

О. С. Зудин, Б. А. Нелепо

Статистический анализ
информации
о радиоактивном
загрязнении
океана

282276

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Д-р И. В. Мухоморова пр., 83

Дается анализ загрязненности Мирового океана радиоактивностью за счет различных источников, приведена их классификация. Разработана методика анализа и определения радиоактивности по ограниченной информации. Даны практические рекомендации для планирования исследований случайных ядерно-гидрофизических полей в океане. Проведен качественный и количественный анализ загрязненности вод Атлантического и Тихого океанов искусственной радиоактивностью; приведены карты распределения концентраций радиоактивности.

Представляет интерес для лиц, занимающихся изучением загрязненности Мирового океана и прикладными вопросами, связанными с океанографическими исследованиями. Может быть использована в качестве учебного пособия по специальностям, связанным с изучением морей и океанов.

The analysis of the ocean radiative pollution by different sources is presented and the classification of such sources is given. The methods of analysis and determination of radioactivity with the help of limited data are developed. Practical recommendations for planning of research works in the field of random nuclear-geophysics fields in the ocean. Quantitative and qualitative analysis of the Atlantic and Pacific Ocean pollution by artificial radioactivity is done, the maps of radioactive concentrations distributions are constructed.

The book may be of interest for researchers in the field of ocean pollution and applied questions of oceanographic research. Can be also used as a text-book for specialities connected with study of oceans and seas.

Олег Сергеевич Зудин
Борис Алексеевич Нелепо

Статистический анализ информации о радиоактивном загрязнении океана

Редактор Ю. П. Бреховских. Художник Ю. Н. Васильев. Худ. редактор Б. А. Денисовский.
Техн. редактор Л. М. Шишкова. Корректоры: Г. Н. Римант, А. В. Хюркес

Сдано в набор 10/II 1975 г. Подписано к печати 14/IV 1975 г. М-17186. Формат 60×90/16, бумага тип. № 1. Печ. л. 7. Уч.-изд. л. 7,61. Тираж 1500 экз. Индекс ОЛ-59. Заказ № 112.
Цена 50 коп.

Гидрометеоздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23.
Ленинградская типография № 8 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
190000. Ленинград, Прачечный пер., д. 6

ПРЕДИСЛОВИЕ

Имеющиеся представления о характеристиках вод Мирового океана и причинах их формирования, о переносе и их трансформации крайне ограничены. Вместе с тем исследователю для анализа всего того многообразия конкретных свойств вод, для понимания их структуры и динамики, которые встречаются в реальных условиях, необходимо знать пороговые уровни изучаемых параметров, распределение сбросов в океан, круговорот вещества и энергии, интенсивности выпадений и другие особенности природы океанов и морей.

Для анализа состояния поверхностных вод океана важно, например, знать развитие процессов, обусловленных активным взаимодействием с атмосферой.

Поэтому в связи с расширением экспериментальных исследований водных масс Мирового океана, а также развитием вычислительной техники в настоящее время широко используются прикладные методы статистического анализа (обработки) различного вида информации, включая ядерно- и гидрофизическую информацию. Но чтобы построить конкретный алгоритм обработки и интерпретации собираемой информации, необходимо с максимальной полнотой формализовать априорные представления о связи поля с объектом исследования и определить план поиска ожидаемых закономерностей распределения. В этом случае оказывается рациональным ограничить область исследований, выбрав модель, позволяющую исследовать ситуацию, выделив для этих целей ряд параметров или каких-либо функций от них, сохранив при этом всю информацию об изучаемом явлении. Модель подобного факторного анализа может явиться достаточно хорошим приближением ко многим реальным ситуациям и позволит исследовать внутреннюю структуру матриц корреляций и ковариаций концентраций радионуклидов.

Известно, что в силу ряда причин потоки глобальных радиоактивных выпадений на различные участки поверхности земного шара существенно колеблются как в пространстве, так и во времени. Вследствие этого распределение концентрации радионуклидов на единице площади различных районов суши и поверхностных вод океанов неодинаково. Однако если на суше распределение радиоактивности зависит только от потока выпадений, то в океане из-за наличия интенсивных процессов перемешивания и адвекции эта связь может быть нарушена. Удаление радиоактивных отходов атомных производств в водную среду еще более усиливает неопределенность связи.

Между тем при исследовании крупномасштабных процессов в Мировом океане необходимо располагать данными о характерных зонах концентрации радионуклидов. Таким образом, одним из важных направлений исследования океана является изучение его радиоактивности.

В этой ситуации существенным может оказаться анализ оценок статистических параметров отдельных факторов и определение их влияния на результаты интерпретации данных эксперимента.

Выбираемые сетки наблюдений (план проведения эксперимента) должны существенно зависеть от ожидаемых качественных состояний поля (от детерминированной составляющей) и свойств случайной компоненты (ее корреляционной матрицы), а также от числа, физического смысла и ожидаемых значений проб концентраций.

Данная книга является обобщением практической работы авторов в области статистического анализа ядерно-гидрофизических полей на акваториях океанов.

Авторы чрезвычайно признательны д-ру физ.-мат. наук Е. П. Борисенкову, канд. физ.-мат. наук Л. И. Геденову, канд. техн. наук С. А. Редкозубову за ценные рекомендации и за обсуждение отдельных разделов данной книги.

Глава 1

ИСКУССТВЕННАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ В МОРЯХ И ОКЕАНАХ

Источники радиоактивного загрязнения

Многие проблемы, возникающие при анализе полей радиоактивности в океане, могут быть решены только в тех случаях, когда известен характер источников загрязнения окружающей среды осколками деления. В зависимости от природы эти источники подразделяются на следующие: 1) продукты испытаний ядерного и термоядерного оружия; 2) радиоактивные отходы атомных производств и электростанций; 3) отходы атомоходного флота.

Как известно, к началу 1969 г. было произведено около 470 ядерных взрывов, причем большая их часть — в период с 1945 г. до подписания в 1963 г. Московского договора о частичном прекращении испытаний атомного оружия. К этому времени общая мощность взрывов достигла 194 мегатонн, что соответствует делению $2,8 \times 10^{28}$ атомов урана или плутония [123]. Испытания проводились в различных условиях, создававших специфику радиоактивного загрязнения в каждом конкретном случае. Общая их характеристика приведена в табл. 1.

Таким образом, в окружающую среду попало около 21 МКи Sr⁹⁰ и 34 МКи Cs¹³⁷. Хотя после 1963 г. основные ядерные державы прекратили все испытания, кроме подземных, выброс в атмосферу осколочных продуктов деления продолжается в результате деятельности неприсоединившихся стран (КНР, Франция).

Конечно, этот процесс приводит к радиоактивному загрязнению Мирового океана не только Cs¹³⁷ и Sr⁹⁰. Полный перечень образующихся радионуклидов может быть получен из таблиц, учитывающих реальный выход осколков деления при ядерных взрывах. Однако два изотопа исследовались особенно интенсивно. Естественно, что именно они и дают наибольшую информацию. Таблица 2

позволяет судить об изученности к 1971 г. радиоактивности Мирового океана.

Таблица 1

Мощность ядерных взрывов, произведенных в 1945—1968 гг. Мт [123]

Место взрыва	Континент	Коралловые острова	Океан
Поверхность	58	16	—
Башня	45	11	—
Атмосфера			
0,3—29 км	47	48	1
47—480 км	4	—	10
Подводные	—	3	2
На борту судна	—	35	—
Подземные	116	—	—

Таблица 2

Изученность искусственной радиоактивности Мирового океана

Число публикаций							
>120	>60	>20	>10	>5	3	2	1
Sr ⁹⁰	Cs ¹³⁷	Ce ¹⁴⁴	C ¹⁴ Zr ⁹⁵ Ru ¹⁰⁶	H ³ Ru ¹⁰³	Cr ⁵¹ Mn ⁵⁴ Sr ⁸⁹ Sb ¹²⁵ Ce ¹⁴¹	Co ⁶⁰ Zn ⁶⁵ Y ⁹¹ Pu ²³⁹ Pu ²⁴⁰	P ³² Sc ⁴⁶ Kr ⁸⁵ Ag ^{110m} I ¹³¹ Ba ¹⁴⁰ Eu ¹⁵⁵

Распространение осколков деления в атмосфере после взрывов и особенно глобальные радиоактивные выпадения являются объектом исследований нового раздела физики атмосферы — ядерной метеорологии [45, 54, 79, 80]. Наиболее важная для ядерной гидрофизики информация, полученная из работ по ядерной метеорологии, связана с возможностью получить пространственные и временные характеристики этого важного источника радиоактивного загрязнения. Необходимо отметить, что в зависимости от расположения испытательных полигонов различные океаны испытывают специфическое влияние источников осколочной продукции. Так, Атлантический и Индийский океаны, не имевшие испытательных полигонов, загрязнялись радиоактивностью в полном соответствии с глобальными закономерностями. Отличается характером загрязнений Тихий океан, поскольку в нем существовали локальные источники радиоактивности (испытательные полигоны). Один из них — испытательный полигон Франции на атолле Муруроа — функционирует и в настоящее время. Роль полигона была иссле-

дована в результате экспедиции на НИС «Михаил Ломоносов» в 1967 г. [11].

Хорошо известной особенностью глобальных выпадений, имеющей важное значение для ядерной гидрофизики, является широтный эффект, приводящий к неравномерному загрязнению Мирового океана на различных широтах (рис. 1). Изменение мощности глобальных выпадений во времени изучалось многими авторами. Используя многоящичную модель очистки атмосферы, учитывающую коагуляцию естественных и искусственных аэрозолей, авторам удалось получить, по-видимому, близкое к адекватному описание запаса Sr^{90} , находящегося в атмосфере:

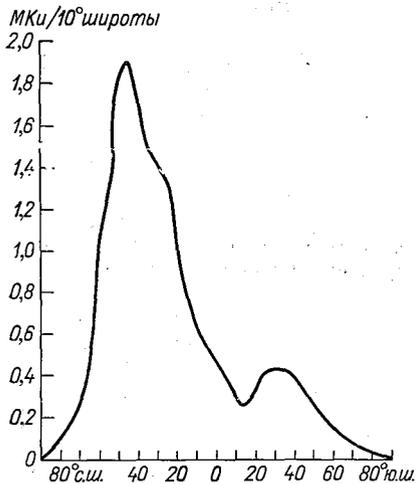


Рис. 1. Широтное распределение Sr^{90} в 1958—1967 гг.

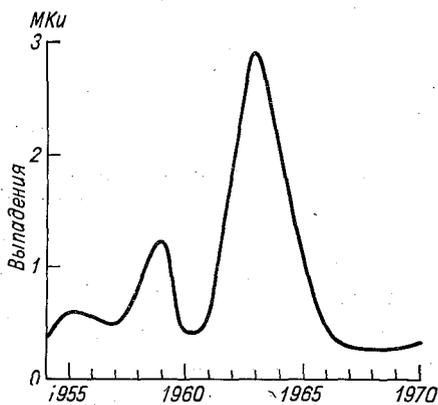


Рис. 2. Глобальные радиоактивные выпадения Sr^{90} .

полярные полигоны

$$H(t) = \sum_i e^{-\lambda_{Sr} t_i} (n_0)_i \left[X_1 e^{-v_1 t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} + e^{-v_2 t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} - X_1 e^{-(v_1 + v_2) t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} \right];$$

экваториальные полигоны

$$H(t) = \sum_i e^{-\lambda_{Sr} t_i} (n_0)_i \left[X_1 e^{-v_1 t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} + (X_1 + X_2) e^{-v_2 t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} - X_1 e^{-(v_1 + v_2) t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} + (X_2 + X_3) e^{-v_3 t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} - (X_1 + X_2) e^{-(v_2 + v_3) t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} - X_1 e^{-(v_1 + v_2 + v_3) t_i} \sqrt{1 - e^{-\lambda_k t_i}} \right];$$

где $H(t)$ — запас Sr^{90} в атмосфере; $(n_0)_i$ — выход Sr^{90} при i -том

испытательном взрыве или серии; λ_{Sr} — постоянная распада Sr^{90} ($\frac{1}{40}$ лет⁻¹); $X_{1,2,3}$ — коэффициенты выхода первичной осколочной продукции в соответствующий резервуар модели; $v_{1,2,3}$ — постоянные очистки соответствующих резервуаров модели; λ_R — постоянная полукоагуляции естественных и радиоактивных аэрозолей в атмосфере; t_i [лет] — время, прошедшее от момента проведения i -той серии до момента, для которого определяется общий запас.

Дифференциал от величины $H(t)$ определяет значение потока глобальных выпадений. Рисунок 2, полученный в результате анализа данных [61], дает представление о характере его изменения со временем.

Помимо стронция-90 и цезия-137, присутствующих в атмосфере в аэрозольном состоянии, в результате испытаний ядерного оружия образовались также радиоактивные газы — тритий и радиоуглерод. Их содержание по сравнению со стронцием и цезием приведено в табл. 3.

Таблица 3

Содержание (МКи) некоторых долгоживущих изотопов, образовавшихся в атмосфере в результате испытаний ядерного оружия до 1963 г. [79]

Изотоп	Общая продукция, МКи	Тропосфера	Стратосфера			
			северное полушарие		южное полушарие	
			до 23 км	23—33 км	до 23 км	23—33 км
Sr^{90}	14,8	0,32	4,51	1,21	0,42	0,10
Cs^{137}	32,5	0,55	7,69	2,06	0,72	0,17
C^{14}	10,1	2,7	1,7	0,66	0,31	0,14
H^3	2000	Мало	340	130	62	28

Необходимо иметь в виду, что радиоуглерод и тритий образуются и в результате взаимодействия космических лучей с ядрами воздуха. Концентрации этих радиоактивных газов, генерируемых естественным образом, приведены в табл. 4.

Среди прочих радиоактивных газов техногенного происхождения необходимо также отметить криптон-85, рост содержания которого в атмосфере не прекращается в связи с увеличением количества атомных электростанций. Его концентрация в атмосфере находится, по-видимому, на уровне 10^{-12} — 10^{-11} Ки/м³ [80]. При взрывах определенных типов термоядерных устройств (в 1962 г.) в атмосферу попали также продукты активации конструкционных материалов этих устройств. Так, после 1963 г. многими исследователями в радиоактивных выпадениях обнаруживался марганец-54 [45].

Второй источник радиоактивного загрязнения Мирового океана — сброс отходов атомных предприятий — приобретает в по-

следние годы все большее значение. Это происходит потому, что глобальные выпадения уменьшились, а мощные заводы по переработке ядерного горючего, обеспечивающие работу атомных электростанций, дают возрастающее количество радиоактивных отходов. Хотя большая доля этих отходов подвергается захоронению на суше, некоторые страны все же практикуют их сброс в моря и океаны. Анализу этой проблемы был посвящен ряд работ [52, 53, 123].

Таблица 4
Концентрация радиоактивных продуктов
в приземном воздухе [75]

Изотоп	Концентрация, Ки/м ³
C ¹⁴	5 · 10 ⁻¹³
Be ⁷	(2 + 32) · 10 ⁻¹⁴
H ³	~ 10 ⁻¹³ + 10 ⁻¹⁶
S ³⁵	~ 10 ⁻¹⁵
P ³²	2 · 10 ⁻¹⁶
P ³³	5 · 10 ⁻¹⁶
Na ²²	~ 10 ⁻¹⁷

Вкратце проблема сводится к следующему. В течение многих лет радиоактивные отходы попадали в океан тремя путями: при захоронении на больших глубинах контейнеров, при непосредственном сбросе радиоактивности в прибрежные воды и при выносе крупными реками, являющимися коллекторами для отходов атомных производств.

Таблица 5 суммирует известные данные [123] о захоронении радиоактивности на дне океана. Пока нет сведений об утечках и повышенной радиации в местах захоронения. Однако позднее, при анализе ситуаций, когда в океане будут обнаруживаться аномально-высокие концентрации осколочных продуктов, эти сведения могут оказаться полезными.

Наиболее интенсивный слив радиоактивных отходов в прибрежные воды производила с 1957 г. Великобритания. В табл. 6 суммированы данные об этих сливах вплоть до 1967 г.

Естественно, что все крупные реки, впадающие в океан, являются коллекторами искусственной радиоактивности. Часть из них несет определенную долю осколков, появившихся на поверхности суши в результате глобальных выпадений. Некоторые реки загрязняют океаны осколочной продукцией значительно сильнее других; это, в частности, реки, используемые для сброса слабой активности от промышленных ядерных установок. В США в первую очередь следует отметить р. Колумбию, которая принимает в свои воды отходы Ханфордского атомного комплекса Клинч и Теннесси (центр в Ок-Ридже). Во Франции значительному радиоактивному загрязнению подвергается р. Рона, принимающая отходы Маркульского атомного центра.

Таблица 5

Контейнерные захоронения радиоактивных отходов в глубинах океана [123]

Период	Страна	Район захоронения	Примерная активность, Ки	
Атлантический океан				
1951—1958	США	42° 25' с., 70° 35' з.	2 440	
		36 56 74 23	6,5	
		37 50 70 35	8 000	
		38 30 72 06		
1959—1960		38 30 72 06	68 500	
		36 44 45 00	456	
		36 50 74 23	24,5	
1961—1962		36 56 74 23	15,6	
1963—1964		36 56 74 23	5,3	
1965		36 56 74 23	4,3	
1967		36 56 74 23	30,5	
Тихий океан				
1946—1958		37° 39' с., 123° 26' з.	14 061	
1959—1960		37 39 123 26	155,7	
		32 00 121 30	3,6	
		34 58 174 52	14	
1961—1962		32 00 121 30	30	
		37 39 123 26	235,1	
		33 39 119 28	47,9	
1963—1964		40 07 135 24		
		54 10 141 09	7,2	
		37 39 123 26	16,1	
		40 07 135 24	88,7 (Н ³)	
1966		54 10 141 09		
		37 12 123 55	15,4 (Н ³)	
Атлантический океан				
1951	Англия	34° 00' с., 20° 00' з.	0,5 (α)	5 (β)
1953		34 00 20 00	2,5	3
1955		34 00 20 00	12	33
1957		34 00 20 00	955	808
1958		34 00 20 00	695	1 085
1961		34 00 20 00	563	1 630
1962		40 20 13 53		
		47 56 13 27	} 17	163
		48 43 13 05		
		48 19 13 29		
1963		48 19 13 29	368 (α)	7 071 (β)
1964		48 19 13 29	444	15 090
1965		48 19 13 29	114	13 754
1966		48 19 13 29	78	2 742
1967	42 00 14 00	91	1 682	
	42 00 14 00	0,5	5	
	42 00 14 00	—	2	
	42 00 14 00	—	190	
	42 00 14 00	1	10	
	42 00 14 00			
	ФРГ			
	Голландия			
	Бельгия			
	Франция			

Таблица 6

Средние темпы сброса радиоактивных отходов в Ирландском море в 1957—1967 гг., Ки/мес. [123]

Радионуклид	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967
Ru ¹⁰⁶	2,218	3,522	2,956	3,302	2,095	1,916	2,781	1,924	1,752	2,077	1,436
Ru ¹⁰³	300	492	746	964	265	153	800	100	150	205	186
Sr ⁹⁰	137	210	129	43	41	85	46	81	97	76	116
Sr ⁸⁹	248	72	170	82	114	42	14	16	14	7	12
Ce ¹⁴⁴	215	497	583	74	180	200	116	267	288	571	1,142
U ⁹¹ + редкоземельные элементы	300	567	506	83	201	125	90	90	73	75	203
Cs ¹³⁷	310	516	165	76	91	92	31	111	97	100	132
Sr ⁹⁵	59	210	415	196	140	78	47	1,797	1,479	1,172	1,566
Nb ⁹⁵	535	510	845	523	658	356	272	1,735	2,803	1,947	2,143
Всего											
β	5,366	6,846	7,659	6,461	3,981	3,742	4,020	5,055	4,560	5,464	6,022
α	4,8	5,2	5,6	6,8	11,1	15,5	19,0	23,5	33,8	48,8	79,6

Таблица 7 дает представление о радиоактивных отходах, выносившихся р. Колумбией в Тихий океан.

Таблица 7

Вынос отходов Ханфордского атомного комплекса в Тихий океан [123]

Год	Бета-излучение	P ³²	Cr ⁵¹	Zn ⁶⁵	Np ²³⁹
1950	2 500	—	—	—	—
1951	3 600	—	—	—	—
1952	7 100	—	—	—	—
1955	13 000	—	—	—	—
1956	17 000	—	—	—	—
1957	37 000	—	—	—	—
1958	44 000	—	—	—	—
1959	110 000	—	—	—	—
1960	93 000	6 200	310 000	14 000	26 000
1961	—	11 000	310 000	16 000	24 000
1962	—	4 700	240 000	11 000	11 000
1963	—	4 400	320 000	10 000	18 000
1964	—	4 400	320 000	16 000	—
1965	—	4 000	290 000	18 000	—
1966	—	3 300	160 000	8 000	—
1967	—	4 400	224 000	15 000	—

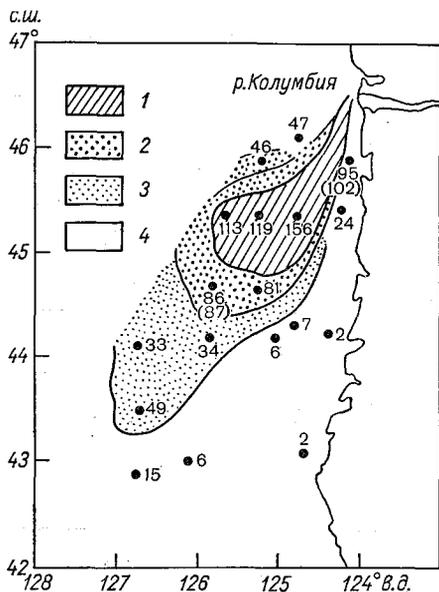


Рис. 3. Распространение в Тихом океане радионуклида Cr⁵¹, сбрасываемого в воды р. Колумбии.

1 — >100 отн. ед., 2 — 50—100, 3 — 25—100, 4 — < 25.

Обращает на себя внимание вынос огромных количеств Cr⁵¹. Это не могло не сказаться на радиационной обстановке в данном регионе. Гигантские ареалы, образовавшиеся в результате дисперсии радионуклида в океане, были обнаружены американскими исследователями в 1965 г. (рис. 3). Несмотря на то что в табл. 7 не приводятся сведения о сбросе таких радионуклидов, как Cs¹³⁷ и Sr⁹⁰, исследователи систематически обнаруживали их повышенное содержание в водах региона.

Завершая краткую характеристику источников радиоактивного загрязнения океанов, необходимо остановиться на деятельности атомного флота. Выделение этого вида загрязнений казалось нам необходимым в связи с тем, что с точки зрения ядерной гид-

рофизики перемещения в океане атомных подводных лодок и надводных судов могут рассматриваться как случайные. Поэтому трудно ожидать, что, подобно глобальным выпадениям и сбросам отходов производств, в данном случае окажется возможным точно судить о дисперсии загрязнений в океанах. Представляется, что эти стохастические события уже были причиной неожиданных аномалий искусственной радиоактивности в океане. Согласно опубликованным данным [123], во всем мире плавало и строилось в 1968 г. более 160 атомных подводных лодок. Особенностью энергетических установок атомных подводных лодок является закономерный сброс охлаждающих вод, объем которых увеличивается при выведении реактора на рабочую мощность. В каждом таком цикле выделяется около 2 т охладителя. Эта операция часто повторяется при интенсивной эксплуатации лодок. Ясно, что загрязнение радиоактивными изотопами прибрежных акваторий и открытого океана может быть значительным. Таблица 8 дает представление об изотопном составе и концентрациях радиоактивных изотопов в охладителе атомной подводной лодки [123].

Таблица 8

Радиоактивность охлаждающей воды энергетической установки атомной подводной лодки «Наутилус», МКи/мл [123]

Продукт коррозии	Средняя активность	Продукт деления	Средняя активность
F18	$1,5 \cdot 10^{-2}$	Y89	$5,0 \cdot 10^{-6}$
Ni ²⁴	$2,2 \cdot 10^{-4}$	Y90	$5,0 \cdot 10^{-8}$
Cr ⁵¹	$3,7 \cdot 10^{-4}$	I131	$1,0 \cdot 10^{-5}$
Mn ⁵⁶	$2,1 \cdot 10^{-2}$	B140	$1,0 \cdot 10^{-6}$
Fe ⁵⁹	$5,1 \cdot 10^{-4}$	Cs ¹³⁷	$1,0 \cdot 10^{-8}$
Co ⁶⁰	$3,2 \cdot 10^{-3}$	Ce ¹⁴⁴	$1,0 \cdot 10^{-7}$
Cu ⁶⁴	$1,0 \cdot 10^{-3}$		
Ni ⁶⁵	$5,7 \cdot 10^{-4}$		
Ta ¹⁸²	$4,5 \cdot 10^{-3}$		
W ¹⁸⁷	$1,5 \cdot 10^{-3}$		

Глобальные закономерности распределения радиоактивности в океанах

Естественное желание рассматривать закономерности формирования поля радиоактивности в морях и океанах в зависимости от характера действия атмосферных источников привело к попыткам обнаружить, аналогично атмосфере, широтный эффект распределения искусственной радиоактивности на поверхности океанов. Между тем, если для атмосферы еще могут быть применены представления о циркуляции, имеющей чисто меридиональный характер, то в океане проблема представляется значительно более сложной. Распределение радиоактивности является здесь

результатом действия ряда конкурирующих процессов. Широтный эффект глобальных выпадений определяет потоки радиоактивности на поверхности океана. Однако выпавшие радиоизотопы попадают в состав водных масс, довольно интенсивно перемещиваемых и

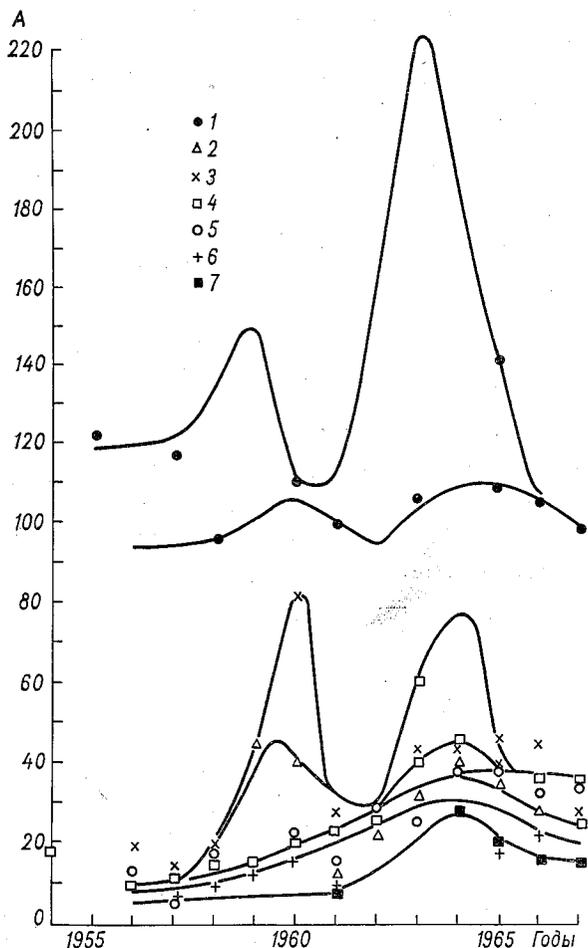


Рис. 4. Временной ход поверхностной радиоактивности расп/(мин · 100 л) на различных широтах (сев.) Атлантического океана.

1 — 60—70°, 2 — 50—60°, 3 — 40—50°, 4 — 30—40°, 5 — 20—30°, 6 — 10—20°, 7 — 0—10°.

участвующих в глобальной океанической циркуляции. Поэтому исследования широтного эффекта радиоактивности на поверхности океана имеют скорее качественный характер, и результаты таких исследований нуждаются в специальном анализе с учетом реальных гидрофизических процессов, происходящих в тех или иных районах.

Необходимо также иметь в виду, что Атлантический, Тихий и Индийский океаны по-разному загрязняются осколочной радиоактивностью. Так, в Атлантическом океане не было полигонов для испытаний ядерного оружия; таким образом, его акватория загрязнялась в основном в результате глобальных выпадений, исключая районы сброса отходов Великобританией. В Тихом океане до настоящего времени продолжает действовать полигон, расположенный на атолле Муруроа. До 1963 г. США провели много испытаний на атоллах в центральной части океана (Бикини, Эниветок). Здесь проводились испытания ядерного оружия Великобритании (о. Рождества и др.). Помимо локальных и тропосферных

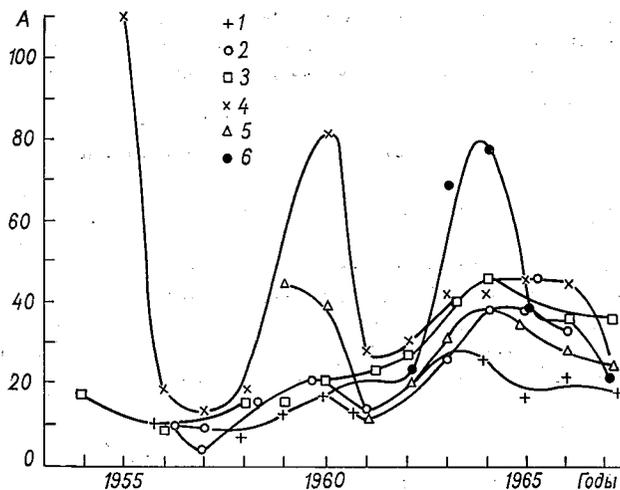


Рис. 5. Временной ход поверхностной радиоактивности расп/(мин · 100 л) на различных широтах (сев.) Тихого океана.

1 — 10—20°, 2 — 20—30°, 3 — 30—40°, 4 — 40—50°, 5 — 50—60°, 6 — 60—70°.

радиоактивных выпадений здесь также играют большую роль источники радиоактивности, связанные со сбросом и захоронением радиоактивных отходов. Индийский океан, по-видимому, наиболее однороден с точки зрения распределения радиоактивности, однако он исследован значительно хуже.

Используя осредненные широтные данные работы [123], мы попытались получить представление о связи широтного эффекта глобальных атмосферных выпадений с распределением по широте осколочной радиоактивности в Атлантическом и Тихом океанах. На рис. 4 даны распределения осколочной радиоактивности в период с 1957 по 1967 г. Обращает на себя внимание существенное различие временного хода радиоактивности на разных широтах. Разбросы значений настолько велики, что, по-видимому, трудно строить представление о широтном эффекте радиоактивности

в поверхностных водах. Скорее можно утверждать, что из-за значительного переноса водных масс на различных широтах по-разному проявляется результат суммарного действия двух конкурирующих процессов. Хотя поверхностную радиоактивность в первую очередь определяют глобальные выпадения, горизонтальная адвекция может существенно нивелировать поля радиоактивности на поверхности Мирового океана. На рис. 5 представлены результаты осреднения радиоактивности в поверхностных водах Тихого океана, которые демонстрируют его исключительность, связанную, по-видимому, с существованием местных источников аномалий поля радиоактивности. Эта особенность поля радиоактивности явилась одним из предметов проведенных исследований; в результате удалось обнаружить новые закономерности и выработать статистический критерий анализа радиоактивности различных регионов Мирового океана.

Соотношение цезия-137 и стронция-90 в океане

Изучению этого вопроса посвятили свои работы многие исследователи. Проблема представляется существенной, поскольку нельзя считать очевидно доказанным, что оба изотопа, имеющие различную химическую природу, могут одинаково вести себя в океане. Долгое время трудности возникали в связи с отсутствием методик одновременных измерений этих изотопов в пробах океанической воды. В то время, как было доказано, что отношение изотопов, выпадающих из атмосферы, составляет $\frac{34 \text{ Мт}}{21 \text{ Мт}} = 1,6$, оставалось не ясным, существует ли фракционирование этих изотопов в океане. Ответ на вопрос мог быть получен двумя путями — либо в результате определения физико-химического состояния изотопов в океане, либо обобщением массовых экспериментальных данных о содержании этих радиоизотопов в водах различных регионов Мирового океана. До настоящего времени не было осуществлено массовых определений форм существования Cs^{137} и Sr^{90} , и нам представлялось возможным использовать при анализе, наряду с опубликованными данными исследователей, изучавших это отношение, и свои собственные данные анализа указанного соотношения. В результате обобщения всей опубликованной к 1968 г. информации нам удалось получить значение этого отношения $1,6 \pm 0,1$ [61]. Последующие обобщения исследователей США [123] подтверждают эти результаты. Осреднение значительного количества весьма разнохарактерных данных позволило им получить величину $1,6 \pm \pm 0,3$ для различных глубин Мирового океана и его морей. Эти цифры основаны на анализе 196 проб из Атлантического и 112 проб из Тихого океана. Большой разброс данных, подвергнутых анализу, явился причиной нашего специального исследования, осуществленного в результате проведения кругосветного плавания на НИС «Михаил Ломоносов», подтвердившего факт отсутствия фракционирования этих осколочных изотопов.

Запас Sr⁹⁰ в Мировом океане

Долгое время расчеты запаса Sr⁹⁰ в Мировом океане производились на основании единичных профилей распределения этого радионуклида по глубине. В принципе задача эта настолько сложна, что даже при оценочных расчетах трудно определить достоверность полученных данных. Каждому специалисту, знакомому с проблемами океанологии, совершенно ясно, что разнообразие ситуаций, обнаруживаемых в океане, и глобальное распределение водных масс принуждают использовать для расчетов типичные

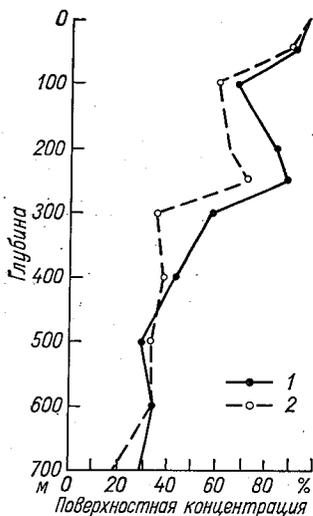
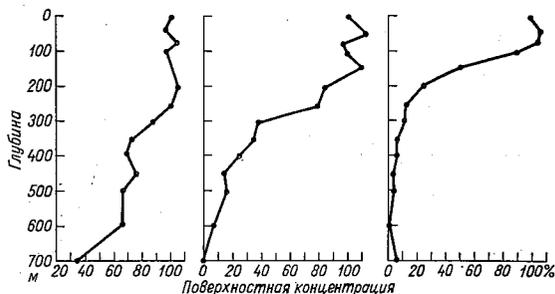


Рис. 6.I. Средний профиль распределения Sr⁹⁰ в поверхностных и промежуточных водах Атлантического океана.

1 — 30—70° с. ш., 2 — 20° ю. ш. — 30° с. ш.

Рис. 6.II. Средние профили распределения Sr⁹⁰ по глубине в Тихом океане.



профили распределений, характерные для основных районов Мирового океана. По-видимому, наиболее достоверным окажется расчет, использующий результаты систематизации гидрологических представлений о водных массах. Представляется значительно более корректной оценка запаса на основании профилей распределения, характерных для всех существующих квазистационарных систем и структурных зон. Между тем наиболее поздние расчеты запасов Sr⁹⁰ в Мировом океане были выполнены исследователями США на основании простейших представлений о распределении осколочной радиоактивности по глубине (рис. 6.I и 6.II). Для расчета был принят идеализированный профиль (рис. 7). Исходя из вида этого идеализированного профиля, концентрация радионуклида на любой глубине в океане аппроксимировалась следующим выражением:

$$f_{гг} = (f_{п} - f_{г}) e^{-\frac{0,693\chi}{\chi_{1/2}}}$$

где $f_{п}$ и $f_{г}$ — концентрации Sr⁹⁰ в поверхностных и глубинных водах. Параметр $\chi_{1/2}$ — условная глубина, на которой избыток радиоактивности уменьшается вдвое.

282276

Интегрирование по этому профилю дало для 1961 и 1966 гг. результаты, приведенные в табл. 9.

Таблица 9

Расчет запаса Sr^{90} в Мировом океане (МКи) [123]

Год	Концентрация в глубинах расп/ (мин · 100 л)	Запас в поверхностных водах	Запас в глубинных водах	Общий запас в океане	Общий запас на суше
1961	0	7,0	0	7,0	3,2
	3	6,1	18,4	24,5	
1966	0	14,3	0	14,3	7,6
	3	13,1	18,4	31,5	

Весьма неожиданным результатом этих расчетов оказалось то, что запас осколочной радиоактивности на единицу поверхности в океане минимум вдвое превысил запас на поверхности суши. Гипотеза о преимущественном выпадении осколочной радиоактивности на поверхность океана многие годы обсуждалась в советской научной литературе. Однако анализ выпадений на сушу и острова, находящиеся в открытом океане, не подтвердил это предположение [94]. В последние годы оно не привлекало к себе особого внимания. Нам, однако, кажется, что использование некоего среднего для всего океана профиля распределения радиоактивности по глубине может дать серьезные ошибки. Расчет запаса Sr^{90} должен

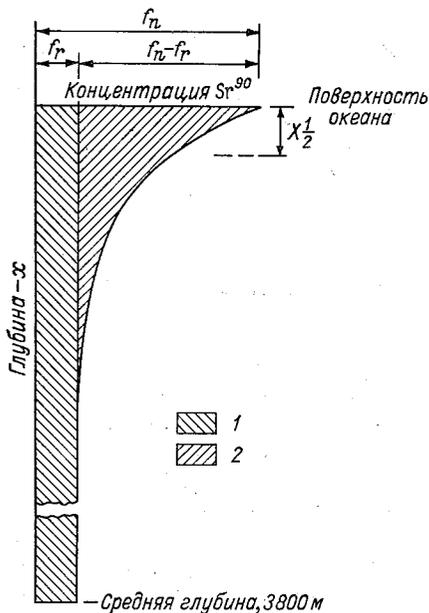


Рис. 7. Идеализированный профиль для расчета запаса Sr^{90} в Мировом океане.

1 — глубинная составляющая, 2 — поверхностная составляющая.

быть сделан на основании корректного выбора нескольких (порядка 10) репрезентативных профилей, характеризующих район с существенно различающейся гидрологической ситуацией.

Связь радиоактивности Мирового океана с гидрофизическими процессами

Этот раздел является наиболее важным в ядерной гидрофизике океана. Между тем в настоящее время предпринято очень

мало попыток объединить представления о распределении радиоактивности и макромасштабных процессах, происходящих в океане. Как правило, в прошлом изучались различные регионы океана, где оказывалось возможным качественно проанализировать связи между процессами циркуляции и диффузии и распределением радиоактивности [48, 50, 61, 63, 113, 115, 123].

Наиболее близко к глобальным представлениям о распределении радиоактивности в Мировом океане подошли авторы монографии [123]. Они попытались в широком океанологическом смысле сформулировать эту задачу. Рассматривалась совокупность явлений самого различного масштаба. Как известно, наиболее мощными процессами, ответственными за распространение в океане радиоактивности, являются крупномасштабная циркуляция и турбулентная диффузия. В зависимости от характера источника радиоактивности и масштабов исследуемого явления приобретают значение те или иные процессы. Так, в случае локальных загрязнений (например, при сбросах радиоактивных отходов атомных производств) наибольшее значение приобретают процессы перемешивания и турбулентной диффузии. В результате этого в местах, прилежащих к источникам загрязнения, среда подвергается гомогенизации за счет турбулентной диффузии. Через некоторое время начинают сказываться турбулентные вихри все большего масштаба. До тех пор пока размеры вихрей меньше первоначальных размеров загрязнения, их роль сводится лишь к уравниванию концентрации и ее изменению в среднем. При мезомасштабах, когда размеры вихрей оказываются соизмеримыми с размерами облака, оно начинает деформироваться, превращаясь первоначально в эллипсоид. Оси этого эллипсоида искривляются в соответствии с флуктуацией скорости течения. При больших масштабах явления начинают играть важную роль океанические течения, ответственные за глобальный перенос радиоактивности в Мировом океане.

В случае, когда источником радиоактивности являются глобальные выпадения, картина существенно меняется. Относительная равномерность потоков глобальных выпадений в рамках широких зональных поясов приводит к тому, что процессы горизонтальной турбулентной диффузии перестают играть столь большую роль, как при распространении радиоактивности от точечных источников. В данном случае на особенности формирования поля радиоактивности оказывают влияние крупномасштабные квазистационарные процессы, обеспечивающие перенос водных масс в океане. Поле радиоактивности, сформировавшееся в результате суммарного действия глобальных радиоактивных выпадений и квазистационарных циркуляционных процессов, необходимо анализировать применительно к существующим циркуляционным системам. К сожалению, подобные исследования так и не были выполнены. Как правило, лучшие из работ аналитического характера лишь подробно описывают основные черты глобальной циркуляции и крупномасштабного перемешивания и наряду с этим дают

сведения о распределении радиоактивности по глубине и акватории того или иного района. В дальнейшем же при глобальных оценках используются случайные профили распределения, без анализа их репрезентативности для системы циркуляции в целом. Не лишена этого недостатка и работа [123].

В целом можно определить районы океана, существенно отличающиеся по своему положению (принадлежности к различным квазистационарным циркуляционным системам) и имеющие различные водные массы. Схематически это может быть сделано на основании карты распределения границ различных водных масс в Мировом океане Свердруп, приводимой в работе [123] (рис. 8).

Наблюдение профилей распределения солености позволяет выделить следующие регионы: 1) полярный, 2) субполярный, 3) умеренно тропический, 4) тропический, 5) экваториальный, 6) индо-малайский, 7) прсредиземноморский, 8) североатлантический. Но этот выбор может считаться лишь первым приближением при анализе сложной картины распределения и перемещения водных масс, наблюдаемых в реальных условиях. Тем не менее анализ профилей распределения радиоактивности на поверхности позволит, по-видимому, выбрать трассеры, наиболее эффективные для определения регионов.

В рамках представлений Дефанта, используемых при анализе радиоактивности в работе [123], может быть определено значительно большее количество областей и водных масс, отличающихся основными свойствами и особенностями их распределения (табл. 10).

Каждая из перечисленных водных масс имеет свои физические характеристики, а значит, ее судьба в океане отличается от судьбы других вод; в частности, с ней можно связать такую характеристику, как «возраст». Тогда, разбивая весь Мировой океан на «ящички», можно проследить индивидуальные судьбы водных масс. Таким образом, параметры поля радиоактивности для того или иного изотопа могут характеризовать водные массы, и изменение радиоактивности может уточнять или изменять общие океанологические представления (см. табл. 10).

Атлантический океан загрязнялся радиоактивностью в основном в результате глобальных выпадений осколочной продукции испытательных взрывов. Он особенно интенсивно исследовался с борта НИС «Михаил Ломоносов», что позволило построить первую объективную карту радиоактивности Атлантического океана (см. гл. 4). Возможность четкого разграничения областей с различной природой загрязнения дала возможность изучать в океанических масштабах влияние гидрофизических полей на формирование поля радиоактивности. Необходимо отметить, что изучалось влияние турбулентной диффузии на изменение концентрации радиоактивности в пространстве [6, 63, 123] и во времени [50, 63, 123]. Большинство этих исследований выполнялось, однако, на ограниченном экспериментальном материале, а в основу расчетов закладывались сильно идеализированные представления.

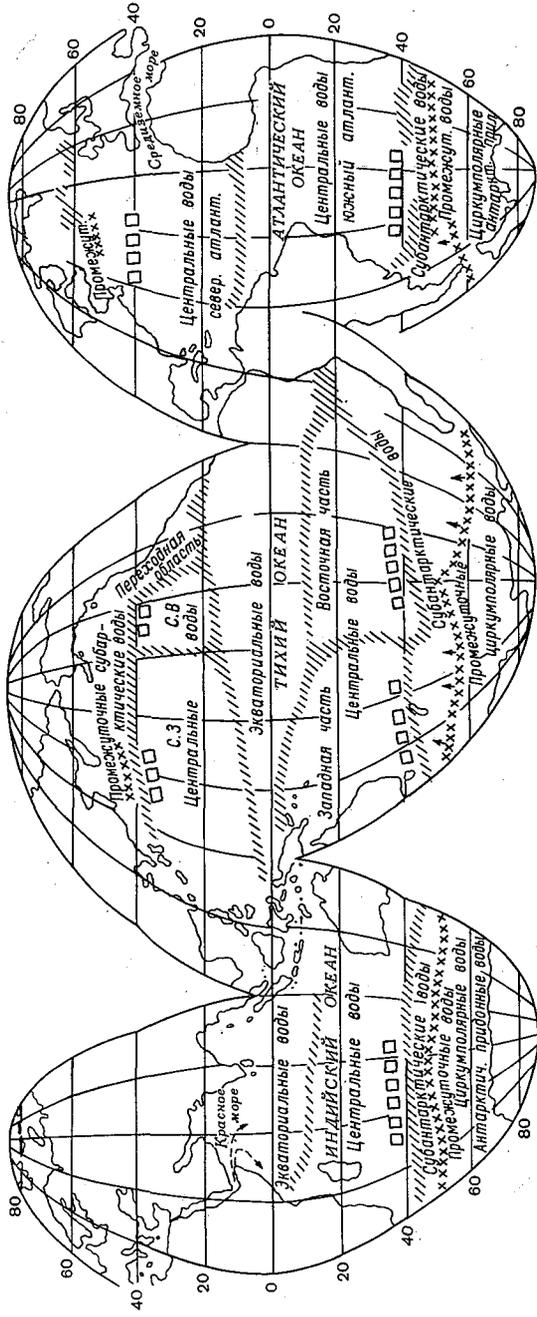


Рис. 8. Приблизительные границы водных масс Мирового океана, по Свердрупу.

Таблица 10

**Водные массы Атлантического, Индийского и Тихого океанов,
диапазоны изменения в них температуры и солености**

Водная масса	Температура, °C	Соленость, ‰
Атлантический океан		
Северные полярные воды	от -1 до +2	34,9
Субарктические воды	3—5	34,7—34,9
Североатлантические центральные воды	4—17	35,1—36,2
Североатлантические глубинные воды	3—4	34,9—35,0
Североатлантические придонные воды	1—3	34,8—34,9
Средиземноморская вода	6—10	35,3—36,4
Южноатлантические центральные воды	5—16	34,3—35,6
Антарктические промежуточные воды	3—5	34,1—34,6
Субантарктические воды	3—9	33,8—34,5
Антарктические циркумполярные воды	0,5—2,5	34,7—34,8
Южноатлантические глубинные и придонные воды	0—2	34,5—34,9
Антарктические придонные воды	-0,4	34,66
Индийский океан		
Экваториальные воды	4—16	34,8—35,2
Центральные воды	6—15	34,5—35,4
Антарктические промежуточные воды	2—6	34,4—34,7
Субантарктические воды	2—8	34,1—34,6
Индийские глубинные и антарктические циркумполярные воды	0,5—2	34,7—34,75
Воды Красного моря	9	35,5
Тихий океан		
Субарктические воды	2—10	33,5—34,4
Экваториальные воды	6—16	34,5—35,2
Северо-восточные тихоокеанские воды	10—16	34,0—34,6
Северо-западные тихоокеанские воды	7—16	34,1—34,6
Арктические промежуточные воды	6—10	34,0—34,1
Тихоокеанские глубинные и антарктические циркумполярные воды	-1—3	34,6—34,7
Юго-восточные тихоокеанские воды	9—16	34,3—35,1
Юго-западные тихоокеанские воды	7—16	34,5—35,5
Антарктические промежуточные воды	4—7	34,3—35,4
Субантарктические воды	3—7	34,1—34,6

В связи с этим выводы работ имели, как правило, ограниченный характер. В настоящее время на основе массовых наблюдений радиоактивности Атлантического океана могут быть получены уже значительно более полные представления. Результаты исследования обобщены нами в табл. 11 применительно к основным регионам Атлантического океана. Они, в частности, позволяют проанализировать репрезентативные профили распределения радиоактивности по глубине в различных районах и определить наиболее объективно характер временного изменения радиоактивности и за-

пас радионуклидов в Атлантическом океане. В целом, помимо областей открытого океана, исследованных достаточно хорошо, можно выделить еще несколько районов, интересных ввиду особенностей источников загрязнений и поля радиоактивности.

Тихий океан. На Тихом океане сейчас насчитывается уже пять районов испытаний ядерного оружия. При ядерных взрывах на этих полигонах громадные количества радиоактивных продуктов были внесены в воды океана непосредственно на месте и в виде локального выпадения. Наряду с этим глобальные радиоактивные выпадения внесли также немало продуктов ядерных взрывов в воды этого океана.

Наблюдения за распространением радиоактивных загрязнений первоначально являлись частью программы исследований при испытаниях. Более поздние наблюдения дали дополнительные результаты по распределению радиоактивных загрязнений в глубинных водах Тихого океана. Установлено, что радиоактивный стронций-90 прослеживался уже в 1961 г. до глубины 1000 м. Линии равной концентрации на этой глубине в центральной части океана образовывали концентрические дуги с центром в районе, по сторонам которого находились атомные полигоны [94]. Удалось построить приближенный разрез распределения стронция-90 по глубине в пределах от 15° с. ш. до 20° ю. ш. Отчетливо выявилось проникновение этого радионуклида на большую глубину в северных широтах, чем в южных.

Запас стронция-90 на единице площади поверхности Тихого океана в различных районах составлял в 1961 г. от 100 до 300 МКи/км². Эта цифра значительно превосходит величины, характерные для Атлантического или Индийского океанов. Если считать, что глобальное поступление продуктов ядерных взрывов в Тихий океан на исследованных широтах было таким же, как и в Атлантическом, тогда около 70% запаса в Тихом океане на 1961 г. следует считать результатом прямого внесения на полигонах.

Результаты наблюдений 1964 г. в центральной и западной частях Тихого океана показали, что с 1961—1962 гг. запас радиоактивного стронция увеличился примерно вдвое, главным образом за счет глобального радиоактивного выпадения. Видимо, ядерные взрывы 1961—1962 гг. производились здесь на значительной высоте в атмосфере и не дали заметного местного выпадения радиоактивных продуктов. Среднее значение концентрации стронция-90 в поверхностных водах в обследованном регионе составило в 1964 г. 70 расп/мин на 100 л, или 0,32 пКи/л.

По данным Т. Р. Фолсома [99], с 1961 по 1963 г. удвоилось и содержание цезия-137. Средняя концентрация в поверхностных водах всей северной части Тихого океана составила к началу 1966 г. около 0,7 пКи/л. Получены и данные о вертикальном распределении цезия-137 в водах Тихого океана. Отмечалось, что ниже горизонта 450 м концентрация цезия-137 ниже чувствительности метода.

Таблица 11

Средние концентрации и профили распределения Sr^{90} в основных районах Мирового океана, расп/(мин · 100 л)

Глубина, м	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967
Североатлантические воды (50—70° с. ш.)											
0	—	—	—	18±2	—	22±6	—	60±10	—	30±4	—
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30±4	—
100	—	—	—	—	—	10±3	—	30±10	—	35±8	—
300	—	—	—	12±3	—	8±3	—	20±4	—	—	—
500	—	—	—	—	—	7±2	—	6±1	—	—	—
700	—	—	—	8±2	—	8±2	—	13±3	—	18±1	—
1000	—	—	—	—	—	8±3	—	—	—	—	—
1500	—	—	—	10±1	—	3±1	—	—	—	—	—
2000	—	—	—	—	—	1,5±0,5	—	1,5±0,5	—	—	—
2500	—	—	—	—	—	2±1	—	1,5—0,5	—	—	—
3000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3500	—	—	—	—	—	4±1	—	<1	—	—	—
Присредиземноморские и 1+североатлантические воды (20—50° с. ш.)											
0	11±2	16±5	16±3	82±61	19±5	28±6	34±9	42±5	—	39±4	29±4
30	—	9—4	—	151±112	20±5	—	—	—	—	—	—
50	—	10±4	10±2	151±112	—	—	—	—	—	—	—
100	8±1	—	—	—	9±2	23±5	33±9	38±4	—	40±4	—
200	—	—	—	—	—	—	23±8	35±5	—	45±5	—
300	—	8±3	14±3	108±78	5±1	12±4	11±5	16±3	—	35±5	35±5
400	4±1	—	—	—	—	—	9±4	—	—	27±5	—
500	4±1	5±2	9±2	—	3±1	5±2	12±4	16±3	—	—	30±5
600	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
700	2±1	3±1	4±1	—	2±1	3±1	1±0,5	10±3	—	13±5	—
										12±4	—
										12±4	—

1000	—	2±0,8	3,5±0,3	—	1,5±0,5	1±2	2,5±3,6	9±5	—	3±1,5
1500	1±1	—	6,6±0,6	—	1,5±0,5	—	0,5±1	3±3	—	4,5±1,1
2000	—	—	—	—	1±0,5	1,5±1,4	0,5±1	3±2	—	3±1,5
2500	—	—	—	—	1,4±0,3	—	0,7±1,5	1±1	—	1,8±0,3
3000	—	—	—	—	—	—	1,1±1,3	—	—	2,8±1,0
3500	—	—	—	—	—	—	—	2,3±0,4	—	—
4000	—	—	—	—	—	—	1,5±2	0,5±0,2	—	3,4±1
4500	—	—	—	—	—	—	4±2	—	—	2,5±0,4
5000	—	—	—	—	—	—	1,2±0,5	—	—	3,8±2
	—	—	—	—	—	—	1,4±0,6	—	—	—

Тропические и экваториальные воды Атлантического океана (0—20° с. ш.)

0	8±2	—	—	—	10±3	—	30±10	28±3	—	21±2
50	—	—	—	—	14±3	—	12±4	—	—	—
100	6±2	—	—	—	4±2	—	14±4	—	—	—
200	—	—	—	—	—	—	19±5	25±3	—	—
250	5±1	—	—	—	—	—	—	17±3	—	—
300	—	—	—	—	3±1	—	6±1	—	—	—
400	—	—	—	—	—	—	—	10±2	—	—
500	2±0,5	—	—	—	1,5±0,5	—	5±1	—	—	1±0,1
600	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
700	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1000	—	—	—	—	1,5±0,5	—	4±2	—	—	—
1500	<0,3	—	—	—	1,7±0,5	—	3,5±3	10±7	—	—
2000	1,6±0,8	—	—	—	2±0,4	—	3,5±0,5	—	0,3±0,4	0,8±0,4
2500	—	—	—	—	—	—	5±3	—	—	—
3000	0,3±0,6	—	—	—	2,8±0,3	—	5±1	5±0,3	—	1,5±0,2
3500	—	—	—	—	5±1	—	1±1	—	0±0,4	0,5±0,2
4000	—	—	—	—	—	—	—	<0,7	—	—
4500	—	—	—	—	5±2	—	2±2	—	—	0,4±0,3
5000	<0,5	—	—	—	—	—	2±2	—	1,1±0,4	—
5500	—	—	—	—	—	—	7±1	—	—	0,6±0,5

Таблица 12
Распределение Sr⁹⁰ по глубине

Глубина, м	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967
Субтропические области восточной части Тихого океана (40—60° с. ш.)									
0	—	—	—	—	—	100±10	95±11	89±18	—
50	—	—	—	—	—	100±10	104±10	80±15	—
150	—	—	—	—	—	50±20	90±10	50±10	—
300	—	—	—	—	—	18±5	60±10	—	—
450	—	—	—	—	—	3±1	—	—	—
700	—	—	—	—	—	0	—	—	—
800	—	—	—	—	—	3,6±0,2	1,4±1,4	3,0±2	—
1000	—	—	—	—	—	<0,5	—	1±1	—
1500	—	—	—	—	—	2,6±0,1	6,8±5	—	—
2000	46±4	—	—	—	—	<0,5	—	—	—
2500	—	—	—	—	—	6,7±0,2	2±0,8	—	—
3000	26±4	—	—	—	—	—	—	—	—
4000	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5000	29±4	—	—	—	—	—	—	—	—
6000	0	—	—	—	—	—	—	—	—

Глубина, м	1960	1961	1962	1963	1964	1965		1966		1967
						восток	запад	восток	запад	
Умеренно тропические области Тихого океана (30—40° с. ш.)										
0	18±6	37±7	54±6	—	78±13	103±17	48±5	128±20	69±7	126±14
50	28±9	—	—	—	83±15	116±18	50±5	160±25	63±6	160±16
100	—	—	—	—	—	44±9	42±4	160±25	85±9	140±15
200	—	—	72±9	—	46±7	27±8	—	104±18	92±10	93±10
300	11±3	—	—	—	31±6	7±2	38±4	64±10	69±7	38±9
400	—	—	—	—	—	5±1	—	32±5	56±6	15±2
500	—	35±7	—	—	8±2	2±0,5	23±2	21±3	52±5	5±1
600	4	—	—	—	—	2±0,5	—	—	6±5	2,5±0,5
700	—	—	—	—	—	1±0,1	—	—	28±5	0
800	—	—	—	—	—	3±1	—	—	—	—
900	—	—	—	—	—	1,4±1	—	—	3±1	—
1000	—	—	—	—	—	1,3±1	—	—	1±1	3,2±1
1100	—	—	—	—	—	0,3	—	—	3±1	0±1
2000	—	—	—	—	—	4,3±3	—	—	0±1	—
2400	—	—	—	—	—	1,3±1	—	—	—	—
3000	—	—	—	—	—	0,8±0,5	—	—	—	—
4000	—	—	—	—	—	0±2	—	—	0±1	—
6000	—	—	—	—	—	3±2	—	—	—	—

Глубина, м	1961	1964
------------	------	------

Тропическая область западной части Тихого океана (10—20° с. ш.)

0	35±18	108
100	—	62
200	18±9	—
350	21±10	—
500	10±5	—
900	1,4±1	—
1000	20±5	—
2000	16±4	—
4000	17±3	—

Глубина, м	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967
Экваториальная область Тихого океана (0—10° с. ш.)							
0	45±10	49±16	127±0	47±5	—	—	24±3
50	—	—	—	—	—	—	24±3
100	—	—	72±0	42±5	—	—	75±9
150	48±15	20±10	—	57±5	—	—	6±1
200	12±7	—	—	—	—	—	2±0,1
250	—	—	—	17±6	—	—	2±0,1
300	—	5±2	—	—	—	—	0
350	—	—	—	—	—	—	0
400	0,3	—	—	—	—	—	2±0,1
450	—	—	—	—	—	—	0
500	30±5	—	—	—	—	—	0
600	0	—	—	—	—	—	0
700	—	—	—	—	—	—	0
800	0,1±1	—	—	—	—	—	—
900	11±2	—	—	—	—	—	—
1000	17±6	—	—	—	0±1	—	—
1500	17±6	—	—	—	2±1	—	—
2000	9±2	—	—	—	6±1	—	—
3000	7±3	—	—	—	—	—	—
3500	—	—	—	—	3±1	—	—
4000	14±6	—	—	—	—	—	—
4800	—	—	—	—	3±1	—	—

Глубина, м	1961	1962	1963	1964	1965
Умеренно тропическая область Тихого океана (10—30° ю. ш.)					
0	24±8	—	7±3	—	—
100	—	—	8±3	—	—
200	35±10	—	4±2	—	—
300	—	—	1,5±0,1	—	—
400	—	—	0,8±0,1	—	—
500	—	—	1,3±0,1	—	—
600	—	—	0,7±0,1	—	—
700	—	—	0,2±0,1	—	—
1000	3±3	—	1±2	—	1,5±1
1300	0,7±0,5	—	—	—	—
1500	<4	—	0,2±2	—	0±1
2000	—	—	0±2	—	—
2500	—	—	5±2	—	0,7±1
3000	<4	—	0,5±2	—	2±1
3600	0±2	—	—	—	—
4000	—	—	1±2	—	—
4500	—	—	—	—	0±1
6300	—	—	—	—	0±1

Глубина, м	1961	1962	1963
Южнотропическая область Тихого океана (0—10° ю. ш.)			
0	19±10	68±15	10±0
100	—	—	10±0
200	25±15	23±5	—
300	—	—	15±0,0
400	2	—	—

Общие закономерности изменения радиоактивности Тихого океана применительно к наиболее характерным его районам даны в табл. 12.

Индийский океан в северном полушарии почти полностью находится в тропических широтах. Как известно, глобальные выпадения продуктов ядерных взрывов имеют максимум на более высоких широтах. Полагая, что глобальные выпадения являются основным источником пополнения Индийского океана осколочной радиоактивностью, здесь следовало бы ожидать меньшей загрязненности по сравнению с Атлантическим океаном. В действительности же опубликованные данные [66, 94] свидетельствуют, что средняя концентрация Sr^{90} в поверхностных водах тропической части Индийского океана составила в 1961 г. 24 расп/мин на 100 л по сравнению с 9 расп/мин на 100 л для тропической части Атлантического океана. К сожалению, исследования радиоактивности Индийского океана выполнялись в весьма ограниченном объеме лишь в период 1959—1962 гг., причем было проанализировано менее 100 проб. Результаты этих исследований представлены в табл. 13.

Имеющиеся данные показали, что средняя концентрация Sr^{90} в поверхностных водах тропической части Индийского океана несколько выше, чем в Атлантическом океане. В работе [94] приводились цифры для начала 1961 г., давшие среднее значение 24 расп/мин на 100 л, в то время как для того же периода в тропической зоне Атлантики концентрация составляла 9 ± 4 расп/мин на 100 л.

Распределение стронция-90 по глубине в собственно Индийском океане в пределах тропической зоны в различных пунктах весьма сходно. Это позволило построить типовую кривую (рис. 9) и оценить запас на единицу площади, оказавшийся значительно выше, чем в Атлантическом океане.

В работе [94] высказывается предположение, что более высокая загрязненность Индийского океана радиоактивными продуктами объясняется более интенсивными радиоактивными выпадениями на этот океан, чем на Атлантический. Однако достаточных обоснований для такого вывода нет. Прямых наблюдений за выпадением на Индийский океан выполнено мало, и из них невозможно сделать статистически обоснованные выводы.

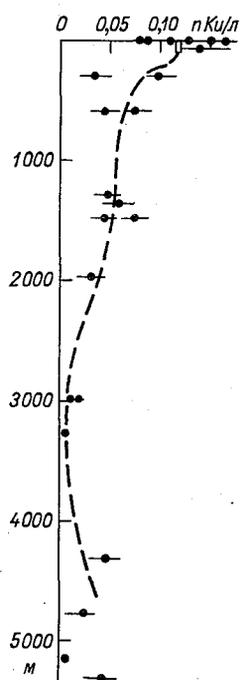


Рис. 9. Вертикальное распределение Sr^{90} в Индийском океане, по материалам НИС «Витязь» [66].

Таблица 13

Средняя концентрация Sr^{90} в поверхностных водах Индийского океана, расп/(мин · 100 л) [123]

Широта	1959	1960	1961	1962
20—30° с.	—	13 ± 1	—	—
10—20	—	25 ± 11	34 ± 6	—
0—10	—	26 ± 8	14	—
0—10 ю.	24 ± 6	23 ± 4	34 ± 9	13 ± 4
10—20	33 ± 6	18 ± 5	24 ± 13	22
20—30	28	18 ± 6	—	29 ± 5
30—40	15	11 ± 4	18 ± 6	24
40	—	4	—	—

Глава 2

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЕЙ КОНЦЕНТРАЦИИ РАДИОНУКЛИДОВ

При исследовании крупномасштабных процессов в Мировом океане необходимо располагать данными о характерных зонах концентрации радионуклидов. Описание этих зон на основании разрозненных разовых измерений может дать в лучшем случае оценку качественной характеристики состояния исследуемого процесса, ничего не говоря о значениях каких-либо параметров, от которых могут зависеть эти состояния (задача типа обнаружения сигнала-параметра в радиотехнике). Необходимость классификации аномальных областей концентрации радионуклидов требует описания граничных условий на поверхности океана количественными характеристиками. Когда же требуется произвести выбор среди возможных качественных состояний объекта и, кроме того, оценить неизвестные параметры, от которых зависят эти состояния, необходимо производить качественно-количественный анализ и интерпретацию процессов распределения концентраций радионуклидов.

Важным этапом, позволяющим перейти от оценок состояния к теории распределений концентрации, является разработка обоснованных методов определения характеристик полей концентрации радионуклидов для целей достоверной интерпретации результатов разрозненных исследований.

Уже давно существует развитый аппарат математической статистики, предлагающий высокоэффективные способы получения статистических характеристик массовых наблюдений, такие, как метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия, методы проверки статистических гипотез, регрессионный и дискриминантный анализ и т. п. [9, 15, 30, 46, 51, 71, 85]. Метод регуляризации, предложенный А. Н. Тихоновым [82, 83], находит применение пока только при обработке массовых измерений, когда применим глубокий статистический анализ. Разработанные к настоящему времени методы определения статистических

характеристик часто приходят в противоречие с недостатком информации, добываемой порой весьма дорогим путем [84, 86].

В настоящее время начал формироваться новый раздел ядерной гидрофизики океана, который можно назвать статистической ядерной геофизикой, использующий комплекс статистических методов, позволяющих оценить количественные показатели и закономерности распределений концентраций радиоактивности. Для этих целей представляется предпочтительным применение методов интерполирования, экстраполирования и фильтрации случайных полей, первоначально разработанных А. И. Колмогоровым [49]. Что касается радиоактивности океана, то имеющаяся в настоящее время информация о концентрации радионуклидов распределена существенно неравномерно по годам и по акватории, весьма ограничена по объему, а сами измерения имеют ошибки. Таким образом, переход от оценок и простых моделей к теории расчета связан с разработкой обоснованных методов обработки и интерпретации разрозненных результатов исследований. В настоящее время начал формироваться новый раздел ядерной гидрофизики океана, который можно назвать «статистической ядерной гидрофизикой». Случайность положения пунктов отбора проб, времени каждого измерения и, наконец, множество причин, обуславливающих колебания измеряемых параметров поля радиоактивности, позволяют считать их случайными и пользоваться статистическими методами обработки данных.

Известно, что в реальных условиях при интерпретации измерений любой специалист по ядерной гидрофизике должен решать задачу о восстановлении поля по коротким рядам наблюдений, выполняемых в различные моменты времени и в различных частях исследуемой акватории. Для практических целей важно знать, с какой точностью могут быть получены усредненные характеристики гидрофизического параметра на площади различных размеров в зависимости от густоты измерений. Таким образом, необходимо оценить устойчивость оптимальной интерполяции и достоверность восстановленных полей в узлах регулярной сети в зависимости от точности определения среднего значения, дисперсии, нормированной корреляционной функции и ошибок экспериментальных методов исследования. На влияние ограниченности данных при анализе океанографических полей указывает в своей книге В. И. Беляев [7].

Совместное взаимодействие многих процессов, происходящих в океане, приводит к вполне определенному распределению концентрации радиоактивных элементов, хотя в каждом конкретном случае, в каждой точке могут быть какие-то свои отклонения. Это дает возможность перейти к понятию статистического поля, которое можно рассматривать как некоторую закрепленную для заданного периода времени и района океана рельефную поверхность, около которой располагаются все наблюдения, отклоняющиеся от нее на самые различные расстояния, но ограниченные предельными или максимальными среднеквадратическими значениями. Та-

ким образом, поле, построенное по фактическим измерениям, и статистическое поле можно рассматривать как две пересекающиеся рельефные поверхности. Количество измерений будет влиять на величины предельных и максимальных среднеквадратических погрешностей отклонения фактического поля от реально существующего статистического (сглаженного). Таким образом, представление о случайности экспериментальных данных лежит в основе статистической теории обработки и интерпретации результатов обработки и в дальнейшем определяет конкретный алгоритм и эффективность анализа. Ядерно-гидрофизическое поле может быть представлено в виде аддитивной модели $f = f_d + f_{сл}$, где f_d — детерминированная составляющая; $f_{сл}$ — случайная составляющая.

Применение методов математической статистики к обработке наблюдений основано на глубокой аналогии между производством наблюдений и отбором их из некоторой генеральной совокупности. В качестве генеральной совокупности всех возможных результатов наблюдений при данном комплексе условий испытания рассматривается чисто гипотетическая совокупность. Отбор данных из этой совокупности производится в процессе наблюдений независимо от нашей воли. Благодаря этому основным фактором отбора наблюдений всегда является случайность, что и позволяет применять для обработки наблюдений основные положения теории вероятностей.

В самом общем плане способы отбора делятся на пристрастные и репрезентативные: пристрастные — отбор по заранее намеченному признаку, репрезентативные (если отобранная группа элементов достаточно полно характеризует всю совокупность, из которой был сделан отбор. Репрезентативный отбор применяется тогда, когда судить о характеристиках совокупности, используя все ее элементы, невозможно (либо слишком трудно), когда совокупность велика либо не вся доступна анализу. Если количество отобранных проб N ограничено, то с N необходимо считаться как при обработке, так и при интерпретации отбора и результатов обработки.

Зададим каждое измерение случайного поля функцией координат точки измерений и некоторых параметров $f(x_1, x_2, x_3, t)$, рассматривая тем самым множество значений $f(x, t)$, а само поле будем характеризовать законом распределения вероятностей. Поэтому каждой комбинации (x, t) здесь должна отвечать своя плотность вероятности $P_M(f)$, зависящая от $M(x, t)$, и, наконец, если таких точек $N = M_1 \dots M_N(x_N, t)$, то им должна отвечать такая N -мерная плотность вероятности [59], что

$$P \{ f_1 < f_1(M_1) < f_1 + df_1 \dots f_N < f_N(M_N) < f_N + df_N \} = \\ = P_{M_1 \dots M_N}(f_1 \dots f_N) df_1 \dots df_N.$$

Закон распределения будем считать заданным, если для любых (x, t) определена N -мерная плотность вероятности.

Таким образом, имея функцию гидрофизических характеристик

поля, мы можем определить ее среднее значение как интеграл от произведения этой функции на совместную плотность вероятности всех ее аргументов:

$$\bar{F} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} F(f_1 \dots f_N) P_{M_1 \dots M_N} df_1 \dots df_N.$$

Однако определение таких многомерных распределений является весьма сложной задачей. Сложность подлинных физических ситуаций требует упрощенных описаний с помощью словесных, символических и даже физических моделей, которые «абстрагируют» подходящим образом выбранные «существенные» свойства физических объектов и ситуаций. На практике при решении конкретных задач чаще всего ограничиваются рассмотрением лишь некоторых более простых параметров, описывающих те или иные частные статистические свойства поля. Наиболее важными из таких параметров являются моменты. Если мы имеем систему N случайных величин $f_1 \dots f_N$ с N -мерной плотностью вероятности $P_{M_1 \dots M_N}(f_1 \dots f_N)$, то, как известно [9, 69], моментами этих величин называются выражения

$$B_{k_1 \dots k_N} = \overline{f_1^{k_1} \dots f_N^{k_N}},$$

$k_1 + k_2 + \dots + k_N = k$ — порядок момента.

В частности, моментом первого порядка является среднее значение \bar{f} величин $f_1 \dots f_N$.

Для уменьшения неоднородности поля средних используются центральные моменты, т. е. отклонения $f_1 \dots f_N$ от соответствующих средних:

$$b_{k_1 \dots k_N} = \overline{(f_1 - \bar{f}_1)^{k_1} \dots (f_N - \bar{f}_N)^{k_N}}$$

при $N=1$, $b_1=0$, а $b_2=B_2-B_1^2$ и совпадает с теоретико-вероятностной дисперсией величины f .

Известно, что многие важные теоретические распределения, рассмотренные в статистике, оказываются зависимыми от некоторой переменной N (N — количество измерений) таким образом, что при N , стремящемся к бесконечности, эти распределения стремятся к нормальному [25, 30, 51, 88].

Для больших N нормальная аппроксимация часто оказывается вполне удовлетворительной, но для малых или средних N она может быть несостоятельной. Однако преобразование Корниша и Фишера [49, 98] помогает перейти от исследуемой величины к некоторой другой, имеющей закон распределения, близкий к нормальному, и вести все расчеты с преобразованными таким образом величинами.

Статистическое описание таких полей на практике сводится к определению средних значений, дисперсий и корреляционных функций для областей концентрации радионуклида. Рассматривая вопрос, при каких условиях временные и пространственные выборочные средние значения случайного поля $f(\mathbf{x}, t)$ сходятся к соответствующим теоретическим при неограниченном увеличении объема выборки N , определим предварительно условия стационарности, однородности и изотропности гидрофизических полей.

Если при временном осреднении обеспечивается постоянство среднего по времени значения элементов поля $f_i(\mathbf{x}, t) = v = \text{const}$, а также зависимость корреляционной функции от временного сдвига и независимость от времени $K_f(t_1, t_2) = K_f(t_2 - t_1)$, то такое поле считают стационарным.

При пространственном осреднении случайное поле $f(\mathbf{x}, t) = f(x_1, x_2, x_3, t)$ удовлетворяет условиям постоянства среднего по пространству: $f_x(\mathbf{x}, t) = v = \text{const}$ (A, B, C — границы изменения x_1, x_2, x_3).

Рассматривают два типа стационарных случайных процессов:
 — стационарный в узком смысле;
 — стационарный в широком смысле.

Первый определяется тем, что все его конечно-мерные распределения вероятностей не изменяются при сдвиге процесса по оси времени.

Второй определяется тем, что его двумерные распределения вероятностей не изменяются при сдвиге процесса во времени, обеспечивается независимость корреляционной функций от радиус-векторов пунктов измерений и существует зависимость от их относительного положения $K_f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = K_f(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)$. В этом случае поле считают однородным.

Если при вращении вокруг центра отрезка, соединяющего пункты отбора проб, корреляционная функция K_f не изменяется, исследуемое поле является изотропным [43].

Для того чтобы осреднение по времени и пространству значений случайного поля приводило к тем же результатам, что и предположение об одинаковом распределении для всех точек измерений как случайных величин, рассмотренное поле должно быть стационарным и однородным.

Основные причины, не позволяющие считать поля гидрофизических величин однородными и изотропными, следующие.

1. Неоднородность поля средних. Ее влияние уменьшается обычно тем, что интерполируются не сами значения элемента, а его отклонения от норм [20, 47].

2. Неоднородность поля дисперсии гидрофизического элемента. Этот фактор может быть исключен путем проведения интерполяции нормированных отклонений, т. е. отклонений, деленных на стандартные отклонения [20].

Оценки статистических моментов распределений и их сходимость

Статистические выводы о распределении концентраций радионуклидов, как правило, приходится делать по сравнительно небольшому числу данных реализации изучаемого процесса. Особый интерес поэтому представляют статистические выводы, получаемые по результатам одной реализации, ограниченной по объему. В связи с этим в прикладной теории анализа случайных процессов актуальным является вопрос выяснения условий, при которых имеют место те или иные аналитические зависимости между характеристиками случайных процессов, определенных по одной реализации, и их соответствие истинным, определенным по ансамблю. В такой постановке задача исследования эргодических свойств случайных процессов тесным образом связана с теорией статистических оценок.

В дальнейшем эргодическим называется процесс, для которого справедливы те или иные аналитические соотношения в виде равенств истинных параметров процесса параметрам, полученным (тем или иным способом) по ограниченной реализации. При таком определении эргодичности необходимо выяснить, по какому критерию следует оценивать степень «сходства» параметров, определенных по одной реализации, с истинными параметрами. В зависимости от критерия «сходства» параметров различают эргодические процессы со сходимостью по вероятности, со среднеквадратической сходимостью и со сходимостью с вероятностью единица (т. е. на всем множестве реализаций).

Из всех указанных критериев сходства параметров на практике целесообразно использовать критерий сходимости с вероятностью единица, так как это равномерная сходимость по вероятности и поэтому при анализе можно ограничиться реализацией конечной длительности. В зависимости от вида параметров, относительно которых рассматриваются эргодические свойства (условия), различают случайные процессы, эргодические по отношению к их математическим ожиданиям, дисперсиям, корреляционным и структурным функциям.

Как уже отмечалось, одной из основных задач математической обработки результатов отбора проб концентрации радиоактивности является оценка их истинного значения (определение поля норм, дисперсии и т. п.) в пределах той или иной акватории. Для того чтобы оценить достоверность данных для статистической обработки, необходимо проанализировать изменения конечных результатов в зависимости от объема фактических измерений [38].

В общем случае следует рассмотреть генеральную совокупность (природный процесс загрязнения) как бесконечное множество значений, принимаемых элементом поля радиоактивности, а фактический ряд измерений, полученный на отдельных акваториях океана, в качестве выборки из этой генеральной совокупности. Тогда при определении статистических связей можно анализировать от-

клонения измеренных значений от их среднего (само среднее меняется, и отклонения надо вычислять с учетом тренда). Что касается требования постоянства средних, то оно выполняется с удовлетворительной точностью лишь в пределах некоторых ограниченных областей пространства, малых по сравнению со средним масштабом изменения значений концентрации радионуклидов.

В силу большой пространственной изменчивости гидрофизического поля, а также влияния мелкомасштабных различий, вызванных массовым характером удаления и захоронения радиоактивных отходов в океаны, полученные средние величины могут существенно отличаться от истинного среднего значения при любом методе осреднения (среднее арифметическое, среднее взвешенное и т. п.) [27, 29, 41, 42, 57, 65].

В [41, 43] предложен способ оценки погрешностей определения среднего значения на площади изучаемой акватории на основе данных о ее статистической структуре. В этом случае полученный ряд измерений и соответствующий ему ряд отклонений от средних имеют тот же смысл, что и ряд измерений и соответствующих отклонений, выполненный над одним из элементов и в одной точке. Очевидно, что распределение этих элементов и их статистические характеристики будут подчинены тому же закону, который справедлив для одной точки, поскольку предполагается существование одного закона распределения в пределах рассматриваемых областей.

Так как информация об условном истинном среднем поле в океане, как правило, отсутствует, то можем говорить о выборочных средних, а элементы фактического поля радиоактивного загрязнения рассматривать как отклонения измеренных значений от этих средних. В качестве оценки возможных отклонений выборочной средней может быть принята средняя квадратическая погрешность [69]

$$\sigma_f = \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}},$$

где σ — среднее квадратическое отклонение, характеризующее разброс значений во всей генеральной совокупности; N — количество данных в выборке.

Так как данные о σ отсутствуют, в качестве средней квадратической для генеральной совокупности может быть выбрана σ , рассчитанная по фактической выборке. При этом заведомо будет внесена ошибка, и тем меньшая, чем больше N . Для оценки величины σ иногда оказывается полезным построение доверительных интервалов [72]. Так, для нормального процесса при величине доверительного интервала 3σ , начиная с некоторого N , обеспечивается попадание средней в эти пределы относительно центра разброса с вероятностью 0,997. При малом числе измерений доверительные интервалы оценки средней квадратической ошибки σ приводят к неоправданно большим доверительным интервалам (оценка сверху) в силу резкой асимметрии распределения

эмпирического стандарта. Поэтому при малом числе измерений применяют асимметричные доверительные оценки [73].

Как отмечается ниже, ошибка восстановления поля радиоактивности непосредственно зависит от точности определения оценок среднего значения, дисперсии и нормированной функции, которые в свою очередь определяются на основе ограниченного количества измерений и имеют случайный разброс. Свойства этих оценок зависят от длины реализации (количества измерений N).

Хотя в некоторых частных случаях удается получить приближенные аналитические выражения для дисперсии ошибок оценок, этого явно недостаточно. Используемый обычно прием построения доверительных интервалов вида $\pm k\sigma$, базирующийся на предположении нормальности этих распределений, является малообоснованным, особенно при сравнительно малых N .

В этой ситуации представляется разумной организация специального эксперимента на цифровой вычислительной машине, позволяющего провести цифровое моделирование последовательности с заданными статистическими свойствами и рассчитать ошибки оценок нормированной корреляционной функции в зависимости от длины реализации. Многократное воспроизведение последовательности, построение выборочных функций распределения для различных ординат оценки статистической характеристики позволит определить достоверность доверительных зон [38].

Получаемая величина ошибки за счет ограниченного объема измерений совместно с доверительными зонами разброса моделированных последовательностей может быть использована для оценки разброса нормированной корреляционной функции, определяемой путем обработки проведенных измерений.

Необходимо отметить, что нахождение оптимальных и объективных критериев размещения измерений на поверхности океана и допустимых расстояний между ними (шаг дискретности) позволит существенно увеличить эффективность ядерно-гидрофизических исследований. В то же время, получив распределение ошибок, при существующей сети станций можно наметить, в каких местах наиболее рационально отбирать новые пробы, и оценить заранее, к какому уточнению характеристик состояния радиационной обстановки приведет такая проба. Очевидно, в дальнейшем удастся при внедрении прямых измерений перейти к управляемому эксперименту.

Так как нормальное распределение является наиболее изученным, его стараются использовать и при изучении случайных величин, распределение которых отлично от нормального. Здесь могут быть два пути:

1) переход от заданной случайной величины f к другой величине η , имеющей нормальное распределение, по определенной формуле, связь которых впоследствии можно учесть ($\eta = \lg f$, т. е. может оказаться, что η распределено по нормальному закону);

2) заданное распределение заменяется приближенно нормальным (если это возможно).

Второй путь чаще применяется при обработке экспериментальных данных, где обычно нет возможности установить распределение случайной величины с абсолютной точностью.

Гипотезу нормальности проверяют, как правило, непосредственно по наблюдениям (по выборке), используя так называемые критерии согласия. Основной принцип критериев согласия заключается в том, что заданная выборка сравнивается с некоторым заранее намеченным теоретическим распределением. Например, при исследовании согласия с нормальным распределением мы можем задаться не только типом распределения, но и какими-то готовыми параметрами \bar{f} и σ .

Совсем другая картина будет, если мы зададимся только нормальностью распределения, а параметры выберем из выборки. Этот случай наиболее характерен для практики, где для выяснения распределения нет других данных, кроме самой выборки. Нормальное распределение полностью определяется параметрами \bar{f} и σ , поэтому прочие параметры нормального распределения генеральной совокупности выражаются через \bar{f} и σ и их можно заранее теоретически рассчитать. В то же время для этих параметров можно найти оценки непосредственно по заданной выборке.

Если выборочные оценки окажутся достаточно хорошо согласованными с теоретически вычисленными значениями параметров, это может служить основанием для принятия основной гипотезы; в противном случае основную гипотезу нужно отвергнуть. В качестве оцениваемых параметров удобнее всего брать моменты, которые нетрудно вычислить для нормального распределения, в частности:

$$m_1; m_2; m_3 = 0; m_4 = 3\sigma^4;$$

$$A = \frac{m_3}{\sigma^3}; E = \frac{m_4}{\sigma^4} - 3.$$

Эти величины отражают связь реального распределения с формой графика плотности нормального распределения.

Рассматривая ряд значений случайной величины, заданной некоторым набором неслучайных параметров, стохастическую связь можно выражать через строгие функциональные соотношения (неслучайные, детерминированные параметры). Регистрируя одновременно значения нескольких величин $f_1 \dots f_k$ и сопоставляя их, можно отнести все ошибки либо к одному параметру, либо к ряду $m \leq k$ параметров. Так, при регистрации двух параметров f_1 и f_2 можем рассматривать зависимость некоторой случайной величины f_2 от неслучайного параметра f_1 . В этом случае будем иметь некоторое распределение, называемое условным. Построить условную функцию распределения, как правило, сложно. Задача анализа облегчается, если исследовать зависимость между f_1 и f_2 , когда условное распределение f_2 при некотором значении параметра f_1 подчинено нормальному закону распределения, которое может быть определено своим средним значением и дисперсией. В связи

с этим для характеристики зависимости f_2 от f_1 достаточно указать, как меняются среднее значение и дисперсия $\sigma_{f_2}^2$ при изменении f_1 .

Пусть задано \bar{f}_2 и $\sigma_{f_2}^2$. Тогда

$$\bar{f}_2 = \varphi_1(f_1),$$

$$\sigma_{f_2}^2 = \varphi_2(f_1),$$

а зависимость дисперсии $\sigma_{f_2}^2$ от f_1 носит название скедастической зависимости.

В качестве иллюстрации подобной зависимости приведем некоторые результаты анализа параметров поля температуры экваториальной части Атлантики на акватории 20° с. ш. — 20° ю. ш. (Эквалант II, 1963 г.).

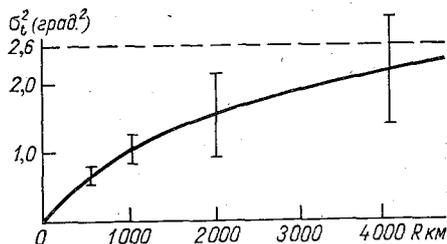


Рис. 10. Зависимость дисперсии поля σ_t^2 от размеров площади осреднения, определяемой радиусом R .

На рис. 10 представлена зависимость дисперсии поля температуры от радиуса осреднения значений температуры по полю [60]. Доверительные интервалы проведенной оценки построены в предположении, что функция распределения температуры является нормальной [77]:

$$\sigma^2 = \sigma_t^2 \sqrt{\frac{2}{\alpha T}},$$

где α — показатель экспоненты корреляционной функции температуры; $\sigma_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2$; T — длительность наблюдения; t_i — значение температуры в точке поля.

Анализ такой связи может оказаться весьма полезным, так как переход от оценки значений дисперсии в точке к оценке дисперсии по полю с одновременной оценкой ее разброса позволит сделать ряд практических выводов: с одной стороны, с увеличением радиуса осреднения появляется информация о степени нарушения локальной однородности поля; с другой, эта информация поможет сформулировать требования к разрешающей способности аппаратуры для дистанционного исследования океана, включая спутниковую.

Поле норм и дисперсий при ограниченном объеме данных наблюдений

Ослабление действия помех и ошибок экспериментатора, содержащих более высокочастотные компоненты, нежели систематическая составляющая полезного сигнала, принято считать задачей

сглаживания. Задача сглаживания может рассматриваться с позиций теории оценок параметров низкочастотной компоненты случайного процесса (поля). При этом распространенной является модель случайной функции $f(x)$ в виде конечной совокупности случайных величин (проб) $f(x) \dots f(x_N)$, которую можно рассматривать как N -мерную случайную величину, а при использовании принципа скользящего сглаживания должен учитываться тот факт, что наибольшая точность сглаживания достигается в середине интервала сглаживания. Применение текущего сглаживания повышает точность корреляционного анализа случайных процессов.

Показателями качества сглаживания случайных процессов могут служить:

- ошибка смещения $\epsilon_{см}$;
- дисперсия ошибки $\sigma_{ош}^2$;
- суммарная ошибка σ_{Σ}^2 .

Указанные ошибки определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}\epsilon_{см} &= f_d(x) + S_x f_d(x); \\ \sigma_{ош}^2 &= A_{x_1} A_{x_2} K(x_1, x_2); \\ \sigma_{\Sigma}^2 &= \epsilon_{см}^2 + \sigma_{ош}^2,\end{aligned}$$

где S_x — оператор сглаживания процесса; A — среднее значение процесса; $K(x_1, x_2)$ — корреляционная функция помехи.

Здесь предполагается, что сглаживаемый случайный процесс $f(x)$ имеет аддитивную структуру, т. е.

$$f(x) = f_d(x) + f_{сл}(x),$$

$f_d(x)$ — детерминированный полезный сигнал, определенный на дискретном множестве $(x_1 \dots x_N)$; $f_{сл}(x)$ — помеха; $M f_{сл}(x) = 0$; M — математическое ожидание.

Как указывалось выше, статистические характеристики поля радиоактивности определяются путем обработки центрированных значений концентрации радионуклидов. В связи с этим одной из основных задач математической обработки результатов исследования является определение их истинных значений с возможно меньшей ошибкой. Для решения этой задачи важно знать характер и основные свойства ошибок измерения, чтобы не учитывать заведомо неверные результаты.

Ошибки, как правило, подразделяются на систематические, методические и случайные. Систематические ошибки могут быть учтены в процессе обработки. Случайные ошибки по своей природе являются неустраиваемыми, однако можно учесть их влияние на оценку истинного значения измеряемого параметра [15].

Как следует из общей теории [9], оценки исследуемой концентрации по экспериментальному материалу по возможности должны обладать:

1) несмещенностью (теоретическое среднее значение совпадает с оценкой);

2) состоятельностью (при увеличении объема выборки оценка сходится к теоретической);

3) эффективностью (оценка, имеющая наименьшее рассеивание среди всех несмещенных).

При обработке результатов измерений выборочное среднее и дисперсия могут считаться основными параметрами, характеризующими структуру поля.

Состоятельность и эффективность оценки могут быть изучены в соответствии с излагаемой методикой.

Если средняя квадратическая ошибка σ измерений заранее неизвестна, вместо нее используют оценку вида

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})^2}.$$

В качестве оценки отклонения истинного значения измеряемой величины от среднего арифметического при неизвестной точности измерений может быть выбран доверительный интервал, который зависит от доверительной вероятности P и числа измерений:

$$|f - \bar{f}| \leq t(P, k) \frac{\hat{\sigma}}{N},$$

где $k = N - 1$.

Так как при построении поля норм приходится получать отдельные значения осредненной концентрации, дискретность которой зависит от выбранного метода осреднения, появляется необходимость сравнения средних значений в различных выборках измерений, полученных с одинаковой точностью. Точность измерений можно предположить действительно постоянной. Это легко проверить с помощью соответствующих критериев [64]. Проверка предположения о расхождении средних с вероятностью P может быть определена следующим образом: при решении вопроса о случайности расхождения средних подсчитать величину

$$t = \frac{\bar{f}_1 - \bar{f}_2}{S \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}},$$

где

$$S = \sqrt{\frac{(N_1 - 1) \sigma_1^2 + (N_2 - 1) \sigma_2^2}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)}};$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})^2}.$$

Для выбранной вероятности P и числа степеней свободы $k = N_1 + N_2 - 2$ может быть найдено по таблице значение t [73]. Результат его сравнения с вычисленным значением позволяет вынести окончательное суждение. Если вычисленное значение немного

меньше табличного t , расхождение нельзя считать значительным. Если вычисленное t значительно превышает табличное, расхождение средних значительно. Возможен и другой подход, когда в силу каких-то практических предположений необходимо изменять доверительную вероятность.

Корректная математическая обработка результатов измерений основана на исключении заведомо неверных результатов: Грубые ошибки могут возникнуть вследствие нарушения условий измерений и, чтобы не исказить результатов обработки, должны быть отфильтрованы. Из обработки исключаются измерения, не имеющие ни прогностического, ни диагностического значения, которые лежат за пределами

$$\Delta_{\max} = |\bar{f}| + 3\sigma,$$

где \bar{f} — систематическая составляющая (среднее значение измеряемого параметра); σ — случайная составляющая (среднее квадратическое значение).

Характер расположения проб концентраций играет также важную роль при определении средних значений и дисперсий. Так, размещение измерений кустом не эффективно при определении средней по большой акватории. Дисперсия в этом случае может оказаться во много раз больше, чем при равномерном расположении того же числа проб. С другой стороны, при малом числе измерений доверительные интервалы оценки среднего квадратического значения концентраций поля приводят к неоправданно большим доверительным интервалам (оценка сверху). Это объясняется резкой асимметрией распределения эмпирического стандарта, который служит оценкой дисперсии поля. В результате при малом числе измерений иногда оказывается необходимым использовать асимметричные доверительные оценки вида

$$SL_1 < \sigma < SL_2 \quad (L_1 = L_1(P, k); \quad L_2 = L_2(P, k)).$$

Коэффициенты L_1 и L_2 рассчитываются таким образом, чтобы вероятности неравенств $\sigma < SL_1$ и $\sigma > SL_2$ были равны между собой [73]. Показательным является то, что симметричный доверительный интервал может при малых N отличаться на 20—25% от асимметричного доверительного интервала.

Для проверки однородности дисперсий, т. е. для проверки того, что все эмпирические дисперсии $\sigma_1^2 \dots \sigma_m^2$ относятся к выборкам из совокупности с одной и той же теоретической дисперсией σ^2 , может быть применен специальный прием, при этом можно проверить N измерений в m выборках ($\sigma_1^2 > \sigma_i^2$; $i > 1$) и сравнивать наибольшую дисперсию σ_1^2 с суммой всех дисперсий, подсчитанной по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2}{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2}. \quad (2.1)$$

Если σ^2 , полученная по формуле (2.1), оказывается больше критического значения, можно считать, что гипотеза об однородности ряда дисперсий не согласуется с эмпирическими данными.

Оценки корреляционных функций при ограниченном объеме данных наблюдений

Основу изучения процессов формирования и распределения концентраций радионуклидов в водах океана составляет изучение всевозможных причинно-следственных связей между отдельными проявлениями их концентраций путем эксперимента. Что касается ядерно-гидрофизических полей, то их флуктуации часто оказываются относительно медленными, что приводит к появлению корреляционных связей между отсчетными значениями проб концентраций радионуклидов.

Корреляционный анализ, как правило, сопровождается:

- определением эффективности оценок корреляционных функций и их параметров;
- решением задачи аппроксимации оценок корреляционных функций;
- определением интервала корреляции.

Общее определение корреляционной связи было дано в работе [110] в виде

$$K_f(x_1^1, x_2^1, x_3^1, t^1, x_1^2, x_2^2, x_3^2, t^2) = \\ = \frac{f(x_1^1, x_2^1, x_3^1, t^1) f(x_1^2, x_2^2, x_3^2, t^2)}{f(x_1^1, x_2^1, x_3^1, t^1) f(x_1^2, x_2^2, x_3^2, t^2)},$$

где K_f — математическое ожидание произведения; f — отклонение от среднего значения в точке.

Таким образом, корреляционная связь на поле определяется средним произведением централизованных значений гидрофизического параметра в двух точках пространства в два момента времени. Она зависит от восьми переменных. При наличии ограниченного числа измерений, доступных при исследовании статистической структуры поля радиоактивности, проследить такую зависимость не представляется возможным. В связи с этим целесообразно рассматривать функции связи более частного вида. Введем корреляционную функцию вида

$$K_f(x_1^1, x_2^1, x_1^2, x_2^2) = \overline{f(x_1^1, x_2^1) f(x_1^2, x_2^2)}.$$

Тогда, согласно [88, 93], корреляционная функция случайного процесса с вероятностью, равной единице, выразится как

$$K(r_1, r_2) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \int_0^r f(r+l) f(r) dr,$$

где

$$l = r_2 - r_1; \quad r = \sqrt{(x_1 - x_1^1)^2 + (x_2 - x_2^2)^2}.$$

При обработке данных эксперимента, как правило, рассматривается ограниченная выборка из некоторой генеральной совокупности. В связи с этим рассматриваемая корреляционная функция — реализация стационарного процесса на ядерно-гидрофизическом поле — определяется на основании своих оценок, а ограниченность проб концентраций приводит к разбросу эмпирических коэффициентов корреляции вокруг их истинных значений. В связи с этим важным этапом обработки измерений на гидрофизическом поле является определение характера ошибок и их влияния на достоверность объективного анализа.

Принципиально могут быть предложены различные виды оценок, отличающиеся как сложностью алгоритма вычислений, так и точностью получаемых результатов, т. е. степенью отклонений оценок от истинных значений. Наиболее употребительными оценками корреляционной функции являются интегральные оценки вида

$$C_1(l) = \frac{1}{R} \int_0^R f_0(r) f_0(r+l) dr;$$

$$C_2(l) = \frac{1}{R} \int_0^R f(r) f(r+l) dr - [m_1^*]^2;$$

$$C_3(l) = \frac{1}{R} \int_0^R f_0^*(r) f_0^*(r+l) dr,$$

где

$$f_0(r) = f(r) - m_1;$$

$$f_0^*(r) = f(r) - m_1^*;$$

$$m_1^* = \frac{1}{R_0} \int_0^{R_0} f(r) dr;$$

$R = R_0 - l$; R_0 — протяженность $f(r)$.

Проведем анализ эффективности некоторых оценок корреляционных функций стационарных случайных процессов. Так, оценка вида $C_1(l)$ является несмещенной, поскольку

$$MC_1(l) = \frac{1}{R} \int_0^R M[f_0(r) f_0(r+l)] dr = \frac{1}{R} \int_0^R K(l) dr = K(l).$$

Дисперсия оценки C_1l (в предположении, что исследуемый процесс является гауссовым) определяется соотношением [69, 72]

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 = M\{C_1(l) - M\{C_1(l)\}\} &= \frac{2}{R} \int_0^R \left(1 - \frac{\theta}{R}\right) \times \\ &\times [K^2(\theta) + K(\theta+l)K(\theta-l)] d\theta, \end{aligned} \quad (2.2)$$

или

$$\sigma_1^2 \leq \frac{4}{R} \int_0^R K^2(\theta) d\theta = \frac{4\sigma^4}{R} l^*;$$

$$l^* = \int_0^R K^2(l) dl,$$

так что если $K(l) = e^{-\alpha|l|} \cos \beta l$, то

$$l^* = \frac{2e^{-\alpha R} \cos \beta R (\lambda \sin \beta R - \cos \beta R) - \lambda^2 e^{-2\alpha R} + 2 + \lambda^2}{4\alpha (\lambda^2 + 1)}; \quad \lambda = \frac{\beta}{\alpha}.$$

На практике определенный интерес представляет корреляционная обработка нестационарных случайных процессов по одной реализации. На возможность такой обработки с помощью текущего среднего указывалось в работах [27, 62, 69].

Корреляционный анализ некоторых нестационарных случайных процессов может быть основан на принципах:

— усреднения по данным множества реализаций путем изучения свойства корреляционных разрезов;

— скользящего сглаживания данных одной реализации.

Рассмотрим эффективность оценки корреляционной функции нестационарного случайного процесса по одной реализации

$$C(r, l) = \frac{1}{R} \int_{r-\frac{R}{2}}^{r+\frac{R}{2}} f_0(r_1) f_0(r_1 + l) dr_1;$$

$$f_0(r_1) = f(r_1) - m_1.$$

Математическое ожидание оценки $C(r, l)$ определяется соотношением

$$MC(r, l) = \frac{1}{R} \int_{r-\frac{R}{2}}^{r+\frac{R}{2}} K(r_1, r_1 + l) dr_1.$$

Отсюда следует, что оценка $C(r, l)$ имеет ошибку смещения, определяемую выражением

$$\varepsilon_{\text{см}} = MC(r, l) - K(r, r + l) = \frac{1}{R} \int_{r-\frac{R}{2}}^{r+\frac{R}{2}} K(r_1, r_1 + l) dr_1 - K(r, r + l).$$

Раскладывая $K(r_1, r_1 + l)$ в ряд Тейлора по переменной r_1 относительно точки r и ограничиваясь тремя членами, получим

$$MC(r, l) \simeq K(r, r + l) + \frac{R^2}{48} \frac{\partial^2 K(r, r + l)}{\partial r^2}.$$

Следовательно, ошибка смещения

$$\varepsilon_{\text{см}} \approx \frac{R^2}{48} \frac{\partial^2 K(r, r+l)}{\partial r^2},$$

т. е. систематическая ошибка оценки корреляционной функции прямо пропорциональна квадрату интервала сглаживания.

На практике приходится иметь дело со случайными процессами, дисперсия которых меняется по тому или иному закону. Изучение таких процессов, называемых процессами нестационарными по дисперсии, можно свести к изучению стационарных процессов, если провести операцию нормирования. Оказывается, что расстояния порядка сотен километров, для которых можно пользоваться гипотезой об однородности и изотропности, не всегда оказываются достаточными для целей объективного анализа, особенно с весьма ограниченным объемом измерений. Дисперсия в этом случае не отражает действительного состояния поля. В силу изменчивости крупномасштабных гидрофизических полей требуется более удобная статистическая характеристика, которой может являться нормированная корреляционная функция

$$\mu(l) = \frac{\overline{f(r)f(r+l)}}{\sqrt{D(r+l)D(r)}},$$

где D — дисперсия поля радиоактивности.

Принимая во внимание соображения случайности оценки нормированной корреляционной функции, погрешность ее вычисления по опытным данным оценим величиной

$$\sigma_{\mu}^2(l) = M[\mu(l) - \mu_f(l)]^2 = M\left[\frac{C(l)}{C(0)} - \frac{K(l)}{K(0)}\right]^2 \quad (2.3)$$

при $l=0$; $\mu(0) = \mu_f(0) = 1$; $\sigma_{\mu}^2(0) = 0$, в силу чего представляет интерес вид зависимости $\sigma_{\mu}^2(l)$ при $l \neq 0$ для различных объемов выборки.

Можно показать, что дисперсия оценки нормированной корреляционной функции, полученная дискретным методом, отличается от случая непрерывной реализации на малую величину. Допустимые длины реализации на дискретном множестве можно выбирать, исходя из дисперсии оценки для непрерывного алгоритма, что математически значительно упрощает вычисления.

Так как точное определение величины $\sigma_{\mu}^2(l)$ сложно, можно найти ее приближенное значение.

Разложив в ряд Тейлора функцию $\frac{C(l)}{C(0)} = F[C(l), C(0)]$ в точке $\{M[C(l)], M[C(0)]\}$, ограничимся первыми членами в разложении. Тогда

$$\frac{C(l)}{C(0)} = F\{M[C(l)], M[C(0)]\} + \frac{\partial F}{\partial C(l)} \Big|_{M[C(0)]} + \frac{\partial F}{\partial C(0)} \Big|_{M[C(0)]} \quad (2.4)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta C(l) &= C(l) - M[C(l)]; \\ \Delta C(0) &= C(0) - M[C(0)]; \\ M[C(0)] &= K(0).\end{aligned}$$

Используя прием, принятый в теории ошибок [87], и исходя из выражений (2.3) и (2.4), найдем

$$\begin{aligned}\frac{C(l)}{C(0)} - \mu(l) &= \frac{M[C(l)]}{M[C(0)]} + \frac{C(l) - M[C(l)]}{M[C(0)]} - \\ &- \frac{M[C(l)]}{M[C(0)]} (C(0) - M[C(0)]) - \frac{K(l)}{K(0)} = \frac{C(l)}{M[C(0)]} - \\ &- \frac{M[C(l)]}{\{M[C(0)]\}^2} [C(0) - K(0)].\end{aligned}\quad (2.5)$$

С учетом (2.3) и (2.5) выражение для оценки может быть записано в виде

$$\sigma_{\mu}^2(l) = \frac{\sigma_k^2(l)}{[K(0)]^2} - 2 \frac{M[C(l)]}{\{M[C(0)]\}^3} \lambda(l) + \frac{\{M[C(l)]\}^2}{\{M[C(0)]\}^4} \sigma_k^2(0),$$

или с учетом нормировки

$$\sigma_{\mu}^2(l) = \sigma_k'^2(l) - 2\mu(l)\lambda'(l) + \mu^2(l)\sigma_k'^2(0),$$

где

$$\begin{aligned}\sigma_k'^2(l) &= \frac{\sigma_k^2(l)}{[K(0)]^2}; \quad \sigma_k'^2(0) = \frac{\sigma_k^2(0)}{[K(0)]^2}; \\ \lambda'(l) &= \frac{\lambda(l)}{[K(0)]^2};\end{aligned}$$

$$\lambda(l) = M\{[C(l) - K(l)][C(0) - K(0)]\}.$$

Для удобства обозначения в дальнейшем отбросим индекс «штрих», тогда

$$\sigma_{\mu}^2(l) = \sigma_k^2(l) - 2\mu(l)\lambda(l) + \mu^2(l)\sigma_k^2(0); \quad (2.6)$$

$$\lambda(l) = \frac{2}{R^2} \int_0^R (R-\theta)\mu(\theta)[\mu(\theta+l) + \mu(\theta-l)] d\theta. \quad (2.7)$$

Дисперсия оценки корреляционной функции $\sigma_{\mu}^2(l)$ имеет вид (2.2).

Было показано [2], что в теоретических исследованиях часто встречаются затухающие экспоненциально-косинусоидальные нормированные корреляционные функции, в силу чего они могут быть выбраны как средство описания случайных процессов. Нормированная корреляционная функция, соответствующая дробно-рациональной спектральной плотности, может быть представлена конечной суммой экспоненциальных или экспоненциально-косинусоидальных функций. С помощью этого приема можно распространить ре-

зультаты расчетов, основанных на экспоненциальных функциях, на более широкий класс нормированных корреляционных функций. Как показывают предварительные исследования, нормированная функция корреляции значений концентрации радионуклидов для некоторых областей океана может быть представлена в виде

$$\mu(l) = \exp\{-\alpha |l|\}. \quad (2.8)$$

В этом случае можно определить характер ошибки оценки в зависимости от конечности выборки измерений на поле.

Подставим (2.8) в (2.6) и учтем (2.2), (2.7).

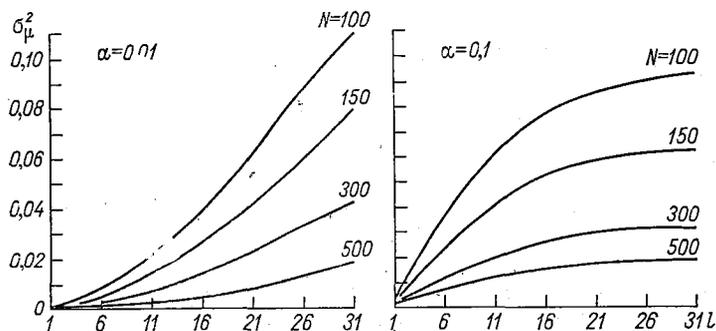


Рис. 11. Зависимость дисперсии ошибки оценки нормированной корреляционной функции от объема выборки.

После преобразования подынтегральных выражений и интегрирования можно получить

$$\sigma_{\mu}^2(l) = S_1 - S_2 - e^{-2\alpha l} S_3 \quad (l \geq 0),$$

где

$$S_1 = \frac{1}{\alpha R} + \frac{1}{2\alpha^2 R^2} (e^{-2\alpha R} - 1);$$

$$S_2 = e^{-\alpha l} \left(\frac{1}{\alpha R} - \frac{1}{2\alpha^2 R^2} - \frac{l}{\alpha R^2} \right) + \frac{e^{-2\alpha R}}{2\alpha^2 R^2};$$

$$S_3 = \frac{2l}{R} - \frac{l^2}{R^2}.$$

Тогда

$$\sigma_{\mu}^2(l) = \frac{[(2\alpha R - 1)(1 - e^{-2\alpha l}) + 2\alpha l e^{-2\alpha l}(1 + \alpha l - 2\alpha R)]}{2\alpha^2 R^2}.$$

На рис. 11 изображены зависимости $\sigma_{\mu}^2(l)$ при различных $R = nl$ и α . Легко заметить, что $\sigma_{\mu}^2(l)$ уменьшается с увеличением R и уменьшением l . Порядок ошибки в основном определяется величиной α .

Но математические ожидания и дисперсии оценок не являются исчерпывающими характеристиками, описывающими точность

представления нормированной корреляционной функции и ее характер нестационарности. Более полно ошибки в определении оценок $C(l)$ и $\mu_f(l)$ можно представить, если для каждого фиксированного l найти доверительные интервалы с заданной достоверностью P , заключающие внутри себя истинные значения соответствующих ординат $K(l)$ и $\mu(l)$. Объединяя затем результаты, полученные при различных l , можно построить некоторые доверительные зоны, содержащие с выбранной достоверностью P генеральные функции корреляции. Естественно, что ширина этих зон является функцией длины реализации и статистических свойств случайного процесса $f(x)$. Построение подобных доверительных зон было бы возможным, если бы удалось найти выборочные функции распределения каждой из ординат эмпирической нормированной корреляционной функции для выборок определенной длины, когда вычисление оценок производится по зависимым наблюдениям. Однако получить сколько-нибудь удовлетворительные аналитические результаты в этом направлении пока не удается. Поэтому обычно полагают, что подобные выборочные распределения являются нормальными [70], после чего построение доверительных интервалов не представляет особых трудностей, так как их границы полностью определяются величинами дисперсий $D\{C(l)\}$ или $D\{\mu_f(l)\}$.

Проверка достоверности построения доверительных зон вида $\pm K\sigma_\mu$, базирующихся на предположении нормальности распределений при сравнительно малых N , может быть осуществлена с помощью машинного эксперимента. Для этой цели моделируется последовательность измерений с заданными статистическими свойствами и вычисляются ошибки оценок нормированной корреляционной функции в зависимости от длины реализации. Ясно, что при моделировании последовательности с заданными статистическими свойствами (математическим ожиданием, дисперсией и нормированной корреляционной функцией) ни один выбор ошибок значений не может отразить все их возможное многообразие в реальных измерениях. В связи с этим моделирование последовательности на ЭВМ производится неоднократно, после чего вычисляются средние ошибки. Один из возможных путей получения последовательности приведен в приложении.

Кратко процедура получения нормальной последовательности с корреляционной функцией заданного вида состояла в следующем.

1. По специальной стандартной подпрограмме определялась последовательность независимых, нормально распределенных чисел, так называемый нормальный «белый шум».

2. Полученная последовательность пропусклась через дискретный фильтр с заданной передаточной функцией, обеспечивающий согласованную фильтрацию.

3. Производился расчет ошибок оценок для нормированной корреляционной функции вида

$$\mu(l) = \exp\{-\alpha|l|\} \cos \beta l.$$

Уравнение, описывающее передаточную функцию фильтра, имеет вид

$$\psi(z) = \sqrt{\frac{cd(1-d^2)}{h}} \frac{z-h}{z^2-2zcd+d^2},$$

где $\psi(z)$ есть z -преобразование импульсной переходной функции фильтра $\psi(l)$:

$$d = e^{-\alpha l},$$

$$c = \cos \beta l.$$

Уравнение, связывающее входные и выходные последовательности измерений, может быть записано в виде

$$f_n = a_1 f_{n-1} + a_2 f_{n-2} + b_0 x_{n-1} + b_1 x_{n-2},$$

где

$$a_1 = 2cd; \quad b_0 = \sqrt{\frac{cd(1-d^2)}{h}};$$

$$a_2 = -d^2; \quad b_1 = -\sqrt{cdh(1-d^2)};$$

f_n — элемент выходной последовательности фильтра; x_{n-1} — элемент входной последовательности фильтра.

Вследствие конечного размера выборки оценки $\mu_f(l)$ также является случайной функцией. В соответствии с указанным порядком процедур производилось построение последовательности измерений и расчет оценки математического ожидания нормированной корреляционной функции, дисперсии, асимметрии и эксцесса. Полученные оценки можно принять за генеральные параметры выборочных функций распределения ординат $\mu(l)$, которые строились при помощи ряда Эджворта по отдельным сечениям (т. е. для фиксированных l [32]).

Функция распределения строилась для централизованной нормированной случайной величины $\frac{\mu(l) - M[\mu(l)]}{\sigma_\mu}$, поэтому нулевая точка оси ординат соответствует точке $\frac{M[\mu(l)]}{\sigma_\mu}$. На рис. 12 при-

ведены зависимости ошибок математического ожидания и доверительные интервалы разброса оценок нормированной корреляционной функции, вычисленных по данным машинного эксперимента для различных N . Необходимое количество вычисляемых ординат выбиралось в соответствии с методикой [119]. Полученные результаты показывают, что ширина доверительных зон уменьшается при увеличении длины выборки, а оценка математического ожидания сходится к генеральной нормированной корреляционной функции.

На рис. 13 приведены плотности распределения оценок в зависимости от l ; для $l=10 \div 20$ закон распределения весьма близок

к нормальному и построенные доверительные зоны удовлетворительны для практических расчетов. Для $l=1 \div 10$ эти оценки являются приближенными оценками сверху. Кроме того, по виду асимметрии и эксцесса для различных l можно судить о длине последовательности $N=120 \div 150$ как о критической, ниже которой предположение о нормальном распределении ошибок выполняется

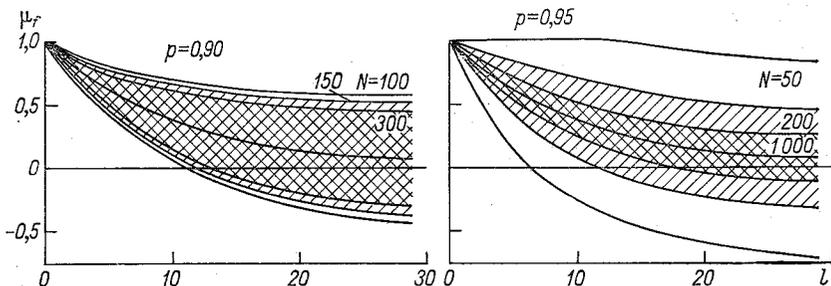


Рис. 12. Доверительные интервалы для ординат оценок нормированной корреляционной функции, вычисленные по данным машинного эксперимента.

приближенно. Этот же вывод следует и из полученных оценок математического ожидания, которые для $N < 100$ значительно отклоняются от нормированной корреляционной функции.

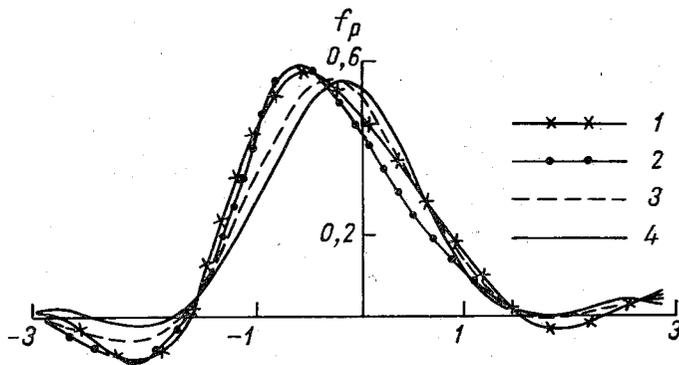


Рис. 13. Функции плотности распределения оценок для различных ординат нормированной корреляционной функции.

1 — $l=5$, 2 — 10, 3 — 15, 4 — 20.

Величина ошибки, обуславливаемая ограниченным числом измерений, и размеры доверительной зоны моделированных последовательностей могут быть использованы для оценки разброса экспериментальных функций $\mu(l)$.

Другим важным фактором, влияющим на достоверность оценок характеристик поля, является наличие ошибок измерений. Определение характера этой взаимосвязи будет рассмотрено ниже.

Сглаживание корреляционных функций и оценка интервала корреляции

Необходимость аппроксимации корреляционных функций возникает всякий раз, когда для решения определенных задач необходимо иметь аналитическое выражение экспериментальных корреляционных функций. Кроме того, при обработке нестационарных случайных процессов корреляционная функция $K(r, r+l)$ обычно вычисляется на дискретном множестве переменных r и l , что приводит к сравнительно большому объему данных. Сжатие информации о корреляционной функции осуществляется путем аппроксимации значений функции $K(r, r+l)$, заданных на дискретном множестве переменных. Нахождение подходящего, в определенном смысле аппроксимирующего выражения для $K(l)$ может быть осуществлено:

— при помощи линейной комбинации конечного числа функций (в частности, возможна аппроксимация одной подходящей функции типа $\varphi(l) = Ce^{-\alpha l} \cos \beta l$;

— при помощи бесконечного ряда некоторой определенной системы функций (в частности, возможна аппроксимация степенными рядами, ортогональными функциями, асимптотическими рядами и т. п.).

Наибольшая точность будет достигаться в случае, когда аппроксимация производится в пределах одного периода колебаний корреляционной функции. Это объясняется тем, что при увеличении интервала, на котором производится аппроксимация, растет влияние отдельных гармоник от среднего периода. Уменьшение этого влияния может быть достигнуто путем увеличения N . Ниже приведены расчетные выражения сглаженных корреляционных функций и определены ошибки, возникающие при сглаживании.

Корреляционная функция случайного процесса $f(r)$ характеризует степень зависимости между двумя сечениями процесса $f(r_1)$ и $f(r_1+l)$. Мерой протяженности этой связи, называемой корреляционной, выступает интервал корреляции $l_{\text{кор}}$, т. е. то расстояние между двумя сечениями, начиная с которого можно практически считать некоррелированными случайные величины $f(r_1)$ и $f(r_1+l)$, $l \gg l_{\text{кор}}$. Интервал корреляции, как параметр случайного процесса, используется:

— для решения задачи выбора шага квантования непрерывных исходных данных;

— для определения эффективности оценок математического ожидания и корреляционных функций случайных процессов;

— для оценки длительности надежного прогнозирования случайных процессов.

Применяя условие эргодичности к корреляционной функции $K(r_1)$ стационарного случайного процесса $f(r)$, введем новую случайную функцию

$$Y(r_1, l_1) = f_0(r) f_0(r+l_1)$$

и назовем ее корреляционным разрезом.

При этом для того чтобы $K(l)$ была пределом (в среднем статистическом) среднего значения $Y(r, l)$, необходимо и достаточно, чтобы корреляционная функция процесса $Y(r, l)$ удовлетворяла условию

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{R^2} \int_0^R \int_0^R K_Y(r_1, r_2) dr_1 dr_2 = 0,$$

где

$$K_Y(r_1, r_2) = M [Y_0(r_1, l_1) Y_0(r_2, l_1)].$$

В дальнейшем для простоты положим, что $f(r)$ — нормальный случайный процесс. Найдем

$$\begin{aligned} K_Y(r_1, r_2) &= M [Y(r_1, l_1) Y(r_1 + l_2, l_1)] = \\ &= M [f_0(r_1) f_0(r_1 + l) f_0(r_1 + l_2) f_0(r_1 + l_1 + l_2)] \end{aligned}$$

— центральный момент четвертого порядка.

Так как $f(r)$ — нормальный процесс, то момент четвертого порядка можно выразить через моменты второго порядка [69]:

$$M [Y(r_1, l_1) Y(r_1 + l_2, l_1)] = K_f^2(l_1) + K_f^2(l_2) + K_f(l_1 + l_2) K_f(l_2 - l_1),$$

т. е. случайная функция $Y(r)$ оказывается стационарной (l_1 фиксировано).

Условие эргодичности запишется при этом следующим образом:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{R} \int_0^R \left(1 - \frac{l_2}{R}\right) [K_f^2(l_2) + K_f(l_1 + l_2) K_f(l_2 - l_2)] dl_2 = 0.$$

Удовлетворение этого условия является необходимым и достаточным условием для того, чтобы корреляционная функция нормального случайного процесса при любом l определялась соотношением

$$K_f(l) = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{R} \int_0^R f_0(r) f_0(r + l) dr.$$

Достаточным условием является условие неограниченного убывания $K_f(l)$ по модулю при $|R| \rightarrow \infty$.

Стационарные случайные процессы, для которых справедливо это условие эргодичности, называются эргодическими по отношению к корреляционным функциям.

Глава 3

МОДЕЛИ ОТБОРА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В ЯДЕРНОЙ ГИДРОФИЗИКЕ ОКЕАНА

Физические и другие процессы, протекающие в океане, статистические распределения параметров, характеризующие степень неоднородности, описываются в терминах операций (наблюдений, экспериментов), связанных между собой.

Таким образом, совокупность чисел, векторов, математические соотношения между ними и описание этих соотношений математическими операциями составляют математическую модель, которая должна воспроизводить подходящим образом выбранные стороны физической ситуации и, если можно, устанавливать правила соответствия между указанными совокупностями.

Математическая статистика занимается как статистическим описанием результатов измерений и наблюдений, так и проверкой подходящих математических моделей, содержащих понятие вероятности. Ее методы расширяют возможности научного предсказания и рационального принятия решения во многих задачах, когда неизвестны существенные (влияющие) параметры или отсутствует возможность контролировать их с достаточной точностью.

В связи с этим совокупность априорных сведений о связи наблюдаемого поля с прочими источниками, выраженную в виде некоторых математических условий, содержащих неизвестные альтернативы и параметры, условимся называть математической моделью экспериментального материала.

В этой главе рассматриваются задачи вычисления вероятностей того, что определенные замкнутые геометрические фигуры или множества на плоскости оказываются покрытыми другими фигурами, положение которых в каком-то смысле случайно, т. е. оказываются достоверно изученными.

Мы начнем с одного класса задач, связанных с заданной плоской решеткой точек (не обязательно прямоугольной); исследуем вероятностное распределение точек решетки, попадающих в некоторую геометрическую фигуру (например, в круг), расположение которой на плоскости случайно. Подобная ситуация возникает на практике, когда области распределения параметра представляют

с собой выпуклые множества. Ниже будет показано, что подобные решетки могут состоять из всех точек на плоскости с целыми координатами (квадратная решетка) или из точек, являющихся вершинами плотно упакованных равносторонних треугольников, или же иметь более общий вид. Оказывается возможным определить связь формы решеток с точностью интерпретации физической картины поля.

Так, при бросании фигуры определенной формы и, возможно, фиксированной ориентации на квадратную решетку число точек, покрываемых ею, есть случайная величина со средним, равным площади фигуры (если квадраты решетки имеют единичную сторону и нормированную площадь).

Ниже показано, что эффективность качественной и количественной интерпретации зависит от выбора параметров схемы наблюдений. В ряде случаев выбор сетки подчиняют требованию обеспечить достаточно малую возможность пропуска заранее назначенных особенностей физических полей.

Образующая решетки измерений

В связи с появившейся в последнее время необходимостью проведения объективного анализа поля радиоактивности на больших акваториях океана при наличии ограниченного числа проб целесообразно решить задачу о наиболее рациональном выборе закона размещения станций (проб). Наряду с этим необходимо определить расстояния между ними (шаг дискретности), а также ошибки, которые вносит размещение измерений на процесс восстановления поля. Это очень трудно выполнить из-за практически полного отсутствия априорной информации о структурных закономерностях исследуемых полей, несмотря на то что определение удовлетворительных условий образования эффективной поисковой решетки измерений имеет огромное практическое значение.

Под эффективной решеткой измерений понимается решетка, имеющая наилучшую форму, размеры ячейки и минимум длины контуров. Она обеспечивает наибольшую вероятность обнаружения областей концентрации исследуемого параметра и позволяет наиболее достоверно описать статистическую структуру гидрофизического поля.

Другими словами, задача сводится к разбиению поисковой сети на ядерно-гидрофизическом поле, имеющем площадь S . При этом необходимо минимальным количеством измерений N (проб, буйковых станций и т. п.) с заданной вероятностью обнаружить симметрично-выпуклые области концентрации радионуклида и описать статистическую структуру, обеспечивающую минимальную ошибку восстановления ядерно-гидрофизического поля.

В структурном отношении отдельные области концентраций могут быть как изотропными, так и растянутыми линейно по некоторым осям симметрии [4, 13, 89]. Частными случаями таких областей являются окружность и эллипс. Гипотеза об однородности

и изотропности позволяет пользоваться нормированной корреляционной функцией для статистического описания структуры поля до расстояний порядка 2000—3000 км [20]. Если принять во внимание, что поверхность океана для таких расстояний может считаться плоской (ошибка составляет 10^{-2} — 10^{-3} , в противном случае задача может быть локализована), то для двумерного пространства выбор эффективной решетки измерений сводится к задаче плотной упаковки кругов на плоскости [35, 117].

Рассмотрим некоторую решетку измерений в двумерном пространстве (\mathbf{x}) (рис. 14), математическое описание положений узлов которой может быть задано множеством векторов

$$\mathbf{V}_{[x]} = x_1 \mathbf{V}_1 + x_2 \mathbf{V}_2$$

$$(x_1, x_2 = 0; \pm 1; \pm 2 \dots),$$

т. е. имеются двумерные переносы линейных комбинаций двух независимых векторов \mathbf{V}_1 и \mathbf{V}_2 с целочисленными коэффициентами [112]. В этом случае векторы \mathbf{V}_1 и \mathbf{V}_2 образуют базис решетки.

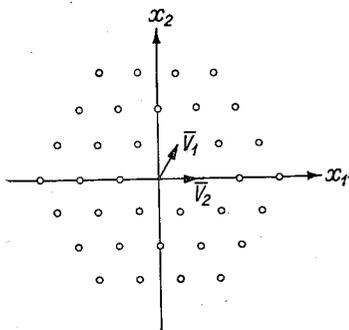


Рис. 14. Узлы решетки измерений на двумерном поле.

Опишем около точек M_i ($i=1, \dots, N$) круги радиусом r^* и примем, что плотность узлов решетки в пространстве \mathbf{x} составляет $\frac{N}{S}$ (S — площадь в пространстве \mathbf{x} , N — количество узлов решетки).

Тогда на единицу площади будет приходиться один узел, а радиус нового круга выразится безразмерной величиной

$$r = r^* \sqrt{\frac{N}{S}}. \quad (3.1)$$

Если теперь на горизонтальный ряд кругов бросить случайным образом еще круг, он займет место между двумя соседними кругами нижнего ряда. Центры этих трех кругов будут являться вершинами равностороннего треугольника.

Продолжая это бросание достаточно долго, получим конфигурацию, состоящую из соприкасающихся кругов, занимающую всю плоскость и решетку измерений, образованную одинаково ориентированными ромбами при попарном соединении равносторонних треугольников (рис. 15).

Сместим всю сеть в направлении короткой диагонали ромба на половину ее длины (рис. 16). Тогда получим, что на один узел решетки приходится площадь ромба

$\frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = 1$, где $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ — сторона ромба или его короткая диагональ. Таким образом, расстояние

между узлами будет равно $l = a \sqrt{\frac{S}{N}}$. Расстояние между соседними рядами равно соответственно $a \sqrt{\frac{3S}{4N}}$.

Решетке измерений в пространстве x , образованной всевозможными переносами базисной решетки, путем преобразования Фурье

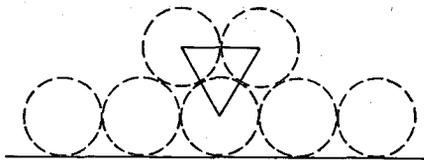


Рис. 15. Соприкасающиеся круги.

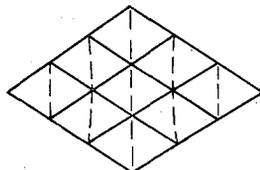


Рис. 16. Решетка измерений.

может быть поставлена в соответствие спектральная решетка (рис. 17), которая в свою очередь может быть задана множеством векторов $\{U_j\} = \{U_1, U_2\}$ в пространстве w :

$$U_{[w]} = w_1 U_1 + w_2 U_2$$

$$(w_1, w_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

При этом спектр функции может быть представлен рядом Фурье в комплексном виде

$$F(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k e^{-\frac{i\omega k}{2B}},$$

где

$$a_k = \frac{1}{4\pi B} \int_{-2\pi B}^{2\pi B} F(\omega) e^{\frac{i\omega k}{2\pi B}} d\omega,$$

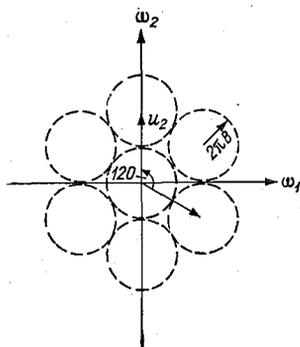


Рис. 17. Спектральная решетка.

и должен занимать область, ограниченную в пространстве (w) , т. е. $F(\omega)$ стремится к нулю сколь угодно быстро при $|\omega| > 2\pi B$ ($B = \frac{\omega_r}{2\pi}$; ω_r — граничная частота спектра). В этом случае обратное преобразование Фурье имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega x} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi B}^{2\pi B} F(\omega) e^{i\omega x} d\omega.$$

Таким образом, связь между пространством x и пространством w может быть найдена из свойств преобразования Фурье [116, 117] и выразится в следующем виде:

$$V_j U_k = 2\pi \delta_{jk},$$

где δ_{jk} — дельта-символ Кронекера

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1 & j = k \\ 0 & j \neq k. \end{cases}$$

Спектр совокупности узлов решетки измерений представляет собой бесконечную последовательность повторяющихся спектров $F(\mathbf{w} + \mathbf{U}_{[w]})$ (рис. 18). В силу этого форма образующей базисной решетки и ее размеры в пространстве x могут быть определены из условий плотной упаковки гиперсфер в частотном пространстве, т. е. в качестве критерия оптимальности выбирается закон максимального заполнения пространства гиперсферами.

Задача плотной упаковки спектров $F(\mathbf{w} + \mathbf{U}_{[w]})$ сводится к тому, что векторов $\{\mathbf{U}_k\}$ должно быть достаточно много и чтобы их ориентация в пространстве w исключала перекрытие повторяющихся спектров. Чем плотнее расположены вторичные спектры друг к другу, тем меньшим числом отсчетов узлов решетки может быть представлено поле и тем эффективнее будет решетка измерений.

В силу ортогональности базисных векторов $\{\mathbf{U}_k\}$ и $\{\mathbf{V}_i\}$, вытекающей из свойств преобразования Фурье [117], расстояние между узлами решетки может быть найдено из условия

$$S_{\omega_x} S_{\omega_y} = 4\pi^2, \quad (3.2)$$

где S_{ω_x} — площадь образующей решетки измерений; S_{ω_y} — площадь ячейки спектральной решетки.

Если предположить, что спектр функции ограничен частотой $\omega_T = 2\pi B$ и лежит в пределах окружности радиусом ω_T , из выражения (3.2) получим расстояние между узлами в виде $l = \frac{1}{\sqrt{3}B}$.

Сравним теперь упаковку кругов для случаев ромбической и прямоугольной сети (рис. 19). Легко заметить, что при увеличении r происходят попарные пересечения окружностей. Площадь, падающая под эти пересечения, будет минимальной, когда окружности касаются (при $r \leq \frac{a}{2}$). Следовательно, их центры находятся для ромбической сети в вершинах равностороннего треугольника, а для прямоугольной сети — в вершинах равнобедренного

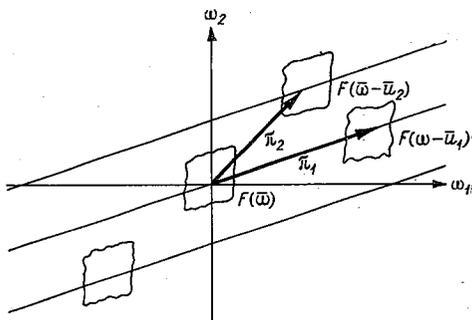


Рис. 18. Последовательность повторяющихся спектров.

прямоугольного треугольника. Отметим сразу, что лучшей прямоугольной сетью является квадратная.

Будем характеризовать плотную упаковку кругов величиной эффективности γ , равной отношению площади, покрытой кругами, ко всей площади для образующей решетки измерений. Тогда можно показать, что γ составляет для ромбической сети 90,8%, а для прямоугольной 78,5% и среди всех разбиений плоскости на части равной площади шестиугольная поисковая решетка обладает тем свойством, что сеть, состоящая из одинаково ориентированных ромбов, имеет минимум длины контуров по сравнению с любой другой сетью (квадратной, прямоугольной и т. п.). Кроме того, как показано ниже, ромбическая сеть оказывается более чувствительной к изменению распределения концентрации радиоактивной загрязненности, чем прямоугольная.

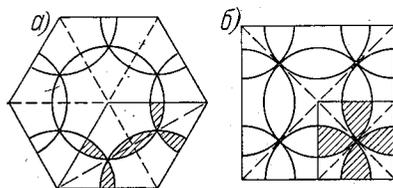


Рис. 19. Упаковка кругов для ромбической (а) и прямоугольной (б) образующих решетки измерений.

Практически статистическая структура гидрофизических полей отличается от изотропной, т. е. может оказаться, что границы отдельных областей концентраций оказываются вытянутыми в определенных направлениях, и, не ограничивая общности, их можно считать представляющими собой выпуклые симметрические множества. Это может быть объяснено как влиянием течений, так и устойчивостью распределений концентрации по определенным направлениям. Поэтому задача отыскания оптимальной эффективной решетки измерений в предыдущей своей постановке продолжает оставаться, только теперь вопрос будет решаться не по результатам плотной упаковки кругов, как в случае изотропного поля, а для упаковки кругов, растянутых в пространстве x с некоторыми линейными коэффициентами по осям симметрии.

Простейшим линейным растяжением в пространстве x является растяжение пространства в каком-то направлении в p раз. Так как круг принадлежит этому пространству, он примет форму эллипса, длинная ось которого в p раз больше короткой. Ромбическая и квадратная сети трансформируются соответственно. Таким образом, для двумерной изотропной функции или функции, обладающей приоритетной анизотропией, оптимальной решеткой измерений является решетка, образованная одинаково ориентированными ромбами при попарном соединении равносторонних треугольников, либо подобная решетка, полученная из исходной путем растяжения (сжатия) 120-градусной ромбической решетки по приоритетным

осям анизотропии. Расстояние между узлами составит $l = a \sqrt{\frac{S}{N}}$,

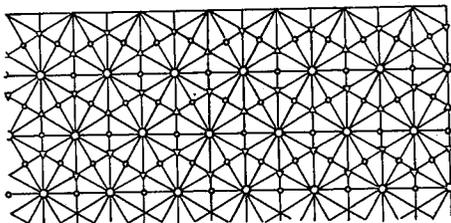
между рядами сети $l_p = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{S}{N}}$. При растяжении в p раз по од-

ному приоритетному направлению расстояние между узлами и рядами трансформируется соответственно:

$$l = a \sqrt{\frac{S}{N_p}}; \quad l_p = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{Sp}{N}}.$$

На рис. 20 приведено изображение шестиугольной решетки, которая обладает очень богатой симметрией. Эта решетка образуется итерациями переноса вдоль вектора скольжения на величины, кратные образующим векторам, и поворота на углы, кратные $\frac{360^\circ}{n}$

(где $n=2, 3, 4, 6$). Здесь также следует заметить следующее: какой бы мелкомасштабной ни была область концентраций, всегда можно изменяя кратности переноса, обнаружить переходные границы изменения структуры распределения.



Ниже приведены выражения, позволяющие определять необходимую плотность узлов решетки измерений для районов с различными динамическими характеристиками распределения концентраций.

Рис. 20. Ромбическая сетка измерений.

Так, суммарное количество узлов ромбической сети с дискретностью r , покрывающей произвольный прямоугольник с диагональю R и прилежащим углом φ , составит

$$N = (n_1 + 1)(n_2 + 1) + (m_1 + 1)(m_2 + 1),$$

где

$$n_1 = \left[\frac{R \cos \varphi}{r \sqrt{3}} \right]_{ц}; \quad n_2 = \left[\frac{R \sin \varphi}{r} \right]_{ц};$$

$$m_1 = \left[\frac{R \cos \varphi}{r \sqrt{3}} - \frac{1}{2} \right]_{ц}; \quad m_2 = \left[\frac{R \sin \varphi}{r} - \frac{1}{2} \right]_{ц};$$

$[\dots]_{ц}$ — целая часть.

Дискретность отбора проб концентрации радиоактивности и ошибка интерполяции для различных форм образующих сети наблюдений

Выше рассматривался вопрос о необходимом количестве информации и ее рациональном расположении на некоторой площади. Вместе с этим, принимая во внимание статистические флуктуации, можно определить, в какой мере единичные результаты измерений являются характерными и на какую площадь можно распространить эти результаты. Имея такие оценки, можно выбрать оптимальную

дискретность измерений. Таким образом, может быть предложена модель и на ее основе выполнены расчеты, прогнозирующие концентрации радионуклида в океане. Под дискретностью здесь понимается задача определения рационального расстояния между измерениями, при котором ошибка восстановления не превышает заданных величин $\sqrt{E_{\max}} \leq \sigma$ [78].

Решение этой задачи в общем случае весьма сложно. Однако, если использовать интерполяцию не по всей совокупности измерений на исследуемом пространстве, а по соседним измерениям (двум, трем, четырем и т. д.), можно получить относительно простые формулы, решающие поставленную задачу.

Пусть известны отдельные измерения некоторой реализации на поле $f_k(x)$ ($k=1 \dots$), имеющие непрерывную нормированную корреляционную функцию $\mu(l)$.

Будем определять восстановленное значение $f^*(\theta)$, как комбинацию измерений, разнесенных на интервал l с весовыми коэффициентами, обеспечивающими минимум средней квадратической ошибки.

Определим аппроксимированное значение $f^*(\theta)$ рассматриваемой реализации при $x+\theta$ как линейную комбинацию отсчетов f_k и f_{k+1} с коэффициентами, обеспечивающими минимум среднего квадрата величины $f(x+\theta) - f^*(\theta)$. Тогда получим:

$$f^*(\theta) = g(\theta) f_k + g(l-\theta) f_{k+1}, \quad (3.3)$$

$$\varepsilon(\theta) = \frac{1}{\sigma^2} |f(x+\theta) - f^*(\theta)|^2 = [1 - F(\theta) - F(l-\theta)], \quad (3.4)$$

где

$$g(\theta) = \frac{\mu(\theta) - \mu(l-\theta)\mu(l)}{1 + \mu^2(l)}; \quad F(\theta) = \mu(\theta)g(\theta).$$

В этом случае ковариационная матрица имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & \mu(l) & \mu(\theta) \\ \mu(l) & 1 & \mu(l-\theta) \end{pmatrix}_{(l=R)}$$

Из (3.4) следует, что $\varepsilon(\theta) = \varepsilon(R) = 0$, т. е. $\varepsilon(\theta)$ должна проходить через нуль при $0 < \theta < R$ и достигать максимального значения при $\theta = \frac{l}{2}$:

$$\varepsilon_{\max} = 1 - \frac{2\mu^2(l/2)}{1 + \mu(l)}. \quad (3.5)$$

Таким образом, из (3.5) следует, что реализацию поля, дискретные измерения на соседних станциях которого f_k и f_{k+1} , можно аппроксимировать на интервале протяженностью l между станциями функцией $f^*(\theta)$, определяемой выражениями (3.3) и (3.4). При этом разброс аппроксимируемого значения около аппроксимирующего значения не превышает ε_{\max} , задаваемого выражением (3.5).

Не приводя промежуточных выкладок, можно дать аналогичные выражения для случая расположения станций в вершинах правильного треугольника с интервалом протяженности между станциями l (интерполяция производится по трем значениям):

$$\varepsilon_{\max} = 1 - \frac{3\mu^2(l/2)}{1 + 2\mu(l)}. \quad (3.6)$$

При расположении станций в вершинах ромба, образованного присоединенными треугольниками (интерполяция производится по четырем измерениям),

$$\varepsilon_{\max} = 1 - 2 \frac{[1 + \mu(l)] \mu^2 \left(\frac{l\sqrt{3}}{2} \right) + [1 + \mu(l\sqrt{3})] \mu^2(l/2) - 4\mu \left(\frac{l\sqrt{3}}{2} \right) \mu \left(\frac{l}{2} \right) \mu(l)}{[1 + \mu(l)] [1 + \mu(l\sqrt{3})] - 4\mu^2(l)}.$$

Очевидно, что во всех случаях максимальная погрешность интерполяции будет равна $\sqrt{\varepsilon_{\max}}$ и практический смысл имеет аппроксимация, при которой $\sqrt{\varepsilon_{\max}} \ll \sigma$.

Из выражения (3.6) следует, что неравенство удовлетворяется при относительно небольших протяженностях l . Потребовав, чтобы относительная погрешность при восстановлении функции измерений удовлетворяла неравенству $\delta(\sqrt{\varepsilon_{\max}}) \ll \frac{\sqrt{\varepsilon_{\max}}}{\sigma}$, можно получить приближенные выражения для интервала протяженности (дискретности измерений).

Рассмотрим теперь случай, когда имеется четыре станции наблюдений, расположенные в вершинах квадрата. Тогда ошибка интерполяции для данного случая будет иметь вид

$$\varepsilon = 1 - \sum_{i=1}^4 p_i \mu_i 0, \quad (3.7)$$

где p_i — весовые коэффициенты, а $\mu_i 0$ — отсчеты нормированной корреляционной функции для расстояний между станциями и точкой интерполяции.

Стандартным приемом, дифференцируя выражение для ошибки и находя точку, в которой производная обращается в нуль, можно показать, что ошибка достигает своего максимума в центре квадрата. Считая этот факт известным, напомним матрицу системы уравнений для нахождения p_i для случая квадрата:

$$\begin{pmatrix} \mu(0) & \mu(l) & \mu(l\sqrt{2}) & \mu(l) & \mu(l/\sqrt{2}) \\ \mu(l) & \mu(0) & \mu(l) & \mu(l/\sqrt{2}) & \mu(l/\sqrt{2}) \\ \mu(l/\sqrt{2}) & \mu(l) & \mu(0) & \mu(l) & \mu(l\sqrt{2}) \\ \mu(l) & \mu(l/\sqrt{2}) & \mu(l) & \mu(0) & \mu(l\sqrt{2}) \end{pmatrix},$$

где l — сторона квадрата и $\mu(0) = 1$ по определению.

Решая эту систему, найдем p_i . Для случая интерполяции в центр квадрата они оказываются равными между собой:

$$p_i = \frac{\mu(l/\sqrt{2})}{1 + \mu(l/\sqrt{2}) + 2\mu(l)}.$$

Подставив p_i в формулу для ошибки, получим максимальную ошибку оптимальной интерполяции для квадрата:

$$\varepsilon_{\max} = 1 - \frac{4\mu^2(l/\sqrt{2})}{1 + \mu(l/\sqrt{2}) + 2\mu(l)}. \quad (3.8)$$

Очевидно, что практически имеет смысл выбирать l так, чтобы $\varepsilon_{\max} \ll 1$. Из формулы (3.8) видно, что неравенство выполняется тем лучше, чем меньше l ; поэтому упростим (3.8), учитывая малость l относительно протяженности исследуемой акватории.

Разложим $\mu(l)$ в ряд Маклорена. В общем случае разложение имеет вид

$$\mu(l) = 1 + \mu_1|l| + \mu_2|l|^2 + \dots + \mu_n|l|^n + R_n(|l|), \quad (3.9)$$

где $\mu_i = \frac{1}{i!} \mu^{(i)}(0)$, а $R_n(|l|)$ — остаточный член ряда. Для функций $\mu(l)$, не имеющих производных в точке $l=0$, примем, что

$$\mu_i = \frac{1}{i} \lim_{l \rightarrow +0} \mu^{(i)}(l).$$

Будем рассматривать функции $\mu(l)$ такие, что

$$\left. \begin{aligned} |\mu_i l^i| &= 0(\alpha^i), \\ |R_i(l)| &= 0(\alpha^{i+1}), \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

где $\alpha \ll 1$.

Подставим ряд (3.9) в формулу (3.8). При подстановке учтем отрезок ряда до $\mu_5 l^5$. Кроме того, в ходе вычислений будем опускать члены, содержащие μ_i и l_i при $i > 2$ (эти члены не являются определяющими). Тогда выражение для ε_{\max} получим в виде

$$\varepsilon_{\max} = \frac{1}{4} [\mu_1 \sqrt{2} (\sqrt{2} - 3) l + 2\mu_3 l^3 + (4\mu_1 - \mu_2^2) l^4 + \sqrt{2} (\sqrt{2} + 3) \mu_5 - \mu_2 \mu_3] l^5 + 0(\alpha^6). \quad (3.11)$$

В зависимости от вида $\mu(l)$ из (3.11) получим три случая: для функций $\mu(l)$, где $\mu_1 \neq 0$,

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\sqrt{2} (\sqrt{2} - 3)}{4} \mu_1 l + 0(\alpha^2); \quad (3.12)$$

для функций $\mu(l)$, где $\mu_1 = 0$, $\mu_2 \neq 0$, $\mu_3 \neq 0$,

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\mu_3 l^3}{2} + \left(\mu_4 - \frac{\mu_2^2}{4} \right) l^4 + 0(\alpha^5); \quad (3.13)$$

для функций $\mu(l)$, где $\mu_1 = 0$, $\mu_2 \neq 0$, $\mu_3 \neq 0$, $\mu_4 \neq 0$,

$$\varepsilon_{\max} = \left(\mu_4 - \frac{\mu_2^2}{4} \right) l^4 + \sqrt{2} (\sqrt{2} + 3) \mu_5 l^5 + 0(\alpha^6). \quad (3.14)$$

Из (3.13) и (3.14) следует, что μ_2 не может обращаться в нуль одновременно с μ_1 , так как в этом случае либо μ_3 (если $\mu_3 \neq 0$), либо μ_4 (если $\mu_3 = 0$) отрицательно ($\mu(l)$ в окрестности нуля — убывающая функция), и, следовательно, получаем $\epsilon_{\max} < 0$, чего не может быть. Из (3.14) следует, что μ_4 не может обращаться в нуль одновременно с μ_3 , так как в этом случае уравнения (3.13) и (3.14) также дают $\epsilon_{\max} < 0$.

Таким образом, рассмотренные случаи исчерпывают все возможные варианты непрерывных функций $\mu(l)$.

Приведем формулы (3.13) и (3.14) к виду, удобному для нахождения l по заданной величине ϵ_{\max} . Из (3.13) имеем

$$\epsilon_{\max} \approx \frac{\mu_3 l^3}{2} \left\{ \left[1 + \left(\mu_4 - \frac{\mu_2^2}{4} \right) \frac{2l}{\mu_3} \right]^{1/3} \right\}^3.$$

Разложим выражение в фигурных скобках в ряд, ограничиваясь первым членом. Тогда после извлечения кубического корня получим квадратное уравнение

$$l^2 + \frac{6\mu_3}{4\mu_4 - \mu_2^2} l - \frac{6\mu_3 \sqrt[3]{\epsilon_{\max} \frac{2}{\mu_3}}}{4\mu_4 - \mu_2^2} = 0,$$

решение которого дает искомую формулу

$$l = \frac{3\mu_3}{4\mu_4 - \mu_2^2} \left(\sqrt{1 + \frac{2(4\mu_4 - \mu_2^2)}{3\mu_3} \sqrt[3]{\epsilon_{\max} \frac{2}{\mu_3}}} - 1 \right). \quad (3.15)$$

Из (3.14) имеем

$$\epsilon_{\max} \approx \frac{l^4 (4\mu_4 - \mu_2^2)}{4} \left\{ \left[1 + \frac{\mu_5 (\sqrt{2} + 3) \sqrt{2} l}{\mu_4 - \frac{\mu_2^2}{4}} \right]^{1/4} \right\}^4.$$

Разложим в ряд выражение в фигурных скобках и, ограничиваясь первым членом, извлечем корень четвертой степени. Получим квадратное уравнение

$$l^2 + \frac{(4\mu_4 - \mu_2^2) l}{\mu_5 (\sqrt{2} + 3) \sqrt{2}} - \sqrt[4]{\epsilon_{\max} \frac{4}{4\mu_4 - \mu_2^2} \frac{4\mu_4 - \mu_2^2}{\mu_5 (\sqrt{2} + 3)}} = 0,$$

решение которого дает формулу

$$l = \frac{\sqrt{2} (4\mu_4 - \mu_2^2)}{(\sqrt{2} + 3) \mu_5} \left(\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2} (\sqrt{2} + 3)}{(4\mu_4 - \mu_2^2) \mu_5} \sqrt[4]{\epsilon_{\max} \frac{4}{4\mu_4 - \mu_2^2}}} - 1 \right). \quad (3.16)$$

По полученным формулам (3.15) и (3.16) можно, задавшись значением ϵ_{\max} , найти l с ошибкой того же порядка, что и ошибка в определении ϵ_{\max} .

В случае, когда вид $\mu(l)$ известен, можно не только найти ε_{\max} , но и построить функцию распределения ошибок. Это сделано для квадрата со стороной $l=1$ и $\mu(l)=\exp\{-\alpha|l|\}$ согласно формуле (3.7). Результат представлен на рис. 21. При этом $\varepsilon_{\max}=0,0558$. Если же рассчитать ее по формуле (3.12), то получим $\varepsilon_{\max}=0,056$, т. е. результат, полученный по приближенным формулам, хорошо согласуется с действительными результатами.

Если сравнить ошибки, полученные для образующей в форме ромба и квадрата, можно заметить следующее (рис. 21 и 22): величины ошибок изменяются при переходе к ромбу, происходит некоторое перераспределение ошибки за счет уменьшения ее в центральной части и увеличения в районах, прилегающих к серединам

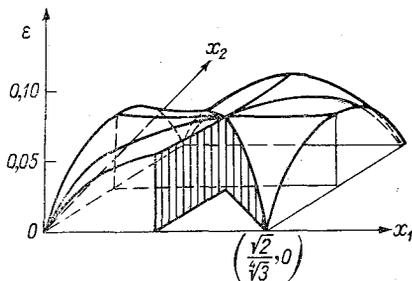


Рис. 21. Распределение ошибки интерполяции на прямоугольной образующей решетки измерений.

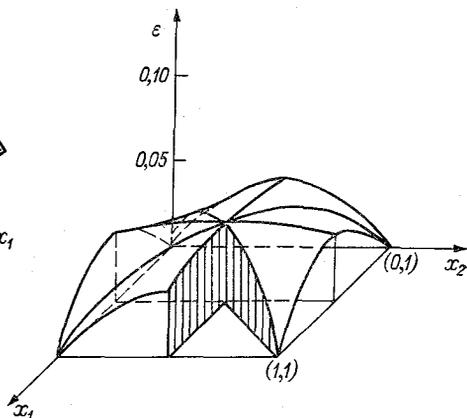
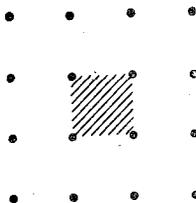


Рис. 22. Распределение ошибки интерполяции на ромбической образующей решетки измерений.

сторон; структура ошибки становится более равномерной (сглаженной), так как отсутствуют ярко выраженные максимумы.

Кроме того, был рассмотрен случай, когда к станциям, расположенным в вершинах квадрата со стороной l , были добавлены станции, расположенные на сторонах квадрата со стороной $3l$, по следующей схеме:



При этом ошибка рассчитывалась для точек внутри заштрихованного квадрата.

Эти вычисления показали, что при переходе от $N=4$ к $N=12$ величина ε несколько уменьшается, в то время как дальнейшее увеличение N до 16 практически не изменяет величины ε . В силу этого фиксированное количество станций (измерений) в дальнейшем мо-

жет быть выбрано $N=12$. При наличии ошибок измерений это число может быть без ущерба в определении ε уменьшено в некоторых случаях до 3—4.

Максимальная величина ошибки интерполяции в этом случае оказывается в центре квадрата со стороной $l=1$, и для нормированной корреляционной функции вида $\mu(l)=\exp(-0,1|l|)$ ее величина $\varepsilon_{\max}=0,05507$, т. е. практически новые станции не изменяют ошибки интерполяции, так как уменьшение составляет 1,34% ошибки интерполяции при наличии только четырех станций.

Таким образом, независимо от расстояния до ближайшей станции (<100 км) ошибка интерполяции в центре квадрата выше, чем в другой любой его точке.

Оптимальная интерполяция в точку независимо от нашего желания осуществляет некоторое пространственное осреднение интерполируемого элемента. Оценка теоретических ошибок, по сути, является процессом интерпретации полученных в результате интерполяции величин. Монотонное убывание погрешности происходит при отсутствии ошибок измерений.

В реальных случаях существует такое оптимальное расстояние между пробами, которое обеспечивает минимум погрешности. Величина оптимального расстояния и соответствующее значение погрешности зависят от меры ошибок измерения. В выражении (3.8) можно задать величину ошибки измерения и, следуя рассмотренной методике, получить распределение ошибки интерполяции.

Таким образом, фиксированное количество проб при интерполяции в узлы регулярной сети в дальнейшем может быть ограничено 10—12. Если ошибки измерений невелики (в частном случае могут быть равны нулю), для проведения интерполяции может оказаться достаточным 3—4 пробы.

При отбрасывании данных некоторых проб в процессе проведения интерполяции их веса частично перераспределяются по остальным пробам, веса которых, как правило, увеличиваются. В некоторых случаях, однако, возможно и уменьшение веса той или иной пробы при уменьшении их общего числа (этот эффект в основном может быть объяснен неравномерным расположением на поле).

Чувствительность сети к проявлению аномальных концентраций радионуклидов

Рассмотрим задачу обнаружения на поле областей концентрации радионуклидов. Для этого измерения располагаются в узлах решетки, образованной вершинами правильных многоугольников. Если около вершин [34] описать круги радиусом r^* , то, как следует из (3.1), плотность узлов решетки составит $\frac{S}{N}$ (S — площадь акватории, N — количество узлов решетки). Тогда на единицу площади будет приходиться один узел, а радиус нового круга выразится безразмерной величиной. При плотности узлов, равной единице, т. е. когда на единицу площади приходится один узел, описанные

окружности касаются. Вероятность обнаружения симметрично-выпуклых областей концентрации (окружность, эллипс) как величина, равная отношению площади, покрытой кругами (эллипсами), ко всей площади, равна

$$P(r) = \pi r^2.$$

Как видно на рис. 19, при увеличении r происходят попарные пересечения окружностей, и случаю полного перекрытия плоскости соответствует:

$$\text{а) } r = \frac{2}{3} a; \quad \text{б) } r = \frac{\sqrt{2}}{2} a.$$

Из площади круга необходимо вычесть площадь перекрытия, и вероятность обнаружения будет равна

$$P(r) = \pi r^2 - k r^2 \arccos \frac{1}{2ar} + k \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}};$$

$$\text{а) } k=6; \quad \frac{a}{2} \leq r \leq \frac{2}{3} a; \quad a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}};$$

$$\text{б) } k=4; \quad \frac{a}{2} \leq r \leq \frac{\sqrt{2}}{2} a; \quad a=1.$$

Анализируя это выражение, приходим к выводу, что ромбической решеткой обнаруживаются с вероятностью, равной единице,

круги радиусом $r \leq \frac{\sqrt{2} \sqrt[4]{3}}{3}$, а прямоугольной — лишь круги радиу-

сом $r \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, т. е. ромбическая сеть (рис. 20) оказывается более чувствительной к изменению структуры распределения, чем прямоугольная, и может улавливать более тонкие переходы через границу исследуемой области.

Практически структура полей радиоактивности отличается от изотропной, т. е. может оказаться, что границы областей концентрации вытянуты в определенных направлениях. В этом случае задача сравнительной вероятности обнаружения сводится к задаче плотной упаковки симметрично-выпуклых множеств. Заметим, что при растяжении пространства в приоритетном направлении отношение площадей сохраняется.

Объективный анализ полей радиоактивности

В теории восстановления полей под объективным, или численным, анализом понимается разработка и реализация метода, который позволяет по данным измерений на акватории океана восстанавливать значения ядерно-гидрофизического поля в узлах регулярной решетки. При этом возникает задача определения ста-

тистических характеристик поля путем обработки рядов дискретной информации.

Объективный анализ ядерно-гидрофизической информации на акваториях океана — это прежде всего необходимость оценки качественной картины распределения концентраций и получение непрерывных интегральных характеристик.

В связи с этим в практике объективного анализа играет важную роль сглаживание случайных процессов различными операторами. Теория операторов долгое время являлась математическим аппаратом квантовой механики. В настоящее время в связи с интенсивным развитием теории приближений случайных функций и построением оптимальных в статистическом смысле моделей теория операторов стала использоваться в статистических задачах обработки и построения математических моделей ядерно-гидрофизических процессов. Операторный подход позволяет вскрыть более общие и глубокие закономерности исследуемых явлений.

Оператор может быть определен последовательностью элементов $\{p_{i,j}\}$, представляющих собой числа; он задается:

- функцией двух параметров, определенной на числовой решетке (i, j) значениями $p_{i,j}$;
- двумерной матрицей с элементами $p_{i,j}$;
- тензором второго ранга с компонентами $p_{i,j}$.

Матрицы могут быть конечными, бесконечными и плотными¹ (когда между соседними элементами расстояние бесконечно мало).

Оценить функциональную зависимость можно с помощью полиномиального сглаживания

Преимущества указанного метода интерполяции проявляются при сравнительно большом объеме информации. Метод конечно-разностных приращений может дать положительный результат в задаче восстановления полей, хотя с увеличением порядка приращений существенно уменьшается полезная информация.

С помощью матрицы $\|p_{i,j}\|$ можно для любой случайной последовательности f_1, \dots, f_N построить новую случайную последовательность той же размерности по формуле в соответствии с выражением

$$f_j = \sum_{i=1}^N p_{i,j} f_i.$$

От того, каким образом решается задача о выборе областей, имеющих относительно однородный характер взаимного расположения пунктов наблюдений, количества единичных измерений, которые подвергаются осреднению, зависят результаты этого осреднения, т. е. выводы о статистической структуре поля. Предварительные исследования и сравнение информации о распределении концентрации Sr^{90} и Cs^{137} за периоды исследований [1, 11, 95, 96, 104,

¹ Случай плотной последовательности $f(x) = \int_{x_0}^x h(x, l) \kappa(l) dl$.

105, 106] позволяют сделать заключение о том, что распределение концентрации незначительно меняется во времени. Основной же причиной, влияющей на точность восстановления поля, является ограниченность неравномерно распределенных по акватории измерений.

Как уже отмечалось ранее, при объективном анализе структуры поля методом оптимальной интерполяции необходимо знать все соответствующие конечно-мерные функции распределения определяемого параметра [59].

Однако для практического применения конечно-мерные функции распределения представляются слишком громоздкими и неудобными характеристиками. К тому же экспериментальное их определение является затруднительным. Поэтому при исследовании статистической структуры поля естественно ограничиться характеристиками распределения, описывающими те или иные частные статистические свойства поля. Наиболее важными из них являются среднее значение концентрации радионуклида, дисперсия и второй смешанный момент (ковариационная функция).

Помимо указанных характеристик, при анализе случайных полей оказывается полезным проведение структурного анализа. Эффективность структурного анализа заключается в том, что параметры структурных функций обладают свойством инвариантности. Вместе с тем структурная функция включает в себя в качестве составных параметров корреляционные характеристики, и в этом смысле она может рассматриваться как результат более общего метода корреляционной обработки случайных процессов.

Оценки математического ожидания, дисперсии, нормированной корреляционной функции и структурной функции определяются с помощью операторов типа

$$[S_T, S_R, S - S_R, T_\tau, R_l, S_T - T_\tau, S_T(S_T - T_\tau) \dots],$$

где S — тождественный оператор; T_τ, R_l — оператор временного (τ) и пространственного (l) сдвига; S_T, S_R — оператор временного (T) и пространственного (R) осреднения.

Например, обобщенная структурная функция задается выражением

$$B(l) = M [f(x) - R_l f(x)]^2 = M [(S - R_l) f(x)]^2. \quad (3.17)$$

Случайные процессы $\Delta(x)$, получаемые в результате применения таких операторов, могут обладать стационарными свойствами. Так, если при интерполяции методом конечно-разностных приращений $\Delta_{11} = f(x) - f(x+l) = (S - R_l)f(x)$, то $f(x)$ процесс со стационарными приращениями. Аналогичным образом стационарными могут оказаться процессы:

$$\begin{aligned} \Delta_{12}(x) &= (S_R - R_l) f(x); \\ \Delta_{21}(x) &= (S - S_R R_l) f(x). \end{aligned}$$

Операторы могут быть определены на дискретном множестве параметров. Приложение операторов к рядам наблюдений, ограни-

ченных по объему, приводит к тому, что эмпирическое среднее значение, дисперсия, нормированная корреляционная и структурная функции претерпевают разброс вокруг своих истинных значений. Кроме того, исследуемые статистики зависят не только от тех отсчетов, которые находятся внутри данной реализации, но также и от отсчетов, расположенных вне ее. В этом случае они вычисляются не по генеральной совокупности, а по известной из эксперимента ограниченной выборке измерений и представляют собой оценки, которые являются случайными величинами. Поэтому имеет смысл говорить о вероятностных характеристиках оценок — их функциях распределения, математических ожиданиях и дисперсиях.

Рассматриваемый подход к исследованию гидрофизического поля основан на использовании теории линейной интерполяции стационарных случайных последовательностей.

В последние годы было показано, что при весьма ограниченном количестве информации в этой области может быть использован метод объективного анализа, базирующийся на концепциях А. Н. Колмогорова [49], впоследствии развитых в работе А. М. Яглома [93].

Приложение методов объективного анализа, в частности оптимальной интерполяции, нашло большое применение при анализе случайных метеорологических полей. Обзор полученных результатов в области конкретизации и практического применения объективного анализа метеорологических полей приводится в работах [16—24, 41—44]. Как известно, его составляют: 1) разумное физическое толкование поля с точки зрения выбора района исследования, получение сглаженных характеристик и оптимальная интерпретация; 2) исключение ошибочных измерений; 3) оптимальная интерполяция и согласование полей.

Под оптимальной интерполяцией понимается интерполяция, обеспечивающая минимум среднего значения квадрата ошибки восстановления элемента поля.

В последние годы были предприняты попытки применить этот метод к анализу гидрофизических полей, в первую очередь поля температуры [81].

Были получены некоторые положительные результаты при анализе полей в ядерной гидрофизике [3]. В этой области применение объективного анализа и оптимальной интерполяции сулило богатые перспективы. Появилась возможность извлечь упорядоченную информацию о распределении загрязнения в океане и судить о статистической структуре поля радиоактивности [3, 61].

Дальнейшее развитие метода объективного анализа поля радиоактивности нуждалось, однако, в существенных уточнениях. Оказалось необходимым оценить ошибки, связанные с идеализацией решаемой задачи. Это в первую очередь относится к предположению об изотропности и однородности поля отклонений от среднего. Нуждается также в уточнении представление о приблизительной стационарности поля радиоактивности. Помимо этого, известно,

что в реальных условиях при интерпретации измерений любой специалист по ядерной гидрофизике должен решить задачу о восстановлении поля по коротким рядам наблюдений, выполняемых в различные моменты времени и в различных частях исследуемой акватории. Для практических целей важно знать, с какой точностью могут быть получены усредненные характеристики гидрофизического параметра на площади различных размеров в зависимости от густоты измерений. Таким образом, необходимо оценить устойчивость оптимальной интерполяции и восстановления полей в узлах регулярной сети в зависимости от точности определения среднего значения, дисперсии, нормированной корреляционной функции и ошибок экспериментальных методов отбора проб радиоактивности.

В равной мере эти сведения могут быть использованы при рационализации поисковой сети измерений, при решении задач статистического районирования исследуемых акваторий, обосновании длительности обобщенных временных и пространственных интервалов, прогнозировании состояния гидрофизической обстановки и т. п.

Все эти вопросы, очевидно, вставали и перед авторами первых работ [3, 61, 81]. Но они доказывали обоснованность своих выводов путем сравнения видов корреляционных функций, полученных в результате обработки различных статистических выборок. Очевидно, такой метод не может быть признан полностью корректным. Необходим отдельный анализ всех факторов, влияющих на ошибку восстановления ядерно-гидрофизических полей методом оптимальной интерполяции. Только корректное его обоснование позволит перейти к следующему этапу — согласованию ядерно-гидрофизических полей, что позволит добиться успеха в трассерных изотопных исследованиях.

Таким образом, положительные результаты в восстановлении поля радиоактивности могут быть достигнуты только при условии, если будет определена оптимальная выборка и ее конфигурация на исследуемом поле при условии ее эргодичности, определена роль и оценено влияние ошибок на точность оптимальной интерполяции. Для решения этих задач приходится выделять статистические совокупности наблюдений на отдельных акваториях и в заданных промежутках времени, которые могут отвечать приблизительно стационарному процессу. Один из возможных путей решения проблемы описан в работе [37]. Влияние ошибок на точность оптимальной интерполяции оценивается по данным моделирования и результатам восстановления полей.

Как показано в гл. 1, наиболее интересными объектами исследования с этой точки зрения являются Тихий и Атлантический океаны, на акваториях которых имеются районы с различными источниками радиоактивного загрязнения (районы испытаний ядерного оружия, открытый океан, загрязняемый в результате глобальных выпадений, районы сбросов и захоронения радиоактивных отходов).

В настоящее время в результате советских и американских исследований вод океанов получены обширные экспериментальные данные [1, 11, 96, 100, 104—107, 120]. Это, в частности, позволяет определить раздельно статистическую структуру полей радиоактивности, формируемых за счет различных источников. В результате исследований могут быть получены карты радиоактивности океана для различных временных интервалов. Их сравнение между собой, а также с другими гидрофизическими полями позволит выявить связь между процессами, весьма различными по характеру и интенсивности.

Оптимальная интерполяция осуществляется при соблюдении двух условий: 1) определяемое интерполированное значение является линейной комбинацией измеренных значений; 2) восстановленное значение определяется из условия минимума среднего квадрата ошибки интерполяции.

При наличии ограниченной системы измерений для описания статистической структуры полей методом оптимальной интерполяции восстановленное значение отклонения концентрации радионуклида в точке ищется в виде

$$f^*(\mathbf{x}) = \sum_{[n]} f(\mathbf{V}_{[n]}) p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}), \quad (3.18)$$

где $f^*(\mathbf{x})$ — восстановленное значение функции измерений в точке $\{\mathbf{x}\} = \{x_1, x_2\}$ поля; \mathbf{V} — вектор, характеризующий положение узла решетки измерений; $p(\mathbf{x})$ — весовые коэффициенты для значений корреляционной функции $K(\mathbf{x})$ в узлах решетки.

Весовые коэффициенты выбираются из условия того, чтобы оценка $f^*(\mathbf{x})$ давала наилучшие в среднем статистическом результате приближения. Они минимизируют величину среднеквадратической ошибки восстановления $E(\mathbf{x})$

$$E(\mathbf{x}) = \overline{|f(\mathbf{x}) - f^*(\mathbf{x})|^2} = K(0) - 2 \sum_{[n]} K(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}) p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}) + \\ + \sum_{[n]} \sum_{[m]} K(\mathbf{V}_{[n]} - \mathbf{V}_{[m]}) p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}) p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[m]}). \quad (3.19)$$

$n, m = 0; \pm 1; \pm 2; \pm \dots$

Условия минимума величины $E(\mathbf{x})$ образуют систему линейных уравнений для определения весов вида

$$K(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[m]}) = \sum_{[n]} p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}) K(\mathbf{V}_{[n]} - \mathbf{V}_{[m]}).$$

Учитывая, что

$$\sum_{[n]} p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}) K(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}) = \sum_{[n]} \sum_{[m]} K(\mathbf{V}_{[n]} - \mathbf{V}_{[m]}) \times \\ \times p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[n]}) p(\mathbf{x} - \mathbf{V}_{[m]}), \quad (3.20')$$

можно получить выражения для ошибки восстановления в следующем виде:

$$E(x) = K(0) - \sum_{[n]} p(x - \mathbf{V}_{[n]}) K(x - \mathbf{V}_{[n]}) = \\ = K(0) - \sum_{[n]} \sum_{[m]} p(x - \mathbf{V}_{[n]}) p(x - \mathbf{V}_{[m]}) K(\mathbf{V}_{[n]} - \mathbf{V}_{[m]}). \quad (3.20)$$

Как следует из выражения (3.20), для минимизации ошибки интерполяции необходимо выбрать оптимальный ряд весовых коэффициентов $p(\mathbf{V})$ для каждого значения x в пределах основной решетки измерений, которые обеспечивали бы нулевую ошибку в узлах решетки измерений и восстанавливали функцию корреляции $K(x)$ по ее значениям в узлах решетки:

$$K(x) = \sum_{[n]} p(x - \mathbf{V}_{[n]}) K(\mathbf{V}_{[n]}).$$

Как уже отмечалось выше, гипотеза об однородности поля радиоактивности предполагает и однородность дисперсии $D_f = K(0)$, т. е. независимость ее от координат точки. Так как ошибка восстановления $E(x)$ определяется, в частности, и дисперсией, можно прийти к ложному выводу, что $E(x)$ не зависит от положения точки. Для преодоления этой трудности необходимо пронормировать ошибку, определив ее как меру ошибки интерполяции:

$$\varepsilon = \frac{E(x)}{D_f}.$$

Тогда мера ошибки определяется следующим образом:

$$\varepsilon = 1 - \sum_{[n]} \sum_{[m]} p(x - \mathbf{V}_{[n]}) p(x - \mathbf{V}_{[m]}) \mu(\mathbf{V}_{[n]} - \mathbf{V}_{[m]}), \quad (3.21)$$

где $\mu(\mathbf{V}_{[n]} - \mathbf{V}_{[m]})$ — отсчеты нормированной корреляционной функции, или

$$\varepsilon = 1 - \sum_{[n]} p(x - \mathbf{V}_{[n]}) \mu(x - \mathbf{V}_{[n]}). \quad (3.22)$$

Из выражения (3.22) видно, что величину ошибки можно трактовать как отклонение большого ряда отсчетов нормированной корреляционной функции, взятых с весовыми коэффициентами, от значения $\mu(x)$ при $x=0$:

$$\varepsilon = 1 - \sum_{[k]} \mu_k(x).$$

Таким образом, задача о точности восстановления поля при ограниченном количестве измерений может быть сведена к вопросу о точности восстановления нормированной корреляционной функции конечным числом членов ряда. Это важный вывод, на дальнейшее исследование которого будет обращено внимание ниже.

Как видно из выражения (3.22), мера ошибки существенным образом зависит от ковариационной матрицы $\|\mu_{i,j}\|$ ($i, j=1, 2$,

3, ...), которая в свою очередь целиком определяется геометрией расположения и дискретностью измерений:

$$\| \mu_{i, j} \| = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1n} & \mu_{10} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \dots & \mu_{2n} & \mu_{20} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mu_{n1} & \mu_{n2} & \dots & \mu_{nn} & \mu_{n0} \end{pmatrix}.$$

Матрица $\| \mu_{i, j} \|$ симметрична относительно диагонали, так что достаточно рассчитать лишь половину ее элементов. Следовательно, такой подход дает возможность перейти к построению оптимальной геометрии измерений.

Гипотеза об однородности и изотропности сказывается на результатах тем сильнее, чем выше порядок системы $\sum_{j=1}^N \mu_{i, j} \rho_j + q_i \rho_i = \mu_{0i}$, где q — величина ошибки измерений. Характер влияния ошибок измерений на весовые коэффициенты будет рассмотрен ниже.

Структурный анализ полей радиоактивности

Для характеристики стационарных и некоторых типов нестационарных случайных процессов используется ряд специфических показателей — операторов, к числу которых относится, в частности, оператор $B(l)$, предложенный Колмогоровым и названный впоследствии А. М. Обуховым структурной функцией.

Существует связь между структурной и корреляционной функциями произвольного случайного процесса [8, 72].

Заметим, что структурный анализ нестационарных случайных процессов в ряде случаев приводит к более устойчивым характеристикам по сравнению с корреляционным. Эффективность структурного анализа по сравнению с корреляционным заключается в том, что структурные функции обладают свойством инвариантности относительно некоторых форм нестационарности, например, при смещении по математическому ожиданию, а также в случае квазистационарного случайного процесса. На основе структурного анализа ядерно-гидрофизических полей могут быть определены параметры соответствующей математической модели среды. Особенности структуры ядерно-гидрофизических полей изучены еще весьма недостаточно. Между тем строгое решение некоторых вопросов методики и объективного анализа поля радиоактивности поверхностных вод океана возможно лишь при знании их структурных $b(l)$ и корреляционных характеристик $\mu(l)$. Например, по данным о $\mu(l)$ и ошибке интерполяции ε можно судить о рациональной поисковой решетке измерений. Так как измерения концентрации радиоактивности выполняются с ошибками, целесообразно

оценить их влияние на надежность определения нормированной корреляционной функции.

Если структурная и нормированная корреляционная функция определяются по измерениям в узлах решетки, число которых N , то их оценки имеют вид:

$$b(l) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(r_i) - f(r_i + l)]^2; \quad (3.23)$$

$$\mu(l) = \frac{\sum_{i=1}^N f(r_i) f(r_i + l)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N [f(r_i)]^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N [f(r_i + l)]^2}}, \quad (3.24)$$

где

$$\begin{aligned} f(r_i + l) &= f'(r_i + l) + q(r_i + l), \\ f(r_i) &= f'(r_i) + q(r_i), \end{aligned} \quad (3.25)$$

$f'(r_i)$ — истинное значение $f(r)$; $q(r)$ — случайная ошибка.

Если предположить, что ошибки измерений статистически не связаны с истинными значениями $f'(r)$ и в различных точках поля статистически независимы друг от друга, а дисперсия истинного поля $(\sigma')^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f'(r_i)]^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f'(r_i + l)]^2$, то из (3.23) можно

получить

$$b(l) = b'(l) + 2q^2,$$

где $b'(l)$ — структурная функция истинного поля концентраций

$$q^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [q(r_i)]^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [q(r_i + l)]^2.$$

Если подставить (3.25) в формулу (3.24) для нормированной корреляционной функции, то получим

$$\mu(l) = \begin{cases} \left(1 - \frac{q^2}{\sigma'^2}\right) \mu'(l) & l \neq 0 \\ 1 & l = 0, \end{cases} \quad (3.26)$$

где $\mu'(l)$ — истинное значение нормированной корреляционной функции; $\sigma^2 = (\sigma')^2 + q^2$ — вычисленное значение дисперсии поля.

Из (3.26) видно, что за счет ошибок измерений истинное значение нормированной корреляционной функции всегда больше $\mu(l)$. Ошибки измерений могут быть оценены как $2q^2 = b(0)$. Полученное выражение позволяет внести поправки в структурные и нормированные корреляционные функции.

Поскольку в среднем поля радиоактивности можно считать изотропными, на основании зависимости $b(l) = 2\sigma^2 [1 - \mu(l)]$ можно сделать заключение, что усиление связи $\mu \rightarrow 1$ между значениями исследуемых характеристик приводит к уменьшению значения струк-

турной функции и наоборот; в частности, если выбрать такие расстояния, для которых $\mu(l) = 0$, то $b(l) = 2\sigma^2$.

Таким образом, достоверность истинного значения нормированной корреляционной функции зависит от соотношения дисперсии поля концентрации радиоактивности и дисперсии случайной ошибки экспериментальных данных, а для данного значения случайной ошибки с большим доверием следует относиться к той нормированной корреляционной функции, которая подсчитана по полю, имеющему большую дисперсию, поскольку расчетное значение в этом случае ближе к истинному.

Классификация полей радиоактивности

В последние годы при проведении в широких масштабах исследований Мирового океана возникает проблема обработки различного рода и характера информации о состоянии океана, преследующая цель решения задач распознавания и классификации процессов или ситуаций и выявления скрытого механизма взаимодействия водных масс. Сама постановка задачи связана с объективной необходимостью создания модели океана, в которой ядерно-гидрофизические процессы играют немаловажную роль.

Решение ряда задач модельного описания океана становится возможным с появлением как отдельных ЭВМ, так и автоматизированных систем сбора и обработки океанографической информации. Дело в том, что обработка на ЭВМ открывает возможность описывать количественными характеристиками весьма разнообразные формы случайных процессов и полей. Анализируя результаты отдельной обработки информации о случайных полях параметров в океане, характеризующих его структуру, приходится констатировать тот факт, что необходимость оперировать обобщенными математическими понятиями (распознаваемые объекты, границы разделов, области однородности [68] и т. п.) требует проведения комплексной обработки системы параметров. В этом случае, имея множество наблюдений, заданных многомерными векторами, нужно разбить их на группы так, чтобы была достигнута максимальная однородность внутри групп и минимальная между группами.

Решение подобных задач относится к практическому приложению теории распознавания образов и статистической теории принятия решений, которые в настоящее время находят в литературе все большее освещение. Однако приложение этих методов требует весьма полной априорной информации о полях, что на практике может вызывать определенные затруднения. Дело в том, что с целью выявления физико-статистических особенностей ядерно-гидрофизических полей, анализа их изменчивости во времени, а также взаимосвязи целесообразно подвергнуть математической обработке сами поля, а не данные в отдельных точках; последние, как правило, отражают локальные особенности и не дают возможности выявить общие, свойственные им закономерности.

Трудность получения полных множеств значений исходных параметров определяется рядом причин, среди которых немаловажной является экономический фактор. Здесь под полным множеством понимается совокупность значений исследуемых параметров в узлах регулярной сети различного масштаба и конфигурации, характеризующих динамику ядерно-гидрофизического поля. При построении полной совокупности оказывается важным соблюдение однородности представления исходной информации и определение количества классов. Это позволит в дальнейшем проводить направленные исследования ядерно-гидрофизических полей путем рационального перераспределения по полю проб концентраций радионуклидов, что облегчит нахождение связей между отдельными явлениями.

Задача статистического анализа классификации была первоначально рассмотрена Фишером [85], а метод ее реализации получил название дискриминантного анализа. В общих чертах задача может быть сформулирована следующим образом. Имеются две выборки из K -мерных совокупностей в евклидовом пространстве

$$f_{im_p}^p \dots f_{km_p}^p; \quad m_p = 1, \dots, n_p; \quad p = 1, 2; \quad n_p > k,$$

$\|\omega_{i,j}^p\|$ — матрицы внутреннего рассеивания, которые предполагаются неособыми с вероятностью 1. $[\omega_{i,j}^p = \omega_{j,i}^p = \sum_{m_p=1}^{n_p} (f_{im_p}^p - \bar{f}_i^p)(f_{jm_p}^p - \bar{f}_j^p)]$.

Пусть $(\bar{f}_1^p, \dots, \bar{f}_k^p)$ — векторы средних этих выборок, $p = 1, 2$. $\|\omega_{i,j}\|$ — матрица внутреннего рассеивания выборки, получающаяся при объединении двух исходных; $\|\omega_{i,j}^B\|$ — матрица межвыборочного рассеивания; $\|\omega_{i,j}^Z\| = \|\omega_{i,j}^1 + \omega_{i,j}^2\|$ — матрица внутривыборочного рассеивания двух выборок.

Необходимо спроектировать эти выборки на такую прямую, на которой достигается максимальное расхождение между их проекциями по сравнению с колебаниями внутри выборок, т. е. необходимо решить задачу линейного ортогонального преобразования векторов исследуемой совокупности с целью максимизации расстояния между классами.

После линейного преобразования $Z_{m_p}^p = \sum_{i=1}^k p_i f_{im_p}^p$; $m_p = 1, \dots, n_p$; $p = 1, 2$ ($Z_1^1, \dots, Z_{n_1}^1$) и ($Z_1^2, \dots, Z_{n_2}^2$) будут с точностью до масштаба одномерными выборками, полученными соответственно проектированием исходных K -мерных на прямую, направляющие конусы которой пропорциональны (p_1, \dots, p_k) . Пусть теперь \bar{Z}^1 и \bar{Z}^2 — средние значения выборок ($Z_1^1, \dots, Z_{n_1}^1$) и ($Z_1^2, \dots, Z_{n_2}^2$),

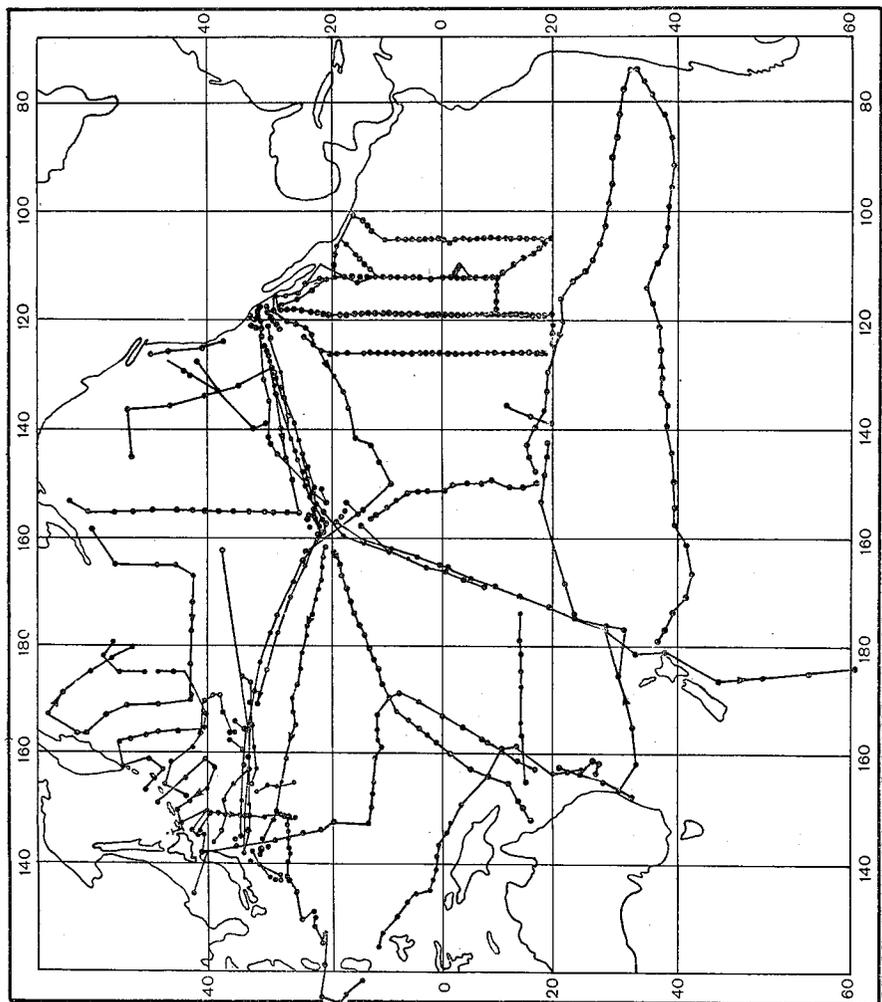


Рис. 23. Трассы отбора проб конденсатной влаги в водах Тихого океана (1965—1967 гг.) [11, 60, 102, 103].

а \bar{Z} — среднее объединенной выборки $(Z_1^1, \dots, Z_{n_1}^1, Z_1^2, \dots, Z_{n_2}^2)$.

Положим

$$L_{\Sigma} = \sum_{p=1}^2 \sum_{m_p=1}^{n_p} (Z_{m_p}^p - \bar{Z}^p)^2; \quad L_B = \sum_{p=1}^2 n_p (\bar{Z}^p - \bar{Z})^2.$$

Если L — рассеивание объединенной выборки $(Z_1^1, \dots, Z_{n_2}^2)$, то $L = L_{\Sigma} + L_B$; L_{Σ} представляет собой внутривыборочную компоненту, а L_B — межвыборочную.

Теперь основная задача состоит в определении (p_1, \dots, p_k) так, чтобы максимизировать L_B (т. е. минимизировать $L_{\Sigma}/(L_{\Sigma} + L_B)$) при фиксированном значении L_{Σ} .

Как отмечалось выше, необходимость обрабатывать сами поля требует задания их средних распределений как в пространстве, так и во времени.

Одним из путей разрешения указанных затруднений, вызванных наличием объективной ограниченности исходной информации при решении основной задачи классификации, может явиться решение задачи восстановления поля в узлах решетки наблюдений и построение изолиний распределения ядерно-гидрофизических параметров.

Приведенные в гл. 4 и на рис. 23 исходная информация о содержании стронция-90 и цезия-137 в поверхностных водах Атлантического и Тихого океанов и карты распределений их концентраций показывают один из возможных путей построения совокупности и значений и изолиний распределения концентраций радионуклидов с целью выделения классов. Использование этой информации в задачах классификации позволит оценить пространственные структуры многокомпонентных ядерно-гидрофизических полей, имеющих общее физическое содержание.

Глава 4

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЕЙ РАДИОАКТИВНОСТИ В ОКЕАНЕ

Поле осколочной радиоактивности в поверхностных водах океана

Наибольший интерес из радиоактивных продуктов, попавших в воды Мирового океана, представляют долгоживущие радионуклиды Sr^{90} и Cs^{137} , основная информация о концентрации которых приведена в работах [12, 40, 58, 67, 74, 96, 100, 104—110, 121]. Некоторые исследователи, измеряя концентрацию, пытались определить закономерности формирования полей радиоактивности [3, 32, 37, 92, 97, 103]. Однако трудоемкость методов анализа проб не позволяла осуществлять достаточно частую сеть измерений, необходимых для получения средних значений с высокой степенью приближения.

Что касается, например, данных о концентрации Cs^{137} , то исследования по его содержанию в поверхностных водах Тихого океана многочисленны, но проводились в разные периоды и в разных его районах. Им соответствуют столь же различные результаты анализа радиационной обстановки.

Так, согласно [100], средняя концентрация Cs^{137} в водах северной части Тихого океана составляла в 1960—1961 гг. около 0,20 пКи/л. С другой стороны, в [121] сообщается (для 1959—1960 гг.) о концентрациях Cs^{137} , превышающих упомянутые в несколько раз. Концентрация цезия-137 в тихоокеанских водах южнее экватора, согласно [100], составляла в тропической зоне 0,07 пКи/л. Работы Хигано и др. [108], выполненные в этом же районе, дали значение 0,13 пКи/л. В водах, омывающих западное побережье Южной Америки [58], концентрации составляли 0,03—0,05 пКи/л.

Работы, выполненные Фолсомом и др. [101, 102], показали, что концентрация Cs^{137} в водах северо-восточной части Тихого океана, у калифорнийского побережья, непрерывно повышалась, в то время как в целом по Тихому океану концентрации искусственных изотопов постепенно выравнивались.

В западных и восточных частях одних и тех же широтных поясов уровни радиоактивности существенно отличались [92] и возрастали в период 1959—1967 гг. Значительно меньшие концентрации отмечены в широтном поясе 10—20° с. ш., где происходит перенос водных масс в западном направлении.

Воды северо-западной части Тихого океана в основном были загрязнены вследствие проведения испытаний ядерного оружия на Маршалловых островах. В 1954—1955 гг. здесь наблюдалась область экстремального радиоактивного загрязнения. Осенью 1966 г. положение было уже совсем другим [39, 67, 91, 114, 116] — концентрация Cs^{137} в этом районе Тихого океана составляла в среднем 49 расп/мин на 100 л.

В юго-западной части Тихого океана в поверхностных водах концентрация Str^{90} и Cs^{137} была меньше, чем в северо-западной [11]. Сравнение средних цифр дано в табл. 14.

Таблица 14

Радионуклид	Год	Концентрация, расп/мин на 100 л		Отношение сев./южн.
		сев.	южн.	
Стронций-90	1961 [91, 116]	60	30	2,0
Стронций-90	1966	30	14	2,1
Цезий-137		49	24	2,0

К 1966—1967 гг. радиоактивное загрязнение поверхностных вод океана в целом снизилось. На рис. 24 представлен средний ход

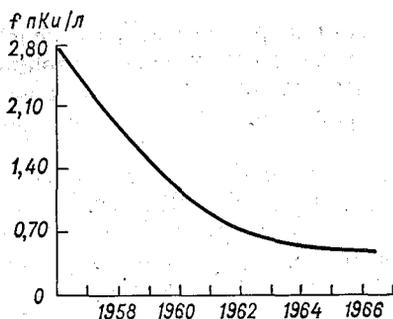


Рис. 24. Изменение среднего значения концентрации Cs^{137} в поверхностных водах Тихого океана.

средний ход концентрации Cs^{137} в поверхностных водах северо-западной части Тихого океана за период с 1957 по 1967 г.

Таким образом, проследить и выявить какие-либо интегральные характеристики распределения хотя бы одного только цезия-137 без проведения специальной обработки практически сложно. Искажающими общую физическую картину факторами могут также являться наличие ошибок в измерениях из-за погрешностей экспериментатора, несовершенство методики определения концентра-

ции радионуклида и погрешности индивидуальной интерпретации исследователями состояния загрязнения и т. п.

В то же время, как ни велик разброс отдельных значений, совокупность широтных данных показывает, что для современного состояния радиоактивной загрязненности характерны более высокие

концентрации Cs^{137} в водах северного полушария по сравнению с южным. Так, например, для Si^{90} они убывают с севера на юг от 0,58 до 0,03 пКи/л. Известно, что поверхность суши в северном полушарии загрязнена больше, чем в южном.

Ограниченность экспериментальных данных, полученных отдельными исследователями, не позволяла им провести анализ распределения загрязнения, что снижало ценность полученных ими результатов. Поскольку концентрации радионуклидов в поверхностном слое океанов и морей претерпевают природные флуктуации, оценку уровня загрязненности того или иного района следует производить по среднему значению результатов серии измерений, выполненных в различных точках каждого района.

Рассмотрение вопросов, сформулированных выше, диктовалось стремлением заменить чисто описательную трактовку эмпирических фактов математической теорией, которая объясняла бы наблюдаемые явления, позволяла бы сравнивать степени загрязненности различных районов и служила основой для расчетного прогнозирования радиационной обстановки в океанах. В настоящее время сделана попытка качественного и количественного анализа поля радиоактивности с помощью статистической обработки измерений по отдельным, относительно однородным районам. Ниже приведены результаты статистической обработки и определены некоторые закономерности распределений радиоактивного загрязнения по измерениям, выполненным на акваториях Атлантического и Тихого океанов.

Статистическая структура поля концентрации стронция-90 в поверхностных водах Атлантического океана

Определение граничных условий в задаче о распределении радиоактивного загрязнения в океане сводится к построению карт поля радиоактивности на обширных акваториях, например в масштабах всего океана. Для построения карты радиоактивной загрязненности Атлантического океана использованы данные 107 станций, расположенных по акватории океана площадью $4,7 \cdot 10^6$ кв. миль, [3, 5] — результаты наблюдений в экспедиционных рейсах НИС «Михаил Ломоносов» (1962—1964 гг.).

В исходных данных имелось пять пиковых значений концентрации, резко отличающихся от остальных значений поля. Их происхождение, по-видимому, объясняется интенсивными глобальными выпадениями в двух районах Атлантического океана (с начала 1962 г. до конца 1964 г. [54]). При предварительном анализе указанные значения не принимались во внимание, а были включены в число проинтерполированных значений.

Для обеспечения большей однородности поля рассматривались средние значения, свойственные исследуемым районам. Так, среднее значение концентрации Si^{90} для северной части Атлантики составило 29 расп/мин на 100 л, а для южной — 19 расп/мин на 100 л.

Значения концентрации Sr^{90} в узлах регулярной решетки, полученные методом оптимальной интерполяции, дали хорошее совпадение с этими величинами. На рис. 25 приведены значения функции $\mu(l)$ для различных выборок. Нормированная корреляционная функция аппроксимирована кривой вида

$$\mu(l) = \exp\{-0,0027l\}.$$

Разброс отсчетных значений $\mu_{i,j}$ относительно $\mu(l)$ зависит от объема выборок.

Результаты расчетов восстановленных значений поля в узлах регулярной ($3 \times 3^\circ$) решетки приведены на рис. 26. Проведенный

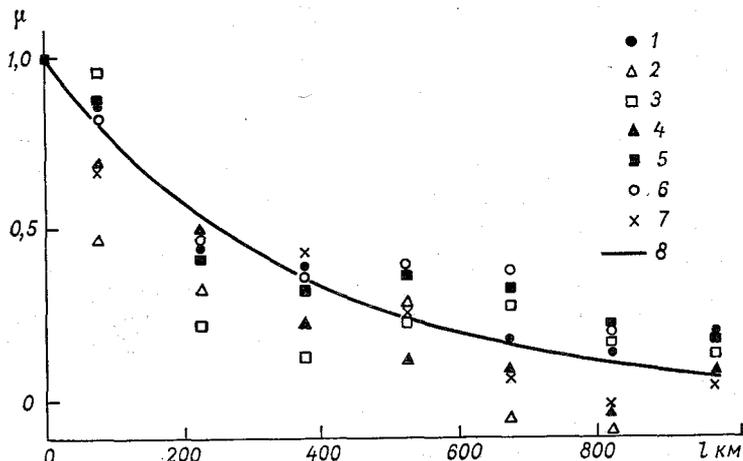


Рис. 25. Пространственная корреляционная функция отклонений концентраций Sr^{90} от среднего значения:

1 — измерения всех станций; 2 — станции северной части Атлантики; 3 — южная Атлантика; 4 — восточная Атлантика; 5 — западная Атлантика; 6 — юго-западная Атлантика; 7 — северо-восточная Атлантика, 8 — среднее значение.

анализ показал, что при восстановлении поля радиоактивной загрязненности Атлантики на акватории $4,7 \cdot 10^6$ кв. миль по данным 107 станций минимальное значение ошибки оптимальной интерполяции, отвечающее наивыгоднейшему расположению сети станций, составляет 26% дисперсии поля. В то же время средняя ошибка оптимальной интерполяции \bar{E} равна 60% дисперсии поля, что указывает на неравномерность отбора проб концентраций на акватории океана. Полученная карта распределения концентраций на поверхности Атлантического океана характеризует не только Sr^{90} , но и другой долгоживущий осколочный продукт Cs^{137} , так как, согласно гл. 1, отношение концентраций $\text{Cs}^{137}/\text{Sr}^{90}$ остается относительно постоянным в пределах ошибки измерения. Наряду с общим уменьшением поверхностной радиоактивности в южных широтах, на карте радиоактивности (см. рис. 26) заметно наличие в экваториальной области двух районов повышенной загрязненности: в Гви-

временным рядам наблюдений кораблей погоды. В этом обстоятельстве проявляются общие статистические свойства физических полей на поверхности океана. Однако значительная величина ошибки восстановления определила необходимость исследовать влияние отдельных факторов на точность восстановления полей радиоактивности. Некоторые результаты этих исследований опубликованы авторами [32—39].

Статистическая структура поля концентрации цезия-137 в поверхностных водах Тихого океана

Предварительное сравнение измерений концентрации цезия-137 в поверхностных водах Тихого океана (см. рис. 23), относящихся к различным сезонам и годам (1966—1967), позволяет считать, что поле концентрации в этот период было относительно стабильным. Однако следует отметить, что наблюдаются некоторые объективные различия в характере полей, которые необходимо учитывать при обработке. Для получения количественных характеристик поля желательно выбирать районы таким образом, чтобы обеспечить максимальную однородность выборок измерений. Ниже приведены результаты обработки измерений концентрации цезия-137, проводившихся в пределах областей 1—5, имеющих следующие координаты (рис. 27):

1 0—30° с. ш., 100—126° з. д.;

0—30° ю. ш., 100—126° з. д.;

2 20—50° с. ш., 116—160° з. д.;

3 20—60° с. ш., 116—180° в. д.;

4 10—40° с. ш., 100—160° з. д.;

5 0—40° с. ш., 140—180° з. д.

Указанные области выбирались исходя из условия относительно равномерного расположения проб цезия-137 в поверхностных водах.

По имеющимся данным рассчитывались:

- а) средние значения для квадратов размером $5 \times 5^\circ$ и $2 \times 2^\circ$;
- б) число случаев в каждой градации концентраций за счет наблюдений — n_i (ширина градации принималась 0,1 пКи/л);
- в) общее число наблюдений концентрации для области наблюдений $N = \sum_{i=1}^x n_i$, где x — количество градаций;

г) повторяемость и обеспеченность для каждой градации

$$P_i = \frac{n_i}{N}; \quad Q = \sum_{i=1}^x P_i;$$

i — номер градации (суммирование производилось от меньшей градации к большей).

На рис. 28 представлены гистограммы распределений, из которых видно, что концентрации цезия-137 за срок наблюдений более

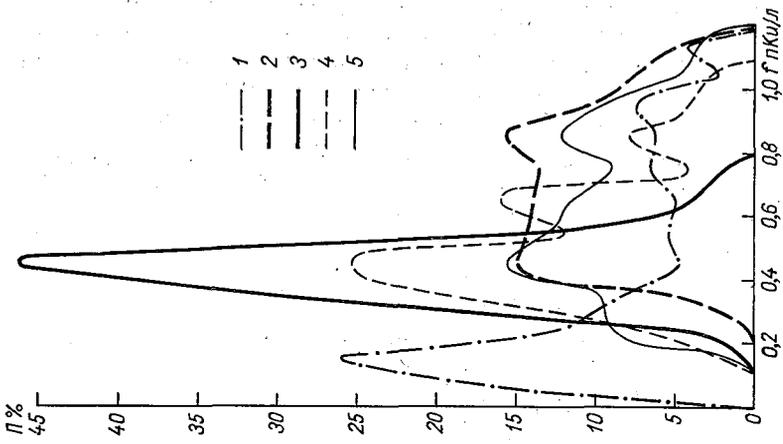


Рис. 28. Распределение концентраций цезия-137 в поверхностных водах Тихого океана (1966—1967 гг.).

Кривые распределений концентрации цезия-137 обозначены теми же линиями, что и на рис. 27.

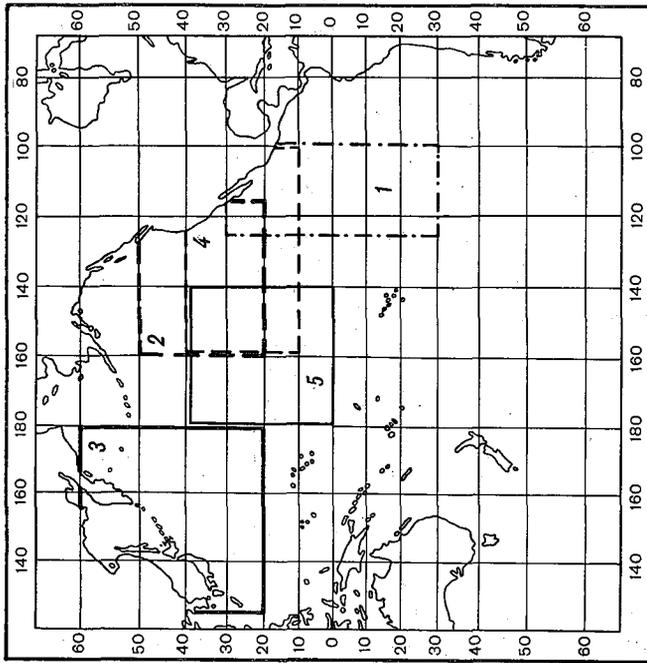


Рис. 27. Район оптимального анализа радиоактивности в водах Тихого океана.

тесно группируются около некоторых промежуточных значений. Для северо-восточной, центральной, северо-западной частей Тихого океана эти значения характеризуются величинами 0,72, 0,53, 0,43 пКи/л соответственно. Для района восточной части Тихого океана, расположенного южнее 30° с. ш., промежуточное значение концентрации цезия характеризуется величиной 0,12 пКи/л.

Для выбранных областей рассчитывались среднее значение концентрации \bar{f} , среднее квадратическое значение σ , коэффициенты асимметрии A и эксцесса E , их ошибки, мода M_0 и медиана M_e .

Указанные величины определялись через начальные статистические моменты:

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \sum_{i=1}^x n_i a_i \\ m_2 &= \sum_{i=1}^x n_i a_i^2 \end{aligned} \right\} \text{ при } N \geq 20;$$

$$m_3 = \sum_{i=1}^x n_i a_i^3 \quad \text{при } N \geq 50;$$

$$m_4 = \sum_{i=1}^x n_i a_i^4 \quad \text{при } N \geq 100,$$

a_i — срединное значение данной градации концентрации;

$$\begin{aligned} \bar{f} &= m_1; \\ \sigma &= \sqrt{m_2 - m_1^2}; \\ A &= \frac{m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3}{\sigma^3}; \\ E &= \frac{m_4 - 4m_1 m_3 + 6m_1^2 m_2 - 3m_1^4}{\sigma^4}. \end{aligned}$$

Несмещенные оценки σ , A , E определялись согласно зависимостям:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sqrt{\frac{N}{N-1}} \sigma; \\ A_n &= \sqrt{\frac{N(N-1)}{N-2}} A; \\ E_n &= \frac{(N^2-1)E + 6(N-1)}{(N-2)(N-3)}, \end{aligned}$$

где N — число наблюдений в области.

Ошибки оценок параметров распределения рассчитывались по формулам:

$$m_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}; \quad m_{\sigma} = \frac{m_{\sigma}}{\sqrt{2}}; \quad m_A = \sqrt{\frac{\sigma}{N}}; \quad m_E = 2m_A.$$

В табл. 15 приведены параметры распределения концентрации радионуклида для выбранных областей 1—5 поверхностных вод Тихого океана. Эти данные хорошо согласуются со средними значениями, рассчитанными для схожих районов при определении нормированных корреляционных функций, и могут характеризовать загрязненность указанных районов.

Таблица 15

Момент	Область				
	1	2	3	4	5
\bar{f}	0,434	0,714	0,438	0,630	0,536
m_{cp}	0,023	0,012	0,009	0,013	0,024
σ	0,339	0,218	0,101	0,256	0,205
σ_H	0,340	0,219	0,101	0,256	0,206
m_σ	0,016	0,009	0,006	0,009	0,017
A	0,653	0,174	0,577	0,181	0,691
A_H	0,657	0,175	0,584	0,182	0,705
m_A	0,039	0,026	0,028	0,026	0,052
E	2,067	2,129	4,852	2,090	2,700
E_H	2,141	2,184	5,071	2,137	2,975
m_E	0,078	0,052	0,056	0,053	0,105
Мо	0,150	0,869	0,467	0,431	0,467

На рис. 29, 30 и 31 представлена структура среднего поля концентрации цезия-137 в поверхностных водах Тихого океана в

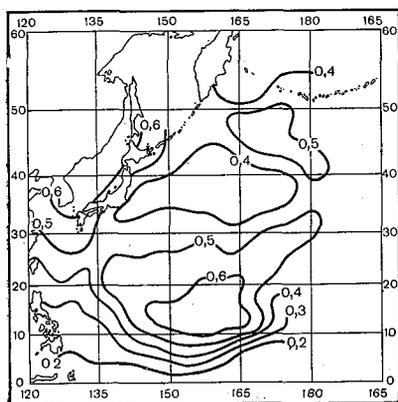


Рис. 29. Среднее поле концентрации цезия-137 (пКи/л) в западной части Тихого океана. 1966 г.

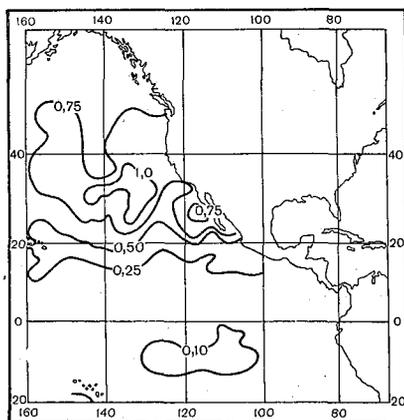


Рис. 30. Среднее поле концентрации цезия-137 (пКи/л) в восточной части Тихого океана. 1967 г.

период 1966—1967 гг. Следует отметить, что в совпадающих квадратах осреднения наблюдается снижение среднего уровня концентрации в 1967 г. по сравнению с 1966 г. По данным обработки измерений может быть проведена физическая интерпретация эмпирических результатов. Так, при неравномерном расположении проб на поле, ограниченном областью $100—140^{\circ}$ з. д., $10—40^{\circ}$ с. ш. ($N=365$, $f_{\max}=1,89$ пКи/л, $f_{\min}=0,05$ пКи/л, что дает 40-кратные изменения минимального значения концентрации), ошибки определения среднего значения по среднему арифметическому из значений проб существенно выше, чем при равномерном размещении. Величина этого

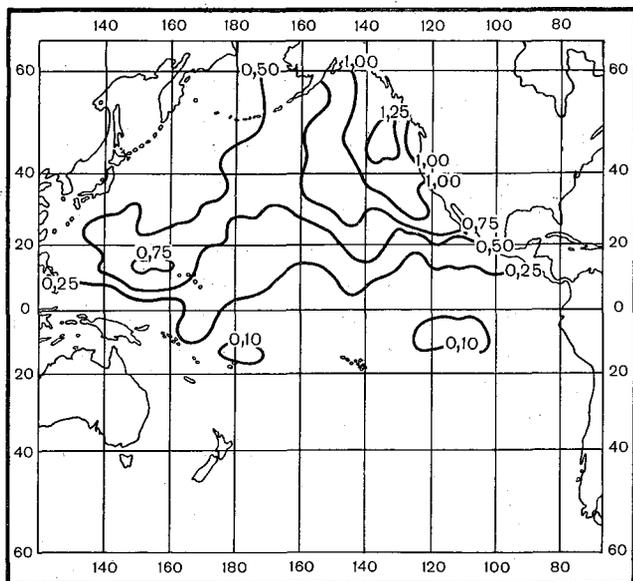


Рис. 31. Среднее поле концентрации цезия-137 (пКи/л) в поверхностных водах Тихого океана. 1966—1967 г.

превышения зависит от расположения проб и элементарной формы осреднения и в худшем случае может достигать 100%. Дисперсия может быть во много раз больше, чем в случае равномерного расположения.

Для района у западного побережья США ($110—120^{\circ}$ з. д., $32—36^{\circ}$ с. ш.) среднее значение равно $0,8—0,9$ пКи/л, $\sigma^2=0,05\div 0,1$, что значительно выше концентрации в океане (20° ю. ш.— 30° с. ш.), составляющей $0,1—0,15$ пКи/л, а $\sigma^2=0,008\div 0,01$. Необходимо отметить, что не следует относить это превышение только за счет неравномерности расположения пунктов отбора проб в прибрежном районе. Следует еще учитывать различия в характере полей. При рассмотрении поля концентрации Cs^{137} на акватории Тихого океана необходимо обратить внимание на то, что характер формирования полей радиоактивности существенно отличается от условий на акваториях Атлантического и Индийского океанов.

Зависимость статистических параметров поля концентрации радионуклида от распределения точек отбора проб

По имеющимся измерениям было проведено вычисление нормированной корреляционной функции и сглаживание полученных кривых методом наименьших квадратов.

Расчет проводился по формулам:

$$\mu(l) = \frac{1}{\mu(0) n_k} \sum_{i,j=1}^{n_k} f'_i f'_j;$$

$$\mu(0) = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{n_0} f_i'^2; \quad f'_i = f_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i,$$

где $l = k \Delta l$ ($k=0, 1, 2, \dots$) — номер градации расстояния; Δl — шаг градации (выбиралось равным $1^\circ \approx 111$ км); n_k — количество пар $f'_i f'_j$.

Программа вычисления нормированной корреляционной функции построена таким образом, что позволяет выявить анизотропию поля. Автокорреляция поля вычислялась по различным направлениям $\theta = \kappa \Delta \theta$ ($\kappa=0, 1, 2, \dots$). Шаг $\Delta \theta$ выбирался в зависимости от расположения измерений и гидрофизических условий района.

При работе программы географические координаты измерений (λ и φ) пересчитывались в углу большого круга:

$$\lambda'_i = \lambda_i \cos \varphi_i;$$

$$\varphi'_i = \varphi_i,$$

а затем производился поворот системы координат на угол

$$\lambda''_i = \lambda'_i \cos \kappa \Delta \theta + \varphi'_i \sin \kappa \Delta \theta,$$

$$\varphi''_i = \lambda'_i \sin \kappa \Delta \theta + \varphi'_i \cos \kappa \Delta \theta.$$

Для того чтобы с максимальной степенью точности обеспечить однородность реализации выборки на поле, целесообразно разделить весь материал по сезонам и производить обработку для каждого сезона отдельно. Однако существенная ограниченность измерений (трудность получения информации о концентрации радионуклидов в поверхностных водах океана) не позволяет производить подобную обработку, и в этом случае может быть предложена многосезонная обработка в соответствии со статистическим районированием. Статистическое районирование было выполнено исходя из необходимости создать оптимальное подобие средних полей, а также полей дисперсий.

Так, для района $20-30^\circ$ с. ш., $104-120^\circ$ з. д. $\bar{f} = 0,222$ пКи/л, $\sigma^2 = 0,033$, $N = 195$, а для района, ограниченного координатами 20° ю. ш.— 50° с. ш., $104-140^\circ$ з. д. $\bar{f} = 0,386$ пКи/л, $\sigma^2 = 0,081$, $N = 341$. Несмотря на увеличение площади района и количества проб, среднее значение и дисперсия увеличились соответственно. Различия по среднему полю составляют $\approx 40\%$, дисперсии $\approx 70\%$.

Отсюда следует, что во второй район включены данные с отличающимися характеристиками. Сравнивая характер проб района, ограниченного прямоугольной областью 2° ю. ш.— 20° с. ш., 111 — 112° з. д., для которого $\bar{f}=0,23$ пКи/л, с характером проб первого района, можно видеть, что отличие среднего поля составляет всего лишь 4%, а отличие дисперсий достигает 40%. Значительную разницу дисперсии полей можно объяснить в основном уменьшением количества данных (от 195 до 23).

Показательной является широтная полоса 20 — 30° с. ш., в которой происходит существенное уменьшение концентрации к экватору; скорость убывания достигает $0,1 \frac{\text{пКи/л}}{\text{град}}$.

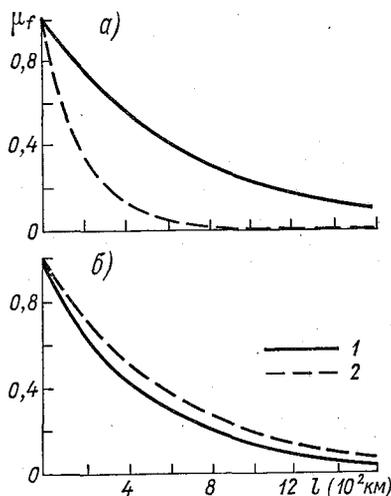


Рис. 32. Нормированные корреляционные функции концентрации цезия-137 для Тихого океана в 1966 г. (а) и 1967 (б).

а: 1 — $\exp(-0,15l)$, $N=80$; $\bar{f}=0,67$; $\sigma^2=0,089$;
 $\sigma_{\text{сгл}}^2=0,068$ (160 — 118° з. д., 33 — 20° с. ш.);
 2 — $\exp(-0,5l)$, $N=42$; $\bar{f}=0,91$; $\sigma^2=0,093$;
 $\sigma_{\text{сгл}}^2=0,044$ (140 — 120° з. д., 50 — 30° с. ш.);
 б: 1 — $\exp(-0,2l)$, $N=195$; $\bar{f}=0,222$; $\sigma^2=0,033$;
 $\sigma_{\text{сгл}}^2=0,019$ (104 — 126° з. д., 20° ю. ш.—
 30° с. ш.); 2 — $\exp(-0,175l)$, $N=341$; $\bar{f}=0,386$;
 $\sigma^2=0,081$; $\sigma_{\text{сгл}}^2=0,0118$ (105 — 140° з. д.,
 20° ю. ш.— 50° с. ш.).

В соответствии с рассмотренной методикой были произведены расчеты нормированной корреляционной функции по экспериментальным данным измерений, выполненных в разные сроки и в различных районах поверхностных вод Тихого океана, которые представлены на рис. 32 и 33. Следует отметить, что характер нормированных корреляционных функций в 1966 и 1967 гг. практически совпадает. Представленные на рис. 32 а кривые относятся к различным районам Тихого океана (1966 г.). Представленные на рис. 32 б нормированные корреляционные функции относятся к районам со схожими статистическими характеристиками. Увеличение степени затухания (нижняя кривая рис. 32 б) для открытого океана, на наш взгляд, может быть объяснено наличием отдельных аномальных изменений наряду с проявлением устойчивой стабилизации распределения уровней концентрации в направлении к экватору. При сравнении этих кривых видно, что с переходом от района западного побережья США (105 — 140° з. д., 20° ю. ш.— 30° с. ш.) к району открытого океана (104 — 126° з. д., 20° ю. ш.— 30° с. ш.) среднее значение и дисперсия уменьшаются, разброс ординат нор-

мированной корреляционной функции растёт, ошибка сглаживания становится соизмеримой с дисперсией поля (N уменьшается). Характер поля существенно стабилизируется.

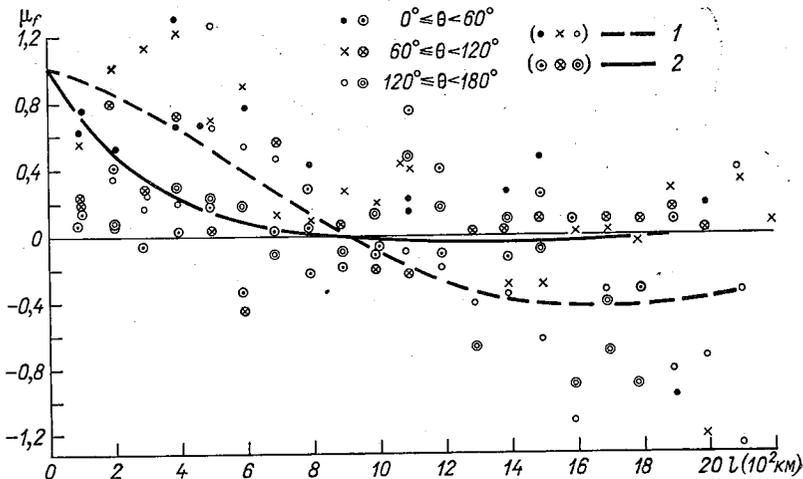


Рис. 33. Нормированные корреляционные функции концентрации цезия-137 для Тихого океана:

1 — эксп $(-0,05 l)$; $\sigma_{\text{сгл}}^2 = 0,05$ (104—126° з. д., 20° ю. ш.—30° с. ш.); 2 — эксп $(-0,3 l)$; $\sigma_{\text{сгл}}^2 = 0,06$ (104—126° з. д., 20° ю. ш.—18° с. ш.).

Сравнение нормированных корреляционных функций для акватории, прилегающей к западному побережью США (прибрежного

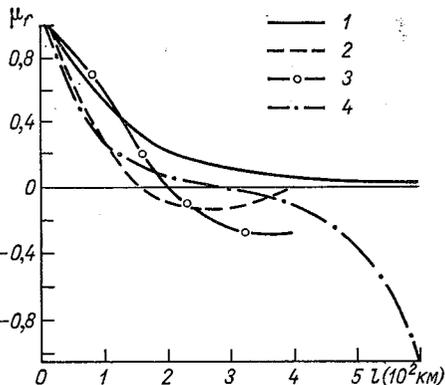


Рис. 34. Нормированные корреляционные функции цезия-137 для района Тихого океана, 105—140° з. д., 20°—30° с. ш.

1 — эксп $(-0,75 l)$; $\sigma_{\text{сгл}}^2 = 0,013$; $0^\circ \leq \theta < 45^\circ$;
 2 — эксп $(-0,75 l)$; $\sigma_{\text{сгл}}^2 = 0,023$; $45^\circ \leq \theta < 90^\circ$;
 3 — эксп $(-0,3 l)$; $\sigma_{\text{сгл}}^2 = 0,027$; $90^\circ \leq \theta < 135^\circ$;
 4 — эксп $(-1,3 l)$; $\sigma_{\text{сгл}}^2 = 0,005$; $135^\circ \leq \theta < 180^\circ$.

района и района открытого океана), с кривыми, рассчитанными по направлениям (рис. 33 и 34), свидетельствует о том, что характер их изменений весьма близок. Различия вызваны, на наш взгляд, в основном уменьшением объема информации и увеличением роли случайных ошибок измерений.

Уменьшение радиуса корреляции от 1000 до 300 км можно объяснить особенностями характера распределения концентрации радионуклида в исследуемых районах, несовпадением объемов измерительной информации, а также влиянием случайных ошибок при определении отклонений концентрации цезия-137 от среднего значения. Таким образом, характер полученных нормированных корреляционных функций подтверждает тот факт, что на формирование поля концентрации цезия-137 в поверхностных водах Тихого океана влияют наряду с глобальными выпадениями сброс отходов атомных производств и особенности процесса обмена вод в данном районе.

Изменчивость поля радиоактивности и случайная ошибка измерений

Для определения соотношения дисперсии поля и дисперсии случайной ошибки был выбран относительно равномерно исследованный район Тихого океана (в случае неравномерного размещения

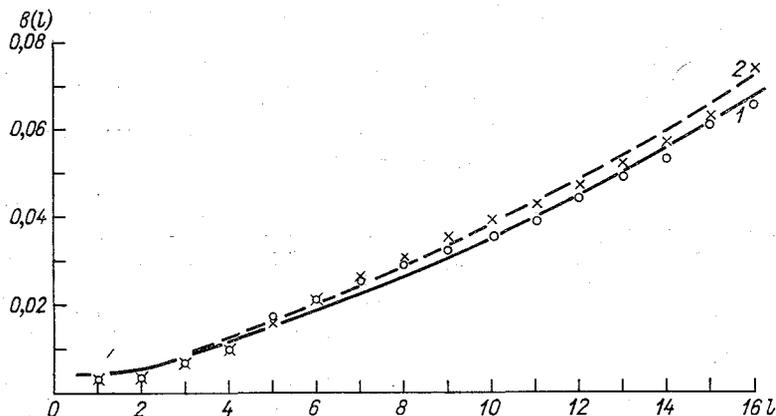


Рис. 35. Структурные функции концентрации цезия-137.

Определение среднего значения по среднему арифметическому — 1, скользящему среднему — 2.

проб, как указывалось выше, ошибка в определении среднего значения может значительно возрастать), ограниченный прямоугольной областью 104—126° з. д., 20° ю. ш.—30° с. ш. Рассчитанные нормированная корреляционная и структурная функции приведены на рис. 32 б и 35 соответственно. Выбранные и расчетные характеристики для указанного района приведены в табл. 16.

Из таблицы видно, что при уменьшении N от 195 до 120 ошибка в определении среднего значения составляет величину порядка нескольких процентов. Порядок величины дисперсии поля не изменился. При этом необходимо учесть, что величина σ^2 является сум-

Таблица 16

N	\bar{f}	\bar{f}'	σ^2	$\sigma_{\text{сгд}}^2$	q^2
195	0,225	0,153	0,033	0,019	0,0037
120	0,202	0,102	0,0255	0,015	0,0025

марной дисперсией поля и ошибок измерений. Для выбранного района тренд практически отсутствует. Таким образом, согласно (3.26), нормированная корреляционная функция для указанного района подсчитана в среднем с ошибкой 10—15%; около 2% приходится за счет ошибки, возникающей при сглаживании.

При исследовании распределения концентрации радионуклида в поверхностных водах могут встретиться такие области, в пределах которых случайная ошибка сравнима с их изменчивостью. В этом случае пренебрежение ошибками наблюдений может привести к значительному изменению весов и соответственно к неопределенному увеличению ошибки интерполяции. Пробы, имеющие значительные ошибки, будут иметь меньший вес. Здесь существенно заметить, что оптимальная интерполяция позволяет воспроизвести значение концентрации в точках наблюдений, обеспечивая тем самым возможность не только отбросить ошибочные, но и произвести корректировку, которая особенно важна при уточнении численных прогнозов состояния радиоактивной загрязненности.

В соответствии с методикой, рассмотренной выше, произведено восстановление поля концентрации цезия-137 в узлах решетки $2 \times 2^\circ$. Приведенная на рис. 36 структура восстановленного поля подтверждает выводы о распределении уровней концентрации. Ошибка восстановления для данного района не превышает 1,5%.

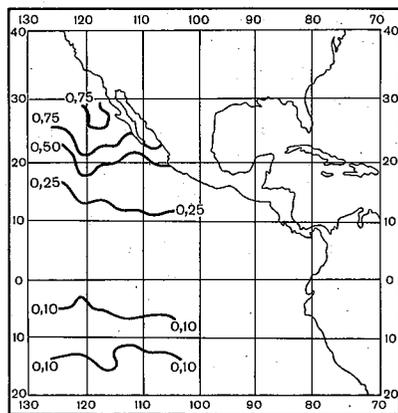


Рис. 36. Восстановленное поле распределения цезия-137 (пКи/л).

Временные характеристики интенсивности выпадений радионуклидов над океаном

Поскольку исторически распределение глобальных выпадений объяснялось циркуляционной схемой выпадения радиоактивных аэрозолей из атмосферы, как правило, определялся географический фактор интенсивности выпадений [54]. Особое место при исследо-

вании географического фактора уделялось исследованию распределения максимумов концентрации загрязнения приземного воздуха по сезонам в северном и южном полушариях.

В настоящее время существует значительное количество гипотез, объясняющих планетарное распределение радиоактивных выпадений, среди которых, на наш взгляд, особый интерес представляет компромиссная теория синоптико-климатического подхода к процессу выпадений радионуклидов, связанному с атмосферными осадками [45]. Однако недостаток экспериментальных данных о выпадении радионуклидов над поверхностью океана не давал возможности сделать выводы о его особенностях. В связи с этим к настоящему времени опубликовано мало работ, в которых оценивалась бы интенсивность выпадений над океаном. Для перенесения закономерностей выпадений над сушей на процессы, протекающие в приводных слоях атмосферы, нет возможности, так как предположение о тождественности этих процессов не подтверждается [122]. В то же время использование радионуклидов в качестве трассеров процессов различного масштаба позволит прогнозировать эти потоки и судить об интенсивности процессов на поверхности океана.

Учитывая сложность получения информации о концентрации выпадений над океаном, следует отметить, что на судах погоды в Атлантическом океане получены представительные ряды временных наблюдений за выпадениями стронция-90 [107]. На четырех стационарных станциях в Атлантическом океане — № 1 (56° 30' с. ш., 51° 00' в. д.), № 2 (52° 45' с. ш., 35° 30' в. д.), № 3 (44° с. ш., 41° в. д.), № 4 (35° с. ш., 48° в. д.) — начиная с середины 1965 г. по июнь 1971 г. производились измерения концентрации выпадений стронция-90 ($\text{мКи}/\text{км}^2$). Предварительный анализ плотности выпадений Sr^{90} по имеющимся (около 500) измерениям затруднителен. В связи с этим для целей анализа распределения интенсивности выпадений имеющиеся данные были подвергнуты обработке. Временные последовательности оказались представительными, и по имеющимся данным построены функции распределения, вычислены моменты распределения выпадений стронция-90 из атмосферы. При вычислении функций распределения выпадений рассматривались данные начиная с 1966 г., когда уровень среднегодовых выпадений стабилизировался [45, 61].

В табл. 17 приведены средние значения \bar{f} , среднеквадратические отклонения σ , асимметрия A , эксцесс E , несмещенные σ , A и E и статистические ошибки их определения. Кроме статистических ошибок, следует учитывать, что используемые экспериментальные данные содержат ошибки измерений, о которых ничего неизвестно. Поскольку данные содержат две цифры после запятой, ошибка должна быть не менее $\pm 0,005$. На рис. 37 приведена функция распределения для станции № 3. Значительный разброс гистограммы распределения, очевидно, связан с ошибками в исходных данных. Сравнение сглаженной функции плотности с эмпирической функцией плотности нормального распределения, усеченного в точке

$f=0$, дает достаточно надежное совпадение. Это нормальное усеченное распределение характеризуется двумя параметрами исходного нормального распределения

$$F(f, f_0, \sigma_n) = \frac{A}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ (f - f_0)^2 / 2\sigma_n^2 \right\} \quad \text{при } f \geq 0,$$

где

$$A = \frac{1}{0,5 + \Phi_0(f_0/\sigma_n)},$$

Φ — интеграл вероятностей, $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^0 e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

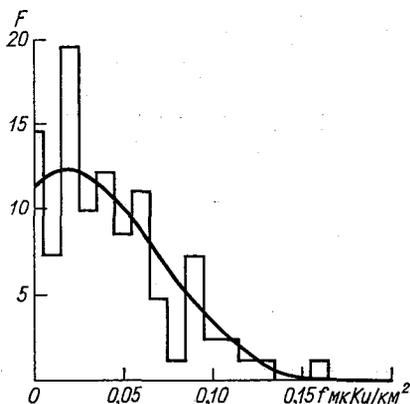


Рис. 37. Гистограмма и функция распределения плотности выпадений Sr^{90} для станции № 3.

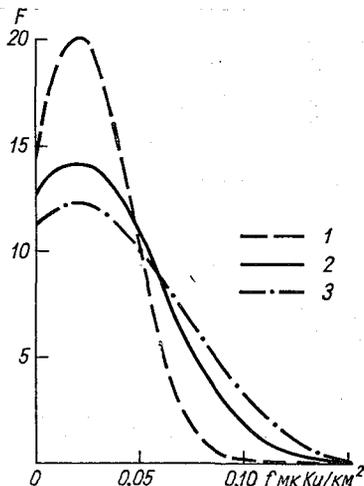


Рис. 38. Функция распределения плотности выпадений Sr^{90} . 1 — станция № 1, 2 — № 2, 3 — № 3.

Величина f_0 соответствует моде гистограммы плотности вероятности распределения и для всех станций равняется $0,02$ мКи/км² (рис. 38). Параметр σ_n близок к значению среднеквадратического отклонения, подсчитанному по исходному ряду. Математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение σ^* для усеченного нормального распределения вычислялись по формулам:

$$\bar{f} = f + B\sigma_n,$$

$$\sigma^{*2} = \sigma_n^2 \left[1 - B^2 - \frac{f_0}{\sigma_n} A\varphi(f_0/\sigma_n) \right],$$

где

$$B = \frac{\varphi(f_0/\sigma_n)}{0,5 + \Phi_0(f_0/\sigma)};$$

$\varphi(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{f^2}{2} \right\}$ — нормированная плотность нормального распределения.

Таблица 17

Результаты обработки наблюдений по четырем станциям [14]

Количество измерений	\bar{f}	$m_{\text{ср}}$	σ	$\sigma_{\text{несм}}$	m_{σ}	A	$A_{\text{несм}}$	m_A	E	$E_{\text{несм}}$	m_E	f_0	σ_{H}	\hat{f}	σ^*
----------------------	-----------	-----------------	----------	------------------------	--------------	-----	-------------------	-------	-----	-------------------	-------	-------	---------------------	-----------	------------

Станция № 1. Январь 1966 г.—апрель 1971 г. 56° 30' с. ш., 51° 00' в. д.

85	0,032	0,003	0,027	0,027	0,0017	1,48	1,49	0,02	2,49	2,65	0,04	0,02	0,025	0,03	0,018
----	-------	-------	-------	-------	--------	------	------	------	------	------	------	------	-------	------	-------

Станция № 2. Январь 1966 г.—апрель 1971 г. 52° 45' с. ш., 35° 30' в. д.

84	0,044	0,005	0,042	0,042	0,0027	2,08	2,09	0,02	5,22	5,48	0,05	0,02	0,04	0,04	0,03
----	-------	-------	-------	-------	--------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Станция № 3. Январь 1966 г.—февраль 1971 г. 44° с. ш., 41° в. д.

82	0,052	0,006	0,054	0,054	0,0034	3,12	3,14	0,03	12,85	13,4	0,05	0,02	0,05	0,05	0,03
----	-------	-------	-------	-------	--------	------	------	------	-------	------	------	------	------	------	------

Станция № 4. Январь 1966 г.—март 1971 г. 35° с. ш., 48° в. д.

80	0,048	0,06	0,053	0,054	0,0035	3,46	3,48	0,03	15,7	16,5	0,05	0,02	0,04	0,04	0,03
----	-------	------	-------	-------	--------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Вычисленные значения параметров приведены в табл. 17. Из таблицы видно, что средние значения, полученные при обработке рядов, хорошо согласуются с \bar{f} для всех станций. Среднеквадратические отклонения согласуются несколько хуже, но находятся, видимо, в пределах допустимой ошибки.

Так как накопление данных о концентрации выпадений производилось за различные периоды наблюдений, при расчете корреляционных функций полагалось, что в пределах одного временного интервала плотность выпадений сохранялась на среднем уровне. По данным приведенных рядов рассчитывались корреляционные

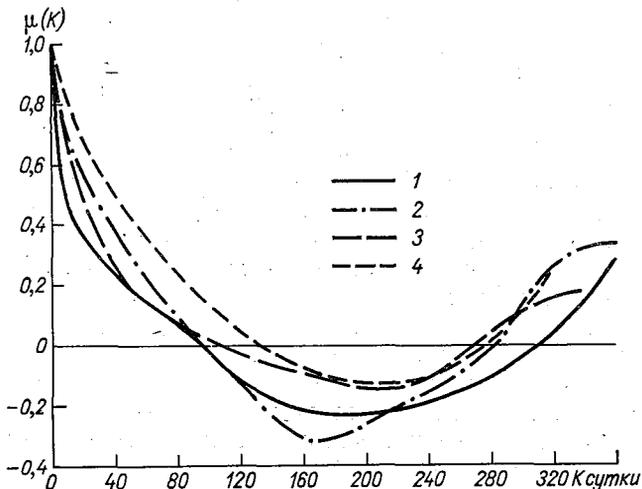


Рис. 39. Нормированные автокорреляционные функции плотности выпадений S_T^{90} .

1 — станция № 1, 2 — № 2, 3 — № 3, 4 — № 4.

зависимости выпадений. На рис. 39 приведены автокорреляционные функции для указанных станций. Корреляционные функции для всех четырех рядов имеют сходный вид затухающих гармонических колебаний. Нетрудно видеть, что период основной гармонической колебаний приблизительно равен одному году. Таким образом, над океаном, как и над сушей, наблюдается характерное чередование максимумов и зимних минимумов выпадений искусственных радионуклидов. Увеличение числа станций наблюдений за выпадениями в дальнейшем позволит проводить более глубокий статистический анализ, включая выявление взаимной корреляционной связи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе авторы попытались рассмотреть состояние искусственной радиоактивной обстановки в океане, проблемы и методы решения задач о вероятностных распределениях концентраций радиоактивности на акватории океана, оценить интенсивность выпадений и определить их влияние на картину распределений сопутствующих факторов.

Базируясь на теории стационарных случайных функций (используя интерполяционные методы обработки), математической статистике, теории ошибок и теории фильтрации, на современных ЭВМ, авторами выполнены исследования распределений радиоактивности и сопутствующих факторов (параметров). Приведены практические результаты обработки экспериментальных данных, полученных на экспедиционных судах Советского Союза и США, которые указывают на весьма сложный характер распространения радиоактивного загрязнения. Рассмотренные вопросы планирования исследований, анализ сходимости, достоверности оценок статистических параметров и ошибок экспериментатора позволили установить адекватность полученных результатов физической картине распределений. Показано, каким образом методика, алгоритмы и точность оптимальной интерполяции и интерпретации состояния радиоактивной загрязненности поверхностных вод зависят от информационного содержания обрабатываемого материала.

Определены основные характеристики поля радиоактивности в океане.

1. Глобальное распределение цезия-137 в поверхностных водах Тихого океана имеет неравномерный характер, вызванный выпадением из атмосферы, удалением радиоактивных отходов в водную сферу и особенностями процесса обмена вод поверхностного слоя.

2. Повышенные уровни концентрации цезия наблюдаются в северо-восточной части Тихого океана (побережье Калифорнии и особенно район выхода вод р. Колумбии). Характерной является широтная полоса $30-20^\circ$ с. ш., в которой происходит существенное уменьшение концентрации, достигающее $0,1 \frac{\text{пКи/л}}{\text{град}}$. В дальнейшем

до нулевой широты характер поля стабилизируется, и значения концентрации составляют 25—30% наблюдаемых значений в северо-западной и северо-восточной частях Тихого океана. В пределах

ограниченных областей концентрации цезия-137 более тесно группируются около некоторых промежуточных значений, которыми можно характеризовать загрязненность исследуемых районов. В связи с этим для уменьшения ошибки восстановления необходимо проведение статистического районирования, обеспечивающего выбор районов с максимальной однородностью. В качестве «фона» радиоактивной загрязненности поверхностных вод Тихого океана в 1966—1967 гг. можно принять среднюю концентрацию цезия-137 в водах открытой акватории (20° ю. ш.— 20° с. ш., 100 — 130° з. д.) равной $0,10$ пКи/л.

3. Распределение концентрации Sr^{90} в водах Атлантического океана, определенное по длительным временным рядам, имеет схожие с другими физическими полями характеристики. В среднем значение отношения Cs^{137}/Sr^{90} для различных глубин Мирового океана составляет $1,6 \pm 0,3$.

4. Показано, что при определении оценок статистических параметров:

— неравномерность расположения измерений на поле в отдельных случаях может значительно увеличить ошибку оценки среднего значения;

— при малых объемах выборки симметричный доверительный интервал ошибки оценки средней квадратической ошибки может отличаться на 20 — 25% от асимметричного доверительного интервала;

— объем выборки порядка 120 — 150 значений концентрации радионуклида для расчета оценки нормированной корреляционной функции занимает некоторое промежуточное значение, ниже которого предположение о нормальном распределении ошибок оценок выполняется приближенно;

— при величине дисперсии ошибок измерений на порядок меньше дисперсии поля оценка нормированной корреляционной функции определяется с точностью 10 — 15% , ошибка сглаживания составляет 2 — 5% ;

— достаточное количество проб концентраций радиоактивности при проведении интерполяции в узел регулярной решетки составляет 10 — 12 , а в некоторых случаях 3 — 4 .

5. Для повышения эффективности обнаружения областей концентрации пункты отбора проб необходимо располагать на поверхности океана в вершинах ромбической решетки, образованной правильными треугольниками. При определении статистических параметров поля радиоактивности в поверхностных водах океана необходимо учитывать ошибки измерений, особенно для районов, имеющих значительную величину дисперсии измерений.

6. Проведенные исследования показали перспективность развития метода объективного анализа для решения задач восстановления, статистического районирования исследуемых полей, а также корректировки измерений, которая особенно важна при уточнении численных прогнозов распределения концентраций радионуклидов в поверхностных водах океана.

Характерной особенностью настоящего этапа исследований Мирового океана является существенное увеличение исследуемых факторов, что приводит к значительному увеличению различного рода информации об океане.

Это приводит к объективному усложнению моделей исследуемых объектов и явлений, а следовательно, к увеличению объема и сложности математической обработки экспериментальных данных. При анализе полей в океане наряду с применением статистических методов обработки наметились предпосылки проведения классификации водных масс океана, перехода к планируемому эксперименту, позволяющему обнаружить слабые места и автоматически начинать исследование в наиболее важных областях.

Следует отметить, что результаты анализа распределения радиоактивного загрязнения в океане могут дать весьма важную информацию при проведении классификации и создании адекватной модели океана.

Возможность для реализации этих направлений работ открывают создаваемые в настоящее время автоматизированные системы сбора, передачи, обработки и хранения информации о состоянии водной среды Мирового океана и взаимодействии его с атмосферой.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Методика получения последовательности нормально распределенных псевдослучайных чисел с заданной корреляционной функцией

Процедура выработки нормальной последовательности с корреляционной функцией заданного вида может быть разбита на несколько этапов.

По специальной стандартной программе [26, 56] вырабатывается последовательность независимых, нормально распределенных псевдослучайных чисел (так называемый нормальный «белый шум» [28]). Если нормальный случайный процесс с постоянным спектром пропустить через низкочастотный RC -фильтр и фильтр с одной резонансной частотой ω_0 рад/с, то в соответствии с [10, 70] корреляционная функция выходного сигнала будет иметь вид затухающей экспоненты или экспоненциально-косинусной функции $\mu(l) = e^{-\alpha|l|} \cos \omega_0 l$ (α — половина полосы, рад/с от точки максимума спектральной плотности до одной из точек половинной мощности).

Полученный «белый шум» пропускается через дискретный фильтр с передаточной функцией, которая обеспечивает получение на выходе последовательности с необходимой корреляционной функцией.

Определим разностное уравнение, описывающее передаточную функцию такого фильтра, имея дискретный фильтр с импульсной

переходной функцией $W(r)$ и передаточной функцией $W^*(z)$. Согласно [31], можно записать передаточную функцию фильтра в виде

$$W^*(z) = l \sum_{i=0}^{\infty} W(il) z^{-i},$$

где l — интервал дискретности [90], а передаточная функция $W^*(z)$ есть z -преобразование импульсной переходной функции $W(r)$.

Пусть на вход поступает стационарный случайный сигнал $x(r)$ с тем же шагом l . Тогда для эргодического процесса его корреляционная функция будет иметь следующий вид [55]:

$$K(nl) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^N x(il) x(il+nl) = K(r) |_{r=nl}. \quad (M_1)$$

В этом случае спектральная плотность входного сигнала $S_x^*(z)$ как z -преобразование от $K(nl)$ запишется в виде

$$S_x^*(z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} K(il) z^{-i}, \quad (M_2)$$

где $z = e^{j\omega r}$,
или

$$S_x^*(z) = K^*(z) + K^*(z^{-1}) - K(0), \quad (M_3)$$

где $K^*(z)$ — преобразование функции:

$$y(r) = \begin{cases} K(r) & r \geq 0 \\ 0 & r < 0. \end{cases}$$

При наличии на входе сигнала $x(r)$ на выходе будет сигнал $f(r)$, связанный с $x(r)$ следующим образом [76]:

$$f(nl) = l \sum_{i=0}^n W(il) x(nl-il). \quad (M_4)$$

Умножив обе части (M_4) на z^{-n} и просуммировав от 0 до ∞ , получим

$$f^*(z) = W^*(z) x^*(z). \quad (M_5)$$

Подставив (M_4) в выражение, аналогичное (M_1) , но записанное для выходного сигнала, получим

$$K_f(nl) = l \sum_{i_1=0}^{\infty} W(i_1l) l \sum_{i_2=0}^{\infty} W(i_2l) K_x(nl-i_1l+i_2l). \quad (M_6)$$

Запишем (M_3) для выходного сигнала и, подставив (M_6) , получим

$$S_f^*(z) = W^*(z) W^*(z^{-1}) S_x^*(z). \quad (M_7)$$

Так как мы предполагаем, что сигнал на входе есть «белый шум», то $S_x^*(z) = 1$ и можно записать (M_7) в виде

$$S_f^*(z) = W^*(z) W^*(z^{-1}).$$

Для устойчивости системы необходимо, чтобы все полюсы и нули $W^*(z)$ находились в единичном круге [76].

С другой стороны, известно, что ввиду действительности $S^*(z)$ она должна иметь вид

$$S^*(z) = \frac{A_n z^n + \dots + A_1 z + A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_n z^{-n}}{B_m z^m + \dots + B_1 z + B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}.$$

Только в этом случае мы можем объединять члены $A_i z^i$, $A_i z^{-i}$ и, заменив их через косинусы, получить действительную функцию $S^*(z)$. Для нахождения нулей и полюсов $S^*(z)$ надо приравнять числитель и знаменатель к нулю и найти корни этих уравнений. При этом получаются так называемые возвратные уравнения. Характерной их особенностью является наличие пар корней вида A и $1/A$, ибо уравнение не изменяется при замене $z_1 = 1/z$. Поэтому спектральную плотность $S^*(z)$ можно представить в виде произведения двух сомножителей, первый из которых содержит все нули и полюсы внутри, а второй — вне единичного круга. Вследствие этого

$$\begin{aligned} S^*(z) &= \frac{A_n (z - a_1) \dots (z - a_n) \left(z - \frac{1}{a_1}\right) \dots \left(z - \frac{1}{a_n}\right)}{B_m (z - b_1) \dots (z - b_m) \left(z - \frac{1}{b_1}\right) \dots \left(z - \frac{1}{b_m}\right)} = \\ &= \psi(z) \psi(z^{-1}), \end{aligned} \quad (M_8)$$

где $\psi(z)$ — функция, имеющая все нули и полюсы внутри единичного круга.

Из (M₇) и (M₈) следует:

$$W^*(z) = \psi(z). \quad (M_9)$$

Применим полученные результаты к решению нашей конкретной задачи.

Пусть мы хотим получить выходной сигнал с корреляционной функцией вида

$$K(r) = K(0) e^{-\alpha|r|} \cos \beta r,$$

или для дискретного случая и нормированного процесса

$$K_f(nl) = e^{-\alpha|nl|} \cos \beta nl. \quad (M_{10})$$

Из таблиц z -преобразования [31] находим

$$K^*(z) = \frac{z^2 - ze^{-\alpha l} \cos \beta l}{z^2 - 2ze^{-\alpha l} \cos \beta l + e^{-2\alpha l}}. \quad (M_{11})$$

Введем обозначения:

$$e^{-\alpha l} = d; \quad \cos \beta l = c.$$

Тогда

$$K_f^*(z) = \frac{z(z - cd)}{z^2 - 2zcd + d^2}.$$

В силу (M₃) для выходного процесса получим

$$\begin{aligned} S_f^*(z) &= \frac{z(z - cd)}{z^2 - 2zcd + d^2} + \frac{z^{-1}(z^{-1} - cd)}{z^{-2} - 2z^{-1}cd + d^2} - 1 = \\ &= \frac{c_1 z^3 + c_0 z^2 + c_1 z}{b_2 z^4 + b_1 z^3 + b_0 z^2 + b_1 z + b_2}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} c_0 &= 1 - d^4; & b_0 &= 1 + 4d^2 c^2 + d^4; \\ c_1 &= cd(d^2 - 1); & b_1 &= -2cd(1 + d^2); & b_2 &= d^2. \end{aligned}$$

В силу (M₈) $S_f^*(z)$ разлагается на два сомножителя. Найдем разложение числителя и знаменателя:

$$\begin{aligned} S_f^*(z) &= \frac{cd(1 - d^2)(z - h)\left(z - \frac{1}{h}\right)}{z(z^2 - 2zcd + d^2)(z^{-2} - 2z^{-1}cd + d^2)} = \\ &= \frac{cd(1 - d^2)\left(z^{-1} - \frac{d^2 - 1}{cd} + z\right)}{(z^2 - 2zcd + d^2)(z^{-2} - 2z^{-1}cd + d^2)}. \end{aligned}$$

Приравниваем числители в левой и правой части:

$$\begin{aligned} \frac{(z - h)\left(h - \frac{1}{z}\right)}{h} &= z^{-1} - \frac{d^2 + 1}{cd} + z; \\ \frac{hz - h^2 + 1 + hz^{-1}}{h} &= z - \frac{h^2 + 1}{h} + z^{-1} = z^{-1} - \frac{d^2 + 1}{cd} + z. \end{aligned}$$

Отсюда

$$h = \frac{d^2 + 1}{2cd} \pm \sqrt{\left(\frac{d^2 + 1}{cd}\right)^2 - 1}. \quad (M_{12})$$

Знак перед корнем надо выбирать исходя из условия существования следующего выражения:

$$W^*(z) = \psi(z) = \sqrt{\frac{cd(1 - d^2)}{h}} \frac{(z - h)}{z^2 - 2zcd + d^2} = \frac{f^*(z)}{x^*(z)} \quad (M_{13})$$

или

$$\begin{aligned} z^2 f^*(z) - 2zcd f^*(z) + d^2 f^*(z) &= \\ = [x^*(z)z - x^*(z)h] \sqrt{\frac{cd(1 - d^2)}{h}}. \end{aligned} \quad (M_{14})$$

Переходя в (M₁₄) к оригиналам, получим

$$f_{n+2} - 2cdf_{n+1} + d^2 f_n = (x_{n+1} - x_n h) \sqrt{\frac{cd(1 - d^2)}{h}}.$$

Сдвинув последовательности на два элемента влево, получим уравнение

$$f_n - 2cd f_{n-1} + d^2 f_{n-2} = x_{n-1} \sqrt{\frac{cd(1-d^2)}{h}} - x_{n-2} \sqrt{cd(1-d^2)h},$$

или

$$f_n = a_1 f_{n-1} + a_2 f_{n-2} + b_0 x_{n-1} + b_1 x_{n-2},$$

где

$$a_1 = 2cd; \quad b_0 = \sqrt{\frac{cd(1-d^2)}{h}};$$

$$a_2 = -d^2; \quad b_1 = -\sqrt{cdh(1-d^2)}.$$

Для случая $\beta=0$, $K_f(nl) = e^{-\alpha|nl|}$ коэффициенты уравнения примут следующий вид:

$$h = d; \quad b_0 = \sqrt{1-d^2};$$

$$a_1 = 2d; \quad b_1 = -d\sqrt{1-d^2};$$

$$a_2 = -d^2.$$

Выходная последовательность случайных чисел будет распределена нормально, так как, согласно выражению (M_4) , каждый ее член есть сумма членов последовательности на входе, а сумма нормально распределенных случайных величин распределена нормально. А последовательность на выходе действительно имеет экспоненциально-косинусоидальный характер; это непосредственно следует из выражения (M_6) при подстановке в него входной корреляционной функции в виде δ -функции и импульсной переходной функции $W(r)$, которую можно получить из (M_{13}) обратным z -преобразованием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранов В. И., Вдовенко В. И. и др. Загрязнение океанов долгоживущими радионуклидами, по данным советских исследований. III Международная конференция ООН по использованию атомной энергии в мирных целях. Доклад № 384. Женева, 1964.
2. Бендат Дж. Основы теории случайных шумов и ее применение. М., «Наука», 1965.
3. Беляев В. И., Нелепо Б. А. и др. Объективный анализ поля концентрации стронция-90.— «Изв. АН СССР», сер. Физика атмосферы и океана, 1969, т. 5, № 8.
4. Беляев В. И., Тимченко И. Е. Размещение измерений и точность восстановления поля при автоматизированном сборе и обработке гидрофизической информации. Автоматизация научных исследований морей и океанов. Симпозиум 1968. Часть 1. МГИ АН УССР, 1969.
5. Беляев В. И., Колесников А. Г., Нелепо Б. А. В сб. «Автоматизация научных исследований морей и океанов», т. 1. Севастополь, «Наукова думка», 1968.
6. Беляев В. И. и др. III Международная конференция по мирному использованию атомной энергии 28/P/766. Женева, 1964.
7. Беляев В. И. Обработка и теоретический анализ океанографических наблюдений. Киев, «Наукова думка», 1973.
8. Борисенков Е. П. и др. Структурные характеристики поля излучения Земли как планеты.— «Космические исследования», т. 1, вып. 1.
9. Вандер-Варден Б. А. Математическая статистика. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1960.
10. Ванштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигнала на фоне случайных помех. М., «Советское радио», 1960.
11. Радиоактивность вод Мирового океана и поведение в океане некоторых осколочных элементов. 4-я Женевская конференция по мирному использованию атомной энергии. Доклад № 457. Женева, 1971. Авт.: Вдовенко В. И., Колесников А. Г., Сплицын В. И., Берновская Р. Н., Геденов Л. И., Громов В. В., Иванова Л. М., Нелепо Б. А., Тихомиров В. Н., Трусов А. Г.
12. Вдовенко В. И. и др.— «Атомная энергия», 1971, т. 31.
13. Вейль Г. Симметрия. М., «Наука», 1968.
14. Временная статистическая структура глобальных радиоактивных выпадений в океане.— «Атомная энергия», 1973, т. 35, вып. 2. Авт.: Виноградова К. Г., Зудин О. С., Нелепо Б. А., Трусов А. Г.
15. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.
16. Винников К. Я. К вопросу об объективном анализе полей актинометрических величин.— «Тр. ГГО», 1967, т. 208.
17. Гандин Л. С. Задача оптимальной интерполяции.— «Тр. ГГО», 1959, т. 99.
18. Гандин Л. С., Фатеев А. В. Анализ точности различных методов интерполяции.— «Тр. ГГО», 1961, т. 121.
19. Гандин Л. С. О принципах рационального размещения сети метеорологических станций.— «Тр. ГГО», 1961, т. 111.

20. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1963.
21. Гандин Л. С., Болтенков В. П. К методике исследования трехмерной макроструктуры метеорологических полей. — «Тр. ГГО», 1964, т. 165.
22. Гандин Л. С. Атмосферные процессы крупного масштаба и проблемы сети станций. — «Тр. ГГО», 1966, т. 191.
23. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Об экономическом подходе к планированию сети метеорологических станций. — «Тр. ГГО», 1967, т. 208.
24. Гандин Л. С. О планировании сети климатологических станций. — «Тр. ГГО», 1968, т. 228.
25. Голдман С. Теория информации. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1957.
26. Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М., «Наука», 1965.
27. Голубев В. С., Зотимов Н. В., Зыков Н. А. Некоторые результаты исследования жидких осадков в районе Валдайской возвышенности. — «Тр. ГГИ», 1965, т. 123.
28. Гуткин Л. С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. М., Госэнергоиздат, 1961.
29. Гушина М. В., Каган Р. Л. О статистической структуре поля осадков. — «Тр. ГГО», 1966, т. 191.
30. Гренадер У. Случайные процессы и статистические выводы. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1961.
31. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1963.
32. Определение величины погрешности вычисления нормированной корреляционной функции при ограничениях на объем экспериментальных данных. — «Тр. ГГО», 1972, т. 286. Авт.: Дмитриев В. И., Зудин О. С., Нелепо Б. А., Спиринг А. Н.
33. Зудин О. С., Нелепо Б. А., Попов Н. И. Роль физических явлений в «самоочищении» поверхностных вод океана. Симпозиум по загрязнению воздуха и воды. Москва, 1971. МАМФА (совместно с МАНГ, МАФНО) ВИНТИ, 1971.
34. Зудин О. С., Нелепо Б. А. К вопросу об обнаружении статистических структур. 4-й симпозиум по автоматизации научных исследований морей и океанов. Севастополь, МГИ. АН УССР, 1971.
35. Зудин О. С., Нелепо Б. А. О выборе эффективной формы образующей решетки измерений на поле. — «Тр. ГГО», 1972, т. 286.
36. Зудин О. С., Нелепо Б. А. Ошибка интерполяции и выбор интервала дискретности измерений на гидрофизическом поле. — «Тр. ААНИИ», 1972, т. 301.
37. Зудин О. С., Нелепо Б. А., Трусов А. Г. Оптимальная интерпретация измерений радиоактивности океана. Доклад Научному комитету по атомной радиации ООН. М., Госатомиздат, 1973.
38. Зудин О. С. Вопросы оптимального восстановления полей в ядерной гидрофизике океана. Диссертация. М., 1972.
39. Распределение концентраций цезия в поверхностных водах Тихого океана. — «Атомная энергия», 1972, т. 32, вып. 4. Авт.: Зудин О. С., Нелепо Б. А., Спиринг А. Н., Трусов А. Г.
40. Иванова Л. М. «Радиохимия», 1967, т. 9.
41. Каган Р. Л. О точности определения средней по площади по данным точечных измерений. — «Тр. ГГО», 1965, т. 175.
42. Каган Р. Л. Некоторые вопросы интерпретации осадкомерных данных. — «Тр. ГГО», 1967, т. 208.
43. Каган Р. Л., Гушина М. В., Полищук А. И. О точности определения среднего слоя осадков на площади. — «Тр. ГГО», 1967, т. 208.
44. Каган Р. Л. О построении конечно-разностных и квадратурных формул для однородных и изотропных случайных полей. — «Изв. АН СССР», сер. Физика атмосферы и океана, 1967, т. 3, № 6.
45. Кароль И. Л. Радиоактивные изотопы и глобальный перенос в атмосфере. Л., Гидрометеиздат, 1972.
46. Кендалл А., Стюарт. Теория распределения. М., «Наука», 1960.
47. Кобякова А. А., Руховец Л. В. Схема объективного анализа полей метеозлементов на полусфере для произвольной сети. — «Тр. ГГО», 1967, т. 208.

48. Колесников А. Г., Нелепо Б. А. Исследование распространения радиоактивного загрязнения, обусловливаемого сбросом радиоактивных отходов в Ирландское море. Доклад ООН. М., Атомиздат, 1967.
49. Колмогоров А. Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных последовательностей. — «Изв. АН СССР», сер. математическая, 1941, № 5.
50. Кошляков М. Н. — «Изв. АН СССР», сер. Физика атмосферы и океана, 1967, № 7.
51. Крамер Т. Математические методы статистики. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1948.
52. Кузнецов Ю. В. и др. Основы дезактивации воды. М., Атомиздат, 1968.
53. Кузнецов Ю. В. и др. Основы очистки воды от радиоактивных загрязнений. М., Атомиздат, 1973.
54. Лавренчик В. Н. Глобальное выпадение продуктов ядерных взрывов. М., Атомиздат, 1965.
55. Ланге Ф. Корреляционная электроника. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1963.
56. Ляшенко В. Ф. Программирование для ЦВМ типа М-20. М., Физматгиз, 1967.
57. Линслей Р. К., Колер М. А., Паулюс Д. Л. Х. Прикладная гидрология. Л., Гидрометеоздат, 1962.
58. Мияке, Сарухаши, Кацураги. Доклад на заседании рабочей группы по радиоактивности океана Специального комитета по океанографическим исследованиям. Вена, апрель 1961. (Цит. по: «Океанология», 1962, т. 2, вып. 4.)
59. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1, 2. М., «Наука», 1965.
60. Нелепо Б. А., Скляр В. С., Суетин В. Е. Об интерпретации спутниковых измерений температуры океана. В Тр. Гонконгского симпозиума Тихоокеанской ассоциации, 1973.
61. Нелепо Б. А. Ядерная гидрофизика. М., Атомиздат, 1970.
62. Нестерук В. Ф., Порфирьева Н. Н. Об одном методе определения корреляционных функций нормальных случайных процессов. — Изв. ВУЗов «Приборостроение», 1962, № 6.
63. Озмидов Р. В. Горизонтальная турбулентность и турбулентный обмен в океане. М., «Наука», 1968.
64. Пагурова В. И. Критерий сравнения средних значений по двум нормальным выборкам. — «Тр. ВЦ АН СССР», 1968, вып. 5.
65. Полицук А. И. К вопросу об осреднении осадкомерных данных. — «Тр. ГГО», 1967, т. 208.
66. Попов Н. И., Патин С. А. — «Тр. ИОАН», 1966, т. 82.
67. Попов Н. И., Патин С. А. Основные черты глобального распределения стронция-90 на поверхности Мирового океана (1960—1961 гг.). — «Тр. ИОАН», 1966, т. 82.
68. Попов Ю. Д. Некоторые задачи линейного прогноза для однородных случайных полей. Кибернетика. — «ДАН УССР», 1967, № 12.
69. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее приложение к задачам автоматического управления. — «Советское радио», 1963, т. 1, 2.
70. Пугачев В. С. Теория случайных функций. М., Физматгиз, 1960.
71. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. «Наука», Сиб. отд., 1967.
72. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М., «Советское радио», 1968.
73. Румшинский Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента. М., «Наука», 1971.
74. Середа Г. А. Загрязненность морей и океанов искусственными радиоактивными веществами. — В сб.: «Вопросы ядерной метеорологии». М., Атомиздат, 1962.
75. Силантьев А. Н. Спектрометрический анализ радиоактивных проб внешней среды. Л., Гидрометеоздат, 1969.
76. Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
77. Солодовников В. В. Вычислительная техника в применении для

статистических исследований и расчетов систем автоматического управления. М., Машгиз, 1963.

78. Сосненский Н. Л. Об определении количества точек отсчета и аппроксимирующей функции для стационарных случайных процессов. — «Радиотехника», 1961, т. 16, № 8.

79. Стыро Б. И. Вопросы ядерной метеорологии. Вильнюс. Изд. АН Литовской ССР, 1960.

80. Стыро Б. И. и др. Самоочищение атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1972.

81. Сухойей. Об оценке ошибок построения гидрофизических полей по несинхронным данным. — В сб.: «Проблемы получения и обработки информации о физическом состоянии океана». Севастополь, МГИ АН УССР, 1967.

82. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. — «ДАН СССР», 1963, т. 151, № 3.

83. Тихонов А. Н. О некорректно поставленных задачах. — «Вычислительные методы и программирование», 1964, вып. VIII.

84. Турчин В. Ф., Козлов В. П., Малкевич М. С. Использование методов математической статистики для решения некорректных задач. — «Успехи физич. наук», 1970, т. 102, вып. 3.

85. Уилкс С. Математическая статистика. М., «Наука», 1967.

86. Халфин Л. А. Информационная теория интерпретации геофизических исследований. — «ДАН СССР», 1958, т. 122, № 6.

87. Хеннан Э. Анализ временных рядов. М., «Наука», 1964.

88. Хопф Э. Эргодическая теория. — «Успехи математ. наук», 1949, т. IV, вып. 1 (29).

89. Цареградский И. П. Об одной задаче поиска сетями. — «Теория вероятностей и ее приложения», 1970, т. 15, вып. 2.

90. Цыбаков Б. С., Яковлев В. П. О точности восстановления функции с помощью конечного числа членов ряда Котельникова. — «Радиотехника и электроника», 1959, т. IV.

91. Чумичев В. Б. Содержание стронция-90 в водах Тихого океана в 1962 и 1964 гг. — «Тр. ИОАН», 1966, т. 82.

92. Шведов В. П., Патин С. А. Радиоактивность океанов и морей. М., Атомиздат, 1968.

93. Яглом А. М. Введение в теорию стационарных случайных функций. — «Успехи математ. наук», 1952, т. VII, вып. 5.

94. Исследование радиоактивной загрязненности вод Мирового океана. Сб. под ред. Н. И. Попова. — «Тр. ИОАН», 1960, т. 82.

95. Bertoni E., Lund T. A. Space correlation of the height of constant pressure surface. Journ. Applied Meteorol., vol. 2, No 4, 1963.

96. Broecker W., Simpson H. A summary of Lamont Sr⁹⁰ and Cs¹³⁷ measurements on ocean water samples. HASL-197, 1968.

97. Bowen V. T., Sugihara T. T. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, vol. 43, 93, 1957.

98. Cornish E. A., Fisher R. A. Moments and cummulants in the specification of distributions. Rev. Inst. Int. Statist., vol. 5, 1937.

99. Folsom T. R., Srukumaran C. The Urechis Program Meet. Amer. Geophys. Union. Washington D. C., 1966.

100. Folsom T., Mohanrao G. Cesium-137 on the North Pacific. A preliminary summary Tenth Pacific Sci. Congress. Honolulu, Hawaii, 1961.

101. Folsom T. E., Mohanrao G. Y. J. Geophys. Res. 67(9), 1962.

102. Folsom T. R. et al. Nature 187, No 4736, 1963.

103. Folsom T. R., Srukumaran C. II-nd Intern. Oceanogr. Congress. Moscow, 1966.

104. Folsom T., Mohanrao G. et al. Distribution of Cs¹³⁷ in the Pacific. HASL-197, 1968.

105. Fallout Program. HASL-217, 1970.

106. Fallout Program. HASL-227, 1971.

107. Fallout Program. HASL-245, 1971.

108. Higano R., Nagaya Y. et al. On the artificial radioactivity in sea water. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, vol. 18, No 4, 1963.
109. Kameda K. Study on Cs¹³⁷ and Ce¹⁴⁴ in sea water collected at Scripps Pier. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, vol. 18, No 4, 1963.
110. Keller L., Friedman A. Differentialgleichungen für die turbulenten Bewegung einer kompressiblen Flüssigkeit. *Proceedings of the First Congress for Applied Mechanics*, 1925.
111. Martell E. A. Atmospheric aspects of Sr⁹⁰ fall-out. *Science*, vol. 129, 1197, 1959.
112. Miyakawa H. Sampling theorem of stationary stochastic variables in Multi-Dimensional space. *J. Inst. Elect. Commun. Engrs (Japan)* 42, 1959.
113. Miyake Y. et al. *Rec. Oceanogr. Works. Japan* 2, No 1, 18, 1955.
114. Miyake Y., Saruhashi K. Second International Conference on Water Pollution Research. Tokyo, 1964.
115. Miyake Y. et al. 10-th Pacific Sci. Congress. Hawaii, Honolulu, 1961.
116. Miyake Y., Saruhashi K. Disposal of radioactive wastes. *Jafa, Vienna* 8, 168, 1968.
117. Petersen D., Middleton D. Sampling and reconstruction of wave-number limited function in N-dimensional Euclidean spaces. *Information and Control* 5, 1962.
118. Petersen D., Middleton D. Reconstruction of multi-dimensional stochastic field from discrete measurements of amplitude and gradient. *Information and Control*, vol. 7, No 4, 1964.
119. Plackett R. L. A reduction formula for normal multivariate integrals. "Bio-metrica", 1959.
120. Shirasawa T., Schuert E. Fallout program. Quarterly summary report. HASL-197, 1968.
121. Rocco G. G., Broecker W. S. The vertical distribution of cesium-137 and strontium-90 in the Oceans. *J. Geophys. Res.*, vol. 68, No 15, 1963.
122. Vdovenko V. M. et al. In: Disposal of radioactive wastes into seas, oceans and surface water. Vienna JAEA, 1966.
123. Radioactivity in the marine environment. National Academy of Sciences. Washington, 1971.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Искусственная радиоактивность в морях и океанах	5
Источники радиоактивного загрязнения	—
Глобальные закономерности распределения радиоактивности в океанах	13
Соотношение цезия-137 и стронция-90 в океане	16
Запас Sr ⁹⁰ в Мировом океане	17
Связь радиоактивности Мирового океана с гидрофизическими процессами	18
Глава 2. Статистические характеристики полей концентрации радионуклидов	31
Оценки статистических моментов распределений и их сходимость	36
Поле норм и дисперсий при ограниченном объеме данных наблюдений	40
Оценки корреляционных функций при ограниченном объеме данных наблюдений	44
Сглаживание корреляционных функций и оценка интервала корреляции	53
Глава 3. Модели отбора и обработки информации в ядерной гидрофизике океана	55
Образующая решетки измерений	56
Дискретность отбора проб концентрации радиоактивности и ошибка интерполяции для различных форм, образующих сети наблюдений	61
Чувствительность сети к проявлению аномальных концентраций радионуклида	67
Объективный анализ полей радиоактивности	68
Структурный анализ полей радиоактивности	75
Классификация полей радиоактивности	77
Глава 4. Статистические характеристики полей радиоактивности в океане	81
Поле осколочной радиоактивности в поверхностных водах океана	—
Статистическая структура поля концентрации стронция-90 в поверхностных водах Атлантического океана	83
Статистическая структура поля концентрации цезия-137 в поверхностных водах Тихого океана	86
Зависимость статистических параметров поля концентрации радионуклида от распределения точек отбора проб	91
Изменчивость поля радиоактивности и случайная ошибка измерений	94
Временные характеристики интенсивности выпадений радионуклидов над океаном	95
Заключение	100
Приложение. Методика получения последовательности нормально распределенных псевдослучайных чисел с заданной корреляционной функцией	102
Список литературы	107