В.А. Яковлев

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ В ГИДРООПТИКЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

РГГМУ

Санкт-Петербург
2004

УДК 551.463.5:535.31

Яковлев В.А. Прямые и обратные задачи в гидрооптике. – СПб. РГГМУ, 2004. – 127 с.

ISBN 5-86813-135-5

Книга посвящена теоретическому анализу рефректометрических методов, предназначенных для обеспечения решения прямых и обратных задач измерения статистических характеристик морской воды, а также физическому и модельному описанию взаимосвязей показателя преломления с другими гидрофизическими параметрами.

Предназначается для научных работников в области океанологии, гидрооптики и смежных дисциплин. Может служить пособием при разработке гидрооптической измерительной аппаратуры, а также при подготовке студентов и аспирантов.

Yakovlev V.A. Direct and inverse problems in hydro-opties. – St.Petersburg, RSHO Publishers, 2004. – 127 c.

The book «Direct and inverse problems in hydrooptics. Theoretical aspects» by V.A. Yakovlev deals with analysis of the refractometric methods to provide solutions of direct and inverse problems of the sea water statistical characteristics measurements.

Physicaal and model descriptions of refractive index interrelations with other hydrophysical parameters are given.

The book is designed for scientific workers in the fields of oceanology, hydrooptics and the adjacent branches. The book can serve as a text-book in developing hydrooptics measuring equipment and also in training undergraduates and PhD students.

ISBN 5-86813-135-5

ВВЕДЕНИЕ

Оптика океана (гидрооптика) – одна из самых молодых областей океанологии. С конца 70-х годов прошлого века интенсивность исследований и число публикаций по оптике моря как в нашей стране, так и за рубежом резко возросли. Вообще, 70-е и 80-е годы – время расцвета отечественной гидрооптики (см., например, обзоры и обобщающие статьи [1-4] и цитируемую там литературу). С одной стороны это стимулировалось качественно новым уровнем развития оптико-электронных методов и средств (лазерная техника, успехи спутниковой океанологии), с другой возрос интерес к изучению и освоению Мирового океана.

Успехи отечественной гидрооптики в последние десятилетия неразрывно связаны с деятельностью созданной в 1973 году в Академии наук под председательством К.С. Шифрина рабочей группы по оптике моря, в частности, проводимыми под её эгидой регулярными научными встречами (Пленумами) специалистов-оптиков (о возрождении этой традиции на новом международном уровне см. [5]). Во многом благодаря участию автора в работе этих Пленумов, тесному научному общению и плодотворному обмену новыми научными результатами и планами, обязана своим появлением настоящая монография.

Основой оптических методов мониторинга океана является изучение (измерение и анализ) изменчивости характеристик регистрируемых световых полей естественного и искусственного происхождения в результате их взаимодействия со случайно-неоднородной и нестационарной морской средой. При этом как источники, так и приемники оптического излучения могут быть установлены на носителях различного типа. Накопленные знания по различным направлениям гидрооптики были отражены в ряде монографий [6–16], ставших к настоящему времени классическими.

Трудности более широкого внедрения оптических методов в решение проблем изучения и освоения океана, его защиты от техногенных воздействий во многом связаны с пробелами в необходимом теоретическом обеспечении.

В первую очередь речь идет о том, что обратные задачи оптического зондирования океана являются, как правило, некорректными в математическом смысле [17]. Основной подход к устранению неустойчивости решений обратных задач (существование и единственность решения, непрерывность от исходных данных и т.п.) состоит в использовании априорной информации о точном решении (по сути об исследуемом процессе) [18–22].

Цель настоящей работы состоит в формулировании принципов и обосновании путей создания теоретического обеспечения оптических методов зондирования гидросферы при решении широкого круга фундаментальных и прикладных задач (в частности, в интересах океанологии, оперативного мониторинга экологического состояния морской среды и т.д.). При этом были определены и основные проблемы, требующие обсуждения:

– построение физико-математических моделей морской среды и условий функционирования оптико-электронных средств ее контактного и дистанционного зондирования;

– имитационно-информационное моделирование (аналитическое и численное) процессов возникновения, эволюции и вырождения гидрооптических аномалий, методов их идентификации с помощью оптико-электронных приборов;

– разработка концепции мониторинга природных процессов контактными и дистанционными оптическими методами;

– разработка принципов построения и методов расчета параметров аппаратурных оптических средств для изучения морской среды;

– исследование принципов адаптации гидрооптических систем к условиям их эксплуатации и оптимизации параметров аппаратурных средств их реализации.

Физической предпосылкой использования оптических методов для изучения океана является тот факт, что структура световых полей в водной среде определяется как свойствами чистой (дистиллированной) воды, которые хорошо изучены, так и наличием в природной воде примесей, поглощающих и рассеивающих свет. Пространственно-временное распределение поглощающих и рассеивающих примесей и их изменчивость, в свою очередь, определяются протекающими в океане природными и антропогенными процессами. Поглощающие и рассеивающие примеси, фактически, являются индикаторами-трассерами, позволяющими оптическими методами исследовать такие процессы в морской среде [11, 23, 24].

Поэтому методологическая основа рассматриваемых в монографии исследований – современные аналитические и численные приближенные методы согласованного решения уравнений статистической гидромеханики [25–29] и распространения светового излучения в случайно-неоднородных средах [30–32]. При этом главной отличительной особенностью обсуждаемых физико-математических моделей процессов возникновения, эволюции и вырождения гидрооптических аномалий и их регистрации оптическими методами является сбалансированность между их допустимой «грубостью» и адекватностью современным методам и средствам оптического зондирования океана.

Прежде, чем приступить к краткому изложению содержания работы, остановимся на структуре и порядке представления материалов.

Монография состоит из введения, 7 глав, заключения и списка используемой литературы.

Нумерация глав и литературы «сквозная» для всей работы в целом. Напротив, в силу теоретического характера представленного на рассмотрение материала (в частности, относительно большого количества формул) нумерация формул и иллюстраций (рисунки, таблицы) «собственная» в каждой главе. В случае необходимости ссылок по ходу изложения материала указывается номер главы и соответствующей формулы или иллюстрации (например: рис. 7.1 – рис. 1 гл. 7; формула 6.3 – формула 3 гл. 6).

Итак, перейдем к краткой характеристике содержания монографии.

Как уже отмечалось, в общем случае основное научное направление гидрооптики – создание информационно-оптических технологий исследования океана. При этом одним из наиболее важных элементов таких технологий является теоретическое обеспечение решения различных задач оптического зондирования морской среды. При этом в силу стохастичности рассматриваемых экспериментов, некорректности обратных задач оптического зондирования случайно-неоднородных сред физико-математическое моделирование или использование иной априорной информации необходимо для всех компонент в общем цикле исследований [1–3, 33–35, 41, 42]:

- создание физико-математических моделей аномалий исследуемых гидрофизических полей, алгоритмов их идентификации;

- лабораторное и численное моделирование;
- научное планирование натурного эксперимента;
- разработка моделей оптических трасс, прямые задачи оптического зондирования;
- оптимизация аппаратных функций оптических устройств, элементы адаптивной оптики;
- обратные задачи оптического зондирования морской среды;
- верификация и калибровка в лабораторных и натурных условиях, метрологическое обеспечение;
- методы представления и обработки многомерной оптической информации, принятие решений;
- уточнение исходных моделей аномалий исследуемых гидрофизических полей, алгоритмов их идентификации;
- лабораторное и численное моделирование и т.д.

В сущности содержание монографии представляет собой последовательное рассмотрение перечисленных выше компонент исследований, направленное на создание теоретического обеспечения гидрооптических измерений с единых методологических позиций и основанное в основном на оригинальных результатах. Разумеется, при таком подходе нельзя претендовать на детальную проработку каждого из научно-технических направлений. Важно сформулировать проблему, обозначить её место и значимость в гидрооптических исследованиях и, наконец, определить примерные пути её эффективного решения. Именно с этих позиций и осуществлена компановка материала.

В гл. 1 очерчен круг рассматриваемых задач и класс используемых оптических устройств. Обсуждение строится на основе анализа свойств симметрии аппаратных функций оптических устройств [13, 36–38] и статистических характеристик флуктуаций случайных фазы и уровня амплитуды регистрируемых световых полей.

Обосновывается важность наличия априорной информации об исследуемых полях для получения соотношений между их статистическими характеристиками и параметрами сигнала оптического прибора пригодных для постановки и решения соответствующих обратных задач. В частности, рассматривается гипотеза Тейлора («замороженности») исследуемого гидрофизического поля [27, 30, 40].

Важной с точки зрения понимания логики построения монографии является гл. 2, в которой обсуждается постановка задачи моделирования (аналитического и численного) изменчивости концентрации поглощающих и рассеивающих свет примесей в толще океана.

В общем случае разработка такой модели должна осуществляться на основе анализа, упрощения и приближенных решений полной системы уравнений статистической гидромеханики с соответствующими начальными и граничными условиями [27, 43]. Моделирование осуществляется в два этапа. На первом задача анализируется в рамках полуэмпирической теории турбулентной диффузии [27]. На втором используются два апробированных на практике приближенных метода. Первый из них – метод плавных возмущений, успешно используемый в задачах описания взаимодействия внутренних и поверхностных волн [44–48], распространения световых полей в случайно-неоднородных средах [30–32, 49]. Суть метода состоит в предположении о малости флуктуаций градиентов функций, входящих в задачу, в исследуемых пространственно-временных масштабах вне зоны источников. При этом речь идет о линеаризации по этим малым параметрам как собственно уравнений, так и граничных условий. Второй подход – приближение «локальной замороженности», область применимости которого относительно хорошо исследована [50, 51] .

С учетом результатов гл. 2 в монографии осуществляется анализ механизмов образования и оптических методов идентификации гидрофизических аномалий.

Подчёркивается, что модовая структура поля внутренних волн формируется в зависимости от изменчивости целого ряда параметров. Например, рассматривались задачи распространения внутренних волн при наличии горизонтальных неоднородностей поля плотности, сдвиговых течений, вертикальной плотностной микроструктуры [45, 52–54].

Оказывается, что к существенно новым результатам приводит рассмотрение локализованных неоднородностей поля плотности. В гл. 3 подробно исследуется задача рассеяния внутренних волн на локализованных неоднородностях поля плотности.

Естественно, что для описания рассеяния внутренних волн необходима априорная информация как о структуре и форме плотностной неоднородности, так и о параметрах поля исходных (фоновых) внутренних волн. Очевидно, что реальная перспектива получения такой информации – дистанционный оптический мониторинг океана с минимальным использованием контактных измерений [2, 35, 55–62]. В связи с этим в гл. 4 обсуждаются проблемы определения концентрации примесей в толще океана по результатам его многоспектрального оптического зондирования. Речь идет как о концептуальных вопросах постановки и проведения подобных многоуровневых комплексных гидрооптических экспериментов, так и о моделировании изменчивости оптических трасс зондирования океана и разработке методик восстановления параметров аномалий гидрофизических полей по результатам многоспектрального фотометрирования поверхности моря.

По итогам гл. 4 уместно сделать следующее замечание. Один из основных факторов, который необходимо учитывать на всех этапах дистанционных оптических измерений – взволнованная морская поверхность. Оптика морской поверхности – наиболее динамично и интенсивно развивающийся раздел гидрооптики как в фундаментальном, так и в прикладном планах [63, 64]. Наиболее последовательные и систематические исследования по этому направлению в нашей стране традиционно проводятся научными коллективами ИПФ РАН, ИО РАН, ГОИ и др. Их результаты отражены и обобщены в значительном числе публикаций (см. например, [1, 4, 34, 39, 40, 58, 61, 63–71] и приведенные там ссылки) и были предметом отдельного рассмотрения на всех без исключения Пленумах рабочей группы по оптике моря и последующих конференциях (см., например, [5]). Детальное обсуждение проблем оптики морской поверхности осталось за пределами настоящей работы. При этом предполагается, что везде, где это необходимо, изменчивость свойств морской поверхности надлежащим образом учтена.

Таким образом, в гл. 5 рассматриваются различные аспекты решения обратных задач определения характеристик флуктуаций случайного поля диэлектрической проницаемости толщи океана.

Анализ осуществляется на примере рассмотрения работы теневых гидрооптических приборов [13, 72, 73] в рамках борновского приближения решения задачи рассеяния света [30–32, 74–76]. Первоначально основной упор в теоретическом обосновании использования теневых приборов в гидрооптических исследованиях делался на регистрацию турбулентных флуктуаций показателя преломления морской среды [77–99]. Однако в общем случае рассеяние света на турбулентных флуктуациях диэлектрической проницаемости морской среды приходится наблюдать на фоне сильного рассеяния на взвеси [96]. Кроме того, при определенных условиях необходимо учитывать флуктуации показателя преломления, вызванные гидроакустическими волнами [100]. Поэтому в п. 5.1 с учетом результатов [101] строится обобщенная модель случайного поля диэлектрической проницаемости толщи морской среды. Для конкретных классов теневых приборов рассматриваются условия применимости двух основных приближений, используемых на практике: линейных приближений в расчетах среднего значения и корреляционной функции сигналов рассматриваемых гидрооптических устройств (п. 5.3) и гипотезы «замороженности» в гидрооптических измерениях с учетом свойств аппаратных функций используемых датчиков (п. 5.4).

Итак, интерпретация результатов оптических экспериментов рассматриваемого класса существенно упрощается, если справедливо приближение однократного рассеяния зондирующего светового поля исследуемой средой. Первоочередной задачей при этом является определение границ применимости такого приближения, его адекватности параметрам среды и условиям проведения эксперимента. Анализу такого типа задач и посвящена гл. 6.

Прежде всего, в п. 6.1 обоснованы достаточные условия применимости борновского приближения [104]. Строго доказано, что рассеяние света ансамблем частиц можно описывать в рамках борновского приближения даже в том случае, когда для описания рассеяния света на каждой частице системы борновское приближение неприменимо. Однако полученные ограничения излишне жёстко (оценка сверху) ограничивают параметры флуктуаций диэлектрической проницаемости. Поэтому в работах [105 – 107] разработан новый метод и построены приближенные решения задачи рассеяния света ансамблем дискретных рассеивателей, взвешенных в непрерывно-неоднородной случайной среде. Предложенные приближенные решения (см. 6.2) обладают необходимыми свойствами. Во-первых, область применимости решений адекватна реальным морским условиям проведения гидрооптических экспериментов. Для описания рассеяния на частицах морской взвеси это доказано путем сопоставления приближенных решений с расчетами по точным формулам теории Ми [74, 76, 108] во всем необходимом диапазоне изменения параметров частиц морской взвеси. Во-вторых, построенные приближения обладают относительной аналитической простотой для обеспечения анализа результатов гидрооптических измерений, инженерных оценок и т.д.

По ходу изложения материала обсуждались различные аспекты практического использования её результатов. Тем не менее, в заключительной главе фрагментарно рассмотрен ряд оригинальных результатов исследований по проблемам, относящимся к задачам синтеза гидрооптических приборов с заданными свойствами.

В 7.1 обоснована возможность регистрации гидроакустических волн на фоне турбулентных флуктуаций показателя преломления современными гидрооптическими датчиками. Оказывается, что одним из качеств, присущих оптико-электронным приемникам акустических волн, является возможность формирования относительно узких диаграмм направленности.

Поэтому в 7.2. подробно обсуждается этот важный, с точки зрения практического использования, элемент исследований – методика и примеры инженерных расчётов диаграмм направленности перспективных оптико-электронных гидроакустических приемников.

С задачей синтеза приборов естественным образом связана и задача экспериментального определения (измерения) их аппаратных функций, рассмотренная в 7.3. Речь идет об экспериментах по определению аппаратных функций гидрооптических устройств по рассеянию на мелко дисперсной взвеси. В силу математической некорректности обратных задач гидрооптического зондирования разработка методов и методик проведения подобных калибровочных экспериментов – один из основных элементов метрологического обеспечения.

Глава 1.
ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ С ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ КАК ИЗМЕРИТЕЛИ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ

При использовании оптических приборов в гидрофизических исследованиях решается одна из следующих задач:

- восстановление объективных характеристик среды по измеренным параметрам сигнала оптического устройства;
- определение характеристик светового поля, регистрируемого оптическим прибором;
- задача контроля (суждение об изменчивости условий эксперимента).

Хотя в целом работа посвящена первой из перечисленных задач, в настоящей главе обсуждаются задачи второго типа. Целесообразность предварительного рассмотрения этого круга задач (безотносительно к измеряемым характеристикам среды, условиям эксперимента и т.п.) объясняется как методическими соображениями, так и универсальностью полученных в итоге соотношений. При этом в соответствии с общей структурой теоретического обеспечения экспериментов его основная цель – корректное решение соответствующей обратной задачи оптического зондирования (см. [34, 36–38, 110, 112]).

1.1. Описание класса оптических приборов

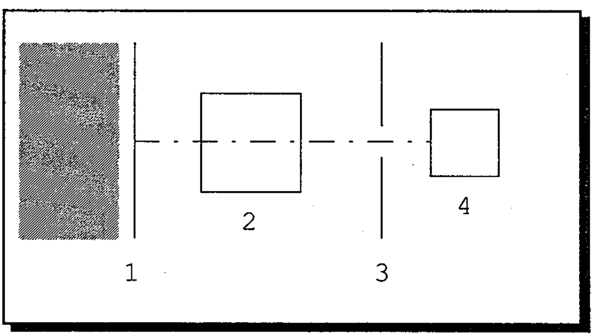


Рис. 1.1.

В настоящей работе создание элементов информационно-оптических технологий морских исследований рассматривается на примере широко распространенного класса гидрооптических устройств – оптических приборов с фотоэлектрической регистрацией, для которых связь светового поля $U(\boldsymbol{\eta},t)$, $\boldsymbol{\eta}=\{\eta_x,\eta_y\}$ на выходной плоскости (см. рис. 1.1) 3 с полем $U(\boldsymbol{\rho},t)$, $\boldsymbol{\rho}=\{\rho_x,\rho_y\}$ на входной плоскости 1 для любого момента времени t имеет вид

$$U(\boldsymbol{\eta},t)=\int A(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\eta})U(\boldsymbol{\rho},t)d\boldsymbol{\rho}\,, \tag{1.1}$$

где $A(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\eta})$ – передаточная функция системы 2 [36], а $U(\boldsymbol{\rho},t)$ – одна из компонент медленно меняющейся по сравнению с частотой светового поля комплексной амплитуды вектора напряженности электрического поля. Под сигналом прибора понимается интегральная интенсивность света $I(t)$, регистрируемая фотоприемником 4 через его апертуру 3

$$I(t)=\iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 R(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)U(\boldsymbol{\rho}_1,t)U^*(\boldsymbol{\rho}_2,t)\,, \tag{1.2}$$

где

$$R(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\equiv\int\sum(\boldsymbol{\eta})A(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\eta})A^*(\boldsymbol{\rho}_2,\boldsymbol{\eta})d\boldsymbol{\eta}\,. \tag{1.3}$$

Базовая модель оптического датчика (1.1) – (1.3) выбрана для упрощения выкладок и в случае необходимости достаточно просто обобщается, например: учет поляризации – переход от аппаратной функции к «аппаратному тензору», учет многоспектральности и сканирования – введение зависимости аппаратной функции от длины волны λ света и времени и т.п.

В гидрофизических экспериментах анализируемые поля являются случайными функциями координат и времени (см., например, [10], [11], [33]). Поэтому сигнал прибора $I(t)$ оказывается случайной функцией и характеризуется своими статистическими моментами [31]. На практике обычно ограничиваются средним значением $\Gamma^I_{1,0}(t)$ и корреляционной функцией

$$B_I(t_1,t_2)\equiv\Gamma^I_{2,0}(t_1,t_2)-\Gamma^I_{1,0}(t_1)\Gamma^I_{1,0}(t_2) \tag{1.4}$$

случайного сигнала $I(t)$. Здесь и ниже $\Gamma^V_{n,m}$ – $(n+m)$-мерный момент случайного поля $V(Q)$ – определяется выражением

$$\Gamma^V_{n,m}\langle Q_1,\ldots,Q_n\,|\,Q_1',\ldots,Q_m'\rangle\equiv\left\langle V(Q_1)..V(Q_n)V^*(Q_1')..V^*(Q_m')\right\rangle, \tag{1.5}$$

где Q – набор параметров (например, $Q \equiv \{\mathbf{r}, t\}$, $\mathbf{r} \equiv \{x, y, z\}$– точка пространства), а угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций случайного поля $V(Q)$.

Используя формулы (1.2) – (1.5), получим

$$\Gamma^{I}_{1,0} = \iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \Gamma^{u}_{1,1}(\boldsymbol{\rho}_1, t \mid \boldsymbol{\rho}_2, t), \qquad (1.6)$$

$$B_I(t_1, t_2) = \iiiint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\boldsymbol{\rho}_3 d\boldsymbol{\rho}_4 R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) R(\boldsymbol{\rho}_3, \boldsymbol{\rho}_4) \times$$
$$\times \Gamma^{u}_{4}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_3, \boldsymbol{\rho}_4; t_1, t_2), \qquad (1.7)$$

где

$$\Gamma^{u}_{4}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_3, \boldsymbol{\rho}_4; t_1, t_2) \equiv \Gamma^{u}_{2,2}(\boldsymbol{\rho}_1, t_1; \boldsymbol{\rho}_3, t_2 \mid \boldsymbol{\rho}_2, t_1; \boldsymbol{\rho}_4, t_2) -$$
$$- \Gamma^{u}_{1,1}(\boldsymbol{\rho}_1, t_1 \mid \boldsymbol{\rho}_2, t_1) \Gamma^{u}_{1,1}(\boldsymbol{\rho}_3, t_2 \mid \boldsymbol{\rho}_4, t_2). \qquad (1.8)$$

Для дальнейшего существенно, что функция $R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ является эрмитовой

$$R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = R^*(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_1) \qquad (1.9)$$

и положительно определенной

$$\iint\limits_{\Delta} R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) V(\boldsymbol{\rho}_1) V^*(\boldsymbol{\rho}_2) d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 \geq 0, \qquad (1.10)$$

где $V(\boldsymbol{\rho})$ – произвольная комплексная функция, а Δ – произвольная область интегрирования, для которых интеграл (1.10) существует [121].

Таким образом, создание теоретического обеспечения – это по сути анализ выражений типа (1.6) и (1.7) с целью приведения их к виду, удобному для решения соответствующей обратной задачи [21, 37]. Так настоящий раздел посвящен выяснению возможности определения объективных (не зависящих от $R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$) характеристик светового поля, регистрируемого оптическим прибором. Очевидно, что анализ необходимо начать с упрощения соотношений (1.6) и (1.7) путем ограничения (сужения) класса исследуемых световых полей и оптимизации параметров используемого измерительного оптического устройства (свойства функций $R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ и $\Sigma(\boldsymbol{\eta})$, число каналов и т.п.).

1.2. Слабые флуктуации светового поля. Симметрия оптических приборов

Зададим световое поле $U(\mathbf{\rho})$ на входной плоскости 1 регистрирующей оптической системы в виде

$$U(\mathbf{\rho}) = U_0(\mathbf{\rho})\exp\{\chi(\mathbf{\rho}) + iS(\mathbf{\rho})\}, \qquad (1.11)$$

где $U_0(\mathbf{\rho})$ – заданное световое поле (например, частично-когеррентный световой пучок с характерным размером a и радиусом когеррентности a_k), а случайные фаза $S(\mathbf{\rho})$ и уровень $\chi(\mathbf{\rho})$ описывают взаимодействие светового поля с исследуемой средой (т.е. несут информацию о ее параметрах). В этом параграфе мы ограничимся для краткости рассмотрением среднего значения и дисперсии согнала прибора, поэтому аргумент t всюду опускается.

В важном с точки зрения практических применений случае нормального распределения статистически однородных и однородно и изотропно связанных случайных полей $S(\mathbf{\rho})$ и $\chi(\mathbf{\rho})$ из (1.6), (1.7) и (1.11) имеем:

$$\Gamma^I_{1,0} = \iint d\mathbf{\rho}_1 d\mathbf{\rho}_2 R(\mathbf{\rho}_1,\mathbf{\rho}_2)\Gamma^{U_0}_{1,1}(\mathbf{\rho}_1|\mathbf{\rho}_2)\exp\left\{\begin{matrix} -\Gamma^{\chi}_{2,0}(0) + \Gamma^{\chi}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_2|) - \\ -\Gamma^{S}_{2,0}(0) + \Gamma^{S}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_2|) \end{matrix}\right\}, \qquad (1.12)$$

$$B_I = \iiiint d\mathbf{\rho}_1 d\mathbf{\rho}_2 d\mathbf{\rho}_3 d\mathbf{\rho}_4 R(\mathbf{\rho}_1,\mathbf{\rho}_2) R(\mathbf{\rho}_3,\mathbf{\rho}_4)\times$$

$$\times\exp\left\{\begin{matrix} -2\Gamma^{\chi}_{2,0}(0) - 2\Gamma^{S}_{2,0}(0) + \Gamma^{\chi}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_2|) + \\ +\Gamma^{S}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_2|) + \Gamma^{\chi}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_3 - \mathbf{\rho}_4|) + \Gamma^{S}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_3 - \mathbf{\rho}_4|) \end{matrix}\right\}\times$$

$$\times\left[\exp\left\{\begin{matrix} -\Gamma^{S}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_3|) + \Gamma^{S}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_4|) + \Gamma^{S}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_2 - \mathbf{\rho}_3|) - \Gamma^{S}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_2 - \mathbf{\rho}_4|) + \\ +\Gamma^{\chi}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_3|) + \Gamma^{\chi}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_4|) + \Gamma^{\chi}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_2 - \mathbf{\rho}_3|) + \Gamma^{\chi}_{2,0}(|\mathbf{\rho}_2 - \mathbf{\rho}_4|) + \\ +2i\left[B_{S\chi}(|\mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_3|) - B_{S\chi}(|\mathbf{\rho}_2 - \mathbf{\rho}_4|)\right] \end{matrix}\right\} - 1\right]$$

(1.13)

где учтено, что в силу закона сохранения энергии для рассматриваемой задачи $\Gamma_{2,0}^{\chi}(0)=-\Gamma_{1,0}^{\chi}(0)+\left[\Gamma_{1,0}^{\chi}(0)\right]^2$.

Введем в рассмотрение действительную и мнимую части обобщенной аппаратной функции $P(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\equiv R(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\Gamma_{1,0}^{U_0}(\boldsymbol{\rho}_1|\boldsymbol{\rho}_2)$:

$$P(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\equiv\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)+i\beta(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\,, \tag{1.14}$$

которое в силу (1.5) и (1.9) есть одновременно разделение функции $P(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)$ на симметричную и антисимметричную части, так как

$$\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)=\gamma(\boldsymbol{\rho}_2,\boldsymbol{\rho}_1)\,,\ \ \beta(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)=-\beta(\boldsymbol{\rho}_2,\boldsymbol{\rho}_1)\,. \tag{1.15}$$

Свойства симметрии аппаратной функции используемых оптических устройств играют существенную роль и позволяют значительно упростить анализируемые соотношения [91]. Например, для «антисимметричного» измерительного прибора ($\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\equiv 0$) имеем

$$\Gamma_{1,0}^{I}(0)=0\,, \tag{1.16}$$

$$B_I=2\iiiint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\boldsymbol{\rho}_3 d\boldsymbol{\rho}_4\,\beta(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\beta(\boldsymbol{\rho}_3,\boldsymbol{\rho}_4)\times$$

$$\times\exp\left\{\begin{array}{c}-2\Gamma_{2,0}^{\chi}(0)-2\Gamma_{2,0}^{S}(0)+\\ +\Gamma_{2,0}^{\chi}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2|)+\Gamma_{2,0}^{S}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2|)+\Gamma_{2,0}^{\chi}(|\boldsymbol{\rho}_3-\boldsymbol{\rho}_4|)+\Gamma_{2,0}^{S}(|\boldsymbol{\rho}_3-\boldsymbol{\rho}_4|)+\\ +\Gamma_{2,0}^{\chi}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_3|)+\Gamma_{2,0}^{\chi}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_4|)+\Gamma_{2,0}^{\chi}(|\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}_3|)+\Gamma_{2,0}^{\chi}(|\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}_4|)\end{array}\right\}\times$$

$$\times\cos\left[2\left\{B_{S\chi}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_3|)-B_{S\chi}(|\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}_4|)\right\}\right]\times$$

$$\times\mathrm{sh}\left[\Gamma_{2,0}^{S}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_3|)+\Gamma_{2,0}^{S}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_4|)+\Gamma_{2,0}^{S}(|\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}_3|)-\Gamma_{2,0}^{S}(|\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}_4|)\right]\,. \tag{1.17}$$

Очевидно, что дальнейшее упрощение соотношений (1.12) и (1.13) должно основываться на использовании тех или иных приближений, основанных на априорной информации об измеряемых световых полях. Будем считать, что

$$\frac{|U_0(\boldsymbol{\rho})|}{\max\limits_{\boldsymbol{\rho}}|U_0(\boldsymbol{\rho})|} \ll 1 \text{ при } |\boldsymbol{\rho}| \geq a \ , \tag{1.18}$$

$$\frac{\Gamma_{1,1}^{|U_0|}(\boldsymbol{\rho}_1|\boldsymbol{\rho}_2)}{|U_0(\boldsymbol{\rho}_1)||U_0(\boldsymbol{\rho}_2)|} \ll 1 \text{ при } |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2| \geq a_k \ , \tag{1.19}$$

$$\frac{|R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)|}{\max\limits_{\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2}|R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)|} \ll 1 \text{ при } |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2| \geq b \ , \tag{1.20}$$

а, случайные фаза $S(\boldsymbol{\rho})$ и уровень амплитуды $\chi(\boldsymbol{\rho})$ либо достаточно слабо флуктуируют, так что

$$\Gamma_{2,0}^{\chi}(0) \ll 1 \ , \tag{1.21}$$

$$\Gamma_{2,0}^{S}(0) \ll 1 \ , \tag{1.22}$$

либо являются плавно (медленно) меняющимися случайными полями (в масштабах рассматриваемой задачи):

$$\left|\Gamma_{2,0}^{S}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\sigma}) - \Gamma_{2,0}^{S}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\sigma})\right| \ll 1 \ , \tag{1.23}$$

$$\left|\Gamma_{2,0}^{\chi}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\sigma}) - \Gamma_{2,0}^{\chi}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\sigma})\right| \ll 1 \ , \tag{1.24}$$

$$\left|B_{\chi S}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\sigma}) - B_{\chi S}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\sigma})\right| \ll 1 \ , \tag{1.25}$$

где амплитуда произвольно направленного двумерного вектора $|\boldsymbol{\sigma}| = \min\{a, a_k, b\}$. Тогда в рамках линейной теории возмущений по введенным выше малым параметрам получим

$$\Gamma_{1,0}^{I} = I_0 + \int d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 \gamma(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)\left\{\Gamma_{2,0}^{\chi}(0) - \Gamma_{2,0}^{\chi}(|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|) + \Gamma_{2,0}^{S}(0) - \Gamma_{2,0}^{S}(|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|)\right\} \tag{1.26}$$

$$I_0 \equiv \int d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 \gamma(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \ , \tag{1.27}$$

$$B_I = \iint\iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\boldsymbol{\rho}_3 d\boldsymbol{\rho}_4 \times$$

$$\times\left\{\begin{aligned}&\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\gamma(\boldsymbol{\rho}_3,\boldsymbol{\rho}_4)\Gamma^{\chi}_{2,0}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_3|)+\beta(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\beta(\boldsymbol{\rho}_3,\boldsymbol{\rho}_4)\Gamma^{S}_{2,0}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_3|)+\\&+\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\beta(\boldsymbol{\rho}_3,\boldsymbol{\rho}_4)B_{S\chi}(|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_3|)\end{aligned}\right\} \tag{1.28}$$

или для двумерных спектров типа

$$\Phi^{S}_{2,0}(\boldsymbol{\eta}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^2}\int d\boldsymbol{\rho}\,\Gamma^{S}_{2,0}(\boldsymbol{\rho})e^{-i\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\rho}}\ , \tag{1.29}$$

$$\Gamma^{I}_{1,0} = I_0 + \int d\boldsymbol{\eta}\left[\Phi^{S}_{2,0}(\boldsymbol{\eta})+\Phi^{\chi}_{2,0}(\boldsymbol{\eta})\right]\cdot\left[I_0 - P_{\gamma}(\boldsymbol{\eta})\right], \tag{1.30}$$

$$B_I = \int d\boldsymbol{\eta}\left\{\Phi^{\chi}_{2,0}(\boldsymbol{\eta})P_{\gamma\gamma}(\boldsymbol{\eta})+\Phi^{S}_{2,0}(\boldsymbol{\eta})P_{\beta\beta}(\boldsymbol{\eta})-2\Phi_{S\chi}(\boldsymbol{\eta})P_{\gamma\beta}(\boldsymbol{\eta})\right\}, \tag{1.31}$$

$$P_{\gamma}(\boldsymbol{\eta}) \equiv \iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2\,\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\cos[\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)]\ , \tag{1.32}$$

$$P_{\gamma\gamma}(\boldsymbol{\eta}) \equiv \left|\iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2\,\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)e^{-i\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\rho}_1}\right|^2 , \tag{1.33}$$

$$P_{\beta\beta}(\boldsymbol{\eta}) \equiv \left|\iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2\,\beta(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)e^{-i\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\rho}_1}\right|^2 , \tag{1.34}$$

$$P_{\gamma\beta}(\boldsymbol{\eta}) \equiv \iint\iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\boldsymbol{\rho}_3 d\boldsymbol{\rho}_4\,\gamma(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\beta(\boldsymbol{\rho}_3,\boldsymbol{\rho}_4)\cos[\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_3)]. \tag{1.35}$$

Таким образом, можно ввести в рассмотрение «шкалу» (классификацию) оптических приборов:

1. Измерители фазовых флуктуаций, для которых справедливо неравенство

$$\Phi^{S}_{2,0}(\eta)P_{\beta\beta}(\boldsymbol{\eta}) >> \Phi^{\chi}_{2,0}(\eta)P_{\gamma\gamma}(\boldsymbol{\eta}),\ \Phi_{\chi S}(\eta)P_{\gamma\beta}(\boldsymbol{\eta}); \tag{1.36}$$

2. Измерители амплитудных флуктуаций, когда

$$\Phi^{\chi}_{2,0}(\eta)P_{\gamma\gamma}(\boldsymbol{\eta}) >> \Phi^{S}_{2,0}(\eta)P_{\beta\beta}(\boldsymbol{\eta}),\ \Phi_{\chi S}(\eta)P_{\gamma\beta}(\boldsymbol{\eta}) \tag{1.37}$$

и приборы смешанного типа.

1.3. О роли априорной информации. Гипотеза «замороженности»

Предварительные сведения (априорная информация), необходимые для получения из экспериментальных данных информации об оптических источниках, рассеивателях или среде, в которой распространяется излучение, являются определяющими для единственности и устойчивости решения большинства обратных задач оптики природных сред. Под априорной информацией подразумеваются любые сведения об исследуемых полях до проведения эксперимента, а не регистрируемые данные, полученные по реализации схемы наблюдения [21]. Эту дополнительную информацию можно получить из общих принципов, гипотез, результатов других экспериментов и естественных ограничений, обусловленных процедурой измерений.

Одной из подобных гипотез, широко используемой в практике гидрооптических исследований, является гипотеза Тэйлора («замороженности») исследуемого случайного гидрофизического поля (см., например, [27] , [30]) $\xi(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{r}=\{\boldsymbol{\rho},z\}$. Для такого класса полей временные изменения обусловлены переносом его пространственного распределения с постоянной скоростью $\mathbf{V}_0$, причем перенос происходит без какой-либо эволюции так, что

$$\begin{aligned}&\Gamma^{\xi}_{n,m}\left(\mathbf{r}_1,t_1,\ldots,\mathbf{r}_n,t_n \,\middle|\, \mathbf{r}'_1,t'_1,\ldots,\mathbf{r}'_m,t'_m\right)=\\&=\Gamma^{\xi}_{n,m}\left(\mathbf{r}_1-\mathbf{V}_0t_1,\ldots,\mathbf{r}_n-\mathbf{V}_0t_n \,\middle|\, \mathbf{r}'_1-\mathbf{V}_0t'_1,\ldots,\mathbf{r}'_m-\mathbf{V}_0t'_m\right)\end{aligned}. \tag{1.38}$$

Пусть вектор скорости $\mathbf{V}_0$ параллелен входной плоскости 1 оптической системы (см. рис.1.1), случайное поле $\xi(\mathbf{r},t)$ статистически однородно. Рассмотрим класс оптических экспериментов по измерению параметров поля $\xi(\mathbf{r},t)$, в которых взаимодействие зондирующего излучения с исследуемой средой сводится к «проецированию» поля $\xi(\mathbf{r},t)$ на вход оптической системы, то есть анализируемое световое поле $U(\boldsymbol{\rho}_\alpha,t)$ на плоскости 1 имеет вид

$$U(\rho_\alpha,t)=G_{\alpha\beta}\left[\xi\left(z'_\beta,\rho'_\beta,t\right)\right], \tag{1.39}$$

где $G_{\alpha\beta}$ – известный (заданный) линейный детерминированный или статистически независимый от поля $\xi(\mathbf{r},t)$ оператор, параметры которого не зависят от времени. Нетрудно показать, что (см. обозначение (1.8))

$$\Gamma_4^{\xi}(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2,\boldsymbol{\rho}_3,\boldsymbol{\rho}_4;t_1,t_2)=\Gamma_4^{\xi}(\boldsymbol{\rho}-\mathbf{V}_0\tau,\boldsymbol{\rho}_1',\boldsymbol{\rho}_2'), \qquad (1.40)$$

где $\tau=t_1-t_2$, $\boldsymbol{\rho}_+=\frac{1}{4}(\boldsymbol{\rho}_1+\boldsymbol{\rho}_2+\boldsymbol{\rho}_3+\boldsymbol{\rho}_4)$ $\boldsymbol{\rho}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{\rho}_1+\boldsymbol{\rho}_2)-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\rho}_3+\boldsymbol{\rho}_4)$,

$$\boldsymbol{\rho}_1'=\frac{1}{2}(\boldsymbol{\rho}_1+\boldsymbol{\rho}_4)-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\rho}_2+\boldsymbol{\rho}_3),\quad \boldsymbol{\rho}_2'=\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2+\boldsymbol{\rho}_3-\boldsymbol{\rho}_4$$

и учтено, что для статистически однородного поля Γ_4^{ξ} не может зависеть от $\boldsymbol{\rho}_+$, поскольку совместный сдвиг всех четырех точек наблюдения на одну и ту же величину приводит к физически тождественной ситуации. Тогда, используя (1.7), (1.8), (1.39) и (1.40), получим

$$B_I(\tau)=\int d\boldsymbol{\eta} M(\boldsymbol{\eta})\exp[-i(\mathbf{V}_0\boldsymbol{\eta})\tau] \qquad (1.41)$$

или для частотного спектра

$$S_I(\nu)=\frac{1}{2\pi}\int d\tau B_I(\tau)\exp[-i\nu\tau]=\int d\boldsymbol{\eta} M(\boldsymbol{\eta})\delta(\nu-\boldsymbol{\eta}\mathbf{V}_0), \qquad (1.42)$$

где $\delta(x)$ – одномерная дельта-функция [36]. Здесь функция $M(\boldsymbol{\eta})$ известным образом выражается через статистические моменты поля $\xi(\mathbf{r},t)$, аппаратные функции используемого оптического устройства и параметры оператора $G_{\alpha\beta}$. Наиболее простой вид выражения (1.41) и (1.42) принимают в случае $M(\boldsymbol{\eta})=M(|\boldsymbol{\eta}|)$:

$$B_I(\tau)=2\pi\int_0^{\infty} M(\eta)\mathrm{J}_0(V_0\eta\tau)\eta d\eta \ , \qquad (1.43)$$

$$S_I(\nu)=\frac{2}{V_0}\int_{|\nu|/V_0}^{\infty} M(\eta)\frac{\eta}{\sqrt{\eta^2-\left(\frac{|\nu|}{V_0}\right)^2}}d\eta\,, \qquad (1.44)$$

где $\mathrm{J}_n(\eta)$ – функция Бесселя n-го порядка [30]. Формулы обращения для (1.43) (преобразование Ханкеля нулевого порядка от функции $2\pi M(|\boldsymbol{\eta}|)$) и (1.44) (преобразование Абеля от функции $\frac{2}{V_0} M(|\boldsymbol{\eta}|)$ хорошо известны (см. например [122, 123]). Поэтому возможно восстановление $M(|\boldsymbol{\eta}|)$ по измеренным $B_I(\tau)$ или $S_I(\nu)$.

Таким образом, использование приближения «замороженности» и ограничение класса исследуемых световых полей (выражения (1.38) и (1.39)) позволили осуществить частичное разделение пространственных и временных переменных задачи.

Дальнейшее упрощение выражения для корреляционной функции сигнала прибора следует осуществлять путем дополнительной конкретизации класса анализируемых световых полей и типа используемых оптических устройств. Например, полагая, что в процессе проведения эксперимента, «замороженными» являются фаза и уровень амплитуды регистрируемых световых полей и выполняются условия применимости соотношения (1.31), получим:

$$M(\boldsymbol{\eta}) = \left(\Phi^{\chi}_{2,0}(\boldsymbol{\eta}) P_{\gamma\gamma}(\boldsymbol{\eta}) + \Phi^{S}_{2,0}(\boldsymbol{\eta}) P_{\beta\beta}(\boldsymbol{\eta}) - 2\Phi_{S\chi}(\boldsymbol{\eta}) P_{\gamma\beta}(\boldsymbol{\eta})\right). \quad (1.45)$$

1.4. Базовые гидрооптические приборы

Среди рефрактометрических методов и приборных средств их реализации, предназначенных для обеспечения прямых и косвенных измерений параметров состояния морской воды [13] особое место занимают так называемые теневые методы [72, 73], наиболее интенсивно внедряемые в последние десятилетия в практическую гидрооптику [13].

Речь идет о базовых теневых приборах, общая схема которых изображена на рис. 1.2. Световое поле от осветителя 1 проходит слой исследуемой среды толщиной L, расположенный между плоскостями 2 и 3. Входная плоскость теневого прибора 3 расположена на расстоянии d_1 от собирающей линзы 4 с фокусным расстоянием f ; позади нее на расстоянии d_2 в плоскости 5 (теневой плоскости) расположена теневая диафрагма. Прошедший теневую диафрагму свет собирается линзой 6 на фотоприемник 7 через его апертуру. Можно показать, что с точностью до несущественных для расчета функций $R(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ фазовых множителей, передаточная функция теневых приборов имеет вид

$$A(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\eta})=\frac{1}{\lambda^2 d_1 d_2}\exp\left[\frac{ik\rho^2}{2d_1}\right]\times \int d\boldsymbol{\mu} P(\boldsymbol{\mu})\exp\left\{\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}-\frac{1}{f}\right)\mu^2-ik\left[\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{d_1}+\frac{\boldsymbol{\eta}}{d_2}\right)\boldsymbol{\mu}\right]\right\}, \tag{1.46}$$

где $k\equiv 2\pi/\lambda$, λ –длина волны света, $P(\boldsymbol{\mu})$ – функция зрачка, определяемая следующим образом:

$$P(\boldsymbol{\mu}) = \begin{cases} 1, \text{ внутри апертуры линзы,} \\ 0, \text{ вне апертуры линзы,} \end{cases}$$

а интегрирование в (1.46) осуществляется по всей плоскости 2. Если характерный масштаб изменения исследуемого светового поля (например, радиус светового пучка a) в плоскости 2 значительно меньше апертуры линзы, то множитель $P(\boldsymbol{\mu})$ можно не учитывать и формула (1.46) преобразуется к виду

$$A(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\eta})=\frac{1}{\lambda d_1 d_2\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}-\frac{1}{f}\right)}\exp\left[\frac{ik\rho^2}{2d_1}-\frac{ik}{2}\frac{\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{d_1}+\frac{\boldsymbol{\eta}}{d_2}\right)^2}{\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}-\frac{1}{f}\right)}\right]. \tag{1.47}$$

При специальном выборе параметров формулы (1.46) и (1.47) могут быть значительно упрощены. Для этого следует положить $d_1 = 0$, $d_2 = f$. В этом случае получим соответственно

$$A(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\eta})=(\lambda f)^{-1}P(\boldsymbol{\rho})\exp\left\{-\frac{ik\boldsymbol{\rho\eta}}{f}\right\}, \tag{1.48}$$

$$A(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\eta})=(\lambda f)^{-1}\exp\left\{-\frac{ik\boldsymbol{\rho\eta}}{f}\right\}. \tag{1.49}$$

Именно эти формулы мы будем использовать для вычисления функций $R(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)$ теневых приборов различных модификаций (различный вид теневой диафрагмы).

В соответствии с предложенной выше классификацией оптических приборов рассмотрим два типа теневых приборов (теневых диафрагм): теневой прибор с круглой диафрагмой как типичный представитель оптических измерителей амплитудных флуктуаций и теневой прибор с «ножом Фуко» как одно из простейших оптических устройств, регистрирующих фазовые искажения светового поля (см. рис. 1.2.).

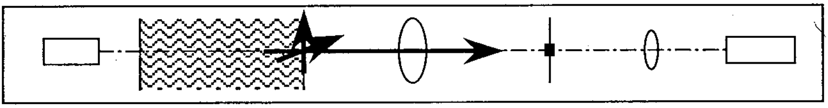


Рис. 1.2. Общая схема теневых приборов.

Итак, пусть функция пропускания теневой диафрагмы имеет вид:

$$\sum{}_k(\boldsymbol{\eta}) = 1 - circ\left(\frac{\eta}{b}\right), \ \eta \equiv |\boldsymbol{\eta}|, \qquad (1.50)$$

а круговая функция $circ(x)$ определяется выражением

$$circ(x) = \begin{cases} 1, x \leq 1 \\ 0, x > 1\ . \end{cases}$$

Подставляя (1.48) и (1.50) в (1.3), получим

$$R_k(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2) = P(\boldsymbol{\rho}_1)P(\boldsymbol{\rho}_2)\left\{\delta(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2) - \frac{b}{\lambda f}\frac{J_1\left(\dfrac{2\pi b\,|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2|}{\lambda f}\right)}{|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2|}\right\}. \qquad (1.51)$$

Нетрудно видеть, что теневой прибор с круглой диафрагмой является (в принятой нами терминологии) измерителем флуктуации уровня амплитуды регистрируемого светового поля, так как $R_k(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2) = R_k(\boldsymbol{\rho}_2,\boldsymbol{\rho}_1)$ или $\beta_k(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2) \equiv 0$. Заметим, что для проведения аналитических оценок с хорошей степенью достоверности можно заменить диафрагму $\Sigma_k(\boldsymbol{\eta})$ на гауссову круглую диафрагму [37]

$$\Sigma_k(\boldsymbol{\eta}) = 1 - \exp\left[\frac{\eta^2}{b^2}\right], \ \eta = |\boldsymbol{\eta}| \ , \tag{1.52}$$

для которой

$$R_{k\Gamma}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = P(\boldsymbol{\rho}_1)P(\boldsymbol{\rho}_2)\left\{\delta(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) - \frac{\pi b^2}{\lambda^2 f^2}\exp\left[-\frac{\pi^2 b^2 |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|^2}{\lambda^2 f^2}\right]\right\} . \tag{1.53}$$

Для теневого прибора с ножом Фуко функция пропускания теневой диафрагмы имеет вид

$$\sum\nolimits_{\text{н}}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2}[1 + \operatorname{sgn}(\eta_x)], \ \boldsymbol{\eta} = \{\eta_x, \eta_y\}, \tag{1.54}$$

где функция знака $\operatorname{sgn}(x)$ определяется выражением

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$

Тогда можно показать, что

$$R_{\text{н}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \frac{P(\boldsymbol{\rho}_1)P(\boldsymbol{\rho}_2)}{2}\left\{\delta(\boldsymbol{\rho}) + \frac{\delta(\rho_y)}{i\pi\rho_x}\right\}, \quad \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2 , \quad \boldsymbol{\rho} = \{\rho_x, \rho_y\}. \tag{1.55}$$

В отличие от теневого прибора с круглой диафрагмой теневой прибор с ножом Фуко обладает как симметричной (действительной), так и антисимметричной (мнимой) частями $\left(\beta_{н}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \dfrac{-\delta(\rho_y)}{\pi\rho_x} \neq 0\right)$.

Рассчитаем для рассмотренных выше типов теневых приборов введенные в 1.2 функции $P_\gamma(\boldsymbol{\eta})$, $P_{\gamma\gamma}(\boldsymbol{\eta})$, $P_{\beta\beta}(\boldsymbol{\eta})$ и $P_{\gamma\beta}(\boldsymbol{\eta})$ для случая плоской волны единичной амплитуды $\Gamma_{1,1}^{U_0} \equiv 1$ и гауссовой функции зрачка:

$$P(\boldsymbol{\rho}) = \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a^2}\right) \tag{1.56}$$

Используя формулы (1.32) – (1.35), (1.53) и (1.56) получим для теневого прибора с круглой диафрагмой:

$$P_{\gamma}^{\kappa\Gamma}(\eta)=\pi a^2\left[1-\frac{a^2}{a^2+c^2}\exp\left(-\eta^2\frac{a^2c^2}{a^2+c^2}\right)\right],\quad c\equiv\frac{f}{kb},\qquad(1.57)$$

$$P_{\gamma\beta}^{\kappa\Gamma}(\eta)=P_{\beta\beta}^{\kappa\Gamma}(\eta)=0\,,\qquad(1.58)$$

$$P_{\gamma\gamma}^{\kappa\Gamma}(\eta)=\left\{\pi a^2\exp\left(-\frac{a^2\eta^2}{4}\right)\left[1-\frac{a^2}{a^2+c^2}\exp\left(\frac{\eta^2}{4}\frac{a^2c^2}{a^2+c^2}\right)\right]\right\}^2,\qquad(1.59)$$

или, если эффективный радиус теневой диафрагмы выбран равным характерному радиусу пятна в теневой плоскости при отсутствии флуктуаций фазы и амплитуды ($a = c$)

$$P_{\gamma}^{\kappa\Gamma}(\eta)=\pi a^2\left[1-\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{a^2\eta^2}{2}\right)\right],\qquad(1.60)$$

$$P_{\gamma\gamma}^{\kappa\Gamma}(\eta)=\left(\pi a^2\right)^2\exp\left(-\frac{a^2\eta^2}{2}\right)\left[1-\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{a^2\eta^2}{8}\right)\right]^2.\qquad(1.61)$$

Аналогично для теневого прибора с ножом Фуко (см. формулу (1.55)) имеем

$$P_{\gamma}^{H}(\eta)=\frac{\pi a^2}{2}\,,\qquad(1.62)$$

$$P_{\gamma\gamma}^{H}(\eta)=\left(\frac{\pi a^2}{2}\right)^2 e^{-\frac{a^2\eta^2}{2}}\,,\qquad(1.63)$$

$$P_{\beta\beta}^{H}(\eta)=P_{\gamma\gamma}^{H}(\eta)erf^2\left(\frac{a\eta_x}{2}\right),\qquad(1.64)$$

где интеграл вероятности

$$erf(x)\equiv\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x\exp\left(-\tau^2\right)d\tau\ .\qquad(1.65)$$

В силу того, что $erf^{\,2}(x)\leq 1$, теневой прибор с ножом Фуко можно рассматривать в качестве фазового измерителя лишь когда

$$\Phi_{2,0}^{S}(\eta)>>\Phi_{2,0}^{\chi}(\eta)\,.\qquad(1.66)$$

Глава 2.
ЗАДАЧА МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗМЕНЧИВОСТИ КОНЦЕНТРАЦИЙ ОПТИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ В ОКЕАНЕ

Предварительные замечания

Одна из причин распространенности оптических методов исследований морской среды заключается в том, что в отличие от электромагнитных полей других спектральных диапазонов (например, радиочастотного) световые поля видимого диапазона спектра могут проникать в водную толщу, обеспечивая возможность зондирования наиболее интересного для океанологии приповерхностного слоя Мирового океана.

Физической предпосылкой широкого использования оптических методов для изучения океана и контроля его состояния является тот факт, что структура световых полей как естественного, так и искусственного происхождения в морской среде и ее (среды) оптические характеристики определяются как свойствами самой чистой (дистиллированной) воды, так и наличием в морской воде оптически активных примесей [2] – ОАП (иногда их называют поглощающими и рассеивающими свет примесями) природного и антропогенного происхождения [57]. Перераспределение таких примесей под влиянием протекающих в морской среде процессов обуславливает соответствующую динамику пространственно-временной структуры изучаемых световых полей.

Оптические методы натурных исследований обеспечивают регистрацию не столько непосредственно самих природных и антропогенных процессов, протекающих в океане, сколько интегрального отклика оптических свойств морской среды на их наличие. Содержащиеся в морской воде ОАП (растворенные вещества, взвешенные частицы, пузырьки воздуха, турбулентные флуктуации плотности и т.д.) выступают в качестве естественных (природных) «индикаторов-трассеров» этих процессов. Именно поэтому оптические методы обычно относят к косвенным методам исследования океана [126]. Изучаемые оптические аномалии морской среды являются результатом действия нескольких одновременно протекающих в океане процессов и позволяют судить в основном об его интегральных характеристиках. Более детальные сведения об океане по результатам оптических измерений можно получить лишь на основе дополнительных данных об исследуемых процессах.

2.1. Постановка задачи

В общем случае разработка физико-математической модели распространения оптически активных примесей должна осуществляться на основе анализа, упрощения и приближенных решений полной системы уравнений статистической гидромеханики с соответствующими начальными и граничными условиями. Предположение о пассивности примеси существенно упрощает поставленную задачу и позволяет провести раздельный анализ гидромеханической части (описание статистических характеристик случайного поля скорости среды) и собственно задачи турбулентной диффузии.

То есть, в процессе моделирования распространения примеси случайное поле скорости – это заданное внешнее воздействие.

С учетом несжимаемости морской воды будем считать примесь непрерывно распределенной в пространстве и времени и характеризовать ее эйлеровым полем объемной концентрации $C(\mathbf{x},t)$. Под описанием турбулентной диффузии мы будем понимать статистическое описание случайного поля $C(\mathbf{x},t)$ при заданных начальных и краевых условиях, включающих и задание источников примеси.

Отметим, что при наличии источников, поле $C(\mathbf{x},t)$ будет неоднородным и нестационарным, а его математическое ожидание $\langle C(\mathbf{x},t)\rangle$ – средняя концентрация – будет некоторой функцией координат и времени (здесь и ниже угловые скобки означают процедуру осреднения по ансамблю реализации случайно-неоднородной среды). Определение этой функции является основной задачей исследований.

При описании турбулентной диффузии примеси будем исходить из того, что в каждой реализации концентрация $C(\mathbf{x},t)$ в областях, не содержащих источников примеси, удовлетворяет уравнению молекулярной диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial CV_k}{\partial x_k}=D_{\text{м}}\frac{\partial^2 C}{\partial x_k \partial x_k}, \qquad (2.1)$$

с заданными начальными и краевыми условиями на границах рассматриваемой области пространства (по повторяющимся индексам здесь и ниже предполагается суммирование), где $k = 1,2,3$, x_k – k-я координата пространственного вектора **x**, $D_м$ – коэффициент молекулярной диффузии примеси, V_k – k-я компонента случайного поля скорости, $\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{\partial}{\partial x_k}$ – частные производные.

Поскольку примесь пассивна, т.е. поле скорости **V** не зависит от концентрации C, уравнение (2.1) линейно относительно C. Краевые условия, как правило, также линейны относительно C [27–43]; обычно они имеют вид

$$D_м \frac{\partial C}{\partial n} + qC = f(t) \ , \qquad (2.2)$$

где n – нормаль к границе, q – некоторая постоянная задачи. В случае «твердых стенок», ограничивающих потоки, краевые условия однородны, т.е. $f(t)=0$; при этом «стенке», полностью поглощающей примесь, соответствует значение $q \to \infty$; «стенке», абсолютно непроницаемой для примеси, – значение $q = 0$, а значения $0 < q < \infty$ соответствуют случаю частичного поглощения и частичного отражения примеси на границе. В случае неограниченного по каким-либо направлениям движения краевые условия на бесконечности обычно берутся в виде требования $C \to 0$, т.е. опять же имеют вид (2.2) (с $f(t)=0$ и $q \to \infty$).

Нас будет интересовать распределение в пространстве и времени средней концентрации примеси $<C(\mathbf{x},t)>$. Произведем осреднение (2.1) по ансамблю реализаций и получим

$$\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial t} + \frac{\partial\langle C\rangle\langle V_k\rangle}{\partial x_k} = D_м \frac{\partial^2\langle C\rangle}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial S_k}{\partial x_k} \qquad (2.3)$$

$$S_k = <V'_k C'>,\ V_k = <V_k> + V'_k,\ C = <C> + C',$$

где вектор $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3)$ имеет смысл плотности потока диффундирующей примеси. Простейшая (и наиболее ранняя) теория турбулентной диффузии, исходит из предположения, что поток **S** пропорционален градиенту средней концентрации, т.е. что

$$S_i = -D\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial x_i} \ , \qquad (2.4)$$

где D – коэффициент турбулентной диффузии. В более общем анизотропном случае вместо предположения (2.4) принимается существование линейной зависимости между векторами S_i и $\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial x_i}$ [27]:

$$S_i = -D_{ij}\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial x_j}, \tag{2.5}$$

где тензор турбулентной диффузии D_{ij}, вообще говоря, является функцией координат и времени.

При решении поставленной задачи (определении $<C(\mathbf{x},t)>$) мы ограничимся полуэмпирической теорией диффузии, в рамках которой

$$\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial t} + \langle V_k\rangle\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k}\left\{[D_{\text{м}}\beta_{ki} + D_{ki}]\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial x_i}\right\}, \tag{2.6}$$

где β_{ki} – символ Кронекера, и учтена несжимаемость морской воды. Область применимости уравнения (2.6) достаточно хорошо изучена (см., например [27], и цитируемую там литературу). При этом в силу линейности начальных и граничных условий по $C(\mathbf{x},t)$ мы в принципе получаем математически корректно поставленную задачу для определения $<C(\mathbf{x},t)>$.

В дальнейшем нам придется иметь дело со случаем квазистационарного и локально однородного в плоскости $x_3 = z = const$ турбулентного движения со средней скоростью, всюду направленной вдоль оси $x_1 = x$. В этом случае коэффициенты D_{ij} (как и все другие статистические характеристики турбулентности) зависят только от координаты z и времени t. Считая, что координатные оси $\{ x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z \}$ совпадают с главными направлениями тензора D_{ij}, можно преобразовать уравнение (2.6) к виду

$$\begin{aligned}&\frac{\partial <C>}{\partial t} + <V_x(z,t)>\frac{\partial <C>}{\partial x} = \\ &= \{D_{\text{м}} + D_{xx}(z,t)\}\frac{\partial^2 <C>}{\partial x^2} + \{D_{\text{м}} + D_{yy}(z,t)\}\frac{\partial^2 <C>}{\partial y^2} + \\ &+ \left\{D_{\text{м}} + \frac{\partial}{\partial z}D_{zz}(z,t)\right\}\frac{\partial <C>}{\partial z}.\end{aligned} \tag{2.7}$$

Таким образом, дополнив соотношения (2.2), (2.6) или (2.7) начальными данными в виде

$$\langle C(\mathbf{x},t)\rangle\Big|_{t=0} = C_0(\mathbf{x}), \tag{2.8}$$

согласованными с соответствующими значениями функций $<V_k(\mathbf{x},t)>$ и $D_{ij}(\mathbf{x},t)$ в начальный момент времени, мы получаем корректно поставленную с математической точки зрения задачу для определения $<C(\mathbf{x},t)>$ [30].

В общем случае эта задача, не имея точного аналитического решения, допускает его численное определение. Ценность подобных численных решений проблематична в связи трудностями оценки точности и достоверности конечного результата (мешают, в частности, наличие производных от экспериментально измеренных функций, отсутствие обоснованного выбора пространственно-временной ячейки для численных расчетов и т.д.). Общепринятым и проверенным на практике выходом из создавшейся ситуации является построение приближенных аналитических решений (или, как минимум, асимптотик решения задачи по тем или иным параметрам), которые могут являться реперными для обоснования итогов численного моделирования. Более того, такие приближенные решения, определяющие $<C(\mathbf{x},t)>$, могут быть более удобными (и не менее достоверными) в силу больших возможностей использования априорной информации.

Для построения базовых имитационно-информационных моделей мы рекомендуем два апробированных на практике приближенных метода.

Первый из них – метод плавных возмущений, успешно используемый в задачах описания взаимодействия внутренних и поверхностных океанских волн [44–48], распространения световых полей в случайно-неоднородных средах [30–32, 49] и т.д. Суть метода состоит в предположении о малости флуктуаций градиентов функций, входящих в задачу, в исследуемых пространственно-временных масштабах вне зоны источников. При этом речь идет о линеаризации по этим малым параметрам как, собственно уравнений, так и граничных условий.

Второй подход – приближение «локальной замороженности» как поля скорости, так и концентрации примеси, область применимости которого достаточно полно рассмотрена в работах [50, 51].

В рамках этих приближений исходная задача принимает достаточно ясный вид. При этом, мы будем рассматривать решения для источника, представляющего собой мгновенный выброс примеси, произошедший в момент времени t_0 в точке $\mathbf{x}_0$: $M\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0,\, t-t_0)$, где M – масса выброшенного вещества, δ – дельта-функция Дирака. Таким образом, решение данной задачи представляет собой ее функцию Грина и, следовательно, полученные результаты легко и естественно обобщаются для произвольно распределенных в пространстве и времени источников.

Ниже, следуя работам [68], [110] и [113], приведены результаты численных расчетов функций Грина («размытие» мгновенного точечного выброса конечной массы). Речь идет о перераспределении концентрации примеси в результате воздействия на выброс диффузионных процессов, дрейфовых течений и внутренних волн.

На первой (иллюстративной) стадии разработки рассматривалась простейшая гидродинамическая модель среды:

– водоем имеет постоянную глубину H;

– поверхностное волнение отсутствует;

– рассматриваемая зона распространения примеси находится на значительном удалении от границ водоема, то есть в рамках модели водоем считается бесконечным по горизонтали;

– потоки примеси через верхнюю и нижнюю границы водоема (морская поверхность и дно) отсутствует, то есть примесь не диффундирует в атмосферу и грунт, а также не аккумулируется на границах;

– среднее значение вертикальной компоненты поля скорости равно нулю;

– коэффициенты тензора турбулентной диффузии D_{ij} постоянны (в частности, не стратифицированы по глубине);

– поле течений в исследуемом водоеме известно, стационарно и имеет простую структуру

$$\langle V_z(\mathbf{x},t)\rangle = 0,\ \ \langle V_x(\mathbf{x},t)\rangle = \langle V_x(z)\rangle,\ \langle V_y(\mathbf{x},t)\rangle = \langle V_y(z)\rangle.$$

Введем прямоугольную систему координат так, что ось OZ совпадает с нормалью к водной поверхности, причем $z=0$ на морской поверхности и $z=H$ на дне водоема. С учетом сделанных предположений для точечного мгновенного источника (функция Грина задачи) $\langle C_{\text{Гр}} \rangle$ имеем:

$$\frac{\partial \langle C_{\text{Гр}} \rangle}{\partial t} + \langle V_x(z) \rangle \frac{\partial \langle C_{\text{Гр}} \rangle}{\partial x} + \langle V_y(z) \rangle \frac{\partial \langle C_{\text{Гр}} \rangle}{\partial y} = \\ = [D_{\text{м}} \delta_{ik} + D_{ik}] \frac{\partial^2 \langle C_{\text{Гр}} \rangle}{\partial x_i \partial x_k} + M\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, t - t_0), \tag{2.9}$$

где M – масса, t_0 – время выброса, $\mathbf{x}_0$ – координаты источника, а граничные условия имеют вид

$$\left. \frac{\partial \langle C_{\text{Гр}} \rangle}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \langle C_{\text{Гр}} \rangle}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \tag{2.10}$$

Как было указано выше, для приближенного решения задачи (2.7) с граничными условиями (2.10) ограничимся приближением «локальной замороженности» [50, 51], когда поле скорости $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ в уравнении (2.7) считается «замороженным», то есть все временные флуктуации поля скорости обусловлены переносом его пространственной структуры средним полем стационарных течений. Тогда в рамках самосогласованной многопараметрической теории возмущений, например, в «нулевом приближении» по градиентам поля скорости имеем:

$$C(x,t) = \frac{M \cdot \Phi(z,H)}{(4\pi T)^{3/2} D_\perp \sqrt{D_z}} \times \\ \times \exp\left\{ -\frac{[x - x_0 - \langle V_x(z) \rangle T]^2 + [y - y_0 - \langle V_y(z) \rangle T]^2}{4D_\perp T} - \frac{(z - z_0)^2}{4D_z T} \right\}, \tag{2.11}$$

где $D_\perp \equiv (D_{\text{м}} + D_{xx}) = (D_{\text{м}} + D_{yy}),\ D_z \equiv (D_{\text{м}} + D_{zz}),\ T = t - t_0$,

$\Phi(z, H)$ – известная функция, обеспечивающая выполнение граничных условий (2.10). В рамках указанной многопараметрической теории возмущений возможно получение решения задачи переноса примеси (аналогичное (2.11)) в поле линейных плавно меняющихся внутренних волн, что существенно для решения широкого круга прикладных задач.

2.2. Примеры построения функции Грина

В заключение настоящей главы приведены примеры построения функций Грина и её использования для различных гидродинамических ситуаций.

На рис. 2.1. слева вверху показан вертикальный профиль модуля вектора скорости течения $<u(z)> = (<u_x(z)>^2 + <u_y(z)>^2)^{1/2}$. Ниже выводятся исходные параметры: $K_L = K_x = K_y = (D_м + D_{xx}) = (D_м + D_{yy})$; $K_z = (D_м + D_{zz})$; прошедшее после выброса время $T = t - t_0 \approx 30$ часов; общая масса выброшенного вещества $M = 30$ кг; координаты источника X_0, Y_0, Z_0 ; параметр P характеризует «неконсервативность» примеси ($P \sim$ 4-х обратных суток).

В центре вверху в виде карты псевдоцветов выводятся значения концентрации примеси $<C(\mathbf{x},z)>$ (вертикальное сечение) в мг/литр (mg/L – шкала псевдоцветов-концентраций показана справа), внизу в виде карты псевдоцветов выводятся значения концентрации примеси $<C(\mathbf{x},z)>$ –горизонтальное сечение на горизонте z = 95 м. Белыми стрелками показаны вектора скорости течений. Крестиком отмечено место выброса.

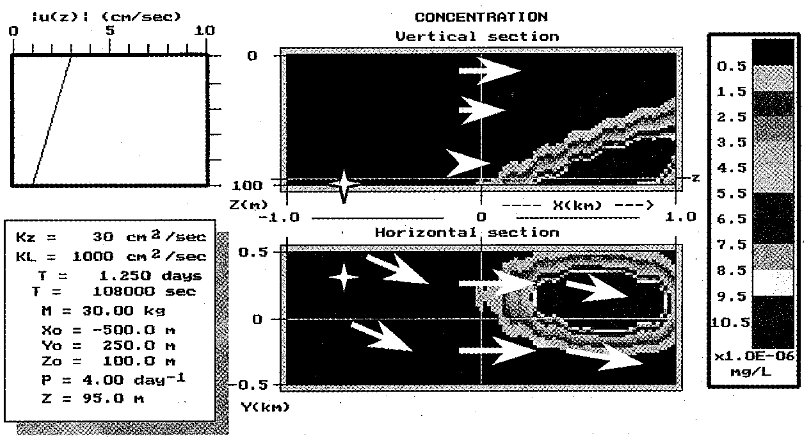


Рис. 2.1. Распределение примеси после мгновенного точечного выброса. Место выброса обозначено крестиком. Дополнительно заданы внутренние волны с максимальной амплитудой порядка 1м.

На рис. 2.2 показано распределение концентрации для случая стационарного источника, мощность которого 1 кг/час так, что общая масса выброшенного вещества равна 30 кг

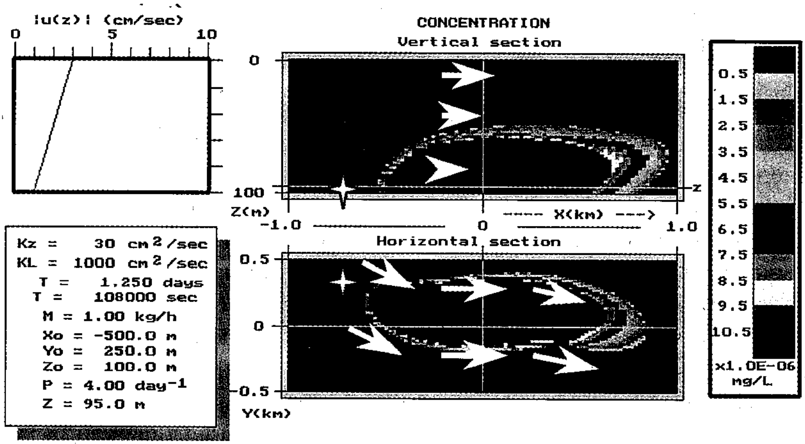


Рис. 2.2. Распределение примеси от стационарного источника мощностью 1кг/час, функционировавшего 30 часов с момента T=0 в точке (X_0, Y_0, Z_0). Диапазон воспроизводимых концентраций $(0.5 \div 10.5)\text{x}10^{-6}$ мг/литр.

Глава 3.
РАССЕЯНИЕ ОКЕАНИЧЕСКИХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН НА ЛОКАЛИЗОВАННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ ПОЛЯ ПЛОТНОСТИ

Предварительные замечания

В качестве основных гидродинамических процессов, влияющих на изменчивость оптических трасс зондирования морской среды и, следовательно, потенциальных объектов исследования оптическими методами выбраны внутренние волны и мелкомасштабная турбулентность. Это сделано не случайно. С одной стороны, пространственно-временные характеристики этих гидрофизических полей определяют, как показано выше, процессы переноса оптически активных примесей. С другой – их роль в задачах океанологии, физики океана и т.д. трудно переоценить.

Кроме того, круг обсуждаемых вопросов ограничен анализом механизма образования и оптических методов идентификации гидрофизических аномалий, вызванных рассеянием внутренних волн на локализованных неоднородностях поля плотности толщи морской среды.

Внутренние волны своим существованием обязаны присутствием в толще морской среды устойчивой плотностной стратификации, характеризуемой частотой Вяйсяля-Брента $N_0(z)$. Любые изменения $N_0(z)$ оказывают существенное влияние на характеристики распространяющихся внутренних волн. Поэтому, когда существует локализованная в пространстве область с иной стратификацией плотности, происходит взаимодействие естественных (фоновых) внутренних волн с возмущенной зоной. В результате такого взаимодействия часть энергии внутренних волн поглощается этой областью, а другая часть энергии рассеивается, создавая в среде новое (рассеянное) волновое поле.

Очевидно, что для описания рассеяния внутренних волн необходима информация о структуре плотностной неоднородности и параметрах исходной (фоновой) внутренней волны. Поэтому помимо теоретического анализа задачи рассеяния внутренних волн на локализованных неоднородностях поля плотности существенную роль играют исследования по обоснованию использования дистанционных многоспектральных оптических методов и разработка методик проведения комплексных экспериментов по определению параметров как собственно фоновых внутренних волн, так и пространственно-временной структуры гидрофизических аномалий, возникших в результате их рассеяния.

3.1. Постановка задачи

В научной литературе обсуждался ряд механизмов рассеяния волновых полей. Основное внимание было сосредоточено на изучении задач дифракции и отражения волн от жестких препятствий, моделирующих береговые линии, рельеф дна, обтекание подводных гор и хребтов и т. д. [48]. Внутренние волны в присутствии объемных плотностных неоднородностей рассматривались как в задачах, учитывающих вертикальную микроструктуру поля плотности [54] так и в задачах, учитывающих горизонтальную плотностную изменчивость среды [52].

Учет случайной вертикальной плотностной микроструктуры приводит к тому, что дисперсионное соотношение и фаза волны также становятся случайными. Это, в свою очередь, ведет к взаимодействию между модами внутренних волн и к снижению их когерентности [53]. В частности, для периодической вертикальной микроструктуры в [53] показано, что дисперсионные кривые внутренних волн формируются в узкие кластеры, а короткие высокочастотные волны распространяются группами (пакетами), локализованными в частотно-волновом пространстве. Учет горизонтальной неоднородности среды [52] показывает, что горизонтальная изменчивость $N_0(x,z)$ может вызвать заметный рост амплитуд волн и возникновение их неустойчивости.

Ниже предлагается и исследуется новый механизм передачи энергии по спектру внутренних волн – рассеяние внутренних волн на локализованных неоднородностях поля плотности [147 – 152].

Прежде чем перейти к физико-математической постановке задачи ещё раз подчеркнем, что в монографии рассматриваются лишь отдельные фрагменты частных моделей или решений конкретных задач. В случае необходимости, при минимальном усложнении теоретического обеспечения, на основе таких фрагментов и реальных экспериментальных данных возможно более детальное рассмотрение процессов формирования, эволюции и вырождения конкретных гидрофизических аномалий.

Будем предполагать, что в среде, характеризуемой распределением плотности $\rho_0(z)$, распространяется внутренняя волна с известным дисперсионным соотношением $\omega=\omega(k)$ [48, 52]. Пусть в среде существует неоднородность с распределением плотности $\rho_0(z)+\rho_1(\boldsymbol{r})$. Здесь $\rho_1(\boldsymbol{r})$ описывает структуру неоднородности поля плотности, $\boldsymbol{r} \in D$, а D – характеризует размеры и форму плотностной неоднородности. Рассеяние фоновой внутренней волны на такой неоднородности поля плотности осуществляется путем сохранения в правой части уравнения нелинейных членов, учитывающих взаимодействие поля скорости с плотностной неоднородностью. При достаточно общих ограничениях в рамках многопараметрической теории возмущений из системы уравнений гидродинамики можно получить исходное уравнение, например, для вертикальной составляющей поля скорости, описывающее процесс рассеяния внутренних волн:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta w + N_0^2(z)\,\Delta_\perp w = -N_0^2(z)\Delta_\perp(\mathbf{U}\cdot\boldsymbol{\beta}), \tag{3.1}$$

где $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{r}) = g/\rho_*[\nabla\rho_1(\mathbf{r})/N_0^2(z)]$ характеризует степень перемешанности неоднородности поля плотности; Δ, $\Delta_\perp$ – полный и горизонтальный операторы Лапласа, соответственно.

Остановимся теперь на задании начальных условий. Следует заметить, что осредненные уравнения гидродинамики при начальной стратификации, зависящей от горизонтальных координат, могут быть удовлетворены лишь при наличии стационарных течений. Однако можно считать эти течения в первом приближении несущественными. Основанием к этому могут служить работы по исследованию плотностных неоднородностей, в которых показано существование продолжительного периода на заключительном этапе развития неоднородности, когда внешние течения практически отсутствуют, а саму неоднородность можно считать покоящейся и не изменяющейся во времени [153]. Поэтому в дальнейшем для простоты будем предполагать, что априори в среде существует покоящаяся и не изменяющаяся во времени плотностная неоднородность, а средние течения отсутствуют. Таким образом, в качестве начальных условий примем, что в среде в момент времени $t = 0$ существует только поле скорости фоновой внутренней волны.

Решение уравнения (3.1) в общем виде может быть получено с помощью функции Грина путем сведения этого уравнения к интегральному уравнению Фредгольма второго рода [43], где в качестве свободного члена выступает вертикальная составляющая поля скорости фоновой внутренней волны. Так, в случае задания нулевых начальных условий уравнение (3.1) сведется к следующему интегральному уравнению:

$$w(\mathbf{r},t)=w_{\phi}(\mathbf{r},t)-\int_0^t dt'\int_D N_0^2(z')G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-t')\,\Delta_{\perp}[\mathbf{U}(\mathbf{r}',t')\beta(\mathbf{r}')]d\mathbf{r}', \quad (3.2)$$

$$\mathbf{r}\notin D,$$

где $\mathbf{r} = \{\rho, z\}$; $\rho = \{x, y\}$; $G(\mathbf{r},t)$ – функция Грина оператора внутренних волн [145, 146].

Второе слагаемое в правой части этого выражения представляет собой собственно рассеянное поле. Известно [122], что решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода может быть построено методом последовательных приближений. Считая $|\beta(\mathbf{r})| << 1$, ограничимся при решении этого интегрального уравнения первым приближением, описывающим однократно рассеянное поле. Оно порождено непосредственно взаимодействием первичного поля $U_{\phi}(\mathbf{r}, t)$ с плотностной неоднородностью:

$$w_1(\mathbf{r}) = \int_0^t dt'\int_D N_0^2(z')G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-t')\bullet\Delta_{\perp}[\mathbf{U}_{\phi}(\mathbf{r}',t')\cdot\beta(\mathbf{r}')]d\mathbf{r}', \quad (3.3)$$

$$\mathbf{r}\notin D.$$

Будем называть для краткости, по аналогии с оптикой, такое приближение приближением однократного рассеяния или борновским.

Прежде, чем перейти к непосредственному анализу характеристик рассеянного поля в борновском приближении, опишем свойства функции Грина задачи Коши [145] в случае бесконечного океана, характеризующегося постоянной частотой Вяйсяля-Брента ($N_0(z) = const$).

3.2. Функция Грина оператора внутренних волн

Многие задачи линейной теории волн в непрерывно стратифицированной среде связаны с исследованием задачи Коши для уравнения внутренних волн во вращающейся жидкости при наличии объемных источников $f(r,t)$. Такие задачи, как это отмечалось выше, могут быть сведены с помощью функции Грина к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Построим функцию Грина на примере задачи Коши в случае простейшей модели среды – экспоненциально стратифицированной безграничной жидкости, рассмотрение которой бывает вполне достаточно для многих практических применений. В приближении Буссинеска эта задача имеет вид [145]:

$$M[U(\mathbf{r},t)]=f(\mathbf{r},t),\ M\equiv\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+N_0^2\right)\Delta+\left(4\Omega-N_0^2\right)\frac{\partial^2}{\partial z^2}, \tag{3.4}$$

$$U|_{t=0}=U_0(\mathbf{r}),\ \frac{\partial}{\partial t}U|_{t=0}=U_1(\mathbf{r}). \tag{3.5}$$

Здесь частота Вяйсяля-Брента N_0 и угловая скорость вращения Ω постоянны. Функция $U(\mathbf{r},t)$ может описывать одну из следующих величин: $w(\mathbf{r},t)$ – вертикальную компоненту скорости в волне, $\zeta(\mathbf{r},t)$ – смещение уровня изопикны, $\rho(\mathbf{r},t)$ – плотность.

Решение задачи (3.4) и (3.5) простым образом связано с фундаментальным решением $G(\mathbf{r},t)=\theta(t)\cdot Y(\mathbf{r},t)$ задачи Коши для однородного уравнения [146]:

$$M[Y(\mathbf{r},t)]=0,\ Y|_{t=0}=0,\ \frac{\partial}{\partial t}Y|_{t=0}=-\frac{1}{4\pi r},\ r\equiv|\mathbf{r}|, \tag{3.6}$$

$$\theta(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t\geq 0\end{cases}.$$

При достаточно общих ограничениях на функции $f(\mathbf{r},t)$, $U_0(\mathbf{r})$, $U_1(\mathbf{r})$ решение задачи (3.4) и (3.5) записывается в виде:

$$U(\mathbf{r},t)=\int_0^t dt'\int f(\mathbf{r}',t')G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-t')d\mathbf{r}'+$$

$$+\int\frac{\partial}{\partial t}G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t)\cdot\Delta U_0(\mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'+\int G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t)\cdot\Delta U_1(\mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'. \tag{3.7}$$

С помощью прямого и обратного преобразований Фурье по пространственным координатам и Лапласа по времени получим функцию Грина задачи (3.6) в виде:

$$G(\mathbf{r},t)= -\frac{\theta(t)}{4\pi r}\int_0^t J_0(N_0, t')J_0[n\cdot(t-t')]dt', \tag{3.8}$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка; $n \equiv \sqrt{\dfrac{N_0^2 \cdot z^2}{r^2} + 4\Omega\dfrac{x^2+y^2}{r^2}}$.

Выражение (3.8) было получено в работе [145], в которой, в частности, отмечалось, что это выражение является по своему виду более простым и может быть при необходимости легко проинтегрировано численными методами в отличие от выражения, полученного в работе [146].

Функцию Грина $G(\mathbf{r},t)$ можно рассматривать как выражение, описывающее возникновение и дальнейшее развитие внутренних волн при начальном задании (t=0) вертикальной компоненты поля скорости ($\frac{\partial}{\partial t}\zeta(\mathbf{r},t)$), если под $\zeta(\mathbf{r},t)$ подразумевать вертикальное смещение уровня равной плотности. Тогда формула (3.8) позволяет исследовать пространственно-временной характер таких волн для различных времен существования.

1. При $N_0 t << 1$ получим:

$$Y(\mathbf{r},t)\cong -\frac{t}{4\pi r}, \tag{3.9}$$

то есть в первые моменты времени во всей среде существует первоначальное возмущение, которое растет прямо пропорционально первой степени времени.

2. При $N_0 t >> 1$ для $\dfrac{|z|}{r}$ = const > 0 и $\Omega = 0$, будем иметь:

$$Y(\mathbf{r},t)\cong -\frac{1}{(2\pi)^{3/2} N_0\sqrt{N_0 t}\cdot r\sqrt{1-\dfrac{z^2}{r^2}}}\times$$

$$\times\left[\sin\left(N_0\cdot t-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{sin\left(N_0\cdot t\cdot\dfrac{|z|}{r}+\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\dfrac{|z|}{r}}}+0\left(\frac{1}{N_0 t}\right)\right] \qquad (3.10)$$

Как видно из (3.10), с течением времени происходит формирование структуры поля внутренних волн, которые при больших временах описываются вторым слагаемым в квадратных скобках. Они представляют собой затухающие со временем и расстоянием аксиально-симметричные бегущие внутренние волны, имеющие максимальную амплитуду вблизи оси z и минимальную вблизи горизонтальной плоскости. Первое слагаемое представляет собой затухающее со временем и расстоянием возмущение всей среды, как единого целого.

3.3. Трехслойная модель океана

Задача рассеяния внутренних волн на слабо неоднородном возмущении поля плотности в трехслойной модели океана рассмотрена в [154]. Выберем начало системы координат $\{\mathbf{x}, z\}$ на верхней границе пикноклина, ось Z направим вниз. Будем считать, что океан ограничен сверху $(z = -h)$ свободной поверхностью, а снизу $(z = H + d)$ – плоским ровным дном. Рассмотрим случай однократного рассеяния внутренних волн [147]. Считая, что все возмущения малы и ограничившись линейными по β членами можно получить следующую систему уравнений для описания поля скорости рассеянных внутренних волн:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta w + N_0^2(z)\,\Delta_\perp w = -N_0^2(z)\Delta_\perp(\mathbf{U}\cdot\boldsymbol{\beta}),\ 0 < z \le H, \qquad (3.11)$$

$$\Delta\Phi_{1,2} = 0,\ -h < z < 0,\ H < z < H+d, \qquad (3.12)$$

где $\mathbf{U}$ – поле скорости падающей (фоновой) волны; $\Phi_{1,2}$ – гидродинамические потенциалы поля скорости $\mathbf{U}_{1,2}$ в верхнем и нижнем слоях.

На свободной поверхности и границах разделов слоев должны выполняться следующие кинематические и динамические граничные условия [45]:

$$w=-\frac{\partial}{\partial z}\Phi_{1,2}, \quad z=0,H, \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}w=\Delta_{\perp}\Phi_{1,2}, \quad z=0,H, \tag{3.14}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi_1-g\frac{\partial}{\partial z}\Phi_1=0, \quad z=-h\ , \tag{3.15}$$

а на дне должно выполняться условие непротекания:

$$\frac{\partial}{\partial z}\Phi_2=0, \quad z=H+d. \tag{3.16}$$

В качестве начальных данных примем факт отсутствия рассеянного поля в момент времени $t = 0$:

$$w\Big|_{t=0}=\frac{\partial}{\partial t}w\Big|_{t=0}=\Phi_{1,2}\Big|_{t=0}=\frac{\partial}{\partial t}\Phi_{1,2}\Big|_{t=0}=0. \tag{3.17}$$

Будем считать, что падающая внутренняя волна **U** является монохроматической с частотой ω_0, $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\mathrm{x},z)exp(-i\omega_0 t)$, а неоднородность поля плотности ρ' возникла в момент времени $t = 0$ и далее не изменяется со временем.

Для нахождения решений (3.11) – (3.17) воспользуемся методом преобразования Лапласа по времени $L_{\omega t}$ и преобразованием Фурье по горизонтальным пространственным переменным $F_{\chi x}$. Применив операции L и F к (3.11) – (3.17), получим для $\tilde{\varphi}_j(\bar{\chi},z,\omega)=\{\tilde{w},\tilde{\Phi}_{1,2}\}=LF[\varphi_j(\bar{\chi},z,t)]$ систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{\Phi}_{1,2}-\chi^2\tilde{\Phi}_{1,2}=0, \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{w}+\alpha^2\chi^2\tilde{w}=-\frac{i}{\omega+\omega_0}\frac{N_0^2}{\omega^2}\tilde{G}(\bar{\chi},z), \tag{3.19}$$

где $G(\mathbf{x},z) = \Delta_\perp(\mathbf{U}\cdot\beta)$, $\alpha^2 = N^2/\omega^2 - 1$, $\chi = |\vec{\chi}|$. Граничные условия (3.27) и (3.16) не изменятся, а в (3.14) и (3.15) надо заменить символы $\Delta_\perp$ и $\partial^2/\partial t^2$ на $-\chi^2$ и $+\omega^2$, соответственно.

Наибольший интерес с практической точки зрения представляют волновые течения в верхнем перемешанном слое и в пикноклине, поэтому вместо полного решения задачи (3.11) – (3.17) найдем только выражения для $\Phi \equiv \Phi_1(\mathbf{x},z,t)$ и $w(\mathbf{x},z,t)$. По полю w, как известно [45], могут быть определены и остальные характеристики поля внутренних волн в термоклине – горизонтальная компонента поля скорости, флуктуации полей плотности и давления.

Решение уравнений (3.18) и (3.19) больших сложностей не представляет, поэтому, опуская промежуточные выкладки, запишем выражения для $\tilde{\Phi}$ и $\tilde{w}$:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\Phi} \\ \tilde{w} \end{Bmatrix} = \pm i \frac{\alpha^2+1}{(\omega+\omega_0)\alpha} \int \tilde{G}(\vec{\chi},\tau) \begin{Bmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{B} \end{Bmatrix} (\chi,\tau,\omega,z) d\tau, \tag{3.20}$$

где

$$\begin{Bmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{B} \end{Bmatrix} = \frac{\sin\alpha\chi(H-\tau) + \alpha\, th\chi d \cos\alpha\chi(H-\tau)}{\chi f(\chi,\omega)} \times$$

$$\times \begin{cases} \dfrac{1}{\chi}\sec h\chi h \left[\dfrac{\omega^2}{g} sh(z+h)\chi - \chi ch(z+h)\chi \right] \\[2ex] \left[\dfrac{\omega^2}{g} - \chi th(\chi h) \right] \cos\alpha\chi z - \dfrac{1}{\alpha}\left[\chi - \dfrac{\omega^2}{g} th(\chi h) \right] \sin\alpha\chi z, \end{cases} \tag{3.21}$$

$$f(\chi,\omega) = \left(\frac{\omega^2}{g} - \chi th(\chi h) \right) (\alpha\, th\chi d \sin\alpha H\chi - \cos\alpha H\chi) +$$

$$\frac{1}{\alpha}\left(\chi - \frac{\omega^2}{g} th(\chi h) \right) (\sin\alpha H\chi + \alpha\, th\chi d \cos\alpha H\chi).$$

Применив к (3.20) операции L^{-1} и F^{-1}, получаем

$$\begin{Bmatrix}\Phi\\ w\end{Bmatrix}=\mp N^2\int G(\mathbf{x}',\tau)\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-i\sigma-\infty}^{-i\sigma+\infty}e^{i\omega t}\,\frac{\begin{Bmatrix}A\\ B\end{Bmatrix}(\mathbf{x}-\mathbf{x}',z,\tau,\omega)}{(\omega+\omega_0)\omega\sqrt{N_0^2-\omega^2}}d\omega d\mathbf{x}'d\tau,\ \sigma>0, \tag{3.22}$$

где $A=F^{-1}\left[\tilde{A}\right]B=F^{-1}\left[\tilde{B}\right]$ – обратное Фурье-преобразование функций $\tilde{A}$, $\tilde{B}$.

Для вычислений A и B разложим мероморфные функции $\tilde{A},\tilde{B}$ на простейшие дроби:

$$\begin{Bmatrix}\tilde{A}\\ \tilde{B}\end{Bmatrix}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\begin{Bmatrix}a_n\\ b_n\end{Bmatrix}\frac{1}{\chi-\xi_n}, \tag{3.23}$$

где ξ_n– корень уравнения $f(\xi_n,\omega)=0$; a_n, b_n – вычеты функций в точке $\chi=\xi_n$.

Предполагая для простоты $x=|\mathbf{x}|$ и, соответственно, $\chi=|\chi|$ (плоский случай) и, опуская промежуточные выкладки [16] запишем окончательное выражение:

$$\begin{Bmatrix}w\\ \Phi\end{Bmatrix}=\pm2\int G(x,\tau)*\begin{bmatrix}\dfrac{\alpha_0^2+1}{\alpha_0}\exp(-i\omega_0t)\,\mathrm{sign}x\sin\xi_nx\begin{Bmatrix}b_n\\ a_n\end{Bmatrix}+\\[2ex] +Vp\displaystyle\int\limits_{-N}^{N}\frac{\alpha_0^2+1}{(\omega-\omega_0)\alpha}\exp(i\omega t)\cos\xi_nx\begin{Bmatrix}b_n\\ a_n\end{Bmatrix}d\omega\end{bmatrix}d\tau. \tag{3.24}$$

Здесь * – свертка по x; $\alpha_0^2=N^2/\omega_0^2-1$; при записи (3.24) знак суммы по n опущен; Vp – интеграл в смысле главного значения.

Анализ (3.24) показывает, что в результате рассеяния происходит насыщение спектра падающей внутренней волны высокими пространственно-временными частотами. Видно, что поле рассеянной внутренней волны складывается из двух течений:

– незатухающие со временем колебания (первое слагаемое), распространяющиеся с частотой ω_0 падающей внутренней волны;

– нестационарное, затухающее со временем течение сложного вида, которое описывается вторым членом.

Остановимся на первом слагаемом в (3.24). Стационарное течение является суперпозицией бесконечного числа волн с волновыми числами ξ_n, удовлетворяющими дисперсионному соотношению $f(\xi_\eta, \omega_0) = 0$. Первый член ряда описывает волну с дисперсионным соотношением для длинных волн на мелкой воде $\xi_0^2 \approx \omega_0^2/g(H+h+d)$. Он связан с учетом формы свободной поверхности и слабо зависит от стратификации. В реальных гидрофизических условиях этот член весьма слабо сказывается на структуре поля скорости в глубине океана и им можно пренебречь. Это означает, что в граничных условиях на поверхности океана мы пренебрегаем возмущениями формы свободной поверхности и переходим к приближению «твердой крышки» [45] при описании распространения внутренних волн.

Для единообразия записи вместо потенциала скорости Φ и вертикальной компоненты скорости W перейдем к функции тока Ψ. Введем параметры $\varepsilon_1 = \pi h/\alpha_0 H$, $\varepsilon_2 = \pi d/\alpha_0 H$, характеризующие относительные толщины однородных слоев. Представив ξ_n в виде $\xi_n \approx (\pi/\alpha_0 H)(n+\gamma_n)$, получим уравнение для γ_n:

$$tg\pi\gamma_n = -\alpha_0 \frac{th\varepsilon_1(n+\gamma_n) + th\varepsilon_2(n+\gamma_n)}{1-\alpha_0^2 th\varepsilon_1(n+\gamma_n) th\varepsilon_2(n+\gamma_n)}. \qquad (3.25)$$

Если же положить $\varepsilon_{1,2} \equiv 0$ (следовательно, и $\gamma_n \equiv 0$), то получим решение стационарной задачи рассеяния, описанное в [149].

Сложность получаемых с помощью (3.25) выражений для a_n и b_n не позволяет точно просуммировать получающиеся ряды при произвольном значении параметров $\varepsilon_{1,2}$. Однако в случае, когда толщина однородных слоев сравнима с толщиной пикноклина или превышает ее $\varepsilon_{1,2} \geq 1$, можно найти приближенное выражение для Ψ. Заметим, что для океана обычно $h \sim H << d$ [45], и полученные выражения будут вполне реальны.

При $\varepsilon_{1,2} \geq 1$ можно считать, что $-\gamma_n = -\gamma = (1/\pi)arctg(2\alpha_0/1 - \alpha_0^2)$, $th(\xi_n\varepsilon_{1,2}) = 1$, $sech(\xi_n\varepsilon_{1,2}) = 0$, для всех $n \geq 1$. Учитывая эти приближенные равенства и используя (3.25), получим следующее выражение:

$$\Psi(x,z,t) = -\frac{2}{\alpha_0 H}\exp(-i\omega_0 t)\int d\tau(\mathbf{U}\cdot\beta)^* signx\cos\xi_n x(\alpha_0\cos\xi_n\tau + \sin\xi_n\tau)\times$$

$$\times\begin{cases} \exp(\xi_n z), & z<0 \\ \cos(\xi_n z) + \frac{1}{\alpha_0}\sin(\xi_n z), & 0<z<H. \end{cases}$$

(3.26)

Для иллюстрации данного решения конкретизируем вид ($\mathbf{U}\cdot\boldsymbol{\beta}$) и рассмотрим идеализированный случай, когда возмущение поля плотности имеет вид $\beta(\rho,z) = \beta\theta(A - |x|)\exp\left[-(z-\xi)^2/B^2\right]$, причем $A \ll \lambda$, где λ – длина исходной внутренней волны. Тогда можно приближенно считать, что

$$(\mathbf{U}\cdot\boldsymbol{\beta}) = E\beta\theta(A - |x|)\exp\left[-(z-\xi)^2/B^2\right], \tag{3.27}$$

где E – амплитуда поля скорости падающей внутренней волны. Подставив (3.27) в (3.26), имеем

$$\Psi(x,z,t) = -\frac{4}{\sqrt{\pi}}E\beta B\exp\left(-i\omega_0 t - \left(\frac{\pi B}{2H}m\right)^2\right)\times$$

$$\times\frac{1}{m}\left(\alpha_0\cos\frac{\pi}{H}\xi m + \sin\frac{\pi}{H}\xi m\right)\left[\begin{array}{l}\theta(|x|-A)signx\cos\frac{\pi}{\alpha_0 H}xm\sin\frac{\pi}{\alpha_0 H}Am + \\ +\theta(A-|x|)\left(\cos\frac{\pi}{\alpha_0 H}Am + \sin\frac{\pi}{\alpha_0 H}xm\right)\end{array}\right]\times$$

$$\times\begin{cases} \exp\left(\frac{\pi}{\alpha_0 H}zm\right), & z<0, \\ \cos\left(\frac{\pi}{H}zm\right) + \frac{1}{\alpha_0}\sin\left(\frac{\pi}{H}zm\right), & 0<z<H, \end{cases}$$

(3.28)

где $m = n + \gamma$. При записи (3.28) знак суммы по n опущен.

Из (3.28) следует, что в результате интерференции различных мод поле рассеянной внутренней волны концентрируется в узких зонах, геометрические размеры которых зависят от размеров неоднородности (см. рис. 3.1). Оценки максимальных значений амплитуд и градиентов поля скорости рассеянной внутренней волны в этих зонах дают:

$$\max|V| \approx \frac{4}{\alpha_0} E\beta, \quad \max\left|\frac{\partial_z U}{\partial_z U_0}\right| \approx \frac{8}{\alpha_0\sqrt{\pi}} \beta \frac{H}{B}. \qquad (3.29)$$

Видно, что в зонах, указанных на рисунке, поле рассеянной внутренней волны может быть сравнимо с полем падающей внутренней волны. При этом существенно то, что на границах этих зон достигаются значительные по сравнению с исходными градиенты скорости, а степень локализации энергии рассеянных внутренних волн может быть достаточной для возникновения и развития неустойчивости.

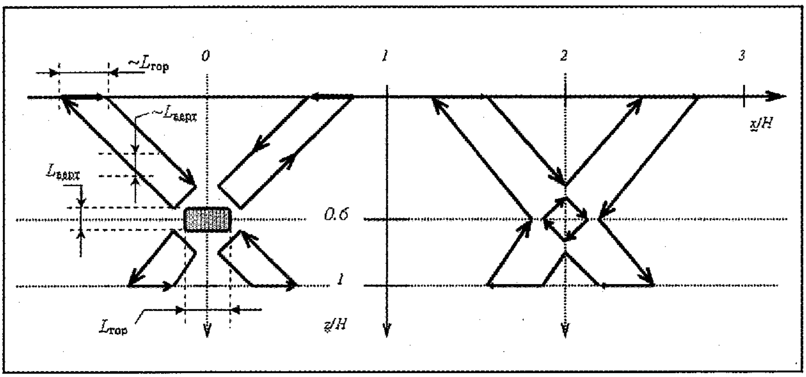


Рис.3.1. Характерная структура поля течений рассеянной на неоднородности плотности внутренней волны. H – нижняя граница термоклина. $L_{гор}$ и $L_{верт}$ – соответственно, горизонтальный и вертикальный масштаб неоднородности поля плотности ($L_{гор}$ ~ 0,3H; $L_{верт}$ ~ 0,05H).

Глава 4.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ОПТИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ОКЕАНА

Предварительные замечания.

Естественно, что для описания рассеяния внутренних волн необходима априорная информация как о структуре и форме плотностной неоднородности, так и о параметрах поля исходных (фоновых) внутренних волн. Аналогичная информация необходима и для верификации модели (экспериментальной проверки теоретических построений). Очевидно, что реальная перспектива получения такой информации – дистанционный оптический мониторинг океана с минимальным использованием контактных измерений [2, 35, 55–62].

В настоящее время наибольшее распространение получили пассивные многоспектральные системы дистанционного зондирования океана с аэрокосмических носителей и научно-исследовательских судов [58]. Использование в качестве источников подсветки небосвода и Солнца позволяет резко упростить используемую дистанционную оптическую аппаратуру и в то же время значительно расширить ее информационные возможности (например, путем оптимизации подбора рабочих спектральных диапазонов оптического зондирования, увеличения числа каналов и т.д.). Однако пассивные системы имеют и существенные недостатки (в частности, нестабильность интенсивности и спектрального состава светового потока естественного излучения особенно при наличии облачности, зависимость эффективности зондирования от положения Солнца на небосводе и т.п.). Эти обстоятельства предъявляют повышенные требования к теоретическому обеспечению данного класса экспериментов (обоснованию достоверности их результатов).

Ниже обсуждается ряд аспектов указанной проблемы. В основном мы будем следовать работам [2, 34, 68, 70, 110–112], в которых изложены результаты цикла подобных исследований, проведенных в различные годы под научным руководством автора монографии.

4.1. Моделирование изменчивости оптических трасс пассивного многоспектрального зондирования океана

В нашем случае, моделирование оптических трасс по сути состоит в теоретическом обосновании методик постановки и проведения комплексных экспериментов по дистанционному многоспектральному зондированию морской толщи, позволяющих определять пространственно-временные характеристики изменчивости концентраций оптически активных примесей, вызванной рассеянием внутренних волн на локализованных неоднородностях поля плотности.

Модель вертикального распределения концентраций оптически активных примесей и модельная схема эксперимента по многоспектральному оптическому зондированию показаны на рис. 4.1.

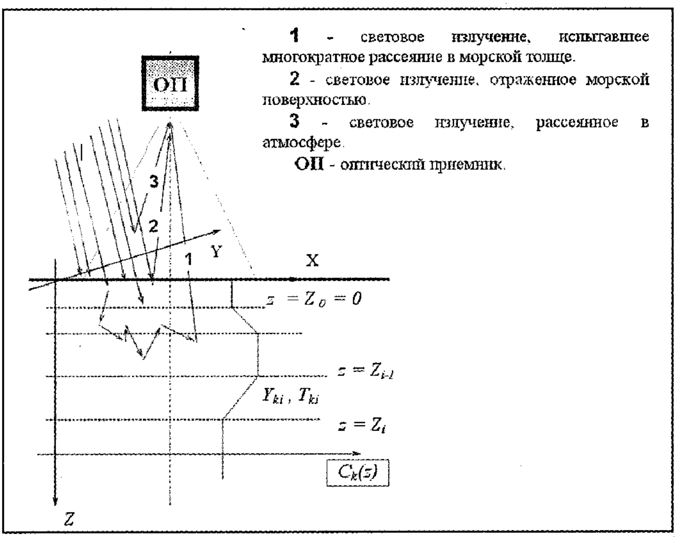


Рис. 4.1. Схема эксперимента по многоспектральному оптическому зондированию морской среды.

Решение соответствующей обратной задачи оптического зондирования морской среды базируется на следующих предположениях [68,70]:

– изменчивость оптических свойств морской воды обусловлена наличием в «чистой» морской воде конечного набора примесей в виде взвесей и растворенных веществ;

– первичные оптические характеристики морской воды (показатель рассеяния, коэффициент ослабления и т.д.) являются линейными функциями концентраций примесей;

– вертикальное распределение оптических свойств морской воды аппроксимируется кусочно-линейной функцией глубины (в частности, линейной или кусочно-постоянной);

– при решении используется двухпотоковое приближение теории переноса излучения;

– факторы искажающие результаты многоспектрального фотометрирования (состояние атмосферы, морской поверхности, аппаратные функции и т. п.) неизменны в процессе проведения измерений в исследуемом районе;

– зондирование морской среды осуществляется путем регистрации восходящей и нисходящей облученностей, как функций глубины;

– ширины используемых оптических спектральных диапазонов достаточно малы.

В рамках данных предположений каждый из оптических параметров морской воды может быть представлен в следующем виде:

$$P_n(\lambda, z) = P_{n0}(\lambda) + \sum_{k=1}^{K} P_{nk}(\lambda) C_k(z), \tag{4.1}$$

$P_n(\lambda, z)$ – n-ный оптический параметр на длине волны λ и глубине z;

$P_{n0}(\lambda, z)$ – соответствующий параметр «чистой» морской воды;

$C_k(z)$ – концентрация k-ой примеси на глубине z;

$P_{nk}(\lambda)$ – вклад k-й примеси в значение n-ого параметра при ее единичной концентрации;

K – общее число примесей, учитываемых в модели.

Одной из наиболее удобных для практических измерений характеристик светового поля, провзаимодействовавшего с приповерхностным слоем океана, является восходящая облученность на уровне моря (световой поток идущий в верхнюю полусферу через единичную площадку морской поверхности) – $E_в(\lambda, z=0)$.

В двухпараметрическом варианте двухпотокового приближения решение уравнения переноса излучения в пренебрежении потоком прямого солнечного излучения (например, в условиях сплошной облачности) коэффициент диффузного отражения толщи моря имеет вид

$$R(\lambda)=\frac{E_{\text{в}}(\lambda)}{E_{\text{н}}(\lambda)}=\int_0^\infty \beta(\lambda,z)\exp\left[-2\int_0^z \alpha(\lambda,z')dz'\right]dz \quad , \qquad (4.2)$$

где $E_{\text{н}}(\lambda)=E_{\text{н}}(\lambda,z=0)$ – нисходящая облучённость на уровне моря,

$$\alpha(\lambda,z)=\mu^{-1}(\lambda)\{a(\lambda,z)+\phi(\lambda)b(\lambda,z)\},\quad \beta(\lambda,z)=\mu^{-1}(\lambda)\phi(\lambda)b(\lambda,z),$$

$a(\lambda,z)$ и $b(\lambda,z)$ – показатели поглощения и рассеяния света для морской воды, $\mu(\lambda)$ и $\phi(\lambda)$ – заданные параметры двухпотокового приближения.

Рассмотрим следующую модель вертикального распределения концентраций:

$$C_k(z) = T_{ki}(z - Z_{i-1}) + Y_{ki}\,,\ z \in [Z_{i-1}, Z_i]\ , \qquad (4.3)$$

где $i = 1, M+1$, $Z_0 = 0$, $Z_{M+1} < \infty$,

$M+1$ – число слоев в рассматриваемой модели,

Z_i – глубина залегания нижней границы i-го слоя,

Y_{ki} – концентрация k-й примеси на горизонте $Z=Z_{i-1}$,

T_{ki} – градиент концентрации k-й примеси в i-м слое.

Используя разложение (4.1), параметры $\alpha_i(\lambda,z)$ и $\beta_i(\lambda,z)$ (в i-ом слое) можно представить в виде:

$$\alpha_i(\lambda,z) = A_i(\lambda) + \chi_i(\lambda)z,\quad \beta_i(\lambda,z) = B_i(\lambda) + \sigma_i(\lambda)z,$$

$$A_i(\lambda)=\mu^{-1}\left(a_0(\lambda)+\phi_0(\lambda)b_0(\lambda)+\sum_{k=1}^{K}\{a_k(\lambda)+\phi_k(\lambda)b_k(\lambda)\}Y_{ki}\right),$$

$$\chi_i(\lambda)=\mu^{-1}\sum_{k=1}^{K}\{a_k(\lambda)+\phi_k(\lambda)b_k(\lambda)\}T_{ki}\ , \qquad (4.4)$$

$$B_i(\lambda)=\mu^{-1}\left(\phi_0(\lambda)b_0(\lambda)+\sum_{k=1}^{K}\phi_k(\lambda)b_k(\lambda)Y_{ki}\right),$$

$$\sigma_i(\lambda)=\mu^{-1}\sum_{k=1}^{K}\phi_k(\lambda)b_k(\lambda)T_{ki}\ ,$$

где $a_0(\lambda)$, $\phi_0 b_0(\lambda)$ – соответствующие параметры «чистой» морской воды, а $a_k(\lambda), \phi_k b_k(\lambda)$ – соответствуют k-ой примеси (см. (4.1)).

В рассматриваемой модели предполагается, что коэффициенты $a(\lambda)$, $a_k(\lambda)$, $\phi_0 b_0(\lambda)$, $\phi_k b_k(\lambda)$ априорно известны, они могут быть получены из сопутствующих или предварительно проведенных исследований, либо вычислены теоретически, а Y_{ki}, T_{ki} и Z_i являются искомыми величинами.

Подставив (4.4) в (4.2) и выполнив интегрирование, получим простое, но громоздкое выражение. Приведем здесь более компактную формулу для безградиентной среды ($T_{ki} \equiv 0$, $k = 1,K$, $i = 1, M+1$):

$$R(\lambda) = E_{\text{в}}(\lambda) \big/ E_{\text{н}}(\lambda) = \tag{4.5}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{B_1(\lambda)}{A_1(\lambda)} + \sum_{i=1}^{M}\left\{\left[\frac{B_{i+1}(\lambda)}{A_{i+1}(\lambda)} - \frac{B_i(\lambda)}{A_i(\lambda)}\right]\exp\left(-2\sum_{m=0}^{i-1}\{A_{m+1}(\lambda)(Z_{m+1} - Z_m)\}\right)\right\}\right].$$

Пусть L – число спектральных диапазонов, в которых производятся измерения $R(\lambda)$. Легко видеть что, при $L \geq 2K(M+1)+M$ выражение (4.5) совместно с (4.4) разрешаются относительно не зависящих от λ искомых параметров T_{ki}, Y_{ki}, и Z_i обычными методами решения систем уравнений. Способы повышения точности и достоверности результатов решения таких систем также общеизвестны.

Перейдем к описанию методики проведения натурных измерений, использующей полученные выше формулы на стадии обработки результатов.

С учётом шумов (рассеяние и поглощение света в атмосфере, отражение от морской поверхности и т.д.) решение задачи (4.1) – (4.5) определения параметров толщи океана по результатам дистанционного многоспектрального фотометрирования является типичным примером математически некорректной обратной задачи гидрооптики.

Остановимся кратко на одном из возможных путей регуляризации решения (алгоритма коррекции результатов). Сигнал $E_{в}(\lambda_j,\mathbf{r})$ при $j=1,L$, принятый от водной поверхности направленным вниз дистанционным оптическим датчиком, можно записать в виде:

$$E_{\text{в}}(\lambda_j,\mathbf{r}) = \xi(\lambda_j,\mathbf{r})[R(\lambda_j,\mathbf{r}) + \rho(\lambda_j,\mathbf{r})],\ j = 1, L. \tag{4.6}$$

В данное выражение явно входит коэффициент отражения света водной толщей $R(\lambda_j,\mathbf{r})$. Другие факторы рассматриваются как помехи и их вклад включен в функции $\xi(\lambda_j,\mathbf{r})$, $\rho(\lambda_j,\mathbf{r})$, причем $\xi(\lambda_j,\mathbf{r})$ содержит также $E_{\text{н}}(\lambda_j,\mathbf{r})$. Пусть в пределах полигона

$$\xi(\lambda,\mathbf{r}) = \xi(\lambda),\ \rho(\lambda,\mathbf{r}) = \rho(\lambda). \qquad (4.7)$$

Записав (4.6) для двух точек зондирования, с учетом (4.7), получим систему уравнений

$$E_{в}(\lambda_j,\mathbf{r}_s) = \xi(\lambda_j)[R(\lambda_j,\mathbf{r}_s) + \rho(\lambda_j)],\ j = 1, L,\ s = 1, 2\ . \qquad (4.8)$$

Понятно, что теоретически система (4.8) позволяет, измерив значения $E_{в}(\lambda_j,\mathbf{r}_s)$ и вычислив $R(\lambda_j,\mathbf{r}_s)$ по результатам контактного зондирования в реперных точках найти $\xi(\lambda_j)$ и $\rho(\lambda_j)$ (для всех λ_j независимо). Очевидно, однако, что достоверные значения этих функций можно получить только при удовлетворительной обусловленности данной системы, т.е. при существенно отличных друг от друга значениях $R(\lambda_j,\mathbf{r}_1)$ и $R(\lambda_j,\mathbf{r}_2)$. Практически выполнить это требование бывает затруднительно (тем более, что далеко разносить точки $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ крайне нежелательно, так как ухудшается выполнимость предположения (4.7)). Ситуация значительно улучшается, если точка $\mathbf{r}_2$ находится в кильватерном следе крупного судна. Тогда обе точки могут быть сколь угодно близкими, так как в $\mathbf{r}_2$ происходит существенное перемешивание фотического слоя. В данном случае можно ожидать хорошей обусловленности (4.8) (при наличии заметной стратификации оптических характеристик морской воды в приповерхностном слое). После того как определены $\xi(\lambda_j)$ и $\rho(\lambda_j)$ можно найти $R(\lambda_j,\mathbf{r})$ и, следовательно, T_{ki}, Y_{ki}, Z_i во всех точках полигона для которых известны $E_в(\lambda_j,\mathbf{r})$.

4.2. Восстановление параметров аномалий гидрофизических полей по результатам многоспектрального фотометрирования поверхности моря

Перейдем теперь к рассмотрению конкретных примеров решения прямых и обратных задач многоспектрального дистанционного оптического зондирования океана в рамках изложенной выше модели.

4.2.1. Натурный эксперимент (верификация оптической модели)

Рассмотрим результаты комплексного эксперимента по синхронному дистанционному и контактному зондированию приповерхностного слоя моря с борта НИС «Гидрооптик» на Черном море. Этот эксперимент был направлен на изучение влияния динамики вертикального распределения концентрации хлорофилла «а», регистрируемого погружаемым флюориметром, на изменчивость индекса цвета моря, контролируемого судовым фотометром яркости моря. Напомним, что индекс цвета моря $I_{1/2}$ есть:

$$I_{1/2} = I_{443/550} = B_{443}/B_{550}, \qquad (4.9)$$

где B_{443} и B_{550} – яркости восходящего потока естественного света от небосвода и Солнца, диффузно отраженного толщей моря на длинах волн λ_1=443 нм и λ_2=550 нм.

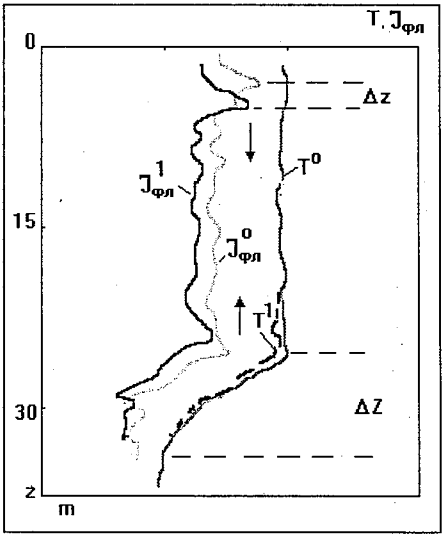


Рис. 4.2. Изменчивость вертикального распределения гидрофизических характеристик.

На рис. 4.2. воспроизведены характерные вертикальные профили температуры и интенсивности флюоресценции хлорофилла «а» в приповерхностном слое моря до и после природного гидродинамического возмущения (предположительно, обрушения внутренних волн) [60]. Как следует из этого рисунка такое возмущение привело к «поджатию» подповерхностного слоя хлорофилла, причем верхняя граница его опустилась, а нижняя (в районе сезонного слоя скачка гидрофизических характеристик) – поднялась по сравнению с их фоновым положением. Поскольку видимость белого диска ($z_б$) в данной акватории не превышала 8–10 м, а глубина расположения сезонного слоя скачка гидрофизических характеристик – достигала 25 м, то основной вклад в наблюдаемое изменение индекса цвета в данном случае, очевидно, вносило смещение именно верхней границы слоя хлорофилла «а» (находившейся первоначально на глубине примерно 1…1,5 м). Заглубление этой границы на 2 м привело к возрастанию индекса цвета приблизительно на 1,5…2%, которое в данном случае может быть связано не только с эффективным уменьшением концентрации хлорофилла вблизи поверхности моря, но и с частичной деструкцией этого пигмента при гидродинамическом воздействии.

Рассмотрим на данном конкретном примере методику решения прямой задачи оптического зондирования для реальных значений гидрооптических характеристик морской среды.

Стандартный набор усредненных значений гидрооптических характеристик для поверхностных вод прибрежных районов Северной части Черного моря на длине волны 443 нм (в полосе поглощения хлорофилла) [60, 61]:

- вероятность выживания фотона – $\Lambda(443 \text{ нм}) = b/c = 0{,}86$;
- показатель ослабления света – $c(443 \text{ нм}) = a + b = 0{,}42 \text{ m}^{-1}$;
- показатель рассеяния света – $b(443 \text{ нм}) = 0{,}36 \text{ m}^{-1}$;
- показатель поглощения света – $a(443 \text{ нм}) = 0{,}06 \text{ m}^{-1}$;
- глубина проникновения света – $z_{0,95} = 17$ м .

Учитывая сделанные выше замечания, выберем 2-х слойную модель стратификации гидрооптических характеристик (рис. 4.3), использовав измеренные в эксперименте значения показателей вертикального ослабления подводной облученности k_d и обратного рассеяния b_b для каждого из слоев.

Будем считать, что индекс цвета моря $I_{443/550}$ может быть представлен в виде:

$$I_{443/550} \sim R(443)\,/\,R(550)\,, \qquad (4.10)$$

где $R(443)$ и $R(550)$ – коэффициенты диффузного отражения толщи моря на длинах волн 443 и 550 нм.

Поскольку длине волны 550 нм соответствует минимум поглощения света хлорофиллом (поэтому этот спектральный канал и выбран опорным), то практически вся изменчивость индекса цвета

($I_{443/550}$), обусловленная динамикой вертикального распределения этого пигмента, будет определяться соответствующей изменчивостью коэффициента диффузного отражения $R(443)$ моря в полосе поглощения хлорофилла 443 нм (рабочий спектральный канал).

Для многослойной модели океана коэффициент диффузного отражения $R(\lambda)$ N слоев морской воды, отличающихся гидрооптическими характеристиками, может быть представлен в виде:

$$R(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} R_n(\lambda) \prod_{i=2}^{n} T_i^{\,2}(\lambda)\,, \qquad (4.11)$$

где λ – длина волны света, отражение n-того слоя

$R_n(\lambda) = \dfrac{b_b}{2k_{dn}}\{1-\exp[-2k_{dn}(\lambda)\Delta z_n]\}$, пропускание i-того слоя

$T_i(\lambda) = exp[-k_{di}(\lambda)\Delta z_i]$,

$b_b(\lambda)$ – показатель обратного рассеяния света водной средой,

$k_{dn}(\lambda)$ – показатель вертикального ослабления света n-тым слоем водной среды,

Δz_n – толщина n-того слоя водной среды (в пределах которого k_{dn} и b_b считаются постоянными),

n и i – номера слоев водной среды.

Рассчитаем относительную изменчивость $\Delta R(443)/R(443)$ в зависимости от глубины погружения верхней границы подповерхностного слоя хлорофилла для практического случая, представленного на рис. 4.3. Пренебрежем для простоты вкладом рассеяния хлорофилла (т.е. будем считать, что обратное рассеяние в приповерхностном слое создается минеральной взвесью, равномерно распределенной вплоть до слоя скачка $b_b = b_{b1} \approx b_{b2}$). Тогда формула (4.11) примет вид:

$$R_n(443) = \frac{b_b}{2k_{d1}}[1-\exp(-2k_{d1}\Delta z_1)] + \frac{b_b}{2k_{d2}}[1-\exp(-2k_{d2}\Delta z_2)]\exp(-2k_{d1}\Delta z_1) \qquad (4.12)$$

В качестве примера рассчитаем изменение коэффициента диффузного отражения моря в полосе поглощения хлорофилла 443 нм ($R(443)$) при смещении верхней границы подповерхностного слоя хлорофилла от границы раздела море-атмосфера до глубины 8 м. Если верхняя граница этого слоя z_1 совпадает с границей раздела море-атмосфера (т.е. $z_1 = 0$) , то из формулы (4.12) следует, что $R(443) \approx 0.015$. Расчетная зависимость $\Delta R(z_1)/R_1$ (где R_1 – коэффициент диффузного отражения, когда верхняя граница подповерхностного слоя хлорофилла находится на глубине 1 м) приведена в таблице 4.1. Для рассмотренной в данном разделе экспериментальной ситуации с возрастанием $I_{443/550}$ при изменении вертикального распределения концентрации хлорофилла в приповерхностном слое морской воды согласие эксперимента и расчета можно считать удовлетворительным.

Таблица 4.1.

Относительная изменчивость коэффициента диффузного отражения $R(443)$ для 2-х слойной модели при погружении верхней границы z_1 слоя максимального содержания хлорофилла «а» вглубь морской среды.

z_1, m	1	2	3	4	5	6	7	8
Rx10^{-2}	1,71	1,72	1,74	1,78	1,81	1,84	1,86	1,88
$\Delta R/R_1$	0	0,6%	1,8%	4,1%	5,9%	7,6%	8,7%	9,9%

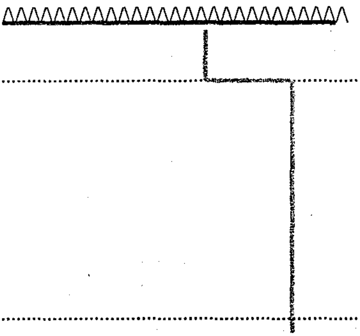


Рис. 4.3.

Δz_1 – толщина приповерхностного слоя, бедного хлорофиллом;

Δz_2 – толщина подповерхностного слоя максимального содержания хлорофилла;

k_{d1} и k_{d2} – показатели вертикального ослабления подводной облученности соответственно для 1 и 2 слоев;

b_b – показатель обратного рассеяния толщи морской среды (определяющийся содержанием в ней минеральной взвеси), примерно одинаковый для обоих слоев;

– слой скачка находится на глубине 23…27 м.

Технические характеристики фотометра [60, 61].

Спектральные каналы, нм 410; 443; 480; 550; 570; 665
Полуширина канала, нм 10
Число каналов 6
Угловое поле зрения, град 3…10
Точность определения
индекса цвета, % 0,1

4.2.2. Численное моделирование (иллюстрация методики)

В настоящем разделе демонстрируется типичная некорректная обратная задача дистанционного оптического зондирования по определению изменчивости (смещения) верхней границы скачка концентрации хлорофилла и возможность регуляризации её решения на основе дополнительных контактных оптических измерений в реперных (в данном случае двух) вертикальных разрезах.

Обсуждается следующий численный эксперимент:

1. Рассматриваются идеальные прямая (рис. 4.4) и обратная (рис. 4.7, кривая Z1a) задачи двухспектрального оптического зондирования слоя скачка концентрации хлорофилла без учёта шумов.

2. Моделируются шумы сигнала $E_{\uparrow}(\lambda,\mathbf{r})$ дистанционного оптического датчика в виде:

$$E_{\uparrow}(\lambda, \mathbf{r}) = \xi(\lambda, \mathbf{r})[R(\lambda, \mathbf{r}) + \zeta(\lambda, \mathbf{r})], \tag{4.13}$$

где $\xi(\lambda,\mathbf{r}) = \xi(\lambda) + \delta\xi(\lambda,\mathbf{r})$, $\zeta(\lambda,\mathbf{r}) = \zeta(\lambda) + \delta\zeta(\lambda,\mathbf{r})$, $\delta\xi(\lambda,\mathbf{r})$, $\delta\zeta(\lambda,\mathbf{r})$ – малые, по сравнению с $\xi(\lambda)$ и $\zeta(\lambda)$, добавки, случайным образом зависящие от горизонтальных координат $\mathbf{r} = \{x, y\}$.

Соответствующие решения прямой и обратной задачи приведены на рис. 4.5 и рис. 4.7, кривая Z1б.

3. Осуществляется регуляризация решения прямой и обратной задачи путем «контактного» измерения положения верхней границы слоя скачка концентрации хлорофилла в двух точках $\{x_1, y_1\}$, $\{x_2, y_2\}$ и определения значений ξ и ζ.

Скорректированные таким способом решения прямой и обратной задач приведены на рис. 4.6 и рис. 4.7, кривая Z1c.

Эффективность предложенной методики регуляризации налицо.

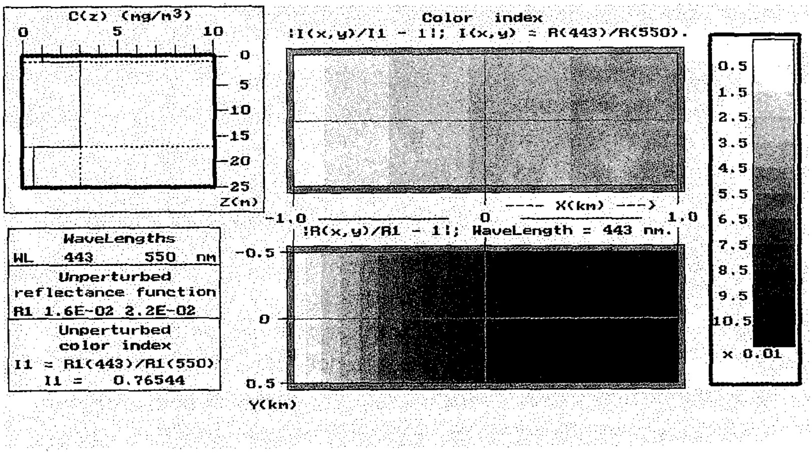


Рис. 4.4. Результат численного моделирования изменчивости R и I при смещении верхней границы слоя максимума концентрации хлорофилла от 1 до 8 метров.

На рис. 4.4 приведен результат моделирования изменчивости коэффициента диффузного отражения $R(x,y;\ \lambda_1)$ (внизу) и индекса цвета $I(x,y;\ \lambda_1\lambda_2) = R(x,y;\ \lambda_1)/R(x,y;\ \lambda_2)$ (вверху) ($\lambda_1 = 443$ нм $\lambda_2 = 550$ нм) при смещении верхней границы слоя максимума хлорофилла от 1 до 8 метров. Глубина скачка концентрации z_l задана в виде линейной функция от координаты x (и не зависит от координаты y) так, что $z_l = 1$ м при $x = -1$ км и $z_l = 8$ м при $x = 1$ км (см. ниже: рис. 4.7, красная линия). Как и при расчете таблицы 4.1 из предыдущего подраздела, значения R и I нормировались, соответственно, на величины $R1=R(z_l=1$ м; $x=-1$ км$)$ и $I1=I(z_l=1$м; $x=-1$ км$)$. Таким образом:

– вверху в виде карты псевдоцветов выводятся значения $|I(z_l(x)) - I1|/I1 = \Delta I/I1$;

– внизу в виде карты псевдоцветов выводятся значения $|R(z_l(x)) - R1|/R1 = \Delta R/R1$.

Вертикальное распределение концентрации $C(z)$ (при $z_l = 1$ м), для которого вычислены $R1$ и $I1$, приведено на графике слева вверху.

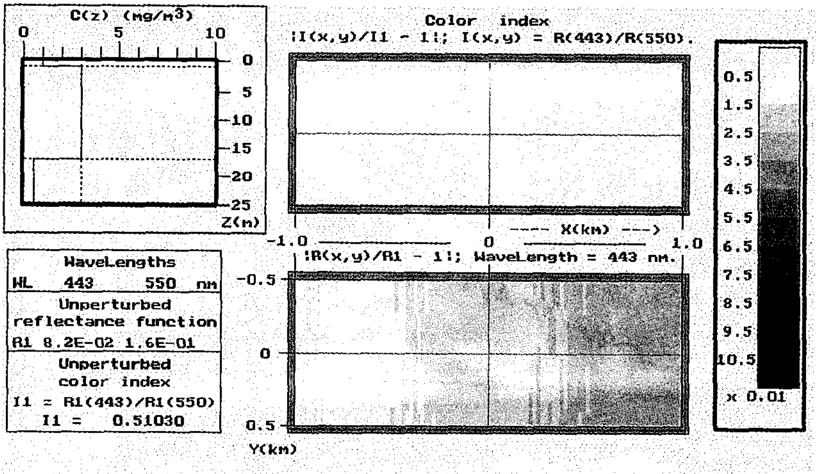


Рис. 4.5. Результат моделирования изменчивости коэффициента диффузного отражения $R(x,y;\ \lambda)$ и индекса цвета $I(x,y;\ \lambda_1\lambda_2) = R(x,y;\ \lambda_1)/R(x,y;\ \lambda_2)$ при смещении верхней границы слоя максимума хлорофилла от 1 до 8 метров. Глубина скачка концентрации z_j задана в виде линейной функция от координаты x и не зависит от координаты y (см. комментарий к рис. 4.4).

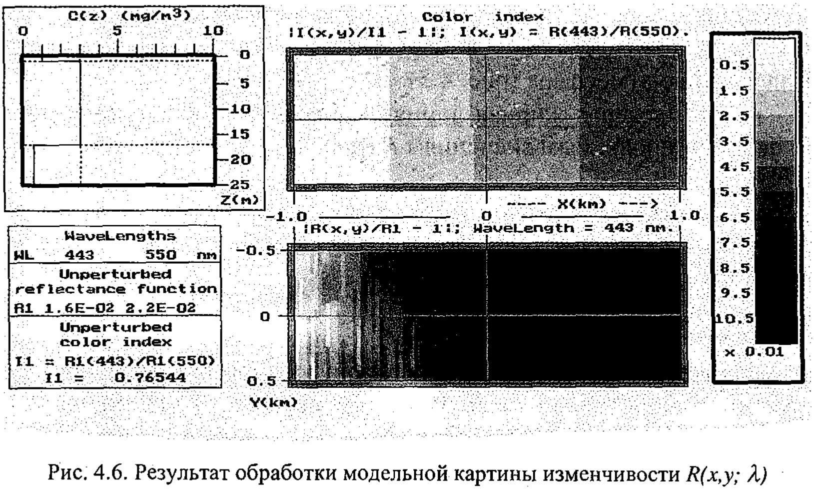


Рис. 4.6. Результат обработки модельной картины изменчивости $R(x,y;\ \lambda)$ и $I(x,y;\ \lambda_1\lambda_2)$, приведенной на рис. 4.5.

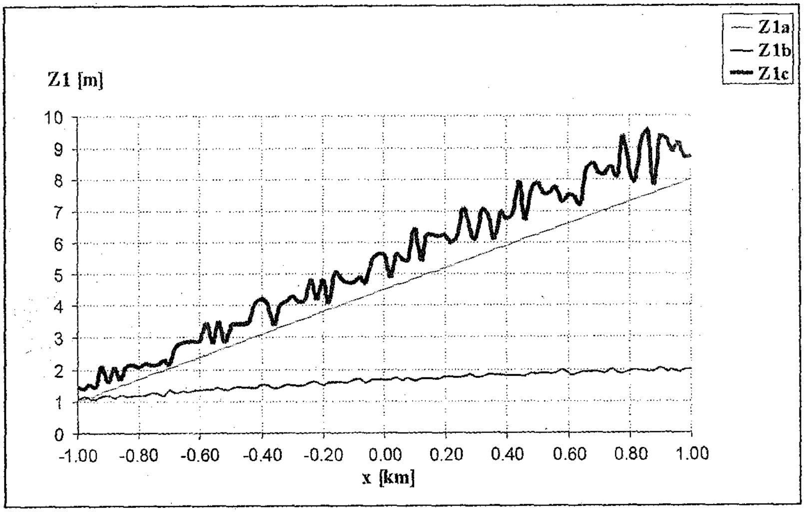


Рис. 4.7. Изменчивость $z_l(x)$ = Z1 восстановленная по значениям R(443 нм).

На рис. 4.7:

- Z1a (красная тонкая линия) – значения z_l восстановленные по модельным невозмущенным значениям R (рис. 4.4).
- Z1b (голубая тонкая линия) – значения z_l восстановленные по модельным значениям R, рассчитанным с учетом вкладов в сигнал излучения рассеянного в атмосфере и отраженного от границы раздела море-атмосфера (рис. 4.5).
- Z1c (зеленая жирная линия) – значения z_l восстановленные по скорректированным значениям R (рис. 4.6).

4.2.3. Восстановление параметров внутренних волн по результатам многоспектрального фотометрирования поверхности моря (численный эксперимент).

Аналогичная методика может быть применена для определения характеристик внутренних волн с помощью многоспектрального фотометрирования водной поверхности (см. рис. 4.8 – 4.11). На рис. 4.11 приводятся результаты восстановления вертикального смещения горизонта z_l = 5 м, происшедшего в результате воздействия фоновой внутренней волны для нескольких вариантов модельных сигналов.

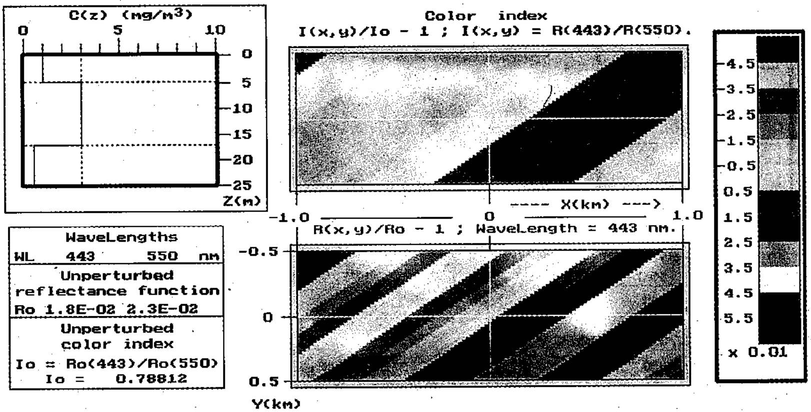


Рис. 4.8 . Результат численного моделирования изменчивости R и I при возмущении верхней границы фотического слоя (z_l = 5м) 1-й модой фоновой внутренней волны, R_0 и I_0 – невозмущенные значения коэффициента диффузного отражения и индекса цвета (прочие параметры аналогичны рис. 4.4).

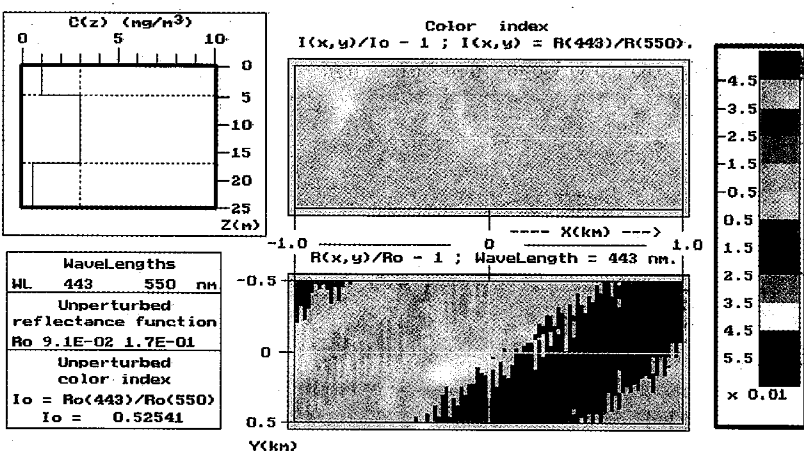


Рис. 4.9 . Результат моделирования изменчивости коэффициента диффузного отражения $R(x,y;\lambda)$ и индекса цвета $I(x,y;\ \lambda_1\lambda_2) = R(x,y;\ \lambda_1)/R(x,y;\ \lambda_2)$ при возмущении верхней границы фотического слоя (z_l = 5м) 1-й модой фоновой внутренней волны (прочие параметры аналогичны модели на рис. 4.5).

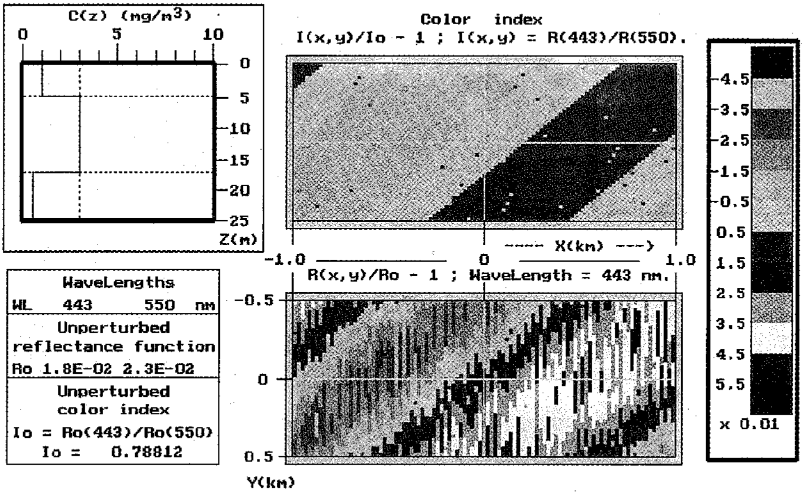


Рис. 4.10. Результат обработки модельной картины изменчивости $R(x,y;\lambda)$ и $I(x,y;\lambda_1\lambda_2)$, приведенной на рис. 4.9.

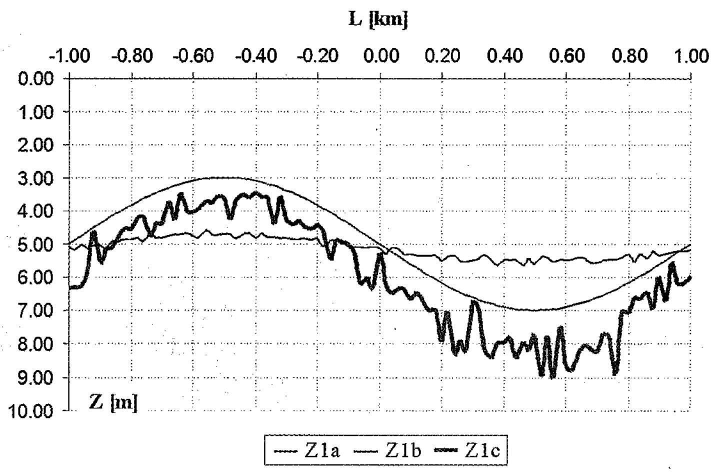


Рис. 4.11. Изменчивость $z_l(x)$ = Z1 восстановленная по значениям R(443 нм).

По горизонтальной оси – расстояние L в километрах, отчитанное в направлении волнового вектора фоновой внутренней волны от условно выбранного начала координат. По вертикальной оси – глубина Z в метрах.

На рис. 4.11:

- Z1a (красная тонкая линия) – значения z_l восстановленные по модельным невозмущенным значениям R (рис. 4.8).
- Z1b (голубая тонкая линия) – значения z_l восстановленные по модельным значениям R, рассчитанным с учетом вкладов в сигнал излучения рассеянного в атмосфере и отраженного от границы раздела море-атмосфера (рис. 4.9).
- Z1c (зеленая жирная линия) – значения z_l восстановленные по скорректированным значениям R (рис. 4.10).

Хочется обратить внимание на то, что использование нескорректированных данных (Z1b) для восстановления искомых параметров может привести к получению внешне правдоподобных, но фактически не достоверных результатов.

4.2.4. Натурный эксперимент (верификация модели рассеяния внутренних волн)

В заключении настоящей главы рассмотрим иной способ регуляризации решений обратных задач гидрооптики без использования дополнительных контактных измерений. Речь идет об использовании теоретических моделей и априорной информации о природе формирования исследуемой аномалии при интерпретации результатов многоспектрального фотометрирования толщи океана.

В качестве примера ниже приведены результаты анализа экспериментального материала, полученного в ходе натурных испытаний 1990 года на морском полигоне ГОИ (Чёрное море) [34]. Экспериментальными данными служили сигналы, полученные с помощью многоспектрального фотометра, установленного на самолете АН-12 и регистрирующего восходящие световые потоки диффузно отраженные приповерхностным слоем моря в 4-х спектральных диапазонах: 443, 480, 550 и 570 нм.

Цель экспериментов состояла в обнаружении, идентификации и контроле эволюции нестационарных аномалий гидрофизических характеристик толщи океана. Например, обрушения внутренних волн и последующего процесса эволюции и вырождения образовавшихся при этом турбулентных пятен (так называемых зон интрузии). Эксперимент проводился в контролируемых условиях, когда с борта специализированного НИС «Гидрооптик» осуществлялись все необходимые гидрофизические и гидрооптические измерения пространственно-временной изменчивости параметров полигона до и после возникновения аномалии.

Базовой моделью для разработки алгоритмов обработки сигналов служила модель переноса ОАП нестационарными течениями (гл. 2), вызванными рассеянием внутренних волн на исследуемой зоне интрузии. При этом в данном случае речь шла в основном об определении пространственной структуры вновь образованных неоднородностей и их вырождении. Поэтому упор в теоретических расчетах и собственно обработке сигналов делался на различии степени нестационарности и неоднородности в фоновых и возмущённых зонах. Примеры исходных сигналов и результатов их обработки приведены на рис. 4.11–4.12. Эффективность использования моделей для разработки алгоритмов сепарации сигналов и идентификации аномалий в толще океана в реальном масштабе времени превзошла все ожидания. Даже приведенный пример показывает, что созданный на основе физико-математической модели аномалии алгоритм, хотя и не позволяет полностью подавить помехи от мощных стационарных гидрооптических аномалий (таких, например, как присутствующая на полигоне граница раздела прибрежных и морских вод), тем не менее радикально увеличивает возможность обнаружения полезного сигнала и позволяет выявить его характерную структуру в возмущённых зонах.

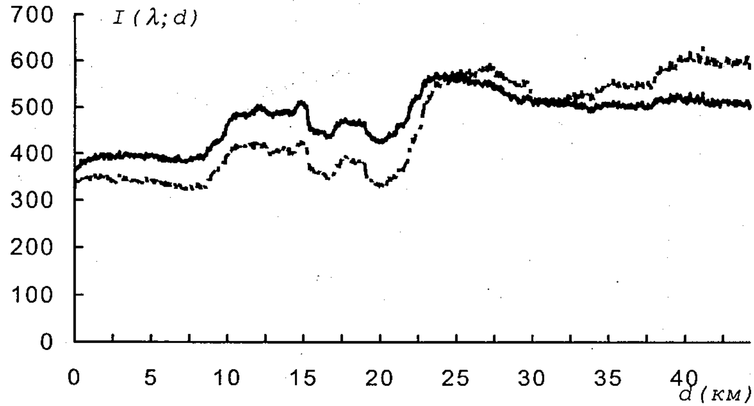


Рис. 4.11а. Исходные сигналы для спектральных диапазонов 480 нм (сплошная линия) и 570 нм (штриховая). Фоновая запись.

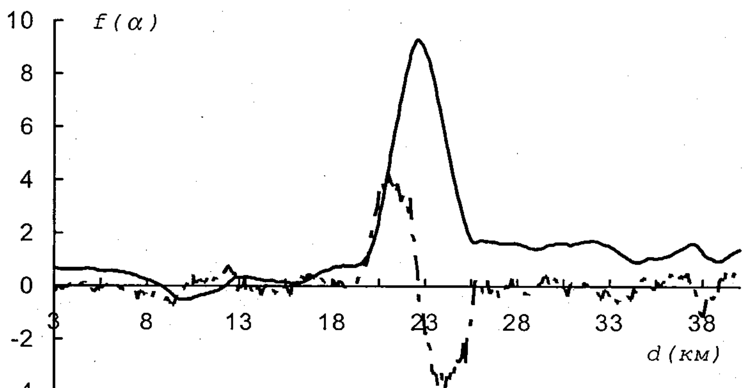


Рис. 4.11б. Результат обработки сигналов приведенных на рис. 4.11а.

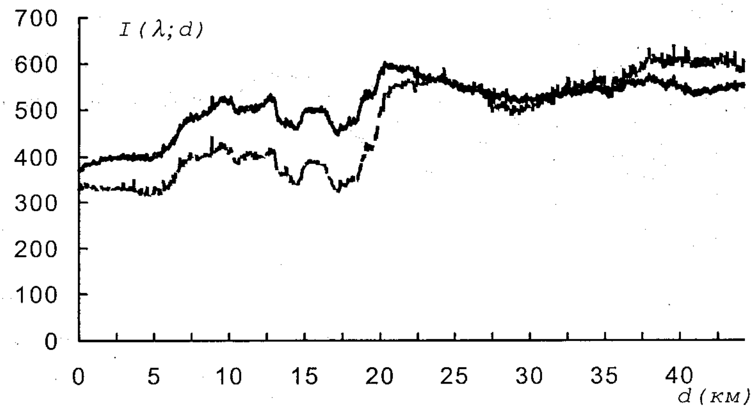


Рис. 4.12а. Исходные сигналы для спектральных диапазонов 480 нм (сплошная линия) и 570 нм (штриховая). Центр аномальной зоны находился на расстоянии $d = 31$ *км* от начала записи (по независимым данным).

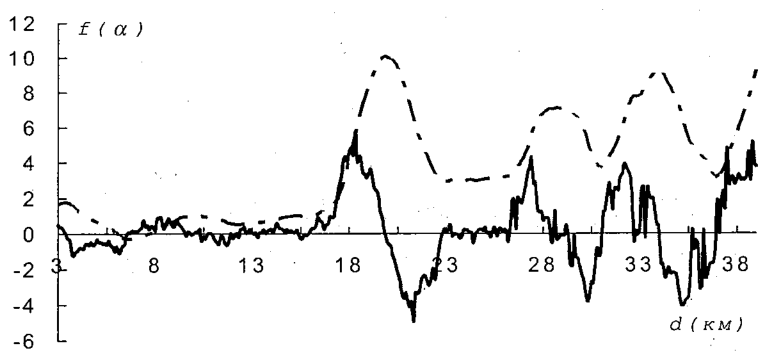


Рис. 4.12б. Результат обработки сигналов приведенных на рис. 4.12а.

Глава 5.
АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ТЕНЕВЫХ ГИДРООПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ В РАМКАХ БОРНОВСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА

В настоящем разделе все выкладки основываются на тех или иных приближенных решениях уравнений Максвелла с граничными условиями, соответствующими задачам рассеяния электромагнитных волн на объемных неоднородностях диэлектрической проницаемости [30]. Везде, где не оговорено особо, рассматривается квазимонохроматическое электромагнитное поле, распространяющееся в среде с магнитной проницаемостью $\mu = 1$, проводимостью $\sigma = 0$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\mathbf{r},t)$, медленно меняющейся во времени по сравнению с частотой колебаний электромагнитного поля. При этом для медленно меняющейся во времени комплексной амплитуды напряженности электромагнитного поля $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ справедливо уравнение [30]

$$\Delta\mathbf{E} + k_0^2\varepsilon(\mathbf{r},t)\mathbf{E} = \nabla(\nabla\mathbf{E}), \tag{5.1}$$

$k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$, λ_0 – длина волны света в вакууме или для решения в виде $\mathbf{E} = \mathbf{e}\cdot u$ функция $u(\mathbf{r},t)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta u + k_0^2\varepsilon(\mathbf{r},t)\cdot u = 0, \tag{5.2}$$

а функция $\mathbf{e}(\mathbf{r},t)$ (характеризует поляризацию световой волны) –

$$\Delta\mathbf{e} + 2(\nabla\ln u\nabla)\mathbf{e} = -\nabla\ln u[\mathbf{e}\cdot\nabla\ln\varepsilon - \nabla(\mathbf{e}\cdot\nabla\ln\varepsilon)] \tag{5.3}$$

или с учетом граничных условий

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \int G(\mathbf{r},\mathbf{r}')\{k^2\varepsilon_1(\mathbf{r}',t)\mathbf{E}(\mathbf{r}',t) + \nabla(\mathbf{E}(\mathbf{r}',t)\nabla\ln[1+\varepsilon_1(\mathbf{r}',t)])\}d\mathbf{r}', \tag{5.4}$$

где $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ – исходное световое поле (падающая волна) в отсутствие флуктуаций диэлектрической проницаемости

$\varepsilon_1(\mathbf{r},t) \equiv [\varepsilon(\mathbf{r},t) - \langle\varepsilon(\mathbf{r},t)\rangle]\langle\varepsilon(\mathbf{r},t)\rangle^{-1}$ – флуктуирующая часть диэлектрической проницаемости, $k^2 = k_0^2\langle\varepsilon(\mathbf{r},t)\rangle$, $\langle\varepsilon(\mathbf{r},t)\rangle = const$, функция Грина [30]

$$G(\mathbf{r},\mathbf{r}')=-\frac{1}{4\pi}\frac{\exp[ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|]}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \qquad (5.5)$$

Точных решений поставленной задачи в общем случае не существует, а характер приближений в первую очередь зависит от свойств функции $\varepsilon(\mathbf{r},t)$.

5.1. Модель случайного поля диэлектрической проницаемости толщи морской среды

Для анализа прямой задачи оптического зондирования (построения модели оптической трассы) необходима априорная информация о среде. Для задач типа (5.1) – (5.5) – о диэлектрической проницаемости среды.

В общем случае поле диэлектрической проницаемости морской среды в рабочем объеме оптического прибора может быть представлена в виде.

$$\varepsilon(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0+\varepsilon_{\text{т}}(\mathbf{r},t)+\varepsilon_{\text{зв}}(\mathbf{r},t)+ \\ +\sum_{j=1}^{N}\left[\varepsilon_j-\varepsilon_0-\varepsilon_{\text{т}}(\mathbf{r},t)-\varepsilon_{\text{зв}}(\mathbf{r},t)\right]\Psi_j(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j(t),t) \qquad (5.6)$$

Здесь ε_0 – диэлектрическая проницаемость «невозмущенной» среды; $\varepsilon_{\text{т}}(\mathbf{r},t)$ – флуктуирующая часть непрерывно-неоднородного случайного поля диэлектрической проницаемости, обусловленная флуктуациями плотности из-за турбулентных флуктуаций температуры и солености; $\varepsilon_{\text{зв}}(\mathbf{r},t)$ – флуктуирующая часть диэлектрической проницаемости, вызванная изменениями плотности жидкости из-за колебаний давления (звуковые волны). Последний член (5.6) описывает флуктуации $\varepsilon(\mathbf{r},t)$, обусловленные наличием морской взвеси. При этом морская взвесь представлена в виде «газа примеси», состоящего из N частиц, помещенных в объем $W\sim \boldsymbol{M}^3$, $\boldsymbol{M}$ – внешний масштаб задачи, $\varepsilon_j, \mathbf{r}_j(t)$ – диэлектрическая проницаемость и радиус-вектор j-й частицы, функция $\Psi_j(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j(t),t)$ характеризует форму и ориентацию j-й частицы (равна нулю вне и единице внутри частицы). В связи с недостатком данных о функции Ψ_j для морской взвеси мы ограничимся моделью сферических частиц

$$\Psi_j(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j(t),t)=\Theta\left[a_j-\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j(t)\right|\right],$$

где a_j – радиус j-й частицы,

$$\Theta(x)=\begin{cases}1, & x\geq 0\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

Таким образом, наша задача состоит в определении статистических характеристик случайного поля $\varepsilon(\mathbf{r},t)$ и приведении полученных соотношений к виду, пригодному для проведения расчетов и оценок параметров трассы оптического зондирования – статистических характеристик пространственно-временной изменчивости световых полей, регистрируемых оптическими датчиками. При этом мы ограничимся рассмотрением пространственных характеристик поля $\varepsilon(\mathbf{r},t)$, опуская ниже его зависимость от t . Переход к вычислению пространственно-временных характеристик можно осуществить различными известными способами (например, путем использования гипотезы локальной замороженности или соответствующих дисперсионных соотношений) [31].

Выражение (5.6) для диэлектрической проницаемости имеет простой вид, поэтому нетрудно осуществить формальное статистическое усреднение по ансамблю реализаций среды и получить, например, выражения для среднего значения $\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r})=\langle\varepsilon(\mathbf{r})\rangle$ и корреляционной функции

$$B_\varepsilon(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)=\Gamma_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)-\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r}_1)\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r}_2)=\left\langle\left[\varepsilon(\mathbf{r}_1)-\langle\varepsilon(\mathbf{r}_1)\rangle\right]\left[\varepsilon(\mathbf{r}_2)-\langle\varepsilon(\mathbf{r}_2)\rangle\right]\right\rangle,$$

где для простоты рассматриваются вещественные поля диэлектрической проницаемости (учет мнимой части показателя преломления, то есть учет поглощения, осуществляется стандартными способами [32]). Однако полученные в общем виде соотношения окажутся практически бесполезными [101]. Дело в том, что разнообразие видов морской взвеси и отсутствие надежных методик измерения ее характеристик привели к тому, что в настоящие время не имеется достаточно полных и обоснованных сведений о ее статистике. Речь идет в основном о средних значениях тех или иных параметров (концентрации частиц, относительного показателя преломления, размерах). Поэтому для получения конструктивных (с точки зрения количественных оценок параметров трассы оптического зондирования) выражений для $\langle\varepsilon(\mathbf{r})\rangle$ и $B_\varepsilon(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ мы вынуждены сделать ряд допущений:

1. распределения частиц по координатам, размерам и диэлектрическим проницаемостям статистически независимы;

2. диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_j(\mathbf{r}), j=1,\dots N$ не зависит от координаты $\mathbf{r}$;

3. распределение частиц в пространстве статистически однородно и изотропно, т.е.

$$N\cdot f_r(\mathbf{r})=n=const,$$

где n – число частиц в единице объема, $f_r(\mathbf{r})$ – одночастичная функция распределения частиц по координатам;

4. случайные функции $\varepsilon_\text{т}(\mathbf{r}), \varepsilon_\text{зв}(\mathbf{r})$ и случайные величины ε_j, a_j, $\mathbf{r}_j$ статистически независимы.

Пусть случайные поля $\varepsilon_\text{т}(\mathbf{r})$ и $\varepsilon_\text{зв}(\mathbf{r})$ статистически однородны, причем $\langle\varepsilon_\text{т}(\mathbf{r})\rangle=\langle\varepsilon_\text{зв}(\mathbf{r})\rangle=0$ (обобщение полученных ниже соотношений на случай случайных полей, обладающих m стационарными приращениями по координатам и отличным от нуля средним значением осуществляется достаточно просто, но приводит к громоздким формулам). Тогда при сделанных выше предположениях [101]

$$\langle\varepsilon(\mathbf{r})\rangle=\varepsilon_0+n\langle\varepsilon_a\rangle\langle v_a\rangle, \tag{5.7}$$

$$B_\varepsilon(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)=\{B_\text{т}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)+B_\text{зв}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\}\left\{1-2n\langle v_a\rangle+n\int f_a(a)\varphi(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|,a)da\right\}+$$
$$+\langle\varepsilon_a^2\rangle n\int f_a(a)\varphi(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|,a)da\,, \tag{5.8}$$

где

$$\langle\varepsilon_a^m\rangle=\int d\varepsilon\cdot f_\varepsilon(\varepsilon)[\varepsilon-\varepsilon_0]^m,\quad m=1,\,2,\,\dots\,,$$

$$\langle a^m\rangle=\int da\cdot f_a(a)a^m,\quad m=1,\,2,\,\dots\,,$$

$$\langle v_a \rangle \equiv \frac{4\pi}{3}\langle a^3 \rangle,$$

$$\varphi(r,a)=\frac{4\pi a^3}{3}\Theta(a-r)+\frac{4\pi r^3}{3}\Theta\left(r-\frac{a}{2}\right)\Theta(2a-r)+4\pi a r(r-a)\Theta(2a-r)\Theta(r-a),$$

а функции $f_\varepsilon(\varepsilon)$ и $f_a(a)$ – одночастичные функции распределения частиц по диэлектрическим проницаемостям и размерам соответственно.

В реальных морских условиях [100, 101]

$$n\langle v_a \rangle \ll 1 \ , \tag{5.9}$$

$$\sigma_{\varepsilon_\text{т}} \equiv B_{\varepsilon_\text{т}}(0),\ \sigma_{\varepsilon_\text{зв}} \equiv B_{\varepsilon_\text{зв}}(0) \ll \langle \varepsilon_a^2 \rangle \ . \tag{5.10}$$

Поэтому можно приближенно записать (5.8) в виде

$$B_\varepsilon(\mathbf{r})=B_{\varepsilon_\text{т}}(\mathbf{r})+B_{\varepsilon_\text{зв}}(\mathbf{r})+B_{\varepsilon_a}(|\mathbf{r}|)=B_{\varepsilon_\text{т}}(\mathbf{r})+B_{\varepsilon_\text{зв}}(\mathbf{r})+n\langle \varepsilon_a^2 \rangle \int f_a(a)\varphi(|\mathbf{r}|,a)da,$$

$$\mathbf{r}=(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)$$

или для пространственного спектра

$$\begin{aligned}\Phi_\varepsilon(\mathbf{\kappa})&=\Phi_{\varepsilon_\text{т}}(\mathbf{\kappa})+\Phi_{\varepsilon_\text{зв}}(\mathbf{\kappa})+\Phi_{\varepsilon_a}(|\mathbf{\kappa}|)=\\ &=\Phi_{\varepsilon_\text{т}}(\mathbf{\kappa})+\Phi_{\varepsilon_\text{зв}}(\mathbf{\kappa})+\frac{2n\langle \varepsilon_a^2 \rangle}{\pi\cdot\mathbf{\kappa}^4}\int f_a(a)a^2\left[\frac{\sin(a\kappa)}{a\kappa}-\cos(a\kappa)\right]^2 da,\end{aligned} \tag{5.11}$$

где $\Phi_\beta(\mathbf{\kappa})\equiv\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{r}B_\beta(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{\kappa r}}, \quad \beta=\varepsilon_\text{т},\ \varepsilon_\text{зв},\ \varepsilon_a$.

Итак, при справедливости принятых выше условий и выполнении неравенств (5.9) и (5.10) корреляционная функция (пространственный спектр) флуктуаций диэлектрической проницаемости морской среды аддитивна по корреляционным функциям (пространственным спектрам) своих дискретной и непрерывной (турбулентной и акустической) составляющих.

В качестве примера использования (5.11) оценим соотношение вкладов непрерывной и дискретной составляющих в пространственный спектр диэлектрической проницаемости морской среды в отсутствии акустических колебаний на относительно низких пространственных частотах.

Предполагая, что поле $\varepsilon_{\text{т}}(\mathbf{r})$ изотропно и гауссово с дисперсией $\sigma_{\varepsilon_{\text{т}}}$ и пространственным масштабом $l_{\varepsilon_{\text{т}}}$, получим

$$\left.\frac{\Phi_{\varepsilon_a}(\kappa)}{\Phi_{\varepsilon_{\text{т}}}(\kappa)}\right|_{\kappa \le l_{\varepsilon_{\text{т}}}^{-1}} \ge \frac{n\langle\varepsilon_a^2\rangle\langle a^6\rangle}{\sigma_{\varepsilon_{\text{т}}}^2 l_{\varepsilon_{\text{т}}}^2}, \tag{5.12}$$

где учтено, что в море обычно $a_{\max} << l_{\varepsilon_{\text{т}}}$, где $f_a(a > a_{\max}) \equiv 0$.

Оценки по формулам (5.11) и (5.12) следует проводить осторожно, так как в отличии от принятой нами упрощенной модели в реальных морских условиях диэлектрическая проницаемость, концентрация и размер частиц взаимосвязаны. Поэтому, например, в формуле (5.12) следует оценивать (вычислять) не каждую из величин n, $\langle\varepsilon_a^2\rangle$, $\langle a^6\rangle$, а все произведение $n\langle\varepsilon_a^2\rangle\langle a^6\rangle$ целиком. В типичных морских условиях $n\langle\varepsilon_a^2\rangle\langle a^6\rangle \sim 10^{-22} \div 10^{-24}$ м^3, $\sigma_{\varepsilon_{\text{т}}}^2 l_{\varepsilon_{\text{т}}}^3 \sim 10^{-17} \div 10^{-21}$ м^3, откуда

$$\left.\frac{\Phi_{\varepsilon_a}(\kappa)}{\Phi_{\varepsilon_{\text{т}}}(\kappa)}\right|_{\kappa \le l_{\varepsilon_{\text{т}}}^{-1}} \ge 10^{-1} \div 10^{-7},$$

т.е. даже в низкочастотной области пространственного спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости морской среды, где обычно пренебрегают наличием частиц и считают, что исследуются турбулентные флуктуации диэлектрической проницаемости показателя преломления [13], вклад от взвеси в регистрируемый сигнал может оказаться существенным.

5.2. Линейные приближения в расчетах сигналов гидрооптических измерителей флуктуаций показателя преломления

Как уже отмечалось (см. главу 1) обратные задачи на основе выражений для среднего значения и корреляционной функции сигналов гидрооптических приборов с фотоэлектрической регистрацией некорректны в математическом смысле в силу стохастичности обсуждаемых экспериментов. Поэтому необходимо приведение их к виду связей, для которых развиты методы решения некорректных обратных задач, существенно опирающиеся на математическую статистику и теорию информации [19].

Оказывается, что при некоторых ограничениях на параметры гидрооптического прибора и свойства анализируемой среды возможно получение требуемых соотношений.

Наиболее детально эти вопросы исследованы в работах [77–99], посвященных анализу работы оптических измерителей турбулентных флуктуаций показателя преломления морской среды. При этом для интерпретации результатов измерений используют либо качественные представления лучевой теории, либо основываются на решении задачи распространения света в слое исследуемой среды методом Борна (приближение однократного рассеяния), когда рассеянное световое поле, например, для уравнения Гельмгольца имеет вид

$$u_B(\mathbf{r}) = u_0(\mathbf{r}) - k^2 \int G(\mathbf{r},\mathbf{r}')\varepsilon_1(\mathbf{r}')u_0(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'. \qquad (5.13)$$

Ниже с учетом результатов главы 1 мы, следуя [91], рассмотрим данную проблему с более общих позиций.

Выбранный подход основан на анализе выражений для статистических моментов сигнала, полученных с учетом многократного рассеяния методом геометрической оптики, область применимости которого [33]

$$\lambda,\ \sqrt{\lambda L} << \{a,\ a_k,\ l\}\ , \qquad (5.14)$$

где как и прежде λ – длина волны света, a – размер светового пучка, a_k – радиус когерентности исходного светового поля, L – длина трассы, а l –характерный масштаб неоднородностей показателя преломления в рабочем объеме прибора. Считая выполненными соотношения (5.14) и условие

$$B_\varepsilon(0) = \sigma_\varepsilon^2 << \left(\frac{l}{L}\right)^3 \qquad (5.15)$$

световое поле $u(L,\boldsymbol{\rho})$ на плоскости 3 (см. рис. 1.2) может быть представлено в виде (1.11) [30]

$$u(L,\mathbf{\rho}) = u_0(L,\mathbf{\rho})\exp\{\chi(L,\mathbf{\rho}) + iS(L,\mathbf{\rho})\}\ , \qquad (5.16)$$

где

$$u_0(L,\mathbf{\rho}) = v_0(\mathbf{\rho})\exp\left\{ikL\left[1 + \mathrm{O}\left(\frac{L}{ka^2}, \frac{L}{ka_k^2}\right)\right]\right\}, \ k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

$v_0(\mathbf{\rho})$ – исходное световое поле в плоскости 2, а случайные фаза S и уровень амплитуды χ есть соответственно [30]

$$S(L,\mathbf{\rho}) = \frac{k}{2}\int_0^L \varepsilon_1(z,\mathbf{\rho})dz\ , \quad \chi(L,\mathbf{\rho}) = -\frac{1}{4}\int_0^L (L-z)\Delta_\perp \varepsilon_1(z,\mathbf{\rho})dz\ , \qquad (5.17)$$

где, как и прежде $\Delta_\perp$ – лапласиан по поперечным по отношению к оси пучка координатам. Заметим, что в показателе экспоненты, входящей в (5.16), отброшены члены, содержащие ε_1 в степенях выше первой, а также слагаемые порядка $\mathrm{O}\left(\frac{L^3}{kl_0^4}\right)$, $l_0 = \min\{l, a, a_k\}$. Будем считать $L >> l$, тогда в силу центральной предельной теоремы случайные функции $S(L,\mathbf{\rho})$ и $\chi(L,\mathbf{\rho})$ можно приближенно считать распределенными по нормальному закону и использовать для $\Gamma_{1,0}^l$ и B_l формулы 1.30 и 1.31. Тогда, используя (5.17) и предположение об однородности и изотропности поля $\varepsilon_1(\mathbf{r})$, получим, что [31] при $\kappa' >> \kappa''$ ($\alpha = \kappa' - \sqrt{\kappa'^2 - \kappa''^2}$)

$$\Phi_{2,0}^S(\eta) = \Phi_\varepsilon(\eta)\left[1 + \frac{\sin(\alpha L)}{\alpha L}\right]\pi k^2 L \approx 2\pi k^2 L \Phi_\varepsilon(\eta)\ , \qquad (5.18)$$

$$\Phi_{2,0}^\chi(\eta) = \Phi_\varepsilon(\eta)\left[1 - \frac{\sin(\alpha L)}{\alpha L}\right]\pi k^2 L \approx \frac{\pi L^3}{6}\eta^4 \Phi_\varepsilon(\eta)\ , \qquad (5.19)$$

$$\Phi_{S\chi}(\eta) = \Phi_\varepsilon(\eta)\pi k L^2 \frac{1-\cos(2\alpha L)}{2\alpha L} \approx \frac{\pi k L^2}{2}\eta^2 \Phi_\varepsilon(\eta)\ . \qquad (5.20)$$

Откуда, например, дисперсия сигнала прибора имеет вид

$$B_l(0)=\int d\eta\Phi_\varepsilon(\eta)\left\{2\pi k^2 LP_{\beta\beta}(\eta)+\frac{\pi L^3\eta^4}{6}P_{\gamma\gamma}(\eta)-\frac{\pi kL^2}{2}\eta^2 P_{\gamma\beta}(\eta)\right\} \quad (5.21)$$

Таким образом, когда параметры гидрооптического эксперимента удовлетворяют условиям применимости соотношения (5.21) для измерения спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости $\Phi^{\varepsilon}_{2,0}(\eta)$ морской среды выгодно использовать измерители фазовых флуктуаций. Действительно, при $P_{\beta\beta}\sim P_{\gamma\gamma}\sim P_{\gamma\beta}$ соотношение вкладов в дисперсию сигнала прибора определяется малым параметром $\frac{L\lambda}{l^2}$. Например, теневой прибор с ножом Фуко можно рассматривать в качестве измерителя фазовых флуктуаций (см. формулы (1.62) – (1.66), если

$$1\ge erf\left(\frac{a}{l}\right)>>\frac{L\lambda}{l^2} .$$

Для получения на основе (5.21) интегрального уравнения для определения $\Phi_\varepsilon(\eta)$ обычно рассматривают гидрооптические датчики, сканирующие толщу морской среды с постоянной скоростью V_0, и измеряют временную корреляционную функцию их сигналов. Существенным элементом теоретического обеспечения экспериментов такого типа является гипотеза Тэйлора.

5.3. Границы применимости гипотезы «замороженности» в гидрооптических измерениях с учетом свойств аппаратных функций используемых устройств

При определении пространственных характеристик случайного поля диэлектрической проницаемости в рамках обсуждаемого класса экспериментов существенным образом используется гипотеза Тейлора («замороженности») о связи пространственных и временных характеристик анализируемого поля. В работах [27, 30, 51] показано, что гипотеза Тейлора является нулевым приближением теории возмущений по малому параметру σ_v/v_0, где v_0 и σ_v – регулярная и флуктуационная составляющие скорости относительного движения прибора и среды, в предположении пассивности и консервативности поля оптических неоднородностей. Ниже рассматривается вопрос о влиянии свойств используемого измерительного устройства на пределы применимости указанного приближения.

В общем случае нахождение связи пространственных и временных характеристик случайного поля диэлектрической проницаемости в реальной морской среде должно осуществляться на основе решения полной системы уравнений гидродинамики с соответствующими граничными и начальными условиями. В силу сложности подобного анализа на практике ограничиваются теми или иными моделями, упрощающими исходную систему уравнений.

Рассмотрим поле диэлектрической проницаемости в качестве пассивной примеси, переносимой случайным полем скорости

$$\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'(\mathbf{r},t), \quad \langle \mathbf{v} \rangle = \mathbf{v}_0 = const, \tag{5.22}$$

которое характеризуется корреляционным тензором

$$\Gamma_{ij}^{\mathrm{v}}(\mathbf{r},t;\mathbf{r}',t') \equiv \langle \mathrm{v}_i'(\mathbf{r},t)\mathrm{v}_j'(\mathbf{r}',t') \rangle, \qquad i,j = 1,2,3, \tag{5.23}$$

причем в силу «несжимаемости» жидкости

$$\frac{\partial \Gamma_{ij}^{\mathrm{v}}}{\partial x_i} = \frac{\partial \Gamma_{ij}^{\mathrm{v}}}{\partial x_j} = 0, \quad \mathbf{r} = \{x_i\} = \{x_1, x_2, x_3\}, \tag{5.24}$$

где по повторяющимся индексам как обычно производится суммирование.

Задача состоит в решении уравнения конвективной диффузии (см. Главу 2) пассивной примеси

$$\frac{\partial \varepsilon_1(\mathbf{r},t)}{\partial t} + \mathrm{v}_i \frac{\partial \varepsilon_1(\mathbf{r},t)}{\partial x_i} = D_\varepsilon \frac{\partial^2 \varepsilon_1(\mathbf{r},t)}{\partial x_i \partial x_i} \tag{5.25}$$

в неограниченной жидкости с начальным условием

$$\varepsilon_1(\mathbf{r},t)\big|_{t=0} = \varepsilon_{10}(\mathbf{r}), \tag{5.26}$$

где $\varepsilon_1(\mathbf{r},t)$ – как и раньше флуктуирующая часть диэлектрической проницаемости, D_ε – коэффициент диффузии, известным образом выражается через константы среды (коэффициенты температуропроводности, молекулярной диффузии растворенных солей и т.п.).

Произведем оценку членов в уравнении (5.25). Нетрудно видеть, что

$$\frac{\alpha_{\text{v}}}{\alpha_D} \equiv \frac{\left| \text{v}_i' \dfrac{\partial \varepsilon_1}{\partial x_i} \right|}{\left| D_\varepsilon \Delta \varepsilon_1 \right|} \sim \frac{\text{v}_l \cdot l}{D_\varepsilon}, \tag{5.27}$$

где v_l определяется изменением скорости движения среды на масштабах порядка l. В реальных морских условиях движение жидкости носит турбулентный характер. Поэтому число Рейнольдса

$$R_l \geq \frac{\text{v}_l \cdot l}{\nu} \geq 1, \tag{5.28}$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости. Для моря $\nu > D_\varepsilon$ ($\nu D_\varepsilon^{-1} \sim 10 \div 10^3$) [27]. Полагая $\nu >> D_\varepsilon$, получим

$$\frac{\alpha_{\text{v}}}{\alpha_D} >> 1. \tag{5.29}$$

Откуда, ограничиваясь нулевым приближением по малому параметру D_ε / ν, можно записать уравнение (5.25) в виде

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} + \text{v}_i \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x_i} = 0, \tag{5.30}$$

то есть считать поле $\varepsilon_1(\mathbf{r}, t)$ консервативной примесью.

Решение уравнения (5.30) с начальными условиями (5.26) зависит от свойств функции $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$, которая в общем случае определяется из решения соответствующей системы уравнений гидродинамики. Решая эти уравнения методом малых возмущений по параметру

$$\gamma_{\text{v}} \equiv \frac{\sigma_{\text{v}}}{\text{v}_0} << 1, \tag{5.31}$$

где σ_{v} – дисперсия флуктуаций поля скорости $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$, с точностью до членов, линейных по γ_{v} получим, что случайное поле $\mathbf{v}'(\mathbf{r}, t)$ «заморожено» [27]:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t, 0). \tag{5.32}$$

Подставляя (5.32) в (5.30) с учетом (5.24) и (5.26) получим решение (5.30) в виде

$$\varepsilon_1(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0(\mathbf{r}-\mathbf{v}_0t-\mathbf{v}'(\mathbf{r}-\mathbf{v}_0t)t). \tag{5.33}$$

Формула (5.33) аналогична формуле для «локально замороженного» поля консервативной примеси, рассмотренного в работах [27, 30].

Вычислим пространственно-временную корреляционную функцию случайного поля $\varepsilon_1(\mathbf{r},t)$ в предположении статистической независимости полей $\varepsilon_{10}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{v}'(\mathbf{r},t)$. Осуществляя статистическое усреднение по ансамблям реализаций случайных полей $\varepsilon_{10}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{v}'(\mathbf{r},t)$ и предполагая их однородность, получим

$$\Gamma^{\varepsilon'}_{2,0}(\mathbf{r},\tau)=\int d\eta \exp[i\boldsymbol{\eta}\mathbf{v}]\chi(-\boldsymbol{\eta}\tau)\Phi^{\varepsilon'}_{2,0}(\boldsymbol{\eta}), \tag{5.34}$$

где

$$\chi(\mathbf{a})\equiv\langle\exp\{i\mathbf{a}\mathbf{v}(\mathbf{r},t)\}\rangle \tag{5.35}$$

– характеристическая функция закона распределения вероятностей для скорости $\mathbf{v}$ в точке $\mathbf{r}$ в момент времени t не зависит от $\mathbf{r}$ и t для статистически однородного и «замороженного» поля $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$.

Для пространственно-временного спектра «локально замороженного» поля $\varepsilon_1(\mathbf{r},t)$ имеем

$$G^{\varepsilon}_{2,0}(\boldsymbol{\eta},\omega)=\frac{1}{2\pi}\Phi^{\varepsilon}_{2,0}(\boldsymbol{\eta})\int_{-\infty}^{\infty}\exp[-i\omega\tau]\chi(-\boldsymbol{\eta}\tau)d\tau. \tag{5.36}$$

Пусть поле скорости $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$ имеет нормальный закон распределения со средним значением $\mathbf{v}_0$ и дисперсией каждой компоненты $\frac{1}{3}\sigma_{\mathrm{v}}^2$. В этом случае

$$\chi(\mathbf{a})\equiv\exp\left\{i\mathbf{a}\mathbf{v}_0-\frac{a^2\sigma_{\mathrm{v}}^2}{6}\right\} \tag{5.37}$$

и

$$G^{\varepsilon}_{2,0}(\boldsymbol{\eta},\omega)=\Phi^{\varepsilon}_{2,0}(\boldsymbol{\eta})\exp\left[-\frac{(\omega+\boldsymbol{\eta}\mathbf{v}_0)^2}{2/3\,\eta^2\sigma_{\mathrm{v}}^2}\right]\left\{\frac{2\pi}{3}\eta^2\sigma_{\mathrm{v}}^2\right\}^{-\frac{1}{2}}. \tag{5.38}$$

В пределе $\sigma_{\mathrm{v}}\to 0$ из (5.38) получаем обычную формулу для пространственно-временного спектра «замороженного» поля $\varepsilon_1(\mathbf{r},t)$ [30]

$$G_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{\eta},\omega)=\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{\eta})\delta(\omega+\mathbf{\eta}\mathbf{v}) \tag{5.39}$$

Для вывода условий применимости того или иного приближения в случае, когда неизвестно точное решение, обычно рассматривают более общее приближение, упрощая которое находят искомые условия. Определим таким способом границы применимости гипотезы Тейлора, используя полученные выше соотношения в приближении «локальной замороженности».

Как следует из формулы (1.41) и материалов предыдущего параграфа линеаризованное по пространственному спектру случайного поля диэлектрической проницаемости анализируемой среды корреляционная функция сигнала прибора имеет вид

$$B_l^{\text{зам.}}(\tau)=\int \exp[-i\mathbf{\eta}\mathbf{v}\tau]\Phi_{2,0}^{\varepsilon'}(\mathbf{\eta})F(\mathbf{\eta})d\mathbf{\eta}$$

и легко обобщается на случай «локальной замороженности» поля [37]

$$B_l^{\text{л.зам.}}(\tau)=\int \Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{\eta})F(\mathbf{\eta})\cdot\chi(-\mathbf{\eta}\tau)d\mathbf{\eta}\,, \tag{5.40}$$

где, как и прежде, предполагалось, что скорость $\mathbf{v}_0$ перпендикулярна оптической оси системы.

Используем для оценок характеристическую функцию (5.37):

$$B_l^{\text{л.зам.}}(\tau)=\int \exp\left\{-i\eta_{\|}\mathrm{v}_0\tau-\frac{1}{6}\sigma_{\mathrm{v}}^2\left(\eta_{\|}^2+\eta_{\perp}^2\right)\tau^2\right\}M\left(\eta_{\|},\eta_{\perp}\right)d\eta_{\|}d\eta_{\perp}\,, \tag{5.41}$$

где $M(\mathbf{\eta})=\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{\eta})F(\mathbf{\eta})$, $\eta_{\|}$ и $\eta_{\perp}$ – компоненты вектора $\mathbf{\eta}$, направленные параллельно и перпендикулярно вектору $\mathbf{v}_0$. Нетрудно видеть, что характерное время корреляции $\tau_{\text{к}}$ функции $B_l^{\text{л.зам.}}(\tau)$ (область значений τ, при которых эта функция заметно отлична от нуля)

$$\tau_{\text{к}}\le\frac{1}{\eta_{\|}\mathrm{v}_0}\,.$$

Поэтому для пренебрежения вторым слагаемым в показателе экспоненты в формуле (5.41) и переходе к формуле «замороженного» анализируемого поля необходимо выполнение условия

$$\sigma_{\mathrm{v}}^2 \eta^2 \tau_{\text{к}}^2 \le \gamma_{\mathrm{v}}^2 \left(1 + \frac{\eta_\perp^2}{\eta_\parallel^2} \right) << 1 . \tag{5.42}$$

Если функция $M(\eta_\parallel, \eta_\perp)$ такова, что существенный вклад в интеграл (5.41) дает область изменения переменных

$$\eta_\perp \le \eta_\parallel ,$$

то условие (5.42) не отличается от общеупотребительного критерия применимости гипотезы Тейлора (5.31). В противном случае появляется новое ограничение

$$\gamma_{\mathrm{v}} << \frac{\eta_\parallel}{\eta_\perp} . \tag{5.43}$$

Рассмотрим два различных случая: осесимметричный прибор $F(\boldsymbol{\eta}) = F(|\boldsymbol{\eta}|)$ и несимметричные приборы с существенной зависимостью от направления вектора $\boldsymbol{\eta}$, причем исследуемое поле диэлектрической проницаемости будем считать статистически изотропным.

<u>**А.**</u> $F(\boldsymbol{\eta}) = F(|\boldsymbol{\eta}|)$.

Пусть динамическое состояние среды и условия эксперимента таковы, что выполняется лишь гипотеза «локальной замороженности», а восстановление пространственного спектра $\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)$ осуществляется по формулам обращения типа (1.43) и (1.44), справедливым для «замороженного» случайного поля $\varepsilon_1(\mathbf{r}, t)$. В этом случае восстановленный таким способом спектр $\tilde{\Phi}_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)$ связан с истинным спектром соотношением

$$\tilde{\Phi}_{2,0}^{\varepsilon}(\eta) = F^{-1}(\eta) \frac{\mathrm{v}_0^2}{2\pi} \int d\boldsymbol{\eta} \Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta) F(\eta') \left\{ \int_0^{\infty} \tau J_0(\eta \mathrm{v}_0 \tau) \chi(-\boldsymbol{\eta}' \tau) d\tau \right\}, \tag{5.44}$$

где, как и прежде, $J_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка [123].

Спектр $\tilde{\Phi}_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)$ тем ближе к истинному спектру $\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)$, чем меньше отличается от дельта – функции $\delta(\eta - \eta')$ функция

$$M(\eta,\eta')=\frac{v_0^2\eta'}{2\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\infty}\tau\cdot J_0(\eta v_0\tau)\chi(-\boldsymbol{\eta}'\tau)d\tau\,, \qquad (5.45)$$

где $\boldsymbol{\eta}'=\{\eta',\varphi\}$. При этом необходимая точность совпадения $M(\eta,\eta')$ с $\delta(\eta-\eta')$ и диапазон частот зависят от параметров оптического устройства, свойств среды и интересов исследователя. Например, частотный диапазон ($\eta'_{\min}\le\eta'\le\eta'_{\max}$), в котором требуется совпадение $M(\eta,\eta')$ с $\delta(\eta-\eta')$, зависит от вида спектра $\Phi^{\varepsilon}_{2,0}(\eta)$, параметров оптического прибора (фильтрующие свойства $F(\eta)$) и интересующих наблюдателя диапазона частот $\eta_{\min}\le\eta\le\eta_{\max}$ (очевидно, что $\eta'_{\min}\le\eta_{\min}\le\eta_{\max}\le\eta'_{\max}$).

Функция $M(\eta,\eta')$ принимает относительно удобный для анализа и оценок вид в случае нормального закона распределения случайного поля скорости (5.37):

$$M_{н}(\eta,\eta')=\frac{3}{\eta'\gamma_v^2}\exp\left\{-\frac{3}{2\gamma_v^2}\left(1+\frac{\eta^2}{\eta'^2}\right)\right\}I_0\left(\frac{3\eta}{\eta'\gamma_v^2}\right), \qquad (5.46)$$

где $I_0(z)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка [123] . Воспользовавшись ее асимптотикой при больших z

$$I_0(z)\sim\frac{\exp(z)}{\sqrt{2\pi z}}\left(1+\frac{1}{8z}+\ldots\right),\quad z\gg1,$$

имеем

$$M_{н}(\eta,\eta')\approx\sqrt{\frac{3}{2\pi\gamma_v^2\eta\eta'}}\exp\left\{-\frac{3}{2\gamma_v^2}\left(\frac{\eta}{\eta'}-1\right)^2\right\}I_0\left(\frac{3\eta}{\eta'\gamma_v^2}\right) \qquad (5.47)$$

или, учитывая представление дельта – функции [123]

$$\delta(z)\approx\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\exp\left(-\alpha^2z^2\right),\ \alpha\gg1\,,$$

$$M_{н}(\eta,\eta')\approx\delta(\eta-\eta')\,.$$

На рис. 5.1. приведены графики функции

$$\frac{M_{\text{н}}(\eta,\eta')}{M_{\text{н}}(\eta,\eta)}=\frac{\eta}{\eta'}\exp\left\{-\frac{3}{\gamma_{\text{v}}^2}\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{\eta^2}{\eta'^2}\right)-1\right]\right\}I_0\left(\frac{3}{\gamma_{\text{v}}^2}\frac{\eta}{\eta'}\right)\Big/I_0\left(\frac{3}{\gamma_{\text{v}}^2}\right)$$

от $\dfrac{\eta}{\eta'}$ для различных значений γ_{v}. Эти графики можно использовать для определения границ применимости гипотезы Тейлора для осесимметричных приборов при заданных диапазоне $\eta\in[\eta_{\min},\eta_{\max}]$, точности $\beta_{\Phi}(\mathbf{\eta})=\dfrac{\left|\Delta\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{\eta})\right|}{\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{\eta})}$ и разрешении $\alpha_{\varphi}=\left|\Delta\eta/\eta\right|$ измерения спектра $\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\mathbf{\eta})$.

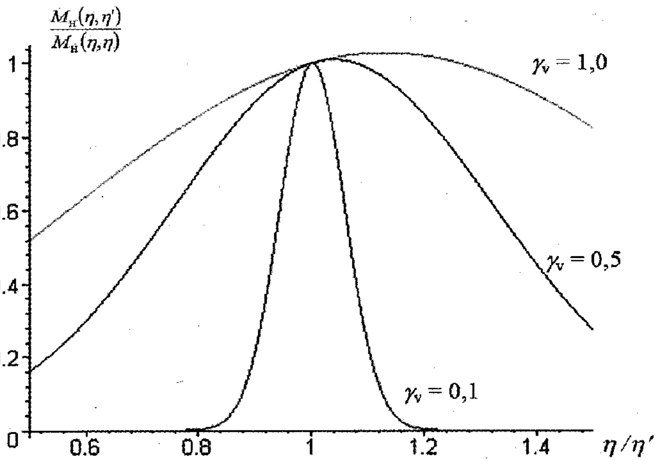


Рис. 5.1. Зависимость $\dfrac{M_{\text{н}}(\eta,\eta')}{M_{\text{н}}(\eta,\eta)}$ от η/η' для различных значений γ_{v}.

Б. $F(\mathbf{\eta})\neq F(|\mathbf{\eta}|)$

Очевидно, что наиболее «чувствительными» к флуктуациям поля скорости будут оптические устройства, для которых функция

$F(\eta_{\|},\eta_{\perp})$ существенно отлична от нуля в области $\eta_{\|} \ll \eta_{\perp}$ (более жесткое условие 5.43).

Рассмотрим в качестве примера работу «точечного» оптического прибора с эллиптической функцией зрачка, который характеризуется аппаратной функцией

$$R_э(\mathbf{\rho}_1,\mathbf{\rho}_2)=\delta(\mathbf{\rho}_1-\mathbf{\rho}_2)\exp\left\{-\frac{\rho_{\|1}^2}{2a^2}-\frac{\rho_{\perp 1}^2}{2b^2}\right\}, \tag{5.48}$$

где $\rho_{\|1}$ и $\rho_{\perp 1}$ – компоненты вектора $\mathbf{\rho}_1$ параллельная и перпендикулярная вектору $\mathbf{v}_0$, причем $a \gg b \ge l_\varepsilon$, где l_ε – характерный масштаб изменения неоднородностей диэлектрической проницаемости.

В линейном приближении нетрудно получить, что

$$F(\mathbf{\eta})=C_1\exp\left\{-\eta_{\|}^2a^2-\eta_{\perp}^2b^2\right\}\left(\eta_{\|}^2+\eta_{\perp}^2\right)^2,\ C_1=\text{const}. \tag{5.49}$$

Откуда, например, для колмогоровского спектра турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости [30] и $b=l_\varepsilon$ имеем

$$M_Б^Э(\mathbf{\eta})=C_2\exp\left\{-\eta_{\|}^2a^2-2\eta_{\perp}^2l_\varepsilon^2\right\}\left(\eta_{\|}^2+\eta_{\perp}^2\right)^{\frac{1}{2}},\ C_2=\text{const}. \tag{5.50}$$

Тогда для корреляционных функций сигнала прибора в условиях «замороженности» и «локальной замороженности» соответственно получим

$$B_I^{\text{Зам}}(\tau)=\frac{C}{a}\left(2l_\varepsilon^2\right)^{-\frac{2}{3}}\exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_0^2\tau^2}{4a^2}\right\}, \tag{5.51}$$

$$B_I^{\text{Л.Зам}}(\tau)=C\left(\frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2\tau}{6}+a^2\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2\tau}{6}+2l_\varepsilon^2\right)^{-\frac{2}{3}}\exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_0^2\tau^2}{4\left(\frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2\tau}{6}+a^2\right)}\right\}. \tag{5.52}$$

Так как неоднородности с размерами, большими, чем a не дают существенного вклада в корреляционную функцию $B_I^{\text{Л.Зам}}(\tau)$, то

$$\tau_{\max} \sim \frac{a}{\mathrm{v}_0} . \tag{5.53}$$

Поэтому в силу условия $\gamma_{\mathrm{v}} \ll 1$, формула (5.52) может быть записана в виде

$$B_l^{\text{Л.Зам}}(\tau) \approx \frac{C}{a}\left(\frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tau}{6} + 2l_\varepsilon^2\right)^{-\frac{2}{3}} \exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_0^2 \tau^2}{4a^2}\right\}. \tag{5.54}$$

Следовательно,

$$\frac{B_l^{\text{Л.Зам}}(\tau)}{B_l^{\text{Зам}}(\tau)} \approx \left(\frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tau^2}{12 l_\varepsilon^2} + 1\right)^{-\frac{2}{3}} . \tag{5.55}$$

Пусть

$$\zeta \equiv \frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tau^2}{12 l_\varepsilon^2} \ll 1 . \tag{5.56}$$

Разлагая правую часть (5.55) в ряд по степеням малого параметра ζ и ограничившись его двумя первыми членами, получим

$$\frac{\Delta B_l}{B_l} \equiv \left|\frac{B_l^{\text{Зам}}(\tau) - B_l^{\text{Л.Зам}}(\tau)}{B_l^{\text{Зам}}(\tau)}\right| \approx \frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tau^2}{18 l_\varepsilon^2} . \tag{5.57}$$

Откуда (предполагая, что $\beta_l(\tau) \ll 1$) получим, считая $\beta_l(\tau) \equiv const$, ограничение

$$\frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tau^2}{18 l_\varepsilon^2} \le \frac{\gamma_{\mathrm{v}}^2 a^2}{l_\varepsilon^2} \le \beta_l . \tag{5.58}$$

Для определения возможности реализации разрешения $\alpha_l(\tau)$ рассмотрим экспоненциальный множитель в формуле (5.32). Положим $\alpha_l(\tau) \ll 1$. Тогда, полагая $\tau = \tau_0 + \Delta\tau$, получим ограничение

$$\frac{\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tau^2}{6a^2} \le \alpha_l(\tau)$$

или, считая $\alpha_l(\tau) = \mathrm{const}$,

$$\gamma_{\mathrm{v}}^2 \le \alpha_l . \tag{5.59}$$

Таким образом, для «точечного» приемника с «эллиптической» функцией зрачка условия применимости гипотезы «замороженности» принимают вид

$$\gamma_v \le \frac{l_\varepsilon}{a}\sqrt{\beta_l},\ \sqrt{\alpha_l}\ . \tag{5.60}$$

Полагая, например, $\beta_l \sim \alpha_l \sim 10^{-1}$ и $\frac{l_\varepsilon}{a} \sim 10^{-2}$, получим

$$\gamma_v \le 3 \cdot 10^{-3}\ , \tag{5.61}$$

т.е., например, для верхнего перемешанного слоя должно выполнятся требование

$$v_0 \ge 3 \cdot 10^{-1} \div 3 \text{ м/с}. \tag{5.62}$$

Выполнение условия (5.62) невозможно для широкого круга задач гидрооптики.

Произведенный анализ работы «несимметричных» оптических приборов показал важность контроля за динамическим состоянием среды (измерения характеристик случайного поля скорости) при восстановлении пространственных характеристик поля диэлектрической проницаемости на основе использования гипотезы Тэйлора. Более того, развитый выше аппарат по математическому обеспечению гидрооптических измерений может быть использован для описания работы гидрооптических приборов в режиме измерения характеристик случайного поля скорости морской среды.

5.4. Гидрооптические измерения горизонтальной структуры мелкомасштабной турбулентности

Развитые в предыдущих главах теоретические основы формирования сигналов сканирующих гидрооптических датчиков позволили обосновать возможность их использования для выявления и измерения пространственно-временных характеристик гидрооптических аномалий (в частности, статистических характеристик турбулентных флуктуаций показателя преломления).

При этом, как и в случае интерпретации результатов многоспектрального оптического зондирования толщи океана (гл. 4), максимальная эффективность использования теоретических результатов достигнута путём согласованного использования физико-математической модели изучаемого явления (в данном случае рассеяния внутренних волн на зоне интрузии) и модели оптической трассы зондирования и формирования сигнала оптического измерителя характеристик морской среды.

Речь идет об анализе и обработке значительного объёма экспериментальной информации о горизонтальной и вертикальной изменчивости турбулентных флуктуаций показателя преломления морской среды, полученных в различных районах Мирового океана с помощью теневых приборов в различных гидрометеоусловиях и методик эксплуатации.

Здесь мы приведем лишь один из множества аспектов решённых задач – обоснование возможности выявления гидрооптической аномалии на основе повышения степени нестационарности и неоднородности гидрофизических полей вследствие рассеяния внутренних волн на неоднородности поля плотности.

Итак, речь идёт об интерпретации результатов гидрооптических экспериментов по измерению среднего значения и корреляционной функции сигнала оптических регистраторов фазовых флуктуаций, сканирующих морскую среду на заданном горизонте [13]. В основу разработки алгоритмов обнаружения и идентификации гидрооптических аномалий (зон турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости морской среды) положены модель рассеяния внутренних волн на зоне интрузии и механизм формирования сигнала оптического индикатора в приближении «замороженности» флуктуаций поля показателя преломления.

Как и в главе 4 эксперименты проводились в контролируемых условиях. Примеры записей сигналов в фоновых и аномальных зонах до и после обработки приведены на рис. 5.2 и 5.3.

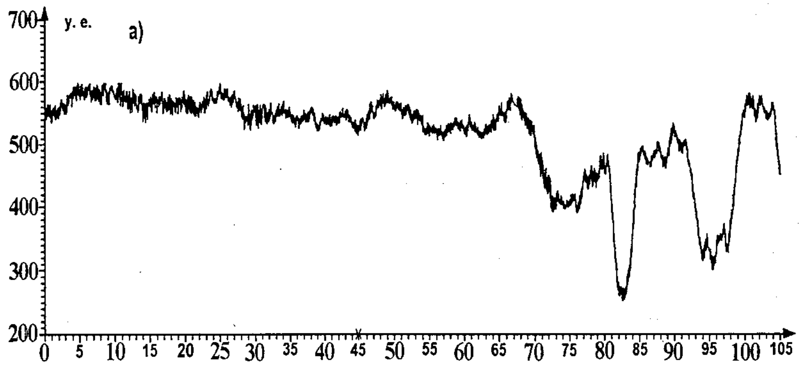


Рис. 5.2а. Фоновый участок – исходный сигнал.

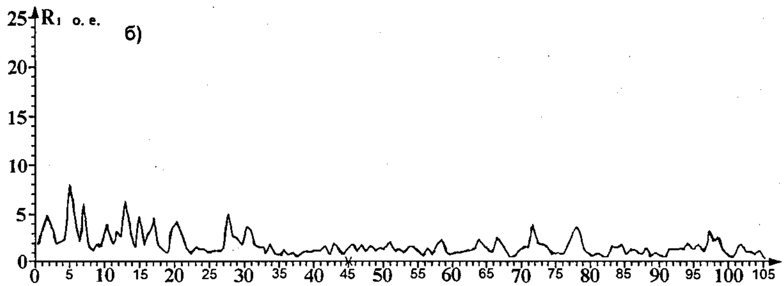


Рис. 5.2б. Результат обработки сигнала полученного на фоновом участке (рис. 5.2а).

Рис. 5.3а. Исходный сигнал – участок с аномальной зоной.

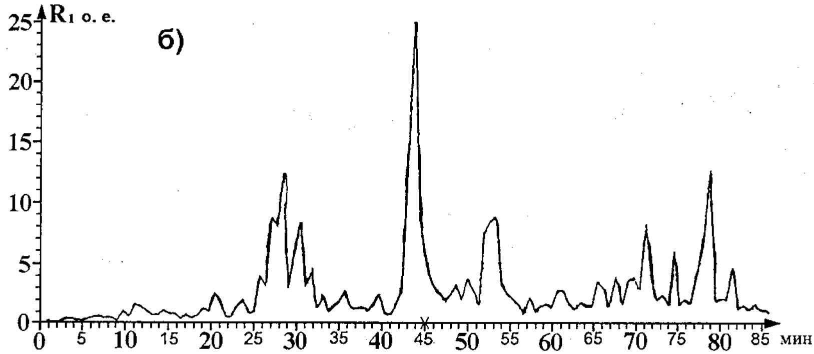


Рис. 5.3б. Результат обработки сигнала приведенного на рис. 5.3а

Хочется отметить два обстоятельства. Во-первых, что подобная эффективность выделения сигнала на фоне случайных помех осуществляется на основе достаточно простых алгоритмов, реализуемых в реальном масштабе времени, что объясняется использованием априорной теоретической информации о механизме образования, эволюции и вырождения гидрооптической аномалии. Во-вторых, приведенные иллюстрации типичны (что подтверждено для значительного статистически представительного объёма экспериментальной информации) для тех гидрологических ситуаций, при которых существенен механизм рассеяния внутренних волн на неоднородностях поля плотности.

Глава 6.
МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА СИСТЕМОЙ ДИСКРЕТНЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ, ВЗВЕШЕННЫХ В НЕПРЕРЫВНО-НЕОДНОРОДНОЙ СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

Интерпретация результатов оптических измерений физико-химических параметров морской среды существенно упрощается, если при постановке и решении соответствующей обратной задачи распространение светового поля в среде можно описывать в рамках простого аналитического выражения. Первоочередной задачей при этом является выяснение условий применимости используемого приближения, их адекватности параметрам среды и условиям проведения эксперимента.

Для определения области применимости того и или иного приближения существует ряд способов: анализ и асимптотические оценки неучтенных (отброшенных) поправок к приближенному решению, сравнение с точным решением (как правило численным и построенным для частных моделей исследуемой среды) и, наконец, сопоставление упрощенного метода с более общим методом, заведомо применимым для решения поставленной задачи, но по ряду причин не используемым (например, в силу громоздкости).

Анализ такого типа задач и посвящена настоящая глава. При этом основные надежды связываются с приближением однократного рассеяния (борновским приближением), в рамках которого связи между гидрофизическими и гидрооптическими характеристиками среды устанавливаются с помощью достаточно простых аналитических выражений (см. главу 5 и [31]).

6.1. Достаточные условия применимости борновского приближения задачи рассеяния света [104]

Как и в предыдущей главе ограничимся рассмотрением скалярной задачи, то есть анализом решения уравнения Гельмгольца в интегральной форме

$$u(\mathbf{r}) = u_0(\mathbf{r}) - k^2 \int G(\mathbf{r},\mathbf{r}')\varepsilon_1(\mathbf{r}')u(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \equiv u_0 + Mu \qquad (6.1)$$

в борновском приближении

$$u_B(\mathbf{r}) = u_0 + Mu_0 \ .$$

Будем оценивать пригодность борновского приближения $u_B = u_0 + Mu_0$ по величине нормы $\|u - u_B\|$ в некотором линейном пространстве функций и считать, что оно применимо, если

$$\frac{\|u-u_B\|}{\|u-u_0\|} \le \beta \, , \quad 0 < \beta \le 1 \, , \tag{6.2}$$

Здесь и далее предполагается, что нормы соответствующих выражений существуют. Легко показать, что для справедливости (6.2) достаточно выполнения условий

$$\|M\| < 1 \, , \tag{6.3}$$

$$\frac{\|M^2 u_0\|}{\|Mu_0\|} \le \beta\left[1 - \|M\|\right] , \tag{6.4}$$

которые и могут быть использованы для оценки границ применимости борновского приближения. Однако с целью упрощения выкладок мы рассмотрим более сильное, чем (6.3) и (6.4), условие

$$\|M\| \le \beta\left[1+\beta\right]^{-1} = \delta \, . \tag{6.5}$$

Конструктивное использование (6.5) возможно лишь при введении соответствующего нормируемого пространства. В настоящей работе рассматривается пространство $C\left(R^3\right)$ непрерывных функций $v(\mathbf{r})$. При этом условие (6.2) означает требование малости максимума интенсивности многократно рассеянного поля, а соотношение (6.5) принимает вид [102]

$$\sup_{\mathbf{r}} \left\{ \frac{k^2}{4\pi} \int \frac{|\varepsilon_1(\mathbf{r}')|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right\} \le \delta \, . \tag{6.6}$$

Для среды со случайными флуктуациями диэлектрической проницаемости потребуем вместо (6.2) выполнения условия

$$P\left\{ \frac{\|u-u_B\|}{\|u-u_0\|} \ge \beta \right\} << 1 \, , \tag{6.7}$$

где $P\{\gamma \geq \beta\}$– вероятность того, что случайная величина γ принимает значения $\gamma \geq \beta$. Очевидно, что для справедливости (6.7) достаточно выполнения неравенства

$$P(\|M\| > \delta) << 1. \qquad (6.8)$$

Пусть $v \in C(R^3)$ и $\|v\| = 1$. Тогда для данного $v(\mathbf{r})$ при фиксированной точке пространства $\mathbf{r}$ Mv – случайная величина, причем $\langle Mv \rangle = 0$. Из неравенства Чебышева следует [103]

$$P(|Mv| \geq \delta) \leq \frac{\langle |Mv|^2 \rangle}{\delta^2}. \qquad (6.9)$$

Так как (6.9) справедливо для любых $\mathbf{r}$ и $v \in C(R^3)$, то

$$P(\|M\| \geq \delta) \leq \frac{1}{\delta^2} \sup_v \sup_{\mathbf{r}} \langle |Mv|^2 \rangle.$$

Откуда вместо (6.8) получим условие

$$\sup_{\mathbf{r}} \left\{ \left(\frac{k^2}{4\pi} \right)^2 \int\int \frac{\langle |\varepsilon_1(\mathbf{r}_1)\varepsilon_1^*(\mathbf{r}_2)| \rangle}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}||\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \right\} << \delta^2. \qquad (6.10)$$

Для изолированной сферической частицы радиуса a и вещественной относительной диэлектрической проницаемостью ε_a условие (6.6) принимает вид

$$\frac{k^2 a^2 \varepsilon_a}{2} \leq \delta. \qquad (6.11)$$

Сравним (6.11) с условием (6.10) для облака непоглощающих сферических частиц, помещенных в сферическом объеме радиуса L. При этом для получения обозримых оценок будем считать, что распределения частиц по координатам, диэлектрическим проницаемостям и радиусам статистически независимы, а распределение частиц внутри объема статистически однородно. Тогда, используя (6.10) и результаты [101] , с точностью до множителя порядка единицы получим неравенство

$$(4\pi)^2 k^4 \left\langle \varepsilon_a^2 \right\rangle Ln \left\langle a^6 \right\rangle << \delta^2, \qquad (6.12)$$

где n – концентрация частиц

Из (6.12) следует искомый результат: для справедливости борновского приближения в задачах рассеяния света системой частиц не требуется выполнения условия (6.11) для каждой из них. Более того, система может полностью состоять из «жестких» $k^2 a^2 \varepsilon_a > 2\delta$ частиц, а системное поле описываться в рамках приближения однократного рассеяния. Для этого достаточно, чтобы выполнялось соотношение

$$\tau = Ln \left\langle a^6 \right\rangle^{1/3} << \delta^2 \left[(4\pi)^2 k^4 \left\langle \varepsilon_a^2 \right\rangle \left\langle a^6 \right\rangle^{2/3} \right]^{-1}.$$

Ограничение величины τ имеет наглядное физическое истолкование: оно связано с требованием малости относительной площади перекрытия светового поля частицами в среднем по ансамблю реализаций среды. Действительно,

$$\tau = \left(Ln^{1/3} \right) \left(n^{2/3} \left\langle a^6 \right\rangle^{1/3} \right),$$

но $n^{2/3} \left\langle a^6 \right\rangle^{1/3}$ имеет порядок отношения геометрического сечения частицы к площади, свободной от частиц в слое толщиной $n^{-1/3}$, а $Ln^{1/3}$ – число таких слоев, встречающихся световой волне на трассе длиной L. Как и следовало ожидать, ограничение параметра τ тем сильнее, чем «жестче» частицы, составляющие ансамбль, и наоборот.

Отметим, что соотношения (6.6) и (6.10) не зависят от вида исходного светового поля $u_0(\mathbf{r})$. Это связано с переходом неравенств (6.3) и (6.4) к неравенству (6.5). Использование (6.3) и (6.4), очевидно, приведет к появлению параметров $u_0(\mathbf{r})$ в выражениях, аналогичных полученным ранее.

Таким образом, на основе простых выкладок нами выведены достаточные условия применимости борновского приближения при решении задачи рассеяния света ансамблем частиц, удобные для инженерных оценок. Аналогичные условия для рассеяния на непрерывно неоднородных флуктуациях диэлектрической проницаемости хорошо известны (см., например, [31]). Нетривиальным является тот факт, что рассеяние света ансамблем частиц можно описывать в рамках борновского приближения даже в том случае, когда для описания рассеяния света на каждой частице системы борновское приближение непригодно.

6.2. Модифицированное приближение аномальной дифракции светового поля

Как уже отмечалось в реальных морских условиях рассеяние света на непрерывно-неоднородных флуктуациях диэлектрической проницаемости (турбулентность, акустические волны) приходится наблюдать на фоне сильного рассеяния на частицах морской взвеси, которое необходимо учитывать при количественной интерпретации результатов измерений. Это обстоятельство требует использования приближенных методов решения задачи рассеяния света ансамблем дискретных рассеивателей, взвешенных в непрерывно-неоднородной случайной среде. При этом такое приближение должно обладать относительной аналитической простотой для обеспечения анализа и интерпретации результатов измерений, проведения инженерных оценок и т.д.

Одно из основных препятствий для использования широко известных приближенных методов (геометрическая оптика, метод плавных возмущений и т.д.) [31] или построение новых решений задачи рассеяния [104] , адекватных реальным морским условиям – многообразие морской взвеси. Практически единственным методом, удовлетворяющим перечисленным выше требованиям и позволяющим с требуемой точностью рассчитать, например, характеристики рассеяния частицами с $\rho_a \in [1,200]$ ($\rho_a = 2\pi a/\lambda$, a – характерный размер частицы, λ – длина волны света), является приближение аномальной дифракции (ПАД), предложенное Хюлстом [75] но и оно пригодно только лишь для оптически мягких частиц и небольших углов рассеяния.

В работах [105–107, 137, 138] был предложен новый способ решения уравнений Максвелла с граничными условиями, соответствующими рассеянию электромагнитных волн на неоднородности диэлектрической проницаемости. При этом даже в первом приближении асимптотического разложения получено новое решение задачи рассеяния света – модифицированное приближение аномальной дифракции (МПАД).

Ниже, следуя [107], излагается суть метода построения МПАД. Рассмотрим задачу (5.1) – (5.5) с $\varepsilon_1 = (n^2 - \chi^2 - 1) + i(2n\chi)$, где $n + i\chi \equiv m$ – относительный комплексный показатель преломления оптической неоднородности, на примере расчета интенсивности света, рассеянного сферической частицей радиуса a и относительной диэлектрической проницаемостью (показателем преломления) $\varepsilon_a(m_a)$ для случая, когда центр частицы находится в начале координат, точка наблюдения $\mathbf{r}$ расположена в зоне Фраунгофера ($|\mathbf{r}| >> ka^2$), а первичное поле представляет собой плоскую волну

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = u_0 \mathbf{e}_0 \exp(ik\mathbf{n}_0\mathbf{r}). \qquad (6.13)$$

Здесь $u_0 = const$ – амплитуда первичного поля, $\mathbf{e}_0$ – его вектор поляризации, причем $(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}_0^*) = 1$, $\mathbf{n}_0$ – единичный вектор в направлении распространения первичной волны.

Если в правую часть уравнения (5.4)

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\{k^2 \varepsilon_a(\mathbf{r}', t)\mathbf{E}(\mathbf{r}', t) + \nabla(\mathbf{E}(\mathbf{r}', t)\nabla \ln[1 + \varepsilon_a(\mathbf{r}', t)])\}d\mathbf{r}', \qquad (6.14)$$

подставить приближенное решение уравнения (5.1)

$$\Delta\mathbf{E} + k^2[1 + \varepsilon_a(\mathbf{r})]\mathbf{E} = \nabla[\nabla\mathbf{E}], \qquad (6.15)$$

то получим некоторое новое приближение. Причем, если исходный приближенный метод сходится к точному решению, то полученная «дочерняя» аппроксимация также является сходящейся.

Представим скалярную часть $\mathbf{E}$ в виде

$$u(\mathbf{r}) = \exp[\varphi(\mathbf{r})]. \qquad (6.16)$$

Тогда, подставив (6.16) в (5.2), для комплексной фазы $\varphi(\mathbf{r})$ получим уравнение:

$$\Delta\varphi(\mathbf{r}) + [\nabla\varphi(\mathbf{r})]^2 + k^2 + k^2\varepsilon_a = 0, \qquad (6.17)$$

которое может быть решено методом последовательных приближений.

Предлагаемый метод построения новых аппроксимаций состоит в следующем: в правую часть уравнения (6.14) подставляем приближенное решение (6.17). Например, в первом приближении решение (6.17) – это фаза Рытова [31]:

$$\varphi_P(\mathbf{r}) = -k^2 \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{u_0(\mathbf{r}')}{u_0(\mathbf{r})} \varepsilon_a(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' . \tag{6.18}$$

Следуя предложенному выше методу построения аппроксимаций и ограничившись при решении (5.3) выражениями, линейными по ε_a, получим новое приближение (МПАД):

$$\mathbf{E}_{МПАД}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) - k^2 \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \exp[\varphi(\mathbf{r}')] \times \{\mathbf{n}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')[\mathbf{E}_0(\mathbf{r}')\mathbf{n}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')]\} d\mathbf{r}' , \tag{6.19}$$

где $n(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$.

Соответственно для рассеянного излучения имеем

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \frac{u_0 k^2 \exp(ikr)}{4\pi r} [\mathbf{n}_s(\mathbf{e}_0 \mathbf{n}_s)] \int \varepsilon_a(\mathbf{r}') \exp[\varphi_P(\mathbf{r}') - i\mathbf{q}\mathbf{r}'] d\mathbf{r}' , \tag{6.20}$$

здесь $\mathbf{n}_s = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$, $\mathbf{q} = k(\mathbf{n}_s - \mathbf{n}_0)$.

Выражение (6.20) можно еще более упростить, подставив в него вместо фазы Рытова $\varphi_P(\mathbf{r})$ фазу, вычисленную в первом приближении геометрической оптики [31]:

$$\varphi_\Gamma(\mathbf{r}) = \varphi_\Gamma(z, \varsigma, \varphi) = \frac{ik}{2} \int_0^z \varepsilon_a(\xi, \varsigma, \varphi) d\xi . \tag{6.21}$$

При написании формулы (6.21) использовалась цилиндрическая система координат $\mathbf{r} = (z, \varsigma, \varphi)$ и предполагалось, что рассматриваемая сферическая частица находится в области $z \geq 0$, а $\mathbf{E}_0 = u_0 \mathbf{e}_0 \exp(ikz)$. В этом случае

$$\mathbf{E}^s_{МПАД}(\mathbf{r}, \theta) = \frac{u_0 S(\theta, \rho_a, \varepsilon_a) \exp(ikr)}{kr} [\mathbf{n}_s(\mathbf{e}_0 \mathbf{n}_s)] . \tag{6.22}$$

Здесь

$$S(\theta,\rho_a,\varepsilon_a)=\frac{\rho_a^2\varepsilon_a}{\left(1-\cos\theta+\varepsilon_a/2\right)}\times\int_0^1\left\{\begin{aligned}&y\sqrt{1-y^2}\,J_0\left(\rho_a\sqrt{1-y^2}\sin\theta\right)\exp\left(\frac{i\varepsilon_a\rho_a}{2}y\right)\times\\&\times\sin\left[\rho_a\left(1-\cos\theta+\varepsilon_a/2\right)y\right]dy\end{aligned}\right\}$$

(6.23)

$J_0(x)$ – функция Бесселя 1-го рода; θ – угол рассеяния; $\varepsilon_a=\left(n^2-\chi^2-1\right)+i(2n\chi)$; $n+i\chi=m$ (см. выше).

Содержащее векторный множитель решение вида (6.22) удобно переписать в матричном виде [76]:

$$\begin{pmatrix}\mathbf{E}_{\parallel}^s\\ \mathbf{E}_{\perp}^s\end{pmatrix}=\frac{\exp(ikr)}{kr}\begin{pmatrix}S_2 & 0\\ 0 & S_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{E}_{\parallel}^0\\ \mathbf{E}_{\perp}^0\end{pmatrix}, \tag{6.24}$$

где $\mathbf{E}_{\parallel}^0$, $\mathbf{E}_{\parallel}^s$ – параллельные, а $\mathbf{E}_{\perp}^0$, $\mathbf{E}_{\perp}^s$ – перпендикулярные плоскости рассеяния компоненты векторов первичного и рассеянного световых полей. Тогда

$$S_1=S\ ;\ S_2=S\cos\theta, \tag{6.25}$$

где $S=S(\theta,\rho_a,\varepsilon_a)$ определяется в нашем приближении выражением (6.23).

Эта же функция для сферической частицы может быть точно вычислена путем суммирования рядов Ми, а в «борновском» приближении выражается элементарной формулой [76]

$$S=-2(m_a-1)\rho_a^3(\sin u-u\cos u)/u^3\ ;\ u=2\rho_a\sin(\theta/2). \tag{6.26}$$

Вычислив матричные элементы S_1 и S_2, можно легко найти соотношение между интенсивностью первичного и рассеянного полей для различных случаев поляризации падающего светового поля $\mathbf{E}_0$ [76]. Например, если падающий свет неполяризован, то указанное соотношение имеет вид

$$S_{11}(\theta)=\left(|S_1|^2+|S_2|^2\right)/2=I_s(\theta)k^2r^2/I_i, \tag{6.27}$$

где $S_{11}(\theta)$ – элемент матрицы Стокса; I_i – интенсивность падающего излучения; $I_s(\theta)$ – интенсивность излучения, рассеянного в направлении, определяемом углом θ; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; r – расстояние от точки наблюдения до центра частицы.

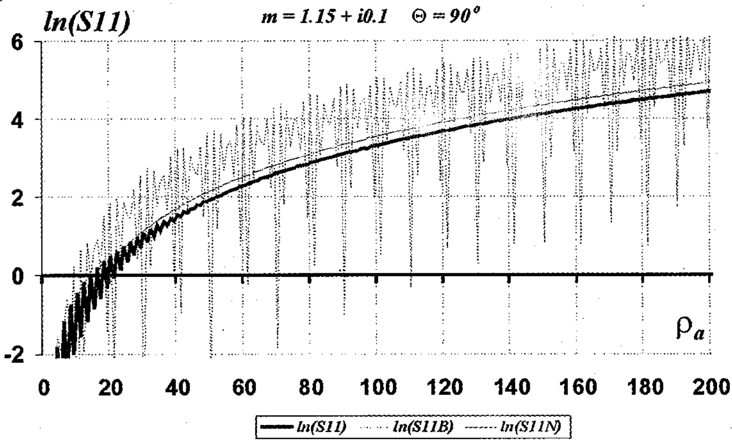


Рис. 6.1. Зависимость $\ln(S_{11})$ от параметра $\rho_a = 2\pi a/\lambda$ для угла рассеяния $\theta = 90^0$ и частицы с относительным показателем преломления $m = 1{,}15 + i0{,}1$.

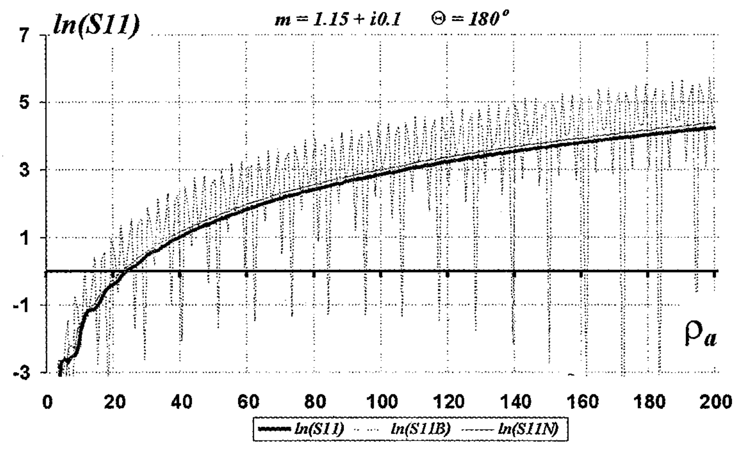


Рис. 6.2. Зависимость $\ln(S_{11})$ от параметра $\rho_a = 2\pi a/\lambda$ для угла рассеяния $\theta = 180^0$ и частицы с относительным показателем преломления $m = 1{,}15 + i0{,}1$.

Сопоставим область применимости полученного нами приближения (МПАД), а также области применимости «борновского» приближения и приближения Хюлста путем сравнения интенсивностей рассеяния, вычисленных по точным формулам Ми [74,76,108] для сферической частицы, с вычислениями, полученными в рамках трех рассматриваемых приближений для различных значений параметров θ, ρ_a и $\varepsilon_a(m)$.

На рис. 6.1 и 6.2 представлены зависимости $\ln(S_{11})$ от параметра $\rho_a = 2\pi a/\lambda$ (в данном случае a – радиус частицы, $\rho_a \in [1, 200]$) для углов рассеяния $\theta = 90^0$, $\theta = 180^0$ и относительного показателя преломления частицы $m = 1{,}15 + i0{,}1$. Величина $\ln(S_{11})$, как указано выше, рассчитана по точным формулам Ми – $\ln(S11)$; в «борновском» приближении [76] – $\ln(S11B)$; в новой модификации приближения аномальной дифракции (МПАД) – $\ln(S11N)$. Видно, что для поглощающих частиц морской взвеси с $\mathrm{Im}(\varepsilon_a) \neq 0$ МПАД дает хорошее согласие с точным решением вплоть до $\theta = 180°$. Заметим, что приближение Хюлста (поскольку в нем используется аппроксимация $\cos\theta = 1$) вообще неприменимо для $\theta > 20^0$.

Глава 7.
СИНТЕЗ ГИДРООПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Как уже отмечалось основным фактором, определяющим информационные возможности гидрооптических датчиков, являются свойства их аппаратных функций. Поэтому важным элементом гидрооптических исследований являются задачи анализа существующих и синтеза перспективных оптических устройств с заданными свойствами.

В связи с возрастанием масштабов изучения природных и антропогенных процессов, протекающих в морской среде, увеличилась востребованность результатов исследований в области фундаментальной и прикладной гидрооптики при разработке методов и создании оптико-электронных средств, предназначенных для мониторинга Мирового океана [2]. В первую очередь это относится к анализу основ и перспектив использования информационно-оптических технологий для комплексного оперативного экологического мониторинга океана [2, 33, 35, 62, 70, 110–113]. По своей сути это самостоятельное научно-техническое направление в гидрооптике и требует отдельного рассмотрения.

В настоящем, заключительном разделе фрагментарно рассмотрен ряд оригинальных результатов исследований по двум существенно разным по своей значимости, но требующим решения, проблемам:

– поиск новых путей использования оптических методов и средств на примере обоснования возможности решения гидроакустических задач [34, 84, 99, 109];

– элементы метрологического обеспечения решения обратных задач восстановления статистических характеристик турбулентных флуктуаций случайного поля показателя преломления морской среды [34, 38, 84, 96, 99].

7.1. О возможности регистрации гидроакустических волн теневыми приборами на фоне турбулентности

В настоящее время как у нас в стране, так и за рубежом ведутся интенсивные исследования по поиску новых принципов и технических средств регистрации тех или иных параметров гидроакустических полей. В связи с этим представляет интерес обоснование возможности регистрации гидроакустических колебаний теневыми гидроакустическими приборами на фоне турбулентных флуктуаций показателя преломления морской среды. Для этого произведем оценку соотношения вкладов акустических колебаний и турбулентности в сигналы фазовых гидрооптических измерителей флуктуаций диэлектрической проницаемости морской среды на примере теневого прибора с ножом Фуко.

Прежде всего оценим величину флуктуаций диэлектрической проницаемости, обусловленных акустическими колебаниями. Для описания статистических свойств случайной функции $\varepsilon_{\text{зв}}(\mathbf{r},t)$ достаточно установить пригодные для морских условий соотношения между флуктуациями акустического (звукового) давления $p(\mathbf{r},t)$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{зв}}(\mathbf{r},t)$. С этой целью воспользуемся соотношением

$$\frac{\varepsilon(\mathbf{r},t)-1}{\varepsilon(\mathbf{r},t)+2}=\alpha\rho(\mathbf{r},t), \qquad (7.1)$$

где α – удельная рефракция, $\rho(\mathbf{r},t)$ – плотность морской среды (формула Лорентц-Лоренца [108]). В большинстве представляющих практический интерес ситуаций формула (7.1) может быть приближенно преобразована к виду

$$\frac{\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r},t)-1}{\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r},t)+2}=\alpha\cdot\Gamma_{1,0}^{\rho}(\mathbf{r},t), \qquad (7.2)$$

$$\alpha\cdot\tilde{\rho}(\mathbf{r},t)\equiv\frac{3\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},t)}{\left[\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r},t)+2\right]^2}, \qquad (7.3)$$

где $\varepsilon(r,t)\equiv\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r},t)+\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},t)$, $\rho(\mathbf{r},t)=\Gamma_{1,0}^{\rho}(\mathbf{r},t)+\tilde{\rho}(\mathbf{r},t)$,

причем

$$\frac{|\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},t)|}{\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r},t)}\ll 1,\quad \frac{|\tilde{\rho}(\mathbf{r},t)|}{\Gamma_{1,0}^{\rho}(\mathbf{r},t)}\ll 1. \qquad (7.4)$$

Заметим, что величина α остается практически постоянной, как для дистиллированной, так и для морской воды с различными температурами, соленостями и давлениями [13]: $\alpha \sim 2\cdot10^{-4}$ м^3/кг. ($\lambda=\lambda_D$=589.26 нм, D – линия натрия).

Воспользовавшись уравнениями линейной акустики (см., например, [139])

$$\tilde{p}(\mathbf{r},t) = \frac{\partial p}{\partial \rho}\cdot\tilde{\rho}(\mathbf{r},t) = v_{\text{зв}}^2\cdot\tilde{\rho}(\mathbf{r},t), \tag{7.5}$$

где $v_{\text{зв}}$ – адиабатическая скорость звука в среде, получим искомое соотношение между флуктуациями акустического давления и диэлектрической проницаемости

$$\tilde{p}(\mathbf{r},t) = \frac{3\cdot v_{\text{зв}}^2\cdot\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},t)}{\alpha\cdot\left[\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}(\mathbf{r},t)+2\right]^2}. \tag{7.6}$$

В связи с большим диапазоном изменения гидроакустического давления (или интенсивности звуковой волны $\tilde{A} \sim \dfrac{\tilde{p}^2}{\Gamma_{1,0}^{\rho}\, v_{\text{зв}}}$) на практике акустические величины обычно измеряются в децибелах **К** относительно пороговой или эталонной величины p_0 (или A_0)

$$\mathbf{К}, дб = 10\lg\frac{\tilde{A}}{A_0} = 20\lg\frac{\tilde{p}}{p_0}, \tag{7.7}$$

где $p_0 = 2\cdot10^{-5}$ Па ($A_0 \sim 2{,}7\cdot10^{-16}$ Вт/м^2) [100, 141].

Для обобщенных спектральных характеристик акустических шумов моря (сейсмические шумы, шумы удаленного судоходства, динамические и тепловые шумы и т.д.) величина **К** меняется в пределах [141]

$$20 \text{ Дб} \le \mathbf{К} \le 120 \text{ Дб}.$$

Откуда нетрудно с учетом (7.6) получить оценку дисперсии флуктуаций $\sigma_{\text{зв}}$ случайного поля $\varepsilon_{\text{зв}}$

$$10^{-13} \le \sigma_{\text{зв}} \le 10^{-9} \tag{7.8}$$

то есть чувствительности современных теневых приборов во многих случаях достаточно для регистрации даже гидроакустических шумов моря [13].

Перейдем теперь к анализу корреляционной функции $B_I^x(\tau)$ теневого прибора с ножом Фуко (кромка «ножа» направлена вдоль оси x, ось зондирующего пучка – вдоль оси z) при наличии в рабочем объеме прибора турбулентности и звуковых волн. Для временного спектра сигнала прибора $S_I^x(\omega)$ с точностью до несущественного в дальнейшем множителя можно получить (см. гл. 5)

$$S_I^x(\omega) \equiv \frac{1}{2\pi}\int d\tau B_I(\tau)\exp(-i\omega\tau) \sim$$

$$\sim \int d\mathbf{q} G_\varepsilon(\omega,\mathbf{q})\left[\frac{2\sin(q_z L)}{q_z L}\right]^2 \cdot (aq_x)^2 \exp\left(-\frac{a^2 q_\perp^2}{4}\right), \tag{7.9}$$

где $\mathbf{q} = \{\mathbf{q}_\perp, q_z\} = \{q_x, q_y, q_z\}$, $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$, причем для акустических волн справедливо дисперсионное соотношение [31]

$$G_{зв}(\omega,\mathbf{q}) = \delta[\omega - V_{зв}q - \mathbf{V}_0\mathbf{q}]\Phi_{зв}(\mathbf{q}) . \tag{7.10}$$

Обычно относительная скорость движения прибора и среды вдоль оси зондирующего пучка отсутствует, то есть $V_{0Z} = 0$. Кроме того, с точки зрения обеспечения устойчивой регистрации акустических волн оптическое устройство рассматриваемого класса должно надежно отслеживать отклонения (смещения «центра тяжести») зондирующего пучка света в плоскости, перпендикулярной оси пучка. Поэтому естественно (конструктивно просто и апробировано на практике) создание 2-х канального теневого прибора с взаимноперпендикулярными оптической осью и кромками «ножей». В этом случае при выполнении гипотезы «замороженности» для турбулентности

$$S_I(\omega)=S_I^x(\omega)+S_I^y(\omega)\sim\int\limits_{-\infty}^{\infty}dq_z\left[\frac{2\sin(q_zL/2)}{q_zL}\right]^2\times$$

$$\times\int\limits_0^{\infty}dq_zq_\perp^3e^{-\frac{a^2q_\perp^2}{4}}\left\{\Phi_{зв}(q)\frac{\Theta\left[1-\left|\omega-v_{зв}q\right|\big/q_\perp v_0\right]}{\sqrt{v_0^2q_\perp^2-(\omega-v_{зв}q)^2}}+\Phi_T(q)\frac{\Theta\left[1-\omega\big/q_\perp v_0\right]}{\sqrt{v_0^2q_\perp^2-\omega^2}}\right\}.$$

(7.11)

Дальнейший анализ выражения (7.11) был проведен при выполнении условий:

$$\frac{\omega L}{v_0}>>1\,,\quad \frac{v_0}{v_{зв}}<<1\,. \qquad (7.12)$$

Тогда, опуская достаточно простые, но громоздкие выкладки, получим оценку сверху

$$\frac{S_I^{т}(\omega)}{S_I^{зв}(\omega)}\le\frac{\Phi_{т}(\omega/v_0)}{\Phi_{зв}(\omega/v_{зв})}\,. \qquad (7.13)$$

Таким образом, даже без осуществления специальных мер по оптимизации аппаратных функций и методов обработки сигналов при регистрации достаточно высокочастотных ($\omega>\frac{v_0}{l_{т}}$, $q>\frac{v_0}{v_{зв}\cdot l_{т}}$) акустических сигналов наличием турбулентности можно пренебречь. Тем не менее задачи оптимизации аппаратных функций оптических регистраторов, методов обработки информации и методик постановки экспериментов несомненно актуальны, особенно на следующем этапе исследований – выделении полезных гидроакустических сигналов на фоне случайных, в том числе акустических, помех.

7.2. Диаграммы направленности теневых оптико-электронных измерителей гидроакустических колебаний

Определение областей гидроакустики, в которых целесообразно применение оптических приемных элементов, требует выполнения ряда исследований, направленных на разработку принципов их построения и оптимизации параметров. Речь идет о создании математической базы для постановки и решения задачи синтеза (инженерных оценок) комплексного оптического приемника гидроакустических колебаний с характеристиками, оптимизированными по параметрам регистрируемого сигнала, шумов или иных технических требований (массогабариты, тип носителя, условия эксплуатации и т.п.).

Ниже в качестве иллюстрации сказанного дано обоснование принципиальной возможности формирования достаточно узкой диаграммы направленности приема гидроакустических сигналов малогабаритными теневыми оптико-акустическими приборами.

Разработку методики расчета диаграмм направленности (характеристик направленности [100, 141]) оптико-электронных приемников проведем для простейшей модели поля диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon(z,\mathbf{\rho},t)=\Gamma_{1,0}^{\varepsilon}\left[1+\varepsilon_{\text{зв}}(z,\mathbf{\rho},t)\right] \tag{7.14}$$

где, $\varepsilon(z,\mathbf{\rho},t)\equiv\varepsilon(z,x,y,t)$ – диэлектрическая проницаемость морской среды в отсутствии турбулентности и взвеси, $\varepsilon_{\text{зв}}(z,\mathbf{\rho},t)$ – флуктуирующая часть диэлектрической проницаемости среды, обусловленная наличием в ней звуковых волн.

Тогда, пренебрегая амплитудными флуктуациями регистрируемого светового поля и дифракцией исходного светового пучка, для сигнала рассматриваемого класса оптических устройств имеем:

$$I(t)=I_0+I_S(t),$$

$$I_0=\iint d\mathbf{\rho}_1 d\mathbf{\rho}_2 R(\mathbf{\rho}_1,\mathbf{\rho}_2)\Gamma_{1,1}^{V_0}(\mathbf{\rho}_1\,|\,\mathbf{\rho}_2),$$

$$I_S(t)=\iint d\mathbf{\rho}_1 d\mathbf{\rho}_2 R(\mathbf{\rho}_1,\mathbf{\rho}_2)\Gamma_{1,1}^{V_0}(\mathbf{\rho}_1\,|\,\mathbf{\rho}_2)\times \tag{7.15}$$

$$\left\{\exp\left[\frac{ik}{2}\int_0^L\left[\varepsilon_{\text{зв}}(z,\mathbf{\rho}_1,t)-\varepsilon_{\text{зв}}(z,\mathbf{\rho}_2,t)\right]dz\right]-1\right\},$$

где $V_0(\mathbf{\rho})$ – исходное световое поле.

Анализ (7.15) проведем на примере теневого прибора с ножом Фуко. Схема расположения элементов оптической системы приведена на рис. 7.1, где световой поток направлен вдоль оси z, а кромка ножа перпендикулярна оси x. Тогда, введя обозначения $I_x^z = I_S$,

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2 = \{0, \rho_x\},\ \boldsymbol{\rho}_+ = \frac{\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2}{2} = \{y, x\},$$

получим

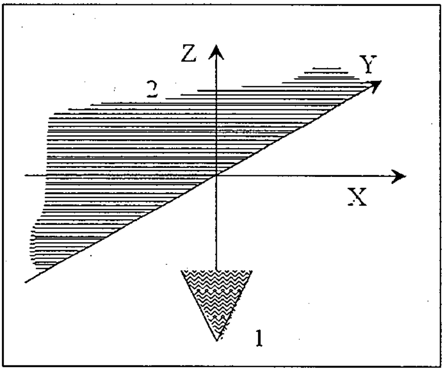


Рис. 7.1. Схема расположения элементов теневого прибора.
1 – световой поток, 2 – «нож».

$$I_x^z(t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int d\boldsymbol{\rho}_+ d\rho_x \Gamma_{1,1}^{V_0}\left(\boldsymbol{\rho}_+ + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} | \boldsymbol{\rho}_+ - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2}\right) \frac{\sin\left\{\frac{k}{2}\int_0^L \left[\varepsilon_{\text{зв}}(z, \boldsymbol{\rho}_1, t) - \varepsilon_{\text{зв}}(z, \boldsymbol{\rho}_2, t)\right] dz\right\}}{\rho_x}. \tag{7.16}$$

Полагая диаметр светового пучка и (или) радиус когерентности светового поля достаточно малыми по сравнению с характерными масштабами регистрируемых неоднородностей диэлектрической проницаемости, можно упростить (7.16) и привести к виду более удобному для аналитических оценок:

$$I_x^z = \iint dx dy F_x(x, y) \Phi_x^z(L, x, y, t), \tag{7.17}$$

$$\Phi_x^z(L,x,y,t)=\int_0^L dz\frac{\partial\varepsilon_{зв}(z,x,y,t)}{\partial x}\ , \qquad (7.18)$$

$$F_x(x,y)=\frac{k}{4\pi}\int d\rho_x\Gamma_{1,1}^{V_0}\left(y,\ x+\frac{\rho_x}{2}\,|\,y,\ x-\frac{\rho_x}{2}\right). \qquad (7.19)$$

Аналогичные соотношения могут быть получены для других типов взаимной ориентации оси светового пучка и кромки «ножа».

Тогда для световой волны единичной амплитуды и гауссовой функцией корреляции размером a и плоской монохроматической гармонической акустической волны

$$\varepsilon_{зв}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_{\max}\sin\left[\omega t+\mathbf{qr}-\frac{q_z L}{2}\right] \qquad (7.20)$$

где ω – круговая частота, $\mathbf{q}$ – волновой вектор, фаза звуковых колебаний принята равной нулю в центре рабочего объема прибора (x=y= 0, z = $L/2$ при t = 0), получим

$$I_i^j=A(t)\frac{2a\cdot q_i}{L\cdot q_j}\sin\left[\frac{q_j L}{2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{a^2\left(q_i^2+q_k^2\right)}{8}\right], \qquad (7.21)$$

$$A(t)=\frac{\sqrt{2\pi}}{8}\frac{L}{a}\cos(\omega t)\cdot(ak)\cdot\left(a^2|V_0|^2\right)\cdot\varepsilon_{\max}\ , \qquad (7.22)$$

$i, j, k = \{x, y, z\}$, причем $j\neq k, i,\ i\neq k$.

Нетрудно показать, что функция I_i^j достигает максимума по q_i , q_j и q_k при $q_j = q_k = 0$, $q_i = 2/a$, поэтому для характеристики направленности антенн по определению (см. [141]) получим

$$R_i^j(\theta,\phi)=\left|aq_i\frac{\sin[q_jL/2]}{q_jL}\cdot\exp\left[-\frac{a^2\left(q_i^2+q_k^2\right)}{8}+\frac{1}{2}\right]\right|, \qquad (7.23)$$

где $q=|\mathbf{q}|=2\pi/\Lambda_{зв}$.

Заметим, что соотношение (7.23) справедливо при $aq\geq 2$. В противном случае ($aq\leq 2$) функция I_i^j максимума не имеет, но принимает наибольшее значение при $q_j = q_k = 0$ и $q_i = q$, то есть

$$R_i^j(\theta,\phi)=\left|\frac{2q_i}{q}\frac{\sin[(q_jL)/2]}{q_jL}\cdot\exp\left[-\frac{a^2(q_i^2+q_k^2)}{8}+\frac{q^2a^2}{8}\right]\right|, \quad (7.24)$$

$$aq\le 2 \quad (7.25)$$

При радиусе светового пучка $a\approx 10^{-3}\ldots 10^{-2}$ м и скорости звука $v_{зв}\approx 1{,}5\cdot 10^3$ м/с из (7.25) получаем ограничение на частоту регистрируемых акустических колебаний f ($\omega=2\pi f$) или длину волны $\Lambda_{зв}$ ($\Lambda_{зв}=v_{зв}/f$)

$$f\le 50\div 500 \text{ кГц} \quad (7.26)$$

$$\Lambda_{зв}\ge 3\cdot 10^{-3}\div 3\cdot 10^{-2} \text{ м} \quad (7.27)$$

С точки зрения обеспечения устойчивой регистрации акустических волн оптическое устройство рассматриваемого класса должно надежно отслеживать отклонения (смещения «центра тяжести») зондирующего пучка света в плоскости, перпендикулярной оси пучка. Поэтому естественно (конструктивно просто и апробировано на практике) создание 2-х канального теневого прибора с взаимно-перпендикулярными оптической осью и кромками «ножей». Сигнал такого прибора имеет вид

$$I_{ik}^j=\sqrt{(I_i^j)^2+(I_k^j)^2}\ , \quad (7.28)$$

а характеристика направленности (см. (7.23) и (7.24))

$$R_{ik}^j(\theta,\phi)=\left|\frac{\sin[q_jL/2]}{q_jL}\cdot a\sqrt{q_i^2+q_k^2}\cdot\exp\left[\frac{1}{2}-\frac{a^2(q_i^2+q_k^2)}{8}\right]\right|, \quad (7.29)$$

при $aq\ge 2$ и

$$R_{ik}^j(\theta,\phi)=\left|\frac{2\sin[q_jL/2]}{q_jL}\cdot\frac{\sqrt{q_i^2+q_k^2}}{q}\cdot\exp\left[\frac{q_j^2a^2}{8}\right]\right|, \quad (7.30)$$

при $aq\le 2$.

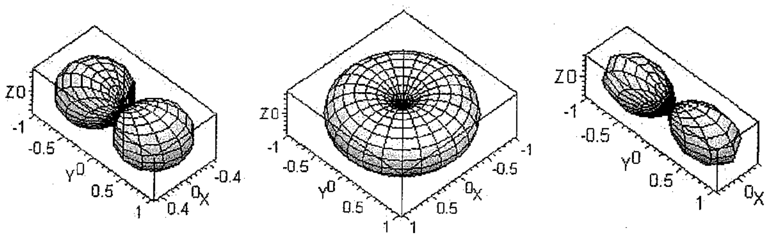
Разумеется, что помимо обобщенного сигнала I_{ik}^j, анализируются сигналы каждого из каналов I_i^j и I_k^j.

На рис. 7.2а и рис. 7.2б изображены характеристики направленности оптико-акустического приемника с различной «геометрией» датчика и типичными параметрами $L = 0{,}1$ м, $a = 0{,}01$ м для падающей звуковой волны с $f_{зв} = 10$ кГц, $\Lambda_{зв} = 0{,}15$ м. В этом случае $aq \approx 0{,}13 \leq 2$ и для вычислений используются соотношения (7.24) и (7.30).

Даже из поверхностного анализа приведенных выше соотношений следует, что путем комбинации датчиков различного типа можно формировать достаточно «узкие» диаграммы направленности.

На рис. 7.2в приведен пример подобного многоканального комбинированного оптического устройства с характеристикой направленности значительно более узкой, по сравнению с одноканальными, но практически идентичного с ними по габаритам.

Заметим, что при этом помимо исследования средних значений сигналов, необходим анализ авто- и взаимо- корреляционных функций сигналов различных каналов комплексных (многоканальных) оптико-акустических приемников.



а.) $R_y^z(\theta,\phi)$ б.) $R_{xy}^z(\theta,\phi)$ в.) $R_y^z(\theta,\phi)\cdot R_y^x(\theta,\phi)$

Рис. 7.2. Характеристики направленности оптико-акустических приемников с различной «геометрией» датчиков.

Учитывая хорошие перспективы создания оптико-электронных приемников звука для антенных систем гидроакустических средств, в ходе исследований была разработана и реализована методика бассейновых испытаний оптико-акустического приемника с целью проверки основных теоретических положений. Предварительные испытания оптического приемника на измерительном стенде в условиях заглушенного гидроакустического бассейна подтвердили основные принципы и направления необходимых исследований и разработок по созданию оптических приемников звука (см., например, рис. 7.3).

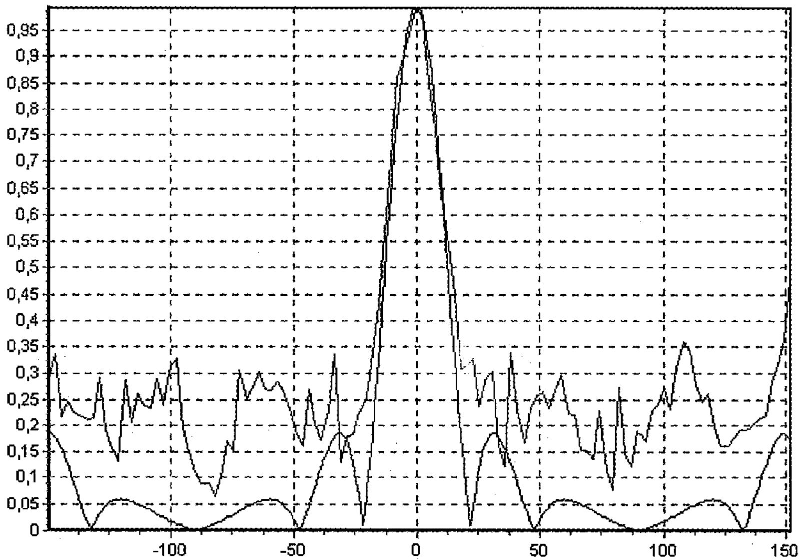


Рис.7.3. Теоретическая и экспериментальная характеристики направленности электронно-оптического приемника на частоте 27 кГц.

7.3. Метод измерения аппаратных функций гидрооптических устройств

Как уже отмечалось задачи определения пространственного спектра диэлектрической проницаемости морской среды в рамках рассматриваемого класса экспериментов являются некорректными в математическом смысле. Поэтому важно априорное знание характеристик аппаратных функций используемых оптических устройств [37, 38, 34], например, функций $F(\eta)$, входящих в формулу для корреляционной функции сигнала прибора в линейном приближении по пространственному спектру диэлектрической проницаемости морской среды:

$$B_I(\tau)=\int \exp[-i\eta \mathbf{v}_0\tau]\Phi^{\varepsilon'}_{2,0}(\eta)F(\eta)d\eta . \qquad (7.31)$$

Обычно функции $F(\eta)$ предполагаются известными из расчетов. Однако в силу некорректности решаемых задач к точности определения $F(\eta)$ предъявляются особенно высокие требования, так как малые (неконтролируемые) отклонения $F(\eta)$ от расчетных значений могут привести к значительным ошибкам при восстановлении параметров неоднородностей даже при применении того или иного метода регуляризации решения.

В связи с этим представляется интересным рассмотреть возможность экспериментального определения аппаратных функций оптических приборов. Эксперименты по измерению $F(\eta)$ позволят:

а) проверить правильность выбора метода регуляризации решения (7.31) путем сравнения $F(\eta)$, полученных из расчета и экспериментально;

б) определить $F(\eta)$ для оптических устройств, теоретическое исследование которых по тем или иным причинам затруднительно.

Заметим, что важность решения указанной задачи возрастает по мере усложнения используемых оптических устройств.

Опишем процедуру определения $F(\eta)$. Пусть оптический прибор с аппаратной функцией $F(\eta)$ предназначен для измерения пространственного спектра статистически изотропного и однородного случайного поля диэлектрической проницаемости. Тогда для частотного спектра сигнала прибора

$$S_I(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau$$

из (7.31) следует выражение

$$S_I(\omega)=\frac{1}{v_0}\int\limits_{\left|\frac{\omega}{v_0}\right|}^{\infty}\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)\frac{\eta\cdot d\eta}{\sqrt{\eta^2-\frac{\omega^2}{v_0^2}}}\left[\begin{array}{c}F\left(\arccos\left(-\frac{\omega}{\eta v_0}\right),\eta\right)+\\+F\left(\pi-\arccos\left(-\frac{\omega}{\eta v_0}\right),\eta\right)\end{array}\right] \qquad (7.32)$$

или в случае $F(\eta)=F(|\eta|)$

$$B_I(\tau)=2\pi\int\limits_0^{\infty}\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)F(\eta)J_0(\eta v_0\tau)\eta d\eta, \qquad (7.33)$$

$$
S_I(\omega)=\frac{2}{v_0}\int\limits_{\left|\frac{\omega}{v_0}\right|}^{\infty}\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)F(\eta)\frac{\eta\cdot d\eta}{\sqrt{\eta^2-\frac{\omega^2}{v_0^2}}}\ . \tag{7.34}
$$

Заметим, что (7.33) есть преобразование Ханкеля нулевого порядка от функции $2\pi\cdot\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)F(\eta)$, а (7.34) является преобразованием Абеля функции $\frac{2}{v_0}\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)F(\eta)$ [123]. Для этих преобразований существуют формулы обращения. Например, для преобразования Абеля имеем соотношение

$$
\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)=-\frac{v_0^2}{\pi}F^{-1}(\eta)\int\limits_{\eta v_0}^{\infty}\frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2-\eta^2 v_0^2}}\frac{dS}{d\omega}\ , \tag{7.35}
$$

которое является формальным решением задачи восстановления спектра $\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)$. Однако некорректность интегральных уравнений (7.33) и (7.34) требует для действительного решения задачи применения тех или иных методов регуляризации [19].

Из приведенных выше соотношений вытекает собственно и суть предлагаемого метода. Очевидно, что определение $F(\eta)$ в интересующей исследователя области волновых чисел может быть осуществлено из экспериментов по регистрации светового поля, рассеянного на заданном эталонном поле диэлектрической проницаемости с известным пространственным спектром $\Phi_{эт}(\eta)$ по формулам типа (7.35):

$$
F(\eta)=-\frac{v_0^2}{\pi}\Phi_{эт}^{-1}(\eta)\int\limits_{\eta v_0}^{\infty}\frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2-\eta^2 v_0^2}}\frac{dS_{эт}}{d\omega}\ . \tag{7.36}
$$

В качестве «эталонной» среды естественно выбрать ансамбль частиц с известным пространственным спектром $\Phi_{2,0}^{\varepsilon}(\eta)$, который либо вычисляется, либо определяется с необходимой точностью из измерений эталонными приборами с известной аппаратной функцией $F_{эт}(\eta)$. Тот факт, что коллоидные растворы удобно использовать в качестве «эталонной» среды, объясняется возможностью сделать (в статистическом смысле) их пространственный спектр близким к «белому шуму» в достаточно широком диапазоне частот

$$\Phi_{2,0}^{\varepsilon_a}(\eta) = const, \ \eta << \eta_{\max} \sim \frac{1}{a_{\max}}, \tag{7.37}$$

где, как и раньше, $a_{\max}$ – максимальный размер частиц, входящих в ансамбль. Действительно, например, для монодисперсной взвеси

$$\Phi_{2,0}^{\varepsilon_a}(\eta) \sim n\left\langle \varepsilon_a^2 \right\rangle a^6, \quad \eta << \frac{1}{a} \ . \tag{7.38}$$

Таким образом, совокупность взвешенных частиц удобно использовать в качестве эталонной среды для аттестации и калибровки оптических устройств, предназначенных для измерения пространственных спектров неоднородностей диэлектрической проницаемости с частотами $\eta << \eta_{\max}$. При этом параметры взвеси желательно подбирать так, чтобы выполнялись условия применимости линейных (по спектру неоднородностей) приближений (7.31)–(7.36). Заметим, что для корректного использования формул обращения типа (7.36) также необходимо использовать те или иные методы регуляризации решения. Поэтому, сравнивая значения $F(\eta)$, полученные из эксперимента, с расчётными, мы тем самым проверим и эффективность выбранного метода регуляризации.

Обсужденный выше метод особенно важен, поскольку к настоящему времени уже существуют подходы и пробные оригинальные решения корректной замены эталонных коллоидных растворов твердотельными носителями, что делает предложенный метод аттестации и калибровки оптических устройств ещё более технологичным (см. [34] и цитируемую там литературу).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Хочется надеяться, что изложенный выше материал в какой-то мере поспособствует более эффективному использованию гидрооптических методов и средств в практической океанологии, увеличит интерес исследователей к информационно-оптическим технологиям зондирования океана.

Автор выражает искреннюю благодарность всем сотрудникам ГОИ им. С.И. Вавилова, коллегам из других организаций за плодотворное сотрудничество, конструктивную критику и доброжелательное отношение к результатам его более чем 30-летней научно-технической деятельности в области оптики моря.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Копелевич О.В., Левин И.М.* Основные проблемы оптики моря. // Оптически журнал – 1997, т. 64, № 3, с. 71–81.
2. *Алешин И.В., Цветков Е.А., Яковлев В.А.* Оптические методы в экологическом мониторинге природных вод. // Оптический журнал –1997, т.64, № 3, с.82–86.
3. *Левин И.М., Золотухин И.В.* Применение теории оптимизации оптического эксперимента к задачам дистанционного зондирования океана в видимой области спектра. // Оптический журнал – 1997, т. 64 №3, с.87–92.
4. *Лучинин А.Г.* Влияние волнения на результаты лазерного дистанционного зондирования верхнего слоя океана. // Оптический журнал – 1997, т. 64, №3, 93–98.
5. *Левин И.М.* Международная конференция «Современные проблемы оптики естественных вод» (Санкт-Петербург, 25–29 сентября 2001 г.) // Известия АН. Физика атмосферы и океана. – 2002, т. 38, №2, с. 285–288.
6. *Ерлов Н.* Оптическая океанография. М.: Мир, 1970, 224 с.; Оптика моря. Л.: Гидрометеоиздат, 1980, 248 с.
7. *Соколов О.А.* Видимость под водой. – Л.: Гидрометоиздат, 1974, 232 с
8. *Иванов А.П.* Физические основы гидрооптики. – Минск: Наука и техника, 1975, 503 с.
9. *Иванов А.* Введение в океанографию. – М.: Мир, 1978, 574 с.
10. *Шифрин К.С.* Введение в оптику океана. – Л.: Гидрометеоиздат, 1983, 277 с.
11. Оптика океана. Т.1. Физическая оптика океана. М.:Наука, 1983. 372 с. , Т. 2. Прикладная оптика океана. М.: Наука, 1983. 236 с.
12. *Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л.* Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985. 327 с.
13. *Брамсон М.А., Красовский Э.И., Наумов Б.В.* Морская рефрактометрия. Л. Гидрометеоиздат. 1986. 248 с.
14. *Ерлов Н.* Оптика моря. – Л.: Гидрометеоиздат, 1980, 248 с.
15. *Карабашев Г.С.* Флуоресценция в океане. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987, 200 с.
16. *Долин Л.С., Левин И.М.* Справочник по теории подводного видения. Л.: Гидрометеоиздат, 1991, 230 с.
17. *Тихонов А.М.* Об устойчивости решении обратных задач. // Доклады АН СССР – 1943, т. 39, № 5, с. 195–198.
18. *Тихонов А.М.* О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. // Доклады АН СССР – 1963, т. 151, № 3, с. 195–198.
19. *Турчин В.Ф., Козлов В.П., Малкевич М.С.* Использование методов математической статистики для решения некорректных задач. // Успехи физических наук – 1970, т. 102, № 2, с. 345–386.
20. *Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П.* Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980, 287 с.
21. Обратные задачи в оптике / Под. ред. Болтса Г.П. – М.: Машиностроение, 1984, 199 с.
22. *Денисов А.М.* Введение в теорию обратных задач. Изд. Московского университета, 1994, 208 с.
23. *Кондратьев К.Я., Поздняков Д.В.* Качество природных вод и определяющие его компоненты. – Л.: Наука, 1984, 55 с.

24. *Копелевич О.В.* Оптические свойства океанской воды. В кн. "Рассеяние и поглощение света в природных и искусственных дисперсных средах". Минск, 1991, с. 289–309.
25. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953.
26. *Хинце И.О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963.
27. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. М.: Наука, часть I, 1965, часть II, 1967.
28. *Доронин Ю.П.* Взаимодействие атмосферы и океана. – Л.:Гидрометеоиздат, 1981, 288 с.
29. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986, 736 с.
30. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М. Наука, 1967, 548 с.
31. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Часть I. М.: Наука, 1976, 494 с. Часть II. М.: Наука, 1978, 463 с.
32. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981, ч.I, 280 с., ч.II, 317 с.
33. *Алешин И.В., Семенов Ю.Н., Яковлев В.А.* Проблемы защиты океана от антропогенного загрязнения. // Мониторинг и безопастность жизнедеятельности – 1995, № 3, с. 8–10.
34. *Белоусов Ю.И., Борткевич А.В., Журенков А.Г., Зурабян А.З., Крюков С.Н., Хохлов В.Н., Яковлев В.А.* Проблемы теоретического обеспечения исследований океана и атмосферы оптическими методами. // Оптический журнал – 1998, т.65, № 12, с. 182–186.
35. *Алешин И.В., Яковлев В.А.* Современные информационно-оптические технологии оперативного контроля экологического состояния морской среды. // Морской вестник. 2003. №3(7). С. 83–87.
36. *Гудмен Дж.* Введение в Фурье-оптику. – М.: Мир, 1970, 364 с.
37. *Яковлев В.А.* Теоретические вопросы восстановления статистических характеристик случайных гидрофизических полей из оптических измерений. // Автореферат кандидатской диссертации – 1982, Л.: ГОИ им. С.И. Вавилова.
38. *Кузнецов В.И., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Определение аппаратных функций оптических приборов. // В кн. «Оптика моря». Под ред. К.С. Шифрина. М.: Наука, 1983, с. 63–71.
39. *Журенков А.Г., Зурабян А.З., Качурин В.К., Яковлев В.А.* Влияние ветрового волнения на пространственное разрешение авиационного лидара при батиметрировании морской среды. // Оптический журнал – 1997, т.64, № 8, с. 95–96.
40. *Зурабян А.З., Качурин В.К., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* К теории определения пространственных характеристик статистически неровных поверхностей из оптических измерений. // Оптика и спектроскопия – 1988, т. 65, вып.1, с. 117–121.
41. *Алешин И.В., Журенков А.Г., Цветков Е.А., Яковлев В.А.* Структура базы экспериментальных данных и результатов теоретических исследований по проблеме контроля экологического состояния моря оптическими методами.// Международная конференция «Прикладная оптика – 2000» – С.-Петербург, 2000, Сб. трудов, т.1, с. 183.

42. *Vitsinsky S.A., Alechin I.V., Zhurenkov A.G., Yakovlev V.A. (Russia), Scott A. (Great Britain)* Evaluation and prediction of marine ecological situation using the database of hydrooptical characteristics. // Proceedings of the international conference «Current Problems in Optics of Natural Waters», St. Petersburg, Russia – 2001, p. 390–395.
43. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981, 512 с.
44. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977, 568 с.
45. *Миропольский Ю.З.* Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1981, 302 с.
46. Физика океана. Т.2. Гидродинамика океана. (Ред. А.С.Монин.) М.: Наука. 1978.
47. *Филипс О.М.* Динамика верхнего слоя океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1980, 319 с.
48. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане, ч.I. М.: Мир, 1981, 478 с.
49. *Кляцкин В.И.* Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. – М.: Наука, 1980, 336 с.
50. *Монин А.С.* Полуэмпирическая теория турбулентной диффузии. // Труды Геоф. инст. АН СССР – 1956, №33(160), с. 3–47.
51. *Горелик Г.С.* О влиянии корреляции рассеивателей на статистические свойства рассеянного излучения. // Радиотехника и электроника – 1957, 2, стр. 1227–1231.
52. *Миропольский Ю.З.* Распространение внутренних волн в океане с горизонтальными неоднородностями поля плотности// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.– 1974, т.10, №5, с.519–532.
53. *Островский Л.А.* О кластерном характере дисперсии внутренних волн в океане с периодической вертикальной структурой// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.– 1977, т.13, №7, с.783–785.
54. *Федоров К.Н.* Тонкая термохалийная структура вод океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1983, 296 с.
55. *Zhurenkov A.G., Yakovlev V.A.* Problem of ocean hydrophysical parameters evaluation from multispectral optical sensing data//SPIE Proceedings-Vol.2258. Bergen, Norway.–1994.P.811–814.
56. *И.В. Алешин.* Экология моря, СПб, Изд. ГМТУ, 1995.
57. *И.В. Алешин.* Экологический мониторинг Мирового океана, СПб, Изд. ГМТУ, 1997.
58. *И.В. Алешин, Э.Г. Гончаров, А.З. Зурабян, Б.В. Курасов, В.Г. Лысков, В.И. Соловьев, Е.А. Цветков,* "Применение информационно-оптических технологий для изучения природных и антропогенных процессов в океане", //Оптический журнал. 1998. т.65, №12, с.132–138.
59. *Алешин И.В., Лысков В.Г., Писарев В.Н., Е.А. Цветков.* Фотометрирование оптических полей приповерхностных слоев моря. – Оптический журнал. 1993. т.60, №12, с. 31–39.
60. *Алешин И.В., Стасенко В.Н., Цветков Е.А.* Применение контактных и дистанционных оптических методов для экологического мониторинга морских вод. // Разведка и охрана недр. – 1994, №12, с. 30–35.
61. *Алешин И.В.* Оптические методы и средства изучения природных и антропогенных процессов в морской среде. // Оптический журнал. – 2001, т.68, №4, с. 36–46.

62. *Алешин И.В., Мохов С.Г., Яковлев В.А., Бобров Б.Д., Вицинский С.А., Шеволдин В.А.* Экологическое состояние природных вод в местах интенсивных техногенных воздействий: оптические методы контроля. // Научно технический сборник «Экология и атомная энергетика» 2000. г. Сосновый Бор. Изд. ЛАЭС. вып.2. С.90–97.
63. *Монин А.С., Красницкий В.П.* Явления на поверхности океана. – Л,: Гидрометеоиздат, 1985, 442 с.
64. *Межерис Р.* Лазерное дистанционное зондирование. – М.: Мир, 1987, 550 с.
65. *Зурабян А.З., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Определение статистических характеристик поверхности методом оптической локации. // Оптика и спектроскопия – 1984, т.57, вып. 6, с. 1066–1069.
66. *Алешин И.В., Софинский А.В., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Рассеяние света свободной поверхностью жидкости в области её сильного собственного поглощения. // Оптика и спектроскопия. – 1986, т.60, вып. 2, с. 219–222.
67. *Зурабян А.З., Тибилов А.С.* Определение статистических характеристик уклонов морской поверхности при помощи оптического локатора. // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. – 1987, т.23, №2,, с. 194–199.
68. *Алешин И.В., Журенков А.Г., Зурабян А.З., Яковлев В.А.* Расчет характеристик морской среды по результатам оптических измерений. // Оптический журнал. 1997. N8. Т.64. С.82–86.
69. *Журенков А.Г., Зурабян А.З., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Корабельный оптический индикатор нефтяных загрязнений водной поверхности. // Оптический журнал. 1997. №8. Т.64. С.87–89.
70. *Алешин И.В., Журенков А.Г., Зурабян А.З., Яковлев В.А.* Использование оптических методов при решении обратных задач экологического мониторинга природных вод. // Оптический журнал. 1998. N5. Т.65. С.34–39.
71. *Гольдин И.Д., Зурабян А.З., Яковлев В.А.* Использование современных информационно-оптических технологий в задачах обнаружения и идентификации нефтепродуктов. // Экологическая безопасность Санкт-Петербурга. 2002. СПб. С. 72–83.
72. *Васильев Л.А.* Теневые методы. М.: Наука, 1968, 500 с.
73. *Холдер Д., Норт Р.* Теневые методы в аэродинамике. М.: Мир, 1966, 176 с.
74. *Шифрин К.С.* Рассеяние света в мутной среде. М.–Л.: Гостехиздат, 1951, 288 с.
75. Ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. М. ИЛ. 1961. с.
76. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986, 660 с.
77. *Копилевич Ю.И., Сочилин Г.Б.* О восстановлении спектра турбулентности из оптических измерений // Оптика и спектроскопия – 1976, т. 41, вып. 1, с. 136–142.
78. *Коваленко Л.Г., Гончаров Э.Г.* Влияние формы визуализирующей и осветительной диафрагм на характеристики теневого прибора. // Оптико-механическая промышленность – 1977, №5, с. 18–21.
79. *Гончаров Э.Г., Коваленко Л.Г., Красовский Э.И.* Вероятностная модель переноса излучения в трехмерном пространстве теневого прибора. // Оптико-механическая промышленность – 1977, №2, с. 10–13.

80. *Копилевич Ю.И.* О восстановлении спектра турбулентности по временным характеристикам сигнала теневого прибора. // Журнал прикладной механики и технической физики – 1978, №1, с.73–77.
81. *Копилевич Ю.И., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Определение спектра локально изотропной турбулентности из оптических измерений. // Оптика и спектроскопия – 1978, т.44, вып. 2, с. 366–369.
82. *Гончаров Э.Г., Коваленко Л.Г., Красовский Э.И.* Об исследовании микроструктуры турбулентного течения оптическим методом. // Журнал прикладной механики и технической физики – 1978, №6, с.78–83.
83. *Копилевич Ю.И., Курасов Б.В., Неопалимов Е.Г., Сочилин Г.Б.* О повышении разрешающей способности оптического метода исследования турбулентности. // Оптика и спектроскопия – 1978, т.44, вып. 3, с. 574–577.
84. *Кузнецов В.И., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Использование тепловых меток при измерении оптическими средствами характеристик мелкомасштабной турбулентности. // В кн. «Оптические методы изучения океанов и внутренних водоемов». Новосибирск: Наука, 1979, с. 205–212.
85. *Коваленко Л.Г., Гончаров Э.Г.* Исследование амплитудной передаточной характеристики теневого прибора. // Оптико-механическая промышленность – 1979, №3, с. 62–65.
86. *Гончаров Э.Г., Коваленко Л.Г.* Применение модели двумерного случайного поля для выявления и оценки структурных признаков изображения. // Автометрия – 1979, №5, с. 24–31.
87. *Копилевич Ю.И., Сочилин Г.Б.* Теневые методы исследования турбулентности, использующие отражение от зеркала в анализируемой среде. // Оптика и спектроскопия – 1979, т.47, вып. 6, с. 1190–1195.
88. *Копилевич Ю.И., Розанов М.Н., Смирнов В.А., Сочилин Г.Б.* Использование эффекта нелинейного усиления малоуглового рассеяния для исследования слабых оптических неоднородностей. // Оптика и спектроскопия – 1981, т.50, вып. 3, с. 515–521.
89. *Копилевич Ю.И.* Аппаратные функции фотоэлектрических теневых приборов для исследования случайно-неоднородных сред. // Оптика и спектроскопия – 1981, т.50, вып. 4, с. 770–777.
90. *Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Восстановление статистических характеристик случайного светового поля в условиях многократного рассеяния. // Оптика и спектроскопия – 1981, т.51, вып. 1, с. 154–159.
91. *Копилевич Ю.И., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Линейные приближения в расчетах статистических характеристик сигналов оптических измерителей турбулентности. // Оптика и спектроскопия – 1981, т.51, вып. 5, с. 915–923.
92. *Копилевич Ю.И., Фролов В.В.* Учет многократного рассеяния при теневых измерениях в слабо неоднородных средах. // Оптика и спектроскопия – 1983, т.55, вып. 2, с. 375–382.
93. *Аникеев Н.В., Бородич Ю.В., Курасов Б.В.* Возможности фотоэлектрических теневых приборов с пространственной фильтрацией теневой картины, применяемых для исследования турбулентности. // Оптика и спектроскопия – 1984, т.56, вып. 3, с. 531–536.

94. *Коваленко Л.Г., Гончаров Э.Г., Красовский Э.И.* Анализ характеристик теневых приборов с параллельными и расходящимися пучками по данным статистического моделирования на ЭВМ. // Оптико-механическая промышленность – 1985, №3, с. 1–4.
95. *Бородич Ю.В., Копилевич Ю.И., Мартинсон Б.М.* К анализу теневых изображений при сильных крупномасштабных возмущениях среды. // Оптика и спектроскопия – 1987, т.62, вып. 4, с. 894–899.
96. *Качурин В.К., Яковлев В.А.* О возможности определения характеристик турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости среды оптическими методами при наличии в ней взвеси. // Оптика и спектроскопия – 1988, т. 65, вып.2, с. 388–392.
97. *Копилевич Ю.И.* Приближение дельта-корреляции для статистических характеристик световых волн на коротких трассах в случайно-неоднородной среде. // Оптика и спектроскопия – 1988, т.64, вып. 1, с. 104–111.
98. *Копилевич Ю.И., Якушкина И.Н.* Влияние кривизны фронта зондирующего пучка на режим работы четырехходового фотоэлектрического теневого прибора. // Оптика и спектроскопия – 1989, т.66, вып. 5, с. 1159–1163.
99. *Alekseev N.V., Yakovlev V.A., Kopilevich Yu. I., Kurasov B.V.* Diagnostics of seawater refractive turbulence // SPIE Proceedings – 1994, vol. 2208, Warsaw, Poland, p. 35–43.
100. *Урик Р.Д.* Основы гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1978, 445с.
101. *Яковлев В.А.* О пространственном спектре случайного поля диэлектрической проницаемости морской среды. // Изв. АН СССР, сер. ФАО, 1985, т.21, №5, с. 669–671.
102. *Треногин В.А.* Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980, 485 с.
103. *Боровиков А.А.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1976, 352 с.
104. *Качурин В.К., Яковлев В.А.* Борновское приближение в задаче рассеяния света ансамблем жестких частиц. // Оптика и спектроскопия. 1987, т. 62, вып. 5, с. 1170–1172.
105. *Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Метод решения задачи рассеяния света системой «взвесь-турбулентность». // В кн. «Оптика океана и атмосферы». – 1983, Баку, изд. «Элм», с. 279–284.
106. *Журенков А.Г., Яковлев В.А.* О решении задачи рассеяния света частицами морской взвеси в приближении аномальной дифракции. // Изв. АН СССР, сер. ФАО, 1990, т. 26, № 8, с. 891–894.
107. *Вицинский С.А., Журенков А. Г., Яковлев В.А.* Решение задачи рассеяния света на мелкомасштабных неоднородностях морской среды методом модифицированного приближения аномальной дифракции. // Оптика атмосферы и океана. 2002, т.15, №2, с. 147–151.
108. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. – М.: Наука, 1970, 855 с.
109. *Прованько Д.В., Мартинсон Б.М., Цветков Е.А., Яковлев В.А.* О возможности определения направления на источник акустических колебаний лазерным теневым прибором. // Международная конференция «Прикладная оптика 2000» – С.-Петербург, 2000, сб. трудов, т.1, с.185.

110. *Алешин И.В., Вицинский С.А., Журенков А.Г., Ловчий И.Л., Матвеев В.Ю., Яковлев В.А.* Теоретические проблемы исследований природных и антропогенных процессов в океане оптическими методами. // Оптический журнал – 1999, т. 66, № 11, с. 71–77.
111. *Алешин И.В., Журенков А.Г., Вицинский С.А., Матвеев В.Ю., Яковлев В.А.* Модель оптической трассы многоспектрального зондирования морской среды. // Оптика атмосферы и океана. 2000, т.13, №5, с. 543–546.
112. *Алешин И.В., Журенков А.Г., Вицинский С.А., Матвеев В.Ю., Яковлев В.А.* Восстановление интегральных экологических характеристик морской среды по результатам ее многоспектрального оптического зондирования. // Оптика атмосферы и океана. 2000, т.13, №9, с.842–846.
113. *Алешин И.В., Владимиров М.В., Журенков А.Г., Холмянский М.А., Яковлев В.А.* Геофизические методы изучения химических отравляющих веществ, затопленных на балтийском шельфе. // Российский геофизический журнал. 2002, №25–26, с.95–107.
114. *Владимиров А.М., Ляхин Ю.И., Матвеев Л.Т., Орлов В.Г.* Охрана окружающей среды. – Л.: Гидрометеоиздат, 1991, 423 с.
115. Гидрофизические и гидрооптические исследования в Атлантическом и Тихом океанах. / Под ред. Монина А.С., Шифрина К.С. – М.: Наука, 1974, 328 с.
116. Оптические методы изучения океанов и внутренних водоёмов. / Под ред. Галлазия Г.И., Шифрина К.С. – Новосибирск: Наука, 1979, 373 с.
117. *Браво-Животовский Д.М., Долин Л.С., Савельев В.А., Фадеев В.В., Щегольков Ю.Б.* Оптические методы диагностики океана. Лазерное дистанционное зондирование. // В сб. «Дистанционные методы изучения океана». – Горький: ИПФ АН СССР, 1987, с. 84–125.
118. Оптика океана и атмосферы / Под ред. Сидько Ф.Я. – Красноярск, АН СССР, 1990, 338 с.
119. *Буренков В.И., Гольдин Ю.А., Гуреев Б.А., Судьбин А.И.* Основные представления об оптических свойствах Карского моря // Океанология. – 1995, т. 35, №3, с. 376–387.
120. *Алешин И.В., Гончаров Э.Г., Лысков В.Г., Соловьев В.И., Цветков Е.А.* Фотометрирование приповерхностных слоев моря / В сб. «Российская наука Военно-морскому Флоту (300 лет Российскому флоту)»./ Под ред. акад. Саркисова А.А. – М.: Наука, 1998, с.231–237.
121. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функции комплексного переменного. – М.: Наука, 1965, 716 с.
122. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. – М.: Наука, 1951, т.IV, 804 с.
123. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников. – М.: Наука, 1974.
124. *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. – М.: Наука, 1972.
125. Дистанционные методы исследования океана / под ред. Д.М. Браво-Животовского, Л.С. Долина. – Горький, ИПФ АН СССР, 1987, с. 194.
126. *Алешин И.В.* Оптические методы и средства аппаратного мониторинга экологического состояния морской среды.// Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора технических наук. – СПб.: РГМУ, 2001.

127. Физика океана. / Под ред. Ю.П. Доронина. – Л.: Гидрометеоиздат, 1978.
128. *Монин А.С.* Теоретические основы геофизической гидродинамики. – Л.: Гидрометеоиздат, 1988, 424 с.
129. *Мамаев О.И.* Термохалийный анализ вод Мирового океана. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987, 297 с.
130. *Монин А.С., Озмидов Р.В.* Океанская турбулентность. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981, 50 с.
131. *Монин А.С.* Полуэмпирическая теория турбулентной диффузии // Труды Геофизического института АН СССР. – 1956, №33(160), с. 3–47.
132. *Дынкин Е.Б.* Марковские процессы. – М.: Физматгиз. 1963.
133. *Calder K.L.* Atmospheric diffusion on particulate material, considered as a boundary value problem // J. Meteor – 1961, vol. 18, N 3, p. 415–416.
134. *Морозов Е.Г.* Океанские внутренние волны. – М.: Наука, 1985, 149 с.
135. Поверхностные и внутренние волны / Под ред. И.В. Стуровой. – Новосибирск, 1985, ч. I, 209 с.
136. Поверхностные и внутренние волны / Под ред. И.В. Стуровой. – Новосибирск, 1986, ч. II, 259 с.
137. *Яковлев В.А.* Метод решения задачи рассеяния светового поля системой взвесь-турбулентность. // В кн. «Тезисы докладов XIII научно-технической конференции молодых специалистов». – Л.: ГОИ им. С.И. Вавилова, 1980, с. 77.
138. *Яковлев В.А.* К теории определения параметров системы взвесь-турбулентность из оптических измерений. // В кн. «Оптика моря и атмосферы. Тезисы докладов». – Л.: ГОИ, 1984, с. 100–102.
139. *Ноздрев В.Ф., Федорищенко Н.В.* Молекулярная акустика. – М.: Высшая школа, 1974, 288 с.
140. *Озмидов Р.В., Беляев В.С., Любимцев М.М., Пака В.Т.* Исследование изменчивости гидрофизических полей на океаническом полигоне. // В сб. «Исследования изменчивости гидрофизических полей в океане». – М.: Наука, 1974, с. 3–31.
141. *Смарышев М.Д.* Направленность гидроакустических антенн. – Л.: Судостроение, 1973, 278 с.
142. *Озмидов Р.В.* Диффузия примесей в океане. – Л.:Гидрометеоиздат, 1986, с.
143. *J.L.Mueller, R.W.Austin,* “Ocean Optics Protocols for SeaWiFS Validation”, NASA, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland 20771, 1992.
144. *I.V.Aleshin, E.A.Tsvetkov, V.N.Ryabova,* “Photometry of optical fields of upper layers of sea waters”, Proc. SPIE, Ocean Optics XII, 1994, v.2558, p.682–684
145. *Буданов С. П., Григорьев П. Л., Яковлев В. А.* Об одном представлении фундаментального решения уравнения внутренних волн// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1985, №5, с.553–555.
146. Секерж-Зенькович С. Я. Фундаментальное решение оператора внутренних волн// Докл. АН СССР. – 1979, т.246, №2, с.286–289.
147. *Буданов С. П., Тибилов А. С., Яковлев В. А.* Борновское приближение решения задачи рассеяния внутренних волн// Журнал прикладной механики и технической физики. – 1984, №2, с.88–94.
148. *Буданов С.П., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Задача Коши рассеяния внутренних волн на неоднородностях поля плотности// Журнал прикладной механики и технической физики. – 1987, №2, с.89–93.

149. *Григорьев П.Л., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Приближение однократного рассеяния внутренних волн на неоднородности поля плотности// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1985, т.21, №3, с.321–324.
150. *Григорьев П.Л., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Рассеяние внутренних волн на слабонеоднородном возмущении поля плотности с учетом формы свободной поверхности и дна// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1986, т.22, №9, с.948–952.
151. *Григорьев П.Л., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Задача рассеяния внутренних волн на слабонеоднородном возмущении поля плотности в трехслойной модели океана// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1987, т.23, №11, с.1193–1197.
152. *Егоров Е.В., Тибилов А.С., Яковлев В.А.* Рассеяние внутренних волн в пикноклине с локальными параметрами стратификации. // Изв. АН СССР, сер. ФАО, 1990, т.24, №4, с. 403–411.
153. *Зацепин А.Г.* О коллапсе стратифицированных пятен// Докл. АН СССР. – 1982, т.265, №2.
154. *Mc Corman R. E., Mysak L. A.* Internal waves in a randomly statified fluid// Geophys. Fluid Dyn. – 1973, vol.4, № 3, p. 243–266.

ОГЛАВЛЕНИЕ

CONTENTS

Научное издание

Виктор Александрович Яковлев

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ В ГИДРООПТИКЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Монография

Редактор И.Г. Максимова

ЛР № 020309 от 30.12.96.

Подписано в печать 26.05.04. Формат 60x90 1/16. Гарнитура Times New Roman.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ.л. 8,1. Уч.-изд.л. 8,7. Тираж 200 экз. Заказ № 19
РГГМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.
ЗАО «Лека», 195112, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 68.

25=00