А.В. НЕКРАСОВ

ЭНЕРГИЯ ОКЕАНСКИХ ПРИЛИВОВ

ЛЕНИНГРАД ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ 1990

УДК 551.466

Н43

Рецензент д-р физ.-мат. наук Б. А. Каган

Рассматриваются основные энергетические характеристики океанских и морских приливов, закономерности формирования энергетического приливного баланса в морских бассейнах, свойства потоков приливной энергии, особенности приливной энергетики в зоне континентального склона и шельфа. Излагаются методы расчета составляющих энергетического приливного баланса, резонансных эффектов, циркуляции энергии в морях, заливах, каналах, в амфидромических системах различного типа. Подробно рассмотрены некоторые океанологические аспекты проблемы использования приливной энергии.

Для океанологов, занимающихся изучением приливов и океанологическим обеспечением проектирования и строительства приливных электростанций, а также для студентов океанологической специальности.

The book "Energy of Ocean Tides" by A. V. Nekrasov deals with basic characteristics of tidal energy in ocean as well as the principles of tidal energy balance in different sea and ocean basins, the properties of fluxes of tidal energy, the peculiarities of tidal energetics in the zone of continental slope and shelf. The methods of calculation of energy balance components, resonance effects, energy circulation in seas, gulfs, canals and in the amphidromic systems of different types are described. A number of aspects of the tidal power utilization problem including the transformation of tidal regime resulting from the construction of a tidal power plant are discussed in some detail.

The book is addressed to specialists studying ocean tides and to those dealing with oceanological provision of tidal power projects and construction. It may be also useful for students-oceanographers.

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Л-д 195196 Малоохтинский пр., 29

Н $\frac{1805040600-094}{069(02)-90}$ 34-90

ISBN 5-286-00444-X

© А. В. Некрасов, 1990 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Интерес к энергии океанских приливов обусловлен различными причинами. Во-первых, эта энергия занимает несколько особое положение среди прочих видов океанской энергии в силу своего «происхождения». В то время как источником большинства видов энергии океана является солнечная радиация, приливная энергия черпается из механической энергии системы, образуемой Землей и находящимися с ней в гравитационном взаимодействии небесными телами. Непрерывная энергетическая «подпитка» приливных колебаний, обусловленная диссипацией приливной энергии за счет трения, вызывает медленную эволюцию параметров движения указанной системы и в первую очередь — замедление вращения Земли вокруг своей оси. Этот эффект определяет выходящий за чисто океанологические рамки интерес к проблеме приливной энергии в связи с исследованием истории Земли и долговременной изменчивости климата [30, 64, 65].

Второе актуальное направление изучения энергии океанских приливов связано с прикладной проблемой ее промышленного использования. Наиболее активно это направление развивается в странах, на побережье которых приливные колебания достигают значительных размеров; к числу таких стран относится и СССР. Результаты работ в этой области представлены в ряде монографий [3, 5, 18], где основной упор сделан на гидротехнических, энергоэкономических и проектно-конструктивных сторонах проблемы. Однако эта проблема имеет и другие аспекты, среди которых на одном из первых мест стоит задача надежного предсказания тех последствий, к которым может привести промышленное использование приливной энергии, т. е. задача прогностической оценки ожидаемой трансформации приливного режима и связанных с этим изменений природных условий.

Хотя в содержании настоящей книги нашли отражения оба указанных направления, в большей степени она связана все же со вторым из них, причем преимущественно с океанологической задачей прогноза трансформации приливного режима. Исследования последних лет показали, что для успешного решения этой задачи наиболее эффективным является сочетание численного моделирования со структурным подходом, основы которого в изучении приливных явлений были заложены около 30 лет назад работами В. В. Тимонова [51]. При подобном подходе количественные

соотношения между наиболее существенными чертами реального приливного режима и определяющими их физическими факторами устанавливаются на уровне так называемых структурных компонентов, имеющих аналитическое описание. По этой причине в книге подробно рассмотрены энергетические характеристики таких «элементарных» приливных волн и их связь с такими традиционными океанографическими понятиями, как амплитуда прилива, котидальные линии, элементы эллипса приливного течения и другие, пространственное распределение которых дается обычно с помощью различных вариантов приливных карт. Сравнительно простым пересчетом приливные карты преобразуются в «энергетические», характеризующие распределение энергосодержания либо интенсивность процессов энергообмена и энергопотерь. Полезной разновидностью таких карт являются также схемы волновых потоков приливной энергии, в векторной форме изображающие направление и интенсивность горизонтальных переносов энергии в океане от источников к стокам. Представляется, что такие карты имеют неоправданно редкое распространение в океанологической литературе, посвященной приливам, несмотря на их высокую информативность. Поэтому анализу векторных полей энергетических потоков, соответствующих отдельным структурным элементам суммарной приливной картины, здесь также уделено значительное внимание.

В целом содержание книги определилось стремлением представить имеющиеся к настоящему времени данные об энергетических характеристиках океанских и морских приливов с большей, чем обычно, детальностью и при этом с особым вниманием к прикладным задачам сегодняшнего дня. В ней в обобщенном виде нашли отражение результаты специализированных исследований по проблеме океанологического обеспечения приливной энергетики, начатые сравнительно недавно. Наряду с этим сделана попытка изложить некоторые известные, в том числе классические, результаты под специальным углом зрения, позволяющим извлечь из них больше информации, чем это обычно делается. При этом считалось важным, чтобы материал книги был изложен достаточно простым образом и допускал наглядную физическую интерпретацию, что должно сделать его доступным возможно более широким кругам океанологов-практиков, а также студентам гидрометеорологических вузов.

Я искренне благодарен Б. А. Кагану за ценные замечания, сделанные при просмотре рукописи.

ГЛАВА 1

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРИЛИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ И ГЕНЕРАЦИЯ ПРИЛИВНОЙ ЭНЕРГИИ В ОКЕАНЕ

Энергия приливных движений в океане создается в результате работы, совершаемой приливообразующими силами. Эти силы возникают при гравитационном взаимодействии Земли с Луной и Солнцем, которые называют «возмущающими светилами». В настоящей главе рассматриваются основные характеристики приливообразующих сил, некоторые общие свойства реакции океана на их воздействие, а также принципиальная схема перераспределения механической энергии в системе двух взаимодействующих астрономических тел при наличии диссипативных потерь. При этом, поскольку взаимодействие Земли с каждым из указанных выше возмущающих светил можно с высокой степенью точности рассматривать раздельно, а лунное влияние сильнее солнечного, будем ограничиваться в большинстве случаев рассмотрением взаимодействия в системе Земля—Луна.

1.1. Основные параметры системы Земля—Луна и поле приливообразующих сил

Рассмотрим взаимодействие между Землей и Луной, предполагая их однородными по плотности сферическими телами и считая пока для простоты, что орбитальное движение Луны совершается в плоскости экватора по круговой орбите. Как известно [14, 53], такое движение представляет собой лишь «лунную часть» единого обращения системы Земля—Луна вокруг общего центра масс (точка O на рис. 1.1 *а*) с угловой скоростью $n_{☾}$. Для характеристики системы Земля—Луна введем следующие обозначения: M_E — масса Земли; M_M — масса Луны; D — расстояние между центрами Земли и Луны; D_1 и D_2 — расстояния от центров Земли и Луны до центра масс; ω_1 и ω_2 — угловые скорости собственного вращения Земли и Луны; C_E и C_M — моменты инерции Земли и Луны относительно своих осей. Массы $M_E = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг и $M_M = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг, а также моменты инерции $C_E = 8{,}118 \times \times 10^{37}$ кг·м^2 и $C_M = 8{,}87 \cdot 10^{34}$ кг·м^2 представляют собой константы, тогда как остальные величины постоянны лишь в так называемой шкале «короткого времени» (см. с. 27). Их современные значения таковы: $D = 3{,}844 \cdot 10^8$ м, $D_1 = 4{,}659 \cdot 10^6$ м, $D_2 =$

$=3{,}797\cdot10^8$ м, $\omega_1=7{,}292\cdot10^{-5}$ с$^{-1}$, $\omega_2=n_☾=2{,}662\cdot10^{-6}$ с$^{-1}$, причем последнее равенство означает, что Луна всегда повернута к Земле одной и той же стороной.

На рис. 1.1 *б* показана «земная часть» единого обращения системы Земля—Луна вокруг точки *O*. Важно отметить, что такое

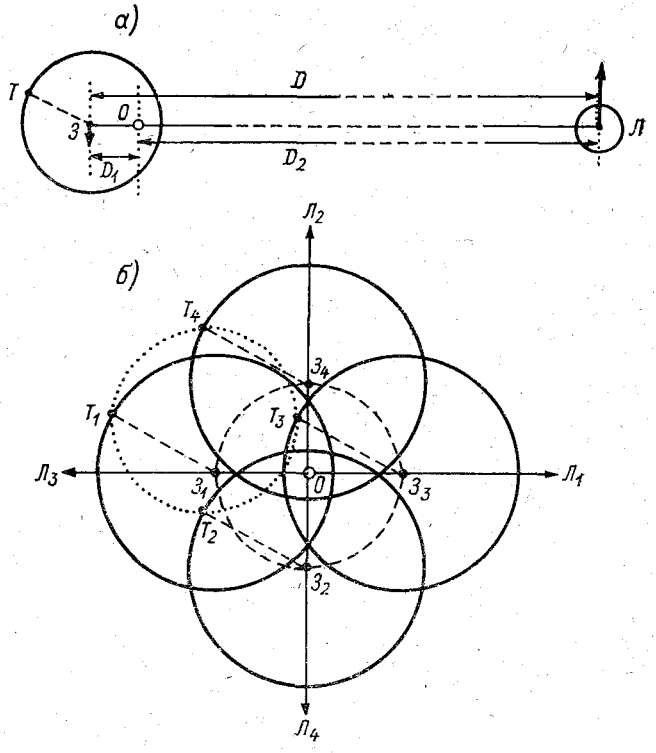


Рис. 1.1. Система Земля—Луна.

а — обращение системы Земля—Луна вокруг ее центра масс *O*. Рисунок в плоскости обращения; *б* — «земная часть» указанного обращения. Каждая точка Земли (например, точка *T*) совершает одинаковое круговое перемещение (точечная окружность) с радиусом D_1, подобное перемещению центра Земли *З* вокруг точки *O* (прерывистая окружность).

обращение происходит без вращения (которое совершается дополнительно к обращению), т. е. в его процессе все точки Земли (например, точки *T* и *З* на рис. 1.1 *б*) описывают одинаковые круговые орбиты и испытывают действие одинаковых по размеру и направлению центробежных сил. Равновесие между суммарным действием этих сил ($\mathbf{F}_ц$) и сил взаимного притяжения Земли и Луны ($\mathbf{F}_п$) обеспечивает стабильность системы.

Указанное равновесие, справедливое для системы в целом, не выдерживается для отдельных точек Земли и Луны вследствие различной пространственной структуры полей сил $\mathbf{F}_ц$ и $\mathbf{F}_п$. Так

поле силы $F_п$ усиливается обратно пропорционально квадрату расстояния до притягивающего тела и характеризуется сходящимися к центру этого тела силовыми линиями, тогда как поле силы $F_ц$ однородно по интенсивности и его силовые линии в каждый момент параллельны. Приливообразующая сила F является следствием такого локального нарушения равновесия между силами $F_п$ и $F_ц$ и определяется как их векторная сумма, отличная от нуля во

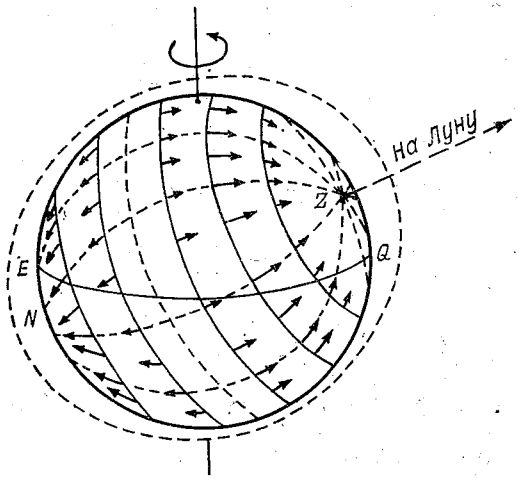


Рис. 1.2. Распределение горизонтальной составляющей приливообразующей силы на поверхности Земли. Показан статический приливный эллипсоид, соответствующий данному силовому полю.

EQ — экватор; *Z* — зенит; *N* — надир.

всех точках Земли и Луны, кроме их центров (точнее — их центров масс).

Для океанической водной оболочки Земли практическое значение имеет лишь горизонтальный компонент приливообразующей силы F, распределение которого на земной поверхности показано на рис. 1.2 и который в каждый момент допустимо считать практически не меняющимся от поверхности до дна океана *. Можно сказать, что изображенное поле характеризуется системой псевдопараллелей (линии равной интенсивности) и псевдомеридианов (силовые линии), сходящихся к псевдополюсам в точках *Z* (зенит) и *N* (надир). В процессе своего суточного вращения Земля «проворачивается» внутри данного поля, которое сравнительно медленно изменяет свою ориентацию, «следя» за положением

* Здесь и далее при рассмотрении динамических соотношений, если нет специальных оговорок, при употреблении термина «сила», имеется в виду сила, отнесенная к массе единицы объема, т. е. величина, имеющая размерность метр на секунду в квадрате или сантиметр на секунду в квадрате.

Луны на небесной сфере. Очевидно, что при учете наклона плоскости лунной орбиты к плоскости экватора силовое поле будет соответствующим образом смещаться и точка Z будет попеременно оказываться в Северном либо в Южном полушариях (см. рис. 1.2) в зависимости от склонения Луны. Если далее учесть еще и эллиптичность лунной орбиты (т. е. непостоянство величины D), то силовое поле, изображенное на рис. 1.2, будет изменять не только свою ориентацию, но и интенсивность, усиливаясь при сближении Земли с Луной и ослабевая при их удалении.

В силу гравитационной природы приливообразующей силы ее поле является потенциальным; поэтому изменчивость и пространственное распределение силы $\mathbf{F}$ можно описывать с помощью ее потенциала Ω, с которым эта сила связана соотношением $\mathbf{F} = \nabla \Omega$ (здесь ∇ — оператор горизонтального градиента). Можно показать [15, 29, 140], что с учетом эллиптичности и наклона орбиты возмущающего светила к плоскости экватора выражение для Ω может быть представлено в виде суммы трех квазипериодических членов:

$$\Omega = \Omega^{(0)} + \Omega^{(1)} + \Omega^{(2)} = \mathscr{D}\left[3\left(\sin^2\varphi - {}^1/_3\right)\right]\left\{(\overline{D}/D)^3\left(\sin^2\delta - {}^1/_3\right)\right\} + \\ + \mathscr{D}\left[\sin(2\varphi)\right]\left\{(\overline{D}/D)^3 \sin(2\delta)\cos(t_\text{г} + \lambda)\right\} + \\ + \mathscr{D}\left[\cos^2\varphi\right]\left\{(\overline{D}/D)^3 \cos^2\delta \cos\left[2\left(t_\text{г} + \lambda\right)\right]\right\}, \qquad (1.1)$$

где $\mathscr{D} = 0{,}75 gR\,(M_M/M_E)\,(R/\overline{D})^3$ — общий для каждого члена коэффициент, так называемая постоянная Дудсона; R — радиус сферической Земли; $\overline{D}$ — среднее расстояние между центрами Земли и возмущающего светила; δ — склонение светила; $t_\text{г}$ — его гринвичский часовой угол; g — ускорение свободного падения (будем считать его постоянным и равным 9,81 м/с^2); φ — географическая широта и λ — восточная географическая долгота точки, для которой определяется Ω. Для лунного (M) и солнечного (S) потенциалов значения постоянной Дудсона составляют: $\mathscr{D}_M = 26{,}277 \cdot 10^3$ см^2/с^2 и $\mathscr{D}_S = 12{,}085 \cdot 10^3$ см^2/с^2.

Временна́я изменчивость каждого из трех членов описывается так называемыми *астрономическими множителями*, заключенными в фигурные скобки. В соответствии с характерными периодами изменчивости член $\Omega^{(0)}$ называют *долгопериодным* (период изменения величин D и δ составляет порядка месяца для Луны и порядка года для Солнца), член $\Omega^{(1)}$ — *суточным* (период изменения $t_\text{г}$ равен 24,48 ч для Луны и 24 ч для Солнца) и член $\Omega^{(2)}$, пропорциональный $\cos(2t_\text{г})$ — *полусуточным*. Множители, стоящие в квадратных скобках, называют *геодезическими* — они описывают широтное распределение соответствующего члена на земной поверхности. Если учесть еще зависимость от λ, то пространственное распределение этих членов описывается тремя сферическими гармониками: зональной, тессеральной и секториальной [15, 140], каждой из которых соответствует свое частное поле приливообразующей силы (рис. 1.3).

Более детальный анализ частотной структуры приливного потенциала Ω показывает, что астрономические множители каждого из названных квазипериодических членов могут быть приближенно, но с высокой степенью точности представлены в виде суммы конечного числа чисто гармонических составляющих, что

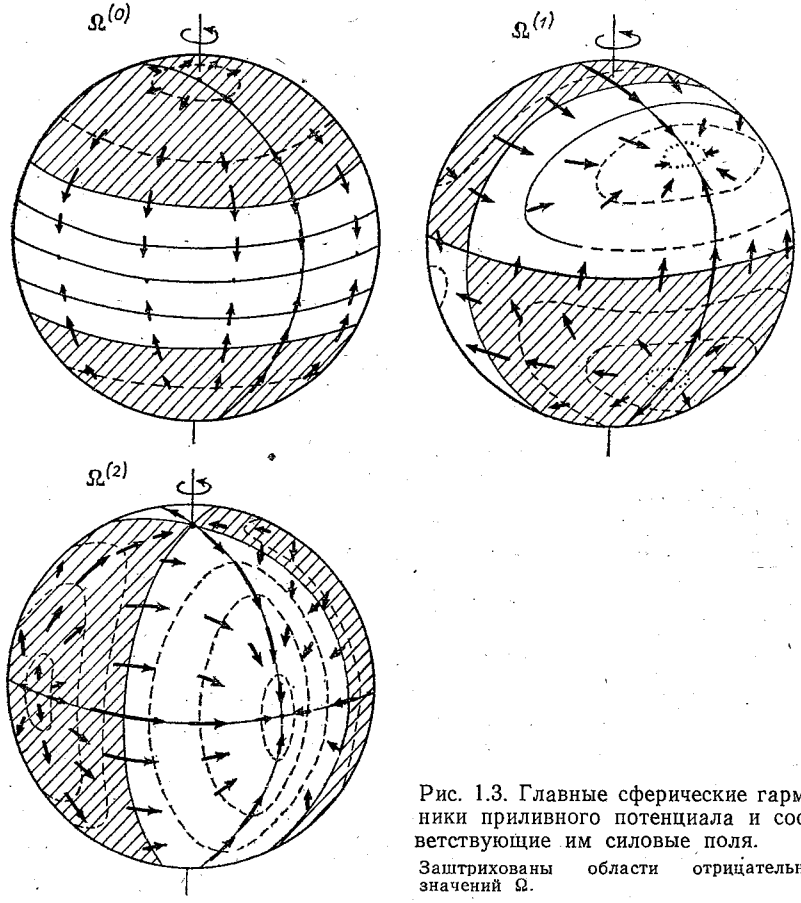


Рис. 1.3. Главные сферические гармоники приливного потенциала и соответствующие им силовые поля.

Заштрихованы области отрицательных значений Ω.

дает в общем спектре три группы дискретных гармоник: долгопериодную, суточную и полусуточную. В общем каждая гармоника потенциала может быть выражена в форме

$$\Omega_i = \mathscr{D} G^{(n)} C_i \cos(\sigma_i t + n\lambda - \Phi_i), \tag{1.2}$$

где n — индекс группы (0 — долгопериодной, 1 — суточной и 2 — полусуточной); i — индекс гармоники; $G^{(n)}$ — геодезический множитель группы; C_i — амплитуда соответствующей гармоники астрономического множителя; σ_i — частота данной гармоники; t — время; Φ_i — фаза гармоники на меридиане Гринвича, определяе-

мая на конкретные сутки с помощью специальных пособий [16, 46]. Параметры важнейших гармоник приливного потенциала приведены в табл. 1.1.

ТАБЛИЦА 1.1

Параметры главных гармоник приливного потенциала

Гармоника	Символ	Коэффициент C_i	Частота σ_i рад/с	Период τ ср. солн. часы
		Долгопериодные		
Лунная полумесячная	M_f	0,156	$5,3234 \cdot 10^{-6}$	327,86
Лунная месячная	M_m	0,082	2,6392	661,30
Солнечная полугодовая	S_{sa}	0,073	0,3982	2191,43
		Суточные		
Лунно-солнечная деклинационная	K_1	0,530	$0,7292 \cdot 10^{-4}$	23,93
Главная лунная	O_1	0,377	0,6760	25,82
Главная солнечная	P_1	0,175	0,7252	24,07
Лунная эллиптическая	Q_1	0,072	0,6496	26,87
		Полусуточные		
Главная лунная	M_2	0,908	$1,4052 \cdot 10^{-4}$	12,42
Главная солнечная	S_2	0,423	1,4544	12,00
Лунная эллиптическая	N_2	0,174	1,3788	12,66
Лунно-солнечная деклинационная	K_2	0,115	1,4584	11,97

Учитывая значения приведенных параметров, легко рассчитать приливообразующую силу, соответствующую любой гармонической составляющей. Например, для четырех наиболее важных гармоник M_2, S_2, K_1 и O_1 получаем следующие выражения для зонального ($\rightarrow$) и меридионального ($\uparrow$) компонентов силы **F**, выраженной в ньютонах (время t выражено в часах):

$$
\begin{aligned}
F^{\rightarrow}_{M_2} &= -7,483 \cdot 10^{-10} \cos\varphi \sin(28,984t + 2\lambda - \Phi_{M_2});\\
F^{\uparrow}_{M_2} &= -3,742 \cdot 10^{-10} \sin(2\varphi) \cos(28,984t + 2\lambda - \Phi_{M_2});\\
F^{\rightarrow}_{S_2} &= -3,480 \cdot 10^{-10} \cos\varphi \sin(30,000t + 2\lambda);\\
F^{\uparrow}_{S_2} &= -1,740 \cdot 10^{-10} \sin(2\varphi) \cos(30,000t + 2\lambda);\\
F^{\rightarrow}_{K_1} &= -4,373 \cdot 10^{-10} \sin\varphi \sin(15,041t + \lambda - \Phi_{K_1});\\
F^{\uparrow}_{K_1} &= 4,373 \cdot 10^{-10} \cos(2\varphi) \cos(15,041t + \lambda - \Phi_{K_1});\\
F^{\rightarrow}_{O_1} &= -3,110 \cdot 10^{-10} \sin\varphi \sin(13,943t + \lambda - \Phi_{O_1});\\
F^{\uparrow}_{O_1} &= 3,110 \cdot 10^{-10} \cos(2\varphi) \cos(13,943t + \lambda - \Phi_{O_1}).
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

Приведенное рассмотрение приливного потенциала сделано без учета того обстоятельства, что порождаемые им приливные деформации взаимодействующих астрономических тел в принципе оказывают обратное воздействие на его поле. Для океана в первую очередь могут иметь значение эффекты, обусловленные приливными деформациями твердого тела Земли и самой океанской оболочки. Каждая из этих деформаций вносит свою добавку к потенциалу Ω, и поэтому полный приливный потенциал можно представить в виде $\Omega_п = \Omega + \Omega_{тв} + \Omega_{ок}$, где $\Omega_{тв}$ и $\Omega_{ок}$ — указанные добавки. Поскольку каждая добавка зависит от характера соответствующей деформации, задача об определении реакции океана на действие приливообразующих сил должна, строго говоря, решаться итерационными методами. Выражения для добавок $\Omega_{тв}$ и $\Omega_{ок}$ и оценка их относительной роли рассматриваются в работах [30, 40, 85, 136 и др.], причем в работе [30] можно найти обзор и анализ полученных результатов. При этом отмечается, что сложности, связанные с решением задачи в такой постановке, весьма велики, а достигаемое повышение качества результатов, если судить о нем по степени согласия расчетных и наблюдаемых приливных колебаний, не очень значительно и не носит глобального характера. В дальнейшем мы в большинстве случаев будем рассматривать приливные движения в океане на основе «классической» теории, в которой считается, что приливные деформации Земли отсутствуют («жесткая» Земля), а океанские приливы не влияют на поле потенциала Ω, т. е. будем считать, что $\Omega_{тв} = \Omega_{ок} = 0$. Такие допущения, как указывается в [30], лежат в основе большинства существующих глобальных приливных моделей.

1.2. Статическая реакция океана на действие приливообразующих сил и пределы применимости статической теории

Простейшей реакцией на действие приливообразующей силы является *статический прилив,* т. е. колебания водной оболочки с такими уклонами свободной поверхности, которые обеспечивают горизонтальные градиенты давления, в любой момент и в любой точке уравновешивающие силу **F**. Таким образом,

$$\mathbf{F} = g\nabla\hat{\zeta}, \tag{1.4}$$

где $\hat{\zeta}$ — статическое возвышение уровня. Отсюда, учитывая соотношение между **F** и Ω, получаем:

$$\hat{\zeta} = \Omega/g + C_\Omega, \tag{1.5}$$

где C_Ω — константа интегрирования, определяемая из условия сохранения общего объема воды в замкнутом бассейне в любой момент приливного цикла, т. е. из условия

$$\iint\limits_S \hat{\zeta}\, dS = 0, \tag{1.6}$$

где S — площадь поверхности бассейна. Отсюда

$$C_\Omega = -\frac{1}{gS}\iint\limits_S \Omega\, dS. \tag{1.7}$$

Для океана, сплошь покрывающего Землю, $C_\Omega = 0$ в силу свойств сферических гармоник и тогда $\hat{\zeta} = \Omega/g$, т. е. при сплошной водной оболочке статический прилив с точностью до множителя g^{-1} описывается распределением потенциала Ω. В этом случае поверхность глобального океана приближенно описывается «приливным эллипсоидом» с большой осью, «нацеленной» на возмущающее светило и следующей за светилом по мере его собственного движения по небесной сфере, в то время как Земля с океаном «прокручивается» внутри эллипсоида по мере своего вращения вокруг оси. Такой эллипсоид схематично показан на рис. 1.2 в условном (увеличенном) вертикальном масштабе. Если рассматривать отдельные члены потенциала $\Omega^{(0)}$, $\Omega^{(1)}$ и $\Omega^{(2)}$, то каждому из них соответствует «свой» статический прилив в форме сферических гармоник, изображенных на рис. 1.3. Можно говорить и о частных статических приливах, соответствующих отдельным гармоническим составляющим (M_2, K_1 и др.) приливного потенциала. Для сплошного глобального океана выражения для частных статических приливов получатся путем подстановки величины Ω_i в форме (1.2) в соотношение $\hat{\zeta}_i = \Omega_i/g$. После учета значений всех констант для главных приливных гармоник будем иметь

$$\begin{aligned}
\hat{\zeta}_{M_2} &= 24{,}3\cos^2\varphi\cos(28{,}984t + 2\lambda - \Phi_{M_2});\\
\hat{\zeta}_{S_2} &= 11{,}3\cos^2\varphi\cos(30{,}000t + 2\lambda);\\
\hat{\zeta}_{K_1} &= 14{,}2\sin(2\varphi)\cos(15{,}041t + \lambda - \Phi_{K_1});\\
\hat{\zeta}_{O_1} &= 10{,}1\sin(2\varphi)\cos(13{,}943t + \lambda - \Phi_{O_1}),
\end{aligned} \tag{1.8}$$

где все величины $\hat{\zeta}$ даны в сантиметрах.

При определении статического прилива в ограниченном бассейне согласно выражению (1.5) должна учитываться величина C_Ω, называемая иногда «поправкой Дарвина» [30, 31], хотя впервые на необходимость ее учета указал В. Томсон [76, 118]. Это поправка, определяемая выражением (1.7), является константой относительно пространственных координат, но зависит от времени. Ее физический смысл наглядно иллюстрируется рис. 1.4, где с большим превышением вертикального масштаба над горизонтальным изображены два условных замкнутых бассейна A и B. При статической реакции поверхность этих бассейнов имеет те же уклоны, что и поверхность глобального статического эллипсоида, но не совпадает с последней в силу неизменности объ-

ема воды в каждом бассейне. Из рисунка очевидно, что величина C_Ω, представляющая собой разность высот между указанными поверхностями, в каждый момент времени неизменна во всех точках одного бассейна, но различна в разных бассейнах. В то же время по мере поворота Земли вокруг своей оси величина C_Ω изменяется. Можно видеть также, что в бассейне сравнительно небольших размеров статический прилив имеет гораздо меньшую амплитуду и совершенно иной характер по сравнению со случаем сплошного океана — он становится похожим на стоячую волну

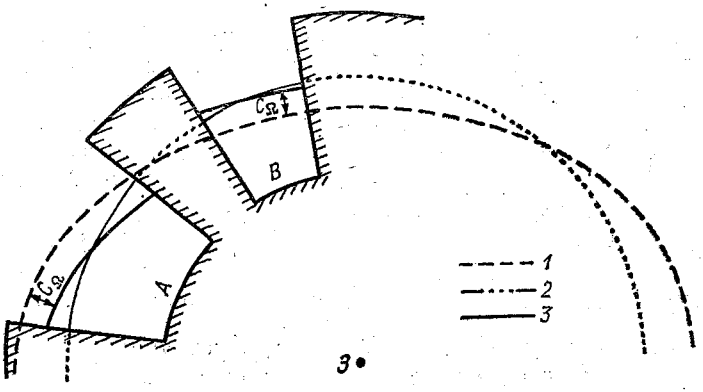


Рис. 1.4. Возникновение поправки Дарвина C_Ω к статическому приливу в ограниченных бассейнах.

1 — уровень глобального статического прилива; *2* — невозмущенный уровень океана (точками показано положение соответствующей эквипотенциальной поверхности на суше); *3* — уровень статического прилива в ограниченном бассейне.

с узлом посреди бассейна. Колебания уровня будут в этом случае максимальны на противоположных берегах бассейна, при этом они почти антифазны по отношению друг к другу.

Если размеры бассейна достаточно велики, то характер статического прилива в нем утрачивает сходство со стоячей волной. Это иллюстрируется аналитическим решением, полученным Г. Ламбом и Л. Суэйн [121] (см. ниже с. 19) для узкого бассейна постоянной ширины, имеющего длину L и глубину h и вытянутого вдоль экватора. Если поместить начало координаты λ посредине такого канала, обозначить долготы его восточного и западного концов через $\lambda = \pm\alpha$ (т. е. $L = 2R\alpha$, где R — радиус Земли) и вести отсчет времени от момента кульминации Луны на начальном меридиане $\lambda = 0$, то для гармонического полусуточного статического прилива получаем выражение

$$\hat{\zeta} = \hat{H}\cos(\sigma t + 2\lambda) - \hat{H}\,\frac{\sin(2\alpha)}{2\alpha}\cos(\sigma t), \qquad (1.9)$$

где $\hat{H}$ — амплитуда глобального статического прилива $\hat{\zeta} = \Omega/g$. Второй член в правой части представляет собой поправку

Дарвина в данном случае. Посредине канала (при $\lambda=0$) колебания уровня равны

$$\hat{\zeta}_0 = \hat{H}[1 - \sin(2\alpha)/(2\alpha)]\cos(\sigma t) \tag{1.10}$$

и амплитуда этих колебаний стремится к нулю при $\alpha \to 0$. Таким образом, характер движений тем ближе к стоячей волне с чистым узлом ($\hat{\zeta}_0=0$) в центре канала, чем меньше его длина L; при этом уменьшается и амплитуда статического прилива во всем канале.

В более сложных случаях при рассмотрении реальных бассейнов поправка C_Ω рассчитывается путем численного интегрирования выражений для сферических гармоник по площади, занятой бассейном. Для реального Мирового океана с учетом континентов количественные оценки величины C_Ω были получены Дж. Дарвином [76]. Эти результаты свидетельствуют, что в этом случае поправки к долгопериодному, суточному и полусуточному статическому приливу не превосходят 2—3 % соответствующих значений $\hat{\zeta}$ для сплошного океана.

Следует отметить, что расчет приливообразующей силы через уклоны статического прилива $\nabla\hat{\zeta}$ не требует учета поправок Дарвина в силу их независимости от пространственных координат.

Допущения, лежащие в основе *статической теории,* настолько велики (предполагается, что вода лишена инерции, но при этом обладает гравитационными свойствами), что эта теория в том или ином приближении пригодна для описания лишь наиболее низкочастотных приливов долгого периода, для которых инерционные члены в уравнении движения малы по сравнению с возбуждающей приливообразующей силой.* В то же время реальные океанские суточные и полусуточные приливы, наиболее важные с практической точки зрения, как правило, отнюдь не соответствуют статической теории. В большинстве случаев эти приливы характеризуются наличием заметных динамических эффектов, т. е. нарушением статического равновесия, что приводит к появлению ощутимой горизонтальной скорости $\mathbf{u}$ и соответственно инерционного члена $d\mathbf{u}/dt$. Баланс сил становится динамическим и описывается уравнением

$$d\mathbf{u}/dt = -g\,\nabla(\zeta - \hat{\zeta}), \tag{1.11}$$

где правая часть представляет собой «эффективный» градиент давления.

---

* Этот вывод не распространяется на двухнедельные и месячные приливные составляющие [145]. Параметры этих колебаний, как следует из анализа данных наблюдений, существенно отличаются от тех, которые предсказываются статической теорией. Характер пространственной структуры указанных параметров позволяет предположить, что двухнедельные и месячные приливы могут проявляться в форме градиентно-вихревых волн Россби [165].

В ряде случаев, однако, инерционный член может оказаться малым по сравнению с приливообразующей силой и при колебаниях суточного либо полусуточного периода. Оценим возможность такой ситуации на примере рассмотренного выше экваториального однородного канала длиной $L=2R\alpha$, глубиной h и шириной b. Допуская, что колебания уровня в таком бассейне соответ-

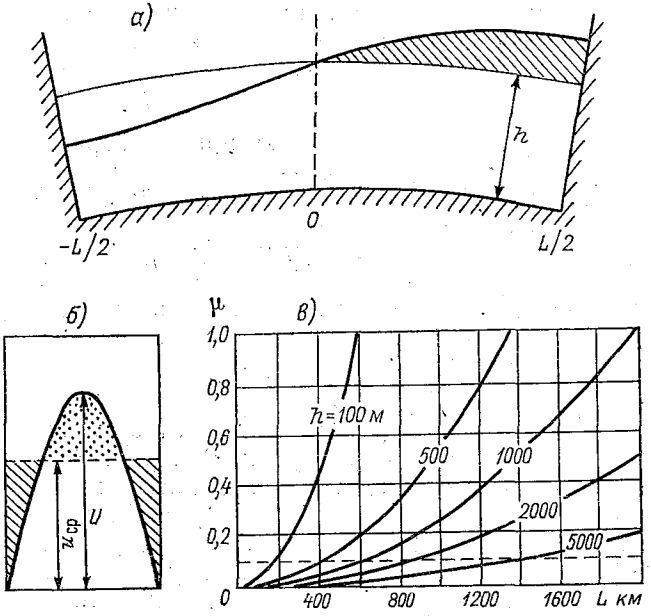


Рис. 1.5. К оценке пригодности статической теории.

а — положение уровня статического прилива в бассейне длиной L в момент максимального наклона морской поверхности (при $\sigma t=-\pi/2$); *б* — связь амплитуды скорости течения U с ее средним значением $u_{ср}$. Заштрихованная и покрытая точками площади равны друг другу; *в* — характеристика «динамичности» замкнутого бассейна $\mu=I_M/F_M$ в зависимости от его длины L и глубины h при действии приливообразующей силы с частотой гармоники M_2.

ствуют статической теории и описываются выражениями (1.9), сделаем оценку того инерционного члена, который связан с указанными колебаниями через условие неразрывности, и посмотрим, при каких условиях этот член действительно может быть достаточно мал по сравнению с приливообразующей силой. Умножив выражение (1.9) на b и проинтегрировав его по λ от 0 до $L/2$, мы получим объем «приливного слоя» Vol для восточной половины бассейна (см. рис. 1.5 *а*):

$$\mathrm{Vol} = -\left(Rb\widehat{H}/2\right)[1-\cos(2\alpha)]\sin(\sigma t). \qquad (1.12)$$

Максимальное значение этого объема $\mathrm{Vol}_{макс}=Rb\widehat{H}[1-\cos(2\alpha)]/2$ (заштрихованного на рис. 1.5 *а*) равно объему воды,

перетекающей через поперечное сечение hb в центре бассейна из одной его половины в другую за четверть периода (от $t=0$ до $t=\tau/4$); таким образом, средняя скорость течения за это время будет $u_{ср}=2R\widehat{H}[1-\cos(2\alpha)]/(\tau h)$. В силу синусоидальной изменчивости скорости во времени величина $u_{ср}$ связана с амплитудой скорости U (см. рис. 1.5 *б*) соотношением $U=\pi u_{ср}/2$. Отсюда получаем выражение для амплитудного значения локального инерционного члена $I=\partial u/\partial t=\sigma u$:

$$I_{макс}=\sigma U=2\pi^2\widehat{R}H[1-\cos(2\alpha)]/(\tau^2 h). \qquad (1.13)$$

Поскольку амплитудное значение приливообразующей силы $F=(g/R)\,\partial\zeta/\partial\lambda$ равно $F_{макс}=2g\widehat{H}/R$, то для отношения $\mu=I_{макс}/F_{макс}$ находим

$$\mu=\pi^2R^2[1-\cos(L/R)]/(\tau^2 gh). \qquad (1.14)$$

Для бассейнов с небольшими горизонтальными размерами выражение для μ сводится к

$$\mu\approx\pi^2L^2/(2\tau^2 gh). \qquad (1.15)$$

Из выражений (1.14) и (1.15) видно, что статическая теория выполняется тем лучше, чем глубже и короче бассейн и чем больше период приливной гармоники. Зависимость величины μ от L и h для гармоники M_2 показана на рис. 1.5 *в*. Если в качестве критического принять, например, значение $\mu=0{,}1$ (т. е. считать, что при $\mu>0{,}1$ статическая теория становится несправедливой), то получаем набор «критических» значений L и h для гармоник M_2 и K_1 (эти гармоники можно рассматривать как «представители» полусуточного и суточного приливов) (табл. 1.2).

ТАБЛИЦА 1.2

«Критические» значения глубины и ширины замкнутого бассейна, определяющие пригодность статической теории

h м	100	500	1000	2000	5000
L км, M_2	199	446	631	892	1413
L км, K_1	384	860	1217	1723	2737

Из рис. 1.5 *в* и табл. 1.2, в частности, следует, что бассейны с характерными размерами L и h, допускающими хорошее выполнение статической теории, существуют. К таким бассейнам можно отнести, например, оз. Байкал ($L\approx840$ км, $h=1600$ м) или Черное море ($L\approx1150$ км, $h\approx1300$ м). В то же время Балтийское море ($L\approx1500$ км, $h\approx50\ldots200$ м) явно «не подходит» для применения к нему статической теории. То же относится и к реальным океанам — все они слишком мелки, либо слишком широки и длинны для того, чтобы статическая теория могла выполняться применительно к заключенным в них водным массам.

1.3. Динамическая реакция океана на действие приливообразующих сил

Как известно, динамическая реакция сплошной ограниченной системы на периодическое внешнее воздействие определяется комбинацией собственных мод этой системы. В Мировом океане такие собственные моды при отсутствии диссипации и излучения энергии, а также вращения Земли должны иметь вид суперпозиции стоячих колебаний, горизонтальный масштаб (длина волны) которых определяется скоростью распространения свободных длинных волн $c=\sqrt{gh}$, т. е. характерной глубиной океана. Отметим, что при реальных глубинах океана этот масштаб $\lambda_i=2\pi\times\times\sqrt{gh}/\sigma_i$ на приливных частотах σ_i в большей части океана (за пределами приполярных областей высоких широт) примерно на порядок меньше, чем масштаб соответствующих гармоник приливного потенциала Ω_i (к этому обстоятельству мы вернемся в дальнейшем).

Учет энергетических потерь и вращения Земли усложняет пространственную структуру собственных мод, но несущественно меняет их горизонтальный масштаб. Численное моделирование собственных колебаний Мирового океана показывает [30, 141], что их спектр характеризуется большим количеством практически дискретных пиков, а пространственная форма мод весьма сложна. В то же время на частотные диапазоны суточного и полусуточного приливов приходится по нескольку пиков спектра собственных колебаний, что позволяет предположить наличие резонансных условий для указанных собственных мод и ожидать их заметного проявления в суммарной реакции.

Рассмотрим уравнения, определяющие динамическую реакцию бассейна на действие приливообразующей силы, т. е. реакцию при условии, что инерционный член $d\mathbf{u}/dt$ в выражении (1.11) не мал. В системе координат, связанной с вращающейся Землей, этот член можно записать в виде

$$d\mathbf{u}/dt=\partial\mathbf{u}/\partial t+(\mathbf{u}\nabla)\,\mathbf{u}+2\boldsymbol{\omega}_1\times\mathbf{u}, \tag{1.16}$$

где $\boldsymbol{\omega}_1$ — вектор угловой скорости вращения Земли. Здесь слагаемые в правой части характеризуют локальную (временну́ю) и конвективную (пространственную) инерцию, а также кориолисов эффект.

Важное следствие перехода от статического рассмотрения приливных явлений к динамическому состоит в принципиальной необходимости учета диссипативных сил, обусловленных в основном турбулентной вязкостью. В приближении длинных волн, на котором основана теория приливов, эти силы обычно параметризуют, рассматривая их как результат трения приливного потока о дно и выражая объемный эффект такого трения путем введения

Ленинградский

в правую часть уравнения движения члена вида $-\varkappa\bar{\mathbf{u}}\bar{u}/h$, где $\varkappa$ — эмпирический «коэффициент донного сопротивления», h — глубина, $\bar{\mathbf{u}}$ — вектор осредненной по вертикали скорости приливного течения, а $\bar{u}$ — модуль этого вектора. Для открытого океана, где значения h велики, а значения $\bar{u}$ — сравнительно малы, прямым эффектом силы донного трения, а также конвективной инерцией часто пренебрегают (бездиссипативная линейная *динамическая теория*). В этом случае, переходя от векторной формы к выражениям для составляющих вдоль параллели и меридиана, уравнения движения и неразрывности записывают в форме так называемых *приливных уравнений Лапласа* [82]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{g}{R\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\lambda}(\zeta - \hat{\zeta});$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{g}{R}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\zeta - \hat{\zeta}); \qquad (1.17)$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{1}{R\cos\varphi}\left[\frac{\partial}{\partial\lambda}(uh) + \frac{\partial}{\partial\varphi}(vh\cos\varphi)\right] = 0,$$

где $f = 2\omega_1 \sin\varphi$ — параметр Кориолиса, а u, v — компоненты осредненной по вертикали скорости течения вдоль параллели и меридиана (верхняя черта, означающая осреднение, здесь опущена). Аналитические решения системы (1.17) существуют только для идеализированных случаев океана, ограниченного параллелями и меридианами. Некоторого приближения к действительности, оставаясь в рамках аналитических методов, удается достичь, рассматривая приливы в узких каналах, опоясывающих всю Землю либо ее часть [45, 54, 55, 78]; соответствующий раздел динамической теории приливов носит название *каналовой теории*.

Для не слишком обширных бассейнов (моря, заливы, окраинные районы океанов) используют прямоугольную систему координат и практически всегда, в силу относительной мелководности таких акваторий, учитывают донное трение. В этом случае уравнения динамики приливов будут иметь вид:

$$\partial u/\partial t - fv = -g\partial(\zeta - \hat{\zeta})/\partial x - \varkappa u(u^2 + v^2)^{1/2}/h;$$

$$\partial v/\partial t + fu = -g\partial(\zeta - \hat{\zeta})/\partial y - \varkappa v(u^2 + v^2)^{1/2}/h; \qquad (1.18)$$

$$\partial\zeta/\partial t + \partial(uh)/\partial x + \partial(vh)/\partial y = 0,$$

где u, v — компоненты осредненной по вертикали скорости течения вдоль осей x и y (в правой системе координат), а $\varkappa$ — коэффициент донного сопротивления [29].

При очень малой глубине бассейна возникает заметное различие между средней глубиной h, отсчитываемой от невозмущенного уровня водной поверхности, и действительной глубиной $h+\zeta$, учитывающей приливные смещения уровня. В этом случае вели-

чину h в выражениях (1.18) надо всюду заменить на $h+\zeta$. Кроме того, в различных конкретных случаях в первые два уравнения системы (1.18) могут быть добавлены дополнительные члены, учитывающие горизонтальный турбулентный обмен и конвективную инерцию. В некоторых районах шельфа и заливах, где в силу мелководья и локального резонанса колебания уровня ζ и его уклоны $\nabla\zeta$ особенно велики, градиенты давления могут настолько превосходить приливообразующую силу, что ее прямым влиянием при рассмотрении некоторых вопросов оказывается возможным пренебречь, и тогда первые члены в правой части уравнений движения будут иметь вид $-g\,\partial\zeta/\partial x$ и $-g\,\partial\zeta/\partial y$. Аналитические решения системы (1.18) возможны лишь для идеализированных бассейнов простой формы. В реальных случаях решения ищут численными способами.

Ряд важных особенностей динамической реакции бассейна на действие приливообразующей силы можно продемонстрировать с помощью аналитического решения Г. Ламба и Л. Суэйн [121] для вынужденного гармонического полусуточного прилива в экваториальном канале постоянного прямоугольного сечения ($h=$ $=\text{const}$, $b=\text{const}$), замкнутом на концах (см. с. 13). В таком канале можно пренебречь поперечными движениями и перекосами, и тогда система (1.17) сводится к

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{g}{R}\frac{\partial}{\partial\lambda}(\zeta-\hat{\zeta});$$
$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\frac{h}{R}\frac{\partial u}{\partial\lambda}=0. \tag{1.19}$$

Если принять долготу центрального меридиана канала за $\lambda=0$ и вести отсчет времени от момента кульминации Луны на этом меридиане, то выражение для действующей приливообразующей силы здесь будет

$$\frac{g}{R}\frac{\partial\hat{\zeta}}{\partial\lambda}=F=-F_M\sin(\sigma t+2\lambda), \tag{1.20}$$

где $F_M=2g\widehat{H}/R$. При условии непротекания ($u=0$) на концах канала (при $\lambda=\pm\alpha$) решение системы (1.19) имеет вид

$$\zeta=-\frac{\widehat{H}}{m^2-1}[P\cos\varepsilon\cos(\sigma t)-P\sin\varepsilon\sin(\sigma t)]=$$
$$=-\frac{\widehat{H}}{m^2-1}P\cos(\sigma t+\varepsilon); \tag{1.21}$$

$$u=\frac{\widehat{H}R\sigma}{2h(m^2-1)}[P_u\cos\varepsilon_u\cos(\sigma t)-P_u\sin\varepsilon_u\sin(\sigma t)]=$$
$$=\frac{HR\sigma}{2h(m^2-1)}P_u\cos(\sigma t+\varepsilon_u), \tag{1.22}$$

где величины P, ε, P_u, ε_u определяются из соотношений:

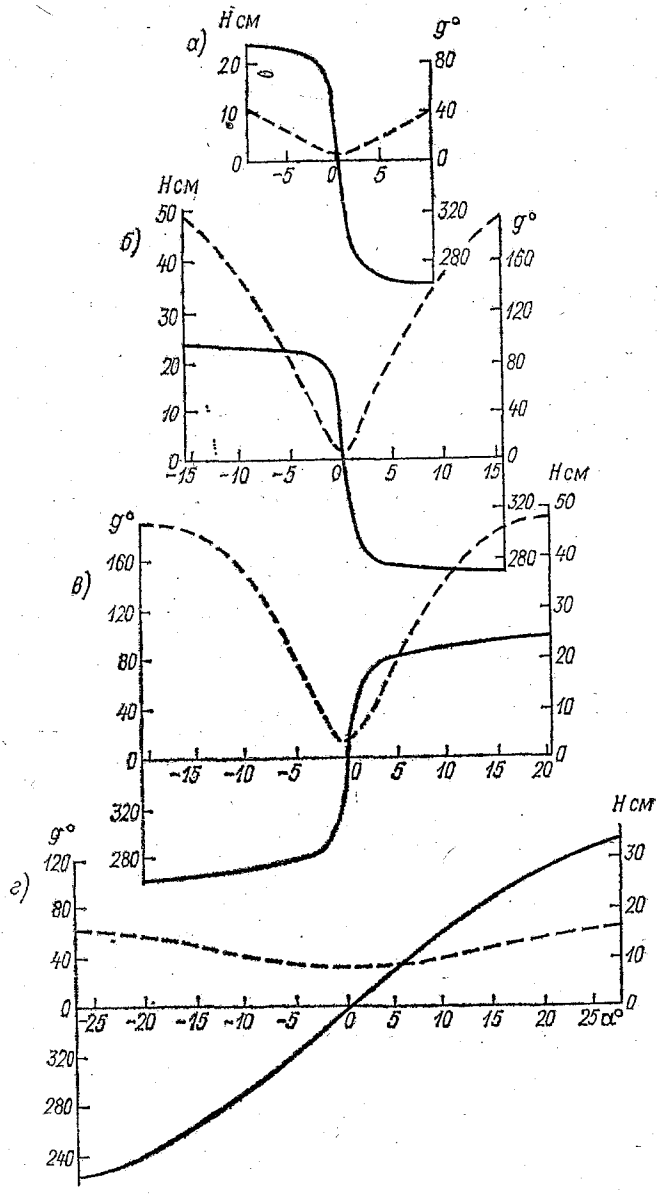
$$
\begin{aligned}
P\cos\varepsilon &= \cos(2\lambda) - m\frac{\sin(2\alpha)}{\sin(2m\alpha)}\cos(2m\lambda);\\
P\sin\varepsilon &= \sin(2\lambda) - m\frac{\cos(2\alpha)}{\cos(2m\alpha)}\sin(2m\lambda);\\
P_u\cos\varepsilon_u &= \cos(2\lambda) - \frac{\cos(2\alpha)}{\cos(2m\alpha)}\cos(2m\lambda);\\
P_u\sin\varepsilon_u &= \sin(2\lambda) - \frac{\sin(2\alpha)}{\sin(2m\alpha)}\sin(2m\lambda),
\end{aligned}
\tag{1.23}
$$

причем

$$m = \sigma R/(2\sqrt{gh}) = c_\Omega/c, \tag{1.24}$$

где $c_\Omega = \pi R/\tau$ — скорость перемещения «следа» приливообразующего светила вдоль экватора; τ — приливный период, а $c = \sqrt{gh}$ — скорость распространения свободной длинной волны в канале. При $m \to 0$ (т. е. при бесконечном увеличении периода или глубины) имеем $u \to 0$, а выражение (1.21) переходит в (1.9), т. е. получаем результат статической теории. Резонансные эффекты нарастают с приближением величины m к единице, т. е. по мере все большего сближения скорости астрономической «волны возмущения» со скоростью свободной волны. (Следует отметить, что для всех реальных случаев в океане $m > 1$.) Помимо этого, однако, резонанс наступает также при $\sin(4m\alpha) = 0$ [при $2\alpha_p = n\pi/(2m)$], т. е. при таких критических длинах канала L_p, при которых его собственный период $\tau_0 = 2L/\sqrt{gh}$ оказывается равным или кратным приливному периоду $\tau = 2\pi/\sigma$ (в этом случае $L_p = (n+1)\lambda/2$, где $\lambda = 2\pi\sqrt{gh}/\sigma$ — длина свободной приливной волны, а $n = 0, 1, 2, \ldots$).

На рис. 1.6 изображено продольное распределение амплитуд и фаз полусуточных (гармоника M_2) колебаний уровня в экваториальных каналах различной длины при $m = 2{,}5$, что соответствует глубине $h = 3270$ м. Обращают на себя внимание некоторые привычные внешние особенности, указывающие обычно на смешанный характер приливных движений и на преобладание в них прогрессивной либо стоячей доли. Наиболее заметной из таких особенностей является наличие зон минимальных амплитуд, совпадающих с максимальным градиентом фазы (признак узла в стоячей волне). Вместе с тем совместный анализ выражений (1.21)—(1.23) показывает, что *вынужденный* прилив имеет специфическую структуру, которая не может быть описана на основе обычных понятий прогрессивных, стоячих и прогрессивно-стоячих *свободных* волн. Свойственные этим понятиям строгие амплитудно-фазовые соотношения между ζ и u [34] утрачивают силу в случае вынужденного прилива и заменяются другими, зависящими



1.6. Распределение амплитуд H (пунктир) и фаз g (сплошные линии) динамического прилива M_2 в замкнутых экваториальных каналах различной длины при глубине $h=3270$ м и при различной длине, соответствующей $2\alpha=18°$ (*а*), $2\alpha=31{,}5°$ (*б*), $2\alpha=40{,}5°$ (*в*) и $2\alpha=54°$ (*г*), по Ламбу и Суэйн [121].

от бо́льшего числа внешних параметров; в результате сама структура приливной волны в ее прежнем понимании не сохраняется в пределах однородного бассейна, как это имеет место в свободных волнах. Тем не менее в дальнейшем при описании локальных особенностей приливных движений мы иногда будем употреблять такие выражения, как «стоячая» или «прогрессивная составляющая приливной волны», а также говорить о соотношении этих долей, имея в виду лишь качественную и не очень строгую местную характеристику процесса.

Рисунок 1.6 наглядно показывает зависимость характера вынужденного прилива от размеров бассейна, которые могут определять как отмеченные выше *резонансные* [при $2\alpha_р = (n+1)\pi/(2m)$], так и *антирезонансные* [при $2\alpha_{ант} = (2n+1)\pi/(4m)$] условия. Первая ситуация возникает, когда длина бассейна L составляет целое число половинок свободной приливной волны λ, а вторая — когда L составляет нечетное число четвертинок этой волны. При незначительной длине канала ($L \ll \lambda$) динамический прилив в нем почти не отличается от статического и близок по структуре к стоячей волне с узлом на центральном меридиане. Однако амплитуда колебаний в зоне узла не равна нулю (хотя и имеет здесь минимум), а фаза не испытывает разрыва (хотя и меняется очень резко), так что можно говорить о наличии в этом месте слабой, но ощутимой прогрессивной составляющей, направленной с востока на запад, т. е. в сторону видимого движения приливообразующего светила.

С дальнейшим увеличением длины бассейна характер динамического прилива усложняется. Обращает на себя внимание тот факт, что при переходе длины L через первое резонансное значение, равное $\lambda/2$, происходит смена направления роста фазы, т. е. приливная волна распространяется теперь не «вместе со светилом», как это было в дорезонансном случае при $L < \lambda/2$, а навстречу светилу, т. е. с запада на восток. Этот любопытный результат, как будет показано в главе 3, объясняется различиями между пространственными масштабами собственных длинноволновых мод бассейна и «волны» вынуждающей силы. При достаточных размерах бассейна это может привести к такому расположению зон положительной и отрицательной работы указанной силы, которое обусловливает перемену направления горизонтальных потоков энергии. После следующего перехода через резонанс (при $L > \lambda$) направление приливной волны вновь меняется на обратное и она снова распространяется с востока на запад. По мере дальнейшего нарастания длины бассейна смена направления вынужденной приливной волны повторяется неоднократно.

Таким образом, динамическая реакция океана и его частей на действие приливообразующей силы даже в рассмотренных идеализированных случаях может весьма разнообразным образом зависеть от природных условий. В реальных океанских и морских бассейнах, где дополнительно проявляется действие сил Кориолиса и трения, а сами движения зависят от двух горизонтальных

координат, картина приливных колебаний еще более сложна, о чем свидетельствуют данные наблюдений и результаты математического моделирования [6, 29, 135].

1.4. Качественная оценка энергетического взаимодействия между Мировым океаном и системой Земля—Луна

Рассмотрим общие закономерности энергетического взаимодействия между Мировым океаном и системой Земля—Луна при различных типах реакции океана на действие приливообразующей силы. Можно определить четыре типа такой реакции в зависимости от полноты учета действующих сил: возмущающей приливообразующей силы (F), восстанавливающей силы градиента гидростатического давления (G), силы инерции (I) и диссипативной силы трения (R).

1. *Тип $F+G$ (классическая статическая теория).* Прилив, соответствующий этому типу, представляет собой простейшую реакцию на действие приливообразующей силы и в случае сплошного океана описывается, как указывалось выше, равновесным приливным эллипсоидом с большой осью, направленной на Луну. По отношению к невозмущенному положению уровня этот прилив характеризуется постоянной энергетической добавкой, равной $\frac{1}{2}\rho g \iint\limits_{S_0} \widehat{\zeta}^2 dS$, где ρ — плотность воды, а S_0 — площадь поверхности океана. Поле приливообразующих сил симметрично относительно вектора Земля—Луна, эти силы не совершают никакой работы и не создают никакого суммарного вращательного момента для Земли. Таким образом, в этом случае энергетического взаимодействия приливов Мирового океана с системой Земля—Луна не происходит.

2. *Тип $F+G+I$ (бездиссипативная динамическая теория).* При учете сил инерции равновесие между силами F и G нарушается и резонансные эффекты приводят к преобладанию собственных мод в реакции океана. Как отмечалось выше, горизонтальный масштаб этих мод в среднем примерно на порядок меньше, чем соответствующий масштаб сферических гармоник приливного потенциала («волны» вынуждающей силы). В результате фазовые соотношения воздействия и реакции будут изменяться от места к месту, возникнут перемежающиеся зоны положительной и отрицательной работы приливообразующей силы. В первых из них эта сила и скорость приливных движений будут в общем синфазны (раскачка), а во вторых — антифазны (торможение). По отношению к океану такие участки можно назвать зонами *астрономических источников* и *стоков* приливной энергии. От первых к вторым должен осуществляться горизонтальный перенос энергии в форме приливных волн — возникает *горизонтальная циркуляция* приливной энергии в океане. Подобная

ситуация находит отражение во многих классических аналитических и численных решениях для бездиссипативных бассейнов с идеализированной геометрией. Помимо рассмотренной выше работы Ламба и Суэйн, к ним относятся результаты Дудсона [79,

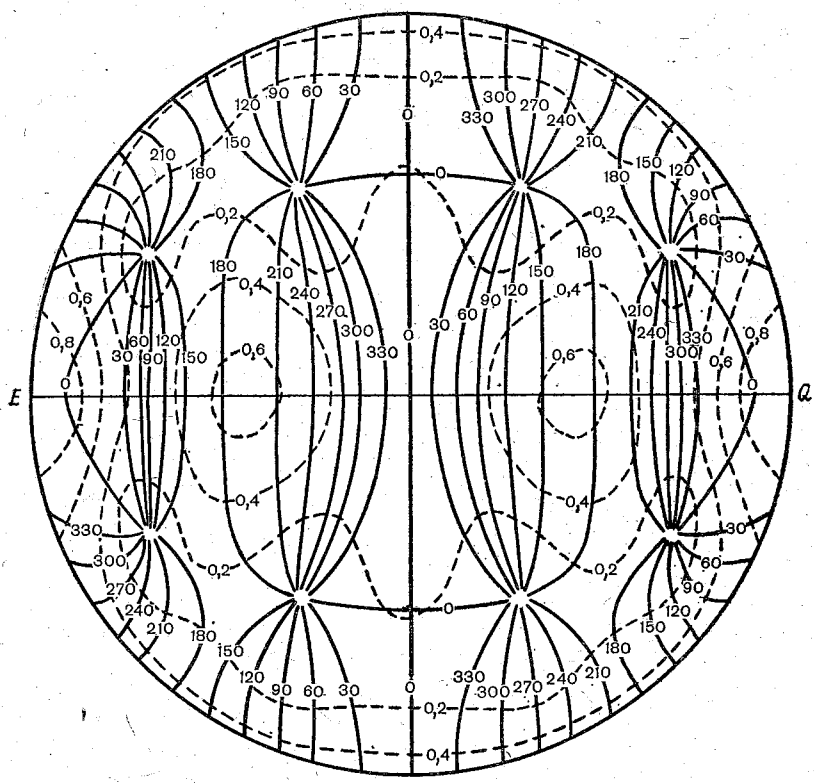


Рис. 1.7. Карта котидалей (сплошные линии) и изоамплитуд (пунктир) динамического прилива K_2 в полусферическом океане постоянной глубины ($h=4420$ м), по Дудсону [80].

Оцифровка котидалей (в градусах) дана относительно момента кульминации Луны на осевом меридиане. Экватор обозначен буквами EQ.

80, 81], Росситера [149], Аккада и Пекериса [56] и др., обзор которых дан, например, в монографии Г. И. Марчука и Б. А. Кагана [30]. На рис. 1.7, например, приведена приливная карта полусуточного (K_2) прилива в полусферическом океане с постоянной глубиной $h=4420$ м.

Общей чертой приливных карт, основанных на указанных решениях, является отмеченная, в частности, в [30] симметрия рисунка котидальных линий и изоамплитуд относительно осевого меридиана, на котором момент полной воды всегда совпадает (либо строго противоположен по фазе) с моментом местной верх-

ней кульминации Луны. Можно показать, что такая симметрия равносильна требованию, чтобы астрономические источники и стоки также были симметрично расположены относительно осевого меридиана и равнялись друг другу по мощности, а также чтобы суммарный вращательный момент, обусловленный действием силы F на Землю, был равен нулю.

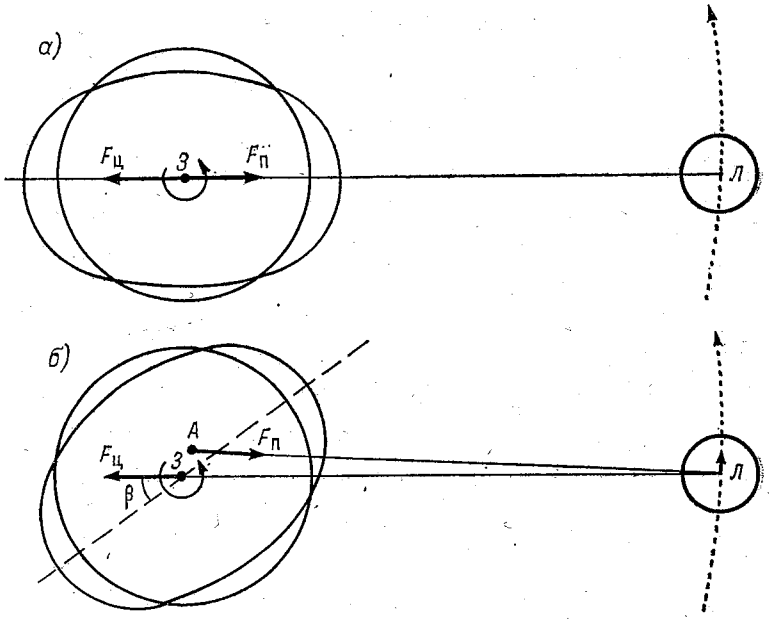


Рис. 1.8. Торможение собственного вращения Земли и ускорение орбитального движения Луны за счет приливного трения, по Томсону и Тэйту [155]. При наличии трения линия центров *ЗЛ* не совпадает с линией гравитационного взаимодействия *АЛ*.

а — без трения, *б* — с трением.

Таким образом, в рассмотренном случае приливная энергия поступает в океан в одних местах и с той же средней скоростью теряется в других. Этот процесс, поддерживающий динамическое энергетическое равновесие в океане, не требует постоянной внешней «подпитки» и не приводит к энергетическим превращениям в системе Земля—Луна.

3. *Тип $F+G+R$ («квазистатическая» теория или статическая теория с учетом трения)*. Ситуация, возникающая в этом случае, качественно может быть охарактеризована как результат тормозящего действия сил трения на приливный эллипсоид, который будет теперь отставать от видимого суточного движения Луны, т. е. его большая ось будет составлять в плоскости экватора угол β с вектором Земля—Луна (рис. 1.8). Тот же эффект можно

определить как вынос приливного горба вращающейся Землей вперед относительно вектора Земля—Луна на тот же угол. В таком случае поле приливообразующих сил оказывается расположенным несимметрично относительно большой оси эллипсоида, и оно, действуя на эллипсоид, создает вращательный силовой момент, тормозящий вращение Земли. Эффект торможения земного вращения можно также представить как результат смещения линии гравитационного взаимодействия Земля—Луна от центра Земли в сторону обращенного к Луне приливного горба (за счет его бо́льшей близости к Луне) [155]. В этом случае образование тормозящего вращательного силового момента объясняется, как это видно на рис. 1.8, возникающим разносом точек приложения суммарной силы притяжения к Луне $\mathbf{F}_п$ и центробежной силы $\mathbf{F}_ц$ (точки *A* и *З* на рис. 1.8). Из того же рисунка очевиден и второй эффект, связанный с углом запаздывания β: возникновение дополнительного ускорения («разгона») движения Луны по орбите, поскольку направление притяжения Луны к Земле имеет теперь положительную (направленную в сторону орбитального движения) проекцию на касательную к орбите Луны.

Таким образом, происходящее вследствие трения нарушение симметрии фигуры приливного возмущения относительно поля приливообразующей силы ведет к глубоким последствиям. Ввиду неизбежных диссипативных потерь энергии при действии сил трения такая ситуация требует постоянной энергетической «подпитки», механизм которой будет рассмотрен ниже.

4. *Тип $F+G+I+R$ (динамическая теория с учетом трения).* При учете всех названных сил теоретическая картина приливных колебаний в океане в принципе должна довольно близко соответствовать реально существующей. В настоящее время имеется ряд глобальных карт для главных приливных гармоник, полученных как путем обобщения данных наблюдений, так и путем математического моделирования [6, 7, 29, 138, 151, 168, 169]. Совместное рассмотрение этих карт показывает, что многие важные черты фактической приливной картины (в Атлантике, в северной части Тихого океана, в ряде шельфовых областей) установлены достаточно надежно. Вместе с тем в отношении других районов (например, для южной части Тихого океана) сохраняется некоторая неопределенность. Во многих случаях обращает на себя внимание близость рисунка котидальных линий и изоамплитуд на полученных картах к соответствующему рисунку собственных мод, периоды которых близки к приливным [30, 144], что свидетельствует о высокой «резонансности» фактической приливной реакции и определяет ее известное сходство с теоретической картиной типа $F+G+I$. Однако, в отличие от бездиссипативной динамической реакции, реальный прилив подвержен действию диссипации, проявляющейся в основном в мелководной шельфовой области, где образуются локальные зоны интенсивных энергетических потерь, которые можно назвать зонами *геофизических стоков* приливной энергии. Общая сложная картина приливных движений должна

обеспечивать при взаимодействии с приливообразующей силой вращательный момент, тормозящий вращение Земли и приводящий тем самым к уменьшению ее кинетической энергии и момента количества движения [64].

Таким образом, при учете сил трения в динамической теории к астрономическим стокам приливной энергии добавляются геофизические. Потери энергии на диссипацию должны компенсироваться превышением астрономического прихода энергии над ее астрономическим расходом, т. е. непрерывной энергетической «подпиткой».

1.5. Перераспределение энергии в системе Земля—Луна за счет приливного трения

При описании квазистационарного колебательного процесса, каким являются океанские приливы, могут быть использованы различные временные масштабы.

С практической точки зрения наибольшее значение имеют приливные движения с характерными периодами от полусуточного до полугодового. Астрономические причины приводят к так называемым «неравенствам» параметров этих колебаний, имеющим вид амплитудно-частотных модуляций, которые учитываются введением дополнительных гармонических составляющих на «боковых» частотах (см. [78], а также с. 9, 10). Наибольший период обычно учитываемых неравенств составляет 18,61 года, хотя в принципе существуют и более долгопериодные модуляции (максимальный из учтенных периодов составляет около 21 000 лет [30, с. 14]). Таким образом, в диапазоне временных масштабов от полусуток до десятков тысяч лет приливы могут быть представлены периодическим процессом с дискретным спектром и неизменной средней энергией. Весь этот диапазон можно отнести с *масштабу «короткого времени»*, в котором рассматриваемые временные отрезки не слишком велики по абсолютному значению.

Ситуация меняется при переходе к отрезкам времени, сравнимым по масштабу с геологическими эпохами. Этот диапазон (от сотен тысяч до сотен миллионов лет) относится к *масштабу «длинного времени»*. В таком масштабе средняя энергия приливных движений испытывает изменения под действием двух факторов: 1) эволюции системы Земля—Луна—Солнце, обусловленной в свою очередь диссипацией приливной энергии, и 2) изменения конфигурации и глубины Мирового океана в результате дрейфа континентов. Первый фактор приводит к изменению характеристик приливообразующих сил, т. е. производимой ими работы. Второй фактор ведет к изменению степени резонансной настройки океана на действие приливообразующих сил. Оба фактора приводят к изменению среднего энергосодержания, и, поскольку степень резонансного возбуждения тесно связана с интенсивностью диссипации, рассмотрение обоих эффектов должно производиться совместно.

Как уже отмечалось выше, поддержание приливных колебаний в океане при наличии непрерывных диссипативных потерь требует постоянной энергетической «подпитки», которая осуществляется путем работы, совершенной приливообразующими силами. Необходимая для «подпитки» энергия черпается при этом из общего запаса механической энергии системы Земля—Луна—Солнце. Происходящее вследствие этого уменьшение указанного запаса должно сопровождаться ослаблением «подпитки», и конечным результатом эволюции системы Земля—Луна—Солнце должна быть стабилизация всей системы на некотором минимальном уровне энергосодержания при полном прекращении «подпитки». Обстоятельства, при которых это должно произойти, предсказываются существующими теориями неоднозначно; согласно некоторым из них [32, 124], происходящее в настоящее время удаление Луны от Земли должно смениться их сближением, и указанной выше стабилизации всей системы будет предшествовать разрыв Луны на две или более частей. Проблема эволюции системы Земля—Луна—Солнце в связи с диссипативными потерями энергии за счет приливного трения явилась в последнее время предметом широкого и активного обсуждения [65, 66 и др.].

Вопрос об изменении некоторых параметров и среднего энергосодержания системы Земля—Луна в масштабе «длинного времени» затронут только в настоящем разделе. В остальном энергетические аспекты океанских и морских приливов рассматриваются во всей книге в масштабе «короткого времени», т. е. с позиции современного состояния системы Земля—Луна—Солнце, и при современной геометрии океанов и морей, которые предполагаются неизменными.

Для объяснения принципиального механизма энергетического взаимодействия Земли и Луны при наличии приливного трения обычно рассматривают простейшую модель квазистатического приливного возвышения поверхности глобального океана, предполагая, что оно описывается эллипсоидом типа статического, но смещено относительно последнего на угол β в плоскости экватора [30, 32, 124]. Механизм необходимой в этом случае энергетической «подпитки» определяется из следующих соображений [31].

Тормозящий силовой момент $-\mathscr{L}$, уменьшающий скорость вращения Земли ω_1 и, следовательно, ее момент импульса $C_E\omega_1$, можно с учетом значения момента инерции Земли C_E (см. с. 5) записать в виде

$$-\mathscr{L} = d(C_E\omega_1)/dt = C_E\dot{\omega}_1 = 8{,}118 \cdot 10^{37}\dot{\omega}_1, \qquad (1.25)$$

где $\dot{\omega}_1$ — замедление вращения Земли (точка над перменной величиной означает дифференцирование по «длинному времени»), а числовой коэффициент приведен в СИ. Сохранение общего момента импульса системы Земля—Луна обеспечивается увеличением орбитального момента импульса системы, т. е. величины $Cn_{☾}$ за счет дополнительного «разгона» Луны по орбите (см.

с. 25, 26). При этом указанный разгон, сопровождаясь увеличением центробежной силы, приводит к возмущению равновесного состояния системы Земля—Луна, которое сохраняется лишь в результате отдаления Луны от Земли и соответствующего (в согласии с третьим законом Кеплера) уменьшения угловой скорости $n_☾$. Итоговое изменение момента импульса $Cn_☾$ обусловлено как уменьшением $n_☾$, так и увеличением C. Поскольку $C=M_E D_1^2+$ $+M_M D_2^2$ а увеличение $Cn_☾$ должно в точности компенсировать уменьшение $C_E\omega_1$, то

$$\mathscr{L}=d(Cn_☾)/dt=M^*D(2n_☾\dot{D}+D\dot{n}_☾), \qquad (1.26)$$

где $M^*=M_E M_M/(M_E+M_M)=7{,}261\cdot 10^{22}$ кг. Из третьего закона Кеплера

$$n_☾^2 D^3=\gamma(M_E+M_M)=\text{const}, \qquad (1.27)$$

где $\gamma=6{,}6745\cdot 10^{-11}$ м^3/(кг · с^2) — гравитационная постоянная, далее следует, что $\dot{D}=2D\dot{n}_☾/(3n_☾)$, откуда

$$\mathscr{L}=-(1/3)M^*D^2\dot{n}_☾=(1/2)M^*Dn_☾\dot{D}. \qquad (1.28)$$

При указанном значении M^* и современных значениях D и $n_☾$ (см. с. 5, 6) получаем в СИ

$$\mathscr{L}=-3{,}5761\cdot 10^{39}\dot{n}_☾=3{,}71437\cdot 10^{25}\dot{D}. \qquad (1.29)$$

Изменение величин ω_1, $n_☾$ и D, происходящее в масштабе «длинного времени», определяет эволюцию системы Земля—Луна, обусловленную приливным трением. Рассмотрим происходящие при этом превращения энергии [31].

Полная механическая энергия E системы Земля—Луна* состоит из:

— кинетической энергии вращения Земли $KE_1=(1/2)C_E\omega_1^2$, скорость изменения которой составляет

$$d(KE_1)/dt=\omega_1 C_E\dot{\omega}_1=-\mathscr{L}\omega_1; \qquad (1.30)$$

— кинетической энергии орбитального движения Земли и Луны вокруг общего центра масс $KE_2=(1/2)Cn_☾^2$, скорость изменения которой с учетом сказанного выше, а также выражения (1.26) равна

$$d(KE_2)/dt=M^*D^2n_☾\dot{n}_☾+M^*Dn_☾^2\dot{D}=-3\mathscr{L}n_☾+2\mathscr{L}n_☾=-\mathscr{L}n_☾; \qquad (1.31)$$

— потенциальной энергии гравитационного взаимодействия Земли и Луны $PE=-\gamma M_E M_M/D$, скорость изменения которой

* Здесь, как и при рассмотрении сохранения момента импульса, пренебрегается влиянием замедления собственного вращения Луны вокруг своей оси, так как соответствующие добавки к балансу момента импульса и энергии очень малы.

с учетом следующего из третьего закона Кеплера соотношения $\gamma = n_☾^2 D^3/(M_E + M_M)$ равна

$$d(PE)/dt = -2M^* D^2 n_☾ \dot{n}_☾ - 2M^* D n_☾^2 \dot{D} = 6\mathscr{L} n_☾ - 4\mathscr{L} n_☾ = 2\mathscr{L} n_☾ . \tag{1.32}$$

Таким образом, в процессе эволюции системы Земля—Луна кинетические энергии KE_1 и KE_2 уменьшаются (вторая гораздо медленнее, чем первая, поскольку $n_☾ < \omega_1$), а потенциальная энергия PE увеличивается.

Скорость изменения полной механической энергии E будет равна

$$\dot{E} = d(KE_1)/dt + d(KE_2)/dt + d(PE)/dt = -\mathscr{L}(\omega_1 - n_☾). \tag{1.33}$$

Из выражения (1.33) видно, что превышение энергетических потерь, испытываемых вращающейся Землей ($-\mathscr{L}\omega_1$), над приращением полной энергии орбитального движения системы Земля—Луна ($2\mathscr{L} n_☾ - \mathscr{L} n_☾ = \mathscr{L} n_☾$) равно работе, производимой в единицу времени тормозящим силовым моментом $-\mathscr{L}$ при его действии на Землю, угловая скорость которой относительно Луны составляет $\omega_1 - n_☾$. При энергетическом равновесии, фактически существующем в масштабе «короткого времени», средняя за приливный цикл мощность такого воздействия должна равняться средней скорости глобальной диссипации приливной энергии за счет трения.

Заметим, что использованная выше схематизированная квазистатическая модель приливного возвышения поверхности глобального океана может служить, разумеется, лишь для качественной иллюстрации физической сущности силового энергетического взаимодействия Земли и Луны. Эта модель используется главным образом потому, что она позволяет в наглядном виде представить такие понятия, как силовой момент $\mathscr{L}$, угол запаздывания β и т. д. Однако полученные на ее основе качественные выводы остаются справедливыми и для реального динамического прилива. Во всех случаях при наличии диссипации энергетическая «подпитка» приливных колебаний осуществляется за счет кинетической энергии вращения Земли, которая, кроме того, расходуется еще (хотя с гораздо меньшей интенсивностью) на увеличение потенциальной энергии гравитационного взаимодействия Земли и Луны. Понятия силового момента, угла запаздывания и другие при сложном динамическом приливе лишены прежней наглядности, но сохраняют интегральный смысл.

Для количественной оценки составляющих планетарного энергетического баланса, представленных в (1.33), достаточно определить силовой момент $\mathscr{L}$ (величины ω_1 и $n_☾$ можно считать известными; они приведены на с. 6). При известном распределении реального приливного возвышения ζ по площади Мирового

океана S_0 интегральное значение силового момента находится с помощью выражения

$$\mathscr{L} = \iint\limits_{S_0} \frac{\rho}{R\cos\varphi}\,\zeta\,\frac{\partial\Omega}{\partial\lambda}\,dS, \tag{1.34}$$

где ρ — плотность океанской воды, а $[\rho/(R\cos\varphi)](\partial\Omega/\partial\lambda)$ — составляющая приливообразующей силы вдоль параллели. Помимо этого прямого способа определения момента $\mathscr{L}$, возможны и косвенные: по замедлению вращения Земли $\dot{\omega}_1$, либо по замедлению орбитального обращения Луны $\dot{n}_{☾}$, либо, наконец, по скорости увеличения расстояния $\dot{D}$ между Землей и Луной [см. выражения (1.25) и (1.29)]. Ввиду малости указанных величин их прямое определение требует очень тонких измерений, однако в принципе оно возможно и соответствующие оценки имеются, хотя и характеризуются довольно значительным разбросом. В среднем найденные (измеренные непосредственно и полученные путем пересчета) величины $\dot{\omega}_1$, $\dot{n}_{☾}$ и $\dot{D}$ укладываются в следующие диапазоны значений (табл. 1.3):

ТАБЛИЦА 1.3

Диапазоны значений величин $\dot{\omega}_1$, $\dot{n}_{☾}$ и $\dot{D}$

$\dot{\omega}_1$	$\dot{n}_{☾}$	$\dot{D}$
$(5—15)\cdot 10^{2''}$/век^2	20—40″/век^2	4—5 см/год

При всей низкой точности этих значений полученная общая согласованность по порядку величины указывает на их реалистичность. Более подробные сводки таких данных приведены в работах [30, 65, 66, 122 и др.].

ГЛАВА 2

БАЛАНС ПРИЛИВНОЙ ЭНЕРГИИ В ОКЕАНЕ

2.1. Основные понятия

2.1.1. Энергетические и мощностные характеристики

При исследовании энергии колебаний и волн обычно рассматривают два типа характеристик: *собственно энергетические*, служащие для оценки количества энергии, связанной с указанными [illegible] величинами для [illegible] *мощностные характеристики*, [illegible] единицы площади или объема, [illegible] ширину, длину или глубине h) элементарной полоски вертикаль-ного столба. Выражение для мощности волн этим потокам также одинаково по вертикали. Выражение для их плотности, подобно аналогичному выражению для энергии, включает высоту [illegible] в приближении теории длинных волн этим потоком океана, то касается потоков приливной энергии внутри барокс. 49—58). Что касается потоков приливной энергии в следующем разделе (см. ненки баланса приливной энергии в следующем разделе (см.

Выражения для плотности мощностных характеристик энергетических источников и стоков зависят от физической природы последних. Эти выражения будут приведены при рассмотрении уравнения баланса приливной энергии в следующем разделе (см. с. 49—58). Что касается потоков приливной энергии внутри бассейна, то в приближении теории длинных волн этим потоком океана, то в приближении теории длинных волн этим потоком с удвоенной частотой 2σ, и для них в качестве [illegible] периода осреднения достаточно взять «энергетический период» $\tau_э = \pi/\sigma$.

Выражения для плотности мощностных характеристик энергетических источников и стоков зависят от физической природы последних. Эти выражения будут приведены при рассмотрении уравнения баланса приливной энергии в следующем разделе (см. с. 49—58). Что касается потоков приливной энергии внутри бассейна, то в приближении теории длинных волн этим потоком океана, то в приближении теории длинных волн этим потоком с удвоенной частотой 2σ, и для них в качестве [illegible] периода осреднения достаточно взять «энергетический период» $\tau_э = \pi/\sigma$.

Выражения для плотности мощностных характеристик энергетических источников и стоков зависят от физической природы последних. Эти выражения будут приведены при рассмотрении уравнения баланса приливной энергии в следующем разделе (см. с. 49—58). Что касается потоков приливной энергии внутри бассейна, то в приближении теории длинных волн этим потоком океана, то в приближении теории длинных волн этим потоком подобно аналогичному выражению для энергии, включает высоту [illegible] величиной глубине h) элементарной полоски вертикаль-

[illegible] начинать в дальнейшем угло-[illegible] т. д. При рассмотрении отдельной [illegible] характеристики, определяемые выражения [illegible] z), в силу их квадратичной зависимости от ζ, и [illegible] с удвоенной частотой 2σ, и для них в качестве [illegible] периода осреднения достаточно взять «энергетический период» $\tau_э = \pi/\sigma$.

$$\int_S \ldots x + vF_y)\, dS. \qquad (2.6)$$

Стационарность режима приливных колебаний означает неизменность осредненных величин $\langle a_\Omega \rangle$ и $\langle A_\Omega \rangle$. Для отдельной приливной гармоники периодом осреднения, как и раньше, может служить «энергетический» период $\tau_э = \pi/\sigma$. В зависимости от фазовых соотношений u и F_x, а также v и F_y величины a_Ω и A_Ω могут иметь различные знаки.

Индуцированным приливом называют реакцию бассейна на периодическое воздействие через жидкую границу со стороны смежного водоема, где происходят свои приливные движения. Такое воздействие осуществляется в виде проникающих в бассейн так называемых *свободных приливных волн*, описываемых решением исходных уравнений динамической теории (1.17) либо (1.18), в которых отсутствуют члены, характеризующие приливообразующую силу. Энергия индуцированного прилива поступает в бассейн вместе с этими волнами; мгновенная мощность этого

поступления через жидкую границу Г определяется выражением (2.4), где величины ζ и u_n должны относиться только к входящей волне. Проникшие в бассейн приливные волны распространяются в его пределах, при этом они трансформируются, отражаясь от берегов и неровностей дна, и рассеивают часть своей энергии за счет трения. Отраженные волны вновь достигают входа в бассейн и частично проходят через него в обратном направлении (излучаются), унося с собой энергию со скоростью, определяемой также выражением (2.4), но со значениями ζ и u_n, обусловленными только выходящей волной. Поскольку фактически существующие на жидкой границе колебания уровня ζ и течения $\mathbf{u}$ включают эффект как входящей, так и выходящей волн, раздельная оценка волнового прихода и расхода энергии требует предварительного «расчленения» наблюдаемых величин ζ и u_n средствами так называемого «структурного анализа» [34]. Использование фактических, т. е. суммарных значений ζ и u_n дает лишь результирующий поток энергии через жидкую границу. Как и в случае собственного прилива, и воздействие, и реакция представляют собой установившиеся процессы, и если мы рассматриваем отдельные приливные гармоники, то индуцированные приливные движения в любой точке бассейна являются гармоническими во времени.

Следует подчеркнуть, что хотя волны, формирующие индуцированный прилив, часто называют свободными, поскольку описывающие их выражения получены без учета приливообразующей силы, а сами они распространяются со скоростью, пропорциональной $\sqrt{h}$, их следует, тем не менее, рассматривать как часть общего вынужденного решения, так как они являются результатом внешнего периодического воздействия, производимого на участке границы бассейна. Показателем вынужденного характера индуцированных колебаний служит их период, навязываемый им внешним воздействием и совпадающий, как и у собственного прилива, с периодом соответствующей гармонической составляющей.

Приведенные выше определения собственного и индуцированного прилива отличаются от классических определений, принадлежащих Дефанту [77, 78] (см. также [91]). Различия относятся к граничным условиям, которые налагаются на жидком участке границы бассейна для получения решения, соответствующего тому или иному типу прилива. Согласно Дефанту, решение, описывающее собственный прилив, получается при наложении на открытую границу условия отсутствия вертикальных колебаний ($\zeta=0$), а для получения индуцированного прилива на открытой границе следует задать наблюдаемые здесь характеристики приливных смещений уровня ($\zeta=\zeta_{\text{набл}}$). В таком случае, несмотря на то, что сумма указанных решений математически корректно описывает суммарный прилив, каждое из решений по отдельности не соответствует собственному и индуцированному приливам, если рассматривать их как частные реакции на астрономическое и внешнее океанское

воздействие. Дело в том, что при наличии открытой границы возникновение собственного прилива в бассейне типа залива всегда будет сопровождаться излучением энергии через жидкий контур (устье залива) в виде волн, распространяющихся в открытый океан, вследствие чего условие $\zeta \equiv 0$ на этом контуре является некорректным во всех случаях, кроме случая полного отрицательного отражения, который физически нереален [34]. Это же обстоятельство делает некорректным применение граничного условия $\zeta = \zeta_{\text{набл}}$ для расчета индуцированного прилива, поскольку оно включает эффект излучения, обусловленного собственным приливом. Корректным образом раздельно рассчитать собственный и индуцированный приливы можно по следующей схеме:

1) найти решение (аналитическое либо численное) приливных уравнений типа (1.18) или (1.19) при задании на открытой границе импедансного граничного условия типа (3.88) или (3.89) (см. раздел 3.3.2) с определением входящего в это условие коэффициента отражения по местным морфометрическим данным. Полученное решение будет представлять собой собственный прилив;

2) определить для жидкой границы параметры (амплитуду и фазу) местных колебаний ζ_c, обусловленных излучением собственного прилива, и «очистить» от них наблюдаемые местные приливные колебания;

3) найти решение приливных уравнений типа (1.18) или (1.19), предполагая в них $\hat{\zeta} = 0$, с использованием в качестве граничных условий на жидкой границе «очищенных» колебаний $\zeta = \zeta_{\text{набл}} - \zeta_c$. Полученное решение будет представлять собой индуцированный прилив.

2.1.3. Донное трение

В предыдущей главе было отмечено, что фактором, обусловливающим потери приливной энергии в системе Земля—Луна, является диссипация за счет приливного трения. Этот же фактор является главным и в глобальном масштабе, причем согласно имеющимся оценкам диссипативные потери в океане намного превосходят аналогичные потери в твердом теле Земли и атмосфере [30, 65, 66]. В свою очередь основной причиной диссипации приливной энергии в Мировом океане считают донное трение на шельфе и в мелководных окраинных морях, хотя к потерям энергии могут приводить и другие причины (см. с. 72).

Как указывалось в разделе 1.3, в применяемой для описания приливов теории длинных баротропных волн объемный эффект донного трения может быть записан в так называемой квадратичной форме:

$$\mathbf{R} = -\varkappa \mathbf{u} (u^2 + v^2)^{1/2} / h, \tag{2.7}$$

где $\mathbf{u}$ — вектор осредненной по вертикали скорости приливного течения, а u и v — проекции этого вектора на координатные

оси. Величина $\varkappa$, называемая коэффициентом донного сопротивления, на основании экспериментальных данных берется обычно равной от 0,002 до 0,004. Скорость, с которой сила $\mathbf{R}$ совершает работу для элементарного столбика с высотой h и единичным основанием, равна

$$a_R = \rho \mathbf{R} \cdot \mathbf{u} h = -\rho \varkappa \left(u^2 + v^2\right)^{3/2}. \tag{2.8}$$

Величину a_R, пропорциональную кубу модуля скорости приливного течения, можно назвать поверхностной плотностью *фрикционного потока энергии,* характеризующего диссипативные энергетические потери. Полный фрикционный поток для бассейна с площадью поверхности S запишется в виде

$$A_R = -\iint\limits_S \rho \varkappa \left(u^2 + v^2\right)^{3/2} dS. \tag{2.9}$$

Отметим, что в некоторых случаях с целью упрощения математического описания донного трения его объемный эффект записывают в линейной форме $\mathbf{R}_л = -\varkappa_л \mathbf{u}$, где $\varkappa_л$ — коэффициент линейного донного сопротивления. При этом, если стремиться к тому, чтобы такая линеаризация не нарушала энергетических характеристик описываемого процесса, следует определять величину $\varkappa_л$ так, чтобы работа сил трения при квадратичном и линейном сопротивлении была одинаковой. На основе этих соображений между коэффициентами $\varkappa$ и $\varkappa_л$ устанавливается соотношение

$$\varkappa_л = \frac{8}{3\pi} \frac{U_0}{h} \varkappa, \tag{2.10}$$

где U_0 — максимальное значение осредненной по вертикали скорости течения. Таким образом, «линейное» выражение для $\mathbf{R}_л$ содержит квадратичную зависимость от скорости течения в скрытом виде. На основании эмпирических данных В. Ганзен [101] предложил зависимость коэффициента $\varkappa_л$ от U_0 и h в табличной форме (табл. 2.1).

ТАБЛИЦА 2.1

Коэффициент линейного донного сопротивления $\varkappa_л$ (10^{-4} с$^{-1}$) как функция максимальной скорости течения U_0 и местной глубины h

h м	U см/с			
	25	50	100	150
5	1,457	2,914	5,829	8,743
10	0,656	1,311	2,623	3,934
20	0,310	0,619	1,239	1,858
30	0,202	0,405	0,810	1,212
50	0,119	0,239	0,478	0,717

При пересчете данных табл. 2.1 с помощью соотношений (2.10) значения коэффициента $\varkappa$ оказываются лежащими в пределах от 0,0028 до 0,0034.

При использовании линейного закона трения выражения для плотности диссипации a_R и полного фрикционного потока энергии A_R будут:

$$a_R = -\rho\varkappa_л h (u^2 + v^2);$$
$$A_R = -\iint\limits_S \rho\varkappa_л h (u^2 + v^2)\, dS. \qquad (2.11)$$

Фрикционный поток, подобно остальным мощностным характеристикам, сохраняет во времени свое среднее значение $\langle a_R \rangle$ либо $\langle A_R \rangle$ при установившемся режиме приливных колебаний. Однако, в отличие от других энергетических потоков, он никогда не принимает положительных значений, поскольку в любой момент приливного цикла трение приводит только к потерям приливной энергии.

2.1.4. Резонансное накопление энергии

Приливным резонансом называют ситуацию, при которой фазовые соотношения между приливным воздействием на бассейн и его реакцией обеспечивают максимальное развитие приливных движений, т. е. максимальное энергосодержание бассейна. Такая ситуация возникает при совпадении приливной частоты σ с одной из *собственных частот* бассейна σ_n. Отношение σ/σ_n характеризует степень «настройки» бассейна на приливную частоту. В случае резонанса, т. е. при $\sigma = \sigma_n$, для бассейна в целом максимально выражена синфазность между внешним воздействием и скоростью частиц воды, в результате чего работа, совершаемая внешним источником, в целом положительна и расходуется на «раскачку» водной массы бассейна. При отсутствии потерь (случай собственного прилива в замкнутом бассейне без трения) синфазность при раскачке сохраняется, и это приводит к бесконечному накоплению энергии и соответствующему росту амплитуд колебаний. В реальных случаях, т. е. при наличии диссипации или излучения энергии через жидкие границы, раскачка сопровождается ростом потерь, в результате чего при $\sigma = \sigma_n$ устанавливается стационарный колебательный режим на конечном, чисто резонансном *уровне насыщения*.

Если $\sigma \neq \sigma_n$, то синфазность между внешним воздействием и скоростью частиц воды нарушается, и интервалы, когда внешнее воздействие не «раскачивает», а «тормозит» движение колеблющейся водной массы, увеличиваются. При определенных значениях соотношения σ/σ_n отрицательная работа, совершаемая внешним воздействием, оказывается максимальной — эту ситуацию можно назвать *антирезонансом*. В общем случае при $\sigma \neq \sigma_n$ уровень насыщения будет ограниченным даже при отсутствии

диссипации и излучения, так как накопление энергии приводит к установлению стационарного колебательного режима с таким фазовым сдвигом между воздействием и реакцией, при котором положительная и отрицательная работа внешнего источника равны друг другу. Такому состоянию бассейна соответствует *уровень насыщения без потерь*. В реальных случаях диссипация и излучение ограничивают насыщение на еще более низком уровне.

Зависимость резонансного возбуждения от степени настройки на частоту внешнего воздействия и от интенсивности потерь может быть изображена с помощью резонансной поверхности либо в виде набора энергетических или амплитудных резонансных кривых, описывающих зависимость степени резонансного возбуждения от величины σ (либо σ/σ_n) при фиксированных значениях параметров, характеризующих интенсивность диссипации или излучения. Если условиться относительно некоторой «единичной» реакции на внешнее воздействие при полном отсутствии резонансных эффектов, то ординаты резонансной кривой при различных σ дают соответствующие энергетические либо амплитудные коэффициенты усиления реакции за счет резонанса. В качестве количественной характеристики единичной реакции в случае собственного прилива принимают амплитуду колебаний, обусловленных статическим приливом (в этом случае пользуются термином «коэффициент динамичности»), а в случае индуцированного прилива — амплитуду «вторгающейся» приливной волны, не искаженной встречным излучением бассейна. При неравномерном распределении амплитуд вынужденного колебания в пределах бассейна для таких оценок рассматривают среднее по бассейну значение амплитуды, либо амплитуду реакции в какой-либо характерной точке, где она имеет, например, наибольшее по бассейну значение.

2.1.5. Собственные частоты и моды

Собственные частоты σ_n, или собственные периоды $\tau_n = 2\pi/\sigma_n$, характеризуют *собственные колебания* водной массы бассейна, происходящие при отсутствии вынуждающих сил; в случае пренебрежения силами трения эти колебания называют также *свободными*. Каждое из таких колебаний, характеризующееся фиксированным значением $\sigma = \sigma_n$ и определенной пространственной формой, называют *собственной (свободной) модой* данного бассейна.

В изолированном бассейне с отражением на границах собственные колебания имеют вид стоячих волн или их комбинаций; при этом в случае положительного отражения (непроницаемый берег, резкое повышение дна или сужение берегов) на соответствующем участке границы образуется пучность, а при отрицательном отражении (резкое расширение берегов, увеличение глубины) — узел. Это условие ограничивает возможные моды собственных колебаний, нормальных к указанной границе, допуская

только те из них, которые обеспечивают совпадение пучностей либо узлов с краем бассейна. В наиболее простом случае одномерного канала собственный период можно определить как время, необходимое для того, чтобы свободная волна, пробежав вдоль бассейна и отразившись от его концов, вернулась в начальную точку, имея первоначальные направление и фазу. Таким образом, если отражение на обоих концах имеет одинаковый знак, то его собственная стоячая мода содержит четное число четвертинок (целое число половинок) длины волны, а если отражения на концах разного знака, то число четвертинок волны в моде — нечетное. Так в замкнутом бассейне длиной L и постоянной глубиной h (положительное отражение на обоих концах) или в проливе той же длины и глубины с резким расширением и углублением на концах (двустороннее отрицательное отражение) собственный период τ_n и собственная частота σ_n выражаются известной формулой Мериана

$$\tau_n = 2L/[(n+1)\sqrt{gh}]; \quad \sigma_n = \pi(n+1)\sqrt{gh}/L, \tag{2.12}$$

где $n=0, 1, 2, \ldots$ При этом в первом из указанных случаев на концах канала будут расположены пучности, а во втором — узлы *. Наибольший собственный период $\tau_0 = 2\pi/\sigma_0 = 2L/\sqrt{gh}$ равен времени двойного пробега свободной волны со скоростью $\sqrt{gh}$ вдоль бассейна, в котором умещается ровно половина ее длины.

В заливе, соединяющемся с широким бассейном (океаном), отражение на концах имеет разный знак. В этом случае волне для прихода в некоторую начальную точку с первоначальной фазой и направлением требуется не менее чем четырехкратный пробег по бассейну, и формула Мериана тогда имеет вид

$$\tau_n' = 4L/[(2n+1)\sqrt{gh}]; \quad \sigma_n' = \pi(n+1/2)\sqrt{gh}/L. \tag{2.13}$$

При наибольшем значении периода $\tau_0' = 4L/\sqrt{gh}$ в заливе укладывается одна четверть свободной волны.**

Специфическим является случай кольцевого канала, опоясывающего земной шар. В таком канале возможны как прогрессивные, так и стоячие собственные моды, причем в обоих случаях эта возможность обусловлена требованием, чтобы в «кольце» укладывалось целое число полных длин свободной волны, т. е., например, для канала, расположенного на параллели φ, имеем

$$\tau_n^* = 2\pi R\cos\varphi/[(n+1)\sqrt{gh}]. \tag{2.14}$$

* В случае, когда хотя бы одна из границ на концах — жидкая, формула Мериана является не вполне корректной и должна быть исправлена так называемой устьевой поправкой [34, 127] (см. также с. 44).

** Резонансы при $\sigma=\sigma_0$ и $\sigma=\sigma_0'$ называют соответственно полуволновым и четвертьволновым.

При переменной глубине $h=h(x)$, когда скорость волны непостоянна вдоль бассейна, обобщенная форма выражений (2.12), (2.13) и (2.14) для периодов имеет вид (так называемые формулы Дюбуа):

$$\tau_n = \frac{2}{n+1}\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}}; \quad \tau_n' = \frac{4}{2n+1}\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}};$$

$$\tau_n^* = \frac{R\cos\varphi}{n+1}\int_0^{2\pi} \frac{d\lambda}{\sqrt{gh(\lambda)}}, \tag{2.15}$$

и соответствующие выражения для σ_n, σ_n' и σ_n^*.

Учет частичных отражений на неоднородностях переменной глубины и ширины реальных вытянутых бассейнов требует численного интегрирования «каналовых» уравнений длинных волн

$$\begin{gathered} \partial u/\partial t = -g\,\partial\zeta/\partial x; \\ \partial\zeta/\partial t + [1/b(x)]\,\partial[B(x)\,u]/\partial x = 0, \end{gathered} \tag{2.16}$$

где $B(x)=b(x)h(x)$ — площадь поперечного сечения канала; $b(x)$ — его ширина, а $h(x)$ — средняя по поперечному сечению глубина. Наложение на результат интегрирования граничных условий, соответствующих либо непротеканию (пучность), либо нулевому вертикальному смещению (узел), позволяет определить отвечающие этим условиям значения τ_n либо τ_n', а также найти пространственную форму соответствующей моды. Среди методов расчета по такой схеме наиболее известен метод Дефанта [47, 77, 78].

В достаточно широких бассейнах сравнительно простой формы собственные колебания могут быть представлены в виде комбинаций продольных и поперечных мод. При определенном сочетании таких мод и при наличии между ними фазовых сдвигов могут возникать «вращающиеся» собственные моды, имеющие вид прогрессивных волн, обегающих бассейн либо его часть по кругу. Системы колебаний такого типа носят название «амфидромических» (см. с. 115). К аналогичному эффекту приводит и действие силы Кориолиса на единичную плоскую стоячую моду. Собственные моды прогрессивного типа образуются также при наличии участков границы, интенсивно излучающих или диссипирующих приливную энергию. В бассейнах с круговой симметрией заметную роль могут играть круговые или радиальные стоячие моды с узловыми линиями, расположенными по окружности или вдоль радиусов (моды с радиальными узлами можно рассматривать как суперпозицию двух встречных вращающихся мод).

Естественно, что аналитические решения, описывающие набор собственных частот и пространственную картину собственных мод, удается получить только для некоторых геометрически правильных

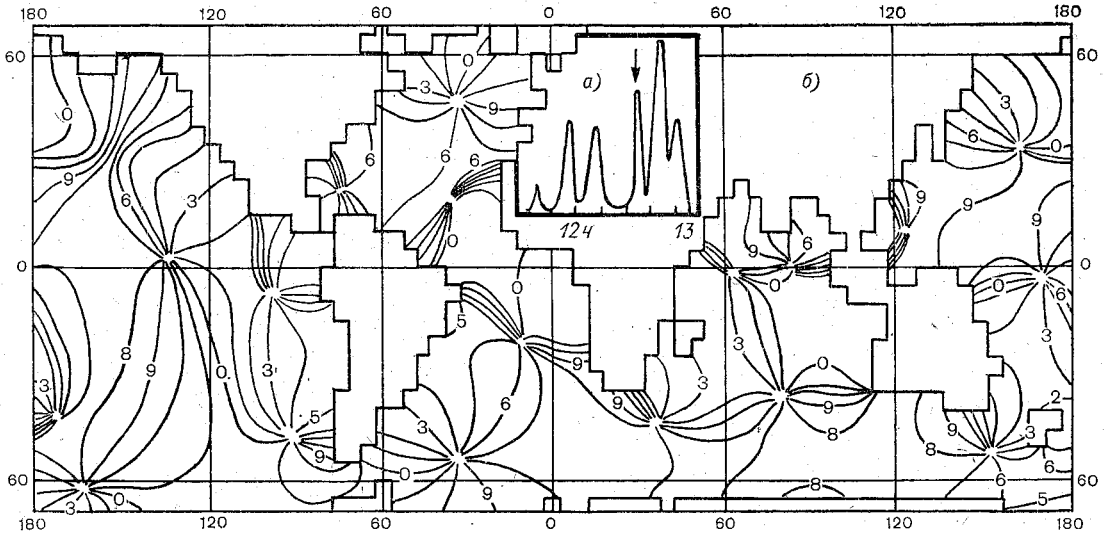


Рис. 2.1. Численный расчет свободных колебаний Мирового океана, по [30].

а — фрагмент амплитудного спектра; *б* — изофазы свободных колебаний Мирового океана, соответствующих моде с периодом 12,5 ч.

модельных бассейнов. Такие решения получены, в частности, для плоских («морских») бассейнов различной формы (прямоугольник, круг, часть круга и др.), а также для бассейнов на сфере («океанских»), ограниченных параллелями и меридианами. Обзор аналитических результатов можно найти в работе [30], где некоторые из них изображены графически с помощью изолиний амплитуд и фаз. Там же приведены и результаты численного моделирования свободных колебаний для Мирового океана реальных очертаний с учетом фактического распределения глубин. На рис. 2.1*а* (врезка на рис. 2.1) показан относящийся к полусуточному диапазону фрагмент интегрального для всего океана амплитудного спектра этих колебаний, а на рис. 2.1*б* — карта изофаз собственных (свободных) колебаний уровня с периодом 12,5 ч, соответствующим спектральному пику, помеченному стрелкой на врезке (аналогичные карты построены также для колебаний, соответствующих другим спектральным пикам, лежащим в диапазоне полусуточных и суточных приливных периодов). Оба результата найдены на основе численного решения начально-краевой задачи для Мирового океана, полученного в форме реакции его водной массы на кратковременное возмущение средней по вертикали горизонтальной скорости. Наличие в спектре пиков на частотах, близких к приливным, указывает на возможность того, что реальные суточные и полусуточные приливы в океане в значительной степени имеют резонансную природу. В пользу такого вывода говорит и существующее по многим параметрам сходство между пространственными картинами суточных и полусуточных собственных мод, с одной стороны, и соответствующих приливных гармоник, с другой [138, 151]. Приведенная на рис. 2.1*б* карта (как и многие известные эмпирические и теоретические приливные карты) иллюстрирует также сделанное ранее утверждение о том, что пространственный масштаб собственных мод Мирового океана в диапазоне приливных частот в большей части океана существенно меньше соответствующего масштаба поля приливообразующей силы.

2.1.6. Резонанс при наличии потерь. Добротность

Основными причинами потерь приливной энергии для океанского или морского бассейна являются излучение через жидкие границы и диссипация за счет трения. Эти факторы оказывают существенное влияние на явление приливного резонанса.

Излучение через жидкие границы влияет на параметры собственных колебаний бассейна двумя путями. Во-первых, как уже указывалось, при наличии излучения моды собственных колебаний утрачивают чисто стоячий характер и становятся прогрессивно-стоячими с прогрессивной составляющей, направленной в сторону излучающей границы. Во-вторых, поскольку отражение в районе жидкой границы, как правило (при наличии расширения бассейна), является «размазанным» [34], т. е. комплексным, то

оно приводит к кажущемуся удлинению бассейна, которое в одномерном случае учитывается так называемой *устьевой поправкой* $\eta = d/L$, где L — фактическая длина бассейна, а d — кажущееся приращение этой длины за счет излучения [34, 127]. В таком случае низшая частота собственных колебаний с учетом названного эффекта будет (для залива)

$$\sigma_0^{\text{из}} = \sigma_0/(1+\eta). \tag{2.17}$$

Таким образом, излучение через жидкую границу практически всегда несколько удлиняет моды собственных колебаний, т. е. увеличивает собственный период.

Диссипация энергии за счет трения проявляется в виде двух основных эффектов. Во-первых, она приводит к затуханию собственных колебаний пропорционально множителю $e^{-\delta t}$, где δ — показатель затухания, характеризующий его быстроту. Для оценки величины δ можно использовать выражение $\delta = [4/(3\pi)] \times (U_0 \varkappa/h)$, где $\varkappa$ — коэффициент донного сопротивления (см. с. 37), а U_0 — максимальное значение осредненной по вертикали скорости течения [15, 41]. Во-вторых, действие трения снижает скорость прогрессивной длинной волны, увеличивая время пробега по бассейну, т. е. уменьшая собственную частоту $\sigma_0^{\text{тр}}$ по сравнению с частотой свободных колебаний σ_0, а именно

$$\sigma_0^{\text{тр}} = \sqrt{\sigma_0^2 - \delta^2}. \tag{2.18}$$

Таким образом, оба вида потерь — как излучение, так и диссипация за счет донного трения — влияют на положение резонансных пиков, однозначно сдвигая их в сторону более низких частот. При этом надо отметить, что, строго говоря, как показывает теория [8, 26] (см. также [34]), при учете диссипации положение резонансного пика на частотной оси определяется не величиной $\sigma_0^{\text{тр}}$, а величинами $\sigma_\zeta^{\text{тр}} = \sqrt{\sigma_0^2 - 2\delta^2}$ (для колебаний уровня) и $\sigma_u^{\text{тр}} = \sigma_0$ (для течений). Поскольку, однако, при малых значениях δ (что характерно для реальных природных условий) величины σ_0, $\sigma_0^{\text{тр}}$ и $\sigma_\zeta^{\text{тр}}$ мало отличаются друг от друга, то при оценочных расчетах частоту σ_0 довольно часто принимают в качестве резонансной даже при наличии диссипации. В то же время влияние излучения на резонансную частоту может быть гораздо более заметным, и его учет во многих случаях совершенно необходим. Понятно, что последнее соображение относится к заливам, морям и отдельным океанам, но не к Мировому океану в целом, для которого потери энергии на излучение через боковую границу отсутствуют.

Насыщенное состояние, достигаемое при достаточно продолжительном действии внешнего энергетического источника с частотой σ после выхода вынужденных колебаний на стационар, характеризуется, с одной стороны, определенным уровнем насыщения,

а с другой — равновесием между потоками поступающей и теряемой энергии. Показателем того, насколько экономным путем поддерживается это равновесие, может служить соотношение

$$Q(\sigma) = 2\pi E_{\text{макс}}/\Delta E = \sigma E_{\text{макс}}/\langle A_{\text{п}}\rangle, \tag{2.19}$$

где $E_{\text{макс}}$ — максимальное значение энергосодержания бассейна E, определяемого выражением (2.2) и соответствующего уровню насыщения; ΔE — те потери энергии за один период τ, которые должны восполняться за счет внешнего источника; $\sigma = 2\pi/\tau$ — приливная частота, а $\langle A_{\text{п}}\rangle = \Delta E/\tau$ — средняя скорость (мощность) потерь за период. Обратная величина $Q^{-1}(\sigma)$ может служить количественной характеристикой интенсивности энергетических потерь в процессе стационарных вынужденных колебаний с частотой σ; эту величину иногда называют относительной скоростью потерь [23] на данной частоте σ, или удельной диссипативной функцией [28].

Величина $Q(\sigma)$ тесно связана с коэффициентом усиления. Это можно показать, если уподобить приливные колебания морского бассейна вынужденным колебаниям гармонического осциллятора с одной степенью свободы и коэффициентом линейного затухания δ [24, 28, 91, 127 и др.] (такая аналогия допустима лишь в случае одномерного и «одномодового» приливного колебания, и поэтому ее применение оправдано только вблизи резонанса, т. е. в случае значительного преобладания одной из собственных мод над другими). Если выразить энергозапас E такого осциллятора как сумму кинетической и потенциальной энергий, то можно показать, что максимальное значение этой суммы за период равно $E_{\text{макс}} = mN^2\sigma_0^2/2$, где m — масса осциллятора, а N — его максимальное смещение при вынужденных гармонических колебаниях. С другой стороны, потери энергии за период составляют $\Delta E = 2\pi m\delta\sigma N^2$, где δ — коэффициент затухания. Подставляя эти значения $E_{\text{макс}}$ и ΔE в (2.19), получаем:

$$Q(\sigma) = \sigma_0^2/(2\delta\sigma). \tag{2.20}$$

Величина Q при чистом резонансе (при $\sigma = \sigma_0$), т. е.

$$Q_0 = \sigma_0/(2\delta) \tag{2.21}$$

носит название *добротности** колебательной системы (бассейна), а величину Q_0^{-1} называют затуханием системы.

Поскольку потери приливной энергии обусловлены двумя основными процессами — излучением в соседние водоемы и диссипацией, то суммарную величину Q можно считать состоящей из двух частей: радиационной (связанной с излучением) Q_R и диссипативной Q_D. Нетрудно видеть, что, поскольку потери суммируются, то $Q^{-1} = Q_R^{-1} + Q_D^{-1}$, откуда получаем

$$Q = Q_R Q_D (Q_R + Q_D)^{-1}. \tag{2.22}$$

* Иногда термин «добротность» используют для обозначения величины Q при любых значениях σ [30].

В большинстве случаев $Q_D > Q_R$, так как потери на излучение чаще всего (если не говорить о Мировом океане в целом) превышают диссипативные потери.

При линейном законе потерь величина Q для каждой моды зависит только от частоты внешнего воздействия и не зависит от его амплитуды. Однако в природных условиях нелинейность диссипативных потерь нарушает указанное правило. Зависимость Q от амплитуды колебаний была отмечена Майлзом и Манком [127], а Гаррет использовал это обстоятельство при исследовании приливов в заливе Фанди [89].

Отметим то важное обстоятельство, что при любом характере потерь их мощность $\langle A_п \rangle$, стоящая в знаменателе выражения (2.19), пропорциональна двум факторам: уровню насыщения (энергосодержанию) и *параметру поглощения*, характеризующему удельную диссипативную или излучательную способность бассейна. Если потери обусловлены донным трением, то параметром поглощения можно назвать плотность фрикционного потока энергии при единичной скорости течения; в таком случае этот параметр численно равен либо пропорционален коэффициенту донного сопротивления. При рассмотрении потерь за счет излучения энергии в качестве параметра поглощения удобно принять энергетический *коэффициент излучения* L_R (см. с. 162). Первый из названных факторов (энергосодержание) пропорционален числителю выражения (2.19), а второй (параметр поглощения) при линейном законе потерь является независимым.

Из сказанного следует, что как мощность потерь $\langle A_п \rangle$, так и величина Q неоднозначно зависят от параметра поглощения. Допустим, что в замкнутом бассейне с фиксированной настройкой на резонанс ($\sigma/\sigma_0 = \text{const}$) поглощение энергии отсутствует (коэффициент донного сопротивления равен нулю). В этом случае в бассейне формируются приливные колебания на бездиссипативном уровне насыщения и величина Q бесконечна. При введении слабого поглощения возникнут незначительные потери энергии $A_п$, которые — при условии их малости — не окажут заметного влияния на уровень насыщения, т. е. на величину $E_{макс}$, однако при этом величина Q станет конечной. Дальнейшая эволюция соотношения между $\langle A_п \rangle$ и Q при постепенном нарастании поглощения рассмотрена в работе Платцмена [142] на примере одномерного канала постоянной глубины h_0 с заданием диссипативных потерь через импедансные (излучательные) граничные условия на его концах (в качестве параметра поглощения здесь фигурирует однозначно связанная с $L_R = 1 - r^2$ величина h_1/h_0, где h_1 — эффективная глубина условного диссипирующего шельфа *). На заимствованном из указанной работы рис. 2.2 *а* эта эволюция характеризуется кривой на графике, где величины Q и $\langle A_п \rangle$ отложены на координатных осях. Пока поглощение остается незначительным

* См. выражение (4.2) на с. 169.

и слабо влияет на $E_{макс}$, поведение Q определяется главным образом изменением величины $\langle A_п \rangle$, а последняя сравнительно быстро увеличивается вместе с параметром поглощения. Постепенно, однако, величина $E_{макс}$ снижается настолько, что начинает эффективно влиять на потери $\langle A_п \rangle$, ограничивая их рост, и, наконец, наступает момент, когда действие двух факторов, определяющих мощность потерь, нейтрализует друг друга и рост величины $\langle A_п \rangle$ прекращается (точка максимума потерь A на рис. 2.2 *а*);

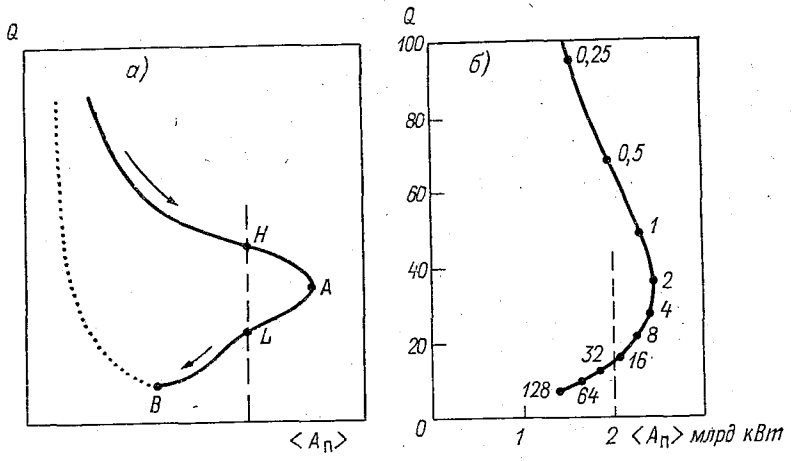


Рис. 2.2. Эволюция соотношения между величинами Q и $\langle A_п \rangle$ при увеличении параметра поглощения, по Платцмену [141, 142].

а — схематическое изображение указанной эволюции. Максимальным диссипативным потерям соответствует точка A, минимальной добротности — точка B. Точки H и L соответствуют «высокодобротному» и «низкодобротному» режимам при одном и том же значении диссипативных потерь. Направление роста параметра поглощения указано стрелками;
б — $Q/\langle A_п \rangle$-кривая для «синтезированного» модельного глобального прилива M_2. Цифры вдоль кривой означают глубину (в метрах) условного шельфа, имитирующего диссипативные потери. Прерывистая линия соответствует принятому значению $\langle A_п \rangle = 2$ млрд кВт.

при этом величина Q продолжает уменьшаться за счет снижения энергосодержания $E_{макс}$.

При рассмотрении дальнейшего хода эволюции $Q/\langle A_п \rangle$-соотношения на рис. 2.2 *а* следует учитывать то обстоятельство, что увеличение параметра h_1/h_0 соответствует нарастанию поглощения энергии только в диапазоне $0 < h_1/h_0 < 1$. При $h_1/h_0 = 1$ излучательная способность границы достигает максимума (соответствующая точка B определяет положение минимума Q на рис. 2.2 *а*), после чего, при дальнейшем росте параметра h_1/h_0, излучательная способность начинает снижаться, а величина Q — быстро расти. Таким образом, необходимо иметь в виду, что участок $Q/\langle A_п \rangle$-кривой, обозначенный точечной линией и лежащий левее точки B, соответствует не росту, а уменьшению параметра поглощения (кроме того, при переходе параметра h_1/h_0 от значений $h_1/h_0 < 1$

к значениям $h_1/h_0 > 1$ происходит смена резонансных условий в данном бассейне на антирезонансные, и наоборот).

Наличие максимума потерь (точка A на $Q/\langle A_п \rangle$-кривой) при определенном значении параметра поглощения свойственно, как показал Платцмен [141, 142], не только рассмотренной выше реакции элементарного канала, но и «синтезированному» (включающему много собственных мод) глобальному приливу M_2. Модельное воспроизведение такого прилива при различных значениях параметра поглощения с оценкой соответствующих величин Q и $\langle A_п \rangle$ позволило построить $Q/\langle A_п \rangle$-кривую, показанную на рис. 2.2 *б*, откуда видно, что при принятом определении параметра поглощения максимально возможная диссипация имеет место при $h_1 \approx 3$ м и составляет около 2,45 млрд кВт. Эта точка разделяет области высокой и низкой добротности и характеризуется значением $Q \approx 33$. Если принять, согласно [142], значение $\langle A_п \rangle = 2$ млрд кВт за наиболее реальное для глобального прилива M_2, то фактически существующим приливным колебаниям будет соответствовать $Q \approx 15$.

Оценки величины Q для морских и океанских бассейнов в большинстве случаев довольно приблизительны. Некоторые из них приведены в табл. 2.2.

ТАБЛИЦА 2.2

Величина Q для некоторых океанских и морских бассейнов (для гармоники M_2)

Бассейн и автор	Q	Бассейн и автор	Q
Мировой океан		**Тихий океан**	
Гаррет и Манк [93]	25	Хит [107]	5
Хендершотт [110]	34	**Северная Атлантика**	
Платцмен [141]	15	Гаррет и Гринберг [92]	16,4
Цаель [168]	24		17,1
Швидерский [151]	19	Хит [107]	10—12
Парк и Хендершотт [136]	17	**Морские бассейны**	
Готлиб и Каган [12]	28	Калифорнийский залив [87]	13,2
Вебб [161]	18	Залив Фанди [89]	5,25
Атлантический океан		Арктические моря [23]	5,4
Вунш [166]	5		

2.2. Уравнение баланса приливной энергии

2.2.1. Локальный и интегральный баланс энергии

Выше уже указывалось, что стационарность (в среднем) режима приливных колебаний означает существование баланса между приходом и расходом приливной энергии. Указанный баланс должен соблюдаться как для Мирового океана в целом, так и для

отдельных его частей, включая моря и заливы. При этом каждой приливной гармонике должна соответствовать стабильная (в среднем) глобальная картина источников и стоков приливной энергии, а также аналогичная стационарная картина горизонтальной циркуляции приливной энергии, осуществляемой с помощью волнового переноса.

Выражения для составляющих баланса приливной энергии можно получить из уравнений динамики (1.17) либо (1.18) путем умножения уравнений движения соответственно на ρhu и ρhv, а уравнения неразрывности на $\rho g\zeta$, что придает всем членам уравнений размерность мощности. Проделав это, например, для записанной в сферических координатах системы (1.17), дополненной характеризующими донное трение членами $-\varkappa u(u^2+v^2)^{1/2}/h$ и $-\varkappa v(u^2+v^2)^{1/2}/h$, получим:

$$\frac{1}{2}\rho h\frac{\partial(u^2)}{\partial t}-\rho hfvu=-\frac{\rho hug}{R\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\lambda}(\zeta-\hat{\zeta})-\varkappa\rho u^2(u^2+v^2)^{1/2};$$

$$\frac{1}{2}\rho h\frac{\partial(v^2)}{\partial t}+\rho hfuv=-\frac{\rho hvg}{R}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\zeta-\hat{\zeta})-\varkappa\rho v^2(u^2+v^2)^{1/2};\tag{2.23}$$

$$\frac{1}{2}\rho g\frac{\partial(\zeta^2)}{\partial t}+\frac{\rho g\zeta}{R\cos\varphi}\left[\frac{\partial}{\partial\lambda}(uh)+\frac{\partial}{\partial\varphi}(vh\cos\varphi)\right]=0.$$

Использовав выражения (2.1) для поверхностной плотности потенциальной, кинетической и полной энергии и просуммировав затем все три уравнения, получаем *уравнение локального баланса* (баланса плотности) приливной энергии в виде

$$\partial e/\partial t=\rho g\hat{\zeta}\,\partial\zeta/\partial t+\operatorname{div}(\rho gh\mathbf{u}\hat{\zeta})-\varkappa\rho(u^2+v^2)^{3/2}-\operatorname{div}(\rho gh\mathbf{u}\zeta).\tag{2.24}$$

Обозначим первые два члена в правой части выражения (2.24) через a^S_Ω и a^Γ_Ω, т. е.

$$a^S_\Omega=\rho g\hat{\zeta}\,\partial\zeta/\partial t;$$
$$a^\Gamma_\Omega=\operatorname{div}(\rho gh\mathbf{u}\hat{\zeta}).\tag{2.25}$$

Эти члены в сумме характеризуют работу приливообразующей силы, т. е. $a_\Omega=a^S_\Omega+a^\Gamma_\Omega$. С учетом соотношения (1.4) главы 1 и уравнения неразрывности в системе (1.17) выражение для a_Ω можно переписать в более компактной форме: $a_\Omega=\rho\mathbf{F}\cdot\mathbf{u}h$, что совпадает с выражением (2.5).

Третий член в правой части выражения (2.24) обозначим через a_R; этот член $a_R=-\varkappa\rho(u^2+v^2)^{3/2}$ характеризует работу силы донного трения и совпадает с выражением (2.8).

Четвертый член в правой части выражения (2.24) обозначим через a_W, т. е.

$$a_W=-\operatorname{div}(\rho gh\mathbf{u}\zeta).\tag{2.26}$$

Этот член характеризует эффект горизонтального переноса (волновой адвекции) приливной энергии, выраженный через дивергенцию волнового потока, плотность которого равна $\mathbf{w}=\rho gh\times\times\mathbf{u}\zeta$, что совпадает с выражением (2.3).

Отметим, что из-за пренебрежения эластичными свойствами земной коры (см. с. 11) при выводе уравнения (2.24) в нем не учтен энергообмен океана с твердым телом Земли, который в принципе должен возникать при наличии приливных смещений океанского дна. Процесс такого энергообмена рассмотрен в работе [30], откуда следует, что при учете земного прилива (который можно считать статическим по своему характеру), а также смещений океанского дна под действием переменной (за счет прилива) океанской нагрузки и самопритяжения вместо уравнения (2.24) мы будем иметь

$$\partial e/\partial t = \rho g \hat{\zeta}_s \, \partial\zeta/\partial t + \operatorname{div}(\rho g h \mathbf{u} \hat{\zeta}_s) - \varkappa\rho (u^2 + v^2)^{3/2} - \\ - \operatorname{div}(\rho g h \mathbf{u} \zeta) - \rho g \zeta_b \, \partial\zeta/\partial t - \operatorname{div}(\rho g h \mathbf{u} \zeta_b), \qquad (2.27)$$

где $\hat{\zeta}_s$ — статическое возвышение поверхности глобального океана определяемое из соотношения $\hat{\zeta}_s = (\Omega + \Omega_{\text{тв}} + \Omega_{\text{ок}})/g$ (см. с. 11), т. е. полученное с учетом поправок за счет земного прилива и самопритяжения, а ζ_b — смещение океанского дна за счет земного прилива и комбинированного эффекта океанской нагрузки и самопритяжения. Таким образом, учет эластичных свойств земной коры вносит два основных изменения в уравнение баланса приливной энергии. Во-первых, он изменяет значение статического прилива, а тем самым и значение члена $a_\Omega = a_\Omega^S + a_\Omega^\Gamma$. Во-вторых, в правой части уравнения баланса появляются два новых члена

$$a_b^S = -\rho g \zeta_b \, \partial\zeta/\partial t; \\ a_b^\Gamma = -\operatorname{div}(\rho g h \mathbf{u} \zeta_b), \qquad (2.28)$$

по своей структуре аналогичные членам a_Ω^S и a_Ω^Γ и в сумме характеризующие энергообмен океана с твердым телом Земли.

Если от баланса плотности энергии e перейти к балансу энергосодержания E путем интегрирования членов уравнений (2.24) или (2.27) по площади бассейна S, ограниченной контуром Γ, то после некоторых преобразований получаем *уравнение интегрального баланса* в виде

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \iint_S \rho g \hat{\zeta} \frac{\partial\zeta}{\partial t} \, dS + \oint_\Gamma \rho g h u_n \hat{\zeta} \, d\Gamma - \\ - \iint_S \varkappa\rho (u^2 + v^2)^{3/2} \, dS - \oint_\Gamma \rho g h u_n \zeta \, d\Gamma \qquad (2.29)$$

или в виде

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \iint_S \rho g \hat{\zeta}_s \frac{\partial\zeta}{\partial t} \, dS + \oint_\Gamma \rho g h u_n \hat{\zeta}_s \, d\Gamma - \iint_S \varkappa\rho (u^2 + v^2)^{3/2} \, dS - \\ - \oint_\Gamma \rho g h u_n \zeta \, d\Gamma - \iint_S \rho g \zeta_b \frac{\partial\zeta}{\partial t} \, dS - \oint_\Gamma \rho g h u_n \zeta_b \, d\Gamma, \qquad (2.30)$$

где u_n — нормальная к контуру и направленная наружу из области составляющая вектора приливного течения, а энергосодержание E определяется выражениями (2.2). Для участков контура Γ, совпадающих с береговой чертой, где выполняется условие непротекания, величина u_n равна нулю, так что фактически контурное интегрирование производится только для жидких границ области S. В случае интегрирования по площади всего Мирового океана S_0 контурные интегралы будут целиком равны нулю и тогда

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \iint\limits_{S_0} \rho g \hat{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS - \iint\limits_{S_0} \varkappa \rho (u^2 + v^2)^{3/2} dS, \tag{2.31}$$

или

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \iint\limits_{S_0} \rho g \hat{\zeta}_s \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS - \iint\limits_{S_0} \varkappa \rho (u^2 + v^2)^{3/2} dS - \iint\limits_{S_0} \rho g \zeta_b \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS. \tag{2.32}$$

С учетом отмеченной выше возможности двояким образом выразить эффект работы приливообразующей силы можно переписать уравнение (2.29) для баланса энергосодержания бассейна с частично жидкими границами в виде

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \iint\limits_{S} \rho h \mathbf{u} \cdot \mathbf{F} dS - \iint\limits_{S} \varkappa \rho (u^2 + v^2)^{3/2} dS - \oint\limits_{\Gamma} \rho g h u_n \zeta d\Gamma =$$

$$= A_\Omega + A_R + A_W. \tag{2.33}$$

Таким образом, работу, производимую действием приливообразующей силы, можно рассчитать двумя путями, используя для этого выражение (2.25) либо (2.5).

Ввиду колебательного характера величин a_Ω, a_R, a_W и a_b, а также соответствующих им интегральных величин

$$A_\Omega = \iint\limits_{S} \rho g \hat{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS + \oint\limits_{\Gamma} \rho g h u_n \hat{\zeta} d\Gamma = \iint\limits_{S} \rho\ h \mathbf{u} \cdot \mathbf{F} dS; \tag{2.34}$$

$$A_R = -\iint\limits_{S} \varkappa \rho (u^2 + v^2)^{3/2} dS; \tag{2.35}$$

$$A_W = -\oint\limits_{\Gamma} \rho g h u_n \zeta d\Gamma \tag{2.36}$$

и

$$A_b = -\iint\limits_{S} \rho g \zeta_b \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS - \oint\limits_{\Gamma} \rho g h u_n \zeta_b d\Gamma \tag{2.37}$$

производные $\partial e/\partial t$ и $\partial E/\partial t$ в каждый момент времени в общем отличны от нуля. Однако в среднем за период для отдельной гармоники изменение как локальной, так и полной энергии должно быть равно нулю. Таким образом, при вычислении баланса приливной энергии равенства

$$\langle a_\Omega \rangle + \langle a_R \rangle + \langle a_W \rangle + \langle a_b \rangle = 0 \tag{2.38}$$

или

$$\langle A_\Omega \rangle + \langle A_R \rangle + \langle A_W \rangle + \langle A_b \rangle = 0 \tag{2.39}$$

для отдельных гармоник могут служить критерием достоверности полученных результатов.

Члены, стоящие в правой части уравнения баланса, описывают процессы, приводящие к поступлению и потерям энергии, поэтому они характеризуются мощностью соответствующего источника либо стока. Как видно из (2.29), (2.30) и (2.33)—(2.37), эти источники и стоки можно разделить на «площадные» и «контурные» в соответствии с выражающими их интегралами. За исключением члена A_R (или a_R) все они содержат парные произведения гармонически изменяющихся во времени приливных характеристик $\hat{\zeta}$, ζ, u, v, F_x, F_y. В таких случаях важное значение приобретают фазовые соотношения сомножителей указанных произведений. Рассмотрим более детально роль фазовых соотношений и определим некоторые возникающие в связи с этим понятия на примере плотности потока приливной энергии

$$w = \rho g h u \zeta, \tag{2.40}$$

обусловленного горизонтальным волновым переносом вдоль оси x.

Если записать выражения для гармонически изменяющихся величин ζ и u в виде

$$\begin{aligned} \zeta &= H \cos(\sigma t - g); \\ u &= U \cos(\sigma t - g_u), \end{aligned} \tag{2.41}$$

где H, U — амплитуды, а g, g_u — фазы этих величин, то после подстановки (2.41) в (2.40) получим

$$\begin{aligned} w = (1/2)\rho g h U \cos\beta \{1 + \cos[2(\sigma t - g)]\} + \\ + (1/2)\rho g h U \sin\beta \sin[2(\sigma t - g)], \end{aligned} \tag{2.42}$$

где $\beta = g_u - g$ — фазовый сдвиг («дефасаж») течения u относительно уровня ζ.

Первое слагаемое в правой части (2.42) представляет собой так называемую *активную* составляющую потока энергии w_a. В процессе колебания член w_a осциллирует, но не меняет знака (определяемого знаком $\cos\beta$); иногда этот член называют *пульсирующей* составляющей удельной мощности волнового потока энергии [96]. Среднее за период значение члена w_a отлично от нуля, оно составляет половину его максимального значения и равно

$$\langle w_a \rangle = (1/2)\rho g h U \cos\beta. \tag{2.43}$$

Величину $\langle w_a \rangle$ называют также плотностью *чистого потока* приливной энергии [34].

Второе слагаемое в правой части выражения (2.42) характеризует так называемую *реактивную* составляющую энергетического потока w_r. В процессе колебаний этот член меняет знак, и

его среднее за период значение равно нулю. Член w_r называют *переменной* составляющей удельной мощности, его амплитуда равна

$$w_{r,\,\text{макс}} = \tilde{w} = (1/2)\,\rho g h H U \sin\beta. \qquad (2.44)$$

Оба члена, w_a и w_r, совершают колебания с фазовым сдвигом, равным 90°.

Наибольшее практическое значение имеет средняя за период характеристика $\langle w\rangle = \langle w_a\rangle$, которая дает интенсивность результирующего потока приливной энергии, обусловленного горизонтальным волновым переносом в данной точке океана. Однако интерес могут также представлять, например, максимальная или какая-либо другая мгновенная интенсивность этого потока; в этом случае для вычислений служит формула (2.42).

Аналогичным образом, с выявлением активных и реактивных составляющих, могут быть проанализированы выражения (2.25), (2.5) и (2.34)—(2.37), в которых фазовые сдвиги между сомножителями могут иметь в принципе любые значения. В зависимости от этого сдвига соответствующие составляющие энергетического баланса будут определять либо приход, либо потери приливной энергии. Исключение составляет фрикционный член a_R (или A_R), который является полностью активным и всегда отрицательным, т. е. во всех случаях однозначно описывает потери энергии.

Вывод формул, необходимых для практической реализации расчета составляющих баланса приливной энергии, требует некоторых дополнительных преобразований с вводом понятий, используемых в океанографической практике. Рассмотрим этот вопрос в следующих разделах, ограничиваясь «классическим» подходом, т. е. считая твердую Землю жестким телом и не учитывая эффекта самопритяжения.

2.2.2. Работа, производимая действием приливообразующей силы

Как указывалось в предыдущем разделе, вычисление члена A_Ω (см. выражение (2.34)) можно вести двумя путями. В первом варианте расчета приливообразующая сила выражается через уклоны статического прилива $\hat{\zeta}$, определяемого формулами типа (1.8), и тогда для вычисления работы во всем бассейне требуется информация о приливных течениях только на жидком контуре расчетной области, в то время как для всей площади бассейна достаточно знать приливные колебания уровня ζ. При расчете по второму варианту приливообразующая сила определяется через свои компоненты для всей области непосредственно по формулам типа (1.3). При этом информации о колебаниях уровня не требуется вообще, но зато по всей площади бассейна надо иметь данные о приливных течениях. Следовательно, выбор варианта расчета зависит от характера и полноты имеющейся информации

о приливных движениях в исследуемом районе. Следует отметить, что первый вариант часто связан с определением малых разностей больших величин и в этом смысле уступает второму по точности. Рассмотрим оба названных варианта.

Вариант 1. Из выражений (2.34) следует, что при расчете по первому варианту астрономический поток энергии состоит из двух частей: «площадной» части

$$A_{\Omega}^{S} = \rho g \iint\limits_{S} \hat{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS \tag{2.45}$$

и «контурной» части

$$A_{\Omega}^{\Gamma} = \rho g \oint\limits_{\Gamma} h u_n \hat{\zeta} \, d\Gamma. \tag{2.46}$$

Соответствующие плотности потока a_{Ω}^{S} и a_{Ω}^{Γ} приведены в выражениях (2.25).

Если вести отсчет времени во всех точках расчетной области от единого момента максимального значения статического прилива на меридиане Гринвича (нулевом), то зависимость величин $\hat{\zeta}$, ζ и u_n от времени, например, для гармоники M_2 можно изобразить в виде:

$$\begin{aligned} \hat{\zeta} &= \hat{H} \cos(\sigma t + 2\lambda); \\ \zeta &= H \cos(\sigma t + 2\lambda - K) = H \cos(\sigma t - g); \\ u_n &= U_n \cos(\sigma t + 2\lambda - K_n) = U_n \cos(\sigma t - g_n), \end{aligned} \tag{2.47}$$

где $\hat{H}$ — местная амплитуда статического прилива; H — местная амплитуда реального прилива; K — местный угол положения; g — специальный угол положения, взятый по времени нулевого меридиана (иногда обозначается через γ [16]); U_n — местное амплитудное значение скорости u_n; K_n — местная фаза нормального к контуру приливного течения, отсчитываемая от момента максимального значения статического прилива, т. е. от момента кульминации Луны на меридиане места; g_n — специальный угол положения нормального к контуру приливного течения, взятый по времени нулевого меридиана. Пары величин H, K или H, g, а также U_n, K_n или U_n, g_n представляют собой гармонические постоянные [16]. Для гармоники M_2 имеем на основании выражений (1.8)

$$\hat{H} = 24{,}3 \cos^2 \varphi \text{ см}.$$

Величины K и g связаны между собой соотношением

$$K = g + 2\lambda.$$

Если отсчет времени ведется в каждой точке от момента местного максимального значения статического прилива M_2, то зависимость величин $\widehat{\zeta}$, ζ и u_n от времени изобразится в виде

$$\begin{aligned} \widehat{\zeta} &= \widehat{H}\cos(\sigma t); \\ \zeta &= H\cos(\sigma t - K); \\ u_n &= U_n\cos(\sigma t - K_n). \end{aligned} \tag{2.48}$$

Для получения расчетных формул подставим выражения (2.48) в выражения (2.25), в результате чего находим

$$\begin{aligned} a_\Omega^S &= (1/2)\rho g\sigma\widehat{H}H\sin K[1+\cos(2\sigma t)] - (1/2)\rho g\sigma\widehat{H}H\cos K\sin(2\sigma t); \\ a_\Omega^\Gamma &= (1/2)\rho gh\widehat{H}U_n\cos K_n[1+\cos(2\sigma t)] + (1/2)\rho gh\widehat{H}U_n\sin K_n\sin(2\sigma t). \end{aligned} \tag{2.49}$$

Первые слагаемые в правых частях этих выражений представляют собой активные составляющие плотности площадного и контурного астрономического потока энергии, а вторые слагаемые — реактивные составляющие. При осреднении за период реактивные составляющие исчезают, а из активных получаем плотность чистого потока энергии:

$$\begin{aligned} \langle a_\Omega^S\rangle &= (1/2)\rho g\sigma\widehat{H}H\sin K; \\ \langle a_\Omega^\Gamma\rangle &= (1/2)\rho gh\widehat{H}U_n\cos K_n. \end{aligned} \tag{2.50}$$

Таким образом, исходная информация должна содержать данные, позволяющие получить величины H и K для всей расчетной области и величины U_n и K_n для жидких участков ее границы. Конкретная процедура подготовки данных для расчета зависит от характера исходной информации и способа ее представления. После того как с помощью формул (2.49) и (2.50) найдены локальные значения плотности потоков энергии в центрах площадных элементов (ячеек) расчетной сеточной области и линейных элементов ее контура, определяются величины A_Ω^S и A_Ω^Γ путем численного интегрирования.

Вариант 2. При расчете по второму варианту весь астрономический поток энергии выражается одним членом $A_\Omega = \iint\limits_S \rho h\mathbf{u}\cdot\mathbf{F}dS$, а плотность этого потока дается выражением (2.5). Если вести отсчет времени от момента кульминации Луны на меридиане

Гринвича, то на основании выражений (1.3) для гармоники M_2 можно записать:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{\rightarrow} &= -\mathbf{F}^{\rightarrow}_{\text{макс}} \sin(\sigma t + 2\lambda); \\ F^{\uparrow} &= -F^{\uparrow}_{\text{макс}} \cos(\sigma t + 2\lambda); \\ u &= U \cos(\sigma t + 2\lambda - K_u) = U \cos(\sigma t - g_u); \\ v &= V \cos(\sigma t + 2\lambda - K_v) = V \cos(\sigma t - g_v), \end{aligned} \tag{2.51}$$

где $F^{\rightarrow}_{\text{макс}} = 7{,}483 \cdot 10^{-10} \cos\varphi$ и $F^{\uparrow}_{\text{макс}} = 3{,}742 \cdot 10^{-10} \sin(2\varphi)$ — местные амплитуды зонального и меридионального компонентов приливообразующей силы; U и V — амплитуды составляющих приливного течения на параллель и меридиан; K_u и K_v — местные углы положения указанных составляющих приливного течения, а g_u и g_v — специальные углы положения тех же составляющих. Пары значений U, K_u или V, K_v, а также U, g_u и V, g_v представляют собой гармонические постоянные проекций приливного течения.

При отсчете времени в любом пункте от момента местной кульминации Луны получаем:

$$\begin{aligned} F^{\rightarrow} &= -F^{\rightarrow}_{\text{макс}} \sin(\sigma t); \\ F^{\uparrow} &= -F^{\uparrow}_{\text{макс}} \cos(\sigma t); \\ u &= U \cos(\sigma t - K_u); \\ v &= V \cos(\sigma t - K_v). \end{aligned} \tag{2.52}$$

Подстановка выражений (2.52) в (2.5) дает $a_\Omega = a^{\rightarrow}_\Omega + a^{\uparrow}_\Omega$, где член $a^{\rightarrow}_\Omega$ характеризует работу, совершаемую зональным компонентом приливообразующей силы, а член $a^{\uparrow}_\Omega$ — работу, совершаемую меридиональным компонентом, причем

$$\begin{aligned} a^{\rightarrow}_\Omega &= (1/2)\, hUF^{\rightarrow}_{\text{макс}} \sin K_u [1 - \cos(2\sigma t)] - (1/2)\, hUF^{\rightarrow}_{\text{макс}} \cos K_u \sin(2\sigma t); \\ a^{\uparrow}_\Omega &= -(1/2)\, hVF^{\uparrow}_{\text{макс}} \cos K_v [1 + \cos(2\sigma t)] - (1/2)\, hVF^{\uparrow}_{\text{макс}} \sin K_v \sin(2\sigma t). \end{aligned} \tag{2.53}$$

Здесь первые слагаемые в правых частях представляют собой активные составляющие астрономического потока энергии, а вторые слагаемые — реактивные составляющие. При осреднении по периоду получаем плотность чистого потока

$$\langle a_\Omega \rangle = \langle a^{\rightarrow}_\Omega \rangle + \langle a^{\uparrow}_\Omega \rangle = (1/2)\, h\left(UF^{\rightarrow}_{\text{макс}} \sin K_u + VF^{\uparrow}_{\text{макс}} \cos K_v\right). \tag{2.54}$$

Исходная информация для расчета должна включать материал для получения гармонических постоянных приливных течений по всей акватории исследуемого бассейна. Переход к суммарному потоку A_Ω от локальных значений плотности производится численным интегрированием по площади бассейна.

2.2.3. Диссипация энергии донным трением

Выражение для плотности потока, характеризующего скорость диссипации приливной энергии донным трением (фрикционного потока), может быть записано в виде

$$a_R = -\rho\varkappa(u^2 + v^2)^{3/2}. \qquad (2.55)$$

Выражая компоненты скорости течения в виде

$$u = U\cos(\sigma t - g_u);$$
$$v = V\cos(\sigma t - g_v)$$

и подставляя эти выражения в (2.55), получаем после ряда преобразований:

$$a_R = -(1/2)^{3/2}\rho\varkappa\{U^2 + V^2 + U^2\cos[2(\sigma t - g_u)] + V^2\sin[2(\sigma t - g_v)]\}^{3/2}. \qquad (2.56)$$

Если расположить прямоугольную систему координат так, чтобы ось x была направлена вдоль большой оси A эллипса приливного течения, а ось y — вдоль его малой оси B, то для компонентов скорости течения будем иметь:

$$U = A;\quad V = B;\quad g_u = g_A;\quad g_v = g_B = g_A \pm 90°, \qquad (2.57)$$

где A, g_A — амплитуда и фаза максимального течения, а B, g_B — амплитуда и фаза минимального течения. Знак «плюс» в выражении для g_B соответствует левому (против часовой стрелки), а знак «минус» — правому (по часовой стрелке) вращению вектора приливного течения.

Подставляя выражения (2.57) в (2.56) и принимая $\rho = 1027$ кг/м^3 и $\varkappa = 0{,}0026$, получаем:

$$a_R = -0{,}944A^3\mathcal{F}, \qquad (2.58)$$

где величина a_R имеет размерность ватт на метр в квадрате, а величина A выражена в метрах в секунду. Безразмерная функция $\mathcal{F}$ имеет вид

$$\mathcal{F} = \{(1 + \alpha^2) + (1 - \alpha^2)\cos[2(\sigma t - g_A)]\}^{3/2} \qquad (2.59)$$

и характеризует временную изменчивость величины a_R при различных значениях коэффициента полноты эллипса течения $\alpha = B/A$. На рис. 2.3*а* приведены значения произведения 0,944 $\mathcal{F}$ (размерность джоуль-секунда в квадрате на метр в пятой степени) при нулевом значении фазы максимального течения (при $g_A = 0$). Этот рисунок может служить номограммой для быстрого определения величины a_R по известным значениям скорости максимального и минимального приливного течения (A и B).

Плотность чистого фрикционного потока получаем путем осреднения выражения (2.59) по периоду τ:

$$\langle a_R \rangle = \frac{0{,}944A^3}{\tau} \int_0^\tau \mathcal{F}\, dt. \qquad (2.60)$$

Величина $(0{,}944/\tau) \int_0^\tau \mathcal{F}\, dt$ зависит только от коэффициента полноты α. Эта зависимость изображена на рис. 2.3 *б*, который

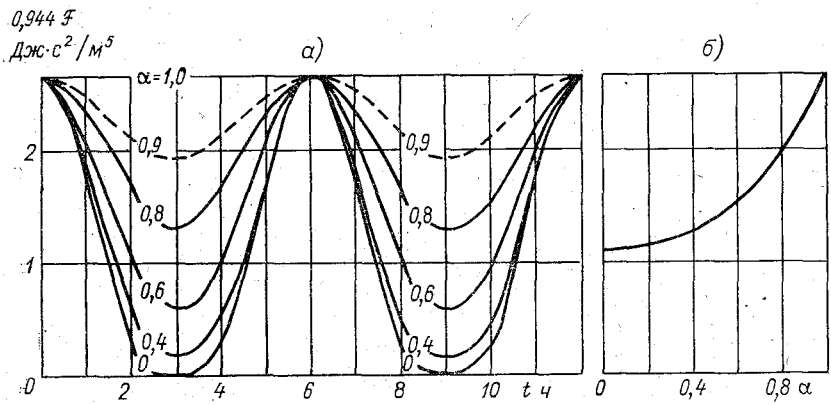


Рис. 2.3. Диссипация приливной энергии донным трением.

а — номограмма для определения мгновенной локальной скорости диссипации приливной энергии a_R в различные моменты приливного цикла по известной скорости максимального и минимального приливного течения (A и B); *б* — номограмма для определения плотности чистого фрикционного потока энергии $\langle a_R \rangle$.

тоже может служить номограммой для быстрого определения плотности чистого фрикционного потока по известным параметрам эллипса приливного течения.

Таким образом, исходный материал для расчета скорости диссипативных энергетических потерь, обусловленных донным трением, в конечном счете должен быть задан в виде эллипсов течений для отдельных приливных гармоник. При этом для непосредственных вычислений нужны лишь данные о большой и малой полуосях этих эллипсов, а сведений об их фазе, ориентации и направлении вращения, т. е. данных о ежечасных значениях вектора течения, не требуется.

2.2.4. Волновой поток приливной энергии. Энергетический эллипс

В простейшем случае, когда приливные течения имеют реверсивный характер, расчет волнового потока приливной энергии может осуществляться по формулам (2.42) и (2.43). Однако в дей-

ствительности приливные течения, как правило, являются вращающимися, и их годограф имеет эллиптическую форму (для отдельной гармоники), образуя так называемый эллипс приливного течения. Поэтому в общем случае для любой точки бассейна можно записать

$$\begin{aligned} \zeta &= H\cos(\sigma t - g); \\ u &= U\cos(\sigma t - g_u); \\ v &= V\cos(\sigma t - g_v). \end{aligned} \tag{2.61}$$

В этом случае вектор плотности волнового потока **w**, определяемый выражением (2.3), тоже будет изменять свое направление. Из выражений (2.3) и (2.61) получаем выражения для компонентов вектора **w** вдоль осей x и y:

$$\begin{aligned} w_x &= (1/2)\rho g h U\cos\beta_x\{1+\cos[2(\sigma t - g)]\} + \\ &+ (1/2)\rho g h U\sin\beta_x\sin[2(\sigma t - g)]; \\ w_y &= (1/2)\rho g h V\cos\beta_y\{1+\cos[2(\sigma t - g)]\} + \\ &+ (1/2)\rho g h V\sin\beta_y\sin[2(\sigma t - g)], \end{aligned} \tag{2.62}$$

где $\beta_x = g_u - g$ и $\beta_y = g_v - g$ — фазовые сдвиги компонентов течения u и v относительно ζ. Первые слагаемые в правых частях характеризуют активную, а вторые слагаемые — реактивную составляющую потока энергии ($w_{a,x}$, $w_{a,y}$ и $w_{r,x}$, $w_{r,y}$). Из выражений (2.62) следует, что отношения $w_{a,x}/w_{a,y}$ и $w_{r,x}/w_{r,y}$ не зависят от времени, т. е. направления векторов $\mathbf{w}_a$ и $\mathbf{w}_r$ остаются неизменными и определяются следующими азимутальными углами (отсчитываемыми по часовой стрелке от положительного направления оси y):

$$\begin{aligned} \gamma_a &= \operatorname{arctg}\frac{w_{a,x}}{w_{a,y}} = \operatorname{arctg}\frac{U\cos\beta_x}{V\cos\beta_y}; \\ \gamma_r &= \operatorname{arctg}\frac{w_{r,x}}{w_{r,y}} = \operatorname{arctg}\frac{U\sin\beta_x}{V\sin\beta_y}. \end{aligned} \tag{2.63}$$

При сравнении (2.63) с (2.61) видно, что азимут γ_a совпадает с направлением приливного течения в момент $t_{\text{пв}} = g/\sigma$ (полная вода), а азимут γ_r — с направлением течения в моменты $t_{\text{пв}} \pm \tau/4$ (переход уровня через нуль). Таким образом, направления течения в указанные характерные моменты определяют постоянную ориентацию векторов $\mathbf{w}_a$ и $\mathbf{w}_r$. При этом вектор $\mathbf{w}_a$ в течение всего приливного периода сохраняет свой знак, обращаясь в нуль при $t = t_{\text{пв}} \pm \tau/4$, т. е. имеет пульсирующий характер, в то время как переменный вектор $\mathbf{w}_r$ меняет знак при $t = t_{\text{пв}}$ (полная вода)

и при $t = t_{пв} \pm \tau/2$ (малая вода). Максимальные значения модулей этих векторов равны

$$w_{a,\,макс} = \rho g h H \sqrt{U^2 \cos^2 \beta_x + V^2 \cos^2 \beta_y} = m u_{пв};$$

$$w_{r,\,макс} = (1/2)\, \rho g h H \sqrt{U^2 \sin^2 \beta_x + V^2 \sin^2 \beta_y} = (1/2)\, m u_{\tau/4}, \tag{2.64}$$

где $m = \rho g h H$, а $u_{пв}$ и $u_{\tau/4}$ — скорости течения в моменты $t_{пв}$ и $t_{пв} \pm \tau/4$. При осреднении по периоду реактивный член обращается в нуль, а активный дает плотность чистого потока энергии $\langle \mathbf{w} \rangle$ с компонентами

$$\langle w_x \rangle = (1/2)\, m U \cos \beta_x;$$

$$\langle w_y \rangle = (1/2)\, m V \cos \beta_y. \tag{2.65}$$

Отсюда видно, что направление вектора $\langle \mathbf{w} \rangle$ определяется углом γ_a, а его значение равно половине максимального значения модуля вектора $\mathbf{w}$, т. е.

$$\langle w \rangle = m u_{пв}/2. \tag{2.66}$$

Определение характеристик волнового потока для пунктов, в которых известны гармонические постоянные уровня и параметры эллипса приливного течения, а также глубина h, может быть проделано простым полуграфическим способом. Из выражения (2.3) очевидно, что направление вектора $\mathbf{w}$ в каждый момент времени либо совпадает с направлением существующего в тот же момент течения (при $\zeta > 0$), либо противоположно ему (при $\zeta < 0$). Тогда, учитывая моменты перехода величины ζ через нуль ($t = t_{\tau/4}$), можно отметить эти моменты на эллипсе течения и, проведя через соответствующие точки эллипса диаметр cd (рис. 2.4), сразу выделить ту половину горизонта (заштрихованную на рис. 2.4 *б*), куда могут быть направлены мгновенные потоки энергии. Вектор течения на момент полной воды ($t_{пв} = g/\sigma$) указывает направление активного и чистого потоков энергии, а векторы течения на моменты перехода уровня через нуль ($t_{\tau/4} = g/\sigma \pm \tau/4$) — направления реактивного потока. Для определения модуля вектора $\mathbf{w}(t)$ на произвольный момент t нужно умножить модуль соответствующего вектора течения $\mathbf{u}(t)$ на коэффициент, равный $m \cos^2 (\sigma t - g)$.

Мгновенная плотность потока энергии $\mathbf{w}$ в данной точке представляет собой вектор, «веерообразно» изменяющийся во времени. Годограф этого вектора образует эллипс, подобный эллипсу приливного течения, как по ориентации, так и по степени сжатия (рис. 2.4 *б*). Этот «энергетический эллипс» касается диаметра cd в центре эллипса течения и опирается на концы векторов $\mathbf{w}$, выходящих из этой точки касания; при этом за один приливный период энергетический эллипс дважды обегается вектором $\mathbf{w}$. Отре-

зок, соединяющий центры обоих эллипсов, направлен по радиусу, сопряженному с диаметром cd, и совпадает по направлению (а в принятом для **w** масштабе — и по значению) с вектором

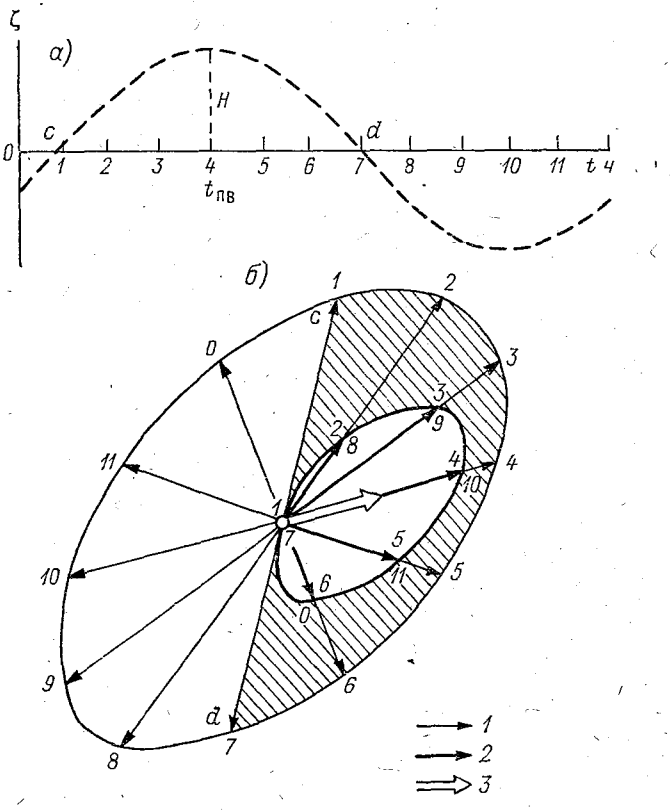


Рис. 2.4. К построению «энергетического эллипса».

а — кривая приливных колебаний уровня; *б* — эллипс приливного течения и соответствующий ему годограф ежечасных векторов локальной плотности волнового потока приливной энергии **w** («энергетический эллипс»).
1 — ежечасные вектора течения; *2* — ежечасные вектора **w**; *3* — вектор плотности чистого потока ⟨**w**⟩.

плотности чистого потока ⟨**w**⟩. Таким образом, для построения «энергетического эллипса» требуется:

— построить эллипс течения;

— по известному значению g определить моменты $t_{\tau/4}$ и, отметив соответствующие точки на эллипсе течения, провести диаметр cd;

— определив по формулам (2.64) максимальное значение вектора $\mathbf{w}_{a,\,макс}$, отложить его в удобном масштабе вдоль вектора $\mathbf{u}_{пв}$;

— рассчитать значения модулей векторов $\mathbf{w}(t)$ на остальные моменты времени по формуле

$$w(t) = m\cos^2(\sigma t - g)\,u(t) \tag{2.67}$$

и отложить их в том же масштабе вдоль векторов $\mathbf{u}(t)$;

— по концам векторов $\mathbf{w}_{a,\,\text{макс}}$ и $\mathbf{w}(t)$ построить энергетический эллипс.

Вектор плотности чистого потока $\langle\mathbf{w}\rangle$ можно получить, не строя энергетического эллипса, а просто отложив вдоль вектора $\mathbf{u}_{\text{пв}}$ отрезок, равный $mu_{\text{пв}}/2 = w_{a,\,\text{макс}}/2$.

Если исходная информация позволяет получить гармонические постоянные уровня и течений для всей акватории бассейна, то это дает возможность получить также для всего бассейна поле векторов $\mathbf{w}$ и $\langle\mathbf{w}\rangle$. При этом поле чистых потоков $\langle\mathbf{w}\rangle$ дает картину средней горизонтальной циркуляции приливной энергии в пределах бассейна, а поле векторов $\mathbf{w}$ на разные моменты времени — мгновенные «снимки» фактической переменной картины этой циркуляции. Для оценки составляющей энергетического баланса A_W для расчетной области требуется путем численного интегрирования найти суммарный поток энергии через жидкие границы, определив нормальные к контуру проекции векторов $\mathbf{w}$ и $\langle\mathbf{w}\rangle$.

2.2.5. Баланс средней и реактивной мощности

Из результатов предыдущего раздела следует [см. выражения (2.49), (2.53), (2.62)], что выражение для плотности энергетического потока w, содержащее парные произведения гармонических величин вида $b_1 = B_1\cos(\sigma t - \varepsilon_1)$ и $b_2 = B_2\cos(\sigma t - \varepsilon_2)$ (к такому виду можно привести любую из указанных характеристик) в общем может быть записано в виде

$$a = \langle a\rangle\{1 + \cos[2(\sigma t - \varepsilon_1)]\} + \tilde{a}\sin[2(\sigma t - \varepsilon_1)], \tag{2.68}$$

где

$$\langle a\rangle = (1/2)\mathcal{K}B_1B_2\cos(\varepsilon_2 - \varepsilon_1);$$
$$\tilde{a} = (1/2)\mathcal{K}B_1B_2\sin(\varepsilon_2 - \varepsilon_1), \tag{2.69}$$

а коэффициент $\mathcal{K}$ зависит от размерности характеристик b_1 и b_2, т. е. для членов a^{s}_{Ω}, a^{Γ}_{Ω}, a_W, $a^{\rightarrow}_{\Omega}$ и $a^{\uparrow}_{\Omega}$ имеем: $\mathcal{K}^{s}_{\Omega} = \rho g\sigma$; $\mathcal{K}^{\Gamma}_{\Omega} = \rho gh$; $\mathcal{K}_W = \rho gh$; $\mathcal{K}^{\rightarrow}_{\Omega} = h$; $\mathcal{K}^{\uparrow}_{\Omega} = h$. Как указывалось выше, величина $\langle a\rangle$ представляет собой плотность средней за период («чистой») активной составляющей потока энергии, а величина $\tilde{a}$ — амплитуду плотности реактивной составляющей того же потока.

В выражении (2.68) в качестве «опорной» фазы, входящей в аргументы тригонометрических функций, фигурирует ε_1, т. е. фаза первой гармонической характеристики b_1. Однако в силу полного равноправия перемножаемых характеристик выражение (2.68) может быть переписано в виде

$$a = \langle a \rangle \{1 + \cos[2(\sigma t - \varepsilon_2)]\} - \tilde{a} \sin[2(\sigma t - \varepsilon_2)], \qquad (2.70)$$

где в качестве «опорной» фазы фигурирует не ε_1, а ε_2. Смена «опорной» фазы меняет местами величины ε_1 и ε_2 в тригонометрических функциях выражений (2.69), что приводит к появлению минуса перед вторым (реактивным) слагаемым в правой части выражения (2.70).

Процедура определения величин $\langle a \rangle$ и $\tilde{a}$ может быть записана в очень простом виде, если воспользоваться представлением гармонических характеристик в комплексной форме, а именно:

$$\begin{aligned}
&\zeta = H \exp[i(\sigma t - g)];\\
&\partial\zeta/\partial t = \sigma H \{i \exp[i(\sigma t - g)]\};\\
&u = U \exp[i(\sigma t - g_u)];\\
&v = V \exp[i(\sigma t - g_v)];\\
&\hat{\zeta} = \hat{H} \exp[i(\sigma t + 2\lambda)];\\
&F^{\rightarrow} = F^{\rightarrow}_{\text{макс}} \{i \exp[i(\sigma t + 2\lambda)]\};\\
&F^{\uparrow} = F^{\uparrow}_{\text{макс}} \exp[i(\sigma t + 2\lambda)].
\end{aligned} \qquad (2.71)$$

В этом случае очевидно, что

$$\begin{aligned}
&\mathcal{K} b_1 b_2^* = \mathcal{K} B_1 B_2 \exp[i(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)] = \langle a \rangle + i\tilde{a};\\
&\mathcal{K} b_1^* b_2 = \mathcal{K} B_1 B_2 \exp[i(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)] = \langle a \rangle - i\tilde{a},
\end{aligned} \qquad (2.72)$$

где звездочкой при b обозначена сопряженная комплексная величина.

Соотношения вида (2.38) или (2.39), состоящие из членов типа $\langle a \rangle$ или $\langle A \rangle$ и получаемые из уравнений (2.27) или (2.30) путем осреднения их слагаемых по приливному периоду, называют уравнением *баланса средней мощности*. Наряду с этим иногда рассматривают соотношение между величинами типа $\tilde{a}$, т. е. между амплитудами реактивных потоков энергии, которое называют *балансом реактивной мощности*. Уравнение этого баланса можно получить из исходных линейных уравнений динамики, следуя работе Бонфия [63].

Если в исходных уравнениях динамики (1.18) принять комплексную форму записи для входящих в них гармонических

характеристик, линеаризовать фрикционные члены (взяв их в виде $-\varkappa_л u$, $-\varkappa_л v$) и записать первые два уравнения в сопряженных переменных, то будем иметь [учитывая, что $(i\sigma u)^* = -i\sigma u^*$]:

$$-i\sigma u^* - fv^* + g\frac{\partial}{\partial x}(\zeta^* - \hat{\zeta}^*) + \varkappa_л u^* = 0;$$

$$-i\sigma v^* + fu^* + g\frac{\partial}{\partial y}(\zeta^* - \hat{\zeta}^*) + \varkappa_л v^* = 0; \qquad (2.73)$$

$$i\sigma\zeta + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = 0.$$

Умножая уравнения движения соответственно на $\rho hu/2$ и $\rho hv/2$, а уравнение неразрывности на $\rho g(\zeta^* - \hat{\zeta}^*)/2$ и суммируя все три результата, а также учитывая, что $\zeta\zeta^* = H^2$; $uu^* = U^2$; $vv^* = V^2$; $uv^* - u^*v = 2iUV\sin(g_v - g_u)$, получаем:

$$-i\rho g\sigma(U^2 + V^2)/2 - i\rho hfUV\sin(g_v - g_u) + i\rho g\sigma H^2/2 -$$

$$- i\rho g\sigma H\hat{H}\cos(g + 2\lambda)/2 - \rho g\sigma H\hat{H}\sin(g + 2\lambda)/2 +$$

$$+ \rho g[\partial(hu\zeta^*)/\partial x + \partial(hv\zeta^*)/\partial y]/2 - \rho g[\partial(hu\hat{\zeta}^*)/\partial x + \partial(hv\hat{\zeta}^*)/\partial y]/2 +$$

$$+ \rho h\varkappa_л(U^2 + V^2)/2. \qquad (2.74)$$

В силу выражений (2.72), откуда следует, что

$$\rho gu\zeta^*/2 = \mathscr{H}_W[HU\cos(g_u - g) - iHU\sin(g_u - g)] = \langle w_x\rangle - i\tilde{w}_x;$$

$$\rho gv\zeta^*/2 = \mathscr{H}_W[HV\cos(g_v - g) - iHV\sin(g_v - g)] = \langle w_y\rangle - i\tilde{w}_y;$$

$$\rho gu\hat{\zeta}^*/2 = \mathscr{H}_\Omega^\Gamma\left[\hat{H}U\cos(g_u + 2\lambda) - i\hat{H}U\sin(g_u + 2\lambda)\right] =$$

$$= \langle w_{\Omega,x}\rangle - i\tilde{w}_{\Omega,x};$$

$$\rho gv\hat{\zeta}^*/2 = \mathscr{H}_\Omega^\Gamma\left[\hat{H}V\cos(g_v + 2\lambda) - i\hat{H}V\sin(g_v + 2\lambda)\right] =$$

$$= \langle w_{\Omega,y}\rangle - i\tilde{w}_{\Omega,y},$$

а также с учетом выражений (2.50) получаем:

$$-i\rho g\sigma(U^2 + V^2)/2 - i\rho hfUV\sin(g_v - g_u) + i\rho g\sigma H^2/2 + i\tilde{a}_\Omega^S - \langle a_\Omega^S\rangle +$$

$$+ \operatorname{div}\langle w\rangle - i\operatorname{div}\tilde{w} - \operatorname{div}\langle w_\Omega\rangle + i\operatorname{div}\tilde{w}_\Omega + \rho h\varkappa_л(U^2 + V^2)/2 = 0. \qquad (2.75)$$

Сгруппировав все вещественные члены этого уравнения, мы получаем уравнение баланса средней мощности:

$$\langle a_\Omega^S\rangle + \langle a_\Omega^\Gamma\rangle + \langle a_W\rangle + \langle a_R\rangle = 0, \qquad (2.76)$$

где $\langle a_R\rangle = -\rho h\varkappa_л(U^2 + V^2)/2$ — средняя за период плотность фрикционного потока энергии, характеризующего скорость диссипативных потерь за счет линейного донного трения.

Группировка мнимых членов уравнения (2.75) дает искомый баланс реактивной мощности. При этом, поскольку в ряде слу-

чаев при расчетах удобнее пользоваться исходными данными о течениях, представленными в виде элементов приливного эллипса, то следует иметь в виду, что в силу геометрических свойств этого эллипса выполняются соотношения $U^2+V^2=A^2+B^2$ и $UV\sin(g_v-g_u)=\pm AB$, где A — большая, а B — малая оси эллипса течений. При этом знак произведения AB зависит от знака $\sin(g_v-g_u)$, который в свою очередь определяется направлением вращения вектора приливного течения: при $\sin(g_v-g_u)<0$ течение вращается по часовой стрелке, при $\sin(g_v-g_u)>0$ — в противоположную сторону, а при $\sin(g_v-g_u)=0$ течение реверсивно. С учетом сказанного локальный баланс реактивной мощности запишется в виде

$$\rho h\sigma(A^2+B^2)/2-\rho g\sigma H^2/2\pm\rho hfAB=\tilde{a}_\Omega^S+\operatorname{div}\tilde{\varpi}_\Omega-\operatorname{div}\tilde{\varpi}. \quad (2.77)$$

В правой части этого соотношения первый и второй члены представляют собой амплитуды реактивных составляющих потока энергии, обусловленного работой приливообразующей силы, а третий член — амплитуду реактивной составляющей, обусловленной волновым потоком. Члены левой части пропорциональны соответственно величинам $\sigma(A^2+B^2)$, σH^2 и fAB. Первый из них характеризует максимальную скорость накопления либо расходования кинетической энергии (а следовательно, и количество этой энергии, которое может быть накоплено за половину энергетического цикла), а второй — аналогичную величину для потенциальной энергии. Третий член левой части обусловлен действием силы Кориолиса и характеризует интенсивность локального перераспределения энергии, приводящего к изменению ее «расклада» между кинетической и потенциальной долями. Используя терминологию, подобную употребляемой в электротехнике, эти три члена можно назвать соответственно плотностью инерционной (индуктивной) мощности $\tilde{a}_I$, плотностью емкостной мощности $\tilde{a}_C$ и плотностью гирореактивной мощности $\tilde{a}_G$. Знак (+) перед членом $\tilde{a}_G$ соответствует левому, а знак (—) — правому повороту вектора течения. Можно записать эти элементарные (приходящиеся на элемент поверхности dS) мощности в виде:

$$\begin{aligned}\tilde{a}_C\,dS&=\sigma(H/\sqrt{2})^2\,dC;\\ \tilde{a}_I\,dS&=\sigma[(A/\sqrt{2})^2+(B/\sqrt{2})^2]dI;\\ \tilde{a}_G\,dS&=\sigma AB\,dG,\end{aligned} \quad (2.78)$$

где $dI=\rho h dS$ — элементарная инерционность (inertance), $dC=\rho g dS$ — элементарная емкость (capacitance) и $dG=\pm(f/\sigma)\rho h\times dS$ — элементарный гиро-реактанс (giro-reactance) [63]. Продолжая аналогию, можно сказать, что в окрестностях пучностей стоячих волн, где H — максимальны, сосредоточены «свойства конденсатора», а в окрестностях узлов — «свойства индуктивной катушки».

Подробное рассмотрение составляющих баланса реактивной мощности выполнено в уже упомянутой работе [63], а также в [150].

2.3. Баланс приливной энергии Мирового океана и его частей

Существующие оценки составляющих приливного энергетического баланса Мирового океана, его отдельных частей, морей и заливов всегда характеризуют осредненные за период («чистые») значения энергетических потоков. В большинстве случаев они относятся к гармонике M_2, однако в ряде случаев имеются результаты и для других гармоник, а иногда, хотя и редко, приводятся и суммарные оценки. Ниже будут кратко рассмотрены наиболее существенные особенности указанных результатов, а также некоторые дополнительные данные, полученные в основном за последнее время.

2.3.1. Глобальный баланс приливной энергии

Большая часть результатов расчета приливного энергетического баланса для Мирового океана, опубликованных до середины 70-х годов, получена на основе «классической» теории приливов, не учитывающей эластичности океанского дна и эффекта самопритяжения. В таком случае энергия, создаваемая работой приливообразующих сил в Мировом океане, полностью расходуется на диссипацию в его пределах и уравнение интегрального баланса для океана можно записать в виде

$$\iint\limits_{S_0} \rho g \hat{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS = \iint\limits_{S_0} \varkappa \rho \left(U^2 + V^2\right)^{3/2} dS. \qquad (2.79)$$

Таким образом, левая и правая части этого уравнения состоят из одного члена, и расчет каждого из них определяет интегральную интенсивность энергообмена, поддерживающего существующий энергетический баланс.

В последние 10—15 лет в ряде работ [21, 30, 57, 65, 66, 110, 171] были выполнены оценки глобального баланса для моделей океана с упругим дном, а также с учетом обратного воздействия земных и океанских приливов на приливный потенциал. В этом случае энергия, создаваемая в океане работой приливообразующих сил, расходуется частично на диссипацию внутри океана и частично — на энергообмен с твердым телом Земли. Уравнение интегрального баланса в этом случае приобретает вид

$$\iint\limits_{S_0} \rho g \hat{\zeta}_s \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS = \iint\limits_{S_0} \rho g \zeta_b \frac{\partial \zeta}{\partial t} dS + \iint\limits_{S_0} \varkappa \rho \left(U^2 + V^2\right)^{3/2} dS. \qquad (2.80)$$

Считается, что смещение океанского дна ζ_b состоит из двух частей: собственно земного прилива (реакции на приливообразую-

щие силы), который является статическим и определяется поэтому через величину $\widehat{\zeta}_s$, и «нагрузочной» части, определяемой через фактический океанский прилив ζ. По этой причине выражение для члена $\langle A_b^{S_0}\rangle$, подобно аналогичному выражению для члена $\langle A_\Omega^{S_0}\rangle$, может быть определено через амплитудно-фазовые соотношения приливов $\widehat{\zeta}$ и ζ.*

Используя условную терминологию, можно сказать, что астрономический поток энергии A_Ω^S обусловлен «взаимодействием» статического и реального приливов, а поток энергии через дно A_b^S — аналогичным взаимодействием реального океанского прилива с приливными смещениями океанского дна. Если представить любую частную гармоническую составляющую («волну») реального прилива ζ_i (долгопериодного, суточного, полусуточного) в виде разложения по сферическим гармоникам, то можно показать, что вклад в чистый глобальный астрономический поток энергии $\langle A_\Omega^{S_0}\rangle$ вносится взаимодействием статического прилива только с первым членом каждого разложения, который описывается той же сферической гармоникой (ее можно назвать «эффективной»), что и статический прилив $\widehat{\zeta}_i$. Все члены разложения ζ_i более высоких степеней ортогональны по отношению к $\widehat{\zeta}_i$ и соответствующие вклады в член $\langle A_\Omega^{S_0}\rangle$ равны нулю. Если обозначить амплитуду и фазу (запаздывание относительно $\widehat{\zeta}_i$) эффективной гармоники через D_i и ε_i, то величина $\langle A_\Omega^{S_0}\rangle_i$ будет пропорциональна $D_i \sin \varepsilon_i$ (поскольку в выражении для A_Ω фигурирует $\partial\zeta/\partial t$). Поскольку аналогичные рассуждения применимы и к члену $\langle A_b^{S_0}\rangle$ (также зависящему от амплитудно-фазовых соотношений приливов ζ_i и $\widehat{\zeta}_i$), то для расчета совместного эффекта работы приливообразующей

---

* Используя уравнение баланса приливной энергии для Мирового океана в форме (2.79) или (2.80), следует иметь в виду существенное различие между выражениями для членов $\langle A_\Omega^{S_0}\rangle$ и $\langle A_b^{S_0}\rangle$, с одной стороны, и выражением для члена $\langle A_R\rangle$, с другой, заключающееся в следующем. Первые два члена имеют в указанных уравнениях только глобальный, интегральный по всему Мировому океану смысл, т. е. их подынтегральные выражения не являются выражениями для поверхностной плотности соответствующих энергетических потоков, которые, как следует из (2.25) и (2.28), включают еще «дивергентные» слагаемые, исчезающие при интегрировании по площади замкнутого бассейна. В то же время подынтегральное выражение члена $\langle A_R\rangle$ есть именно поверхностная плотность «фрикционного» потока энергии a_R, и ее можно, например, картировать с целью пространственного анализа указанного эффекта. Для аналогичного представления локальных эффектов, обусловленных работой приливообразующих сил и энергообмена с дном (величин a_Ω и a_b), необходимо дополнительное вычисление членов вида $\operatorname{div}(\rho g h u \widehat{\zeta})$ и $-\operatorname{div}(\rho g h u \zeta_b)$ по всей площади Мирового океана.

силы и энергообмена через дно можно получить простую формулу

$$\langle A_{\Omega}^{S_0}\rangle_i + \langle A_b^{S_0}\rangle_i = M_i D_i \sin \varepsilon_i. \qquad (2.81)$$

Здесь коэффициент M_i зависит от амплитуды статического прилива $\widehat{H}_i$, частоты рассматриваемой приливной гармоники σ_i и гравиметрического множителя $(1 - h_2 + k_2)$, где $h_2 = 0{,}612$ и $k_2 = 0{,}302$ — так называемые числа Лява, введение которых позволяет учесть влияние земных приливов, а также эффекты самопритяжения [30]. Введение этого множителя уменьшает все значения статического прилива примерно на 30 %.

Параметры D_i и ε_i могут быть определены из фактической (наблюдаемой или расчетной) картины реального прилива ζ_i. С этой целью чаще всего используют результаты численного моделирования глобальных океанских приливов, а в последнее время — также данные анализа возмущений элементов орбит искусственных спутников, поскольку указанные возмущения зависят от приливных деформаций твердой Земли и океана. Наиболее достоверные данные, найденные последним способом, относятся к гармонике M_2. Экстремальные и средние значения этих величин (их сводка приведена в монографии [30]) составляют: $D_{мин} = 3{,}07$ см; $D_{макс} = 3{,}86$ см; $D_{ср} = 3{,}36$ см и $\varepsilon_{мин} = 98°$; $\varepsilon_{макс} = 145°$; $\varepsilon_{ср} = 122°$. Таким образом, разброс результатов, полученных разными авторами, не очень велик. Поскольку определение коэффициента M_i для гармоники M_2 дает значение $0{,}94 \cdot 10^{12}$ Вт/см [30], то соответствующие оценки (их называют «спутниковыми») по формуле (2.81) дают 2,08, 3,05 и 2,65 млрд кВт. Это — минимальное, максимальное и среднее значения, характеризующие совместный эффект работы приливообразующей силы и энергообмена через дно Мирового океана. Одновременно эти цифры — в силу соотношения (2.80) — характеризуют интенсивность глобальной океанской диссипации приливной энергии.

Приведенные спутниковые оценки диссипации приливной энергии были получены в последние годы. В большинстве прежних оценок использованы сведения о параметрах реального прилива ζ_i, которые определены из приливных карт, построенных путем обобщения данных наблюдений либо по результатам численного моделирования. Такие оценки носят название «геофизических». При этом в одних случаях вычисления выполнены путем непосредственного интегрирования выражений для плотности энергетических потоков по площади Мирового океана с использованием принятых приливных карт, а в других — эти карты использовались для определения параметров D_i и ε_i, после чего применялась формула (2.81) (последние оценки называют «модифицированными»). Приведем заимствованные из сводки, представленной в монографии [30], данные о минимальных, максимальных и средних оценках глобальной океанской диссипации приливной энергии, полученных различными авторами с помощью указанных способов:

— геофизические обычные оценки: 2,10; 3,77 и 2,84 млрд кВт;

— геофизические модифицированные оценки: 2,62; 4,12 и 3,08 млрд кВт.

Эти значения получены только для частного прилива M_2. Оценки роли прочих приливных гармоник немногочисленны и менее надежны ввиду относительной малости соответствующих эффектов. По этой же причине, а также в связи с различиями в методике расчета результаты разных авторов, относящиеся к диссипации энергии отдельных гармоник, имеют довольно значительный разброс. В табл. 2.3 приведены два из них, полученные обычным геофизическим способом (путем вычисления суммарного потока $\langle A_{\Omega}^{S_0}\rangle + \langle A_{b}^{S_0}\rangle$) и принадлежащие К. Ламбеку [123] и В. М. Катцову [22].

ТАБЛИЦА 2.3

Интенсивность диссипации энергии в Мировом океане (в миллиардах киловатт), обусловленной отдельными приливными гармониками

	M_2	S_2	N_2	K_2	T_2	K_1
По Ламбеку [123]	3,35	0,57	0,10	—	0,02	0,12
По Катцову [22]	1,75 *	0,30	0,09	0,02	—	0,29

	O_1	P_1	Q_1	Σ	$\frac{M_2}{\Sigma}$ %	$\frac{С}{ПС}$ %
По Ламбеку [123]	0,09	0,02	—	4,27	78,5	5,7
По Катцову [22]	0,16	0,03	0,01	2,64	66,3	28,0

* Этот результат не использовался при определении диапазона и среднего значения геофизических оценок глобальной океанской диссипации, приведенных выше.

Различия между двумя приведенными результатами касаются прежде всего интенсивности диссипации за счет гармоники M_2 и как следствие полной диссипации (колонка Σ). Значительны различия между относительным суммарным суточным и суммарным полусуточным вкладами; если согласно Ламбеку первый вклад составляет менее 6 % второго, то у Катцова указанное отношение равно 28 %. При этом, однако, благодаря решительному преобладанию диссипативного эффекта гармоники M_2 ее относительный вклад довольно стабилен, составляя 78 % в первом случае и 66 % во втором, несмотря на то, что по абсолютному значению эти вклады различаются почти в два раза. Следует отметить, что в первом случае некоторые из приведенных данных получены просто путем пересчета соответствующих оценок для главных гармоник с использованием соотношения амплитуд статиче-

ских приливов. В то же время во втором случае результаты получены прямым расчетом членов $\langle A_{\Omega}^{S_0} \rangle$ и $\langle A_b^{S_0} \rangle$ с использованием в качестве исходной информации приливных карт Швидерского.

При всех приведенных выше оценках интенсивности диссипации, непосредственно характеризуемой членом $\langle A_R \rangle$, этот член определялся только как остаточный, обеспечивающий нулевой глобальный энергетический баланс в сумме с членом $\langle A_{\Omega}^{S_0} \rangle$ (классические модели) или в сумме с комбинацией $\langle A_{\Omega}^{S_0} \rangle + \langle A_b^{S_0} \rangle$ (модели последних лет). Это связано с тем, что непосредственная оценка члена $\langle A_R \rangle$ на основе численного моделирования, требующая знания поля приливных течений по всему Мировому океану, чрезвычайно затруднительна ввиду того, что шельфовая область, где происходит основная донная диссипация, воспроизводится существующими глобальными моделями слишком грубо как по своей конфигурации, так и по характеристикам локального поля течений. Имеющиеся прямые оценки члена $\langle A_R \rangle$ для Мирового океана выполнены на основе обобщения данных наблюдений — соответствующие результаты дают диапазон значений от 1,1 до 1,9 млрд кВт при среднем значении 1,55 млрд кВт [30, 78, 109, 116, 128]. Эти оценки заметно ниже тех, которые были получены на основе балансовых методов. Заметим в этой связи, что дополнительные диссипативные потери могут вызываться «боковым» трением, обусловленным горизонтальным турбулентным обменом количеством движения. Относительная роль этого эффекта может становиться локально заметной в открытом океане на фоне исчезающе малого эффекта донного трения. В то же время в шельфовых областях, где сосредоточены основные диссипативные процессы, донное трение является определяющим.

Можно напомнить также (см. главу 1), что наряду с названными способами вычисления члена A_R, которые требуют знания характеристик приливных движений, возможна косвенная оценка приливной диссипации путем расчета члена $\dot{E}$ с помощью выражения (1.33), для чего необходимо наряду с современными значениями угловой скорости вращения Земли ω_1 и орбитальной скорости Луны $n_{☾}$ знать значение силового момента $\mathscr{L}$. Этот метод расчета диссипации носит название «метода момента сил» [30]. Он может иметь разные варианты в зависимости от способа определения величины $\mathscr{L}$. Если эта величина находится с помощью выражений (1.25) или (1.29), т. е. с использованием значений только астрономических параметров $\dot{\omega}_1$, $\dot{n}_{☾}$ или $\dot{D}$, то такие варианты называют «астрономическими». Полученное при этом значение $\dot{E}$ характеризует полную приливную диссипацию в планетном смысле, т. е. диссипацию, обусловленную как океанскими приливами, так и приливами в твердом теле Земли и атмосфере. При определении величины $\mathscr{L}$ с помощью выражения (1.34), где не-

обходимо знание реального прилива ζ, мы имеем геофизический вариант метода момента сил. При этом способе оценки $\dot{E}$ «планетарные» значения ω_1 и $n_{\mathfrak{C}}$ используются в сочетании с только «океанскими» значениями $\mathscr{L}$, т. е. соответствующая «океанская» величина $\dot{E}$ определяется как нижний предел общепланетарной диссипации. В свою очередь если в качестве характеристик реального прилива используются параметры только полусуточной гармоники M_2, что чаще всего бывает на практике, то океанская величина $\dot{E}$ сама определяется «с недобором».

В табл. 2.4 представлены взятые из сводки, содержащейся в монографии [30], минимальные, максимальные и средние оценки диссипации приливной энергии, найденные обоими вариантами метода момента сил. В эту же таблицу сведены приведенные выше оценки диссипации другими методами.

ТАБЛИЦА 2.4

Характерные значения оценок интенсивности глобальной диссипации приливной энергии

Тип оценки	Интенсивность диссипации, млрд кВт		
	мин.	макс.	средняя
Спутниковые (M_2)	2,08	3,05	2,65
Геофизические обычные (M_2)	2,10	3,77	2,84
Геофизические модифицированные (M_2)	2,62	4,12	3,08
Прямая оценка $\langle A_R \rangle$ (M_2)	1,1	1,9	1,55
Астрономический вариант метода момента сил	2,76	6,34	3,98
Геофизический вариант метода момента сил (M_2)	3,1	3,5	3,3

Очевидное преобладание астрономических оценок над всеми прочими может объясняться тем, что они характеризуют общую планетарную (в океане, твердой Земле и атмосфере) диссипацию, обусловленную полным приливом, включающим все гармонические составляющие.

Наименьшее значение для оценок диссипации дают результаты прямого расчета члена $\langle A_R \rangle$ по данным о фактических приливных течениях. В общем это представляется закономерным, так как при таких расчетах из всей области Мирового океана фактически учитывался только континентальный шельф, а из всех механизмов диссипации — только донное трение. В качестве факторов, приводящих к дополнительным потерям приливной энергии, могут рассматриваться: донное трение в открытом океане, диссипация при взаимодействии приливных волн с островами и архипелагами, упоминавшееся выше «боковое» трение, рассеяние энергии во

внутренних, а также в топографических (см. раздел 4.5) приливных волнах, энергообмен с атмосферой. Существующие оценки интенсивности этих дополнительных стоков приведены в табл. 2.5.

ТАБЛИЦА 2.5

Оценки интенсивности дополнительных стоков приливной энергии

Дополнительные стоки приливной энергии	Интенсивность, млрд кВт
Донное трение в открытом океане (модели различных авторов) [30]	0,002—0,39
«Боковое» трение (модель Цаеля) [152, 169]	3,06
Поток энергии к внутренним волнам (результаты различных авторов) [30, 130]	0,1—0,5
Энергообмен с атмосферой [19]	0,014
Взаимодействие с островами A_I [20]	0,13—0,76
Поток энергии к топографическим (шельфовым) волнам [17]	0,01—0,03

Приведенные оценки свидетельствуют о неожиданно большой роли «бокового» трения, которое, согласно результатам «одноградусной» модели Цаеля [170], приводит к потерям, вдвое превышающим потери за счет донного трения. Указанная интенсивность «боковой» диссипации получена при задании модельного коэффициента горизонтальной турбулентной вязкости равным $5 \cdot 10^5$ м^2/с, что соответствует верхней границе общепринятого диапазона ее значений или даже несколько превышает ее [29]. Дополнительная (а может быть, главная) причина столь высокого значения этой интенсивности связана, по-видимому, с эффектом вычислительной вязкости используемой разностной схемы. Поэтому приведенное значение «боковой» диссипации, по всей вероятности, является сильно завышенным. В то же время следует обратить внимание на вклад, обусловленный диссипацией на шельфах, окружающих отдельные острова, островные цепи и архипелаги (член A_I). Обычно при оценках глобальных диссипативных потерь эти районы в большей или меньшей степени игнорируются либо учитываются очень грубо (при прямых оценках в классических работах — из-за недостатка фактических данных наблюдений, а при использовании численных моделей — из-за невозможности адекватного воспроизведения большинства островов на расчетной сетке). Приведенные в табл. 2.4 значения члена A_I получены с помощью параметризации диссипативных эффектов, обусловленных островами и группами островов. Порядок величины этого четной сетке). Приведенные в табл. 2.5 значения члена A_I получены в значительной мере закрыть существующую «брешь» между прямыми оценками члена $\langle A_R \rangle$ и косвенными (астрономическими и

геофизическими) оценками диссипативных энергетических потерь. Остальные стоки энергии, представленные в табл. 2.5, по-видимому, не вносят значительного вклада в глобальный баланс приливной энергии.

Одна из более или менее «замкнутых» (в планетарном смысле) схем глобального баланса приливной энергии, относящаяся, правда, только к гармонике M_2, изложена в брошюре Б. А. Кагана [19]. Эту схему можно представить в виде табл. 2.6.

ТАБЛИЦА 2.6

Планетарный баланс приливной энергии (гармоника M_2)

„Статья" энергетического баланса	Мощность чистых потоков, млрд кВт
Океан	
Работа приливообразующей силы (раскачка)	+5,04
Фрикционная диссипация в океане: в зоне шельфа	—1,70
Фрикционная диссипация в океане: в открытом океане	—0,40
Рассеяние энергии внутренними волнами	—0,30
Энергообмен с атмосферой	—0,01
Энергообмен с твердой Землей	—2,36
Невязка	+0,27
Твердая Земля	
Энергообмен с океаном	+2,36
Работа приливообразующей силы (торможение)	—1,94
Невязка	—0,42

В этой схеме в качестве отдельной «статьи» баланса фигурирует член $\langle A_b^{S_0} \rangle$, характеризующий энергопередачу от океана к твердой Земле (она оказывается здесь очень значительной), а также присутствует дополнительный член вида

$$\left\langle A_E^{S_E} \right\rangle = \rho_E \iint\limits_{S_E} \Omega \frac{\partial \zeta_b}{\partial t} dS, \tag{2.82}$$

характеризующий работу, производимую приливообразующей силой при ее воздействии на твердую Землю, совершающую приливные движения. В выражении (2.82) величина ρ_E означает характерную плотность Земли, Ω — приливной потенциал, а интегрирование проводится по всей поверхности земного шара S_E. Расчет члена $\left\langle A_E^{S_E} \right\rangle$ показывает, что производимая работа в целом является отрицательной, т. е. прямое действие приливообразующей силы тормозит суммарные земные приливные дви-

жения, отбирая от них энергию. Таким образом, согласно данной схеме фактические земные приливные движения «подпитываются» энергией в основном за счет океанских приливов.

Как в «океанской», так и в «земной» частях приведенной схемы имеют место невязки, составляющие в первом случае 0,27, а во втором — 0,42 млрд кВт. Невязка «океанской» части может объясняться либо недостаточно точным учетом действующих факторов, либо наличием дополнительных механизмов диссипации. Как было показано выше (см. табл. 2.5), такие механизмы вполне реальны, причем представляется, что наиболее вероятным из них является дополнительная диссипация на островных шельфах. Что касается невязки в «земной» части, то ее нельзя приписать неучтенной диссипации, так как твердая Земля в данной схеме представлена бездиссипативной моделью, так что указанная невязка связана, скорее всего, с погрешностями вычислений. Вместе с тем отметим, что существующие оценки диссипации приливной энергии в твердой Земле лежат в интервале 0,036—0,2 млрд кВт [28, 143]; таким образом, их учет в принципе мог бы привести к сокращению «земной» невязки. Если принять за вероятное значение земной диссипации среднее для указанного интервала значение (0,118 млрд кВт), то с учетом всего сказанного, а также данных табл. 2.6 получаем для общей планетарной диссипации 2,80 млрд кВт, что попадает в диапазон значений, которые дают астрономические оценки. Дополнительный учет диссипации за счет остальных приливных гармоник должен приблизить результат к середине указанного диапазона.

2.3.2. Баланс приливной энергии отдельных океанов

Определение баланса приливной энергии для отдельных океанов, морей, заливов и т. д., как правило, проводят на основе классических представлений об океанских приливах на «жесткой» Земле, т. е. на основе уравнения баланса энергии, записанного в виде (2.29). При наличии открытых границ у таких бассейнов соответствующие расчеты требуют учета волнового энергетического переноса A_W через эти границы, а также «контурных» добавок A_Ω^Γ к выражению для работы приливообразующей силы, если эта работа выражена через потенциал Ω или статический прилив $\hat{\zeta}$.

Для вычисления членов A_W и A_Ω^Γ на всем протяжении жидкого контура необходимы данные о нормальных к нему приливных течениях, которые далеко не всегда известны из наблюдений. В случае использования результатов численного моделирования данные о течениях в принципе могут быть получены всегда, но с технической точки зрения их достаточно точное определение в нужных точках контура также часто связано с значительными трудностями. Поэтому иногда волновой поток энергии через гра-

ницу определяют с помощью так называемого «структурного анализа» приливных движений, при котором существующая на границах картина колебаний уровня разлагается на структурные компоненты с выделением параметров прогрессивных волн, входящих в бассейн и излучаемых из него [33, 111, 153]. Величина A_W находится тогда путем алгебраического суммирования потоков энергии, связанных с каждой из указанных прогрессивных волн, и ее определение в данном случае требует данных только о колебаниях уровня и его уклонах, которые могут быть без труда определены для любой точки приливной карты. Таким образом, в этом случае расчетные формулы для члена A_W не содержат параметров приливных течений и их предварительное знание не требуется, хотя в принципе такой расчет эквивалентен вычислению члена A_W с использованием данных о течениях, найденных по полю уровня через уравнения движения.

В ряде случаев, особенно когда рассматриваемый бассейн не очень велик и наблюдаемый в нем прилив можно считать в основном индуцированным (см. с. 34), уравнение баланса энергии берут в еще более упрощенном виде, пренебрегая действием приливообразующей силы. При этом предполагается, что чистый волновой поток энергии через жидкую границу полностью балансируется средней диссипацией в пределах бассейна. Тогда можно считать, что расчет любого из двух членов — $\langle A_W \rangle$ или $\langle A_R \rangle$ — дает среднюю интенсивность диссипации, в связи с чем говорят о двух независимых методах расчета последней: методе потоков [расчет члена A_W с использованием формул типа (2.36)] и фрикционном методе [расчет члена A_R с использованием формул типа (2.35)].

В качестве одной из последних оценок баланса приливной энергии для отдельных океанов можно рассмотреть результаты работы [22]. Уравнение энергетического баланса для океана, подстилаемого эластичным дном, записывается в виде

$$\partial E/\partial t = A_\Sigma + A_{W,\Sigma} + A_R, \tag{2.83}$$

где

$$A_\Sigma = A_\Omega^S + A_b^S; \tag{2.84}$$

$$A_{W,\Sigma} = A_W + A_\Omega^\Gamma + A_b^\Gamma; \tag{2.85}$$

$$A_R = -\rho \varkappa_л h (u^2 + v^2). \tag{2.86}$$

Здесь использована линеаризованная форма задания донного трения (см. с. 38). Влияние земных приливов и самопритяжения на статический прилив учитывается введением редукционного гравиметрического множителя $\alpha = 0{,}69$ (см. с. 68) при $\hat{\zeta}$, а влияние самопритяжения и нагрузки на фактический прилив — введением аналогичного множителя $\beta \approx 0{,}9$ при ζ в исходных уравнениях движения. Данные о колебаниях уровня ζ, которые требуются для расчета членов уравнения (2.83), были заимство-

ваны из работ Е. Швидерского [151 и др.], результаты которого, основанные на модельных расчетах и фактических данных береговых наблюдений, считаются наиболее достоверными в настоящее время. Необходимые для той же цели значения скоростей приливных течений u и v получены пересчетом из данных о колебаниях уровня (через компоненты его уклона) с помощью уравнений движения.

Непосредственным расчетом с использованием указанных исходных величин ζ, u и v для центров 5-градусных ячеек на всей площади Мирового океана (за исключением Арктики) найдена плотность энергии (e_k, e_p, $e=e_k+e_p$) и осредненные за период значения «потоковых» членов $\langle a_\Sigma \rangle$ и $\langle a_R \rangle$. Дивергентный член $\langle a_{W,\Sigma} \rangle$ рассчитан как остаточный член уравнения баланса энергии. Интегрирование по площади отдельных океанов дает соответствующие каждому из них значения энергосодержания $\langle E_k \rangle$, $\langle E_p \rangle$, $\langle E \rangle$ и составляющих энергетического баланса $\langle A_\Sigma \rangle$, $\langle A_{W,\Sigma} \rangle$, $\langle A_R \rangle$. Все расчеты проделаны для 8 основных приливных гармоник. Относящиеся к энергетическому балансу результаты для четырех наиболее важных гармоник M_2, S_2, K_1 и O_1 приведены в табл. 2.7.

ТАБЛИЦА 2.7

Составляющие баланса приливной энергии отдельных океанов для различных приливных гармоник (в миллиардах киловатт) (по В. М. Катцову [22])

Океан	$\langle A_\Sigma \rangle$	$\langle A_{W,\Sigma} \rangle$	$\langle A_R \rangle$	$\langle A_\Sigma \rangle$	$\langle A_{W,\Sigma} \rangle$	$\langle A_R \rangle$
	M_2			S_2		
Тихий	+0,760	−0,200	−0,560	+0,079	+0,015	−0,094
Атлантический	+0,710	+0,170	−0,880	+0,089	+0,041	−0,130
Индийский	+0,280	+0,030	−0,310	+0,131	−0,056	−0,075
Мировой	+1,750	0,0	−1,750	+0,299	0,0	−0,299
	K_1			O_1		
Тихий	+0,212	−0,023	−0,189	+0,115	+0,002	−0,118
Атлантический	+0,017	+0,016	−0,033	+0,002	+0,015	−0,017
Индийский	+0,059	+0,007	−0,066	+0,041	−0,017	−0,023
Мировой	+0,288	0,0	−0,288	+0,158	0,0	−0,158

Отметим, что фигурирующие в уравнении (2.83) члены A_Σ и $A_{W,\Sigma}$, названные в работе [22] «мощностью внешних сил» и «волновым переносом приливной энергии», не вполне соответствуют этим определениям. Из соображений, высказанных на с. 67 (см. также с. 93, 94), следует, что для такого соответствия слагаемые

A_{Ω}^{Γ} и A_{b}^{Γ} должны быть перенесены из правой части выражения (2.85) в правую часть выражения (2.84). Однако из данных табл. 2.7 видно, что суммарный дивергентный член $\langle A_{W,\Sigma}\rangle$ во всех случаях заметно меньше двух других. Если учесть к тому же, что слагаемые A_{Ω}^{Γ} и A_{b}^{Γ} [см. выражения (2.34) и (2.37)], как правило, должны быть меньше слагаемого A_W [см. выражение (2.36)], поскольку величины $\widehat{\zeta}$ и ζ_b обычно невелики по сравнению с ζ, то можно предположить, что перенос A_{Ω}^{Γ} и A_{b}^{Γ} в выражение (2.84) не изменит порядка величины члена, характеризующего мощность внешних сил, и поэтому табличные значения $\langle A_{\Sigma}\rangle$ могут служить для его ориентировочной оценки. В некоторой степени это относится и к члену $\langle A_{W,\Sigma}\rangle$, характеризующему волновой перенос энергии, хотя в этом случае заметные искажения более вероятны.

Данные табл. 2.7 показывают, что Атлантический океан характеризуется преобладанием диссипации над работой внешних сил как в полусуточном, так и в суточном частотных диапазонах, в результате чего этот океан в целом «отсасывает» к себе энергию из смежных бассейнов с помощью волнового переноса через жидкие границы с общей мощностью 242 млн кВт. В двух других океанах соотношение между работой внешних сил и диссипацией неодинаково для различных гармоник, но в целом в каждом из них суммарная работа внешних сил создает избыток энергии, не компенсируемый диссипацией, и в этих океанах в сумме преобладает излучение, мощность которого составляет 206 млн кВт для Тихого океана и 36 млн кВт для Индийского. Однако, поскольку приведенные данные о волновом энергопереносе имеют интегральный характер для каждого из океанов, они не позволяют сделать вывод о сравнительной роли той или иной из жидких границ в указанном процессе. Аналогично данные о суммарной мощности работы приливообразующей силы и энергообмена со дном (член $\langle A_{\Sigma}\rangle$) не дают возможности оценить каждый из этих эффектов раздельно. Поэтому наиболее четкий геофизический смысл из полученных результатов имеют данные о диссипации (член $\langle A_R\rangle$).

Из таблицы следует, что в полусуточном диапазоне частот (на который приходится около 82 % суммарных диссипативных потерь) наиболее мощным диссипатором является Атлантический океан, в котором рассеивается примерно половина всей энергии, поступающей в Мировой океан в указанном диапазоне. В суточном частотном диапазоне (18 % суммарной диссипации) более двух третей всей энергии, поступающей в Мировой океан от внешних источников, приходится на Тихий океан. Суммарная диссипация для Мирового океана для четырех главных гармоник составляет согласно данному расчету примерно $2{,}50 \cdot 10^9$ кВт, а с учетом не представленных здесь гармоник N_2, K_2, P_1 и Q_1 она возрастает до $2{,}64 \cdot 10^9$ кВт.

Учитывая площади Тихого, Атлантического и Индийского океанов (178,68; 91,66 и 76,17 млн км² соответственно), мы можем получить значения средней для каждого океана поверхностной плотности мощности диссипации приливной энергии $\overline{\langle a_R \rangle}$, которые приведены в табл. 2.8.

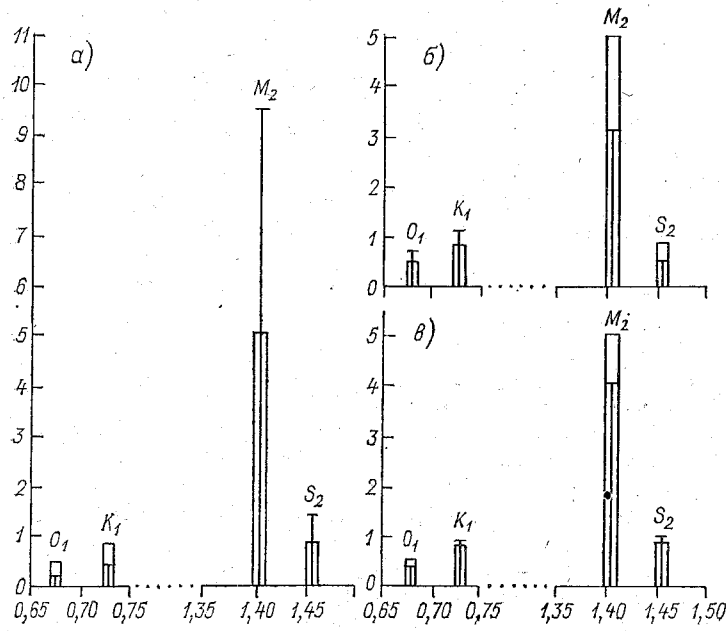


Рис. 2.5. Дискретные диссипативные спектры для отдельных океанов, по [22].

Широкими светлыми столбиками изображен «среднеглобальный» спектр, служащий эталоном для сопоставления и выявления локальных резонансных эффектов в каждом из океанов. По горизонтальным осям отложена частота (в радианах в секунду без множителя 10^{-4}), по вертикальным осям — средняя плотность мощности диссипации (в киловаттах на квадратный километр).
а — Атлантический океан; *б* — Тихий океан; *в* — Индийский океан.

Если сравнить приведенные в табл. 2.8 данные для отдельных океанов со среднеокеанским распределением интенсивности дис-

ТАБЛИЦА 2.8

Средняя плотность мощности диссипации приливной энергии в океанских бассейнах (в киловаттах на квадратный километр)

Океан	M_2	S_2	K_1	O_1
Тихий	—3,13	—0,53	—1,06	—0,66
Атлантический	—9,60	—1,42	—0,36	—0,19
Индийский	—4,07	—0,98	—0,87	—0,30
Мировой	—5,05	—0,86	—0,83	—0,46

сипации по частотам (последняя строка таблицы), то видно, что наиболее близки к указанному распределению результаты, относящиеся к Индийскому океану, что свидетельствует об отсутствии в этом бассейне ярко выраженных локальных резонансных эффектов. В то же время в Атлантическом океане явно проявляются локальный резонанс на полусуточных частотах и локальный антирезонанс на суточных. Для Тихого океана ситуация в принципе противоположная, но выражена менее резко. На рис. 2.5 указанное сопоставление приведено в форме дискретных «диссипативных спектров».

2.3.3. Баланс приливной энергии окраинных морей

Общие оценки диссипации энергии для окраинных морей (для гармоник M_2) были выполнены в разные годы Джеффрисом [116], Хейсканеном [109] и Дефантом [78] с помощью фрикционного метода, а также Миллером [128] с помощью метода потоков. Суммарные оценки этих авторов являются в сущности глобальными, так как характеризуют главную часть океанской диссипации энергии баротропного прилива, — они приведены поэтому в предыдущем разделе и включены в табл. 2.3. Более детальные результаты, относящиеся к различным морям или участкам шельфа и полученные разными авторами (как указанными выше, так и многими другими), приведены в обширной сводной таблице в монографии [30] (табл. 8.3, с. 241—243). Основная часть материала этой таблицы, относящаяся к районам наиболее интенсивной диссипации, в сжатом виде приведена в табл. 2.9, которая содержит и некоторые дополнительные данные [70, 95, 119]. В тех случаях, когда для одного и того же района имеется несколько оценок, в табл. 2.9 приводятся только «характерные» значения: минимальное, максимальное и среднее арифметическое.

Для некоторых районов, как видно из табл. 2.9, разброс найденных значений диссипации очень велик; например, в Беринговом море крайние оценки расходятся почти на два порядка ($2{,}4 \times 10^7$ и $75{,}0 \cdot 10^7$ кВт).

Приведенные в табл. 2.9 значения представляют собой интегральные характеристики диссипативных потерь энергии для названных районов, которые, как предполагается, уравновешиваются суммарным волновым притоком энергии, что и обеспечивает общий энергетический баланс. Однако для некоторых бассейнов составляющие баланса приливной энергии определены более детально: с раздельной оценкой волновых потоков через различные проливы, иногда — с учетом работы, совершаемой приливообразующей силой, а в отдельных случаях — с учетом энергообмена через упругое дно. Рассмотрим несколько таких примеров.

а) *Северо-западный европейский шельф.* Названный район охватывает участок европейского шельфа, окаймленный изобатой 100 саженей (183 м), между параллелями 47°40′ и 62°20′ с. ш.

ТАБЛИЦА 2.9

Диссипация приливной энергии в окраинных морях и на различных участках шельфа (гармоника M_2)

Район	Диссипация, 10^7 кВт		
	мин.	макс.	средняя
Арктический бассейн	3,5	8,4	5,8
Баренцево море	3,2	3,4	3,3
Норвежское и Гренландское моря			3,2
Северное море	2,1	4,5	3,7
Ирландское море	1,64	3,2	2,4
Бристольский залив	0,24	2,8	1,3
Ла-Манш	5,0	7,4	6,6
Бискайский залив	0,4	1,1	0,75
Оманский и Персидский заливы	1,6	1,85	1,7
Побережье западной Индии	4,0	10,3	7,1
Бенгальский залив	3,2	6,3	5,2
Андаманское море			1,9
Малаккский пролив	0,6	7,0	4,9
Южно-Китайское море	0,5	3,85	2,7
Пролив между Австралией и Малыми Зондскими островами			15,0
Западное побережье Австралии			4,2
Большой Барьерный риф	2,4	5,0	3,7
прол. Торреса			0,3
прол. Кука			2,73
Пролив между о. Минданао и Новой Гвинеей			2,0
Желтое море (архипелаг Рюкю)	5,5	10,8	7,4
Побережье Японии	4,3	6,5	5,4
Внутреннее Японское море			0,63
Охотское море	4,0	21,0	12,5
Берингово море	2,4	75,0	30,5
Южное побережье Аляски	5,0	5,5	5,0
Западное побережье США	0,4	3,0	1,7
Калифорнийский залив	0,44	4,0	1,8
Панамский залив	0,6	0,9	0,75
Побережье Чили	0,4	4,0	2,2
Патагонский шельф	10,0	24,5	16,9
Северо-восточное побережье Южной Америки	5,0	7,0	6,0
Мексиканский залив и Карибское море	0,3	1,3	0,8
зал. Фанди	1,9	5,5	3,1
зал. Св. Лаврентия			0,8
Гудзонов залив	1,1	12,0	7,0
прол. Дейвиса	2,0	2,0	2,0

и включающий в себя Северное, Ирландское и Кельтское * моря, Ла-Ланш и шельфовые участки океана к западу и северу от Британских островов. Исследование приливной гармоники M_2 этого района выполнено Флезером [88] с помощью численного моделирования при допущении, что прилив является индуцированным из Северной Атлантики. При указанной постановке за-

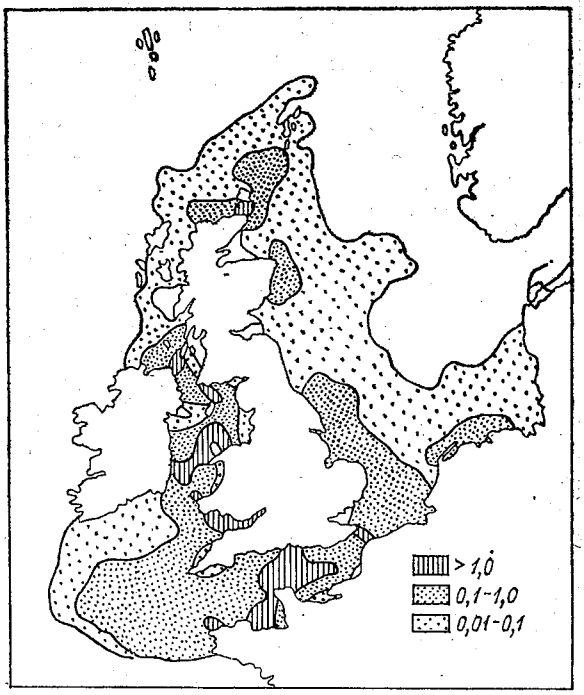


Рис. 2.6. Распределение поверхностной плотности (Вт/м^2) диссипативных потерь приливной энергии (для гармоники M_2) в пределах области северо-западного европейского шельфа, по Флезеру [88].

дачи энергетический баланс складывается из волнового потока энергии через жидкие границы (A_W) и диссипативных потерь (A_R). Оба члена рассчитаны в работе [88] независимо, причем диссипативные потери охарактеризованы пространственным распределением величины $\langle a_R \rangle$ (рис. 2.6), рассчитанной по формуле (2.8) при $\varkappa = 0{,}003$. Это позволяет выделить районы особенно интенсивной диссипации в узкостях и узловых зонах, а также районы слабой диссипации, которые, как отмечается, во многих

* Кельтским морем некоторые европейские авторы (Флезер [88], Робинсон [148], Пингри и Гриффитс [139] и др.) называют район, простирающийся от Бискайского залива до южного берега Ирландии и от меридиана западного побережья Ирландии до западного входа в Ла-Манш.

случаях совпадают с районами развитой плотностной стратификации.

Значения величины $\langle A_R \rangle$, определенной для отдельных участков северо-западного европейского шельфа, приведены на рис. 2.7. Здесь же показаны и результаты вычисления чистого волнового

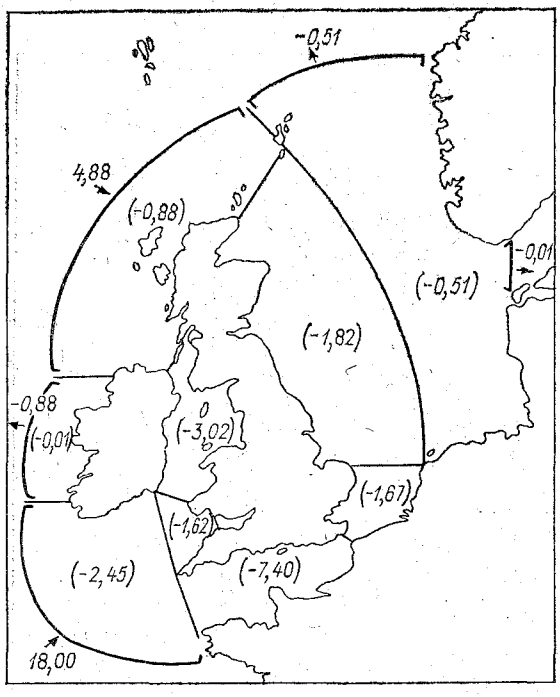


Рис. 2.7. Баланс приливной энергии (гармоника M_2) для отдельных участков северо-западного европейского шельфа, по Флезеру [88].

Показаны значения диссипации для каждого участка (цифры в скобках) и волновых потоков через жидкие границы (цифры без скобок). Все значения даны в десятках гигаватт.

потока $\langle A_W \rangle$ через внешние жидкие границы расчетной области, откуда видно, что наиболее мощный приток приливной энергии из Атлантики осуществляется через створ южная Ирландия—Бретань. Обращает на себя внимание наличие на жидком контуре участков, через которые происходит не поглощение, а излучение (хотя и относительно слабое) приливной энергии из расчетной области в океан. В целом поступление энергии в расчетную область через жидкую границу составляет $21{,}48 \cdot 10^7$ кВт. Сопоставление с суммарной диссипацией, равной — $19{,}38 \cdot 10^7$ кВт дает «невязку» в $2{,}1 \cdot 10^7$ кВт, что составляет около 9,8 % волнового переноса. Предполагается, что причиной этого незначительного расхождения является недостаточно высокая точность определения члена $\langle A_R \rangle$.

Оценки диссипации приливной энергии в различных частях северо-западного европейского шельфа, обусловленные отдельными гармониками, а также комбинированными полусуточными (M_2+ $+S_2$) приливами, получены в работах [106, 139] и некоторых других.

б) *Ла-Манш.* Поскольку уровень концентрации приливной энергии в районе Ла-Манша очень высок, энергетический баланс этого

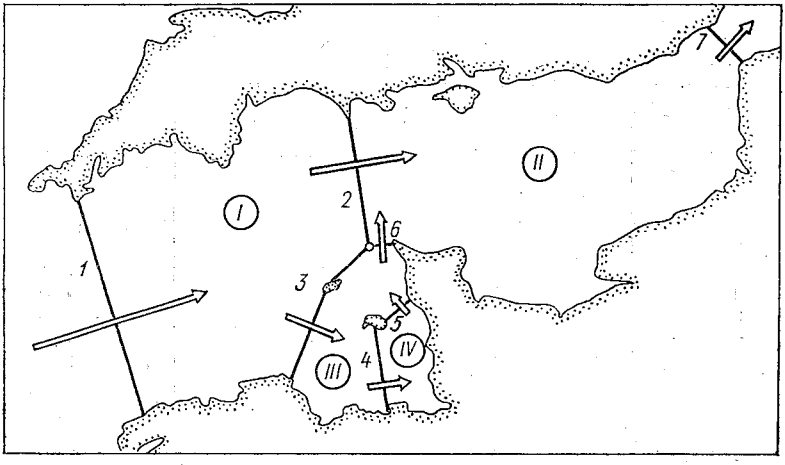


Рис. 2.8. Схема волнового переноса приливной энергии в Ла-Манше, по [25].

Номера створов обозначены арабскими цифрами, номера отсеков — римскими цифрами в кружках.

бассейна многократно являлся объектом исследований. В большинстве случаев рассматривались энергетические характеристики суммарного сизигийного полусуточного прилива на основе данных фактических наблюдений, которыми этот район освещен сравнительно неплохо. Основные результаты были получены путем расчета чистых волновых переносов энергии через ряд створов, вдоль которых имеются данные более или менее систематических измерений приливных течений. Наличие таких створов позволяет разбить всю акваторию Ла-Манша на несколько «отсеков» и, рассчитав для каждого из них баланс энергетических потоков через жидкие границы, оценить диссипацию в каждом отсеке как остаточный член. Указанный подход был применен в работах Аллара [58], Схенфелда [150] и Бонфийя [62]. Несмотря на некоторое различие в геометрии отсеков, результаты всех трех работ дают качественно сходную картину волновых переносов и диссипативных потерь, хотя суммарная интенсивность диссипации, полученная Схенфелдом ($14{,}3 \cdot 10^7$ кВт), несколько меньше, чем у Бонфийя ($16{,}4 \cdot 10^7$ кВт). Представление о расположении створов и схеме волнового переноса энергии дает рис. 2.8, где в схематическом виде приведены результаты Схенфелда.

В более поздних работах Бонфий усовершенствовал свой анализ, произведя учет работы, совершаемой приливообразующей силой [63], и использовав дополнительные данные наблюдений (см. также [25] *). Расположение створов в этих работах в основном совпадает с главными створами Схенфелда, что дает возможность сравнить результаты работ [150], [63] и [25] друг с другом. Такое сравнение приведено в табл. 2.10 и 2.11.

ТАБЛИЦА 2.10

Средние мощности волновых потоков энергии сизигийного полусуточного прилива в Ла-Манше (в 10^7 кВт)

Створ	Схенфелд [150]	Бонфий [63]	Лакомб [25]
1	16,5	18,0	18,0
2	8,4	7,3	6,1
3	5,3	4,0	5,2
4	0,9	—	1,0
5	0,5	—	0,5
6	3,1	1,9	2,8
7	2,2	1,6	2,3

Из табл. 2.11 видно, что вклад «астрономического» потока энергии в общий баланс Ла-Манша невелик и не меняет основных закономерностей диссипации и волнового переноса энергии

ТАБЛИЦА 2.11

Средние мощности диссипативных потерь энергии сизигийного полусуточного прилива в Ла-Манше (в 10^7 кВт)

Отсек	Схенфелд [150]	Бонфий [63]			Лакомб [25]
	$-\langle A_W\rangle=\langle A_R\rangle$	$-\langle A_W\rangle$	$-\langle A_\Omega\rangle$	$\langle A_R\rangle$	$-\langle A_W\rangle=\langle A_R\rangle$
I	—2,8	—6,6	—0,29	—6,89	—6,7
II	—9,3	—7,6	—1,34	—8,94	—6,6
III	—1,8	—2,1	—0,06	—2,16	—1,8
IV	—0,4				—0,5
$\sum$	—14,3	—16,3	—1,69	—17,99	—15,7

в пределах бассейна. Обращает на себя внимание заниженное значение диссипации в отсеке I у Схенфелда, что частично связано с его оценками волнового переноса через створы 1 и 2: пер-

* В работе А. Лакомба [25] представлены откорректированные и обобщенные результаты работ [58] и [62].

вый перенос (приход) у Схенфелда на $1{,}5 \cdot 10^7$ кВт меньше, а второй (расход) — на $(1{,}7 - 2{,}7) \cdot 10^7$ кВт больше, чем у Бонфийя.

В целом полученные значения диссипации энергии сизигийного прилива лежат в пределах $(14 - 18) \cdot 10^7$ кВт, что примерно в 1,9 — 2,4 раза превышает указанную выше оценку Флезера,

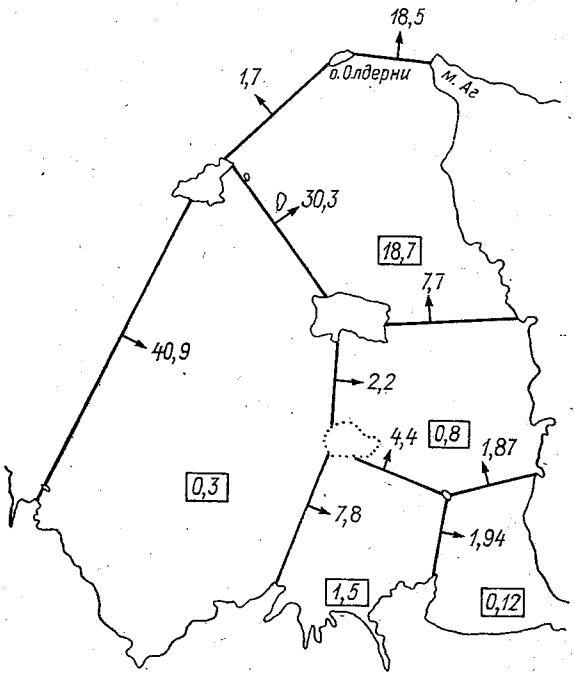


Рис. 2.9. Баланс приливной энергии в период сизигии в зал. Сен-Мало, по [63].

Цифры в квадратах — диссипация, цифры у стрелок — волновой перенос через жидкие границы (все в гигаваттах). При расчете диссипации учтена работа, совершаемая приливообразующей силой.

основанную на результатах численного моделирования для гармоники M_2. С учетом того, что превышение сизигийных приливных течений над средними составляет в этом районе около 1,3, а интенсивность диссипации пропорциональна кубу скорости течения, можно признать согласие между результатами, полученными на основе наблюдений и путем расчета, вполне удовлетворительным.

Максимальных значений амплитуды прилива Ла-Манша достигают в пределах зал. Сен-Мало. Этот район подвергнут специальному анализу в работе [63]. Результат, относящийся к сизигийному приливу, показан на рис. 2.9.

Полученные результаты позволяют построить примерную схему энергопереноса в пределах Ла-Манша. На рис. 2.10 показан пример такой схемы, относящийся к случаю сизигийного прилива.

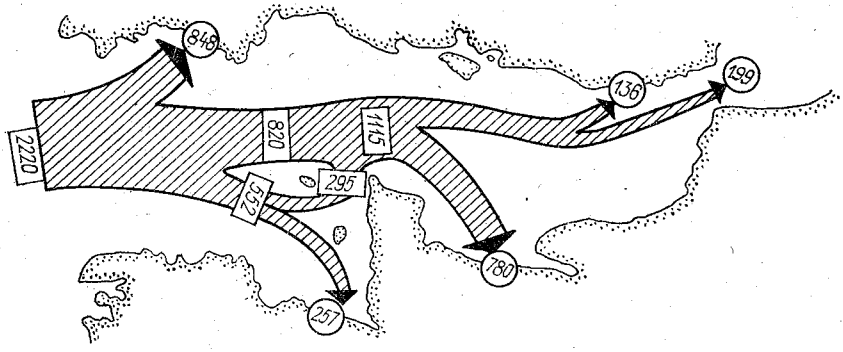


Рис. 2.10 Схема горизонтального переноса приливной энергии (гармоника M_2) в пределах Ла-Манша, по [63].

Ширина полос, изображающих потоки энергии, пропорциональна их мощности, в ряде случаев эта величина приведена в рамках. Черные стрелки указывают зоны диссипации, размеры стрелок и цифры в кружках характеризуют ее интенсивность. Все величины даны в гигаватт-часах и характеризуют количество энергии, переносимое или рассеиваемое за период полусуточного прилива.

2.4. Энергосодержание Мирового океана

Энергосодержание Мирового океана либо его частей может быть определено с помощью формул (2.1) и (2.2), если в пределах рассматриваемой акватории известны приливные колебания уровня ζ и приливные течения $\mathbf{u}$. Для отдельной приливной гармоники плотности энергии e_p и e_k представляют собой величины, колеблющиеся с удвоенной приливной частотой. При этом величина e_p обязательно имеет нулевые минимальные значения и ее график касается в этих местах оси абсцисс, в то время как величина e_k ведет себя подобным образом лишь в случае реверсивного течения. При эллиптическом годографе течения кривая хода плотности всегда приподнята над осью абсцисс, имея минимумы в моменты минимального течения (рис. 2.11).

Если записать выражения для гармонически изменяющихся во времени ζ, u и v в виде (2.61), то для плотностей e_p и e_k, а также их осредненных по периоду значений получим:

$$e_p = (1/4)\,\rho g_G H^2 \{1 + \cos[2(\sigma t - g)]\}; \tag{2.87}$$

$$e_k = (1/4)\,\rho h \left\{U^2 \{1 + \cos[2(\sigma t - g_u)]\} + V^2 \{1 - \cos[2(\sigma t - g_v)]\}\right\}; \tag{2.88}$$

$$\langle e_p \rangle = \rho g_G H^2/4; \quad \langle e_k \rangle = \rho h (U^2 + V^2)/4, \tag{2.89}$$

где g_G — ускорение свободного падения.

Таким образом, имеющиеся карты изоамплитуд и карты осей приливных эллипсов для отдельных гармоник сравнительно просто могут быть пересчитаны в карты осредненного по периоду энергосодержания $\langle e_p \rangle$, $\langle e_k \rangle$ и $\langle e \rangle = \langle e_p \rangle + \langle e_k \rangle$.

Поскольку необходимых для достоверных расчетов глобального энергосодержания данных наблюдений за колебаниями уровня и особенно за приливными течениями недостаточно, практически все глобальные оценки основаны на данных численного

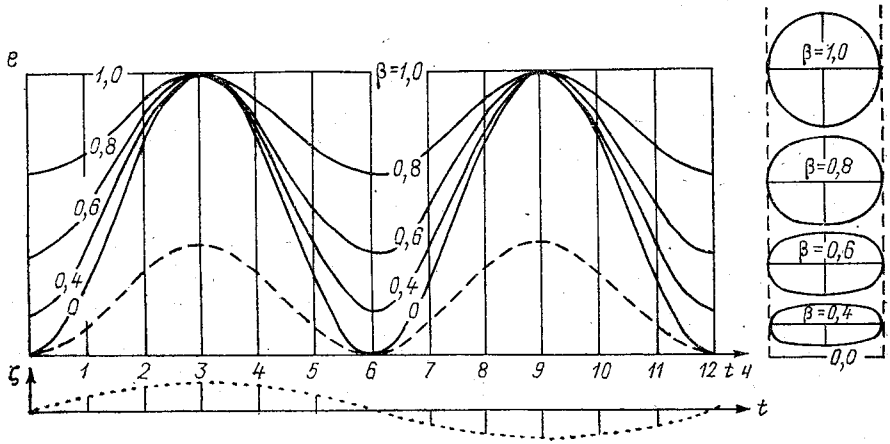


Рис. 2.11. Характер изменения локальной плотности потенциальной (пунктир) и кинетической (сплошные линии) энергии в течение полусуточного приливного цикла при различной полноте эллипса приливного течения. Точечная линия в нижней части рисунка — ход уровня, изменяющегося синфазно с проекцией течения на большую ось эллипса.

моделирования. Согласно приведенной в монографии [30] сводке оценок глобальных значений E_p, E_k и E, полученных различными авторами, а также с дополнительным учетом результатов работ [22, 66, 120, 141, 151] предельные и средние значения имеющихся оценок могут быть представлены в виде табл. 2.12.

ТАБЛИЦА 2.12

Характерные значения оценок содержания приливной энергии (гармоника M_2) в Мировом океане

Вид энергии	Энергосодержание, 10^{14} кДж		
	мин.	макс.	среднее
$\langle E_p \rangle$	0,94	3,58	2,10
$\langle E_k \rangle$	1,25	4,47	3,02
$\langle E \rangle$	2,19	8,05	5,38

Практически всеми авторами перечисленных работ фиксируется заметное преобладание кинетической энергии над потенциальной, что нашло отражение и в обобщающей табл. 2.12.

Распределение приливной энергии между океанами и внутри них можно охарактеризовать с помощью результатов упоминавшейся выше (на с. 69) работы [22], где энергетические характеристики (поверхностная плотность энергии и интегральное энергосодержание океанов) рассчитаны для 8 главных приливных гармоник. Данные об энергосодержании океанов (без Арктики) для четырех основных гармоник представлены в табл. 2.13.

ТАБЛИЦА 2.13

Энергосодержание отдельных океанов (в 10^{14} кДж) (по [22])

Океан	$\langle E_p \rangle$	$\langle E_k \rangle$	$\langle E \rangle$	$\langle E_p \rangle$	$\langle E_k \rangle$	$\langle E \rangle$
		M_2			S_2	
Тихий	0,590	0,630	1,220	0,073	0,094	0,167
Атлантический	0,470	0,970	1,440	0,066	0,130	0,196
Индийский	0,249	0,330	0,570	0,070	0,075	0,145
Мировой	1,300	1,930	3,230	0,209	0,299	0,508
		K_1			O_1	
Тихий	0,131	0,151	0,282	0,065	0,080	0,145
Атлантический	0,014	0,025	0,039	0,014	0,012	0,026
Индийский	0,034	0,052	0,086	0,017	0,016	0,033
Мировой	0,179	0,228	0,407	0,096	0,108	0,204

Данные табл. 2.13 показывают, что отмеченное выше характерное для гармоники M_2 в Мировом океане преобладание кинетической энергии над потенциальной сохраняется и в отдельных океанах, причем оно проявляется для всех основных гармоник. В полусуточном частотном диапазоне обращает на себя внимание исключительно важная роль Атлантического океана, который превосходит по энергосодержанию не только Индийский, но и Тихий. В то же время в суточном диапазоне на первый план выходит Тихий океан, на который приходится львиная доля глобального энергозапаса. Суммарное энергосодержание всех трех океанов для гармоники M_2, равное $3{,}23 \cdot 10^{14}$ кДж, находится внутри диапазона, устанавливаемого табл. 2.12, и является, видимо, слегка заниженным из-за неучета Северного Ледовитого океана. Если говорить о суммарном энергозапасе для четырех главных приливных гармоник, то из общего глобального (без Арктики)

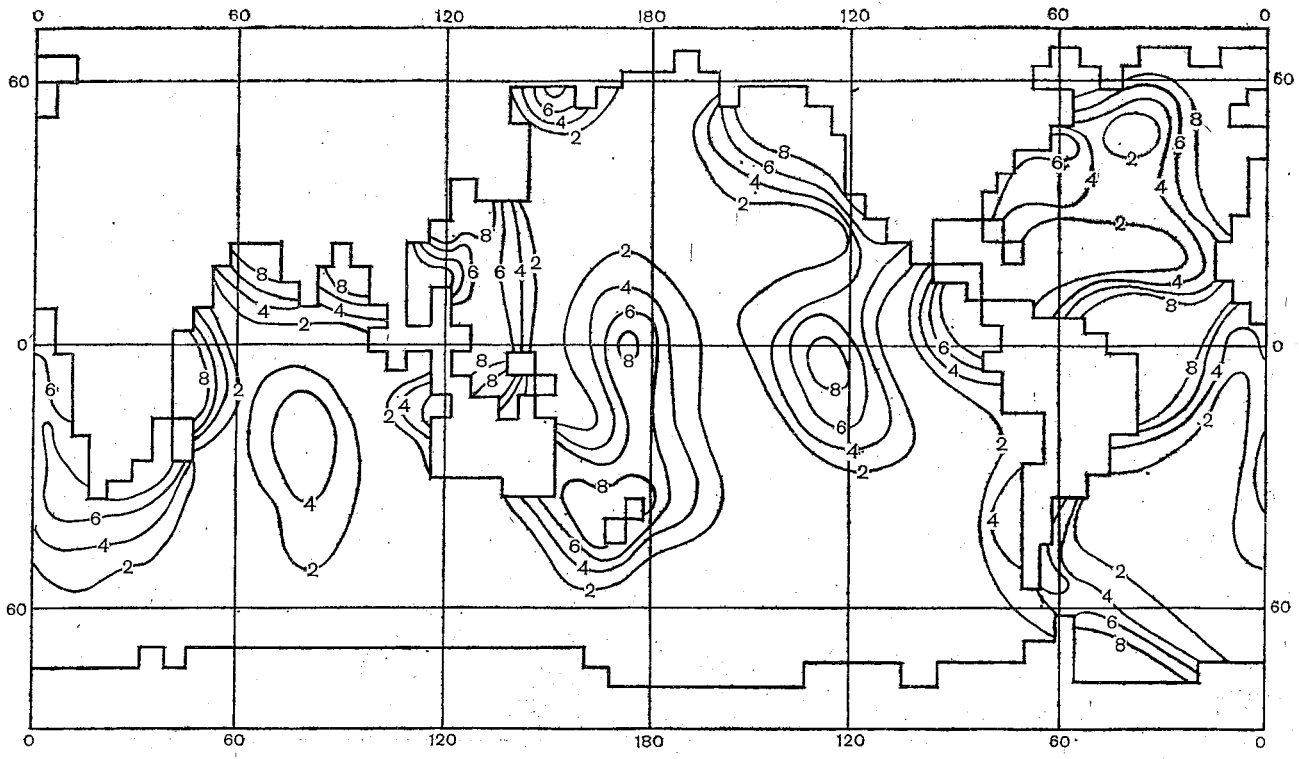


Рис. 2.12. Распределение осредненной по периоду плотности (в сотнях джоулей на метр в квадрате) потенциальной энергии для приливной гармоники M_2 в Мировом океане, по [22].

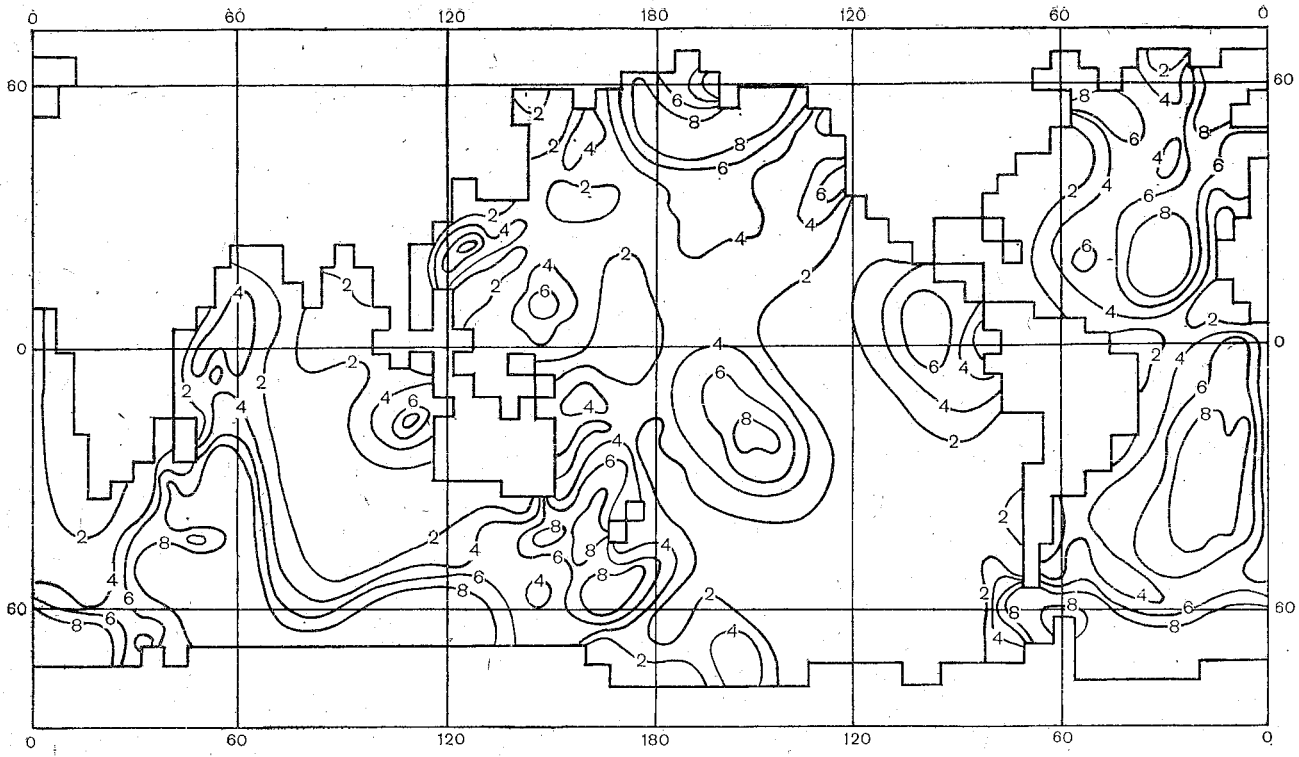


Рис. 2.13. Распределение осредненной по периоду плотности (в сотнях джоулей на метр в квадрате) кинетической энергии для приливной гармоники M_2 в Мировом океане, по [22].

энергосодержания, равного $4{,}35 \cdot 10^{14}$ кДж, на Тихий, Атлантический и Индийский океан соответственно приходится $1{,}82 \cdot 10^{14}$, $1{,}70 \cdot 10^{14}$ и $0{,}83 \cdot 10^{14}$ кДж. Если же дополнительно учесть вклад за счет гармоник N_2, K_2, P_1 и Q_1, то глобальное энергосодержание будет равным $4{,}61 \cdot 10^{14}$ кДж, а доли, приходящиеся на Тихий, Атлантический и Индийский океан, составят $1{,}93 \cdot 10^{14}$, $1{,}80 \cdot 10^{14}$ и $0{,}88 \cdot 10^{14}$ кДж.

При площади Мирового океана, равной $3{,}61 \cdot 10^{14}$ м^2, данные табл. 2.12 дают среднюю поверхностную плотность энергии от 0,6 до 2,2 кДж/м^2. Однако фактическое распределение энергии по океанам очень неравномерно. Заметные различия проявляются уже при сопоставлении отдельных океанских бассейнов. В табл. 2.14, рассчитанной по данным работы [22], приведены средние плотности энергии для четырех главных гармоник в каждом из океанов, а также аналогичные данные для Мирового океана в целом (в последней колонке в скобках приведены величины, полученные с дополнительным учетом гармоник N_2, K_2, P_1 и Q_1.

ТАБЛИЦА 2.14

Средние поверхностные плотности приливной энергии в океанах (в кДж/м^2)

Океан	M_2	S_2	K_1	O_1	Σ
Тихий	0,68	0,09	0,16	0,08	1,02 (1,08)
Атлантический	1,57	0,21	0,04	0,03	1,85 (1,96)
Индийский	0,75	0,19	0,11	0,04	1,09 (1,16)
Мировой	0,93	0,15	0,12	0,06	1,26 (1,33)

Спектральная картина, которая следует из табл. 2.14, практически почти не отличается от той, которая получена на основании данных о диссипации приливной энергии и приведена на рис. 2.5. Таким образом, данные об энергосодержании подтверждают вывод о заметной настройке Атлантики на резонанс в полусуточном частотном диапазоне.

Более детально распределение потенциальной и кинетической энергии по площади океанов в виде карт (для гармоник M_2 и K_1) показано на рис. 2.12 и 2.13, заимствованных из работы [22]. Напомним, что численная модель, на основе которой получен этот результат, использует довольно грубую геометрическую аппроксимацию расчетной области (5-градусные ячейки), т. е. связана с значительной генерализацией береговой черты и рельефа дна в зоне прибрежного мелководья. Одним из очевидных следствий этого является некоторое смазывание местных мелкомасштабных эффектов. Генерализованный указанным образом береговой

контур приобретает свойства сравнительно однородного отражателя, что приводит к образованию крупномасштабной прибрежной пучности в модельном результате. По-видимому, с этой причиной связана тенденция к понижению плотности кинетической энергии в прибрежной части на рис. 2.12, в то время как плотность потенциальной энергии вблизи берегов увеличивается (см. рис. 2.13).

В действительности для достаточно развитого прибрежного мелководья (при его ширине, превышающей четверть местной длины приливной волны), а также для прибрежных заливов и узкостей типичным является возрастание плотности как потенциальной, так и кинетической энергии. Естественно, что численный анализ этих эффектов требует применения моделей с достаточно мелкой сеткой. Указанное местное повышение плотности энергии, достигающее в ряде случаев 10^2—10^3 кДж/м^2 и более, обусловлено как чисто геометрическими факторами (выход приливной волны на мелководье, сопровождающийся сокращением ее длины, либо вход волны в сужающийся пролив или залив), так и локальными резонансами на шельфе и в бухтах. В результате на окраинах Мирового океана формируется сравнительно ограниченная по площади зона повышенной концентрации приливной энергии, где все приливные явления развиты особенно интенсивно. В ряде районов, плотность энергии достигает уровня, позволяющего ставить вопрос о промышленном использовании местных приливных энергетических ресурсов (см. главу 5).

ГЛАВА 3

ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ ПРИЛИВНОЙ ЭНЕРГИИ

3.1. Горизонтальная циркуляция приливной энергии как совокупность волновых потоков

3.1.1. Перенос приливной энергии от источников к стокам

Как указывалось ранее, горизонтальная циркуляция приливной энергии в общем обеспечивает волновой перенос последней от зон источников к зонам стоков. Обращаясь к уравнению баланса приливной энергии (2.29) или (2.33), мы можем выделить следующие основные типы энергетических источников и стоков.

1. Астрономические источники и стоки, обусловленные положительной либо отрицательной работой местных приливообразующих сил, т. е. «местной раскачкой» либо «местным торможением». Зоны раскачки либо торможения могут охватывать значительную часть бассейна, а в некоторых случаях — весь рассматриваемый бассейн типа моря или залива. Таким образом, астрономические источники и стоки энергии имеют «площадной» характер. Их интенсивность определяется, как видно из (2.33), амплитудно-фазовыми соотношениями горизонтальных компонентов приливообразующей силы и приливного течения. Поэтому указанная интенсивность пространственно неоднородна — она характеризуется некоторым максимумом внутри соответствующей зоны и спадает до нуля на ее краях. В случае крупного бассейна океанского типа в его пределах может разместиться несколько перемежающихся зон источников и стоков. Перенос энергии от первых ко вторым осуществляется при этом в форме «вынужденных» приливных волн с относительно невысокой плотностью потока энергии.

Следует отметить, что при использовании «потенциального» представления приливообразующей силы в виде $\mathbf{F} = g\nabla_r\widehat{\zeta}$ выражение для локальной скорости ее работы (2.25) содержит «дивергентную» часть, которая при интегрировании по площади превращается в «контурную» добавку A^{Γ}_{Ω} к чисто площадному члену A^{s}_{Ω}. Обсуждение физической сущности члена A^{Γ}_{Ω}, проведенное Тейлором [153], было подвергнуто критике в работе Гарретта [91], который убедительно показал необходимость его учета при вычислении энергетического баланса. Однако при этом необходимо иметь в виду, что член A^{Γ}_{Ω}, несмотря на свой формально «волновой» вид, не описывает никакого реального энергообмена через границу Г. Этот член следует рассматривать лишь как обязательную добавку к члену A^{s}_{Ω}, которая не может фигурировать

отдельно от последнего и имеет смысл только в сумме с ним, давая при этом истинное значение скорости работы приливообразующей силы в пределах области S. Аналогичные соображения относятся и к членам $A^{\text{г}}_b$ и A^{s}_b в тех случаях, когда учитывается энергообмен через упругое дно.

2. Источники и стоки, обусловленные вторжением в бассейн и излучением из него энергии в форме «свободных» приливных волн. Источники и стоки этого типа, в отличие от астрономических, имеют подлинно «контурный» характер — они локализованы на жидких границах бассейна, характеризуют энергообмен через эти границы, и их интенсивность может меняться вдоль границ. Для районов максимальной концентрации приливной энергии — окраинных и шельфовых морей — такие волновые источники и стоки являются обычно гораздо более интенсивными, чем астрономические. Поэтому в таких морях наиболее характерные особенности циркуляции приливной энергии чаще всего определяются свободными приливными волнами и их комбинациями. В подобных случаях в уравнениях, описывающих приливные движения, можно пренебречь членами, характеризующими действие приливообразующих сил.

3. Фрикционные стоки, обусловленные диссипацией приливной энергии за счет донного трения. Хотя такая диссипация в принципе происходит повсюду, где существуют приливные течения, в качестве локализованных зон диссипативных стоков обычно рассматривают области особо интенсивной диссипации, т. е. области развития сильных приливных течений на мелководьях и в прибрежных архипелагах с многочисленными узкими проливами. В глобальном масштабе зоной диссипативного стока приливной энергии часто считают зону шельфа, а при рассмотрении отдельных бассейнов — зону прибрежного мелководья и мелководные заливы. При модельном исследовании приливных явлений эффект прибрежной диссипации иногда воспроизводят «контурным» образом, сводя прибрежную площадную зону фрикционного стока к участку берегового контура, на котором задается импедансное граничное условие, соответствующее излучению (частичному либо полному) приливной волны за пределы бассейна. При более строгом подходе диссипативные эффекты воспроизводятся в площадной области путем учета в уравнениях движения членов, описывающих донное трение. В таком случае учет диссипации приводит к постепенному затуханию приливных волн по мере их приближения к берегу, а также по мере их удаления от берега после отражения.

При всей сложности реальных приливных движений многие типичные особенности циркуляционной энергетической картины могут быть установлены и изучены на основе рассмотрения «элементарных» приливных волн, описываемых аналитическими решениями. В окраинных морях и на шельфе часто можно ограничиться рассмотрением свободных волн, в основном определяющих

местную картину прилива. Поскольку волны такого типа преобладают в районах, где практическое значение приливов особенно велико, свойства волн такого типа изучены наиболее детально. В то же время в бассейнах океанского типа необходимо рассматривать вынужденные приливные волны.

Наиболее простыми из аналитических решений являются линейные плоские гармонические волны в бассейне постоянной глубины. Комбинации таких волн в принципе позволяют рассмотреть эффекты, обусловленные отражением, интерференцией и излучением, а также особенности циркуляции энергии в интерференционных амфидромических системах. Учет эффектов, обусловленных действием силы Кориолиса, может быть осуществлен путем использования решений в форме волн Кельвина, Свердрупа и Пуанкаре. Имеется также возможность более или менее строгого учета диссипативного эффекта силы трения. Перенос энергии в волнах каждого из указанных типов обладает специфическими особенностями, которые во многих случаях определенным образом связаны с соответствующими особенностями «видимой картины» приливных движений. Чаще всего такая картина изображается с помощью так называемых приливных карт.

3.1.2. Картографическое представление океанских приливов

Традиционными «океанографическими» характеристиками приливных движений являются колебания уровня ζ и вектор приливного течения $\mathbf{u}$ с компонентами u и v. Для отдельной приливной гармоники каждая из скалярных величин ζ, u и v в фиксированной точке моря полностью описывается парой постоянных величин — амплитудой (H, U, V) и фазой (g, g_u, g_v), т. е. гармоническими постоянными данной гармоники. Пространственное распределение гармонических постоянных, изображенное с помощью их изолиний (изоамплитуд и котидальных линий), носит название *приливной карты*. Чаще всего это название употребляется применительно к совмещенной карте изоамплитуд и котидалей, характеризующей колебания уровня ζ. Если записать выражение для локальной величины ζ в виде

$$\zeta = H\cos(\sigma t - g) = \zeta_1\cos(\sigma t) + \zeta_2\sin(\sigma t), \tag{3.1}$$

где величины $\zeta_1 = H\cos g$ и $\zeta_2 = H\sin g$ представляет собой значения ζ в моменты $t=0$ и $t=\tau/4$, то уравнения изоамплитуд и котидальных линий могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} H &= (\zeta_1^2 + \zeta_2^2)^{1/2} = C_1; \\ g &= \operatorname{arctg}(\zeta_2/\zeta_1) = C_2. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Интервалы, через которые проводятся изолинии амплитуд и фаз на карте (т. е. конкретные значения констант C_1 и C_2), выбираются в зависимости от общего диапазона изменчивости H

и g в рассматриваемой области, а также от характера задачи. Если картируется сама величина g, оцифровка котидалей дается в градусах. Однако иногда целесообразнее выражать фазу не в градусной, а во временно́й мере; в этих случаях картируется величина g/σ и оцифровка котидалей дается в часах. Для оцифровки изоамплитуд всегда используются линейные единицы (метры, сантиметры, футы).

Если имеется аналитическое выражение для ζ в виде $\zeta = \zeta(x, y, \sigma t)$, то выражения для ζ_1 и ζ_2, необходимые для определения уравнений изоамплитуд и котидальных линий, можно получить из выражения $\zeta(x, y, \sigma t)$, полагая в нем соответственно $\sigma t = 0$ и $\sigma t = 90°$. При комплексной форме аналитического выражения для ζ выражения для ζ_1 и ζ_2 совпадают с его вещественной и мнимой частями. Заметим, что уравнение любой котидальной линии может быть получено также из соотношения $\partial\zeta/\partial t = 0$, фиксирующего координаты точек, в которых функция имеет экстремальные значения в заданный момент $t = t_0$. Геометрическое место таких точек определяет линии одновременного наступления полной или малой воды, т. е. котидальные линии для моментов t_0 и $t_0 \pm \tau/2$.

В реальных условиях, когда поле значений ζ не имеет аналитического выражения, для построения котидальных линий часто используется прием, основанный на последовательном расчете мгновенных рельефов водной поверхности, изображаемых с помощью изогипс [51]. В силу гармонической временно́й изменчивости величин ζ их максимальные значения в каждой точке сдвинуты по времени от нулевых значений ровно на $\pm\tau/4$ (на четверть приливного периода). Таким образом, каждая нулевая изогипса на рельефе морской поверхности, относящемся к моменту t, является котидальной линией, оцифровка которой соответствует моменту $t \pm \tau/4$ (знаки «+» и «—» соответствуют случаям, когда нулевое значение в момент t приходится уровнем соответственно «на подъеме» и «на спаде»). Сборная карта всех нулевых изогипс, надлежащим образом переоцифрованная, представляет собой котидальную карту. Поскольку область нулевых значений уровня в общем совпадает с зоной его максимальных пространственных градиентов, указанный способ построения котидальных карт дает более четкие результаты, чем прямая интерполяция между значениями g, при которой могут возникать неопределенные ситуации. Этот способ иногда оказывается более практичным, чем использование выражений (3.2) и в тех случаях, когда пространственное распределение величины ζ дается в аналитической форме, так как вид выражений (3.2) может оказаться чрезмерно громоздким.

Рисунок приливной карты дает информацию о распространении приливной волны соответствующего периода. В общем направление фазовой скорости такой волны определяется нормалью к котидальным линиям, а сама скорость обратно пропорциональна их густоте. При этом, однако, следует отметить, что котидальные

линии в общем случае не совпадают с гребнем приливной волны. Такое совпадение имеет место лишь в частном случае чисто прогрессивной волны, когда координаты точек полной воды, определяемые условием $\partial\zeta/\partial t=0$, совпадают с координатами гребня волны, бегущей в направлении оси x, определяемыми условием $\partial\zeta/\partial x=0$ [157]. Соотношения между гребнем приливной волны и котидальной линией в общем случае смешанной волны рассмотрены в работах [52, 86, 158].

Картографическое представление приливных течений имеет свои особенности. Изложенные выше способы изображения применимы только к скалярным компонентам вектора течения — величинам u и v. При рассмотрении отдельной приливной гармоники эти величины косинусоидально изменяются во времени и подобно величине ζ могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} u &= U\cos(\sigma t - g_u) = u_1\cos(\sigma t) + u_2\sin(\sigma t); \\ v &= V\cos(\sigma t - g_v) = v_1\cos(\sigma t) + v_2\sin(\sigma t), \end{aligned} \tag{3.3}$$

где

$$u_1 = U\cos g_u; \qquad u_2 = U\sin g_u;$$

$$v_1 = V\cos g_v; \qquad v_2 = V\sin g_v,$$

а U, V и g_u, g_v — амплитуды и фазы указанных компонентов течения. Таким образом, для каждого из этих компонентов в принципе возможно построение карт изолиний величин U и g_u или V и g_v, однако наглядного представления о пространственном распределении и временной изменчивости вектора течения **u** такие карты не дают. Поэтому чаще пользуются картами, на которых изображены сами векторы приливного течения — либо в виде набора карт векторных полей на различные моменты времени, либо в виде единой карты, в различных точках которой изображены годографы скорости течения, имеющие вид эллипсов, с оцифровкой ежечасных векторов. Употребляются также карты пространственного распределения отдельных элементов эллипса течения (размеры большой и малой полуоси, т. е. максимального и минимального течения; направления осей; коэффициента полноты с указанием направления вращения; фазы максимального течения и т. д.), на которых значения указанных элементов показаны с помощью изолиний. О характеристиках эллипса приливного течения уже шла речь в разделе 2.2 (с. 59—61). Аналитические выражения для элементов такого эллипса приведены, в частности, в работе [101], а также [34].

Из сказанного выше следует, что необходимые для расчета потоков энергии величины ζ, u и v при рассмотрении отдельной приливной гармоники могут быть заданы каждая парой постоянных характеристик: либо амплитудой и фазой, либо своими значе-

ниями в моменты $t=t_0$ и $t=t_0\pm\tau/4$. Обычно пользуются первым способом представления гармонических колебаний уровня и компонентов течения, но иногда оказывается целесообразным воспользоваться вторым. В таком случае выражения (2.62) для w_x и w_y приобретают вид

$$\begin{aligned} w_x &= (1/2)\,\rho g h\,[\zeta_1 u_1 + \zeta_2 u_2 + (\zeta_1 u_1 - \zeta_2 u_2)\cos(2\sigma t) + \\ &\quad + (\zeta_1 u_2 + \zeta_2 u_1)\sin(2\sigma t)]; \\ w_y &= (1/2)\,\rho g h\,[\zeta_1 v_1 + \zeta_2 v_2 + (\zeta_1 v_1 - \zeta_2 v_2)\cos(2\sigma t) + \\ &\quad + (\zeta_1 v_2 + \zeta_2 v_1)\sin(2\sigma t)], \end{aligned} \tag{3.4}$$

а для чистых потоков имеем простые выражения

$$\begin{aligned} \langle w_x\rangle &= (1/2)\,\rho g h\,(\zeta_1 u_1 + \zeta_2 u_2); \\ \langle w_y\rangle &= (1/2)\,\rho g h\,(\zeta_1 v_1 + \zeta_2 v_2). \end{aligned} \tag{3.5}$$

3.2. Перенос энергии свободными приливными волнами

3.2.1. Плоские приливные волны

При постоянной глубине h плоская *прогрессивная волна*, распространяющаяся вдоль оси x, описывается выражениями [34]:

$$\begin{aligned} \zeta &= a\cos(\sigma t \mp kx); \\ u &= \pm\, a\sqrt{g/h}\cos(\sigma t \mp kx); \\ v &= 0, \end{aligned} \tag{3.6}$$

где a — амплитуда волнового возвышения уровня; $k=2\pi/\lambda$ — волновое число, а $\lambda=2\pi\sqrt{gh}/\sigma$ — длина приливной волны. Здесь верхние знаки в выражениях для ζ и u относятся к волне, бегущей в направлении положительных x, а нижние — к встречной волне. Подстановка выражений (3.6) для ζ и u в (2.3) или (2.40) дает

$$\mathbf{w} = w_x = (1/2)\,M\,\{1 + \cos[2(\sigma t - kx)]\}, \tag{3.7}$$

где

$$M = \rho g a^2\sqrt{gh}, \tag{3.8}$$

откуда следует, что поток энергии имеет форму волны с максимальным значением M, бегущей в сторону распространения приливной волны с той же скоростью $\sqrt{gh}$; однако эта «w-волна» вдвое короче, чем «ζ-волна» или «u-волна», и целиком «припод-

нята» над нулевым значением (рис. 3.1). Энергетические векторные диаграммы для любой фиксированной точки имеют прямоугольную форму в соответствии с реверсивным характером течений. Поток энергии является полностью активным с плотностью чистого потока, равной

$$\langle \mathrm{w} \rangle = M/2. \tag{3.9}$$

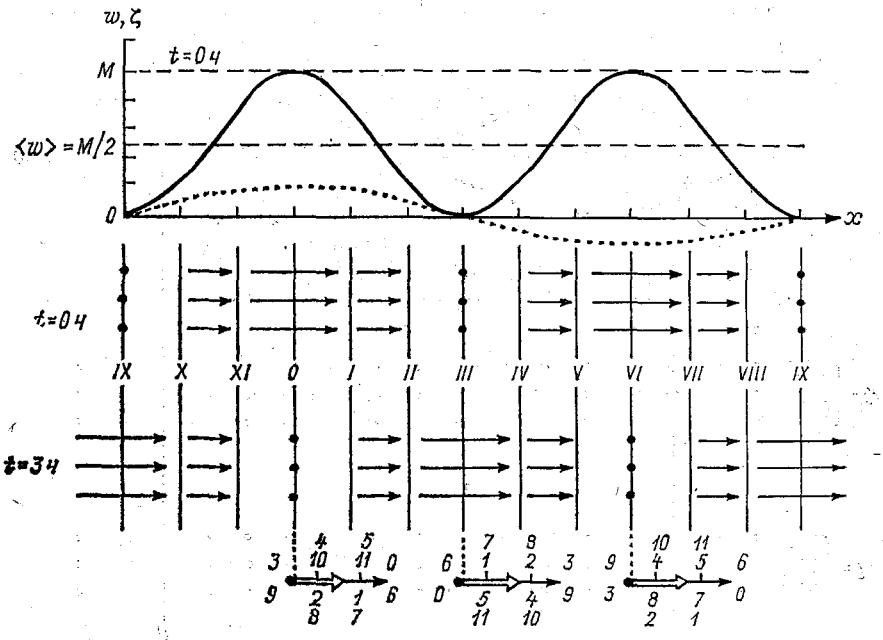


Рис. 3.1. Поток энергии w (сплошная кривая) в плоской прогрессивной волне в момент $t=0$. Точечная линия — положение уровня ζ. Векторные поля потока энергии показаны для двух моментов времени. Котидальные линии обозначены римскими цифрами. Для точек, лежащих на котидалях 0, III и VI, приведены энергетические векторные диаграммы, на которых широкими стрелками показаны чистые потоки $\langle w \rangle$. Цифры на диаграммах — моменты времени в часах.

В *стоячей волне*, образованной встречными прогрессивными волнами с равными амплитудами a, имеем [34]:

$$\zeta = S\cos(kx)\cos(\sigma t);$$
$$u = S\sqrt{g/h}\sin(kx)\sin(\sigma t), \tag{3.10}$$

где $S=2a$ — амплитуда стоячей волны. Выражение для плотности потока энергии здесь будет (нижний индекс «x» можно опустить):

$$w = M\sin(2kx)\sin(2\sigma t), \tag{3.11}$$

т. е. поток энергии имеет вид вдвое укороченной (по сравнению с приливной волной) стоячей волны, колеблющейся с удвоенной (по сравнению с приливной) частотой (рис. 3.2). Во всех точках бассейна поток является полностью реактивным (чистый поток равен нулю) и обусловлен знакопеременной «перекачкой» энергии

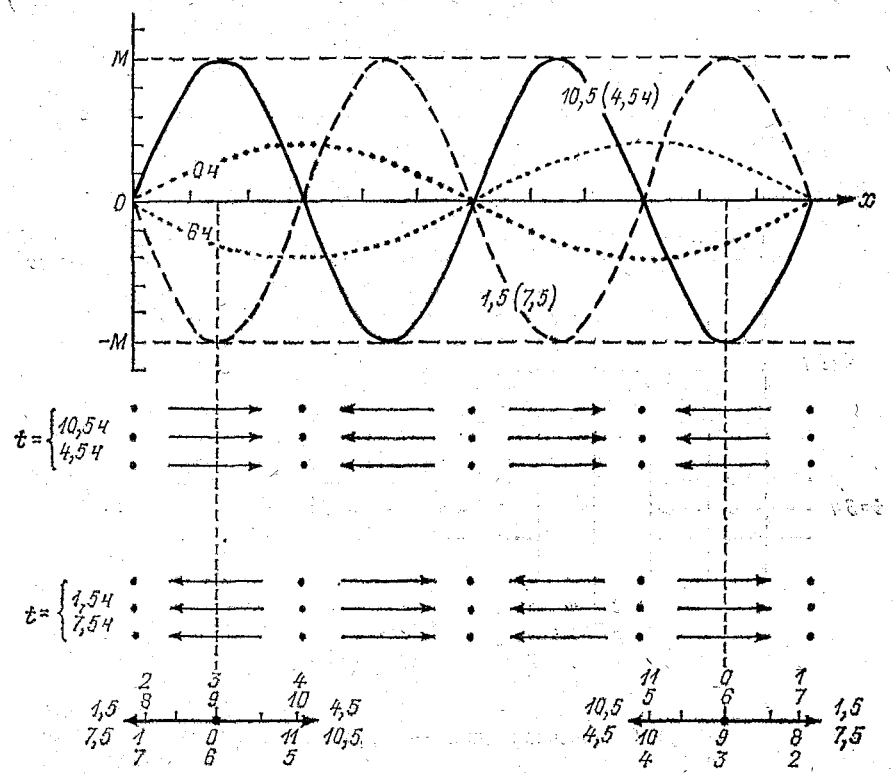


Рис. 3.2. Потоки энергии в плоской стоячей волне для четырех моментов времени, указанных на рисунке (обозначения см. на рис. 3.1). Энергетические векторные диаграммы неодинаковы в разных точках, достигая максимумов посредине между узлом и пучностью,— для двух таких точек указанные диаграммы приведены.

из узлов в пучности и обратно. Так как в пучностях $u \equiv 0$, а в узлах $\zeta \equiv 0$, то эти точки непроницаемы для потока энергии и являются точками его конвергенции и дивергенции; в окрестностях этих точек энергия периодически накапливается в потенциальной (пучности) либо кинетической (узлы) форме. Перенос энергии осуществляется только в пределах отдельных «отсеков» длиной $\lambda/4$, посреди каждого из которых поток энергии периодически развивает максимальную мощность $w_{\text{макс}} = \pm M$. Энергетическая векторная диаграмма для различных точек показана на рис. 3.2.

Выражения для *смешанной волны*, образованной встречными волнами с неравными амплитудами a и $b=ra$, могут быть записаны в виде [34]

$$\zeta = a[(1-r)\cos(\sigma t - kx) + 2r\cos(kx)\cos(\sigma t)];$$
$$u = a\sqrt{g/h}[(1-r)\cos(\sigma t - kx) + 2r\sin(kx)\sin(\sigma t)], \tag{3.12}$$

где первые слагаемые в правых частях описывают прогрессивную, а вторые слагаемые — стоячую долю суммарной волны, причем величина r, характеризующая соотношение амплитуд встречных волн, в бассейнах типа залива обычно имеет смысл амплитудного коэффициента отражения. При $r=0$ либо $r=1$ выражения (3.12) переходят в (3.6) либо (3.10).

Чисто встречная интерференция, приводящая к образованию стоячих или смешанных приливных волн, происходит обычно в вытянутых каналообразных бассейнах и обусловлена их формой, способствующей продольному распространению волн. Не касаясь здесь деталей (изложенных, например, в работе [34] на с. 53—57), отметим лишь общее правило, согласно которому узловые зоны характеризуются сгущением котидалей и минимальными амплитудами, тогда как в пучностях котидали расположены редко, а амплитуды — максимальны. Течения во всех случаях остаются реверсивными и направленными вдоль оси бассейна, а их скорости имеют максимальные значения в узловых зонах и минимальны в зонах пучностей.

В смешанной волне, описываемой выражениями (3.12), для плотности потока энергии имеем

$$w = w_a + w_r = (1/2)M(1-r^2)\{1+\cos[2(\sigma t - kx)]\} + \\ + Mr^2\sin(2kx)\sin(2\sigma t), \tag{3.13}$$

а интенсивность чистого потока, совпадающего по направлению с прогрессивной долей смешанной волны, в любой точке равна

$$\langle w\rangle = M(1-r^2)/2. \tag{3.14}$$

Выражение (3.13) содержит активную (w_a) и реактивную (w_r) части, пропорциональные энергетическим коэффициентам пропускания $(1-r^2)$ и отражения (r^2) и связанные с прогрессивной и стоячей долями суммарной волны. Количественной мерой «реактивности» потока энергии может служить отношение между максимальными значениями w_r и w_a, т. е. величина $r^2/(1-r^2)$. Реактивная часть сравнивается с активной по своей максимальной мощности при $r=\sqrt{0{,}5}$, т. е. когда встречная волна составляет по своему энергозапасу половину от прямой.

На рис. 3.3 изображено распределение величин w, w_a и w_r вдоль оси x на разные моменты приливного цикла для случая $r^2/(1-r^2)=0{,}5$ вместе с **w**-диаграммами для разных точек. На рис. 3.4 показаны соответствующие поля вектора **w** для трех

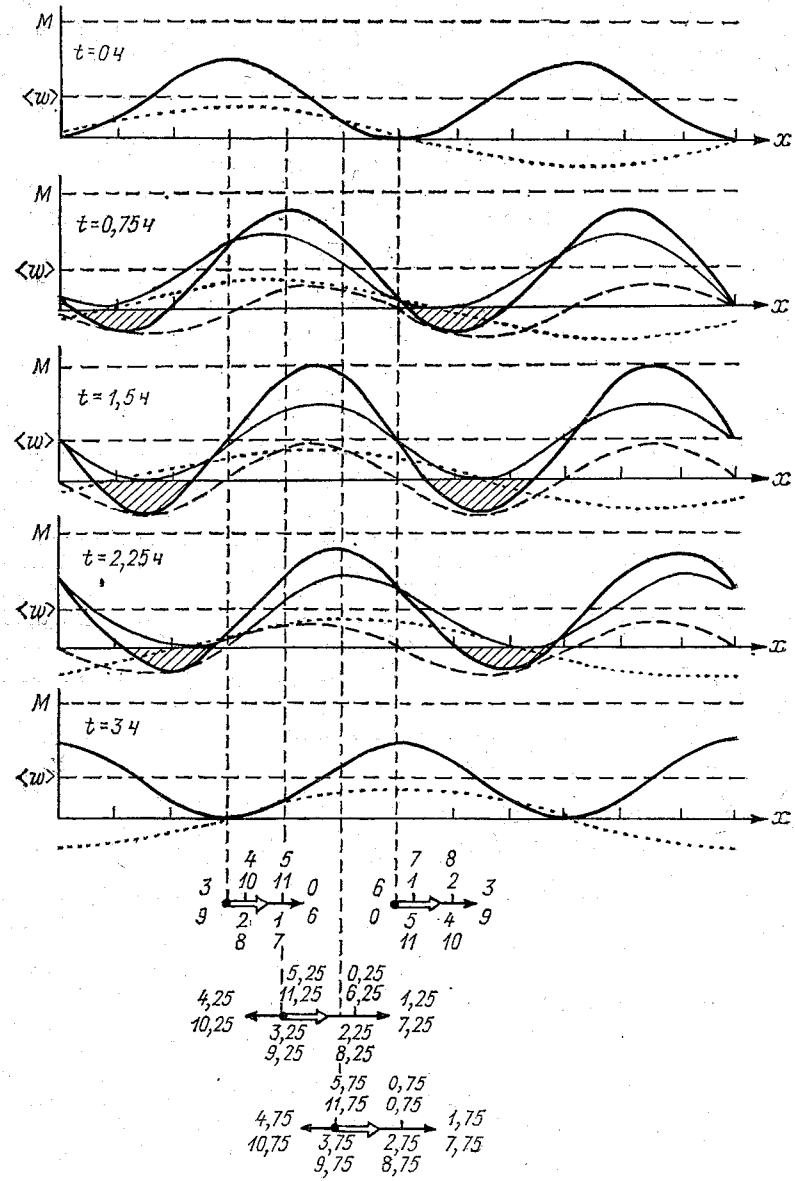


Рис. 3.3. Распределение плотности активного (тонкие линии), реактивного (пунктир) и полного (жирные линии) потока энергии в смешанной волне при $r=0{,}577$ в различные моменты приливного цикла. Заштрихованы зоны встречных потоков. Точечной линией показано положение прогрессивной доли смешанной волны. В нижней части рисунка — энергетические диаграммы для разных точек. Цифры на диаграммах — моменты времени в часах.

моментов. За счет реактивности мгновенное поле потока энергии имеет «отрицательные» зоны с встречным потоком (заштрихованы на рис. 3.3 и 3.4), которые исчезают только в момент перехода значения w_r через нуль. Эти зоны встречных потоков достигают наибольшего развития в моменты максимальных значений w_r, что одновременно совпадает с усилением положительно направлен-

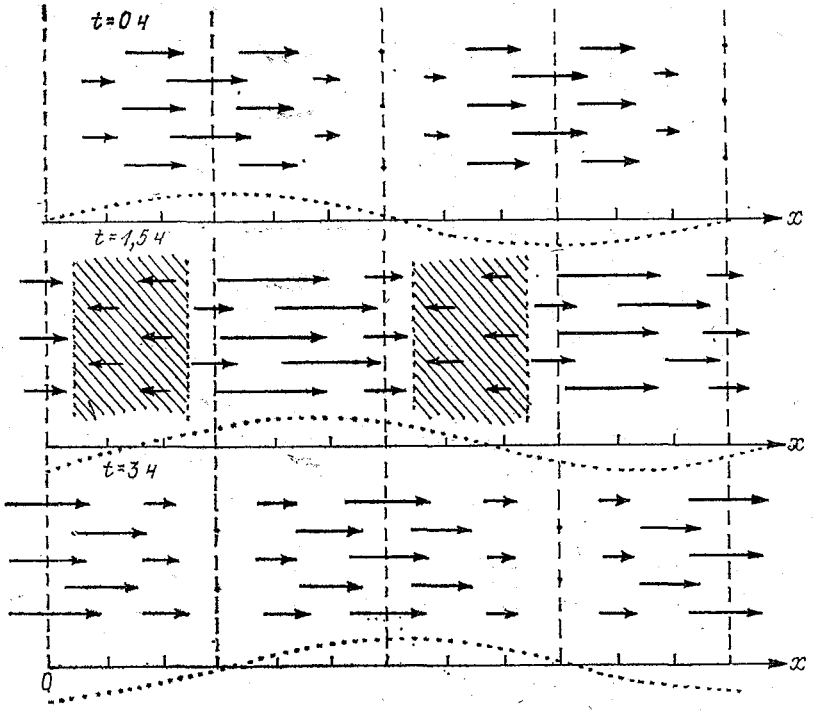


Рис. 3.4. Векторное поле потока энергии в плоской смешанной волне (r=0,577) в три момента приливного цикла. Выделены зоны встречных потоков. Точечная линия — прогрессивная доля смешанной волны.

ных потоков w в своих зонах. Таким образом, поле величин w, смещаясь в сторону распространения прогрессивной доли смешанной волны, периодически (с частотой 4σ) изменяет свою контрастность.

3.2.2. Косая интерференция прогрессивных волн

Выше указывалось, что встречная интерференция прогрессивных приливных волн типична для сравнительно узких каналообразных бассейнов. Для широких бассейнов и открытых океанских побережий характерным является более общий случай косой интерференции приливных волн, имеющих произвольные направле-

ния распространения. Результирующие волновые движения при этом уже не будут плоскими.

Рассмотрим три характерных типа береговой геометрии: а) открытый прямолинейный берег; б) береговая черта с резким изломом типа «угла» и в) широкий канал.

а) **Прямолинейный берег.** Если интерференция возникает при косом отражении волны $\zeta = a\cos(\sigma t - k'x + k''y)$ от прямолиней-

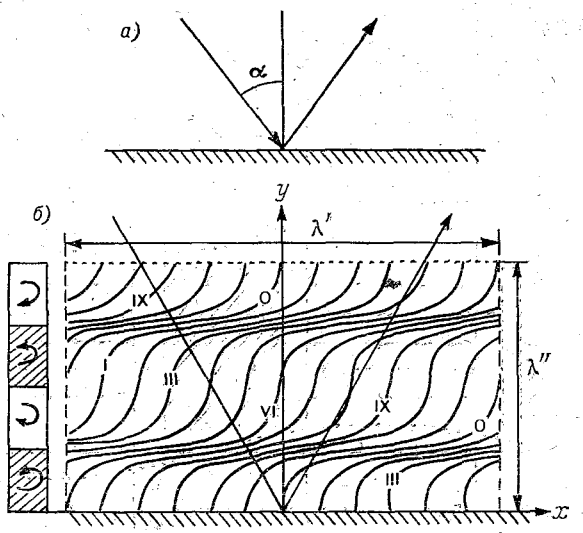


Рис. 3.5. Двумерная интерференционная волна, возникающая при косом отражении плоской волны от прямолинейного берега при частичном поглощении энергии у берега.

а — схема косого отражения; *б* — котидальные линии, имеющие переменную по знаку кривизну в зависимости от расстояния от берега. Аналогичным образом происходит смена направления вращения приливных течений.

ного берега, совпадающего с осью x (рис. 3.5), то выражения для суммарной картины колебаний уровня и течений будут:

$$\begin{aligned}
\zeta &= a[(1+r)\cos(k''y)\cos(\sigma t - k'x) - \\
&\quad - (1-r)\sin(k''y)\sin(\sigma t - k'x)]; \\
u &= a\sqrt{g/h}\sin\alpha\,[(1+r)\cos(k''y)\cos(\sigma t - k'x) - \\
&\quad - (1-r)\sin(k''y)\sin(\sigma t - k'x)]; \qquad (3.15) \\
v &= a\sqrt{g/h}\cos\alpha\,[(1+r)\sin(k''y)\sin(\sigma t - k'x) - \\
&\quad - (1-r)\cos(k''y)\cos(\sigma t - k'x)],
\end{aligned}$$

где r — коэффициент отражения от берега; α — угол падения (отражения), а $k' = k\sin\alpha$ и $k'' = k\cos\alpha$ — продольная и поперечная

(относительно берега) проекции волнового вектора k. Свойства результирующей приливной карты и поля течений для такого случая анализируются в работе [34, с. 57—64]. Здесь отметим только, что возникающая «двумерная» волна распространяется вдоль берега с фазовой скоростью $c' = \sqrt{gh}\,\mathrm{cosec}\,\alpha$, а все котидальные линии имеют одинаковую криволинейную форму, причем знак кривизны определяется знаком величины $\mathrm{tg}\,(k''y)$, а именно, при $\mathrm{tg}\,(k''y) > 0$ котидальная линия выгнута в направлении движения суммарной волны, а при $\mathrm{tg}\,(k''y) < 0$ — наоборот (см. рис. 3.5). Течения в общем являются вращающимися, и их годограф представляет собой эллипс, параметры которого зависят от удаления от берега. Направление вращения течения определяется, как известно [34, 101], знаком критерия

$$\Delta = u_1 v_2 - u_2 v_1, \tag{3.16}$$

причем при $\Delta < 0$ течение вращается по часовой стрелке, а при $\Delta > 0$ — наоборот. В данном случае критерий Δ имеет вид

$$\Delta = (g/h)\, a^2 r \sin(2\alpha) \sin(2k''y). \tag{3.17}$$

Отсюда следует, что направление вращения течений и кривизна котидалей сохраняют свой знак в пределах одних и тех же зон, вытянутых вдоль берега полосами шириной $\pi/(2k'') = \lambda''/4$, где k'' — «нормальное» к берегу волновое число, а λ'' — соответствующая длина волны. Если берег находится справа от падающей волны (случай «берег справа»), то прилегающая к берегу первая зона шириной $\lambda''/4$ является зоной левого вращения течений, далее с удалением от берега расположена зона правого вращения, потом снова — левого и т. д. В случае «берег слева» это правило меняется на противоположное. В то же время указанное выше соответствие между знаком кривизны котидальной линии и направлением фазовой скорости волны сохраняется при любом положении берега.

Подстановка (3.15) в (2.3) дает выражения для составляющих плотности потока энергии:

$$\begin{aligned} w_x &= (1/2)\, M_x \{c_1 + c_2 \cos[2(\sigma t - k'x)] - c_3 \sin[2(\sigma t - k'x)]\}; \\ w_y &= (1/2)\, M_y \{-d_1 - d_2 \cos[2(\sigma t - k'x)] + d_3 \sin[2(\sigma t - k'x)]\}, \end{aligned} \tag{3.18}$$

где

$$\begin{aligned} M_x &= M \sin\alpha; & M_y &= M \cos\alpha; \\ c_1 &= 1 + 2r\cos(2k''y) + r^2; & d_1 &= (1 - r^2); \\ c_2 &= 2r + (1 + r^2)\cos(2k''y); & d_2 &= (1 - r^2)\cos(2k''y); \\ c_3 &= (1 - r^2)\sin(2k''y); & d_3 &= (1 + r^2)\sin(2k''y). \end{aligned}$$

В каждом из выражений (3.18) первые два члена в фигурных скобках характеризуют активную, а третий член — реактивную составляющие соответствующих компонентов потока энергии. Для чистого потока имеем

$$\langle w_x \rangle = (1/2) M_x c_1 = (1/2) \rho g \sqrt{gh}\, a^2 \sin\alpha [1 + 2r \cos(2k''y) + r^2];$$
$$\langle w_y \rangle = -(1/2) M_y d_1 = -(1/2) \rho g \sqrt{gh}\, a^2 \cos\alpha (1 - r^2). \tag{3.19}$$

При полном отражении от берега ($r=1$) выражения (3.18) сводятся к

$$w_x = M_x [1 + \cos(2k''y)] \{1 + \cos[2(\sigma t - k'x)]\};$$
$$w_y = M_y \sin(2k''y) \sin[2(\sigma t - k'x)], \tag{3.20}$$

а для плотности чистого потока получаем

$$\langle w_x \rangle = M_x [1 + \cos(2k''y)];$$
$$\langle w_y \rangle = 0. \tag{3.21}$$

При нормальном подходе приливной волны к берегу ($\alpha=0$) вдольбереговой поток энергии w_x равен нулю, а для нормального к берегу потока w_y из (3.18) получаем

$$w_y = (1/2) M \{-(1 - r^2) \{1 + \cos[2(\sigma t - ky)]\} + 2r^2 \sin(2ky) \sin(2\sigma t)\}, \tag{3.22}$$

что совпадает с (3.13) с учетом того, что теперь прямая и встречные волны распространяются вдоль оси y и активная составляющая является отрицательно направленной. Чистый поток при этом направлен «в берег», т. е. $\langle w_y \rangle = -M(1 - r^2)/2$. При полном поглощении ($r=0$) и при полном отражении ($r=1$) выражения для w_y будут:

$$r = 0: \quad w_y = -M\{1 + \cos[2(\sigma t - ky)]\}/2;$$
$$\langle w_y \rangle = -M/2;$$
$$r = 1: \quad w_y = M \sin(2ky) \sin(2\sigma t);$$
$$\langle w_y \rangle = 0.$$

В другом предельном случае, когда первичная приливная волна распространяется вдоль берега ($\alpha=90°$), мы имеем $w_y=0$; при этом в выражении для вдольберегового потока энергии надо положить $r=0$, поскольку условия для отражения отсутствуют. Тогда выражение для w_x переходит в (3.7).

Проиллюстрируем полученные результаты применительно к ситуации, изображенной на рис. 3.6, 3.7. На рис. 3.6 изображено поле потоков энергии w на момент полной воды в точке начала координат. С течением времени это поле смещается вдоль оси x со скоростью $c' = \sigma/k' = \sqrt{gh}\,\mathrm{cosec}\,\alpha$. Энергетические векторные диаграммы, как и эллипсы течений, изменяют форму и ориентацию в зависимости от координаты y (расстояние от берега), а от координаты x зависит лишь их оцифровка. На рис. 3.7 показано векторное поле чистого потока. Существенным здесь является то,

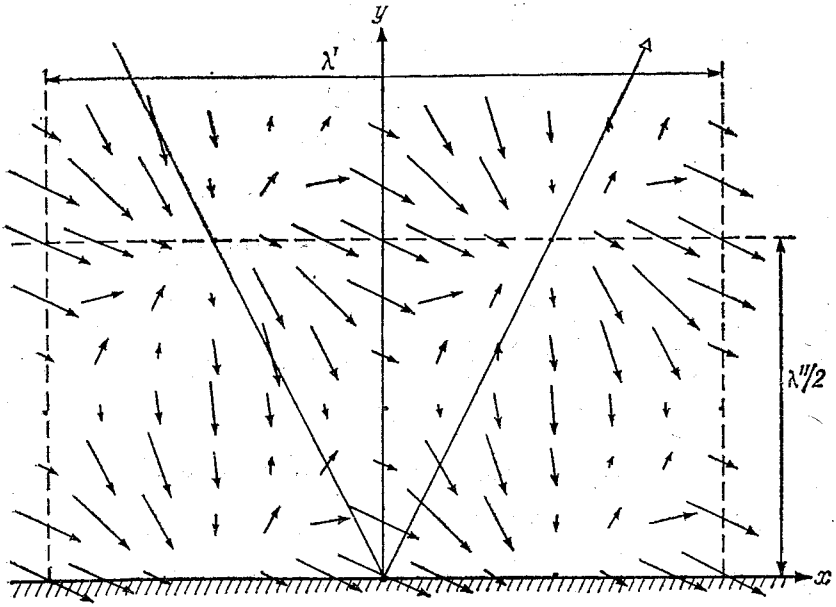


Рис. 3.6. Мгновенное поле волновых энергетических потоков на момент полной воды в начале координат при неполном косом отражении плоской волны от прямолинейного берега.

что чистый поток хотя и остается нормальным к котидальным линиям, теперь не совпадает по направлению с фазовой скоростью c', направленной всегда вдоль оси x (т. е. по биссектрисе угла между скрещивающимися волнами независимо от соотношения их амплитуд). Направление чистого потока переменно: при фиксированных значениях $\alpha \neq 0$ и $r \neq 0$ оно определяется расстоянием от берега y, но не зависит от вдольбереговой координаты x. При этом, как видно из (3.19), пространственное изменение испытывает только вдольбереговой компонент чистого потока $\langle w_x \rangle$ (он периодически зависит от y без смены знака), в то время как нормальный к береговой черте компонент w_y остается неизменным как вдоль берега, так и на любом удалении от него.

При всех значениях $\alpha \neq 90°$ и $r \neq 1$ чистый поток отклоняется от линии берега в сторону суши на угол

$$\delta = \operatorname{arctg}\left(\frac{d_1}{c_1}\operatorname{ctg}\alpha\right); \tag{3.23}$$

минимальное значение которого $\delta_{мин} = \operatorname{arctg}\left(\frac{1-r}{1+r}\operatorname{ctg}\alpha\right)$ соответ-

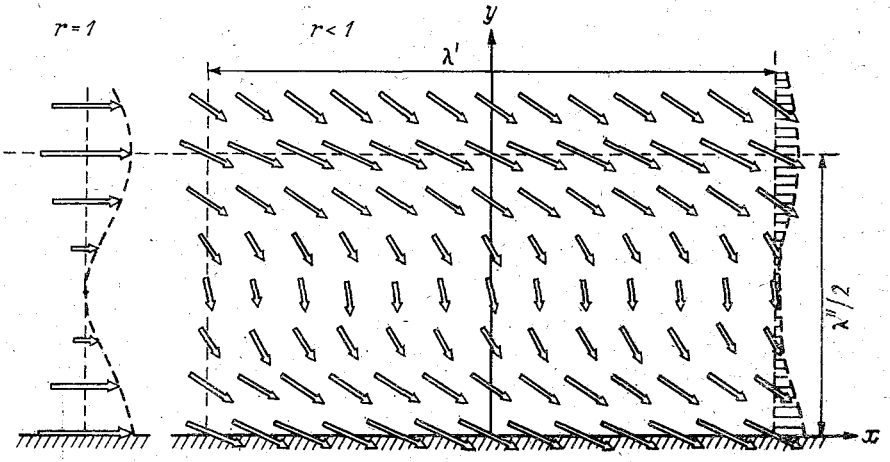


Рис. 3.7. Векторное поле чистых волновых потоков энергии при косом отражении плоской волны от прямолинейного берега. Показаны случаи полного ($r=1$) и неполного ($r<1$) отражения.

ствует значениям $y_m = 2n(\lambda''/4)$, а максимальное $\delta_{макс} = \operatorname{arctg}\left(\frac{1+r}{1-r}\operatorname{ctg}\alpha\right)$ — значениям $y_M = (2n+1)(\lambda''/4)$, где $n=0, 1, 2, \ldots$, а $\lambda'' = (2\pi/\sigma)\sqrt{gh}\sec\alpha$. Другими словами, максимальная «параллельность» чистого потока линии берега имеет место на самой этой линии и на расстояниях от берега, равных четному числу четвертинок длины «нормальной» волны λ'', а максимальная «перпендикулярность» — на расстояниях, равных нечетному числу указанных четвертинок. При полном отражении от берега ($r=1$) чистый поток энергии повсюду параллелен береговой черте и изменяется с удалением от берега без смены знака, достигая максимальных значений $2M_x$ при $y=y_m$ и принимая нулевые значения при $y=y_M$.

б) **Резкий излом берега.** Если отражающая береговая граница не прямолинейна, а испытывает резкий излом, образуя залив типа «угла», то картина результирующих приливных колебаний осложняется из-за вторичных отражений. Рассмотрим случай, когда береговая линия образует прямой угол, а первичная приливная волна, имеющая амплитуду a, по-прежнему распространяется под углом α к оси y, причем на перпендикулярных друг к другу участках берега, совпадающих с осями x и y (назовем их «x-берегом»

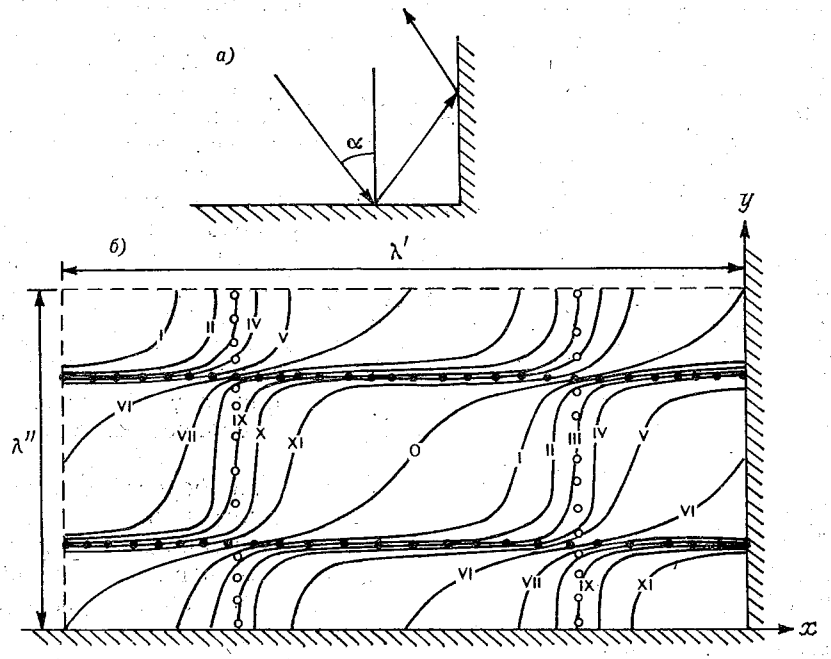


Рис. 3.8. Двумерная интерференционная волна при прямоугольном изломе берега и различной энергопоглощающей способности берегов ($r_x > r_y$).

а — схема отражения; *б* — котидальные линии. Черными и белыми кружками показаны зоны *x*-узлов и *y*-узлов.

и «*y*-берегом»), заданы различные коэффициенты отражения r_x и r_y. В этом случае выражения для суммарных колебаний уровня и течений можно записать в виде:

$$\zeta = a[\cos(\sigma t - k'x + k''y) + r_x \cos(\sigma t - k'x - k''y) + r_y \cos(\sigma t + k'x + k''y) + r_x r_y \cos(\sigma t + k'x - k''y)];$$

$$u = a\sqrt{g/h}\sin\alpha[\cos(\sigma t - k'x + k''y) + r_x \cos(\sigma t - k'x - k''y) - r_y \cos(\sigma t + k'x + k''y) - r_x r_y \cos(\sigma t + k'x - k''y)]; \quad (3.24)$$

$$v = a\sqrt{g/h}\cos\alpha[-\cos(\sigma t - k'x + k''y) + r_x \cos(\sigma t - k'x - k''y) - r_y \cos(\sigma t + k'x + k''y) + r_x r_y \cos(\sigma t + k'x - k''y)].$$

Котидальная карта суммарных колебаний, показанная на рис. 3.8, свидетельствует о наличии двумерной прогрессивно-стоячей волны, в которой зоны пучностей имеют вид ячеек, окаймленных узловыми зонами в форме сетки, которая образована пересекающимися системами *x*- и *y*-узлов, параллельных соответствующим отражающим участкам берега. Здесь приняты значения $r_x =$

$=0{,}8$ и $r_y=0{,}5$, поэтому x-узлы выражены более четко. Расстояния от берега до ближайшего узла и между узлами равны соответственно $\lambda'/4$ и $\lambda'/2$ для x-узлов и $\lambda''/4$ и $\lambda''/2$ для y-узлов. Как и в случае прямолинейного берега, котидальные линии имеют переменную кривизну (и прежнее правило смены знака кривизны сохраняет силу), однако теперь форма котидалей зависит от того, к какому часу она относится, т. е. от расстояния до каждого из берегов. Таким образом, в отличие от случая прямолинейного берега, разные котидальные линии имеют разную форму. Кроме того, в случае углового излома берега суммарный волновой рельеф не смещается, оставаясь неизменным, вдоль x-берега, а изменяется таким образом, который соответствует «уходу в угол» прогрессивной доли суммарной волны. Направление этого ухода определяется соотношением поглощающих (или соответственно отражающих) способностей каждого из двух участков берега: более сильно поглощающий участок сильнее «отсасывает на себя» суммарную волну.

Наличие прямоугольного излома в линии берега оказывает существенное влияние на прибрежную картину приливных течений, особенно в отношении направления их вращения. Фактически мы имеем здесь ситуацию, когда случаи «берег справа» и «берег слева» существуют одновременно; при этом важную роль для результирующей картины также играет соотношение отражающей способности «правого» и «левого» участков берега, т. е. величина r_y/r_x. Чтобы выяснить, как от этого соотношения зависит форма областей противоположного вращения приливных течений, подставим выражения (3.24) в выражение (3.16) для критерия Δ, в результате чего после ряда преобразований получим:

$$\Delta=(g/h)\,a^2\sin(2\alpha)\left[r_y(1-r_x^2)\sin(2k'x)+r_x(1-r_y^2)\sin(2k''y)\right]. \tag{3.25}$$

При $r_y=0$ выражение (3.25) сводится к (3.17). Уравнение линии, разделяющей области противоположного вращения течений, получим, приравняв Δ к нулю, откуда

$$2k''y=\arcsin\left[-\frac{r_y(1-r_x^2)}{r_x(1-r_y^2)}\sin(2k'x)\right]. \tag{3.26}$$

На рис. 3.9 показано, как изменяется форма областей противоположного вращения в зависимости от соотношения величин r_y и r_x. Если обратиться для сравнения к рис. 3.7, который можно считать относящимся к случаю $r_y=0$, то видно, что отражение от y-берега нарушает форму этих областей, имевших без этого отражения границы, параллельные x-берегу. Если отражение от y-берега («y-отражение») существует, но менее интенсивно, чем отражение от x-берега («x-отражение»), то происходит синусоидальное искривление первоначально прямолинейных границ об-

ластей противоположного вращения, причем прилегающая к x-берегу зона левого вращения «отрывается» от этого берега на участках, соответствующих нечетным четвертинкам длины λ', начиная от самой угловой точки. По мере усиления y-отражения искривление границ возрастает, и при $r_y = r_x$ поле зон правого и левого вращения приобретает ячеистую ромбовидную структуру

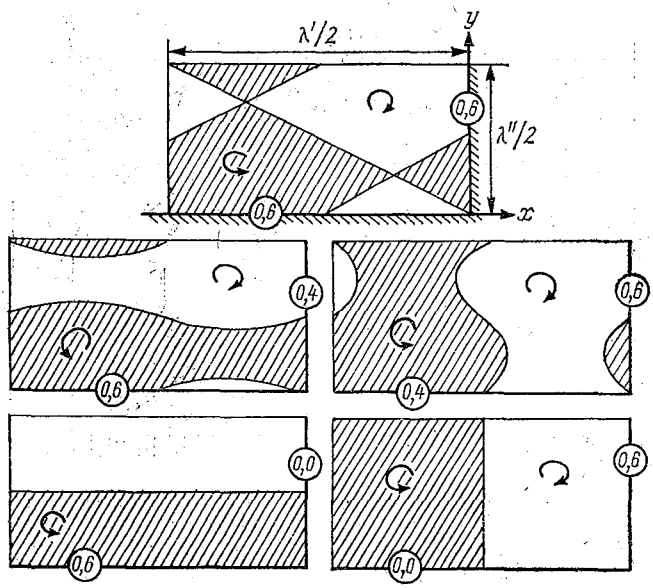


Рис. 3.9. Зависимость формы зон противоположного вращения приливных течений от энергопоглощающей способности берегов при прямоугольном изломе береговой черты.

с прямолинейными границами. При $r_y > r_x$ происходит перестройка поля зон вращения — теперь эти зоны имеют вид полос, вытянутых вдоль y-берега, и чем больше преобладание r_y над r_x, тем более выпрямляются границы зон, стремясь к полной прямолинейности при $r_x \to 0$. Следует отметить, что вблизи критического значения отношения r_y/r_x, равного 1, форма указанных зон чрезвычайно чувствительна к изменению этого отношения.

Выражения для потоков энергии, как и в предыдущих случаях, могут быть получены подстановкой выражений (3.24) в (2.3). На рис. 3.10 показана картина чистых потоков, соответствующая значениям $r_x = 0{,}8$, $r_y = 0{,}5$. Из рисунка видно, что параметры чистого потока зависят как от y, так и от x. В общем потоки энергии максимальны по абсолютному значению в центрах ячеек пучностей и минимальны на пересечении линий узлов. Можно выделить параллельные берегам полосы повышенной интенсивности потоков, совпадающие с «цепочками» пучностей, и полосы понижен-

ной интенсивности, совпадающие с узловыми зонами. Вдоль каждой полосы продольный компонент чистого потока остается неизменным, а в поперечном направлении он периодически меняется от полосы к полосе без смены знака. В результате при постоянной поглощающей способности каждой стороны берегового «угла» (определяемой величинами $1-r_x^2$ или $1-r_y^2$) абсолютное зна-

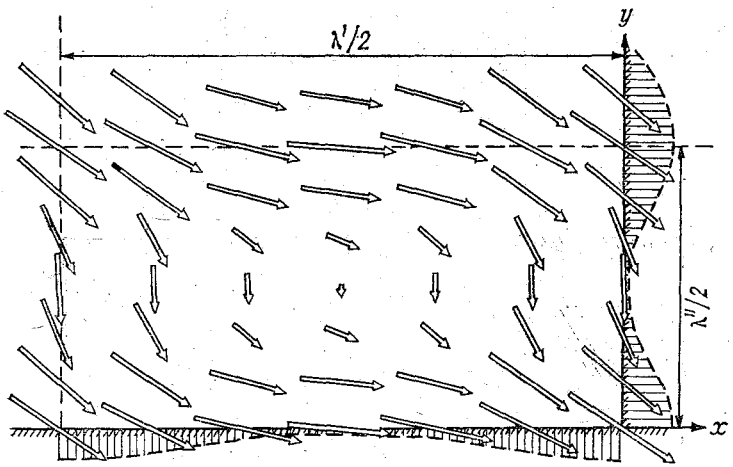


Рис. 3.10. Векторное поле чистых волновых потоков энергии при отражении плоской приливной волны от берега с прямоугольным изломом (энергопоглощающая способность каждого из участков берега различна: $r_x=0{,}8$; $r_y=0{,}5$).

чение поглощаемой энергии (пропорциональное «входящему в берег» нормальному компоненту чистого потока) периодически изменяется вдоль береговой черты, образуя зоны максимального поглощения в районах прибрежных пучностей, перемежаемые зонами с относительно слабым поглощением.

в) **Широкий канал.** Рассмотренные выше закономерности позволяют определить свойства интерференционных двумерных приливных волн, распространяющихся в вытянутых каналообразных бассейнах (волноводах). Если берега такого канала представляют собой полностью отражающие границы ($r=1$), то для волны, идущей в сторону положительных x, из выражений (3.15) получаем:

$$\begin{aligned} \zeta &= 2a\cos(k''y)\cos(\sigma t - k'x); \\ u &= 2a\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k''y)\cos(\sigma t - k'x); \\ v &= 2a\sqrt{g/h}\cos\alpha\sin(k''y)\sin(\sigma t - k'x), \end{aligned} \tag{3.27}$$

причем необходимое для полного отражения условие непротекания $v\equiv 0$ выполняется при значениях $x=n\lambda''/2$, где $n=0, 1, 2\ldots$

Отсюда следует, что величина $b=(n+1)\lambda''/2$ определяет возможную ширину канала, способного «пропустить через себя» интерференционную волну типа (3.27). Из выражения для b видно, что при заданных σ и h ширина b определяется углом α и имеется минимальное значение $b_{\text{мин}}=\pi\sqrt{gh}/\sigma$, равное половине длины исходной волны λ; в этом предельном случае волновое движение вырождается в чисто стоячую волну, поперечную относительно

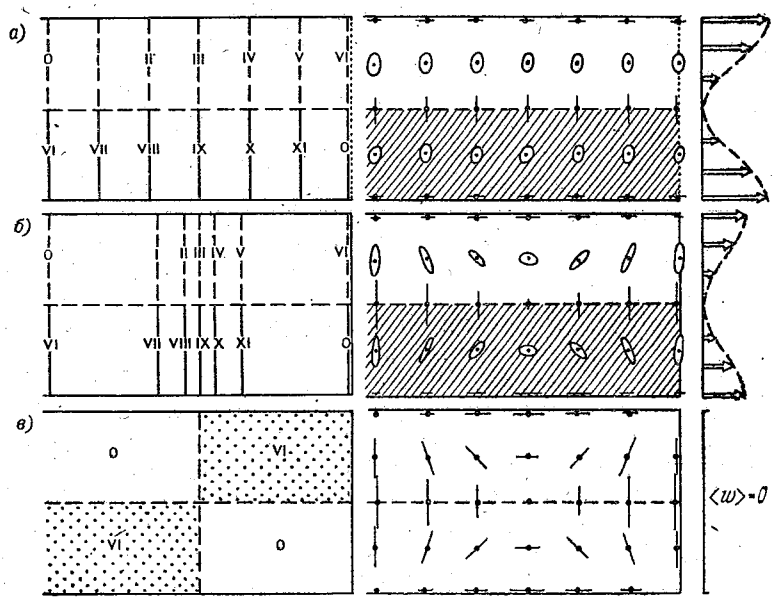


Рис. 3.11. Интерференционная приливная волна в широком канале при различном отражении в его торце. Слева направо: котидальные линии; эллипсы течения (зоны левого вращения заштрихованы); эпюры чистых потоков энергии.

а — нулевое отражение ($r=0$); *б* — частичное отражение ($r=0{,}6$); *в* — полное отражение ($r=1{,}0$).

канала. При $b < b_{\text{мин}}$ для заданной частоты σ в канале могут существовать лишь плоские волны типа (3.6), (3.10), (3.12).

Суперпозиция двух встречных интерференционных волн в канале или каналообразном заливе приводит к суммарному движению, которое описывается выражениями

$$\zeta = 2a\cos(k''y)[(1+r)\cos(k'x)\cos(\sigma t)+(1-r)\sin(k'x)\sin(\sigma t)];$$
$$u = 2a\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k''y)[(1+r)\sin(k'x)\sin(\sigma t)+ + (1-r)\cos(k'x)\cos(\sigma t)]; \qquad (3.28)$$
$$v = 2a\sqrt{g/h}\cos\alpha\sin(k''y)[(1+r)\cos(k'x)\sin(\sigma t)- - (1-r)\sin(k'x)\cos(\sigma t)],$$

где r — соотношение амплитуд встречных волн либо коэффициент отражения в вершине залива. На рис. 3.11 показаны соответст-

вующая приливная карта и карта эллипсов приливных течений. При полном отражении в вершине залива ($r=1$) получаем

$$\zeta = 4a\cos(k''y)\cos(k'x)\cos(\sigma t);$$
$$u = 4a\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k''y)\sin(k'x)\sin(\sigma t); \qquad (3.29)$$
$$v = 4a\sqrt{g/h}\cos\alpha\sin(k''y)\cos(k'x)\sin(\sigma t),$$

т. е. имеем чисто стоячую двумерную волну. Синфазность изменений во времени компонентов u и v означает, что в чисто стоячей волне течения повсюду реверсивны, хотя и имеют разную ориентацию в зависимости от координат и угла α (т. е. от ширины канала при фиксированной приливной частоте σ). Выражения (3.29) для u и v показывают, что продольные компоненты течений максимальны при $x=\pm(2n+1)\lambda'/4$, $y=n\lambda''/2$, т. е. у берегов на узловых линиях, а поперечные компоненты — при $x=\pm n\lambda'/2$, $y=\pm(2n+1)\lambda''/4$, т. е. посреди канала на линиях пучностей. Колебания уровня характеризуются перемежающимися в шахматном порядке прямоугольными зонами с противоположными фазами (см. рис. 3.11 *в*).

При неполном отражении ($r<1$) поле течений распадается на вытянутые вдоль оси канала полосы противоположного вращения шириной $\lambda''/4$ каждая. Общее число таких полос всегда четное, причем к правому берегу примыкает зона левого вращения, а к левому — зона правого вращения. На границах между зонами, а также вдоль продольных берегов течения реверсивны (см. рис. 3.11). Колебания уровня в каждой из указанных полос описываются смешанными волнами с длиной λ', прогрессивная доля которых направлена к вершине залива, а амплитуда синусоидально изменяется в поперечном направлении. В каждой из полос волны сдвинуты вдоль оси x на $\lambda'/2$ относительно друг друга.

Подстановка выражений (3.27), (3.28) и (3.29) в (2.3) дает выражения для потоков энергии в канале-волноводе при нулевом, частичном и полном отражении в конце канала. В наиболее общем случае частичного отражения получаем

$$w_x = M_x[1+\cos(2k''y)]\{(1+r^2)\sin(2k'x)\sin(2\sigma t) + (1-r^2)[1+\cos(2k'x)\cos(2\sigma t)]\};$$
$$w_y = M_y\sin(2k''y)\{[2r+(1+r^2)\cos(2k'x)]\sin(2\sigma t) - (1-r^2)\sin(2k'x)\cos(2\sigma t)\}. \qquad (3.30)$$

При нулевом отражении ($r=0$) получаем выражения, совпадающие с (3.20), а при полном отражении ($r=1$) имеем

$$w_x = 2M_x[1+\cos(2k''y)]\sin(2k'x)\sin(2\sigma t);$$
$$w_y = 2M_y[1+\cos(2k'x)]\sin(2k''y)\sin(2\sigma t). \qquad (3.31)$$

В последнем случае компоненты w_x и w_y синфазны, что указывает на реверсивный характер изменчивости векторов $\mathbf{w}$ в двумерной стоячей приливной волне.

Для чистых потоков энергии из выражений (3.30) получаем

$$\langle w_x \rangle = M_x [1 + \cos(2k''y)](1 - r^2);$$
$$\langle w_y \rangle = 0. \tag{3.32}$$

При $r=0$ из (3.32) получаем выражения, совпадающие с (3.21), а при $r=1$, т. е. в двумерной стоячей волне, имеем $\langle w_x \rangle = \langle w_y \rangle = 0$, т. е. полное отсутствие суммарного переноса энергии. Соответствующее выражению (3.32) распределение чистого энергетического потока в широком канале показано на рис. 3.11.

3.2.3. Косая интерференция стоячих волн. Амфидромические системы Гарриса

Одной из наиболее своеобразных особенностей реальных приливных карт является наличие так называемых *амфидромических систем*, или *амфидромий*, т. е. зон, в пределах которых прослеживается веерообразное расположение котидальных линий, расходящихся подобно лучам из некоторого центра, называемого *амфидромической точкой*. Во многих случаях причиной образования амфидромических систем может служить суперпозиция стоячих приливных волн, скрещивающихся под некоторым углом.

Амфидромии такого происхождения, называемые *амфидромиями Гарриса* [158], типичны, в частности, для открытых частей океанов.

Рассмотрим результат интерференции плоских стоячих волн, скрещивающихся под углом $\gamma = 180° - 2\alpha$ и имеющих произвольную разность фаз ψ (рис. 3.12). Если поместить начало координат в точке пересечения узловых линий скрещивающихся волн, совместить ось x с биссектрисой угла γ и вести отсчет времени от момента максимального уровня в бо́льшей из скрещивающихся волн, то выражения для колебаний уровня за счет каждой из этих волн можно записать в виде

$$\zeta_{\mathrm{I}} = S \sin(k'x + k''y) \cos(\sigma t);$$
$$\zeta_{\mathrm{II}} = n_s S \sin(k'x - k''y) \cos(\sigma t - \psi), \tag{3.33}$$

где S и $n_s S$ — амплитуды стоячих волн, а n_s — их отношение, причем $0 < n_s < 1$.

Суммарное колебание с амплитудой H и фазой g будет иметь вид

$$\zeta = \zeta_{\mathrm{I}} + \zeta_{\mathrm{II}} = H \cos(\sigma t - g) = \zeta_1 \cos(\sigma t) + \zeta_2 \sin(\sigma t), \tag{3.34}$$

где

$$\zeta_1 = H \cos g = S \sin(k'x + k''y) - n_s S \sin(k'x - k''y) \cos\psi;$$
$$\zeta_2 = H \sin g = -n_s S \sin(k'x - k''y) \sin\psi. \tag{3.35}$$

Уравнения котидальных линий и изоамплитуд суммарного колебания определятся из соотношений (3.2). Приливная карта сум-

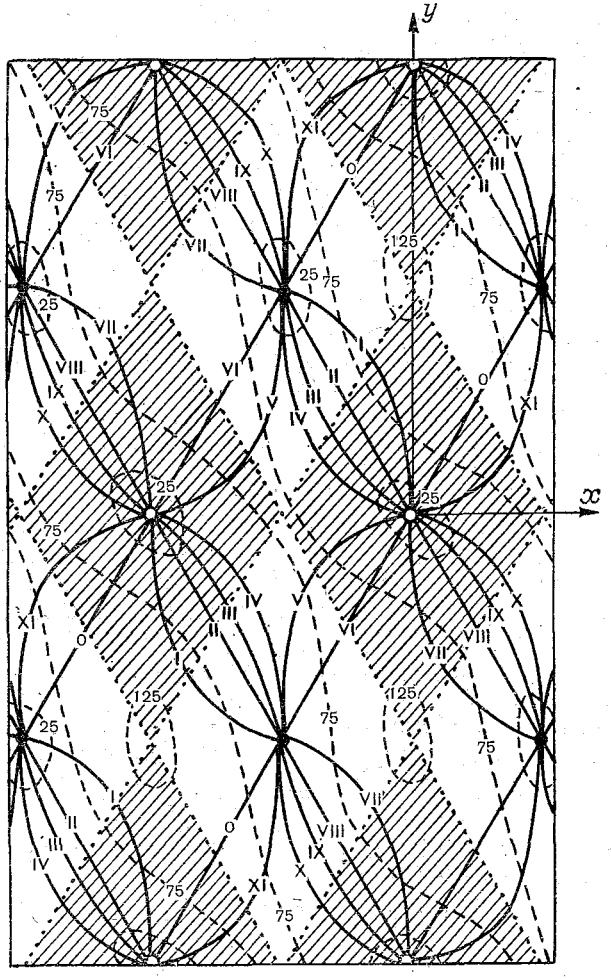


Рис. 3.12. Результат косой интерференции двух стоячих волн с амплитудами 100 и 60 см и фазовым сдвигом 60° (2 ч), скрещивающихся под углом $\gamma=60°$.

Заштрихованы зоны левого вращения приливных течений, совпадающие с «ячейками господства» амфидромий левого оборота. Сплошные кривые — котидали; пунктирные кривые — изоамплитуды. Белые кружки — центры амфидромий левого оборота, черные кружки — центры амфидромий правого оборота.

марного колебания состоит из связанных друг с другом амфидромических систем (интерференционных амфидромий Гарриса), имеющих перемежающиеся направления оборота в соответствии

с «правилом сцепленных шестеренок» [34, 35]. «Левым» амфидромиям, в которых нарастание фазы происходит против часовой стрелки, принято приписывать положительный знак, а «правым» амфидромиям (с ростом фазы по часовой стрелке) — отрицательный.

Вид амфидромий Гарриса существенно зависит от интерференционного угла 2α, соотношения амплитуд n_s и фазового сдвига ψ скрещивающихся волн. Наиболее простая картина имеет место при $2\alpha=90°$, $n_s=1$ и $\psi=\pm 90°$. В этом случае котидальные линии образуют одинаковые «пучки» вдоль узловых линий обеих скрещивающихся волн и амфидромии левого и правого вращения (положительные и отрицательные) имеют одинаковую форму (рис. 3.13 *а*). При этом амфидромии равномерно «раскрыты» во все стороны, т. е. последовательные котидали выходят из амфидромических точек под примерно одинаковыми углами друг к другу. Изменение угла 2α искажает форму амфидромий, растягивая их вдоль биссектрисы меньшего из углов, образуемых пересечением узловых линий исходных стоячих волн.

Более сложным образом сказывается на рисунке амфидромий изменение параметров n_s и ψ; влияние этих параметров показано на рис. 3.13. Из рис. 3.13 *б* видно, что уменьшение n_s сопровождается концентрацией котидалей вдоль узловых линий бóльшей из скрещивающихся волн и разреживанием котидалей вдоль узлов меньшей волны; амфидромии «складывают лепестки», вырождаясь в пределе (при $n_s \to 0$) в простые узловые линии единственной остающейся стоячей волны ζ_I. При этом изменение формы у положительных и отрицательных амфидромий происходит одинаково. Своеобразно сказывается на конфигурации амфидромий изменение фазового сдвига ψ: отклонение его от 90° приводит к возникновению различий в форме положительных и отрицательных амфидромий. Поскольку котидали, определяемые фазовыми моментами скрещивающихся волн, совпадают с узловыми линиями друг друга и являются общими для смежных амфидромий противоположного знака (см. [34, с. 65]), то в случае приближения угла ψ к 0 либо к 90° указанные котидали очерчивают зоны, в пределах которых происходит разрежение котидальных линий. При этом происходит «отжим» котидалей, вытесняемых из указанных зон, к линиям, проходящим через амфидромические точки и лежащим внутри углов, образуемых пересекающимися узлами (при $n_s=1$ это — биссектрисы названных углов). «Выбор» того или иного из указанных смежных углов пересечения для амфидромий противоположных знаков определяется значением угла ψ. Так на рис. 3.13 *в* при $\psi < 90°$ положительные амфидромии «отжимают» свои котидали к линиям, параллельным оси x, а отрицательные амфидромии — к линиям, параллельным оси y. При $\psi > 90°$ указанное правило меняется на обратное. В предельном случае (при $\psi \to 0$ или $\psi \to 180°$) амфидромические системы вырождаются в простые узловые линии единой двумерной стоячей волны. Если при этом $n_s=1$, то узловые линии суммарной волны состоят из

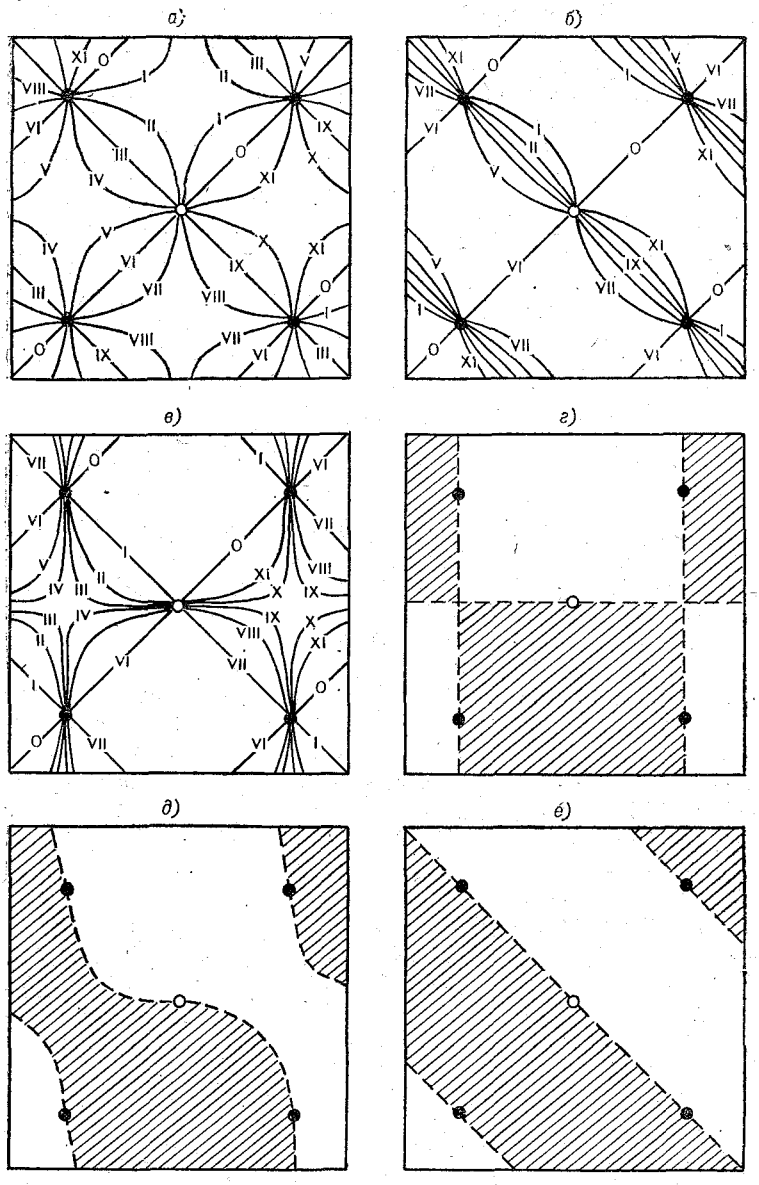


Рис. 3.13. Зависимость рисунка амфидромий Гарриса от параметров n_s и ψ.

а — «нормальная» амфидромия ($2\alpha=\pi/2$; $\psi=\pi/2$; $n_s=1{,}0$); *б* — $2\alpha=\pi/2$; $\psi=\pi/2$; $n_s<1{,}0$; *в* — $2\alpha=\pi/2$; $\psi<\pi/2$; $n_s=1{,}0$; *г* — $2\alpha=\pi/2$; $\psi=0$; $n_s=1{,}0$; *д* — $2\alpha=\pi/2$; $\psi=0$; $n_s<1{,}0$; *е* — $2\alpha=\pi/2$; $\psi=0$; $n_s=0$.

В случаях $\psi=0$ светлые и заштрихованные зоны соответствуют областям, колеблющимся в противофазе.

двух систем прямых, параллельных осям координат, которые, пересекаясь, образуют сетку, разбивающую акваторию на расположенные в шахматном порядке области, колеблющиеся в противофазах (рис. 3.13*г*). При $n_s < 1$ однофазные области, сглаживая свои углы, объединяются в сплошные полосы неоднородной ширины, разделенные криволинейными узловыми линиями, средний наклон которых к оси x совпадает с наклоном узла бо́льшей из исходных скрещивающихся волн (рис. 3.13*д*). С уменьшением n_s извилистость узловой линии суммарной стоячей волны уменьшается и при $n_s \to 0$ она сливается с прямолинейным узлом исходной волны.

Поле приливных течений в случае косой интерференции стоячих волн представляет собой суперпозицию реверсивных систем с компонентами u, v, связанных с исходными волнами I и II. В данном случае выражения для каждого компонента можно записать в виде:

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{I}} &= -S\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k'x + k''y)\sin(\sigma t);\\ v_{\mathrm{I}} &= -S\sqrt{g/h}\cos\alpha\cos(k'x + k''y)\sin(\sigma t);\\ u_{\mathrm{II}} &= n_s S\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k'x - k''y)\sin(\sigma t - \psi);\\ v_{\mathrm{II}} &= -n_s S\sqrt{g/h}\cos\alpha\cos(k'x - k''y)\sin(\sigma t - \psi). \end{aligned} \tag{3.36}$$

В результате суперпозиции получаем

$$\begin{aligned} u &= u_{\mathrm{I}} + u_{\mathrm{II}} = U\cos(\sigma t - g_u) = u_1\cos(\sigma t) + u_2\sin(\sigma t);\\ v &= v_{\mathrm{I}} + v_{\mathrm{II}} = V\cos(\sigma t - g_v) = v_1\cos(\sigma t) + v_2\sin(\alpha t), \end{aligned} \tag{3.37}$$

где

$$\begin{aligned} u_1 &= U\cos g_u = -S\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k'x - k''y)\sin\psi;\\ u_2 &= U\sin g_u = -S\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k'x + k''y) +\\ &\quad + n_s S\sqrt{g/h}\sin\alpha\cos(k'x - k''y)\cos\psi;\\ v_1 &= V\cos g_v = n_s S\sqrt{g/h}\cos\alpha\cos(k'x - k''y)\sin\psi;\\ v_2 &= V\sin g_v = -S\sqrt{g/h}\cos\alpha\cos(k'x + k''y) -\\ &\quad - n_s S\sqrt{g/h}\cos\alpha\cos(k'x - k''y)\cos\psi. \end{aligned} \tag{3.38}$$

Как известно, в общем случае косая интерференция плоских приливных волн приводит к образованию вращающихся приливных течений, поле которых распадается на перемежающиеся зоны правого и левого вращения [35]. На границах между этими зонами течения реверсивны либо отсутствуют вообще. Для опреде-

ления положения этих границ, подставляя в (3.16) выражения (3.38), находим:

$$\Delta = (g/h)\, n_s S^2 \cos(2\alpha) \sin\psi \cos(k'x + k''y) \cos(k'x - k''y), \quad (3.39)$$

откуда следует, что в общем случае, когда $2\alpha \neq 90°$, а n_s и ψ не равны нулю, уравнениями линий, разделяющих зоны противоположного вращения (при условии $\Delta = 0$), являются соотношения

$$\begin{aligned} \cos(k'x + k''y) &= 0; \\ \cos(k'x - k''y) &= 0, \end{aligned} \quad (3.40)$$

т. е. границы указанных зон совпадают с линиями пучностей исходных волн I и II, описываемых выражениями (3.33). Из рис. 3.12 видно, что эти линии разделяют всю акваторию на ромбовидные ячейки, причем ячейки с правым и левым вращением течений чередуются в шахматном порядке. Из выражения (3.40) следует, что форма этих ячеек определяется только значением угла 2α и не зависит от параметров n_s и ψ. Каждая такая ячейка является одновременно областью «господства» амфидромической системы, направление оборота которой соответствует вращению течений, а центральная (амфидромическая) точка совпадает с центром ячейки. Амфидромические системы одного знака подобны друг другу по конфигурации котидальных линий, изоамплитуд и эллипсов течений, различаясь лишь оцифровкой соответствующих котидалей и ежечасных векторов **u** (в соприкасающихся вершинами ромбовидных ячейках эта оцифровка меняется на половину периода). В смежных (соприкасающихся сторонами) ячейках противоположного знака рисунок котидалей и изоамплитуд, а также форма и ориентация эллипсов течений различны (см. рис. 3.12 и 3.14).

Для определения компонентов потока энергии в случае косой интерференции стоячих волн можно использовать выражения (3.4), в которых величины ζ_1, ζ_2, u_1, u_2, v_1 и v_2 определены соотношениями (3.35) и (3.38).

Очевидно, что в силу отмеченной выше аналогии между однозначными ячейками характеристики энергетических потоков в таких ячейках также подобны друг другу, различаясь только оцифровкой ежечасных векторов **w**. На рис. 3.14 показаны энергетические векторные диаграммы в двух смежных ячейках, т. е. в ячейках разного знака, соответствующих случаю, рассмотренному на рис. 3.12. Сразу же бросается в глаза, что в этом случае энергетические эллипсы (как и эллипсы течений) отличаются друг от друга не только направлением вращения, но также ориентацией своих осей и формой (в данном примере все «правые» эллипсы в целом имеют более вытянутую форму, чем «левые»). В каждой точке энергетический эллипс подобен по форме местному эллипсу течения, но соотношение между их линейными параметрами и взаимное расположение меняются от точки к точке. В вершинах ромбо-

видных ячеек и в их центрах потоки энергии равны нулю: в первом случае из-за отсутствия течений, во втором — из-за отсутствия колебаний уровня. В целом мгновенное поле потоков энергии довольно сложным образом изменяется во времени и пространстве.

Векторное поле чистых потоков энергии стационарно, и его пространственная картина более проста. Выражения для компонентов чистого потока $\langle w_s \rangle$ и $\langle w_y \rangle$ получаются подстановкой выражений (3.35) и (3.38) в (3.5):

$$\begin{aligned} \langle w_x \rangle &= -2Mn_s \sin\alpha \sin\psi \sin(2k''y); \\ \langle w_y \rangle &= 2Mn_s \cos\alpha \sin\psi \sin(2k'x). \end{aligned} \tag{3.41}$$

Из этих выражений (как и из рис. 3.14) следует, что циркуляционная картина чистых потоков в ячейках, соприкасающихся своими гранями, является зеркально противоположной (для мгновенных векторных полей это условие не соблюдается). На границах ячеек, где течения реверсивны, потоки энергии также реверсивны. В пределах каждой грани ромбовидной ячейки эти потоки параллельны друг другу и пересекают грань под углом $90-\alpha$; при этом максимум интенсивности потоков приходится на середину грани.

Векторное поле чистых потоков энергии для случая $n_s = 1$, $\alpha = 60°$, $\psi = 60°$ показано на рис. 3.15. Наиболее характерной чертой этого поля является наличие замкнутых круговоротов вокруг центров амфидромических систем, причем знак каждого круговорота совпадает со знаком «вращения» амфидромии, т. е. циркуляция энергии направлена в сторону роста фазы приливных колебаний. По своей форме и интенсивности правые и левые круговороты одинаковы (различаются только знаки), несмотря на то, что соответствующие им правые и левые амфидромии различны по рисунку котидалей. Круговороты перемежаются извилистыми энергетическими потоками «струйного» типа, направленными в противоположные стороны в среднем вдоль биссектрисы меньшего из углов скрещения (в данном случае — вдоль оси абсцисс). Продолжая аналогию с шестереночным механизмом, к которой мы обращались выше для более наглядного описания системы амфидромий, «сцепленных» своими котидалями, можно использовать здесь с той же целью образ механического трансмиссионного или лентопротяжного устройства, где указанные круговороты подобны фрикционным шестерням, а «струи» — лентам, протягиваемым шестернями во встречных направлениях параллельно оси x. При этом можно отметить, что чистые потоки во всех точках направлены по нормали к местным котидальным линиям.

Из выражений (3.41) следует также, что при интерференции плоских стоячих волн геометрия циркуляционной картины чистых потоков зависит только от интерференционного угла 2α, в то время как изменения соотношения амплитуд n_s и разности фаз ψ

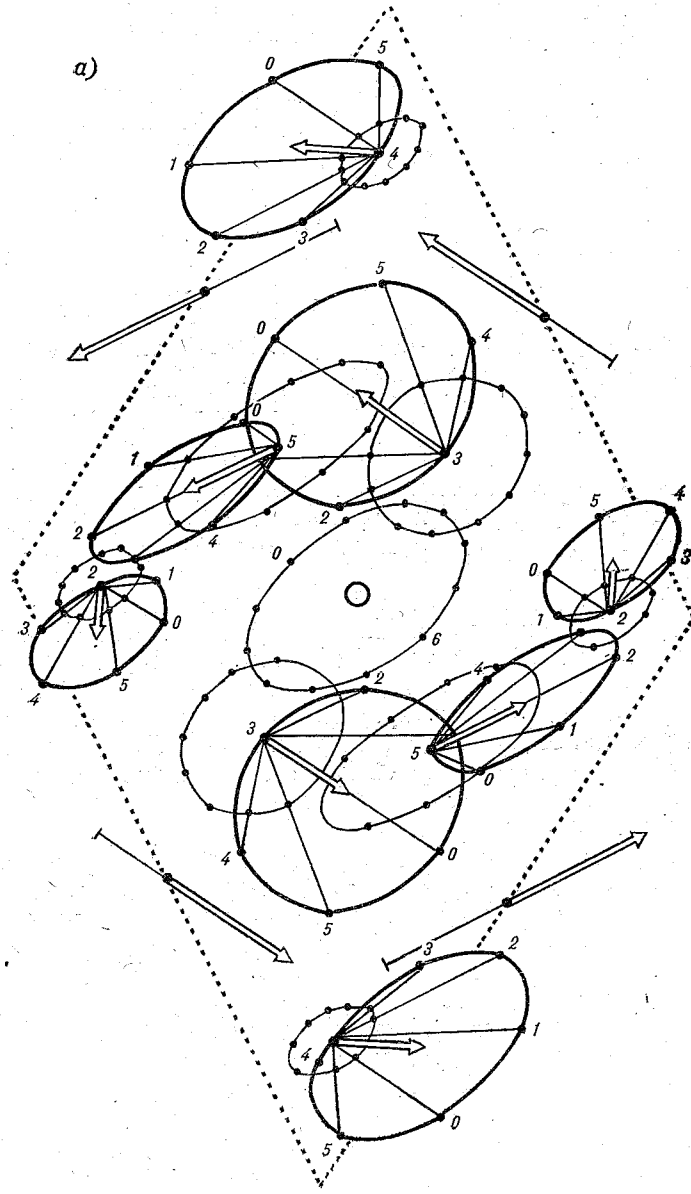
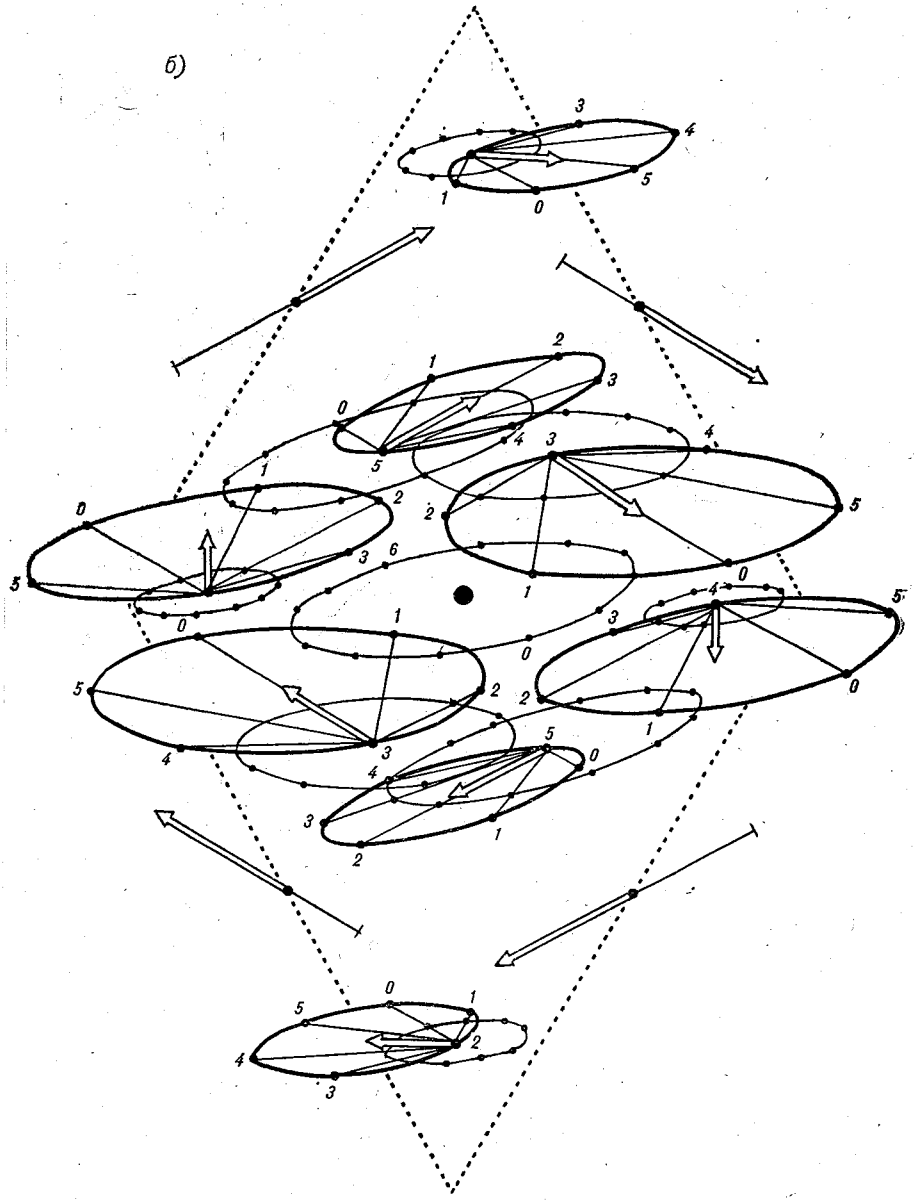


Рис. 3.14. Годографы течений (тонкие эллипсы) и энергети вращения. Широкими белыми стрелками показаны чистые по

а — ячейка левого вращения;



ческие диаграммы (жирные эллипсы) в смежных ячейках противоположного токи энергии. В центре и углах каждой ячейки потоки энергии равны нулю.

б — ячейка правого вращения.

скрещивающихся волн влияют лишь на общую интенсивность этой картины, пропорционально изменяя компоненты $\langle w_x \rangle$ и $\langle w_y \rangle$. При $n_s = 1$ и $\psi = \pi(2n+1)/2$ (где $n = 0, 1, 2, \ldots$) интенсивность чи-

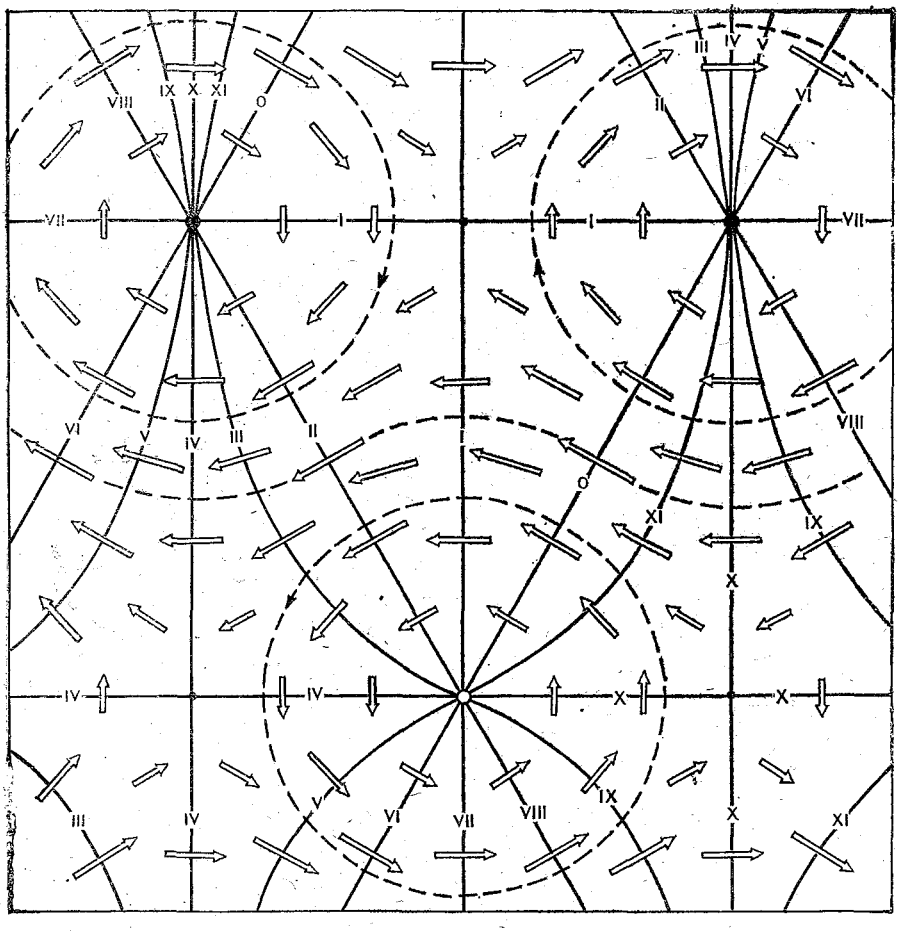


Рис. 3.15. Поле чистых потоков энергии в амфидромических системах Гарриса при $n_s = 1{,}0$, $\alpha = 60°$, $\psi = 60°$ (2 ч)

Пунктирными линиями показаны энергетические круговороты и перемежающие их потоки «струйного» типа.

стых потоков достигает максимума (при этом энергетические эллипсы в соответствующих точках смежных амфидромических ячеек становятся одинаковыми по форме). С другой стороны, при $n_s \to 0$ или при $\psi \to n\pi$ суммарное колебание вырождается в единственную плоскую стоячую волну, в которой $\langle w_s \rangle = \langle w_y \rangle = 0$. Таким образом, переходу ψ через значения $n\pi$ соответствует исчезновение амфидромических систем и полное затухание чистых по-

токов, после чего амфидромии и энергетические круговороты вновь возникают в прежних местах, но с обратными знаками вращения и с обратным направлением энергетических потоков «струйного» типа.

3.2.4. Учет силы Кориолиса. Волны Кельвина. Амфидромии Тейлора

Как известно, сила Кориолиса, будучи инерционной, не совершает работы и не меняет энергосодержания, приходящегося на длину приливной волны. Однако действие этой силы ведет к существенной перестройке кинематических характеристик и как следствие «энергетической структуры» приливных волн.

Наиболее известные варианты аналитического описания приливных волн с учетом силы Кориолиса представлены решениями в форме так называемых волн Кельвина, Свердрупа и Пуанкаре. Напомним важнейшие свойства волновых движений, соответствующих волне Кельвина.

Приливные волны Кельвина могут распространяться в каналах либо вдоль побережий. Движения в таких волнах не имеют поперечных составляющих ($v \equiv 0$) и описываются выражениями

$$\zeta = a_0^{\pm} e^{\mp my} \cos(\sigma t \mp kx);$$
$$u = \pm a_0^{\pm} \sqrt{g/h}\, e^{\mp my} \cos(\sigma t \mp kx), \qquad (3.42)$$

где $m = f/\sqrt{gh}$; f — параметр Кориолиса; a_0 — амплитуда волны при $y = 0$. Из двойных знаков и индексов в выражениях (3.42) верхние относятся к положительно направленной волне, а нижние — к волне встречного направления. В северном полушарии (при $f > 0$) амплитуды колебаний уровня $a_{\text{К}}^{\pm} = a_0^{\pm} e^{\mp my}$ и течений $U_{\text{К}}^{\pm} = a_0^{\pm} \sqrt{g/h}\, e^{\mp my}$ экспоненциально нарастают слева направо, если смотреть по ходу волны. В Южном полушарии нарастание амплитуд происходит справа налево. Соответственно потенциальная и кинетическая энергия также сконцентрирована на правом либо левом фланге волны, вблизи ограничивающей линии берега. Сравнивая положительно направленную волну Кельвина, распространяющуюся в канале шириной b, с эквивалентной ей по энергосодержанию («E-эквивалентной») плоской волной, соответствующей условию $f = 0$, находим, что $a_0 = a\,[mb/\text{sh}(mb)]^{1/2}$, где a — амплитуда E-эквивалентной плоской волны. Отсюда, в частности, следует, что равенство $a_{\text{К}} = a$ имеет место в точке, сдвинутой от оси канала (вправо либо влево) на расстояние $\Delta y = \ln[\text{sh}(mb)/(mb)]/(2m)$ [34]. Таким образом, в Северном полушарии в волне Кельвина правее ординаты указанной точки концентрация энергии выше, а левее — ниже, чем в E-эквивалентной плоской волне.

Суперпозиция двух встречных волн Кельвина в общем случае приводит к образованию «геострофических» *амфидромий Тейлора* [158]. В канале шириной b суммарные движения описываются выражениями

$$\begin{aligned}\zeta &= a_0^+ \left[\left(e^{-my} + re^{-m(b-y)}\right)\cos(kx)\cos(\sigma t) + \right.\\ &\left. + \left(e^{-my} - re^{-m(b-y)}\right)\sin(kx)\sin(\sigma t)\right];\\ u &= a_0^+ \sqrt{g/h}\left[\left(e^{-my} + re^{-m(b-y)}\right)\sin(kx)\sin(\sigma t) + \right.\\ &\left. + \left(e^{-my} - re^{-m(b-y)}\right)\cos(kx)\cos(\sigma t)\right],\end{aligned} \tag{3.43}$$

где $r = a_b^-/a_0^+$, причем a_b^- — амплитуда встречной волны Кельвина при $y = b$, т. е. на том берегу канала, который является правым для нее. Картина результирующего колебания представляется рядом амфидромических систем, расположенных вдоль канала на расстоянии $\pi\sqrt{gh}/\sigma$ друг от друга и имеющих одинаковое направление оборота (против часовой стрелки в Северном полушарии и по часовой стрелке в Южном). Течения остаются всюду реверсивными и направленными параллельно оси x. Абсциссы амфидромических точек x_a определяются из условия противофазы встречных волн, т. е. $x_a = \pm n\lambda/2$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ Ордината амфидромической точки y_a находится из условия равенства локальных амплитуд встречающихся в противофазе волн, т. е.

$$y_a = b/2 - \sqrt{gh}\ln r/(2f). \tag{3.44}$$

Таким образом, при $r < 1$ амфидромическая точка в Северном полушарии ($\varphi > 0°$) всегда сдвинута с центральной оси бассейна влево, а в Южном полушарии ($\varphi < 0°$) — вправо от направления бо́льшей из встречающихся волн. Размер сдвига Δy_h равен при этом $\sqrt{gh}\ln r/(2f)$. При равенстве встречных волн ($r = 1$) амфидромическая точка лежит посредине бассейна ($y_a = b/2$).

Для плотности мгновенного и чистого потока энергии получаем

$$\begin{aligned} w &= (1/2)M_K[1 + \cos 2(\sigma t - kx)];\\ \langle w\rangle &= M_K/2,\end{aligned} \tag{3.45}$$

где $M_K = \rho g a_K^2 \sqrt{gh}$. На рис. 3.16*а* показана **w-диаграмма для** волны Кельвина при $mb = 1{,}64$, где все энергетические эллипсы в силу реверсивности течений вырождены в прямые линии. Показанный на этом рисунке чистый поток энергии имеет повышенную по сравнению с E-эквивалентной плоской волной интенсивность в зоне $0 < y < (b/2 - \Delta y)$, а в остальной части канала его интенсивность снижена. С ростом mb эта асимметрия потока обостряется.

При суперпозиции волны Кельвина, имеющей амплитуду $a_{\text{К}}^{+} = a_0^{+} e^{-my}$, с встречной волной Кельвина, имеющей амплитуду $a_{\text{К}}^{-} = r a_0^{+} e^{-mb} e^{my}$, потоки энергии в каждой из волн будут направ-

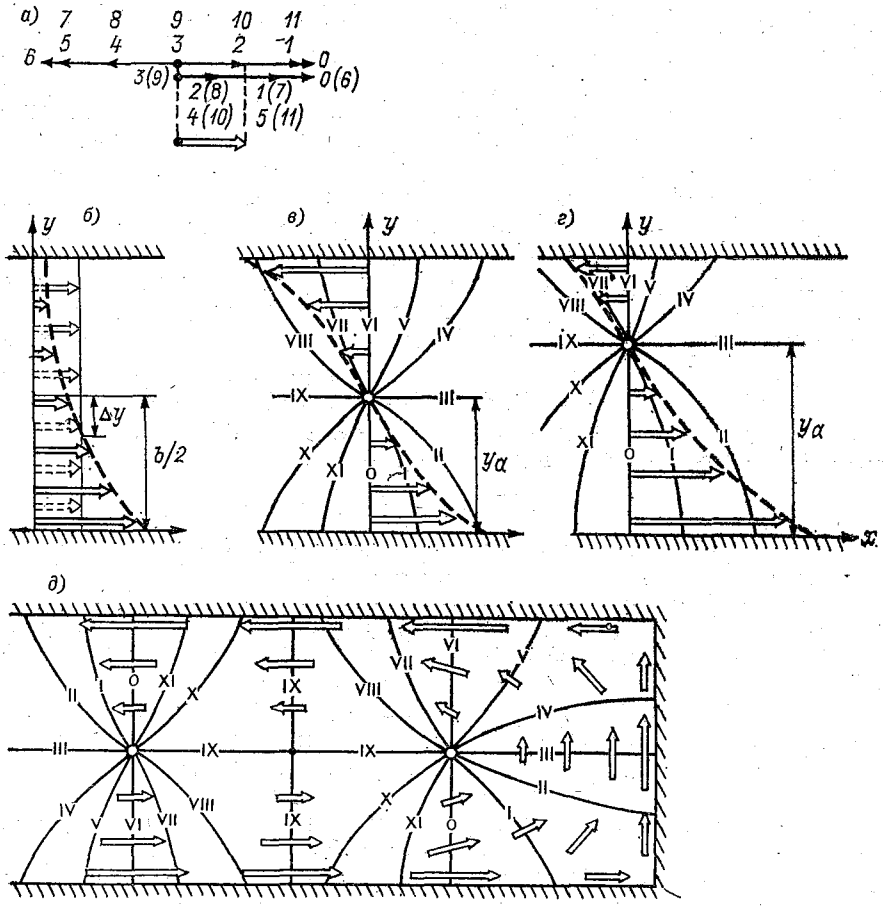


Рис. 3.16. Поток энергии в волнах Кельвина.

а — энергетическая диаграмма для полусуточного цикла; тонкие стрелки — течения, жирные черные стрелки — мгновенные потоки энергии, светлая стрелка — чистый поток; оцифровка дана в часах; *б* — поперечная эпюра чистого потока энергии в канале; жирные линии — волна Кельвина, тонкие линии — эквивалентная плоская волна; *в* — эпюра чистого потока при встрече волн Кельвина равной амплитуды; *г* — эпюра чистого потока при встрече волн Кельвина неравной амплитуды; *д* — схема энергетического переноса при полном отражении волны Кельвина в прямоугольном заливе.

лены навстречу друг другу. Выражения для плотностей чистых потоков будут

$$\langle w^{+} \rangle = (1/2)\rho g \left(a_0^{+}\right)^2 e^{-2my} \sqrt{gh};$$
$$\langle w^{-} \rangle = (1/2)\rho g r^2 \left(a_0^{+}\right)^2 e^{-2mb} e^{2my} \sqrt{gh}. \qquad (3.46)$$

Поскольку распределение потоков $\langle w^+ \rangle$ и $\langle w^- \rangle$ по поперечному сечению бассейна неравномерно, то картина результирующего потока энергии будет существенно различной в зависимости от сочетания таких параметров, как соотношение амплитуд r, географическая широта φ, ширина и глубина бассейна b и h. При достаточно малом r встречная волна по своей амплитуде на любом участке поперечного сечения остается меньше прямой, и суммарный чистый поток энергии по всему сечению имеет одно направление в сторону положительных x. Если же величина r больше некоторого критического значения $r_{кр}$, то у левого (по отношению к направлению прямой волны) берега возникает зона встречного потока энергии, которая расширяется с ростом r (рис. 3.16 *в, г*). Положение границы раздела зон встречных потоков энергии определяется ординатой $y_a = b/2 - \ln r/(2m)$, при которой амплитуды встречных волн Кельвина равны друг другу. Заметим, что эта же ордината y_a определяет смещение центра амфидромической системы Тейлора с центральной оси бассейна [см. выражение (3.44)]. При известных параметрах бассейна h и b для заданной географической широты φ приведенное выражение для y_a определяет то критическое значение коэффициента r, при котором в бассейне возникает встречный поток энергии:

$$r_{кр} = e^{-mb}. \tag{3.47}$$

В том случае, когда рассматриваемый природный бассейн имеет вид залива, наиболее естественной причиной возникновения встречной волны Кельвина является отражение первичной волны в вершине. Как известно, отражение волн Кельвина от поперечной границы в канале сопровождается возникновением поперечных колебательных движений, сосредоточенных вблизи «торца» бассейна и носящих название волн Пуанкаре 2-го рода (стоячих волн Пуанкаре) [160]. Таким образом, в зоне проявления этих волн появляются поперечные компоненты течений, дающие возможность «перетекать» энергии справа налево, т. е. от прямой волны Кельвина к отраженной. Схема энергетического переноса, состоящая при наличии двух встречных волн Кельвина только из двух встречных потоков, сконцентрированных у противоположных берегов канала, теперь замыкается в вершине бассейна «поперечным звеном», обеспечивающим неразрывность циркуляции приливной энергии. Схематическое представление такой циркуляции дано на рис. 3.16 *г*. В общем зону проявления влияния стоячих волн Пуанкаре можно определить как область, в которой поток энергии имеет ощутимые поперечные составляющие.

3.2.5. Волны Свердрупа

Другое аналитическое решение, описывающее приливные движения с учетом силы Кориолиса, относится к плоскому безграничному бассейну и носит название волны Свердрупа. В этом случае действие силы Кориолиса уравновешивается не поперечным

перекосом уровня, как в волнах Кельвина, а поперечными ускорениями, т. е. приводит к поперечным составляющим в приливных течениях, годограф которых становится эллиптическим. Гребни волн Свердрупа остаются горизонтальными, а сами волны — цилиндрическими, т. е. котидальные линии представляют собой параллельные прямые, как в плоской волне. В большем или меньшем приближении такие волны в чистом виде (т. е. без интерференции) могут существовать только в центральных частях сравнительно широких бассейнов, где не ощущается ограничивающее влияние боковых береговых границ. Движения в волне Свердрупа описываются выражениями

$$\begin{aligned} \zeta &= a_S \cos(\sigma t - k_S x); \\ u &= a_S \sqrt{g/h} \sqrt{1/(1-s^2)} \cos(\sigma t - k_S x); \\ v &= -a_S \sqrt{g/h} \sqrt{s^2/(1-s^2)} \sin(\sigma t - k_S x), \end{aligned} \tag{3.48}$$

где параметр $s = f/\sigma$ характеризует амплитудное соотношение между v и u, т. е. «полноту» эллипса течений в волне Свердрупа, а волновое число k_S определяется выражением

$$k_S = (\sigma/\sqrt{gh})(1-s^2)^{1/2}. \tag{3.49}$$

Энергетическое поле, как и в случае отсутствия силы Кориолиса, остается однородным вдоль поперечной координаты, но появление поперечных течений увеличивает долю кинетической энергии в общем энергосодержании, что должно сопровождаться соответствующим уменьшением доли потенциальной энергии. Используя выражения для плотностей потенциальной и кинетической энергии $e_p = \rho g \zeta^2/2$ и $e_k = \rho h (u^2 + v^2)/2$ с учетом выражений (3.48), находим, что кинетическая энергия в волне Свердрупа всегда больше потенциальной в $(1+s^2)/(1-s^2)$ раз. Таким образом, в данном случае действие силы Кориолиса приводит не к перераспределению полной энергии в пространстве (как это было в волне Кельвина), а к изменению «расклада» энергии между ее потенциальной и кинетической частями.

Уменьшение доли потенциальной энергии в волне Свердрупа означает, что амплитуда a_S снижается по сравнению с амплитудой E-эквивалентной плоской волны a, и этот эффект выражается коэффициентом $(1-s^2)^{1/2}$. Однако волна Свердрупа отличается от E-эквивалентной плоской волны не только наличием поперечных течений, но и тем, что она имеет бо́льшую длину $\lambda_S = 2\pi/k_S$ и фазовую скорость $c_S = \sigma/k_S$, которые равны

$$\begin{aligned} \lambda_S &= \lambda(1-s^2)^{-1/2}; \\ c_S &= \sqrt{gh}(1-s^2)^{-1/2}, \end{aligned} \tag{3.50}$$

где λ — длина E-эквивалентной плоской волны. Такое «растяжение» волны Свердрупа, увеличивающееся с ростом параметра Кориолиса, ведет к дополнительному уменьшению ее амплитуды, и этот эффект выражается коэффициентом $(1-s^2)^{1/4}$. В итоге

соотношение между a_S и a имеет вид $a_S = a(1-s^2)^{3/4}$. С учетом этого соотношения выражения (3.48) можно переписать в виде

$$\zeta = a(1-s^2)^{3/4}\cos(\sigma t - kx\sqrt{1-s^2});$$
$$u = a\sqrt{g/h}(1-s^2)^{1/4}\cos(\sigma t - kx\sqrt{1-s^2}); \qquad (3.51)$$
$$v = -sa\sqrt{g/h}(1-s^2)^{1/4}\sin(\sigma t - kx\sqrt{1-s^2}).$$

Из выражений (3.51) видно, что при изменении параметра s от 0 до 1 [т. е. по мере роста параметра f от нуля на экваторе до значения, соответствующего инерционному периоду, равному половине маятниковых суток на «критической широте» $\varphi_{кр} = \arcsin(2\omega/\sigma)$, ограничивающей область существования волн Свердрупа] амплитуда всех трех величин ζ, u и v, а также волновое число k_S стремятся к нулю, но с разной скоростью (рис. 3.17 *а*). При этом амплитуды компонентов течений сближаются друг с другом, сохраняя ощутимые значения в непосредственной близости от $\varphi_{кр}$, тогда как значения ζ становятся здесь почти незаметными. Это означает, что вблизи от критических значений $f=\sigma$ приливные колебания имеют горизонтальную круговую поляризацию [34, 140], что делает их практически неотличимыми от инерционных течений. Можно также отметить, что поперечная составляющая течений в волне Свердрупа с постоянным энергосодержанием достигает максимума при $s=\sqrt{2/3}=0{,}8165$.

По аналогии с одномерными плоскими волнами интерференция встречных волн Свердрупа в общем случае дает смешанную волну:

$$\zeta = a_S[(1-r)\cos(\sigma t - k_S x) + 2r\cos(k_S x)\cos(\sigma t)];$$
$$u = a_S\sqrt{g/h}\sqrt{1/(1-s^2)}\,[(1-r)\cos(\sigma t - k_S x) + 2r\sin(k_S x)\sin(\sigma t)]; \qquad (3.51а)$$
$$v = -a_S\sqrt{g/h}\sqrt{s^2/(1-s^2)}\,[(1-r)\sin(\sigma t - k_S x) + 2r\sin(k_S x)\cos(\sigma t)],$$

которая переходит в стоячую при $r=1$. Закономерности колебаний уровня ζ подобны результатам для одномерных волн с учетом различий в их длинах, т. е. в расстояниях между узлами и пучностями. Течения при встречной интерференции сохраняют форму и ориентацию своих эллиптических годографов, но поле эллипсов становится неоднородным по их размерам. В чисто стоячей волне в пучностях течения исчезают полностью, а в узлах эллипсы течений имеют удвоенные размеры по сравнению с эллипсами в исходных волнах Свердрупа; при этом в промежутке между двумя пучностями течения синхронно изменяют свое направление, оставаясь в каждый момент параллельными друг другу (при переходе через пучность все направления скачком меняются на противоположные). В смешанных волнах размеры эллипсов изменяются от минимальных (составляющих долю, равную $1-r$ от размера эллипсов в бо́льшей из исходных волн) в пучностях

до максимальных (превосходящих указанный размер в $1+r$ раз) в узлах. Изменение фазы течений в пространстве в этом последнем случае происходит непрерывно с ускорением в пучностях и замедлением в узлах.

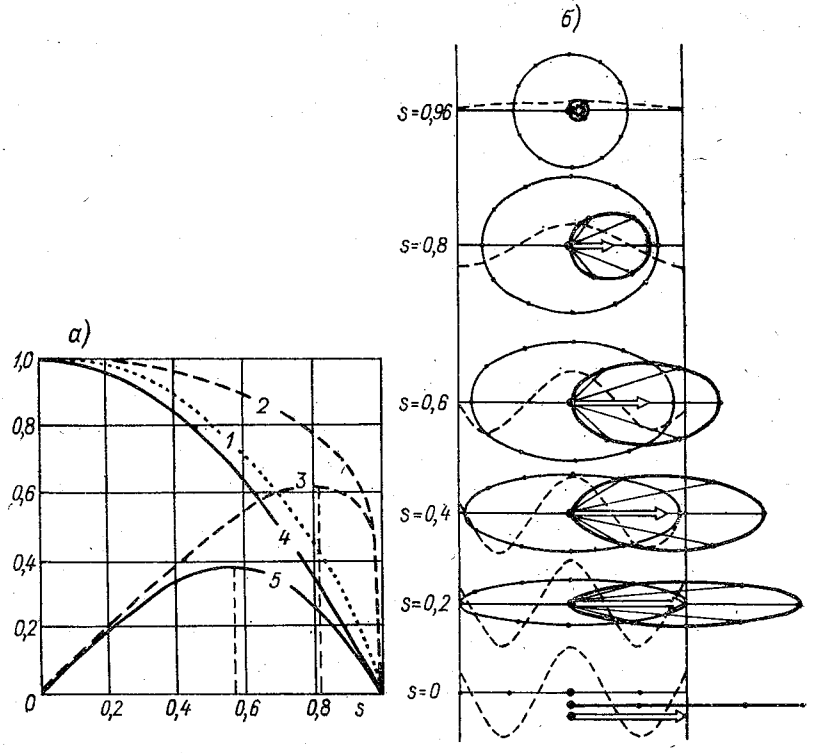


Рис. 3.17. Зависимость нормированных характеристик волны Свердрупа от параметра s (*а*). Годографы течений и энергетические диаграммы в волне Свердрупа (*б*). Прерывистой линией схематически показаны колебания уровня.

1 — величина a_S; *2* — величина $U_S = a_S\sqrt{g/h}\,(1-s^2)^{-1/2}$; *3* — величина $V_S = sU_S$; *4* — величина чистого потока $M_S/2$; *5* — амплитуда поперечного реактивного потока $sM_S/2$.

Плотность потока энергии в волне Свердрупа, распространяющейся вдоль оси x, имеет как продольный, так и поперечный компоненты:

$$w_x = (1/2)M_S\{1 + \cos[2(\sigma t - k_S x)]\};$$
$$w_y = (1/2)sM_S \sin[2(\sigma t - k_S x)], \tag{3.52}$$

где

$$M_S = \rho g\sqrt{gh}\, a_S^2 (1 - s^2)^{-1/2}, \tag{3.53}$$

а остальные обозначения были приведены выше.

На рис. 3.17 *б* приведены энергетические векторные диаграммы для волны Свердрупа при различных s. Большая ось энергетического эллипса всегда ориентирована в направлении фазовой скорости, а длина этой оси пропорциональна максимальному течению с коэффициентом пропорциональности $\rho g h a_S$. Осреднение по периоду дает $\langle w_y \rangle = 0$, а для $\langle w_x \rangle$ получаем

$$\langle w_x \rangle = M_S/2. \tag{3.54}$$

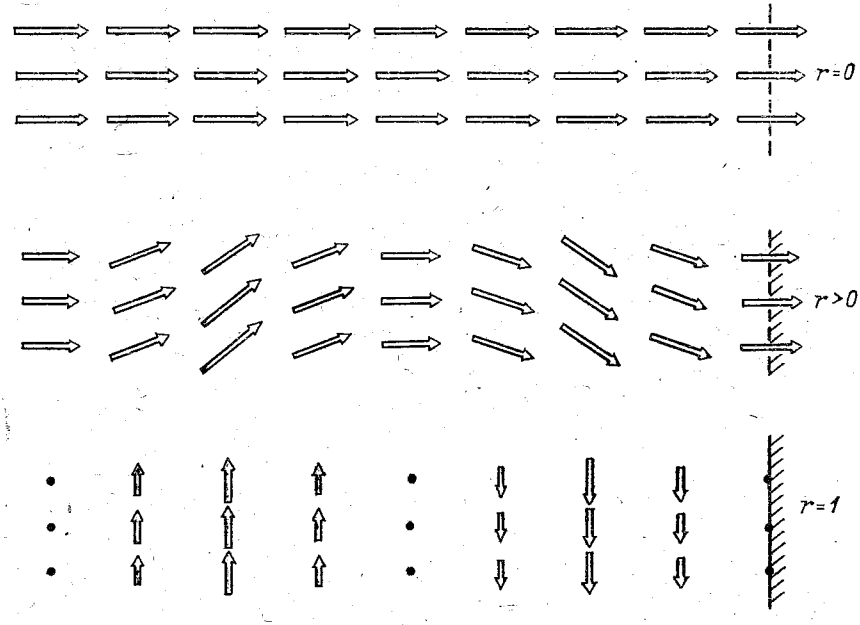


Рис. 3.18. Поле чистых горизонтальных потоков приливной энергии при нулевом ($r=0$), частичном ($r<0$) и полном ($r=1$) нормальном отражении волны Свердрупа от прямолинейного берега.

Можно сказать, что в прогрессивных волнах Свердрупа продольный компонент потока энергии является полностью активным, а поперечный компонент — полностью реактивным. Чистый продольный поток энергии однороден в пространстве и ослаблен по сравнению с потоком в E-эквивалентной плоской волне; это ослабление характеризуется множителем $(1-s^2)$, т. е. проявляется все сильнее с ростом параметра Кориолиса. В предельном случае при $s \to 1$ (при достижении критической широты) активный поток энергии стремится к нулю. Амплитуда поперечного реактивного потока энергии, пропорциональная $s(1-s^2)$, сначала увеличивается с ростом s и достигает максимума при $s=\sqrt{1/3}=0{,}577$, после чего она также уменьшается, стремясь к нулю при $s \to 1$. Рисунок 3.17, *б* иллюстрирует зависимость волнового профиля, эллипса течения и энергетического эллипса от параметра s. На этом

рисунке векторы потока энергии нормированы на величину $\rho g h a_s/2$, чтобы сделать одинаковыми по размерам графические изображения максимальных значений u и $\langle w_x \rangle$ при $s=0$, в результате чего относительные изменения параметров обоих эллипсов становятся особенно наглядными.

Трансформация поля чистых потоков приливной энергии при частичном и полном нормальном отражении волн Свердрупа показана на рис. 3.18. Такое отражение по мере нарастания интенсивности все более отклоняет энергетические потоки от нормали к отражающей границе. При полном отражении векторное поле величин $\langle \mathbf{w} \rangle$ «расслаивается» на равные по интенсивности и по ширине ($b_s = \lambda'_s/4$) зоны противоположно направленных вдольбереговых чистых потоков, которые по отношению к исходным волнам Свердрупа являются поперечными. При этом в Северном полушарии чистый поток энергии вблизи берега будет направлен направо, если смотреть на берег с моря, а в Южном полушарии — наоборот.

3.2.6. Косая интерференция волн Свердрупа. Волны Пуанкаре

Существование волн Свердрупа вблизи берегов возможно только в виде таких комбинаций, которые обеспечивают выполнение условия непротекания через отражающую границу, т. е. удовлетворяют условию отражения. Результат интерференции волн Свердрупа, происходящей при их полном косом отражении от прямолинейной границы, носит название прогрессивных волн Пуанкаре (их называют волнами Пуанкаре первого рода или «волнами Пуанкаре-1») [34, 160]. Если угол падения и отражения исходных волн равен α, то выражения для ζ, u и v можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
\zeta &= 2a\left(1-s^2\right)^{3/4}\cos\left(k''_s y\right)\cos\left(\sigma t \mp k'_s x\right);\\
u &= 2a\sqrt{g/h}\left(1-s^2\right)^{1/4}\left[\pm\sin\alpha\cos\left(k''_s y\right) - \right.\\
&\qquad \left. - s\cos\alpha\sin\left(k''_s y\right)\right]\cos\left(\sigma t \mp k'_s x\right);\\
v &= 2a\sqrt{g/h}\left(1-s^2\right)^{1/4}\left[\cos\alpha\sin\left(k''_s y\right) \mp \right.\\
&\qquad \left. \mp s\sin\alpha\cos\left(k''_s y\right)\right]\sin\left(\sigma t \mp k'_s x\right).
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Поскольку прогрессивные волны Пуанкаре зависят от того, с какой стороны от них находится отражающая граница, выражения (3.55) содержат члены с двойными знаками, из которых верхние относятся к случаю «берег справа», а нижние — к случаю «берег слева».

Мгновенная картина волнового рельефа водной поверхности и векторного поля течений для случая «берег справа» приведена на рис. 3.19. Здесь ордината y_1 береговой линии определяется значением фазового сдвига при косом отражении волн Свердрупа,

связанного с требованием непротекания $v \equiv 0$, откуда $y_1 = [\operatorname{arctg}(\pm s \operatorname{tg}\alpha)]/k''_s$. Вся изображенная картина смещается вдоль берега с фазовой скоростью $c_p = \sqrt{gh}(1-s^2)^{-1/2}\operatorname{cosec}\alpha$. Карта котидалей и изоамплитуд качественно подобна той, которая имеет место при косой интерференции без учета силы Кориолиса (см. с. 104, рис. 3.5), за исключением указанного смещения линии берега относительно начала координат, а также того, что все линейные горизонтальные размеры особенностей приливной

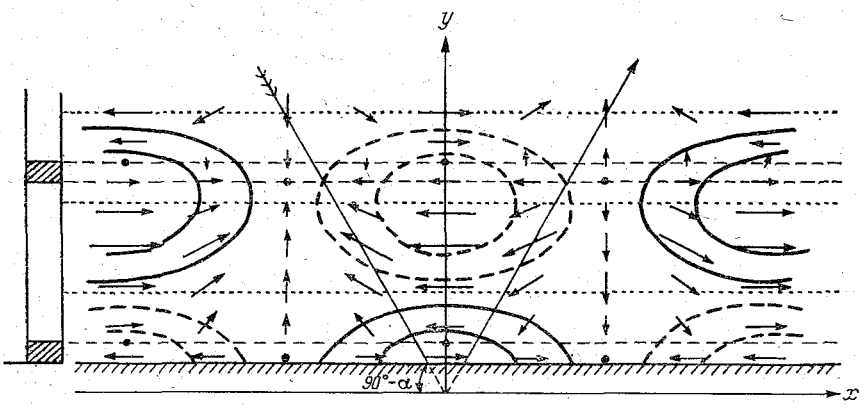


Рис. 3.19. Рельеф водной поверхности и поле течений в волне Пуанкаре в случае «берег справа» в момент $t=0$.

карты увеличиваются из-за роста длины исходной волны Свердрупа, т. е. пропорционально множителю $(1-s^2)^{-1/2}$.

Для картины течений характерным является нарушение симметрии между зонами правого и левого вращения: в Северном полушарии «правые» зоны расширяются за счет «левых», а в Южном полушарии — наоборот. Реверсивные течения на границах раздела указанных зон ориентированы либо вдоль берега ($v \equiv 0$), либо по нормали к нему ($u \equiv 0$), а сами линии раздела параллельны береговой черте. Положение линий с вдольбереговыми реверсивными течениями определяется ординатой y_1 (см. выше), а положение линий второго типа — ординатой $y_2 = \{\operatorname{arctg}[\pm(\operatorname{tg}\alpha/s)]\}/k''_s$.

Если совместить ось x с береговой чертой, то выражения (3.55) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
\zeta &= 2a_s\cos(k''_s y \pm \beta)\cos(\sigma t \mp k'_s x);\\
u &= 2a_s\sqrt{g/h}(1-s^2)^{-1/2}[\pm\sin\alpha\cos(k''_s y \pm \beta) -\\
&\quad - s\cos\alpha\sin(k''_s y \pm \beta)]\cos(\sigma t \mp k'_s x);\\
v &= 2a_s\sqrt{g/h}(1-s^2)^{-1/2}[\cos\alpha\sin(k''_s y \pm \beta) \mp\\
&\quad \mp s\sin\alpha\cos(k''_s y \pm \beta)]\sin(\sigma t \mp k'_s x),
\end{aligned} \tag{3.56}$$

где $\pm\beta = \operatorname{arctg}(\pm s \operatorname{tg}\alpha)$ — половина фазового сдвига при косом отражении волны Свердрупа. При такой записи для ординаты береговой линии имеем

$$y_n = \pm n\lambda_S''/2 = \pm n(\pi/\sigma)\sqrt{gh/(1-s^2)}\sec\alpha, \qquad (3.57)$$

где $n=0, 1, 2, \ldots$, т. е. волноводом для волны Пуанкаре может служить канал с берегами, расположенными, например, вдоль линий $y=0$ и одной из линий $y=(n+1)\, b_{\text{мин}} \sec\alpha$, где

$$b_{\text{мин}} = \lambda_S/2 = (\pi/\sigma)\sqrt{gh/(1-s^2)} \qquad (3.58)$$

означает нижний предел (при $\alpha=0$) ширины канала, способного пропустить через себя волну Пуанкаре с частотой σ. Заметим, что при таком предельном (или кратном ему) значении ширины канала волна Пуанкаре вырождается в стоячую поперечную волну Свердрупа.

Оценка показывает, что при значениях h, характерных для природных морских бассейнов, лишь немногие из них способны служить волноводами для приливных волн Пуанкаре-1, достигая по своей ширине не более одной половины величины λ_S'' (как правило, при небольших углах α). К таким бассейнам относятся, например, зал. Карпентария [67], Северное море [111], а также некоторые участки шельфовой зоны у побережья Патагонии, Сибири и др. В отношении океанских бассейнов аналогичная оценка допускает более широкие возможности, но при этом необходимо дополнительно учитывать эффект сферичности земной поверхности.

В соответствии с числом $n+1$, т. е. с тем, сколько половинок величины λ_S'' вмещает в себя ширина бассейна, волны Пуанкаре-1 можно разделить на «четные» и «нечетные». Нечетные волны Пуанкаре имеют противоположно направленные продольные течения и поперечные наклоны уровня на противоположных берегах канала при фиксированном x. В четных волнах Пуанкаре течения и поперечные наклоны у противоположных берегов — однозначные. В соответствии со сказанным выше большинство приливных волн Пуанкаре в реальных морских бассейнах, вмещающих не более одной половины величины λ_S'', должны быть нечетными. Более подробно свойства волн Пуанкаре рассмотрены в [34, 129, 140].

Выражения для компонентов плотности волнового потока энергии в волне Пуанкаре для изображенного на рис. 3.19 случая «берег справа» будут:

$$\begin{aligned} w_x &= M_S\{\sin\alpha\,[1+\cos(2k_S''y)] - \\ &- s\cos\alpha\sin(2k_S''y)\}\{1+\cos[2(\sigma t - k_S'x]\}; \\ w_y &= M_S\{\cos\alpha\sin(2k_S''y) - \\ &- s\sin\alpha[1+\cos(2k_S''y)]\}\sin[2(\sigma t - k_S'x)], \end{aligned} \qquad (3.59)$$

откуда видно, что вдольбереговой компонент потока энергии является полностью активным, а нормальный к берегу компонент —

полностью реактивным. Осреднение по периоду дает $\langle w_y \rangle = 0$, а для $\langle w_x \rangle$ получаем

$$\langle w_x \rangle = M_S \{\sin\alpha [1 + \cos(2k''_S y)] - s\cos\alpha \sin(2k''_S y)\}. \qquad (3.60)$$

Наличие здесь второго слагаемого в фигурных скобках [ср. с выражением (3.32)] показывает, что при учете силы Кориолиса величина $\langle w_x \rangle$ может принимать отрицательные значения при определенных значениях y. Это связано с тем, что в волне Пуан-

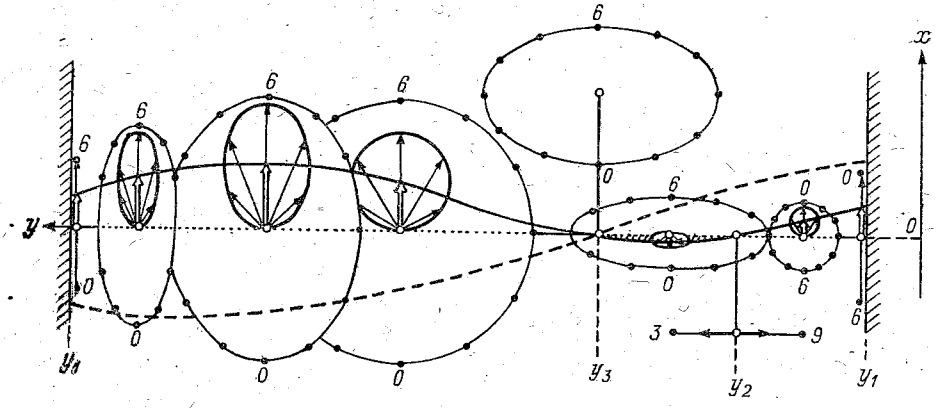


Рис. 3.20. Энергетические диаграммы в волне Пуанкаре в каналообразном бассейне.

Сплошная линия — эпюра чистого потока (отрицательная часть заштрихована), пунктир — поперечный профиль уровня при $t=0$. Цифры на эллипсах означают момент (в часах) соответствующего полусуточного течения.

каре на общем фоне синфазности величин ζ и u имеются зоны, в которых эти величины оказываются в противофазе. Таким образом, в пределах таких зон компонент чистого потока энергии отрицателен, в то время как в основной части волны он положителен. Зоны отрицательных значений $\langle w_x \rangle$ имеют вид параллельных берегу полос, границы которых y_2 и y_3 определяются соответственно условиями $u \equiv 0$ и $\zeta \equiv 0$. Значение y_2 было приведено выше (см. с. 134), а для y_3 получаем из (3.56) выражение

$$y_3 = \arccos\left[\frac{\pi}{4}(2n+1)\right] \Big/ k''_S, \qquad (3.61)$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$. На рис. 3.20 для канала, расположенного в Северном полушарии и имеющего ширину $b_p = \pi\sqrt{gh}/[\sigma(1-s^2) \times \cos\alpha]$ (минимальное расстояние между смежными значениями y_1, т. е. между возможными положениями правого и левого берегов), приведены энергетические векторные диаграммы, относящиеся к различным точкам его поперечного сечения, а также поперечный профиль волны Пуанкаре для момента полной воды у правого берега. Видно, как несинхронность смены знака величин ζ и u вдоль оси y приводит к образованию участка, в кото-

ром чистый поток энергии отрицателен, т. е. направлен навстречу фазовой скорости волны [39]. На рис. 3.21 продемонстрирована зависимость этого эффекта от угла падения α (или, что аналогично, от ширины канала b_p), а также от параметра s. В общем случае у обоих берегов канала чистый поток направлен в сторону фазовой скорости, а относительно узкая и слабая зона

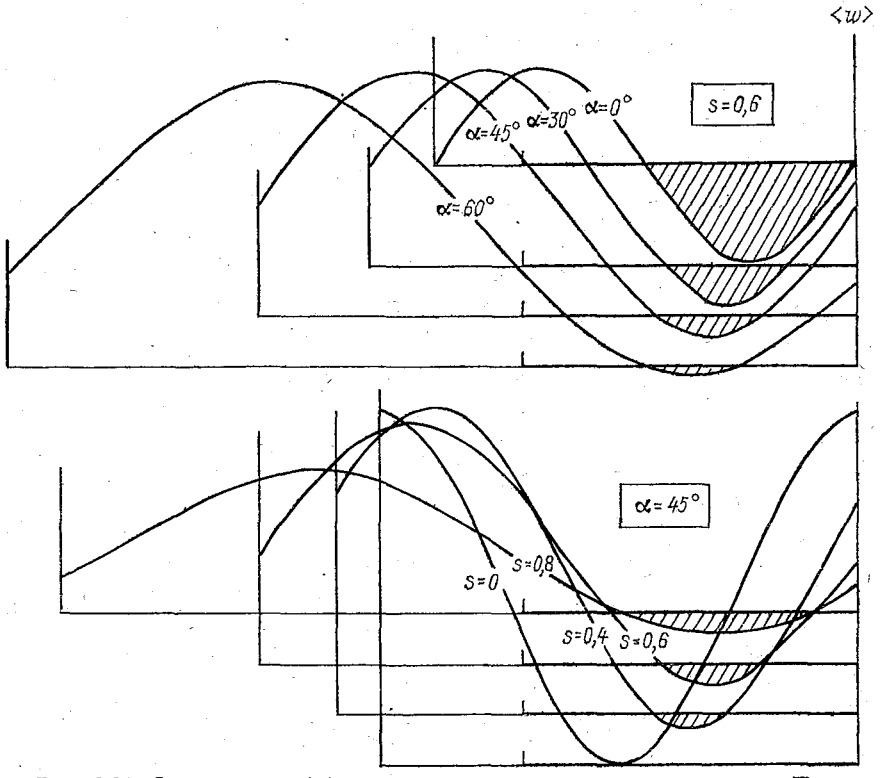


Рис. 3.21. Эпюры вдольберегового чистого потока энергии в волне Пуанкаре в зависимости от угла падения волны Свердрупа и параметра s.

встречного потока расположена в правой части канала. Интенсивность встречного потока энергии заметно нарастает с уменьшением угла α, и сам поток при этом постепенно приближается к правому берегу. При нормальном подходе исходной волны к линии берега, т. е. при образовании стоячей волны Свердрупа, векторное поле величин $\langle \mathbf{w} \rangle$ «расслаивается» на равные по интенсивности и ширине зоны противоположно направленных чистых потоков. При этом зона отрицательного (относительно направления оси x) потока достигает правого берега, входя с ним в соприкосновение. В силу равенства встречных потоков их суммарный по поперечному сечению перенос энергии равен в этом случае нулю, тогда как при $\alpha \neq 0$ этот перенос отличен от нуля и направлен в сторону фазовой скорости.

Влияние параметра s, т. е. географической широты, как видно из рис. 3.21, сказывается главным образом на ширине зоны встречного потока, в то время как происходящие изменения его интенсивности не очень велики.

3.2.7. Амфидромии Гарриса при учете силы Кориолиса

Амфидромические системы Гарриса с учетом силы Кориолиса можно рассматривать, обобщая результаты п. 3.2.3 на случай, когда исходные волны трансформированы по правилам, изложенным в п. 3.2.5 [35]. В этом случае выражения для исходных волн можно записать в виде:

для первой стоячей волны Свердрупа —

$$\begin{aligned}
\zeta_{\mathrm{I}} &= S_{\mathrm{S}} \sin\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right) \cos(\sigma t);\\
u_{\mathrm{I}} &= U_{\mathrm{S}} \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right)[-\sin\alpha \sin(\sigma t) + s\cos\alpha\cos(\sigma t)];\\
v_{\mathrm{I}} &= -U_{\mathrm{S}} \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right)[\cos\alpha \sin(\sigma t) + s\sin\alpha\cos(\sigma t)],
\end{aligned} \tag{3.62}$$

где

$$U_{\mathrm{S}} = S_{\mathrm{S}} \sqrt{g/h}\,(1 - s^2)^{-1/2}; \quad S_{\mathrm{S}} = 2a_{\mathrm{S}},$$

и для второй стоячей волны Свердрупа —

$$\begin{aligned}
\zeta_{\mathrm{II}} &= -n_s S_{\mathrm{S}} \sin\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right) \cos(\sigma t - \psi);\\
u_{\mathrm{II}} &= n_s U_{\mathrm{S}} \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)[\sin\alpha \sin(\sigma t - \psi) + s\cos\alpha\cos(\sigma t - \psi)];\\
v_{\mathrm{II}} &= n_s U_{\mathrm{S}} \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)[-\cos\alpha \sin(\sigma t - \psi) + s\sin\alpha\cos(\sigma t - \psi)],
\end{aligned} \tag{3.63}$$

где n_s — отношение амплитуд стоячих волн. Суперпозиция обеих волн дает

$$\begin{aligned}
\zeta &= \zeta_{\mathrm{I}} + \zeta_{\mathrm{II}} = \zeta_1 \cos(\sigma t) + \zeta_2 \sin(\sigma t);\\
u &= u_{\mathrm{I}} + u_{\mathrm{II}} = u_1 \cos(\sigma t) + u_2 \sin(\sigma t);\\
v &= v_{\mathrm{I}} + v_{\mathrm{II}} = v_1 \cos(\sigma t) + v_2 \sin(\sigma t),
\end{aligned} \tag{3.64}$$

где

$$\zeta_1 = S_{\mathrm{S}} \sin\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right) - n_s S_{\mathrm{S}} \sin\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right) \cos\psi; \tag{3.65}$$

$$\zeta_2 = -n_s S_{\mathrm{S}} \sin\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right) \sin\psi;$$

$$\begin{aligned}
u_1 &= 2U_{\mathrm{S}}\left[s\cos\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right)\cos\alpha - n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\sin\alpha\sin\psi + \right.\\
&\qquad \left. + s n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\cos\alpha\cos\psi\right];\\
u_2 &= 2U_{\mathrm{S}}\left[-\cos\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right)\sin\alpha + n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\sin\alpha\cos\psi + \right.\\
&\qquad \left. + s n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\cos\alpha\sin\psi\right];\\
v_1 &= 2U_{\mathrm{S}}\left[-s\cos\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right)\sin\alpha + n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\cos\alpha\sin\psi + \right.\\
&\qquad \left. + s n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\sin\alpha\cos\psi\right];\\
v_2 &= 2U_{\mathrm{S}}\left[-\cos\left(k'_{\mathrm{S}} x + k''_{\mathrm{S}} y\right)\cos\alpha - n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\cos\alpha\cos\psi + \right.\\
&\qquad \left. + s n_s \cos\left(k'_{\mathrm{S}} x - k''_{\mathrm{S}} y\right)\sin\alpha\sin\psi\right].
\end{aligned} \tag{3.66}$$

Как и в случае волн Пуанкаре-1 (п. 3.2.6), можно сказать, что учет силы Кориолиса при скрещивании стоячих волн не приводит к качественным изменениям картины колебаний уровня, за исключением того, что расстояния между амфидромиями Гарриса увеличиваются пропорционально множителю $(1-s^2)^{-1/2}$, а амплитуды (при условии сохранения энергосодержания) повсюду уменьшаются пропорционально $(1-s^2)^{3/4}$. Гораздо более заметно изменяется картина течений. В Северном полушарии действие силы Кориолиса в общем случае должно приводить к расширению зон правого вращения за счет зон левого вращения, а в Южном полушарии — к противоположному эффекту. Подставляя значения u_1, v_1, u_2 и v_2 из выражения (3.66) в (3.16), получаем выражение для критерия Δ в виде

$$\Delta = u_1 v_2 - v_1 u_2 = -4U_S^2 \left[s\cos^2(k_S' x + k_S'' y) + s n_s^2 \cos^2(k_S' x - k_S'' y) + \right.$$
$$\left. + D\cos(k_S' x + k_S'' y)\cos(k_S' x - k_S'' y) \right], \qquad (3.67)$$

где

$$D = 2sn_s \cos(2\alpha)\cos\psi + (1+s^2)\, n_s \sin(2\alpha)\sin\psi. \qquad (3.68)$$

Приравнивание Δ к нулю дает уравнение линии реверсивных течений, представляющей собой границу между зонами левого и правого вращения. После ряда преобразований это уравнение можно записать в виде

$$\operatorname{tg}^2 k_S'' y - \frac{2s(1-n_s^2)}{\left[s(1+n_s^2) - D\right]\operatorname{tg}(k_S' x)} \operatorname{tg}(k_S'' y) +$$
$$+ \frac{s(1-n_s^2) + D}{\left[s(1+n_s^2) - D\right]\operatorname{tg}^2(k_S' x)} = 0. \qquad (3.69)$$

Решая это квадратное уравнение относительно $\operatorname{tg}(k_S'' y)$ и вводя безразмерные координаты $\tilde{x} = x/\lambda_S$ и $\tilde{y} = y/\lambda_S$, получаем:

$$\tilde{y} = \operatorname{arctg}\left[R^{\pm} \operatorname{ctg}(2\pi \sin\alpha\tilde{x})\right]/(2\pi\cos\alpha), \qquad (3.70)$$

где

$$R^{\pm} = \left[s(1-n_s^2) \pm \sqrt{D^2 - 4s^2 n_s^2}\right] \Big/ \left[s(1+n_s^2) + D\right]. \qquad (3.71)$$

Выражение (3.70) можно использовать для построения контуров зон различного вращения течений при заданных величинах α, n_s, ψ и s. Двойной знак в выражении для $R^{\pm}$ показывает, что в общем существует две системы линий реверсивных течений, пересечение которых образует сетку, разделяющую всю акваторию на зоны противоположного вращения. Для того чтобы решение (3.70) имело смысл, величина $R^{\pm}$ должна быть вещественной, а это выполняется при условии, что $D^2 \geqslant 4s^2 n_s^2$. При всех сочетаниях величин α, n_s, ψ и s, не обеспечивающих выполнения

этого соотношения, линии реверсивных течений отсутствуют и вся акватория оказывается охваченной течениями правого вращения (в Северном полушарии). В том случае, когда указанное выше условие для D имеет силу, можно рассмотреть зависимость формы и размеров зон различного вращения от параметра $s=f/\sigma$, а также от амплитудно-фазовых соотношений скрещивающихся волн (параметров n_s и ψ) и их взаимной ориентации (угол α).

Рисунок 3.22 *а* иллюстрирует влияние параметра s на конфигурацию зон противоположного вращения приливных течений при фиксированных значениях $\alpha=60°$, $n_s=1$ и $\psi=60°$ (для полусуточного прилива это соответствует фазовому сдвигу 2 ч). По мере роста параметра s (его значения соответствуют северной широте 0, 30 и 60° при $\sigma=1{,}4052\cdot10^{-4}$ с$^{-1}$, т. е. при частоте приливной гармоники M_2) зона левого вращения все более стягивается к центру одноименной амфидромической системы. Таким образом, окраины «ячейки господства» амфидромической системы левого оборота «захватываются» зоной правого вращения, распространяющейся сюда из смежных «правых» ячеек.

Влияние разности фаз ψ скрещивающихся волн на форму и расположение зон разного вращения рассмотрено на рис. 3.22 *б* при $\alpha=60°$, $n_s=1$ и $s=0{,}269$ (что соответствует $\varphi^0=15°$ с. ш.). При принятых значениях α и s условие $D^2\geqslant 4s^2n_s^2$ выполняется лишь в диапазонах $17<\psi<130°$ и $197<\psi<310°$. В первом из этих диапазонов зоны левого вращения по мере роста ψ зарождаются вокруг центров левых амфидромий, расширяются, затем сжимаются и, наконец, исчезают при $\psi\to130°$. Дальнейший рост параметра ψ приводит к смене направления оборота всех амфидромий после того, как разность фаз скрещивающихся волн превысит 180°, в результате чего центры правых и левых амфидромий меняются местами. При $\psi=197°$ появляются и зоны левого вращения течений, приуроченные уже к новым центрам левых амфидромий, после чего по мере роста ψ расширение, сжатие и исчезновение зон левого вращения повторяются. На рис. 3.22 *б* показана смена расположения зон противоположного вращения при переходе от первого диапазона значений ψ ко второму.

Влияние соотношения амплитуд n_s интерферирующих стоячих волн на форму и размеры зон разного вращения представлено на рис. 3.22 *в* при $\alpha=60°$, $s=0{,}269$ и $\psi=60°$. Из выражения (3.71) видно, что при равенстве скрещивающихся волн, т. е. при $n_s=1$, член $s(1-n_s^2)$, находящийся в числителе, равен нулю, и тогда $R^+=R^-$, что дает равные по величине и противоположные по знаку средние наклоны линий реверсивных течений к оси x, т. е. симметричную относительно координатных осей форму зон различного вращения. При уменьшении n_s возникающий член $s(1-n_s^2)$ дает положительную добавку в числитель выражения для R^+, увеличивая тем самым положительный коэффициент R^+ и уменьшая отрицательный коэффициент R^-. В результате, как видно из

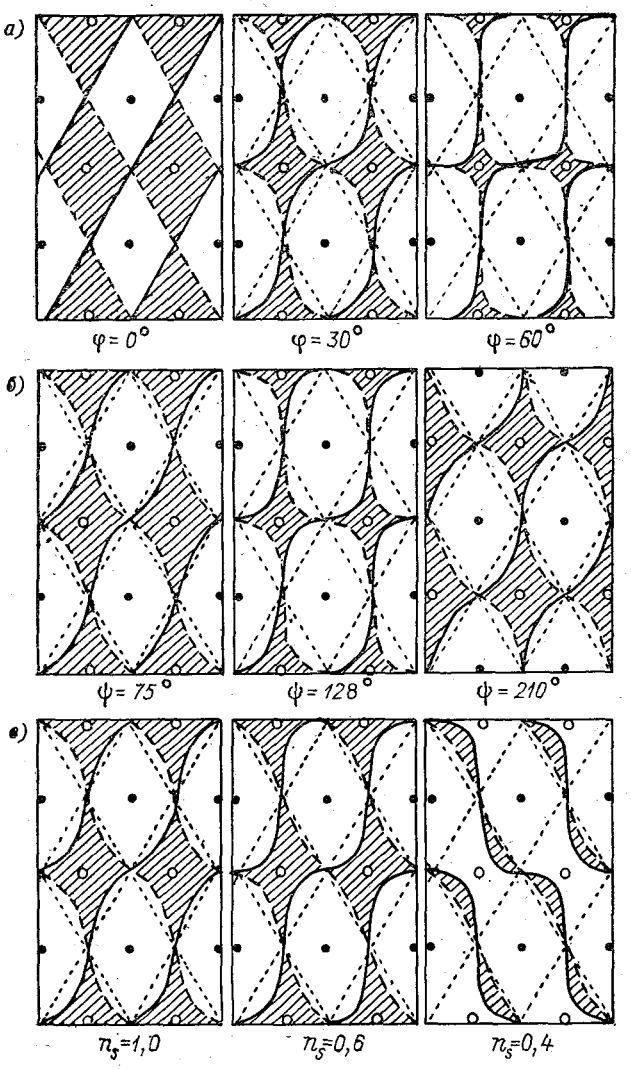


Рис. 3.22. Зависимость формы зон противоположного вращения приливных течений от параметров, характеризующих косую интерференцию стоячих волн Сверд-рупа.

а — влияние географической широты φ при $\alpha=60°$, $\psi=60°$, $n_s=1{,}0$; *б* — влияние разности фаз ψ при $\alpha=60°$ $s=0{,}269$; $n_s=1{,}0$; *в* — влияние соотношения амплитуд n_s при $\alpha=60°$, $\psi=60°$, $s=0{,}269$.

рис. 3.22 *в*, уменьшение n_s ведет к постепенному перекосу зон левого и правого вращения с одновременным преобладанием вторых над первыми. При некотором значении n_s, определяемом соотношением

$$s(1-n_s^2)=\sqrt{D^2-4s^2n_s^2}, \tag{3.72}$$

оказывается, что $R^-=0$, т. е. происходит разрушение ячеистой структуры зон различного вращения. При дальнейшем уменьшении n_s, когда оба коэффициента R^+ и R^- становятся положительными, обе системы линий реверсивных течений имеют одинаковый по знаку средний наклон к оси x, и зоны противоположного вращения принимают теперь вид полос, ориентированных вдоль узлов («правая» зона) и пучностей («левая» зона) бо́льшей из двух интерферирующих волн. При последующем уменьшении n_s зоны левого вращения постепенно суживаются, но полностью исчезают только при $n_s=0$.

Зависимость формы зон противоположного вращения течений от интерференционного угла α достаточно очевидна. Взаимная ориентация скрещивающихся волн, характеризуемая этим углом, определяет вид ромбовидных амфидромических «ячеек господства», а именно, величине α равен угол, образуемый сторонами этих ячеек с их диагональю, параллельной оси x (см. рис. 3.12). Как было показано на всех приведенных примерах, указанные ячейки тесно связаны с зонами противоположного вращения течений, являясь для них своеобразным «каркасом».

Выражения для компонентов плотности чистого потока энергии находятся подстановкой выражений (3.65) и (3.66) в (3.5). В результате получаем:

$$\begin{aligned}\langle w_x\rangle &= -2M_S\sin\alpha n_S\sin\psi\sin(2k_S''y)+sM_S\cos\alpha\{\sin[2(k_S'x+k_S''y)]+\\ &+2n_s\cos\psi\sin(2k_S''y)-n_s^2\sin[2(k_S'x-k_S''y)]\};\\ \langle w_y\rangle &= 2M_S\cos\alpha n_s\sin\psi\sin(2k_S'x)+sM_S\sin\alpha\{-\sin[2(k_S'x+k_S''y)]+\\ &+2n_s\cos\psi\sin(k_S'x)+n_s^2\sin[2(k_S'x-k_S''y)]\}.\end{aligned} \tag{3.73}$$

При $s=0$ эти выражения сводятся к (3.41). Сопоставление выражений (3.73) и (3.41) показывает, что наличие силы Кориолиса заметно влияет на картину потоков энергии. В общем эта картина сохраняет характер циркуляционных круговоротов вокруг центров амфидромических систем, однако более детальные ее характеристики сильно зависят от параметра s (влияние которого в свою очередь будет различным при разных сочетаниях параметров n_s, ψ и α). Попытаемся установить некоторые общие закономерности результирующей картины чистых потоков приливной энергии путем варьирования названных параметров.

На рис. 3.23 показано, как изменяется поле векторов $\langle\mathbf{w}\rangle$ с ростом параметра s при фиксированных значениях $n_s=1$, $\alpha=$

$=60°$, $\psi=60°$. Поскольку указанный рисунок (подобно рис. 3.22) построен в безразмерных координатах $\tilde{x}=x/\lambda_s$, $\tilde{y}=y/\lambda_s$, то расстояния между амфидромиями сохраняются на нем неизменными. Вследствие независимости выражений (3.65) от параметра s оди-

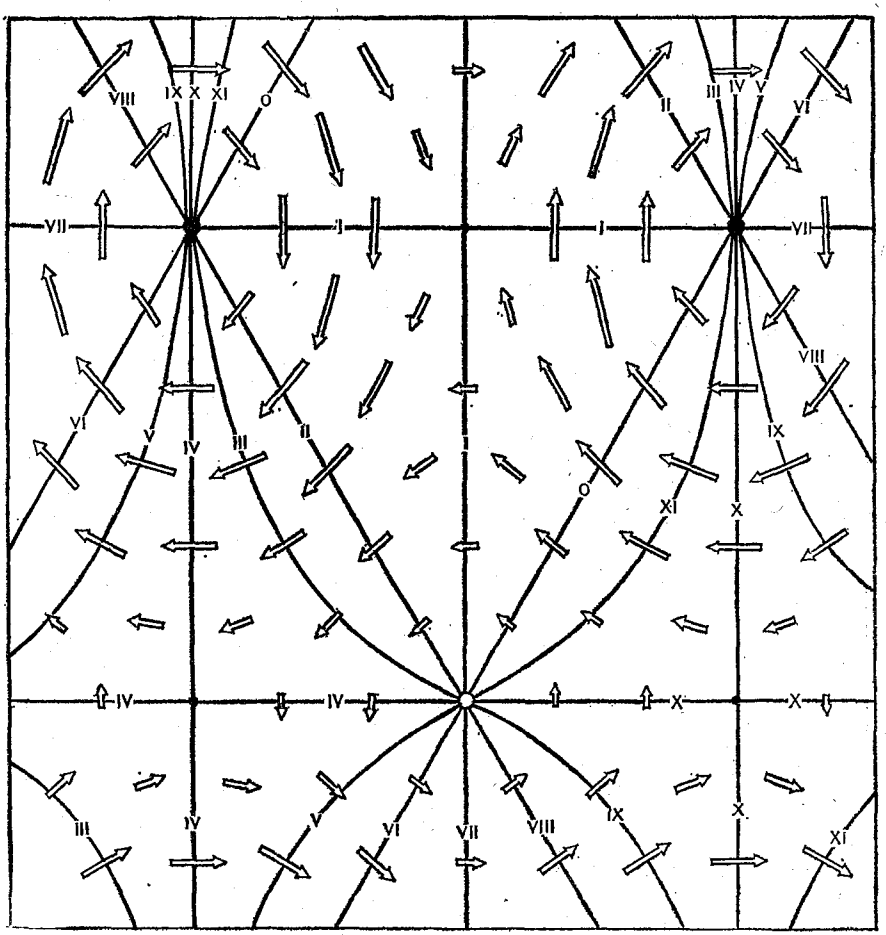


Рис. 3.23. Поле чистых потоков энергии в результате косой интерференции волн Свердрупа при $n_s=1{,}0$, $\alpha=60°$, $\psi=60°$, $s=0{,}519$ (т. е. при $\varphi=30°$ с. ш.).

наковым остается и рисунок котидальной карты, хотя амплитуда приливных колебаний с ростом s повсеместно снижается.

Основная особенность картины волновых потоков по сравнению со случаем $s=0$ (см. рис. 3.15 на с. 124) состоит в том, что энергетические круговороты противоположного вращения становятся различными по интенсивности: при $s>0$ правые круговороты заметно интенсивнее левых. В данном случае интенсификация правых круговоротов обусловлена главным образом местным

увеличением в каждом векторое $\langle \mathbf{w} \rangle$ компонентов, параллельных оси ординат. При небольших значениях s это приводит к локальному усилению правых энергетических круговоротов по сравнению со случаем отсутствия силы Кориолиса при значительном

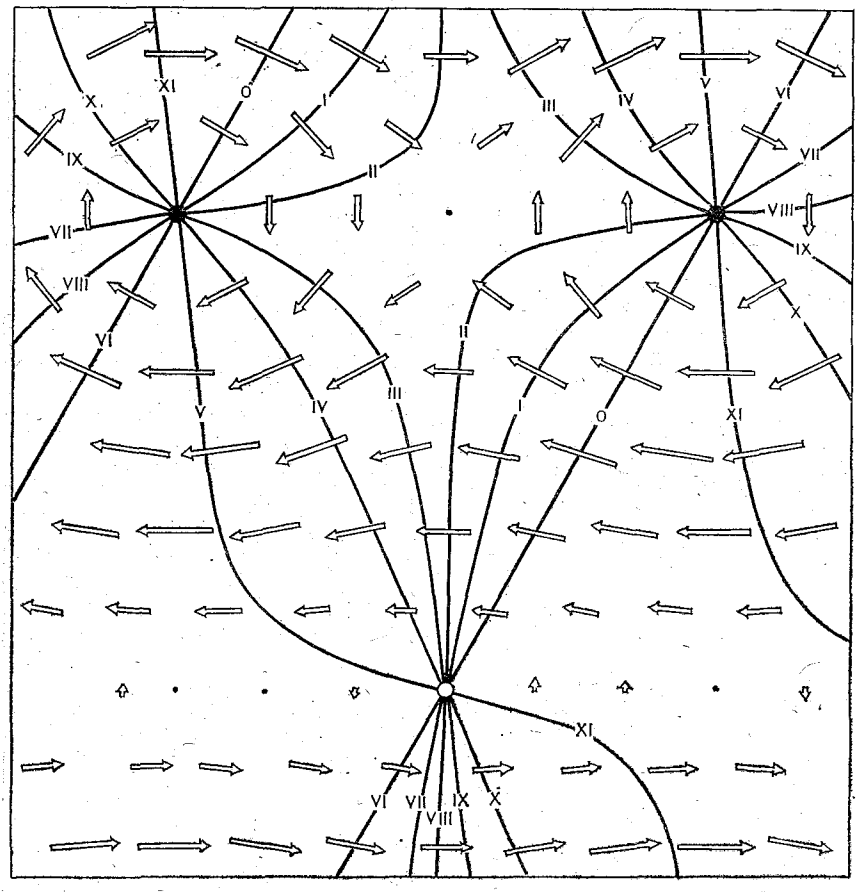


Рис. 3.24. Горизонтальная циркуляция энергии в результате косой интерференции волн Свердрупа при $n_s=1{,}0$, $\alpha=60°$, $s=0{,}519$, $\psi=128°$.

ослаблении левых круговоротов, в которых уменьшаются оба компонента вектора $\langle \mathbf{w} \rangle$. С дальнейшим ростом параметра s общее ослабление охватывает круговороты обоих знаков, но преобладание правых круговоротов над левыми сохраняется. По мере приближения s к единице значения векторов $\langle \mathbf{w} \rangle$ стремятся к нулю в соответствии с рассмотренными выше (с. 130) свойствами волн Свердрупа. Можно добавить, что, в отличие от случая $s=0$, правило нормальности векторов $\langle \mathbf{w} \rangle$ к местным котидальным линиям сохраняется только для тех из этих линий, которые параллельны координатным осям; для всех прочих котидалей направление по-

токов энергии в общем отклоняется от нормали, причем особенно это заметно в зоне амфидромий правого вращения.

Обусловленные наличием силы Кориолиса вторые слагаемые выражений (3.73) содержат также параметры ψ и n_s. Таким образом, при учете вращения Земли указанные параметры влияют

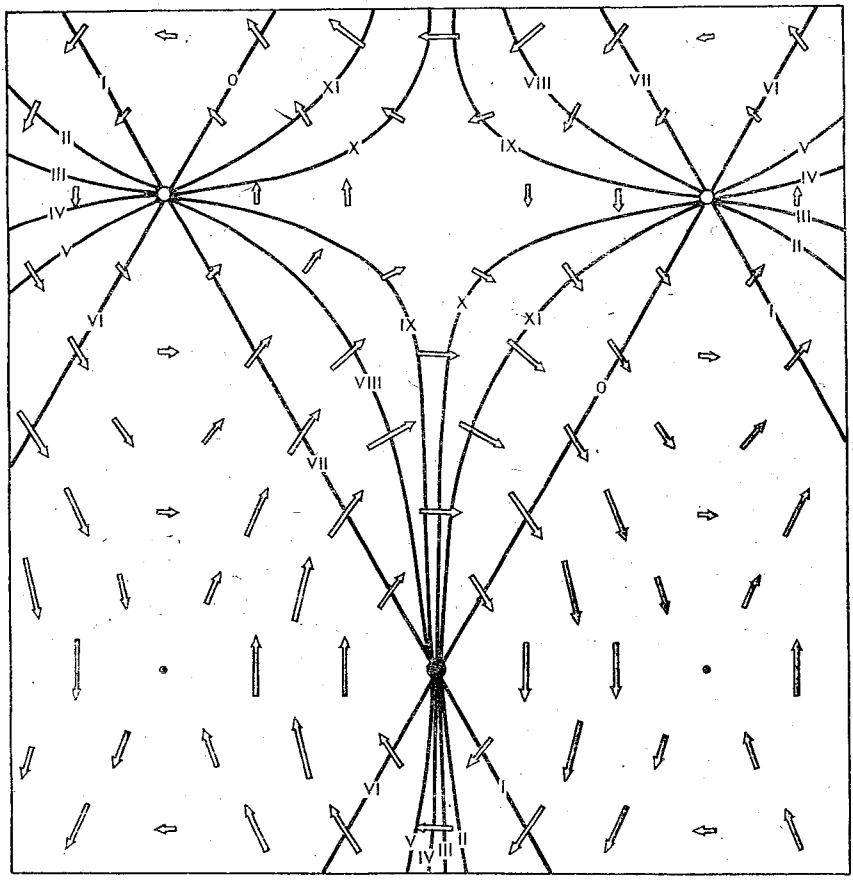


Рис. 3.25. То же, что на рис. 3.24, но при $\psi=210°$.

не только на интенсивность энергетических потоков (как это было при интерференции плоских стоячих волн), но и на их конфигурацию. В частности, из рис. 3.24 видно, что нарастание фазового сдвига ψ трансформирует поле волновых потоков, изменяя их преобладающую ориентацию. При этом энергетические круговороты левого вращения практически исчезают вместе с зонами левого вращения приливных течений (т. е. когда угол ψ переходит через значение 130° в данном примере). После того как центры левых и правых амфидромий меняются местами (при $\psi > 180°$), правые энергетические круговороты перемещаются вместе со «своими»

амфидромическими центрами на новые места. При $\psi > 197°$ вместе с появлением зон левого вращения течений появляются и левые энергетические круговороты (рис. 3.25). Максимальной интенсивности левые круговороты достигают при $\psi = \pm 90°$, но и тогда они слабее правых. Отметим, что при изменении параметра ψ происходит изменение и котидальной карты, поскольку выражения (3.65) зависят от ψ.

Аналогичным образом может быть проанализирована роль параметра n_s, также входящего во вторые слагаемые («кориолисовы добавки») выражений для $\langle w_x \rangle$ и $\langle w_y \rangle$. Уменьшение величины n_s ведет к общему ослаблению волновых потоков приливной энергии, а также сказывается на характере их векторного поля, в котором различия в интенсивности между правыми и левыми энергетическими круговоротами становятся все более заметными. Амфидромические точки остаются центрами энергетических круговоротов «своего» знака при всех $n_s > 0$. Можно отметить, что при учете силы Кориолиса параметр n_s влияет на форму котидальных линий, которые при уменьшении указанного параметра все гуще концентрируются вдоль узловых линий бо́льшей из скрещивающихся волн.

3.2.8. Интерференция встречных прогрессивных волн Пуанкаре *

Интерференция встречных волн Пуанкаре-1 может иметь место как в достаточно широких ($b > b_{\text{мин}}$) каналах или заливах, так и у открытых побережий, ограничивающих теоретически полубесконечный океан. Если использовать выражения (3.56) и обозначить соотношение амплитуд ** встречных волн через r, то для суммарного движения после ряда преобразований можно написать

$$\begin{aligned}
\zeta &= 2a_S \{[(1+r)\cos(k_S''y)\cos\beta - (1-r)\sin(k_S''y)\sin\beta]\cos(k_S'x)\times \\
&\quad \times \cos(\sigma t) + [(1-r)\cos(k_S''y)\cos\beta - \\
&\quad - (1+r)\sin(k_S''y)\sin\beta]\sin(k_S'x)\sin(\sigma t)\}; \\
u &= 2a_S\sqrt{g/h}\cos\beta(1-s^2)^{-1/2}\{[(1-r)(1-s^2)\sin\alpha\cos(k_S''y) - \\
&\quad - (1+r)s\sec\alpha\sin(k_S''y)]\cos(k_S'x)\cos(\sigma t) + \\
&\quad + [(1+r)(1-s^2)\sin\alpha\cos(k_S''y) - \\
&\quad - (1-r)s\sec\alpha\sin(k_S''y)]\sin(k_S'x)\sin(\sigma t)\}; \\
v &= 2a_S\sqrt{g/h}\sec\beta(1-s^2)^{-1/2}\cos\alpha\sin(k_S''y)\times \\
&\quad \times[-(1-r)\sin(k_S'x)\cos(\sigma t) + (1+r)\cos(k_S'x)\sin(\sigma t)].
\end{aligned} \tag{3.74}$$

---

* Материал этого раздела получен Д. А. Романенковым.

** Поскольку амплитуда волн Пуанкаре-1 неодинакова в поперечном направлении, то при сравнении двух волн по амплитудам следует брать эти амплитуды в сопоставимых точках, например, у правого по ходу волны берега, либо на равных расстояниях от него, либо на оси канала, и т. д.

Подставляя выражения для u и v в выражение (3.16) и приравнивая его к нулю, получаем уравнение линий реверсивных течений:

$$(1/4)(1-r^2)(1-s^2)\sin(2\alpha)\sin(2k_S''y) = \\ = s\sin^2(k_S''y)\left[1+2r\cos 2(k_S'x)+r^2\right], \tag{3.75}$$

которое имеет два решения: первое [см. (3.57)] —

$$y^{(1)} = y_n = \pm n\lambda_S''/2 \tag{3.76}$$

и второе —

$$y^{(2)} = \frac{\lambda_S''}{2\pi}\,\mathrm{arctg}\,\frac{(1-r^2)(1-s^2)\sin(2\alpha)}{2s\left[1+2r\cos(2k_S'x)+r^2\right]}. \tag{3.77}$$

Из выражений (3.74) видно, что условие $v(x)\equiv 0$ выполняется при $y=\pm n\lambda_s''/2$, т. е. наличие при указанных значениях y стенок, параллельных оси x, не нарушает движения. В то же время условие $u(y)\equiv 0$ (непротекание через стенку, параллельную оси y) не выполняется ни при каких значениях x. Это означает, что при отражении прогрессивной волны Пуанкаре от «торца» замкнутого канала (от вершины залива) возникают дополнительные эффекты, для описания которых требуется привлекать набор стоячих волн (типа волн Пуанкаре-2) с амплитудами, экспоненциально затухающими по мере удаления от поперечной стенки подобно тому, как это происходит при отражении волн Кельвина [154, 160]. Таким образом, выражения (3.74) описывают результат отражения волн Пуанкаре от «торца» канала на некотором расстоянии от него. При этом надо иметь в виду, что в данном случае набор волн Пуанкаре-2 должен быть иным, нежели в случае отражения волн Кельвина, так как требующие уравновешивания вблизи «торца» поперечные наклоны уровня в волнах Пуанкаре-1 отличаются от таковых в волнах Кельвина не только по крутизне, но и на бо́льшей части поперечного профиля по знаку.

Изображенные на рис. 3.26 приливные карты характеризуются наличием амфидромий различного оборота, чередующихся в шахматном порядке, как и в случае скрещивания стоячих волн Свердрупа (см. п. 3.2.7). Причина указанного сходства состоит в том, что в обоих случаях рассматривается косая интерференция двух пар встречных прогрессивных волн, что можно изобразить схемой, приведенной на рис. 3.27. Однако если в п. 3.2.7 мы имеем дело с интерференцией чисто стоячих волн (в каждой паре встречные волны равны друг другу, а различие в амплитудах имеет место между парами), то ситуацию при суперпозиции встречных волн Пуанкаре-1 разной амплитуды можно рассматривать как косую интерференцию смешанных волн (различие в амплитудах имеет место внутри каждой пары). Только при полном отражении волны Пуанкаре-1, т. е. при $r=1$ (такой случай показан на рис. 3.26 *а*) ситуация сводится к интерференции

стоячих волн Свердрупа (равных по амплитудам). В этом случае центры положительных амфидромий лежат на линиях $y=y_n$ (т. е. крайние из них совпадают с берегами канала и в пределах бас-

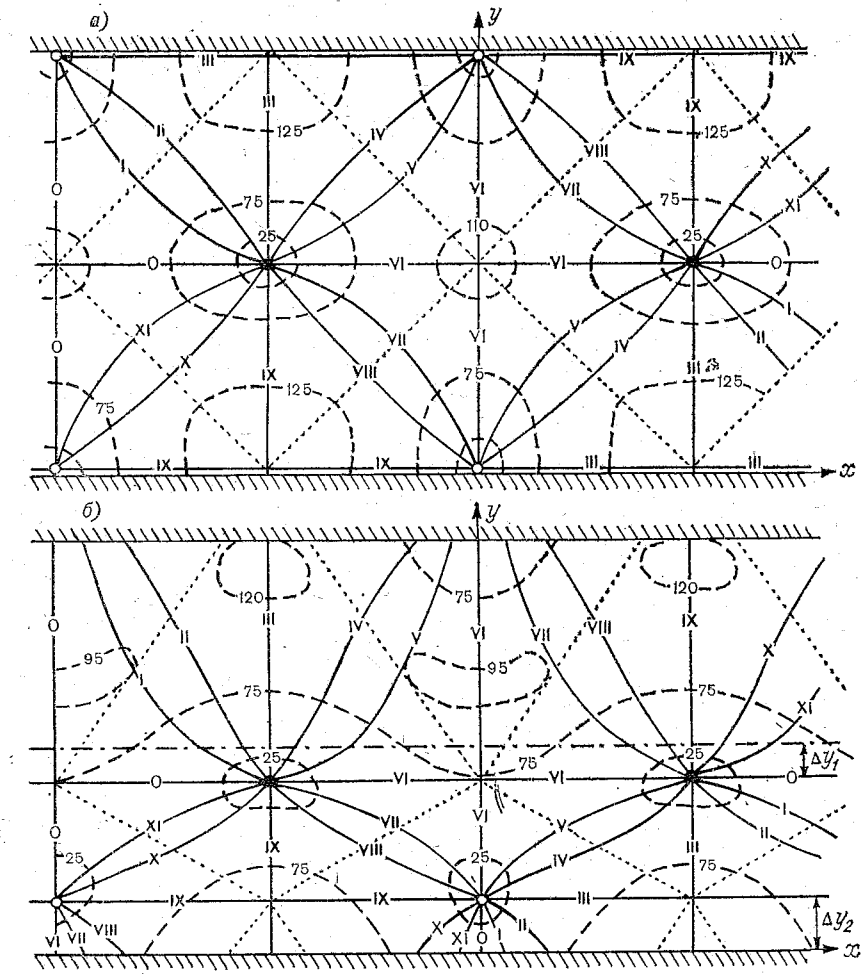


Рис. 3.26. Амфидромические системы, возникающие в результате встречной интерференции волн Пуанкаре в канале при $\alpha=45°$, $\varphi=45°$ ($s=0{,}7337$).

а — полное отражение ($r=1{,}0$); *б* — неполное отражение ($r=0{,}5$).

сейна остаются лишь половины таких «береговых» амфидромий), а центры отрицательных амфидромий лежат на линиях $y=y_n\pm\pm\lambda''_s/4$. Поскольку, как указывалось в п. 3.2.6, природный бассейн, как правило, имеет ширину, не превосходящую $\lambda''_s/2$, то для такого случая положительные амфидромии будут представлены только своими половинами, а отрицательные амфидромии будут

располагаться на оси бассейна. Полученная картина показывает, что каналообразный залив делится центральной осью на две половины, в левой из которых (если смотреть от океана в сторону вершины) нарастание фазы происходит вперед (к вершине), а в правой — назад (к океану). Это прямо противоположно тому, что мы имели в амфидромиях Тэйлора, возникающих при встрече равных волн Кельвина (ср. рис. 3.16). Будем называть указанные выше половинчатые положительные амфидромии левобережной и правобережной, а отрицательную полную амфидромию — центральной (осевой).

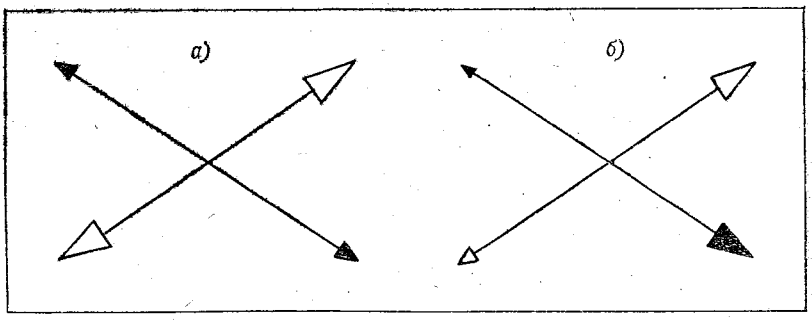


Рис. 3.27. Схематическое изображение различных вариантов косой интерференции волн Свердрупа. Размер наконечников стрелок пропорционален амплитуде соответствующей прогрессивной волны.

а — интерференция стоячих волн; *б* — интерференция смешанных волн.

В чисто стоячей волне Пуанкаре, которая образуется при $r=1$, понятие узлов и пучностей не удается определить так же четко, как в плоских волнах или волнах Кельвина, где указанные понятия определялись из условия антифазности либо синфазности встречных волн. В волнах Пуанкаре-1 такое условие оказывается неоднозначным, так как фаза в этих волнах меняется в поперечном направлении скачком на 180°, и точки этой смены (обращения) фазы у прямой и отраженной волн не совпадают друг с другом. В результате синфазность встречных волн у берегов сочетается с их антифазностью в центральной части канала и наоборот. Будем для определенности употреблять термины «пучность» и «узел», имея в виду синфазность и антифазность встречных волн Пуанкаре *на оси канала* и помня, что вблизи берегов условия будут обратными тем, которые соответствуют указанному термину. Тогда оказывается, что с узловой зоной связаны только центральные отрицательные амфидромии, а береговые положительные полуамфидромии приходятся на зону пучности.

Поле течений в стоячей волне Пуанкаре-1, как это следует при $r=1$ из выражений (3.76) и (3.77), характеризуется отсутствием зон левого вращения. В то же время анализ выражения для v в (3.74) показывает, что в этом случае вдоль берегов канала

при $y=0$ и $y=\lambda''_s/2$ (как уже отмечалось), а также вдоль линий пучностей $x=\pm(2n+1)\lambda'_s/4$ течения реверсивны и параллельны берегам. Кроме того, из выражения для u в (3.74) видно, что при $y=n\lambda''_s/2$ на линиях пучностей и при $y=\lambda''_s/4$ на линиях узлов продольные течения также исчезают, т. е. в названных «нуль-точках» течения отсутствуют вообще. За исключением указанных линий и точек, поле течений в бассейне представлено эллипсами правого вращения, параметры которых разнообразным образом зависят от ширины канала, определяющей угол α для фиксированной приливной частоты σ, и географической широты, определяющей параметр s. При определенной комбинации условий эллипсы течений в некоторых точках могут приобретать круговую форму. С центрами осевых амфидромических систем связаны локальные максимумы вращающихся течений, а с центрами береговых полуамфидромий — локальные максимумы реверсивных течений.

Наиболее заметной отличительной особенностью приливной карты при неполном отражении ($r<1$) волн Пуанкаре-1 является смещение центров амфидромических систем в поперечном направлении, причем положительные амфидромии смещаются влево, а отрицательные — вправо, если смотреть в направлении бóльшей из встречных волн (в Северном полушарии). В канале шириной $b=\lambda''_s/2$ это приводит к исчезновению левобережной амфидромии (она «уходит» из бассейна, оставляя на своем месте лишь сгущение котидалей и относительный минимум амплитуд) и к «отрыву от берега» правобережной амфидромии, сдвигающейся вдоль линии пучности в сторону оси бассейна в то время, как центральная амфидромия смещается в сторону правого берега вдоль линии узла (см. рис. 3.26 *б*).

Поскольку поперечный профиль волны Пуанкаре-1 (в том числе и ордината точки обращения фазы) зависит от угла α, то и положение амфидромических точек при встречной интерференции также будет зависеть не только от r, но и от α (или β).

При нахождении аналитических выражений для координат центров отрицательных и положительных амфидромических систем учтем, что их абсциссы x_a^- и x_a^+ определяются из условия принадлежности соответствующих точек узлу или пучности; тогда с учетом приведенных выше соображений имеем

$$x_a^- = n\lambda'_s/2;$$
$$x_a^+ = (2n+1)\lambda'_s/4. \qquad (3.78)$$

Ординаты амфидромических точек y_a^- и y_a^+ получим с помощью первого из выражений (3.74) из условия равенства нулю вели-

чины ζ при абсциссах x_a^- и x_a^+ в любой момент времени, откуда следует

$$y_a^- = \frac{\lambda_s''}{2\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{1+r}{1-r}\,\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{s}\right);$$
$$y_a^+ = \frac{\lambda_s''}{2\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{1-r}{1+r}\,\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{s}\right). \qquad (3.79)$$

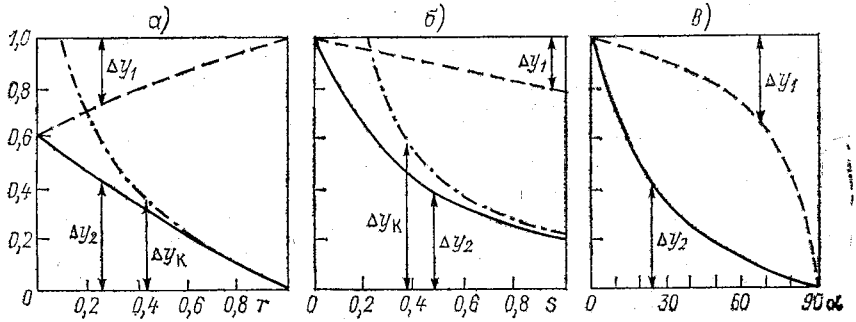


Рис. 3.28. Ординаты амфидромических точек y_a^- (прерывистые линии) и y_a^+ (сплошные линии), возникающих в результате встречной интерференции волн Пуанкаре при различных условиях.

а — влияние параметра r при $\alpha=45°$, $\varphi=45°$ ($s=0{,}7337$); *б* — влияние параметра s при $\alpha=45°$, $r=0{,}5$; *в* — влияние параметра α при $r=0{,}5$, $\varphi=45°$ ($s=0{,}7337$). Все ординаты нормированы на $\lambda''/4$. Штрих-пунктиром на *а* и *б* показано нормированное на $\lambda/4$ абсолютное значение смещения амфидромической точки при встрече волн Кельвина в канале шириной $b=\pi\sqrt{gh}/\sigma=\lambda/2$.

Зависимость величины смещений амфидромических точек с центральной оси ($\Delta y_1 = y_a^- - \lambda''/4$) и с линии правого берега ($\Delta y_2 = y_a^+$) от параметров r, α и s видна из рис. 3.28. Для сравнения штрих-пунктирной линией показаны аналогичные зависимости для сдвига амфидромической точки Тэйлора (Δy_K).

По мере ослабления встречной волны (т. е. по мере роста диссипативных потерь энергии при отражении) происходит все большее сближение ординат y_a^- и y_a^+, причем только в относительно узкой полосе между ними сохраняется встречное (в сторону океана) нарастание фазы, в то время как в основной части бассейна фаза нарастает в сторону вершины. В той же полосе между ординатами y^- и y^+ котидали, сгущаясь по мере уменьшения r, все более вытягиваются вдоль канала, тогда как за пределами названной полосы их расположение становится все более поперечным, а промежутки между ними все более равномерными. Амфидромические системы при этом становятся все более

сплющенными со стороны, обращенной внутрь указанной полосы, что сопровождается характерным изменением конфигурации их «ячеек господства», которые утрачивают ромбическую форму, становясь односторонне «затупленными» у ячеек отрицательных амфидромий — справа (по ходу прямой волны), а у ячеек положительных амфидромий — слева. Одновременно противоположные углы ячеек (левый у отрицательных и правый у положительных) становятся все острее (см. рис. 3.26 *б*).

При $r \to 0$ амфидромии обоих знаков стремятся выстроиться в одную линию на расстоянии $y^{\mp} = [\lambda''_S/(2\pi)] \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg}\alpha/s)$ от правого берега, полоса встречного нарастания фазы исчезает и во всем заливе фаза нарастает от океана к вершине. При этом цепочка амфидромий вырождается в простую продольную узловую линию, разделяющую антифазные участки единственной прогрессивной волны при полном исчезновении встречной. Можно сказать, что в этом предельном случае все тупые углы амфидромических ячеек достигли 180°, а все острые — 0° и ячейки исчезли вместе с амфидромиями.

Влияние неполного отражения на течения проявляется, во-первых, в снижении их средней интенсивности за счет потерь энергии при отражении и, во-вторых, в сглаживании экстремумов картины течений, поскольку их максимальные значения в узлах снижаются, а в прежних «нуль-точках» течения становятся ненулевыми, так как полного гашения за счет противофазы теперь не происходит. Существенной особенностью является возникающая асимметрия поля эллиптических годографов — у правого берега появляется зона относительно слабых течений, имеющих левое вращение. Границы этой зоны определяются с одной стороны уравнением (3.76), т. е. линией правого берега, а с другой стороны — уравнением (3.77), которое описывает волнистую кривую, имеющую максимальные ординаты при $x = x^+$, а отрицательные при $x = x^-$. При этом, если на линии берега реверсивные течения ориентированы, естественно, вдоль нее, то на второй границе реверсивные течения имеют различную ориентацию в разных точках, становясь чисто поперечными ($u \equiv 0$) на абсциссах всех амфидромических точек, т. е. как в узлах, так и в пучностях. Таким образом, в целом прилегающая к правому берегу зона левовращающихся течений имеет наименьшую ширину в узлах и наибольшую (за счет относительно узких «отростков») — в пучностях. При $r \approx 1$, т. е. при сильном отражении, ширина указанных «отростков» мала и их концы почти достигают середины канала (при $r \to 1$ ордината границы стремится к $y = b/2$). С уменьшением отраженной волны «отростки» становятся шире и короче, в то время как минимальные ординаты линии реверсивных течений растут. При $r \to 0$ форма границы реверсивных течений стремится к прямой линии, ориентированной параллельно правому берегу и расположенной от него на расстоянии $y_2 - y_1$ (см. с. 134), т. е. мы получаем чисто прогрессивную волну Пуанкаре-1.

Рассматривая роль параметра s, надо учесть, что, помимо отмечавшихся выше эффектов, связанных с его влиянием на «расклад» энергии между потенциальной и кинетической частями (снижение амплитуд ζ и рост амплитуд u и v) и на длину исходной волны λ_s (рост горизонтальных размеров элементов приливной картины), этот параметр совместно с интерференционным углом 2α определяет фазовый сдвиг 2β при косом отражении исходных волн Свердрупа. Напомним, что фазовый сдвиг скрещивающихся стоячих волн влияет на «раскрытие» амфидромических систем Гарриса. С приближением фазового сдвига к 0 или 180° амфидромии «складывают лепестки», их котидальные линии все более стягиваются к линиям узлов и в пределе сливаются с ними, в то время как колебания вырождаются в двумерную стоячую волну. То же происходит и в нашем случае с приближением β к 0 либо к 90°; при этом малым значениям β соответствует концентрация котидалей вдоль оси канала и линий $x=x_a^+$, а при β, близких к 90°, котидали сгущаются вдоль берегов и линий $x=x_a^-$. Максимальное «раскрытие» амфидромий имеет место при $\beta=45°$, т. е. при $s=\operatorname{ctg}\alpha$.

Поскольку параметр s связан с β, он оказывает влияние и на поперечное смещение амфидромических точек Δy_1 и Δy_2. Кроме того, при уменьшении s сужается зона обратного нарастания фазы, поскольку с уменьшением фазового сдвига при косом отражении все больше восстанавливается симметрия встречных волн Пуанкаре-1 относительно боковых стенок канала.

Для приливных течений рост параметра s ведет к усилению преобладания зон правого вращения над зонами левого вращения. С уменьшением s происходит выравнивание площадей этих зон; из выражения (3.77) видно, что при $s\to 0$ граница зоны левого вращения при любых значениях r и α становится прямолинейной и достигает ординаты $y=\lambda_s''/4$, т. е. середины канала.

Отметим, что угол α, определяющий, как указывалось, размеры продольных и поперечных элементов результирующей картины колебаний (через величины λ_s' и λ_s''), а также (совместно с параметром s) значение фазового сдвига при косом отражении, сам не является произвольной величиной. Поскольку реальные бассейны почти никогда не превосходят по ширине величину $\lambda_s''/2$, то величина α практически определяется шириной канала b, откуда

$$\alpha=\arccos\frac{\pi}{\sigma b}\sqrt{\frac{gh}{1-s^2}}. \qquad (3.80)$$

В отношении результирующей картины течений угол α при $s\neq 0$ оказывает существенное влияние на ширину зоны левого вращения. Из выражения (3.77) видно, что эта зона достигает максимальной ширины при $\alpha=45°$, т. е. когда волны Свердрупа пересекаются под прямым углом. С приближением угла α к 0 или к 90° ширина зоны левого вращения стремится к нулю.

Выражения для компонентов плотности потока энергии w_x и w_y получим, подставив (3.74) в (3.5). Осредняя по периоду, находим выражения для плотности чистых потоков:

$$\begin{aligned}\langle w_x\rangle = M_S\cos\beta\,\{(1-r^2)\{(1-s^2)\cos\beta\sin\alpha\,[1+\cos(2k''_S y)]+\\ +s\sin\beta\sec\alpha\,[1-\cos(2k''_S y)]\}-\\ -\sin(2k''_S y)\{s\cos\beta\sec\alpha\,[1+2r\cos(2k'_S x)+r^2]+\\ +(1-s^2)\sin\beta\sin\alpha\,[1-2r\cos(2k'_S x)+r^2]\}\};\\ \langle w_y\rangle = -rM_S\sin^2\beta\cos\alpha\sin(2k'_S x)\,[1-\cos(2k''_S y)].\end{aligned} \tag{3.81}$$

При полном отражении ($r=1$) получаем стоячую волну Пуанкаре и из выражения (3.81) находим:

$$\begin{aligned}\langle w_x\rangle = -2M_S\cos\beta\sin(2k''_S y)\,[s\cos\beta\sec\alpha\,[1+\cos(2k'_S x)]+\\ +2(1-s^2)\sin\beta\sin\alpha\,[1-\cos(2k'_S x)];\\ \langle w_y\rangle = -M_S\sin^2\beta\cos\alpha\sin(2k'_S x)\,[1-\cos(2k''_S y)].\end{aligned} \tag{3.82}$$

При нулевом отражении ($r=0$) получаем $\langle w_y\rangle=0$, т. е. поперечная составляющая исчезает и волна Пуанкаре становится чисто прогрессивной. Для продольной составляющей потока энергии имеем

$$\begin{aligned}\langle w_x\rangle = M_S\cos\beta\,\{(1-s^2)\cos\beta\sin\alpha\,[1+\cos(2k''_S y)]+\\ +s\sin\beta\sec\alpha\,[1-\cos(2k''_S y)]-\\ -\sin(2k''_S y)\,[s\cos\beta\sec\alpha+(1-s^2)\sin\beta\sin\alpha]\},\end{aligned} \tag{3.83}$$

что соответствует выражению (3.60) с учетом различий, связанных с различным положением начала координатной оси x и использованием параметра β в выражении (3.83). Наконец, при отсутствии вращения (при $s=0$) имеем также $\beta=0$, и выражения (3.81) сводятся к полученным ранее формулам (3.32).

На рис. 3.29, 3.30 показаны векторные поля чистых потоков энергии при интерференции встречных волн Пуанкаре в канале шириной $b=\lambda''_s/2$ в Северном полушарии при различных значениях параметров r, s и α. Наиболее простые случаи соответствуют полному и нулевому отражению, т. е. значениям $r=1$ (рис. 3.29 *а*) и $r=0$ (рис. 3.20). В первом из них картина характеризуется мощными круговоротами энергии по часовой стрелке вокруг центральных амфидромий правого оборота (отрицательных). Если смотреть вдоль канала, то слева от его оси господствуют продольные потоки энергии, направленные вперед, а справа от оси — потоки, направленные назад. Указанные продольные потоки усиливаются в узлах (на траверзе центральных амфидромий) и ослабевают в пучностях (в окрестностях береговых полуамфидромий).

Поперечные потоки энергии наиболее развиты на оси канала, их направление меняется на противоположное при переходе через абсциссы узлов и пучностей, а максимальные значения имеют ме-

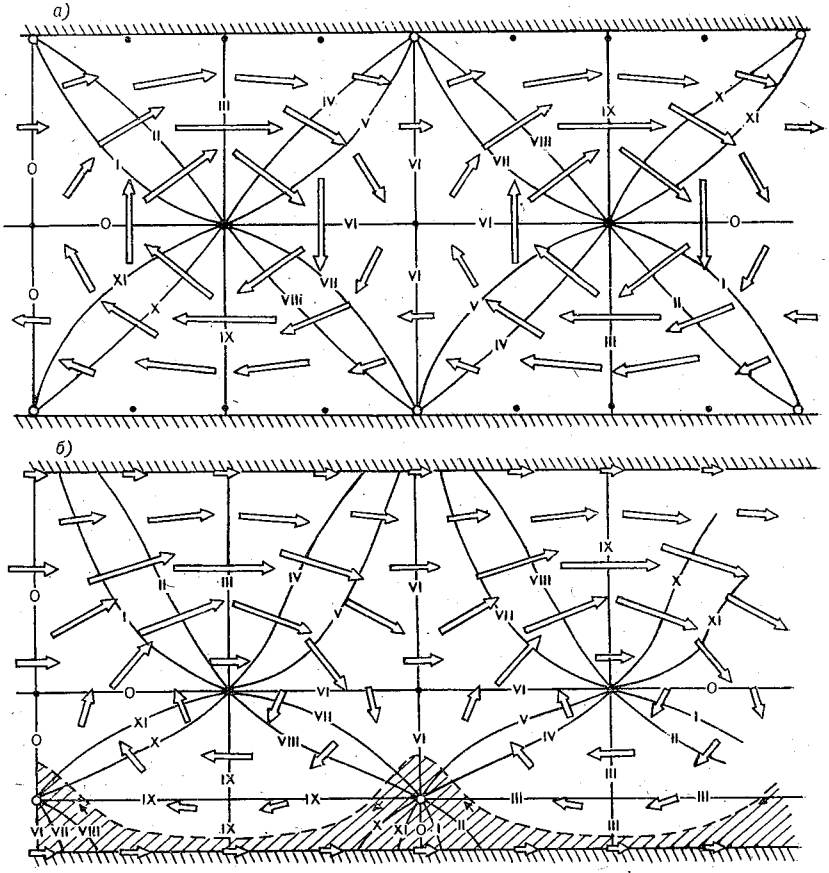


Рис. 3.29. Влияние отражения на потоки энергии в волне Пуанкаре при $\gamma=45°$, $\varphi=45°$ $(s=0{,}7337)$.

а — полное отражение $(r=1{,}0)$; *б* — частичное отражение $(r=0{,}5)$. Заштрихованы зоны левого вращения течений.

сто при $x=\pm(n+1)\lambda'_s/8$, т. е. посредине между узлами и пучностями. Важной особенностью этого случая является полное исчезновение продольных потоков энергии у берегов канала из-за локального равенства амплитуд встречных волн Пуанкаре в этих местах.

Сравнение полученного результата со случаем полного отражения интерференционной двумерной волны типа (3.27) позволяет наглядно оценить влияние силы Кориолиса на характер

горизонтальной циркуляции приливной энергии. При отсутствии указанной силы возникающая в канале чисто стоячая двумерная волна характеризуется полным отсутствием чистых потоков (см.

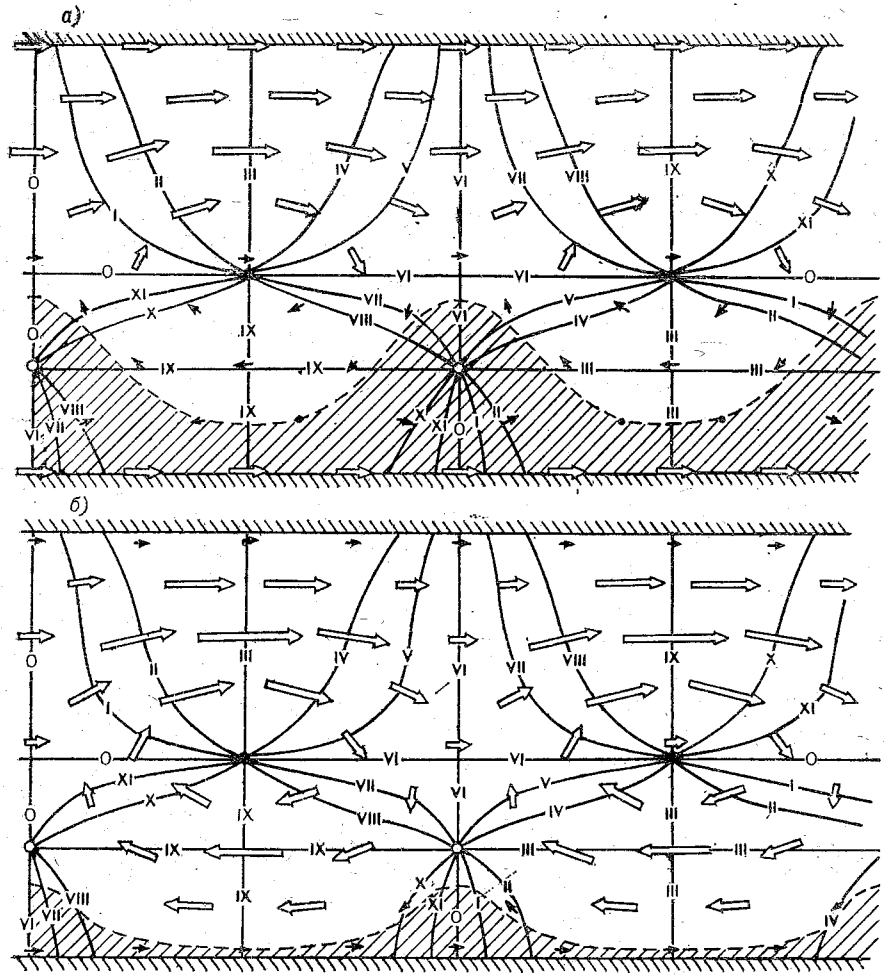


Рис. 3.30. Влияние параметров s и α на потоки энергии при суперпозиции встречных волн Пуанкаре при $r=0{,}5$.

а — уменьшение параметра Кориолиса ($\varphi°=20°$, $s=0{,}355$) по сравнению со случаем, изображенным на рис. 3.29 *б*; *б* — уменьшение угла падения ($\alpha=20°$) по сравнению со случаем, изображенным на рис. 3.29 *б*.

рис. 3.11 *в*). Если же сила Кориолиса присутствует, то в возникающей стоячей волне Пуанкаре существует система интенсивных круговоротов приливной энергии. Однако суммарный перенос энергии через полное поперечное сечение канала остается равным нулю. Таким образом, в данном случае действие силы Корио-

лиса дает возможность возникнуть чистым энергетическим потокам, но лишь в форме, не меняющей интегральный энергетический баланс, допуская лишь замкнутую циркуляцию приливной энергии вокруг центров амфидромических систем.

При ослаблении отражения (рис. 3.29 *б*) и соответствующем сближении амфидромий противоположного оборота поле потоков энергии утрачивает симметрию относительно продольной оси. У обоих берегов канала возникают равные по интенсивности потоки энергии, направленные в сторону распространения бо́льшей из встречных волн. Встречный поток «отрывается» от правого берега и резко ослабевает. Зона основного прямого потока, сосредоточенного в левой половине канала, расширяется за пределы центральной оси, захватывая часть правой половины. При полном отсутствии отражения исчезают поперечные компоненты потоков и их картина определяется теперь одной прогрессивной волной Пуанкаре (см. рис. 3.20).

Влияние параметров s и α на поле энергетических потоков иллюстрируется рис. 3.30. Отметим, что уменьшение параметра Кориолиса ведет к снижению общей интенсивности указанного поля, однако продольные потоки у берегов при этом усиливаются. В предельном случае при $s=0$ все векторы потоков становятся чисто продольными и описываются выражениями (3.32), так как исходные волны Свердрупа вырождаются при этом в обычные плоские волны.

3.3. Перенос энергии вынужденными приливными волнами

Вынужденные приливные волны, при определении которых требуется учитывать действие приливообразующей силы, являются преобладающими в большей части Мирового океана за пределами зоны шельфа, хотя и в этой зоне они нередко играют существенную роль.

Как и в случае свободных волн, аналитические решения, описывающие вынужденные приливные волны, имеются только для модельных бассейнов и получены при ряде допущений. Для анализа специфических кинематических свойств, а также энергетических характеристик вынужденных приливных волн ограничимся рассмотрением простейшего случая полусуточных приливных движений в одномерном каналообразном бассейне постоянной глубины, вытянутом вдоль экватора или параллели. Варьирование глубины и длины бассейна, а также граничных условий на его концах позволяет приближенно имитировать условия, характерные для таких природных объектов, как небольшое замкнутое море, залив, пролив, участок шельфа и, наконец, бассейн океанского типа.

3.3.1. Замкнутый бассейн

В разделе 1.3 (с. 19—22) на основе решения Г. Ламба и Л. Суэйн [121] были рассмотрены характеристики вынужденной полусуточной приливной волны, возникающей в одномерном экваториальном канале, замкнутом на концах. Этот результат можно распространить на канал, расположенный на произвольной параллели φ, если заменить в полученных выражениях радиус Земли R на радиус параллели $R\cos\varphi$, а вместо $F_{\text{макс}}=2g\widehat{H}/R$ положить всюду $F_0=2g\widehat{H}\cos^2\varphi/(R\cos\varphi)=2g\widehat{H}\cos\varphi/R$. Особенности кинематики вынужденной волны проанализированы в разделе 1.3. Рассмотрим теперь горизонтальные потоки энергии. Подставляя выражения (1.21) и (1.22) в выражение $w=\rho gh\zeta u$, с учетом (1.23) получаем для плотности чистого потока энергии:

$$\langle w\rangle = -\frac{\rho g\widehat{H}^2R\sigma}{4(m^2-1)^2}\left[1+m\frac{\sin(4\alpha)}{\sin(4m\alpha)}-\right.$$

$$\left.-[A\cos(2m\lambda)\cos(2\lambda)+B\sin(2m\lambda)\sin(2\lambda)]\right], \qquad (3.84)$$

где

$$A=\cos(2\alpha)/\cos(2m\alpha)+m\sin(2\alpha)/\sin(2m\alpha);$$

$$B=\sin(2\alpha)/\sin(2m\alpha)+m\cos(2\alpha)/\cos(2m\alpha),$$

а значение остальных величин указано на с. 19 и 20.

В бассейне указанного типа диссипация и энергообмен с соседними водоемами отсутствуют, поэтому энергетический баланс обусловлен только работой приливообразующей силы, причем действия астрономических источников и стоков энергии должны уравновешивать друг друга. Подставляя в выражение (2.5) значение приливообразующей силы F из (1.20) и значение скорости течения u из (1.22), получаем выражение для плотности чистого астрономического потока энергии в виде

$$\langle a_\Omega\rangle = \frac{\rho g\widehat{H}^2\sigma}{2(m^2-1)}\left[\frac{\cos(2\alpha)}{\cos(2m\alpha)}\cos(2m\lambda)\sin(2\lambda)-\right.$$

$$\left.-\frac{\sin(2\alpha)}{\sin(2m\alpha)}\sin(2m\lambda)\cos(2\lambda)\right]. \qquad (3.85)$$

На рис. 3.31 приведены результаты расчета величин $\langle w\rangle$ и $\langle a_\Omega\rangle$ при воздействии лунной полусуточной (гармоника M_2) приливообразующей силы на бассейны двух типов: «океанские» ($h=3268$ м, $m=2{,}5$) и «морские» ($h=204$ м, $m=10{,}0$). Бассейны первого типа имеют длину 2000, 3500, 4500 и 6000 км ($2\alpha=18{,}0$; $31{,}5$; $40{,}5$ и $54{,}0°$), а бассейны второго типа — 111 и 500 км ($2\alpha=1{,}0$ и $4{,}5°$). Для всех бассейнов картина распределения величины $\langle w\rangle$ симметрична, а картина распределения $\langle a_\Omega\rangle$ — антисимметрична относительно центрального меридиана. При сравнительно небольшой длине бассейна, т. е. до первого резонанса,

определяемого условием $2\alpha = \pi/(2m)$ (что составляет 36° для «океанских» и 9° для «морских» бассейнов), восточная половина бассейна представляет собой зону астрономического источника приливной энергии, а западная половина — зону астрономического

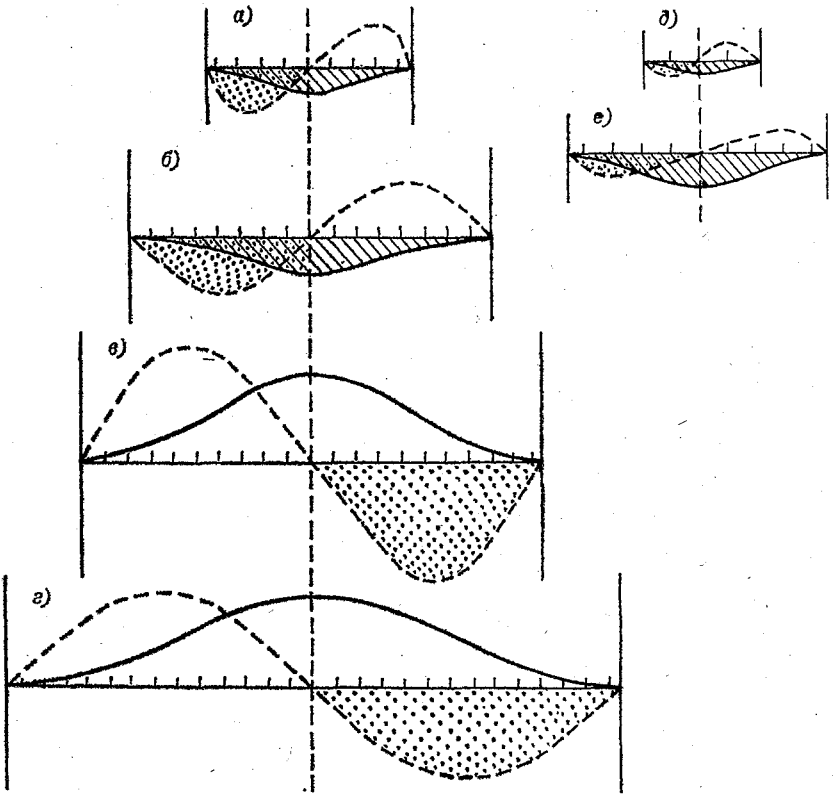


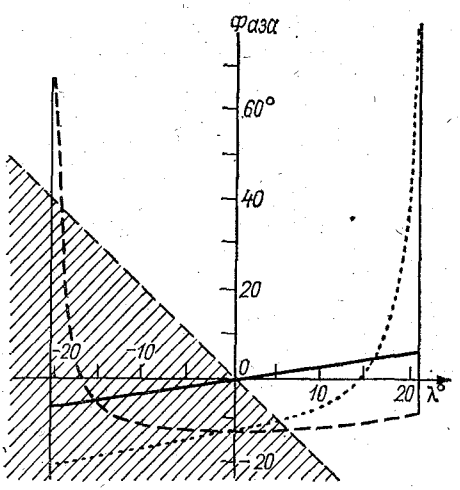
Рис. 3.31. Распределение осредненных за период значений горизонтального потока энергии $\langle w \rangle$ (сплошные линии) и работы приливообразующей силы $\langle a\,\Omega \rangle$ (прерывистые линии) для гармоники M_2 в замкнутых бездиссипативных бассейнах океанического (*а—г*) и морского (*д, е*) типов.

Заштрихованы и покрыты точками области отрицательных значений. Прочие пояснения см. в тексте.

стока. Соответствующее этой ситуации волновое движение переносит энергию с востока на запад, т. е. величина $\langle w \rangle$ повсюду отрицательна, достигая максимума (по абсолютному значению) в центре бассейна. Ситуация меняется при переходе через резонанс. При $2\alpha > \pi/(2m)$ зоной источника становится западная половина бассейна, а зоной стока — восточная, в результате чего горизонтальный поток энергии «разворачивается», меняя направление с западного на восточное (положительные значения $\langle w \rangle$). Именно с этим обстоятельством связано изменение направления

распространения вынужденной приливной волны при переходе через резонанс, которое отмечалось выше на с. 22.

Физическая сторона этого явления («разворота» потока энергии при переходе через резонанс) становится более ясной при рассмотрении рис. 3.32, на котором совместно показано распределение в пределах бассейна фазы приливообразующей силы и фазы течения. В дорезонансной ситуации (нижняя часть рисунка) скорость течения в центре бассейна на четверть периода опережает силу по фазе, и в этой точке работа, совершаемая силой, равна нулю. Если бы сила имела постоянную фазу во всем бассейне, то горизонтальное смещение всей массы воды происходило бы повсюду одновременно и указанный фазовый сдвиг (90°) сохранялся бы во всем бассейне (в этом случае каждые четверть периода сила попеременно то раскачивала, то тормозила бы весь



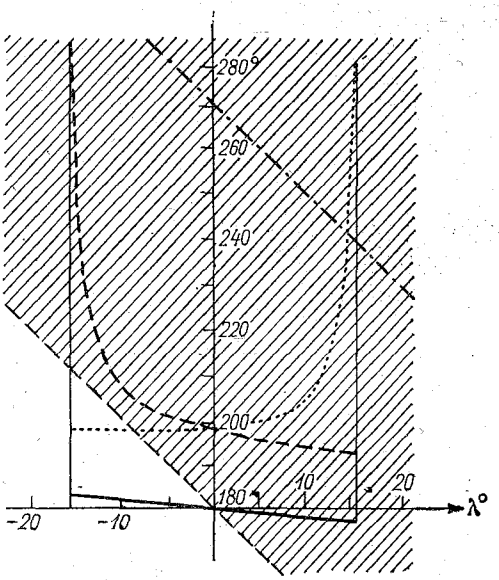


Рис. 3.32. Зависимость расположения зон астрономических источников и стоков приливной энергии от горизонтальных размеров бассейна. Показано распределение фазы течения в пределах модельного бассейна дорезонансной ($2\alpha'=31{,}5°$, внизу) и сверхрезонансной ($2\alpha=40{,}5°$, вверху) длины. Сплошные линии — замкнутый бездиссипативный бассейн; пунктирные и точечные кривые линии — бассейн, теряющий энергию на западном и восточном концах соответственно (в двух последних случаях потери составляют $^1/_3$ приносимой энергии). Фаза приливообразующей силы (штрих-пунктир) равна 270° при $\lambda=0$ и линейно изменяется с долготой пропорционально -2λ. Пунктирными прямыми линиями показаны границы между зонами «синфазности» (заштрихованы) и «антифазности» (свободны от штриховки).

бассейн и величины $\langle a_\Omega \rangle$ и $\langle w \rangle$ всюду равнялись бы нулю). Однако ввиду неодновременности воздействия силы на бассейн фазовый сдвиг между ней и течением становится в восточной половине меньше, а в западной — больше 90°. Таким образом, восточная половина за счет синфазности становится зоной астрономического источника энергии, а западная — за счет антифазности — зоной астрономического энергетического стока. Поскольку переход через резонанс сопровождается общей сменой фазы реакции на 180°, то в этом случае (верхняя часть рисунка) в пределы «синфазной области» попадают западные половины бассейнов, а в пределы «антифазной области» — восточные, в результате чего расположение источников и стоков, а следовательно, и направление переноса энергии меняются на обратные.

3.3.2. Бассейн, теряющий энергию на концах

Результаты, полученные в предыдущем разделе, относятся к весьма идеализированному случаю полного отсутствия «геофизических» потерь приливной энергии. В реальных бассейнах такие потери всегда существуют, причем в первую очередь они связаны с фрикционной диссипацией и излучением в соседние водоемы. Поскольку действие факторов, приводящих к указанным потерям, сосредоточено обычно вблизи границ, этот эффект может быть воспроизведен заданием на концах бассейна так называемых импедансных граничных условий [34]. Такие условия задаются в виде определенных соотношений между величинами ζ и u (при этом знания конкретных значений указанных величин заранее не требуется) и характеризуют отражающую, либо, что равносильно, энергопропускную способность границы. Задание импедансных граничных условий вполне законно для описания энергетических потерь за счет излучения, однако наряду с этим оно приближенно может имитировать и диссипативные потери, если считать, что диссипация сосредоточена в непосредственной окрестности границы, что часто достаточно близко к действительности. Такой способ учета диссипации можно назвать «контурным». Рассмотрим влияние энергетических потерь, происходящих на концах каналообразного бассейна, на его энергетический баланс и картину потоков приливной энергии в его пределах.

Решение системы (1.19) можно записать в следующем общем виде:

$$\zeta = \left[C_1 \cos(2m\lambda) + C_2 \sin(2m\lambda) - \frac{\hat{H}\cos(2\lambda)}{m^2-1}\right]\cos(\sigma t) + \\ + \left[C_3 \cos(2m\lambda) + C_4 \sin(2m\lambda) + \frac{\hat{H}\sin(2\lambda)}{m^2-1}\right]\sin(\sigma t); \qquad (3.86)$$

$$u = -\sqrt{\frac{g}{h}}\left[C_3 \sin(2m\lambda) - C_4 \cos(2m\lambda) - \frac{m\hat{H}\cos(2\lambda)}{m^2-1}\right]\cos(\sigma t) + \\ + \sqrt{\frac{g}{h}}\left[C_1 \sin(2m\lambda) - C_2 \cos(2m\lambda) - \frac{m\hat{H}\sin(2\lambda)}{m^2-1}\right]\sin(\sigma t), \qquad (3.87)$$

где C_1, C_2, C_3 и C_4 — постоянные коэффициенты, определяемые из граничных условий. Значения величин m и $\hat{H}$ приведены в главе 1 [см. выражение (1.24) и пояснение к выражению (1.9)]. Импедансные граничные условия, учитывающие излучение энергии на концах бассейна, т. е. при $\lambda = \pm\alpha$, можно записать в виде [34]:

$$\text{при} \quad \lambda = -\alpha: \qquad u = -\zeta\mathcal{K}_W \sqrt{g/h}; \tag{3.88}$$

$$\text{при} \quad \lambda = \alpha: \qquad u = \zeta\mathcal{K}_E \sqrt{g/h}, \tag{3.89}$$

где

$$\mathcal{K}_W = (1 - r_W^-)/(1 + r_W^-); \quad \mathcal{K}_E = (1 - r_E^+)/(1 + r_E^+), \tag{3.90}$$

а r_W^- и r_E^+ — амплитудные коэффициенты частичного отражения (характеристикой энергетических потерь будет параметр $L_R = 1 - r^2$). Нижние индексы «W» и «E» при величинах r и $\mathcal{K}$ означают принадлежность к западной и восточной границам бассейна, а верхние индексы «+» и «—» указывают на то, что соответствующая величина определяется для волны, которая при подходе изнутри бассейна к излучающей границе движется при этом соответственно в положительном (направо, на восток) либо отрицательном (налево, на запад) направлении горизонтальной координатной оси. Коэффициент r может изменяться по модулю от 0 (полное излучение) до 1 (полное отражение). В общем случае коэффициенты r могут быть комплексными, т. е. характеризовать отражение с некоторым фазовым сдвигом, при достижении которым значения π отражение становится отрицательным (см. с. 173, 179 и 194). В рассматриваемом случае, когда условия частичного излучения вводятся на обоих концах бассейна для описания прибрежных энергетических потерь (а не взаимодействия с более глубоким смежным бассейном), целесообразно использовать положительные вещественные значения r, задавая их в интервале $0 < r < 1$.

Подставляя выражения (3.86), (3.87) в граничные условия (3.88) и (3.89), получаем систему из четырех алгебраических уравнений, решение которой дает выражения для коэффициентов C_1, C_2, C_3 и C_4. В частном случае $r_W^- = r_E^+ = 1$, т. е. при полном отражении на концах бассейна, мы имеем замкнутый бездиссипативный канал; при этом получаем:

$$C_1 = \frac{m\hat{H}}{m^2 - 1} \frac{\sin(2\alpha)}{\sin(2m\alpha)};$$

$$C_2 = C_3 = 0;$$

$$C_4 = -\frac{m\hat{H}}{m^2 - 1} \frac{\cos(2\alpha)}{\cos(2m\alpha)},$$

и выражения (3.86) и (3.87) сводятся к решению Ламба и Суэйн (1.21) и (1.22). В общем же случае коэффициенты C_1, C_2, C_3 и C_4 описываются значительно более громоздкими выражениями.

Введение импедансных граничных условий качественно меняет схему энергетического баланса бассейна, добавляя в нее геофизические стоки энергии. Наличие такого стока на одном из концов приводит к «отсосу» энергии из бассейна, т. е. способствует ее дополнительному переносу в сторону указанного стока. Изменение волнового потока требует соответствующей перестройки кинематики волновых движений, т. е. изменения их амплитуд и фаз, что в свою очередь изменяет характеристики астрономических потоков энергии. Таким образом, влияние геофизических стоков сказывается на всех элементах баланса приливной энергии.

Ниже приводятся примеры расчетов приливных движений и их энергетических характеристик для указанных выше модельных «океанских» и «морских» бассейнов при наличии энергетических потерь на концах. Использованы импедансные граничные условия вида (3.88) и (3.89), соответствующие поглощению либо излучению одной трети ($r=0{,}8165$; $\mathscr{K}=0{,}101$) и двух третей ($r=0{,}5773$; $\mathscr{K}=0{,}268$) энергии падающей приливной волны, причем названные значения коэффициентов заданы в различных комбинациях друг с другом, а также с значениями, соответствующими отсутствию потерь ($r=1{,}0$; $\mathscr{K}=0$) на западном и восточном концах бассейна.

Трансформация горизонтального потока энергии в результате энергетических потерь на концах бассейна показана на рис. 3.33, 3.34. Определяющую роль в этой трансформации играет положение геофизического стока относительно направления «первичного» потока энергии, т. е. потока, существующего в замкнутом бездиссипативном бассейне тех же размеров. Назовем это положение стока положительным, если направление обусловленного им «отсоса» энергии совпадает с направлением первичного потока. Противоположное положение стока, ведущее к «отсосу» энергии навстречу первичному потоку, будем называть отрицательным. В нашем случае стоки, расположенные на восточных концах «океанских» бассейнов, в дорезонансных ситуациях являются отрицательными, а в послерезонансных — положительными. Для стоков, расположенных на западных концах бассейнов, справедливо обратное правило. Из рис. 3.33 и 3.34 видно, что одиночный положительный геофизический сток интенсифицирует перенос энергии; при этом максимум потока смещается в сторону «отсоса», а иногда достигает самого конца бассейна. В то же время одиночный отрицательный сток порождает в прилегающей к нему части бассейна энергетический поток, обратный первичному по направлению, тогда как в остальной части бассейна происходит лишь ослабление первичного потока. В этом случае результирующая картина состоит из двух противоположных потоков, расходящихся из некоторой «точки дивергенции», лежащей внутри бассейна. При достаточно интенсивных потерях энергии

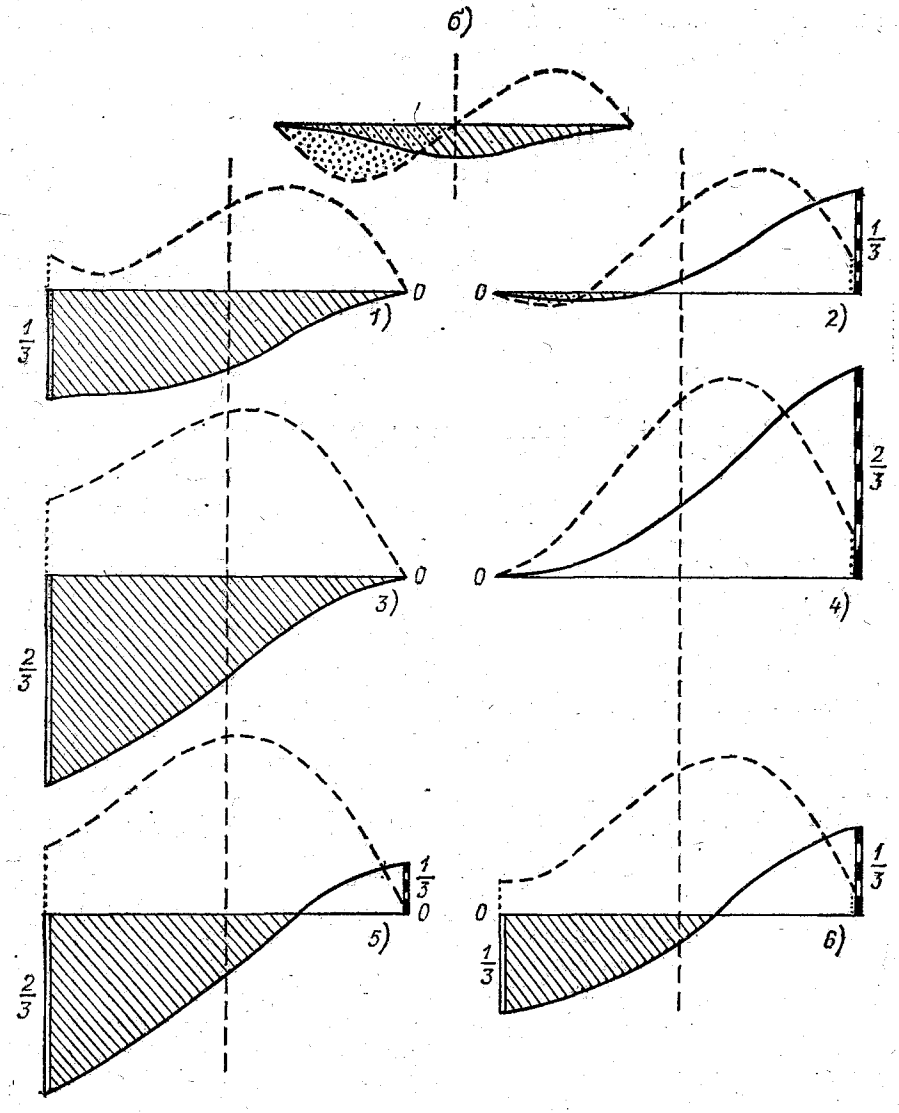


Рис. 3.33. Трансформация горизонтального потока энергии (сплошные линии) и областей астрономических источников и стоков (пунктир) в результате энергетических потерь на концах модельного бассейна, соответствующего варианту *б* на рис. 3.31 ($2\alpha=31{,}5°$). Интенсивность потерь показана на соответствующих концах бассейнов цифрами, означающими относительную долю (0, $^1/_3$, $^2/_3$) диссипируемой или излучаемой энергии. Абсолютные значения потерь пропорциональны ординатам сплошной кривой на концах бассейна: светлые и полосатые столбики обозначают положительно и отрицательно расположенные геофизические стоки (см. текст).

действие отрицательного геофизического стока может привести к «развороту» горизонтального энергетического потока практиче-

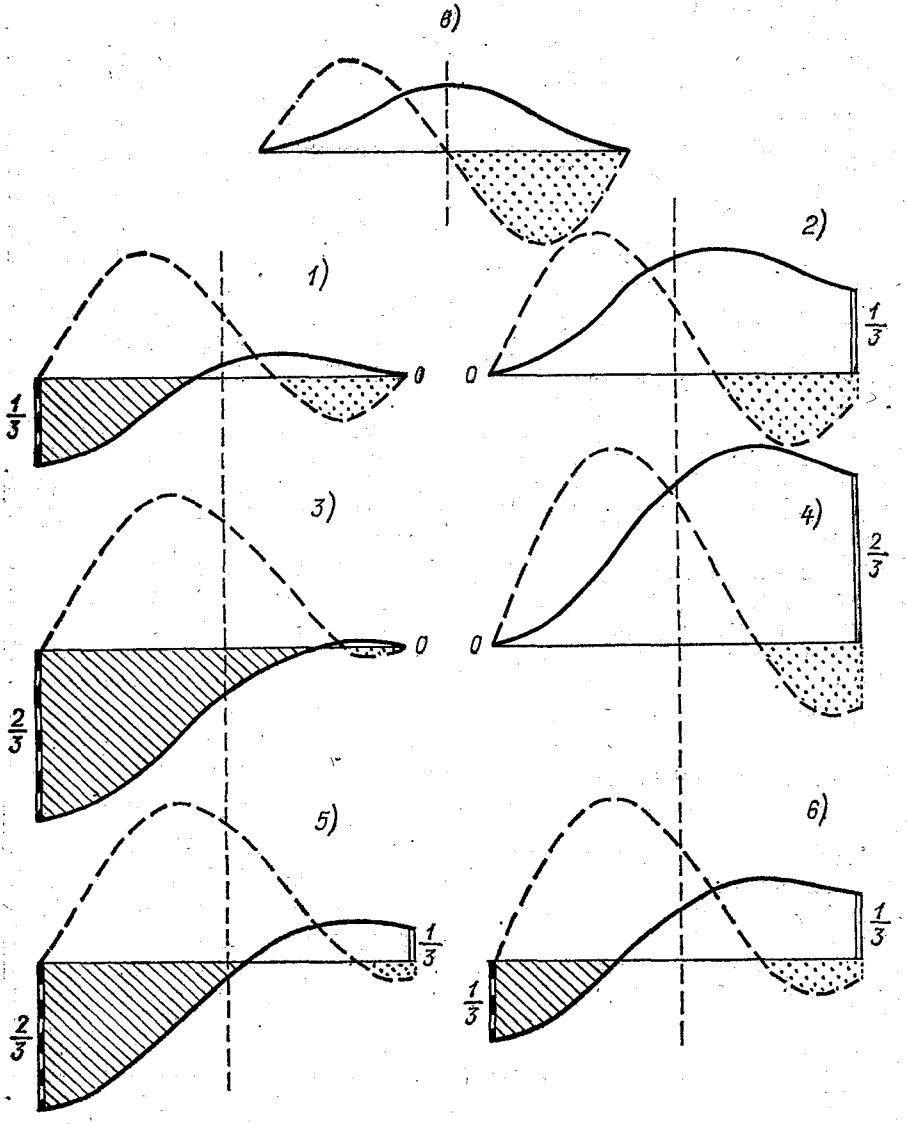


Рис. 3.34. То же, что на рис. 3.33, но для бассейна, соответствующего варианту *в* на рис. 3.31 ($2\alpha=40{,}5°$).

ски в пределах всего бассейна. Естественно, что одновременное существование двух геофизических стоков на обоих концах (примеры *5* и *6* на рис. 3.33, 3.34) всегда приводит к «растеканию» энергии в обе стороны из бассейна, причем соотношение между

расходящимися потоками и положение «точки дивергенции» в общем определяются сравнительной мощностью излучения (диссипации) на концах.

Введение дополнительных геофизических стоков при одновременном сохранении энергетического баланса приводит к изменению соотношения между положительными и отрицательными астрономическими потоками энергии в пределах бассейна. Этот эффект иллюстрируется на тех же рис. 3.33, 3.34, из которых видно, что геофизические стоки не просто «берут на себя» часть расходов, но и стимулируют развитие приходной части энергетического баланса, увеличивая интенсивность астрономических источников. Очень заметно изменяются размеры и расположение зон, охватываемых астрономическими источниками и стоками; во всех случаях площадь первых увеличивается за счет площади вторых, а при достаточно высокой мощности геофизических потерь область астрономического источника может охватить весь бассейн (примеры *1*, *3—6* на рис. 3.33), т. е. при этом астрономический сток ликвидируется и все расходы обусловлены геофизическими потерями. Во всех случаях граница раздела между астрономическим источником и стоком совпадает с точкой максимума (по абсолютному значению) плотности горизонтального потока энергии.

Хотя введение геофизических стоков в общем ослабляет астрономические стоки и сокращает их площадь, возможны случаи (при отрицательном в указанном выше смысле расположении геофизического стока), когда в непосредственной близости от излучающей (диссипирующей) энергию границы образуется новая зона астрономического стока. Эта местная зона, обычно довольно слабая, возникает либо в дополнение к астрономическому стоку, уже существующему на противоположном конце бассейна, либо на фоне астрономического источника, распространяющегося на весь бассейн.

На уже рассматривавшемся ранее рис. 3.32 дополнительно показаны фазовые соотношения между приливообразующей силой и течением при наличии одиночных геофизических стоков на концах бассейна. Замена полностью отражающей границы границей с частичным излучением резко меняет локальную фазу течения в сторону увеличения (запаздывания). В дорезонансной ситуации этот эффект распространяется на весь бассейн, а после резонанса локальный рост фазы течения у границы сопровождается уменьшением фазы в остальной части бассейна. В нижней части рис. 3.32 видно, что повсеместное увеличение фазы смещает весь бассейн в глубь «синфазной области», сокращая зону астрономического стока в его западной части. При этом положительно расположенный геофизический сток сравнительно «легко» вводит весь бассейн целиком в «синфазную область», полностью лишая его зоны астрономического стока, тогда как при отрицательно расположенном геофизическом стоке полная ликвидация астрономического стока затруднена. В верхней части рис. 3.32 показан

случай, когда при отрицательно расположенном геофизическом стоке возможно существование двух зон астрономического стока на краях бассейна, в то время как его центральная часть охвачена областью астрономического источника.

Кинематические характеристики (распределение амплитуд и фаз) приливных движений в рассмотренных разнообразных случаях можно приближенно интерпретировать как движение типа прогрессивно-стоячих приливных волн, в которых прогрессивная доля уменьшается с приближением к резонансу и растет с приближением к антирезонансу. При каждом переходе через резонанс направление распространения прогрессивной доли меняется на обратное в соответствии с направлением горизонтального потока приливной энергии. В свою очередь стоячая доля определяет положение узловых зон и пучностей суммарного приливного колебания. Это положение меняется в зависимости от того, какая из собственных мод бассейна заметнее проявляется в его реакции на действие приливообразующей силы, т. е. при данной фиксированной глубине местоположения узловых зон в «океанском» бассейне зависит от его длины.

ГЛАВА 4

ЗОНЫ ПОВЫШЕННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИЛИВНОЙ ЭНЕРГИИ

В большинстве случаев энергия приливных движений заметно сконцентрирована по периметру океана, т. е. в области прибрежного шельфа и в пределах окраинных морей. Важнейшими из причин, которые приводят к этой концентрации, являются: сокращение длины приливной волны при ее выходе на мелководье, резонансное усиление и различные виды прибрежного захвата. В этой главе рассматривается проявление названных эффектов в областях указанного выше типа. Кроме того, кратко описаны основные свойства приливных движений в форме шельфовых волн и отмечена их роль в диссипации приливной энергии.

4.1. Эффект мелководья

4.1.1. Нормальный подход

Непосредственным следствием сокращения длины волны при ее выходе на мелководье является так называемый «мелководный эффект» (shoaling), который наиболее четко проявляется при плавном уменьшении глубины h (т. е. при «слабом» отражении [34]), а также при незначительных диссипативных потерях. В таком случае энергия, приходящаяся на длину приливной волны λ с периодом τ, практически сохраняется. Поскольку $\lambda=\tau\sqrt{gh}$, то при нормальном подходе волны к изобатам (в отсутствии рефракции) плотность энергии e, относящаяся к фиксированной фазовой точке волнового профиля, должна изменяться обратно пропорционально квадратному корню из местной глубины, т. е. $e=k_e h^{-1/2}$. Коэффициент $k_e=e_0 h_0^{1/2}$ определяется заданным значением плотности энергии e_0 в некоторой начальной точке склона с глубиной h_0. В силу квадратичной зависимости энергии от амплитуды волны a зависимость последней от глубины выражается в этом случае известным *законом Грина* $a=k_a h^{-1/4}$, где $k_a=a_0 h_0^{1/4}$ [26]. Величину $p_G=(h_0/h)^{1/2}$ можно назвать энергетическим коэффициентом усиления по Грину. Закон Грина сохраняет силу до тех пор, пока выполняются условия линейной теории мелкой воды, т. е. пока остаются малыми параметры нелинейности a/λ и a/h. При типич-

ных параметрах приливных волн практически во всех случаях ограничитель линейности, связанный с нарушением малости параметра a/h, «срабатывает» раньше.

Глубину $h_{кр}$, на которой происходит нарушение линейности, можно оценить с помощью вытекающего из закона Грина соотношения

$$h_{кр} = (a_0 h_0^{1/4}/\gamma)^{4/5}, \tag{4.1}$$

где a_0 — амплитуда приливной волны на океанской глубине h_0, а γ — критическое значение параметра a/h. Если, например, задаться величиной $\gamma = 0{,}05$, то при $a_0 = 1$ м и значениях h_0, лежащих в диапазоне от 1000 до 5000 м, получаем, что линейность сохраняется до глубин 40—60 м. Поскольку за предельную глубину шельфа принимают обычно глубину от 100 до 200 м, то можно считать, что закон Грина достаточно хорошо описывает мелководный эффект, связанный с выходом приливной волны на шельф по пологому континентальному склону, отражение от которого можно считать слабым.

Влияние крутизны уклона дна на интенсивность отражения волн обычно изучают, рассматривая переходную зону с переменной глубиной $h(x)$, расположенную между двумя областями, в каждой из которых глубина постоянна (h_0 и h_1). При линейном изменении глубин в переходной зоне естественной характеристикой крутизны уклона ее дна является так называемый *критерий Каджиура* $\varkappa_К = L/\lambda_0$, где L — горизонтальная протяженность подводного склона (ширина переходной зоны), а λ_0 — длина подходящей к нему волны [34, 117]. Согласно результатам Каджиура, закон Грина сохраняет силу при $\varkappa_К > 1$ («слабое отражение»). При $0{,}05 < \varkappa_К < 1$ энергетические потери за счет непрерывного отражения от склона становятся ощутимыми и закон Грина нарушается («промежуточное отражение»). При $\varkappa_К < 0{,}05$ потери на отражение достигают максимально возможной для данного перепада глубин интенсивности («сильное отражение»), практически совпадающей с интенсивностью при сосредоточенном отражении от вертикального подводного уступа, которое характеризуется так называемым *законом Ламба* [26, 34]:

$$r = (1 - \sqrt{h_1/h_0})/(1 + \sqrt{h_1/h_0}). \tag{4.2}$$

Здесь r — амплитудный коэффициент отражения.* В последнем случае амплитудный коэффициент усиления для проходящей волны равен $(1+r)$, а величина $p_L = (1+r)^2$ соответственно определяет энергетический коэффициент усиления по Ламбу.

---

* При подходе волны к указанному уступу не со стороны глубокой воды, а со стороны шельфа следует поменять местами числитель и знаменатель в подкоренных выражениях в (4.2), что приводит к смене знака коэффициента r без изменения его абсолютного значения. В этом случае можно записать $r^- = -r^+$, где верхние индексы указывают на то, что коэффициент отражения определяется для волны, распространяющейся соответственно в положительном и отрицательном направлении координатной оси (см. с. 162).

Отметим, что коэффициенты p_G и p_L характеризуют увеличение концентрации энергии на мелководье по сравнению с плотностью энергии e_0 в первичной волне, распространяющейся в глубоководной области, т. е. абсолютное усиление. Однако концентрация энергии в глубоководной области не остается неизменной: после взаимодействия с уступом дна возникает отраженная волна, плотность энергии в которой составляет $e_0 r^2$. Суммарная плотность энергии в глубоководной области будет поэтому $e_0(1+r^2)$, а результирующее соотношение между плотностью энергии на мелководье и на глубокой воде будет выражаться соотношением $p_{от} = (1+r)^2/(1+r^2)$, которое можно назвать энергетическим коэффициентом относительного мелководного усиления. Следует иметь в виду, что при использовании натурных данных для оценки соотношения между плотностью энергии на мелководье и перед ним мы всегда получаем относительные характеристики мелководного усиления.

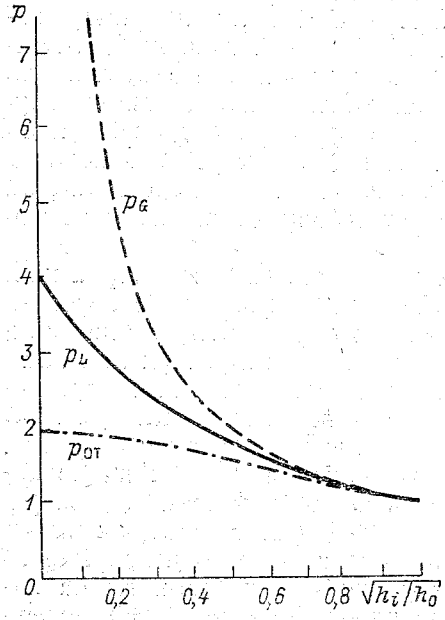


Рис. 4.1. Зависимость коэффициентов энергетического усиления p_G, p_L и $p_{от}$ от изменения глубины.

На рис. 4.1 показана зависимость коэффициентов p_G, p_L и $p_{от}$ от перепада глубин, причем видно, что значительные различия имеют место при уменьшении глубины более чем в 4 раза ($\sqrt{h_1/h_0} \approx 0{,}5$). Учет энергетических потерь за счет отражения может быть произведен путем введения поправочного множителя μ к усилению, полученному по закону Грина. При сосредоточенном и сильном отражении $\mu = p_L/p_G = 4/[(h_0/h_1)^{1/4} + (h_1/h_0)^{1/4}]^2$. При промежуточном отражении амплитудное и энергетическое мелководное усиление может быть рассчитано численными способами [34]. Поскольку подобное отражение всегда слабее сосредоточенного, то в общем случае $\mu > p_L/p_G$ и с уменьшением крутизны склона $\mu \to 1$.

Непрерывный характер промежуточного отражения при плавном изменении глубины приводит к тому, что суммарный отражательный эффект постепенно накапливается по мере движения волны по склону. Отсюда следует, что на начальном этапе этого

движения всегда можно выделить участок, в пределах которого суммарное отражение не выходит за пределы «слабого». Протяженность такого участка l можно определить, задавшись некоторым малым значением интенсивности суммарного отражения в качестве предельного значения. Так, если принять, что отражение является слабым, если приводит к потерям, не превышающим 1 % энергии прямой волны, т. е. задаться значением амплитудного коэффициента отражения, равным 0,1, то из выражения (4.2) получаем $h_1/h_0 = 0{,}669 \approx {}^2/_3$. Таким образом, при плавном, но достаточно быстром (при $\varkappa_K < 1$) изменении глубины отражение может считаться слабым на участке l, в пределах которого глубина уменьшается не более чем на $^1/_3$ от начального значения; в пределах этого участка вполне можно пользоваться формулой Грина. При этом, поскольку формула (4.2) относится к случаю сосредоточенного отражения, то предельная протяженность участка l будет получена с некоторым запасом.

Влияние силы Кориолиса на процессы отражения и мелководного усиления при нормальном подходе проявляется в сравнительно ограниченной степени. В аналитической форме его можно моделировать, рассматривая нормальное сосредоточенное отражение волн Свердрупа (для ступенчатого шельфа у открытого океанского побережья) и волн Кельвина для такого же шельфа, расположенного поперек каналообразного океана [111]). В первом случае отражение и усиление не испытывают никаких принципиальных изменений по сравнению со случаем рассмотренной выше плоской волны, т. е. эти процессы описываются законом Ламба. Во втором случае картина осложняется возникновением стоячих волн Пуанкаре-2 в зоне подводного уступа и появлением фазовых сдвигов при отражении и прохождении волны Кельвина. Кроме того, в достаточно широком канале отражение волны Кельвина на уступе сопровождается возникновением отраженных и проходящих прогрессивных волн Пуанкаре-1 [34]. При всех этих осложнениях, которые приводят к перераспределению энергии поперек бассейна, интегральное по поперечному сечению усиление приливных волн количественно остается близким к тому, которое было получено для плоских волн. При косом подходе приливных волн к изобатам влияние силы Кориолиса на их отражение и усиление проявляется в гораздо большей степени.

4.1.2. Косой подход

Если подход волны к изобатам происходит не по нормали, а под косым углом, то продвижение волны по склону сопровождается рефракцией и соответствующим увеличением расстояния b между волновыми лучами [34]. В этом случае при слабом отражении из условия сохранения энергии в пределах длины волны следует, что

$$e = e_0 (b_0/b)(h_0/h)^{1/2} \quad \text{и} \quad a = a_0 (b_0/b)^{1/2} (h_0/h)^{1/4}$$

(аналогичный вид имеет закон Грина и при распространении приливной волны в канале с плавно изменяющимся поперечным сечением; при этом h означает характерную глубину, а b — ширину канала). Поскольку во время движения волны к берегу рефракция ведет к увеличению b (расширению «лучевых трубок»), то

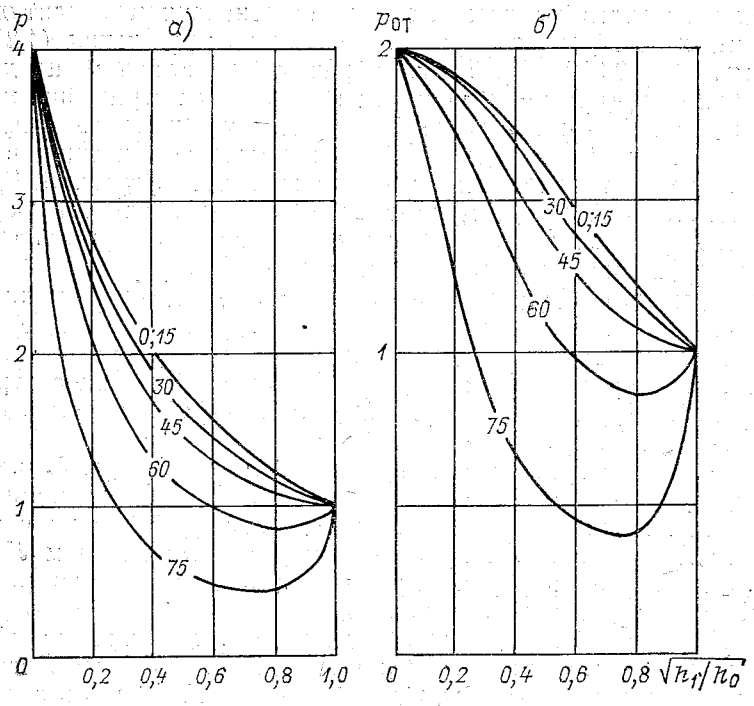


Рис. 4.2. Зависимость коэффициентов энергетического усиления от перепада глубин на подводном прямолинейном уступе при различных углах подхода (цифры на кривых).

а — абсолютное усиление; *б* — относительное усиление.

при косом подходе концентрация энергии в волне происходит медленнее, чем при нормальном.

В наиболее простом случае резкого перепада глубин зависимость мелководного усиления от угла подхода иллюстрируется результатами Кочрэйна и Артура [72], которые исследовали сосредоточенное косое отражение плоских волн от прямолинейного подводного вертикального уступа. Выражение для коэффициента амплитудного отражения имеет в этом случае вид

$$r = (1 - \sqrt{h_1/h_0}\cos\alpha_1/\cos\alpha_0)/(1 + \sqrt{h_1/h_0}\cos\alpha_1/\cos\alpha_0), \qquad (4.3)$$

где α_0 — угол падения, а α_1 — угол преломления, причем в силу закона Снеллиуса $\alpha_1 = \arcsin(\sqrt{h_1/h_0}\sin\alpha_0)$. На рис. 4.2 показана

зависимость коэффициентов абсолютного и относительного энергетического усиления $(1+r)^2$ и $(1+r)^2/(1+r^2)$ от перепада глубин $\sqrt{h_1 h_0}$ и угла α_0. Из рисунка, в частности, видно, что во всех случаях усиление при косом подходе проявляется слабее, чем при нормальном, а при определенных значениях α_0 распространение волны из глубоководной зоны в мелководную сопровождается не усилением, а уменьшением плотности энергии, — это происходит при достаточно сильном расширении волновых трубок за счет рефракции. Значения угла подхода, при которых переход в мелководную зону происходит без изменения амплитуды волны, определяют так называемый *угол Брюстера* $\alpha_B = \operatorname{arctg} \sqrt{h_1 h_0}$, при котором отражение является нулевым и не приводит к отбору энергии прямой волны. Таким образом, при косом подходе потери энергии на отражение, рассматриваемые изолированно, не позволяют однозначно определить не только степень, но даже знак усиления.

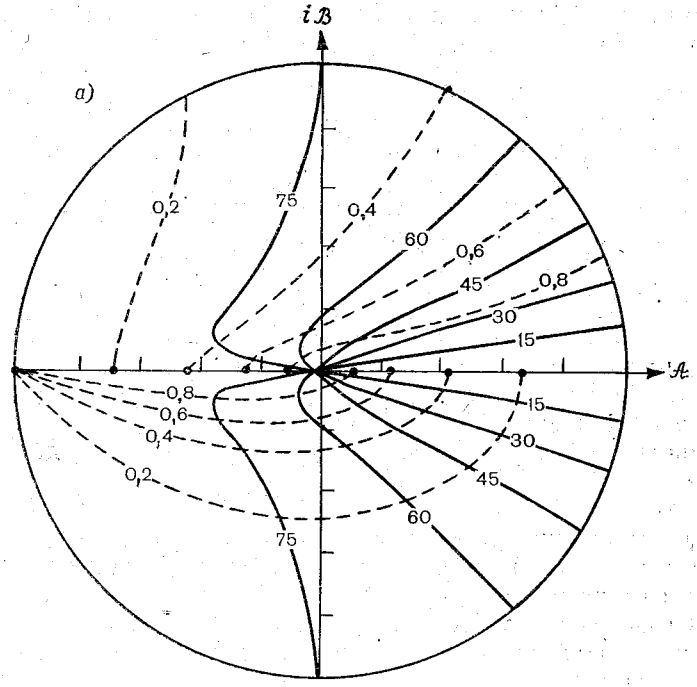
Сила Кориолиса, как отмечалось выше, значительно осложняет процессы отражения и мелководного усиления приливных волн при косом подходе. При учете этой силы отражение становится зависящим от частоты σ, а также комплексным [105], т. е. сопровождается фазовым сдвигом, что может оказать заметное влияние на степень мелководного усиления. Аналитически ситуация моделируется путем рассмотрения косого отражения волны Свердрупа от прямолинейного подводного вертикального уступа. Тогда, используя комплексную форму записи, выражение для коэффициента косого отражения можно записать в виде

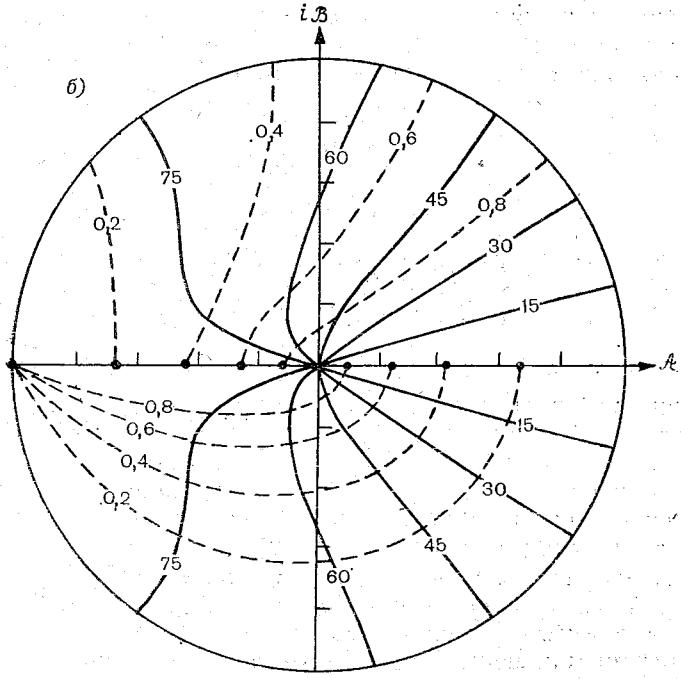
$$r = (b \mp ic)/(d \pm ic), \tag{4.4}$$

где

$$\begin{aligned} b &= \sigma\left(h_0 k''_{S,0} - h_1 k''_{S,1}\right); \\ c &= f k'_S (h_0 - h_1); \\ d &= \sigma\left(h_0 k''_{S,0} + h_1 k''_{S,1}\right). \end{aligned} \tag{4.5}$$

Здесь f — параметр Кориолиса; k'_S — продольная, а k''_S — поперечная к линии уступа проекции волнового числа k_S, определяемого выражением (3.49). Индексы «0» и «1» означают принадлежность к зонам океана и мелководья. Верхние и нижние знаки в выражении (4.4) относятся к случаям, когда волновой луч падает на уступ, имея его соответственно справа или слева от себя. Таким образом, вращение Земли приводит к асимметрии в характере косого отражения в зависимости от того, каким «флангом» волна подходит к препятствию. При $f=0$ выражение (4.4) сводится к (4.3). Как и в рассмотренных выше случаях, увеличение амплитуды волны, проникающей на мелководье, определяется коэффициентом $|(1+r)|$.


а)
iB
A
0,2
0,4
0,6
0,8
75
60
45
30
15
0,8
0,6
0,4
0,2
15
30
45
60
75


б)
iB
A
0,4
0,6
0,2
75
60
45
0,8
30
15
0,8
0,6
0,4
0,2
15
30
45
60
75

Анализ выражения (4.4) или равносильного ему выражения

$$r = \mathscr{A} + i\mathscr{B} = |r| e^{i\Phi}, \tag{4.6}$$

где

$$\mathscr{A} = (bd - c^2)/(c^2 + d^2);$$
$$\mathscr{B} = \mp c(b + d)/(c^2 + d^2); \tag{4.7}$$
$$|r| = \sqrt{\mathscr{A}^2 + \mathscr{B}^2} = \sqrt{(b^2 + c^2)/(d^2 + c^2)};$$
$$\Phi = \operatorname{arctg}(\mathscr{B}/\mathscr{A}) = \operatorname{arctg}[\mp c(b + d)/(bd - c^2)],$$

показывает довольно сложную зависимость коэффициента отражения r от параметров $\sqrt{h_1/h_0}$, α_0, σ и f. С помощью рис. 4.3 можно проиллюстрировать связь величины r с параметрами $\sqrt{h_1/h_0}$ и α_0 на примере гармоники M_2 ($\sigma = 1{,}405 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$) при двух фиксированных значениях f, соответствующих параллелям 15 и 30° с. ш. в случае «уступ справа». Рисунок может использоваться в качестве номограммы для быстрой оценки коэффициента отражения. Он заключен в пределы окружности единичного радиуса, с центром которой совмещен центр полярной системы координат $|r|$, Φ. Сплошные линии, исходящие из центра, соответствуют фиксированным значениям α_0, а прерывистые линии, имеющие начало на горизонтальном диаметре (вещественной оси), — фиксированным значениям параметра $\sqrt{h_1/h_0}$. Следует иметь в виду, что рисунок построен для значений параметра $\sqrt{h_1/h_0}$ как меньших, так и больших единицы, т. е. для случаев распространения волны как в сторону мелководья, так и в сторону глубокой воды. Рассматриваемому в данном разделе эффекту мелководного усиления соответствует только первый из указанных случаев, которому отвечает нижняя (лежащая ниже вещественной оси) половина каждого графика.

Если представить выражение для коэффициентов абсолютного и относительного энергетического усиления в виде

$$p_{\text{аб}} = |(1 + r)|^2; \quad p_{\text{от}} = |(1 + r)|^2/(1 + |r|^2), \tag{4.8}$$

то можно видеть, что при наличии фазового сдвига Φ значения этих коэффициентов в общем уменьшаются. Их зависимость от перепада глубин, угла подхода и географической широты пока-

---

Рис. 4.3. Косое отражение волны Свердрупа (гармоника M_2) на подводном уступе, лежащем справа. Кривые фиксированных значений параметров $\sqrt{h_1/h_0}$ (пунктир) и α_0 (сплошные линии) изображены в совмещенной системе прямоугольных ($\mathscr{A}, i\mathscr{B}$) либо полярных ($|r|$, Φ) координат при различных значениях географической широты φ. Нижняя половина каждого графика соответствует падению волны на уступ со стороны глубокой воды, а верхняя половина — падению со стороны мелководья.

а) $\varphi = 15°$ с. ш.; *б*) $\varphi = 30°$ с. ш.

зана на рис. 4.4, откуда видно, что влияние силы Кориолиса повсеместно снижает эффект мелководного усиления. Особенно за-

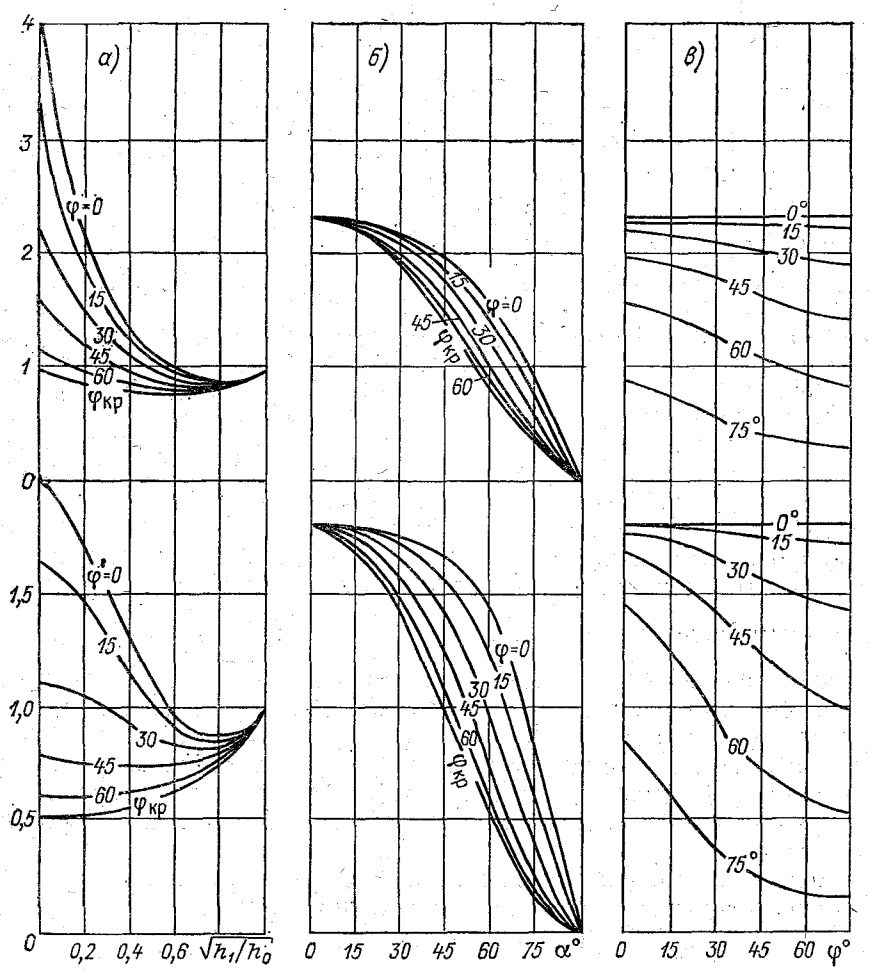


Рис. 4.4. Зависимость коэффициентов абсолютного (верхние фрагменты) и относительного (нижние фрагменты) энергетического усиления от перепада глубин, угла подхода и географической широты при косом падении волны Свердрупа на подводный уступ, расположенный справа от нее (в Северном полушарии). Гармоника M_2.

а — зависимость от перепада глубин при фиксированных значениях географической широты (цифры на кривых) и при $\alpha_0=60°$; *б* — зависимость от угла подхода при фиксированных значениях географической широты и при $\sqrt{h_1/h_0}=0{,}3162$ (изменение глубины в 10 раз); *в* — зависимость от географической широты при фиксированных значениях угла подхода (цифры на кривых) и при $\sqrt{h_1/h_0}=0{,}3162$.

метно это проявляется при значении угла подхода α_0, равном приблизительно 60°. При достаточно больших значениях угла α_0 и географической широты φ коэффициент энергетического усиления

становится меньшим единицы, т. е. при этих условиях выход океанской приливной волны на шельф, отделенный крутым уступом, сопровождается снижением ее высоты и плотности энергии. Основными причинами этого является рефракционное расхождение волновых лучей, а также обусловленный силой Кориолиса фазовый сдвиг при частичном отражении волны от крутого континентального склона.

4.2. Резонансное усиление в заливе

Во многих случаях окраинные морские бассейны типа заливов, а также участки открытого шельфа могут обладать свойствами резонаторов по отношению к внешнему приливному воздействию. Поскольку это воздействие может быть различным по своей природе, приводя к образованию как собственного, так и индуцированного прилива (см. с. 34), то резонансная ситуация может рассматриваться для каждого из этих видов прилива раздельно. В общем, как указывалось в разделе 2.1, резонансные свойства бассейна определяются: а) его геометрическими параметрами, определяющими степень настройки на приливную частоту, и б) добротностью, характеризующей интенсивность энергетических потерь при резонансе. В случае близости одной из собственных частот бассейна к частоте приливного воздействия (а тем более при их точном совпадении) и достаточно высокой добротности локальная концентрация приливной энергии может быть весьма значительной.

Анализ резонансной ситуации в заливе представляет собой классическую задачу динамической океанографии, которая в разное время являлась предметом рассмотрения многих авторов в работах [26, 34, 77, 78, 91, 127, 162 и др.]. Важнейшие особенности полученных результатов можно представить на простом примере каналообразного узкого залива постоянной ширины и глубины, соединяющегося с обширным (полубесконечным) океаном. В бассейне такого типа, как отмечалось в п. 2.1.5, отражение приливных волн на противоположных концах (в вершине и в «устье») имеет разный знак, в результате чего собственные моды должны содержать нечетное число четвертинок длины свободной приливной волны. Имея это в виду, рассмотрим резонансную ситуацию в заливе сначала для собственного, а затем — для индуцированного приливов.

4.2.1. Собственный прилив

Будем считать для простоты, что рассматриваемый бассейн достаточно узок, чтобы можно было пренебречь его поперечными собственными модами, а также поперечными перекосами поверхности за счет геострофических эффектов. В этом случае его реакция может быть описана плоскими продольными волнами. Если, учитывая относительно небольшие размеры рассматриваемых

окраинных бассейнов, использовать для их описания декартову систему координат, то для зонально ориентированного залива общее решение (3.86), (3.87) можно переписать в виде:

$$\zeta_c = [C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx) - D\cos(Kx)]\cos(\sigma t) + \\ + [C_3 \cos(kx) + C_4 \sin(kx) + D\sin(Kx)]\sin(\sigma t); \quad (4.9)$$

$$u_c = -\sqrt{g/h}\,[C_3 \sin(kx) - C_4 \cos(kx) - mD\cos(Kx)]\cos(\sigma t) + \\ + \sqrt{g/h}\,[C_1 \sin(kx) - C_2 \cos(kx) - mD\sin(Kx)]\sin(\sigma t), \quad (4.10)$$

где $D = \widehat{H}/(m^2 - 1)$, $m = \sigma R \cos\varphi/(2\sqrt{gh})$; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число «свободных» волн, длина которых $\lambda = 2\pi\sqrt{gh}/\sigma$ определяется частотой и глубиной, R — радиус Земли, а $K = 2/(R\cos\varphi)$ — волновое число вынужденной волны, длина которой равна половине окружности параллели на широте φ. Константы C определяются из граничных условий.

Волны, описываемые данными выражениями, характеризуют реакцию на зональный компонент приливообразующей силы, максимум которой «пробегает» вдоль бассейна с востока на запад со скоростью $c_\Omega = 2\pi R/(n\tau)$, где n — индекс группы приливной гармоники (см. с. 9). Как было показано в разделах 1.3 и 3.3, эти волны характеризуются нарастанием фазы и суммарным (чистым) переносом энергии в направлении своего распространения. Если же бассейн ориентирован вдоль меридиана, то максимум продольного компонента приливообразующей силы, как это видно из выражений (1.3), наступает во всем канале одновременно, и в этом случае реакция бездиссипативного замкнутого бассейна имеет вид вынужденных стоячих волн [45, 54, 55, 78]. Для случая, когда продольная составляющая приливообразующей силы неизменна вдоль бассейна не только по фазе, но и по амплитуде *, соответствующее решение имеет вид [34, 78]

$$\zeta_c = [C_1' \cos(kx) + C_2' \sin(kx)]\cos(\sigma t) + \\ + [C_3' \cos(kx) + C_4' \sin(kx)]\sin(\sigma t); \quad (4.11)$$

$$u_c = [-\sqrt{g/h}\,[C_3' \sin(kx) - C_4' \cos(kx)] - (F_{\text{макс}}/\sigma)\sin\delta]\cos(\sigma t) + \\ + [\sqrt{g/h}\,[C_1' \sin(kx) - C_2' \cos(kx)] + (F_{\text{макс}}/\sigma)\cos\delta]\sin(\sigma t), \quad (4.12)$$

где $F_{\text{макс}}$ — амплитуда приливообразующей силы F, заданной в форме $F = F_{\text{макс}}\cos(\sigma t + \delta)$, а значения констант C_1', C_2', C_3' и C_4' определяются из граничных условий. Свойства волн такого типа подробно рассмотрены в [34]. При произвольной ориентации бассейна собственный прилив в нем будет представлять собой суперпозицию зональных и меридиональных решений.

* Такое допущение в определенной степени обосновано для небольших меридиональных заливов, в частности из-за того, что локальная пространственная неоднородность указанной силы обратно пропорциональна ее локальному значению вследствие гармонического изменения в пространстве.

Граничные условия для определения констант C и C' могут быть заданы в импедансной форме (3.88), (3.89). При полном отражении ($r^{\pm}=1$; $\mathscr{K}^{\pm}=0$) эти условия сводятся к условию непротекания $u\equiv 0$. В разделе 3.3.2 использование указанных граничных условий позволило продемонстрировать некоторые свойства собственного прилива в экваториальных бассейнах океанского типа ($h=3268$ м, $m=2{,}5$). Отметим, что потери энергии при этом моделировались неполным положительным отражением ($r^{\pm}>0$; $\mathscr{K}^{\pm}<1$), что наиболее естественно для случая, когда эти потери обусловлены прибрежной диссипацией. В то же время в случае, рассматриваемом здесь, потери энергии связаны с излучением из окраинных бассейнов через жидкую границу, переход через которую сопровождается, как правило, увеличением глубины (шельф) или резким расширением (залив). Такие потери целесообразно моделировать неполным отрицательным отражением ($r^{\pm}<0$; $\mathscr{K}^{\pm}>1$).

На рис. 4.5 изображено продольное распределение амплитуд H_c и фаз g_c собственного прилива в зонально ориентированном бездиссипативном бассейне с полностью отражающей восточной (на рисунке — правой) и частично излучающей западной (левой) границами. Длина бассейна L составляет ровно четверть длины полусуточной приливной волны M_2, — таким образом обеспечивается полное выполнение геометрического условия чистого резонанса. Если совместить начало оси x с полностью отражающей границей, то константы C в выражениях (4.9) и (4.10) принимают значения:

$$C_1=\widehat{H}[\sin(KL)(m-\mathscr{K}^-)+\mathscr{K}^-m]/(m^2-1);\quad C_2=0;$$
$$C_3=-\widehat{H}(m-\mathscr{K}^-)\cos(KL)/(m^2-1); \qquad (4.13)$$
$$C_4=-\widehat{H}m/(m^2-1).$$

Картина колебаний в бассейне зависит от параметра $\mathscr{K}^-$, значение которого определяется перепадом глубин на жидкой границе, а также зависит от эффективного расширения поперечного сечения при выходе из залива в океан [34]. Результаты для различных значений параметра $\sqrt{h_1/h_0}$ при неизменной ширине показаны на рис. 4.5. Кривые, соответствующие значению $\sqrt{h_1/h_2}=1$ ($\mathscr{K}^-=1$), т. е. отсутствию перепада глубин, характеризуют безрезонансную ситуацию в полубесконечном бассейне постоянной глубины, которая в данном случае принята равной 200 м. Остальные кривые соответствуют значениям параметра $\sqrt{h_1/h_0}$, равным 0,8; 0,6; 0,4 и 0,2, т. е. случаям, когда к участку с глубиной 200 м примыкает полубесконечный бассейн с глубиной 312, 556, 1250 и 5000 м соответственно. Соответствующее последнему из этих случаев максимальное значение величины $\mathscr{K}^-$

равно 5. Во всех перечисленных случаях максимальные значения амплитуд собственного прилива локализованы у берега-отражателя.

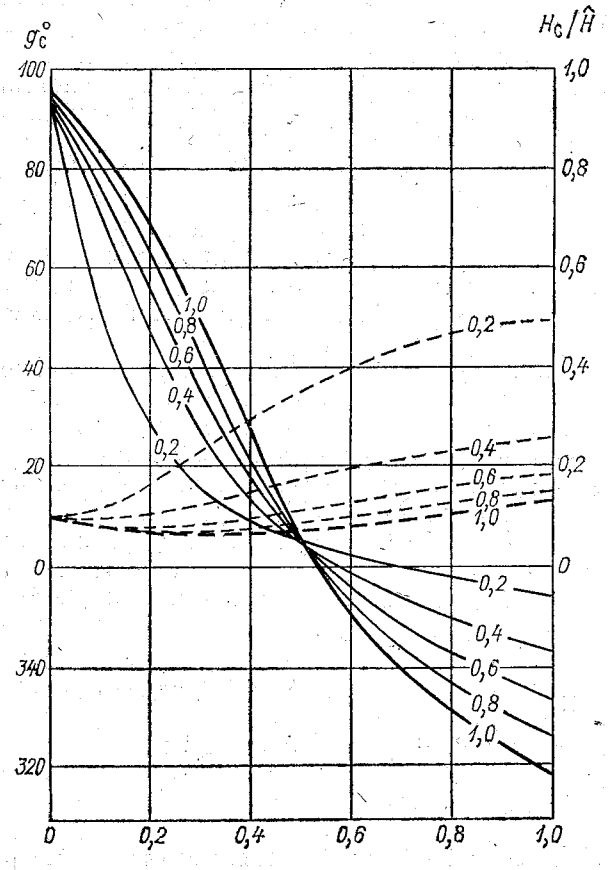


Рис. 4.5. Распределение относительных амплитуд $H_c/\hat{H}$ (пунктир) и фаз g_c (сплошные линии) собственного прилива вдоль модельного зонального полузамкнутого бассейна с жидкой границей на западе (слева). Перепад глубин на границе характеризуется параметром $\sqrt{h_1/h_0}$ (цифры на кривых); ширина бассейна при переходе через границу считается неизменной. По горизонтальной оси — расстояние от жидкой границы в долях полной длины бассейна L.

В безрезонансном случае собственный прилив развит наиболее слабо; его амплитуда H_c у берега составляет лишь 14 % (на жидкой границе — около 10 %) амплитуды теоретического статического прилива M_2 в глобальном океане $\hat{H}$, равном 24,3 см. Нарастание фаз с востока на запад свидетельствует о наличии потока

энергии, направленного в сторону океана. На расстоянии около $2L/3$ от берега амплитуда имеет слабо выраженный минимум, совпадающий с участком наиболее резкого нарастания фазы, что характерно для узловой зоны, если интерпретировать собственный прилив как прогрессивно-стоячую волну. Тем не менее эту зону правильнее назвать «псевдоузловой», поскольку, как показывает расчет, в ней не возникает максимума течений, свойственного подлинному узлу. Усиливающееся с увеличением перепада глубин проявление четвертьволнового резонанса ведет к росту амплитуд, а также постепенному сдвигу псевдоузловой зоны к жидкой границе. В последнем ($\sqrt{h_1/h_0}=0{,}2$) случае амплитуда собственного прилива H_c у берега достигает $0{,}5\widehat{H}$, т. е. коэффициент резонансного усиления равен примерно 3,6. Следует отметить, что резонансная трансформация собственного прилива не затрагивает характеристик колебаний уровня на жидкой границе — здесь амплитуда и фаза остаются неизменными, однако интенсивность излучения энергии увеличивается за счет локального усиления течений.

На рис. 4.6 показаны результаты для залива той же глубины и протяженности, который «впадает» в океан, испытывая резкое расширение в своем устье, что приводит к дополнительному отражению. Рассмотрение этого дополнительного эффекта показывает [34, 112], что его интенсивность имеет предел, который согласно существующим данным оценивается коэффициентом амплитудного отражения, равным по модулю 0,70—0,75. Для приблизительной оценки резонанса в заливе пренебрежем «устьевой поправкой» к фазе отражения и будем моделировать эффект резкого расширения дополнительным отрицательным отражением с амплитудным коэффициентом $r_b^- = -0{,}7071$. Амплитудный коэффициент результирующего отражения от жидкой границы залива можно тогда выразить в виде

$$r^- = -\sqrt{(r_h^-)^2 - (r_h^- r_b^-)^2 + (r_h^-)^2}, \qquad (4.14)$$

где r_h^- — коэффициент отражения, обусловленный перепадом глубин. Кривые на рис. 4.6 соответствуют принятым ранее значениям параметра $\sqrt{h_1/h_0}$ (1,0; 0,8; 0,6; 0,4 и 0,2), но каждый раз отражение «усилено» эффектом резкого расширения. В этом случае значения параметра $\mathcal{K}^-$ лежат в пределах от 5,92 до 12,33 и резонансное усиление во всем бассейне выражено значительно заметнее, чем при неизменной ширине. При максимальном значении $\mathcal{K}^-$ амплитуда собственного прилива в вершине залива превышает теоретическое значение на 22 %, т. е. достигает почти 30 см, что соответствует коэффициенту резонансного усиления, равному 8,9. Зона минимума амплитуд четко локализована на жидкой границе и обостряется по мере нарастания отрицательного отражения — теперь она практически совпадает с максиму-

мом течений и обладает всеми качественными признаками подлинного узла.

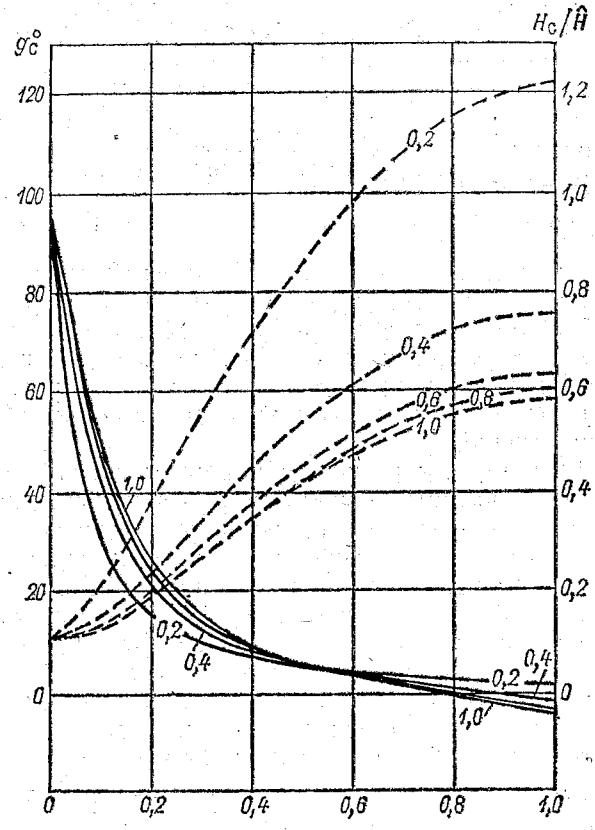


Рис. 4.6. То же, что на рис. 4.5, но для случая залива, т. е. с учетом резкого расширения при переходе через западную жидкую границу, характеризуемого дополнительным амплитудным коэффициентом внутреннего отражения $r_b^- = -0{,}7071$.

Приведенные данные показывают, что за счет резонансных эффектов плотность энергии собственного прилива может увеличиваться в десятки раз (табл. 4.1).

Следует отметить специфический характер распределения плотности энергии в пределах бассейна. Даже при постоянной глубине и ширине распределение величин $\langle e_p \rangle$ и $\langle e_k \rangle$ не является симметричным, а распределение $\langle e \rangle$ — однородным (как это имеет место в индуцированном приливе) (см. с. 188). Определяющими для продольного распределения плотности энергии являются условия излучения через жидкую границу. Типичные примеры при

различных значениях параметра $\sqrt{h_1/h_0}$ приведены на рис. 4.7. Для потенциальной энергии, которая имеет максимум у берега, характерен минимум в районе отмеченной выше псевдоузловой зоны, но кинетическая энергия монотонно падает от устья к вершине залива, не обнаруживая здесь максимума. Характерной особенностью является также минимум полной энергии внутри бассейна, наиболее заметно проявляющийся в безрезонансном случае, т. е. при отсутствии отражения на жидкой границе (при $h_1=h_0$). Заметим, что при этом мы имеем на указанной границе равенство

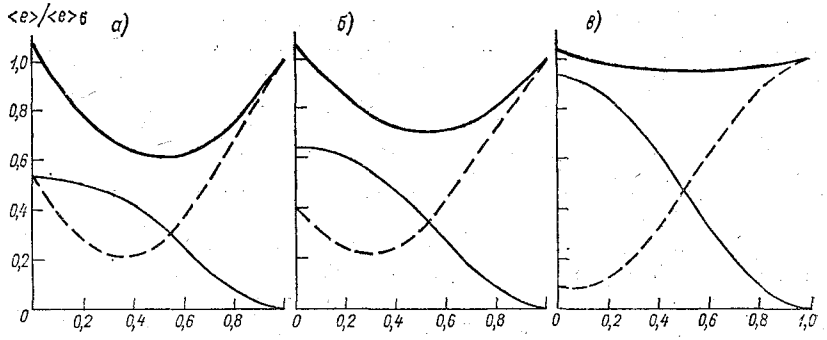


Рис. 4.7. Продольное распределение энергии собственного прилива в модельном зональном полузамкнутом бассейне с различным перепадом глубин на западной границе. Показаны величины $\langle e_k\rangle/\langle e_б\rangle$ (тонкие линии), $\langle e_p\rangle/\langle e_б\rangle$ (пунктир) и $\langle e\rangle/\langle e_б\rangle$ (жирные линии). Здесь $e_б$ — плотность полной энергии у восточного берега.

а) $\sqrt{h_1/h_0}=1{,}0$; *б)* $\sqrt{h_1/h_0}=0{,}8$; *в)* $\sqrt{h_1/h_0}=0{,}2$.

$\langle e_k\rangle=\langle e_p\rangle$, что характерно для прогрессивной волны, излучаемой в океан.

Такое излучение, которое также является характерной особенностью прибрежного собственного прилива, можно рассчитать с помощью выражения (3.8) по значениям $a=H_c$ и $h=h_0$. Его

ТАБЛИЦА 4.1

Амплитудное и энергетическое усиление собственного полусуточного (M_2) прилива в вершине залива ($h_1=200$ м) в случае четвертьволнового резонанса при различных перепадах глубины на жидкой границе

$\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$	p_a	p	p_a	p
0,2	2,365	5,59	8,898	79,17
0,4	1,912	3,66	5,540	30,69
0,6	1,372	1,88	4,628	21,42
0,8	1,124	1,26	4,299	18,48
1,0	1,000	1,00	4,234	17,92

интенсивность растет вместе с нарастанием резонансного усиления. Безрезонансной ситуации ($\mathcal{K}^- = 1$) соответствует минимальное излучение, составляющее в данном примере 5,3 кВт на 1 км жидкой границы. С увеличением перепада глубин на жидкой границе будет происходить нарастание интенсивности излучения энергии собственного прилива по отношению к указанному безрезонансному значению, и в данном случае удельная мощность такого излучения может превысить 65 кВт на 1 км. Можно ожидать, что это излучение, которое направлено навстречу потоку энергии, связанному с индуцированным приливом, в некоторых случаях может вносить ощутимый вклад в фактическую картину, до некоторой степени маскируя прибрежную диссипацию. В принципе при преобладании собственного прилива над индуцированным можно представить себе ситуацию, когда излучение от берега преобладает над потоком энергии в сторону берега, — в таком случае должен наблюдаться рост фаз от вершины залива в сторону океана. Однако подобные ситуации могут встречаться лишь в редких случаях.

Рассмотренные результаты относятся к зональному бассейну, имеющему жидкую границу на западе, т. е. расположенному на восточной окраине океана. В принципе, как было показано в разделе 3.3.2 для бассейнов «океанского» типа, при жидкой границе на востоке картина собственного прилива не является простым зеркальным изображением той, которая была рассмотрена выше. Это обусловлено неоднородностью приливообразующей силы в пределах бассейна, максимум которой перемещается с востока на запад. Однако при заданных в данном примере геометрических параметрах окраинного бассейна (относительно небольших h_1 и L) эффект неравномерности силы ощущается очень слабо. По этой причине различие между результатами, полученными при положении бассейна на восточном и западном побережьях океана, практически отсутствует (с учетом того, что вся картина разворачивается на 180°). К аналогичному выводу приводит и сопоставление результатов для зонального и меридионального бассейнов: расчеты по соотношениям (4.9), (4.10) и (4.11), (4.12) практически совпадают. Таким образом, резонансная реакция каналообразных окраинных бассейнов «морского» типа на действие приливообразующей силы фиксированной частоты малочувствительна к их ориентации и расположению относительно океана. В то же время в достаточно крупных бассейнах указанные факторы могут иметь существенное значение.

4.2.2. Индуцированный прилив

Индуцированный прилив, как указывалось выше, обычно вносит основной вклад в прибрежные колебания. Резонансные эффекты служат важным фактором повышения местной концентрации приливной энергии, — их можно рассматривать как второй этап этого процесса, проявляющийся вслед за действием мелко-

водных эффектов на приливную волну, приходящую из открытого океана. Формирование индуцированного прилива в заливах происходит, как правило, по схеме «вторжение — многократное отражение», т. е. в результате интерференции прямых и отраженных (встречных) «свободных» приливных волн. В узком заливе постоянной ширины b и глубины h результирующие колебания уровня ζ и продольного течения u в первом приближении можно записать в виде (3.12). В этом случае амплитуда $H(x)$ и фаза $g(x)$ результирующих колебаний уровня будут определяться выражениями [34, 37] [см. также (5.13)]

$$H = a\sqrt{1 + 2r\cos\beta + r^2};$$
$$g = \operatorname{arctg}\left[\frac{1-r}{1+r}\operatorname{tg}(kx)\right], \tag{4.15}$$

где $\beta = 2kx$, а начало координаты x совпадает с вершиной залива. Выражения (3.12) и (4.15) описывают прогрессивно-стоячую волну, основными структурными компонентами которой можно считать амплитуды a и ra (либо их отношение r) и фазы kx и $-kx$ (либо их разность β). В рассматриваемом простом случае величина β нарастает пропорционально удалению от вершины залива, а величина r зависит от интенсивности диссипации приливной энергии A_R, которая приводит к неполному отражению прямой волны, в результате чего $r < 1$. Если допустить, что вся диссипация сосредоточена в вершине залива и обозначить через A_W^+ и A_W^- абсолютные значения потоков энергии в прямой и отраженной волнах, то выражение для энергетического баланса запишется в виде

$$A_W^+ - A_W^- = A_R, \tag{4.16}$$

причем

$$A_W^+ = \rho g b\sqrt{gh}\, a^2/2;$$
$$A_W^- = \rho g b\sqrt{gh}\,(ra)^2/2. \tag{4.17}$$

Коэффициент амплитудного отражения r связан с относительной скоростью диссипации $L_D = A_R/A_W^+$ уже приводившимся выше соотношением $L_D = 1 - r^2$.

Как отмечалось выше, залив при наличии резкого изменения глубины и ширины на открытой границе приобретает свойства резонатора, возбуждаемого внешним приливным воздействием. Резонансное накопление энергии будет происходить из-за того, что встречная волна испытывает на жидкой границе частичное отражение, излучая в океан лишь часть своего энергетического потока, равную $\Delta A_W^- < A_W^-$. Выражения для H и g, отвечающие балансу между энергией, приносимой прямой приливной волной из оке-

ана (A_W^+), и затратами на излучение (ΔA_W^-) и диссипацию (A_R), будут иметь вид [34]

$$H = a\sqrt{\frac{1+2r_1\cos(4\pi x/\lambda)+r_1^2}{1-2q\cos(4\pi L/\lambda)+q^2}};$$

$$g = \operatorname{arctg}\left[\frac{1-r_1}{1+r_1}\operatorname{tg}(2\pi x/\lambda)\right], \tag{4.18}$$

причем $q = r_0^- r_1$. Здесь $\lambda = 2\pi\sqrt{gh/\sigma}$ — длина приливной волны, L — длина залива, а r_0^{-1} и r_1 — коэффициенты амплитудного отражения на жидкой границе и в вершине залива (при этом $r_0^- < 0$, а $r_1 > 0$, т. е. $q < 1$). Коэффициент r_0^- связан с относительной интенсивностью излучения приливной энергии из залива $L_R = \Delta A_W^-/A_W^-$ соотношением $L_R = 1 - (r_0^-)^2$. Из выражения (4.18) видно, что наибольшие амплитуды будут развиваться при условии настройки на резонанс, т. е. при $L = (2n+1)\lambda/4$ (где $n = 0, 1, 2\ldots$), а наименьшие амплитуды — при антирезонансной настройке, т. е. при $L = (n+1)\lambda/2$. При реальных размерах окраинных бассейнов и приливных волн наиболее обычным случаем резонансной настройки является совпадение длины залива L с $\lambda/4$.

Диапазон значений параметра L/λ, лежащих в окрестности $L/\lambda = 1/4$ и обеспечивающих увеличение амплитуды индуцированного прилива по отношению к «нейтральной» реакции на океанское воздействие, можно назвать областью резонанса, в то время как диапазон значений L/λ, определяющих уменьшение указанной амплитуды, будет относиться к области антирезонанса. Поскольку степень резонансного изменения приливной амплитуды, как следует из (4.15) и (4.18), определяется множителем

$$p_a = [1 - 2q\cos(4\pi L/\lambda) + q^2]^{-1/2}, \tag{4.19}$$

то переходное «нейтральное» значение параметра L/λ, лежащее на границе между резонансом и антирезонансом и соответствующее условию $p_a = 1$, будет определяться из соотношения $L/\lambda = (4\pi)^{-1}\arccos(q/2)$. Область четвертьволнового резонанса ограничена нейтральными значениями L/λ как снизу, так и сверху в соответствии с положительными и отрицательными значениями аргумента $4\pi L/\lambda$, которые составляют $\pm\pi/2$ при $q = 0$ — в этом случае переходные значения параметра L/λ равны 0,125 и 0,375 (таким образом, шельфы с шириной менее $\lambda/8$ также относятся к антирезонансным). При изменении $|q|$ от 0 до 1 первое переходное значение L/λ увеличивается от 0,125 до 0,167, а второе уменьшается от 0,375 до 0,333. Таким образом, снижение диссипации не только ведет к увеличению интенсивности резонанса, но и сужает его область.

Отметим, что для описания приливных колебаний при резонансе, как и раньше, можно использовать выражения (3.12) и (4.15), но следует помнить, что входящая в них величина a теперь является «резонансно-трансформированной», т. е. связанной с амплитудой первичной океанской волны a_0 соотношением $a = p_a a_0$.

В бездиссипативном случае (при $r_1 = 1$) индуцированный прилив в заливе имеет форму стоячей волны, амплитуда которой описывается выражением [34]

$$H = 2a\cos(2\pi x/\lambda)\Big/\sqrt{1 - 2r_0^- \cos(4\pi L/\lambda) + (r_0^-)^2}, \qquad (4.20)$$

а фаза g либо совпадает с фазой в начале координат (в вершине залива), либо отличается от нее на 180°, причем смена фаз происходит при переходе через линию узла.

Для случая чистого геометрического резонанса ($L = \lambda/4$) выражение для амплитуды индуцированного прилива будет

$$H = \frac{a}{1+q}\sqrt{1 + 2r_1\cos(4\pi x/\lambda) + r_1^2}, \qquad (4.21)$$

а в бездиссипативном случае

$$H = 2a\cos(2\pi x/\lambda)/(1 + r_0^-). \qquad (4.21а)$$

Коэффициенты амплитудного резонансного усиления в этих случаях будут соответственно $(1+q)^{-1}$ и $(1+r_0^-)^{-1}$. Таким образом, при $r_0^- \neq -1$, т. е. во всех физически реальных случаях, резонансное усиление остается конечным.

Из выражений (4.18) и (4.20)—(4.21а) видно, что в каждом случае пространственная форма и структура приливных колебаний описываются числителем того или иного выражения, а знаменатель характеризует лишь степень резонансного усиления, одинаковую для всех структурных компонентов. На рис. 4.8 показано распределение амплитуд и фаз колебаний уровня при четвертьволновом резонансе для бездиссипативного случая, а также для двух случаев прибрежных диссипативных потерь, составляющих $^1/_3$ и $^2/_3$ энергии, приносимой прямой волной. Оцифровка на вертикальных осях соответствует безрезонансному случаю ($r_0^- = 0$), а степень резонансного усиления и соответствующее изменение вертикального масштаба можно получить с помощью табл. 4.1 в зависимости от перепада глубин на жидкой границе как при наличии, так и при отсутствии резкого расширения бассейна. В нижней части рисунка приведено аналогичное распределение величин $\langle e_p \rangle$, $\langle e_k \rangle$ и $\langle e \rangle$. В отличие от случая собственного прилива (рис. 4.7), здесь мы видим строгую симметрию кривых $\langle e_p \rangle$ и $\langle e_k \rangle$ относительно середины залива (точки $x = -L/2$). В то же время величина $\langle e \rangle$ сохраняется совершенно постоянной вдоль залива, что позволяет использовать для оценки резонансного энергетического усиления характеристики колебаний в любой точке бассейна.

В соответствии с приведенными выше выражениями для коэффициентов амплитудного резонансного усиления можно определить коэффициенты энергетического резонансного усиления как $(1+q)^{-2}$ и $(1+r_0^-)^{-2}$. Однако этот эффект проявляется всегда в сочетании с другими, обусловленными мелководным усилением

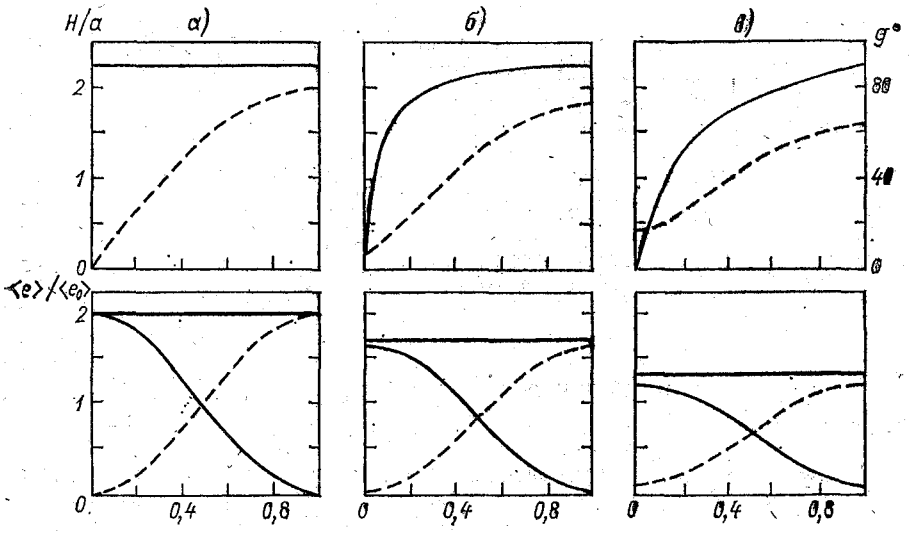


Рис. 4.8. Распределение параметров колебаний и энергии индуцированного прилива вдоль модельного полузамкнутого бассейна при различной интенсивности диссипации L_D в его замкнутом конце (справа).
На верхних фрагментах — относительная амплитуда H/a (пунктир) и фаза (сплошные линии) приливных колебаний. На нижних фрагментах — относительн и $\langle e\rangle/\langle e_0\rangle$ (сплошные жирные линии), где e_0 — плотность полной энергии прямой и $\langle e/e\rangle_0$ (сплошные жирные линии), где e_0 — плотность полной энергии прямой волны. По горизонтальной оси — расстояние от жидкой границы до замкнутого конца в долях полной длины бассейна L.

а) $L_D=0{,}0$; *б)* $L_D={}^1/_3$; *в)* $L_D={}^2/_3$.

и усилением за счет отражения от берега. Два последних эффекта учитываются соответственно коэффициентами $(1-r_0^-)^2$ и $(1+r_1^2)$. Таким образом, при чистом резонансе для определения результирующего увеличения концентрации энергии в прибрежном мелководном бассейне по сравнению с концентрацией энергии в первичной приливной волне (общее абсолютное усиление) получаем коэффициент

$$p_{\text{аб}}=(1-r_0^-)^2(1+r_1^2)/(1+q)^2. \qquad (4.22)$$

В бездиссипативном случае ($r_1=1$) это выражение сводится к $p_{\text{аб}}=2(\mathcal{K}^-)^2$, где $\mathcal{K}^-$ определяется выражением (3.90). Для определения усиления относительно фактической плотности энергии в океане (общее относительное усиление) следует учесть уве-

личение последней за счет *суммарного отражения* от всей мелководной зоны. Это суммарное отражение характеризуется, как известно, комплексным амплитудным коэффициентом R, модуль ($|R|$) и аргумент (Φ) которого определяются выражениями [34]

$$|R| = \sqrt{[r_0^+ + D\cos(\delta+\psi)]^2 + D^2\sin^2(\delta+\psi)};$$
$$\Phi = \operatorname{arctg}\frac{D\sin(\delta+\psi)}{r_0^+ + D\cos(\delta+\psi)}, \tag{4.23}$$

где

$$D = r_1[1-(r_0^+)^2]/\sqrt{1-2q\cos\psi+q^2};$$
$$\delta = \operatorname{arctg}\frac{q\sin\psi}{1-q\cos\psi}; \tag{4.24}$$
$$\psi = 2k_1L = 4\pi L/\lambda_1,$$

а $q = r_0^- r_1$. В случае четвертьволнового резонанса ($L = \lambda_1/4$) имеем $\psi = \pi$ и тогда

$$R = (r_0^+ - r_1)/(1+q), \tag{4.25}$$

т. е. суммарное выражение становится полностью вещественным и лишь меняет знак в зависимости от того, какой из локальных коэффициентов отражения (r_0^+ или r_1) больше другого. Коэффициент общего относительного усиления будет равен

$$p_{\text{от}} = (1+r_0^+)^2(1+r_1^2)/[(1+q)^2(1+|R|^2)]. \tag{4.26}$$

В бездиссипативном случае получаем $p_{\text{от}} = (\mathscr{K}^-)^2$, т. е. в этом случае относительное усиление вдвое меньше абсолютного. Таким образом, параметр $\mathscr{K}^\pm$, характеризующий отражательно-излучательные свойства границ бассейна, в определенных случаях простым образом характеризует также степень концентрации приливной энергии в его пределах.

4.2.3. Распределение энергии в прогрессивно-стоячих волнах

Этот раздел имеет в основном справочный характер. Он содержит набор формул, позволяющих оценить локальные и интегральные значения энергосодержания в плоских прогрессивно-стоячих волнах, которыми во многих случаях могут моделироваться основные черты реального индуцированного прилива в окраинных морских бассейнах. Указанные формулы получаются подстановкой выражений (3.12), которые описывают прогрессивно-стоячие волны в общем случае, в выражении для плотности

энергии (2.1). Такая подстановка дает выражения для *плотности энергии в произвольной точке x и в произвольный момент t*:

$$
\begin{aligned}
e_p &= (1/4)\rho g a^2 \{1 + r^2 + (1 + r^2)\cos(2kx)\cos(2\sigma t) + \\
&+ (1 - r^2)\sin(2kx)\sin(2\sigma t) + 2r[\cos(2kx) + \cos(2\sigma t)]\}; \\
e_k &= (1/4)\rho g a^2 \{1 + r^2 + (1 + r^2)\cos(2kx)\cos(2\sigma t) + \\
&+ (1 - r^2)\sin(2kx)\sin(2\sigma t) - 2r[\cos(2kx) + \cos(2\sigma t)]\}; \\
e &= (1/2)\rho g a^2 [1 + r^2 + (1 + r^2)\cos(2kx)\cos(2\sigma t) + \\
&+ (1 - r^2)\sin(2kx)\sin(2\sigma t)].
\end{aligned}
\tag{4.27}
$$

Для частного случая прогрессивной волны ($r = 0$) получаем

$$
\begin{aligned}
e_p^p = e_k^p &= (1/4)\rho g a^2 \{1 + \cos[2(\sigma t - kx)]\}; \\
e^p &= (1/2)\rho g a^2 \{1 + \cos[2(\sigma t - kx)]\}.
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

В случае стоячей волны ($r = 1$) имеем

$$
\begin{aligned}
e_p^s &= (1/2)\rho g a^2 [1 + \cos(2kx)\cos(2\sigma t) + \cos(2kx) - \cos(2\sigma t)]; \\
e_k^s &= (1/2)\rho g a^2 [1 + \cos(2kx)\cos(2\sigma t) - \cos(2kx) + \cos(2\sigma t)]; \\
e^s &= \rho g a^2 [1 + \cos(2kx)\cos(2\sigma t)].
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

Осредненные по периоду значения *плотности* энергии будут

$$
\begin{aligned}
\langle e_p \rangle &= (1/4)\rho g a^2 [1 + r^2 + 2r\cos(2kx)]; \\
\langle e_k \rangle &= (1/4)\rho g a^2 [1 + r^2 - 2r\cos(2kx)]; \\
\langle e \rangle &= (1/2)\rho g a^2 (1 + r^2).
\end{aligned}
\tag{4.30}
$$

Для прогрессивной волны эти выражения переходят в

$$
\begin{aligned}
\langle e_p^p \rangle &= \langle e_k^p \rangle = \rho g a^2/4; \\
\langle e^p \rangle &= \rho g a^2/2,
\end{aligned}
\tag{4.31}
$$

а для стоячей волны получим:

$$
\begin{aligned}
\langle e_p^s \rangle &= \rho g a^2 [1 + \cos(2kx)]/2; \\
\langle e_k^s \rangle &= \rho g a^2 [1 - \cos(2kx)]/2; \\
\langle e^s \rangle &= \rho g a^2.
\end{aligned}
\tag{4.32}
$$

Из выражений (4.30)—(4.32) видно, что в случае индуцированного прилива в бассейне рассматриваемого типа характерной особенностью осредненной по времени плотности полной энергии $\langle e \rangle$ является ее независимость от x при любом значении r. Таким образом, величина $\langle e \rangle$ постоянна в пределах бассейна, в то время

как составляющие ее слагаемые $\langle e_p \rangle$ и $\langle e_k \rangle$ могут испытывать сильные изменения, достигая экстремальных значений в некоторых особых точках. К таким точкам прежде всего относятся точки пучностей и узлов стоячей доли приливного колебания, определяемые соответственно соотношениями $kx = n\pi$ и $kx = (2n+1)\pi/2$. В первой из этих точек потенциальная энергия имеет максимум, а кинетическая — минимум; во второй точке — наоборот. Кроме того, к особым точкам можно отнести точки, расположенные ровно посредине между узлом и пучностью $[kx = (2n+1)\pi/4]$, в которых достигает максимума реактивная составляющая волнового потока приливной энергии (см. с. 60). В особых точках приведенные выше выражения для плотности энергии существенно упрощаются. Так, *для пучности* получаем:

$$\begin{aligned} e_p &= \rho g a^2 (1 + r)^2 [1 + \cos(2\sigma t)]/4; \\ e_k &= \rho g a^2 (1 - r)^2 [1 + \cos(2\sigma t)]/4; \\ e &= \rho g a^2 (1 + r^2) [1 + \cos(2\sigma t)]/2. \end{aligned} \tag{4.33}$$

Для прогрессивной волны будем иметь:

$$\begin{aligned} e_p^p &= e_k^p = \rho g a^2 [1 + \cos(2\sigma t)]/4; \\ e^p &= \rho g a^2 [1 + \cos(2\sigma t)]/2, \end{aligned} \tag{4.34}$$

а для стоячей волны —

$$\begin{aligned} e_p^s &= e^s = \rho g a^2 [1 + \cos(2\sigma t)]; \\ e_k^s &= 0. \end{aligned} \tag{4.35}$$

Осредненные величины будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \langle e_p \rangle &= \rho g a^2 (1 + r)^2/4; \\ \langle e_k \rangle &= \rho g a^2 (1 - r)^2/4; \\ \langle e \rangle &= \rho g a^2 (1 + r^2)/2; \end{aligned} \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned} \langle e_p^p \rangle &= \langle e_k^p \rangle = \rho g a^2/4; \\ \langle e^p \rangle &= \rho g a^2/2; \end{aligned} \tag{4.37}$$

$$\begin{aligned} \langle e_p^s \rangle &= \langle e^s \rangle = \rho g a^2; \\ \langle e_k^s \rangle &= 0. \end{aligned} \tag{4.38}$$

Аналогично *для узла* имеем:

$$e_p = \rho g a^2 (1 - r)^2 [1 - \cos(2\sigma t)]/4;$$
$$e_k = \rho g a^2 (1 + r)^2 [1 - \cos(2\sigma t)]/4; \tag{4.39}$$
$$e = \rho g a^2 (1 + r^2) [1 - \cos(2\sigma t)]/2;$$

$$e_p^p = e_k^p = \rho g a^2 [1 - \cos(2\sigma t)]/4;$$
$$e^p = \rho g a^2 [1 - \cos(2\sigma t)]/2; \tag{4.40}$$

$$e_k^s = e^s = \rho g a^2 [1 - \cos(2\sigma t)];$$
$$e_p^s = 0; \tag{4.41}$$

$$\langle e_p \rangle = \rho g a^2 (1 - r)^2/4;$$
$$\langle e_k \rangle = \rho g a^2 (1 + r)^2/4; \tag{4.42}$$
$$\langle e \rangle = \rho g a^2 (1 + r^2)/2;$$

$$\langle e_p^p \rangle = \langle e_k^p \rangle = \rho g a^2/4;$$
$$\langle e^p \rangle = \rho g a^2/2; \tag{4.43}$$

$$\langle e_k^s \rangle = \langle e^s \rangle = \rho g a^2;$$
$$\langle e_p^s \rangle = 0. \tag{4.44}$$

Для *точки, находящейся посредине между узлом и пучностью,* получаем:

$$e_p = \rho g a^2 [1 + r^2 + (1 - r^2) \sin(2\sigma t) + 2r \cos(2\sigma t)]/4;$$
$$e_k = \rho g a^2 [1 + r^2 + (1 - r^2) \sin(2\sigma t) - 2r \cos(2\sigma t)]/4; \tag{4.45}$$
$$e = \rho g a^2 [1 + r^2 + (1 - r^2) \sin(2\sigma t)]/2;$$

$$e_p^p = e_k^p = \rho g a^2 [1 + \sin(2\sigma t)]/4; \tag{4.46}$$
$$e^p = \rho g a^2 [1 + \sin(2\sigma t)]/2;$$

$$e_p^s = \rho g a^2 [1 + \cos(2\sigma t)]/2;$$
$$e_k^s = \rho g a^2 [1 - \cos(2\sigma t)]/2; \tag{4.47}$$
$$e^s = \rho g a^2;$$

$$\langle e_p \rangle = \langle e_k \rangle = \rho g a^2 (1 + r^2)/4; \tag{4.48}$$
$$\langle e \rangle = \rho g a^2 (1 + r^2)/2;$$

$$\langle e_p^p \rangle = \langle e_k^p \rangle = \rho g a^2/4;$$
$$\langle e^p \rangle = \rho g a^2/2; \tag{4.49}$$
$$\langle e_p^s \rangle = \langle e_k^s \rangle = \rho g a^2/2;$$

$$\langle e^s \rangle = \rho g a^2. \tag{4.50}$$

Переходя к интегральным энергетическим характеристикам, запишем выражения для *количества энергии, содержащегося в одной длине волны* λ, используя для этого соотношения (2.2). Если обозначить ширину бассейна (ширину фронта волны) через b, то в общем случае прогрессивно-стоячей волны получаем [34]:

$$\begin{aligned} E_p &= \rho g b \lambda a^2 [1 + r^2 + 2r\cos(2\sigma t)]/4; \\ E_k &= \rho g b \lambda a^2 [1 + r^2 - 2r\cos(2\sigma t)]/4; \\ E &= \rho g b \lambda a^2 (1 + r^2)/2. \end{aligned} \tag{4.51}$$

В случае прогрессивной волны мы имеем

$$\begin{aligned} E_p^p &= E_k^p = \rho g b \lambda a^2/4; \\ E &= \rho \lambda g b a^2/2, \end{aligned} \tag{4.52}$$

а в случае стоячей волны —

$$\begin{aligned} E_p^s &= \rho g b \lambda a^2 [1 + \cos(2\sigma t)]/2; \\ E_k^s &= \rho g b \lambda a^2 [1 - \cos(2\sigma t)]/2; \\ E^s &= \rho g b \lambda a^2. \end{aligned} \tag{4.53}$$

Осредненные по периоду значения энергосодержания будут:

$$\begin{aligned} \langle E_p \rangle &= \langle E_k \rangle = \rho g b \lambda a^2 (1 + r^2)/4; \\ \langle E \rangle &= \rho g b \lambda a^2 (1 + r^2)/2. \end{aligned} \tag{4.54}$$

При переходе к случаю прогрессивной волны мы снова получаем выражения (4.52), что естественно, поскольку энергосодержание прогрессивной волны от времени не зависит. Для случая стоячей волны получаем:

$$\begin{aligned} \langle E_p^s \rangle &= \langle E_k^s \rangle = \rho g b \lambda a^2/2; \\ \langle E^s \rangle &= \rho g b \lambda a^2. \end{aligned} \tag{4.55}$$

4.3. Резонансное усиление на шельфе

Резонанс на шельфе во многих отношениях подобен резонансу в заливах. Главную роль здесь также играет индуцированный прилив. Основное отличие от резонанса в заливе состоит в том, что на шельфе следует учитывать действие силы Кориолиса на приливные волны (это, впрочем, относится и к достаточно широкому заливу), а также возможность косого подхода океанской

приливной волны. При аналитическом рассмотрении приливных волн на открытом шельфе с постоянной глубиной h_1 их целесообразно представлять в форме волн Свердрупа и Пуанкаре. Важное значение имеет то, что отражение этих волн на перепадах глубин и у берега в общем случае сопровождается фазовыми сдвигами.

Будем аппроксимировать параллельный прямолинейному берегу континентальный склон, отделяющий шельф от океана, вертикальным уступом, совпадающим с осью x. Тогда, если задаться постоянной глубиной h_0 в океане, а также использовать для компактности комплексную форму записи гармонических величин, то распространяющаяся в сторону шельфа «первичная» океанская волна ζ_0^+ будет описываться выражением

$$\zeta_0^+ = a_0 \exp\left[i\left(\sigma t - k_0' x + k_0'' y\right)\right], \tag{4.56}$$

где $k_0' = k_0 \sin\alpha_0$ и $k_0'' = k_0 \cos\alpha_0$ — продольная и поперечная к линии берега и подводного уступа проекции волнового числа океанской волны Свердрупа. Взаимодействие этой волны с вертикальным уступом описано выражениями (4.4) (—4.7) в разделе 4.1.2. Поскольку наш пример соответствует случаю «уступ справа», в выражении (4.4) следует принять верхние знаки. Соответствующий коэффициент отражения обозначим теперь через r_0^+, аналогичные нижние индексы придадим величинам b, c и d в выражении (4.5). Для проникающей на шельф преломленной волны будем иметь

$$\zeta_{(1)}^+ = a_0\left(1 + r_0^+\right)\exp\left[i\left(\sigma t - k_0' x + k_1'' y\right)\right], \tag{4.57}$$

где $k_1'' = k_1 \cos\alpha_1$, а α_1 — угол преломления (отметим при этом, что преломление меняет только нормальную проекцию волнового числа). Резонансное усиление в зоне шельфа будет возникать (как и в случае залива) в результате многократного отражения волны $\zeta_{(1)}^+$ на краях этой зоны, т. е. у берега (при $y = -L$) и на границе с океаном (при $y = 0$), при условии синфазности однозначно направленных частных волн, порождаемых многократным отражением. Первое отражение от берега дает встречную волну

$$\zeta_{(1)}^- = a_0\left(1 + r_0^+\right) r_1 \exp\left[i\left(\sigma t - k_0' x - k_1'' y\right)\right], \tag{4.58}$$

где коэффициент отражения от берега r_1 имеет вид [105]

$$r_1 = \frac{b_1 - ic_1}{d_1 + ic_1}\exp\left(-i \cdot 2k_1'' L\right) = |r_1| \exp\left[i\left(\Phi_1 - 2k_1'' L\right)\right]. \tag{4.59}$$

Эти выражения аналогичны выражениям (4.4) и (4.6), отличаясь от них лишь индексами и множителем $\exp\left(-i \cdot 2k_1'' L\right)$, учитывающим нарастание фазы за счет двойного пробега волны по

шельфу. Входящие в выражение для r_1 величины имеют следующие значения:

$$b_1 = \sigma(h_1 k_1'' - h_2 k_2'');$$
$$c_1 = f k_0'(h_1 - h_2); \qquad (4.60)$$
$$d_1 = \sigma(h_1 k_1'' + h_2 k_2'').$$

При совпадении линии $y = -L$ с берегом величина $1 - r_1^2$ «контурно» аппроксимирует прибрежные диссипативные потери энергии и величины h_2 и k_2'' имеют условный смысл. Однако линия $y = -L$ может разделять и два бассейна разной глубины — в таком случае величины h_2 и k_2'' характеризуют параметры смежного бассейна, а величина $1 - r_1^2$ выражает излучаемую в него долю энергии прямой волны $\zeta_{(1)}^+$. Особый интерес представляет случай, когда $h_2 > h_1$; мы получаем тогда модель подводного плато или хребта, способных, как известно, концентрировать волновую энергию и «канализировать» ее распространение. Этот случай рассмотрен и проанализирован применительно к плато Кэмпбелл, расположенному к югу от Новой Зеландии, в работе [105]. При рассмотрении шельфа величины h_2 и k_2'' должны подбираться с таким расчетом, чтобы надлежащим образом моделировать нужную интенсивность прибрежной диссипации. В бездиссипативном случае $h_2 = h_2 k_2'' = 0$.

Отражение волны $\zeta_{(1)}^-$ от края шельфа при $y = 0$ дает вторичную прямую волну

$$\zeta_{(2)}^+ = a_0(1 + r_0^+) r_1 r_0^- \exp[i(\sigma t - k_0' x + k_1'' y)], \qquad (4.61)$$

направленную в сторону берега. Коэффициент внутреннего отражения от края шельфа r_0^- имеет вид [105]

$$r_0^- = (-b_0 - ic_0)/(d_0 + ic_0) = |r_0^-| \exp(i\Phi_0^-). \qquad (4.62)$$

Выражение (4.62) получается из выражения (4.4), взятого с нижними знаками (поскольку встречная волна $\zeta_{(1)}^-$, как это показано на рис. 4.9, подходит к уступу не правым, а левым флангом) и с дополнительной сменой знаков величин b_0 и c_0 (поскольку встречная волна встречает на своем пути не подъем, а падение дна). Зависимость модуля и аргумента коэффициента r_0^- от параметров $\sqrt{h_1/h_0}$ и α_1 для гармоники M_2 при фиксированных значениях параметра Кориолиса показана на рис. 4.3, где внутреннему отражению от края шельфа соответствует верхняя (лежащая выше вещественной оси) половина каждого графика.

Последующие отражения от берега и края шельфа порождают аналогичные волны $\zeta_{(n)}^+$ и $\zeta_{(n)}^-$ соответствующего порядка n, а суммарный результат при бесконечном числе отражений будет

описываться суперпозицией всех прямых (ζ_Σ^+) и всех встречных (ζ_Σ^-) частных волн, причем

$$\zeta_\Sigma^+ = a_0(1 + r_0^+)\exp\left[i(\sigma t - k_0'x + k_1''y)\right] \sum_{n=0}^{\infty} r_1^n (r_0^-)^n;$$

$$\zeta_\Sigma^- = a_0(1 + r_0^+)\exp\left[i(\sigma t - k_0'x - k_1''y)\right] \sum_{n=0}^{\infty} r_1 r_1^n (r_0^-)^n. \tag{4.63}$$

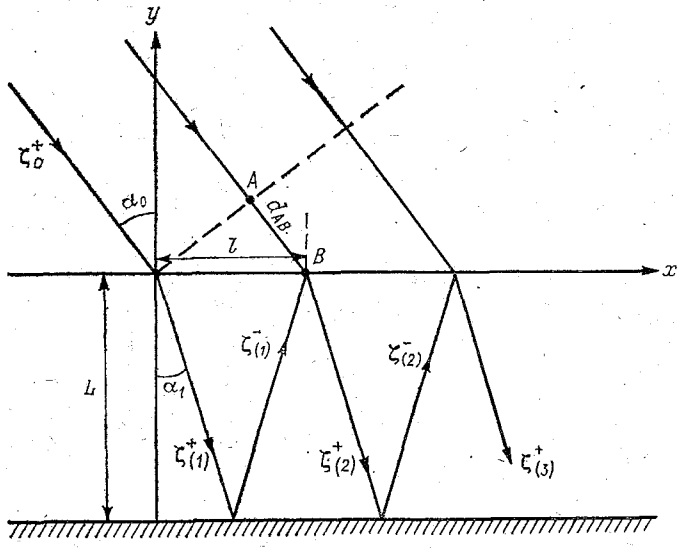


Рис. 4.9. Схема многократного внутреннего отражения приливной волны в зоне шельфа при косом подходе со стороны океана.

Поскольку $|r_1 r_0^-| < 1$, то с учетом свойств бесконечной геометрической прогрессии для полного волнового движения на шельфе получаем:

$$\zeta_\Sigma = \zeta_\Sigma^+ + \zeta_\Sigma^- = a_0(1 + r_0^+)\exp\left[i(\sigma t - k_0'x)\right]\left[\exp(ik_1''y) + r_1\exp(-ik_1''y)\right]/(1 - r_1 r_0^-). \tag{4.64}$$

Пять сомножителей правой части этого выражения соответственно характеризуют:

a_0 — интенсивность внешнего воздействия; $(1 + r_0^+)$ — мелководное усиление; $\exp\left[i(\sigma t - k_0'x)\right]$ — вдольбереговую структуру; $\exp(ik_1''y) + r_1\exp(-ik_1''y)$ — нормальную к берегу структуру; $(1 - r_1 r_0^-)^{-1}$ — резонансное усиление.

При нормальном падении океанской волны на шельф, когда фазовые сдвиги при отражении отсутствуют, и при условии $s = 0$

выражение для фактора резонансного усиления сводится к (4.19). При нормальном падении, но при $s \neq 0$ выражение (4.19) сохраняет силу, если заменить в нем длину гравитационной волны $\lambda = 2\pi\sqrt{gh}/\sigma$ на длину волны Свердрупа $\lambda_S = 2\pi\sqrt{gh}/[\sigma(1-s^2)]$.

Укажем, что реальные шельфы имеют конечную вдольбереговую протяженность, и при косом подходе волны на них может реализоваться лишь ограниченное число повторных двойных отражений. Из рис. 4.9 видно, что это число, определяемое целой частью отношения величины $\mathscr{L}$ (общая протяженность шельфа) к величине l (вдольбереговое смещение луча при двукратном пробеге волны поперек шельфа), равно $\nu = \mathscr{L} \operatorname{ctg} \alpha_1 / L$. При прочих равных условиях резонансные эффекты проявляются тем сильнее, чем больше ν, и отсутствуют при $\mathscr{L} \operatorname{ctg} \alpha_1 / L < 1$.

Специфические эффекты, сопровождающие косое отражение, оказывают заметное влияние на такой важный параметр, как *резонансная ширина шельфа*. Значение этого параметра определяется из фазового условия резонанса, требующего синфазности возникающих при многократном отражении частных волн $\zeta^+_{(n)}$ с внешним воздействием. В случае нормального падения ($\alpha_0 = 0$) и при $s = 0$ это условие сводилось к равенству между периодом волны τ и суммой $2L/\sqrt{gh_1} \pm \pi/\sigma$, где $2L/\sqrt{gh_1}$ — время двойного пробега по шельфу, а $\pm\pi$ — фазовый сдвиг при отрицательном отражении встречной волны на границе шельфа с океаном. В результате мы имели для минимального значения резонансной ширины шельфа $L_{\text{мин}} = \lambda_1/4$ («четвертьволновой» резонанс). Теперь указанное условие усложняется, во-первых, из-за фазовых сдвигов Φ_1 и Φ_0^-, выражения для которых можно записать в виде

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= -\operatorname{arctg}\left\{2s \operatorname{tg} \alpha_1 \left(1 - \frac{h_2}{h_1}\right) \Big/ \left[1 - \frac{h_2}{h_1} \frac{\cos^2 \alpha_2}{\cos^2 \alpha_1} - \right.\right. \\
&\qquad \left.\left. - s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_1 \left(1 - \frac{h_2}{h_1}\right)^2\right]\right\}; \\
\Phi_0^- &= \pi + \operatorname{arctg}\left\{2s \operatorname{tg} \alpha_1 \left(\frac{h_0}{h_1} - 1\right) \Big/ \left[\frac{h_0}{h_1} \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos^2 \alpha_1} - \right.\right. \\
&\qquad \left.\left. - 1 + s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_1 \left(\frac{h_0}{h_1} - 1\right)^2\right]\right\},
\end{aligned} \tag{4.65}$$

и, во-вторых, из-за необходимости учета времени $d_{AB}\sqrt{1-s^2}/\sqrt{gh_0} = 2L \operatorname{tg} \alpha_1 \sin \alpha_0 \sqrt{1-s^2}/\sqrt{gh_0}$ (см. рис. 4.9), затрачиваемого океанской волной на добегание ее гребня от точки A к точке B. На основании сказанного, сопоставляя фазы волн $\zeta^+_{(1)}$ и $\zeta^+_{(2)}$ [см.

выражения (4.57) и (4.61) с учетом (4.59) и (4.62)], мы можем записать фазовое условие резонанса на шельфе в виде

$$\tau + \frac{2L \sin\alpha_0 \sin\alpha_1 \sqrt{1-s^2}}{\sqrt{gh_0}\cos\alpha_1} = \frac{2L\sqrt{1-s^2}}{\sqrt{gh_1}\cos\alpha_1} - \frac{\Phi_1}{\sigma} - \frac{\Phi_0^-}{\sigma}, \quad (4.66)$$

откуда получаем

$$L_{\text{мин}} = \frac{\lambda_{s,1}}{4}\,\frac{2\pi + (\Phi_1 + \Phi_0^-)}{\pi\cos\alpha_1}, \quad (4.67)$$

где $\lambda_{s,1} = \lambda_1(1-s^2)^{-1/2}$ — длина волны Свердрупа, а $\lambda_1 = 2\pi\sqrt{gh_1}/\sigma$ — длина гравитационной волны на шельфе. При $\alpha_0 = 0$ выражение (4.67) сводится к выражению для четвертьволнового резонанса «по Свердрупу» ($L_{\text{мин}} = \lambda_{s,1}/4$), а если также $s = 0$, то — к выражению для обычного четвертьволнового резонанса ($L_{\text{мин}} = \lambda_1/4$). В общем случае величина $L_{\text{мин}}$ зависит от α_0, s, h_1/h_0 и h_2/h_1. Отметим, что в силу правила знаков для фазовых сдвигов их влияние на величину $L_{\text{мин}}$ будет различным в зависимости от того, каким флангом океанская приливная волна подходит к шельфу и берегу. В Северном полушарии влияние фазовых сдвигов увеличивает минимальную резонансную ширину шельфа в случае «берег справа» и уменьшает ее в случае «берег слева», а в Южном полушарии — наоборот.

На рис. 4.10 для случая бездиссипативного шельфа ($h_2/h_1 = 0$) показана зависимость $L_{\text{мин}}$ от параметра s при различных значениях α_0 для случаев $\sqrt{h_1/h_0} = 0{,}4$ и $\sqrt{h_1/h_0} = 0{,}8$. В этом случае выражение для Φ_1 сводится к

$$\Phi_1 = -\operatorname{arctg}\frac{2s\operatorname{tg}\alpha_1}{1 - s^2\operatorname{tg}^2\alpha_1}, \quad (4.68)$$

что соответствует величине 2β, о которой шла речь в разделе 3.2.6 при рассмотрении волн Пуанкаре. Мы видим, что фазовые сдвиги могут приводить к значительным отличиям $L_{\text{мин}}$ от $\lambda_{s,1}/4$ как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. Их влияние характеризуется двумя «режимами». Первый режим имеет место при $\alpha_1 < \alpha_{\text{В}}$, где $\alpha_{\text{В}}$ — угол Брюстера (см. с. 173); в этом случае влияние фазовых эффектов достигает максимума при некоторых промежуточных значениях s, уменьшающихся к ростом α_1. Второй режим наступает при $\alpha_1 > \alpha_{\text{В}}$; при этом влияние фазовых сдвигов резко нарастает с уменьшением s, что обусловлено резким изменением величины Φ_0^- при переходе α_1 через значение, равное углу Брюстера. При $s \to 0$ это ведет к смене знака чисто вещественного отражения, что в случае $\alpha_1 = 0$ соответствует переходу от четвертьволнового резонанса к полуволновому. На рисунке достаточно четко проявляется также зависимость $L_{\text{мин}}$ от геометрического эффекта, обусловленного влиянием наклона волновых лучей на время пробега приливных волн [множитель $1/\cos\alpha_1$ в выражении (4.67)]. Этот эффект всегда направлен в сто-

рону увеличения $L_{мин}$, и его можно охарактеризовать ординатой точки пересечения вертикальной оси каждой из кривых $\alpha_0 = \text{const}$. Таким образом, в случае косого подхода резонанс перестает быть четверть- или полуволновым даже при $s = 0$.

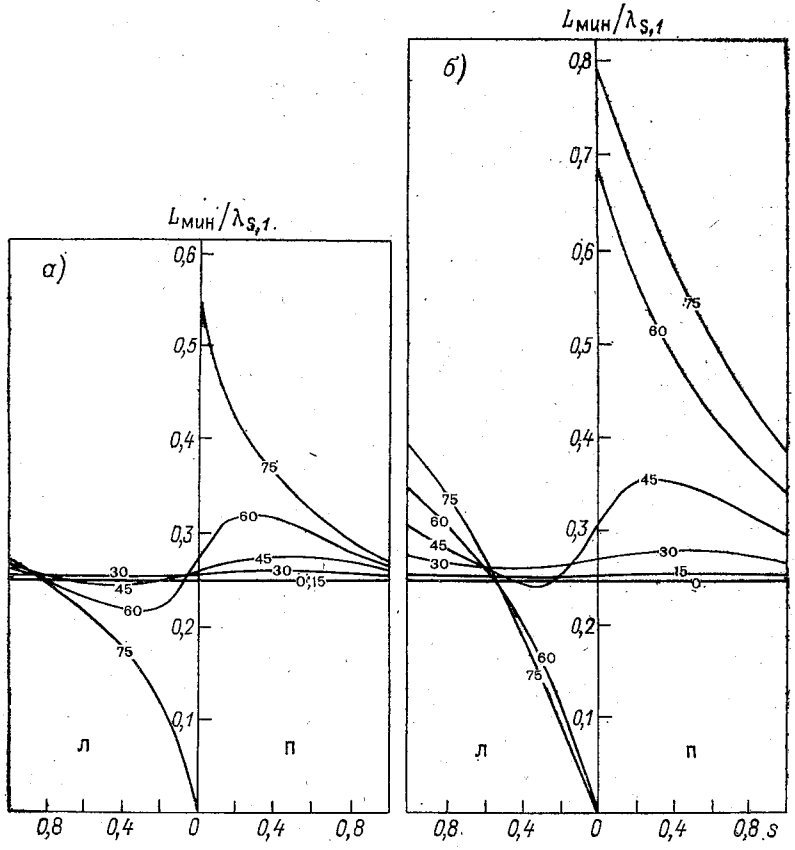


Рис. 4.10. Зависимость безразмерной резонансной ширины шельфа $L_{мин}/\lambda_{s,1}$ от параметра s при подходе к нему волны Свердрупа своим правым (п) либо левым (л) флангом в Северном полушарии. Цифры на кривых означают угол подхода λ_0 в градусах.

а) $\sqrt{h_1/h_0} = 0{,}4$; *b)* $\sqrt{h_1/h_0} = 0{,}8$.

4.4. Поглощение зоной шельфа энергии океанского прилива

Выше отмечалось, что потери сконцентрированной на шельфе приливной энергии осуществляются двумя путями: путем диссипации и путем излучения в открытый океан. В конкретных условиях каждый из этих двух процессов может быть количественно

охарактеризован с помощью своей относительной интенсивности, характеризуемой параметром поглощения (см. с. 46). В качестве относительной интенсивности излучения удобно рассматривать величину $L_R = 1 - (r_0^-)^{-2}$, представляющую собой ту долю энергии встречной волны на шельфе, которая затрачивается на излучение за его пределы. Заметим, что, как уже говорилось ранее, при контурном моделировании прибрежной диссипации, т. е. при ее аппроксимации излучением в сторону берега, в качестве относительной интенсивности диссипации можно ввести величину $L_D = 1 - r_1^2$, т. е. ту долю энергии прямой волны на шельфе, затрата которой на прибрежную диссипацию приводит к неполному (с амплитудным коэффициентом r_1) отражению от берега.

Важным обстоятельством является то, что итоговое диссипативное поглощение шельфом энергии океанского прилива зависит не только от местной относительной интенсивности диссипации, но и от соотношения между интенсивностями обоих процессов (диссипации и излучения), а также от того, насколько ширина шельфа L близка к резонансной ширине $L_{рез}$. Сочетание указанных условий определяет степень *согласованности* шельфовой зоны с открытым океаном подобно тому, как сочетание радиационно-диссипативных и геометрических параметров определяет согласованность разных участков волноводов, антенн и т. д. при распространении волн другой физической природы [163].

Зависимость поглощающей способности шельфовой зоны от согласованности этой зоны с океанским воздействием легче всего проиллюстрировать в случае горизонтального шельфа, отделенного от океана вертикальным уступом, при нормальном подходе приливной волны. Для простоты рассмотрим сначала модельный пример с контурной аппроксимацией прибрежной диссипации при отсутствии силы Кориолиса. Тогда поглощающую способность шельфа можно определить как $\mathscr{D} = 1 - |R|^2$, где $|R|$ определяется выражениями (4.23) и (4.24), которые позволяют рассчитать $\mathscr{D}$ в зависимости от параметров L_R, L_D и $\psi = 2\sigma L/\sqrt{gh_1} = \pi(L/L_{мин})$. На четырех фрагментах рис. 4.11, соответствующих четырем фиксированным значениям L_R, приведены результаты такого расчета в виде набора кривых $\mathscr{D}(L_D)$ при различных значениях параметра ψ.

Прежде всего мы видим, что при максимальных значениях интенсивности прибрежной диссипации ($L_D = 1{,}0$) интенсивность поглощения равна интенсивности излучения ($\mathscr{D} = L_R$) при любых значениях параметра ψ. Эти последние значения интенсивности поглощения являются максимальными далеко не всегда, а только при $\psi \leqslant 90°$, т. е. в области антирезонанса. В то же время все кривые $\mathscr{D}(L_D)$, соответствующие значениям $\psi > 90°$, т. е. относящиеся к области резонанса, характеризуются наличием максимумов при некоторых значениях $L_D = L_{D,M} < 1$. По мере приближения параметра ψ к своему чисто резонансному значению, рав-

ному 180°, значение абсциссы максимума $L_{D,M}$ уменьшается, а при чистом резонансе ($\psi=180°$) оно равно интенсивности излучения ($L_{D,M}=L_R$). Все возможные сочетания значений рассматриваемых параметров ограничены внутренней областью фигуры, обра-

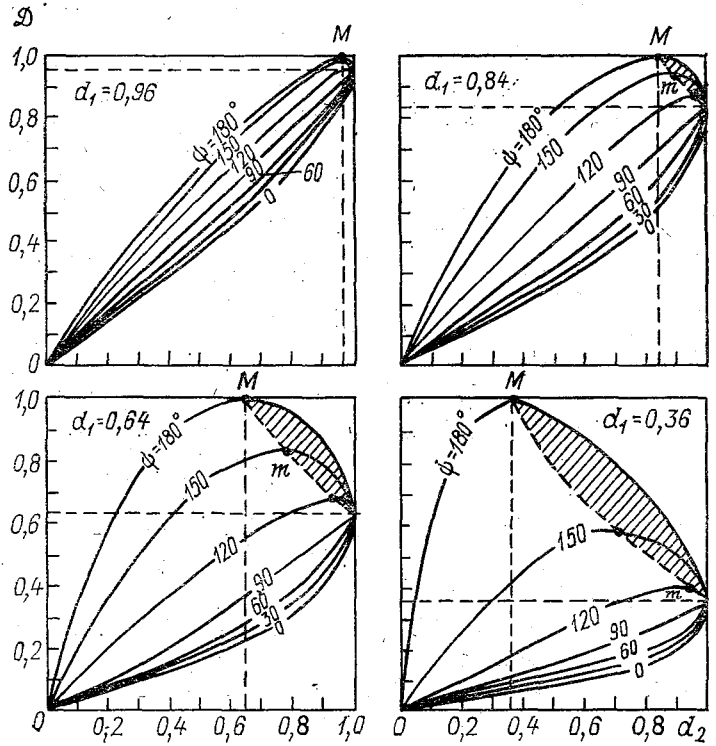


Рис. 4.11. Зависимость поглощающей способности шельфа $\mathcal{D}$ от интенсивности прибрежной диссипации L_D (на рисунке обозначена d_2) при различных значениях параметра $\psi=2\sigma L/\sqrt{gh_1}$ (выраженного в градусах) и относительной интенсивности излучения L_R (на рисунке обозначена d_1). Точка M соответствует полному согласованию импедансов шельфа и океана, а точка m — частичному согласованию. Заштрихованы области обратной зависимости между поглощением и диссипацией.

зуемой резонансной ($\psi=180°$) и антирезонансной ($\psi=0°$) ветвями кривой $\mathcal{D}(L_D)$. Эта фигура касается границ каждого квадратного фрагмента рис. 4.11 в трех точках: в начале координат ($L_D=0$, $\mathcal{D}=0$), а также на верхней ($L_D=L_R$; $\mathcal{D}=1,0$) и правой ($L_D=1,0$; $\mathcal{D}=L_R$) сторонах квадратной рамки. Можно заметить, что данная фигура симметрична относительно диагонали, выходящей, из начала координат. Все кривые $\mathcal{D}(L_D)$, соответствующие значениям ψ, лежащим между 0 и 180°, проходят внутри указанной фигуры.

Присутствие максимумов на лежащих в области резонанса кривых $\mathscr{D}(L_D)$ является проявлением упомянутого выше эффекта согласования шельфовой зоны с открытым океаном. Этот эффект можно интерпретировать следующим образом. В нашем модельном случае отражение океанской приливной волны от зоны шельфа, описываемое выражениями (4.23) и (4.24), может быть представлено как сумма первичного отражения от вертикального континентального склона и «встречного излучения шельфа», порождаемого процессом многократного внутреннего отражения — излучения [34]. Эти компоненты суммарного отражения в общем антифазны в области резонанса и синфазны в области антирезонанса, что обусловливает ослабление суммарного отражения в первом случае (шельф согласован с океаном) и его увеличение во втором (шельф рассогласован с океаном). Полному согласованию соответствует полное отсутствие отражения, что достигается, как это показано в [34], при выполнении двух условий: 1) чисто резонансная геометрия шельфа ($\psi = 180°$) и 2) равенство относительных интенсивностей прибрежной диссипации и излучения ($L_D = L_R$). На рис. 4.11 этим условиям соответствуют точки максимумов M, левее которых расположена область *слабой диссипации* или *сильного излучения* ($L_D < L_R$, излучение шельфа преобладает над первичным отражением и поэтому суммарное отражение при резонансе отрицательно), а правее — область *сильной диссипации* или *слабого излучения* ($L_D > L_R$, первичное отражение преобладает над излучением и суммарное отражение при резонансе — положительно). Можно сказать, что если при сильной диссипации энергия приливной волны отражается в океан в основном континентальным склоном, то при слабой диссипации эта энергия отражается в основном берегом. Лишь при равной интенсивности этих двух антифазных видов отражения они полностью нейтрализуют друг друга, и вся поступающая на шельф энергия полностью поглощается за счет диссипации.

Следует специально отметить принципиальное различие между зонами слабой и сильной диссипации при резонансе, состоящее в том, что в первой из них поглощающая способность шельфа растет с увеличением интенсивности диссипации, а во второй, наоборот, повышение диссипативных свойств шельфа ведет к падению поглощения. Из предыдущих рассуждений следует, что этот кажущийся на первый взгляд парадоксальным результат обусловлен нарастанием положительного отражения правее точки M, что препятствует развитию достаточно интенсивных колебаний на шельфе при резонансе и в итоге снижает общие диссипативные потери.

Наличие максимумов (точки m) на не чисто резонансных кривых $\mathscr{D}(L_D)$ свидетельствует о проявлении эффекта частичного согласования в пределах всего диапазона $90 < \psi < 180°$, хотя полного поглощения энергии на шельфе в этих случаях не происходит. Области, соответствующие снижению поглощения при росте диссипации, выделены на рис. 4.11 штриховкой.

Все основные черты рассмотренных закономерностей сохраняются при переходе от контурной аппроксимации диссипативных потерь к их моделированию с помощью фрикционных эффектов, распределенных по площади шельфовой зоны. В этом случае для модели со ступенчатым шельфом также можно получить аналитическое решение, позволяющее проанализировать зависимость поглощающей способности шельфа от эффекта согласования. Соответствующие результаты получены в работе Вебба [163] с помощью модели, в основе которой лежат линейные уравнения движения и неразрывности, причем фрикционный член имеет вид $-\varkappa \mathbf{u}/(\rho h_1)$ (где $\varkappa$ — постоянный коэффициент придонного сопротивления) и задается только в области шельфа. За пределами шельфа (в глубоководном океане) решение представляется в виде двух плоских встречных (падающей и отраженной) волн с одинаковой частотой σ. Соотношение комплексных амплитуд этих волн на границе шельфа с океаном определяет комплексный коэффициент отражения R, с помощью которого, как и прежде, можно перейти к оценке интенсивности поглощения на шельфе $\mathscr{D} = 1 - |R|^2$. Для условий, близких к резонансным, а также при допущении, что коэффициент $\varkappa$ мал и глубина океана намного превышает глубину шельфа, выражение для коэффициента отражения найдено в виде

$$R(\sigma) = \frac{\sigma - (n + 1/2)\,\pi\sqrt{gh_1}/L - i\,(\Gamma_S - \Gamma_0)}{\sigma - (n + 1/2)\,\pi\sqrt{gh_1}/L - i\,(\Gamma_S + \Gamma_0)}, \tag{4.69}$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$, а величины $\Gamma_S = \varkappa/(2h_1)$ и $\Gamma_0 = \sqrt{h_1/h_0}\sqrt{gh_1/L}$ характеризуют быстроту затухания свободных колебаний на шельфе соответственно за счет фрикционной диссипации и излучения в океан. Нетрудно видеть, что Γ_S и Γ_0 обратно пропорциональны квадратному корню из диссипативной и радиационной добротности, т. е. $\sqrt{Q_D}$ и $\sqrt{Q_R}$ (см. с. 45).

Поскольку при резонансе $\sigma = (n + {}^1/_2)\pi\sqrt{gh_1/L}$, то резонансное значение коэффициента отражения будет

$$R_{\text{рез}} = (\Gamma_S - \Gamma_0)/(\Gamma_S + \Gamma_0). \tag{4.70}$$

Как и в случае с контурной аппроксимацией диссипативных потерь, здесь сильному излучению ($\Gamma_S < \Gamma_0$) соответствует отрицательное, а слабому излучению ($\Gamma_S > \Gamma_0$) — положительное отражение. В первом случае увеличение коэффициента придонного сопротивления $\varkappa$ ведет к росту поглощения, а во втором при аналогичном увеличении интенсивность поглощения снижается. При $\Gamma_S = \Gamma_0$ отражение полностью исчезает и вся энергия океанской волны диссипирует в зоне шельфа. Таким образом, принципиальные закономерности эффекта согласования проявляются здесь в полной мере.

Обусловленное резонансом и условиями согласования поглощение энергии в зоне шельфа оказывает существенное влияние на

приливные движения и картину энергетических потоков в глубоководной части океана. Определяющую роль в этом играют как модуль, так и аргумент комплексного коэффициента суммарного отражения от шельфовой зоны. Во многих случаях картину прилива перед шельфом можно интерпретировать как прогрессивно-стоячее колебание в той или иной модификации. В таком случае аргумент коэффициента отражения (Φ) определяет местоположение узлов и пучностей указанного колебания, причем в зависимости от значения этого аргумента расстояние от берега ближайшей узловой линии может меняться в интервале порядка $\lambda_0/2$, где λ_0 — длина приливной волны в океане. С другой стороны, структура приливных колебаний, т. е. их близость к стоячей либо прогрессивной волне, зависит от модуля коэффициента отражения $|R|$. Наиболее наглядно эти эффекты проявляются в том случае, когда падающая и отраженная приливные волны имеют вид волн Кельвина, при встрече которых узловые линии преобразуются в амфидромические системы. В этом случае Φ определяет абсциссу, а $|R|$ — ординату возникающей амфидромической точки (при движении исходных волн вдоль оси x). Зависимость этих эффектов от геометрических и диссипативно-излучательных свойств шельфа в общем виде проанализирована в [34, 111]. В качестве более конкретных примеров можно привести результаты работ [163] и [30].

В первой из этих работ рассмотрен модельный бассейн в виде полубесконечного канала прямоугольного сечения шириной 1600 км и глубиной 5000 м, имеющий у закрытого конца шельф в виде горизонтальной ступеньки, глубина на которой составляет 70 м, а протяженность (ширина шельфа) — 300 км. Модель базируется на тех же уравнениях, что и в рассмотренном выше примере с площадным моделированием фрикционных эффектов, но с дополнительным учетом силы Кориолиса (для параллели 48° ю. ш.). На твердых границах ставится условие непротекания, а на границе шельфа с океаном — условие склейки уровня и нормального полного потока. Указанные параметры модели приближенно соответствуют характеристикам района Патагонского шельфа, однако наличие боковых стенок в модельном бассейне приводит, разумеется, к значительным отличиям от природного прототипа. Предполагается, что приливные колебания создаются в данном бассейне (он носит название «океана Вебба» [30]) волной Кельвина, приходящей к шельфу из бесконечности. Решение представляется в виде суммы двух встречных (прямой и отраженной) волн Кельвина, а также поперечных стоячих волн Пуанкаре, сосредоточенных на шельфе и вблизи него. Параметры названных частных волн определяются путем подбора с учетом требований, налагаемых граничными условиями. Оценка интенсивности поглощения энергии зоной шельфа производится путем сопоставления энергосодержания прямой и отраженной волн Кельвина, поскольку в рамках данной модели эти волны являются единственными переносчиками энергии для полусуточных и суточных приливных

гармоник. Изменение условий резонанса осуществляется варьированием частоты приходящей приливной волны.

Анализ полученных результатов показывает сильную зависимость поглощающей способности модельного шельфа от частоты. По положению максимумов поглощения на частотной оси определены резонансные для данного шельфа частоты, равные примерно $1{,}68 \cdot 10^{-4}$ и $1{,}91 \cdot 10^{-4}$ $с^{-1}$, причем на первой из них погло-

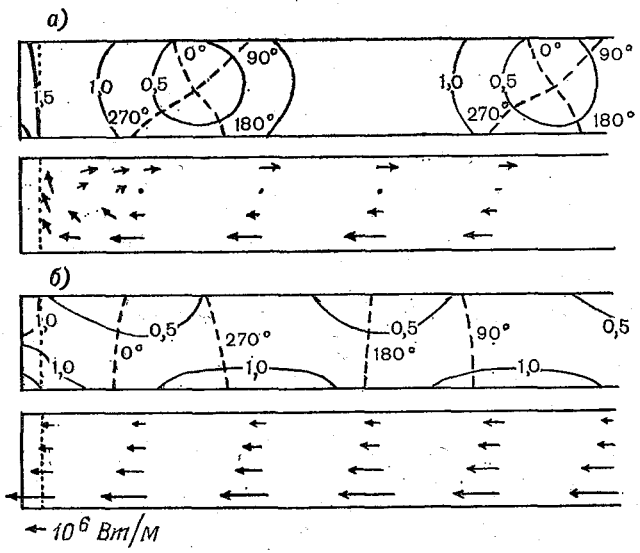


Рис. 4.12. Приливные карты и векторы чистого потока энергии в океане Вебба при отражении волны Кельвина (гармоника M_2) от диссипативного шельфа в Южном полушарии. Изоамплитуды (сплошные линии) даны в метрах, а котидали (пунктир) — в градусах и проведены только через 90°. Масштаб плотности потока энергии указан отдельной стрелкой, по [162].

а — нерезонансная ситуация ($\sigma = 1{,}16 \cdot 10^{-4}$ $с^{-1}$); *б* — околорезонансная ситуация ($\sigma = 1{,}62 \cdot 10^{-4}$ $с^{-1}$).

щающая способность шельфа достигает почти 0,95, а на второй составляет около 0,80. В полосе полусуточных приливных частот интенсивность поглощения составляет около 0,5. С дальнейшим удалением от резонанса поглощающая способность быстро падает и при $\sigma = 1{,}16 \cdot 10^{-4}$ $с^{-1}$ составляет всего несколько процентов. На рис. 4.12, заимствованном из [163], показаны два варианта приливных карт и полей потоков приливной энергии для двух случаев, когда приходящие волны Кельвина имеют частоты $1{,}16 \times 10^{-4}$ $с^{-1}$ (за пределами резонансной области) и $1{,}62 \cdot 10^{-4}$ $с^{-1}$ (вблизи резонанса). В соответствии с известными правилами (см. с. 126, а также [34, с. 104] незначительное поглощение в первом случае приводит к образованию амфидромических систем с центрами почти посредине бассейна, в то время как поле циркуляции

приливной энергии делится на два встречных продольных потока, замкнутых поперечным переносом вблизи шельфа. Во втором случае резко усилившееся поглощение смещает амфидромические точки за пределы бассейна (вправо от направления приходящей волны, поскольку рассматривается Южное полушарие); при этом поток энергии становится однонаправленным (в сторону шельфа) во всем бассейне.

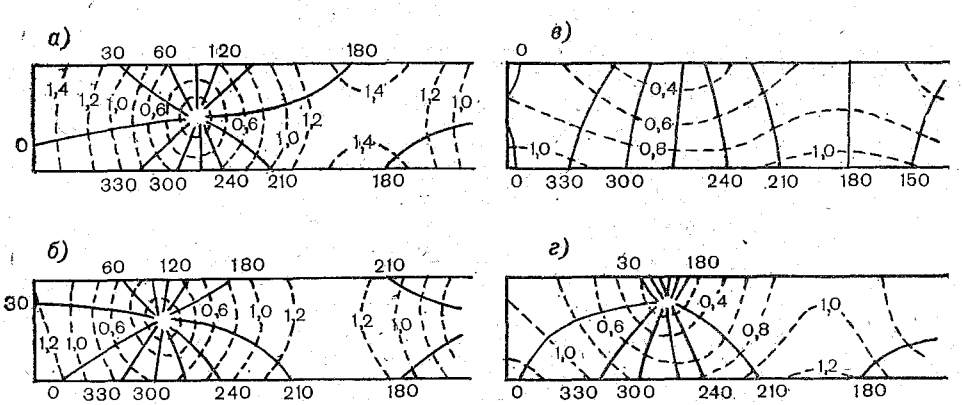


Рис. 4.13. Приливные карты прилива M_2 в океане Вебба при различных геометрических и диссипативных характеристиках шельфа. Изоамплитуды (пунктир) — в метрах, котидали (сплошные линии) — в градусах, по [30]..

а) $2\psi/\pi=0{,}5$; *б)* $2\psi/\pi=1{,}5$; *в)* $2\psi/\pi=2{,}0$ (резонанс), причем во всех трех случаях принят линейный закон донного сопротивления; *г)* $2\psi/\pi=2{,}0$ при квадратичном законе донного сопротивления.

В монографии [30] «океан Вебба» использован с методической целью в качестве объекта испытаний различных способов параметризации шельфовых эффектов. Рассматривается стационарная реакция на приходящую волну Кельвина с частотой гармоники M_2 ($\sigma=1{,}405\cdot10^{-4}$ с$^{-1}$). В этом случае изменение степени близости к резонансу достигается варьированием параметра $2\psi/\pi$. На рис. 4.13 приведены полученные приливные карты, соответствующие различным значениям $2\psi/\pi$ (одно из которых, $2\psi/\pi=1{,}5$, примерно соответствует условиям Патагонского шельфа), а также различным способам задания донного трения в зоне шельфа. Эти карты, относящиеся к так называемым «контрольным» решениям (когда расчет проводится для шельфа и океана совместно без использования параметризации шельфовой зоны), еще раз иллюстрируют упоминавшиеся выше общие закономерности.

4.5. Роль шельфовых волн в диссипации приливной энергии

При рассмотрении баланса приливной энергии в зоне шельфа следует учитывать возможность существования здесь специфического вида движений — шельфовых волн (волн континентального

шельфа). Теоретическому рассмотрению этих волн и анализу соответствующих натурных данных посвящено большое количество работ (см., например, [17, 68, 70, 115, 151, 156] и др.). Здесь мы приведем лишь краткое описание тех свойств шельфовых волн, которые важны для понимания и учета их роли в процессе диссипации приливной энергии.

4.5.1. Основные свойства шельфовых волн

В отличие от рассматривавшихся до сих пор волн Кельвина, Свердрупа, Пуанкаре и других, которые все относятся к классу гравитационных (волны Свердрупа и Пуанкаре иногда называют гравитационно-инерционными [34]), шельфовые волны являются представителем класса градиентно-вихревых волн, названных так из-за того, что восстанавливающий эффект в них связан не с силой тяжести, а с наличием горизонтального градиента планетарного вихря f/h [17]. В районах шельфа, где градиент величины f/h обусловлен резким изменением глубины, практически всегда существуют условия для движений указанного типа, которые в этом случае носят название топографических вихревых волн (они характерны для районов подводных хребтов и плато с резкими перепадами глубин на краях). Шельфовые волны, обусловленные перепадом глубин в зоне шельфа—континентального склона, являются частным случаем топографических; их специфика связана с наличием береговой черты, ограничивающей движения, нормальные к границе.

Шельфовые волны всегда распространяются вдоль линии перепада глубин, оставляя, подобно волнам Кельвина, мелководье (а следовательно, и берег) справа от себя в Северном полушарии и слева в Южном. Аналитические решения получены для ряда случаев модельного цилиндрического рельефа дна в зоне шельфа и склона, когда изменение глубины происходит только в направлении нормали к береговой черте. При этом глубина океана за пределами указанной зоны обычно принимается постоянной. Если прямолинейный берег совпадает с осью y, а океан расположен справа от нее, то в общем виде форма шельфовых волн описывается выражением

$$\zeta = \zeta(x) \exp[i(\sigma t + k'' y)], \tag{4.71}$$

т. е. их продольный профиль, описываемый множителем $\exp[i(\sigma t + k'' y)]$, представляет собой бегущую синусоиду. Форма поперечного волнового профиля, описываемая множителем $\zeta(x)$, в общем случае имеет в области шельфа и склона характер осцилляции типа стоячей волны, а в открытом океане — характер затухающей с удалением от шельфа экспоненты. В целом шельф служит волноводом для распространяющейся вдоль него волны; при этом требования, налагаемые краевыми условиями на его боковых границах (непротекание либо ограниченность амплитуды у берега и склейка уровня и нормального потока на границе с океаном),

обусловливают дискретность мод, в форме которых указанные волны могут существовать. Каждая мода характеризуется числом нуль-пересечений или «узлов» поперечного волнового профиля $\zeta(x)$ в пределах шельфа и склона (это число $n=0, 1, 2, \ldots$ определяет порядок или номер моды), а конкретная форма профиля $\zeta(x)$ для каждой моды зависит от типа профиля дна $h(x)$.

Дискретность мод означает, что совокупность всех возможных сочетаний частоты σ и волнового числа k для данной моды может

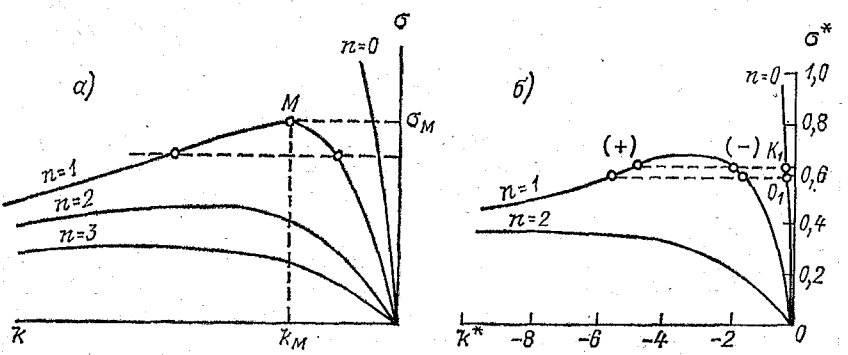


Рис. 4.14. Дисперсионные кривые волны Кельвина ($n=0$) и шельфовых волн ($n=1, 2, 3$) для цилиндрического профиля дна, по [17].

а — профиль дна экспоненциальной формы. Точкой *M* отмечен максимум частоты первой моды; *б* — профиль дна, характерный для шельфа у северо-восточного побережья о. Сахалин. Знак «—» соответствует шельфовым волнам суточного периода (гармоники K_1 и O_1) с отрицательной, а знак «+» — волнам с положительной групповой скоростью. Здесь $\sigma^*=\sigma/f$; $k^*=kL$.

быть изображена на плоскости σ; k в виде дисперсионной кривой $\sigma(k)$, форма которой также определяется геометрией шельфа и склона. На рис. 4.14 в качестве примера изображен набор дисперсионных кривых, соответствующих нескольким первым модам шельфовых волн для шельфа с экспоненциальным поперечным профилем. Аналогичные дисперсионные кривые могут быть построены и для других типов профиля дна (как модельных, так и реальных) с помощью аналитических либо численных методов. Такие кривые позволяют судить о том, при каких частотах внешнего воздействия на данном шельфе возможно возникновение шельфовых волн в форме той или иной моды, а также, какими волновыми числами (длинами волн) будут характеризоваться возникающие движения.

Укажем, что в большинстве случаев дисперсионные кривые для реальных шельфов характеризуются наличием максимума частоты $\sigma_м$ при некотором значении волнового числа $k_м$ (см. рис. 4.14). Если внешнее воздействие осуществляется с частотой $\sigma < \sigma_{макс}$, когда дисперсионная кривая пересекается прямой $\sigma = \mathrm{const}$, то в принципе возможно возникновение двух систем шельфовых волн, соответствующих двум точкам пересечения, ле-

жащим на противоположных склонах дисперсионной кривой. При этом, поскольку наклон дисперсионной кривой, как известно, определяет направление волнового переноса энергии, то в каждой из двух систем указанный перенос будет направлен в противоположную сторону. Такие волны могут распространяться на значительные расстояния из той области шельфа, где условия благоприятствуют их образованию. В то же время шельфовые волны, соответствующие пику дисперсионной кривой, где наклон последней равен нулю, вообще не переносят энергию из зоны своего возбуждения. Отсюда следует, что в случае внешнего воздействия с частотой $\sigma = \sigma_{макс}$ на шельфе возможно локальное накопление энергии и резонансное усиление шельфовых волн с параметрами $\sigma_{макс}$ и $k_м$. При внешнем воздействии с частотой $\sigma > \sigma_{макс}$ волновое движение, соответствующее данной моде шельфовых волн, не возникает вообще.

Отметим некоторые специфические свойства волн континентального шельфа, имеющие значение при оценке роли указанных волн в энергетическом балансе приливной энергии. Прежде всего следует указать, что эти волны являются субинерционными и слабодивергентными. Первое из названных свойств связано с тем, что решения, соответствующие градиентно-вихревым волнам, захваченным зоной шельфа и склона [т. е. имеющим поперечный профиль $\zeta(x)$, затухающий в сторону открытого океана], возможны только на частотах, меньших, чем инерционная, т. е. при $\sigma < f$. Отсюда следует, что шельфовые волны заданной частоты σ_i, а противоположность, например, волнам Свердрупа и Пуанкаре (см. с. 128), могут существовать только в областях, лежащих выше критической параллели $\varphi_{кр} = \arcsin[\sigma_i/(2\omega)]$, а шельфовые волны с частотой $\sigma > 2\omega$ (т. е. с периодом меньше половины звездных суток) вообще невозможны. Это практически исключает возможность приливных движений в форме шельфовых волн на полусуточных частотах, за исключением гармоник S_2, M_2 и N_2, которые могут существовать лишь в приполярной области к северу от параллелей $\varphi \approx 86°$ (для S_2), $\varphi \approx 75°$ (для M_2) и $\varphi \approx 71°$ (для N_2). В то же время для суточных приливных гармоник условия существования гораздо более благоприятны — эти условия сохраняются во всем Мировом океане за пределами приэкваториальной полосы, ограниченной параллелями приблизительно $\pm 30°$.

Второе свойство — слабая дивергентность — связано с тем фактом, что движения в шельфовых волнах контролируются в основном геострофическими, а не гравитационными силами; таким образом, они требуют лишь небольших уклонов свободной поверхности, т. е. незначительной дивергенции горизонтальных потоков. Можно показать, что если подчинить решение, описывающее шельфовые волны, условию «твердой крышки» (что равносильно условию полной бездивергентности для баротропных длинных волн), то характеристики движений изменятся несущественно. Это означает, что волны континентального шельфа проявляются главным образом в периодической изменчивости течений, а не

в вертикальных колебаниях уровня. На приливных частотах в таких волнах течениям со скоростями десятки сантиметров в секунду соответствуют колебания уровня всего несколько сантиметров [17], тогда как в гравитационных приливных волнах на шельфе с указанными течениями связаны колебания уровня на 1—2 порядка больше.

Приблизительно в таком же соотношении находятся фазовые скорости (и длины) шельфовых и гравитационных волн; в гравитационных волнах (например, в волнах Кельвина) указанные параметры на 1—2 порядка больше, чем в шельфовых. Это иллюстрируется рис. 4.14, где изображены дисперсионные кривые для волны Кельвина и первых двух мод шельфовых волн, соответствующие геометрии шельфа, расположенного у восточного побережья северной части о. Сахалин [17]. Сопоставляя между собой положение точек пересечения названных кривых с прямыми, соответствующими фиксированной частоте (например, частоте приливной гармоники K_1 или O_1), и помня, что соотношение координат σ/k этих точек определяет фазовую скорость соответствующей волны, мы видим, что шельфовые волны имеют гораздо меньшую скорость распространения, чем гравитационные. Более конкретное представление о сравнительных значениях параметров шельфовых и гравитационных волн на суточных приливных частотах в указанном районе сахалинского шельфа дает табл. 4.2. Приведенные в ней оценки основаны на данных фактических наблюдений и базирующейся на них аналитической модели.

ТАБЛИЦА 4.2

Параметры суточных приливов для шельфа о. Сахалин [17]

Гармоника	Волна	Длина волны, км	Фазовая скорость, км/ч	Амплитуда колебаний уровня, см	Амплитуда скорости течения, см/с
K_1	Кельвина	8990	375,6	20,3	1,9
	1-я шельфовая	330	13,8	19,8	50,5
	2-я шельфовая	135	5,6	1,2	7,8
O_1	Кельвина	9700	375,6	15,3	1,4
	1-я шельфовая	390	15,2	19,2	44,4
	2-я шельфовая	108	4,2	1,0	7,9

Анализ механизма возникновения приливных шельфовых и топографических волн показывает, что их главной причиной вряд ли может служить непосредственное действие приливообразующих сил, поскольку характерный пространственный масштаб последних превосходит характерную длину шельфовых волн не менее, чем на два порядка. Наиболее реальным генератором шельфовых волн на приливных частотах оказывается дифракционное рассеяние гравитационных приливных волн (главным образом волн Кельвина, как наиболее распространенных и ярко выраженных

вблизи берега) на геометрических неоднородностях береговой черты и прибрежного рельефа дна [17]. Такая дифракция приводит к постоянному переносу энергии от гравитационных приливных волн к шельфовым. Этот процесс имеет локальный характер, проявляясь там, где топография и географическая широта благоприятствуют образованию и существованию шельфовых волн, причем из сказанного выше ясно, что для суточных приливов такие возможности гораздо шире, чем для полусуточных.

Данные наблюдений, полученные в последние годы, свидетельствуют о довольно широком распространении топографических и шельфовых волн с приливными — как правило, суточными — периодами. Обычно такие волны проявляются в форме заметно развитых приливных течений, значительно превосходящих те значения, которые должны соответствовать гравитационным приливным волнам при наблюдаемых колебаниях уровня. Явления подобного рода зафиксированы в районы о-вов Сент-Килда (Гебридские острова) [69, 71]; в южной части Курильской гряды [17]; у северо-восточного побережья о. Сахалин [17]; на шельфе о. Ванкувер (тихоокеанское побережье Канады) [73, 74]; в районе п-ова Новая Шотландия и в зал. Мэн на восточном побережье США [75]; на южной оконечности банки Роколл к западу от Британских островов [114]; на плато Кэмпбелл вблизи Новой Зеландии [108]; на поднятии Ермак к северо-западу от Шпицбергена [113].

По мере проведения все более детальных натурных исследований число районов, где обнаруживается проявление шельфовых и топографических волн на приливных частотах, продолжает нарастать, и это позволяет предположить, что подобные движения могут присутствовать в большинстве областей развитого шельфа и подводных плато. Если это так, то, как отмечается в работе [17], наличие многочисленных зон с значительными суточными приливными течениями может привести к необходимости некоторой корректировки представлений о вкладе суточных гармоник в глобальную диссипацию приливной энергии.

4.5.2. Диссипация приливной энергии шельфовыми волнами

Анализ процесса диссипации приливной энергии за счет шельфовых волн в прибрежной зоне выполнен в работе [17]. При этом предполагается, что местный прилив является суммой трех слагаемых, два из которых — собственный (вынужденный) и индуцированный (в форме волны Кельвина) приливы — существуют в виде гравитационных волн, а третье представляет собой шельфовую градиентно-вихревую волну. При допущении, что в узкой прибрежной полосе, ширина которой равна l, поперечным к берегу компонентом течения можно пренебречь, выражение для плотности фрикционного потока энергии [см. (2.8)] запишется в виде

$$a_R = \rho\varkappa(v_f + v_k + v_s)^{3/2}, \tag{4.72}$$

где v — вдольбереговой компонент течения, а индексы f, k и s означают соответственно принадлежность к вынужденной, индуцированной и шельфовой волнам. Энергия, диссипируемая за приливной период τ на участке шириной l и длиной λ_s (где λ_s — длина шельфовой волны, в пределах которой за счет ее относительной малости можно пренебречь изменчивостью величин v_f и v_k), будет равна

$$\Delta E = \int_0^{\tau} \int_0^{\lambda_s} \int_0^{l} a_R \, dt \, dx \, dy. \tag{4.73}$$

Подстановка (4.72) в (4.73) после ряда допущений и преобразований приводит к выражению для ΔE, состоящему из слагаемых, которые представляют собой вклады в общую приливную диссипацию, обусловленные: а) диссипацией гравитационных приливных волн (ΔE_g); б) диссипацией шельфовой приливной волной (ΔE_s) и в) диссипацией за счет нелинейного взаимодействия всех волновых составляющих (ΔE_n). Согласно [17] оценки для этих вкладов имеют вид:

$$\Delta E_g \approx 2A\varepsilon^4; \quad \Delta E_s \approx 4A/3; \quad \Delta E_n \approx 6A\varepsilon^2, \tag{4.74}$$

где

$$\begin{aligned} A &= \rho l \lambda_s \tau \varkappa v_s / \pi; \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \\ \varepsilon_1 &= v_k / v_s; \quad \varepsilon_2 = v_f / v_s. \end{aligned} \tag{4.75}$$

Для сравнительной оценки вкладов ΔE_g, ΔE_s и ΔE_n в общую диссипацию используются характерные значения отношений v_k/v_s и v_f/v_s, найденные для тех районов Мирового океана, где приливные шельфовые волны были зафиксированы совместно с гравитационными и вынужденными. Для найденных таким образом характерных значений $\varepsilon_1 = 0{,}1$ и $\varepsilon_2 = 0{,}05$ получено, что на долю вклада ΔE_g приходится менее 0,1 % общих диссипативных потерь, в то время как вклад ΔE_s составляет около 91 %, а вклад ΔE_n — примерно 9 %. Отметим, что при учете поперечных к берегу составляющих течений (u) в данной оценке перевес «шельфовой» диссипации над «гравитационной» оказался бы еще более значительным.

Количественная оценка диссипации может быть сделана при использовании конкретных значений компонентов течений u и v, характеризующих движения в шельфовой волне. Такой расчет выполнен в работе [17] для случая, соответствующего экспоненциальному профилю дна $h(x) = h_0 e^{ax}$ в пределах шельфа и склона (при $x < L$) и постоянной глубине $h = h_0 e^{aL}$ в открытом океане ($x > L$) (модельный профиль Бухвальда—Адамса [68]). При та-

кой геометрии дна выражения для амплитуд компонентов течений в зависимости от x будут иметь вид

$$u(x) = iv_0 \frac{k}{q} e^{-ax/2} \sin(qx);$$

$$v(x) = v_0 e^{-ax/2} \left[\cos(qx) + \frac{a}{2q} \sin(qx)\right], \tag{4.76}$$

причем

$$v_0 = gk\zeta_0/\sigma, \tag{4.77}$$

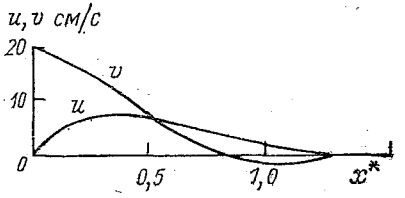


Рис. 4.15. Распределение амплитуд вдоль берегового (v) и нормального к берегу (u) компонентов течения в первой моде шельфовых волн при экспоненциальном профиле дна (см. численные параметры на с. 210). Здесь $x^* = x/L$, по [17].

где v_0 и ζ_0 — прибрежные (при $x=0$) значения вдольбереговой скорости течения и колебаний уровня; a — показатель экспоненты, описывающей профиль дна; k — вдольбереговое волновое число, определяемое для заданной приливной частоты σ по дисперсионному соотношению

$$\operatorname{tg} p = p(k^* + a^*/2)^{-1}, \tag{4.78}$$

где

$$p = \left[-k^* a^*/\sigma^* - (a^*/2^2) - (k^*)^2\right]^{1/2}, \tag{4.79}$$

а звездочкой обозначены обезразмеренные значения показателя крутизны донного профиля, вдольберегового волнового числа и частоты:

$$a^* = a/L; \quad k^* = kL; \quad \sigma^* = \sigma/f. \tag{4.80}$$

Величина $q = p/L$, как это видно из выражений (4.76), представляет собой поперечное волновое число шельфовой волны. На рис. 4.15 показано распределение амплитуд компонентов u и v на поперечном профиле при $h_0 = 35$ м, $L = 130$ км, $v_0 = 20$ см/с, $\sigma = \sigma_{O_1} = 0{,}676 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$ [17].

Подстановка выражений (4.76) в (2.8) и (2.1) позволяет получить количественные оценки для скорости диссипации и энергосодержания шельфовых волн на приливных частотах. При этом ввиду многократного преобладания горизонтальных движений над вертикальными при определении энергосодержания можно ограничиться расчетом только кинетической энергии. На основании проделанных ориентировочных вычислений в работе [17] сде-

лан вывод о том, что областью, вносящей главный вклад в диссипацию энергии за счет суточных шельфовых волн, является прибрежная область, ограниченная примерно 1000-метровой изобатой. Для северной ($\varphi > 40°$ с. ш.) части Тихого океана получена оценка средней мощности соответствующих энергетических потерь, равная $A_R = 5 \cdot 10^6$ кВт. Как отмечалось выше, есть основания предполагать, что шельфовые волны могут участвовать в формировании суточных приливов во многих районах Мирового океана (Охотское и Берингово моря, побережья Сибири, Антарктиды, Северной и Южной Атлантики и др.). В случае достаточно широкого подтверждения этих предположений фактическими наблюдениями можно ожидать, что соответствующий дополнительный сток приливной энергии составит ощутимую долю от глобальной диссипации энергии суточных приливов, которая согласно существующим теоретическим оценкам (см. [13] и с. 69) составляет от $2{,}5 \cdot 10^8$ до $4{,}9 \cdot 10^8$ кВт.

Ранее было отмечено, что для возникновения шельфовых волн с приливными периодами в большинстве случаев необходима дифракция гравитационных приливных волн в прибрежной зоне. Таким образом, потери энергии приливными движениями осуществляются в этом случае как бы в два этапа: на первом этапе путем дифракционного рассеяния происходит отбор энергии от гравитационных (сравнительно слабо диссипирующих) суточных приливных волн с образованием шельфовой волны, а на втором этапе — относительно быстрая диссипация энергии в шельфовой волне. Рассматривая этот процесс, А. Б. Рабинович и Т. В. Шевченко предложили использовать для его описания понятие «двухтактного механизма диссипации» [42].

ГЛАВА 5

ПРОБЛЕМА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИЛИВНОЙ ЭНЕРГИИ

5.1. Приливные электростанции

В последнее время задача освоения различных видов природной энергии становится все более актуальной. В связи с этим вопрос о промышленном использовании приливной энергии в районах ее наиболее высокой концентрации уже в течение долгого времени является предметом серьезного изучения. Принципиальная возможность такого использования была реализована еще несколько столетий назад с помощью «приливных мельниц», расположенных на участках побережья с значительными амплитудами приливных колебаний уровня в различных районах Европы, Дальнего Востока, Америки [3]. Водяные колеса таких мельниц располагались в теле плотин, которыми отгораживались небольшие бухты, заполняющиеся при приливе водой через открытые шлюзные затворы. На отливе затворы закрывались и мельницы работали за счет удерживающегося в течение определенного времени *напора* — разности уровней по обе стороны плотины.

Современные методы использования приливной энергии основаны на том же принципе; отличие заключается лишь в том, что непосредственный отбор («каптаж») энергии производится не водяным колесом, а турбиной гидроагрегата, преобразующего эту энергию в электрическую. Существующие оценки показывают, что этот способ оказывается наиболее эффективным (обзоры предложенных различными авторами многочисленных способов использования приливной энергии, как «напорных», так и «потоковых», т. е. использующих кинетическую энергию природных приливных течений, приведены в монографиях [3] и [5]).

Приливная электростанция (ПЭС) представляет собой гидроэнергетическую установку, предназначенную для указанного преобразования энергии и связанную с работой определенных отраслей народного хозяйства. Концентрация напора на станции достигается за счет сооружения в заданном створе плотины, разделяющей всю акваторию на внутреннюю или отсеченную (бассейн ПЭС) и внешнюю (море) части. С телом плотины совмещены здание ПЭС, гидроагрегаты и водопропускные сооружения. Возникающий на плотине напор $\Delta\zeta = \zeta_{in} - \zeta_{ex}$ зависит от колебаний уровня по обе стороны от нее; при этом колебания во внешнем бассейне (ζ_{ex}) определяются местным приливом,

а колебания во внутреннем (ζ_{in}) — расходами, пропускаемыми через агрегаты и водопропускные отверстия в ходе работы ПЭС.

Приливные электростанции относятся к низконапорным гидроэнергетическим установкам (напор не более 20 м). Это определяет тип используемого на них турбинного оборудования, представленного главным образом горизонтальными капсульными поворотно-лопастными агрегатами.

Одной из основных характеристик электростанции, определяющих рентабельность ПЭС, является ее энергоотдача или годовая выработка $Э$, т. е. количество энергии, вырабатываемое за год и связанное с мгновенной мощностью N соотношением

$$Э = \int_{t_0}^{t_0+\tau_г} N\,dt, \tag{5.1}$$

где $\tau_г$ — промежуток времени, равный году, а начальный момент времени $t=t_0$ из соображений удобства может выбираться различным. Соответственно средняя мощность ПЭС может быть выражена через выработку: $N_{ср}=Э/\tau_г$.

Различают одно- и двух- или трехбассейновые ПЭС, в которых могут использоваться агрегаты одностороннего и двухстороннего действия. При однобассейновой схеме ПЭС и при использовании агрегатов одностороннего действия вода, заполнившая бассейн во время прилива, пропускается через турбины гидроагрегатов при отливе. При установке агрегатов двухстороннего действия в той же однобассейновой ПЭС работа турбин может осуществляться как на отливе, так и на приливе. В случае двухбассейновой схемы агрегаты могут быть размещены как на основной плотине, отделяющей бассейн от моря, так и на вспомогательной, разделяющей бассейн ПЭС на две части (рис. 5.1).

Эффективность работы ПЭС может быть повышена путем установки на ней системы мощных насосов, периодической работой которых можно добиться ускорения заполнения или опорожнения внутреннего бассейна, а также дополнительного подъема его уровня при заполнении на приливе. Насосная подкачка оказывается еще более экономичной, если она осуществляется обратимыми агрегатами ПЭС, способными работать не только в турбинном, но и в насосном режиме. В таком случае весь рабочий цикл станции включает этапы турбинного и насосного режимов, а также этап холостого сброса, которые к тому же могут быть прямыми и обратными. Поскольку для начала работы турбины требуется некоторый «критический» напор $\Delta\zeta_{кр}$, полный рабочий цикл дополнительно содержит также этапы ожидания, необходимого для достижения указанного значения напора за счет смещения внешнего приливного уровня ζ_{ex} при поддерживаемом фиксированном уровне ζ_{in}. Помимо названной причины, этапы ожидания могут вводиться в рабочий цикл искусственно с целью синхронизации выдачи энергии с «волнами потребления». Такая синхронизация представляет собой постоянную

проблему и требует значительных усилий, поскольку периодичность «волн потребления» связана с солнечным временем, а приливная периодичность — преимущественно с лунным.

Примеры рабочих циклов однобассейновой ПЭС одностороннего и двухстороннего действия приведены на рис. 5.2.

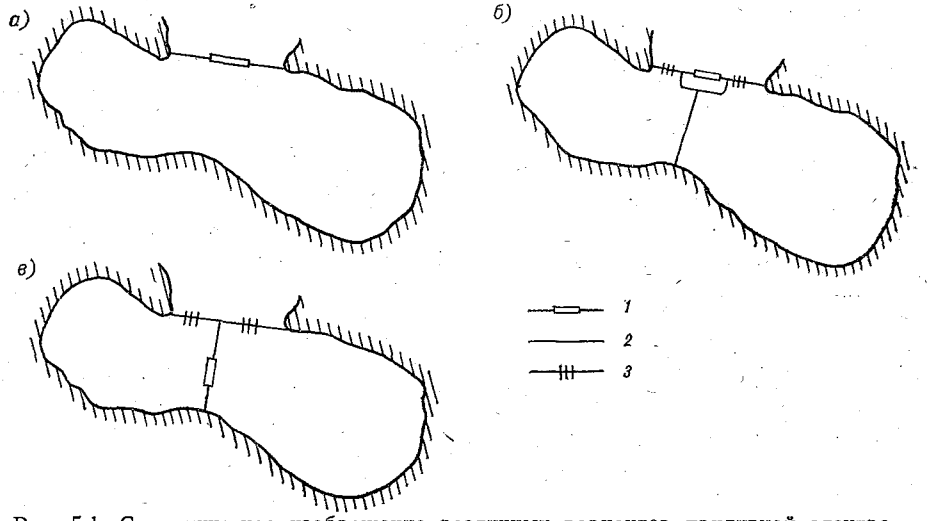


Рис. 5.1. Схематическое изображение различных вариантов приливной электростанции, по [4].

а — однобассейновая схема; *б*, *в* — двухбассейновая схема. *1* — здание ПЭС; *2* — глухая плотина; *3* — водопропускные отверстия.

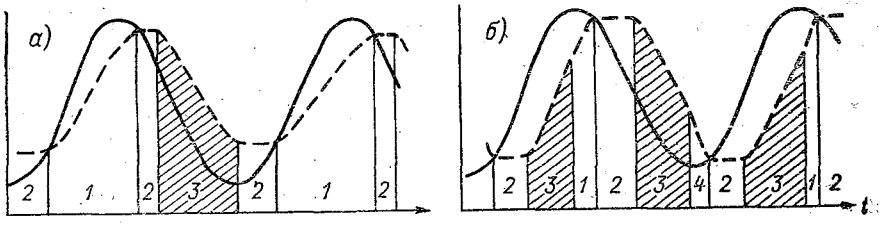


Рис. 5.2. Рабочие циклы однобассейновой ПЭС. Показаны кривая хода на внешней стороне плотины ζ_{ex} (сплошная линия) и кривая хода уровня на внутренней стороне плотины ζ_{in} (прерывистая линия), по [5].

а — односторонняя работа; *б* — двухсторонняя работа.
1 — этап наполнения бассейна; *2* — этап ожидания; *3* — этап турбинного режима (рабочий); *4* — этап холостого сброса (опорожнения).

5.2. Оценка доступного энергозапаса

Как было показано в главе 2, общее количество приливной энергии (для гармоники M_2) в Мировом океане от $3{,}9 \cdot 10^{14}$ до $8{,}0 \cdot 10^{14}$ кДж, а мощность суммарного поступления энергии в океане (равная мощности диссипации в нем) — приблизительно

2,4 млрд кВт. В некоторых ранних исследованиях рассеиваемую энергию (которая оценивалась тогда в 1,0—1,4 млрд кВт) по аналогии с речным водотоком отождествляли с понятием валового энергетического потенциала, который характеризует максимальную теоретически возможную мощность речной гидроэлектростанции. При справедливости такого допущения данные о прибрежной диссипации могли бы служить ориентиром для определения оптимальных мест расположения ПЭС.

Однако, как в свое время указывал еще Жибра [18], аналогия приливной энергии с энергией речного водотока нарушается. Приливная энергия обладает рядом специфических особенностей, объясняющихся прежде всего тем, что, в отличие от речной энергии, она связана с волновым процессом. В частности, неправомерным оказывается отождествление рассеиваемой энергии с валовым теоретическим потенциалом. Это становится очевидным при сравнении двух заливов одинаковой формы и размеров, различающихся только тем, что один из них характеризуется сильной диссипацией, сосредоточенной в вершине, а другой — бездиссипативен. В природных условиях при одинаковом внешнем воздействии со стороны океана в первом заливе прилив будет близок к прогрессивной волне, а во втором возникнет стоячая приливная волна. Тем не менее при сооружении в каждом из заливов плотины на одинаковом расстоянии от вершины диссипативный участок в первом из них будет исключен и условия в обоих заливах сравняются, т. е. с наружной стороны каждой плотины сформируются одинаковые приливные колебания, что определит и одинаковый режим работы ПЭС с одинаковой выработкой.

Таким образом, прямой связи между природной рассеиваемой энергией и ожидаемыми мощностными характеристиками ПЭС нет, и в ряде случаев (при слабой природной диссипации) ПЭС может дать больше энергии, чем ее рассеивается за счет трения в природных условиях. Более того, в принципе возможны ситуации, когда энергия, отбираемая («каптируемая») агрегатами станции, будет превышать не только рассеиваемую энергию, но и энергию, переносимую в природных условиях через створ будущей ПЭС приходящей приливной волной. Это в первую очередь зависит от *трансформации* приливных колебаний, происходящей при сооружении плотины электростанции и вводе в действие ее агрегатов. Кроме того, увеличения каптируемой энергии можно добиться путем искусственного регулирования режима работы ПЭС. Можно сказать, что физическая сущность названных эффектов сводится к дополнительной «перекачке» приливной энергии из океана и концентрации ее в створе ПЭС.

Из сказанного ясно, что предварительная количественная оценка той энергии, которая может быть извлечена из природного процесса с помощью конкретной ПЭС, в общем случае представляет собой весьма сложную задачу даже при идеализированных предпосылках, когда к. п. д. станции принимается равным единице. Одна из главных причин возникающих затруднений состоит

в том, что сооружение ПЭС и работа ее агрегатов оказывают влияние на структуру приливной волны, приводя к местной трансформации приливного режима. Поэтому для корректной оценки будущей выработки ПЭС наряду со знанием ее технических характеристик необходим прогноз указанной трансформации приливных колебаний, что требует сложных расчетов (см. раздел 5.4).

Однако для приближенных оценок на предварительных стадиях проектирования часто полагают, что количество каптируемой энергии может считаться пропорциональным «природной мощности» прилива в пределах акватории $S_п$, подлежащей отсечению, т. е. той средней скорости, с которой происходит изменение (как увеличение, так и уменьшение) энергосодержания указанной акватории $S_п$ в результате происходящих здесь приливных колебаний. Такой подход был применен в 1946 г. Л. Б. Бернштейном для небольших бассейнов, в которых приливные колебания уровня могли считаться почти одинаковыми и синхронными по всей акватории $S_п$ в любой момент [3, 4]. При этом изменение энергосодержания рассматривается в чисто квазиравновесном режиме «наполнения — опорожнения», когда энергия фигурирует только в потенциальной форме. Приращение энергосодержания ΔE акватории $S_п$ от момента малой воды до момента полной воды (за половину приливного периода τ) выразится произведением массы объема воды, равного $2AS_п$ (где A — амплитуда, а $2A$ — величина прилива), на высоту A поднятия его центра тяжести, т. е. $\Delta E = 2\rho A^2 S_п$ (где ρ — плотность морской воды). Для гармонического лунного полусуточного прилива M_2 среднесуточная мощность будет равна $N_с = 2\Delta E/\tau_{M_2}$. Тогда, если выразить A в метрах, а $S_п$ — в квадратных километрах, то для величины, характеризующей суммарную за год «природную работу» прилива, т. е. для величины $Э_п = N_с \tau_г$, названной Л. Б. Бернштейном энергетическим потенциалом (энергопотенциалом) бассейна и выраженной в киловатт-часах, получаем

$$Э_п = 1{,}97 \cdot 10^6 (2A)^2 S_п. \qquad (5.2)$$

Формула (5.2) может применяться для оценки энергопотенциала в том случае, когда прилив имеет правильный полусуточный характер. При смешанном характере прилива оценка его энергетических характеристик усложняется, поскольку чередующиеся циклы колебаний становятся неодинаковыми по продолжительности. С увеличением критерия Дуванина

$$Д = (H_{K_1} + H_{O_1})/H_{M_2}). \qquad (5.3)$$

(где H — амплитуды соответствующих приливных гармоник [16]) один из циклов (допустим, четный) становится все меньше, практически исчезая при $Д > 4$, т. е. при правильном суточном приливе [3]. Ясно, что в этом предельном случае, когда число циклов в сутки уменьшается вдвое, в формулу (5.2) следует ввести коэффициент $^1/_2$. Если приближенно принять линейную зависимость

этого коэффициента от $Д$ с значениями, равными 1,0 при $Д=0$ и 0,5 при $Д=4$, то в интервале $0 < Д < 4$ * для энергопотенциала $Э_п$ при смешанном характере прилива получаем:

$$Э_п = 1{,}97 \cdot 10^6 A^2 S_п [2 + (4 - Д)/2], \qquad (5.4)$$

откуда при $Д=0$ следует выражение (5.2). Поскольку фактически природная амплитуда (A) обычно не является однородной в пределах акватории $S_п$, на практике в формулы (5.2) и (5.4) подставляют среднюю по площади указанной акватории амплитуду ($A_{ср}$).

Пользуясь понятием энергопотенциала и формулами (5.2) и (5.4), нужно иметь в виду следующие обстоятельства.

Во-первых, в эти формулы входит природная амплитуда прилива, т. е. эти формулы справедливы только при отсутствии заметных трансформационных эффектов, вызванных сооружением ПЭС. Это будет иметь место в тех случаях, когда природный прилив близок по своей структуре к типу стоячей волны (слабая природная диссипация) и когда протяженность отсекаемого бассейна l пренебрежимо мала по сравнению с местной длиной приливной волны (например, $l < \lambda/10$). В таких случаях вся отсекаемая акватория практически умещается в прибрежной зоне пучности.

Во-вторых, при выводе формул (5.2) и (5.4) учитывается только потенциальная энергия, тогда как полное энергосодержание реального бассейна должно включать также и кинетическую энергию. Пренебречь кинетической энергией можно тогда, когда рассматриваемый бассейн целиком расположен в зоне пучности стоячей волны, т. е. в тех же случаях, когда сооружение плотины не приводит к заметным трансформационным эффектам в приливном режиме снаружи от нее.

В-третьих, формулы (5.2) и (5.4) действительны только для неизменной в процессе приливных колебаний площади водной поверхности бассейна. При наличии осушных площадок, кошек, отмелей в эти формулы надо вводить соответствующие поправки либо брать некоторое эффективное значение площади $S_п$ [3]. Следует также учитывать межгодовую изменчивость фактического значения A.

В четвертых, следует иметь в виду, что выражения (5.2) и (5.4) получены путем рассмотрения изменения энергосодержания бассейна $S_п$ при квазиравновесном режиме наполнения и опорожнения, т. е. фактически в зарегулированных, а не природных условиях. Между тем изменение энергосодержания в зарегулированных и природных условиях происходят принципиально различным образом. Если в первом случае изменение энергосодержания отсеченного бассейна изменяется «в темпе» процесса наполнения —

* Показатель $Д$ для правильного суточного прилива может быть и больше, чем 4, но при этом амплитуда прилива чаще всего невелика и не имеет энергетического значения.

опорожнения, т. е. с частотой прилива $\sigma=2\pi/\tau$, то в природных условиях энергосодержание той же акватории изменяется с удвоенной частотой 2σ. Кроме того, величина ΔE при зарегулированных условиях пропорциональна квадрату величины прилива $(2A)^2=4A^2$, а в природных условиях эта величина пропорциональна квадрату отклонения уровня от среднего положения, т. е. квадрату амплитуды A^2. Можно сказать, что зарегулированный бассейн «засасывает» и «выпускает» каждый раз вчетверо бо́льшие порции энергии, чем в природных условиях при той же амплитуде, но делает это в два раза реже. В результате энергопотенциал, определяемый по формуле (5.2), вдвое превосходит фактическую годовую «природную работу» прилива в пределах акватории $S_п$.

Таким образом, понятие приливного энергопотенциала с учетом сделанных оговорок может служить (и фактически широко используется) для ориентировочных предварительных оценок возможных (главным образом сравнительных) мощностных характеристик ПЭС, если прилив близок по структуре к стоячей волне и если выполняется условие $l \ll \lambda$. Это в значительной мере справедливо для некоторых действующих ПЭС (Ранс и Кислогубской), а также для многих проектируемых. Однако в современных проектах наиболее крупных ПЭС, предусматривающих отсечение больших акваторий площадью в сотни и тысячи квадратных километров (Пенжинская, Мезенская, Кобекуид, Северн), оценка ожидаемых энергетических параметров станции требует привлечения более строгих методов. Такие оценки могут быть сделаны только на основе прогностического расчета приливного режима с учетом его трансформации. Методы и некоторые результаты таких расчетов излагаются ниже в разделе 4.4.

Из сказанного следует, что хотя формулы (5.2) и (5.4) могут быть использованы при указанных выше условиях для сравнительных энергетических оценок, даваемые ими энергетические характеристики не являются природными. Для определения аналогичной энергопотенциалу природной характеристики, учитывающей волновую природу приливных движений и не связанной с ограничениями в размере подлежащей отсечению акватории, рассмотрим случай гармонического индуцированного прилива в узком заливе.

Пусть для простоты залив имеет постоянные глубину h и ширину b и вытянут в отрицательном направлении оси x от $x=0$ (вершина залива) до $x=-l$ (положение створа проектируемой ПЭС) и далее (рис. 5.3). Энергетический баланс отсекаемого участка в природных условиях формируется двумя слагаемыми: волновым потоком A_w через жидкую границу (линию створа при $x=-l$) и диссипацией A_R в пределах участка l. Поскольку, как отмечалось в главе 2, энергосодержание E участка l является колеблющейся величиной, можно говорить как о его среднем (за период) и экстремальных значениях ($\langle E\rangle$, $E_{макс}$, $E_{мин}$), так и о параметрах его колеблющейся части — амплитуде E_0, фазе

и т. д. (рис. 5.4). Скорость изменения энергосодержания dE/dt, обусловленная алгебраической суммой потоков A_w и A_R, характеризует переменную часть энергообмена участка l с внешним морем через жидкую границу. Средняя мощность такого энергообмена может быть представлена на рис. 5.4 как тангенс угла α. Суммарное за год количество энергии, прошедшее в обе стороны через сечение створа при $x=-l$, определится как интеграл от модуля указанной мощности по годовому временно́му интервалу, т. е. на основании рис. 5.4 можно записать:

$$Э_{пр} = \int_{t_0}^{t_0+\tau_г} \frac{4\,\Delta E}{\tau}\,dt. \qquad (5.5)$$

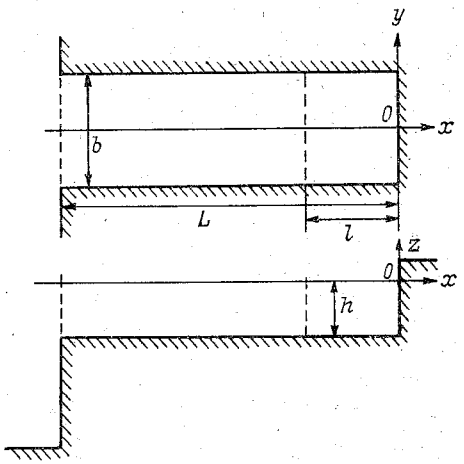


Рис. 5.3. Схематическое изображение залива и створа проектируемой ПЭС.

Ввиду того что величина $Э_{пр}$ по физическому смыслу аналогична энергопотенциалу $Э_п$, определяемому выражением (5.2), но относится к процессу, протекающему не в зарегулированных, а в природных условиях (с учетом волновых свойств этого процесса), будем называть ее *природным энергопотенциалом*. В отличие от величины $Э_п$ природный энергопотенциал $Э_{пр}$ зависит не только от размеров отсекаемой акватории, амплитуды прилива и его периода, но и от структуры приливных колебаний, т. е. от близости приливной волны к прогрессивному либо стоячему типу. Для рассматриваемого простого случая эту зависимость можно выразить аналитически.

Если считать, что в бассейне, изображенном на рис. 5.3, диссипация, как это обычно бывает, сосредоточена преимущественно в вершине залива, то ее учет можно приближенно осуществить «контурным» способом (см. с. 161), задаваясь неполным отражением при $x=0$ вторгающейся волны. Тогда приливные колебания в заливе будут иметь прогрессивно-стоячий характер и соответственно описываться выражениями (3.12), где a — амплитуда

прогрессивной волны (падающей), направленной к вершине залива, а r_0 — коэффициент отражения этой волны при $x=0$. Выражение для полной энергии в «отсеке» между $x=0$ и $x=-l$ будет

$$E = b \int_{-l}^{0} (e_p + e_k)\, dx, \tag{5.6}$$

где приходящаяся на единицу поверхности бассейна плотность потенциальной и кинетической энергии e_p и e_k описывается выра-

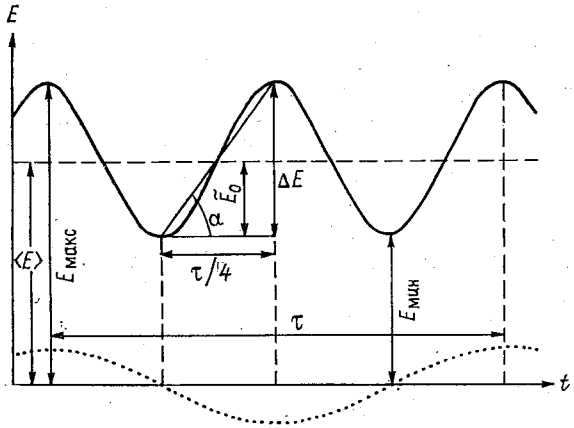


Рис. 5.4. К определению энергетических характеристик отсеченной акватории. —

Сплошная кривая — ход энергосодержания; точечная кривая — ход уровня.

жениями (2.1). Подставив выражения (3.12) в (2.1), а выражения (2.1) в (5.6), после некоторых преобразований получаем:

$$E = \langle E \rangle + \tilde{E}, \tag{5.7}$$

где

$$\langle E \rangle = (1 + r^2)\, \rho g b l a^2/2; \tag{5.8}$$

$$\tilde{E} = \tilde{E}_0 \cos[2(\sigma t - \gamma)], \tag{5.9}$$

причем

$$\tilde{E}_0 = \frac{\rho g b a^2}{2\sqrt{2}k} \sqrt{[1 - \cos(2kl)][1 + 2r^2 \cos(2kl) + r^4]}; \tag{5.10}$$

$$\gamma = \operatorname{arctg}\left[-\frac{1 - r^2}{1 + r^2} \operatorname{tg}(kl)\right]. \tag{5.11}$$

Таким образом, как видно из рис. 5.4, энергосодержание подлежащей отсечению акватории изменяется от минимального

($E_{мин}=\langle E\rangle-\widetilde{E_0}$) до максимального ($E_{макс}=\langle E\rangle+\widetilde{E_0}$ значений; при этом его средняя ($\langle E\rangle$) и переменная ($\widetilde{E}$) части зависят от:

— мощности внешнего воздействия, пропорционального a^2;

— площади отсекаемого участка, пропорциональной его длине l;

— структуры приливного колебания, оцениваемой по коэффициенту r, который в свою очередь определяется интенсивностью диссипации ($r=\sqrt{1-L_D}$), сосредоточенной при $x=0$;

— частоты прилива σ (переменная часть $\widetilde{E}$).

На рис. 5.5 показано, каким образом характеристики энергосодержания зависят от параметров l и r при фиксированной частоте и мощности внешнего воздействия. Величина $\langle E\rangle$, естественного, возрастает как с увеличением длины отсекаемого участка, так и с ростом коэффициента r, т. е. с уменьшением диссипативных потерь и приближением режима приливных колебаний к стоячему типу. Изменчивость характеристик колеблющейся части определяется более сложными закономерностями. При режиме, близком к прогрессивному (сильная диссипация), колебания энергосодержания (а следовательно, и значение $Э_{пр}$) увеличиваются с ростом l вплоть до значения $l=\lambda/4$ (где λ — локальная длина приливной волны), после чего начинает убывать, падая до нуля при $l=\lambda/2$. С приближением режима к стоячему типу (с уменьшением диссипации) указанная зависимость $Э_{пр}$ от длины участка сохраняется, но при меньших значениях l. В предельном случае чисто стоячей волны ($r=1$) природный энергопотенциал растет с увеличением l, только пока $l\leqslant\lambda/8$, а при дальнейшем увеличении l — падает. Это происходит оттого, что приливной створ начинает приближаться к узловой зоне стоячего колебания (расположенной при $x=-\lambda/4$), через которую при $r\approx1$ практически отсутствует волновой поток приливной энергии. Заметные изменения претерпевает и фаза колебаний энергосодержания, в общем уменьшающаяся с ростом длины отсекаемого участка. При этом в случае прогрессивного режима изменение фазы с ростом l происходит плавно, а в случае стоячего режима — скачком после превышения величиной l значения $\lambda/4$.

Выражение для $Э_{пр}$ получим, поделив величину $\Delta E=2\widetilde{E_0}$ на $\tau/4$ и затем умножив результат на число временных единиц в году. Проделав это и подставив значения констант ($\rho=1027$ кг/м^3; $g=9{,}81$ м/с^2), находим:

$$Э_{пр}=12{,}44\cdot10^6\sqrt{h}\,ba^2\sqrt{[1-\cos(2kl)][1+2r^2\cos(2kl)+r^4]},\quad(5.12)$$

где $Э_{пр}$ выражено в киловатт-часах, b — в километрах, а h и a — в метрах. Как известно [37], в смешанном прогрессивно-стоячем колебании амплитуда падающей волны a связана с наблюдаемой амплитудой $H(x)$ соотношением

$$H(x)=a\sqrt{1+2r\cos(2kx)+r^2}.\quad(5.13)$$

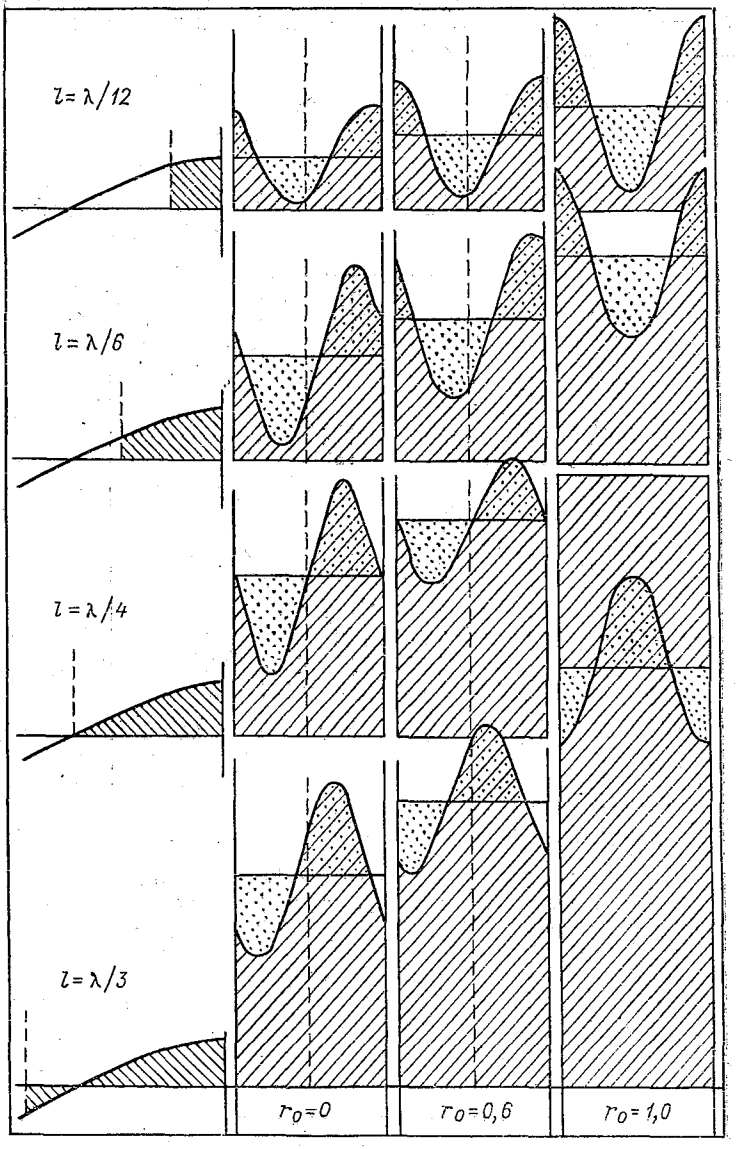


Рис. 5.5. Зависимость энергосодержания отсеченного бассейна от его длины и коэффициента отражения в вершине.
В левой части — схематическое изображение отсекаемой области на фоне профиля стоячей волны. В правой части — изменение энергосодержания в течение энергетического цикла. Заштрихованная площадь характеризует полное энергосодержание, а площадь, покрытая точками, — его переменную часть.

Выражая a через наблюдаемую в створе проектируемой ПЭС (при $x=-l$) амплитуду H_l и подставляя полученное соотношение в (5.12), получим:

$$Э_{пр} = 12{,}44 \cdot 10^6 \sqrt{h}\, bMH_l^2, \qquad (5.14)$$

где

$$M = \sqrt{[1-\cos(2kl)](1+2r^2\cos(2kl)+r^4)}/[1+2r\cos(2kl)+r^2]. \qquad (5.15)$$

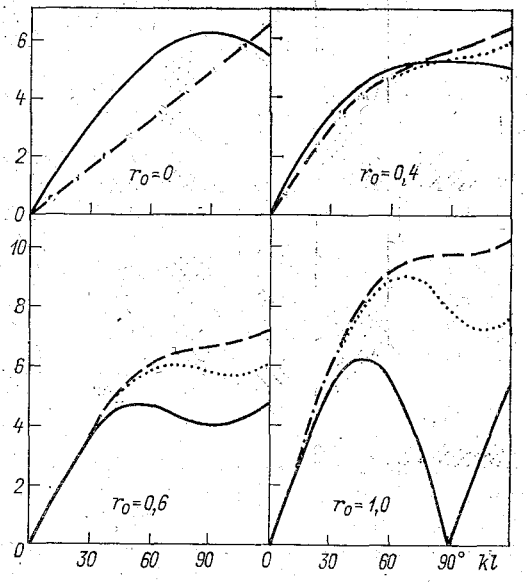


Рис. 5.6. Зависимость величин $2Э_{пр}$ (сплошная линия) и $Э_п$ (пунктир) от длины отсекаемого бассейна и структуры приливных колебаний. Точечной линией показаны также значения $Э_п$, рассчитанные при использовании $(A^2)_{ср}$ вместо $(A_{ср})^2$. Величины $Э_п$ и $2Э_{пр}$ даны в условных единицах.

Коэффициент M учитывает зависимость природного энергопотенциала от структуры приливного колебания (через величину r), а также его частоты и параметров отсекаемого участка (через величину $kl=\sigma l/\sqrt{gh}$).

При допущениях, на которых основана формула Л. Б. Бернштейна (5.2), величины $Э_{пр}$ и $Э_п$ связаны исключительно простым соотношением. Действительно, при чисто стоячей волне ($r=1$) из выражения (5.15) получаем $M=\mathrm{tg}\,(kl)/\sqrt{2}$. При небольшой длине

отсекаемого участка ($l \ll \lambda$) будем иметь $\operatorname{tg}(kl) \approx kl$ и $M = kl/\sqrt{2} = \sigma l/\sqrt{2gh}$, и тогда выражение (5.14) переходит в

$$Э_{пр} = 12{,}44 \cdot 10^6 \sigma b l H_l^2/\sqrt{2g}. \qquad (5.16)$$

Поскольку $bl = S_п$ представляет собой площадь отсекаемого участка, то, считая амплитуду прилива в пределах этого участка постоянной, для случая полусуточного лунного прилива ($\sigma = 1{,}405 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$) приходим к упоминавшемуся выше (см. с. 221) соотношению

$$Э_п = 2Э_{пр}. \qquad (5.17)$$

Это простое соотношение, однако, нарушается при увеличении длины отсекаемого участка. На рис. 5.6 показано, как изменяются величины $Э_п$ и $Э_{пр}$ с ростом l при различной структуре приливных колебаний. При режиме, близком к стоячему, простая связь (5.17) более или менее выдерживается до значений $l/\lambda = 0{,}05 \ldots 0{,}07$, а затем повсюду $Э_п > 2Э_{пр}$. При прогрессивном режиме связь (5.17) нарушается сразу, начиная с малых значений l, причем здесь $Э_п < 2Э_{пр}$ вплоть до некоторого предельного значения l, равного приблизительно $0{,}3\lambda$, после чего значение $2Э_{пр}$ снижается и становится меньшим, чем $Э_п$. При смешанном режиме возможна ситуация (при $r \approx 0{,}4$), когда в значительном диапазоне значений l соотношение $Э_п = 2Э_{пр}$ приближенно выполняется.

Отметим, что с энергетической точки зрения более корректным является использование в формуле (5.2) не квадрата средней амплитуды прилива $(A_{ср})^2$, а среднего значения квадрата амплитуды $(A^2)_{ср}$. С увеличением l разница между этими двумя вариантами растет, что также показано на рис. 5.6.

5.3. Влияние ПЭС на режим приливных колебаний

Сооружение плотины и отсечение части акватории морского бассейна при сооружении ПЭС, а также работа агрегатов электростанции могут приводить к существенной перестройке параметров, структуры и энергетических характеристик приливных колебаний. Поэтому корректная оценка эксплуатационных качеств проектируемой ПЭС и оптимального режима ее работы, а также объема необходимых строительных работ и возможных экологических последствий должна опираться не на «природные» данные о приливных колебаниях, существующих до начала строительства, а на данные, полученные путем прогностического расчета с учетом возможной трансформации приливного режима. Такая прогностическая оценка ожидаемой трансформации приливных колебаний является одной из важнейших задач океанологического обеспечения проектирования и строительства ПЭС. Решение этой задачи с необходимой для целей проектирования

полнотой и детальностью возможно лишь с помощью численного прогностического моделирования. Однако некоторые важные общие закономерности трансформации могут быть выявлены и рассмотрены путем сравнительного анализа тех условий, в которых протекают формирующие прилив процессы (отражение, диссипация, резонансное усиление и т. д.) до и после сооружения электростанций.

5.3.1. Трансформация прилива в заливе

При сооружении ПЭС вся прежняя акватория залива разделяется на две более или менее изолированные друг от друга части: внешнюю акваторию и отсеченный бассейн. Характер трансформации колебаний в каждой из этих частей будет существенно различным. Собственно, говорить о трансформированном приливе можно только в отношении внешней акватории, потому что характер колебаний в отсеченном бассейне полностью определяется действием агрегатов ПЭС, так что эти колебания имеют искусственное происхождение и не могут считаться частью природного приливного процесса. Колебания же во внешней акватории продолжают оставаться частью природного процесса, хотя и трансформированного. Рассмотрим трансформацию прилива во внешней акватории на простой модели залива с постоянной глубиной и шириной.

Трансформационные эффекты, возникающие во внешней акватории при сооружении ПЭС, можно разделить на две группы: 1) вызванные наличием дамбы и 2) вызванные действием агрегатов ПЭС.

К важнейшим эффектам первой группы можно отнести [5, 61]:

а) *изменение места отражения приливной волны.* При сооружении дамбы при $x=-l$ (рис. 5.7) место отражения прямой волны сдвигается от вершины залива на расстояние l в сторону устья, а фаза отраженной волны уменьшается пропорционально двойному времени пробега по этому расстоянию, т. е. на величину $2kl$. Из рис. 5.7 видно, что при всех значениях $l \neq (n+1)\lambda/2$, где $n=0, 1, 2, 3, \ldots$ (практически — при $l \neq \lambda/2$) этот эффект ведет к увеличению амплитуды с наружной стороны дамбы, и только при $l=\lambda/2$ амплитуда остается прежней. Влияние этого эффекта на фазу колебаний проявляется в ее уменьшении, т. е. полная вода снаружи от дамбы будет наступать раньше, чем в природных условиях. На некотором расстоянии от дамбы зона уменьшения фазы колебаний сменяется зоной ее роста;

б) *изменение диссипативных свойств бассейна.* Как правило, сооружение дамбы ведет к уменьшению диссипации по двум причинам: во-первых, из-за отсечения и исключения из колебательного процесса мелководной вершины залива и, во-вторых, из-за возникновения пучности и ослабления приливных течений в об-

ширной зоне, прилегающей к дамбе. Ослабление диссипации способствует приближению приливных движений к типу стоячих волн, в результате чего у дамбы (в пучности) амплитуда прилива должна возрасти, но зато на расстоянии $\lambda/4$ от дамбы (в узле) должно произойти уменьшение амплитуд с соответствующим усилением приливных течений. На рис. 5.8 показаны трансформационные эффекты для случая $kl=50°$, когда диссипация постепенно

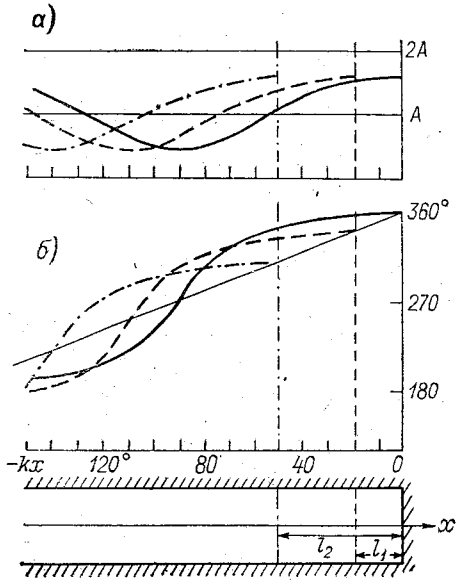


Рис. 5.7. Трансформация прилива за счет изменения места отражения приливной волны.

а — трансформация амплитуды; *б* — трансформация фазы. Сплошными линиями показано типичное распределение амплитуд и фаз вдоль залива без плотины при отсутствии отражения (прямые линии) и при отражении, характеризующемся коэффициентом $r=0{,}4$ (кривые линии). Пунктир и штрих-пунктир — распределение амплитуд и фаз при двух положениях плотины и при том же коэффициенте отражения $r_д=0{,}4$.

снижается, т. е. когда прямая волна теряет при отражении 84, 64, 36 % своей энергии либо не теряет вообще;

в) *изменение геометрии и резонансной настройки бассейна.* Этот эффект проявляется в том случае, когда открытая граница залива совпадает с физической границей (край шельфа, резкое изменение сечения) и характеризуется ощутимым внутренним отражением. Изменение длины залива-резонатора при отсечении его вершины (а в реальных случаях и изменение его средней глубины за счет исключения наименее мелководных участков) может существенно изменить резонансную настройку бассейна по сравнению с той, которая имела место в природных условиях и результат которой описан в разделе 4.2.2 с помощью выражений (4.18)—(4.22). Отражение прямой волны происходит теперь не при $x=0$, а при $x=-l$, а длина бассейна, определяющая время пробега волны и резонансную настройку, становится равной не L, а $L-l$. В общем случае коэффициент отражения от дамбы $r_д$ также отличается от «природного» коэффициента r. В результате

для амплитуды и фазы трансформированного колебания ($H_т$ и $g_т$) получаем:

$$H_т = a\sqrt{\frac{1+2r_д\cos[2k(x+l)]+r_д^2}{1-2q\cos[2k(L-l)]+q^2}};$$
$$g_т = \operatorname{arctg}\frac{(1-r_д)\sin(kx)+2kl}{(1+r_д)\cos(kx)+2kl}, \qquad (5.18)$$

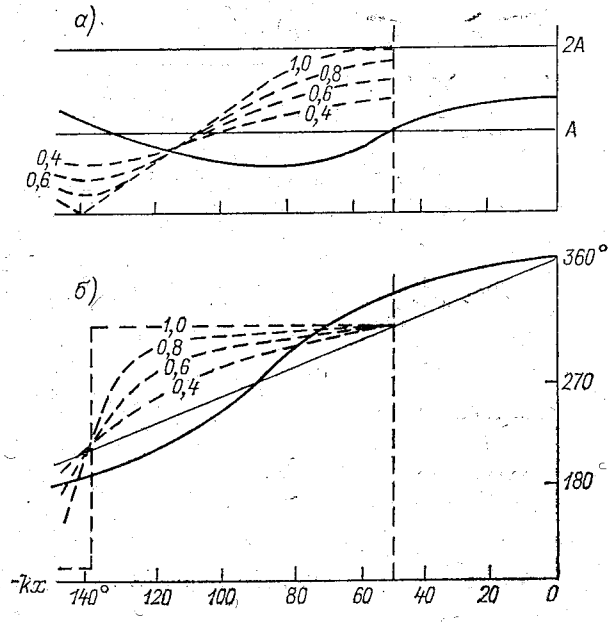


Рис. 5.8. Трансформация амплитуды (*а*) и фазы (*б*) прилива за счет изменения диссипативных потерь в результате сооружения плотины. Цифры на кривых — коэффициент отражения $r_д$.

где $q = r_L r_д$. Для приливных колебаний у дамбы (при $x = -l$) имеем:

$$H_д = a(1+r_д)/\sqrt{1-2q\cos[2k(L-l)]+q^2};$$
$$g_д = -kl. \qquad (5.19)$$

Таким образом, трансформация прилива при сооружении дамбы определяется изменением геометрических и диссипативных свойств внешней акватории, остающейся после отсечения внутреннего бассейна. Влияние геометрического ($L-l$) и диссипативного ($r_д$) параметров на амплитудные и фазовые трансформационные

эффекты $\Delta H = H_т - H$ и $\Delta g = g_т - g$ при заданном значении $r_L = 0{,}4$ (при интенсивности излучения $L_R = 0{,}84$) иллюстрируются рис. 5.9. Из рисунка видно, что в зависимости от исходной геометрии залива, т. е. от величин L и h, отсечение от него дамбой

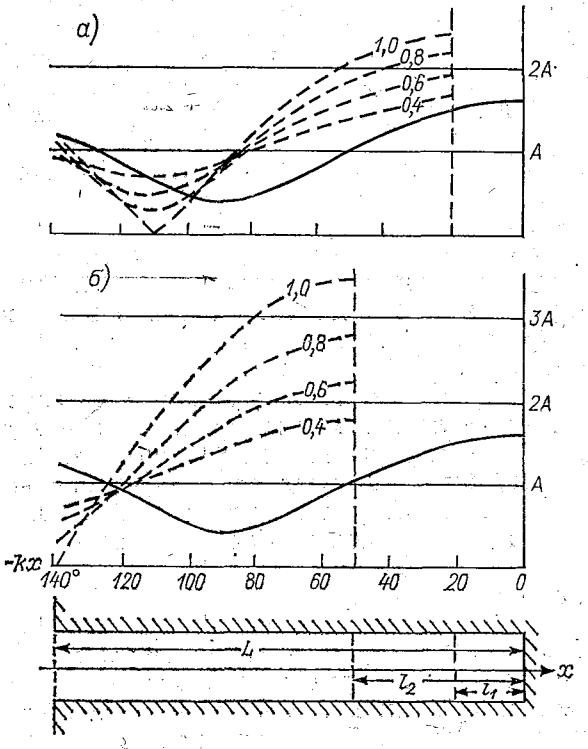


Рис. 5.9. Трансформация амплитуды прилива за счет изменения резонансной настройки морского залива в результате сооружения дамбы при двух вариантах ее расположения. Цифры на кривых — коэффициент отражения $r_д$.

а — трансформация при $kl_1 = 20°$; $k(L - l_1) = 120°$; *б* — трансформация при $kl_2 = 50°$; $k(L - l_2) = 90°$ (резонанс).

участка l может как приблизить длину оставшейся части $L_т = L - l$ к резонансному значению $L_{рез} = (2n+1)\lambda/4$, так и удалить ее от этого значения и приблизить к антирезонансному значению $L_{ант} = (n+1)\lambda/2$. Амплитуда трансформированного прилива реагирует на соответствующую ситуацию увеличением либо падением. Из рисунка видно также, что этот эффект проявляется тем резче, чем меньше потери энергии, как диссипативные, так и на излучение в океан (радиационные).

Ко второй группе можно отнести следующие эффекты:

а) *ослабление отражательной способности дамбы.* При работе агрегатов ПЭС приливные колебания во внешней акватории

испытывают дополнительные потери энергии, обусловленные отбором полезной энергии турбинами, дополнительной диссипацией при протекании воды через турбины и водопропускные отверстия, а также передачей части энергии в отсеченный бассейн, что приводит к возбуждению в нем вынужденных колебаний. Общий эффект указанных потерь выражается в ослаблении отражательной способности дамбы, т. е. в уменьшении коэффициента $r_д$, что ведет к снижению амплитуды прилива с наружной стороны и уменьшению стоячей доли в трансформированном приливе. Степень уменьшения коэффициента $r_д$ частично определяется требуемой выработкой ПЭС и является поэтому, также частично, регулируемым параметром;

б) *возмущения, вносимые работой агрегатов ПЭС.* При работе агрегатов происходит ритмичное, но прерывистое протекание воды через тело плотины, что создает дополнительные колебательные возмущения по обе стороны от нее. С наружной стороны дамбы эти возмущения приводят к дополнительным локальным искажениям плавного характера колебаний уровня. Предварительно исследовать этот эффект удается лишь с помощью экспериментов на численной математической модели для конкретных случаев. С внутренней стороны дамбы регулярный пропуск воды порождает вынужденные колебания водной массы отсеченного бассейна, которые в силу их важности для работы ПЭС будут обсуждены несколько более подробно в разделе 5.3.3.

5.3.2. Трансформация океанского прилива

В предыдущей главе (раздел 4.4) указывалось на чувствительность картины океанского прилива к изменению резонансно-диссипативных характеристик прибрежной зоны и были приведены соответствующие примеры. Поскольку некоторые из намечаемых к разработке современных проектов предусматривают сооружение весьма крупномасштабных (с площадью отсекаемой акватории до нескольких тысяч квадратных километров) и обладающих высокой мощностью (до десятков миллионов киловатт) приливных электростанций [5, 59, 60], вопрос о предварительной оценке возможности их влияния на океанский прилив приобретает актуальность. Применительно к конкретному проекту этот вопрос может быть решен только с помощью численного моделирования (в качестве одного из немногочисленных примеров такого подхода можно указать модель Даффа [84]); при этом принципиальное значение имеет проблема открытой границы (см. с. 249). Однако ориентировочное представление о масштабе возможных трансформационных эффектов можно получить на основе сравнительно простых аналитических моделей, например, подобных тем, которые рассматривались в работах [30, 163].

Рассмотрим бассейн с шельфом, подобный «океану Вебба» (см. с. 204) и имеющий следующие параметры: $h_0 = 1000$ м, $h_1 = 62{,}5$ м, $L = 350$ км, $b = 1200$ км, где h_0 — глубина океана, h_1 —

глубина шельфа, L — ширина шельфа, b — ширина океана (см. рис. 5.10 *а*). Учитывая действие силы Кориолиса, ограничимся рассмотрением области океана за пределами действия стоячих волн Пуанкаре, сосредоточенных вблизи места отражения в пределах зоны шириной порядка $\lambda_0/4=\pi\sqrt{gh_0}/(2\sigma)$, что позволяет представить приливные колебания в виде комбинации двух встречных волн Кельвина. Результирующая картина будет определяться при этом двумя параметрами: соотношением амплитуд и фаз этих волн, т. е. модулем комплексного коэффициента отражения от зоны шельфа $|R|$, и аргументом указанного коэффициента Ф. Рассмотрим результат возможных суперпозиций встречных волн Кельвина в указанном бассейне при $\sigma=1{,}405\cdot10^{-4}$ с$^{-1}$ (гармоника M_2) и $f=1{,}18\cdot10^{-4}$ с$^{-1}$ (географическая широта 60° с.) в зависимости от изменяющихся значений ширины шельфа и интенсивности потерь энергии в его вершине d_2 (обозначение d_2 принято в данном разделе вместо L_D для характеристики «удельного» поглощения при контурной аппроксимации диссипативных потерь). Такую постановку задачи можно рассматривать как грубое моделирование эффектов, создаваемых сооружением и введением в действие крупной ПЭС, дамба которой отсекает верхнюю часть шельфа.

Параметры $|R|$ и Ф вычисляются с помощью выражений (4.23) и (4.24) по заданным значениям величин $r_0^+=(\sqrt{h_0}-\sqrt{h_1})/(\sqrt{h_0}+\sqrt{h_1})$, $r_1=r_д=\sqrt{1-d_2^2}$, $L_т=L-l$, из которых две последние варьировались. После определения $|R|$ и Ф приливная карта рассчитывалась с помощью уравнения котидальных линий

$$g=\operatorname{arctg}\frac{e^{-my}-|R|e^{my}}{e^{-my}+|R|e^{my}}\operatorname{tg}(k_0x) \qquad (5.20)$$

и уравнения изоамплитуд

$$H=H_0\left[e^{-2my}+2|R|\cos(2k_0x)+|R|^2e^{2my}\right], \qquad (5.21)$$

где $k_0=\sigma/\sqrt{gh_0}$; H_0 — амплитуда прямой волны Кельвина при $y=0$, а $m=f/\sqrt{gh_0}$. Величина Ф определяет положение точки $x=0$ при использовании формул (5.20) и (5.21) относительно ее начального положения. На рис. 5.10 *б* показана «эталонная» ситуация, соответствующая исходным условиям, когда шельф имеет полную ширину $L=350$ км и подходящая к берегу волна теряет 50 % своей энергии при отражении (имитация природной прибрежной диссипации). В этом случае получаем $|R|=0{,}679$ и $\Phi=-52°$, что дает амфидромическую точку, смещенную на расстояние $\Delta y_К=-\sqrt{gh_0}\ln|R|/f$ к северу от оси бассейна с указанным на рисунке распределением относительных амплитуд и фаз (котидали

полной и малой вод для момента $t=0$ выделены для наглядности). Будем оценивать происходящие изменения, следя за смещением амфидромической точки в зависимости от изменяющихся значений $L_т$ и d_2.

Рисунок 5.11 *а* показывает результат влияния непроницаемой (без потерь) дамбы, воздвигнутой на расстояниях $l=0$; 50; 75 и 100 км от берега. Эффект такого влияния, во-первых, «сажает»

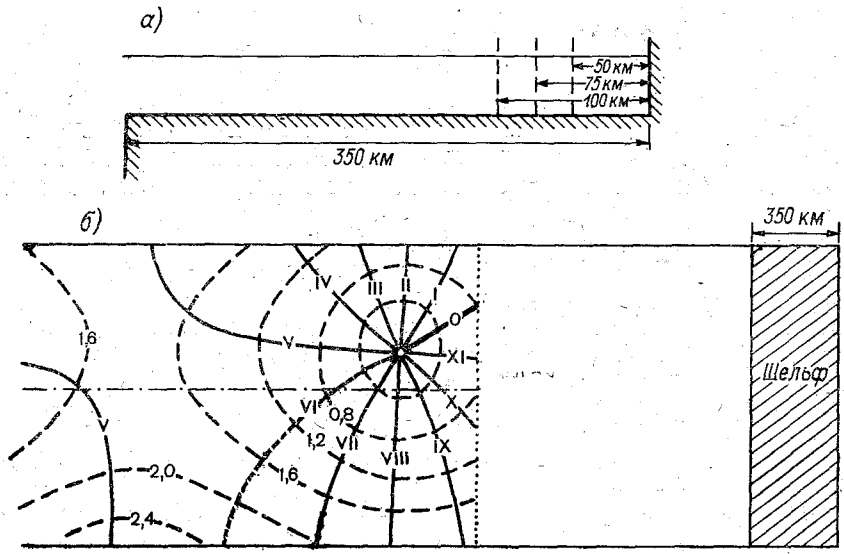


Рис. 5.10. Прилив M_2 в модельном океане Вебба.

а — варианты расположения плотины на модельном шельфе; *б* — «эталонная» приливная карта в модельном океане при отсутствии плотины на шельфе и природной интенсивности прибрежной диссипации $d_2=0{,}5$. Выделены котидали полной (0) и малой (VI) вод для момента $t=0$. Штрих-пунктирная прямая линия — ось бассейна, где $y=0$.

амфидромию на центральную ось бассейна и, во-вторых, сдвигает амфидромическую точку в океан на расстояние, которое на порядок превышает l. При этом, смещаясь влево, амфидромия как бы «катится» по южному берегу бассейна, «перекидывая» свои котидали подобно спицам в колесе.

Рисунок 5.11 *б—г* иллюстрирует влияние переменных энергетических потерь на плотине при каждом из указанных выше ее положений. Смещения амфидромической точки от ее «эталонного» положения, показанного кружком, достигают сотен и тысяч километров. Особенно чувствительна приливная картина к энергетическим потерям при $l=75$ км, что соответствует резонансной ситуации на оставшейся внешней части шельфа. В этом случае достаточно сильные потери могут привести даже к смене знака суммарного отражения от шельфовой зоны, в результате чего узлы и пучности в океане поменяются местами. Отметим, что максимальные значения мощности энергетических потерь в приведенных

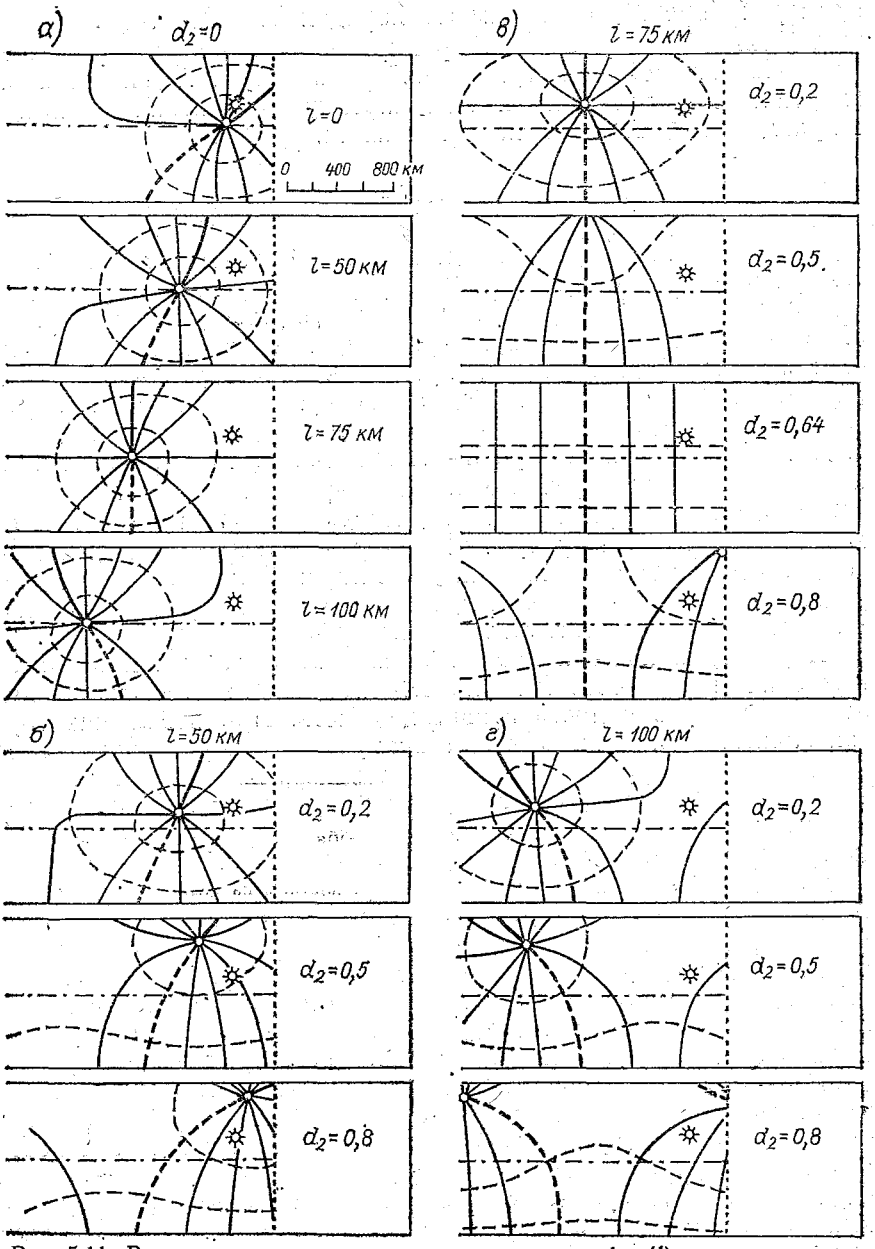


Рис. 5.11. Влияние местоположения плотины на шельфе (l) и интенсивности поглощения (d_2) на картину прилива M_2 в модельном океане. Выделены те же котидали, что и на рис. 5.10. Изоамплитуды проведены через 0,8 м. Звездочкой показано положение амфидромической точки при эталонной ситуации.

а — влияние параметра l при отсутствии поглощения; *б* — влияние параметра d_2 при положении плотины на расстоянии 50 км от берега; *в* — влияние параметра d_2 при положении плотины на расстоянии 75 км от берега (геометрический резонанс); *г* — влияние параметра d_2 при положении плотины на расстоянии 100 км от берега.

примерах (при $H_0 = 1$ м) имеют порядок 10^{11} Вт, что соответствует ожидаемой мощности крупных приливных электростанций типа Пенжинской или Тугурской. Таким образом, значительные антропогенные воздействия на картину океанских приливов в принципе представляются возможными.

5.3.3. Колебания уровня в отсеченном бассейне

Эти колебания будут кардинальным образом отличаться от тех, которые происходят здесь в природных условиях, поскольку сам характер движений в отсеченном бассейне в значительной степени утрачивает волновую природу, и его характер определяется теперь гидравлическим процессом наполнения — опорожнения. Если считать, что свободная поверхность отсеченного бассейна сохраняет горизонтальное положение, то соответствующие «объемные» колебания уровня могут считаться заранее известными при заданном режиме работы агрегатов и водопропускных отверстий (т. е. при заданных расходах).* Однако регулярный, хотя и прерывистый пропуск воды через плотину порождает в отсеченном бассейне дополнительные вынужденные колебания, приводящие к перекосам водной поверхности, которые накладываются на чисто «объемные» изменения уровня.

Характер и интенсивность вынужденных колебаний и связанных с ними перекосов поверхности отсеченного бассейна зависят от его размеров и диссипативных свойств. При небольших горизонтальных размерах бассейна возмущения, порожденные потоками воды через плотину, практически сразу охватывают весь бассейн, подъем и опускание уровня в его пределах почти одновременны, и перекосы его поверхности несущественны для режима работы ПЭС. Однако, если размеры бассейна не слишком малы, и его длина составляет заметную долю местной длины приливной волны, то для распространения возмущения по нему требуется время, сравнимое с приливным периодом, и реакция бассейна приобретает колебательный характер. При слабой диссипации это проявляется в движениях типа стоячей волны, наложенных на однородные по площади «объемные» изменения уровня. Если же протяженность отсекаемого бассейна достаточна для того, чтобы при распространении граничного возмущения заметно проявилось действие диссипации, то реакция бассейна приобретает характер смешанной, прогрессивно-стоячей волны с нарастанием фазы от плотины в сторону вершины бассейна. В любом случае перекосы уровня, связанные с вынужденными колебаниями, могут оказывать ощутимое влияние на напор на плотине ПЭС и, следовательно, на режим ее работы. Предварительная

---

* Такому допущению соответствует так называемая «плоская модель» (flat model), с помощью которой было получено значительное количество прогностических оценок.

оценка параметров таких колебаний представляет собой одну из задач, которая также может быть решена средствами прогностического численного моделирования.

При односторонней схеме работы ПЭС к перечисленным особенностям уровенного режима в отсеченном бассейне добавляется стационарное смещение среднего уровня относительно его положения в природных условиях. Такое смещение требуется для обеспечения достаточных напоров при стационарных колебаниях уровня и нулевом суммарном расходе через плотину в среднем за период: при заданной односторонней схеме работы ПЭС такой режим является устойчиво равновесным и устанавливается автоматически. При наиболее распространенной схеме работы «на отливе» смещение среднего уровня в бассейне происходит в сторону повышения. Его воспроизведение и анализ применительно к условиям конкретного проекта требуют применения численного моделирования. В то же время ориентировочная оценка ожидаемого изменения среднего уровня в отсеченной акватории в ряде случаев может быть выполнена без помощи численной модели, если задан режим водообмена через тело плотины. В качестве примера рассмотрим схематизированный случай односторонней схемы работы ПЭС «на отливе».

Пусть режим водообмена через плотину ПЭС при ее работе определяется следующими соотношениями [98]:

$$\begin{aligned} &\text{а)}\ Q_1 = -K'\sqrt{|\Delta\zeta|} && \text{при}\ \Delta\zeta < 0; \\ &\text{б)}\ Q_2 = 0 && \text{при}\ 0 \leqslant \Delta\zeta < \Delta\zeta_{\text{кр}}; \\ &\text{в)}\ Q_3 = K\sqrt{\Delta\zeta} && \text{при}\ \Delta\zeta > \zeta_{\text{кр}}, \end{aligned} \tag{5.22}$$

где Q_1 — расход через плотину при заполнении отсеченной акватории, когда вода проходит через турбины (вхолостую) и водопропускные отверстия (этап наполнения, расход отрицателен); Q_2 — нулевой расход при полностью перекрытой плотине (этап ожидания); Q_3 — расход при опорожнении отсеченной акватории, когда вода проходит через действующие турбины (рабочий этап, расход положителен); $\Delta\zeta = \zeta_{\text{in}} - \zeta_{\text{ex}}$ — значение напора, считаемое положительным, если уровень с внутренней стороны плотины (ζ_{in}) расположен выше, чем уровень с наружной стороны (ζ_{ex}); $\Delta\zeta_{\text{кр}}$ — критическое минимальное значение напора, необходимое для действия турбин в рабочем режиме; K — коэффициент расхода при опорожнении отсеченной акватории; K' — коэффициент расхода при наполнении отсеченной акватории. Поскольку при наполнении вода одновременно проходит через турбины и через водопропускные отверстия, а при опорожнении — только через турбины, то обычно K' в несколько раз больше, чем K.

Типичный график хода величин ζ_{ex} и ζ_{in} при работе ПЭС изображен на рис. 5.12. Колебательный режим при этих условиях

будет стационарным, если за приливный период τ суммарный расход через плотину будет нулевым, т. е. если

$$\int_0^{\tau} Q\,dt = Q_{\Sigma}^{+} + Q_{\Sigma}^{-} = 0, \tag{5.23}$$

где

$$Q_{\Sigma}^{+} = \int_{t_2}^{t_3} Q_3\,dt;$$

$$Q_{\Sigma}^{-} = \int_0^{t_1} Q_1\,dt + \int_{t_4}^{\tau} Q_1\,dt. \tag{5.24}$$

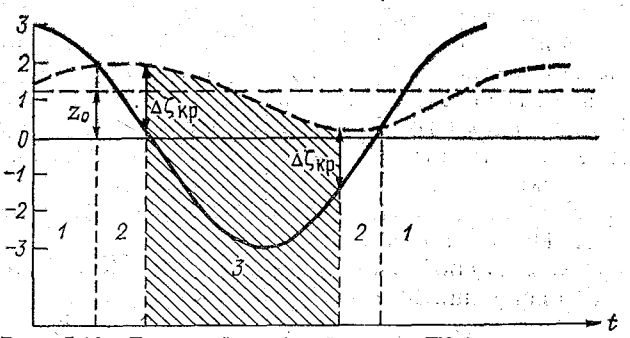


Рис. 5.12. Типичный рабочий цикл ПЭС на отливе. Цифры означают этапы цикла (см. подпись к рис. 5.2).

Если переменные коэффициенты K и K' заменить их надлежащим образом осредненными за периоды опорожнения и наполнения значениями $\bar{K}$ и $\bar{K}'$, то временна́я зависимость величин Q_3 Q_1 будет определяться ходом величины $|\Delta\zeta|^{1/2}$. Будем считать для простоты, что искажениями гармонического характера колебаний по обе стороны плотины можно пренебречь (это допущение, как показывают вычисления, не приводит к принципиальным погрешностям при оценке изменений среднего уровня на отсеченной акватории). Тогда можно записать:

$$\zeta_{ex} = H_{ex}\cos(\sigma t - g_{ex}); \tag{5.25}$$

$$\zeta_{in} = Z_0 + H_{in}\cos(\sigma t - g_{in}), \tag{5.26}$$

где Z_0 — отклонение среднего уровня на отсеченной акватории от среднего уровня природного прилива. Графику на рис. 5.12 соответствуют значения: $H_{ex}=3{,}0$ м; $g_{ex}=0$; $H_{in}=0{,}9$ м; $g_{in}=75°$; $\Delta\zeta_{кр}=1{,}8$ м. Отсюда получаем выражение для напора:

$$\Delta\zeta = \zeta_{in} - \zeta_{ex} = Z_0 - H_*\cos(\sigma t - g_*), \tag{5.27}$$

где

$$H_* = \sqrt{H_{ex}^2 + 2H_{ex}H_{in}\cos(g_{ex} - g_{in}) + H_{in}^2};$$

$$g_* = \operatorname{arctg}\frac{H_{ex}\sin g_{ex} - H_{in}\sin g_{in}}{H_{ex}\cos g_{ex} + H_{in}\cos g_{in}}.$$

Очевидно, что стационарность колебательного режима требует обязательного несовпадения средних уровней по обе стороны плотины. Действительно, предположим, что $Z_0=0$. Тогда

$$\Delta\zeta = -H_* \cos(\sigma t - g_*). \tag{5.28}$$

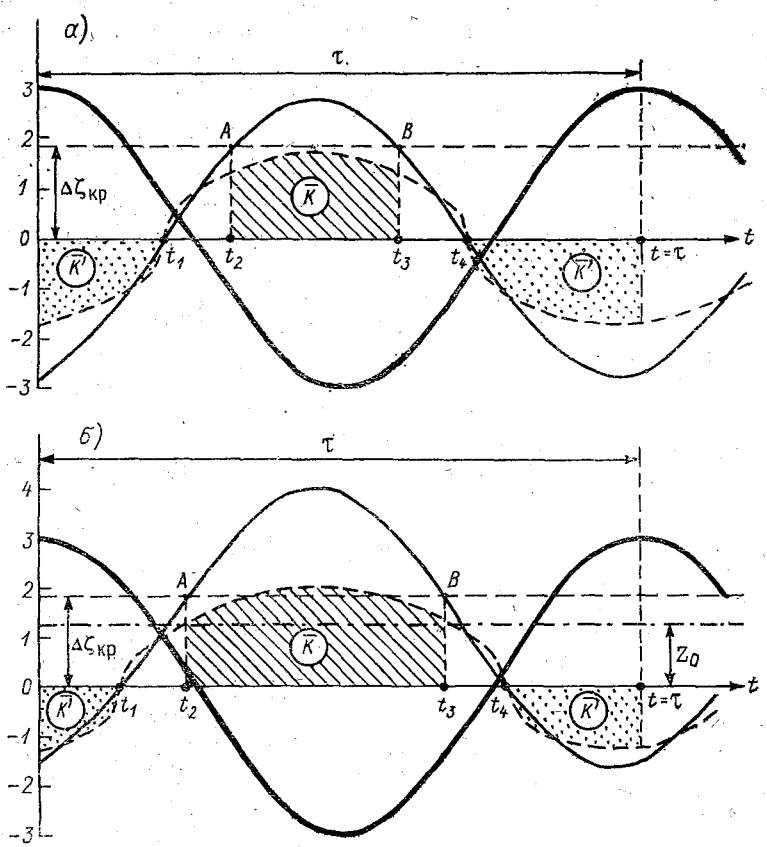


Рис. 5.13. К определению смещения среднего уровня в отсеченном бассейне при односторонней работе ПЭС на отливе для случая, соответствующего рис. 5.12. Сплошная жирная кривая — ход уровня ζ_{ex}; тонкая кривая — ход величины $\Delta\zeta$; прерывистая кривая — ход величины $\sqrt{|\Delta\zeta|}$. Показана постоянная величина $\Delta\zeta_{кр}$. Условие $\Delta\zeta=\Delta\zeta_{кр}$ определяет точки A и B, а отсюда — моменты начала (t_2) и конца (t_3) этапа турбинного режима. Моменты смены знака напора $\Delta\zeta$ обозначены через t_1 и t_4. Остальные пояснения — в тексте. *а* — ситуация при $Z=0$ (нестационарная); *б* — ситуация при $Z=Z_0$ (стационарная).

На рис. 5.13*а* изображен временнóй ход величин ζ_{ex} и $\Delta\zeta$, а также величины $|\Delta\zeta|^{1/2}$ (последняя величина для наглядности дана с отрицательным знаком при $\Delta\zeta < 0$). Согласно выражениям (5.22) суммарный за приливный период отрицательный расход Q_Σ^- равен площади, покрытой точками, умноженной на $\bar{K}'$, а сум-

марный положительный расход Q_{Σ}^{+} равен заштрихованной площади, умноженной на $\overline{K}$. Поскольку вторая площадь меньше первой, и вдобавок $\overline{K} < \overline{K}'$, то ясно, что стационарная ситуация в этом случае невозможна: за приливный период в пределы отсеченной акватории будет больше втекать воды, чем вытекать из нее. В результате средний уровень в пределах отсеченной акватории будет повышаться. Повышение среднего уровня на величину Z приведет к увеличению области положительных значений напора и уменьшению области его отрицательных значений (см. рис. 5.13*б*). Стационарная ситуация установится, когда величина Z достигнет такого значения Z_0, при котором будет выполняться условие (5.23), т. е. при

$$\overline{K}\int_{t_2}^{t_3}\sqrt{\Delta\zeta}\,dt = \overline{K}'\left(\int_0^{t_1}\sqrt{|\Delta\zeta|}\,dt + \int_{t_4}^{\tau}\sqrt{|\Delta\zeta|}\,dt\right) \tag{5.29}$$

или

$$\overline{K}\int_{t_2}^{t_3}\left[\frac{Z_0}{H_*} - \cos(\sigma t - g_*)\right]^{1/2} dt = \overline{K}'\left[\int_0^{t_1}\left|\frac{Z_0}{H_*} - \cos(\sigma t - g_*)\right|^{1/2} dt + \right.$$

$$\left. + \int_{t_4}^{\tau}\left|\frac{Z_0}{H_*} - \cos(\sigma t - g_*)\right|^{1/2} dt\right]. \tag{5.30}$$

При реальных значениях коэффициентов расхода $\overline{K}'$ и $\overline{K}$ (10^7—10^8 см$^{5/2}$ с$^{-1}$) и при значительной площади отсекаемой акватории (например, Мезенский и Пенжинский проекты) колебания уровня с внутренней стороны плотины выражены значительно слабее, чем с наружной. Если для грубой оценки пренебречь величиной ζ_{in} по сравнению с ζ_{ex}, то вместо (5.30) получим (см. рис. 5.12):

$$\overline{K}\int_{t_2}^{t_3}\left[\frac{Z_0}{H_{ex}} - \cos(\sigma t)\right]^{1/2} dt =$$

$$= \overline{K}'\left[\int_0^{t_1}\left|\frac{Z_0}{H_{ex}} - \cos(\sigma t)\right|^{1/2} dt + \int_{t_4}^{\tau}\left|\frac{Z_0}{H_{ex}} - \cos(\sigma t)\right|^{1/2} dt\right], \tag{5.31}$$

где

$$t_1 = \frac{1}{\sigma}\arccos\frac{Z_0}{H_{ex}}, \qquad \text{причем } 0 < t_1 < \frac{\pi}{2\sigma};$$

$$t_2 = \frac{1}{\sigma}\arccos\frac{Z_0 - \Delta\zeta_{кр}}{H_{ex}}, \qquad \text{причем } \frac{\pi}{2\sigma} < t_2 < \frac{\pi}{\sigma};$$

$$t_3 = \frac{1}{\sigma}\arccos\frac{Z_0 - \Delta\zeta_{кр}}{H_{ex}}, \qquad \text{причем } \frac{\pi}{\sigma} < t_3 < \frac{3\pi}{2\sigma};$$

$$t_4 = \frac{1}{\sigma}\arccos\frac{Z_0}{H_{ex}}, \qquad \text{причем } \frac{3\pi}{2\sigma} < t_4 < \frac{2\pi}{\sigma}.$$

Несмотря на пренебрежение колебаниями на отсеченной акватории, результаты оценки величины Z_0 с помощью уравнения (5.31) оказываются неплохими. Так, для условий, близких к тем, которые предусматриваются в одном из вариантов проекта Пенжинской ПЭС, такая оценка дает $Z_0 = 1{,}15$ м, в то время как Z_0, полученное в результате применения численной модели, равно 0,95 м.

Повсеместное и стационарное изменение среднего уровня в отсеченном бассейне представляет собой важный трансформационный эффект, который может иметь значительные экологические последствия.

5.4. Прогностическое моделирование трансформационных эффектов

5.4.1. Общие принципы численного моделирования приливных явлений

В настоящее время наиболее эффективным и рациональным методом прогностической оценки трансформационных эффектов, указанных в предыдущем разделе, является математическое моделирование. При этом математической моделью называют систему исходных уравнений, описывающих приливные движения, в совокупности с формулировкой метода их решения и описанием параметров, характеризующих рассматриваемую пространственно-временную область, а также заданием граничных и начальных условий. Поскольку исходными уравнениями в этом случае являются уравнения геофизической гидродинамики, такое моделирование называют также гидродинамическим.

При исследовании приливных колебаний в реальных морских бассейнах сложных очертаний и с неоднородным рельефом дна решение исходных гидродинамических уравнений может быть получено только численными методами с использованием, как правило, конечно-разностных вычислительных схем. Анализ свойств решения при этом осуществляется путем варьирования параметров задачи, т. е. путем численных экспериментов.

Применение математического моделирования для расчета прогностической приливной картины и оценки ожидаемых трансформационнных эффектов было начало сравнительно недавно. До этого методы математического моделирования разрабатывались и использовались в основном для воспроизведения реального, природного прилива, что имело особую ценность для районов, лишенных данных наблюдений, а также для изучения структуры реального прилива и роли отдельных природных факторов. Воспроизведение природного прилива сохраняет значение и при прогностическом моделировании в качестве его первого этапа, позволяющего проверить корректность модели и откалибровать ее на

достоверном натурном материале, а также получить эталон для сравнения с результатом последующего прогностического расчета.

Исходные уравнения, используемые для описания индуцированного прилива в бассейнах типа залива, имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}-fv=-g\frac{\partial \zeta}{\partial x}-\frac{\varkappa u\sqrt{u^2+v^2}}{h+\zeta}; \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+fu=-g\frac{\partial \zeta}{\partial y}-\frac{\varkappa v\sqrt{u^2+v^2}}{h+\zeta}; \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}[u(h+\zeta)]+\frac{\partial}{\partial y}[v(h+\zeta)]=0, \quad (5.34)$$

где все обозначения те же, что в уравнениях (1.18). Система (5.32)—(5.34) отличается от (1.18) использованием полной глубины $h+\zeta$ вместо h, а также учетом членов, описывающих конвективную инерцию. В то же время в уравнениях (5.32)—(5.34), в отличие от (1.18), не учтена приливообразующая сила, влиянием которой в прогностических задачах, как правило, можно пренебречь по причинам, указанным на с. 19.

Пространственная область решения системы (5.32)—(5.34) определяется очертаниями и рельефом дна залива, включая его жидкую границу (устье). Временные свойства решения могут описываться либо гармонической (для отдельной приливной гармоники), либо более сложной (для суммарного прилива) изменчивостью.

Уравнения (5.32)—(5.34) являются нелинейными. Они включают нелинейность трех типов:

а) амплитудную, возникающую из-за использования переменной во времени полной глубины $h+\zeta$ в последних членах уравнений (5.32), (5.33) и (5.34);

б) фрикционную, возникающую за счет квадратичной зависимости силы трения от скорости (последние члены уравнений движения);

в) конвективную, обусловленную нелинейной по своей природе силой пространственной инерции (вторые и третьи члены в левых частях уравнений движения).

Нелинейность затрудняет решение (5.32)—(5.34). Однако отказ от учета нелинейных членов в ряде случаев чрезмерно искажает результаты. Поэтому часто используется компромиссный путь, когда исключается только нелинейность какого-то одного вида, чаще всего — конвективная. Как показывает опыт, такое допущение во многих случаях позволяет получить результаты, вполне приемлемые для практических целей.

При численном моделировании система (5.32)—(5.34) представляется в конечно-разностной форме. Пространственные производные и производные по времени заменяются своими конечно-разностными аналогами, а исследуемый бассейн аппроксимируется расчетной сеточной областью. Полученные конечно-разностные уравнения относятся теперь к внутренним узловым точкам расчет-

ной области, и при задании граничных и начальных условий величины ζ, u и v рассчитываются в этих точках на любой момент времени (с дискретностью, определяемой временным шагом Δt) с помощью алгебраических действий. Поскольку моделируемые колебания представляют собой, как правило, стационарный либо квазистационарный процесс, начальные условия для получения решения либо не требуются (при гармонических колебаниях), либо имеют условный смысл и практически не влияют на конечный результат. В то же время граничные условия имеют решающее значение для вида решения и его конкретных параметров.

Типы граничных условий могут быть различными. Так, при воспроизведении природного прилива в качестве граничных условий могут задаваться значения самих искомых функций ζ или u и v, известные из наблюдений или полученные путем вспомогательных расчетов. С другой стороны, возможны так называемые импедансные граничные условия, характеризующие роль границы как пропускника, гасителя либо отражателя приливной волны. Прогностический расчет, когда значения ζ, u и v заранее неизвестны во всей расчетной области, включая и ее границы, строго говоря, может быть выполнен только с импедансными граничными условиями.

Наиболее широко распространенным из импедаисных граничных условий является условие непротекания, которому соответствует условие полного отражения от границы. Наряду с этим использование понятия коэффициента отражения дает возможность сформулировать и задать импедансное граничное условие с отражением любой интенсивности [34]. Для береговой черты условие отражения в общем является корректным, за исключением случая очень пологого берега, когда прибрежные колебания уровня приводят к заметному заливанию и осушке вдольбереговой зоны. Для таких участков побережья требуется задавать условие с «подвижной границей», имитирующее попеременное заливание и осушку. Для устья залива или для какой-либо другой жидкой границы при прогностическом расчете приходится сталкиваться с дополнительными затруднениями; возникающие при этом вопросы группируют обычно в рамках так называемой «проблемы открытой границы» [92].

Особый вид граничных условий при прогностических расчетах связан с линией приливного створа, в котором проектируется сооружение ПЭС. При сплошной плотине достаточно задать на этой линии условие непротекания. При наличии действующих турбин и водопропускных отверстий имитация работы ПЭС может быть достигнута заданием режима расходов через плотину. Этот режим, зависящий от технических характеристик агрегатов ПЭС, в свою очередь может быть либо жестко заданным, либо определяться напором, т. е. разностью положений уровня по обе стороны плотины; в последнем случае мы приходим к задаче с обратной связью. В существующих прогностических приливных моделях используются различные варианты условий на плотине.

5.4.2. Схема расчета. Начальные и граничные условия. Энергетические характеристики

В качестве примера можно рассмотреть вычислительную схему, использованную Гринбергом [98] при моделировании приливного режима (как природного, так и трансформированного влиянием ПЭС) в зал. Фанди.

Расчетные формулы. Рассмотрим вариант модели, в котором не учитываются конвективные члены, характеризующие силу пространственной инерции в уравнениях движения (5.32) и (5.33). При переходе к конечно-разностной форме записи пространственные производные заменяются центральными разностями, а производные по времени — разностями с шагами вперед. Бассейн аппроксимируется сеточной областью с шагами $\Delta x = \Delta y$ и с разнесением точек для ζ, u и v (рис. 5.14). В результате получаем следующие расчетные формулы:

$$\zeta_{i,j}^{t+\Delta t} = \zeta_{i,j}^{t} - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(d_{i,j}^{t} u_{i,j}^{t} - d_{i-1,j}^{t} u_{i-1,j}^{t}\right) - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(e_{i,j-1}^{t} v_{i,j-1}^{t} - e_{i,j}^{t} v_{i,j}^{t}\right); \tag{5.35}$$

$$u_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{u_{i,j}^{t} + \Delta t f p_{i,j}^{t} - g\dfrac{\Delta t}{\Delta x}\left(\zeta_{i+1,j}^{t+\Delta t} - \zeta_{i,j}^{t+\Delta t}\right)}{1 + \varkappa \Delta t \sqrt{\left(u_{i,j}^{t}\right)^2 + \left(p_{i,j}^{t}\right)^2} \Big/ d_{i,j}^{t}}; \tag{5.36}$$

$$v_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{v_{i,j}^{t} - \Delta f s_{i,j}^{t+\Delta t} - g\dfrac{\Delta t}{\Delta y}\left(\zeta_{i,j}^{t+\Delta t} - \zeta_{i,j+1}^{t+\Delta t}\right)}{1 + \varkappa \Delta t \sqrt{\left(s_{i,j}^{t}\right)^2 + \left(v_{i,j}^{t}\right)^2} \Big/ e_{i,j}^{t}}; \tag{5.37}$$

где для сокращения записи использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} d_{i,j} &= [(h+\zeta)_{i,j} + (h+\zeta)_{i+1,j}]/2; \\ e_{i,j} &= [(h+\zeta)_{i,j} + (h+\zeta)_{i,j+1}]/2; \\ p_{i,j} &= (v_{i,j-1} + v_{i+1,j-1} + v_{i,j} + v_{i+1,j})/4; \\ s_{i,j} &= (u_{i-1,j} + u_{i,j} + u_{i-1,j+1} + u_{i,j+1})/4. \end{aligned} \tag{5.38}$$

Нижние индексы i, j, $i \pm 1$, $j \pm 1$ означают принадлежность к смежным расчетным точкам в соответствии со схемой на рис. 5.14 *а*, а верхние индексы t и $t+\Delta t$ — принадлежность к началу и концу временнóго вычислительного интервала (шага по времени). Последовательность вычислений поясняется схемой на рис. 5.14 *б*.

Начальное условие. В качестве начального условия (при $t=0$) по всей расчетной области задается состояние покоя:

$$\zeta = 0; \quad u = v = 0. \tag{5.39}$$

Условия на линии берега. Граничные условия на береговой черте в общем определяются условием непротекания:

$$u \equiv 0 \text{ либо } v \equiv 0. \tag{5.40}$$

Однако в районах береговой осушки используется условие «подвижной границы», предусматривающее подключение к расчетной области новой пространственной ячейки, если подъем уровня вблизи берега приводит к превышению локальной глубиной некоторого критического значения $h_{кр}$, зависящего от уклона

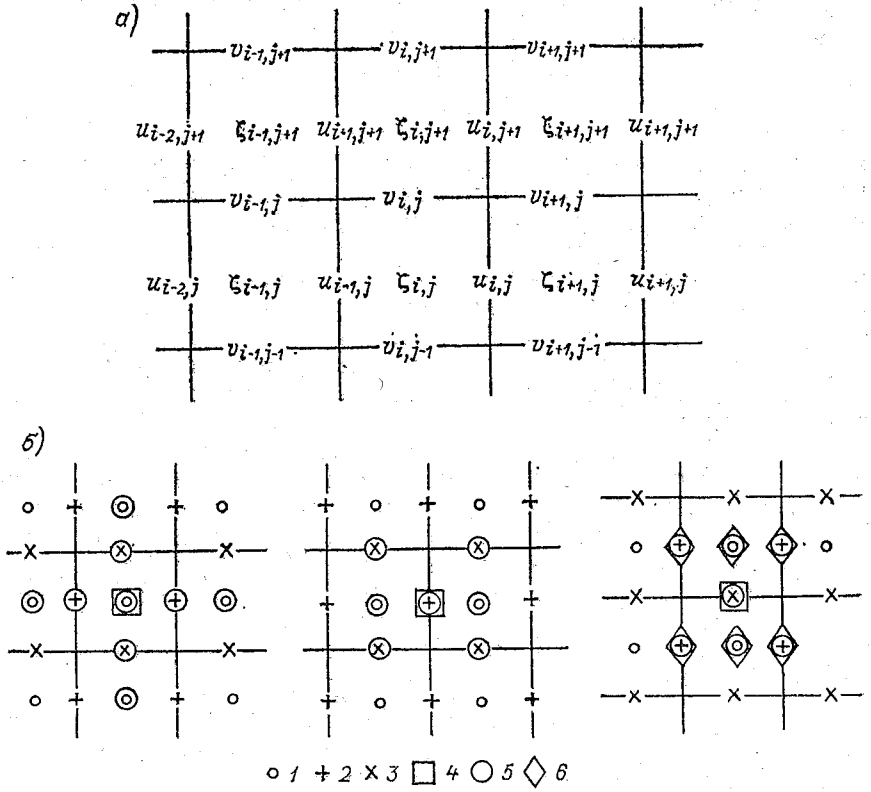


Рис. 5.14. Расчетная сетка и вычислительная схема, по [98].

а — расположение узлов и индексация величин ζ, u и v; *б* — схема вычисления величин $\zeta^{t+\Delta t}$, $u^{t+\Delta t}$, $v^{t+\Delta t}$: *1* — величины ζ; *2* — величины u; *3* — величины v; *4* — значения, вычисляемые на момент $t+\Delta t$; *5* — значения на момент t; *6* — значения на момент $t+\Delta t$, используемые при вычислениях.

берега. В рамках используемой вычислительной схемы определяющими являются глубины на границах ячеек, т. е. величины d и e в выражениях (5.38). С учетом принятой индексации условие подвижной границы можно сформулировать как сохранение условия $u_{i,j}=0$ либо $v_{i,j}=0$ при $d_{i,j} \leqslant d_{кр}$, либо $e_{i,j} \leqslant e_{кр}$. При достижении величинами d или e критических значений $d_{кр}$ или $e_{кр}$ на подъеме уровня соответствующая смежная ячейка подключается к расчетной области, имитируя заливание берега, а при достижении ими критических значений на спаде эта же ячейка отключается, имитируя осушку.

Условия на открытой границе. Движения в бассейне возбуждаются заданием колебаний на открытом участке границы расчетной области (в устье залива) в виде устьевого граничного условия. Используется два варианта устьевого условия: один — при воспроизведении природного прилива и другой — при прогностическом расчете. В первом случае граничное условие для точек «жидкого» участка границы задается в виде

$$\zeta_n = \left[\sum_k H_k \cos(\sigma_k t - g_k)\right]_n, \tag{5.41}$$

где k — индекс гармонической составляющей прилива, а n — номер ячейки вдоль жидкого участка. Величины $H_{k,n}$ и $g_{k,n}$ определяются интерполированием данных о гармонических постоянных с ближайших береговых пунктов наблюдений.

В процессе расчета граничное условие (5.41) порождает в устье возмущение колебательного характера, которое, распространяясь от жидкой границы, охватывает постепенно весь бассейн. Время установления колебательного режима определяется по «выходу на стационар» интегральных энергетических характеристик (см. ниже) при численных экспериментах с отдельными гармониками.

Во втором случае, когда моделируется прогностическая картина, искаженная трансформационными эффектами, параметры колебаний на жидкой границе заранее неизвестны. При этих обстоятельствах устьевое граничное условие определяется из предположения, что трансформационные эффекты обусловлены дополнительным возмущением, возникающим в районе ПЭС и достигающим устья в форме излучаемой прогрессивной волны. В такой волне возвышение уровня $\delta\zeta$ и нормальное к открытой границе течение δu_n связаны соотношением

$$\delta u_n = \pm\, \delta\zeta \sqrt{g/h_L}, \tag{5.42}$$

где h_L — характерная глубина на открытой границе, а знак перед правой частью определяется направлением координатных осей. Поскольку

$$\delta u = u_т - u;$$
$$\delta\zeta = \zeta_т - \zeta, \tag{5.43}$$

где $u_т$, $\zeta_т$ — прогностические значения течения и уровня, а u, ζ — их природные значения, то устьевое граничное условие можно теперь записать в виде [98]

$$(u_n)_т = u_n \pm \sqrt{g/h_L}\,(\zeta_т - \zeta). \tag{5.44}$$

При совпадении оси y с меридианом это условие с учетом принятой индексации перепишется в виде:

для северной и южной границы —

$$(v_{i,j})_т = v_{i,j} \pm \sqrt{\frac{g}{e_{i,j}}}\,[(\zeta_{i,j+1})_т - \zeta_{i,j+1}];$$

$$(v_{i,j})_т = v_{i,j} \mp \sqrt{\frac{g}{e_{i,j}}}\,[(\zeta_{i,j})_т - \zeta_{i,j}]; \tag{5.45}$$

для западной и восточной границы —

$$(u_{i,j})_{\text{т}} = u_{i,j} \mp \sqrt{\frac{g}{d_{i,j}}}\,[(\zeta_{i,j})_{\text{т}} - \zeta_{i,j}];$$

$$(u_{i,j})_{\text{т}} = u_{i\ j} \pm \sqrt{\frac{g}{d_{i,j}}}\,[(\zeta_{i+1,j})_{\text{т}} - \zeta_{i+1,j}]. \qquad (5.46)$$

Расчет начинается, как и прежде, от состояния покоя, но возбуждение со стороны устья задается теперь не «через уровень» на линии ζ-точек, а «через течение» на линии u- или v- точек, сдвинутой внутрь бассейна на половину пространственного шага. Формулы (5.45) и (5.46) связывают значения v и u в новых граничных точках со значениями ζ, относящимися к еще более внутренним точкам. На первых этапах расчета, пока граничное возмущение не достигло плотины и не вернулось (уже трансформированное) к устью, граничные значения $(u_n)_{\text{т}}$ не будут отличаться от заранее известных природных значений u_n, поскольку $\zeta_{\text{т}} = \zeta$. Однако, когда влияние трансформации достигнет устья, оно проявится прежде в прилегающих к границе ζ-точках, и в этот момент разность $\zeta_{\text{т}} - \zeta$ станет отличной от нуля и граничное значение $(u_n)_{\text{т}}$ получит первую «поправку». Эта «поправка» будет вноситься и в дальнейшем на каждом временно́м шаге, и после выхода решения на стационар оно даст прогностическую картину колебаний, трансформированную по всему бассейну.

Условия на плотине ПЭС. При расчете прогностической приливной картины в рассматриваемой модели используется два варианта граничных условий на плотине ПЭС: вариант сплошной дамбы и вариант дамбы с действующими агрегатами.

В первом случае на линии плотины задается условие непротекания, и отсекаемый бассейн полностью исключается из рассмотрения, поскольку колебания в него не проникают. Результаты численных экспериментов соответствуют в этом случае ситуации, которая имеет место, например, в период строительства ПЭС или при временном прекращении ее работы.

Во втором случае работа турбин и водопропускных отверстий имитируется заданием определенных расходов Q через створ плотины. Определение режима этих расходов, т. е. вид функции $Q(t)$ представляет собой специальную и достаточно сложную задачу. В общем указанный режим следует задавать способами, учитывающими, в частности, требования оптимизации по годовой выработке или по другим параметрам, а также включающими различные процедуры сглаживания результатов. Кроме того, при моделировании каждой конкретной ситуации, требующем повышенной точности, необходимо учитывать количество, мощность и тип агрегатов, место их расположения в теле дамбы и относительно водопропускных отверстий, а также различные варианты режима их работы, в том числе с учетом возможных этапов насосного режима.

В то же время для ориентировочных оценок трансформационных эффектов на предварительных стадиях проектирования для имитации работы ПЭС часто пользуются различными видами упрощенных «алгоритмов расхода». Одним из них является «алгоритм Хипса», предложенный в 1972 г. [103] и использованный, в частности, Д. Гринбергом при моделировании трансформационных эффектов в зал. Фанди [98]. Этот алгоритм приведен в виде выражений (5.22) на с. 237; он основан на известных из гидравлики соотношениях между расходом Q и напором $\Delta\zeta$ и включает задание некоторого критического значения напора $\Delta\zeta_{кр}$, при превышении которого турбины приводятся в действие. Значения критического напора $\Delta\zeta_{кр}$ и коэффициентов расхода K и K' определяются согласно техническим характеристикам турбин и водопропускных отверстий при различных режимах их работы.

Граничное условие (5.22) соответствует ПЭС одностороннего действия, работающей «на отливе». При достаточно большой амплитуде с внешней стороны плотины это граничное условие меняется по схеме: (а)—(б)—(в)—(б)—(а)—(б)—... и т. д., воспроизводя попеременно холостой (а) и рабочий (в) этапы действия ПЭС, перемежаемые этапами «ожидания» (б).

Энергетические характеристики. Энергетическими характеристиками моделируемого приливного режима являются: 1) суммарная по бассейну кинетическая энергия E_k. 2) суммарная по бассейну потенциальная энергия E_p; 3) общее энергосодержание бассейна E; 4) чистый волновой поток приливной энергии через жидкую границу $\langle A_w \rangle$; 5) средняя скорость диссипации энергии донным трением $\langle A_R \rangle$. Все эти характеристики рассчитываются по найденным значениям ζ, u и v с помощью приведенных в главе 2 формул (2.2), (2.4) и (2.9). При использовании нашей вычислительной схемы и индексации расчетные формулы для названных величин запишутся в виде

$$E_k = \rho \sum_{i,j} (h+\zeta)_{i,j} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)_{i,j} \Delta x \Delta y/2, \tag{5.47}$$

где $\bar{u}_{i,j} = (u_{i,j} + u_{i-1,j})/2 \qquad v_{i,j} = (v_{i,j} + v_{i,j-1})/2$;

$$E_p = \rho g \sum_{i,j} \zeta^2_{i,j} \Delta x \Delta y/2; \tag{5.48}$$

$$E = E_k + E_p; \tag{5.49}$$

$$\langle A_w \rangle = \frac{\rho g}{\tau} \sum_{t_m}^{t_m+\tau} \left\{ \sum_k [(h+\zeta)\zeta u_n \Delta b]_k \right\} \Delta t; \tag{5.50}$$

$$\langle A_R \rangle = \frac{\rho \varkappa}{\tau} \sum_{t_m}^{t_m+\tau} \left[\sum_{i,j} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{3/2}_{i,j} \Delta x \Delta y \right] \Delta t, \tag{5.51}$$

где Δb — размер шага Δx или Δy вдоль открытой границы; k — номер шага Δb; τ — приливный период (период осреднения); t_m — момент начала осреднения по времени.

Значения h_k и ζ_k в выражении (5.50) определяются для проходящей через u_n-точки линии жидкого контура путем интерполяции на эту линию значений h и ζ из ближайших окрестных точек подобно тому, как это сделано для величин d и e в выражениях (5.38).

«Выход на стационар» колебаний E_k и E_p при численных экспериментах с отдельными гармониками определяет время установления решения. Кроме того, в природных условиях и в случае сплошной дамбы при гармонических колебаниях должно выполняться равенство

$$\langle A_w \rangle + \langle A_R \rangle = 0. \tag{5.52}$$

Поскольку определение величин $\langle A_w \rangle$ и $\langle A_R \rangle$ осуществляется независимо, то выполнение этого равенства может служить критерием корректности модели.

При работе ПЭС равенство (5.52) выполняться не должно, поскольку часть энергии приливных колебаний потребляется агрегатами ПЭС и передается в отсеченный бассейн. В этом случае $\langle A_w \rangle + \langle A_R \rangle > 0$.

5.4.3. Проблема открытой границы

При прогностическом моделировании приливного режима возникает упоминавшаяся уже проблема открытой границы. Эта проблема заключается в том, что требуется воспроизвести картину, характеристики которой заранее неизвестны на всех, в том числе и на открытых границах расчетной области. Как отмечалось выше, корректно выполнить эту задачу можно только при использовании импедансных граничных условий. Сформулировать эти условия можно на основе следующих соображений.

Изменения приливного режима, вызванные сооружением и функционированием ПЭС, можно представить как добавки к первичному колебанию, обусловленные возмущением, которое возникло в районе ПЭС и распространяется в виде волны в сторону открытой границы (устья залива). Итоговая трансформация прилива в устье определится следующими частными эффектами:

прямой эффект «волны возмущения». Обусловлен тем, что возмущение, возникшее в районе ПЭС, достигает открытой границы в форме прогрессивной волны ζ^-, направленной из залива в океан, что вносит в приливные колебания на границе добавку $\delta\zeta_1$;

взаимодействие «волны возмущения» с открытой границей. Если открытая граница характеризуется сравнительно резким изменением ширины и глубины, то выходящая волна ζ^- испытает местное частичное отражение, за которым последует многократное внутреннее отражение от плотины и устья, что вносит в колебания на границе добавку $\delta\zeta_2$;

изменение параметров океанского воздействия. Полное либо частичное излучение волны ζ^- в океан в принципе изменяет параметры океанских приливных колебаний, а следовательно, и пара-

метры океанского воздействия на залив, что вносит в колебания на границе добавку $\delta\zeta_3$.

Относительная роль вкладов $\delta\zeta_1$, $\delta\zeta_2$ и $\delta\zeta_3$ в итоговой трансформационный эффект $\delta\zeta$ на открытой границе может быть различной, и в случае малости какого-либо из них можно упростить граничное условие, ограничиваясь наиболее важными слагаемыми. В большинстве реальных случаев $\delta\zeta_1 > \delta\zeta_2 > \delta\zeta_3$. На основании этого Гринбергом [98] был применен простейший вариант импедансного граничного условия в форме (5.14), учитывающий только чистое излучение «волны возмущения» без ее взаимодействия с границей и обратной связи с океанским воздействием. Техника применения этого условия изложена в разделе 5.4.2. Такое условие учитывает только добавку $\delta\zeta_1$ и не учитывает, как указывалось, трансформации за счет изменения резонансных условий.

Однако сравнительно резкое изменение ширины и глубины бассейна является типичным для устьевого участка. В такой ситуации «волна возмущения» испытывает многократное отражение между устьем и плотиной, и окончательный эффект можно представить в форме прогрессивно-стоячей волны, которая дает на открытой границе итоговые добавки для уровня $\delta\zeta^*$ и для течения δu_h^* связанные соотношением [34]

$$\delta u_n^* = \pm \frac{1 - r_L}{1 + r_L} \delta\zeta^* \sqrt{\frac{g}{h_L}}, \tag{5.53}$$

откуда следует рабочее граничное условие в виде

$$(u_n)_\text{т} = u_n \pm \frac{1 - r_L}{1 + r_L} \sqrt{\frac{g}{h_L}} (\zeta_\text{т} - \zeta), \tag{5.54}$$

где r_L — коэффициент отражения от жидкой границы в устье залива. Для определения коэффициента r_L существует ряд методов, некоторые из которых приведены в [34]. Технически условие (5.54) применяется так же, как условие (5.44). Полученная трансформационная поправка $\delta\zeta^*$ включает теперь эффекты $\delta\zeta_1$ и $\delta\zeta_2$ и учитывает влияние, обусловленное изменением резонансных условий. Условие (5.54) применялось для некоторых аналитических моделей, а также для одного из вариантов модели Пенжинской губы [36, 38].

Полное граничное условие, учитывающее все три эффекта $\delta\zeta_1$, $\delta\zeta_2$ и $\delta\zeta_3$, было исследовано Гарреттом и Гринбергом [92]. Рассмотренный в этой работе механизм обратной связи имеет резонансный характер. Изменение параметров океанского воздействия на залив обусловлено резонансным возбуждением собственных колебательных мод внешнего по отношению к заливу бассейна (в предельном случае — всего Мирового океана) со стороны излучения в океан «волны возмущения». Таким образом, для корректного задания полного импедансного граничного условия требуется знать параметры собственных мод и «добротность» внеш-

него океанского бассейна. Применение этого условия к системе Фанди—Мэн с учетом данных о собственных колебательных модах Атлантического океана показало, что в данном случае эффект обратной связи весьма слаб. Однако в принципе при прогностических расчетах, относящихся к другим бассейнам, возможность эффекта $\delta\zeta_3$ следует иметь в виду.

5.5. Обзор прогностических моделей

К настоящему времени разработано и реализовано довольно большое количество прогностических приливных моделей, главным образом для заливов Фанди, Бристольского, Мезенского, Тугурского, а также для Пенжинской губы. Рассмотрим наиболее важные из полученных результатов.

5.5.1. Залив Фанди

Приливы в зал. Фанди относятся к типу полусуточных и являются наибольшими в мире — в бухте Минас-Бейсин величина сизигийного прилива, 86 % которой приходится на гармонику M_2, достигает 16,2 м. Приливам этого района — главным образом его резонансным и энергетическим характеристикам — посвящен целый ряд исследований. Первые численные модели для зал. Фанди были «каналовыми», т. е. одномерными; они описывались системой уравнений (2.16), в которых учитывается изменение ширины b и глубины h вдоль залива, но не учитываются силы Кориолиса и трения. В дальнейшем модели постепенно усложнялись и совершенствовались [см. выражения (5.32)—(5.34)]. Как правило, при этом рассматривалась преобладающая приливная гармоника M_2.

Относительно расположения плотин ПЭС в зал. Фанди существует множество предложений. Они были систематизированы Советом по приливной энергетике Канады (Tidal Power Review Board) в 1976 г., и для дальнейшего рассмотрения оставлены лишь некоторые варианты, показанные на рис. 5.15 (варианты в бухте Чигнекто обозначены буквой A, а варианты в бухте Минас-Бейсин буквой B).

Одной из первых прогностических моделей для зал. Фанди явилась одномерная численная модель с учетом трения в линеаризованной форме (при различных коэффициентах сопротивления), использованная Гринбергом [97] для исследования влияния полностью отражающих барьеров, перегораживающих залив в местах предполагаемых створов ПЭС. В результате ряда численных экспериментов было найдено, что максимальное усиление прилива у барьера по сравнению с приливом на входе в залив при одном из вариантов расположения барьера может достигать 3,15, т. е. примерно на 26 % превышать усиление, существующее в настоящее время. Оценка абсолютных значений амплитуд колебаний при этом не производилась.

Двумерную численную модель для исследования влияния барьеров в зал. Фанди еще раньше применил Юэн [167], который учел силу Кориолиса и трение в квадратичной форме. При условии непротекания на береговых границах и задании фактических значений $\zeta(t)$ на жидкой границе была получена фактическая картина гармоники M_2. Был сделан вывод, что зал. Фанди слишком короток для развития в нем заметных резонансных эффектов

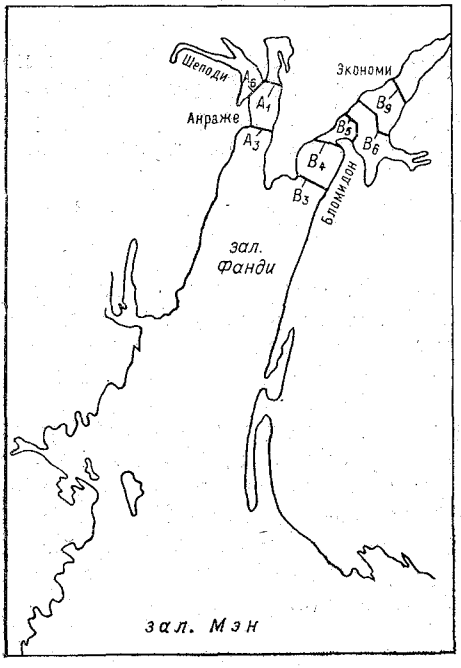


Рис. 5.15. Варианты расположения приливных створов в зал. Фанди.

и что, поскольку введение барьеров еще укорачивает бассейн, оно может приводить только к уменьшению величины прилива. Действительно, при расположении сплошной дамбы в зал. Чигнекто модель дала локальное уменьшение амплитуды на 25 %, в то время как барьеры в бухте Минас-Бейсин и вблизи м. Анраже привели лишь к небольшому снижению амплитуды. Подчеркнем, однако, что этот вывод основан на результатах расчетов, при некоторых допускалось, что введение барьеров не изменяет значений ζ на жидкой границе, что в общем случае некорректно.

Следующим исследованием в указанном направлении явилась работа Паркинсона [137], в которой была использована двумерная модель с криволинейной ортогональной расчетной сеткой при переменном шаге, что позволило более тщательно учесть очертания залива. На входе в залив задавались колебания уровня $\zeta(t)$, на береговой черте — непротекание. Рассмотрено пять вариантов

расположения ПЭС с различным числом действующих агрегатов. Во всех случаях результаты численных экспериментов показали снижение амплитуд колебаний. Наибольшее падение отмечено вблизи плотины в бухте Минас-Бейсин (в противоположность результатам Юэна), где оно достигает 30 % природного значения местной амплитуды. Основная причина указанного эффекта связывается с удалением от резонансной ситуации за счет укорачивания бассейна. Отметим, что искажающее влияние фиксированного граничного условия на входе должно проявиться здесь, как и в модели Юэна.

Объяснение снижения амплитуды прилива при сооружении дамб удалением от резонанса было подвергнуто критике в работах Даффа [83], который предположил, что при определении резонансных свойств системы Фанди в эту систему надо включить, хотя бы частично, зал. Мэн, поскольку основное внутреннее отражение приливной волны происходит скорее на краю шельфа, чем на выходе из собственно зал. Фанди. Это было подтверждено работой Гаррета [89], показавшего, что система Фанди—Мэн находится в едином резонансном состоянии, отличающемся от состояния прилегающей части западной Атлантики. Оценка резонансного периода этой системы дала значение около 13,3 ч, что несколько больше приливного периода, равного 12,4 ч. Следовательно, сооружение дамб в вершине зал. Фанди должно приблизить систему к резонансу и привести к некоторому увеличению амплитуды колебаний. Вместе с тем численные эксперименты, выполненные Гарретом [90], показали, что наличие дамбы иногда существенно изменяет форму резонансной моды, и этот эффект может нейтрализовать общее увеличение колебаний именно в районе дамбы, хотя в других местах системы Фанди—Мэн колебания возрастут.

Важный этап в развитии модели зал. Фанди был осуществлен в работе Хипса и Гринберга [104]. Во-первых, здесь была использована комбинированная расчетная область, состоящая из трех участков с различным пространственным шагом, что позволило детально воспроизвести мелководные и узкие бухты в вершине залива. Вторым достоинством модели было то, что наряду со сплошными барьерами в модель вводились проницаемые, причем пропуск воды через них осуществлялся в соответствии с режимом работы агрегатов «на отливе», т. е. в расчет были заложены реальные технические характеристики турбин, что было принципиально новым шагом вперед (см. также [103]). Модель включала зал. Мэн вплоть до края шельфа; таким образом, жидкая граница была значительно отодвинута от вершины залива, и задание на ней фиксированных колебаний $\zeta(t)$ стало более законным. Были выполнены численные эксперименты при четырех положениях плотины, которые дали весьма различные результаты. В одном случае из четырех (ПЭС в створе м. Экономи) сооружение плотины приводит к повсеместному росту амплитуд, но в трех других — амплитуды падают в районе плотины, хотя и увеличива-

ются с удалением в сторону зал. Мэн. Максимальные изменения амплитуд происходят вблизи плотины и составляют от —67 см (створ Бломидон) до +51 см (створ Экономи).

В названной работе также впервые обращено внимание на принципиальную некорректность задания фиксированных природных значений $\zeta(t)$ на входе в зал. Фанди при прогностическом расчете и указано, что можно перейти к корректному граничному условию, используя понятие об излучательно-отражательных (импедансных) свойствах жидкой границы. С помощью предложенного авторами варианта импедансного граничного условия на упрощенной бездиссипативной аналитической модели зал. Фанди исследованы его резонансные условия и получена приближенная оценка излучательной способности жидкой границы.

Плодотворные идеи исследования [103] были в дальнейшем развиты и далеко продвинуты в цикле работ Гринберга [98, 99, 100]. В новых моделях расчетная область была несколько видоизменена путем расширения ее границ, смещения зон стыков различных участков, введения нового участка с еще более мелкой сеткой и измененной ориентацией координатных осей в бухте Минас-Бейсин. При расчете в этом новом участке учитывались конвективные члены уравнений движения, которые обычно игнорировались из-за своей малости. Условие непротекания на береговом контуре было заменено условием подвижной границы, позволяющим учитывать заливание и осушку вдольбереговой зоны, что существенно повысило физическую корректность модели. Важным усовершенствованием явилась также разработка и реализация для жидкой границы численной модели варианта импедансного граничного условия в форме (5.44). Это условие, соответствующее полному излучению порожденной плотиной и работой ПЭС «волны возмущения», можно применять к открытой границе при любом ее удалении от плотины.

Результаты, полученные с помощью последующих моделей Гринберга для различных вариантов расположения ПЭС, несколько отличаются от приведенных в работе [98], однако существенным из них можно считать лишь одно: по данным работ [99] и [100] для варианта B_9 (створ Экономи) повсеместный рост амплитуд сменился перемежающейся картиной, причем вблизи плотины возникла зона падения амплитуд на 34 см. Это различие остается необъясненным. Исследованы и изменения фаз приливных колебаний — они тоже неоднозначны, но вблизи плотины практически во всех случаях наблюдается зона падения фазы, т. е. плотина приводит к более раннему наступлению полной воды в районе створа. Укажем, что неоднократно отмечаемый в численных экспериментах различный знак трансформационных амплитудных эффектов для заливов Мэн и Фанди Гринберг объясняет тем, что укорачивание бассейна плотиной различным образом влияет на систему Фанди—Мэн и на отдельно взятый зал. Фанди: в первом случае колебательная система приближается к резонансу, а во втором — удаляется от него.

Одним из крупных исследований реакции зал. Фанди на сооружение ПЭС является работа Даффа [84], в которой предложена модель, охватывающая всю прилегающую к заливу Северную Атлантику. Наряду с этой «полной» моделью исследованы и «усеченные» варианты, когда расчетная область ограничена краем шельфа либо устьем зал. Фанди. Важно отметить, что при этом на открытой границе «полной» модели задается условие непротекания (стенки), а приливные движения возбуждаются приливообразующими силами, которые вводятся в исходные уравнения движения. В «усеченных» вариантах на жидких границах задаются местные характеристики движений, полученные при воспроизведении природного прилива на полной модели. Таким образом, здесь при всех прогностических расчетах условия на жидкой границе — фиксированные.

Модель содержит целый ряд методических новшеств. Отметим среди них использование вычислительного метода переменных направлений, не применявшегося в прежних моделях, а также применение сферической системы координат, не совпадающей с географической (эта система выбрана так, что ее полюс лежит вблизи зал. Фанди, благодаря чему расчетная сетка в заливе имеет наиболее мелкий пространственный шаг).

В модели предусмотрено четыре основных варианта положения дамбы ПЭС, и численные эксперименты выполнены для всевозможных их комбинаций. Важнейшие выводы сводятся к следующему. Сооружение ПЭС в створах Экономи и Бломидон приводит к увеличению амплитуд во всей системе Фанди—Мэн (что объясняется приближением системы к резонансу), однако вблизи самих плотин это увеличение выражено сравнительно слабо: для створа Бломидон оно составляет лишь несколько сантиметров. Эту особенность Дафф объясняет тем, что в природных условиях определенную роль в создании исключительно больших амплитуд в бухте Минас-Бейсин играют местные нелинейные эффекты, влияние которых падает при сооружении дамб и ослаблении течений. Ввод в действие агрегатов ПЭС снижает амплитуды, причем в большинстве случаев при двусторонней работе турбин это снижение проявляется слабее, чем при односторонней. Интересные результаты обнаруживаются при сопоставлении трансформационных эффектов, полученных на полной и «усеченной» моделях. Оказывается, что чем «усеченнее» модель, тем меньшие амплитуды у плотины дает прогностический расчет: в створе Бломидон различия достигают 100 см, или 20 % природной амплитуды. Представляется несомненным, что это связано с влиянием некорректного фиксированного условия на жидкой границе расчетной области.

Неоднозначность оценок трансформационных эффектов в заливах Фанди и Мэн по различным моделям и их вероятная зависимость от условий на жидкой границе подчеркнута в обзорной работе Жибра [94]. Тем не менее можно отметить, что в общем, согласно результатам большинства исследователей, при сооружении

18°). При этом течения, вычисленные на входе в залив с помощью модели, оказались заниженными. Искажающее влияние фиксированного условия на жидкой границе проявлялось, таким образом, вполне отчетливо.

Несколько позже Хипс [103] предложил важное и принципиальное усовершенствование к модели, заключающееся в учете действия агрегатов ПЭС на основе реальных основных технических характеристик турбин и водопропускных отверстий. Применив эту новую методику к створу К—У, он смог оценить локальные трансформационные эффекты, одновременно получив ход уровня по обе стороны плотины вместе с напором («график работы ПЭС») для условий сизигии, квадратуры и промежутка. Впервые было указано на роль колебаний уровня в отсеченном бассейне и продемонстрирован рост среднего уровня за плотиной почти на 3 м по сравнению с природными условиями. Падение амплитуды перед сплошной плотиной получено меньшим, чем на предыдущей модели, но работа агрегатов дополнительно снижает эту амплитуду в среднем на 50 см. Граничное условие на входе в залив вновь бралось фиксированным.

Некоторые оценки влияния сплошной плотины в створе К—У на приливный режим Бристольского залива и устья р. Северн содержатся в отчете голландской консультативной фирмы НЕДЕКО [132], подготовленном по заказу Министерства энергетики Великобритании. Расчеты выполнены с помощью довольно грубой одномерной численной модели. В качестве граничных условий на входе в залив задавались фиксированные колебания (для сизигии и промежутка), а на плотине — непротекание. Получено асимметричное искажение сизигийной приливной кривой у плотины К—У: уменьшение полной воды на 70 см и повышение (т. е. уменьшение опускания) малой воды на 25 см. Уменьшение полной величины прилива составило, таким образом, около 1 м.

Сравнительная простота очертаний Бристольского залива позволила Робинсону [147] использовать аналитическую прогностическую модель, аппроксимируя реальный географический объект «клинообразным» бассейном в виде раструба с шириной и глубиной, линейно увеличивающимися от вершины в сторону открытого моря. Исходными уравнениями модели являются уравнения (2.16). Обычное для аналитических моделей преимущество такого подхода состоит в быстроте и экономичности вычислений, а также в возможности более глубокого физического анализа результатов. Недостатки также обычны — это приближенность результатов и невозможность учета многих природных факторов. Аналитическое решение получено раздельно для отсеченной акватории (в виде стоячего колебания) и для оставшейся части залива (в виде прогрессивно-стоячей волны). На открытом входе в залив снова задавалось граничное условие в виде фиксированных природных колебаний $\zeta(t)$. Рассмотрено 8 положений сплошной дамбы и найдено, что с ее приближением к открытой границе амплитуда прилива вблизи дамбы неуклонно снижается (что вполне естественно

при указанном граничном условии на входе). При положении дамбы в створе К—У падение амплитуды составляет около 35 см, т. е. величина прилива уменьшается на 70 см. Моделирование течений в общем дает заниженные результаты, но зато в принципе возникает возможность прогнозировать постепенную трансформацию поля течений в районе дамбы по мере ее сооружения. Действие агрегатов ПЭС вводится в модель в «двустороннем» варианте и приводит, как и следует ожидать, к дополнительному падению амплитуды, зависящему от интенсивности работы турбин.

Переход от одномерных моделей к площадным был осуществлен в работе Майлса [125], выполненной по заказу Министерства энергетики Великобритании. В основу модели положена концепция «волны возмущения», порождаемой плотиной и агрегатами ПЭС и распространяющейся от плотины в сторону моря. Жидкие границы, на которых вновь задавались фиксированные колебания уровня $\zeta(t)$, были отнесены на край континентального шельфа, так что расчетная область охватила Ирландское море и Ла-Манш. Были созданы две модели: 1) общая с крупной сеткой (с шагом от 7,5 до 15 км) и 2) частная модель Бристольского залива с мелкой сеткой (с шагом от 2,5 до 5 км), служащая для детального исследования колебаний в непосредственной близости от плотины. Моделирование эффекта сплошной плотины дало результат, принципиально отличающийся от всех предшествующих: вблизи плотины возникла область резкого увеличения (до 1,4 м у сизигийного прилива) приливных колебаний, причем «волна возмущения» охватывает прол. Св. Георга и Ирландское море, оставляя без своего влияния лишь Ла-Манш. При этом течения по всему Бристольскому заливу заметно ослабевают. Делается предположение, что полученное на всех прежних моделях снижение амплитуды у плотины объясняется влиянием завышенного локального трения. Действие ПЭС учитывалось с использованием реальных технических характеристик турбин, шлюзов и насосов. Это действие, естественно, снижало амплитуду у плотины и возбуждало колебания на отсеченной акватории, одновременно повышая там средний уровень на 1—3 м и даже более.

Также в двумерной постановке в работе Оуэна и Хипса [134] предложено и реализовано три модели:

1) модель WC (West Coast), включающая шельфовые моря, омывающие Англию с запада и юга, и имеющая крупную сетку (шаг около 12 км);

2) модель BC (Bristol Channel) для Бристольского залива с мелкой сеткой (шаг около 4 км);

3) комбинированная модель WCBC, представляющая собой сочетание указанных двух.

Исходные уравнения были записаны в сферических координатах. Исследованы возмущения, вносимые в природный приливный режим сплошными дамбами, расположенными в створах A, B и C (см. рис. 5.16). Корректность допущения о фиксированном граничном условии на входе в Бристольский залив оценивается

путем сопоставления результатов, полученных на моделях BC и WCBC. Для дамбы в створе *A* модель WCBC дает небольшое (до 6 см) увеличение амплитуды на выходе в залив, но внутри залива обе модели дают согласную картину, включая и уменьшение амплитуды вблизи дамбы на 11—12 % (50—60 см). Примерно такое же локальное уменьшение амплитуды создается и дамбой в створе *C*, причем модель WCBC дает падение на 64 см, а модель BC — падение на 55 см. При дамбе в створе *B* уменьшение амплитуды у дамбы составляет всего 2 см. В ходе исследования рассмотрено также влияние дамбы *A* на приливы окружающих морей — оно оказывается в пределах 4—6 см.

В модели, предложенной Оуэном [133], указанные выше модели WCBC и BC были видоизменены путем дополнительного измельчения сетки в вершине залива (шаг около 1,3 км). Новые модели получили обозначения WCBCF и BCF (добавка F означает fine — измельченный). Рассматривалось влияние ПЭС, расположенных в створах *A* и *D*, при работе агрегатов только «на отливе», но при различных комбинациях турбин и водопропускных отверстий. Граничные условия задавались в том же виде, что и в работе [134], так что сопоставление результатов моделей BCF и WCBCF позволяло оценить погрешность, вносимую заданием фиксированного условия на входе в Бристольский залив в модели BCF. При вычислениях учитывалась береговая осушка. Большое внимание уделяется имитации работы турбин и шлюзов; для сглаживания эффекта их подключения и отключения и ликвидации возможной неустойчивости предложен ряд методических приемов. Во всех случаях обе модели дают падение амплитуды вблизи плотины ПЭС. При работе агрегатов это падение проявляется сильнее (около 11 %), чем при сплошной дамбе (около 5 %). Фаза колебаний перед плотиной также снижается. В процессе работы выполнены также оценки мощности и годовой выработки ПЭС при различных вариантах расположения плотины и агрегатов.

В дальнейшем для исследования приливов Бристольского залива был применен метод характеристик как в одномерном $(x-t)$, так и в двумерном $(x-y-t)$ вариантах. Одномерный подход был использован Дэвисом [159], который аппроксимировал Бристольский залив с помощью всего 17 поперечных сечений. Сплошные дамбы в районе сечений *13* и *14* (несколько выше и ниже створа *D* на рис. 5.16) привели к снижению величины прилива на 40—70 см. Течения также заметно снижаются повсюду, особенно вблизи дамбы. Фиксированное граничное условие на входе в залив, безусловно, сильно влияет на результаты.

Матсоукис [159] применил метод характеристик в двумерном варианте, охватив расчетной областью район Бристольского залива, соответствующей частной модели в работе [125], но с постоянным шагом, равным 4,5 км. Рассмотрено 4 положения сплошной дамбы от створа *A* до створа *D*. Амплитудные изменения вблизи дамбы составили от —15 см в створе *D* до +15 см

в створе *А*. Близость жидкой границы и ее явное искажающее влияние побудили Матсоукиса разработать более обширную модель, включающую половину Ирландского моря и акваторию, прилегающую к Бристольскому заливу, но не учитывающую трения. Введение в эту модель сплошной дамбы дало рост величины прилива вблизи нее на 30 см.

Суммировать данные о результатах моделирования трансформационных эффектов в Бристольском заливе можно с помощью таблицы, заимствованной из работы [159], где приведены изменения величины прилива вблизи сплошной дамбы (наиболее яркий трансформационный эффект) согласно экспериментам на различных моделях (табл. 5.3).

ТАБЛИЦА 5.3

Моделирование влияния сплошной плотины на величину прилива в Бристольском заливе

Автор модели	Метод	Изменение величины прилива вблизи дамбы, см
Хипс (1968)	Конечно-разностный, одномерный	—60
Робинсон (1978)	Аналитический, одномерный	—60
Фирма НЕДЕКО (1977)	Конечно-разностный, одномерный	—100
Дэвис (1980)	Характеристики, одномерный	—40
Майлс (1979)	Конечно-разностный, двумерный	+140
Оуэн (1979)	Конечно-разностный, двумерный	—76
Матсоукис (1980)	Характеристики, двумерный	+30

Таким образом, между результатами обнаруживаются существенные различия. По мнению авторов работы [159], увеличение амплитуд более обосновано физически, поскольку при отсечении дамбой мелководий, обладающих сильным диссипативным действием, отражение приливной волны становится более полным. Во всяком случае приходится признать, что ожидаемые последствия сооружения ПЭС в Бристольском заливе в отношении амплитуд пока не удается достоверно предсказать даже с точностью до знака.

5.5.3. Мезенская губа (залив)

Прогностическое моделирование приливного режима для отечественных проектов ПЭС до последнего времени применялось в весьма ограниченных размерах. Из реалистических попыток такого моделирования можно назвать, пожалуй, лишь исследование Н. А. Сеземана [50], выполненное на основе аналитической двумерной модели. Схема расчета была сведена к решению интегрального уравнения Фредгольма с последовательным применением некоторых преобразований. Исследованы изменения амплитуды гармоники M_2 (преобладающей в этом районе), обусловлен-

ные сооружением сплошной дамбы в устье рек Мезень и Кулой. Расчет дает относительное уменьшение амплитуды вблизи дамбы на 10 %; этот эффект быстро уменьшается с удалением от дамбы в сторону моря. Уже на расстоянии 25 км влияние дамбы практически не ощущается.

Упомянем также результат оценки трансформационных эффектов, обусловленных плотиной в Мезенской губе, в работе В. А. Макарова, А. Б. Мензина и В. И. Водопьянова [27], хотя он получен путем не математического, а электрического моделирования. Следует иметь в виду, что при этом не учитывалась сила Кориолиса, но зато на части жидкой границы задавалось условие излучения, что представляет собой шаг вперед с точки зрения корректности. Полученный результат для сплошной дамбы в створе м. Травяной — м. Мгла качественно противоположен вышеописанному результату математического моделирования: во всей области при наличии плотины произошло увеличение амплитуд, нарастающее с приближением к плотине. Наряду с трансформацией прилива снаружи от дамбы рассмотрены также колебания, возникающие на отсеченной акватории в результате расходов воды через агрегаты ПЭС. Основной эффект при этом сводится к изменению среднего уровня, но возникают и вторичные колебания с амплитудой до 50 см.

В последнее время новые результаты по прогностическому моделированию были получены В. М. Горелковым [9, 10, 11]. Моделирование велось на основе нелинейной системы гидродинамических уравнений (5.32), (5.33) и (5.34) без учета конвективных членов, и расчет выполнялся в основном с помощью вычислительной схемы, изложенной в разделе 5.4.2. Расчетная область помимо Мезенского залива включала также всю Воронку Белого моря. Пространственный шаг сетки был равен $\Delta x = \Delta y = 5{,}6$ км, а временно́й шаг $\Delta t = 120$ с. На береговой черте задавалось условие, учитывающее береговую осушку, а на открытых границах (в створе Святой Нос—Канин Нос и на входе в Горло) — импеданское граничное условие в форме (5.45) либо (5.46). Прогностический расчет проводился в двух вариантах: для случая сплошной дамбы и для случая с агрегатами и водопропускными отверстиями, работающими в режиме, определяемом алгоритмом вида (5.22), причем параметры этого алгоритма задавались на основании технических характеристик проектируемых агрегатов. Положение плотины и место размещения в ней агрегатов ПЭС показаны на рис. 5.18. Расчет выполнялся для гармонических составляющих M_2 и S_2. Поскольку результаты моделирования для этих гармоник оказались сходными, ниже приведены только данные, относящиеся к трансформации прилива M_2.

Влияние сплошной дамбы. В случае сооружения сплошной дамбы результаты моделирования предсказывают ощутимые изменения параметров приливных колебаний во внешней по отношению к плотине части исследуемого бассейна. Из этих результатов следует, что на основной части рассматриваемой области

сооружение дамбы приведет к увеличению амплитуды приливных колебаний, причем в восточной части бассейна это увеличение гораздо значительнее, чем в западной (рис. 5.17 *а*). Зона увеличения имеет ярко выраженный максимум в районе южной части Канинского и северной части Конушинского берегов. В этом ме-

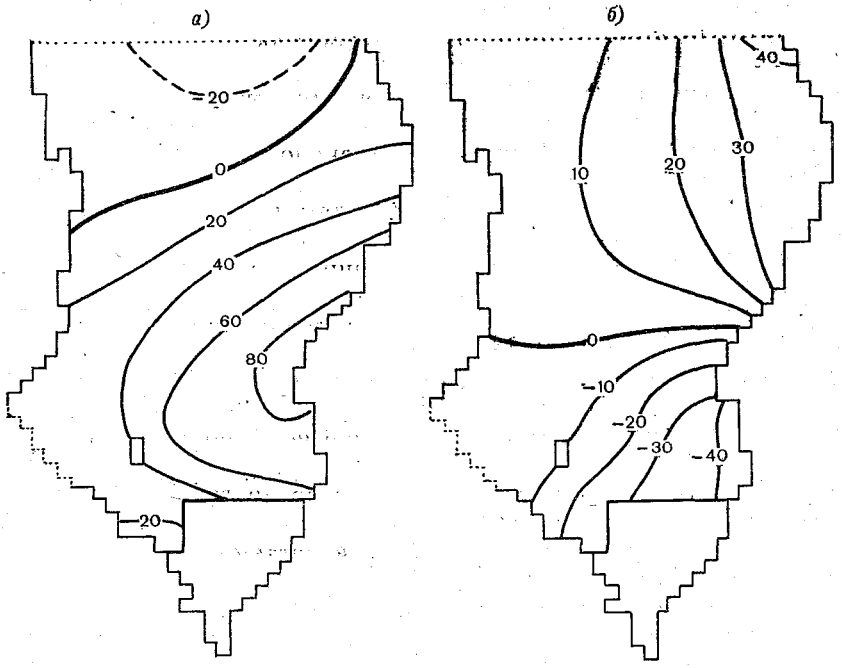


Рис. 5.17. Трансформация амплитуд (*а*) и фаз (*б*) прилива M_2 в Мезенском заливе, по [9—11]. Численная модель, сплошная дамба.
Изменения амплитуд даны в сантиметрах, изменения фаз — в градусах.

сте амплитуда возрастает более чем на 80 см, что составляет почти 70 % местных значений амплитуды волны M_2. Рост амплитуды колебаний (прибавка от 20 до 60 см) имеет место и в створе дамбы: нижний предел относится к западной части дамбы, примыкающей к м. Абрамовский, а верхний — к восточной, у м. Михайловский на Конушинском берегу. В месте, где проектируется установка наплавных конструкций здания ПЭС, увеличение амплитуды составляет почти 40 см, или около 20 % местной существующей амплитуды колебаний.

Весьма ощутимо изменение амплитуд колебаний на открытых границах: так, в створе м. Святой Нос — м. Канин Нос в срединной его части происходит уменьшение значений амплитуды на 20—25 см, а в створе о. Данилов — м. Воронов — увеличение до 30 см.

Изменения фаз приливных колебаний, относящихся к волне M_2, также весьма значительны и также ярче всего выражены в во-

сточной части бассейна, достигая 30—40°, т. е. превышают по времени целый час (рис. 5.17 *б*). При этом налицо также четкое разделение зон фазовых изменений по знаку: в районе Конушинского берега вблизи дамбы происходит сдвиг в сторону более раннего наступления полной воды, а в северо-восточной части бассейна Воронки Белого моря, у Канинского берега, имеет место запаздывание полной воды по сравнению с тем, что наблюдается в настоящее время. Указанные зоны опережения и отставания разделены участком, где фазовые изменения отсутствуют или невелики. Таким образом, новые свойства системы меняют реакцию исследуемого бассейна в целом и ведут к новой приливной картине в моделируемой области, в том числе и на открытых границах.

Новая картина приливных колебаний определяет и изменения областей осушки прибрежных участков. В результате отсечения вершины Мезенской губы сплошной дамбой значительная часть осушаемых и затопляемых зон оказывается исключенной из расчетной области. По площади исключенная зона осушки составляет примерно 435 км². Такое значительное изменение осушаемой площади, безусловно, должно оказать заметное влияние на приливную картину. Трансформированная влиянием дамбы картина приливных движений характеризуется также новыми участками осушки побережья. Они составляют около 124 км². Всего осушка наблюдается в 13 ячейках (из них одна в Лумбовском заливе). Новая площадь осушаемого мелководья при наличии сплошной дамбы будет равна примерно 404 км².

Влияние плотины с действующей ПЭС. На рис. 5.18 показаны различия между амплитудами и фазами существующих приливных колебаний волны M_2 и колебаний, трансформированных проектируемым гидротехническим сооружением. Общий характер изменений приливного режима — тот же, что и при наличии сплошной дамбы. Увеличение амплитуды приливных колебаний происходит на основной части моделируемого бассейна; в восточных районах оно значительнее, чем в западных. Максимальное увеличение амплитуды наблюдается на акватории, прилегающей к южной оконечности Канинского берега, и составляет более 60 см, т. е. примерно 50 % амплитуды существующих колебаний. Значительное увеличение — более 40 см — ожидается также в районе между о. Моржовец и восточным берегом бассейна. На северной открытой границе м. Святой Нос — м. Канин Нос почти повсеместно происходит уменьшение амплитуд, составляющее от 2 до 16 см. Только у м. Канин Нос происходит увеличение амплитуды на 6 см. На западной открытой границе, в Горле Белого моря амплитуда также получает прибавку до 20 см. Изменения фаз приливных колебаний, как и амплитуд, более отчетливо выражены в восточной части исследуемого бассейна, в средней части моделируемой области они отсутствуют. В районе Канинского берега имеет место запаздывание полной воды примерно на один час. В южной части у Конушинского берега наступление полной воды ожидается на час раньше. То же происходит и в створе проектируе-

мой ПЭС. Здесь имеет место увеличение амплитуды приливных колебаний, которое составляет около 15 см, т. е. более 6 % амплитуды, существующей в настоящее время.

Колебания в отсеченном бассейне. Характер движений воды внутри бассейна, отсекаемого плотиной ПЭС, определяется не

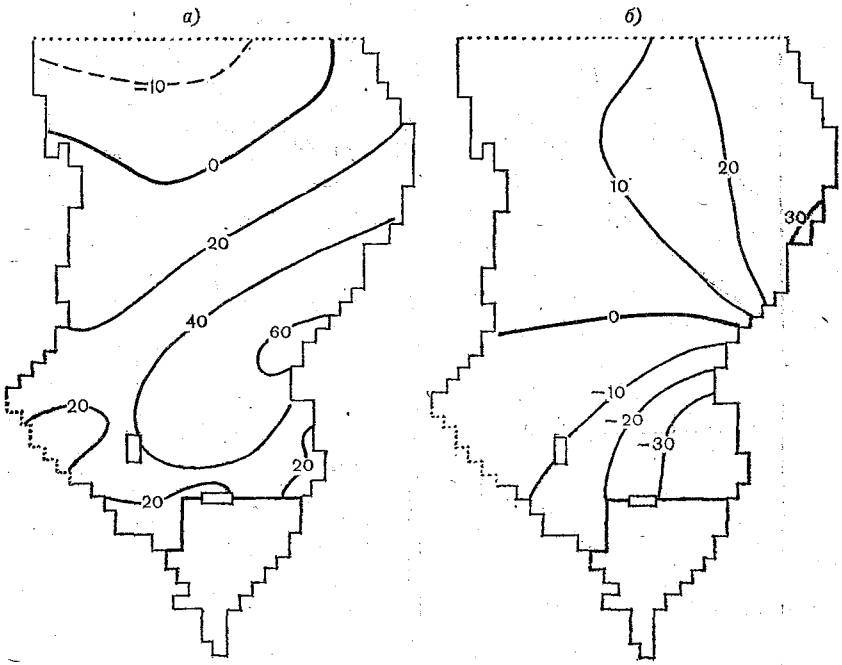


Рис. 5.18. Трансформация прилива M_2 в Мезенском заливе, по [9—11]. Плотина с действующей ПЭС.

Остальные пояснения см. в подписи к рис. 5.17 и в тексте.

свободным проникновением сюда приливной волны, а действием водопропускных отверстий и турбин, т. е. расходами воды, поступающей внутрь бассейна ПЭС на фазе прилива и выходящей из него на фазе отлива. Чередование притока и оттока воды обусловливает квазиприливные движения с периодом, совпадающим с периодом гармоники M_2.

Особенности трансформации колебаний уровня иллюстрируются рис. 5.19, на котором показаны мгновенные профили водной поверхности вдоль осевой линии вершины Мезенского залива для природных и проектных условий. Профили приведены для каждого лунного часа половины приливного цикла гармоники M_2 для «средних» астрономических условий. Отметим, что в природных условиях приливная волна имеет смешанный, прогрессивно-стоячий характер — она распространяется к вершине Мезенского залива, увеличивая свою амплитуду примерно до траверза устья р. Кулой, после чего амплитуда снижается.

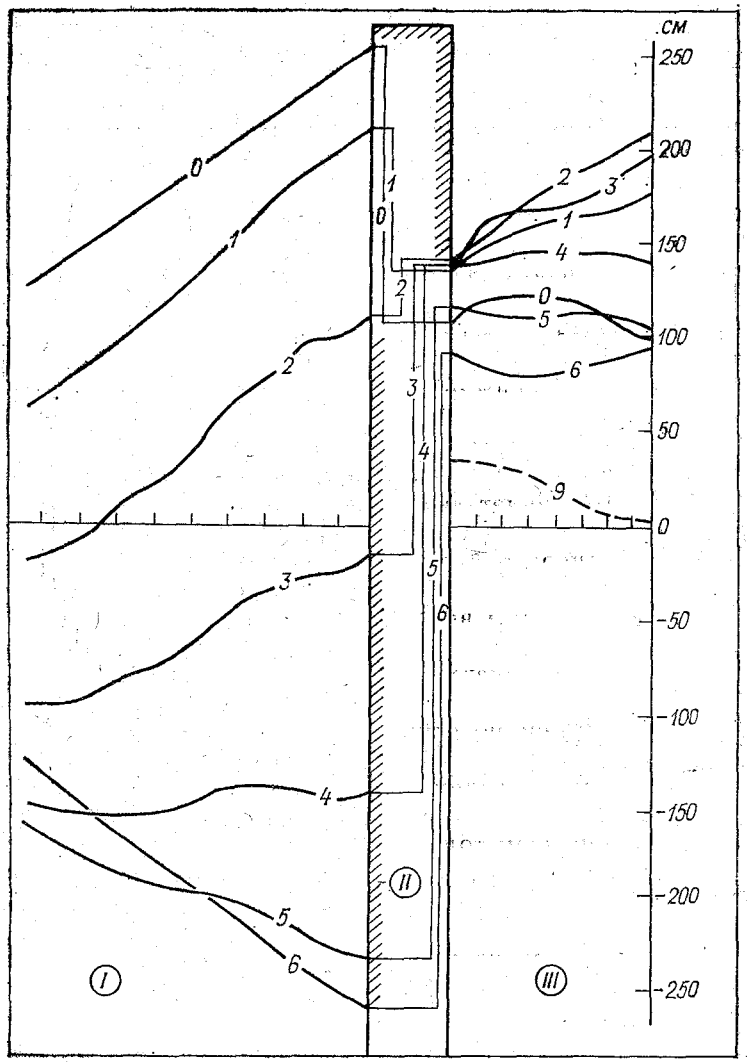


Рис. 5.19. Мгновенные профили водной поверхности в Мезенском заливе на различные часы приливного цикла (цифры на кривых) после ввода в действие агрегатов ПЭС.

I — внешняя морская акватория; *II* — дамба ПЭС; *III* — отсеченный бассейн. В теле дамбы показаны напоры $\Delta\zeta$ на соответствующие часы.

В проектных условиях картина колебаний кардинально изменяется. Из рис. 5.19 видно, что плотина разделяет бассейн на внешнюю (на рисунке — левую) и внутреннюю (правую) части, колебания в которых носят совершенно различный характер. Во внешней части вблизи плотины колебания приобретают характер, более близкий к стоячему, чем в природных условиях, причем с линией плотины совпадает пучность стоячего колебания. За счет отражения приливной волны от плотины амплитуда колебания вблизи от нее увеличивается. Действие агрегатов ПЭС снижает этот эффект, но не ликвидирует его полностью, в результате чего амплитуда прилива с внешней стороны плотины становится на 10 см больше, чем в природных условиях.

Анализируя правую часть рис. 5.19, мы можем отметить следующие главные особенности трансформированного режима колебаний в отсеченном бассейне:

— существенное уменьшение амплитуды колебаний, особенно у плотины, где она снижается до примерно 55—60 см. К вершине залива амплитуда увеличивается почти вдвое, достигая там 110—120 см;

— практическое отсутствие фазовых изменений в продольном направлении, что свидетельствует о стоячем характере колебаний во внутреннем бассейне. В сочетании с указанным различием в амплитудах это приводит к продольным перекосам поверхности порядка 1/100000, экстремальные значения которых разделены неравными промежутками времени из-за нарушения синусоидальности колебаний внутри отсеченной области;

— повышение среднего уровня во внутренней акватории при указанной односторонней схеме работы ПЭС. Это повышение составляет около 90 см по отношению к среднему уровню внешней части (или к природному среднему уровню). Названный эффект в сочетании с уменьшением амплитуд должен привести к значительному сокращению ширины осушки на отсекаемом участке бассейна с сохранением только ее верхней зоны.

5.5.4. Пенжинская губа

В отличие от практически чисто полусуточного прилива в рассмотренных выше заливах Фанди, Бристольском, Мезенском, приливные колебания Пенжинской губы имеют гораздо более сложный характер. В них присутствуют сильно развитые суточные составляющие, в целом превосходящие полусуточные, и поэтому прилив Пенжинской губы по своему типу относится в основном к неправильному суточному (критерий Дуванина $Д$ лежит в диапазоне от 2 до 4), а посреди южной части губы прилив становится даже суточным ($Д > 4$).

Такой сложный характер весьма осложняет проектирование приливной электростанции. Трудности возникают как в отношении задачи регулирования ПЭС и разработки оптимального режима ее работы, так и в отношении прогностического расчета трансфор-

мированных приливных колебаний. Во-первых, при таком расчете теперь нельзя ограничиться одной гармоникой, как это делалось в случае чисто полусуточного прилива. Во-вторых, раздельный расчет гармонических составляющих с их последующей суперпозицией также не вполне решает задачу, поскольку он не учитывает нелинейного взаимодействия между ними, а используемые в нем значения коэффициента донного сопротивления $\varkappa$ оказываются некорректными для суммарного прилива. Кроме того, и это, пожалуй, самое главное, учет влияния действующей ПЭС путем использования «внутреннего» граничного условия типа (5.22) не может обеспечить реального режима работы агрегатов. Поэтому данные моделирования для отдельных гармоник могут служить только для оценок ориентировочного характера. Для получения более достоверных и точных оценок следует выполнять прогностическое моделирование суммарного прилива. Поскольку суммарный прилив испытывает значительные изменения в месячном, годовом и многолетнем циклах, для получения реалистических результатов приходится выполнять расчет на длительные промежутки времени, что приводит к большому объему вычислительных работ.

Исследование природного прилива Пенжинской губы выполнено в ряде работ Л. А. Сгибневой [47, 48, 49]. В более поздние годы в работах [1, 2] были сделаны первые шаги в направлении прогностического моделирования приливов этого бассейна для одного из вариантов положения плотины (створ м. Средний — м. Водопадный). Были разработаны две модели: одномерная, описываемая уравнениями (2.16), и двумерная, описываемая системой (5.32)—(5.34) и идентичная по своим принципам и структуре модели, использованной В. М. Горелковым для Мезенского залива (см. раздел 5.5.3). На рис. 5.20 показаны соответствующие обеим моделям расчетные области и принятое в каждом случае место расположения плотины. Расчет велся отдельно для пяти важнейших гармонических составляющих: K_1, O_1, M_2, P_1, S_2. Вклад остальных астрономических составляющих в энергетику прилива Пенжинской губы, как показывает оценка, не превосходит 1—2 %. Кроме того, на двумерной модели исследовалась также трансформация суммарного прилива.

Рассмотрим основные результаты различных вариантов прогностического расчета.

Влияние сплошной дамбы. Для случая сплошной плотины прогностические расчеты выполнены с помощью как одномерного, так и двумерного вариантов модели.

Одномерный вариант модели является бездиссипативным. Сооружение плотины должно поэтому привести к трансформации каждой приливной гармоники в чисто стоячую волну при максимальном проявлении резонансных (либо антирезонансных) эффектов. Результаты вычисления, приведенные на рис. 5.21, показывают почти повсеместное значительное увеличение амплитуд приливных гармоник и двузначное (опережение вблизи плотины, отставание вдали от нее) изменение фаз. Наиболее очевид-

ной причиной указанных трансформационных эффектов является сдвиг места отражения от вершины губы к центральной узкости в сочетании с падением диссипации. Однако определенную роль может играть и изменение условий резонанса для отдельных гармоник. Приближенную оценку таких условий можно получить, вычислив время пробега приливной волны от устья до плотины

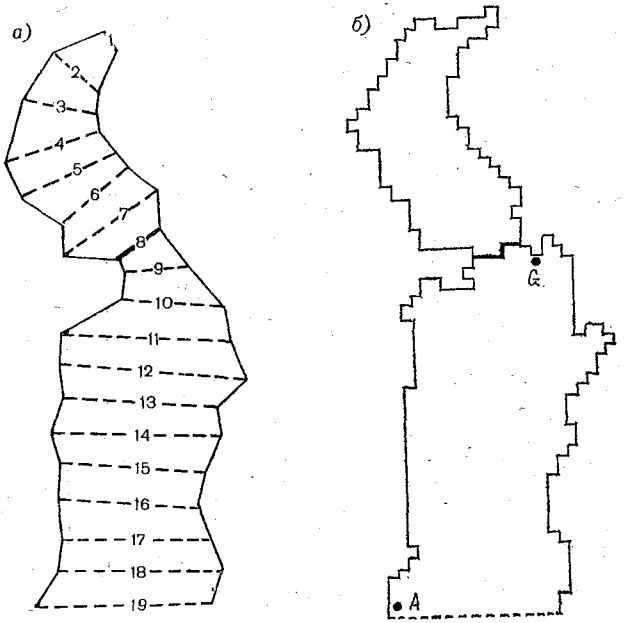


Рис. 5.20. Одномерная (*а*) и двумерная (*б*) модели Пенжинской губы. Жирными линиями показаны принятые положения плотины ПЭС.

$t(x)$ и сравнив его с периодами приливных гармоник. Определив это время путем численного интегрирования с помощью выражения

$$t(x) = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}},$$

находим, что $t(x) \approx 3{,}05$ ч, что дает для гармоник K_1, O_1, P_1, M_2 и S_2 значения фазового запаздывания, равные соответственно 46, 42, 46, 88 и 91°. Таким образом, для полусуточных гармоник сооружение плотины создает в южном бассейне ситуацию, близкую к резонансной (фазовое запаздывание близко к 90°). Для суточных гармоник, у которых фазовое запаздывание составляет около 45°, ситуация соответствует слабому антирезонансу.

Резонанс для полусуточных гармоник, приводящий к значительному увеличению их амплитуд у плотины (пучность), одно-

временно ведет к их падению в устье (узел). В сочетании со сравнительно однородным увеличением амплитуд суточных составляющих это существенно изменяет характер суммарного прилива, определяемый критерием Дуванина. На рис. 5.22 показано, что после сооружения плотины значения этого критерия настолько увеличиваются к югу от сечения *14*, что тип прилива здесь изме-

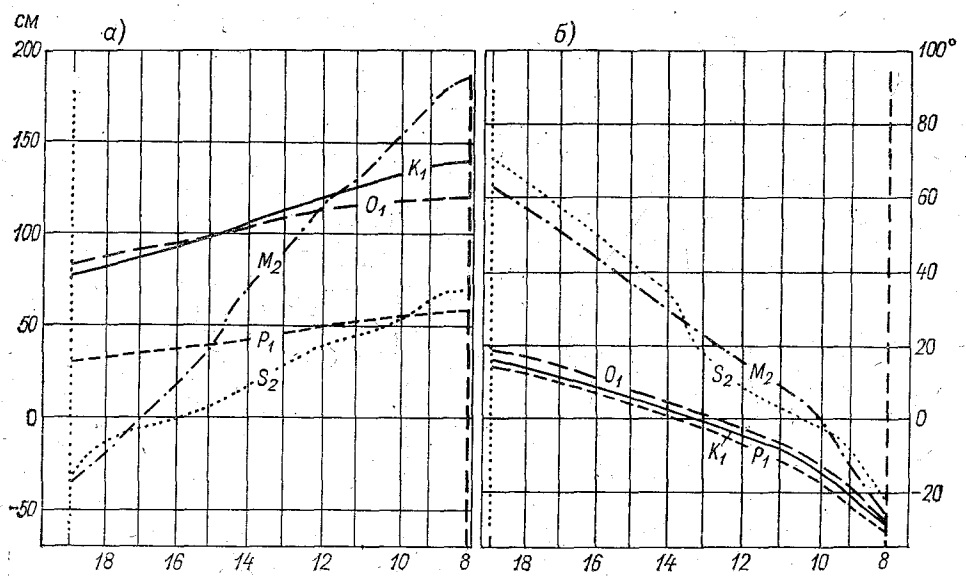


Рис. 5.21. Трансформация отдельных приливных гармоник в Пенжинской губе при сооружении плотины ПЭС (одномерная прогностическая модель). Показано распределение трансформационной добавки к амплитудам (*а*) и фазам (*б*) вдоль внешней части губы. Цифры вдоль горизонтальной оси — номера поперечных сечений.

няется на правильный суточный. Для течений результат должен быть обратным, т. е. плотина должна привести к относительному усилению полусуточных составляющих на входе в Пенжинскую губу.

Двумерный вариант модели включает учет диссипации. В этом случае сооружение плотины должно привести лишь к некоторому усилению стоячей доли в суммарном колебании для всех гармоник, но прогрессивная доля, хотя и ослабленная, также сохранится. Поэтому трансформационные эффекты, выявленные на одномерной модели, должны проявиться и на двумерной, но в «сглаженном» виде. Кроме того, учет силы Кориолиса, приводящей к поперечным движениям и перекосам водной поверхности, должен внести дополнительные коррективы в результат. Поскольку для близких по частоте гармоник трансформация дает сходные эффекты, рассмотрим только результаты, относящиеся

к гармоникам K_1 и M_2, которые можно считать «представителями» суточных и полусуточных составляющих прилива.

На рис. 5.23 показаны трансформационные изменения амплитуд δH и фаз δg. Амплитуды суточной гармоники испытывают повсеместное увеличение, причем коэффициент усиления (отношение трансформированной амплитуды к природной) составляет от 1,1 на входе в губу до 1,5 у западной края плотины. Фаза су-

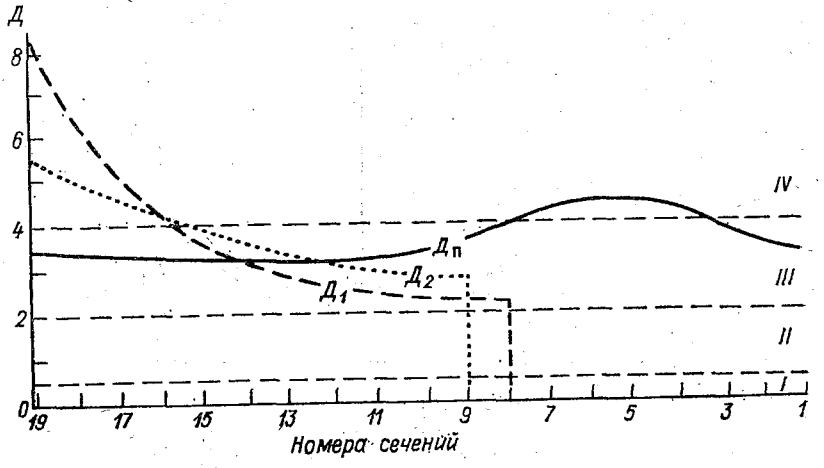


Рис. 5.22. Изменение типа суммарного прилива в Пенжинской губе в результате сооружения дамбы. Показано распределение критерия Дуванина вдоль губы: $Д_п$ — в природных условиях; $Д_1$ — при дамбе на одномерной модели; $Д_2$ — при дамбе на двумерной модели.

точной гармоники уменьшается вблизи плотины и увеличивается в районе устья. Для полусуточной гармоники вблизи плотины также происходит существенное увеличение амплитуд (коэффициент близок к 1,9), но у входа в губу имеет место их снижение. Картина фазовой трансформации у полусуточной гармоники качественно та же, что и у суточной, но примыкающая к плотине зона отрицательных значений δg становится более узкой. По сравнению с полной пространственной однородностью фаз в одномерной модели в двумерной наблюдается некоторое, хотя и слабое, их падение с удалением от плотины к устью. Указанные отличия полусуточных трансформационных эффектов от суточных связаны с различием в длинах волн соответствующих приливных составляющих и как следствие с неодинаковым изменением резонансных свойств для них при сооружении плотины. В двумерной модели, как уже отмечалось, все эффекты выражены менее резко из-за наличия диссипации. Это относится и к перестройке характера суммарного прилива, что видно по полученной кривой продольного распределения критерия Дуванина на рис. 5.22. Двумерная модель также предсказывает возникновение зоны суточного типа

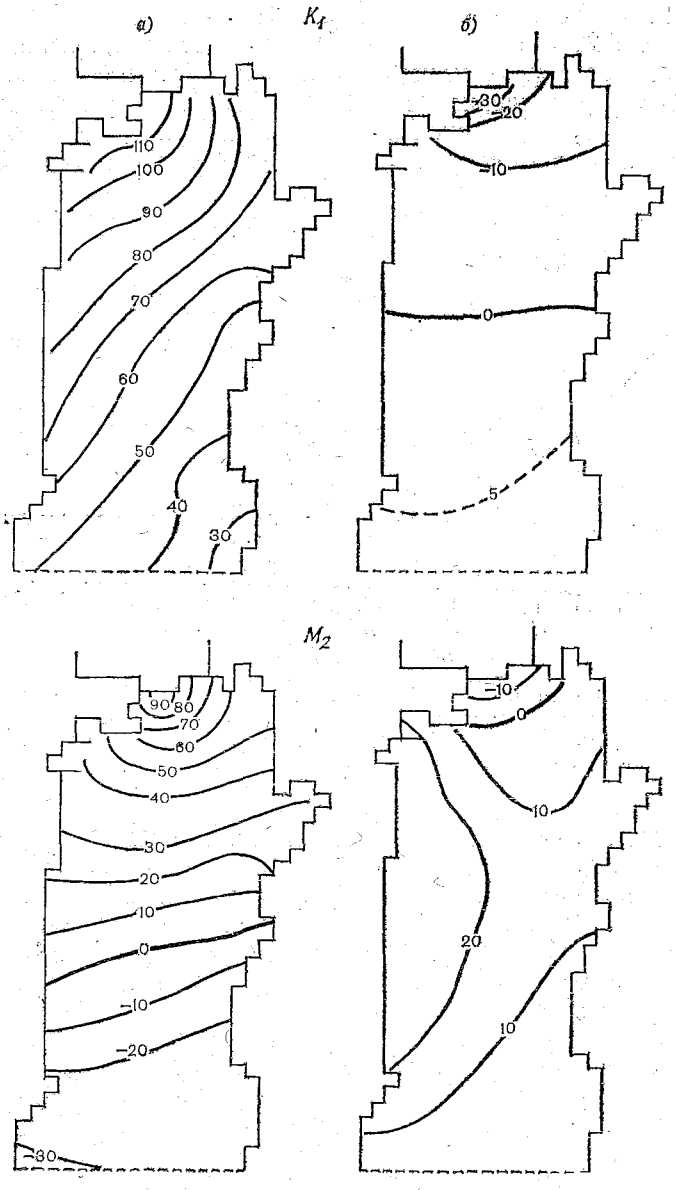


Рис. 5.23. Трансформация суточного (K_1) и полусуточного (M_2) прилива в Пенжинской губе в результате сооружения дамбы ПЭС (двумерная прогностическая модель).

а — добавки к амплитудам, см; *б* — добавки к фазам, град.

суммарного прилива в южной части бассейна, но с гораздо меньшими значениями критерия Дуванина внутри нее.

Таким образом, эксперименты для отдельных гармоник на двумерной модели, подтверждая основные качественные особенности «одномерной» трансформации, существенно уточняют ее количественные параметры, смягчая наиболее резкие черты трансформационных эффектов и давая более реалистическую прогностическую картину.

При переходе к моделированию суммарного смешанного прилива приходится отказаться от картографического представления изменений амплитуд и фаз, поскольку указанные характе-

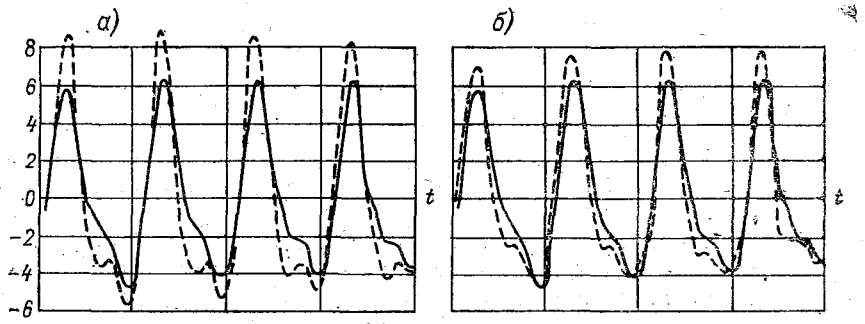


Рис. 5.24. Трансформация суммарного прилива вблизи плотины ПЭС. Сплошные линии — природный прилив. Пунктирные линии — прогнозируемые колебания.

а — сплошная дамба; *б* — действующая ПЭС.

ристики утрачивают теперь смысл стабильных параметров и их изображение с помощью изолиний некорректно. В этом случае целесообразно рассматривать и сопоставлять колебания в отдельных пунктах, причем отдельно для условий тропического и равноденственного (экваториального) прилива. Главное внимание при этом сосредоточим на практически наиболее важном районе створа ПЭС.

Ввиду преобладания суточных составляющих в суммарном приливе главные особенности его трансформации имеют сходство с рассмотренными выше трансформационными эффектами суточной гармоники K_1. Сооружение дамбы ведет к общему увеличению амплитуд колебаний (рис. 5.24 *а*), что особенно проявляется вблизи дамбы. Сдвиг фаз (моментов наступления полных и малых вод) относительно природного прилива также соответствует результатам «гармонического» расчета — он происходит в сторону опережения. По мере удаления от дамбы влияние трансформационных эффектов ослабевает.

В табл. 5.4 приведены результаты, характеризующие вызванное сооружением плотины изменение типа прилива, т. е. соотношение между его суточными и полусуточными составляющим.

ТАБЛИЦА 5.4

Амплитудные соотношения m_A и коэффициенты трансформации $\mu_т$ суточных и полусуточных составляющих суммарного прилива с учетом тропического неравенства

	Пункт *A*		Пункт *G*	
	тропич.	экват.	тропич.	экват.
m_A природное	3,23	2,31	2,52	2,50
m_A трансформированное	4,43	3,80	2,40	1,87
$\mu_т$ полусуточное	0,81	0,77	1,41	1,67
$\mu_т$ суточное	1,11	1,27	1,33	1,24

В верхних двух строках таблицы приведены амплитудные соотношения $m_A = A_с/A_{пс}$, где $A_с$ и $A_{пс}$ — амплитуды суточных и полусуточных составляющих, выделенных из суммарных приливных колебаний (природных и трансформированных) в период тропического и экваториального приливов. В нижних двух строках даны коэффициенты трансформационного усиления $\mu_т = A_{тр}/A_{пр}$ (где $A_{тр}$ и $A_{пр}$ — трансфомированная и природная амплитуды соответствующих составляющих). В природных условиях отношение m_A сравнительно однородно в наружной части Пенжинской губы — оно слегка увеличивается при переходе от экваториального прилива к тропическому. Сооружение дамбы, смещающее условия для полусуточного прилива в сторону резонанса, а для суточного — в сторону антирезонанса, резко изменяет отношение m_A. В результате суточный прилив возрастает (за счет отражения) вблизи дамбы на 24—33 %, а на входе в губу на 11—27 %. В то же время амплитуда полусуточного прилива увеличивается вблизи дамбы (в пучности) на 41—67 %, а на входе в губу (в зоне узла) она снижается на 19—23 %. Таким образом, моделирование суммарного прилива подтверждает противоположное по характеру трансформационное изменение типа приливных колебаний у дамбы и на южном входе в Пенжинскую губу.

Влияние плотины с действующей ПЭС. Оценка трансформационных эффектов при действующей ПЭС была осуществлена для суммарного прилива путем задания так называемого «жесткого» режима расходов через створ плотины, определяемого только соображениями оптимизации этого режима на длительный промежуток времени, т. е. без использования зависимости расхода от напора и, следовательно, без обратной связи. Результаты, представленные на рис. 5.24, *б*, показывают, что в целом действующая ПЭС порождает трансформационные эффекты того же знака, что и сплошная дамба, но их влияние проявляется в смягченном виде, так как отражение приливной волны от плотины уменьшается, а диссипация возрастает за счет подключения отсеченного бассейна.

Одним из наиболее важных трансформационных эффектов является увеличение амплитуды прилива перед действующей ПЭС, особенно заметно проявляющееся в период тропического прилива, поскольку суточные гармонические составляющие имеют здесь значительно бо́льшие амплитуды, чем полусуточные. В период экваториального прилива коэффициенты усиления для суммарного прилива имеют минимальные значения, иногда даже меньшие единицы. Интересно отметить, что при действующей ПЭС практически не наблюдается опережения природного прилива трансформированным, особенно в моменты полных вод.

Рисунок 5.24 *б* показывает, что в случае действия ПЭС сохраняется отмеченное выше (при рассмотрении эффектов, создаваемых сплошной дамбой) изменение типа прилива, а именно — увеличение доли полусуточной составляющей вблизи плотины. Этот эффект особенно заметен в период экваториальных приливов.

Колебания в отсеченном бассейне. Так как в Пенжинской губе протяженность отсекаемого бассейна достаточна для того, чтобы эффективно проявилось действие диссипации, движение, порождаемое граничным возмущением у плотины ПЭС, приобретает характер прогрессивно-стоячей волны с нарастанием фазы от плотины к вершине бассейна. При этом продольные перепады уровня в пределах отсеченного бассейна, как показывает расчет, могут достигать 5—6 м. Поперечные перекосы, обусловленные в основном действием силы Кориолиса, приводят к перепадам уровня до 1,5—2 м.

Практически все отмеченные трансформационные эффекты качественно соответствуют общим закономерностям, причины которых изложены в разделе 5.3.1, и в этом смысле никакой неопределенности при истолковании указанных эффектов не возникает.

Таким образом, некоторые общие и важные черты трансформационных эффектов часто могут быть предсказаны еще до численного моделирования на основании сравнительно простых соображений о механизме трансформации. В таком случае интерпретация полученных результатов становится более глубокой и осмысленной, а надежность прогноза, который является окончательной целью такого моделирования, существенно повышается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баринов О. Г., Горелков В. М. Трансформация суточного приливного режима (волна K_1) Пенжинской губы Охотского моря в результате сооружения приливной электростанции//Методы преобразования энергии океана.— Владивосток: Изд. ДВНЦ АН СССР, 1983.— С. 65—71.
2. Баринов О. Г., Горелков В. М. Изменение энергетических характеристик приливных движений в Пенжинской губе вследствие гидротехнического строительства//Использование энергии приливных и ветровых волн в океане.— Владивосток: Изд. ДВНЦ АН СССР, 1984.— С. 60—66.
3. Бернштейн Л. Б. Приливные электростанции в современной энергетике.— М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961.— 271 с.
4. Бернштейн Л. Б. Проблема использования приливной энергии и сооружение опытной Кислогубской ПЭС//Доклад на соискание уч. степ. д-ра техн. наук.— Л., 1973.— 60 с
5. Бернштейн Л. Б. и др. Приливные электростанции.— М.: Энергоатомиздат, 1987.— 296 с.
6. Богданов К. Т. Приливы Мирового океана.— М.: Наука, 1975.— 116 с.
7. Гордеев Р. Г., Каган Б. А., Ривкинд В. Я. Численное решение уравнений динамики приливов в Мировом океане//ДАН СССР.— 1973.— Т. 209, № 2.— С. 340—343.
8. Горелик Г. С. Колебания и волны.— М.: Физматгиз, 1959.— 572 с.
9. Горелков В. М. Об оценке изменения приливного режима мелководного залива в результате гидротехнического строительства//Мат. всесоюзн. совещания «Природа Арктики в условиях межзонального перераспределения водных ресурсов».— Л., 1980.— С. 32—33.
10. Горелков В. М., Григорьева Л. Н., Моносов М. Л. Трансформация полусуточного прилива в северной части Белого моря при условии строительства Мезенской ПЭС//Тр. Ленгидропроекта.— 1981.— № 77.— С. 74—80.
11. Горелков В. М., Некрасов А. В. Моделирование полусуточного прилива в мелководном бассейне с учетом береговой осушки//Тр. ЛГМИ.— 1982.— Вып. 77.— С. 140—146.
12. Готлиб В. Ю., Каган Б. А. О роли шельфовых эффектов в формировании полусуточных приливов в Мировом океане//Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.— 1982.— Т. 18, № 8.— С. 859—869.
13. Готлиб В. Ю., Каган Б. А. Реконструкция пространственной структуры суточных приливов в Мировом океане с использованием собственных функций приливного оператора Лапласа//Океанология.— 1983.— Т. 23, № 4.— С. 538—542.
14. Дарвин Дж. Г. Приливы и родственные явления в солнечной системе/ Пер. с англ.— М.: Наука, 1961.— 252 с.
15. Динамика океана/Под ред. Ю. П. Доронина.— Л.: Гидрометеоиздат, 1980.— 304 с.
16. Дуванин А. И. Приливы в море.— Л.: Гидрометеоиздат, 1960.— 390 с.
17. Ефимов В. В. и др. Волны в пограничных областях океана.— Л.: Гидрометеоиздат, 1985.— 280 с.
18. Жибра Р. Энергия приливов и приливные электростанции/Пер. с франц.— М.: Мир, 1964.— 302 с.

19. Каган Б. А. Глобальное взаимодействие океанских и земных приливов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1977.— 45 с.
20. Каган Б. А., Кивман Г. А. О параметризации островов в численных моделях приливов//Океанология.— 1989.— Т. 29, вып. 1.— С. 37—40.
21. Каган Б. А., Поляков Е. В. Глобальная диссипация и обмен энергией между океанскими и земными приливами//Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.— 1977.— Т. 13, № 7.— С. 719—727.
22. Катцов В. М. Исследование пространственной изменчивости возраста и энергетики приливов в Мировом океане//Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. геогр. наук.— ЛГМИ, 1988.— 20 с.
23. Клещева Г. П. Баланс приливной энергии в арктических морях//Численные модели океанических циркуляций.— Новосибирск: ВЦ СОАН СССР, 1972.— С. 181—189.
24. Крауфорд Ф. Волны//Берклеевский курс физики. Т. 3/Пер. с англ.— М.: Наука, 1974.— 528 с.
25. Лакомб А. Энергия моря/Пер. с франц.— Л.: Гидрометеоиздат, 1972.— 126 с.
26. Ламб Г. Гидродинамика/Пер. с англ.— ОГИЗ, 1947.— 928 с.
27. Макаров В. А., Мензин А. Б., Водопьянов В. И. Электрическое моделирование изменения динамического режима морской акватории в результате гидротехнического строительства//Тр. ЛГМИ.— 1978.— Вып. 65.— С. 97—108.
28. Манк У., Макдональд Г. Вращение Земли/Пер. с англ.— М.: Мир, 1964.— 384 с.
29. Марчук Г. И., Каган Б. А. Океанские приливы. Математические модели и численные эксперименты.— Л.: Гидрометеоиздат, 1977.— 296 с.
30. Марчук Г. И., Каган Б. А. Динамика океанских приливов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1983.— 359 с.
31. Мельхиор П. Физика и динамика планет. Ч. 2/Пер. с франц.— М.: Мир, 1976.— 483 с.
32. Монин А. С. Вращение Земли и климат.— Л.: Гидрометеоиздат, 1972.— 112 с.
33. Некрасов А. В. Об отражении приливных волн от зоны шельфа// Океанология.— 1973.— Т. 13, вып. 2.— С. 210—215.
34. Некрасов А. В. Приливные волны в окраинных морях.— Л.: Гидрометеоиздат, 1975.— 247 с.
35. Некрасов А. В. О некоторых свойствах амфидромических систем открытого океана//Тр. ЛГМИ.— 1980.— Вып. 71.— С. 49—61.
36. Некрасов А. В. Структурные и энергетические характеристики прилива Пенжинской губы и их трансформация при сооружении плотины ПЭС// Методы преобразования энергии океана.— Владивосток: Изд. ДВНЦ АН СССР, 1983.— С. 56—64.
37. Некрасов А. В. Способ расчета приливных колебаний, трансформированных сооружением плотины в вершине залива//Тр. ЛГМИ.— 1983.— Вып. 80.— С. 96—102.
38. Некрасов А. В. Анализ трансформации приливных колебаний Пенжинской губы при сооружении плотины приливной электростанции//Использование энергии приливных и ветровых волн в океане.— Владивосток: Изд. ДВНЦ АН СССР, 1984.— С. 52—60.
39. Некрасов А. В. О потоке энергии в приливных волнах//Океанология.— 1987.— Т. 27, вып. 6.— С. 911—913.
40. Поляков Е. В. Оценка дополнительного гравитационного потенциала как фактора, влияющего на глобальные приливы в океане//Океанология.— 1975.— Т. 15, вып. 6.— С. 966—969.
41. Праудмэн Дж. Динамическая океанография/Пер. с англ.— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1957.— 418 с.
42. Рабинович А. Б., Шевченко Г. В. О двухтактном механизме диссипации приливной энергии//Докл. АН СССР.— 1984.— Т. 276, № 6.— С. 1470—1473.
43. Ржонсницкий В. Б. Об энергетических характеристиках приливов// Океанология.— 1963.— Т. 3, № 4.— С. 638—641.

44. Ржонсницкий В. Б. Энергия океанских приливов/ /Природа. — 1964.— № 2.— С. 76—78.
45. Ржонсницкий В. Б. Проблемы каналовой теории приливов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1973.— 98 с.
46. Руководство по обработке наблюдений над уровнем моря.— Л.: Изд. Упр. нач. ГС ВМФ, 1957.— 307 с.
47. Сгибнева Л. А. Метод теоретического расчета приливов Штернека—Дефанта и опыт его применения//Тр. ГОИН.— 1957.— Вып. 40(52).— С. 3—17.
48. Сгибнева Л. А. Некоторые итоги теоретических расчетов приливных явлеиий//Тр. ГОИН.— 1960.— Вып. 57.— С. 5—27.
49. Сгибнева Л. А. О распространении приливных волн в Пенжинской губе Охотского моря//Тр. ГОИН.— 1975.— Вып. 26.— С. 52.
50. Сеземан Н. А. К расчету приливных колебаний в заливах//Водные ресурсы.— 1973.— № 4.— С. 177—184.
51. Тимонов В. В. О кинематическом анализе приливов//Тр. ГОИН.— 1959.— Вып. 37.— С. 181—204.
52. Цикунов В. А. Некоторые особенности приливо-отливных явлений в проливе//Докл. АН СССР.— 1952.— Т. 86, № 5.— С. 925—928.
53. Шокальский Ю. М. Океанография.— Петроград, 1917.— 614 с.
54. Шулейкин В. В. Физика моря.— М.: Наука, 1968.— 1083 с.
55. Airy G. B. Tides and waves//Encyclopedia Metropolitana. Part V.— London, 1842.
56. Accad Y., Pekeris C. L. The K_2-tide in oceans bounded by meridians and parallels//Proc. Roy. Soc. London.— 1964.— Vol. A 278, N 1732.— P. 110—128.
57. Agnew D. C., Farrell W. E. Self-consistent equilibrium ocean tides// Geophys. J. Roy. Astr. Soc.— 1978.— Vol. 55, N 1.— P. 171—181.
58. Allard P. Influence de la configuration des bassins sur la régime des marées littorales//Ann. de l'Institute océanographique.— 1953.— T. 28, N 2.— P. 63—112.
59. Banal M. L'énergie marémotrice en 1982//La Houille Blanche.— 1982.— N 5—6.— P. 433—439.
60. Banal M. L'énergie marémotrice//Océanis.— 1985.— Vol. 11, fasc. 7.— P. 645—666.
61. Bernshtein L. B., Nekrasov A. V. Transformation of tidal waves due to construction of tidal power plants//Proc. XX Congr. IAHR, September 5—9 1983.— Vol. VII.— Moscow, 1984.— P. 267—278.
62. Bonnefille R. Etude de la marée en Manche//Les énergies de la mer. C. R. 4-es Journées de l'hydraulique, Paris, 1956, t. 1.— Grenoble, 1957.— P. 166—175.
63. Bonnefille R. Contribution théorique et expérimentale à l'étude du régime des marées//Thèses Doct. Es-Sci. Phys.— Grenoble, 1970.— 352 p.
64. Brosche P., Sündermann J. On the torque due to the tidal friction of the oceans and adjacent seas//Rotation of the Earth.— 1972.— P. 235—239.
65. Brosche P., Sündermann J. (eds). Tidal friction and the Earth's rotation//Proc. of Workshop at Bielfeld, Sept. 1977.— Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1978.— 248 p.
66. Brosche P., Sündermann J. (eds). Tidal friction and the Earth's rotation//Proc. of Workshop to the Memory of H. Gerstenkorn at Bielfeld, Sept. 28 — Oct. 3. 1981.— Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1982.— 345 p.
67. Brown P. J. Kelvin-wave reflection in a semi-infinite canal//J. Mar. Res.— 1973.— Vol. 31, N 1.— P. 1—10.
68. Buchwald V. T., Adams J. K. The propogation of continental shelf waves//Proc. Roy. Soc. London.— 1968.— Ser. A, vol. 305.— P. 235—250.
69. Cartwright D. E. Extraordinary tidal currents near St. Kilda//Nature.— 1969.— Vol. 223.— P. 928—932.
70. Cartwright D. E. e. a. The tides of the northeast Atlantic Ocean//Phil. Trans. Roy. Soc. London.— 1980.— Vol. 298.— P. 87—139.

71. Cartwright D. E. e. a. On the St. Kilda shelf tidal regime//Deep-Sea Res.— 1980.— Vol. 27 A, N 1.— P. 61—70.
72. Cochrane J. D., Arthur R. S. Reflection of tsunamis//J. Mar. Res.— 1948.— Vol. 7, N 3.— P. 239—251.
73. Crawford W. R., Thomson R. E. Continental shelf waves of diurnal period along Vancouver Island//J. Geophys. Res.— 1982.— Vol. 87.— P. 9516—9522.
74. Crawford W. R., Thomson R. E. Diurnal period continental shelf waves along Vancouver Island, a comparison of observations with theoretical model//J. Phys. Oceanogr.— 1984.— Vol. 14.— P. 1629—1646.
75. Daifuku P. R., Beardsley R. C. The K_1-tide on the continental shelf from Nova Scotia to Cape Hatteras//J. Phys. Oceanogr.— 1983.— Vol. 13, N 1.— P. 3—17.
76. Darwin G. H., Turner H. H. On the correction to the equilibrium theory of tides for the continents//Proc. Roy. Soc. London.— April 1, 1886.— Vol. 40, N 244.— P. 303—315.
77. Defant A. Untersuchungen über die Gezeitenerscheinungen in Mittel- und Randmeeren, in Buchten und Kanälen//Denkschr. Wiener Akad. Wiss.— 1919.— Bd. 96.— S. 57—174, 673—750.
78. Defant A. Physical Oceanography. Vol. 2.— Pergamon Press, 1961.— 598 p.
79. Doodson A. T. Tides in oceans bounded by meridians. Pt. 2. Ocean bounded by complete meridian: diurnal tides//Phil. Trans. Roy. Soc. London.— 1935.— Vol. A 235, N 753.— P. 290—333.
80. Doodson A. T. Tides in oceans bounded by meridians. Pt. 3. Ocean bounded by complete meridian: semidiurnal tides//Phil. Trans. Roy. Soc. London.— 1937.— Vol. A 237, N 779.— P. 311—373.
81. Doodson A. T. Tides in oceans bounded by meridians. Pt. 4. Series solutions in terms of angular width of ocean: semidiurnal tides in narrow oceans//Phil. Trans. Roy Soc. London.— 1940.— Vol. A 238, N 797.— P. 477—512.
82. Doodson A. T. Ocean tides//Advances in Geophys.— 1958.— Vol. 5.— P. 117—152.
83. Duff G. F. D. Tidal resonance and tidal barriers in the Bay of Fundy// J. Fish. Res. Bd. Canada.— 1970.— Vol. 27, N 10.— P. 1701—1728.
84. Duff G. F. D. A gulf and ocean model of the Bay of Fundy tides and their response to barrier construction and operation//Util. Math.— 1981.— Vol. 19.— P. 3—80.
85. Farrell W. E. Deformation of the Earth by surface loads//Rev. Geophys. Space Phys.— 1972.— Vol. 10. N 3.— P. 761—797.
86. Fichot E. Sur les caractères topographiques de la surface de l'onde marée dans les mers ouvertes//C. R. Acad. Sci.— 1924.— T. 178.— P. 1059—1062.
87. Filloux J. H. Tidal pattern and energy balance in the Gulf of California// Nature.— 1972.— Vol. 238, N 5365.— P. 441—443.
88. Flather R. A. A tidal model of the North-west European continental shelf// Mémoires Société Royale des Sciences de Liège.— 1976.— 6-e série, t. 10.— P. 141—164.
89. Garrett C. J. R. Tidal resonance in the Bay of Fundy and Gulf of Maine// Nature.— 1972.— Vol. 238, N 5365.— P. 441—443.
90. Garrett C. J. R. Normal modes of the Bay of Fundy and Gulf of Maine// Can. J. Earth Sci.— 1974.— Vol. 11.— P. 549—556.
91. Garrett C. J. R. Tides in Gulfs//Deep-Sea Res.— 1975.— Vol. 22, N 1.— P. 23—35.
92. Garrett C. J. R., Greenberg D. A. Prediction changes in tidal regime: the open boundary problem//J. Phys. Oceanogr.— 1977.— Vol. 7, N 2.— P. 171—181.
93. Garrett C. J. R., Munk W. H. The age of the tide and the "Q" of the oceans//Deep-Sea Res.— 1971.— Vol. 18, N 5.— P. 493—503.
94. Gibrat R. Numerical modelling and tidal power problems//Proc. 2-nd Int. Conf. Appl. Numerical Modelling, Madrid, 1977.— London—Plymouth, 1978.— P. 219—250.

95. Gjevik B., Straume T. Model simulation of the M_2 and K_1 tide in the Nordic Seas and the Arctic Ocean//Tellus.— 1989.— Vol. 41 A, N 1.— P. 73—96.
96. Godin G. Theory of the exploitation of tidal energy and its application to the Bay of Fundy//J. Fish. Res. Bd. Canada.— 1969.— Vol. 26, N 11.— P. 2887—2957.
97. Greenberg D. A. Modification of the M_2 tide due to barriers in the Bay of Fundy//J. Fish. Res. Bd. Canada.— 1969.— Vol. 26, N 11.— P. 2775—2783.
98. Greenberg D. A. Mathematical studies of tidal behaviour of the Bay of Fundy//Man. Rep. Ser. Mar. Sci. Dir. Dept. Env., Ottawa.— 1977.— N 46.— P. 1—127.
99. Greenberg D. A. A numerical model investigation of tidal phenomena in the Bay of Fundy and Gulf of Maine//Marine Geodesy.— 1979.— Vol. 2, N 2.— P. 161—187.
100. Greenberg D. A. Bay of Fundy tidal power — mathematical studies// Proc. 7-th Conf. Fluid Mech. Energy Conv., Alta, Utah.— Philadelphia, Pa, 1980.— P. 51—82.
101. Hansen W. Gezeiten und Gezeitenströme der halbtägigen Hauptmondtide M_2 in der Nordsee//Deut. Hydr. Zeitschrift.— 1952.— Ergänzungsheft 1.— S. 1—46.
102. Heaps N. S. Estimated effects of a barrage on tides in a Bristol Channel// Proc. Inst. Civ. Engrs.— 1968.— Vol. 40.— P. 495—509.
103. Heaps N. S. Tidal effects due to water power generation in the Bristol Channel//Tidal Power.— London: Plenum Press, 1972.— P. 435—455.
104. Heaps N. S., Greenberg D. A. Mathematical studies of tidal behaviour in the Bay of Fundy//Proc. IEEE Int. Conf. on Eng. in the Ocean Environment.— 1974.— Vol. 1.— P. 388—399.
105. Heath R. A. Transmission of tidal energy over a plateau//Deut. Hydr. Zeischrift.— 1979, 32 Jahrg.— Hf. 6.— S. 289—296.
106. Heath R. A. Tidal energy loss in coastal embayments//Estuarine, Coast and Shelf Science.— 1981.— Vol. 12.— P. 279—290.
107. Heath R. A. Estimates of the resonant period and Q in the semidiurnal tidal band in the North Atlantic and Pacific Oceans//Deep-Sea Res.— 1981.— Vol. A 28, N 5.— P. 481—493.
108. Heath R. A. Tidal currents in the southwestern Pacific Basin and Campbell Plateau, southeast of New Zealand//Deep-Sea Res.— 1983.— Vol. 30.— P. 393—409.
109. Heiskanen W. Ueber den Einfluss der Gezeiten auf die säkuläre Acceleration des Mondes//Ann. Akad. Sci. Fennicae.— 1921.— Vol. A 18, N 2.— S. 1—84.
110. Hendershott M. C. The effect of solid Earth deformation on global oceanic tides//Geophys. J. Roy. Astr. Soc.— 1972.— Vol. 29, N 4.— P. 389—402.
111. Hendershott M. C., Speranza A. Co-oscillating tides in long, narrow bays; the Taylor problem revised//Deep-Sea Res.— 1971.— Vol. 18, N 10.— P. 959—980.
112. Horikawa K., Nüshimura H. On the boundary conditions at the bay entrance in the analyses of bay water oscillations// J. Fac. Eng. Univ. Tokyo.— 1973.— Ser. A, ann. rep. 11.— P. 8—9.
113. Hunkins K. Anomalous diurnal tidal currents on the Yermak Plateau// J. Mar. Res.— 1986.— Vol. 44.— P. 51—69.
114. Huthnance J. M. On the diurnal tidal currents over Rockall Bank//Deep-Sea Res.— 1974.— Vol. 21.— P. 23—35.
115. Huthnance J. M. On trapped waves over a continental shelf//J. Fluid Mech.— 1975.— Vol. 69, pt. 4.— P. 689—704.
116. Jeffreys H. Tidal friction in shallow seas//Phil. Trans. Roy. Soc. London.— 1920.— Vol. A 221, N 8 (589).— P. 239—264.
117. Kajiura K. On the partial reflection of water waves passing over a bottom of variable depth//Proc. Tsunami Meeting Ass.— Paris, 1963.— P. 206—230.
118. Kelvin Lord (W. Thomson), Tait P. G. Treatise of Natural Philosophy (§§ 807—808, p. 375—379).— Cambridge, 1883, vol. 1, part 2.— 527 p.

119. Kowalik Z., Untersteiner N. A study of the tide in the Arctic Ocean//Deut. Hydr. Zeitschrift.— 1978, 31 Jahrg.— Hf. 6.— S. 216—229.
120. Krohn J. A global ocean tide model for the M_2-tide with refined grid-resolution in shelf areas//Mitt. Inst. Meereskunde, Univ. Hamburg.— 1984.— N 27.— P. 79—206.
121. Lamb H., Swain L. On a tidal problem//Phil. Mag.— June, 1915.— Vol. 29, N 174.— P. 737—744.
122. Lambeck K. Tidal dissipation in the oceans: astronomical, geophysical and oceanographic consequences//Phil. Trans. Roy. Soc. London.— 1977.— Vol. A 287, N 1347.— P. 545—594.
123. Lambeck K. Tidal dissipation in the oceans//Proc. of Workshop "Tidal friction and the Earth's rotation". Bielfeld, Sept., 1977.— Springer Verlag, 1978.— P. 95—97.
124. Mac Donald G. J. F. Tidal friction//Rev. Geophys.— 1964.— Vol. 2.— P. 467—541.
125. Miles G. V. Estuarine modelling — Bristol Channel//Tidal Power and Estuary Management.— Proc. 13-th Symp. of the Colston Res. Soc., 1979.— P. 76—84.
126. Miles G. V., Webb D. G. An environmental appraisal of tidal power stations.— Pitman, 1980.— P. 40—42.
127. Miles J. W., Munk W. H. Harbor paradox//Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs., Waterw. Harb. Div.— 1961.— Vol. 87, N 3.— P. 111—129.
128. Miller G. R. The flux of tidal energy out of the deep ocean//J. Geophys. Res.— 1966.— Vol. 71, N 10.— P. 2485—2489.
129. Mortimer C. H. Inertial motion and related internal waves in Lake Michigan and Lake Ontario as responses to impulsive wind stresses.— The Univ. of Wisconsin—Milwaukee Center for Great Lakes Studies, Special Report N 37, 1980.— P. 11—49.
130. Munk W. H. Abyssal recipes//Deep-Sea Res.— 1966.— Vol. 13, N 4.— P. 707—730.
131. Mysak L. A. Recent advances in shelf wave dynamics//Rev. Geophys. Space Phys.— 1980.— Vol. 18, N 1.— P. 211—241.
132. NEDECO Severn tidal barrage scheme. Department of Energy, London, 1977.
133. Owen A. Effect of the M_2 tide of permeable tidal barrages in the Bristol Channel//Proc. Inst. Civ. Engrs., pt. 2.— 1970.— Vol. 67.— P. 907—928.
134. Owen A., Heaps N. S. Some recent model results for tidal barrages in the Bristol Channel//Proc 13-th Symp. of the Colston Res. Soc., 1979.— P. 85—92.
135. Parke M. E. Open ocean tide modelling//Proc. 5-th GEOP Conf., 1978. Dept. Geodetic Sci. Rep., 280.— The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1978.— P. 289—297.
136. Parke M. E., Hendershott M. C. M_2, S_2, K_1 models of the global ocean tide on an elastic earth//Marine Geodesy.— 1980.— Vol. 3, N 1.— P. 379—408.
137. Parkinson P. E. Mathematical model of tidal regimes in the Bay of Fundy//Proc. Intern. Conf. Util. Tidal Power 1970.— London: Plenum Press, 1972.— P. 131—152.
138. Pekeris C. L., Accad Y. Solution of Laplace's equations for the M_2 tide in the Word Ocean//Phil. Trans. Roy. Soc. London.— 1969.— Vol. A 265, N 1165.— P. 413—436.
139. Pingree R. D., Griffiths D. K. Tidal friction and the diurnal tides on the North-west European Shelf//J. Mar. Biol. Ass. U. K.— 1982.— Vol. 62.— P. 577—593.
140. Platzman G. W. Ocean tides and related waves//Lectures in Appl. Math., vol. 14 — Mathematical problems in the geophysical sciences, 1972, pt. 2.— P. 239—291.
141. Platzman G. W. Normal modes of the World Ocean//J. Phys. Oceanogr.— 1984.— Vol. 14, N 10.— P. 1521—1550.
142. Platzman G. W. A simple model of the relation between tidal quality and dissipation//J. Geophys. Res.— 1984.— Vol. 89, N C6.— P. 10.515—10.517.

143. Platzman G. W. Planetary energy balance for tidal dissipation//Rev. Geophys. Space Phys.— 1984.— Vol. 22.— P. 73—84.
144. Platzman G. W. e. a. Normal modes of the World Ocean. Pt. 2. Description of modes in the period range 8 to 80 hours//J. Phys. Oceanogr.— 1981.— Vol. 11, N 5.— P. 579—603.
145. Proudman J. The condition that a long-period tide shall follow the equilibrium law//Geophys. J. Roy. Astron. Soc.— 1960.— Vol. 3, N 2.— P. 244—249.
146. Reassessment of Fundy Tidal Power.— Reports of the Bay of Fundy Tidal Power Review Board and Management Committee, Ottawa, Nov., 1977.
147. Robinson J. S. Tidal response of a wedge-shaped estuary to the installation of a tidal power barrage//Proc. Inst. Civ. Engrs., pt. 2, 1978.— Vol. 65.— P. 773—790.
148. Robinson J. S. The tidal dynamics of the Irish and Celtic seas//Geophys. J. Roy. Astr. Soc.— 1979.— Vol. 56.— P. 159—197.
149. Rossiter J. R. On the application of relaxation methods to oceanic tides// Proc. Roy. Soc. London.— 1958.— Vol. A 248, N 1255.— P. 482—498.
150. Schönfeld J.-C. Circulation de l'énergie des marées dans les mers littorales//Les énergies de la mer. C. R. 4-es Journées de l'hydraulique. Paris, 1956.— T. 1.— Grenoble, 1957.— P. 157—165.
151. Schwiderski E. W. Atlas of ocean tidal charts and maps. Pt. 1: The semidiurnal principal lunar tide M_2//Marine Geodesy.— 1983.— Vol. 6.— P. 219—265.
152. Sündermann J., Brosche P. Numerical computation of tidal friction for present and ancient oceans//Proc. of Workshop "Tidal Friction and the Earth's Rotation", Bielfeld, Sept., 1977.— Springer-Verlag, 1978.— P. 125—144.
153. Taylor G. J. Tidal friction in the Irish Sea//Phil. Trans. Roy. Soc. London, A.— 1919.— Vol. 220.— P. 1—31.
154. Taylor G. J. Tidal oscillations in gulfs and rectangular basins//Proc. Lond. Math. Soc.— 1921.— Vol. 20, N 2.— P. 148—181.
155. Thomson, Sir William (Lord Kelvin), Tait P. G. Principles of mechanics and dynamics.— Dover Publ., Inc., New York, 1962, pt. 1 (§ 276, p. 255—258).— 508 p.
156. Thomson R. E., Crawford W. R. The generation of diurnal period shelf waves by tidal currents//J. Phys. Oceanogr.— 1982.— Vol. 12.— P. 635—643.
157. Thorade H. Flutstundenlinien und Flutwelle//Ann. Hydr. Marit. Met.— 1924.— Jahrg. 52, Hf. 2.— S. 27—31.
158. Thorade H. Einige Bemerkungen über Amphidromien//Ann. Hydr. Marit. Met.— 1924.— Jahrg. 52, Hf. 6, 8.— S. 136—140.
159. Townson J. M., Davies M. E., Matsoukis P. Numerical sumilations of the Bristol Channel//Proc. Inst. Civ. Engrs., pt. 2.— 1980.— Vol. 69.— P. 671—685.
160. Vantroys L. Les divers aspects mathématiques, dynamiques ou cinématiques du problème des marées//Bull. d'Inform.— 1958.— N 8, 9, 10.— P. 466—483, 541—558, 657—690.
161. Webb D. J. On the age of the semi-diurnal tide//Deep-Sea Res.— 1973.— Vol. 20.— P. 847—852.
162. Webb D. J. Evidence for a tidal resonance in the Coral Sea//Nature.— 1973.— Vol. 243, N 5409.— P. 511.
163. Webb D. J. A model of continental-shelf resonance//Deep-Sea Res.— 1976.— Vol. 23, N 1.— P. 1—15.
164. Webb D. Tides and tidal energy//Contemporary Physics.— 1982.— Vol. 23, N 5.— P. 419—420.
165. Wunsch C. The long-period tides//Rev. Geophys. Space Phys.— 1967.— Vol. 5, N 4.— P. 447—475.
166. Wunsch C. Bermuda sea level in relation to tides, weather and baroclinic fluctuations//Rev. Geophys. Space Phys.— 1972.— Vol. 10, N 1.— P. 1—49.
167. Yuen K. B. Effect of tidal barriers upon the M_2 tide in the Bay of Fundy// J. Fish. Res. Bd. Canada.— 1969.— Vol. 26, N 9.— P. 2477—2492.

168. Zahel W. Die Reproduktion gezeitenbedingter Bewegungsvorgänge im Weltozean mittels des Hydrodynamisch — Numerischen Verfahrens//Mitt. Inst. Meereskunde Univ. Hamburg.— 1970.— N 17.— S. 1—50.
169. Zahel W. The diurnal K_1-tide in the World Ocean — a numerical investigation//Pure and Appl. Geophys.— 1973.— Vol. 109, N 8.— P. 1819—1825.
170. Zahel W. A global hydrodynamic numerical 1°-model of the ocean tides; the oscillation system of the M_2-tide and its distribution of energy dissipation//Ann. Geophys., Paris.— 1977.— T. 33.— P. 31—40.
171. Zahel W. Mathematical modelling of global interaction between ocean tides and Earth tides//Phys. Earth Planet. Interiors.— 1980.— Vol. 21, N 2.— P. 202—217.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Акватория отсекаемая 215, 222
Алгоритм расхода Хипса 248
Амплитуда прилива 219
Амфидромия (амфидромическая система) 115
— Гарриса (интерференционная) 115—118, 138, 153
— левобережная 149
— правобережная 149
— Тейлора 126
— центральная 149
Анализ структурный приливных колебаний 35
Антирезонанс 22, 38
Аппроксимация диссипативных потерь «контурная» 233

Баланс приливной энергии 32, 48
— — — глобальный 66
— — — морей 79
— — — океанов 74
— — — планетарный 30
— реактивной мощности 62, 64, 66
— средней мощности 62, 64

Взаимодействие гравитационное Земли с Луной и Солнцем 5
— энергетическое Земли и Луны 23, 28
Влияние ПЭС на приливные колебания 227, 262, 268
«Волна возмущения» 249, 250, 259
«Волна потребления» 216, 217
Волны приливные 23
— — вынужденные 34
— — Кельвина 125—128
— — отраженные (встречные) 106
— — плоские 98
— — прогрессивные 20, 98
— — прямые (падающие) 106
— — Пуанкаре прогрессивные (1-го рода) 125, 133—138
— — — стоячие (2-го рода) 128
— — Свердрупа 125, 128—133
— — свободные 17, 20, 34, 35
— — смешанные (прогрессивно-стоячие) 20, 101
— — стоячие 20, 39, 99, 117
— шельфовые 206—214
Выработка ПЭС годовая 216

Гармоники приливные (гармонические составляющие прилива) 12, 20
— сферические 8, 9
Гиро-реактанс 65
Градиент давления «эффективный» 14
Граница «жидкая» (открытая) 34
Граничные условия 243—248
— — импедансные 161—163, 243, 249

Дефасаж 52
Диаграмма энергетическая векторная *см.* Эллипс энергетический
Диссипация приливной энергии 26, 66, 71
— сильная 202
— слабая 202
Дифракция 211
Добротность 43, 45
— диссипативная 45
— радиационная 45

Закон Грина 168
— Ламба 169
Залив Бристольский 251, 257—261
— Мезенский *см.* Мезенская губа
— Тугурский 251
— Фанди 248, 251—256
Захват приливной энергии 168

Излучение энергии 36
— шельфа 199
— — сильное 202
— — слабое 202
Изоамплитуды 24
Инерция 14, 17
Интерференция 103
Источники приливной энергии 4, 33
— — — астрономические 23, 32, 93
— — — контурные 52, 54
— — — площадные 52, 54

«Каптаж» энергии 215
Карты изоамплитуд 95
— котидальные 95
— приливные 93, 95
Колебания в отсеченном бассейне 236, 265, 267, 275
— вынужденные 35
— свободные 39
— собственные 39
Константа Дудсона 8
Контур жидкий 53
Концентрация приливной энергии 94, 168, 170
Коэффициент динамичности 39
— донного сопротивления 18
— излучения 46
— отражения амплитудный 169, 179
— — энергетический 169
— полноты эллипса приливного течения 97
— расхода 237—240
— усиления амплитудный 168, 169
— — энергетический 170, 172, 176
Кривая $Q/\langle A_{\text{п}}\rangle$ 47, 48

— дисперсионная 208
— резонансная 39
Критерий Дуванина 219, 267, 270, 271
— Каджиура 169

Линия котидальная 4, 24, 95—97

Масштаб «волны потенциала» горизонтальный 22, 23
— собственных мод 17, 22
— длинного времени 27, 28
— короткого времени 27, 28
Мезенская губа 251, 261—267
Мельницы приливные 215
Метод Дефанта 41
— изогипс 96
Механизм диссипации двухтактный 214
Множитель астрономический 8
— геодезический 8, 9
— гравиметрический 68
Модели приливные 241
— — прогностические 241
Моделирование аналитическое 19
— гидродинамическое 241
— численное 19, 242
Момент импульса 28, 29
— инерции 5
— силовой тормозящий 28, 30, 70
Мощность 25
— диссипации 84
— потерь 46
— ПЭС 216
— реактивная 63, 64, 66
— средняя 63

Напор 215, 237
— критический 216

Оптимизация работы ПЭС 247
Отверстия водопропускные 247
Отражение приливных волн 39
— — — комплексное 173
— — — косое 173
— — — полное 106
— — — промежуточное 169
— — — сильное 169
— — — слабое 168, 169
— — — сосредоточенное 169
— — — частичное 113
Оценки диссипации астрономические 70
— — геофизические 68
— — — модифицированные 68, 69
— — спутниковые 68

Параметр Кориолиса 18, 125
— поглощения 46, 47
Пенжинская губа 251, 267
Перенос энергии горизонтальный 33, 49, 86
Период приливного колебания (волны) 16
— собственный 39, 40
— энергетический 33, 34
Плотина ПЭС 217
Плотность потока энергии 33
— — — поверхностная 33
— энергии 32, 190
— — поверхностная 32
«Подпитка» энергетическая приливных движений 3, 25—28, 30
Полуамфидромия 149, 150, 154
Поправка Дарвина к статическому приливу 12—14
— «устьевая» к периоду собственных колебаний 44
Потенциал приливообразующей силы 8, 9, 11, 12, 73, 74
— энергетический валовой 218
Потери энергии диссипативные 26, 28, 38, 44, 168, 212
— — на излучение (радиационные) 43, 44
— — на обмен с атмосферой 73
— — на обмен с упругим дном 50, 66, 73
Поток приливной энергии 4, 32
— — — астрономический 34, 54, 158
— — — волновой 4, 49, 58, 81
— — — фрикционный 37, 57, 58
— — — «чистый» 52, 83
Правило «шестеренок» 117
— динамический 24
— индуцированный (соколебательный) 34, 35
— собственный 34, 35
— статический (равновесный) 11, 12, 53, 55, 67, 68
Приливная электростанция (ПЭС) 215
Приливы долгого периода 14
— полусуточные 14, 209, 219
— суточные 14, 209, 214
Проблема открытой границы 243, 246, 247, 249, 250
Пучность стоячего колебания (волны) 39, 100, 191, 269, 274

Работа прилива природная 219
— ПЭС двухсторонняя 217
— — односторонняя 217
Работа, совершаемая приливообразующей силой 5, 23, 27, 49, 53
Расход 216
Реакция океана на действие приливообразующей силы 11, 19, 22, 34
Режим «наполнения — опорожнения» 219
Резонанс 38, 40, 269, 274
— полуволновой 40, 199
— четвертьволновой 40, 198, 199
— — «по Свердрупу» 198

Рефракция 171

Сила инерции 14, 17, 23
— Кориолиса 125, 128
— приливообразующая 7, 11, 17, 53—56, 157, 166
— притяжения (гравитационная) 6
— трения 17, 36, 57
— центробежная 6
Скорость приливной волны 17, 20, 98, 105, 129, 134
— потерь относительная *см.* Параметр поглощения
Смещение среднего уровня 237, 239
Согласованность 200, 202, 203
Соотношения амплитудные между суточным и полусуточным приливом 274
— $Q/\langle A_п \rangle$ 47
Составляющая потока энергии активная 52, 55, 59
— — — реактивная 52, 55, 59
— *удельной мощности переменная* 53
— — — пульсирующая 52
Спектр свободных (собственных) колебаний 42, 43
Створ ПЭС 252—254, 256, 257
Стоки приливной энергии 4, 93
— — — астрономические 23, 32, 93, 159
— — — геофизические 26, 71, 72, 94, 163—161
— — — фрикционные (диссипативные) 94
Схема работы ПЭС 238
— — — двухстороннего действия 217
— — — одностороннего действия 217

Теория приливов динамическая 18, 23, 26
— — квазистатическая 25
— — статическая 14, 16, 20, 23
Тип прилива 267, 271, 275
Трансформация приливных колебаний 3, 218, 232

Угол Брюстера 173, 198
— отражения 104
— парения 104
Узел (узловая зона) в стоячем колебании 20, 192, 270
Уравнение баланса энергии интегрального 50
— — — локального 49
Уравнения Лапласа приливные 18
Уровень насыщения 38, 39
— — без потерь 39
Усиление абсолютное 170
— мелководное 170, 171, 173
— относительное 170
— резонансное 168, 177
— трансформационное 274
Условие резонанса фазовое 198

Фаза прилива 95
Фазовый сдвиг при отражении 133, 135, 153, 173, 194, 197
— — скрещивающихся встречных волн 115, 117, 153
Формула Дюбуа 41
— Мериана 40
Функция диссипативная удельная (Q^{-1}) 45

Характеристики энергетические приливных движений 32
— — ПЭС 216
— мощностные приливных движений 32
— — ПЭС 216

Цикл работы ПЭС 238
Циркуляция приливной энергии горизонтальная (волновой перенос) 23, 49, 93, 128, 156

Частота приливная 9, 10, 38
— резонансная 44
— свободных колебаний 44
— собственная 38, 41
Члены приливообразующего потенциала (долгопериодный, суточный, полусуточный) 8

Шельф 168, 193, 199, 207
Ширина канала критическая (минимальная) 135
— шельфа резонансная 197—199
Широта критическая 130

Эллипс приливного течения 4, 59, 61, 97
— энергетический 58, 60, 61, 99, 120, 127, 132, 136
Энергия приливных движений 3, 5, 32
Энергозапас доступный 217
Энергоотдача ПЭС 216
Энергопотенциал 219
— природный 222
Энергосодержание 32, 219
Этапы работы ПЭС 216
— насосного режима 216
— ожидания 216, 217
— рабочий 216, 217
— турбинного режима 216, 217
— холостого сброса 216, 217
Эффект мелководный (shoaling) 168, 184, 185

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3

Глава 1. Возбуждение приливных движений и генерация приливной энергии в океане 5

1.1. Основные параметры системы Земля—Луна и поле приливообразующих сил . . . . . —

1.2. Статическая реакция океана на действие приливообразующих сил и пределы применимости статической теории 11

1.3. Динамическая реакция океана на действие приливообразующих сил 17

1.4. Качественная характеристика энергетического взаимодействия между Мировым океаном и системой Земля—Луна 23

1.5. Перераспределение энергии в системе Земля—Луна за счет приливного трения 27

Глава 2. Баланс приливной энергии в океане 32

2.1. Основные понятия . . . . . —

2.1.1. Энергетические и мощностные характеристики . . . . . —

2.1.2. Собственный и индуцированный прилив 34

2.1.3. Донное трение 36

2.1.4. Резонансное накопление энергии 38

2.1.5. Собственные частоты и моды 39

2.1.6. Резонанс при наличии потерь. Добротность 43

2.2. Уравнение баланса приливной энергии 48

2.2.1. Локальный и интегральный баланс энергии . . . . . —

2.2.2. Работа, производимая действием приливообразующей силы 53

2.2.3. Диссипация энергии донным трением 57

2.2.4. Волновой поток приливной энергии. Энергетический эллипс 58

2.2.5. Баланс средней и реактивной мощности 62

2.3. Баланс приливной энергии Мирового океана и его частей . . 66

2.3.1. Глобальный баланс приливной энергии . . . . . —

2.3.2. Баланс приливной энергии отдельных океанов 74

2.3.3. Баланс приливной энергии окраинных морей 79

2.4. Энергосодержание Мирового океана 86

Глава 3. Горизонтальная циркуляция приливной энергии 93

3.1. Горизонтальная циркуляция приливной энергии как совокупность волновых потоков . . . . . —

3.1.1. Перенос приливной энергии от источников к стокам . . —

3.1.2. Картографическое представление океанских приливов . . 95

3.2. Перенос энергии свободными приливными волнами 98

3.2.1. Плоские приливные волны . . . . . —

3.2.2. Косая интерференция прогрессивных волн 103

3.2.3. Косая интерференция стоячих волн. Амфидромические системы Гарриса 115

3.2.4. Учет силы Кориолиса. Волны Кельвина. Амфидромии Тейлора 125

3.2.5. Волны Свердрупа 128

3.2.6. Косая интерференция волн Свердрупа. Волны Пуанкаре 133

3.2.7. Амфидромии Гарриса при учете силы Кориолиса . . . 138

3.2.8. Интерференция встречных прогрессивных волн Пуанкаре 146

3.3. Перенос энергии вынужденными приливными волнами . . . 157

3.3.1. Замкнутый бассейн 158

3.3.2. Бассейн, теряющий энергию на концах 161

Глава 4. Зоны повышенной концентрации приливной энергии 168
4.1. Эффект мелководья . . . . . —
4.1.1. Нормальный подход . . . . . —
4.1.2. Косой подход 171
4.2. Резонансное усиление в заливе 177
4.2.1. Собственный прилив . . . . . —
4.2.2. Индуцированный прилив 184
4.2.3. Распределение энергии в прогрессивно-стоячих волнах 189
4.3. Резонансное усиление на шельфе 193
4.4. Поглощение зоной шельфа энергии океанского прилива . . . 199
4.5. Роль шельфовых волн в диссипации приливной энергии . . . 206
4.5.1. Основные свойства шельфовых волн 207
4.5.2. Диссипация приливной энергии шельфовыми волнами . . 211

Глава 5. Проблема использования приливной энергии 215
5.1. Приливные электростанции . . . . . —
5.2. Оценка доступного энергозапаса 217
5.3. Влияние ПЭС на режим приливных колебаний 227
5.3.1. Трансформация прилива в заливе 228
5.3.2. Трансформация океанского прилива 232
5.3.3. Колебания уровня в отсеченном бассейне 236
5.4. Прогностическое моделирование трансформационных эффектов 241
5.4.1. Общие принципы численного моделирования приливных явлений . . . . . —
5.4.2. Схема расчета. Начальные и граничные условия. Энергетические характеристики 244
5.4.3. Проблема открытой границы 249
5.5. Обзор прогностических моделей 251
5.5.1. Залив Фанди . . . . . —
5.5.2. Бристольский залив 257
5.5.3. Мезенская губа 261
5.5.4. Пенжинская губа 267

Список литературы 276

Предметный указатель 284

Монография

Алексей Всеволодович Некрасов

ЭНЕРГИЯ
ОКЕАНСКИХ
ПРИЛИВОВ

Редактор З. И. Мироненко. Художник И. Г. Архипов. Технический редактор Г. В. Ивкова. Художественный редактор Б. А. Бураков. Корректор Э. Э. Белякова.
ИБ № 1817
Сдано в набор 20.03.90. Подписано в печать 06.08.90. Формат 60×90 1/16. Бум. книжная № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 18,0. Кр.-отт. 18,0. Уч.-изд. л. 20,02. Тираж 860 экз. Индекс ОЛ-180. Заказ № 65. Цена 3 р. 40 к. Гидрометеоиздат. 199226. Ленинград, ул. Беринга, д. 38.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Государственного комитета СССР по печати. 190000, Ленинград, Прачечный переулок, 6.