параметры — все прогностические переменные (u, v, T, q, π) . Заметим, что всюду в качестве входных и выходных параметров выбраны только те из зависимых переменных модели, которые непосредственно согласовывают работу одних модулей с другими. Все эти величины в модуле «Вывод информации» периодически запоминаются на внешних носителях (магнитные ленты или диски) для продолжения счета и последующей обработки результатов численных экспериментов. Вместе с тем в перечисленных модулях генерируется дополнительная полезная для анализа результатов информация, которая в модуле «Вывод информации» также «перекачивается» на внешние носители.

Вычислительный процесс по приведенной на рис. 134 схеме носит циклический характер, повторяясь на каждом временном шаге. Порядок выполнения модулей, вообще говоря, произволен, но их работа проводится последовательно (на рис. 134 стрелками показана принятая нами очередность выполнения расчетов, начиная с работы модуля «Радиация» и кончая работой модуля «Фильтры»). Мы ввели два временных пикла. Во внешнем цикле с временным шагом Δt от 3 до 6 ч (в зависимости от характера задачи) проводились вычисления в модуле «Радиация»; во внутреннем цикле с шагом $\Delta t = 1,5$ ч рассчитывались остальные модули. Вывод информации на внешние носители проводился, как правило, в конце каждых модельных суток. Рассмотрим теперь более под-

робно структуру описанных выше модулей.

ال باد درانا

На рис. 135 приведена схема модуля «Радиация». В этом модуле атмосфера считается плоскопараллельной и горизонтально однородной. Поэтому вычислительный процесс лишь параметрически зависит от горизонтальных координат и на многопроцессорных ЭВМ расчеты могут проводиться параллельно. На каждом из процессоров обработка входной и формирование выходной информации модуля при этом может осуществляться по $[n_\lambda n_\phi/N_{Dr}]$ группам

290

 $(n_h, n_{\Phi}$ — количество узлов по долготе и широте, N_{pr} — число процессоров) узлов горизонтальной сетки. При работе модуля «Радиация» вначале входная информация, заданная на σ -уровнях, интерполируется на промежуточные уровни (модуль «Интерполяция»). Затем рассчитывается эффективное содержание поглощаю-

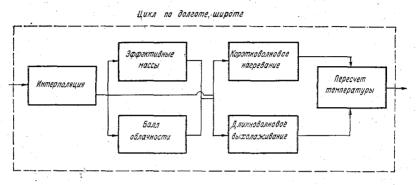


Рис. 135. Схематическое представление модуля «Радиация».

щих масс отдельно для водяного пара, углекислого газа и озона (модуль «Эффективные массы»). Параллельно может вычисляться балл облачности верхнего, среднего и нижнего ярусов (модуль «Балл облачности»). Наряду с исходными данными, данные об

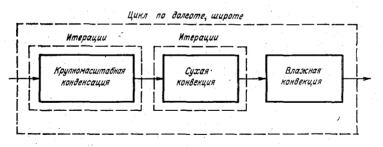


Рис. 136. Схематическое представление модуля «Фазовые превращения влаги».

эффективных массах и облачности являются входными параметрами для работы следующих модулей — «Длинноволновое выхолаживание» и «Коротковолновое нагревание», в которых независимо производятся расчеты радиационных притоков тепла в длинноволновой и коротковолновой части спектра излучения, а также расчеты потоков длинноволнового и коротковолнового излучения на поверхности Земли соответственно. В конце работы модуля «Радиация» по вычисленным на предыдущих модулях значениям ра-

диационных притоков тепла пересчитывается поле температуры (модуль «Пересчет температуры»).

На рис. 136 изображена схема модуля «Фазовые превращения влаги». Так же как и в предыдущем случае, вычислительный процесс параметрически зависит от горизонтальных координат, и на многопроцессорных ЭВМ вычисления могут проводиться параллельно. Однако в каждой отдельной точке горизонтальной сетки вычисления проводятся в следующем обусловленном физическими соображениями порядке. Вначале рассчитываются фазовые притоки и осадки за счет крупномасштабной конденсации и производится пересчет поля температуры и массовой доли водяного

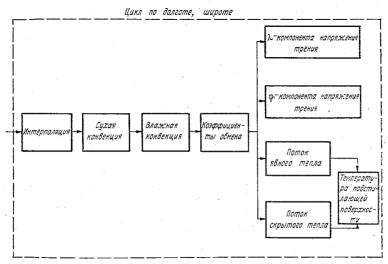


Рис. 137. Схематическое представление модуля «Турбулентное микромасштабное взаимодействие с подстилающей поверхностью».

пара (модуль «Крупномасштабная конденсация»). Затем в точках, где градиент температуры превышает сухоадиабатический, с помощью итерационной процедуры (вычисления в этом модуле организованы в итерационный процесс) осуществляется сухоконвективное приспособление (модуль «Сухая конвекция») и таким образом вновь корректируется поле температуры. На заключительном этапе проверяются условия возникновения влажной конвекции и в тех точках, где эти условия выполняются, вычисляются фазовые притоки тепла и осадки и на их основе пересчитываются поля температуры и массовой доли водяного пара (модуль «Влажная конвекция»).

Рассмотрим теперь схему модуля «Турбулентное микромасштабное взаимодействие с подстилающей поверхностью» (рис. 137). Хотя и в этом случае вычислительный процесс параметрически зависит от горизонтальных координат, исходя из физических соображений, расчеты на многопроцессорных ЭВМ удобно проводить по группам узлов горизонтальной сетки, в которых содержатся точки либо суши, либо океана. Вычисления в этом модуле начинаются с интерполяции значений метеорологических величин на верхнюю границу слоя постоянных потоков (модуль «Интерполяция»). Затем последовательно проводятся сухо- и влажноконвективное приспособления полей температуры и массовой доли водяного пара в пограничном слое (модули «Сухая конвекция» и «Влажная конвекция»). Далее рассчитываются коэффициенты тепловлагообмена и сопротивления (модуль «Коэффициенты обмена») и затем независимо друг от друга могут быть

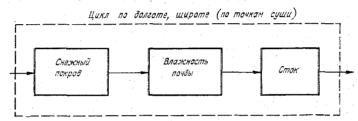


Рис. 138. Схематическое представление модуля «Гидрологический цикл суши».

вычислены компоненты касательного напряжения трения (модули « λ -компонента напряжения трения» и « ϕ -компонента напряжения трения»), потоки явного и скрытого тепла (модули «Поток явного тепла» и «Поток скрытого тепла»), после чего пересчитываются поля соответствующих метеорологических величин на ближайшем к поверхности Земли расчетном уровне σ_{KL} .

В модуле «Гидрологический цикл суши» схема которого приведена на рис. 138, вычисления проводятся, как следует из названия, только в точках суши и на многопроцессорных ЭВМ расчеты могут проводиться параллельно в силу того, что зависимость от горизонтальных координат, как и в предыдущих случаях, является параметрической. Однако вычисления в каждом узле разностной сетки проводятся последовательно. Вначале проверяются условия существования снежного покрова и при их выполнении рассчитывается его динамика (модуль «Снежный покров»). Затем в модуле «Влажность почвы» пересчитывается интегральное влагосодержание верхнего слоя почвы (за счет выпавших осадков или растаявшего снега), которое сравнивается в модуле «Сток» с влагоемкостью. Если влажность почвы оказывается больше, чем ее влагоемкость, то избыток влаги «перебрасывается» в другие области суши или в океан.

Мы рассмотрели модули, реализующие те этапы расщепления по физическим процессам исходной задачи при формулировке ко-

торых были использованы идеи параметризации. Сложная физика процессов подсеточных масштабов обусловливает сложную логику программ, реализующих их расчет. Участков, на которых вычислительный процесс носит безусловный характер и может быть приведен к конвейеризируемому виду [9], в этих модулях немного и связаны они главным образом с операциями вспомогательного порядка (например, с пересылкой информации из одного места памяти в другое).

Перейдем теперь к анализу модулей, связанных с решением системы конечно-разностных аналогов нелинейных уравнений гидротермодинамики атмосферы. Основным является модуль «Адиабатические процессы», схема которого приведена на рис. 139. Расщеплению динамического оператора исходной задачи (в адиабатической формулировке) по физическим процессам (на перенос

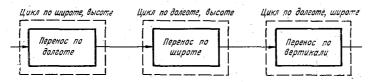


Рис. 139. Схематическое представление отдельного модуля переноса.

субстанций вдоль траекторий и адаптацию рассогласованных после метеорологических величин) соответствует выделение переноса в схеме модулей, обеспечивающих расчет переноса векторных и скалярных величин (модули «Перенос зональной компоненты ветра» и «Перенос меридиональной компоненты ветра» — для векторных величин и модули «Перенос температуры» и «Перенос влажности» — для скалярных), и модуля «Адаптация» соответственно. Поскольку перенос осуществляется медленными метеорологическими движениями, а адаптация происходит с помощью быстро распространяющихся внутренних и внешних гравитационных волн, нами были использованы (в целях экономии машинного времени) различные временные шаги на этапах переноса и адаптации (1,5 и 0,5 ч соответственно). Вычислительный процесс протекает при этом следующим образом. Вначале проводятся расчеты с помощью модулей переноса, любой из которых может быть реализован на многопроцессорных ЭВМ независимо и распадается в свою очередь (рис. 140) на модули, обеспечивающие перенос вдоль каждого геометрического направления (долгота, широта и вертикальная координата). Для переноса вдоль кругов широты используется метод циклической прогонки ($n_{\varpi}n_{\sigma}$ прогонок для каждой из скалярных величин; $(n_{\sigma}-1)n_{\sigma}$ прогонок — для компонент векторных величин, где n_{σ} — количество уровней по вертикали). Затем также

с помощью циклических прогонок осуществляется перенос вдоль меридианов ($n_{\lambda}n_{\sigma}/2$ прогонок для каждой из субстанций). И наконец, перенос вдоль вертикали проводится с помощью скалярной прогонки ($n_{\lambda}n_{\phi}$ прогонок для каждой из скалярных величин; $n_{\lambda}(n_{\phi}-1)$ прогонок — для компонент векторных величин). В моделях с одинаковым разрешением по долготе и широте $n_{\phi}=1+n_{\lambda}/2$, и в этом случае перенос всех четырех метеорологических величин

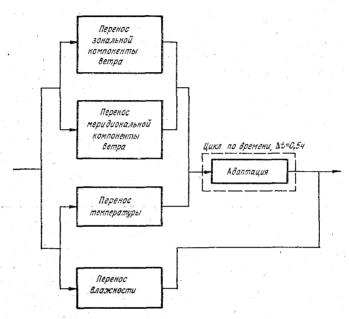


Рис. 140. Схематическое представление модуля «Адиабатические процессы».

производится с помощью $2n_{\sigma}(n_{\lambda}+1)$ циклических прогонок вдоль кругов широты, $2n_{\lambda}n_{\sigma}$ циклических прогонок вдоль меридианов и $2n_{\lambda}(n_{\lambda}+1)$ скалярных прогонок вдоль вертикальной координаты. При этом с помощью циклических прогонок обращаются трехдиагональные матрицы порядка n_{λ} (как вдоль кругов широты, так и вдоль меридианов) с $3n_{\lambda}$ ненулевыми элементами, а с помощью скалярных прогонок — трехдиагональные матрицы порядка n_{σ} с $3n_{\sigma}$ —2 ненулевыми элементами. Как отмечено в [9], конвейеризация (в целях повышения скорости решения задач на ЭВМ) численных методов решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами предпочтительнее, чем их параллелизация. Поэтому использование конвейерных вычислений для реализации этапа переноса в модели является, по-видимому,

эффективным средством уменьшения затрат процессорного вре-

мени на проведение расчетов.*

В модуле «Адаптация» на каждом шаге по времени реализуется итерационный процесс для расчета всех трех компонент скорости, температуры, приземного давления (и геопотенциала). На каждой итерации вычислительный процесс выполняется последовательно и состоит схематически из следующих участков:

1) вычисляются значения зонального и меридионального гра-

диента полей приземного давления и геопотенциала;

2) с помощью процедуры быстрого преобразования Фурье в полярных областях производится фильтрация коротких волн в зональных градиентах (давления и геопотенциала);

3) по модифицированным на участке 2 полям градиентов давления и геопотенциала вычисляются горизонтальные компоненты

скорости;

4) рассчитываются зональный градиент зональной компоненты скорости, меридиональный градиент меридиональной компоненты скорости и вертикальный градиент геопотенциала;

5) снова с помощью процедуры быстрого преобразования Фурье в полярных областях фильтруются короткие волны в зональном

градиенте зональной скорости;

6) вычисляется поле вертикальной скорости;

7) рассчитываются поля температуры и приземного давления;

8) вычисляется поле геопотенциала.

На участках 1, 3, 4, 7 расчеты проводятся с помощью циклов, в которых не содержатся условные операторы и рекурсивная обработка массивов данных. На участках 6 и 8 вычислительный процесс параметрически зависит от горизонтальных координат и проводится по простым рекуррентным соотношениям типа $\phi_{h+1} = \phi_h + f_h$ $(k=2,\ldots,n_\sigma)$, где величины ϕ_1 и f_h $(k=1,\ldots,n_\sigma)$ заданы. На участках 2 и 5 цепочка вычислений имеет следующий вид:

а) разложение в ряд Фурье по зональным гармоникам;

б) усечение ряда;

в) обратное преобразование Фурье.

В каждом звене этой цепочки расчеты в цикле проводятся по одним и тем же формулам по всем полярным широтам и уровням. Как показано в [77], все эти вычислительные процессы могут быть конвейеризованы.

Этот же вывод относится к модулю «Фильтры», в котором проводится фильтрация зональных волн длиной в два шага сетки для всех прогностических переменных — горизонтальных компонент

^{*} Заметим, что все, сказанное выше по поводу модулей переноса, относится и к модулю «Мелкомасштабная диссипация и диффузия», который также распадается на четыре независимых модуля, в любом из которых трехдиагональные матрицы обращаются с помощью циклических прогонок вдоль кругов широты и вдоль меридианов и с помощью скалярных прогонок вдоль вертикальной координаты.

скорости, температуры, влажности и приземного давления. Не только для каждой величины, но также для каждой широты и каждого уровня вычислительный процесс независим, и требуется сделать $n_{\varphi}(4n_{\sigma}+1)-2(3n_{\sigma}+1)$ набора однотипных вычислений на каждом из рассмотренных выше этапов a-b. Перейдем теперь к океанической части модели.

Океан

На рис. 141 приведена схема модуля «Океан». На каждом шаге по времени вычислительный процесс выполняется последовательно и имеет циклический вид. Расчеты начинаются с работы модуля «Функция тока», в котором вычисляются функции тока и составляющие скорости баротропного (проинтегрированного по всей толще океана) течения. Входными параметрами модуля являются горизонтальные компоненты скорости, плотность, составляющие напряжения трения ветра на поверхности океана; к числу выход-

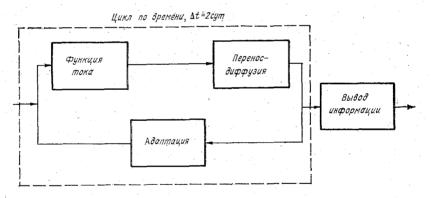


Рис. 141. Модульная диаграмма океанической части модели.

ных параметров относятся проинтегрированные по глубине горизонтальные составляющие скорости течений. Эти параметры наряду с данными о температуре, солености и бароклинных компонентах скорости являются входными (и выходными также) для модуля «Перенос—диффузия», в котором рассчитываются перенос по траекториям, совмещенный с диффузией упомянутых выше субстанций. Их согласование затем осуществляется в модуле «Адаптация». Периодически через определенное количество шагов по времени (как правило, каждый модельный месяц) данные расчетов в модуле «Вывод информации» записываются на внешние носители для продолжения счета и дальнейшей обработки. Рассмотрим теперь более подробно структуру изображенных на рис. 141 модулей.

Вычислительный процесс в модуле «Функция тока» протекает следующим образом (рис. 142). Вначале в модуле «Подготовка данных» рассчитываются необходимые для работы следующих модулей коэффициенты и параметры. Далее параллельно могут выполняться модули «Функция тока 1» и «Функция тока 2», в которых с помощью итерационного процесса ищутся частные решения задачи о баротропной функции тока (решаются однородная система уравнений с ненулевыми граничными условиями на контуре и неоднородные уравнения с нулевыми граничными значениями). И наконец, в модуле «Баротропные скорости» вычисляется

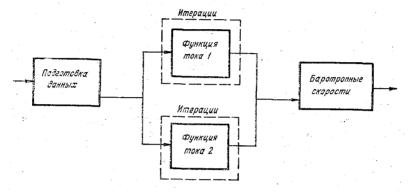


Рис. 142. Схематическое представление модуля «Функция тока».

общее решение в виде линейной суперпозиции полученных в предыдущих модулях решений, по которому затем рассчитываются горизонтальные (баротропные) компоненты скорости.

Структура модуля «Перенос—диффузия» почти полностью совпадает со структурой его атмосферных аналогов. Вычислительный процесс также состоит из параллельных ветвей, на которых рассчитываются перенос и диффузия отдельных океанических параметров (двух «бароклинных» компонент скорости, температуры и солености) по различным геометрическим направлениям (широте, долготе и глубине): с помощью циклических и скалярных прогонок обращаются трехдиагональные матрицы. Однако лишь связанные с вертикальной координатой матрицы имеют одинаковую размерность. Что касается остальных направлений, то в силу нерегулярности расчетной области размерность обращаемых матриц существенно зависит от географического положения разреза (зонального или меридионального), вдоль которого происходит перенос и диффузия. Проблема конвейеризуемости вычислений в этих условиях требует дальнейшего изучения.

В модуле «Адаптация» вычислительный процесс состоит из двух участков. Вначале по рассчитанным на предыдущих этапах полям температуры и солености вычисляется плотность и восста-

навливается поле скорости как сумма ее баротропной и бароклинной составляющих. Затем с помощью полунеявной схемы поле скорости адаптируется к полю плотности. Вычисления проводятся по явным формулам и легко конвейеризуются.

3.2. Программное обеспечение и ресурсы модели

Для реализации на ЭВМ численной модели общей циркуляции атмосферы и океана в качестве языка программирования был выбран фортран. Выбор этого языка обусловлен его простотой, универсальностью, возможностью использования принципа модульности для решения больших прикладных задач, а также наличием развитой библиотеки стандартных процедур, написанных к настоящему времени на фортране. В целях максимальной совместимости программного обеспечения к различным ЭВМ при его разработке предполагалось соблюдение некоторых, в общем-то очевидных, требований:

1) использование ограниченного алфавита языка фортран,

включающего буквы лишь латинского алфавита;

2) запись каждого оператора программы на отдельной строке (это позволяет, в частности, легко судить о мощности модуля, под которой будем понимать количество содержащихся в нем операторов);

3) организация обмена с внешней памятью ЭВМ (магнитные

барабаны, ленты, диски) на основе файлов прямого доступа;

4) выбор в качестве идентификаторов переменных и наименований модулей-подпрограмм, несущих смысловую нагрузку комбинаций латинских букв и цифр (например, подпрограмма RADIA для расчета радиационных притоков тепла);

5) широкое использование комментариев для пояснения выполняемых на отдельных участках вычислительного процесса дей-

ствий;

6) сопровождение числовой информации, размещаемой на внешних носителях, описательной частью (каталоги, комментарии).

Выполнение этих требований позволило авторам пакет программ, первоначально написанной для ЭВМ БЭСМ-6, легко адаптировать к машинам серии ЕС, IBM и CRAY-1.*

Весь программный комплекс хранится в виде библиотеки текстовых модулей на магнитных носителях. ** Внесение изменений

** Существующая на настоящий момент времени версия библиотеки содержит около 10 000 фортранных операторов; из них примерно 60 % приходится на долю

атмосферной части модели.

^{*} Описанные в этой книге численные эксперименты были проведены в Вычислительном центре СО АН СССР (г. Новосибирск) на ЭВМ БЭСМ-6 и в Европейском центре прогнозов погоды средней заблаговременности (г. Рединг, Великобритания) на ЭВМ СRАY-1.

в существующие модули и расширение библиотеки осуществляется с помощью редактора текстов. Используя его возможности, конструируются модели с различным горизонтальным и вертикальным разрешением. Полученный с заданным разрешением вариант модели не требует дальнейшего редактирования. Оказывается полезным создание соответствующей библиотеки объектных модулей, которая хранится в виде персональной библиотеки на магнитном носителе.

При работе комплекса на ЭВМ используются:

1) оперативная память;

2) магнитные барабаны для полного дублирования всей используемой в модели информации, необходимой для проведения расчетов на очередном временном шаге;

3) магнитные ленты для размещения текстовых и объектных

модулей и для хранения результатов расчетов.

В оперативной памяти постоянно присутствует управляющая программа (резидент пакета), которая организует работу всего комплекса: управляет загрузкой модулей (используется сегментирование программ и режим динамической загрузки),* выполняет передачу данных между отдельными подпрограммами и т. д. В оперативной памяти также размещается выполняемый на определенной стадии вычислительного процесса сегмент программы и, кроме того, отводится место для обмена с внешними носителями. Связь по информации между отдельными подпрограммами осуществляется в основном через СОММОN-блоки. Поэтому большая часть оперативной памяти отводится под рабочий СОММОN-блок, длина которого соответствует максимальному количеству памяти, необходимой для одновременного размещения информации, используемой при работе отдельных программных сегментов. Максимальная память используется в атмосферном модуле, связанном решением задачи адаптации, и занимает $2n_{\omega}(n_{\lambda}+2)(3n_{\sigma}+1)$ слов. При разрешении 10° по долготе, 6° по широте с тремя вертикальными уровнями длина этого СОММОN-блока равна 23 560 словам. Вся работа пакета осуществляется под управлением мониторной системы «Дубна» [41].

Перед началом счета исходная информация и содержимое персональной библиотеки переносится на магнитные барабаны. В последовательности, устанавливаемой управляющей программой, на каждом временном шаге с помощью оператора динамической загрузки с магнитного барабана вызывается отдельный сегмент программы (как правило, модуль, рассчитывающий отдельный этап расщепления по физическим процессам с необходимыми для его работы дополнительными подпрограммами) и устанавливается

^{*} Эти модули вызываются либо из персональной библиотеки (копия ее хранится во время решения задачи на магнитном барабане), либо из текстовой библиотеки, размещенной на магнитной ленте, или вводятся с перфокарт.

в оперативную память. Входные данные для этого программного сегмента копируются с помощью операторов прямого доступа [41] из внешней памяти на магнитных барабанах в рабочий СОММОN-блок.* По окончании работы текущего программного сегмента результаты вычислений вновь с помощью операторов прямого доступа копируются во внешнюю память на магнитных барабанах. Необходимая для продолжения счета и дальнейшего анализа информация периодически копируется на магнитные ленты.

Разработанный в свое время на БЭСМ-6 пакет программ не был оптимизирован с точки зрения возможного использования конвейерных вычислений с целью сокращения необходимых для проведения расчетов затрат машинного времени. Некоторая работа в этом направлении была проведена в Европейском центре прогнозов по-

годы средней заблаговременности на ЭВМ CRAY-1.

В конвейерных системах типа CRAY-1 наряду со скалярными используются и векторные операции, которые представляют собой независимую и однотипную обработку координат векторов фиксированной длины. Имеющийся на CRAY-1 транслятор с языка фортран оптимизирует программы пользователя, написанные на этом языке, учитывая возможности векторной арифметики. В программах оптимизируются циклы, в которых не содержатся:

1) обращения к подпрограммам и функциям;

2) условные операторы; 3) нелинейные индексы;

4) рекурсивная обработка массивов:

5) присваивание результатов вычислений скалярным величинам. При этом стандартные функции (тригонометрические, логарифмические, гиперболические и т. п.) автоматически заменяются при трансляции на соответствующие векторные аналоги из системных библиотек математического обеспечения. От программиста не требуется указания, проводить или нет векторную оптимизацию программы; она всегда проводится (если это возможно) в рамках стандартного языка фортран.

Использование высокоэффективных системных процедур, как правило, написанных на языке типа ассемблер и учитывающих векторную специфику CRAY-1 является дополнительным резервом экономии процессорного времени при работе больших комплексов программ. К числу таких процедур относятся программы, реализующие некоторые широко применяющиеся при численном моделировании динамики атмосферы и океана алгоритмы, например, такие, как быстрое преобразование Фурье.

«Технология» модификации программ, ранее написанных без учета векторных возможностей CRAY-1, с целью последующей их

оптимизации состоит в основном в следующем:

^{*} Место любого массива данных в рабочем COMMON-блоке устанавливается с помощью оператора EQUIVALENCE.

а) анализируются затраты процессорного времени на выполнение каждой подпрограммы или отдельного ее сегмента;

б) переписываются с учетом вышеперечисленных требований 1—5 циклы в сегментах подпрограмм с большой затратой времени;

в) используются системные подпрограммы.

Применяя такого рода технологию, был модифицирован рассмотренный выше пакет программ для численного моделирования общей циркуляции атмосферы и океана. Рассмотрим (отдельно для модели атмосферы и для модели океана) результаты модификации.

Модель атмосферы

Для модели использовался вариант с разрешением 5° по широте и долготе с тремя уровнями по вертикальной координате (шаг по времени 1,5 ч). Анализ процессорного времени для различных подпрограмм (общее их количество 44) проводился как для начальной версии, так и для последующих редакций программы после интегрирования модели на срок 1 сут. Результаты этого анализа (для подпрограмм, требующих наибольших затрат времени) приведены в табл. 18.

				Подпро	граммы	,	,		
		ADAPT2 (48)		BPF72 (138816)		FREWRA (6688)		RADIA2 (42624)	
· k	Т	t	α	t	a	ŧ	α	. t	a
0	331 -	161,6	49	52,8	16	43,2	13	25,6	8
2	184 115	14,4 14,4	8 12	52,8 —	29 —	$\frac{43,2}{43,2}$	23 38	25,6 25,6	14 22
3 4	80 61	$14,4 \\ 14,4$	$\frac{18}{24}$. —	1, 1 $1, 1$	$rac{1}{2}$.	$\frac{25,6}{6,4}$	32 11

ТАБЛИЦА 18

Примечание. k — номер редакции (0 — для исходной версии); T — полное время счета (c); t — время счета (c) отдельной подпрограммы; $\alpha = t/T$ — доля (%) соответствующей подпрограммы в общем бюджете времени; числа в скобках указывают суммарное количество обращений к рассматриваемой подпрограмме в течение всего срока интегрирования.

В подпрограмме ADAPT2, реализован итерационный процесс типа Ричардсона для согласования метеорологических полей на сфере. На каждом шаге по времени число итераций фиксировано и равно пяти. Фактически это явный процесс, который легко поддается векторизации. После переработки ADAPT2 (первая редакция), процессорное время для этого блока оказалось равным

14,4 с (вместо 161,6 с для исходной версии, т. е. в 11 раз меньше) и составило по отношению к полному времени счета 8% (в первоначальном варианте 49%).

Программа BPF72 использовалась в исходной версии комплекса для быстрого преобразования Фурье. Ее доля в общем бюджете процессорного времени составляла 16 % и была равна 52,8 с.

При второй редакции эта подпрограмма была исключена из комплекса и вместо нее использовался имевший в матобеспечении системный пакет «Fast Fourier Transforms» [215, 127]. Полное время счета сократилось еще на 69 с.

Подпрограмма обмена FREWRA имела вначале примерно

такой вид:

DO 1 1=1, NI IF (P. GT. 0.) B(I) = A(I)IF (P. LE. 0.) A(I) = B(I)1 CONTINUE,

т. е. в зависимости от знака параметра P информация пересылалась либо из массива A в массив B, либо наоборот.* При третьей редакции комплекса в новом варианте этой подпрограммы были выписаны два цикла, каждый из которых работал при определенном знаке P и не содержал условных операторов. Время выполнения этой подпрограммы сократилось с 43,2 до 1,1 с (быстрее в 38 раз) и составило по отношению к полному времени счета (80 с) 1 % (вместо 38 % во второй редакции).

Следует заметить, что относительно легко векторизуемыми оказались модули, обрабатывающие информации глобального харак-(двумерные и трехмерные поля на сфере). Подпрограмма RADIA2, в которой рассчитываются радиационные притоки тепла, ранее была написана как «локальный» модуль, входные и выходные параметры которого зависят только от вертикальной координаты. Сложная физика радиационных процессов и их параметризация в виде таких функций, как, например, функции пропускания, привели к тому, что модуль оказался насыщенным ссылками из циклов на внешние подпрограммы. Кроме того, подпрограмма RADIA2 содержит многократные вычисления интегралов, при которых используется рекурсивная обработка массивов. Поэтому для ускорения вычислений был использован следующий прием (четвертая редакция): расчет радиационных притоков тепла проводился не на каждом шаге по времени, а 1 раз в 6 ч. Это позволило получить дополнительные 19 с экономии процессорного времени.

^{*} В исходном варианте пакета программ для БЭСМ-6 подпрограмма FREWRA использовалась для обмена с внешней памятью. При работе пакета на CRAY-1 этот обмен имитировался пересылками в оперативной памяти.

Таким образом, за счет более совершенной организации вычислений время центрального процессора при интегрировании модели атмосферы удалось сократить (при расчете на 1 сут) с 331 до 61 с, т. е. в 5,4 раза.

Модель океана

Рассматривался вариант программы для модели с разрешением 5° по широте и долготе, с 8 горизонтами по глубине (шаг по времени 2 сут). Анализ времени центрального процессора при выполнении различных подпрограмм (общее их количество 38) проводился после интегрирования модели на срок 1 год. Результаты анализа как для исходной версии программы, так и для ее последующих редакций, приведены в табл. 19.

		Подпрограмма				
		H (3119	948364)	FREWRO (4602)		
k	T	t	α	t	α	
0	843	462	55	229,8	27 35	
$\frac{1}{2}$	664 441		-	$ \begin{array}{c} 229,8 \\ 7,3 \end{array} $	$\frac{35}{2}$	
Приме	ечание. Ус	л. обозначени	ия см. табл.	18.		

ТАБЛИЦА 19

Общее процессорное время для исходного варианта программы равно $843\ c$ и подавляющая его часть ($82\ \%$) пришлась на две подпрограммы:

1) \dot{H} — подпрограмму-функцию, задающую в аналитическом виде рельеф дна океана $h(\lambda, \varphi)$;

2) FREWRO — подпрограмму обмена, аналогичную используе-

мой в программе модели атмосферы.

При первой редакции для задания рельефа вместо подпрограммы функции были использованы выборки из массива, в котором содержались значения $h(\lambda, \varphi)$.* Затем (вторая редакция), так же как и для модели атмосферы, была переписана подпрограмма обмена FREWRO. В результате время центрального процессора для интегрирования модели океана на срок 1 год сократилось с 843 до 441 с или в 1,9 раза. Дальнейшая оптимизация

^{*} В исходном варианте программы (предназначенном для БЭСМ-6) этого не удалось сделать из-за ограничений на оперативную память.

программы затруднена вследствие частого использования нелинейных индексов, обусловленного многосвязным характером расчетной области.

Таким образом, модификация программного обеспечения модели с целью конвейеризации вычислительного процесса является эффективным средством снижения затрат машинного времени на проведение численного эксперимента и, следовательно, дает дополнительные возможности в исследовании проблемы взаимодействия атмосферы и океана.

3.3. Программный комплекс обработки результатов численных экспериментов

В вычислительном отношении задача моделирования общей циркуляции атмосферы и океана не относится к числу задач, решаемых в режиме реального времени. Поэтому в пакете прикладных программ, реализующих модель на ЭВМ, присутствуют модули, обеспечивающие вывод информации для хранения на внешних носителях (в основном на магнитных лентах). В целях сокращения количества необходимых для этой цели магнитных лент было принято компромиссное решение между стремлением сохранить максимальное количество результирующей информации (поскольку заранее обычно не ясно, могут ли понадобиться те или иные данные расчетов при последующем анализе результатов численного эксперимента) и необходимостью сохранять максимально возможный для продолжения счета объем данных.

В атмосферной части молели на хранение выволятся трехмерные поля всех трех компонент скорости ветра, температуры и массовой доли водяного пара, а также двумерные поля приземного давления, температуры, массовой доли водяного пара и компонент баланса подстилающей поверхности, конвективных и крупномасштабных осадков, толщины снежного покрова и влажности почвы, составляющих касательного напряжения трения ветра на поверхности Земли. В океанической части модели сохраняются трехмерные поля горизонтальных компонент скорости течений, температуры, солености, а также двумерное поле функции тока. При этом различаются два вида хранения — временное и постоянное. При временном хранении (порядка одного месяца) информация на магнитной ленте является копией сгенерированных во время работы модели данных. По истечении срока временного хранения данные уплотняются (упаковываются по несколько чисел в одном машинном слове, при этом часть значащих цифр отбрасывается) и в такой форме переписываются на магнитные ленты постоянного хранения. В комплексе программ, предназначенном для обработки результатов численных экспериментов, предусмотрены соответствующие подпрограммы упаковки и распаковки информации.

Для сравнения с данными наблюдений и других целей инфорчисленном эксперименте, интерполируется мация, полученная в в узлы определенной широтно-долготной сетки на стандартные уровни по высоте (поверхности постоянного давления) в атмосфере и на стандартные горизонты по глубине в океане. Данные, полученные в результате численного эксперимента, представляют собой многомерные временные ряды метеорологических и океанологических величин. Для обработки таких рядов в комплекс программ включены подпрограммы для расчета средних и дисперсий этих величин за определенный промежуток времени. Имеются также возможности для получения различного рода пространственных средних — глобальных, зональных, по широтным поясам и региональных (например, над континентами и океанами). Для наглядного представления информации предусмотрен ее вывод на АШПУ в виде различного рода таблиц и разрисовка графиков и карт полей на графопостроительных устройствах.

Рассмотрим теперь дополнительные возможности программного

комплекса обработки информации.

1. Важным элементом анализа является исследование энергетического цикла атмосферы. С этой целью предполагается, что вся необходимая информация имеется в узлах сетки на *p*-поверхностях. Выпишем формулы для расчета компонент энергетического цикла [53]. Для вычисления зональной и вихревой составляющих кинетической и доступной потенциальной энергии используются выражения

$$K_z = \frac{1}{2} \int_{\Lambda_1} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2) dm,$$

$$K_E = \frac{1}{2} \int_{M} (\overline{(u')^2 + (v')^2}) dm,$$

$$A_z = \frac{1}{2} \int_{M} \gamma c_p (\overline{T''})^2 dm,$$

$$A_E = \frac{1}{2} \int_{M} \gamma c_p (\overline{T''})^2 dm,$$

где $dm = (a^2/gS)\cos\varphi \,d\lambda \,d\varphi \,dp$; S — площадь всей сферы; M — объем всей атмосферы;

$$\gamma = -\frac{R}{c_p p} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\kappa} \frac{1}{\partial \theta_e / \partial p} = \frac{\Gamma_d}{T_e (\Gamma_d - \Gamma_e)}; \quad \kappa = R/c_p,$$

 $p_0\!=\!1000$ г Π а; θ_e , T_e — потенциальная и абсолютная температура стандартной атмосферы соответственно; $\Gamma_d\!=\!g/c_p$ — вертикальный сухоадиабатический градиент температуры; $\Gamma_e\!=\!-dT_e/dz$ — верти-

кальный градиент температуры стандартной атмосферы. При этом для любой величины A

$$\overline{A} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} A \, d\lambda, \quad A = \overline{A} + A',$$

$$\{A\} = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A \cos \varphi \, d\varphi, \quad A = \{A\} + A''.$$

ниже интегралы вычисляются с помощью Выписанные здесь и квадратурных формул. Справедливы следующие балансные соотношения:

$$\frac{\partial K_z}{\partial t} = C_z + C_K - D_z,$$

$$\frac{\partial K_E}{\partial t} = C_E - C_K - D_E,$$

$$\frac{\partial A_z}{\partial t} = -C_z - C_A + G_z,$$

$$\frac{\partial A_E}{\partial t} = -C_E + C_A + G_E,$$

где

$$C_{z} = -\int_{M} \frac{R}{p} \overline{T\omega} \, dm \quad (\omega \equiv dp/dt),$$

$$C_{E} = -\int_{M} \frac{R}{p} \overline{T'\omega'} \, dm,$$

$$C_{K} = \int_{M} \left[\overline{u'v'} \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{|\bar{u}|}{\cos \varphi} \right) + \overline{v'v'} \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \overline{u'v'} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{a} \overline{v} + \right.$$

$$\left. + \overline{u'\omega'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} + \overline{v'\omega'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} \right] dm,$$

$$C_{A} = -\int_{M} \frac{\gamma c_{p}}{a} \overline{v'T'} \frac{\partial \overline{T}}{\partial \varphi} \, dm - \int_{M} \gamma c_{p} \left(\frac{p}{p_{0}} \right)^{n} \left\{ \overline{\omega'T'} \frac{\partial \overline{\theta''}}{\partial p} \right\} dm,$$

$$D_{z} = -\int_{M} \left(\overline{uF_{u}} + \overline{vF_{v}} \right) dm,$$

$$D_{E} = -\int_{M} \left(\overline{u'F_{u}'} + \overline{v'F_{v}'} \right) dm,$$

$$G_{z} = \int_{M} \gamma \left\{ \overline{T'\varepsilon'} \right\} dm,$$

$$G_{E} = \int_{M} \gamma \overline{T'\varepsilon'} \, dm.$$

Здесь C_z , C_E — скорости перехода доступной потенциальной энергии зонального и вихревого движения в кинетическую энергию зонального и вихревого движения соответственно; C_K , C_A — скорости перехода кинетической и доступной потенциальной энергии вихревого движения в соответствующие виды энергии зонального движения; D_z , D_E — диссипация кинетической энергии зонального и вихревого движения (F_u , F_v — скорости изменения количества движения за счет напряжений Рейнольдса); G_z , G_E — генерация доступной потенциальной энергии зонального и вихревого движений (ε — неадиабатические притоки тепла).

Входными данными для работы программы расчета энергетического цикла являются поля компонент скорости (u, v, ω) , температуры (T) и источников (стоков) (F_u, F_v, ϵ) ; выходные данные — компоненты энергетического цикла. Дополнительной полезной информацией являются широтно-высотные и географические распределения подынтегральных функций в рассмотренных выше

выражениях.

2. В программе расчета спектрального распределения какойлибо метеорологической величины, энергетической характеристики и т. д. в зависимости от зонального волнового числа вычисляется ее значение, соответствующее отдельной гармонике (используется быстрое преобразование Фурье), и строятся широтно-высотные распределения амплитудно-частотных характеристик. В этой же программе вычисляются эффективные волновые числа (в частности, для зональной и меридиональной компонент кинетической энергии).

3. В программный комплекс обработки результатов расчетов включены подпрограммы для расчета широтно-высотных распределений меридиональных и вертикальных переносов метеорологических величин (в частности, тепла, влаги и углового момента) за счет стационарной циркуляции и за счет вихревых движений. Аналогичные программы используются и для расчета меридиональных и вертикальных переносов тепла и солей как по отдельным океанам, так и для всего Мирового океана в целом. Соответствующие формулы приведены в предыдущих главах.

4. Для статистического анализа результатов экспериментов по исследованию чувствительности модели вычисляется ряд статистических характеристик по отдельным выборкам значений метеорологических величин в «контрольном» ($x = \{x_i\}$) и «аномальном» ($y = \{y_i\}$) экспериментах. Эти выборки могут включать информацию только для определенного круга широты или только для отдельных океанов, или для континентов и т. д. К числу анализируе-

мых статистических характеристик относятся:

а) среднее значение
$$ar{s} = rac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i,$$

s = (x, y), N - длина выборки;

б) среднее квадратичное отклонение

$$\sigma_s = \left[\overline{(s-\bar{s})^2}\right]^{1/2},$$

в) коэффициент линейной корреляции

$$r_{xy} = \frac{\overline{(x - \bar{x})(y - \bar{y})}}{\sigma_x \sigma_y},$$

г) параметры уравнения линейной регрессии

$$a = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad b = \bar{y} - a\bar{x}.$$

Входной информацией подпрограммы, реализующей вычисление статистических характеристик, служат массивы любых данных, рассчитанных в ходе численных экспериментов или полученных на других этапах обработки.

5. В программе диагностического анализа радиационных характеристик при использовании соответствующих подпрограмм из пакета программ модели рассчитываются: распределение облачности отдельно по ярусам и общей; уходящая длинноволновая радиация на верхней границе атмосферы; поглощенная солнечная радиация, нисходящая длинноволновая радиация и радиационный баланс на подстилающей поверхности; радиационный баланс и альбедо системы атмосфера—Земля и др. Входные параметры те же, что и при работе радиационного блока модели.

Мы рассмотрели лишь те компоненты системы обработки информации, которые были использованы при анализе результатов численных экспериментов. Заметим в заключение, что предназначенный для этой цели комплекс программ разработан на модульной основе. Он остается открытым для накопления, что допускает

дальнейшее развитие и усовершенствование модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атлантический гидрофизический полигон-70/Под ред. В. С. Самойленко. — М.: Наука, 1974. — 320 с.

2. Берлянд Т. Г., Строкина Л. А. Глобальное распределение

общего количества облаков. — Л.: Гидрометеоиздат, 1980. — 70 с.

3. Блинова Е. Н. Гидротермодинамическая теория волн давления, температурных волн и центров действия.— ДАН СССР, 1943, 39, № 7, с. 284—287.

4. Борисенков Е. П., Кузнецов М. А. Роль штормовых условий в формировании глобальных атмосферных процессов и требования к системе наблюдений. — Препринт Отдела вычислительной математики АН СССР, М., 1981, № 9.— 15 c.

5. Бортковский Р. С. Тепло- и влагообмен океана и атмосферы при

штиле и маловетрии. Труды ГГО, 1981, вып. 454, с. 3-8.

6. Бубнов М. А. О разрешимости квазистационарных задач динамики бароклинного океана. В кн.: Математическое моделирование динамики океана.— Новосибирск, Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1980, с. 59—75. 7. Василенко В. М., Мирабель А. П., Озмидов Р. В. О спект-

рах скорости течения и коэффициенте горизонтальной турбулентной вязкости в Атлантическом окане.— Океанология, 1976, т. XXI, вып. 1, с. 55—60.

8. Влияние процессов в пограничном слое атмосферы на формирование крупномасштабных характеристик климата/В. П. Мелешко, Б. Е. Шнееров, Л. Н. Магазенков. — Метеорология и гидрология, А. С. Дубов, 1982. c. 5—17.

9. Воеводин В. В. Математическая модель конвейерных вычислений.--Препринт № 42 Отдела вычислительной математики АН СССР, Москва, 1982.—

33 c.

- 10. Гидродинамическая модель общей циркуляции атмосферы. Часть I/ Г. И. Марчук, В. П. Дымников, В. Н. Лыкосов и др.— Препринт ВЦ СО АН СССР, 1977, вып. 66.— 39 с.
- 11. Гидродинамическая модель общей циркуляции атмосферы и океана (методы реализации)/Г. И. Марчук, В. П. Дымников, В. Н. Лыкосов и др.— Новосибирск, Havka, 1975.— 213 с.

12. Глобальная модель общей циркуляции атмосферы/Г. И. Марчук, В. П. Дымников, В. Н. Лыкосов и др.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и

океана, 1979, т. 15, с. 467-483.

- 13. Годунов С. К. Метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики.— Математический сборник, 1959, т. 47(89), № 3, c. 271—3**0**6.
 - 14. Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы. М.:

Наука, 1973.— 400 с.

15. Гольдин В. Я., Калиткин Н. Н., Щишова Т. В. Нелинейные разностные схемы для гиперболических уравнений.— Журнал вычислительной математики и математической физики, 1965, т. 5, № 5.

16. Душкин П. К., Ломоносов Е. Г., Лунин Ю. Н. Опыт чис-

ленного прогноза влажности, облачности и осадков на вычислительной ма-

шине. — Метеорология и гидрология, 1960, № 12, с. 3—10.

17. Дымников В. П. Об одной постановке задачи прогноза полей влажности в атмосфере. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1971, 7, № 12, c. 1311—1314.

18. Дымников В. П. О параметризации балла неконвективной облачности в задачах фонового прогноза погоды и общей циркуляции атмосферы.— Труды ЗСРНИГМИ, 1974, вып. 11, с. 62—68.

19. Дымников В. П. О развитии бароклинной неустойчивости в атмосфере с переменным параметром статической устойчивости. — Изв. АН СССР.

Физика атмосферы и океана, 1978, т. 14, № 3, с. 243—250.

20. Дымников В. П. Математическое моделирование общей циркуляции влажной атмосферы: Автореферат днс.... д-ра физ.-мат. наук.— Новосибирск, Изд-во ВЦ CO AH CCCP, 1981.— 286 с.

21. Дымников В. П., Галин В. Я., Перов В. Л. Исследование чувствительности климата к удвоению СО2 с помощью зонально осредненной модели общей циркуляции. В кн.: Математическое моделирование динамики атмосферы и океана. Часть II, Математическое моделирование атмосферных движений. — Новосибирск, Наука, 1980, с. 15—21.

22. Дымников В. П., Ишимова А. В. Недиабатическая модель краткосрочного прогноза погоды. — Метеорология и гидрология, 1979. № 6.

23. Дымников В. П., Фомеико А. А. О спектральном распределенеустойчивых мод в модели общей циркуляции атмосферы. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1981, т. 17, № 7, с. 675—679.

24. Жуков А. И. Предельная теорема для разностных операторов.—

Успехи математических наук, 1959, т. 14, вып. 3(87), с. 129—136.

25. Залесный В. Б. О решении видоизмененной задачи Дирихле в теории морских течений. — Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1976, т. 12, № 6, c. 634—640.

26. Залесный В. Б., Иванов Ю. А. Численные эксперименты по анализу двухмерной модели термохалинной и ветровой циркуляции океана.-

Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1978, т. 14, № 2, с. 184—194. 27. Залесный В. Б., Маев В. К. Численное моделирование крупномасштабных гидрологических полей в океане.— Океанология, 1983, т. 23, № 5,

c. 735-742.

28. Зотиков И. А. Иванов Ю. А., Барбаш В. Р. Сток материкового льда Антарктиды и формирование донных антарктических вод. -- Океанология, 1974, т. 14, вып. 4, с. 607—613.

29. Зуев В. Е. Распространение видимых и инфракрасных воли в атмо-

сфере. — М.: Советское радио, 1970. — 495 с.

30. И в а н о в Ю. А. Крупномасштабная и синоптическая изменчивость

полей в океане. — М.: Наука, 1981. — 168 с.

31. Иванов Ю. А., Новицкий А. Г. Теоретическая модель реакции океана на возмущения атмосферы.— В кн.: Атлантический гидрофизический полигон-70/Под ред. В. Г. Корта, В. С. Самойленко.— М.: Наука, 1974, с. 208—220.

32. Ильин А. М. Разностная схема для дифференциального уравнения с малым параметром при старшей производной.— Математические заметки, 1969,

№ 6, вып. 2, с. 237—248.

33. Иорданов Д. Л., Пененко В. В., Алоян А. Е. Параметризация стратифицированного бароклинного пограничного слоя для численного моделирования атмосферных процессов. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и

океана, 1979, т. 14, № 8, с. 815—823. 34. Казаков А. Л., Лыкосов В. Н. К вопросу о параметризации тепловлагообмена при штормах применительно к задачам взаимодействия атмо-

сферы и океана.— Метеорология и гидрология, 1980, № 8, с. 58—64.

35. Қазаков А. Л., Лыкосов В. Н. О параметризации взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью при численном моделировании

атмосферных процессов.— Труды ЗапСибНИИ, 1982, вып. 55, с. 3—20. 36. Казанский А. Б., Монин А. С. О динамическом взаимодействии между атмосферой и поверхностью Земли.— Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1961,

№ 5, c. 768—788.

37. Қазанский А. Б., Монин А. С. О турбулентном режиме выше приземного слоя воздуха.— Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1960, № 1, с. 165—168.

38. Каменкович В. М. Об интегрировании уравнений морских течений в неодносвязных областях.— ДАН СССР, 1961, т. 138, № 5, с. 1076—1079. 39. Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А. С. Синоп-

тические вихри в океане. — Л.: Гидрометеоиздат, 1982.

40. Китайгородский С. А., Миропольский Ю. З. К теории деятельного слоя открытого океана. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1970, т. 4, № 2, с. 177—188.

41. Қозлов Н. И. Организация вычислительных работ.— М.: Наука,

1981.— 240 c.

42. Кондратьев К. У. Актинометрия. — Л.: Гидрометеоиздат, 1966. —

43. Қордзадзе А. А. О единственности решения одной задачи динамики океана.— ДАН СССР, 1974, т. 219, № 4, с. 856—859.

44. Кордзадзе А. А. О разрешимости задач динамики океана с учетом ветровых течений.— ДАН СССР, 1977, т. 237, № 1, с. 52—55.

45. Кочергин В. П., Цветкова А. А. Численное исследование общей океанической циркуляции. В кн.: Численные модели океанических циркуляций. — Новосибирск. Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1972, с. 82—97.

46. Кочергин В. П., Щербаков А. В. Численное моделирование бароклинного Мирового океана. Метеорология и гидрология, 1977, № 7,

c. 56—63.

47. Қраус Е. Взаимодействие атмосферы и океана/ Π ер. с англ. под ред.

А. С. Дубова, Э. К. Бютнер. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. — 295 с.

48. Кузин В. И. О решении уравнения для баротропных волн Россби методом конечных элементов с расщеплением. — В кн.: Математическое моделирование динамики океана. — Новосибирск, Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1980, c. 156—169.

49. Кузин В. И. Численное моделирование океанических течений на основе метода конечных элементов: Автореферат дис.... канд. физ.-мат. наук.—

Новосибирск, Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1975.— 133 с.

50. Курбаткин Г. П. Гидродинамические модели климата.— Природа,

1981, № 10, c. 43—55.

51. Курбаткин Г. П. О влиянии океана на климат.— Новосибирск, препринт ВЦ СО АН СССР, 1977, № 62.— 20 с.
52. Линейкин П. С. Основные вопросы динамической теории бароклин-

ного слоя моря. – Л.: Гидрометеоиздат, 1957. — 139 с.

53. Лоренц Э. Н. Природа и теория общей циркуляции атмосферы/Пер.

с англ. — Л.: Гидрометеоиздат, 1970. — 260 с. 54. Мамаев О. И. Т, S-анализ вод Мирового океана. — Л.: Гидрометео-

издат, 1970. — 364 с.

55. Марчук Г. И. К проблеме формирования термоклина в океане.— В кн.: Некоторые проблемы математики и механики.— Новосибирск: 1970, c. 190—198.

56. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики.— М.: Наука,

1980.— 535 c.

57. Марчук Г. И. Численные методы в прогнозе погоды.— Л.: Гидрометеоиздат, 1967.— 353 с. 58. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и

океана на основе метода расщепления. – Л.: Гидрометеоиздат, 1972. – 303 с.

59. Марчук Г. И., Бубнов М. А. Об асимптотическом поведении решения линейных уравнений динамики бароклинного океана при больших временах.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1980, т. 16, № 3,

c. 211—218.

60. Марчук Г. И., Залесный В. Б., Кузин В. И. О методе конечных разностей и конечных элементов в задачах глобальной океанической циркуляции.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1975, т. 11, № 12, c. 1294—1300.

61. Марчук Г. И., Кондратьев К. Я., Дымников В. П. Некоторые проблемы теории климата. - М.: Итоги науки и техники, сер. метеорол.

и климатол., 1981, т. 7.— 104 с. 62. Марчук Г. И., Кордзадзе А. А., Залесный В. Б. Проблемы математического моделирования морских и океанических течений. В кн.: Дифференциальные и интегральные уравнения. Краевые задачи. Тбилиси, Изд-во ТГУ, 1979, с. 99—151.

63. Марчук Г. И., Курбаткин Г. П. Модели Вычислительного центра анализа нестационарных атмосферных процессов. В кн.: Математические модели атмосферных процессов. Часть II.—Новосибирск, изд-во ВЦ СО

AH CCCP, 1980, c. 3—28.

64. Марчук Г. И., Скиба Ю. Н. Об одной модели прогноза осредненных аномалий температуры. — Новосибирск, препринт ВЦ СО АН СССР, 1978, № 120.—40 c.

65. Матвеев Л. Т. Динамика облаков.— Л.: Гидрометеоиздат. 1981.—

311 с.

66. Микояда К. Численный прогноз и влияние процессов подсеточных масштабов. — В кн.: Теоретические основы прогноза на средние сроки/Пер. с англ.— Л.: Гидрометеоиздат, 1979, с. 5—79.

67. Мелешко В. П., Швец М. Е., Шнееров Б. Е. Гидродинамическая трехуровенная модель общей циркуляции атмосферы.— Метеорология и

гидрология, 1979, № 8, с. 21—32.

68. Моделирование глобального атмосферного течения на основе спектральных методов/В. Бёрк, Б. Макавени, К. Пури, Р. Тюрлинг. В кн.: Модели общей циркуляции атмосферы. Пер. с англ. под ред. С. А. Машковича.

69. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость

Мирового океана. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974. — 262 с.

70. Монин А. С., Обухов А. М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы. Труды Института геофизики АН СССР, 1954, вып. 24(151), с. 163—187. 71. Монин А. С., Озмидов Р. В. Океанская турбулентность.— Л.:

Гидрометеоиздат, 1981.— 320 с. 72. Монин А. С., Озмидов Р. В. Турбулентность в океане. В кн.: Физика океана. Т. I: Гидрофизика океана.— М.: Наука, 1978, с. 148—207. 73. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика.— М.:

Наука, 1965, т. 1.—640 с.

74. Морской Г. И. Анализ исследования крупномасштабных вертикальных движений в атмосфере. Труды Гидрометцентра СССР, 1968, вып. 30, c. 82-96.

75. Мусаелян Ш. А. О природе некоторых сверхдлительных атмосфер-

ных процессов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1978.— 142 с.

76. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.—

М.: Гостехиздат, 1946.— 243 с.

77. Некоторые вопросы анализа математических алгоритмов решения задач и архитектуры ЭВМ/К. И. Бабенко, А. В. Забродин, И. Б. Задыхайло, А. Н. Мямлин.— Препринт № 7 Отдела вычислительной математики АН СССР. M., 1981.—19 c.

78. Нелинейные системы гидродинамического типа/Под ред. А. М. Обу-

хова.— М.: Наука, 1974.—160 с. 79. Обухов А. М. О структурах температурного поля и поля скорости в условиях свободной конвекции.— Изв. АН СССР, сер. геогр., 1960, № 9, c. 1392—1396.

80. Озмидов Р. В. О некоторых особенностях энергетического спектра

океанской турбулентности.— ДАН СССР, 1965, т. 161, № 4, с. 828—831. 81. Озмидов Р. В. Горизонтальная турбулентность и турбулентный обмен в океане. - М.: Наука, 1968. - 199 с.

82. Океанология. Гидрофизика океана/Под ред. В. М. Каменковича,

А. С. Монина. — М.: Наука, 1978. — 471 с.

83. Окубо А., Озмидов Р. В. Эмпирическая зависимость коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии в океане от масштаба явления.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1970, т. 6, № 5, c. 534-536.

84. Пененко В. В. Методы численного моделирования атмоферных

процессов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1981.— 350 с.

85. Процессы переноса вблизи поверхности раздела океан—атмосфера/ Р. С. Бортковский, Э. К. Бютнер, С. П. Малевский-Малевич, Л. Ю. Преображенский. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974. — 240 с.

86. Русанов В. В. Разностные схемы третьего порядка точности для сквозного счета разрывных решений.— ДАН СССР, 1968, т. 180, № 6, с. 1303— 1305.

87. Самарский А. А. Экономичные разностные схемы для уравнений параболического типа со смешанными производными. Журнал вычислительной математики и математической физики. 1964, т. 4, № 4, с. 753—759.

88. Саркисян А. С. Основы теории и расчет оканических течений.—

Л.: Гидрометеоиздат, 1966.— 123 с. 89. Саркисян А. С. О механизме общей циркуляции Мирового океана.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1974, т. 10, № 12, с. 1293— 1308.

90. Саркисян А. С. Численный анализ и прогноз морских течений.—

Л.: Гидрометеоиздат, 1977.— 182 с.

91. Синяев В. Н. Об одном принципе построения конечно-разностных схем, основанных на законах сохранения полной энергии. В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, изд-во ВЦ СО АН СССР, 1974, т. 5, № 2, c. 15—23.

92. Степанов В. Н. Мировой океан.— М.: Знание, 1974.— 255 с.

93. Стоммел Г. Гольфстрим/Пер. с англ. под ред. А. Д. Добровольского.— М.: Изд-во иностр. лит., 1963.— 227 с.

94. Тареев Б. А. Динамика бароклинных возмущений в океане. — М.:

Изд-во МГУ, 1974.—187 с. 95. Тарнопольский А. Г., Шнайдман В. А. Параметризция бароклинного планетарного пограничного слоя атмосферы. Труды Гидрометцентра СССР, 1976, вып. 180, с. 32-40.

96. Тепловой баланс Земли/М. И. Будыко, Т. Г. Берлянд, Н. А. Ефимова

и др.— Л.: Гидрометеоиздат, 1978.— 41 с.

97. Томпсон Ф. Анализ и предсказание погоды численными методами.—

М.: Изд-во иностр. лит., 1962.— 239 с. 98. Тросников И. В. Модель общей циркуляции атмосферы Гидрометцентра СССР.— Метеорология и гидрология, 1980, № 11, с. 16—26.

99. Фалькович А. И. Динамика и энергетика внутритропической зоны

конвергенции. — Л.: Гидрометеоиздат, 1979. — 246 с.

100. Фейгельсон Е. М., Градус Л. М., Нийлиск Х. Ю. Интегральная функция пропускания теплового излучения. В кн.: Теплообмен в атмосфере, М.: Наука, 1972, с. 7—10.

101. Экспериментальное исследование турбулентных характеристик приводного слоя атмосферы/В. В. Галушко, В. Н. Иванов, И. В. Некрасов и др.—

В кн.: ТРОПЭКС-74.— Л.: Гидрометеоиздат, 1976, т. I, с. 363—382.

102. Яненко Н. И., Шокин Ю. И. О корректности первых дифференциальных приближений разностных схем.— ДАН СССР, 1968, т. 182, № 4.

103. Angell J. K. Comparison of variations in atmospheric quantaties with sea-surface temperature variations in the equatorial easten Pacific.— Mon. Wea.

Rev., 1981, v. 109, p. 230—242. 104. Angell J. K., Korshover J. Comparison between sea surface temperature in the equatorial eastern Pacific and United States surface temperature.—

J. Appl. Met., 1981, v. 20, N 10, p. 1105—1110.

105. Arakawa A. Design of the UCLA General Circulation Model.—Numerical simulation of weather and climate 1972, Technical Report N 7, Dept. of

Meteorol., University of California, Los Angeles, California.—116 p.
106. Arakawa A., Schubert W. Interaction of a cumulus cloud ensemble with a large-scale environment. Pt 1.— J. Atm. Sci., 1974, vol. 31, p. 674— 701.

107. Arakawa A., Lamb V. R. Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA General Circulation Model.—In: "Method of Computational Physics", 1979, 17, p. 173-265.

108. Arakawa A., Lamb V. R. A potential Enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equations.—Mon. Wea. Rev., 1981, v. 109,

p. 18--36.

109. Barnett T. P. On the nature and causes of large-scale thermal variability in the central Noth Pacific. Ocean.— J. Phys. Oceanogr., 1981, v. 11, p. 887—904.

110. Bhumralkar C. M. Numerical experiments on the computation of ground surface temperature in an atmospheric general circulation model.— J. Appl. Met., 1975, v. 14, p. 1246—1258.

111. Bjerknes J. Atmospheric teleconnections from the equatorial Pacific.—

Mon. Wea. Rev., 1969, v. 97, N 3, p. 163-172.

112. Bretherton F. P., Karweit M. Mid-ocean mesoscale modelling.— Numerical Models of Ocean Circulation, National Academy of Sciences, 1975, p. 237—249.

113. Bretherton F. P. Ocean climate modelling.—NCAR, Boulder, Colo-

rado, 1981.— 44 p.

114. Bryan K. A numerical model for the study of the circulation of the

World Ocean.— J. Comp. Phys., 1969, p. 347—376.

115. Bryan K., Manabe S., Pacanowski R. C. A global ocean-atmosphere climate model. P. 2. The oceanic circulation. J. Phys. Oceanogr., 1975, v. 5, p. 30—46.

116. Bryan K., Lewis L. J. A water mass model of the World Ocean.—

J. Geophys. Res., 1979, v. 84, N 5.

117. Bryan K. Seasonal variation in meridional overturning and poleward theat transport in the Atlantic and Pacific oceans: A model study.— J. Marine Res.,

118 Businger J. A., Wyngaard J. C., Izumi I., Bradley E. F. Flux profile relationships in the atmospheric surface layer.— J. Atmos. Sci., 1971,

v. 28, N 2, p. 181—189.

119. Cayan D. R. Large-scale relationships between sea surface temperature and surface air temperature.— Mon. Wea. Rev., 1980, v. 108, N 9, p. 1293—1301.

120. Cage experiment: a feasibility study. Preliminary report.— JSC/CCO, 1981.—55 p.

121. Clarke R. H. Observational studies in the atmospheric boundary layer.—Quart. J. Roy. Met. Soc., 1970, v. 96, N 407, p. 91—114.

122. Corby G. A., Gilchrist A., Newson R. C. A general circulation model of the atmosphere suitable for long period integration.—Quart. J. Roy. Met. Soc., 1972, v. 98, p. 809—833.

123. Cox M. D. A mathematical model of the Indian Ocean.— Deep. Sea

Res., 1970, v. 17, N 1, p. 47—75.
124. Csanady G. T. The roughness of the sea surface in light winds.—

J. Geophys. Res., 1974, v. 79, N 18.

125. Davis R. E. Predictability of sea level pressure anomalies over the north

Pacific Ocean.— J. Phys. Ocean., 1978, v. 88, p. 233—246.

126. Deardorff J. W. Parametrization of the planetary boundary layer for suse in general circulation models.— Mon. Wea Rev., 1972, v. 100, N 2, p. 93-106. 127. Dent D. East Fourier transforms in ECLIB.—ECMWF Newsletter, 1980, :N 5, p. 9.

128. Development and USE of the NCAR GCM.— A report of the GCM Steer-

ing Committee, NCAR-TN/STR-101, 1975.—177 p.

129. Dyer A. J. A review of flux profile relationships.—Boundary Layer Met., 1974, v. 7, N 3, p. 363—372.

130. Fix G. J. Finite element models for ocean circulation problems.— SIAM,

J. Appl. Math. 1975, v. 29, N 3, p. 371-387.

131. Friehe C. A., Schmitt K. F. Parametrizations of air-sea interface fluxes of sensible heat and moisture by the buck aerodynamic formulas.— J. Phys. Oceanogr., 1976, v. 6, p. 801-809.

132. Fromm J. E. A method for reducing dispersion in convective diffe-

rence schemes.— IBM Research Lab. Report, 1968.

133. Gadd A. I. A numerical advection scheme with small phase errors.—

Quart. J. Roy. Met. Soc., 1978, v. 104, N 441, p. 583—594.
134. Gall R. The effects of released latend heat in growing baroclinic waves.— J. Atm. Sci., 1976, v. 33, N 9, p. 1686—1700.

135. Garrat J. R. Review of drag coefficients over oceans and continents.— Mon. Wea. Rev., 1977, v.105, N 7, p. 915—929.

136. Garrat J. R., Francev R. J. Bulk characteristics of heat transfer in the unstable baroclinic atmospheric boundary layer.—Boundary Layer Met., 1978, v. 15, p. 399-421.

137. Garret C. Mixing in the ocean interior.—Dvn. of Atmos. and Oceans.

1979, v. 3, p. 239-265.

138. Gates W. L., Schlesinger M. E. Numerical simulation of the January and July global climate with a two-level atmospheric model. J. Atm. Sci., 1977, 34, p. 36—76.

139. Gill A. E., Niiler P. P. The theory of the seasonal variability in the

ocean. - Deep Sea Res., 1973, v. 20, p. 141-177.

140. Gill A. E. Circulation and bottom water production in the Weddel Sea.—

Deep-Sea Res., 1979, v. 20, N 6, p. 111-140.

- 141. Harrison D. E. On the diffusion parametrization of mesoscale eddy effects from a numerical ocean experiments.—J. Phys. Oceanogr., 1978, 8, p. 913-918.
- 142. Harten A., Hyman J. M., Lax P. D. On finite-difference approximations and enstrophy conditions for shocks.—Comm. Pure and Appl. Mash, 1976.

v. 29, N 3, p. 297—322.

143 Hasselmann K., Maier-Reimer E., Müller D., Willerbrand J. An ocean circulation model for climate variability studies.— Mux Planck institut für Meteorologie, Humburg, 1981.—81 p.

144. Han Y. J., Gates W. L. Preliminary analysis of the performance of the OSU six-level oceanic general circulation model. Pt 2. A baroclinic experi-

ment.— Climatic Research Inst., Rep. N 34, OSU, Oergon, 1982.

145. Hayashi Y., Golder D. G. The effects of condensational heating on midlatitude transient waves in their nature stage: control experiments with GFDL

General Circulation Model.— J. Atm. Sci., 1982, v. 38, p. 2532—2539.

146. Held I. The vertical scale of an unstable baroclinic wave and its importance for eddy heat flux parametrization.— J. Atm. Sci., 1978, v. 35, N 4,

p. 572-576.

147. Hellerman S. An updated estimate of the wind stress on the World

Ocean.— Mon. Wea. Rev., 1968, v. 96, p. 63—74.

148. Holloway J., Manabe S. Simulation of climate by a global general circulation model. Pt. 1. Hydrological cycle and heat balance.—Mon. Wea. Rev., 1971, v. 99, p. 335—370.

149. Horel J. D., Wallace J. M. Planetary-scale atmospheric phenomena associated with the southern oscillation.—Mon. Wea. Rev., 1981, v. 1—9, p. 813—

150. Hoskins B. J., Karoly D. J. The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing.— J. Atm. Sci., 1981, v. 38. p. 1179—1196.

151. Huvakorn P. S., Nilkuha K. Solution of transjent transport equation using an upstream finite element scheme.— Appl. Math. Modell., 1979, v. 3,

152. January and July simulation experiments with the 2.5° latitude-longitude version of the NCAR general circulation model.—NCAR/TN-123-STR, 1977, p. 61.

153. Jenne R. L. Data sets for meteorological research.— NCAR Techn. Note, NCAR-TN/IA-111, 1975.— 61 p.

154. Kasahara A., Washington W. M. NCAR global general circulation model of the atmosphere.—Mon. Wea. Rev., 1967, v. 95, N 7, p. 389—402.

155. Katayama A. A simplified scheme for computing radiative transfer in the troposphere.—Numerical Simulation of Weather and Climate, Techn. Rep., N 6,

1972.—77 p.
156. Kondo J. Air-sea bulk transfer coefficients in diabatic condition.—

Boundary Layer Met., 1975, v. 9, N 1, p. 91-112.

157. Kraichnan R. Inertial ranges in two-dimensional turbulence.—Phys.

Fluids, 1967, 10, p. 1417—1423.

158. Kreis H. O., Oliger J. Comparison of accurate methods for the interation of hyperbolic equations.—Tellus, 1972, v. 24, N 3.

159. Kuo H. L. Further studies on the parametrization of the influence of cumulus convection on large-scale flow.—J. Atm. Sci., 1974, v. 31, p. 1231— 1240

160. Kurbatkin G. P. On the processes dominating in formation and maintaining long-term atmospheric fluctuations.—Geof. Intern., 1976, N 6 (1), p. 1—44.

161. Lacis A. A., Hansen J. E. Parametrization for the absorbtion of solar

radiation in the earth's atmosphere. — J. Atmos. Sci., 31, 1974, p. 118—113.

162. Lau N. Ch. A diagnostic study of recurrent meteorological anomalies appearing in a 15-year simulation with a GFDL General Circulation Model.—Mon. Wea. Rev., 1981, v. 109, p. 2287-2311.

163. Lax P. D., Wendroff B. Systems of conservation laws.—Comm. Pure

and Appl. Math, 1960, v. 13, p. 217-237.

164. Manabe S., Bryan K. Climate calculations with a combine ocean-atmosphere model.— J. Atm. Sci., 1969, 26, p. 786—789.

165. Manabe S., Bryan K. Climate and the ocean circulation.— Mon. Wea. Rev., 1969, v. 97, N 11.

166. Manabe S., Bryan K., Spelman M. J. A global ocean-atmosphere climate model with seasonal variation to future studies of climate sensitivity. Dynamics of Atm. and Oceans, 1979, 3, p. 393—420. 167. Manabe S., Hahn D. G. Simulation of atmosphere variability.—Mon.

Wea. Rev., 1981, v. 109, p. 2260-2286.

168. Manabe S., Smagorinsky J., Strickler R. F. Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle.—Mon. Wea. Rev., 1965, v. 93, N 12, p. 769—798.

169. Manabe S., Stouffer R. J. Sensitivity of a Global Climate Model to an increase of CO₂ concentration in the atmosphere. J. Geophys. Res., 1980,

v. 85, N 10, p. 5529—5554.

170. Manabe S., Strickler R. Thermal equilibrium of the atmosphere

with a convective adjustment.— J. Atm. Sci., 1964, v. 21, N 4, 361—385.

171. Manabe S., Wetherald R. The effects of doubling the CO2 concentration on the climate of a General Circulation Model. J. Atm. Sci., 1975, v. 32, N 1, p. 3—15.

172. Manabe S., Wetherald R. Thermal equilibrium of the atmosphere with a given distribution of relative humidity.— J. Atm. Sci., 1967, v. 24, p. 241—259.

173. Marchuk G. I. Formulation of the theory of perturbation for complicated models. Pt 1. The estimation of the climate change.—Geof. Intern., 1975, p. 103—156.

174. Marchuk G. I., Dymnikov V. P., Lykosov V. N. et al. Global model of general circulation of the atmosphere. - GARP Publ., 1979, v. 22,

p. 318---349.

175. Marchuk G. I., Dymnikov V. P., Lykosov V. N. On relation between index cycles of the atmosphere circulation and spatial spectrum of the kinetic energy in the model of the general circulation of the atmosphere.— ECMRWF, Techn. Memo., N 31, 1981.—33 p.
176. Marshall T. C. On the parameterization of geostrophic eddies in the

ocean.— J. Phys. Oceanogr., 1981, 11, p. 257—271.

177. Measurements of the turbulent fluxes of momentum, moisture and sensible heat over the ocean/S. Pond e. a.— J. Atm. Sci., 1971, v. 28, N 6, p. 901—917.

178. Melgarejo J. W., Deardorff J. W. Stability functions for the boundary layer resistance laws based upon observed boundary layer heights.— J. Atm. Sci., 1974, v. 31, N 5, p. 1324—1333.

179. Mellor G. L., Yamada T. A heirarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers.—J. Atmos. Sci., 1974, v. 31, N 7, p. 1791—1806.

180. Merle J. Variabilite thermique annuale et interannuelle de l'ocean Atlantique equatorial Est.— L'hypothese d'un "El Nino" Atlantique.— Oceanol. acta,, 1980, v. 3, N 2, p. 209—220.

181. Miyakoda K., Sirutis J. Comparative integrations of global models with various parameterized processes of subgrid-scale vertical transports: description of the parametrizations.—Beitr. Phys. Atmos., 1977, Bd 50, S. 445—447.

182. Monin A. S. The role of the oceans in climatic models.— In: The Physical Basis of Climate and Climate Modelling. GARP Publ. Ser., 1975, 16,

p. 201—205.

183. Moura A. D., Shukla J. On the dynamics of drought in Northeast Brazil: observations, theory and numerical experiments with a General Circulation Model — J. Atm. Sci., 1981, v. 38, p. 2563—2675.

184. Munk W. H. Abyssal recipes. - Deep Sea Res., 1966, v. 13, p. 707-730. 185. Müller P. A note in the variability of eddy diffusion coefficient in the

ocean. — Dynamics of Atm. and Oceans, 1979, v. 3, p. 267—274.

186. Namias J. Multiple causes of the North American abnormal winter 1976—1977.— Mon. Wea. Rev., 1978, v. 106, p. 279—295.

187. Namias J., Cayan D. Large-scale air-sea interactions and shot-period climatic fluctuations.—Science, 1981, v. 24, p. 869—876.

188. Newson R., Temperton C., Tibaldi S. The ECMWF Forecasting System.—Lecture note N 11, ECMRWF, 1979, p. 1—46.

189. Niller P. P. Heat budgets of the tropical oceans.—Depart. School of

oceanography, Oregon State University, 1982.—26 p.

190. Nitta T. Diagnostis study of interaction of the cumulus convection and the large-scale motion.— Tenki, 1980, 27, N 10, p. 697—707.

191. Oort A. M., Vonder Haar T. H. On the observed annual cycle in the ocean—atmosphere heat balance over the Northern Hemisphere.— J. Phys. Oceanogr., 1976, v. 6, p. 781—800. 192. Oort A. H., Rasmusson E. M. Atmospheric circulation statistics.—

NOAA Prof. Pap., 5, 1971.—323 p.

193. Opsteegh J. D., Van den Dool H. M. Seasonal differences and the stationary response of a linearized primitive equation model: prospect for long-range weather forecasting.— J. Atm. Sci., 1980, v. 37, p. 2169—2185.

194. Orlanski I., Cox M. Baroclinic instability in ocean currents.— Geo-

phys. Fluid Dyn., 1973, v. 4, p. 297—332. 195. Phillips N. A. A coordinate system having some special advantages

for numerical forecasting.— J. Met., 1957, v. 14, N 2, p. 184—185.

196. Pollard D. The performance of an upper-ocean model coupled to an atmospheric GCM: preliminary results.— Oregon State Univ., Climate Research Inst., 1982, Rep. N 31.—33 p.

197. Priestley C. H. B. Turbulent transfer in the lower atmosphere.-

Chicago, 1959,—130 p.

198. Raschke E. Approximation of band transmission functions by finite sums of exponentials.—Contributions to Atmos. Physics, 1973, v. 46, N 3, p. 203-212.

199. Ramanathan V. Radiative transfer within the earth's troposphere and stratosphere: A simplified radiative-convective model.— J. Atm. Sci., 1976, 33,

p. 1330—1346.

200. Rasmusson E. M., Carpenter T. H. Variations in tropical sea surface temperature and surface wind fields associated with the southern oscillation, El Nino. Mon. Wea. Rev., 1982, v. 100, p. 36-66.

201. Rowntree P. R. Tropical forcing of atmospheric motions in a nume-

rical model.— Quart. J. Roy. Met. Soc., 1976, 102, p. 583—605.

202. Saint-Quilly B. Sur la théorie des courants marints induits par le vent. — Bulletin d'information central d'oceanographic et d'étude des côtes, 1956, v. 8, N 3, p. 111-123.

203. Schutz G., Gates W. L. Global climate data for surface, 800 mb,

400 mb.— Rep. R-915-ARPA, RAND-Corp., 1971.

204. Schutz C., Gates W. L. Supplemental global climatic data: January.— RAND Corp. R-915/2 ARPA, Santa Monica, 1973.—38 p.

205. Semntner A. J., Mintz Y. Numerical simulation of the Gulf Stream

and mid-ocean eddies.— J. Phys. Oceanogr., 1977, v. 7, p. 208—230. 206. Shukla J., Wallace J. M. Numerical simulation of the atmospheric response to equatorial Pacific sea-surface temperature anomalies.— In preparation, 1982.

207. Sommeria G., Deardorf J. W. Subgrid-scale condensation in models of nonprecipitating clouds.— J. Atm. Sci., 1977, v. 34, N 2, p. 344—355.

208. Sommerville R., Stone P., Halem M. et al. The GISS model of the global atmosphere.—J. Atm. Sci., 1974, 31, p. 84—117.

209. S m a g or in s k y J. On the dynamical prediction of large-scale condensation by numerical methods.— Geophys. Monogr., Washington, 1960, N 5, p. 71—78.

210. S m a g or in s k y J. The dynamical influence of large-scale heat sources

and sinks on the quasi-stationary mean motions of the atmosphere.— Quart. J. Roy. Met. Soc., 1953, v. 79, N 341, p. 342—366.
211. Smith S. A., Banke E. G. Variation of sea surface drag coefficients

with wind speed.—Quart. J. Roy. Met. Soc., 1975, N 429, p. 665—673.
212. Stephens G. I., Campbell G. G., Vonder Haar T. H. Earth radiation budgets.—J. Geophys. Res., 1981, v. 86, N C10, p. 9739—9760.

213. Stommel H., Arons. On the abyssal circulation of the World Ocean.— Deep Sea Res., 1960, v. 6, p. 140, p. 217. (Стоммел Г., Ароне. Абиссальная циркуляция в Мировом океане. — В кн.: Проблемы океанической циркуляции, М., 1965.)

214. Stone P. Baroclinic adjustment. J. Atm. Sci., 1978, v. 35, N 4,

p. 561—571.

215. Temperton C. Mixed-radix fast Fourier transforms without reorder-

ing - ECMWF Techn. Rep., 1977, N 3, p. 35.

216. Wallace J. M., Gutzler D. S. Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter.—Mon. Wea. Rev., 1981, v. 109, p. 784---811.

217. Washington W. M., Thiel T. G. Digitized global monthly mean surface temperatures.—NCAR, t. N., Boulder, Colorado, 1970.
218. Washington W. M., Chervin R. M. Response time of an atmospheric general circulation model to changes in ocean surface temperature: implications for interactive large-scale atmosphere and ocean models.—Tellus, 1980, 32, p. 119—123.

219. Webster P. J. Seasonability in the local and remote atmospheric response to the sea surface temperature anomalies.— J. Atm. Sci., 1982, v. 39, p. 41—52.

220. Welander P. Lateral friction in the ocean as an effect of potential vorticity mixing.—Geophys. Fluid. Dynamics, 1973, 5, p. 101—120.

221. Welker G. T., Bliss E. M. World weather.— V. Mem. Roy. Met. Soc.,

1932, 4, p. 53—84.

222. Wu J. Wind stresses and surface roughness at air-sea interactions.—

Geophys. Rev., 1969, v. 74, p. 201—207. 223. Wuchnitz J. Determination of turbulent fluxes of momentum and sensible heat from fluctuation measurements and the structure of wind field over waves above the tropical Atlantic during ATEX.—"Meteor" Forschungsergebnisse, Reihe B., 1976, N 11, S. 25-50.

224. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. Pt. 2. Monotonicity and conservation in a second-order scheme.— J. Comp. Phys.,

1974, 14, p. 361—370.

225. Yamada T. On the similarity functions A, B and C of the planetary

boundary layer.— J. Atm. Sci., 1976, v. 33, p. 784—793. 226. Sündermann J. The application of finite element and finite difference technique in hydrodynamical numerical models.— Symp. on form. and comp. algorythms in f. e. m., Massachusetts Inst. of Technology, 1976.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
часть і	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ	
Глава 1. Уравнения гидротермодинамики атмосферы	$\frac{11}{13}$ 18 20
Глава 2. Параметризация процессов подсеточного масштаба 2.1. Параметризация горизонтальной турбулентной мелкомасштабной диффузии	21 —
ностью	25
конденсации 2.4. Параметризация процесса «сухой» и «влажной» конвекции. 2.5. Радиация	35 40 44
Глава 3. Численная реализация модели	51 —
и дискретные аналоги законов сохранения	53 60 67 74
Глава 4. Численное моделирование январской циркуляции атмосферы . 4.1. Циркуляция массы и баланс энергии	81 83 96 104
Глава 5. Исследование чувствительности модельной циркуляции атмо-	
сферы к методам параметризации процессов подсеточных масштабов. 5.1. Чувствительность модельной циркуляции атмосферы к параметризации радиационно-облачных связей	110 131 138 152
ЧАСТЬ II	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МИРОВОГО ОКЕАНА Глава 1. Уравнения гидротермодинамики океана 1.1. Постановка задачи 1.2. Эволюционная формулировка задачи 1.3. Интегральные законы сохранения 1.4. Параметризация процессов турбулентного обмена в океане 1.5. Океане океане 1.6. Океане океане	159 161 166 169
Глава 2. Численный метод решения задачи динамики океана 2.1. Численный алгоритм решения задачи плоской циркуляции океана в неодносвязной области	174 182 185
ременным 2.3. Дискретизация трехмерной задачи по пространственным переменным 2.4. Устойчивость вычислительных алгоритмов	191

Глава 3. Моделирование январской циркуляции океана	199
3.1. Описание численного эксперимента	
3.2. Зонально осредненные характеристики полей температуры и течений	010
в отдельных океанах	218
3.3. Перенос тепла в океанах в меридиональной плоскости	225
3.4. Поля температуры и горизонтальная циркуляция в Мировом океане	231
часть ІІІ	
моделирование совместной циркуляции атмосферы и океана	
Глава 1. Крупномасштабное взаимодействие атмосферы и океана	236
1.1. Роль атмосферы в формировании крупномасштабной динамики океана	200
1.2. Роль океана в формировании климата атмосферы и его изменений	246
1.3. Роль океана в короткопериодных флуктуациях климата атмосферы	249
Глава 2. Численное моделирование январской циркуляции системы атмо-	
сфераокеан	260
2.1. Описание численного эксперимента	200
2.2. Температура и баланс тепла в атмосфере	262
2.3. Циркуляция атмосферы и баланс энергии	$\frac{265}{265}$
2.4. Перенос влажности. Гидрологический цикл	271
2.5. Поле температуры и горизонтальная циркуляция в океане	273
2.6. Процессы меридионального переноса тепла в океане	283
Глава 3. Структурный анализ и программное обеспечение модели общей	
циркуляции атмосферы и океана	285
3.1. Структурный анализ модели	286
3.2. Программное обеспечение и ресурсы модели	298
3.3. Программный комплекс обработки результатов численных экспери-	200
ментов	304
Список литературы	309
Onnoun anti-parypol	003

Гурий Иванович Марчук, Валентин Павлович Дымников, Владимир Борисович Залесный, Василий Николаевич Лыкосов, Венер Ягафарович Галин

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

Редактор О. В. Лапина. Художник Е. Е. Городная. Художественный редактор Б. А. Денисовский. Технический редактор Л. М. Шишкова. Корректор Л. А. Сандлер

ДБ № 1540 Сдано в набор 21.11.83. Подписано в печать 26.01.84. М-10673. Формат 60×90¹/16, бумага тип. № 1. Гаринтура литературная. Печать высокая. Печ. л. 20,2 с вклейкой. Кр.-отт. 20,2. Уч.-изд. л. 20,46. Тираж 1260 экз. Индекс МОЛ-171. Заказ № 356. Цена 3 руб. 40 коп. Гидрометеоиздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, 23.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, г. Ленинград, Прачечный переулок, 6.