

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА

Т Р У Д Ы

ВЫПУСК 313

АППАРАТУРА
ДЛЯ
МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ

Под редакцией
канд. техн. наук Л. П. АФИНОГЕНОВА,
канд. физ.-мат. наук М. С. СТЕРНЗАТА

Ленинградский
Гидрометеорологический институт
БИБЛИОТЕКА
Л-д 193196, Малоохтенский пр., 96



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
ЛЕНИНГРАД · 1973

06
Т78

158122

Сборник посвящен вопросам измерительной аппаратуры, предназначенной для автоматических измерений и для экспериментальных исследований в метеорологии, методам поверки автоматических станций, а также теоретическим вопросам методики измерений, обработки результатов и проблеме длительного хранения информации.

В сборнике помещены статьи, в которых содержатся описания новой метеорологической аппаратуры, рассматриваются погрешности, связанные с определением средних значений по дискретным отсчетам, устанавливаются общие закономерности, характерные для процессов хранения информации.

О НАДЕЖНОСТИ ДЛИТЕЛЬНОГО ХРАНЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ВВЕДЕНИИ ИЗБЫТОЧНОСТИ

Процессы длительного хранения информации на техническом носителе и передачи ее по каналам связи имеют много общего. В обоих случаях практически всегда используются двоичные символы, с помощью которых кодируются более сложные сообщения. Обе системы можно представить состоящими из трех основных частей. Для системы связи ими являются передатчик с блоком кодирования, собственно линия связи и приемник с декодирующим устройством. В системе длительного хранения функции этих основных частей выполняют аппаратура записи, технический носитель и аппаратура считывания. В обоих случаях основное значение имеет вероятность правильного воспроизведения информации, которая прежде всего зависит от вероятности правильного воспроизведения каждого двоичного символа. Сходство обоих процессов позволяет основные понятия и методы, разработанные в теории передачи информации по каналам связи [1, 2, 3 и др.], и прежде всего понятие количества информации применить и для изучения длительного хранения. Однако процесс длительного хранения информации обладает некоторыми специфическими особенностями, которые должны учитываться при теоретическом анализе. Эти особенности в основном сводятся к следующему.

1. Вероятность правильного считывания хранящейся информации с течением времени уменьшается, и соответственно возрастает вероятность ошибок. В процессе хранения происходит непрерывное «физическое старение» носителя вместе с записанной информацией.

2. В связи с первой особенностью важное значение для длительного хранения приобретает периодическая «регенерация» информации.

3. Информация, переданная в канал связи, принимается один раз, в то время как в процессе хранения она может считываться многократно.

В работе [4] рассматривалось поведение одного двоичного символа в процессе длительного хранения с периодической регенерацией. Для математического описания процесса старения было

введено понятие «функции старения» $p=f(t)$, которая представляет собой вероятность правильного считывания двоичного символа как функцию времени. Разные системы хранения информации и особенно разные технические носители могут отличаться видом функции старения, но можно принять, что $f(t)$ должна удовлетворять трем достаточно общим условиям:

1) $f(t)$ является монотонно убывающей (невозрастающей) функцией времени;

2) при $t \rightarrow \infty \quad \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0,5$. Это соответствует полной потере информации, когда результат считывания не зависит от того, что было записано;

3) $f(0)=1$.

Путем выбора подходящего периода регенерации t_0 , зависящего от вида $f(t)$, можно обеспечить наибольшую возможную вероятность правильного считывания каждого двоичного разряда через заданное время T_0 . В [4] было введено понятие нейтральной функции старения, которая имеет вид

$$\varphi(t) = \frac{1 + e^{\beta t}}{2}, \quad \beta < 0 \quad (1)$$

и показано, как с помощью функций такого вида можно для реальной системы найти оптимальный период регенерации. Основным результатом этого анализа состоит в том, что хотя путем регенерации можно увеличить надежность хранения отдельных двоичных символов, но при этом чаще всего нельзя обеспечить заданную вероятность правильного считывания в течение заданного времени.

Иной результат получается, если рассматривать не отдельные двоичные символы, а блоки из нескольких (n) символов и использовать избыточность, позволяющую применить избыточное кодирование. В этой статье рассматриваются некоторые общие положения, связанные с длительным хранением защищенной информации при условии периодической регенерации. При анализе мы будем пользоваться понятием функции старения $f(t)$, считая, что она удовлетворяет сформулированным выше трем условиям, и, кроме того, является непрерывной функцией времени, а также понятием нейтральной функции старения. На рис. 1 показан вид типичной функции $f(t)$ и нейтральной функции $\varphi(t)$.

При помехозащищенном кодировании большое значение имеет понятие избыточности. Под избыточностью r понимается отношение

$$r = \frac{n - m}{n} = \frac{k}{n},$$

где n — полное число двоичных символов в защищенном блоке; m — число «полезных» символов, несущих информацию, k — число дополнительных символов, служащих для обнаружения и исправления ошибок. Количество различных сообщений, которые могут быть закодированы одним n -разрядным блоком, при этом равно:

$M=2^m$. Следует иметь в виду, что не всякая система кодирования позволяет реально разделить символы на информационные (m) и дополнительные (k). Но в любом случае $m=\log M^*$, где M — число различных сообщений, которые кодируются с помощью n символов, а $k=n-m$.

Результаты представлены в форме нескольких теорем. Первая теорема утверждает, что при использовании помехозащищенного кодирования и при периодической регенерации даже при малой избыточности можно обеспечить любую заданную вероятность сохранения информации в течение заданного времени.

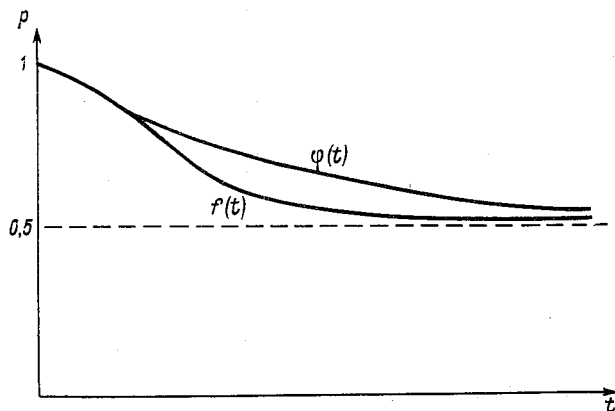


Рис. 1. Функция старения $f(t)$ и нейтральная функция $\varphi(t)$.

Теорема 1. Пусть заданы: T_0 — длительность хранения, $P_0 = 1 - \varepsilon_0$ — надежность хранения, r_0 — избыточность. При любых конечных значениях $0 < T_0 < \infty$, $0 < \varepsilon_0 < 1$, $0 < r_0 < 1$ и при функции старения $p = f(t)$, производная которой $\frac{dp}{dt}$ не обращается в бесконечность при $t=0$, существует способ кодирования и период регенерации t_0 (зависящий от реальной функции старения), при которых избыточность r и вероятность P правильного хранения за время T_0 будут удовлетворять условиям: $r \leq r_0$; $P(T_0) \geq P_0$.

Прежде всего отметим, что всегда можно подобрать способ кодирования достаточно больших массивов информации, обеспечивающий исправление одной ошибки при избыточности, не превышающей заданную (сколь угодно малую) величину. Примером кодирования, удовлетворяющим условию, может служить квадратная матрица с двухкоординатной проверкой на четность (рис. 2). Она содержит $(b+1)^2$ разрядов, из которых $b \times b = b^2$ являются информационными. Каждая строка и каждый столбец состоят из $b+1$ разрядов, один из которых является контрольным и содержит

* Здесь и в дальнейшем $\log$ обозначает логарифм по основанию 2.

сумму по модулю два остальных элементов строки или столбца. Элемент a , лежащий на пересечении контрольной строки и столбца, содержит сумму по модулю два остальных элементов этой строки (и столбца) или, что то же самое, сумму всех информационных элементов матрицы. Матрица позволяет исправлять любую одиночную ошибку. Избыточность ее, равная

$$r = 1 - \left(\frac{b}{b+1} \right)^2, \quad (2)$$

при достаточно большом b может быть меньше любой заданной величины r_0 . Обозначим через t период регенерации и через n пол-

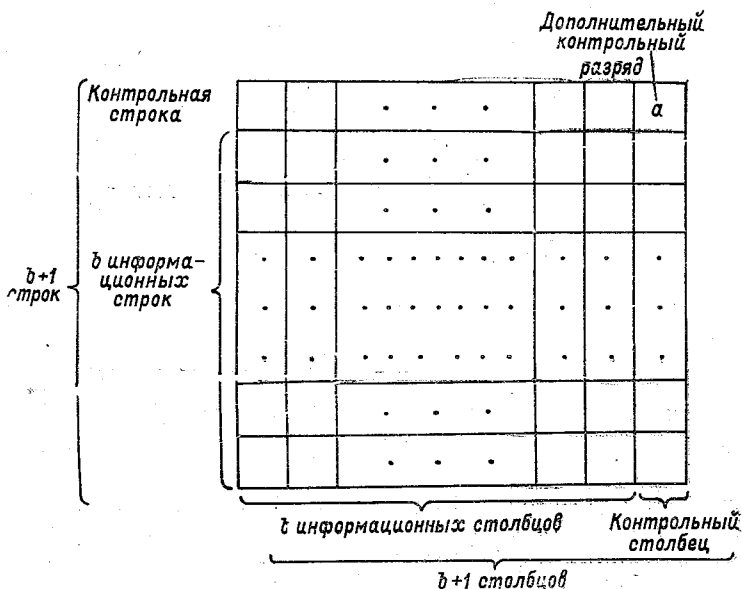


Рис. 2. Квадратная матрица с двухкоординатной проверкой на четность.

ное число двоичных разрядов в блоке, имеющем избыточность, не превышающую заданную величину r_0 , при защите, обеспечивающей исправление одиночных ошибок. Вероятность правильного декодирования блока через время t равна

$$P_1 = p^n + C_n^1 p^{n-1} (1-p), \quad (3)$$

где $p = p(t)$ — вероятность правильного декодирования одного двоичного разряда через время t , определяемая функцией старения, причем, согласно 3-му свойству функции старения, $\lim_{t \rightarrow 0} p(t) = 1$.

В течение заданного времени хранения T_0 будет выполнено $h = \frac{T_0}{t}$ регенераций. Вероятность правильного считывания блока

при каждой из этих регенераций равна

$$P_2 = P_1^h = [p^n + np^{n-1}(1-p)]^{\frac{T_0}{t}}. \quad (4)$$

Выражение (4) для P_2 в пределе при $t \rightarrow 0$ и соответственно $p \rightarrow 1$ имеет характер неопределенности вида 1^∞ . Для раскрытия этой неопределенности найдем предел

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln P_2 = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{T_0 \ln [p^n + np^{n-1}(1-p)]}{t}.$$

Воспользовавшись правилом Лопиталя, после некоторых преобразований получим

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln P_2 = T_0 n (n-1) \lim_{t \rightarrow 0} p' \frac{1-p}{p^2 + np(1-p)} = 0, \quad (5)$$

поскольку предел производной $\lim_{t \rightarrow 0} p' = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{dp}{dt}$ конечен. Отсюда следует, что

$$\lim_{t \rightarrow 0} P_2 = 1. \quad (6)$$

Поэтому, для заданной надежности хранения P_0 , сколь угодно близкой к единице, можно подобрать такой малый период регенерации t_0 , что вероятность правильного считывания P_2 будет превышать P_0 . Этим доказывается теорема 1.

Безусловно, слишком частая регенерация неудобна, хотя и позволяет обходиться сколь угодно малой избыточностью. В связи с этим две следующие теоремы посвящены случаю, когда допускается значительная избыточность, что позволяет увеличить период регенерации. Обе теоремы основаны на том, что можно обеспечить правильное воспроизведение информации при конечном числе регенераций со сколь угодно высокой надежностью, если это возможно при одной регенерации, а в остальном являются следствием общих выводов теории информации.

Теорема 2. При любых заданных времени хранения T_0 , надежности хранения $P_0 = 1 - \varepsilon_0$, периоде регенерации t_0 и функции старения существует система кодирования, у которой вероятность правильного хранения за время $T_0 - P_{T_0}$ будет удовлетворять неравенству $P_0 \leq P_{T_0} < 1$. При этом избыточность системы кодирования r должна удовлетворять неравенству

$$r > -P_{t_0} \log P_{t_0} - (1 - P_{t_0}) \log (1 - P_{t_0})$$

(здесь P_{t_0} — вероятность правильного считывания при одной регенерации).

Для того чтобы обеспечить надежность хранения $P_{T_0} \geq P_0$ при $h = \frac{T_0}{t_0}$ регенерациях, необходимо выполнение условия

$$(1 - \varepsilon_{t_0})^h = P_{t_0}^h \geq P_0 = 1 - \varepsilon_0, \quad (7)$$

где ε_{t_0} — вероятность ошибки при одной регенерации. Покажем, что неравенство (7) выполняется, если

$$0 < \varepsilon_{t_0} \leq \frac{\varepsilon_0}{h}. \quad (8)$$

Разлагая левую часть (7) по формуле бинома Ньютона, получим

$$\begin{aligned} (1 - \varepsilon_{t_0})^h &= 1 - C_h^1 \varepsilon_{t_0} + C_h^2 \varepsilon_{t_0}^2 - C_h^3 \varepsilon_{t_0}^3 + \dots + (-1)^h C_h^h \varepsilon_{t_0}^h = \\ &= 1 - h \varepsilon_{t_0} + \alpha, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\alpha = C_h^2 \varepsilon_{t_0}^2 - C_h^3 \varepsilon_{t_0}^3 + \dots + C_h^{2i} \varepsilon_{t_0}^{2i} - C_h^{2i+1} \varepsilon_{t_0}^{2i+1} + \dots + (-1)^h C_h^h \varepsilon_{t_0}^h. \quad (10)$$

Выражение (10) можно разбить на пары, состоящие из положительного и отрицательного членов, за исключением, быть может последнего члена, который положителен при четном h . При выполнении (8) каждая такая пара дает положительную сумму. Например,

$$\begin{aligned} C_h^{2i} \varepsilon_{t_0}^{2i} - C_h^{2i+1} \varepsilon_{t_0}^{2i+1} &= \varepsilon_{t_0}^{2i} (C_h^{2i} - C_h^{2i+1} \varepsilon_{t_0}) \geq \varepsilon_{t_0}^{2i} \left(C_h^{2i} - C_h^{2i+1} \frac{\varepsilon_0}{h} \right) = \\ &= \varepsilon_{t_0}^{2i} \left(\frac{h!}{(2i)!(h-2i)!} - \frac{h!}{(2i+1)!(h-2i-1)!} \frac{\varepsilon_0}{h} \right) = \\ &= \varepsilon_{t_0}^{2i} \frac{h!}{(2i)!(h-2i)!} \left(1 - \frac{h-2i}{2i+1} \frac{\varepsilon_0}{h} \right) > 0, \end{aligned}$$

поскольку $\varepsilon_0 < 1$, и при $2i < h$

$$0 < \frac{h-2i}{2i+1} \frac{1}{h} < 1.$$

Отсюда следует, что всегда $\alpha > 0$ и поэтому

$$(1 - \varepsilon_{t_0})^h = 1 - h \varepsilon_{t_0} + \alpha > 1 - h \varepsilon_{t_0}.$$

Используя еще раз условие (8), получим неравенство (7). Отсюда следует, что если существует система кодирования, которая обеспечивает вероятность ошибки, меньшую $\frac{\varepsilon_0}{h}$ за время одной регенерации t_0 , то эта система обеспечит надежность $P \geq P_0 = 1 - \varepsilon_0$ за время T_0 (при h регенерациях). Остальное в доказательстве теоремы 2 является следствием классических положений теории информации. Процесс хранения информации в течение периода t_0 (одной регенерации) можно представить как передачу по каналу связи. Рассматриваемый случай соответствует двоичному симметричному каналу при условии, что 0 и 1 на входе канала равновероятны. Для такого канала [3] при вероятности искажения одного символа, определяемой функцией старения и равной $1 - P_{t_0}$, пропускная способность канала составляет

$$C = 1 + P_{t_0} \log P_{t_0} + (1 - P_{t_0}) \log (1 - P_{t_0}) \text{ бит/символ}. \quad (11)$$

Этому соответствует минимальная избыточность, равная

$$r_0 = 1 - C = -P_{t_0} \log P_{t_0} - (1 - P_{t_0}) \log (1 - P_{t_0}). \quad (12)$$

Согласно теореме Шеннона, путем соответствующего кодирования достаточно длинных блоков, можно обеспечить сколь угодно малую (например, меньшую ε_{t_0} в (7)) вероятность ошибки, если только информация, приходящаяся на один символ (в терминах теории связи это соответствует скорости передачи) меньше C . Это всегда (при любом t_0 и соответствующем значении P_{t_0}) можно обеспечить путем выбора системы кодирования, в которой избыточность r будет больше величины, определяемой формулой (12). Как показано ранее, эта система кодирования обеспечит заданную надежность хранения P_0 в течение времени T_0 .

Теорема 3 отличается от предыдущей только тем, что в ней задан не период регенерации t_0 , а предельная избыточность r_0 .

Теорема 3. При любых заданных времени хранения T_0 , надежности $P_0 = 1 - \varepsilon_0$, предельной избыточности r_0 и функции старения существует система кодирования и период регенерации t , при которых реализуемая надежность хранения P за время T_0 будет удовлетворять неравенству $P_0 \leq P < 1$. При этом период регенерации t должен удовлетворять условиям:

$$\begin{aligned} t &< t_0; \\ r_0 &= -P_{t_0} \log P_{t_0} - (1 - P_{t_0}) \log (1 - P_{t_0}) \end{aligned} \quad (13)$$

(здесь $P_{t_0} = f(t_0)$ определяется функцией старения).

Доказательство теоремы 3 совершенно аналогично доказательству предыдущей теоремы, поэтому мы его не приводим.

Рассмотрим теперь функцию $P(t)$, определяющую надежность хранения защищенного блока для некоторой конкретной системы кодирования в течение одного периода регенерации t . Эта функция, вид которой представлен на рис. 3 (кривые 1, 2, 3, 4), обладает следующими очевидными свойствами.

1. $P(t)$ является монотонно убывающей (невозрастающей) функцией времени. Это следует из того, что вероятность правильного считывания защищенного блока $P(t)$ уменьшается при уменьшении вероятности правильного считывания отдельных двоичных разрядов, а эта величина определяется функцией старения и является монотонно убывающей функцией времени.

2. $P(0) = 1$, поскольку при $t = 0$ все двоичные разряды считываются верно, согласно третьему свойству функции старения.

3. При $t \rightarrow \infty$ значение $P(t)$ стремится к некоторому пределу, который, вообще говоря, не равен нулю и зависит от длины защищенного блока (n разрядов) и избыточности кода r :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \frac{1}{2^n(1-r)}. \quad (14)$$

Поясним формулу (14). При $t \rightarrow \infty$ вероятность правильного считывания каждого двоичного символа стремится к 0,5, согласно второму свойству функции старения. Поэтому в пределе вероятность правильного считывания n -разрядного закодированного блока равна вероятности воспроизвести этот блок при помощи случайного n -разрядного числа. Если избыточность системы кодирования отличается от нуля ($r > 0$), то количество информации на один двоичный символ равно $1 - r$, а на n символов $n(1 - r)$. Поэтому возможное число различных блоков равно: $N = 2^{n(1-r)} < 2^n$, а вероятность правильно воспроизвести нужный блок при помощи случайного числа будет $2^{-n(1-r)}$. Разумеется, это относится только к случаю, когда вероятности появления каждого из блоков одинаковы, но можно показать, что формула (14) справедлива и в более общем случае. Очевидно, что при увеличении размера защищаемых блоков n предельная вероятность (14) стремится к нулю:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = 0. \quad (15)$$

Из теоремы Шеннона и вытекающих из нее теорем 2 и 3 следует, что при заданной избыточности r можно путем увеличения длины кодируемых блоков повышать вероятность правильного считывания, неограниченно приближая ее к единице. При этом требуется только, чтобы пропускная способность канала C , выраженная в битах на символ, согласно (11), удовлетворяла условию

$$C = 1 + p_t \log p_t + (1 - p_t) \log (1 - p_t) > 1 - r. \quad (16)$$

Величина C зависит от вероятности сбоя p_t , а эта вероятность в соответствии с функцией старения монотонно убывает от 1 до 0,5 при увеличении времени t от 0 до ∞ . При этом C также монотонно убывает от значения 1 (при $t=0$ и $p_t=1$) до 0 (при $t \rightarrow \infty$ и $p_t \rightarrow 0,5$). Поэтому при любой избыточности r и любой функции старения время t может быть разделено на два интервала: $0 \leq t < t_0$, внутри которого неравенство (16) выполняется, и $t_0 < t < \infty$, внутри которого неравенство (16) не выполняется. Граничное значение времени t_0 определяется условиями (13). Представляет интерес выяснить, как изменяется вид кривой $P(t)$ (рис. 3), определяющей надежность считывания защищенного блока в функции от времени, когда длина блока n увеличивается, а избыточность r_0 остается неизменной. Этому вопросу посвящена следующая теорема.

Теорема 4. Если (при оптимальном кодировании) длина защищаемого блока n увеличивается ($n \rightarrow \infty$, а избыточность r стремится к фиксированной величине r_0), то функция $P(t)$, определяющая вероятность правильного считывания блока через время t стремится к предельной функции, равной

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ r \rightarrow r_0}} P(t) \begin{cases} = 1 & \text{при } t < t_0 \\ = 0 & \text{при } t > t_0, \end{cases}$$

где t_0 — граничное время, определяемое равенством

$$r_0 = -P_{t_0} \log P_{t_0} - (1 - P_{t_0}) \log (1 - P_{t_0})$$

и функцией старения $f(t)$:

$$P_{t_0} = 1 - f(t_0).$$

Предварительно найдем значение двух важных пределов.

Предел 1:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \sum_{i=0}^{kn} C_n^i}{n}; \quad 0 \leq k < 0,5. \quad (17)$$

Предел 2:

$$B = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{kn} C_n^i p^i (1-p)^{n-i}; \quad 0 \leq k < 0,5. \quad (18)$$

Прежде всего следует отметить, что входящие в (17) и (18) суммы имеют смысл, когда kn — целое число. Это, конечно, выпол-

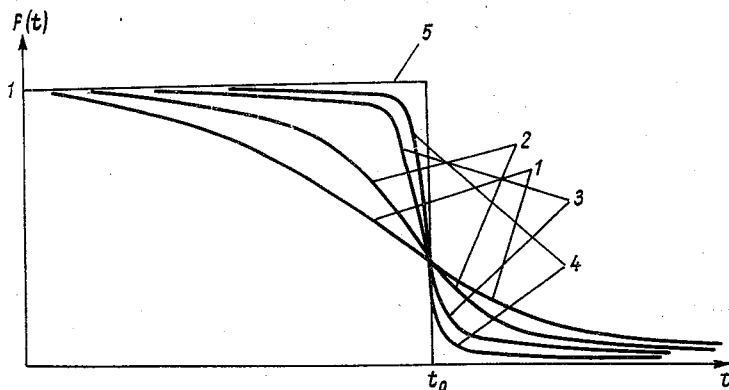


Рис. 3. Функции $P(t)$ для защищенных блоков различной длины при равной избыточности.

няется не для всех k и n . Поэтому, строго говоря, вместо произведения kn следует взять какое-нибудь близкое к нему целое число, например, ближайшее целое число, не превышающее kn . Обозначим $[kn]$ — целое число, удовлетворяющее условию $kn - 1 < [kn] \leq kn$, и будем рассматривать выражения (17) и (18) при условии, что верхнее значение входящего в них индекса суммирования равно $[kn]$.

Рассмотрим величину A . Из очевидного неравенства

$$C_n^{[kn]} < \sum_{i=0}^{[kn]} C_n^i < [kn] C_n^{[kn]}.$$

следует, что

$$\frac{\log C_n^{[kn]}}{n} < \frac{\log \sum_{i=0}^{[kn]} C_n^i}{n} < \frac{\log [kn] C_n^{[kn]}}{n}. \quad (19)$$

Переходя в неравенстве (19) к пределу при $n \rightarrow \infty$, получим

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log C_n^{[kn]}}{n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \sum_{i=0}^{[kn]} C_n^i}{n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log [kn] C_n^{[kn]}}{n}. \quad (20)$$

При переходе от (19) к (20) знак $<$ заменен на $\leq$ в связи с тем, что неравные выражения могут иметь равные пределы. Нетрудно видеть, что пределы левой и правой частей в (20) равны (если эти пределы существуют):

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log [kn] C_n^{[kn]}}{n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log [kn]}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log C_n^{[kn]}}{n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{n} + \\ &+ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log C_n^{[kn]}}{n} = 0 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log C_n^{[kn]}}{n}. \end{aligned}$$

Поскольку левый и правый пределы в выражении (20) равны между собой, то этой же величине равен и предел средней части:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \sum_{i=1}^{[kn]} C_n^i}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log C_n^{[kn]}}{n}.$$

Для определения A представим C_n^m в виде $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ и воспользуемся формулой Стирлинга

$$m! = \sqrt{2\pi m} m^m e^{-m} e^{Q_m},$$

где $|Q_m| \leq \frac{1}{12m}$.

Тогда

$$\begin{aligned} A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \frac{n!}{[kn]!(n-[kn])!}}{n} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \frac{\sqrt{2\pi n} n^n e^{-n} e^{Q_n}}{\sqrt{2\pi [kn]} [kn]^{[kn]} e^{-[kn]} e^{Q_{[kn]}} \sqrt{2\pi (n-[kn])} \times \\ &\quad \times (n-[kn])^{(n-[kn])} e^{-(n-[kn])} e^{Q_{n-[kn]}}}}{n} \end{aligned}$$

После некоторых преобразований получим

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\log n}{2n} - \frac{\log 2\pi}{2n} + \frac{(Q_n - Q_{[kn]} - Q_{n-[kn]}) \log e}{n} - \frac{\log [kn]}{2n} - \frac{\log (n - [kn])}{2n} + \frac{1}{n} \log \frac{n^n}{[kn]^{[kn]} (n - [kn])^{n - [kn]}} \right\}.$$

Нетрудно показать, что предел каждого из пяти первых членов в последнем выражении равен нулю. Поэтому

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \frac{n^n}{[kn]^{[kn]} (n - [kn])^{n - [kn]}}.$$

После тождественных преобразований это выражение приводится к виду

$$A = - \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[kn]}{n} \right) \log \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[kn]}{n} - \left(1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[kn]}{n} \right) \log \left(1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[kn]}{n} \right). \quad (21)$$

Учитывая, что $kn - 1 \leq [kn] \leq kn$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{kn - 1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{kn}{n} = k$, получим $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[kn]}{n} = k$. Подставляя это в (21), получаем окончательно

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \sum_{i=1}^{kn} C_n^i}{n} = -k \log k - (1 - k) \log (1 - k). \quad (22)$$

Отметим, что с помощью обычных преобразований формулу (22) можно также представить в ином виде:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^{kn} C_n^i \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{k^k (1 - k)^{1 - k}}.$$

Обратимся к пределу 2:

$$B = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{[kn]} C_n^i p^i (1 - p)^{n - i}$$

Рассмотрим два случая: $p = 0$ и $p \neq 0$. При $p = 0$, очевидно, $B = C_n^0 = 1$. При $p \neq 0$ воспользуемся интегральной предельной теоремой Муавра—Лапласа [5]:

$$B = \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ a \leq \frac{\mu - np}{\sqrt{np(1 - p)}} < b \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (23)$$

Формула (23) определяет предел при $n \rightarrow \infty$, к которому стремится вероятность того, что в n независимых испытаниях с вероятностью события p в каждом испытании число наступлений событий μ будет лежать в пределах от μ_1 до μ_2 . В нашем случае (формула 18) μ лежит в пределах от $\mu_1 = 0$ до $\mu_2 = [kn]$. Соответственно:

$$a = -\frac{np}{\sqrt{np(1-p)}} = \sqrt{\frac{p}{1-p}} \sqrt{n}; \quad (24)$$

$$b = \frac{[kn] - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{\frac{[kn]}{n} - p}{\sqrt{p(1-p)}} \sqrt{n}. \quad (25)$$

Поэтому нам надо найти предел

$$\begin{aligned} B &= \lim_{\substack{\alpha \rightarrow a \\ \beta \rightarrow b \\ n \rightarrow \infty}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \lim_{\substack{\alpha \rightarrow a \\ \beta \rightarrow b \\ n \rightarrow \infty}} [\Phi(\beta) - \Phi(\alpha)] = \\ &= \lim_{\substack{\beta \rightarrow b \\ n \rightarrow \infty}} \Phi(\beta) - \lim_{\substack{\alpha \rightarrow a \\ n \rightarrow \infty}} \Phi(\alpha), \end{aligned} \quad (26)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ — интеграл вероятности. Из (24) и (25) вытекает, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a = -\infty$. Поэтому

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{\alpha \rightarrow a \\ n \rightarrow \infty}} \Phi(\alpha) &= \Phi(-\infty) = -\frac{1}{2}, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} b &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{[kn]}{n} - p}{\sqrt{p(1-p)}} \sqrt{n} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k - p}{\sqrt{p(1-p)}} \sqrt{n} = \begin{cases} +\infty & \text{при } k > p, \\ -\infty & \text{при } k < p; \end{cases} \\ \lim_{\substack{\beta \rightarrow b \\ n \rightarrow \infty}} \Phi(\beta) &= \begin{cases} \Phi(+\infty) = \frac{1}{2} & \text{при } k > p, \\ \Phi(-\infty) = -\frac{1}{2} & \text{при } k < p. \end{cases} \end{aligned}$$

Отсюда окончательно

$$\begin{aligned} B &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{kn} C_n^i p^i (1-p)^{n-i} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \Phi(b) + \frac{1}{2} = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 & \text{при } k > p, \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 & \text{при } k < p. \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

Доказательство теоремы 4 опирается на выведенные значения пределов (22) и (27). Это доказательство, проведенное формально и строго, содержит, к сожалению, много частных деталей, которые усложняют ход рассуждений и затрудняют понимание существа дела. Поэтому, с целью сокращения и упрощения мы, не приводя полного и строгого доказательства, изложим только основной ход рассуждений, который поможет убедиться в справедливости теоремы. При использовании избыточности для защиты кода и при оптимальном кодировании в блоке из n разрядов возможно $N=2^n$ комбинаций. Эти комбинации можно разбить на группы, каждая из которых содержит основную комбинацию, используемую при записи. Остальные комбинации в группе получаются из основной в результате искажений в $1, 2, \dots, j$ разрядах, что позволяет исправлять $1, 2, \dots, j$ ошибок. Таким образом, каждая группа содержит

$$N_1 = \sum_{i=0}^j C_n^i \quad (28)$$

n -разрядных кодовых комбинаций. Число таких групп M равно числу комбинаций, используемых на входе (при записи):

$$M = \frac{N}{N_1} = \frac{2^n}{\sum_{i=0}^j C_n^i} \quad (29)$$

Строго говоря, равенства (28) и (29) являются приближенными, поскольку только при некоторых значениях n и j возможно требуемым образом разбить 2^n комбинаций на M групп с соблюдением равенств (28) и (29). Когда точная разбивка оказывается невозможной, можно отклониться от требований оптимального кодирования и использовать в группах не все 2^n комбинаций [3]. Важно, что по мере увеличения n точность формул (28) и (29) возрастает и получающаяся «неувязка» имеет все меньшее значение.

Считая, что все M_2 комбинаций на входе равновероятны, получим для количества информации, содержащегося в одном блоке:

$$H = \log M = n - \log \sum_{i=0}^j C_n^i$$

Эта величина равна числу «информационных» разрядов. Избыточность

$$r = \frac{n - H}{n} = \frac{\log \sum_{i=0}^j C_n^i}{n} \quad (30)$$

По условию теоремы 4, избыточность стремится к пределу $0 < r_0 < 1$, который можно представить в виде

$$r_0 = -k_0 \log k_0 - (1 - k_0) \log (1 - k_0), \quad (31)$$

поскольку для всякого r_0 ($0 < r_0 < 1$) можно подобрать k_0 ($0 < k_0 < 0,5$), удовлетворяющее (31). Из (30) и (31), а также учитывая доказанное ранее равенство (22), получим

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} r &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \sum_{i=0}^j C_n^i}{n} = r_0 = -k_0 \log k_0 - (1 - k_0) \log (1 - k_0) = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \sum_{i=0}^{k_0 n} C_n^i}{n}. \end{aligned} \quad (32)$$

Можно показать, что из равенства (32) следует $j \rightarrow k_0 n$, или точнее $\frac{j}{n} \rightarrow k_0$. Таким образом, если при оптимальном кодировании и увеличении длины блоков n избыточность остается постоянной, равной r_0 (или стремится к r_0), то отношение числа исправляемых кодом ошибок (j) к полному числу разрядов стремится к k_0 , определяемому равенством (31). Рассмотрим теперь, что происходит при этом с вероятностью правильного считывания блока $P(t)$:

$$P(t) = \sum_{i=0}^j C_n^i [q(t)]^i [1 - q(t)]^{n-i},$$

где $q(t)$ — вероятность ошибки в одном разряде, являющаяся функцией t . По мере увеличения длины блока n число исправляемых кодом ошибок j стремится к величине $k_0 n$ (точнее, отношение $\frac{j}{n}$ стремится к k_0). Учитывая (27), получим, что в пределе при $n \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} P(t) &= \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j \rightarrow k_0 n}} \sum_{i=0}^j C_n^i [q(t)]^i [1 - q(t)]^{n-i} = \\ &= \begin{cases} 1 & \text{при } q(t) < k_0, \\ 0 & \text{при } q(t) > k_0. \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

Величина $q(t)$ зависит от функции старения $f(t)$: $q(t) = 1 - f(t)$. Поскольку при изменении t от 0 до ∞ , $f(t)$ монотонно убывает от 1 до 0,5; $q(t)$ при этом монотонно возрастает от 0 до 0,5. Так как величина k_0 , связанная с избыточностью r_0 равенством (31), удовлетворяет условию $0 < k_0 < 0,5$, то существует такое значение t_0 , при котором $q(t_0) = k_0$. При $t < t_0$ $q(t) < q(t_0) = k_0$, а при $t > t_0$ $q(t) > q(t_0) = k_0$. Из этих рассуждений и равенства (33) и вытекает утверждение, сформулированное в теореме 4.

На рис. 3 представлен вид функций $P(t)$, определяющих вероятность правильного считывания при разной длине блока n . Кривым 1, 2, 3, 4, ... соответствует возрастающее значение n ($n_1 <$

$\langle n_2 < n_3 < n_4 < \dots \rangle$ при одинаковой избыточности. По мере увеличения n кривые $P(t)$ все более и более приближаются к предельной функции (ломаная линия 5). При этом вероятность правильного считывания блока неограниченно приближается к единице при $t < t_0$ и также неограниченно приближается к 0 при $t > t_0$. Если ввести термин «время жизни» закодированного блока, понимая под этим случайную величину, равную времени, в течение которого блок считывается правильно, то, опираясь на теорему 4, можно показать, что с ростом n среднее время жизни закодированного блока неограниченно приближается к предельному значению t_0 , а дисперсия этой величины стремится к нулю.

Таким образом, с ростом n можно с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, обеспечить граничное время жизни t_0 , зависящее от величины избыточности r_0 , но зато после t_0 информация сразу теряется.

Стабилизация времени жизни около граничного значения, определяемого избыточностью, при увеличении числа элементов не является специфической особенностью систем длительного хранения информации. Это — весьма общее свойство построенных из большого числа элементов сложных систем, в которых избыточность используется для обеспечения работоспособности системы при отказе части элементов.

В заключение отметим еще одно положение общего характера, связанное с длительным хранением информации. Рассмотрим какую-либо конкретную систему хранения, характеризующуюся определенной функцией старения, конечным периодом регенерации t_0 и способом кодирования, с определенной избыточностью и конечной длиной блоков $n < \infty$. Для всякого конечного (т. е. не нулевого) периода регенерации t_0 существует отличная от единицы вероятность искажения одного двоичного символа, определяемая функцией старения. Пусть эта вероятность равна ϵ_0 . При этом существует также конечная (т. е. не нулевая) вероятность искажения защищенного блока η_0 , которая при оптимальном кодировании равна

$$\eta_0 = \sum_{i=kn+1}^n C_n^i \epsilon_0^i (1 - \epsilon_0)^{n-i}, \quad (34)$$

где kn — число ошибок, исправляемых кодом. Для нас сейчас не существенна оценка величины η_0 , а важно лишь, что при конечном n и $\epsilon_0 > 0$ вероятность η_0 не равна нулю: $\eta_0 > 0$. За время хранения T_0 будет $h = \frac{T_0}{t_0}$ регенераций, причем, конечно, $\lim_{T_0 \rightarrow \infty} h = \infty$. Надеж-

ность хранения в течение времени T_0 (за h регенераций) равна

$$P_h = (1 - \eta_0)^h. \quad (35)$$

При $h \rightarrow \infty$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} P_h = \lim_{h \rightarrow \infty} (1 - \eta_0)^h = 0. \quad (36)$$

Отсюда вытекает следующая теорема.

Теорема 5. Для любой конкретной системы хранения, характеризующейся определенной функцией старения, системой кодирования с конечной длиной блоков $n < \infty$, определенной избыточностью r_0 ($0 < r_0 < 1$) и конечным (т. е. не нулевым) периодом регенерации t_0 , можно указать такое время T_0 , что надежность хранения за время $T > T_0$ будет меньше любой заданной величины.

Иными словами, никакая конкретная система не может обеспечить вечного хранения.

ВЫВОДЫ

1. Даже при «слабой защите» (т. е. малой избыточности) возможно подобрать такой период регенерации, при котором обеспечивается заданная надежность в течение заданного срока хранения.

2. Для заданного периода регенерации и срока хранения можно подобрать такой способ защиты (систему кодирования), при котором будет обеспечена заданная надежность.

3. В системе без регенерации, но с избыточностью существует предельный срок хранения, который зависит от свойств носителя (функции старения) и от величины избыточности. Увеличивая длину защищаемых блоков при сохранении избыточности, можно обеспечить сколь угодно высокую надежность хранения в течение срока меньшего, чем предельный. При этом вероятность правильного считывания после предельного срока уменьшается, стремясь к нулю.

4. Никакая конкретная система, характеризующаяся заданной функцией старения, периодом регенерации и системой кодирования, не может обеспечить сохранение информации в течение неограниченного времени. Можно говорить только о хранении с заданной надежностью в течение заданного времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеннон К. В. Математическая теория связи. Работы по теории информации и кибернетике. М., ИЛ, 1963, с. 243—332.
2. Фано Р. Передача информации. Статистическая теория связи. М., «Мир», 1965.
3. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М., «Советское радио», 1970.
4. Афиногенов Л. П., Луштак А. С. Эффективность периодической регенерации незащищенной дискретной информации в процессе длительного хранения. — «Труды ГГО», 1972, вып. 292, с. 30—36.
5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М., Физматгиз, 1965.

О ПРЕДЕЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ЗАПИСИ ИНФОРМАЦИИ НА ТЕХНИЧЕСКИЙ НОСИТЕЛЬ.

В системах, предназначенных для длительного хранения информации на техническом носителе, всегда встает вопрос о выборе плотности записи информации. Увеличение плотности позволяет уменьшить расход носителя, объем хранилищ и в некоторых случаях увеличить скорость записи и считывания. Вместе с тем существует ряд факторов, препятствующих увеличению плотности. К ним относятся: разрешающая способность носителя и всей системы записи—считывания, надежность хранения и воспроизведения информации, сложность аппаратурной реализации системы. Современные технические носители, такие, как фотопленка, магнитная лента и некоторые другие, сами по себе обладают очень высокой разрешающей способностью, и в этом отношении наблюдается непрерывный технический прогресс. Поэтому, как правило, именно трудности аппаратурной реализации, а также возможности ухудшения характеристик надежности ограничивают плотность записи величиной много меньшей, чем допускает материал носителя.

Целью настоящей статьи является выяснение некоторых предельных соотношений, связывающих надежность воспроизведения с плотностью записи.

Систему, состоящую из устройства записи, технического носителя и считывающей аппаратуры можно рассматривать как канал связи, обладающий пропускной способностью, определяемой частотной характеристикой (в данном случае зависимостью между амплитудой сигнала на выходе считывающего устройства и плотностью), уровнем сигнала и шумами [1]. Во всякой реальной системе при увеличении плотности записи по крайней мере свыше некоторого ее значения уровень сигналов начинает падать, в связи с чем растет влияние шумов, приводящее к увеличению вероятности ошибок (сбоев) при считывании каждого символа. Из теории информации [1, 2, 3] известно, что вводя достаточную избыточность и применяя помехоустойчивое кодирование, можно обеспечить любую малую вероятность ошибки P_0 в длинных блоках, состоящих из многих символов, при любой вероятности ошибки p в одиночных

символах, если только $p \neq \frac{1}{2}$. Разумеется, с ростом вероятности ошибки необходимая избыточность возрастает.

В системе хранения информации с увеличением плотности записи растет вероятность ошибки считывания каждого символа, но вместе с тем увеличивается и количество символов, которые можно записать на единицу длины, площади или объема технического носителя. Это позволяет ввести дополнительную избыточность, и, в целом с точки зрения использования носителя, может оказаться более выгодным, чем менее плотная, хотя и более надежная (по отношению к отдельным символам) запись. Таким образом, можно ожидать, что в реальной системе хранения существует оптимальная плотность, позволяющая записать наибольшее количество информации на единице размера носителя.

Для простоты мы будем считать, что в рассматриваемой системе выполняются следующие условия.

1. Для записи информации на технический носитель используются двоичные символы: 0 и 1.

2. Появление обоих символов (0 и 1) в записанной информации равновероятно.

3. Вероятности искажения 0 и 1 в процессе хранения (включая запись и воспроизведение) равны между собой:

$$p_{01} = p_{10} = p,$$

где p_{01} — вероятность ошибочного считывания 1, когда был записан 0, а p_{10} — вероятность считывания 0, когда была записана 1.

Первое из этих условий выполняется практически всегда; второе также вряд ли можно заменить каким-либо другим, по крайней мере в том случае, когда мы имеем дело с записью больших массивов цифровой информации, содержание и особенности которой заранее неизвестны.

Третье условие для каналов связи выполняется далеко не всегда, и нет оснований ожидать безусловного его соблюдения в системе длительного хранения. Вместе с тем отказ от этого условия, приводя к существенному усложнению математических выкладок, не ведет к качественному отличию результатов. Поэтому такое допущение часто делается при исследовании каналов связи [3, 4], и мы также используем его применительно к системе хранения информации.

В теории связи канал, удовлетворяющий отмеченным трем условиям, называется двоичным симметричным каналом. Для такого канала предельное среднее количество информации, приходящееся на один двоичный символ, равно [3]:

$$I_{\text{ср}} = 1 + p \log p + (1 - p) \log (1 - p)^* \quad (1)$$

Эта величина является предельной в том смысле, что при оптимальном кодировании блоков достаточной длины к ней можно не-

* Используется логарифм по основанию 2.

ограниченно приближаться, обеспечивая при этом сколь угодно малую вероятность ошибки при декодировании блоков.

Обозначим через γ плотность записи информации на носителе (линейную, поверхностную или объемную). Тогда на единицу размера технического носителя предельное значение записанной информации составит

$$I_1 = \gamma I_{\text{ср}} = \gamma [1 + p \log p + (1 - p) \log (1 - p)] \text{ бит.} \quad (2)$$

Построим в координатах $p - \gamma$ линии, вдоль которых предельное количество информации I_1 , приходящееся на единицу носителя,

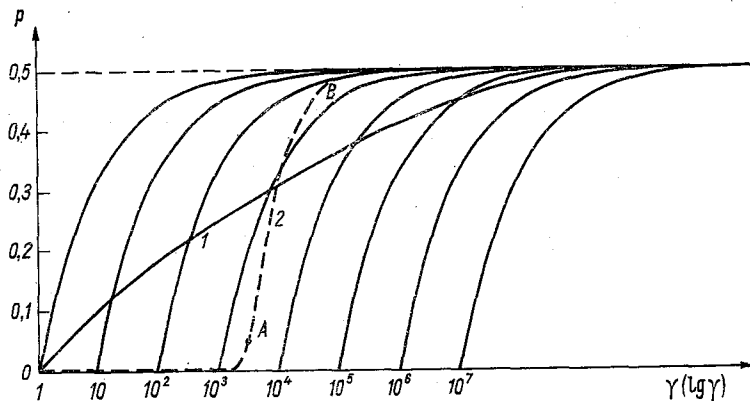


Рис. 1. Линии постоянных значений I_1 для симметричного канала.

остается постоянным (рис. 1)*. Согласно (2), координаты таких линий должны удовлетворять равенству

$$\gamma = \frac{I_1}{1 + p \log p + (1 - p) \log (1 - p)} \quad (3)$$

при разных значениях I_1 . Из (3) следует, что

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma^{(2)}} = \frac{I_1^{(1)}}{I_1^{(2)}}, \quad (4)$$

где $\gamma^{(1)}$ и $\gamma^{(2)}$ — плотности, соответствующие двум кривым семейства с параметрами соответственно $I_1^{(1)}$ и $I_1^{(2)}$ при одном и том же (любом) значении p . Отсюда вытекает, что все кривые на рис. 1 могут быть получены из одной кривой, например, соответствующей значению $I_1 = 1$ простым изменением масштаба по оси γ . Семейство кривых на рис. 1 является общим для всех видов технических носителей и систем записи—считывания, если только они удовлетворяют сформулированным ранее условиям (1)—(3). Сопоставляя с этим семейством характеристику $p = f(\gamma)$ для какой-либо конкретной системы, можно решить вопрос о максимальной плотности

* На рис. 1 использован логарифмический масштаб по оси γ .

записи информации на данный носитель и в данной системе записи—считывания. Функция $p=f(\gamma)$, представляющая зависимость вероятности сбоя p от плотности, может, конечно, иметь разный характер для различных носителей и аппаратуры записи—считывания, но можно принять, что в любом случае эта функция обладает следующими свойствами.

1. $p=f(\gamma)$ является монотонно возрастающей функцией γ .
2. $p=f(0)=0$, т. е. при нулевой плотности вероятность ошибки равна нулю.
3. $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} p = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} f(\gamma) = 0,5$, т. е. при неограниченном увеличении

плотности вероятность ошибки стремится к величине 0,5, при которой считываемая информация является случайным набором из 0 и 1, не зависящим от того, что было записано.

На рис. 1 линия 1 изображает характер зависимости $p=f(\gamma)$, удовлетворяющей этим требованиям. Через каждую точку (за исключением единственной точки $p=0$) на кривой 1 проходит одна и только одна кривая семейства (3), отличающаяся своим значением I_1 . Поэтому можно утверждать, что всякой точке на кривой 1 соответствует свое значение I_1 , которое является, таким образом, непрерывной функцией точки на кривой 1, или, что то же самое, непрерывной функцией плотности γ . Из сказанного следует основной результат: максимальному значению I_1 , которое достигается на кривой 1, и соответствует максимально возможная плотность записи информации в данной системе. Для носителя с характеристикой $p=f(\gamma)$, представленной пунктирной кривой 2 на рис. 1, такой точкой является точка А. В общем случае этой максимальной плотности не обязательно соответствует единственное значение γ .

Максимальная плотность может достигаться в нескольких точках или даже на некотором отрезке $\gamma_i < \gamma < \gamma_j$, на котором кривая 1 совпадает с одной из функций (3). Важное значение имеет характер стремления функций семейства (3) и функции $p=f(\gamma)$ для конкретной системы к общему пределу $p=0,5$ при $\gamma \rightarrow \infty$. Вообще говоря, можно представить три случая.

1. Характеристика $p=f(\gamma)$ для конкретной системы стремится к предельному значению 0,5 быстрее, чем любая из функций (3). В этом случае максимальная плотность достигается при конечном значении γ .

2. Характеристика конкретной системы начиная с некоторого значения плотности γ совпадает с одной из кривых (3). В этом случае начиная с некоторого γ информационная плотность I_1 не зависит от плотности записи и это значение I_1 может (хотя и не обязательно должно) оказаться максимальным.

3. Функция $p=f(\gamma)$ стремится к предельному значению медленнее, чем любая из функций системы (3). Тогда информационная плотность I_1 неограниченно растет с ростом γ .

Из интуитивных соображений следует ожидать, что для любой реальной системы может выполняться только случай 1.

Оценим характер стремления кривых (3) к пределу $p=0,5$ при $\gamma \rightarrow \infty$, для чего сопоставим p , определяемое равенством (3), с функцией

$$p_1 = 0,5 - \frac{a}{\gamma_1^k}, \quad a > 0, \quad k > 0, \quad (5)$$

которая также стремится к 0,5 при $\gamma \rightarrow \infty$.

Таким образом, нас интересует предел

$$A = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{0,5 - p_1}{0,5 - p}, \quad (6)$$

где p_1, p — функции плотности γ , определяемые равенствами (5) и (3) соответственно. Если этот предел равен 0, то p_1 быстрее стремится к 0,5, чем p ; если он равен конечной величине, то порядок сходимости одинаков; наконец, если $A = \infty$, то величина p сходится к пределу быстрее, чем p_1 . Однако, по соображениям простоты, удобнее вместо A рассмотреть предел отношения обратных функций γ при p и, соответственно $p_1 \rightarrow 0,5 - 0$:

$$B = \lim_{p \rightarrow 0,5 - 0} \frac{\gamma}{\gamma_1}, \quad (7)$$

где γ — плотность, определяемая равенством (3), γ_1 — плотность, определяемая из выражения (5):

$$\gamma_1 = \frac{a^{\frac{1}{k}}}{(0,5 - p_1)^{\frac{1}{k}}} = \frac{b}{(0,5 - p_1)^{k_1}}; \quad b = a^{\frac{1}{k}}; \quad k_1 = \frac{1}{k}. \quad (8)$$

Если $B = \infty$, то p_1 быстрее сходится к 0,5, чем p ; при конечном значении B порядок сходимости одинаков; наконец, при $B = 0$ p сходится к пределу быстрее, чем p_1 . Подставляя значения γ и γ_1 из (8) и (3) в (7) и дважды применяя правило Лопиталя, найдем

$$B = \lim_{p \rightarrow 0,5 - 0} \frac{I_1 (0,5 - p)^{k_1}}{b [1 + p \log p + (1 - p) \log (1 - p)]} \begin{cases} = 0 & \text{при } k_1 > 2; \\ = \frac{I_1}{2b \log e} & \text{при } k_1 = 2; \\ = \infty & \text{при } k_1 < 2. \end{cases}$$

Отсюда следует, что величина p , определяемая равенством (3), и соответствующие кривые на рис. 1 при любом значении I_1 стремятся к пределу $p=0,5$ при $\gamma \rightarrow \infty$ так же, как функция (5) при $k = \frac{1}{2}$; при $k < \frac{1}{2}$ любая кривая (3) стремится быстрее (5), а при $k > \frac{1}{2}$ — медленнее.

Если известна аналитическая зависимость $p = f(\gamma)$ для реальной системы, то максимальную информационную плотность I_1 можно найти и без графического построения. Для этого достаточно

подставить значение вероятности сбоя p , выраженное через плотность γ , в (2) и найти максимум I_1 обычным способом.

В случае двоичного несимметричного канала вероятности искажения нуля и единицы не равны. В самом общем случае могут отличаться также вероятности 0 и 1 при записи информации на носитель. Обозначим p_1, p_0 — соответственно вероятности 1 и 0 в исходной информации (при записи); p_{10}, p_{01} — вероятности искажения 1 и 0; p_{11}, p_{00} — вероятности правильного считывания 1 и 0. Очевидно, в любом случае должны выполняться равенства

$$p_1 + p_0 = p_{11} + p_{10} = p_{00} + p_{01} = 1. \quad (9)$$

При этих условиях вероятности считывания 0 и 1 — p'_0 и p'_1 соответственно равны

$$p'_0 = p_0 p_{00} + p_1 p_{10}; \quad p'_1 = p_1 p_{11} + p_0 p_{01}. \quad (10)$$

Среднее количество информации на один символ равно [2]:

$$I_{cp} = H(j) - H_i(j), \quad (11)$$

где

$$H(j) = - \sum_j p'_j \log p'_j \quad (12)$$

— безусловная энтропия сигналов на выходе;

$$H_i(j) = - \sum_i p_i \sum_j p_{ij} \log p_{ij} \quad (13)$$

— условная энтропия на символ для выходных сигналов при известных сигналах на входе. В формулах (12), (13) p'_j — вероятность появления j -того символа на выходе системы (т. е. при считывании); p_i — вероятность появления i -того символа на входе (т. е. при записи); p_{ij} — условная вероятность воспроизведения символа j при записанном символе i . В случае, когда используются только двоичные символы

$$H_j = -p'_1 \log p'_1 - p'_0 \log p'_0 = -(p_1 p_{11} + p_0 p_{01}) \log (p_1 p_{11} + p_0 p_{01}) - \\ - (p_0 p_{00} + p_1 p_{10}) \log (p_0 p_{00} + p_1 p_{10}); \quad (14)$$

$$H_i(j) = -p_0 (p_{00} \log p_{00} + p_{01} \log p_{01}) - p_1 (p_{11} \log p_{11} + p_{10} \log p_{10}). \quad (15)$$

Подставляя (14) и (15) в (11), а также используя равенства

$$p_1 = 1 - p_0; \quad p_{00} = 1 - p_{01}; \quad p_{11} = 1 - p_{10},$$

после некоторых преобразований получим

$$I_{cp} = p_0 (1 - p_{01}) \log (1 - p_{01}) + p_0 p_{01} \log p_{01} + (1 - p_0) p_{10} \log p_{10} + \\ + (1 - p_0) (1 - p_{10}) \log (1 - p_{10}) - [(1 - p_0) (1 - p_{10}) + p_0 p_{01}] \log [(1 - p_0) \times \\ \times (1 - p_{10}) + p_0 p_{01}] - [(1 - p_0) p_{10} + p_0 (1 - p_{01})] \times \\ \times \log [(1 - p_0) p_{10} + p_0 (1 - p_{01})]. \quad (16)$$

Если вероятности 0 и 1 при записи равны, т. е. $p_0 = p_1 = \frac{1}{2}$, то формула (16) обращается, как нетрудно видеть, в выражение

$$I_{\text{ср}} = 1 + \frac{1}{2} [p_{01} \log p_{01} + p_{10} \log p_{10} + (1 - p_{01}) \log (1 - p_{01}) + (1 - p_{10}) \log (1 - p_{10}) - (1 - p_{10} + p_{01}) \log (1 - p_{10} + p_{01}) - (1 + p_{10} - p_{01}) \log (1 + p_{10} - p_{01})]. \quad (17)$$

При увеличении плотности записи информации на носитель вероятности ошибок p_{01} и p_{10} монотонно увеличиваются, стремясь к некоторым предельным значениям h_0 и h_1 , которые, разумеется,

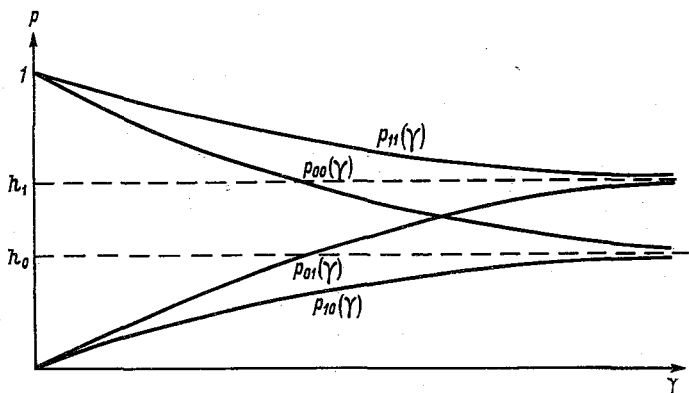


Рис. 2. Характер зависимости p_{11} , p_{10} , p_{00} , p_{01} от плотности γ для несимметричного канала.

могут быть различными для разных носителей и систем записи — считывания. При любом γ выполняется неравенство $p_{01} + p_{10} \leq 1$. При этом значение $I_{\text{ср}}$, определяемое формулами (16) и (17), удовлетворяет условию $I_{\text{ср}} \geq 0$. В пределе при $\gamma \rightarrow \infty$ $p_{01} + p_{10} \rightarrow h_0 + h_1 = 1$. При этом $I_{\text{ср}}$ обращается в 0. На рис. 2 показан характер зависимостей p_{00} , p_{01} , p_{11} , p_{10} от плотности γ .

Количество информации, записанное на единице размера носителя, как и для симметричного канала, равно

$$I_1 = \gamma I_{\text{ср}}, \quad (18)$$

где $I_{\text{ср}}$ определяется формулой (16) (при $p_0 \neq p_1$) или (17) (при $p_0 = p_1 = \frac{1}{2}$).

Уравнениям

$$\gamma = \frac{I_1}{I_{\text{ср}}} \quad (19)$$

при различных значениях I_1 соответствуют «поверхности» равной информационной плотности I_1 . В общем случае ($I_{\text{ср}}$ определяется

равенством (16)) — это «гиперповерхности» в четырехмерном пространстве с координатами $p_0, p_{01}, p_{10}, \gamma$. При $p_0 = p_1 = \frac{1}{2}$ (или при любом другом фиксированном значении p_0) уравнения (19) определяют обычные поверхности в координатах p_{01}, p_{10}, γ . Как и в случае симметричного канала, при равных значениях p_0, p_1, p_{01}, p_{10} выполняется равенство (4). Отсюда следует, что все гиперповерхности (19) могут быть получены из одной (например, соответствующей $I_1 = 1$) путем изменения масштаба по координате γ . Детальный анализ выражений (16), (17), (18), (19), который мы здесь не приводим, показывает, что несимметричный канал не имеет никаких принципиальных особенностей по сравнению с симметричным каналом. Так, например, в плоскостях, определяемых равенствами $p_{10} = k_2 p_{01}$, при любом p_0 «следы» поверхностей (19) представляют собой семейство кривых, аналогичных кривым (см. рис. 1) для симметричного канала. Разница состоит только в том, что вместо координаты p (вероятность искажения любого символа) используется координата p_{01} (вероятность искажения 0) и при $\gamma \rightarrow \infty$ p_{01} стремится не к $\frac{1}{2}$, а к величине $\frac{1}{1+k_2}$: $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} p_{01} = \frac{1}{1+k_2}$ (при $k_2 = 1$ $p_{10} = p_{01}$ и $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} p_{01} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$). Кроме того, кривые семейства пересекаются с осью γ ($p_{01} = p_{10} = 0$) в точках с координатами

$$\gamma = \frac{I_1}{-(1-p_0) \log(1-p_0) - p_0 \log p_0},$$

а не $\gamma = I_1$, как в симметричном канале. При увеличении плотности γ сумма $p_{01} + p_{10}$ возрастает, стремясь к предельному значению 1, когда γ стремится к ∞ . Как и для симметричного канала, порядок стремления суммы $p_{01} + p_{10}$ к 1 такой же, как у функции $p = 1 - \frac{a}{\gamma^k}$ при $k = \frac{1}{2}$.

Рассмотрим конкретный пример расчета. Предположим, что в считывающем устройстве единице соответствует сигнал U_1 , а нулю — U_0 ($U_1 > U_0$). Сигнал U сравнивается с пороговым значением U_n , и при $U > U_n$ символу приписывается значение 1, а при $U < U_n$ — значение 0. Значения U_1 и U_0 зависят от плотности записи γ : при увеличении γ U_1 и U_0 сближаются, причем

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \Delta U = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} (U_1 - U_0) = 0. \quad (20)$$

Равенство (20) отражает тот факт, что при увеличении плотности за пределы разрешающей способности системы сигналы U_1 и U_0 становятся неразличимыми. Характер уменьшения ΔU при больших значениях γ может быть различным в различных техни-

ческих системах. Один из возможных законов выражается зависимостью

$$\Delta U = U_1 - U_0 = \frac{U_m}{2\pi\gamma T} = \frac{k}{\gamma}. \quad (21)$$

Формула (21) представляет собой закон убывания амплитуды гармонического сигнала с частотой f , проходящего через инерционное звено первого порядка с постоянной времени T . (В данном случае частота f соответствует плотности γ .) Предположим, что на сигнал наложена аддитивная помеха (шум), не зависящая от плотности γ и имеющая нормальное распределение с дисперсией σ . В [5] показано, что в случае аддитивной помехи с симметричным распределением (в частности, с нормальным распределением) оптимальное значение порога сравнения равно:

$$U_n = \frac{U_1 + U_0}{2} = U_0 + \frac{\Delta U}{2} \quad (\text{при } U_0 < U_1). \quad (22)$$

В этом случае канал становится симметричным и имеет максимальную пропускную способность по сравнению с другими значениями U_n .

На рис. 3 изображены две кривые, представляющие закон распределения сигнала с наложенной на него помехой при считывании 0 и 1. Вероятности искажения 0 (p_{01}) и 1 (p_{10}) в данном случае равны:

$$p_{01} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{U_n}^{\infty} e^{-\frac{(u-U_0)^2}{2\sigma^2}} du,$$

$$p_{10} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{U_n} e^{-\frac{(u-U_1)^2}{2\sigma^2}} du.$$

Нетрудно видеть, что при выборе порога, согласно (22), обе вероятности равны между собой:

$$p = p_{01} = p_{10} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{U_n}^{\infty} e^{-\frac{(u-U_0)^2}{2\sigma^2}} du. \quad (23)$$

Используем замену переменной $\frac{u-U_0}{\sigma} = t$. Учитывая (21) и (22), получим для нижнего предела

$$\frac{U_n - U_0}{\sigma} = \frac{\Delta U}{2\sigma} = \frac{k}{2\sigma\gamma};$$

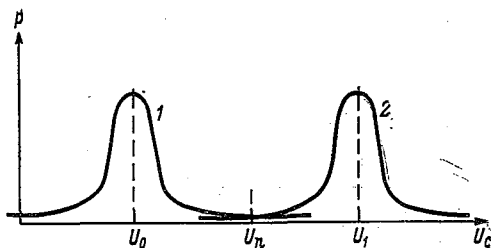


Рис. 3. Закон распределения сигналов при считывании 0 (кривая 1) и 1 (кривая 2).

(23) сводится к интегралу вероятности в обычной форме

$$p = \Phi(\infty) - \Phi\left(\frac{k}{2\sigma\gamma}\right) = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{k}{2\sigma\gamma}\right), \quad (24)$$

где

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Формулами (24) определяется связь между вероятностью сбоя p и плотностью γ для рассматриваемой системы.

В табл. 1 приведены значения p для различных γ при значениях $k=10^3$ (это соответствует сигналу $\Delta U=10$ В при плотности $\gamma=100$ символов на единицу размера носителя) и $\sigma=1,0$ В.

Таблица 1

γ	10	100	1000	2000	2500	3000	3500	4000
p	~ 0	~ 0	~ 0	0,0061	0,023	0,048	0,076	0,106

γ	5000	7500	10 000	15 000	20 000	25 000	40 000	50 000
p	0,159	0,251	0,309	0,371	0,401	0,421	0,450	0,460

По этим данным на рис. 1 нанесена линия OAB . Тогда A ($\gamma=3000$, $p=0,048$) на ней соответствует максимальной информационной плотности, равной в данном случае 2180 бит на единицу размера носителя.

ВЫВОДЫ

1. Максимальная информационная плотность, которая может быть достигнута в системе, состоящей из технического носителя и устройств записи и считывания, зависит от характера связи между p -вероятностью сбоя и γ -плотностью записи символов на носителе.

2. Если для конкретной системы известна зависимость $p=f(\gamma)$, то с помощью предложенной методики (графически или аналитически) может быть определено значение γ , при котором достигается максимальная информационная плотность.

3. При неограниченном увеличении γ вероятность сбоя p стремится к $\frac{1}{2}$, причем в реальных системах p должна сходиться

к своему пределу быстрее, чем функция $p_1 = 0,5 - \frac{a}{\sqrt{\gamma}}$, где $a > 0$ — некоторая константа. При этом максимальному значению информационной плотности соответствует конечное значение плотности γ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеннон К. Математическая теория связи. Работы по теории информации и кибернетике. М., ИЛ, 1963, с. 243—332.
2. Голдман С. Теория информации. М., ИЛ, 1957.
3. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М., «Советское радио», 1970, с. 82—100.
4. Фано Р. Передача информации. Статистическая теория связи. М., «Мир», 1965.
5. Афиногенов Л. П., Луштак А. С. О выборе порога сравнения при распознавании двоичных символов в случае аддитивной помехи с симметричным распределением.— См. наст. сборник.

МАТРИЧНЫЕ СПОСОБЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ, ПОДЛЕЖАЩЕЙ ДЛИТЕЛЬНОМУ ХРАНЕНИЮ

Одно из основных требований, предъявляемых к системе длительного хранения информации, состоит в обеспечении заданной надежности ее воспроизведения в течение всего срока хранения. Во всякой технической системе архивации (аппаратура записи-воспроизведения, носитель) для этого имеются два средства: помехоустойчивое кодирование и периодическая регенерация информации в процессе хранения. При этом наиболее эффективно сочетание обоих этих средств.

При выбранном периоде регенерации T теоретически возможно [1, 2] обеспечить сколь угодно высокую надежность хранения информации в течение конечного срока хранения T_0 путем оптимального ее кодирования перед записью на технический носитель. Такое кодирование характеризуется минимальной избыточностью

$$r = 1 - \frac{k}{n} = -P(T) \log_2 P(T) - [1 - P(T)] \log_2 [1 - P(T)], \quad (1)$$

где k — число информационных разрядов в кодируемом блоке, n — общее число двоичных разрядов в блоке, $P(T)$ — значение функции старения $P(t)$ при $t = T$.

Однако попытка практически реализовать такого рода оптимальное кодирование неизбежно натолкнулась бы на непреодолимые трудности, поскольку оно предполагает неограниченно большие размеры кодируемых блоков, что в свою очередь требует чрезмерно сложной, нереализуемой кодирующей и декодирующей аппаратуры. Необходимость практического решения вопроса приводит, во-первых, к ограничению требуемой надежности хранения и, во-вторых, к увеличению избыточности по сравнению с минимально необходимой.

Среди двоичных помехоустойчивых кодов, используемых для передачи информации по каналам связи, наибольшее распространение в настоящее время получили линейные (групповые) коды и особенно их разновидность — циклические коды. Широкое применение последних обусловлено относительной простотой реализации кодирующих и декодирующих устройств на регистрах сдвига с об-

ратными связями [3, 4]. Геофизическая и другая дискретная информация, предназначенная для длительного хранения, как правило, представляет собой результат обработки на ЦВМ массивов первичных данных. Использование этой информации также связано с ее вводом и обработкой на ЦВМ. Поэтому устройства записи информации на долговременный носитель и ее последующего считывания являются по существу устройствами ввода—вывода; кодирование и декодирование информации при этом осуществляется ЦВМ. В этих условиях использование циклических кодов затруднительно из-за того, что алгоритмы кодирования и декодирования применительно к ЦВМ оказываются сложными и требуют большого объема вычислительной работы.

В данной статье рассматриваются матричные способы кодирования информации, характеризующиеся простейшими алгоритмами кодирования и декодирования, что достигается ценой дополнительной избыточности матричных кодов по сравнению с оптимальными в этом смысле групповыми кодами (рассматриваемые здесь матричные коды также являются групповыми).

Простейшим и наглядным примером матричного кодирования является двумерная матрица (рис. 1) с двумя группами независимых проверок на четность по двум координатам (по строкам и по столбцам). Проверочные разряды в такой матрице образуют один столбец (на рисунке правый) и одну строку (нижнюю) и являются результатом суммирования по модулю два остальных элементов соответствующей строки или столбца. Элемент, лежащий на пересечении проверочной строки и столбца, является суммой по модулю два остальных элементов этой строки (или столбца), т. е. суммой по модулю два всех информационных разрядов матрицы. Общее число разрядов в двумерной матрице $n = ld$, где l — число строк, d — число столбцов матрицы; число информационных разрядов $k = (l-1)(d-1)$, избыточность $r = \frac{n-k}{n} = 1 - \frac{(l-1)(d-1)}{ld}$.

Для частного случая квадратной матрицы, строка и столбец которой содержат по a двоичных разрядов, $n = a^2$, $k = (a-1)^2$, $r = 1 - \left(\frac{a-1}{a} \right)^2$.

Двумерная матрица способна исправить любую одиночную ошибку: невыполнение двух проверочных равенств — для одной из строк и одного из столбцов — указывает на то, что на их

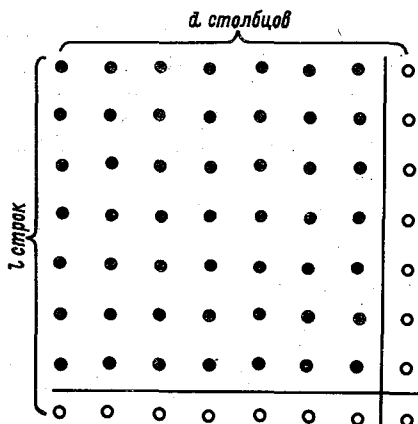


Рис. 1. Двумерная матрица с двумя группами проверок на четность.

и столбцами, параллельными OZ . При этом матрица, лежащая в плоскости YOZ , является контрольной по отношению к кубу. Проверочный разряд, совпадающий с началом координат O , представляет собой сумму по модулю для всех информационных разрядов куба.

Таким образом, кодовый куб содержит $n = a^3$ двоичных разрядов, из них $k = (a - 1)^3$ информационных. Его избыточность $r_3 = 1 - \left(\frac{a-1}{a}\right)^3$, несколько большая, чем у двумерной квадратной матрицы, быстро убывает с ростом a . Кодовый куб обладает

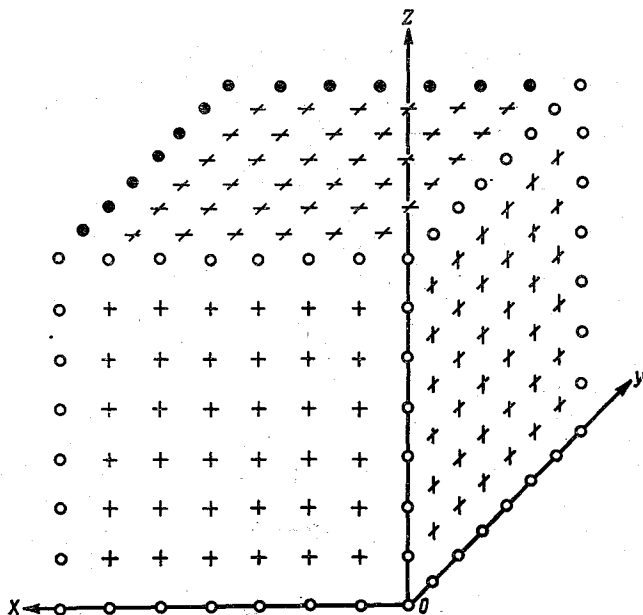


Рис. 2. Трехмерная матрица — кодовый куб.

весьма большой корректирующей способностью и, что особенно важно, позволяет осуществить последовательную процедуру декодирования. На первом этапе реализуется рассмотренный выше простейший алгоритм декодирования — проверка матриц, параллельных XOY . На этом этапе максимально может быть исправлено a ошибок, т. е. по одной в каждой матрице. Если же при этом окажется, что одна из матриц искажена более чем в одном разряде, вступает в действие второй этап декодирования — проверка матриц, параллельных XOZ .

Аналогично может быть построен четырехмерный, пятимерный и т. д., n -мерный кодовый кубы. При этом четырехмерный куб можно представить в виде сложной двумерной квадратной матрицы (рис. 3), элементами которой являются простые двумерные матрицы (подматрицы); их число a^2 , из которых $(a - 1)^2$ — ин-

формационные, остальные $2a-1$ — проверочные. Так же как у простой двумерной матрицы на рис. 1, здесь проверочными являются правый столбец подматриц и нижняя строка. Разряды проверочных подматриц получаются как результат поэлементного суммирования по модулю два $a-1$ информационных подматриц данной строки подматриц или столбца подматриц. Общее число двоичных разрядов такой сложной матрицы равно a^4 , из них информационных $(a-1)^4$. Избыточность четырехмерного кодового куба

$$r_4 = 1 - \left(\frac{a-1}{a} \right)^4.$$

				Столбец проверочных матриц
Строка проверочных матриц	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	• • • ○	• • • ○	• • • ○	• • • ○
	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○

Рис. 3. Сложная матрица — четырехмерный кодовый куб.

Аналогично тому, как это было сделано для простых матриц (см. рис. 2), из a сложных двумерных матриц можно составить трехмерный куб. Это и будет простой пятимерный кодовый куб. Простой шестимерный кодовый куб можно представить в виде двумерной матрицы, элементами которой будут сложные матрицы, показанные на рис. 3, и т. д. Для h -мерного кодового куба со стороной a общее число содержащихся в нем двоичных разрядов a^h ,

из них информационных $(a-1)^h$, соответственно избыточность $r_h = 1 - \left(\frac{a-1}{a}\right)^h$. Минимальное число ошибок $s=2^h$, которое не будет обнаружено в h -мерном кодовом кубе, соответствует размещению ошибок по вершинам h -мерного параллелепипеда, находящегося внутри куба. Можно показать, что для независимых ошибок с вероятностью p полная вероятность такого их сочетания определяется соотношением

$$\begin{aligned} P^*(s=2^h) &= \frac{a^h (a-1)^h}{2^h} p^{2^h} (1-p)^{a^h-2^h} = \\ &= \frac{1}{2^h} n k p^{2^h} (1-p)^{n-2^h}. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, минимальное кодовое расстояние h -мерного куба произвольных размеров равно $d=2^h$. Это значит, что существует алгоритм декодирования, гарантированно исправляющий любые ошибки кратности $s=2^{h-1}-1$. Поскольку $d=2^h$ — четное число, возможные ошибки кратности $s=2^{h-1}$, которые могут быть гарантированно обнаружены, но не исправлены. Это такие ошибки, которые поражают половину вершин h -мерного параллелепипеда. Можно показать, что вероятность такого сочетания независимых ошибок в h -мерном кодовом кубе со стороной a равна:

$$P^*(s=2^{h-1}) = (C_a^2)^h \left(C_2^{2^{h-1}} - 2h \frac{a-2}{a-1} \right) p^{2^{h-1}} (1-p)^{a^h-2^{h-1}}. \quad (9)$$

Минимальная кратность ошибок, при которой возможно неправильное декодирование h -мерного куба равна $2^{h-1}+1$ и соответствует размещению ошибок также по вершинам h -мерного параллелепипеда. При этом ошибками поражены более половины его вершин.

Вероятность такого сочетания независимых ошибок равна:

$$P^*(s=2^{h-1}+1) = (C_a^2)^h C_2^{2^{h-1}+1} p^{2^{h-1}+1} (1-p)^{a^h-2^{h-1}-1}. \quad (10)$$

В табл. 1 приведены результаты расчетов, выполненных по формулам (9) и (10) для двумерного, трехмерного и четырехмерного кодовых кубов различных размеров n и для вероятностей независимых ошибок в диапазоне от 10^{-3} до 10^{-6} . При условии $np < 1$ значение $P(2^{h-1})$ является хорошей оценкой вероятности отказа от декодирования, а $P(2^{h-1}+1)$ — вероятности ошибочного декодирования. Для случаев, когда $np > 1$ вероятности отказа от декодирования и ошибочного декодирования могут существенно превышать значения $P(2^{h-1})$ и $P(2^{h-1}+1)$, и это превышение растет по мере увеличения np .

Наряду с весьма простыми алгоритмами кодирования и декодирования рассмотренных кодов на ЦВМ они имеют по крайней мере еще два важных достоинства: возможность исправления больших пачек ошибок и последовательное, многоступенчатое декодирование, позволяющее в случае отсутствия или малого числа ошибок

Таблица 1

Размерность куба h	Число разрядов в блоке n	$p = 10^{-3}$		$p = 10^{-4}$		$p = 10^{-5}$		$p = 10^{-6}$	
		$P^*(2^{h-1})$	$P^*(2^{h-1} + 1)$	$P^*(2^{h-1})$	$P^*(2^{h-1} + 1)$	$P^*(2^{h-1})$	$P^*(2^{h-1} + 1)$	$P^*(2^{h-1})$	$P^*(2^{h-1} + 1)$
2	25	$2,9 \cdot 10^{-4}$	$3,9 \cdot 10^{-7}$	$3,0 \cdot 10^{-6}$	$4,0 \cdot 10^{-10}$	$3,0 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-13}$	$3,0 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-16}$
	100	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$0,7 \cdot 10^{-5}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$	$0,8 \cdot 10^{-8}$	$4,9 \cdot 10^{-7}$	$0,6 \cdot 10^{-11}$	$4,9 \cdot 10^{-9}$	$0,6 \cdot 10^{-14}$
	500	$0,8 \cdot 10^{-1}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-7}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^{-10}$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$2,3 \cdot 10^{-13}$
	1 000	$1,8 \cdot 10^{-1}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-6}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$	$0,9 \cdot 10^{-9}$	$5,0 \cdot 10^{-7}$	$0,9 \cdot 10^{-12}$
	5 000	—	—	$0,8 \cdot 20^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-11}$
3	100	$3,6 \cdot 10^{-8}$	$3,1 \cdot 10^{-11}$	$3,9 \cdot 10^{-12}$	$3,3 \cdot 10^{-16}$	$4,0 \cdot 10^{-16}$	$3,4 \cdot 10^{-21}$	$4,0 \cdot 10^{-20}$	$3,4 \cdot 10^{-26}$
	500	$0,8 \cdot 10^{-6}$	$0,7 \cdot 10^{-9}$	$1,3 \cdot 10^{-10}$	$1,1 \cdot 10^{-14}$	$1,3 \cdot 10^{-14}$	$1,2 \cdot 10^{-19}$	$1,4 \cdot 10^{-18}$	$1,2 \cdot 10^{-24}$
	1 000	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^{-9}$	$0,5 \cdot 10^{-9}$	$4,6 \cdot 10^{-14}$	$0,6 \cdot 10^{-13}$	$0,5 \cdot 10^{-18}$	$0,6 \cdot 10^{-17}$	$0,5 \cdot 10^{-23}$
	5 000	—	—	$1,0 \cdot 10^{-8}$	$0,9 \cdot 10^{-12}$	$1,6 \cdot 10^{-12}$	$1,4 \cdot 10^{-17}$	$1,7 \cdot 10^{-16}$	$1,4 \cdot 10^{-22}$
	20 000	—	—	—	—	$2,3 \cdot 10^{-11}$	$2,0 \cdot 10^{-16}$	$2,8 \cdot 10^{-15}$	$2,5 \cdot 10^{-21}$
4	500	$4,7 \cdot 10^{-17}$	$4,2 \cdot 10^{-20}$	$0,7 \cdot 10^{-24}$	$0,7 \cdot 10^{-28}$	$0,8 \cdot 10^{-32}$	$0,7 \cdot 10^{-37}$	$0,8 \cdot 10^{-40}$	$0,7 \cdot 10^{-46}$
	1 000	$1,4 \cdot 10^{-16}$	$1,2 \cdot 10^{-19}$	$3,3 \cdot 10^{-24}$	$3,0 \cdot 10^{-28}$	$3,6 \cdot 10^{-32}$	$3,2 \cdot 10^{-37}$	$3,7 \cdot 10^{-40}$	$3,3 \cdot 10^{-46}$
	5 000	—	—	$0,7 \cdot 10^{-22}$	$0,7 \cdot 10^{-26}$	$1,2 \cdot 10^{-30}$	$1,0 \cdot 10^{-35}$	$1,2 \cdot 10^{-38}$	$1,1 \cdot 10^{-44}$
	20 000	—	—	—	—	$1,9 \cdot 10^{-29}$	$1,6 \cdot 10^{-34}$	$2,2 \cdot 10^{-37}$	$2,0 \cdot 10^{-43}$
	100 000	—	—	—	—	$2,3 \cdot 10^{-28}$	$2,1 \cdot 10^{-33}$	$0,6 \cdot 10^{-35}$	$0,5 \cdot 10^{-41}$

получить значительную экономию машинного времени, затрачиваемого на декодирование.

В заключение следует отметить, что коды, близкие по конструкции к рассмотренным выше, впервые были предложены П. Элайесом [5] и получили название итеративных кодов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афиногенов Л. П., Луштак А. С. Эффективность периодической регенерации незащищенной дискретной информации в процессе длительного хранения.—«Труды ГГО», 1972, вып. 292, с. 30—36.
2. Афиногенов Л. П., Луштак А. С. О надежности длительного хранения дискретной информации при введении избыточности. — См. наст. сборник.
3. Питерсон У. У. Коды, исправляющие ошибки. М., «Мир», 1964, с. 100—104.
4. Колесник В. Д., Мирончиков Е. Т. Декодирование циклических кодов. М., «Связь», 1968, 251 с.
5. Элайес П. Безошибочное кодирование. Сб. «Коды с обнаружением и исправлением ошибок». М., ИЛ, 1956, с. 59—70.

О ПОГРЕШНОСТИ АНАЛОГО-ДИСКРЕТНОГО ОСРЕДНЕНИЯ ВЕКТОРНЫХ ПРОЦЕССОВ

При метеорологических измерениях, например, параметров ветра представляет интерес средний вектор ветра за заданный временной интервал, что делает необходимым при измерении векторное осреднение. Векторное осреднение не представляет трудности, если измерение вектора осуществляется путем измерения его ортогональных составляющих. Однако обычно вектор представляется в полярных координатах, т. е. измеряются скорость ветра (модуль) и направление. Как правило, это связано с простотой технической реализации по сравнению с измерением составляющих и наглядностью представления результата.

Для корректного нахождения среднего вектора скорости ветра по результатам измерений его абсолютной скорости $V(t)$ и направления $\alpha(t)$ необходимо осуществить разложение вектора на две составляющие $V_r(t) = V(t) \cos \alpha(t)$ и $V_b(t) = V(t) \sin \alpha(t)$ и их раздельное интегрирование. По полученным составляющим определяются модуль и направление результирующего вектора. Основным недостаток такого решения — техническая сложность, связанная с необходимостью осуществления операций функционального преобразования (определения $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$), перемножения и интегрирования над непрерывными (аналоговыми) величинами. Поэтому нередко для определения величины и направления среднего вектора скорости ветра или его составляющей по определенному направлению (например, вдоль или поперек взлетно-посадочной полосы) вместо осреднения составляющих используется осреднение мгновенных скорости и направления ветра, что вносит заметную погрешность.

При фиксации результатов измерений (с последующей обработкой) или использовании в измерительной системе вычислительного устройства (например, в станции КРАМС) представляет интерес определение среднего вектора по результатам измерений вектора в дискретные моменты времени, что резко упрощает устройство. При определении среднего вектора по дискретным отсчетам в качестве последних в общем случае следует брать не мгновенный вектор в момент отсчета, а некоторые искаженные и по модулю, и

по фазе (осредненные) значения, что аналогично такому же выводу для скалярных величин.

В том случае, если при измерении используются датчики составляющих вектора, т. е. $V_{\Gamma}(t)$ и $V_{\text{в}}(t)$, задача сводится к такому выбору динамических характеристик каждого из этих датчиков, чтобы минимизировать погрешность определения среднего значения каждой из составляющей по ряду ее отсчетов. Здесь прямо могут быть использованы результаты, полученные для погрешности определения средних значений скалярной величины по дискретным отсчетам инерционного прибора [3]. Иначе обстоит дело при использовании датчиков модуля и фазы вектора, т. е. $V(t)$ и $\alpha(t)$; осреднение выходных величин этих датчиков, в отличие от осреднения составляющих, в общем случае приводит к систематическим погрешностям. Ниже рассматривается методическая погрешность определения среднего вектора по ряду дискретных измерений модуля и фазы (в общем случае осуществляемых осредняющими приборами).

Модуль среднего вектора равен:

$$|\mathbf{R}(t)| = \sqrt{[\overline{V(t) \sin \alpha(t)}]^2 + [\overline{V(t) \cos \alpha(t)}]^2}. \quad (1)$$

В дальнейшем полагаем процессы $V(t)$ и $\alpha(t)$ стационарными. В (1)

$$\overline{V \sin \alpha} = \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} V \sin \alpha f(V, \alpha) d\alpha dV,$$

где $f(V, \alpha)$ — двумерное распределение модуля и направления вектора.

Примем, что V и α независимы, это существенно упрощает все последующие выражения, хотя в общем случае несправедливо. При этом

$$|\mathbf{R}|^2 = \overline{V^2} [(\overline{\sin \alpha})^2 + (\overline{\cos \alpha})^2] = \overline{V^2} [(\overline{\sin \dot{\alpha}})^2 + (\overline{\cos \dot{\alpha}})^2], \quad (1')$$

где точка сверху обозначает центрированную величину.

Направление среднего вектора ϕ определяется из соотношения $\sin \phi = |\mathbf{R}|^{-1} (\overline{V \sin \alpha})$. С учетом (1') несложно убедиться, что в общем случае $\phi \neq \alpha$, т. е. направление среднего вектора скорости ветра не совпадает со средним направлением ветра и выдача второго вместо первого сопряжена с систематической погрешностью.

Лишь в случаях, когда дисперсия α мала, так что $\sin \dot{\alpha} \approx \dot{\alpha}$, или распределение $\dot{\alpha}$ симметрично, имеем $\overline{\sin \dot{\alpha}} = 0$, при этом $\phi = \alpha$ и

$$|\mathbf{R}| = \overline{V \cos \dot{\alpha}}. \quad (1'')$$

Как следует из (1''), замена модуля среднего вектора средним модулем $\overline{V}$ дает завышение результата [4]. Например, для нормаль-

ного распределения α (с дисперсией σ_α^2) $\overline{\cos \alpha} = e^{-\frac{\sigma_\alpha^2}{2}}$, что при $\sigma_\alpha = 0,5$ ($\approx 28^\circ$) равно 0,88, т. е. завышение модуля среднего вектора составляет 14%. При неустойчивой стратификации величина σ_α может быть даже больше приведенной, как это показано, например, в [1, 2]. Следует учесть, что в [2] представлены результаты определения дисперсии процесса $\alpha(t)$ по прибору, осредняющему за интервал 2,5 мин., т. е. значения σ_α , приведенные в [2], являются заниженными.

Таким образом, в отличие от осреднения составляющих вектора, осреднение модуля и фазы приводит в общем случае к систематическим погрешностям определения модуля и фазы среднего вектора.

Рассмотрим погрешность определения среднего вектора скорости ветра по одному или ряду измерений $U(t_i)$ и $\beta(t'_i)$ скорости и направления, осуществляемых осредняющими приборами. Здесь

$$U(t_i) = \int_0^\infty V(t_i - t) h_1(t) dt,$$

$$\beta(t'_i) = \int_0^\infty \alpha(t'_i - t) h_2(t) dt,$$

$h_1(t)$ и $h_2(t)$ — весовые функции приборов.

Рассмотрим два варианта задачи:

1) определяется средний вектор скорости за заданный интервал T (например, для ветра принято $T = 10$ мин);

2) определяется математическое ожидание вектора скорости, т. е. для эргодичного процесса средний вектор за бесконечный интервал.

Рассматриваемая постановка задачи соответствует двухканальной нелинейной аналого-дискретной измерительной системе, в которой по результатам ряда дискретных измерений двух элементов (V и α), осуществляемых инерционными приборами, необходимо определить две характеристики: величину и направление результирующего вектора, каждая из которых зависит от обоих измеряемых элементов. Поэтому при выборе параметров системы (координат и числа отсчетов, динамических характеристик обоих датчиков) необходимо исходить из некоторого компромиссного критерия, позволяющего получить удовлетворительное решение для обеих характеристик. В качестве такого критерия примем математическое ожидание квадрата модуля вектора A разности искомого вектора R_1 и оценки R_2 , т. е. величину $|A|^2 = |R_1 - R_2|^2$. Достоинство такого критерия — наглядность. При малых погрешностях определения модуля $R = |R_1|$ и фазы (ΔR и ϵ), как несложно убедиться из рис. 1 а,

$$\frac{|A|^2}{R^2} \approx \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2 + \epsilon^2,$$

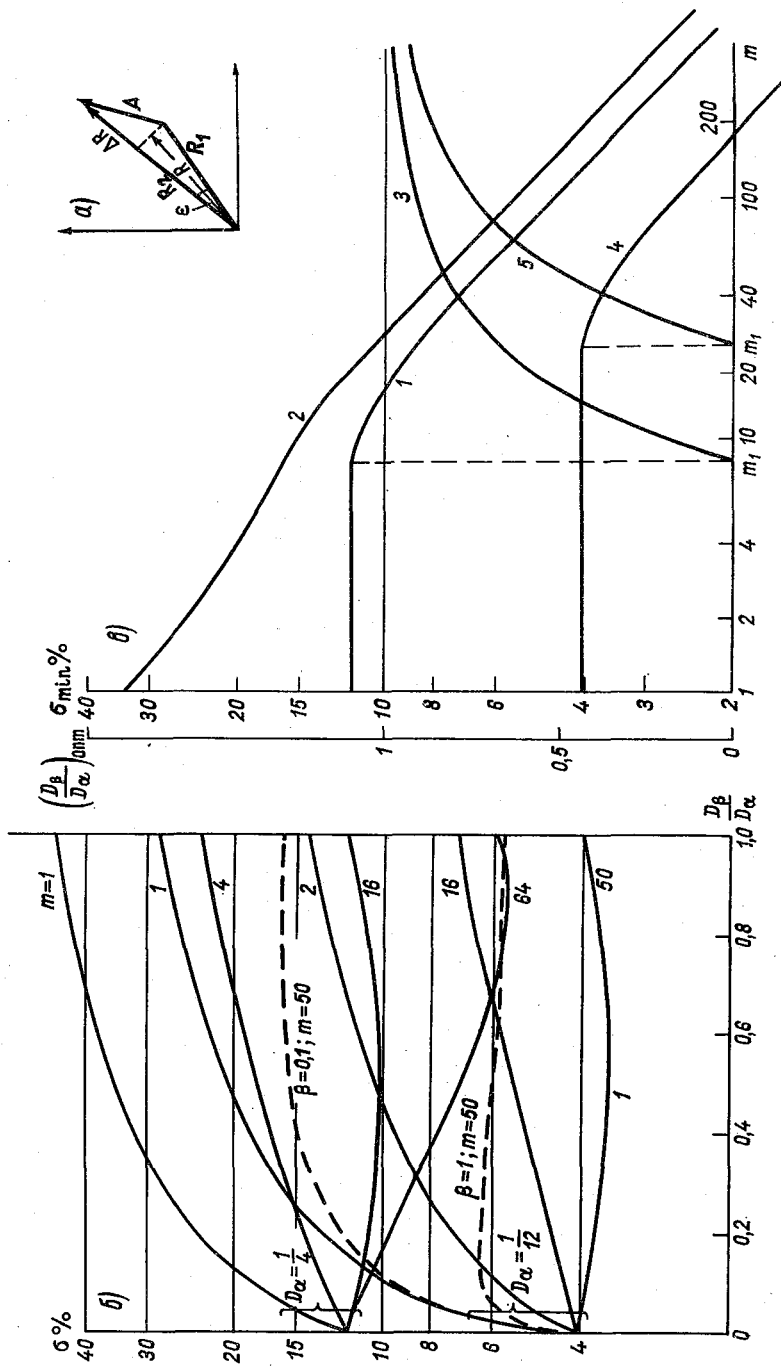


Рис. 1.

т. е. используемый критерий приближенно соответствует сумме дисперсий погрешности определения модуля вектора и его направления.

Оценку R_2 будем искать в виде умноженной на $\frac{1}{m}$ суммы векторов скорости R'_i ($i=1, \dots, m$), получаемых при дискретных измерениях скорости и направления ветра и имеющих значения модуля и фазы, равные $U(t_i)$ и $\beta(t'_i)$. В общем случае моменты отсчетов по датчикам скорости и направления t_i и t'_i не совпадают.

Для второй задачи, приняв для простоты $\varphi = \bar{\alpha}$ и определяя проекции вектора A на направление среднего вектора и перпендикулярное к нему, получим

$$\begin{aligned} |A|^2 &= \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m U(t_i) \cos \beta(t'_i) - \overline{V \cos \bar{\alpha}} \right]^2 + \\ &+ \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m U(t_i) \sin \beta(t'_i) \right]^2 = \\ &= \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m U(t_i) U(t_j) \cos [\beta(t'_i) - \beta(t'_j)] + \\ &+ (\overline{V \cos \bar{\alpha}})^2 - \frac{2 \overline{V \cos \bar{\alpha}}}{m} \sum_{i=1}^m U(t_i) \cos \beta(t'_i). \end{aligned}$$

Математическое ожидание квадрата модуля вектора $A = R_2 - R_1$

$$\begin{aligned} \overline{|A|^2} &= \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\overline{V^2} + R_U(t_i - t_j)] \overline{\cos [\beta(t'_i) - \beta(t'_j)]} + \\ &+ (\overline{V \cos \bar{\alpha}})^2 - 2 \overline{V^2} \overline{\cos \bar{\alpha}} \overline{\cos \bar{\beta}}. \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) принято, что процессы $V(t)$ и $\alpha(t)$ независимы (и $\sin \bar{\alpha} = 0$). Несложно записать аналогичное выражение для общего случая, однако для практического его использования требуется знание многомерного распределения модуля и фазы вектора (этот случай представляет интерес для нормальных и нормально связанных процессов $V(t)$ и $\alpha(t)$).

Полагая процесс $\alpha(t)$ (направление ветра) нормальным, получим, что разность $\beta(t'_i) - \beta(t'_j)$ распределена по нормальному закону с дисперсией $2[R_\beta(0) - R_\beta(t'_i - t'_j)]$. Для этого случая из (2) получим

$$\begin{aligned} \overline{|A|^2} &= \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\overline{V^2} + R_U(t_i - t_j)] e^{-[R_\beta(0) - R_\beta(t'_i - t'_j)]} + \\ &+ \overline{V^2} e^{-R_\alpha(0)} - 2 \overline{V^2} e^{-\frac{R_\alpha(0) + R_\beta(0)}{2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

В (2) и (3) $R_U(t)$ и $R_\beta(t)$ — корреляционные функции процессов $U(t)$ и $\beta(t)$, которые несложно найти, если известны корреляционные функции процессов $V(t)$ и $\alpha(t)$ и весовые функции $h_1(t)$ и $h_2(t)$. Из (2) и (3) следует, что при оценке математического ожидания вектора сдвиг отсчетов по датчикам скорости и направления не влияет на результат ($V(t)$ и $\alpha(t)$ приняты независимыми) и моменты t_i и t'_i могут выбираться независимо, исходя из минимума погрешности.

Выражение (3) позволяет рационально выбрать число измерений, интервал между ними и осреднение при получении отсчетов, т. е. весовые функции $h_1(t)$ и $h_2(t)$ или их параметры.

При $t'_i = t_i$, $t_i - t_{i-1} = \frac{T}{m}$ и $m \rightarrow \infty$ из (3) получим выражение для погрешности определения математического ожидания вектора скорости по среднему вектору (причем в общем случае на выходе осредняющего $V(t)$ и $\alpha(t)$ прибора) за конечный интервал T . Имеем

$$\begin{aligned} |\overline{A}|^2 = & \frac{2}{T^2} \int_0^T [\overline{V}^2 + R_U(t)] e^{-[R_\beta(0) - R_\beta(t)]} (T-t) dt + \\ & + \overline{V}^2 e^{-R_\alpha(0)} - 2\overline{V}^2 e^{-\frac{R_\alpha(0) + R_\beta(0)}{2}}. \end{aligned} \quad (3')$$

При $R_\beta(t) = R_\alpha(t)$ и $R_U(t) = R_V(t)$ это дает выражение для погрешности определения математического ожидания вектора по среднему вектору за конечный интервал T

$$|\overline{A}|^2 = \frac{2}{T^2} \int_0^T (T-t) [\overline{V}^2 + R_V(t)] e^{-[R_\alpha(0) - R_\alpha(t)]} dt - \overline{V}^2 e^{-R_\alpha(0)}. \quad (3'')$$

При $T \rightarrow 0$ получим выражение для погрешности определения среднего вектора по мгновенному отсчету, равное $[\overline{V}^2 - (\overline{V \cos \alpha})^2]$. Последнее выражение можно получить в виде суммы дисперсий составляющих вектора по направлению α и перпендикулярному к нему.

При $T \rightarrow \infty$ из (3') получим выражение для погрешности определения математического ожидания вектора, вызываемой инерционностью датчиков скорости и направления. В отличие от скалярных величин, эта погрешность не равна нулю. Имеем

$$|\overline{A}|^2 = \overline{V}^2 \left(e^{-\frac{R_\beta(0)}{2}} - e^{-\frac{R_\alpha(0)}{2}} \right)^2,$$

что при принятых в (3) допущениях является очевидным.

Рассмотрим теперь погрешность нахождения по сумме m векторов, определяемых по осредняющим датчикам скорости и направ-

ления, среднего вектора за заданный конечный интервал T . В этом случае (выбираем отсчет времени от начала интервала T)

$$|A|^2 = \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m U(t_i) \cos \dot{\beta}(t'_i) - \frac{1}{T} \int_0^T V(t) \cos \dot{\alpha}(t) dt \right]^2 + \\ + \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m U(t_i) \sin \dot{\beta}(t'_i) - \frac{1}{T} \int_0^T V(t) \sin \dot{\alpha}(t) dt \right]^2.$$

Упрощая выражение в правой части и осредняя по множеству, получим

$$\overline{|A|^2} = \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\overline{V^2} + R_U(t_i - t_j)] \overline{\cos [\dot{\beta}(t'_i) - \dot{\beta}(t'_j)]} - \\ - \frac{2}{Tm} \sum_{i=1}^m \int_0^T [\overline{V^2} + R_{UV}(t_i - t)] \overline{\cos [\dot{\beta}(t'_i) - \dot{\alpha}(t)]} dt + \\ + \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T [\overline{V^2} + R_V(t' - t'')] \overline{\cos [\dot{\alpha}(t') - \dot{\alpha}(t'')]} dt' dt''. \quad (4)$$

Для нормального процесса $\alpha(t)$ имеем

$$\overline{|A|^2} = \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\overline{V^2} + R_U(t_i - t_j)] e^{-[R_{\dot{\beta}}(0) - R_{\dot{\beta}}(t'_i - t'_j)]} - \\ - \frac{2}{Tm} \sum_{i=1}^m \int_0^T [\overline{V^2} + R_{UV}(t_i - t)] e^{-\frac{1}{2}[R_{\dot{\beta}}(0) + R_{\dot{\alpha}}(0) - 2R_{\dot{\beta}\dot{\alpha}}(t'_i - t)]} dt + \\ + \frac{2}{T^2} \int_0^T (T - t) [\overline{V^2} + R_V(t)] e^{-[R_{\dot{\alpha}}(0) - R_{\dot{\alpha}}(t)]} dt. \quad (5)$$

В (4) и (5) $R_{UV}(t)$ и $R_{\dot{\beta}\dot{\alpha}}(t)$ — взаимно-корреляционные функции процессов на входе и выходе датчиков скорости и направления ветра. Последнее слагаемое в (5) — математическое ожидание квадрата модуля среднего вектора за интервал T .

При $m \rightarrow \infty$ из (5) несложно получить выражение для погрешности определения среднего за интервал T по среднему вектору за тот же интервал, полученному по инерционным датчикам скорости и направления. Как видно из (5), в данном случае сдвиг отсчетов по датчикам направления и скорости ветра влияет на результирующую погрешность.

В качестве примера примем, что в выражении (3) интервалы между отсчетами выбраны таким образом, что существенно превышают интервалы корреляции процессов $U(t)$ и $\dot{\beta}(t)$. В этом случае

(3) может быть переписано в виде

$$\overline{|A|^2} = \overline{V^2} \left\{ \left(e^{-\frac{D_\alpha}{2}} - e^{-\frac{D_\beta}{2}} \right)^2 + \frac{1}{m} \left[1 + \frac{R_U(0)}{\overline{V^2}} - e^{-D_\beta} \right] \right\}, \quad (6)$$

где $D_\alpha = R_\alpha(0)$ и $D_\beta = R_\beta(0)$ — дисперсии процессов $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ на входе и выходе датчика направления.

Из (6) следует, что минимум погрешности в рассматриваемом случае будет иметь место при $R_U(0) = 0$, т. е. оптимальным здесь является бесконечно большая инерция датчика скорости ветра.

Дифференцируя (6) по D_β и приравнивая производную нулю, получим, что оптимальное осреднение при измерении направления ветра определяется соотношением

$$D_\alpha - D_\beta = 2 \ln \frac{m}{m-1}, \quad (7)$$

или

$$\frac{D_\beta}{D_\alpha} = 1 - \frac{2}{D_\alpha} \ln \frac{m}{m-1}; \text{ при достаточно больших } m \text{ приближенно}$$

имеем: $\frac{D_\beta}{D_\alpha} \approx 1 - \frac{2}{D_\alpha(m-1)}$. Выражение (7) пригодно для значений D_α и m , при которых $D_\alpha \geq 2 \ln \frac{m}{m-1}$.

Отношение

$$\frac{D_\beta}{D_\alpha} = \left[\int_0^\infty S_\alpha(\omega) d\omega \right]^{-1} \int_0^\infty S_\alpha(\omega) |W(j\omega)|^2 d\omega,$$

где $S_\alpha(\omega)$ — спектр процесса $\alpha(t)$, $W(j\omega)$ — передаточная функция датчика направления. Например, при $R_\alpha(t) = D_\alpha e^{-\alpha|t|}$ и $W(j\omega) =$

$$= \frac{1}{1 + jT_1\omega} \text{ (датчик — инерционный прибор с постоянной времени } T_1)$$

$$\frac{D_\beta}{D_\alpha} = \frac{1}{1 + aT_1}.$$

Из выражения (7) следует, что оптимальный выбор осреднения при измерении направления ветра при принятых допущениях не зависит от изменчивости скорости ветра и характеристик датчика скорости, т. е. от $R_U(0)$, но зависит от дисперсии D_α , т. е. от изменчивости ветра по направлению (как это и следовало ожидать для нелинейной задачи), и от m . Чем больше D_α и m , тем меньше необходимая степень фильтрации, сглаживания процесса $\alpha(t)$ при измерении и наоборот. При $m \rightarrow \infty$ $\frac{D_\beta}{D_\alpha} \rightarrow 1$, т. е. здесь оптимум —

это отсутствие фильтрации. При $m \leq m_1 = 1 + (e^{\frac{D_\alpha}{2}} - 1)^{-1}$ (для малых D_α $m_1 \approx 1 + \frac{2}{D_\alpha}$) оптимальное значение $\frac{D_\beta}{D_\alpha} = 0$, т. е. здесь опти-

мальным является фильтр с бесконечной инерцией. В частности, это всегда относится к случаю определения математического ожидания вектора только по одному отсчету.

Итак, при заданной дисперсии $D_\alpha \neq 0$ и изменении числа обрабатываемых измерений от 1 до ∞ оптимальная инерция прибора меняется в широких пределах (от бесконечности до нуля). Аналогично при заданном числе осредняемых измерений m оптимальная инерция прибора существенно зависит от D_α ; при $D_\alpha \leq D_{\alpha_1} = 2 \ln \frac{m}{m-1}$ оптимальной является бесконечная инерция прибора; с ростом D_α оптимальная инерция уменьшается.

Приведенный результат принципиально отличается от получаемого при определении математического ожидания скалярного стационарного процесса, где независимо от m оптимальной является бесконечная инерция прибора; при этом погрешность стремится к нулю.

На рис. 1 б приведены рассчитанные по (6) зависимости $\sigma = \frac{1}{V} \sqrt{|A|^2}$ от отношения $\frac{D_\beta}{D_\alpha}$ при разных m , D_α , равной $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{12}$ ($\sigma_\alpha = 28,6^\circ$ и $\sigma_\alpha = 16,5^\circ$), и $R_U(0) = 0$. Характер этих зависимостей существенно зависит от D_α и m . Например, при $m = 16$ и $D_\alpha = \frac{1}{12}$ погрешность максимальна при безынерционном датчике направления ($\frac{D_\beta}{D_\alpha} = 1$) и убывает с ростом инерции датчика (т. е. при уменьшении $\frac{D_\beta}{D_\alpha}$); при $D_\alpha = \frac{1}{4}$ и том же m погрешность σ минимальна при конечной, не равной нулю инерции датчика. Аналогично при $D_\alpha = \frac{1}{4}$ и $m = 1$ наибольшая величина погрешности имеет место при безынерционном датчике, а минимальная — при полной фильтрации процесса $\alpha(t)$ (при бесконечной инерции прибора); при $m = 64$, напротив, бесконечной инерции прибора соответствует максимум погрешности.

Из рис. 1 б следует, что оптимальный выбор инерции датчика направления существенно влияет на точность. Например, для $D_\alpha = \frac{1}{4}$ переход от $\frac{D_\beta}{D_\alpha} = 1$ к $\frac{D_\beta}{D_\alpha} = 0$ (т. е. от безынерционного прибора к прибору с весьма большой инерцией) при $m = 1$ уменьшает погрешность с 47 до 12%, а при $m = 64$ увеличивает с 5,9 до 12%.

При $R_U(0) = 0$ и $\frac{D_\beta}{D_\alpha} = 0$, как видно из (6) и рис. 1 б, $\sigma = 1 - e^{-\frac{D_\alpha}{2}}$ и не зависит от m ; физически это понятно, поскольку в этом случае измеряемая величина неизменна. При $\frac{D_\beta}{D_\alpha} = 1$ $\sigma^2 =$

$= \frac{1}{m} (1 - e^{-D_\alpha})$ т. е. погрешность обратно пропорциональна $\sqrt{m}$.

На рис. 1 в приведены зависимости минимальной погрешности $\sigma_{\min}$ (при оптимальном выборе $\frac{D_\beta}{D_\alpha}$) и $\left(\frac{D_\beta}{D_\alpha}\right)_{\text{опт}}$ от m при $R_U(0) = 0$

и дисперсии D_α , равной $\frac{1}{4}$ (кривые 1 и 3) и $\frac{1}{12}$ (кривые 4 и 5).

Можно отметить, что в диапазоне $m < m_1$ увеличение числа измерений не позволяет повысить точность. При $R_U(0) \neq 0$ это, конечно,

уже не так (кривая 2 для $\sigma_{\min}$ при $D_\alpha = \frac{1}{4}$ и $\sqrt{R_U(0)} = \frac{\bar{V}}{9}$).

Использованное в рассмотренном примере допущение о некоррелированности последовательных отсчетов $U(t)$ и $\beta(t)$ в общем случае не соблюдается; при этом характер получаемых кривых может существенно отличаться от вида кривых, приведенных на рис. 1 б. Рассмотрим это на примере. Полагая, что интервал между отсчетами одинаков и $t_i - t_{i-1} = t'_i - t'_{i-1} = T$, и заменяя двойную сумму в (3) однократной получим

$$\begin{aligned} |\bar{A}|^2 &= \frac{1}{m} [\bar{V}^2 + R_U(0)] + \\ &+ \frac{2}{m^2} \sum_{i=1}^m (m-i) [\bar{V}^2 + R_U(iT)] e^{-[R_\beta(0) - R_\beta(iT)]} + \\ &+ \bar{V}^2 e^{-R_\alpha(0)} - 2\bar{V}^2 e^{-\frac{R_\alpha(0) + R_\beta(0)}{2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Примем, что в качестве датчика направления ветра используется инерционный прибор первого порядка с постоянной времени T_1 , а корреляционная функция направления ветра является экспоненциальной с интервалом корреляции $\frac{1}{a_1}$. На рис. 1 б пунктиром

приведены рассчитанные на ЦВМ зависимости σ от $\frac{D_\beta}{D_\alpha}$, т. е.

от постоянной времени T_1 датчика направления ветра (здесь $\frac{D_\beta}{D_\alpha} =$

$= \frac{1}{1 + a_1 T_1}$) при $R_U(0) = 0$. Расчет проводился при значениях $\beta_1 =$

$= a_1 T_1$, равных 10; 0,1 и 1, т. е. при интервале между отсчетами T , существенно большем и существенно меньшем интервала корреляции процесса $\alpha(t)$ и равном ему. При $m = 1$ полученная зависи-

мость σ от $\frac{D_\beta}{D_\alpha}$, очевидно не зависит от β_1 и совпадает с приведен-

ной на рис. 1 б. При $m \neq 1$ и $\beta_1 = 10$ эта зависимость близка к кривой 1, полученной из выражения (6) в предположении, что отсчеты не коррелированы. При $\beta_1 = 1$ и $\beta_1 = 0,1$ ($m \neq 1$) ход кривых сущест-

венно меняется. Очевидно, уменьшение интервала между отсчетами эквивалентно как бы уменьшению числа независимых измерений и заметному увеличению погрешности.

На ЦВМ были рассчитаны также зависимости погрешности определения математического ожидания вектора по m дискретным измерениям для случая, когда задан интервал наблюдения $T_0 = Tm$ (выше фиксированным полагался интервал между отсчетами T). Как и следовало ожидать, для такой постановки задачи увеличение m более некоторого значения является неэффективным и при фиксированном m также имеет место некоторое оптимальное осреднение при отсчетах скорости и направления.

Итак, в статье рассмотрены выражения для погрешности нахождения математического ожидания вектора или среднего вектора за заданный интервал по сумме дискретных отсчетов вектора, в общем случае получаемых по инерционным датчикам его модуля и фазы (например, скорости и направления ветра). Эти выражения могут быть использованы для исследования погрешности в зависимости от числа отсчетов, интервала между ними, используемого осреднения модуля и фазы вектора и статистических характеристик изучаемого векторного процесса, а также для рационального выбора параметров измерительной системы (числа и частоты обрабатываемых дискретных измерений, динамических параметров датчиков скорости и направления ветра и т. д.).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ариель И. З. и др. Результаты измерения пульсаций температуры и направления ветра в приземном слое атмосферы.—«Труды ГГО и УкрНИГМИ», 1963, вып. 144/40, 48—58.
2. Генрихович Е. Л., Грачева В. П. Анализ дисперсии горизонтальных колебаний направления ветра.—«Труды ГГО», 1965, вып. 172, с. 42—47.
3. Персии С. М. О погрешности методов нахождения средних с помощью аналого-дискретных фильтров.—Труды ГГО, 1971, вып. 259, с. 116—131.
4. Bernstein A. B. A Note on the Use of Cup Anemometers in Wind Profile Experiments.—JAM, 6, 1967, No. 2, p. 280—286.

О ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО ПО ДИСКРЕТНЫМ ДАННЫМ

При метеорологических измерениях большой интерес представляют средние значения изучаемых элементов за заданный временной интервал T . При оперативном использовании получаемой

информации среднее $L(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(t') dt'$ важно знать не только

для сроков наблюдения, но и для текущего момента t . Другими словами, измерительный прибор должен непрерывно вырабатывать среднее за предшествующий текущему моменту интервал T , с тем чтобы без задержки выдать эту информацию в момент запроса. Это относится, например, к измерениям средней скорости ветра и высоты нижней границы облаков.

Задача определения скользящего среднего заметно сложнее, чем определение средних $L(t)$ лишь для фиксированных сроков наблюдения t_i . Строгое нахождение скользящего среднего требует скользящего запоминания процесса $x(t)$ за интервал T и интегрирования его. Например, при преобразовании $x(t)$ в частоту для этой цели может быть использована линия задержки на интервал T (на магнитной ленте или сдвигающем регистре) и реверсивный счетчик, осуществляющий интегрирование и вычитание процессов $x(t)$ и $x(t-T)$. Если учесть, что интервал T для метеорологических процессов порядка $2 \div 30$ мин (в частности, для ветра приняты значения T , равные 2 и 10 мин), сложность такого устройства очевидна.

Техническая сложность строгого определения скользящего среднего вынуждает использовать более простые методы. Наиболее естественным из них является метод «кусочно-скользящего» среднего, используемый, например, в автоматической станции КРАМС для определения средней скорости ветра за интервал $T=10$ мин. В этом случае среднее значение $L(t)$ определяется не для текущего t , а для дискретных значений t_m и экстраполируется на интервал до следующего отсчета. Наиболее простой и часто используемой является ступенчатая экстраполяция, при которой в интервале $t_m < t \leq t_{m+1}$ в качестве $L(t)$ выдается значение $L(t_m)$. Возможны и более точные (но и более сложные) методы экстраполяции, при

которых привлекаются значения $L(t)$ и для предшествующих отсчетов (в моменты t_{m-1} , t_{m-2} и т. д.).

Погрешность определения $L(t)$ при таком методе зависит от расположения момента запроса t относительно последнего отсчета (t_m). При равномерном расположении отсчетов с интервалом T_1 и стационарном процессе $x(t)$ зависимость от t дисперсии $\sigma^2(t)$ погрешности $\varepsilon(t)$ определения среднего является периодической с периодом T_1 (кривая 1 на рис. 1 б). Очевидно, процесс $\varepsilon(t)$ нестационарный. Для моментов отсчета $\sigma^2(t) = 0$.

При выборе интервала T_1 следует исходить из максимального значения $\sigma_{\max}^2$ дисперсии $\sigma^2(t)$ (на рис. 1 б — в момент, предшеств-

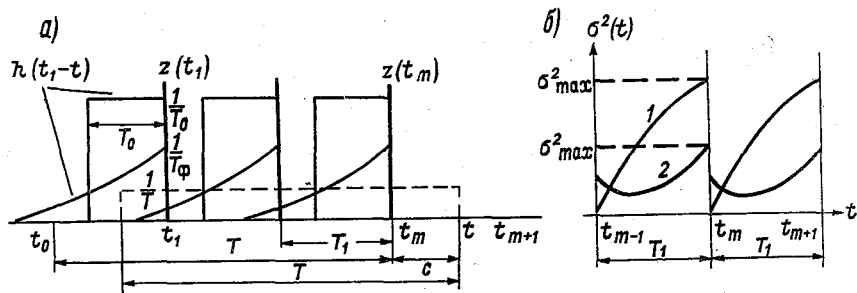


Рис. 1.

вующий отсчету) или осредненной дисперсии $\sigma_{\text{cp}}^2 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \sigma^2(t) dt$.

Дисперсия $\sigma_{\max}^2$ или σ_{cp}^2 тем меньше, чем меньше T_1 , однако уменьшение T_1 усложняет схему устройства. Наиболее просто реализуется случай, когда $T_1 \geq T$. В КРАМС при $T = 10$ мин $T_1 = 2$ мин и работа устройства осуществляется следующим образом [1]. Интегрируются значения процесса $x(t)$ за каждые последовательные 2 мин, и пять последних результатов интегрирования хранятся в запоминающем устройстве станции. При получении очередного результата интегрирования этот результат запоминается вместо старого из отсчетов. Среднее $L(t_m)$ определяется в виде суммы пяти последних результатов интегрирования. Рассмотренный метод заметно проще, чем строгий метод скользящего среднего, но также достаточно сложен, так как не исключает интегрирования процесса.

Выше при определении скользящего среднего по дискретным отсчетам в качестве последних принимались значения $L(t_m)$. В общем случае такое решение не является оптимальным, т. е. для уменьшения погрешности ($\sigma_{\max}^2$ или σ_{cp}^2) в качестве отсчета следует выдавать некоторую другую характеристику. Аналогично, если такой отсчет получен в виде среднего арифметического измерений $z(t_i)$, в качестве последних также следует брать не среднее за интервал (t_{i-1}, t_i) , а некоторую другую характеристику. Как

будет показано ниже, использование для этой цели, например, инерционного прибора резко упрощает устройство (исключается необходимость интегрирования) и дает практически ту же и даже более высокую точность. При использовании интегрирующего прибора оптимальным оказывается выбор интервала интегрирования T_0 , неравного интервалу между отсчетами T_1 (меньшего T_1).

Пример зависимости $\sigma^2(t)$ при некотором выборе характеристики $L_1(t_m)$, отличной от $L(t_m)$, показан на рис. 1 б (кривая 2); при этом в момент отсчета погрешность не равна нулю, но погрешность для других моментов, а также осредненная и максимальная погрешности ($\sigma_{\text{ср}}$ и σ_{max}) могут быть заметно меньше, чем при идеальном интегрировании (кривая 1).

Для нахождения скользящего среднего заметный интерес представляет использование просто аналогового фильтра (при рациональном выборе динамических характеристик датчика и фильтра на его выходе). В этом случае при стационарном процессе $x(t)$ погрешность $\varepsilon(t)$ также является стационарной с дисперсией

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) \left| K(j\omega) - \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega T} \right|^2 d\omega,$$

где $K(p)$ — передаточная функция прибора, $S_x(\omega)$ — спектральная характеристика процесса $x(t)$. Анализ этой погрешности для прибора первого порядка и для более сложных цепей приведен в работах [3, 5]. При всей простоте такого метода для многих задач он непригоден из-за недостаточной точности.

Вопрос о выборе оптимального осреднения (при взятии отсчета) при определении некоторой характеристики $L(t)$ процесса $x(t)$ по дискретным отсчетам рассматривался в [2]. Здесь можно прямо воспользоваться приведенными в [2] результатами для погрешности экстраполяции, с той лишь разницей, что экстраполируется значение процесса $x(t)$, а среднее за интервал T ; в соответствии с этим вместо спектральной характеристики $S_x(\omega)$ процесса $x(t)$ достаточно использовать спектр $S_L(\omega) = S_x(\omega) \frac{2(1 - \cos \omega T)}{\omega^2 T^2}$ про-

цесса $L(t)$. Например, при ступенчатой экстраполяции отсчета $L_1(t_m)$ на интервал $(t_m + T', t_m + T' + T_1)$ оптимальным является взятие в качестве отсчета не $L(t_m)$, а значения $L_1(t_m) =$

$$= \frac{1}{T_1 T} \int_{t_m + T'}^t \int_{t - T}^t x(\tau) d\tau dt \quad (\text{независимо от корреляционной функции процесса } R_x(t)).$$
 Если t — время, это выражение пригодно лишь при $T' \leq -T_1$.

Рассмотрим практически важный случай, когда среднее $L(t)$ в интервале $(t_m, t_m + T_1)$ определяется по взвешенной сумме $W(t) =$

$$= \sum_{i=1}^m z(t_m - iT_1 + T_1) b_i(t) \quad m \text{ равномерно расположенных отсчетов}$$

$z(t_i)$, причем $T = mT_1$ и $z(t_i) = \int_0^{\infty} x(t_i - t) h(t) dt$, где $h(t)$ — весовая функция прибора. Выбор оптимальной функции $h(t)$ обсуждался выше, здесь же рассмотрим два практически важных случая: использование прибора первого порядка с постоянной времени T_Φ и прибора, интегрирующего процесс за интервал T_0 , в этих случаях:

$$h(t) = \frac{1}{T_\Phi} e^{-\frac{t}{T_\Phi}} \quad \text{и} \quad h(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_0} & \text{при } 0 \leq t \leq T_0, \\ 0 & \text{при } t > T_0. \end{cases}$$

Как отмечалось, выбор $T_0 = T_1$ при $b_i(t) = \frac{1}{m}$ соответствует выбору $L_1(t_m) = L(t_m)$ и используется в КРАМС.

Выражение для дисперсии погрешности определения характеристики $L(t)$ по взвешенной сумме $\sum_{i=1}^m b_i(t) z(t_i)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma^2(t) = & \frac{2}{T^2} \int_0^T (T-t) R_x(t) dt + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_i(t) b_j(t) R_z(t_i - t_j) - \\ & - 2 \sum_{i=1}^m b_i(t) R_{Lz}(T - t_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} R_z(t) &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} R_x(t - t' + t'') h(t') h(t'') dt' dt'', \\ R_{Lz}(t) &= \frac{1}{T} \int_0^T R_{xz}(t' + t - T) dt' = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{\infty} R_x(t'' + t - T + t') h(t') dt' dt''. \end{aligned}$$

В (1) принято, что процесс $x(t)$ — стационарный и при выборе прибора и обработки отсчетов соблюдается условие нормировки весов: $\int_0^{\infty} h(t) dt \cdot \sum_{i=1}^m b_i(t) = 1$; R с индексом внизу обозначает соответствующую корреляционную функцию.

Для прибора первого порядка выражения для $R_z(t)$, $R_{xz}(t)$ и $R_{Lz}(t)$ приведены в [4].

Для прибора, осредняющего за интервал T_0 , получим:

$$R_z(t) = \frac{1}{T_0^2} \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} R_x(t-t'+t'') dt' dt'' = \\ = \frac{1}{T_0^2} \int_0^{T_0} (T_0-y) [R_x(t+y) + R_x(t-y)] dy, \quad (2)$$

$$R_{Lz}(t) = \frac{1}{TT_0} \int_0^T \int_0^{T_0} R_x(t''+t-T+t') dt' dt'' = \\ = \frac{1}{T} \int_{T_0}^T R_x(y-T+t) dy + \\ + \frac{1}{TT_0} \int_0^{T_0} (T_0-y) [R_x(t+y) + R_x(t-y+T_0-T)] dy. \quad (3)$$

Несложно убедиться, что при $T=T_0$ из (3) получаем выражение (2) для $R_z(t)$. При замене в (2) T_0 на T получим выражение для $R_L(t)$.

Примем в (1) $b_i(t) = \frac{1}{m}$, $t_i = i \frac{T}{m} - c$ (отсчет времени ведется от момента $t-T$, т. е. от начала интервала, за который ищется среднее (рис. 1 а). Поскольку дисперсия $\sigma^2(t)$ для стационарного метеорологического процесса является периодической функцией времени с периодом $T_1 = \frac{T}{m}$, достаточно рассмотреть влияние на дисперсию σ^2 сдвига c выбранных m отсчетов относительно интервала T , где c меняется в интервале $0 - T_1$ (рис. 1 а).

Зависимость $\sigma^2(c)$ представляет интерес не только для оценки погрешности определения скользящего среднего, но и для выбора оптимального интервала (в нашем случае только его расположения, т. е. c), при отнесении к которому результата определенной обработки выбранных m отсчетов по прибору с известными динамическими характеристиками дисперсия погрешности σ^2 минимальна.

Для рассматриваемого случая определения скользящего среднего по среднему арифметическому m отсчетов получим

$$\sigma_{cp}^2 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \sigma^2(c) dc = \frac{2}{T^2} \int_0^T (T-t) R_x(t) dt + \\ + \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m R_z\left[(i-k) \frac{T}{m}\right] - \frac{2}{T_1 m} \int_0^{T_1} \sum_{i=1}^m R_{Lz}\left(T - i \frac{T}{m} + c\right) dc = \\ = \frac{2}{T^2} \int_0^T (T-t) R_x(t) dt + \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m R_z\left[(i-k) \frac{T}{m}\right] - \\ - \frac{2}{T} \int_0^T R_{Lz}(t) dt. \quad (4)$$

Приведем выражения для дисперсии $\sigma^2(c)$ и $\sigma_{\text{ср}}^2$ при некоторых корреляционных функциях $R_x(t)$.

Для прибора первого порядка при $R_x(t) = \sigma_x^2 e^{-a|t|}$

$$D(c_1) = \frac{\sigma^2(c)}{\sigma_x^2} = D(0) + \frac{2}{\beta m} \frac{1 - e^{-\beta}}{1 - e^{-\beta/m}} \times \\ \times \left[\frac{e^{-\beta/m} \left(e^{\frac{\beta c_1}{m}} - 1 \right)}{1 - \beta \alpha} + \frac{e^{-\frac{\beta c_1}{m}} - 1}{1 + \beta \alpha} \right] - \\ - \frac{4\beta \alpha^2}{m} \frac{1 - e^{-\frac{1}{\alpha}}}{1 - e^{-\frac{1}{\alpha m}}} \frac{e^{-\frac{1}{\alpha m}} \left(e^{\frac{c_1}{m \alpha}} - 1 \right)}{1 - \beta^2 \alpha^2}, \quad (5)$$

где $c_1 = \frac{c}{T_1}$, $\beta = aT$, $\alpha = \frac{T_\Phi}{T}$, $D(0)$ — значение дисперсии $D(c_1)$ при $c_1 = 0$, т. е. для случая, когда последний отсчет совпадает с концом интервала T . Выражение для $D(0)$ приведено в [4].

Выражение для $D_{\text{ср}} = \frac{\sigma_{\text{ср}}^2}{\sigma_x^2}$ легко получить из (5) по соотноше-

нию: $D_{\text{ср}} = \int_0^1 D(c_1) dc_1$.

При $R_x(t) \approx \sigma_x^2 (1 - A|t|^n)$ и $n=1$

$$D(c_1) = D(0) + 2AT \left[\frac{2c_1 \alpha}{m} + \left(\frac{c_1}{m} \right)^2 - \frac{c_1}{m} - \right. \\ \left. - 2\alpha^2 \frac{\left(e^{\frac{c_1}{\alpha m}} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}} \right)}{e^{\frac{1}{\alpha m}} - 1} \right]. \quad (6)$$

Выражение для $D(0)$ приведено в [4]. При $n=2$

$$D(c) = A \left(\frac{T}{2m} - T_\Phi - c \right)^2, \quad (7)$$

$$D_{\text{ср}} = \frac{A}{3} \left[3T_\Phi^2 + \left(\frac{T}{2m} \right)^2 \right]. \quad (7')$$

Как видно из (7) и (7'), в последнем случае при $T_\Phi + c = \frac{T}{2m}$ $D(c) = 0$, а минимум $D_{\text{ср}}$ имеет место при $T_\Phi = 0$. Здесь необходимо

уточнение представления $R_x(t)$ (учет более высоких членов разложения $R_x(t)$ в ряд или задание $R_x(t)$ по участкам).

В качестве примера на рис. 2 а приведены зависимости от $\alpha = \frac{T_\Phi}{T}$ дисперсий $D(c_1)$ и $D_{\text{ср}}$, полученных из (5) для значений

$\beta = 1$, m , равных 1 и 5, и c_1 , равных 0; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$ и 1. Как видно из этого рисунка, характер приведенных кривых существенно зависит от величины сдвига c . Оптимальные значения T_Φ , минимизирующие дисперсии $D(c_1)$ при разных c_1 и $D_{\text{ср}}$, существенно различны. В частности, для случая, представленного на рисунке, с ростом c_1 оптимальное значение T_Φ убывает и при больших c_1 равно нулю. Дисперсия $D_{\text{ср}}$ для данной корреляционной функции $R_x(t)$, как будет показано ниже, всегда имеет минимум при $T_\Phi \neq 0$ (независимо от m и β), но выигрыш в точности по сравнению с $T_\Phi = 0$ существенно меньше, чем полученный в [4] для $c = 0$. Для примера в таблице приведены минимальные значения $D(c_1)$ и $D_{\text{ср}}$ при некоторых c_1 , m и β и соответствующие оптимальные значения α .

Можно отметить, что, в отличие от кривых на рис. 2 а, для быстро меняющегося (при заданном T) процесса оптимальное значение T_Φ при больших c_1 может существенно отличаться от нуля. При $m = 1$ можно получить даже значение $T_\Phi \rightarrow \infty$. Физически это понятно, поскольку для быстрых процессов увеличение T_Φ существенно уменьшает дисперсию оценки $W(t)$, а при $\frac{c}{T}$, близких к единице, корреляционный момент оценки $W(t)$ и среднего $L(t)$ может быть невелик и тем меньше, чем быстрее процесс.

Следует отметить, что для дисперсий $\sigma^2(c)$ при $c \neq 0$ и $\sigma_{\text{ср}}^2$ никаким выбором $b_i(t)$ и T_Φ нельзя получить тот результат, который был получен в [4] для $c = 0$, а именно, что может быть предложен такой способ обработки, при котором теоретически независимо от $R_x(t)$ и m $\sigma^2(0) \rightarrow 0$, т. е. при использовании звена первого порядка потенциальная точность максимальна при $c = 0$. Это, однако, не относится к зависимости $\sigma^2(c)$ при выбранной конкретной обработке отсчетов. Здесь оптимальный выбор положения интервала T относительно отсчетов (т. е. выбор c) позволяет повысить точность.

Например, на рис. 2 а при $m = 1$ выбор $c_1 = \frac{1}{6}$, т. е. отнесение отсчета к сдвинутому интервалу, уменьшает минимальную дисперсию примерно вдвое. В общем случае при известных числе и обработке отсчетов могут быть найдены оптимальные T_Φ и c , при которых погрешность минимальна, либо один из этих параметров при заданном другом. Примеры зависимостей $\sigma^2(c)$ при некоторых фиксированных α показаны на рис. 2 б.

Из таблицы следует, что минимум σ^2 для более быстрых процессов сдвигается в область больших T_Φ , что физически достаточно ясно.

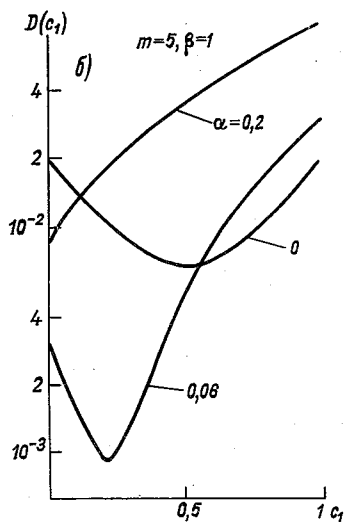
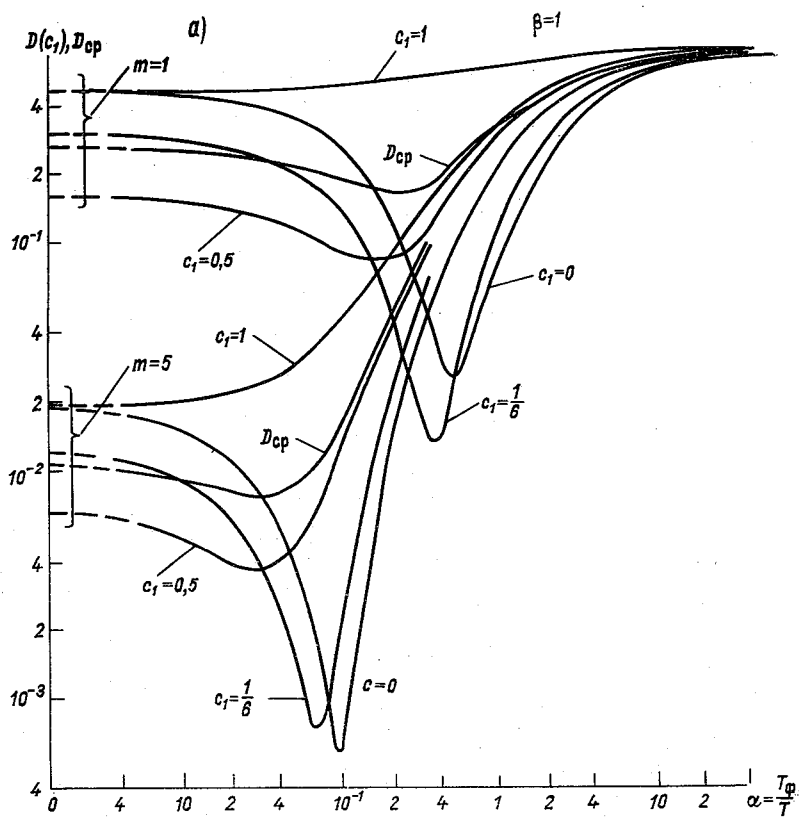


Рис. 2.

m	β	D(c ₁)							D _{cp}
		c ₁ = 0	c ₁ = $\frac{1}{6}$	c ₁ = $\frac{1}{3}$	c ₁ = $\frac{1}{2}$	c ₁ = $\frac{2}{3}$	c ₁ = $\frac{5}{6}$	c ₁ = 1	
1	0,01	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 2,99 · 10 ⁻⁴ 5,34 · 10 ⁻¹	1,53 · 10 ⁻⁴ 3,82 · 10 ⁻¹	3,80 · 10 ⁻⁴ 2,48 · 10 ⁻¹	1,03 · 10 ⁻³ 1,35 · 10 ⁻¹	2,15 · 10 ⁻³ 4,23 · 10 ⁻²	3,88 · 10 ⁻³ 0	6,65 · 10 ⁻³ 0	2,58 · 10 ⁻³ 1,67 · 10 ⁻¹
	0,1	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 2,98 · 10 ⁻³ 5,37 · 10 ⁻¹	1,51 · 10 ⁻³ 3,85 · 10 ⁻¹	3,75 · 10 ⁻⁴ 2,52 · 10 ⁻¹	1,01 · 10 ⁻² 1,39 · 10 ⁻¹	2,11 · 10 ⁻² 4,73 · 10 ⁻²	3,78 · 10 ⁻² 0	6,43 · 10 ⁻² 0	2,48 · 10 ⁻² 1,74 · 10 ⁻¹
	1	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 2,46 · 10 ⁻² 5,64 · 10 ⁻¹	1,30 · 10 ⁻² 4,13 · 10 ⁻¹	3,12 · 10 ⁻² 2,88 · 10 ⁻¹	8,22 · 10 ⁻² 1,83 · 10 ⁻¹	1,69 · 10 ⁻¹ 9,59 · 10 ⁻²	2,96 · 10 ⁻¹ 2,51 · 10 ⁻²	4,72 · 10 ⁻¹ 0	1,67 · 10 ⁻¹ 2,52 · 10 ⁻¹
	10	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 2,78 · 10 ⁻² 6,81 · 10 ⁻¹	3,05 · 10 ⁻² 5,62 · 10 ⁻¹	5,76 · 10 ⁻² 5,09 · 10 ⁻¹	9,98 · 10 ⁻² 4,91 · 10 ⁻¹	1,57 · 10 ⁻¹ 6,53 · 10 ⁻¹	1,80 · 10 ⁻¹ >100	1,81 · 10 ⁻¹ >100	1,21 · 10 ⁻¹ 6,73 · 10 ⁻¹
5	0,01	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 4,42 · 10 ⁻⁵ 1,03 · 10 ⁻¹	6,03 · 10 ⁻⁶ 7,18 · 10 ⁻²	1,58 · 10 ⁻⁵ 4,56 · 10 ⁻²	4,00 · 10 ⁻⁵ 2,54 · 10 ⁻²	8,44 · 10 ⁻⁵ 8,52 · 10 ⁻³	1,54 · 10 ⁻⁴ 0	2,66 · 10 ⁻⁴ 0	1,07 · 10 ⁻⁴ 2,64 · 10 ⁻²
	0,1	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 5,91 · 10 ⁻⁵ 1,03 · 10 ⁻¹	7,49 · 10 ⁻⁵ 7,21 · 10 ⁻²	1,72 · 10 ⁻⁴ 4,59 · 10 ⁻²	4,09 · 10 ⁻⁴ 2,62 · 10 ⁻²	8,44 · 10 ⁻⁴ 9,51 · 10 ⁻³	1,52 · 10 ⁻³ 0	2,59 · 10 ⁻³ 0	1,30 · 10 ⁻³ 1,04 · 10 ⁻³
	1	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 5,73 · 10 ⁻⁴ 1,04 · 10 ⁻¹	7,22 · 10 ⁻⁴ 7,44 · 10 ⁻²	1,58 · 10 ⁻³ 5,01 · 10 ⁻²	3,55 · 10 ⁻³ 3,22 · 10 ⁻²	7,03 · 10 ⁻³ 1,81 · 10 ⁻²	1,22 · 10 ⁻² 4,97 · 10 ⁻³	1,93 · 10 ⁻² 0	7,66 · 10 ⁻³ 3,33 · 10 ⁻²
	10	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 3,58 · 10 ⁻³ 1,25 · 10 ⁻¹	4,41 · 10 ⁻³ 1,03 · 10 ⁻¹	7,41 · 10 ⁻³ 8,72 · 10 ⁻²	1,27 · 10 ⁻² 7,65 · 10 ⁻²	2,06 · 10 ⁻² 6,93 · 10 ⁻²	3,06 · 10 ⁻² 6,68 · 10 ⁻²	4,20 · 10 ⁻² 6,65 · 10 ⁻²	1,68 · 10 ⁻² 8,16 · 10 ⁻²
10	0,01	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 5,27 · 10 ⁻⁶ 5,11 · 10 ⁻²	5,95 · 10 ⁻⁶ 3,55 · 10 ⁻²	8,41 · 10 ⁻⁶ 2,29 · 10 ⁻²	1,44 · 10 ⁻⁵ 1,30 · 10 ⁻²	2,55 · 10 ⁻⁵ 4,23 · 10 ⁻³	4,32 · 10 ⁻⁵ 0	7,15 · 10 ⁻⁵ 0	2,69 · 10 ⁻⁵ 1,24 · 10 ⁻²
	0,1	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 1,25 · 10 ⁻⁵ 5,12 · 10 ⁻²	1,91 · 10 ⁻⁵ 3,57 · 10 ⁻²	4,34 · 10 ⁻⁵ 2,28 · 10 ⁻²	1,02 · 10 ⁻⁴ 1,34 · 10 ⁻²	2,11 · 10 ⁻⁴ 4,72 · 10 ⁻³	3,81 · 10 ⁻⁴ 0	6,52 · 10 ⁻⁴ 0	2,60 · 10 ⁻⁴ 1,28 · 10 ⁻²
	1	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 1,22 · 10 ⁻⁴ 5,15 · 10 ⁻²	1,85 · 10 ⁻⁴ 3,69 · 10 ⁻²	4,03 · 10 ⁻⁴ 2,46 · 10 ⁻²	8,93 · 10 ⁻⁴ 1,64 · 10 ⁻²	1,76 · 10 ⁻³ 9,28 · 10 ⁻³	3,05 · 10 ⁻³ 2,06 · 10 ⁻³	4,86 · 10 ⁻³ 0	1,93 · 10 ⁻³ 1,61 · 10 ⁻²
	10	$D_{\alpha_{onr}}^{min}$ 9,53 · 10 ⁻⁴ 6,00 · 10 ⁻²	1,30 · 10 ⁻³ 4,92 · 10 ⁻²	2,18 · 10 ⁻³ 4,08 · 10 ⁻²	3,71 · 10 ⁻³ 3,47 · 10 ⁻²	5,94 · 10 ⁻³ 3,04 · 10 ⁻²	8,87 · 10 ⁻³ 2,80 · 10 ⁻²	1,24 · 10 ⁻² 2,63 · 10 ⁻²	5,01 · 10 ⁻³ 3,65 · 10 ⁻²

Для прибора, интегрирующего за интервал T_0 , из (2) и (3) при $R_x(t) = \sigma_x^2 e^{-a|t|}$ получим:

$$\frac{R_z(t)}{\sigma_x^2} = \begin{cases} \frac{1}{a^2 T_0^2} [e^{-a(|t|+T_0)} - 2e^{-a|t|} + \\ + 2a(T_0 - |t|) + e^{a(|t|-T_0)}], & 0 \leq |t| \leq T_0; \\ e^{-a|t|} \frac{e^{-aT_0} + e^{aT_0} - 2}{a^2 T_0^2}, & |t| \geq T_0; \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{R_{xz}(t)}{\sigma_x^2} = \begin{cases} \frac{1}{aT_0} e^{-at} (1 - e^{-aT_0}), & t \geq 0; \\ \frac{1}{aT_0} [2 - e^{at} - e^{-a(t+T_0)}], & -T_0 \leq t \leq 0; \\ \frac{e^{at}}{aT_0} (e^{aT_0} - 1), & t \leq -T_0. \end{cases} \quad (9)$$

С учетом (1), (3), (8) и (9) для дисперсии погрешности определения среднего за интервал T по среднему арифметическому отсчетов, по интегрирующему прибору окончательно получим

$$\begin{aligned} D(c) = f_1(c) = & -\frac{2}{aT} - \frac{2(1 - e^{-aT})}{a^2 T^2} + \\ & + \frac{2(1 - e^{-aT})(1 - e^{-aT_0})}{ma^2 T T_0 \left(e^{\frac{aT}{m}} - 1 \right)} \left[e^{a(T_0+c)} + e^{a\left(\frac{T}{m}-c\right)} \right] + \frac{2}{maT_0} + \\ & + \frac{e^{-aT_0} - e^{aT_0}}{ma^2 T_0^2} + \frac{e^{-aT_0} + e^{aT_0} - 2}{m^2 a^2 T_0^2} \frac{\left[\left(e^{\frac{aT}{m}} - e^{-\frac{aT}{m}} \right) m - 2(1 - e^{-aT}) \right]}{e^{\frac{aT}{m}} + e^{-\frac{aT}{m}} - 2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $0 \leq c \leq \frac{T}{m} - T_0$.

При $\frac{T}{m} - T_0 \leq c \leq \frac{T}{m}$ получим

$$\begin{aligned} D(c) = f_2(c) = f_1(c) - \\ - \frac{2}{m} \left[\frac{2\left(\frac{T}{m} - c - T_0\right)}{aTT_0} + \frac{e^{-a\left(\frac{T}{m}-c-T_0\right)} - e^{a\left(\frac{T}{m}-c-T_0\right)}}{a^2 TT_0} \right] \end{aligned} \quad (10')$$

Осредненное значение дисперсии погрешности определения скользящего среднего за интервал T по среднему арифметическому

отсчетов, полученных по прибору, интегрирующему за интервал T_0 , равно

$$\begin{aligned}
 D_{\text{ср}} &= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} D(c) dc = \frac{1}{T_1} \left[\int_0^{T_1-T_0} f_1(c) dc + \int_{T_1-T_0}^{T_1} f_2(c) dc \right] = \\
 &= -\frac{2}{aT} - \frac{2(1-e^{-aT})}{a^2 T^2} + \frac{2}{maT_0} + \frac{e^{-aT_0} - e^{aT_0}}{ma^2 T_0^2} + \frac{2T_0}{aT^2} + \\
 &+ \frac{e^{-aT_0} + e^{aT_0} - 2}{m^2 a^2 T_0^2} \frac{\left(e^{\frac{aT}{m}} - e^{-\frac{aT}{m}} \right) m - 2(1-e^{-aT})}{e^{\frac{aT}{m}} + e^{-\frac{aT}{m}} - 2} + \\
 &+ \frac{2(1-e^{-aT})(e^{aT_0} - e^{-aT_0}) - 2(e^{aT_0} + e^{-aT_0} - 2)}{a^3 T^2 T_0}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Полагая в (10') $T_0 = \frac{T}{m}$, получим выражение для дисперсии погрешности определения среднего за интервал T по среднему за такой же интервал, но сдвинутый относительно первого на c (см. рис. 1 а). Этот же результат можно получить из следующего выражения:

$$\sigma_1^2(c) = [L(t) - L(t-c)]^2 = 2[R_L(0) - R_L(c)], \quad (12)$$

где $R_L(c)$ — корреляционная функция среднего $L(t)$, определяемая выражением (8) (при замене в нем T_0 на T). С учетом (8) имеем

$$D_1(c) = \begin{cases} \frac{4ac - 4(1 - e^{-ac}) + 2e^{-aT}(2 - e^{-ac} - e^{ac})}{a^2 T^2}, & c \leq T, \\ \frac{1}{a^2 T^2} [4aT + 4(e^{-aT} - 1) - 2e^{-ac}(e^{-aT} + e^{aT} - 2)], & c \geq T. \end{cases} \quad (12')$$

При $T_0 = \frac{T}{m}$ и $c=0$ из (10') имеем $D(c)=0$, что и должно быть, так как в этом случае среднее арифметическое выбранных отсчетов совпадает со средним за заданный интервал T (см. рис. 1 а).

Из (12') несложно получить осредненную дисперсию погрешности, связанную со сдвигом интервала, за который найдено среднее, относительно заданного.

На рис. 3 для экспоненциальной корреляционной функции приведены зависимости дисперсии погрешности $D_{\text{ср}}$ определения скользящего среднего по отсчетам интегрирующего прибора от отношения $s' = \frac{T_0}{T_1} = \frac{T_0 m}{T}$, рассчитанные по выражению (11) для m , равных 1, 5 и 10, и β , равных 0,1; 1 и 10. Величина s характеризует «скважность» при интегрировании процесса; $s=1$ соответствует не-

прерывному интегрированию и значению $L_1(t_m) = L(t_m)$. Как видно из рис. 3, при определении скользящего среднего оптимальным в общем случае является значение $s \neq 1$, т. е. $T_0 \neq T_1$. Оптимальное значение s существенно зависит от скорости изменения процесса, т. е. от β . Для $\beta = 0, 1$ (интервал корреляции процесса заметно больше интервала T , за который ищется среднее) при m равных 1, 5 и 10, $s_{\text{опт}}$ порядка 0,25, при $\beta = 1$ — порядка 0,35—0,4, при $\beta = 10$ (интервал корреляции заметно больше T) — порядка 0,85—0,9. Очевидно, для более быстрых процессов оптимум сдвигается в область больших s , как и для прибора первого порядка, — в область больших T_{Φ} . Поэтому для КРАМС выбор $s = 1$ является достаточно рациональным (для скорости ветра при интервале $T = 10$ мин β порядка 25). В общем же случае оптимальный выбор s позволяет не только заметно повысить точность (для $\beta = 0,1$ дисперсия уменьшается вдвое по сравнению с $s = 1$), но и упростить устройство, в частности, использовать один и тот же интегратор для измерения скользящих средних нескольких метеорологических элементов (например, при $s = 0,25$ — для измерения средних значений четырех различных процессов).

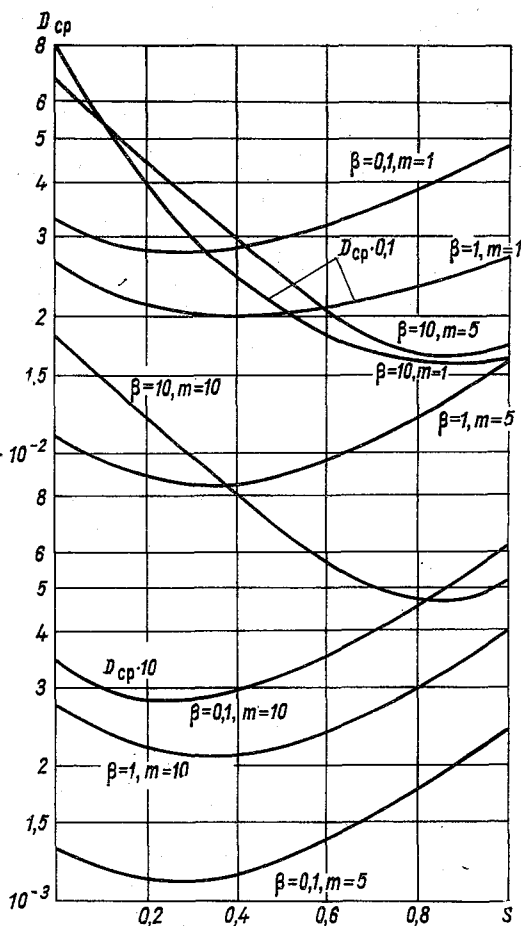


Рис. 3.

Важно отметить еще одно обстоятельство. Сопоставление результатов, полученных для инерционного прибора и прибора, интегрирующего за интервал T_0 , показывает (см. таблицу и рис. 3), что минимальные значения дисперсии D_{cp} , получаемые при оптимальном выборе T_{Φ} и T_0 , достаточно близки между собой. При этом для большинства рассмотренных случаев погрешность меньше при использовании оптимального инерционного прибора, причем нередко заметно (например, при $\beta = 10$ и $m = 1$ D_{cp} равна

соответственно 0,121 и 0,161). Таким образом, использование для определения скользящего среднего инерционного прибора позволяет получить такую же и даже большую точность, чем при оптимальном интегрирующем приборе, а тем более чем при непрерывном интегрировании, т. е. $s=1$. Полученный вывод позволяет заменить интегрирование процесса при определении скользящего среднего по дискретным отсчетам сглаживанием процесса инерционным прибором (например, первого порядка), что резко упрощает схему прибора.

Таким образом, если для $s=0$ замена интегрирования обработкой отсчетов по инерционному прибору вносит погрешность, но является эффективным способом упрощения прибора, то здесь при определении скользящего среднего такая замена может дать даже повышение точности по сравнению с идеальным интегрированием.

В качестве примера оценим осредненную и максимальную погрешность определения средней скорости ветра за интервал $T = 10$ мин по отсчетам, взятым с интервалом T_1 , равным 1 и 2 мин (принимая $s=1$ и $\beta=25$). $D_{\max}$ имеет место при $s=T_1$ и равно соответственно 10^{-2} и $2,6 \cdot 10^{-2}$, $D_{\text{ср}}$ равно $4 \cdot 10^{-3}$ и $1,1 \cdot 10^{-2}$. Полагая, что максимальное значение σ_x для ветра равно $\frac{1}{3}x$ и учитывая, что среднее значение скорости ветра за интервал 10 мин достаточно близко к x , для среднего квадратического значения максимальной и осредненной погрешности определения скользящей скорости ветра по дискретным отсчетам получим: при $m=5$ ($T_1=2$ мин) 5,3 и 3,5%, при $m=10$ ($T_1=1$ мин) 3,3 и 2,1%. Очевидно, при $T_1=2$ мин даже осредненная погрешность больше допустимой погрешности измерения средней скорости ветра. При $x=5 \div 10$ м/с примерно такой же количественный эффект, что и дискретность измерений (при T , равном 1 или 2 мин), дает экстраполяция результата измерения среднего $L(t)$, полученного в одном пункте наблюдения, на расстояния порядка 0,5 и 1 км.

Остановимся еще на одном подходе к определению целесообразности использования осредняющего прибора того или иного типа. Для рассматриваемых приборов, характеризующихся только одним параметром — T_Φ или T_0 , сущность его заключается в определении знака производной дисперсии погрешности $\sigma^2(t)$ или $\sigma_{\text{ср}}^2$ по этому параметру при его значении, равном нулю. Находя частную производную $\sigma_{\text{ср}}^2$ по T_0 и T_Φ , из выражения (4) с учетом выражений (2) и (3) или соответствующих выражений для $R_z(t)$ и $R_{Lz}(t)$ для инерционного прибора получим

$$\lim_{T_0 \rightarrow 0} \frac{\partial \sigma_{\text{ср}}^2}{\partial T_0} = \lim_{T_\Phi \rightarrow 0} \frac{\partial \sigma_{\text{ср}}^2}{\partial T_\Phi} = \frac{R'_x(0)}{m}, \quad (13)$$

где $R'_x(0)$ — значение производной корреляционной функции $R_x(t)$ при t , стремящемся к нулю справа. Из выражения (13) следует, что

для недифференцируемых случайных процессов, для которых эта производная отрицательна, зависимость дисперсии $\sigma_{\text{ср}}^2$ от T_{Φ} или T_0 в области малых T_{Φ} и T_0 имеет убывающий характер, т. е. для рассматриваемого широкого класса процессов использование рационально выбранного как инерционного, так и интегрирующего прибора всегда позволяет повысить точность по сравнению с безынерционным прибором. В частности, для рассматриваемой выше экспоненциальной функции $R'_x(0) = -a\sigma_x^2$. Для дифференцируемых случайных процессов $R'_x(0) = 0$ и здесь требуется дополнительное исследование (например, определение знака второй производной).

Аналогичный подход может быть использован для исследования $\sigma^2(c)$. Например, для прибора первого порядка получим:

$$\lim_{T_{\Phi} \rightarrow 0} \frac{\partial \sigma^2(c)}{\partial T_{\Phi}} = \frac{R'_x(0)}{m} - \frac{2}{Tm} \sum_{k=1}^m \left[R_x\left(T - k\frac{T}{m} + c\right) - R_x\left(k\frac{T}{m} - c\right) \right]. \quad (14)$$

При $c = \frac{T_1}{2}$ ($c_1 = 0,5$) получаем выражение (13) и те же выводы.

При $c = 0$ и $c = T_1$ получим

$$\lim_{T_{\Phi} \rightarrow 0} \frac{\partial \sigma^2(c)}{\partial T_{\Phi}} = \frac{R'_x(0)}{m} \mp \frac{2}{mT} [R_x(0) - R_x(T)]. \quad (14')$$

Знак минус относится к $c = 0$, знак плюс — к $c = T_1$. Поскольку $R_x(0) \geq R_x(T)$ и $R'_x(0) \leq 0$, из (14') следует, что при $c = 0$ практически независимо от величины интервала T , числа измерений m и вида корреляционной функции процесса $R_x(t)$ рациональный выбор T_{Φ} обеспечивает выигрыш в точности по сравнению с безынерционным прибором.

Итак, в статье рассмотрена зависимость погрешности определения среднего значения метеорологического процесса за заданный интервал по ряду дискретных отсчетов от величины и положения интервала, числа отсчетов, динамических характеристик прибора (используемого осреднения) и статистических характеристик процесса. Полученные результаты для интегрирующего и инерционного приборов позволяют упростить схему прибора и повысить точность, в частности использовать один общий интегратор для нескольких каналов или заменить интегрирование сглаживанием.

Полученные выше результаты могут быть распространены на задачи экстраполяции при осреднении не только по времени, но и по пространственной координате или по площади.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грушин С. И., Протопопов Н. Г. Датчик параметров ветра.—«Труды ГГО», 1966, вып. 199, с. 69—77.
2. Персии С. М. Об оптимальном выборе методов получения и обработки дискретных отсчетов метеорологических процессов.—«Труды ГГО», 1972, вып. 280, с. 3—27.
3. Каган Р. Л. Об учете инерции прибора при метеорологических измерениях.—«Труды ГГО», 1965, вып. 174, с. 21—34.
4. Персии С. М. Анализ погрешности нахождения средних по результатам ряда дискретных опросов инерционного прибора.—«Труды ГГО», 1971, вып. 259, с. 149—176 и 116—191.
5. Langer H. J. Stetige Mittelwertbildung mit Hilfe von passiven Netzwerken.—“Frequenz”, 1962, № 1, s. 15—24.

ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ И ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ НА АВТОМАТИЧЕСКИХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ СТАНЦИЯХ

В последние годы во всем мире огромное внимание уделяется проблеме технического перевооружения и организационной перестройки Всемирной службы погоды. По инициативе ВМО в 1966 г. в г. Женеве была созвана Международная конференция по автоматическим станциям, где было принято решение о создании в международном масштабе сети автоматических метеорологических станций [1].

К новым автоматическим станциям предъявляются высокие требования по надежности работы в течение длительного времени без обслуживания. На конференции в Женеве указывалось, что современное состояние надежности автоматических измерений неудовлетворительно. Так, вероятность безотказной работы с заданной точностью существующих лучших станций составляет 66% при средней продолжительности работы различных датчиков от 6 до 36 месяцев (без учета возможных отказов датчиков под влиянием обледенения и сильного снегопада). При измерении, например, скорости и направления ветра эта вероятность обеспечивается в течение 6 месяцев для морских станций и 12 месяцев для наземных. Приемлемыми же являются станции, у которых вероятность безотказной работы в течение года будет не ниже 0,85—0,9 (см. доклад К. Н. Мануйлова в [1]).

Таким образом, повышение надежности измерений различных датчиков автономных автоматических станций является чрезвычайно актуальной проблемой. Как известно [2], повышения надежности аппаратуры можно достигнуть, применяя различные меры против воздействия эксплуатационных, конструктивных и производственно-технологических факторов, влияющих на надежность. Для буйковых станций, например, важным является отсутствие у чувствительных элементов датчиков подвижных частей. В частности, по этой причине в разработанном в США массовом буйе датчиком скорости ветра служит термоанемометр [1]. Однако в связи с высокими требованиями к надежности автоматических метеорологических станций обычными методами зачастую не удается повысить

ее до требуемого уровня. В этих случаях приходится применять резервирование датчиков или приборов. Так, на американском массовом буме, согласно проекту, число термоанемометров будет увеличено до трех.

Применение резервирования датчиков предполагает наличие аппаратуры встроенного контроля работающего датчика, обнаруживающей его отказ, и переключающего устройства, которое производит отключение отказавшего датчика и подключение резервного. Обнаружение отказа датчика производится по изменению характерного для данного датчика параметра, связанного с физическим принципом его работы. Разработка такой аппаратуры встроенного контроля для определенного типа датчика является довольно сложной самостоятельной задачей. Причем, с одной стороны, далеко не для всех метеорологических датчиков возможно создание контроля с высокой достоверностью; с другой стороны, даже в случае решения этой задачи аппаратура встроенного контроля обычно достаточно сложна. Следует учитывать, что в условиях автоматической метеорологической станции, где имеется довольно большое число различных по назначению датчиков, для каждого типа датчика требуется свой метод контроля и соответственно своя контрольная аппаратура. Таким образом, применение аппаратуры встроенного контроля при резервировании в автоматических метеорологических станциях связано с определенными трудностями.

При одновременной работе нескольких датчиков, измеряющих один и тот же параметр, обнаружение отказа возможно путем сравнения их показаний. Очевидно, что такой метод универсален для любых типов датчиков. Ввиду случайного характера погрешностей датчиков такая обработка их показаний должна быть статистической. Заметим, что совместная статистическая обработка показаний y_i ($i = \overline{1, N}$) N датчиков, измеряющих параметр x или функционально с ним связанный, с целью повышения как точности, так и надежности этих датчиков в литературе носит название комплексирования [3]. Повышению точности измерения метеорологического параметра методами комплексирования посвящена работа [4].

Целью настоящей работы является получение сравнительно простого алгоритма обработки показаний датчиков на автоматических метеорологических станциях, позволяющего повысить как надежность, так и точность автоматических измерений.

Положим, что показания датчиков

$$y_i = x + \eta_i \quad (i = \overline{1, N}) \quad (1)$$

включают аддитивные, не зависящие от x ошибки измерения η_i , которые можно трактовать как инструментальные погрешности исправных датчиков или как большие отклонения от измеряемого параметра x при отказах соответствующих датчиков.

При нечетном N эффективным средством, позволяющим исключать показания отказавших датчиков, является мажоритарный ал-

горитм, осуществляющий выбор медианы совокупности показаний датчиков. При этом показания $y_1, y_2, \dots, y_N$ выстраиваются в вариационный ряд $y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(N)}$, т. е. $y^{(1)} \leq y^{(2)} \leq \dots \leq y^{(N)}$ и выбирается средний член этого ряда (медиана).

Примеры практической реализации мажоритарной схемы при помощи элементов, выполняющих элементарные операции непрерывной логики «min» и «max», приведены в [5]. Выбор медианы может быть осуществлен также с помощью кворум-элемента (схемы с обратной связью) [6, 7]. Очень важным обстоятельством с точки зрения применения мажоритарных схем на автоматических стан-

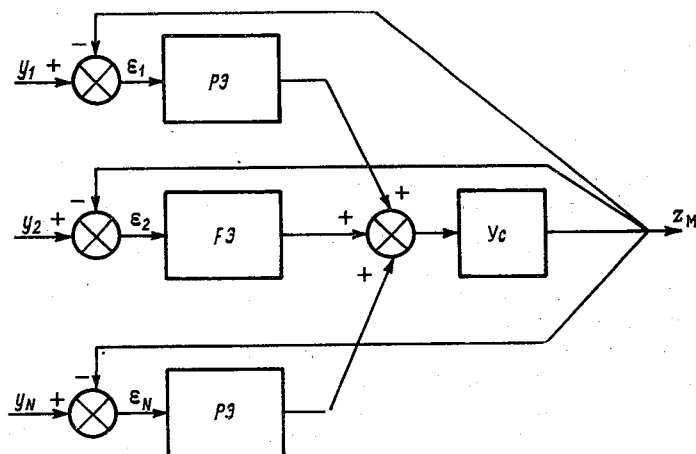


Рис. 1. Блок-схема кворум-элемента.

РЭ — релейный элемент; Ус — усилитель с большим коэффициентом усиления.

циях является то, что кворум-элемент реализуется достаточно просто, выпускается серийно и предназначается для работы в широком диапазоне изменения климатических условий. Блок-схема подобного устройства на аналоговых элементах приведена на рис. 1. Выходной сигнал z_m этой схемы представляет собой среднее из показаний N датчиков.

Очевидно, что число датчиков, измеряющих один и тот же параметр, на автономных автоматических станциях должно быть по возможности минимальным. Из описания работы мажоритарного алгоритма следует, что выбор медианы возможен при $N_{\min} = 3$. Поэтому в дальнейшем в основном будет рассматриваться именно такой случай. При этом мажорирование позволит всегда исключить показание датчика, намного отличающееся от показаний двух остальных датчиков, обеспечить выбор в качестве выходного показания одного из двух исправных датчиков.

Надежностные свойства системы со схемой, осуществляющей выбор медианы, исследованы в [8]. В этой работе получено выражение для вероятности отказа Q системы, состоящей из N различ-

ных датчиков, измеряющих параметр x , при осуществлении выбора медианы из совокупности показаний этих датчиков. Для равнонадежных датчиков, вероятности отказа которых типа завышения q_+ и типа занижения q_- различны, при $N=3$ эта формула имеет вид

$$Q = q_+^3 + q_-^3 + 3q_+^2(1 - q_+) + 3q_-^2(1 - q_-). \quad (2)$$

Здесь также под отказом датчика понимается резкое отличие его показания от показаний остальных. Под отказом системы при $N=3$ понимается такое ее состояние, когда есть отказ одного типа по крайней мере двух датчиков. Если $q_+ = q_- = \frac{q}{2}$, где q — полная вероятность отказа одного датчика, то

$$Q = \frac{q^2}{2} (3 - q). \quad (3)$$

Таким образом, вероятность отказа системы с мажоритарной схемой существенно меньше вероятности отказа одного датчика. Этот же вывод сохраняется и для случая неравнонадежных датчиков.

Как уже отмечалось, в настоящее время к автоматическим метеорологическим станциям высокие требования по надежности предъявляются при сохранении заданной достаточно большой точности измерения метеорологических параметров в течение длительного времени без обслуживания (не менее года). Однако с течением времени вероятность ухудшения точностных характеристик датчиков повышается. Произвести же поверку датчиков на автономных метеорологических станциях невозможно в течение всего этого срока. Кроме того, при рассмотрении перспектив развития автоматических станций отдельно ставился вопрос о повышении точности измерения некоторых параметров, о создании новых высокоточных датчиков [1]. Некоторые зарубежные автоматические станции уже сейчас имеют более высокую точность измерения параметров. Например, на японской автоматической станции погоды точность измерения скорости ветра составляет $\pm 0,5$ м/с при скорости меньше 10 м/с и $\pm 5\%$ при скорости больше 10 м/с (см. доклад Н. Кодайры в [1]). На проектируемых американских наземных метеорологических автоматических станциях точность измерения скорости ветра 1 м/с в диапазоне 0—50 м/с (см. доклад Г. Дина Перри в [1]).

Таким образом, наряду с требованием высокой надежности автоматических измерений стоят задачи как обеспечения высокой точности этих измерений в течение по крайней мере года на автономных станциях, так и перспективного повышения точности измерений вообще.

Важным достоинством рассмотренного ранее алгоритма выбора медианы является также повышение точности оценки измеряемого параметра по сравнению с точностью одного исправного датчика. Тщательному исследованию точностных свойств мажоритарного алгоритма посвящена работа [9]. Там показано, что при нормаль-

ном распределении погрешности каждого датчика с дисперсией D_0 дисперсия $D[\epsilon_m]$ ошибки мажоритарного преобразования при $N=3$ меньше в $\frac{4+\pi}{\pi}=2,26$ раз, чем D_0 .

Отметим, что мажоритарный алгоритм не использует априорные сведения о точностных свойствах датчиков. Известно, что при использовании такой информации можно синтезировать алгоритм, обладающий большей точностью оценки z измеряемого параметра x . При нормальном распределении погрешностей датчиков (именно при таком законе рассматривался ранее выигрыш мажоритарного алгоритма) оптимальной по критерию минимума среднего квадрата ошибки является линейная обработка их показаний.

Заметим, что реализация такого алгоритма весьма проста и представляет собой суммирующий усилитель с тремя входами [10]. В случае идентичных датчиков такая обработка сводится к простому осреднению этих показаний

$$z_{\text{л}} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}. \quad (4)$$

Дисперсия ошибки $\epsilon_{\text{л}} = z_{\text{л}} - x$ этого преобразования равна $D[\epsilon_{\text{л}}] = \frac{D_0}{3}$. Отсюда видно, что при исправно работающих датчиках выигрыш в величине дисперсии ошибки оценки для линейного алгоритма составляет 1,33 раза по сравнению с мажоритарным. В [9] исследованы также точностные свойства обоих алгоритмов при отказе одного из датчиков.

Пусть по-прежнему погрешности датчиков распределены нормально, но дисперсия D_1 одного из датчиков, неизвестно какого именно, много больше D_0 . Как указывалось выше, это можно трактовать как отказ одного из датчиков. В этом случае дисперсия ошибки ϵ_m оценки мажоритарного алгоритма, как показано в [9], может быть записана в виде

$$D[\epsilon_m] \approx D_0 \left(1 - \frac{5\sqrt{2}}{3\pi} \sqrt{\frac{D_0}{D_1}} \right). \quad (5)$$

Дисперсия ошибки $\epsilon_{\text{л}}$ из (4) в этом случае будет

$$D[\epsilon_{\text{л}}] = \frac{2D_0}{9} + \frac{D_1}{9}. \quad (6)$$

Сравнивая (5) и (6), видим, что при отказе одного из датчиков дисперсия $D[\epsilon_m]$ всегда меньше дисперсии D_0 исправного датчика. Дисперсия же $D[\epsilon_{\text{л}}]$ при $D_1 \gg D_0$ приблизительно равна дисперсии D_1 отказавшего датчика.

Таким образом, из проведенного исследования можно сделать вывод, что при возможности отказа одного из датчиков алгоритм, близкий к оптимальному, при исправной работе датчиков должен осуществлять оптимальную линейную обработку, при отказе же одного из них — мажоритарную.

В качестве такой обработки предлагается следующий алгоритм. Одновременно производится оптимальная линейная *ЛО* и мажоритарная *МО* обработка показаний датчиков D_1, D_2, D_3 (рис. 2). Оценки z_L и z_M измеряемого параметра x , выработанные на выходе устройств *ЛО* и *МО*, сравниваются между собой. До тех пор, пока разность этих оценок

$$|\Delta| = |z_L - z_M| \quad (7)$$

меньше некоторого порога Δ_0 , выходной оценкой такого алгоритма является линейная, т. е. $z = z_L$. Если же $|\Delta| > \Delta_0$, то $z = z_M$. Очевидно, что последнее событие наступает при отказе одного из дат-

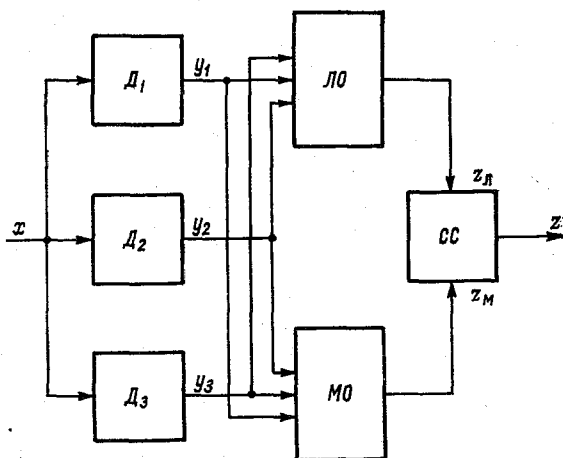


Рис. 2. Блок-схема комплексной измерительной системы.

чиков, т. е. показание отказавшего датчика при обработке исключается, надежность системы в целом повышается. При исправной работе всех датчиков в качестве оценки измеряемого параметра x служит оценка z_L , чем обеспечивается высокая точность измерения x .

Предложенный нами алгоритм обработки показаний датчиков может быть записан в виде

$$z = u(|\Delta| - \Delta_0) z_M + [1 - u(|\Delta| - \Delta_0)] z_L, \quad (8)$$

где

$$u(|\Delta| - \Delta_0) = \begin{cases} 1 & \text{при } |\Delta| \geq \Delta_0, \\ 0 & \text{при } |\Delta| < \Delta_0. \end{cases}$$

Величина порога Δ_0 в простейшем случае может быть назначена из физических соображений. Однако можно получить в некотором смысле оптимальное значение Δ_0 . В качестве критерия оптимизации в этом случае естественно использовать минимум среднего квадрата ошибки в оценке z (8). При соблюдении условия несмещенно-

сти оценки z , т. е. $M[\varepsilon] = 0$, этот критерий сводится к минимуму дисперсии $D[\varepsilon]$.

Выражение для ошибки ε , учитывая (8), можно записать в следующем виде

$$\varepsilon = u(|\Delta| - \Delta_0) \varepsilon_m + [1 - u(|\Delta| - \Delta_0)] \varepsilon_n. \quad (9)$$

Отсюда следует, что при событии $|\Delta| \geq \Delta_0$ ошибка выходной оценки есть $\varepsilon = \varepsilon_m$, при событии $|\Delta| < \Delta_0$ — $\varepsilon = \varepsilon_n$, а дисперсия ошибки ε будет

$$D[\varepsilon] = D[\varepsilon_n | |\Delta| < \Delta_0] + D[\varepsilon_m | |\Delta| \geq \Delta_0]. \quad (10)$$

Положим, что все датчики идентичны. Тогда вероятности шести ситуаций возможного взаимного расположения показаний трех датчиков одинаковы и значение условной дисперсии ошибки оценки для одной ситуации в силу симметрии задачи будет равно безусловной дисперсии $D[\varepsilon]$.

Пусть $y_1 \leq y_2 \leq y_3$. Тогда из (1) следует, что $\eta_1 \leq \eta_2 \leq \eta_3$. Очевидно, что в этом случае

$$z_m = y_2, \quad \varepsilon_m = \eta_2, \quad \varepsilon_n = \frac{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3}{3}. \quad (11)$$

Подставляя (4), (11) в (7), получим выражение для разности оценок z_n и z_m :

$$|\Delta| = \frac{|\eta_1 + \eta_3 - 2\eta_2|}{3}. \quad (12)$$

На основании (11), (12), если известна совместная плотность $f(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ погрешностей датчиков, выражения для условных дисперсий будут иметь вид

$$D[\varepsilon_n | |\Delta| < \Delta_0] = \frac{1}{9} \int \int \int_{(S_1)} (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3)^2 f(\eta_1, \eta_2, \eta_3) d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3, \quad (13)$$

$$D[\varepsilon_m | |\Delta| \geq \Delta_0] = \int \int \int_{(S_2)} \eta_2^2 f(\eta_1, \eta_2, \eta_3) d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3, \quad (14)$$

где S_1, S_2 — области существования величин η_1, η_2, η_3 при $|\Delta| < \Delta_0$ и при $|\Delta| \geq \Delta_0$ соответственно при соблюдении условия $\eta_1 \leq \eta_2 \leq \eta_3$.

Совместная плотность $f(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ в случае независимости погрешностей датчиков друг от друга, как известно, равна произведению плотностей погрешности каждого датчика. Отметим, что при возможности отказа датчика плотность его погрешности может быть представлена в виде

$$f(\eta) = \beta f'(\eta) + (1 - \beta) f''(\eta), \quad (15)$$

где β — вероятность безотказной работы датчика, $f'(\eta), f''(\eta)$ — плотности распределения погрешности датчика в исправном состоянии и в состоянии отказа соответственно.

Подставляя (13), (14) с учетом (15) в (10) и минимизируя $D[\varepsilon]$ по Δ_0 , определим оптимальное значение порога Δ_0 .

Таким образом, предложенный алгоритм обработки показаний нескольких датчиков, измеряющих один и тот же параметр, позволяет эффективно отключить отказавший датчик, пропуская на выход показание одного из исправных датчиков. При исправной же работе всех датчиков такой алгоритм уменьшает дисперсию ошибки измерения во столько раз, сколько используется датчиков. Предложенный алгоритм может быть реализован в виде специального устройства или использоваться при обработке измерительной информации на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Материалы Международной конференции по автоматическим станциям погоды, Женева, 1966.—Информационный сборник НИИГМП, 1967, сб. 30—33, 1968, сб. 34.
2. Сотсков Б. С. Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. М., «Высшая школа», 1970, 270 с.
3. Челпанов И. Б. Оптимальная обработка сигналов в навигационных системах. М., «Наука», 1967, 392 с.
4. Мандельштам С. М., Шулова А. Г. Повышение точности определения метеорологического параметра при оптимальном использовании показаний нескольких приборов (оптимальное комплексирование).—«Труды ГГО», 1973, вып. 300, с. 74—88.
5. Розенблат М. А. Функция «медиана» в непрерывной логике и ее реализация.—«Автоматика и телемеханика», 1969, № 1, с. 93—106.
6. Браславский Д. А. Кворум-элементы для устройства с функциональной избыточностью. В сб.: «Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета». М., «Наука», 1968, с. 16—23.
7. Браславский Д. А., Якубович А. М. Функциональная избыточность и статистическая инвариантность. В сб.: «Теория инвариантности автоматических систем». М., «Наука», 1970, с. 92—99.
8. Розенблат М. А. Надежности резервированных систем с восстанавливающим органом, выполняющим функцию медианы.—«Автоматика и телемеханика», 1970, № 1, с. 183—187.
9. Гильбо Е. П., Градинаров П. Н., Челпанов И. Б. Повышение точности и надежности преобразования сигналов нескольких датчиков при применении мажоритарных схем. Четвертый симпозиум по проблеме избыточности в информационных системах (доклады, ротапринт), ч. 1, Л., 1970, с. 115—122.
10. Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1959, 452 с.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЗОНДИРУЮЩЕГО СИГНАЛА НА ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ СВЕТОЛОКАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ВЫСОТЫ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ ОБЛАКОВ

Основными источниками появления аномальных ошибок, уменьшающих достоверность результатов объективных измерений высоты нижней границы облаков светолокационным методом, являются шумы на выходе фотоприемника, возникающие при засветке фотокатода фоном дневного неба, а также ложные сигналы от замутненных слоев атмосферы, в том числе сигналы от подоблачной дымки. Вероятность появления аномальных ошибок зависит, в первую очередь, от относительного уровня полезного сигнала и помехи. Нужно иметь в виду, что если отношение сигнал/шум определяется лишь полной энергией зондирующего сигнала и спектральной плотностью мощности шума [1], то с ложными сигналами от замутненных слоев атмосферы дело обстоит иначе. Увеличение энергии зондирующего сигнала приводит к пропорциональному увеличению уровня ложных сигналов, имеющих ту же природу, что и полезный сигнал. Поэтому задача отыскания путей уменьшения относительного уровня ложных сигналов от дымки представляет важный практический интерес как для расчета оптимальных характеристик светолокатора, так и, в особенности, при решении вопросов автоматизации измерений.

Для простоты расчетов предположим, что пространственный переход от слоя более прозрачного к более мутному происходит скачком и что характеристики ослабления и рассеяния света внутри каждого слоя постоянны. Тогда, учитывая, что в светолокаторе осуществлена коррекция чувствительности на квадрат расстояния, и принимая начальный поток света параллельным, а импульс света прямоугольным, имеем основание написать

$$\rho = R \exp(-\alpha_2 L_2). \quad (1)$$

Здесь ρ — отношение полезный сигнал/ложный сигнал на входе фотоприемника; R — отношение полезный сигнал/ложный сигнал на уровне нижней границы облака; α_2 — показатель ослабления

света в подоблачной дымке; L_2 — протяженность слоя дымки.

$$R = \gamma p, \quad (2)$$

где γ — коэффициент, показывающий отношение уровней оптических сигналов, полученных от слоев различной оптической плотности при неограниченной их протяженности; p — коэффициент, учитывающий взаимное пространственное расположение и протяженность слоев различной оптической плотности.

Учитывая вышеизложенное, можно показать, что для γ справедливо следующее выражение:

$$\gamma = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\Phi_0 \int_0^l \alpha_1 x_1(\pi) \exp(-\alpha_1 L_1) dL_1}{\Phi_0 \int_0^l \alpha_2 x_2(\pi) \exp(-\alpha_2 L_2) dL_2}, \quad (3)$$

где Φ_0 — начальный световой поток, входящий в облако или дымку; Φ_1 , Φ_2 — световые потоки, рассеянные облаком и дымкой соответственно в направлении к фотоприемнику; α_1 — показатель ослабления света в облаке; $x_1(\pi)$, $x_2(\pi)$ — относительные коэффициенты рассеяния назад (индикатриса) в облаке и дымке; L_1 и L_2 — протяженность облачного слоя и дымки; l — толщина отражающего объема в слое неограниченной протяженности.

Допуская равенство среднеинтегральных значений $x_1(\pi)$ и $x_2(\pi)$, получим для γ следующее выражение:

$$\gamma = \frac{1 - \exp(-2\alpha_1 l)}{1 - \exp(-2\alpha_2 l)} = \frac{1 - \exp\left(-2 \ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{l}{S_1}\right)}{1 - \exp\left(-2 \ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{l}{S_2}\right)}, \quad (4)$$

здесь ε — порог контрастной чувствительности глаза; S_1 и S_2 — значения метеорологической дальности видимости в облаке и дымке.

Из (2), (3) и (4) следует, что R зависит одновременно от трех параметров, а именно: от того, в каком соотношении находятся толщина отражающего объема l и показатели ослабления α_1 и α_2 . Для упрощения дальнейшего анализа введем понятие показателя эффективности отражения q , который численно равен отношению удвоенной толщины отражающего объема к значению метеорологической дальности видимости (м. д. в.). Тогда выражение (2) с учетом (4) переписывается в виде

$$R = p \frac{1 - \exp\left(-\ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot q_1\right)}{1 - \exp\left(-\ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot q_2\right)}. \quad (5)$$

Семейство кривых (1) $R = f(q_2)$ при различных значениях q_1 и $p = 1$ изображено на рис. 1. Анализ кривых и выражения (3) показывает, что R увеличивается при уменьшении толщины отражающего объема, монотонно приближаясь к величине, численно равной

отношению q_1/q_2 . Как известно, для слоя неограниченной протяженности толщина отражающего объема

$$l = \frac{c\tau}{2}, \quad (6)$$

где τ — длительность импульса света, c — скорость света.¹

Таким образом, с целью уменьшения относительного уровня ложных сигналов от дымки выгодно использовать короткие импульсы света, протяженность которых в пространстве много меньше

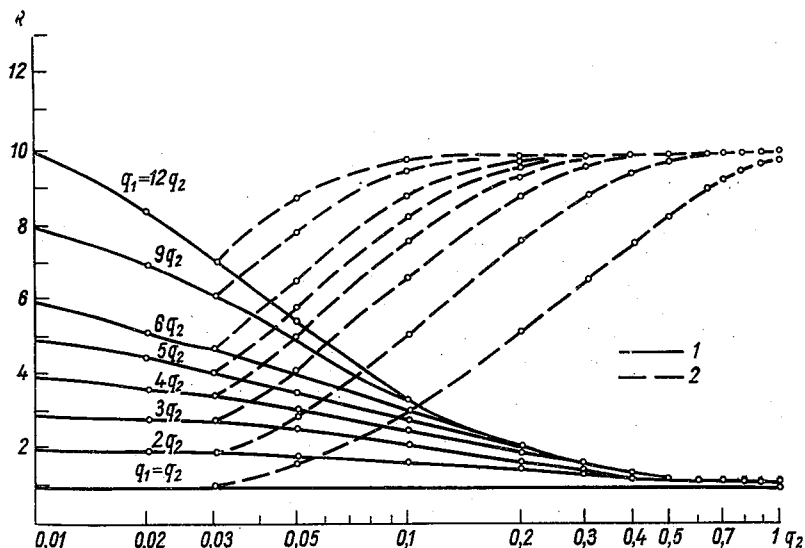


Рис. 1. Семейство кривых $R=f(q_2)$.

$$1) p=1; \quad 2) p = \frac{1 - \exp\left(-\ln \frac{1}{e} \cdot q_2\right)}{1 - \exp\left(-\ln \frac{1}{e} \cdot \frac{L_2}{S_2}\right)}.$$

значения м. д. в., определяемого показателем ослабления света в дымке. Однако уменьшение длительности импульсов света нецелесообразно из конструктивных соображений, поскольку при одной и той же мгновенной мощности световых импульсов уровень светового сигнала, возвратившегося к фотоприемнику, пропорционален величине отражающего объема, т. е. длительности зондирующего сигнала. При увеличении отражающего объема значения R асимптотически приближаются к единице и очень мало отличаются от единицы при $q_2 \geq 1$. Физически это объясняется тем, что в этом случае величина отражающего объема, т. е. объема, в котором

¹ Практически условие (6) выполняется и для слоя конечной длины, если $\frac{c\tau}{2} \leq L$; при $\frac{c\tau}{2} > L$ толщина отражающего объема равна протяженности слоя L .

совокупность частиц одновременно посылает к приемнику рассеянный назад свет, становится равной половине значения м. д. в. При этом максимальная длина пути света внутри отражающего объема становится равной значению м. д. в., в результате чего световой сигнал, посылаемый к фотоприемнику, достигает насыщения [2] и (при принятых ранее допущениях) с точностью до постоянного множителя определяется интенсивностью зондирующего сигнала независимо от значения м. д. в. Очевидно, существует оптимальное значение длительности импульса, для которого обеспечивается доста-

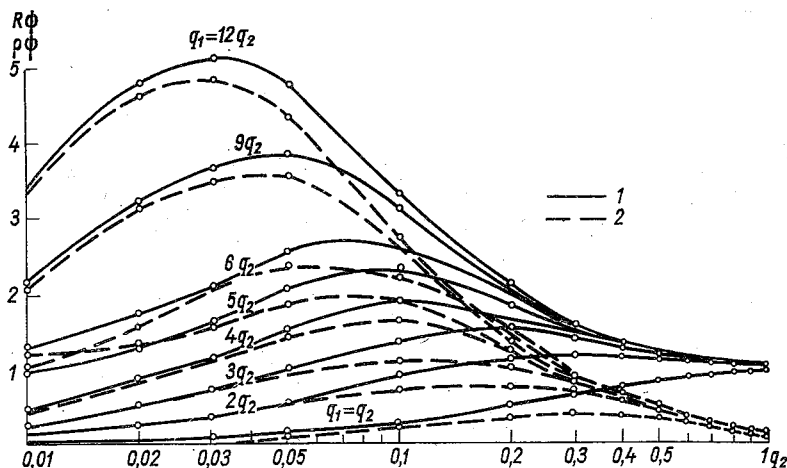


Рис. 2. Семейство кривых $R\psi$ (1) и $\rho\psi$ (2).

точно высокий коэффициент γ при относительно невысоких требованиях к мгновенной мощности источника света.

Как следует из (3), (4), (5), световой поток, возвратившийся к фотоприемнику от облака, равен

$$\Phi_1 = \Phi_0 x_1(\pi) \left[1 - \exp \left(-\ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot q_1 \right) \right]. \quad (7)$$

Обозначим через ψ отношение светового потока, возвратившегося к фотоприемнику при заданной величине q_1 , к максимально возможному значению светового потока, т. е.

$$\psi = \frac{\Phi_1}{x_1(\pi) \Phi_0} = 1 - \exp \left(-\ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot q_1 \right). \quad (8)$$

Очевидно, что $\psi \rightarrow 1$ при $q_1 \rightarrow \infty$, в то время как $\gamma/\gamma_{\max} \rightarrow 1$ при $q_1 \rightarrow 0$. Построим график зависимости $R\psi$ от q_2 при $p=1$ и различных значениях q_1 (рис. 2). Семейство кривых, изображенных на рис. 2, имеет максимумы, которые при увеличении q_1 смещаются в сторону малых значений q_2 .

Как следует из (2), отношение полезный сигнал/ложный сигнал на входе фотоприемника в общем случае зависит от p , т. е. от вза-

имного пространственного расположения и вертикальной протяженности дымки и облака. В самом простом случае, когда выполняется условие $l < L$, коэффициент $p = 1$ и ход кривых $\rho = f(q_2)$ при различных значениях q_1 будет повторять ход кривых $R = f(q_2)$ при $p = 1$ с точностью до постоянного множителя $\exp(-\alpha_2 L_2)$. Если $l > L$, т. е. когда длительность зондирующего сигнала превышает удвоенную толщину слоя дымки, коэффициент p зависит от q_2 и

$$\text{при } q_2 \geq L_2/S_2 \text{ принимает значение } p = \frac{1 - \exp\left(-\ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot q_2\right)}{1 - \exp\left(-\ln \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{L_2}{S_2}\right)}.$$

При этом с увеличением q_2 , т. е. длительности зондирующего сигнала, R увеличивается (см. рис. 1).

Таким образом, относительно R можно сделать следующее заключение: если выполняется условие $l < L$, значения R уменьшаются с увеличением q_2 так же, как и в случае увеличения L_2 при $l > L$. Поэтому наиболее интересным с точки зрения определения оптимального значения длительности зондирующего сигнала является случай одновременного пропорционального увеличения протяженности дымки и длительности зондирующего сигнала, причем наихудшим для R является случай, когда $L_2 \geq l$. Ход кривых $\rho(\psi)$

для случая $L_2 = l$, т. е., когда $\rho = R \exp(-\alpha_2 l) = R \exp\left(-\ln \frac{1}{\varepsilon} \times \frac{q_2}{2}\right)$, показан на рис. 2 пунктиром. Эти кривые имеют макси-

мумы, которые смещены относительно максимумов семейства кривых $R(\psi) = f(q_2)$ в сторону малых значений q_2 .

Чтобы по этим кривым определить оптимальное значение длительности зондирующего сигнала, воспользуемся следующими соображениями. При принятой в настоящее время методике определения высоты облаков с помощью светолокатора (по середине переднего фронта эхо-сигнала) минимально допустимым отношением полезный сигнал/ложный сигнал является отношение, равное 2. Минимальное значение q_1 , для которого может быть получено такое отношение, равно $2q_2$. Кривая $\rho\psi = f(q_2)$ при $q_1 = 2q_2$ имеет максимум при $q_2 = 0,2$. В то же время из рис. 1 видно, что при этих же условиях максимально возможное отношение полезный сигнал/ложный сигнал менее 1,5. Очевидно, что оптимальное значение $q_2 < 0,2$. Допуская в связи с этим некоторое отступление от условия получения максимума кривой $\rho\psi = f(q_2)$ до 30%, найдем, что значение q_2 для этого случая (и для кривой $q_1 = 2q_2$) равно 0,05. Определяя для этого значения отношение полезный сигнал/ложный сигнал по соответствующей кривой на рис. 1, убеждаемся в том, что это отношение весьма мало отличается от 2, что вполне приемлемо.

Таким образом, следует принять значение $q_2 = 0,05$ в качестве оптимального, во всяком случае для систем с небольшой мощностью источника света.

Из (6) следует, что

$$\tau = \frac{2l}{c} = \frac{q_2 S_2}{c}. \quad (9)$$

Отсюда, задаваясь минимальным значением дальности видимости в дымке. $S_{2\max} = 1,0$ км, определим максимально допустимую длительность зондирующего сигнала:

$$\tau_{\max} = \frac{q_2 S_{2\max}}{c} = 0,16 \text{ мкс.}$$

Это значит, что светолокатор, у которого длительность зондирующего сигнала не превышает полученного значения, обеспечивает возможность получения достоверных результатов измерения с отношением полезный сигнал/ложный сигнал не менее 2 при наличии под облачным слоем дымки, если оптическая плотность слоя дымки не превышает величину, определенную значением $S = 1,0$ км. Существующие в настоящее время светолокаторы (кроме приборов, использующих лазерные источники света) имеют длительность зондирующего сигнала, в несколько раз превышающую оптимальное значение. При этом возникают трудности борьбы с сигналами от подоблачной дымки.

Необходимо также отметить, что преимуществом лазерных источников света, работающих в инфракрасной области спектра, является селективный характер поглощения света в дымке [3]. Поэтому светолокаторы, использующие лазерные источники света, следует считать наиболее перспективными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каневский З. М., Финкельштейн М. И. Флуктуационная помеха и обнаружение импульсных радиосигналов. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963, 137 с.
2. Имянитов И. М. Исследование атмосферы с помощью световых импульсов.—«Известия АН СССР». Т. XII. 1948, № 6, с. 534.
3. Фрюнгель Ф. Импульсная техника. М.—Л., «Энергия», 1965, 403 с.

СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Основной тенденцией развития современных измерительных систем является их усложнение, что связано с увеличением комплекса измеряемых параметров, объема обработки и т. д. В большинстве систем для целей многоканального измерения используется коммутация входных сигналов и общий для всех каналов измерительный преобразователь. Такая структура существенно упрощает систему и тем в большей степени, чем больше число каналов. Наибольшую актуальность и сложность представляет коммутация напряжений постоянного тока. В многоканальных измерительных системах с датчиками напряжения коммутатор входных напряжений нередко определяет точность и быстродействие всей системы.

Эффективным способом повышения точности многоканальных систем с коммутацией напряжений постоянного тока является введение фильтров на выходе датчиков с коррекцией динамической погрешности [2]. Ниже обсуждается погрешность подобных систем, эффективность рассматриваемого способа и выбор входных фильтров и обработки отсчетов.

Вопрос о рациональном выборе при дискретизации процесса по времени динамических характеристик датчиков и обработки дискретных отсчетов, очевидно, выходит за рамки рассматриваемого приборного способа повышения точности многоканальных коммутаторов; это общий вопрос методики метеорологических измерений (в том числе и одноканальных). Поэтому вопросы о погрешности восстановления (интерполяции) процесса по дискретным отсчетам инерционного прибора, выборе параметров прибора, предлагаемых методах обработки отсчетов и т. п. рассмотрены отдельно (пункты 3—6 статьи и частично п. 1). Для многоканальной системы предлагаемый способ еще более эффективен, так как позволяет дополнительно уменьшить ее инструментальную погрешность.

1. Приближенное выражение для погрешности одноступенчатого коммутатора с последовательными ключами имеет вид (при

подключенном первом датчике) [2]

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = U_{\text{вых. 1}} - U_{\text{д. 1}} = (U_0 - U_{\text{д. 1}}) \frac{r_1'' + R_{\text{пр. 1}}}{r_1'' + R_{\text{э. 1}} + R_{\text{пр. 1}}} + \\ + \left[I_0 \text{ вх} + \sum_{j=2}^n \left(\frac{U_{\text{д. } j}}{R_{\text{обр. } j}} + I_{0j} \right) \right] \frac{(r_1'' + R_{\text{пр. 1}}) R_{\text{э. 1}}}{r_1'' + R_{\text{пр. 1}} + R_{\text{э. 1}}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$R_{\text{э. 1}} = \left(\frac{1}{R_{\text{вх}}} + \sum_{j=2}^n \frac{1}{R_{\text{обр. } j}} \right)^{-1},$$

U_0 и $R_{\text{пр}}$ — остаточное напряжение и сопротивление ключа в открытом состоянии; I_0 и $R_{\text{обр}}$ — остаточный ток и сопротивление ключа в закрытом состоянии; $U_{\text{д. } i}$ и r_i'' — напряжение и выходное сопротивление i -того датчика, $U_{\text{вых}}$ — выходное напряжение коммутатора; $R_{\text{вх}}$ и $I_0 \text{ вх}$ — входное сопротивление измерительного преобразователя (ИИ) и его «нулевой» входной ток. Из (1) следует, что все составляющие погрешности подобной многоканальной системы (за исключением погрешности от U_0) существенно зависят от параметров отключенных каналов, пропорциональны величине $R_{\text{пр. } i} + r_i''$ и возрастают с ростом числа каналов n . Наибольшую трудность, очевидно, представляет коммутация высокоомных датчиков. Это же относится и к более сложным (двухступенчатым и т. д.) коммутаторам с последовательными ключами, разница лишь в том, что увеличение n оказывает меньшее влияние на результирующую погрешность, чем в одноступенчатом коммутаторе.

Сущность предложенного в [2] способа повышения точности коммутации высокоомных датчиков заключается в следующем. Поскольку в многоканальной системе скважность подключения каждого из датчиков, как правило, велика, на выходах датчиков непосредственно перед ключами коммутатора включаются RC -фильтры (в простейшем случае просто емкости). При соответствующем выборе параметров степень заряда емкости фильтра паразитными токами (от утечек других каналов, тока через $R_{\text{вх}}$ и т. д.) за время опроса датчика незначительна, что эквивалентно существенному уменьшению выходного сопротивления датчика и погрешности коммутатора.

Наибольший практический интерес представляет использование однозвенных RC -цепей. Схема подобного коммутатора приведена на рис. 1 а (D — датчик, Φ — фильтр, K — ключ, $УО$ — устройство обработки результатов измерений). Сопротивление r_i' в ряде случаев может быть исключено.

Рассмотрим зависимость погрешности измерительной системы по рис. 1 а от параметров фильтров Φ_i . Примем, что задачей измерений является восстановление измеряемых процессов и значение $U_{\text{д. } i}(t)$ в $УО$ определяется по взвешенной сумме $W_i(t)$ результатов измерений только в i -том канале (в общем случае целесообразно

привлекать также результаты измерений в других каналах рассматриваемой многоканальной аналого-дискретной измерительной системы, поскольку измеряемые параметры и погрешности измерений коррелированы между собой). В этом случае при анализе и синтезе системы можно воспользоваться структурной схемой, приведенной на рис. 1 б. Здесь $B\Phi$ — входной фильтр, включающий датчик и вторичный преобразователь (D и Φ), $УД$ — устройство дискретизации по времени, $УО$ — устройство обработки, $x(t)$ — измеряемый процесс (индекс i опускаем), $y(t)$ — приведенная

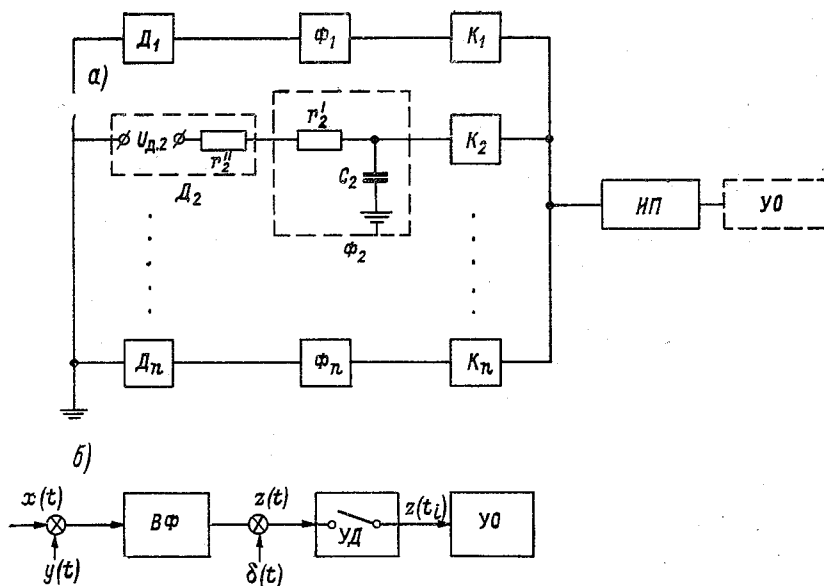


Рис. 1.

ко входу погрешность датчика и погрешность в линии связи, $\delta(t)$ — погрешность получения отсчетов (погрешность ИП и коммутатора). Погрешность $\delta(t)$ зависит от характеристик других каналов (как это видно, например, из (1)) и от типа и параметров входного фильтра.

Полагая для простоты сигналы и погрешности измерений стационарными, для дисперсии результирующей погрешности можно записать

$$\begin{aligned} \sigma^2(t) &= \overline{[x(t) - W(t)]^2} = \\ &= \left\{ M_x - \sum_{j=1}^m b_j(t) \left[M_\delta + (M_x + M_y) \int_0^\infty h(t) dt \right] \right\}^2 + R_x(0) - \\ &- 2 \sum_{j=1}^m b_j(t) R_{xz}(t - t_j) + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^m b_k(t) b_j(t) R_z(t_k - t_j), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$z(t) = \int_0^{\infty} h(t') [x(t-t') + y(t-t')] dt' + \delta(t),$$

$h(t)$ — весовая функция ВФ; $b_j(t)$ — весовые коэффициенты; M и R с индексами внизу обозначают соответствующие математическое ожидание и корреляционный момент. Для данного коммутатора (рис. 1 а) при безынерционном датчике $x_i = U_{д. i}$ и $h(t)$ соответствует звену первого порядка.

2. Рассмотрим вначале статическую погрешность коммутатора δ , т. е. погрешность при неизменных значениях измеряемых напряжений. Обозначим T_i — период опроса i -того датчика, Δ —

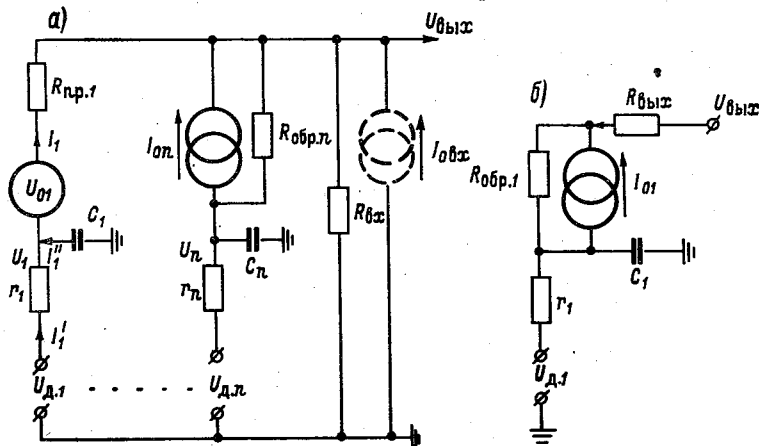


Рис. 2.

длительность цикла измерения в ИП, α — отношение рабочей части цикла Δ_p (от момента подключения датчика до момента окончания уравнивания измеряемой величины) к полной длительности Δ ($\alpha < 1$). При последовательном опросе всех датчиков $T_i = n\Delta = T$; при этом каждый канал подключается с периодом T на время Δ или Δ_p (последнее более эффективно).

Эквивалентная схема коммутатора при подключенном первом датчике приведена на рис. 2 а. Примем вначале, что опрос является циклическим и датчик подключается на время Δ .

Для интервала подключения первого датчика (рис. 2 а) имеем: $I_1 = I'_1 + I''_1$. Подставляя в это соотношение выражения для входящих в него токов, приближенно получим

$$U_{1p} = (\varepsilon_2 - \Pi_{1p}) \left(1 - e^{-\frac{\Delta}{T_1}} \right), \quad (3)$$

где Π_{1p} — разность напряжений на емкости C_1 и датчика в начальный момент рассматриваемого (p -того) интервала (индекс p ука-

зывает номер цикла подключения данного датчика); U_{1p} — приращение напряжения на емкости за рассматриваемый интервал Δ ; $T'_1 = C_1 \frac{r_1 R_{\Sigma.1}}{r_1 + R_{\Sigma.1}}$; ε_2 определяется выражением (1), если принять $R_{пр.1} = U_0 = 0$ и заменить r''_1 на $r_1 = r'_1 + r''_1$ (полагаем, что для отключенных каналов $U_j \approx U_{д. j}$).

Приближенная эквивалентная схема работы первого канала в отключенном состоянии (на время $T - \Delta$) показана на рис. 2 б. Здесь $R_{вых}$ и $U_{вых}$ скачкообразно меняются с интервалом Δ , и для интервала, в котором подключен j -тый датчик, $U_{вых} \approx U_{д. j}$. Пренебрегая $R_{вых}$ по сравнению с $R_{обр.1}$ и учитывая, что напряжение на емкости C_1 в начале p -того интервала отключения первого датчика равно $U_{д.1} + \Pi_{1p} + U_{1p}$, а в его конце равно $U_{д.1} + \Pi_{1(p+1)}$, получим

$$\begin{aligned} \Pi_{1(p+1)} = & (\Pi_{1p} + U_{1p}) e^{-\frac{T-\Delta}{T''_1}} - \left(U_{д.1} \frac{r}{R_{обр.1}} + I_{01} r \right) \left(1 - e^{-\frac{T-\Delta}{T''_1}} \right) + \\ & + \sum_{j=2}^n U_{д. j} \frac{r}{R_{обр.1}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta}{T''_1}} \right) e^{-\frac{(n-j)\Delta}{T''_1}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $T''_1 = r C_1$, $r = \frac{r_1 R_{обр.1}}{r_1 + R_{обр.1}}$.

Из выражений (3) и (4) несложно определить переходный процесс установления погрешности коммутации в режиме циклической работы. Подставляя (3) в (4) и полагая $\Pi_{1(p+1)} = \Pi_{1p} = \Pi_y$, получим выражение для установившегося значения Π_y разности напряжений U_1 и $U_{д.1}$ перед опросом данного датчика. Установившееся значение погрешности коммутации (определяемое для момента окончания измерения в ИП) равно:

$$\delta_1 = U_{вых.1} - U_{д.1} = \Pi_y + U_{01} - I_1 R_{пр.1} + U'_1,$$

где U'_1 — изменение напряжения на емкости C_1 за время Δ_p (U'_1 определяется из (3) при замене Π_{1p} на Π_y и Δ на Δ_p). Окончательное выражение для δ_1 , получаемое при подстановке выражений для Π_y , I_1 и U'_1 , громоздко. Приведем упрощенное выражение, в котором учитывается, что $r_1 \ll R_{обр.1}$, $r_1 \ll R_{\Sigma.1}$, $\Delta \ll T_\Phi$ и $n \gg 1$:

$$\begin{aligned} \delta_1 \approx & U_{01} - U_{д.1} \frac{R'_{\Sigma.1}}{R_{вх}} + R'_{\Sigma.1} \left(\sum_{j=2}^n I_{0j} + I_{0вх} \right) - I_{01} r_1 + \\ & + \sum_{j=2}^n \left(\frac{r_1}{R_{обр.1}} \frac{\Delta}{T_\Phi} \frac{e^{-\frac{n-j}{n} \frac{T}{T_\Phi}}}{1 - e^{-T/T_\Phi}} + \frac{R'_{\Sigma.1}}{R_{обр. j}} \right) (U_{д. j} - U_{д.1}), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$T_{\Phi} = r_1 C_1 \quad \text{и} \quad R'_{\Sigma, 1} = R_{\text{пр. 1}} + r_1 \frac{\Delta}{T_{\Phi}} \left(\alpha + \frac{e^{-\frac{T}{T_{\Phi}}}}{1 - e^{-\frac{T}{T_{\Phi}}}} \right).$$

Аналогично может быть получено выражение при различных периодах опроса датчиков, для режима одиночных отсчетов и т. д. Ко-

эффициент при $U_{\text{д. 1}}$ в (5) приближенно равен $-\left(\frac{R'_{\Sigma}}{R_{\text{вх}}} + \frac{r_1}{R_{\text{обр. 1}}}\right)$.

Несложно показать, что при подключении датчиков на время Δ_p (а не Δ) можно приближенно воспользоваться выражением (5), заменив $R'_{\Sigma, 1}$ на $R''_{\Sigma, 1}$, где

$$R''_{\Sigma, 1} = R_{\text{пр. 1}} + r_1 \frac{\alpha \Delta}{T_{\Phi}} \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{T_{\Phi}}}}.$$

Несколько меняется также выражение для составляющей последней суммы в (5), содержащей $R_{\text{обр. 1}}$ (в интервале $\Delta - \Delta_p$ может быть не подключен ни один датчик либо подключен дополнительный канал с напряжением $U_{\text{д. 0}}$).

Полученные результаты показывают, что использование рассматриваемого способа позволяет резко уменьшить все погрешности коммутации высокоомных датчиков, за исключением погрешности от U_0 . Из выражения (5) видно, что погрешность подобного коммутатора складывается из двух составляющих: одна из них аналогична погрешности для обычного одноступенчатого коммутатора — выражение (1), но с заменой сопротивления $R_{\text{пр. 1}} + r_1$ сопротивлением $R'_{\Sigma, 1}$ или $R''_{\Sigma, 1}$, а другая определяется параметрами I_{01} и $R_{\text{обр. 1}}$ (т. е. характеристиками ключа в рассматриваемом канале в запертом состоянии; в обычном коммутаторе эти характеристики на погрешности измерения данного канала не влияют).

Рассмотрим вторую составляющую погрешности. Максимальное значение погрешности от влияния $R_{\text{обр. 1}}$ в выражении (5) при диапазоне входных напряжений $(0, U_{\text{max}})$ имеет место при $U_{\text{д. j}} = U_{\text{max}}$ ($j=2, \dots, n$) и $U_{\text{д. 1}} = 0$ либо при обратном сочетании этих напряжений и по абсолютной величине приближенно равно $U_{\text{max}} \frac{r_1}{R_{\text{обр. 1}}}$.

При подключении датчиков на время Δ_p и выборе $U_{\text{д. 0}} = \frac{1}{2} U_{\text{max}}$ это значение меньше и составляет $U_{\text{max}} \frac{r_1}{R_{\text{обр. 1}}} \frac{1+\alpha}{2}$. Таким образом, максимальное значение второй составляющей погрешности не превышает погрешности от добавления в обычном коммутаторе одного дополнительного канала с параметрами ключа $R_{\text{обр. 1}}$ и

($-I_{01}$) (поскольку погрешность от I_{01} по сравнению с I_{0j} другого знака). Среднее квадратическое значение погрешности от влияния $R_{обр.1}$, как правило, меньше, чем от влияния одного дополнительного канала.

Здесь следует отметить одно важное обстоятельство. Статическая погрешность обычного коммутатора не зависит от последовательности коммутации каналов, т. е. от порядкового расположения каналов при циклическом опросе. Иначе обстоит дело в данном случае. Погрешность от влияния $R_{обр.1}$ в (5) равна

$\sum_{j=2}^n (U_{д. j} - U_{д. 1}) a'_j$. Поскольку веса a'_j пропорциональны

$e^{\frac{n-j}{n} \frac{T}{T_\Phi}}$, очевидно, величина этой погрешности при постоянной времени T_Φ , заметно меньшей T , существенно зависит от расположения

датчиков при опросе; например, при $T_\Phi < \frac{1}{3} T$ напряжение второго датчика $U_{д. 2}$ практически не сказывается на рассматриваемой составляющей погрешности измерения первого датчика. Поэтому при выборе последовательности опроса датчиков и указанном соотношении T_Φ и T следует учитывать статистические характеристики их выходных напряжений, т. е. датчики, напряжения которых имеют близкие математические ожидания и существенную положительную корреляцию, нужно располагать близко (при выборе последовательности опроса датчиков следует исходить из условия уменьшения погрешности δ_i для всех каналов, например, минимизировать взвешенную сумму дисперсий этих погрешностей). Это позволяет без дополнительных затрат уменьшить среднее квадратическое значение погрешности. Такой метод аналогичен предложенному в [3] способу повышения точности двуступенчатых коммутаторов, заключающемуся в разбиении датчиков на группы первой степени по статистическим характеристикам напряжений $U_{д. j}$.

Математическое ожидание рассматриваемой погрешности (равное

$\sum_{j=1}^n a'_j \overline{U_{д. j}}$, где $a'_1 \approx -\frac{r_1}{R_{обр.1}}$) и дисперсия $\left(\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a'_i a'_k \dot{U}_{д. i} \dot{U}_{д. k} \right)$, в отличие от максимального значения погрешности, зависят от T_Φ .

Как видно из (5) и выражений для R'_9 и R''_9 , первая составляющая погрешности равна погрешности обычного одноступенчатого коммутатора, но с выходным сопротивлением не r_1 , а уменьшенным в K_1 или K_2 раз:

$$K_1 = n\beta \left(\alpha + \frac{e^{-\frac{1}{\beta}}}{1 - e^{-\frac{1}{\beta}}} \right)^{-1}, \quad K_2 = \frac{n\beta}{\alpha} \left(1 - e^{-\frac{1}{\beta}} \right), \quad \beta = \frac{T_\Phi}{T}. \quad (6)$$

Пренебрегая погрешностью от $R_{пр}$ (при весьма высокоомных датчиках) можно считать, что в этой же степени уменьшаются и

соответствующие погрешности коммутатора (от влияния $R_{обр}$ и остаточных токов запертых каналов, от влияния $I_{0\text{ вх}}$ и $R_{вх}$ измерительного преобразователя). Уменьшение эквивалентного выходного сопротивления датчика и указанных погрешностей весьма существенно (например, при $\alpha=0,5$ и $\beta=1$ $K_1=0,92n$ и $K_2=1,26n$) и тем больше, чем больше n . Очевидно, при весьма высокоомных датчиках и большом n рассматриваемый способ позволяет резко повысить точность коммутации (на один-два порядка).

Зависимость первой составляющей статической погрешности коммутатора от T_Φ (от β) является весьма существенной и различной для двух рассмотренных выше режимов его работы. Зависимости $\frac{K_1}{n}$ и $\frac{K_2}{n}$ от β показаны на рис. 3 (кривые 1 и 2 соответственно).

Величина K_2 возрастает с ростом T_Φ , при $T_\Phi \rightarrow \infty$ $K_2 \rightarrow \frac{n}{\alpha}$. При $T_\Phi < \frac{T}{3}$ K_2 приблизительно пропорционально T_Φ , однако дальнейшее увеличение T_Φ малоэффективно: уже при $T_\Phi = T$ $K_2 = 0,63 \frac{n}{\alpha}$. Зависимость K_1 от T_Φ при малых α имеет максимум при конечном T_Φ . В частности, при $\alpha=0,25$ и $\alpha=0,1$ оптимальное значение β равно 0,78 и 0,31, а соответствующее максимальное значение K_1 равно $1,23n$ и $2,22n$. При больших α максимальное значение K_1 , равно n , имеет место при $T_\Phi \rightarrow \infty$. При $\alpha \rightarrow 1$ зависимости k_1 и k_2 от β , очевидно, совпадают.

Следует отметить, что малые значения α ($\alpha < 0,5$) свидетельствуют либо о недоиспользовании потенциальных возможностей измерительной системы, либо о наличии в системе схемных дефектов или «узких» мест (например, о большом времени восстановления схемы после измерения или ограничении быстродействия системы электромеханическим устройством вывода результатов измерений, устройством обработки результатов и т. д.). В последнем случае малое α говорит также о возможности существенно увеличить объем получаемой измерительной информации при устранении указанных недостатков.

Как следует из рис. 3, второй режим коммутации эффективнее и тем в большей степени, чем меньше α . При значениях α , близких к единице, выигрыш сравнительно невелик и может не оправдывать усложнения схемы, связанного с подобной коммутацией. Из рис. 3 видно, что с точки зрения погрешности коммутатора целесообразные значения T_Φ — порядка T и меньше.

Выражения для второго режима коммутации могут быть использованы для оценки погрешности при спорадическом режиме работы коммутатора; в этом случае можно принять $\alpha = \frac{\Delta_p n}{T} \ll 1$ и при

$$T_\Phi < \frac{T}{3} \quad K_2 \approx \frac{T_\Phi}{\Delta_p}.$$

Оценим эффективность рассматриваемого способа на конкретном примере. Будем считать параметры всех каналов одинаковыми и положим $R_{обр}=20$ МОм, $R_{пр}=30$ Ом, $r''=2$ кОм, $n=50$, $I_0=I_{0\text{ вх}}=0,1$ мкА, $R_{вх}=0,5$ МОм. Тогда для обычного коммутатора максимальная погрешность от токов через $R_{обр}$ запертых ключей

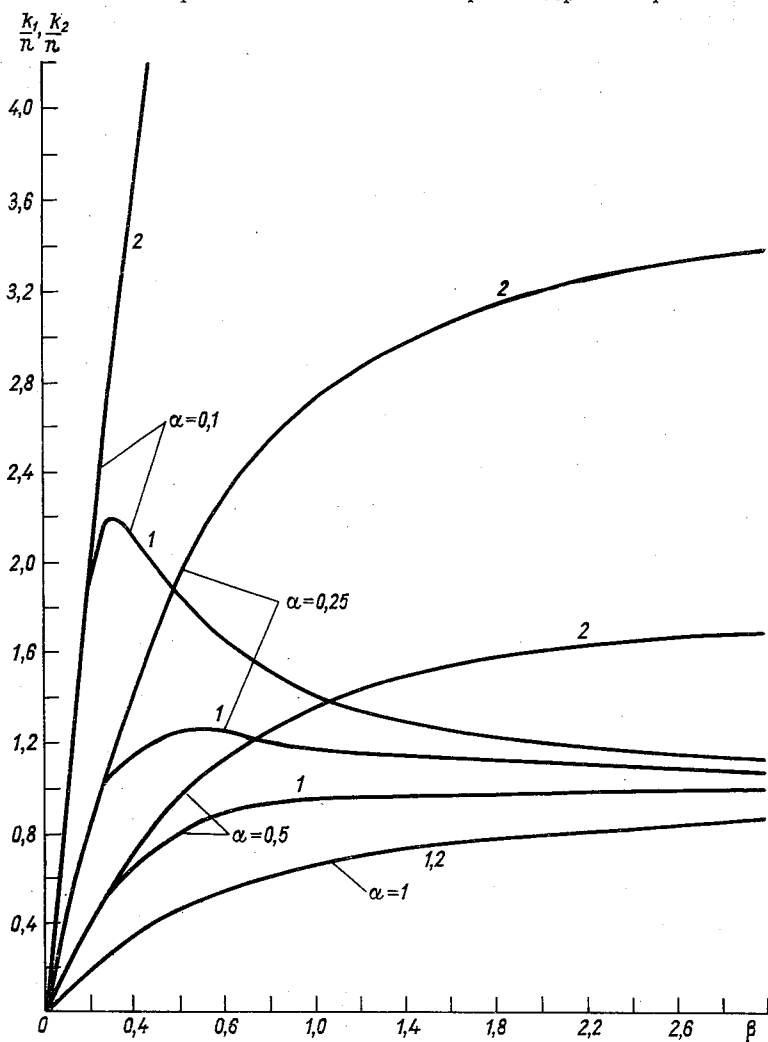


Рис. 3.

составит $\pm 5\%$, абсолютная погрешность от токов I_0 составит 0,1 В, погрешность коэффициента передачи от влияния $R_{вх}$ равна 4%.

Для рассматриваемой схемы при $\alpha=0,5$ и $\beta=1$, как указывалось, $K_1=0,92n$ и $K_2=1,26n$. При этом $R'_o=R_{пр}+\frac{r''}{K_1}\approx 460$ Ом, мак-

симальная погрешность от влияния $R_{обр}$ (с учетом и $R_{обр.1}$) составит $\pm 0,21\%$, абсолютная погрешность от токов I_{0j} и $I_{0вх}$ 2,3 мВ, а от тока I_{01} 2 мВ (причем другой полярности при одинаковой полярности токов I_0) и, наконец, погрешность от влияния $R_{вх}$ на коэффициент передачи 0,092%. Таким образом, все составляющие погрешности, за исключением погрешности от U_0 уменьшены в 25—45 раз. Отдельно следует отметить резкое уменьшение влияния $R_{вх}$ (в 45 раз); это позволяет значительно уменьшить $R_{вх}$ и требования к его стабильности, что нередко существенно упрощает проектирование и схему измерительного преобразователя.

Выше оценивалась максимальная статическая погрешность. Строго говоря, здесь в отличие от обычного коммутатора погрешность δ_1 определяется напряжениями U_j , а не $U_{д. j}$, причем не только в момент измерения (погрешность от влияния $R_{обр. j}$ определяется значениями $U_j - U_1$ в данный и предшествующие моменты опроса, а погрешность от влияния $R_{обр.1}$ — значениями $U_j - U_1$ в смещенные в зависимости от j моменты времени). Поскольку для точных измерений интервал T много меньше интервала корреляции процесса и, как показано выше, T_Φ целесообразно выбирать порядка T и менее, этим можно пренебречь и пользоваться при статистическом анализе погрешности коммутатора выражением (5) для статической погрешности. При этом допущении из (5) несложно записать выражения для входящих в (2) статистических характеристик погрешности δ (математического ожидания, автокорреляционной функции и взаимно-корреляционной функции с измеряемым сигналом). Очевидно, M_δ , $R_\delta(\tau)$, $R_{x\delta}(\tau)$ зависят от статистических характеристик всех измеряемых напряжений, а не только данного канала. Несложно учесть также статистические характеристики параметров ключей, как об этом говорилось в [3, 5].

Приведем выражения для $R_{x\delta}(\tau)$ и для математического ожидания и корреляционной функции составляющей погрешности γ , вызываемой влиянием $R_{обр}$ ключей (полагаем $R_{обр}$ ключей случайными величинами, не зависящими от $U_{д. j}$):

$$R_{x\delta}(\tau) \approx -R_{U_{д.1}}(\tau) R_9' R_{вх}^{-1} + \sum_{j=2}^n \bar{k}_j [R_{U_{д.1} U_{д. j}}(\tau) - R_{U_{д.1}}(\tau)],$$

$$M_\gamma = \sum_{j=2}^n (a_j'' \bar{h}_1 + R_9' \bar{h}_j) (\bar{U}_{д. j} - \bar{U}_{д.1}),$$

$$R_\gamma(\tau) = \sum_{j=2}^n \sum_{i=2}^n \{ R_{k_j k_i}(\tau) [\bar{A}_j \bar{A}_i + R_{A_j A_i}(\tau)] + \bar{K}_j \bar{K}_i R_{A_j A_i}(\tau) \},$$

где

$$a_j'' = \frac{\Delta r_1}{T_\Phi \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_\Phi}} \right)} e^{-\frac{n-j}{n} \frac{\tau}{T_\Phi}}, \quad K_j = a_j'' h_1 + R_9' h_j,$$

$$h_j = \frac{1}{R_{обр. j}}, \quad A_j = U_{д. j} - U_{д.1},$$

выражения для $\bar{A}_j$, $\bar{K}_j$, $R_{A_j A_i}(\tau)$ и $R_{K_j K_i}(\tau)$ несложно записать через $\bar{U}_{д. j}$, $R_{U_{д. j} U_{д. j}}(\tau)$, $\bar{h}_j$ и $R_{h_j h_i}(\tau)$.

Погрешность коммутации δ содержит как аддитивную, так и мультипликативную составляющую; как видно из приведенных выражений, последняя может быть сведена к эквивалентной аддитивной.

3. Включение фильтров на входах коммутатора позволяет существенно уменьшить не только погрешность коммутации, но и случайную погрешность измерительной системы, вызываемую помехами, поступающими от датчиков, и наводками на датчики и соединительные провода ($y(t)$ на рис. 1 б). Указанная составляющая случайной погрешности нередко в многоканальных системах, работающих в условиях больших помех или с большим удалением датчиков от измерительного устройства (для метеорологических измерений до 10 км), является определяющей. Фильтрующие возможности преобразователя весьма ограничены, поскольку связаны с его быстродействием. Полагая, что допустимое время установления переходного процесса при подключении очередного датчика составляет $\alpha_1 \Delta$ ($\alpha_1 < 1$), а необходимая точность установления $0,01 \div \div 0,1\%$, получим, что допустимая постоянная времени фильтра на входе ИП $T'_\phi \approx 0,1 \alpha_1 \frac{T}{n}$ (для повышения быстродействия при том же α_1 представляет интерес подключение очередного датчика сразу же после интервала Δ_p измерения предыдущего). При $\alpha_1 = 0,5$ имеем, что постоянные времени фильтров на выходах датчиков при $T_\phi \approx T$ в $20n$ раз превосходят допустимое значение T'_ϕ , что при $n=50$ составляет 3 порядка. Для шума с равномерным спектром этому соответствует, например, уменьшение случайной погрешности более чем в 30 раз. Поэтому включение фильтров в каналах, как правило, целесообразно даже при низкоомных датчиках и в одноканальных системах. Анализ влияния погрешности $y(t)$ на результирующую погрешность (2) многоканальной измерительной системы (в функции от T_ϕ) сложности не представляет; конкретный пример рассмотрен в п. 6.

4. Как было показано выше, степень уменьшения случайной погрешности и погрешности коммутации (для второго режима) тем больше, чем больше T_ϕ . Рассмотрим зависимость от T_ϕ динамической погрешности (включающей и погрешность интерполяции или экстраполяции по дискретным отсчетам). Для этого воспользуемся

выражением (2), приняв в нем $y' = \delta = 0$ и $h(t) = \frac{1}{T_\phi} e^{-\frac{t}{T_\phi}}$.

При $y = \delta = 0$ использование RC-фильтров, очевидно, приводит к динамической погрешности в моменты отсчета и тем большей, чем больше T_ϕ . Однако представляет интерес, как правило, погрешность не только для моментов отсчетов, а полная погрешность восстановления процесса по дискретным отсчетам $\sigma^2(t)$. Поскольку

эта погрешность зависит от t (при равномерной дискретизации, стационарном процессе $x(t)$ и сдвиге выбираемых m отсчетов при интерполяции на каждый следующий интервал T дисперсия $\sigma^2(t)$ — периодическая кривая с периодом T), при выборе T_Φ целесообразно исходить из осредненной дисперсии, например, вида $\sigma_{\text{ср}}^2 =$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \delta^2(t) dt.$$

Как показано в [4], использование RC -фильтра, внося погрешность в результаты отсчетов (при $y = \delta = 0$), вместе с тем может уменьшать осредненную по t динамическую погрешность, т. е.

уменьшать $\sigma_{\text{ср}}^2$. Характер зависимости дисперсии $\sigma_{\text{ср}}^2$ от $\frac{T_\Phi}{T}$ для некоторых способов интерполяции и корреляционных функций $R_x(t)$ рассмотрен в [4]. В частности, при ступенчатой и оптимальной интерполяции по одному отсчету (но не экстраполяции) зависимость $\sigma_{\text{ср}}^2$ от T_Φ имеет минимум при конечном T_Φ , не равном нулю, независимо от T и $R_x(t)$. Аналогичный результат для линейной интерполяции и оптимальной интерполяции по двум точкам имеет место для случайных процессов, не имеющих производной.

Следует отметить, что при точных измерениях гладких процессов, при которых интервал T существенно меньше интервала корреляции процесса и обычно используется не ступенчатая, а более точная (линейная, параболическая) интерполяция, дисперсия $\sigma_{\text{ср}}^2$, как правило, минимальна при $T_\Phi = 0$, а при T_Φ , близких к T , резко возрастает по сравнению с минимальной. Это ограничивает возможность увеличения T_Φ , а тем самым и эффективность рассматриваемого способа, т. е. степень уменьшения погрешности коммутации и случайной погрешности. Для ступенчатой, линейной и тому подобных методов интерполяции, не учитывающих динамических характеристик прибора, по которому получены отсчеты (т. е. постоянную времени T_Φ), при $T_\Phi \rightarrow \infty$ дисперсия $\sigma_{\text{ср}}^2$ стремится к дисперсии самого процесса $R_x(0)$.

Резкое уменьшение динамической погрешности, связанной с увеличением T_Φ , может быть достигнуто при оптимальной интерполяции, при которой весовые коэффициенты $b_i(t)$ выбираются из условия минимума $\sigma_{\text{ср}}^2$ с учетом T_Φ и статических характеристик измеряемого процесса и погрешности измерений. Однако такая обработка весьма громоздка. Для точных измерений (при большом числе отсчетов на интервал корреляции процесса) выигрыш, получаемый при ее использовании, мал и целесообразно использовать более простые методы.

Для повышения эффективности рассматриваемого метода в [2] предложено использовать коррекцию динамической погрешности, вносимой фильтрами на выходах датчиков. Для звена первого по-

рядка процесс на его выходе $z(t)$ связан с $x(t)$ соотношением;

$$T_{\Phi} \frac{dz(t)}{dt} + z(t) = x(t).$$

Очевидно, для восстановления процесса $x(t)$ достаточно суммировать процесс $z(t)$ и умноженную на T_{Φ} его производную; для нахождения последних воспользуемся какой-либо простой интерполяцией по результатам дискретных наблюдений.

Рассмотрим ряд способов, представляющих практический интерес. Пусть обработка (интерполяция и коррекция) осуществляется по результатам трех последних измерений: $z_3 = z(t_3)$, $z_2 = z(t_3 - T)$ и $z_1 = z(t_3 - 2T)$. Аппроксимируя зависимость $z(t)$ параболой, проходящей через указанные 3 точки, и определяя $\frac{dz(t)}{dt}$ как производную от этой параболы, получаем

$$W(\tau) = \left(z_2 + \frac{z_3 - z_1}{2T} \tau + \frac{z_3 + z_1 - 2z_2}{2T^2} \tau^2 \right) + T_{\Phi} \left(\frac{z_3 - z_1}{2T} + \frac{z_3 + z_1 - 2z_2}{T^2} \tau \right), \quad (7)$$

где $\tau = t - t_2$ ($t_2 = t_3 - T$).

Здесь весовые коэффициенты $b_i(t)$ ($i=1, 2, 3$) зависят от T_{Φ} .

В том случае, если обработка осуществляется по результатам двух измерений z_3 и z_2 , аналогично получим [4]

$$W(\tau) = z_2 + \frac{z_3 - z_2}{T} (T_{\Phi} + \tau). \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) представляют собой обобщение методов линейной и параболической интерполяции на случай, когда отсчеты берутся по прибору первого порядка. Значения скорректированных отсчетов могут быть получены из (7) и (8). Если допустить задержка при выдаче результатов измерения на T , из (7) для $\tau=0$ (для момента t_2) получим [2]

$$z_c(t_2) = W(0) = z_2 + \frac{z_3 - z_1}{2} \frac{T_{\Phi}}{T}. \quad (9)$$

Если задержка недопустима, то скорректированный результат последнего измерения (при $t=t_3$, т. е. $\tau=T$) равен

$$z_c(t_3) = W(T) = z_3 + (1,5z_3 + 0,5z_1 - 2z_2) \frac{T_{\Phi}}{T}. \quad (10)$$

Аналогично из (8) для последнего измерения ($t=t_3$) найдем

$$z_c(t_3) = z_3 + (z_3 - z_2) \frac{T_{\Phi}}{T}. \quad (11)$$

Выражения (9) — (11) весьма просто реализуются, особенно при одинаковых постоянных времени фильтров во всех каналах и удобных соотношениях T_{Φ} и T (например, $T_{\Phi} = T$).

Выбор способа обработки зависит от структуры системы и характера использования данных. Предварительная коррекция упрощает последующую обработку и использование данных, поскольку в противном случае потребителям нужно знать не только результаты измерений, но и способ их получения (значение T_Φ). Кроме того, рассматриваемая коррекция проста и при малых T_Φ/T может быть весьма эффективна даже при коррекции по выражению (11) (в то время как для восстановления сигнала точность интерполяции по двум точкам может быть недостаточной).

Эффективность рассматриваемой коррекции зависит от вида $R_x(t)$ и существенно возрастает для гладких процессов. Учитывая, что для точных измерений T много меньше интервала корреляции процесса и T_Φ того же порядка, что и T , воспользуемся разложением $R_x(t)$ в ряд. Пусть

$$R_x(t) \approx R_x(0) (1 - at^2 + a_1 t^4 - a_2 t^6), \quad (12)$$

что соответствует трижды дифференцируемому случайному процессу.

Подставляя разложение (12), $h(t) = \frac{1}{T_\Phi} e^{-\frac{t}{T_\Phi}}$ и $\delta = y = 0$ в (2), для интерполяции по (7) и (8) получим:

$$\sigma_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \sigma^2(\tau) d\tau \approx R_x(0) a_2 \left(56 T^4 T_\Phi^2 + \frac{32}{21} T^6 \right), \quad (13)$$

$$\sigma_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma^2(\tau) d\tau \approx R_x(0) a_1 \left(\frac{T^4}{5} + 2 T_\Phi^2 T^2 \right). \quad (14)$$

Как и следовало ожидать, в (13) в результате коррекции исключаются слагаемые дисперсии $\sigma_{\text{ср}}^2$, определяемые первыми тремя, а в (14) первыми двумя членами разложения (12). При $T_\Phi = 0$ (13) и (14) дают осредненную дисперсию параболической и линейной интерполяции по отсчетам безынерционного прибора. Для параболической и линейной интерполяции по отсчетам инерционного прибора, но без коррекции к этой погрешности прибавляется слагаемое $2aT_\Phi^2 R_x(0)$. Очевидно, во всех этих случаях (в области относительно малых T_Φ , где справедливо разложение (12)) зависимость $\sigma_{\text{ср}}^2$ от T_Φ возрастает по параболическому закону, но коэффициенты при T_Φ^2 существенно различны.

Эффективность рассматриваемой коррекции можно оценить также по степени уменьшения динамической погрешности отсчетов. Без коррекции дисперсия динамической погрешности отсчета, вызываемая влиянием RC-фильтра, равна

$$D = R_x(0) - \frac{1}{T_\Phi} \int_0^\infty R_x(t) e^{-\frac{t}{T_\Phi}} dt. \quad (15)$$

С учетом (12) и приведенных допущений

$$D \approx 2R_x(0) a T_\Phi^2. \quad (15')$$

При коррекции по выражениям (9), (10) и (11) из (2) для динамической погрешности скорректированных отсчетов приближенно получим

$$\sigma^2(t_2) \approx 20R_x(0) a_2 T_\Phi^2 T^4, \quad (16)$$

$$\sigma^2(t_3) \approx 80R_x(0) a_2 T_\Phi^2 T^4, \quad (17)$$

$$\sigma^2(t_3) \approx 6R_x(0) a_1 T_\Phi^2 T^2. \quad (18)$$

Среднее квадратическое значение динамической погрешности в результате коррекции по выражению (9) приближенно уменьшается в

$\sqrt{\frac{a}{10 \cdot a_2 T^4}}$ раз, что очень существенно (тем больше,

чем больше частота измерений $\frac{1}{T}$) и при принятых допущениях

не зависит от T_Φ . Например, для гармонического случайного процесса, для которого $R_x(t) = R_x(0) \cos \omega t$ ($a = \frac{\omega^2}{2}$; $a_1 = \frac{\omega^4}{24}$, $a_2 =$

$= \frac{\omega^2}{720}$, $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$) это составляет $\frac{6}{(2\pi)^2} \left(\frac{T_0}{T} \right)^2$ раз. При $T_0 =$

$= 60T$ и $T_0 = 22,5T$ (чему соответствует средняя квадратическая погрешность линейной и параболической интерполяции по отсчетам

безынерционного прибора $\sigma_{cp}/\sqrt{R_x(0)}$, равная 0,1%) динамическая погрешность уменьшается в 547 и 77 раз, т. е. при $T_\Phi = 0,5T$ в первом случае с 5,25 до 0,0095%. При коррекции по (11) погрешность

уменьшается в $\sqrt{\frac{a}{3a_1 T^2}}$ раз; для рассматриваемого примера при

$T_0 = 60T$ — в 19 раз, т. е. при $T_\Phi = 0,5T$ погрешность уменьшается с 5,25 до 0,27%.

Очевидно, простая коррекция по (8) и (11) для гладких процессов эффективна, но в значительно меньшей степени, чем коррекция по (7), (9) или (10), и целесообразна при меньших T_Φ . Для недифференцируемого процесса воспользуемся разложением

$$R_x(t) \approx R_x(0) (1 - a_0 |t|). \quad (12'')$$

В этом случае динамическая погрешность без коррекции

$$D \approx R_x(0) a_0 T_\Phi = R_x(0) a_0 \beta T, \quad (19)$$

а с коррекцией по выражениям (9) и (11)

$$\sigma^2(t_2) = R_x(0) a_0 T \beta \left[1 - \beta + 2\beta e^{-\frac{1}{\beta}} + \frac{\beta^2}{2} \left(e^{-\frac{2}{\beta}} - 1 \right) \right] \quad (20)$$

и

$$\sigma^2(t_3) = R_x(0) a_0 T \beta \left[1 - 2\beta^2 + 2\beta(1 + \beta) e^{-\frac{1}{\beta}} \right], \quad (20')$$

где $\beta = \frac{T_\Phi}{T}$. Выражения в квадратных скобках характеризуют эффективность коррекции (равны отношению дисперсий после коррекции к D); на рис. 4 им соответствуют кривые 1 и 7. Кривые 3, 2 и 8 представляют собой зависимости от β дисперсий D , $\sigma^2(t_2)$ и $\sigma_2(t_2)$, деленных на $R_x(0)a_0T$. В отличие от предыдущего случая, здесь характер зависимости от T_Φ указанных дисперсий неодина-

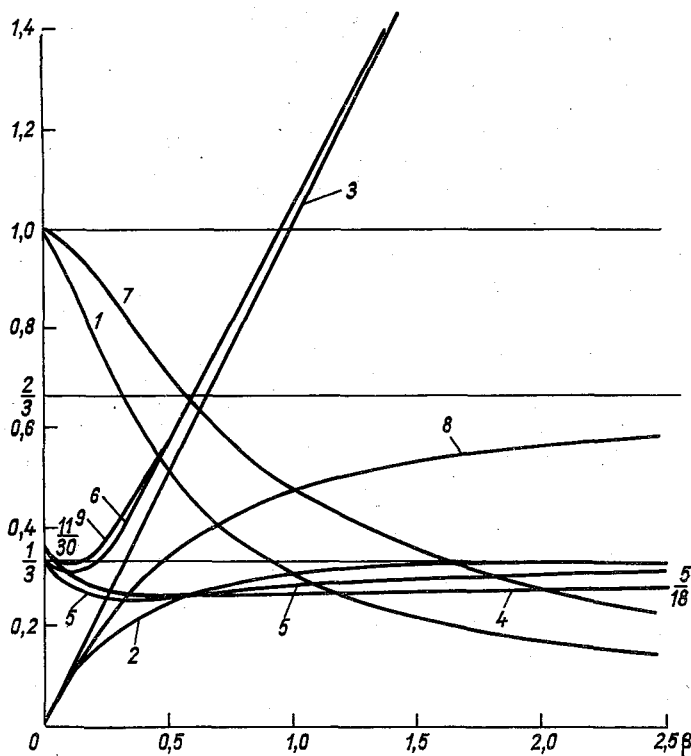


Рис. 4.

ков. Эффективность коррекции много меньше, чем для предыдущего примера и зависит от T_Φ (существенно возрастает с ростом T_Φ).

Выражения для дисперсии $\sigma_{\text{ср}}^2$ при параболической и линейной интерполяции с коррекцией (выражения (7) и (8)) и без нее с учетом (12') имеют вид:

$$\sigma_{\text{ср}}^2 = R_x(0)a_0T \left[\frac{11}{30} - \frac{4}{5}\beta + \frac{7}{3}\beta^2 - \frac{5}{2}\beta^3 + \right. \\ \left. + e^{-\frac{1}{\beta}} \left(-\frac{4}{15}\beta + \frac{8}{3}\beta^3 \right) + e^{-\frac{2}{\beta}} \left(\frac{1}{15}\beta - \frac{1}{6}\beta^3 \right) \right], \quad (21)$$

$$\sigma_{\text{ср}}^2 = R_x(0) a_0 T \left[e^{-\frac{1}{\beta}} \left(2\beta^3 - \frac{1}{3}\beta \right) + \left(2\beta^2 - 2\beta^3 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\beta \right) \right], \quad (21')$$

$$\sigma_{\text{ср}}^2 = R_x(0) a_0 T \left[\frac{11}{30} - \frac{4}{5}\beta + 4\beta^2 - 3\beta^3 - 2\beta^4 + \right. \\ \left. + e^{-\frac{1}{\beta}} \left(-\frac{4}{15}\beta + 4\beta^3 + 4\beta^4 \right) + e^{-\frac{2}{\beta}} \left(\frac{1}{15}\beta - \beta^3 - 2\beta^4 \right) \right], \quad (22)$$

$$\sigma_{\text{ср}}^2 = R_x(0) a_0 T \left[e^{-\frac{1}{\beta}} \left(4\beta^3 - \frac{1}{3}\beta \right) + 4\beta^2 - 4\beta^3 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\beta \right]. \quad (22')$$

На рис. 4 выражениям в квадратных скобках соответствуют кривые 4, 5, 9 и 6. Все кривые имеют минимум при конечном T_Φ , не равном нулю. При $T_\Phi = 0$ имеем значения $\frac{11}{30}$ и $\frac{1}{3}$ (погрешность параболической и линейной интерполяции по отсчетам безынерционного прибора). При $T_\Phi \rightarrow \infty$ кривые 4 и 5 стремятся к значениям $\frac{5}{18}$ и $\frac{1}{3}$. Очевидно, эффективность коррекции здесь тем больше, чем больше T_Φ . Из сопоставления кривых 5 и 4 (или 1 и 7) следует, что, в отличие от гладких процессов, для недифференцируемых процессов использование более сложной коррекции по трем точкам (или параболической интерполяции по (7)) не дает выигрыша или дает незначительный выигрыш по сравнению с коррекцией по двум точкам (или линейной интерполяцией по (8)) и нецелесообразно.

Погрешность интерполяции по (8) рассматривалась в [4]. При всех $T_\Phi \neq 0$ и $R_x(t)$ такая интерполяция приводит к повышению точности по сравнению с линейной; при $T_\Phi \rightarrow \infty$ $\sigma_{\text{ср}}^2$ стремится не к $R_x(0)$, как при обычной линейной или параболической интерполяции, а к $R_x(0) - R_L(0)$, где $R_L(0)$ — дисперсия среднего значения процесса за интервал T . При T , много меньшем интервала корреляции процесса, разность $R_x(0) - R_L(0)$ много меньше $R_x(0)$ и при $T \rightarrow 0$ стремится к нулю.

Рассматриваемые способы уменьшения динамической погрешности представляют интерес и для одноканальных систем с инерционными датчиками. Для датчиков второго порядка или датчиков первого порядка с включенными RC -фильтров на выходах (для уменьшения погрешности коммутации и помех) коррекция осуществляется не только по первой, но и по второй производной от входного сигнала. Последняя может быть найдена по выражению

$$\frac{z_3 + z_1 - 2z_2}{T^2}.$$

5. Коррекция по выражениям (7), (9) или (10) для плавных процессов позволяет резко (на два-три порядка и более) уменьшать динамическую погрешность отсчетов и благодаря этому брать

большое $\beta = \frac{T_{\Phi}}{T}$. В меньшей степени это относится также к коррекции по выражению (11).

Здесь важно отметить, что использование коррекции по выражениям (7)—(11) требует определенной стабильности постоянных времени фильтров, что, в свою очередь, требует стабильных емкостей в фильтрах и достаточной стабильности выходных сопротивлений датчиков. В общем случае при выборе параметров входного фильтра необходим учет их возможной неустойчивости [4]. Не останавливаясь на общем методе, воспользуемся следующим приближенным, но весьма простым расчетом.

Как показано выше, при коррекции по выражениям (9), (10) или (11) поправка $\left(\text{соответственно } \frac{z_3 - z_1}{2} \frac{T_{\Phi}}{T}, (1,5z_3 + 0,5z_1 - 2z_2) \frac{T_{\Phi}}{T} \text{ или } (z_3 - z_2) \frac{T_{\Phi}}{T} \right)$ приближенно равна динамической погрешности отсчета ξ с обратным знаком. Дисперсия последней D определяется выражением (15).

Из сказанного следует, что при отклонении реальной постоянной времени от расчетной ($T_{\Phi, p}$), используемой при коррекции, на величину ΔT_{Φ} возникающая погрешность приближенно равна $\xi(T_{\Phi, p} + \Delta T_{\Phi}) \cdot \delta_{\Phi}$, где $\delta_{\Phi} = \frac{\Delta T_{\Phi}}{T_{\Phi}}$ — относительная неустойчивость постоянной времени фильтра. Таким образом, дисперсия динамической погрешности, вызываемая неустойчивостью ΔT_{Φ} постоянной времени, приближенно равна $D[T_{\Phi, p}(1 + \delta_{\Phi})]^2 \delta_{\Phi}^2$. При малых δ_{Φ} для нахождения максимального или осредненного значения средней квадратической дополнительной погрешности, связанной с неустойчивостью T_{Φ} , при коррекции по (9)—(11) можно воспользоваться приближенным выражением:

$$\delta_n \approx \sqrt{\frac{1}{T_{\Phi, p}} \int_0^{\infty} [R_x(0) - R_x(t)] e^{-\frac{t}{T_{\Phi}}} dt} \cdot \delta'_{\Phi}, \quad (23)$$

где δ'_{Φ} — среднее квадратическое или максимальное значение относительной неустойчивости δ_{Φ} . Для плавных процессов

$$\delta_n \approx \sqrt{2a} \cdot R_x(0) T_{\Phi, p} \delta'_{\Phi}. \quad (23')$$

Зависимость рассматриваемой погрешности от $T_{\Phi, p}$ (при заданном δ'_{Φ}) приближенно совпадает с зависимостью $\sqrt{D}$ от T_{Φ} . Приведенные соотношения позволяют определить требования к стабильности постоянных времени. Например, для гармонического процесса при $T_0 = 60T$ и $\beta = 0,5$ (среднее квадратическое значение поправки приближенно равно 5,2%) и погрешности от неустойчивости T_{Φ} , равной 0,05%, допустимая неустойчивость T_{Φ} составляет порядка 1% (в зависимости от подхода это максимальное или среднее квадратическое значение δ_{Φ}). Этот пример показывает, что в ряде слу-

чаев увеличение T_{Φ} лимитируется не возможностями коррекции (в этом случае коррекция по (9) при $\Delta T_{\Phi}=0$ дает результирующую погрешность 0,01%), а нестабильностью T_{Φ} (вернее отношения $\frac{T_{\Phi}}{T}$, но величина T обычно стабильна). Это заметно уменьшает эффективность рассматриваемого метода для датчиков с нестабильным выходным сопротивлением.

6. Синтез рассматриваемой многоканальной системы сводится к выбору постоянных времени фильтров (номинальных значений при заданной возможной нестабильности δ'_{Φ}) и способа обработки результатов и осуществляется общими методами. На практике для рационального выбора $T_{\Phi, p}$ приближенно можно воспользоваться рассмотренными выше зависимостями от T_{Φ} (от β) отдельных составляющих погрешностей: динамической (при выбранном способе коррекции), дополнительной динамической погрешности от нестабильности постоянных времени, погрешности от помехи $y(t)$ и погрешности измерений $\delta(t)$ (в первую очередь погрешности коммутатора). Для упрощения можно минимизировать не σ_{cp}^2 , а погрешность $\sigma^2(t)$ в момент отсчета и полагать указанные составляющие погрешности независимыми.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть измеряемый процесс имеет корреляционную функцию $R_x(t) = R_x(0)e^{-c^2 t^2}$ ($a=c^2$, $a_1=\frac{c^4}{2}$, $a_2=\frac{c^6}{6}$) и пусть интервал $T=\frac{0,06}{c}$. На рис. 5 для этого случая показана зависимость динамической погрешности отсчетов от выбора постоянной времени T_{Φ} входного фильтра при отсутствии коррекции и при коррекции этой погрешности по выражениям (9) и (11) (кривые 1, 2 и 3, рассчитанные по выражениям (15'), (16) и (18)). На рис. 5 приведены также зависимости от T_{Φ} осредненной дисперсии σ_{cp}^2 для линейной и параболической интерполяции без коррекции (кривые 1' и 1'') и с коррекцией по выражениям (8) (кривая 2') и (7) (кривая 3') при $y=\delta=0$. Приведенные кривые наглядно иллюстрируют высокую эффективность предложенных методов коррекции. Кривая 4 — рассчитанная по (23') дисперсия дополнительной динамической погрешности, вызываемой нестабильностью T_{Φ} ; принимаем $\delta'_{\Phi}=1\%$. Далее учтем влияние случайной погрешности $y(t)$. При коррекции по выражениям (9) и (11) дисперсия случайной погрешности отсчетов возрастает и равна

$$D_y = R_{y1}(0) + \frac{T_{\Phi}^2}{2T^2} [R_{y1}(0) - R_{y1}(2T)] \quad (24)$$

и

$$D_y = R_{y1}(0) + \frac{2T_{\Phi}}{T} \left(1 + \frac{T_{\Phi}}{T}\right) [R_{y1}(0) - R_{y1}(T)], \quad (24')$$

где $y_1(t)$ — эквивалентная $y(t)$ помеха на выходе RC-фильтра.

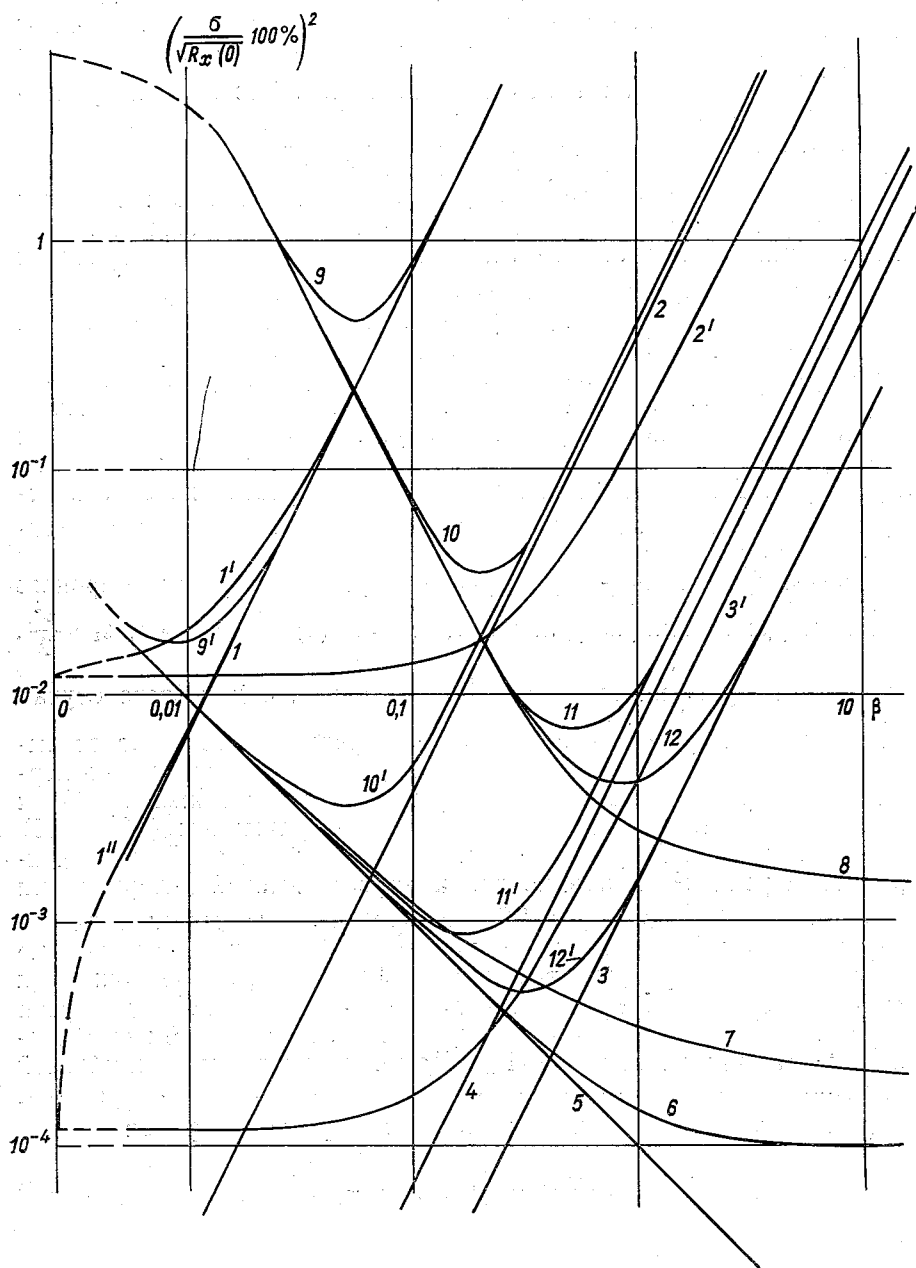


Рис. 5.

Приняв для примера, что $y(t)$ не зависит от $x(t)$ и $\delta(t)$ и имеет равномерный спектр с плотностью B^2 , получим:

$$D_y = \frac{B^2\pi}{2T} \left[\frac{1}{\beta} + \frac{\beta}{2} \left(1 - e^{-\frac{2}{\beta}} \right) \right]$$

$$\text{и } D_y = \frac{B^2\pi}{2T} \left[\frac{1}{\beta} + 2(1+\beta) \left(1 - e^{-\frac{1}{\beta}} \right) \right].$$

Зависимости дисперсии погрешностей отсчетов от влияния $y(t)$ без коррекции (т. е. $R_{y1}(0) = \frac{B^2\pi}{2T_\Phi}$) и для двух указанных случаев коррекции (при $\frac{B^2\pi}{2T} = 10^{-8} R_x(0)$) приведены на рис. 5 (кривые 5, 6 и 7). В отличие от $R_{y1}(0)$, дисперсия после коррекции D_y с ростом T_Φ уменьшается не бесконечно, а стремится к конечному пределу. При этом увеличение T_Φ более T малоэффективно.

Последним рассмотрим влияние погрешности измерений $\delta(t)$. В первом приближении можно не учитывать зависимость от T_Φ второй составляющей погрешности коммутатора. Для первой составляющей дисперсия приближенно равна дисперсии погрешности обычного коммутатора (без U_0), умноженной на K_1^{-2} или K_2^{-2} . Зависимости $K_1(\beta)$ и $K_2(\beta)$ были рассмотрены выше. Результирующая зависимость дисперсии погрешности коммутатора от T_Φ для конкретного примера (второго режима коммутации, $n=50$ и $\alpha=0,5$) приведена на рис. 5 (кривая 8). Кривые 9, 10 и 11 — зависимости от T_Φ дисперсии суммарной погрешности отсчета при отсутствии коррекции и коррекции по выражениям (9) и (11). Кривая 12 соответствует коррекции по (9), но при стабильной T_Φ .

Приведенные кривые иллюстрируют эффективность предлагаемого способа повышения точности многоканальных систем (во всех случаях, даже без коррекции, имеет место глубокий минимум при конечном T_Φ , не равном нулю) и значительную эффективность коррекции. Суммарная погрешность при коррекции по (9) и стабильном T_Φ уменьшается с 2,5 до 0,063%, т. е. в 40 раз.

Кривые 9'—12' аналогичны кривым 9—12, но рассчитаны без учета погрешности коммутатора. Эти кривые иллюстрируют эффективность рассматриваемого метода и для одноканальных систем.

Таким образом, зная статистические характеристики измеряемых сигналов и помех, нестабильности фильтров, параметров коммутатора и ИП, можно приближенно или строго осуществить синтез измерительной системы. Рациональный выбор входных фильтров и способа обработки отсчетов позволяет резко (в ряде случаев на порядок и более) повысить точность многоканальных цифровых измерительных систем с высокоомными датчиками (как правило, также систем с низкоомными датчиками и одноканальных систем). Полученные в статье результаты, касающиеся выбора динамических

характеристик датчиков при дискретизации процесса и обработки дискретных наблюдений, могут быть полезны при решении некоторых методических задач метеорологических измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карандеев К. Б. и др. Электрические методы автоматического контроля. М.—Л., «Энергия», 1965, с. 116—147.
2. Персин Л. М., Персин С. М. Способ повышения точности коммутации высокоомных датчиков.—«Труды ГГО», вып. 199, 1966, с. 78—89.
3. Персин Л. М., Персин С. М. Статистический анализ погрешностей многоканальных измерений.—«Труды ГГО», вып. 292, 1972, с. 91—104.
4. Персин С. М. Об оптимальном выборе методов получения и обработки дискретных отсчетов метеорологических процессов.—«Труды ГГО», вып. 280, 1972, с. 3—27.
5. Гонестас Э. Ю. Об оценке погрешностей многоканальных измерительных коммутаторов.—«Вопросы радиоэлектроники». Серия РТ, 1967, вып. 7, с. 3—13.

О ВЫБОРЕ ПОРОГА СРАВНЕНИЯ ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ДВОИЧНЫХ СИМВОЛОВ В СЛУЧАЕ АДДИТИВНОЙ ПОМЕХИ С СИММЕТРИЧНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

При считывании информации с технического носителя или приема из линии связи возникает задача распознавания сигналов. В результате распознавания каждый принятый сигнал должен быть сопоставлен одному из символов используемого алфавита, например, символу 0 или 1 в наиболее распространенном случае двоичного канала. Узел, выполняющий распознавание, обычно называется первой решающей схемой [1].* В процессе распознавания сигнал или величина, в которую он преобразуется, сравнивается с эталоном или порогом, и в зависимости от результатов этого сравнения решается вопрос о сопоставлении сигналу одного из символов алфавита. Важно подчеркнуть, что такое сравнение всегда носит количественный характер. Если, например, сигнал представляет собой функцию времени, то он вначале подвергается некоторому функциональному преобразованию (осредняется, выбирается максимум и т. п.). В результате образуется некоторая величина, которую можно сравнить с пороговым значением.

Принятый из линии связи или считанный с технического носителя полезный сигнал искажен влиянием помех (шума), поэтому он является случайной величиной или случайной функцией, которая в результате функционального преобразования перед сравнением с порогом также преобразуется в случайную величину. Влияние шума проявляется в ошибках при распознавании символов.

Очевидно, что вероятность ошибок, а следовательно, и пропускная способность канала зависит от выбора порога сравнения, который, в отличие от многих других параметров канала связи, легко поддается изменению и регулировке не только в процессе проектирования, но и при настройке и даже в ходе эксплуатации аппаратуры.

* В отличие от второй решающей схемы, выполняющей функции декодирования при использовании помехоустойчивых кодов.

В данной заметке рассматривается вопрос о выборе порога сравнения исходя из требования максимального количества информации на один двоичный символ. Среднее количество информации, приходящееся на один символ в двоичном канале, равно [1, 2]:

$$I_{\text{ср}} = P_0 P_{00} \log P_{00} + P_0 P_{01} \log P_{01} + P_1 P_{10} \log P_{10} + P_1 P_{11} \log P_{11} - \\ - (P_1 P_{11} + P_0 P_{01}) \log (P_1 P_{11} + P_0 P_{01}) - \\ - (P_1 P_{10} + P_0 P_{00}) \log (P_1 P_{10} + P_0 P_{00}),^* \quad (1)$$

где $P_0, P_1 = 1 - P_0$ — вероятности 0 и 1 на входе (при записи); P_{00}, P_{11} — вероятности правильного распознавания 0 и 1; $P_{01} = 1 - P_{00}$; $P_{10} = 1 - P_{11}$ — вероятности искажения символов 0 и 1. Обычно вероятности 0 и 1 на входе равны: $P_0 = P_1 = \frac{1}{2}$. При этом (1) обращается в выражение

$$I_{\text{ср}} = 1 + \frac{1}{2} [P_{00} \log P_{00} + P_{01} \log P_{01} + P_{10} \log P_{10} + P_{11} \log P_{11} - \\ - (P_{11} + P_{01}) \log (P_{11} + P_{01}) - (P_{10} + P_{00}) \log (P_{10} + P_{00})]. \quad (2)$$

Как указывалось, вероятности $P_{00}, P_{01}, P_{11}, P_{10}$ зависят от значения порога сравнения ($U_{\text{п}}$) в первой решающей схеме. Считая, что они являются непрерывными и дифференцируемыми функциями $U_{\text{п}}$, после дифференцирования (2) по $U_{\text{п}}$ и некоторых промежуточных преобразований, получим

$$\frac{dI_{\text{ср}}}{dU_{\text{п}}} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{dP_{00}}{dU_{\text{п}}} [\log P_{00} - \log (P_{10} + P_{00})] + \right. \\ \left. + \frac{dP_{01}}{dU_{\text{п}}} [\log P_{01} - \log (P_{11} + P_{01})] + \frac{dP_{10}}{dU_{\text{п}}} [\log P_{10} - \log (P_{10} + P_{00})] + \right. \\ \left. + \frac{dP_{11}}{dU_{\text{п}}} [\log P_{11} - \log (P_{11} + P_{01})] \right\}. \quad (3)$$

Из равенств

$$P_{00} = 1 - P_{01}, \\ P_{11} = 1 - P_{10} \quad (4)$$

следует

$$\frac{dP_{00}}{dU_{\text{п}}} = - \frac{dP_{01}}{dU_{\text{п}}}; \quad \frac{dP_{11}}{dU_{\text{п}}} = - \frac{dP_{10}}{dU_{\text{п}}}. \quad (5)$$

Используя (5) и приравнявая (3) нулю, получим условие экстремума $I_{\text{ср}}$, которое можно привести к виду

$$\frac{dP_{01}}{dU_{\text{п}}} \log \frac{P_{01} (P_{10} + P_{00})}{P_{00} (P_{11} + P_{01})} = \frac{dP_{10}}{dU_{\text{п}}} \log \frac{P_{11} (P_{10} + P_{00})}{P_{10} (P_{11} + P_{01})}. \quad (6)$$

Рассмотрим аддитивную помеху, когда сигнал представляет собой сумму случайной величины (помехи), распределенной по какому-либо закону, и величины, которую имел бы сигнал при отсут-

* Использован логарифм по основанию 2.

ствии помехи, причем закон распределения помехи не зависит от значения сигнала. Аддитивная помеха характерна для линейных систем и преобразователей. На рис. 1 представлены плотности вероятности для трех законов распределения: собственно помехи, сигналов при считывании 0 и при считывании 1. При аддитивной помехе кривые 2 и 3 получаются путем сдвига кривой 1 на U_0 (номинальное значение сигнала при считывании 0) и на U_1 (значение

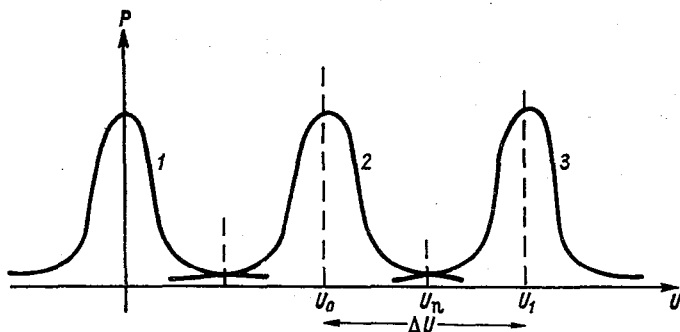


Рис. 1. Законы распределения помехи (1), сигнала при считывании 0 (2) и сигнала при считывании 1 (3) при аддитивной помехе.

сигнала при считывании 1) вдоль оси U . Если $P = \varphi(U)$ — закон распределения помехи, то законы распределения, соответствующие кривым 2 и 3, будут:

$$P_0 = \varphi(U - U_0); \quad P_1 = \varphi(U - U_1). \quad (7)$$

Предположим, что $\varphi(U)$ представляет собой симметричную кривую ($\varphi(-U) = \varphi(U)$), монотонно убывающую в обе стороны от максимального значения. Если U_π — значение порога сравнения, то вероятности P_{00} , P_{01} , P_{11} , P_{10} равны:

$$\begin{aligned} P_{00} &= \int_{-\infty}^{U_\pi} \varphi(U - U_0) dU, \\ P_{01} &= \int_{U_\pi}^{\infty} \varphi(U - U_0) dU, \\ P_{10} &= \int_{-\infty}^{U_\pi} \varphi(U - U_1) dU, \\ P_{11} &= \int_{U_\pi}^{\infty} \varphi(U - U_1) dU. \end{aligned} \quad (8)$$

Покажем, что при симметричной аддитивной помехе равенство (6) удовлетворяется, если

$$U_n = \frac{U_0 + U_1}{2}. \quad (9)$$

В этом случае из (8) следует:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{01}}{dU_n} &= -\varphi(U_n - U_0) = -\varphi\left(\frac{U_0 + U_1}{2} - U_0\right) = -\varphi\left(-\frac{\Delta U}{2}\right). \\ (\Delta U &= U_1 - U_0) \\ \frac{dP_{10}}{dU_n} &= \varphi(U_n - U_1) = \varphi\left(\frac{U_0 + U_1}{2} - U_1\right) = \varphi\left(-\frac{\Delta U}{2}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

или в силу симметрии $\varphi(U)$

$$\frac{dP_{10}}{dU_n} = -\frac{dP_{01}}{dU_n} = \varphi\left(\frac{\Delta U}{2}\right). \quad (11)$$

Кроме того, как легко видеть, при таком значении

$$\begin{aligned} q = P_{01} = P_{10} &= \int_{\frac{\Delta U}{2}}^{\infty} \varphi(U) dU. \\ P = P_{00} = P_{11} &= \int_{-\infty}^{\frac{\Delta U}{2}} \varphi(U) dU. \end{aligned} \quad (12)$$

Используя (9), (10), (11), (12), получим для левой части равенства (6)

$$\frac{dP_{01}}{dU_n} \log \frac{P_{01}(P_{10} + P_{00})}{P_{00}(P_{11} + P_{01})} = -\varphi\left(\frac{\Delta U}{2}\right) \log \frac{q(P+q)}{P(P+q)} = \varphi\left(\frac{\Delta U}{2}\right) \log \frac{P}{q}.$$

Аналогично для правой части (6):

$$\frac{dP_{10}}{dU_n} \log \frac{P_{11}(P_{10} + P_{00})}{P_{10}(P_{11} + P_{01})} = \varphi\left(\frac{\Delta U}{2}\right) \log \frac{P(P+q)}{q(P+q)} = \varphi\left(\frac{\Delta U}{2}\right) \log \frac{P}{q}.$$

Можно показать, на чем мы здесь останавливаться не будем, что при аддитивной помехе с симметричным распределением условие (9) соответствует единственному экстремуму $I_{\text{ср}}$ (2), представляющий собой максимум.

ВЫВОДЫ

1. Порог сравнения является легко регулируемым параметром любой схемы, которая осуществляет распознавание двоичных символов. Изменяя порог сравнения, можно воздействовать на вероятность искажения 0 и 1 и, следовательно, на пропускную способность канала.

2. Равенство (6) определяет значение порога, обеспечивающее максимальное количество информации на символ. Зная закон распределения сигналов (0 и 1) при наличии шума, можно с помощью (6) определить оптимальное (с точки зрения пропускной способности) значение порога.

3. При аддитивной симметричной помехе наибольшая пропускная способность достигается в том случае, если значение порога является средним арифметическим из значений сигналов, соответствующих 0 и 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М., «Советское радио», 1970, с. 89—90.

2. Афиногенов Л. П., Луштак А. С. О предельной плотности записи информации на технический носитель.— См. наст. сборник.

МЕТОД АНАЛИЗА ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ НА ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

В настоящее время в дискретной технике почти исключительно применяются схемы, построенные на элементах с двумя состояниями. Естественной основой теоретического исследования таких схем является аппарат математической логики. Однако конкретная методика использования этого аппарата может существенно меняться в зависимости от характера и физических свойств элементов (реле, ферриты, ферро-транзисторные, потенциальные и др.).

В данной статье рассматривается метод анализа схем на потенциальных элементах, которые в настоящее время получили наибольшее распространение и, по-видимому, в виде обычных и больших интегральных схем являются наиболее перспективными на ближайшие 10—15 лет.

Автор предполагает, что читатель знаком с основами математической логики в объеме любого краткого курса или монографии [см., например, 1, 2]. Поэтому доказательства отдельных положений опущены и приводятся только результаты, сформулированные в виде правил и методических рекомендаций.

При разработке дискретных устройств используется та или иная элементная база, т. е. конечный, обычно очень небольшой набор простейших типовых логических элементов, отличающихся по реализуемым функциям. Любой типовой элемент, имеющий несколько входов и один выход, описывается реализуемой им логической функцией $F(a_1, a_2, \dots, a_n)$, определяющей состояние выхода (0 или 1) при заданном (также 0 или 1) состоянии каждого входа ($a_1, a_2, \dots, a_n$). Таким образом, элементной базе, состоящей из m типовых элементов, имеющих соответственно $n_1, n_2, \dots, n_m$ входов, может быть сопоставлен набор из m логических функций:

$$F_i(a_1, a_2, \dots, a_{n_i}) \quad (i=1, \dots, m). \quad (1)$$

Элементная база, пригодная для практического применения должна удовлетворять требованию логической полноты, которое заключается в возможности реализации любой логической функции от любого конечного числа аргументов.

входов в каждом элементе тоже ограничено, поэтому в действительности из полного набора возможных аргументов ($a_1, a_2, \dots, a_n; b_1, b_2, \dots, b_k$) в каждой из функций участвуют только некоторые.

Отметим, что равенства (2) также вполне заменяют схему: по ним всегда можно восстановить изображение типа рис. 1б, а за-

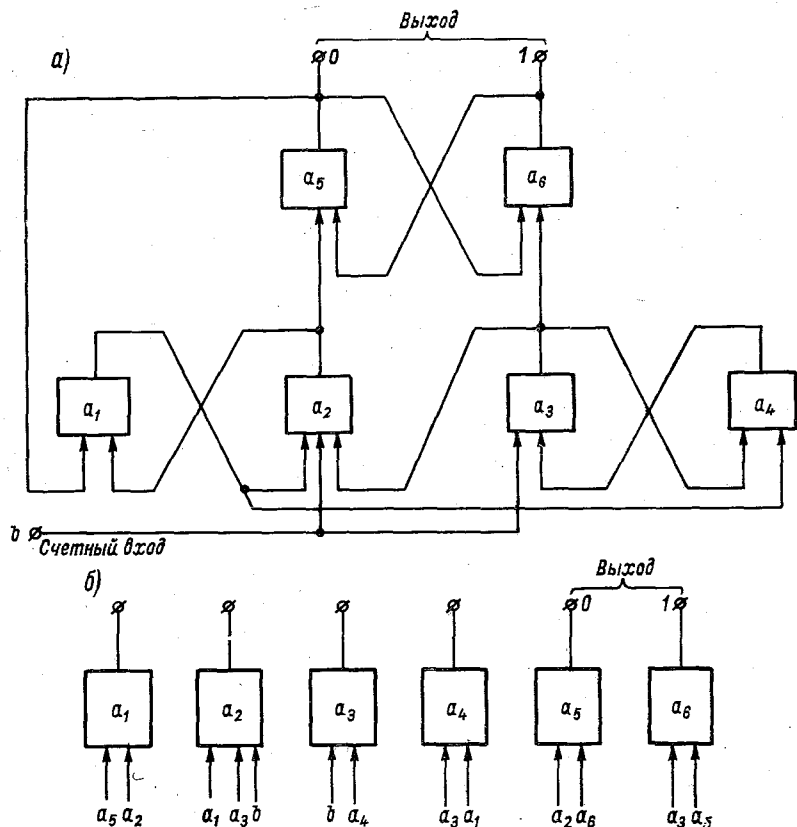


Рис. 1. Триггер со счетным входом на элементах «и—не».

а) полная схема; б) упрощенное изображение.

тем и все соединения. Выражение типа (2) имеют вид уравнений. Прежде всего определим точный смысл термина «логическое уравнение». Логическим уравнением можно назвать всякое выражение вида

$$F_1(a_1, a_2, \dots, a_n) = F_2(a_1, a_2, \dots, a_n), \quad (3)$$

где F_1 и F_2 — некоторые логические функции переменных $a_1, a_2, \dots, a_n$. Для конкретных наборов значений аргументов равенство (3) может выполняться или не выполняться. Любой набор значений аргументов, для которых равенство (3) удовлетворяется, мо-

жно назвать корнем уравнения. Можно также говорить о системе логических уравнений, понимая под этим группу равенств вида (3). Решением системы следует считать любой набор аргументов, для которого удовлетворяются все равенства системы. Таким образом, равенства (2) можно рассматривать, как систему из n логических уравнений относительно $n+k$ аргументов. Как и в любых типах уравнений, система логических уравнений может иметь одно или несколько решений или не иметь ни одного.

Нетрудно видеть, что уравнение (3) можно представить в следующей форме:

$$F_1 F_2 + \bar{F}_1 \bar{F}_2 = 1. \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) эквивалентны. Это означает, что всякое решение уравнения (4) является одновременно и решением для (3) и наоборот. Пользуясь этим, систему (2), описывающую логическую схему, можно представить в таком виде:

$$\begin{aligned} a_1 F_1 + \bar{a}_1 \bar{F}_1 &= 1, \\ a_2 F_2 + \bar{a}_2 \bar{F}_2 &= 1, \\ &\dots \dots \dots \\ a_n F_n + \bar{a}_n \bar{F}_n &= 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Хотя левые части выражений (4) и (5) представляют собой логические функции, между функциями и уравнениями есть принципиальное различие: в то время, как функция определяет значение (0 или 1), которые она принимает при любом наборе аргументов, уравнение или система уравнений из всех возможных наборов выбирает некоторые, а именно те, для которых уравнение (система) удовлетворяется.

Легко видеть, что система (5) может быть заменена одним эквивалентным ей уравнением:

$$\begin{aligned} (a_1 F_1 + \bar{a}_1 \bar{F}_1) (a_2 F_2 + \bar{a}_2 \bar{F}_2) \dots (a_n F_n + \bar{a}_n \bar{F}_n) = \\ = \bigcap_{i=1}^n (a_i F_i + \bar{a}_i \bar{F}_i) = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Производя умножение в левой части, получим выражение вида:

$$\begin{aligned} \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n = 1, 1, \dots, 1 \\ \bigcup \\ \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n = 0, 0, \dots, 0 \end{aligned} a_1^{\sigma_1} a_2^{\sigma_2} \dots a_n^{\sigma_n} F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} \dots F_n^{\sigma_n} = 1. \quad (7)$$

Здесь $a_i^{\sigma_i}$, $F_i^{\sigma_i}$ обозначают прямые значения a_i ; F_i при $\sigma_i = 1$ и инверсии $\bar{a}_i$; $\bar{F}_i$ при $\sigma_i = 0$. Отметим, что $\sigma = 1$ ($0^0 = 0^1 = 1$; $1^1 = 1$) и $\sigma = 0$ ($0^0 = 0^1 = 0$; $1^1 = 1^0 = 0$). Суммирование в (7) производится по всем наборам значений $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$, начиная от 0, 0, ..., 0

и кончая $1, 1, \dots, 1$. Таким образом, левая часть выражения (7) содержит 2^n слагаемых. Каждое слагаемое состоит из двух сомножителей: произведения $a_1^{\sigma_1}, a_2^{\sigma_2}, \dots, a_n^{\sigma_n}$, которое характеризует некоторые состояния всех элементов схемы, и функции $F = F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} \dots F_n^{\sigma_n}$, представляющей собой произведение всех функций, реализуемых элементами схемы и взятых в той же комбинации прямых и инверсных значений, которую имеют аргументы $a_1 \div a_n$ (элементы схемы) в первом сомножителе. Выражение (7) можно упростить, используя правило:

$$\begin{aligned} a_i^{\sigma} F(a_1, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n) = \\ = a_i^{\sigma} F(a_1, \dots, a_{i-1}, \sigma, a_{i+1}, \dots, a_n). \end{aligned} \quad (8)$$

Равенство (8) означает, что если логическое выражение содержит какой-нибудь аргумент в виде множителя (в прямом или инверсном значении), то в остальной части выражения этот аргумент может быть заменен единицей (при прямом значении аргумента в множителе) или нулем (когда множитель содержит инверсию аргумента). В справедливости равенства (8) нетрудно убедиться, рассматривая два возможных случая: $a_i = \sigma$ и $a_i = \bar{\sigma}$. В первом случае множитель $a_i^{\sigma} = 1$ и обе части равенства (8) содержат одинаковые функции; во втором случае множитель $a_i^{\sigma} = 0$ обращает обе части (8) в нуль. Используя это правило, можно в каждом слагаемом выражения (7) во множителях $F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} \dots F_n^{\sigma_n}$ заменить значения аргументов $a_1, a_2, \dots, a_n$ на $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ соответственно:

$$\sum_{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n=0, 0, \dots, 0}^{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n=1, 1, \dots, 1} a_1^{\sigma_1} a_2^{\sigma_2} \dots a_n^{\sigma_n} (F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} \dots F_n^{\sigma_n} |_{a_i=\sigma_i}) = 1. \quad (9)$$

После этого преобразования множители $F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} \dots F_n^{\sigma_n}$, входящие в каждое слагаемое (9), уже не содержат аргументов $a_1, a_2, \dots, a_n$, а зависят только от группы входных сигналов $b_1, b_2, \dots, b_k$. Таким образом, выражение (9), определяющее работу схемы, представляет собой сумму, в которой каждое слагаемое является произведением члена вида $a_1^{\sigma_1} a_2^{\sigma_2} \dots a_n^{\sigma_n}$ на некоторую функцию входных аргументов. Вид этой функции зависит от набора значений $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ и может быть различным для разных слагаемых. Общее число слагаемых в выражении (9), как и в (7), равно 2^n . Уравнение (9) определяет все особенности работы анализируемой схемы. Его можно интерпретировать по-разному, сосредоточив внимание в первую очередь на аргументах $a_1, a_2, \dots, a_n$, характеризующих состояние элементов схемы, или на аргументах $b_1, b_2, \dots, b_k$, характеризующих внешние воздействия.

Рассмотрим первую интерпретацию. 2^n слагаемых левой части (9) соответствуют 2^n различных наборов состояний элементов

схемы независимо от того, реализуются такие состояния в действительности или нет. Если множитель

$$\psi(b_1, b_2, \dots, b_k) = F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} \dots F_n^{\sigma_n} \Big|_{a_i = \sigma_i}, \quad (10)$$

стоящий при некотором произведении $a_1^{\sigma_1} a_2^{\sigma_2} \dots a_n^{\sigma_n}$, тождественно равен нулю, то это означает, что данное состояние схемы ($a_1 = \sigma_1, a_2 = \sigma_2, \dots, a_n = \sigma_n$) не реализуется ни при каких значениях входных сигналов. Если этот множитель, являющийся функцией $b_1 \div b_k$, не равен нулю тождественно, то данное состояние схемы возможно при тех входных воздействиях (одном или нескольких разных), для которых функция (10) равна единице.

Рассмотрим теперь вторую интерпретацию уравнения (9), сосредоточив внимание на аргументах $b_1 \div b_k$. Пусть набор $b_1 \div b_k$ пробегает все 2^k возможных значений. Рассмотрим выражение (9) при одном из них: $b_1 = \delta_1, b_2 = \delta_2, \dots, b_k = \delta_k$ ($\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k$ равны 0 или 1). Могут встретиться три случая.

1. При данном входном воздействии все функции вида (10) равны нулю, вследствие чего левая часть (9) обращается в нуль. В этом случае не реализуется никакое состояние элементов схемы $a_1 \div a_n$, что свидетельствует о логической противоречивости: при данном входном воздействии схема оказывается неработоспособной. Простейшим примером логически противоречивой схемы является один элемент «и—не» (или инвертор), у которого выход соединен со входом, а на остальные входы поданы единичные сигналы.

2. При данном входном воздействии одна единственная функция из (10) равна единице, а остальные равны нулю. Этой функции соответствует один определенный множитель $a_1^{\sigma_1} a_2^{\sigma_2} \dots a_n^{\sigma_n}$, который и характеризует единственно возможное состояние схемы при данном входном воздействии. «Обычные» логические схемы без внутренней памяти имеют одно единственное состояние при любом входном воздействии.

3. При данном входном воздействии несколько функций (10) равны единице. Им соответствует в (9) несколько слагаемых. Такие схемы имеют несколько устойчивых состояний. Этим свойством обладают логические схемы с внутренней памятью, в частности, триггеры с отдельными и счетными входами.

Обычно при анализе схем представляют интерес состояния не всех ее элементов, а только некоторых (или даже одного), тех, с которых снимаются выходные функции, реализуемые схемой. Для того чтобы в выражении (9) выделить часть элементов, достаточно просто отбросить все символы a_j , относящиеся к остальным элементам, или, иначе говоря, в каждом слагаемом равенства (9) для «отбрасываемых» символов положить $a_j = \sigma_j$. Полученное выражение будет иметь такую же форму, как и (9), но в нем будут встречаться только интересующие нас аргументы, причем каждое произведение, составленное из этих аргументов, будет встречаться 2^{n-r} раз (r — число оставленных аргументов). После

«приведения подобных членов» путем суммирования функций $F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} \dots F_{n-1}^{\sigma_{n-1}}$, являющихся множителями при одинаковых произведениях аргументов, получится выражение вида

$$\bigcup_{\sigma_{k1}, \sigma_{k2}, \dots, \sigma_{kr}=0, 0, \dots, 0}^{1, 1, \dots, 1} a_{k1}^{\sigma_{k1}} a_{k2}^{\sigma_{k2}} \dots a_{kr}^{\sigma_{kr}} F_{\sigma_{k1}\sigma_{k2}\dots\sigma_{kr}} = 1. \quad (11)$$

Здесь $a_{k1}, a_{k2}, \dots, a_{kr}$ — r интересующих нас аргументов (например, r функций, реализуемых схемой); $F_{\sigma_{k1}\sigma_{k2}\dots\sigma_{kr}}$ — функции входных сигналов ($b_1 \div b_k$), получившиеся в результате удаления части аргументов и приведения подобных членов в выражении (9). К выражению (11) можно отнести все замечания, сделанные ранее относительно (9): если при некоторых (одном или нескольких) наборах значений входных сигналов все функции $F_{\sigma_{k1}\sigma_{k2}\dots\sigma_{kr}}$ обращаются в нуль, то схема логически противоречива; если есть наборы входных сигналов, при которых одновременно несколько функций $F_{\sigma_{k1}\sigma_{k2}\dots\sigma_{kr}}$ обращаются в единицу, то схема «неоднозначна» (имеет несколько возможных состояний при данных входных воздействиях) и эта неоднозначность распространяется на выделенные аргументы; наконец, если при любом наборе $b_1 \div b_k$ одна и только одна из функций $F_{\sigma_{k1}\sigma_{k2}\dots\sigma_{kr}}$ обращается в единицу, то мы имеем дело с логически непротиворечивой однозначной схемой. В этом случае можно однозначно определить логическую функцию входных сигналов, реализуемую на каждом выходе. Для получения выражений этой функции в явном виде надо просуммировать все функции $F_{\sigma_{k1}\sigma_{k2}\dots\sigma_{kr}}$, у которых $\sigma_{ki}=1$ (a_{ki} — интересующий нас аргумент). Например, на выходе a_{k1} реализуется функция

$$F_{k1} = \bigcup_{\sigma_{k2}, \dots, \sigma_{kr}=0, \dots, 0}^{1, \dots, 1} F_{1, \sigma_{k2} \dots \sigma_{kr}}. \quad (12)$$

Проиллюстрируем описанную методику на примере триггера со счетным входом (см. рис. 1). Схема выполнена на 6 элементах «и—не» (элементная база «Логика-2»). Исходная система логических уравнений (2) в данном случае имеет вид:

$$a_1 = F_1 = \overline{a_2 a_5} = \overline{a_2} + \overline{a_5},$$

$$a_2 = F_2 = \overline{a_1 a_3 b} = \overline{a_1} + \overline{a_3} + \overline{b},$$

$$a_3 = F_3 = \overline{a_4 b} = \overline{a_4} + \overline{b},$$

$$a_4 = F_4 = \overline{a_1 a_3} = \overline{a_1} + \overline{a_3},$$

$$a_5 = F_5 = \overline{a_2 a_6} = \overline{a_2} + \overline{a_6},$$

$$a_6 = F_6 = \overline{a_3 a_5} = \overline{a_3} + \overline{a_5}.$$

Инвертируя эти равенства, получим:

$$\bar{a}_1 = \bar{F}_1 = a_2 a_5,$$

$$\bar{a}_2 = \bar{F}_2 = a_1 a_3 b,$$

$$\bar{a}_3 = \bar{F}_3 = a_4 b,$$

$$\bar{a}_4 = \bar{F}_4 = a_1 a_3,$$

$$\bar{b}_5 = \bar{F}_5 = a_2 a_6,$$

$$\bar{a}_6 = \bar{F}_6 = a_3 a_5.$$

Составляя выражения типа (10) для разных наборов значений $a_1 \div a_6$, можно убедиться, что все функции

$$F(b) = F_1^{a_1} F_2^{a_2} F_3^{a_3} F_4^{a_4} F_5^{a_5} F_6^{a_6}$$

равны нулю, за исключением четырех:

$$\psi_1 = F_1 \bar{F}_2 F_3 \bar{F}_4 F_5 \bar{F}_6 = b$$

при $a_1=1, a_2=0, a_3=1, a_4=0, a_5=1, a_6=0$;

$$\psi_2 = F_1 F_2 \bar{F}_3 F_4 \bar{F}_5 F_6 = b$$

при $a_1=1, a_2=1, a_3=0, a_4=1, a_5=0, a_6=1$;

$$\psi_3 = \bar{F}_1 F_2 F_3 F_4 F_5 \bar{F}_6 = \bar{b}$$

при $a_1=0, a_2=1, a_3=1, a_4=1, a_5=1, a_6=0$;

$$\psi_4 = F_1 F_2 F_3 \bar{F}_4 \bar{F}_5 F_6 = \bar{b}$$

при $a_1=1, a_2=1, a_3=1, a_4=0, a_5=0, a_6=1$.

Таким образом, выражение (9) для схемы, представленной на рис. 1, имеет вид

$$(a_1 \bar{a}_2 a_3 \bar{a}_4 a_5 \bar{a}_6 + a_1 a_2 \bar{a}_3 a_4 \bar{a}_5 a_6) b + \\ + (\bar{a}_1 a_2 a_3 a_4 a_5 \bar{a}_6 + a_1 a_2 a_3 \bar{a}_4 \bar{a}_5 a_6) \bar{b} = 1.$$

Схема имеет по два устойчивых состояния: при нулевом ($\bar{b}=1$) и единичном ($b=1$) входном сигнале. Эти состояния можно обозначить двоичными числами в порядке следования аргументов от a_1 к a_6 :

$$A_1=101010, A_2=110101, A_3=011110, A_4=111001.$$

Наличие двух устойчивых состояний при отсутствии входного воздействия является необходимым свойством триггера, способного хранить одну двоичную единицу информации. Для триггера со счетным входом при элементной базе с чисто гальваническими связями необходимо два устойчивых состояния при нулевом и два при единичном входном сигнале. Так, при подаче на вход схемы

рис. 1 последовательности 0—1—0—1—0 ... с периодичностью в два такта схема проходит последовательность состояний $A_3—A_2—A_4—A_1—A_3...$ с периодичностью в 4 такта. Это и обеспечивает пересчет на 2.

Следует заметить, что наличие двух пар состояний схемы является необходимым, но не достаточным условием работоспособности триггера со счетным входом. Нужно еще, чтобы переходы состояний схемы при изменении внешнего воздействия образовывали требуемую последовательность, что определяется уже не логичес-

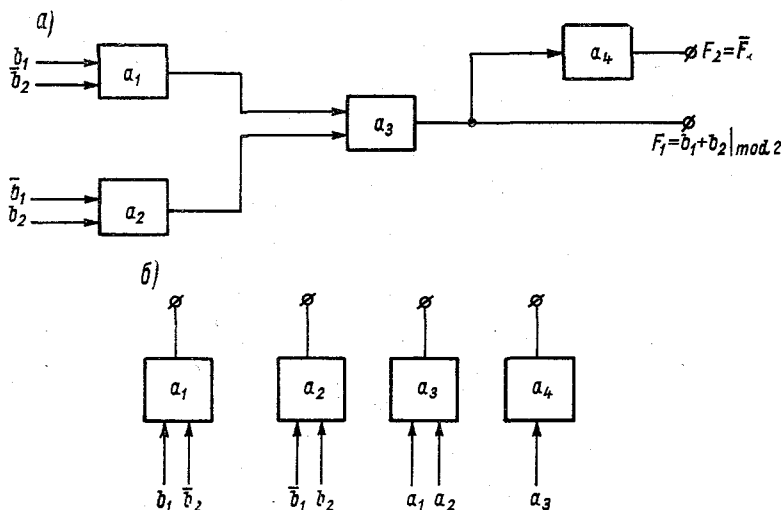


Рис. 2. Схема сложения двух разрядов по модулю два на элементах «и—не».

а) полная схема; б) упрощенное изображение.

кими условиями, а паразитными параметрами схемы. Рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной статьи.

В качестве второго примера рассмотрим схему, реализующую функцию суммы двух разрядов b_1, b_2 по модулю два и инверсию этой функции. Полное изображение схемы представлено на рис. 2а, а сокращенное — на рис. 2б. Схема выполнена на четырех элементах «и—не» (базовый набор «Логика-2»). На входы подаются как прямые (b_1, b_2), так и инверсные ($\bar{b}_1, \bar{b}_2$) значения аргументов. На выходе элемента a_3 реализуется требуемая функция (прямое значение), а на выходе a_4 — инверсия. Составим систему уравнений (2):

$$a_1 = \overline{b_1 \bar{b}_2} = \bar{b}_1 + b_2 = F_1, \quad a_2 = \overline{\bar{b}_1 b_2} = b_1 + \bar{b}_2 = F_2,$$

$$a_3 = \overline{a_1 a_2} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 = F_3, \quad a_4 = \bar{a}_3 = F_4.$$

Найдем инверсии функций $F_1 \div F_4$: $\overline{a_1} = \overline{F_1} = \overline{b_1 b_2}$; $\overline{a_2} = \overline{F_2} = \overline{b_1 b_2}$; $\overline{a_3} = \overline{F_3} = a_1 a_2$; $\overline{a_4} = \overline{F_4} = a_3$. Составляя произведения вида $F_1^{\sigma_1} F_2^{\sigma_2} F_3^{\sigma_3} F_4^{\sigma_4}$, найдем, что все они равны нулю, за исключением трех:

$$\overline{F_1} F_2 F_3 \overline{F_4} = \overline{b_1 b_2} \quad \text{при } a_1 = a_4 = 0, \quad a_2 = a_3 = 1;$$

$$F_1 \overline{F_2} F_3 \overline{F_4} = \overline{b_1 b_2} \quad \text{при } a_1 = a_3 = 1, \quad a_2 = a_4 = 0;$$

$$F_1 F_2 \overline{F_3} F_4 = \overline{b_1 b_2} + b_1 b_2 \quad \text{при } a_1 = a_2 = a_4 = 1, \quad a_3 = 0.$$

Поэтому для данной схемы выражение (9) будет иметь вид

$$\overline{a_1} a_2 a_3 \overline{a_4} b_1 \overline{b_2} + a_1 \overline{a_2} a_3 \overline{a_4} \overline{b_1} b_2 + a_1 a_2 \overline{a_3} a_4 (b_1 b_2 + \overline{b_1} \overline{b_2}) = 1.$$

В данном случае схема имеет одно единственное состояние при любом входном воздействии, поскольку при любом наборе значений b_1, b_2 одна и только одна из функций $F_{0110} = \overline{b_1 b_2}$, $F_{1010} = \overline{b_1 b_2}$, $F_{1101} = b_1 b_2 + \overline{b_1} \overline{b_2}$ обращается в единицу.

Элементы a_1, a_2 являются промежуточными и интереса не представляют. После их «устранения» получается следующее выражение:

$$\begin{aligned} & a_3 \overline{a_4} b_1 \overline{b_2} + a_3 \overline{a_4} \overline{b_1} b_2 + \overline{a_3} a_4 (b_1 b_2 + \overline{b_1} \overline{b_2}) = \\ & = a_3 \overline{a_4} (b_1 \overline{b_2} + \overline{b_1} b_2) + \overline{a_3} a_4 (b_1 b_2 + \overline{b_1} \overline{b_2}) = 1. \end{aligned}$$

Найдем функции, реализуемые на выходах a_3 и a_4 . Для этого надо отдельно просуммировать все множители, зависящие от b_1, b_2 , у членов, содержащих a_3 и a_4 в прямом виде. В данном случае таких членов имеется всего по одному для каждого выхода:

$$a_3 = b_1 \overline{b_2} + \overline{b_1} b_2, \quad a_4 = b_1 b_2 + \overline{b_1} \overline{b_2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков П. С. Элементы математической логики. М., Физматгиз. 1959, с. 400.
2. Кобринский Н. Е. и Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М., Физматгиз, 1962, с. 404.

АНАЛОГОВЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ СРЕДНЕЙ И МАКСИМАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ВЕТРА

Одной из задач метеорологической сети наблюдений является измерение и выдача значений средней и максимальной скорости ветра за 10-минутный интервал.

Как показывает практика, устройства, определяющие с требуемой точностью указанные параметры для автоматических станций классическими способами, получаются схемно весьма сложными. Например, в автоматических станциях КРАМС и УАТГМС-1 для нахождения средней скорости ветра используется суммирование 5 (или 10) последних отсчетов, каждый из которых равен средней скорости ветра за предшествующие 2 (или 1) минуты. При этом в датчике осуществляется цифровое интегрирование мгновенной скорости ветра за 2 (или 1) минуты и сброс интегратора на нуль после каждого отсчета. Для нахождения максимальной скорости ветра за 2 или 1 минуту используется сравнение средних значений скорости ветра, накапливаемых в цифровом интеграторе за каждые 3 с. Техническая реализация такого устройства, очевидно, весьма сложна [3]. Хранение 5 или 10 последних отсчетов средней и максимальной скорости ветра в запоминающем устройстве станции позволяет осуществлять «кусочно-скользящую» выдачу среднего и максимального значений за 10-минутный интервал.

В предлагаемом измерительном преобразователе для нахождения средней скорости вместо идеального интегрирования процесса используется сглаживание RC -цепочкой, имеющей большую постоянную времени. Для нахождения максимальной скорости ветра используется также сглаживающая RC -цепь, но с небольшой постоянной времени, и простая схема запоминания максимального напряжения на конденсаторе. Оставляя при этом прежнюю частоту опроса, мы не меняем режим работы станции, но сам датчик средней и максимальной скорости существенно упрощаем.

На рис. 1 приведена структурная схема предлагаемого преобразователя. Устройство включает в себя преобразователь Π частоты поступающих импульсов, пропорциональных скорости вращения винта ветроприемника, в напряжение; блок сглаживания $БС$, содержащий инерционное звено с большой постоянной времени

$R_{ср}C_{ср}$; сглаживающий фильтр R_cC_c , звено запоминания, состоящее из диода D и емкости C_M ; релейный коммутатор K , управляемый устройством синхронизации автоматической станции $АС$; развязывающий повторитель $РП$ и эталонную емкость C_a .

Кусочно-скользящие средняя и максимальная скорости за 10-минутный интервал вырабатываются станцией по результатам ежеминутных измерений напряжения на емкостях $C_{ср}$ и C_M соответственно. Напряжение от преобразователя $П$, пропорциональное мгновенной скорости ветра, поступает одновременно на звенья $R_{ср}C_{ср}$ и R_cC_c . Постоянная времени $R_{ср}C_{ср}$ выбрана равной 45 с. При этом, как показано в [5], методическая погрешность опреде-

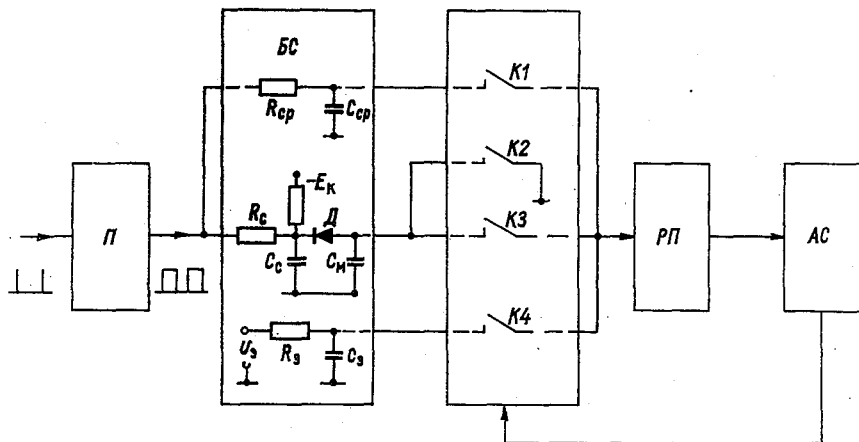


Рис. 1.

ления средней скорости за интервал 10 мин по среднему арифметическому десяти ежеминутных измерений, минимальна и составляет 3,6% (максимальное значение погрешности), что меньше допустимой $\pm (0,5 + 0,5 \text{ м/с})$.

Постоянная времени R_cC_c подобрана так, чтобы на емкости C_M запоминалось напряжение, пропорциональное максимальной скорости ветра, осредненной за интервал $T_H = 3 \text{ с}$. В соответствии с рекомендациями [1] при $R_cC_c \approx \frac{T_H}{3} = 1 \text{ с}$ исключается система-

тическая погрешность нахождения абсолютного максимума процесса, осредненного за интервал T_H . Диод D препятствует разряду емкости C_M при уменьшении напряжения на емкости C_c . После очередного минутного опроса емкости C_M контакт $K3$ замыкает контакт $K2$ и разряжает ее, готовя тем самым к запоминанию следующего максимума. Запоминание максимума в течение минуты с помощью диодно-емкостной цепи весьма эффективно (как показал эксперимент, разряд емкости (типа МПГО) через обратное сопротивление кремниевого диода даже за 10 мин составляет менее 1%). Падение напряжения на диоде в прямом направлении

компенсируется дополнительным напряжением от источника E_k . Коммутация емкости C_m или C_{cp} ключами $K1$ и $K3$ проводится одновременно с подключением выхода повторителя $РП$ к измерительному устройству станции ее внутренним коммутатором и продолжается очень короткое время, определяемое быстротой измерения. Это позволяет значительно упростить схему развязывающего повторителя и требования к элементам, а также повышает точность по сравнению с некоммутируемым съемом, при котором емкости C_{cp} и C_m постоянно нагружены на схему съема. Предлагаемая коммутация на короткое время отсчета должна использоваться даже в одноканальной системе, т. е. при измерении только средней или максимальной скорости.

Чем меньше время опроса t_0 , тем меньше погрешность и ниже требования к величинам входного сопротивления $R_{вх}$ и току утечки I_0 развязывающего повторителя. Например, в нашем случае постоянная времени $R_{cp}C_{cp}=45$ с. Тогда если $C_{cp}=10$ мкФ (увеличение C_{cp} для качественных конденсаторов связано с увеличением утечки, габаритов и удорожанием устройства), то $R_{cp}=4,5$ МОм и даже при $R_{вх}=100$ МОм (что для точного транзисторного усилителя получить трудно) погрешность при постоянном подключении $РП$ составляет 4,5%, что уже близко к допустимой (5%).

Ток $I_0=0,1$ мкА дает погрешность 0,45 В, что при выбранном градуировочном напряжении $U_{max}=15$ В, соответствующем скорости 50 м/с, составит 1,5 м/с, т. е. в 3 раза превосходит допустимую погрешность при малых V_{cp} (0,5 м/с). Таким образом, осуществление некоммутируемого съема затруднительно даже на лампах и полевых триодах (из-за влияния сеточного тока, тока затвора и др.). Коммутируемый съем значительно уменьшает эту погрешность. За время опроса исходное напряжение U_0 на конденсаторе C_{cp} уменьшается до величины

$$U_1 = U_0 - \frac{U_0 R_{cp}}{R_{вх} + R_{cp}} \left(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau_0}} \right),$$

где

$$\tau_0 = \frac{R_{вх} R_{cp}}{R_{вх} + R_{cp}} C_{cp},$$

что при $t_0=1$ с и $R_{вх}=100$ МОм дает относительную погрешность

$$\delta U_0 \approx \frac{R_{cp} t_0}{(R_{вх} + R_{cp}) \tau_0} \approx 0,1\%,$$

а при $R_{вх}=10$ МОм $\delta U_0 \approx 1\%$.

Ток утечки $I_0=0,5$ мкА дает погрешность при $t_0=1$ с и $R_{вх}=10$ МОм

$$\Delta U_0 = I_0 R_{cp} \left(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau_0}} \right) \approx 0,07 \text{ В},$$

что в 2 раза меньше допустимой при малых $V_{\text{ср}}$. Приведенный расчет погрешности справедлив для случая, когда время $t_{\text{в}}$ между опросами достаточно для полного восстановления напряжения на конденсаторе до исходного уровня. В случае, когда время $t_{\text{в}}$ соизмеримо с постоянной времени $\tau = R_{\text{ср}} C_{\text{ср}}$, напряжение на конденсаторе не будет успевать восстанавливаться до исходного уровня. В результате таких периодических опросов мы будем иметь установившийся режим, при котором имеет место систематическая по-

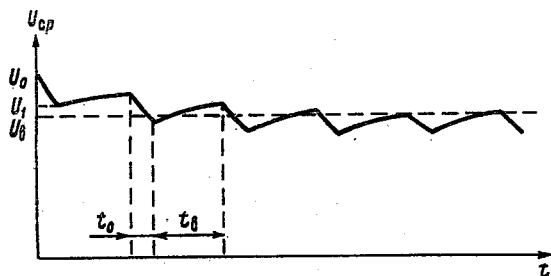


Рис. 2.

грешность между исходным уровнем U_0 и уровнем $U_{\text{в}}$ (рис. 2). Нетрудно показать, что в установившемся режиме

$$U_{\text{в}} = \frac{U_0 - \left(1 - e^{-\frac{t_{\text{в}}}{\tau}}\right)}{1 - e^{-\frac{t_{\text{в}}}{\tau} - \frac{t_0}{\tau_0}}}.$$

В нашем случае $\frac{t_0}{\tau_0} \ll 1$, поэтому

$$U_{\text{в}} \approx U_0 \left[1 + \frac{t_0}{\tau_0 \left(e^{\frac{t_{\text{в}}}{\tau}} - 1 \right)} \right]^{-1}.$$

В частности, при $t_{\text{в}} = \tau$ погрешность

$$\delta U_{\text{в}} = \frac{U_0 - U_{\text{в}}}{U_0} \approx 0,6 \frac{t_0}{\tau_0}$$

становится соизмеримой с δU_0 . Таким образом, можно сделать вывод, что кратковременный коммутируемый опрос $\left(\frac{t_0}{\tau_0} \ll 1 \right)$ при условии $t_{\text{в}} \geq \tau$ позволяет использовать в схеме съема сравнительно простой эмиттерный повторитель.

Повторитель на полевом триоде КП103 (рис. 3), примененный в преобразователе, практически исключает погрешности такого рода, так как имеет $R_{\text{вх}}$ порядка 100 МОм, а ток I_0 не превышает единиц наноампер [6]. Для уменьшения погрешности, связанной с нестабильностью развязывающего повторителя, может использо-

ваться коррекция результатов измерения вычислительным устройством станции по известным значениям эталонного напряжения, снимаемого с емкости C_9 . В макетном варианте преобразователя осуществлялась только коррекция нуля.

В качестве преобразователя Π в устройстве используется формирователь прямоугольных импульсов со стабильной амплитудой и длительностью, частота следования которых пропорциональна мгновенной скорости ветра. Известны разнообразные схемы такого назначения. Мы воспользовались схемой, предложенной в [4]. Формирователь прямоугольных импульсов, примененный в преобразователе напряжения, позволил получить большой диапазон

изменения напряжения (0—15 В), соответствующий изменению скорости ветра 0—50 м/с при относительно небольшой величине напряжения питания — 18 В.

Емкости C_{cp} и C_c служат не только для необходимого сглаживания процесса, но и для фильтрации импульсов, поступающих на их вход с формирователя Π . Во время лабораторных испытаний температурная погрешность формирователя Π в диапазоне 18—50°С составила менее 1%. Полевые испытания макета аналогового преобразователя параметров ветра проводились в пос. Воейково

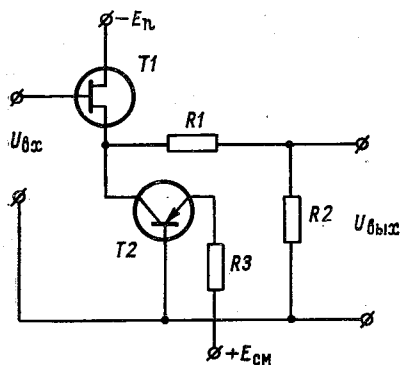


Рис. 3.

совместно с преобразователем автоматической станции УАТГМС-1. Импульсы с частотой, пропорциональной мгновенной скорости ветра, поступали от одного и того же ветроприемника одновременно на макет и на преобразователь станции. Этим исключалась погрешность ветроприемника. Центральное устройство по специальной программе ежеминутно опрашивало макет и преобразователь и по результатам десяти последовательных опросов определяло среднюю и максимальную скорости, вырабатываемые макетом и преобразователем станции за один и тот же 10-минутный интервал. Результаты измерений и вычислений выводились на рулонный аппарат. Работа центрального устройства проводилась по специальной программе в течение 2—3 часов в такие дни, когда средняя скорость ветра превышала 5 м/с (при слабых ветрах сравнение дало бы заведомо положительный результат). Таким образом, за один день осуществлялось 12—20 независимых 10-минутных параллельных измерений. Всего с января 1971 г. по октябрь 1971 г. набралось 475 таких измерений, результаты которых представлены в таблице. Отдельно представлены испытания с января по май (362 сравнительных измерения). В этот период в схеме развязывающего повторителя использовался эмиттерный повторитель. С июня по октябрь (113 10-минутных измерений), в схеме

повторителя был применен полевой триод, что заметно уменьшило систематическую погрешность преобразователя.

	$n = 362$	$n = 113$	
	$V_{ср}$	$V_{ср}$	V_{max}
$\overline{\Delta V}$ м/с	-0,20	-0,006	+0,16
σ_V м/с	+0,11	+0,09	+0,35
Δ_{max} м/с	-0,5	+0,3	+1,1

Средняя скорость в преобразователе автоматической станции определяется методически и технически корректно, поэтому результаты, приведенные в таблице по $V_{ср}$, это методическая и техническая погрешность макета.

Осредненную максимальную скорость преобразователь станции несколько занижает, ввиду того что определяет максимум не непрерывного процесса (осредненного за 3 с), а дискретной последовательности (с шагом 3 с). Поэтому, учитывая знак погрешности V_{max} в таблице можно предполагать, что при сравнительных испытаниях макета с идеальным устройством (к сожалению, такого не существует) погрешность была бы меньше.

Дальнейшее уменьшение погрешности определения средних значений возможно за счет использования более сложных способов обработки измерений, например, коррекции по значениям первого и последнего опроса в 10-минутном интервале. Такой эксперимент начат и уже дал положительные результаты (при вдвое более редких отсчетах — раз в 2 мин). Однако уже достигнутая точность позволяет применить предложенный метод в преобразователях средних и максимальных значений скорости ветра автоматических метеорологических станций и значительно упростить существующие. Можно ожидать, что применение подобных методов преобразования как для автоматических станций, так и для автономных устройств существенно облегчит определение подобных характеристик при измерениях разнообразных метеорологических параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Анискин Л. В., Персин С. М. О погрешности измерения экстремальных значений случайного процесса.—«Труды ГГО», 1972, вып. 292, с. 12—25.
2. Гандин Л. С. Проблема ветровых нагрузок на строительные сооружения как задача прикладной метеорологии.—«Труды ГГО», 1950, вып. 23, с. 3—14.
3. Грушин С. И., Протопопов Н. Г. Датчик параметров ветра.—«Труды ГГО», 1966, вып. 199, с. 69—77.
4. Лейтман М. Б. Измерительный транзисторный преобразователь «частота—напряжение».—«Изв. Вузов. Приборостроение», 1968, № 2, с. 25—30.
5. Персин С. М. О методической погрешности измерений средних скорости и направления ветра с помощью аналого-дискретного фильтра.—«Труды ГГО», 1972, вып. 292, с. 120—126.
6. Севин Л. Полевые транзисторы. М., «Советское радио», 1968, с. 94—111.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЫТНЫХ ОБРАЗЦОВ УНИФИЦИРОВАННОГО ДАТЧИКА АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

В 1971—1972 гг. во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева были выполнены исследования унифицированного датчика атмосферного давления (УДД) с целью определения его погрешностей [1].

Для исследования были представлены два опытных образца УДД (№ 2 и № 3), изготовленные и испытанные на Рижском опытном заводе ГМП.

В результате проведенных исследований определены погрешности приборов при измерениях в нормальных условиях, а также при изменении температуры в диапазоне $+5, +40^{\circ}\text{C}$.

Погрешности УДД № 2 и № 3 определяли путем сличения их показаний с результатами измерений давления, выполненными с помощью вторичного эталона абсолютного давления ВНИИМ [2]. При определении случайной составляющей погрешности никакие поправки в отсчеты УДД не вводились. Сличение показаний каждого прибора с эталоном при естественном ходе атмосферного давления выполнено для двух вариантов использования УДД: с автоматической компенсацией и с ручной.

Результаты сличения автоматической компенсации и при естественном ходе атмосферного давления УДД № 2 приведены в табл. 1, а УДД № 3 — в табл. 2. Там же приведены необходимые расчеты.

В таблицах приняты следующие обозначения: $\Delta_{\text{ср. } i}$ — среднее значение разности между показаниями УДД и эталона в серии измерений; $\bar{\Delta}_{\text{ср}}$ — среднее значение разности между показаниями УДД и эталона для всей совокупности; $\rho_i = \Delta_{\text{ср. } i} - \Delta_i$, где Δ_i — разность между показаниями УДД и эталона; S_1^2 — внутрисерийная составляющая дисперсии; S_2^2 — межсерийная составляющая дисперсии; ω^2 — дополнительная межсерийная составляющая; $D(x)$ — оценка дисперсии одного измерения; $\sigma(x)$ — среднее квадратическое отклонение; K — количество серий; n — количество измерений в серии. Обработка результатов сличения выполнена по методике, принятой во ВНИИМ [3].

а) с автоматической компенсацией

Таблица 1

Номер серии	$\Delta_{cp} \cdot l \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp} \cdot l) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp} \cdot l)^2 \cdot 10^4$	$\Sigma \rho_i^2 \cdot 10^4$
1	+5	-3,5	12,25	3
2	0	+1,5	2,25	11
3	+4	-2,5	6,25	3
4	+5	-3,5	12,25	13
5	+1	+0,5	0,25	28
6	0	+1,5	2,25	7
7	0	+1,5	2,25	3
8	+4	-2,5	6,25	18
9	+4	-2,5	6,25	7
10	+1	+0,5	0,25	0
11	0	+1,5	2,25	1
12	-1	+2,5	6,25	10
13	-1	+2,5	6,25	3
14	0	+1,5	2,25	11

$$\bar{\Delta}_{cp} = +1,5$$

$$\Sigma = 67,5$$

$$\Sigma = 118;$$

$$S_1^2 = \frac{\sum \rho_i^2}{K(n-1)} = 2,1 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = \frac{n \sum (\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp} \cdot l)^2}{K-1} = 26 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = \frac{S_2^2 - S_1^2}{n} = 4,8 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = (2,1 + 4,8) \cdot 10^{-4} = 5,1 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

б) с ручной компенсацией

Номер серии	$\Delta_{cp} \cdot l \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp} \cdot l) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp} \cdot l)^2 \cdot 10^4$	$\Sigma \rho_i^2 \cdot 10^4$
1	-3	+4	16	10
2	-3	+4	16	11
3	-1	+2	4	2
4	0	+1	1	7
5	+2	-1	1	11
6	+3	-2	4	3
7	+3	-2	4	7
8	+4	-3	9	0
9	+4	-3	9	7
10	+2	-1	1	21

$$\bar{\Delta}_{cp} = +1$$

$$\Sigma = 65$$

$$\Sigma = 78;$$

$$S_1^2 = 1,9 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = 36 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = 6,8 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = (1,9 + 6,8) \cdot 10^{-4} = 8,7 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 3 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

а) с автоматической компенсацией

Номер серии	$\Delta_{\text{ср}} \cdot i \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{\text{ср}} - \Delta_{\text{ср}} \cdot i) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{\text{ср}} - \Delta_{\text{ср}} \cdot i) \cdot 10^4$	$\Sigma \rho_i^2 \cdot 10^4$
1	-3	+3,5	12,25	8
2	-3	+3,5	12,25	10
3	-3	+3,5	12,25	3
4	0	+0,5	0,25	15
5	+2	-1,5	2,25	12
6	+1	-0,5	0,25	21
7	+3	-2,5	6,25	8
8	+4	-3,5	12,25	2
9	+4	-3,5	12,25	13
10	0	+0,5	0,25	15

$$\bar{\Delta}_{\text{ср}} = +0,5$$

$$\Sigma = 70,5$$

$$\Sigma = 107$$

$$S_1^2 = 2,7 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = 3,9 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = 7,3 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = (2,7 + 7,3) \cdot 10^{-4} = 10 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

б) с ручной компенсацией

Номер серии	$\Delta_{\text{ср}} \cdot i \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{\text{ср}} - \Delta_{\text{ср}} \cdot i) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{\text{ср}} - \Delta_{\text{ср}} \cdot i) \cdot 10^4$	$\Sigma \rho_i^2 \cdot 10^4$
1	+3	-4	16	9
2	-2	+1	1	8
3	-3	+2	4	5
4	-3	+2	4	10
5	-5	+4	16	1
6	-1	0	0	24
7	+1	-2	4	10
8	+2	+3	9	7
9	0	-1	1	4
10	+1	-2	4	9

$$\bar{\Delta}_{\text{ср}} = -1$$

$$\Sigma = 59$$

$$\Sigma = 87$$

$$S_1^2 = 2,2 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = 3,3 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = 6,2 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = (2,2 + 6,2) \cdot 10^{-4} = 8,4 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

Как следует из полученных результатов, случайная составляющая погрешности УДД примерно одинакова при автоматической и при ручной компенсации.

Сличение показаний УДД с эталоном выполнено также при изменении давления на крайних участках диапазона измерения УДД: от 585 до 705 мбар и от 955 до 1075 мбар. Для этого УДД поочередно устанавливали в барокамеру и в 7 точках шкалы (через 20 мбар) производили измерения сериями по 5 отсчетов в каждой при повышении и последующем понижении давления. Результаты сличений УДД № 2 и УДД № 3 при изменении давления от 585 до 705 мбар приведены в табл. 3 и 4, а при изменении давления от 955 до 1075 мбар — в табл. 5 и 6.

Таблица 3

Номер серии	$\Delta_{\text{ср}} \cdot i \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{\text{ср}} - \Delta_{\text{ср}} \cdot i) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{\text{ср}} - \Delta_{\text{ср}} \cdot i) \cdot 10^4$	$\Sigma p_i^2 \cdot 10^4$
1	-4	+4	16	4
2	-1	+1	1	29
3	+3	-3	9	24
4	+4	-4	16	2
5	+1	-1	1	2
6	+2	-2	4	2
7	+1	-1	1	7
8	+1	-1	1	5
9	-3	+3	9	6
10	+5	-5	25	3
11	-4	+4	16	10
12	-2	+2	4	2
13	-5	+5	25	1
14	-3	+3	9	2

$$\bar{\Delta}_{\text{ср}} = -0,2$$

$$\Sigma = 137$$

$$\Sigma = 99$$

$$S_1^2 = 1,8 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = 53 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = 10,2 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = (1,8 + 10,2) \cdot 10^{-4} = 12 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

Как видно из полученных результатов, средняя квадратическая погрешность сличения УДД № 2 не превышает $4,3 \cdot 10^{-2}$ мбар, а УДД № 3 — $3,4 \cdot 10^{-2}$ мбар в диапазоне 580—1080 мбар (средняя квадратическая погрешность вторичного эталона ВНИИМ равна $2,1 \cdot 10^{-2}$ мбар).

При исследованиях были определены также температурные коэффициенты УДД. Температурный коэффициент УДД № 3, в котором температурная компенсация при регулировке была выполнена более тщательно, оказался очень близким к нулю, а УДД № 2 — $0,04$ мбар/°С.

Таблица 4

Номер серии	$\Delta_{cp} \cdot i \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp \cdot i}) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp \cdot i})^2 \cdot 10^4$	$\Sigma \rho_i^2 \cdot 10^4$
1	-1	-2	4	4
2	-2	-3	9	6
3	+3	+2	4	4
4	+1	0	0	5
5	+4	+3	9	2
6	0	-1	1	6
7	+5	+4	16	4
8	+6	+5	25	1
9	-3	-4	16	10
10	+1	0	0	0
11	-1	-2	4	2
12	+5	+4	16	2
13	-4	-5	25	10
14	-2	-3	9	0

$$\bar{\Delta}_{cp} = +1$$

$$\Sigma = 138$$

$$\Sigma = 56$$

$$S_1^2 = 1 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = 53 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = 10,4 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = 1 \cdot 10^{-4} + 10,4 \cdot 10^{-4} = 11,4 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

Таблица 5

Номер серии	$\Delta_{cp} \cdot i \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp \cdot i}) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp \cdot i}) \cdot 10^4$	$\Sigma \rho_i^1 \cdot 10^4$
1	+3	-1	1	17
2	+2	0	0	8
3	+5	-3	9	8
4	+7	-5	25	3
5	+6	-4	16	6
6	+8	-6	36	8
7	-3	+5	25	4
8	0	+2	4	24
9	+2	0	0	4
10	0	+2	4	22
11	+5	-3	9	17
12	+1	+1	1	7
13	-6	+8	64	6
14	-2	+4	16	15

$$\bar{\Delta}_{cp} = +2$$

$$\Sigma = 210$$

$$\Sigma = 149$$

$$S_1^2 = 2,6 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = 81 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = 16 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = (2,6 + 16) \cdot 10^{-4} = 18,6 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

Таблица 6

Номер серии	$\Delta_{cp} \cdot i \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp} \cdot i) \cdot 10^2$	$(\bar{\Delta}_{cp} - \Delta_{cp} \cdot i)^2 \cdot 10^4$	$\Sigma p_i^2 \cdot 10^4$
1	+1	+2	4	11
2	+4	-1	1	2
3	+2	+1	1	4
4	+3	0	0	7
5	-3	+6	36	11
6	+5	-2	4	6
7	+5	-2	4	27
8	+5	-2	4	3
9	+6	-3	9	7
10	+6	-3	9	8
11	+2	+1	1	3
12	+6	-3	9	3
13	+4	-1	1	1
14	+1	+2	4	1
$\bar{\Delta}_{cp} = +3$			$\Sigma = 87$	$\Sigma = 94$

$$S_1^2 = 1,7 \cdot 10^{-4};$$

$$S_2^2 = 33,5 \cdot 10^{-4};$$

$$\omega^2 = 6,4 \cdot 10^{-4};$$

$$D(x) = (1,7 + 6,4) \cdot 10^{-4} = 8,1 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma(x) = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ мбар.}$$

Стабильность показаний приборов такого типа во времени была экспериментально проверена ранее в ЦЛП ГГО при сличении с эталонным барометром Гидрометслужбы. Сличения показали, что в течение года точностные характеристики прибора остаются практически постоянными.

Проведенные ранее [4] и выполненные в 1971—1972 гг. во ВНИИМ исследования подтвердили возможность создания барометров с упругими чувствительными элементами, превосходящих по своим метрологическим и эксплуатационным характеристикам ртутные барометры широкого применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карпуша В. Е. Унифицированный датчик атмосферного давления.— «Труды ГГО», 1972, вып. 292, с. 68—77.
2. Гаевский Н. А., Лоскутов Г. И., Полухин Г. И. Вторичный эталон абсолютного давления.— «Измерительная техника», 1970, № 4, с. 40—41.
3. Долинский Е. Ф. Обработка результатов измерений по способу наименьших квадратов. М., Издательство комитета стандартов, мер и измерительных приборов. 1971, с. 85—94.
4. Карпуша В. Е. Результаты экспериментального исследования компенсационного датчика атмосферного давления.— «Труды ГГО», 1969, вып. 240, с. 74—76.

Ограничения веса приемных элементов, погрешности обусловленные дождем и ветром, а также невозможность идентификации фазы воды по записям при оттепелях не позволяют применить весовые индикаторы для разработки регистраторов увлажнения изделий.

Сейчас на коррозионных испытательных станциях используются регистраторы капельно-жидких пленок на гальваническом принципе действия [9].

Гальванические индикаторы основаны на явлении возникновения разности электропотенциалов между разнородными металлами при увлажнении их поверхности пленками воды электролитического характера.

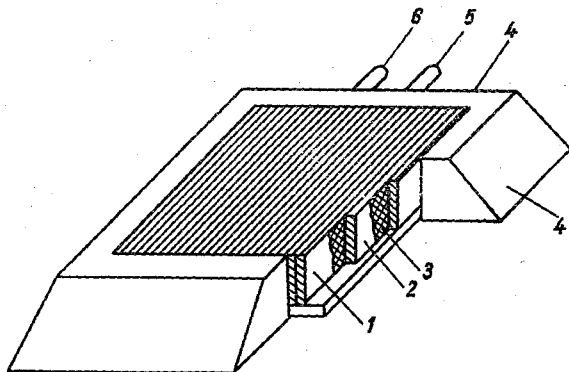


Рис. 1. Гальванический преобразователь увлажнения металлов.

Конструкция гальванического чувствительного элемента представлена на рис. 1. Приемный элемент содержит тридцать пластин-электродов размером $50 \times 10 \times 1$ мм из меди 1 и железа 2. Пластины стянуты в плотный пакет и изолированы друг от друга прокладками 3. Пакет помещен в защитную рамку 4 из диэлектрика. Приемная торцевая сторона пакета зачищена и отшлифована. Однородные электроды соединены между собой и выведены на клеммы 5, 6.

Под тонкими (менее 1 мкм) адсорбционными пленками выходное напряжение на клеммах равно нулю, так как процесс заторможен высоким сопротивлением пленок. При увлажнении приемной поверхности капельно-жидкими видимыми пленками железный электрод начинает растворяться. Положительные ионы железа уходят в раствор и вступают там в побочные реакции, образуя ржавчину. Оставшиеся электроны придают электроду отрицательный потенциал. Во внешней цепи преобразователя при этом появляется ток. Электроны, перетекающие на медный катод, вступают на его поверхности в реакцию с кислородом воздуха, обильно растворенным в увлажняющих пленках. ЭДС, развиваемая элементом, лежит в пределах 1—2В и зависит прежде всего от выбора

металлов электродов и интенсивности загрязнения. На порядок меньше (десятые доли вольта) влияние толщины пленки, характера обработки поверхности электродов и состава адсорбционных слоев на ней.

Эти особенности обуславливают весьма специфичную реакцию гальванического индикатора на увлажнение. По существу, этот индикатор представляет модель микрокоррозионных элементов, формирующихся на поверхности металлов в естественных условиях. Поэтому гальванический преобразователь имеет высокую чувствительность к пленкам, опасным для металлов, точнее для данного сочетания металлов. На остальные пленки реакция гальванического индикатора неопределенна из-за большого числа воздействующих факторов. Это существенно затрудняет расшифровку результатов измерений.

К недостаткам этих преобразователей следует также отнести ощутимое влияние продуктов коррозии, образующихся на электродах. Слои продуктов коррозии формируют на поверхности металлов защитные пассивирующие пленки и тем самым снижают чувствительность устройства со временем. Кроме того, продукты коррозии часто проявляют гидрофильные свойства и, следовательно, могут искажать процесс тепло- и массообмена исследуемой поверхности [10].

Отмеченные особенности и недостатки, а также неудобство конструктивного исполнения снижают ценность описанного способа обнаружения и ограничивают его применение рамками коррозионных исследований металлов.

Два последующих способа обнаружения поверхностных пленок влаги также относятся к электрическим методам преобразования.

Емкостный способ индикации использует большую поляризуемость молекул воды, обуславливающую высокое значение ее диэлектрической проницаемости. Емкостные преобразователи обычно имеют маленькую инерционность, небольшие габариты и высокую чувствительность.

Однако в настоящее время в литературе не встречаются описания индикаторов, предназначенных для регистрации поверхностных пленок увлажнения изделий. По-видимому, это связано с затруднениями по обеспечению высокой изоляции электродов приемных конденсаторов.

Конденсаторы с воздушной изоляцией непомерно громоздки из-за большого зазора между обкладками и, как следствие этого, низкой удельной чувствительности приемного элемента. Конденсаторы с изолирующим покрытием электродов подвержены утечкам вследствие разрушения покрытия под воздействием атмосферы.

Электропроводность капельно-жидких пленок влаги, осложняющая реализацию емкостных индикаторов, успешно применяется в резистивном способе обнаружения.

Исследования, проделанные авторами работы [11], показывают, что электропроводность — общее свойство воды осадков. Хотя упомянутые исследования и не затрагивали капельно-жидких пленок

сорбционного происхождения и росы, однако, учитывая загрязненность поверхности при этих явлениях, можно предположить проводимость и в этих случаях.

Весьма важно отметить органическую связь электропроводности увлажняющих пленок с интересующими нас явлениями. Проводимость пленок полностью определяет величину потери удельного сопротивления изоляторов в электро- и радиоаппаратуре во влажном воздухе. Спротивление пленок контролирует процесс атмосферной коррозии под тонкими слоями в начальных стадиях его развития. Кроме того, прямая зависимость проводимости растворов от концентрации позволяет обобщенно отразить через этот фактор степень потенциальной опасности пленок. Чем больше загрязнена поверхность, тем выше вероятность развития интенсивного процесса коррозии металлов и тем скорее будет обнаружена пленка.

Возможность интегральной оценки значимости пленки влаги есть важное преимущество резистивных индикаторов перед гальваническими, способными лишь к отражению селективных особенностей загрязнения.

Следует добавить, что электропроводность, как результат загрязнения, по-видимому, свойственна и пленкам микробиологической коррозии, так как пленки плесневелых грибов содержат большое количество гигроскопических продуктов обмена [2].

Простые требования к приемному элементу — электролитической ячейке — позволяют выполнить конструкции, практически не нарушающие условия тепло- и массообмена поверхности изделия.

Для металлических поверхностей конструкция приемной ячейки описана в работе [12]. Для изолирующих материалов известна ячейка в виде плоской сетки, образованной тонкими оголенными проводами. В узлах сетки провода изолированы прокладками [8].

На наш взгляд, более технологичной выглядит конструкция из плотно свитых проволок с лаковой изоляцией. Внешняя поверхность проволочных электродов вскрыта из-под слоя изоляции.

Приемный элемент может быть изготовлен из тонких обмоточных проводов, поэтому имеет низкую стоимость, легко воспроизводим и достаточно надежен. Такой приемный элемент либо поджимается к исследуемой поверхности, либо погружается в материал покрытия или изделия. В последнем случае межэлектродное пространство оказывается заполненным массой вещества, что делает результаты измерений особенно представительными.

При заполнении межэлектродного пространства полупроводниковым веществом, например термообработанным полиакрилонитрилом, такой элемент начинает реагировать на относительную влажность пограничного к изделию слоя воздуха [13]. Информация об этой величине необходима при исследованиях условий возникновения и развития сорбционных капельно-жидких пленок воды. Обычно ее значения находят из общей относительной влажности воздуха и температуры изделия, которую измеряют специальными приборами или рассчитывают.

Приемный элемент с полиакрилонитрилом позволяет проводить запись относительной влажности пограничного слоя непосредственно на базе регистратора пленок увлажнения. При сухой поверхности регистратор фиксирует сопротивление элемента, пропорциональное влажности, а с появлением сорбционных капельно-жидких пленок сопротивление датчика влажности снизится и выйдет за нижнее предельное значение из-за дополнительной проводимости пленок. Это послужит сигналом к переключению прибора на запись длительности увлажнения.

Таким образом, резистивный способ индикации наиболее полно удовлетворяет потребности исследований и по своим эксплуатационным качествам является весьма перспективным для создания автоматических регистраторов поверхностного увлажнения изделий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жук Н. П. Курс коррозии и защиты металлов. М., «Металлургия», 1968, с. 63—72.
2. Благин Р., Занова В. Микробиологическая коррозия. М., «Химия», 1965, с. 8—20.
3. Тхорженевский В. П. Конструирования и изготовление приборов для стран с тропическим климатом. М., «Машиностроение», 1971, с. 9—12.
4. Беер В. Техническая метеорология. Перевод с нем. под ред. Л. Г. Качурин. Л., Гидрометеиздат, 1966, с. 46—51.
5. Hoar T. P., Orman S. The cost of corrosion.—New Technol., 1971, No. 46, с. 8—10.
6. Stanners I. F. Use of environment data in atmospheric corrosion studies.—Br. Corros. J., 1970, vol. 5, с. 30—34.
7. Голубев А. И., Кадыров М. Х. Районирование СССР по коррозии основных металлов в атмосфере.—«Пром. строительство», 1969, № 8.
8. Хофзингер Т. Л. Обзор методов измерения росы. Влажность, т. 2. Л., Гидрометеиздат, 1968, с. 292—299.
9. Михайловский Ю. Н., Томашев Н. Д. Метод электрохимического исследования атмосферной коррозии при относительной влажности от 100% и ниже.—«Заводская лаборатория», т. 23, 1957, № 12, с. 1464.
10. Томашев Н. Д., Локотилев А. А. Электрохимические исследования атмосферной коррозии металлов. Сб. «Коррозия и защита металлов», М., ГНТИ, 1959, с. 68—70.
11. Дроздова В. М. и др. Химический состав атмосферных осадков на ЕТ СССР. Л., Гидрометеиздат, 1964, с. 86—88.
12. Кожевников Б. Л., Романов Е. В. Регистратор поверхностного увлажнения металлов.—См. наст. сборник.
13. Кожевников Б. Л. Сорбционный датчик влажности. Авт. свидетельство № 365673. «Бюлл. изобр.», 1973, № 6, с. 101.

Б. Л. КОЖЕВНИКОВ, Е. В. РОМАНОВ

РЕГИСТРАТОР ПОВЕРХНОСТНОГО УВЛАЖНЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

Процесс атмосферной коррозии металлов наносит большой ущерб народному хозяйству. При существующих масштабах промышленного производства этот ущерб ежегодно оценивается в несколько миллиардов рублей. По мнению специалистов, сумма убытков может быть значительно уменьшена при правильном использовании уже разработанных средств защиты. Важную роль в этом плане играет районирование атмосферных условий по коррозионной агрессивности, причем критерием классификации здесь может служить величина годовых потерь.

Сейчас наиболее распространенным способом нахождения этой величины является проведение натурных испытаний металлов на сети коррозионных станций [1]. Однако такой путь ее отыскания малоэффективен, так как для получения достоверных данных требуется срок от трех до десяти лет и высокая плотность станций.

Значительно более экономичным представляется теоретический расчет коррозионных потерь по климатическим данным. Важное место в таком расчете занимает определение длительности поверхностного увлажнения металлов как необходимое условие развития процесса атмосферной коррозии. При вычислении продолжительности увлажнения принято разделять пленки воды по происхождению на сорбционные и атмосферные [2, 3]. Первые появляются при относительной влажности воздуха ниже 100%, вторые образуются в результате атмосферных явлений (дождь, морось и т. д.). В связи с тем что состояние поверхности металлов не фиксируется на метеорологических станциях, а периоды атмосферных явлений не совпадают со временем увлажнения, для расчета необходимо изучить поверхностные пленки в естественных условиях.

Для этих целей на коррозионных станциях применяются устройства [4] с гальваническим индикатором, в котором используется явление возникновения ЭДС между двумя разнородными электродами в растворе электролита. Реализация гальванического способа обнаружения капельно-жидких пленок связана с трудностями подбора гальванических пар, поскольку надо добиться высокой чувствительности при минимальном искажении естественного процесса

тепло- и массообмена на поверхности. Последнее идеально выполняется при однородных электродах, когда ЭДС индикатора равна нулю.

С целью повышения объективности индикации периодов увлажнения и расширения числа исследуемых металлов было предложено новое [5] устройство. Принцип его действия основан на резком повышении проводимости электролитической ячейки при появлении пленок влаги между ее электродами, выполненными из одного металла. Пассивная роль электролитической ячейки в этом способе позволяет сделать электроды из любого исследуемого металла и ликвидировать проблему подбора пар, характерную для гальванического метода. В такой приемной ячейке сохраняется естественный ход образования продуктов коррозии. Это позволяет выявлять начало процесса коррозии по факту появления повышенной проводимости, в том числе в сорбционных пленках влаги.

Конструкцию приемной ячейки можно видеть на рис. 3. Основным несущим ее элементом является электрод, в качестве которого может выступать металл испытуемого образца или даже готового изделия. Второй, накладной электрод механически закрепляется на очищенной поверхности образца. Фторопластовая прокладка предназначена для изоляции электродов, а также для уплотнения зазора между ними. Это ликвидирует опасность возникновения щелевой конденсации. Рабочим объемом этой вырожденной ячейки служат межэлектродные пазы, заполняемые со временем продуктами коррозии и атмосферными загрязнениями. В условиях увлажнения между капельно-жидкими слоями электродов в пазах возникают электропроводные перемычки. При наличии на электродах напряжения от внешнего источника по этим электролитическим мостикам протекает ток.

В общем случае эквивалентная схема замещения электролитической ячейки приведена на рис. 1. Проводимость G заполняющей ячейку электролита может быть рассчитана по формуле $G = \frac{\kappa S}{L}$, где κ — удельная электропроводность электролита, S — суммарное сечение мостиков, L — средняя их длина. Конденсаторы C' и C'' введены в эквивалентную схему для учета емкостей двойных электрических слоев на электродах. Эти слои всегда появляются на поверхности металла, смоченного раствором, и образуются зарядами, расположенными в металле и ионами противоположного знака, находящимися в растворе. Поэтому двойной электрический слой обычно уподобляется конденсатору, одной из обкладок которого является заряженная поверхность металла, а другой — прилегающий к ней слой ионов. При прохождении через

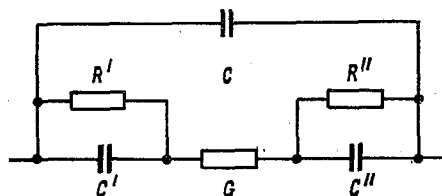


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения приемной ячейки.

ячейку переменного тока емкость двойного слоя изменяется, так как в положительный полупериод электрод интенсивно растворяется и отдает в раствор катионы, а в течение отрицательного полупериода отсасывает эти катионы из раствора. Величина емкости в среднем лежит в пределах нескольких сотен микрофарад на квадратный сантиметр. Это позволяет на переменном токе пренебречь их сопротивлением по сравнению с сопротивлением электролита.

Следует отметить, что часть катионов металла при перезарядке двойного слоя не возвращается на электрод, а уходит в массу раствора, где вступает во вторичные реакции. Вместо них на электроде восстанавливаются ионы чужеродных веществ. Оба явления могут быть представлены током электролиза, который отражен в схеме сопротивлением утечки R' и R'' . Электролиз — явление нежелательное для приемной ячейки, так как приводит к дополнительной коррозии в приэлектродных зонах и, следовательно, искажает естественность условий ее образования. Величины поляризационных сопротивлений R' и R'' увеличиваются с увеличением частоты и уменьшением плотности тока.

Конструктивная емкость ячейки, имеющая значение несколько десятков пикофарад, учтена в эквивалентной схеме практически постоянным конденсатором C .

С учетом изложенного приближенная эквивалентная схема ячейки может быть представлена в виде параллельно включенных активной проводимости раствора и небольшой межэлектродной емкости.

Ячейка разработанного регистратора изготовлена на стальной пластине стандартных размеров $180 \times 120 \times 3$ мм, принятых для образцов, с накладным электродом $180 \times 10 \times 3$ мм. Между электродами имеется фторопластовая прокладка толщиной 20 мкм. Сопротивление такой ячейки при появлении капельно-жидких пленок влаги колеблется в пределах десятки ÷ сотни килоом. Для фиксации длительности их существования применена балансная измерительная схема [6], выполненная на базе операционного усилителя переменного тока (рис. 2) с реле $P1$, вырабатывающим сигнал для самописца C . Балансная схема состоит из трансформатора Tr , вырабатывающего равные по амплитуде U_0 , но противофазные напряжения по отношению к «земле». К концам вторичной обмотки подключены электролитическая ячейка и компенсационная проводимость G_K , зашунтированная конденсатором C_K , емкость которого равна межэлектродной емкости ячейки и компенсирует последнюю. Операционный усилитель вырабатывает в этой схеме напряжение $U_{\text{вых}}$, пропорциональное разности входных проводимостей: $U_{\text{вых}} = U_0(G - G_K)R_{o.c.}$, где $R_{o.c.}$ — сопротивление обратной связи, включенное между входом и выходом усилителя Y . При равенстве компенсационной проводимости G_K и проводимости ячейки G напряжение на выходе усилителя и синхронного детектора равно нулю. При некотором разбалансе $G \neq G_K$ на выходе синхронного детектора вырабатывается напряжение, знак которого выбран

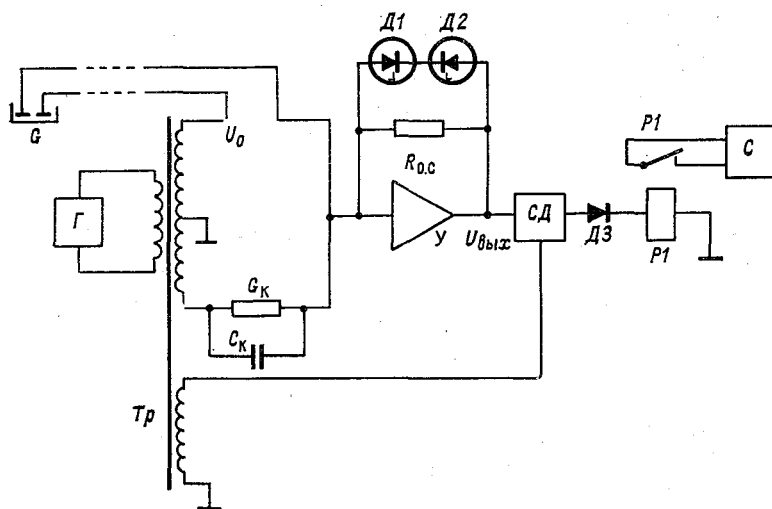


Рис. 2. Схема измерительного канала регистратора.

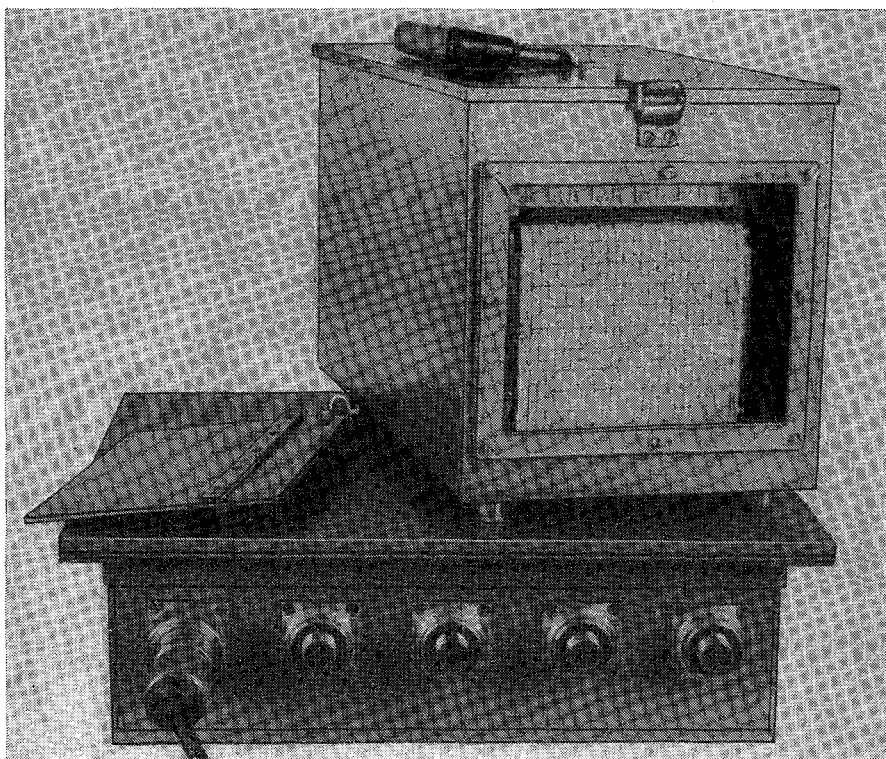


Рис. 3. Опытный образец регистратора увлажнения.

положительным при $G > G_k$ и отрицательным при $G \leq G_k$. Отсекая отрицательное напряжение диодом ДЗ, обеспечиваем срабатывание реле Р1 при $G > G_k$ и отпускание при $G \leq G_k$. Необходимая чувствительность схемы легко достигается увеличением питающего напряжения U_0 и величины сопротивления обратной связи $R_{0.0}$. Встречно включенные стабилитроны Д1 и Д2 в цепи обратной связи усилителя служат для обеспечения его нормального режима при сильном разбалансе на входе.

В построенном приборе амплитуда напряжения на электродах ячейки была ограничена 1,5 В, а частота была выбрана 400 Гц.

Экспериментально определенная случайная погрешность измерительного канала по проводимости составила величину $\pm 1,5\%$. Дополнительная погрешность измерений за счет колебаний температуры окружающей среды от комнатной на $\pm 20^\circ \text{C}$ и питающего напряжения сети на $\pm 15\%$ составила $\pm 2\%$.

Для проведения эксперимента по регистрации увлажнения стали в естественных условиях были изготовлены два опытных образца прибора (рис. 3). Основной (нижний) блок регистратора содержит пять параллельно работающих измерительных каналов, аналогичных вышеописанному, а также источник питания. Блок регистрации содержит отметчик времени Н-30, помещенный в защитный кожух. Конструкция блоков герметичная, имеются системы подогрева.

Регистратор питается от сети переменного тока напряжением 220 В. Связь измерительного блока с приемными ячейками осуществляется экранированным кабелем длиной до пяти метров.

Приемные ячейки выполнены из углеродистой стали наиболее распространенной и подверженной коррозии. Процессы увлажнения ржавчины осложнены ее пористой структурой и гигроскопичными загрязнениями, поэтому изучение поведения пленок электролита на стали представляет большой интерес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берукштис Г. К., Кларк Г. Б. Влияние метеорологических условий на скорость коррозии металлов. Сб. «Коррозия металлов и сплавов». М., ГНТИ, 1965, с. 306—313.
2. Голубев А. И., Кадыров М. Х. Районирование СССР по коррозии основных металлов в атмосфере.—«Пром. строительство», 1969, № 8, с. 24—26.
3. Зиневич А. М., Сергеева Е. И., Михайловский Ю. М. О кинетике коррозии железа и цинка во влажной атмосфере.—«Защита металлов», Т. 6, 1970, № 3, с. 91—93.
4. Томашев Н. Д. Теория атмосферной коррозии металлов.—«Труды ИФХ», 1960, вып. 6, с. 6—17.
5. Кожевников Б. Л. Измеритель продолжительности атмосферной коррозии. Авт. свидетельство № 357539. Бюлл. изобр., 1972, № 33, с. 106.
6. Романов Е. В. Полуавтоматический коррелятор для измерения турбулентного потока влаги.—«Труды ГГО», вып. 292, 1972, с. 44—47.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ ЦИФРОВОГО ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Измерительное устройство предназначено для цифрового измерения сопротивления платинового термометра, меняющегося в пределах от 379 Ом при -60°C до 598 Ом при 50°C , с погрешностью не более $\pm 0,2^{\circ}$ (погрешность датчика совместно с измерительным устройством). В датчике используются платиновые термометры сопротивления с номинальным сопротивлением (при $t=0^{\circ}$) 500 Ом. Термометры изготовлены из платинового провода марки ПЛ-1, $\varnothing 0,07$, отличающегося малой нестабильностью температурного коэффициента сопротивления (отношение сопротивления при 100° к сопротивлению при 0° $\frac{R_{100}}{R_0} = 1,392 \div 1,3925$).

Сопротивление платины зависит от температуры довольно сложным образом. При положительной температуре эта зависимость имеет вид

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2), \quad (1)$$

где R_0 — сопротивление термометра при 0°C ; R_t — сопротивление термометра при $t^{\circ}\text{C}$.

При отрицательной температуре зависимость сопротивления платины от температуры выражается уравнением

$$R_t = R_0[1 + At + Bt^2 + C(t - 100)t^3], \quad (2)$$

где A, B, C — постоянные, определяемые в реперных точках.

Для практических расчетов пользуются так называемой платиновой температурой (t_p), которую определяют как температуру, которую показывал бы термометр, если бы платина имела линейную зависимость сопротивления от температуры. Температурный коэффициент выражается в этом случае формулой

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100R_0}, \quad (3)$$

где R_{100} — сопротивление термометра при $t=100^{\circ}\text{C}$; R_0 — сопротивление термометра при 0°C , а зависимость сопротивления

термометров от температуры имеет вид

$$R_t = R_0(1 + \alpha t_p). \quad (4)$$

Для перехода от платиновой температуры к термодинамической существует таблица поправок [1], суммирующихся с платиновой температурой. Зависимость поправки δ от измеряемой термодинамической температуры приведена на рис. 1 (кривая 1). Как видно из этого рисунка, поправка, характеризующая нелинейность температурной зависимости платины, довольно значительна и достигает $1,5^\circ$ при $t = -60^\circ \text{C}$.

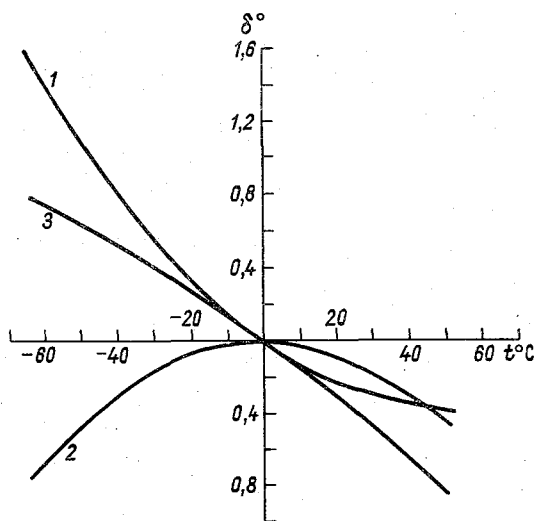


Рис. 1.

Измерительная схема устройства представляет собой неравно-
весный мост, в который включается термометр, сопротивление ко-
торого измеряется. С выхода моста измеряемое напряжение по-
дается на цифровой вольтметр (ЦВ). В качестве последнего ис-
пользуется стандартный цифровой вольтметр типа Ц1312.

На выходе ЦВ мы должны получить измеряемую температуру
в реальных единицах (т. е. без введения поправок на нелинейность
зависимости платины и на нелинейность моста). Таким образом,
при проектировании измерительной схемы необходимо осуществ-
ить коррекцию нелинейности платины и мостовой схемы и задать
расчетный масштаб преобразования. Необходимый масштаб до-
стигается выбором напряжения питания моста и сопротивлений
его плеч. Характер погрешности, связанной с нелинейностью мо-
стовой схемы при выбранных ниже ее параметрах, показан на
рис. 1 (кривая 2). Кривая 3 соответствует суммарному отклонению
выходной характеристики моста от идеальной линейной градуиро-

вочной характеристики. Для коррекции нелинейности могут быть использованы три метода:

- 1) функциональное преобразование сигнала на входе цифрового вольтметра (т. е. в аналоговой форме);
- 2) нелинейное преобразование в цифровой код (функциональное кодирование);
- 3) автоматическая обработка получаемых результатов измерения с целью введения поправок.

Техническая реализация последнего метода связана с серьезным усложнением измерительной схемы. Недостатком первого метода является трудность обеспечения достаточной точности. Для решения поставленной задачи в описываемом устройстве используется нелинейное преобразование измеряемого напряжения в цифровую форму. Особенность используемой схемы заключается в том, что в ней применяется стандартный линейный цифровой вольтметр, характеристики которого не могут быть изменены с целью осуществления нелинейного преобразования. Поэтому в схеме применено измерение входной величины в два цикла. Во время первого цикла измерения осуществляется предварительное измерение сопротивления термометра, по результату этого измерения определяется поддиапазон, в котором расположена измеряемая величина. Для устранения погрешности нелинейности используется такая регулировка параметров моста, чтобы нелинейная выходная характеристика моста в выбранном поддиапазоне была близка к идеальной (линейной) градуировочной кривой. В устройстве используется разбиение всего диапазона измерения на 6 поддиапазонов: -60 , -40 ; -40 , -20 ; $-20-0$; $0-20$; $20-40$; $40-60$. Во втором цикле производится окончательное измерение сопротивления термометра при измененных параметрах моста.

Поскольку необходимо на выходе моста получать температуру в физических единицах (градусах), наклон градуировочной прямой принят равным $1 \text{ В}/100^\circ$. При этом диапазону измеряемых температур 50 , -60° должно соответствовать изменение напряжения на входе цифрового вольтметра $+0,5$, $-0,6 \text{ В}$. Измерение этого напряжения осуществляется на шкале ЦВ $0-1 \text{ В}$, переключение полярности в ЦВ автоматическое. При соблюдении этих соотношений получаемый цифровой код, очевидно, соответствует измеряемой температуре с учетом знака. При этом младший разряд получаемого цифрового кода соответствует десятым долям градуса.

Для обеспечения рассмотренных соотношений используется регулировка параметров мостовой схемы (для каждого из участков шкалы) с помощью сопротивлений ΔR и R_4 (рис. 2). По результатам первого измерения определяется рабочий участок и осуществляется задание параметров ΔR и R_4 , при которых нелинейная характеристика моста на выбранном участке близка к заданной линейной. К точности первого цикла измерения высоких требований не предъявляется. Во втором цикле осуществляется измерение напряжения на выходе уже скорректированного моста при том же

подключенном термометре. Цифровой код, полученный во втором цикле, является окончательным результатом измерения.

Для расчета сопротивлений ΔR и R_4 выходное напряжение моста для начала и конца каждого из участков надо приравнять напряжению для этих точек по идеальной характеристике. Поскольку внутреннее сопротивление цифрового вольтметра на используемом

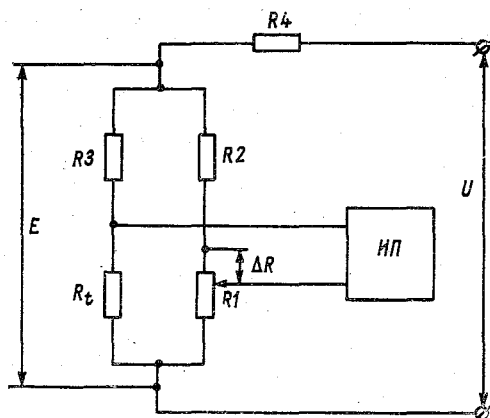


Рис. 2.

пределе измерения составляет 100 МОм, мост можно считать ненагруженным и выходное напряжение будет определяться выражением

$$U_{\text{вых}} = E \left(\frac{R_t}{R_3 + R_t} - \frac{R_1}{R_1 + R_2 + \Delta R} \right). \quad (5)$$

Выражая E через U , R_4 и эквивалентное сопротивление моста и решая систему двух уравнений с двумя неизвестными (ΔR и R_4), найдем значения ΔR и R_4 для каждого участка.

Для упрощения расчетов вместо R_4 неизвестным можно считать напряжение питания моста E . Найдя E и зная U и эквивалентное сопротивление моста, определим R_4 (принимая во внимание, что изменение сопротивления R_t в пределах выбранного участка не сильно изменяет эквивалентное сопротивление моста, полагаем его постоянным и равным эквивалентному сопротивлению в середине участка). Для крайнего диапазона $-40, -60^\circ \text{C}$ зададимся ΔR равным нулю. Сопротивления плеч R_2 и R_3 возьмем равными соответственно 100 и 10 кОм.

В результате расчета максимальное значение E получилось на участке $40-60^\circ \text{C}$. Принимая R_4 для этого участка равным нулю, получим, что $U = E_{\text{max}} = 57,4 \text{ В}$.

После окончательного расчета элементов моста был проведен расчет погрешности нелинейности для каждого из поддиапазонов. Оказалось, что максимальное отклонение характеристики от идеальной линейной градуировочной кривой не превышает $0,035^\circ$ для

всех участков. При выбранных параметрах моста ток, протекающий через термометр, составляет приблизительно 5 мА. Такой ток можно пропускать через термометр без заметного перегрева только в течение короткого промежутка времени (до 1,5 с). Поэтому в устройстве предусмотрена релейная схема, подающая напряжение питания на измерительный мост только на 1,5 с. Кроме того, во избежание перегрева термометра в первом цикле измерения, учитывая невысокие требования к его точности, напряжение питания моста во время первого цикла измерения уменьшено вдвое введением добавочного сопротивления R_{15} (рис. 3).

Для выбора участка измерения по результату первого измерения используется выход цифрового вольтметра на печать. На выходных контактах ЦВ после первого измерения появляется параллельный код, соответствующий измеренному напряжению. Код старшего разряда и знака подается на дешифратор, построенный на логических элементах типа 1ЛБ333 и 1ЛБ334. На выходе дешифратора имеются исполнительные реле. В зависимости от значения старшего разряда (0, 1 или 2) результата измерения и знака («+» или «—»), срабатывает одно из шести исполнительных реле и своими контактами подключает соответствующие сопротивления ΔR и R_4 . Общая принципиальная схема устройства приведена на рис. 3. Рассмотрим подробнее работу схемы.

В положении 1 переключателя производится подготовка схемы к измерениям. В этом положении вместо термометра в мост включается образцовое сопротивление R_{14} , равное 597,88 Ом, что соответствует сопротивлению термометра при $t=50^\circ\text{C}$, а на обмотку реле P_{11} подается напряжение 27 В. P_{11} осуществляет переключение в схеме моста таким образом, чтобы измерение сопротивления R_{14} производилось в поддиапазоне 40—50°С.

Регулируя напряжение питания потенциометром R_{44} , оператор устанавливает на шкале ЦВ показание 0,500 В (вольтметр в этом случае работает в режиме периодических измерений).

После подготовки схемы производится измерение сопротивления термометра. При нажатии оператором кнопки K_n напряжение —27 В подается на обмотку реле P_8 через емкость C_2 , оно срабатывает и находится в таком состоянии 400 мс, своими контактами 10 и 11 оно замыкает цепь обмотки реле P_9 (реле находится в замкнутом состоянии 1,5 с), а то в свою очередь замыкает цепь обмотки реле P_{10} . Контакты 7 и 8 реле P_{10} запускают цифровой вольтметр, и происходит первый цикл измерения при характеристиках моста, задаваемых нормально замкнутыми контактами реле P_7 . Длительность процесса измерения ЦВ составляет 200 мс. После отпускания реле P_8 через его нормально замкнутые контакты 7 и 9 и контакты 4 и 5 реле P_{10} подается напряжение —27 В на схему исполнительных реле. К этому моменту код результата первого цикла измерения уже имеется на выходных контактах ЦВ.

Срабатывает одно из шести реле P_1 — P_6 в зависимости от выбранного участка; своими контактами оно осуществляет необходимые переключения в схеме моста, включает реле P_7 , которое

своими контактами закорачивает дополнительное сопротивление *R15*, увеличивая этим напряжение питания по сравнению с первым циклом, и вновь запускает цифровой вольтметр.

Происходит второй цикл измерения при измененных параметрах моста. Результат этого измерения остается на индикаторе ЦВ до следующего запуска. По истечении 1,5 с реле *P9* и *P10* отпускают, питание —27 В отключается и схема возвращается в исходное состояние.

Таким образом, рассматриваемая схема позволяет осуществить цифровое измерение температуры с коррекцией суммарной нелинейности датчика и измерительной схемы. Рассмотренная схема может быть использована для многоканальных измерений при различных характеристиках нелинейных датчиков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поверка приборов для температурных и тепловых измерений. М., Издательство стандартов, 1965, с. 17—29.
2. Сосновский А. Г., Столярова Н. И. Измерение температур. М., Издательство стандартов, 1970, с. 15.

ПОВЕРОЧНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Метеорологические измерения производятся на широкой сети станций и постов, а также в различных ведомствах и на многих важных объектах. Они характеризуются большим разнообразием применяемых средств измерения и отличаются своей специфичностью: широким диапазоном измерений, сравнительно высокой требуемой точностью, большой изменчивостью измеряемых параметров во времени и пространстве и их взаимным влиянием. Обеспечение единства и достоверности метеорологических измерений достигается применением локальных поверочных схем, которые устанавливают порядок и точность передачи размеров единиц измерения метеопараметров от эталона к рабочим измерительным средствам. Поверочные схемы определяют методы и средства поверки приборов. Они регламентируют метрологическую связь, точность и соподчиненность образцовых средств, применяемых при поверке. В статье рассматриваются и предлагаются к использованию разработанные под руководством автора поверочные схемы для средств измерения наиболее важных элементов: атмосферного давления, температуры, влажности воздуха и скорости ветра.

Поверочная схема для средств измерения атмосферного давления

Большим недостатком существующей схемы передачи размера единицы давления в Гидрометслужбе является низкая точность инспекторского ртутного барометра, а также возможность изменения поправки барометра при транспортировке во время инспекции. Чтобы увеличить надежность передачи единицы от эталона на сеть станций, величина поправки инспекторского барометра определяется дважды: до поездки и после нее; только после возвращения инспектора сообщается выведенная поправка основного контрольного барометра УГМС. Кроме того, схема не обеспечивает передачи единицы давления во всем диапазоне измерений, которая необходима при поверке образцовых манометров и датчиков давления автоматических станций. Для устранения этих недостатков

были разработаны и изготовлены опытные образцы образцового грузопоршневого манометра абсолютного давления (МАД), которые прошли испытания и успешно используются в Гидрометслужбе при поверке барометров и манометров [1].

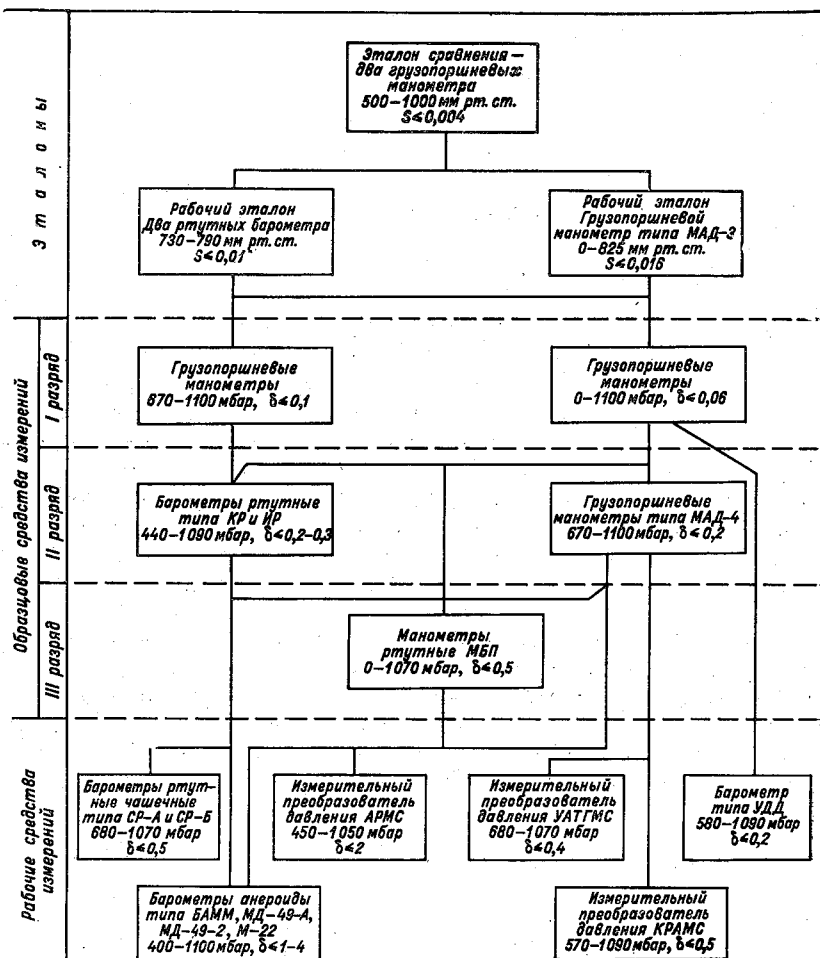


Рис. 1. Поверочная схема для средств, измеряющих атмосферное давление.

S — средняя квадратическая погрешность; δ — предельная основная погрешность.

Во главе усовершенствованной поверочной схемы (рис. 1) для средств измерения атмосферного давления стоят рабочие эталоны Гидрометслужбы, состоящие из двух специальных ртутных барометров № 1 и № 2 и грузопоршневого манометра абсолютного давления МАД-3.

Передача единицы измерения атмосферного давления (миллибара или миллиметра ртутного столба) от эталонов к рабочим приборам осуществляется через образцовые средства измерения I, II и III разрядов.

Ртутные эталонные барометры [1] обеспечивают воспроизведение и передачу размера единицы давления в узком диапазоне давления — 730—790 мм рт. ст. — со средней квадратической погрешностью, не превышающей 0,01 мм рт. ст. Манометры МАД-3 обеспечивают передачу размера единицы измерения в широком диапазоне давления — 0—825 мм рт. ст. — со средней квадратической погрешностью измерения не более 0,016 мм рт. ст.

Рабочие эталоны подлежат сличению с первичным эталоном Госстандарта через эталон сравнения — два грузопоршневых манометра. Первичным эталоном давления является Государственный групповой эталон Паскаля [2], состоящий из набора грузопоршневых манометров. Первичный эталон хранится во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева.

От рабочих эталонов передача размера единицы давления осуществляется по двум ветвям схемы: к барометрам, которые поверяются при атмосферном давлении, и к манометрам или измерительным преобразователям атмосферного давления, требующим поверки по всей шкале.

Поверка всех средств измерения производится путем непосредственного сличения по схемам:

1. Эталонные ртутные барометры — инспекторский грузопоршневой барометр (манометр) I разряда — контрольные и инспекторские ртутные барометры (в УГМС) II разряда — рабочие средства измерения (станционные чашечные барометры и др.).

2. Эталонный грузопоршневой манометр МАД-3 — манометр МАД-3 I разряда — измерительный преобразователь атмосферного давления УДД.

3. МАД-3 I разряда — инспекторский грузопоршневой манометр МАД-4 — измерительные преобразователи атмосферного давления УАТГМС и КРАМС.

4. МАД-3 — МАД-3 I разряда — манометры ртутные МБП III разряда — измерительные преобразователи станции АРМС, барометры — анероиды БАММ, МД-49-А, МД-49-2, барографы.

Согласно поверочной схеме, с МАД I разряда могут сличаться также ртутные барометры II разряда, а с МАД-4 — станционные барометры и анероиды.

Поверочная схема для средств измерения температуры

Новая поверочная схема для средств измерения температуры охватывает жидкостные и деформационные термометры, а также термометры сопротивления повышенной точности, которые получают распространение в метеорологических измерениях в последнее время. Представленная на рис. 2 схема состоит из четырех

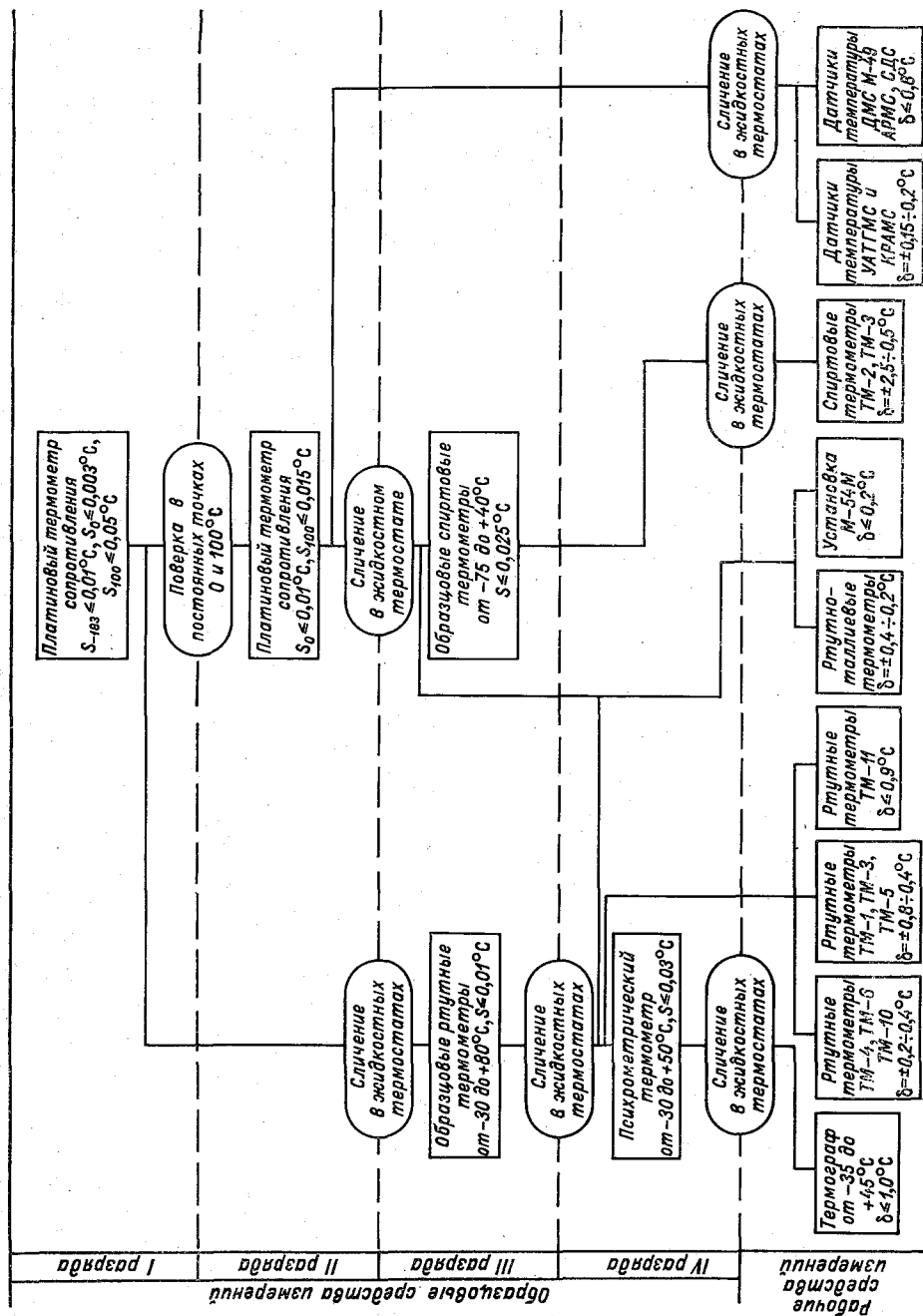


Рис. 2. Поверочная схема для метеорологических термометров.

полей характеризующих образцовые средства I, II, III и IV разрядов. В схеме указаны пределы измерения, средние квадратические погрешности измерения образцовых приборов и предельные допускаемые погрешности метеорологических термометров всех типов. Исходным образцовым средством в Гидрометслужбе служит платиновый термометр сопротивления I разряда [3], который поверяется во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева в трех реперных точках: кипения кислорода $-182,97^{\circ}\text{C}$, тройной точки воды $+0,01^{\circ}\text{C}$ и кипения воды 100°C . Средняя квадратическая погрешность поверки в этих точках соответственно составляет не более $\pm 0,01$, $\pm 0,003$ и $\pm 0,05^{\circ}\text{C}$, что обеспечивает передачу размера единицы температуры образцовым средствам II разряда с требуемой точностью. Образцовый термометр I разряда хранится в Центральной лаборатории поверки приборов Главной Геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова.

В качестве образцовых термометров II разряда применяются платиновые термометры сопротивления аналогичной конструкции. Эти термометры поверяются в ЦЛП ГГО в точке плавления льда 0°C и кипения воды 100°C по инструкции Госстандарта. Точность воспроизведения температуры в этих точках контролируется платиновым термометром I разряда. Средняя квадратическая погрешность поверки в точке 0°C не превышает $0,01^{\circ}\text{C}$, а в точке 100°C — $0,015^{\circ}\text{C}$.

Образцовые платиновые термометры II разряда используются для поверки датчиков температуры автоматических метеостанций типа УАТГМС, КРАМС и других приборов. Поверка производится методом сличения в жидкостных термостатах или в постоянных точках 0 и 100°C [3]. В качестве поверочной аппаратуры используется установка УТТ-5, содержащая термостаты для воспроизведения постоянных точек 0 и 100°C и потенциометр R-348 для измерения сопротивления термометров.

В качестве образцовых средств измерения III разряда применяются образцовые ртутные и спиртовые термометры. Образцовые спиртовые термометры сличаются с платиновым термометром II разряда и характеризуются средней квадратической погрешностью измерения, не превышающей $0,025^{\circ}\text{C}$. Они служат для поверки рабочих спиртовых термометров, ртутно-таллиевых термометров и других приборов.

Образцовые ртутные термометры III разряда служат для поверки рабочих ртутных термометров всех типов, а также для поверки образцовых психометрических термометров IV разряда, применяемых при поверке термографов. Эти термометры сличаются в жидкостных термостатах с образцовым платиновым термометром I разряда.

Средняя квадратическая погрешность поверки образцовых ртутных термометров III разряда (психометрических), по исследованиям ЦЛП ГГО, не превышает $0,01^{\circ}\text{C}$. Погрешность поверки психометрического термометра IV разряда не превышает $0,03^{\circ}\text{C}$.

Поверочная схема для средств измерения влажности атмосферного воздуха

До настоящего времени в качестве исходного образцового средства измерения влажности в Гидрометслужбе использовался аспирационный психрометр. Передача размера единицы влажности рабочим приборам осуществлялась только путем непосредственного сличения их с психрометром в гигростате в комнатных условиях. Недостатком такой системы является невысокая точность образцового психрометра и его непригодность для поверки приборов, измеряющих влажность при отрицательных температурах среды. Поэтому была разработана новая аппаратура, позволяющая реализовать более совершенную поверочную схему, в которой воспроизведение и передача размера единицы влажности достигается в широком диапазоне температуры.

Во главе поверочной схемы для гигрометров (рис. 3) стоит эталонная сорбционно-гравиметрическая установка Госстандарта СССР [4], которая обеспечивает воспроизведение единицы абсолютной влажности газов (кг/м^3) и передачу ее размера образцовым средствам измерения I и II разряда в диапазоне от $0,5 \cdot 10^{-3}$ до $20 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ с относительной средней квадратической погрешностью $S \leq 0,2\%$.

Принцип действия эталонной установки основан на разделении парогазовой смеси, влажность которой нужно измерить, на влагу и сухой газ с помощью сорбента с последующим определением массы влаги и объема сухого газа. В качестве образцовых средств измерений I разряда могут применяться так называемые генераторы влажности на методах двух давлений и двух температур [4], воспроизводящие парогазовые смеси с высокой точностью. Для целей Гидрометслужбы в качестве исходных образцовых средств предложена установка, состоящая из генератора влажности на методе двух температур (термогигростат) и гигрометра точки росы, которая обеспечивает воспроизведение единицы измерения влажности — термодинамической температуры точки росы — в диапазоне от 233,15 до 313,15 С ($-40, +40^\circ \text{С}$) и передачу ее размера со средним квадратическим отклонением не выше $0,04^\circ \text{С}$.

Задание необходимого уровня влажности в установке достигается путем насыщения при постоянном давлении некоторой массы воздуха, заключенного в поверочной камере, при температуре t_s с последующим повышением температуры в камере до величины t . Благодаря однозначной связи между температурой t_s термодинамического равновесия газовой и жидкой (или твердой) фаз воды, которое имеет место при насыщении, и упругостью водяного пара e , по измеренным значениям t_s и t из таблиц [6] может быть точно вычислена абсолютная a или относительная r влажность парогазовой смеси. Вычисление производится по формулам:

$$a = \frac{0,81e_t}{1 + \alpha t} \text{ г/м}^3 \text{ и } r = \frac{e_t}{E}.$$

Здесь e_t — упругость водяного пара в миллибарах, найденная из таблиц по измеренной температуре t в камере установки; E — упругость насыщения в миллибарах, найденная из таблиц по измеренной величине температуры t_s термодинамического равновесия воды (льда) в камере.

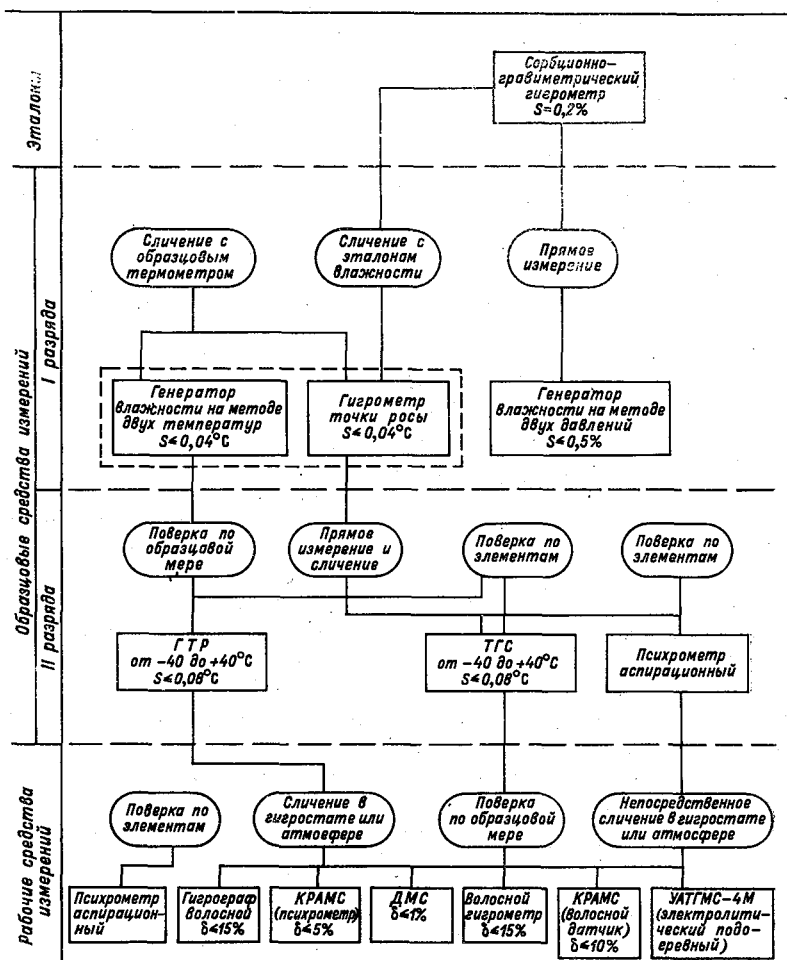


Рис. 3. Поверочная схема для средств измерений влажности воздуха.

Установка по методу двух температур используется в комплекте с гигрометром точки росы, который аттестуется путем непосредственного сличения с эталонным гигрометром. Чувствительный элемент гигрометра точки росы размещается в поверочной камере установки. Он представляет собой металлическое зеркальце, которое может охлаждаться полупроводниковым термоэлементом [5]. При охлаждении до точки росы на нем образуется слой конденсата

в виде воды или льда (иней). С помощью оптического устройства, следящего за изменением массы конденсата, и терморегулятора последний поддерживается в равновесии с водяным паром окружающего воздуха. Температура равновесия (точка росы или льда) измеряется встроенным в зеркало микротермометром. Точность воспроизведения единицы влажности на установке определяется погрешностью задания влажности в камере и погрешностью ее измерения гигрометром.

Основной единицей измерения, воспроизводимой установкой, является единица термодинамической температуры точки росы, совпадающая с единицей термодинамической температуры кельвином, равной $\frac{1}{273,6}$. Кроме этой единицы, рабочим средствам измерения

могут передаваться размеры других единиц измерения влажности: единица парциального давления (упругости) водяного пара — миллибар; единица относительной влажности — число 1.

Соотношение между этими величинами и термодинамической температурой точки росы определяется формулами и таблицами упругости насыщения водяного пара [6].

Образцовая установка I разряда хранится в центральных поверочных органах ГУГМС.

В качестве образцовых средств II разряда применяются:

1) термогигростат (ТГС), обеспечивающий задание температуры точки росы в диапазоне $-40, +40^{\circ}\text{C}$ со средней квадратической погрешностью не выше $0,08^{\circ}\text{C}$ и относительной влажности в диапазоне 30—100% с погрешностью 1%;

2) гигрометр для измерения температуры точки росы (ГТР) в диапазоне $-40, +40^{\circ}\text{C}$ со средней квадратической погрешностью не выше $0,08^{\circ}\text{C}$;

3) аспирационный психрометр для измерения относительной влажности в диапазоне 10—100% при температуре воздуха t от 0 до $+30^{\circ}\text{C}$ с предельной относительной погрешностью $\delta = \pm 1,5\%$ при $t = +30^{\circ}\text{C}$ и $r = 100\%$ и $\delta = \pm 3,5\%$ при $t = 0^{\circ}\text{C}$ и $r = 10\%$.

Образцовые средства измерения II разряда поверяются по элементам конструкций (поверка шкалы термометров, скорости аспирации и т. п.), а также аттестуются по образцовым средствам I разряда: ТГС II разряда — с помощью ГТР I разряда; ГТР II разряда — с ТГС I разряда; аспирационный психрометр — с ГТР I разряда сличением в гигростате.

Поверочная схема для средств измерения скорости ветра

Передача размера единицы измерения скорости ветра осуществляется по схеме: образцовые средства измерения I разряда — образцовые средства измерения II разряда — рабочие измерительные приборы. Для воспроизведения и хранения единицы измерения служит специальный эталон Госстандарта (рис. 4).

В качестве эталона могут использоваться средства, основанные на применении абсолютных методов измерения высокой точности,

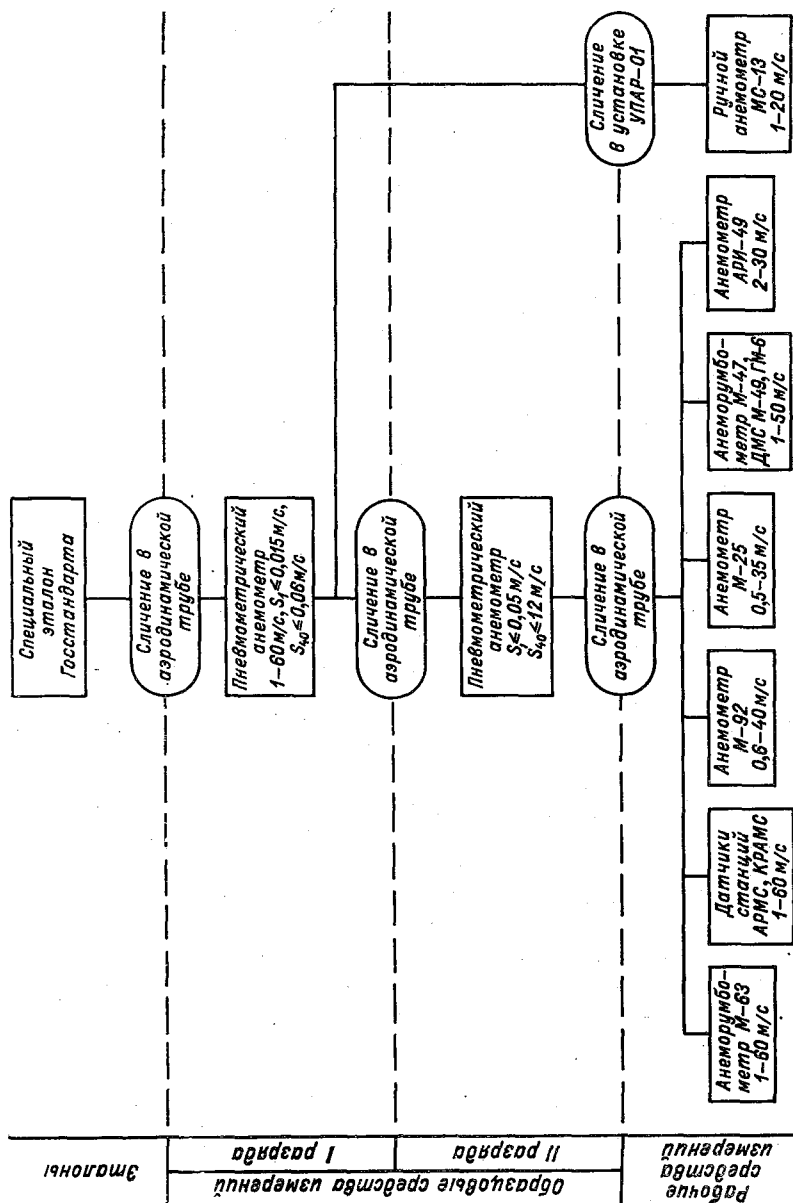


Рис. 4. Поверочная схема для средств измерений скорости ветра.

например, акустические и ионизационные анемометры [7]. Образцовый анемометр I разряда состоит из образцовой пневмометрической трубки и микроанометра. Его сличение с эталонным анемометром должно производиться в аэродинамической трубе, создающей ламинарный воздушный поток скоростью 0,5—60 м/с. При сличениях определяется коэффициент пневмометрической трубки, устанавливающий связь, между показаниями образцового анемометра и действительной скоростью потока. Средние квадратические погрешности определения коэффициента трубки (погрешность поверки анемометра) по данным экспериментальных исследований при скоростях 1 и 40 м/с соответственно равны: $S_1=0,015$ м/с, $S_{40}=0,06$ м/с.

Образцовая пневмометрическая трубка I разряда хранится в ЦЛП ГУГМС как исходное средство поверки.

В качестве образцовых средств измерений II разряда применяются микроанометры ММН, соединенные с отверстием в коллекторе аэродинамической трубы, выполняющим роль пневмометрической насадки. Отверстия в коллекторе градуируются с помощью образцовой пневмометрической трубки I разряда. При градуировке определяется коэффициент отверстия при различных скоростях потока. Средние квадратические погрешности поверки при скоростях 1 и 40 м/с, по данным экспериментальных исследований, составляют:

$$S_1=\pm 0,05 \text{ м/с и } S_{40}=\pm 0,12 \text{ м/с.}$$

Образцовые средства II разряда применяются на заводах-изготовителях и в поверочных лабораториях, оснащенных аэродинамическими трубами.

Для поверки ручных анемометров типа МС-13 применяется также более простая по конструкции и удобная в эксплуатации установка УПАР-01. В воздушном потоке установки, создаваемом многолопастным вентилятором, размещаются только приемные части анемометров, что позволяет уменьшить габариты установки и ее мощность. Скорость потока определяется по числу оборотов вентилятора из графика градуировки. Градуировка установки производится с помощью нескольких анемометров такого же типа, поверенных в аэродинамической трубе по образцовому анемометру I разряда. Результаты отдельных градуировок осредняются, что повышает точность поверки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные поверочные схемы были исследованы и опробованы. Частично они реализованы и успешно используются при поверке и градуировке приборов. Для дальнейшего внедрения поверочных схем необходимо произвести их детальное технико-экономическое обоснование и разработать план оснащения Гидрометслужбы необходимыми образцовыми средствами измерения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фатеев Н. П. Методические основы поверки метеорологической аппаратуры. В кн.: «Методические основы автоматизированной системы метеорологических наблюдений». Под ред. Д. П. Беспалова. Л., Гидрометеониздат, 1971, с. 45—68.
2. Долинский Е. Ф., Лоскутов Г. И., Полухин Г. И. Государственный первичный эталон единицы давления — Паскаля. — «Измерительная техника», 1972, № 7, с. 6—8.
3. Инструкция 156—60 по поверке образцовых платиновых термометров сопротивления I и II разрядов и платиновых термометров повышенной точности. Издательство Госстандарта, 1966, с. 3—31.
4. Гершкович Е. А. Разработка и исследование типовой поверочной лаборатории гигрометрии. — «Измерительная техника», 1970, № 10, с. 60—63.
5. Фатеев Н. П., Резников Г. П., Рогалев Ю. В. Гигрометр для поверки влагомеров в широком диапазоне температуры и влажности. — «Труды ГГО», 1970, вып. 260, с. 146—151.
6. Психрометрические таблицы. Л., Гидрометеониздат, 1972, с. 234.
7. Фатеев Н. П. Импульсный ультразвуковой анемометр. — Авт. свидетельство № 134920. — «Бюлл. изобр», 1961, № 1, с. 124—128.
8. Фатеев Н. П., Резников Г. П., Попов М. В. Об использовании ультразвукового анемометра с цифровой индикацией средней скорости в качестве контрольного прибора при поверке и градуировке датчиков ветра. — «Труды ГГО», 1969, вып. 240, с. 124—128.
9. Фатеев Н. П. Аппаратура для поверки метеорологических приборов. — «Труды ГГО», 1969, вып. 240, с. 109—123.

СОДЕРЖАНИЕ

Л. П. Афиногенов, А. С. Луштак. О надежности длительного хранения дискретной информации при введении избыточности	3
Л. П. Афиногенов, А. С. Луштак. О предельной плотности записи информации на технический носитель	19
А. С. Луштак. Матричные способы защиты информации, подлежащей длительному хранению	30
С. М. Персин. О погрешности аналого-дискретного осреднения векторных процессов	39
С. М. Персин. О погрешности определения скользящего среднего по дискретным данным	50
В. С. Зарицкий, А. Г. Шулова. Повышение надежности и точности измерений на автоматических метеорологических станциях	65
Р. А. Круглов. Оценка влияния длительности зондирующего сигнала на достоверность результатов светолокационных измерений высоты нижней границы облаков	73
Л. М. Персин, С. М. Персин. Способ повышения точности многоканальных цифровых измерительных систем	79
Л. П. Афиногенов, А. С. Луштак. О выборе порога сравнения при распознавании двоичных символов в случае аддитивной помехи с симметричным распределением	101
Л. П. Афиногенов. Метод анализа логических схем на потенциальных элементах	106
Л. В. Анискин, С. М. Персин. Аналоговый преобразователь средней и максимальной скорости ветра	116
В. Е. Карпуша. Результаты исследования опытных образцов унифицированного датчика атмосферного давления	122
Б. Л. Кожевников. О регистрации капельно-жидких пленок поверхностного увлажнения изделий	128
Б. Л. Кожевников, Е. В. Романов. Регистратор поверхностного увлажнения металлов	134
Э. Л. Персина. Автоматическое устройство для цифрового измерения температуры	138
Н. П. Фатеев. Поверочные схемы для метеорологических измерений	145

Труды ГГО, вып. 313

Аппаратура для метеорологических измерений

Редактор Л. К. Сурыгина
Техн. редактор Л. М. Шишкова
Корректор Т. Н. Черненко

Сдано в набор 4/VI 1973 г. Подписано к печати 11/IX 1973 г. М-08713. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага тип. № 1. Печ. л. 10,125 в т. ч. вкл. Уч.-изд. л. 10,76. Тираж 850 экз. Индекс МЛ-257. Заказ 447. Цена 75 коп.
Гидрометеиздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23

Ленинградская типография № 8 «Союзполиграфпрома» при
Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
190000, Ленинград, Прачечный пер., 6