З. К. Абузяров

МОРСКОЕ ВОЛНЕНИЕ И ЕГО ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Под редакцией
д-ра геогр. наук А. И. Дуванина

Ленинград Гидрометеоиздат 1981

УДК 551.511.2 А 17

Рецензенты: канд. геогр. наук Е. Н. Дворкин, В. Е. Калязин

Книга представляет собой обобщение исследований в области разработки методов расчета и прогноза характеристик морского волнения в СССР и за рубежом. Особое внимание уделено методам, применяемым в оперативной практике. На конкретных примерах показано прикладное значение прогнозов волнения.

Рассчитана на широкий круг специалистов, занимающихся вопросами расчета и прогноза характеристик морского волнения для целей морской навигации, гидротехнического строительства, а также вопросами взаимодействия океана и атмосферы. Может служить учебным пособием для студентов университетов, кораблестроительных и гидрометеорологических институтов, курсантов мореходных училищ.

The book by Z. K. Abuzyarov "Sea Waves and Forecasting" generalises investigations in calculational methods and sea wave characteristics forecasts carried out in the USSR and abroad. Special attention is paid to the operational methods. Some examples of wave forecasts applications are given.

The book is meant for specialists in sea wave calculations and forecasts, as well as for students of universities and hydrometeorological institutes.

$А\frac{20806\text{-}088}{069(02)\text{-}81}$ 43-81. 1903030100

ПРЕДИСЛОВИЕ

Ветровое волнение оказывает существенное влияние на деятельность таких отраслей народного хозяйства, как морской транспорт, рыбная промышленность, гидротехническое строительство и т. д. Для них важны надежные данные о фактическом и ожидаемом состоянии поверхности океанов и морей. Освоение природных ресурсов шельфовых зон океанов и морей, решение научных задач, связанных с изучением взаимодействия океана и атмосферы, увеличивают требования к данным о морском волнении.

Все это постоянно стимулирует создание надежных методов расчета и прогноза элементов ветрового волнения.

В основу настоящей книги положено описание методов расчета и прогноза морского ветрового волнения, разработанных как в СССР, так и за рубежом и нашедших в той или иной степени практическое применение. Книга имеет прикладную направленность. Поэтому в ней приведено большое количество номограмм и расчетных формул.

В гл. 1 изложены основные сведения о ветровых волнах на глубокой воде и на мелководье и их статистические свойства. В гл. 2 в сжатой форме рассмотрены современные представления о процессе зарождения, роста, распространения и затухания морских волн. Методы расчета ветровых волн, используемые как в исследовательской, так и оперативной практике, подробно рассматриваются в гл. 3 и 4. В гл. 5 уделено внимание подготовке исходных данных для составления прогнозов волнения по морям и океанам. Практическое применение методов расчета и прогноза волн иллюстрируется в гл. 6 на примерах из области морской навигации.

ВВЕДЕНИЕ

Детальное теоретическое и экспериментальное исследование процессов ветрового волнообразования началось сравнительно недавно — около 40 лет назад. До этого усилия ученых были направлены на теоретическое описание кинематики свободных волн, распространяющихся на поверхности идеальной жидкости. В результате были получены строгие математические соотношения, связывающие между собой основные элементы волн: период, длину и скорость.

В 1805 г. Бофорт одним из первых попытался установить связь между силой ветра и состоянием поверхности моря. На основе большого опыта наблюдения за поверхностью моря во время шторма Бофорт обнаружил, что при определенной скорости ветра появляются характерные для нее высоты и периоды волн, т. е. ветер определенной силы вызывает волнение моря с характерными элементами. В результате появилась его знаменитая шкала волнения, которая в модифицированном виде используется и в настоящее время.

В дальнейшем по мере накопления данных визуальных и полуинструментальных наблюдений за ветром и волнением выяснились основные волнообразующие факторы — скорость и направление ветра, продолжительность его действия и расстояние от берега или наветренной границы шторма до точки наблюдения, называемое разгоном, и глубина моря.

Прикладные задачи прогноза волнения потребовали всестороннего изучения процессов зарождения, развития, распространения и затухания ветровых волн, исследования механизмов фазовых переходов энергии на различных стадиях развития волн. Уравнение энергетического баланса волн, предложенное В. М. Маккавеевым в 1937 г., стало одним из основных в современной теории развития морского волнения. Дальнейший крупный вклад в изучение энергетики волн внесли советские ученые В. В. Шулейкин, Ю. М. Крылов, И. С. Бровиков, А. П. Браславский, А. А. Иванов, Н. А. Лабзовский и другие авторы, за рубежом — Свердруп и Манк, Бретшнайдер, Корвин-Круковский, Вильсон и др.

Результаты исследований «энергетического» направления позволили создать практические методы расчета и прогноза элементов волн, доведенные до удобных в пользовании номограмм и таблиц. Они позволяют рассчитывать элементы двумерных и трехмерных регулярных волн на глубокой воде и на мелководье в зависимости от указанных выше четырех основных факторов. Наиболее широкое применение в практике расчетов и прогнозов волнения в СССР получили методы В. В. Шулейкина и Ю. М. Крылова для условий глубокого моря и метод А. П. Браславского для условий мелководья, за рубежом — метод Свердрупа и Манка, позднее модифицированный Бретшнайдером.

Одновременно с изучением физической природы морского ветрового волнения исследовались и их статистические свойства. Теоретическим [16, 40, 137] и эмпирическим путем на основе обработки волнографных и визуальных наблюдений за волнением [20, 21, 90, 156] было установлено, что, несмотря на большое разнообразие индивидуальных волн, их статистические характеристики, такие, как средняя высота волны, средний период, средняя длина, средняя скорость, дисперсия, функция распределения, корреляционная функция и двумерный спектр, являются устойчивыми на интервале квазистационарности и квазиоднородности волнового процесса. Эти функции отражают закономерности в изменчивости изучаемого элемента волны. Так, с помощью функций распределения можно определить значение элемента волны любой требуемой обеспеченности, зная, например, его среднее значение.

Объединение энергетических и статистических закономерностей ветровых волн дало широкие возможности расчета характеристик морского волнения при различных ветровых условиях. Вместе с тем следует отметить, что, несмотря на достаточно тесную связь между средними значениями элементов волн и волнообразующими факторами, в большинстве случаев физический смысл таких связей оставался недостаточно раскрытым.

Новый значительный шаг на пути теоретического описания реальной взволнованной поверхности моря был сделан после того, как в 50-х годах нашего столетия к изучению ветрового волнения подошли со спектральных позиций, применив для этой цели аппарат современной теории случайных функций. Эта теория рассматривает ветровое волнение как вероятностный процесс и описывает его на основе комплексного применения методов статистики, анализа рядов Фурье и гидродинамики. Статистические методы применяются для определения устойчивости характеристик случайного волнового процесса (средние элементы волн, функции распределения, двумерный спектр). Анализ рядов Фурье позволяет случайный волновой процесс разложить на гармонические компоненты, поведение которых может быть рассмотрено с позиций классической теории волнового движения.

Опубликованные после 1956 г. работы Лонге-Хиггинса, Филлипса, Майлза, Хассельмана и других авторов привели к созданию теории генерации волн турбулентным ветровым потоком — теории, объясняющей, почему ветровое волнение носит вероятностный характер. Наиболее достоверные знания о спектре ветрового волнения получены для условий глубокого моря. Еще слабо изучена спектральная структура волнения в прибрежных водах, где на форму спектра существенное влияние оказывает глубина. Поэтому ,для прибрежных районов трудно получить однозначные связи между ветром и параметрами спектра.

В 60-х годах с появлением быстродействующих ЭВМ с большой памятью начало развиваться математическое моделирование вероятностных характеристик волнения, основанное на интегрировании уравнения Маккавеева, записанного в спектральной форме. Такие модели разрабатываются в СССР [24—29, 43, 44], Франции [112—116], США [83, 91, 126, 135, 148, 153], Англии [99, 109], Норвегии [123], Японии [127—129, 168], Исландии [133]. Некоторые из этих моделей применяются для прогноза волнения в оперативной практике. Вместе с тем недостатки в получении информации о волновых спектрах и отсутствие надежных прогнозов ветра над океанами ограничивают в настоящее время возможности спектральных методов расчета элементов волнения. Немаловажное значение имеет также то, что спектральные методы требуют наличия быстродействующих с очень большой памятью ЭВМ. Этим отчасти объясняется то обстоятельство, что в оперативных целях нередко используют упрощенные, эмпирические методы прогноза элементов ветрового волнения. Однако преимущество спектральных моделей особенно заметно проявляется в исследованиях, связанных с изучением сложного механизма взаимодействия волнения с приводным турбулентным ветровым потоком. Есть основания полагать, что с развитием методов измерения спектров волн на обширных акваториях морей и океанов и получением более детальной информации о полях ветра практическое значение спектральных методов прогноза и расчета волн возрастет.

В оперативной практике пока наиболее эффективно используются эмпирические и полуэмпирические методы расчета. За последние годы накопился большой материал наблюдений за волнением, как визуальных, так и инструментальных, что дало возможность уточнить существующие прогностические зависимости между элементами волн и волнообразующими факторами. Прогнозы волнения составляются как для отдельных пунктов или районов моря, так и для больших акваторий океанов. Наиболее удобная форма представления информации о фактических и ожидаемых условиях волнения — это карты, на которых элементы волн представлены в виде изолиний.

В практике прогнозирования волнения на морях и океанах применяются также методы, использующие типизации полей ветра и волнения. Они основаны на принципе аналогичности, заключающемся в том, что прогнозированному полю ветра подбирается типовая карта поля ветра, для которого заранее рассчитано поле волнения.

В целом в распоряжении специалистов имеется большое количество всевозможных методов расчета и прогноза волнения, начиная от простых локальных зависимостей между отдельными элементами волн и волнообразующими факторами и кончая сложными спектральными моделями, работающими в широком диапазоне ветроволновых условий. Возможность применения тех или иных методов в оперативной практике зависит от предъявляемых практиками требований к точности расчетов, наличия исходных данных о ветре и волнении и технических возможностей. Точность прогноза волнения в значительной степени зависит от точности прогноза ветра.

Термин «прогноз» в отношении характеристик волнения употребляется только для того, чтобы отличить расчеты, проводимые по историческим данным о ветре, и диагностические расчеты по текущим данным о ветровых условиях в океане от расчетов по ожидаемым ветровым условиям, содержащимся в метеорологическом прогнозе. Таким образом, прогноз волнения сводится лишь к задаче эффективного расчета характеристик волн по прогнозируемым данным о ветре.

Глава 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МОРСКИХ ВОЛНАХ

1.1. Основные соотношения классической теории волн

Среди различных видов волновых движений в море ветровые волны наиболее ярко выражены, легко наблюдаемы и поэтому наиболее изучены. Исследование реального морского волнения обычно начинают с рассмотрения наиболее простого случая волнового движения, а именно, с простой гармонической длинно-гребневой свободной волны, как это делается в классической гидродинамике. Несмотря на то, что в море таких волн не бывает (только мертвая зыбь может приближаться к свободным волнам), модель синусоидальной волны удобно использовать для понимания и описания ветровых волн. Это удобство связано с тем, что определения и формулы, полученные для свободных волн в классической гидродинамике, эффективно используются в практике расчета характеристик ветровых волн. Помимо этого простые гармонические волны формируют спектр морского ветрового волнения, представляющего важнейшую характеристику ветрового волнения.

Профиль простой гармонической волны (рис. 1) изменяется во времени по закону

$$\eta = a \cos (kx - \omega t), \tag{1.1}$$

где η — смещение уровня поверхности моря относительно его среднего положения. Экстремальные величины η принимают значения $\pm a$, где a — амплитуда волны. Удвоенное значение амплитуды волны $2a$ представляет собой высоту волны h. При $t=0$

$$\eta = a \cos kx.$$

Когда $\eta > 0$, формула (1.1) описывает гребень волны, а при $\eta < 0$ — ложбину. Вершины гребней соответствуют значению аргумента $\cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) = 1$, т. е. когда

$$\frac{2\pi x}{L} = 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ \ldots,\ 2n\pi.$$

Расстояние между точками двух смежных гребней или ложбин, находящимися в одинаковых фазах представляет собой длину волны L. Продолжительность полного колебания, после которого все движение полностью повторяется, называется периодом волны T. Продвижение гребня волны на расстояние L за время T определяет скорость гребня или фазовую скорость волны C. В формуле (1.1) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — круговая частота, а $k = \frac{2\pi}{L}$ — волновое число.

Из величин h, L и H — глубина моря, можно составить соотношения, с помощью которых удобно классифицировать

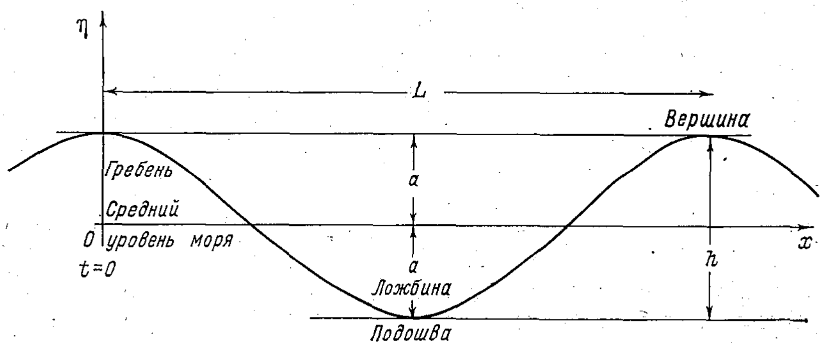

Рис. 1. Синусоидальная волна.

пределы применимости теорий волн для глубокой и мелкой воды:

$$\frac{h}{L};\quad \frac{h}{H};\quad \frac{L}{H};\quad \frac{H}{L}.$$

На глубокой воде, где величины h/H и L/H малы, наиболее важным параметром является h/L, который называется крутизной волны. В мелководном море наиболее важны параметры h/H, L/H и H/L, которые называются относительной высотой, относительной длиной и относительной глубиной соответственно.

На практике вода считается глубокой, если $H/L > 0{,}5$, мелкому морю соответствует условие $H/L < 0{,}05$. Неравенство $0{,}05 < H/L < 0{,}5$ характеризует промежуточные условия.

Исследование поверхностных гравитационных волн с профилем (1.1) в случае установившегося двухмерного движения основывается на решении упрощенных уравнений динамики жидкости, описывающих закон сохранения количества движения

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla)\mathbf{V}, \tag{1.2}$$

где $\mathbf{V}$ — вектор скорости движения частиц жидкости; ∇ — оператор Лапласса и закон сохранения массы

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0. \tag{1.3}$$

Если жидкость несжимаема и движение безвихревое, то будет существовать потенциал скорости $\Phi(x, z)$, удовлетворяющий уравнению Бернулли

$$\frac{P}{\rho}=-gz-\frac{1}{2}(u^2+w^2)+C \tag{1.4}$$

и уравнению Лапласса

$$\nabla^2\Phi=0 \tag{1.5}$$

при граничных условиях на поверхности

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=\eta}=-\frac{\partial\eta}{\partial t}+\left.\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|_{z=\eta}\frac{\partial\eta}{\partial x}+\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=\eta}\frac{\partial\eta}{\partial z} \tag{1.6}$$

и на дне

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=-H}=0. \tag{1.7}$$

Компоненты скорости частиц жидкости u и w связаны с потенциалом скорости выражениями

$$u=-\frac{\partial\Phi}{\partial x};\quad w=-\frac{\partial\Phi}{\partial z}. \tag{1.8}$$

Уравнение (1.6) устанавливает связь между функцией $\eta(x, t)$ и потенциалом скорости $\Phi(x, z, t)$. Таким образом Φ и η являются решениями уравнения (1.5) с нелинейным граничным условием на свободной поверхности (1.6) и линейным граничным условием на дне (1.7). Теория периодических гравитационных волн удовлетворяет условию бесконечно малого движения с достаточно высокой точностью. В этом случае нелинейными членами можно пренебречь. В результате линеаризированная система уравнений запишется в виде

$$\nabla^2\Phi=0\begin{cases}-H\leqslant z\leqslant\eta=0\\-\infty<x<+\infty.\end{cases} \tag{1.9}$$

На свободной поверхности

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}+g\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_{z=0}=0; \tag{1.10}$$

на дне

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=-H}=0; \tag{1.11}$$

В общем случае, когда $0{,}5 < \frac{H}{L} < 0{,}05$, решение этой системы дает

$$\Phi = -\frac{h}{2}\frac{\omega}{k}\frac{\operatorname{ch} k(z+H)}{\operatorname{ch} kH}\sin(kx - \omega t). \qquad (1.12)$$

Орбитальные движения частиц воды описываются уравнениями

$$\xi = x - x_0 = -\frac{h}{2}\frac{\operatorname{ch} k(H+z_0)}{\operatorname{sh} kH}\cos(kx_0 - \omega t); \qquad (1.13)$$

$$\eta = z - z_0 = \frac{h}{2}\frac{\operatorname{sh} k(H+z_0)}{\operatorname{sh} kH}\sin(kx_0 - \omega t), \qquad (1.14)$$

где ξ и η — координаты частицы относительного среднего положения x_0 и z_0. Для глубокого моря $\left(\frac{H}{L} > 0{,}5\right)$

$$\xi = x - x_0 = -\frac{h}{2} e^{kz_0}\cos(kx_0 - \omega t); \qquad (1.15)$$

$$\eta = z - z_0 = \frac{h}{2} e^{kz_0}\sin(kx_0 - \omega t). \qquad (1.16)$$

При волновом движении на глубокой воде частицы жидкости описывают круговые орбиты по закону

$$R = \frac{h}{2} e^{kz_0}. \qquad (1.17)$$

Радиусы этих орбит быстро уменьшаются с глубиной. На глубине, равной половине длины поверхностной волны, радиус орбит составляет примерно 1/23, а на глубине, равной длине волны,— 1/535, т. е. на этой глубине волновое движение становится практически неощутимым. При небольших глубинах моря орбиты частиц становятся эллиптическими, и эллипс вытягивается по мере уменьшения глубины. Однако совпадение фаз колебаний горизонтальной скорости частиц и волнового движения на поверхности сохраняется. На дне происходит только возвратно-поступательное движение частиц.

Связь между круговой частотой и волновым числом определяется дисперсионным соотношением

$$\omega^2 = gk \operatorname{th} kH. \qquad (1.18)$$

Из дисперсионного соотношения вытекает, что

$$\left.\begin{aligned} T &= \sqrt{\frac{2\pi L}{g}\operatorname{th}\frac{2\pi H}{L}}; \\ L &= \frac{gT^2}{2\pi}\operatorname{th}\frac{2\pi H}{L}; \\ C &= \frac{gT}{2\pi}\operatorname{th}\frac{2\pi H}{L}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.19)$$

Для глубокого моря $\frac{H}{L} > 0{,}5$ дисперсионное соотношение принимает вид

$$\omega^2 = gk. \tag{1.20}$$

Эта формула показывает, что длинные (низкочастотные) волны распространяются быстрее, чем короткие (высокочастотные) волны. Гребни волн при этом движутся с фазовой скоростью

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} = \frac{gT}{2\pi} = \frac{\omega}{k}; \tag{1.21}$$

$$T = \sqrt{\frac{2\pi L}{g}}; \tag{1.22}$$

$$L = \frac{gT^2}{2\pi}. \tag{1.23}$$

Для мелководья, когда $\frac{H}{L} < 0{,}05$

$$\omega^2 = gk^2H; \tag{1.24}$$

$$T = \frac{L}{\sqrt{gH}}; \tag{1.25}$$

$$L = T\sqrt{gH}; \tag{1.26}$$

$$C = \sqrt{gH}. \tag{1.27}$$

В противоположность гармоническим волнам, ветровые волны изменяют свою крутизну. При увеличении крутизны волны, ее гребень становится круче, а впадина положе. Если при простом волновом движении орбиты частиц были замкнутыми, то в случае ветровых волн осуществляется общий перенос воды в направлении распространения волн. Другими словами, скорость движения частиц на гребне волны, совпадающая с направлением распространения волны, оказывается больше, чем скорость движения частиц на подошве волны, направленная в противоположную движению волны сторону. Таким образом, частица воды после полного обращения не возвращается в первоначальное положение, а смещается несколько вперед. Этот эффект играет важную роль при изучении вдольбереговых процессов (взмучивание воды, перенос донных материалов и т. д.).

Предельное значение крутизны волны на глубокой воде равно 0,142 (ограничение Митчелла). Передний и задний склоны волны образуют угол, равный 120°. В этом случае орбитальная скорость частиц, находящихся на гребне, равна фазовой скорости волны. Если же орбитальная скорость частиц превышает скорость волны, гребень волны становится неустойчивым и разрушается. Этот эффект обычно сопровождается появлением «барашков».

На мелководье предельная крутизна волны меньше и равна 0,078. В этом случае уменьшение скорости волны, связанное с уменьшением глубины, ведет к опрокидыванию гребней, т. е. наблюдается явление прибоя. Для промежуточных условий крутизна волны не может превышать предельного значения

$$\frac{h}{L} < 0{,}142 \operatorname{th} \frac{2\pi H}{L}.$$

В случае простой линеаризованной периодической прогрессивной волны потенциальная энергия $E_п$ равна кинетической энергии $E_к$, а общая энергия, приходящаяся на длину волны в расчете на единицу гребня волны, равна

$$E = E_п + E_к = \frac{1}{2} \rho g a^2 L. \qquad (1.28)$$

Удельная энергия, приходящаяся на единицу площади, составляет

$$E_{ср} = \frac{1}{2} \rho_w g a^2. \qquad (1.29)$$

Средний поток энергии (в расчете на единицу гребня волны) через фиксированную вертикальную площадку, параллельную гребню, равен

$$F_{ср} = \frac{1}{4} \rho_w g a^2 C \left(1 + \frac{2kH}{\operatorname{sh} 2kH}\right). \qquad (1.30)$$

Тогда отношение

$$\frac{F_{ср}}{E_{ср}} = U_E = \frac{C}{2}\left(1 + \frac{2kH}{\operatorname{sh} 2kH}\right) \qquad (1.31)$$

определяет скорость распространения энергии волны на воде конечной глубины. На глубокой воде (при $H \to \infty$)

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{gT}{2\pi} = \frac{gT}{4\pi}, \qquad (1.32)$$

на резко выраженном мелководье

$$U_E = \sqrt{gH}. \qquad (1.33)$$

Это означает, что энергия волн на глубокой воде переносится со скоростью равной половине фазовой скорости, а на мелководье — с фазовой скоростью.

Наблюдения показывают, что волны распространяются последовательными группами, в пределах которых видно постепенное изменение высоты следующих друг за другом волн. Группы волн перемещаются со скоростью вдвое меньшей фазовой скорости волн. Отличие групповой скорости от скорости распространения индивидуальных волн определяется зависимостью скорости распространения волн от длины волны. В общем случае

$$U = \frac{C}{2}\left(1 + \frac{2\pi H/L}{\operatorname{sh} 2\pi H/L}\right). \qquad (1.34)$$

На глубокой воде второе слагаемое в скобках стремится к нулю и

$$U_{\text{гр}} = \frac{C}{2}. \qquad (1.35)$$

Как видно, выражение для групповой скорости совпадает с выражением для скорости распространения энергии, т. е. $U_E = U_{\text{гр}}$. Этот вывод относится только к случаю линейной теории волн.

Из формулы (1.19) следует, что фазовая скорость волны — функция глубины. Она уменьшается при уменьшении глубины, что приводит к изменению направления распространения луча волны и к уменьшению угла между гребнем волны и изобатами дна. Это явление называется рефракцией. Оно отчетливо наблюдается вдоль берегов с пологим уклоном, где волны всегда обрушиваются параллельно береговой линии независимо от их направления в открытом море.

1.2. Понятие о ветровом волнении как случайном процессе

Теория периодического волнового движения ведет к пониманию сложных волновых движений, в частности морского ветрового волнения. Из рис. 2 видно, что последовательные

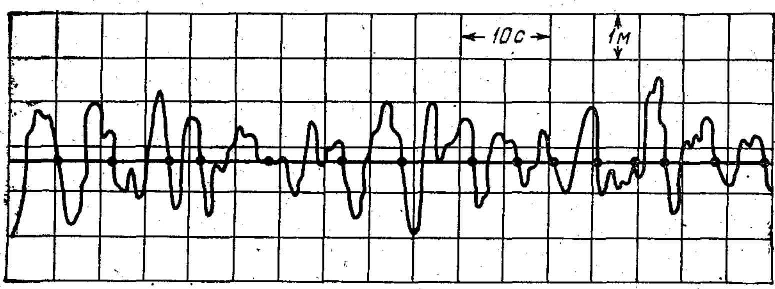

Рис. 2. Пример волнографной записи.

волны различаются между собой по форме, высоте, периоду и, конечно, совсем не похожи на правильную синусоидальную волну, рассматриваемую в классической гидродинамике. Ветровое волнение имеет неупорядоченный, хаотичный характер.

Поведение каждой индивидуальной волны невозможно проследить, оно подвержено случайным колебаниям, не поддающимся точному учету. В этом смысле ветровое волнение представляет собой случайный процесс, описываемый законами теории случайных функций. С одной стороны это обусловлено турбулентным характером ветра, а с другой — тем, что в силу дисперсионного соотношения (1.20), волны, распространяясь с различной скоростью, то усиливают, то ослабляют друг друга, создавая тем самым сложный профиль волнового движения даже в случае однонаправленных волн (двухмерное волновое движение). В действительности волны распространяются под различными углами друг к другу, что создает еще более сложное трехмерное волновое движение. Несмотря на то, что отдельные волны подвержены случайным колебаниям, совокупность таких волн подчинена строгим математическим законам. Скажем, достаточно точно можно предсказать, как часто случайная величина будет находиться в тех или иных фиксированных границах, или, например, можно рассчитать вероятность появления высот волн выше определенного предела в некотором промежутке времени.

Случайный процесс есть случайная функция $x(t)$ от независимой переменной t. Каждое измерение характеристик волн (дискретное или непрерывное) дает определенную функцию $X(t)$, которая называется реализацией процесса или выборочной функцией. Случайный процесс можно рассматривать либо как совокупность реализаций процесса $X(t)$, либо как совокупность случайных величин, зависящих от параметра t. В нашей задаче параметром t служит время.

Для описания случайного процесса надо знать распределение вероятностей систем случайных величин $[x(t_1),\ x(t_2),\ \ldots,\ x(t_k)]$ для каждого конечного множества значений $t_1,\ t_2,\ \ldots,\ t_k$ (первое, второе, ..., конечномерные распределения вероятностей случайного процесса). Эти распределения описываются функциями распределения соответственно первого, второго, ..., порядков

$$F_n(X) \equiv F(X) \equiv P\{x < X\}. \tag{1.36}$$

Производная от функции распределения вероятностей

$$\varphi_n(X) \equiv \varphi(X) = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{P\{X \leqslant x < X + \Delta X\}}{\Delta X} = \frac{\partial F}{\partial X} \tag{1.37}$$

называется плотностью распределения вероятностей величины x.

Случайный процесс $x(t)$ называется стационарным, если его конечномерные распределения вероятностей инвариантны относительно сдвига по параметру t:

$$F_{(n)}(X_1,\ t_1 + t_0;\ \ X_2,\ t_2 + t_0;\ \ \ldots;\ \ X_n,\ t_n + t_0) \equiv$$
$$\equiv F_{(n)}(X_1,\ t_1;\ \ X_2,\ t_2;\ \ \ldots;\ \ X_n,\ t_n)$$
$$\text{для } (-\infty < t_0 < \infty;\ \ n = 1,\ 2,\ \ldots) \tag{1.38}$$

т. е., если распределение вероятностей n-го порядка зависит только от $n-1$ разностей

$$\tau_1 = t_2 - t_1, \quad \tau_2 = t_3 - t_1, \quad \ldots, \quad \tau_{n-1} = t_n - t_1$$

выборочных моментов t_k.

Если совокупность всех возможных значений случайной величины x находится на отрезке (a, b), то вероятность попадания x в этот интервал есть достоверное событие, т. е.

$$\int_a^b P(x)\,dx = 1, \tag{1.39}$$

где $P(x)$ — плотность распределения вероятностей случайной величины x. В частности, если $-\infty < x < \infty$, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)\,dx = 1. \tag{1.40}$$

Максимум функции $P(x)$ соответствует наиболее вероятному значению случайной величины x, которая называется модой. Вероятность того, что случайная величина x примет значение меньше X равна

$$F(X) = \int_0^X P(x)\,dx. \tag{1.41}$$

Эту функцию также называют функцией обеспеченности.

Исследование ветрового волнения как случайного процесса облегчается, если предположить, что взволнованная поверхность моря локально однородна, стационарна, подчиняется нормальному закону распределения и обладает свойством эргодичности. Удобство такого предположения состоит в том, что поверхность моря может быть описана первым и вторым моментами распределения. При этом начальный момент первого порядка m_1 представляет собой математическое ожидание (среднее значение) ординат случайной функции в произвольный момент времени t_k. Центральный момент второго порядка m_2 представляет собой дисперсию случайного процесса

$$m_2 = \sigma^2 = \int_0^{\infty} P(\eta)(\eta - \bar{\eta})^2\,d\eta, \tag{1.42}$$

где η — ордината колебания свободной поверхности моря.

Все более высокие моменты связаны со вторым моментом, который в свою очередь связан с корреляционной функцией случайного процесса; а последняя с энергетическим спектром через преобразование Фурье.

Корреляционная функция

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t+\tau)\,\eta(t)\,d\tau \tag{1.43}$$

устанавливает связь между колебаниями поверхности воды, разделенными во времени величиной τ. Связь между корреляционной функцией и энергетическим спектром осуществляется с помощью преобразования Фурье

$$R(\tau) = \int_0^\infty E(\omega) \cos \tau\omega \, d\omega; \tag{1.44}$$

$$E(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R(\tau) \cos \tau\omega \, d\tau. \tag{1.45}$$

При $\tau = 0$ корреляционная функция представляет собой дисперсию случайного процесса

$$R(0) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t)\,\eta(t)\,dt = \bar{\eta}^2(t). \tag{1.46}$$

Вся область под спектральной кривой $E(\omega)$ представляет собой дисперсию случайной величины.

При $\tau \to \infty$

$$R(\infty) = 0. \tag{1.47}$$

Волновые колебания в фиксированной точке поверхности моря можно представить как результат сложения очень большого числа элементарных волн

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(k_n t + \varepsilon_n). \tag{1.48}$$

Тогда возведя в квадрат и осреднив правую часть, получим

$$\bar{\eta}^2 = \frac{1}{2} \sum a_n^2. \tag{1.49}$$

Теперь, вспомнив, что средняя энергия на единицу длины волны и гребня волны равна выражению (1.29), получим

$$E = \frac{1}{2} \rho_w g a_n^2. \tag{1.50}$$

Именно поэтому волновой спектр принято называть энергетическим.

При рассмотрении реального процесса ветрового волнения необходимо иметь информацию об устойчивости таких параметров волн, как средняя высота, дисперсия, спектр при повторении наблюдений. Так, например, если взять две волнограммы, записанные на расстоянии 50 м друг от друга в одно и то же время, то их профили окажутся совершенно отличными, т. е. сами записи волновых колебаний поверхности моря являются неустойчивыми. В то же время их статистические характеристики (средняя высота, дисперсия и т. д.) могут быть очень близки между собой. О таких статистических характеристиках говорят, что они устойчивы.

Связь между одномерным и двумерным спектром вытекает из определения общей энергии

$$E = \rho_w g < \eta^2 > = \int \int F(\mathbf{k}) \, d\mathbf{k} \tag{1.51}$$

и записывается в виде

$$\int S_1(\omega) \, d\omega = \int \int S_1(\mathbf{k}) d(\mathbf{k}) = \int \int S_2(\omega, \ \theta) \, d\omega \, d\theta, \tag{1.52}$$

где $S_2(\omega, \theta)$ — двумерный частотно-угловой энергетический спектр.

1.3. Спектральная структура волнового поля

Линейные модели рассматривают случайный волновой процесс как суперпозицию бесконечного числа элементарных волн с различными амплитудами a, частотами ω, направлениями распространения θ и случайными фазами ε, равномерно распределенными в интервале от 0 до 2π.

Пусть $S(\omega, \theta)$ — некоторая функция, характеризующая энергию, распределенную в узком интервале частот и направлений

$$\omega - \Delta\omega/2 < \omega < \omega + \Delta\omega/2;$$

$$\theta - \Delta\theta/2 < \theta < \theta + \Delta\theta/2.$$

Величина

$$\Delta E = \int\limits_{\omega - \Delta\omega/2}^{\omega + \Delta\omega/2} \int\limits_{\theta - \Delta\theta/2}^{\theta + \Delta\theta/2} \rho_w g S(\omega, \ \theta) \, d\omega \, d\theta \tag{1.53}$$

определяет количество энергии тех элементарных волн, частоты и направления которых заключены в указанных пределах. Здесь ρ_w — плотность воды; g — ускорение свободного падения. Если интервалы частот $\Delta\omega$ и направлений $\Delta\theta$ малы, то с достаточным приближением можно записать

$$\Delta E = \rho_w g S(\omega, \ \theta) \, \Delta\omega \, \Delta\theta. \tag{1.54}$$

С другой стороны, энергия волны

$$E = \frac{1}{2} \rho_w g a^2, \tag{1.55}$$

где a — амплитуда элементарной волны. На основании соотношений (1.54) и (1.55) видно, что

$$a_i = \sqrt{2S(\omega, \ \theta) \, \Delta\omega \, \Delta\theta}. \tag{1.56}$$

В случае распространения одной плоской синусоидальной волны, распространяющейся в направлении, составляющем угол θ с направлением произвольно выбранной координатой оси x, поверхность моря описывается простым выражением

$$\eta(x, y, t) = a\sin[k(x\cos\theta + y\sin\theta) - \omega t + \varepsilon]. \quad (1.57)$$

Взволнованную поверхность океана можно представить в виде предела суммы большого числа элементарных волн

$$\eta(x, y, t) = \lim_{\omega_0\to\infty} \lim_{\substack{M\to\infty \\ N\to\infty}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \sqrt{2S(\omega_m, \theta_n)\Delta\omega\,\Delta\theta} \times$$

$$\times \sin[k_m(x\cos\theta_n + y\sin\theta_n) - \omega_m t + \varepsilon_{mn}], \quad (1.58)$$

Малые приращения $\Delta\omega$ и $\Delta\theta$ можно представить в виде

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{M}; \quad \Delta\theta = \frac{\theta_0}{N},$$

где ω_0 и θ_0 — некоторые фиксированные значения ω и θ;

$$\omega_m = \left(m - \frac{1}{2}\right)\Delta\omega; \quad \theta_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)\Delta\theta.$$

В пределе

$$\eta(x, y, t) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \sin[k_m(x\cos\theta + y\sin\theta) - \omega t + \varepsilon] \times$$

$$\times \sqrt{2S(\omega, \theta)\,d\omega\,d\theta}. \quad (1.59)$$

Функция $S(\omega, \theta)$ называется двумерной спектральной функцией или двумерным энергетическим спектром. Одномерный частотный спектр получается из двумерного путем интегрирования по всем углам θ

$$S(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} S(\omega, \theta)\,d\theta, \quad (1.60)$$

а одномерный угловой спектр получается путем интегрирования двумерного спектра по всем частотам

$$S(\theta) = \int_0^\infty S(\omega, \theta)\,d\omega. \quad (1.61)$$

Функции $S(\omega, \theta)$, $S(\omega)$ и $S(\theta)$ характеризуют плотность спектральной энергии и, следовательно, являются дифференциальными характеристиками энергии волн. Интегралы от них представляют общую энергию волнения:

$$E = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta)\, d\omega\, d\theta; \tag{1.62}$$

$$E = \int_0^\infty S(\omega)\, d\omega; \tag{1.63}$$

$$E = \int_0^\pi S(\theta)\, d\theta. \tag{1.64}$$

Эти функции записаны для условия стационарности и однородности волнового процесса. В общем случае кроме частоты и направления они также зависят от координат x, y и времени t.

Средняя высота и средний период волн связаны с энергетическим спектром следующими выражениями:

$$\left.\begin{aligned} \bar{h} &= \left[2\pi \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta)\, d\omega\, d\theta\right]^{\frac{1}{2}}; \\ \bar{T} &= 2\pi \left[\frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta)\, d\omega\, d\theta}{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta)\, \omega^2\, d\omega\, d\theta}\right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}\right\} \tag{1.65}$$

Высоту h и период T волн, вычисленные по спектру, в дальнейшем будем называть спектральной высотой и спектральным периодом. В общем случае энергетический спектр зависит от силы ветра, продолжительности его действия и длины разгона. При бесконечном времени действия ветра и бесконечной длине разгона все спектральные составляющие достигают своего предельного развития и энергетический спектр будет зависеть только от скорости ветра (рис. 3).

Площадь под спектральной кривой на рис. 3 характеризует общую энергию волн в точке. Она пропорциональна квадрату средней высоты волн и увеличивается с ростом скорости ветра. Максимумы спектральных кривых по мере увеличения скорости ветра смещаются в сторону низких частот. Частота, соответствующая максимальному значению энергетического спектра, зависит от скорости ветра и вычисляется по формуле

$$\omega_{\text{макс}} = \frac{1{,}238}{V}, \tag{1.66}$$

где V — скорость ветра, м/с.

Энергия для полностью развитого волнения вычисляется по формуле

$$E = 1{,}21 \cdot 10^{-6} V^5. \quad (1.67)$$

При практических расчетах иногда удобно использовать интегральный спектр, представляющий интегральную характе-

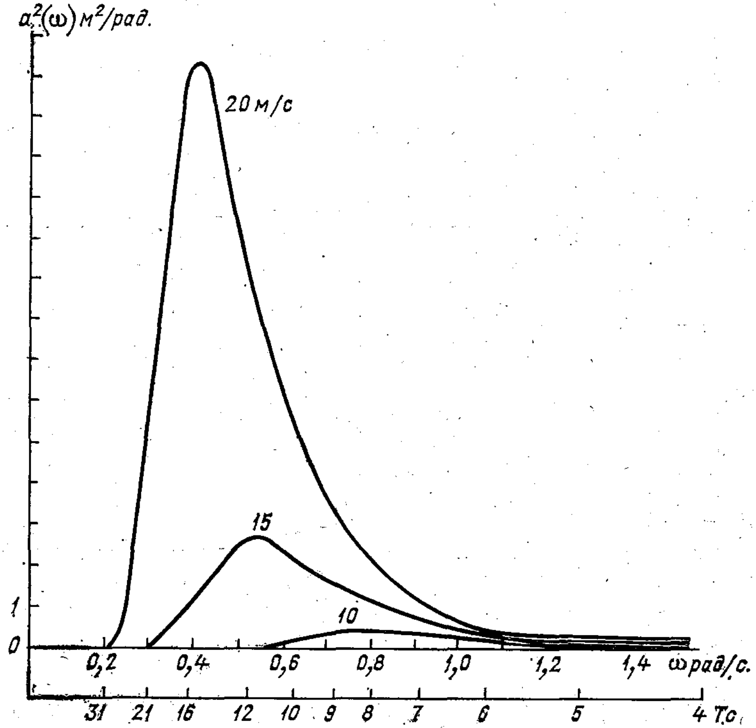

Рис. 3. Частотные спектры полностью развитого волнения для скорости ветра 10, 15 и 20 м/с, по Пирсону, Нейману и Джеймсу [241].

ристику спектральной энергии в заданном интервале частот или периодов (рис. 4)

$$E = \int_{\omega_1}^{\omega_2} a^2(\omega)\, d\omega. \quad (1.68)$$

Ордината интегральной кривой E определяет общую энергию в точке и рассчитывается по известным значениям волнообразующих факторов: скорости ветра, продолжительности его действия и длине разгона. Частота максимума спектра $f_{\text{макс}}$ на интегральной кривой соответствует наибольшей ее крутизне (точка b). В практике прогнозирования волн бывает достаточно учитывать только наиболее существенную часть спектральной энергии волн. С этой целью в спектре отсекается доля энергии 3 % E в области высоких частот и 5 % E в области низких частот.

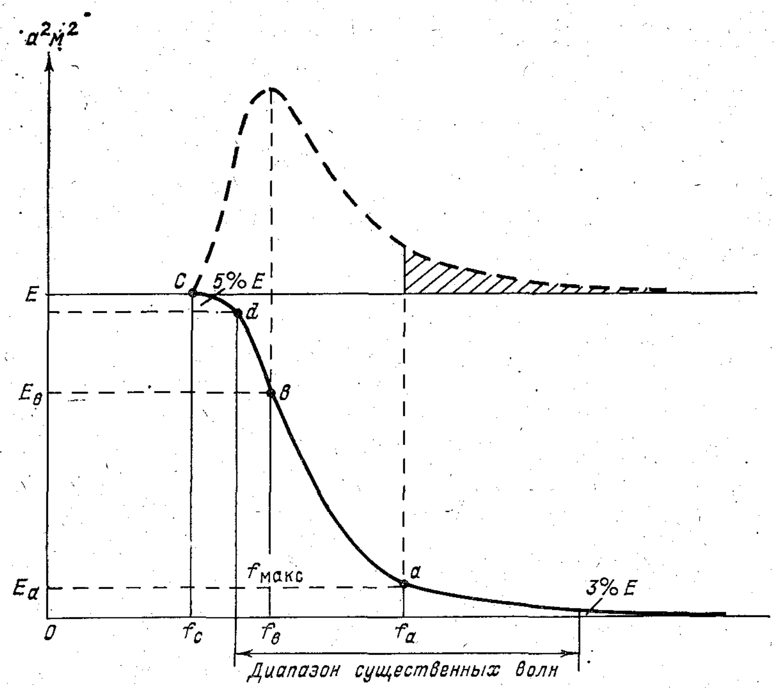

Рис. 4. Соотношение между спектром и интегральным спектром.

Общая энергия E также может быть вычислена непосредственно по волнограмме по формуле

$$E = \sum (h - \bar{h})^2/N, \tag{1.69}$$

где E — общая энергия волн в заданном интервале частот или периодов, h — высота волны, $\bar{h}$ — средняя высота волны, N — число волн на волнограмме.

Основные статистические характеристики волн определяются по формулам [137]

$$h = 1{,}414\sqrt{E}; \quad \bar{h} = 1{,}772\sqrt{E}; \quad \bar{h}_{1/3} = 2{,}832\sqrt{E};$$

$$\bar{h}_{1/10} = 3{,}600\sqrt{E}, \tag{1.70}$$

где h — высота волны наибольшей повторяемости; $\bar{h}$ — средняя высота волны; $\bar{h}_{1/3}$ — средняя высота из одной трети наибольших высот волн в выборке; $\bar{h}_{1/10}$ — средняя из $^1/_{10}$ наибольших высот волн в выборке. Следует отметить, что достаточно близкое соответствие между спектральной высотой волны h_{m_0} и высотой волны, определенной по волнограмме, наблюдается только для очень узких спектров, т. е. для волн зыби.

Аппроксимативные выражения для частотного и двухмерного спектров выведены на основе анализа данных наблюдений за волнением. Частотный спектр с достаточно хорошим приближением аппроксимируется следующим выражением

$$S(\omega) = A\omega^{-m} \exp(-B\omega^{-n}), \tag{1.71}$$

где A, B, m и n — параметры аппроксимации. Ниже приводятся наиболее известные аппроксимативные формулы для частотных и угловых спектров, предложенные различными авторами.

Спектр Неймана (1953)

$$S(\omega) = 4{,}788\omega^{-6} \exp\left(-\frac{2g^2\omega^{-2}}{V^2}\right). \tag{1.72}$$

Спектр Дарбишайра (1952)

$$S(\omega) = 4{,}41\, V^4\omega^2 \exp\left\{-\left(\frac{\omega}{2\pi} - \frac{1}{1{,}94\sqrt{V}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left[85 \cdot 10^{-4}\left(\frac{\omega}{2\pi} - \frac{1}{1{,}94\sqrt{V}} + 0{,}042\right)\right]^{\frac{1}{2}}\right\}. \tag{1.73}$$

Спектр Жельси с соавторами (1956)

$$S(\omega) = \begin{cases} \dfrac{266{,}6}{\omega^2 V^3}\left(V - \dfrac{4\pi}{\omega}\right)^2 & \text{для } \dfrac{2\pi}{\omega} < \dfrac{V}{2} \\ 0 & \text{для } \dfrac{2\pi}{\omega} > \dfrac{V}{2}. \end{cases} \tag{1.74}$$

Спектр Бретшнайдера (1961)

$$S(\omega) = \alpha g^2\omega^{-5} \exp\left[-0{,}675\,(g/V\omega F_2)^4\right], \tag{1.75}$$

где

$$\alpha = 3{,}437F_1^2/F_2^4; \quad F_1 = g\bar{h}/V^2 = f_1(gx/V^2,\ gt/V);$$
$$F_2 = g\overline{T}/2\pi V = f_2(gx/V^2,\ gt/V).$$

Спектр Барлинга для малых разгонов (1959)

$$S(\omega) = (\alpha g^2/\omega^5) \exp\left[-\beta\,(\omega_{\text{макс}}/\omega)^4\right], \tag{1.76}$$

где

$$\alpha = 8{,}1 \cdot 10^{-3}; \quad \beta = 0{,}74; \quad \omega_{\text{макс}} = g/V.$$

Спектр Филлипса для высокочастотного участка (1958)

$$S_\infty(\omega) = \alpha g^2\omega^{-5}, \tag{1.77}$$

где

$$\alpha = 7{,}8 \cdot 10^{-3}.$$

Спектр Стрекалова (1961)

$$S_{\infty}(\omega)=\frac{1,2\cdot 10^{-2}g^{3}}{V\omega^{6}}\exp\left[-\left(\frac{0,88g}{V}\right)^{2}\omega^{-2}\right]. \tag{1.78}$$

Спектр Пирсона/Московица для полностью развитого волнения (1964)

$$S(\omega)=\frac{\alpha g^{2}}{\omega^{5}}\exp\left[-\beta\left(\frac{\omega_{\text{макс}}}{\omega}\right)^{4}\right], \tag{1.79}$$

где

$$\alpha=8,1\cdot 10^{-3};\quad \beta=0,74;\quad \omega_{\text{макс}}=g/V.$$

Спектр Давидана с соавторами (1969) для ветрового волнения

$$S(\omega)=\begin{cases} 6\omega_{\text{макс}}^{5}m_{0}(\omega_{\text{п}})\,\omega^{-6}\exp\left\{-1,2\left[\left(\frac{\omega_{\text{макс}}}{\omega}\right)^{5}-\left(\frac{\omega_{\text{макс}}}{\omega_{\text{п}}}\right)^{5}\right]\right\} & \\ & \text{для } 0<\omega<\omega_{\text{п}}; \\ S(\omega_{\text{п}})+\frac{S(\omega_{\text{р}})-S(\omega_{\text{п}})}{\omega_{\text{р}}-\omega_{\text{п}}}(\omega-\omega_{\text{п}}) & \text{для } \omega_{\text{п}}<\omega<\omega_{\text{р}}; \\ 7,8\cdot 10^{3}g^{2}\omega^{-5} & \text{для } \omega>\omega_{\text{р}}, \end{cases} \tag{1.80}$$

где

$$m_{0}(\omega_{\text{п}})=\left(\bar{h}^{2}\omega_{\text{п}}^{5}-0,3\pi\omega_{\text{п}}\right)/2\pi\left(\omega_{\text{п}}^{5}+0,3\omega_{\text{макс}}^{5}\right);$$

$$\omega_{\text{п}}=1,045\,\frac{2\pi}{\bar{T}}\left(1+0,002\bar{T}\right);\quad \omega_{\text{р}}=1,1\omega_{\text{п}};$$

$$\omega_{\text{макс}}=\frac{0,81\bar{\omega}}{1+0,06/\bar{\omega}},$$

для волн зыби

$$S(\omega)=2,87\cdot 10^{3}\bar{h}^{-2}\bar{T}^{-5}\omega^{-6}\exp\left[-3,6\cdot 10^{3}\bar{T}^{-5}\omega^{-5}\right], \tag{1.81}$$

Спектр Стрекалова—Масселя (1971)

$$S(\omega)=P_{1}\frac{\bar{h}^{2}}{\bar{\omega}}\left[f_{\text{н}}\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)+f_{\text{в}}\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)\right], \tag{1.82}$$

где

$$f_{\text{н}}\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)=\frac{1}{2\pi\varkappa}\exp\left\{-\frac{\left[\frac{1}{\omega}(\omega-\omega_{1})\right]^{2}}{2\varkappa^{2}}\right\};$$

$$f_{\text{в}}\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)=2\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-5}\exp\left[-1,34\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-8}\right].$$

Спектр JONSWAP (Joint North Sea Wave Project, 1973)

$$S(\omega)=\alpha g^2\omega^{-5}\exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_{\text{макс}}}\right)^4\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\omega-\omega_{\text{макс}})^2}{2\sigma^2\omega^2_{\text{макс}}}\right]}, \qquad (1.83)$$

$$\sigma=0{,}07 \quad \text{для } \omega\leqslant\omega_{\text{макс}};$$

$$\sigma=0{,}09 \quad \text{для } \omega>\omega_{\text{макс}}.$$

Спектр Крюземана (1976)

$$S(\omega)=\begin{cases}\alpha\omega^{-5} & \text{для } \omega_p\leqslant\omega;\\ (a/(1-b)\,\omega_p^{-6}(\omega-b\omega_p) & \text{для } b\omega_p\leqslant\omega\leqslant\omega_p;\\ 0 & \text{для } 0\leqslant\omega<b\,\omega_p.\end{cases} \qquad (1.84)$$

Аппроксимативные выражения для двумерного спектра берутся в виде произведения частотного спектра $S(\omega)$ на функцию углового распределения волновой энергии $Q(\omega, \theta)$. Ниже приводятся аппроксимации угловых спектров, предложенные различными авторами.

Спектр Артура (1951)

$$Q(\theta)=\frac{2}{\pi}\cos^2\theta. \qquad (1.85)$$

Спектр SWOP (Stereo Wave Observation Project, 1960)

$$Q(\omega,\ \theta)=\frac{1}{\pi}\left\{0{,}50\left[1-\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega V}{g}\right)^4\right]\cos^2\theta\right]+\right.$$

$$+\left[1-0{,}92\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega V}{g}\right)^4\right]\right]+$$

$$\left.+\,2{,}56\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega V}{g}\right)^4\right]\right\}\cos^4\theta. \qquad (1.86)$$

Спектр Давидана с соавторами (1971)

$$Q(\omega,\ \theta)=\frac{0{,}5K\left[\frac{\tilde\omega}{(\omega+1)^2}\right]\exp\left\{-K\,|\theta|\,\frac{\tilde\omega}{(\omega+1)^2}\right\}}{1-\exp\left[-\frac{K\pi}{2}\,\frac{\tilde\omega}{(\omega+1)^2}\right]}, \qquad (1.87)$$

где

$$0<\omega<\omega_{\text{п}};\quad \tilde\omega=\omega/\omega_{\text{макс}};$$

$$-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2};\quad K=3\ \ldots\ 8.$$

Спектр Дарбишайра (1961)

$$Q(\theta)=\frac{2{,}96}{\pi\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{\theta^2}{0{,}114\pi^2}\right). \qquad (1.88)$$

Спектр Крылова с соавторами (1966)

$$Q(\omega,\ \theta)=2^{-\frac{1,8}{\omega}}\frac{\Gamma\left[2\left(\frac{1,8}{\omega}+1\right)\right]}{\Gamma^2\left(\frac{1,8}{\omega}+1\right)}\cos^{\frac{1,8}{\omega}}\theta. \qquad (1.89)$$

Спектр Мицуясу с соавторами (1975)

$$Q(\omega,\ \theta)=G(s)\left[\cos\frac{\theta}{2}\right]^{2s}, \qquad (1.90)$$

где

$$s=\begin{cases}11,5\tilde{f}^{-2,5} & \text{для } \tilde{f}\geqslant\tilde{f}_m;\\ 11,5\tilde{f}_m^{-7,5}\tilde{f}^5 & \text{для } f\leqslant f_m;\end{cases}$$

$$\tilde{f}_m=\frac{V_* f_m}{g}.$$

Выбор той или иной функции спектра или функции углового распределения спектральной энергии зависит от решения конкретной задачи, т. е. от того, для каких целей производится расчет параметров волн. Приведенные выше формулы относятся к ветровому волнению. Аппроксимация спектра смешанного волнения может быть получена в некоторых частных случаях [18]. В общем случае описание спектра смешанного волнения осуществляется на основе решения баланса спектральной энергии волн.

1.4. Статистика видимых характеристик волн

Успехи в изучении спектральной структуры волнения отнюдь не снимают вопроса исследования видимых волн, слагающих взволнованную поверхность моря.

Несмотря на то, что закономерности, присущие видимым волнам, изучаются многие годы, их вероятностные характеристики до сих пор исследованы недостаточно. В настоящее время известны только одномерные распределения элементов волн, полученные по волнографным данным (на промежутке квазистационарности). Менее изучено распределение волн по пространству (на участке квазиоднородности) и двумерные распределения. Наиболее хорошо изучены функции распределения видимых высот и периодов волн.

В литературе рассматривается три типа статистического распределения характеристик волн.

Первый тип статистического распределения видимых характеристик волн относится к регистрации волн в фиксированной точке моря за промежуток времени, в течение которого с известным приближением процесс волнения можно считать квазистационарным. Здесь самый простой вид распределения имеет ордината взволнованной поверхности. Теоретически показано, что распределение ординат независимо от глубины близко к нормальному закону распределения.

Безразмерная функция распределения высот волн для глубокого моря теоретически была выведена Лонге-Хиггинсом и Ю. М. Крыловым

$$F(h)=\exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^2\right]. \tag{1.91}$$

Это хорошо известное релеевское распределение.

Функция распределения высот волн с учетом глубины моря была предложена Я. Г. Виленским и Б. Х. Глуховским на основе анализа экспериментального материала на глубокой воде и на мелководье. Она имеет вид

$$F(h)=\exp\left[-\frac{\pi}{4\left(1+\frac{d}{\sqrt{2\pi}}\right)}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^{2/(1-d)}\right], \tag{1.92}$$

где $d=\bar{h}/H$.

Обобщенная функция повторяемости высот волн имеет вид

$$f(h)=-\frac{\pi}{2\bar{h}\,(1-d)\,(1+0{,}4d)}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^{(1+d)/(1-d)}\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{\pi}{4\,(1+0{,}4d)}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^{2/(1-d)}\right]. \tag{1.93}$$

Безразмерная функция повторяемости высот волн для глубокого моря описывается выражением

$$f(h)=\frac{\pi}{2}\,\frac{h}{\bar{h}}\exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^2\right]. \tag{1.94}$$

Максимальное значение функции $f(h)$ достигается при $h/\bar{h}\approx 0{,}8$, т. е. теоретически наибольшую повторяемость имеет высота на $^1/_5$ меньше средней высоты

$$h_{\text{макс}}=0{,}8\bar{h}.$$

В зоне обрушения $\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)_{\text{макс}}\approx 1{,}035.$

Функция распределения видимых периодов волн одна и та же для глубокого моря и на мелководье (рис. 5 и 6). Она имеет вид

$$F(T)=\exp\left[-\frac{\pi}{4{,}8}\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4\right]. \tag{1.95}$$

Обобщенная функция повторяемости периодов волн имеет вид

$$f(T)=\frac{\pi}{1{,}2\,\bar{T}}\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^3\exp\left[-\frac{\pi}{4{,}8}\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4\right]. \tag{1.96}$$

Второй тип статистического распределения характеристик волн связан с нестационарным процессом волнения, охватывающим достаточно большой промежуток времени — порядка одного или нескольких штормов. Функция распределения высот

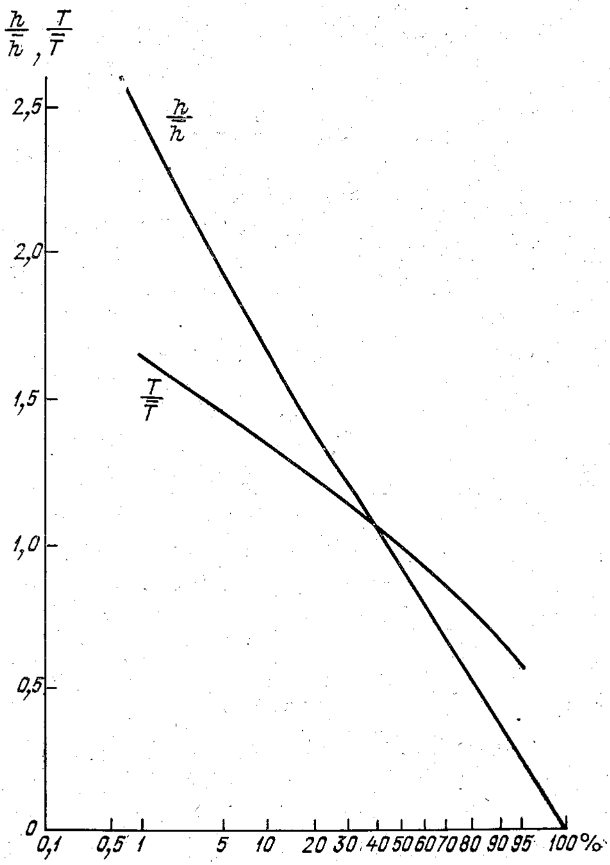

Рис. 5. Безразмерные функции распределения элементов волн глубокого моря.

волн для этого типа исследовалась Г. М. Матушевским [50]. Она записывается в виде произведения функции распределения высот волн в квазистационарной выборке, определяемой по формуле (1.92) на плотность распределения средних высот волн в данном шторме

$$\Phi(h) \int_{0}^{h_{\text{макс}}} F(h;\ \bar{h};\ H)\, f(\bar{h})\, d\bar{h}, \tag{1.97}$$

где $h_{\text{макс}}$ максимальная высота волн в шторме; H — глубина моря. Практический расчет функции (1.97) производится по формуле

$$\Phi(h) = \sum F(h;\ \bar{h}_j;\ H)\, P(\bar{h}_j), \tag{1.98}$$

где

$$P(\bar{h}_j) = T_j(\bar{h}_j,\ \Delta\bar{h})/T.$$

Здесь $T_j(\bar{h}_j,\ \Delta\bar{h})$ — суммарная продолжительность нахождения средней высоты в интервале $\bar{h} - \frac{\Delta\bar{h}}{2}$, $\bar{h} + \frac{\Delta\bar{h}}{2}$ за время T, опре-

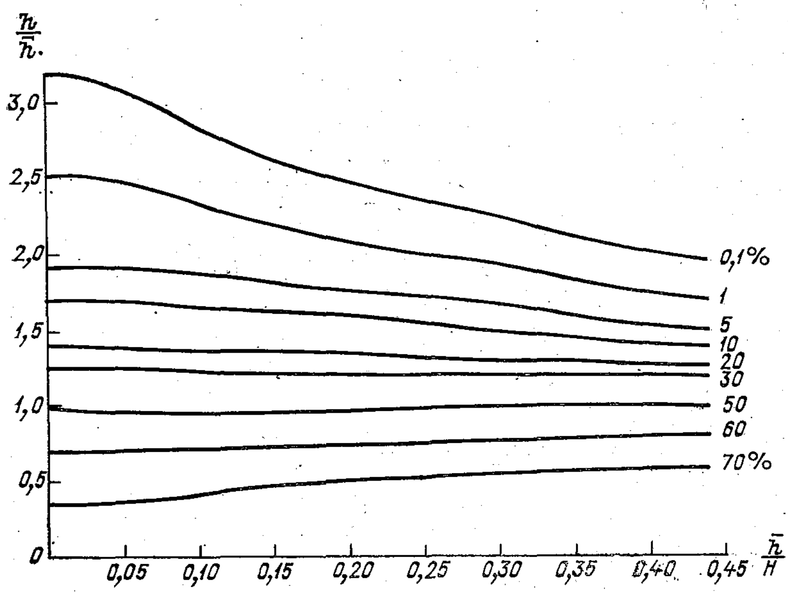

Рис. 6. Зависимость относительной высоты волновых колебаний различной обеспеченности от отношения средней высоты к глубине моря $\bar{h}/H$.

деляемая по кривой хода высот волн; $T = \sum_{j=1}^{J} T_j$ — продолжительность шторма;

$$J = \left(\frac{\bar{h}_{\text{макс}} - \bar{h}_{\text{мин}}}{\Delta\bar{h}}\right), \tag{1.99}$$

где $\bar{h}_{\text{макс}}$ и $\bar{h}_{\text{мин}}$ — максимальная и минимальная средние высоты волн в шторме.

Анализ ряда штормов, проведенный Матушевским показал, что полученные для них функции $\Phi(h)$ аппроксимируются распределением Вейбулла

$$\Phi(h) = \exp\left[-\alpha\left(\frac{h}{h_{0,5}}\right)^{\beta}\right]. \tag{1.100}$$

Для некоторых практических приложений функцию $\Phi(h)$ необходимо усекать на максимальном значении высоты $h_{макс}$ в данном шторме. Усечение функции $\Phi(h)$ дает

$$\widehat{\Phi}(h)=\frac{\Phi(h)-\Phi(h_{макс})}{1-\Phi(h_{макс})}. \qquad (1.101)$$

Функции $\Phi(h)$ и $\widehat{\Phi}(h)$ позволяют решать следующие задачи:

1. Определять максимальную высоту волн в шторме по формуле

$$h_{макс}=h_{0,51}\left(\frac{1}{\alpha}\ln\frac{N}{0,562}\right)^{1/\beta}, \qquad (1.102)$$

где $\alpha=0{,}693$; $h_{0,5}$ — медианное значение высоты, N — число волн в шторме.

2. Находить число волн n в заданном интервале Δh по формуле

$$n=N\left[\widehat{\Phi}(h)-\widehat{\Phi}(h+\Delta h)\right]. \qquad (1.103)$$

3. Определять высоту волн, наиболее часто встречающуюся в шторме, по формуле

$$h_{н.\,в}=h_{0,5}\left(\frac{\beta-1}{\alpha\beta}\right)^{1/\beta}. \qquad (1.104)$$

4. Определять высоту волны, обладающую максимумом энергии в шторме

$$h_{эн}=h_{0,5}\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{1/\beta}. \qquad (1.105)$$

Третий тип статистического распределения элементов волн связан с нестационарной выборкой для длительного промежутка времени — сезона, года, многих лет.

Обработка материалов наблюдений за волнением за ряд лет [69, 90] показала, что многолетнее распределение высот волн подчинено универсальному нормальному логарифмическому закону

$$F(\ln h)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma(\ln h)}\exp\left\{\frac{[\ln h-m(\ln h)]^2}{2\sigma^2(\ln h)}\right\}, \qquad (1.106)$$

где $F(\ln h)$ — плотность вероятностей логарифмов высот волн; $m(\ln h)$ — математическое ожидание логарифмов высот волн; $\sigma^2(\ln h)$ — дисперсия логарифмов.

Функция (1.106) была использована И. Н. Давиданом для расчета режимных характеристик высот волн на морях и океанах. Г. В. Ржеплинский [56] показал, что концепция об универсальности режимной функции (1.106) не соответствует действительности. Имеются существенные различия между режимными функциями распределения высот волн в различных районах Мирового океана, что связано с большим или меньшим разнообразием высот волн в том или ином районе океана, что, в свою очередь связано с локальными условиями режима ветров. На основе этого вывода Г. В. Ржеплинский построил режимные функции распределения скорости ветра и высот волн для различных районов Мирового океана, которые явились основой метода расчета режимно-климатических характеристик ветрового волнения.

Важной с практической точки зрения режимно-климатической характеристикой волнения является максимальная высота волны, ибо она представляет наибольшую опасность как для судоходства, так и для гидротехнических сооружений. Расчет максимальных высот волн в режимном плане производился рядом исследователей [32, 36, 42, 50]. Наиболее предпочтительным является метод расчета, предложенный Г. В. Матушевским [50]. Преимущество его метода состоит в том, что он рассматривает непрерывную выборочную функцию, а это исключает возможность пропуска случаев самых высоких волн. При рассмотрении дискретных выборочных функций самые высокие волны можно не учесть, если их появление придется между сроками наблюдения. Метод расчета основывается на использовании функций распределения высот волн в нестационарной выборке (1.102). Так, для района Антарктики по расчетам Матушевского число волн в году составило $3{,}22 \cdot 10^6$, а максимальная высота волны 34,2 м. За 30 лет волны могут иметь максимальную высоту 40 м.

Отсюда следует уравнение энергетического баланса волн в виде, полученном В. М. Маккавеевым

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(EU_x) = M_V - E_\mu. \tag{2.3}$$

Для установившегося волнения ($E = \mathrm{const}$)

$$\frac{\partial (EU_x)}{\partial x} = M_V - E_\mu. \tag{2.4}$$

Поток энергии на глубокой воде равен

$$U_x = \frac{C}{2}, \tag{2.5}$$

а на мелководье

$$U_x = \frac{C}{2}\left(1 + \frac{2kH}{\mathrm{sh}\, 2kH}\right), \tag{2.6}$$

где C — фазовая скорость волн, H — глубина моря.

В уравнение Маккавеева входят две неизвестные величины h и L. Чтобы замкнуть уравнение, необходимо второе соотношение, связывающее между собой неизвестные величины. Исключив из системы одно из неизвестных, получим одно дифференциальное уравнение в частных производных относительно высоты или длины волны. Решение, в конечном счете, приводит к простым зависимостям параметров регулярных волн от скорости ветра, продолжительности его действия и площади, на которой ветер эффективно воздействует на водную поверхность. В общем виде эта зависимость записывается в виде

$$h,\ L = f(g;\ V;\ t;\ x;\ H). \tag{2.7}$$

В качестве второго уравнения обычно используют связь между крутизной волны h/L и возрастом волны C/V.

2.2. Механизм зарождения и рост ветровых волн

Основные усилия исследователей морского волнения были направлены на точное описание членов правой части уравнения Маккавеева, определяющих механизмы питания волн энергией ветра и диссипации энергии в результате сил турбулентной вязкости и трения о дно. Если эти члены известны, то уравнение может быть проинтегрировано. Это дает возможность предвычислить элементы волн.

При движении турбулентного воздушного потока над поверхностью воды происходит взаимодействие случайных флуктуаций атмосферного давления в турбулентном ветровом потоке с неровностями на поверхности моря. В результате на поверхности воды возникают очень мелкие волны правильной формы — капиллярные волны. Они неустойчивы и после прекращения ветра быстро затухают под действием сил вязкости и поверхностного натяжения воды.

В случае усиливающегося ветра при достижении волнами определенных размеров, в их генезисе начинается проявление сил гравитации, сопровождающееся преобразованием капиллярных волн в гравитационные. Капиллярные волны с усилением ветра уменьшают свою амплитуду и длину. При этом их скорость распространения также уменьшается. Минимальная длина капиллярных волн составляет 1—2 см, скорость — 22 см/с и период — 0,05 с, т. е. это самые медленные волны из всего спектра морских волн. Переход капиллярных волн в гравитационные связан с одновременным развитием дрейфового течения. Пока не установится нормальный режим дрейфового течения высота гравитационных волн растет быстрее длины. Вследствие этого волны быстро достигают своей критической крутизны $^1/_7$, после чего их дальнейший рост ограничивается обрушением гребней волн. Когда дрейфовое течение установится, волны начинают расти в длину быстрее, чем в высоту. Крутизна волн при этом уменьшается. По мере того, как ветер продолжает сообщать волнам энергию, появляются волны разных размеров, нарушается правильность чередования волн, начинает формироваться спектр частот волн, который по мере воздействия ветра непрерывно расширяется.

Впервые процесс зарождения и развития волн под действием ветра пытались теоретически объяснить Кельвин и Гельмгольц. По Кельвину—Гельмгольцу критическая скорость ветра, при которой начинают возникать гравитационные волны, зависит от поверхностного натяжения воды и равна 650 см/с. Однако это значение оказалось преувеличенным по сравнению с тем, что наблюдается в действительности. Идеи Кельвина—Гельмгольца развивали советские и зарубежные ученые.

Несмотря на разный подход при исследовании процесса зарождения ветровых волн, исследователи сходились в одном: должен существовать нижний предел скорости ветра, при котором могут возникать устойчивые гравитационные волны. Так, у Джеффриса он равен 110 см/с, у Неймана 69,5 см/с, у Федяевского этот предел изменяется от 70 до 130 см/с, у Капицы он равен 85 см/с. Однако наиболее правильное объяснение зарождению гравитационных волн дал П. Н. Успенский [72]. Он показал, что единой минимальной скорости ветра, при которой зарождаются устойчивые волны на поверхности воды, нет. Критическая длина зародившихся волн изменяется с изменением скорости ветра. При этом, чем больше скорость ветра, тем меньше критическая длина волн.

С возникновением устойчивых ветровых гравитационных волн их дальнейший рост происходит за счет сил нормальной и тангенциальной составляющих ветра. Однако относительно количественной оценки роли этих составляющих на различных стадиях развития волн среди исследователей нет единого мнения. Расхождение в этом вопросе объясняется сложной природой взаимодействия ветра и волнения, которую трудно осветить наблюдениями не только в океане, но и в лабораторных условиях. Одни исследователи отдавали предпочтение силам нормального давления, другие — силам тангенциального напряжения, есть примеры одновременного учета двух сил. Так, по Джеффрису, передача энергии ветра волнам осуществляется только за счет сил нормального давления ветра. По схеме Джеффриса аэродинамическое давление по профилю волны перераспределяется так, что максимум оказывается на наветренной стороне волны, а минимум — на подветренной. В том случае, когда приток энергии от ветра превышает скорость диссипации, рост волн по Джеффрису определяется выражением

$$s\frac{\rho_a}{\rho_w}(V-C)^2C > 4\mu g, \tag{2.8}$$

где V — скорость ветра; C — фазовая скорость волны ($0<C<<V$); μ — кинематическая вязкость; ρ_w и ρ_a — плотность воды и воздуха; g — ускорение свободного падения; s — безразмерная константа пропорциональности, которую Джеффрис назвал коэффициентом экранирования ($s=0{,}27$). Как показали дальнейшие исследования, эффект экранирования оказался недостаточным для объяснения роста волн. Свердруп и Манк кроме нормального давления ветра учли также и тангенциальное напряжение ветра и получили выражение для роста волн в виде

$$2\zeta\frac{\rho_a}{\rho_w}V^2C \pm s\frac{\rho_a}{\rho_w}(V-C)^2C > 4\mu g, \tag{2.9}$$

где ζ — параметр касательного напряжения ($\approx 2{,}6\cdot10^{-3}$). Из этого выражения следует, что волны могут расти даже тогда, когда скорость волны превышает скорость ветра ($C>V$). Согласно результатам Свердрупа и Манка, на начальной стадии развития волн, когда $\frac{C}{V}<0{,}37$, большая часть энергии ветра сообщается нормальным давлением. Когда же это отношение становится больше 0,37, преобладает сила тангенциального напряжения ветра. Когда силы нормального и тангенциального напряжения ветра уравновешиваются силами диссипации, волны достигают предельного значения при данной скорости ветра. По Свердрупу и Манку предельное значение достигается при отношении $\frac{C_\infty}{V} = 1{,}37$. При этом предельная высота волны будет равна *

$$h_\infty = 0{,}027V^2. \tag{2.10}$$

Таким образом согласно результатам Свердрупа и Манка получается, что предельная скорость волны C_∞ может на 37 % превышать скорость ветра. По Бретшнайдеру (1959)

$$C_\infty/V \doteq 1{,}96; \tag{2.11}$$

$$h_\infty = 0{,}029V^2, \tag{2.12}$$

т. е. предельная фазовая скорость может почти в два раза превышать скорость ветра.

Оценки Свердрупа и Манка получены на основе анализа уравнения энергетического баланса волн. Однако они недостаточно корректно учитывают эффекты диссипации энергии волн. В частности, в схеме Свердрупа и Манка учитывается только молекулярная вязкость, в то время как более важной диссипативной составляющей является турбулентная вязкость.

В. М. Маккавеев полагает, что передача энергии ветра волнам происходит только за счет тангенциального напряжения ветра, представляемого в виде

$$R_\tau = A\rho_a V^2 \left(\frac{h}{L}\right) C, \tag{2.13}$$

где A — эмпирический коэффициент; $\frac{h}{L}$ — крутизна волны; V — скорость ветра; C — фазовая скорость волны. По Маккавееву нормальное давление ветра идет главным образом на создание дрейфового течения.

К. К. Федяевский полагает, что питание волн энергией ветра идет за счет капиллярных волн, которые распространяются по поверхности гравитационных волн. Такой же точки зрения придерживается и П. Л. Капица.

По Ю. М. Крылову, возникновение ветровых волн связано с неустойчивостью ветрового потока в пограничном слое, что приводит к созданию волнообразного хода давления над водной поверхностью, а это, в свою очередь, приводит к возникновению ряби. Дальнейший рост волн происходит вследствие неравномерного распределения нормальных и касательных напряжений ветра вдоль волнового профиля.

---

* Эти характеристики соответствуют так называемым «значительным волнам». По Свердрупу и Манку значительная высота волны определяется как средняя из 1/3 наибольших высот на волнографной записи. Также определяется и «значительный» период.

Количество энергии, передаваемой ветром волне нормальным давлением, Ю. М. Крылов выражает формулой

$$M_V = \pm \frac{\rho_w}{2} n \left(\frac{h}{L}\right)^2 C (V - C)^2. \tag{2.14}$$

Знак плюс соответствует случаю $V > C$, знак минус — случаю $V < C$. Согласно результатам Крылова, касательное напряжение ветра вдоль профиля волны с точностью до коэффициента пропорциональности совпадает с распределением сил нормального давления. Поэтому можно считать, что формула (2.14) одновременно учитывает и работу касательных напряжений.

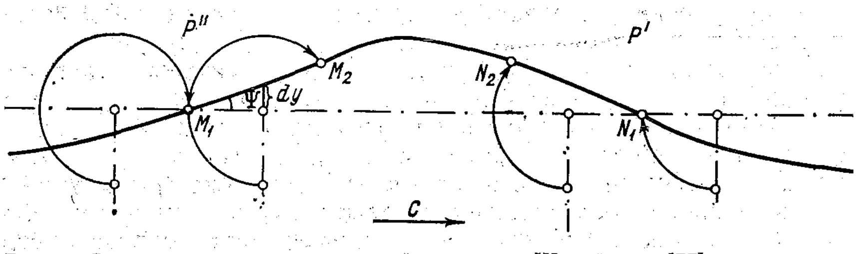

Рис. 8. Схема питания волн энергией ветра, по Шулейкину [77].

Наиболее полное исследование механизма питания волн энергией ветра выполнил В. В. Шулейкин. Результаты теории проверялись по экспериментальным данным, полученным в специально сконструированном для этой цели «штормовом» бассейне, в котором создавались волны по размерам близкие к природным. По Шулейкину питание волн энергией ветра происходит за счет неравномерного распределения давления на наветренном и подветренном склоне волны (рис. 8). На наветренной стороне волны давление воздуха больше, чем на подветренной, что обусловлено непотенциальным движением потока воздуха. Частицы воды M_1 и M_2 на наветренной стороне волны находятся в нисходящей фазе; частицы N_1 и N_2 на подветренной стороне находятся в восходящей фазе. Две частицы, лежащие в одной горизонтальной плоскости на наветренной и подветренной сторонах волны, будут испытывать различное давление. При спуске давление будет больше, при подъеме — меньше, в результате чего будет наблюдаться некоторый прирост энергии, равный

$$(P'' - P') \cos \varphi \, dy. \tag{2.15}$$

Полный прирост энергии на протяжении одного периода будет выражаться формулой

$$W = \frac{1}{T} \int_0^h (P'' - P') \cos \varphi \, dy. \tag{2.16}$$

Здесь φ — угол между элементом поверхности волны и горизонтальной плоскостью; dy — превышение вершины волны над спокойной поверхностью воды. Таким образом, ветер заставляет частицы совершать все большие колебания. При этом часть энергии идет на увеличение кинетической и потенциальной энергии масс воды, другая часть затрачивается на внутреннее турбулентное трение. Вместе с образованием волн возникает и дрейфовое течение. Однако последнее создается не за счет притока энергии по выше описанной схеме, а за счет тангенциального напряжения, возникающего в результате трения при движении воздушного потока над поверхностью воды.

По Шулейкину, полная энергия, передаваемая ветром волне на единицу взволнованной поверхности моря, пропорциональна высоте волны и скорости ветра, взятой относительно скорости волны

$$M_V = \varkappa \frac{h^2}{T} \rho_a (V - C)^2, \tag{2.17}$$

где $\varkappa$ — аэродинамический коэффициент, характеризующий асимметрию поля нормальных давлений при обтекании волн ветром; h — высота волны; ρ_a — плотность воздуха; T — период волны; V — скорость ветра; C — фазовая скорость волны.

Таким образом, нарастание высоты волны происходит за счет только нормального давления ветра на наветренный склон волны. По Шулейкину рост высоты волны прекращается при $\frac{C_\infty}{V} = 0{,}82$. Тогда предельный период будет

$$T_\infty = 2\pi C_\infty / g = 0{,}526V, \tag{2.18}$$

а предельная высота для волн 5-процентной обеспеченности

$$h_\infty = 0{,}0205V^2. \tag{2.19}$$

2.3. Механизмы формирования спектральной структуры ветрового волнения

Теория формирования спектральной структуры волнения основывается на анализе уравнения баланса спектральной энергии волн. В общем виде оно может быть записано следующим образом

$$\frac{dS}{dt} \equiv \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{V}\, \nabla S + \mathbf{k} \frac{\partial S}{\partial \mathbf{k}} = G, \tag{2.20}$$

где $S = S(\omega, \theta, x, y, t)$ — пространственно-временная функция спектральной плотности волнового процесса, зависящая от частоты ω, направления распространения θ спектральных составляющих и координат пространства x, y и времени t; $\mathbf{V}$ — вектор групповой скорости переноса спектральной энергии; $\mathbf{k}$ — вектор волнового числа; $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$. Функция G включает в себя все процессы, изменяющие локальную энергию волн. Главной компонентой этой функции является функция, определяющая перенос энергии от турбулентного ветра к поверхности моря. Член $\frac{\partial S}{\partial t}$ представляет локальное изменение спектральной энергии во времени; член $\mathbf{V} \cdot \nabla S$ — определяет адвективный перенос энергии волн при их распространении; $\mathbf{k}\frac{\partial S}{\partial \mathbf{k}}$ — определяет адвективный перенос энергии волн на мелководье с учетом рефракции волн, обусловленной влиянием топографии дна. Таким образом уравнение (2.20) формально суммирует различные физические процессы, которые изменяют энергию поля волн.

Если рассматриваются условия развития волн только на глубоком море, то член $\mathbf{k}\frac{\partial S}{\partial \mathbf{k}}$ исчезает и уравнение (2.20) принимает вид

$$\frac{dS}{dt} \equiv \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla S = G. \tag{2.21}$$

Принимая во внимание, что составляющие вектора групповой скорости $\mathbf{V}$ имеют вид

$$V_x = \frac{g}{2\omega} \cos\theta; \quad V_y = \frac{g}{2\omega} \sin\theta, \tag{2.22}$$

уравнение (2.21) перепишется в виде

$$\frac{dS}{dt} \equiv \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{g}{2\omega} \cos\theta \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{g}{2\omega} \sin\theta \frac{\partial S}{\partial y} = G. \tag{2.23}$$

Наиболее важно в связи с решением уравнения (2.20) определение вида функции G. Если эта функция определена точно, то уравнение может быть проинтегрировано при определенных начальных и граничных условиях. Это дает возможность предвычислить спектральные характеристики волн с точностью, зависящей в основном от точности исходных полей ветра. При $G = 0$ уравнение (2.21) описывает распространение мертвой зыби на глубокой воде.

В общем виде функция G связана с самим спектром, поэтому уравнения (2.20) и (2.23) не имеют аналитического решения за исключением случаев, о которых будет сказано ниже.

Наиболее полная запись функции G была предложена Хассельманом на основе теории слабых взаимодействий [120].

Он представил функцию G в виде суммы одиннадцати компонент $G=\sum_{i=1}^{11} G_i$, описывающих различные механизмы развития и затухания ветрового волнения, которые в совокупности формируют спектр ветрового волнения.

Первые две компоненты G_1 и G_2 записываются в виде

$$G_1=\alpha; \tag{2.24}$$

$$G_2=\beta S(\mathbf{k}). \tag{2.25}$$

Коэффициенты α и β зависят известным образом от свойств поля ветра и соответствуют теориям Филлипса и Майлза. Функция источника G_1 описывает развитие волн под действием флуктуаций давления в турбулентном ветровом потоке. Функция источника G_2 описывает развитие волн, обусловленное неустойчивостью, возникающей вследствие взаимодействия поля волн с осредненным воздушным потоком в пограничном слое.

Функции источника G_3 и G_4 имеют вид

$$G_3=S(\mathbf{k})\int \gamma(\mathbf{k},\ \mathbf{k}')\,S(\mathbf{k}')\,d\mathbf{k}', \tag{2.26}$$

$$G_4=-\delta S(\mathbf{k})+\int \varepsilon(\mathbf{k},\ \mathbf{k}')\,S(\mathbf{k}')\,d\mathbf{k}', \tag{2.27}$$

где G_3 представляет нелинейную поправку к теории Майлза [142], а G_4 представляет перенос энергии, обусловленный взаимодействием между полем волн и атмосферной турбулентностью.

Компонента G_5 имеет вид

$$G_5=\int [T_1 S(\mathbf{k}')\,S(\mathbf{k}'')\,S(k-k'-k'')-$$
$$-T_2 S(\mathbf{k})\,S(\mathbf{k}')\,S(\mathbf{k}'')]\,d\mathbf{k}'\,d\mathbf{k}''. \tag{2.28}$$

Она определяет перераспределение энергии волн в пространстве волновых чисел. T_1 и T_2 — коэффициенты сопряжения, определяющие резонансные взаимодействия и зависящие от алгебраической комбинации взаимодействующих волновых чисел и частот. Наиболее хорошо изучены компоненты G_1, G_2 и G_5. Другие компоненты, описывающие такие процессы как: диссипация энергии в прибрежных водах, диссипация энергии, обусловленная обрушением гребней волн, взаимодействие спектра волн с течениями и внутренними волнами подробно рассматриваются в [120]. Однако они изучены слабо и для них нет подходящего функционального вида.

В современных моделях развития спектра волн учитываются главным образом результаты теорий Филлипса [151, 152], Майлза [142] и Хассельмана [119, 120]. Кратко остановимся на них.

Теория Филлипса рассматривает рост волн на начальной стадии их развития под действием нормальных флуктуаций давления, обусловленных турбулентным ветром. При этом предполагается, что волны не изменяют поля флуктуаций давления, которые их вызывают.

По Филлипсу атмосферная турбулентность представляется случайным распределением вихрей с данным характеристическим радиусом r, временем их существования t, движущихся с конвективной скоростью V_*. Эти турбулентные вихри, скользящие над водной поверхностью, непрерывно взаимодействуют, то усиливаясь, то ослабляясь. Реакция водной поверхности на распределение поля давления зависит от величины этих флуктуаций, а также от времени, в течение которого флуктуации давления и волновые составляющие остаются когерентными, двигаясь вместе. Предполагается, что это время будет максимальным, когда конвективная скорость вихрей станет равной скорости волн с тем же волновым числом. При этих условиях вынуждающее возмущение давления достаточно продолжительное время остается в резонансе с вынужденным движением волн, пока взаимодействие между турбулентными вихрями не изменит распределения давления над водной поверхностью. Для волновых составляющих, находящихся под углом φ к направлению ветра, условие резонанса следующее

$$C = V \cos\varphi. \tag{2.29}$$

Если это условие выполняется, то передача энергии от ветра волнам происходит наиболее эффективно. При этом энергия спектральных составляющих развивается линейно во времени и пропорциональна спектру флуктуаций давления

$$\alpha = \frac{dS(\mathbf{k},\ t)}{dt} = \frac{\pi\omega^2}{2\rho g}\,\Pi(\mathbf{k},\ \omega). \tag{2.30}$$

Теория Филлипса объясняет механизм зарождения волн на самой начальной стадии их развития, когда влияние волн на флуктуации давления воздуха, по-видимому, еще не существенно. Вместе с тем, при последующем развитии, волны начинают влиять на движение воздуха над поверхностью воды: движения воды и воздуха становятся взаимосвязанными. Это обстоятельство учитывается теорией Майлза, который показал, что как только на поверхности воды возникли волны вследствие резонансного механизма Филлипса, их дальнейший рост осуществляется за счет эффекта экранирования, впервые рассмотренного Джеффрисом [131]. Теория Майлза рассматривает развитие волн, обусловленное неустойчивостью потока в сопряженной системе вода—воздух. Этот сопряженный механизм ведет к экспоненциальному росту энергии волн по закону

$$\beta = \frac{dS\,(\mathbf{k})}{dt} = \left(-\frac{\pi\omega\rho_a}{2\rho_w g}\,\frac{d^2U_c}{dz^2}\Big/\frac{dU_c}{dz}\right)^2 |\,W_K|^2\, S\,(\mathbf{k}), \tag{2.31}$$

где W_K — характеризует реакцию пограничного слоя на волновой профиль, перемещающийся с фазовой скоростью $\frac{\omega}{k}$,

Переход от линейного роста к экспоненциальному определяется отношением фазовой скорости компоненты волны к скорости ветра C/V. Майлз связал рост данной спектральной составляющей с профилем ветра и показал, что интенсивность роста волн зависит от профиля ветра на той высоте, на которой скорость ветра равна фазовой скорости спектральных составляющих. Другими словами, питание волн энергией ветра происходит из некоторого критического слоя, на котором средняя скорость ветра равна скорости распространения возмущений, вызванных волновыми движениями поверхности моря ($\overline{V}=C$). Для сравнительно медленно движущихся волн этот критический слой близок к поверхности, где кривизна профиля ветра большая, что определяет большую скорость передачи энергии волнам. Однако, когда $C\approx V$, критический слой будет достаточно высоко над водой, где кривизна профиля ветра небольшая, что определяет меньшую скорость передачи энергии ветра волнам.

Поскольку оба механизма одновременно участвуют в образовании ветровых волн, Филлипс и Майлз объединили обе теории в одну. Они вывели формулу, связывающую двумерный спектр волн со спектром пульсаций давления, учитывающую линейный и экспоненциальный рост волн

$$S(\omega,\ \theta)=\frac{k^2\omega t}{2g^2\rho_w^2}\,\frac{\exp(mt-1)}{mt}\times$$

$$\times\int \Pi(\mathbf{k},\ t)\cos\left[\left(\frac{aV\cos\varphi}{g}-1\right)\omega t\right]dt. \qquad (2.32)$$

В этой формуле $\Pi(\mathbf{k},\ t)$ — трехмерный спектр давления, являющийся функцией вектора волнового числа $\mathbf{k}$ и времени t.

Здесь

$$m=\frac{\rho_a}{\rho_w}\left(\frac{\omega V_*\cos\varphi}{g}\right)^2\omega\beta, \qquad (2.33)$$

где V_* — скорость трения; β — коэффициент неустойчивости Майлза; ρ_w и ρ_a — плотность воды и воздуха соответственно. При значениях $mt\ll 1$ происходит линейный начальный рост компонент спектра в соответствии с резонансной теорией Филлипса. При этом энергия концентрируется в направлениях, для которых выполняется условие (2.29). Когда значение $mt\gg 1$, волны развиваются по экспоненциальному закону во времени в соответствии с теорией Майлза.

Выводы теорий Филлипса и Майлза количественно нелегко проверить из-за трудности прямых измерений в море спектров пульсаций давления в турбулентном ветровом потоке. Снайдеру и Коксу [162], Барнетту и Уилкерсону [82] удалось выполнить измерения в море, которые позволили качественно подтвердить результаты теории Филлипса. Что касается проверки теории Майлза, то измеренные величины оказались на порядок больше величин, предсказанных теорией Майлза. Сказывается наличие недостаточно определенных факторов. Так, например, профиль ветра, который входит в уравнение Майлза (2.31), обычно принимается логарифмическим. В то же время вопрос о форме профиля скорости ветра над водой остается до сих пор открытым.

Участок равновесия. Когда устойчивый ветер дует достаточно долго, рост волн не может продолжаться бесконечно. Рано или поздно волны достигают состояния энергетического насыщения и выходят на участок равновесия, который охватывает определенную область высокочастотной части спектра. Физический механизм, ограничивающий рост волн на участке равновесия, заключается в том, что ускорение частиц воды на гребне волны не может превышать ускорения свободного падения g. Как только скорость частиц воды на гребне волны начинает превышать ускорение свободного падения, создается локальный излишек энергии, приводящий к обрушению гребней волн и диссипации волновой энергии. При этом участка равновесия достигают сначала очень короткие волны, так как на их развитие требуется меньше времени. По мере действия ветра на участок равновесия выходят все новые более низкочастотные составляющие. Филлипс [152], исследуя этот механизм, на основе применения теории размерностей вывел аналитическое выражение для равновесного участка спектра волн

$$S_\infty(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5}, \tag{2.34}$$

где $\alpha = 7{,}8 \cdot 10^{-3}$.

Многочисленные частотные спектры, измеренные Барлингом [92] на коротких разгонах, подтвердили формулу Филлипса при высоких частотах с достаточной точностью. Однако более поздние исследования [31] показали, что закон Филлипса не универсален. Оказалось, что степень при частоте ω не постоянна, а колеблется от 4 до 6. В области более высоких частот она изменяется от 4 до 5, а ближе к пику спектра приближается к 6. В результате экспериментальных исследований показано, что участок равновесия определяется не только g и ω, но также и крутизной волны $\frac{h}{L}$, которая в момент обрушения гребней волн достигает предельного значения 0,142. Если спектральные компоненты на высокочастотном участке спектра достигли состояния насыщения, то энергетический спектр должен описываться следующим выражением

$$S_\infty(\omega) = B\beta^2_{\text{макс}} g^2 \omega^{-5}, \tag{2.35}$$

где $B\beta^2_{\text{макс}} = \alpha$.

Анализ экспериментальных данных показал [18], что для широкого диапазона условий развития ветровых волн, за исключением самых начальных стадий их развития, выполняется закон Филлипса (2.34). Вместе с тем на начальных стадиях развития волн α меньше, чем у Филлипса, и имеет значения от $5\cdot10^{-3}$ до $13\cdot10^{-3}$. Среднее значение параметра $\bar{\alpha}$ имеет вид

$$\bar{\alpha} = 0{,}076\,(gx/V^2)^{0,22}, \tag{2.36}$$

т. е. на самых начальных участках развития волнения параметр α зависит от разгона и скорости ветра.

Что касается положения границ равновесной области спектра, то по данным тех же авторов, равновесная область на начальных стадиях развития начинается с частот, в 1,12 раза превышающих частоту максимума, а для сильного волнения в 2,4 раза. Они аппроксимировали эту зависимость следующим соотношением

$$\frac{\omega_p}{\omega_{\text{макс}}} = 2\,(\omega_{\text{макс}}V/g)^{-0,7} \tag{2.37}$$

при $\omega_{\text{макс}}V/g \leqslant 2{,}3$.

Пирсон представил доказательства того, что в спектре с резко выраженным пиком участок равновесия должен начинаться с менее чем удвоенной частоты главного пика ($2\omega_0$).

Ю. М. Крылов с соавторами [44], анализируя спектры волн вдоль волновых разрезов, обнаружили существование одновременно двух систем ветровых волн, существенно различающихся по физическим свойствам и отвечающих механизмам Филлипса и Майлза. На всех измеренных спектрах ярко выражены две области максимума. Один резонансный максимум, где фазовая скорость волн, соответствующая пику спектра, равна средней скорости ветра на верхней границе турбулентного пограничного слоя воздушного потока, а второй — дорезонансный максимум в области больших волновых чисел. Было замечено, что на малых разгонах (до 75 миль) энергетические вклады обеих систем одного порядка, а на больших разгонах преобладает резонансная система.

Развитие дорезонансной системы определяется шероховатостью поверхности моря. Под действием нормальных флуктуаций давления вначале возникают капиллярные волны. Они и создают шероховатость, которую из-за малых значений фазовых скоростей можно считать неподвижной. При этом первоначально образующиеся волны создают дополнительную турбулентность в воздушном потоке, что ведет к росту капиллярных волн и переходу их в гравитационные.

Таким образом, на начальных стадиях развития волн в области высоких частот асимптотическое поведение спектральной плотности будет зависеть не только от ускорения свободного падения и частоты, но также от коэффициента кинетической вязкости воздуха ν и скорости трения V_*. Поэтому в этой области закон Филлипса будет иметь другой вид

$$S(\omega) = f(\omega, V_*, x, t, \nu, g). \qquad (2.38)$$

Когда фазовая скорость волн приближается к скорости ветра, энергия поступления настолько замедляется, что полностью компенсируется потерями на внутреннее турбулентное трение. Таким образом дорезонансная система достигает своего энергонасыщения. После этого начинает работать резонансная система. При этом максимум спектральной плотности остается неизменным. Площадь под спектром, равная суммарной энергии системы, растет пропорционально времени на основной стадии развития системы. На заключительной стадии вершина спектральной кривой выходит на участок равновесия, отвечающий закону Филлипса (2.34). Резонансная система развивается далеко не во всех случаях. Важнейшие условия возникновения резонансной системы состоят в постоянстве скорости ветра и наличии достаточных глубин.

Статистические характеристики для дорезонансной системы — среднее квадратическое отклонение возвышения в безразмерном виде $\hat{\sigma}$ и частота максимума в безразмерном виде $\hat{f}$ — связаны с безразмерным разгоном $\hat{x}$ соотношениями

$$\hat{\sigma} = 1{,}28 \cdot 10^{-2} \sqrt{\hat{x}}; \qquad (2.39)$$

$$\hat{f} = \hat{x}^{-\frac{1}{3}} \qquad (2.40)$$

в диапазоне разгонов $10 < \hat{x} < 10^6$. Начиная со значения $\hat{x} = 10^6$, рост величины $\hat{\sigma}$ замедляется, а при $\hat{x} > 10^7$ стремится к пределу $\hat{\sigma} = 28$. Темп роста также убывает, начиная со значения $\hat{x} = 10^6$ и при $\hat{x} > 10^7$ стремится к пределу $\hat{f} = 1/170$.

Для резонансной системы в диапазоне разгонов $10^4 < \hat{x} < 10^7$ зависимость $\hat{\sigma}_1$ от $\hat{x}$ имеет вид

$$\hat{\sigma}_1 = 0{,}01 \sqrt{\hat{x}}, \qquad (2.41)$$

где

$$\sigma_1 = g\sigma/V_*^2; \quad \hat{f} = fV_*/g; \quad \hat{x} = gx/V_*^2.$$

Относительно энергоснабжения различных участков спектра среди исследователей нет единого мнения. Лонге-Хиггинс [138] считает, что ветер передает энергию главным образом низкочастотному участку спектра. По Хассельману [119] энергия ветра передается основному участку спектра, откуда она переносится как в область низких, так и в область высоких частот. Барнетт и Уилкерсон [82], анализируя спектры, измеренные при различных разгонах, пришли к выводу, что энергия низкочастотных составляющих даже при малых значениях разгона оказалась весьма существенной. Это подтверждает гипотезу об одновременном росте всех спектральных составляющих, а не только высокочастотных. В настоящее время, по-видимому, нет достоверных данных, которые бы подтверждали правомерность той или иной гипотезы.

Нелинейные взаимодействия. Линейные теории Филлипса и Майлза достаточно хорошо описывают физический механизм развития волнения на начальных стадиях. При дальнейшем росте волн сильно возрастает роль нелинейных эффектов. Мерой нелинейности волн является крутизна волны. Чем больше средняя крутизна волны, тем большую роль играют нелинейные члены в уравнении движения. Главные нелинейные эффекты сводятся к двум независимым процессам: а) обрушение волн, обусловленное неустойчивостью, когда ускорение частиц воды, направленное вниз, превышает ускорение свободного падения; б) перенос энергии по спектру.

Первый процесс — один из основных факторов, обусловливающих диссипацию энергии. Второй процесс является определяющим при перераспределении энергии по спектру, т. е. при формировании структуры энергетического спектра.

Нелинейные эффекты исследовались в работах [119, 138, 151, 152 и др.]. По Филлипсу последовательность синусоидальных гравитационных волн на глубокой воде в первом приближении распространяется без искажения формы волны с фазовой скоростью g/ω. Приближение второго порядка описывает нелинейный эффект, приводящий к небольшому искажению формы волны, но оно не связано с переносом энергии от одной составляющей к другой. Приближение третьего порядка (взаимодействие трех основных гармоник) приводит к увеличению фазовой скорости волны на величину $\frac{1}{2}k^2a^2\sqrt{\frac{g}{k}}$, где a — амплитуда основной гармоники, что сопровождается непрерывным переходом энергии от одной гармоники к другой. Этот процесс может приводить к сглаживанию формы спектра.

Согласно исследованиям Филлипса существует такая совокупность трех основных систем волн с волновыми числами k_1, k_2, k_3, взаимодействие которых может создавать непрерывную передачу энергии к четвертой системе волн с волновым числом k_4, амплитуда которой линейно увеличивается со временем. При этом нелинейное взаимодействие интерпретируется так, что имеется непрерывный поток энергии между четырьмя главными волнами, если удовлетворяется резонансное условие

$$\mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 \pm \mathbf{k}_3 \pm \mathbf{k}_4 = 0; \tag{2.42}$$

$$\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3 \pm \omega_4 = 0, \tag{2.43}$$

где пары частот и волновых чисел (ω_i, $\mathbf{k}_i$) являются теми свободными волнами, каждая из которых удовлетворяет дисперсионному соотношению (1.20).

Эффект резонансного взаимодействия на полный энергетический спектр в случайном поле ветровых волн подробно исследован Хассельманом. По теории Хассельмана нелинейные взаимодействия описываются следующим выражением

$$\frac{\partial S(k)}{\partial t}=\int\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\int S(K')S(K'')S(k'+k''-k)\times$$

$$\times T_1(k', k'', k'+k''-k)\,dk'_x dk'_y\times$$

$$\times dk''_x dk''_y - S(k)\int\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\int S(K')S(K'')\times$$

$$\times T_2(k, k', k'')\,dk'_x dk'_y dk''_x dk''_y, \qquad (2.44)$$

где T_1 и T_2 — сложные обменные функции.

Это уравнение может быть интерпретировано как взаимодействие между тремя «активными» волновыми составляющими, которые определяют скорость взаимодействия и «пассивной» четвертой волновой составляющей, которая получает энергию от первых трех составляющих, но не имеет никакого прямого влияния на взаимодействие. В этом уравнении первый интеграл выражает собой энергию, получаемую в результате взаимодействия четырех составляющих, в которых k играет роль «пассивной» составляющей, тогда как второй интеграл выражает энергию, теряемую в результате всех взаимодействий, в которых k является одной из трех «активных» составляющих. Взаимодействие между группой из четырех волновых чисел может иметь место только в том случае, если волновые числа соединены попарно (k_1, k_2) и (k_3, k_4) и удовлетворяют условию резонанса.

$$k_1+k_2=k_3+k_4; \qquad (2.45)$$

$$\omega_{k_1}+\omega_{k_2}=\omega_{k_3}+\omega_{k_4}. \qquad (2.46)$$

Если удовлетворяются оба условия, то имеют место все взаимодействия, соответствующие четырем возможным сочетаниям волновых чисел, из которых всегда одно волновое число «активное», а три «пассивных».

Характерный масштаб времени, в течение которого происходит передача энергии составляет

$$T\sim T_0\delta^{-4},$$

где δ — средняя крутизна волны; T_0 — характерный период волн. Если принять коэффициент пропорциональности равным 1 (весьма грубое приближение) и положив $T_0=10$, а $\delta=0{,}1$, то $T=28$ ч, что вполне сравнимо с временем развития спектра волнения. Более реальная оценка численного значения и формы нелинейного потока энергии была дана Хассельманом для спектра полностью развитого волнения, выведенного Нейманом (1.72) при различных заданиях функции углового распространения энергии. В соответствии с теорией Хассельмана, поток энергии идет от спектрального пика при низких волновых числах в область более высоких волновых чисел. Характерные интервалы времени передачи энергии составляют порядка десятых часа для коротких волн и нескольких часов для более длинных волн. Во всех случаях энергия из промежуточного интервала частот переносится как в область высоких частот, так и в область низких частот. Передача энергии очень низким частотам волн, распространяющихся под большими углами к генеральному направлению распространения волн, незначительна.

Нелинейные взаимодействия могут также играть существенную роль в затухании зыби, распространяющейся через область ветрового волнения. При этом заметное ослабление энергии зыби происходит только для тех волн, частоты которых соизмеримы с частотами ветровых волн.

Резонансные взаимодействия сами по себе не могут служить основой для теории развития или диссипации волн, поскольку они не изменяют общей энергии волн, а только перераспределяют ее внутри спектра. Однако есть основания считать, что резонансные взаимодействия могут иметь существенное значение при переносе энергии волн в область низких частот из высокочастотной области, в которой происходит основное питание волн энергией ветра. Если ветер непрерывно сообщает энергию волнам, а резонансные взаимодействия не в состоянии перераспределить энергию достаточно быстро, то волны будут обрушаться.

Диссипация энергии волн. По мере развития волн увеличивается и диссипация энергии. В настоящее время сравнительно слабо исследованы закономерности диссипации энергии в волновом спектре, хотя основные факторы, обусловливающие ее, хорошо известны. Это молекулярная и турбулентная вязкость, обрушение гребней волн вследствие нелинейных взаимодействий и трения о дно, взаимодействия поверхностных волн с течениями и внутренними волнами, встречные ветры и т. д. При этом роль каждого из перечисленных факторов в процессах диссипации энергии волн различна.

Филлипс, изучая проблему затухания волн, установил, что эффект молекулярной вязкости на длинные гравитационные волны пренебрежимо мал. Он также обнаружил, что турбулентная вязкость, хотя и оказывает значительно бóльший эффект, чем молекулярная вязкость, на самом деле не столь эффективна в процессе диссипации энергии волн, как это казалось на первый взгляд. Турбулентная вязкость существенно зависит от самих характеристик волнения. Для определения количества диссипации энергии вследствие влияния турбулентной вязкости Хассельман предложил следующее выражение

$$\frac{dS(\omega, \theta)}{dt} = -4\mu k^2 S(\omega, \theta), \qquad (2.47)$$

где μ — коэффициент турбулентной вязкости, значение которого точно неизвестно. По измерениям в ветро-волновом канале установлено, что на начальных стадиях развития волн на локальную диссипацию тратится большая часть энергии и только небольшая ее часть распространяется по разгону. Так как обрушение волн в самом начале их развития не наблюдается, то эту диссипацию можно отнести только к потерям за счет сил турбулентного трения. Вместе с тем исследования показывают, что основные потери энергии происходят все же за счет обрушения гребней волн.

Теоретическое обоснование потерь энергии за счет обрушения гребней волн дано Хассельманом, который предложил следующее соотношение

$$\frac{\partial S(k, \theta)}{\partial t} = -\varkappa\omega^2 S(k, \theta), \qquad (2.48)$$

где коэффициент $\varkappa$ зависит от среднего числа «барашков» на единицу поверхности в единицу времени и их изменения во времени и в пространстве. На основе экспериментальных данных $\varkappa$ принимает вид

$$\varkappa = \frac{1}{\omega_{\text{макс}}}\left[2{,}2 \cdot 10^{-4}\left(1 - \frac{0{,}3g}{\omega_{\text{макс}} V}\right) + 2\alpha^2 \hat{L}\right], \qquad (2.49)$$

где α — константа в формуле Филлипса (2.34); $\hat{L}$ — параметр, зависящий от формы частотного спектра, $\hat{L} = 0{,}16$ для спектра (1.68), $\hat{L} = 0{,}12$ для спектра (1.75).

Влияние встречных ветров на волны теоретически рассматривалось в работе [151]. Однако эффект встречных ветров на процессы затухания и распространения волн точно не определен. Два крупных эксперимента [121, 161], проведенные в Тихом океане и в Северном море, показали, что встречные ветры существенно не влияют на распространение длиннопериодных волн. Во время одного из этих двух экспериментов [161] волны измерялись датчиками давления, расставленными вдоль распространения волн по дуге большого круга от Новой Зеландии до Аляски. Результаты эксперимента показали, что за пределами шторма низкочастотные волны зыби распространялись через весь океан, через все типы ветровых условий почти без ослабления. Заметное убывание энергии наблюдалось только для частот волн зыби, лежащих в том же самом интервале, что и частоты волн, созданных местным ветром. Это указывает на то, что ни эффекты турбулентной вязкости, ни локальные ветры, ни нелинейные взаимодействия, ни взаимодействие поверхностных волн с внутренними волнами и течениями, ни тем более молекулярная вязкость не оказывают существенного влияния на затухание длиннопериодных поверхностных волн.

На основе анализа результатов второго эксперимента [121] была получена формула для определения потерь энергии вследствие взаимодействия встречных ветров с волнами зыби

$$\frac{dS(\omega, \theta)}{dt} = \overline{G}_1 \left\{1 - \exp\left[-a\left(\frac{V\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)}{C} - b\right)\right]\right\}, \quad (2.50)$$

где $a = 5$ и $b = 0{,}5$ коэффициенты; $\overline{G}_1$ — средняя скорость поступления энергии от ветра волнам при попутном ветре; φ — угол между ветром и волнами.

Диссипация энергии также существенна при распространении волн по мелководью и в особенности, когда гребни волн обрушаются в зоне прибоя. Хассельман и Коллинз предложили теорию для диссипации спектральной энергии волн, обусловленной взаимодействием волн с турбулентным придонным течением. Однако наблюдения не подтвердили выводы теории. Лонг производил наблюдения за взаимодействием волн с неровным дном и высказал гипотезу, что рассеяние поверхностных волн, вследствие шероховатости дна является важным фактором, обусловливающим затухание зыби в прибрежных районах. Диссипация энергии волн может быть также существенной, когда волны распространяются навстречу сильным течениям.

Наиболее полные измерения роста волн были получены во время эксперимента JONSWAP [121] в Северном море. Полученные данные (около 300 спектров) позволили оценить ряд теоретических результатов, вскрыть особенности развития спектра волн и оценить вклад отдельных компонент функции G в уравнении (2.20).

Согласно этим данным на коротких разгонах приблизительно 80±20 % энергии в поле волн поступает от ветра (рис. 9). Однако 80—90 % этой энергии тратится непосредственно на создание течений через нелинейное взаимодействие волновых компонент и диссипацию волновой энергии. Отсюда делается вывод о том, что наблюдаемый рост волн быстрее идет за счет перераспределения энергии внутри поля волн, чем за счет поступления энергии от ветра. Это побудило разработать параметрическую модель предсказания волн [122], основанную на учете только нелинейных взаимодействий спектральных составляющих.

На больших разгонах, оценки относительно баланса энергии волн менее определенны из-за недостаточного знания процессов диссипации в низкочастотной области спектра. При отсутствии диссипации в этой области спектра количество поступающей энергии от ветра может составлять порядка 20 %. Однако если диссипация в этой области окажется значительной, то поток энергии от ветра может приближаться и к 100 %.

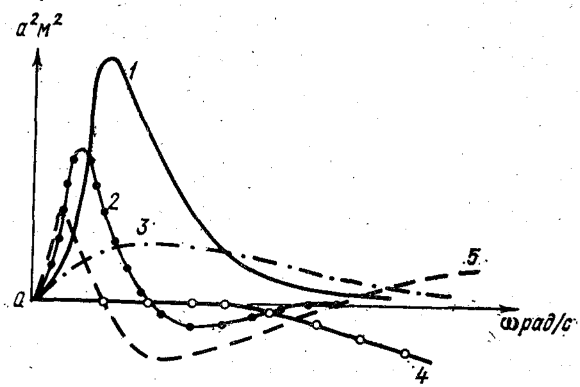

Рис. 9. Баланс спектральной энергии волн, по данным эксперимента JONSWAP [187].

1 — частотный спектр; 2 — баланс волновой энергии; 3 — поступление энергии от ветра; 4 — диссипация волновой энергии; 5 — нелинейный перенос энергии.

2.4. Полуэмпирические приближения функции G_i

Теоретические работы Филлипса, Майлза и Хассельмана объясняют наиболее существенные особенности развития спектров волн в результате взаимодействия пульсаций давления в турбулентном ветровом потоке с волновым спектром и переноса энергии в волновом поле. Однако возможность вычисления спектральных характеристик волн не обеспечена, поскольку в формулы (2.30), (2.31), (2.32) и (2.44) входят параметры, не определяемые в натурных условиях. Поэтому для описания развития ветровых волн используются эмпирические и полуэмпирические приближения. При этом основной вид членов, входящих в G сохраняется, но с эмпирическими константами подобранными таким образом, чтобы результаты расчетов согласовывались с данными наблюдений.

В этом случае, если нелинейные взаимодействия слабы, функция G в (2.21), согласно объединенной теории Филлипса—Майлза, записывается в виде

$$G = \alpha + \beta S. \qquad (2.51)$$

Параметры α и β, зависящие от скорости ветра, описывают два различных механизма передачи энергии, которым соответствует возрастание плотности энергии по линейному или экспоненциальному закону.

Для количественного определения величины α используется полуэмпирическая формула для спектра пульсаций атмосферного давления в турбулентном ветровом потоке

$$\Pi(\mathbf{k},\ \omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\pi^2}\left[\frac{m_1}{m_1^2 + (k_x - k)^2}\right] \times \left[\frac{m_2}{m_2^2 + k_y^2}\right], \qquad (2.52)$$

где

$$k_x = k\,|\cos\varphi|; \quad k_y = k\,|\sin\varphi|; \quad k = \omega^2/g,$$

где φ — угол между направлением распространения спектральной составляющей и ветром.

Согласно измерениям Пристли (1966)

$$m_1 = 0{,}33k^{1,28}; \qquad (2.53)$$

$$m_2 = 0{,}52k^{0,95}; \qquad (2.54)$$

$$\Phi(\omega) = \Omega\,\frac{1{,}23}{\omega^2}, \qquad (2.55)$$

где Ω — масштабный коэффициент турбулентности, зависящий от скорости ветра, стратификации атмосферы и других факторов.

Снайдер и Кокс (1966) приняли этот коэффициент пропорциональным скорости ветра в четвертой степени. Барнетт (1968) показал, что расчеты лучше согласуются с данными измерений, если этот коэффициент взять пропорциональным скорости ветра в шестой степени.

Теоретическая формула для β в (2.31) предполагает известным профиль ветра, который в обычных условиях не наблюдается. Поэтому для количественного определения параметра β Снайдер и Кокс предложили более простую формулу

$$\beta = \frac{\rho_a}{\rho_w}\left(\frac{V\cos\varphi}{C} - 1\right). \qquad (2.56)$$

Барнетт и Уилкерсон по данным измерений волн с самолета на ограниченных разгонах предложили формулу для β в виде

$$\beta = \begin{cases} \dfrac{5}{2\pi}\,\dfrac{\rho_a}{\rho_w}\left(\dfrac{V\cos\varphi}{C} - 0{,}9\right) & \text{для } V\cos\varphi > 0{,}9C \\ 0 & \text{для } V\cos\varphi < 0{,}9C. \end{cases} \qquad (2.57)$$

Ювинг [168] выражение для β записывает в виде эмпирического приближения

$$\beta = 1{,}2\cdot 10^{-8}\omega\,(V\omega\cos\theta)^4. \qquad (2.58)$$

При этом рост волн учитывается только в том случае, когда угол между направлением ветра и компонентой волны меньше

90°. Иноуэ, использовав данные Снайдера и Кокса, Барнетта и Уилкерсона вместе с измерениями, сделанными на английских судах погоды и на платформе Аргус, предложил следующую формулу

$$\beta = 2{,}22 \cdot 10^{-4} \exp\left[-7000\left(\frac{V_*}{C} - 0{,}031\right)^2\right] + $$
$$+ 0{,}119\left(\frac{V_*}{C}\right)^2 \exp\left[-0{,}0004\left(\frac{C}{V_*}\right)^2\right], \quad (2.59)$$

где V_* — скорость трения; C — фазовая скорость компоненты волны.

Согласно теории Хассельмана нелинейные взаимодействия между компонентами волн представляются в виде

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \Gamma - \tau S, \quad (2.60)$$

где Γ и τ зависят от четырехкратных интегралов в уравнении (2.44). Барнетт параметризовал теоретические результаты Хассельмана в форму удобную для проведения расчетов.

По Барнетту

$$\Gamma = \begin{cases} \dfrac{4{,}4 \cdot 10^8 E^3 \omega_0^8}{(2\pi)^9 g^4} \cos^4(\theta - \theta_0)\left(\dfrac{\omega - 0{,}42\omega_0}{\omega}\right)^3 \exp\left[-4\left(1 - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2 + \right. \\ \left. \qquad + 0{,}1\left(\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^5\right] \text{ для } |\theta - \theta_0| < \dfrac{\pi}{2} \text{ и } \omega > 0{,}42\omega_0 \\ 0 \qquad \text{в остальных случаях;} \end{cases} \quad (2.61)$$

$$\tau = \begin{cases} \dfrac{7{,}5 \cdot 10^7 E^2}{(2\pi)^2 g^4 \omega}(1 + 16\,|\cos(\theta - \theta_0)|)\,\omega_0^7(\omega - 0{,}53\omega_0)^3 \\ \qquad \text{для } \omega > 0{,}53\omega_0 \\ 0 \qquad \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (2.62)$$

где

$$E(x, y, t) = \int\int S(\omega, \theta, x, y, t)\, d\omega\, d\theta; \quad (2.63)$$

$$\omega_0(x, y, t) = \frac{1}{E}\int\int S(\omega, \theta, x, y, t)\,\omega\, d\omega\, d\theta; \quad (2.64)$$

$$\theta_0(x, y, t) = \frac{1}{E}\int\int S(\omega, \theta, x, y, t)\,\theta\, d\omega\, d\theta. \quad (2.65)$$

Ювинг [109] для упрощения расчетов использовал выражения для Γ и τ, предложенные Картрайтом и представляющие частные суммы рядов Фурье—Чебышева, действительные в интервале $\frac{1}{2} \leqslant r \leqslant \frac{9}{2}$

$$\Gamma = f_1^8 r^2 m_0^3 \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{M} a_{mn} T_n(s) \cos m(\theta - \bar{\theta}); \tag{2.66}$$

$$\tau = f_1^9 r^7 m_0^2 \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{M} b_{mn} T_n(s) \cos m(\theta - \bar{\theta}), \tag{2.67}$$

где

$$f_1 = 0{,}816\bar{f}_0; \quad r = f/f_1; \quad s = r/2 - 5/4,$$

$T_n(s)$ — полином Чебышева n-й степени; a_{mn} и b_{mn} — коэффициенты разложения. Для $r < \frac{9}{2}$ Ювинг принимает $\Gamma = \tau = \theta$. Если $r > \frac{9}{2}$, то $T_n(s) = 1$ и уравнения (2.66), (2.67) упрощаются.

Эффект диссипации спектральной энергии волн вследствие обрушения гребней волн во многих моделях учитывается путем умножения линейного и экспоненциального членов на фактор $(1 - \mu)$

$$G = (\alpha + \beta S)(1 - \mu), \tag{2.68}$$

где параметр μ позволяет путем подбора эмпирических коэффициентов согласовать результаты модельных расчетов с данными наблюдений.

По Барнетту [83]

$$\mu = 0{,}8 \exp[0{,}5(S_\infty - S)/S], \tag{2.69}$$

по Ювингу [109]

$$\mu = \left(\frac{S}{S_\infty}\right)^q, \tag{2.70}$$

где $q = 2$ — параметр, определяющий скорость достижения участка равновесия; S_∞ — спектр полностью развитого волнения.

По Давидану [26]

$$\mu = S/S_\infty. \tag{2.71}$$

Допущения, принятые в записи перечисленных компонент α, β, Γ и τ, и отсутствие надежных оценок для остальных компонентов G_i правой части баланса волновой энергии (2.20) приводят к необходимости записать функцию G в виде

$$G = (\alpha + \beta S)(1 - \mu) + \Gamma - \tau S. \tag{2.72}$$

Глава 3

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ

3.1. Общие положения

Практический результат теоретических и экспериментальных исследований процесса ветрового волнения получен в форме метода предвычисления параметров волн.

Несмотря на то, что физическая теория развития ветрового волнения полностью еще не разработана, а точнее говоря, созданы только предпосылки для построения такой теории, полученные результаты позволяют все же вывести соотношения, с помощью которых по заданным ветро-волновым условиям можно с достаточной для практики точностью вычислить основные характеристики волн. Эти соотношения представляют собой сочетание теории и эмпирических данных. Точность расчета и прогноза волн при этом в значительной степени определяется количеством и качеством исходных данных. При этом решающее значение имеет точность исходных данных о поле ветра.

Ниже дается описание наиболее известных в СССР и за рубежом методов предвычисления элементов волн.

3.2. Методы предвычисления элементов видимых волн

Метод Шулейкина. Метод разработан для волн 5-процентной обеспеченности. В основе метода лежит уравнение Маккавеева (2.3). Мощность, передаваемая ветром на единицу взволнованной поверхности моря записывается в виде (2.17), а мощность, теряемая на внутреннее турбулентное трение выражается формулой

$$E_{\mu}=\frac{\pi}{g}K^2\rho_w\frac{h^4}{2L^2T}, \tag{3.1}$$

где K — коэффициент типа Кармана ($K=0{,}1$); ρ_w — плотность воды; g — ускорение свободного падения. Волны достигают своего предельного значения, когда количество поступающей энергии от ветра компенсируется затратами энергии на внутреннее турбулентное трение, т. е. когда $M_V=E_{\mu}$.

Второе недостающее уравнение, замыкающее систему, Шулейкин нашел, применив к частицам воды, движущимся по орбитам во время волнения, теорему о моменте количества движения. Это позволило ему найти причину и закон нарастания длины волны и уменьшения крутизны под действием ветра. Этот закон описывается формулой

$$\frac{h}{L} = 0{,}04 + 0{,}103\left(\frac{L_0}{L}\right)^{2/3}, \qquad (3.2)$$

где L_0 — длина волны при наибольшей ее крутизне.

Довольно громоздкое уравнение полного энергетического баланса

$$\rho g r \frac{\partial r}{\partial t} = 2\varkappa\left(\frac{r}{R}\right)\frac{r}{T}\rho_a (V - C)^2 - \frac{2\pi}{9}\rho g \frac{K^2}{T}\left(\frac{r}{R}\right)^2 r^2 - \frac{5}{8}\rho g \sqrt{g^3} \times \left(\frac{R}{r}\right)^{1/2}\sqrt{r^3}\frac{\partial r}{\partial x} \qquad (3.3)$$

Шулейкину удалось записать в виде простого дифференциального уравнения поля ветровых волн

$$\frac{\partial\eta}{\partial\tau} = 1 - \eta - \sqrt{\eta}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}, \qquad (3.4)$$

где $\eta = \frac{h}{h_\infty}$ — безразмерная высота волны; $\xi = \frac{x}{VT_\infty}$ — безразмерное расстояние; $\tau = \frac{t}{T_\infty}$ — безразмерное время.

Для перехода к расчетам конкретных элементов волн используются масштабные соотношения, вытекающие из (3.3) после его преобразования

$$dx = 0{,}895\sqrt{g}\frac{T}{K^2}\sqrt{\left(\frac{R}{r}\right)^5}\sqrt{r_\infty}\, d\xi; \qquad (3.5)$$

$$dt = \frac{9}{2\pi}\frac{T}{K^2}\left(\frac{R}{r}\right)^2 d\tau. \qquad (3.6)$$

Точный интеграл уравнения (3.4) для стадии роста волн записывается в виде

$$\eta = 1 - \exp(-\tau), \qquad (3.7)$$

а для установившихся волн в виде

$$\xi = 2\,\mathrm{arcth}\sqrt{\eta} - 2\sqrt{\eta}. \qquad (3.8)$$

На начальной стадии возникновения ветровых волн на небольшом расстоянии от наветренной границы шторма (или от берега) еще не может сказаться неравенство потоков энергии, вносимой и выносимой из единичного столба океанических вод. Поэтому практически на всем протяжении океана волны могут развиваться в соответствии с уравнением (3.7); расход энергии вызывается только внутренним турбулентным трением. Развиваясь с течением времени по закону (3.7), волны на некотором расстоянии ξ от линии берега могут вырасти лишь до некоторой безразмерной высоты η, которая соответствует установившемуся волнению на данном расстоянии ξ. Это произойдет по истечении времени τ. После этого в полосе на расстоянии ξ от линии берега будет существовать установившееся волнение, а само расстояние будет увеличиваться с течением времени, поскольку все дальше и дальше от берега будет перемещаться фронт установившегося волнения. Позади фронта будет установившееся волнение, характеризуемое уравнением (3.8). Впереди — высота волн будет расти по закону, описываемому уравнением (3.7). От подветренной границы берега фронт установившегося волнения распространяется в открытый океан со скоростью, которая равна групповой скорости волн, т. е. со скоростью переноса энергии.

В теории В. В. Шулейкина имеется всего две константы, определяемые эмпирически. Это константа, характеризующая турбулентную вязкость ($K = 0{,}1$) и константа $h_\infty/V^2 = 0{,}0205$, связывающая предельную высоту волны со скоростью ветра. Для удобства расчетов все необходимые формулы представлены в виде номограмм (рис. 10).

Для расчета элементов волн по методу Шулейкина должны быть заданы скорость ветра V, продолжительность его действия t, длина разгона x и глубина моря H.

Метод расчета элементов волн на мелководье основывается на решении уравнения баланса энергии волн, которое Шулейкин записывает в виде

$$\delta g r \frac{\partial r}{\partial t} = 2\varkappa\left(\frac{r}{R}\right)\frac{r}{T}\,\delta_a (V - C)^2 - \frac{\pi\varepsilon}{2}\frac{\delta g}{TH} r^3 - \delta\sqrt[3]{g}\sqrt{H}\, r\frac{\partial r}{\partial x}, \tag{3.9}$$

где H — глубина моря. После преобразования уравнение (3.9) приводится к простому виду

$$\frac{\partial\eta}{\partial\tau} = 1 - \eta^2 - \frac{\partial\eta}{\partial\xi}, \tag{3.10}$$

представляющему поле ветровых волн в безразмерной форме на мелком море. Использовав масштабные соотношения

$$dx = \frac{2}{\pi\varepsilon}\sqrt{g}\,T\,\frac{\sqrt[3]{H}}{r^2}\,d\xi; \tag{3.11}$$

$$dt = \frac{2}{\pi\varepsilon}\,T\,\frac{H}{r^2}\,d\tau; \tag{3.12}$$

$$r = \eta r_\infty, \tag{3.13}$$

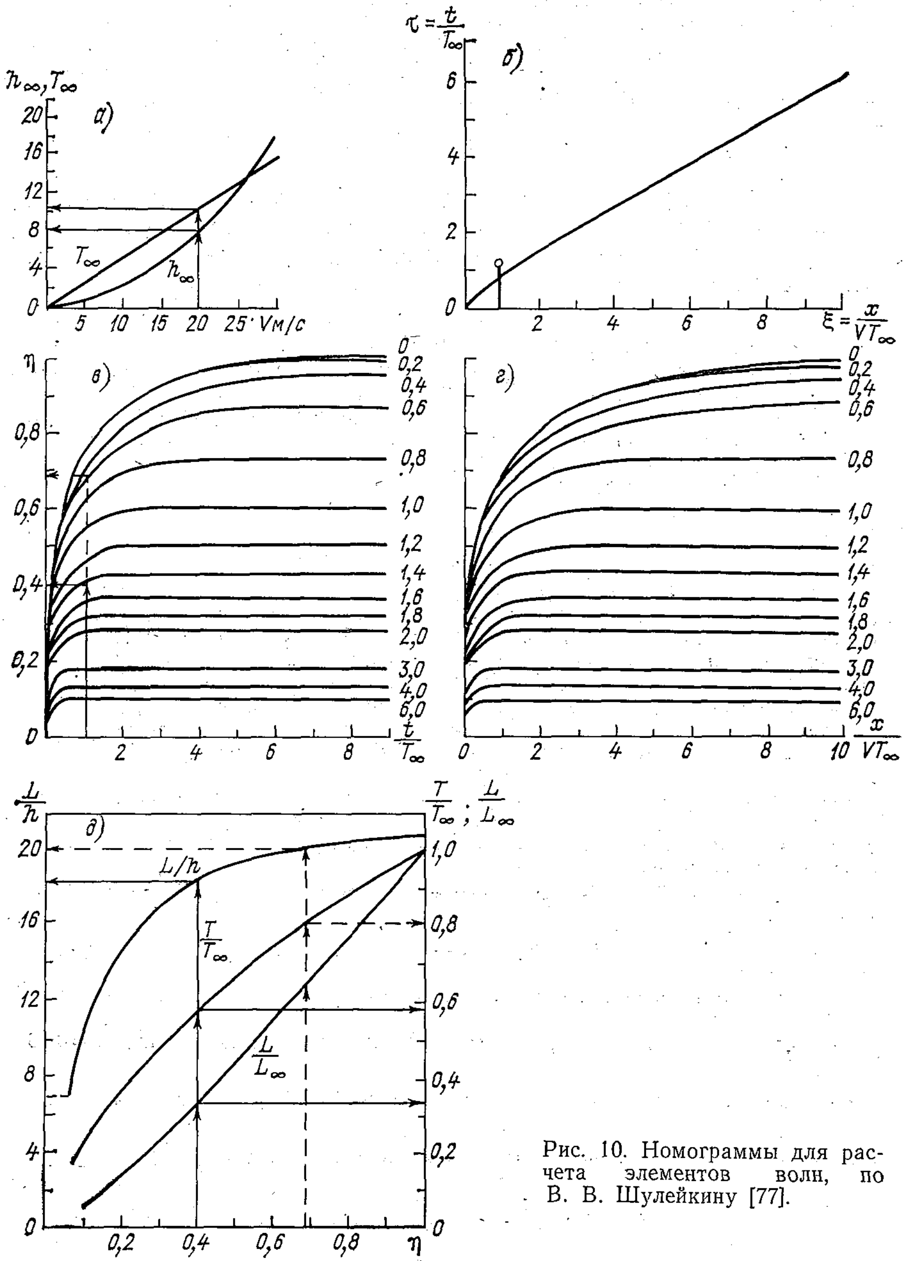

Рис. 10. Номограммы для расчета элементов волн, по В. В. Шулейкину [77].

Шулейкин вывел безразмерные соотношения для развивающихся волн вдали от наветренного берега в виде

$$\eta = \operatorname{th} \tau, \tag{3.14}$$

а для установившихся волн в виде

$$\eta = \operatorname{th} \xi. \tag{3.15}$$

Для того чтобы перейти от волн 5%-ной обеспеченности к волнам любой другой обеспеченности, следует использовать соответствующие функции распределения элементов волн (см. гл. 1).

Пример. Пусть в расчетной точке P заданы скорости ветра $V=20$ м/с, продолжительность его действия $t=12$ ч, разгон $x=210$ км, глубина моря $H=20$ м. Найти высоту волны h, длину L и период T.

По номограмме рис. 10 *а* определяют предельно возможный период $T_\infty=10{,}5$ с и предельно возможную высоту $h_\infty=8{,}2$ м. По известным значениям T_∞, t, x и V по формулам

$$\xi = \frac{x}{VT_\infty}; \qquad \tau = \frac{t}{T_\infty} \tag{3.16}$$

вычисляют безразмерное расстояние ξ и безразмерное время τ. Они будут равны соответственно $\xi=1{,}0$ и $\tau=1{,}14$. По полученным значениям ξ и τ по номограмме рис. 10 *б* определяют стадию развития волнения. Если точка с координатами ξ и τ ложится ниже «рубежной» кривой, то волнение развивающееся, если выше — волнение установившееся. В рассматриваемом примере характеристическая точка легла выше «рубежной» кривой, следовательно, волнение установившееся, т. е. зависит от длины разгона. Поэтому со значением $\xi=1$ необходимо войти в номограмму рис. 10 *г*, предварительно определив параметр мелководья $\frac{V}{\sqrt{gH}}=1{,}43$, подняться до кривой, соответствующей найденному значению, и затем, перемещаясь влево, определить безразмерную высоту волны $\eta=0{,}4$.

Искомую высоту волны определяют, умножая η на h_∞. В нашем примере

$$h = \eta h_\infty = 0{,}4 \cdot 8{,}2 = 3{,}28 \text{ м.}$$

Далее со значением $\eta=0{,}4$ по номограмме рис. 10 *д* определяют отношение $\frac{L}{h}$. Оно равно 18,0. По известному значению высоты волны $h=3{,}28$ легко определить длину волны $L=h\frac{L}{h}=3{,}28\cdot 18=59$ м. По этой же номограмме определяют отношение $\frac{T}{T_\infty}=0{,}58$. Период волны будет равен

$$T = T_\infty \frac{T}{T_\infty} = 0{,}58 \cdot 10{,}5 = 6{,}1 \text{ с.}$$

Для расчета элементов волн на глубоком море ($H \longrightarrow \infty$) последовательность вычислений та же самая, только значение безразмерной высоты волны η

определяется по верхней кривой номограммы рис. 10 *в, г*. При тех же исходных данных элементы волн для глубокого моря будут

$$\eta = 0{,}72; \quad h = 0{,}72 \cdot 8{,}2 = 5{,}9 \text{ м};$$

$$\frac{L}{h} = 20; \quad L = 5{,}9 \cdot 20 = 118 \text{ м};$$

$$\frac{T}{T_\infty} = 0{,}81; \quad T = 10{,}5 \cdot 0{,}81 = 8{,}5 \text{ с}.$$

Если бы характеристическая точка на номограмме рис. 10 *б* легла ниже «рубежной» кривой, то в этом случае вместо номограммы рис. 10 *г* следует использовать номограмму рис. 10 *в*.

Приведенные номограммы позволяют предвычислять элементы ветровых волн при усиливающемся ветре. Для этого кривая хода скорости ветра во времени или по разгону разбивается на отрезки, в пределах которых средняя скорость и направление ветра считаются неизменными, т. е. непрерывная кривая заменяется ступенчатой. Расчет ведется «шагами» последовательно от ступеньки к ступеньке. На каждом новом шаге учитывается рассчитанное значение элемента волны предыдущего шага.

Для построения метода расчета уменьшения элементов волн при ослаблении скорости ветра Шулейкин представляет уравнение баланса энергии в виде

$$\delta g r \frac{dr}{dt} = 2\varkappa\left(\frac{r}{R_0}\right)\frac{r}{T_0}\delta(V - C_0)^2 - \frac{2\pi}{9} \times \\ \times K^2 \delta g \left(\frac{r}{R_0}\right)^2 \frac{r^2}{T_0}. \tag{3.17}$$

Полученное решение имеет вид

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \pm\left(\frac{v - C_0}{V - C_0}\right)^2 - \eta, \tag{3.18}$$

где v — скорость ветра на этапе ослабления; V — максимальная скорость ветра в шторме; C_0 и T_0 — фазовая скорость и период волн, соответствующих скорости ветра V.

Формулу (3.18) можно записать по-другому

$$d\tau = \frac{d\eta}{\pm n^2 - \eta}, \tag{3.19}$$

где

$$n^2 = \pm\left(\frac{v/V - 0{,}82 T_0/T_\infty}{1 - 0{,}82 T_0/T_\infty}\right)^2, \tag{3.20}$$

T_∞ — предельный период волн, соответствующий скорости ветра V; знак (+) принимается, когда скорость ослабевающего ветра v еще превышает фазовую скорость волны C_0; знак

(—) — когда скорость ветра становится меньше фазовой скорости волн, созданной ветром V. Отрезок времени (час), в течение которого происходит затухание волн при ослаблении скорости ветра определяется по формуле

$$\Delta t = \frac{T_0}{47K^2}\left(\frac{L_0}{L_\infty}\right)^2 \Delta\Psi, \tag{3.21}$$

где

$$\Delta\Psi = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta}{\eta^2(\pm n^2 - \eta)}. \tag{3.22}$$

Здесь η_1 — безразмерная высота волны в начале промежутка Δt, а η_2 — безразмерная высота волны в конце промежутка Δt. На начальных этапах уменьшения скорости ветра, когда еще $v > C_0$ интегрирование (3.22) дает:

$$\Delta\Psi = \frac{1}{n^4}\left[\ln\frac{1 - n^2/\eta_1}{1 - n^2/\eta_2^2} - \left(\frac{n^2}{\eta_2} - \frac{n^2}{\eta_1}\right)\right]. \tag{3.23}$$

На конечных этапах, когда $v < C_0$

$$\Delta\Psi = \frac{1}{n^4}\left[\left(\frac{n^2}{\eta_2} - \frac{n^2}{\eta_1}\right) - \ln\frac{1 + n^2/\eta_2}{1 + n^2/\eta_1}\right]. \tag{3.24}$$

В частном случае n^2 может быть равно нулю. Тогда

$$\Delta\Psi = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\eta_2^2} - \frac{1}{\eta_1^2}\right). \tag{3.25}$$

При очень больших значениях n^2

$$\Delta\Psi = \frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{\eta_2} - \frac{1}{\eta_1}\right). \tag{3.26}$$

Изложенные выше результаты представлены в виде номограммы (рис. 11).

Пример. Пусть наибольшая скорость ветра в шторме была 20 м/с. При этом высота волны достигла 5 м, а длина, период и фазовая скорость соответственно были 100 м, 8 с и 12,5 м/с. После этого в течение 12 ч скорость ветра уменьшилась до 10 м/с. Необходимо определить высоту волны в конце отрезка времени.

Решение. По номограмме рис. 10 *а* определяют предельные высоту h_∞ и период T_∞ волны в начале затухания. Они равны соответственно $h_\infty(V) = 8{,}2$ м; $T_\infty(V) = 10{,}5$ с. Затем определяют безразмерную высоту волны $\eta = h/h_\infty = \frac{5}{8{,}2} = 0{,}6$. По формуле (3.20) определяют значение параметра n. Оно равно —0,4. С полученными значениями η и n входят в номограмму рис. 11 и определяют величину Ψ_0 в начале затухания. Она равна 0,6. По формуле (3.21) определяют величину $\Delta\Psi$

$$\Delta\Psi = \frac{47K^2}{T_0}\left(\frac{L_\infty}{L_0}\right)^2 \Delta t = \frac{47 \cdot 0{,}01}{8}\left(\frac{172}{156}\right)^2 \cdot 12 = 0{,}85.$$

Тогда Ψ_k в конце промежутка затухания находят следующим образом:

$$\Psi_k = \Psi_0 + \Delta\Psi = 0{,}6 + 0{,}85 = 1{,}45.$$

С полученным значением Ψ_k и значением n снова входим в номограмму рис. 11 и определяем величину η в конце промежутка затухания. Она равна 0,42. В результате высота волны в конце отрезка времени Δt будет равна

$$h_k = \eta h_\infty(v) = 0{,}42 \cdot 2{,}05 = 0{,}7 \text{ м}.$$

Метод Шулейкина был запрограммирован для ЭВМ З. К. Абузяровым [3] при некоторых упрощающих предполо-

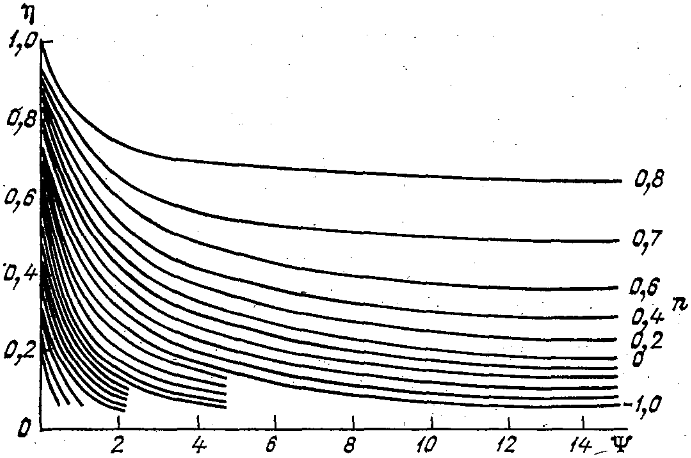

Рис. 11. Номограмма для расчета элементов волн при ослаблении скорости ветра, по В. В. Шулейкину [121].

жениях и с 1968 г. в течение нескольких лет использовался как оперативный при составлении прогнозов волнения в Северной Атлантике для расчета рекомендуемых курсов плавания судов в океане.

Расчет развития и затухания волн в шторме производится в зависимости от скорости и направления ветра и продолжительности его действия. При этом предполагается, что развитие волн на больших пространствах океана ограничивается главным образом временем действия ветра. Разгон ветра существенное значение имеет только для точек, лежащих вблизи берегов и вблизи центров глубоких циклонов, где достаточно большая кривизна изобар. Обычно после расчетов на ЭВМ эти особые точки корректируются вручную.

Расчетная область включает 135 точек, расположенных в узлах пересечения параллелей и меридианов, взятых через 5°.

Формула Шулейкина, связывающая безразмерную высоту волны с безразмерным временем

$$\frac{t}{T_\infty} = 4 \cdot 10^{-3} \int \left(\frac{T}{T_\infty}\right)\left(\frac{L}{h}\right)\frac{d\eta}{1-\eta} \tag{3.27}$$

была представлена в более удобном для программирования размерном виде

$$h = 0{,}0205V^2\left\{1 - \exp\left[-1{,}30\left(\frac{t}{0{,}526V}\right)^{0,6}\right]\right\}, \tag{3.28}$$

где V — скорость ветра, м/с; t — эффективная продолжительность действия ветра, ч.

Уменьшение высоты волны при ослаблении скорости ветра рассчитывалось по формуле, предложенной К. М. Сиротовым [62]

$$h_k = 1{,}6h_0 \exp\left(-\frac{t}{14{,}7 + \dfrac{3{,}78}{\left|-\dfrac{\Delta V}{\Delta t}\right|}}\right), \tag{3.29}$$

где h_k — высота волны в конце времени затухания; h_0 — высота волны в начале затухания; t — время, ч; $\left|-\frac{\Delta V}{\Delta t}\right|$ — абсолютное значение отрицательного ускорения ветра.

Эквивалентная продолжительность действия ветра ($t_{экв}$) рассчитывается по формуле

$$t_{экв} = 0{,}526V\left[-\frac{\ln\left(1-\dfrac{h_t}{0{,}0205V^2}\right)}{1{,}3}\right]^{\frac{1}{0,6}}. \tag{3.30}$$

Расчет высот волн ведется шагами. Исходными данными для расчета высот волн на каждом шаге служат:

h_t — высота волн в начале расчетного шага (на первом шаге фактическая высота волн, на последующих шагах расчетная высота волны);

h_∞ — предельная высота волны при скорости ветра, взятой в момент $t+\Delta t$;

V_t — скорость ветра в момент t;

$V_{t+\Delta t}$ — скорость ветра в момент $t+\Delta t$;

$\varphi(V_t)$ и $\varphi(V_{t+\Delta t})$ — направление ветра в моменты t и $t+\Delta t$.

Алгоритм решения задачи предполагает выполнение некоторых логических операций, зависящих от условий развития или затухания высот волн на том или ином расчетном шаге. Этот алгоритм представлен в виде табл. 1.

ЭВМ анализирует несколько вариантов и выбирает тот, которому удовлетворяют исходные данные.

Результаты численных расчетов высот волн по фактическим и прогностическим полям ветра оценивались по данным наб-

ТАБЛИЦА 1

Схема численного прогноза полей волнения

$V_{t+\Delta t} > V_t$		$V_{t+\Delta t} < V_t$
При $\varphi(V_{t+\Delta t}) - \varphi(V_t) < 45°$ формулы (3.28), (3.30) При $\varphi(V_{t+\Delta t}) - \varphi(V_t) > 45°$ формула (3.28) для $\Delta t = 6$ ч	При $h_t > (h_\infty)_{t+\Delta t}$ формула $h_{t+\Delta t} = (h_\infty)_{t+\Delta t}$	При $h_t < (h_\infty)_{t+\Delta t}$ формулы (3.28), (3.30) При $h_t > (h_\infty)_{t+\Delta t}$ формула (3.29)

людений за волнением на судах погоды и попутных судах, находящихся в Северной Атлантике (табл. 2).

ТАБЛИЦА 2

Результаты оценок расчетов высот волн в Северной Атлантике

Срок	Средняя ошибка		Обеспеченность невыхода ошибок за 30 % от фактической высоты волны, %
	абсолютная	относительная, %	
		21—24 марта 1961 г.	
15	0,53	17,2	93
3	0,39	13,0	90
15	0,43	18,1	84
3	0,42	15,8	92
15	0,51	17,2	80
3	0,41	16,8	82
15	0,44	20,4	78
		17—20 января 1965 г.	
3	0,77	18,4	84
15	0,80	19,5	90
3	0,67	18,8	79
15	0,50	16,7	89
3	0,70	19,9	75
15	0,75	22,0	78
3	1,20	26,0	72
		21—23 января 1965 г.	
3	1,0	22,0	77
15	0,92	18,2	80
3	0,72	21,6	74
15	0,73	17,9	83
3	0,67	21,7	75
15	0,55	18,9	81
Общая оценка	0,64	19,0	85

Обеспеченность метода составила 85 %. Также была проведена оценка результатов расчета волн по градациям. Так, для высот волн от 0 до 3 м средняя относительная ошибка составила 22,2 %; от 3,5 до 5 м — 19,7 % и выше 5,5 м — 16,9 %. Как видно, относительная ошибка с увеличением высоты волны убывает.

Метод Крылова. Ю. М. Крылов [40] уравнение энергетического баланса волновой энергии записывает в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\delta}^2\bar{\beta}^4)+\frac{1}{2}K\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\delta}^2\bar{\beta}^5)=\frac{32}{3\pi^3}\left(\frac{\overline{M}_V-\overline{E}_\mu}{\rho_w V^3}\right) \tag{3.31}$$

и замыкает его соотношением, связывающим среднюю крутизну волны со средним возрастом волны

$$\bar{\delta}=\begin{cases}\bar{\delta}_{\text{макс}} & \bar{\beta}<\bar{\beta}_0\\ \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{1}{3\pi}\frac{\rho_a}{\rho_w}\frac{1}{\bar{\beta}}} & \bar{\beta}>\bar{\beta}_0,\end{cases} \tag{3.32}$$

где $\overline{\delta}_{\text{макс}}$ — предельная средняя крутизна волны.

Коэффициент

$$K=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{\pi}}\Gamma\left(\frac{5}{4}\right); \tag{3.33}$$

$$\bar{\beta}_0=\frac{1}{\bar{\delta}_{\text{макс}}}\frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{1}{3\pi}\frac{\rho_a}{\rho_w}}. \tag{3.34}$$

Уравнения развития волн (3.31), (3.32) совместно с функциями распределения элементов волн (см. гл. 1) образуют замкнутую систему уравнений, которая позволяет описать все разнообразие волн в зависимости от волнообразующих факторов.

Перенос энергии от ветра волнам Крылов представляет в виде

$$\overline{M}_V=C_x\frac{\rho_a}{2}(V-\overline{C})\overline{C}, \tag{3.35}$$

где C_x — коэффициент сопротивления формы волны. Диссипация энергии принимается в виде

$$\overline{E}_\mu=\frac{1}{2}b\rho_w\overline{\delta^3C^3}, \tag{3.36}$$

где b —безразмерная константа.

На основе совместного решения уравнения (3.31) и (3.32) были рассчитаны средние периоды волн в зависимости от скорости ветра, его продолжительности и длины разгона.

Средняя длина волны вычисляется по среднему периоду по формуле (1.23). Средняя высота волн в точке выражается через средний период с помощью следующего теоретического соотношения

$$\bar{h}=\begin{cases}0{,}07\bar{T}^2 & \bar{T}<\bar{T}_0\\ 0{,}01V\bar{T} & \bar{T}>\bar{T}_0,\end{cases} \tag{3.37}$$

где $\bar{T}_0=0{,}24V$, V — скорость ветра, м/с. Для расчета волн зыби за пределами шторма могут быть использованы либо результаты Свердрупа и Манка [61], либо приемы, используемые при расчетах распространения волн в спектральных методах.

Метод Крылова был положен в основу руководства по расчету морского волнения и ветра над морем [58].

Метод Браславского. Метод разработан для условий озер и водохранилищ. По Браславскому [13], передача энергии от ветра волнам осуществляется за счет сил нормального давления и тангенциального напряжения ветра. Функцию переноса энергии от ветра волнам Браславский принимает в виде

$$M_V=A(BV-C)^2C\delta^2, \tag{3.38}$$

а функцию, характеризующую потери энергии в результате турбулентного трения в толще воды и в грунте,

$$E_\mu=bh^2C\delta^2. \tag{3.39}$$

Параметры A, B и b определяются из наблюдений. При этом коэффициенты B и b принимаются постоянными, не зависящими от скорости ветра

$$B=K^2/\delta=1{,}1; \quad b=5\cdot10^{-6}.$$

Коэффициент A зависит от скорости ветра, который берется на высоте 10 м. При этом он быстро меняется для скоростей ветра до 15 м/с и мало меняется при больших скоростях ветра

$$A=21\{1-\exp[-0{,}2(V_{10}-1{,}8)\cdot10^{-6}]\}. \tag{3.40}$$

В качестве второго недостающего уравнения Браславский использует соотношение

$$1/\delta=9+(4+0{,}4V)\beta, \tag{3.41}$$

связывающее крутизну δ и возраст волн β.

Решив полученную систему уравнений, Браславский вывел формулу для расчета высоты волны 3%-ной обеспеченности

$$h_{3\,\%}=\left[\frac{16\sqrt{2\pi}}{\rho_a\sqrt{g\left(\frac{1}{\delta_{\text{гл}}}\right)}}\left(\int_0^x M_V\,dx-\int_0^x E_\mu\,dx\right)\right]^{0,4}, \tag{3.42}$$

где

$$M_V=21\cdot10^{-6}\{1-\exp[-0{,}2(V-1{,}8)(1{,}1V-C)^2]\}; \tag{3.43}$$

$$E_\mu=5\cdot10^{-6}h^2C. \tag{3.44}$$

Следует отметить, что эмпирические коэффициенты A, B и b должны определяться для каждого водоема отдельно. А. Н. Браславский также получил зависимость высоты волн от длины разгона и скорости ветра на мелководье с учетом потерь энергии волны на трение о дно и фильтрацию в грунте.

За рубежом метод расчета характеристик волн, основанный на решении уравнения Маккавеева (2.3), разработан Свердрупом и Манком. Для установившегося волнения Свердруп и Манк записывают уравнение баланса волновой энергии в виде

$$\frac{C}{2}\frac{dE}{dx}+\frac{E}{2}\frac{dC}{dx}=M_{\tau}\pm M_V, \qquad (3.45)$$

где C — фазовая скорость волн; в качестве второго условия для получения замкнутой системы уравнений они использовали связь между крутизной $\frac{h}{L}$ и возрастом волны $\frac{C'}{V}$. Решив полученную систему уравнений, Свердруп и Манк вывели зависимости значительной высоты волны и скорости волны от скорости ветра, продолжительности его действия и длины разгона в безразмерной форме.

Для установившегося волнения

$$\frac{gh}{V^2}=f_1\left(\frac{gx}{V^2}\right); \qquad (3.46)$$

$$\frac{C}{V}=f_2\left(\frac{gx}{V^2}\right); \qquad (3.47)$$

для неустановившегося волнения

$$\frac{gh}{V^2}=f_3\left(\frac{gt}{V}\right); \qquad (3.48)$$

$$\frac{C}{V}=f_4\left(\frac{gt}{V}\right). \qquad (3.49)$$

Для расчета волн зыби Свердруп и Манк получили следующие зависимости в безразмерной форме

$$\frac{h_D}{h_x}=f_5\left(\frac{D}{gT_x^2}\right); \qquad (3.50)$$

$$\frac{T_D}{T_x}=f_6\left(\frac{D}{gT_x^2}\right); \qquad (3.51)$$

$$\frac{t_D}{t_x}=f_7\left(\frac{D}{gT_x^2}\right), \qquad (3.52)$$

где индекс «D» — обозначает характеристики волн в конце расстояния, на котором происходит затухание, а индекс «x» соответствует характеристикам волн на подветренной границе шторма. Несмотря на несовершенство метода, он широко использовался в практике прогнозов и расчетов в течение нескольких лет. Позже Бретшнайдер [88], на основе новых данных наблюдений за волнением, модернизировал метод Свердрупа и Манка, увеличив его точность. Последний вариант формул, предложенных Бретшнайдером выглядит следующим образом:

$$\frac{gh}{V^2} = 0,283 \, \mathrm{th} \left[0,0125 \left(\frac{gx}{V^2} \right)^{0,42} \right]; \qquad (3.53)$$

$$\frac{C_0}{V} = \frac{gT}{2\pi V} = 1,2 \, \mathrm{th} \left[0,077 \left(\frac{gx}{V^2} \right)^{0,25} \right], \qquad (3.54)$$

где h — значительная высота волны; T — значительный период волны; x — длина разгона; V — скорость ветра на уровне 10 м; C_0 — фазовая скорость волны; t — продолжительность действия ветра. Формулы (3.53) и (3.54) могут быть приведены к виду

$$\frac{T}{V} = 0,4 \, \mathrm{th} \left[1,07 \left(\mathrm{arc\,th} \frac{40h}{V^2} \right)^{0,6} \right]. \qquad (3.55)$$

Кроме того, Бретшнайдер по измеренным спектрам определил частоту максимальной спектральной плотности f_0 и определил формулу, связывающую величину f_0^{-1}/V с величиной h/V^2

$$\frac{f_0^{-1}}{V} = 0,4 \, \mathrm{th} \left\{ \ln \left[\left(1 + \frac{40h}{V^2} \right) \Big/ \left(1 - \frac{40h}{V^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{0,6}. \qquad (3.56)$$

В ГОИНе [35] была проведена проверка существующих теоретических и эмпирических методов расчета элементов волн, разработанных в разное время в СССР и за рубежом. Для проверки методов использовались данные точных инструментальных наблюдений за волнением. В результате оказалось, что для глубокого моря наиболее точное совпадение расчетных и наблюденных величин в интервале безразмерных разгонов $100 < gx/V^2 < 12\,000$ дали методы Шулейкина и Крылова. Проверка этих методов показала, что средняя относительная ошибка по высоте и периоду волны не превосходит $\pm 10\,\%$. Что касается малых разгонов $gx/V^2 < 25$, то из-за отсутствия надежных наблюдений в этой области развития волн расхождения оказались более значительными. При этом для слабых ветров более точные результаты дает метод Шулейкина, а для сильных — метод Крылова. В области больших разгонов $\frac{gx}{V^2} > 12\,000$, граничащих с областью предельного развития волнения, расхождения результатов также больше.

Для мелководных акваторий наилучшие расчеты обеспечиваются по методу Шулейкина.

3.3. Графические приемы расчета спектральных характеристик волн

Один из первых практических методов прогноза волн, основанный на спектральном представлении процесса волнения, был разработан Пирсоном, Нейманом и Джеймсом [153]. В основу метода были положены результаты теоретических исследований Пирсона, полуэмпирический спектр Неймана (1.68) и теоретическая функция распределения высот волн Лонге-Хиггинса [137]. Нейман показал, что для заданных значений скорости ветра, продолжительности его действия и длины разгона искомый спектр равен спектру (1.68) выше определенной частоты ω_i. Эта частота ω_i является функцией или продолжительности действия ветра, или длины его разгона

$$\omega_i = \begin{cases} \omega_i(V,\ x) & \text{для } E_x < E_t; \\ \omega_i(V,\ t) & \text{для } E_t < E_x. \end{cases} \tag{3.57}$$

На основе этих соотношений были построены расчетные номограммы в виде интегральных спектров, которые получаются путем интегрирования спектра Неймана. Ордината интегральной кривой E определяет количество общей энергии, заключенной в заданном интервале частот или периодов. Видимые высоты волн связаны с интегральной энергией E статистическими соотношениями, теоретически установленными Лонге-Хиггинсом [137]. Принцип расчета зыби заключается в одновременном учете эффектов частотного и углового распределения энергии.

Метод прогноза зыби для произвольной формы шторма разработан В. И. Кузьминым и С. С. Стрекаловым [46].

Ю. М. Крылов и Г. В. Матушевский [43, 49] предложили практические приемы расчета спектральных характеристик волн, исходя из ранее установленных зависимостей между энергетическим спектром и статистическими характеристиками волн (средней высотой, средним периодом и т. д.), значения которых определяются обычными методами по заданным значениям скорости ветра, продолжительности его действия и длине разгона. Таким образом авторами был перекинут мост от спектральных методов к ранее разработанным методам расчета элементов волн. Преимущество спектрального подхода состоит в том, что он позволяет рассчитать волны не только для открытых акваторий морей и океанов при сложной структуре ветровых полей, но и для условий сложного берегового контура, при наличии мысов, островов, заливов и проливов, к которым обычные методы не применимы.

Связь между энергетическим спектром и средней высотой волн для установившегося волнения моря по Крылову имеет вид

$$S(\theta,\ V,\ x_0^*) = \frac{g\rho}{\pi^2} \bar{h}_0^2(V,\ x_0^*)\, Q(\theta), \tag{3.58}$$

где $\bar{h}_0(V, \overset{*}{x}_0)$ — функция, зависящая от скорости ветра и разгона; $Q(\theta)$ — функция углового распределения спектральной энергии, которая принимается пропорциональной $\cos^2\theta$. Согласно формуле (3.58), энергия спектральных составляющих, распространяющихся под определенным углом к направлению ветра, зависит от величины $\overset{*}{x}_0$, представляющей проекцию данного направления на направление ветра.

ТАБЛИЦА 3

Функция $E(\theta) = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{2\theta}{180°} - \frac{\sin 2\theta}{\pi}\right]$

θ°	E (θ)	θ°	E (θ)	θ°	E (θ)
90	0,0000	25	0,239	—35	0,8440
80	0,0005	20	0,2865	—40	0,8790
75	0,0035	15	0,3370	—45	0,9090
70	0,0085	10	0,3850	—50	0,9350
65	0,0165	5	0,4445	—55	0,9555
60	0,0285	0	0,5000	—60	0,9715
55	0,0445	—5	0,5555	—65	0,9835
50	0,0650	—10	0,6090	—70	0,9915
45	0,0910	—15	0,663	—75	0,9965
40	0,1210	—20	0,7135	—80	0,9995
35	0,1560	—25	0,7610	—90	1,0000
30	0,1955	—30	0,8045		

Средняя высота волновых колебаний в любой точке моря может быть определена по формуле

$$\bar{h}^2 = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \bar{h}_0^2(V, \overset{*}{x}_0)\cos^2\theta\, d\theta. \tag{3.59}$$

При конкретных расчетах интеграл заменяется суммой

$$\bar{h}^2 = \frac{2}{\pi}\sum \bar{h}_0^2(V, \overset{*}{x}_i)\cos^2\theta_i\,\Delta\theta, \tag{3.60}$$

где

$$\overset{*}{x}_i = r(\theta)\cos\theta_i. \tag{3.61}$$

Формулу (3.60) можно записать в другом виде

$$\bar{h}^2 = \sum \bar{h}_0^2(V, \overset{*}{x}_i)\,\Delta E_i, \tag{3.62}$$

где ΔE_i — доля энергии волнения в долях единицы, приходящейся на сектор от $\theta_i - \frac{1}{2}\Delta\theta$ до $\theta_i + \frac{1}{2}\Delta\theta$. Для определения $\bar{h}_0$ может быть применен любой надежный метод расчета элементов волн в зависимости от известных аргументов — скорости ветра, длины разгона и продолжительности действия ветра. Ниже описывается прием расчета высоты волны для общего случая с произвольной конфигурацией береговой черты при условии глубокого моря и когда ветер дует с берега.

На рабочей карте намечается несколько характерных точек. Из каждой точки проводится главный луч в направлении, противоположном направлению ветра. Через эти же точки проводятся линии, перпендикулярные главному лучу. Далее через каждую точку проводятся боковые лучи с направлениями $\theta_i = \pm\Delta\theta_i$ ($i = 1, 2, 3, \ldots$) и границы секторов — лучи с на-

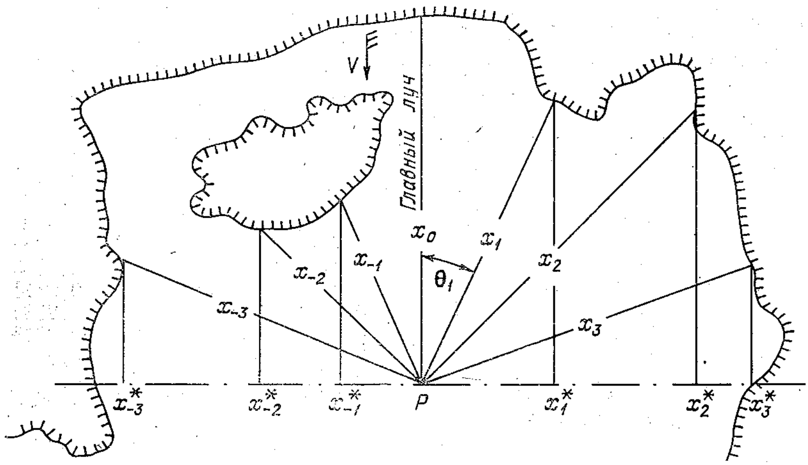

Рис. 12. Графическое построение лучей при расчете высоты ветровых волн в бассейне со сложной конфигурацией береговой черты, по Ю. М. Крылову [63].

правлениями $\theta = \theta_i \pm \frac{1}{2}\Delta\theta$ (рис. 12). Причем лучам справа от главной линии приписывают знак плюс, а слева — знак минус. После этого по карте снимают проекции на главный луч в виде расстояний $x_i^* = r(\theta_i)\cos\theta_i$ между точкой пересечения береговой черты, боковым лучом и прямой, проходящей через расчетную точку в направлении $\theta = \pm 90°$. В случае когда боковой луч не пересекает береговой линии, длина r ограничивается размерами поля ветра. Таким образом, принимая величину x за разгон с известным значением скорости ветра V, по заранее выбранному методу определяют высоту волн по формуле (3.62). Соответствующие значения ΔE определяют по формуле

$$\Delta E_i = E(\theta_2) - E(\theta_1) \qquad (3.63)$$

с помощью табл. 3. Здесь

$$\theta_2 = \frac{1}{2}(\theta_{i+1} + \theta_i); \quad \theta_1 = \frac{1}{2}(\theta_i - \theta_{i-1}).$$

Г. В. Матушевский [49] разработал приемы расчета элементов волн в сложных физико-географических условиях: за островами, мысами, в проливах и заливах. При этом он исходил из того, что энергия волнения в этих условиях складывается из местного поля волн и внешнего поля волн. Местная энергия рассчитывается обычными методами, а доля внешней энергии определяется спектральным методом с помощью различных фильтров по функции углового распределения спектральной энергии. Разработанные приемы расчета применимы, когда размеры препятствия удовлетворяют условию $\overline{L}/l \leqslant 0{,}05$, где $\overline{L}$ — средняя длина видимых волн; l — размеры препятствия (длина острова, полуострова, ширина входа в пролив, залив). Глубина моря должна удовлетворять условию $H = \frac{\overline{L}}{3}$, т. е. принимается та глубина, при которой можно пренебречь рефракцией волн.

Для расчета средних высот волн $\overline{h}$ и средних периодов $\overline{T}$ за островом используются следующие соотношения

$$\frac{\overline{h}(x,\ y)}{\overline{h}_0(x_0 + x)} = [1 - D(1 - \gamma^2)]^{1/2}; \tag{3.64}$$

$$\frac{\overline{T}(x,\ y)}{\overline{T}(x_0 + x)} = \left[\frac{1 - D(1 - \gamma^2)}{1 - D\left(1 - \frac{\gamma^2}{\beta^2}\right)}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{3.65}$$

где

$$\gamma = \overline{h}(x)/\overline{h}(x_0 + x); \quad \beta = \overline{T}(x)/\overline{T}(x_0 + x).$$

Здесь x, y — координаты расчетной точки, в системе координат, связанной с островом. $\overline{h}(x)$ и $\overline{T}(x)$ — средние высоты и периоды волн местного волнового поля; $\overline{h}_0(x_0 + x)$ и $\overline{T}_0(x_0 + x)$ — средние высоты и периоды волн внешнего волнового поля; D — функция фильтра:

$$D = Q(\theta_2) - Q(\theta_1), \tag{3.66}$$

где $Q(\theta)$ — функция углового распределения энергии.

При расчете волн за мысами функция фильтра принимает вид

$$D = Q(\theta_2) - Q\left(-\frac{\pi}{2}\right) = Q(\theta_2) = Q(\theta). \tag{3.67}$$

Несколько сложнее ведется расчет элементов волн в проливах и заливах. В случае большого залива вместо D используется

$$D' = 1 - [Q(\theta_4) - Q(\theta_3)]. \tag{3.68}$$

В случае узкого залива или пролива используется функция D', но при этом в формулах (3.64) и (3.65) $\gamma = \beta = 0$.

Крюземан [134] предложил упрощенный метод волнового спектра. Он использовал аппроксимативную формулу спектра (1.84). Для этого спектра была установлена простая связь между спектральной высотой волны h_{m_0} и частотой f_0 спектрального максимума

$$h_{m_0}=4f_0^{-2}\sqrt{\left(0{,}75-\frac{b}{2}\right)a}. \tag{3.69}$$

При этом величины a и b Крюземаном были выбраны таким образом, чтобы частота спектрального максимума f_0 соответствовала таковой в спектре JONSWAP (1.83). В результате

$$a=0{,}8\alpha g^2(2\pi)^{-4};\quad b=0{,}72.$$

Как уже отмечалось выше, коэффициент a зависит не только от α, но также от безразмерного разгона $\frac{gx}{V^2}$. Однако эта связь еще не подтверждена экспериментально. Крюземан принимает $\alpha=0{,}01$ для скоростей ветра от 10 до 25 м/с и для достаточно больших разгонов. Спектральная высота волны h_{m0} заменяется приближенно значительной высотой волны $h_{\text{зн}}$. Частотный спектр аппроксимируется дискретным спектром для трех характерных частот (или периодов):

$$f_0=\sqrt{\frac{0{,}055}{h_{m_0}}};\quad T_0=\frac{1}{f_0};$$

$$f_{\text{н}}=0{,}72f_0;\quad T_{\text{н}}=\frac{1}{f_{\text{н}}};$$

$$f_{\text{в}}=\frac{0{,}508}{\sqrt{h_{m_0}}};\quad T_{\text{в}}=\frac{1}{f_{\text{в}}},$$

где f_0 — частота максимума спектральной плотности; $f_{\text{н}}$ — нижняя граничная частота; $f_{\text{в}}$ — верхняя граничная частота.

3.4. Методы предвычисления характеристик морского волнения, основанные на численном и аналитическом решении уравнения баланса спектральной энергии волн

В ЛО ГОИНе был предложен метод численного интегрирования уравнения (2.21) с правой частью (2.72). Параметры α, β, μ, Γ и τ записываются в виде (2.52), (2.57), (2.61), (2.62), (2.69). Для описания процесса развития, распространения и затухания волн решается система уравнений (2.21), соответствующих фиксированным значениям частоты ω и направления распространения θ спектральных составляющих, путем ее аппроксимации двухслойной разностной схемой с весами, которые выбираются (при конкретных граничных условиях) в зависимости от направления распространения θ спектральных составляющих, величины и знака V_x, V_y и условий устойчивости.

Метод алгоритмирован и доведен до программы на ЭВМ БЭСМ-6, позволяющей производить расчет по сеточным областям произвольного вида. В основу программы положен алгоритм

$$\frac{S_{m,k}^{n+1}-S_{m,k}^{n}}{\Delta t}+C_1V_x\frac{S_{m,k}^{n}-S_{m-1,k}^{n}}{\Delta x}+$$

$$+C_2V_y\frac{S_{m,k}^{n}-S_{m,k-1}^{n}}{\Delta y}+C_3V_x\frac{S_{m,k}^{n+1}-S_{m-1,k}^{n+1}}{\Delta x}+$$

$$+C_4V_y\frac{S_{m,k}^{n+1}-S_{m,k-1}^{n+1}}{\Delta y}+$$

$$+C_5V_x\frac{S_{m+1}^{n}-S_{m,k}^{n}}{\Delta x}+C_6V_y\frac{S_{m,k+1}^{n}-S_{m,k}^{n}}{\Delta y}+$$

$$+C_7V_x\frac{S_{m+1,k}^{n+1}-S_{m,k}^{n+1}}{\Delta x}+C_8V_y\frac{S_{m,k+1}^{n+1}-S_{m,k}^{n+1}}{\Delta y}=G_{m,k}^{n},\qquad(3.70)$$

где $C_1+C_3+C_5+C_7=1$, $C_2+C_4+C_6+C_8=0$.

Эта разностная схема достаточно устойчива при выполнении условия

$$\min(\Delta x,\ \Delta y)\geqslant g\,\Delta t/2\omega_{\text{мин}},\qquad(3.71)$$

где $\omega_{\text{мин}}$ — наименьшее значение частоты, для которой рассчитывается спектральная плотность. Это условие удовлетворяется для всех компонент спектра, если принимаются величины $\Delta t=0{,}5$ ч и $\Delta x=200$ км.

Алгоритм реализует следующие этапы решения задачи.

1. Ввод данных о поле ветра (скорость и направление) в узлах сетчатой области. 2. Расчет изменений энергии спектральных составляющих, обусловленных ростом, распространением, обрушением гребней волн и нелинейным переносом энергии по спектру. 3. Суммирование рассчитанных компонент спектра в узлах сетки по частотам и направлениям и расчет средней высоты и периода волн по формулам

$$\bar h(x,\ y,\ t)=\sqrt{2\pi\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{s}S(\omega_i,\ \theta_j,\ x,\ y,\ t)\,\Delta\omega_i\,\Delta\theta_j};\qquad(3.72)$$

$$\overline{T}(x,\ y,\ t)=\sqrt{\frac{2\pi\sum\limits_{i=1}^{l}\sum\limits_{j=1}^{s}S(\omega_i,\ \theta_j,\ x,\ y,\ t)\,\Delta\omega_i\,\Delta\theta_j}{\sum\limits_{i=1}^{l}\sum\limits_{j=1}^{s}S(\omega_i,\ \theta_j,\ x,\ y,\ t)\,\omega_i^2\,\Delta\omega_i\,\Delta\theta_j}},\qquad 73$$

где l — количество выбранных частот; s — количество направлений. 4. Печать результатов

$$S(\omega,\ x,\ y,\ t);\quad S(\omega,\ \theta,\ x,\ y,\ t);\quad \bar h(x,\ y,\ t);$$

$$\overline{T}(x,\ y,\ t);\quad \theta_0(x,\ y,\ t).$$

Особенности практических расчетов элементов волн по уравнению (2.21) связаны с постановкой начальных и граничных условий. В общем случае на начальный момент расчета должны быть заданы значения спектральной плотности во всех точках расчетной области, т. е. начальные условия должны быть записаны в виде

$$S(\omega, \theta, x, y, t)\big|_{t=t_0} = S_0(\omega, \theta, x, y, t_0) \tag{3.74}$$

где

$$S_0(\omega, \theta, x, y, t) = S(\omega)\,Q(\omega, \theta).$$

При этом $S(\omega)$ и $Q(\omega, \theta)$ могут задаваться любыми аппроксимативными формулами, например (1.76) и (1.83). Чаще всего начальные условия задаются нулевыми

$$S(\omega, \theta, x, y, t_0) = 0, \tag{3.75}$$

т. е. расчет начинается от спокойного состояния моря. При этом расчет обычно начинается раньше момента выпуска прогноза на интервал, за который начальные условия перестают влиять, т. е. прогнозу предшествует диагностический расчет. Таким образом фактические данные о волнении на момент составления прогноза заменяются расчетными данными. Начало диагностического расчета выбирается таким образом, чтобы учесть время добегания всех спектральных составляющих на интересующий нас срок из самых отдаленных точек акватории. Задача упрощается, если расчет или прогноз выполняется в оперативном режиме, по поступающим фактическим или прогностическим полям ветра. В этом случае результат предыдущего расчета, записанный на внешней памяти ЭВМ, сохраняется и принимается начальным условием для следующего шага. Однако такой подход вносит в прогнозируемую величину как ошибки измерений входной величины, так и ошибки за счет несоответствия модели описываемому процессу. Чтобы избавиться от последних, необходимо использовать измерения элементов волнения перед датой прогнозирования. Это было бы оправдано, если бы измеренные начальные элементы волн были точны и подробны.

Постановка граничных условий не вызывает затруднений, если все внешние узлы расчетной сетки совпадают с берегом или кромкой льдов в замерзающих морях. Тогда в точках границы спектральная плотность принимается равной нулю.

$$S_{\text{гр}}(\omega, \theta, x, y) = 0. \tag{3.76}$$

Защитный эффект берега будет выражаться тем фактом, что для точек вблизи берега спектральная плотность имеет конечное значение при распространении волн в сторону берега и принимает значение, равное нулю, при ветре с берега. Очевидно, при больших размерах ячейки сеточной области достаточно надежное значение спектральной плотности трудно получить. В этом случае необходимо производить локальное уточнение прогноза, если нужно получить детальную картину волнения, например, при входе в залив или канал и т. д. При расчетах элементов волн над акваториями океанов всегда существуют открытые границы. В этих условиях в узлах сетки, лежащих на жидкой границе, необходимо задавать значения спектральной плотности энергии. Для этого могут быть использованы наблюденные значения высоты, периода и направления волн, либо полученные расчетным путем, например, по эмпирическим формулам Давидана

$$\left.\begin{aligned} \bar{h}_x &= 0{,}03V^2 (gx/V)^{0{,}43} \\ \bar{h}_t &= 0{,}0028V^2 (gt/V)^{0{,}57} \\ \overline{T}_x &= 0{,}263V\ (gx/V^2)^{0{,}215} \\ \overline{T}_t &= 0{,}254V\ (gt/V)^{0{,}285} \end{aligned}\right\} \tag{3.77}$$

Тогда спектральную плотность $S(\omega, \theta)$ можно вычислить по одной из аппроксимативных формул спектра (см. гл. 1).

Если на жидких границах расчетной области наблюдается слабое волнение, то волнами, приходящими извне, можно пренебречь и значения спектральной плотности на границе области принять равными нулю. В некоторых случаях на жидкой границе расчетной области задаются значения спектральной плотности, соответствующие полностью развитому волнению. Если граница расчетной области совпадает с кромкой льда, положение которой не остается постоянным во времени, необходимо при каждом новом счете прогноза уточнять положение кромки льда. Задание нулевых граничных условий можно допустить и в том случае, если область расчета значительно превышает область, для которой составляется прогноз. Очевидно, задание тех или иных начальных и граничных условий определяется в каждом конкретном случае и зависит как от наличия исходной информации, так и от ветроволновых условий над океаном.

Модель ЛО ГОИНа является достаточно общей и может быть применима к различным акваториям океанов и морей. Однако из-за большого разнообразия условий развития волнения на морях и океанах, процессы, существенные для одной акватории, могут оказаться несущественными для другой. Поэтому в каждом конкретном случае модель требует своего видоизменения и уточнения. Выбор оптимальной модели во многом зависит от точности, репрезентативности и полноты исходных данных о ветре и волнении. Модель проверялась в приложении к восточной части Финского залива и северной части Атлантического океана с целью доведения ее до практического использования. Ниже рассматриваются результаты модельных расчетов для Северной Атлантики [10]. В каждом узле сеточной области двухмерный спектр волн аппроксимировался набором дискретных спектральных составляющих $S(\omega_i, \theta_j)$: 12 частотами $\omega = 0{,}251$; 0,345; 0,440; 0,565; 0,691; 0,816; 0,942; 1,068; 1,256; 1,444; 1,633; 1,884 и 12 направлениями, взятыми через 30°. Данные о поле ветра в различных модельных расчетах вводились в ЭВМ через 6 или 12 ч. Для точных расчетов необходима более детальная информация о поле ветра, например, через 3 ч. Однако в синоптических архивах такая информация по Северной Атлантике отсутствует. Модельные расчеты производились при нулевых начальных и граничных условиях.

Шторм 15—20 декабря 1959 г. Этот шторм был «пробным камнем» для испытания методов расчета [89, 111]. Он обеспечен достаточно подробно данными визуальных и инструментальных наблюдений. По нему проверялись различные расчетные методы — как спектральные, так и неспектральные. Это дало возможность сравнить результаты расчетов по испытываемой модели с результатами расчетов по другим моделям.

Синоптическая ситуация за время шторма определялась быстро перемещающимся (со средней скоростью 50 миль/ч) в восточном направлении циклоном (рис. 13). Атмосферное давление в центре циклона за сутки с 18 ч 15 декабря до 18 ч гринв. 16 декабря упало на 30 гПа. Область сильных ветров со скоростями до 30 м/с была связана с прохождением холодного фронта и располагалась юго-западнее центра циклона. Высота волн в районе судна погоды J по инструментальным данным достигала 12 м. Характерным для данной синоптической ситуации было то, что 16 декабря в 18 ч гринв. с североамериканского континента спустился на океан новый циклон с атмосферным давлением в центре 995 гПа. Этот циклон быстро развивался (давление за 12 ч упало на 25 гПа), обусловив вторую штормовую область с высотами волн до 6 м, которая смещалась к востоку. Между этими двумя областями наблюдалось относительно слабое волнение с высотами волн до 3—4 м. Во время этого шторма в районе положения судна погоды J производились записи волнения бортовым волнографом системы Таккера через 6-часовые промежутки времени. По этим записям были вычислены частотные спектры и значительные высоты волн. Кроме этих данных были также использованы визуальные наблюдения за волнами на судне J и других судах погоды. Данные о скорости и направлении ветра снимались с синоптических карт.

Модельные расчеты производились для сеточных областей с различным шагом по времени и расстоянию, а также с различной детализацией поля ветра, с тем чтобы определить наиболее оптимальный вариант решения задачи.

Количественная оценка точности расчетов высот волн по испытываемой модели и по моделям других авторов приведена

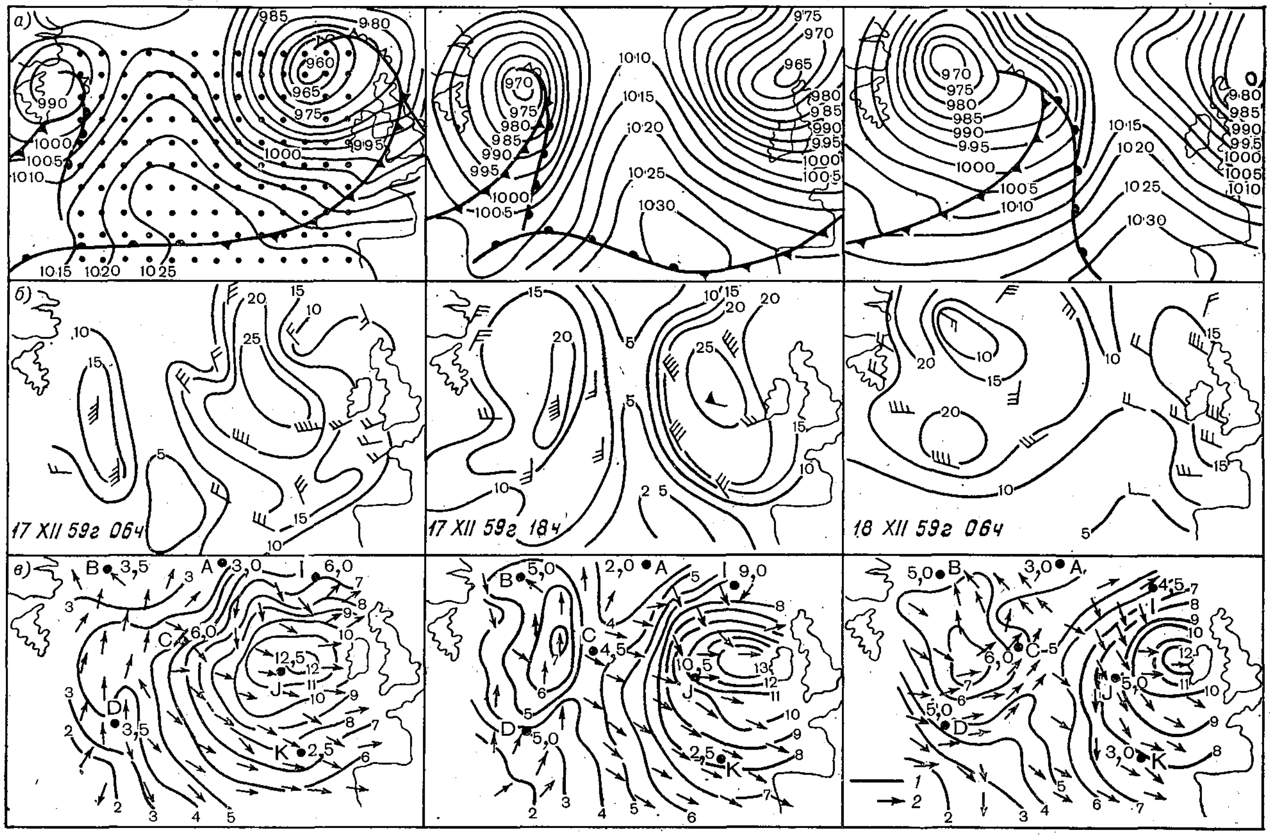

Рис. 13. Типичная синоптическая (*а*) и ветровая (*б*) ситуация во время шторма 17—18 декабря 1959 г. и соответствующие им вычисленные поля волн (*в*).

1 — высота волны; *2* — направление.

в табл. 4. В целом результаты модельных расчетов по испытываемой схеме при различных заданиях исходных данных оказались удовлетворительными и не существенно расходящимися между собой. Средние абсолютные ошибки колеблются от 1,1 до 1,3 м, а средние относительные ошибки от 14,0 до 21 % при изменении высот волн от 4 до 12 м. Как и следовало ожидать, наиболее точные результаты получились при большой детализации поля ветра по времени и по пространству. Определенный процент ошибок связан также с несовпадением узла сетки с положением судна погоды J.

В процессе анализа результатов численных экспериментов обращает на себя внимание тот факт, что на участке развития шторма точность расчетов оказалась выше, чем на участке затухания. Расчет при ослаблении скорости ветра дает более медленное затухание высоты волны, чем это показывают данные наблюдений. Анализ показывает, что это связано, главным образом, с пространственным и временным сглаживанием хода скорости и направления ветра. Чем больше интервал между последовательными полями ветра и чем больше шаг сетки, тем большее происходит сглаживание резких изменений в скорости и направлении ветра, а это в свою очередь приводит к более медленному и плавному затуханию волн (рис. 14).

Представляло интерес сравнить результаты модельных расчетов по методу ЛО ГОИНа с результатами расчетов по другим методам, как спектральным, так и неспектральным. Сравнимость расчетов обеспечивается тем, что они выполнены на основе одних и тех же данных о поле ветра [111] и оцениваются по одним и тем же данным наблюдений за волнением. Точность расчета высот волн спектральным методом зависит не столько от точности аппроксимации полей ветра набором дискретных значений скорости и направления ветра по времени и по площади, сколько от способа задания правой части уравнения (2.21). Отсутствие единой общепринятой теории развития волн приводит к известному произволу в выборе тех или иных компонент уравнения баланса, иногда физически необоснованных.

Как видно из табл. 5, на стадии развития шторма лучшие результаты дает метод ЛО ГОИНа. Наибольшие ошибки на стадии развития волн получились по спектральной модели Иноуэ. На стадии максимального развития шторма (вторые сутки) результаты расчетов по всем моделям оказались близкими друг к другу. Наибольшие расхождения между моделями получились на стадии затухания волн. Это естественно, так как поведение волн при ослаблении скорости ветра и его повороте наименее изучено. Для этих условий лучшие результаты показала модель Исозаки и Уджи, в которой, кроме диссипации энергии, учитывается также влияние встречных ветров, и неспектральная модель Вильсона.

ТАБЛИЦА 4

Оценка точности расчетов высот волн по моделям различных авторов по материалам судна погоды J

Дата	Время гринв. ч	Наблюденное		Точность расчета											
				ЛО ГОИН		Барнетт		Иноуэ		Исозаки		Вильсон		Шулейкин	
		скорость ветра, м/с	высота волны, м	абс. м	отн. %	абс.	отн.	абс.	отн.	абс.	отн.	абс.	отн.	абс.	отн.
16.12 1959 г.	12	12	4,1	—0,4	10	—0,9	22	—1,6	39	—0,4	10	—2,4	59	1,3	37
	15	16	4,5	0	0	—0,8	18	—1,5	33	—0,5	11	—1,3	29	1,1	24
	18	25	4,8	0,2	4	—1,0	21	—2,2	46	—0,7	15	—1,2	25	0,5	10
	21	22	6,0	—0,6	10	—0,5	8	—1,2	20	0	0	—1,0	17	1,0	17
17.12 1959 г.	00	31	7,5	—0,7	9	0,3	4	—1,0	13	1,3	17	—1,4	19	—1,4	19
	03	31	9,0	—0,3	3	0,5	6	0	0	2,0	22	—1,1	12	—1,9	21
	06	26	10,5	0,4	4	0	0	0,5	5	2,3	22	—0,2	2	0	0
	09	23	10,3	—0,5	5	—0,7	7	—0,8	8	1,3	13	—1,0	10	—0,1	1
	12	25	9,9	—1,0	10	—2,2	22	—1,7	17	—0,1	1	—1,2	12	—0,7	7
	15	25	10,3	—1,0	10	—2,3	22	—1,8	17	—0,2	2	0,2	2	—0,7	7
	18	25	12,0	0,4	3	—1,1	9	0,1	1	1,0	8	1,4	12	—0,8	7
	21	21	9,7	—1,9	20	—3,3	34	—2,1	22	—1,1	11	—1,2	12	0,7	7
18.12 1959 г.	00	18	10,8	—0,6	6	—1,7	16	—0,3	3	0,5	5	—0,3	3	2,6	2,4
	03	13	8,0	—3,2	40	—4,0	60	—1,3	16	—1,5	19	—1,0	12	—	—
	06	10	6,3	—4,7	75	—4,2	67	—1,7	27	—2,2	35	—1,3	21	—	—
Среднее				1,06	14,0	1,6	20,4	1,2	17,8	1,1	13,3	1,1	16,5	1,0	14,0

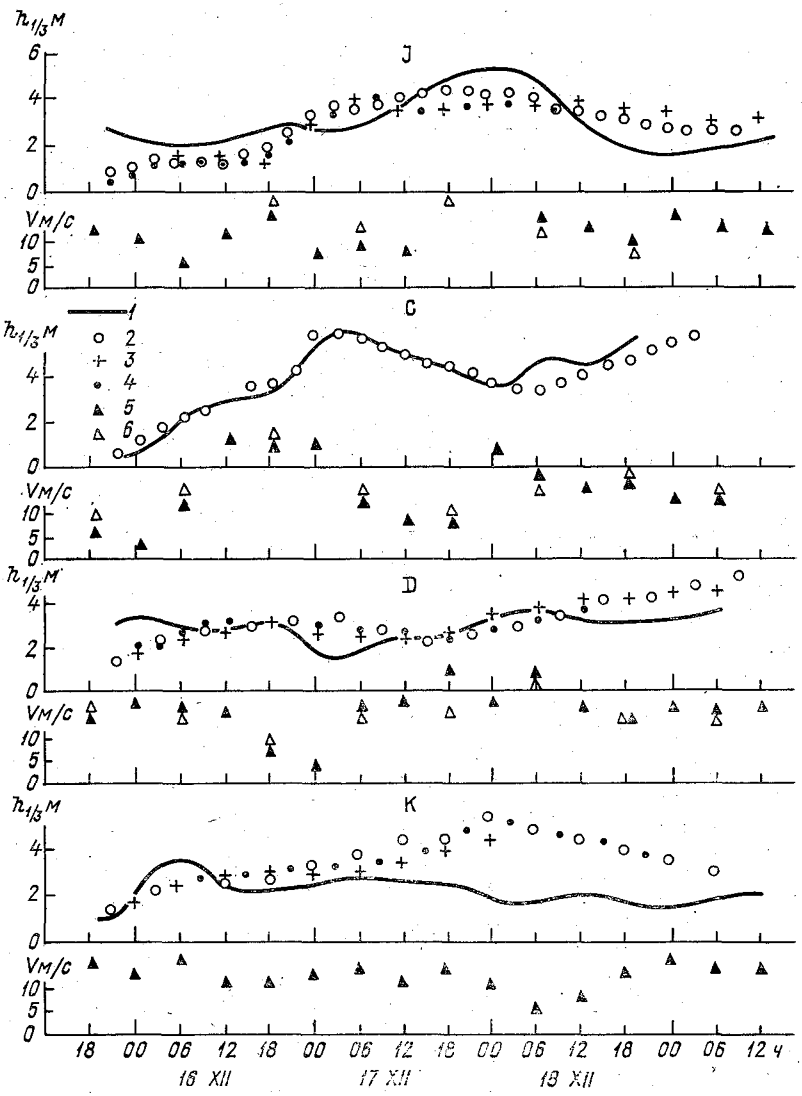

Рис. 14. Наблюденная (для судов погоды J, C, D и K) и вычисленная высота волн.

1 — наблюденная высота волны; *2*, *3*, *4* — вычисленная по различным экспериментам; *5* — наблюденная скорость ветра; *6* — скорость ветра, полученная по анализу.

ТАБЛИЦА 5

Оценки расчета высот волн по различным моделям на 1, 2, 3 сут для судна погоды J

Автор модели	16 XII 1959 г.		17 XII 1959 г.		18 XII 1959 г.		Средние ошибки за 3 сут
	на момент прогноза 18 ч гринв.	средняя ошибка за 1 сут	на момент прогноза 18 ч гринв.	средняя ошибка за 2 сут	на момент прогноза 18 ч гринв.	средняя ошибка за 3 сут	
ЛО ГОИН	0,2/4	0,2/5	0,4/3	0,5/5	1,7/34	2,7/49	1,4/24
Барнетт	1,0/21	0,9/20	1,1/9	1,0/10	2,1/43	3,2/47	1,9/30
Иноуэ	2,2/46	1,8/40	0,1/1	0,9/10	—/—	—/—	—/—
Исозаки и Уджи	0,7/15	0,5/12	1,0/8	1,0/10	0,8/16	1,4/25	1,1/17
Вильсон	1,2/25	1,6/38	1,4/12	0,9/10	0,8/16	0,8/13	1,0/16
Шулейкин	0,5/10	1,0/24	0,8/7	0,8/10	—/—	—/—	—/—

Примечание. В числителе — абсолютная ошибка, м; в знаменателе относительная ошибка, %.

При сопоставлении наблюденных и вычисленных частотных спектров по мере развития шторма такого близкого соответствия, как при сопоставлении наблюденных и вычисленных высот волн, не обнаруживается (рис. 15). Вычисленные и наблюденные спектры достаточно хорошо совпадают на высокочастотном участке и расходятся в области низких частот. Спектральные максимумы вычисленных спектров смещены в сторону низких частот по отношению к наблюденным. Сравнение результатов модельных расчетов показывает, что они расходятся только по плотности энергии в области спектрального максимума. При этом в начале развития шторма спектры, рассчитанные по двум вариантам, совпадают, а на последующих стадиях развития волнения они расходятся. Спектры, полученные при более детальных расчетах, показывают более быстрый рост энергии и более быстрое затухание по сравнению со спектрами, рассчитанными по более грубой аппроксимации полей ветра.

Анализ результатов расчета спектров показал, что наблюдающиеся расхождения между наблюденными и вычисленными спектрами связаны главным образом с неточным заданием полей ветра. Одна и та же ошибка в определении скорости ветра при слабых ($V<10$ м/с) и сильных ($V>20$ м/с) ветрах приводит к большим ошибкам высоты волны и спектральной плотности при сильных ветрах. Следует отметить, что вычисленные спектральные кривые более сглажены, особенно на высокочастотном участке спектра, что определяется схемати-

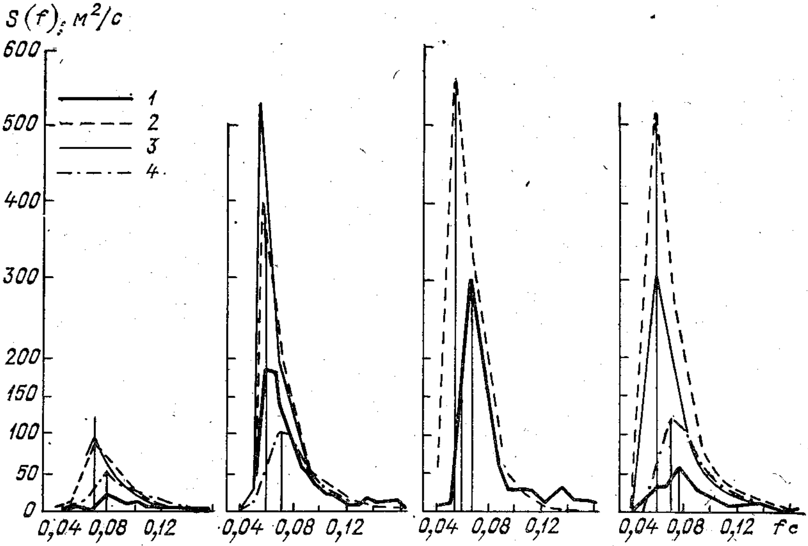

Рис. 15. Наблюденные и вычисленные частотные спектры волн для различных стадий развития шторма.

1 — наблюденный спектр; 2, 3 — вычисленные спектры по модели ЛО ГОИНа; 4 — по модели Исозаки и Уджи [196].

зацией полей ветра. Для сравнения на рис. 15 приведены спектры, рассчитанные Исозаки и Уджи [127] для судна погоды J. По их расчетам получились заниженные значения спектральной плотности на основном участке развития шторма. Это, как объясняют сами авторы, связано с занижением скорости ветра по сравнению с наблюденными скоростями ветра. Рассмотренный выше пример расчета частотных спектров показывает, что они более чувствительны к изменениям скорости ветра, чем высота волн и, следовательно, для их расчета необходима более точная и детальная информация о ветровых условиях над океаном.

При проведении численных экспериментов с моделью ЛО ГОИНа рассчитывались также и двумерные спектры. К сожалению, нет наблюденных данных о двумерном спектре для сравнения. Однако представляют интерес и расчетные двумерные спектры. Известно, что волны в шторме всегда трехмерны, т. е. спектры являются функцией не только частоты, но и направления, в котором распространяются спектральные составляющие. В результате этого, энергия волн распределяется в достаточно широком диапазоне углов по отношению к преобладающему направлению волн, которое близко совпа-

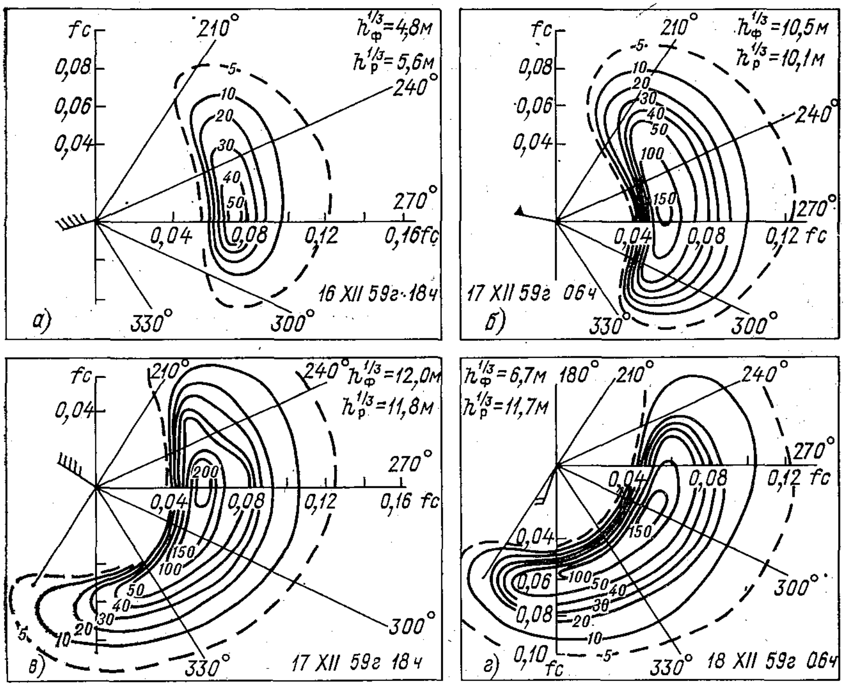

Рис. 16. Вычисленные двухмерные спектры для различных стадий развития шторма.

дает с направлением ветра. При ослаблении ветра прекращается процесс развития волн. В этом случае эффекты частотной и угловой дисперсии начинают перераспределять энергию волн в двумерном спектре (рис. 16). В начале развития шторма наибольшая энергия концентрируется в узком секторе $\pm15°$. С развитием волнения спектральная плотность растет и энергия распределяется во все более широком секторе, достигающем 120°. При этом максимум спектральной плотности смещается к более низким частотам. Вычисленные спектры показывают, что при ослаблении шторма спектральная плотность падает в области максимума, а угловая полоса распределения энергии при этом не уменьшается. Более детально угловое распределение спектральной энергии во времени для наиболее энергонесущих компонент показано на рис. 17. Основная энергонесущая составляющая имеет частоту 0,055 Гц (*1*). Характерно, что при ослаблении шторма на этой частоте появляются два энергетических максимума, соответствующих направлениям 0 и 90°. Это указывает на присутствие двух систем волн.

Шторм 4—10 января 1959 г. Этот шторм интересен с точки зрения возможности проверки спектральной модели в условиях

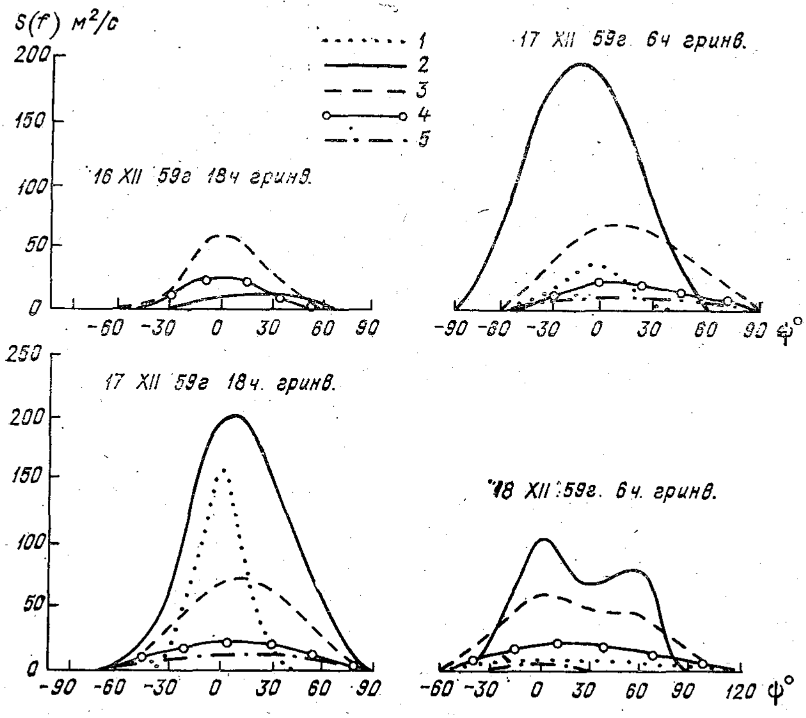

Рис. 17. Распределение угловой энергии во времени для наиболее энергонесущих компонент волн.

1 — f=0,04 Гц; *2* — f=0,055 Гц; *3* — f=0,07 Гц; *4* — f=0,09 Гц; *5* — f=0,10 Гц.

ограниченных разгонов ветра, когда он дует с берега в сторону открытого океана. Циклон быстро спускался с Северо-Американского континента на океан и двигался в северо-восточном направлении. За 12 ч с 6 ч до 18 ч 5 января давление в центре циклона упало на 20 гПа. Область максимальных ветров располагалась к юго-юго-западу от центра циклона за холодным фронтом. Скорость ветра в шторме достигала 30 м/с, а высоты волн 10 м (рис. 18).

Выбор этого шторма обусловлен также тем, что в Нью-Йоркском университете выполнены расчеты волновых спектров и высот волн на ЭВМ для всего января 1959 г. с 6-часовыми

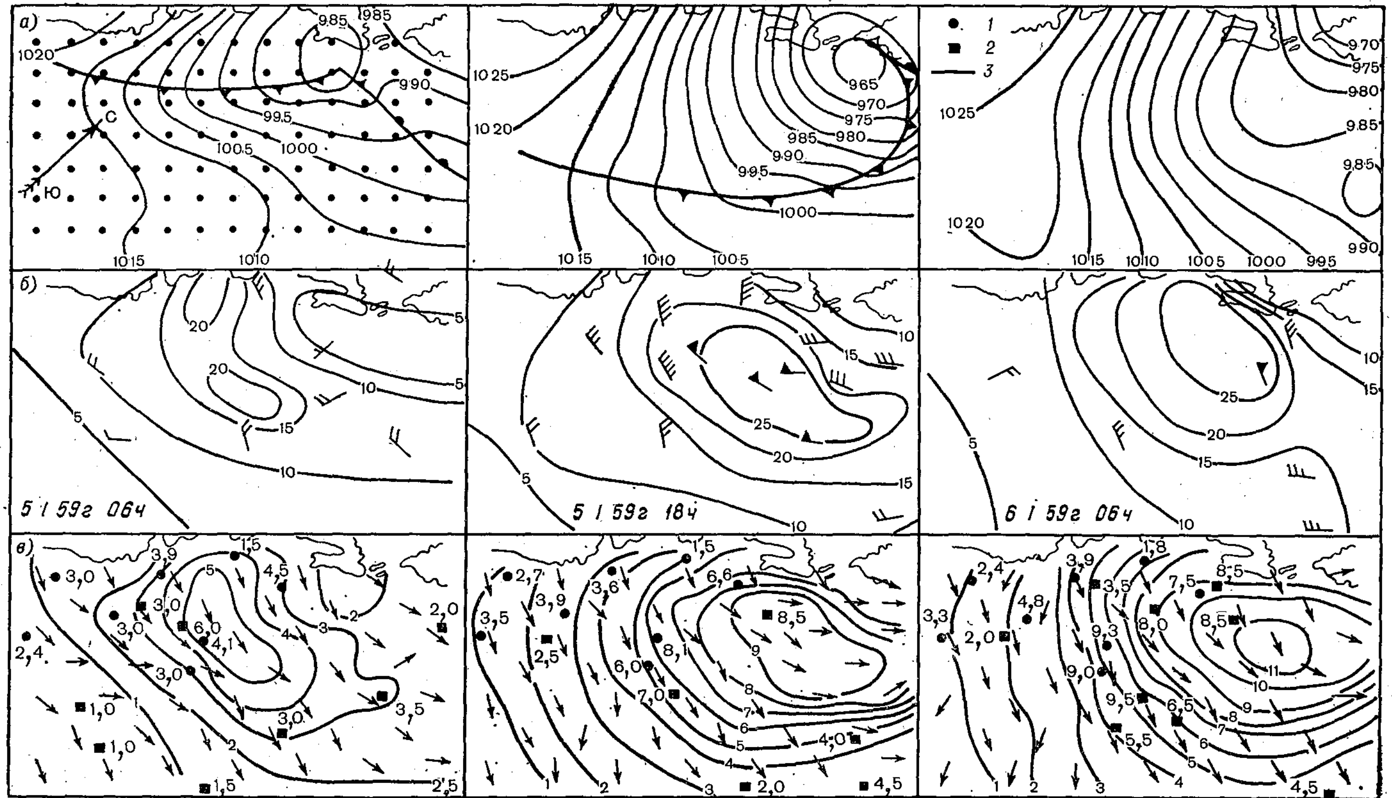

Рис. 18. Типичная синоптическая (*а*) и ветровая (*б*) ситуации во время шторма 5—6 января 1959 г. и соответствующие им вычисленные поля волн (*в*).

1 — вычисленные по данным США; *2* — наблюденные; *3* — вычисленные по методу ЛО ГОИНа.

интервалами времени для восьми точек океана [81]. Все они вошли в сеточную область (рис. 18 *а*), по которой производился модельный расчет. Исходные параметры принимались такими же, как и при шторме, описанном выше. Задавались нулевые начальные и граничные условия. Расчет начат 4 января в 18 ч, а анализ результатов — 12 ч спустя. Небольшой отрезок времени, принятый для «настройки» модели, связан с тем, что в начале расчета океан был практически спокоен и шторм возник внезапно над всей расчетной областью.

Рассчитанные поля распределения высот волн достаточно хорошо согласуются с синоптической и ветровой обстановкой и с данными визуальных наблюдений за волнением (рис. 18). В области сильных ветров американские вычисления близки к результатам, полученным по модели ЛО ГОИНа. Однако в области слабых ветров они оказались завышенными по сравнению с наблюденными данными и расчетами по модели ЛО ГОИНа.

Шторм 11—15 сентября 1961 г. Синоптическая ситуация в период шторма характеризовалась следующими особенностями: 11 сентября в 06 ч гринв. на фоне слабого градиентного поля атмосферного давления с несколькими ядрами низкого давления (995 гПа) располагалось два тропических циклона — северный и южный.

Северный тропический циклон через 12 ч превратился в обычный циклон умеренных широт. Давление в центре циклона за 12 ч упало от 985 до 975 гПа. Этот циклон перемещался в северо-восточном направлении, обусловив сильное штормовое волнение. Шторм достиг своего пика 12 сентября в 06 ч гринв., который сохранялся почти 35 ч., 12 сентября в 18 ч центр циклона находился в районе судна погоды J. Давление в центре упало до 955 гПа. Сила ветра за 9 ч (с 12 сентября 00 ч гринв.) увеличилась от 10 до 39 м/с, соответственно значительные высоты волн выросли от 2 до 10,5 м. Во время шторма судно погоды J зарегистрировало максимальную высоту волны 20 м, но, возможно, что между сроками наблюдений максимальные волны были еще выше (рис. 19).

Южный тропический циклон в этот период перемещался по сложной траектории между 30 и 40° с. ш. и 40 и 50° з. д. 14 сентября в 18 ч гринв. Вблизи центра этого тропического циклона зарегистрирована скорость ветра 35 м/с, а 15 сентября он превратился в обычный циклон умеренных широт.

Анализ вычисленных высот волн показал, что они оказались больше, чем наблюденные на судне погоды J, что можно объяснить несогласованностью сроков наблюдений со сроками, на которые приходились расчеты (рис. 20). Как было отмечено выше и в работе [94], высоты волн между сроками могли быть значительно выше, чем это дают срочные наблюдения. Таким образом, имеющиеся расхождения между наблюденными и

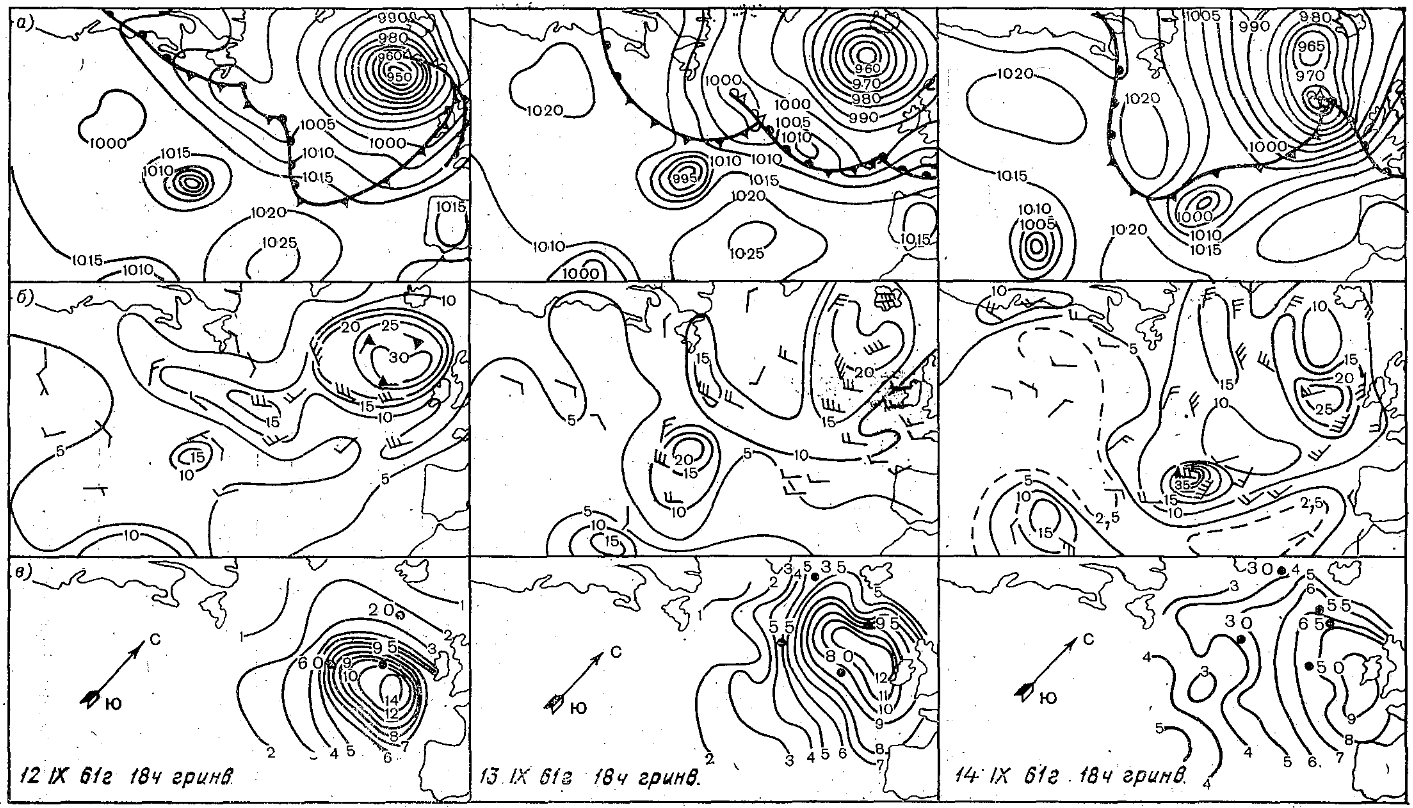

Рис. 19. Типичная синоптическая (*а*) и ветровая (*б*) ситуации во время шторма 12—14 сентября 1961 г. и соответствующие им вычисленные поля волн (*в*).

вычисленными высотами волн нельзя полностью отнести к недостатку модели. Для других судов погоды наблюдается достаточно хорошее соответствие между наблюденными и вычисленными высотами волн. Только для судна погоды К, как и в условиях шторма 15—20 декабря 1959 г., вычисленные высоты волн превышали наблюденные.

Метод С. Л. Дженюка. С. Л. Дженюк [28, 29] предложил метод прогноза спектральных характеристик волнения, осно-

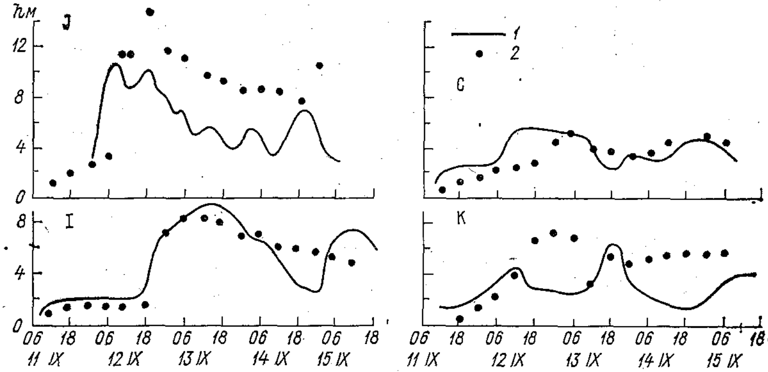

Рис. 20. Наблюденная (на судах погоды J, I, С и К) и вычисленная высота волн.

1 — наблюденная; *2* — вычисленная высоты волн.

ванный на аналитическом решении уравнения баланса спектральной энергии, которое он записывает в виде

$$\frac{\partial S}{\partial t} + V_x \frac{\partial S}{\partial x} + V_y \frac{\partial S}{\partial y} = (\alpha + \beta S)\left(1 - \frac{S}{S_\infty}\right). \tag{3.78}$$

В качестве начального условия задается поле спектральной плотности S_0 на начальный момент времени t_0, а в качестве граничного условия — значения спектральной плотности S_1 на границе расчетной области.

Аналитическое решение уравнения (3.78) при фиксированных значениях ω, θ, α и β находится методом характеристик и имеет вид

$$S = \frac{S_\infty (\alpha + \beta S^*) \exp\left[\left(\frac{\alpha}{S_\infty} + \beta\right)(t - t_0) - \alpha (S_\infty - S^*)\right]}{\beta (S_\infty - S^*) + (\alpha + \beta S^*) \exp\left[\left(\frac{\alpha}{S_\infty} - \beta\right)(t - t_0)\right]}, \tag{3.79}$$

где

$$S^* = \begin{cases} S_0 [x - V_x (t - t_0),\ y - V_y (t - t_0),\ t_0] & \text{при } (x, y) \in Q \\ S_1\left(x', y', \dfrac{x - x'}{V_x} \equiv \dfrac{y - y'}{V_y}\right) & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где Q — расчетная область.

Для идеализированных условий волнообразования, когда развитие волн начинается от состояния покоя ($S_0 = 0$ при $t = 0$) при неограниченном разгоне, аналитическое решение принимает вид

$$S(t) = \frac{\alpha \left[\exp\left(\frac{\alpha}{S_\infty} + \beta \right)(t - t_0) - 1 \right]}{\beta + \frac{\alpha}{S_\infty} \exp\left[\left(\frac{\alpha}{S_\infty} + \beta \right)(t - t_0) \right]}. \qquad (3.80)$$

В случае установившегося волнения соответствующее аналитическое решение имеет вид

$$S(x) = \frac{\alpha \left[\exp\left(\frac{\alpha}{S_\infty} + \beta \right)\frac{x}{V_x} - 1 \right]}{\beta + \frac{\alpha}{S_\infty} \exp\left[\left(\frac{\alpha}{S_\infty} + \beta \right)\frac{x}{V_x} \right]}. \qquad (3.81)$$

При этом параметр α записывается в форме (2.52), а параметр β в форме (2.57). Значение S_∞ вычисляется по Ю. М. Крылову [43]:

$$S_\infty = 0{,}636\omega^{-5}\cos^4\varphi. \qquad (3.82)$$

Для расчетов элементов смешанного волнения используется решение уравнения баланса в его полной форме (3.79). С этой целью был разработан алгоритм, где непрерывные поля всех величин заменяются дискретными. При выводе уравнения (3.79) параметры α и β принимались постоянными. Чтобы учесть изменения скорости и направления ветра во времени, расчет двумерного спектра волн выполняется шагами по времени. При этом скорость и направление ветра на каждом шаге считаются постоянными, а спектральная плотность, вычисленная на предыдущем шаге принимается в качестве начального условия для последующего шага. Шаги расчета по горизонтальным координатам и времени должны удовлетворять условию (3.71).

Двумерный непрерывный спектр аппроксимируется спектральными составляющими по частоте $\Delta\omega = 0{,}1$ рад/с и 16 составляющими по направлению $\Delta\theta = 22{,}5°$. Шаг по расстоянию $\Delta x = \Delta y = 200$ км, а шаг по времени $\Delta t = 3$ ч. Переход к средним значениям высот и периодов волн осуществляется по формулам (3.72), (3.73).

Численные расчеты были проведены для сеточной области, охватывающей 192 точки (16×12) и включающей Баренцево, Норвежское и Гренландское моря, с учетом переменного положения кромки льда.

Расчет ведется в следующей последовательности:

а) задается граница сеточной области с учетом положения кромки льда;

б) поле атмосферного давления пересчитывается в поле векторов ветра, относительно координат осей сетки;

в) для всех пар (ω_i, θ_j) в каждом узле расчетной области, за исключением граничных, вычисляются $S(\omega_i, \theta_j)$ по формуле (3.79). Одновременно накапливаются суммы

$$\sum_0^m \sum_0^n S(\omega_m, \theta_n) \Delta\omega \Delta\theta; \quad \sum_0^m \sum_0^n S(\omega_m, \theta_n) \omega^2 \Delta\omega \Delta\theta;$$

г) по формулам (3.72) и (3.73) вычисляются средние высоты $\bar{h}$ и средние периоды $\bar{T}$;

д) выбирается поле ветра следующего шага и расчет продолжается с п. б).

Дженюк предложил способ, позволяющий по вычисленной спектральной плотности определять средние высоты волновых систем. В каждом узле расчетной области отыскивается основной и все вторичные максимумы спектральной плотности и запоминаются соответствующие им значения ω_i, θ_j, $S_i(\omega, \theta)$. Это позволяет сразу определить направление распространения волновых систем и их период $\left(T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}\right)$. Предполагается, что высоты волн отдельных систем пропорциональны $\sqrt{S_i}$, где S_i — значение максимальной спектральной плотности, а суммарная средняя высота связана с ним соотношением

$$\bar{h}^2 = \sum_1^n h_i^2. \tag{3.83}$$

Если имеется n — волновых систем, то

$$h_i = \frac{\bar{h}}{\sqrt{\sum_1^n \frac{S_n}{S_i}}}. \tag{3.84}$$

В реальных условиях наблюдается, как правило, не более трех систем волн одновременно:

$$h_1 = \frac{\bar{h}}{\sqrt{1 + \frac{S_2 + S_3}{S_1}}}; \quad h_2 = \frac{\bar{h}}{\sqrt{1 + \frac{S_1 + S_3}{S_2}}};$$

$$h_3 = \frac{\bar{h}}{\sqrt{1 + \frac{S_1 + S_2}{S_3}}}.$$

Метод Баера. Баер запрограммировал для ЭВМ спектральный метод определения элементов волн, разработанный Пирсоном, Нейманом и Джеймсом [153]. Сеточная область, покрывающая северную часть Атлантического океана состояла из 80 узлов. Шаг вдоль осей координат составлял 200 км, а шаг по времени — 2 ч. В каждом узле сеточной области непрерывный двумерный спектр аппроксимировался дискретным набором частот и направлений. Значения спектральной плотности каждой компоненты в каждом узле сеточной области вычислялись по формуле Неймана (1.72) с учетом углового распределения спектральной энергии, которое принималось пропорциональным $\cos^2 \varphi$. Результаты расчетов для заданных скоростей ветра через 2-часовые промежутки времени выражены в форме таблиц, которые были зафиксированы в памяти ЭВМ. Процедура расчета элементов волн сводится к следующему. С известной скоростью ветра входят в таблицы, по которым определяется общее количество спектральной энергии, соответствующее этой скорости ветра. Определенная таким образом энергия добавляется к энергии, полученной на следующем временном шаге. При этом энергия распределялась по спектру таким образом, чтобы удовлетворялось условие: высокочастотные компоненты волн сначала должны достичь предельного развития, только после этого энергия будет передаваться более низким частотам. Результаты расчетов по модели Баера оставляли желать лучшего. Однако был сделан первый шаг на пути к использованию ЭВМ для расчетов и прогнозов спектров ветровых волн.

Метод Пирсона. Позже Пирсон с соавторами усовершенствовали численную схему Баера и формулу Пирсона—Московица для спектра при полностью развитом волнении, а также уточнили таблицы Баера для стадии роста волн. Затем они разработали численную модель расчета волнового спектра, основанную на решении уравнения баланса спектральной энергии в виде

$$\frac{\partial S(\omega, \Theta)}{\partial t} = G_1 + G_2 + G_3 - G_6, \tag{3.85}$$

где член слева характеризует локальное изменение спектральной энергии волн. Первые три члена в правой части уравнения описывают рост спектральных составляющих под действием ветра, согласно комбинированной теории Филлипса—Майлза. Четвертый член представляет собой функцию, ограничивающую рост волн вследствие потери энергии при обрушении гребней волн. При этом вводится искусственное условие: рост волн прекращается, если волны достигли своего предельного развития при данной скорости ветра, определяемого по формуле Пирсона—Московица (1.79). В каждом узле сеточной области и в каждый момент времени непрерывный двумерный спектр аппроксимируется 15 частотами и 12 направлениями. При этом приращение частот переменно, а приращение направления распространения спектральных составляющих постоянно и равно 30°. Таким образом в каждом узле сеточной области (519 узлов) рассчитывается и запоминается в памяти ЭВМ значение спектральной плотности для 180 компонент волн. Энергия каждой компоненты представляет собой вклад в общую дисперсию волнового процесса

$$\Delta_{ij}[\sigma^2] = \int\limits_{\omega_i - \frac{1}{2}\Delta\omega}^{\omega_i + \frac{1}{2}\Delta\omega} \left[\int\limits_{\pi\left(\frac{j}{6} - \frac{1}{12}\right)}^{\pi\left(\frac{j}{6} + \frac{1}{12}\right)} S(\omega, \theta)\, d\theta \right] d\omega. \qquad (3.86)$$

Эти величины изменяются на каждом шаге расчета, который принят равным 3 ч, так что в каждом узле сеточной области общая дисперсия представляет собой сумму энергий отдельных компонент волн.

Рост и диссипация энергии на стадии развития волнения рассчитываются по формуле

$$\frac{\partial S(\omega, \theta)}{\partial t} = \left\{ \alpha \left[1 - \left(\frac{S}{S_\infty} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \beta S \right\} \left[1 - \left(\frac{S}{S_\infty} \right)^2 \right], \qquad (3.87)$$

где параметры α и β записываются в полуэмпирической форме, предложенной Иноуэ [194]; S_∞ — полностью развитый спектр Пирсона—Московица (1.79). Диссипация энергии волн, обусловленная влиянием встречных ветров, определяется по формуле

$$S_D(\omega, \theta, t) = S(\omega, \theta, t_0) \exp\left[-d\sqrt{S}\,\omega^4 \right]^{K(\gamma)}, \qquad (3.88)$$

где S_D — значение спектральной плотности компоненты волны после диссипации; d — константа;

$$K(\gamma) = \begin{cases} 0 & 0^\circ < \gamma \leqslant 75^\circ \\ 1{,}5 & 75^\circ < \gamma \leqslant 105^\circ \\ 3{,}0 \quad \text{для} & 105^\circ < \gamma \leqslant 135^\circ \\ 4{,}5 & 135^\circ < \gamma \leqslant 165^\circ \\ 6{,}0 & 165^\circ < \gamma \leqslant 180^\circ \end{cases}$$

Распространение энергии волн вычисляется по методу «скачков» Пирсона. Модель проверялась Иноуэ на примере шторма в декабре 1959 г. в Северной Атлантике.

Модель Дербишайра и Симпсона [99]. Модель разработана применительно к Северной Атлантике и использовалась при расчетах оптимальных курсов судов. В основу модели положен частотный спектр Дербишайра (1.73) и функция углового распространения энергии (1.88). Сеточная область состоит из 81 узла (9×9) со стороной квадрата 200 м. миль. Непрерывный двумерный спектр аппроксимируется набором дискретных значений периодов и направлений распространения спектральных составляющих. Было принято семь периодов: 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 с и восемь направлений ($\Delta\theta = 45^\circ$).

Перенос спектральной энергии вдоль распространения волн вычислялся по формуле (1.88). Для упрощения расчетов значения спектральной плотности энергии задавались в табличной форме для разгонов более 200 м. миль. Эффекты встречных ветров учитывались вычитанием из энергии зыби энергии, развитой локальным ветром противоположного зыби направления. Если локальная энергия того же порядка, что и энергия зыби или даже больше, то $h_f^2 = 0$. Модель проверялась на конкретном шторме в Северной Атлантике в декабре 1959 г. по данным наблюдений на судне погоды J и показала хорошее соответствие между вычисленными и наблюденными высотами волн.

При составлении прогноза волнения исходные данные о поле ветра снимались с пяти синоптических карт, взятых через 12 ч, из которых четыре предшествовали моменту прогноза (48, 36, 24, 12 ч) и одна соответствовала моменту прогноза. Таким образом, заблаговременность прогноза составляла 12 ч. Процедура расчета заключалась в следующем. В узлах сеточной области в каждый момент времени рассчитывалась доля энергии, вносимая каждой компонентой волны, приходящих от восьми направлений. Затем результаты суммировались по формуле

$$h = K \sum_T \sum_\theta S(T,\ \theta)\, \Delta T \quad \theta.$$

Метод спектрально-угловых плотностей (DSA). Метод DSA был разработан группой авторов под руководством Джельси. Со временем метод получил несколько модификаций и усовершенствований. Один из последних вариантов используется под названием DSA-5M. Уравнение баланса спектральной энергии записывается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -V_{T,\theta} \operatorname{grad} \rho(T,\ \theta) + \eta(T,\ V)\, Q(\theta - \psi) - \\ - \frac{A\rho}{T^4} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \rho(S,\ \psi)\, dS\, d\psi. \tag{3.89}$$

Первый член правой части уравнения учитывает перенос энергии, второй — рост спектральных составляющих под действием ветра и третий — затухание волн вследствие влияния турбулентной вязкости воды.

Если в данной точке в фиксированный момент времени известны спектральные плотности всех компонент $\rho(T,\ \theta)$, то общая энергия волнового движения будет иметь вид

$$E = ds \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \rho(T,\ \theta)\, d\theta\, dT. \tag{3.90}$$

При этом дисперсия волнового движения запишется в виде

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{\rho_w g} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \rho(T, \theta)\, dT\, d\theta. \tag{3.91}$$

Поскольку практиков часто интересует сама высота волны, то для ее получения используется эмпирическое соотношение

$$h = K\sigma_z, \tag{3.92}$$

где K — эмпирический коэффициент, определяемый по волнографным записям.

Перенос энергии спектральных составляющих за время t определялся по формуле

$$\frac{\partial \rho_{T\theta}}{\partial t} = -\mathbf{V}_{T\theta} \operatorname{grad} \rho_{T\theta}. \tag{3.93}$$

Рост волн, обусловленный воздействием ветра и переносом энергии, описывается выражением

$$\frac{\partial \rho_{T\theta}}{\partial t} = -\mathbf{V} \operatorname{grad} \rho + \eta_{T\theta}, \tag{3.94}$$

где $\eta_{T\theta}$ записывается в виде линейной комбинации

$$\eta_{T\theta} = (G - \rho) F. \tag{3.95}$$

Выражение ρF представляет собой диссипацию энергии. Выражение GF учитывает вклад энергии ветра. Он положителен, если $\eta > 0$ и отрицателен, если $\eta < 0$.

Функции G и F зависят от периода спектральных компонент, скорости ветра и угла между направлением ветра и направлением компоненты волны. G соответствует полностью развитому волнению, а значения F определяются из условия максимального приближения экспоненциального роста спектральных составляющих к билинейной.

$$\eta_{T\theta} = \frac{3 \cdot 0{,}243 T^2}{V^3} (V - 2T)^3\, Q(\theta - \omega), \tag{3.96}$$

где $Q(\theta - \omega)$ характеризует угловое распределение волновой энергии пропорциональное $\frac{2}{\pi} \cos^2(\theta - \omega)$.

Применительно к Северной Атлантике используется сетка из 1500 узлов со стороной квадрата 90 м. миль. Непрерывный спектр аппроксимируется дискретным спектром, включающим 6 частот с интервалом 3 с и 16 направлений. Таким образом, DSA в каждой точке и каждый момент времени описывается 96 спектральными составляющими. Расчет ведется с шагом по времени 3 ч. Поскольку исходные поля ветра задаются через 6 ч, то одно и то же поле ветра используется дважды. Высоту волны в узлах сеточной области получают суммированием спектральных плотностей по частотам и направлениям

$$h_{1/10} = 3{,}2 \sqrt{\sum_T \sum_\theta \rho_{T\theta}}, \tag{3.97}$$

где $h_{1/10}$ — средняя высота из одной десятой наибольших высот волн на волнографной записи.

Метод Исозаки и Уджи [127—129]. В основу модели положено уравнение (2.21). Для расчета распространения спектральной энергии применен метод, представляющий комбинацию конечно-разностной схемы и искусственный прием «скачков». Он учитывает эффекты угловой и частотной дисперсии компонент спектра. Эффект угловой дисперсии учитывается следующим образом (рис. 21). Пусть в точке $P(i, j)$ в момент времени t_1 прибывает компонента по направлению θ. Прежде всего необходимо знать волновое поле вдоль направления θ в момент $t_1 - \Delta t$. Значение плотности спектральной энергии компоненты S_x в точке P_x вычисляется по формуле

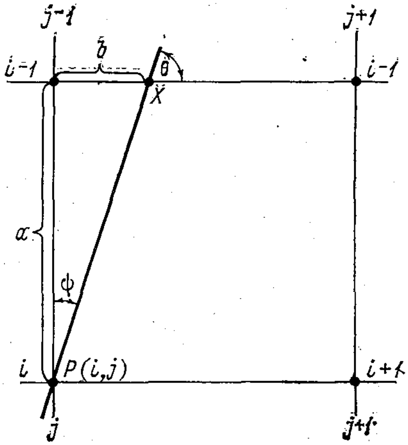

Рис. 21. К расчету угловой дисперсии волн в модели Исозаки и Уджи [196].

$$S_x = \frac{1}{a}\{bS(i-1,\ j+1) + (a-b)\,S(i-1,\ j)\}, \tag{3.98}$$

где a и b показаны на рисунке. Тогда общая энергия распространения в направлении θ в точке x равна

$$S_n = \frac{8}{\pi} \int\limits_{\theta-\frac{\pi}{16}}^{\theta+\frac{\pi}{16}} S_x\, d\theta. \tag{3.99}$$

Градиент плотности спектральной энергии запишется в виде

$$\Delta S(i,\ j) = \frac{S_n - S(i,\ j)}{a} \cos\psi, \tag{3.100}$$

где ψ — наименьший угол между направлением θ и осями координат. В результате плотность спектральной энергии компоненты волны в точке $P(i, j)$ в момент t_1 будет равна

$$[S(i,\ j)]_{t=t_1} = [S(i,\ j)]_{t=t_1-\Delta t} + [\Delta S(i,\ j)]_{t=t_1-\Delta t} V\,\Delta t, \tag{3.101}$$

где **V** — групповая скорость волны. Эта формула хорошо подходит к конечно-разностной схеме, но часто приводит к слишком большой частотной дисперсии. Ошибки, обусловленные этим обстоятельством, корректируются следующим образом. Рассматривается последовательность точек Y_1, Y_2, Y_3, ... вдоль траектории распространения компоненты волны через одинаковые расстояния, соответствующие отрезку PX. Около каждой точки задается достаточно малый отрезок ΔY (рис. 22).

Компонента волны перемещается за один временной шаг на расстояние $\mathbf{V}\,\Delta t$ и займет некоторое положение. При этом может быть три случая:

1. Компонента попадает в интервал $Y_1 - \Delta Y$;
2. Компонента попадает внутрь интервала ΔY;
3. Компонента окажется за точкой Y_1.

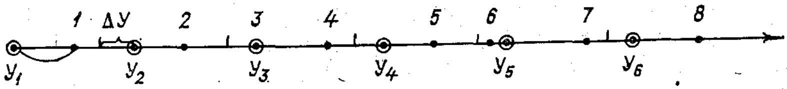

Рис. 22. Корректировка частотной дисперсии волн в модели Исозаки и Уджи [196].

На рис. 22 временные шаги 1, 4 и 7 относятся к первому случаю; 3 и 6 — ко второму случаю; 2, 5 и 8 — к третьему случаю. В первом случае энергия волны S_{Y_1} сохраняется в точке Y_1. Во втором случае часть энергии S_{Y_1} перемещается в точку Y_{i+1}, а другая часть, равная $(1-P)S_{Y_1}$ остается в точке Y_1. Здесь $P<1$ — эмпирическая константа. В третьем случае энергия волны переносится в точку Y_{i+1}, где она разделяется: часть остается в точке Y_{i+1}, а другая часть переносится в точку Y_{i+2}.

Расчет роста энергии спектральных составляющих производится с учетом комбинированного механизма Филлипса и Майлза

$$G = \alpha + \beta S.$$

При этом выражения для α и β записываются в форме Иноуэ [194]

$$\alpha(\omega,\ V_*) = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{3{,}54 \cdot 10^{11}\omega^{5{,}25}V_*^{2{,}25}}{\frac{1}{4}\left(\frac{\omega}{V_*}\right)^2 - (k\sin\theta)^2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{V}\right)^{2{,}5} + \left(k\cos\theta - \frac{\omega}{V_*}\right)^2\right]}\,d\theta; \tag{3.102}$$

$$\beta(\omega,\ V_*) = 5\exp\left\{-7000\left[\left(\frac{V_*}{C}\right) - 0{,}031\right]^2\right\} + 2612\left(\frac{V_*}{C}\right)^2\exp\left[-0{,}0004\left(\frac{C}{V_*}\right)^2\right]\omega, \tag{3.103}$$

где V_* — скорость трения. Скорость трения пересчитывается в скорость ветра по эмпирической формуле Кузнецова

$$100\,V_* = 2{,}67V + 3{,}15 \text{ для } V < 11{,}4 \text{ м/с};$$
$$100V_* = 12{,}14V - 105{,}0 \text{ для } V > 11{,}4 \text{ м/с}. \qquad (3.104)$$

Функция углового распространения энергии принимается пропорциональной $\cos^2\theta$. Учет диссипации энергии в процессе развития волн производится путем умножения линейного α и экспоненциального β членов на выражение $\left[1 - \left(\frac{S}{S_\infty}\right)^q\right]$, где $q = 2$; S_∞ — полностью развитый спектр волнения по Пирсону и Московицу.

Диссипация в результате турбулентного трения учитывается с помощью выражения

$$G = -D\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^4 S, \qquad (3.105)$$

где D — константа, определяемая экспериментально. Из формулы видно, что энергия диссипации очень мала для низкочастотных компонент волн по сравнению с высокочастотными. Так что деформация формы спектра происходит, по-видимому, в основном вследствие переноса энергии между компонентами спектра за счет нелинейных взаимодействий. Однако Исозаки и Уджи не учитывают нелинейных взаимодействий между компонентами спектра. Зато в модели учитывается влияние встречных ветров. Выражение для учета диссипации энергии волн под влиянием встречных ветров принимается в виде

$$G = -\left[B + D\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^4\right] S. \qquad (3.106)$$

Таким образом, основные уравнения спектральной модели Исозаки и Уджи имеют вид для роста

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\mathbf{V}\,\nabla S + \left\{(\alpha + \beta S)\left[1 - \left(\frac{S}{S_\infty}\right)^2\right] Q(\theta)\right\}$$
$$\text{для } S \leqslant S_\infty, \quad \theta < 90°; \qquad (3.107)$$

для диссипации

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\mathbf{V}\,\nabla S - D\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^4 S \text{ для } S > S_\infty, \quad \theta < 90°; \qquad (3.108)$$

для встречных ветров

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\mathbf{V}\nabla S - \left[BQ(\theta) + D\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^4\right] \text{ для } \theta > 90°, \qquad (3.109)$$

где $Q(\theta)$ — функции углового распространения спектральной энергии.

Численное решение этой системы уравнений выполняется методом конечных разностей. В начальный момент море принимается спокойным. Расчет начинается за 4 сут до момента прогноза с тем, чтобы исключить влияние искусственных начальных условий. Граничное условие у берега принималось нулевым ($S=0$), т. е. считается, что энергия волны в береговой зоне полностью поглощается без отражения. На открытых границах расчетной области значение плотности спектральной энергии считается постоянным по нормали к границе $\frac{\partial S}{\partial n}=0$. Это искусственное условие, но лучше, чем считать $S=0$.

Сеточная область состояла из 519 точек со стороной квадрата 120 м. миль. Шаг по времени $\Delta t=6$ ч. Такой большой временной шаг не влияет на вычисленную устойчивость, поскольку процедура расчета сделана так, что выбор шага по времени не зависит от размера ячейки.

Непрерывный двумерный спектр аппроксимируется дискретным набором компонент с частотами от 0,04 Гц до 0,20 Гц с интервалом 0,01 Гц и 16 направлениями их распространения. Таким образом, волновой спектр в каждой точке описывается 272 компонентами. Модель была проверена в условиях шторма в Северной Атлантике в декабре 1959 г. и дала положительные результаты (см. рис. 15).

Параметрическая модель Хассельмана [122]. К. Хассельман с соавторами на основе обобщения данных наблюдений за ветром и волнением по программе JONSWAP в Северном море предложили метод расчета спектра развивающегося волнения. В результате анализа данных наблюдений авторы установили, что при однородном поле ветра и ограниченном разгоне форма спектра остается неизменной вследствие стабилизирующего эффекта нелинейного обмена энергией между различными участками спектра. Этим же объясняется сдвиг пика спектра в сторону низких частот. Авторы установили, что такой стабилизирующий эффект наблюдается и для развивающегося волнения.

По отношению к важнейшим параметрам спектра рассмотрено уравнение баланса спектральной энергии в виде

$$\frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial\nu}{\partial\tau}+P_0\frac{\partial\nu}{\partial\eta}\right)=N_0\nu^{7/3}+\frac{1}{\eta}\left(\frac{\partial\eta}{\partial\tau}+\frac{\partial\nu}{\partial\eta}\right), \qquad (3.110)$$

где ν — зависит от частоты максимума спектра и скорости ветра; $P_0=0{,}95$; $N_0=5\cdot5\cdot10^{-4}$. Уравнение баланса параметризуется через общую энергию спектра и частоту максимума ω_0. Стабилизирующий эффект обусловлен тем, что функция источника линейно связана со спектральной плотностью, а функция, описывающая нелинейный обмен, связана с ней кубической зависимостью. Поэтому при увеличении скорости ветра спектральная плотность в пике возрастает, но сразу же увеличивается и перекачка энергии к более низким и высоким частотам ($f>2f_0$). Поэтому между энергией, заключенной в спектре, частотой пика f_0 и скоростью ветра соблюдается однозначное соответствие. Угловое распределение энергии также аппроксимируется функцией двух аргументов: f/f_0 и $\nu = Vf_0/g$, где V — локальная скорость ветра.

По этим причинам для целей прогноза, когда высокая точность не достижима, вполне пригодна однопараметрическая модель, содержащая параметр ν. Однако ввиду отсутствия прямых измерений энергии, передаваемой от ветра волнам и диссипации энергии, соотношение между энергией спектра (выраженной константой Филлипса α) и частотой пика f_0 следует получать по эмпирическим данным. Полученные соотношения для квазиравновесного состояния спектра сопоставлены с разнообразными данными наблюдений и показали хорошее соответствие. Однако более сложные поля ветра исследованы слабо. Описанная модель применима только для ветрового волнения и не применима для расчета волн зыби.

Две модели Бантинга [91] для прогноза частотного спектра с заблаговременностью до 36 ч.

В первой модели учитывается аппроксимированная формула частотного спектра Пирсона—Московица для полностью развитого волнения (1.74) в сочетании с функцией углового распределения энергии SWOP (1.82).

Вторая модель представляет аналитическое решение упрощенного уравнения баланса спектральной энергии

$$\frac{\partial S}{\partial t} \equiv \alpha + \beta S; \tag{3.111}$$

вида

$$S(\omega,\ t) = \frac{\alpha\,[\exp(\beta t) - 1]}{\beta} \left\{1 + \frac{\alpha\,[\exp(\beta t) - 1]^2}{\beta S_\infty}\right\}^{-1/2}, \tag{3.112}$$

где $S(\omega,\ t)$ — энергетический спектр; S_∞ — спектр полностью развитого волнения (1.75).

При учете начальных условий

$$S(\omega,\ t) = \frac{\alpha\,\{\exp[\beta\,(t + t_0)] - 1\}}{\beta} \left[1 + \frac{\alpha\,\{\exp[\beta\,(t + t_0)] - 1\}^2}{\beta S_\infty}\right]^{-1/2}, \tag{3.113}$$

где

$$t_0 = \frac{1}{\beta} \ln \left\{1 + \frac{\beta S_0}{\alpha\left[1 - \left(\frac{S_0}{S_\infty}\right)^2\right]^{1/2}}\right\}$$

и S_0 — начальный спектр.

Параметры α и β учитывают механизмы Филлипса и Майлза и записываются в форме (2.52) и (2.59). Прогнозированные поля ветра брались через 6 ч.

Прогнозы спектров составлялись для Северной Атлантики с оценкой результатов по 5 точкам, ближайшим к положению судов погоды A, I, J, K и башенному основанию Аргус, расположенному в 40 км юго-западнее Бермудских островов.

Результаты расчетов по двум моделям различались мало. Более чувствительной к ошибкам в скорости ветра оказалась модель 2. Наилучшие прогнозы были получены при 18-часовой заблаговременности и для высокочастотного участка спектра.

Глава 4

ЭМПИРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ПРОГНОЗА ЭЛЕМЕНТОВ ВЕТРОВЫХ ВОЛН И ЗЫБИ

4.1. Общие положения

Применение описанных выше теоретических и полуэмпирических методов прогноза волнения в сложных условиях волнообразования, особенно в условиях мелкого моря, затруднительно. Это связано с отсутствием необходимых данных наблюдений и со слабой изученностью отдельных компонент уравнения баланса волновой энергии. Спектральные модели требуют знания спектра турбулентности воздушного потока, вертикального градиента ветра. Эти параметры в море не измеряются. Слабо изучены нелинейные взаимодействия волн и процесс диссипации энергии как в глубоком море, так и на мелководье. Все это заставляет прибегать к косвенным оценкам этих параметров. Кроме того, полуэмпирические модели требуют детальной информации о ветре по времени и пространству. Однако прогноз полей ветра недостаточно точен даже для наиболее подробно освещенной наблюдениями Северной Атлантики. Кроме того, требуются ЭВМ с большой памятью и быстродействием, что не всегда возможно обеспечить.

В связи с таким положением, в практической работе по прогнозам волнения наряду с гидродинамическими методами (как спектральными, так и неспектральными) дальнейшее развитие получают физико-статистические способы расчетов, основанные на анализе фактических наблюдений за ветром и волнением.

За последние годы благодаря созданию новой волноизмерительной аппаратуры накоплен значительный материал наблюдений за волнением. Разработаны принципиально новые возможности анализа данных наблюдений, а вместе с этим и переоценки эмпирических зависимостей между элементами волн и волнообразующими факторами. Так, группой авторов [57] предложен новый метод анализа наблюдений за ветровым волнением, основанный на выводах теории размерностей, выборочного метода математической статистики и закона больших чисел. Разработка дала новый эмпирический метод расчета элементов волн в глубоководных и мелководных бассейнах, по которому составлено практическое руководство [60].

Основные расчетные формулы для глубокого моря имеют вид

$$\frac{g\bar{h}_x}{V^2}=0{,}0042\left(\frac{gx}{V^2}\right)^{1/3}; \tag{4.1}$$

$$\frac{g\bar{h}_t}{V^2}=0{,}0013\left(\frac{gt}{V}\right)^{5/12}; \tag{4.2}$$

$$\frac{g\bar{T}_x}{V}=0{,}70\left(\frac{gx}{V^2}\right)^{1/6}; \tag{4.3}$$

$$\frac{g\bar{T}_t}{V}=0{,}34\left(\frac{gt}{V}\right)^{1/4}; \tag{4.4}$$

для мелкого моря

$$\frac{g\bar{h}_H}{V^2}=0{,}07\left(\frac{gH}{V^2}\right)^{3/5}. \tag{4.5}$$

В зарубежной литературе распространен эмпирический метод расчета волнения по Уилсону [170—172], позволяющий определить элементы значительных волн. Эмпирические формулы, полученные этим автором путем статистической обработки многочисленных инструментальных наблюдений в Северной Атлантике, имеют вид

$$\frac{C}{V}=1{,}37\left\{1-\left[1+0{,}008\left(\frac{gx}{V^2}\right)^{1/3}\right]^{-5}\right\}; \tag{4.6}$$

$$\frac{gh}{V^2}=0{,}30\left\{1-\left[1+0{,}004\left(\frac{gx}{V^2}\right)^{1/2}\right]^{-2}\right\}. \tag{4.7}$$

Вальден [169] метод Уилсона применил к соотношениям спектрального метода Пирсона—Неймана—Джеймса. Вальден заменил высоту волны h на значение энергии E_f при определенной частоте. Вместо периода T использовал T_i — предельное значение спектрального периода, зависящее от длины разгона и продолжительности действия ветра.

4.2. Физико-статистический метод прогноза полей волнения в Северной Атлантике

С развитием электронно-вычислительной техники появились возможности быстрой обработки большого статистического материала с целью получения устойчивых прогностических уравнений. Ряды наблюдений за элементами волн и волнообразующими факторами можно рассматривать как систему взаимосвязанных величин. Хорошую характеристику связей в таких системах дает нормированная корреляционная матрица.

Для явно нелинейных зависимостей используется матрица корреляционных отношений. Вычислив обе матрицы, можно получить достаточно полную информацию о статистических связях в изучаемой системе величин.

Наиболее простой путь реализации этой информации для прогноза элементов волн заключается в составлении уравнения регрессии вида

$$y = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_n x_n, \tag{4.8}$$

где a_1, a_2, ..., a_n — коэффициенты регрессии уравнения; a_0 — свободный член, определяемый по методу наименьших квадратов; x_1, x_2, ..., x_n — известные переменные (предикторы); y — предсказываемая величина.

Примером подобного рода разработок являются исследования [1, 2, 5]. Для того чтобы уравнения регрессии были устойчивы, т. е. хорошо работали не только на зависимой, но и на независимой выборке, необходимо, чтобы выполнялись следующие условия: а) ошибки измерений должны быть минимальны; б) дисперсия функции не должна зависеть от аргументов; в) зависимые переменные должны быть некоррелируемыми случайными величинами; г) независимые переменные должны быть некоррелируемы между собой; д) отклонение случайных величин от средней арифметической должно подчиняться закону нормального распределения; е) объем выборки должен в несколько раз превосходить число переменных. Естественно, что данные наблюдений за ветром и волнением, по которым строятся прогностические зависимости ни одному из этих условий полностью не удовлетворяют. При решении подобного рода задач обычно делаются допущения о приближенном удовлетворении этих условий.

Основываясь на изложенных положениях, в Гидрометцентре СССР З. К. Абузяровым разработан физико-статистический метод оперативного прогноза полей волнения для Северной Атлантики. Метод использовался для целей выбора наивыгоднейших путей плавания судов в океане.

Обычно в практике составления прогнозов волнения поля атмосферного давления пересчитываются в поля ветра. Вместе с тем хорошо известно, что такой пересчет в некоторых случаях приводит к существенным ошибкам. Так, например, трудно рассчитать ветер с необходимой точностью в области атмосферных фронтов или вблизи быстро углубляющихся центров циклонов, в зонах конвергенции и дивергенции воздушных потоков.

В связи с этим автор для расчета характеристик волн обратился к использованию не параметров ветра, а непосредственно полей атмосферного давления, охватывающих значительные акватории океана. Рассматривая последовательность барических полей, взятых через определенные промежутки времени (например, через 12 ч), можно приближенно учесть неустановившийся режим ветра. Такой подход исключает необходимость определения таких параметров ветра, как продолжительность его действия и длина разгона, которые трудно оценить объективно. Для совместного корреляционного анализа полей волнения и полей атмосферного давления над Северной Атлантикой последние удобно представлять аналитически функцией координат x и y в виде ряда

$$P(x, y) = B_{00}X_0(x)Y_0(y) + B_{10}X_1(x)Y_0(y) + \\ + B_{01}X_0(x)Y_1(y) + B_{11}X_1(x)Y_1(y) + \ldots \\ \ldots + B_{ij}X_i(x)Y_j(y) + \ldots, \tag{4.9}$$

где $X_i(x)$ и $Y_j(y)$ — собственные векторы ковариационной матрицы (естественные составляющие) вдоль осей x и y соответственно; B_{ij} — коэффициенты ряда, вычисляемые по формуле

$$B_{ij} = \sum P(x, y) X_i(x) Y_j(y). \tag{4.10}$$

Слагаемые ряда (4.9) представляют собой элементарные поля, описываемые кривыми 1, 2, ..., n-го порядка. Коэффициенты ряда определяют градиенты элементарных полей. Знак коэффициентов характеризует направление градиентов. При рассмотрении полей атмосферного давления элементарные поля можно отождествить с потоками воздуха, ориентированными в пространстве, при рассмотрении полей волнения — с распространением волн. Исключение составляет первый член ряда $B_{00}X_0(x)Y_0(y)$ характеризующий среднее значение величины P по площади. Элементарные поля $B_{01}X_0(x)Y_1(y)$, $B_{02}X_0(x)Y_2(y)$, $B_{03}X_0(x)Y_3(y)\ldots$ дают зональное распределение функции P. При положительном знаке коэффициента B функция P изменяется с юга на север, т. е. создается поток с запада на восток. При отрицательном знаке — наоборот.

Поля $B_{10}X_1(x)Y_0(y)$, $B_{20}X_2(x)Y_0(y)$, $B_{30}X_3(x)Y_0(y)$, ..., соответственно дают меридиональное распределение функции P. При положительном знаке коэффициента B функция P изменяется линейно с запада на восток, т. е. создается равномерный поток воздуха с юга на север. При отрицательном знаке — наоборот. Элементарные поля $B_{11}X_1(x)Y_1(y)$, $B_{12}X_1(x)Y_2(y)$, ..., характеризуют более сложные деформационные поля. Естественными составляющими метеорологического или гидрологического поля называются собственные векторы ковариационной матрицы этого поля, определяемого набором случайных величин в дискретных точках поля. При этом собственные числа ковариационной матрицы представляют дисперсии случайных величин при естественных составляющих разложения поля.

С точки зрения статистики разложения по собственным элементам корреляционной матрицы — это разложение по наиболее часто встречающимся комбинациям. Теоретические основы и способы нахождения естественных составляющих описаны в работе [11].

Разложение по эмпирическим ортогональным функциям обладает рядом преимуществ. Функции, по которым производится разложение, оптимальны (в смысле минимума средней квадратической ошибки разложения), а по разности суммы всех диагональных элементов корреляционной матрицы и суммы всех ее собственных чисел можно судить о средней квадратической ошибке разложения. Если собственные числа записать в убывающем порядке, то можно выбрать достаточное число собственных векторов для приближенного описания функции $P(x, y)$, заданной дискретно в точках, с необходимой степенью точности. Причем в связи с тем, что ряд быстро сходится (по сравнению со всяким другим разложением) главная информация сосредоточивается в сравнительно небольшом числе параметров и они наилучшим образом отвечают природе рассматриваемых исходных данных. Для получения точной аппроксимации функции $P(x, y)$ нужно взять все n слагаемых.

Изменение во времени коэффициентов разложения по ортогональным функциям носит как правило более закономерный характер, чем изменение самих данных наблюдений. Распределение повторяемостей новых переменных лучше подчиняется закону нормального распределения.

Поэтому при использовании их в качестве предикторов коэффициенты регрессии становятся более устойчивыми и уменьшается ошибка прогнозов на независимом материале. Кроме того, каждый собственный вектор можно картировать и он легко поддается физической интерпретации. Так, при разложении полей атмосферного давления первый вектор представляет колебания зональной циркуляции, второй — меридиональные колебания, векторы более высокого порядка описывают сходимость и расходимость потоков воздуха, циклонические и антициклонические образования и т. д.

При аналитическом представлении полей распределения атмосферного давления над Северной Атлантикой, как функции координат x, y, с помощью естественных составляющих (при порядке корреляционной матрицы 10—15) уже первые 10—16 членов ряда содержат 90—95 % информации о данном поле. Именно коэффициенты регрессии при первых естественных составляющих обладают наибольшей устойчивостью при переходе от одного статистического ряда к другому, в то время как коэффициенты регрессии при составляющих высокого порядка такой устойчивостью не обладают. Это позволяет при построении прогностических зависимостей ограничиться первыми несколькими коэффициентами ряда разложения поля.

При этом сохраняется устойчивость прогностического уравнения при переходе от зависимого ряда к независимому. Анализ степени сходимости ряда разложения полей распределения атмосферного давления показывает, что при построении прогностических уравнений достаточно ограничиться приближением третьего порядка, т. е. учетом первых 16 членов ряда разложения.

Естественные составляющие для описания полей распределения атмосферного давления над Северной Атлантикой определялись с использованием типов атмосферной циркуляции, установленных А. И. Соркиной [68]. Значения атмосферного давления в отклонениях от 1000 гПа снимались в узлах сеточной области, образуемой пересечением меридианов (14 точек) и параллелей (11 точек), взятых через 5° для всей последовательности карт. Для этой же сеточной области были вычислены естественные составляющие для описания полей распределения высот волн. Типизации полей распределения высот волн не производилось, поскольку поля волн достаточно тесно связаны с распределением атмосферного давления. Проанализированные карты волнения по Северной Атлантике сопоставлялись с типами атмосферной циркуляции за ряд лет. Для полей распределения атмосферного давления и для полей распределения высот волн было построено по две матрицы: одна, характеризующая распределение элемента вдоль параллелей, другая — вдоль меридианов. По полученным ковариационным матрицам на ЭВМ были вычислены собственные числа и собственные вектора.

Анализ ковариационных матриц позволяет вскрыть физическую взаимосвязь между полями распределения атмосферного давления над Северной Атлантикой и полями распределения высот волн. Изменение диагональных элементов матриц (рис. 23) можно рассматривать в качестве показателей интенсивности циклогенеза и волнения, а распределение вдоль параллелей и меридианов характеризует изменчивость последних по пространству. Как видно из рис. 23 *а*, область наибольшей интенсивности циклогенеза расположена севернее 45° с. ш. и обусловлена главным образом положением исландского минимума. На эту же область приходится наибольшая интенсивность волнения. Смещение максимума интенсивности волнения по отношению к максимуму интенсивности циклогенеза к югу обусловлено тем, что наиболее сильное волнение развивается на южной периферии циклонов. Южнее 45° с. ш. интенсивность как циклогенеза, так и волнения резко снижается, что связано с положением здесь устойчивой области высокого давления (азорский максимум), определяющего зону затишья. В этих районах преобладают волны зыби. Некоторое усиление интенсивности волнения в этой области связано с пассатами северо-восточного направления. Штормы здесь наблюдаются редко и обусловлены главным образом прохождением тропических ураганов.

Совершенно иной ход интенсивности циклогенеза и волнения наблюдается в широтном направлении. Интенсивность циклогенеза заметно слабее, а ее распределение более однородное, чем в меридиональном направлении. Это, по-видимому, объясняется тем, что преобладающее направление перемещения циклонов наблюдается в широтном направлении. Вместе с тем значительная интенсивность волнения наблюдается в восточной половине области. Такое распределение можно объяснить,

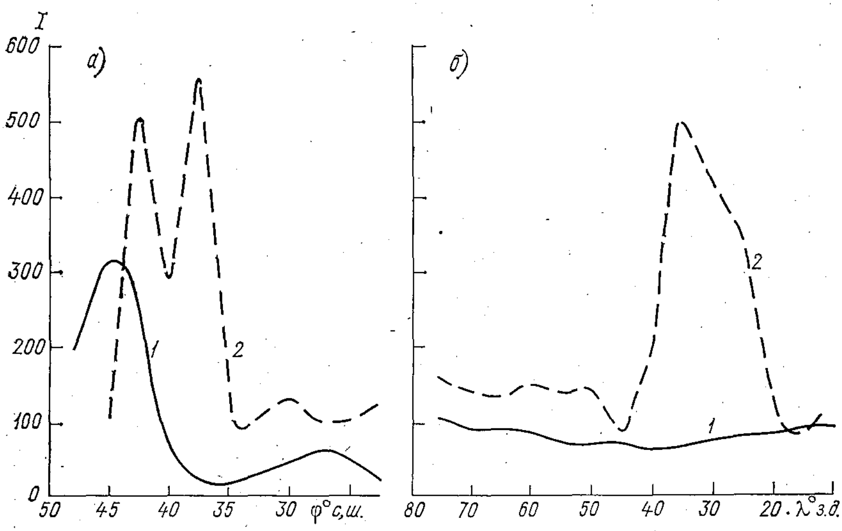

Рис. 23. Изменение диагональных элементов матриц поля атмосферного давления (*1*) и волнения (*2*) вдоль меридиана (*а*) и параллели (*б*).

с одной стороны, увеличением длины разгона в западно-восточном направлении, а с другой — тем, что в восточной половине Северной Атлантики движение циклонов, как правило, замедляется. Они становятся малоподвижными. В результате создаются условия, способствующие развитию сильного волнения. В малоподвижном циклоне продолжительность действия ветра, воздействующего на области, расположенные по периферии циклона, увеличивается. Особенно это заметно на южной периферии циклона, где направление движения циклона и направление ветра близко совпадают. Это приводит к развитию сильного волнения. Когда циклоны следуют сериями один за другим, то за небольшой отрезок времени между прохождением циклонов волнение сколько-нибудь заметно не ослабевает. Подошедший новый циклон передает волнам дополнительную энергию. В этих ситуациях высоты волн 10 м и более явление обычное.

Для установления прогностических зависимостей использовались материалы наблюдений за волнением и атмосферным давлением в Северной Атлантике за декабрь 1965 г. и январь—февраль 1966 г. Данные о высотах волн и направлениях их распространения снимались с карт волнения, взятых через 12 ч. В качестве аргументов использовались коэффициенты разложения полей атмосферного давления за тот же период, что и поля волнения и с той же дискретностью.

На основе изучения эволюции волновых полей от срока к сроку через 6 ч по проанализированным картам волнения было обнаружено, что они обладают способностью сохранять некоторое время свои характеристики (интенсивность, размеры штормовой области, конфигурацию изолиний и т. д.). Так, например, если в океане устанавливается определенный режим волнения и если не ожидается изменение ветра, то можно предполагать неизменность характеристик волновых полей в среднем в течение 12 ч. Это установлено путем соответствующей обработки наблюдений. Инерция следовательно дает вклад в прогнозируемую высоту волны, но не является решающей для того, чтобы только по ней давать прогнозы волнения.

Оказалось также, что в пределах 12 ч атмосферные процессы над океаном тоже достаточно устойчивы. Это обстоятельство дало основание в дальнейшем при построении прогностической зависимости вместо прогноза барического поля использовать фактическое барическое поле, взятое в момент составления прогноза.

При построении прогностических зависимостей результаты множественной корреляции показали наиболее высокие коэффициенты корреляции при учете 10 коэффициентов ряда разложения поля барики и высоты волны в момент составления прогноза. Таким образом, в качестве окончательного варианта были приняты уравнения вида

$$(h^2)_{t+\Delta t} = a_0 + \sum_{k=1}^{10} a_k (B_{ij})_t + a_{11} h_t^2, \tag{4.11}$$

где a_0, a_k и a_{11} — коэффициенты регрессии; B_{ij} — коэффициенты ряда разложения по ортогональным функциям поля атмосферного давления в момент составления прогноза t; h — высота волны в момент составления прогноза t. Такие уравнения были построены для 140 точек равномерно распределенных по акватории Северной Атлантики. Они позволяют прогнозировать высоту и направление распространения волн, вычисляемые соответственно по формулам

$$h = \sqrt{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}}; \tag{4.12}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{h_x}{h_y}\right). \tag{4.13}$$

Если повторять всю процедуру вычисления по уравнениям с 12-часовым шагом, пользуясь при этом полученными значениями высот волн после каждого шага в качестве начальных данных для следующего шага, можно увеличить заблаговременность прогноза до 2—3 сут. Заблаговременность в значительной степени зависит от надежности прогнозов полей атмосферного давления. Описанная процедура прогноза полей волнения запрограммирована для выполнения на ЭВМ. При составлении прогноза исходные данные о фактическом состоянии волнения в момент составления прогноза снимаются в 140 точках с карт волнения линейной интерполяцией и затем перфорируются. Прогноз полей атмосферного давления обычно бывает зафиксирован в памяти ЭВМ и вызывается с внешней памяти ЭВМ в нужное место оперативной памяти, предусмотренное программой счета характеристик волнения. Это делает метод удобным в практической работе. Кратко остановимся на результатах оценки точности расчетов и прогнозов волнения по этому методу (рис. 24).

В качестве показателя точности прогностических уравнений принимались обеспеченность и коэффициент корреляции между наблюденной и рассчитанной высотой волны. Направление распространения волн не оценивалось. Оценка точности данных о высоте волн производилась в соответствии с Наставлением по службе прогнозов. Наиболее надежно наблюдения за волнением ведут на судах погоды. Суда погоды I и J снабжены бортовыми волнографами Такера. По этим материалам и производилась проверка точности прогноза. Оценка производилась как по ряду, использованному для построения прогностических уравнений, так и по независимому ряду (с 1 по 15 января 1972 г.). Результаты оценок приведены в табл. 6. Как видно, обеспеченность метода как по одному, так и по другому ряду совпадает, что указывает на достаточно хорошую устойчивость во времени расчетных уравнений. При сопоставлении наблюденных и вычисленных высот волн обнаруживается тенденция к занижению вычисленных высот волн в области наибольших волн (более 6 м) и завышению в области малых волн (менее 3 м), т. е. наблюдается незначительная нелинейность. В этом проявляется принятое ранее допущение о линейности развития волн на отрезке времени в 6 ч.

Для уточнения вводится нелинейная поправка

$$h_{\text{ут}} = k h_{\text{р}}^{3/2}, \tag{4.14}$$

где $h_{\text{ут}}$ — уточненная высота волны, м; $h_{\text{р}}$ — расчетная высота волны по уравнениям, м; k — коэффициент, изменяющийся от 0,4 до 0,5 для различных судов погоды.

На основе разработанного метода была проведена серия прогнозов волн на трое суток. В качестве исходных данных использовались прогнозы барических полей на уровне моря,

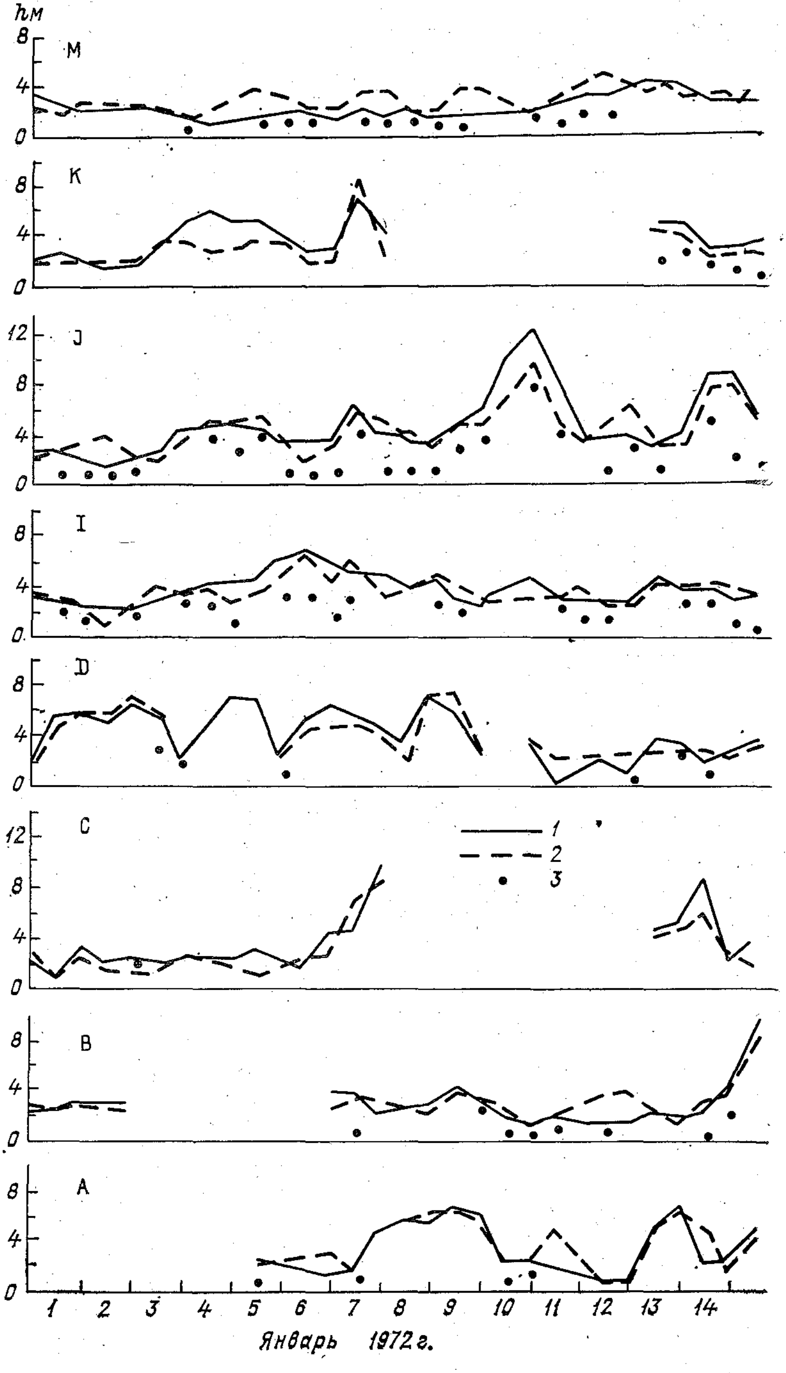
hм
M
K
J
I
D
C
B
A
1
2
3
Январь 1972 г.

ТАБЛИЦА 6

Коэффициенты корреляции между наблюденными и вычисленными высотами волн и обеспеченность уравнений для зависимого и независимого ряда наблюдений

	Суда погоды							
	A	B	C	D	I	J	K	M
Зависимый ряд								
Смешанное волнение	0,87	0,85	0,81	0,72	0,81	0,89	0,82	0,92
Ветровое волнение	0,72	0,81	0,53	0,58	0,73	0,59	0,70	0,67
Инерционный прогноз	0,70	0,69	0,57	0,65	0,70	0,69	0,57	0,76
Независимый ряд								
Смешанное волнение	—	0,88	0,81	0,73	0,67	0,38	0,90	0,40
Ветровое волнение	—	0,81	0,80	0,70	0,43	0,46	0,70	0,26
Обеспеченность уравнений, %								
Зависимый ряд	85	89	72	75	86	84	80	79
Независимый ряд	—	79	70	80	83	77	85	63

составляемые в Гидрометцентре СССР численным методом. Для сравнения на эти же сроки вычислены данные о волнении по фактическому барическому полю. Кроме того, параллельно даны прогнозы по методу Шулейкина (см. гл. 3). Оправдываемости прогноза поля волнения определялись отношением числа точек, в которых прогноз волн оправдался, к общему числу точек (40), принятых для оценки (табл. 7). Расчеты как по наблюденному, так и прогностическому барическому полю велись на все 3 сут. По этим результатам нельзя отдать явного предпочтения одной модели перед другой. Как для физико-статистической модели, так и для теоретической модели Шулейкина оценки получились одного порядка. Правда, прогнозы на вторые и третьи сутки по первой модели оказались несколько точнее, чем по второй, что, очевидно, связано с влиянием инерции волн. Ошибка расчетов по фактическим исходным данным как по первой, так и по второй модели, медленнее уменьшается во времени, чем при расчете по прогнозируемым исходным данным, так как в первом случае ошибка увеличивается только за счет несовершенства метода, а во втором случае ошибка растет как за счет несовершенства метода, так и несовершенства метеорологических прогнозов.

Рис. 24. Наблюденная (на судах погоды M, K, J, I, D, C, B, A) и вычисленная высота волн.

1 — наблюденная высота смешанного волнения; *2* — вычисленная высота волны; *3* — наблюденная высота ветровых волн.

Анализ результатов табл. 7 показывает, что прогноз волнения с достаточной для практики точностью можно давать не более чем на двое суток. На больший срок прогнозы волнения становятся неопределенными.

ТАБЛИЦА 7

Оценка расчетов и прогноз полей волн на 24, 48 и 72 ч по физико-статистическому и теоретическому методу, %

Период прогноза, 1975 г.	Статистический метод						Теоретический метод					
	расчет			прогноз			расчет			прогноз		
	24	48	72	24	48	72	24	48	72	24	48	72
17—19 I	68	74	75	65	70	68	80	70	64	70	48	50
21—23 I	81	80	74	78	65	50	73	68	60	76	65	48
24—26 I	80	81	70	75	73	58	76	72	65	73	68	60
28—30 I	84	78	74	72	70	65	73	58	76	72	65	63
16—18 III	90	72	65	70	60	64	77	74	76	74	59	58
21—23 III	85	77	73	72	75	63	72	72	65	62	53	53
25—27 III	79	77	68	81	75	67	85	84	72	85	80	56
27—29 III	76	78	71	78	60	62	88	72	69	78	50	35
28—30 III	80	73	65	80	75	42	64	72	77	53	37	54
2—4 IV	79	82	80	77	74	66	90	84	90	82	67	72
4—6 IV	85	81	67	70	72	60	86	80	68	80	83	67
26—28 III	78	69	71	66	70	54	81	75	74	75	60	54
Средняя	80	76	71	73	69	59	79	74	71	74	62	55

Следует отметить, что экспериментальные расчеты как по фактическим, так и прогностическим исходным данным проводились сразу на все трое суток, без промежуточного уточнения. Есть основания считать, что результаты были бы лучше, если бы расчет производился чаще, скажем, через каждые 24 ч, с введением в ЭВМ каждый раз фактических начальных данных.

4.3. Комплексный метод прогноза полей волнения

Комплексный метод прогноза элементов волн состоит в совместном анализе атмосферных процессов с процессами волнообразования по последовательным гидрометеорологическим картам с применением расчетных методов. При этом прослеживается история развития, перемещения и затухания волновых полей. Располагая последовательными гидрометеорологическими картами за несколько сроков, предшествующих прогнозу, всегда имеется возможность получить более или менее полное представление об условиях погоды, а следовательно, и изменении волновых полей. Преимущество такого анализа атмосферных и волновых процессов в том, что выявляется тенденция развития процесса во времени (6, 12, 24 ч и более). Экстраполируя эти процессы с учетом тенденции, можно дать достаточно надежный прогноз. При этом особую ценность имеет достоверное знание фактического волнения в момент составления прогноза.

При использовании синоптического метода имеется возможность быстрого перехода от анализа процессов волнения к прогнозу. Последний оказывается по существу логическим продолжением диагностического анализа и представляет экстраполяцию предшествующего развития процесса волнения на будущее.

Вместе с тем этот подход имеет и серьезные недостатки, главный из которых — субъективность решения. Три прогнозиста легко могут получить три разных прогноза по одной и той же исходной карте. Качество субъективного анализа и прогноза в сильной степени зависит от полноты и надежности данных наблюдений. Кроме того, синоптический метод не позволяет в полной мере использовать успехи теории развития, распространения и затухания волн. Поэтому наиболее эффективный подход состоит в комбинации синоптического анализа с физико-математическими расчетами.

В оперативной работе Гидрометцентра СССР прогноз волнения составляется следующим образом. На основе последовательного анализа карт волнения от срока к сроку, взятых через 12 ч, предшествующих моменту составления прогноза, устанавливается тенденция движения областей сильного и слабого волнения и путем экстраполяции определяется новое положение изолиний равных высот волн на 12 ч вперед. Такой прогноз можно назвать прогнозом первого приближения. Он будет тем лучше отвечать ожидаемым условиям волнения, чем консервативнее поле волнения. Чтобы проверить, не произошло ли резких изменений в поле ветра в каком-либо из районов области прогноза, карта первого приближения накладывается на карту прогноза поля ветра и устанавливается, где произошли резкие изменения скорости и направления ветра. В районах резких изменений поля ветра прогнозируемые значения высот волн определяются по номограмме (рис. 25), разработанной В. С. Красюком [39] для развивающихся волн и по табл. 8 и 9 для затухающих волн. В основу номограммы были положены формулы (4.1), (4.2).

В квадранте I находится градусная сетка, каждое деление которой по горизонтали соответствует одному градусу меридиана от 20° до 70° с. ш. По этой сетке определяют радиус кривизны изобар R с помощью измерителя путем подбора таким образом, чтобы дуга, проведенная из найденного центра, совпадала с участком изобары в окрестности расчетной точки.

В квадранте II находятся кривые, выражающие зависимость скорости ветра от градиента атмосферного давления и широты места. В квадранте III учитывается влияние кривизны изобар на скорость геострофического ветра. В квадранте IV по скорости ветра и разгону (сплошные) или продолжительности действия ветра (штриховые пунктирные линии) определяют высоту наиболее характерных волн.

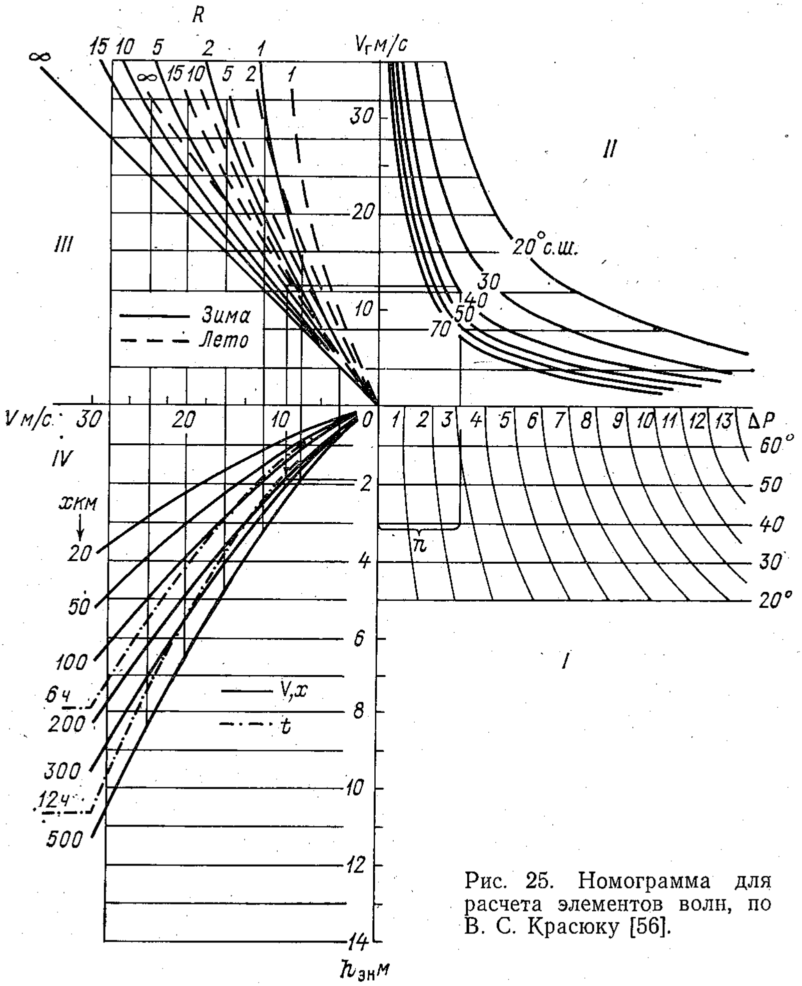

Рис. 25. Номограмма для расчета элементов волн, по В. С. Красюку [56].

Скорость ветра и высоту волны определяют следующим образом:

1) на карте прогноза атмосферного давления намечают характерные точки, для которых производится расчет;

2) для каждой из этих точек определяют радиус кривизны R изобар и градиент давления как расстояние между изобарами в области расчетной точки;

3) по найденному расстоянию n и радиусу кривизны R находят значение скорости ветра V;

4) в каждой точке определяют разгон и продолжительность действия ветра. Для определения последней необходимо иметь карты, предшествующие моменту прогноза;

5) по скорости ветра определяют высоту волны для найденных значений разгона и продолжительности действия ветра. В качестве прогноза принимается меньшее значение высоты волны.

К. М. Сиротов и Л. С. Сетт [65] усовершенствовали номограмму Красюка. Вместо разгона они предложили использовать кривизну изобар. Авторами была получена зависимость между высотой волн и радиусом кривизны R изобар при различных скоростях ветра, которая вошла в номограмму

$$\frac{gh}{V^2} \cdot 10^3 = f\left(\frac{gR}{V^2} \cdot 10^3\right). \tag{4.15}$$

Эта формула применима только для открытых районов океана. Когда ветер направлен от берега или от кромки льда, разгон определяется обычным способом, т. е. измеряется расстояние от берега (или кромки) до расчетной точки. Преимущество усовершенствованной номограммы состоит в том, что кривизна изобар определяется быстрее и более объективно, чем длина разгона.

Расчет зыби производится в двух вариантах: 1) рассматривается возможность прихода зыби в заданный район (табл. 8) и 2) рассчитывается высота затухающих волн, которые образовались ранее непосредственно в данной точке (табл. 9).

ТАБЛИЦА 8

Расстояние D (мили), на которое распространяется зыбь за время t и высота зыби h (м) в конце этого расстояния

Начальная высота волн зыби, м	t ч									
	6		12		18		24		30	
	D	h	D	h	D	h	D	h	D	h
10	110	8,0	220	6,4	350	5,2	475	4,4	600	4,0
9	100	7,2	200	5,8	310	4,9	430	4,1	560	3,4
8	90	6,4	180	5,2	275	4,6	380	3,8	495	3,3
7	80	5,6	160	4,6	240	4,2	335	3,5	420	3,2
6	65	4,8	135	4,1	205	3,7	290	3,2	370	2,8
5	50	4,0	110	3,5	170	3,1	240	2,9	300	2,5
4	40	3,2	90	2,8	140	2,6	190	2,3	240	1,9
3	30	2,3	70	2,0	110	1,7	150	1,5	180	1,3
2	20	1,5	50	1,3	75	0,8	100	0,7	—	—

ТАБЛИЦА 9

Наиболее вероятные значения высоты h затухающих волн (м) в точке через различные промежутки времени t

Начальная высота волн, м	t ч				
	6	12	18	24	30
10	8,3	6,8	5,9	5,2	4,6
9	7,5	6,2	5,5	4,7	3,9
8	6,7	5,6	5,1	4,3	3,6
7	5,9	5,1	4,4	3,7	3,0
6	5,1	4,4	4,0	3,2	2,8
5	4,3	3,6	3,2	2,8	2,4
4	3,3	2,9	2,6	2,4	2,2
3	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9
2	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3

В Канадской службе погоды оперативные прогнозы волнения составляются также на основе комплексного применения расчетных методов и экстраполяции, предшествующих моменту прогноза полей распределения высот волн. В условиях усиления ветра элементы волн определяются по номограммам Сэтона рис. 26 и 27.

По номограмме рис. 26 определяется фазовая скорость, период и длина волны, а по номограмме рис. 27 — высота волны в зависимости от скорости ветра, длины разгона и времени действия ветра.

Пример. Пусть заданы: скорость ветра 18 м/с, длина разгона — 50 м. миль и время действия ветра 12 ч. Определить C, T, L и h.

На рис. 26 на оси абсцисс находим значение скорости ветра 18 м/с. От полученной точки перемещаются вверх по вертикали до пересечения с линией, соответствующей длине разгона 50 м. миль, затем влево по горизонтали до пересечения с вертикальными шкалами, с которых снимают значения фазовой скорости, периода и длины волны.

Они соответственно равны

$$C = 10 \text{ м/с}; \quad T = 6{,}3 \text{ с}; \quad L = 64 \text{ м}.$$

Затем процедура повторяется, только со значением скорости ветра 18 м/с поднимаются по вертикали до пересечения с линией, соответствующей времени действия ветра 12 ч. От точки пересечения также перемещаются влево и с вертикальных шкал снимают значения C, T и L. Они будут соответственно равны

$$C = 11{,}3 \text{ м/с}; \quad T = 7{,}2 \text{ с}; \quad L = 85 \text{ м}.$$

В качестве прогнозируемых величин принимаются меньшие значения C, T и L, т. е.

$$C = 10 \text{ м/с}; \quad T = 6{,}3 \text{ с}; \quad L = 64 \text{ м}.$$

Аналогичным образом определяется высота волны по номограмме рис. 27. Она равна 1,4 м.

Расчет затухания волн при их распространении из области шторма легко понять с помощью рис. 28. Значения элементов волн в конце расстояния затухания $C_з$, $T_з$ и $L_з$ зависят от расстояния $x_з$ и от скорости ветра V в области затухания волн,

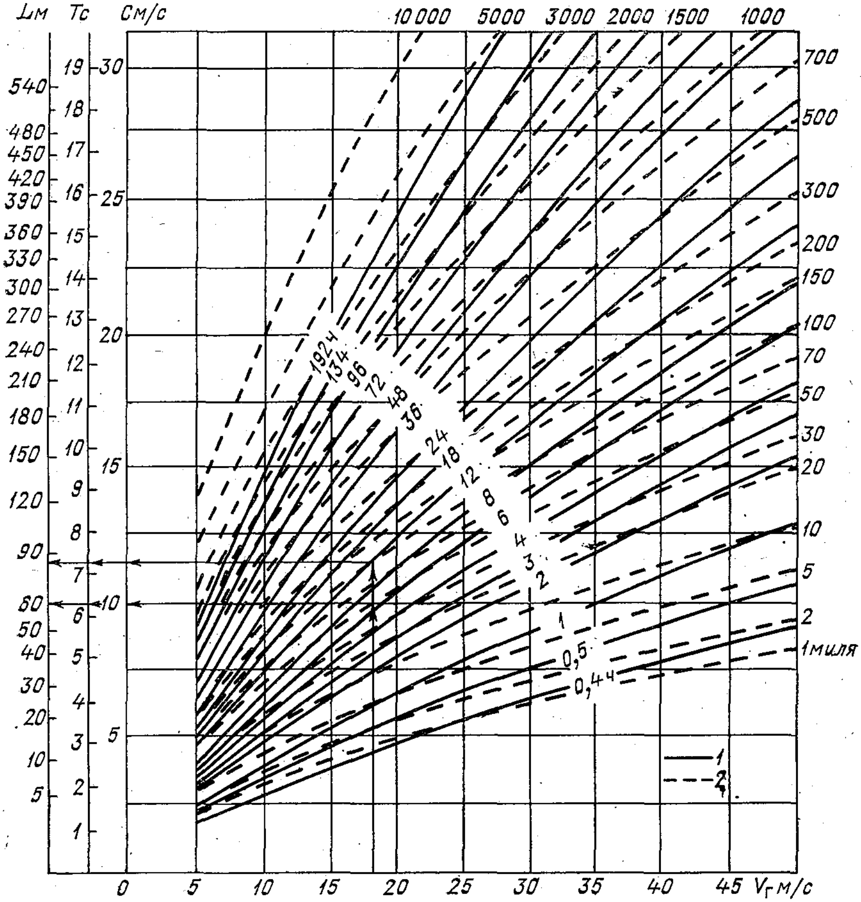

Рис. 26. Зависимость длины L, периода T и скорости C волны от градиентной скорости ветра $V_г$, продолжительности его действия и длины разгона, по Сэтону [165].

1 — продолжительность действия ветра, ч; *2* — длина разгона, мили.

но не зависят от направления ветра. Однако направление ветра влияет на высоту волны, так как $V_1 < V$.

Расчет состоит в следующем:

1. Определяют скорость, длину и период волны в конце расстояния затухания $x_з$:

а) входят в номограмму рис. 26 со скоростью ветра V в области затухания и начальной скоростью волны C_0 и определяют эквивалентный разгон x. К значению x прибавляют $x_з$ и получают эффективный разгон;

б) с этим значением разгона снова входят в номограмму рис. 26 и скоростью ветра V и с левой вертикальной шкалы

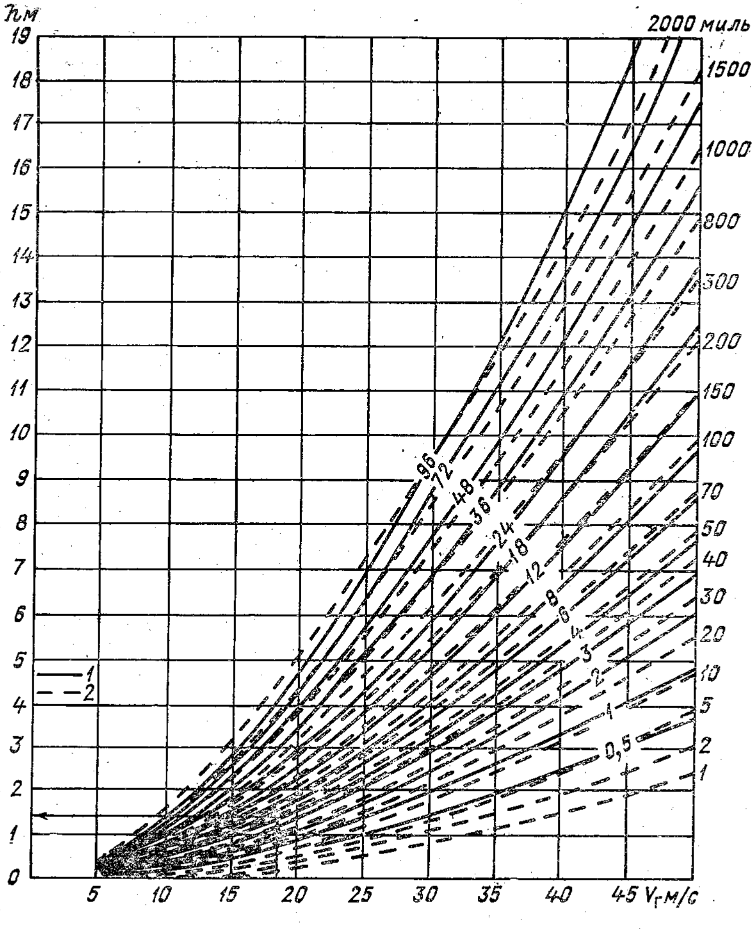

Рис. 27. Зависимость высоты волны от градиентной скорости ветра, продолжительности его действия и длины разгона, по Сэтону [165].

1 — продолжительность действия ветра, ч; 2 — длина разгона, мили.

снимают значения $C_з$, $T_з$ и $L_з$ в конце расстояния, на котором происходит затухание волн.

2. Определяют высоту волны:

а) вычисляют проекцию скорости ветра на линию распространения волн V_1 и отношение $V_1/\overline{C}$, где $\overline{C}$ — средняя скорость волны в области затухания (она может принимать отрицатель-

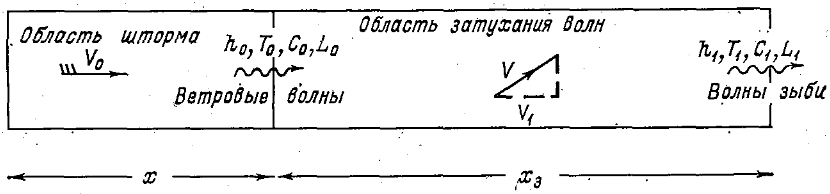

Рис. 28. К схеме расчета элементов волн зыби.

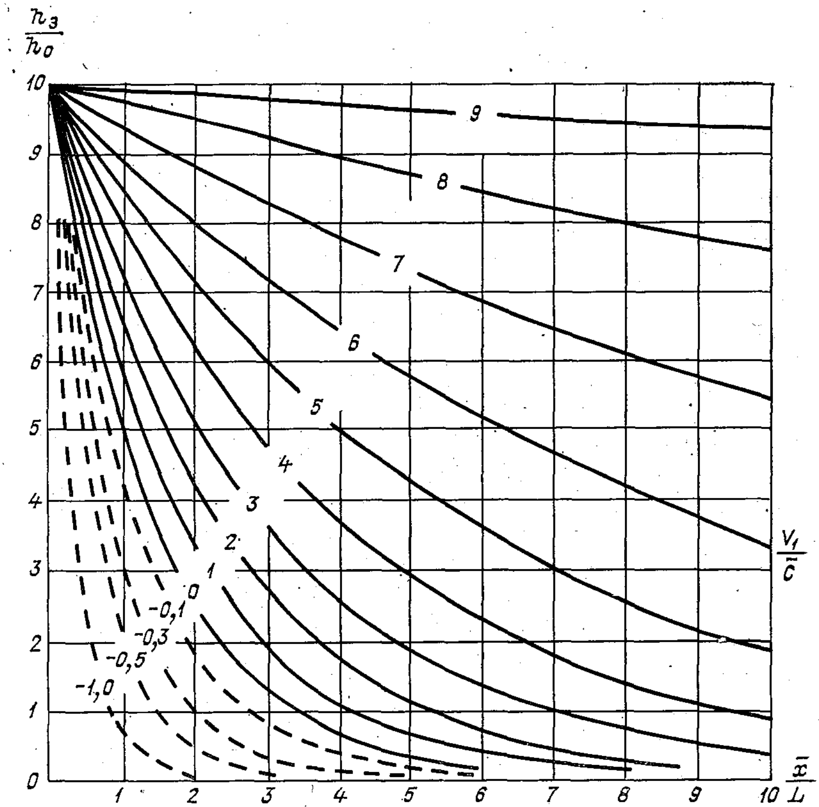

Рис. 29. Номограмма для расчета высоты затухающих волн, по Сэтону [165].

ные значения, если ветер дует против направления распространения волн);

б) вычисляют отношение расстояния затухания к средней длине волны $x_з/\bar{L}$;

в) по номограмме рис. 29 по аргументам $V_1/\bar{C}$ и $x_з/\bar{L}$ определяют отношение высоты волны в конце расстояния затухания к высоте волны в начале затухания $h_з/h_0$;

г) умножают h_0 на $h_з/h_0$ и получают высоту волны $h_з$ в конце расстояния затухания;

д) определяют время распространения волн. Так как фронт волны движется с групповой скоростью, равной половине скорости индивидуальной волны, время, необходимое для достижения волнами зыби конца расстояния затухания $x_з$, будет

$$t = \frac{2x_з}{\bar{C}}, \qquad (4.16)$$

где $x_з$ — расстояние, на котором происходит затухание волн; $\bar{C}$ — средняя скорость волн.

В США прогнозы волнения для Атлантического и Тихого океанов вычисляются в автоматизированном режиме на ЭВМ с октября 1968 г. и регулярно передаются в эфир в виде факсимильных карт. На этих картах значительные высоты смешанного волнения представлены в виде изолиний, проведенных через 3 фута (≈ 1 м), периоды волн нанесены цифрами для выборочных узлов расчетной сетки. Направления распространения волн показаны стрелками. Исходные поля ветра берутся через 6-часовые интервалы, которые принимаются из национального метеорологического центра США. Прогнозы волнения составляются на основе применения простых зависимостей

$$h = K_1 V^2 t + K_2; \qquad (4.17)$$

$$T = V(K_3 + K_4 t) + K_5, \qquad (4.18)$$

где K_1, K_2, K_3, K_4 и K_5 — константы, значения которых определены путем осреднения результатов расчета по трем методам: Свердрупа и Манка [61], Пирсона, Неймана и Джеймса [153] и Бретшнайдера [88]; V — эффективная скорость ветра; t — продолжительность действия ветра; h — значительная высота волны; T — значительный период волны.

В каждом узле расчетной области продолжительность действия ветра определяется путем сравнения направления ветра на момент прогноза с направлениями ветра в сроки, предшествующие моменту прогноза: t—6, t—12 и t—18 ч. Угол между направлениями ветра не должен превышать 45°. Таким образом продолжительность действия ветра может принимать значения 0, 6, 12 или 18 ч. Эффективная скорость ветра определяется как средневзвешенная величина за период продолжительности действия ветра. При этом ветер, ближайший к моменту прогноза, берется с большим весом. Так например, эффективная скорость ветра при $t_V = 12$ ч определяется по формуле

$$V = 0{,}5V_t + 0{,}25V_{t-6} + 0{,}25V_{t-12}. \qquad (4.19)$$

При расчетах высоты и периода ветровых волн вблизи суши или кромки льда влияние длины разгона учитывается искусственно. Рассматривается два ближайших к суше или кромке льда квадрата. Если граница берега или льда находится от расчетной точки на расстоянии, равном длине стороны квадрата, то в качестве прогнозируемой высоты волны берется 0,7 от рассчитанной высоты волны, а если граница располагается на расстоянии удвоенной длины стороны квадрата, то прогнозируемая высота волны составляет 0,9 расчетной.

Для вычисления элементов волн зыби на момент времени t необходимо учитывать ветровые волны в моменты t—24, t—36, t—48, t—60 и t—72 ч. Расчет начинается от самой старшей карты ветрового волнения. Ветровая волна, имеющая высоту волны больше 5 футов ($\approx 1,5$ м) рассматривается как потенциальная зыбь. Сначала рассчитывается расстояние, пройденное зыбью. Оно зависит от групповой скорости волн зыби $\mathbf{V}_{\text{гр}}$ и времени распространения

$$x = \mathbf{V}_{\text{гр}} t. \tag{4.20}$$

Групповая скорость в свою очередь зависит от периода зыби

$$\mathbf{V}_{\text{гр}} = A T_{\text{з}}, \tag{4.21}$$

где A — константа. Таким образом, расстояние распространения зыби рассчитывается по формуле

$$x = C_1 T_{\text{з}} + m, \tag{4.22}$$

где m — средний масштабный коэффициент карты в точке генерации волн, зависящий от широты; C_1 — константа. В каждом узле сеточной области расстояние распространения зыби вычисляется в секторе 150° относительно генеральной линии распространения зыби. Основное требование состоит в том, чтобы расчетная точка лежала внутри отрезка, пройденного зыбью за период прогноза. Если это требование удовлетворяется, высота и период зыби вычисляются по формулам:

$$h_{\text{з}} = h_0 \left(\frac{T_{\text{з}}}{T_0} \right) C_{\text{з}} \cos \alpha; \tag{4.23}$$

$$T_{\text{з}} = \left(T_0^2 + C_2 t \right)^{1/2}, \tag{4.24}$$

где $T_{\text{з}}$ — период зыби; T_0 — период ветровой волны; t — время распространения зыби из точки генерации волн; $h_{\text{з}}$ — высота зыби; h_0 — начальная высота ветровых волн; α — угол между направлением распространения зыби и направлением на расчетную точку. Поскольку в расчетной точке может быть несколько систем волн зыби, то выбирается высота зыби преобладающей системы, которая и включается в прогноз. Расчет зыби производится на +24, +36 и +48 ч.

Высота смешанного волнения получается алгебраическим суммированием высоты ветровых волн и высоты волн зыби, в каждой точке расчетной области

$$h_{\text{с в}} = \sqrt{h^2_{\text{вр в}} + h^2_{\text{з}}}. \tag{4.25}$$

Для других статистических характеристик волн применяются соотношения

$$\bar{h} = 0{,}6 h_{1/3}; \tag{4.26}$$

$$h_{\text{макс}} = 1{,}96 h_{1/3}, \tag{4.27}$$

где $\bar{h}$ — средняя высота волны; $h_{\text{макс}}$ — максимальная высота волны.

Описанная схема применяется и для прогноза волнения в Мексиканском заливе, за исключением зыби, так как считается, что в Мексиканском заливе зыбь не существенна.

В Метеорологической службе Англии [173] оперативные прогнозы волнения для Северной Атлантики составляются на основе использования эмпирической зависимости между значительной высотой волны и ветром, рассчитанным по полю атмосферного давления на поверхности 900 мбар для разгона более 700 км.

$$h_{1/3} = 0{,}064\sqrt{V^3} + 1{,}5, \tag{4.28}$$

где $h_{1/3}$ — прогнозируемая высота волны, м; V — скорость ветра, м/с. Свободный член этого уравнения формально учитывает фон зыби. Авторы метода утверждают, что для прогноза волн в океане нецелесообразно использовать более сложные формулы и, в частности, более точно учитывать зыбь. Прогнозы составляются с помощью ЭВМ два раза в сутки через 12 ч. Проверка показала, что точность прогнозов, составляемых вручную, выше точности прогнозов, составляемых на ЭВМ и инерционным способом.

Серьезный недостаток формулы (4.28) заключается в том, что она дает среднюю высоту волны, зависящую только от скорости ветра без учета других волнообразующих факторов. Формально зыбь учитывается постоянной поправкой, равной 1,5 м. Вместе с тем даже средняя высота зыби различна по пространству и сезонам года. В конкретных ситуациях высота зыби может колебаться от 1 до 10 м и более.

4.4. Прогнозы полей ветрового волнения и зыби, основанные на типизации ветро-волновых условий над морями и океанами

Как известно, формирование полей волнения в океанах и их особенности (положение областей максимального волнения, их эволюция) тесно связаны с синоптическими условиями над океанами и морями. В ряде работ [34, 64, 68] показана возможность типизации синоптических условий и соответственно типизации волновых полей. Признаками для классификации синоптических процессов могут служить взаимное расположение над океаном циклонов и антициклонов, интенсивность циклонов и траектории их перемещения, положение фронтальных зон. Принятые типы детализируются по интенсивности барических образований, характеризуемой атмосферным давлением в центре циклона.

После того как произведена классификация барических или ветровых условий по типам и подтипам, для каждого из них рассчитываются элементы волн (высота, период и т. д.) в характерных точках по одному из существующих методов и проводятся изолинии одинаковых значений элементов волн. Так получается типовая карта поля ветровых волн. Окончательные результаты представляются в виде атласов ветра и волнения. Такие атласы разработаны для всех морей СССР и северных частей Атлантического и Тихого океанов.

Позже получило развитие и построение типовых карт полей зыби [64]. Принимая типовые карты полей ветровых волн за источники распространения волн зыби и применяя соответствующие расчетные номограммы, можно рассчитать элементы зыби для любой точки океана.

Типовые карты полей зыби составлены для некоторых морей СССР и океанов.

Прогноз полей ветровых волн и зыби основывается на принципе аналогичности, который заключается в следующем. По фактическим картам приземного давления за предшествующие прогнозу сроки (в пределах суток) устанавливается соответствие поля давления и ветра какому-либо из типовых. В качестве прогноза волнения принимается типовая карта ветрового волнения, отвечающая выбранной типовой карте атмосферного давления. При этом возможны два случая: либо сохраняется тип синоптического положения, либо ожидается смена типа.

В первом случае в прогнозе указывается ветровое волнение и зыбь в стационарном барическом поле. Во втором случае прогноз зыби дается по начальному типовому полю на соответствующий момент времени. Если в новом барическом поле наблюдаются или прогнозируются значительные скорости ветра, в прогнозе следует указывать и вновь сформировавшееся ветровое волнение.

Быстрая смена синоптических ситуаций может привести к появлению двух систем зыби. В таких случаях в прогнозе указываются обе системы или преобладающая система. При отсутствии надлежащего типового поля-аналога элементы волн зыби прогнозируются обычными методами. Прием типизации позволяет прогнозировать зыбь с заблаговременностью, которая на 24 ч превышает время действия прогноза ветровых волн. Проверка описанного выше способа в условиях Баренцева моря по данным инструментальных наблюдений показала вполне удовлетворительную оправдываемость (88 %). Недостаток этого способа прогноза волнения состоит в том, что прогнозируемые поля атмосферного давления и ветра не всегда укладываются в приведенную в атласах типизацию.

4.5. Расчет полей ветра и волнения в зоне тропических ураганов

Возникновение и развитие тропических ураганов остается еще слабо изученным. Этим определяется недостаточный уровень знаний о процессах образования и распространения волн в ураганах, хотя исследований, посвященных этим вопросам, проведено немало.

В отличие от процессов волнообразования в обычных циклонах умеренных широт, условия формирования поля волн в области урагана имеют специфические особенности, заключающиеся в следующем: а) сила ветра в ураганах намного больше, чем в обычных циклонах, и достигает 60 м/с и более. Вследствие малых разгонов ветра волнение в области урагана близко к установившемуся; б) скорость и направление ветра в области урагана резко меняются. При прохождении урагана через фиксированную точку скорость ветра сначала быстро увеличивается, в окрестности центра резко падает до нуля («глаз бури»), затем ветер снова усиливается с изменением направления на противоположное. По мере удаления урагана ветер убывает; в) линии тока внутри урагана близки к окружностям, с большим радиусом кривизны по сравнению с обычными циклонами; г) образовавшиеся системы волн внутри урагана, распространяются под большим углом друг к другу и интерферируют между собой. В результате в центре урагана формируется система пирамидальных, очень крутых волн, так называемая толчея.

Расчет элементов волн в области урагана не представляет принципиальных трудностей, если имеется информация о поле ветра. Наиболее просто задача решается для стационарных или малоподвижных тропических ураганов. В этих случаях можно рассчитать некоторые типичные картины распределения высот волн для заданных ветровых условий (максимальной скорости ветра и закона его убывания к периферии урагана). Для расчета элементов волн в урагане применяются обычные методы, изложенные в гл. 3 и 4. При этом переменный по времени и пространству ветер аппроксимируется значительно меньшими отрезками, чем это делается при обычных расчетах. Задача решается либо численно, либо графически.

В. В. Шулейкин [75, 78] разработал теоретическую модель развития и затухания тропических ураганов и предложил метод расчета высот волн при прохождении урагана через заданную точку, применив выводы теории поля ветровых волн, разработанной им ранее для условий глубокого моря (см. гл. 2). Исходное поле распределения ветра в урагане показано на рис. 30. Кривая на рисунке построена в предположении, что максимальная скорость ветра 70 м/с наблюдается вблизи центра урагана, а поступательная скорость урагана 6 м/с. Используя эту кривую и номограммы, приведенные в гл. 3 (рис. 10 и 11), Шулейкин показал, что возможная высота волн в урагане при заданных ветровых условиях будет 11,8 м, а длина около 130 м. Относительно поля исследованного ура-

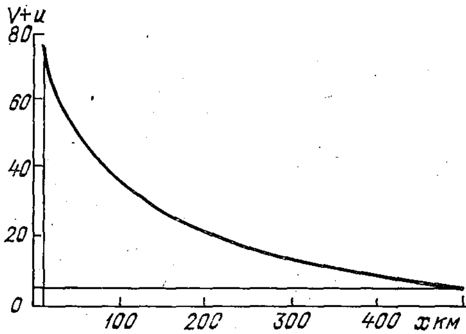

Рис. 30. Кривая изменения скорости ветра от центра урагана к периферии, по В. В. Шулейкину [78].

гана зыбь пробегает путь длиной 600 км, при этом высота волн уменьшается всего на 13—14 %. Подробно приемы расчета волн в зоне тропических ураганов показаны в работе [78].

Бретшнайдер расчет поля волн в случае стационарного урагана выполнил на основе следующей модели поля ветра

$$\frac{V_r}{V_R} = -\frac{1}{2}\frac{fR}{V_R}\frac{r}{R} + \left[\left(1+\frac{fR}{V_R}\right)\frac{R}{r}\exp\left(1-\frac{R}{r}\right)\right]^{1/2} + \left(\frac{1}{2}\frac{fR}{V_R}\frac{r}{R}\right)^2, \qquad (4.29)$$

где V_R и V_r — скорости ветра на расстоянии R и r от центра урагана; $f = 2\omega \sin\varphi$ — параметр Кориолиса; $\omega = 7{,}29 \times 10^{-5}$ рад/с — угловая скорость вращения Земли и φ — широта. Значение атмосферного давления на расстоянии r от центра урагана принято в виде

$$P = P_0 + (P_N - P_0)\exp\left(-\frac{R}{r}\right), \qquad (4.30)$$

где P_0 — давление в центре урагана; P_N — нормальное давление и R — радиус максимальной скорости ветра. Тогда скорость геострофического ветра можно рассчитать по формуле

$$V_г = K\sqrt{P_N - P_0} - 0{,}5fR. \qquad (4.31)$$

Коэффициент K изменяется с широтой от 67 (на 20—25° с. ш.) до 63 (на 45° с. ш.). Десятиминутное осреднение скорости ветра V_{10} на высоте 10 м дает

$$V_{10} = KV_R, \tag{4.32}$$

где $K = 0{,}865$ для восточного побережья США и побережья Мексиканского залива.

Для движущегося урагана вводятся соответствующие поправки к скорости ветра

$$\Delta V = \frac{1}{2} V_F \cos \theta. \tag{4.33}$$

Таким образом истинная скорость ветра будет

$$V_{10} = V_г + \Delta V, \tag{4.34}$$

где θ — направление движения урагана; V_F — средняя скорость урагана.

Основываясь на анализе 13 ураганов, наблюдавшихся вдоль восточного побережья США, Бретшнайдер вывел простые формулы для определения значительной высоты и периода волн на глубокой воде, которые могут создаваться ураганом при стационарных условиях

$$h^{1/3}_{макс} = 16{,}5 \exp\left(R \frac{\Delta P}{100}\right)\left[1 + \frac{208 V_F \alpha}{\sqrt{V_R}}\right]; \tag{4.35}$$

$$T^{1/3} = 8{,}6 \exp\left(R \frac{\Delta P}{200}\right)\left[1 + \frac{104 V_F \alpha}{\sqrt{V_R}}\right], \tag{4.36}$$

где $h^{1/3}_{макс}$ — максимальная значительная высота волны; $T^{1/3}$ — период значительной высоты волны; R — радиус максимальной скорости ветра, мили; V_F — скорость перемещения урагана; α — поправка, учитывающая скорость движения урагана; V_R — максимальная скорость ветра в стационарном урагане; ΔP — изменение атмосферного давления от центра урагана к периферии.

Глава 5

АНАЛИЗ КАРТ ВЕТРА И ВОЛНЕНИЯ

5.1. Общие положения

В настоящее время основу информации об условиях волнения в океанах и морях составляют данные визуальных наблюдений за волнением, производимые штурманским составом торговых и транспортных судов по единой инструкции, утвержденной Всемирной метеорологической организацией (ВМО).

Поскольку визуальные наблюдения за волнением несут в себе значительную долю субъективных ошибок, требуется повышенный контроль этих наблюдений и привлечение объективных критериев, позволяющих достаточно надежно оценить достоверность результатов визуальных определений элементов волн.

Наиболее важными параметрами ветра, определяющими развитие волнения, являются: а) скорость и направление ветра; б) продолжительность действия ветра; в) разгон ветра; г) направление перемещения области шторма.

Наиболее полную характеристику пространственно-временной изменчивости ветра над акваториями морей и океанов дают карты полей ветра. Ошибки в скорости ветра приводят к существенным ошибкам в расчете элементов волн.

По номограмме (см. рис. 10) ветер в 15 м/с способен развить волнение высотой 3,2 м за 12 ч и 4,3 м за 24 ч. Если же предположить, что скорость ветра фактически была 17,5 м, то высоты волн будут 4,2 м и 5,4 м соответственно, т. е. ошибка в скорости ветра 2,5 м/с может привести к ошибке в высоте волны в 24 % и 20 % соответственно. Еще более чувствительны к изменениям скорости ветра характеристики волнового спектра. Так, например, анализ, проведенный в работе [154], показал, что неточность измерения скорости ветра в 5 % определяет ошибку в высоте волны в 10 %, ошибку в площади под спектральной кривой для полностью развитого волнения в 22 % и ошибку в положении спектрального максимума в 28 %. Эти ошибки могут оказаться еще больше, если при расчете волн использовался ветер, измеренный не на той высоте, которая была принята при создании метода расчета волнения. Разумеется в прогнозах ветра возможность ошибки увеличивается.

В практике прогнозов волнения в качестве исходных данных используются карты полей ветра, составленные либо по визуальным и инструментальным наблюдениям скорости и направления ветра на судах или полученные путем пересчета полей атмосферного давления в поля ветра.

5.2. Оценка точности визуальных наблюдений за волнением

В литературе к оценке надежности и обеспеченности визуальных определений элементов волн обращались неоднократно [6, 18, 20, 66]. Объективная оценка точности визуальных наблюдений за волнами возможна по данным синхронных визуальных и инструментальных определений элементов волн. Однако таких синхронных наблюдений недостаточно. Поэтому в работе [66] использовался другой подход. Он вытекает из результатов теоретических исследований Ю. М. Крылова [40], который показал, что существует тесная параметрическая связь между средней высотой, средним периодом ветровых волн и скоростью ветра (3.37).

Согласно этой связи, двум заданным элементам будет соответствовать вполне определенное значение третьего элемента, независимо от того растут волны или затухают в области шторма. Однако теоретическое соотношение (3.37) непосредственно к визуальным наблюдениям применить нельзя, так как априори неизвестно, удовлетворяет ли эта связь данным визуальных наблюдений, а если удовлетворяет, то какой вид она имеет [6].

Для этого использовались судовые наблюдения за скоростью ветра, высотой и периодом волн на судах погоды и судах, находящихся в Северной Атлантике. Всего было использовано около 20 000 судовых наблюдений. Эти материалы за четыре срока наблюдений приведены в ежедневном английском бюллетене погоды (Daily Weather Report). Они подверглись тщательному изучению.

Была построена номограмма (рис. 31), связывающая высоту и период волны, определенных визуально, со скоростью ветра в области шторма. По этой номограмме по двум любым заданным величинам можно найти третью. Проверка номограммы в реальных условиях производилась по данным волнографных измерений, произведенных на экспедиционных судах «Ломоносов», «Экватор» и «Створ» в 1958 г. в Северной Атлантике и приведенных в работе [20]. Полученный результат указывает на то, что номограмма в целом правильно описывает взаимосвязь скорости ветра, высоты и периода волны, определенных визуальным способом.

Таким образом, несмотря на несовершенство визуального определения элементов волн, обработка таких наблюдений показала, что и эти данные отражают физическую взаимосвязь, установленную теоретически Ю. М. Крыловым. Этот вывод имеет важное практическое значение. Установленное соотноше-

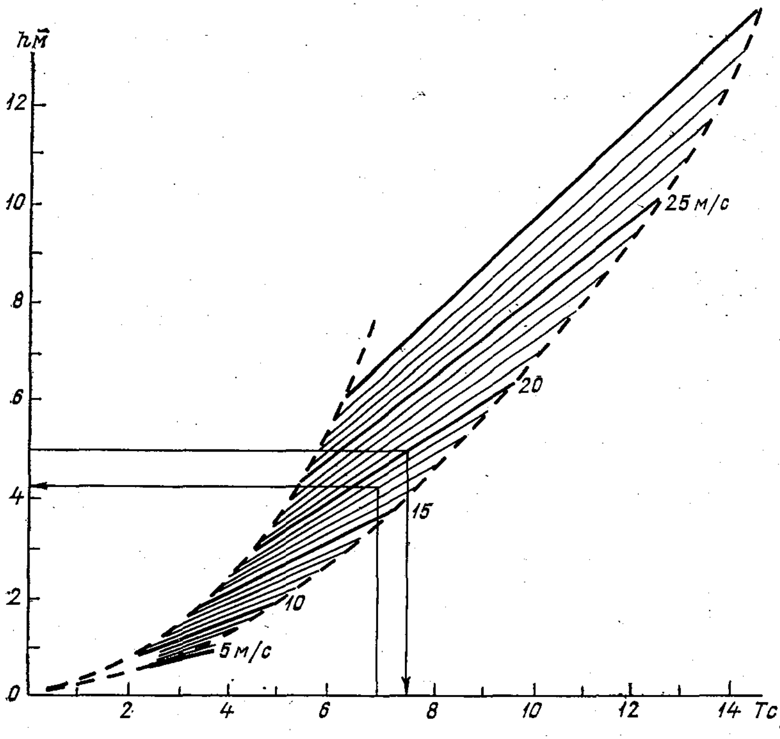

Рис. 31. Параметрическая связь между высотой, периодом и скоростью ветра по данным судовых наблюдений.

ние между ветром, высотой и периодом волны по данным судовых наблюдений позволяет оценивать достоверность этих наблюдений, в первую очередь, в отношении высоты волны. Оказалось, что средние абсолютные и относительные ошибки визуальных определений высот волн для различных судов погоды неодинаковы. Для судов погоды B, C, D, E они сравнительно небольшие: 0,7—0,8 м и 18—22 % соответственно. Для судов погоды A, J, K они больше: 0,85—1,04 и 25—29,5 %. Это объясняется различными условиями волнообразования в районах наблюдений. Более точные наблюдения на судах погоды B, C, D, E обусловлены тем, что они расположены в районах, где преобладает ветровое волнение. Это облегчает визуальные наблюдения за волнами, так как наблюдатели при определении размеров волн могут учитывать силу ветра. Суда погоды J, K расположены в районах океана с преобладанием смешанного волнения. В этих условиях визуальные наблюдения за волнением затруднены. Наибольшие ошибки имеют место на судне погоды A. Это, по-видимому, объясняется тем, что центр исландского минимума располагается близко к району наблюдений. В результате в этом районе нередко наблюдается сложная система ветров и волнения. Оценка погрешностей визуальных наблюдений за высотами волн показала, что абсолютные ошибки наблюдений растут с усилением ветра и волнения, а относительные ошибки несколько уменьшаются.

5.3. Анализ карт волнения

В оперативной практике службы морских прогнозов карты волнения по северным частям Атлантического и Тихого океанов составляются четыре раза в сутки — через каждые 6 ч: в 00, 06, 12 и 18 ч гринв. На эти карты помимо элементов ветровых волн и зыби (высоты, периода и направления каждой системы волн) наносятся и другие сведения о погоде: скорость и направление ветра, атмосферное давление, видимость, температура воды и воздуха и т. д. Эти данные помогают точнее анализировать поля волнения. В морском отделе Гидрометцентра принята следующая последовательность анализа карт волнения.

Расположение областей наиболее сильного волнения связано с особенностями распределения атмосферного давления и ветра. Поэтому анализ начинается с выделения областей высокого и низкого давления. Для этого на карте проводят изобары, а также выделяют фронтальные разделы. По имеющимся данным наблюдений за волнением и синоптической обстановке оцениваются районы наиболее сильного волнения. Если наиболее важных для мореплавания данных недостаточно, то они восстанавливаются путем расчетов по формулам или номограммам. Расчеты элементов волн целесообразно делать также для контроля сомнительных данных. После того как карта пополнена вычисленными данными, проводятся изолинии равных высот волн через 1 м. При этом ориентируются на высоту преобладающих систем волн. Области штормового волнения совпадают с районами сильных ветров, т. е. с районами, где наблюдаются большие градиенты атмосферного давления. Наиболее интенсивное волнение наблюдается на периферии циклонов, как правило, за холодным фронтом. При этом перед фронтом преобладают ветровые волны, а за фронтом — волны зыби.

Области слабого волнения совпадают с районами наименьших градиентов давления, т. е. с районами слабых ветров, которые обычно совпадают с центральными частями антициклонов и осями гребней. Нередко области слабого волнения наблюдаются вблизи центров циклонов, а также в районах ложбин, где кривизна изобар бывает большой. Однако следует иметь в виду, что в ложбинах находятся атмосферные фронты, с которыми связаны усиления ветров и шквалы, а следовательно и усиление волнения. Анализ карт за определенный срок наблюдений должен учитывать преемственность процессов и условия развития, затухания и распространения волн.

Как уже отмечалось выше, судовые данные не отличаются высоким качеством. Поэтому анализ карт волнения требует критического подхода к каждому наблюдению. Необходимо обращать внимание не только на элементы волн в данной точке, но и в соседних точках, а также на ветер. Всесторонний подход к анализу помогает выявлять и исключать ошибочные данные наблюдений. Для оценки достоверности данных наблюдений за элементами волн можно использовать номограмму (см. рис. 31).

5.4. Анализ и расчет полей ветра

В малых водоемах, как правило, наблюдаются чисто ветровые волны, элементы которых тесно связаны с ветром. Зыбь, образовавшаяся после ослабления ветра, довольно быстро исчезает. На больших акваториях морей и океанов элементы волн зависят от распределения ветра во времени и в пространстве. При этом важное значение имеют волны зыби, непосредственно с ветром не связанные. Это существенно усложняет задачу прогноза элементов волн.

Наиболее полную характеристику пространственно-временной изменчивости ветра над акваториями морей и океанов дают карты полей ветра. Анализ наблюденных и прогностических полей ветра должен быть по возможности точным, так как ошибки при расчете скорости ветра нарастают во времени, что приводит к существенным ошибкам прогноза элементов волн.

При расчетах элементов волн используются карты полей ветра, построенные одним из трех способов: либо на основе визуальных и инструментальных наблюдений за ветром, либо путем расчета по картам полей атмосферного давления, либо на основе тех и других данных. Основной источник ошибок при анализе полей ветра связан с неточной интерполяцией, обусловленной редкой сетью наблюдений.

Эволюция полей ветра тесно связана с интенсивностью и скоростью движения циклонов и конфигурацией изобар в них. Поэтому для более точного определения поля ветра необходимо опираться на карты погоды, на которых проведены изобары, фронты и т. д. Их конфигурация и расположение могут указывать на основные места погодных возмущений. В этих местах следует провести более детальный анализ изобар и, если необходимо, уточнить их положение с тем, чтобы точнее провести изотахи поля ветра.

Расчет поля ветра по полю атмосферного давления. Расчет текущих и прогностических карт полей ветра производится по данным объективного анализа и прогноза полей атмосферного давления на поверхности 1000 мбар, составляемым оперативно в Гидрометцентре СССР и хранящимся на внешней памяти ЭВМ с шагом 12 ч. Прогнозы полей атмосферного давления составляются на основе полусферной 6-уровенной прогностической модели по полным уравнениям термогидродинамики.

Сеточная область, для которой составляется прогноз барического поля, образует квадрат, вписанный в экватор на плоскости карты полярной стереографической проекции. Значения атмосферного давления в отклонениях от 1000 мбар рассчитываются в узлах сетки с шагом 300×300 км (на 60° с. ш.). Размер сеточной области 57×57 точек. Расчетная область Северной Атлантики представляет прямоугольную сетку. Ось I направлена вдоль параллели с запада на восток, а ось J в северном направлении. Вдоль оси I взято 27 точек ($I = 1, 2, \ldots, 27$), вдоль оси J — 15 точек ($J = 1, 2, \ldots, 15$). Таким образом сеточная область состоит из (27×15) 405 точек. Для расчета вектора скорости ветра необходимо знать географические координаты узлов сетки рис. 32.

Координаты узлов прямоугольной сетки отвечают формулам

$$\left.\begin{aligned} I &= -A\,\mathrm{tg}\,(45° - \varphi/2)\sin(\lambda - \psi); \\ J &= -A\,\mathrm{tg}\,(45° - \varphi/2)\cos(\lambda - \psi), \end{aligned}\right\} \qquad (5.1)$$

где φ и λ — географические координаты узлов сетки; ψ — угол между гринвичским меридианом и меридианом, совпадающим с осью J; A — коэффициент. Значения широты от экватора к северу и долготы от гринвичского меридиана к западу принимались положительными, а значения широт к югу от экватора и долгот к востоку от гринвичского меридиана — отрицательными. Если начало координат прямоугольной сетки передвинуть так, чтобы северный полюс имел координаты (OI, OJ) (рис. 32), то в новой системе координат

$$\left.\begin{aligned} I &= OI - A\,\mathrm{tg}\,(45° - \varphi/2)\sin(\lambda - \psi); \\ J &= OJ - A\,\mathrm{tg}\,(45° - \varphi/2)\cos(\lambda - \psi). \end{aligned}\right\} \qquad (5.2)$$

При построении сеточной области ось J, соответствующая $I = 14$ совмещалась с 45° з. д., т. е. $\psi = 45°$. Учитывая, что при этом $\sin(\lambda - \psi) = 0$, а $\cos(\lambda - \psi) = 1$, координаты точек прямоугольной сетки вдоль этого меридиана будут равны

$$I = OI;$$
$$J = OJ - A\,\mathrm{tg}\,(45° - \varphi/2). \qquad (5.3)$$

Из условия задания сетки $OI = 14$.

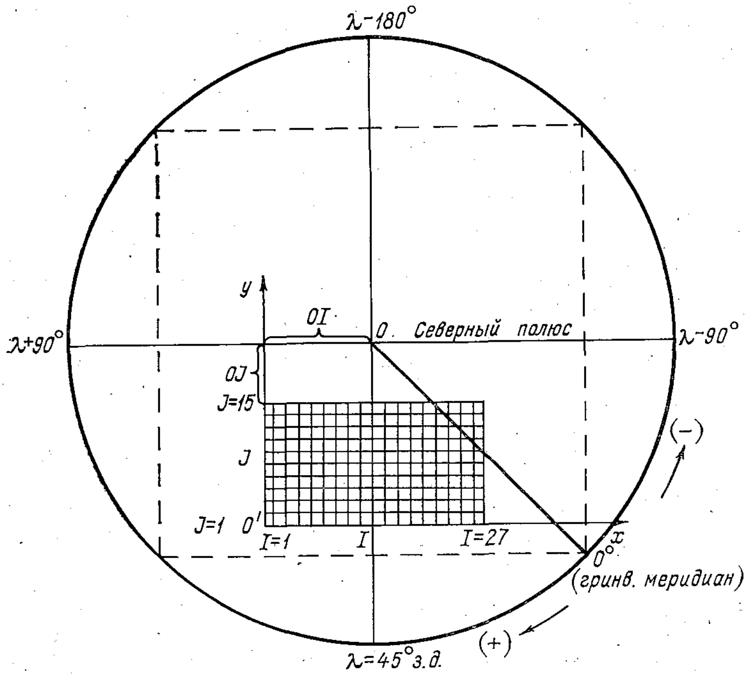

Рис. 32. Схема расчета координат узлов прямоугольной сетки, покрывающей Северную Атлантику.

Чтобы определить OJ и A составляется два уравнения для крайней южной точки области с координатами (14.1) и крайней северной точки области с координатами (14, 15) вдоль 45° з. д. Координаты этих точек снимались с карты. Они равны 30° с. ш., 45° з. д. и 67°30′ с. ш., 45° з. д. соответственно. Тогда

$$\left.\begin{aligned} 1 &= OJ - A\,\mathrm{tg}\,(45° - 30°/2); \\ 15 &= OJ - A\,\mathrm{tg}\,(45° - 67°30'/2). \end{aligned}\right\} \qquad (5.4)$$

Решив эту систему уравнений, получим

$$OJ = 24{,}12; \quad A = 40{,}32.$$

На скорость ветра в случае нестационарного поля давления также влияют такие факторы как изаллобарический градиент, расхождения изобар и горизонтальное трение геострофического ветра.

Исследования показали, что влияние горизонтального трения мало и им можно пренебречь. Изаллобарический градиент и расхождение изобар могут давать ошибки, превышающие 10 %, в особенности в окрестности быстро движущихся фронтов и вблизи быстро углубляющихся центров депрессии, т. е. как раз в тех районах, которые важны для развития волн. Практика показывает, что неопределенность, связанная с учетом этих эффектов, настолько велика, что приводит к ошибкам значительно большим, нежели неучет этих эффектов. Это всегда надо иметь в виду при сравнении вычисленных векторов ветра с наблюденными в районах с соответствующей конфигурацией изобар.

Таким образом, для прогноза волнения при расчете градиентного ветра в приводном слое достаточно учесть горизонтальный градиент давления, кривизну изобар и устойчивость воздушных масс.

На основе вышеизложенного разработан алгоритм и составлена программа на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-6, позволяющая в автоматизированном режиме рассчитать поля векторов ветра на моменты времени, взятые через 12 ч. Результаты записываются на внешнюю память ЭВМ для дальнейшего использования.

Точность прогноза полей ветра существенно зависит от точности прогноза барического поля. Однако следует отметить, что объективные прогнозы ветра, рассчитанные на ЭВМ, независимо от используемых методов, всегда оказываются лучше субъективных прогнозов.

Глава 6

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ПРОГНОЗОВ ВОЛНЕНИЯ И ОЦЕНКА ИХ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

6.1. Проблема выбора наивыгоднейших путей плавания *

Сокращение времени нахождения судна в море всегда имело важное значение. В последние годы, при увеличившихся затратах на строительство судов и портов, этот фактор в экономике морского флота стал особенно важным. Оборачиваемость судов определяет экономичность морских перевозок. Непроизводительные затраты времени на переходах повышают общую стоимость морских операций.

Пытались сокращать время плавания, увеличивая скорость хода судов. Однако опыт показал, что состояние поверхности океана ограничивает верхний предел скорости для любого типа судна независимо от размеров и мощности судовой установки. При сильном волнении (больше 6 м) капитаны вынуждены уменьшать скорость хода судна, чтобы избежать опасности, грозящей судну, грузам и пассажирам, вызываемой такими факторами, как вибрация, большие ускорения и слеминг. Кроме волнения на судно также воздействуют течения, туманы, айсберги и т. д., но эти воздействия носят временный характер. Опыт мореплавания показывает, что больше всего скорость судна уменьшается при встречном волнении и меньше — при попутном. Поэтому путем соответствующего маневрирования можно выбрать наиболее подходящий угол между курсом судна и направлением волн, чтобы сохранять достаточно высокую скорость хода судна. Но такое маневрирование относится скорее к вопросам тактики управления судном в определенных ситуациях, а не стратегии. Стратегия предполагает выбор наивыгоднейшего пути с учетом меняющихся гидрометеорологических условий на всем переходе. Такая стратегия подсказывает, что часто по расстоянию более длинный путь оказывается наиболее коротким по времени.

---

* Наивыгоднейшим, или оптимальным, маршрутом судна называется такой маршрут, который максимально приближается к дуге большого круга (ДБК) и пролегает вне опасных зон и через районы с небольшим волнением.

Возможность сокращения времени нахождения судна в океане зависит от его тактико-технических характеристик, условий погоды и состояния поверхности океана. Составление прогнозов волнения по океанам на оперативной основе и построение графиков, характеризующих зависимость скорости хода судна от высоты волны и курсового угла волны для различных типов судов, позволили перейти к расчетам наивыгоднейших путей плавания судов. Первые экспериментальные проводки судов наивыгоднейшими путями в СССР были начаты в 1964 г. [7, 9]. Эти пути рассчитывались графоаналитическим методом (методом изохрон) на основе применения прогностических карт волнения и графиков потерь скорости хода судов на волнении. С тех пор рекомендациями о наивыгоднейших путях плавания обеспечены тысячи судов в Атлантическом и Тихом океанах.

Впервые проблема выбора наивыгоднейших путей плавания была сформулирована американским ученым и моряком Мэтью Мори. Он составил карты повторяемости ветра по сезонам с разбивкой по пятиградусным квадратам и по ним вычислил с учетом наибольшей повторяемости попутных ветров и течений наивыгоднейшие пути по всем районам Мирового океана. Карты Мори позволили сокращать время плавания главным образом в меридиональном направлении, благодаря использованию выявленной широтной изменчивости ветра. Плавание по ним в широтном направлении оправдывалось хуже, поскольку сезонная изменчивость погоды здесь почти не выражена. С прекращением эпохи парусного флота климатические рекомендованные пути Мори утратили свое значение. Однако их сезонно-климатическая основа еще долго оставалась решающим фактором расчета наивыгоднейших путей и в трудах более поздних исследователей (Н. Н. Струйский, 1932 г. и др.). Этих же рекомендаций придерживались и составители руководства «Океанские пути мира» («Ocean Passages»). Кроме этого фундаментального руководства было выполнено много исследований, в которых учитывались реальные изменения погоды и состояния моря.

За рубежом к организованной проводке судов наивыгоднейшими путями впервые приступили в США в 1952 г. Три частные коммерческие компании (Weather Corporation of America, Lois Allen Corporation, Pacific Weather Analysis Corporation) организовали службы обеспечения судов рекомендуемыми курсами на основе прогнозов погоды, получаемых из Бюро погоды США. В 1955 г. Военно-гидрографическая служба США стала выполнять широкую программу использования метеорологических и гидрологических данных для расчета наивыгоднейших путей плавания по методу, предложенному Джеймсом [130]. В 1959 г. задача выбора наивыгоднейших путей стала решаться с помощью ЭВМ [86—87, 110, 141, 159] на основе вариационного исчисления.

Службы обеспечения судов рекомендуемыми курсами плавания были также организованы в ФРГ, Нидерландах, Англии.

Математическая постановка задачи выбора оптимального пути сводится к определению кривой $y=y(x)$, выражающей экстремум. Если уравнение траектории движения судна выражается кривой $y=y(x)$, то функция $F(x, y, y')ds$ (где $ds = \sqrt{dx^2+dy^2}$) определяет стоимость морской операции, выраженную в единицах времени или в деньгах. Общая стоимость T перехода вдоль кривой $y=y(x)$ от a до b составляет

$$T_y = \int_a^b F(x, y, y')[1+(y')]^{1/2} = \int_a^b G(x, y, y')dx \qquad (6.1)$$

и определяется как функционал. Задача оптимизации сводится к тому, чтобы найти вид кривой $y(x)$, выражающей экстремум или оптимальный функционал.

Большинство задач, связанных с функционалами, относится к вариационным задачам. При определенных граничных условиях они удовлетворяют уравнениям Эйлера. Уравнение Эйлера, соответствующее функционалу (6.1) имеет вид

$$\frac{\partial G(x, y, y')}{\partial y} = \frac{d}{dx}\left[\frac{\partial G(x, y, y')}{\partial y'}\right]. \qquad (6.2)$$

Это уравнение позволяет решать многие вопросы, связанные с оптимизацией некоторой величины $F(x, y, y')$, описывающей кривую $y(x)$. Формальное решение задачи оптимизации получается путем замены решения $y(x)$ дифференциального уравнения (6.2) функционалом, чтобы получить ее оптимальную величину.

Основная трудность решения уравнения (6.2) возникает из-за нелинейности в зависимой величине $y=y(x)$. После дифференцирований и некоторых упрощений уравнение Эйлера может быть записано в виде

$$y''\left\{\left[1+(y')^2\frac{\partial^2 F}{\partial y'^2}+2y'[1+(y')^2]\frac{\partial F}{\partial y'}+F\right\}+\right.$$
$$+y'[1+(y')^2]^2\frac{\partial^2 F}{\partial y\,\partial y'}+[1+(y')^2]^2\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y'}+$$
$$+y'[1+(y')^2]\frac{\partial F}{\partial x}+[(y')^4-1]\frac{\partial F}{\partial y}=0. \qquad (6.3)$$

Если зависимость $F(x, y, y')$ от y и y' очень сложна, то уравнение трудно поддается решению. Поэтому для его решения применяют косвенные методы, например, принцип максимума Л. С. Понтрягина, метод множителей Лагранжа, метод динамического программирования.

6.2. Влияние волнения на поведение судна в море

Степень воздействия ветра и волн на судно зависит от размеров волн, от скорости хода судна и его курса относительно ветра и волнения, от конструкции судна, его загрузки и размещения на нем грузов. При низких значениях температуры воды и воздуха и сильном ветре заливание судна волнами может привести к обледенению и потере остойчивости. Судоводители в таких случаях обычно прибегают к снижению скорости хода судна и изменению его курса. Однако это, как правило, крайняя мера. Зная прогноз волнения в районе плавания и располагая графиком потерь скорости хода на волнении, можно рассчитать курс, обеспечивающий безопасность и экономичность плавания.

Скорость хода судна представляет сложную функцию многих переменных

$$V = f(X, Y, Z), \qquad (6.4)$$

где V — скорость хода судна; X — гидрометеорологические факторы (ветер, волнение, туман, лед, видимость и т. д.); Y — тактико-технические данные судна (размеры судна, водоизмещение, осадка и т. д.); Z — загрузка (в полном грузе, в балласте, вид груза, размещение груза и т. д.). Разнообразие переменных обусловливает сложное взаимодействие между внешними факторами и судном. Среди них учитываются наиболее важные и не находящиеся в явном противоречии друг к другу. В практической работе сложная функция потерь скорости хода судна упрощается. Эти упрощения сводятся к следующему:

а) делается разделение по типам судов; б) из всех влияющих факторов выделяются только главные; в) рассматриваются осредненные условия потерь скорости хода и влияющих факторов; г) допускаются средние условия загрузки и технического состояния судна; д) количественный учет некоторых факторов (видимость, айсберги) не производится; е) не учитываются потери скорости, обусловленные субъективными факторами.

Аналитическая формула для расчета скорости хода судна имеет вид

$$V = V_0 - ah^2(1 + \cos\psi) - bh^2 - ch(1 - \cos 2\psi) + dh\psi, \qquad (6.5)$$

где V_0 — скорость судна на спокойной воде; h — высота волны; ψ — курсовой угол.

Второй член уравнения (6.5) учитывает тот факт, что встречное волнение будет оказывать на судно большее сопротивление, чем попутное. Этот член имеет максимальное значение при $\psi = 0°$ и исчезает при $\psi = 180°$. Третий член не зависит от ψ и обеспечивает уменьшение скорости хода при увеличении высот волн, независимо от направления их распространения.

Четвертый член уравнения (6.5) учитывает изменение скорости хода судов при бортовых курсовых углах. Этот член исчезает при $\psi = 0°$ и $\psi = 180°$ и достигает максимума при $\psi = 90°$. Пятый член учитывает соответствующее попутному волнению увеличение скорости хода. Этот член всегда положителен. При спокойном море ($h = 0$) $V = V_0$. Коэффициенты a, b, c, d вычисляются для каждого типа судна.

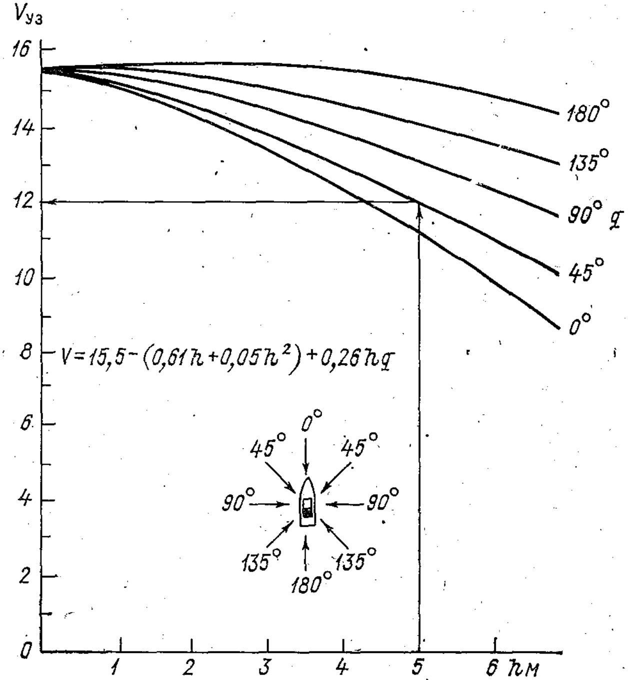

Рис. 33. Потери скорости судна типа «Архангельск».

На основе формулы (6.5) построены графики для разных типов судов. Пример такого графика для судов типа «Архангельск» показан на рис. 33. Пользование графиками несложно. При курсовом угле волны 45° и высоте волны 5 м скорость хода судна типа «Архангельск» будет составлять 12 уз вместо 15,5 уз на спокойной воде. Применение таких графиков возможно до высот волн порядка 6—7 м. При больших высотах волн решающее влияние на снижение скорости хода судна оказывают субъективные причины, которые обусловлены соображениями практического порядка: необходимость уменьшения качки судна, вибрации. Преднамеренное снижение скорости хода судна производится также в условиях плохой видимости, тумана, в районе дрейфующих айсбергов и большого скопления судов по курсу плавания и т. д. Безусловно, включить все эти факторы в рамки аналитической формулы невозможно. Они могут быть учтены в каждом конкретном случае особо.

Описанные выше зависимости характеризуют главным образом потери скорости хода судна, а не качку. Вместе с тем качка ведет не только к дополнительному снижению скорости, но при ней возникают значительные динамические нагрузки на корпус и механизмы, периодическое оголение кормы, что приводит к холостым оборотам винта и снижению скорости. Кроме того во время сильной качки судна возникает угроза для сохранности палубного груза, из-за попадания на палубу масс воды. Различают килевую, бортовую и вертикальную виды качки. Стремительная бортовая или килевая качка судов на волнении возникает в результате резонансных явлений, когда период волн совпадает с периодом колебаний судна. Наиболее благоприятные условия для резонанса наступают, когда собственный период колебания судна отличается от периода видимых волн не более чем на 30 %. Для того, чтобы выбрать наиболее оптимальное сочетание курса и скорости хода судна, снижающее качку, необходимо знать периоды собственных колебаний (поперечных, продольных и вертикальных) судна. Период собственных поперечных колебаний судна можно вычислить по формуле

$$\tau_1 = fB/\sqrt{h_m}, \tag{6.6}$$

где B — ширина судна; h_m — начальная поперечная метацентрическая высота, под которой понимается возвышение поперечного начального метацентра над центром тяжести судна; $f \approx 0{,}8$. Период продольной качки можно определить по формуле

$$\tau_2 = K\sqrt{T_m}, \tag{6.7}$$

где K — коэффициент, зависящий от отношения ширины судна B к осадке; T_m — средняя осадка судна (табл. 11).

ТАБЛИЦА 11

T_m	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
K	2,32	2,44	2,55	2,66	2,76

Период вертикальной качки судна может быть вычислен по формуле

$$\tau_3 = 2\sqrt{\frac{\delta}{\alpha_B} T_m + \frac{0{,}78\alpha_B}{1+\alpha_B} B}, \tag{6.8}$$

где δ — коэффициент полноты водоизмещения, определяемый по формуле

$$\delta = \Delta / g\rho_w lBT_m, \tag{6.9}$$

где Δ — весовое водоизмещение судна; l— длина судна; α_B коэффициент полноты ватерлинии вычисляется по формуле

$$\alpha_B = S/lB, \tag{6.10}$$

где S — площадь по ватерлинии.

При продольной качке судна часто возникает явление слеминга. Оно сопровождается периодическими ударами днища судна о волны. При этом возникают большие динамические нагрузки на корпус судна и двигатели. Интенсивность слеминга зависит от курса судна и элементов волн. Пороговая скорость судна, при которой может возникнуть явление слеминга определяется по формуле

$$V_п = K\sqrt{gl}, \tag{6.11}$$

где K — коэффициент, меняющийся от 0,09 до 0,12; g — ускорение свободного падения; l — длина судна.

Наиболее благоприятные условия для возникновения опасного слеминга создаются при длине волны близкой к длине судна и курсовом угле не превышающем 20°. При очень крутых встречных волнах это значение может достигнуть 40°. Возможность появления слеминга при встречном волнении можно определить из соотношения

$$\tau_2\tau_3/0{,}7 \leqslant \tau_2\tau_3/\tau \geqslant \tau_2\tau_3/1{,}3. \tag{6.12}$$

Для попутного волнения эти отношения нужно удвоить.

При сильном встречном волнении происходит заливаемость судна. Массы воды обрушиваются на палубу, повреждают палубные надстройки и угрожают смывом палубных грузов и затрудняют управление судном. Интенсивность заливания зависит от интенсивности волнения. Чем больше высота волны, тем стремительней качка, тем чаще носовая часть судна зарывается в волну. Степень заливаемости можно оценить по формуле

$$З = \frac{h}{H_б}\,\frac{L}{l}, \tag{6.13}$$

где h — высота волны; L — длина волны; $H_б$ — высота надводного борта судна; l — длина судна. Заливаемость судна максимальна при $З = 0{,}6\ldots 1{,}2$.

Волнение также оказывает сильное влияние на режим работы винтов. При сильной качке руль и винт частично или даже полностью оголяются. При этом винт делает холостые обороты и судно перестает слушаться руля. Эти эффекты снижают скорость хода судна. Периодичность изменения режима работы винта в значительной степени зависит от элементов волн.

Ее можно выразить формулой

$$f = 2\left(\pm 1{,}25\sqrt{L} \pm 0{,}54V\cos\psi\right)/L, \tag{6.14}$$

где L — длина волны, V — скорость судна, ψ — курсовой угол волны. Знак (+) соответствует встречному волнению, знак (—) — попутному. Из формулы видно, частота изменений режима работы винта уменьшается с уменьшением величин V и ψ.

Важной характеристикой поведения судна на волне является его остойчивость, которая зависит от курсового угла волны, от отношения скорости волны к скорости судна, а также от периода волны и периода собственных колебаний судна. Наиболее благоприятный курс с точки зрения увеличения остойчивости судна можно рассчитать по формуле

$$\cos\psi = \frac{C}{V}\left(1 \pm \frac{\tau}{\tau_1}\right), \tag{6.15}$$

где ψ — курсовой угол волны, C — фазовая скорость волны, V — скорость хода судна. Знак (+) соответствует встречному волнению, знак (—) — попутному. Расчеты показывают, что для остойчивости судна самый неблагоприятный курс совпадает с попутной волной с длиной, близкой к длине судна, и фазовой скоростью, близкой к скорости судна.

Учет течений ведется путем векторного сложения скорости судна и скорости течения. В практике расчетов оптимальных курсов учет течений сводится главным образом к тому, чтобы максимально использовать выгоду от попутных течений. Однако прогнозы течений по океанам пока не составляются. Поэтому приближенно течения учитываются по данным месячных климатических карт суммарных течений. Такие карты имеются в морских атласах и навигационных пособиях. Учитывать течения надо совместно с учетом ветра и волнения, так как часто все эти факторы действуют одновременно.

Воздействие ветра на судно трудно отделить от воздействия волн. Поскольку сильное волнение обусловлено сильным ветром, то эмпирическая формула (6.5) автоматически учитывает оба фактора одновременно. По этой причине графики потерь скорости хода судна отдельно для ветра не строят.

6.3. Методы расчета оптимальных путей плавания

Графический метод расчета (метод изохрон). Прокладку оптимального пути удобно вести на карте гномонической проекции на которой дуга большого круга представляет прямую линию. На карте отмечаются исходный P_0 и конечный P_N порты плавания и затем соединяются прямой линией, представляющей кратчайшее расстояние между ними. Эта карта на светокопировальном столе накладывается на карту той же проекции с прогнозом волнения на первые сутки. Из начальной точки P_0 проводится веер прямых линий с более или менее одинаковыми углами между ними (рис. 34). Эти линии представляют собой возможные курсы в первый день плавания. Среди них необходимо определить наивыгоднейший курс. Для этого с карты прогноза волнения снимаются высоты волн и их направления распространения относительно курса судна и по графику потерь скорости хода для определенного типа судна на каждом курсе определяется скорость хода судна при данной высоте волны и курсовом угле. Полученная скорость умножается на время (24 ч) и таким образом вычисляется расстояние, которое пройдет судно за первый день плавания. Оно откладывается на карте. Эта процедура проделывается для всех возможных курсов. Полученные точки соединяют плавной

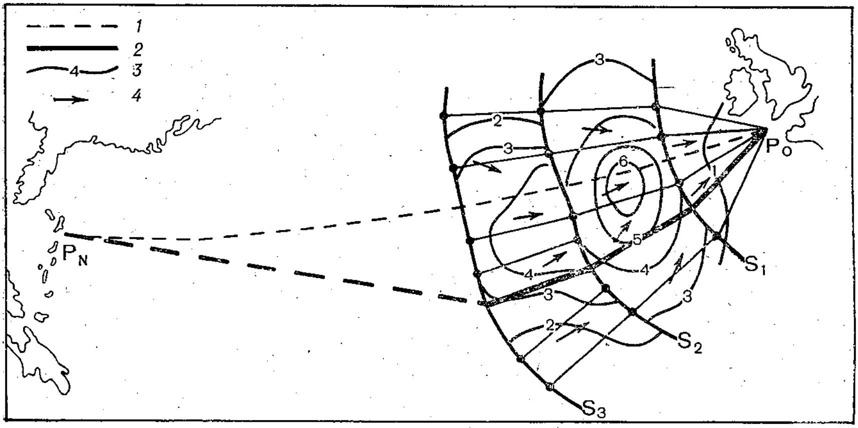

Рис. 34. Расчет оптимального курса судна методом изохрон.

1 — дуга большого круга; 2 — оптимальный курс; 3 — высоты волн; 4 — направление волн.

линией S_1, представляющей геометрическое место точек возможного положения судна в конце первого дня плавания. Для того чтобы рассчитать возможные положения судна в конце второго дня плавания, необходимо к изохроне S_1 восстановить нормали, являющиеся продолжением возможных курсов в первый день плавания. Если расстояния между вертикалями оказываются слишком большими, могут быть проведены промежуточные линии. Затем под рабочую карту подкладывается карта волнения на вторые сутки. Так же как и на первом временном шаге рассчитывается положение судна к концу второго дня плавания на всех возможных курсах. Полученные точки соединяют плавной линией S_2. Расчет повторяется до тех пор, пока не будут использованы все карты волнения. В практике такой расчет ограничивается как правило тремя сутками, так как прогнозы волнения на большой срок не составляются. Судно будет ближе всего к порту назначения, если оно будет находиться в точках касания окружностей с центром в точке P_N с изохронами S_1, S_2, S_3, ... Линия, соединяющая точки касания и представляет наивыгоднейший (или оптимальный) курс плавания с точки зрения минимальной затраты времени на переход.

Более точный расчет оптимального пути достигается при наличии прогноза волнения сразу на все время перехода. Поскольку заблаговременность прогнозов волнения не превышает 3 сут, то на остальное время плавания курс в первом приближении прокладывается либо по дуге большого круга (ДБК), либо по стандартному климатическому пути. Прогнозы волнения на 3 сут составляются каждый день. Поэтому по получении новой серии прогнозов волнения курс плавания корректируется. При этом учитывается и другая дополнительная информация: собственные наблюдения судов, метеорологические данные и т. д. Каждый день положение судна, находящегося под проводкой, сопоставляется с фактическим и ожидаемым положением штормов с тем, чтобы своевременно отвести судно в случае угрозы встречи с сильным волнением.

Численные методы расчета оптимальных путей. Во всех задачах по выбору оптимальных курсов судно рассматривается как частица (материальная точка) и предполагается, что она движется по сферической поверхности с радиусом R. Положение судна в каждый момент времени определяется координатами φ, λ и функцией курсового угла ψ. Тогда траектория частицы (судна) может быть получена путем решения системы нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{R} \frac{V \cos \psi}{\cos \lambda}; \qquad (6.16)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{R} V \sin \psi, \qquad (6.17)$$

где φ — широта, λ — долгота, R — радиус Земли, V — скорость хода судна, ψ — курсовой угол судна, t — время.

Использование слова «оптимальный» подразумевает выбор критерия, с помощью которого достигается оптимальное решение или, другими словами, с помощью которого считают наиболее целесообразным оценивать экономический эффект. Математические модели, разработанные к настоящему времени, используют критерий минимального времени перехода судна между начальным и конечным пунктами. Другими критериями могут быть: минимальный расход топлива, минимальный ущерб грузам или судну, максимальное число пассажиров при соблюдении комфорта и т. д. Учет этих критериев затрудняется отсутствием кривых скоростей судна, являющихся более сложной функцией, учитывающей кроме элементов волны, такие факторы как слеминг, ускорения, изгибающий момент и т. д. При всем этом основной критерий — безопасность судна. С этой точки зрения курс судна должен проходить вне опасных стационарных зон таких, как острова, линии интенсивного судоходства и т. д., и меняющих свое положение областей штормового волнения, туманов, айсбергов и т. д.

Задача оптимизации формально состоит в следующем. Берется система уравнений движения (6.16) и (6.17) с начальными

$$\varphi(t_0) = \varphi_0; \quad \lambda(t_0) = \lambda_0 \tag{6.18}$$

и конечными условиями

$$\varphi(t_N) = \varphi_N; \quad \lambda(t_N) = \lambda_N. \tag{6.19}$$

Требуется определить подходящий вид управляющей функции $\psi(t)$, которая будет переводить судно из P_0 в P_N при условии, что время перехода будет минимальным

$$J = \int\limits_{t_0}^{t_N} dt = t_0 - t_N = T_{\text{мин}}. \tag{6.20}$$

Если прогноз волнения известен для всего пути или его части, то задача сводится к отысканию функции ψ (управляющая функция) и траектории, которая соединяет начальную и конечную точки таким образом, чтобы время плавания между ними было минимальным. В работе [9] эта задача решена методом динамического программирования. Программа расчета оптимального курса в первоначальном виде была составлена в Вычислительном центре АН СССР Н. Н. Моисеевым и Н. К. Буровой для прямоугольной системы координат, а впоследствии была реализована на ЭВМ для сферической системы координат в Гидрометцентре СССР К. А. Семендяевым и З. К. Абузяровым.

Расчет ведется по схеме, показанной на рис. 35. Область расчета подготавливается следующим образом. Между начальным P_0 и конечным P_N пунктами плавания рассчитывается дуга большого круга. Она разбивается на отрезки, равные, примерно, суточному переходу судна. В концах отрезков к северу и к югу от ДБК откладываются по три точки с шагом 3° по меридиану. Получается совокупность точек $P_{i,j}$, в пределах которой ищется оптимальный путь судна.

Алгоритм счета состоит в следующем. Начальная точка P_0 соединяется со всеми точками первой вертикали и вычисляется время перехода до каждой из них и запоминается. Затем каждая точка следующей вертикали соединяется со всеми точками предыдущей вертикали и ищется минимальное время перехода из начальной точки P_0 в точку данной вертикали. Для всех точек каждой вертикали запоминается минимальное время $T_{\text{мин}}$ в часах и номер точки предыдущей вертикали, путь через которую из P_0 в точку данной вертикали оказался самым коротким по времени. На последней вертикали все точки соединяются с конечной точкой P_N и ищется $T_{мин}$ для точки P_N. Точки вертикалей, для которых суммарное время перехода из P_0 получилось минимальным и определяют оптимальный путь судна. Эта процедура повторяется после деления шага по вертикали пополам и заменой ДБК первым приближением

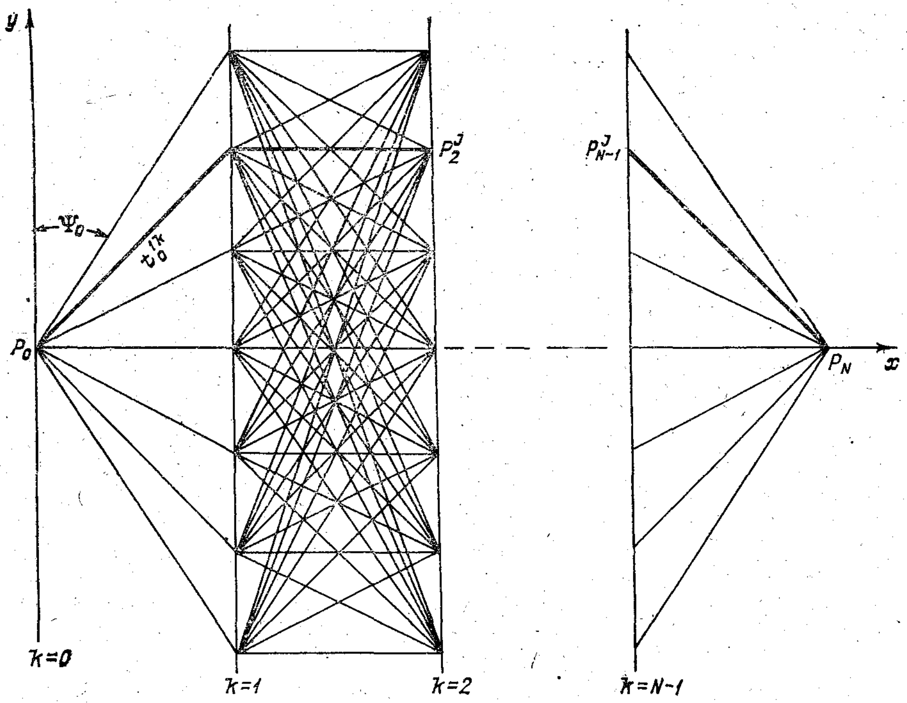

Рис. 35. Численный расчет оптимального курса судна методом динамического программирования.

оптимального пути и, если разность $T_1 - T_2$ между первым и вторым приближением не превышает 2 ч (точность расчета), на печать выдается минимальное время перехода и координаты оптимального пути. Программа предусматривает также обход зон опасного волнения и опасных курсовых углов волн (бортовая качка). В случае необходимости обхода зоны опасного волнения в исходной информации задается заведомо большая волна. Если судно попадает в эту зону, то время перехода становится очень большим и такой путь будет исключен.

В Гидрометцентре СССР задача выбора оптимального пути судна была автоматизирована, однако вычислительные мощности ЭВМ не позволяют проводить оперативные расчеты. Принципиальное отличие метода расчета оптимальных путей, применяемого в СССР, от метода, применяемого в США, состоит в том, что в первом случае задача решается по критерию минимального времени перехода, а во втором по критерию минимального пройденного расстояния.

На рис. 36 показаны фактический (*3*) и рассчитанные (*5*, *6*, *7*) на ЭВМ и методом изохрон (*8*) пути на примере плавания т/х «Володарск» (судно типа «Красноград»). Его путь

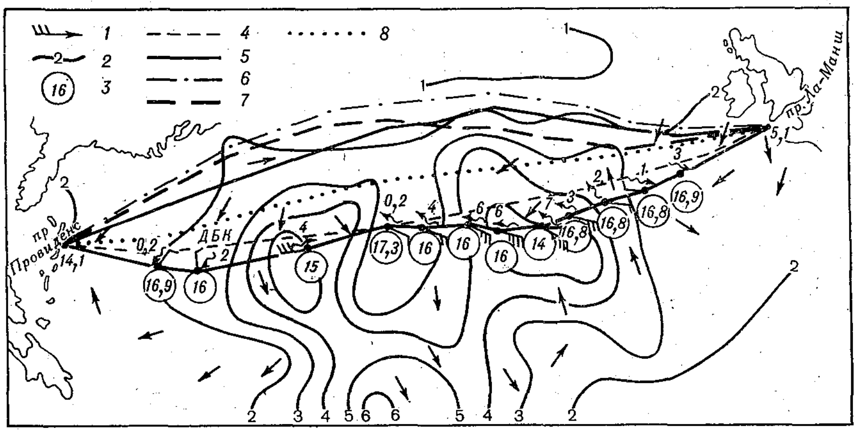

Рис. 36. Сборная карта волнения с 5 по 14 января 1967 г. с фактическим и рассчитанным на ЭВМ курсами т/х «Володарск».

1 — направление и скорость ветра; *2* — высота и направление волн; *3* — скорость хода судна, уз; *4* — дуга большого круга ДБК; *5* — вычисленный курс судна типа «Красноград»; *6* — типа «Архангельск»; *7* — типа «Казбек»; *8* — вычисленный методом изохрон.

пролегал близко к ДБК. При этом пришлось форсировать две области штормового волнения с максимальными высотами волн 5—6 м. Фактическое время перехода составило 219 часов, а пройденное расстояние — 3380 миль. Путь, рассчитанный на ЭВМ для этого судна без ограничений на высоту волны и бортовую качку совпал с ДБК и занял 214 ч ходового времени. Для сравнения оптимальный путь для этих условий погоды был рассчитан методом изохрон. Он прошел несколько севернее ДБК. Вычисленное время составило 216 ч. Для этой же ситуации были рассчитаны пути и для судов других типов с ограничением на высоту волны (4 м). Рассчитанные пути для всех типов судов прошли севернее ДБК, обойдя зону штормового волнения. Таким образом, если бы т/х «Володарск» прошел рекомендованным путем, основанным на расчетах, он выиграл бы 5 ч ходового времени.

6.4. Оценка экономической эффективности прогнозов волнения

Экономическая эффективность прогнозов волнения наиболее зримо проявляется при обеспечении судов рекомендуемыми курсами плавания. Максимальный выигрыш во времени и безопасность судна находятся в прямой зависимости от того, насколько точны были анализы и прогнозы полей волнения по акваториям океанов. Поэтому оценивая экономическую эффективность плавания судов рекомендуемыми курсами, в скрытом виде оценивается эффективность прогнозов волнения. Если выигрыш от рекомендаций о наивыгоднейших путях плавания был значительным, то это значит, что прогнозы волнения были достаточно надежны.

Проблема оценки эффективности плавания судов рекомендуемыми курсами достаточно сложна, так как она включает необходимость учета огромного числа факторов, влияющих на экономичность морских перевозок. Особенно трудно оценить потенциальный выигрыш от плавания судов рекомендуемыми курсами, так как бывает трудно выразить в рублях моральные и материальные потери при попадании судна в жестокий шторм. Поэтому при оценке эффективности плавания выбираются те факторы, которые наиболее хорошо поддаются учету, например: продолжительность плавания, пройденное расстояние, средняя скорость хода судна на переходе, расход топлива, число штормовых дней на переходе, выполнение графика движения, сохранность грузов и комфорт пассажиров. Один показатель только в некоторой степени отражает эффективность плавания. Поэтому обычно используют комплекс показателей, которые связаны между собой и в сумме дают характеристику главных сторон работы судна.

При анализе эффективности плавания судов рекомендуемыми курсами применяются различные методы, выбор которых определяется особенностями конкретного рейса. Например, при морских круизах необходимо обеспечить комфорт пассажирам, при перевозке сыпучего или палубного груза важно обеспечить максимум безопасности, при перевозке скоропортящихся продуктов необходимо выбирать курсы, обеспечивающие сохранность продуктов и т. д. Исходя из этого, применяются следующие виды оценок:

а) сопоставление результатов плавания судна рекомендованным курсом с плаванием условного судна, совершающего рейс по ДБК, локсодромии (маршрут судна с постоянным курсом) или стандартными маршрутами, приведенными в руководстве «Океанские пути мира»;

б) сравнение времени фактического плавания рекомендуемым курсом с плановым временем;

в) сравнение средней путевой скорости судна на рекомендованном курсе с его технической скоростью (скоростью на спокойной воде);

г) сравнение средней протяженности путей судов, следовавших рекомендованными курсами и без рекомендаций;

д) сравнение статистических данных плавания судов одного и того же типа, совершивших рейсы рекомендованными курсами и без них;

е) сравнение результатов плавания судна по рекомендациям с берега с контрольным судном;

ж) расчет количества дней со штормом во время рейса и сравнение с количеством штормовых дней на других возможных курсах (климатическом, локсодромии или ДБК);

и) оценка плавания судов рекомендованными курсами по всем этим показателям, проведенная в Гидрометцентре СССР и Центральном научно-исследовательском институте морского флота показала, что плавание судов рекомендуемыми курсами имеет существенное преимущество по сравнению с обычным плаванием без учета рекомендаций о наивыгоднейших путях плавания. Так, например, по данным ЦНИИМФ из всех случаев попадания судов Балтийского пароходства в шторм в 1967 г. только 10 % приходится на суда, следовавшие рекомендуемыми курсами.

При сравнении средней путевой скорости с технической скоростью для 330 рейсов результаты получились следующие: в 81 % случаев расхождение между этими показателями не превышало 0,5 уз, в 4 % случаев — 0,7 уз, в 6 % случаев — 0,9 уз и в 9 % случаев больше 1 уз. Что касается пройденного расстояния, то и в этом случае имеет место выигрыш. Так, если из Европы на Кубу и обратно суда без рекомендаций проходили в среднем около 3800 миль, то при использовании их — в среднем 3665 миль. Если говорить об экономии в денежном выражении, то по подсчетам ЦНИИМФ, только для 300 судов морского флота, совершивших плавание наивыгоднейшими путями в 1965 г. экономия составила около 900 000 рублей.

В табл. 12 приведены результаты плавания судов рекомендованными курсами с 1967 по 1970 гг. (всего 235 рейсов).

По каждому конкретному рейсу определялись следующие характеристики:

1. Фактическое время перехода;
2. Время условного перехода:
   а) по ортодромам (ДБК);
   б) по стандартному пути;
   в) по оптимальному пути;
   г) по рекомендованному пути, если судно не придерживалось рекомендаций.

ТАБЛИЦА 12

Средние показатели эффективности по В. С. Красюку [38], ч

Группа	Сезон	Количество рейсов	Оптимальная эффективность				Эффективность фактически выполненных рейсов					
							при соблюдении рекомендаций			при отклонении от рекомендаций		
			τ_{10}	τ_{20}	τ_{30}	τ_{40}	τ_{41}	τ_{42}	τ_{43}	τ_{31}	τ_{32}	τ_{33}
I	Зима	78	15,0	8,1	7,0	7,0	8,0	1,1	0,0	—	—	—
	Лето	74	4,3	1,1	0,5	0,5	3,8	0,6	0,0	—	—	—
	Среднее	152	9,8	4,7	3,8	3,8	6,0	0,9	0,0	—	—	—
II	Зима	59	15,2	8,5	5,6	5,6	9,6	2,9	0,0	—	—	—
	Лето	54	4,3	1,6	0,8	0,8	3,5	0,8	0,0	—	—	—
	Среднее	113	10,0	5,2	3,3	3,3	6,7	1,9	0,0	—	—	—
III	Зима	43	9,1	5,9	12,2	4,3	4,8	1,6	7,9	—2,5	—4,7	—5,5
	Лето	40	3,2	2,2	5,2	2,2	1,0	0,0	3,0	—3,1	—6,3	—7,9
	Среднее	83	6,3	4,1	8,8	3,3	3,0	0,8	5,5	—2,0	—3,0	—3,0

В таблице τ_{41}, τ_{42} и τ_{43} — соответствуют среднему выигрышу во времени при следовании судов рекомендованными курсами по сравнению с их плаванием по климатическому, кратчайшему и фактическому путям, а τ_{31}, τ_{32} и τ_{33} — проигрыш во времени фактически выполненных рейсов по сравнению с возможным плаванием судов по климатическому, ДБК и рекомендованному путям. Эффективность оптимальных курсов определяется величинами τ_{10}, τ_{20}, τ_{30}, τ_{40}, выражающими выигрыш по сравнению с плаванием по климатическим, ДБК, фактическим и рекомендованными путями соответственно.

Все 235 рейсов были разбиты на 3 группы. В группу I были включены рейсы, в которых суда шли точно рекомендованным курсом, в группу II вошли рейсы, которые выполнялись точно по рекомендациям, но без всяких ограничений и в группу III вошли рейсы, во время которых суда отклонялись от рекомендаций.

Средний выигрыш при плавании судов рекомендованными курсами по сравнению с условным плаванием по климатическим путям составил зимой 8 ч (3,4 %) ходового времени), летом — 3,8 ч (1,6 %), в среднем за год — 6 ч (2,6 %).

Максимально возможные значения средней экономии времени составили соответственно 15 ч (6,4 %), 4,3 ч (1,8 %) и 9,8 ч (4,3 %).

При отклонении от рекомендованных путей суда теряют в среднем около 5,5 ч ходового времени, а для зимы эти потери составляют 7,9 ч (таблица 12, группа III).

Наибольшая средняя экономия времени получена, как и следовало ожидать, для рейсов группы II. В среднем она составляет 9,6 ч (4,2 %), а максимально возможное ее значение превышает 15 ч.

Максимальный экономический эффект от использования оптимальных путей может быть достигнут лишь при условии, что сокращение ходового времени полностью реализуется в портах при грузовых операциях и в дальнейшем не теряется бесцельно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из содержания настоящей книги, существуют различные подходы в решении проблемы расчета (прогноза) элементов ветрового волнения, в которых используются как простые эмпирические, так и строгие методы, основанные на новых теоретических и экспериментальных данных о процессе развития, затухания и распространения ветровых волн. Однако имеет место определенное разделение (весьма условное) с точки зрения использования тех или иных методов в оперативной практике и в научно-исследовательских целях. Так, в повседневной оперативной практике обеспечения мореплавания прогнозами волнения, применяются как правило эмпирические или существенно упрощенные полуэмпирические методы расчета, в то время как более строгие методы, основанные на результатах интегрирования уравнения баланса энергии волн (уравнение Маккавеева), используются для ретроспективных расчетов. Такое разделение вытекает из требований практики к точности и содержанию прогноза, его оперативности. Громоздкость и трудоемкость расчетов по строгим методам часто сдерживает их использование в оперативной работе. Кроме того, прогноз волнения, как известно, строится на прогнозе ветра, надежность которого пока недостаточно высока. По этому прогнозу можно рассчитать характеристики волнения с достаточной для практики точностью не более, чем на двое суток. За этим пределом оправдываемость прогноза имеет характер близкий к случайному. В этих условиях использование для прогноза строгих, но сложных методов расчета элементов волн не представляется целесообразным, так как точность прогноза волнения в данном случае определяется не столько строгостью метода, сколько качеством прогноза ветра. И хотя эмпирические методы уступают по точности строгим методам, их преимущества несомненны в оперативной работе. Расчеты по ним требуют незначительных затрат времени на составление прогноза, минимума исходной информации. Эти методы наиболее эффективно используются в местных прогностических подразделениях при составлении локальных прогнозов для отдельных пунктов или ограниченных районов моря. Естественно, что не все прогностические подразделения располагают одинаковыми возможностями в отношении полноты и качества исходной для прогноза информации, наличия ЭВМ и т. д. Поэтому выбирается метод наиболее полно отвечающий решению конкретной задачи в конкретных физико-географических условиях.

Требования практики к точности и содержанию прогнозов волнения постоянно растут. В связи с этим встают новые задачи по испытанию и внедрению в оперативную практику более строгих методов расчета элементов ветрового волнения. Наиболее перспективными в этом отношении являются спектральные методы, позволяющие получать наиболее полную информацию о ветровом волнении.

В последние годы в СССР и за рубежом проводятся интенсивные работы по испытанию и внедрению в оперативную практику численных методов, позволяющих рассчитывать и прогнозировать спектральные характеристики волнения.

Привлечение результатов спектральной теории волн к анализу и прогнозу ветрового волнения является делом совершенно новым. Но оно необходимо и позволит по нашему мнению существенно повысить качество прогноза ветрового волнения и зыби. Такая уверенность основана на анализе результатов испытания спектральных методов, проведенном в СССР и за рубежом.

К прогнозу волнения с учетом его спектральной структуры мы сможем перейти только в том случае, если одновременно с получением начальных данных будет осуществляться и надежный прогноз ветра. Ввиду этого наиболее перспективными должны быть численные методы прогноза, позволяющие одновременно вести предвычисление полей ветра и волнения. Создание таких методов возможно уже в ближайшее время.

Кроме получения надежного прогноза ветра и элементов волнения предстоит преодолеть по крайней мере две трудности чисто математического порядка. Во-первых, уравнение баланса спектральной энергии волн включает нелинейные члены, а это затрудняет решение задачи обычными методами и возникает необходимость применять сложную и трудоемкую методику численного интегрирования. Аналитические решения этого уравнения получены лишь для некоторых частных случаев, не учитывающих нелинейные члены. Во-вторых, начальные и граничные условия никогда нельзя знать с достаточной точностью и с необходимыми подробностями, чтобы при решении получить близкое соответствие между вычисленными и фактическими данными. Решение этих задач должно составлять, на наш взгляд, основное содержание развития численных методов прогноза волнения.

Следует сказать еще об одном аспекте, связанном с внедрением в практику математических методов прогноза ветрового волнения. Это автоматизация вычислительных работ, связанных с составлением прогноза ветрового волнения по большим акваториям океанов и морей. В целях полной автоматизации процесса расчета прогноза волнения необходимо разработать и внедрить в практику:

а) систему автоматизированной первичной обработки информации о ветре и волнении, поступающей в ЭВМ из каналов связи. Сюда должно входить опознание и расшифровка телеграфных сообщений, предварительный контроль правильности данных и приведение их к формам удобным для машинной обработки;

б) методику объективного анализа полей ветра и волнения, включающую контроль правильности данных путем проверки их согласованности по некоторым объективным критериям;

в) автоматизированный расчет полей атмосферного давления на уровне моря, полей векторов ветра и волнения и выдачи результатов анализа и прогноза для дальнейшего использования. К этому необходимо добавить также расчеты рекомендуемых курсов плавания судов.

В настоящее время автоматизированы только отдельные звенья этой большой системы. В частности, в автоматизированном режиме составляются прогнозы полей давления, которые затем пересчитываются в поля векторов ветра и прогнозы полей волнения.

Создание автоматизированных систем прогноза полей волнения с применением строгих математических моделей позволит существенно улучшить обеспечение морских отраслей народного хозяйства страны прогнозами волнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абузяров З. К. О прогнозе волн в Северной Атлантике.— Метеорология и гидрология, 1963, № 9, с. 18—23.
2. Абузяров З. К. Метод прогноза полей волнения в северной части Атлантического океана.— Труды ЦИП, 1966, вып. 156, с. 3—30.
3. Абузяров З. К. Численный прогноз полей ветра и волнения.— Труды ГМЦ СССР, 1967, вып. 8, с. 92—106.
4. Абузяров З. К. Метод оперативного прогноза волнения в северной части Атлантического океана.— Труды ГМЦ СССР, 1973, вып. 127, с. 51—61.
5. Абузяров З. К. Прогнозирование морских волн.— Океанология, Обнинск, 1977, с. 61.
6. Абузяров З. К. Об оценке массовых судовых наблюдений за волнением в Северной Атлантике.— Труды ВНИГМИ—МЦД, 1978, вып. 46, с. 45—54.
7. Абузяров З. К., Сиротов К. М. Рекомендуемые курсы плавания судов в океане.— Л.: Гидрометеоиздат, 1970.— 91 с.
8. Абузяров З. К., Шамраев Ю. И. Морские гидрологические информации и прогнозы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1974.— 219 с.
9. Абузяров З. К. и др. Плавание судов в открытых водах Мирового океана наивыгоднейшими путями.— Труды ЦНИИМФ, 1965, вып. 64, с. 19—52.
10. Абузяров З. К. и др. Численные эксперименты со спектральной моделью расчета полей волнения.— Труды ГМЦ СССР, 1978, вып. 200, с. 103—119.
11. Багров Н. А. Аналитическое представление последовательности метеорологических полей посредством естественных составляющих.— Труды ЦИП, 1969, вып. 74, с. 3—24.
12. Белинский Н. А. Морские гидрометеорологические информации и прогнозы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1956.— 254 с.
13. Браславский А. П. Расчет ветровых волн.— Труды ГГИ, 1952, вып. 35. с. 94—158.
14. Бретшнайдер К. Л. Образование волн ветром на глубокой и мелкой воде.— В кн.: Гидродинамика береговой зоны и эстуариев, Л., Гидрометеоиздат, 1970, с. 7—66.
15. Бровиков И. С. О расчете элементов ветровых волн в зависимости от длины разгона и времени.— Труды ГОИН, 1954, вып. 55, с. 3—35.
16. Бровиков И. С. Статистические характеристики элементов ветровых волн.— Труды ГОИН, 1954, вып. 26, с. 147—194.
17. Васильев К. П. Наивыгоднейшие пути плавания судов в морях и океанах в зависимости от заданных гидрометеорологических условий.— Труды ГМЦ СССР, 1972, вып. 97, с. 132.
18. Ветер и волны в океанах и морях.— Л.: Транспорт, 1974.— 359 с.
19. Ветровые волны: Пер. с англ./Под ред. Ю. М. Крылова.— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962.— 441 с.
20. Виленский Я. Г., Глуховский Б. Х. Ветровое волнение в океане. Результаты исследований и материалы наблюдений за элементами волн и ветром в северной части Атлантического океана.— Труды ГОИН, 1961, вып. 62.— 103 с.
21. Виленский Я. Г., Глуховский Б. Х. Некоторые закономерности ветрового волнения.— Труды ГОИН, 1955, вып. 29 (41), с. 5—35.
22. Виленский Я. Г., Глуховский Б. Х. Расчет трансформации элементов волн глубокого моря в мелководных зонах с постоянно убывающей глубиной.— Труды Океанографич. комиссии, 1961, т. 11, с. 46—58.

23. Глуховский Б. Х. Исследование морского ветрового волнения.— Л.: Гидрометеоиздат, 1966.— 284 с.
24. Давидан И. Н. Частотный спектр ветрового волнения.— Труды ГОИН, 1969, вып. 96.
25. Давидан И. Н. и др. Расчет спектральных характеристик ветрового волнения на основе численных и аналитических решений уравнения баланса волновой энергии в спектральной форме.— Морские гидрофизические исследования, 1975, вып. 4, с. 73—82.
26. Давидан И. Н. и др. Методы расчета спектра волн.— Океанология, Обнинск, 1977, с. 97.
27. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветровое волнение как вероятностный гидродинамический процесс.— Л.: Гидрометеоиздат, 1978.— 285 с.
28. Дженюк С. Л. Численный расчет вероятностных характеристик волн по полю ветра.— Труды ГМЦ СССР, 1976, вып. 164, с. 3—10.
29. Дженюк С. Л. Оперативный прогноз волнения в Баренцевом море.— В кн.: Природные условия и естественные ресурсы северных морей, Л., 1977, с. 108—114.
30. Дуванин А. И. Волновые движения в море.— Л.: Гидрометеоиздат, 1968.— 222 с.
31. Ефимов В. В., Кушнир В. М. Анализ высокочастотной части спектра морского волнения.— Океанология, 1974, т. 14, вып. 1, с. 30—36.
32. Зубова М. М. Развитие ветровых волн по материалам наблюдений.— В кн.: Исследования по проблеме океан—атмосфера. 1967, № 1, с. 169—181.
33. Иванов А. А. Расчет элементов ветровых волн глубокого моря.— Труды МГИ, 1956, вып. 6.
34. Иконникова Л. Н. Расчет волн Каспийского моря и ветра над ним.— Труды ГОИН, 1960, вып. 50.
35. Иконникова Л. Н. Элементы установившегося волнения на глубокой воде (Результаты наблюдений и обзор методов расчета).— Труды ГОИН, 1968, вып. 93, с. 53—97.
36. Кашин К. И. Высоты ветровых волн в северной части Атлантического океана.— Метеорология и гидрология, 1966, № 16.
37. Кононкова Г. Е. Динамика морских волн.— М.: МГУ, 1969.— 207 с.
38. Красюк В. С., Карпеев Г. А. Об оценке эффективности плавания судов рекомендованными путями.— В кн.: Эффективность гидрометеорологического обслуживания народного хозяйства, Л., Гидрометеоиздат, 1973, с. 92—97.
39. Красюк В. С. О расчете полей ветра и волнения.— Труды ГМЦ СССР, 1971, вып. 83, с. 21—28.
40. Крылов Ю. М. Статистическая теория и расчет морского ветрового волнения. Ч. 1, 2.— Труды ГОИН, 1956, вып. 33 (45), с. 5—79; 1958, вып. 42, с. 3—88.
41. Крылов Ю. М. Об эмпирическом спектре ветрового волнения на глубоком море.— Труды ГОИН, 1961, вып. 67, с. 51—64.
42. Крылов Ю. М. Расчет максимальных высот морских волн.— Труды ГОИН, 1961, вып. 61.
43. Крылов Ю. М. Спектральные методы исследования ветровых волн. Л.: Гидрометеоиздат, 1966.— 254 с.
44. Крылов Ю. М. и др. Ветровые волны и их воздействие на сооружения.— Л.: Гидрометеоиздат, 1976.— 255 с.
45. Кудрявая К. И., Серяков Е. И., Скриптунова Л. И. Морские гидрологические прогнозы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1975.— 310 с.
46. Кузьмин В. И., Стрекалов С. С. Расчет зыби при произвольных границах шторма.— Труды ГМЦ СССР, 1971, вып. 83, с. 6—16.
47. Маккавеева В. М. О процессах возрастания и затухания волн малой длины и о зависимости высоты их от расстояния по наветренному направлению.— Труды ГГИ, 1937, вып. 5, с. 17—25.
48. Макова В. И. Связь спектров турбулентности в приводном слое ат-

мосферы со спектром поверхностного волнения.— Океанология, 1965, № 4.
49. Матушевский Г. В. Исследование полей ветровых волн глубокого моря вблизи островов и в проливах.— Труды ГОИН, 1964, вып. 75.
50. Матушевский Г. В. Статистическая структура штормового волнения в океане и морях.— Труды ГОИН, 1980, вып. 151, с. 47—53.
51. Матушевский Г. В. Расчет максимальных высот ветровых волн в океанах и морях.— Метеорология и гидрология, 1978, № 5, с. 63—69.
52. Мерцалов В. Г., Ржеплинский Г. В. Опыт составления прогнозов океанического волнения в судовых условиях.— Метеорология и гидрология, 1962, № 10, с. 44—46.
53. Методическое письмо. Расчет высот ветровых волн глубокого моря и прибрежной зоны при сложных формах береговой черты, рельефа дна и поля ветра.— М.: Гидрометеоиздат, 1967.
54. Методические указания № 19. Составление прогнозов ветрового волнения и зыби для морей и океанов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1961.— 43 с.
55. Ржеплинский Г. В. Метод расчета режимно-климатических характеристик волнения и его обоснование.— Труды ГОИН, 1965, вып. 84.
56. Ржеплинский Г. В. Исследование режима ветрового волнения океанов и расчет параметров волн.— Труды ГОИН, 1972, вып. 3.— 184 с.
57. Ржеплинский Г. В., Крылов Ю. М., Матушевский Г. В. и др. Новый метод анализа и расчета ветровых волн.— Труды ГОИН, 1969, вып. 93, с. 5—52.
58. Руководство по расчету морского волнения и ветра над морем.— Л.: Гидрометеоиздат, 1960.— 153 с.
59. Руководство по расчету наивыгоднейших путей плавания судов на морях и океанах.— Л.: Гидрометеоиздат, 1976.— 159 с.
60. Руководство по расчету параметров ветровых волн.— Л.: Гидрометеоиздат, 1969.— 138 с.
61. Свердруп Г., Манк В. Ветер, волнение и зыбь. Теоретические основы прогноза.— В кн.: Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоя. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1961, с. 15—87.
62. Сиротов К. М. Развитие и затухание ветровых волн в Апшеронском районе Каспийского моря.— Труды ГОИН, 1957, вып. 38 (50).
63. Сиротов К. М. Прогнозы морских ветровых волн и локальные зависимости.— Труды Океанографич. комиссии, Изд. АН СССР, 1961, с. 63—68.
64. Сиротов К. М., Дженюк С. Л. Прогнозы волн зыби по ее типовым полям.— Метеорология и гидрология, 1977, № 9, с. 46—50.
65. Сиротов К. М., Сетт Л. С. Кривизна воздушных потоков и ветровые волны в океане.— Труды ГМЦ СССР, 1971, вып. 83, с. 29—33.
66. Сиротов К. М. Шехтман А. Н. Об оценке визуальных наблюдений над волнением.— Труды НИИАК, 1961, вып. 12, с. 57—65.
67. Соркина А. И. Построение карт ветровых полей для морей и океанов.— Труды ГОИН, 1958, вып. 44.— 74 с.
68. Соркина А. И. Основные типы атмосферной циркуляции над северной частью Атлантического океана и изменения в режиме циркуляции за последние десятилетия.— Труды Всесоюзного совещания по морской метеорологии, Л.: Гидрометеоиздат, 1966, с. 18—24.
69. Справочные данные по режиму ветров и волнения в океанах. М.— Л.: Транспорт, 1956.— **234 с.**
70. Стрекалов С. С. Зависимость энергетического спектра ветрового волнения глубокого моря от волнообразующих факторов.— Океанология, 1965, т. 5, вып. 3.
71. Титов Л. Ф. Ветровые волны.— Л.: Гидрометеоиздат, 1969.— 294 с.
72. Успенский П. Н. О зарождении и развитии волн на поверхности воды под действием ветра.— Изв. АН СССР, ОМЕН, 403, 1937.
73. Шишов Н. Д. К вопросу о расчете элементов ветровых волн на ограниченной глубине.— Метеорология и гидрология, 1949, № 1.
74. Шулейкин В. В. Физические основы прогноза ветровых волн в океане.— Изв. АН СССР, сер. геофизич., 1959, № 5, с. 710—724.

75. Шулейкин В. В. Вычисление размеров волн, возможных при Атлантических ураганах.— Изв. АН СССР, сер. геофизич., 1960, № 7, с. 1013.
76. Шулейкин В. В. Уточненный расчет ветровых волн заданной обеспеченности.— Изв. АН СССР, сер. геофизич., 1963, № 1.
77. Шулейкин В. В. Физика моря.— М.: Наука, 1968.— 1082 с.
78. Шулейкин В. В. Расчет развития, движения и затухания тропических ураганов и главных волн, создаваемых ураганами.— Л.: Гидрометеоиздат, 1978.— 96 с.
79. Abuzyarov Z. K. A study on relationship between the fields of sea and atmospheric pressure fields in the North Atlantic.— Proces. Verbaux, 1971, N 12, p. 133—134.
80. Akedo K. Practical method of ocean wave forecasting in routine work.— J. Meteor. Res., 1962, vol. 14, N 2.
81. Analysis of ocean wave spectra in 15 frequency bands for January, 1959 offshore east and west coasts of the US and in the Gulf of Mexico. National Data Buoy Center, 1973, p. 354—386.
82. Barnett T. P., Wilkerson J. C. On the generation of wind waves as inferred from airborne radar measurements of fetch-limited spectra.— J. Marine Res., 1967, 25, p. 292—328.
83. Barnett T. P. On the generation, dissipation and prediction of ocean wind waves.— J. Geophys. Res., 1968, vol. 73, N 2, p. 513—529.
84. Barnett T. P., Kenyon K. E. Recent advances in the study of wind waves.— Rep. Progress in Physics, 1975, vol. 38, N 6, p. 667—729.
85. Barber N. F., Ursell F. The generation and propagation of ocean waves and swell. I. Wave periods and velocities.— Roy. Soc. London, 1948, vol. 240, p. 527—560.
86. Braddock R. D. Optimal problems in physical oceanography. Part I: Theory; Part II: Applications to tsunami; Part III: Applications to meteorological navigation.— Res. papers N 19—21, 1968.— 177 p.
87. Bleick W. E., Faulkner F. D. Minimal time ship routing.— J. Appl. Met., 1965, vol. 4, p. 217—221.
88. Bretschneider C. L. The generation and decay of wind waves in deep water.— Trans. Amer. Geophys. Union, vol. 33, N 3, p. 381—389.
89. Bretschneider C. L. e. a. Data for high wave conditions observed by the O. W. S. “Weather Reporter” in December 1959.— Deutsch. Hydrogr. Z., 1962, Bd 15, H. 6, S. 243—255.
90. Brooks R. L., Jasper N. H., James R. W. Statistic on wave heights and periods for the North Ocean.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1958, vol. 39, N 6.
91. Bunting D. C. Evaluating forecasts of ocean-wave spectra.— J. Geophys. Res., 1970, vol. 75, N 21, p. 4131—4143.
92. Burling R. The spectrum of waves at short fetches.— Deutsch. Hydrogr. Z., 1959, Bd 12, H. 2, 3.
93. Carstensen L. P. Some effects of air-sea temperature difference, latitude and other factors on surface wind-geostrophic wind ratio and deflecting angle.— Fleet Numerical Wea. Center Tech. Note, N 29, 1967, p. 5.
94. Chakrabarti S. K. High-wave conditions observed over the North Atlantic in September 1961.— J. Geophys. Res., 1976, vol. 81, N 27, p. 4991—4994.
95. Collins J. I. Prediction of shallow—water spectra.— J. Geophys. Res., 1972, vol. 77, N 15, p. 2693—2707.
96. Cote L. J. e. a. The directional spectrum of a wind generation sea as determined from data obtained by the stereo wave observation project.— N. Y. Univ. Press, Met. Papers, 1960, vol. 2, N 2(16). 88 p.
97. Darbyshire M. The generation of waves by wind.— Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1952, vol. 215, p. 299—328.
98. Darbyshire M. e. a. Forecasting wind-generated sea waves.— Nat. Inst. Oceanogr., 1963, vol. 195, N 5059, p. 482—484.
99. Darbyshire M., Simpson J. Numerical prediction of wave spectra in the North Atlantic.— Deutsch Hydrogr. Z., 1967, H. 1, S. 18—22.

100. Darlington C. R. The distribution of wave heights and periods in ocean waves.— Quart. J. Roy. Met. Soc., 1954, vol. 80, N 346, p. 619.
101. De Leonibus P. S., Simpson L. S. Case study of duration — limited wave spectra observed at an ocean tower.— J. Geophys. Res., 1972, 77, p. 4555—4569.
102. Dettmann D. C., Berg W. D. Case study analysis of potential benefits from wave forecasting service.— Mar. Technol. Soc. J., 1978, vol. 12, N 1, p. 26—30.
103. Devillaz E. Traitment numérique de l'état de la mer. Dispersion artificielle et premiers resultat du modèle DSA-5M.— Note de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches Météorologiques, 1965, N 211, 10 p.
104. Dexter P. E. Test on some programmed numerical wave forecasts models.— J. Phys. Oceanogr., 1974, vol. 4, N 4, 6 p.
105. Dobson F. W. Measurements of atmospheric pressure on wind generated sea-waves.— J. Fluid Mech., 1971, vol. 48, N 1, p. 91—127.
106. Donn W. L. Studies of waves and swell in the Western North Atlantic.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1949, vol. 30, p. 507—516.
107. Eckart C. The generation of wind waves on a water surface.— J. Appl. Phys., 1953, vol. 24, N 12.
108. Ewing J. A. Some measurements of the directional wave spectrum.— J. Marine Res., 1969, vol. 27, N 2.
109. Ewing J. A. A numerical wave prediction method for the North Atlantic Ocean.— Deut. Hydrogr. Z., 1971, 24, p. 241—261.
110. Faulkner F. D. Numerical methods for determining optimum ship routes.— J. Inst. Navigation, 1964, vol. 10, N 4.
111. Feldhousen P. H., Chakrabarti S. K., Wilson B. W. Comparison of wave hindcast at weather station "j" for North Atlantic storm of December, 1959.— Deutsch Hydrogr. Z., 1973, H. 1, S. 10—16.
112. Fons C. Prevision de la houle par methode des densities spectroangularies N 5.— Cahier Oceanogr., 1966, vol. 18, N 1, p. 15—33.
113. Gelci R., Chavy P., Devillaz E. Traitment numérique de l'état de la mer.— Cahier Oceanogr., 1963, vol. 15, N 3, p. 158—160.
114. Gelci R., Devillaz E. Le calcul numérique de l'état de la mer.— Notes de l'etablissement d'etudes et de recherches météorologiques, 1969, N 268, p. 1—74.
115. Gelci R., Devillaz E. Le calcul numérique de l'état de la mer.— La Houille Blanche, 1970, N 2, p. 117—136.
116. Gelci R., Devillaz E. Le calcul numérique de l'état de la mer.— Météorologie, 1975, N 2, p. 157—180.
117. Goldman J. L., Bijnock J. A. Forecasting and hindcasting the maximum combined sea in storms.— 5th Ann. Offshore Technol. Conf., Houston, 1973, vol. 2, p. 111—120.
118. Handbook on wave analysis and forecasting. WMO — N 446, 1976, 97 p.
119. Hasselmann K. On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum.— J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, N 4, p. 481—500; 1963, vol. 15, N 2, p. 273—281; 1963, vol. 15, N 3, p. 385—398.
120. Hasselmann K. Weak-interaction theory of ocean waves.— Univ. Hamburg, 1967.— 112 p.
121. Hasselmann K. e. a. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP).— Deutsch. Hydrogr. Inst., Hamburg, 1973.— 95 S.
122. Hasselmann K. e. a. A parametric wave prediction model.— J. Phys. Oceanogr., 1976, vol. 6, N 2, p. 200—228.
123. Haug O. A. Numerical model for prediction of sea and swell.— Meteorol. Annual, 1968, N 5, p. 131—161.
124. Hubert W. E. A preliminary report on numerical sea condition forecasts.— Mon. Wea. Rev., 1957, vol. 85, N 6.
125. Hubert W. E. Operational forecasts of sea and swell.— Proc. 1st US Navy Symp. on Milit. Oceanogr., 1964, p. 123—124.

126. Inoue T. On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miels-Phillips mechanism and its application to wave forecasting.— Geophys. Sci. Lab. Rep. TR67-5, 1966.— 74 p.
127. Isozaki I., Uji T. Numerical prediction of ocean wind waves.— Pap. Met. Geophys., 1973, vol. 24, N 2, p. 207—231.
128. Isozaki I., Uji T. Numerical model of marine surface winds and its application to the prediction of ocean wind waves.— Pap. Met. Geophys., 1974, vol. 25, N 3, p. 197—239.
129. Isozaki I., Uji T. The calculation of wave propagation in the numerical prediction of ocean waves.— Pap. Met. Geophys., 1972, vol. 23, N 4, p. 347—359.
130. James R. W. Application of wave forecast to marine navigation.— US Navy Hydrogr. Office, 1957.
131. Jeffreys H. On the formation of water waves by wind.— Proc. Roy. Soc., 1924, A-107, p. 189—206; 1925, A-110, p. 341—347.
132. Johnson P. W. The ratio of the sea-surface wind to the gradient wind.— Proc. of the 1st Conference on ships and waves, 1954, p. 104—110.
133. Karlsson T. An ocean waves forecasting scheme for Iceland.— Sci. Inst. Div. of Earth Sciences, Univ. of Iceland, 1972, RH-G-72-B2, 135 p.
134. Kruseman P. Two practical methods for forecasting wave components with periods between 10 and 25 seconds near Hook of Holland.— Wetenschappelijk Rap. 76-1, Koninklijk Nederlands Meteorol. Inst., 1976.
135. Lasanoff S. M., Stevenson N. M., Gardon V. J. A Mediterranean Sea wave spectral model.— 5th Ann. Offshore Technol. Conf., Houston. 1973, vol. 2, p. 99—110.
136. Le Méhauté B. An introduction to hydrodynamics and water waves. Vol. II: Water wave theories.— ESSA Techn. Rep. ERL 118-POL 3—2. 1969, p. 507—725.
137. Longuet-Higgins M. S. On the statistical distribution of the heights of sea wave.— J. Marine Res., 1952, vol. 11, N 3, 5 p.
138. Longuet-Higgins M. S. A non-linear mechanism for generation of sea waves.— Proc. Roy. Soc., 1969, Ser. A-311, p. 371—389.
139. Lumb F. H. A simple method of estimating wave height and direction over the North Atlantic.— Marine Observer, 1963, p. 23—29.
140. Manton M. J. On the growth and decay of a deep water wave component.— Tellus, 1973, vol. 25, N 1, p. 36—42.
141. Marks W., Goodman T. R., Pierson W. e. a. An automated system for optimum ship routing.— Soc. Naval Architects and Marine Eng., 1968, N 1, p. 1—27.
142. Miles J. W. On the generation of surface waves by shear flow.— J. Fluid Mechanics, 1957, Pt I, vol. 3, p. 185—204; 1959, Pt II, vol. 6, p. 568—582; 1959, Pt III, vol. 6, p. 583—598; 1960, Pt IV, vol. 13, p. 433—448.
143. Mitsuyasu H., Kimura H. Wind wave in decay area.— J. Coastal Eng., Japan, 1965, vol. 8, p. 21—35.
144. Mitsuyasu H. On the growth of the spectrum of wind-generated waves.— Rep. Res. Inst. Appl. Mech., 1968, vol. 16, N 55, p. 459—482.
145. Miuasava. On the tests of ocean waves forecasting by DSA-5M.— Umitosora, 1971, vol. 47, N 2—3, p. 125—126.
146. Morgan M. R. The analysis of sea and swell conditions in deep water.— Techn. Mem. TEC763, 1971, p. 1—32.
147. Moskowitz L. Estimates of the power spectra for fully-developed seas for wind speeds of 20—40 knots.— J. Geophys. Res., 1964, vol. 59, N 29, p. 1561—1579.
148. Neumann G. An ocean-wave spectra and a new method of forecasting wind-generated seas.— Beach Erosion Board. Techn. Memo. N 43, 1953.
149. Neumann G. On the energy distribution in ocean wave spectra at different wind velocities.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1953, N 46.

150. Neumann G., Pierson W. J. A detailed comparison of theoretical wave spectra and wave forecasting method.— Deutsch Hydrogr. Z., vol. 10, N 3—4.
151. Phillips O. M. On the generation of waves by turbulent wind.— J. Fluid Mech., 1957, vol. 2, p. 417—445.
152. Phillips O. M. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves.— J. Fluid Mech., 1958, vol. 4, p. 426—434.
153. Pierson W. J., Neuman G., James R. W. Practical method for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics.— US Navy Hydrogr. Office, 1955, N 603.— 284 p.
154. Pierson W. J. The interpretation of wave spectrum in terms of the wind profile instead of the wind measured at a constant height.— J. Geophys. Res., 1964, vol. 67, N 24, p. 5191—5203.
155. Pore N. A., Richardson W. S. Interim report on sea and swell forecasting.— US Technical Memo., TD, L-13.— 13 p.
156. Putz R. R. Statistical distribution for ocean waves.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1952, vol. 33, N 5.
157. Sellars F. Maximum heights of ocean waves.— J. Geophys. Res., 1975, vol. 80, N 3, p. 398—404.
158. Sell W., Hasselman K. Computations of non-linear energy transfer for JONSWAP and empirical wind wave spectra.— Hamburg, 1973.— 256 p.
159. Ship routing by numerical means.— US Navy Wea. Res. Facility, Build. R-48, 1961.— 37 p.
160. Silvester R., Vongvissessomjai S. Computation of storm waves and swell.— Proc. Inst. Civ. Eng., 1971, vol. 48, p. 259—283.
161. Snodgrass F. E. e. a. Propagation of ocean swell across the Pacific.— Phil. Trans. Roy. Soc., Ser. A, 1966, vol. 259, p. 431—497.
162. Snyder R. L., Cox C. S. A field study of the wind generation of ocean waves.— J. Marine Res., 1966, vol. 24, N 2, p. 141—178.
163. Snyder R. L., Chakrabarti S. K. High-wave conditions observed over the North Atlantic in March 1968.— J. Geophys. Res., 1973, vol. 78, N 36, p. 8793—8807.
164. State of sea photographs for the Beaufort wind scale. Dep. Transport, Meteorol. Branch, Canada, 1969.— 49 p.
165. Suthons C. T. The forecasting of sea and swell waves.— British Naval Met. Branch. Mem. N 135/45, 1945.— 3 p.
166. Technical Procedures Bull. N 17. Wind-wave swell and combined wave forecasts, 1968.— 16 p.
167. Technical Procedures Bull. N 190. Wind-wave forecasts for the Gulf of Mexico. 1977.— 5 p.
168. Uji T. Numerical estimation of the sea waves in a typhoon area.— Pap. Meteorol. and Phys., 1975, vol. 26, N 4, p. 199—217.
169. Walden H. An attempt of hindcasting the high waves observed by the OWS "Weather Reporter" at position "J" on 17 December 1959.— Deutsch Hydrogr. Z., 1963, 16, S. 1—9.
170. Wilson B. W. Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959.— Deutsch Hydrogr. Z., 1965, vol. 18, N 3, S. 114—130.
171. Wilson B. W. Graphical approach to the forecasting of waves in moving fetches.— US Army Corp. Eng., Beach Erosion Board, Techn. Memo., 1965, N 75.— 5 p.
172. Wilson B. W. Deep water wave generation by moving wind systems.— J. Waterways and Harbor, Proc. ASCE, 1961, vol. 87, p. 113—141.
173. Zobel R. F., Dixon R. Note on the forecasts of wave height made by the Meteorological Office (U. K.) — Meteorol. Mag., 1970, vol. 99, p. 177—183.

ОГЛАВЛЕНИЕ