

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА

06
Т78

Т Р У Д Ы

ВЫПУСК 273

ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПРОГНОЗА ПОГОДЫ
И АНАЛИЗА КЛИМАТИЧЕСКИХ
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ

257.243

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук М. И. ЮДИНА
канд. физ.-мат. наук Л. В. РУХОВЦА
канд. геогр. наук А. В. МЕЩЕРСКОЙ

БИБЛИОТЕКА
Ленинградского
Гидрометеорологического
Института



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
ЛЕНИНГРАД · 1972

Сборник посвящен физико-статистическим методам прогноза осадков, температуры и других гидрометеорологических элементов, а также исследованиям закономерностей их пространственного распределения. Рассчитан на специалистов метеорологов, гидрологов и климатологов, интересующихся вопросами применения статистических методов в гидрометеорологии.

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ЕСТЕСТВЕННЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ КАК ПРЕДИКТОРОВ И ПРЕДИКТАНТОВ

В течение последних шести лет в Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова разработан и совершенствуется статистический метод долгосрочного прогноза с использованием коэффициентов разложения гидрометеорологических характеристик по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.). Накопленный опыт оперативных прогнозов по этому методу позволяет сделать ряд практических выводов, которым посвящена данная статья.

Вопрос о преимуществах использования главных компонент в прогностических целях уже освещался в литературе [12, 13, 9, 10, 11, 1, 4]. Рассмотрим эти преимущества (и недостатки) раздельно для естественных составляющих в роли предикторов и предиктантов.

Используя в качестве предикторов коэффициенты разложения гидрометеорологических характеристик по е.о.ф., удается совместить два важных прогностических требования: с одной стороны, по возможности полно представить начальную информацию о метеорологических полях и, с другой стороны, ограничить число предикторов. Это удастся потому, что представление метеорологических полей с помощью коэффициентов разложения по е. о. ф. позволяет сократить объем начальных данных в несколько раз, уменьшив тем самым число возможных предикторов. При этом происходит не механическое отсеивание части исходной информации, а отсеивание ее мелкомасштабных (во времени и пространстве) компонент.

Вопрос о том, сколько коэффициентов разложения каждого конкретного поля следует включать в прогноз, весьма важен, поскольку при отбрасывании части е. о. ф. уменьшается точность представления исходных полей. В большинстве статистических методов первоначально отобранное по каким-либо принципам [2] число е. о. ф., включаемых в прогноз, в дальнейшем не изменяется.

В рассматриваемом методе на протяжении всего процесса составления прогноза происходит отсеивание части предикторов.

На первом этапе собранная исходная информация раскладывается на естественные ортогональные составляющие [6]. На втором этапе для полей каждого метеорологического элемента отбирается некоторое число е. о. ф., из совокупности которых формируется архив предполагаемых предикторов. (В дальнейшем они будут называться тест-предикторами в отличие от предикторов, входящих в уравнение регрессии.) На последующих этапах прогноза тест-предикторы подвергаются дальнейшему анализу и отбраковке, так что в уравнениях регрессии на один предиктант приходится в среднем от 2 до 4 предикторов (табл. 1).

Таблица 1

Среднее число предикторов, входящих
в уравнения регрессии, и максимальная длина
ряда

Год	Юг. ЕТС		Северный Казахстан	
	число предикторов	длина ряда	число предикторов	длина ряда

Районные осадки

1966	2,6	20	2,3	20
1967	2,5	21	2,1	21
1968	2,8	22	2,4	22
1969	2,7	34	2,4	23
1970	3,3	35	2,8	24

Температура

1966	2,5	31	2,2	31
1967	2,5	32	2,2	32
1968	2,4	33	2,7	33
1969	3,8	34	3,0	34
1970	3,2	35	3,1	35

В данной статье будет рассмотрен вопрос об отборе числа е.о.ф., включаемых в состав тест-предикторов.

Задача отбора предикторов, включаемых в уравнение регрессии, связанная в физико-статистическом методе ОДМ ГГО с анализом частных коэффициентов корреляции, длины рядов и корреляционных графиков, будет рассмотрена в другой статье.

В практической работе в ОДМ при отборе числа естественных ортогональных функций, включаемых в состав тест-предикторов, руководствовались в первую очередь пространственным масштабом рассматриваемых полей: в каждом конкретном случае (для каждого элемента и каждой выборки) анализировалась форма е. о. ф. и поведение разностей $\lambda_{j+1} - \lambda_{j+2}$. Наличие большого чис-

ла замкнутых центров в поле е. о. ф. служило указанием на мелко-масштабность этой е.о.ф. и основанием для ее отбрасывания. Дополнительным показателем было поведение разностей значений $\lambda_{j+1} - \lambda_{j+2}$. Если эти разности, начиная с какого-то номера е. о. ф., уменьшаются незначительно, можно считать, что соответствующие коэффициенты разложения в основном состоят из шумов.

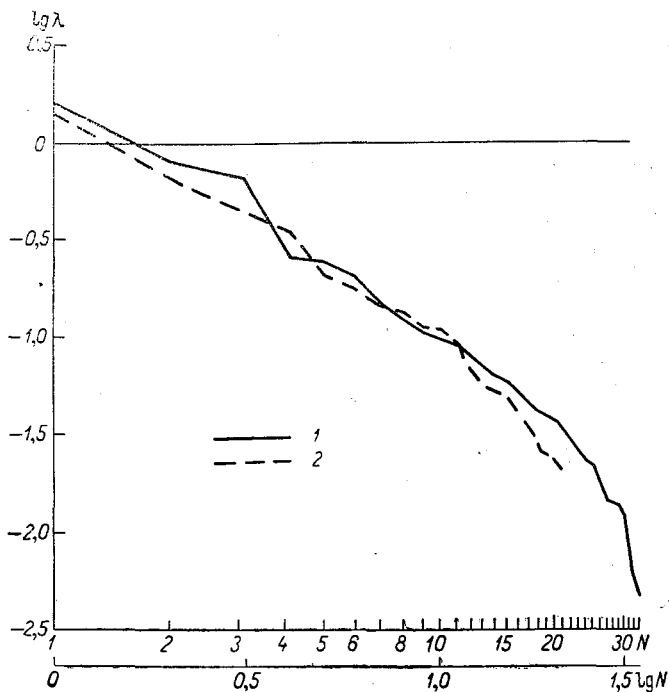


Рис. 1. Значения собственных чисел λ для разных номеров е.о.ф. в логарифмических шкалах.

1 — районные осадки на юге ЕТС, 2 — в Казахстане.

Исходя из таких соображений, в состав предикторов включалось от двух до пяти е. о. ф. каждой выборки исходных данных.

Аналогичным образом отбиралось число естественных ортогональных функций полей предиктантов. Поля районных осадков¹ Казахстана описывались четырьмя коэффициентами, поля районных осадков юга ЕТС — тремя коэффициентами. Три коэффициен-

¹ В этой статье и в последующих статьях сборника под районными осадками подразумевается среднее значение месячных сумм осадков по ряду станций данного административного района. Подробные сведения о преимуществах районных осадков по сравнению с осадками отдельных станций можно найти в статье Н. И. Ефремовой [14].

тами описывались также поля средней месячной температуры обеих территорий.

Подтверждением правильности отбора именно такого числа коэффициентов разложения могут служить графики (рис. 1). На графике по оси абсцисс отложен логарифм порядкового номера е. о. ф., а по оси ординат — логарифм собственных чисел корреляционных матриц районных осадков юга ЕТС и Казахстана. Представление зависимости λ от N в логарифмической шкале более целесообразно, так как форма связи переменных типа $\lambda_N = aN^{-x}$ путем логарифмирования может быть превращена в линейную:

$$\lg \lambda_N = \lg a - x \lg N.$$

Возвращаясь к рис. 1, можно отметить, что наклон кривых 1 и 2 меняется с изменением N . Для районных осадков юга ЕТС кривая $\lg \lambda_N$ имеет наибольший наклон при переходе от $N=3$ к $N=4$. До и после этого интервала наклон кривых меньше. Таким образом, три первых собственных числа естественно выделяются.

Наибольший наклон кривой $\lg \lambda_N$ районных осадков Казахстана приходится на интервал от $N=4$ до $N=5$, т. е. довольно четко выделяются четыре собственных числа корреляционной матрицы. Аналогичный анализ соответствующих кривых позволяет выделить по три собственных числа для температуры юга ЕТС и Казахстана. Следовательно, оба подхода (анализ полей собственных векторов и анализ графиков зависимости λ от N) дают однозначный ответ о числе е. о. ф., включаемых в прогноз.

Рассмотренные здесь способы отбора числа е. о. ф., включаемых в прогноз, основаны на выделении крупномасштабных компонент как тест-предикторов, так и предиктантов. Что касается точности представления полей, то в отношении тест-предикторов никакой проблемы не возникает. Если при отбрасывании мелкомасштабных компонент произойдет частичная потеря информации, это не должно существенным образом отразиться на качестве прогноза. Важно лишь, чтобы число предикторов для каждого предиктанта было достаточным для уверенного прогноза. Вопрос о точности представления полей предиктантов стоит довольно остро и будет рассмотрен ниже.

Еще одно преимущество главных компонент в роли предикторов состоит в их некоррелированности. Надо отметить, что это преимущество проявляется лишь в том случае, когда набор предикторов представляет собой коэффициенты разложения одной выборки. Если предикторами служат коэффициенты разложения разных выборок (даже одного элемента) или коэффициенты разложения разных элементов, то предикторы могут оказаться тесно связанными между собой. Последнее обстоятельство заставляет применять ортогонализацию предикторов. Следовательно, существенного выигрыша по сравнению с обычными предикторами (не коэффициентами разложения) в этом случае не получается.

Наконец, об информативности предикторов. В работах [8—10] было указано, что предикторы, представленные в виде коэффи-

циентов разложения, более информативны. Проиллюстрируем это на следующем примере.

В 1966—1968 гг. в состав тест-предикторов было включено довольно большое число данных по ледовитости северных морей. Ледовитость была представлена двояко: в виде коэффициентов разложения по е. о. ф. времени [5] и в виде исходных данных о ледовитости северных морей за отдельные месяцы.

В 1968 г. была проведена ревизия тест-предикторов [8], которая ставила своей целью отсеивание тех тест-предикторов, прогностическая значимость которых остается в пределах случайной. После ревизии из 16 тест-предикторов, представленных в виде коэффициентов разложения, осталось 11, т. е. 69%. Из 56 тест-предикторов, представленных в виде необработанных исходных данных по ледовитости, осталось только 26, т. е. всего лишь 46%. Этот частный пример, по-видимому, может служить иллюстрацией большой информативности коэффициентов разложения.

Заметим, что в приведенном примере ледовитость моря за отдельные месяцы приравнивалась к данным отдельных станций. Между тем данные о ледовитости представляют результат осреднения сведений о количестве льда по всей площади моря. Следовательно, данные о ледовитости моря — намного более обобщенная характеристика, чем значения метеорологических элементов на отдельных станциях. Представляется, что сравнение информативности тест-предикторов, представленных в виде коэффициентов разложения и в виде данных отдельных станций, было бы еще эффективнее, чем в рассмотренном примере по ледовитости. К сожалению, таких материалов в нашем распоряжении не было.

Перейдем к вопросу о целесообразности представления предиктантов в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям.

Используя коэффициенты разложения по е. о. ф. в качестве предиктантов, также удастся уменьшить число исходных данных и объем вычислений.

Однако тот факт, что при разложении по е. о. ф. информация концентрируется в первых е. о. ф., имеет и отрицательные стороны. Большая информативность первых (и особенно первого) коэффициента разложения предъявляет повышенные требования к их прогнозу.

Насколько оправдываемость прогноза зависит от правильного прогноза первых двух е. о. ф. можно судить на основании следующей проработки.

Прогнозы районных осадков за 1967—1969 гг. для юга ЕТС и Казахстана были разбиты на два класса: прогнозы, для которых знак a_1 районных осадков предсказан правильно, и прогнозы, для которых знак a_1 предсказан неверно. Средняя оправдываемость прогнозов оказалась равной для первого класса 69%, для второго класса 51%.

Эти расчеты были повторены для a_2 районных осадков. Средняя оправдываемость прогнозов, для которых правильно предска-

зан знак a_2 , оказался равным 64%, а для прогнозов, в которых знак a_2 предсказан неверно, — 55%. Для a_3 оправдываемость двух классов прогнозов оказалась равной соответственно 58 и 61%.

Отсюда следует, что правильный прогноз первого коэффициента разложения a_1 играет решающую роль для успешного прогноза районных осадков, представленных в виде коэффициентов разложения. Важен также прогноз a_2 . Что касается a_3 и коэффициентов разложения старших номеров, то их прогноз уже не столь существен.

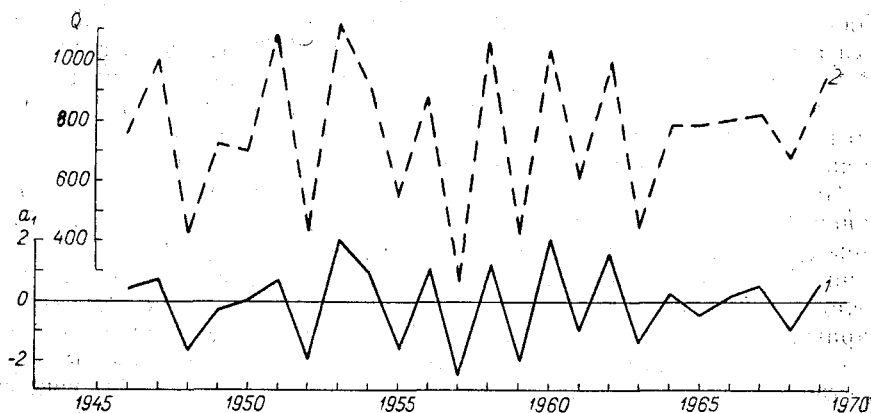


Рис. 2. Временной ход a_1 и Q районных осадков на юге ЕТС.

Такая зависимость оправдываемости прогноза от успешности прогноза первых двух коэффициентов разложения определяется прежде всего большим вкладом этих составляющих в суммарную дисперсию поля. Вклад a_1 районных осадков юга ЕТС составляет 30,8% суммарной дисперсии, вклад a_2 — 15,8%, вклад a_3 — 13,3%. Соответствующие вклады коэффициентов разложения районных осадков Казахстана равны: 33,5% для a_1 , 14,8% для a_2 , 10,5% для a_3 и 8,4% для a_4 .

Значение правильного прогноза a_1 определяется не только большим вкладом в суммарную дисперсию прогнозируемого поля, но и вполне определенным физическим смыслом. Дело в том, что первый коэффициент разложения a_1 представляет собой не что иное, как фон, т. е. среднее из значений районных осадков во всех точках прогнозируемого поля.

На рис. 2 представлен временной ход a_1 и средних по полю значений Q районных осадков юга ЕТС в мае за период 1928—1969 гг. Синхронность временного хода обеих величин подтверждает, что первый коэффициент разложения является фоном полей районных осадков, важность прогноза которого очевидна.

К сожалению, прогноз первого коэффициента разложения отнюдь не всегда достаточно обеспечен. Об обеспеченности прогноза

можно судить по величинам квадрата сводного коэффициента корреляции R^2 , который равен сумме квадратов коэффициентов корреляции между предиктантом и каждым из ортогонализированных предикторов, входящих в уравнение регрессии:

$$R^2 = \sum_i r_i^2.$$

В табл. 2 приведены квадраты сводного коэффициента корреля-

Таблица 2

Квадраты сводных коэффициентов корреляции между отобранными предикторами и a_j предиктантов

Коэф- фици- ент	Юг ЕТС					Казахстан					Среднее за 1966—1970 гг.	Число случа- ев
	1966 г.	1967 г.	1968 г.	1969 г.	1970 г.	1966 г.	1967 г.	1968 г.	1969 г.	1970 г.		
Районные осадки												
a_1	0,81	0,71	0,72	0,60	0,57	0,65	0,59	0,58	0,53	0,69	0,64	10
a_2	0,77	0,72	0,83	0,71	0,55	0,81	0,71	0,68	0,61	0,67	0,71	10
a_3	0,62	0,73	0,66	0,47	0,49	0,58	0,61	0,61	0,75	0,82	0,63	10
a_4	0,79	0,64	—	0,47	—	—	—	0,72	0,70	0,69	0,67	6
a_5	0,83	0,58	—	0,47	—	—	—	—	0,50	—	0,59	4
a_6	—	—	—	0,56	—	—	—	—	0,48	—	—	2
Температура												
a_1	—	0,61	0,57	0,70	0,60	—	0,56	0,57	0,74	0,57	0,62	8
a_2	—	0,56	0,54	0,65	0,62	—	0,69	0,60	0,81	0,60	0,63	8
a_3	—	—	—	0,72	0,57	—	—	—	0,55	0,63	0,62	4

ции для первых коэффициентов разложения районных осадков и температуры ЕТС и северного Казахстана. Анализ табл. 2 показал, что, судя по средним значениям R^2 за 1966—1970 гг., прогноз первого коэффициента разложения обеспечен не лучше, чем прогноз остальных a_j . Можно даже отметить, что обеспеченность прогноза второго коэффициента разложения даже несколько больше, чем первого, а именно: средний квадрат сводного коэффициента корреляции для a_1 районных осадков равен 0,64, а для a_2 — 0,71; по температуре $R_{a_1}^2 = 0,62$, $R_{a_2}^2 = 0,63$.

Возможно, что несколько меньшая обеспеченность прогноза первого коэффициента разложения связана с недостатками состава тест-предикторов. Подавляющее большинство наших тест-предикторов характеризует не все северное полушарие, а отдельные его сектора, т. е. имеют довольно ограниченные масштабы. Между тем первая е. о. ф. обоих прогнозируемых элементов довольно крупномасштабна. Необходимые для ее прогноза тест-предикторы, по-видимому, должны относиться к процессам всего северного

полушария. А таких тест-предикторов в нашем архиве пока что единицы.

В связи с представлением предиктантов в виде коэффициентов разложения по е. о. ф. встает вопрос о том, сколько коэффициентов разложения следует предсказывать.

В отношении тест-предикторов вопрос о выборе числа е. о. ф. не является первостепенным, поскольку принципиально не так уж важно, насколько точно представлено поле тест-предиктора.

Иное дело с предиктантами. Так как потребитель заинтересован в прогнозе реального поля осадков, последнее должно быть представлено с возможно большей точностью. Поэтому далеко не безразлично, сколько предсказывается коэффициентов разложения — 6 или 10. Прогностические поля, восстановленные по разному числу a_j , естественно, отличаются друг от друга.

Если восстановленные по фактическим данным поля районных осадков рассматривать как прогностические, то, используя принятую в ОДМ ГГО методику оценок прогнозов [3], можно рассчитать их оправдываемость P_0 (назовем ее пределом оправдываемости).

В табл. 3 приведены пределы оправдываемости таких абсо-

Таблица 3

Пределы оправдываемости (%) прогнозов полей районных осадков, восстановленных по различному числу коэффициентов разложения

Число коэф- фици- ентов	1966 г.			1967 г.			1968 г.			1969 г.			Сред- нее
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	

Юг ЕТС

3	85	85	86	73	76	88	76	73	80	88	74	73	79
6	85	85	83	85	85	88	83	91	79	89	74	82	84
8	86	86	85	86	85	88	83	89	80	89	80	82	85
10	94	86	92	86	86	88	86	93	82	92	80	85	88

Казахстан

4	88	83	79	69	79	85	73	83	69	79	83	94	80
6	92	78	88	71	85	85	77	87	77	77	88	90	83
8	90	86	92	88	88	83	77	92	79	85	87	94	87
10	92	92	92	98	88	85	83	92	75	88	87	94	89

лютно точных «прогнозов», а по сути дела фактических полей районных осадков, восстановленных по 3, 4, 6, 8 и 10 коэффициентам разложения. Из табл. 3 следует, что при абсолютно точном прогнозе трех коэффициентов разложения полей районных осадков юга ЕТС предел оправдываемости P_0 в среднем равен 79%

($n=12$), при точном прогнозе шести коэффициентов разложения $P_0=84\%$, при точном прогнозе восьми коэффициентов разложения $P_0=85\%$, при прогнозе десяти коэффициентов разложения $P_0=88\%$. Близкие результаты получаются для районных осадков Казахстана.

Таким образом, с увеличением числа прогнозируемых коэффициентов разложения предел оправдываемости «прогнозов» растет. Это различие особенно заметно при переходе от прогноза по 3—4 коэффициентам к прогнозу по шести коэффициентам.

Выход, казалось бы, состоит в том, чтобы прогнозировать возможно большее число коэффициентов разложения. Однако это противоречит физическому смыслу, так как временные и пространственные масштабы е.о.ф. старших номеров малы.

В табл. 4 приведены средние значения первых шести коэффи-

Таблица 4

Средние значения a_j районных осадков в мае — июле

Коэффициент	Юг ЕТС			Казахстан			Среднее
	V	VI	VII	V	VI	VII	
a_1	1,13	1,06	0,85	1,13	1,08	0,92	1,03
a_2	0,82	0,81	0,57	0,66	0,65	0,66	0,69
a_3	0,72	0,57	0,71	0,41	0,71	0,53	0,61
a_4	0,45	0,42	0,33	0,44	0,58	0,44	0,44
a_5	0,41	0,39	0,39	0,42	0,37	0,11	0,35
a_6	0,35	0,36	0,42	0,32	0,27	0,35	0,34

циентов разложения районных осадков юга ЕТС и Казахстана за период 1946—1967 гг. Хорошо видно, что средние значения коэффициентов разложения довольно быстро уменьшаются при переходе от младших номеров е.о.ф. к старшим. Соответственно уменьшаются и амплитуды колебаний коэффициентов разложения (рис. 3).

В этой связи становится весьма сомнительной возможность долгосрочного прогноза колебаний, столь малых по своим пространственно-временным масштабам.

Приведенные материалы могут создать впечатление, что снижение оправдываемости за счет прогноза только первых коэффициентов разложения присуще только методу, где в качестве предикторов используются коэффициенты разложения по е. о. ф. Однако это не так. Независимо от того, прогнозируются ли коэффициенты разложения или реальные (не разложенные по е. о. ф.) поля осадков (как и других метеозадаваемых), с большой заблаговременностью можно предсказывать только ту часть осадков, которая обусловлена общециркуляционными факторами. Предсказать

с большой заблаговременностью отдельные ливни невозможно. Это значит, что прогноз реальных полей районных осадков не должен быть существенно лучше прогноза коэффициентов. Чтобы в этом убедиться, с 1970 г. в порядке эксперимента одновременно

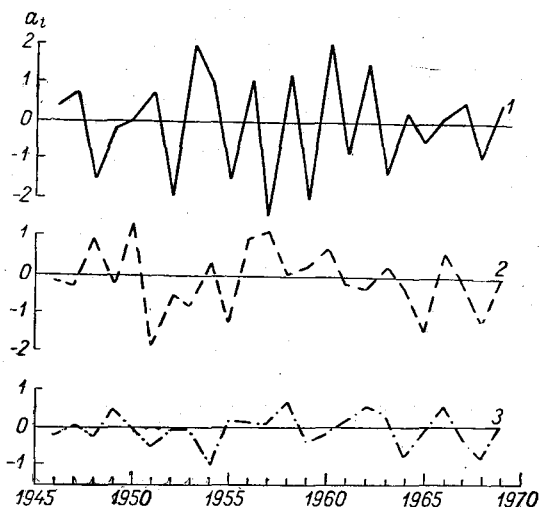


Рис. 3. Временной ход первого (1), второго (2) и шестого (3) коэффициентов разложения районных осадков Казахстана за май.

с прогнозом коэффициентов разложения составляется прогноз районных осадков непосредственно для отдельных административных областей. В последнем случае уравнения регрессии составляются не для коэффициентов разложения районных осадков, а для районных осадков, каждой из 57 административных областей (33 области ЕТС и 24 области Казахстана). В среднем из восьми параллельных прогнозов оправдываемость прогнозов по коэффициентам оказалась на 1,5% выше оправдываемости прогнозов по районам. Правда, при прогнозе по районам был опущен один существенный этап анализа — анализ графиков.

Вывод о том, что прогноз по районам не имеет преимуществ перед прогнозами по коэффициентам, получен на независимом материале. Подробно результаты этого эксперимента описаны в [7].

В заключение остановимся на вопросе о неустойчивости прогностических связей.

В подавляющем большинстве физико-статистических методов прогноза предполагается, что прогностические связи относительно устойчивы. Поэтому один раз найденные прогностические связи используются затем в течение ряда лет без изменения. Между тем правомочность такого предположения не очевидна.

В табл. 5 и 6 приводятся некоторые количественные оценки неустойчивости корреляционных связей. Такие оценки было легко сделать, поскольку в ОДМ ГГО корреляционные связи каждый год пересчитываются заново с добавлением данных последнего года. Так, для прогноза районных осадков юга ЕТС на 1965 г. коэффициенты корреляции рассчитывались за период с 1928 по 1964 г. (за исключением военных лет), для прогноза на 1966 г. коэффициенты корреляции вычислялись за период 1928—1965 гг.

и т. д. Если число значимых связей¹ за период 1928—1964 гг. принять за 100 %, то можно подсчитать, какой процент этих связей останется значимым за периоды 1928—1965 гг., 1928—1966 гг. и последующие. Такие отношения, рассчитанные для районных осадков юга ЕТС, приведены в первой строке табл. 5. Для расчета второй

Таблица 5

Отношение (%) числа значимых связей, сохранившихся в данном году, к числу значимых связей предшествующих лет

Год	Юг ЕТС						Казахстан					
	1965	1966	1967	1968	1969	N	1965	1966	1967	1968	1969	N
Районные осадки												
1964	93	87	81	68	63	91	83	81	79	75	64	99
1965		88	84	73	67	92		83	83	80	68	99
1966			88	77	68	99			96	87	74	109
1967				84	70	103				86	75	120
1968					77	98					80	122
Σ						483						549
Температура												
1964	84	75	76	64	52	69	92	75	64	66	63	59
1965		80	85	70	58	60		83	72	67	63	67
1966			94	77	68	65			84	79	67	63
1967				82	68	71				88	75	64
1968					74	68					80	72
Σ						333						325

Таблица 6

Отношение (%) среднего числа сохранившихся в данном году значимых связей к числу значимых связей предыдущих лет при сдвиге $n = 1 \div 5$ лет

n	1	2	3	4	5
Районные осадки	86	80	76	69	64
Температура	84	76	69	63	57

строки этой таблицы в основу взято число значимых связей за период 1928—1965 гг. В остальном расчеты для второй строки сделаны аналогично первой.

Из табл. 5 следует, что в 1965 г. для районных осадков юга ЕТС остались значимыми 93 % связей, использованных в 1964 г.,

¹ Значимой связью будем считать такую, для которой отношение z (преобразование Фишера) к его ошибке σ_z хотя бы один раз за последние 6 лет было больше 2,5.

в 1966 г. осталось 87% связей, в 1967 г. — 81%, в 1968 г. — 68%, в 1969 г. — только 63% связей. Близкие результаты получились для районных осадков Казахстана.

В табл. 6 даны средние величины, полученные по всему материалу. Для районных осадков обеих территорий использование связей прошлого года гарантирует лишь 86% значимых связей, т. е. 14% коэффициентов корреляции оказывается ниже выбранного предела ($\frac{z}{\sigma_z} < 2,5$). Использование связей позапрошлого года

дает 80% значимых связей, а использование связей, рассчитанных пять лет назад, дает лишь 64% значимых связей.

Для температуры скорость уменьшения числа значимых связей даже несколько больше, что, очевидно, связано со способом представления предсказываемых полей: поля температуры были представлены данными отдельных станций, а исходные поля осадков — данными, осредненными по ряду станций каждого района. Видимо, именно поэтому прогностические связи для районных осадков оказались устойчивее, хотя и не намного.

Кстати, следует отметить, что и по некоторым другим показателям прогноз районных осадков более обеспечен, чем температуры. Сравним, например, число значимых связей, приходящихся на один коэффициент разложения районных осадков и средней месячной температуры. В табл. 5 приведено число значимых связей за три месяца каждого года (N) и за пять рассмотренных лет (Σ) отдельно для осадков и температуры. Зная число используемых в прогнозе коэффициентов разложения (эти данные приведены в начале статьи), легко подсчитать число значимых связей, приходящихся на один коэффициент разложения. Если на один коэффициент разложения районных осадков юга ЕТС приходится около 11 значимых связей, на один коэффициент разложения районных осадков Казахстана приходится 9 значимых связей, то на один коэффициент разложения температуры приходится всего лишь 7 значимых связей.

Подводя итог применения е. о. ф. в прогностических целях, можно считать доказанным целесообразность использования е. о. ф. для представления как полей предикторов, так и полей предиктантов.

Большая неустойчивость прогностических связей заставляет считать необходимым ежегодный пересчет прогностических зависимостей с учетом вновь поступающей информации за текущий год, как это было рекомендовано в работе [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А. О некоторых особенностях корреляционного анализа и их применении к прогнозам погоды. — Метеорол. и гидрол., 1968, № 1.
2. Батырева О. В. Расчет значимости коэффициента множественной корреляции и выбор оптимального числа предсказателей. — Метеорол. и гидрол., 1969, № 3.

3. Болдырева Н. А., Мещерская А. В., Шапаева Н. Д. Физико-статистический долгосрочный прогноз осадков для районов Северо-Запада на весенне-летний период.—См. наст. сб.
4. Груза Г. В. Опыт применения статистических главных компонент (естественных ортогональных составляющих) в технике корреляционного анализа.—Труды САНИГМИ, 1969, вып. 40(55).
5. Мещерская А. В., Дмитриева-Арраго Л. Р. Разложение годового хода ледовитости северных морей по естественным ортогональным функциям времени.—Метеорол. и гидрол., 1968, № 10.
6. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л. Гидрометеиздат, 1970.
7. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Опыт прогноза районных осадков для отдельных административных областей и некоторые вопросы интерпретации прогностических связей.—См. наст. сб.
8. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов.—См. наст. сб.
9. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогноза погоды и возможности их внедрения.—Метеорол. и гидрол., 1967, № 1.
10. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочного прогноза погоды. Л. Гидрометеиздат, 1968.
11. Юдин М. И. О принципиальных вопросах физико-статистической методики прогнозов погоды большой заблаговременности.—Труды ГГО, 1968, вып. 201.
12. Lorenz E. N. Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. Sci. Rep. N. 1 Statis. FCST Proj. Cambridge. Mass. Inst. Tech., 1956.
13. White R. M. et al. The development of efficient linear operators for the prediction of sea-level pressure. J. Met., v. 15, N. 5, 1958.
14. Ефремова Н. И. О пространственной статистической структуре атмосферных осадков, осредненных по большим площадям.—Труды ГГО, 1970, вып. 258.

М. И. ЮДИН, В. Г. БЛАЖЕВИЧ,
Р. П. РЕПИНСКАЯ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОТБОРА ЗНАЧИМЫХ ПРЕДИКТОРОВ

Один из наиболее трудных вопросов, который приходится решать при разработке статистического метода прогноза метеорологических полей, связан с отбором репрезентативных характеристик будущей погоды (предикторов) из множества величин, описывающих начальное состояние системы атмосфера — океан — деятельный слой суши.

В предлагаемой работе излагаются некоторые основные вопросы, связанные с отбором предикторов в физико-статистическом методе долгосрочного прогноза метеорологических полей. Принципиальные основы этого метода изложены в работах [4, 5, 7].

Отыскание связи между значениями гидрометеорологических характеристик в прошлом со значениями метеорологических характеристик в будущем осуществляется методом множественной регрессии. Приходится рассматривать множество предикторов для отыскания достаточно надежных статистических зависимостей. Это значительно осложняет проверку гипотезы о неслучайности полученных статистических связей.

А. Н. Колмогоров еще 40 лет назад [1] изучил зависимость наибольшего по модулю коэффициента корреляции $|r|_{\max}$, полученного при коррелировании заданной последовательности величин с n различными случайными последовательностями, от значения n . Было показано, что ожидаемые пределы значений $|r|_{\max}$ быстро возрастают с увеличением числа n . Таким образом, способ независимой проверки гипотезы о неслучайности каждой отдельной связи недостаточен для получения надежного уравнения множественной регрессии. Необходимо выполнить совместный анализ совокупности статистических связей.

Теория такого анализа интенсивно развивается за последние два десятилетия в работах Шеффе, Тьюки, Дункана и др. Обзор основных работ этого направления дан в монографии [8].

Применение методов совместного анализа в оценке значимости связей n предикторов ($n \gg 1$) с одной предсказываемой величиной (предиктант) показывает, что этому способу получения статистических выводов присуща большая степень неопределенности. Даже весьма высокие значения отдельных коэффициентов корреляции не обеспечивают достаточной степени уверенности в том, что соответствующая статистическая связь не возникла случайно. Действительно, допустим весь набор предикторов равен 500. Тогда для каждого из предиктантов имеем 500 связей (всего 72 предиктанта по температуре, осадкам и давлению). При 5%-ном уровне значимости получилось 25 связей, отвечающих условию $2\sigma_z$. Казалось бы, что эти связи достоверны при такой высокой вероятности, как 0,95. Но математическое ожидание числа случайных связей по этому критерию составляет те же 25 связей. Поэтому о каждой конкретной связи из 25, отвечающих условию $2\sigma_z$, нельзя сказать, истинная она или ложная.

Поэтому, как уже указывалось [5], [7], в рассматриваемом физико-статистическом методе прогноза большое внимание уделяется другим способам отсеивания ложных связей. Одним из таких способов является проверка гипотезы о том, что некоторый предиктор или группа из m однородных предикторов существенно влияет на будущую погоду, описываемую совокупностью N числовых значений предиктантов ($N \gg 1$). Проверка осуществляется путем сопоставления с нулевой гипотезой утверждения о том, что эмпирическое распределение mN значений величины

$$\frac{z_{ik}}{\sigma_z} = \frac{\sqrt{T-3}}{2} \ln \frac{1+r_{ik}}{1-r_{ik}} \quad (1)$$

представляет собой реализацию нормального распределения со средним значением, равным нулю, и единичной дисперсией. Здесь r_{ik} — коэффициент корреляции между i -тым предиктором и k -тым предиктантом, $i=1, 2, \dots, m$; $k=1, 2, \dots, N$;

$$z_{ik} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r_{ik}}{1-r_{ik}}$$

— переменная Фишера; T — число членов временной последовательности; $\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{T-3}}$ — ожидаемое среднее квадратическое отклонение величины.

Следует сделать несколько замечаний по поводу применения этого способа.

Прежде всего нужно обратить внимание на то, что приведенное значение σ_z относится к случаю коррелирования несвязных независимых случайных процессов. Таким образом, существенное отклонение от нулевой гипотезы может возникнуть за счет связности рассматриваемых независимых рядов величин. Это обстоятельство представляется нам неопасным, так как факт связности уже позволяет сделать определенные прогностические выводы. Осуществляемые процедуры ежегодного дополнения ряда и анали-

за корреляционных графиков позволяют отсеивать большинство ложных корреляций, основанных на связности рядов, в период, когда корреляционная связь нарушается.

Другое замечание относится к содержанию нулевой гипотезы. В принципе нет оснований описывать все mN значений z_{ik} одним теоретическим распределением. Более вероятно, что влияние предикторов на будущую погоду ограничивается $k < N$ характеристиками этой погоды, так что эмпирическое распределение будет смешанным: $m(N-k)$ значений будут выборкой из генеральной совокупности с распределением, указанным выше, а mk значений представляя собой выборку из совокупности с существенно отличным распределением. Если k значительно меньше N , то почти всегда будет приниматься нулевая гипотеза. Полностью избежать этого эффекта нельзя, так как любая статистическая процедура отбора будет отсеивать наряду с ложными и истинные статистические связи. Однако из сказанного вытекает необходимость известной осторожности с принятием нулевой гипотезы. В последующих расчетах принимался 10—20%-ный уровень значимости. Обратим еще внимание на то, что нас интересует не любое отклонение от нулевой гипотезы, а отклонение вполне определенного характера — превышение числа больших по модулю коэффициентов корреляции над таким же числом в выборке из совокупности случайных значений. В связи с этим в этой работе не применялись известные методы оценки различия распределения во всей области значений z , а выполнялись приближенные оценки количества больших по модулю значений $v = \frac{z}{\sigma_z}$ [2, 3].

Опишем более подробно применявшийся метод. Сначала была определена вероятность

$$p(|v| > |v_0|) = 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{v_0} e^{-\frac{v^2}{2}} dv$$

для нескольких заранее заданных значений $v_0 = \left| \frac{z}{\sigma_z} \right|_0$ (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

$\left \frac{z}{\sigma_z} \right _0$	2,20	2,46	2,70	3,00	3,22
p	0,028	0,014	0,007	0,0028	0,0014

Далее для определенной метеорологической величины, входящей в число тест-предикторов, или однородной группы таких величин X_i можно рассмотреть совокупность коэффициентов корреляции с различными характеристиками будущей погоды. При этом проверяется гипотеза о том, что влияние этих X_i на погоду не случайно. Если гипотеза не подтвердилась, то нельзя сказать, что X_i не оказывают влияния на погоду, просто считаем, что это не удалось доказать на имеющемся материале. При объединении предикторов

в однородные группы ставилось условие, чтобы вся группа в целом характеризовала влияние на погоду определенной физической величины. Эта величина рассматривалась как случайный вектор, составляющими которого являются отдельные предикторы. Если гипотеза о неслучайности влияния вектор-предиктора на погоду, характеризующую полную совокупностью предиктантов, не получала подтверждения при 90%-ном уровне значимости, то проверялась гипотеза о неслучайности влияния отдельных составляющих.

Почти все предикторы, используемые в рассматриваемой физико-статистической схеме долгосрочного прогноза, представляют собой коэффициенты разложения метеорологических полей по естественным ортогональным составляющим [6]. Поскольку такое разложение позволяет сконцентрировать исходную информацию о рассматриваемом метеорологическом поле всего в нескольких коэффициентах разложения, то для характеристики поля используются, как правило, не более пяти коэффициентов разложения, описывающих структуру процессов, имеющих наибольшие пространственно-временные масштабы.

Таким образом, группы предикторов, характеризующие то или иное метеорологическое поле, состоят из двух — пяти коэффициентов разложения по естественным составляющим. Однако наряду с такими коэффициентами в качестве предикторов используются также число дней с меридиональной формой циркуляции (по классификации Г. Я. Вангенгейма), теплосодержание океана и другие.

Необходимо было отыскать критерии значимости для групп предикторов, состоящих из 1, 2, 3, 4 и 5 величин. С этой целью было рассчитано, сколько и каких связей, из указанных в табл. 1, должна иметь группа из 1, 2, 3, 4 и 5 предикторов с группой из 72 предиктантов, чтобы этому числу связей можно было доверять с вероятностью 0,8 или 0,9 (табл. 2).

Таблица 2

$\left \frac{z}{\sigma_z} \right $	Число предикторов									
	1		2		3		4		5	
	P									
	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9
2,20	4	5	6	8	9	10	11	12	13—14	15—16
2,46		3	4	5	5	6	6	7	8	9—10
2,70		2	2	3	3	4	4	5	4	5
3,00	1		1	2		2	2	3	2	3
3,22		1		1	1	2		2	1	2

При расчетах мы исходили из простейшей теоретической схемы случайного процесса-схемы Бернулли [2].

Вероятность наступления некоторого S события x раз в течение n испытаний равна

$$p_n(x) = C_n^x p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}, \quad (2)$$

Совокупность вероятностей $p_n(x)$ при $x=0, 1, 2, \dots, n$ является биномиальным распределением вероятностей, соответствующим несовместным событиям, образующим полную группу

$$\sum_{x=0}^n p_n(x) = 1. \quad (3)$$

Надо вычислить вероятность $P_n(x)$ того, что событие S встретится не более x раз в n испытаниях. Описанная схема независимых испытаний является схемой Бернулли. Если неограниченно увеличивать число испытаний n и одновременно уменьшать вероятность p появления событий в этой серии из n испытаний так, что $MS = np = \varphi > 0$, $\varphi = \text{const}$. В этом случае

$$p_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi_\varphi(x) = \frac{e^{-\varphi} \varphi^x}{x!}. \quad (4)$$

Предельные значения $\pi_\varphi(x)$ образуют распределение Пуассона, причем

$$\sum_{x=0}^{\infty} \pi_\varphi(x) = e^{-\varphi} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\varphi^x}{x!} = 1. \quad (5)$$

Вероятность того, что событие S встретится не более x раз в n испытаниях, равна

$$\Pi_\varphi(x) = \sum_{t=0}^x \pi_\varphi(t). \quad (6)$$

Формула Пуассона дает возможность приближенно рассчитывать биномиальные вероятности и применяется в тех случаях, когда точный расчет биномиальных вероятностей осложнен необходимостью нахождения факториалов и степеней больших чисел. Для многих практических целей приближение, получающееся при $n \geq 60$, оказывается уже достаточным. В рассматриваемом методе n существенно больше 60, поэтому можно использовать такое приближение.

Пользуясь выведенными формулами, напомним для примера выражение для кумулятивной вероятности $P_n(x)$ при уровне значимости 0,028 (или $\frac{1}{36}$) в случае, когда группа состоит из двух предикторов: $n=72 \cdot 2=144$ — число всевозможных связей между группой предикторов и группой предиктантов, состоящей из 72 предикторов.

$$P_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} e^\varphi e^{-\varphi} = e^{-\varphi} \left(1 + \frac{\varphi}{1!} + \frac{\varphi^2}{2!} + \dots \right)$$

или

$$P_n(x) \rightarrow e^\varphi \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right)^n, \text{ так как } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right)^n = e^{-\varphi}.$$

Тогда

$$P_n \xrightarrow{n \rightarrow 144} e^\varphi \left(1 - \frac{1}{36}\right)^{144} = e^\varphi \left(1 - \frac{4}{144}\right)^{144},$$

следовательно,

$$\varphi = 4$$

и

$$P_n(x) = e^4 e^{-4} = e^{-4} \left(1 + \frac{4}{1!} + \frac{4^2}{2!} + \dots\right).$$

Параметр $x=0, 1, 2, \dots$ означает показатель степени параметра φ или номер слагаемого в ряду e^φ . В нашей задаче x означает число связей. Требуется определить, сколько связей должно быть, чтобы кумулятивная вероятность была равна 0,8 и 0,9. Соответствующие вычисления приведены в табл. 3.

Таблица 3

x	$p_n(x)$	$P_n(x)$	x	$p_n(x)$	$P_n(x)$
0	0,01832	0,01832	5	0,15636	0,78542
1	0,07328	0,09160	6	0,10424	0,88966
2	0,14656	0,23816	7	0,05957	0,94923
3	0,19545	0,43361	8	0,02978	0,97901
4	0,19545	0,62906			

Из сказанного следует: можно утверждать с вероятностью 0,8, что группа из двух предикторов влияет на погоду (72 предиктанта по температуре, давлению, осадкам), если оказывается из всей совокупности связей ($2 \times 72 = 144$ связи) $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq 2,20$ (см. табл. 1) не менее чем в 6 случаях и с вероятностью 0,9, если не менее чем в 7 случаях.

Например, проверяется значимость однородной группы из четырех предполагаемых предикторов со всеми предиктантами. Совокупность рассматриваемых связей составляет $4 \times 72 = 288$. При этом получились следующие величины:

Число случаев	13	6	4	2	1
$\left \frac{z}{\sigma_z} \right $	$\geq 2,20$	$\geq 2,46$	$\geq 2,70$	$\geq 3,00$	$\geq 3,22$

Сводная таблица числа тест-предикторов до и после ревизии

Предиктор	Территория	Характеристика предиктора	Месяц	Год	Число предикторов		Оставшиеся предикторы, %
					до ревизии	после ревизии	
Наземное давление (срочное)	I сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	5	—	67
			II	"	5	5	
			III	"	5	5	
		σ_{a_j}	I	"	5	5	
			II	"	5	—	
			III	"	5	5	
	II сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	4	4	38
			II	"	4	4	
			III	"	4	—	
		σ_{a_j}	I	"	4	—	
			II	"	4	—	
			III	"	4	1	
	III сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	4	4	38
			II	"	4	4	
			III	"	4	1	
		σ_{a_j}	I	"	4	—	
			II	"	4	—	
			III	"	4	—	
АТ ₅₀₀	I сектор	a_j	I	Текущий	5	5	75
			II	"	5	5	
			III	"	5	5	
		σ_{a_j}	I	"	5	5	
			II	"	5	—	
			III	"	5	—	
	II сектор	a_j	I	Текущий	4	—	50
			II	"	4	4	
			III	"	4	4	
		σ_{a_j}	I	"	4	4	
			II	"	4	—	
			III	"	4	—	
АТ ₅₀₀	III сектор	a_j	I	Текущий	4	3	75
			II	"	4	3	
			III	"	4	3	
		σ_{a_j}	I	"	4	3	
			II	"	4	—	
			III	"	4	—	

Предиктор	Территория	Характеристика предиктора	Месяц	Год	Число предикторов		Оставшиеся предикторы, %
					до ревизии	после ревизии	
Среднее месячное давление	I сектор	a_j	II	Текущий	4	4	67
			II	Прошлый	4	—	
			VI	"	4	—	
			VII	"	4	—	
			VIII	"	4	4	
			IX	"	4	4	
			X	"	4	4	
			XI	"	4	4	
			XII	"	4	4	
			XI	Прошлый	9	1	
			XII	"	9	—	
			I	Текущий	12	6	
Декадные осадки	Юг ЕТС	a_j	II	Текущий	12	6	33
			III	"	12	5	
			XI	Прошлый	12	3	
			XII	"	12	5	
			I	Текущий	12	7	
			II	"	12	6	
			III	"	12	9	
	Казахстан	a_j	XI—II	Прошлый	3	—	50
			XI—III	"	3	—	
			XI—II	"	2	—	
			XI—III	"	3	—	
			XI—II	"	2	—	
			XI—III	"	3	2	
	I сектор	a_j	I—XII	Текущий, прошлый и позапрошлый	25	18	
			V—XI	Прошлый и позапрошлый	19	3	
			IV—VIII	То же	9	2	
Суммарные осадки	Юг ЕТС	a_j	XI—II	Текущий, прошлый и позапрошлый	25	18	14
			XI—III	"	3	—	
			XI—II	"	2	—	
			XI—III	"	3	—	
			XI—II	"	2	—	
			XI—III	"	3	2	
	Казахстан	a_j	I—XII	Текущий, прошлый и позапрошлый	25	18	
			V—XI	Прошлый и позапрошлый	19	3	
			IV—VIII	То же	9	2	
Ледовитость	Баренцево море	f и a_j	I—XII	Текущий, прошлый и позапрошлый	25	18	72
			V—XI	Прошлый и позапрошлый	19	3	
			IV—VIII	То же	9	2	
	Карское море	a_j	I—XII	Текущий, прошлый и позапрошлый	25	18	
			V—XI	Прошлый и позапрошлый	19	3	
			IV—VIII	То же	9	2	
	Гренландское море (юго-запад)	a_j	I—XII	Текущий, прошлый и позапрошлый	25	18	
			V—XI	Прошлый и позапрошлый	19	3	
			IV—VIII	То же	9	2	

Предиктор	Территория	Характеристика предиктора	Месяц	Год	Число предикторов		Оставшиеся предикторы, %
					до ре- визи	после ревизи	
Облачность (средняя декадная)	Гренландское море (север)		IV—VIII	"	9	5	55
	Море Лаптевых		V—X	Прошлый и позапрошлый	16	6	37
	Восточно-Сибирское море		VI—X	То же	14	4	29
	I сектор	a_j	I	Текущий	12	4	44
			II	"	12	6	
			III	"	12	6	
Теплосодержание Атлантики	Область L	f	X—XI, XI—XII, XII—I	Прошлый	7	3	43
	Область D		I—II, II—III	Текущий	7	3	
Число дней с формами циркуляции Вангенгейма (C, E, W)	I сектор	f	I—III	Текущий	33	9	27
			I—XII	Прошлый и позапрошлый			
Граница снежного покрова	ЕТС	a_j	III	Текущий	6	3	50
Число дней со снежным покровом	Западная Европа	a_j	II	Текущий	6	2	33

Примечание. Здесь и в табл. 5 обозначено: f — исходные данные, a_j — коэффициенты разложения по е. о. ф., $\bar{a}_j$ — средние коэффициентов разложения, σ_{a_j} — дисперсии этих же коэффициентов.

В соответствии со сказанным гипотеза о том, что группа из четырех предикторов влияет на погоду, считается подтвержденной, если соблюдаются следующие условия:

Число случаев	12	8	5	3	2
$\left \frac{z}{\sigma_z} \right $	$\geq 2,20$	$\geq 2,46$	$\geq 2,70$	$\geq 3,00$	$\geq 3,22$

При составлении прогноза в основном рассматриваются лишь корреляционные связи, для которых $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq 2,70$. Как видно, таких связей недостаточно для принятия гипотезы о неслучайности влияния вектор-предиктора на будущую погоду. Однако большое количество связей с $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq 2,20$ подкрепляет нашу уверенность в возможности использования этого вектор-предиктора. Если бы число случаев $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq 2,20$ было меньше 12, последовала бы проверка гипотезы о неслучайности влияния на погоду лучшего по распределению коэффициентов корреляции предиктора.

К 1969 г. был накоплен довольно большой архив поведения отдельных характеристик. В соответствии с табл. 2 была произведена так называемая ревизия всех тест-предикторов. Сами предикторы и целесообразность их включения в систему характеристик исходного состояния атмосферы подробно рассмотрены в работах [1, 2]. В результате ревизии многие величины были отброшены. В табл. 4 указано, какие предикторы остались.

Остановимся несколько подробнее на результатах ревизии. Для геопотенциала AT_{500} и наземного давления были включены в число предполагаемых предикторов для каждого из трех секторов северного полушария средние величины и дисперсии (за январь и февраль) четырех-пяти первых коэффициентов. Из табл. 5 видно, какие связи получились для этих предикторов. Анализ табл. 5 показывает, что для AT_{500} наибольшее число значимых связей мы имеем для первого сектора. И хотя для средних за январь и февраль по I сектору количество связей меньше того количества, которое необходимо для принятия нулевой гипотезы, тем не менее эти предикторы совсем отбросить нельзя, поскольку для этих предикторов имеются довольно сильные связи. Аналогичную картину имеем для средних по III сектору.

Если брать группу из четырех предикторов (четыре коэффициента разложения), то в соответствии с критериями, приведенными в табл. 2, эти предикторы следует исключить. Однако для третьего коэффициента разложения имеются связи с $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| > 3,00$, поэтому три коэффициента остаются, четвертый же, для которого статистические связи слишком малы, в дальнейшем не рассматривается. Связи для дисперсий этих коэффициентов за февраль всех трех секторов не выдержали испытаний при указанных критериях так же, как и дисперсии коэффициентов разложения наземного давления. По среднемесячному давлению первого сектора ничего не дали предикторы за февраль, июнь и июль прошлого года.

Для прогноза было использовано изменение теплосодержания верхнего стометрового слоя воды по данным соседних месяцев для квадратов L и D (по Смеду) в Северной Атлантике (12 предикторов). Среди них есть существенные характеристики буду-

Количество связей тест-предикторов со всеми предиктантами

Предиктор	Территория	Характеристика предиктора	Месяц	Год	$\frac{z}{\sigma_z} >$				
					2,20	2,46	2,70	3,00	3,22
Наземное давление	I сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	7	2	1		
			II	"	8	4	3	3	3
		σ_{a_j}	I	"	14	9	3	1	
			II	"	6	2	2	1	
	II сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	8	6	5	1	
			II	"	17	9	5	3	3
		σ_{a_j}	I	"	7	4	2		
			II	"	6	3			
	III сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	5	2	1	1	
			II	"	11	8	5	3	2
		σ_{a_j}	I	"	8	4	1		
			II	"	6	4	3		
АТ ₅₀₀	I сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	7	5	3	1	
			II	"	10	7	4	1	1
		σ_{a_j}	I	"	11	6	4	2	1
			II	"	5	2	1		
	II сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	7	3			
			II	"	14	7	4	3	2
		σ_{a_j}	I	"	6	3	3	2	1
			II	"	4	2	2		
	III сектор	$\bar{a}_j$	I	Текущий	5	3	1	1	1
			II	"	3	2	1	1	
		σ_{a_j}	I	"	9	6	2	1	
			II	"	6	4	2	1	
Среднее месячное давление	I сектор	a_j	II	Текущий	9	5	4	2	1
			II	Прошлый	5	2	1		
			VI	"	9	3			
			VII	"	7	3	2		
			VIII	"	8	6	3		
			IX	"	11	7	2		
			X	"	8	5	4	2	2
			XI	"	7	4	4	1	1
			XII	"	4	3	3	2	1

щей температуры. В результате ревизии осталось шесть предикторов. Одной из важнейших характеристик будущей погоды является ледовитость северных морей: Баренцева, Карского, Восточно-Сибирского и моря Лаптевых. Данные по ледовитости за месяцы со сплошным ледовым покровом не вошли в состав предикторов. Предикторами по ледовитости являются и исходные данные, и коэффициенты временного разложения. Для соседних месяцев по ледовитости часто получаются аналогичные связи, поэтому часть таких предикторов можно не принимать во внимание, компенсировав их коэффициентами разложения. Рассмотрим ледовитость некоторых морей.

Наибольшее число предикторов по ледовитости относилось к Баренцеву морю. И исходные данные по ледовитости Баренцева моря, и коэффициенты временного разложения доставляют нам много хороших предикторов (после ревизии осталось 72% предикторов). Что касается ледовитости Карского моря, то от ее использования в прогнозе мы отказались вследствие ее связности с ледовитостью Баренцева моря.

Высокие связи дает ледовитость моря Лаптевых за июль прошлого года, июнь и июль позапрошлого, а также коэффициенты временного разложения.

В число предикторов вошли также коэффициенты разложения осадков за ноябрь — март на территории Атлантико-Европейского сектора, юга ЕТС и Казахстана. Очень мало хороших связей получилось для предикторов за ноябрь и декабрь, а также для суммарных осадков. Наименьшее количество значимых связей дают осадки на территории I сектора.

Для декадной облачности (январь, февраль) характерно отсутствие сильных связей для второго коэффициента разложения, так что второй коэффициент совсем был отброшен, а другие (хотя и не за все декады) были оставлены (a_1 — за I—III декады января и I декаду февраля, a_3 — за III декаду января и I—II декады февраля, a_4 — за I—II декады февраля).

При такого рода ревизии надо проявлять особую осторожность к предикторам за март. Наш прогноз составляется в марте на май, июнь, июль, затем уточняется в апреле по данным за март. Поэтому при просмотре предикторов мы стремились сохранить максимум информации.

Таким образом, с помощью рассчитанных критериев нам удалось заметным образом уменьшить число предикторов, используемых в прогнозе. Кроме того, каждый из предикторов, оставшихся после ревизии, заведомо несет определенную долю информации согласно выбранным критериям. Вполне понятно, что время от времени такую ревизию необходимо проводить заново. Причем целесообразно проверять все связи заново (в том числе и отбракованные при предыдущих ревизиях). Это даст возможность учесть связи, ставшие в силу каких-то причин значимыми, или, наоборот, отбраковать слабые связи, утратившие свое прогностическое значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А. Н. К вопросу о пригодности найденных статистическим путем формул прогноза. — Журн. геофизики, 1933, № 1.
2. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М., «Наука», 1969.
3. Уилкс С. Математическая статистика. М., «Наука», 1967.
4. Юдин М. И. О принципиальных вопросах физико-статистической методики долгосрочных прогнозов погоды большой заблаговременности. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.
5. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочного прогноза погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968.
6. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения. — Труды ГГО, 1969, вып. 236.
7. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогнозов погоды и возможность их внедрения. — Метеорол. и гидрол., 1967, № 11.
8. Simultaneous statistical inference. McGraw — Hill Book company New York, San Francisco, St. Louis, London, Toronto, Sydney.

А. В. МЕЩЕРСКАЯ, Н. Д. ПОПОВА,
Ю. В. НИКОЛАЕВ

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ОСАДКОВ

Методы долгосрочного статистического прогноза, основанные на корреляционном анализе, имеют сейчас широкое распространение. Ключевым моментом этих методов является отбор предсказателей (предикторов). При этом одни методы основаны на углубленном исследовании небольшого числа предикторов, в других методах делаются попытки расширить состав предикторов до возможно больших пределов, чтобы максимально полно характеризовать состояние атмосферы, предшествующее прогнозируемому периоду. В последнем случае из-за большого расширения объема исходной информации приходится применять различные методы ее сокращения (разложение полей по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.), полиномам Чебышева, сферическим функциям и т. д.). При этом помимо сокращения объема информации удается выделить ее крупномасштабность. В этом отношении особенно эффективно применение разложения по е.о.ф. [3].

Однако в подавляющем большинстве методов предикторы отбираются независимо от состояния предиктанта (например, от его фаз или классов). Использование разложения полей предикторов по различным функциям в этом смысле не составляет исключения, поскольку разложение полей предикторов предшествует расчету корреляционных связей между предиктантами и найденными коэффициентами разложения предиктора. Вместе с тем очевидно, что предиктор, найденный с учетом каких-то сведений о предиктанте, должен быть более информативным.

Идея дискриминантного (разделяющего) анализа как раз и состоит в процедуре разделения набора предикторов на классы в зависимости от классов предиктанта.

Проблема дискриминантного анализа впервые была рассмотрена Фишером еще в 1933 г., однако в прогностических целях этот метод стал использоваться только в самые последние годы. В настоящее время существует несколько подходов к реализации схем

дискриминантного анализа [1, 2, 4, 6]. Реализация дискриминантного анализа в данной работе основана на идее, предложенной Себестианом [5].

Техника дискриминантного анализа в применении к задаче статистического прогноза заключается в следующем: значения предиктанта разбиваются на классы. В зависимости от классов предиктантов поля предикторов P также разбиваются на классы. Затем вычисляется ковариантная матрица R по всей совокупности полей предиктора и ковариантная матрица R^* между полями предикторов разных классов. Алгоритм вычисления ковариантной матрицы R^* требует некоторого пояснения.

Средний квадрат расстояний между полями предикторов двух классов вдоль s -той оси координат будет

$$d_s^2 = \frac{1}{m_1 m_2} \sum_{l=1}^{m_1} \sum_{h=1}^{m_2} (f_{ls} - g_{hs})^2, \quad (1)$$

где m_1 — число полей класса f , m_2 — число полей класса g .

С помощью линейного преобразования

$$P' = UP, \quad (2)$$

где U — матрица преобразования, вместо выражения (1) будем иметь

$$d_s^2 = \frac{1}{m_1 m_2} \sum_{l=1}^{m_1} \sum_{h=1}^{m_2} \left[\sum_{i=1}^n u_{si} (f_{li} - g_{hi}) \right]^2. \quad (3)$$

Возводя в квадрат выражение, стоящее под знаком суммы, и осредняя по m_1 и m_2 , получим

$$d_s^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [\overline{f_i f_j} + \overline{g_i g_j} - \overline{f_i g_j} - \overline{g_i f_j}] u_{si} u_{sj}. \quad (4)$$

В формуле (4) выражение в квадратных скобках представляет собой элемент ковариантной матрицы R^* . После вычисления матриц R и R^* решается уравнение вида

$$(R^* - \lambda R) U = 0, \quad (5)$$

откуда находят собственные значения пучка форм λ_s и главные векторы пучка форм u_{si} ($s=1, 2, \dots, n$).

Коэффициенты разложения пучка форм P' вычисляются по формуле

$$f'_{ls} = \sum_{i=1}^n u_{si} f_{li}, \quad (6)$$

где f_{li} — исходная информация класса f .

Коэффициенты разложения для класса g вычисляются аналогично.

Исходя из вышеизложенного была сделана попытка применить метод дискриминантного анализа к отысканию предикторов. В ка-

честве решающего правила использовалось линейное уравнение регрессии. Полученные результаты сравнивались с прогнозом по уравнению регрессии, где предикторами служили коэффициенты разложения по е. о. ф.

Первая проблема, встающая при дискриминантном анализе, связана с выделением территории, более или менее однородной по отношению к предиктанту. Очевидно, что чем больше территория, тем труднее разбить поля предиктанта на однородные классы. Поэтому в первом опыте была поставлена задача долгосрочного прогноза районных осадков на май для относительно небольшой территории Молдавии и Западной Украины. В состав предиктантов были включены районные осадки 10 административных областей (табл. 1), положение которых представлено на рис. 1.

Чтобы разбить поля предиктантов на классы, были рассчитаны суммы осадков по всем 10 районам за май каждого года (с 1928 по 1968, кроме военных лет) и построена ранжированная

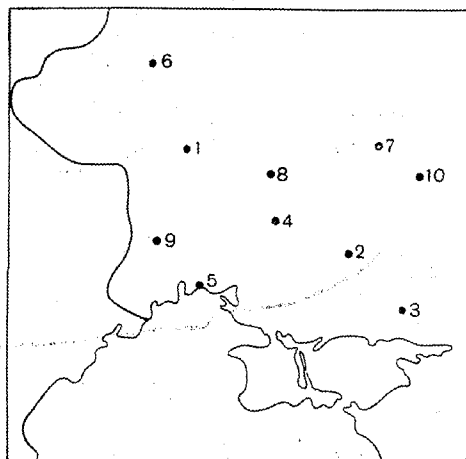


Рис. 1. Районы, для которых прогнозировались осадки в мае.

Таблица 1

Список областей, районные осадки которых использовались в качестве предиктантов

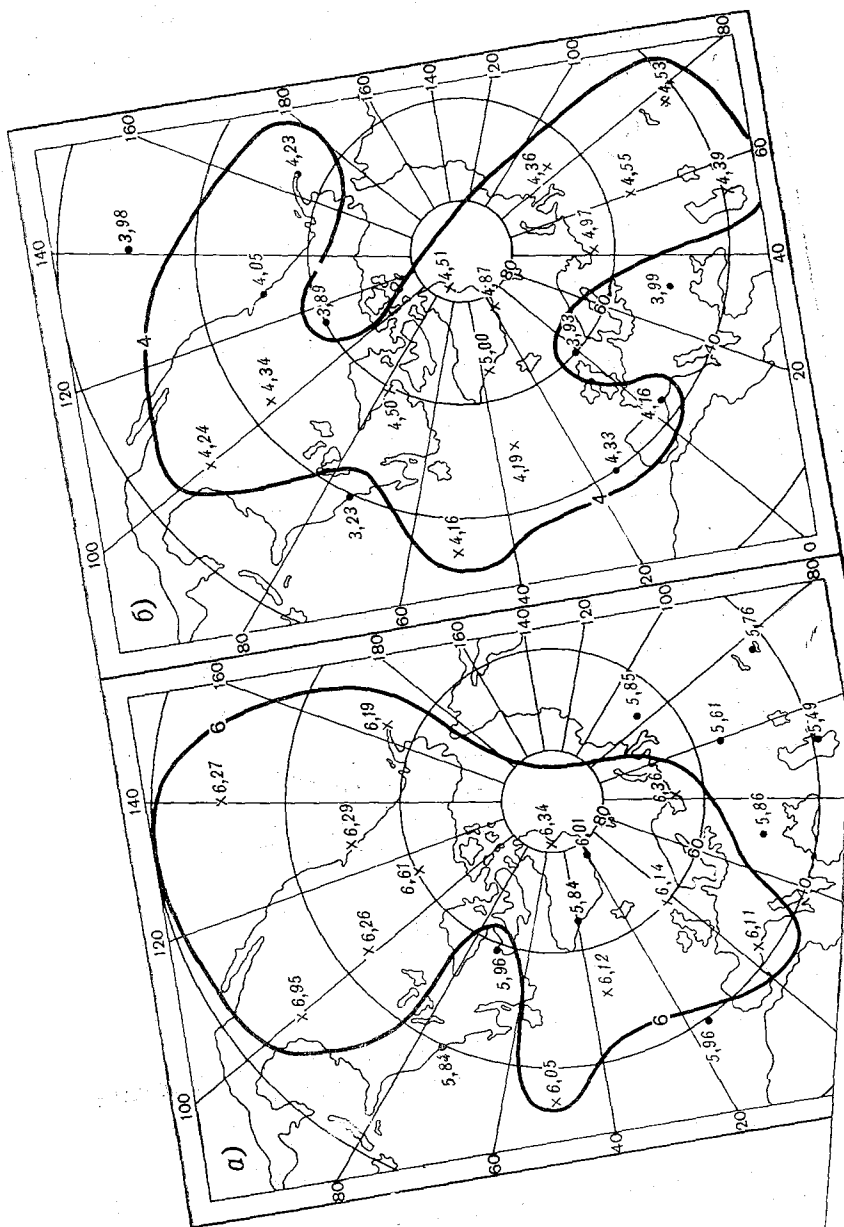
- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| 1. Винницкая обл. | 6. Ровенская обл. |
| 2. Днепропетровская обл. | 7. Сумская обл. |
| 3. Донецкая обл. | 8. Черкасская обл. |
| 4. Кировоградская обл. | 9. Молдавская ССР |
| 5. Одесская обл. | 10. Белгородская обл. |

кривая сумм осадков (рис. 2). Затем поля предиктанта были разбиты на три класса: выше нормы, норма и ниже нормы.

Предполагая первоначально, что все три класса равновероятны, к классу «выше нормы» были отнесены первые 12 лет в левую часть кривой, к классу «ниже нормы» были отнесены крайние 12 лет в правой части кривой. Однако впоследствии для более точного выделения классов предиктанта в первый класс (выше нормы) пришлось включить только 8 лет, во второй класс (ниже нормы) — 7 лет, а остальные годы были отнесены к норме.

ь
 сь
 гит
 кор
 1
 между
 лия
 послед
 станции
 Во-в
 тиза для
 объема в
 редиктан
 иминант
 о выполне

объем вы
 объем выбо
 тения полей
 было взято
 теристики п



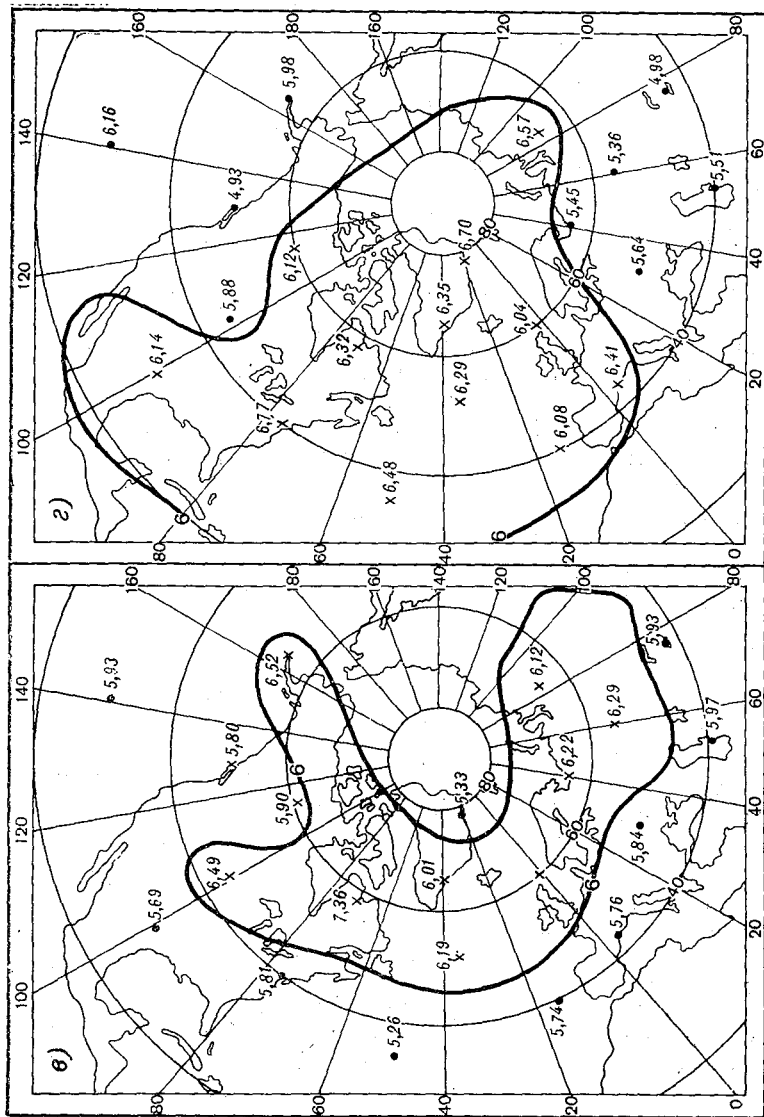


Рис. 4. Карты осредненных показателей информативности станций по давлению относительно районных осадков юга ЕТС в мас.
а) зима, б) весна, в) лето, г) осень.

Производя в (6) осреднение по m_1 и m_2 , будем иметь

$$d_i^2 = \overline{f_i^2} + \overline{g_i^2} - 2\overline{f_i g_i}. \quad (10)$$

За меру информативности отдельных станций примем отношение метрики d_i^2 к дисперсии σ_i^2 по всей совокупности полей давления

$$\frac{d_i^2}{\sigma_i^2} = \frac{\overline{f_i^2} + \overline{g_i^2} - 2\overline{f_i g_i}}{\sigma_i^2}. \quad (11)$$

Величины $\frac{d_i^2}{\sigma_i^2}$ рассчитывались за каждый месяц по данным о наземном давлении на 24 станциях Европы, Северной Атлантики и Северной Америки. Чтобы исключить флуктуации, были найдены $\sum_1^n \frac{d_i^2}{\sigma_i^2}$ для основных сезонов года, а именно: для зимы (декабрь, январь, февраль), для весны (март, апрель), для лета (июнь, июль, август) и для осени (сентябрь, октябрь, ноябрь). Карты осредненных показателей информативности станций по давлению относительно районных осадков Западной Украины в мае представлены на рис. 4. Уже беглый просмотр карт показывает, что для одного и того же сезона информативность различных станций отличается не очень существенно. Тем не менее можно выделить районы, где станции несут несколько большую информацию о майских осадках Западной Украины, чем остальные. Такие станции названы оптимальными и отмечены на карте звездочками. Этим станциям в основном соответствуют максимальные значения $\frac{d_i^2}{\sigma_i^2}$.

Зимой более информативными оказались станции II сектора (9 из 12). Из станций I сектора в число оптимальных вошло только 3 станции из 12. Близкая картина, хотя и отличающаяся от зимней, отмечается для осенних месяцев. Весной в число оптимальных попало по 6 станций каждого сектора. Область наибольшего влияния на осадки охватывает центральные районы Северной Америки, Гренландию, Восточную Европу и Западную Сибирь. Наконец, летом влияющая область приходится на широты 45—75° с. ш.

После такой обработки исходных данных было образовано три группы предполагаемых предикторов (табл. 2). В первую вошли поля наземного давления I сектора по данным 12 станций за 12 месяцев, во вторую — аналогичные поля II сектора, в третью — поля наземного давления, составленные из оптимальных станций. Дискриминантному анализу подвергалась совокупность полей давления за каждый месяц каждой из трех групп. Расчеты проводились на ЭВМ «Урал-4» по программе Ю. В. Николаева.

Как и при разложении по е. о. ф., при дискриминантном анализе число коэффициентов, рассчитываемых по формуле (6), определяется порядком матриц. В наших случаях для матриц 12-го порядка рассчитано 12 коэффициентов.

Вопрос о том, какое количество коэффициентов K целесообразно использовать для анализа, рассмотрен Уилксом [7]. Он показал, что K зависит от числа классов предиктанта. Для двух классов предиктанта ($N=2$) достаточно взять один коэффициент P' , соответствующий максимальному значению λ , для $N=3$ необходимо рассматривать два коэффициента. Так как наши предиктанты разбивались всего лишь на два класса (выше и ниже нормы), то

Таблица 2

Отношение числа значимых связей к возможному N , среднее значение коэффициента корреляции для значимых связей $\bar{r}$ и оправдываемость прогноза P

Группа предикторов	$N \%$	$\bar{r}$	$P \%$
Первая	11	0,49	71
Вторая	17	0,47	50
Третья	16	0,47	71
Четвертая	3	0,46	79

в качестве предикторов использовался только первый коэффициент. Поэтому в первую и вторую группы предикторов вошло по 12 предикторов (один коэффициент за каждый месяц). В третью группу вошло всего лишь 6 предикторов, так как оптимальные точки были найдены не для всех месяцев.

Чтобы сравнить результаты прогнозов, для которых предикторы обрабатывались по принципам дискриминантного анализа с прогнозами, для которых предикторы обрабатывались с помощью естественных ортогональных функций, была образована еще одна, четвертая группа предикторов (табл. 2). В нее включены коэффициенты разложения по е. о. ф. полей наземного давления I и II секторов за 12 месяцев, предшествующих прогностическому. Так как в четвертую группу включено по несколько (от одного до четырех) первых коэффициентов разложения каждого месяца, в общей сложности в этой группе оказалось 36 предикторов. Дальнейшая процедура составления прогноза не отличалась от методики, используемой в ОДМ ГГО [8].

Прежде всего рассчитывались коэффициенты корреляции между предикторами и предиктантами, т. е. между осадками 10 районов Западной Украины и Молдавии в мае. При этом проявилось довольно четко одно преимущество дискриминантного анализа перед разложением по е. о. ф. Оно состоит в том, что процент значимых связей¹ от максимально возможного числа связей оказался намного выше при первом способе обработки начальной информации, чем при втором. Результаты этих расчетов приведены в табл. 2. Из таблицы следует, что число значимых связей для

¹ Значимой связью будем считать такую, для которой отношение z (преобразование Фишера) к его ошибке больше 2,5.

коэффициентов дискриминантного анализа колеблется в пределах 11—17% от максимально возможного числа связей. Причем наиболее информативным оказалось наземное давление над Американским сектором (17%). Для коэффициентов разложения по е. о. ф. число значимых связей составляет только 3% от возможного числа связей. Это доказывает сделанное в начале статьи предположение, что предикторы, подобранные с учетом некоторых сведений о предиктанте, более информативны, чем предикторы, по-

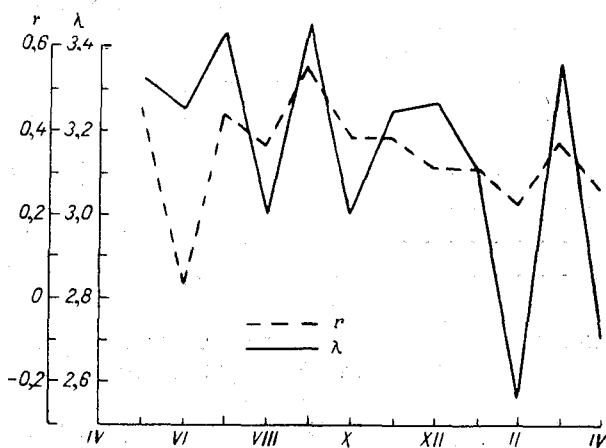


Рис. 5. Кривые изменения собственных значений λ корреляционных матриц и коэффициентов корреляции r между майскими осадками Западной Украины и коэффициентами пучка форм наземного давления за каждый месяц года.

добранные независимо от предиктантов или на основе каких-либо общих физических соображений. Что касается средних значений коэффициентов корреляции значимых связей, то они для коэффициентов дискриминантного анализа оказались несколько больше, чем для коэффициентов разложения по е.о.ф., но незначительно.

Второе преимущество дискриминантного анализа связано с анализом собственных значений λ . Чем больше величина λ для конкретной группы материала, тем больше информации о поле предиктанта эта группа несет.

Проследивая ход λ корреляционных матриц полей давления для месяцев разной заблаговременности, видим, что собственные значения имеют максимум в июле, сентябре и марте (рис. 5).

На этом же рисунке представлена кривая коэффициентов корреляции майских осадков Украины с коэффициентами пучка форм наземного давления I сектора различных месяцев. Между кривыми много общего. В частности, их максимумы и минимумы почти совпадают. По максимумам можно определить месяцы, поля дав-

ления которых наиболее тесно связаны с майскими осадками Украины, т. е. определить оптимальную заблаговременность прогноза.

Таким образом, анализ собственных значений λ позволяет сделать приближенную оценку значимости предсказателей различных месяцев.

После расчета значимых связей проводился их дальнейший отбор и отбраковка в соответствии с [8].

Оправдываемость прогноза районных осадков Украины и Молдавии приведена в табл. 2. Оправдываемости прогнозов по коэффициентам дискриминантного анализа наземного давления I сектора и оптимальным точкам совпали (71%), прогноз по данным II сектора оправдался на 50%. Самым удачным получился прогноз по коэффициентам разложения по е. о. ф. (79%). Правда, в последнем случае все прогностические значения попали в градацию «норма».

Поскольку это данные по оценке только одного прогноза, приведенные цифры мало показательны. Они скорее доказывают разумность результата, чем действительную успешность прогноза. Более обоснованные выводы могут быть сделаны после накопления опыта прогнозов по этому методу. Во всяком случае положительные результаты прогноза ледовитости Арктических морей с помощью дискриминантного анализа позволяют надеяться на успешность применения этого способа обработки исходной информации и к другим элементам.

Рассчитывая на применение дискриминантного анализа в оперативной практике прогнозов, следует иметь в виду, что объем вычислений при обработке исходной информации с помощью дискриминантного анализа во много раз больше, чем при обработке исходной информации с помощью е. о. ф. Объясняется это тем, что в случае использования дискриминантного анализа обработка предикторов должна проводиться заново для каждой новой группы предиктантов. В случае использования е. о. ф. предикторы обрабатываются один раз и могут быть затем использованы для прогноза любых групп предиктантов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А. Предсказание месячного количества осадков. Метеорол. и гидрол., 1966, № 7.
2. Груза Г. В. Прогноз погоды и задача распознавания образов в кибернетике. Метеорол. и гидрол., 1968, № 11.
3. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1970.
4. Николаев Ю. В. Преобразование информации в приложении к задачам гидрометеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1969.
5. Себестян Г. С. Процессы принятия решений при распознавании образов. Киев, «Техника», 1965.
6. Тер-Мкртчян М. Г. Новый способ реализации дискриминантных и регрессионных схем. — Метеорол. и гидрол., 1969, № 7.
7. Уилкс С. Математическая статистика. М., «Наука», 1967.
8. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968.

РАЗРАБОТКА И ИСПЫТАНИЕ СПОСОБА СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗА СРЕДНИХ ДЕКАДНЫХ ТЕМПЕРАТУР С УЧЕТОМ ВЕКТОР-ПРЕДИКТОРА БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Система характеристик, включаемых в вектор-предиктор при статистическом прогнозе, должна выбираться по возможности настолько полной, чтобы она отвечала требованиям физической теории процессов определенного условиями задачи масштаба. Уже при прогнозировании на несколько суток нельзя рассчитывать на успех без учета энергетически значимых внеатмосферных носителей метеорологической памяти, в частности характера подстилающей поверхности.

Увеличение срока прогноза связано также с необходимостью расширения влияющей области и, как следствие этого, предполагает рост числа параметров, включаемых в комплекс предикторов. Вместе с тем при прогнозе с применением распространенной статистической методики число предикторов, включаемых в уравнение регрессии, не может быть большим. Это число зависит от объема выборки, используемой для оценки коэффициентов регрессии, и редко выбирается большим, чем десять единиц.

Применяются специальные математические приемы обработки метеорологической информации, позволяющие ограничиться сравнительно малым числом параметров. Широкое распространение получило разложение метеорологических полей по естественным ортогональным функциям [5 и др.]. Однако даже применение оптимальных систем предикторов лишь смягчает проблему. Число параметров, потребное для описания основных особенностей начального состояния, остается при этом не настолько малым, чтобы удовлетворить весьма жесткому требованию, указанному выше. Это существенно ограничивает возможности использования сравнительно полной системы предикторов.

Неустойчивость прогностических связей со временем, выявленная в ряде работ, ставит под сомнение возможность преодолеть

указанную трудность с увеличением длины рядов наблюдений. Есть основания полагать, что нарушение связей является отражением многолетних колебаний климата. Поэтому выборки, включающие данные за много лет, могут не удовлетворять требованиям статистической однородности.

Способы статистического прогноза, основанные на принципе аналогичности, представляются в значительной мере свободными от указанных выше ограничений. Свойство нечувствительности к статистической однородности выборки следует из принципиальной основы метода.

С другой стороны, отбор аналогичных процессов в прошлом не связан с определением эмпирических коэффициентов корреляции и может проводиться с использованием сравнительно большого числа характеристик.

В данной статье рассматривается схема физико-статистического прогноза средних декадных температур на основе метода аналогов. Основой прогноза является наличие статистической связи прогнозируемых полей в определенной области фазового пространства параметров аналогичности. Методика исследования прогностической значимости аналогов предложена в работе М. И. Юдина и Г. Д. Кудашкина [3].

Основные отличительные черты методики заключаются в следующем:

1) определение сходства вектор-предикторов проводится на основе количественных параметров аналогичности;

2) проводится статистический отбор параметров, принимаемых в качестве характеристик атмосферных процессов. При этом проверяется не только существенность учета того или иного фактора (или комплекса факторов), но и целесообразность введения различных показателей аналогичности [3];

3) система характеристик начальных состояний выбирается по возможности настолько полной, чтобы она отвечала требованиям физической теории процессов определенного условиями задачи масштаба;

4) в число факторов вводится информация, содержащаяся в численном прогнозе погоды;

5) для компактного представления информации о метеорологических полях используется метод разложения полей по естественным ортогональным функциям;

6) окончательная формулировка прогноза дается на основе метода множественной регрессии.

Пусть начальное состояние (атмосфера и внеатмосферные факторы) в момент времени t_k описывается n параметрами: $F_{1k}, F_{2k}, \dots, F_{nk}$. Тогда оно формально может быть охарактеризовано точкой в n -мерном фазовом пространстве

$$O_k \left(\frac{F_{1k}}{M_1}, \frac{F_{2k}}{M_2}, \dots, \frac{F_{nk}}{M_n} \right),$$

где M_i — масштаб переменной.

За характеристику степени близости между состояниями в моменты t_k и t_l можно взять величину параметра

$$L_{kl}^2 = \sum_{j=1}^n \alpha_j^2 (F_{jk} - F_{jl})^2, \quad (1)$$

где $\alpha_j = \frac{1}{M_j}$.

Дополнительное представление о сходстве радиус-векторов $\mathbf{F}_k$ и $\mathbf{F}_l$ можно получить, учитывая угол между ними (в фазовом пространстве). Удобно воспользоваться известными формулами и рассчитывать косинус угла между векторами.

Условия аналогии состояний в моменты времени t_k и t_l можно представить в форме

$$L_{kl}^2 \leq \varepsilon^2, \quad (2)$$

$$\cos \varphi_{kl} \geq \eta. \quad (3)$$

Наши представления о крупномасштабных процессах обычно основываются на рассмотрении метеорологических полей на разных уровнях. Поэтому параметры, входящие в формулы (2) и (3), целесообразно строить на основе информации о полях метеорологических элементов и явлений.

В данной работе об аналогии состояний будем говорить при выполнении условий

$$L_{im}^2 = \sum_{j=1}^n [a_{jim}(t_2) - a_{jim}(t_1)]^2 \leq \varepsilon_{im}^2. \quad (4)$$

Здесь a — величины, характеризующие конкретное поле, i — номер уровня, m — номер, присвоенный метеозлементу, n — размерность вектора предиктора. Нижние индексы времени у параметров аналогичности здесь и в дальнейшем опускаются.

Подобным образом записываются условия для других количественных параметров близости сравниваемых функций. При оценке сходства векторов по величине угла между ними условие аналогичности записывается в виде

$$(\cos \varphi)_{im} \geq \eta_{im}. \quad (5)$$

Остановимся теперь на результатах приложения рассмотренного аппарата к построению физико-статистической схемы прогноза поля средней декадной температуры на Европейской территории СССР.

В качестве характеристик исходных процессов были взяты:

1) поле приземного давления за 03 часа предшествующего декаде дня;

2) поле геопотенциала изобарической поверхности 500 мб в 03 часа исходного дня;

3) поле среднесуточной температуры у земли в предшествующие декаде сутки;

4) ледовитость северных морей за исходную декаду;

5) среднее за декаду положение границы устойчивого снежного покрова над ЕТС;

Таблица 1

Средние коэффициенты корреляции полей декадной температуры
в различных градациях параметров аналогичности

а) Индекс I					
L^2 ($10^{10} \text{м}^4 \cdot \text{сек.}^{-2}$)	0—4	4—9	9—16	16—100	>100
$\bar{r}$	0,02	0,11	0,07	—0,02	0,00
n	88	39	36	257	4140
б) Зональный индекс (I_3)					
L^2	0—4	4—9	9—16	16—36	>36
$\bar{r}$	0,00	0,01	0,03	0,02	—0,01
n	756	374	345	701	2384
в) Меридиональный индекс (I_M)					
L^2 ($10^{12} \text{м}^4 \cdot \text{сек.}^{-2}$)	0—4	4—9	9—16	16—100	>100
$\bar{r}$	0,01	—0,03	0,05	0,00	—0,02
n	1311	621	552	1692	384
г) Наземное давление (четыре главные компоненты)					
L^2 (мб^2)	0—500	500—1000	1000—2000	2000—4000	>4000
$\bar{r}$	—0,02	0,07	0,03	—0,01	—0,03
n	245	501	1166	1696	952
д) Геопотенциал поверхности 500 мб (четыре главные компоненты)					
L^2 (гп. дкм^2)	0—1000	1000—2000	2000—4000	4000—10000	>10000
$\bar{r}$	0,04	0,11	0,04	—0,05	—0,05
n	299	599	1265	1827	570
е) Двухсуточные изменения поверхности 500 мб (четыре главные компоненты)					
L^2 (гп. дкм^2)	0—500	500—1000	1000—4000	4000—10000	>10000
$\bar{r}$	0,01	—0,01	0,01	—0,03	0,01
n	491	695	2712	635	27
ж) Ледовитость северных морей					
L^2 [(процент) 2]	0—4	4—16	16—36	36—100	>100
$\bar{r}$	0,01	0,07	0,03	—0,03	—0,01
n	491	593	549	1037	1890

з) Граница устойчивого снежного покрова над ЕТС

L^2 [(град. широты) ²]	0—25	25—50	50—100	100—500	>500
$\bar{r}$	0,10	-0,02	0,06	-0,02	-0,01
n	260	340	516	1217	2227

и) Температура среднесуточная (четыре главные компоненты)

L^2 (град. ²)	0—500	500—2000	2000—4000	4000—10000	>10000
$\bar{r}$	0,03	0,02	0,00	-0,06	0,00
n	886	1815	891	902	66

6) зональный индекс циркуляции (I_z);

7) меридиональный индекс (I_M);

8) гидродинамический индекс (I), характеризующий циркуляцию скорости по замкнутому контуру;

9) двухсуточные тенденции геопотенциала поверхности 500 мб.

Декадные аномалии температуры рассматривались в 36 пунктах на территории, ограниченной меридианами 30 и 55° в. д. и параллелями 49 и 64° с. ш. Данные были взяты в регулярной сетке точек с шагом 5° по долготе и 3° по широте. Поля аномалий температуры, значения ледовитости, циркуляционных индексов, сведения о границе снежного покрова были предоставлены для исследования авторами работы [2].

Поля p_0 , H_{500} , δH_{500} задавались в 26 пунктах, а среднесуточная температура — в 30 пунктах над атлантико-европейским сектором. При этом для вычисления параметров аналогичности предварительно рассчитывались коэффициенты разложения указанных полей по естественным ортогональным функциям. Данные о ледовитости, индексах и снежном покрове включались в расчеты по формуле (4) без дальнейшей обработки. Граница устойчивого снежного покрова задавалась в виде вектора с пятью составляющими (положение границы на меридианах 30, 35, 40, 45 и 50° в. д.). Большой вес результатов гидродинамического прогноза в оценке аналогии процессов [3] позволял надеяться на эффективность использования подобной информации в данной задаче. Нам не удалось пока собрать соответствующую выборку прогнозов. Поэтому разработки были выполнены на основе фактических двухсуточных изменений поля H_{500} . Но при испытаниях схемы учитывалась информация, даваемая численным прогнозом.

Статистическая значимость учета указанных выше факторов исследована на основе выборки 1949—1960 гг. (96 весенних деkad). Сначала вычислялись корреляционная матрица полей температуры 96 порядка (4560 элементов) и такие же матрицы параметров аналогичности для каждого фактора. Коэффициенты корреляции распределялись по ряду градаций в фазовом пространстве параметров аналогичности и находились средние априор-

ные оценки коэффициентов корреляции между полями температуры в зависимости от ограничительных условий на параметры.

Исследование проведено как для отдельных факторов, так и для различных сочетаний. Рассмотрение зависимостей $\bar{r}(L^2)$ для отдельных факторов (табл. 1) приводит к выводу, что учет для отбора аналогов одного какого-либо фактора не может дать практического эффекта.

Таблица 2 иллюстрирует связность полей декадной темпера-

Таблица 2

Средние коэффициенты корреляции полей декадной температуры в различных градациях параметров аналогичности (для циркуляционных факторов $p_0, H_{500}, \delta H_{500}$)

$L^2(H_{500})$	Коэффициент	$L^2(p_0)$			
		0—1000	1000—2000	2000—7000	>7000
0—2000	$\bar{r}$	0,09	0,22	0,16	—0,65
	n	30	37	58	1
2000—4000	$\bar{r}$	0,25	0,10	—0,04	—0,50
	n	36	28	71	2
4000—7000	$\bar{r}$	0,07	0,03	0,05	—0,25
	n	20	39	79	3
>7000	$\bar{r}$	—0,03	0,04	—0,12	—0,55
	n	10	28	58	5

Примечание. Для оценки сходства полей тенденций взяты два параметра: $L^2(\delta H_{500})$ и $\cos \varphi$ — косинус угла в фазовом пространстве главных компонент; в таблице учтены случаи, удовлетворяющие ограничительным условиям $L^2(\delta H_{500}) \leq 1000$; $\cos \varphi \geq 0,54$ ($\varphi \leq 1$ рад.)

туры в зависимости от сходства циркуляционного режима в исходные дни. Выделяется группа случаев с $r=0,20$. Такие аналогии уже могут быть полезными для прогноза. Заметная группа случаев характеризуется отрицательными коэффициентами корреляции.

Таблица 3 характеризует возможности прогноза по аналогии теплофизических характеристик подстилающей поверхности. Объединение трех верхних клеток первой графы дает $r=0,13$.

Общий вывод, который следует из рассмотрения табл. 2 и 3, заключается в том, что учет сходства циркуляционных условий или отдельно теплофизических характеристик подстилающей поверхности дает некоторые возможности для прогноза полей декадных температур. Однако эффект от использования таких аналогов невелик. Отсюда следует, что необходимо исследовать возможности прогноза на основе более полной системы характеристик начальных состояний. При этом естественно исходить из требований, вытекающих из физических представлений о разви-

тии процессов соответствующего пространственного и временного масштабов.

К настоящему времени выполнена статистическая проработка для девяти факторов, перечисленных выше. Размерность вектора

Таблица 3

Средние коэффициенты корреляции полей декадной температуры в различных градациях параметров аналогичности (для характеристик подстилающей поверхности)

$L^2(\text{лед})$	Коэффициент	$L^2(\text{снег})$			
		0-25	25-100	100-500	>500
0-4	$\bar{r}$	-0,08	0,02	-0,03	0,04
	n	24	99	121	247
4-9	$\bar{r}$	0,23	0,17	0,06	-0,00
	n	18	57	69	146
9-36	$\bar{r}$	0,21	0,13	0,01	0,02
	n	60	170	204	418
>36	$\bar{r}$	0,07	-0,02	-0,03	-0,02
	n	158	530	823	1416

Таблица 4

Средние коэффициенты корреляции полей декадной температуры в различных градациях параметров аналогичности (для девяти предикторов)

$L^2 (H_{500})$	Коэффициент	$L^2 (p_0)$		
		0 - 2000	2000 - 4000	>4000
0-2000	$\bar{r}$	0,30	0,27	0,13
	n	16	5	3
2000-4000	$\bar{r}$	0,08	-0,15	-0,34
	n	17	6	1
4000-7000	$\bar{r}$	-0,36	-0,08	-0,49
	n	11	6	5
>7000	$\bar{r}$	-0,20	0,33	-0,42
	n	2	2	4

Примечание. Таблица 4 построена при следующих ограничительных условиях на остальные параметры аналогичности (размерности см. в табл. 1):

Предиктор	δH_{500}	$\cos \varphi$	Температура	Снег	Лед	I	I_3	I_M
Верхняя граница параметров	2000	>0	1000	500	100	500	1000	1000

предиктора достигала значения 30 с учетом представления полей главными компонентами.

В табл. 4 приводятся средние коэффициенты корреляции полей температуры при определенных ограничениях, наложенных на параметры аналогичности всех девяти исследуемых факторов. Выделяется группа аналогов с априорной связью полей предиктанта, характеризующейся $\bar{r}=0,29$. Такие аналоги могут быть эффективными для прогноза. Выглядит обещающим и использование антиподов.

Коррелированность полей предсказываемого элемента позволяет осуществить прогноз методом множественной регрессии. Так как определенным ограничительным условиям, наложенным на значения параметров аналогичности, отвечает своя априорная оценка коэффициента корреляции, можно разделить аналоги (антиподы) на группы.

Пусть l -той группе соответствует коэффициент корреляции $\bar{r}_{0l}$. Обозначим: x_0 — прогнозируемое значение, x_{il} — значения предиктанта для i -того аналога, относящегося к l -той группе аналогов (берем отклонения от среднего). Уравнение регрессии запишем в виде

$$\frac{x_0}{\sigma_0} = \sum_{l=1}^p a_l \sum_{i=1}^{q_l} \frac{x_{il}}{\sigma_{il}}, \quad (6)$$

где σ — среднее квадратическое отклонение.

Из условия

$$\frac{\bar{\varepsilon}^2}{\sigma_0^2} = \left(\frac{x_0}{\sigma_0} - \sum_{l=1}^p a_l \sum_{i=1}^{q_l} \frac{x_{il}}{\sigma_{il}} \right)^2 = \min \quad (7)$$

получаем систему p линейных уравнений для нахождения коэффициентов регрессии:

$$\sum_{l=1}^p a_l \sum_{i=1}^{q_l} \sum_{j=1}^{q_m} r_{iljm} = q_l \bar{r}_{0l} \quad (l=1, 2, 3, \dots, p). \quad (8)$$

Здесь

$$r_{iljm} = \frac{\overline{x_{il} x_{jm}}}{\sigma_{il} \sigma_{jm}},$$

$\bar{r}_{0l}$ — априорная оценка коэффициента корреляции для l -той градации.

Для случая, когда все отобранные аналоги относятся к одной группе ($l=P=1$), нахождение весов осуществляется по формуле

$$a = \frac{q_1 \bar{r}_{01}}{\sum_{i=1}^{q_1} \sum_{j=1}^{q_1} r_{ij}}. \quad (9)$$

В табл. 5 даны априорные оценки эффективности прогнозов $\frac{\bar{\varepsilon}^2}{\sigma_0^2}$ для случая использования аналогов из одной группы в предположении $\bar{r}_{ij} = \bar{r}_{01}$.

Анализ табл. 5 указывает на определенную зависимость успешности прогнозов от числа аналогов q . Целесообразность использования группы аналогов следует также из того, что

Таблица 5

$\bar{r}_0$	Значения $\frac{\bar{\varepsilon}^2}{\sigma_0^2}$					
	q					
	1	2	3	5	7	10
0,4	0,84	0,77	0,73	0,69	0,67	0,65
0,3	0,91	0,86	0,83	0,80	0,78	0,76
0,2	0,96	0,93	0,91	0,89	0,87	0,86
0,1	0,99	0,98	0,97	0,96	0,96	0,95

априорные оценки коэффициента корреляции $\bar{r}_0$ и среднего квадратического отклонения σ_0 могут весьма существенно отличаться от их истинных значений для рассматриваемой пары ситуаций.

Алгоритм прогноза, реализованный на ЭВМ, включает:

1) автоматическую обработку текущей информации (выделение главных компонент);

2) машинный поиск аналогов. Предусмотрен автоматический переход к поиску менее строгих аналогов, если не обнаружено достаточного, наперед заданного числа строгих аналогов. При отсутствии достаточного числа аналогов и во второй области фазового пространства происходит переход к поиску антиподов;

3) расчет коэффициента регрессии и окончательная формулировка прогноза с использованием полей предиктанта, соответствующих отобранной группе процессов.

Следует отметить, что увеличение архива или учет нового фактора не требует переделки программы. Программа самонастраивающаяся по заданной информации о длине рядов, размерностях векторов — предикторов и предиктанта.

Испытания схемы проведены на независимом материале весны 1965 г. В архив были включены данные 1949—1960, 1962—1964 гг. Информацией о тенденции процесса служили результаты прогноза на 48 часов с использованием баротропной модели И. Г. Ситникова [6].

Оценки прогнозов по ρ и проценту совпадения знаков аномалий $\frac{n_+}{n}$ даны в табл. 6. В последней графе таблицы наряду

с числом аналогов в скобках указана область, к которой они относятся: I — с $\bar{r}=0,29$; II — с $\bar{r}=0,25$.

Испытания подтвердили теоретический вывод о повышении эффективности метода при использовании группы аналогов (табл. 5). Были рассчитаны прогнозы для тех же декад с использованием только строгих аналогов (область I). Для каждого случая число аналогов оказалось меньшим, чем это указано

Таблица 6
Оценки прогнозов на 1965 г.

Месяц	Декада	ρ	$\frac{n+}{n}$	Число аналогов (степень строгости)
Март . . .	3	0,44	0,72	9(II)
Апрель . .	1	-0,06	0,47	3(II)
	2	0,40	0,70	3(II)
	3	0,50	0,75	5(II)
Май	1	0,66	0,83	3(I)
	2	0,06	0,53	7(II)
	3	0,22	0,61	3(I)
	Среднее	0,32	0,66	

в табл. 6. Прогнозы по более строгим аналогам оказались в среднем менее успешными ($\rho=0,26$). Это указывает на то, что некоторое уменьшение использованной априорной связи может быть перекрыто эффектом от увеличения числа аналогов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А. Аналогичность полей метеорологических элементов.— Труды ЦИП, 1956, вып. 46.
2. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема прогноза средних декадных температур с учетом данных о радиационных потоках, облачности, ледовитости и снежного покрова.— Труды ГГО, 1968, вып. 201.
3. Кудашкин Г. Д., Юдин М. И. О выборе и применении аналогов в целях уточнения численных прогнозов погоды.— Труды ГГО, 1968, вып. 197.
4. Кудашкин Г. Д. Оценка аналогичности атмосферных состояний и процессов с помощью параметров разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям.— Труды ГГО, 1965, вып. 168.
5. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1970.
6. Ситников И. Г. Результаты оперативного испытания схемы численного прогноза геопотенциала на среднем уровне.— Труды ММЦ, 1964, вып. 3.
7. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОМПОНЕНТ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ТЕНЗОРА МАКРОМАСШТАБНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Математическое моделирование циркуляции атмосферы приводит к необходимости детального изучения влияния планетарной турбулентности на динамику атмосферы. Во многих схемах описания динамики планетарных движений коэффициент макромасштабной турбулентной вязкости считается постоянным, приблизительно равным $10^5 \div 10^6$ м²/сек.² Но, как известно, коэффициент макромасштабной турбулентности может принимать обширный спектр значений, как положительных, так и отрицательных [1, 2, 7].

Положим, что коэффициент турбулентной вязкости является функцией волнового вектора, характеризующего элементарное волновое возмущение, описываемое одной сферической функцией. Тогда тензорное поле турбулентных макромасштабных напряжений зависит от длин волн и амплитуд, входящих в его описание элементарных волновых возмущений векторного поля скорости. Тем самым планетарная турбулентность может быть описана набором спектральных характеристик поля скорости. Для того чтобы идентично определить спектральные характеристики векторного поля скорости и функционально связанного с полем скорости тензорного поля напряжений, задаем указанные поля компонентами, инвариантными относительно выбранной группы преобразований координат.

Ввиду того что уравнения гидродинамики инвариантны относительно группы вращений трехмерного пространства, будем проводить разложения в спектральные формы для векторных и тензорных полей в инвариантном относительно вращений виде. Общее свойство инвариантности относительно общей группы Ли преобразований координат для уравнений гидродинамики, скалярных, векторных и тензорных полей позволит определить идентичные характеристики для всех исследуемых полей, рассчитанные в одном базисе.

Общая методика разложения произвольных величин в инвариантном относительно вращений виде изложена в [3]. Метод разложения для векторных полей ветра излагается в [4]. Применим указанную в [3] и [4] методику для разложения в спектральную форму конкретного поля симметричного тензора рейнольдсовых напряжений. В [4] определен вид компонент скорости ветра, которые при вращении преобразуются независимо друг от друга:

$$\begin{aligned} V &= e^{-i\varphi_2} (v_\varphi + i v_\theta), \\ U &= e^{i\varphi_2} (v_\varphi - i v_\theta), \\ v &= v_r, \end{aligned} \quad (1)$$

где φ_2 — угол Эйлера, v_φ , v_θ , v_r — компоненты скорости в сферической системе координат (впоследствии полагаем $\varphi_2=0$).

Соотношения (1) можно переписать для прямоугольной системы координат

$$\begin{aligned} V &= v_1 - i v_2, \\ U &= v_1 + i v_2, \\ v &= v_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Выпишем матрицу, задающую тензор турбулентных напряжений

$$\left\| \begin{array}{ccc} \overline{v_x'^2} & \overline{v_x' v_y'} & \overline{v_x' v_z'} \\ \overline{v_y' v_x'} & \overline{v_y'^2} & \overline{v_y' v_z'} \\ \overline{v_z' v_x'} & \overline{v_z' v_y'} & \overline{v_z'^2} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{array} \right\| \quad (3)$$

где v_x' , v_y' , v_z' — отклонения скорости от среднего значения.

Возвращаясь к общему определению тензора, получим, что тензор определяется тремя векторами P_x , P_y , P_z и разложения этих векторов по осям есть

$$\begin{aligned} P_x &= i v_{11} + j v_{12} + k v_{13}, \\ P_y &= i v_{21} + j v_{22} + k v_{23}, \\ P_z &= i v_{31} + j v_{32} + k v_{33}. \end{aligned}$$

Представим векторы P_x , P_y , P_z в инвариантном относительно вращений виде

$$\begin{aligned} P_x - i P_y &= i(v_{11} - i v_{21}) + j(v_{12} - i v_{22}) + k(v_{13} - i v_{23}), \\ P_x + i P_y &= i(v_{11} + i v_{21}) + j(v_{12} + i v_{22}) + k(v_{13} + i v_{23}), \\ P_z &= i v_{31} + j v_{32} + k v_{33}. \end{aligned}$$

Приведем орты i, j, k к виду инвариантному относительно вращений, т. е.

$$i - ij, \quad i + ij, \quad k. \quad (4)$$

Матрица перехода от ортов $i - ij, i + ij, k$ к векторам

$$P_x - iP_y, \quad P_x + iP_y, \quad P_z \quad (5)$$

будет

$$\begin{vmatrix} v_{11} - iv_{21} - i(v_{12} - iv_{22}) & v_{11} - iv_{21} + i(v_{12} - iv_{22}) & v_{13} - iv_{23} \\ v_{11} + iv_{21} - i(v_{12} - iv_{22}) & v_{11} + iv_{21} + i(v_{12} + iv_{22}) & v_{13} + iv_{23} \\ v_{31} - iv_{32} & v_{31} + iv_{32} & v_{33} \end{vmatrix} \quad (6)$$

Матрица (6) определяет тензор, заданный совокупностью инвариантных относительно вращений ортов (4), преобразующихся в такую же совокупность инвариантных относительно вращений векторов (5). Таким образом, каждая компонента тензора (6) при вращении преобразуется независимо от других. В результате вращения, переводящего любую точку со сферическими координатами в северной полюс сферы, как это показано в [4], базисные векторы v_1, v_2, v_3 перейдут в v_φ, v_θ, v_r . Тогда (6) можно переписать для сферической системы координат

$$\begin{vmatrix} q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} + i(q_{\theta\varphi} + q_{\varphi\theta}) & q_{\varphi\varphi} + q_{\theta\theta} - i(q_{\theta\varphi} - q_{\varphi\theta}) & -q_{\varphi r} - iq_{\theta r} \\ q_{\varphi\varphi} + q_{\theta\theta} + i(q_{\theta\varphi} - q_{\varphi\theta}) & q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} - i(q_{\theta\varphi} + q_{\varphi\theta}) & -q_{\varphi r} + iq_{\theta r} \\ -q_{r\varphi} + iq_{r\theta} & -q_{r\varphi} + iq_{r\theta} & q_{rr} \end{vmatrix} \quad (7)$$

где $q_{\varphi\theta} = \overline{v'_\varphi v'_\theta}$, $q_{\theta\theta} = \overline{v'^2_\theta}$ и т. д.

Тензор (7) представляет собой тензор турбулентных напряжений в сферической системе координат, приведенный к виду, в котором компоненты преобразуются независимо друг от друга под действием преобразования вращения:

$$\begin{vmatrix} \overline{v'^2_\theta} & \overline{v'_\theta v'_\varphi} & \overline{v'_\theta v'_r} \\ \overline{v'_\varphi v'_\theta} & \overline{v'^2_\varphi} & \overline{v'_\varphi v'_r} \\ \overline{v'_r v'_\theta} & \overline{v'_r v'_\varphi} & \overline{v'^2_r} \end{vmatrix} \quad (8)$$

Учтя то, что тензор (8) симметричный, перепишем тензор (7) в следующем виде:

$$\begin{vmatrix} q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} + 2iq_{\theta\varphi} & q_{\varphi\varphi} + q_{\theta\theta} & -q_{\varphi r} - iq_{\theta r} \\ q_{\varphi\varphi} + q_{\theta\theta} & q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} - 2iq_{\theta\varphi} & -q_{\varphi r} + iq_{\theta r} \\ -q_{r\varphi} - iq_{r\theta} & -q_{r\varphi} + iq_{r\theta} & q_{rr} \end{vmatrix} \quad (9)$$

Определим, по каким наборам обобщенных сферических функций разлагаются компоненты тензора (9). Для составляю-

щих тензора напряжений в сферической системе координат известны следующие формулы:

$$\begin{aligned}
 q_{rr} &= -P + 2\mu_1 \frac{\partial v_r}{\partial r}; \\
 q_{r\theta} &= \mu_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right); \\
 q_{\theta\theta} &= -P + 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right); \\
 q_{\varphi r} &= \mu_1 \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi}{r} \right); \\
 q_{\theta \varphi} &= \mu \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} - \frac{v_\varphi \operatorname{ctg} \theta}{r} \right); \\
 q_{\varphi \varphi} &= -P + 2\mu \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r} + \frac{v_\theta \operatorname{ctg} \theta}{r} \right). \quad (10)
 \end{aligned}$$

Здесь P — гидродинамическое давление.

Применительно к планетарной динамике атмосферы $\mu_1 \ll \mu$. Введем инвариантные относительно преобразования вращения компоненты вектора скорости

$$V = -v_\varphi - i v_\theta; \quad U = v_\varphi - i v_\theta; \quad v_r,$$

тогда

$$\begin{aligned}
 v_\varphi &= \frac{1}{2} (U - V); \\
 v_\theta &= \frac{i}{2} (U + V); \\
 q_{\varphi \varphi} + q_{\theta \theta} &= -2P + 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \right. \\
 &+ \left. \frac{v_\theta \operatorname{ctg} \theta}{r} + \frac{2v_r}{r} \right) = -2P + 2\mu \left[\frac{i}{2r} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{2r \sin \theta} \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right) + \frac{i}{2r} (U + V) \operatorname{ctg} \theta + \frac{2v_r}{r} \right] = \\
 &= -2P + \frac{4\mu}{r} v_r + \frac{\mu i}{r} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + U \operatorname{ctg} \theta + \right. \\
 &+ \left. \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{i}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} + V \operatorname{ctg} \theta \right). \quad (11)
 \end{aligned}$$

Из работы [4] следует, что компонента V может быть разложена по функциям T_{ln}^l , U по T_{-ln}^l , а v_r и P по T_{0n}^l , где T_{mn}^l — обобщенные сферические функции. Операторы

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} + (\dots) \operatorname{ctg} \theta \quad \text{и} \\
 \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} + (\dots) \operatorname{ctg} \theta
 \end{aligned}$$

переводят функции T_{-1n}^l и T_{1n}^l в функции T_{0n}^l соответственно. Поэтому компонента тензора (9) $q_{\varphi\varphi} + q_{\theta\theta}$ разлагается в ряды по T_{0n}^l . Аналогично по функциям T_{0n}^l разлагается компонента

$$q_{rr} = -P + 2\mu_1 \frac{\partial v_r}{\partial r}.$$

Подставим ряды

$$V = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^l V_{l,n} T_{1n}^l, \quad (12)$$

$$U = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^l U_{l,n} T_{-1n}^l, \quad (13)$$

$$v_r = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l v_{l,n} T_{0n}^l, \quad (14)$$

$$q_{\varphi\varphi} + q_{\theta\theta} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \Pi_{l,n} T_{0n}^l \quad (15)$$

в уравнении (11) и выведем алгебраическую зависимость коэффициентов $\Pi_{l,n}$ от коэффициентов $v_{l,n}$, $V_{l,n}$, $U_{l,n}$, приравняем выражения при функциях T_{0n}^l с одинаковыми индексами l, n :

$$\Pi_{l,n} = -2P_{l,n} + \frac{4\mu}{r} v_{l,n} + \frac{\mu}{r} \sqrt{l(l+1)} (V_{l,n} + U_{l,n}).$$

Здесь компонента P либо равняется постоянной величине, либо может быть представлена в виде ряда¹

$$P = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l P_{l,n} T_{0n}^l.$$

Рассмотрим компоненты:

$$q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} + 2iq_{\theta\varphi} = -\frac{i\mu}{r} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - V \operatorname{ctg} \theta \right), \quad (16)$$

$$q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} - 2iq_{\theta\varphi} = -\frac{i\mu}{r} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - U \operatorname{ctg} \theta \right). \quad (17)$$

¹ Здесь и в дальнейшем используются следующие рекуррентные формулы [3, 5]:

$$\frac{dT_{mn}^l}{d\theta} - \frac{n - m \cos \theta}{\sin \theta} T_{mn}^l = -i\alpha_m T_{m-1,n}^l,$$

$$\frac{dT_{mn}^l}{d\theta} + \frac{n - m \cos \theta}{\sin \theta} T_{mn}^l = -i\alpha_{m+1} T_{m+1,n}^l,$$

$$\alpha_m = \sqrt{l(l+m)(l-m+1)}.$$

Подставляя ряды (12) и (13) в (16) и (17) соответственно, получаем, что компонента (16) разлагается по функциям T_{2n}^l , а компонента (17) — по функциям T_{-2n}^l . Если указанные разложения определить следующим образом:

$$q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} + 2iq_{\theta\varphi} = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{n=-l}^l R_{l,n} T_{2n}^l, \quad (18)$$

$$q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} - 2iq_{\theta\varphi} = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{n=-l}^l D_{l,n} T_{-2n}^l, \quad (19)$$

то

$$R_{l,n} = -\frac{\mu}{r} \sqrt{(l+2)(l-1)} V_{l,n},$$

$$D_{l,n} = -\frac{\mu}{r} \sqrt{(l+2)(l-1)} U_{l,n}.$$

Ряды (15), (18) и (19) характеризуют тензорное поле макромасштабной планетарной турбулентности, причем коэффициенты $\Pi_{l,n}$, $R_{l,n}$, $D_{l,n}$ могут быть получены из коэффициентов $P_{l,n}$, $V_{l,n}$, $U_{l,n}$. Коэффициент P равняется константе для изобарической системы координат, если исследовать макротурбулентность на изобарической поверхности. Тогда для изобарической поверхности поле тензора макромасштабной турбулентности в атмосфере определяется векторным полем ветра, которое может быть задано спектральным набором коэффициентов $V_{l,n}$, $U_{l,n}$ и $v_{l,n}$.

Компоненты $q_{rr} - q_{r\varphi} - iq_{r\theta} - q_{\varphi r} + iq_{\theta r}$ характеризуют турбулентность по вертикальной координате и взаимодействие макро- и мезомасштабных турбулентных вихрей. Если компонента v_{rr} определяется рядом по T_{0n} , то компоненты

$$-q_{r\varphi} - iq_{r\theta} = -\mu_1 \left[-\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} + \frac{i}{r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right) \right],$$

$$-q_{r\varphi} + iq_{r\theta} = -\mu_1 \left[\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{U}{r} - \frac{i}{r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right) \right]$$

разлагаются по функциям T_{1n}^l и T_{-1n}^l соответственно.

По аналогии получаем

$$-q_{r\varphi} - iq_{r\theta} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^l A_{l,n} T_{1n}^l,$$

$$-q_{r\varphi} + iq_{r\theta} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^l B_{l,n} T_{-1n}^l,$$

$$q_{rr} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l C_{l,n} T_{0n}^l,$$

где

$$\begin{aligned} A_{l,n} &= -\mu_1 \left(-\frac{\partial V_{l,n}}{\partial r} + \frac{V_{l,n}}{r} + \frac{\sqrt{l(l+1)}}{r} v_{l,n} \right), \\ B_{l,n} &= -\mu_1 \left(\frac{\partial U_{l,n}}{\partial r} - \frac{U_{l,n}}{r} - \frac{\sqrt{l(l+1)}}{r} v_{l,n} \right), \\ C_{l,n} &= -P_{l,n} + 2\mu_1 \frac{\partial v_{l,n}}{\partial r}, \end{aligned}$$

т. е. для определения полей турбулентных напряжений, обусловленных взаимодействием мезо- и макромасштабных турбулентных возмущений, необходимо знать производную от поля ветра по вертикали и значения вертикальной скорости. Тензор (9) может быть представлен в виде суммы тензоров следующего вида

$$K_{l,n} = \begin{vmatrix} R_{l,n} T_{2n}^l & \Pi_{l,n} T_{0n}^l & A_{l,n} T_{1n}^l \\ \Pi_{l,n} T_{0n}^l & D_{l,n} T_{-2n}^l & B_{l,n} T_{-1n}^l \\ A_{l,n} T_{1n}^l & B_{l,n} T_{-1n}^l & C_{l,n} T_{0n}^l \end{vmatrix}$$

Суммирование тензоров $K_{l,n}$ проводится по следующему правилу:

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l K_{l,n},$$

причем, если $m > l$ в какой-либо из компонент тензора $K_{l,n}$, то тогда эта компонента приравнивается нулю. Тензор макромасштабной турбулентности может быть представлен суммой матриц:

$$\begin{vmatrix} R_{l,n} T_{2n}^l & \Pi_{l,n} T_{0n}^l \\ \Pi_{l,n} T_{0n}^l & D_{l,n} T_{-2n}^l \end{vmatrix} \quad (20)$$

Если μ является функцией волнового вектора, то он как скалярный множитель может быть вынесен перед матрицей (20). Тогда тензор макромасштабной турбулентности будет

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \mu_{l,n} \begin{vmatrix} R'_{l,n} T_{2n}^l & \Pi'_{l,n} T_{0n}^l \\ \Pi'_{l,n} T_{0n}^l & D'_{l,n} T_{-2n}^l \end{vmatrix}$$

(штрих означает вынесение $\mu_{l,n}$ как множителя перед матрицей). Ввиду трудоемкости определения полей v_θ и v_φ , а тем самым и полей V и U , можно выразить V и U через функцию тока Ψ и потенциал Φ .

Так как

$$\begin{aligned} v_\theta &= -\frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \\ v_\varphi &= \frac{1}{a} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \end{aligned}$$

где a — радиус Земли, то

$$V = -v_\varphi - i v_\theta = -\frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \right) - \frac{i}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right),$$

$$U = v_\varphi - i v_\theta = \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \right) - \frac{i}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right). \quad (21)$$

Если

$$\Psi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \Psi_{l,n} T_{0n}^l,$$

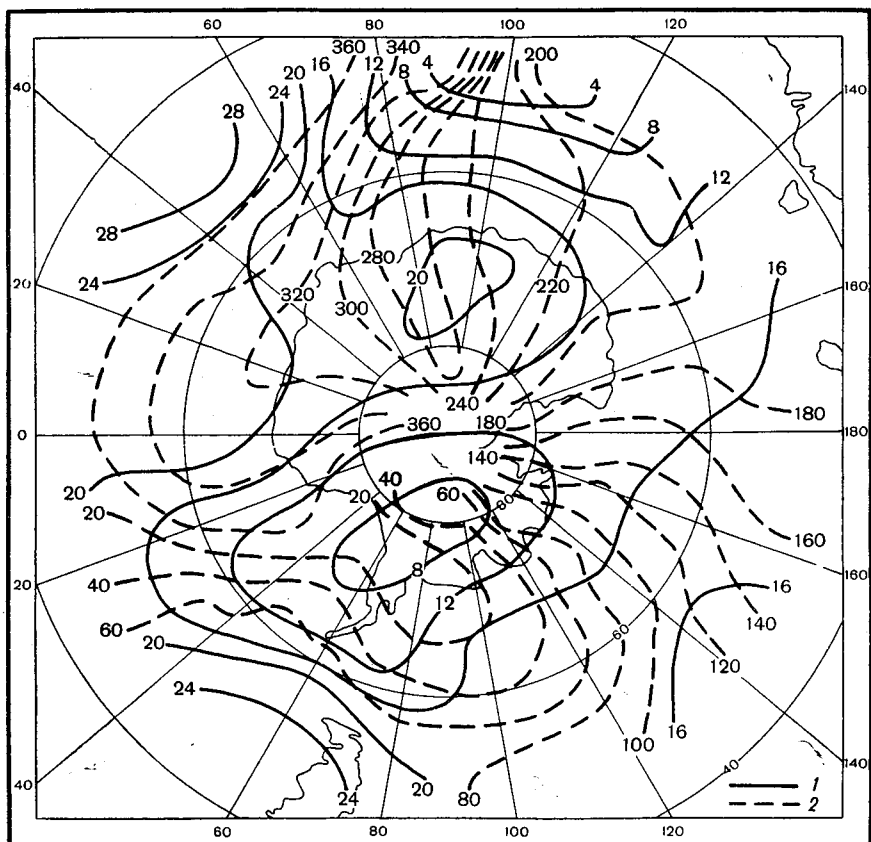


Рис. 1. Среднее поле ветра в высоких широтах южного полушария.
1 — изотакхи ($\text{м} \cdot \text{сек.}^{-1}$), 2 — изогоны (град.).

$$\Phi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \Phi_{l,n} T_{0n}^l,$$

то из (21) легко получить

$$V_{l,n} = \frac{i}{a} \sqrt{l(l+1)} \Psi_{l,n} - \frac{\sqrt{l(l+1)}}{a} \Phi_{l,n},$$

$$U_{l,n} = -\frac{i}{a} \sqrt{l(l+1)} \Psi_{l,n} - \frac{\sqrt{l(l+1)}}{a} \Phi_{l,n}.$$

Но так как поля Ψ можно построить только из решения задачи математической физики с привлечением уравнений динамики атмосферы, то для получения коэффициентов $V_{l,n}$, $U_{l,n}$, $v_{l,n}$ удобно воспользоваться методом, изложенным в [5, 6].

На рис. 1 представлено среднее поле ветра на уровне 500 мб за июнь 1957 и 1958 гг. в высоких широтах южного полушария,

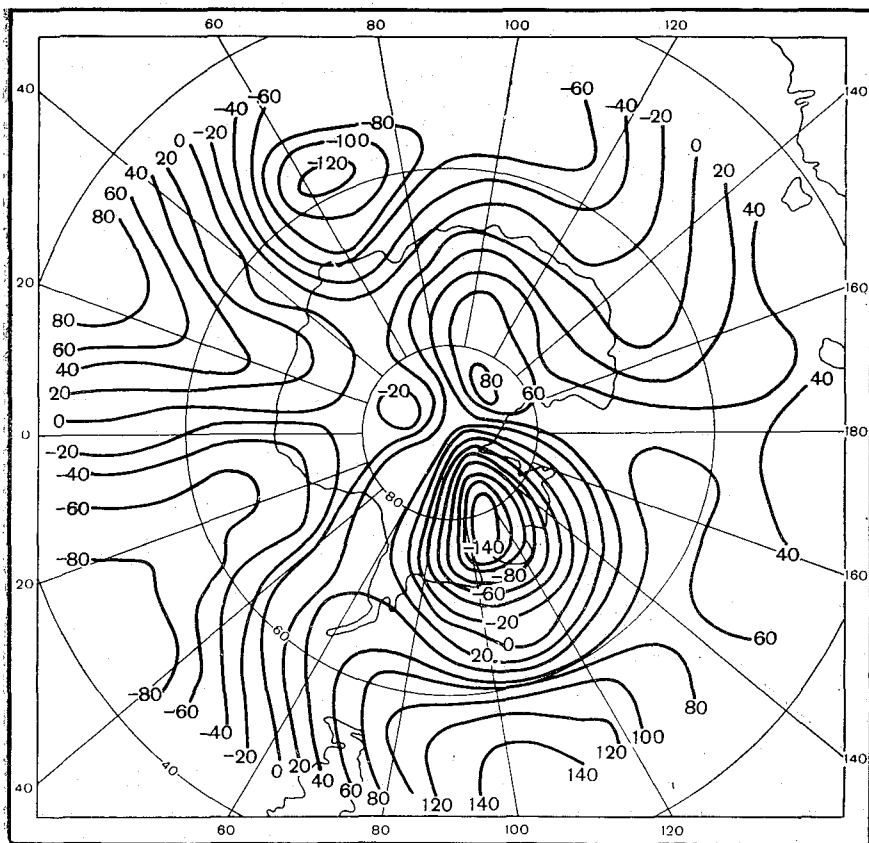


Рис. 2. Поле $2q_{\theta\varphi}$.

полученное из решения задачи согласования поля ветра с заданным полем геопотенциала.

Из уравнения неразрывности в изобарической системе координат получаем [6]

$$\frac{\partial v_{l,n}}{\partial P} + \frac{\sqrt{l(l+1)}}{2a} (V_{l,n} + U_{l,n}) = 0.$$

Тогда

$$\Pi_{l,n} = -2P_{l,n} + \frac{4\mu}{a} v_{l,n} - 2\mu \frac{\partial v_{l,n}}{\partial P}$$

и поле компоненты $q_{\varphi\varphi} + q_{\theta\theta}$ определяются полем аналога вертикальной скорости в изобарической системе координат.

Компоненты $q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} + 2iq_{\theta\varphi}$ и $q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta} - 2iq_{\theta\varphi}$ определяются только полями V и U соответственно. Вещественная часть ряда (18) представляет собой поле $q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta}$, а мнимая — поле

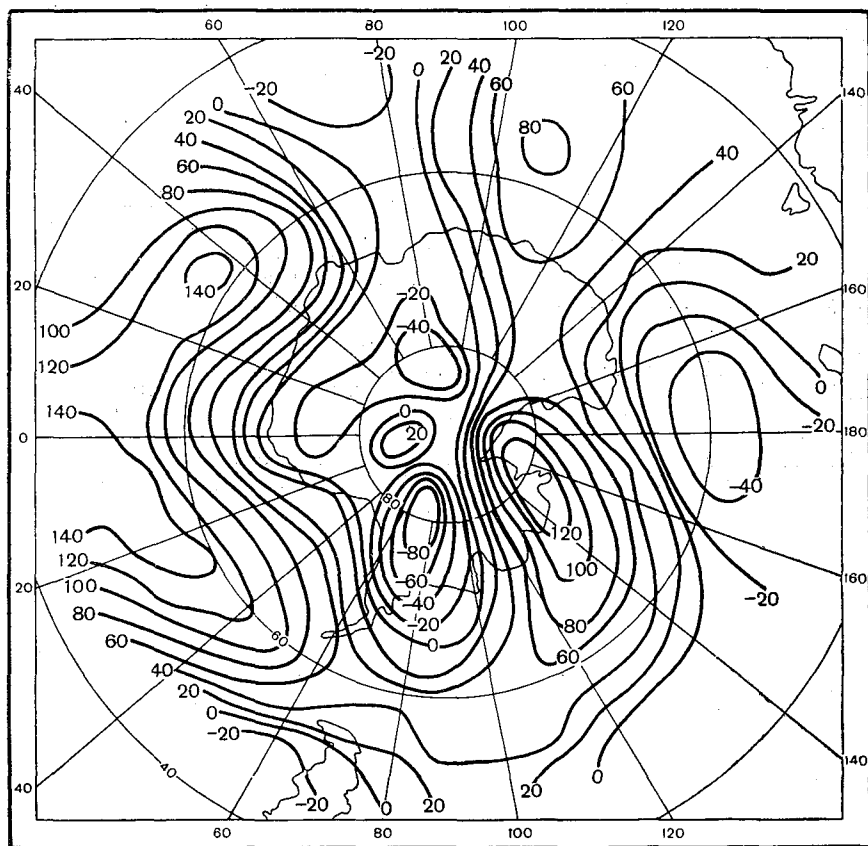


Рис. 3. Поле $(q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta})$.

$2q_{\theta\varphi}$. На рис. 2 представлено поле напряжений $2q_{\theta\varphi}$ для заданного поля ветра (рис. 1) с суммированием до $l=9$.

Поля $q_{\varphi\varphi}$ и $q_{\theta\theta}$ могут быть получены по следующим формулам:

$$q_{\varphi\varphi} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{Re} \left(\sum_{l=2}^{\infty} \sum_{n=-l}^l R_{l,n} T_{2n}^l \right) + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \Pi_{l,n} T_{0n}^l \right],$$

$$q_{\theta\theta} = \frac{1}{2} \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \Pi_{l,n} T_{0n}^l - \operatorname{Re} \left(\sum_{l=2}^{\infty} \sum_{n=-l}^l R_{l,n} T_{2n}^l \right) \right].$$

На рис. 3 представлено поле напряжений $q_{\varphi\varphi} - q_{\theta\theta}$. Из рис. 2 можно определить область максимального и минимального меридионально-зонального взаимодействия течений, что характеризует природу нелинейных эффектов во взаимодействии зонального потока с меридиональной составляющей. Тензорное поле на рис. 3 характеризует явление нелинейного переноса энергии на усиление либо зональной, либо меридиональной составляющей без обмена энергией между этими составляющими.

ЛИТЕРАТУРА

1. Starr V. P. Physics of negative Viscosity Phenomena. 1967.
2. Машкович С. А., Вейль И. Г. О крупномасштабных атмосферных процессах с «отрицательной вязкостью». — Метеорол. и гидрол., 1970, № 8.
3. Гельфанд И. М., Минлос Г. А., Шапиро З. Я. Представление группы вращений и группы Лоренца, их применение. М., Физматиздат, 1958.
4. Ефимов В. А. Спектральное разложение векторных полей ветра. Труды ГГО, 1969, вып. 236.
5. Ефимов В. А. Решение нелинейных уравнений динамики атмосферы на сфере. — Метеорол. и гидрол., 1968, № 5.
6. Ефимов В. А. Спектральная форма уравнений динамики атмосферы для системы обобщенных сферических функций. — Метеорол. и гидрол., 1969, № 8.
7. Кочин Н. Е. Об упрощении уравнений гидромеханики для случаев общей циркуляции атмосферы. — Труды ГГО, 1936, вып. 4.

О СВЯЗИ КЛИМАТОЛОГИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА И КОЛИЧЕСТВА ОСАДКОВ

О. А. Дроздов и А. С. Григорьева [2] сделали проверку вывода Э. А. Брикнера о противоположности хода температуры и осадков [1].

В отличие от Брикнера связь аномалий температуры и осадков ими исследована не в среднем за год, а за каждый месяц периода 1891—1950 гг. Исследование связи проводилось для отдельных пунктов, охватывающих большую часть территории Советского Союза, а в работе Брикнера — для пунктов Западной Европы. В результате этих исследований установлено, что вывод Брикнера имеет место только в теплое время года; в холодное время года связь этих аномалий прямая и более слабая. Для переходных периодов знак связи аномалий температуры и осадков различен для разных районов. Например, в мае, отнесенном к теплой половине года, на севере СССР корреляция аномалий температуры и осадков положительная, а в ноябре (холодная половина года) на юге СССР — отрицательная. При этом осенью переход на зимний режим происходит с севера на юг, весной на летний — с юга на север.

В настоящей работе нами вычислены коэффициенты корреляции не между аномалиями температуры и осадков, а между их среднегодовыми значениями. Значения температуры и осадков брались из Атласа карт, являющегося приложением к монографии Р. Ф. Сохриной, О. Н. Челпановой, В. Я. Шаровой [7]. Основным периодом осреднения этих данных является период 1881—1935 гг.

Вычисление коэффициентов корреляции проводилось для широтных кругов. Если в работе [2] коэффициенты корреляции вычислены для отдельных пунктов, охватывающих территорию Советского Союза за каждый месяц для периода в несколько десятилетий, то в данной работе коэффициенты корреляции между среднегодовыми значениями наземной температуры и осад-

Коэффициенты корреляции между климатологическими значениями температуры и количеством осадков

Месяц	° с. ш.										
	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
Январь	0,91	0,79	0,80	0,67	0,69	0,74	0,71	0,69	0,72	0,56	0,48
Февраль	0,94	0,75	0,82	0,83	0,75	0,79	0,76	0,59	0,47	0,12	0,16
Март	0,87	0,84	0,78	0,81	0,71	0,71	0,49	0,02	-0,08	-0,34	-0,45
Апрель	0,83	0,77	0,53	0,62	0,52	0,17	-0,20	-0,54	-0,46	-0,47	-0,45
Май	0,57	0,49	0,19	0,42	0,04	-0,36	-0,71	-0,76	-0,51	-0,34	-0,23
Июнь	-0,07	0,44	0,28	0,05	-0,29	-0,69	-0,68	-0,78	-0,40	-0,08	-0,07
Июль	0,29	0,80	0,33	-0,04	-0,34	-0,60	-0,73	-0,55	-0,28	0,03	-0,07
Август	0,49	0,55	0,15	0,10	-0,38	-0,64	-0,68	-0,51	-0,19	-0,03	-0,10
Сентябрь	0,76	0,64	0,62	0,26	0,01	-0,43	-0,71	-0,69	-0,29	-0,13	-0,11
Октябрь	0,77	0,73	0,73	0,48	0,57	0,50	0,26	0,11	-0,22	-0,25	-0,12
Ноябрь	0,88	0,84	0,82	0,61	0,55	0,66	0,58	0,64	0,58	0,28	0,27
Декабрь	0,92	0,76	0,77	0,68	0,73	0,80	0,77	0,73	0,71	0,52	0,58

ков вычислены также за каждый месяц, но по данным отдельных узлов сетки, расположенных на одном широтном круге. На каждом круге широты бралось 36 узлов, отстоящих один от другого на расстоянии 10° долготы, а широтные круги брались через каждые 5° от 75° до 25° с. ш.

Таким образом, если в работе [2] аномалии температуры и осадков коррелируются по времени, то в данной работе нормы этих элементов коррелируются по широте, т. е. исследование зависимостей между температурой и осадками проводится с разных точек зрения.

К расчету указанных коэффициентов корреляции привлекались данные о температуре и осадках почти всего северного полушария. Для каждого месяца получено 11 коэффициентов корреляции, т. е. всего для 12 месяцев

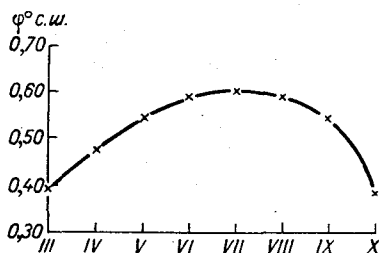


Рис 1.

132 коэффициента. Результаты расчетов представлены табл. 1.

Из таблицы видно, что знак связи между осадками и температурой зависит не только от времени года, но и от широты. Для холодного периода (ноябрь — февраль) корреляционная связь осадков и температуры всюду получилась прямой. Для летнего периода в южных и средних широтах эта связь является обратной, а в северных широтах — прямой. Исключение представляют два коэффициента: 1) для июня, $\varphi = 75^\circ$ с. ш. и 2) для июля, $\varphi = 30^\circ$ с. ш. Но значения этих коэффициентов корреляции слишком малы и, очевидно, находятся в пределах точности вычислений по имеющимся данным. В переходные сезоны южные широтные круги дают обратную связь, северные — прямую.

Если на график нанести широтный ход коэффициентов корреляции и для каждого месяца определить широту, на которой происходит изменение знака связи температуры и осадков, то можно получить кривую, изображенную на рис. 1. Эта кривая является границей перехода с зимних условий на летние; выше этой кривой корреляционная связь температуры и осадков положительна, ниже — отрицательна.

Таким образом, получается, что для южных районов в среднем годовом обратная связь является преобладающей, а для северных районов преобладающей является прямая связь. При этом следует отметить, что обратная связь для летнего периода несколько слабее, чем прямая связь для зимнего периода. Так, например, среднее значение коэффициентов корреляции для прямой связи в среднем равно 0,57, для обратной — 0,38, а максимальные значения соответственно равны 0,94 и —0,78. Это, очевидно, связано с тем, что в зимний период количество осадков в большей степени определяется их интенсивностью, в летний

период — их вероятностью [6]. Но, как следует из работ [3], [4], вероятность осадков в основном определяется относительной влажностью, а их интенсивность — наземной абсолютной влажностью, сильно зависящей от температуры воздуха. Поэтому осадки с температурой воздуха больше коррелируют в холодный период, чем в теплый, и прямая связь этих элементов оказывается теснее, чем обратная.

Некоторым подтверждением наших результатов является работа [5], в которой получены коэффициенты корреляции между температурой и удельной влажностью по срочным данным. В этой работе указанные коэффициенты корреляции для наземного уровня в зимний период получились больше, чем в летний.

Полученные нами результаты сопоставим с результатами исследований, проведенных для аномалий температуры и осадков [2].

В работе О. А. Дроздова и А. С. Григорьевой коэффициенты корреляции между аномалиями температуры и осадков представлены в виде изокоррелят для холодного (ноябрь — март) и теплого (апрель — октябрь) времени года. Изокорреляты получены по данным отдельных пунктов, охватывающих большую часть территории Советского Союза. Эти изокорреляты были сопоставлены с данными табл. 1. Так как изокорреляты аномалий и области их наибольших значений в основном вытянуты в широтном направлении, то это облегчило сопоставление результатов.

При сопоставлении выявилось соответствие знаков коэффициентов корреляции между среднесезонными значениями температуры и осадков, вычисленными по данным узлов, расположенных на одной широте, и коэффициентов корреляции между аномалиями этих элементов, вычисленными по данным отдельных пунктов за несколько десятков лет.

Кроме того, области наибольших значений указанных корреляционных зависимостей приходятся на одни и те же широты. Так, например, в теплый период эти области как для среднесезонных значений температуры и осадков, так и для их аномалий приходятся на широты $40\text{--}45^\circ$ с. ш. В холодный период центр области наибольших значений коэффициентов корреляции аномалий температуры и осадков находится приблизительно на широте 50° с. ш., что соответствует для наших результатов вторичному максимуму. (Основной максимум, полученный по нашим данным, мы не можем сопоставить, так как для зимних месяцев коэффициенты корреляции между аномалиями температуры и осадков для высоких широт не получены.)

Таким образом, несмотря на то что исследование зависимостей между температурой и осадками в данной работе и в работе [2] проводилось с разных точек зрения, из указанного сопоставления можно заключить, что корреляционные связи между среднесезонными значениями температуры и осадков и корреляционные связи между их аномалиями отражают общий механизм в формировании климата. Но так как абсолютные значения коэффи-

циентов корреляции между аномалиями температуры и осадков оказались значительно меньше, чем между среднемноголетними значениями этих метеоэлементов, то можно считать, что определяющими в этом механизме формирования климата являются результаты, полученные для норм, а результаты, полученные для аномалий, являются частным проявлением данного механизма. Это следует учитывать при построении теории климата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берг Л. С. Основы климатологии. Л., Учпедгиз, 1938.
2. Дроздов О. А., Григорьева А. С. О проявлении цикличности в ходе количества атмосферных осадков на территории СССР.— Труды ГГО, 1969, вып. 245.
3. Дроздов О. А. О связи относительной влажности с количеством и вероятностью осадков.— Труды ГГО, 1955, вып. 50(112).
4. Дроздов О. А. и Григорьева А. С. Влагооборот в атмосфере. Л., Гидрометеиздат, 1963.
5. Попов С. М. Некоторые статистические характеристики вертикальной структуры полей температуры и влажности.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1965, т. 1, № 1.
6. Пятыгина К. В., Филиппова Т. С. О связи климатологических значений вертикальной скорости, количества осадков и влажности воздуха.— Труды ГГО, 1970, вып. 256.
7. Сохрина Р. Ф., Челпанова О. Н., Шарова В. Я. Давление воздуха, температура воздуха и атмосферные осадки северного полушария. 1959, Л., Гидрометеиздат.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НА ОСНОВЕ АГЕОСТРОФИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОСРЕДНЕННЫХ ВО ВРЕМЕНИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ ДЛЯ НЕСКОЛЬКИХ УРОВНЕЙ АТМОСФЕРЫ

1. В работе [4] получено распределение климатологических значений вертикальной скорости над северным полушарием для поверхности 850 мб. Вертикальная скорость находилась из осредненного по времени уравнения вихря скорости с учетом рельефа местности [3, 9]. Для исследования некоторых вопросов теории климата представляет интерес получить такое распределение вертикальных скоростей для нескольких уровней атмосферы. С этой целью можно воспользоваться агеострофической моделью, впервые предложенной М. И. Юдиным [11, 13].

Как известно, в агеострофической модели составляющие агеострофического ветра и вертикальная скорость определяются из уравнений, не содержащих производных по времени. Поэтому ее можно использовать и для определения вертикальных скоростей, осредненных во времени. При этом необходимо учесть вертикальную скорость, возникающую за счет рельефа местности.

Построенная нами на основе агеострофической модели схема расчета и предвычисления метеозлементов на большом количестве уровней является бароклиной схемой [5—8].

Вертикальная скорость по агеострофической модели определяется из уравнения

$$\zeta^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \tilde{w} = -\zeta F_w. \quad (1)$$

Здесь $\zeta = \frac{p}{P_0}$, где p — давление, P_0 — стандартное атмосферное давление; $\tilde{w}$ — аналог вертикальной скорости;

$$d^2 = \frac{(\gamma_a - \gamma) R^2 T}{g l^2}$$

— параметр, характеризующий устойчивость атмосферы;

$$F_w = -\frac{2R}{l^2} \frac{\partial}{\partial x} \{v_g, T\} + \frac{2R}{l^2} \frac{\partial}{\partial y} \{u_g, T\} + \frac{lR}{l^2} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2)$$

где l — изменение параметра Кориолиса с широтой, u_g, v_g — составляющие геострофического ветра; остальные обозначения в (1), (2) — общепринятые.

Уравнение (1) решалось методом прямых для треугольной сетки точек с шагом, приблизительно равным 330 км (3° — по меридиану, 5° — по параллели); параметр d^2 принимался различным для тропосферы и стратосферы [2, 5].

Решение этого уравнения без учета влияния рельефа местности и приземного турбулентного трения можно представить следующим образом:

$$\tilde{w}(\zeta) = \sum_j \{ \mu'_0(\zeta, \eta_j) [F_w(\eta_j)]_0 + \mu'_1(\zeta, \eta_j) [F_w(\eta_j)]_1 \}, \quad (3)$$

где μ'_0, μ'_1 — весовые функции, F_w с индексом 0 означает функцию, вычисленную для точки расчета, а с индексом 1 — функцию, осредненную по точкам первого круга; η_j — уровень, оказывающий влияние на расчет w для уровня ζ .

Если вертикальную скорость рассчитывать для уровней 850, 500, 300, 200 мб по данным полей геопотенциала и температуры поверхностей 850, 500, 300, 200, 100 мб, то весовые коэффициенты μ'_0, μ'_1 для выбранной нами сетки принимают значения, представленные табл. 1.

Таблица 1

η_j	$\zeta = 0,85$		$\zeta = 0,5$		$\zeta = 0,3$		$\zeta = 0,2$	
	$10 \mu'_0$	$10 \mu'_1$	$10 \mu'_0$	$10 \mu'_1$	$10 \mu'_0$	$10 \mu'_1$	$10 \mu'_0$	$10 \mu'_1$
0,85	1,628	1,011	0,428	0,821	0,037	0,181	0,012	0,052
0,5	0,661	1,175	2,146	2,763	0,550	1,248	0,081	0,302
0,3	0,043	0,153	0,379	0,811	0,995	1,008	0,203	0,468
0,2	0,018	0,076	0,096	0,357	0,335	0,856	0,603	0,934
0,1	0,001	0,004	0,004	0,019	0,012	0,051	0,054	0,171

Значения μ'_0 и μ'_1 в этой таблице увеличены в 10 раз. Таблица 1 отличается от аналогичной таблицы, приведенной в работе [7], тем, что здесь мы учитываем влияние поверхности 100 мб. Этот учет оказывается особенно существенным при расчете вертикальной скорости на уровнях 200 и 300 мб.

Для рассматриваемой нами сетки составляющие геострофического ветра вычисляем по формулам

$$\left. \begin{aligned} u_g &= -\frac{b_1}{\sin \varphi} H_y \\ v_g &= \frac{b_1}{\sin \varphi} H_x \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь H — высота изобарической поверхности в гп.дкм, а коэффициент $b_1=2,078$, если u_g, v_g вычислять в м/сек.

Производные в конечных разностях вычисляем по формулам

$$\left. \begin{aligned} f_x &= \frac{0,1485}{\sin \varphi} [(f_2 - f_5) + (f_3 - f_6)] \\ f_y &= \frac{1}{6} [(2f_4 - 2f_1) + (f_3 - f_3) + (f_2 - f_6)] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Индексы у функции f указывают номера точек, представленных на рис. 1.

Заменяя в функции F_w производные конечными разностями, получаем

$$F_w = b_7(\zeta) \frac{1}{\sin^2 \varphi} (A_x + B_y) - b_8(\zeta) \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} T_x, \quad (6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= T_y v_x - T_x v_y \\ B &= T_x u_y - T_y u_x \end{aligned} \right\} \quad (7)^1$$

Вычисление T_x, T_y и A_x, B_y также производим по формулам (5).

Если вертикальную скорость рассчитывать в см/сек., то коэффициенты $b_7(\zeta)$ и $b_8(\zeta)$ для рассматриваемой нами сетки принимают значения, представленные табл. 2.

II. При расчетах вертикальной скорости в работах [6—8] учитывалась также вертикальная скорость, возникающая за счет приземного турбулентного трения. Влияние этой скорости учитывалось в граничном условии на нижней границе атмосферы [10, 12], а именно: вместо нулевого граничного условия принималось, что при $\zeta=1$ вертикальная скорость равна вертикальной скорости за счет приземного турбулентного трения,

$$\text{при } \zeta = 1 \quad \tilde{w} = \tilde{w}_{\text{тр}} \quad \text{или} \quad \tilde{w} = -\frac{1}{RT} g w_{\text{тр}}. \quad (8)$$

¹ Здесь и в дальнейшем для простоты записи опущен индекс g у составляющих геострофического ветра.

Учет этого условия практически сводится к тому, что к вертикальной скорости, полученной решением (3), надо добавить вертикальную скорость, представленную формулой

$$w_{\text{тр}} = \beta_0(\zeta) (w_{\text{тр}})_0 + \beta_1(\zeta) (w_{\text{тр}})_1, \quad (9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \beta_0(\zeta) &= 0,239 \zeta^{2,87} + 0,761 \zeta^{5,46} \\ \beta_1(\zeta) &= 1,044 (\zeta^{2,87} - \zeta^{5,46}) \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

В формуле (9) индексы 0 и 1 у величины $w_{\text{тр}}$ имеют тот же смысл, что и у функции F_w в формуле (3).

Таблица 2

ζ	0,85	0,5	0,3	0,2	0,1
$b_7(\zeta)$	0,072	0,109	0,163	0,239	0,425
$b_8(\zeta)$	0,090	0,136	0,203	0,298	0,530

Вычисленные нами весовые коэффициенты β_0 и β_1 для различных ζ представлены табл. 12 в [10]. Так как в данной задаче вертикальную скорость мы будем вычислять для уровней 850, 500, 300 и 200 мб и так как весовые коэффициенты β_0 и β_1 на уровне 200 мб малы, то для наших расчетов значения β_0 и β_1 можно представить табл. 3.

Таблица 3

ζ	0,85	0,5	0,3
β_0	0,465	0,050	0,009
β_1	0,225	0,119	0,011

Известно, что

$$w_{\text{тр}} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{k}{2l}} \Delta \Phi, \quad (11)$$

где k — коэффициент вертикального турбулентного обмена.

Вводя составляющие геострофического ветра u_g , v_g в величину

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2},$$

получаем

$$w_{\text{тр}} = c_{\Phi} \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} \right). \quad (12)$$

Здесь c_{Φ} — коэффициент, зависящий от широты.

Если $w_{\text{тр}}$ вычислять в см/сек., а величину коэффициента k , как и в работах [3], [4] и [9], принять равной 6 м²/сек., заменив при

этом производные $\frac{\partial v_g}{\partial x}$, $\frac{\partial u_g}{\partial y}$ конечными разностями с шагом 330 км, то получаем

$$c_\varphi = \frac{0,0435}{\sin^{1/2} \varphi}. \quad (13)$$

Обозначим

$$\alpha_0 = \beta_0 \cdot 0,0435,$$

$$\alpha_1 = \beta_1 \cdot 0,0435,$$

тогда

$$w_{\text{тр}} = \frac{1}{\sin^{1/2} \varphi} [\alpha_0(v_x - u_y)_0 + \alpha_1(v_x - u_y)_1]. \quad (14)$$

Значения весовых функций α_0 и α_1 , увеличенные в 10 раз, представлены табл. 4.

Таблица 4			
ζ	0,85	0,5	0,3
$10 \alpha_0$	0,202	0,022	0,004
$10 \alpha_1$	0,098	0,052	0,013

III. Переходим к учету вертикальной скорости, возникающей за счет влияния рельефа местности. Этот учет, как и учет вертикальной скорости вследствие приземного турбулентного трения, можно произвести путем введения этой скорости в нижнее граничное условие [12], т. е. следует принять

$$w = w_{\text{тр}} + w_{\text{г}} \quad \text{при } \zeta = 1, \quad (15)$$

где $w_{\text{г}}$ — вертикальная скорость, возникающая вследствие влияния гор. Тогда учет вертикальной скорости $w_{\text{г}}$ практически сведется к тому, что к вертикальной скорости, полученной по формулам (3) и (14), надо добавить вертикальную скорость, представленную формулой

$$w_{\text{г}} = \beta_0(\zeta) (w_{\text{г}})_0 + \beta_1(\zeta) (w_{\text{г}})_1. \quad (16)$$

Следует обратить внимание на то, что весовые коэффициенты $\beta_0(\zeta)$ и $\beta_1(\zeta)$ имеют такие же значения, как и в непреобразованной формуле (9) для вертикальной скорости за счет приземного трения. Поэтому здесь можно воспользоваться табл. 3.

В формуле (16) индексы 0 и 1 имеют такой же смысл, что и в формулах (3) и (14).

Вычисление вертикальной скорости $w_{\text{г}}$ произведем способом, указанным в работе [3]. Но вместо первых производных геопотен-

циала, как и в формулах (6) и (14), введем составляющие геострофического ветра u , v , тогда

$$\begin{aligned} \omega_r = & (0,157 + 0,018 \sin^{1/2} \varphi) [u(z_r)_x + v(z_r)_y] + \\ & + (0,063 - 0,008 \sin^{1/2} \varphi) [v(z_r)_x - u(z_r)_y]. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь коэффициенты перед квадратными скобками рассчитаны таким образом, что ω_r получаем в см/сек.

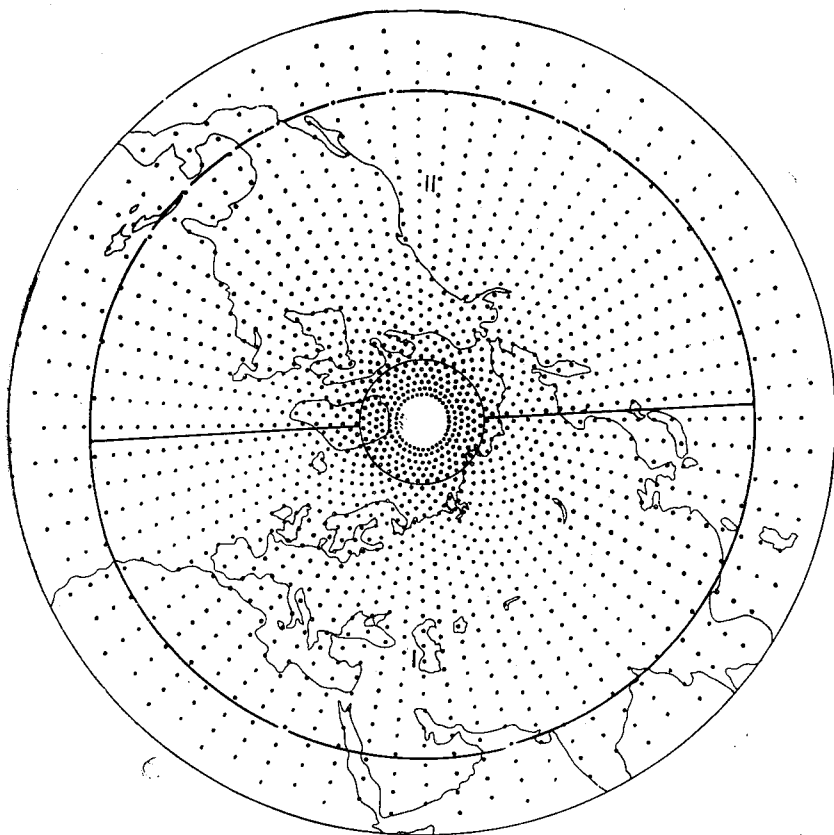


Рис. 2.

Значения гипсометрических высот z_r брались из работы Берковского и Бертони [14], в которой даны средние значения z_r на пересечениях широт и долгот через каждые 5° . По этим данным, предварительно нанесенным на бланк карты северного полушария, нами были проведены изолинии гипсометрических высот, затем были сняты их значения для узлов треугольной сетки.

В дальнейшем вертикальную скорость, вычисленную по формуле (3), будем называть динамической вертикальной скоростью без учета приземного трения ($w_{\text{дин.}-\text{тр}}$).

Суммарную вертикальную скорость, полученную по формулам (3) и (14), назовем динамической вертикальной скоростью [3, 4]:

$$w_{\text{дин}} = w_{\text{дин.}-\text{тр}} + w_{\text{тр}}, \quad (18)$$

а суммарную вертикальную скорость, вычисленную по формулам (6) и (18), — общей вертикальной скоростью:

$$w_{\text{общ}} = w_{\text{дин}} + w_{\text{г.}} \quad (19)$$

IV. Для расчета вертикальной скорости нами использовались осредненные данные полей геопотенциала и температуры на уровнях 850, 500, 300, 200 и 100 мб за 1950—1956 гг., обработанные и проанализированные под руководством И. В. Ханевской.

Значения геопотенциала и температуры снимались для узлов треугольной сетки с шагом приблизительно равным 330° (рис. 2). Данные геопотенциала снимались в диапазоне широт от 84° до $13,5^\circ$ с. ш., а температуры — от 81 до $16,5^\circ$ с. ш. (в меридиональном направлении через каждые $1,5^\circ$, а в широтном — через каждые 5°). Значения гипсометрических высот брались для той же области, что и значения температуры.

В результате вертикальную скорость получаем для диапазона широт 75 — $22,5^\circ$ с. ш., т. е. для одного уровня в 1296 пунктах сетки (на рис. 2 — очерченная область, разделенная на два сектора).

В связи с тем, что для расчетов вертикальной скорости по формуле (3) не требуются данные для уровня 1000 мб, вертикальную скорость, вызванную приземным турбулентным трением и рельефом местности, будем вычислять по данным поверхности 850 мб.

Расчеты проводились на ЭВМ М-220. Программа составлена таким образом, что повторяя ее два раза, т. е. отдельно для I и II секторов (см. рис. 2), вертикальную скорость получаем для всего северного полушария.

V. Поля вертикальной скорости для четырех уровней атмосферы (850, 500, 300, 200 мб) нами рассчитаны для января и июля.

В табл. 5 представлены средние абсолютные значения вертикальной скорости для северного полушария (с осреднением по полю значений в 1296 узлах сетки), а также средние алгебраические значения.

Средние абсолютные и средние алгебраические значения вертикальной скорости для I и II секторов даны в приложении.

В среднем для полушария общая вертикальная скорость больше любой из составляющих вертикальной скорости. Вертикальная скорость, обусловленная рельефом местности, несколько меньше вертикальной скорости, вызванной приземным турбулентным трением. Это относится как к январю, так и к июлю для всех четырех уровней.

Таблица 5

Величина	Июль					Январь				
	850 мб	500 мб	300 мб	200 мб	850 мб	500 мб	300 мб	200 мб	850 мб	500 мб
Абсолютные значения $\overline{w}$ см/сек.										
$\overline{w}_{\text{дин.-тр}}$	0,051	0,073	0,065	0,057	0,080	0,151	0,118	0,085		
$\overline{w}_{\text{тр}}$	0,043	0,010	0,002	—	0,056	0,013	0,003	—		
$\overline{w}_{\text{дин}}$	0,070	0,074	0,066	0,057	0,098	0,153	0,118	0,085		
$\overline{w}_{\text{г}}$	0,032	0,007	0,002	—	0,051	0,011	0,003	—		
$\overline{w}_{\text{общ}}$	0,077	0,075	0,066	0,057	0,126	0,157	0,119	0,085		
Алгебраические значения $\overline{w}$ см/сек.										
$\overline{w}_{\text{дин.-тр}}$	—0,001	—0,002	—0,002	—0,001	0,001	0,003	0,001	0,001		
$\overline{w}_{\text{тр}}$	—0,011	—0,003	—0,001	—	—0,008	—0,002	—0,000	—		
$\overline{w}_{\text{дин}}$	—0,012	—0,004	—0,003	—0,001	—0,007	0,001	0,001	0,001		
$\overline{w}_{\text{г}}$	—0,006	—0,001	—0,000	—	0,005	0,001	0,000	—		
$\overline{w}_{\text{общ}}$	—0,017	—0,006	—0,003	—0,001	—0,002	0,002	0,001	0,001		

Все составляющие вертикальной скорости в январе значительно больше, чем в июле. Так, например, для уровня 850 мб значения $\overline{\omega}_T$ и $\overline{\omega}_{\text{общ}}$ в июле в среднем составляют приблизительно $\frac{2}{3}$ значений соответствующих величин в январе.

Из табл. 5 и приложения видно, что средние алгебраические значения вертикальной скорости $\overline{\omega}_T$ в январе и июле имеют противоположные знаки, а значения $\overline{\omega}_{\text{тр}}$ — одинаковые. Это справедливо как для всего полушария, так и для отдельных секторов на всех рассматриваемых уровнях.

Отрицательная величина $\overline{\omega}_{\text{тр}}$ означает, что для среднемноголетних значений в январе и июле на уровне 850 мб антициклоническая кривизна изогипс преобладает над циклонической кривизной.

В среднем для полушария знак динамической вертикальной скорости на уровне 850 мб совпадает со знаком вертикальной скорости за счет приземного турбулентного трения.

VI. Рассмотрим изменение с высотой средних абсолютных значений вертикальной скорости.

Таблица 5 показывает, что $\overline{\omega}_{\text{тр}}$ и $\overline{\omega}_T$, как и следовало ожидать, имеют максимальные значения на уровне 850 мб. На уровне 500 мб эти величины меньше соответствующих величин для уровня 850 мб приблизительно в 4,5 раза, а на уровне 300 мб ими практически можно пренебречь.

Динамическая вертикальная скорость достигает максимальных значений на уровне 500 мб.

Полученные в данной работе климатологические значения вертикальных скоростей сопоставим с вертикальными скоростями, вычисленными по срочным данным тем же методом, но без учета рельефа местности и для ограниченной территории [7].

Средние абсолютные значения вертикальной скорости, приведенные в работе [7], получены осреднением для 11 сроков, причем для каждого срока осреднение производилось по значениям в 97 узлах сетки.

Так как в указанные 11 сроков входили и летние и зимние дни, то сопоставление произведено для климатологических значений вертикальной скорости, средних для января и июля. Такое сопоставление представлено табл. 6.

Таблица 6

Значение $\overline{\omega}$, см/сек.	Уровень, мб			
	850	500	300	200
Климатологическое	0,102	0,116	0,092	0,071
По срочным данным	0,34	0,70	0,68	0,54

Из табл. 6 видно, что климатологические значения вертикальной скорости меньше в 3—8 раз по сравнению со значениями

вертикальной скорости, вычисленной по срочным данным. При этом наибольшее отличие этих скоростей отмечается на верхних уровнях, наименьшее — на уровне 850 мб.

Таким образом, в верхней тропосфере и нижней стратосфере климатологические значения вертикальной скорости почти на порядок меньше значений вертикальной скорости по срочным данным, а на уровне 850 мб — приблизительно в 3 раза.

Т а б л и ц а 7

Месяц	Метод расчета	$\bar{w}_{\text{дин}}$	$\bar{w}_{\text{г}}$	$\bar{w}_{\text{общ}}$
Январь	Из уравнения вихря	0,200	0,112	0,243
	Агеострофическая модель	0,098	0,051	0,126
Июль	Из уравнения вихря	0,105	0,050	0,112
	Агеострофическая модель	0,070	0,032	0,077

Следует отметить, что как климатологические вертикальные скорости, так и вертикальные скорости по срочным данным в среднем достигают максимальных значений на одной и той же высоте (на уровне 500 мб).

VII. Для уровня 850 мб вертикальные скорости, полученные в данной работе по агеострофической модели, можно сопоставить с вертикальными скоростями, вычисленными из осредненного по времени уравнения вихря скорости [3, 4]. Данное сопоставление для средних абсолютных значений вертикальной скорости по полушарию приведено в табл. 7. Эти значения не совсем сопоставимы, так как в работах [3] и [4] вертикальная скорость рассчитывалась для значительно большего шага по горизонтали и поэтому осреднение по полушарию произведено по значительно меньшему числу значений (для 396 узлов сетки), в то время как в данной работе это осреднение производится по значениям в 1296 узлах сетки. Кроме того, исходный материал для расчета вертикальных скоростей по указанным схемам был различным. Если из уравнения вихря скорости вертикальные скорости рассчитывались по данным за 1881—1935 гг., то в агеострофической модели расчет вертикальных скоростей производился по данным за 1950—1956 гг.

Учитывая, что полученные результаты не полностью сопоставимы, все же можно утверждать, что средние значения вертикальных скоростей по агеострофической модели оказались меньше средних их значений, полученных из уравнения вихря.

Это расхождение в вертикальных скоростях для уровня 850 мб, вычисленных двумя различными методами, очевидно, в большей степени связано с различными способами учета влияния приземного турбулентного трения и рельефа местности.

Действительно, если в методе определения вертикальной скорости из осредненного по времени уравнения вихря вертикальные скорости за счет трения и за счет влияния рельефа входят в

Средние значения вертикальной скорости по секторам

Величина	Июль					Январь				
	850 мб	500 мб	300 мб	200 мб	850 мб	500 мб	300 мб	200 мб	850 мб	200 мб

I СЕКТОР

Абсолютные значения

$\overline{w}_{\text{лин.}-\text{тр}}$	0,0564	0,0840	0,0789	0,0687	0,0743	0,1474	0,1285	0,0815
$\overline{w}_{\text{тр}}$	0,0364	0,0081	0,0018	—	0,0434	0,0096	0,0022	—
$\overline{w}_{\text{лин}}$	0,0735	0,0853	0,0793	0,0687	0,0845	0,1478	0,1286	0,0815
$\overline{w}_{\text{г}}$	0,0382	0,0085	0,0020	—	0,0618	0,0134	0,0031	—
$\overline{w}_{\text{общ}}$	0,0836	0,0862	0,0796	0,0687	0,1173	0,1518	0,1289	0,0815

Алгебраические значения

$\overline{w}_{\text{лин.}-\text{тр}}$	—0,0090	—0,0203	—0,0187	—0,0087	0,0122	0,0126	—0,0106	—0,0226
$\overline{w}_{\text{тр}}$	—0,0050	—0,0012	—0,0003	—	—0,0076	—0,0020	—0,0005	—
$\overline{w}_{\text{лин}}$	—0,0140	—0,0215	—0,0189	—0,0087	0,0046	0,0107	—0,0110	—0,0226
$\overline{w}_{\text{г}}$	—0,0063	—0,0016	—0,0004	—	0,0093	0,0023	0,0005	—
$\overline{w}_{\text{общ}}$	—0,0203	—0,0231	—0,0193	—0,0087	0,0140	0,0130	—0,0105	—0,0226

II СЕКТОР

Абсолютные значения

$\overline{w}_{\text{дин.}-\text{тр}}$	0,0454	0,0623	0,0518	0,0456	0,0861	0,1548	0,1077	0,0892
$\overline{w}_{\text{тр}}$	0,0501	0,0115	0,0826	—	0,0690	0,0161	0,0037	—
$\overline{w}_{\text{дин}}$	0,0665	0,0635	0,0520	0,0456	0,1106	0,1578	0,1084	0,0892
$\overline{w}_{\text{г}}$	0,0249	0,0053	0,0012	—	0,0394	0,0087	0,0020	—
$\overline{w}_{\text{общ}}$	0,0695	0,0635	0,0520	0,0456	0,1344	0,1626	0,1093	0,0892

Алгебраические значения

$\overline{w}_{\text{дин.}-\text{тр}}$	0,0076	0,0173	0,0144	0,0068	—0,0102 _с	—0,0068	0,0134	0,0255
$\overline{w}_{\text{тр}}$	—0,0167	—0,0042	—0,0010	—	—0,0078	—0,0019	—0,0004	—
$\overline{w}_{\text{дин}}$	—0,0091	0,0131	0,0135	0,0068	—0,0180	—0,0087	0,0129	0,0255
$\overline{w}_{\text{г}}$	—0,0047	—0,0011	—0,0003	—	0,0008	0,0002	0,0001	—
$\overline{w}_{\text{общ}}$	—0,0138	0,0120	0,0132	0,0068	—0,0172	—0,0085	0,0130	0,0255

общую вертикальную скорость только в точке расчета с коэффициентом 1,0, то в агеострофической модели эти составляющие скоростей для уровня 850 мб входят с коэффициентом 0,465 в точке расчета и с коэффициентом 0,225 для значений, осредненных по точкам первого круга. Напомним, что эти составляющие в агеострофической модели с коэффициентом 1,0 в точке расчета входят в граничное условие при решении уравнения (1) для вертикальной скорости.

Кроме того, известную роль, очевидно, сыграло то, что расчет $\omega_{тр}$ и $\omega_{г}$ в агеострофической модели производился по данным геопотенциала поверхности 850 мб, а из уравнения вихря — по данным наземного давления.

Конечно, различие может быть вызвано и тем, что схема расчета вертикальной скорости из уравнения вихря является одноуровневой схемой, а схема, построенная на основе агеострофической модели, являясь бароклиной схемой, учитывает влияние атмосферных процессов не только на данном уровне, но и на ниже и выше лежащих уровнях. Понятно, что с физической точки зрения бароклиная схема должна быть более точной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галахова Т. А. К вопросу о методике расчета вертикальных скоростей. — Труды ГМЦ, 1967, вып. 6.
2. Каган Р. Л. К учету влияния конденсационных притоков тепла и стратосферы на изменение поля давления. — Труды ГГО, 1959, вып. 99.
3. Пятыгина К. В., Федорова Э. А. Вычисление вертикальных скоростей, осредненных во времени. — Труды ГГО, 1968, вып. 197.
4. Пятыгина К. В., Коморина Э. А. Распределение вертикальных скоростей над северным полушарием. — Труды ГГО, 1969, вып. 236.
5. Пятыгина К. В. Расчетная схема предвычисления полей ветра и температуры в тропосфере и нижней стратосфере. — Труды ГГО, 1961, вып. 121.
6. Пятыгина К. В. Агеострофическая модель прогноза метеозлементов на большом количестве уровней. — В кн.: «Труды симпозиума по численным методам прогноза погоды». Л., Гидрометеиздат, 1964.
7. Пятыгина К. В., Блажевич В. Г., Федорова Э. А. Результаты испытания агеострофической модели прогноза полей ветра и температуры для нескольких уровней атмосферы. — Труды ГГО, 1965, вып. 168.
8. Пятыгина К. В. и др. Прогноз полей ветра и температуры для нескольких уровней атмосферы на основе агеострофической схемы. — Труды ГГО, 1968, вып. 197.
9. Решетникова К. А. Определение вертикальных токов из уравнений динамики атмосферы и анализ их среднемесячных значений. — Труды ГГО, 1957, вып. 71.
10. Руководство по краткосрочным прогнозам погоды. Ч. 1. Л., Гидрометеиздат, 1964.
11. Юдин М. И. Предвычисление поля ветра и связанных с ним метеорологических элементов. — ДАН СССР, 1957, т. 112, № 1.
12. Юдин М. И. О прогнозе поля давления численными методами. — Труды ГГО, 1957, вып. 71.
13. Юдин М. И. Решение уравнений динамики атмосферы при использовании закономерностей структуры метеорологических полей в целях краткосрочного прогноза погоды. — Труды ГГО, 1963, вып. 143.
14. Berkofsky L. and Bertoni E. A. Mean topographic charts for the entire earth. Bull. Am. Met. Soc., v. 36, No. 7, September, 1955.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ МЕТЕОЭЛЕМЕНТОВ В ТРОПОСФЕРЕ И СТРАТОСФЕРЕ

В последние годы довольно широкое применение в метеорологических исследованиях нашел метод эмпирических ортогональных функций [1—4]. Изучению свойств эмпирических ортогональных функций (э.о.ф.) метеорологических элементов посвящено довольно большое количество работ. Уже в первых исследованиях этого направления [5], [6] и [7], посвященных изучению свойств э. о. ф. вертикальных профилей метеорологических элементов, было установлено свойство статистической устойчивости этих функций, что позволило успешно применить их при решении ряда практических задач метеорологии [8—10].

Кроме уже отмеченных работ, был выполнен ряд исследований [11]—[15], в которых также изучались свойства э. о. ф. вертикальных профилей метеоэлементов. Однако в этих исследованиях, как правило, изучению подвергались э.о.ф., описывающие структуру вертикальных профилей в тропосфере и нижней стратосфере. Между тем в связи с развитием современной авиации и повышением потолка полета самолетов все более актуальное значение приобретает прогноз полей метеорологических элементов в стратосфере. Для разработки численных моделей прогноза в стратосфере, основанных на параметризации вертикальных профилей метеоэлементов, целесообразно исследовать свойства э. о. ф., включая в рассмотрение стратосферные уровни. Этому вопросу посвящена настоящая работа.

1. Эмпирические ортогональные функции вертикальных профилей составляющих скорости ветра. Э.о.ф. вертикальных профилей составляющих (зональной и меридиональной) скорости ветра получены с использованием результатов работы Чарльза [16], в которой приводятся значения межуровневых коэффициентов корреляции и дисперсии составляющих скорости ветра для различных широтных поясов ($>50^\circ$ с. ш., $40-50^\circ$ с. ш., $30-40^\circ$ с. ш., $<30^\circ$ с. ш.). Для своих расчетов Чарльз использовал данные

зондирования 51 станции, расположенной на территории северной и центральной Америки, за период с 1 марта 1951 г. по 29 февраля 1956 г.

Э.о.ф. (представляющие собой, как известно, собственные векторы ковариационной матрицы) двух составляющих скорости ветра для широтного пояса $40-50^\circ$ с. ш., вычисленные для десяти уровней (950, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100 мб), приводятся в табл. 1. В этой же таблице приведены собственные числа λ_i , соответствующие собственным векторам φ_i , представляющие собой, как известно, дисперсии соответствующих коэффициентов разложения по системе φ_i . Величины d_i выражают относительные доли дисперсии, приходящиеся на сумму одного, двух и т. д. слагаемых в разложении по φ_i ;

$$d_i = \sum_{k=1}^i \lambda_k / \sum_{k=1}^{10} \lambda_k.$$

Наконец, в последних трех строках табл. 1 приведены значения косинусов углов между одинаковыми по номеру собственными векторами φ_i , но относящимися к разным составляющим скорости ветра и к разным сезонам. Близость косинусов углов к единице говорит об устойчивости систем векторов.

В табл. 2 приведены аналогичные результаты расчетов для 13 уровней (950, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100, 80, 50 и 30 мб), относящиеся лишь к меридиональной составляющей для зимы и лета. Данные этой таблицы указывают на устойчивость систем векторов φ_i .

Добавление трех уровней (80, 50 и 30 мб), естественно, увеличивает число собственных векторов. В работе [4] было показано, что собственные векторы для тропосферы практически не меняют своей формы от добавления стратосферных уровней 200 и 100 мб, при этом появляются новые собственные векторы. Для того, чтобы проверить, как обстоит дело в случае добавления уровней 80, 50 и 30 мб, были сопоставлены собственные векторы меридиональной составляющей скорости ветра для зимы, относящиеся к 10 уровням (табл. 1) и к 13 уровням (табл. 2). У векторов, имеющих 13 компонент, были отброшены компоненты, относящиеся к уровням 80, 50 и 30 мб. Так как при такой процедуре векторы денормализуются, то для удобства сопоставления они были вновь нормализованы. Полученные таким образом векторы обозначим φ'_i ($i=1, 2, \dots, 13$). Были рассчитаны косинусы углов (табл. 3) между векторами φ'_i и векторами φ_j ($j=1, 2, \dots, 10$) из табл. 1.

Результаты табл. 3 указывают на близость следующих пар векторов: φ_1 и φ'_1 , φ_2 и φ'_2 , φ_3 и φ'_3 , φ_4 и φ'_4 , φ_5 и φ'_5 , φ_6 и φ'_7 , φ_7 и φ'_8 , φ_8 и φ'_9 , φ_9 и φ'_{10} , φ_{10} и φ'_{11} . Векторы φ'_6 , φ'_{12} , φ'_{13} соответствуют новым «главным колебаниям», появившимся за счет добавления уровней 80, 50 и 30 мб.

Таблица 1

Собственные векторы и собственные значения составляющих скорости ветра

Уро- вень, мб	φ_1						φ_2						φ_3						φ_4					
	v			u			v			u			v			u			v			u		
	зима	лето	лето	зима	лето	лето	зима	лето	лето	зима	лето	лето	зима	лето	лето	зима	лето	лето	зима	лето	лето	зима	лето	лето
950	0,039	0,025	0,030	0,023	-0,273	-0,240	-0,125	-0,208	0,230	0,126	0,255	0,119	0,213	0,207	0,227	0,174								
850	0,102	0,068	0,085	0,067	-0,444	-0,419	-0,204	-0,394	0,349	0,232	0,463	0,261	0,338	0,345	0,396	0,310								
700	0,175	0,141	0,169	0,150	-0,394	-0,428	-0,210	-0,409	0,320	0,222	0,426	0,307	0,170	0,202	0,223	0,243								
500	0,316	0,244	0,302	0,256	-0,345	-0,398	-0,325	-0,392	0,083	0,184	0,301	0,181	-0,362	-0,097	-0,242	-0,047								
400	0,409	0,328	0,390	0,340	-0,288	-0,343	-0,348	-0,334	-0,164	-0,021	0,072	-0,001	-0,449	-0,246	-0,389	-0,146								
300	0,487	0,444	0,476	0,448	-0,008	-0,152	-0,231	-0,176	-0,438	-0,381	-0,398	-0,393	0,014	-0,356	-0,140	-0,371								
250	0,456	0,492	0,451	0,482	0,187	0,119	0,027	0,100	-0,232	-0,433	-0,364	-0,383	0,353	0,065	0,316	0,061								
200	0,378	0,479	0,398	0,468	0,302	0,363	0,336	0,376	0,141	0,051	-0,053	0,023	0,462	0,666	0,512	0,673								
150	0,267	0,344	0,299	0,333	0,368	0,332	0,517	0,378	0,485	0,622	0,257	0,582	-0,258	-0,348	-0,232	-0,295								
100	0,177	0,159	0,205	0,170	0,331	0,169	0,488	0,211	0,435	0,351	0,290	0,388	-0,270	-0,179	-0,310	-0,267								
λ_i	1427,2	82,55	1084,7	719,8	130,9	81,47	116,5	78,86	83,48	49,98	84,47	51,73	54,09	33,99	47,98	35,10								
d_i %	78,56	77,1	75,1	73,60	85,76	84,76	83,2	82,77	90,36	89,43	89,0	88,14	93,34	92,61	92,3	91,18								
$v_{зима}$		0,984	0,998	0,988		0,967	0,878	0,967		0,930	0,871	0,941		0,864	0,971	0,786								
$v_{лето}$			0,991	1,000			0,868	0,997			0,850	0,991			0,896	0,992								
$u_{зима}$				0,993				0,904				0,890				0,891								

Уро- вень, мб	φ ₆						φ ₈						φ ₇					
	v			u			v			u			v			u		
	зима		лето	зима		лето	зима		лето	зима		лето	зима		лето	зима		лето
	зима	лето		зима	лето		зима	лето		зима	лето		зима	лето		зима	лето	
950	0,144	0,256	0,261	0,292	-0,068	-0,087	-0,246	-0,289	-0,410	-0,290	0,463	0,407						
850	0,262	0,433	0,342	0,420	-0,054	-0,050	-0,150	-0,240	-0,231	-0,419	0,184	0,227						
700	0,031	0,131	0,059	0,124	0,055	-0,084	0,293	0,300	0,543	0,733	-0,654	-0,581						
500	-0,366	-0,474	-0,421	-0,421	0,300	-0,068	0,343	0,368	0,234	0,107	0,134	0,075						
400	-0,216	-0,382	-0,222	-0,476	-0,207	0,471	0,370	-0,268	-0,403	-0,292	0,178	0,332						
300	0,555	0,177	0,489	0,273	-0,372	-0,655	-0,246	-0,393	0,261	0,143	-0,313	-0,431						
250	0,044	0,381	0,114	0,341	0,718	0,512	0,579	0,570	-0,203	0,232	0,334	0,356						
200	-0,570	-0,354	-0,508	-0,280	-0,422	-0,197	-0,409	-0,252	0,086	-0,107	-0,147	-0,126						
150	0,173	0,207	0,115	0,071	-0,082	-0,051	0,116	-0,085	-0,289	0,065	0,170	0,014						
100	0,254	0,121	0,248	0,216	0,137	0,168	-0,025	0,119	0,255	-0,127	-0,114	0,033						
λ _i	41,05	25,31	35,02	22,59	20,66	14,10	19,40	16,26	17,92	13,17	17,60	13,93						
d _i %	95,60	95,0	94,8	94,12	96,73	96,31	96,20	95,80	97,72	97,51	97,35	97,20						
v _{зима}		0,835	0,977	0,806		0,600	0,887	0,899		0,690	0,909	0,902						
v _{лето}			0,871	0,972			0,680	0,937			0,650	0,758						
u _{зима}				0,886				0,740				0,950						

Уровень мб,	°8				°9				°10			
	v		u		v		u		v		u	
	зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето
950	-0,186	-0,059	0,045	-0,002	0,331	0,420	0,158	0,262	0,699	0,739	0,705	0,713
850	-0,108	-0,061	0,008	-0,005	0,053	-0,138	0,006	-0,030	-0,646	-0,509	-0,637	-0,624
700	0,243	0,094	-0,102	-0,051	-0,489	-0,312	-0,272	-0,352	0,292	0,199	0,308	0,296
500	0,100	0,074	0,094	-0,001	0,589	0,639	0,574	0,646	-0,083	-0,287	-0,049	-0,101
400	-0,217	-0,139	0,020	0,090	-0,471	-0,464	-0,593	-0,544	0,010	0,164	-0,008	0,053
300	0,059	0,098	-0,110	0,009	0,227	-0,070	0,364	0,246	0,024	0,112	0,004	-0,024
250	0,012	-0,021	0,179	-0,113	-0,142	0,250	-0,268	-0,162	0,020	-0,168	0,009	0,007
200	-0,119	0,022	0,041	0,155	0,081	-0,107	0,125	0,074	-0,030	0,073	-0,006	-0,004
150	0,610	-0,465	-0,684	-0,556	0,007	0,026	-0,010	0,003	-0,005	-0,004	-0,006	-0,016
100	-0,669	0,856	0,681	0,802	-0,028	-0,043	-0,002	0,006	0,004	0,022	0,004	0,010
λ_i	16,32	12,22	15,20	11,65	14,24	8,15	12,60	8,53	10,88	6,37	10,40	6,35
d_i %	98,62	98,64	98,80	98,80	99,40	99,40	99,30	99,30	100,0	100,0	100,0	100,0
$v_{\text{зима}}$		-0,796	-0,850	-0,842		0,818	0,911	0,979		0,926	0,998	0,997
$v_{\text{лето}}$			0,879	0,765			0,683	0,822			0,915	0,937
$u_{\text{зима}}$				0,919				0,970				0,990

Собственные векторы и собственные значения

Уро- вень, мб,	φ_1		φ_2		φ_3	
	зима	лето	зима	лето	зима	лето
950	0,038	0,025	-0,208	-0,236	0,281	0,129
850	0,100	0,068	-0,342	-0,413	0,437	0,236
700	0,172	0,141	-0,309	-0,423	0,391	0,224
500	0,311	0,243	-0,307	-0,393	0,189	0,197
400	0,402	0,326	-0,301	-0,344	-0,035	-0,004
300	0,480	0,440	-0,109	-0,164	-0,380	-0,358
250	0,450	0,489	0,079	0,102	-0,316	-0,434
200	0,374	0,477	0,234	0,353	-0,067	-0,009
150	0,256	0,340	0,402	0,343	0,286	0,577
100	0,179	0,159	0,395	0,185	0,303	0,362
80	0,126	0,090	0,305	0,092	0,241	0,229
50	0,076	0,030	0,222	0,019	0,192	0,075
30	0,053	0,009	0,162	0,011	0,153	0,032
λ_i	1461,4	832,98	147,96	82,05	95,12	52,31
$d_i \%$	75,83	75,30	83,51	82,72	88,45	87,45
φ_i зима		0,978		0,899		0,888

Уро- вень, мб,	φ_8		φ_9		φ_{10}	
	зима	лето	зима	лето	зима	лето
950	0,380	-0,291	-0,240	-0,023	0,329	0,423
850	0,210	-0,421	-0,148	-0,051	0,052	-0,136
700	-0,497	0,730	0,332	0,072	-0,488	-0,317
500	-0,229	0,119	0,114	0,013	0,590	0,639
400	0,374	-0,301	-0,259	-0,062	-0,472	-0,461
300	-0,236	-0,137	0,116	-0,001	0,227	-0,079
250	0,175	0,236	-0,057	0,023	-0,143	0,249
200	-0,078	-0,105	-0,063	-0,025	0,081	-0,107
150	0,347	-0,039	0,480	0,186	0,010	0,019
100	-0,316	0,097	-0,525	-0,582	-0,037	-0,007
80	-0,146	-0,037	-0,271	0,217	-0,003	-0,032
50	0,094	-0,020	0,164	0,585	0,004	-0,007
30	0,171	-0,054	0,321	0,474	0,013	-0,035
λ_i	18,05	12,29	16,73	9,35	14,24	8,15
$d_i \%$	97,10	96,83	97,97	90,70	98,70	98,41
φ_i зима		0,570		0,633		0,820

меридионального составляющего скорости ветра

Ф ₄		Ф ₅		Ф ₆		Ф ₇	
зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето
-0,211	0,205	0,163	0,259	-0,026	0,006	-0,057	0,091
-0,326	0,345	0,295	0,437	-0,034	-0,002	-0,052	-0,043
-0,195	0,211	0,040	0,128	-0,012	-0,068	0,053	-0,084
0,312	-0,080	-0,401	-0,478	0,090	0,026	0,294	-0,080
0,454	-0,242	-0,250	-0,384	0,049	0,051	-0,211	0,482
0,122	-0,378	0,567	0,175	-0,135	-0,049	-0,370	-0,652
-0,305	0,035	0,125	0,392	0,121	0,074	0,716	0,505
-0,567	0,679	-0,493	-0,343	0,164	0,029	-0,439	-0,200
0,084	-0,283	-0,059	0,154	-0,564	-0,534	0,009	0,075
0,165	-0,174	0,102	0,132	-0,176	0,498	0,106	-0,048
0,123	-0,115	0,124	0,085	0,186	0,554	-0,014	-0,037
0,133	-0,019	0,163	0,015	0,495	0,345	-0,076	-0,030
0,119	-0,007	0,157	0,010	0,547	0,154	-0,035	0,008
56,27	34,33	42,93	25,23	28,91	17,81	20,58	14,05
91,37	90,55	93,59	92,83	95,09	94,44	96,16	95,71
	0,843		0,800		0,600		0,556

Ф ₁₁		Ф ₁₂		Ф ₁₃	
зима	лето	зима	лето	зима	лето
0,697	0,725	0,063	0,140	0,017	0,019
-0,639	-0,495	-0,085	-0,116	-0,015	-0,033
0,287	0,190	0,053	0,063	0,004	0,027
-0,084	-0,282	0,005	-0,058	-0,015	0,021
0,013	0,164	-0,008	0,021	0,010	-0,023
0,025	0,112	-0,005	0,012	0,009	0,006
0,017	-0,166	0,030	-0,026	-0,021	0,002
-0,022	0,069	-0,053	0,023	0,009	0,009
-0,026	-0,009	0,073	0,035	-0,001	-0,025
0,070	0,095	-0,506	-0,392	-0,039	-0,051
-0,087	-0,139	0,762	0,679	0,291	0,268
0,018	0,068	0,036	-0,221	-0,759	-0,691
0,031	0,094	-0,371	-0,541	0,580	0,666
10,92	6,59	8,38	6,36	5,67	4,66
99,27	99,01	99,71	99,60	100,0	100,0
	0,910		0,905		0,991

Значения косинусов углов между собственными векторами меридиональной составляющей скорости ветра

Векторы	φ'_1	φ'_2	φ'_3	φ'_4	φ'_5	φ'_6	φ'_7	φ'_8	φ'_9	φ'_{10}	φ'_{11}	φ'_{12}	φ'_{13}
φ_1	0,996	0,076	-0,060	-0,033	-0,038	-0,132	0,011	0,003	0,008	-0,002	0,008	-0,145	-0,179
φ_2	0,001	0,974	-0,373	-0,105	-0,102	-0,131	0,021	0,004	0,010	-0,001	0,016	-0,286	-0,216
φ_3	0,002	0,206	0,992	-0,229	-0,176	-0,474	0,030	0,003	0,008	-0,002	0,021	-0,369	-0,333
φ_4	0,002	-0,046	-0,089	0,960	0,219	0,351	-0,018	0,003	0,002	0,001	-0,010	0,186	0,143
φ_5	-0,001	0,030	0,048	0,100	0,952	-0,439	0,022	-0,002	-0,002	-0,002	0,010	-0,189	-0,168
φ_6	0,002	0,006	0,001	0,010	0,013	0,164	1,000	-0,039	-0,041	-0,005	-0,001	-0,044	-0,626
φ_7	0,003	0,007	0,009	0,009	0,018	0,128	-0,036	-0,993	0,231	-0,001	0,020	-0,257	-0,204
φ_8	-0,007	-0,019	-0,026	-0,029	-0,050	-0,369	0,078	0,108	0,972	0,008	-0,060	0,750	0,375
φ_9	-0,001	0,001	-0,003	-0,002	-0,003	-0,012	0,0002	-0,004	-0,015	1,000	-0,0005	0,002	-0,070
φ_{10}	-0,001	-0,001	-0,002	-0,001	-0,002	-0,015	0,002	0,005	0,013	0,001	0,998	0,215	0,430

При исследовании оптимальных представлений в тропосфере [5, 6] было показано, что использование двух первых собственных векторов позволяет с достаточной точностью описывать вертикальные профили составляющих ветра (примерно 90% дисперсии).

Результаты, приводимые в табл. 1 и 2, показывают, что при включении в рассмотрение стратосферных уровней двухпараметрическое представление оказывается уже недостаточно точным и необходимо привлечение по крайней мере третьего вектора для описания вертикальной структуры ветра в тропосфере и стратосфере.

2. Эмпирические ортогональные функции вертикальных профилей геопотенциала и его изменений по времени. С целью исследования э. о. ф. изменений геопотенциала во времени нами были использованы данные по геопотенциалу, снятые с ежедневных карт за февраль 1960 г. для северного полушария (земля, 700, 500, 300, 200, 100 и 50 мб) в узлах географической сетки через 15° долготы и 5° широты в пределах $30-80^\circ$ с. ш.

По этим данным была получена матрица ковариаций суточных изменений геопотенциала. Собственные векторы и собственные числа этой матрицы представлены в табл. 4. В этой же таблице приведены аналогичные величины для матрицы ковариаций зональной составляющей скорости ветра (зима, $40-50^\circ$ с. ш.), соответствующей уровням 950, 700, 500, 300, 200, 100 и 50 мб, а также для двух матриц ковариаций геопотенциала (лето, зима) для ст. Лондон, заимствованных нами из работы О. Б. Мерцаловой и М. В. Соколовой [17].

В последних строках этой таблицы приведены значения косинусов углов между одинаковыми по номеру собственными векторами геопотенциала (лето, зима), его суточных изменений, зональной составляющей скорости ветра. Близость косинусов углов к единице говорит о возможности использования единой системы собственных векторов для оптимального представления в тропосфере и стратосфере вертикальных профилей геопотенциала, его суточных изменений и составляющих скорости ветра. Для оптимальных представлений в тропосфере этот вывод был установлен в работе [5].

Результаты табл. 4 также показывают, что двухпараметрическое представление вертикальных профилей геопотенциала и его суточных изменений не обеспечивает достаточной точности и необходимо привлекать в рассмотрение по меньшей мере три первых собственных вектора.

**Со бственные векторы и собственные значения суточного изменения
и геопотенциала H на ст. Лондон**

Уровень, мб	φ_1				φ_2			
	δH	u_3	H_3	H_L	δH	u_3	H_3	H_L
Земля	0,159	0,041	0,290	0,227	-0,158	-0,164	-0,314	-0,352
700	0,251	0,227	0,298	0,290	-0,165	-0,144	-0,190	-0,242
500	0,399	0,401	0,387	0,389	-0,227	-0,271	-0,192	-0,218
300	0,570	0,629	0,500	0,547	-0,270	-0,357	-0,201	-0,129
200	0,497	0,534	0,461	0,541	-0,066	-0,216	-0,079	0,043
100	0,332	0,281	0,353	0,294	0,380	0,569	0,387	0,516
50	0,265	0,158	0,299	0,187	0,821	0,630	0,791	0,696
λ_i	332,4	614,2	1922,7	552,5	117,4	100,2	296,2	136,5
d_i %	52,3	69,7	82,1	74,1	70,8	81,0	94,7	92,4
δH		0,983	0,986	0,992		0,914	0,981	0,919
u			0,942	0,976			0,874	0,905
H_3				0,985				0,972

Уро- вень, мб	φ_3				φ_6	
	δH	u_3	H_3	H_L	δH	u_3
Земля	0,219	-0,047	0,391	0,540	-0,396	0,533
700	-0,019	-0,164	-0,010	-0,453	0,260	0,407
500	-0,265	0,003	-0,371	-0,511	0,697	-0,590
300	-0,414	0,521	-0,546	-0,063	-0,534	0,189
200	0,798	-0,722	0,645	0,483	0,060	-0,084
100	-0,271	0,114	0,033	-0,023	-0,024	0,312
50	0,018	0,407	-0,002	-0,069	0,009	-0,249
λ_i	34,0	25,0	9,5	5,0	22,5	24,1
d_i %	94,45	95,7	99,7	99,6	98,1	98,3
δH		0,672	0,900	0,681		0,632
u			0,874	0,430		
H_3				0,960		

Таблица 4

геопотенциала δH , зональной составляющей скорости ветра u для зимы (з) и лета (л)

φ_3				φ_4			
δH	u_3	H_3	$H_{\text{л}}$	δH	u_3	H_3	$H_{\text{л}}$
0,726	0,299	—0,665	—0,703	0,341	0,252	0,008	0,112
0,383	0,560	—0,327	—0,287	0,077	0,197	—0,024	—0,045
0,152	0,547	—0,093	—0,079	—0,060	—0,245	—0,020	0,031
—0,173	—0,396	0,244	0,268	—0,337	0,069	—0,136	0,123
—0,329	—0,312	0,473	0,406	—0,015	0,196	—0,123	0,172
—0,271	0,097	0,089	—0,046	0,771	—0,691	0,846	—0,802
0,301	0,184	—0,270	—0,422	—0,405	0,563	—0,458	0,544
66,6	58,5	86,23	32,6	50,1	44,7	26,3	16,4
81,27	87,7	98,4	96,7	89,2	92,8	99,5	98,9
	0,768	0,925	0,927		0,888	0,891	0,928
		0,735	0,729			0,764	0,858
			0,936				0,750

φ_6		φ_7			
H_3	$H_{\text{л}}$	δH	u_3	H_3	$H_{\text{л}}$
—0,418	—0,038	—0,317	0,745	—0,202	—0,155
0,512	0,412	0,830	—0,618	0,710	0,631
0,515	—0,700	—0,455	0,240	—0,634	—0,205
—0,534	0,528	0,043	—0,034	0,221	—0,561
0,113	—0,240	—0,011	0,062	—0,041	0,469
—0,010	—0,003	—0,030	0,013	0,032	—0,030
—0,034	0,019	—0,020	—0,015	—0,029	—0,034
4,6	1,98	12,37	14,8	0,38	0,93
99,8	99,87	100	100	100	100
0,940	0,637		0,861	0,953	0,662
0,412	0,675			0,740	0,506
	0,460				0,500

ЛИТЕРАТУРА

1. Lorenz E. N. Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. Sci. Rep. No. 1. Statist. Forecasting Project. contr., 1956.
2. Багров Н. А. Аналитическое представление последовательности метеорологических полей посредством естественных ортогональных составляющих. — Труды ЦИП, 1959, вып. 74.
3. Обухов А. М. О статистически ортогональных разложениях эмпирических функций. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 3.
4. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1970.
5. Руховец Л. В. Об оптимальном представлении вертикальных распределений метеорологических элементов. — Изв. АН СССР. сер. геофиз., 1963, № 4.
6. Руховец Л. В. О статистически оптимальных представлениях вертикальных распределений метеозементов в тропосфере и стратосфере. — Труды ГГО, 1964, вып. 165.
7. Holmström I. On the use of natural orthogonal functions for representations of the atmosphere. Tellus, v. 15, No. 2, 1963.
8. Руховец Л. В. Многоуровневая модель прогноза поля геопотенциала, основанная на малом числе параметров. — Труды ГГО, 1964, вып. 151.
9. Малкевич М. С., Татарский В. И. Определение вертикального распределения температуры атмосферы по спектру уходящего излучения в полосе поглощения углекислого газа. — Космич. исслед., 1965, № 3.
10. Коронатова Т. Д. Двухпараметрическая многоуровневая модель прогноза поля геопотенциала. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1967, т. III, № 2.
11. Копрова Л. И., Малкевич М. С. Об эмпирически ортогональных функциях для оптимальной параметризации профилей температуры и влажности. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1965, т. I, № 1.
12. Тургунов А. О статистической связи вертикальных профилей различных метеорологических элементов. Метеор. и гидрол., 1965, № 12.
13. Мартемьянов В. И., Овчинникова Л. П. О представлении вертикальных профилей геопотенциала и температуры на некоторых станциях северного полушария с помощью систем собственных векторов. — Труды САНИГМИ, 1967, вып. 29(44).
14. Груза Г. В., Мартемьянов В. И. О пространственной связи главных компонент вертикального распределения давления атмосферы. — Труды САНИГМИ, 1968, вып. 38(53).
15. Мартемьянов В. И. К вопросу о разложении вертикального профиля геопотенциала по оптимальной системе функций. — Труды САНИГМИ, 1968, вып. 38(53).
16. Charles B. N. Empirical models of interlevel correlation of winds. I. Meteor., v. 16, No. 5, 1959.
17. Мерцалова О. Б., Соколова М. В. Статистические связи между давлением на разных уровнях в свободной атмосфере. — Труды НИИАК, 1965, вып. 30.

О НЕКОТОРЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ В РАЗНЫЕ КЛИМАТИЧЕСКИЕ ЭПОХИ (статья 1)

На основе анализа многолетнего материала, выполненного многими исследователями (Гирс А. А. [2], Дзердзеевский Л. Б. [3], Лэмб [6] и др.) выделены так называемые климатические эпохи, характеризующиеся различными синоптико-климатологическими особенностями общей циркуляции атмосферы. Установлено, что период с 20-х до 50-х годов XX столетия отличался от смежных периодов времени общим потеплением, особенно в Арктике.

В настоящей работе мы снова обращаемся к этому вопросу и производим анализ климатических периодов статистическим методом. Написание этой работы вызвано тем, что, рассчитав естественные ортогональные функции в поле давления за два разных периода времени (1891—1922 и 1923—1954 гг.), мы увидели, что вторая естественная функция довольно сильно изменилась по форме. Желая убедиться в надежности исходного материала, а также выяснить, чем может быть вызвано изменение форм естественных функций, мы произвели сопоставление элементов корреляционных матриц полей давления по территории полушария за различные климатические периоды. Это сопоставление дало некоторые интересные результаты, часть которых представлена в настоящей статье. Над полушарием использовались данные 75 станций по среднемесячному давлению, относящиеся к зимнему сезону (декабрь — январь — февраль). В первом примере сопоставление производится по следующим периодам: I период — с 1891 по 1922 г., II период — с 1923 по 1954 г.

Прежде всего было произведено традиционное сопоставление средних по отдельным периодам за зимний сезон. В анализе средних использовались не только данные по давлению, но и по температуре за январь по 130 станциям северного полушария.

Поскольку анализ средних в общем неоднократно производился рядом исследователей (Митчелл [7], Геденов А. Д. [1], Рубин-

штейн Е. С., Полозова Л. Г. [4] и др.), мы ограничимся кратким резюме, содержание которого в целом согласуется с выводами других авторов.

Сопоставление средних по периодам на каждой станции в поле температуры и давления показало, что различия в средних с 5%-ным уровнем статистической значимости компактно группируются над определенными областями полушария. Так, по температуре основная область статистически значимых повышений температуры от I ко II периоду охватывает арктический район до $60-55^{\circ}$ с. ш. При этом особенно четко выделяется район Гренландии, северной части Азиатского материка и п-ова Аляски. Вторым по значению районом повышения температуры является юго-восточная часть северной Америки. В остальной части северного полушария преобладают слабые отрицательные значения разности температур.

С повышением температуры в приарктических районах возросло и значение дисперсии (в отклонениях от средней за рассматриваемый период) главным образом над материковыми районами Арктики и над Европой. Над Казахстаном, средней Азией и югом Сибири произошло, наоборот, довольно четко выраженное понижение дисперсий температуры.

Рост дисперсии (до $10-25$ град.²) в $1,5-2,0$ раза превышает величину уменьшения дисперсии ($10-15$ град.²). В поле давления рост дисперсии от I ко II периоду наблюдается над Атлантикой (до 30° с. ш.) и северной частью Евразийского материка, а уменьшение дисперсии — над районом Тихого океана.

Следует, однако, отметить две особенности: 1) термические изменения в северных областях более сильные и отличаются по знаку от изменений в более южных районах полушария, хотя границы раздела имеют сложную конфигурацию, не совпадающую с широтным кругом, 6) над Атлантическим районом и примыкающими к нему территориями материков климатические изменения по температуре и давлению в целом более существенны, чем в других районах полушария. Наличие статистически значимых различий в средних и дисперсиях от одного периода к другому свидетельствует о действительных климатических различиях, неоднозначно проявляющихся в разных географических областях.

Вначале мы полагали, что средние и дисперсии метеорологических полей вобрали в себя все характерные различия рассматриваемых периодов, а элементы корреляционных матриц будут иметь различия, не превосходящие случайный уровень. Однако отобрав и проанализировав элементы корреляционных матриц с сильными различиями в двух периодах, пришли к выводу, что расхождения в элементах корреляционных матриц также носят закономерный характер.

Полный анализ всего материала еще не окончен, однако уже сейчас можно сделать некоторые выводы, представляющие интерес для анализа климатических периодов. Вначале была составлена матрица разностей коэффициентов корреляции из двух сравниваемых

корреляционных матриц ΔR_{I-II} , затем были отобраны такие разности ΔR_{I-II} , которые превосходят $(1,5-2,0 \sigma_{\Delta R})$. Если подсчитать число значимых (ΔR) в каждой строке матрицы разностей, то наибольшее число их приходится на станции (т. е. отдельные строки матрицы разностей), которые образуют компактные области над полушарием. Эти области в поле давления располагаются преимущественно в зоне $30-50^\circ$ с. ш. и в арктических районах с тенденцией роста числа значимых ΔR_{I-II} в океанических и приокеанических районах.

Таким образом, области с наибольшими изменениями значений корреляции от периода к периоду находятся не в умеренных широтах, где существенна временная изменчивость давления, а либо южнее, либо севернее (арктические районы).

Другим интересным фактом является наличие определенных закономерностей в распределении самих величин ΔR_{I-II} над рассматриваемой территорией. Нанесенные на карту значения ΔR_{I-II} из какой-либо строки матрицы разностей над территорией северного полушария имеют довольно четкий волновой характер распределения с последовательным чередованием положительных и отрицательных величин. Как правило, значения ΔR_{I-II} невелики на небольших расстояниях от рассматриваемой станции и возрастают по абсолютному значению с увеличением расстояния. При этом наибольшие из абсолютных значений разности ΔR_{I-II} не всегда наблюдаются в ближайшей пучности волнообразного их изменения по территории. В среднем наибольшая повторяемость значительных по величине $|\Delta R_{I-II}|$ наблюдаются на расстояниях свыше 3000 км.

На рис. 1 приведена одна из карт распределения величин ΔR_{I-II} (по данным среднего месячного давления за декабрь, январь и февраль) для ст. Карибу, находящейся в районе Ньюфаундленда. Из рисунка видно, что над полушарием в широтном направлении разместились две длинные волны. Поскольку рассматриваются разности коэффициентов корреляции (ΔR) двух периодов времени, следовательно, карты ΔR_{I-II} фиксируют смещение длинных глобальных волн от периода похолодания к периоду потепления. В данном примере это смещение соответствует примерно 60° по долготе, т. е. около $1/6$ круга широты. Вместе с тем это означает, что корреляционные связи по территории в поле давления могут существенно меняться в разные климатические периоды времени, вплоть до изменения знаков корреляции. В частности, интересно отметить, что довольно сильное уменьшение корреляционной связи в поле давления от I ко II периоду произошло между юго-восточной частью Северной Америки (и омывающим ее океаном) и районом между реками Обью и Леной. Коэффициент корреляции уменьшился от $+0,50$, $+0,60$ до $-0,20$. При этом обратный характер изменения корреляции в поле давления произошел одновременно между той же областью юго-восточной части Северной Америки и южной и центральной областями Европы. Значение коэффициента корреляции в этом случае увеличивается

от $-0,20$, $-0,30$ до $+0,20$, $+0,30$. Расстояния, на которых происходят указанные изменения в коэффициентах корреляции, составляют 6—7 тыс. км. Уже из этого примера видно, что климатические изменения имеют планетарный характер и, следовательно, для корректного исследования нужно переходить к анализу над территорией всего земного шара.

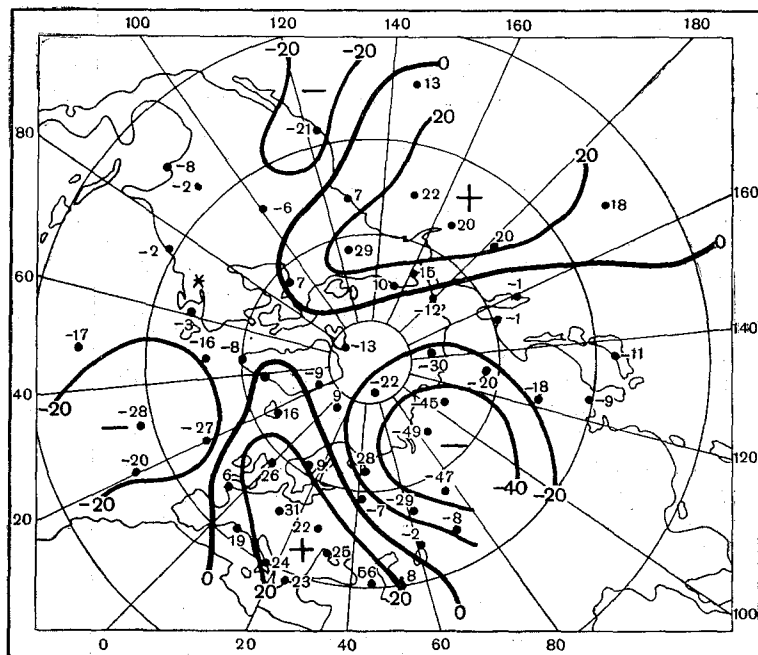


Рис. 1. Распределение величин разностей коэффициентов корреляции ΔR_{I-II} двух периодов в поле давления для ст. Карибу.

Мы пока не останавливаемся на подробном анализе этих изменений, сделаем это позже, когда будет произведен анализ над территорией земного шара. Отметим в данной работе только еще одну характерную особенность, относящуюся к арктическим районам. На рис. 2 дан сводный анализ изменений в характере корреляционных связей от I ко II периоду над северными территориями. На рис. 2 а соединены линиями пары станций, между которыми корреляция в поле давления увеличилась от I ко II периоду ($+\Delta R_{II-I}$), а на рис. 2 б соединены пары станций, между которыми корреляция ослабла от I ко II периоду ($-\Delta R_{II-I}$) или усилилась в I периоде по сравнению со II ($+\Delta R_{I-II}$).

Из сопоставления карт (рис. 2 а и 2 б) видно, что характер корреляционных связей от периода к периоду различен. В период потепления усилилась корреляция в поле давления между районами

Результаты

Географический
ры воздуха
1967, вып. 10
Гирс А. Ю.
1960.
Известия
мосферы
ды Пер
14—18 м
бинштей
мата. Л., Г
окин А.
кой диспер
б Н. Н., Ж
eneral circu
hell J. M. R
ence, v. 95,

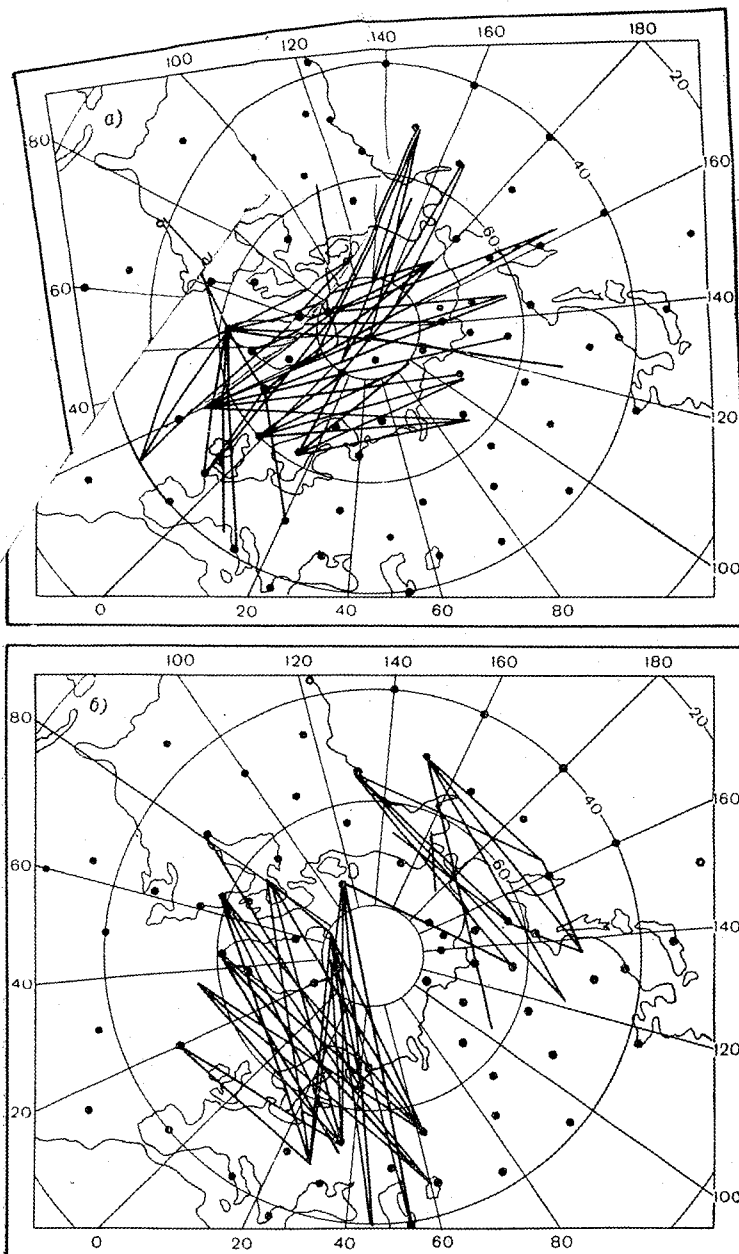


Рис. 2. Характер усиления (а) и ослабления (б) корреляционной связи ΔR_{I-II} от I ко II периоду в поле давления зимой над арктическими районами.

О ГЕОГРАФИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ В ПОЛЕ ГЕОПОТЕНЦИАЛА АТ₅₀₀ НАД СЕВЕРНЫМ ПОЛУШАРИЕМ

В связи с тем, что условие изотропности и однородности метеорологических полей, широко используемое в настоящее время при решении ряда задач, является весьма приближенным, представляет интерес выяснить степень приближения этих условий с учетом конкретных географических особенностей. Очевидно влияние географических условий более существенно в нижних слоях атмосферы нежели в средних и более высоких слоях. Однако, насколько сильно это влияние распространяется, например, на средний уровень тропосферы, можно оценить только на основании анализа эмпирического материала.

В данной работе нами использовался статистический материал геопотенциала АТ₅₀₀ за утренний срок (03—06 часов) за январь. Для исключения временной зависимости использовались даты с интервалом в три и более дней. Объем статистического материала за период с 1951 по 1960 гг. составил 192 случая. Данные наблюдений собраны с 76 пунктов Северного полушария, более или менее равномерно освещающих территорию до 30° с. ш. (Используемая сеть пунктов показана на рис. 2.)

Вначале на основе статистических данных была построена корреляционная нормированная функция в зависимости от расстояния ρ . Для этого была рассчитана корреляционная функция $R(\rho)$ для построения осредненной корреляционной функции. В табл. 1 приведена сводка данных по оценке корреляции. В строке указано число точек n_i , попадающих в градацию $\Delta\rho_i$. Общее число пар комбинаций, построенных по

$$\rho_{ij} = r_0 \arccos [\sin \varphi_i \sin \varphi_j + \cos \varphi_i \cos \varphi_j \cos(\lambda_i - \lambda_j)]$$

где r_0 — радиус Земли, φ , λ — широта и долгота точек.

В табл. 1 приведена сводка данных по оценке корреляции. В строке указано число точек n_i , попадающих в градацию $\Delta\rho_i$. Общее число пар комбинаций, построенных по

тывалась функция $R(\rho)$, составляет 2888 (число сочетаний по 2 из 76). Каждое значение корреляции определялось по 192 случаям. Таким образом, анализируемое число случаев составляет $2888 \times 192 = 553\,344$. На рис. 1 представлена корреляционная функция $R(\rho)$. Как видно из рис. 1, имеется значительный разброс точек около среднего положения $\bar{R}(\rho)$.

Таблица 1

Оценки корреляционной функции $R(\rho)$ по данным геопотенциала
АТ₅₀₀ за январь

Величина	$\Delta \rho$					
	750—1000	1001—1250	1251—1500	1501—1750	1751—2000	2001—2250
n_i	19	30	39	40	40	57
$\bar{R}_i$	0,57	0,46	0,34	0,25	0,17	0,09
σ_z	0,10	0,12	0,12	0,15	0,13	0,16
$F = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}$	1,7	2,6	3,0	4,7	3,2	4,8
F_0	2,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Величина	$\Delta \rho$					
	2251—2500	2501—2750	2751—3000	3001—3250	3251—3500	
n_i	49	52	69	65	67	
$\bar{R}_i$	0,04	0,01	—0,02	—0,09	—0,04	
σ_z	0,15	0,15	0,17	0,14	0,12	
$F = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}$	4,4	4,3	5,4	4,2	2,8	
F_0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	

Величина	$\Delta \rho$					
	3501—3750	3751—4000	4001—4250	4251—4500	4501—4750	
n_i	57	75	85	87	74	
$\bar{R}_i$	—0,05	—0,03	—0,04	—0,02	—0,01	
σ_z	0,11	0,12	0,12	0,11	0,12	
$F = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}$	2,3	2,8	2,8	2,3	2,4	
F_0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	

Естественно предположить, что, кроме влияния случайных ошибок, разброс точек около среднего положения $R(\rho)$ определяется наличием неоднородности поля геопотенциала, т. е. фактором, присущим структурным закономерностям поля метеорологического элемента.

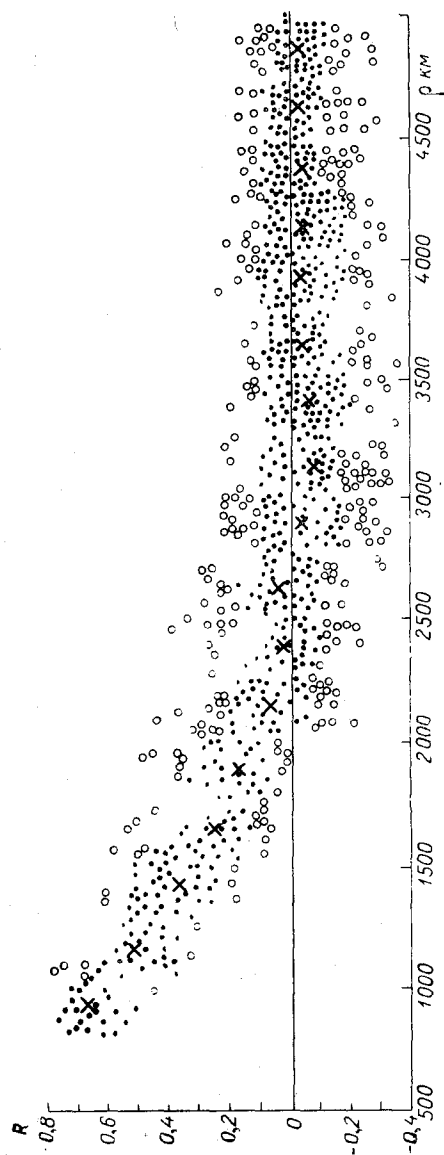


Рис. 1. Автокорреляционная функция $R(\rho)$ по среднему значению геопотенциала AT_{500} .

Попытаемся оценить вклад факторной дисперсии, вызванной неоднородностью поля, в общую дисперсию функции $R(\rho)$, используя разработки по дисперсионному анализу [1]. Если бы поле обладало существенной однородностью и изотропностью, то погрешности (σ_x) определения функции $R(\rho)$ были бы чисто случайными и определялись числом случаев, используемых для расчета коэффициента корреляции, в любой паре станций:

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{189}} = 0,0725.$$

Однако за счет наличия неоднородности поля геопотенциала разброс точек около среднего положения $R(\rho)$ в каждой градации $\Delta\rho_k$ превышает σ_x и характеризуется ошибкой σ_z , равной 0,17—0,10, среднее 0,13 (табл. 1), т. е. в 2,4—1,4 раза больше σ_x . В данном случае для дисперсионного анализа случайная дисперсия σ_x^2 рассматривается как внутригрупповая, тогда как вариация $R(\rho)$ разных пар станций в пределах одного интервала $\Delta\rho_k$ считается междугрупповой. Если междугрупповая вариация перекрывает вариацию за счет случайных факторов, то влияние фактора неоднородности поля считается доказанным и существенным. В нашем примере дисперсия как сумма внутригрупповой σ_x^2 и междугрупповой σ_z^2 дисперсий в среднем равна

$$\sigma_x^2 + \sigma_z^2 = 0,0052 + 0,0169 = 0,0221.$$

Таким образом, внутригрупповая дисперсия составляет всего лишь 32% общей дисперсии $R(\rho)$, а на факторную дисперсию приходится 68%. Уже отсюда следует, что разброс точек около $R(\rho)$ существенно определяется различием физико-географических условий даже на среднем уровне тропосферы. Более детальная оценка различий двух дисперсий производится по отношению Фишера $F = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_x^2}$ и сопоставлением этого значения F с табличным

F_0 для получения оценок статистической значимости. Для 1% статистической значимости $F_0 = 1,0$ по всем градациям $\Delta\rho_k$, кроме первой, тогда как фактическое F для разных интервалов $\Delta\rho_k$ составляет 4,8—2,3 (табл. 1), а среднее

$$F = \frac{0,0169}{0,0525} = 3,2.$$

Теперь от среднего значения $R(\rho)$ в каждой градации $\Delta\rho_k$ отложим по $2\sigma_x$ в обе стороны и таким образом выделим из «облака» точек крайние группы со значениями R , превышающими с 5%-ной статистической значимостью случайную вариацию. На рис. 1 крайние группы точек выделены полыми кружками.

Проанализируем крайние группы точек с позиции их географической особенности. Для этого на географической карте соединим сплошной линией станции, по которым корреляция попала в верхнюю крайнюю группу, а пунктиром — станция с R из ниж-

ней крайней группы (рис. 2). Из рис. 2 следует, что области с повышенной и пониженной корреляцией располагаются с определенной закономерностью над полушарием: более высокие значения R преобладают над Америкой и средней частью Европейского материка, более низкие R — главным образом над Атлантико-Европейским сектором. Отсюда следует прежде всего вывод о том, что, если корреляционную пространственную функцию, полученную по

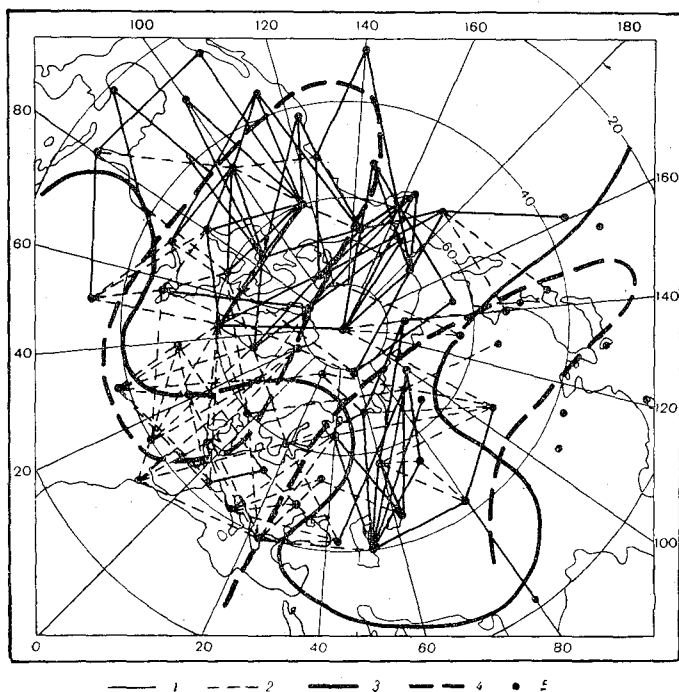


Рис. 2. Географическое распределение экстремальных корреляционных связей в поле геопотенциала AT_{500} над территорией северного полушария.

1 — экстремально высокие R в паре станций, 2 — экстремально низкие R , 3 — нулевая изолиния G_1 , 4 — нулевая изолиния G_2 , 5 — используемые станции.

данным над I естественно-синоптическим сектором полушария, использовать для структурных оценок в различных задачах в применении к территории Америки, то могут возникнуть неучтенные отклонения и погрешности.

С использованием нашей сети станций (рис. 2) мы рассчитали функцию $R(\rho)$ над территорией Атлантико-Европейского сектора от 30° з. д. до 55° в. д. и над северной Америкой по данным геопотенциала AT_{500} . Оказалось, что радиус корреляции (ρ при $R=0$) в первом случае соответствует 2100 км, во втором — 3000 км.

В среднем же по всем данным (см. рис. 1) радиус корреляции составляет 2600 км. Таким образом, не только объем данных, но и географическая специфика территории, над которой исследуется структура поля метеорологического элемента, определяет полученные выводы.

Поскольку пространственные естественные ортогональные функции отражают по своей сути особенности корреляционных связей [2], то на рис. 2 были нанесены нулевые изолинии первой G_1 и второй G_2 естественных функций. Эти функции были получены по тому же статистическому материалу, на основании которого была построена корреляционная функция $R(\rho)$ над северным полушарием. Из анализа рис. 2 видно, что нулевые изолинии в значительной степени проходят по районам пониженных корреляций, а в областях пучностей G_1 и G_2 преобладают повышенные значения R . Отсюда следует вывод о том, что первые естественные ортогональные функции отражают действительно крупномасштабные особенности метеорологических полей с присущей им неоднородностью.

Интересно подчеркнуть, что довольно значительная неоднородность сохраняется на среднем уровне тропосферы. Аналогичные исследования были выполнены на материале данных по давлению на уровне моря. Следует отметить, что карта с экстремальными значениями $R(\rho)$ по данным срочного давления весьма идентична карте, приведенной в данной работе (рис 2). Различием в сравниваемых картах, соответствующих разным уровням, было только то, что с высотой происходит некоторое смещение на запад центра тяжести областей с повышенными значениями корреляции (направление в тенденции смещения с Азиатского на Американский материк). Такая тенденция смещения с высотой свойственна и барическим центрам в атмосфере. Это подтверждает, во-первых, значимость и реальность полученных выводов и, кроме того, свидетельствует о том, что характер неоднородности в барических полях сохраняется по высоте по крайней мере до среднего уровня тропосферы.

Таким образом, в тех задачах, которые базируются на сведениях о структуре метеорологических полей, чрезвычайно важно учитывать наличие географической неоднородности полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. М., Физматгиз, 1961.
2. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1970.

ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ НАЗЕМНОГО ДАВЛЕНИЯ

С 1965 г. в отделе динамической метеорологии ГГО ежегодно составляются прогнозы температуры и осадков по Советскому Союзу для районов недостаточного увлажнения на май и июнь. Первоначально это были прогнозы по декадам. Чтобы иметь возможность уточнять прогноз температуры и осадков по полю давления, были начаты разработки прогнозов декадного давления для тех же районов на май и июнь. Территория, для которой составляется прогноз температуры, осадков и давления, разделена на два района: юг ЕТС (I район) и Казахстан (II район). На территории I района выбрано 19 станций, на территории II—15. Сеть станций, для которых давался прогноз наземного давления, представлена на рис. 1 и в табл. 1. Как и в случае осадков и температуры, прогнозировалось не само наземное давление на станциях, а коэффициенты разложения по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.). Поскольку преимущества метода разложения по е. о. ф. хорошо известны [1], на этом вопросе можно не останавливаться.

В табл. 2 указаны вклады первых пяти коэффициентов разложения наземного давления в суммарную дисперсию поля. Разложение по е. о. ф. полей декадного наземного давления за май и июнь 1948—1965 гг. проводилось отдельно для каждой из указанных территорий. Как следует из табл. 2, наземное давление на рассматриваемых территориях может быть представлено достаточно полно при учете первых двух-трех членов разложения.

Поля первой и второй естественных функций (рис. 2 а, б) являются наиболее крупномасштабными, а начиная с третьей функции (рис. 2 в) поле становится уже мелкомасштабным. Прогнозировать мелкомасштабные колебания не имеет смысла. Исходя из анализ табл. 2 и рис. 2, было решено предсказывать только первые два коэффициента разложения наземного давления. Это составляет для I района 81% общей информации о поле, для II района — 82%.

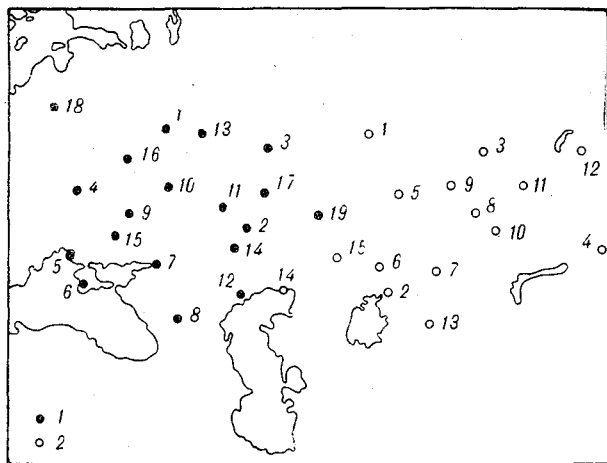


Рис. 1. Сеть станций, для которых составлялся прогноз давления.

1 — район I, 2 — район II.

Таблица I

Список станций, для которых составлялся прогноз давления

Район I

Район II

1. Москва
2. Малый Узень
3. Казань
4. Киев
5. Одесса
6. Симферополь
7. Ростов
8. Пятигорск
9. Харьков
10. Конь-Колодезь
11. Октябрьский Городок
12. Астрахань
13. Селивановское
14. Эльтон
15. Синельниково
16. Брянск
17. Безенчук
18. Вильнюс
19. Оренбург

1. Свердловск
2. Аральское Море
3. Омск
4. Бухты
5. Кустанай
6. Иргиз
7. Карсакпай
8. Целиноград
9. Кокчетав
10. Караганда
11. Павлодар
12. Барнаул
13. Кзыл-Орда
14. Гурьев
15. Темир

Методика прогноза детально изложена в работе [2]. Опуская первые этапы составления прогноза, напомним способы отбора значимых связей.

Зависимость предиктанта от различных предполагаемых предикторов находилась методом линейной корреляции. Рассчитывались коэффициенты корреляции между предикторами и предиктантами. Максимальная длина ряда при прогнозе на 1970 г. составила 22 года, поскольку данные по декадному давлению отбирались с 1948 г.

Чтобы проследить устойчивость статистических связей, сравнивались значения коэффициента корреляции за 22 года с коэффициентами корреляции, рассчитанными за 21, 20, 19, 18 и 17

лет, т. е. со сдвигом за последние 5—6 лет. При прогнозе на 1965 г. длина ряда не превышала 17 лет.

Среднее значение коэффициентов корреляции для значимых связей декадного давления при прогнозе, например, на 1970 г. оказалось равным 0,62. Отдельные значения коэффициента корреляции достигали 0,8. Поэтому было целесообразно применить преобразование Фишера [3].

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}. \quad (1)$$

Для проверки значимости той или иной связи вычислялось отношение z к его средней квадратической ошибке,

$$\frac{z}{\sigma_z} = z \sqrt{n-3}, \quad (2)$$

где n — длина ряда. Статистическая связь между предполагаемым предиктором x и предиктантом y считалась значимой, если величина $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right|$ превосходила преграду, определенную по методу доверительных интервалов. В качестве такого доверительного интервала был взят 1%-ный доверительный интервал, т. е. 99%-ный уровень значимости. Рассматривались только устойчивые прогностические связи, т. е. такие, для которых величина $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right|$ устойчива в течение последних 5—6 лет. Особое значение придавалось тенденции коэффициента корреляции в последний год. Если отмечалась тенденция к увеличению коэффициента корреляции, такая связь включалась в прогноз. В противном случае она ставилась под сомнение.

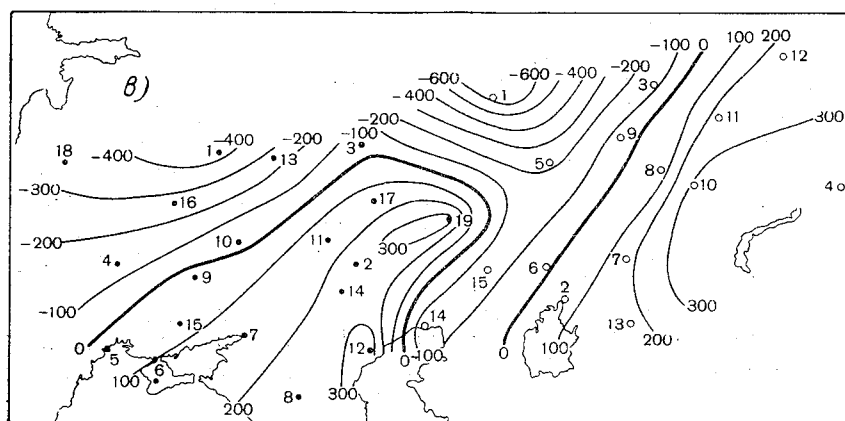
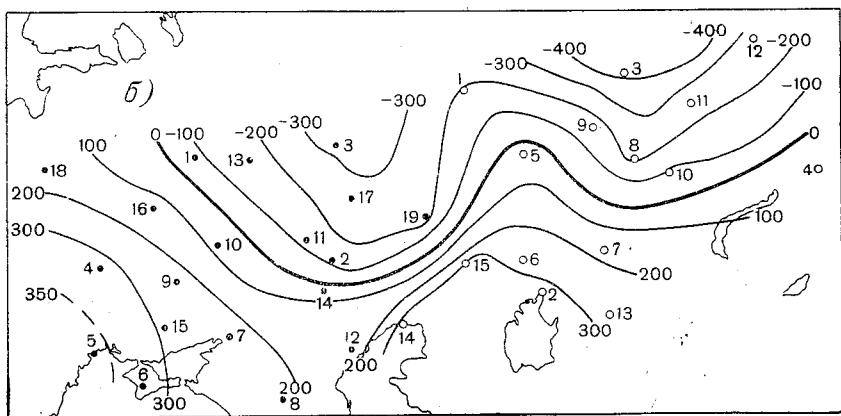
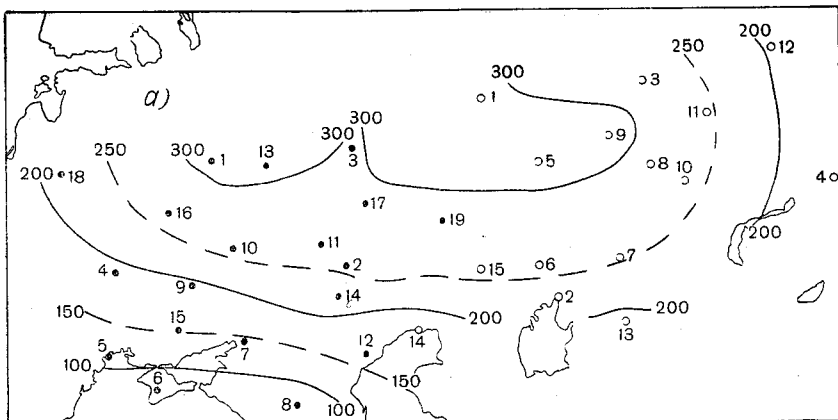


Рис. 2. Поле первой (а), второй (б) и третьей (в) естественных функций декадного давления за май — июнь.

Далее рассматривались корреляционные графики отобранных связей, определялась область, в которой находится значение предиктора за текущий год, и определялся знак прогнозируемой величины по данному графику.

Однако нередко случалось, когда различные предикторы указывают на разные знаки прогнозируемой величины. При этом необходимо привлечение дополнительной информации, позволяющей отдать предпочтение наиболее обоснованным предикторам.

Один из методов отбора таких предикторов состоял в анализе знака коэффициента корреляции данного предиктора со значениями предиктанта трех последовательных декад. Если знак связи сохранялся для всех трех декад, или хотя бы для двух — это служило дополнительным подтверждением надежности данного предиктора, поскольку совместная вероятность этих трех (или двух) связей будет выше, чем каждой в отдельности. Достоверность этих статистических связей высокая, хотя каждая связь сама по себе не очень велика.

Полезные результаты также дает анализ временного хода корреляционных зависимостей [5].

В итоге для каждого предиктанта отбиралось некоторое количество предикторов (2—5), но не более семи и затем проводилась ортогонализация предикторов. Порядок предикторов при ортогонализации устанавливался в зависимости от длины ряда предиктора, величины корреляции между предиктором и предиктантом, от вида корреляционного графика и ряда других соображений. После ортогонализации каждого предиктора снова рассчитывалась его корреляционная связь с предиктантом и анализировалось отношение $\left| \frac{z}{\sigma_2} \right|$.

В уравнение регрессии включались только те ортогонализированные предикторы, для которых значение коэффициента корреляции с предиктантом оставалось выше некоторого уровня значимости. Как уже отмечалось, порог значимости для неортогонализированных предикторов был принят довольно жестким и равным 99%. Порог значимости для ортогонализированных предикторов был смягчен и принят равным примерно 40%. Тем не менее после ортогонализации часть значимых предикторов отсеялась за счет связности с другими предикторами. Среднее число предикторов в уравнениях регрессии, приходящееся на один предиктант, равно трем, т. е. число членов уравнения регрессии не слишком велико по сравнению с длиной исходных рядов предикторов и предиктантов (17—22 года).

Используя описанную методику, на независимом материале было составлено 72 прогноза на 1965—1970 гг. и рассчитана оправдываемость этих прогнозов. Оправдываемость прогнозов оценивалась по общепринятым показателям P и ρ [4]:

$$P = \frac{n_+ + \frac{1}{2}n_{0,5}}{N}, \quad (3)$$

$$\rho = \frac{n_+ - n_-}{N}. \quad (4)$$

Для каждого прогностического поля наземного давления n_+ — число станций, в которых прогноз знака оправдался, n_- — число станций, в которых прогноз знака не оправдался, $n_{0,5}$ — число станций, в которых прогностическое или фактическое значение наземного давления равно нулю. N — общее число станций.

Средняя оценка 60 прогнозов по ρ за все годы составила для I района 0,20, для II — 0,21. Если сопоставить эти оценки с оценками инерционного прогноза, то первые гораздо выше (табл. 3).

Таблица 3
Оправдываемость прогнозов по двум методам

Показатель	I район		II район	
	а	б	а	б
ρ	0,20	0,07	0,21	0,03
P	0,59	0,52	0,61	0,51

В табл. 3 обозначено: а — оценка прогноза по физико-статистическому методу, б — оценка инерционного прогноза. Инерционный прогноз составлен на II и III декады мая и на три декады июня (60 прогнозов).

Оправдываемость 72 прогнозов наземного давления приведена в табл. 4. Здесь дается оценка прогноза, средняя по трем декадам. За каждый месяц получены три оценки прогноза: а) при сопоставлении прогноза по двум коэффициентам разложения с фактическими данными о поле давления; б) путем сопоставления того же прогноза с полем давления, восстановленным по двум коэффициентам разложения; в) сопоставлением прогноза, полученного по одному первому коэффициенту разложения, с фактическим полем давления. В табл. 5 приведены эти же оценки, осредненные за все годы.

Из рассмотрения табл. 4 и 5 видно, что неудачным был прогноз на 1970 г. В среднем качество прогнозов то же, что и для температуры и осадков.

Что касается отдельных районов, то оценки прогнозов (вариант а) на территории II района (0,16 и 0,20) выше, хотя четыре прогноза поля давления I района оправдались на 100%. Естественно, несколько выше получаются оценки (0,16 и 0,24 для I района, 0,20 и 0,27 для II района), если сравнить прогностические значения с полем давления, восстановленным по двум коэффициентам разложения (вариант б).

Оценки прогноза по одному коэффициенту (вариант в) оказались даже несколько выше, чем по двум (0,16 и 0,17 для I района, 0,20 и 0,23 для II района), вследствие того, что первый коэффи-

Таблица 4

Оправдываемость прогнозов декадного давления

Год	Метод оценки прогноза	Оправдываемость по ρ				Оправдываемость по P			
		I район		II район		I район		II район	
		май	июнь	май	июнь	май	июнь	май	июнь
1965	а	-0,06	0,43	0,35	0,46	0,47	0,69	0,67	0,71
	б	-0,06	0,50	0,41	0,91	0,47	0,75	0,70	0,96
	в	-0,37	0,45	0,28	0,14	0,32	0,71	0,63	0,57
1966	а	0,67	-0,13	0,06	0,19	0,83	0,42	0,52	0,59
	б	0,82	0,07	0,13	0,23	0,90	0,51	0,55	0,61
	в	0,47	0,00	0,07	0,11	0,74	0,50	0,53	0,55
1967	а	0,65	0,58	0,86	0,14	0,82	0,79	0,92	0,57
	б	0,86	0,75	0,94	0,10	0,93	0,86	0,97	0,55
	в	0,41	0,37	0,91	-0,07	0,69	0,68	0,95	0,47
1968	а	0,26	0,13	0,08	0,28	0,64	0,56	0,51	0,64
	б	0,37	0,20	-0,13	0,23	0,68	0,59	0,43	0,61
	в	0,67	-0,01	0,02	0,37	0,83	0,48	0,51	0,69
1969	а	0,30	-0,13	-0,30	0,25	0,64	0,44	0,35	0,62
	б	0,43	-0,05	-0,31	0,51	0,35	0,47	0,30	0,76
	в	0,26	0,40	-0,07	0,29	0,62	0,70	0,28	0,42
1970	а	-0,23	-0,55	-0,17	0,24	0,38	0,23	0,41	0,62
	б	-0,23	-0,28	-0,11	0,42	0,39	0,19	0,44	0,71
	в	-0,23	-0,43	0,37	0,64	0,38	0,28	0,63	0,76

Таблица 5

Оправдываемость прогнозов по трем вариантам оценок

Показатель	I район			II район		
	а	б	в	а	б	в
ρ	0,16	0,24	0,17	0,20	0,27	0,23
P	0,58	0,62	0,58	0,60	0,65	0,62

циент удаётся предсказывать несколько лучше (рис. 3). На рис. 3а хорошо видно, что зависимость между прогностическими и фактическими значениями коэффициента a_1 выражена более четко.

Во всяком случае, очевидно, что качество прогноза поля наземного давления, представленного в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям, в основном зависит от прогноза первого коэффициента. Если все 72 прогноза разбить на две группы, включив в первую группу прогнозы, для которых знак a_1 предсказан правильно, а во вторую те, для

которых неправильно, то средняя оправдываемость прогнозов в первой группе по ρ равна 0,49, во второй — 0,36. Для второго коэффициента имеем соответственно 0,20 и 0,15. Из этого сопоставления ясно, что прогноз первого коэффициента имеет решающее значение. Причины такой зависимости те же, что и для районных осадков (см. [6]). Прежде всего это связано с большим вкладом первой составляющей в суммарную дисперсию поля. Кроме того,

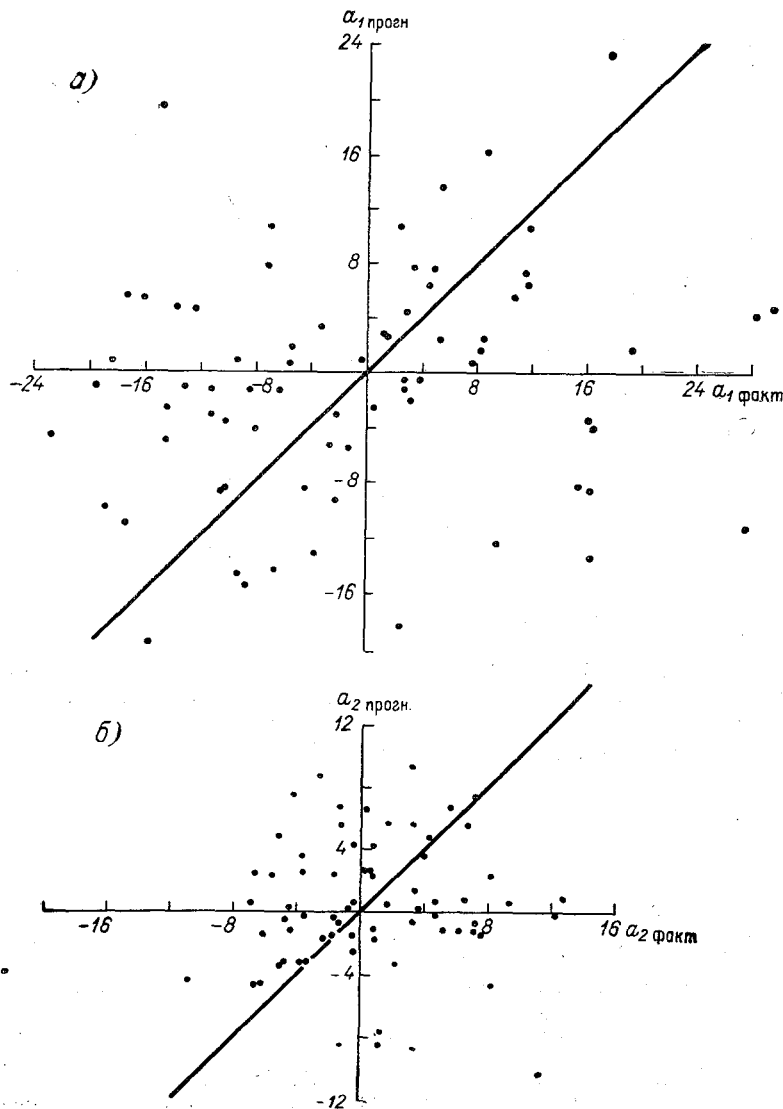


Рис. 3. Графики корреляционной зависимости между прогностическими и фактическими значениями коэффициентов a_1 (а) и a_2 (б).

коэффициент a_1 представляет собой фон поля наземного давления. На рис. 4 представлен временной ход коэффициентов a_1 и a_2 поля наземного давления за I декаду мая 1948—1970 гг. для территории I района. Аналогичную картину имеем и для других деkad мая и июня обеих территорий. Из рис. 4 следует, что амплитуда колебаний a_2 меньше, чем a_1 . Однако вторая естественная функ-

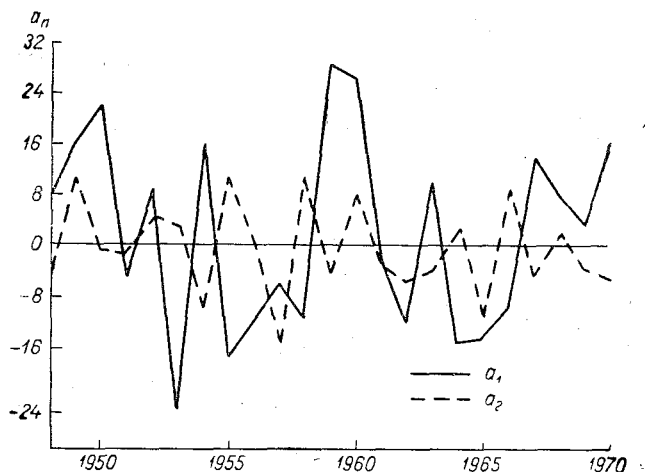


Рис. 4. Временной ход коэффициентов a_1 и a_2 поля наземного давления.

ния еще достаточно крупномасштабна (см. рис. 2 б), поэтому вопрос о целесообразности прогноза второго коэффициента разложения пока еще не снимается. Поскольку правильный прогноз первого коэффициента является решающим для прогноза поля наземного давления, то основное внимание следует уделять прогнозу первого коэффициента разложения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1970.
2. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочного прогноза погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968.
3. Романовский В. И. Математическая статистика. М., Гостехтеоретиздат, 1938.
4. Наставление по службе прогнозов. Раздел 2, ч. 4. Л., Гидрометеиздат, 1954.
5. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Опыт прогноза осадков для отдельных административных районов и некоторые вопросы интерпретации прогностических связей.— См. наст. сб.
6. Юдин М. И., Мещерская А. В. К использованию естественных ортогональных функций в статистических прогнозах.— См. наст. сб.

К ПРОГНОЗУ ОСАДКОВ НА СЕЗОН

Наряду с прогнозами декадных и месячных сумм осадков большое значение для различных отраслей народного хозяйства имеют прогнозы сезонных осадков. Для этой цели нами исследовались суммы осадков за апрель — июнь для 24 районов Казахстана за 1946—1969 гг. Прогноз давался на 1970 г. Коэффициенты разложения рассчитывались с использованием векторов, полученных при разложении полей месячных сумм районных осадков. Поскольку поля векторов обладают устойчивостью [1], мы сочли возможным использовать векторы, рассчитанные по месячным полям осадков.

Первые четыре коэффициента в соответствии с методикой расчета физико-статистических прогнозов [3] коррелировались с предикторами, описанными в работе [4]. Из предикторов отбирались только те, которые давали $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq 2,5$, где z — преобразование Фишера, σ_z вычислялось по формуле:

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}},$$

где n — длина ряда. Для предикторов, оставшихся в результате этого этапа отбора, во избежание появления больших ложных связей строились корреляционные графики. Убедившись по графикам в неслучайности данных корреляционных связей, переходили ко второму этапу отбора, в этом случае принималось

$$\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq 0,5.$$

Окончательно отобранные предикторы, которые вошли в уравнение регрессии, следующие:

- 1) индекс циркуляции W за апрель позапрошлого года;
- 2) индекс циркуляции W за апрель прошлого года;
- 3) разность числа дней с формами циркуляции E и W за июнь прошлого года;

4) a_1 — первый коэффициент разложения поля осадков за третью декаду января (I сектор);

5) a_1 — первый коэффициент разложения поля облачности за первую декаду февраля (I сектор);

6) ледовитость Карского моря за сентябрь позапрошлого года;

7) a_2 — второй коэффициент разложения среднемесячного давления за июнь прошлого года (I сектор);

8) a_3 — третий коэффициент разложения среднемесячного давления за январь позапрошлого года (I сектор);

9) дисперсия первого коэффициента (a_1) разложения поля наземного давления за март текущего года (I сектор);

10) a_3 — третий коэффициент разложения поля среднемесячного давления за июль позапрошлого года (I сектор);

11) индекс циркуляции E за февраль текущего года;

12) индекс циркуляции E за август позапрошлого года.

Как видно из приведенного списка значимых предикторов, чаще других встречается индекс циркуляции за прошлый и позапрошлый годы, на втором месте стоит среднемесячное давление, затем ледовитость северных морей. Для месячных сумм осадков на первом месте стоит ледовитость, затем облачность и тепло-содержание. Такое различие в значимости предикторов можно объяснить тем, что сезонные осадки более крупномасштабны по сравнению с месячными, поэтому для сезонных осадков значимые предикторы также более крупномасштабны.

Прогностические значения сезонных осадков на 1970 г. (в процентах от нормы N) приведены в табл. 1.

Таблица 1

Район	N мм	Осадки		Район	N мм	Осадки	
		фактические	прогностические			фактические	прогностические
1	134	102	95	13	68	108	136
2	144	113	96	14	54	82	181
3	112	106	95	15	46	65	218
4	104	149	97	16	68	128	136
5	146	133	95	17	80	143	100
6	112	118	89	18	83	175	78
7	88	210	92	19	86	109	94
8	113	103	99	20	79	70	105
9	109	124	115	21	73	75	96
10	100	116	98	22	92	49	108
11	89	112	109	23	50	74	101
12	88	105	117	24	99	59	118

Для общепринятой оценки по трем градациям. ($<80\%$, $80-120\%$, $>120\%$) оправдываемость прогноза оказалась равной 67% , а с поправкой на норму [2]— 69% , что значительно выше, чем оправдываемость прогнозов месячных сумм осадков (60%). Из сравнения этих оправдываемостей возникло предположение, что лучшая оправдываемость сезонных долгосрочных прогнозов по сравнению с месячными получается за счет того, что в сезонных осадках значения, попадающие в градацию «норма», т. е. от 80 до 120% нормы, встречаются значительно чаще, чем в месячных осадках.

Для проверки этого факта нами были рассчитаны вероятности попадания значений осадков в эти три градации. Они оказались следующими:

Градация, %	<80	$80-120$	>120
Вероятность попадания, %	22,5	55,0	22,5

Таким образом, наше предположение подтвердилось. Следовательно, для оценки оправдываемости прогнозов сезонных осадков нужно переходить к новым градациям:

Градация, %	<85	$86-115$	>116
Вероятность попадания, %	31	37	32

Вероятность попадания осадков в каждую из трех градаций стала более равномерной. Подсчитанная оправдываемость прогноза при этих градациях резко упала до 56% . Это еще раз подтверждает то, что оправдываемость прогноза сезонных осадков лучше, чем месячных, за счет большей повторяемости значений «норма» в сезонных осадках. Поэтому проверку оправдываемости прогноза сезонных осадков следует производить, используя равновероятные градации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
2. Чувашина И. Е. К уточнению прогноза осадков путем введения поправки на норму. — См. наст. сб.
3. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеоиздат, 1968.
4. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения. — Труды ГГО, 1969, вып. 236.

А. В. МЕЩЕРСКАЯ, В. Г. БЛАЖЕВИЧ,
К. В. ЛЕДНЕВА

ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ОСАДКОВ ДЛЯ ОТДЕЛЬНЫХ АДМИНИСТРАТИВНЫХ РАЙОНОВ И НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ

По методу, разработанному в ОДМ ГГО под руководством М. И. Юдина, прогноз составляется для коэффициентов разложения предиктанта.

В работе [11] было показано, что существует противоречие между точностью представления полей предиктанта с помощью естественных ортогональных функций (е. о. ф.) и невозможностью предсказания с большой заблаговременностью мелкомасштабных особенностей полей. Действительно, чтобы поле предиктанта, представленное с помощью е. о. ф., было ближе к реальному, желательно для его описания использовать как можно большее число естественных ортогональных функций. С другой стороны, амплитуды колебаний естественных составляющих старших номеров столь малы, что с заблаговременностью в несколько месяцев они практически непредсказуемы.

Было бы неправильно считать, что указанный недостаток присущ только методам прогноза, в которых предиктанты представлены с помощью е. о. ф. Долгосрочный прогноз (с заблаговременностью в несколько месяцев) мелкомасштабных колебаний невозможен и никакими другими методами. Поэтому можно предполагать, что независимо от того, представляется ли поле предиктанта в виде коэффициентов разложения по е. о. ф. или в виде исходных данных по отдельным районам, оправдываемость прогнозов должна быть примерно одинаковой. Высказанное предположение желательно было проверить с помощью непосредственных расчетов. С этой целью наряду с прогнозами коэффициентов разложения районных осадков юга ЕТС и Казахстана составлялись прогнозы для необработанных данных, т. е. для районных осадков отдельных административных районов. Всего было

рассчитано восемь параллельных прогнозов: пять для районных осадков Казахстана и три для районных осадков Украины. Оценки таких параллельных прогнозов приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Оправдываемость ($P\%$) прогнозов районных осадков
Украины и Казахстана**

Прогноз	1970 г.			1968 г.		1970 г.			Среднее
	V	VI	VII	V	VI	V	VI	VII	
Юг ЕТС				Казахстан					
По коэффициентам	62	68	74	48	69	52	56	69	62,3
По районам	52	57	61	61	65	58	75	58	60,8
Разность	10	11	13	-13	4	-6	-19	11	1,5

Из табл. 1 следует, что в среднем из восьми прогнозов оправдываемость прогнозов по коэффициентам оказалась на 1,5% выше оправдываемости прогнозов по районам. Это небольшое преимущество, по-видимому, надо отнести за счет использования графиков связи между предикторами и предиктантами, которые при прогнозе по районам не строились.

При более детальном анализе табл. 1 обнаружилась одна достаточно очевидная закономерность. При низкой оправдываемости прогнозов по коэффициентам прогноз по районам оказывается более удачным (например, прогнозы районных осадков Казахстана в мае 1968 и 1970 гг. и в июне 1970 г.). При высокой оправдываемости прогнозов по коэффициентам прогноз по районам хуже, чем по коэффициентам (например, прогнозы по Украине).

Вывод о том, что прогноз по районам не имеет преимуществ перед прогнозом по коэффициентам разложения получен по прогнозам на независимом материале. Если сравнение делать на зависимом материале или исходить только из точности представления полей предиктантов, то автоматически можно прийти к прямо противоположному результату [6].

В процессе составления прогнозов осадков для отдельных административных районов выяснились, с одной стороны, некоторые трудности, а с другой — кое-какие положительные обстоятельства.

Трудности при прогнозе для отдельных административных районов связаны главным образом со значительным увеличением объема вычислений.

Для составления прогнозов районных осадков, представленных в виде коэффициентов разложения для территории Казахстана на май, июнь и июль текущего года, надо предсказать 12

коэффициентов разложения (по четыре коэффициента разложения для каждого месяца). Следовательно, надо составить и решить 12 уравнений регрессии.

Чтобы тот же прогноз районных осадков Казахстана рассчитать не для коэффициентов разложения, а для реальных осадков отдельных административных районов, надо составить 72 уравнения регрессии (для 24 районов и 3 месяцев), т. е. во втором случае объем вычислений оказывается в 6 раз больше, чем в первом.

Для прогноза районных осадков юга ЕТС эта разница еще больше. Поскольку предсказывается по три коэффициента разложения для каждого месяца, то для составления прогноза по коэффициентам решается девять уравнений регрессии. Для составления прогноза по районам (33 района) надо решить 99 уравнений регрессии, т. е. в 11 раз больше.

В ответ на это можно возразить следующим образом: возможности счетной техники настолько велики, что это различие не является таким уж существенным. Однако в процесс составления прогнозов пока что включен один этап, который требует значительной доли ручного труда. Речь идет об анализе прогностических связей с помощью корреляционных графиков [10]. Хотя сами графики строятся на машине, их визуальный анализ требует довольно много времени. В статье [11] было показано, что в среднем на один коэффициент разложения районных осадков Украины приходится 11 значимых связей, а на один коэффициент разложения районных осадков Казахстана приходится 9 значимых связей, т. е. для каждого коэффициента разложения надо построить и проанализировать 9—11 графиков. В целом для прогноза на три месяца районных осадков юга ЕТС строится до 100 графиков. Примерно такое же число графиков строится для Казахстана.

Число значимых прогностических связей для одного района также равно восьми-деяти. На район Казахстана в среднем приходится девять значимых связей, на район юга ЕТС восемь значимых связей. Это значит, что для составления прогноза районных осадков Казахстана на три месяца текущего года надо построить и проанализировать 650 графиков, для прогноза районных осадков юга ЕТС — 800 графиков. Практически это трудно выполнимо. Поэтому при составлении прогнозов по районам от построения и анализа графиков пришлось отказаться. Следует еще раз подчеркнуть, что исключение такого существенного этапа прогноза, как анализ графиков, безусловно снизил оправдываемость прогнозов по районам.

Выход из указанных затруднений может состоять, во-первых, в укрупнении районов, что автоматически приведет к сокращению расчетов. К такому укрупнению, конечно, нельзя подходить механически, так как при укрупнении можно потерять значительную часть информации о прогностических полях.

Второй путь состоит в том, чтобы заменить построение графиков и их анализ машинными расчетами некоторых показателей, характеризующих прогностические связи.

По разработанной методике визуальный анализ графиков в основном сводится к следующему.

1. Определяется знак прогностической связи в текущем году и грубо оценивается ее величина. В случае экстремального значения рассматриваемый предиктор в уравнение регрессии не включается.

2. Анализируется разброс графиков в той его области, куда попадает значение предиктора текущего года. При большом разбросе в «работающей» части графика этот предиктор также исключается. Учитывается лишь знак предиктанта в данном году, на который указывает предиктор.

Можно предложить пути перехода от визуального анализа графиков к расчету на машине соответствующих показателей.

По существующей в ОДМ методике вклад каждого члена уравнения регрессии вычисляется после ортогонализации предикторов. При этом величина вклада и даже иногда его знак зависит от порядка предикторов в уравнении регрессии. В зависимости от того, какой предиктор будет поставлен на первое место, вклады остальных членов уравнения регрессии оказываются разными.

Чтобы определить истинную величину и знак предиктанта в текущем году, на который указывает каждый отдельный предиктор, достаточно рассчитать на ЭВМ вклады предикторов в уравнение регрессии до ортогонализации предикторов. Этот несложный расчет сейчас уже делается и с будущего года будет включен в оперативную практику. При этом отпадает необходимость визуального анализа графиков по определению знака и величины прогностической связи с отдельными предикторами.

Заменить расчетами на ЭВМ вторую часть анализа графиков, связанную с оценкой их разброса в «работающей области», несколько сложнее, но также вполне возможно. М. И. Юдин предложил с этой целью использовать критерии F и t .

Критерий $F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$, где σ_1^2 — есть дисперсия первой выборки, состоящей из нескольких (4—6) максимальных значений анализируемого ряда, σ_2^2 — дисперсия второй выборки, состоящей из нескольких минимальных значений того же ряда. Рассматривается отношение большей дисперсии к меньшей.

Распределение величины F (распределение Фишера) зависит только от степеней свободы $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$, если выборки имеют объем: первая n_1 и вторая n_2 . Величины F табулированы (см., например, [8]). С помощью F -распределения проверяют гипотезу о равенстве дисперсий двух выборок. В том случае, если критерий F больше табличного при заданном уровне значимости, различие дисперсий двух выборок считают неслучайным.

Критерий $t = \frac{\bar{y} - \bar{x}}{\sigma(\bar{y} - \bar{x})}$, где $\bar{y}$ — среднее значение первой выборки, $\bar{x}$ — среднее значение второй выборки, $\sigma(\bar{y} - \bar{x})$ — дисперсия разности двух выборок. Критерий t используется для проверки гипотезы о равенстве средних двух выборок.

И. П. Гусева составила и отладила программу расчета F и t для ЭВМ «Урал-4». Определяя критерии F и t для каждой пары предиктор — предиктант, можно оценить разброс точек по краям и в центре графиков.

Предполагаемое внедрение разработанной методики в общую схему прогнозов позволит исключить весьма трудоемкий этап графического построения и визуального анализа прогностических связей.

До сих пор рассматривались те трудности, которые возникают при переходе от прогноза коэффициентов разложения к прогнозу необработанных данных о полях предиктантов. Остановимся теперь на некоторых преимуществах такого варианта прогноза.

Во всяком статистическом прогнозе очень остро встает вопрос об отсеивании ложных связей [10]. Эта задача решается в рассматриваемом методе с помощью ряда приемов. Представляя поля предикторов в виде коэффициентов разложения по е. о. ф. и отбрасывая мелкомасштабные составляющие, по-видимому, удастся избавиться от части ложных связей.

Другой прием [12] связан со сравнением фактического числа значимых связей между предиктором и всеми предиктантами и тем, которое получается при случайном совпадении (так называемая ревизия). При этом отбрасываются те предикторы, для которых повторяемость значимых связей находится на уровне случайной. Используются и другие приемы, на которых мы здесь не останавливаемся.

Несмотря на принимаемые меры, какая-то часть ложных связей безусловно остается и проблема их распознавания полностью не снимается.

В смысле отсеивания ложных связей прогноз по районам имеет некоторые преимущества перед прогнозом коэффициентов разложения.

Поскольку коэффициенты разложения поля предиктанта между собой не коррелируют, набор предикторов для каждого коэффициента разложения получается своим. Иначе, предиктор, давший высокую корреляцию с первым коэффициентом разложения предиктанта, может совершенно не коррелировать со вторым или с третьим коэффициентом.

Иное дело при прогнозе по районам. Если какой-либо предиктор оказался тесно связанным с осадками данного района, то он обязан быть связанным и с осадками каких-то соседних районов. В противном случае велика вероятность ложной связи. Таким образом, при анализе данного предиктора наряду с величиной коэффициента корреляции между этим предиктором и предиктантом

можно рассматривать число связей данного предиктора с соседними предиктантами, т. е. широту распространения данной связи по территории. Чем шире распространена данная связь по территории, тем меньше оснований считать ее случайной.

Приведенные здесь соображения не новы. Аналогичный прием использовал О. А. Дроздов [4].

Другое небольшое преимущество прогноза по районам связано с географическим анализом прогностических связей. Если найдена зависимость между каким-либо предиктором и каким-то коэффициентом разложения, то о географическом распространении данной зависимости можно судить по карте соответствующей е. о. ф. По этой карте можно судить о знаке прогностической зависимости и о положении центров наибольших коэффициентов корреляции. Однако, чтобы судить о величине этой связи, необходимы дополнительные расчеты. Если прогноз составляется по районам, зависимость между предиктором и предиктантом сразу получается в наглядной форме, т. е. в виде коэффициентов корреляции.

Не возвращаясь больше к вопросу о преимуществах и недостатках прогноза коэффициентов и необработанных данных о предиктанте, рассмотрим примеры географического распределения коэффициентов корреляции между ледовитостью, с одной стороны, и районными осадками — с другой. Последние представлены в виде нормированных на норму аномалий [3].

На связь между ледовитостью и осадками впервые обратил внимание В. Ю. Визе [1]. Он показал, что при уменьшении ледовитости Баренцева моря увеличивается вероятность засух на ЕТС и, наоборот, при увеличении ледовитости вероятность засух уменьшается. Отсутствие достаточного архива не позволили Визе представить связь между ледовитостью и осадками ЕТС в виде карт. Однако обнаруженная Визе зависимость впоследствии неоднократно подтверждалась как климатологами, так и синоптиками.

Учитывая прогностическую значимость ледовитости, в состав предикторов была включена большая группа данных по этому показателю гидрометеорологического режима Арктики. В вариант прогноза 1970 г. вошло 37 предикторов по ледовитости Баренцева, Карского, Восточно-Сибирского морей и моря Лаптевых, а также 20 предикторов по ледовитости Гренландского моря. Исходные данные по ледовитости первых четырех морей представлены нам сотрудниками ААНИИ и ЛОГОИНа. Трудоемкая работа по сбору данных о ледовитости Гренландского моря проделана Л. Р. Дмитриевой-Аппаго, Л. В. Самойловой и Н. Д. Шапаевой. Предикторы по ледовитости Арктических морей были представлены как в виде коэффициентов разложения [7], так и в виде необработанных данных [13].

Все 57 предикторов по ледовитости были затем прокоррелированы с осадками 70 районов Украины, Северо-Запада и Казахстана за май, июнь и июль 1946—1969 гг. Хотя ряд данных по

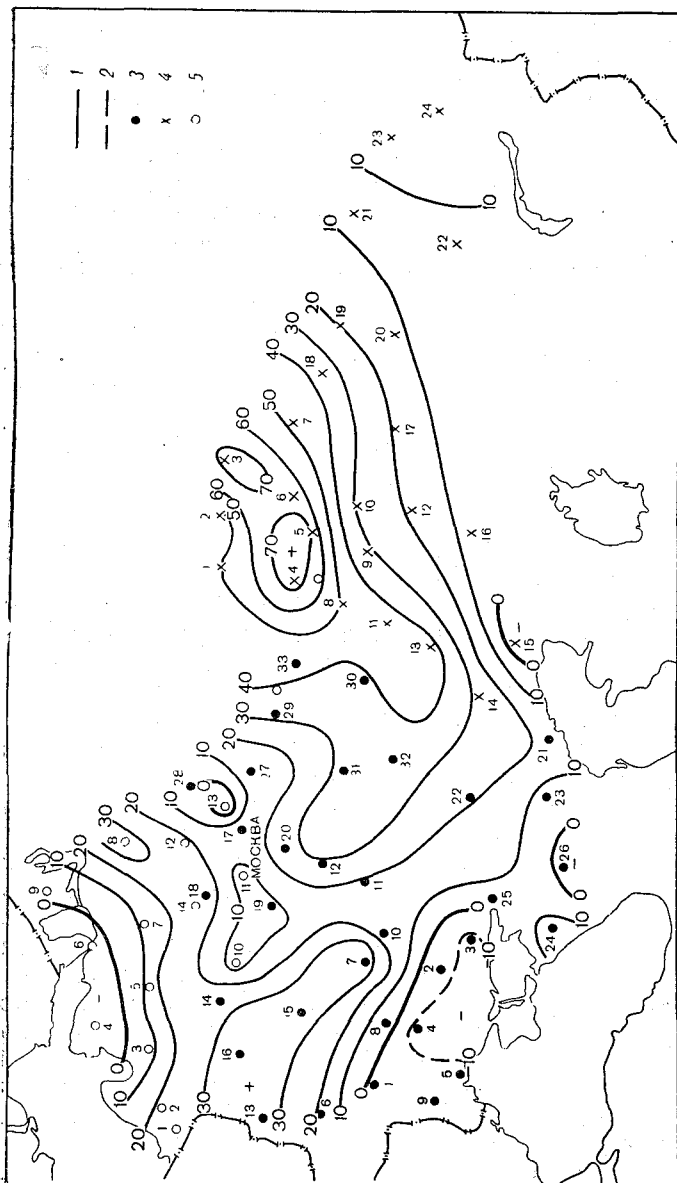


Рис. 1. Карта коэффициентов корреляции (%) между ледовитостью Баренцева моря в октябре позарошлого года (—19-й месяц) и районными осадками в мае.
1 — положительные коэффициенты корреляции, 2 — отрицательные, 3 — пункты расчета осадков по ЕТС, 4 — по Казахстану, 5 — по Северо-Западу.

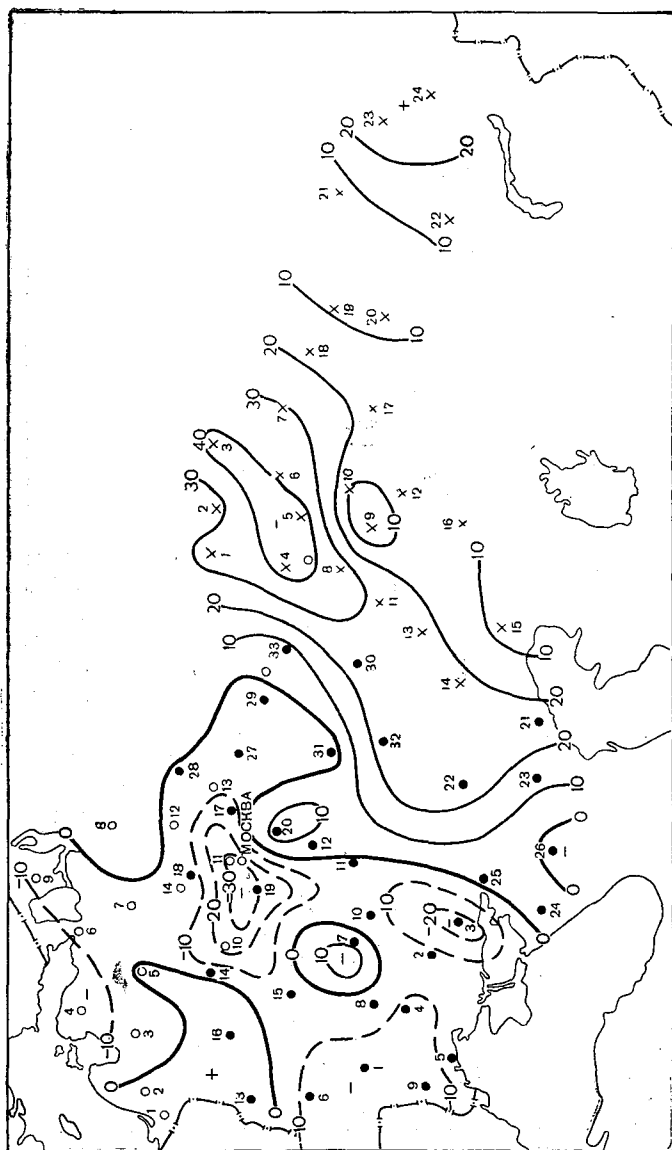


Рис. 2. Карта коэффициентов корреляции между коэффициентом α_1 временного разложения по е. о. ф. ледовитости Баренцева моря и районными осадками мая.
Усл. обозначения см. рис. 1.

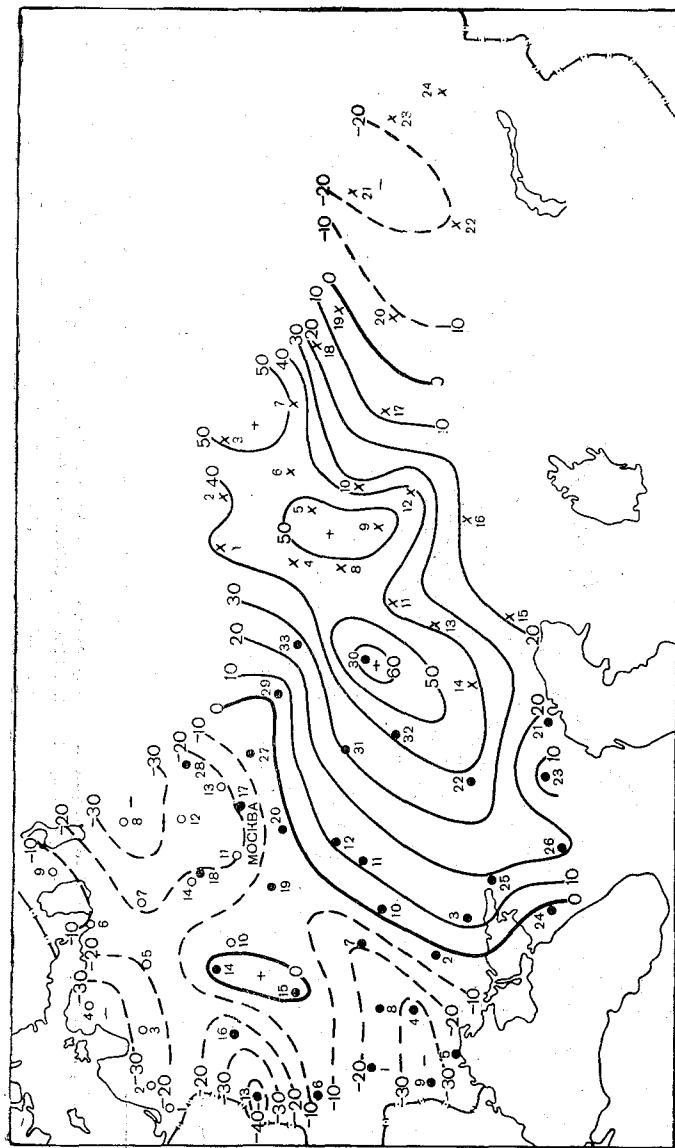


Рис. 3. Карта коэффициентов корреляции между ледовитостью Баренцева моря в декабре прошлого года (—6-й месяц) и районными осадками июня.
Усл. обозначения см. рис. 1.

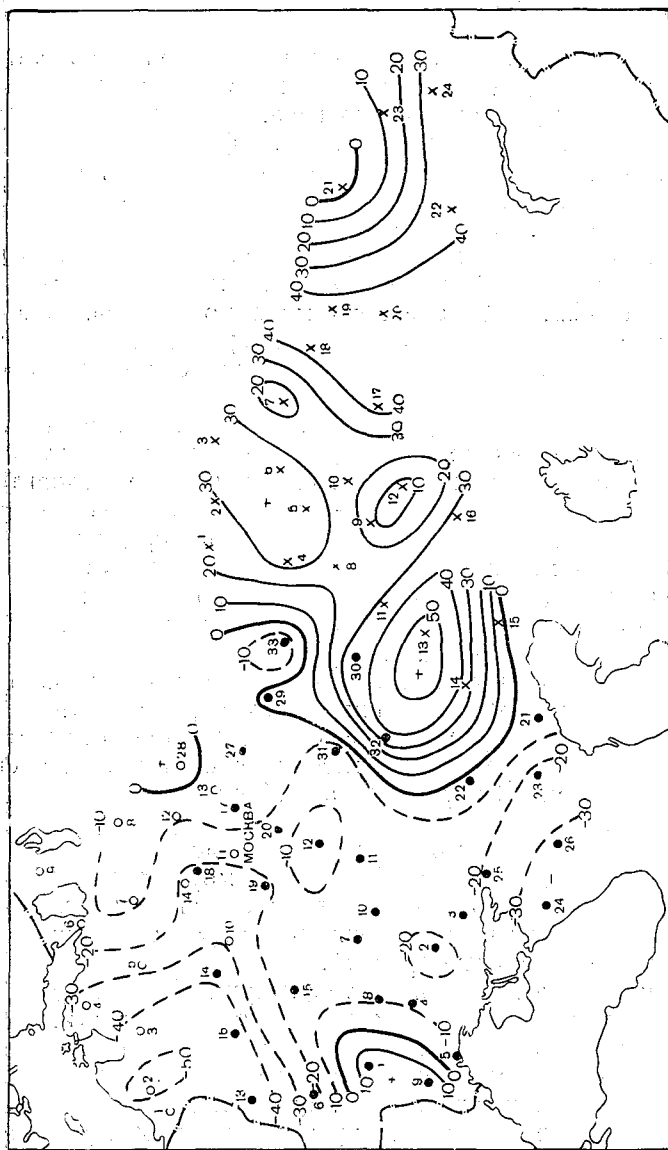


Рис. 4. Карта коэффициентов корреляции между ледовитостью Баренцева моря в октябре прошлого года (—9-й месяц) и районными осадками июля.
Усл. обозначения см. рис. 1.

ледовитости и осадкам ЕТС намного длиннее принятого в расчетах, пришлось ограничиться рядом в 24 года из-за того, что районные осадки Казахстана вычислены только с 1946 г. Карты коэффициентов корреляции между районными осадками и некоторыми значимыми предикторами по ледовитости представлены на рис. 1—4.

Прежде всего надо отметить довольно сильную зависимость между районными осадками мая и ледовитостью Баренцева моря с сентября по декабрь позапрошлого года. Ледовитость Баренцева моря во все эти месяцы влияет на географическое распределение осадков в мае одинаково. Все четыре карты изокоррелят оказались похожими. Одна из них, за октябрь позапрошлого года, приведена на рис. 1.

Похожа на них и карта коэффициентов корреляции между майскими осадками и коэффициентом a_1 временного разложения годового хода ледовитости Баренцева моря по е. о. ф. (рис. 2). Это вполне закономерно, так как в первую е.о.ф. ледовитости вошли с большим весом те же месяцы с октября по декабрь позапрошлого года.

Анализируя карту (рис. 1), видим, что на значительной части рассматриваемой территории обнаруживается положительная связь между ледовитостью и осадками. Увеличение ледовитости Баренцева моря сопровождается увеличением осадков на среднем и южном Урале, северо-западе Казахстана, среднем и нижнем Поволжье, центральных районах ЕТС и Белоруссии. Наибольшие коэффициенты корреляции (до 0,7) приходится на Башкирию и Челябинскую область. Далее на запад область положительной корреляции ослабевает.

Зависимость между ледовитостью Баренцева моря и осадками южных и западных районов Украины обратная, абсолютные значения коэффициентов корреляции невелики. Слабая отрицательная корреляция проявилась также между ледовитостью Баренцева моря и осадками Северо-Запада (Ленинградская область, Эстония, Латвия).

Наиболее четкая зависимость между районными осадками июня (рис. 3) и ледовитостью Баренцева моря оказалась для месяцев с —7 до —5 (ноябрь — декабрь прошлого года и январь текущего года). В общих чертах карты изокоррелят для июня повторяют только что описанные (рис. 1).

В июне, как и в мае, осадки на территории Казахстана и Поволжья находятся в прямой зависимости от ледовитости. Это — наиболее характерная особенность обеих карт. Однако для июня большая часть территории западных районов ЕТС оказалась не в области положительных, а в области отрицательных коэффициентов корреляции. Слабые обратные связи между ледовитостью и майскими осадками в июне усилились. Увеличились также отрицательные коэффициенты корреляции между ледовитостью и осадками Прибалтики. Карта за июль близка к июньской (ср. рис. 4 и 3).

Полученные карты согласуются с ранее сделанными расчетами О. А. Дроздова и Э. И. Гирской [5], которые рассчитали коэффициенты корреляции между температурой на станциях Арктического бассейна и осадками более южных станций, осредненными по сезонам. Поскольку температура и ледовитость Арктического бассейна связаны между собой, можно ожидать, что распределение коэффициентов корреляции между температурой и осадками будет близким к распределению коэффициентов корреляции между ледовитостью и осадками. В общих чертах это подтвердилось, хотя результаты работ Дроздова и Гирской не картированы и сопоставление пришлось делать с табличными данными. Естественно, что знак связей получился обратным, так как повышение ледовитости Баренцева моря сопровождается понижением температуры близлежащих станций.

На рис. 1—4 были приведены примеры связи ледовитости с осадками ЕТС и Казахстана для некоторых отдельных месяцев. Интересно проследить, как эти связи меняются во времени. Для этого можно было бы построить карты коэффициентов корреляции между осадками мая и ледовитостью каждого из 27 месяцев и проанализировать изменения этих карт от месяца к месяцу.

Можно идти и по другому пути: построить графики временного хода коэффициентов корреляции между ледовитостью и осадками для некоторых наиболее характерных районов. Аналогичный прием графического анализа прогностических зависимостей во времени использует Е. В. Воробьева [2]. Но в отличие от приведенных ниже графиков Е. В. Воробьева рассматривала временной ход не коэффициентов корреляции между предикторами и предиктантами, а временной ход средних значений предикторов для групп месяцев, соответствующих максимальным и минимальным значениям предиктанта.

Как уже отмечалось, на рис. 1 хорошо выражена область положительной корреляции между ледовитостью Баренцева моря в октябре позапрошлого года и майскими осадками Казахстана и Поволжья. Из этой обширной области было выбрано четыре района: север Башкирской АССР (район 4 Казахстана), северо-запад Челябинской области (район 5 Казахстана), Саратовская область (район 32 ЕТС) и Татарская АССР (район 33 ЕТС). Первые два района характеризуются максимальными коэффициентами корреляции между ледовитостью и осадками.

На рис. 5 приведен временной ход коэффициентов корреляции между майскими осадками районов 4 и 5, 32 и 33 и ледовитостью Баренцева моря для месяцев с -3 по -28 . Анализируя рис. 5, видим, что связь между ледовитостью Баренцева моря и осадками на севере Башкирской АССР и Челябинской области почти во все месяцы положительна. Однако для месяцев с -3 до -13 она крайне слаба и находится в пределах ошибки расчета R . (Для нашего ряда ошибка коэффициента σ примерно равна 0,2.) Для месяцев с -14 до -28 эта зависимость выражена очень четко. Максимальные коэффициенты корреляции (до 0,7) отмечаются

в интервале с -16 до -20 месяца. Следует отметить, что карта, представленная на рис. 1, соответствует -19 месяцу, т. е. как раз приходится на период максимальных коэффициентов корреляции.

На рис. 5 представлен временной ход коэффициентов корреляции R между ледовитостью Баренцева моря и осадками мая

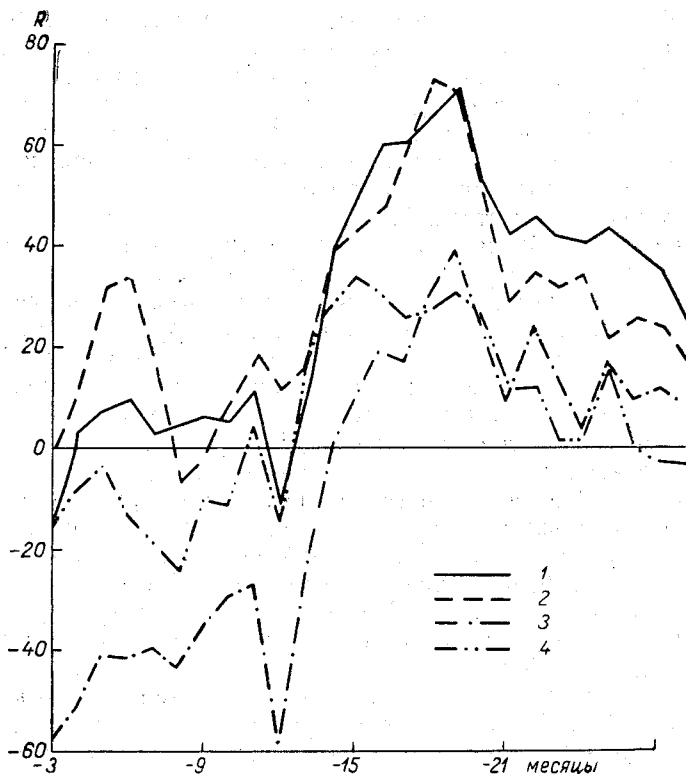


Рис. 5. Временной ход коэффициентов корреляции между районными осадками в мае и ледовитостью Баренцева моря.

1 — район 4, 2 — район 5, 3 — район 32, 4 — район 33.

в Саратовской области и Татарской АССР. Временной ход R в этих районах подобен только что рассмотренному. Разница состоит в том, что средний уровень коэффициентов корреляции здесь получился ниже, чем в первых двух примерах. В результате этого в интервале с -3 до -13 месяца между осадками выше названных областей и ледовитостью связь оказалась обратной. По абсолютной величине коэффициенты корреляции достигают $|0,6|$ (Татарская АССР). Максимальные положительные коэффициенты корреляции, как и для районов 5 и 6 Казахстана, приходятся на месяцы с -15 по -20 .

На рис. 1 были выделены и другие области прямой и обратной связи осадков с ледовитостью. Но они менее обширны по своим пространственным масштабам. Графики временного хода R между ледовитостью и осадками этих областей не обнаруживают сколько-нибудь четких зависимостей, а коэффициенты корреляции колеблются в пределах $1,0\sigma$ — $1,5\sigma$. Исключение составили только осадки Белоруссии, для которых с -16 до -19 месяц положительные коэффициенты корреляции с ледовитостью превышают 2σ .

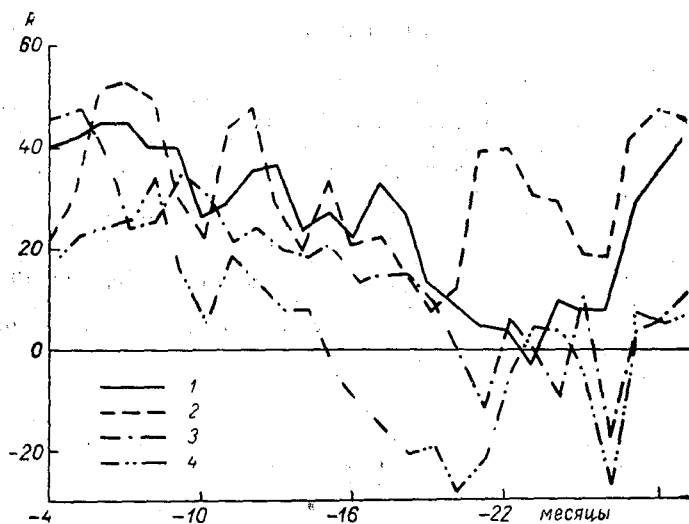


Рис. 6. Временной ход коэффициентов корреляции между районными осадками в июне и ледовитостью Баренцева моря.

1 — район 4, 2 — район 5, 3 — район 32, 4 — район 33.

Таким образом, для осадков мая прогностически значимой является ледовитость Баренцева моря не в ближайшие месяцы, а за осенние месяцы позапрошлого года.

Для июньских осадков наибольшую прогностическую информацию несут другие месяцы, а именно: с -4 до -9 . Это следует из рис. 6, на котором представлены графики временного хода коэффициентов корреляции между ледовитостью Баренцева моря и осадками июня.

Следует еще раз подчеркнуть, что несмотря на отдельные отклонения, носящие характер пульсаций, прямая зависимость между ледовитостью и осадками большей части территории Казахстана и Поволжья довольно устойчива и сохраняется для всех трех рассмотренных месяцев (осадков мая, июня, июля).

То, что зависимость распределения осадков на ЕТС и в Казахстане от гидротермического режима Арктики устойчива во вре-

мени, может служить доказательством реальности полученных связей. Причину связи количества осадков ЕТС и Казахстана с площадью льда Баренцева моря В. Ю. Визе видел в зависимости между ледовитостью и циклонической деятельностью в Европе. Последняя в сильно ледовитые годы увеличивается. Вопрос о взаимосвязи осадков, циркуляции и ледовитости очень сложен. Это показано в целом ряде работ, в частности неоднократно подчеркивалось О. А. Дроздовым [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Визе В. Ю. К вопросу о долгосрочном предсказании количества осадков в апреле и мае в южно-центральной и восточной районах европейской территории СССР. — Геофиз. сб., 1925, т. IV, вып. 3.
2. Воробьева Е. В. Опыт сверхдолгосрочного прогноза месячных сумм осадков на основе учета сопряженности атмосферных процессов. — Труды ГГО, 1969, вып. 245.
3. Ефремова Н. И. О пространственной структуре атмосферных осадков, осредненных по большим площадям. — Труды ГГО, 1970, вып. 258.
4. Дроздов О. А. Об изменении осадков северного полушария при изменении температур полярного бассейна. — Труды ГГО, 1966, вып. 198.
5. Дроздов О. А., Гирская Э. И. К вопросу о связи температуры Арктического бассейна с осадками умеренных и тропических широт. — Труды ГГО, 1970, вып. 258.
6. Кац А. Л. и др. Модель численного прогноза осадков на пять дней. — Метеорол. и гидрол., 1970, № 10.
7. Мещерская А. В., Дмитриева-Арраго Л. Р. Разложение годового хода ледовитости северных морей по естественным ортогональным функциям времени. Метеорол. и гидрол., 1968, № 10.
8. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., Физматгиз, 1969.
9. Покровская Т. В. Синоптико-климатологические и гелио-геофизические долгосрочные прогнозы погоды. Л., Гидрометеиздат, 1969.
10. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968.
11. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов. — См. наст. сб.
12. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов. — См. наст. сб.
13. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения. — Труды ГГО, 1969, вып. 236.

К УТОЧНЕНИЮ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ОСАДКОВ ПУТЕМ ВВЕДЕНИЯ ПОПРАВКИ НА НОРМУ

Кривые распределения месячных сумм осадков обладают положительной асимметрией, т. е. модальное значение величины и медиана будут меньше средней величины. Кривая как бы имеет шлейф, который тянется в сторону больших значений. Нулевое значение в зависимости от климата данного географического района может встречаться более или менее часто. Оно практически отсутствует во влажных районах, а в засушливых районах повторяемость нулевых значений совпадает с модальным значением кривой распределения. Поскольку средние значения осадков, как правило, больше медианы и моды, интересно рассмотреть вопрос о целесообразности их применения в некоторых задачах.

Нами был подвергнут анализу пятилетний ряд прогнозов, составленных в отделе динамической метеорологии по физико-статистическому методу, предложенному М. И. Юдиным [1]. Прогноз составлялся для важных сельскохозяйственных районов страны, условно названных Украиной и Казахстаном. Список этих районов приведен в табл. 2 и 3. Оценка прогнозов ГГО (обозначим эти прогнозы буквой А) показала, что предсказанное количество осадков систематически превышает фактическое (табл. 1). Было отмечено, что эта систематическая ошибка является следствием использования среднего значения осадков, которое является завышенным по сравнению с медианой. Поэтому была сделана попытка ввести поправочный множитель для средней величины осадков, который зависит от различия между средней и медианой.

Поправочный множитель рассчитывался следующим образом: определялись средние значения месячных сумм осадков по имеющемуся ряду лет (1946—1967 гг.), осредненных по площади для Украины и Казахстана. Затем для этой величины из «Справочника по климату СССР» (табл. 4 «Месячные и годовые количества осадков различной обеспеченности») для рассматриваемого месяца бралось значение, соответствующее обеспеченности 50%, т. е.

Таблица 1

Повторяемость прогнозов и фактических данных трех градаций осадков за май—июль
(% от общего числа случаев)

Год	Месяц	Казахстан										Украина																			
		А					Анспр					фактические данные					А					Анспр					фактические данные				
		>N		N		<N	>N		N		<N	>N		N		<N	>N		N		<N	>N		N		<N					
1966	V	66,7	33,3	0,0	33,3	0,0	26,7	33,3	60,0	6,7	46,6	26,7	26,7	66,5	15,3	18,2	54,5	27,2	18,3	6,0	33,3	60,5									
	VI	0,0	10,0	0,0	0,0	93,3	6,6	40,0	33,3	26,7	18,2	57,5	24,3	63,0	63,5	33,3	39,4	33,3	39,4	33,3	27,3										
	VII	73,5	13,3	13,2	60,0	26,7	13,3	0,0	40,0	60,0	33,3	45,5	21,2	12,1	60,5	27,2	21,2	45,5	33,3												
1967	V	46,6	53,4	0,0	26,7	53,3	20,0	33,3	33,3	33,4	88,0	12,1	0,0	72,8	27,2	0,0	30,5	30,5	39,4												
	VI	60,0	33,3	6,7	46,6	46,8	6,8	20,0	33,4	46,6	15,2	9,1	75,7	6,0	15,3	78,7	24,2	42,5	33,3												
	VII	86,5	13,5	0,0	73,4	26,6	0,0	53,4	26,6	20,0	3,0	30,5	66,5	0,0	27,2	72,7	6,0	21,2	72,6												
1968	V	70,8	29,2	0,0	45,8	45,8	8,4	29,2	20,8	50,0	75,0	24,2	0,0	54,5	45,5	0,0	27,2	39,4	33,4												
	VI	25,0	70,8	4,2	4,2	87,5	8,3	37,5	25,0	37,5	30,5	69,5	0,0	3,0	85,0	12,1	3,0	42,5	54,5												
	VII	29,2	45,8	25,0	8,4	62,4	29,2	41,6	37,5	20,9	15,2	81,8	3,0	0,0	72,7	27,3	51,5	36,4	12,1												
1969	V	50,0	50,0	0,0	20,8	75,0	4,2	41,6	45,9	12,5	15,2	84,8	0,0	0,0	100	0,0	3,0	42,5	54,5												
	VI	20,8	66,7	12,5	8,3	62,5	29,2	50,0	12,5	37,5	0,0	66,6	33,3	0,0	51,5	43,5	60,5	24,3	15,2												
	VII	50,0	37,5	12,5	46,0	41,6	12,4	79,1	12,5	8,4	0,0	30,5	39,4	0,0	15,0	85,0	42,5	33,4	24,3												
1970	V	12,5	50,0	37,5	0,0	42,0	58,0	37,5	37,5	25,0	9,0	72,0	18,0	0,0	57,5	42,5	39,0	34,0	27,0												
	VI	29,8	75,0	4,2	4,2	41,6	4,2	12,5	37,5	50,0	0,0	39,4	60,6	0,0	12,0	88,0	24,2	51,6	24,2												
	VII	8,4	37,5	54,1	0,0	79,2	20,8	8,4	37,5	54,1	0,0	66,6	33,4	0,0	54,5	45,5	15,5	27,0	57,5												

медиана, и находились отношения медианы к среднему. Полученные множители приведены в табл. 2 и 3.

Из рассмотрения табл. 2 и 3 следует, что поправочный множитель близок к единице в районах достаточного увлажнения, однако по мере увеличения засушливости климата он уменьшается.

Таблица 2

Таблица поправочных множителей для Казахстана

№	Район	Май		Июнь		Июль	
		N мм	множи- тель	N мм	множи- тель	N мм	множи- тель
1	Пермская обл. (юг)	47,2	0,92	56,9	0,96	69,5	0,99
2	Средне-Уральский горный район А (юг Пермской и Свердловской областей)	49,1	0,92	66,6	0,97	83,5	0,99
3	Свердловская обл. (юг)	37,0	0,89	53,4	0,94	77,4	0,97
4	Башкирская АССР (север)	38,0	0,90	44,6	0,93	55,5	0,97
5	Средне-Уральский горный район Б (север Башкирской и Челябинской областей)	51,4	0,92	67,7	0,97	85,9	100
6	Челябинская обл. (север)	39,1	0,90	55,3	0,94	82,7	0,99
7	Курганская обл.	28,6	0,89	42,7	0,94	63,0	0,98
8	Башкирская АССР (юг)	42,6	0,91	44,0	0,94	62,2	0,98
9	Южно-Уральский горный район (юг Челябинской и Башкирской областей)	37,2	0,90	46,3	0,94	63,0	0,98
10	Челябинская обл. (юг)	32,6	0,88	49,6	0,94	66,1	0,99
11	Оренбургская обл. (запад)	32,8	0,88	33,4	0,91	43,0	0,93
12	Оренбургская обл. (восток)	33,0	0,88	37,6	0,92	44,9	0,94
13	Уральская обл. (север)	23,1	0,83	23,7	0,87	27,3	0,89
14	Уральская обл. (юг)	17,0	0,73	21,2	0,86	16,1	0,85
15	Гурьевская обл. (север)	17,6	0,73	18,9	0,84	17,2	0,83
16	Актюбинская обл. (север)	25,5	0,85	26,9	0,89	27,7	0,90
17	Кустанайская обл. (восток)	26,1	0,85	39,0	0,93	47,5	0,94
18	Северо-Казахстанская обл.	26,1	0,85	43,7	0,93	60,0	0,97
19	Кокчетавская обл.	27,6	0,86	41,8	0,93	64,9	0,97
20	Целиноградская обл.	26,0	0,85	39,3	0,92	49,5	0,94
21	Павлодарская обл.	21,8	0,81	37,1	0,93	48,0	0,94
22	Карагандинская обл.	31,6	0,88	42,4	0,93	43,4	0,93
23	Семипалатинская обл. (север)	22,4	0,82	33,1	0,91	34,2	0,91
24	Семипалатинская обл. (центр)	33,5	0,89	38,5	0,93	44,8	0,93

Таблица поправочных множителей для Украины

№	Район	Май		Июнь		Июль	
		N мм	множи- тель	N мм	множи- тель	N мм	множи- тель
1	Винницкая обл.	54,6	0,93	69,5	0,92	73,6	0,94
2	Днепропетровская обл.	40,0	0,90	49,3	0,86	46,9	0,81
3	Донецкая обл.	41,8	0,87	47,8	0,92	49,3	0,87
4	Кировоградская обл.	48,6	0,95	64,4	0,90	54,6	0,88
5	Одесская обл.	40,8	0,88	56,9	0,84	44,6	0,85
6	Ровенская обл.	51,5	0,89	66,6	0,87	75,1	0,92
7	Сумская обл.	45,4	0,88	60,3	0,90	66,3	0,88
8	Черкасская обл.	45,3	0,88	68,4	0,94	55,1	0,87
9	Молдавская ССР	50,1	0,90	78,9	0,86	60,1	0,83
10	Белгородская обл.	46,2	0,86	47,6	0,97	58,5	0,94
11	Воронежская обл.	44,0	0,91	44,8	0,92	53,4	0,96
12	Липецкая обл.	48,2	0,91	50,4	0,91	59,4	0,93
13	Брестская обл.	52,1	0,88	65,4	0,92	68,2	0,97
14	Витебская обл.	54,7	0,93	64,4	0,93	74,6	0,95
15	Гомельская обл.	48,1	0,96	65,3	0,92	71,9	0,92
16	Минская обл.	56,4	0,90	69,6	0,95	70,0	0,94
17	Владимирская обл.	50,9	0,90	54,1	0,96	79,9	0,91
18	Калининская обл.	51,7	0,89	67,6	0,98	76,1	0,89
19	Калужская обл.	54,3	0,94	62,6	0,99	79,2	0,92
20	Рязанская обл.	48,0	0,96	47,6	0,99	71,3	0,88
21	Астраханская обл.	19,5	0,72	19,2	0,73	18,2	0,82
22	Волгоградская обл.	31,9	0,75	29,8	0,80	31,3	0,77
23	Калмыцкая АССР	32,3	0,74	35,7	0,81	32,3	0,74
24	Краснодарский край	52,7	0,91	66,3	0,89	51,8	0,85
25	Ростовская обл.	37,5	0,91	45,8	0,85	40,7	0,83
26	Ставропольский край	49,7	0,89	70,1	0,90	56,4	0,87
27	Горьковская обл.	43,8	0,91	53,9	0,95	73,4	0,93
28	Костромская обл.	51,2	0,86	65,0	0,92	75,0	0,91
29	Чувашская АССР	40,8	0,88	49,5	0,93	76,6	0,89
30	Куйбышевская обл.	37,0	0,81	38,2	0,94	53,5	0,90
31	Пензенская обл.	49,5	0,93	43,5	0,92	61,0	0,87
32	Саратовская обл.	35,4	0,85	30,2	0,86	40,3	0,84
33	Татарская АССР	38,5	0,94	45,4	0,88	61,4	0,86

Были сопоставлены оценки прогнозов в первоначальном варианте с использованием среднего значения и после введения поправочного множителя.

Оценки проводились следующим образом: прогностические значения разбивались на три группы: больше нормы (осадки больше

Таблица 4

Оправдываемость (%) прогнозов по трем градациям

Прогноз	1966 г.			1967 г.		
	V	VI	VII	V	VI	VII

У к р а и н а

A	46	79	67	46	70	83
A _{испр}	43	64	74	44	59	80
Разность	—3	—15	7	—2	—11	—3

К а з а х с т а н

A	67	61	33	63	47	67
A _{испр}	77	70	40	74	57	74
Разность	10	9	7	11	10	7

Прогноз	1968 г.			1969 г.			1970 г.			Сред- нее
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	

У к р а и н а

A	52	56	64	64	61	42	62	68	74	62,3
A _{испр}	65	73	56	71	63	40	56	60	71	61,9
Разность	13	17	—8	7	2	—3	—6	—8	—3	—0,4

К а з а х с т а н

A	48	69	56	75	61	69	52	56	69	59,9
A _{испр}	54	67	48	77	59	68	54	65	67	63,9
Разность	6	—2	—8	2	—2	—1	2	9	—2	4

120% от нормы), норма (80—120% от нормы) и меньше нормы (меньше 80% от нормы); затем считалось число совпадений градаций прогностических и фактических осадков. Совпадение градаций принималось за единицу; попадание значений в соседние градации характеризовалось величиной 0,5, попадание в противоположные — нулем.

Оценки приведены в табл. 4. Из табл. 4 видно, что для Украины оправдываемость с введением поправки немного ухудшилась,

а для Казахстана — существенно повысилась. Следовательно, для районов с засушливым климатом рекомендуется вводить поправку на норму, а для районов с достаточным увлажнением эту поправку можно и не вводить.

Вернемся к рассмотрению табл. 1. Из анализа этой таблицы можно сделать следующий вывод: прогностические значения с введением поправки на среднюю величину более равномерно распределены по грациям, чем предсказуемые значения осадков без поправки, причем значения сдвигаются в сторону меньшей градации. Увеличилась повторяемость градации осадков «норма».

Чтобы убедиться, что улучшение оправдываемости прогнозов при введении поправки не является следствием увеличения повторяемости градации «норма», был рассчитан коэффициент корреляции между оправдываемостью прогнозов и частотой градации «норма». Значение коэффициента корреляции оказалось равным 0,36, т. е. прямая связь между указанными событиями практически отсутствует.

Это еще раз подтверждает ранее сделанный вывод о том, что для прогнозов осадков в засушливых районах следует учитывать расхождение между средним значением выборки и медианой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968.

Н. П. ЕСАКОВА, В. Б. АФАНАСЬЕВА,
В. М. ТИТОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ СПУТНИКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ОБЛАЧНОСТЬЮ В ПРОГНОЗЕ СРЕДНЕДЕКАДНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

В последние годы в Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова авторами данной статьи была разработана статистическая схема прогноза среднедекадных температур, где в качестве предикторов используются как циркуляционные факторы, так и характеристики состояния подстилающей поверхности. К числу последних относятся: распределение снежного покрова, ледовитость северных морей и облачность, о способах определения которой будет сказано ниже. Методика и построение среднедекадных карт указанных выше характеристик приведены в работах [1] и [2].

Прогноз составляется при помощи линейного уравнения множественной регрессии и основан на том, что прогнозируемое значение метеорологического элемента в будущем ищется в виде линейной комбинации перечисленных выше известных величин в настоящем

$$x_0 = \sum_{k=1}^n a_k x_k,$$

где x_0 — прогнозируемое значение, x_k — известные значения предсказателей, a_k — неизвестные коэффициенты.

Облачность является одним из существенных предикторов, используемых в прогнозе. Декадные карты облачности были построены нами по данным таблиц ТМ-1, содержащих визуальные наблюдения. Эти карты использовались для нахождения аномалий облачности.

В последнее время все большее значение приобретает информация, поступающая с метеорологических спутников, основным назначением которых является получение данных о распределении облачности и радиационных потоков в масштабе земного шара.

В СССР данные с метеорологических спутников принимаются и картируются Гидрометцентром СССР. Совершенно очевидно

значение информации в частях земного шара, занятых океанами, которые весьма слабо освещены в метеорологическом отношении. Однако и над районами с достаточно хорошей наземной информацией данные спутников являются более объективными.

В настоящей работе сделана попытка использовать данные наблюдений за облачностью, получаемые со спутников, и ввести их вместо визуальных в прогноз.

Было рассмотрено 12 случаев прогноза среднедекадной температуры статистическим методом, когда облачность была определена визуально, и параллельно составлялись прогнозы, в которых брались значения облачности, получаемые со спутников. Результаты сравнения этих прогнозов за 1969 г. следующие:

Месяц	Декада	ρ	$\rho_{\text{сп}}$
Март	II	-0,36	-0,2
	III	-0,02	0,56
Апрель	I	0,1	0,26
	II	-0,01	0,21
	III	0,46	0,51
Май	I	0,64	0,63
	II	0,48	0,47
	III	0,97	0,84
Октябрь	II	0,27	0,29
Ноябрь	I	0,24	0,31
	II	0,86	0,86
	III	0,30	0,46
Среднее		0,33	0,44

Как видно, в среднем оправдываемость прогнозов при использовании данных спутниковых наблюдений несколько повысилась.

В дальнейшем предполагается провести проверку оправдываемости прогнозов на большем материале.

ЛИТЕРАТУРА

1. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема прогноза средних декадных температур с учетом данных о радиационных потоках облачности, ледовитости и снежного покрова. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.
2. Афанасьева В. Б., Есакова Н. П. О способах характеристики аномалий облачности, снежного покрова и радиационных потоков. — Труды ГГО, 1964, вып. 143.

Н. П. ЕСАКОВА, В. Б. АФАНАСЬЕВА,
В. М. ТИТОВ

СХЕМА СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗА ДЕКАДНЫХ СУММ ОСАДКОВ

В настоящее время при разработке долгосрочных методов прогноза погоды все шире используются статистические методы.

До последнего времени в долгосрочных прогнозах использовались, как правило, только циркуляционные факторы. В наших исследованиях при разработке статистической схемы мы учитывали также характеристики состояния подстилающей поверхности.

Для прогноза среднедекадных сумм осадков была разработана статистическая схема прогноза, основанная на линейном уравнении множественной регрессии.

Из циркуляционных характеристик использовались зональный индекс I_z , меридиональный индекс I_m , гидродинамический индекс I_1 . Из характеристик состояния подстилающей поверхности рассматривались: ледовитость северных морей и граница снежного покрова. Учитывались также облачность и вертикальные токи.

Прогностическая значимость выбранных предикторов проверялась статистическими методами. Устанавливались синхронные статистические связи между рассмотренными выше параметрами, а также асинхронные прогностические связи. Для вычисления последних указанные выше предикторы коррелировались с осадками следующей декады. Вычисления коэффициентов корреляции выполнялись на ЭВМ.

В результате такой обработки было выбрано пять предикторов для прогноза осадков: облачность, зональный индекс, циркуляция скорости I_1 , вертикальная скорость, снежный покров. Схема прогноза по уравнению множественной регрессии приведена в работе [2]. Коэффициенты a_k уравнения регрессии определялись по способу наименьших квадратов за 17 лет (1945—1965 гг.). Все вычисления проводились для территории ЕТС и Западной Сибири для весенних месяцев (март — май). Сетка станций, для которых составлялся прогноз, приведена на рис. 1.

Первоначально прогноз сумм декадных осадков составлялся для каждой из прогностических точек. Однако сравнение с фактическими декадными суммами осадков показало, что имеются довольно значительные расхождения. Как известно, осадки принадлежат к типу таких элементов, которые быстро меняются в пространстве и во времени и характеризовать осадки в одной

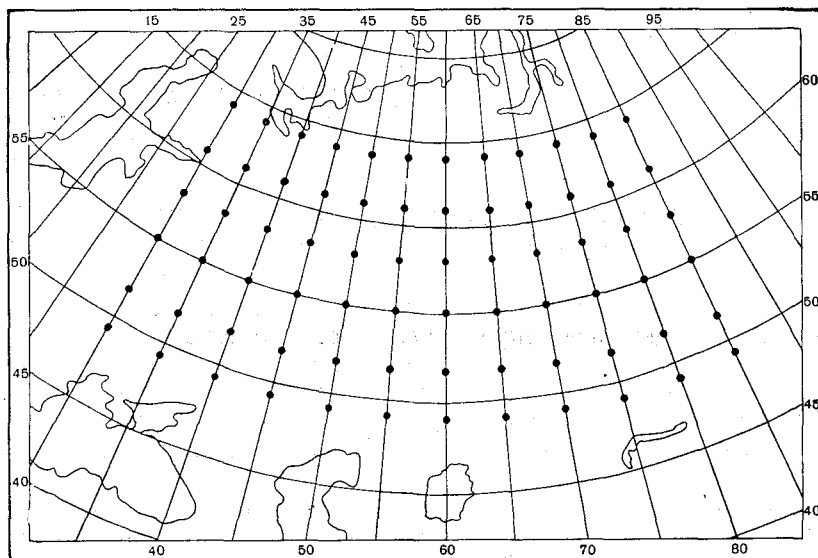


Рис. 1. Прогностическая сетка.

точке, по-видимому, нецелесообразно. Поэтому была сделана попытка давать прогноз декадных сумм осадков, осредненных по площади (четыреугольник со стороной по широте 10° и по долготе 6°). В этом случае прогноз аномалий осадков составлялся для 20 четырехугольных районов.

В работе [1] была сделана попытка найти корреляционные связи между вертикальной скоростью и осадками. Получилась довольно отчетливая связь. Поэтому в прогностическую схему в качестве предиктора была введена вертикальная скорость.

При вычислении вертикальных скоростей предполагалось, что можно принять

$$w \sim k \Delta p,$$

где w — вертикальная скорость, Δp — оператор Лапласа от давления, k — коэффициент турбулентности.

Результаты прогнозов представлены в виде карт. По разработанной схеме прогноз давался для трех градаций осадков на март, апрель, май 1969 и 1970 гг.

Оценка оправдываемости прогнозов декадных сумм осадков производилась по формуле

$$P_R = \frac{100}{S} (S_1 + 0,5S_2),$$

где S — общее число районов, по которому дается прогноз, S_1 — число районов, в которых фактическое и ожидаемое количество осадков находится в одной градации, S_2 — количество районов, в которых фактическое и ожидаемое количество осадков принадлежит соседним градациям.

Прогноз осадков считается хорошим при P_R от 70 до 100%, удовлетворительным при P_R от 55 до 69% и неудовлетворительным при P_R менее 55%.

В результате расчетов получены следующие данные:

Год	Месяц	Декада	P_R	Год	Месяц	Декада	P_R
1969	Март	II	70	1970	Март	II	70
		III	90			III	37
	Апрель	I	65		Апрель	I	72
		II	82			II	67
		III	57			III	65
	Май	I	82		Май	I	77
		II	50			II	80

Как видно из таблицы, восемь прогнозов — хорошие, четыре — удовлетворительные и два — неудовлетворительные.

Полученные результаты свидетельствуют о перспективности предложенного метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданова Н. П. Приближенная оценка влияния тепла конденсации на изменение наземного давления. — Труды ГГО, 1959, вып. 99.
2. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема прогноза средних декадных температур с учетом данных о радиационных потоках, облачности, ледовитости и снежного покрова. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.

Н. П. ЕСАКОВА, В. Б. АФАНАСЬЕВА,
Т. Е. СЕРОВА, В. М. ТИТОВ

О ПРИМЕНЕНИИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ПРОГНОЗА СРЕДНЕДЕКАДНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ДЛЯ СЕВЕРО-ЗАПАДНОГО РАЙОНА

В отделе динамической метеорологии ГГО разработан метод прогноза аномалий средних декадных температур для территории ЕТС и Западной Сибири.

Основная особенность этого метода заключается в том, что наряду с циркуляционными характеристиками рассматриваются также характеристики состояния подстилающей поверхности и распределение облачности.

Для характеристики состояния атмосферной циркуляции были выбраны: зональный индекс, используемый в работах Е. Н. Блиновой; меридиональный индекс, введенный М. И. Юдиным и А. А. Рождественским; а также параметр, пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому контуру. Величина циркуляции скорости по замкнутому контуру является весьма удобной характеристикой, так как она позволяет учитывать одновременно зональные и меридиональные составляющие циркуляции.

Из характеристик подстилающей поверхности в схеме рассматривалось две величины: наличие снежного покрова и ледовитость северных морей.

Для характеристики аномалий в распределении снежного покрова были построены декадные карты распределения покрова на территории СССР.

В качестве параметра, характеризующего положение границы снежного покрова, была выбрана широта φ_c изолинии 5 (5 дней со снегом) как функция долготы λ и времени.

В своих расчетах мы воспользовались декадными картами ледовитости для навигационного периода, построенными в ААНИИ.

Для выявления основных закономерностей в распределении декадных величин общей облачности по материалам таблиц ТМ-1 были построены соответствующие карты. Методика их построения представлена в работе [1].

Метод прогноза, разработанный в ОДМ для территории ЕТС и Западной Сибири, был применен для Северо-Западного района.

Предварительно был сделан ряд методических проработок. Во-первых, в связи с изменением прогностического района был изменен контур для расчета циркуляции скорости по замкнутому контуру и рассчитана величина циркуляции скорости по новому контуру. Во-вторых, изменена прогностическая сетка — использовалась более густая сетка с шагом по широте 2° и по долготе 4° . Остальные предсказатели брались такими же, как и в схеме ГГО.

Рассматривалась статистическая схема прогноза, составленная при помощи линейного уравнения множественной регрессии:

$$x_0 = \sum_{k=1}^n a_k x_k,$$

где x_0 — прогнозируемая величина, x_k — предикторы, a_k — коэффициенты.

Прогностическая значимость выбранных предикторов проверялась статистическими методами. Рассчитывались синхронные и асинхронные статистические связи. Для вычисления последних выбранные предикторы коррелировались с температурой следующей декады. Такие расчеты проводились на ЭВМ.

Для отбора предсказателей применялся следующий критерий:

$$\varepsilon_R = \sqrt{\frac{1-R^2}{n}},$$

где ε_R — средняя квадратическая ошибка коэффициента корреляции, R — коэффициент корреляции.

Корреляционная связь считалась неслучайной, если $R \geq 0,4$. По этому критерию были выбраны шесть предсказателей: 1) ледовитость, 2) снежный покров, 3) гидродинамический индекс циркуляции, 4) зональный индекс, 5) меридиональный индекс и 6) облачность. Затем определяли коэффициенты уравнения регрессии, для чего решалась система из шести уравнений с шестью неизвестными. Коэффициенты уравнения определялись по способу наименьших квадратов.

Коэффициенты a_k вычислялись по данным за 17 лет (1949—1965 гг.). Прогноз составлялся для весеннего (март—май) и осеннего (сентябрь—ноябрь) периодов 1968 г.

Изложенная схема применялась в оперативном порядке в отделе численных методов прогноза погоды при ленинградском бюро погоды.

Оценка прогнозов проводилась по формуле

$$\rho = \frac{N_+ - N_-}{N},$$

где N_+ — число точек, в которых прогноз по знаку совпал с фактическими значениями; N_- — число точек, в которых прогноз по знаку не совпал с фактическими значениями, N — общее число точек.

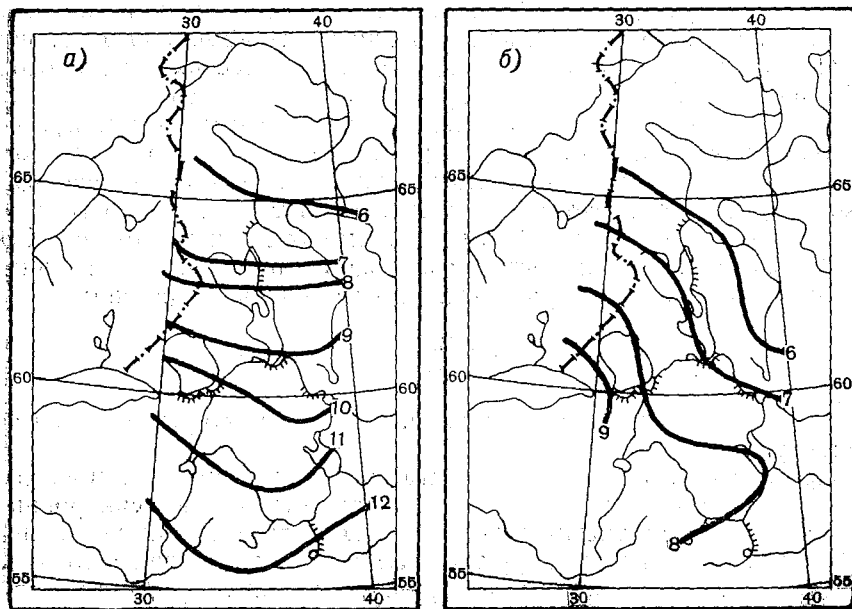


Рис. 1. Прогностическая (а) и фактическая (б) карты среднедекадной температуры воздуха за третью декаду мая 1968 г.

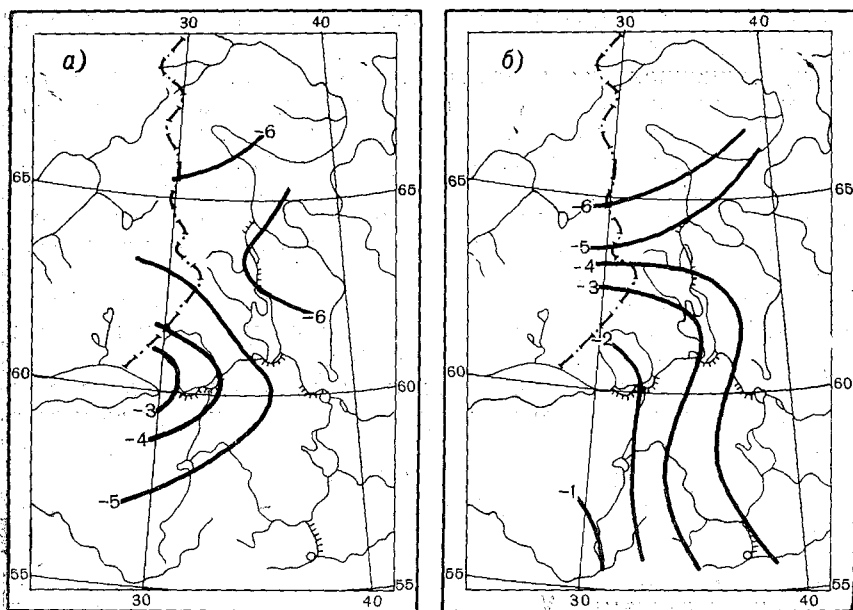


Рис. 2. Прогностическая (а) и фактическая (б) карты среднедекадной температуры воздуха на вторую декаду ноября 1968 г.

В результате расчетов получены следующие данные:

Месяц	Декада	ρ	Месяц	Декада	ρ
Март	II	0,06	Сентябрь	III	0,78
	III	0,76	Октябрь	I	1,00
Апрель	I	0,82		II	0,56
	II	0,06		III	1,00
	III	0,45	Ноябрь	I	0,33
Май	I	-0,76		II	1,00
	II	0,0		III	-0,11
	III	0,88			

На рис. 1 и 2 приведены прогностические и фактические карты за 1968 г.

Таким образом, результаты исследований свидетельствуют о возможности применения предлагаемого метода в оперативной работе Северо-Западного УГМС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема прогноза средних декадных температур с учетом данных о радиационных потоках, облачности, ледовитости и снежного покрова. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.

Н. А. БОЛДЫРЕВА, А. В. МЕЩЕРСКАЯ,
Н. Д. ШАПАЕВА

ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ОСАДКОВ ДЛЯ РАЙОНОВ СЕВЕРО-ЗАПАДА НА ВЕСЕННЕ-ЛЕТНИЙ ПЕРИОД

С 1965 г. в отделе динамической метеорологии ГГО под руководством М. И. Юдина разрабатывается физико-статистический метод [8—10] долгосрочного прогноза осадков и температуры на весенне-летний период для двух территорий Советского Союза: юга ЕТС и Казахстана. Выбор территории и прогнозируемого периода, а также предиктантов (предсказываемых величин) определялся нуждами сельского хозяйства.

В 1969 г. при Северо-Западном управлении Гидрометслужбы была создана специальная группа по применению методов долгосрочного прогноза к прогнозу метеозадач по территории Северо-Запада. Одна из задач этой группы состоит в долгосрочном прогнозе осадков Северо-Запада физико-статистическим методом.

В данной статье представлены результаты прогнозов осадков, составленные по этому методу за пять лет (1966—1970 гг.). Прогноз на 1970 г. дан оперативно. Проверка прогнозов за предыдущие годы сделана на независимом материале.

В качестве предикторов в прогнозе использована исходная информация, собранная и обработанная сотрудниками ГГО [11]. В архив исходных данных (предикторов) включены атмосферные носители памяти: наземное давление, геопотенциал AT_{500} , температура воздуха у поверхности земли, осадки и облачность, а также внеатмосферные носители метеорологической памяти: это ледовитость северных морей и граница снежного покрова. В число предикторов включены и некоторые обобщенные показатели атмосферной циркуляции, например число дней с формами циркуляции Г. Я. Вангенгейма. Почти все предикторы подвергались специальной обработке — разложению метеорологических полей по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.), т. е. большая часть предикторов представлена в виде коэффициентов разложения [1, 3, 5, 7, 12].

Надо отметить, что использование при прогнозе большого числа предикторов (600) позволяет выбрать более высокие и надежные связи.

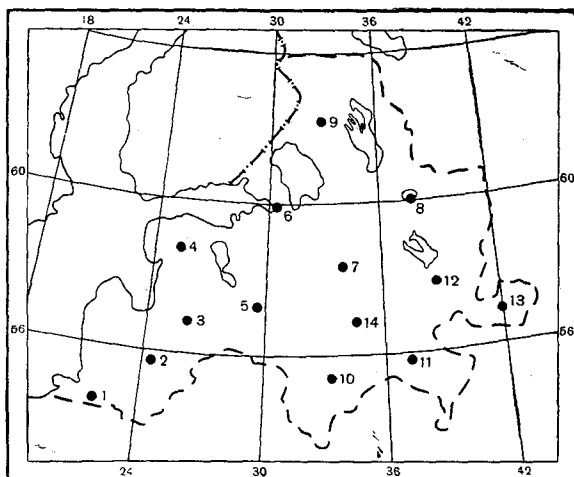


Рис. 1. Расположение центров районов Северо-Запада, для которых рассчитывался прогноз осадков.

Таблица 1

Средние значения районных осадков (мм), вычисленные за период с 1946 по 1967 г.

№ п/п	Район	Май	Июнь	Июль
1	Калининградская обл.	43	64	89
2	Литовская ССР	49	70	73
3	Латвийская ССР	42	61	72
4	Эстонская ССР	35	52	67
5	Псковская обл.	45	73	75
6	Ленинградская обл.	43	64	74
7	Новгородская обл.	49	74	80
8	Вологодская обл.	49	69	75
9	Карельская АССР	38	58	64
10	Смоленская обл.	52	69	83
11	Московская обл.	54	61	77
12	Ярославская обл.	49	69	79
13	Ивановская обл.	54	55	76
14	Калининская обл.	52	68	76

Как уже отмечалось, в качестве предиктантов были взяты районные осадки Северо-Запада для трех месяцев (мая, июня и июля). Методика расчета районных осадков разработана Н. И. Ефремовой [2]. Значения районных осадков для каждой области получались в результате осреднения месячных сумм осадков по нескольким станциям (от 3 до 21) за каждый конкретный месяц конкретного года. Полученное значение относилось к центру района. Всего использовались данные 178 станций за период 1932—1938 и 1946—1969 гг. Центры районов, для которых составлялся прогноз осадков, приведены на рис. 1, список районов дан в табл. 1.

Районные осадки были представлены в двух видах: в виде коэффициентов разложения и в виде данных отдельных районов. Разложению по е.о.ф. подвергались нормированные (на норму) аномалии районных осадков, т. е. величины $\frac{q - \bar{q}}{\bar{q}}$, где q — значения районных осадков, $\bar{q}$ — норма районных осадков, полученная за 1946—1967 гг. (табл. 1). Естественные ортогональные функции получены по ковариационной матрице.

Для прогноза очень важно определить количество прогнозируемых коэффициентов разложения. С этой целью строились поля естественных составляющих (рис. 2) и рассчитывались вклады каждого члена разложения в общую дисперсию поля (табл. 2).

Таблица 2

Вклады членов разложения в суммарную дисперсию поля

j	1	2	3	4
$\frac{\lambda_j}{\sum \lambda_j} \%$	40	25	10	8

Здесь j — номер е.о.ф., λ — собственные числа матрицы, $\frac{\sum_{j=1}^4 \lambda_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} = 83$.

Из приведенных данных следует, что по величине вклада выделяются первая и вторая е.о.ф., которые вместе содержат 65% информации о поле. Вклад третьей е.о.ф. составляет всего 10% и мало отличается от вклада четвертой е.о.ф. Таким образом, судя по вкладам, достаточно прогнозировать два коэффициента разложения.

Этот же вопрос можно решать при анализе полей е.о.ф. В поле первой е.о.ф. (рис. 2а) проявляется наиболее крупномасштабная структура поля. Это выражается в наличии однородного поля по всей территории. Поле второй е.о.ф. (рис. 2б) двухцентровое. Одна положительная область¹ расположена на востоке территории

¹ Естественные ортогональные функции определяются с точностью до знака.

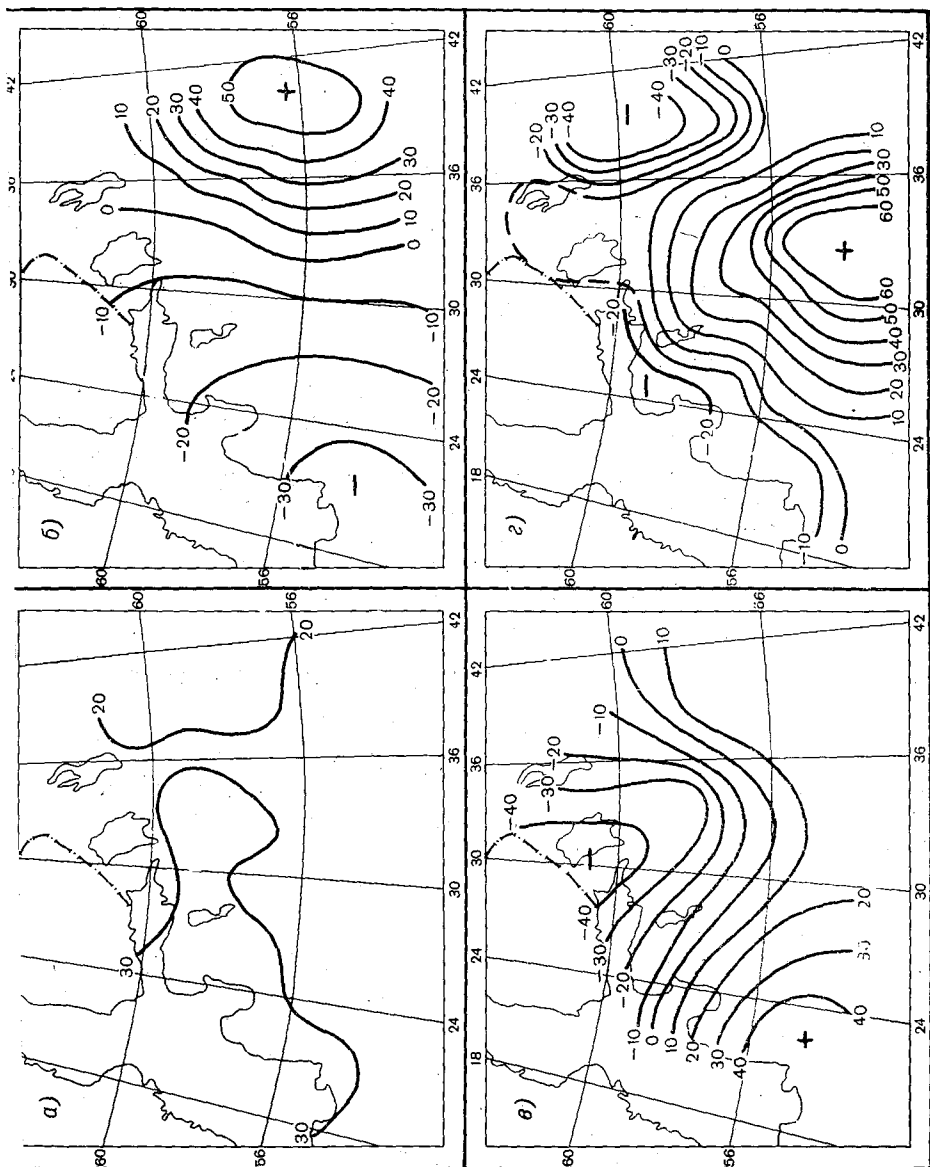


Рис. 2. Поля естественных функций
районных осадков
Северо-Запада:
 $X_1(a)$, $X_2(б)$, $X_3(в)$
и $X_4(г)$

Северо-Запада, вторая область — на западе. Поле третьей е.о.ф. (рис. 2 в) также состоит из двух областей с центрами над Карельской АССР и Калининградской областью. И вторая, и третья е.о.ф. достаточно крупномасштабны. Поле четвертой естественной функции (рис. 2 г) разбивается на три области. Масштаб этих областей меньше, что совершенно четко видно по увеличению числа изолиний. Поле пятой и последующих естественных ортогональных функций безусловно мелкомасштабны.

Исходя из анализа полей е.о.ф., можно сделать вывод, что первые четыре е.о.ф. отражают процессы достаточно большого масштаба и их следует учитывать при составлении прогноза. Это несколько расходится с выводом, сделанным из анализа табл. 2, согласно которому достаточно прогнозировать только два коэффициента разложения. Вследствие таких расхождений в практической работе составлялся прогноз как по двум, так и по четырем коэффициентам разложения. Оказалось, что результаты прогнозов по двум и четырем коэффициентам разложения отличаются слабо. Это подтвердили конкретные расчеты на весну — лето 1970 г., что будет показано ниже.

Одним из основных и трудоемких этапов прогноза является нахождение корреляционных зависимостей между предиктантами и всеми предикторами. Для прогноза районных осадков Северо-Запада на 1970 г. было испытано 6800 связей между предиктантами и всеми предикторами. Используя преобразование Фишера

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r},$$

где r — коэффициент корреляции, легко проверить значимость той или иной связи, вычисляя отношение z к его средней квадратической ошибке

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}, \quad \text{т. е. } \frac{z}{\sigma_z},$$

где n — число общих лет, за которые имеются данные предиктора и предиктанта. Связь между предиктантом и предиктором считалась значимой, если величина $\frac{z}{\sigma_z}$ была больше 2,5 хотя бы один раз за последние 6 лет. Из 6800 возможных связей только 125 оказались значимыми. Для каждой значимой связи строился график зависимости между предиктором и предиктантом.

Как показал М. И. Юдин [9], анализ графиков позволяет определить возможность использования найденной прогностической связи в текущем году. Если велик разброс точек в той части графика, которая соответствует значению текущего года, это служит основанием для отсеивания данной связи. По графикам определяется также знак и величина связи на данный год. После анализа всех 125 графиков было отобрано 42 прогностические связи, т. е. связи, используемые в уравнении регрессии.

В табл. 3 приведено количество значимых и прогностических

связей на 1966—1970 гг., а в табл. 4 и 5 их отношение к общему числу связей.

Из табл. 4 видно, что наибольшее число значимых связей приходится на среднее месячное давление. По облачности, осадкам, ледовитости, срочному давлению и геопотенциалу AT_{500} число значимых связей примерно одинаково. Большое число значимых свя-

Таблица 3
Количество значимых и прогностических связей

Год	1966	1967	1968	1969	1970
Значимые связи	107	119	104	103	125
Прогностические связи	42	40	37	40	42

Таблица 4

Отношение (%) числа значимых связей по каждой группе предикторов к общему числу значимых связей

Предиктор	Год				
	1966	1967	1968	1969	1970
Давление (среднее месячное)	27	27	30	27	30
Давление (срочное)	10	7	8	7	8
Ледовитость	5	7	8	8	10
Геопотенциал AT_{500}	6	6	9	9	8
Осадки	10	9	7	8	6
Облачность	13	14	11	13	9
Температура воды	10	9	5	6	7
Температура воздуха	5	5	6	5	5
Теплосодержание воды Северной Атлантики	2	2	2	2	3
Снежный покров	1	1	1	1	1
Число дней с W	5	6	6	5	5
Число дней с E	4	3	5	4	6
$I_{зон}$	0	0	0	1	1
Число дней с E — W	0	1	1	1	1
Индекс K_p	3	3	2	3	3

зей по среднему месячному давлению объясняется преобладающим числом групп предикторов давления в исходном материале. Из 600 предикторов на давление приходится 146.

Из табл. 5 видно, что наибольшее число прогностических связей приходится также на среднее месячное давление.

Для следующего этапа прогноза важно установить порядок предикторов в процессе ортогонализации, который выбирается в зависимости от коэффициента корреляции между предиктором и предиктантом, от длины ряда лет предиктора и от его масштабности.

При определении порядка предиктора в уравнении регрессии приходится ориентироваться как на величину коэффициента корреляции, так и на длину ряда лет предиктора, поскольку отобранные предикторы имеют ряды лет разной длины.

Таблица 5

Отношение (%) числа прогностических связей к общему числу прогностических связей

Предиктор	Год				
	1966	1967	1968	1969	1970
Давление (среднее месячное)	23	20	19	25	29
Давление (срочное)	9	12	11	5	10
Ледовитость	10	10	14	10	7
Геопотенциал AT_{500}	5	5	5	2	10
Осадки	8	10	8	8	7
Облачность	10	12	3	10	10
Температура воды	5	8	3	5	5
Температура воздуха	10	10	11	8	2
Число дней с W	13	10	11	8	2
Число дней с E	5	2	8	10	7
$I_{зон}$	0	0	0	0	2
Теплосодержание воды Северной Атлантики	0	0	3	2	5
Снежный покров	0	0	3	2	2
Число дней с E — W	0	0	0	2	0

При одном и том же коэффициенте корреляции с предиктантом предиктор с более длинным рядом лет ставится на первое место. Это определяется процедурой ортогонализации, при которой длина ряда последующего предиктора зависит от длины ряда предыдущего. Если на первое место поставить предиктор с коротким рядом, а на второе место предиктор с длинным рядом, то при ортогонализации все знания второго предиктора за годы, не совпадающие с первым предиктором, будут обрезаны, т. е. длина ряда второго предиктора окажется такой же, как и первого. Последнее обстоятельство необходимо учитывать, чтобы избежать частичной потери информации за счет ортогонализации.

При определении порядка предикторов обращается внимание также и на масштабность предиктора. Предпочтение отдается тем предикторам, для которых номер естественной ортогональной функции меньше.

Процедура ортогонализации дает возможность при последовательном рассмотрении отдельных предикторов исключить ту инфор-

мацию, которая уже имеется в предыдущих предикторах. Эта процедура в данном методе близка к известному и широко применявшемуся методу просеивания. В процессе ортогонализации вновь рассчитываются коэффициенты корреляции между предиктантами и ортогонализированными предикторами. При этом часть предикторов отсеивается ($\sim 5\%$), так как коэффициент корреляции между этими предикторами и предиктантами оказывается ниже принятых пределов.

Основываясь на связи оставшихся предикторов с предиктантами, составляются уравнения множественной регрессии для каждого предиктанта. Подставляя текущие значения предиктора в уравнения регрессии, получаем значения коэффициентов разложения предиктанта.

На последнем этапе прогноза поля прогнозируемых величин, полученные в виде коэффициентов разложения по е.о.ф., восстанавливаются, т. е. рассчитываются отклонения от нормы, деленные на норму $\left(\frac{q - \bar{q}}{\bar{q}}\right)$ в центре каждого района (табл. 6).

Таблица 6
Прогностические (прогн.) и фактические (факт.)
значения $\frac{q - \bar{q}}{\bar{q}}$ за 1970 г. (%)

Май		Июнь		Июль	
прогн.	факт.	прогн.	факт.	прогн.	факт.
121	95	58	95	72	78
120	53	63	54	78	103
119	55	55	74	74	97
120	57	54	62	77	139
115	49	63	71	89	108
118	32	60	67	84	132
106	33	56	60	88	102
90	88	76	77	84	100
114	71	61	48	86	94
91	35	76	70	101	76
56	26	83	118	96	73
51	88	89	101	90	58
48	52	94	136	100	84
85	58	69	96	93	69

Оценка успешности прогноза районных осадков производилась по трем градациям: норма (80—120%), ниже нормы (меньше

80%) и выше нормы (больше 120%) и рассчитывалась по формуле:

$$P = \frac{n_+ + \frac{1}{2} n_{0,5}}{N},$$

где n_+ — число районов, в которых фактические и прогностические значения районных осадков попали в одну градацию, $n_{0,5}$ — число районов, в которых прогностические и фактические значения районных осадков попали в соседние градации, N — общее число районов.

В табл. 7 приведены оценки оправдываемости прогнозов районных осадков на весенне-летний период 1966—1970 гг.

Таблица 7

**Оправдываемость (%) прогнозов районных осадков
по Северо-Западу**

Месяц	Год				
	1966	1967	1968	1969	1970
Май	50	43	61	36	61
Июнь	68	78	75	56	89
Июль	78	54	54	39	68

Как видно из табл. 7, оправдываемость прогнозов районных осадков на 1970 г. выше, чем на 1966—1969 гг. Одной из причин меньшей оправдываемости прогнозов на 1966—1969 гг. является исключение этапа прогноза, состоящего в анализе графиков.

Для сравнения по картам официальных месячных прогнозов ГМЦ была оценена успешность официальных прогнозов по Северо-Западу за 1967—1970 гг. (табл. 8).

Таблица 8

Оправдываемость официальных прогнозов и прогнозов СЗ УГМС

Прогноз	1967 г.			1968 г.			1969 г.			1970 г.			Среднее
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	
СЗ УГМС	43	78	54	61	75	54	36	56	39	61	89	68	60
Официальный	57	72	36	64	64	82	68	64	57	21	64	72	60

Анализ табл. 8 показал, что в среднем оценка официальных прогнозов и прогнозов СЗ УГМС составляет 60%. Но надо учесть, что прогнозы СЗ УГМС на 1966—1969 гг. были даны без анализа графиков.

На 1970 г. был рассчитан также прогноз осадков по районам. Необходимость такого варианта прогнозов диктуется соображениями, представленными в [4, 6].

Оценки успешности прогнозов приведены в табл. 9 и 10.

Таблица 9

Оправдываемость прогноза районных осадков по Северо-Западу на 1970 г., рассчитанных разными способами

Способ прогноза	Май	Июнь	Июль
По коэффициентам разложения	61	89	68
По исходным данным для отдельных районов	57	68	64

Как видно из табл. 9, прогноз по коэффициентам разложения на 1970 г. имеет более высокую оправдываемость. Но по результатам сравнения, относящимся к одному году, судить трудно, поэтому в дальнейшем эти разработки будут продолжены.

Таблица 10

Оправдываемость прогнозов районных осадков по Северо-Западу, рассчитанных по разному числу коэффициентов разложения

Число коэф-фици-ентов	1966 г.			1967 г.			1968 г.			1969 г.			1970 г.			Сред-нее
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	
4	55	68	78	43	78	54	61	75	54	36	56	39	61	89	68	60
2	54	57	86	36	72	54	61	79	54	36	54	32	54	89	75	60

Из табл. 10 следует, что прогноз районных осадков по Северо-Западу вполне можно давать не по четырем, а по двум коэффициентам разложения.

В дальнейшем предполагается разработать схему прогноза температуры по Северо-Западу на весенне-летний период.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьева В. Б., Есакова Н. П. Титов В. М. Статистическое описание полей снежного покрова методом разложения по естественным ортогональным функциям. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.
2. Ефремова Н. И. О пространственной статистической структуре атмосферных осадков, осредненных по большим площадям. — Труды ГГО, 1970, вып. 258.
3. Мещерская А. В., Дмитриева-Арраго Л. Р. Разложение годового хода ледовитости северных морей по естественным ортогональным функциям времени. — Метеорол. и гидрол., 1968, № 10.

4. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Долгосрочный прогноз осадков для отдельных административных районов и некоторые вопросы интерпретации прогностических связей. — См. наст. сб.
5. Мещерская А. В., Клюквин Л. Н. О разложении полей аномалий средней месячной температуры по естественным ортогональным функциям. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.
6. Мещерская А. В., Юдин М. И. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов. — См. наст. сб.
7. Чувашина И. Е., Яковлева Н. И. Анализ полей декадных сумм осадков с помощью метода разложения полей на естественные составляющие. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.
8. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогноза погоды и возможности их внедрения. — Метеорол. и гидрол., 1967, № 11.
9. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочного прогноза погоды. Л., Гидрометеониздат, 1968.
10. Юдин М. И. О принципиальных вопросах физико-статистической методики долгосрочных прогнозов погоды большой заблаговременности. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.
11. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения. — Труды ГГО, 1969, вып. 236.
12. Яковлева Н. И., Чувашина И. Е., Леднева К. В. Статистическое описание полей давления (геопотенциал) над Азиатско-Тихоокеанским сектором с помощью естественных функций. — Труды ГГО, 1968, вып. 201.

М. И. ЮДИН, А. В. МЕЩЕРСКАЯ,
И. Е. ЧУВАШИНА, К. В. ЛЕДНЕВА

К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ТАНГЕНСОВ НОРМИРОВАННЫХ АНОМАЛИЙ ОСАДКОВ В СТАТИСТИЧЕСКИХ ПРОГНОЗАХ

Хорошо известно, что многие выводы математической статистики относятся к совокупности данных, имеющих нормальное распределение. Не менее известно, что и распределение далеко не всех метеорологических элементов отвечает критериям нормальности (осадки, облачность).

Существуют довольно многочисленные способы трансформации шкалы осадков, направленные на то, чтобы измеренные значения осадков заменить другими значениями с распределением, близким к нормальному. В этом плане известны работы М. А. Омшанского [4], А. А. Шепелевского [5], Н. А. Багрова [1] и др.

М. А. Омшанский предложил трансформированные значения осадков t рассчитывать по формуле:

$$t = \sqrt[3]{x}, \quad (1)$$

где x — измеренные значения осадков.

Как всякое несимметричное преобразование, формула (1) приводит к смещению среднего значения функции. Положительным свойством формулы является то, что крайние значения осадков приближаются к основной совокупности.

Широко применяется логарифмически нормальное распределение, для которого зависимость между измеренными и трансформированными значениями осадков имеет вид:

$$t = k \ln(x - a),$$

где a — медиана распределения.

Как отмечает Багров [1], попытки применения нормально-логарифмического распределения к распределению месячных сумм осадков не дали хороших результатов, т. к. действительная кривая плотности распределения при больших x стремится к нулю быстрее, чем кривая плотности распределения величины t .

Наиболее подходящей для описания распределения осадков Багров считает следующую функцию:

$$t = \frac{x - a}{\sqrt{s^2 + q(x - a)}},$$

где s^2 — соответствует дисперсии выборки, а параметр q характеризует изменения дисперсии с изменением x .

В ОДМ ГГО при статистическом прогнозе месячных аномалий осадков для основных земледельческих районов ЕТС и Казахстана было применено еще одно преобразование шкалы осадков — расчет гиперболических тангенсов от нормированных (на норму) аномалий осадков.

$$t = \operatorname{th} \frac{x - N}{N},$$

где N — норма осадков. Обозначив $y = \frac{x - N}{N}$, получим

$$t = \operatorname{th} y = \frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}}.$$

Введение гиперболических тангенсов от нормированных аномалий осадков в отличие от формулы (1) позволяет крайние значения осадков приблизить к основной совокупности, не смещая значений, лежащих в области среднего.

В статистическом прогнозе ОДМ осадки использовались и в качестве предикторов, и в качестве предиктантов. Предиктантами служили месячные суммы районных осадков, т. е. суммы осадков, осредненных по данным нескольких (от 2 до 22) станций конкретного административного района [3]. Для подсчета районных осадков за май — июль на территории ЕТС используются данные 306 станций (33 административных района), на территории Казахстана — данные 171 станции (24 административных района). Список районов приведен в [7].

В качестве предикторов взяты декадные суммы осадков отдельных станций (19 станций на ЕТС и 15 в Казахстане) за период с ноября по март.

Чтобы судить о том, насколько изменяется распределение осадков после введения гиперболических тангенсов, для каждой территории (ЕТС и Казахстан) за каждый месяц было рассчитано три кривых распределения: 1) по исходным данным об осадках, 2) по данным о гиперболических тангенсах, нормированных на норму (а не дисперсию) аномалий осадков и 3) по данным о нормированных аномалиях осадков.

Следует отметить, что каждая кривая рассчитана по данным всех районов или всех станций, включенных в данную территорию, например кривая распределения районных осадков ЕТС построена по данным всех 33 районов, а кривая распределения декадных осадков ЕТС — по данным всех 19 отобранных станций. Таким образом, каждая кривая характеризует всю совокупность исход-

ных данных для рассматриваемой территории за конкретный месяц.

Конечно, при анализе кривых распределения таких совокупностей сглаживаются различия кривых распределения осадков отдельных станций, находящихся в разных географических условиях. Однако в данном случае это в какой-то мере оправданно,

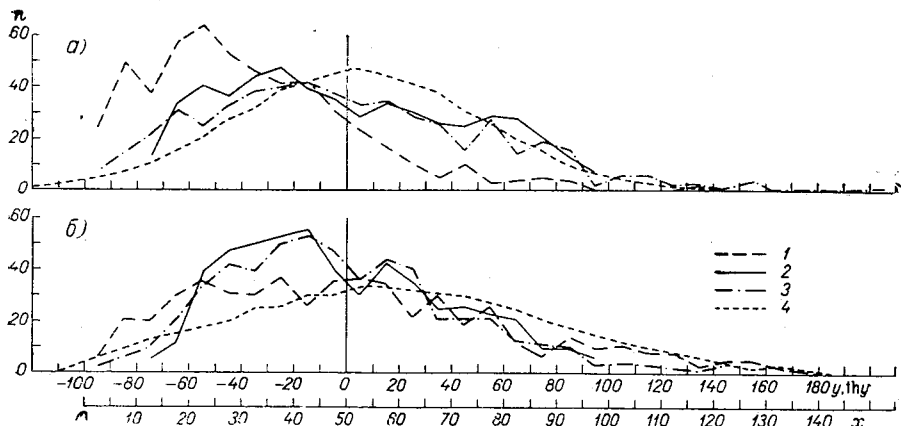


Рис. 1. Кривые распределения районных осадков Казахстана за май (а) и июль (б) 1946—1967 гг.

1) исходные данные, 2) $th y$, 3) y , 4) нормальное распределение $th y$.

поскольку в прогнозе ОДМ используются не данные отдельных станций, а коэффициенты разложения по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.), получающиеся в результате статистической обработки совокупности данных всех выбранных станций.

Рассмотрим отдельно кривые распределения месячных сумм районных осадков и кривые распределения декадных сумм точечных осадков.

На рис. 1 представлены кривые распределения районных осадков Казахстана, рассчитанные по данным 528 случаев (24 района) для исходных данных, для гиперболических тангенсов от нормированных аномалий осадков $th y$ и для нормированных аномалий осадков y .

На рис. 1а кривые распределения исходных данных и нормированных аномалий осадков различаются. Дело в том, что эти кривые строились по данным нескольких районов. Если подобные расчеты сделать для одной станции, то кривые распределения исходных данных и нормированных аномалий не будут отличаться (при одном и том же числе градаций), так как нормированные аномалии получаются в результате линейного преобразования исходной информации.

Анализ рис. 1 а показывает, что кривая распределения исходных данных по районным осадкам (1) отличается от нормальной.

Заметим, что именно в мае это отличие особенно велико. Распределение нетрансформированных значений районных осадков в июне и в июле (рис. 1 б) ближе к нормальному. Аналогичные выводы можно сделать о распределении районных осадков ЕТС.

Распределение гиперболических тангенсов нормированных аномалий осадков и распределение просто нормированных аномалий осадков различаются незначительно. Однако кривая распределения гиперболических тангенсов резче обрезана с краев.

Известно, что значения нормированных аномалий осадков со стороны минимума имеют свой предел. Поскольку отрицательных осадков не бывает, минимальное значение величины $y = \frac{x - N}{N}$ не может быть меньше -1 . Максимальное значение величины y принципиально может быть сколь угодно большим, хотя практически для районных осадков крайне редко превышает 2.

Значения гиперболических тангенсов по определению колеблются от $+1$ до -1 . В соответствии с пределами изменения нормированных аномалий осадков значения $\text{th } y$ меняются от $-0,761$ [$\text{th}(-1) = -0,761$] до $+1$, следовательно, пределы изменения $\text{th } y$ меньше пределов изменения величины y .

Кроме рассмотренных кривых, на рис. 1 приведена кривая нормального распределения гиперболических тангенсов нормированных аномалий осадков, или кривая теоретических частот $\text{th } y$. Для ее построения достаточно знать среднее арифметическое данной совокупности исходных данных $\text{th } y$, среднее квадратическое отклонение σ и значения середины градаций рассмотренной кривой распределения. Найдя отношение середины каждой градации (в отклонениях от $\text{th } y$) к σ и пользуясь таблицей интеграла вероятности, можно найти число случаев, когда это отношение превзойдет заданное. Разности числа случаев соседних градаций и составят кривую нормального распределения данной совокупности.

Отметим, что совокупности величин $\text{th } y$ и y по значениям первых двух моментов различаются мало: средние соответственно равны $-1,0$ и $-0,7$, средние квадратичные отклонения 45,6 и 48,6. Кривые нормального распределения, рассчитанные по этим параметрам, близки. Поэтому кривая нормального распределения для $\text{th } y$, приведенная на рис. 1, в первом приближении может считаться нормальной и для совокупности y . Если теперь сравнить кривые 2, 3 и 4, то можно легко убедиться, что кривая 3 ближе к нормальной кривой 4, чем кривая 2, за счет большего шлейфа с обоих концов.

Численную оценку того, имеет ли данная совокупность нормальное распределение, можно сделать с помощью критерия подобия χ^2 (см. например, [6]).

Величина χ^2 , характеризующая расхождение теоретических и эмпирических частот распределения, сравнивается с табличным значением критерия $\chi^2_{\alpha, k-1}$ при заданном уровне значимости α и числа интервалов k . Если $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha, k-1}$, то можно считать, что дан-

ная выборка взята из генеральной совокупности, распределенной нормально. В противном случае гипотеза о нормальности кривой распределения отвергается.

Сравнение теоретических и эмпирических частот распределения $th y$ и y районных осадков Казахстана в мае с помощью критерия χ^2 показало, что ни совокупность $th y$, ни совокупность y не распределяются нормально. Табличное значение χ^2 для y равно 30,1, $\chi^2 = 83,0$, т. е. рассчитанное значение χ^2 больше табличного.

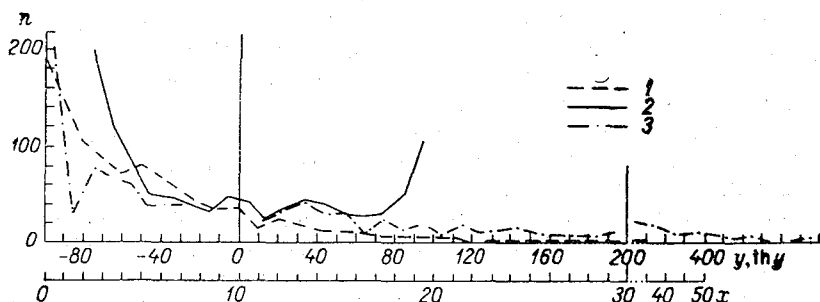


Рис. 2. Кривые распределения декадных осадков в Казахстане за март 1946—1969 гг.

Усл. обозначение см. рис. 1.

Утверждение о том, что наша выборка распределена нормально, отвергается. Для гиперболических тангенсов нормированных аномалий осадков расхождение между $\chi^2_{\alpha, k-1}$ и χ^2 еще больше (27,6 и 104,0 соответственно).

Перейдем теперь к анализу кривых распределения декадных осадков.

На рис. 2 представлены кривые распределения декадных осадков Казахстана по данным 15 станций для 1080 случаев. Отметим, что масштаб по оси абсцисс не одинаков: до градации 200 мм масштаб в 5 раз меньше, чем после. Разрыв шкалы пришлось сделать из-за растянутости значений вдоль оси абсцисс.

Прежде всего обращает на себя внимание существенное отличие кривых распределения декадных сумм осадков Казахстана (рис. 2) от кривых распределения месячных сумм районных осадков (рис. 1). Связано это, во-первых, с большой повторяемостью нулевой градации декадных осадков (для районных осадков случаи нулевых осадков встречаются довольно редко), во-вторых, с большей дисперсией декадных осадков по сравнению с районными. Если судить по кривым распределения y декадных сумм осадков Казахстана, то за одну декаду в зимние месяцы может выпасть до 10 декадных норм (январь). И это еще не предел для засушливых районов. В Кызыл-Орде во второй декаде ноября выпало 22 мм осадков (ливень 16 ноября 1967 г. дал 16,7 мм). При

декадной норме 1,2 мм это составляет более 18 норм. Изменчивость месячных сумм районных осадков намного меньше. Как было показано выше, максимальные суммы районных осадков не превышают в Казахстане трех норм.

Различие в изменчивости декадных сумм осадков и месячных сумм районных осадков определяется разным временным интервалом осреднения (декада и месяц), а также тем, что значения районных осадков являются результатом пространственного осреднения данных нескольких станций.

Возвращаясь к рис. 3, следует отметить, что ни исходные данные по декадным осадкам, ни трансформированные значения декадных осадков не распределяются нормально. Кривая распределения y имеет справа слишком длинный шлейф вследствие большой изменчивости декадных сумм осадков. В левой части кривых велика повторяемость крайней (нулевой) градации, соответствующей отсутствию осадков.

Кривая повторяемости величин $th y$ еще более своеобразна — она имеет два максимума на краях. Левый максимум также связан с отсутствием осадков, а правый максимум искусственный, ибо он получается при трансформации в $th y$ всех случаев больших аномалий осадков.

Подводя итоги, можно отметить следующее. С точки зрения приведения кривых распределения месячных сумм районных осадков к нормальным, целесообразно использовать не сами значения районных осадков, а их нормированные аномалии. Отыскание гиперболических тангенсов от нормированных аномалий осадков не способствует дальнейшему приближению кривых распределения к нормальным вследствие резкого обрывания кривых распределения с концов. Трансформация шкалы декадных сумм осадков на отдельных станциях с использованием нормированных аномалий осадков и гиперболических тангенсов от нормированных аномалий осадков приводит к изменению кривых распределения, но не делает их распределение ближе к нормальному.

Трансформацию шкал осадков можно рассматривать и с другой стороны. На примере декадных сумм осадков была показана их большая изменчивость, особенно в засушливых районах, где один ливень может дать до десятка декадных норм. Предсказать такой ливень даже с месячной заблаговременностью невозможно. С точки зрения статистики это событие случайное.

Между тем за счет случайного совпадения чисел может появиться высокая или низкая, но статистически необоснованная корреляция. Можно предполагать, что преобразование шкалы с помощью гиперболических тангенсов позволит избежать такой неоправданно завышенной или заниженной корреляционной связи.

Проверка этого предположения была сделана на примере корреляционных графиков между суммами декадных осадков по отдельным станциям северного Казахстана за январь, февраль и март, с одной стороны, и районными осадками 24 административных районов северного Казахстана за май, с другой. Декадные

осадки (в прогнозе они используются в качестве предикторов) были представлены в виде y и $\text{th } y$, районные осадки (предиктанты) во всех случаях в виде гиперболических тангенсов. Обозначим совокупность предикторов за различные годы через Y , а сово-

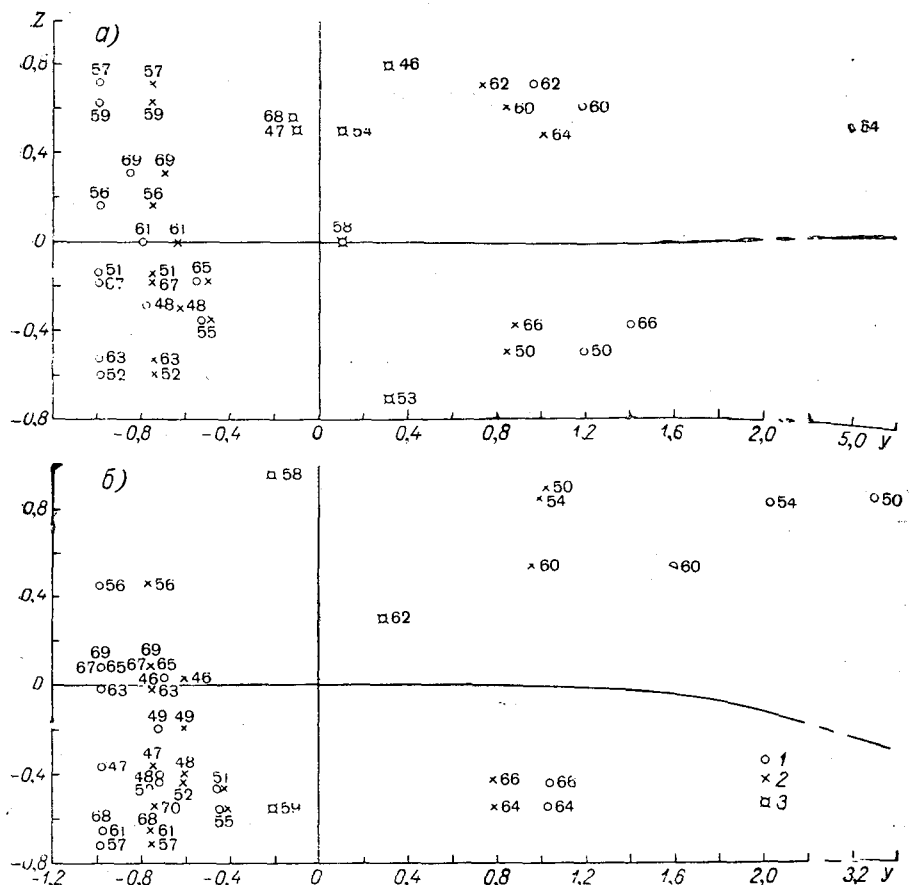


Рис. 3. Зависимость между суммами осадков за первую декаду января (Y) на ст. Карсакпай (а) и на ст. Кызыл-Орда (б) и районными осадками Гурьевской области в мае (Z).

1 — декадные осадки, представленные в виде y , 2 — декадные осадки, представленные в виде $\text{th } y$, 3 — значения осадков совпадают.

купность предиктантов через Z и рассмотрим коэффициенты корреляции между Y и Z .

Приведенные расчеты показали, что, как правило, коэффициенты корреляции между районными и декадными осадками, представленными с помощью гиперболических тангенсов, мало отли-

чаются от коэффициентов корреляции между теми же районными осадками и декадными суммами осадков, представленных в виде нормированных аномалий. Однако в отдельных случаях различия коэффициентов корреляции довольно большие и могут достигать $|0,11| - |0,16|$.

Как показал анализ, все случаи больших расхождений в коэффициентах корреляции связаны с крайне завышенными суммами декадных осадков в каком-либо конкретном году (иногда в двух или трех конкретных годах) данного ряда декадных осадков. Декадные суммы осадков в эти годы иногда составляют 3—5 и даже 6 декадных норм.

При этом было обнаружено, что th -преобразование декадных сумм осадков в одних случаях увеличивает коэффициент корреляции с районными осадками (предиктантами), в других — уменьшает. Это зависит не только от крайних значений предиктора (декадных осадков), но и от того, какое значение предиктанта ему соответствует. Если крайне завышенному значению предиктора соответствует очень большое значение предиктанта, то th -преобразование приводит к уменьшению коэффициента корреляции между предиктором и предиктантом. Если же завышенному значению предиктора соответствует небольшое по абсолютной величине значение предиктанта, то th -преобразование приводит к увеличению коэффициента корреляции между предиктором и предиктантом.

Рассмотрим примеры, иллюстрирующие эти соотношения.

На рис. 3 приведены корреляционные графики связи между майскими районными осадками Гурьевской области (Z) и суммами осадков за первую декаду января на станциях Карсакпай и Кызыл-Орда (Y). При анализе графиков надо иметь в виду, что на рис. 3 а шкала Y разорвана в интервале от 2,0 до 4,8.

Как видно из рис. 3 а, в 1964 г. в Карсакпае в первой декаде января выпало шесть декадных норм осадков ($Y=y=\frac{x-N}{N}=5$, если $x=6$). В этом же году в мае в Гурьевской области выпало всего 1,5 месячной нормы, т. е. большому значению Y соответствовало сравнительно небольшое значение Z .

После введения гиперболических тангенсов значение Y за 1964 г. стало равно единице. При этом коэффициент корреляции между Y и Z увеличился на 0,11 (от 0,43 до 0,54).

Обратный эффект от введения гиперболических тангенсов можно проследить на рис. 3 б. В 1950 г. значению Y , равному 3,3 (4,3 нормы), соответствует значение Z , равное 0,9 ($\sim 1,9$ нормы), т. е. большому значению Y соответствует большое значение Z . После введения гиперболических тангенсов коэффициент корреляции между Y и Z уменьшился от 0,49 до 0,43. Эффект от введения гиперболических тангенсов в этом случае был бы сильнее, если по оси Z откладывать не гиперболические тангенсы, а просто нормированные аномалии осадков (тогда крайнее значение Z было бы больше).

Приведенные примеры показывают, что в зависимости от положения выскакивающих точек относительно линии регрессии th -преобразование способствует либо увеличению коэффициента корреляции между предиктором и предиктантом, либо его уменьшению. При th -преобразовании коэффициент корреляции между Y и Z увеличивается (рис. 3 а), если выскакивающая точка лежит в стороне от линии регрессии, и уменьшается (рис. 3 б), если выскакивающая точка лежит вблизи линии регрессии.

Однако самым важным является тот факт, что во всех случаях введение гиперболических тангенсов для декадных сумм осадков позволяет уменьшить влияние отдельных выскакивающих точек на величину корреляционной связи.

Вследствие этого корреляционные связи при использовании th -преобразования получаются более устойчивыми и с большим основанием могут применяться в задаче прогноза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А. О распределении месячных сумм осадков.— Труды ЦИП, 1965, вып. 139.
2. Брукс К., Карузерс Н., Применение статистических методов в метеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1963.
3. Ефремова Н. И. О пространственной структуре атмосферных осадков, осредненных по большим площадям.— Труды ГГО, 1970, вып. 258.
4. Омшанский М. А. Деформация шкал метеорологических элементов и ее практическое значение.— Труды ГГО, 1935, вып. 4.
5. Шепелевский А. А. О вычислении функциональной связи, скрытой за корреляцией.— Труды ГГО, 1937, вып. 15.
6. Шторм Р. Теория вероятностей, математическая статистика, статистический контроль качества. М., «Мир», 1970.
7. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.— Труды ГГО, 1969, вып. 236.

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРОГНОЗОВ ПОГОДЫ К ДОЛГОСРОЧНОМУ ПРОГНОЗУ ОБЪЕМА ВЕСЕННЕГО СТОКА

В 1968 г. мы начали исследования в направлении, указанном в отчетном докладе Е. К. Федорова [2]. В этом докладе обращается внимание на сходство физико-статистических методов долгосрочных метеорологических и гидрологических прогнозов, которое дает возможность для их взаимной увязки. Поскольку в наших работах учитывается ряд элементов гидрологического комплекса и поскольку гидрологические явления отчасти являются следствием метеорологических, такое направление исследований представляется вполне целесообразным.

Мы попытались применить физико-статистический метод долгосрочных прогнозов осадков и температуры, описанный в работах [3]—[5], к прогнозу объема стока воды за II квартал для Цимлян-ской, Рыбинской, Кременчугской, Горьковской и Волжской им. В. И. Ленина ГЭС. Эти данные были любезно предоставлены нам В. Н. Паршиным.

В качестве предсказателей (предикторов) нами использовались гидрометеорологические характеристики, описанные в работе [6]. Для сокращения объема информации о поле предиктора, а также для выделения макропроцессов и фильтрации шумов был применен метод разложения полей по естественным составляющим. Поскольку обоснование метода и особенности применения математического аппарата неоднократно освещались в печати [1], не будем останавливаться на этих вопросах. На данном этапе работы мы не имели возможности использовать дополнительные ряды гидрологических характеристик из-за трудоемкости и обширности работы по их сбору и обработке. Коротко напомним, в чем состоит суть физико-статистического метода прогноза погоды.

Физико-статистический метод на первом этапе состоит из нахождения и анализа коэффициентов линейной корреляции между

предикторами (предсказателями) и предиктантами (предсказуемыми), а также выделения связей, удовлетворяющих достаточно жестким статистическим критериям правдоподобия. Испытание эффективности установленных связей на старом материале проводится в условиях, вполне аналогичных условиям испытания на текущем независимом материале. Это значит, что при отборе связей привлекается только тот материал, который находится в распоряжении специалиста при составлении прогноза в соответствующем году. Таким образом, мы получаем не преувеличенную, а скорее заниженную оценку успешности прогнозов (в связи с меньшим объемом используемой информации).

В качестве контроля за оправдываемостью рассматриваемых связей взят вариант получающего за последние годы все большее признание статистического метода — метода последовательного анализа. Для уменьшения возможной погрешности, обусловленной статистической нестационарностью рядов, связи, не подтвердившиеся в течение последних 5—6 лет, из рассмотрения исключаются.

Отобранные на первом этапе предикторы подвергаются дальнейшему контролю с точки зрения объема содержащейся в них независимой информации. Для этого устанавливается последовательность предикторов, используемых для прогноза одного предиктанта, с учетом значения отношения z/σ_z , где $z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$; σ_z — значение средней квадратической ошибки функции z , рассчитанное по известной формуле $\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$ (здесь n — число лет, использованных при вычислении коэффициента корреляции r). Затем применяется процедура ортогонализации предикторов, известная в теории множественной корреляции, и вновь вычисляются отношения z/σ_z для преобразованных таким образом предикторов. Если для некоторого предиктора величина z/σ_z меньше критического значения, он исключается из рассмотрения.

Согласно теории физико-статистического прогноза, кратко изложенного выше, в нашем случае сначала были рассчитаны коэффициенты линейной корреляции и величины z/σ_z за последние 6 лет между объемами стока за II квартал и всеми предикторами [6]. Из этих предикторов были отобраны те, для которых $|z/\sigma_z| \geq 2,4$, что соответствует коэффициентам корреляции $r \geq \pm 0,5$ (табл. 1).

Затем оставшиеся предикторы ортогонализировались по отношению к первому предиктору и вновь вычислялось отношение $|z/\sigma_z| \geq 1,4$. После этого остались предикторы, приведенные в табл. 2.

Как видно из табл. 1 и 2, значимые предикторы не остаются постоянными, а меняются из года в год. Поэтому при прогнозах на каждый последующий год следует пересчитывать связи со всеми предикторами. По отобранным предикторам строились

Таблица 1

Предикторы первого этапа отбора

ГЭС	Элемент	Характеристики данных, вошедших в прогноз	Период осреднения	Территория	Месяц	Год	Число лет	z
Предикторы прогноза на 1968 г.								
Цимлянская	Давление	a_2	Месяц	Сектор I	IV	Прошлый	25	-3,07
	"	a_1	"	" I	VI	Позапрошлый	25	-2,90
	AT_{500}	a_4	03 часа	" II	IV	"	15	3,49
	Температура поверхности воды	f	Месяц	Северная Атлантика	IX	Прошлый	16	2,84
	I_3	f	"	Сектор II	XII	Позапрошлый	17	2,69
Рыбинская	AT_{500}	a_4	03 часа	" II	III	"	16	2,62
	Давление	a_2	Месяц	Сектор I	IV	Прошлый	25	-3,54
	Осадки	a_3	Декада	Казахстан	3-я дек. XI	"	21	-3,38
	"	a_3	"	"	1-я дек. III	"	22	-2,83
	Давление	a_1	Месяц	Сектор I	IV	Позапрошлый	25	-2,48
Кременчугская	Число дней с Е	f	"	" I	V	Прошлый	25	-2,87
	Осадки	a_1	Декада	Юг ЕТС	1-я дек. XII	"	21	-3,28
	I_3	f	Месяц	Сектор II	XII	Позапрошлый	17	4,33
	AT_{500}	a_4	03 часа	" II	IV	"	15	4,78
	AT_{500}	Дисперсия a_1	03	" I	I	Текущий	17	3,20
	AT_{500}	Дисперсия a_4	03	" I	I	"	17	-3,00
	Давление	a_2	Месяц	" III	II	"	27	-2,89
	Облачность	a_3	Декада	" I	1-я дек. II	"	30	-2,75

Горьковская	Температура	a_2	Сутки	Сектор I	III	Текущий	29	-2,46
	Аномалия температуры	a_3	Месяц	Соверное полушарие	I	"	17	-2,50
	Давление	a_4	"	Сектор I	II	Позапрошлый	29	2,52
	Число дней с E	f	"	"	II	Прошлый	29	2,66
	" " W	f	"	"	VI	"	29	2,54
Волжская им. В. И. Ленина	Давление	a_4	Месяц	Сектор I	II	Прошлый	30	3,03
	I_3	f	"	"	XII	Позапрошлый	18	4,50
	Осадки	a_1	Декада	Юг ЕТС	1-я дек. I	"	19	2,70
	Давление	a_4	Месяц	Сектор I	III	Прошлый	30	-2,66

Предикторы прогноза на 1970 г.

Цимлянская	Давление	a_2	Месяц	Сектор I	IV	Прошлый	27	-3,03
	"	a_1	"	"	VI	"	27	-2,84
	"	a_4	Срок	"	II	Текущий	25	-2,66
	I_3	f	Месяц	"	XII	Позапрошлый	19	2,64
Рыбинская	Осадки	a_3	Декада	Казахстан	3-я дек. XI	"	25	-3,49
	"	a_3	"	"	1-я дек. III	"	24	-3,00
	Число дней с E	f	Месяц	Сектор I	V	Прошлый	27	-2,89
	Температура воздуха	a_2 ср	"	"	III	Текущий	26	-2,61
	Давление	a_2	"	"	IV	Прошлый	27	-3,17
Кременчугская	Облачность	a_3	Декада	Сектор I	1-я дек. II	"	32	-2,69
	I_3	f	Месяц	"	XII	Позапрошлый	19	4,26
	AT ₅₀₀	a_1	03 часа	"	V	"	17	-3,09
	Осадки	a_3	Декада	Казахстан	2-я дек. II	"	24	-2,66

ГЭС	Элемент	Характеристика данных, вошедших в прогноз	Период осреднения	Территория	Месяц	Год	Число лет	z
Кременчугская	АТ ₅₀₀	a_4	03 часа	Сектор II	IV	Позапрошлый	17	3,10
	Давление	a_2	Срок	" III	II	Текущий	29	-2,81
Горьковская	Давление	a_3	Месяц	Сектор I	V	Позапрошлый	31	-2,80
	Разность чисел дней E — W	f	"	" I	VI	Прошлый	31	-2,73
	Аномалии температуры	a_3	"	Северное полушарие	I	Текущий	31	2,58
	АТ ₅₀₀	a_2	03 часа	Сектор III	I	"	19	-2,63
	Давление	a_4	Месяц	Сектор I	IX	Прошлый	32	3,16
Волжская им. В. И. Ленина	Температура поверхности воды	f	"	Северная Атлантика	XI	Позапрошлый	27	-4,45
	I_3	f	"	Сектор II	XII	"	19	4,44
	Давление	a_4	"	" I	IX	Текущий	21	2,77

Примечание. В табл. 1 и 2 обозначено: a_1 — коэффициенты разложения по естественным функциям, f — исходные данные, E и W — формы циркуляции по Вангенгейму, I_3 — интенсивность зональной циркуляции.

Предикторы прогнозов на 1968 и 1970 гг.

ГЭС	Элемент	Характеристика данных, вошедших в прогноз	Период осреднения	Территория	Месяц	Год
Предикторы прогноза на 1968 г.						
Цимлянская	Давление	a_2	Месяц	Сектор I	IV	Прошлый
	AT ₅₀₀	a_4	03 часа	" II	III	Позапрошлый
	AT ₅₀₀	a_4	03 "	" II	IV	"
Рыбинская	Давление	a_2	Месяц	Сектор I	IV	Прошлый
	Число дней с Е	f	"	" I	V	"
	Осадки	a_3	Декада	Казахстан	3-я дек. XI	
Кременчугская	Осадки	a_1	Декада	Юг ЕТС	1-я дек. XII	
	I_3	f	Месяц	Сектор II	XII	Позапрошлый
	Облачность	a_3	Декада	" I	1-я дек. II	
Горьковская	Число дней с Е	f	Месяц	Сектор I	II	Прошлый
	То же W	f	"	" I	VI	"
	Температура воздуха	a_2 ср	"	" I	III	Текущий

ГЭС	Элемент	Характеристика данных, вошедших в прогноз	Период осреднения	Территория	Месяц	Год
Волжская им. В. И. Ленина	Давление	a_4	Месяц	Сектор I	IX	Прошлый
	Осадки	a_1	Декада	ЕТС	I-я дек. I	
Предикторы прогноза на 1970 г.						
Цимлянская	Давление	a_2	Месяц	Сектор I	IV	Прошлый
	AT_{500}	a_4	03 часа	" II	III	Позапрошлый
Рыбинская	Давление	a_1	Срок	" II	I	Текущий
	I_3	f	Месяц	" II	XII	Позапрошлый
Кременчугская	Давление	a_2	Месяц	Сектор I	IV	Прошлый
	Осадки	a_3	Декада	Казахстан	3-я дек. XI	
Горьковская	Давление	a_2	Срок	Сектор III	II	Текущий
	Облачность	a_3	Декада	" I	I-я дек. II	
	I_3	f	Месяц	" II	XII	Позапрошлый
	Давление	a_3	Месяц	Сектор I	V	Позапрошлый
	Разность числа дней $E - W$	f	"	" I	VI	Прошлый
	Аномалии температуры	a_3	"	Северное полушарие	I	Текущий
	AT_{500}	a_2 ср	03 часа	Сектор III	II	"
	Температура поверхности воды	f	Месяц	Северная лантика	XI	Позапрошлый
	I_3	f	"	Сектор II	XII	"

уравнения регрессии объема стока воды. Прогностические результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

ГЭС	Прогноз		Факти- ческие данные	Прогноз		Факти- ческие данные	0,674σ²
	ГГО	ГМЦ		ГГО	ГМЦ		
1968 г.				1970 г.			
Цимлянская	12,2	14,0	12,3	12,0	12,2	13,9	2,48
Рыбинская	95,0	85,0	83,8	96,0	114,0	105,0	9,45
Кременчугская	17,9	17,9	18,1	15,8	18,5	22,0	3,53
Горьковская	15,9	14,0	16,1	15,6	17,0	18,3	3,8
Волжская	34,0	30,0	24,0	33,5	24,0	37,0	8,9

Как видно из табл. 3, прогноз на 1968 г. по Волго-Волжской и Днепр-Кременчугской ГЭС не оправдался из-за слабых предикторов. Прогнозы для остальных ГЭС оправдываются с достаточной точностью.

Прогноз на 1970 г. оправдался уже лучше. Его оправдываемость сравнима с оправдываемостью прогноза объема стока воды на II квартал, составленного по методу ГМЦ.

Вернемся к анализу табл. 2. Как видно из списков предикторов, значимыми оказались предикторы за прошлый и позапрошлый годы. Это дает основание предполагать, что можно давать предварительные прогнозы с очень большой заблаговременностью (например, за один год), а потом, получая текущие значения предикторов, эти прогнозы можно уточнять.

Таким образом, можно сделать вывод, что физико-статистический метод может быть использован для долгосрочных гидрологических прогнозов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1970.
2. Федоров Е. К. Некоторые итоги выполнения плана научно-исследовательских работ за 1969 г. и перспективы научных исследований в новой пятилетке.— Метеорол. и гидрол., 1967, № 6.
3. Юдин М. И. О принципиальных вопросах физико-статистической методики долгосрочных прогнозов погоды большой заблаговременности.— Труды ГГО, 1968, вып. 201.
4. Юдин М. И. Об изучении факторов, обуславливающих нестационарность общей циркуляции атмосферы. Динамика крупномасштабных атмосферных процессов. М., «Наука», 1969.
5. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогнозов погоды и возможность их внедрения.— Метеорол. и гидрол. 1967, № 11.
6. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.— Труды ГГО, 1969, вып. 236.

СОДЕРЖАНИЕ

✓ М. И. Юдин, А. В. Мещерская. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов	3
✓ М. И. Юдин, В. Г. Блажевич, Р. П. Репинская. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов	16
А. В. Мещерская, Н. Д. Попова, Ю. В. Николаев. Опыт применения дискриминантного анализа для долгосрочного прогноза осадков	29
Г. Д. Кудашкин. Разработка и испытание способа статистического прогноза средних декадных температур с учетом вектор-предиктора большой размерности	40
В. А. Ефимов, Г. И. Рейнюк. Спектральный анализ компонент корреляционного тензора макромасштабной турбулентности	50
К. В. Пятыгина. О связи климатологических значений температуры воздуха и количества осадков	61
К. В. Пятыгина, Э. А. Коморина. Определение на основе агеострофической модели осредненных во времени вертикальных скоростей для нескольких уровней атмосферы	66
Р. Муталов. К исследованию оптимальных представлений вертикальных профилей метеозлементов в тропосфере и стратосфере	79
Н. И. Яковлева. О некоторых статистических характеристиках полей давления и температуры в разные климатические эпохи (статья 1)	91
Б. Л. Лев, Е. К. Мольтентин, Н. И. Яковлева. О географических особенностях корреляционных связей в поле геопотенциала AT_{500} над северным полушарием	98
✓ В. Г. Блажевич. Долгосрочный прогноз наземного давления	104
✓ И. Е. Чувашина. К прогнозу осадков на сезон	113
✓ А. В. Мещерская, В. Г. Блажевич, К. В. Леднева. Долгосрочный прогноз осадков для отдельных административных районов и некоторые вопросы интерпретации прогностических связей	116
✦ И. Е. Чувашина. К уточнению долгосрочного прогноза осадков путем введения поправки на норму	131
Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева, В. М. Титов. Использование данных спутниковых наблюдений за облачностью в прогнозе среднедекадной температуры	137
Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева, В. М. Титов. Схема статистического прогноза декадных сумм осадков	139
Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева, Т. Е. Серова, В. М. Титов. О применении статистической схемы прогноза среднедекадной температуры для Северо-Западного района	142
✓ Н. А. Болдырева, А. В. Мещерская, Н. Д. Шапаева. Физико-статистический долгосрочный прогноз осадков для районов Северо-Запада на весенне-летний период	146
М. И. Юдин, А. В. Мещерская, И. Е. Чувашина, К. В. Леднева. К использованию гиперболических тангенсов нормированных аномалий осадков в статистических прогнозах	157
М. И. Юдин, И. Е. Чувашина. Опыт применения физико-статистического метода прогнозов погоды к долгосрочному прогнозу объема весеннего стока	166

Труды ГГО, вып. 273

**Физико-статистические методы прогноза погоды
и анализа климатических закономерностей**

Под редакцией М. И. Юдина, Л. В. Руховца
и А. В. Мещерской

Редактор Л. И. Штаникова
Техн. редактор М. И. Брайнина
Корректоры: Т. В. Алексеева, Г. Н. Рима н т

Сдано в набор 18/V 1971 г. Подписано к печати 19/I 1972 г. М-08025.
Бумага 60×90¹/₁₆, тип. № 1. Печ. л. 11,5. Уч.-изд. л. 11,46.
Тираж 700 экз. Индекс МЛ-85. Заказ № 775. Цена 80 коп. Гидроме-
теорологическое издательство. Ленинград, В-53, 2-я линия, д. 23.

Сортавальская книжная типография Управления по печати при
Совете Министров Карельской АССР. Сортавала, Карельская, 42.

Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов. Юдин М. И., Мещерская А. В. Труды ГГО, 1972, вып. 273, с. 3—15.

В статье рассматриваются преимущества и недостатки представления полей предикторов и предиктантов в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям. Целесообразность использования этих функций для представления полей предикторов бесспорна, поскольку получается выигрыш как за счет большей информативности предикторов (примеры), так и за счет уменьшения объема вычислений. Целесообразность использования ортогональных функций для представления полей предиктантов менее очевидна. Для выяснения этого вопроса в работе был выполнен специальный численный эксперимент, подтвердивший эту целесообразность.

Приводятся также оценки неустойчивости прогностических связей (данные за 5 лет) для температуры и районных осадков зоны недостаточного увлажнения.

Табл. 6. Илл. 3. Библ. 14.

Некоторые вопросы отбора значимых предикторов. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Труды ГГО, 1972, вып. 273, с. 16—28.

Одним из основных вопросов, возникающих при разработке статистического метода прогноза, является вопрос, связанный с разумным отбором репрезентативных характеристик будущей погоды. При долгосрочном прогнозе указанным методом важным требованием, предъявляемым к системе характеристик единой физической системы — атмосфера — океан — подстилающая поверхность, среди которых отыскиваются предвестники будущей погоды, является требование полноты информации. В статье рассматривается один из приемов, который может быть использован для уменьшения неопределенности, вызываемой наличием большого числа возможных предикторов. Этот прием основан на применении многомерного статистического анализа.

Табл. 5. Библ. 8.