

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА

Т Р У Д Ы

ВЫПУСК 329

06
Т 78

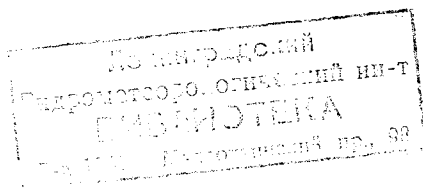
ДИНАМИКА ГЛОБАЛЬНЫХ АТМОСФЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ И ПРОГНОЗ ПОГОДЫ

10

Под редакцией

д-ра физ.-мат. наук М. И. ЮДИНА
канд. геогр. наук А. В. МЕЩЕРСКОЙ
канд. физ.-мат. наук Л. В. РУХОВЦА

224322+



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ

ЛЕНИНГРАД • 1975

Сборник содержит результаты исследований крупномасштабных атмосферных процессов как теоретического характера, так и основанные на обобщении эмпирических данных. Ряд работ посвящен разработке методики моделирования атмосферной циркуляции, физико-статистических методов прогноза погоды с большой и малой заблаговременностью, сверхдолгосрочного прогноза осадков. Сборник представляет интерес для специалистов, работающих в области прогноза погоды и климатологии, а также для студентов старших курсов и аспирантов.

МЕТОД РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТОКОВ В АТМОСФЕРЕ С УЧЕТОМ НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

1. В работе предлагается метод расчета крупномасштабных вертикальных скоростей, основанный на разложении поля геопотенциала в ряд по статистически ортогональным функциям, зависящим только от высоты.

В схемах с полными уравнениями вертикальная скорость находится через дивергенцию скорости, которая, как известно, определяется недостаточно точно. Расчет вертикальных скоростей в квазигеострофических численных схемах прогноза погоды производится на основе решения сложных уравнений динамики атмосферы, включающих члены с производными высоких порядков по пространственным переменным, и поэтому сопряжен с большими вычислительными ошибками. Для областей с редкой наблюдательной сетью, погрешности вычисления вертикальной скорости особенно велики.

Между тем использование метода разложения основных метеорологических полей в ряд по статистически ортогональным функциям [3], нашедшего в последние годы широкое применение для решения многих метеорологических задач теоретического и прикладного характера, позволяет, как будет показано ниже, весьма просто производить расчет вертикальных скоростей в рамках прогнозистических схем. Кроме того, предлагаемая методика позволяет рассчитать профиль вертикальной скорости в пункте аэрологического зондирования по фактическим данным о геопотенциале за два срока наблюдений. При этом метод позволяет учесть вклад таких неадиабатических факторов, как, например, радиационный нагрев или выхолаживание атмосферы и приток тепла за счет конденсации водяного пара.

2. Представим в изобарической системе координат отклонения геопотенциала Φ от его стандартных значений $\Phi_{ст}$ в виде разложения в ряд по ортонормированным функциям $\varphi_v(\zeta)$

$$\Phi(x, y, \zeta, t) = \Phi_{ст}(\zeta) + c^2 \sum_v F_v(x, y, t) \varphi_v(\zeta). \quad (1)$$

Здесь $\zeta = p/p_0$, где p — давление, $p_0 = 1013$ мб, $c = \sqrt{RT_{ст}}$ (1) — скорость звука у земли. Тогда производные от геопотенциала по горизонтальным координатам и времени будут определяться как

$$\frac{\partial \Phi}{\partial s} = c^2 \sum_v \frac{\partial F_v}{\partial s} \varphi_v \quad (s = x, y, t). \quad (2)$$

Примем в качестве функций $\varphi_i(\zeta)$ систему статистически оптимальных ортонормированных функций на дискретном множестве уровней ζ_i , $i=1, 2, \dots, m$. Будем также считать геопотенциал Φ , температуру воздуха T и изобарическую вертикальную скорость $w = \frac{1}{p_0} \frac{dp}{dt}$ функциями, определяемыми на тех же уровнях. Тогда перечисленные функции можно рассматривать как векторы с составляющими соответственно $\varphi_i = \varphi_i(\zeta_i)$, $\Phi_i = \Phi(x, y, \zeta_i, t)$ и т. д. Умножая обе части (2) скалярно на φ_k , получим в силу ортонормированности базисных функций

$$\frac{\partial F_k}{\partial s} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial s} \cdot \varphi_k \right) \equiv \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^m \frac{\partial \Phi_i}{\partial s} \varphi_{ki}. \quad (3)$$

Далее, в силу уравнения гидростатики

$$T = - \frac{\zeta}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \quad (4)$$

и равенства (1) получим

$$T(x, y, \zeta, t) = T_{\text{ст}}(\zeta) - \frac{c^2}{R} \sum_y F_y(x, y, t) \zeta \frac{\partial \varphi_y(\zeta)}{\partial \zeta}, \quad (5)$$

где $T_{\text{ст}}(\zeta)$ — стандартные значения температуры воздуха.

Введем теперь безразмерные величины

$$\Phi' = \frac{\Phi - \Phi_{\text{ст}}}{c^2}; \quad T' = \frac{T - T_{\text{ст}}}{T_{\text{ст}}(1)}, \quad (6)$$

характеризующие отклонения геопотенциала и температуры от их стандартных значений. Тогда, как следует из (1) и (5),

$$\Phi'(x, y, \zeta, t) = \sum_y F_y(x, y, t) \varphi_y(\zeta), \quad (7)$$

$$T'(x, y, \zeta, t) = \sum_y F_y(x, y, t) \chi_y(\zeta), \quad (8)$$

где

$$\chi_y(\zeta) = - \zeta \frac{\partial \varphi_y}{\partial \zeta}. \quad (9)$$

Заметим, что ряд (8) можно было бы получить и другим путем, а именно воспользовавшись разложением температуры в ряд по ортонормированной системе функций $\varphi_i(\zeta)$ и применяя уравнение гидростатики в интегральной форме:

$$\Phi = \Phi|_{\zeta=\zeta_m} + R \int_{\zeta}^{\zeta_m} \frac{T}{\zeta} d\zeta. \quad (10)$$

В этом случае функции $\chi_y(\zeta)$ имели бы вид, отличающийся от (9), и могли быть вычислены, вообще говоря, с большей точностью, поскольку при расчетах использовалась операция интегрирования функций φ_i , а недифференцирования φ_i , как в (9). Однако вслед-

ствие того что функция φ_2 , несущая значительную долю информации о вертикальном профиле температуры, имеет вид дельта-функции [3], что делает расчет χ_v по этому способу затруднительным, значения χ_v рассчитывались по (9), причем производная $\partial\varphi_v/\partial\zeta$ вычислялась по методу, изложенному в [2]. Значения φ_v , рассчитанные по данным Р. Муталова [4] для 10 изобарических поверхностей, а также значения χ_v для $v=1, 2, 3$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

ζ	φ_1	φ_2	φ_3	χ_1	χ_2	χ_3
0,1	0,224	-0,296	0,846	-0,227	0,000	0,893
0,2	0,385	-0,300	0,175	-0,224	0,010	1,112
0,3	0,475	-0,283	-0,291	-0,095	-0,232	0,748
0,4	0,426	-0,140	-0,286	0,115	-0,476	-0,100
0,5	0,362	-0,010	-0,171	0,419	-0,685	-0,419
0,6	0,298	0,149	-0,042	0,350	-0,779	-0,559
0,7	0,241	0,257	0,006	0,289	-0,808	-0,452
0,8	0,217	0,386	0,091	0,233	-0,755	-0,415
0,9	0,196	0,469	0,135	0,190	-0,585	-0,369
1,0	0,175	0,515	0,170	0,196	-0,235	-0,410

Обратимся теперь к рассмотрению поля ветра. Учитывая, что собственные векторы ковариационной матрицы для составляющих скорости ветра вне пограничного слоя близки к собственным векторам суточных изменений геопотенциала [2], представим вектор скорости ветра $\mathbf{V}$ в виде разложения по функциям φ_v .

$$\mathbf{V} = \sum_v \mathbf{V}_v \varphi_v, \quad (11)$$

причем коэффициенты разложения $\mathbf{V}_v(u_v, v_v)$ суть векторы, составляющие которых представляют собой коэффициенты разложения горизонтальных составляющих скорости ветра u и v в ряды по φ_v .

3. Рассмотрим теперь уравнение притока тепла, записанное в виде

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla T' + \alpha \omega = E. \quad (12)$$

Здесь $\alpha = \frac{T}{T_{\text{ст}}(1)} \frac{\partial \ln \Theta}{\partial \zeta}$, Θ — потенциальная температура, $E = \frac{\varepsilon}{c_p \rho T_{\text{ст}}(1)}$, ε — приток тепла к единице объема, c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении, ρ — плотность воздуха.

Подставляя (8) и (11) во второе слагаемое левой части этого уравнения, получим следующее выражение для адвекции тепла:

$$\mathbf{V} \nabla T' = \sum_v \sum_k (\mathbf{V}_v \nabla F_k) \Phi_v \chi_k. \quad (13)$$

Для геострофического приближения правая часть (13) заметно упрощается. Учитывая, что в этом случае

$$u = -\frac{c^2}{l} \frac{\partial \Phi'}{\partial y}, \quad v = \frac{c^2}{l} \frac{\partial \Phi'}{\partial x}$$

(l — параметр Кориолиса), подставляя указанные выражения вместе с (7) в (13) и ограничиваясь N членами разложения, получим

$$\mathbf{V} \nabla T' = \sum_{v=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{c^2}{l} J(F_v, F_k) \Phi_v \chi_k. \quad (14)$$

Здесь $J(F_v, F_k) = \frac{\partial F_v}{\partial x} \frac{\partial F_k}{\partial y} - \frac{\partial F_v}{\partial y} \frac{\partial F_k}{\partial x}$. Используя известные свойства якобиана:

$$J(F_v, F_k) = -J(F_k, F_v) \text{ и } J(F_v, F_v) = 0,$$

придем окончательно к равенству

$$\mathbf{V} \nabla T' = \sum_{v=1}^N \sum_{k=v+1}^N \gamma_{vk} J(F_v, F_k), \quad (15)$$

где

$$\gamma_{vk} = \frac{c^2}{l} (\Phi_v \chi_k - \Phi_k \chi_v).$$

В случае когда $N=2$, выражение для адвекции тепла (15) примет вид

$$\mathbf{V} \nabla T' = \gamma(\zeta) J(F_1, F_2), \quad (16)$$

где

$$\gamma(\zeta) = \gamma_{12} = \frac{c^2}{l} (\varphi_1 \chi_2 - \varphi_2 \chi_1).$$

Ограничимся тремя членами разложения в (7), (8) и (11). Так как первые два члена разложения (2) учитывают свыше 85% дисперсии поля $\partial \Phi / \partial s$ в тропосфере и нижней стратосфере [3], можно считать сумму двух первых членов разложения главной частью, а член $\frac{\partial F_3}{\partial s} \Phi_3$ — малой добавкой. В соответствии с этим положим

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial s} = c^2 \sum_{v=1}^2 \frac{\partial F_v}{\partial s} \Phi_v + \lambda c^2 \frac{\partial F_3}{\partial s} \Phi_3, \quad (17)$$

где λ формально считается параметром малости, который в даль-

ейшем будет приравнен 1. Кроме того, представим ω и T' в виде ряда по параметру λ и ограничимся первыми двумя членами ряда:

$$\begin{aligned}\omega &= \omega^* + \lambda \Delta \omega \\ T' &= T^* + \lambda \Delta T.\end{aligned}\quad (17')$$

Подставим (17') в (12). Учитывая (16) и собрав члены при одинаковых степенях λ , получим:

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} + \gamma(\zeta) J(F_1, F_2) + \alpha \omega^* = E, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} + \gamma_{13} K_{13} + \gamma_{23} K_{23} + \alpha \Delta \omega = 0, \quad (19)$$

де

$$K_{13} = J(F_1, F_3), \quad K_{23} = J(F_2, F_3).$$

Рассмотрим вначале уравнение (18). Положим, что для некоторого уровня $\zeta = \zeta_0$ известно значение изобарической вертикальной скорости $\omega^*_{\zeta=\zeta_0}$. Тогда можно записать

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial t} \right|_{\zeta=\zeta_0} + \gamma(\zeta_0) J(F_1, F_2) + \alpha_0 \omega_0 = E|_{\zeta=\zeta_0}. \quad (20)$$

Исключая из уравнений (18) и (19) слагаемые, включающие якобиан, получим

$$\omega^* = \alpha \frac{\alpha_0}{\alpha} \omega_0 + \frac{1}{\alpha} \left[\alpha \left. \frac{\partial T^*}{\partial t} \right|_{\zeta=\zeta_0} - \frac{\partial T^*}{\partial t} \right] - \frac{1}{\alpha} [\alpha E|_{\zeta=\zeta_0} - E]. \quad (21)$$

Функция $\alpha = \gamma(\zeta)/\gamma(\zeta_0)$ характеризует отношение величины адвекции тепла на уровне ζ к значению адвекции на уровне ζ_0 . На основании (21) величину ω^* можно представить в виде суммы

$$\omega^* = \omega_a + \omega_E,$$

де

$$\omega_a = \alpha \frac{\alpha_0}{\alpha} \omega_0 + \frac{1}{\alpha} \left[\alpha \left. \frac{\partial T^*}{\partial t} \right|_{\zeta=\zeta_0} - \frac{\partial T^*}{\partial t} \right], \quad (22)$$

$$\omega_E = \frac{1}{\alpha} [E - \alpha E|_{\zeta=\zeta_0}]. \quad (23)$$

Будем условно рассматривать величину ω_a как вертикальную скорость, вызванную адиабатическими процессами, а ω_E — как скорость, обусловленную притоками тепла. Подставляя ряд (8) в (22) и вводя обозначения

$$n_v(\zeta) = \frac{1}{\alpha} [\alpha \gamma_v(\zeta_0) - \gamma_v(\zeta)], \quad (24)$$

олучим

$$\omega_a = \alpha \frac{\alpha_0}{\alpha} \omega_0 + \sum_{v=1}^2 n_v(\zeta) \frac{\partial F_v}{\partial t}. \quad (25)$$

Наконец, возвращаясь к исходным значениям геопотенциала согласно соотношению (3) имеем

$$\omega_a = \alpha \frac{z_0}{z} \omega_0 + \frac{1}{c^2} \sum_{v=1}^2 n_v(\zeta) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \varphi_v \right). \quad (26)$$

Значения $n_v(\zeta)$ для $v=1, 2, 3$ и $\zeta_0=1$ приведены в табл. 2.

Таблица

ζ	n_1	n_2	n_3		ζ	n_1	n_2	n_3	K
0,1	-0,149	0,051	0,00	0,278	0,6	-0,290	-2,129	-0,60	-0,296
0,2	-0,320	0,115	0,05	0,222	0,7	-0,642	-2,830	-0,55	-0,408
0,3	-1,115	0,047	0,17	0,168	0,8	-1,032	-2,937	-0,44	-0,558
0,4	-0,432	-0,816	0,07	0,010	0,9	-0,896	-2,410	-0,33	-0,652
0,5	0,422	-1,551	-0,55	-0,126	1,0	0,000	0,000	0,00	-0,700

В качестве ω_0 возьмем изобарическую вертикальную скорость на уровне $\zeta=1$. В общем случае эта скорость равна

$$\omega_0 = \left[\frac{\partial \Phi'}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla \Phi' \right]_{\zeta=1}.$$

Она на 1—2 порядка меньше, чем значения ω^* в тропосфере; поэтому принимают, что приближенно $\omega_0=0$. Влияние орографии учитывается с помощью условия непроникновения воздуха через подстилающую поверхность $z=H_r(x, y)$, которое имеет вид

$$(\mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{N}) = 0,$$

где $\mathbf{N}$ — нормаль к этой поверхности. Так как направление нормали совпадает с направлением градиента функции $z=H_r(x, y)$, то имеет место соотношение

$$\omega = u_0 \frac{\partial H_r}{\partial x} + v_0 \frac{\partial H_r}{\partial y},$$

где ω — вертикальная скорость в системе координат x, y, z . Следовательно, при учете орографии

$$\omega_0 = -g \rho \mathbf{V}_0 \nabla H_r / \rho_0.$$

Формулу (26) можно привести к более простому виду. Подставляя в (26) выражения для скалярного произведения (3) и меняя порядок суммирования, получим

$$\omega_a|_{\zeta=\zeta_k} = \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^m \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \sum_{v=1}^2 n_{v,k} \varphi_v,$$

где $n_{v,k} = n_v(\zeta_k)$, $k=1, 2, \dots, m$.

Рассматривая величину

$$d_{ki} = \sum_{v=1}^2 n_{vk} \varphi_{vi}$$

как элемент матрицы M , получим окончательно

$$\omega_a = M \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (27)$$

Матрица M для $\omega_a \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ приведена в табл. 3.

Таблица 3

ζ_k	i									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,1	-0,048	-0,073	-0,085	-0,070	-0,053	-0,036	-0,022	-0,012	-0,005	0,001
0,2	-0,105	-0,156	-0,182	-0,150	-0,113	-0,077	-0,046	-0,024	-0,007	0,004
0,3	-0,245	-0,425	-0,527	-0,475	-0,406	-0,337	-0,276	-0,251	-0,229	-0,207
0,4	0,088	-0,024	-0,102	-0,186	-0,265	-0,336	-0,385	-0,476	-0,530	-0,553
0,5	0,568	0,643	0,654	0,404	0,138	-0,112	-0,309	-0,525	-0,666	-0,749
0,6	0,567	0,528	0,466	0,175	-0,127	-0,405	-0,619	-0,888	-1,059	-1,151
0,7	0,698	0,606	0,499	0,124	-0,261	-0,616	-0,886	-1,238	-1,460	-1,578
0,8	0,637	0,484	0,342	-0,026	-0,399	-0,741	-0,998	-1,351	-1,573	-1,686
0,9	0,509	0,377	0,258	-0,039	-0,341	-0,616	-0,823	-1,109	-1,288	-1,379
1,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

0,365

-1,165

Нетрудно найти теперь среднее по слою (ζ_1, ζ_m) значение ω_a . Введя обозначение

$$\overline{(\quad)} = \frac{1}{\zeta_m - \zeta_1} \int_{\zeta_1}^{\zeta_m} (\quad) d\zeta \quad (28)$$

и произведя операцию осреднения над обеими частями (26), получим

$$\overline{\omega_a} = \frac{1}{c^2} \sum_{v=1}^2 \overline{n} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot \varphi_v \right). \quad (29)$$

Если теперь повторить применительно к (29) процедуру, использованную для вывода (27), придем к следующей формуле:

$$\overline{\omega_a} = \left(K \frac{\partial \Phi}{c^2 \partial t} \right),$$

где

$$K = \sum_{v=1}^2 \overline{\varphi_v} \cdot \overline{n_v}.$$

Значения K для случая $\xi_m=1$ и $\xi_1=0,1$ приведены в табл. 2.
 4. Перейдем к определению неадиабатической составляющей изобарической вертикальной скорости ω_E . Обозначим сумму турбулентного и радиационного потоков тепла через Q . По определению

$$E = \frac{g}{\rho_0 c_p T_{\text{ст}}} \frac{\partial Q}{\partial \xi} + \frac{Lm}{T_{\text{ст}}(1)c_p \rho},$$

где m — количество сконденсировавшейся влаги в единице объема в единицу времени, L — скрытая теплота конденсации. Согласно теории пограничного слоя атмосферы $E|_{\xi=1} \approx 0$, поэтому, как следует из соотношения (23),

$$\omega_E = \frac{1}{\alpha} E. \quad (30)$$

Ограничимся здесь рассмотрением лишь радиационного потока тепла.

Проинтегрируем (30) от ξ_1 до 1 по частям, тогда получим среднее значение ω_E в указанном слое

$$\bar{\omega}_E = \frac{g}{T_{\text{ст}}(1)c_p \rho_0} \left\{ \frac{1}{1-\xi_1} \left[\frac{Q}{\alpha} \right]_{\xi=1} - \frac{Q}{\alpha} \right|_{\xi=\xi_1} - Q \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \right\}.$$

Из этого выражения следует, что для определения ω_E необходимо знать лишь вертикальное распределение потоков тепла. Учитывая, что

$$\frac{1}{\alpha} = - \frac{T_{\text{ст}}(1)\xi}{T \left(\gamma \frac{R}{g} + \frac{k-1}{k} \right)},$$

где $\gamma = \partial T_{\text{ст}} / \partial z$, k — отношение теплоемкостей, имеем

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\alpha} \right) < 0.$$

Производная от функции $1/\alpha$ терпит разрыв непрерывности на тропопаузе, поэтому $\frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\alpha} \right) = -a$ для тропопаузы $\frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\alpha} \right) = -b$ для стратосферы.

Приняв $\gamma = 6,5 \cdot 10^{-3}$ град/м для тропосферы и $\gamma = 0$ для стратосферы, получаем

$$a = 1,04; \quad b = 4,7; \quad \frac{1}{\alpha(1)} = -1,04; \quad \frac{1}{\alpha(0,1)} = -0,46.$$

Обозначим через ξ_c уровень тропопаузы, тогда $\bar{\omega}_E$ можно представить в виде

$$\bar{\omega}_E = \frac{g}{0,9 T_{\text{ст}}(1) \rho_0 c_p} \left[\frac{Q}{\alpha} \right]_{\xi=1} - \frac{Q}{\alpha} \Big|_{\xi=0,1} + a \int_{\xi_c}^1 Q d\xi + b \int_{0,1}^{\xi_c} Q d\xi \right]. \quad (31)$$

Среднее значение ω_E в слое 1, ξ_h в тропосфере будет равно

$$\omega_E^{\text{ср}} = \frac{g}{T_{\text{ст}}(1)p_0c_p(1-\zeta_h)} \left[\frac{Q}{\alpha} \Big|_{\zeta=1} - \frac{Q}{\alpha} \Big|_{\zeta=\zeta_h} + a \int_{\zeta_h}^1 Q d\xi \right].$$

5. Обратимся теперь к уравнению (19), в котором заменим $\Delta T/\partial t$ на $\gamma_3 \partial F_3/\partial t$:

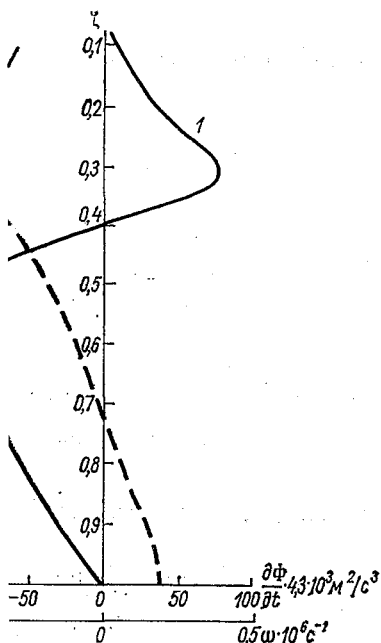
$$\chi_3 \frac{\partial F_3}{\partial t} + \gamma_{13} K_{13} + \gamma_{23} K_{23} + \alpha \Delta \omega = 0. \quad (32)$$

Граничные значения для $\Delta \omega$ имеют вид:

$$\Delta \omega|_{\zeta=1} = 0, \quad \Delta \omega|_{\zeta=0,1} = -\omega^*|_{\zeta=0,1}.$$

Как показали расчеты, $\omega^*|_{\zeta=0,1} \approx 0$, поэтому примем $\Delta \omega|_{\zeta=0,1} = 0$.
 апишем уравнение (32) для двух уровней, $\xi=1$ и $\xi=0,1$:

$$\begin{aligned} -\chi_3(1) \frac{\partial F_3}{\partial t} &= \gamma_{13}(1) K_{13} + \gamma_{23}(1) K_{23}, \\ -\chi_3(0,1) \frac{\partial F_3}{\partial t} &= \gamma_{13}(0,1) K_{13} + \gamma_{23}(0,1) K_{23}. \end{aligned} \quad (33)$$



Профиль вертикальной скорости
 Воейково. 1 ч 5 января 1971 г.
 $\omega_a \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, 2) $\frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot 4,3 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{с}^3$.

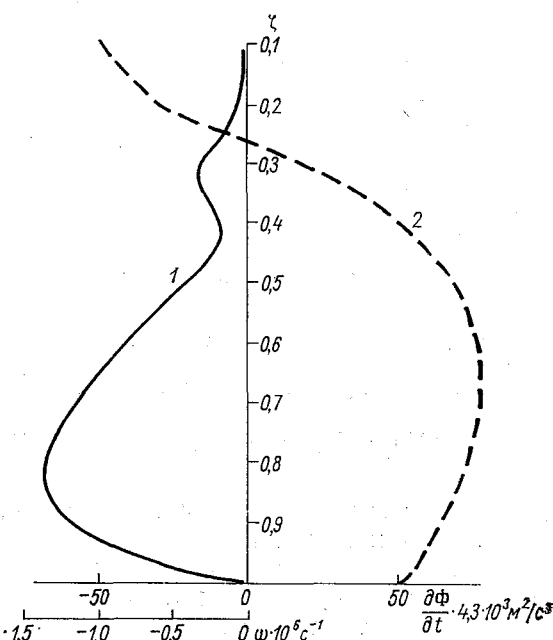


Рис. 2. Профиль вертикальной скорости ω_a .
 Ст. Воейково. 0 ч 2 января 1971 г.
 Усл. обозначения см. рис. 1.

Исключив из (32) и (33) K_{13} и K_{23} , находим

$$\Delta \omega = n_3 \frac{\partial F_3}{\partial t},$$

где

$$n_3 = -\frac{1}{\alpha} [\chi_3 + b_{13} \gamma_{13} + b_{23} \gamma_{23}],$$

$$b_{13} = \frac{1}{\Delta} [\gamma_{23}(1) \chi_3(0,1) - \gamma_{23}(0,1) \chi_3(1)],$$

$$b_{23} = -\frac{1}{\Delta} [\gamma_{13}(1) \chi_3(0,1) - \gamma_{13}(0,1) \chi_3(1)],$$

$$\Delta = \gamma_{13}(1) \gamma_{23}(0,1) - \gamma_{23}(1) \gamma_{13}(0,1).$$

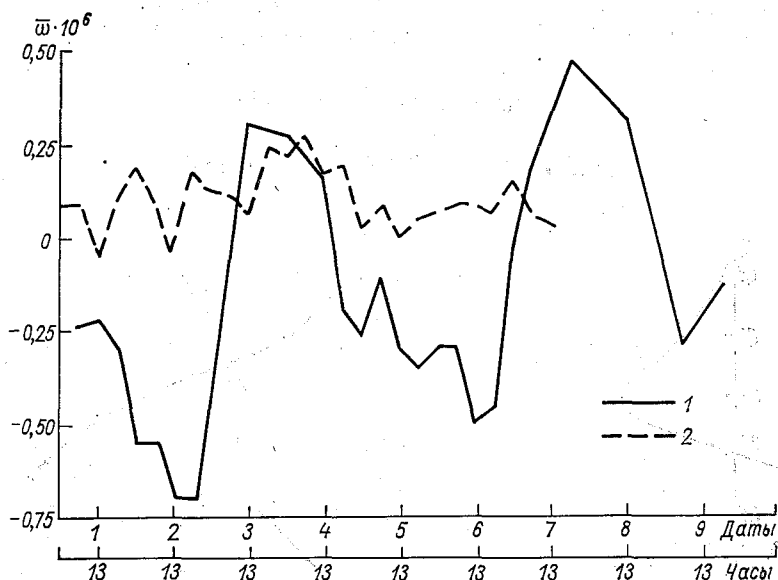


Рис. 3. Временной ход вертикальной скорости $\bar{\omega}$. Ст. Воейково, январь 1971 г.

1 — вертикальная скорость, обусловленная адиабатическими процессами, 2 — вертикальная скорость, обусловленная радиационными процессами.

Расчеты показали, что $\Delta \omega$ является действительно малой поправкой к скорости.

6. В качестве примеров приведем некоторые результаты расчетов по данным о геопотенциале.

На рис. 1 и 2 представлены профили $\bar{\omega}_a$, рассчитанные по данным ст. Воейково. Производные по времени от геопотенциала Φ на различных уровнях вычислялись по разности значений Φ через 12 ч без сглаживания.

На рис. 3 представлен временной ход $\bar{\omega}_a$, рассчитанный по дан

ным той же станции за январь 1971 г. На этом же рисунке представлен ход вертикальной скорости ω_E , обусловленной радиационными притоками тепла, рассчитанными по методике, изложенной в [1].

На рис. 4 даны средние зональные (климатологические) значения ω_E , обусловленные радиационными притоками тепла. Данные для этих притоков взяты из работы [5].

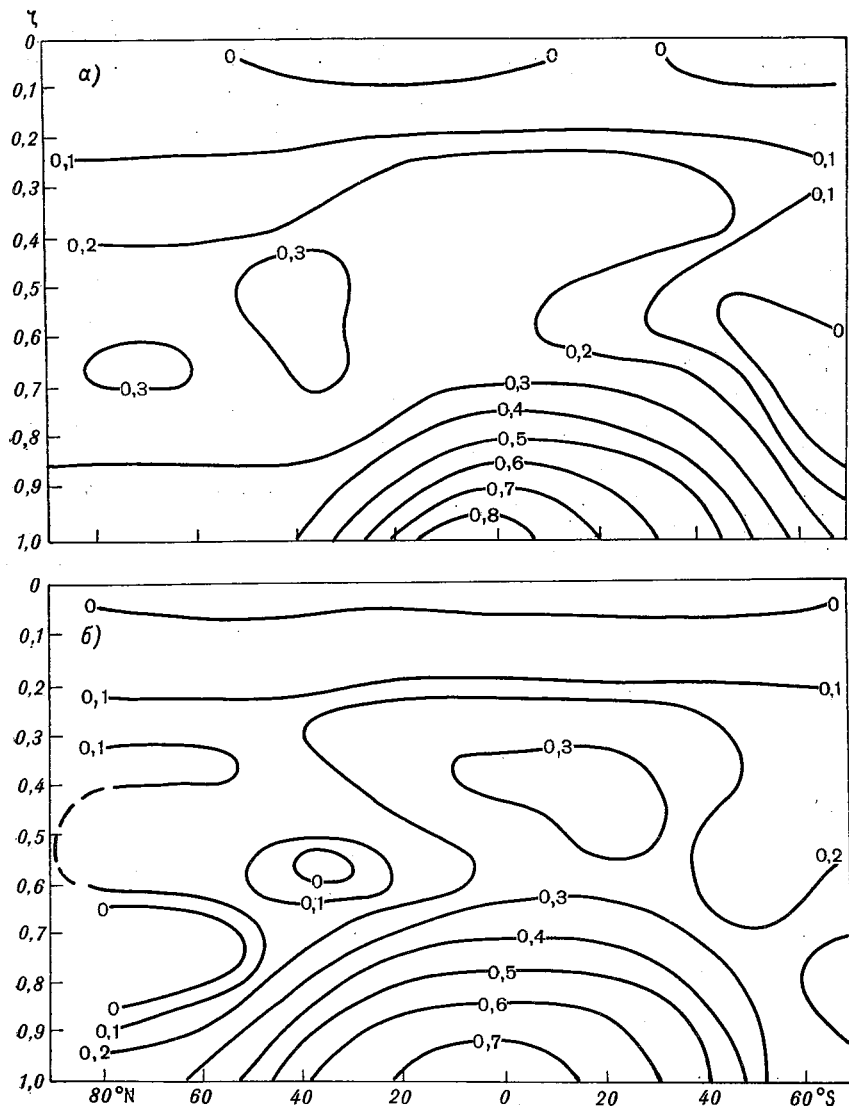


Рис. 4. Средние зональные (климатологические) значения $\omega_E \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$
 а) декабрь — февраль, б) июнь — август.

Из этих рисунков следует, что хотя значения ω_E в общем меньше ω_a , но ими все же нельзя пренебречь. Однако надо иметь в виду возможность взаимной компенсации радиационных и турбулентных притоков тепла, что приведет к соответствующему уменьшению ω_E . Следует заметить, что изложенный метод расчета весьма прост для вычисления ω по фактическим данным о геопотенциале.

Для прогноза ω необходимо иметь прогностические уравнения для F_v . Эти уравнения можно получить исходя из полученного выражения для ω и уравнения вихря. В случае геострофического приближения задача сводится к решению уравнения типа Гельмгольца.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриева-Арраго Л. Р., Самойлова Л. В. К расчету поля коротковолновой радиации в схеме общей циркуляции атмосферы.—Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1970, 6, № 1, с. 29—36.
2. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Пер. с англ. М. Физматгиз, 1961. 356 с.
3. Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат 1970. 199 с.
4. Муталов Р. Численный прогноз в тропосфере с использованием свойств вертикальной структуры метеорологических полей. Автореф. дисс. ТашГУ Ташкент, 1973, 17 с.
5. Dopplick T. G. Radiative Heating of the Global Atmosphere.—„J. Atmos. Sci.“, 1972, vol. 29, No. 7, p. 1278—1294.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ

При аппроксимации уравнений гидродинамики на сфере оказывается затруднительным удовлетворить одновременно и требованию точности аппроксимации, и требованию сохранения квадратического инварианта, поскольку все используемые в настоящее время сетки, полностью покрывающие сферу, являются нерегулярными. Кроме того, использование нерегулярных сеток накладывают ограничения на возможные способы аппроксимации производных по времени. В статье предлагается способ аппроксимации уравнений гидродинамики на сфере, дающий второй порядок точности аппроксимации по пространственным переменным и не приводящий к возникновению неустойчивости.

Рассмотрим систему баротропных уравнений, записанных на произвольной конформной проекции:

$$\begin{aligned}\frac{\partial hu}{\partial t} &= -m^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{hu^2}{m} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{huv}{m} \right) + fvh - mgh \frac{\partial h}{\partial x} + \sqrt{m^2 \nabla^2 hu} \equiv F_u, \\ \frac{\partial hv}{\partial t} &= -m^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{huv}{m} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{hv^2}{m} \right) - fuh - mgh \frac{\partial h}{\partial y} + \sqrt{m^2 \nabla^2 hv} \equiv F_v, \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= -m^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{hu}{m} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{hv}{m} \right) \equiv F_h.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь m — масштабный множитель; fvh , fuh — сумма кориолисова и метрического членов. Известно, что аппроксимация правых частей этой системы, сохраняющая квадратический инвариант — полную энергию системы, гарантирует отсутствие нелинейной неустойчивости. Брайен [1] показал, что, в случае когда жидкость несжимаема, такая аппроксимация может быть получена применением к уравнениям, записанным в дивергентной форме, бокс-метода. В общем случае записи уравнений в дивергентной форме оказывается недостаточно и правые части должны быть подвергнуты дополнительному преобразованию. Существует несколько таких преобразований. Используя простейшее из них, мы получим ледующую аппроксимацию правых частей, совпадающую для лучшей квадратной сетки с предложенной Лилли аппроксимацией [2]:

$$\tilde{F}_u = -\frac{m^2}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\tilde{h}u^2}{m} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\tilde{h}uv}{m} + u \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\tilde{h}u}{m} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\tilde{h}v}{m} \right) + \frac{hu}{m} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{hv}{m} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + fvh - mgh \frac{\tilde{\partial} h}{\partial x} + v m^2 \tilde{\nabla}^2 hu, \\
F_v = & -\frac{m^2}{2} \left[\frac{\tilde{\partial}}{\partial x} \frac{huv}{m} + \frac{\tilde{\partial}}{\partial y} \frac{hv^2}{m} + v \left(\frac{\tilde{\partial}}{\partial x} \frac{hu}{m} + \frac{\tilde{\partial}}{\partial y} \frac{hv}{m} \right) + \frac{hu}{m} \frac{\tilde{\partial} v}{\partial x} + \right. \\
& \left. + \frac{hv}{m} \frac{\tilde{\partial} v}{\partial y} \right] - fuh - mgh \frac{\tilde{\partial} h}{\partial y} + v m^2 \tilde{\nabla}^2 hv, \\
F_h = & -m^2 \left(\frac{\tilde{\partial}}{\partial x} \frac{hu}{m} + \frac{\tilde{\partial}}{\partial y} \frac{hv}{m} \right). \quad (2)
\end{aligned}$$

Здесь $\tilde{\partial}/\partial x$, $\tilde{\partial}/\partial y$, $\tilde{\nabla}^2$ — конечно-разностные аппроксимации операторов $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, ∇^2 , построенные с использованием бокс-метода. Идея бокс-метода состоит в следующем.

Определим бокс данного узла как область, для всех точек которой данный узел является ближайшим. В этом случае боксам будут являться многоугольники, стороны которых делят пополам отрезки, соединяющие принадлежащие им узлы с соседними и перпендикулярные к ним. Проинтегрировав производные по x и по y по площади бокса и преобразовав интеграл по формуле Грина можно записать:

$$\frac{\tilde{\partial} f}{\partial x} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^N f_k l_k \cos(\mathbf{Ox}, \mathbf{n}_k), \quad \frac{\tilde{\partial} f}{\partial y} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^N f_k l_k \cos(\mathbf{Oy}, \mathbf{n}_k), \quad (3)$$

где S — площадь бокса, N — число сторон бокса, l_k — длина k -той стороны, $\mathbf{n}_k$ — внешняя нормаль к k -той стороне, f_k — среднее значение функции f на k -той стороне, которое принимается равным полусумме значений f в боксах, примыкающих к этой стороне. Заметим, что матрицы коэффициентов, определяющие производные по x и y , антисимметричны, что, как легко видеть, является необходимым и достаточным условием сохранения квадратического инварианта при использовании аппроксимационных формул (2).

Оценим теперь точность формул (3). Можно показать, что в случае когда бокс является правильным многоугольником, аппроксимация с использованием бокс-метода гарантирует второй порядок точности. Вместе с тем для боксов, являющихся неправильными многоугольниками, бокс-метод вообще не гарантирует аппроксимации. Для оценки величины ошибок была рассмотрена

вариация величины $\tilde{\partial} x / \partial y$ как функция вариаций полярных координат (α, ρ) вершин. Подставляя в первую из формул (3) $f(x) =$ и варьируя величины f , $l \cos(\mathbf{Ox}, \mathbf{n})$ по α_k , ρ_k , получаем послупрощений:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \rho_k} \left(\frac{\tilde{\partial} x}{\partial x} \right) &= -\frac{2}{NR} \cos \frac{2\pi}{N} \cos \frac{4\pi k}{N}, \\
\frac{\partial}{\partial \alpha_k} \left(\frac{\tilde{\partial} x}{\partial x} \right) &= -\frac{2}{N} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{N} \right) \sin \frac{4\pi k}{N}, \quad (4)
\end{aligned}$$

Здесь R — радиус круга, описанного около правильного N -угольника, k — номера вершин против часовой стрелки, $\alpha_1 = 0$.

При $N=6$ и $\delta\alpha_2 = 15^\circ$ ошибка в определении величины $\tilde{\partial x}/\partial x$ достигает 10%. Основываясь на таких оценках, можно рекомендовать использовать бокс-метод только при работе со слабо нерегулярными сетками, например, с сеткой Садурни [3].

В описываемой ниже модели предлагается подход, который может быть использован при интегрировании уравнений на произвольной нерегулярной сетке. Эта модель является дальнейшим

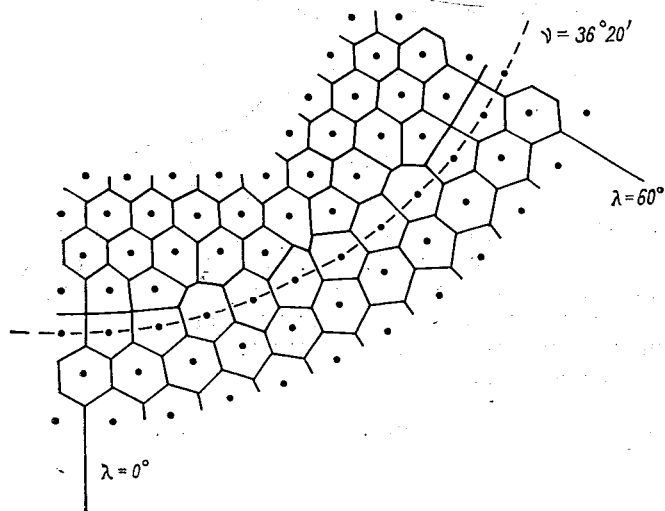


Рис. 1. Сетка в области склейки (стереографическая проекция).

развитием схемы, описанной в [5]. Сетка образована узлами шестиугольной сетки на стереографической проекции в высоких широтах и шестиугольной сетки на меркаторской проекции в низких широтах, аналогично [4]. Сетка содержит 829 узлов на полушарии и имеет шаг 666 км на экваторе, 649 км на полюсе и 520 км в области склейки. На рис. 1 показана часть сетки в области склейки, там же изображены границы боксов. Так как боксы являются неправильными многоугольниками, применение для аппроксимации производных бокс-метода должно приводить к значительным ошибкам. Действительно, средняя ошибка определения геострофических составляющих скорости по модельному полю геопотенциала (см. формулу (11)) составляла в области склейки 3 м/с. Поэтому было решено использовать для аппроксимации формулы второго порядка точности. В этом случае производные определялись, как соответствующие коэффициенты полинома второй степени, который строился по значениям функции в узлах, ближайших к данному. В том случае, когда число ближайших узлов было больше

Ленинградский

Гидрометеорологический ин-т

пяти, для построения полинома применялся метод наименьших квадратов.

Использование таких аппроксимационных формул ставит ряд проблем, которые могут быть выявлены уже при анализе довольно простой модельной задачи. Рассмотрим аппроксимацию линейного уравнения переноса $du/dt = U du/dx$ на сетке, где расстояние между узлами $i, i+1$ равно δ , а расстояние между всеми остальными узлами равно Δ . Аппроксимируем правую часть следующим образом:

$$\frac{\tilde{\partial} u_k}{\partial x} = \frac{u_{k+1} - u_{k-1}}{2\Delta}, \text{ для } k \neq i, i+1, \quad (5)$$

$$\frac{\tilde{\partial} u_i}{\partial x} = \frac{-\delta^2 u_{i-1} + (\delta^2 - \Delta^2) u_i + \Delta^2 u_{i+1}}{\delta \Delta (\delta + \Delta)},$$

$$\frac{\tilde{\partial} u_{i+1}}{\partial x} = \frac{-\Delta^2 u_i + (\Delta^2 - \delta^2) u_{i+1} + \delta^2 u_{i+2}}{\delta \Delta (\delta + \Delta)}. \quad (6)$$

Из рассмотрения (5) и (6) можно сделать следующие выводы:

1. В то время как при $\delta = \Delta$, т. е. на регулярной сетке, предлагаемая аппроксимация позволяет сохранить линейный и квадратичный инвариант, при $\delta \neq \Delta$ вообще не существует системы весов позволяющей сохранить квадратичный инвариант.

2. Записав (6) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\partial} u_i}{\partial x} &= \frac{\delta^2 + \Delta^2}{\delta(\delta + \Delta)} \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta} + \frac{\Delta(\Delta - \delta)}{2\delta} \frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{\Delta^2}, \\ \frac{\tilde{\partial} u_{i+1}}{\partial x} &= \frac{\delta^2 + \Delta^2}{\delta(\delta + \Delta)} \frac{u_{i+2} - u_i}{2\Delta} - \frac{\Delta(\Delta - \delta)}{2\delta} \frac{u_i - 2u_{i+1} + u_{i+2}}{\Delta^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

можно заключить, что аппроксимация на нерегулярной сетке линейного уравнения с постоянными коэффициентами эквивалентна аппроксимации на регулярной сетке уравнения с переменными коэффициентами. Следовательно, надо иметь в виду возможность появления ошибок искажения спектра и при аппроксимации линейных уравнений, типа уравнений адаптации.

С учетом изложенного выше строится алгоритм численного интегрирования уравнения [1].

Способ аппроксимации производных по пространству был описан ранее для узлов, примыкающих к месту склейки. В узлах лежащих на регулярных частях сетки, используются формулы аппроксимации, дающие минимальную ориентационную ошибку:

$$\frac{\tilde{\partial} f}{\partial x} = \frac{1}{6\Delta s} (f_1 - f_2 - 2f_3 - f_4 + f_5 + 2f_6),$$

$$\frac{\tilde{\partial} f}{\partial y} = \frac{\sqrt{3}}{6\Delta s} (f_1 + f_2 - f_4 - f_5). \quad (8)$$

Здесь Δs — шаг сетки, узел 6 лежит правее центрального узла и имеет одинаковую с ним y -координату, узлы нумеруются в направлении против часовой стрелки. Схема интегрирования уравнений по времени строится на основании метода расщепления. Согласно этому методу решение производится в два этапа. На первом этапе решаются уравнения адвекции (подчеркнутые члены в (1) плюс метрические члены). Решение производится методом Коуна [2], с включением вязкости на втором шаге. При шаге по времени $\Delta t = 1$ ч метод оказывается устойчивым при $v > 2 \cdot 10^5$ м²/с. На втором этапе решаются уравнения адаптации. Схема решения с учетом вывода 2 имеет следующий вид:

$$h^{(1/2)} = h^{(0)} - m^2 \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\tilde{\partial}}{\partial x} \left(\frac{hu}{m} \right)^{(0)} + \frac{\tilde{\partial}}{\partial y} \left(\frac{hv}{m} \right)^{(0)} \right),$$

$$\begin{cases} \frac{(hu)^{(1)} - (hu)^{(0)}}{\Delta t} - f \frac{(hv)^{(1)} + (hv)^{(0)}}{2} + mgh^{(1/2)} \frac{\tilde{\partial} h^{(1/2)}}{\partial x} = 0, \\ \frac{(hv)^{(1)} - (hv)^{(0)}}{\Delta t} + f \frac{(hu)^{(1)} + (hu)^{(0)}}{2} + mgh^{(1/2)} \frac{\tilde{\partial} h^{(1/2)}}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

$$h^{(1)} = \mu h^{(0)} + (1 - \mu) h^{(1/2)} - \frac{1 + \mu}{2} m^2 \Delta t \left(\frac{\tilde{\partial}}{\partial x} \left(\frac{hu}{m} \right)^{(1)} + \frac{\tilde{\partial}}{\partial y} \left(\frac{hv}{m} \right)^{(1)} \right).$$

Здесь $0 \leq \mu \leq 1$.

Варьируя параметр μ в указанных пределах, можно регулировать интенсивность подавления гравитационных волн и тем самым нейтрализовать влияние нерегулярности сетки. Наконец, в соответствии с выводом 1 мы должны принять специальные меры для сохранения квадратичного инварианта. Поэтому в схему подключается метод коррекции [6]. В соответствии с идеей этого метода после каждого шага по времени значения прогнозируемых величин подправляются таким образом, чтобы инварианты, вычисленные по исправленным значениям, были в точности равны своим начальным значениям. Для системы (1) формулы, определяющие корректированные значения, имеют вид:

$$\begin{aligned} \tilde{h} &= h + \lambda \delta h^2 (u^2 + v^2 + 2gh) + \mu \delta h^2, \\ \tilde{u} &= u + 2\lambda \delta U^2 hu, \quad \tilde{v} = v + 2\lambda \delta U^2 hv. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь δh , δU — характерные изменения величин h , u (v) соответственно, λ , μ определяются как решения системы уравнений:

$$\begin{aligned} \lambda r_2 + \mu r_1 &= -\Delta E / \delta^2 h^2, \\ \lambda r_1 + \mu &= -\Delta M / \delta h^2, \end{aligned}$$

где $\Delta E = E - E^{(0)}$, $\Delta M = M - M^{(0)}$; E , M — средние значения полной энергии и массы соответственно;

$$r_1 = u^2 + v^2 + 2gh; \quad r_2 = (u^2 + v^2 + 2gh)^2 + 4 \frac{\delta U^2}{\delta h^2} h^2 (u^2 + v^2).$$

Черта обозначает осреднение по всей площади полушария. Проверка описанной численной схемы осуществлялась методом малых возмущений. Для этого рассматривалось зональное геострофическое начальное распределение, дающее стационарное решение системы (1). Поле геопотенциала определялось формулой

$$\Phi = 1000g(6 - 4 \sin^3 \vartheta + 3 \sin^4 \vartheta). \quad (11)$$

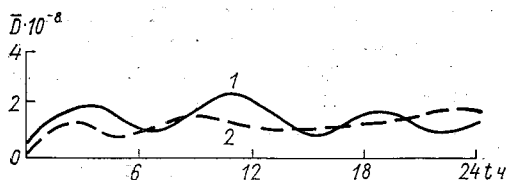


Рис. 2. Изменение $\bar{D}$ со временем для двух экспериментов.

Были проведены два эксперимента по интегрированию уравнений на одни сутки. В первом эксперименте значения переменных для узлов, лежащих в области склейки, были фиксированы и равны начальным значениям. Во втором эксперименте задача решалась в полной постановке. Начальные возмущения в схему не вводились. Они получались сами собой за счет ошибок аппроксимации. На рис. 2 показан ход средней квадратической величины дивергенции $\bar{D}$ для обоих экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брайен К. Схема численного интегрирования уравнений движения на не регулярной сетке, свободная от нелинейной неустойчивости.— В кн.: Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана. Л., Гидрометеиздат, 1968, с. 288—291.
2. Лилли Д. К. О вычислительной устойчивости численных решений нелинейных геофизических задач динамики жидкости. Там же, с. 252—287.
3. Садурин Р., Аракава А., Минц Е. Интегрирование бездивергентного баротропного уравнения вихря на сфере с помощью двадцатигранно-шестиугольной сетки. Там же, с. 356—365.
4. Phillips N. A. A map projection system suitable for large-scale numerical weather prediction.— „J. Meteor. Soc. Japan”, 1957, 75- th. Anniversary vol p. 262—267.
5. Магазенков Л. Н. Численная схема интегрирования уравнений динамики атмосферы на полушарии.— «Тр. ГГО», 1973, вып. 315, с. 99—107.
6. Магазенков Л. Н. Метод коррекции численных решений уравнений динамики атмосферы. Там же, с. 108—113.

УЧЕТ ФЛУКТУАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В АГЕОСТРОФИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОГНОЗА ПОЛЕЙ ВЕТРА И ТЕМПЕРАТУРЫ

1. Для правильного описания интегральных энергетических соотношений в моделях общей циркуляции атмосферы, как показано М. И. Юдиным [1], необходимо с достаточной точностью определять поля агеострофического ветра (u' , v') и вертикальной скорости ($\tilde{w}$). При этом в процессе преобразования потенциальной энергии в кинетическую важно учитывать влияние флуктуаций температуры на поля u' , v' , $\tilde{w}$. Их учет приводит к занижению кинетической энергии волновых движений по сравнению с фактическими значениями.

По данным А. Ю. Штерна, краткосрочному прогнозу погоды также свойственны систематические погрешности в оценке кинетической энергии ветра, аналогичные погрешностям моделей общей циркуляции. Произведенные расчеты показали, что в зональном направлении фактические дисперсии геопотенциала превосходят прогностические, а в меридиональном направлении — наоборот. Это означает, что накладываются на зональный поток волны получают по малопараметрической модели с меньшими амплитудами, чем в действительности, т. е. происходит сглаживание волн.

В данной работе рассмотрим вопрос о том, как учет флуктуаций температуры в полях агеострофического ветра и вертикальной скорости скажется на суточном прогнозе полей ветра и температуры, основанном на агеострофической модели [2—7].

2. В первую очередь попытаемся оценить влияние флуктуаций температуры на составляющие отклонений ветра от геострофического и вертикальную скорость, а затем на прогноз полей ветра и температуры в агеострофической модели [4—7].

Для этой цели воспользуемся решениями уравнений для u'_t , v'_t , w_t , вызванных флуктуациями температуры, полученными нами в работе [8] для узлов треугольной сетки с шагом, приблизительно равным 330 км. Они имеют следующий вид.

а) Для составляющих агеострофического ветра

$$u'_t(\zeta) = \frac{R}{f^2 H_0^2} \left\{ \left[- \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \zeta^{\lambda_1 - 1/2} F_1 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\lambda_2 + \frac{1}{2} \right) \zeta^{\lambda_2 - 1/2} F_2 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) \right]_{\eta=1} + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) \right]_{\eta=\zeta} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^3}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1-1/2} \int_0^1 \eta^{\lambda_1-1/2} F_1\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^3}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2-1/2} \int_0^1 \eta^{\lambda_2-1/2} F_2\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta - \\
& - \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1-1/2} \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_1-1/2} F_1\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta - \\
& - \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2-1/2} \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_2-1/2} F_2\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1-1/2} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_1-1/2} F_1\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2-1/2} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_2-1/2} F_2\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta \Big\}. \quad (1)
\end{aligned}$$

(Решение для v'_τ здесь не приводим, так как оно будет отличаться от решения для $u'_\tau(\zeta)$ только тем, что вместо $\partial T'/\partial x$ всюду будет $\partial T'/\partial y$.)

б) Для вертикальной скорости

$$\begin{aligned}
\tilde{w}_\tau(\zeta) = & \frac{R}{l^2 H_0^2} \Big\{ [\zeta^{\lambda_1+1/2} F_1(k \Delta T') + \zeta^{\lambda_2+1/2} F_2(k \Delta T')]_{\eta=1} - \\
& - \zeta [(k \Delta T')_0]_{\eta=\zeta} - \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1+1/2} \int_0^1 \eta^{\lambda_1-1/2} F_1(k \Delta T') d\eta - \\
& - \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2+1/2} \int_0^1 \eta^{\lambda_2-1/2} F_2(k \Delta T') d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1+1/2} \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_1-1/2} F_1(k \Delta T') d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2+1/2} \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_2-1/2} F_2(k \Delta T') d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1+1/2} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_1-1/2} F_1(k \Delta T') d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2+1/2} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_2-1/2} F_2(k \Delta T') d\eta \Big\}. \quad (2)
\end{aligned}$$

Здесь T' — флуктуации температуры, k — коэффициент турбулентности, R — газовая постоянная, H_0 — высота однородной атмосферы, l — параметр Кориолиса, $\zeta = p/P_0$ (p — давление, $P_0 = 1000$ мб — стандартное атмосферное давление),

$$\left. \begin{aligned} F_1(\psi) &= a_0 \psi_0 + a_1 \psi_1, \\ F_2(\psi) &= b_0 \psi_0 - a_1 \psi_{2/1}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де ψ_0 — функция ψ в точке расчета, ψ_1 — функция ψ , осредненная по точкам первого круга [4],

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,239, \quad b_0 = 0,761, \quad a_1 = 1,044; \\ \lambda_1 &= 2,37, \quad \lambda_2 = 4,96. \end{aligned}$$

Будем считать, что флуктуации температуры создаются температурными неоднородностями подстилающей поверхности. Тогда в первом приближении флуктуации T' можно заменить флуктуациями наземной температуры, т. е. флуктуациями на уровне $\eta = 1$.

В этом случае решения для u'_τ , v'_τ , $\tilde{w}_\tau$ принимают вид:

$$\begin{aligned} u'_\tau(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[- \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \zeta^{\lambda_1 - 1/2} F_1 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) - \left(\lambda_2 + \frac{1}{2} \right) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \zeta^{\lambda_2 - 1/2} F_2 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) \right]_{\eta=1} + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) \right]_{\eta=\zeta} \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} v'_\tau(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[- \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \zeta^{\lambda_1 - 1/2} F_1 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right) - \left(\lambda_2 + \frac{1}{2} \right) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \zeta^{\lambda_2 - 1/2} F_2 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right) \right]_{\eta=1} + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right) \right]_{\eta=\zeta} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{w}_\tau(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \{ [\zeta^{\lambda_1 + 1/2} F_1(k \Delta T') + \zeta^{\lambda_2 + 1/2} F_2(k \Delta T')]_{\eta=1} - \zeta [(k \Delta T')_0]_{\eta=\zeta} \}. \\ &\hspace{15em} (6) \end{aligned}$$

Если учесть, что в построенной нами агеострофической модели рогноза полей ветра и температуры [4—6] рассматривается четыре уровня ζ , равные 0,85; 0,50; 0,30; 0,20; т. е. уровень $\zeta = 1,0$ отсутствует, то последнее слагаемое в формулах (4) — (6) следует пустить. Тогда, подставляя значения постоянных λ_1 , λ_2 и применя обозначения (3), получаем

$$\begin{aligned} u'_\tau(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ -2,87 \zeta^{1,87} \left[0,239 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + 1,044 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} - \right. \\ &\quad \left. - 5,46 \zeta^{4,46} \left[0,761 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 - 1,044 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} \right\}, \end{aligned} \quad (4')$$

$$v'_\tau(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ -2,87 \zeta^{1,87} \left[0,239 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 + 1,044 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 \right]_{\eta=1,0} - \right.$$

$$-5,46\zeta^{4,46}\left[0,761\left(k\frac{\partial T'}{\partial y}\right)_0-1,044\left(k\frac{\partial T'}{\partial y}\right)_1\right]_{\tau=1,0}\}, \quad (5')$$

$$\begin{aligned} \tilde{w}_\tau(\zeta) = & \frac{R}{l^2 H_0^2} \{ \zeta^{2,87} [0,239(k \Delta T')_0 + 1,044(k \Delta T')_1]_{\tau=1,0} + \\ & + \zeta^{5,46} [0,761(k \Delta T')_0 - 1,044(k \Delta T')_1]_{\tau=1,0} \}. \end{aligned} \quad (6')$$

Обозначая коэффициенты при функциях с индексом 0 и 1 соответственно через $A_0(\zeta)$, $A_1(\zeta)$ для $u_\tau(\zeta)$, $v_\tau(\zeta)$ и через $B_0(\zeta)$, $B_1(\zeta)$ для $\tilde{w}_\tau(\zeta)$, имеем

$$u'_\tau(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} \left[A_0(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + A_1(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\tau=1,0}, \quad (7)$$

$$v'_\tau(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} \left[A_0(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 + A_1(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 \right]_{\tau=1,0}, \quad (8)$$

$$\tilde{w}_\tau(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} [B_0(\zeta)(k \Delta T')_0 + B_1(\zeta)(k \Delta T')_1]_{\tau=1,0}. \quad (9)$$

Значения коэффициентов $A_0(\zeta)$, $A_1(\zeta)$, $B_0(\zeta)$, $B_1(\zeta)$ для различных ζ представлены табл. 1.

Т а б л и ц а 1

ζ	0,85	0,50	0,30	0,20
$A_0(\zeta)$	-2,518	-0,376	-0,092	-0,037
$A_1(\zeta)$	0,550	-0,561	-0,289	-0,143
$B_0(\zeta)$	0,463	0,050	0,009	0,002
$B_1(\zeta)$	0,225	0,119	0,032	0,010

Учитывая величину и знак указанных коэффициентов, априори можно заключить, что положительные значения $\partial T'/\partial x$, $\partial T'/\partial y$ в нижнем слое атмосферы приводят на всех уровнях ζ к отрицательным значениям u_τ , v_τ . Отрицательные значения $\partial T'/\partial x$, $\partial T'/\partial y$ приводят к обратным результатам. Приток тепла ($\Delta T' < 0$) вызывает восходящие движения ($\tilde{w} < 0$), приток холода — нисходящие движения.

3. Формулы (7) — (9) приведем к рабочему виду. Подставим сюда значения постоянных $H_0 = 8,43$ км, $k = 5$ м²/с, $R = 287$ м²/(с²·град) $l = 14,58 \cdot 10^{-5} (\sin \varphi)^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ и заменим производные конечными разностями. Кроме того, в формуле (9) от аналога вертикальной скорости $\tilde{w}$ (с⁻¹) перейдем к действительной вертикальной скорости w в см/с. Тогда

$$\frac{R}{l^2 H_0^2} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 = (c_u T'_x)_0, \quad (10)$$

$$\frac{R}{l^2 H_0^2} \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 = (c_v T'_y)_0, \quad (11)$$

$$\frac{R}{l^2 H_0^2} (k \Delta T')_0 = [c_w (T'_{xx} + T'_{yy})]_0, \quad (12)$$

де через T_x , T_y , T_{xx} , T_{yy} обозначены соответствующие производные в конечных разностях для треугольной сетки с шагом по горизонтали, приблизительно равным 330 км [4, 6], $c_u = c_v = 2,88 \times 10^{-3} \sin^2 \varphi$, а коэффициент $c_w = c_w(\xi, \varphi)$ имеет следующие значения:

ξ	0,85	0,50	0,30	0,20
$c_w \cdot 10^3 \sin^2 \varphi$	-8,40	-12,72	-18,94	-27,87

При этих коэффициентах u'_T , v'_T получаем в м/с, а w_T в см/с. Средняя вычисленные функции (10) — (12) по точкам первого круга, получаем соответствующие функции с индексом 1. Вторые производные T'_{xx} , T'_{yy} , как и в работах [4, 5, 10], вычисляем как первые производные от вычисленных первых производных T'_x , T'_y .

Так как в схеме прогноза полей ветра и температуры, основанной на агеострофической модели, начальные данные на уровне $\eta = 1$ не входят, то при вычислении u'_T , v'_T , w_T производные T'_x , T'_y , T'_{xx} , T'_{yy} заменим соответствующими производными на уровне 850 мб.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} c_u(\varphi) A_0(\xi) &= \frac{10^{-3}}{\sin^2 \varphi} C_0(\xi), \\ c_u(\varphi) A_1(\xi) &= \frac{10^{-3}}{\sin^2 \varphi} C_1(\xi); \\ c_w(\xi, \varphi) B_0(\xi) &= \frac{10^{-3}}{\sin^2 \varphi} D_0(\xi), \\ c_w(\xi, \varphi) B_1(\xi) &= \frac{10^{-3}}{\sin^2 \varphi} D_1(\xi). \end{aligned}$$

Тогда формулы (7) — (9) с учетом равенств (10) — (12) примут следующий вид:

$$u'_T(\xi) = \frac{10^{-3}}{\sin^2 \varphi} [C_0(\xi)(T'_x)_0 + C_1(\xi)(T'_x)_1]_{\eta=0,85}, \quad (7')$$

$$v'_T(\xi) = \frac{10^{-3}}{\sin^2 \varphi} [C_0(\xi)(T'_y)_0 + C_1(\xi)(T'_y)_1]_{\eta=0,85}, \quad (8')$$

$$w_T(\xi) = \frac{10^{-3}}{\sin^2 \varphi} [D_0(\xi)(T'_{xx} + T'_{yy})_0 + D_1(\xi)(T'_{xx} + T'_{yy})_1]_{\eta=0,85}. \quad (9')$$

Коэффициенты $C_0(\xi)$, $C_1(\xi)$, $D_0(\xi)$, $D_1(\xi)$ имеют значения, представленные табл. 2.

4. Составляющие отклонений ветра от геострофического и вертикальную скорость, вычисленные по формулам (7') — (9'), учтем

в схеме суточного прогноза полей ветра и температуры, основанной на агеострофической модели [5, 6].

Вычислив u_T , v_T , w_T , добавляем их к соответствующим составляющим для крупномасштабных движений. Такую процедуру производим на каждом временном шаге.

Кроме сопоставления оценок прогнозов полей ветра и температуры с учетом и без учета флуктуаций температуры, следует рассмотреть вопрос об изменении со временем кинетической энергии в течение срока прогноза.

Таблица 2

ξ	0,85	0,50	0,30	0,20
$C_0(\xi)$	-7,252	-1,083	-0,265	-0,107
$C_1(\xi)$	1,584	-1,616	-0,832	-0,412
$D_0(\xi)$	-3,889	-0,636	-0,170	-0,056
$D_1(\xi)$	-1,890	-1,514	-0,606	-0,279

С этой целью производились вычисления кинетической энергии горизонтальных и вертикальных движений с учетом и без учета флуктуаций температуры, а также только за счет флуктуаций.

Значения производных от флуктуаций температуры мы заменили значениями производных фактической температуры на уровне 850 мб, при этом в качестве первоначального варианта первые производные увеличили в 2 раза, а вторые производные — в 4 раза. Это означает, что производные мы относим не к узлам прогностической сетки, а к узлам, расположенным на круге вдвое меньшего радиуса, в которых температура не совпадает с температурой в узлах основной сетки.

5. Расчет составляющих агеострофического ветра и вертикальной скорости, вызванных флуктуациями температуры, и их учет в агеострофической схеме суточного прогноза полей ветра и температуры произведен нами для пяти случаев.

В качестве начальных данных мы воспользовались данными геопотенциала и температуры за 3 ч 6 июля, 11, 12 и 13 октября и 24 февраля 1965 г. Эти данные использовались ранее в СЗ УГМС при испытании агеострофической схемы прогноза в оперативных условиях [7].

В дальнейшем агеострофическую схему прогноза без учета флуктуаций температуры будем называть основной схемой.

Как видно из табл. 3, для основной схемы кинетическая энергия атмосферных движений, осредненная по 97 узлам сетки [7] не всегда убывает к концу срока прогноза. Так, например, для 6 июля на уровне 850 мб имеет место сохранение кинетической энергии со временем ($2K = \overline{U^2} + \overline{V^2} = 50,8 \text{ м}^2/\text{с}^2$ в начальный момент времени и $2K = 50,7 \text{ м}^2/\text{с}^2$ к концу срока прогноза). Для 24—25 февраля на уровне 850 мб кинетическая энергия растет к концу срока прогноза ($110,0$ и $137,4 \text{ м}^2/\text{с}^2$), а для 13—14 октября рост

Значения удвоенной кинетической энергии

Срок прогноза	Схема предвычисления	Уровень, мб											
		850			500			300			200		
		$2K_{l=0}$	$2K_{l=24}$	$2K_{\text{факт}}$	$2K_{l=0}$	$2K_{l=24}$	$2K_{\text{факт}}$	$2K_{l=0}$	$2K_{l=24}$	$2K_{\text{факт}}$	$2K_{l=0}$	$2K_{l=24}$	$2K_{\text{факт}}$
6—7 VII	Основная	50,8	50,7	74,6	201,2	133,6	226,3	476,7	233,0	469,1	362,7	224,8	363,5
	С учетом u', v', w_T		53,2			136,5				234,5		225,7	
11—12 X	Основная	104,6	55,7	121,0	438,3	178,9	391,3	816,3	316,5	749,8	740,8	283,1	657,6
	С учетом u', v', w_T		57,6			181,8			318,0			283,6	
12—13 X	Основная	121,0	76,7	110,5	391,3	260,6	344,3	749,8	538,1	658,9	657,6	413,2	576,2
	С учетом u', v', w_T		78,9			264,0			540,3			414,0	
13—14 X	Основная	110,5	127,6	132,5	344,3	341,5	319,5	658,9	723,2	585,0	576,2	621,3	566,9
	С учетом u', v', w_T		132,7			345,5			725,4			622,2	
24—25 II	Основная	110,0	137,4	152,1	360,7	287,8	422,0	640,9	419,9	722,0	567,2	522,2	676,1
	С учетом u', v', w_T		141,2			291,9			421,6			523,1	

кинетической энергии отмечается на всех уровнях кроме уровня 500 мб, где происходит незначительное убывание кинетической энергии.

Значения средних квадратических величин составляющих ветра выводились на печать на каждом временном шаге, равном 1 ч. Это позволило проследить временной ход кинетической энергии в течение всего срока прогноза на всех четырех уровнях. В результате установлено, что кинетическая энергия может не только постепенно уменьшаться или увеличиваться, а до некоторого шага по времени сначала расти, затем уменьшаться или наоборот. Иногда знаменатель приращения со временем кинетической энергии в течение суток меняется несколько раз (например, для 24—25 февраля на уровне 200 мб кинетическая энергия убывает от начального момента до шага по времени $n=5$, затем растет включительно до $n=16$, затем опять убывает).

Прогностические значения кинетической энергии были сопоставлены с ее фактическими значениями, рассчитанными по данным следующего дня (см. табл. 3).

Такое сопоставление показало, что знак изменения кинетической энергии в основной схеме правильно установлен в 55% случаев (в случае роста энергии для 24—25 февраля и 13—14 октября на уровне 850 мб, в случае убывания — для 11—12 октября на уровнях 500, 300, 200 мб, для 12—13 октября на всех четырех уровнях, для 6—7 июля на уровне 300 мб, для 13—14 октября на уровне 500 мб). Но при этом величина кинетической энергии к концу прогноза в большинстве случаев оказалась заниженной по сравнению с фактическими значениями.

6. Прежде чем переходить к вопросу о том, как изменяется кинетическая энергия со временем, если в прогностической схеме учесть u_t , v_t , w_t , остановимся на их значениях, полученных нами для указанных пяти случаев.

В табл. 4 приведены средние квадратические значения u_t , v_t в м/с, w_t в см/с и общей вертикальной скорости w в см/с, складывающейся из вертикальной скорости, полученной по основной схеме, и вертикальной скорости, вызванной флуктуациями температуры. Осреднение здесь проводилось также по области в 97 узлов. В конечный срок, кроме прогностических значений, приведены значения указанных величин, рассчитанные по фактическим данным следующего дня.

Как видно из таблицы, наибольшие средние квадратические значения вертикальной скорости и составляющих агеострофического ветра, вызванных флуктуациями температуры, в начальный момент времени имеют место в случае прогноза 12—13 октября на уровне 850 мб ($w_t=0,066$ см/с, $u_t=0,042$ м/с, $v_t=0,039$ м/с). Эти значения небольшие, но в отдельных точках они значительно больше, например u_t , v_t иногда достигают 0,13 м/с, а $w_t=0,19$ см/с.

Средние квадратические значения u_T, v_T, w_T

Срок прогноза	Состав- ляющая	Уровень, мб											
		850			500				300			200	
		$t=0$	$t=24$		$t=0$	$t=24$		$t=0$	$t=24$		$t=0$	$t=24$	
			прогн.	рассч.		прогн.	рассч.		прогн.	рассч.			прогн.
6—7 VII	w_T	0,046	0,038	0,051	0,015	0,013	0,017	0,0052	0,0047	0,0060	0,0024	0,0021	0,0027
	u_T	0,031	0,030	0,036	0,013	0,014	0,015	0,0052	0,0055	0,0059	0,0024	0,0026	0,0028
	v_T	0,030	0,023	0,028	0,013	0,010	0,012	0,0054	0,0042	0,0048	0,0025	0,0020	0,0023
11—12 X	w_T	0,057	0,056	0,066	0,020	0,020	0,022	0,0068	0,0070	0,0076	0,0031	0,0032	0,0035
	u_T	0,037	0,039	0,042	0,016	0,017	0,018	0,0064	0,0067	0,0072	0,0030	0,0032	0,0034
	v_T	0,035	0,025	0,039	0,015	0,012	0,016	0,0061	0,0047	0,0063	0,0029	0,0022	0,0030
12—13 X	w_T	0,066	0,063	0,062	0,022	0,022	0,021	0,0076	0,0077	0,0073	0,0035	0,0035	0,0033
	u_T	0,042	0,038	0,039	0,018	0,017	0,016	0,0072	0,0068	0,0066	0,0034	0,0032	0,0031
	v_T	0,039	0,021	0,032	0,016	0,010	0,014	0,0063	0,0040	0,0057	0,0030	0,0019	0,0027
13—14 X	w_T	0,062	0,051	0,070	0,021	0,018	0,024	0,0073	0,0062	0,0081	0,0033	0,0028	0,0037
	u_T	0,039	0,028	0,036	0,016	0,012	0,015	0,0066	0,0050	0,0059	0,0031	0,0024	0,0028
	v_T	0,032	0,028	0,035	0,014	0,013	0,015	0,0057	0,0053	0,0059	0,0027	0,0025	0,0028
24—25 II	w_T	0,059	0,054	0,058	0,020	0,019	0,019	0,0038	0,0064	0,0066	0,0031	0,0029	0,0030
	u_T	0,041	0,038	0,032	0,016	0,016	0,014	0,0069	0,0064	0,0057	0,0032	0,0030	0,0027
	v_T	0,033	0,023	0,032	0,014	0,010	0,014	0,0055	0,0042	0,0055	0,0026	0,0020	0,0026

Следует отметить, что значения u_t , v_t , w_t к концу срока прогноза для рассчитанных нами пяти случаев изменяются незначительно. Изменение может быть как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения. Но, как показали данные за каждый шаг во времени, знак изменения в течение срока прогноза также может меняться.

Таблица 5 показывает, что суммарная вертикальная скорость к концу срока прогноза обычно уменьшается по величине. Но, как показали расчеты вертикальной скорости по фактическим данным следующего дня, это уменьшение в некоторых случаях (24—25 февраля на всех четырех уровнях, 11—12 октября на уровнях 500, 300, 200 мб, 12—13 октября на уровнях 850, 500, 300 мб) частично вызвано фактическим уменьшением вертикальной скорости. Это относится как к основной прогностической схеме, так и к схеме с учетом вертикальной скорости, вызванной флуктуациями температуры. Но для схемы с учетом u_t , v_t , w_t средние квадратические значения суммарной вертикальной скорости на уровнях 850, 500, 300 мб несколько больше, чем для основной схемы.

Здесь следует отметить, что, хотя в схеме и происходит постепенное уменьшение вертикальной скорости, а также кинетической энергии горизонтальных движений, предвычисление полей ветра и температуры оказывается вполне удовлетворительным [7]. Так, например, при предвычислении температуры, где вертикальная скорость используется непосредственно, средние абсолютные ошибки в среднем для указанных пяти случаев на уровнях 850, 500, 300, 200 мб соответственно равны 1,9; 1,8; 1,8; 2,6°C.

7. Рассмотрим изменение кинетической энергии за счет учета составляющих агеострофического ветра и вертикальной скорости, вызванных флуктуациями температуры.

С этой целью обратимся к табл. 3, где значения удвоенной кинетической энергии в конечный срок прогноза также представлены и для схемы с учетом u_t , v_t , w_t .

Сопоставляя эти данные с данными, полученными по основной схеме, видим, что учет u_t , v_t , w_t приводит к повышению кинетической энергии почти для всех случаев. Исключение представляет только прогноз 13—14 октября на уровнях 500, 300, 200 мб, где нами не предвычислено убывание кинетической энергии к концу срока прогноза. В то же время для этого случая на уровне 850 мб учет u_t , v_t , w_t привел к повышению величины $2K$ на 5,1 м²/с², в результате чего предвычисленная величина $2K=132,7$ м²/с² оказалась почти равной фактической (132,5 м²/с²). В остальных че-

тырех случаях прогноза за счет учета u_t , v_t , w_t увеличение кинетической энергии оказалось недостаточным. При этом учет флуктуаций температуры почти не изменил ошибок прогноза полей

Средние квадратические значения вертикальной скорости

Срок прогноза	Схема прогноза	Уровень, мб											
		850			500			300			200		
		$w_{t=0}$	$w_{t=24}$	$w_{\text{факт}}$	$w_{t=0}$	$w_{t=24}$	$w_{\text{факт}}$	$w_{t=0}$	$w_{t=24}$	$w_{\text{факт}}$	$w_{t=0}$	$w_{t=24}$	$w_{\text{факт}}$
6—7 VII	Основная	0,303	0,190	0,365	0,568	0,296	0,655	0,499	0,255	0,500	0,359	0,189	0,379
	С учетом $u'_T, v'_T, \tilde{w}_T$		0,204			0,302			0,256			0,189	
11—12 X	Основная	0,389	0,184	0,416	0,828	0,329	0,778	0,607	0,159	0,500	0,428	0,111	0,322
	С учетом $u'_T, v'_T, \tilde{w}_T$		0,219			0,340			0,162			0,110	
12—13 X	Основная	0,416	0,230	0,307	0,778	0,355	0,607	0,500	0,224	0,435	0,322	0,141	0,366
	С учетом $u'_T, v'_T, \tilde{w}_T$		0,269			0,370			0,224			0,140	
13—14 X	Основная	0,307	0,211	0,511	0,607	0,282	0,751	0,435	0,166	0,655	0,366	0,123	0,747
	С учетом $u'_T, v'_T, \tilde{w}_T$		0,229			0,291			0,166			0,123	
24—25 II	Основная	0,609	0,266	0,534	1,180	0,419	0,960	0,916	0,235	0,595	0,649	0,150	0,528
	С учетом $u'_T, v'_T, \tilde{w}_T$		0,285			0,427			0,237			0,151	

ветра и температуры по сравнению с основной схемой предвычисления.

Таблица 3 позволяет найти разности величин $2K$ для основной схемы и схемы с учетом u_t , v_t , w_t . С учетом последних величин $2K$ в конечный момент времени увеличилась на 0,5—5,1 м²/с², причем это увеличение оказалось наибольшим для 13—14 октября на уровне 850 мб, а для остальных четырех случаев — на уровне 500 мб, наименьшим для всех пяти случаев — на уровне 200 мб.

Таким образом, учет флуктуаций температуры в полях агеострофического ветра и вертикальной скорости в рассмотренной схеме краткосрочного прогноза приблизил прогностические значения кинетической энергии к фактическим значениям. Но ввиду того что полученные значения u_t , v_t , w_t малы, фактические значения кинетической энергии в большинстве случаев также превосходят предвычисленные значения.

Это, возможно, связано с выбранным нами способом определения температурных флуктуаций. При этом способе флуктуации температуры имеют тесную связь с фактической температурой в узлах сетки.

В дальнейшем предполагается испытать несколько других вариантов расчета флуктуаций температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдин М. И. К определению среднего движения в задачах долгосрочного прогноза и теории климата.—Тр. ГГО», 1972, вып. 272, с. 3—14.
2. Юдин М. И. Предвычисление поля ветра и связанных с ним метеорологических элементов.—«ДАН СССР», 1957, т. 112, № 1, с. 49—52.
3. Юдин М. И. Решение уравнений динамики атмосферы при использовании закономерностей структуры метеорологических полей в целях краткосрочного прогноза погоды.—«Тр. ГГО», 1963, вып. 143, с. 36—50.
4. Пятыгина К. В. Расчетная схема предвычисления полей ветра и температуры в тропосфере и нижней стратосфере.—«Тр. ГГО», 1961, вып. 12, с. 80—94.
5. Пятыгина К. В. Агеострофическая модель прогноза полей метеозадающих элементов на большом количестве уровней.—В кн.: Труды симпозиума по численным методам прогноза погоды. Л., Гидрометеоздат, 1964, с. 132—142.
6. Пятыгина К. В., Блажевич В. Г., Федорова Э. А. Результаты и попытки агеострофической модели прогноза полей ветра и температуры для нескольких уровней атмосферы.—«Тр. ГГО», 1965, вып. 168, с. 3—13.
7. Пятыгина К. В., Федорова Э. А., Орлова Л. С., Кучумова Л. Прогноз полей ветра и температуры для нескольких уровней атмосферы на основе агеострофической схемы.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 197, с. 48—59.
8. Пятыгина К. В., Коморина Э. А. Определение агеострофического ветра и вертикальной скорости, вызванных флуктуациями температуры и потоком тепла.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 298, с. 38—53.
9. Руховец Л. В. Оптимальная малопараметрическая модель прогноза геопотенциала на большом числе уровней.—В кн.: Труды симпозиума по численным методам прогноза погоды. Л., Гидрометеоздат, 1964, с. 98—107.
10. Пятыгина К. В., Рудик И. Ф. К вопросу численного прогноза перемещений циклонов.—В кн.: Мат-лы совещания координационной комиссии по численным методам прогноза. Л., Гидрометеоздат, 1961, с. 88—93.

ЗАДАЧА МНОГОАСПЕКТНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ИНФОРМАТИВНОСТИ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ

Различение истинных и ложных прогностических связей в сложной системе атмосфера — гидросфера методами математической статистики представляет собой очень важную и чрезвычайно трудную задачу. Как правило, в работах по статистическому прогнозу погоды при отборе лучших предикторов учитывается единственный критерий вида

$$I > I_{кр}, \quad (1)$$

Здесь I — рассматриваемый показатель тесноты связи (например, коэффициент корреляции, величина χ^2 , информационное отношение). Значения I в левой части неравенства определяются по выборочным данным. Они сравниваются с $I_{кр}$, представляющим собой доверительный предел параметра I , рассчитанный в предположении об отсутствии реальной связи между предиктором и преиктантом. Однако, как указал более сорока лет назад А. Н. Колмогоров [7], высокое значение коэффициента корреляции мало что означает при рассмотрении не очень малого числа предикторов. Действительно при сопоставлении заданной последовательности с достаточно большим набором рядов случайных чисел, имитирующих предикторы, высокое значение максимального коэффициента корреляции становится весьма вероятным. Поэтому задача различения ложных и истинных связей при изучении статистическими методами не очень малых систем оказывается в принципе неразрешимой. За прошедшие сорок лет в разработках методов долгосрочного прогноза погоды можно найти множество примеров, иллюстрирующих эту некорректность. Заметим, что указание на необходимость применения специальных статистических оценок максимального коэффициента корреляции автоматически переносится на любой другой показатель тесноты связи I .

Это же соображение указывает на принципиальную трудность применения в целях прогноза различных вариантов дискриминантного анализа (включая методы распознавания образов), опирающихся на рассмотрение большого числа последовательностей величин, которые предположительно влияют на будущую погоду. В дальнейшем они будут называться тестпредикторами, а величина, влияние которых считается подтвержденным, — предикторами.

Логическим развитием идей А. Н. Колмогорова является путь оценки статистических связей в их совокупности. В частности, могут быть определены доверительные интервалы для соответствующих характеристик многомерного распределения вероятностей. Это направление исследований интенсивно разрабатывается в последние годы (см., например, обзорную монографию [20]).

В настоящей работе мы сосредоточим внимание не столько на математическом аспекте изучения совокупности статистических связей, сколько на логическом обосновании и формулировке задачи направления исследований.

Дополнительные возможности, которые открываются при рассмотрении связей в их совокупности, состоят в том, что эти связи характеризуют не отдельные изолированные объекты, а элементы физической системы. Поэтому содержащаяся в них информация может и должна группироваться по признакам, отражающим существенные свойства системы.

Если эти свойства связаны с прогностической ценностью информации, то оказывается возможным отобрать группы, содержащие относительно большую долю истинных связей, чем исходная полная совокупность. При этом суждение о значимости каждой отдельной связи будет определяться не только значением параметра I , но и условием вхождения связи в информативную группу. Необходимо сразу сделать оговорку, что все эти рассуждения справедливы только в том случае, если выполняется предпосылка о наличии в рассматриваемой физической системе реальных связей между исходным и конечным состояниями. Если в действительности система непредсказуема и все рассматриваемые связи являются ложными, то никакая процедура отбора связей не будет эффективной.

В отношении системы океан — атмосфера можно утверждать, что, по крайней мере, некоторые характеристики состояния системы предсказуемы на сроки порядка года и более. Такой вывод следует из статистического изучения климатических характеристик [2, 11, 17 и др.], характеристик ледовитости северных морей [1, 4, 9 и др.], а также подтверждается обобщенными данными с успешности долгосрочных и климатических прогнозов. По этим данным успешность прогнозов превышает успешность случайных прогнозов. Поэтому задача «обогащения» информации представляется реальной.

Введем обозначение A для множества тестпредикторов, т. е. величин, характеризующих исходное состояние сложной системы. Множество предсказываемых величин (предиктантов), характеризующих состояние системы в интервале времени, на который дается прогноз, обозначим B . Рассмотрим далее группу, состоящую из n_{jl} статистических связей. Здесь индекс j ($j=1, \dots, J$) означает номер признака R_j , по которому осуществлено разбиение множества A ; l ($l=1, \dots, L_j$) — номер градации значений R_j ; n_{jl} — число элементов множества A , относящихся к l -ой градации признака R_j ; k ($k=1, \dots, K$) — номер признака S_k , по которому разбито мно

жество В; $m(m=1, \dots, M_k)$ — номер градации значений S_k ; n_{km} — число элементов множества В, относящихся к m -ой градации S_k . Проверке подлежит гипотеза

$$I_{jklm} > \bar{I}, \quad (2)$$

где I_{jklm} — величина показателя значимости рассматриваемой группы связей, $\bar{I}$ — среднее значение показателя для всей совокупности.

Если выбор признаков R_j , S_k носит характер случайного отбора, то увеличение числа признаков и их градаций снова вносит источник неопределенности, указанный А. Н. Колмогоровым. Тогда нужно стремиться уменьшить число переборov, т. е. уменьшать два числа $\sum_{j=1}^J L_j$ и $\sum_{k=1}^K M_k$. Однако уже в этом малообоснованном варианте применения соотношения (2) можно обнаружить его принципиальное отличие от соотношения (1). При увеличении числа тестпредикторов условия проверки соотношения (1) ухудшаются, что вносит серьезные ограничения на объем используемой исходной информации. В противоположность этому увеличение числа тестпредикторов при постоянных значениях L_j не только не вносит дополнительной неопределенности при проверке соотношения (2), но улучшает условия проверки. Действительно, при увеличении объема совокупности и сокращении числа групп, на которые она разбивается, объем большинства групп возрастает и соответствующие доверительные пределы для I_{jklm} снижаются. Нет необходимости разяснять, насколько важно это обстоятельство при статистическом прогнозе свойств сложной системы.

Перейдем теперь к вопросу о способах выбора признаков R_j и S_k . Заключение о необходимости ограничения числа признаков и числа градаций полностью относится к методу случайного отбора признаков. Но когда фактор, определяющий характер развития атмосферных процессов, установлен в результате предварительного анализа этих процессов, он должен рассматриваться отдельно. Распределение коэффициентов корреляции с будущей погодой или другой показатель значимости такого фактора не должен оцениваться, как элемент совокупности случайных признаков. Это понятно, так как выбор фактора осуществлен путем привлечения дополнительной информации. Такая информация может быть извлечена из уравнений динамики атмосферы и океана путем изучения гидродинамических моделей, описывающих поведение системы атмосфера — гидросфера. Существенными могут быть также выводы, опирающиеся на теорию подобия, на анализ интегральных свойств системы и другие формы системного анализа. Наконец, факторы могут быть установлены и путем анализа эмпирических данных, но обязательно на материале, независимом от тех данных, которые привлекаются к оценке значимости признака. Критерии оценки значимости должны учитывать ценность априорной информации, на основе которой выдвигается гипотеза о значимости признака R_j . Представим себе, что гипотеза о справедливости соотно-

шения (2) опирается на достаточно убедительные соображения. При проверке оказалось, что рассчитанная вероятность случайного осуществления конкурирующей гипотезы $I_{jklm} \leq \bar{I}$ (риск) составляет 0,2—0,25.

Было бы неправильно считать, что высказанная гипотеза не получила подтверждения, поскольку ее правдоподобие оценивается четырьмя шансами из пяти или тремя из четырех. В то же время для гипотез, априорное обоснование которых менее убедительно, целесообразно исходить из 5%-ного или 1%-ного риска, а при случайном поиске выбор риска 0,0027 (вытекающий из правила трех сигма) ни в коем случае не будет чрезмерно жестким.

Для того чтобы быстро и эффективно применить этот путь сочетания гидродинамических и статистических исследований атмосферы в целях прогноза погоды, требуется разработать способы количественной оценки априорной информации и нахождения на этой основе доверительных пределов. Наиболее реальным подходом на первых порах является установление допустимого риска путем экспертной оценки. Этот способ нашел широкое применение в области прогнозирования развития производства, управления производством и при решении ряда аналогичных задач. Для метеорологического прогноза он еще не применялся. Опыт покажет, насколько эффективно он может быть применен к оценке допустимого риска — задаче, которая в принципе не может быть решена в рамках чистой статистической теории.

Следует еще заметить, что все сказанное выше о выборе доверительного интервала имеет прямое отношение не только к оценке значимости группировки совокупности связей по соотношению (2), но и к отбору отдельных значимых связей по соотношению (1). Наличие предварительного обоснования гипотезы (1) должно учитываться при выборе значения $I_{кр}$. Это уменьшает потери полезной информации при «браковке» связей. С другой стороны, при этом уменьшается влияние на прогноз ошибок, связанных с чрезмерным доверием к большим выборочным коэффициентам корреляции (или другим показателям значимости).

Для физико-статистического метода прогноза температуры и осадков с большой заблаговременностью [12—14 и др.], многоаспектные оценки предикторов имеют большое значение. В частности, соотношение (2) уже применялось для решения вопросов о значимости некоторых источников информации [16, 18]. В работе [16] определены доверительные пределы отношения $v_{jklm}(\alpha)/n_{jl}n_{km}$.

Здесь $v_{jklm}(\alpha)$ — число статистических связей в группе, включающей все связи между n_{jl} предикторов и n_{km} предиктантов, удовлетворяющих неравенству

$$\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| = \frac{\sqrt{T-3}}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} > \alpha, \quad (3)$$

r — коэффициент корреляции, T — число членов временной последовательности.

Таким путем была оценена гипотеза о неслучайном характере хотя бы части корреляционных связей одного или группы однородных предикторов с совокупностью предиктантов, описывающих поля температуры и осадков на территории основных сельскохозяйственных районов в течение вегетационного периода. По существу уже эта оценка является многоаспектной, так как может отвечать на разные вопросы:

1. Какова относительная прогностическая значимость данного предиктора?

Этот вопрос можно задать в форме простой гипотезы о том, что группа связей данного предиктора с совокупностью предиктантов удовлетворяет неравенству (2). При проверке гипотезы множество предикторов разбивается на два класса — удовлетворяющих и не удовлетворяющих условию (2). Можно, очевидно, сформулировать и более сложную гипотезу, при проверке которой множество предикторов разбивается более чем на 2 класса. К этому вопросу мы вернемся ниже.

2. Какова относительная значимость информации о пространственном поле определенного гидрометеорологического элемента за определенный интервал времени?

В качестве примеров приведем поле высот изобарической поверхности 500 мб в северном полушарии в феврале того года, для которого дается прогноз; изменение теплосодержания воды в Северной Атлантике от октября к ноябрю в году, предшествующем тому, для которого дается прогноз, и т. д. В физико-статистическом методе прогноза пространственные поля, как правило, описываются значениями коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям. Поэтому вопрос сводится к проверке выполнения условия (2) или более сложной гипотезы по отношению к группе связей между несколькими первыми коэффициентами разложения рассматриваемого поля и совокупностью предиктантов.

3. Какова относительная прогностическая значимость информации о полях различных гидрометеорологических элементов?

4. Какова относительная прогностическая значимость информации при различной заблаговременности прогноза? Вопросы 3 и 4 предусматривают объединение предикторов в обширные подмножества, однородные лишь в некотором формальном отношении. Сходность этих вопросов (число их можно значительно умножить) должна учитываться введением более жестких доверительных пределов при проверке выдвинутой гипотезы. Перейдем к рассмотрению источников дополнительной информации.

Для статистических прогнозов погоды малой заблаговременности большое значение имеет использование гидродинамических прогнозов барического поля на 2—3 дня. В работах [5, 6] показано, что хорошие результаты получаются уже в таком варианте, когда предсказанное барическое поле рассматривается, как реальное.

Интересные идеи в отношении учета гидродинамической информации при прогнозе с заблаговременностью порядка месяца содер-

жаты в книге [3]. По мере увеличения заблаговременности прогнозов все большее значение приобретает информация о состоянии подстилающей поверхности и деятельного слоя.

Можно ожидать в ближайшие годы значительного развития исследований по гидродинамическим долгосрочным прогнозам, в которых будут описываться такие важные гидрометеорологические элементы, как льды, снежный покров, изменения теплосодержания воды в океане с учетом изменений толщины квазиоднородного слоя, интегральные характеристики влажности почвы и др.

В настоящее же время в физико-статистических прогнозах большой заблаговременности порядка нескольких месяцев соображения о важности таких источников информации могут быть сформулированы лишь как правдоподобная гипотеза, подлежащая статистической проверке.

Другой важный вопрос, подлежащий проверке, — насколько достигают своей цели преобразования информации, предназначенные для выделения характеристик наиболее крупномасштабных во времени и пространстве процессов?

В физико-статистическом методе прогноза основным преобразованием является разложение метеорологических полей по естественным составляющим с последующим применением в качестве тестпредикторов нескольких первых коэффициентов разложения. То, что первые естественные составляющие полей наиболее крупномасштабны в пространстве, показано на обширном материале. Сводка этих данных содержится в монографии [10]. Там же (в гл. 4) приводятся подтверждения того, что по мере увеличения пространственного масштаба увеличивается и временной. Однако речь при этом идет о масштабах времени порядка недель, а заблаговременность прогнозов составляет несколько месяцев. Поэтому для целей прогнозов большой заблаговременности вопрос о том, какую степень обогащения информации вносит процедура выделения крупномасштабных составляющих метеорологических полей, является очень важным. Выводы, которые были получены в работе [19], позволяют считать гипотезу об эффективности этой процедуры весьма правдоподобной.

Привлечение новых материалов представляет интерес как с точки зрения уточнения комплексных оценок, так и постановки новых вопросов. В частности, целесообразно проверить правдоподобную гипотезу, что показатель значимости группы наиболее крупномасштабных тестпредикторов (с учетом территории, на которой ведется разложение, и номера естественной составляющей) превышает среднее значение показателя для всей совокупности.

В заключение отметим, что формулировка вопроса в форме сложных гипотез более естественна при многоаспектной оценке предикторов, чем последовательное рассмотрение простых гипотез. Представим себе, например, что при оценке значимости информации, содержащейся в коэффициентах первых естественных ортогональных функций (е. о. ф.) различных метеоэлементов, мы противопоставим эту группу тестпредикторов характеристикам ледо-

витости северных морей. Поскольку последние величины по самой природе описывают долгопериодические процессы независимо от того, подвергались ли они разложению по е. о. ф., мы рискуем прийти к ложным или неопределенным выводам. Более целесообразно одновременно выделять группы инерционных тестпредикторов различной природы, сравнивая их с менее инерционными. Предпочтительность такого подхода вытекает из логических соображений и подтверждается опытом статистических исследований в областях факторного анализа.

При применении неравенства (3) также возникает вопрос, который более удовлетворительно решается в рамках сложной гипотезы. Дело в том, что величину α в этом неравенстве по вполне понятным соображениям не следует брать малой, но можно брать сколь угодно большой. Поэтому, практически целесообразно рассматривать несколько различных значений $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ для проверки выполнения неравенства. При этом естественно факту превышения доверительного предела только в одной градации α_j нельзя придавать такое же значение, как факту превышения его в нескольких градациях. По данному признаку множество тестпредикторов разбивается на несколько групп. Каждой из них присваивается предварительный балл. Сложная гипотеза состоит в том, что группа тестпредикторов, получившая более высокий балл, более информативна, чем группа с меньшим баллом.

В этой короткой статье, естественно, не было возможности разоб-
 рать все возможные пути осуществления многоаспектной оценки
 тестпредикторов. Один из способов оценки описывается в работе
 [15]. В этой работе и статье [8] приводятся выводы, полученные
 при анализе результатов прогнозов по физико-статистическому ме-
 тоду ГГО.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доронин Ю. П. Тепловое взаимодействие атмосферы и гидросферы в Арктике. Л., Гидрометеоздат, 1969, 300 с.
2. Дроздов О. А., Григорьева А. С. Многолетние циклические колебания атмосферных осадков на территории СССР. Л., Гидрометеоздат, 1971. 160 с.
3. Зверев Н. И. Применение статистики в предсказании погоды. Л., Гидрометеоздат, 1970. 194 с. («Тр. ГМЦ», вып. 66).
4. Зубов Н. Н. Льды Арктики. М., Изд-во Главсевморпути, 1945, 360 с.
5. Кац А. Л. Схема синоптико-гидродинамико-статистического прогноза погоды на 3—10 дней.—«Метеорология и гидрология», 1973, № 6, с. 15—25.
6. Кац А. Л., Федорова М. Н. Способ численного прогноза суммы осадков на 5 дней и результаты его испытания.—«Метеорология и гидрология», 1973, № 8, с. 12—19.
7. Колмогоров А. Н. К вопросу о пригодности найденных статистическим путем формул прогноза.—«Геофизика», 1933, т. 3, вып. 1, с. 78—82.
8. Мещерская А. В., Блажевич В. Г. К оценке некоторых методических положений физико-статистического метода.—См. наст. сб.
9. Мещерская А. В., Дмитриева-Арраго Л. Р. Разложение годового хода ледовитости северных морей по естественным ортогональным функциям времени.—«Метеорология и гидрология», 1968, № 10, с. 56—64.

10. Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат 1970. 199 с.
11. Полозова Л. Г. Анализ цикличности колебаний средней месячной температуры воздуха в северном полушарии. — «Тр. ГГО», 1970, вып. 269 с. 36—73.
12. Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4, § 3. Л., Гидрометеониздат, 1972, с. 129—138.
13. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогнозов погоды и возможность их внедрения. — «Метеорология и гидрология», 1967, № 11 с. 39—49.
14. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды Л., Гидрометеониздат, 1968, 28 с.
15. Юдин М. И., Блажевич В. Г. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания. — См. наст. сб.
16. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов. — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 16—28.
17. Юдин М. И., Голод М. П. Применение теории статистических решений к сверхдолгосрочному прогнозу осадков. — См. наст. сб.
18. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью. — В кн.: Тр. V Всесоюз. метеор. съезда, т. 2. Л., Гидрометеониздат, 1972, с. 83—94.
19. Юдин М. П., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов. — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273 с. 3—15.
20. Miller. Simultaneous statistical inference. Mc Graw-Hill Book Co, N. Y., 1966.

ОЦЕНКА ЗНАЧИМОСТИ ПРЕДИКТОРОВ НА ОСНОВЕ КОМПЛЕКСНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО ИСПЫТАНИЯ

Отбор значимой информации представляет собой одну из самых трудных задач при прогнозировании поведения сложных систем. К таким системам с полным правом можно отнести атмосферу, особенно когда речь идет о прогнозе большой заблаговременности, т. е. об изучении развития процессов за длительные интервалы времени. В этом случае первостепенное значение приобретают прямые и обратные связи между состояниями атмосферы, океана и деятельного слоя суши.

Рассматриваемый в данной статье метод исследования состоит в анализе генеральной совокупности связей между характеристиками исходной информации (тест-предикторами) и предсказываемыми величинами (предиктантами). Эта совокупность разбивается на группы, отвечающие различным значениям определяющего признака, и проверяется гипотеза о том, что информативная значимость разных групп различна. Проверяется также сложная гипотеза, включающая классификацию связей по нескольким признакам. Определение признаков дается на основе анализа совокупности с разных точек зрения, что приводит к многоаспектной оценке значимости предикторов. Обоснование такого направления исследований и общая постановка задачи даны в статье [6]. Здесь будут изложены конкретная методика реализованного варианта комплексного статистического испытания и полученные результаты. Испытание выполнено на материалах прогнозов атмосферных осадков, температуры воздуха и давления на уровне моря физико-статистическим методом [1, 5, 8]. В методе используется обширная исходная информация [9].

Предварительный отбор связей между тест-предикторами и предиктантами производится на основе рассчитанных значений коэффициентов линейной корреляции. Выделяется совокупность связей, удовлетворяющих условию

$$\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq \alpha. \quad (1)$$

Здесь z — переменная Фишера, связанная с коэффициентом корреляции r соотношением

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}; \quad (2)$$

σ_z — средняя квадратическая ошибка величины z , которая рассчитывается, исходя из гипотезы о несвязности временной последовательности, по формуле

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{T-3}}, \quad (3)$$

где T — число членов последовательности. Первоначально наряду с определением средней квадратической ошибки z формулой (3) эта величина рассчитывалась по эмпирическим данным, но вскоре выяснилось, что расхождения между этими двумя значениями σ_z носят случайный характер.

Значение α , как правило, принималось равным 2,5, что соответствует довольно жесткому критерию правдоподобия.

Тест-предикторы, для которых получились связи, удовлетворяющие условию (1), в дальнейшем будем называть предикторами.

Если анализ группы выделенных связей разных предикторов с одним предиктантом не позволял более или менее однозначно судить об ожидаемом знаке отклонения этой величины от среднего, значение α снижалось до 2,2, что увеличивало допустимый риск примерно вдвое.

При прогнозе на каждый год получается обширный материал о корреляционных связях тест-предикторов с предиктантами. В процессе совершенствования физико-статистического метода состав тест-предикторов изменялся. Менялись также способы обработки предсказываемых величин. Исходная информация при прогнозах на 1970—1972 гг., на основании анализа которой получены выводы в данной статье, не изменялась. Этот материал был использован для проведения комплексного статистического испытания. Следует сразу оговорить, что, хотя генеральная совокупность рассматриваемых корреляционных соотношений имеет большой объем (более трех тысяч элементов), полученные выводы могут в некоторой мере отражать своеобразие атмосферных процессов рассмотренных трех лет. Поэтому выводы будут еще проверяться по мере накопления новых материалов. Далее, под генеральной совокупностью связей понимается совокупность связей (для которых выполняется соотношение (1) при $\alpha=2,2$) всех тест-предикторов со всеми предиктантами температуры, осадков и давления.

Как указывается в работе [6], основным приемом при проверке различных гипотез является группировка прогностических связей в зависимости от значения определяющего признака.

Поскольку все наши предиктанты являются коэффициентами разложения по естественным ортогональным составляющим (е. о. с.), то для характеристики качества прогностических указаний целесообразно ввести ряд градаций. Эти градации должны учитывать естественную изменчивость предиктантов и определяться достаточно объективно. В данной работе выбран следующий

пособ оценки на основе количественных параметров аналогичности.

Рассматривается ряд из n значений предиктанта a_i ($i=1, 2, \dots, n$) значение его в $(n+1)$ -ый год (год, для которого дан прогноз) a_{n+1} . Определяется квадрат ошибки прогноза по каждому уравнению регрессии вида $S=[a_{\text{пр}}-a_{n+1}]^2$ и сопоставляется с медианой M из ряда величин $S_i=[a_i-a_{n+1}]^2$ ($i=1, 2, \dots, n$). Расчеты асстояний S и S_i производились на ЭВМ по программе, составленной Г. Д. Кудашкиным. Заметим, что S_i представляет собой квадрат ошибки прогноза по аналогии, если в качестве аналога выбран i -тый год.

Введем теперь понятие случайного прогноза по аналогу (аналог определяется по случайному признаку). Квадрат ошибки такого прогноза в 50% случаев будет меньше M , что и определяет смысл введения этой величины.

На основе естественной повторяемости предикторов для характеристики качества прогноза были введены более детальные градации:

5. $S \leq 0,06 M$ — очень хорошие;
4. $0,06 M < S \leq 0,4 M$ — хорошие;
3. $0,4M < S \leq M$ — удовлетворительные;
2. $M < S \leq 2,5 M$ — неудовлетворительные;
1. $2,5 M < S$ — плохие;

Эти градации были выделены, исходя из примерной равночисленности плохих (25%), неудовлетворительных (24%), удовлетворительных (20%), а также вместе хороших и очень хороших (31%) прогнозов.

Первый естественный вопрос, который подлежит проверке, насколько оправдано выделение связей, удовлетворяющих соотношению (1). Его можно разбить на две части:

А. Действительно ли прогностические указания, полученные из уравнений регрессии, в какой-то мере уточняют значения предиктантов?

Б. Правильно ли выбран основной доверительный предел $\alpha=2,5$; превосходит ли в среднем точность прогностических соотношений, основанных на более сильных прогностических связях ($|z/\sigma_z| \geq 2,5$), точность менее обеспеченных априори соотношений ($2,5 > |z/\sigma_z| \geq 2,2$).

Для ответа на этот вопрос сопоставим «естественное» распределение по градациям 1—5 величин S_i , рассчитанных для всех предиктантов, с распределением величин S , рассчитанных по всем прогностическим связям, удовлетворяющим соотношению (1), при значениях $\alpha=2,5$ и $\alpha=2,2$. Эти распределения и накопленные частоты приведены в табл. 1.

Первый вывод, который следует из рассмотрения таблицы, — оба распределения S резко отличаются от «естественного» распределения S_i и сравнительно мало различаются между собой. Главным образом это отличие выражается в уменьшении повторяе-

Таблица

Распределение по градациям величин S_i и S ($\alpha=2,5$), S ($\alpha=2,2$)

Градация	S_i			S ($\alpha=2,5$)			S ($\alpha=2,2$)		
	n_0	p_0	P_0	n_1	p_1	P_1	n	p	P
5	639	0,112	0,112	215	0,123	0,123	459	0,131	0,13
4	1133	0,198	0,310	385	0,220	0,343	779	0,221	0,35
3	1118	0,195	0,505	485	0,278	0,621	995	0,282	0,63
2	1392	0,243	0,748	498	0,286	0,907	1012	0,287	0,92
1	1441	0,252	1,000	162	0,093	1,000	279	0,079	1,000
Σ	5723			1745			3524		

Примечание. n — число случаев, p — относительная повторяемость данной градации, P — накопленная частота.

мости очень плохих прогнозов, а также в увеличении суммарной повторяемости очень хороших, хороших и удовлетворительных прогнозов. Это означает, что, выбирая по случайному признаку одно из уравнений регрессии в качестве прогностического соотношения мы подвергаемся намного меньшему риску дать плохой или не удовлетворительный прогноз. Слова «намного меньшему» следует понимать в том смысле, что различие первого и второго распределений является практически достоверным. Проверить это можно например, по критерию χ^2 , принимая распределение S_i за эталонное, с которым сравнивается распределение S при $\alpha=2,5$. Отделяем

$$\chi^2 = N_1 \sum_{j=1}^5 \frac{(p_{1j} - p_j)^2}{p_j} = 1745 \left(\frac{0,011^2}{0,112} + \frac{0,022^2}{0,198} + \frac{0,083^2}{0,195} + \right. \\ \left. + \frac{0,043^2}{0,243} + \frac{0,159^2}{0,252} \right) = 146,7.$$

При четырех степенях свободы и риске 0,01 доверительный предел χ^2 составляет 13,3, а при риске 0,001 составляет 18,5. Таким образом, расхождение распределений весьма велико. Отсюда следует, что основы физико-статистического метода правильны. Уже на первом этапе расчетов получаются прогностические указания имеющие намного большую обоснованность, чем случайный прогноз по аналогии. Частично это связано с более осторожной формулировкой прогнозов по уравнению регрессии. Поскольку эти прогнозы редко указывают на крайние значения предиктанта, то риск получения плохого прогноза естественно уменьшается. Вместе с тем более детальный анализ, который частично будет приведен ниже, показывает, что в значительной мере успешность прогнозов обеспечивается за счет выбора достаточно информативных предикторов.

Перейдем к проверке гипотезы о том, что отбор корреляционных связей по более жесткому критерию значимости ($\alpha=2,5$) повышает в среднем точность прогностических соотношений по сравнению с отбором, при котором учитываются также корреляционные связи, характеризующиеся значениями $2,2 \leq |z/\sigma_z| < 2,5$. Достаточно простого взгляда на табл. 1, чтобы убедиться, что по имеющимся данным эта гипотеза не подтверждается.

Для количественной оценки правдоподобия гипотезы учтем, что в случайной выборке достаточно большого числа n_1 элементов из совокупности $n=n_1+n_2$ элементов отклонение выборочного значения повторяемости p_1 явления, повторяемость которого в общей совокупности равна p , распределено по нормальному закону. Среднее значение p_1 равно p , а дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{p(1-p)n_2}{n_1 n} \quad (4)$$

(см., например, [10]).

Наибольшее расхождение между двумя распределениями обнаруживается в области плохих прогнозов. Применяя соотношение 4), находим $p_1 - p = 0,014$;

$$\sigma = \sqrt{0,093 \cdot 0,907 \frac{1779}{1745 \cdot 3524}} = 0,005;$$

$$\frac{p_1 - p}{\sigma} = 2,8.$$

Гипотеза о том, что при долгосрочном прогнозе следует больше доверять более слабым корреляционным связям, чем более сильным, априори весьма маловероятна. Поэтому при ее проверке ужно исходить из жестких критериев значимости (аргументация обоснование такого подхода к проверке гипотез содержится в статье [6]). Таким жестким критериям она не удовлетворяет, вывод должен быть сформулирован в более мягкой форме. Именно, можно утверждать, что для выделения из совокупности статистических связей, удовлетворяющих условию $|z/\sigma_z| \geq 2,2$, группы связей, удовлетворяющих более жесткому критерию, не имеется достаточных оснований. Во всяком случае для рассмотренных лет (1970—1972 гг.) повышение доверительного предела не приводит к росту доли реальных связей в их совокупности. Интересно отметить, что по предложению одного из авторов настоящей статьи Т. В. Покровская испытала возможность уточнения разработанного ею метода прогноза путем придания большего веса более статистически обоснованным (по выборочным данным) прогностическим признакам. Она пришла к отрицательному заключению [4, § 3 гл. VII].

Таким образом, сформулированный выше вывод обобщает не только наши данные, но и данные, полученные иным методом по материалу проверки, произведенной в другие годы. Заметим еще,

что полученный вывод не согласуется с гипотезой о статистической стационарности атмосферных процессов. Однако в рамках ряда моделей статистически нестационарных процессов он может быть удовлетворительно объяснен.

Итак, пока не будет показано обратное, следует считать, что внутри совокупности связей с $|z/\sigma_z| \geq 2,2$ истинное значение коэффициента корреляции практически не связано с его выборочной оценкой. Отсюда вытекает необходимость внесения существенных изменений в методику физико-статистического прогноза. В частности, повышается вес исследований, которые ведутся с целью разыскания других отличительных признаков информативности связей. Методика таких исследований изложена в работах [6, 7]. В работе [7] был описан прием «ревизии предикторов», предназначенный для уменьшения неопределенности статистических выводов, связанный с наличием большого числа возможных предикторов. Этот прием основан на применении многомерного статистического анализа. Проверке подвергалась гипотеза о том, что совокупность значений N предиктантов, описывающих погоду интересующего нас района в определенный сезон, существенно связана со значениями некоторого предиктора или группы m однородных предикторов.

Для определенной метеорологической величины, входящей в состав тест-предикторов или однородной группы таких величин X_i ($i=1,2, \dots, m$) рассматривается совокупность mN коэффициентов корреляции с различными характеристиками будущей погоды Y_k ($k=1,2, \dots, N$).

Проверка гипотезы осуществляется путем сопоставления с нулевой гипотезой — утверждения, что эмпирическое распределение mN значений величины

$$\frac{z}{\sigma_z} = \frac{\sqrt{T-3}}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$$

представляет собой реализацию нормального распределения с средним значением равным нулю, и единичной дисперсией (сравнить формулы (2) — (3)). Были найдены критерии значимости для групп, состоящих из 1, 2, 3, 4, 5 и 6 предикторов. А именно были рассчитаны доверительные пределы числа связей группы из 1—6 предикторов со всеми предиктантами с риском 0,2 и 0,1. При расчете критериев были выбраны значения $|z/\sigma_z|$, по возможности равномерно расположенные в интервале значимости.

Учитывая сказанное, сформулируем три гипотезы, подлежащие проверке.

1. Одним из признаков, характеризующих значимость предиктора, является количество корреляционных связей, удовлетворяющих условию (1), в группе связей данного предиктора со всеми предиктантами. Этот признак был применен в работе [7] для исключения малозначимых предикторов из общей совокупности, что

привело к некоторой экономии труда, затрачиваемого на составление прогнозов. Однако целесообразно проверить на независимом материале, зависит ли качество прогностических связей от указанного признака. При этом имеет смысл рассмотреть не две, а большее количество градаций данного признака.

2. Признаком, характеризующим значимость предиктора, может служить также его принадлежность к группе однородных предикторов, множество связей которых со всеми предиктантами удовлетворяет условию (1). Дополнительным условием является то, что значения каждого предиктора, входящего в однородную группу, статистически независимы или слабо зависимы от значений других членов группы. На практике проверяется, что эти значения слабо коррелированы.

3. Статистической проверке подлежит также гипотеза о том, что предикторы, описывающие наиболее крупномасштабные движения в пространстве и инерционные свойства подстилающей поверхности, более значимы в долгосрочном прогнозе.

Методика проверки гипотез включает определение нескольких градаций рассматриваемых признаков, разбивку совокупности предикторов и образованных ими связей с предиктантами на группы и проверку выполнения соотношения (4).

Конкретно способы разбивки предикторов на группы сводились к следующему.

А. Каждому предиктору присваивается от 0 до 4 баллов по вышеуказанному признаку 1. Интервал значений $|z/\sigma_z|$ разбивается на ряд градаций и определяется вероятность случайного превышения этой величиной значения k_j исходя из закона нормального распределения. Далее были рассчитаны доверительные пределы количества связей одного предиктора со всеми предиктантами, удовлетворяющих соотношению $|z/\sigma_z| \geq k_j$ для значений риска 0,2 и 0,1. Методика расчетов описана в статье [7]. Новые расчеты выполнены по той же методике, но значения k_j несколько изменены. Это связано с изменившимся числом предиктантов и необходимостью так выбирать k_j , чтобы по возможности уменьшить погрешности округления. Кроме того, смещением градаций достигается также некоторое расширение множества всех статистических связей, привлекаемых для суммарной оценки влияния предиктора на погоду. Естественно, что это множество должно быть шире множества связей, непосредственно учитываемых в прогнозе. Значения k_j , соответствующие им вероятности p_j , доверительные пределы количества связей m_{1j} (при риске $\alpha=0,2$) и m_{2j} (при риске $\alpha=0,1$) указаны в табл. 2.

В случае $m_{1j}=m_{2j}$ значение m_j сравнивается только с m_{2j} .

Из таблицы видно, что одновременное выполнение условий

$$m_j > m_{1j}, \quad (5)$$

$$m_k > m_{1k} \quad (6)$$

Исходные данные для оценки значимости предиктора по его суммарному влиянию на предсказываемые элементы погоды

j	1	2	3	4	5	6
k_{1j}	2,13	2,40	2,64	2,94	3,16	3,34
p_j	0,0328	0,0164	0,0082	0,00328	0,00157	0,00085
m_{1j}	4	3	2	1	1	1
m_{2j}	5	3	2	2	1	1

может рассматриваться как осуществление двух слабозависимых испытаний при условии $|k - j| \geq 2$. Исходя из этого, предлагается следующая процедура балльной оценки: за достижение в диапазоне

$$k_1 \leq \left| \frac{z}{\sigma_z} \right| < k_4 \quad (7)$$

или

$$\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq k_4 \quad (8)$$

порога $P=0,8$ предиктору присваивается 1 балл, за достижение порога $P=0,9$ или повторного перехода через $P=0,8$ присваивается 2 балла.

Диапазон (7) отнесен к низким градациям, (8) — к высоким градациям. Баллы, полученные в низких и высоких градациях $|z/\sigma_z|$, складываются.

Исключением является то, что 2 балла в градации $k_2 < |z/\sigma_z| \leq k_3$ и 2 балла в градации $k_3 < |z/\sigma_z| \leq k_4$ приравниваются 3 баллам.

Б. По признаку 2 образуются баллы группы. Тест-предиктор рассматривается в совокупности с другими слабосвязными тест-предикторами. При объединении тест-предикторов в однородные группы ставилось условие, чтобы вся группа в целом характеризовала определенную физическую величину. Так, если данный тест-предиктор является коэффициентом разложения по е. о. с. и в прогнозе в качестве тест-предикторов используется m коэффициентов разложения, то группа включает эти m величин, причем $m=2, 3, 4, 5, 6$. Если же тест-предикторы не являются коэффициентами разложения по е. о. с., как, например, ледовитость, то в группы объединяются тест-предикторы по ледовитости какого-либо одного моря, слабо связанные между собой.

Баллы группы оцениваются по той же шкале, что и баллы одного предиктора по рассчитанным критериям для группы из 2, 3, 4, 5 и 6 величин. Группа может сокращаться за счет более мелко-масштабных предикторов, но не за счет крупномасштабных. Это означает, что если предиктор является вторым коэффициентом разложения, а в состав тест-предикторов включено 4 коэффи-

циента разложения, то группа может состоять и из 2 и 3 первых, но не последних коэффициентов.

В. По признаку 3 выделялись предикторы, влияние которых на состояние деятельного слоя весной ожидается на основе физической схемы весенних процессов.

Сюда входят:

— суммарные зимние осадки, как характеристика влажности почвы весной;

— граница снежного покрова на территории СССР;

Таблица 3

Доверительные пределы $p_1 - p$
($n = 3364$; $p = 0,36$ или $p = 0,64$)

α	n_1/n					
	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50
0,25	0,0165	0,013	0,011	0,0084	0,0068	0,0055
0,1	0,033	0,026	0,022	0,0168	0,0135	0,011

— первые коэффициенты разложения температуры поверхности воды в Атлантическом океане в феврале и марте текущего года.

Далее выделяются предикторы, характеризующие наиболее крупномасштабные и инерционные процессы:

— первые коэффициенты разложения a_1 по е. о. с. метеорологических полей на территории трех секторов северного полушария [3];

— 3 коэффициента a_1, a_1, a_3 разложения полей, заданных на территории северного полушария;

— первый коэффициент разложения ледовитости Баренцева моря по е. о. с. времени.

Признак 3 не учитывался, если баллы по признакам 1 и 2 равнялись нулю. Оценка отличия групповых распределений повторностей «прогнозов» разного качества от их распределения в общей совокупности производится с помощью соотношения (4). З табл. 3 приводятся доверительные пределы значений $p_1 - p$ для двух значений риска $\alpha = 0,25$ и $\alpha = 0,1$.

Отметим, что баллы по признакам 1 и 2 установлены на основе относительно правдоподобной гипотезы. Тем не менее, учитывая, что предложенная оценка основывается на непрямых статистических выводах, выходу значения $p_1 - p$ за первый доверительный предел не следует придавать слишком большой вес. Мы будем считать такое подтверждение условным и требующим дополнительной проверки на большем материале. При удовлетворении более жесткого критерия, связанного с риском не более 10%, вывод о целесообразности балловой оценки можно считать достаточным.

Иначе обстоит дело с оценкой гипотезы об относительно большей значимости крупномасштабных и инерционных предикторов. Эта гипотеза основывается на правдоподобных представлениях физического характера. В силу этого статистическое подтверждение гипотезы даже с риском 0,25 представляет собой немаловажный аргумент в ее пользу.

Сделаем некоторые замечания относительно техники составления табл. 3. Она построена для определенного значения $n=58^2=3364$ и $p=0,36$. Из формулы (4) видно, что то же самое значение σ получается при $p=1-0,36=0,64$.

Таблица

Распределение прогностических указаний по градациям в зависимости от собственного балла предиктора ($n=3524$)

Градация прогноза	Число случаев	P_1 для балла					P
		0	1	2	3	4	
5	459	0,138	0,106	0,147	0,125	0,115	0,131
4	779	0,362	0,304	0,360	0,377	0,335	0,352
3	995	0,649	0,608	0,618	0,646	0,626	0,634
2	1012	0,929	0,923	0,914	0,917	0,911	0,921
1	279	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
n_1/n		0,384	0,117	0,199	0,102	0,197	

В оценках по признакам 1 и 3 число $n=3524$, а наиболее интересные значения повторяемостей $P=0,352$ и $P=0,634$. При группировках по баллу группы число $n=3320$ (не все предикторы входят в однородные группы, которые образовывались по указанным выше признакам) и наибольший интерес для сравнения представляют повторяемости $P=0,353$ и $P=0,636$. Все отличия этих значений n и p от принятых в таблице практически не сказываются на значениях σ при вычислениях по формуле (4). Поэтому табл. 3 оказалась пригодной для почти всех дальнейших сопоставлений.

При взгляде на таблицу может возникнуть вопрос, имеет ли смысл рассматривать такие малые различия повторяемостей успешных прогностических указаний порядка 1—2% и как это может сказаться на реальной успешности прогнозов. При ответе на это вопрос необходимо учитывать, что для каждого предиктанта получается не одно, а 10—20 практически независимых прогностических указаний. Обычно эти указания противоречат друг другу. Знание априорной обеспеченности разных указаний помогает прояснить картину, и повышение успешности за этот счет значительно больше выигрыша на одном указании. Некоторые расчеты, поясняющие это обстоятельство, содержатся в работе [2].

Перейдем к рассмотрению материалов, полученных при испытании трех признаков значимости предикторов. В табл. 4, 5, 6 указываются значения накопленных повторяемостей P_1 для каждой градации рассматриваемого признака, общие для всей совокупности значения P и необходимые для расчетов числа n_1 и n .

Таблица 5

Распределение прогностических указаний по градациям в зависимости от балла группы ($n=3320$)

Градация прогноза	Число случаев	P_1 для балла					P
		0	1	2	3	4	
5	429	0,126	0,131	0,118	0,145	0,134	0,129
4	743	0,349	0,351	0,342	0,370	0,361	0,353
3	938	0,643	0,629	0,624	0,612	0,654	0,636
2	943	0,924	0,933	0,913	0,886	0,926	0,920
1	267	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
n_1/n		0,248	0,197	0,222	0,106	0,227	

Из табл. 4 видно, что предложенная экспертная оценка, основанная на испытании прогностической значимости отдельного предиктора, оказалась неудачной. При анализе таблицы выясняется

Таблица 6

Распределение прогностических указаний по градациям в зависимости от физического смысла предикторов ($n=3524$)

Градация прогноза	Число случаев	P_1 для балла			P
		подмножество 0	подмножество 1	подмножество 2	
5	459	0,131	0,132	0,117	0,131
4	779	0,340	0,405	0,369	0,352
3	995	0,630	0,643	0,667	0,634
2	1012	0,924	0,903	0,910	0,921
1	279	1,000	1,000	1,000	1,000
n_1/n		0,816	0,153	0,031	

основная причина этой неудачи. Оказывается, что среди предикторов, группа связей которых с предиктантами не удовлетворяет словию (5), значительная часть содержит ценную прогностическую информацию. Доля удовлетворительных, хороших и очень хороших прогностических указаний в подмножестве предикторов, которым присвоен балл нуль, превышает ее долю во всей совокупности. Хотя маловероятная априори гипотеза о том, что это пре-

вышение существенно, не выдерживает строгой статистической проверки, из этого наблюдения может быть сделан важный практический вывод. Признак отбора информативных предикторов должен быть таков, чтобы выделить часть предикторов внутри подмножества с баллом нуль. В некоторой мере такое выделение удается осуществить при определении балла группы. Действительно в табл. 5 подмножество с баллом нуль уже не выделяется из общей совокупности. Это не совсем то, что требуется (желательно было бы, чтобы доли очень хороших и хороших прогнозов в таком подмножестве были относительно малы). Тем не менее, как видно из сопоставления табл. 4 и 5, определенная и относительно небольшая часть предикторов, прогностическая значимость которых обнаруживается испытанием по признаку 1, оказывается принадлежащей к однородной группе информативных предикторов. Количественный анализ существенности признака 2 показывает, что имеются известные основания для следующего утверждения.

Подмножество предикторов, состоящее из однородных групп которым по описанной выше экспертной оценке присвоен балл 1 или 4, дает информацию о будущей погоде несколько более надежную, чем подмножество предикторов, которым присвоен групповой балл 0,1 или 2. Оценка по повторяемости хороших и очень хороших прогнозов дает $P_1 \approx 402/1104 = 0,364$, $P_1 - P = 0,364 - 0,353 = 0,011$; $n_1/n = 1104/3320 = 0,333$. Доверительный предел при $\alpha = 0,2$ равен 0,008, а при $\alpha = 0,1$ равен 0,016.

Как следует из вышеприведенных соображений, подтверждение целесообразности выделения подмножества предикторов по указанному признаку является условным. Можно привести еще дополнительный аргумент в пользу такого разделения предикторов, состоящий в том, что доли очень хороших прогностических указаний повышаются одновременно.

Переходим к рассмотрению табл. 6. Вся совокупность связей предикторов была разбита на 3 подмножества:

а) подмножество 2 — связи предикторов, выделенные на основе физического анализа;

б) подмножество 1 — связи наиболее крупномасштабных и инерционных предикторов;

в) подмножество 0 — все остальные связи. Здесь уже поверхностный взгляд обнаруживает определенное превышение повторяемостей оправдавшихся прогностических указаний в подмножествах 1 и 2 по отношению к значениям этих повторяемостей в общей совокупности. Количественная оценка подтверждает это заключение даже для весьма малочисленного (111 элементов) подмножества прогностических указаний, полученных от предикторов, выделенных на основе физического анализа.

Хотя физические основания для выделения подмножеств 1 и несколько различны, будем рассматривать их вместе. Тогда для очень хороших прогностических указаний находим $P_1 - P = 0,399 - 0,340 = 0,059$, $n_1/n = 649/3524 = 0,184$, $\sigma = 0,017$. Таким образом, отклонение составляет почти $3,5\sigma$.

Если включить в рассмотрение удовлетворительные прогнозы, т. е. оценить суммарную повторяемость градалий 5, 4 и 3, то и в этом случае гипотеза о значимости априорной физической информации подтверждается.

Выполненный анализ показывает, что при оценке различных источников информации о предикторах на первое следует ставить физические соображения и лишь на второе — косвенные статистические заключения.

Подведем итоги. Выполненное комплексное статистическое испытание ряда гипотез о прогностической значимости предикторов оказывает, с нашей точки зрения, что это направление работ перспективно. Развитие этих исследований и уточнение многоаспектной оценки предикторов должно привести к заметному повышению успешности долгосрочных прогнозов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Блажевич В. Г. Прогноз поля давления физико-статистическим методом. — См. наст. сб.
- Кудашкин Г. Д., Юдин М. И. О выборе и применении аналогов в целях уточнения численных прогнозов погоды. — «Тр. ГГО», 1968, вып. 197, с. 3—18.
- Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1970, 199 с.
- Покровская Т. В. Долгосрочные прогнозы погоды. Л., Гидрометеониздат, 1969, 254 с.
- Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4. § 3, Л., Гидрометеониздат, 1972, с. 129—138.
- Юдин М. И. Задача многоаспектной оценки информативности прогностических соотношений. — См. наст. сб.
- Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов. — «Тр. ГГО», вып. 273, 1972, с. 16—28.
- Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью. — В кн.: Тр. V Всесоюз. метеор. съезда. т. 2. Л., Гидрометеониздат, 1972, с. 83—94.
- Юдин М. И., Блажевич В. Г., Мещерская А. В. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения. — «Тр. ГГО», 1969, вып. 236, с. 45—63.
- Ю. Ю. Л., Кэндэл. Теория статистики. М., 1960, 453 с.

К ОЦЕНКЕ НЕКОТОРЫХ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОЛОЖЕНИЙ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА

Общеизвестно, что методические вопросы играют первостепенную роль в любом научном исследовании. В равной степени это относится и к долгосрочному прогнозированию, где от правильно выбранной методики, в рамках предсказуемости, зависит успех прогноза.

При разработке того или иного метода прогноза обычно опираются на теоретические предпосылки, которые рассматриваются как априорные. Между тем на практике в силу сложности развития атмосферных процессов теоретические предпосылки не всегда себя оправдывают.

Чтобы направить усилия прогнозиста в нужную сторону очень важно контролировать осуществление основных положений метода на базе оперативных прогнозов. По многим причинам эта задача нелегкая. Во-первых, число оперативных прогнозов должно быть достаточно большим для уверенных выводов. Во-вторых, в течение более или менее длительного периода должна сохраняться одна и та же методика составления прогноза.

С этих позиций материалы оперативных долгосрочных физико-статистических прогнозов осадков и температуры [11] не являются идеальными. С одной стороны, несмотря на то что оперативные прогнозы составляются с 1965 г., число их не очень велико: 44 прогноза по температуре, 50 по осадкам и 18 по давлению. Связано это с тем, что в соответствии с заданием ГУГМС эти прогнозы составляются только для основных сельскохозяйственных районов и только на весенне-летний период (апрель — июль).

Справедливости ради надо отметить, что, кроме указанного числа основных прогнозов, составлялись также прогнозы урожайности зерновых культур [6], максимальной температуры [3], декадного давления [1], а также прогнозы температуры и осадков для территории Северо-Запада [2]. Однако эти прогнозы носят поисковый характер и далеко не всегда могут быть использованы для методических проверок.

С другой стороны, методика физико-статистического прогноза неконсервативна. Основным, как уже отмечалось [4], является корреляционный метод, но в последние годы все шире применяются дополнительные статистические методы: дискриминантный анализ [5] и аналоги.

Указанные недостатки оперативного материала могут быть в значительной степени ослаблены, если перейти от прогноза метеорологического поля, составленного по совокупности многих предикторов, к прогностическим указаниям, которые дает каждый отдельный предиктор. При этом удастся увеличить объем оперативного прогностического материала в 10—15 раз и ограничиться анализом результатов, получающихся с помощью только корреляционного метода. Здесь и в дальнейшем под прогнозом или прогностическим указанием данного предиктора будем понимать то значение предиктанта, которое получается из одночленного уравнения регрессии, связывающего данный предиктор и данный предиктант.

В данной статье на базе прогностических указаний отдельных предикторов рассматривается вопрос о том, в какой мере успешность прогноза зависит от заблаговременности предикторов, от порядковых номеров коэффициентов разложения предикторов и предиктантов.

Для решения поставленных вопросов была использована методика, предложенная М. И. Юдиным и кратко изложенная в [9].

Прежде всего, необходимо установить, что считать оправданным прогнозом. В тех случаях, когда прогнозируются коэффициенты разложения метеорологического поля по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.)—это вопрос нетривиальный.

Дело в том, что при прогнозе коэффициентов разложения возможны два вида оценок оправдываемости прогноза. Во-первых, используя прогноз некоторого числа коэффициентов разложения предиктанта, можно восстановить значения метеорологического поля в заданном числе станций и применить одну из принятых оценок успешности прогноза (по ρ , P или R —коэффициенту корреляции). Во-вторых, можно оценить успешность прогноза коэффициентов разложения.

Первая оценка интересна с точки зрения потребителя, которому важен результат прогноза, а не метод. Кроме того, эта оценка прогноза позволяет сравнивать успешность прогнозов, составленных различными методами. Однако при детальном анализе результатов оценка прогноза поля не всегда пригодна, поскольку она отражает успешность прогноза совокупности нескольких коэффициентов разложения предиктанта. При этом нельзя различить, какие коэффициенты разложения были предсказаны верно, а какие—неверно.

Проверка методических положений статистического прогноза, составляющая предмет данной статьи, проведена по материалам второй оценки, а именно, оценки успешности прогнозов коэффициентов разложения предиктантов.

М. И. Юдин ввел следующие оценки успешности прогнозов коэффициентов разложения предиктантов:

очень хорошие прогнозы $A^2 \leq 0,06 B_0^2$,

хорошие прогнозы: $0,06 B_0^2 < A^2 \leq 0,4 B_0^2$.

удовлетворительные прогнозы: $0,4 B_0^2 < A^2 \leq B_0^2$,

неудовлетворительные прогнозы: $B_0^2 < A^2 \leq 2,5 B_0^2$,

плохие прогнозы: $A^2 > 2,5 B_0^2$,

где A^2 — квадрат разности прогностического (а) значения коэффициента разложения предиктанта за данный (n) год, на которое

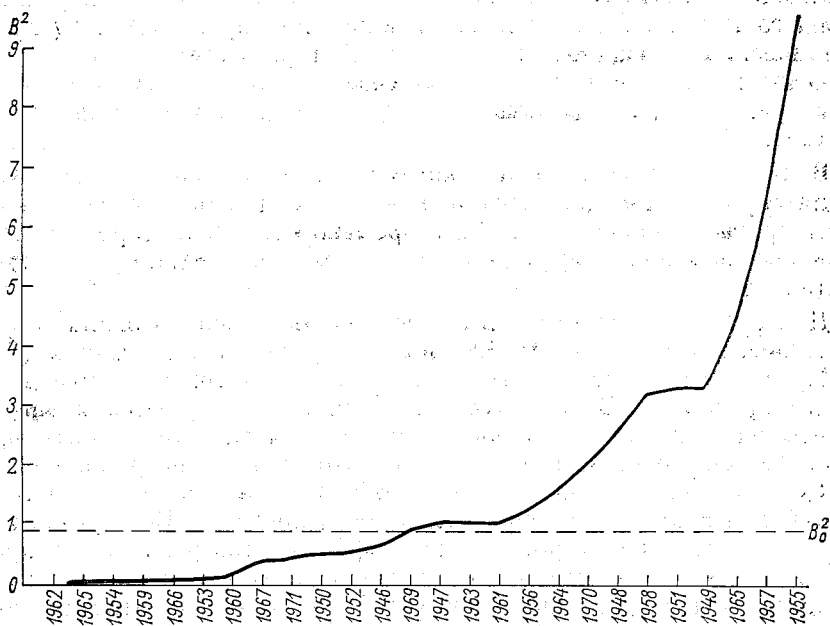


Рис. 1. Ранжированные по величине значения B^2 для первого коэффициента разложения районных осадков Казахстана за июнь.

указывает данный предиктор, и фактического (b) его значения:

$$A^2 = (a_n - b_n)^2; \quad (1)$$

B_0^2 — медианное значение ряда B^2 .

$$B^2 = (b_n - b_k)^2, \quad (2)$$

где k — все предшествующие годы ($k=1, n-1$) рассматриваемого ряда предиктанта.

Медианное значение B_0^2 определяется по ряду значений B^2 каждого коэффициента разложения предиктанта за 25—37 лет и меняется от года к году. На рис. 1 для примера приведены ранжированные по величине значения B^2 для первого коэффициента разложения районных осадков Северного Казахстана за июнь, соответствующие прогнозу на июнь 1972 г. Медианное значение этого ряда B_0^2 равно 0,945.

При проверке успешности прогнозов первого коэффициента разложения районных осадков Казахстана за июнь 1972 г. прогнозное значение, на которое указывает каждый отдельный предиктор, сравнивается с фактическим. Используя значение $B_0^2 = 0,945$ и приведенные выше соотношения, прогноз по каждому предиктору получает одну из оценок: очень хороший, хороший, удовлетворительный, неудовлетворительный или плохой.

Таблица 1

Повторяемости прогнозов различных оценок (p) и накопленные повторяемости (P) прогнозов по совокупности предикторов

Исходный материал	Число случаев		Прогнозы				
			очень хорошие	хорошие	удовлетворительные	неудовлетворительные	плохие
Совокупность прогнозов по всем предикторам	3380	p	0,132	0,222	0,279	0,235	0,082
		P	0,132	0,354	0,633	0,918	1,000

Также оцениваются прогнозы всех остальных коэффициентов разложения за выбранные месяцы и годы.

После такой оценки может быть подсчитано число очень хороших, хороших, удовлетворительных, неудовлетворительных и плохих прогнозов для любой группы или всей совокупности предикторов. На практике расчеты проводились не для всех, а только для значимых предикторов, для которых отношение $|z/\sigma_z| \geq 2,2$ — преобразование Фишера, σ_z — его ошибка).

Расчеты оправдываемости прогнозов коэффициентов разложения предиктантов сделаны по материалам прогнозов (прогностических указаний предикторов) осадков и температуры Юга ЕТС Северного Казахстана, а также давления I сектора на май — июль 1970—1972 гг. В табл. 1 приведены средние значения повторяемостей прогнозов различных оценок, рассчитанные по всем предикторам (3380 случаев). Из этой таблицы следует, что характерное значение повторяемости очень хороших и хороших прогнозов (вместе) близко к 0,35, а характерное значение повторяемости очень хороших, хороших и удовлетворительных прогнозов (вместе) близко к 0,63. Приведенные цифры характеризуют в целом надежность прогнозов по всем значимым предикторам физико-статистического метода.

Проверка некоторых положений физико-статистического метода основана на подсчете повторяемостей прогнозов различных оценок по данной группе предикторов по сравнению с повторяемостью по всей их совокупности.

Понятие всей совокупности для каждой конкретной задачи разное. При анализе успешности прогнозов в зависимости от номера

коэффициента разложения предикторов рассматривалась только та часть предикторов, которая представлена в виде коэффициентов разложения по е. о. ф. Объем всей совокупности при решении этой задачи составил 2434 случая.

Для анализа успешности прогнозов в зависимости от заблаговременности была образована совокупность только из тех предикторов, для которых изменились данные на всем диапазоне заблаговременности от —2 до —28 месяцев (объем всей совокупности 2139 случаев). Предикторы, характеризующие только ближайшую предисторию, при этом не учитывались.

В зависимости от объема совокупности (n), объема материала в группе (n_1) и характерных значений повторяемости прогнозов пяти оценок разности повторяемостей по группе предикторов и по совокупности могут быть значимыми и незначимыми. Чтобы судить об этом, можно воспользоваться критериями различия повторяемостей, представленными в работе [9]. Так как материалы данной статьи отличаются по своему объему от использованных в работе [9], таблица критериев различения повторяемостей была расширена и дополнена (табл. 2). Ранее критерии различия повторяемостей были вычислены для выборки, состоящей из 336 случаев. Теперь аналогичные работы были сделаны для выборок, состоящих из 2116, 2401, 2916, 3025, 3249 и 3481 случая. Кроме того увеличено число градаций отношений n_1/n : рассчитаны критерии различения повторяемостей для отношений n_1/n , равные 0,04, 0,06 и 0,08.

Как и в [9], сравнение повторяемостей будет проводиться вместе для очень хороших и хороших прогнозов, а также вместе для очень хороших, хороших и удовлетворительных прогнозов. Очень хорошие и хорошие прогнозы будем называть «лучшими прогнозами». Очень хорошие, хорошие и удовлетворительные прогнозы будем называть общим термином «оправдавшиеся прогнозы». При анализе повторяемостей будем руководствоваться следующим правилом:

Если разность повторяемостей лучших (или оправдавшихся) прогнозов по группе и по всей совокупности предикторов положительна и попадает в пределы, указанные в табл. 2, будем считать что различия значимы, а высказанная гипотеза подтверждается удовлетворительно. Если эта разность повторяемостей положительна и больше табличных пределов, то гипотеза подтверждается хорошо. Если разность повторяемостей отрицательна, но меньше предельных, то гипотеза отвергается. Если отрицательная разность попадает в предельные значения или больше их, то принимается прямо противоположная гипотеза.

Перейдем к рассмотрению конкретных результатов.

1. Зависимость успешности прогностических указаний предикторов от порядкового номера е.о.ф. предикторов.

Как уже неоднократно отмечалось, в физико-статистическом методе большинство предикторов представлено в виде коэффициентов разложения по е. о. ф. В архив тест-предикторов включа

Таблица пределов различия повторяемости

n	n_1/n									
	0,04		0,05		0,08		0,1		0,2	
	а	б	а	б	а	б	а	б	а	б
2116	0,034	0,068	0,028	0,055	0,024	0,047	0,021	0,042	0,014	0,028
2401	0,032	0,064	0,026	0,052	0,022	0,044	0,019	0,039	0,013	0,026
2916	0,029	0,058	0,024	0,047	0,020	0,040	0,018	0,035	0,012	0,024
3025	0,028	0,057	0,023	0,046	0,020	0,039	0,017	0,035	0,012	0,023
3249	0,027	0,055	0,022	0,045	0,019	0,038	0,017	0,034	0,011	0,022
3481	0,026	0,053	0,022	0,043	0,018	0,037	0,016	0,032	0,011	0,022
									0,008	0,016
									0,008	0,017
									0,008	0,016
									0,007	0,014
									0,007	0,012
									0,007	0,012
									0,006	0,011
									0,006	0,011
									0,006	0,013

Примечание. а — нижние, б — верхние значения пределов.

Таблица 3

Число случаев (n_i), повторяемость (p_i) и накопленные значения повторяемости (P_i) прогнозов пяти оценок в зависимости от порядкового номера коэффициента разложения предиктора

Прогнозы	Номер коэффициента разложения предиктора														
	1			2			3			4			5		
	n_1	p_1	P_1	n_2	p_2	P_2	n_3	p_3	P_3	n_4	p_4	P_4	n_5	p_5	P_5
Очень хорошие	99	0,122	0,122	75	0,128	0,128	88	0,135	0,135	49	0,140	0,140	4	0,118	0,118
Хорошие	192	0,237	0,359	113	0,192	0,320	148	0,227	0,362	71	0,202	0,342	6	0,176	0,294
Удовлетворительные	218	0,269	0,628	183	0,311	0,631	176	0,270	0,632	85	0,242	0,584	12	0,353	0,647
Неудовлетворительные	212	0,262	0,890	183	0,311	0,942	174	0,267	0,899	102	0,291	0,875	7	0,206	0,853
Плохие	89	0,110	1,000	34	0,058	1,000	65	0,160	0,999	44	0,125	1,000	5	0,147	1,000
Сумма	810	0,333		588	0,242		651	0,267		351	0,144		34	0,014	2434
															$\sum_{i=1}^5 p_i$
															p
															P

ется несколько (от 2 до 5) первых наиболее крупномасштабных компонент.

В процессе отбора предикторов и составления уравнений регрессии [4, 8, 10] не безразличен номер коэффициента разложения предиктора (в пределах первых пяти). При прочих близких условиях (величина коэффициента корреляции, длина ряда, надежность корреляционных графиков) предпочтение отдается более крупномасштабному предиктору, т. е. первому коэффициенту разложения (a_1), а не второму (a_2) и последующим; второму, а не третьему (a_3) и т. д. При этом предполагается, что возможность случайной связи для крупномасштабного предиктора меньше, а надежность прогноза больше, чем для более мелкомасштабного. Результаты расчетов числа случаев и повторяемостей прогностических указаний разной успешности для первых пяти коэффициентов разложения предикторов представлены в табл. 3.

Общее число случаев по всей совокупности равно 2434. Из них в 810 случаях предиктором служил первый коэффициент разложения, в 588 случаях — второй, в 651 случае — третий, в 351 случае — четвертый и в 34 случаях — пятый коэффициент разложения. Отношение n_i/n будет равно соответственно 0,33; 0,24; 0,27; 0,14 и 0,014.

Если прогностические указания первого коэффициента разложения предиктора более надежны по сравнению со всеми остальными, то повторяемость лучших и оправдавшихся прогнозов для a_1 должна быть больше, чем для всей совокупности предикторов (0,347 и 0,624). Действительно, для лучших прогнозов имеем $0,359 - 0,347 = 0,012$, для оправдавшихся прогнозов $0,628 - 0,624 = 0,004$. Чтобы судить, значимы эти различия или нет, обратимся к табл. 2.

Для отношения n_1/n , равного 0,33, путем экстраполяции получаем, что критерий различения повторяемостей находится в пределах 0,009—0,019. Разность повторяемостей лучших прогнозов равна 0,012 и, следовательно, попадает в этот интервал. Гипотеза о том, что a_1 предиктора дает более высокую повторяемость лучших прогнозов, подтверждается удовлетворительно. Разность повторяемостей оправдавшихся прогнозов составила всего 0,004, что ниже указанных пределов: гипотеза не подтверждается.

Аналогичный расчет для a_2 дает для лучших прогнозов $0,320 - 0,347 = -0,027$ (пределы 0,012—0,024), для оправдавшихся прогнозов $0,631 - 0,624 = 0,007$. Поскольку для лучших прогнозов разность повторяемостей отрицательна, а по абсолютной величине больше указанных пределов, можно считать, что успешность лучших прогнозов по a_2 меньше, чем по всей совокупности. Относительно оправдавшихся прогнозов выводы неопределенны.

Разность повторяемостей лучших прогнозов для a_3 составила 0,015, оправдавшихся 0,008 при тех же пределах различения повторяемостей (0,012—0,024). Гипотеза удовлетворительно подтверждается для лучших прогнозов и не подтверждается для всех оправдавшихся прогнозов.

Для a_4 разности повторяемостей равны $-0,005$ и $-0,080$ (пределы $0,016-0,033$). Четвертый коэффициент разложения предикторов дает меньшую успешность оправдавшихся прогнозов, чем вся совокупность.

Из-за малого числа случаев о пятом коэффициенте разложения никаких заключений сделать нельзя.

Таким образом, по приведенным данным обнаружена некоторая зависимость между номером коэффициента разложения предиктора и успешностью прогноза. С увеличением номера коэффициента разложения предиктора успешность прогноза уменьшается, хотя и неравномерно. Удовлетворительно подтверждается гипотеза о том, что первый и третий коэффициенты разложения предикторов обеспечивают более высокую успешность лучших прогнозов, чем вся совокупность. Успешность лучших прогнозов для a_2 предикторов и оправдавшихся прогнозов для a_4 предикторов хуже, чем по всей совокупности.

Эти выводы будут в дальнейшем уточняться по данным прогнозов трех следующих лет.

2. Зависимость оправдываемости прогностических указаний предикторов от заблаговременности предикторов.

В физико-статистическом методе используется информация не только за месяцы, ближайшие к прогнозируемому, но и за более удаленные месяцы, вплоть до -28 месяца, если за начало отсчета принять месяц, на который составляется прогноз.

В работе [10] была сделана попытка оценить, какие месяцы несут наибольшую прогностическую информацию. Для этого рассчитывалась повторяемость корреляционных связей, превосходящих $2,5 |z/\sigma_z|$ по отношению к возможному числу связей для каждого месяца. Оказалось, что наибольшую прогностическую информацию несут месяцы, ближайшие к прогностическому ($-2, -3, -4$). Второй, довольно четкий максимум падает на месяцы -25 и -26 , отражающие влияние двухлетней цикличности.

Приведенные выводы полезно проверить с помощью другой методики, а именно по материалам оправдываемости прогностических указаний отдельных предикторов. Однако при этом возникли некоторые трудности. Дело в том, что критерии различения повторяемостей прежде всего зависят от отношения n_1/n , быстро возрастающая с уменьшением этого отношения. Расчеты показали, что при разбиении всей совокупности на 27 групп (в соответствии с числом месяцев разной заблаговременности) в некоторых группах оказывается менее 50 случаев. При таком числе случаев отношение n_1/n оказывается менее 0,02, соответствуя большим значениям различения повторяемостей.

Поэтому всю совокупность предикторов пришлось разбить на три крупные группы: предикторы текущего года с заблаговременностью от -2 до -4 месяцев, предикторы прошлого года с заблаговременностью от -5 до -16 месяцев и предикторы позапрошлого года с заблаговременностью от -17 до -28 месяцев.

Для трех групп предикторов разной заблаговременности под считано число случаев, пределы различения повторяемостей, по вторяемости лучших и оправдавшихся прогнозов, а также разности повторяемости лучших (и оправдавшихся) прогнозов по каждой группе и по всей совокупности (табл. 4).

Т а б л и ц а

Характеристики лучших и оправдавшихся прогнозов, составленных по предикторам разной заблаговременности

Заблаговременность предикторов	Число случаев	Пределы различения повторяемостей	Повторяемость прогнозов		Разность повторяемостей прогнозов	
			лучших	оправдавшихся	лучших	оправдавшихся
Текущий год	349	0,017—0,034	0,387	0,656	0,033	0,009
Прошлый год	951	0,008—0,016	0,352	0,652	—0,002	0,005
Позапрошлый год	839	0,008—0,017	0,343	0,640	—0,011	—0,007
Вся совокупность	2139		0,354	0,647	0	0

На основании табл. 4 можно сделать следующий вывод: разности повторяемостей оправдавшихся прогнозов незначимы для всех трех групп заблаговременности. Удовлетворительно подтверждается гипотеза о том, что повторяемость лучших прогнозов по предикторам текущего года больше, чем по всей совокупности. Повторяемость лучших прогнозов по предикторам позапрошлого года меньше, чем по всей совокупности.

Таким образом, по данным оправдываемости прогностических указаний предикторов подтверждается вывод о том, что предикторы, характеризующие ближайшую предысторию, более надежны. Вывод о меньшей надежности предикторов позапрошлого года не противоречит более детальным проработкам, проведенным ранее.

3. Обеспеченность прогнозов коэффициентов разложения предиктантов разных номеров.

В физико-статистическом методе предсказывается некоторое число первых коэффициентов разложения поля предиктанта.

В работе [7] было показано, что существует противоречие между точностью представления полей предиктантов по некоторому числу коэффициентов разложения и невозможностью предсказания с большой заблаговременностью мелкомасштабных особенностей полей. Отсюда следовал естественный вывод, что целесообразно предсказывать только первые четыре коэффициента разложения предиктанта.

Рассмотрим повторяемость лучших и оправдавшихся прогнозов для отдельных коэффициентов разложения предиктантов и в целом для всей совокупности (табл. 5).

Анализ табл. 5 показывает, что для первого (b_1) и второго (b_2) коэффициентов разложения предиктантов повторяемость лучших и оправдавшихся прогнозов выше, чем для всей совокупности. Это заключение убедительно, так как разности повторяемостей в несколько раз превосходят пределы различения повторяемостей.

Для третьего (b_3) и четвертого (b_4) коэффициентов разложения предиктанта повторяемость лучших и оправдавшихся прогнозов ниже, чем по всей совокупности.

Таблица 5

Характеристики лучших и оправдавшихся прогнозов коэффициентов разложения предиктантов разных номеров

Номер коэффициента разложения предиктанта	Число случаев	Пределы различения повторяемостей	Повторяемость прогнозов		Разность повторяемостей прогнозов	
			лучших	оправдавшихся	лучших	оправдавшихся
1	951	0,008—0,018	0,378	0,676	0,033	0,043
2	963	0,008—0,017	0,409	0,658	0,064	0,025
3	1099	0,008—0,017	0,282	0,600	—0,063	—0,033
4	343	0,017—0,034	0,280	0,554	—0,065	—0,079
Вся совокупность	3356		0,345	0,633	0	0

На основании табл. 5 с большой уверенностью можно утверждать, что успешность прогнозов первых двух коэффициентов разложения существенно выше успешности прогнозов третьего и четвертого коэффициентов разложения предиктанта. Предположение о том, что мелкомасштабные компоненты предсказывать трудно, подтвердилось.

Приведенные в данной статье результаты проверок некоторых положений физико-статистического метода сделаны на основании очень большого числа случаев (несколько тысяч). Однако эти материалы не являются совершенно независимыми, поскольку для обработки использованы прогностические указания предикторов за соседние три года. Индивидуальные особенности этого периода могли существенно сказаться на результатах.

В ближайшее время предполагается сделать аналогичные про- работки по материалам трех других лет, включая 1973 г., который был очень своеобразным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блажевич В. Г. Долгосрочный прогноз наземного давления. — «Тр. ГГО» 1972, вып. 273, с. 104—115.
2. Болдырева Н. А., Мещерская А. В., Шапаева Н. Д. Физико-статистический долгосрочный прогноз осадков для районов Северо-Запада в весенне-летний период. — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 146—157.
3. Гулина Н. А., Болдырева Н. А. Долгосрочный прогноз среднего максимума температуры воздуха. — См. наст. сб.
4. Мещерская А. В. Анализ зависимости успешности прогноза от величин сводного коэффициента корреляции. — См. наст. сб.
5. Мещерская А. В., Шахмейстер В. А. О двух схемах дискриминантного анализа и их успешности. — «Тр. ГГО», 1973, вып. 298, с. 139—144.
6. Мещерская А. В., Пасов В. М. К применению физико-статистического метода для долгосрочного прогноза урожая ярового ячменя. — См. наст. сб.
7. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов. — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 3—15.
8. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов. — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 16—29.
9. Юдин М. И., Блажевич В. Г. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания. — См. наст. сб.
10. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью. — В кн.: Тр. V Всесоюз. метеор. съезда. т. 2. Л., Гидрометеиздат, 1972, с. 83—94.
11. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды Л., Гидрометеиздат, 1968. 28 с.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛЯ ГЕОПОТЕНЦИАЛА В ТРОПОСФЕРЕ И СТРАТОСФЕРЕ

В данной статье произведен статистический анализ полей давления и геопотенциала над территорией северного полушария на различных изобарических уровнях от уровня моря до уровня 10 мб помощью метода разложения на естественные ортогональные составляющие.

Представляет интерес сопоставить формы естественных ортогональных функций (е. о. ф.) на различных уровнях, выявить наи-

Таблица 1

Вклады первых членов разложения в общую дисперсию (%)

j	Уровень моря		H_{500}		H_{300}		H_{100}		H_{50}		H_{10}	
	λ_j	$\sum_{n=1}^j \lambda_n$ D	λ_j	$\sum_{n=1}^j \lambda_n$ D	λ_j	$\sum_{n=1}^j \lambda_n$ D	λ_j	$\sum_{n=1}^j \lambda_n$ D	λ_j	$\sum_{n=1}^j \lambda_n$ D	λ_j	$\sum_{n=1}^j \lambda_n$ D
1	24	24	16	16	15	15	27	27	50	50	45	45
2	14	38	14	30	14	29	9	36	15	65	18	63
3	11	49	12	42	11	40	8	44	9	74	14	77
4	8	57	9	51	11	51	5	49	5	79	6	83
Дисперсия, дам ²												
общая		830		1597,3		2710,6		3338,9		6584,1		29837,0
максимальная		56,6		79,4		123,7		375,7		1028,5		3391,0
минимальная		17,6		34,0		57,7		71,0		131,6		596,7

более существенные черты барического поля, особенно в нижней стратосфере на основе статистического анализа материала данных зимнего времени года.

В статистическую выборку вошли средние месячные значения давления на уровне моря p_0 и высот изобарических поверхностей H_{500} , H_{300} , H_{100} , H_{50} , H_{10} за декабрь — март 1959—1970 гг. Данные снимались с карт абсолютной топографии [4] по широтно-меридиональной сетке с шагом по меридиану в 10° , для широты 30—

45° брался шаг в 20°, для широты 60° — шаг в 40°, а для широты 75° — шаг в 80°. Всего таким образом использовалось 50 точек по территории полушария от полюса до 30° с. ш.

Расчет естественных ортогональных составляющих производился на ЭВМ М-220. Были получены е. о. ф. и коэффициенты разложения по каждому уровню. В качестве исходной информации в расчетах использовались отклонения геопотенциала (давления

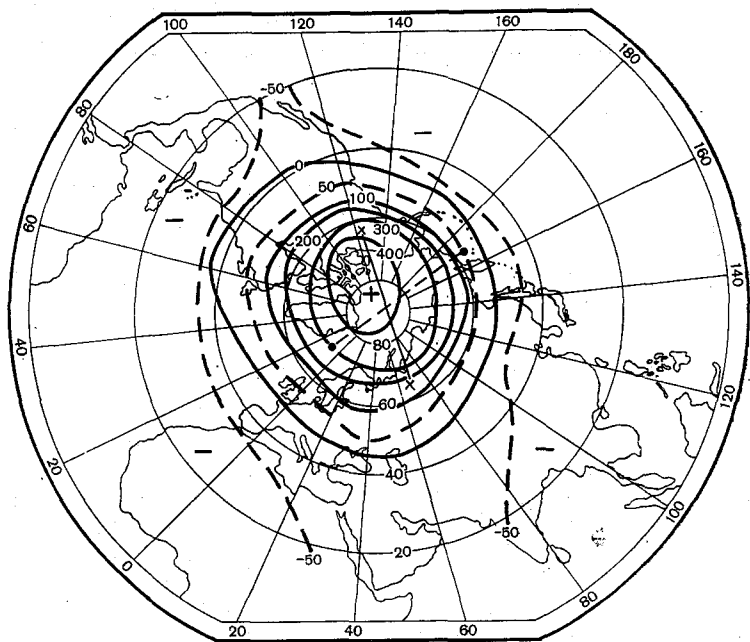


Рис. 1. Первая естественная ортогональная функция поля геопотенциала H_{10} (линиями соединены центры пучностей во второй и третьей е. о. ф.).

от средних месячных значений, рассчитанных по используемой в борке. В табл. 1 приведены собственные числа λ_j для первых четырех членов разложения, суммарная дисперсия и, кроме того, максимальные и минимальные значения дисперсий по 50 точкам.

Из табл. 1 следует, что концентрация вкладов первых членов разложения (λ_j) в суммарной дисперсии увеличивается с высотой от тропосферы к стратосфере, хотя на уровне моря вклады (λ_j) несколько выше, чем в средней тропосфере. Так, λ_1 от уровня моря до H_{300} имеет значения 24, 16 и 15%, а далее от H_{300} до H_{10} — 27, 50 и 45%. Интересно при этом отметить, что в стратосфере, начиная с H_{100} , вклад первого члена разложения λ_1 сильно отличается от вклада последующего члена разложения λ_2 . 50% общей дисперсии описывается на уровне земли тремя членами разложения, на H_{500} , H_{300} и H_{100} — четырьмя, а на H_{50} и H_{10} — одним членом разложения. Такое распределение вкладов свидетельствует, во-пе-

вых, о существенном различии спектральных характеристик атмосферных движений, прежде всего, в тропосфере и стратосфере. В частности, большее разнообразие масштабов атмосферных процессов наблюдается в средней тропосфере и уменьшается к уровню земли и особенно в нижней стратосфере. При этом общая дисперсия системы резко увеличивается с высотой.

Таблица 2

Коэффициенты корреляции между X_1 на разных уровнях

	Уровень моря	H_{500}	H_{300}	H_{100}	H_{50}	H_{10}
Уровень моря	1	0,72	0,53	0,58	0,66	0,73
H_{500}		1	0,76	0,87	0,85	0,79
H_{300}			1	0,77	0,65	0,62
H_{100}				1	0,98	0,94
H_{50}					1	0,96
H_{10}						1

Во-вторых, форма первой естественной (пространственной) ортогональной функции в поле геопотенциала, особенно в стратосфере, наиболее представительна для описания пространственного распределения аномалий.

На рис. 1 представлена форма первой естественной функции X_1 на H_{10} . Для нее характерно широтное распределение аномалий геопотенциала разных знаков: над полярными районами вплоть до 45° с. ш. располагается область X_1 одного знака, а над более южными широтами — область другого знака X_1 . Еще раз подчеркнем, что расчет е. о. ф. составляющих производился по отклонениям геопотенциала от норм за каждый месяц. Центр полярной области не совпадает с Северным полюсом Земли, а смещен в северную Канаду, располагаясь вблизи магнитного полюса Земли.

Чтобы проанализировать, насколько эта форма е. о. ф. повторяется в X_j на других уровнях, были рассчитаны коэффициенты корреляции между е. о. ф., представленные в табл. 2.

Из табл. 2 следует, во-первых, что форма X_1 довольно однотипна по всей толще атмосферы вплоть до 32 км по крайней мере (до рассматриваемой H_{10}), поскольку коэффициенты корреляции в целом высокие. Во-вторых, X_1 на уровне средней тропосферы (H_{300} , H_{500}) в общем слабее коррелирует с X_1 на других рассматриваемых уровнях. Даже X_1 на уровне моря лучше соответствует X_1 на H_{10} , чем X_1 на H_{300} . Стратосферные уровни (H_{10} , H_{50} , H_{100}) имеют наиболее хорошую тождественность формы X_1 ($r = 0,94 \div 0,98$).

Последующие э. о. ф. (X_j) также имеют более тесную корреляционную связь между различными уровнями в тропосфере и нижней стратосфере с ослаблением корреляции между уровнями тропосферы и стратосферы.

Просмотр форм X_1 разных уровней выявляет небольшую специфику в месторасположении центра полярной пучности: на уровне земли центр этой пучности находится в районе Гренландии, что неоднократно описывалось в более ранних работах [1]. На H_{500}

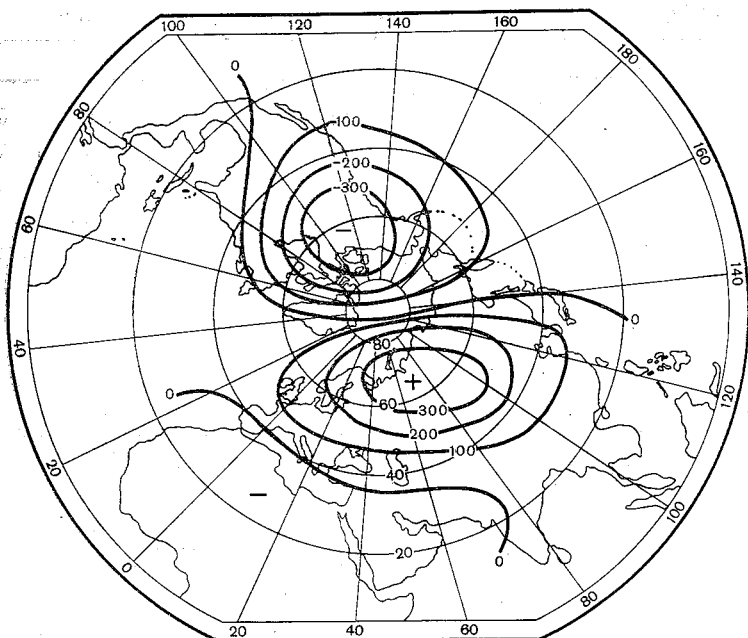


Рис. 2. Вторая естественная ортогональная функция поля геопотенциала H_{10} .

центр полярной пучности еще тяготеет к Гренландии, а далее с высотой он смещается к западу — в район северо-восточной Канады.

Специфика формы X_1 на H_{500} и H_{300} заключается еще в том, что, наряду с канадско-гренландским центром полярной пучности, намечается вторичный центр — над азиатской территорией, т. е. на среднем уровне тропосферы форма X_1 несколько усложняется по сравнению с формой X_1 у земли и в стратосфере.

В последующих э. о. ф. ($j > 1$) в принципе также можно найти общие черты некоторого сходства на разных уровнях, однако различия в основном сводятся к тому, что на стратосферных уровнях X_j более крупномасштабны, чем на тропосферных. Так, на H_{10} X_2 и X_3 имеют одно-, двухволновую структуру: в X_2 (рис. 2) две круп-

ные пучности разных знаков располагаются над двумя материками (Евразия, Северная Америка), в X_3 — две пучности разных знаков располагаются преимущественно над океанами (на рис. 1 пунктиром и тонкой линией соединены центры двух пучностей в X_2 и X_3), тогда как в тропосфере формы последующих X_j более сложные.

Таким образом, в нижней стратосфере первая е. о. ф. имеет широтное распределение пучностей (одна в высоких, другая — в низких широтах), а последующие е. о. ф., в частности X_2 , X_3 , — меридиональное распределение пучностей. В соответствии с формой X_1 следует, что широтные различия в поступлении солнечной энергии являются определяющими в характере распределения аномалий геопотенциала по всей толще атмосферы. В целом первые три е. о. ф. в атмосфере имеют, по существу, простую одноволновую структуру, но с различным географическим расположением пучностей. То, что в X_2 пучности разных знаков располагаются над материками, а в X_3 — преимущественно над океанами, должно свидетельствовать о существенном крупномасштабном влиянии характера подстилающей поверхности на процессы взаимодействия между слоями вплоть до стратосферы, и, следовательно, на термодинамический режим атмосферы в целом.

Последующие е. о. ф. X_4 , X_5 , и X_6 на H_{10} имеют также хорошо выраженную двухволновую структуру, но вклад их в общую дисперсию геопотенциала в среднем статистически мало значим.

Такая четкость волновой структуры, которая характерна для е. о. ф. стратосферных уровней (H_{10} , H_{50}), не сохраняется на тропосферных уровнях, особенно с увеличением порядкового номера (j) е. о. ф.

Одним из основных источников энергии атмосферных движений на стратосферных уровнях является тропосфера [2, 3], но вследствие устойчивости стратосферы туда проникают только наиболее крупномасштабные влияния со стороны тропосферы. Этим можно объяснить более четкую волновую структуру пространственных е. о. ф. на стратосферных уровнях.

Вместе с тем следует обратить внимание на тот факт, что центр полярной области первой статистически наиболее значимой е. о. ф. смещается с высотой из района Гренландии в район северо-восточной Канады и четко устанавливается на стратосферных уровнях в области магнитного полюса. Вклад этой е. о. ф. наибольший на всех уровнях, и по величине он довольно сильно возрастает с высотой, параллельно с сильным увеличением суммарной дисперсии. Поэтому не исключено космическое влияние на атмосферные процессы, в частности солнечной активности, которое должно распространяться сверху вниз.

Анализ временных статистических параметров (коэффициентов разложения a_{jk} по е. о. ф.) также показал, что синхронная корреляция между a_{jk} тропосферы и нижней стратосферы более слабая, чем между a_{jk} отдельных уровней в тропосфере и стратосфере. Это можно видеть, например, из табл. 3, в которой даны коэффициен-

ты корреляции между a_{1k} разных уровней (случайная ошибка коэффициента корреляции $\sigma_r=0,16$).

Такая же закономерность наблюдается и по другим a_{jh} ($j>1$), т. е. наличие более тесной корреляции между тропосферными и отдельно стратосферными уровнями и ослабление корреляции между тропосферой и стратосферой.

Таблица 3

Коэффициенты корреляции между a_{1k} на разных уровнях

	Уровень моря	H_{500}	H_{300}	H_{100}	H_{50}	H_{10}
Уровень моря	1	0,86	0,56	0,52	0,39	0,21
H_{500}		1	0,76	0,59	0,37	0,20
H_{300}			1	0,59	0,39	0,22
H_{100}				1	0,92	0,78
H_{50}					1	0,81
H_{10}						1

Нами были произведены расчет и анализ асинхронной корреляции между коэффициентами разложения разных уровней. Учитывая объем фактического материала (средние месячные значения за четыре зимних месяца за 10 лет), можно на данном этапе рассчитывать на получение асинхронной корреляции со сдвигом по времени в один месяц и в один год. Такие расчеты, безусловно, имеют поисковый характер из-за сравнительно короткого периода наблюдений в нижней стратосфере. Корреляционный анализ произведен между первыми a_{jh} ($j=1\div 3$). Наиболее интересные результаты такого анализа сводятся к следующему.

При сдвиге на один год по данным первого коэффициента разложения a_1 разных уровней в среднем по всем четырем месяцам статистически значимой получается величина корреляции между a_1 на H_{300} (табл. 4 а) и a_1 на других уровнях тропосферы и стратосферы с опережением данных на H_{300} . При этом величина автокорреляции на H_{300} (0,18) при том же временном сдвиге в 1,5—2 раза меньше величины асинхронной корреляции между уровнями (0,25—0,37). Цифры, выделенные в таблице полужирным шрифтом, соответствуют значениям автокорреляции на данном уровне при сдвиге по времени в один год. Если смотреть табл. 4 по горизонтали, то опережающим уровнем в асинхронной корреляции будет уровень, указанный слева, если же смотреть таблицу по вертикали, то указанный вверху уровень будет в корреляции отстающим. Как видно из табл. 4 а, стратосферные уровни ничем не выделяются. Таким образом, средний уровень (H_{300}), по-видимому, имеет немаловажное значение в установлении той или иной формы крупномасштабной циркуля-

Асинхронная корреляция между a_{1k} разных уровней атмосферы
со сдвигом по времени в один год ($\tau = 1$ год)

		Уровень моря	H_{500}	H_{300}	H_{100}	H_{50}	H_{10}
а) По всем месяцам (декабрь — март); $\sigma_r=0,17$. Отстает a_1							
Опережает a_1	Уровень моря	-0,31	-0,27	-0,33	0,14	0,10	0,04
	H_{500}	-0,36	-0,27	-0,31	-0,06	-0,18	-0,14
	H_{300}	-0,25	-0,21	-0,18	-0,35	-0,35	-0,37
	H_{100}	0,12	-0,07	0,04	0,00	-0,07	-0,10
	H_{50}	0,05	0,01	0,07	0,11	-0,07	-0,03
	H_{10}	0,02	0,09	0,12	0,09	-0,13	-0,13
б) По данным января; $\sigma_r=0,40$. Отстает a_1							
Опережает a_1	Уровень моря	0,02	-0,12	-0,36	0,13	-0,15	-0,02
	H_{500}	-0,15	-0,27	-0,42	0,10	-0,08	0,07
	H_{300}	-0,08	-0,12	-0,28	0,07	-0,15	-0,08
	H_{100}	-0,62	-0,65	-0,53	-0,32	-0,42	-0,18
	H_{50}	-0,48	-0,53	-0,49	-0,27	-0,47	-0,22
	H_{10}	-0,77	-0,78	-0,52	-0,48	-0,52	-0,23
в) По данным марта; $\sigma_r=0,40$. Отстает a_1							
Опережает a_1	Уровень моря	-0,62	-0,28	-0,23	0,42	0,20	0,32
	H_{500}	-0,40	0,03	-0,10	-0,12	-0,45	-0,07
	H_{300}	-0,22	-0,12	-0,22	-0,88	-0,78	-0,70
	H_{100}	0,80	0,83	0,42	-0,05	-0,05	-0,18
	H_{50}	0,43	0,53	0,33	0,38	0,08	0,08
	H_{10}	0,72	0,77	0,67	0,33	0,08	0,02

ции по всей тропосфере и стратосфере вообще и в квазидвухлетнем цикле в частности (так как временной шаг в один год есть полупериод двухлетнего цикла). Вместе с тем если рассмотреть корреляцию по данным каждого месяца (табл. 4 б, в), то видно, что стратосферные уровни также имеют значимые коэффициенты корреляции при опережении a_1 стратосферных уровней по отношению к ходу a_1 на других уровнях. При этом знак корреляции меняется в отдельные месяцы ($|r| \sim 0,7 \div 0,8$). Следовательно, можно допустить, что в отдельные месяцы стратосферные уровни через первую естественную ортогональную составляющую могут вносить свои коррективы в тропосферные процессы. По другим a_j ($j > 1$) при временном шаге в один год следует отметить корреляцию по

данным a_2 . В среднем по всем четырем месяцам выделяются статистически значимые коэффициенты корреляции с опережением a_2 всех стратосферных уровней по отношению к уровням тропосферы. Однако по данным за отдельные месяцы появляется статистически значимая асинхронная корреляция с опережением тропосферных уровней, но с изменением знака корреляции от декабря — января к марту. Примерно такая же тенденция проявляется в данных по a_3 .

Таблица 5

Асинхронная корреляция между a_{1k} разных уровней атмосферы со сдвигом по времени в один месяц ($\tau = 1$ месяц); $\sigma_r = 0,19$

Отстает a_1

		Уровень моря	H_{500}	H_{300}	H_{100}	H_{50}	H_{10}
Опережает a_1	Уровень моря	0,21	0,15	0,34	0,36	0,26	—0,10
	H_{500}	0,19	0,22	0,34	0,36	0,26	—0,17
	H_{300}	—0,06	0,03	0,12	0,23	0,16	—0,10
	H_{100}	0,16	0,44	0,29	0,46	0,35	—0,04
	H_{50}	0,31	0,38	0,22	0,41	0,32	—0,18
	H_{10}	0,45	0,48	0,39	0,58	0,57	0,19

При временном сдвиге в один месяц наиболее устойчивый результат получился по данным a_1 (табл. 5): значимая асинхронная корреляция выделяется с опережением стратосферных уровней по отношению ко всем другим уровням, с превышением величины автокорреляции (диагональные значения) при том же временном сдвиге.

Таким образом, статистически значимая асинхронная корреляция между различными уровнями в первых коэффициентах разложения (a_1 , a_2) свидетельствует, во-первых, о наличии сложного крупномасштабного взаимодействия по вертикали; во-вторых, при различном временном сдвиге (год, месяц) должна существовать различная специфика такого взаимодействия; в-третьих, стратосферные уровни в целом имеют важное значение в оценке асинхронного взаимодействия процессов по вертикали. В заключение из всего проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

1. Первая наиболее крупномасштабная и часто повторяющаяся форма е.о.ф. идентична на различных уровнях атмосферы от уровня моря до рассматриваемого уровня H_{10} .

При этом вклад этой е. о. ф. в общую дисперсию довольно резко возрастает от тропосферы к стратосфере, а центр полярной пучности, имея небольшое смещение к западу с высотой, соответствует на уровнях нижней стратосферы области магнитного полюса Земли.

2. В нижней стратосфере последующие е. о. ф. ($j > 1$) имеют более четкую волновую структуру (одноволновую $X_1—X_3$; двухволновую $X_4—X_6$ и т. д.), нежели в тропосфере.

По расположению пучностей е. о. ф. над территорией северного полушария можно сделать вывод о существенном влиянии широтных различий в поступлении радиации и характера распределения материков и океанов на крупномасштабные особенности формы первых е. о. ф. по всей толще атмосферы.

3. Синхронная корреляция временных статистических параметров a_{jk} отражает факт более слабого взаимодействия между тропосферой и стратосферой.

4. Вместе с тем асинхронные корреляционные связи первых коэффициентов разложения по е. о. ф. a_{jk} между различными уровнями, в частности между уровнями тропосферы и стратосферы, имеют значение в ряде случаев большее, чем соответствующая величина автокорреляции с тем же временным сдвигом по времени a_{jk} на каком-либо из уровней. Это позволяет надеяться на то, что дальнейшее статистическое исследование взаимосвязи между тропосферой и стратосферой на большем фактическом материале может оказаться эффективным для анализа и прогноза тропосферных процессов с учетом верхних слоев атмосферы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1970. 199 с.
2. Погосян Х. П., Павловская А. А., Летников Г. В. Непериодические процессы в стратосфере северного полушария. Л., Гидрометеониздат, 1964. 164 с.
3. Miller A. J. The Transfer of Kinetic energy from troposphere to the stratosphere.— „J. Atm. Sci.”, 1970 V, vol. 27, No. 3, p. 388—393.
4. Tagliche Höhenkarten der 500, 300, 100, 50, 10 mb Fläche 1959—1970. Meteorologische Abhandlungen, Bd 16, 17, 20, 23, 26, 31, 40, 47, 49, 50, 58, 66, 68, 80, 82, 95, 96, 107, 108, 116, 117. (Inst. für Meteorol. und Geoph. Freien Univ. Berlin.)

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ К СВЕРХДОЛГОСРОЧНОМУ ПРОГНОЗУ ОСАДКОВ

1. Учет нестационарности климатического фона, т. е. долго-периодической части спектра метеорологических элементов, представляет весьма большие трудности.

Однако ряд исследований последних лет, в частности работы О. А. Дроздова и А. С. Григорьевой [1] по выявлению многолетних циклов во временных рядах осадков и Л. Г. Полозовой [2] по выявлению теми же методами циклов во временных рядах температуры воздуха, показывают, что ряд выводов может быть получен комбинированием хорошо известных методов.

В нашей работе предлагается новая постановка задачи, как некорректной математической задачи, с использованием теории статистических решений и методов квадратичного программирования.

Приведем одно из возможных доказательств некорректности задачи. Для этого рассмотрим промежуток времени, в котором задано n значений функции, как интервал от $-\frac{\pi}{2}T$ до $\frac{\pi}{2}T$, где $2\pi T$ — основной период.

При этом принимается, что значения функции в промежутках от $\frac{\pi}{2}T$ до πT и от $-\frac{\pi}{2}T$ до $-\pi T$ должны быть получены экстраполяцией вперед и назад.

Описывая значения функции в промежутке от $-\frac{\pi}{2}T$ до $\frac{\pi}{2}T$ тригонометрическим рядом, выделим четыре семейства ортонормированных базисных функций на этом интервале:

$$F_0: \frac{1}{\sqrt{n}}; \sqrt{\frac{2}{n}} \cos \frac{2t}{T}; \dots; \sqrt{\frac{2}{n}} \cos \frac{(n-2)}{T} t;$$

$$F_1: \sqrt{\frac{2}{n}} \cos \frac{t}{T}; \dots; \sqrt{\frac{2}{n}} \cos \frac{(n-1)}{T} t;$$

$$g_1: \sqrt{\frac{2}{n}} \sin \frac{t}{T}; \dots; \sqrt{\frac{2}{n}} \sin \frac{(n-1)}{T} t;$$

$$g_2: \sqrt{\frac{2}{n}} \sin \frac{2t}{T}; \dots; \sqrt{\frac{2}{n}} \sin \frac{(n-2)}{T} t; \sqrt{\frac{1}{n}} \sin \frac{nt}{T}.$$

Пары семейств F_0 и F_1 , а также g_1 и g_2 являются взаимозаменяемыми, так что все значения функции в заданном промежутке времени могут быть полностью описаны любым из четырех способов задания базисных функций:

$$F_0 g_1; F_0 g_2; F_1 g_1; F_1 g_2.$$

При этом мы получим четыре совершенно разных способа экстраполяции функции во времени.

Отсюда видно, что задача экстраполяции является некорректной.

2. Однако для рядов, в которых долгопериодическая часть спектра описывает большую часть дисперсии, возникает возможность приближенного выбора преимущественного (в вероятностном смысле) способа описания функции.

Эта возможность связана с наличием значительной корреляции между базисными функциями разных семейств. Будем обозначать буквами a_k, b_k определенные по фактическим данным коэффициенты при базисных функциях $\sqrt{\frac{2}{n}} \cos \frac{kt}{T}, \sqrt{\frac{2}{n}} \sin \frac{kt}{T}$. Значения коэффициентов, соответствующих искомому преимущественному способу описания, обозначим A_j, B_j . Введем понятие «удовлетворительное описание» функции, означающее, что соответствующие такому описанию значения коэффициентов разложения по всем базисным функциям не отличаются больше, чем на заданные величины допустимых погрешностей от значений a_k, b_k . Это условие ведет к цепочке неравенств.

Если, например, функция может быть удовлетворительно описана базисной функцией $\sqrt{\frac{2}{n}} B_2 \sin 2 \frac{t}{T}$, то прежде всего это означает, что выполняется неравенство

$$|b_2 - B_2| < \delta_2,$$

где δ_2 — заданная допустимая погрешность, выбор которой аналогичен выбору доверительного интервала.

Но одновременно должен выполняться ряд неравенств:

$$|b_1 - \beta_{12} B_2| < \delta_1,$$

$$|b_3 - \beta_{32} B_2| < \delta_3$$

и т. д.

Здесь β_{12}, β_{32} означают скалярные произведения соответствующих базисных функций.

Соответствующие неравенства, в случае когда одновременно не равны нулю несколько коэффициентов A и B , запишем в форме:

$$\left. \begin{aligned} \left| \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} A_j - a_i \right| &\leq c_i, \\ \left| \sum_{j=1}^m \beta_{ij} B_j - b_i \right| &\leq d_i. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Теперь следует из множества удовлетворительных описаний функций выбрать преимущественное. Будем исходить из следующих простых соображений.

Практически встречаются случаи, когда все неравенства такого вида могут быть удовлетворены нулевыми значениями коэффициентов A_j, B_j . Это означает, что многолетний ход метеорологического элемента недостаточно выражен и изменения климатического фона учету не подлежат.

В тех же случаях, когда все неравенства удовлетворяются при значениях B_j , лежащих в некоторой области, естественно будет остановиться на минимальном по модулю значении. Это будет соответствовать минимальному риску.

Обобщая на случай, когда для удовлетворения неравенств требуется принять неравным нулю более чем один из коэффициентов B (или A), запишем условия минимума в виде:

$$\sum_{k=1}^m B_k^2 = \min; \quad \sum_{k=1}^m A_k^2 = \min. \quad (2)$$

Это условие вместе с линейными неравенствами указанного выше типа замыкает задачу приближенного определения долгопериодической части спектра метеорологических элементов.

3. Перейдем к изложению того, как эта постановка задачи была реализована применительно к выделению нестационарного климатического фона в ходе осадков основных сельскохозяйственных районов нашей страны.

В дальнейшем t/T обозначается через x , искомая функция в точке x_k — через $f(x_k)$

$$(k=1, 2, \dots, n).$$

Базисные функции, как это обычно делается в гармоническом анализе, не нормируются.

Интервал от $-\pi/2$ до $\pi/2$ разбит на n равных частей таким образом, что аргумент функции имеет следующий вид:

$$x_k = -\frac{\pi}{2} + \frac{(2k-1)\pi}{2n}. \quad (3)$$

Искомую функцию внутри интервала описываем известными формулами гармонического анализа:

$$f(x_k) = \sum_{j=0}^n (a_j \cos jx_k + b_j \sin jx_k), \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_j &= \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \cos jx_k, \\ b_j &= \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \sin jx_k, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

a_j, b_j — коэффициенты Фурье, полученные по эмпирическому материалу.

В соотношениях (1), (3) ограничиваемся числом членов $m \approx \sqrt{n}$, где n — длина полного ряда. Коэффициенты a_{ij} и β_{ij} определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \cos ix_k \cos jx_k = \\ &= \begin{cases} \frac{(-1)^k}{n \sin(i-j)\pi/2n} + \frac{(-1)^k}{n \sin(i+j)\pi/2n} & \text{при } i-j=2k+1, \\ 0 & \text{при } i-j=2k, \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \beta_{ij} &= \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \sin ix_k \sin jx_k = \\ &= \begin{cases} \frac{(-1)^k}{n \sin(i-j)\pi/2n} - \frac{(-1)^k}{n \sin(i+j)\pi/2n} & \text{при } i-j=2k+1, \\ 0 & \text{при } i-j=2k. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

4. Задача фонового прогноза состоит в том, чтобы выделить из гармоник, которыми представлена наша искомая функция, дол-гопериодическую часть, т. е. найти такие коэффициенты Фурье A_k и B_k , которые были бы наиболее вероятными и наилучшим образом описывали бы наблюдаемые значения a_k и b_k . При этом выбрать A_k и B_k нужно наименьшие из возможных. Эта задача из области теории статистических решений сводится к выполнению условия минимума суммы квадратов отыскиваемых коэффициентов (2) и системы линейных ограничений (1).

Величины c_i и d_i определялись нами как средние по всему полю (s_1 точек) квадратические отклонения коэффициентов Фурье a_i и b_i от средних из 3—4 (p) коэффициентов a_{ik} и b_{ik} , окружающих данную точку (станцию):

$$\begin{aligned} c_i &= \sqrt{\frac{1}{s_1} \sum_{k=1}^{s_1} \left[\frac{a_{ik} - \bar{a}_{ik}}{(1+1/p)^{1/2}} \right]^2}, \\ d_i &= \sqrt{\frac{1}{s_1} \sum_{k=1}^{s_1} \left[\frac{b_{ik} - \bar{b}_{ik}}{(1+1/p)^{1/2}} \right]^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

причем из полного числа точек по полю исключались граничные точки. Таким образом, выделение коэффициентов A_k и B_k сводится к решению задачи квадратического программирования, выражающейся условиями (1) и (2).

Далее производим экстраполяцию функции, разложенной в ряд Фурье по коэффициентам A_k и B_k в s станциях. Экстраполяция

сводится к определению значения функции в точке, аргумент которой равен: .

$$x_{n+1} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2n}.$$

Определяется значение функции

$$f(x_{n+1}) = \sum_{j=0}^n (A_j \cos jx_{n+1} + B_j \sin jx_{n+1}). \quad (9)$$

Аналогично можно произвести экстраполяцию назад в точку

$$x_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2n}.$$

5. Введение поправок на нестационарность климатического фона в прогноз по физико-статистическому методу может осуществляться разными способами. Наиболее естественным представляется выделение длинноволновой части спектра из рассматриваемых рядов предсказываемых величин. Тогда весь корреляционный анализ и другие процедуры физико-статистического метода производятся для отклонений от фона, а к результату добавляется экстраполированное значение функции.

Ввиду большой громоздкости вычислений этим способом он не был испытан на практике. Из дальнейшего видно, что для его применения пока не имеется достаточных оснований.

Другой способ состоит в рассмотрении экстраполяции как дополнительного прогностического указания. Естественно что, прежде чем применять такое указание, необходимо убедиться в том что прогноз климатического фона методом экстраполяции имеет определенную успешность.

Второе обстоятельство, подлежащее проверке — содержит ли этот прогноз дополнительную информацию к основному прогнозу физико-статистическим методом? Действительно, при анализе прогностических связей косвенно учитывается нестационарность климатического фона, поскольку многолетние изменения некоторых предикторов тесно связаны с многолетним ходом предиктантов. Поэтому экстраполяционный прогноз климатического фона может оказаться излишним.

Для проверки был осуществлен экспериментальный прогноз долгопериодической части спектра и проверялась его успешность. Затем проверялась целесообразность введения поправки на «изменение климата» $\Delta f_{\text{кл}} = f_{n+1} - \bar{f}$ в физико-статистический прогноз. Для этого составлялось уравнение регрессии между ошибкой физико-статистического прогноза Δf и величиной $\Delta f_{\text{кл}}$. Коэффициент регрессии

$$\alpha = \frac{\Delta f \Delta f_{\text{кл}}}{(\Delta f_{\text{кл}})^2} \quad (10)$$

определялся отдельно для случаев, когда знаки отклонения о

нормы по основному и климатическому прогнозу совпадали (a_1), и для случаев, когда эти знаки были разными (a_2).

По знакам и соотношению величин a_1 и a_2 можно судить о том, насколько существенна дополнительная информация, содержащаяся в климатическом прогнозе.

6. Первый опыт применения изложенного метода прогноза климатического фона был осуществлен для ряда месячных сумм осадков за май с 1946 по 1971 г.

Таблица 1
Значения коэффициентов α_{ij}

	0	1	2	3	4	5
0	1	0,901	0	-0,302	1	0,183
1		1	0,423	0	-0,084	0
2			1	0,766	0	-0,308
3				1	0,543	0
4					1	0,712
5						1

Таблица 2
Значения коэффициентов β_{ij}

	1	2	3	4	5
1	1	0,850	0	-0,343	0
2		1	0,507	0	-0,112
3			1	0,731	0
4				1	0,562
5					1

Число лет n в формуле (4) было выбрано равным 24. Это дало возможность дать прогноз фона на 1970, 1971, 1972 гг. Ряды осадков брались соответственно: с 1946 по 1969 г., с 1947 по 1970 г. и с 1948 по 1971 г. Такие ряды были взяты по 33 станциям ЕТС.

Для случая $n=24$ матрицы коэффициентов α_{ij} и β_{ij} (число членов ограничивается пятью) приведены в табл. 1, 2.

После того как был дан прогноз фона осадков ($f_{кл}$), была сделана попытка оценить $f_{кл}$ как самостоятельный прогноз (табл. 3).

Из табл. 3 видно, что в общем прогнозы получились достаточно успешными. Подчеркнем, что эти прогнозы выполнены таким образом, что никакие сведения о предсказываемых значениях осадков не использовались ни прямо, ни косвенно. Отсюда следует, что предлагаемый метод экстраполяции имеет рациональную основу. Метод полностью запрограммирован и реализован на ЭВМ М-220.

Перейдем к вопросу о совместимости климатического прогноза с основным. Значения коэффициентов регрессии a_1 и a_2 получились малыми: $a_1=0,115$ (из 60 случаев), $a_2=-0,046$ (из 30 случаев). Это показывает, что основной прогноз физико-статистическим методом уже сейчас довольно полно учитывает изменение климатического фона. Более того, отрицательный знак a_2 означает, что в тех случаях, когда давался прогноз отклонений осадков от нормы, отли-

Таблица 3

Оправдываемость (%) прогноза осадков ЕТС
за май 1970—1972 гг.

	1970 г.	1971 г.	1972 г.
Прогноз ГГО	62	77	83
Прогноз климатического фона	47	82	76

чающихся по знаку от климатических тенденций в изменении осадков, он давался слишком осторожно и должен быть усилен.

Из этих соображений можно заключить, что использование климатического прогноза в качестве дополнительного прогностического указания имеет смысл уже при современном уровне его успешности. Дальнейшее повышение успешности ожидается получить за счет предварительной регуляризации исходных рядов а также путем вариации основного периода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дроздов О. А., Григорьева А. С. Многолетние циклические колебания атмосферных осадков на территории СССР. Л., Гидрометеиздат, 1971. 158 с.
2. Полозова Л. Г. Анализ цикличности колебаний средней месячной температуры воздуха в северном полушарии. — «Тр. ГГО», 1970, вып. 269 с. 36—74.

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ УСПЕШНОСТИ ПРОГНОЗА ОТ ВЕЛИЧИНЫ СВОДНОГО КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ

Одной из характеристик надежности статистического прогноза, основанного на регрессионном анализе, является множественный или сводный коэффициент корреляции [1—2, 4, 6—10]. Известно, что квадрат множественного коэффициента корреляции (R^2) равен сумме квадратов коэффициентов корреляции (r) между предиктантом и некоррелированными друг с другом предикторами, входящими в уравнение регрессии:

$$R^2 = \sum_1^n r_i^2, \quad (1)$$

где i — номер слагаемого в уравнении регрессии.

Из теоретических предпосылок следует, что чем больше величина сводного коэффициента корреляции, тем надежнее уравнение регрессии и тем более высокой должна быть оправдываемость прогноза.

В существующих корреляционных методах прогноза, как правило, однажды составленное уравнение регрессии используется без изменений в течение ряда лет. Очевидно, что величина сводного коэффициента корреляции остается при этом постоянной, хотя оправдываемость конкретных прогнозов оказывается разной. В физико-статистическом методе отдела динамической метеорологии ГГО уравнения регрессии ежегодно составляются заново. Ряды предикторов и предиктантов каждый год удлиняются на единицу за счет новой информации текущего года, а прогностические зависимости пересчитываются [14]. При этом состав предикторов в уравнениях регрессии частично меняется за счет исключения тех связей, которые оказались ниже уровня значимости, и введения более сильных связей. Целесообразность и необходимость такого ежегодного пересчета прогностических связей показана в [11]. Вместе с изменением состава предикторов, входящих в уравнения регрессии, меняется и величина сводных коэффициентов корреляции. Это дает возможность на конкретном прогностическом материале проследить зависимость оправдываемости прогнозов от величин сводных коэффициентов корреляции. Прежде чем перейти

к такого рода сопоставлениям, напомним некоторые особенности физико-статистического метода, что будет полезно в дальнейшем.

В физико-статистическом методе большая часть предикторов и все предиктанты представляются в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.). В зависимости от вкладов отдельных слагаемых в суммарную дисперсию поля и от характера полей е. о. ф. [11] отбирается от 3 до 5 коэффициентов разложения каждого конкретного поля.

Таблица 1

Средние значения коэффициентов корреляции между предиктантами и предикторами до ортогонализации (а) и после ортогонализации (б)

Территория	1967 г.		1968 г.		1969 г.		1970 г.		Среднее за 1967—1970 гг.	
	а	б	а	б	а	б	а	б	а	б
Районные осадки										
Юг ЕТС	0,63	0,50	0,62	0,48	0,56	0,46	0,54	0,39	0,59	0,46
Северный Казахстан	0,63	0,50	0,60	0,50	0,60	0,42	0,62	0,44	0,61	0,47
Температура										
Юг ЕТС	0,57	0,48	0,55	0,47	0,55	0,44	0,52	0,40	0,55	0,45
Северный Казахстан	0,58	0,51	0,54	0,46	0,60	0,48	0,57	0,40	0,57	0,46

Связи между предикторами и предиктантами [14, 13] отыскиваются с помощью линейных коэффициентов корреляции r и величин z (преобразование Фишера). Рассматриваются только значимые корреляционные связи, т. е. такие, для которых отношение z к его ошибке (σ_z) хотя бы раз за последние 6 лет было больше 2,5. За счет этого ограничения для рядов в 35—40 лет используются коэффициенты корреляции, не меньшие 0,4, а для рядов в 20—25 лет — не меньшие 0,5.

О средних значениях используемых коэффициентов корреляции можно судить по табл. 1. Между районными осадками и всеми предикторами $\bar{r}=|0,59|$ для Юга ЕТС и $\bar{r}=|0,61|$ для территории Северного Казахстана. Средние значения коэффициентов корреляции между температурой и всеми предикторами несколько меньше: $\bar{r}=|0,55|$ для Юга ЕТС и $\bar{r}=|0,57|$ для Северного Казахстана. Необходимо отметить, что как минимальные $|0,4—0,5|$, так и средние значения коэффициентов корреляции довольно высоки для долгосрочных прогнозов. Связано это, в частности, с очень большой первоначальной размерностью вектор-предиктора (600 предикторов), что позволяет в достаточном количестве отбирать высокие коэффициенты корреляции.

Используя отобранные корреляционные связи [12] для каждого коэффициента разложения предиктанта составляется уравнение регрессии. Число членов уравнения регрессии принципиально не

ограничено. Однако в практических целях целесообразно придерживаться некоторого соотношения между длиной ряда и числом членов уравнения регрессии. Число членов уравнения регрессии должно быть оптимальным, соответствуя максимальному значению сводного коэффициента корреляции [2, 4]. В физико-статистическом методе уравнения регрессии содержат в среднем три-четыре члена (табл. 2).

Следующий этап составления прогноза заключается в ортогонализации предикторов для каждого уравнения регрессии.

Таблица 2

Среднее число предикторов (а), входящих в уравнения регрессии и максимальная длина ряда (б)

Территория	1966		1967		1968		1969		1970		1971		1972	
	а	б	а	б	а	б	а	б	а	б	а	б	а	б
Районные осадки														
Ог ЕТС	2,6	20	2,5	21	2,8	22	2,7	34	3,3	35	3,5	36	3,9	37
Северный Казахстан	2,3	20	2,1	21	2,4	22	2,4	23	2,8	24	3,5	25	3,5	26
Температура														
Ог ЕТС	2,5	31	2,5	32	2,4	33	3,8	34	3,2	35	3,2	36	3,4	37
Северный Казахстан	2,2	31	2,2	32	2,7	33	3,0	34	3,1	35	3,6	36	4,0	37

Отметим, что в тех методах прогноза, где в качестве предикторов используются коэффициенты разложения по е.о.ф. одного метеорологического элемента и одной выборки, ортогонализация не требуется, поскольку предикторы не зависят друг от друга по определению.

В физико-статистическом методе предикторами служат коэффициенты разложения разных элементов и разных выборок. Такие предикторы нередко тесно коррелируют друг с другом. Ортогонализация необходима, поскольку она позволяет исключить дублирование информации. Эта процедура полезна еще и потому, что уравнение (1) справедливо только для некоррелированных предикторов.

После ортогонализации [3, 13, 14] коэффициенты корреляции между предиктантами и большинством предикторов уменьшаются (см. табл. 1). По данным оперативных прогнозов за 1967—1970 гг. среднее значение коэффициента корреляции между ортогонализированными предикторами и районными осадками Юга ЕТС уменьшилось на 0,13, а Северного Казахстана — на 0,14. Среднее уменьшение коэффициента корреляции между ортогонализированными

предикторами и температурой составило для Юга ЕТС 0,10, а для Северного Казахстана — 0,11.

В результате решения уравнений регрессии, состоящих из ортогонализированных предикторов, рассчитываются прогностические значения трех-четырех коэффициентов разложения предиктантов. Используя прогностические значения коэффициентов разложения и вектора, восстанавливаются значения прогнозируемого элемента в каждой точке искомого поля.

Вернемся к сводным коэффициентам корреляции. На рис. 1 приведены величины сводных коэффициентов корреляции (R) для

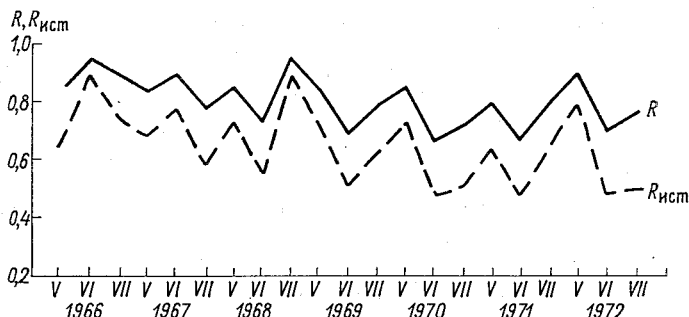


Рис. 1. Сводные коэффициенты корреляции (R) и истинные сводные коэффициенты корреляции ($R_{ист}$) для первого коэффициента разложения районных осадков Юга ЕТС за летние месяцы 1966–1972 гг.

первого коэффициента разложения районных осадков ЕТС за летние месяцы 1966–1972 гг., рассчитанные по данным оперативных прогнозов. Из рис. 1 следует, что величины сводных коэффициентов корреляции действительно меняются от месяца к месяцу, поскольку состав уравнений регрессии для каждого прогноза разный. Основной диапазон изменения R лежит в пределах от 0,7 до 0,9 при минимальном значении $R=0,67$ и максимальном значении $R=0,95$. Высокие значения сводных коэффициентов корреляции R определяются высокими значениями частных коэффициентов корреляции (r).

Близкие по величинам сводные коэффициенты корреляции получились для районных осадков Северного Казахстана, а также для температуры обеих территорий.

Как уже отмечалось выше, величина сводного коэффициента корреляции является показателем надежности уравнения регрессии: чем выше R , тем более надежным должен быть прогноз. Поэтому высоким значениям R должны соответствовать меньшие ошибки прогноза и наоборот.

На рис. 2 приведены корреляционные графики между величинами сводного коэффициента корреляции и абсолютными ошибками

ми прогноза первого и второго коэффициентов разложения районных осадков Юга ЕТС и Северного Казахстана за май—июль 1968—1972 гг. Отметим, что приведенные на этом графике ошибки прогноза нормированы на средние значения коэффициентов разложения ($\bar{a}_j$), которые от месяца к месяцу несколько меняются. За период 1946—1967 гг. среднее значение a_1 районных осадков равно: в мае $\bar{a}_1=1,13$, в июне $\bar{a}_1=0,85$, в июле $\bar{a}_1=0,90$; среднее значение a_1 районных осадков Северного Казахстана оказалось равным в мае 1,13, в июне 1,08, в июле 0,92.

Из анализа рис. 2 зависимость между величинами сводного коэффициента корреляции и ошибками прогноза первого (а) и второго (б) коэффициентов разложения районных осадков.

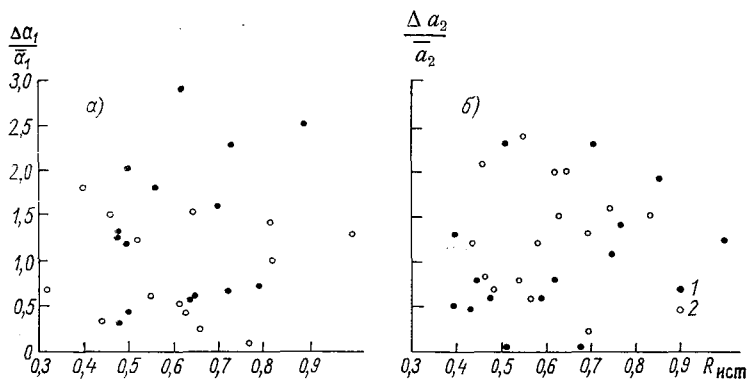


Рис. 2. Зависимость между величинами сводного коэффициента корреляции и ошибками прогноза первого (а) и второго (б) коэффициентов разложения районных осадков за май-июль 1968—1972 гг.

1 — Юг ЕТС, 2 — Северный Казахстан.

Рассмотрим теперь зависимость ошибок прогнозов от величин истинных сводных коэффициентов корреляции ($R_{ист}$).

Известно, что величина выборочного сводного коэффициента корреляции всегда завышена по сравнению с истинным значением сводного коэффициента корреляции. Существуют теоретические формулы перехода от выборочного сводного коэффициента корреляции к его истинному значению (точнее минимальному истинному значению), которое зависит от величины R , объема выборки (n) и числа предсказателей (p). Истинное значение сводного коэффициента корреляции тем больше, чем больше R и n и чем меньше p . Подробный анализ этих зависимостей можно найти, например, в работе М. Езекиела и К. А. Фокса [8]. Практически для перехода от R к $R_{ист}$ при известных n и p можно пользоваться специальными диаграммами. Для $n \leq 100$ и $p \leq 7$ такие диаграммы рассчитаны и построены М. Езекиелем и К. А. Фоксом [8], для $50 \leq n \leq 200$ и $6 < p < 34$ О. В. Батыревой [2].

Заметим, что термин, «истинный коэффициент корреляции» является условным. Хотя $R_{\text{ист}}$ ближе к истинному значению по сравнению с выборочным коэффициентом корреляции, он не может считаться истинным в полном смысле этого слова.

На рис. 1 наряду со сводными коэффициентами корреляции R приведены истинные сводные коэффициенты корреляции $R_{\text{ист}}$ для первого коэффициента разложения a_1 районных осадков Юга ЕТС. Легко видеть, что R и $R_{\text{ист}}$ тесно связаны друг с другом, однако разности значений R и $R_{\text{ист}}$ непостоянны: при высоких значениях K эти разности меньше. Влияние объема выборки и числа предсказателей на разность между R и $R_{\text{ист}}$ заметить труднее, поскольку за период составления оперативных прогнозов n и p менялись в сравнительно небольших пределах (см. табл. 2).

Так как корреляция выборочного и истинного сводного коэффициентов корреляции довольно высока, остается в силе вывод о том, что с помощью графиков по нашим материалам прогнозов не обнаруживается связь между величиной сводного коэффициента корреляции и ошибками прогноза отдельных коэффициентов разложения районных осадков.

До сих пор рассматривались сводные коэффициенты корреляции для отдельных коэффициентов разложения. Однако больший интерес представляют сводные коэффициенты корреляции прогностических полей в целом. Это позволило бы сравнить сводные коэффициенты корреляции прогностических полей с оправданностью конкретных прогнозов.

Прогноз конкретного метеорологического поля в физико-статистическом методе складывается из прогнозов 3—4 коэффициентов разложения, каждому из которых соответствует одно уравнение регрессии и один сводный коэффициент корреляции.

Можно предложить два варианта перехода от сводных коэффициентов корреляции отдельных коэффициентов разложения к сводным коэффициентам корреляции всего поля.

Вариант I. Сводный коэффициент корреляции конкретного прогностического поля (K) определяется как корень квадратный из суммы квадратов сводных коэффициентов корреляции для всех прогнозируемых коэффициентов разложения.

$$K = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n R_j^2}, \quad (2)$$

где j — номер коэффициента разложения, n — число прогнозируемых коэффициентов разложения.

Вариант II. По предложению М. И. Юдина, сводный коэффициент корреляции определяется по формуле

$$K_\lambda = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n R_j^2 m_j}, \quad (3)$$

которая отличается от формулы (2) весовым множителем m , равным частному от деления собственного числа, соответствующего данной естественной функции, на сумму собственных чисел естественных функций, используемых в прогнозе,

$$m_j = \frac{\lambda_j}{\sum_1^n \lambda_j}. \quad (4)$$

Целесообразность введения весового множителя m продиктована тем обстоятельством, что значение правильного прогноза коэффициентов разложения разных номеров неодинаково для успешного прогноза поля предиктанта. Как было ранее показано [11], решающую роль играет правильный прогноз первого коэффициента разложения поля предиктанта. Важен также прогноз a_2 . Что касается a_3 и коэффициентов разложения старших номеров, то их правильный прогноз почти не влияет на успешность прогноза в целом. Поэтому сводному коэффициенту корреляции a_1 должен придаваться больший вес, чем сводному коэффициенту корреляции a_2 и т. д.

Анализ табл. 3 показывает, что величины K и K_λ не сильно друг от друга отличаются. Объясняется это отчасти тем, что средние значения сводного коэффициента корреляции для a_1 не больше, чем для a_2 и a_3 [11], и поэтому введение весового множителя не изменило K коренным образом.

Средние значения K_λ и K за 1966—1972 гг. также близки: для районных осадков Северного Казахстана $K_\lambda = 0,80$, $K = 0,81$, для температуры $K_\lambda = K = 0,78$. Примерно такие же средние величины K и K_λ получились и для Юга ЕТС. Можно отметить, что в отечественной метеорологической литературе не удалось найти указаний на средние значения сводных коэффициентов корреляции, используемых при долгосрочном прогнозировании. Обычно приводятся лишь величины R для некоторых уравнений регрессии. З. Ю. Визе [5], посвятивший много лет корреляционным методам прогноза, лишь однажды получил $R = 0,80$. При этом он подчеркивал, что полученный сводный коэффициент корреляции «является наибольшим из всех известных до настоящего времени».

В табл. 3 для каждого прогностического поля районных осадков приведены и истинные сводные коэффициенты корреляции $K_{\lambda \text{ ист}}$. Последние рассчитывались по формуле, аналогичной формуле (4), с той разницей, что вместо R_j^2 использовались значения $R_{j \text{ ист}}^2$.

По данным оперативных прогнозов за 1966—1972 гг. средние значения $K_{\lambda \text{ ист}}$ существенно меньше K_λ . Для районных осадков Юга ЕТС средние значения K_λ на 0,15 больше $K_{\lambda \text{ ист}}$; для районных осадков Северного Казахстана эта разность равна 0,19.

Сопоставим величины $K_{\lambda \text{ ист}}$ с оправдываемостью конкретных прогнозов ($P\%$). На рис. 3 приведены значения $K_{\lambda \text{ ист}}$ и P за лет-

Сводные коэффициенты корреляции (%) между полями предикторов и предиктантов

Территория	Коэффициент	1966			1967			1968			1969			1970			1971			1972			Среднее
		V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	

Районные осадки

Юг ЕТС	K	84	92	86	79	90	77	82	87	88	74	78	70	78	73	68	74	70	75	84	80	75	79
	K_{λ}	82	94	87	81	91	78	83	84	89	77	76	76	80	71	69	76	69	76	87	71	76	89
	$K_{\lambda \text{ ист}}$	63	86	71	62	79	58	70	72	81	59	59	59	63	52	47	58	50	57	72	47	53	63
	K	80	79	87	85	76	78	79	78	84	80	72	77	85	92	76	79	—	72	86	86	87	80
Северный Казахстан	K_{λ}	81	79	88	82	77	78	75	80	82	80	73	76	79	93	79	79	—	71	87	84	92	80
	$K_{\lambda \text{ ист}}$	63	60	77	67	56	58	54	58	62	61	45	51	58	78	54	63	—	52	76	76	78	62

Температура

Юг ЕТС	K	—	—	—	76	77	—	73	76	—	88	89	—	82	80	70	81	73	62	70	73	72	76
	K_{λ}	—	—	—	77	77	—	73	77	—	92	86	—	84	77	73	85	70	68	79	77	75	78
	K	—	—	—	80	77	—	76	77	—	88	87	—	87	75	73	—	79	76	71	77	64	78
	K_{λ}	—	—	—	81	71	—	75	76	—	94	87	—	87	70	72	—	79	66	72	77	79	78

ние месяцы семилетнего периода для районных осадков Юга ЕТС и Северного Казахстана. На основании рис. 3 нельзя сделать определенного вывода об однозначной зависимости оправдываемости прогноза от величины сводного коэффициента корреляции. Попы-

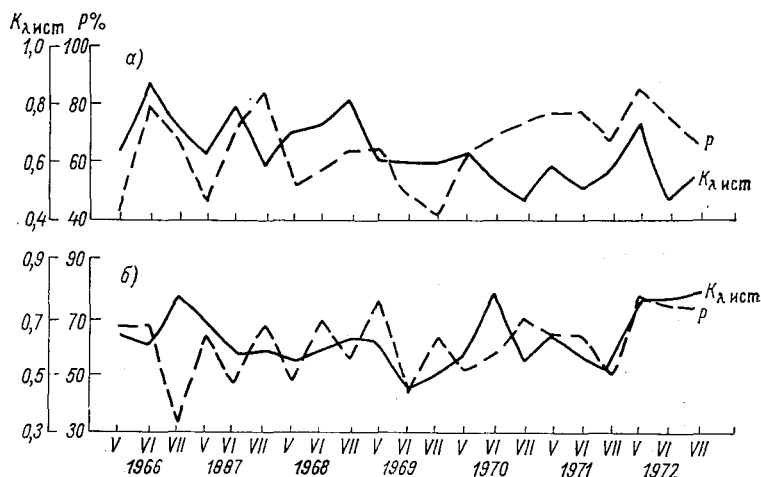


Рис. 3. Значения истинного сводного коэффициента корреляции ($K_{\lambda \text{ ист}}$) и оправдываемости прогнозов ($P\%$) за летние месяцы 1966—1972 гг. для районных осадков Юга ЕТС (а) и Северного Казахстана (б).

таемся выявить эту зависимость путем следующей проработки, предложенной М. И. Юдиным в ходе обсуждения результатов.

Разобьем все величины $K_{\lambda \text{ ист}}$ на три градации: высокие

Таблица 4

Оценка прогнозов (число случаев) районных осадков в зависимости от величины истинного сводного коэффициента корреляции ($K_{\lambda \text{ ист}}$)

Оценка прогнозов	$K_{\lambda \text{ ист}}$		
	$\geq 0,7$	$0,69-0,55$	$< 0,55$
Хорошие	6	3	3
Удовлетворительные	4	10	4
Неудовлетворительные	2	6	3

($K_{\lambda \text{ ист}} \geq 0,7$), средние ($0,70 > K_{\lambda \text{ ист}} \geq 0,55$) и низкие ($K_{\lambda \text{ ист}} < 0,55$). Прогноз осадков будем считать хорошим при $P = 70 \div 100\%$, удовлетворительным при $P = 55 \div 69\%$ и плохим при $P < 55\%$.

Результаты сопоставления P и $K_{\lambda \text{ ист}}$ по трем градациям при-
зедены в табл. 4.

Анализ табл. 4 показывает, что при средних и низких значениях $K_{\lambda \text{ ист}}$ оправдываемость прогнозов не зависит от величины истинного сводного коэффициента корреляции. Так, при низких значениях $K_{\lambda \text{ ист}}$ было дано 3 хороших, 4 удовлетворительных и 3 плохих прогноза, т. е. повторяемость этих прогнозов практически одинакова. При высоких истинных значениях сводных коэффициентов корреляции зависимость оправдываемости прогнозов от $K_{\lambda \text{ ист}}$ более определена. При $K_{\lambda \text{ ист}} \geq 0,7$ было дано 6 хороших, 4 удовлетворительных и два плохих прогноза, т. е. при больших значениях $K_{\lambda \text{ ист}}$ хороший прогноз более вероятен.

Таблица 4 проверялась с помощью критерия χ^2 . Вероятность отсутствия связи между $R_{\lambda \text{ ист}}$ и качеством прогноза менее 1%. Трудность обнаружения связи между успешностью прогноза и величиной сводного коэффициента корреляции по графику (см. рис. 3.), по-видимому, связана с разбиением значений R и P на слишком мелкие градации. Высокий сводный коэффициент корреляции еще не гарантирует хороший прогноз. Например, в июле 1966 г. (см. рис. 3) несмотря на высокий сводный коэффициент корреляции ($K_{\lambda \text{ ист}} = 0,77$) прогноз районных осадков Северного Казахстана был дан неудачно ($P = 33\%$). С другой стороны, в июле 1967 г. оправдываемость прогноза районных осадков Юга ЕТС составила 83% при величине истинного сводного коэффициента корреляции, равной всего лишь 0,58.

Чем можно объяснить тот факт, что между оправдываемостью прогноза и величиной истинного сводного коэффициента корреляции функциональная связь отсутствует?

Во-первых, это плата за статистику. Даже самое надежное уравнение регрессии в силу законов статистики должно работать не всегда. Другая причина состоит в том, что физико-статистический метод в настоящее время является комплексным.

Регрессионный анализ на базе ортогонализованных предикторов — это только один из основных методов, положенных в основу прогноза. В качестве дополнительных методов используются логи, дискриминантный анализ, методы исключения тренда. Роль дополнительных методов повышается, когда прогностические указания противоречивы и, следовательно, уравнения регрессии мало надежны. За счет привлечения дополнительных методов даже при низком значении сводного коэффициента корреляции оправдываемость прогноза может быть высокой. По-видимому, отчасти этим обстоятельством следует объяснить тот факт, что при низких и средних значениях сводных коэффициентов корреляции в 1971–1972 гг. оправдываемость прогнозов районных осадков Юга ЕТС была в большинстве случаев выше 70%.

Каковы основные пути повышения оправдываемости физико-статистического метода прогноза?

Некоторые (по-видимому, небольшие) возможности повышения оправдываемости прогнозов связаны с дальнейшим увеличением сводного коэффициента корреляции.

Дело в том, что для составления уравнения регрессии используются не все значимые корреляционные связи, удовлетворяющие критерию 2,5σ. При прогнозе на 1973 г. в среднем для каждого коэффициента разложения температуры было отобрано 8 значимых связей, а для каждого коэффициента разложения осадков — 10 значимых связей. Таким образом, в уравнение регрессии могло быть включено 8—10 членов, фактически же, как было показано выше, использовано только 3—4. За счет неиспользованных корреляционных связей, а также увеличения длины исходных рядов величина сводного коэффициента корреляции может быть еще увеличена, хотя его среднее значение и сейчас уже высоко ($\bar{K}_h \approx 0,8$). Но вследствие слабой зависимости оправдываемости прогнозов от величины сводного коэффициента корреляции трудно ожидать значительного повышения успешности прогнозов за счет увеличения R .

Основные перспективы повышения оправдываемости статистических долгосрочных прогнозов связаны с еще более широким привлечением дополнительных статистических методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. Преобразование и отбор предсказателей в корреляционном анализе — «Тр. ГМЦ», 1970, вып. 64, с. 3—23.
2. Батырева О. В. Расчет значимости коэффициента множественной корреляции и выбор оптимального числа предсказателей. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 3, с. 49—57.
3. Блажевич В. Г. Некоторые вопросы статистического отбора предикторов в целях долгосрочного прогноза погоды. — В кн.: Тр. Всесоюз. конференций молодых ученых Гидрометеорол. службы СССР. Л., Гидрометеониздат, 1971, с. 75—82.
4. Борисенков Е. П. Физико-статистические методы анализа и предвычисления метеорологических полей. — «Тр. ААНИИ», 1963, т. 263, с. 19—24.
5. Визе В. Ю. Материалы для предсказания средних месячных и сезонных состояний метеорологических элементов. — «Ж. геофизики и метеорологии», 1929, т. 6, вып. 1, с. 53—67.
6. Груза Г. В. Основные вопросы корреляционного прогноза погоды. — «Тр. САНИГМИ», 1968, вып. 38(53), с. 78—104.
7. Добрышман Е. М., Тагаймуратов Ю. Т. Использование метода просеивания для анализа и прогноза поля геопотенциала над Средней Азией при холодных вторжениях. — «Тр. ГМЦ», 1969, вып. 39, с. 84—111.
8. Езекиел М., Фокс К. А. Методы анализа корреляций и регрессий. М., «Статистика», 1966. 264 с.
9. Сиротенко О. Д. Многомерный регрессионный анализ как метод исследования связи урожая сельскохозяйственных культур с гидрометеорологическими факторами — «Метеорология и гидрология», 1969, № 12, с. 68—77.
10. Токарев Н. Н. Об уточнении оптимальной размерности вектора-предсказателя для прогноза осадков в Карпатах. — «Метеорология и гидрология», 1972, № 4, с. 31—38.

11. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 3—15.
12. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов. — «Тр. ГГО», вып. 273, 1972, с. 16—29.
13. Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4, § 3. Л., Гидрометеиздат, 1972, с. 129—138.
14. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогнозов погоды и возможности их внедрения. — «Метеорология и гидрология», 1967, № 11, с. 39—49.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПРОГНОЗ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ГРАНИЦЫ СНЕЖНОГО ПОКРОВА ВЕСНОЙ ДЛЯ ЕТС И ЗАПАДНОЙ СИБИРИ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА АНАЛОГИЧНОСТИ

В данной работе предпринята попытка выяснить возможность статистического прогноза положения границы снежного покрова над Европейской территорией СССР (ЕТС) и Западной Сибирью на декаду для весеннего периода на основе разновидности статистического анализа с использованием принципа аналогичности, методика которого разработана М. И. Юдиным и Г. Д. Кудашкиным [3, 4]. Следует отметить, что в последние годы метод аналогов получил серьезное теоретическое развитие [1, 5].

Основой для прогноза по избранному методу может служить наличие коррелятивной связи между значениями предсказываемой функции в определенных областях фазового пространства параметров аналогичности, рассчитанных по значениям некоторого набора характеристик предшествующих процессов.

В качестве предиктанта в данной работе рассматривается перемещение границы снежного покрова за декаду. В качестве количественной характеристики границы снежного покрова над ЕТС и Западной Сибирью выбран 12-мерный вектор, составленный из значений широт пересечения изолиний «5 дней со снегом в декаду» с меридианами от 30 до 85° в. через 5° долготы. Методика построения карт положения границы снежного покрова разработана Н. П. Есаковой и В. Б. Афанасьевой [2].

Вектор-предиктор при статистическом прогнозе должен строиться с учетом физической теории процесса, определенного условиями задачи масштаба. При этом существенным является «полнота» системы характеристик. Известно, например, что уже прогноз на несколько суток не может быть успешным без учета энергетических преобразований в системе Земля — атмосфера. Увеличение срока прогноза приводит к необходимости учета внеатмосферных носителей метеорологической памяти, например характеристик подстилающей поверхности, а также к расширению области задания исходных данных. Все это приводит к увеличению размерности вектора-предиктора. Чтобы удовлетворить известному «табу» классического метода статистического прогноза о практической нецелесообразности использования большого числа признаков при ограниченном объеме доступных выборок, применяются всевозможные обобщенные характеристики атмосферной циркуляции (индексы циркуляции), а также специальные математи-

ческие методы обработки информации, позволяющие выделить наиболее существенную часть.

В последнее десятилетие получила широкое распространение методика описания метеорологических полей посредством разложения по системе статистически оптимальных ортогональных функций [6 и др.].

Однако даже использование обобщенных характеристик, в том числе индексов циркуляции и коэффициентов при «главных колебаниях», выделенных статистическим путем, не решает полностью проблему. Для описания исходных состояний атмосферы, гидросферы и деятельной поверхности суши, а также включаемой в рассмотрение информации о развитии процессов в течение некоторого предшествующего интервала времени бывает необходимо использовать значительное число параметров. Метод аналогов, когда коррелированность прогнозируемых полей (векторов) оценивается при определенных ограничениях, наложенных на количественные характеристики степени сходства векторов-предикторов, представляется одним из приемов для обхода весьма жесткого «табу» статистических прогнозов. Отбор сходных (противоположных) процессов не связан с определением коэффициентов корреляции, что дает возможность использовать векторы-предикторы сравнительно большой размерности. Еще одна особенность метода аналогов может оказаться решающей для выбора. В ряде работ выявлена неустойчивость асинхронных статистических связей применительно к долгосрочному прогнозу. Имеются определенные основания считать, что одна из причин «нарушения» связей связана с многолетними колебаниями климата, иначе говоря со статистической неоднородностью выборок, в которых эти колебания не учтены.

Свойство относительной нечувствительности к статистической однородности выборки следует из принципиальной основы метода аналогов. Если же нарушение связей со временем не является лишь видимым проявлением неполноты системы параметров, включаемых в комплекс предикторов, то метод аналогов, позволяя смягчить «табу», одновременно предохраняет от влияния такого рода неустойчивости на качество прогнозов.

Сделанные замечания были учтены при выборе системы возможных предикторов для целей статистического прогноза декадной аномалии положения границы снегового покрова над ЕТС и Западной Сибирью. В комплекс предикторов для исследования были включены следующие метеорологические поля и интегральные характеристики циркуляции атмосферы и подстилающей поверхности.

1. Поле давления на уровне моря (P_0) за 3 ч предшествующего декаде дня (исходный день).

2. Поле высоты изобарической поверхности 500 мб (H_{500}) за 3 ч исходного дня.

3. Поле изменений H_{500} на двое суток вперед (δH_{500}), которое при прогнозе заменяется предвычисленным (см. [3]).

4. Поле средней температуры воздуха у земли за исходные сутки (T_0).

5. Степень покрытости льдом северных морей за исходную декаду.

6. Среднее значение зонального индекса циркуляции (I_3) за предшествующую декаду.

7. Меридиональный индекс циркуляции (I_M) за предшествующую декаду.

8. Индекс, характеризующий завихренность циркуляции скорости над ЕТС (I_B) за предшествующую декаду.

9. Положение границы снега в предшествующую декаду.

Следует отметить, что характеристики границы снежного покрова, рассматриваемые в качестве предиктанта и предиктора, различаются. Предметом предсказания является отклонение от нормы междекадного перемещения изолинии «5 дней со снегом в декаду», тогда как для оценки аналогичности исходных процессов берется само положение этой изолинии. При выборе характеристик учитывалось то, что прогноз перемещения границы снега важнее для практики, чем прогноз аномалии состояния. Отметим еще, что по подсчетам автора, инерционный прогноз последней обеспечен для весны примерно на 80%.

Декадные аномалии индексов ледовитости северных морей и положения изолинии «5 дней со снегом в декаду» предоставлены для исследования Н. П. Есаковой и В. Б. Афанасьевой [2].

Для описания полей P_0 , H_{500} и δH_{500} над Атлантико-Европейским сектором северного полушария данные задавались в 26 пунктах, а поле средней суточной температуры описывалось значениями в 30 точках. Информация о перечисленных полях преобразовывалась посредством разложения полей по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.), что позволило при дальнейшем анализе с достаточной точностью оперировать 4—6 коэффициентами при «главных колебаниях».

Исследование прогностической значимости учета различных факторов из комплекса предикторов проведено на архивном материале восьми весенних декад за 1949—1960 гг. Данные о предикторах относились к первой декаде марта, второй декаде марта и т. д. до второй декады мая. Соответственно перемещения снежного покрова как предиктант задавались во вторую декаду марта, третью декаду марта... и, наконец, третью декаду мая.

Расчеты выполнялись по специальной программе, составленной автором, на ЭВМ М-220 и состояли из следующих этапов.

1. Расчет матриц параметров аналогичности (L).

В качестве параметров аналогичности рассматривались значения квадратов расстояний в фазовом пространстве принятых характеристик предикторов, которые рассчитывались с использованием формулы

$$L_{kl}^2(m) = \sum_{i=1}^m [a_{jm}(t_k) - a_{jm}(t_l)]^2. \quad (1)$$

В формуле приняты следующие обозначения: $a(t)$ — величины, характеризующие конкретный предиктор, относящийся к моменту времени t ; m — номер, присвоенный предиктору; n_m — размерности m -того предиктора.

Оценка сходства δH_{500} проводилась по значениям двух параметров: $L^2(\delta H_{500})$ и $\cos \varphi$ — косинусу угла в фазовом пространстве главных компонент в разложении поля по е. о. ф.

Выполнены расчеты как для отдельных предикторов, так и для различных сочетаний. При этом для предикторов, имеющих размерность, не равную единице, проведен анализ при разных размерностях. Например, варьировалось число коэффициентов разложения полей P_0 и H_{500} , которое бралось равным 3, 4, 5 и 6. Учет большего числа коэффициентов разложения в указанных пределах приводил чаще всего к увеличению оценки коэффициента корреляции в области минимума расстояний, т. е. для аналогов. Однако при этом существенно уменьшалась вероятность обнаружения аналога в выборке, о чем можно было судить по числу элементов матрицы (n) , удовлетворявших условиям аналогичности

$$L^2(m) < \varepsilon_m^2. \quad (2)$$

В дальнейшем ограничимся анализом таблиц $r[L^2(m)]$, построенных для случая, когда для описания полей P_0 , H_{500} и δH_{500} использовалось по четыре коэффициента разложения полей по е. о. ф. Параметры аналогичности предикторов изменяются в следующих единицах: $L^2(P_0)$ мб², $L^2(H_{500})$ и $L^2(\delta H_{500})$ дам², $L^2(I_m) \cdot 10^{12}$ м⁴/с, $L^2(I_B) \cdot 10^{10}$ м⁴/с², $L^2(I_s)$ — безразмерная величина, L^2 (снег) град², L^2 (лед) (процент)². В дальнейшем для краткости единицы измерения, как правило, не указываются.

Исследование распределений $r(L^2)$ для отдельных предикторов показало, что некоторая практически значимая корреляция перемещений границы снежного покрова наблюдается лишь после аналогичных исходных процессов, определяемых по полям H_{500} . Так, при наложении ограничительного условия на величину параметра аналогичности $L^2(H_{500}) < 2000$ дам², связь между аномалиями междекадных перемещений изолинии «5 дней со снегом в декаду» характеризуется средним коэффициентом корреляции $\bar{r} = 0,09$. Определение аналогичности по значениям индекса завихренности позволяет выделить по условию $L^2(I_B) < 9$ группу случаев с $\bar{r} = 0,05$. В целом рассмотрение зависимостей для отдельно взятых предикторов позволяет сделать вывод о том, что учет какого-либо одного фактора не может дать существенного эффекта в связи с малостью коэффициентов корреляции в группах «аналогов».

При одновременном учете двух предикторов наиболее информативной является информация об исходном поле H_{500} и о завихренности циркуляции. Требование одновременной аналогии поля H_{500} , реализованное в виде ограничительного условия $L^2(H_{500}) < 2000$, и завихренности циркуляции при условии $L^2(I_B) < 16$ по-

звolyет выделить небольшую группу случаев ($n=33$), характеризующуюся $r=0,20$.

Одновременный учет сходства H_{500} и индекса меридиональной циркуляции также дает некоторый эффект, выражающийся в возможности выделить большую группу случаев (280) с $\bar{r}=0,12$.

Сходство полей наземного давления оказалось менее информативным прогностическим признаком по сравнению с H_{500} . Только совместное сопоставление полей P_0 и меридиональных индексов дает возможность выделить область фазового пространства: $L^2(P_0) < 2000$ мб², $L^2(I_M) \leq 0,5$, в которой r несколько превышает 0,1. Возможности прогноза перемещения границы снежного покрова по аналогии, определенной по полям наземного давления и геопотенциала поверхности 500 мб, также невелики. Ограничительные условия: $L^2(P_0) < 1000$ и $L^2(H_{500}) < 2000$ выделяют группу случаев с $\bar{r}=0,10$.

Исследование прогностической значимости одновременной аналогичности полей температуры воздуха и ледовитости свидетельствует о том, что учет сходства полей температуры воздуха и ледовитости дает некоторые практически значимые возможности для прогноза границы снежного покрова. Здесь хотя и с небольшой вероятностью встречаются аналоги, для которых оценка среднего коэффициента корреляции границ снежного покрова достигает 0,20. Однако на основе оценок, выполненных в работе [3], можно заключить, что эффект от использования аналогов, характеризующихся коррелятивной связью предиктантов меньшей 0,20, невелик. Отсюда следует вывод о необходимости исследования более информативных систем предикторов. В данной работе в комплекс предикторов включена информация о полях $P_0, H_{500}, \delta H_{500}$, температуры воздуха, о ледовитости северных морей и завихренности циркуляции над ЕТС, а также зональности и меридиональности циркуляции.

Статистические испытания дали возможность установить, что путем адекватного учета всей совокупности привлеченных к рассмотрению факторов могут быть выделены аналоги, эффективные в прогностическом смысле. Так, одновременно наложенные ограничительные условия на параметры аналогичности всех девяти перечисленных выше характеристик, реализованные в виде:

$$\begin{aligned} L^2(P_0) < 4000, \quad L^2(H_{500}) < 2000, \quad L^2(\delta H_{500}) < 2000, \\ \cos \varphi > 0, \quad L^2(T_0) < 1000, \quad L^2(\text{снер}) < 500, \quad L^2(\text{лед}) < 100, \\ L^2(I_B) < 500, \quad L^2(I_3) < 1000, \quad L^2(I_M) < 1000, \end{aligned}$$

позволяют выделить группу аналогов (21 случай) с априорной связью декадных перемещений снеговой границы, характеризующейся $\bar{r}=0,31$.

Будем относить в дальнейшем аналоги, отвечающие перечисленным условиям, к первой группе. Небольшое число случаев, удовлетворяющих этим условиям, свидетельствует о том, что далеко

не всегда в доступном архиве можно отыскать хороший аналог. Выполненные в работе [3] расчеты показывают на определенное повышение успешности прогнозов при учете групповых аналогов. В связи с этим могут оказаться эффективными аналоги, характеризующиеся меньшей связностью предсказываемых полей, но большей повторяемостью.

Таблица 1

Оценки прогнозов по проценту совпадения знаков аномалий (n_+/n)

Месяц	Декада	Методический прогноз	Инерционный прогноз
Март	3	0,58	0,67
Апрель	1	0,83	0,33
	2	0,75	0,67
	3	0,33	0,58
Май	1	0,50	0,25
	2	1,00	0,75
	3	0,58	0,50
Среднее		0,65	0,54

Коррелированность декадных перемещений границы снежного покрова в определенных областях фазового пространства позволяет осуществлять их прогноз с использованием метода множественной регрессии. Были выполнены прогнозы для весенних декад 1965 г. В «архив» входили данные за 1949—1960, 1962—1964 гг. В архиве не для всех декад удалось обнаружить достаточное число аналогов, необходимое для высокой обеспеченности прогнозов (это число нами было взято условно равным 3). Поэтому был предусмотрен переход к поиску менее строгих аналогов с использованием увеличенных пороговых значений для некоторых параметров аналогичности. При этом резервная группа была выбрана так, что при оценке $r=0,26$ обеспечивалась большая вероятность обнаружения аналогов к исходному процессу. Только для второй декады марта 1965 г. не найдено аналогов в основной и резервной областях. В табл. 1 приведены оценки прогнозов для марта—мая 1965 г., которые в среднем оказались выше уровня случайных, а также инерционных прогнозов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. О некоторых вопросах подыскания аналога для данного образа. — «Тр. ГМИ», 1973, вып. 106. с. 3—12.
2. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема прогноза средних декадных температур с учетом данных о радиационных

потоках, облачности, ледовитости и снежного покрова. — «Тр. ГГО», 1968, вып. 201. с. 8—13.

3. Кудашкин Г. Д., Юдин М. И. О выборе и применении аналогов в целях уточнения численных прогнозов погоды. — «Тр. ГГО», 1968, вып. 197. с. 3—18.
4. Кудашкин Г. Д. Оценка аналогичности атмосферных состояний и процессов с помощью параметров разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям. — «Тр. ГГО», 1968, вып. 168. с. 36—44.
5. Кудашкин Г. Д. Об использовании аналогов, отобранных с учетом гидродинамической тенденции в целях прогноза на средние сроки. — В кн.: Тр. Всесоюз. конференции молодых ученых Гидрометеорол. службы СССР, Л., Гидрометеиздат, 1971. с. 83—94.
6. Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1970. 199 с.
7. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968. 27 с.

ПРОГНОЗ ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

В данной статье рассматриваются результаты прогноза поля наземного давления на территории Атлантико-Европейского сектора физико-статистическим методом. По этому методу, разработанному в отделе динамической метеорологии ГГО под руководством М. И. Юдина, ежегодно с 1965 г. составляются прогнозы температуры и осадков на весенне-летний период.

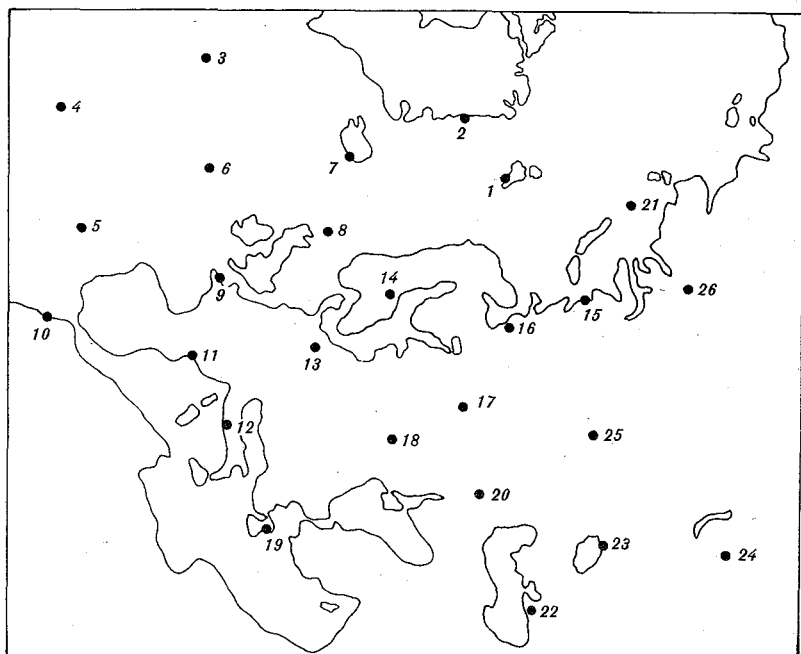


Рис. 1. Сеть станций, для которых составлялся прогноз наземного давления.

1 — Баренцбург, 2 — Danmarkshavn, 3 — Атлантический океан, 4 — Азорские острова (Лажес), 5 — Атлантический океан, 6 — Атлантический океан, 7 — Квебловик (Голар), 8 — Леурвик, 9 — Брест-Гинава, 10 — порт Лноже (Рабат-Сале), 11 — Ним, 12 — Рим, 13 — Берлин, 14 — Эстерсунд, 15 — Амдерма, 16 — Архангельск, 17 — Москва, 18 — Киев, 19 — Афины, 20 — Волгоград, 21 — Северный Ледовитый океан, 22 — Краснодарск, 23 — Аральское море, 24 — Алма-Ата, 25 — Свердловск, 26 — Игарка.

Прогноз поля давления существенно дополняет прогнозы температуры и осадков.

В этой статье приведены результаты прогнозов среднего месячного наземного давления на май, июнь, июль за 6 лет (1968—1973). Прогнозы на 1971—1973 гг. даны оперативно. Проверка прогнозов за предыдущие годы сделана на независимом материале.

Сеть станций, для которых составлялся прогноз наземного давления, представлена на рис. 1.

Как и в случае осадков и температуры, прогнозировалось не значение наземного давления на станциях, а коэффициенты разложения среднего месячного давления по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.). Для прогноза имеет большое значение число прогнозируемых коэффициентов разложения. С этой целью строились поля естественных составляющих и рассчитывались вклады каждого члена разложения в общую дисперсию поля:

j	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{\lambda_j}{\sum \lambda_j} \%$	16,6	14,4	11,4	9,2	7,3	6,4	4,4

Здесь j — номер е.о.ф., λ_j — собственные числа матрицы.

Вклады отдельных членов разложения в суммарную дисперсию поля мало отличаются друг от друга. Поэтому по вкладам трудно определить, какое количество коэффициентов следует прогнозировать.

Таблица 1

Пределы оправдываемости (%) прогнозов полей среднемесячного давления, восстановленных по различному числу коэффициентов разложения

Год	Число коэффициентов								
	3			4			5		
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII
1968	61,5	50,5	55,8	65,4	75,0	61,5	71,2	80,8	67,3
1969	69,2	61,5	80,8	67,3	57,7	82,7	69,2	57,7	78,8
1970	69,2	73,1	69,2	69,2	82,7	61,5	75,0	88,5	67,3
1971	50,0	76,9	75,0	51,9	78,8	76,9	65,4	84,6	76,9
1972	69,2	55,8	75,0	73,1	59,6	78,8	84,6	59,6	80,8
1973	51,9	78,8	61,5	53,8	84,6	61,5	69,2	84,6	65,4
Среднее		65,8			69,0			73,7	

вать. Что касается полей естественных функций, то наиболее крупномасштабными являются поля первой, второй и четвертой функций (рис. 2а и 2б). Но вклад в общую дисперсию поля первых четырех коэффициентов разложения составляет всего 51,6%. Кроме

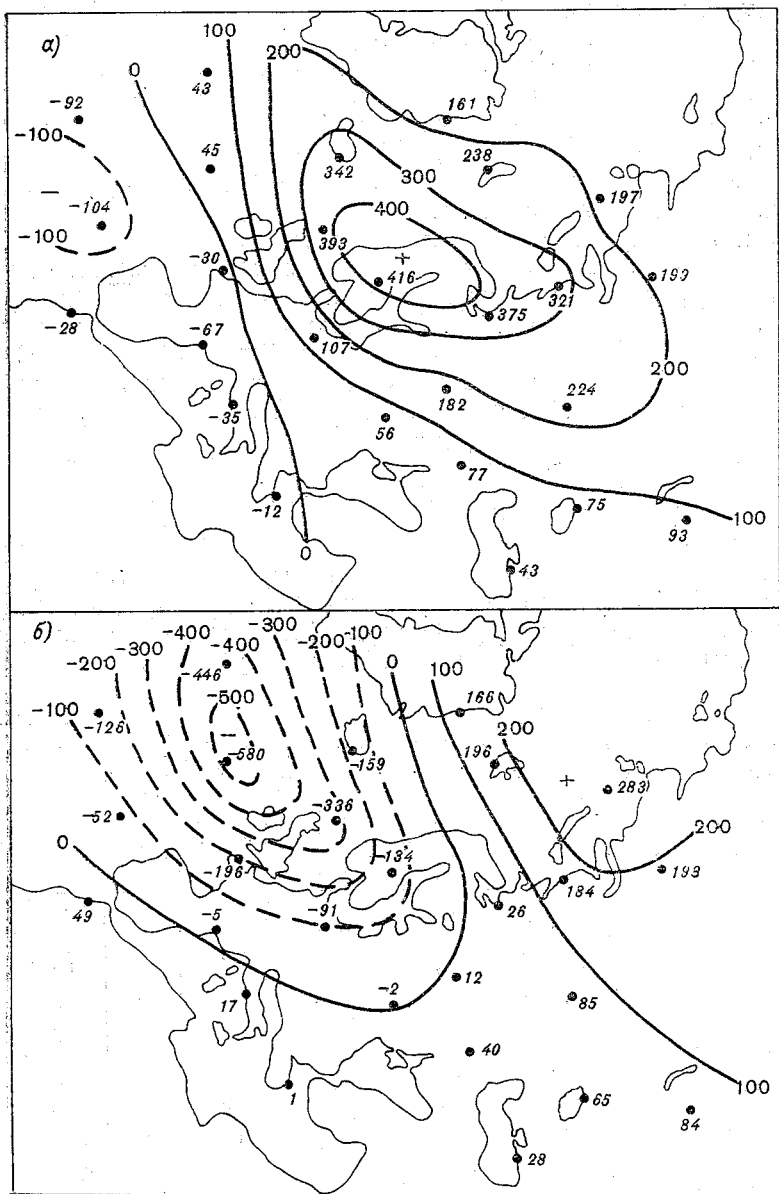
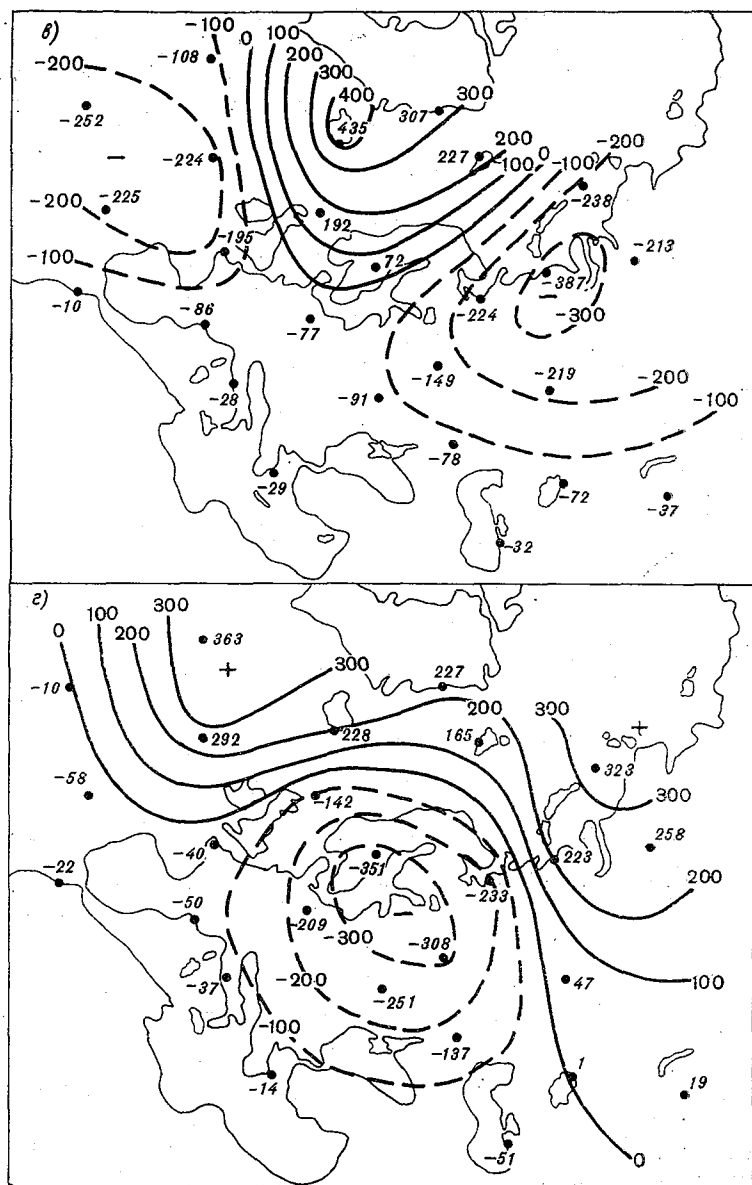


Рис. 2а. Поле первой (а), второй (б), третьей (в) и четвертой (г)
за май



естественных ортогональных функций среднего месячного давления
— июль.

того, если поля восстанавливать по фактическим данным и рассматривать их как прогностические, то в зависимости от числа коэффициентов, которые берутся при восстановлении полей, получается разная оправдываемость (назовем ее пределом оправдываемости). В табл. 1 приведена оправдываемость таких прогнозов по знаку, т. е. фактических полей, восстановленных по трем, четырем и пяти коэффициентам.

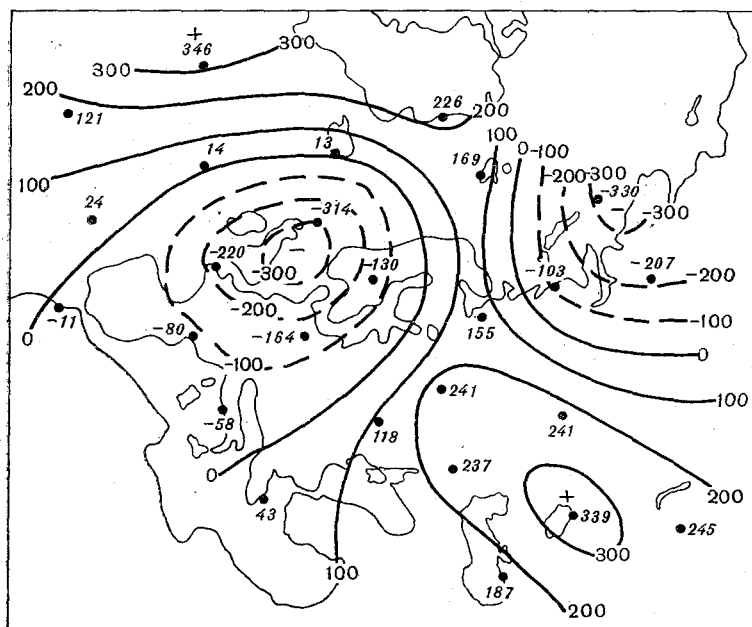


Рис. 2 б. Поле пятой естественной ортогональной функции среднего месячного давления за май — июль.

Из табл. 1 видно, что при абсолютно точном прогнозе трех коэффициентов разложения полей среднего месячного давления на территории Атлантико-Европейского сектора предел оправдываемости в среднем равен 65,8%, четырех — 69,0%, пяти — 73,7%. Амплитуды колебаний четвертого и пятого коэффициентов, так же как и их вклады в общую дисперсию поля, почти не отличаются друг от друга. Поэтому решено было прогнозировать пять коэффициентов, что составляло 58,9% общей дисперсии.

Методика прогноза описана в работах [2, 3, 5]. Зависимость между предиктантами и предикторами находилась методом линейной корреляции. Значимыми считались статистические связи, для которых

$$\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq 2,5.$$

Здесь $z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$ — переменная Фишера, r — коэффициент корреляции между предиктором и предиктантом, $\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$ — средняя квадратическая ошибка z , n — длина ряда. При прогнозе на 1973 г. длина ряда не превышала 37 лет.

Нередки случаи, когда различные предикторы указывают на разные знаки одной и той же прогнозируемой величины. Тогда приходится привлекать и связи, для которых $|z/\sigma_z| \geq 2,2$. Для указанных связей анализировались корреляционные графики [3]. Учитывалась также балловая оценка предикторов [4]. В результате такого анализа часть предикторов была отбракована. К оставшимся предикторам применялась процедура ортогонализации [1], в результате которой некоторые из них отсеялись вследствие взаимосвязности. И, наконец, основываясь на связях отобранных предсказателей, составляется уравнение множественной регрессии для предсказуемых величин. Среднее число предикторов, вошедших в уравнение регрессии, следующее:

Год	1968	1969	1970	1971	1972	1973	Среднее
Число предикторов . . .	3,1	3,3	4,2	2,9	3,6	4,4	3,6

Для каждого предиктанта (пять коэффициентов за май, июнь, июль) подсчитывалась обеспеченность прогноза. Об обеспеченности прогноза можно судить по величинам сводного коэффициента корреляции (R), который равен корню квадратному из суммы квадратов коэффициентов корреляции между предиктантом и каждым из ортогонализированных предикторов в уравнении регрессии:

a_j	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
R	0,77	0,79	0,80	0,78	0,78

Данные множественные коэффициенты корреляции получены как средние за 6 лет (1968—1973). Видно, что как и в случае температуры и осадков, первый коэффициент обеспечен не лучше, чем все остальные.

В качестве предикторов в прогнозе используется весьма разнообразная информация, характеризующая все основные особенности начального состояния земной атмосферы, подстилающей поверхности и солнечной активности. Важно установить, какие предикторы несут наибольшую информацию о полях давления в будущем. В работе [5] это было выполнено для температуры и осадков. Аналогичные расчеты сделаны для поля наземного давления. Результаты содержатся в табл. 2. В целях более удобного сопоставления в эту же таблицу помещены данные для температуры осадков, взятые из работы [5].

Рассчитывалось отношение числа значимых связей между предикторами и предиктантами к возможному числу связей. Значимой

Отношение (%) числа значимых связей между предикторами и предиктантами к возможному числу связей (средние за 6 лет)

Элемент	Характеристика предикторов	Территория	Предиктант		
			осадки	температура	давление
Геопотенциал АТ ₅₀₀ (за 3 ч)	Среднее за месяц	Европейский, Азиатский, Американский секторы	1,9	1,4	1,4
	Дисперсия	То же	1,5	1,1	1,4
Наземное давление (за 3 ч)	Среднее за месяц	"	2,0	1,2	0,7
	Дисперсия	"	1,4	1,1	1,3
	Среднее за месяц	Европейский сектор	1,3	1,1	2,0
Температура воздуха	"	"	1,0	3,1	0,7
	Дисперсия	"	1,2	1,2	0,9
	Среднее за месяц	Северное полушарие	1,2	1,2	0,9
Теплосодержание	Разность двух соседних месяцев	Северная Атлантика	0,8	2,3	2,6
Облачность	Сумма за декаду	Европейский сектор	1,4	2,1	0,6
Температура воды	Среднее за месяц	Северная Атлантика	1,1	0,7	1,6
Ледовитость	"	Баренцево море	3,2	2,4	2,2
		моря Карское, Лаптевых, Восточно-Сибирское, Гренландское море	1,2	1,4	1,5
			1,0	0,7	1,2
Интенсивность зональной циркуляции	"	Американский сектор	1,0	1,1	1,2
Число дней с формами циркуляции Г. Я. Вангенгейма	Е и W	Европейский сектор	1,4	1,5	2,5
Граница снежного покрова	Декада	ЕТС и Западная Европа	2,0	1,1	1,6
Индекс K_p	Средний за месяц	Планета	0,19	1,0	1,6

считали связь, для которой $|z/\sigma_z| \geq 2,5$. Величина $q=1,2\%$ принята за начальный уровень информативности.

Выделяя предикторы, для которых процент значимых связей превышает 1,2%, получим, что лучшими по своей информативности для всего комплекса погодных условий являются: ледовитость Баренцева моря и число дней с формами циркуляции Вангенгейма

Причем, если для температуры и осадков влияние числа дней с формами циркуляции Вангенгейма можно считать выше случайного, то для давления эти предикторы, а также теплосодержание Северной Атлантики наиболее информативны. Кроме указанных, хорошими предикторами для давления оказались среднее месячное давление, температура воды в Северной Атлантике, ледовитость Карского моря и моря Лаптевых, граница снежного покрова на ЕТС в марте, индекс геомагнитной возмущенности K_p . Из предикторов, не указанных в таблице, высокий процент сильных связей обнаружен между давлением и осадками Казахстана за январь — март (2,1%), а также суммарным количеством осадков за осенне-зимний период (ноябрь — март) на этой же территории (6,1%). Самыми слабыми предикторами ($q \leq 1,2\%$) для давления оказались предикторы по температуре, облачности, интенсивности зональной циркуляции. Из предсказателей по ледовитости слабыми являются ледовитость Гренландского и Восточно-Сибирского морей. Не обнаружено значимых связей с осадками на территории ЕТС. Такие результаты получаются, если различные предикторы анализировать с точки зрения количества доставляемых значимых связей.

Посмотрим теперь, по каким же метеорологическим элементам оправдываемость прогнозов лучше. Были учтены все связи, для которых $|z/\sigma_z| \geq 2,2$. Оценка прогноза коэффициентов проводилась в пяти градациях [4]:

1. прогноз оправдывался очень хорошо (градация 2);
2. хорошо (градация +1);
3. удовлетворительно (градация +0);
4. плохо оправдался (градация -0);
5. прогноз противоположен фактическому значению (градация -1).

Для различных метеозадающих элементов (предикторов) было подсчитано общее число связей и число связей, по которым оправдываемость прогноза попадает в градации +2, +1 и градации +2, +1, +0. Сравнение делалось с общей повторяемостью градаций +2, +1 градаций +2, +1, +0 для всей совокупности связей предикторов с средним месячным давлением, для которых $|z/\sigma_z| \geq 2,2$. Выводы эти носят предварительный характер. Они сделаны на основании анализа прогнозов коэффициентов разложения по е.о.ф. среднего месячного давления за 4 года (1970—1973), и статистика здесь не слишком велика. В дальнейшем предполагается выполнить аналогичную проработку для других 4—5 лет.

Лучшими при прогнозе среднего месячного давления за эти годы оказались: индекс K_p , разность теплосодержания за два соседних месяца в Атлантическом океане, граница снежного покрова, суммарные осадки за ноябрь — март на территории Казахстана, интенсивность зональной циркуляции за прошлый год. Хорошими предикторами являются AT_{500} (по AT_{500} выделяются предикторы по дисперсии), среднее месячное давление за сентябрь — декабрь прошлого года, аномалии средней месячной температуры

северного полушария за эти же месяцы, температура воды в Атлантическом океане по кораблю D за январь, февраль, март текущего года и за позапрошлый год, число дней с формами циркуляции E и W за позапрошлый год, осадки на территории ЕТС и Казахстана за ноябрь и декабрь прошлого года. Плохие предикторы — это наземное давление, аномалии средней месячной температуры северного полушария за январь, февраль текущего года, температура воды в Атлантическом океане по кораблю D за прошлый год, ледовитость Баренцева и Гренландского морей. Таким образом, наличие большого числа статистически значимых связей для какого-либо предиктора еще не является показателем его высокой оправдываемости.

Рассмотрим еще один прием повышения надежности прогнозов, который был применен при прогнозе давления на 1973 г. Предиктанты по давлению были прокоррелированы с предиктантами по осадкам и температуре. Между некоторыми из них была обнаружена сильная корреляция. Например, четвертый коэффициент давления в июне коррелирует со вторым коэффициентом по температуре и первым коэффициентом осадков на территории ЕТС в июне. Это обстоятельство позволяет уточнять прогноз одних коэффициентов с помощью других. Так, при прогнозе третьего коэффициента давления в июле часть предикторов указывает на отрицательное значение предиктанта, часть на положительное. Хотя прогностическое значение получилось отрицательным ($a_3 = -1,90$) обеспеченность прогноза была очень низкой. Однако отрицательное значение a_3 согласовалось с прогнозом первого коэффициента температуры в июле на территории ЕТС. Рассчитанное впоследствии фактическое значение $a_3 = -3,63$ подтвердило правильность принятого решения.

Рассмотрим оценки прогнозов коэффициентов разложения по среднему месячному давлению на май, июнь, июль 1968—1973 гг. Прогноз оценивался по указанным выше пяти градациям. Ниже приведена оправдываемость прогнозов по градациям +2, +1, +С

Год	1968	1969	1970	1971	1972	1973	Средне
р%	60,0	66,7	60,0	66,7	60,0	73,3	64,5

Лучше всего оправдался прогноз на 1973 г. Средняя же оправдываемость всех прогнозов составила 64,5%, что превосходит уровень случайных прогнозов на 14,5%. Хорошие и очень хорошие прогнозы составляют 37,8%, а очень плохие — 14,4%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блажевич В. Г. Некоторые вопросы статистического отбора предикторов в целях долгосрочного прогноза погоды. — В кн.: Тр. Всесоюз. конференции молодых ученых Гидрометеорол. службы СССР. Л., Гидрометеоизда 1971, с. 75—82.

2. Руководство по месячным прогнозам погоды. Л., Гидрометеоиздат, 1972, с. 129—133.
3. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочного прогноза погоды. Л., Гидрометеоиздат, 1968, 27 с.
4. Юдин М. И., Блажевич В. Г. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания. — См. наст. сб.
5. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью. — В кн.: Тр. V Всесоюз. метеорол. съезда. Л., Гидрометеоиздат, 1972, с. 83—94.

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СХЕМЫ ПРОГНОЗА СРЕДНИХ ДЕКАДНЫХ ТЕМПЕРАТУР ДЛЯ ТЕРРИТОРИИ ЕТС И ЗАПАДНОЙ СИБИРИ

В отделе динамической метеорологии Главной геофизической обсерватории авторами разработан метод прогноза аномалий средних декадных температур для территории ЕТС и Западной Сибири. Основная особенность этого метода заключается в том, что, кроме циркуляционных характеристик, рассматриваются также характеристики состояний подстилающей поверхности и распределения облачности.

Для характеристики состояний атмосферной циркуляции были выбраны — зональный индекс, используемый в работах Е. Н. Блиновой, меридиональный индекс, введенный М. И. Юдиным и А. А. Рождественским, а также введенный нами параметр, пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому контуру. Из характеристик подстилающей поверхности в схеме рассматривались две величины — снежный покров и ледовитость северных морей. Для характеристики аномалий в распределении снежного покрова были построены декадные карты распределения снежного покрова на территории СССР. В качестве параметра, характеризующего положение границы снежного покрова, была выбрана широта ϕ изолинии 5 (5 дней со снегом), как функция долготы и времени. Данные по ледовитости северных морей были получены в Арктическом и Антарктическом институте, где регулярно строятся карты ледовитости. Для выявления основных закономерностей в распределении декадных величин общей облачности были построены средние декадные карты. Нами рассматривалась статистическая схема прогноза, составленная при помощи линейного уравнения множественной регрессии

$$X_0 = \sum_{k=1}^n a_k x_n, \quad (1)$$

где X_0 — прогнозируемое значение, x_n — известные значения предсказателей, a_k — неизвестные коэффициенты.

Прогноз средних декадных температур рассчитывался по четырехугольной сетке с шагом по широте 3° и по долготе 5° . Были составлены две схемы прогноза для осенних и весенних месяцев. В расчетах был использован эмпирический материал за 20 лет.

Оценку оправдываемости прогнозов проводили по числу

$$\rho = \frac{N_+ - N_-}{N}, \quad (2)$$

где N_+ — количество точек, для которых прогнозируемый знак аномалии совпал с фактическим ее знаком; N_- — количество точек, для которых прогнозируемый знак аномалии не совпал с фактическим знаком; N — общее число точек, для которых составлялся прогноз.

Результаты оправдываемости прогнозов по годам получились неравномерными. Как правило, если имели место крупные аномалии температуры, то оправдываемость прогнозов сильно ухудшалась. Так, осенью 1969 г. аномалии средней декадной температуры в отдельных случаях доходили до $8-9^\circ$. Оправдываемость прогнозов в этих случаях получалась довольно низкая. Как показали численные эксперименты, весьма существенно учитывать данные за предыдущий год для расчета эмпирических функций влияния.

Был проведен такой численный эксперимент. Прогноз на весну 1970 г. считали по двум схемам. В первой схеме для расчета эмпирических функций влияния был ряд с 1949 по 1965 г., во второй схеме ряд был продлен до 1968 г. Оправдываемость прогнозов несколько повысилась. Так, величина ρ повысилась от 0,37 до 0,45. Проведенные численные расчеты показывают, что для повышения оправдываемости прогнозов необходимо ежегодно увеличивать ряд для расчета эмпирических функций влияния, т. е. чтобы в расчеты обязательно входил предыдущий год. Схема прогноза составлена таким образом, что прогноз дается с нулевой заблаговременностью, т. е. 1-го числа дается прогноз на первую декаду месяца, 1-го числа — на вторую декаду. По просьбе ГМЦ и СЗ УГМС в 1972 г. была начата переработка схемы с целью увеличения заблаговременности прогнозов.

В наших предыдущих исследованиях рассчитывались синхронные и асинхронные коэффициенты корреляции между температурой и предикторами, причем асинхронные коэффициенты корреляции рассчитывались со сдвигом на одну декаду. В настоящих расчетах рассчитывались коэффициенты корреляции со сдвигом на две декады. Как и в расчетах коэффициентов корреляции со сдвигом на одну декаду, наибольшие коэффициенты корреляции получились при корреляции температуры со снежным покровом и при корреляции температуры с ледовитостью. Как и прежде, имеет место довольно устойчивая связь температуры с циркуляцией скорости по замкнутому контуру. Связь облачности с температурой получилась несколько слабее. Для прогноза температуры с заблаговременностью одна декада было взято шесть предсказателей: снежный покров, ледовитость, меридиональный индекс, зональный индекс, циркуляция скорости, облачность. Далее составлялся статистический прогноз при помощи уравнения множественной регрессии. По составленной схеме давали прогноз на весну 1969, 1970,

1971 гг. Результаты расчетов представлены в таблице.

В таблице введены обозначения:

ρ_0 — оправдываемость прогноза средней декадной температуры с нулевой заблаговременностью; $\rho_{\text{дек}}$ — оправдываемость прогноза средней декадной температуры с декадной заблаговременностью.

Как видно из таблицы, оправдываемость декадных прогнозов температуры при увеличении заблаговременности прогноза на одну декаду существенно не изменилась. Приведенные численные

Т а б л и ц а

Год	Декада, месяц	$\rho_{\text{дек}}$	ρ_0
1969	II декада апреля	0,41	—0,10
	III декада апреля	0,27	0,28
	III декада марта	0,31	0,36
1970	I декада апреля	0,22	0,30
	II декада апреля	0,26	0,30
	III декада апреля	—0,10	—0,05
	I декада мая	0,20	
	II декада мая	0,60	0,63
	III декада мая	0,50	0,09
	III декада марта	0,19	0,24
1971	I декада апреля	0,25	0,13
	II декада апреля	0,08	—0,20
	III декада апреля	0,15	—0,10
	I декада мая	0,32	0,78
	II декада мая	0,32	0,42
	III декада мая	0,20	0,32
	Среднее	0,26	0,23

расчеты показали, что разработанную нами схему прогноза средней декадной температуры можно применять в оперативных прогнозах. Коэффициенты эмпирических функций влияния определялись по способу наименьших квадратов. Коэффициенты вычислялись по данным за 20 лет.

Рассмотрим распределение эмпирических функций влияния по территории. Сначала остановимся на влиянии ледовитости (рис. 1 а). Если для нулевой заблаговременности почти все поле коэффициентов было отрицательным, то для заблаговременности декадной поле отрицательным оставалось только на востоке области. Величины коэффициентов получились довольно маленькие.

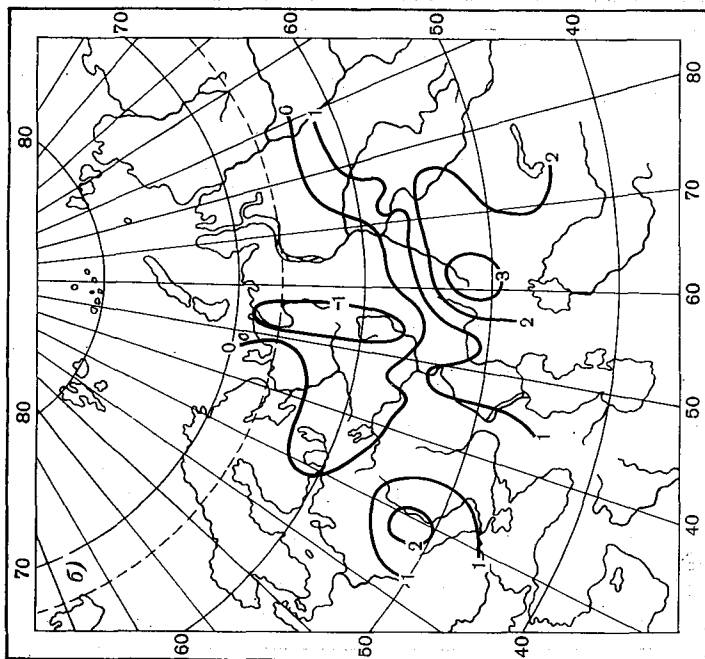
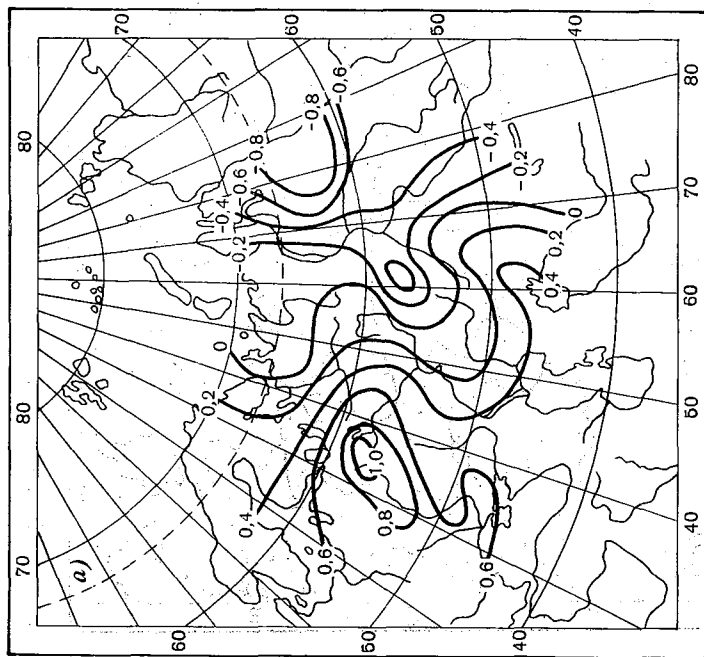


Рис. 1. Распределение коэффициентов, обусловленных влиянием ледовитости (а) и снежного покрова (б).

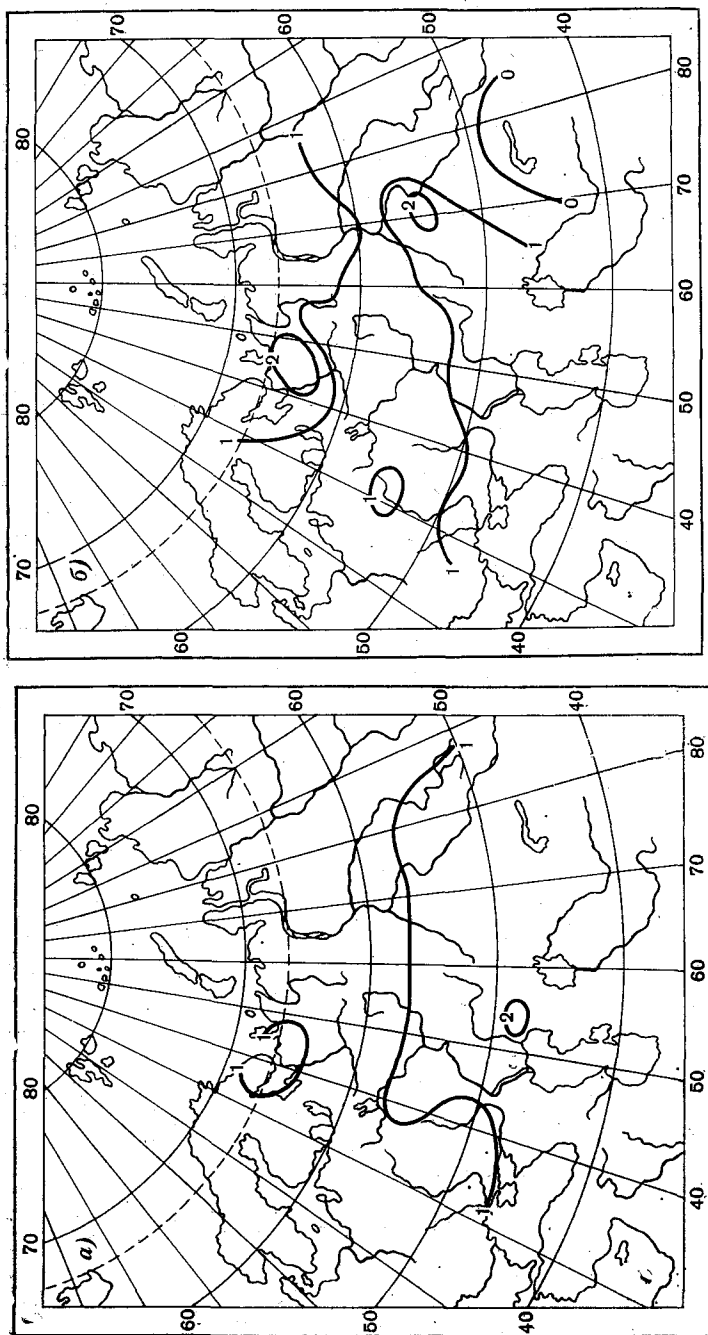


Рис. 2. Распределение коэффициентов, обусловленных влиянием циркуляции скорости (а) и зонального индекса (б).

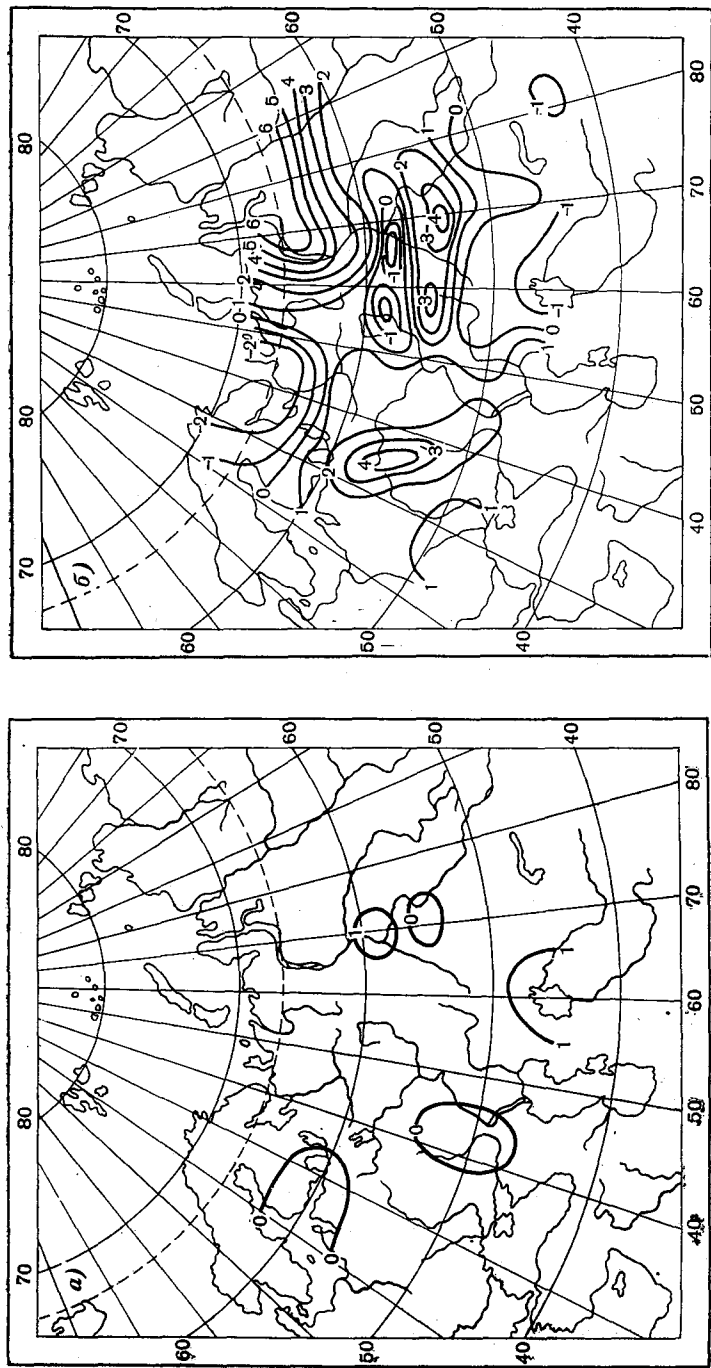


Рис. 3. Распределение коэффициентов, обусловленных влиянием меридионального индекса (а) и облачности (б).

Поле коэффициентов, обусловленных влиянием снежного покрова, получилось равномерным, сами величины — значительно больше (рис. 1 б). Для нулевой заблаговременности все поле было положительным, здесь же все поле разделилось на две половины. Северная — отрицательная, южная — положительная. Коэффициенты, обусловленные влиянием циркуляции скорости, для декадной заблаговременности получились положительными, но по величине меньше, чем для нулевой заблаговременности (рис. 2 а). Коэффициенты, обусловленные влиянием зонального индекса, для декадной заблаговременности — все положительные, а по величине они такие же, как и для нулевой заблаговременности (рис. 2 б). Поле коэффициентов, обусловленных влиянием меридионального индекса, для декадной заблаговременности получилось более однородное, чем для нулевой заблаговременности, а сами коэффициенты получились большими по величине (рис. 3 а). Влияние облачности, как и для нулевой заблаговременности, получилось довольно значительное, но только если для нулевой заблаговременности почти все поле положительное, то для декадной заблаговременности на севере имеются довольно значительные отрицательные области (рис. 3 б). Как и для нулевой заблаговременности прогноза, наибольший вклад в формирование поля средней декадной температуры вносят снежный покров и облачность. Также весьма существен вклад для декадной заблаговременности зонального и меридионального индексов циркуляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема прогноза средних декадных температур с учетом данных о радиационных потоках, облачности, ледовитости и снежного покрова. — «Тр. ГГО», 1968, вып. 201, с. 8—13.
2. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. О влиянии снежного покрова и облачности на аномалии среднедекадных температур. — «Тр. ГГО», 1968, вып. 236, с. 64—70.
3. Афанасьева В. Б., Есакова Н. П. О способах характеристики аномалий облачности, снежного покрова и радиационных потоков. — «Тр. ГГО», 1962, вып. 143, с. 104—112.

К ПРИМЕНЕНИЮ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА УРОЖАЯ ЯРОВОГО ЯЧМЕНЯ

В последние годы резко возрос интерес агрометеорологов к проблемам прогноза урожая сельскохозяйственных культур [4—14]. Объясняется это, с одной стороны, большим практическим значением поставленной проблемы, а с другой — несомненными успехами в решении этой задачи. Успехи тем более очевидны, что разработку методов количественного прогноза урожая сельскохозяйственных культур (в ц/га) агрометеорологи начали всего 10 лет назад [9].

Согласно методике, принятой в Гидрометцентре СССР, прогнозы урожая зерновых культур рассчитываются в мае — июне с последующим уточнением в течение вегетационного периода. При составлении прогноза урожая в первую очередь учитываются весенние запасы влаги в почве и состояние посевов к моменту составления прогнозов.

Использование фактических данных об уже сложившихся агрометеорологических условиях значительно повышает оправданность [9] и надежность прогнозов. Однако роль прогнозов, составляемых в период вегетации, в основном ограничена информационными функциями [8]. Эти прогнозы могут использоваться планирующими и заготовительными организациями, но для производителей зерна нужен прогноз большей заблаговременности. Желательно, чтобы прогноз передавался потребителям в феврале — марте, т. е. до начала сева яровых. Принципиально составление прогноза урожая с такой заблаговременностью возможно, поскольку возможен прогноз погоды на 3—5 месяцев. В то же время эта задача представляется весьма сложной, что подтверждается опытом составления метеорологических прогнозов большой заблаговременности.

Наиболее целесообразный путь решения рассматриваемой задачи заключается в установлении зависимости урожая от состояния атмосферы и подстилающей поверхности в предшествующий период. Первые попытки такого рода, выполненные одним из авторов [7, 8], дали обнадеживающие результаты. Интересные разработки по прогнозу урожая яровой пшеницы с использованием данных об осенней влажности почвы и сумм зимних осадков недавно опубликованы Г. В. Дегтяревой [4].

В данной статье приведены результаты еще одной попытки прогноза урожая с большой заблаговременностью, доложенные в декабре 1970 г. на всесоюзной конференции «Состояние и перспективы применения физико-статистических методов в агрометеорологических прогнозах». Для прогноза был использован разработа-

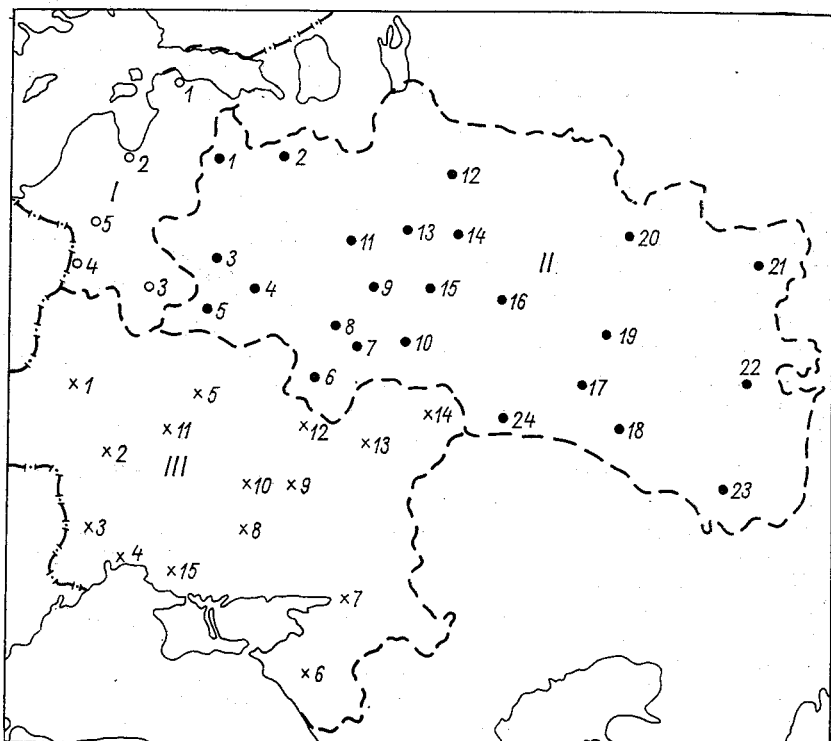


Рис. 1. Центры административных областей, для которых рассчитывался урожай ярового ячменя.

Район I — Прибалтика: 1 — Эстонская ССР; 2 — Латвийская ССР; 3 — Минская обл. 4 — Гродненская обл.; 5 — Литовская ССР.

Район II — Центральный: 1 — Псковская обл., 2 — Новгородская обл., 3 — Витебская обл., 4 — Смоленская обл., 5 — Могилевская обл., 6 — Орловская обл., 7 — Тульская обл., 8 — Калужская обл., 9 — Московская обл., 10 — Рязанская обл., 11 — Калининская обл., 12 — Вологодская обл., 13 — Ярославская обл., 14 — Костромская обл., 15 — Владимирская обл., 16 — Горьковская обл., 17 — Ульяновская обл., 18 — Куйбышевская обл., 19 — Татарская АССР, 20 — Кировская обл., 21 — Пермская обл., 22 — Башкирская АССР, 23 — Оренбургская обл., 24 — Пензенская обл.

Район III — Украина: 1 — Ровенская обл., 2 — Винницкая обл., 3 — Молдавская ССР, 4 — Одесская обл., 5 — Черниговская обл., 6 — Краснодарский край, 7 — Ростовская обл., 8 — Днепропетровская обл., 9 — Харьковская обл., 10 — Полтавская обл., 11 — Киевская обл., 12 — Курская обл., 13 — Воронежская обл., 14 — Тамбовская обл., 15 — Херсонская обл.

тываемый в ГГО под руководством М. И. Юдина физико-статистический метод прогноза погоды.

Первоначально (1965 г.) физико-статистический метод разрабатывался для долгосрочного прогноза месячных сумм осадков и средней месячной температуры. Впоследствии он применялся

для прогноза других гидрометеорологических характеристик: давления [3], объема весеннего стока [17], сумм осадков за сезон [15]. В принципе этот метод может быть использован и для долгосрочного прогноза урожая, поскольку он отвечает требованиям, предъявляемым к такому прогнозу. В физико-статистическом методе используется большой комплекс данных (600 предикторов), характеризующих состояние атмосферы и подстилающей поверхности за предшествующие два года [19]. Заблаговременность оперативных прогнозов 3—5 месяцев; есть положительный опыт увеличения заблаговременности до одного года.

В виде эксперимента физико-статистический метод [10, 16, 18] был применен для составления долгосрочного прогноза урожая ярового ячменя на 1968 и 1969 гг. Прогнозы рассчитывались в марте каждого года. Причем учитывалась как отдаленная прошлый, позапрошлый год), так и ближайшая предистория, включая февраль прогнозируемого года.

В качестве предиктантов были использованы данные ЦСУ об урожайности ярового ячменя за 19 лет (1950—1968) в 51 административной области ЕТС. На первом этапе было решено составлять прогноз не для каждой административной области, а для более обширных районов, выделяемых по величине средних многолетних урожаев.

По карте среднего многолетнего урожая ярового ячменя на территории ЕТС было выделено три района: район I—Прибалтика (5 административных областей), район II—Центральный (24 административных области), район III—Украина с прилегающими областями (15 административных областей).

Название районов условное. Положение областей дано на ис. 1.

Следует отметить, что однородность выделенных районов далеко не одинакова. Наиболее однородной по среднему уровню урожая оказалась Украина. Здесь более высокими урожаями выделяется только Краснодарский край, известный благоприятными почвенно-климатическими условиями.

Более или менее однородна и Прибалтика. Что касается Центрального района, то он охватывает большую территорию, вытянутую вдоль широты от Пскова до Уфы, и включает области с разнообразными условиями климата и почв.

От области к области урожай колеблется значительно. Минимум отмечается в Псковской, Новгородской и Смоленской областях, максимум — в Московской области (очевидно, за счет более совершенной агротехники).

Разделение рассматриваемой территории на районы можно было также сделать, исходя из типа почв. Такой подход к районированию применен, например, в работе [6]. Для каждого выделенного района за каждый год были рассчитаны средние значения урожая. Три ряда средних значений урожая (для Украины, Прибалтики и Центрального района) составили группу А предиктивов.

Известно, что урожай сельскохозяйственных культур зависит главным образом от трех групп факторов: гидрометеорологических условий, характера почв и уровня агротехники.

Характер почв — постоянно действующий фактор, который должен проявляться в среднем многолетнем значении урожая каждой области. Комплекс агротехнических мероприятий изменяется. В целом уровень агротехники растет, определяя тенденцию более

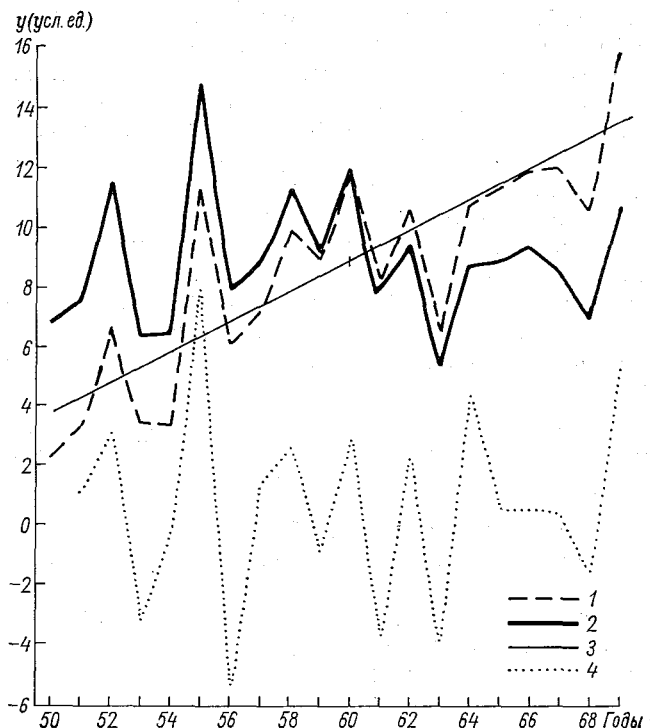


Рис. 2. Изменение во времени урожая ярового ячменя для III района (в условных единицах).

1 — фактический урожай, 2 — фактический урожай после исключения роста за счет агротехники, 3 — линия регрессии, 4 — разности урожаев соседних лет.

или менее равномерного роста урожая во времени. Наконец, на более изменчивым фактором являются гидрометеорологические условия, которые в основном определяют колебания урожая от года к году.

Чтобы рассматривать зависимость урожая от гидрометеорологических факторов желательно исключить влияние на урожай уровня агротехники. Коррекция на агротехнику была сделана в двух вариантах. В первом варианте по совету М. И. Юдин предполагалось, что уровень агротехники линейно возрастает с

временем: Хотя такое предположение строго не выполняется, в практической работе оно оказывается допустимым [5].

На графике зависимости среднего урожая от времени с помощью метода наименьших квадратов проводилась линия регрессии (один из таких графиков, для Украины, приведен на рис. 2). Затем для каждого года рассчитывался поправочный коэффициент, равный отношению ординаты линии регрессии за этот год к значению урожая в центральном году (на графике 2—это 1960 г.). Умножая фактический урожай каждого года на соответствующий поправочный коэффициент, получали значение урожая с коррекцией на агротехнику.

Значения урожаев с коррекцией на агротехнику составили группу Б предиктантов.

Во втором способе учета роста агротехники предполагалось, что уровень агротехники постоянен для двух соседних лет. Тогда можно считать, что разности урожаев двух соседних лет зависят только от разности метеорологических условий этих лет [8]. Из разностей урожаев соседних лет каждого района была сформирована группа В предиктантов. Временной ход этих разностей представлен на рис. 2.

Дальнейшая техника составления прогнозов сводилась к отысканию прогностических зависимостей между группами предиктантов и всеми предикторами. Для предиктантов групп А и Б использовался основной архив предикторов [19]. Для группы В предиктантов из основного архива предикторов был образован новый, в котором в качестве предикторов использовались разности их значений за соседние годы.

Как уже отмечалось, архив предикторов, используемых в прогнозах отдела динамической метеорологии ГГО, очень обширен. Он включает данные как об атмосферных носителях памяти (облачность, геопотенциал AT_{500}), так и о внеатмосферных носителях памяти (ледовитость арктических морей, граница снежного покрова, температура воды Северной Атлантики). Кроме того, в состав предикторов включены некоторые обобщенные показатели атмосферной циркуляции: число дней с формами циркуляции Г. Я. Ваненгейма, интенсивность зональной циркуляции и другие. Подробный анализ предикторов по каждой группе приведен в [19], краткий их перечень дан в табл. 1.

При расчете коэффициентов корреляции между предикторами и предиктантами анализируется отношение

$$\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| = z \sqrt{n-3},$$

где z — преобразование Фишера, σ_z — ошибка определения z , n — число случаев.

Значимым коэффициентом корреляции считался такой, для которого отношение $|z/\sigma_z|$ хотя бы один раз за последние 6 лет было более 2,5.

Отношение (%) числа связей между предикторами и урожайностью
ячменя к возможному числу связей (за 5 лет)

(N — число предикторов в каждой группе)

Предиктор	N	A	Б	В
Геопотенциал AT_{500}^1	32	4,5	1,4	4,2
Геопотенциал AT_{500} II с	48	3,6	0,1	0,4
Давление срочное ¹	38	—	1,8	3,8
Давление среднее месячное	108	0,9	0,4	2,1
Температура средняя суточная ¹	11	2,5	4,5	4,0
Температура средняя месячная ¹	7	—	—	—
Облачность ¹	16	4,5	6,5	3,1
Ледовитость северных морей ¹	37	3,2	2,9	4,9
Ледовитость Гренландского моря	20	2,2	—	1,1
Осадки ¹	61	2,1	2,3	6,1
Граница снежного покрова ¹	5	—	4,4	—
Температура воды Северной Атлантики	62	4,2	0,1	2,9
Теплосодержание Северной Атлантики ¹	7	8,8	2,4	3,2
Интенсивность зональной циркуляции	26	2,8	—	3,2
Число дней формы E	27	1,7	0,8	0,4
Число дней формы W	27	1,8	0,6	3,1
Число дней C и (E — W) ¹	9	3,7	1,8	1,8
K_p	27	2,3	—	0,4

¹ Группы предикторов, прошедшие ревизию в 1968 г.

Расчеты z и $z\sqrt{n-3}$, сделанные для всех групп предиктантов позволяют оценить прогностическую значимость разных предикторов. Это иллюстрирует табл. 1, в которой приведено отношение числа значимых связей между предикторами и предиктантами к возможному числу связей.

Если исходить из нормального распределения величин $|z/\sigma_z|$, то в 12 случаях на 1000 (1,2%) отношение $|z/\sigma_z|$ превзойдет 2,5. Такая повторяемость значимых связей соответствует случайной. Если повторяемость значимых связей больше 1,2%, это должно указывать на существенность влияния данной группы предикторов на урожай.

Однако при анализе табл. 1 надо иметь в виду два момента. Первый из них состоит в том, что предикторы зависят друг от друга. Поэтому повторяемость связей, соответствующих случайному ряду, будет больше, чем 1,2.

Второй момент состоит в неодинаковой значимости различных групп предикторов табл. 1. Выделенные группы предикторов

в 1968 г. прошли так называемую ревизию. Цель ее сводилась к отсеиванию слабых предикторов. Поэтому ревизованные группы предикторов содержат больший процент значимых связей, чем неревизованные. Повторяемость значимых связей, соответствующих случайному ряду для ревизованных групп предикторов, также будет выше. Это завышение пока не оценивалось.

Чтобы избежать неоднородности табл. 1, рассмотрим отдельно прогностическую значимость ревизованных и неревизованных предикторов. Из ревизованных предикторов большую прогностическую информацию несет облачность. Для всех трех групп предиктантов (А, Б, В) значимые связи между облачностью и урожаем составляют более 3% от возможного числа связей. Выделяются по значимости также теплосодержание Северной Атлантики, ледовитость северных морей и средняя суточная температура Европейского сектора.

Между урожаем ярового ячменя и средней месячной температурой Северного полушария тесных связей не обнаружено. Слабо проявило себя в роли предикторов срочное давление.

Из хороших неревизованных предикторов можно отметить температуру воды Северной Атлантики и интенсивность зональной циркуляции. Мало значимых связей с урожаем дали индекс геомагнитной возмущенности (K_p) и среднее месячное давление.

Общие выводы из табл. 1 подтверждаются аналогичной таблицей, рассчитанной для районных осадков [16]. По числу значимых связей между районными осадками и всеми предикторами также выделились ледовитость, облачность, осадки и температура. Это вполне закономерно, так как урожай сельскохозяйственных культур в зоне недостаточного увлажнения прежде всего зависит от осадков.

Следует подчеркнуть, что общая оценка значимости той или иной группы предикторов имеет, прежде всего, познавательную ценность. Что касается практики, то при составлении прогноза анализируются все значимые корреляционные связи независимо от того, в группу сильных или слабых предикторов входит данная корреляционная зависимость. Например, хотя группа индексов K_p (27 предикторов) в целом относится к группе слабых предикторов, значимые корреляционные связи между предиктантами и некоторыми предикторами из группы индексов K_p в прогнозе используются.

После тщательного анализа корреляционных связей (отбор по величине коэффициента корреляции, анализ графиков) составляется уравнение регрессии.

Поскольку отобранные предикторы характеризуют самые различные гидрометеорологические элементы, некоторые из них могут коррелировать друг с другом. Чтобы исключить дублирование информации, предикторы, включенные в уравнение регрессии, ортогонализуются. Для этого по предложению М. И. Юдина уже в 1965 г. был введен прием последовательной ортогонализации пре-

дикторов [2, 18]. Впервые разработанный В. И. Романовским в 1931 г. этот прием обладает рядом преимуществ перед другими методами ортогонализации. Ортогональные переменные, которые получаются в результате последовательной ортогонализации предикторов, Н. А. Багров [1] предложил называть переменными В. И. Романовского. Под таким названием они иногда упоминаются в метеорологической литературе [11].

На базе ортогонализированных предикторов был составлен опытный прогноз урожая ярового ячменя на 1968—1969 гг.

Относительные ошибки прогнозов, т. е. деленные на норму разности прогностических и фактических значений, оказались довольно большими: 20% для Центрального района, 18% для Прибалтики и 12% для территории Украины. Такое распределение ошибок, по-видимому, связано с осреднением данных по урожайности. Как уже отмечалось, для территории Украины были осреднены более однородные по среднему уровню урожая данные, чем для Центрального района. Это и определило меньшие ошибки прогнозов для Украины.

Одна из задач данной разработки состояла в том, чтобы найти оптимальный способ представления данных по урожайности при исключенном влиянии роста агротехники. Расчеты показали, что для исключения влияния роста агротехники лучше применять линейную регрессию (группа В предиктантов). Для этого варианта представления предиктантов относительная ошибка прогноза в среднем оказалась равной 11,5%.

Использование в качестве предиктантов разностей урожая двух соседних лет (группа В предиктантов) привело к возрастанию средней относительной ошибки (19%). Это может объясняться, в частности, тем, что способ разностей характерен увеличением связности исходных рядов: значение урожая за каждый год используется дважды.

Такие же по величине относительные ошибки прогнозов получились для исходных данных при неисключенном влиянии роста агротехники. Сравнительно большие, но приемлемые (учитывая заблаговременность составления прогноза) абсолютные ошибки прогнозов (около 3,3 ц/га), по-видимому, связаны с рядом причин, не зависящих от самого физико-статистического метода.

Во-первых, вместо традиционного для физико-статистического метода представления предиктантов в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям, было сделано довольно грубое осреднение их для больших и не всегда однородных по физико-географическим условиям территорий. Во-вторых ряды данных по урожаю очень коротки (всего 18 лет) для успешного использования корреляционных методов прогноза. В-третьих выбранные способы исключения влияния на урожай роста агротехники, в том числе с помощью регрессии, видимо, не являются оптимальными. На это указывает, в частности, тот факт, что во всех вариантах прогноза ошибки оказались отрицательными.

В дальнейшем предполагается продолжить разработки по долгосрочным прогнозам урожая с учетом отмеченных методических недостатков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. Преобразование и отбор предсказателей в корреляционном анализе. — «Тр. ГМЦ», 1970, вып. 64, с. 3—23.
2. Блажевич В. Г. Некоторые вопросы статистического отбора предикторов в целях долгосрочного прогноза погоды. В кн.: Тр. Всесоюз. конференции молодых ученых Гидрометеорол. службы СССР, Л., Гидрометеониздат, 1971, с. 75—82.
3. Блажевич В. Г. Долгосрочный прогноз наземного давления. «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 104—113.
4. Дегтярева Г. В. Прогноз урожая яровой пшеницы до ее посева по инерционным факторам. — «Метеорология и гидрология», 1973, № 4, с. 77—84.
5. Дмитренко В. П., Константинов А. Р., Чайка И. Б., Чекина Т. А. Экспериментальные исследования связи амбарного урожая с гидрометеорологическими факторами. — «Тр. УкрНИГМИ», 1966, № 58, с. 31—49.
6. Желтая Н. Н. К вопросу о связи областных урожаев сельскохозяйственных культур с метеорологическими факторами. — «Тр. ГМЦ», 1967, вып. 9, с. 77—87.
7. Пасов В. М. Численные эксперименты по составлению прогноза урожая яровых культур с большой заблаговременностью. — «Метеорология и гидрология», 1972, № 2, с. 71—78.
8. Пасов В. М. Путь увеличения заблаговременности составления прогноза урожая сельскохозяйственных культур. — «Тр. ИЭМ», 1971, вып. 22, с. 82—88.
9. Процеров А. В. Агрометеорологические прогнозы. — «Тр. ГМЦ», 1967, вып. 9, с. 3—9.
10. Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4, § 3. Л., Гидрометеониздат, 1972, с. 129—138.
11. Сиротенко О. Д., Хваленский Ю. А. Статистические методы в агрометеорологии. — «Тр. ИЭМ», 1973, вып. 3(40), с. 3—17.
12. Сиротенко О. Д. Многомерный регрессионный анализ как метод исследования связи урожая сельскохозяйственных культур с гидрометеорологическими факторами. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 12, с. 68—78.
13. Уланова Е. С. Главные инерционные агрометеорологические факторы для формирования урожая озимой пшеницы в черноземной зоне и долгосрочный прогноз ее урожайности. — «Тр. ГМЦ», 1967, вып. 9, с. 10—22.
14. Уланова Е. С. Использование данных авиационных обследований состояния озимой пшеницы на больших площадях в прогнозах ее урожайности. — «Метеорология и гидрология», 1970, № 8, с. 64—72.
15. Чувашина И. Е. К прогнозу осадков на сезон. — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 113—116.
16. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью. В кн.: Тр. V Всесоюз. метеорол. съезда. Т. 2. Л., Гидрометеониздат, 1972, с. 83—94.
17. Юдин М. И., Чувашина И. Е. Опыт применения физико-статистического метода прогнозов погоды к долгосрочному прогнозу объема весеннего стока. — «Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 166—172.
18. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогноза погоды и возможности их внедрения. — «Метеорология и гидрология», 1967, № 11, с. 39—49.
19. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения. — «Тр. ГГО», 1970, вып. 236, с. 45—55.

ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ СРЕДНЕГО МАКСИМУМА ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА

Долгосрочный прогноз средней месячной температуры воздуха физико-статистическим методом разрабатывается в отделе динамической метеорологии ГГО под руководством М. И. Юдина с 1965 г. Методика прогноза метеоэлементов физико-статистическим методом детально изложена в работах [2—5].

В 1972 г. с целью уточнения основного прогноза средней месячной температуры воздуха для районов ЕТС и Казахстана составлен прогноз среднего максимума температуры воздуха физико-статистическим методом на весенне-летний период (май—июль). Средний максимум температуры есть средняя месячная величина из ежедневных отсчетов по максимальному термометру, помещенному в психрометрической будке.

В данной статье представлены результаты прогнозов среднего максимума температуры воздуха на май, июнь, июль 1972 и 1973 гг. В качестве исходных данных использована средняя максимальная температура воздуха 30 станций ЕТС (район I) и 21 станции Северного Казахстана (район II) за 1946—1972 гг. (26 лет). Ниже приводится список использованных станций по районам:

Район I

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| 1. Москва | 16. Брянск |
| 2. Новоузенск | 17. Безенчук |
| 3. Казань | 18. Вильнюс |
| 4. Киев | 19. Оренбург |
| 5. Одесса | 20. Уральск |
| 6. Симферополь | 21. Земетчино |
| 7. Ростов | 22. Урюпинск |
| 8. Пятигорск | 23. Краснодар |
| 9. Харьков | 24. Минск |
| 10. Конь-Колодезь | 25. Вышний Волочек |
| 11. Октябрьский городок | 26. Данилов |
| 12. Астрахань | 27. Смоленск |
| 13. Владимир | 28. Львов |
| 14. Эльтон | 29. Житомир |
| 15. Синельниково | 30. Умань |

Район II

- | | |
|---------------|---------------|
| 1. Свердловск | 5. Кустанай |
| 2. Аральск | 6. Иргиз |
| 3. Омск | 7. Карсакпай |
| 4. Бахты | 8. Целиноград |

9. Кокчетав
10. Долинское
11. Павлодар
12. Барнаул
13. Кызыл-Орда
14. Гурьев
15. Темир

16. Уфа
17. Челябинск
18. Курган
19. Атбасар
20. Михайловка
21. Семипалатинск

Как и в случае средней месячной температуры воздуха, прогнозировалась не средняя максимальная температура, а коэффициенты разложения по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.). Разложение средней максимальной температуры воздуха на е.о.ф. было проведено К. В. Ледневой и А. В. Мещерской [1]. Исходя из анализа полей е.о.ф. и вкладов каждого члена разложения в общую дисперсию поля, прогнозировались три коэффициента разложения, которые составляют 91% суммарной дисперсии поля. В качестве предикторов использовался тот же архив исходных данных, что и для основного прогноза средней месячной температуры воздуха. Зависимость предиктанта от различных предикторов находилась методом линейной корреляции.

При отборе прогностических связей уделялось внимание величине и знаку коэффициента корреляции, возможности использования корреляционной связи в текущем году, длине ряда лет предиктора и балловой оценке предиктора. Балловая оценка предиктора составлялась, исходя из вероятности неслучайного появления связей данного предиктора, физичности предиктора и его крупномасштабности [6].

В результате для каждого предиктанта было отобрано некоторое количество предикторов (3—6). После ортогонализации отобранных предикторов и решения уравнения множественной регрессии были получены прогностические значения коэффициентов разложения.

Поскольку коэффициенты корреляции между коэффициентами разложения средней месячной ($\bar{t}_m$) и средней максимальной ($\bar{t}_{\max}$) температур очень высоки (0,73—0,99), то и прогностические значения этих температурных характеристик должны быть близкими, во всяком случае одинаковыми по знаку. Так и получилось для подавляющего большинства первых коэффициентов разложения (табл. 1).

Как видно из табл. 1, исключение составил первый коэффициент разложения в июне и июле 1972 г. для ЕТС. В эти месяцы первый коэффициент разложения средней месячной температуры (a_1) существенно разошелся с первым коэффициентом разложения средней максимальной температуры. Поскольку прогноз среднего максимума температуры воздуха составлялся впервые, то вносить корректировку в a_1 средней месячной температуры казалось необоснованным, тем более что обеспеченность обоих прогнозов была достаточно высокой.

Восстановив поля по коэффициентам разложения, приведенным в табл. 1, получим значение температуры в каждой точке прогнозируемого района.

Прогностические значения первых коэффициентов разложения

Месяц	1972 г.		1973 г.		1972 г.		1973 г.	
	$\bar{t}_M$	$\bar{t}_{\text{макс}}$	$\bar{t}_M$	$\bar{t}_{\text{макс}}$	$\bar{t}_M$	$\bar{t}_{\text{макс}}$	t_M	$t_{\text{макс}}$
	ЕТС				Казахстан			
Май	0,47	2,22	-0,40	0	-0,92	-2,11	2,16	4,68
Июнь	3,22	-0,88	-1,46	-5,39	-0,98	-2,13	-0,54	-3,87
Июль	2,37	-2,60	4,05	9,56	-2,72	-2,30	-1,37	-3,18

Была сделана попытка прогностические значения a_1 средней максимальной температуры в июне, июле 1972 г. прокорректировать по прогнозу средней месячной температуры. Такая попытка привела к тому, что оправдываемость прогноза среднего максимума температуры в июле 1972 г. снизилась до 23%.

Таблица

Оценка оправдываемости прогноза максимальной температуры

Месяц	ЕТС				Казахстан			
	1972 г.		1973 г.		1972 г.		1973 г.	
	p	ρ	p	ρ	p	ρ	p	ρ
Май	100	0,27	100	0,50	100	0,67	94	-0,12
Июнь	100	0,83	90	-0,07	100	0,29	82	-0,22
Июль	100	0,93	48	-0,45	100	0,72	62	-0,23

Примечание. p — процент оправдавшихся прогнозов по новой методике оценки ГМЦ; $\rho = \frac{n_+ - n_-}{N}$, где n_+ — число станций, в которых прогноз знак оправдался; n_- — число станций, в которых прогноз не оправдался; N — общее число станций.

В табл. 2 приведена оценка оправдываемости прогнозов среднего максимума температуры за май — июль 1972 и 1973 гг. по территории ЕТС и Казахстана. Оценка за май — июль 1973 г. проведена по неполному списку станций.

Выводы

1. Поскольку выявлена сильная корреляция между средними месячными и средними максимальными температурами воздуха, то прогноз среднего максимума температуры в какой-то мере дублирует прогноз средних месячных температур.

2. Прогноз средней максимальной температуры может быть использован для уточнения и большей обеспеченности основного прогноза средней месячной температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леднева К. В., Мещерская А. В. Анализ экстремальных температур с помощью естественных ортогональных функций.—«Тр. ГГО», 1973, вып. 298, с. 150—168.
2. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968. 28 с.
3. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.—«Тр. ГГО», 1970, вып. 236, с. 45—63.
4. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью.— В кн.: Тр. V Всесоюз. метеорол. съезда. Т. 2. Л., Гидрометеиздат, 1972, с. 83—94.
5. Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4, § 3. Л., Гидрометеиздат, 1972, с. 129—138.
6. Юдин М. И., Блажевич В. Г. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания.— См. наст. сб.

СОДЕРЖАНИЕ

М. Е. Шве́ц, Б. Е. Шнееро́в. Метод расчета вертикальных токов в атмосфере с учетом неадиабатических факторов	3
Л. Н. Магазе́нко́в. Об одном методе численного интегрирования уравнений общей циркуляции	15
К. В. Пяты́гина, Э. А. Комори́на. Учет флуктуаций температуры в агеострофической модели прогноза полей ветра и температуры	21
✓ М. И. Юди́н. Задача многоаспектной статистической оценки информативности прогностических соотношений	33
✓ М. И. Юди́н, В. Г. Блаже́вич. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания	41
✓ А. В. Мещерска́я, В. Г. Блаже́вич. К оценке некоторых методических положений физико-статистического метода	54
Н. И. Яковле́ва, Е. К. Мо́лькентин, Н. И. Воро́бьева. Статистический анализ поля геопотенциала в тропосфере и стратосфере	65
М. И. Юди́н, М. П. Голо́д. Применение теории статистических решений к сверхдолгосрочному прогнозу осадков	74
А. В. Мещерска́я. Анализ зависимости успешности прогноза от величины сводного коэффициента корреляции	8
Г. Д. Кудашки́н. Статистический прогноз перемещения границы снежного покрова весной для ЕТС и Западной Сибири на основе принципа аналогичности	9
В. Г. Блаже́вич. Прогноз поля давления физико-статистическим методом	100
Н. П. Еса́кова, В. Б. Афанасьева, В. М. Тито́в. Усовершенствование схемы прогноза средних декадных температур для территории ЕТС и Западной Сибири	110
А. В. Мещерска́я, В. М. Пасо́в. К применению физико-статистического метода для долгосрочного прогноза урожая ярового ячменя	117
Н. А. Гули́на, Н. А. Болды́рева. Долгосрочный прогноз среднего максимума температуры воздуха	121

ТРУДЫ ГГО, вып. 329

**Динамика глобальных атмосферных процессов
и прогноз погоды**

Редактор В. И. Кузьменко

Техн. редактор М. С. Костакова

Корректоры: Е. П. Баскакова и А. В. Хюркес

Сдано в набор 31/V 1974 г. Подписано к печати 13/II 1975 г. М-17061.
Формат 60×90¹/₁₆. Бумага тип. № 1. Печ. л. 8,5. Уч.-изд. л. 8,93.
Тираж 550 экз. Индекс МЛ-326. Заказ 502. Цена 63 коп.

Гидрометеониздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23

Сортавальская книжная типография Управления по делам издательств, полиграфии и книжной торговли Совета Министров КАССР
Сортавала, Карельская, 42

Метод расчета вертикальных токов в атмосфере с учетом неадиабатических факторов. Швец М. Е., Шнееров Б. Е. Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 3—14.

В работе предлагается способ вычисления крупномасштабных вертикальных скоростей, основанный на методе статистически оптимального разложения поля геопотенциала. Приведены примеры расчета вертикальных скоростей.

Табл. 3. Илл. 4. Библ. 5.

Об одном методе численного интегрирования уравнений общей циркуляции Магазенков Л. Н. Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 15—20.

В работе описывается устойчивая численная схема интегрирования уравнений динамики атмосферы на полушарии, имеющая второй порядок точности аппроксимации по пространственным переменным. Приведен пример расчета по этой схеме.

Илл. 2. Библ. 6.

Учет флуктуаций температуры в агеострофической модели прогноза поля ветра и температуры. Пятыгина К. В., Коморина Э. А. Труды ГГО 1975, вып. 329, с. 21—32.

На основании решений соответствующих уравнений, полученных авторами (Труды ГГО, 1973, вып. 298), произведен расчет составляющего агеострофического ветра u'_T , v'_T и вертикальной скорости $\tilde{w}_T$, вызванных флуктуациями температуры. Вычисленные значения u'_T , v'_T , $\tilde{w}_T$ на каждом временном шаге вводились в агеострофическую схему прогноза полей ветра и температуры.

В результате установлено, что учет флуктуаций температуры в данной схеме прогноза приближает вычисленные значения кинетической энергии к фактическим значениям.

Табл. 5. Библ. 10.