

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

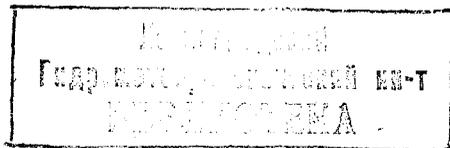
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА

ТРУДЫ

ВЫПУСК 298

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В МЕТЕОРОЛОГИИ

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук
М. И. ЮДИНА



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
ЛЕНИНГРАД • 1974

277856

Сборник содержит результаты физико-статистического исследования пространственной и временной структуры атмосферных процессов. Большое внимание уделяется вопросам разложения метеорологических полей на естественные составляющие и применения этого метода при анализе и прогнозе погоды. Рассматривается ряд вопросов, связанных со спектральным представлением метеорологических полей и с применениями этого метода при изучении макротурбулентности атмосферы. Исследуются проявления двухлетней цикличности, характер климатических изменений общей циркуляции атмосферы и режим атмосферных процессов над Северной Атлантикой.

М. И. ЮДИН, И. П. ГУСЕВА, М. П. ГОЛОД

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАНСФОРМАЦИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В АТМОСФЕРЕ

В последние годы в отрасли науки, изучающей проблемы энергетического баланса атмосферы, появился ряд важных научных направлений.

Весьма плодотворной оказалась идея замыкания уравнений турбулентного движения с привлечением уравнения баланса кинетической энергии флуктуационных движений [19, 25, 13]. Любые современные теории пограничных слоев атмосферы и океана в той или иной мере опираются на эту идею [17, 18, 21, 24, 27, 29].

В климатологии одним из наиболее продуктивных направлений оказалось исследование закономерностей радиационного и теплового режимов атмосферы в общегеографическом плане [2, 7—9, 30 и др.]. На основе этого исследования были получены весьма важные выводы о связи климата, гидрологического режима, распределения почв и растительного покрова с тепловым и водным балансами подстилающей поверхности и атмосферы, а также заложены основы учения о влиянии человека на климат.

Значительный вклад в понимание закономерностей общей циркуляции атмосферы внесли эмпирические исследования процессов генерации и диссипации кинетической энергии в атмосфере, энергетического взаимодействия волн различных масштабов, распределения кинетической и потенциальной энергии [4, 10, 12, 22, 31, 34—37, 40, 41, 42, и др.]. Эти исследования уже сейчас позволяют оценить степень приближения к действительности теоретических моделей общей циркуляции атмосферы.

Применение энергетических соотношений в качестве контрольных при интегрировании уравнений динамики атмосферы на долгие сроки дало возможность избавиться от нелинейной вычислительной неустойчивости, т. е. внести принципиальные усовершен-

ствования в численные схемы прогноза погоды [1, 5, 14, 23 и др.].

Результаты перечисленных направлений нашли отражение в международной Программе исследования глобальных атмосферных процессов (ПИГАП) при планировании и проведении как теоретических, так и экспериментальных исследований (см., например [3, 6, 20, 32, 38, 39 и др.]).

Следует отметить, что идейная связь между работами по статистической теории турбулентности и по эмпирическим исследованиям общей циркуляции атмосферы еще недостаточно осознана. Можно указать лишь несколько работ и докладов, в которых упоминается эта связь [22, 26, 28, 33, 43].

В настоящей работе сделана попытка установить эту связь в конкретном исследовании.¹ Исходным является уравнение баланса энергии турбулентности, которое применяется к изучению трансформации энергии в области планетарных волн:

$$\frac{dE_{\Phi}}{dt} = Tr - D_{\Phi} + A_{\Phi}, \quad (1)$$

где E_{Φ} — средняя кинетическая энергия флуктуационного движения, Tr — трансформация кинетической энергии среднего движения в энергию флуктуационного движения вследствие неустойчивости среднего движения, A_{Φ} — средняя мощность всех флуктуаций поверхностных сил (движения, вязких и турбулентных напряжений) при перемещении с флуктуационной скоростью, D_{Φ} — диссипация флуктуационного движения.

Для изучения обмена кинетической энергией между средним и волновым движениями был применен метод спектрального анализа. Величина Tr имеет вид:

$$Tr = - \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 u_j' u_k' \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}, \quad (2)$$

где $u = u_1$, $v = u_2$, $w = u_3$, $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$ — скорости и соответствующие оси координат. Величина Tr характеризует интенсивность обмена кинетической энергией между средним и флуктуационным движениями. При рассмотрении движений различных масштабов были получены формулы для непосредственного расчета величины Tr как функции волнового числа n . При этом за среднее движение принималось движение масштаба n , движения меньшего масштаба рассматривались как пульсации (этот метод был предложен в работе [28]).

При выводе формулы для Tr составляющие скорости ветра подвергались разложению в ряд Фурье по кругу широты, причем спектр ограничивали значением $n=12$.

¹ Теоретическая часть работы выполнена в основном в Ленинградском гидрометеорологическом институте. Расчеты на ЭВМ произведены в Главной геофизической обсерватории.

Было установлено, что для осредненной по гармоникам величины Tr справедливо выражение, аналогичное (2):

$$Tr = - \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k}, \quad (3)$$

где угловые скобки указывают на осреднение по гармоникам.

Вследствие анизотропности движения приобретает особое значение энергетический анализ квазигоризонтального движения на различных уровнях (исследование вертикального обмена кинетической энергией представляет отдельную задачу, которая здесь не рассматривается).

В этом случае получим упрощенное выражение:

$$Tr = - \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k}. \quad (4)$$

Исходными данными для расчета Tr являются значения геопотенциала, в связи с чем возникает необходимость перехода от поля геопотенциала к полю ветра. Здесь мы ограничиваемся географическим приближением:

$$u = - \frac{g}{Rl} \cdot \frac{\partial H}{\partial \varphi}; \quad v = \frac{g}{Rl \sin \varphi} \cdot \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad (5)$$

где H — поле геопотенциала, g — ускорение силы тяжести, l — параметр Кориолиса, λ — долгота, φ — широта, R — радиус Земли. Коэффициенты Фурье a , b и c , d , полученные при разложении поля ветра u и v соответственно, будут выражены через коэффициенты Фурье q , h поля геопотенциала соотношениями:

$$\begin{aligned} a_k &= - \frac{g}{Rl} \cdot \frac{\Delta q_k}{\Delta \varphi}; & b_k &= - \frac{g}{Rl} \cdot \frac{\Delta h_k}{\Delta \varphi}; \\ c_k &= \frac{gk}{Rl} \cdot \frac{h_k}{\sin \varphi}; & d_k &= - \frac{gk}{Rl} \cdot \frac{q_k}{\sin \varphi}. \end{aligned} \quad (6)$$

Проведя осреднение по кругу широты, получим окончательное выражение величины Tr , осредненной по долготе:

$$\begin{aligned} - Tr &= \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{12-n} \sum_{m=1}^{n-1} \left[(a_{n+j} a_{n+j+m} + b_{n+j} b_{n+j+m}) \frac{b_m}{R \cos \varphi} + \right. \\ &+ (b_{n+j} a_{n+j+m} - a_{n+j} b_{n+j+m}) \frac{a_m}{R \cos \varphi} + \\ &+ (b_{n+j} d_{n+j+m} - a_{n+j} c_{n+j+m}) \frac{\partial a_m}{\partial y} + \\ &+ (a_{n+j} c_{n+j+m} + b_{n+j} d_{n+j+m}) \frac{d_m}{R \cos \varphi} + \\ &+ (b_{n+j} c_{n+j+m} - a_{n+j} d_{n+j+m}) \frac{c_m}{R \cos \varphi} + \\ &+ (a_{n+j} d_{n+j+m} - b_{n+j} c_{n+j+m}) \frac{\partial b_m}{\partial y} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (c_{n+j}c_{n+j+m} + d_{n+j}d_{n+j+m}) \frac{\partial c_m}{\partial y} + \\
& + (c_{n+j}d_{n+j+m} - d_{n+j}c_{n+j+m}) \frac{\partial d_m}{\partial y} \Big] + \\
9. & + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{n-1} \sum_{j=-m+1}^{12-n} \left[(a_{n+j}a_{n+j-m} + b_{n+j}b_{n+j-m}) \frac{b_m}{R \cos \varphi} + \right. \\
10. & \left. + (a_{n+j}b_{n+j-m} - b_{n+j}a_{n+j-m}) \frac{a_m}{R \cos \varphi} + \right. \\
11. & \left. + (b_{n+j}d_{n+j-m} - a_{n+j}c_{n+j-m}) \frac{\partial a_m}{\partial y} + \right. \\
12. & \left. + (b_{n+j}c_{n+j-m} - a_{n+j}d_{n+j-m}) \frac{\partial b_m}{\partial y} + \right. \\
13. & \left. + (a_{n+j}c_{n+j-m} + b_{n+j}d_{n+j-m}) \frac{d_m}{R \cos \varphi} + \right. \\
14. & \left. + (a_{n+j}d_{n+j-m} - b_{n+j}c_{n+j-m}) \frac{c_m}{R \cos \varphi} + \right. \\
15. & \left. + (c_{n+j}c_{n+j-m} + d_{n+j}d_{n+j-m}) \frac{\partial c_m}{\partial y} + \right. \\
16. & \left. + (d_{n+j}c_{n+j-m} - c_{n+j}d_{n+j-m}) \frac{\partial d_m}{\partial y} + \right. \\
17. & \left. + \sum_{j=1}^{12-n} \left\{ \frac{1}{2} \left[(a_{n+j}^2 + b_{n+j}^2) \frac{b_0}{R \cos \varphi} + \right. \right. \\
18. & \left. \left. + (b_{n+j}d_{n+j} - a_{n+j}c_{n+j}) \frac{\partial a_0}{\partial y} + \right. \right. \\
19. & \left. \left. + (a_{n+j}c_{n+j} + b_{n+j}d_{n+j}) \frac{d_0}{R \cos \varphi} + \right. \right. \\
20. & \left. \left. + (c_{n+j}^2 + d_{n+j}^2) \frac{\partial c_0}{\partial y} \right\} + \frac{1}{4} \left[(b_{n+j}d_{2n+j} - a_{n+j}c_{2n+j}) \frac{\partial a_n}{\partial y} + \right. \\
21. & \left. + (b_{n+j}a_{2n+j} - a_{n+j}b_{2n+j}) \frac{a_n}{R \cos \varphi} + \right. \\
22. & \left. + (b_{n+j}c_{2n+j} - a_{n+j}d_{2n+j}) \frac{c_n}{R \cos \varphi} + \right. \\
23. & \left. + (c_{n+j}c_{2n+j} + d_{n+j}d_{2n+j}) \frac{\partial c_n}{\partial y} \right] + \\
24. & + \frac{1}{4} \sum_{j=n+1}^{12-n} \left[(a_{n+j}b_j - b_{n+j}a_j) \frac{a_n}{R \cos \varphi} + \right. \\
25. & \left. + (b_{n+j}d_j - a_{n+j}c_j) \frac{\partial a_n}{\partial y} + (a_{n+j}d_j - b_{n+j}c_j) \frac{c_n}{R \cos \varphi} + \right. \\
26. & \left. + (c_{n+j}c_j + d_{n+j}d_j) \frac{\partial c_n}{\partial y} \right].
\end{aligned}$$

(7)

Исходными данными для расчета величины Tr были поля высот-изобарических поверхностей 700, 500, 300, 200, 100 мб и давления на уровне моря за 03 ч в зоне от 80 до 30° с. ш. за февраль 1959 и 1960 гг. Шаг по долготе $\Delta\lambda=15^\circ$, по широте $\Delta\phi=5^\circ$.

Рассчитывалась величина Tr для волновых чисел n от 1 до 10.

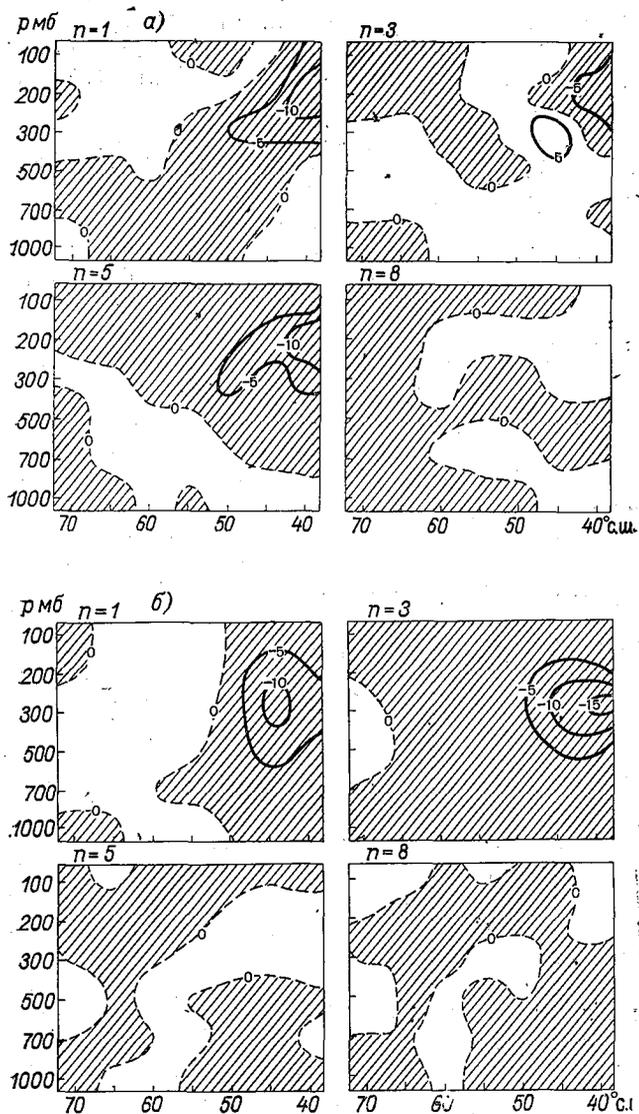


Рис. 1. Распределение среднемесячной трансформации кинетической энергии (Tr) в меридиональной плоскости:

а — февраль 1959 г., б — февраль 1960 г.

Штриховкой показаны зоны, в которых величина Tr отрицательна

В результате расчетов было получено распределение величины Tr в плоскости p, φ . Данные в каждом узле такой плоскости составили ряд в 28 (29) дней 1959 (1960) г. соответственно.

Меридиональные разрезы, на которых представлены среднемесячные значения Tr при разных способах определения среднего движения даны на рис. 1. Как известно, в области планетарных волн преобладает передача энергии от флуктуационного движения (циклонические волны) к энергии зонального движения и ультрадлинных волн (кроме $n=2$). Это соответствует значениям $Tr < 0$.

Весьма интересно, что имеются обширные зоны, в которых кинетическая энергия передается от очень длинных волн к менее длинным. В некоторых случаях величина Tr в определенном широтном поясе оказывается положительной примерно во всей тропосфере и нижней стратосфере. В других случаях зоны $Tr > 0$ имеют более сложную конфигурацию, образуя обширные связанные области.

Учитывая относительно большие погрешности расчетов, связанные с неточностью исходных данных, можно было ожидать заранее, что на рис. 1 и 2 будет обнаруживаться множество мелких пятен. Поскольку этого не получилось, имеется основание считать, что пространственное распределение Tr при месячном осреднении определяется процессами весьма больших масштабов. Представляется весьма вероятным, что различия значений Tr в феврале 1959 и 1960 гг. не случайны, а могут служить объективной характеристикой различия процессов планетарного масштаба.

Рассмотрим области наибольших отрицательных значений Tr для $n=1$ и $n=3$. Конфигурация этих областей показывает, что они тесно связаны с планетарной высотной фронтальной зоной (ПВФЗ) и что вклад процессов, происходящих в окрестности ПВФЗ в поддержание энергии ультрадлинных волн, весьма значителен. Интересно, что для $n=5$ в 1959 г. (а) в окрестности ПВФЗ также происходит интенсивная трансформация энергии. Но в 1960 г. (б) соответствующий центр отсутствует и трансформация энергии в окрестности ПВФЗ даже меняет знак (становится положительной). Это наводит на мысль, что в 1959 г. циклонические волны, образующиеся в окрестности ПВФЗ, были более интенсивными, чем в 1960 г.

Большие значения Tr в струйных течениях определяют вид кривых на рис. 2, отображающем зависимость среднемесячных значений Tr от широты, и на рис. 3, показывающем зависимость величины Tr от высоты.

Кривые на рис. 2 получены при осреднении значений Tr по всем высотам с учетом массы в слоях воздуха между основными изобарическими поверхностями. Для построения рис. 3 выполнялось осреднение по широтным поясам с учетом того, что масса воздуха в кольце с центральной широтой φ пропорциональна $\cos \varphi$. На графиках отчетливо выражено увеличение значений Tr на $45-40^\circ$ с. ш. и максимум в зоне струйных течений, вблизи по-

верхности 300 мб и частично 200 мб. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при дальнейших исследованиях.

Для более точного определения интегральных характеристик энергетического баланса атмосферы целесообразно вводить дополнительные уровни в слое максимальных скоростей ветра — 250 мб и, может быть, 350 мб.

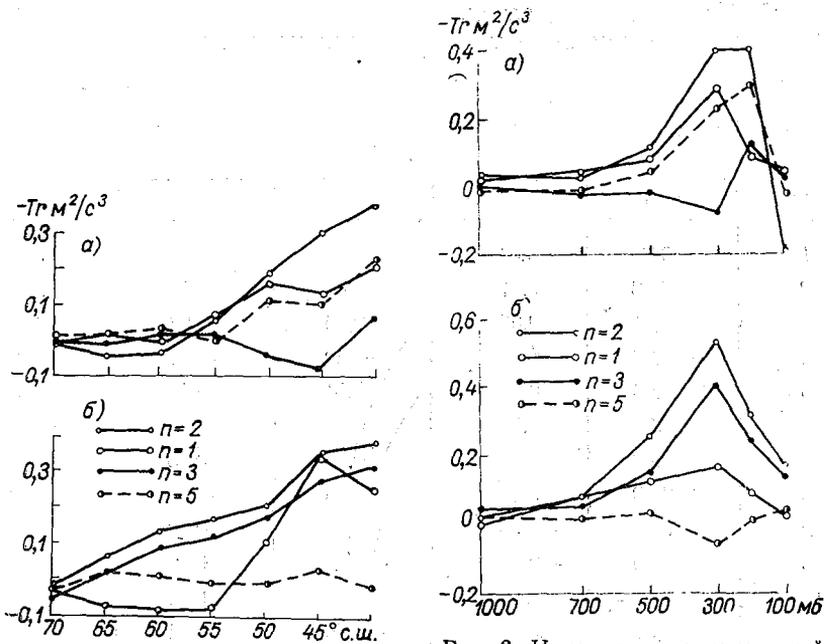


Рис. 2. Широтный ход среднемесячной трансформации кинетической энергии, осредненной в слое от поверхности земли до 100 мб: а — февраль 1959 г., б — февраль 1960 г.

Рис. 3. Изменение среднемесячной величины трансформации кинетической энергии, осредненной в зоне $72,5-37,5^\circ$ с. ш., в зависимости от высоты: а — февраль 1959 г., б — февраль 1960 г.

В табл. 1, 2 представлены суточные значения осредненной по пространству трансформации энергии. Заслуживает внимания большая изменчивость отдельных значений рассматриваемых величин. В ряде случаев среднемесячные величины представляют собой сумму почти одинакового числа положительных и отрицательных значений. Отсюда следует, что такие средние значения не всегда показательны (определяются с большой относительной погрешностью). На это же обстоятельство указывают оценки вероятных погрешностей средних значений Tr , приведенные в работе [36]. В этом смысле методы обработки данных, в которых применяется либо пространственное, либо временное осреднение, имеют некоторые преимущества над способами использования лишь пространственно-временных средних.

Следующий вывод, который можно сделать из табл. 1, — наличие определенной связности процессов трансформации энергии

при ограничении среднего движения волновыми числами $n=1$ или $n=2$. Во временном ходе Tr ($n=1$) за февраль 1959 г. ярко выражена месячная волна. В 1960 г. эта волна не наблюдается, но также видно, что периоды, в течение которых Tr превышает среднее значение или оказывается меньше среднего, составляют несколько дней. Однако для $n \geq 3$ отчетливо выраженной связности значений Tr не наблюдается.

В заключение приведем таблицу зависимости пространственно-

Таблица 1

Суточные значения осредненной по пространству трансформации кинетической энергии (февраль 1959 г.)

Дни	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=5$	$n=8$
1	0,28	0,341	0,00	0,22	0,02
2	0,08	0,17	-0,01	-0,18	-0,06
3	-0,21	0,06	0,00	-0,04	-0,01
4	-0,29	0,40	-0,20	0,32	0,02
5	-0,03	0,21	0,11	0,14	-0,06
6	0,08	0,28	-0,18	0,04	0,02
7	-0,02	0,48	0,07	0,05	0,00
8	-0,39	0,16	-0,26	-0,04	-0,01
9	-0,66	-0,26	-0,71	0,02	0,00
10	-0,70	-0,34	-0,44	0,04	0,06
11	-0,70	0,23	0,58	0,94	-0,02
12	-0,62	0,03	-0,29	-0,01	-0,02
13	-0,82	-0,11	-0,20	0,06	-0,02
14	-0,74	-0,05	-0,12	0,02	0,05
15	-0,08	0,18	0,02	-0,36	-0,02
16	0,12	0,08	0,00	-0,09	0,07
17	0,32	0,20	-0,03	0,12	0,02
18	0,06	-0,05	0,08	-0,09	0,01
19	0,10	-0,25	-0,25	-0,13	-0,05
20	0,58	0,07	-0,19	0,16	0,00
21	0,76	0,22	0,21	0,25	0,02
22	0,90	-0,06	0,12	-0,04	0,00
23	0,68	0,31	0,34	0,05	-0,02
24	0,78	0,55	0,36	0,42	0,01
25	0,59	0,24	-0,04	0,03	0,00
26	0,52	0,31	0,17	0,10	0,00
27	0,58	0,16	-0,07	0,05	0,02
28	0,33	0,23	0,38	0,06	-0,05

временных средних значений Tr от предельного волнового числа n (табл. 3). По нашим данным получается, что вполне возможно разделить атмосферные движения на две подсистемы, практически не обменивающиеся кинетической энергией. Для этого следует n выбирать в пределах от 8 до 10. В работе [28] было предложено положить этот факт в основу построения гидродинамико-статистической модели долгосрочного прогноза погоды. Обработ-

Таблица 2

Суточные значения осредненной по пространству трансформации кинетической энергии (февраль 1960 г.)

Дни	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=5$	$n=8$
1	-0,08	0,05	0,24	0,04	-0,04
2	-0,17	0,15	0,12	-0,08	-0,09
3	-0,07	0,20	0,34	0,21	0,00
4	0,00	0,24	0,24	-0,49	-0,04
5	0,10	0,26	0,30	-0,06	-0,05
6	0,10	0,09	0,65	-0,22	0,02
7	0,33	0,34	1,10	0,34	0,02
8	0,16	0,09	0,51	0,22	-0,01
9	0,04	0,11	-0,20	-0,25	0,04
10	0,01	0,33	0,08	0,04	0,01
11	-0,07	0,13	0,02	-0,01	-0,01
12	0,40	0,44	0,55	0,20	0,03
13	0,20	0,19	0,33	0,16	0,03
14	0,22	0,19	0,12	0,08	0,07
15	0,23	0,49	0,04	0,17	0,10
16	0,11	-0,17	-0,11	-0,16	0,05
17	0,34	0,04	0,05	0,13	-0,01
18	0,39	0,00	-0,10	-0,11	-0,02
19	0,22	0,32	-0,10	0,00	-0,02
20	0,35	0,76	0,01	0,12	0,11
21	0,18	0,58	-0,16	-0,08	0,05
22	0,53	0,92	0,16	-0,19	-0,03
23	0,89	0,89	0,68	0,14	0,06
24	0,31	0,22	0,20	-0,10	0,08
25	-0,45	-0,33	-0,48	-0,26	-0,04
26	-0,26	-0,20	-0,42	0,09	0,03
27	-0,58	-0,15	-0,08	0,00	-0,03
28	-0,48	0,01	0,29	0,09	-0,01
29	-0,57	0,00	0,11	0,06	-0,02

Спектр трансформации кинетической энергии

Год	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$	$n=8$	$n=9$	$n=10$
1959	0,06	0,14	-0,02	0,08	0,07	0,05	0,01	0,00	0,00	0,00
1960	0,08	0,21	0,16	0,05	0,00	0,01	0,02	0,01	0,01	0,01

ка данных Солдмена и Тьюэлса [36] и Янга и Вин-Нильсена [42] привела к выводу, что при $n=8$ трансформация энергии переходит через нуль и при $n \leq 8$ становится положительной. Возможно, однако, что этот вывод в какой-то мере связан с искусственным условием равенства нулю трансформации энергии при $n=15$, которое было использовано в упомянутых работах.

В связи с важностью вывода весьма желательно провести аналогичные расчеты с большим числом точек по кругу широты, что исключает необходимость введения искусственных условий. Крайне интересно провести исследования трансформации энергии на сфере с применением метода разложения полей по обобщенным сферическим функциям [11, 15, 16].

ЛИТЕРАТУРА

1. Аракава А. Схема численного интегрирования уравнений движения жидкости на длительный срок: случай двумерного потока несжимаемой жидкости.—В кн.: Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана. Л., Гидрометеоздат, 1968, с. 226—251.
2. Берлянд Т. Г. Распределение солнечной радиации на континентах. Л., Гидрометеоздат, 1961. 228 с.
3. Блинова Е. Н. Крупномасштабные процессы и численное моделирование общей циркуляции атмосферы и долгосрочных прогнозов погоды.—«Метеорология и гидрология», 1970, № 6, с. 3—15.
4. Борисенков Е. П. Вопросы энергетики атмосферных процессов. Л., Гидрометеоздат, 1960. 168 с.
5. Брайен К. Схема численного интегрирования уравнений движения на нерегулярной сетке, свободная от нелинейной неустойчивости.—В кн.: Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана. Л., Гидрометеоздат, 1968, с. 288—291.
6. Бугаев В. А. Первая сессия Объединенного организационного комитета по программе исследований глобальных атмосферных процессов.—«Метеорология и гидрология», 1968, № 10, с. 101—104.
7. Будыко М. И. Тепловой баланс земной поверхности. Л., Гидрометеоздат, 1956. 256 с.
8. Будыко М. И. Атлас теплового баланса земного шара. М., 1963.
9. Будыко М. И. Климат и жизнь. Л., Гидрометеоздат, 1971. 472 с.
10. Ван-Мигем Дж., Дефрис П., Ван-Изакер Дж. Об избирательной роли систем движения в общей циркуляции атмосферы.—В кн.: Атмосфера и океан в движении. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1963, с. 144—156.
11. Гельфанд И. М., Шапиро З. Я. Представления группы вращений трехмерного пространства и их применение.—«Успехи математических наук», 1952, т. 7, вып. 1 (47), с. 3—117.
12. Груза Г. В. Интегральные характеристики общей циркуляции атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1965. 146 с.

13. Дубов А. С., Орленко Л. Р. Об учете процессов в пограничном слое при численном моделировании общей циркуляции атмосферы.—«Труды ГГО», 1970, вып. 256, с. 45—56.
14. Дымников В. П., Контарев Г. Р. Некоторые эксперименты со схемой численного прогноза погоды.—В кн.: Численные методы решения задач прогноза погоды и общей циркуляции атмосферы. Новосибирск, 1970, с. 52—61.
15. Ефимов В. А. Спектральная форма уравнений динамики атмосферы для системы обобщенных сферических функций.—«Метеорология и гидрология», 1969, № 8, с. 15—24.
16. Ефимов В. А. Периодические спектральные решения совмещенной системы уравнений планетарной динамики атмосферы и гидросферы.—«Труды ГГО», 1972, вып. 272, с. 24—43.
17. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1970. 291 с.
18. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л., Гидрометеоздат, 1970. 284 с.
19. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости.—«Изв. АН СССР. Сер. физич.», 1942, т. 6, № 1—2, с. 56—58.
20. Кондратьев К. Я. и др. Комплексный энергетический эксперимент (КЭНЭКС).—«Метеорология и гидрология», 1970, № 11, с. 51—57.
21. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя. Л., 1970. 342 с.
22. Лоренц Э. Н. Природа и теория общей циркуляции. Л., Гидрометеоздат, 1970. 259 с.
23. Марчук Г. И. Численные методы в прогнозе погоды. Л., Гидрометеоздат, 1967. 356 с.
24. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1 и 2. М., «Наука», 1965—1967.
25. Обухов А. М. О распределении энергии в спектре турбулентного потока.—«Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.», 1941, т. 5, № 4—5, с. 453—466.
26. Старр В. П. Физика явлений с отрицательной вязкостью. М., «Мир», 1971. 260 с.
27. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1959. 400 с.
28. Юдин М. И. К определению среднего движения в задачах долгосрочного прогноза и теории климата.—«Труды ГГО», 1972, вып. 272, с. 3—14.
29. Deardorff James W. Parametrization of the planetary boundary layer for use in general circulation models.—Month. Weath. Rev., 1972, v. 100, No. 2, p. 93—106.
30. Holloway I. L., Manabe S. A global general circulation model with hydrology and mountains. Princeton University, Princeton, New York. 1970.
31. Krueger A. F., Winston J. S. and Haines D. A. Computation of atmospheric energy and its transformation for the Northern Hemisphere for a recent five-year period.—Month. Weath. Rev., 1965, v. 93, p. 227—238.
32. National Academy of Sciences. Plan for U. S. participation in the Global Atmospheric Research Program, U. S. GARP Committee, Washington, D. C., 1969. 79 p.
33. Oboukhov A. M. Turbulence and weather presidential address. Publication IAMAP, No.14, 1968, p. 102—107.
34. Oort A. H. On estimates of the atmosphere energy cycle.—Month. Weath. Rev., 1964, v. 92, p. 483—493.
35. Reiter E. R. Atmospheric Transport Processes, Part I: Energy Transfers and Transformation, U. S. Atomic Energy Commission, Oak Ridge, Tenn., 1969. 253 p.
36. Saltzman B. and Tewele S. Further statistic on the exchange of kinetic energy between harmonic components of the atmospheric flow.—Tellus, 1964, v. 16, p. 432—435.
37. Saltzman B. Large scale atmospheric energetics in the wave number domain.—Rev. Geophysics Space Physics, 1970, v. 8, No. 2, p. 289—302.

38. The Planning of the first GARP Global experiment.— GARP publication series, No. 3, 1969, 35 p.
39. U. S. National Oceanic and Atmospheric Administration, Bomax Bull. 1—8, Bomap Office, National Oceanic and Atmospheric Administration, Rockville, Md, 1969—1970.
40. White R. M. and Cooley D. S. The Large scale vertical eddy stresses on the free atmosphere.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1952, v. 33, p. 502—506.
41. Wiin-Nielsen A. On the annual variation and spectral distribution of atmospheric energy.— Tellus, 1967, v. 19, p. 540—559.
42. Yang C—H., Wiin-Nielsen A. Nonlinear aspects of the large scale motion in the atmosphere.—The University of Michigan, Technical Report, november 1967. 173 p.
43. Yudin M. I. On the combination of hydrodynamic and statistical approach to weather forecasting problem (General Assembly of the IUGG, Symposium on Large Scale Processes in the Atmosphere, Lucern). 1967. 15 p.

СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Анализ компонент, входящих в уравнение баланса энергии планетарной турбулентности, позволяет выявить картину энергетического баланса в общей динамике планетарного процесса. Рассмотрение спектральных характеристик энергетического взаимодействия приводит к возможности отдельного изучения поведения каждой спектральной компоненты в энергетическом балансе. Изучение энергетики планетарной турбулентности [3] позволило выявить многие важные черты общей циркуляции атмосферы. Но в [3] рассматриваются одномерные спектры в виде разложения в обычный ряд Фурье, что недостаточно полно характеризует динамику атмосферы над сферической поверхностью земли. Поэтому наиболее удобным является применение для спектрального разложения аппарата сферических функций.

Введем аналоги основных составляющих движения в гильбертовом пространстве обобщенных сферических функций:

$$\Phi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \Phi_{l, n} T_{0n}^l(\theta, \varphi), \quad (1)$$

$$V = -v_{\varphi} - iv_{\theta} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^l V_{l, n} T_{1n}^l(\theta, \varphi), \quad (2)$$

$$U = v_{\varphi} - iv_{\theta} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^l U_{l, n} T_{-1n}^l(\theta, \varphi), \quad (3)$$

$$\tau = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \omega_{l, n} T_{0n}^l(\theta, \varphi), \quad (4)$$

где Φ — геопотенциал, v_{φ} , v_{θ} — компоненты скорости в сферической системе координат, τ — аналог вертикальной скорости в изобарической системе координат, $T_{nm}^l(\theta, \varphi) = e^{in\varphi} P_{nm}^l(\cos\theta)$ — обобщенные сферические функции.

Метод решения уравнений гидромеханики на основе спектральных разложений по полной ортонормированной системе обобщенных сферических функций развит В. А. Ефимовым [1, 2]. По предложению М. И. Юдина указанный метод был применен для спектрального представления составляющих уравнения баланса энергии турбулентности. Согласно этому методу [3], уравнения гидромеханики следует записать в такой форме, чтобы все члены уравнений представляли собой комбинации инфинитезимальных операторов группы вращений. Дальнейший переход к уравнению для кинетической энергии проводится обычным путем. Уравнения движения и уравнение неразрывности, представленные через инфинитезимальные операторы группы вращений, имеют вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial t} + \tau \frac{\partial V}{\partial p} + \frac{i}{2a} V \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta V \right) + \\ & + \frac{i}{2a} U \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta V \right) - 2 \omega i \cos \theta V = \\ & = \frac{i}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial t} + \tau \frac{\partial U}{\partial p} + \frac{i}{2a} V \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta U \right) + \\ & + \frac{i}{2a} U \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta U \right) = \frac{i}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tau}{\partial p} + \frac{i}{2a} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta V \right) + \frac{i}{2a} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} - \right. \\ & \left. - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta U \right) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Так как

$$v_{\theta} = \frac{i}{2} (U + V), \quad v_{\varphi} = \frac{1}{2} (U - V),$$

то уравнение кинетической энергии может быть записано в следующем виде:

$$K = \frac{1}{2} (v_{\theta}^2 + v_{\varphi}^2) = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{4} (U + V)^2 + \frac{1}{4} (U - V)^2 \right] = -\frac{1}{2} UV.$$

Умножим уравнение (5) на U , а уравнение (6) на V и сложим результаты

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(UV)}{\partial t} + \tau \frac{\partial(UV)}{\partial p} + \frac{i}{2a} UV \left[\left(\frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta V \right) + \right. \\ & + \left. \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta U \right) \right] + \frac{i}{2a} \left[U^2 \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta V \right) + \right. \\ & + \left. V^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta U \right) \right] = \\ & = \frac{i}{a} \left[U \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) + V \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Левая часть уравнения (8) с точностью до постоянного множителя имеет вид:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{\partial K}{\partial t} + \tau \frac{\partial K}{\partial p} + \frac{i}{2a} V \left(\frac{\partial K}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial K}{\partial \varphi} \right) + \frac{i}{2a} U \left(\frac{\partial K}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial K}{\partial \varphi} \right),$$

т. е. уравнение (8) с точностью до постоянного множителя является уравнением для кинетической энергии. Согласно уравнению (7), уравнение (8) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(UV)}{\partial t} + \tau \frac{\partial(UV)}{\partial p} - UV \frac{\partial \tau}{\partial p} + \frac{i}{2a} \left[U^2 \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta V \right) + V^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta U \right) \right] = \\ & = \frac{i}{a} \left[U \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) + V \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Величина $\partial \tau / \partial p$, определяемая из уравнения неразрывности, характеризует несолоноидальность движения.

От уравнения для кинетической энергии (9) переходим к уравнению баланса энергии турбулентности, вводя операцию спектрального осреднения следующим образом:

$$\begin{aligned} V &= \bar{V} + V' = \sum_{l=1}^{l_1} \sum_{n=-l}^l \bar{V}_{l,n}(t) T_{ln}^l(\theta, \varphi) + \\ &+ \sum_{l=l_1+1}^{l_2} \sum_{n=-l}^l (*) V'_{l,n}(t) T_{ln}^l(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} U &= \bar{U} + U' = \sum_{l=1}^{l_1} \sum_{n=-l}^l \bar{U}_{l,n}(t) T_{-ln}^l(\theta, \varphi) + \\ &+ \sum_{l=l_1+1}^{l_2} \sum_{n=-l}^l (*) U'_{l,n}(t) T_{-ln}^l(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\tau = \bar{\tau} + \tau' = \sum_{l=0}^l \sum_{n=-l}^l \bar{W}_{l,n}(t) T_{0n}^l + \sum_{l=l_1+1}^{l_2} \sum_{n=-l}^l (*) W'_{l,n}(t) T_{ln}^l(\theta, \varphi), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \bar{\Phi} + \Phi' = \sum_{l=0}^{l_1} \sum_{n=-l}^l \bar{\Phi}_{l,n}(t) T_{0n}^l(\theta, \varphi) + \\ &+ \sum_{l=l_1+1}^{l_2} \sum_{n=-l}^l (*) \Phi'_{l,n}(t) T_{0n}^l(\theta, \varphi). \end{aligned} \quad (13)$$

Символ $\sum_{l=l_1+1}^{l_2} \sum_{n=-l}^l (*)$ означает суммирование по волновым числам l и n , удовлетворяющим неравенству $r > l_1$, либо $|n| > l_1$, где r — волновое число по меридиану, n — по широте, т. е. пульсационная часть движения, описываемая функциями V' , U' , τ' , Φ' , включает в себя волновые возмущения с волновыми числами, большими

l_1 , как по меридиану, так и по параллели. Значение r для функции $T_{mn}^l(\theta, \varphi)$ определяется по формуле

$$r = l - |n| - |m|.$$

Проведя операцию спектрального осреднения с учетом соотношений (10) — (13) и исключив члены, описывающие изменение кинетической энергии среднего движения, получим после осреднения по области решения следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \overline{U'V'}}{\partial t} + \tau \frac{\partial \overline{U'V'}}{\partial p} + \frac{i}{2a} \overline{V} \left[U' \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} + \text{ctg } \theta V' \right) + \right. \\ & \left. + V' \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta U' \right) \right] + \frac{i}{2a} \overline{U} \left[V' \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \text{ctg } \theta U' \right) + U' \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta V' \right) \right] - \\ & \quad - \frac{i}{a} \left[U' \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} \right) + \right. \\ & \left. + V' \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} \right) \right] = - \frac{i}{2a} \left[\overline{U'}^2 \left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \overline{V}}{\partial \varphi} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \text{ctg } \theta \overline{V} \right) + \overline{V'}^2 \left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \overline{U}}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta \overline{U} \right) - \overline{U'V'} \frac{\partial \tau}{\partial p} + \right. \\ & \left. + U'V' \frac{\partial \tau'}{\partial p} - \frac{i}{2a} \left[U'^2 \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta V' \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + V'^2 \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta U' \right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{i}{2a} \overline{V} \left[V' \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta U' \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + U' \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} + \text{ctg } \theta U' \right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{i}{2a} \overline{U} \left[V' \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} + \text{ctg } \theta V' \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + U' \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} - \text{ctg } \theta V' \right) \right] \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

Запишем уравнение баланса энергии турбулентности (14) в виде

$$\frac{dEk}{dt} = Kp + Tr - Di, \quad (15)$$

где Kp характеризует обмен между кинетической и потенциальной частями пульсационной энергии, Tr — трансформация энергии пульсационного движения в энергию среднего движения и наоборот, Di — диссипация кинетической энергии, Ek — кинетическая энергия турбулентного движения.

Выпишем выражения для отдельных составляющих уравнения (15):

$$\begin{aligned}
\frac{dEk}{dt} = & \frac{\partial \overline{U'V'}}{\partial t} + \tau \frac{\partial \overline{U'V'}}{\partial p} + \frac{i}{2a} \left\{ \overline{V' \left[U' \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} + \right.} \right.} \right. \\
& + \left. \left. \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta V' \right) + 2V' \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} - \right. \right. \\
& - \left. \left. \operatorname{ctg} \theta U' \right) + U' \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta U' \right) \right\} + \\
& + \overline{U' \left[V' \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta U' \right) + \right.} \\
& + \left. 2U' \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta V' \right) + \right. \\
& + \left. V' \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta V' \right) \right\}, \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Kp = & \frac{i}{a} \left[\overline{U' \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} \right) + V' \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} \right)}, \right. \\
Tr = & -\frac{i}{2a} \left[\overline{U'^2 \left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \overline{V}}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta \overline{V} \right) +} \right. \\
& + \left. \overline{V'^2 \left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \overline{U}}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta \overline{U} \right)} \right] - \\
& - \frac{i}{2a} \overline{U'V'} \left[\left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \overline{V}}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta \overline{V} \right) + \right. \\
& + \left. \left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \overline{U}}{\partial \varphi} + \operatorname{ctg} \theta \overline{U} \right) \right], \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Di = & -\overline{U'V'} \frac{\partial \tau'}{\partial p} + \frac{i}{2a} \overline{U'^2 \left(\frac{\partial V'}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V'}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta V' \right) +} \\
& + \frac{i}{2a} \overline{V'^2 \left(\frac{\partial U'}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U'}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg} \theta U' \right)}. \quad (18)
\end{aligned}$$

Аналоги Kp , Tr и Di в введенном в соотношения (1) — (4) гильбертовом пространстве будут равны:

$$Kp = \sum_{l=0}^{l_1} \sum_{n=-l}^l K_{l,n}(t, p) T_{0n}^l(\theta, \varphi), \quad (19)$$

$$Tr = \sum_{l=0}^{l_1} \sum_{n=-l}^l S_{l,n}(t, p) T_{0n}^l(\theta, \varphi), \quad (20)$$

$$Di = \sum_{l=0}^{l_1} \sum_{n=-l}^l D_{l,n}(t, p) T_{0n}^l(\theta, \varphi). \quad (21)$$

Подставим ряды (10) — (13) и (19) — (21) в соотношения (16) — (18) и, следуя теории метода решения уравнений гидrome-

ханики на базисе обобщенных сферических функций [2], применим рекуррентные формулы:

$$\frac{dP_{mn}^l}{d\theta} - \frac{n-m \cos \theta}{\sin \theta} P_{mn}^l = -i\sqrt{(l+m)(l-m+1)} P_{m-1, n}^l,$$

$$\frac{dP_{mn}^l}{d\theta} + \frac{n-m \cos \theta}{\sin \theta} P_{mn}^l = -i\sqrt{(l-m)(l+m+1)} P_{m+1, n}^l.$$

где

$$T_{mn}^l(\theta, \varphi) = e^{in\varphi} P_{mn}^l(\cos \theta).$$

Тогда относительно коэффициентов, принятых в рядах (10) — (13), (19) — (21) разложений, получаем спектральные уравнения:

$$K_{l, n} = \frac{1}{a} \sum_{k=l_1+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l_1+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma [C(k, q, l; -1, 1, 0) \sqrt{q(q+1)} \times \\ \times U_{k, s} \Phi_{q, j} + C(k, q, l; 1, -1, 0) \sqrt{q(q+1)} V_{k, s} \Phi_{q, j}], \quad (22)$$

где

$$\sigma = \begin{cases} C(k, q, l; s, j, s+j) & \text{при } s+j=n; |k-q| \leq l \leq k+q \\ 0 & \text{при } s+j \neq n; |k-q| > l; l > k+q, \end{cases}$$

$C(k, q, l; s, j, s+j)$ — коэффициенты Клебша — Гордана [2]. Применяя свойство симметрии коэффициентов Клебша — Гордана, получаем

$$K_{l, n} = \frac{1}{a} \sum_{k=l_1+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l_1+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma C(k, q, l; -1, 1, 0) \sqrt{q(q+1)} \times \\ \times \Phi_{q, j} (U_{k, s} + (-1)^{l-q-k} V_{k, s}). \quad (23)$$

В (22) — (23) $0 \leq l \leq l_1$, $-l \leq n \leq l$.

Расчет спектра трансформации может быть проведен двумя путями: с использованием и без использования полуэмпирической теории турбулентности. Так как

$$\overline{U'^2} = \overline{(v'_\varphi - iv'_\theta)^2} = \overline{(v_\varphi'^2 - 2iv'_\theta v'_\varphi - v_\theta'^2)}, \\ \overline{V'^2} = \overline{(-v'_\varphi - iv'_\theta)^2} = \overline{(v_\varphi'^2 + 2iv'_\theta v'_\varphi - v_\theta'^2)}, \\ \overline{U'V'} = \overline{(v'_\varphi - iv'_\theta)(-v'_\varphi - iv'_\theta)} = \overline{(-v_\varphi'^2 - v_\theta'^2)}, \quad (24)$$

то, согласно полуэмпирической теории турбулентности,

$$\overline{v_\varphi'^2} = 2\mu \left(\frac{1}{a \sin \theta} \cdot \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\theta \operatorname{ctg} \theta}{a} \right),$$

$$\overline{v_\theta'^2} = \frac{2\mu}{a} \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta},$$

$$\overline{v_\theta v'_\varphi} = \mu \left(\frac{1}{a \sin \theta} \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} - \frac{v_\varphi \operatorname{ctg} \theta}{a} \right).$$

Тогда

$$\begin{aligned} -\overline{U'V'} &= \overline{v_\varphi'^2 + v_\theta'^2} = 2\mu \left(\frac{1}{a} \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{a \sin \theta} \cdot \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\theta \operatorname{ctg} \theta}{a} \right) = \\ &= 2\mu \left[\frac{i}{2a} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{2a \sin \theta} \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right) + \frac{i}{2a} (U+V) \operatorname{ctg} \theta \right] = \\ &= \frac{i\mu}{a} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} + U \operatorname{ctg} \theta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} + V \operatorname{ctg} \theta \right). \end{aligned}$$

Аналогично

$$\begin{aligned} \overline{U'^2} &= \frac{-i\mu}{a} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} - U \operatorname{ctg} \theta \right), \\ \overline{V'^2} &= \frac{-i\mu}{a} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} - V \operatorname{ctg} \theta \right). \end{aligned}$$

Введем разложения

$$\begin{aligned} \overline{U'V'} &= \sum_{l=0}^{l_1} \sum_{n=-l}^l \Pi_{l,n} T_{0n}^l, \\ \overline{U'^2} &= \sum_{l=2}^{l_1} \sum_{n=-l}^l Z_{l,n} T_{-2n}^l, \\ \overline{V'^2} &= \sum_{l=2}^{l_1} \sum_{n=-l}^l R_{l,n} T_{2n}^l. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Pi_{l,n} &= \frac{\mu}{a} \sqrt{l(l+1)} (V_{l,n} + U_{l,n}), \\ Z_{l,n} &= -\frac{\mu}{a} \sqrt{(l+2)(l-1)} U_{l,n}, \\ R_{l,n} &= -\frac{\mu}{a} \sqrt{(l+2)(l-2)} V_{l,n}. \end{aligned}$$

Определив $\overline{V'^2}$, $\overline{U'^2}$ и $\overline{U'V'}$ через спектр среднего движения, приходим к спектру трансформации

$$\begin{aligned} S_{l,n} &= \sum_{k=2}^{l_1} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=2}^{l_1} \sum_{j=-q}^q \frac{\sigma}{2a} [Z_{k,s} \sqrt{(q+2)(q-1)} V_{q,j} \times \\ &\times c(k, q, l; -2, 2, 0) + R_{k,s} \sqrt{(q+2)(q-1)} U_{q,j} c(k, q, l; 2, -2, 0) + \\ &+ \Pi_{k,s} \sqrt{q(q+1)} (V_{q,j} + U_{q,j}) c(k, q, l; 0, 0, 0)]. \quad (25) \end{aligned}$$

Соотношение $\Pi_{k,s} \sqrt{q(q+1)} (V_{q,j} + U_{q,j}) c(k, q, l; 0, 0, 0)$ обращается в нуль в случае соленоидального течения. В значения

спектра $S_{l,n}$, определяемого по формуле (25), входит неизвестная величина μ — коэффициент макротурбулентности. Поэтому удобнее определить спектр трансформации без введения соображений полумпирической теории турбулентности. Тогда

$$\begin{aligned} \Pi_{l,n} &= \sum_{k=l_1+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l_1+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma c(k, q, l; -1, 1, 0) U_{k,s} V_{q,j}, \\ Z_{l,n} &= \sum_{k=l_1+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l_1+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma c(k, q, l; 1, 1, 2) U_{k,s} U_{q,j}, \\ R_{l,n} &= \sum_{k=l_1+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l_1+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma c(k, q, l; 1, 1, 2) V_{k,s} V_{q,j}. \end{aligned} \quad (26)$$

В соотношения (26) уже не входит неизвестная величина μ . Аналогично может быть рассчитан спектр диссипации Di с помощью тройных произведений пульсационной части спектра входящих в выражение для Di элементов движения. В качестве результата выделяется та часть спектра Di , которая характеризует среднее течение.

Для практических расчетов Kp и Tr поле ветра рассчитывалось по полю геопотенциала

$$2 \omega \cos \theta \Delta \psi = \Delta \Phi,$$

где ψ — функция тока.

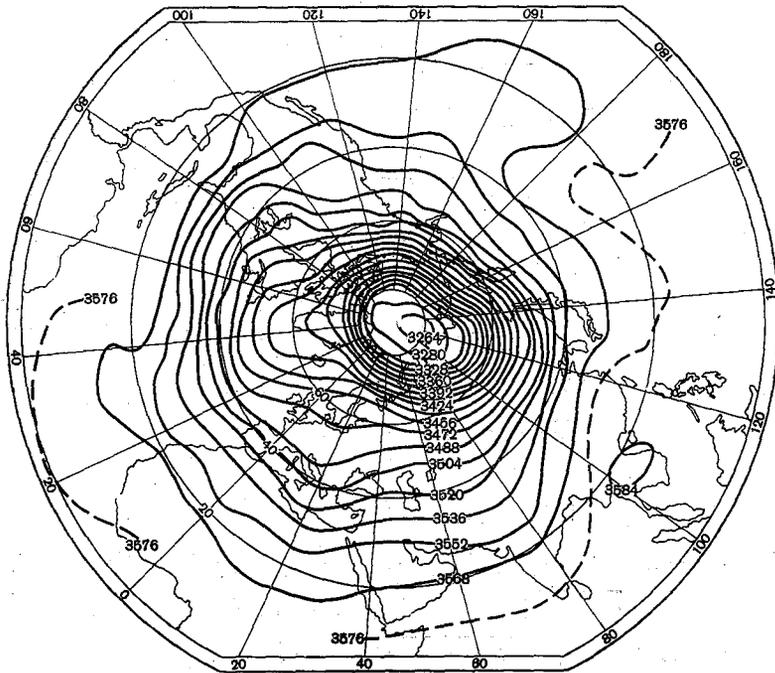


Рис. 1. Карта AT_5 за 21.1966 г.

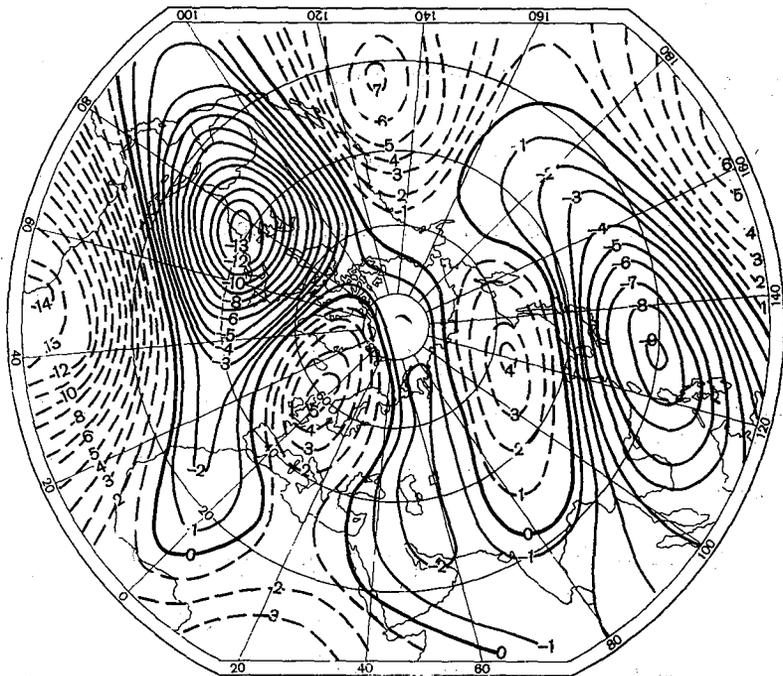


Рис. 2. Функция обмена между кинетической и потенциальной частями энергии планетарной турбулентности для поверхности 5 мб за 2 I 1966 г. (условные единицы).

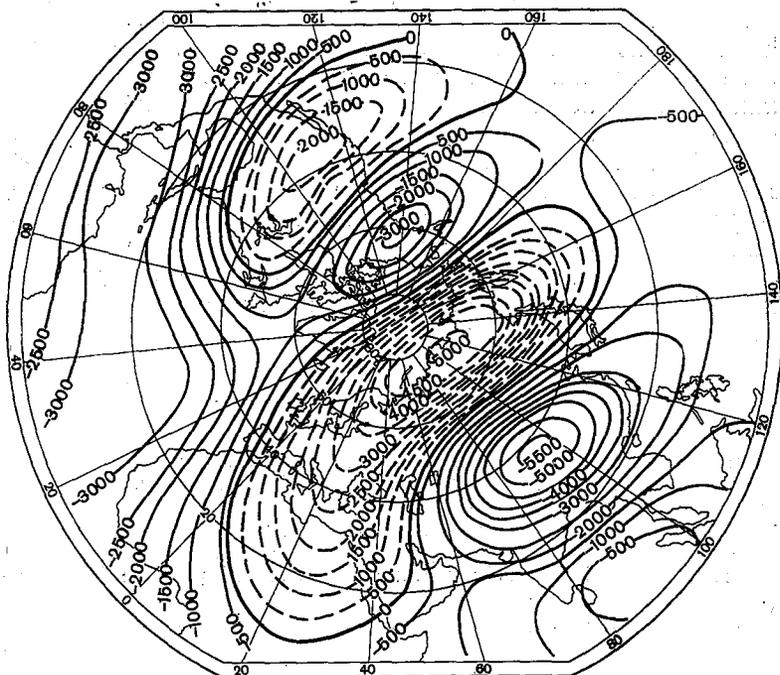


Рис. 3. Поле трансформации кинетической энергии макромасштабной турбулентности за 2 I 1966 г. (условные единицы).

Переход от спектра функции тока

$$\psi = \sum_{l=0}^{l_2} \sum_{n=-l}^l \psi_{l,n} T_{0n}^l$$

к спектру ветра проводится с помощью формул:

$$V_{l,n} = \frac{i}{a} \sqrt{l(l+1)} \psi_{l,n},$$

$$U_{l,n} = -\frac{i}{a} \sqrt{l(l+1)} \psi_{l,n}.$$

Такой метод задания поля ветра предполагает соленоидальность течения.

Для расчета Kr в области среднего течения можно использовать формулу

$$K_{l,n} = \frac{1}{a} \sum_{k=1}^{l_1} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=1}^{l_1} \sum_{j=-q}^q \sigma c(k, q, l; -1, 1, 0) \times \\ \times \Phi_{q,j}(U_{k,s} + (-1)^{l-k-q} V_{k,s}).$$

На рис. 1—3 представлены результаты расчетов полей трансформации кинетической энергии и функции, характеризующей обмен между потенциальной и кинетической частями энергии планетарной турбулентности для поверхности 5 мб. Расчеты проводились по данным о поле геопотенциала за 2 I 1966 г.

На рис. 2 изолинии, проведенные пунктиром, выделяют зоны перехода от потенциальной энергии к кинетической, сплошные изолинии — зоны перехода от кинетической энергии к потенциальной. В последующие дни — 4 и 5 I — расположение зон меняется на обратное.

На рис. 3 изолинии, проведенные пунктиром, выделяют зоны, где энергия среднего движения переходит в энергию турбулентного движения, сплошные изолинии выделяют зоны, где энергия турбулентных пульсаций переходит в энергию среднего движения (области отрицательной вязкости). Зоны имеют сложную ячеювую структуру с центром на полюсе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов В. А. Спектральная форма уравнений динамики атмосферы для системы обобщенных сферических функций.—«Метеорология и гидрология», 1969, № 8, с. 15—24.
2. Ефимов В. А. Инвариантно-групповой метод в краевых задачах планетарной динамики атмосферы.—«Труды ГГО», 1969, вып. 256, с. 147—154.
3. Saltzman В. Equations governing the energetics of the larger scales of atmospheric turbulence in the domain of wave number.—Journ. Meteorology, 1957, v. 14, No 6, p. 513—523.

Р. МУТАЛОВ, Л. В. РУХОВЕЦ

ПРОГНОЗ ПОЛЕЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ТРОПОСФЕРЕ И СТРАТОСФЕРЕ С ПОМОЩЬЮ ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

1. В связи с развитием современной авиации и значительным повышением потолка полетов самолетов возникают новые требования к схемам анализа и прогноза полей метеорологических элементов. Для обеспечения полетов современных самолетов необходимо располагать диагностической и прогностической информацией не только для тропосферы, но и для стратосферы.

В настоящей работе излагается численная модель прогноза полей метеорологических элементов на большом числе стандартных уровней, охватывающих как тропосферу, так и стратосферу, вплоть до уровня 50 мб.

При разработке многоуровневных моделей эффективной оказалась предложенная М. И. Юдиным идея использования в численном прогнозе оптимальной параметризации вертикальных профилей метеорологических элементов с помощью эмпирических ортогональных функций [7, 10, 11, 14]. В модели [12], предназначенной для прогноза в тропосфере и нижней стратосфере, была принята двухпараметрическая стилизация вертикального профиля геопотенциала в слое 1000—200 мб. Как показали оперативные испытания этой модели [3], двухпараметрическая оптимальная стилизация обеспечивает достаточную точность описания вертикальных профилей в указанном слое и, как следствие, высокую оправданность прогнозов.

Однако для описания вертикальных профилей в слое 1000—50 мб двухпараметрическая стилизация оказывается уже недостаточно точной. Как было показано в работе [8], для достаточно точного описания вертикальных профилей ряда метеорологических элементов в слое 1000—50 мб необходимо привлечь по меньшей мере три оптимальных параметра, представляющих первые три

коэффициента разложения по эмпирическим ортогональным функциям.

Необходимость привлечения трех параметров вытекает также из других соображений. Так, в работе В. И. Мартемьянова [6] было показано, что в низких широтах сходимость разложений по эмпирическим ортогональным функциям более медленная по сравнению со сходимостью соответствующих разложений во внетропических зонах. В связи с этим для низких широт описание вертикальных профилей с помощью двух параметров даже в слое 1000—200 мб оказывается недостаточно точным. К аналогичным выводам пришли также авторы работы [1]. Таким образом, привлечение третьего параметра необходимо также с точки зрения более точного представления вертикальных профилей в низких широтах.

2. Перейдем теперь к изложению прогностической модели. Эта модель является обобщением модели [12] на случай трех параметров. В качестве прогностических уравнений рассмотрим уравнения вихря скорости и притока тепла в квазигеострофическом и адиабатическом приближениях.

$$\nabla^2 q + \frac{1}{l} J\left(\Phi, \nabla^2 \Phi + \frac{l^2}{2}\right) = l^2 \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \zeta}, \quad (1)$$

$$\zeta \frac{\partial q}{\partial \zeta} + \frac{1}{l} J\left(\Phi, \zeta \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}\right) + \frac{d^2 l^2}{\zeta} \tilde{w} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $q = \partial \Phi / \partial t$, $\tilde{w} = d\zeta / dt$, $J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x} \cdot \frac{\partial A}{\partial y}$, l — параметр Кориолиса, $\zeta = p/P_0$ — приведенное давление, Φ — геопотенциал, $d^2 = \frac{(\gamma_a - \gamma) R^2 T}{g l^2}$ — параметр устойчивости атмосферы, принимаемый не зависящим от горизонтальных координат и времени, (γ_a, γ — адиабатический и истинный градиенты температуры, T — абсолютная температура, R — удельная газовая постоянная, g — ускорение силы тяжести).

Граничные условия по вертикали:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{w} &= 0 \quad \text{при } \zeta = 0, \\ \tilde{w} &= \frac{\rho}{P_0} q - \frac{g \rho}{P_0} \omega_{\text{погр}} \quad \text{при } \zeta = 1 - \delta, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где ρ — плотность воздуха, δ — толщина пограничного слоя, $\omega_{\text{погр}}$ — вертикальная скорость на верхней границе пограничного слоя.

Введем узлы по вертикали с шагом $\Delta \zeta = 0,05$:

$$\zeta_0 = 0, \quad \zeta_1 = 0,05, \quad \zeta_{1,5} = 0,10,$$

$$\zeta_2 = 0,15, \dots, \quad \zeta_{10} = 0,95, \quad \zeta_{10,5} = 1,00.$$

Используя климатологические данные о вертикальном распределении температуры [15], вертикальный профиль параметра

устойчивости атмосферы d^2 (в m^2) можно стилизовать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 d_1^2 &= 1,3 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,05 < \zeta < 0,15, \\
 d_2^2 &= 1,3 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,15 < \zeta < 0,25, \\
 d_3^2 &= 0,8 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,25 < \zeta < 0,35, \\
 d_4^2 &= 0,5 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,35 < \zeta < 0,45, \\
 d_5^2 &= 0,5 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,45 < \zeta < 0,55, \\
 d_6^2 &= 0,6 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,55 < \zeta < 0,65, \\
 d_7^2 &= 0,7 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,65 < \zeta < 0,75, \\
 d_8^2 &= 0,8 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,75 < \zeta < 0,85, \\
 d_9^2 &= 1,1 \cdot 10^{12} && \text{при } 0,85 < \zeta < 0,95.
 \end{aligned}$$

Заменим производные по ζ конечными разностями и запишем уравнение (1) для ζ с целыми индексами, уравнение (2) — с дробными. После исключения \bar{w} и использования граничных условий (3) получаем

$$\left. \begin{aligned}
 \nabla^2 q_j + a_{j, j-1} q_{j-1} - a_{j, j} q_j + a_{j, j+1} q_{j+1} &= I_j \\
 (j = 1, 2, \dots, 9) \\
 \nabla^2 q_{10} + a_{10, 8} q_8 + a_{10, 9} q_9 - a_{10, 10} q_{10} &= I_{10}
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}
 a_{j, j-1} &= (j-1)^2 / d_{j-1}^2, \\
 a_{j, j+1} &= j^2 / d_j^2, \\
 a_{j, j} &= a_{j, j-1} + a_{j, j+1}, \\
 a_{10, 8} &= -\frac{64}{3d_8^2}, \\
 a_{10, 9} &= \frac{64}{3d_8^2} + \frac{243}{d_9^2}, \\
 a_{10, 10} &= \frac{243}{d_9^2} + \frac{80l^2 \rho}{3P_0}.
 \end{aligned}$$

Величины I_j выражаются через значения адвекции вихря и тепла на соответствующих уровнях.

Последнее уравнение системы (4) отличается по своей структуре от остальных тем, что связано с учетом второго граничного условия (3). При этом чтобы избежать применения односторонних разностей при аппроксимации $\partial w / \partial \zeta$, вместо уравнения (1) на уровне $\zeta = 0,95$ запишем интегральное соотношение

$$\int_{0,9}^{0,95} \nabla^2 q d\zeta - I^2 [\bar{w}(0,95) - \bar{w}(0,9)] =$$

$$= -\frac{1}{I} \int_{0,9}^{0,95} J \left(\Phi, \nabla^2 \Phi + \frac{I^2}{2} \right) d\zeta.$$

Далее применяются приближенные соотношения

$$\int_{0,9}^{0,95} f d\zeta \approx 0,05 \cdot \frac{1}{2} [f(0,95) + f(0,9)] \approx$$

$$\approx 0,025 \left[f(0,95) + \frac{f(0,85) + f(0,95)}{2} \right].$$

Учет приземного трения производится по известной формуле А. Ф. Дюбука

$$\omega_{\text{порр}} = \frac{k}{I} \nabla^2 \Phi, \quad (5)$$

где k — коэффициент трения. Соответствующее слагаемое включено в I_{10} .

Применяя метод канонизации [9, 13], сведем систему (4) к независимым уравнениям, каждое из которых содержит лишь одну искомую функцию X_i :

$$\nabla^2 X_i + \lambda_i X_i = F_i, \quad (6)$$

где

$$X_i = \sum_{k=1}^{10} q_k x_{i, k}, \quad (7)$$

$$F_i = \sum_{k=1}^{10} I_k x_{i, k}, \quad (8)$$

($x_{i,1}, \dots, x_{i,10}$) — соответствующие собственные векторы, λ_i — собственные значения матрицы коэффициентов системы (4).

Для принятых выше значений параметра устойчивости атмосферы d^2 получены следующие значения λ_i (в м^{-2}):

$$\lambda_1 = -0,16 \cdot 10^{-12}, \quad \lambda_6 = -51,73 \cdot 10^{-12},$$

$$\lambda_2 = -0,70 \cdot 10^{-12}, \quad \lambda_7 = -96,22 \cdot 10^{-12},$$

$$\lambda_3 = -3,28 \cdot 10^{-12}, \quad \lambda_8 = -155,74 \cdot 10^{-12},$$

$$\lambda_4 = -9,86 \cdot 10^{-12}, \quad \lambda_9 = -225,41 \cdot 10^{-12},$$

$$\lambda_5 = -22,84 \cdot 10^{-12}, \quad \lambda_{10} = -347,58 \cdot 10^{-12}.$$

Соответствующие собственные векторы приведены в табл. 1.

Как известно, для уравнений (6) собственные числа λ_i определяют характерные масштабы L_i области влияния правых частей:

$$L_i = 1/\sqrt{-\lambda_i}.$$

Для найденных значений λ_i получаем: $L_1 \approx 2500$ км, $L_2 \approx 1200$ км, $L_3 \approx 550$ км, $L_4 \approx 320$ км, $L_5 \approx 210$ км, $L_6 \approx 140$ км, $L_7 \approx 100$ км, $L_8 \approx 80$ км, $L_9 \approx 65$ км, $L_{10} \approx 55$ км.

Таблица 1
Собственные векторы динамического оператора

Уровень, мб	$x_{1, k}$	$x_{2, k}$	$x_{3, k}$	$x_{4, k}$	$x_{5, k}$	$x_{6, k}$	$x_{7, k}$	$x_{8, k}$	$x_{9, k}$	$x_{10, k}$
50	0,465	0,849	0,262	-0,030	0,003	0	0	0	0	0
150	0,369	0,075	-0,854	0,357	-0,093	-0,013	-0,002	0	0	0
250	0,326	-0,135	-0,221	0,689	0,570	0,196	0,054	-0,011	-0,001	0
350	0,309	-0,185	0,016	-0,371	-0,406	-0,649	-0,387	0,142	0,027	0,001
450	0,300	-0,198	0,098	-0,146	-0,459	0,103	0,622	-0,494	-0,151	-0,007
550	0,296	-0,203	0,144	0,026	-0,283	0,478	0,070	0,638	0,416	0,039
650	0,290	-0,206	0,174	0,168	-0,030	0,378	0,502	-0,075	0,674	0,147
750	0,284	-0,207	0,192	0,264	0,199	0,013	-0,302	-0,520	0,562	0,424
850	0,313	-0,229	0,224	0,357	0,387	-0,366	0,290	0,158	-0,001	-0,764
950	0,103	-0,075	0,074	0,123	0,141	-0,155	0,165	0,166	-0,182	0,462

Таким образом, производя канонизацию системы, мы не только уменьшаем математические трудности интегрирования, сводя трехмерную задачу к нескольким двумерным, но и «расщепляем» движение на ряд движений с различными характерными масштабами. Это дает возможность не рассматривать те движения, которые в силу малости их характерных масштабов не могут быть описаны на конечно-разностной сетке с шагом порядка 300 км.

Эта идея, предложенная в работе [12], позволяет не только еще в большей степени упростить математически задачу за счет уменьшения количества уравнений системы (6), но и отфильтровать процессы, играющие, по существу, роль шумов.

Сохраним в (6) лишь первые три уравнения, соответствующие L_1 , L_2 и L_3 , и попытаемся оценить допускаемую при этом погрешность. Для этой цели рассмотрим эмпирические ортогональные функции вертикальных профилей суточных изменений геопотенциала.

3. Пусть функция $f(x, y, t, \zeta)$ разложена в ряд по системе эмпирических ортогональных функций

$$f(x, y, t, \zeta) = \sum_i a_i(x, y, t) \varphi_i(\zeta), \quad (9)$$

где коэффициенты a_i некоррелированы между собой:

$$a_i(x, y, t) = \sum_k \varphi_i(\zeta_k) f(x, y, t, \zeta_k), \quad (10)$$

а $\varphi_i(\zeta_k)$ представляют собой собственные векторы матрицы ковариаций [7]. Такая матрица была рассчитана по ежедневным данным о геопотенциале поверхностей 1000, 850, 700, 500, 300, 200, 100, и 50 мб для северного полушария для февраля 1960 г. Элементы матрицы путем интерполяции были приведены к уровням 950, 850, 750, 650, 550, 450, 350, 250, 150, 50 мб, т. е. к тем уровням, для которых рассчитывались собственные векторы динамического оператора, приведенные в табл. 1. Собственные векторы φ_i указанной

Таблица 2

Собственные векторы матрицы ковариаций

Уровень, мб	$\varphi_{1, k}$	$\varphi_{2, k}$	$\varphi_{3, k}$	$\varphi_{4, k}$	$\varphi_{5, k}$	$\varphi_{6, k}$	$\varphi_{7, k}$	$\varphi_{8, k}$	$\varphi_{9, k}$	$\varphi_{10, k}$
50	0,164	0,707	0,633	-0,264	-0,055	0,006	-0,004	0,007	-0,003	-0,003
150	0,332	0,350	-0,130	0,745	0,408	-0,170	-0,007	-0,029	0,008	0,003
250	0,450	0,161	-0,303	0,143	-0,705	-0,355	-0,095	0,157	0,007	0,004
350	0,454	0,018	-0,279	-0,352	-0,060	-0,483	0,312	-0,489	-0,042	-0,128
450	0,398	-0,078	-0,145	-0,361	0,318	-0,193	-0,184	0,688	0,067	0,186
550	0,324	-0,147	0,038	-0,160	0,329	0,457	-0,529	-0,356	-0,260	-0,235
650	0,261	-0,196	0,164	-0,018	0,186	0,400	0,356	-0,164	0,668	0,269
750	0,226	-0,256	0,271	0,109	0,040	0,179	0,568	0,297	-0,397	-0,443
850	0,202	-0,318	0,359	0,154	-0,135	-0,161	-0,043	-0,137	-0,410	0,688
950	0,177	-0,345	0,402	0,200	-0,256	-0,385	-0,359	-0,029	0,393	-0,388
λ_i	470,65	121,15	99,32	52,56	29,3	20,25	8,80	3,83	2,32	2,08
$d_i(\%)$	58,1	73,0	85,4	91,9	95,4	97,9	98,9	99,4	99,7	1 00

матрицы представлены в табл. 2. В этой же таблице приведены соответствующие этим векторам собственные числа λ_i и величины d_i — относительные доли дисперсии, описываемые суммой одного, двух и т. д. слагаемых в разложении по собственным векторам [7]:

$$d_i = \frac{\sum_{k=1}^i \lambda_k}{\sum_{k=1}^{10} \lambda_k}$$

Сопоставим динамические векторы (7) со статистическими векторами (10). Для этой цели вычислим косинусы углов между векторами, приведенными в табл. 1 и 2:

$$\cos \gamma_{i, j} = \sum_{k=1}^{10} x_{i, k} \varphi_{j, k}$$

В табл. 3 приведены значения этих косинусов, показывающие, что динамические векторы X_1 и X_2 близки к статистическим векторам a_1 и a_2 , вклад которых в общую дисперсию составляет пример-

по 73% (см. табл. 2). Что касается вектора X_3 , то хотя для него нет аналога среди статистических векторов, однако теснее всего он связан с векторами a_3 и a_4 , т. е. со следующими по значимости (после a_1 и a_2) векторами.

Таблица 3

$$\text{Значения } \cos \gamma_{i,j} = \sum_{k=1}^{10} x_{i,k} \varphi_{j,k}$$

j	i									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,930	-0,280	0,092	0,286	-0,105	-0,027	-0,018	0,016	-0,013	0,026
2	0,176	0,876	0,349	0,089	-0,068	0,056	0,059	-0,052	0,042	-0,059
3	0,310	0,374	-0,580	-0,363	0,275	-0,055	-0,066	0,073	-0,053	0,085
4	0,044	-0,100	0,698	-0,357	0,538	-0,007	-0,014	0,033	0,007	0,059
5	0,047	-0,010	0,193	-0,661	-0,782	0,130	-0,037	-0,075	-0,007	-0,022
6	0,048	-0,058	-0,097	-0,240	0,098	0,888	0,330	-0,150	0,173	-0,123
7	-0,026	0,026	0,025	0,230	0,047	0,383	-0,880	0,226	0,028	0,127
8	-0,018	0,014	0,034	0,118	-0,106	0,077	0,289	0,946	0,035	0,068
9	0,013	-0,013	-0,033	-0,150	0,056	-0,173	-0,047	-0,009	0,982	0,363
10	0,033	-0,023	-0,015	-0,260	0,051	-0,075	-0,149	0,127	0,013	-0,973

Оценим, какую долю общей дисперсии описывает каждый из векторов X_i . Это удобнее всего сделать, выразив X_i через $\cos \gamma_{i,j}$. Для этой цели представим

$$X_i = \sum_k \beta_{k,i} a_k. \quad (11)$$

Ясно, что $\beta_{k,i}$ есть не что иное как $\cos \gamma_{k,i}$. Действительно, умножим обе части (11) на a_l и выполним операцию статистического осреднения. В силу некоррелированности коэффициентов a_k получим

$$\begin{aligned} \beta_{l,i} &= \frac{1}{\lambda_l} \overline{X_i a_l} = \frac{1}{\lambda_l} \sum_k x_{i,k} \overline{a_l \varphi_{k,l}} = \\ &= \frac{1}{\lambda_l} \sum_k \sum_m x_{i,k} \varphi_{l,m} \overline{a_l \varphi_{k,m}} = \sum_k x_{i,k} \varphi_{l,k} = \cos \gamma_{l,i}. \end{aligned}$$

Здесь использованы соотношения:

$$\sum_m \overline{a_l \varphi_{k,m}} \varphi_{l,m} = \lambda_l \varphi_{l,k},$$

$$\overline{a_l^2} = \lambda_l,$$

Оценки оправдываемости прогнозов по трехпараметрической модели на 24 ч

Сутки	АТ ₅₀		АТ ₁₀₀		АТ ₂₀₀		АТ ₃₀₀		АТ ₆₀₀		АТ ₇₀₀		АТ ₁₀₀₀	
	ε	r	ε	r	ε	r	ε	r	ε	r	ε	r	ε	r
с 6 на 7 X 1969	0,77	0,30	0,72	0,42	0,85	0,43	0,76	0,63	0,75	0,68	0,83	0,55	0,66	0,81
с 7 на 8	0,85	0,61	0,74	0,64	0,66	0,50	0,76	0,59	0,77	0,69	0,73	0,62	0,75	0,74
с 8 на 9	1,03	0,47	0,57	0,75	0,82	0,74	0,79	0,75	0,81	0,71	0,81	0,65	0,86	0,60
с 9 на 10	0,92	0,56	0,77	0,78	0,78	0,66	0,82	0,61	0,81	0,63	0,72	0,78	0,68	0,80
с 4 на 5 I 1970	1,10	0,27	0,70	0,65	0,75	0,55	0,67	0,69	0,67	0,72	0,68	0,74	0,72	0,65
с 5 на 6	0,64	0,81	0,59	0,81	0,37	0,92	0,52	0,89	0,50	0,85	0,60	0,64	0,74	0,77
с 6 на 7	0,83	0,66	0,80	0,44	0,70	0,74	0,77	0,71	0,85	0,52	0,71	0,79	0,72	0,86
с 7 на 8	0,64	0,37	0,86	0,62	0,59	0,79	0,59	0,88	0,64	0,74	0,58	0,69	0,54	0,77
с 7 на 8 IV 1970	0,74	0,97	0,72	0,67	0,74	0,59	0,79	0,56	0,79	0,62	0,90	0,67	0,77	0,92
с 8 на 9	0,97	0,35	0,46	0,99	0,82	0,66	0,84	0,68	0,84	0,66	0,82	0,72	0,81	0,39
с 9 на 10	0,84	0,61	0,90	0,41	0,61	0,58	0,72	0,60	0,72	0,68	0,82	0,66	0,72	0,83
Средние	0,85	0,54	0,71	0,65	0,70	0,65	0,73	0,69	0,74	0,68	0,74	0,68	0,72	0,74

Примечание. Здесь и в табл. 5 ε — относительная ошибка, r — коэффициент корреляции между прогнозическими фактическими изменениями.

Таблица 5

Оценки оправдываемости прогнозов по трехпараметрической (I) и оперативной модели СЗ УГМС СССР (II) на 24 ч

Сутки	Мо- дель	АТ ₅₀		АТ ₁₀₀		АТ ₂₀₀		АТ ₃₀₀		АТ ₅₀₀		АТ ₇₀₀		АТ ₁₀₀₀	
		ε	г	ε	г	ε	г	ε	г	ε	г	ε	г	ε	г
с 4 на 5 I 1970	I	1,10	0,33	0,67	0,69	0,72	0,57	0,66	0,71	0,66	0,72	0,68	0,75	0,72	0,64
	II	—	—	—	—	0,77	0,62	0,67	0,67	0,68	0,68	0,71	0,77	0,68	0,74
с 5 на 6	I	0,64	0,84	0,62	0,77	0,39	0,92	0,53	0,91	0,52	0,84	0,67	0,62	0,77	0,78
	II	—	—	—	—	0,38	0,94	0,48	0,89	0,43	0,84	0,67	0,70	0,64	0,82
с 6 на 7	I	0,83	0,67	0,82	0,43	0,75	0,73	0,79	0,68	0,85	0,50	0,74	0,76	0,71	0,88
	II	—	—	—	—	0,74	0,75	0,79	0,63	0,86	0,37	0,68	0,79	0,77	0,78
с 7 на 8 IV 1970	I	0,76	0,57	0,72	0,67	0,75	0,58	0,78	0,56	0,78	0,64	0,83	0,64	0,77	0,91
	II	—	—	—	—	0,98	0,53	0,80	0,59	0,72	0,66	0,99	0,55	0,69	0,87
с 8 на 9	I	0,98	0,38	0,43	0,99	0,80	0,67	0,83	0,68	0,87	0,65	0,86	0,74	0,80	0,42
	II	—	—	—	—	0,72	0,78	0,84	0,69	0,99	0,66	1,08	0,75	0,75	0,77
с 9 на 10	I	0,83	0,64	1,00	0,36	0,62	0,57	0,71	0,60	0,72	0,65	0,84	0,58	0,74	0,74
	II	—	—	—	—	1,10	0,51	0,88	0,57	0,91	0,53	0,98	0,36	0,76	0,76
Средние	I	0,86	0,64	0,71	0,65	0,67	0,67	0,72	0,69	0,73	0,67	0,78	0,68	0,75	0,73
	II	—	—	—	—	0,78	0,69	0,78	0,67	0,76	0,62	0,85	0,65	0,72	0,79

трех различных сезонов. Оценки получены путем сопоставления прогностических значений с фактическими данными наблюдений на 40 станциях, расположенных в прогностическом районе.

Для более полного представления о возможностях трехпараметрической модели шесть прогнозов из этой выборки были сопоставлены с оперативными прогнозами, выполненными в СЗ УГМС СССР. В оперативной практике СЗ УГМС СССР в настоящее время используется двухпараметрическая модель [12], объединенная с моделью [4]. Прогноз осуществляется для высот изобарических поверхностей 200, 300, 500, 700, 850 и 1000 мб. В связи с тем что в оперативной модели СЗ УГМС СССР при интегрировании по времени применяется метод центральных разностей, расчеты по трехпараметрической модели были также выполнены с применением этого метода. Впрочем, как показывают оценки, различия в прогнозах при применении методов Адамса — Бэшфорта и центральных разностей в среднем малы. В табл. 5 приведены оценки оправдываемости прогнозов по трехпараметрической модели и оперативной модели СЗ УГМС СССР. Как видно из этой таблицы, оправдываемость прогнозов на всех сопоставимых уровнях, кроме уровня 1000 мб, по трехпараметрической модели выше, чем по двухпараметрической оперативной модели.

Причины резкого снижения оправдываемости прогнозов высоты поверхности 50 мб следует, по-видимому, искать прежде всего в значительном снижении точности анализа высоты этой поверхности, что связано с резким уменьшением количества информации и ее точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гандин Л. С., Муталов Р., Руховец Л. В. Об особенностях вертикальной структуры метеорологических элементов в различных широтных зонах.—«Труды ГГО», 1972, вып. 286, с. 55—62.
2. Дубов А. С., Ильин Б. М. Об учете барических тенденций и гидродинамических прогнозах.—«Метеорология и гидрология», 1971, № 11, с. 12—18.
3. Ильин Б. М., Орлова Л. С., Руховец Л. В. Малопараметрическая модель прогноза поля геопотенциала и ее оперативные испытания.—«Метеорология и гидрология», 1967, № 10, с. 15—21.
4. Ильин Б. М. Об одной схеме прогноза поля давления у земли.—«Труды ГГО», 1968, вып. 226, с. 89—97.
5. Лутфулин И. З. Оперативная схема прогноза барического поля на 24 и 48 часов с использованием исходных данных геопотенциала и приземных изаллобар.— В кн.: Труды симпозиума по численным методам прогноза погоды. Л., Гидрометеониздат, 1964, с. 63—74.
6. Мартемьянов В. И. К вопросу о разложении вертикального профиля геопотенциала по оптимальной системе функций.—«Труды САНИГМИ», 1968, вып. 38 (53), с. 106—116.
7. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1970, 199 с.
8. Муталов Р. К исследованию оптимальных представлений вертикальных профилей метеозаэментов в тропосфере и стратосфере.—«Труды ГГО», 1972, вып. 273, с. 79—90.

9. Немчинов С. В. Исследование решения уравнения для прогноза барического поля атмосферы.—«Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1960, № 11, с. 1635—1641.
10. Обухов А. М. О статистически ортогональных разложениях эмпирических функций.—«Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1960, № 3, с. 432—439.
11. Руховец Л. В. Об оптимальном представлении вертикальных распределений метеорологических элементов.—«Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1963, № 4, с. 626—636.
12. Руховец Л. В. Многоуровневая модель прогноза поля геопотенциала, основанная на малом числе параметров.—«Труды ГГО», 1964, вып. 151, с. 17—31.
13. Фадеева В. Н. Метод прямых в применении к некоторым краевым задачам.—«Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова», 1949, т. 28.
14. Holmström I. On the use of natural orthogonal functions for representations of the atmosphere.—Tellus, 1963, v. 15, No 2, p. 127—149.
15. London I. A study of atmospheric heat balance.—Fin. Rep. Contr. (N. Y. Univ.), 1957, No AF 19(122), p. 99.

К. В. ПЯТЫГИНА, Э. А. КОМОРИНА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АГЕОСТРОФИЧЕСКОГО ВЕТРА И ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКОРОСТИ, ВЫЗВАННЫХ ФЛУКТУАЦИЯМИ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПРИТОКОМ ТЕПЛА

1. Как показал М. И. Юдин [9], при построении теории климата и общей циркуляции атмосферы для правильного описания источников кинетической энергии в атмосфере необходимо достаточно точно определять поля составляющих агеострофического ветра u' , v' и вертикальной скорости \tilde{w} . Учет этих полей связан с тем, что при выделении среднего движения возникает необходимость описать влияние на это движение флуктуационных движений. В работе [9] показано, что при осреднении в уравнениях движения слагаемыми $\overline{du'u'}/dx$, $\overline{du'v'}/dy$, $\overline{dv'u'}/dx$, $\overline{dv'v'}/dy$, связанными с флуктуациями движения, можно пренебречь. Но при этом нельзя пренебрегать слагаемыми, которые характеризуют связь между флуктуациями температуры (отклонениями температуры от значений в узлах сетки), значениями агеострофического ветра и вертикальной скорости.

Имеющееся в современных моделях общей циркуляции атмосферы [10, 11] несоответствие между рассчитываемыми величинами кинетической энергии атмосферных движений и фактическими значениями, как показано в работе [9], связано с недооценкой флуктуаций температуры в полях u' , v' , \tilde{w} . Этот учет особенно важен в моделях, в которых к среднему движению отнесена лишь длинноволновая часть спектра ($n \leq 8$). Несмотря на то что поля u' , v' , \tilde{w} трактуются как случайные, они не являются произвольными, так как u' , v' , \tilde{w} удовлетворяют дифференциальным уравнениям, полученным в работах [7, 8]. Эти уравнения, если отбросить все слагаемые, кроме слагаемых, учитывающих случайные притоки тепла, связывают случайные величины и определяют корреляцию между ними.

Таким образом, решение уравнений агеострофического ветра и вертикальной скорости необходимо получить в области спектра $n > 8$.

2. Уравнения агеострофического ветра в области спектра $n > 8$, как показано в работе [9], имеют вид

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \zeta} \zeta^2 \frac{\partial u'}{\partial \zeta} + d^2 \Delta u' = \\ & = \frac{1}{l} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \zeta^2 \frac{\partial N_y}{\partial \zeta} + \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right), \\ & \frac{\partial}{\partial \zeta} \zeta^2 \frac{\partial v'}{\partial \zeta} + d^2 \Delta v' = \\ & = -\frac{1}{l} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \zeta^2 \frac{\partial N_x}{\partial \zeta} + \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right), \\ & \zeta^2 \frac{\partial^2 \tilde{\omega}}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \tilde{\omega} = \\ & = -\frac{\zeta^2}{l} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial N_y}{\partial x} - \frac{\partial N_x}{\partial y} \right) - \frac{R \zeta}{l^2} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где u' , v' — горизонтальные составляющие агеострофического ветра, $\tilde{\omega}$ — аналог вертикальной скорости, $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $\zeta = p/P_0$ (p — давление, $P_0 = 1000$ мб — стандартное атмосферное давление), l — параметр Кориолиса, $d^2 = \frac{(\gamma_a - \gamma) R^2 T}{g l^2}$ — параметр устойчивости атмосферы (g — ускорение силы тяжести), N_x , N_y — составляющие силы турбулентной вязкости, ε — приток тепла. Остальные обозначения — стандартные.

Составляющие силы турбулентной вязкости N_x , N_y в системе координат x , y , ζ можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} N_x &= -\frac{R \zeta}{l H_0^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right), \\ N_y &= \frac{R \zeta}{l H_0^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь k — коэффициент турбулентности, H_0 — высота однородной атмосферы, T' — флуктуации температуры.

Введем обозначение

$$\bar{f} = \int_0^{\zeta} f d\zeta.$$

Тогда, проинтегрировав уравнения (1) по ζ от 0 до ζ , получим

$$\left. \begin{aligned} \zeta^2 \frac{\partial^2 \bar{u}'}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \bar{u}' &= \frac{1}{l} \zeta^2 \frac{\partial N_y}{\partial \zeta} + \frac{R \zeta}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right), \\ \zeta^2 \frac{\partial^2 \bar{v}'}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \bar{v}' &= -\frac{1}{l} \zeta^2 \frac{\partial N_x}{\partial \zeta} + \frac{R \zeta}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Уравнения для составляющих агеострофического ветра (4)

и вертикальной скорости (2) в общем виде можно представить таким образом:

$$\left. \begin{aligned} \zeta^2 \frac{\partial^2 \bar{u}'}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \bar{u}' &= -\zeta \Psi_u, \\ \zeta^2 \frac{\partial^2 \bar{v}'}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \bar{v}' &= -\zeta \Psi_v, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\zeta^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \bar{w} = -\zeta \Psi_w, \quad (6)$$

где функции Ψ_u , Ψ_v , Ψ_w имеют следующие значения:

$$\Psi_u = -\frac{1}{l} \zeta \frac{\partial N_y}{\partial \zeta} - \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right),$$

$$\Psi_v = \frac{1}{l} \zeta \frac{\partial N_x}{\partial \zeta} - \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right),$$

$$\Psi_w = \frac{1}{l} \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial N_y}{\partial x} - \frac{\partial N_x}{\partial y} \right) + \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}.$$

Подставляя сюда N_x , N_y из равенства (3), получаем

$$\left. \begin{aligned} \Psi_u &= -\frac{R}{l^2 H_0^2} \left[\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) + \zeta^2 \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) \right] - \\ &\quad - \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right), \\ \Psi_v &= -\frac{R}{l^2 H_0^2} \left[\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right) + \zeta^2 \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right) \right] - \\ &\quad - \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\Psi_w = \frac{R}{l^2 H_0^2} \left[\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} (k \Delta T') + \zeta^2 \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} (k \Delta T') \right] + \frac{R}{l^2} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}. \quad (8)$$

Уравнения (5), (6) с другими правыми частями были решены нами ранее для задачи краткосрочного прогноза полей ветра и температуры [3, 4]. Решение проводилось для треугольной сетки с шагом 330 км методом полупрямых. При этом методе решения производные в горизонтальном направлении заменяются конечными разностями, а в вертикальном — остаются точными [5, 6].

Уравнения (5), (6) для правых частей (7), (8) будем решать тем же методом.

3. В первую очередь остановимся на решении уравнений (5). Эти уравнения имеют такой же вид, как и уравнение для изменения геопотенциала во времени

$$\zeta^2 \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \zeta^2} + d^2 \Delta \bar{\varphi} = -\zeta \Psi. \quad (9)$$

Здесь $\bar{\varphi}(\zeta) = \int_0^{\zeta} \varphi \zeta d\zeta$, $\varphi(\zeta) = \partial \Phi / \partial t$ (Φ — геопотенциал), $\Psi(\zeta) = RA_T + \frac{d^2 l}{\zeta} \int_0^{\zeta} A_2 d\zeta$, A_T — адвекция тепла, A_2 — адвекция вихря скорости.

Решение уравнения (9), полученное М. И. Юдиным [6], для треугольной сетки с шагом 330 км имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta) = & -\frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left[\int_0^1 F_1(\Psi) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta - \right. \\ & \left. - \int_{\zeta}^1 F_1(\Psi) \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta \right] - \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} \times \\ & \times \left[\int_0^1 F_2(\Psi) \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta - \int_{\zeta}^1 F_2(\Psi) \eta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta \right] - \\ & - \frac{\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} \int_0^{\zeta} F_1(\Psi) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta - \\ & - \frac{\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} \int_0^{\zeta} F_2(\Psi) \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} F_1(\Psi) &= \left(0,50 - \frac{1,5}{\sqrt{33}}\right) \Psi_0 + \frac{6}{\sqrt{33}} \Psi_1 = a_0 \Psi_0 + a_1 \Psi_1, \\ F_2(\Psi) &= \left(0,50 + \frac{1,5}{\sqrt{33}}\right) \Psi_0 - \frac{6}{\sqrt{33}} \Psi_1 = b_0 \Psi_0 - a_1 \Psi_1. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$a_0 = 0,239, \quad b_0 = 0,761, \quad a_1 = 1,044;$$

$$\lambda_1 = 2,37, \quad \lambda_2 = 4,96.$$

Индекс «0» у функции Ψ означает функцию в нулевой точке, т. е. в точке расчета, индекс «1» — функцию, осредненную по точкам первого круга [6].

Решение (10) применим сначала к уравнению для определения u' . При этом слагаемые с притоком тепла временно отбросим, но в дальнейшем их учтем.

Так как функция Ψ_a содержит производные (первого и второго порядка) по координате ζ , то интегралы, входящие в (10), надо преобразовать таким образом, чтобы избавиться от производных по ζ . Это можно сделать, применяя интегрирование по частям.

В равенстве (10) введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 F_1(\Psi) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta, & I_2 &= \int_{\zeta}^1 F_1(\Psi) \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta, \\ I_3 &= \int_0^{\zeta} F_2(\Psi) \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta, & I_4 &= \int_{\zeta}^1 F_2(\Psi) \eta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta, \\ I_5 &= \int_0^{\zeta} F_1(\Psi) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta, & I_6 &= \int_0^{\zeta} F_2(\Psi) \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta) &= -\frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} [I_1 - I_2] - \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} [I_3 - I_4] - \\ &- \frac{\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} I_5 - \frac{\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} I_6 + \varphi_\varepsilon(\zeta), \end{aligned} \quad (10')$$

где через $\varphi_\varepsilon(\zeta)$ обозначено решение уравнений (5), определяемое слагаемыми с притоком тепла ε .

В первую очередь рассмотрим интеграл I_1 . Учтя равенства (11), запишем I_1 в следующем виде:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 F_1(\Psi) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta = a_0 \int_0^1 \Psi_0(\eta) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta + \\ &+ a_1 \int_0^1 \Psi_1(\eta) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta. \end{aligned} \quad (13)$$

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 \Psi_0(\eta) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta &= J_1, \\ \int_0^1 \Psi_1(\eta) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta &= J_2. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Тогда

$$I_1 = a_0 J_1 + a_1 J_2. \quad (15)$$

Преобразуем сначала интеграл I_1 . Подставляя сюда вместо Ψ из равенств (7) значение Ψ_u , имеем

$$\begin{aligned} J_1 &= -\frac{R}{l^2 H_0^2} \left[\int_0^1 \eta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta + \right. \\ &\left. + \int_0^1 \eta^{\lambda_1 + \frac{3}{2}} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Вводя обозначения $u = \eta^{\lambda_1 + \frac{3}{2}}$, $dv = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right) d\eta$ и интегрируя второй интеграл (16) по частям, получаем

$$\int_0^1 \eta^{\lambda_1 + \frac{3}{2}} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta = \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 \right]_{\eta=1} -$$

$$- \left(\lambda_1 + \frac{3}{2} \right) \int_0^1 \eta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta.$$

Подставим этот результат в равенство (16)

$$J_1 = - \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 \right]_{\eta=1} - \right.$$

$$\left. - \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \int_0^1 \eta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta \right\}.$$

Интегрируя еще раз по частям, получаем

$$J_1 = - \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 \right]_{\eta=1} - \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 \right]_{\eta=1} +$$

$$+ \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right)^2 \int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta \right\}.$$

Аналогично можно написать

$$J_2 = - \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} - \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \left[\left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} + \right.$$

$$\left. + \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right)^2 \int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 d\eta \right\}.$$

Таким образом,

$$I_1 = - \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[a_0 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} - \right.$$

$$\left. - \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \left[a_0 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} + \right.$$

$$\left. + \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right)^2 \left[a_0 \int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta + \right. \right.$$

$$\left. \left. + a_1 \int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 d\eta \right] \right\}. \quad (17)$$

Аналогичным путем можно преобразовать I_2, I_3, I_4, I_5, I_6 . При этом выражения для I_2, I_5 принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}
I_2 = & -\frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[a_0 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} - \right. \\
& - \zeta^{-\lambda_1 + \frac{3}{2}} \left[a_0 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=\zeta} + \\
& + \left(\lambda_1 - \frac{1}{2} \right) \left[a_0 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} - \\
& - \left(\lambda_1 - \frac{1}{2} \right) \zeta^{-\lambda_1 + \frac{1}{2}} \left[a_0 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=\zeta} + \\
& + \left(\lambda_1 - \frac{1}{2} \right)^2 \left[a_0 \int_{\zeta}^1 \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta + \right. \\
& \left. + a_1 \int_{\zeta}^1 \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 d\eta \right] \left. \right\}, \quad (18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_5 = & -\frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \zeta^{\lambda_1 + \frac{3}{2}} \left[a_0 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=\zeta} - \right. \\
& - \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right) \zeta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \left[a_0 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + a_1 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=\zeta} + \\
& + \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \right)^2 \left[a_0 \int_0^{\zeta} \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta + \right. \\
& \left. + a_1 \int_0^{\zeta} \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 d\eta \right] \left. \right\}. \quad (19)
\end{aligned}$$

Выражения для интегралов I_3, I_4, I_6 из-за краткости изложения здесь не приводятся. Они будут отличаться соответственно от выражений для I_1, I_2, I_5 тем, что λ_1 всюду заменится на λ_2 , a_0 на b_0 , коэффициент a_1 поменяет знак.

Подставив значения I_1, I_2, \dots, I_5 в (10') и сделав приведение подобных слагаемых, получим решение для u' , которое можно представить в виде двух слагаемых

$$u'(\zeta) = u'_T(\zeta) + u'_\varepsilon(\zeta), \quad (20)$$

где $u'_T(\zeta), u'_\varepsilon(\zeta)$ — составляющие u' на различных уровнях ζ , вызванные соответственно флуктуациями температуры T' и притоком тепла ε .

Решение $u'_T(\zeta)$ в интегральной форме с учетом обозначений (11) имеет вид:

$$\begin{aligned}
u'_r(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} & \left\{ \left[-\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right) \zeta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) - \right. \right. \\
& - \left. \left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right) \zeta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) \right]_{\eta=1} + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) \right]_{\eta=\zeta} + \\
& + \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^3}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^3}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} \int_0^1 \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta - \\
& - \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \int_{\zeta}^1 \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta - \\
& - \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} \int_{\zeta}^1 \eta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta + \\
& + \frac{\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} \int_0^{\zeta} \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta + \\
& + \left. \frac{\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} \int_0^{\zeta} \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right) d\eta \right\}. \quad (21)
\end{aligned}$$

Как следует из сопоставления функций Ψ_u и Ψ_v , решение $v'_r(\zeta)$ отличается от решения $v'_z(\zeta)$ тем, что всюду вместо $\partial T'/\partial x$ будет входить $\partial T'/\partial y$.

Напишем решения для составляющих агеострофического ветра, вызванных притоком тепла. Подставляя в (10) вторые слагаемые равенств (7), получаем решения $u'_z(\zeta)$, $v'_z(\zeta)$. При этом решение $u'_z(\zeta)$ принимает вид

$$\begin{aligned}
u'_z(\zeta) = \frac{R}{l^2} & \left\{ \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left[\int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)\right) d\eta - \right. \right. \\
& - \left. \int_{\zeta}^1 \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)\right) d\eta \right] + \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} \times \\
& \times \left[\int_0^1 \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)\right) d\eta - \int_{\zeta}^1 \eta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)\right) d\eta \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} \left[\int_0^\zeta \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)\right) d\eta \right] + \\
 & + \frac{\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} \left[\int_0^\zeta \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)\right) d\eta \right]. \quad (22)
 \end{aligned}$$

Решение $v'_\varepsilon(\zeta)$ отличается от решения (22) тем, что всюду вместо величины $\frac{d}{dx}\left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)$ входит величина $\frac{d}{dy}\left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho}\right)$.

4. Перейдем к решению уравнения вертикальной скорости. Уравнение (6) для \tilde{w} имеет такой же вид, как и уравнение (9) для $\bar{\varphi}$. Здесь, в отличие от нахождения решения для изменения геопотенциала во времени $\partial\Phi/\partial t$ и для составляющих агеострофического ветра u' , v' , после отыскания $\bar{\varphi}(\zeta)$ нет необходимости дифференцировать по ζ , т. е. находить $\varphi(\zeta)$.

Как следует из работы [6], решение для $\bar{\varphi}(\zeta)$ имеет вид

$$\begin{aligned}
 \bar{\varphi}(\zeta) = & -\frac{1}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \left(\int_0^1 F_1(\Psi) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta - \int_\zeta^1 F_1(\Psi) \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta \right) - \\
 & -\frac{1}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 + \frac{1}{2}} \left(\int_0^1 F_2(\Psi) \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta - \int_\zeta^1 F_2(\Psi) \eta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta \right) + \\
 & + \frac{1}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 + \frac{1}{2}} \int_0^\zeta F_1(\Psi) \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} d\eta + \\
 & + \frac{1}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 + \frac{1}{2}} \int_0^\zeta F_2(\Psi) \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} d\eta. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Применяя обозначения (12), получаем

$$\begin{aligned}
 \bar{\varphi}(\zeta) = & -\frac{1}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} [I_1 - I_2] - \frac{1}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 + \frac{1}{2}} [I_3 - I_4] + \\
 & + \frac{1}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 + \frac{1}{2}} I_5 + \frac{1}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 + \frac{1}{2}} I_6 + \varphi_\varepsilon(\zeta), \quad (24)
 \end{aligned}$$

где $\varphi_\varepsilon(\zeta)$ — решение уравнения (6), определяемое слагаемыми с притоком тепла ε .

Из сопоставления решений (24) и (10), а также функций Ψ_w с функциями Ψ_u , Ψ_v можно заключить, что интегралы I_1, I_2, \dots, I_6 для вертикальной скорости будут отличаться от соответствующих интегралов для u'_r только знаком и заменой функции $\partial T'/\partial x$ функцией $\Delta T' = \partial^2 T'/\partial x^2 + \partial^2 T'/\partial y^2$.

Учитывая это и подставляя значения указанных интегралов в (24), решение для вертикальной скорости можно представить в виде двух слагаемых

$$\tilde{w}(\zeta) = \tilde{w}_T(\zeta) + \tilde{w}_\varepsilon(\zeta), \quad (25)$$

где $\tilde{w}_T(\zeta)$ — вертикальная скорость, вызванная флуктуациями температуры T' , и имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{w}_T(\zeta) = & \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[\zeta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} F_1(k \Delta T') + \zeta^{\lambda_2 + \frac{1}{2}} F_2(k \Delta T') \right]_{\eta=1} - \right. \\ & - \zeta [(k \Delta T')_0]_{\eta=\zeta} - \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1(k \Delta T') d\eta - \\ & - \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 + \frac{1}{2}} \int_0^1 \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2(k \Delta T') d\eta + \\ & + \frac{\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1(k \Delta T') d\eta + \\ & + \frac{\left(\lambda_2 - \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 + \frac{1}{2}} \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2(k \Delta T') d\eta + \\ & + \frac{\left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 + \frac{1}{2}} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1(k \Delta T') d\eta + \\ & \left. + \frac{\left(\lambda_2 + \frac{1}{2}\right)^2}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 + \frac{1}{2}} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2(k \Delta T') d\eta \right\}. \quad (26) \end{aligned}$$

Подставляя из равенства (8) второе слагаемое функции Ψ_w в (23), получаем решение вертикальной скорости \tilde{w}_ε , вызванной притоком тепла:

$$\begin{aligned} \tilde{w}_\varepsilon(\zeta) = & \frac{R}{l^2} \left\{ -\frac{1}{2\lambda_1} \zeta^{\lambda_1 + \frac{1}{2}} \left[\int_0^1 \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}\right) d\eta - \right. \right. \\ & \left. - \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1\left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}\right) d\eta \right] - \frac{1}{2\lambda_2} \zeta^{\lambda_2 + \frac{1}{2}} \times \\ & \times \left[\int_0^1 \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}\right) d\eta - \int_\zeta^1 \eta^{-\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2\left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}\right) d\eta \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2\lambda_1} \zeta^{-\lambda_1 + \frac{1}{2}} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} F_1 \left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho} \right) d\eta + \\
 & + \frac{1}{2\lambda_2} \zeta^{-\lambda_2 + \frac{1}{2}} \int_0^\zeta \eta^{\lambda_2 - \frac{1}{2}} F_2 \left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho} \right) d\eta \Big\}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

5. Учитывая обозначения (11) для функций F_1 и F_2 и подставляя значения постоянных λ_1 , λ_2 , a_0 , b_0 , a_1 в (21), (22), (26), (27), определяем коэффициенты при $k \frac{\partial T'}{\partial x}$, $k \frac{\partial T'}{\partial y}$, $k \Delta T'$, $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right)$, $\frac{\partial}{\partial y} \times \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right)$, $\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho}$ для различных значений ζ в зависимости от η . Тогда слагаемые, содержащие интегралы с различными пределами интегрирования, можно объединить в один интеграл с пределами от 0 до 1. При таком преобразовании решения (21), (26) для составляющих агеострофического ветра и вертикальной скорости, вызванных флуктуациями температуры, принимают соответственно следующий вид:

$$\begin{aligned}
 u'_\tau(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} \Big\{ & -2,87 \zeta^{1,87} \left[0,239 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + 1,044 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} - \\
 & - 5,46 \zeta^{4,46} \left[0,761 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 - 1,044 \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 \right]_{\eta=\zeta} + \\
 & + \int_0^1 s_0(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta + \int_0^1 s_1(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 d\eta \Big\}, \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v'_\tau(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} \Big\{ & -2,87 \zeta^{1,87} \left[0,239 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 + 1,044 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 \right]_{\eta=1} - \\
 & - 5,46 \zeta^{4,46} \left[0,761 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 - 1,044 \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 \right]_{\eta=1} + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 \right]_{\eta=\zeta} + \\
 & + \int_0^1 s_0(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 d\eta + \int_0^1 s_1(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 d\eta \Big\}, \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\omega}'_\tau(\zeta) = \frac{R}{l^2 H_0^2} \Big\{ & \zeta^{2,87} \left[0,239 (k \Delta T')_0 + 1,044 (k \Delta T')_1 \right]_{\eta=1} + \\
 & + \zeta^{5,46} \left[0,761 (k \Delta T')_0 - 1,044 (k \Delta T')_1 \right]_{\eta=1} - \zeta \left[(k \Delta T')_0 \right]_{\eta=\zeta} + \\
 & + \int_0^1 s'_0(\zeta, \eta) (k \Delta T')_0 d\eta + \int_0^1 s'_1(\zeta, \eta) (k \Delta T')_1 d\eta \Big\}. \quad (30)
 \end{aligned}$$

Решения u'_ε , v'_ε , $\bar{\omega}'_\varepsilon$ можно написать в аналогичной форме:

$$u'_\varepsilon(\zeta) = \frac{R}{l^2} \left\{ \int_0^1 r_0(\zeta, \eta) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right) \right]_0 d\eta + \right.$$

$$+ \int_0^1 r_1(\zeta, \eta) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right) \right]_1 d\eta, \quad (31)$$

$$v'_\varepsilon(\zeta) = \frac{R}{l^2} \left\{ \int_0^1 r_0(\zeta, \eta) \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right) \right]_0 d\eta + \int_0^1 r_1(\zeta, \eta) \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right) \right]_1 d\eta \right\}, \quad (32)$$

$$\bar{w}_\varepsilon(\zeta) = \frac{R}{l^2} \left\{ \int_0^1 r'_0(\zeta, \eta) \left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho} \right)_0 d\eta + \int_0^1 r'_1(\zeta, \eta) \left(\frac{\Delta \varepsilon}{c_p \rho} \right)_1 d\eta \right\}. \quad (33)$$

В (28) — (33) коэффициенты $s_0(\zeta, \eta)$, $s_1(\zeta, \eta)$, $s'_0(\zeta, \eta)$, $s'_1(\zeta, \eta)$, $r_0(\zeta, \eta)$, $r_1(\zeta, \eta)$, $r'_0(\zeta, \eta)$, $r'_1(\zeta, \eta)$ представляют собой функции влияния (или весовые функции) до интегрирования по η .

Зависимость коэффициентов s_0 , s_1 , s'_0 , s'_1 от η для значений ζ , равных 0,85; 0,50; 0,30 и 0,20, представлена в табл. 1 и 2, при этом в табл. 1 значения коэффициентов s_0 , s_1 уменьшены в 10 раз.

Так как коэффициенты r_0 , r_1 для составляющих агеострофического ветра, вызванных притоком тепла, совпадают по величине с ранее вычисленными нами весовыми коэффициентами m_0 , m_1 при расчете u' , v' для крупномасштабных движений, отличаясь при этом знаком, то здесь они не приводятся. Также не приводятся значения функций r'_0 , r'_1 , так как они полностью совпадают с функциями m_0 , m_1 при расчете вертикальной скорости для крупномасштабных движений [3].

Как видно из табл. 1 и 2, здесь, в отличие от расчета составляющих агеострофического ветра для крупномасштабных движений, в точках $\eta = \zeta$ разрыв имеет не только функция $s_0(\zeta, \eta)$, но и функция $s_1(\zeta, \eta)$. При расчете вертикальной скорости, вызванной флуктуациями температуры, в точках $\eta = \zeta$ имеет разрыв сама функция $s_0(\zeta, \eta)$, а функция $s_1(\zeta, \eta)$ имеет разрыв первой производной, в то время как при расчете вертикальной скорости для крупномасштабных движений разрыв имеет только первая производная функций $m_0(\zeta)$ [3].

Таким образом, функции влияния с индексом «0» имеют разрыв при вычислении составляющих агеострофического ветра, вызванных как флуктуациями температуры (u_τ , v_τ), так и притоком тепла (u_ε , v_ε). С индексом «1» при расчете u_τ , v_τ имеет разрыв сама функция, а при расчете u_ε , v_ε ни сама функция, ни ее первая производная не имеют разрыва.

Для вертикальной скорости \bar{w}_τ имеется разрыв самой функции s_0 , а функция s_1 имеет разрыв первой производной, в то время как при расчете \bar{w}_ε разрыв имеется только у первой производной функции r_0 .

Таблица 1

Значения функций $S_0(\zeta, \eta)$, $s_1(\zeta, \eta)$ для расчета составляющих
агеострофического ветра u_T , v_T на различных уровнях ζ

η	$\zeta=0,85$		$\zeta=0,50$		$\zeta=0,30$		$\zeta=0,20$	
	$10^{-1}s_0$	$10^{-1}s_1$	$10^{-1}s_0$	$10^{-1}s_1$	$10^{-1}s_0$	$10^{-1}s_1$	$10^{-1}s_0$	$10^{-1}s_1$
1,0	0,252	-0,055	0,038	0,056	0,009	0,029	0,004	0,014
0,925	-0,161	0,390						
0,875	-0,490	0,750						
0,85	-0,682	0,966	-0,062	0,097	-0,006	0,012	-0,001	0,003
	1,649	-1,366						
0,775	1,120	-0,782						
0,70	0,737	-0,387	-0,276	0,253	-0,034	-0,001	-0,000	-0,011
0,60			-0,657	0,630				
0,55			-1,053	1,063				
0,50	0,198	0,061	-1,756	1,879	-0,206	0,079	-0,045	-0,034
			2,207	-2,085				
0,45			1,412	-1,162				
0,40			0,863	-0,563	-0,649	0,479		
0,35					-1,304	1,176	-0,246	0,051
0,30	0,037	0,078	0,272	-0,011	-2,945	3,079	-0,534	0,282
					3,660	-3,528		
0,275					2,527	-2,198		
0,25					1,693	-1,260	-1,365	1,109
0,225							-2,370	2,218
0,20	0,013	0,042	0,064	0,082	0,679	-0,232	-4,419	4,611
							5,489	-5,299
0,175							3,114	-2,534
0,15							1,641	-0,948
0,125							0,788	-0,155
0,10	0,003	0,012	0,010	0,033	0,059	0,111	0,338	0,147
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Примечание. В табл. 1 и 2 в тех случаях, когда функции $s_0(\zeta, \eta)$, $s_1(\zeta, \eta)$ имеют разрыв, указаны оба их значения в точке разрыва (в виде дроби).

В точках разрыва коэффициенты s_0 , s_1 , r_0 имеют значения противоположных знаков, а коэффициент s_0 — значения одинаковых знаков. В результате для рассматриваемых значений ζ коэффициент r_0 при $\eta \geq \zeta$ отрицателен, а при $\eta \leq \zeta$ положителен. Коэффициент r_1 для $\zeta=0,85$ всюду положителен, а для остальных значений ζ при $\eta \geq \zeta$ отрицателен, при $\eta < \zeta$ положителен. Так как в слу-

Значения функций $s'_0(\zeta, \eta)$, $s'_1(\zeta, \eta)$ для расчета вертикальной скорости \bar{w}_T на различных уровнях ζ

η	$\zeta=0,85$		$\zeta=0,50$		$\zeta=0,30$		$\zeta=0,20$	
	s'_0	s'_1	s'_0	s'_1	s'_0	s'_1	s'_0	s'_1
1,00	-0,463	-0,225	-0,050	-0,119	-0,009	-0,032	-0,002	-0,010
0,925	0,210	-0,787						
0,85	1,054	-1,537	0,056	-0,096	0,003	-0,008	0,000	-0,002
	2,054							
0,775	1,401	-0,844						
0,70	0,926	-0,379	0,271	-0,153	0,023	0,019	0,004	0,010
0,60	0,504	-0,024	0,641	-0,405	0,053	0,036		
0,55			1,019	-0,734				
0,50	0,255	0,126	1,684	-1,388	0,131	0,034	0,022	0,037
			2,684					
0,45			1,756	-0,524				
0,40	0,118	0,151	1,108	-0,008	0,392	-0,108	0,058	0,055
0,35			0,676	0,258	0,779	-0,415		
0,30	0,049	0,115	0,388	0,351	1,701	-1,329	0,221	0,010
					2,701			
0,25					1,308	-0,105	0,544	-0,214
0,20	0,018	0,061	0,110	0,262	0,569	0,332	1,702	-1,324
							2,702	
0,175					0,358	0,376		
0,15					0,217	0,352	0,876	0,189
0,125							0,454	0,367
0,10	0,004	0,018	0,022	0,084	0,070	0,208	0,218	0,354
0,05					0,015	0,062	0,036	0,129
0	0	0	0	0	0	0	0	0

чае $\zeta=0,85$ для $\eta \geq \zeta$ коэффициент r_1 по абсолютной величине значительно меньше r_0 , то можно сказать, что для всех ζ положительные значения $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right)$, $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right)$ на нижних уровнях дают отрицательный, а на верхних уровнях — положительный вклад в значения u_ε , v_ε на данном уровне ζ . Отрицательные значения $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right)$, $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\varepsilon}{c_p \rho} \right)$ приводят к обратным результатам.

Весовые коэффициенты r_0 , r_1 для всех значений ζ , η имеют положительный знак. Это означает, что приток тепла ($\Delta\varepsilon < 0$) вызы-

вает восходящие движения ($\bar{\omega} < 0$), приток холода — нисходящие движения.

Следует отметить, что функции s_0, s_1, s_0, s_1 оказались более сложными, чем функции r_0, r_1, r_0, r_1 .

Как видно из табл. 1, 2 для указанных значений ζ коэффициенты s_0, s_1, s_1 несколько раз меняют знак в интервале η от 1 до 0. Коэффициент s'_0 всюду положителен, кроме $\eta = 1, 0$. Так как значения $u_\tau, v_\tau, \bar{\omega}_\tau$, вызванные флуктуациями температуры, как следует из равенств (28) — (30), определяются не только слагаемыми, содержащими интегралы, то здесь трудно заранее определить знак этих величин на данном уровне ζ в зависимости от знаков функций $\left(k \frac{\partial T'}{\partial x}\right), \left(k \frac{\partial T'}{\partial y}\right), (k \Delta T')$ на различных уровнях ζ .

6. Если в равенствах (28) — (30) ввести обозначения

$$\left. \begin{aligned} -0,239 \cdot 2,87 \zeta^{1,87} - 0,761 \cdot 5,46 \zeta^{4,46} &= A_0(\zeta), \\ 1,044(-2,87 \zeta^{1,87} + 5,46 \zeta^{4,46}) &= A_1(\zeta), \\ 0,239 \zeta^{2,87} + 0,761 \zeta^{5,46} &= B_0(\zeta), \\ 1,044(\zeta^{2,87} - \zeta^{5,46}) &= B_1(\zeta), \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

то эти равенства примут соответственно следующий вид

$$\begin{aligned} u'_\tau(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[A_0(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + A_1(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1} + \right. \\ &\quad \left. + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 \right]_{\eta=\zeta} + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 s_0(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 d\eta + \int_0^1 s_1(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 d\eta \right\}, \quad (28') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v'_\tau(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[A_0(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 + A_1(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 \right]_{\eta=1} + \right. \\ &\quad \left. + \zeta \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 \right]_{\eta=\zeta} + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 s_0(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 d\eta + \int_0^1 s_1(\zeta, \eta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 d\eta \right\}, \quad (29') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_\tau(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left\{ \left[B_0(\zeta) (k \Delta T')_0 + B_1(\zeta) (k \Delta T')_1 \right]_{\eta=1} - \zeta \left[(k \Delta T')_0 \right]_{\eta=\zeta} + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 s'_0(\zeta, \eta) (k \Delta T')_0 d\eta + \int_0^1 s'_1(\zeta, \eta) (k \Delta T')_1 d\eta \right\}. \quad (30') \end{aligned}$$

Значения коэффициентов A_0, A_1, B_0, B_1 для ζ , равных 0,85, 0,50, 0,30 и 0,20 даны в табл. 3.

Сопоставление данных табл. 3 с табл. 1, 2 показывает, что коэффициенты A_0, A_1, B_0, B_1 для всех значений ζ равны по величине, но противоположны по знаку соответственно весовым коэффициентам s_0, s_1, s'_0, s'_1 для $\eta = 1, 0$. Но это, конечно, не означает, что они взаимно сокращаются, так как s_0, s_1, s'_0, s'_1 входят в подынтегральные выражения.

Таблица 3

Значения коэффициентов $A_0(\zeta), A_1(\zeta), B_0(\zeta), B_1(\zeta)$ для различных значений ζ				
ζ	0,85	0,50	0,30	0,20
$A_0(\zeta)$	-2,518	-0,376	-0,092	-0,037
$A_1(\zeta)$	0,550	-0,561	-0,289	-0,143
$B_0(\zeta)$	0,463	0,050	0,009	0,002
$B_1(\zeta)$	0,225	0,119	0,032	0,010

Интегрирование по переменной η в равенствах (28') — (30'), (31) — (33) можно произвести различными способами. В частности, можно применить спектральный анализ [1, 2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов В. А. К стационарной нелинейной модели общей циркуляции атмосферы.—«Труды ГГО», 1967, вып. 208, с. 132—139.
2. Ефимов В. А. Спектральная форма уравнений динамики атмосферы для системы обобщенных сферических функций.—«Метеорология и гидрология», 1969, № 8, с. 15—24.
3. Пятыгина К. В. Расчетная схема предвычисления полей ветра и температуры в тропосфере и нижней стратосфере.—«Труды ГГО», 1961, вып. 121, с. 80—94.
4. Пятыгина К. В., Блажевич В. Г., Федорова Э. А. Результаты испытания агеострофической модели прогноза полей ветра и температуры для нескольких уровней атмосферы.—«Труды ГГО», 1965, вып. 168, с. 3—13.
5. Фадеева В. Н. Метод прямых в применении к некоторым краевым задачам.—«Труды Матем. ин-та АН СССР им. В. А. Стéклова», 1949, т. 28, с. 73—103.
6. Юдин М. И. О прогнозе поля давления численными методами.—«Труды ГГО», 1957, вып. 71, с. 3—33.
7. Юдин М. И. Предвычисление поля ветра и связанных с ним метеорологических элементов.—ДАН СССР, 1957, т. 112, № 1, с. 49—52.
8. Юдин М. И. Решение уравнений динамики атмосферы при использовании закономерностей структуры метеорологических полей в целях краткосрочного прогноза погоды.—«Труды ГГО», 1963, вып. 143, с. 36—50.
9. Юдин М. И. К определению среднего движения в задачах долгосрочного прогноза и теории климата.—«Труды ГГО», 1972, вып. 272, с. 3—14.
10. Smagorinsky J., Manabe S., Holloway J. L. Numerical Result from a Nine—Level General Circulation Model of the Atmosphere.—Monthly Weather Review, 1965, v. 93, No 12, p. 727—768.
11. Manabe S., Smagorinsky J., Strickler R. F. Simulated Climatology of a General Circulation Model with a Hydrologic Cycle.—Monthly Weather Review, 1965, v. 93, No. 12, p. 769—798.

О ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ ТРЕХМЕРНОГО ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ

Изучению статистической структуры поля давления посвящено много работ, список и обзор большей части которых приведен в [4, 5].

Обозначим давление у земли через H_0 , геопотенциал на основных изобарических поверхностях через H_i , где i — индекс уровня (8, 7, 5, 3, 2 для поверхностей 850, 700, 500, 300, 200 мб соответственно). В общем случае поле давления можно представить в виде

$$H = H(x, y, z, t) = H(M), \quad (1)$$

где x, y, z — пространственные координаты точки в декартовой системе, t — время, M — точка, определенная соответствующими пространственно-временными координатами. Обозначим через $RHH \times \times (M_0, M)$ нормированную корреляционную функцию поля давления. При условии статистической стационарности и однородности корреляционных функций $RHH(M_0, M)$ статистическую структуру трехмерного поля давления можно представить в виде совокупности двухмерных авто- и взаимных корреляционных функций типа

$$RH_i H_j(M_0, M) = RH_{i,j}(M_0, M) = RH_{i,j}(d, \alpha, \tau), \quad (2)$$

где i, j — индексы уровней; $d = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ — расстояние между точками M и M_0 ; $\alpha = \arctg \frac{y-y_0}{x-x_0}$ — азимут, $\tau = t-t_0$ — сдвиг по времени. Если корреляционные функции поля давления предполагаются однородными и изотропными, то

$$RH_{i,j}(M_0, M) = RH_{i,j}(d, \tau). \quad (3)$$

Для вычисления корреляционных функций, исследования их однородности и изотропности выбрана достаточно плотная сеть из 60 станций, приблизительно равномерно расположенных (рис. 1). Вся рассматриваемая территория разбита на шесть районов: три широтных (I—55—70° с. ш., II—45—55° с. ш., III—30—45° с. ш.) и три долготных (IV—10° з. д.—10° в. д., V—10—30° в. д., VI—

30—50° в. д.). В каждом из них расположено по 19, 26, 15, 18, 24, 18 станций соответственно. Используемые исходные данные, техника расчетов и обработки результатов подробно описаны в [5].

Рассчитанные корреляционные функции типа (3) и результаты, ранее полученные другими авторами [4], хорошо согласуются. Исключение составляют взаимные корреляционные функции давления у земли и геопотенциала на уровне 850 мб с геопотенциалом на вышележащих уровнях — $RH_{0,j}(d, 0)$, $RH_{8,j}(d, 0)$. По-видимому, эта несогласованность — следствие использования различными

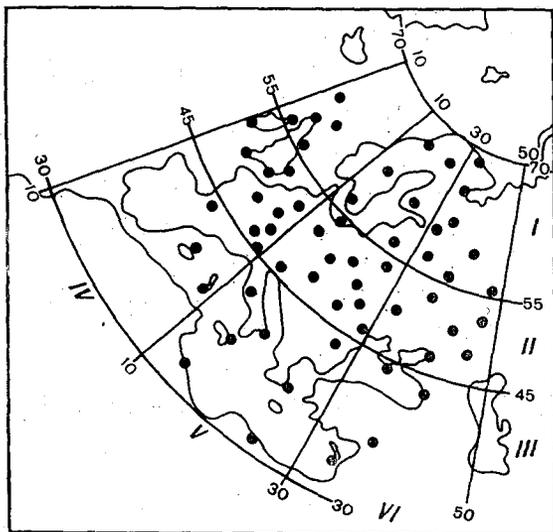


Рис. 1. Местоположение станций, данные которых использовались для расчетов

авторами данных станций, расположенных в различных районах. Рассмотрим изменение $RH_{ij}(0, 0)$ в зависимости от местоположения станций. Как видно из табл. 1, $RH_{0,j}(0, 0)$, $RH_{8,j}(0, 0)$ и в некоторой степени $RH_{7,j}(0, 0)$ зависят от местоположения станций, а $RH_{5,j}(0, 0)$, $RH_{3,j}(0, 0)$, где $j < i$, от него практически не зависят. Взаимосвязь барического поля по вертикали $RH_{i,j}(0, 0)$, где $j < i$, — в общем уменьшается с уменьшением широты и увеличением долготы (с запада на восток). Наиболее резко выражено уменьшение при переходе от района IV к району V, при переходе от района V к району VI изменения очень незначительны. При переходе от одного широтного района к другому такого резко неоднородного характера изменений не наблюдается. Значения $RH_{i,j}(0, 0)$, полученные для 60 станций, лучше всего согласуются со значениями $RH_{i,j}(0, 0)$ для района II, для района I они выше, для района III ниже. Таким образом, взаимные корреляционные функции геопотенциала на уровнях 500, 300, 200 мб можно принять локально од-

нородными; взаимные же корреляционные функции давления у земли и геопотенциала на уровне 850 мб (в некоторой степени геопотенциала на уровне 700 мб) с геопотенциалом на других уровнях нельзя принять локально однородными. И. А. Дюбкин [3] ранее также сделал вывод о том, что $RH_{0,j}(0,0)$ ($j=7, 5, 3$) можно считать приблизительно однородными на территории 50—75° с. ш. и 15° з. д.—60° в. д., а также на территории арктических морей, но

Таблица 1

Значения корреляционных функций давления при нулевом расстоянии ($RH_{i,j}(0,0) \cdot 10^3$)

№ п/п	Земля					850 мб				700 мб			500 мб		300 мб
	850	700	500	300	200	700	500	300	200	500	300	200	300	200	200
1	935	862	727	619	577	959	862	770	725	941	874	835	966	922	963
2	893	768	578	445	425	927	800	681	647	924	842	819	960	908	950
3	821	654	473	361	347	893	757	647	619	914	835	799	939	889	928
4	920	858	744	631	601	952	876	781	738	946	875	847	959	913	953
5	874	743	553	428	412	918	780	664	637	917	835	806	953	903	944
6	877	715	515	397	362	919	780	670	629	922	847	810	960	908	951
7	886	764	594	474	450	928	808	699	664	927	851	820	956	907	949
8	948	856	691	524	—	930	840	760	720	920	870	810	950	920	950

Примечание. 1—7— $RH_{i,j}(0,0)$ по районам I—VI и по всей территории (рис. 1) соответственно; 8— $RH_{0,j}(0,0)$ по данным М. И. Фортус [6], $RH_{8,j}(0,0)$, $RH_{7,j}(0,0)$, $RH_{5,j}(0,0)$, $RH_{3,j}(0,0)$ по данным Л. С. Гандина и Т. И. Кузнецовой [1]; $i, j=0, 8, 7, 5, 3, 2, j < i$.

даже приблизительно однородными их нельзя считать в поясе 50—75° с. ш., восточнее Уральских гор; $RH_{7,j}(0,0)$ и $RH_{5,j}(0,0)$ ($j < i$, предельное $j=3$) можно считать однородными.

Из пространственного распределения корреляционных функций трехмерного поля давления (рис. 2) видно, что степень симметрии изокоррелят $RH_{0,j}(d, \alpha, 0)$ и аналогично $RH_{8,j}(d, \alpha, 0)$; где $j=0, 8, 7, 5, 3, 2$, относительно вертикали, проведенной из точки с нулевым расстоянием, сильно зависит от взаимного расположения станций. Из этого же рисунка видно, что подобная зависимость незначительна для взаимных и автокорреляционных функций высот изобарических поверхностей 500, 300, 200 мб. Из пространственного распределения $RH_{0,j}(d, \alpha, 0)$ (рис. 2) видно смещение с высотой области максимальных значений коэффициентов корреляции, наибольшее в северо-западном направлении, несколько меньше — в западном и северном направлениях; в направлении юго-запад — северо-восток смещение отсутствует. Наклон оси смещения прослеживается вплоть до поверхности 500 мб, а выше переходит почти в верти-

кальную прямую. Максимальное смещение для поверхностей 850, 700, 500 мб равно 150, 300, 600 км соответственно. Выше максимальное смещение остается равным примерно 600 км.

Несмотря на некоторое различие в абсолютных значениях, пространственное распределение изокоррелят совпадает для $RH_{0,j}(d, \alpha, 0)$ и $RH_{8,j}(d, \alpha, 0)$, $RH_{7,j}(d, \alpha, 0)$ и $RH_{5,j}(d, \alpha, 0)$, $RH_{8,j}(d, \alpha, 0)$ и $RH_{2,j}(d, \alpha, 0)$.

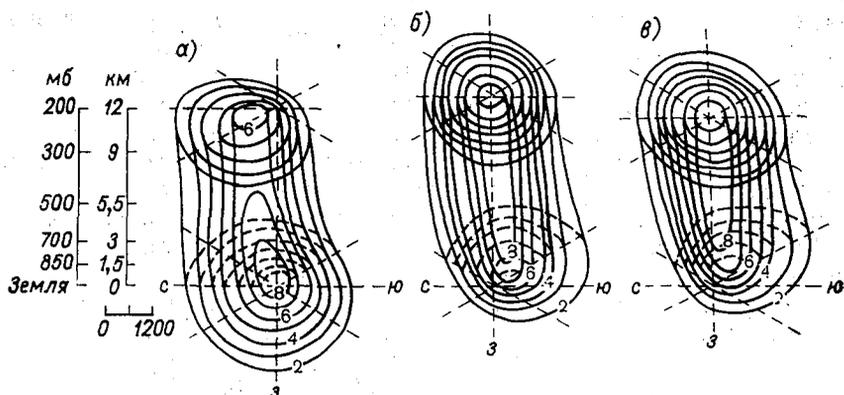


Рис. 2. Пространственное распределение корреляционных функций трехмерного поля давления:

а) $RH_{0,j}(d, \alpha, 0)$, б) $RH_{5,j}(d, \alpha, 0)$, в) $RH_{2,j}(d, \alpha, 0)$

Значения изокоррелят увеличены в 10 раз.

Из распределения $RH_{5,j}(d, \alpha, 0)$ видно смещение области максимальных значений коэффициентов корреляции на уровнях 700, 850 мб и земли, причем наибольшее смещение — в юго-восточном направлении — составляет примерно 150, 450 и 600 км соответственно. Прослеживается небольшое смещение к северу максимальных значений для поверхностей 300 и 200 мб.

В распределении $RH_{2,j}(d, \alpha, 0)$, начиная с поверхности 500 мб, проявляется общая тенденция смещения области максимальных значений коэффициентов корреляции к югу, юго-востоку и востоку. Максимальное смещение наблюдается в юго-восточном направлении и составляет для уровней 500, 700, 850 мб и земли примерно 100, 250, 500 и 600 км соответственно.

Таким образом, $RH_{i,j}(d, \alpha, 0)$, где $i=0, 8, 7$, $j=8, 7, 5, 3, 2$ ($j < i$), не являются однородными и изотропными. Области максимальных значений указанных взаимных корреляционных функций смещены относительно друг друга и вертикали. Этот сдвиг, преобладающее направление которого для нашей выборки данных — юго-восток — северо-запад, прослеживается от уровня земли до поверхности 500 мб; выше сдвиг почти отсутствует.

В работе Е. Бертони и И. Лунда [7] ежедневные данные наблюдений о высотах (давлении) поверхностей земля, 700, 500, 300, 200, 100 мб за январь — март с 1955 по 1958 г. на станциях «Корабль погоды» С», Ганновер, Курск были прокоррелированы с аналогичными данными наблюдений на других станциях; получено шесть карт коэффициентов автокорреляции. Сопоставление полученных нами результатов для станций Ганновер и Курск с результатами работы [7] показало, что в радиусе 900—1000 км вокруг станций наблюдаются расхождения $\pm 0,1$, на больших расстояниях — до $\pm 0,2—0,3$. Это можно объяснить тем, что в работе [7] использованы ежедневные данные (120 случаев); а в настоящей работе — данные с интервалом трое суток (180 случаев). Расхождения в основном находятся в доверительных пределах (при уровне значимости 5%) полученных коэффициентов автокорреляции. Кроме того, расхождения могут быть дополнительно обусловлены тем, что в [7] использовались данные за январь — март, у нас — за декабрь — февраль. Вместе с тем распределение изокоррелят по Е. Бертони и И. Лунду и по нашим расчетам оказалось довольно сходным и для станций Ганновер и Курск, а также для корреляционных функций, полученных по данным всех 60 станций [5]. Сходство отмечается в основном в характерном направлении главных осей эллипсов; так, большая ось эллипса направлена у земли с запада на восток, на поверхностях 700, 500, 300, 200 мб — с юго-запада на северо-восток. Интересно, что по данным работы [7] на поверхности 100 мб большая ось эллипса также направлена с юго-запада на северо-восток и для ст. Ганновер, и для ст. Курск; градиенты изокоррелят для этой поверхности значительно меньше, чем для других поверхностей.

В работе М. Магата и др. [8] характерное направление главных осей эллипса изокоррелят высоты поверхности 500 мб также с юго-запада на северо-восток (большая ось) и с юго-востока на северо-запад (малая ось). Аналогичные результаты для поверхности 500 мб получены Г. В. Груза и В. Д. Казначеевой [2].

Анализ автокорреляционных функций $RH_{i,i}(d, \alpha, 0)$, где $i=0, 8, 7, 5, 3, 2$, для каждого из шести районов показал следующее. Значения функций $RH_{0,0}(d, \alpha, 0)$, $RH_{8,8}(d, \alpha, 0)$ сильно отличаются, а $RH_{i,i}(d, \alpha, 0)$, где $i=5, 3, 2$, мало отличаются друг от друга при переходе от одного района к другому. Несмотря на некоторые различия в значениях, характерным для $RH_{5,5}(d, \alpha, 0)$, $RH_{3,3}(d, \alpha, 0)$, $RH_{2,2}(d, \alpha, 0)$ всех шести районов является направление главных осей эллипсов (большая — с юго-запада на северо-восток, малая — с юго-востока на северо-запад). Характерного направления главных осей эллипсов для $RH_{0,0}(d, \alpha, 0)$, $RH_{8,8}(d, \alpha, 0)$, $RH_{7,7}(d, \alpha, 0)$ всех шести районов не наблюдается. Особо следует отметить район III, для которого направление главных осей эллипсов изокоррелят остается неизменным от уровня земли до поверхности 200 мб — большая ось эллипса направлена с юго-запада на северо-восток. Радиусы локальной изотропности $RH_{0,0}(d, \alpha, 0)$, $RH_{8,8}(d, \alpha, 0)$, $RH_{7,7}(d, \alpha, 0)$, приведенные в работе [5], относятся

к средним широтам (45—55° с. ш.). Этот вывод следует из сопоставления $RH_{i,i}(d, \alpha, 0)$, приведенных в [5] и полученных в настоящей работе.

Итак, приближенно можно принять гипотезу локальной однородности и изотропности трехмерного поля геопотенциала относительно автокорреляционных и взаимных корреляционных функций поверхностей 500, 300, 200 и, по-видимому, 100 мб.

Для корреляционных функций с временным сдвигом $RH_{i,j}(d, \alpha, \tau)$ при τ «сегодня — завтра» характерно следующее. Для ниже лежащих уровней ($j > i$) наблюдается смещение области максимальных значений $RH_{i,j}(d, \alpha, \tau)$ к юго-востоку; на ближайшем нижнем уровне смещение наименьшее, и в ряде случаев отмечаются области локальной изотропности, например, $RH_{8,0}(d, \alpha, \tau)$, $RH_{7,8}(d, \alpha, \tau)$, $RH_{5,7}(d, \alpha, \tau)$, $RH_{3,5}(d, \alpha, \tau)$; на самом уровне и на вышележащих ($j < i$) наблюдается смещение к северо-западу относительно области максимальных значений $RH_{i,j}(d, \alpha, 0)$.

Области локальной изотропности автокорреляционных функций суточных изменений геопотенциала (давления) для $R\partial H_{i,i}(d, \alpha, 0)$ значительно меньше, чем для $RH_{i,i}(d, \alpha, 0)$. Коэффициент анизотропности для некоторой изокорреляты определим, как и в работе [5], в виде отношения расстояния (км) вдоль большой оси эллипса к расстоянию вдоль малой оси. Для изокорреляты $0,2 R\partial H_{i,i}(d, \alpha, 0)$, где $i=0, 8, 7, 5, 3, 2$, он составляет $\frac{3150}{2250} = 1,40$; $\frac{3300}{2400} = 1,37$; $\frac{3000}{2250} = 1,33$; $\frac{2700}{1950} = 1,38$; $\frac{2550}{1800} = 1,42$; $\frac{3100}{2000} = 1,55$. Для всех $R\partial H_{i,j}(d, \alpha, 0)$, в том числе и для $R\partial H_{0,0}(d, \alpha, 0)$, $R\partial H_{8,8}(d, \alpha, 0)$, в отличие от $RH_{0,0}(d, \alpha, 0)$, $RH_{8,8}(d, \alpha, 0)$, большая ось эллипса имеет направление юго-запад — северо-восток. Для $R\partial H_{i,j}(d, \alpha, 0)$, так же как и для $RH_{i,j}(d, \alpha, 0)$, имеет место смещение с высотой относительно друг друга областей максимальных значений коэффициентов взаимной корреляции к северо-западу, прослеживание этого смещения до поверхности 500 мб.

Интересным для пространственного распределения $R\partial H_{5,j}(d, \alpha, 0)$ является наличие замкнутой изокорреляты 0,7 между поверхностями 700, 500, 300 мб, почти симметричной относительно вертикали. Это указывает на то, что суточные изменения геопотенциала в средней и верхней тропосфере в значительной степени взаимосвязаны и происходят, по-видимому, в среднем синхронно.

Корреляционные функции $R\partial H_{i,j}(d, 0)$ при интервале градации 200 км представлены в табл. 2. Изменение $R\partial H_{i,j}(d, 0)$ с увеличением расстояния происходит значительно быстрее и достигает нуля на меньших расстояниях по сравнению с соответствующими корреляционными функциями $RH_{i,j}(d, 0)$. Радиус корреляции суточных изменений геопотенциала (давления) в нижней тропосфере (2050 км) больше, чем на уровне земли (1950 км), в средней и верхней тропосфере он уменьшается (1600 и 1450 км соответственно) и в нижней стратосфере опять увеличивается (1700 км). В отрицательной области значения $R\partial H_{i,j}(d, 0)$ преимущественно

близки к нулю; по абсолютной величине эти значения меньше соответствующих значений для $RH_{i,j}(d, 0)$.

Часть отмеченных выше фактов, таких, как резкое изменение значений $RH_{i,j}(0, 0)$ при переходе от района IV к району V, смещение с высотой областей максимальных значений $RH_{i,j}(d, \alpha, 0)$, $RdH_{i,j}(d, \alpha, 0)$, $RH_{i,j}(d, \alpha, 1)$, где $i=0, 8, 7$, к северо-западу, ко-

Значения корреляционных функций суточных изменений

Расстояние 10^2 км	Градация 10^2 км	Земля						850 мб				
		земля	850	700	500	300	200	850	700	500	300	200
0	0	1000	796	665	458	320	279	1000	847	663	513	442
1,5	0—3	812	739	631	422	284	258	855	767	610	469	406
3	2—4	779	716	605	405	278	253	818	734	575	440	386
5	4—6	685	636	547	373	254	228	730	659	520	402	354
7	6—8	542	491	426	295	200	191	565	511	412	317	286
9	8—10	392	360	323	230	159	156	420	384	311	240	225
11	10—12	284	259	233	166	109	111	304	275	215	157	153
13	12—14	193	167	153	115	79	86	198	175	141	105	108
15	14—16	95	77	75	55	38	47	106	92	72	51	57
17	16—18	55	48	46	35	26	37	70	58	41	33	42
19	18—20	8	4	13	12	14	24	21	15	11	8	18
21	20—22	-24	-23	-14	-10	2	16	-10	-12	-16	-4	6
23	22—24	-38	-29	-22	-12	3	12	-18	-19	-15	-4	0
25	24—26	-24	-15	-5	0	15	20	-5	-3	-1	13	15
27	26—28	-51	-34	-26	-18	-0	7	-26	-24	-17	-0	3
29	28—30	-17	-14	-2	9	23	26	-8	-0	13	26	24
31	30—32	-33	-33	-21	-12	1	8	-33	-24	-6	12	10
33	32—34	-6	-6	-4	2	7	17	-5	-2	8	15	19
35	34—36	-28	-25	-18	0	7	11	-20	-15	7	14	14
37	36—38	-0	-7	-16	4	5	36	3	4	20	23	44
39	38—40	-37	-8	-34	-27	-18	6	7	7	11	35	45
41	40—42	-43	-1	-51	-22	-16	-34	45	16	5	30	23

торое прослеживается от уровня земли до поверхности 500 мб, направление главных осей эллипсов изокоррелят (большая — с юго-запада на северо-восток, малая — с юго-востока на северо-запад, а для $RH_{0,0}(d, \alpha, 0)$ района II соответственно с запада на восток и с юга на север), по-видимому, имеют локальный характер и спра-

ведливы лишь для территории, изображенной на рис. 1. Вывод же об изменении корреляционных связей при переходе от одной широтной зоны к другой, уточнение границы использования гипотезы локальной однородности и изотропности относительно корреляционных функций трехмерного поля геопотенциала, по-видимому, справедливы для значительной территории северного полушария.

Таблица 2

давления при интервале градации 200 км

	700 мб				500 мб			300 мб		200 мб
	700	500	300	200	500	300	200	300	200	200
1000	814	693	630	1000	882	768	1000	859	1000	
829	729	624	577	846	794	695	839	757	776	
788	694	589	546	782	737	653	777	710	730	
697	605	519	487	666	630	568	663	616	644	
534	461	390	382	493	461	431	474	458	493	
392	328	277	284	333	309	308	311	320	352	
268	209	163	180	196	165	179	157	178	220	
161	117	89	113	97	77	94	62	87	127	
75	40	21	45	15	-1	20	-19	3	35	
39	8	-0	20	-14	-26	-11	-40	-27	0	
-0	-20	-27	-8	-38	-53	-40	-69	-59	-40	
-25	-41	-35	-20	-60	-62	-51	-71	-63	-54	
-27	-34	-29	-22	-47	-50	-49	-61	-64	-62	
-5	-10	-3	0	-19	-18	-21	-26	-32	-30	
-27	-25	-15	-11	-24	-23	-27	-29	-38	-43	
3	11	23	20	12	16	7	10	-2	-14	
-15	-3	14	14	-9	6	-2	15	1	-4	
5	22	26	26	20	28	24	29	20	14	
-13	10	18	18	15	25	19	42	34	27	
-4	19	18	44	23	30	50	38	53	64	
7	25	31	43	37	48	56	62	69	73	
-12	11	20	4	15	18	4	25	11	11	

ЛИТЕРАТУРА

1. Гандин Л. С., Кузнецова Т. И. О пространственной статистической структуре поля геопотенциала.—«Труды ГГО», 1965, вып. 168, с. 84—93.
2. Груза Г. В., Казначеева В. Д. Статистическая структура барического поля северного полушария.—«Труды САНИГМИ», 1968, вып. 38(53), 134 с.

3. Д ю б к и н И. А. Взаимосвязь давления на уровне моря и высот изобарических поверхностей в высоких широтах северного полушария.—«Труды ААНИИ», 1966, т. 277, с. 20—27.
4. М а р т е м ь я н о в В. И. О статистической структуре поля геопотенциала и давления у земли.—«Труды САНИГМИ», 1968, вып. 40 (55), с. 75—88.
5. М а р т е м ь я н о в В. И. Об анизотропии корреляционных функций поля геопотенциала (давления).—«Труды САНИГМИ», 1968, вып. 40 (55), с. 89—100.
6. Ф о р т у с М. И. Трехмерная пространственная структура поля геопотенциала.—«Труды ГГО», 1964, вып. 165, с. 27—39.
7. B e r t o n i E., Z u n d I. A. Space correlations of the height of constant pressure surfaces.—*Journ. App. Meteorol.*, 1963, v. 2, No. 4, p. 539—545.
8. M a g a t a M. e. a. On the correlation fields and the predicting possibilitien by statistical methods at 500 mb level.—*Pap. Met. Geoph.*, 1958, v. 8, No. 4, p. 245—270.

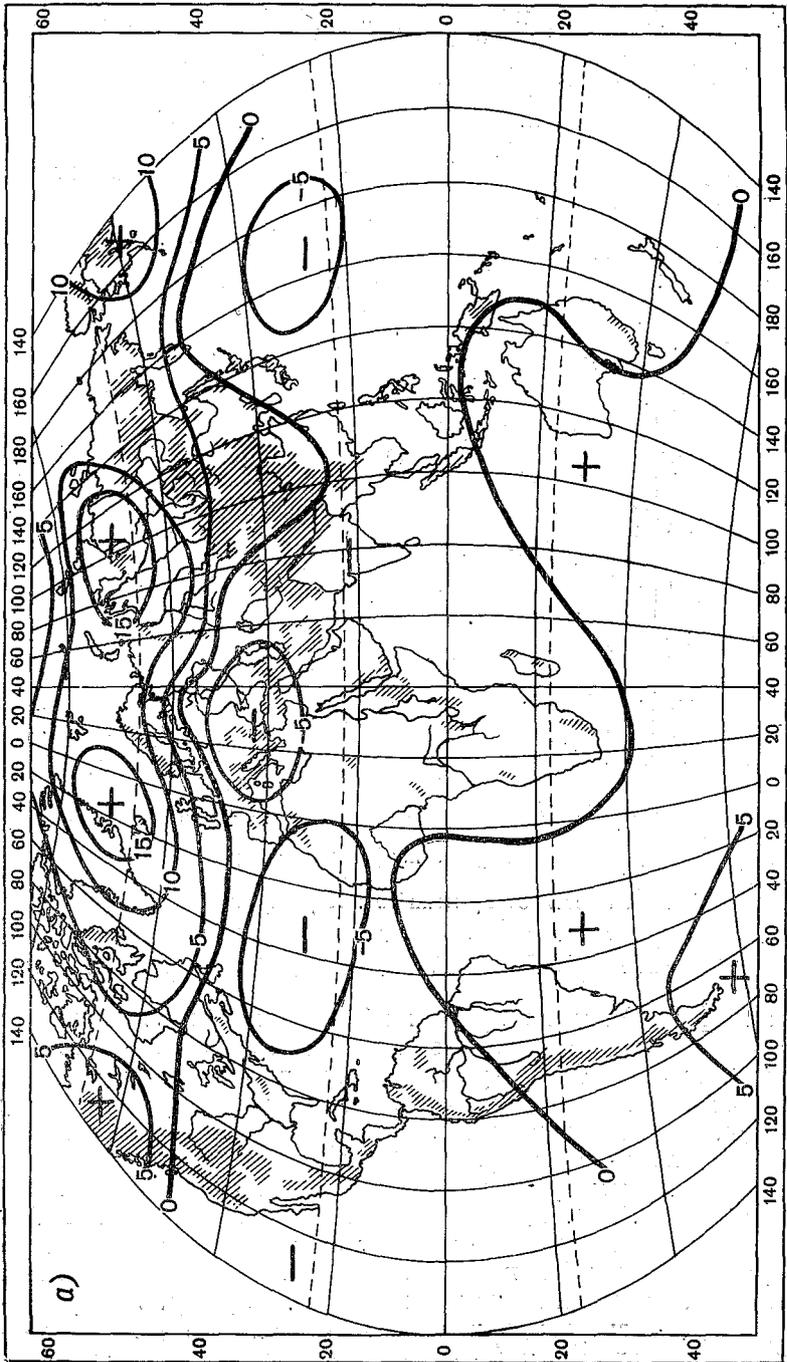
Н. И. ЯКОВЛЕВА

О ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЕ ДВУХЛЕТНЕГО ЦИКЛА ОСНОВНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Существование двухлетнего цикла обнаруживается во многих явлениях в атмосфере земли, на уровне земли и в гидрологических явлениях [2, 3, 9—11]. По наземным данным впервые этот цикл выявлен еще в 1880 г. Клейтоном [9], а в стратосфере, по данным температуры и ветра,— в 1961 г. Из этих работ следует, что квазидвухлетний цикл проявляется в меньшей или большей степени повсеместно над территорией земного шара и именно поэтому причина его порождения должна иметь глобальный характер, несмотря на то что в ряде районов его проявление четкое, а в других — весьма слабое. Недостатком исследований этого интересного явления было то, что рассматривали ограниченные территории, над которыми трудно выявить глобальный характер распределения фаз колебаний.

В данной статье представлены первые результаты глобального пространственно-временного и сравнительного анализа двухлетнего цикла в полях среднемесячного давления и наземной температуры воздуха над земным шаром. Прежде всего были рассчитаны и проанализированы естественные ортогональные составляющие полей давления и температуры воздуха над земным шаром с 1891 по 1960 г. Для этого были использованы различные варианты расчетов естественных составляющих (по ковариационной и корреляционной матрицам).

Спектральный анализ первых временных коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.) показал, что максимальные вклады имеют колебания с периодом около 2 лет как для давления, так и для температуры. На рис. 1а представлена спектрограмма для периодов до 70 лет, несмотря на то что при 70-летнем исходном ряде спектральный анализ дает надежные результаты для периодов T , составляющих 0,1 ряда, т. е. для $T \leq 7$ лет. Вместе с тем почти все случаи спектрального разложения указывали на наличие вторичного максимума для $T > 60$ лет.



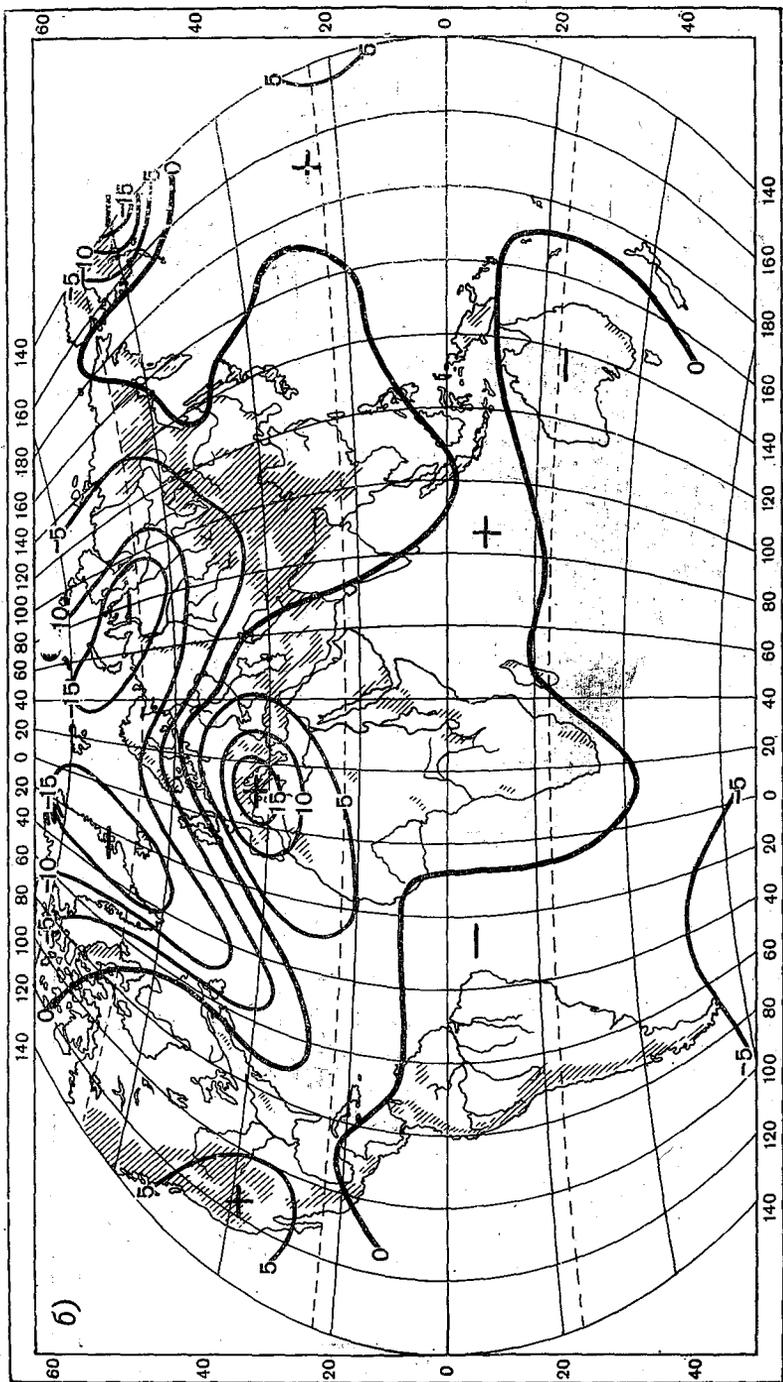
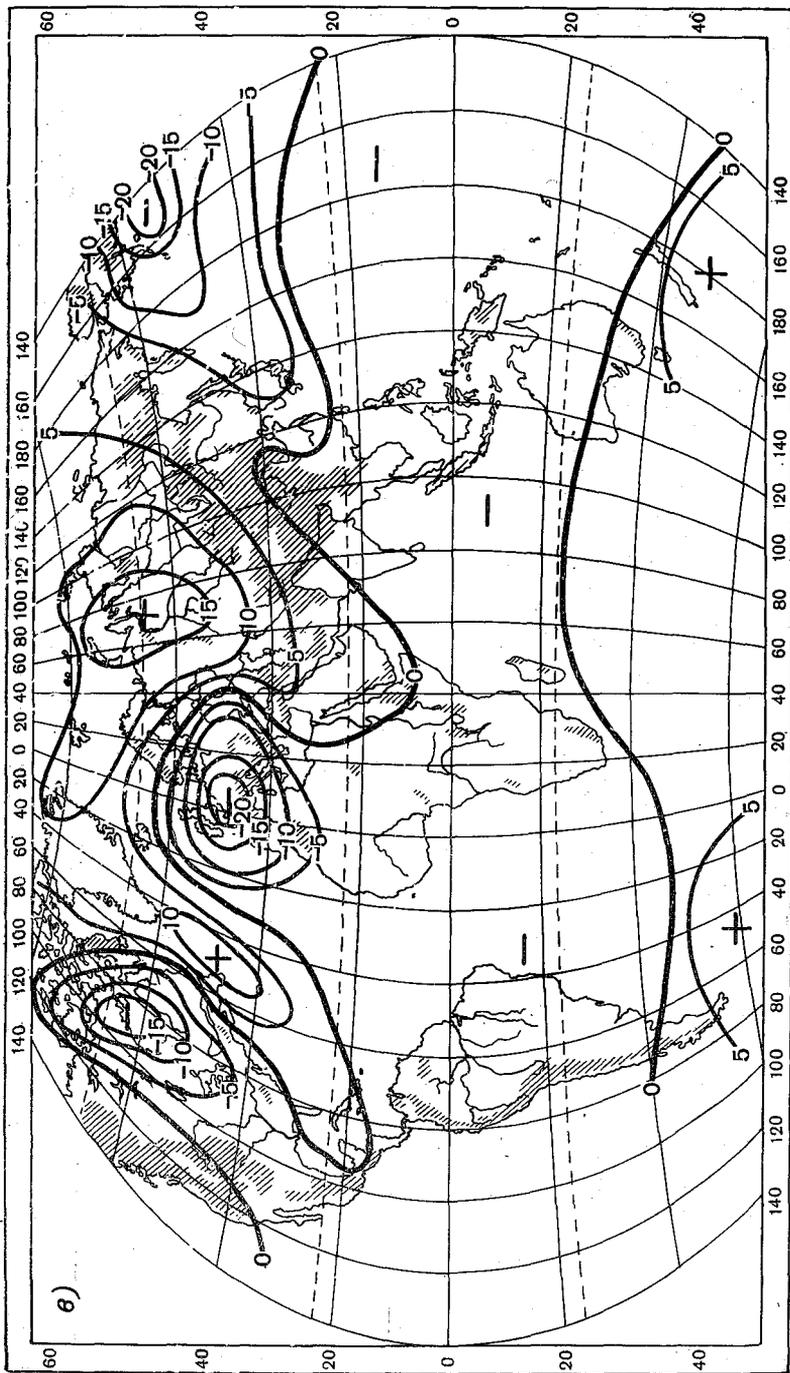


Рис. 2. Карты разностей среднемесячного давления δp_{1-2} за январь по следующим парам лет: 4—1893—1894 гг.; 6—1894—1895 гг.



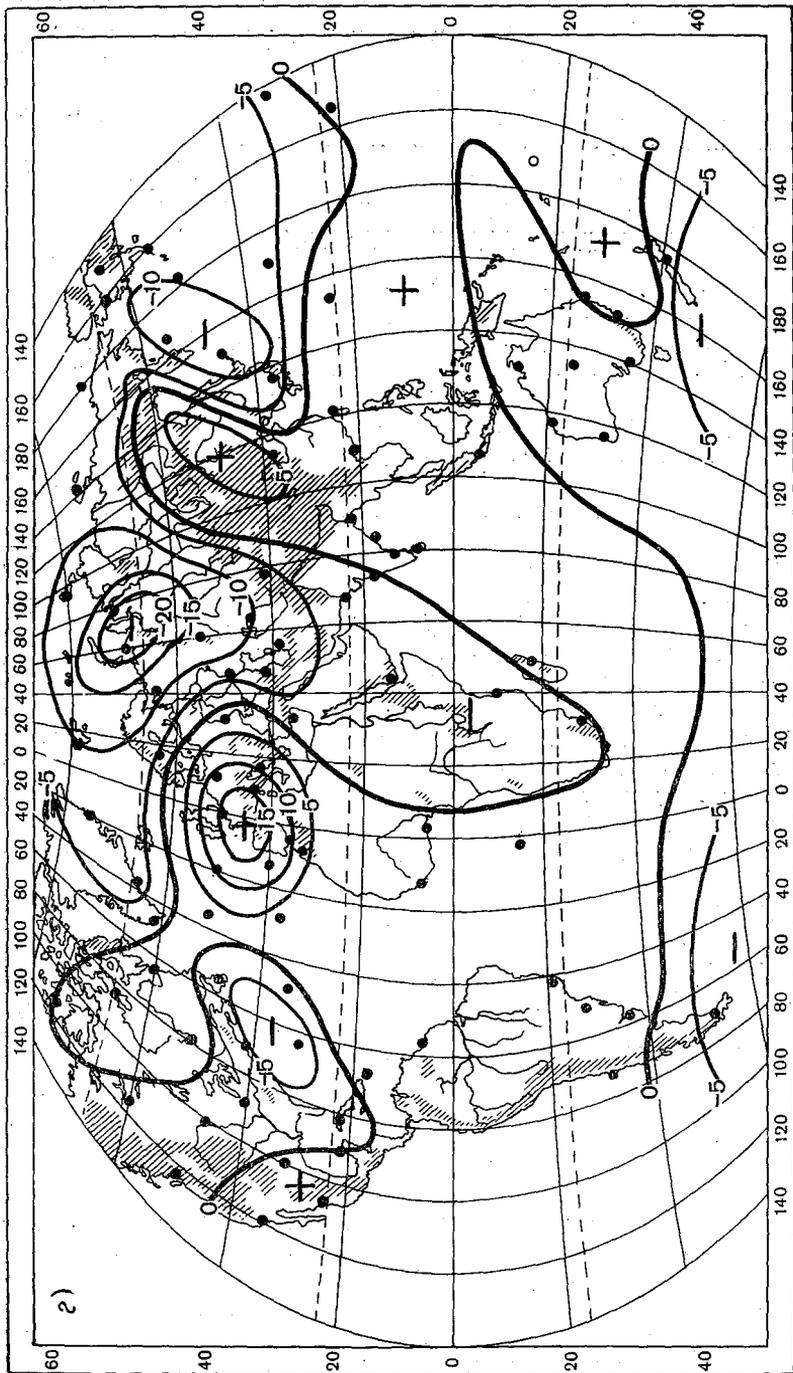


Рис. 2. Карты разностей среднемесячного давления δp_{1-2} за январь по следующим парам лет:

1 — 1895—1896 гг., 2 — 1896—1897 гг.

во-первых, относительно мала изменчивость метеорологических элементов и, во-вторых, слаба сила Кориолиса. Вместе с тем общий характер «пульсаций» экваториальной зоны отражается вполне определенно. Более сильные двухлетние колебания ярче проявляются здесь по другим метеорологическим элементам, например, по направлениям ветра, осадкам и т. п. [12].

Границы раздела разных фаз колебания давления несколько меняются от одной пары лет к другой, но в целом схема колебаний по территории сохраняется. Можно предположить, что на широтную структуру раздела фазовых областей накладываются некие колебания с большей или меньшей амплитудой меридионального направления, т. е. появляются «языки», направленные из полярных областей в сторону тропиков, а из тропиков в сторону полярных районов. При этом «языки» последовательно от одной пары лет к другой постепенно продвигаются в меридиональном направлении, хотя в целом знаки δp_{1-2} «пульсируют» по схеме «полярные районы — экватор». Чаще всего «языки» появляются над океанами или над материковыми районами, соседствующими с океанами. Это наводит на мысль о том, что на широтную структуру фаз δp_{1-2} накладываются колебания, вызванные муссонной деятельностью зимнего времени года. Тогда естественно предположить, что основное колебание, проявляющееся в широтной структуре фаз δp_{1-2} , вызывается более мощным широтным контрастом «полярные районы — экватор», т. е. работой тепловых машин первого рода. Отсюда и вытекает гипотеза о причинах квазидвухлетних колебаний в метеорологических полях: атмосфера действует как тепловая машина, в которой прежде всего широтные контрасты являются лидирующими в механизме возникающих автоколебаний с периодом около двух лет. На это основное колебание накладываются колебания, характеризующие муссонную деятельность.

Следует обратить внимание на то, что наибольшие пучности колебаний тяготеют к районам океанов (или над океанами, или на перифериях двух сред океан — материк), а еще точнее — к районам расположения барических центров действия, прежде всего океанических. Так, в работе [7] обращается внимание на существование квазидвухлетней цикличности, проявляющейся в районе океанических центров действия атмосферы (причем над Атлантикой вклад двухлетних колебаний в поле изменения давления в два раза четче, чем над Тихим океаном). Эти же выводы подтверждаются распределением фаз двухлетних колебаний среднемесячной за январь температуры воздуха над территорией земного шара (рис. 3а—г).

В полях среднемесячной температуры воздуха ярче выражены закономерности, особенно в северном полушарии (так как в южном полушарии редкая сеть точек и слабая в январе изменчивость). Выделяется область одного знака δt_{1-2} , расположенная над Европейским материком, юго-востоком Северной Америки и субтропической областью (ее западной части) Тихого океана. Область противоположного знака δt_{1-2} располагается над арктическими районами с наибольшей пучностью к западу от Гренландии, над юго-

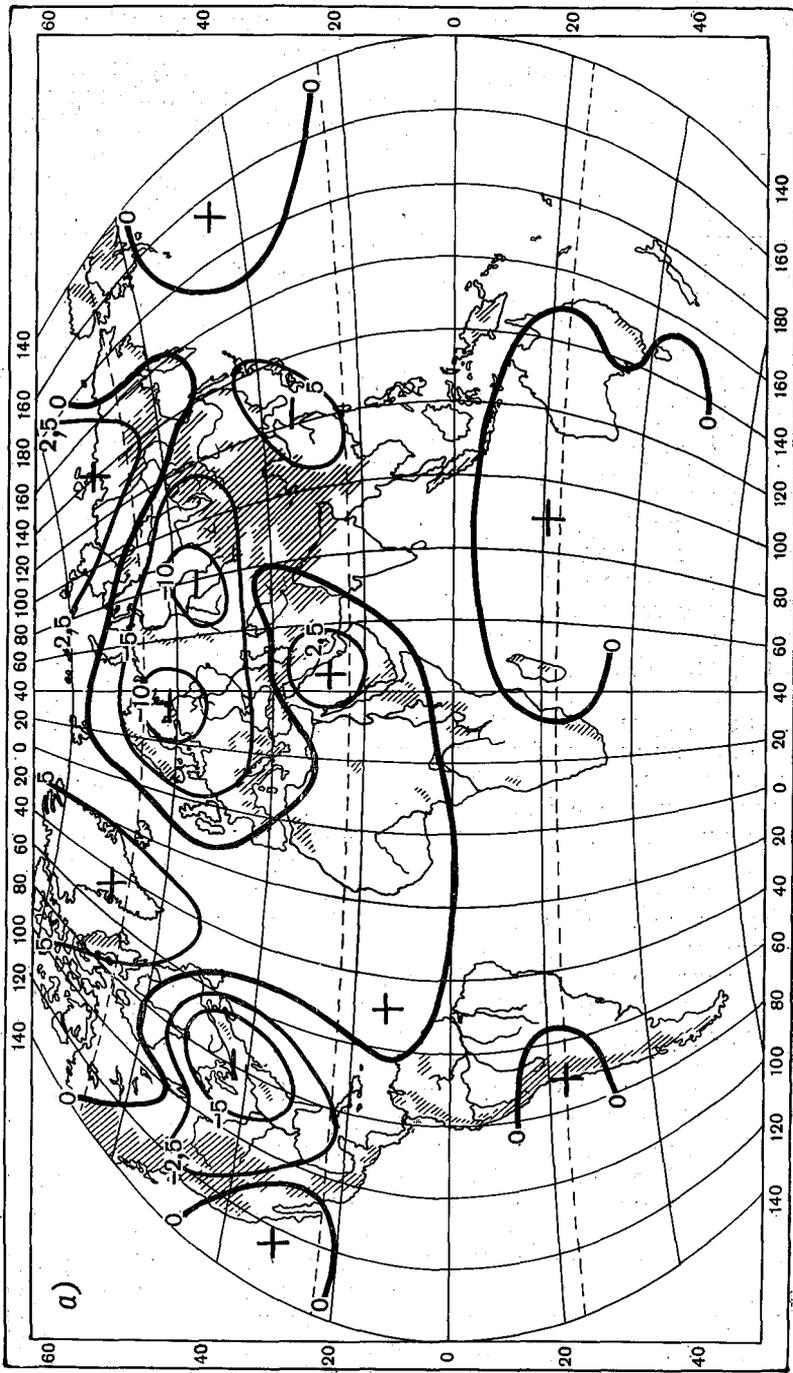
западной частью Северной Америки и над Пакистаном, Аравией, южной частью средней Европы.

Такое распределение фаз колебаний температуры становится понятным, если учесть, что в поле давления колебания цепочек океанических центров действия наиболее существенны. Так, если на севере (северное полушарие) произошло понижение давления, а в субтропиках повышение, то это должно отразиться в усилении системы адвективных передач (циклон — антициклон) между широтами и прежде всего над океанами. Тогда по одной периферии этой цепочки центров действия усилится адвективный поток тепла с юго-запада на северо-восток не только в атмосфере, но и в океане [8], а по другой периферии — адвективный поток холода с северо-запада на юго-восток. Совместное действие барических цепочек центров действия ($-\delta p$ на севере, $+\delta p$ в субтропиках) над всем северным полушарием (и следовательно, одновременно над двумя океанами) приведет к повышению температуры воздуха именно в тех районах, которые попадают в одну фазу колебаний температуры и соответственно произойдет понижение температуры в других областях (рис. 3а). В следующей паре лет повышение давления (δp) на севере и понижение ($-\delta p$) в субтропиках будет способствовать изменению фазы колебаний температуры воздуха.

Вместе с тем появление меридиональных «языков» в поле давления (рис. 2б, в, г) отражается и на поле температуры. В частности (рис. 3б, в, г), над Западной Европой отделяется некоторая область в поле температуры от остальной области одноименной фазы над Евразией и начинает постепенно вращаться против часовой стрелки от одной пары лет к другой над Атлантико-Европейским сектором. Это — явление муссонных термобарических сейш (впервые описанное Шулейкиным [6]), вызванное работой тепловых машин второго рода (материк — океан), которое накладывается на основное колебание в атмосфере, вызванное работой «тепловых машин» первого рода («полярные районы — экватор»).

Исходя из пространственных особенностей фаз δt_{1-2} (рис. 3) и их преимущественно динамико-адвективной природы появления, можно заранее указать районы наиболее устойчивого квазидвухлетнего колебания в поле температуры: к западу от Гренландии, Сибирь, юго-запад и юго-восток Северной Америки, район Пакистана, западные субтропики Тихого океана. Именно эти районы и выделены на карте Т. В. Покровской [4]; на карту нанесена рассчитанная Т. В. Покровской повторяемость проявлений двухлетней цикличности среднегодовой температуры воздуха над северным полушарием. Вместе с тем фазы колебаний температуры по этой карте получить нельзя, а на основе карт δt_{1-2} (рис. 3) можно говорить о пространственном различии фаз колебаний температуры.

Для того же периода (1893—1900) за январь найдены разности сумм (δr_{1-2}) месячных осадков за соседние годы. Хотя данные по осадкам относятся преимущественно к материковым районам северного полушария, на построенных картах δr_{1-2} довольно хорошо прослеживается двухлетняя смена фаз от одной пары январей



a)

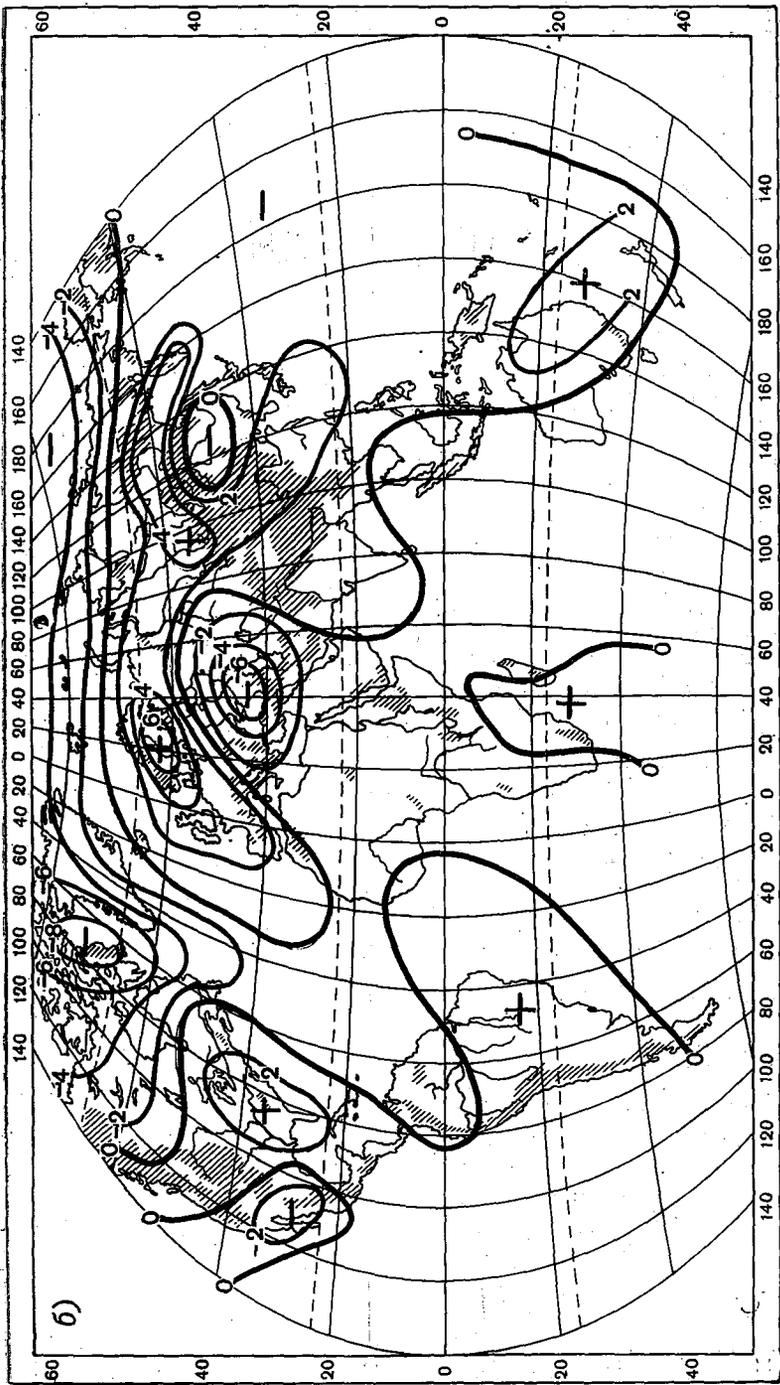
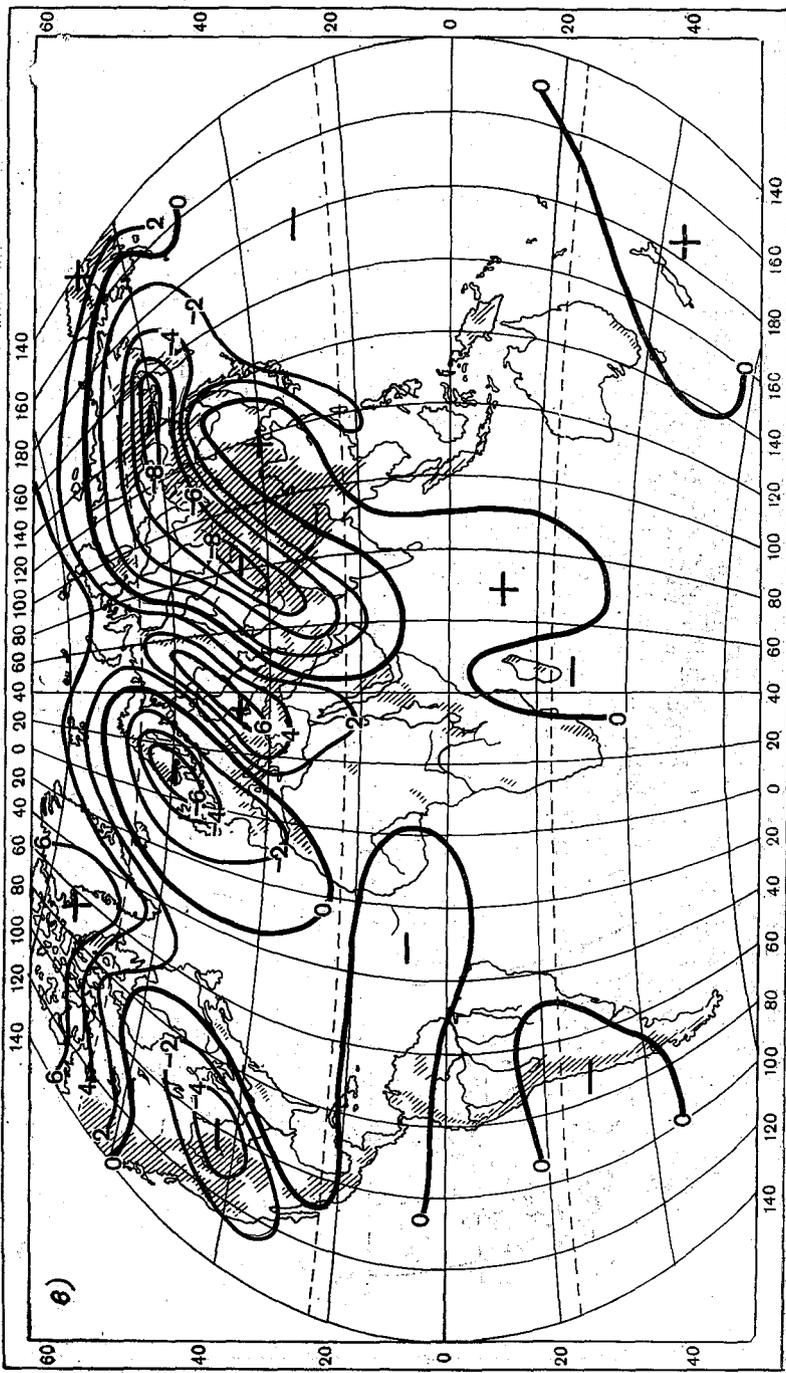


Рис. 3. Карты разностей среднемесячной температуры воздуха δt_{1-2} за январь по следующим парам лет:

а — 1893—1894 гг., б — 1894—1895 гг.



6)

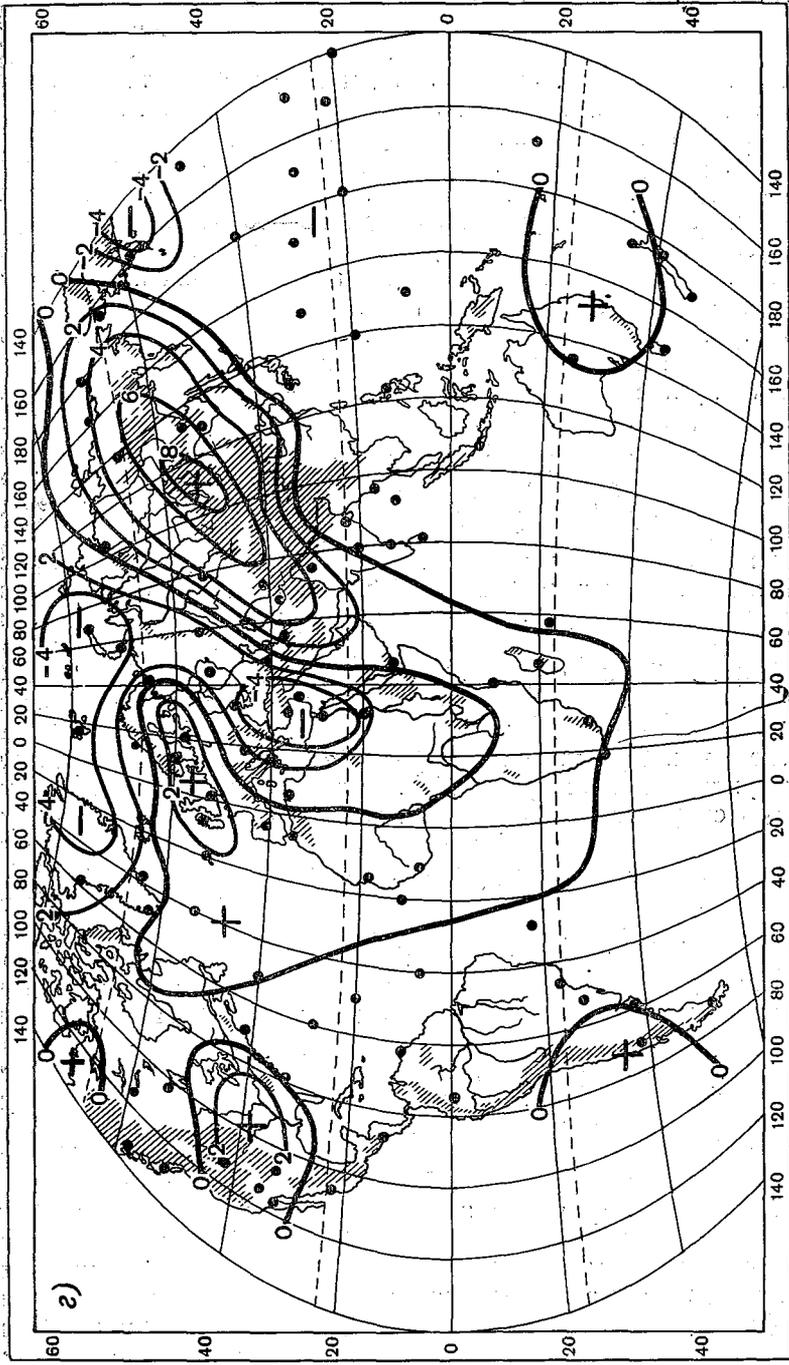


Рис. 3. Карты разностей среднемесячной температуры воздуха δt_{1-2} за январь по следующим парам лет:
 6—1895—1896 гг., 2—1896—1897 гг.

к другой. За неимением места невозможно привести карты δr_{1-2} , на которых видно, что частично пространственное распределение фаз δr_{1-2} соответствует фазам δt_{1-2} .

Интересно отметить, что амплитуды в пучностях термобарических сейш двухлетних колебаний весьма большие. Так, в поле давления наибольшие значения амплитуд за период с 1891 по 1960 г. в январе от ± 27 до ± 58 мб. В поле температуры — соответственно от ± 11 до $\pm 40^\circ\text{C}$. Давление изменяется в ряде районов от января одного года к январю другого года до 20—40 мб, а температура до 20°C . Это создает большие аномалии зимних условий погоды из года в год. В среднем отношение амплитуд давления и температуры составляет $\Pi = 1,65$. Чрезвычайно интересно, что это число получено В. В. Шулейкиным [6] как отношение амплитуд давления и температуры в термобарических сейшах. Но, в отличие от данных Шулейкина, у нас получился довольно большой разброс от средней величины Π (от 1,15 до 2,45). Следует еще подчеркнуть, что фазы изменения температур имеют структуру, существенно отличную от широтной. Следовательно, осредненные по широтам температурные данные весьма слабо отражают действительную картину распределения динамико-тепловых процессов в атмосфере.

Среди опубликованных работ можно найти исследования пространственно-временных особенностей двухлетних колебаний, но по ограниченным территориям и данным. И такого рода исследования подтверждают общую идею, изложенную в данной статье. Так, в работе Перри [13] из сопоставления данных двух январей 1963 и 1964 г. следует, что давление уменьшилось от первого года ко второму над северной частью и возросло над южной частью Северной Атлантики. При этом январь 1963 г. был очень суровый для этой территории, а январь 1964 г. — очень мягкий. Резкая смена фаз δr_{1-2} сопровождалась сильным изменением путей барических депрессий: в 1963 г. депрессии двигались с запада на восток и пути их движения в основном располагались южнее 50° с. ш., а в 1964 г. циклоны двигались от Ньюфаундленда к Норвежскому морю. Резкая смена пространственного распределения произошла соответственно в турбулентном потоке от океана к атмосфере. Таким образом, двухлетние изменения в поле давления вызывают существенные изменения не только в атмосфере, но и в гидросфере, а следовательно, и в процессе взаимодействия двух сред.

Чтобы еще раз убедиться в том, что выявленные пространственно-временные особенности двухлетнего цикла не являются случайными, были проведены два статистических испытания на основе исходного ряда. Синхронная последовательность ряда с 1893 по 1900 г. была нарушена случайной перестановкой лет и составлением таким образом новых вариантов ряда. Затем, как и ранее, по вновь составленным вариантам ряда были найдены разности δr , δt по соседним парам лет и построены карты. На основании анализа таких карт не удалось выявить закономерности ни в распределении фаз колебаний знаков δp (δt), ни в распределении максимальных амплитуд от одной пары лет к другой, тогда как в ос-

новном варианте синхронного ряда экстремальные по величине амплитуды $\delta p(\delta t)$ менялись по знаку от одной пары лет к другой примерно в одних и тех же районах.

В данной статье представлены примеры с наиболее характерными пространственными распределениями фаз двухлетних колебаний в полях давления и температуры воздуха. Иногда такое распределение нарушается, особенно в первые годы XX в., когда началось потепление Арктики.

Вероятно, за счет потепления муссонная деятельность усилилась и распространилась по большей части периферии материков, что существенно отразилось в результирующем колебании и в итоге усложнило пространственную картину фаз колебания.

Возможно, вследствие усложнения муссонной деятельности весной и ранней осенью двухлетний цикл менее выражен по территории, как это следует из других исследований [3, 4].

Глобальная двухлетняя цикличность (типа представленной на рис. 2 и 3) по данным января иногда нарушается, а потом снова восстанавливается. Так, ее проявление после 1900 г. ослабло, затем снова возникло в двадцатых годах и продолжалось до 1935—1937 гг. Статистическая обоснованность проявления глобального двухлетнего цикла подтверждается тем, что пространственная картина распределения фаз $\delta p(\delta t)$ совпадает с формой первых естественных ортогональных функций, вклад которых в общую дисперсию рассматриваемых величин метеорологических полей существен. Спектральный анализ первых коэффициентов разложения (см. рис. 1а) также подтверждает статистическую обоснованность существования проявления глобального двухлетнего цикла.

Вместе с тем ряд вопросов еще требует дальнейшего исследования. Однако первые выводы, изложенные в статье, позволяют сделать некоторые обобщения пространственно-временного характера двухлетней цикличности в атмосфере земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дроздов О. А., Григорьева А. С. Многолетние циклические колебания атмосферных осадков на территории СССР. Л., Гидрометеоздаг, 1971. 156 с.
2. Лесгафт Э. Влияние температуры Гольфстрима на общий ход атмосферной циркуляции в Европе в зимнее время.—Изв. Императорского Русского Географического Общества», 1899, т. 35, с. 32—86.
3. Покровская Т. В. О двухлетней цикличности в ходе метеорологических явлений.—Труды ГГО», 1959, вып. 89, с. 28—39.
4. Покровская Т. В. Синоптико-климатологические и гелиогеофизические долгосрочные прогнозы погоды. Л., Гидрометеоздат, 1969. 250 с.
5. Полозова Л. Г. Анализ цикличности колебаний средней месячной температуры воздуха в северном полушарии.—Труды ГГО», 1970, вып. 269, с. 36—37.
6. Шулейкин В. В. Физика моря. М., «Наука», 1968. 1083 с.
7. Angell J. K., Korshover J., Cotten G. F. Quasi-biennial variations in the centers of action.—Monthly Weather Rev., 1969, v. 97, No 12, p. 867—872.

8. Bjerkness J. Climatic change as an ocean — atmosphere problem. Arid zone research. Changes of climate. Proc. of the Rome Symp. XX, 1963, p. 297—321.
9. Clayton H. H. A lately discovered meteorological cycle.— *Americ. Meteor. Journ.*, 1885, v. 1, No. 528, p. 534.
10. Landsberg H. E. Biennial pulse in the Atmosphere.— *Beitrage zur Physik Atm.*, 1962, v. 35, No. 3—4, p. 184—194.
11. Zandsberg H. E., Mitchell J. R. Surface signs of the biennial atmospheric pulse.— *Monthly Weather Rev.*, 1963, v. 91, No 10—12, p. 549—556.
12. Namias J. Interactions of circulation and weather between hemisphere.— *Monthly Weather Rev.*, v. 91, 1963, No. 10—12, p. 482—486.
13. Perry A. H. Sensible and latent heat transfer over the North Atlantic during some recent winter months.— *Ann. Meteor.*, 1969, No 4, p. 40—46.

О ДВУХЛЕТНЕЙ ЦИКЛИЧНОСТИ ВО ВНЕТРОПИЧЕСКОЙ СТРАТОСФЕРЕ

Проблема двухлетней цикличности циркуляционных процессов в атмосфере в настоящее время — одна из наиболее актуальных в метеорологии. Большой научный интерес к этой проблеме вызван прежде всего выяснением физических причин возникновения двухлетних колебаний циркуляции. Велико ее значение и в практике прогнозов большой заблаговременности.

Как известно, двухлетняя цикличность была обнаружена в смене направлений зональных стратосферных ветров в низких широтах. Затем появились работы, в которых исследовался вопрос о возможности проникновения колебаний во внетропические широты. Так, Г. Г. Громова и В. И. Князева [4], Х. П. Погосян и А. А. Павловская [6] нашли квазидвухлетнюю цикличность в сроках и характере формирования стратосферных барических образований. А. Л. Кац [5] обнаружил зависимость между особенностями полей давления за пределами тропической зоны и направлением зональных ветров в экваториальной стратосфере.

В настоящей статье представлены предварительные результаты исследования двухлетней цикличности в изменении некоторых характеристик полей геопотенциала в стратосфере внетропических широт. Были использованы среднемесячные карты барической топографии 10, 50 и 100 мб [13] для января — марта за 1963—1969 гг. На основании их были построены карты разностей геопотенциальных высот указанных барических уровней для одноименных месяцев двух соседних лет (по схеме данный год минус предыдущий год). Данные снимались в 50 точках географической сетки с интервалами 15° по широте и 40° по долготе. Исключение составляли точки вдоль 60-й и 75-й параллелей, где интервалы по долготе увеличены в два и в четыре раза соответственно. Идея построения таких карт для анализа двухлетней цикличности заимствована у Н. И. Яковлевой [11]. Анализ построенных карт показал, что в изменениях распределений областей положительных и отрицательных разностей геопотенциала ΔH между одноименными месяцами соседних лет намечаются определенные особенности. Для подтверждения этого ни-

же дан краткий анализ карт изобарической поверхности 10 мб (табл. 1).

Из него следует, что области, в которых в большинстве случаев происходит смена знака ΔH от одной пары лет к следующей, в значительной степени перекрываются.

Это означает, что геопотенциал изобарической поверхности 10 мб в двух обширных областях северного полушария колеблется с периодом 2 года. Причем в основном большая часть одной области привязана к восточной части северного полушария, а большая часть другой области — к западной. Случай такого циклического изменения приведен на рис. 1. Этот колебательный процесс прослеживается и на более низких уровнях, вплоть до 50 мб.

На поверхности 100 мб геопотенциальное поле имеет многоочечковую структуру, в изменениях которой двухлетней цикличности не обнаруживается.

В табл. 2—3 даны максимальные величины положительных и отрицательных ΔH в очагах увеличения и уменьшения H и указаны районы расположения последних. Кроме того, указаны направления перемещения зимних стратосферных потеплений, длившихся (хотя бы частично) в течение соответствующего месяца 1-го и 2-го года, приведены даты начала и конца потеплений согласно [9] и указаны преимущественные направления зональных ветров в низких широтах.

Данные табл. 2—3 подтверждают тенденцию двухлетних колебаний давления в стратосфере. На картах ΔH в большинстве случаев имеется два основных очага с противоположными знаками максимальных изменений геопотенциала.

Причем один из них в большинстве случаев располагается в восточной части северного полушария, часто над Сибирью, а другой — в западном полушарии, часто над Гренландией и северной частью Северной Америки. Исключением являются в основном случаи, когда оба очага располагаются в западной части северного полушария. Знаки ΔH в двух очагах изменяются на противоположные при переходе от одной пары соседних одноименных месяцев к другой.

Начиная с 1965 г. направление перемещения зимних стратосферных потеплений изменяется на противоположное при переходе от данного зимнего сезона к следующему. Двухлетняя периодичность в чередовании направления перемещения зимних стратосферных потеплений впервые была отмечена К. Лабитцке [12]. Первые два года — 1963 и 1964 — выпадают из этого правила. Можно предположить, что «сбой» фазы в эти годы как-то связан с чрезвычайно мощным потеплением в январе 1963 г. (направление перемещения зимой 1962 г. согласуется с двухлетним ритмом). При правильном чередовании направлений перемещения зимних стратосферных потеплений смене направления запад — восток на восток — запад при переходе от данного зимнего сезона к следующему соответствует понижение давления над восточным полушарием и повышение давления над западным. При этом в течение 1-го года

Таблица 1

Годы	Область наибольших отрицательных ΔH	Область отрицательных ΔH	Область положительных ΔH	Область наибольших положительных ΔH
Январь				
1964—1963	Азия	—	Западная часть Северной Америки, восточная часть Тихого океана	—
1965—1964	—	Северная Атлантика, Северная Америка, северная часть Тихого океана	Азия	—
1966—1965	—	Северо-восточная часть Азии, Тихий океан, Северная Америка	Европа, Гренландия, большая часть Северного Ледовитого океана, Северная Атлантика	—
1967—1966	—	Северная и восточная часть Европы, Гренландия, большая часть Северного Ледовитого океана, Северная Атлантика	—	Северо-восточная часть Азии, Тихий океан, западная часть Северной Америки
1968—1967	—	Восточная Азия, Тихий океан, западная часть Северной Америки	Европа, северная часть Сибири, Гренландия, Северный Ледовитый океан, Северная Атлантика	—
1969—1968	Европа, западная часть Сибири, Гренландия, Северный Ледовитый океан, Северная Атлантика, северо-восточная часть Северной Америки	—	—	Восточная Азия

Годы	Область наибольших отрицательных ΔH	Область отрицательных ΔH	Область положительных ΔH	Область наибольших положительных ΔH
Февраль				
1964—1963	—	Европа, Сибирь, Гренландия, Северная Атлантика, Северный Ледовитый океан	Западная часть Северной Америки, восточная часть Тихого океана	—
1965—1964	Северная Америка Восточная часть Тихого океана	—	—	Европа, Азия, Северный, Ледовитый океан, Северная Атлантика
1966—1965	—	Южная Азия, Тихий океан	Северная часть Северной Америки, северная часть Тихого океана, северная часть Сибири, Европа, Гренландия, Северный Ледовитый океан, Атлантика	—
1967—1966	—	Северо-восточная часть Северной Америки, северная часть Тихого океана, Сибирь, Европа, Гренландия, Северный Ледовитый океан, Атлантика	Южная Азия, западная часть Северной Америки, Тихий океан	—
1968—1967	—	Южная Азия, Северная Америка, Тихий океан, западная часть Северного Ледовитого океана	Северо-восточная часть Северной Америки, Западная Сибирь, Европа, Гренландия, восточная часть Северного Ледовитого океана, Северная Атлантика	—

Годы	Область наибольших отрицательных ΔH	Область отрицательных ΔH	Область положительных ΔH	Область наибольших положительных ΔH
1969—1968	—	Северо-восточная часть Канады, Гренландия	Северная Америка, Тихий океан, Северный Ледовитый океан, Европа, Северная Атлантика	—
М а р т				
1964—1963	Западная часть Азии, Европа	—	—	Северная Америка, Гренландия, Тихий океан, западная часть Атлантики, Северный Ледовитый океан, северо-восточная часть Азии
1965—1964	—	Северная Америка, Гренландия, восточная часть Тихого океана, Атлантика, Северный Ледовитый океан	Азия, Европа	—
1966—1965	Юго-восточная Европа, Азия, Тихий океан	—	Северная Атлантика, Гренландия, большая часть Северного Ледовитого океана	—
1967—1966	—	Северная Атлантика, Гренландия, Северный Ледовитый океан	—	Тихий океан, Северная Америка
1968—1967	Большая часть Тихого океана, Канада, северо-восточная Азия	—	Северная Атлантика, Гренландия, северо-восточная часть Европы	—
1969—1968	—	Зона южнее 40° — 30° с. ш. ¹	Северная часть Тихого океана, Канада, Сибирь, Северная Атлантика, Гренландия, Северная Европа	—

¹ Нет соответствия области $\Delta H > 0$ в предыдущей паре лет.

Некоторые характеристики циркуляционных процессов в стратосфере

Годы	Максимальные величины разности геопотенциала для двух соседних лет (ΔH) _{макс}	Положение очагов (ΔH) _{макс}	Направление перемещения стратосферных потеплений		Даты начала и окончания стратосферных потеплений		Направление зональных ветров в тропической нижней стратосфере (20 км) 1-й год
			1-й год	2-й год	1-й год	2-й год	
Январь 10 мб							
1961—1963	—170	Северо-восточная часть Сибири	В—З	м ¹	14 I—30 I	17 XII (63)—8 I (64)	В
1965—1964	+115	Южная Гренландия	В—З	м ¹	3—В	15 XII (64)—18 I (65)	3
1966—1965	+95	Восточная Сибирь	В—З	В—З	В—З	27 I—5 II	В
1967—1936	+70	Сибирь	В—З	В—З	В—З	24 I—15 II	3
1968—1967	+50	Восточная Сибирь	В—З	В—З	В—З	20 I—5 II	3
1968—1967	+180	Восточная часть Тихого океана	Северная Гренландия	В—З	В—З	5 XII—23 XII	В
1969—1958	+35	Восточная Сибирь	Восточная Гренландия	В—З	В—З	12 XII (67)—15 I (68)	3

Февраль 10 мб

1964—1963	—195	+70	Западная Сибирь	Восточная часть Тихого океана	В—3	Ю—С	24 I—7 II 22 I—5 II
1965—1964	+130	—35	Северная часть Сибири	Северная Америка	Ю—С	3—В	27 I—5 II
1966—1965	—25	+115	Южная Азия	Гренландия	3—В	В—3	24 I—14 II
1967—1966	+15	—150	Южная Азия	Северная Сибирь	В—3	3—В	20 I—5 II
1968—1967	—95	+80	Аляска	Шпицберген	3—В		
1969—1968	+70	—30	Европа	Северо-западная часть Гренландии			

Март 10 мб

1964—1963	—40	+140	Западная Сибирь	Северная Канада			5 III—17 III
1965—1964	+115	—130	Западная Сибирь	Западная Гренландия			
1966—1965	—60	+60	Сибирь	Восточная Гренландия			
1967—1966	+45	—110	Аляска	Шпицберген			27 II—17 III
1968—1967	—55	+40	Аляска	Гренландия			
1969—1968	+140	—20	Северо-восточная часть Сибири				

1 м — малоподвижно;

в стратосфере низких широт преобладают восточные ветры, а в течение 2-го года — западные. При повышении давления над восточным полушарием и понижении над западным направление зональных ветров и перемещение стратосферных потеплений изменяются на противоположные.

Первопричину двухлетней цикличности макропроцесов в атмосфере одни авторы видят в земных факторах, другие — в космических. Полученные в данной статье результаты лучше согласуются со второй точкой зрения. Противоположный характер поведения

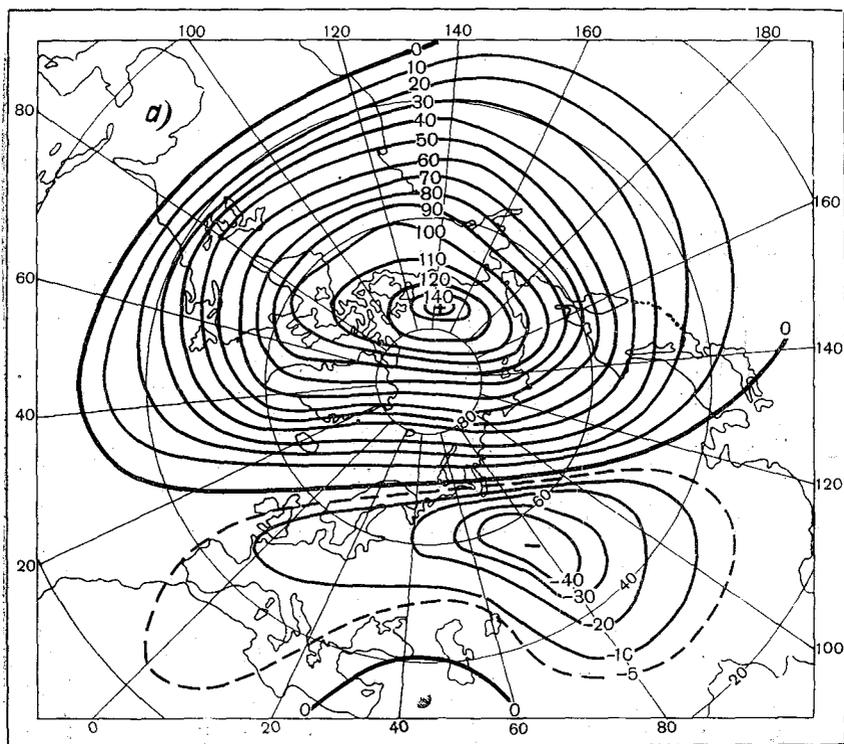


Рис. 1. Разность геопотенциальных высот ΔH

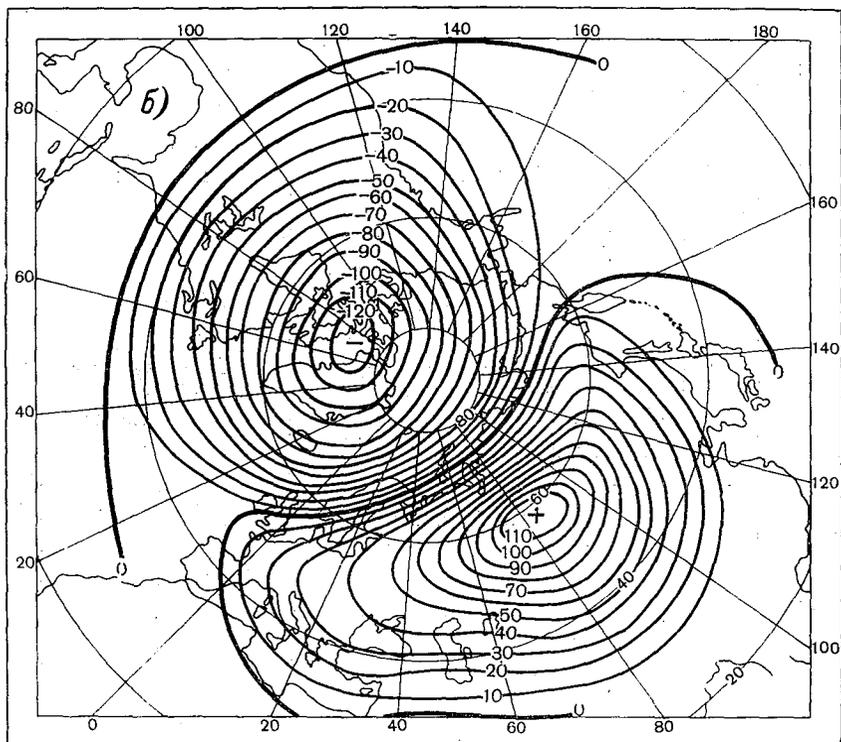
a — 1964—1963 гг.,

полей геопотенциала над западным и восточным полушариями в двухлетнем цикле можно связать с квазидвухлетней цикличностью различных проявлений солнечной активности: чисел Вольфа [2, 10], возникновения сильных магнитных бурь, геомагнитной возмущенности [3]. Высокие широты западного полушария подвергаются более интенсивному воздействию корпускулярной радиации Солнца. Поэтому там может иметь место циклически изме-

няющееся нагревание высоких слоев стратосферы и связанное с ним изменение давления.

Воздействием корпускулярной радиации можно объяснить и то, что циклические изменения давления вида, найденного нами для стратосферы, ниже 100 мб не обнаруживаются.

Несколько карт ΔT на поверхности 10 мб для января, построенных по тому же способу, что и карты ΔH , показывают, что для данной пары лет поля ΔT являются в значительной степени отображением полей ΔH .



изобарической поверхности 10 мб для марта:

6—1965—1964 гг.

Отсюда можно сделать вывод, что, во-первых, в полях ΔT также должна быть двухлетняя цикличность, и, во-вторых, что основной причиной изменения температуры между двумя соседними одноименными месяцами на данной изобарической поверхности являются вертикальные перемещения последней.

Статистический анализ степени надежности полученных результатов будет произведен после того, как окажется возможным обработать достаточный объем исходных данных.

Некоторые характеристики циркуляционных процессов в стратосфере

Годы	Максимальные величины разности геопотенциала для двух соседних лет (ΔH) макс		Положение очагов (ΔH) макс	
Январь 50 мб				
1964—1963	-60	+50	Западная Сибирь	Северная Америка
1965—1964	+45	-20	Северная часть Сибири	Южная Гренландия
1966—1965	-20	+30	Восточная Сибирь	Северная Атлантика
1967—1966	+20	-20	Китай	Восточная Канада
1968—1967	-15	+50	Тихий океан	Северная Гренландия
1969—1968	+30	-30	Северо-западная часть Канады	Исландия
Февраль 50 мб				
1964—1963	-100	+20	Северо-западная часть Гренландии	Северная Америка
1965—1964	+60	-30	Северная часть Сибири	Северная Америка
1966—1965	-30	+160	Атлантика	
	-20		Азия	Северо-западная часть Гренландии
1967—1966	+15	-170	Северная Америка	
	+10		Европа	Северо-западная часть Гренландии
1968—1967	-30	+75	Западная часть Северной Америки	Гренландия
1969—1968	+25	-35	Канада	Исландия
Март 50 мб				
1964—1963	-35	+40	Западная Сибирь	Северная Канада
1965—1964	+70	-60	Западная Сибирь	Гренландия
1966—1965	-25	+40	Алеутские острова	Шпицберген
1967—1966	+25	-75	Восточная часть Тихого океана	Северо-западная часть Гренландии
1968—1967	-25	+55	Западная Сибирь	Восточная Канада
1969—1968	+66	-10	Северная Сибирь	Северная Америка

ЛИТЕРАТУРА

1. Беспрозванная А. С., Сазонов Б. И. Взрывные потепления в зимней стратосфере и солнечная активность.—«Труды ААНИИ», 1969, т. 289, с. 43—54.
2. Воробьева Е. В. Сопряженность атмосферных процессов в северном полушарии. Л., Гидрометеоздат, 1962. 116 с.
3. Воробьева В. Е. Циклические изменения интенсивности зональной циркуляции в средней тропосфере и их временные вариации.—«Труды ГГО», 1967, вып. 211, с. 56—67.
4. Громова Г. Г., Князева В. И. О двухлетней цикличности в сроках формирования стратосферного антициклона.—«Метеорология и гидрология», 1964, № 6, с. 35—36.
5. Кац А. Л. Циркуляция в стратосфере и мезосфере. Л., Гидрометеоздат, 1968. 204 с.
6. Погосян Х. П., Павловская А. А. Характерные особенности зимней и летней циркуляции воздуха в стратосфере северного полушария.—В кн.: Атмосферный озон. Л., Гидрометеоздат, 1965, с. 42—51.
7. Погосян Х. П., Павловская А. А. Непериодические процессы в стратосфере северного полушария. Л., Гидрометеоздат, 1969. 165 с.
8. Покровская Т. В. Синоптико-климатологические и гелиогеофизические прогнозы погоды. Л., Гидрометеоздат, 1969. 250 с.
9. Ракипова Л. Р., Котляр И. В. Пространственно-временная структура стратосферных потеплений.—«Труды ААНИИ», 1972, т. 311, с. 80—91.
10. Слепцов-Шевлевич Б. А. Короткие возмущения солнечной активности и возможные причины неоднозначности их связи с колебаниями гидрометеорологических элементов.—«Проблемы Арктики и Антарктики», 1963, вып. 14, с. 41—46.
11. Яковлева Н. И. О пространственно-временной структуре двухлетнего цикла основных метеорологических элементов.—См. наст. сб. с. 63—77.
12. Labitzke K. On the mutual relation between stratosphere and troposphere during warming in winter.—J. Appl. Met., 1965, v. 4, No. 1, p. 91—99.
13. Tägliche Höhenkarten der 50-mb Fläche Fägliche Höhenkarten der 10-mb Fläche 1963—1969 Meteorologische Abhand Bd 38, 40, 47, 49, 56, 58, 66, 68, 80, 82 1963—1970 (Inst. für Meteorol. und Geoph. Freien Univ. Berlin).

А. В. МЕЩЕРСКАЯ, Э. И. ГИРСКАЯ

ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ФОРМ ЕСТЕСТВЕННЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Среди проблем, касающихся естественных ортогональных составляющих и их использования, вызывает интерес интерпретация форм естественных ортогональных функций (е. о. ф.). Некоторые соображения по этому поводу содержатся в работах [5, 11, 12]. Тем не менее интерпретация форм е. о. ф. все еще составляет предмет дискуссий. В частности, обсуждается вопрос: отражают ли области положительного (пучности) и отрицательного (впадины) знака реальные связи между значениями данного метеорологического элемента в различных географических районах или же эти области являются результатом формального преобразования информации и метеорологической интерпретации не поддаются. Ответ на этот вопрос в данной статье иллюстрируется на конкретном примере. Сопоставляются результаты двух независимых разработок: анализа полей аномалий среднемесячной температуры с помощью разложения на естественные ортогональные составляющие, с одной стороны [3, 6], и метода мировой погоды — с другой [1, 10].

Метод разложения полей на естественные ортогональные составляющие в настоящее время интенсивно используется многими авторами и нет надобности подробно на нем останавливаться.

Классический метод мировой погоды [9] также широко известен, особенно по работам Уокера [13]. Возможности применения метода мировой погоды, как и вообще статистических методов, резко возросли с внедрением ЭВМ.

Основной технический прием метода мировой погоды состоит в расчете и анализе линейных коэффициентов корреляции. Первым этапом разложения полей по е. о. ф. также является расчет корреляционных матриц, подвергаемых в дальнейшем математическим преобразованиям. Таким образом, расчетная часть метода мировой погоды совпадает с первым этапом разложения полей по е. о. ф.

Можно поэтому ожидать определенного соответствия между положением пучностей и впадин в полях е. о. ф. и географическим положением районов прямых и обратных корреляционных связей, полученных при нанесении на карты значимых коэффициентов корреляции. Поскольку анализ корреляционных матриц с учетом географического положения станций не вызывает затруднений, сопоставление результатов применения метода мировой погоды и метода е. о. ф. может быть полезным для интерпретации форм е. о. ф.

Обе разработки выполнены по материалам аномалий температуры воздуха северного полушария, подготовленным в отделе динамической метеорологии ГГО под руководством В. Я. Шаровой [4]. Поскольку в каждой группе работ материалы отличаются по технике подготовки исходных данных, по размерам территории, по числу точек и длине рядов, для большей сравнимости результатов желательно было уменьшить эти различия. С этой целью сеть станций [3, 6], данные которых использовались для анализа полей аномалий среднемесячной температуры с помощью е. о. ф., была несколько изменена: исключены станции севернее 70° с. ш. и добавлено пять станций в поясе от 35 до 20° с. ш. Таким образом, территории, по которым анализировалось распределение температуры в каждой группе работ, оказались почти идентичными. Однако плотность сети осталась существенно разной. Для разложения полей аномалий среднемесячной температуры по е. о. ф. было решено ограничиться редкой сетью из 33 станций (рис. 1). Исходные данные выбирались из таблиц, отсутствовавшие значения интерполировались по картам [4]. Для отыскания сопряженных районов исходные данные снимались с карт аномалий температур в 342 узлах градусной сетки.

При анализе полей аномалий среднемесячной температуры с помощью е. о. ф. использовались ряды с 1903 по 1960 г., по методу мировой погоды — с 1921 по 1960 г. Общий период, таким образом, оказался равным 40 годам. Сопоставление результатов было сделано по данным января.

В работах [1, 10] при рассмотрении отрицательных коэффициентов корреляции между аномалиями среднемесячной температуры было выделено несколько колебательных систем. Каждая система состоит из двух сопряженных районов, изменения температуры в которых находятся в обратной зависимости. В январе выявились следующие основные колебания: североатлантическое, североатланто-океанское, азорское, гавайское и американское. Первые два из них известны с 30-х годов XX столетия, когда их обнаружил Уокер [13].

Географическое положение сопряженных районов (кроме гавайского колебания) показано на рис. 2 и 3. Контуры районов соответствуют изокорреляте $2\sigma_r$ (где σ_r — ошибка коэффициента корреляции). Коэффициенты корреляции между аномалиями температуры внутри каждого района и аномалиями температуры сопряженного района равны или более $2\sigma_r$.

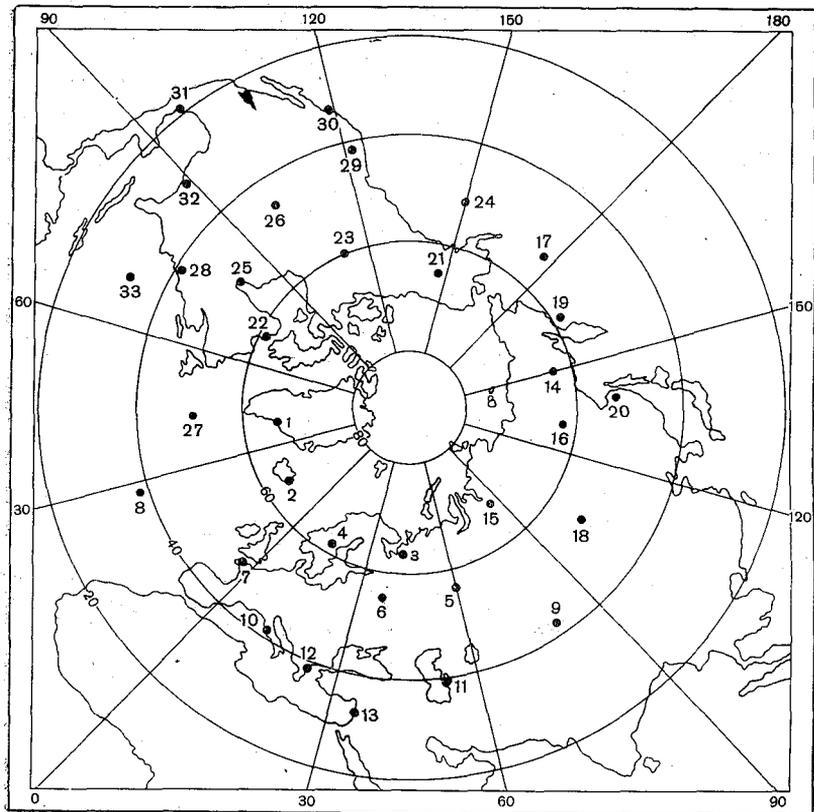


Рис. 1. Местоположение станций, данные которых использованы для анализа полей аномалий среднемесячной температуры по е. о. ф. Номера станций:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1. Ангмассалик | 18. Иркутск |
| 2. Беру-Фьорд | 19. о. Беринга |
| 3. Архангельск | 20. Николаевск-на-Амуре |
| 4. Эстерсунд | 21. Фербенкс |
| 5. Свердловск | 22. Форт-Шимо |
| 6. Москва | 23. Форт-Смит |
| 7. Брест-Гинава | 24. 50° с. ш., 150° в. д. |
| 8. Орта | 25. Мусони |
| 9. Алма-Ата | 26. Бисмарк |
| 10. Рим | 27. 40° с. ш., 50° в. д. |
| 11. Красноводск | 28. Вашингтон |
| 12. Афины | 29. Медфорд |
| 13. Бейрут | 30. Лос-Анджелес |
| 14. Сеймчан | 31. Мехико |
| 15. Игарка | 32. Мобил |
| 16. Якутск | 33. Сент-Джордж |
| 17. 52,5° с. ш., 177,5° в. д. | |

На рис. 2 и 3 приведены также поля первой е. о. ф. аномалий среднемесячной температуры, рассчитанные по ковариационной (рис. 2) и корреляционной (рис. 3) матрицам. Обозначим их соответственно через X_1 и X'_1 . Прежде всего необходимо решить, какой вариант разложения следует принять за основу: по ковариационной матрице или по корреляционной. Исходя из результатов работы [8], можно прийти к выводу, что этот вопрос не принципиален, поскольку поля первых двух е. о. ф. температуры слабо зависят

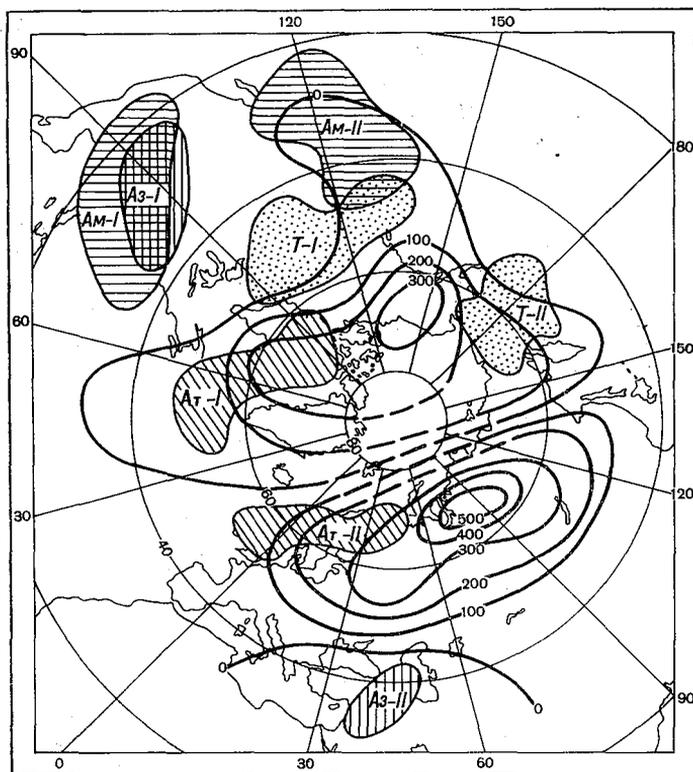


Рис. 2. Поле аномалий среднемесячной температуры X_1 , рассчитанное по ковариационной матрице:

At — североатлантическое колебание, Ам — американское колебание, Az — азорское колебание, Т — северотихоокеанское колебание. I — первый сопряженный район, II — второй сопряженный район

от способа расчета матрицы. Однако в работе [8] сравнение полей е. о. ф. было сделано для территории сектора I, в который станции южнее 40° с. ш. не включались. Между тем именно в субтропических широтах зависимость между температурой некоторых районов

очень велика. Поэтому добавление южных станций может существенно сказаться на полях е. о. ф. и уточнить вывод о слабой зависимости полей е. о. ф. от способа расчета матриц.

Действительно, при сопоставлении поля X_1 (рис. 2) с полем X'_1 (рис. 3) хорошо видны различия между ними. Прежде всего на карте X'_1 больше хорошо выраженных, т. е. очерченных несколькими изолиниями, барических образований. В поле X'_1 их, по крайней мере, пять, в поле X_1 — только два: одно над Евразией, другое над

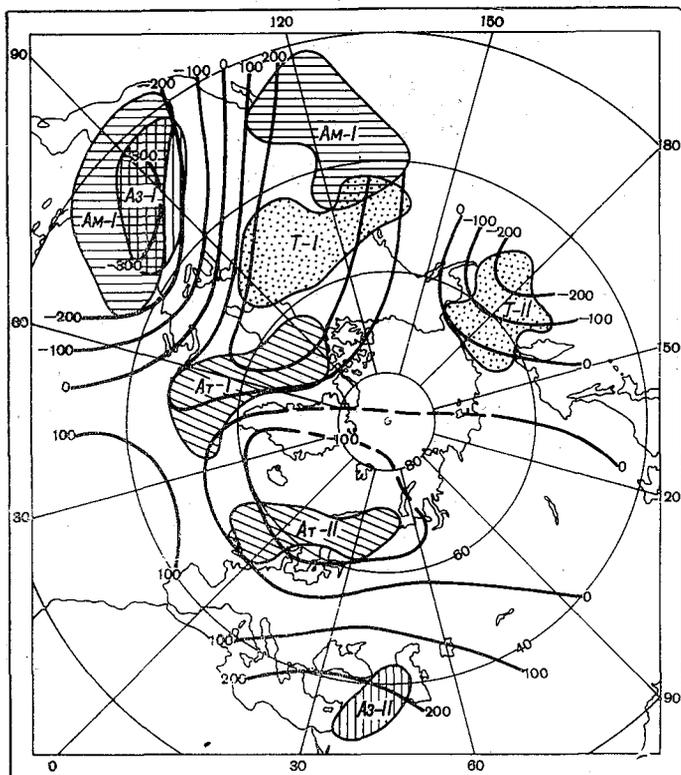


Рис. 3. Поле аномалий среднемесячной температуры X'_1 , рассчитанное по корреляционной матрице

Усл. обозначения см. рис. 2

Канадой и прилегающими районами. Следует особенно подчеркнуть, что четко выраженное на карте X'_1 образование над Карибским морем и над Турцией на карте X_1 только намечается. Это вполне понятно. При разложении по ковариационной матрице районы с большой дисперсией входят в поля е. о. ф. с большим весом,

районы с малой дисперсией — с малым весом. Поскольку в южных районах дисперсии малы [2, 7], в полях е. о. ф., рассчитанных по ковариационной матрице, эти районы не получили должного отражения.

При разложении по корреляционной матрице информация о всех районах полушария (в пределах отобранных станций) представляется одинаково подробно. По сравнению с полем X_1 в поле X'_1 пучности и впадины углубились над субтропическими широтами и смягчились в умеренных широтах. Поэтому характер поля X'_1 по величине градиентов оказался отличным от поля X_1 .

Исходя из этого анализа, очевидно, целесообразно сравнивать положение основных колебательных систем с полем X'_1 , рассчитанном по корреляционной матрице. При сопоставлении поля X'_1 с нанесенными на карту ареалами колебательных систем видно хорошее соответствие между ними. Это проявляется прежде всего в том, что сопряженные районы колебаний находятся в областях разных знаков X'_1 . Причем, как правило, центры колебаний приходятся на область максимальных значений X'_1 . Например, первый сопряженный район северо-тихоокеанского колебания Т-I приходится на центральную часть пучности над Канадой. Значения X'_1 равны здесь 0,22—0,24. Второй сопряженный район северо-тихоокеанского колебания (Т-II) соответствует впадине в поле X'_1 над Алеутскими островами с максимальным значением $X'_1 = 0,25$. В американском колебании первый сопряженный район этого колебания Ам-I приходится на Мексиканский залив и п-ов Флорида. Здесь же располагается впадина поля X'_1 (значения $X'_1 = 0,24—0,33$). Второй сопряженный район этого колебания (Ам-II) лежит в области положительных значений X'_1 и соответствует его максимуму (до 0,30).

Такое же совпадение положения основных колебательных систем с положением центров поля X'_1 (как по знаку, так и по величине) можно проследить для азорского и североатлантического колебаний. Гавайское колебание не могло быть выявлено, поскольку не было предусмотрено включение станций в области второго сопряженного района этого колебания (Японские острова). Следует отметить, что в рассмотренном здесь примере все колебательные системы аномалий среднемесячной температуры нашли свое отражение в поле первой е. о. ф. (X'_1). Вполне возможно, что некоторые колебательные системы могли проявиться не в первой, а во второй или третьей е. о. ф.

Если исходить из анализа X'_1 , то, кроме районов обратной связи, легко найти области, где аномалии температуры совпадают по знаку. Такие районы должны находиться в прямой корреляционной связи друг с другом. Положительных коэффициентов корреляции можно ожидать между аномалиями температуры над Алеутскими островами и Мексиканским заливом, между аномалиями температуры над Малой Азией и вблизи Калифорнии и т. д. Это

подтвердили соответствующие расчеты. Коэффициент корреляции r между аномалиями температуры в точке 17 (Алеутские острова) и на ст. Мехико равен 0,26, между аномалиями температуры в точке 17 и на ст. Мобил $r=0,36$. Коэффициент корреляции между температурой в Бейруте и Лос-Анджелесе равен 0,42, между температурой в Бейруте и Медфорде 0,46.

Приведенные здесь результаты еще раз подтверждают вывод о том, что е. о. ф. отражают реально существующие зависимости между значениями метеорологических элементов в разных географических районах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гирская Э. И. Взаимосвязь аномалий температуры воздуха в северном полушарии в зимний период.—«Труды ГГО», 1968, вып. 227, с. 88—93.
2. Гирская Э. И., Клебанер Л. Б. Аномалии и изменчивости средней месячной температуры воздуха.—«Труды ГГО», 1969, вып. 247, с. 97—102.
3. Естественные составляющие метеорологических полей. Под ред. М. И. Юдина. Л., Гидрометеиздат, 1970.
4. Карты отклонений средней месячной температуры воздуха от многолетней средней северного полушария. 1881—1960. Вып. 1—4. Л., 1961—1967.
5. Лев Б. Л., Молькентин Е. К., Яковлева Н. И. О географических особенностях корреляционных связей в поле геопотенциала AT_{500} над северным полушарием.—«Труды ГГО», 1971, вып. 273, с. 98—103.
6. Мещерская А. В., Ключкин Л. Н. О разложении полей аномалий средней месячной температуры по естественным ортогональным функциям.—«Труды ГГО», 1968, вып. 201, с. 14—51.
7. Мещерская А. В., Ключкин Л. Н. Об изменчивости средних месячных температур.—«Труды ГГО», 1968, вып. 201, с. 97—105.
8. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Разложение полей средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям.—«Труды ГГО», 1969, вып. 263, с. 106—119.
9. Покровская Т. В. Синоптико-климатологические и гелиогеофизические долгосрочные прогнозы погоды. Л., Гидрометеиздат, 1969, с. 10—40.
10. Сазонов Б. И., Гирская Э. И. Устойчивость атмосферной циркуляции и температурные аномалии.—«Труды ГГО», 1969, вып. 245, с. 77—87.
11. Юдин М. И. Об изучении факторов, обуславливающих нестационарность общей циркуляции атмосферы.—В кн.: Динамика крупномасштабных атмосферных процессов. М., «Наука», 1967, с. 213—218.
12. Яковлева Н. И., Юдин М. И. Применение метода естественных ортогональных функций к статистическому анализу полей метеорологических элементов.—В кн.: Применение статистических методов в метеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1971, с. 314—327.
13. Walker G. T. World weather.—Mem. Roy. Met. Soc., 1928, v. 2, No 17, p. 97—134.

влияние... (faint text at the top of the page)

Н. И. ЯКОВЛЕВА, Е. К. МОЛЬКЕНТИН, Л. К. АНДРЕЕВА

О НЕКОТОРЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА В РАЗНЫЕ КЛИМАТИЧЕСКИЕ ЭПОХИ (СТАТЬЯ 2)

В опубликованной ранее работе [10] по статистическому анализу полей давления и наземной температуры были представлены первые результаты по характеру изменений корреляционной связи в разные климатические эпохи над северным полушарием. Анализ различий в коэффициентах корреляции от одного периода лет к другому по группе станций над большой территорией дает возможность проследить характер пульсаций (динамику) общей циркуляции атмосферы за длительные периоды с учетом географических особенностей.

В работе [10] было сделано заключение о том, что различия коэффициентов корреляции ΔR_{1-11} двух климатических периодов имеют статистически значимые закономерности, согласующиеся с общими физическими представлениями об особенностях рассматриваемых периодов. Поскольку различия коэффициентов корреляции, как правило, малы на небольших расстояниях от рассматриваемой станции и увеличиваются на значительных расстояниях (3—12 тыс. км), целесообразно для более корректного анализа рассмотреть данные по территории всего земного шара.

В данной работе представлены результаты такого анализа по среднемесячным значениям давления и наземной температуры воздуха за январь за два периода: период I — период похолодания, с 1891 по 1922 г., период II — период потепления, с 1923 по 1954 г. Данные по давлению снимались в 117 пунктах, по температуре — в 198 пунктах на территории земного шара от 90° с. ш. до 55° ю. ш. В южном полушарии используемая сеть точек оказалась более редкой, чем в северном.

По исходным данным были рассчитаны четыре корреляционные матрицы (два метеорологических элемента, два периода времени), причем порядок матриц определялся числом используемых пунктов, а каждый элемент матрицы рассчитывался по 32 годам. При статистических оценках все случаи в каждом периоде считались независимыми, так как средний коэффициент корреляции двух

соседних лет по данным одного месяца для различных станций не превышал $\pm 0,20$ и только на отдельных станциях был не более $\pm 0,30$. Из вновь составленной матрицы разностей коэффициентов корреляции ΔR_{I-II} вначале выбрали те строки, которые содержали наибольшее число значимых величин ΔR_{I-II} (превышающие $1,7-2,0$ ($\sigma_{\Delta R}$)). Поскольку каждая строка матрицы отнесена к определенной станции, была составлена карта, на которую нанесли число значимых ΔR_{I-II} по каждой станции для давления и температуры.

В соответствии с ранее полученными выводами по данным трех зимних месяцев над северным полушарием [10], на картах за январь были выделены в тех же районах компактные области, для которых характерны наиболее четкие изменения корреляционных связей от периода к периоду (из 117 станций в поле давления для выделенных областей число значимых величин $\Delta R_{I-II} \geq 0,40$, равно 20—40, а в поле температуры из 198 станций — 30—60, что соответствует 15—32% от общего числа используемых станций. Это также свидетельствует о неслучайности появления большого числа значимых ΔR). В поле давления области наиболее интенсивных изменений корреляционных связей расположены в арктических районах, в зоне $30-45^\circ$ с. ш. и в некоторых районах экватора и южного полушария. А в поле температуры области наиболее сильных изменений корреляции в основном как бы «вклиниваются» между соответствующими областями в поле давления. Это понятно, так как в барических образованиях, например, наибольшие изменения давления и температуры воздуха смещены по территории: в центре барических образований максимальные изменения давления, а наибольшие адвективные изменения температуры — на периферии этих образований. Особенности пространственного распределения областей наиболее сильных изменений корреляционных связей будут рассмотрены несколько позже, после выяснения смысла происходящих изменений общей циркуляции атмосферы в двух периодах.

Анализ серии карт ΔR_{I-II} , построенных для каждой строки матрицы ΔR_{I-II} и, следовательно, для соответствующей станции, показал, что почти для всех строк (станций) существуют общие закономерности пространственного распределения знаков ΔR_{I-II} рассматриваемого метеорологического элемента по территории земного шара. На рис. 1 а, б и 2 а, б представлены для примера по две карты ΔR_{I-II} полей давления и температуры воздуха. Следует отметить, что довольно сильные изменения величин корреляции ΔR_{I-II} (до $0,50-1,0$, что превышает $2-3\sigma_{\Delta R}$) происходят на очень больших расстояниях (до 10—12 тыс. км). Следовательно, климатические изменения обусловлены глобальными причинами. Далее, несмотря на то что строки матрицы ΔR_{I-II} относятся к данным станций из самых различных географических зон и широт, на картах ΔR_{I-II} выделяются единые для многих карт закономерности в поле одноименного метеорологического элемента. Так, для давления (рис. 1 а, б) наиболее характерно то, что знаки ΔR_{I-II} над полярными райо-

нами в обоих полушариях и в приэкваториальной зоне (40° с. ш.— 40° ю. ш.) противоположны, хотя на рис. 1 а и б границы раздела областей разных знаков несколько варьируют, что вполне объяснимо, так как разные климатические районы имеют наряду с общими закономерностями свою специфику. К сожалению, данных по Антарктиде за прежние годы не было, тем не менее видно, что знак ΔR для районов южнее 40° ю. ш. «пульсирует» в одной фазе со знаком ΔR для арктических районов, несмотря на то что в южном полушарии январь — летний месяц, а в северном — зимний.

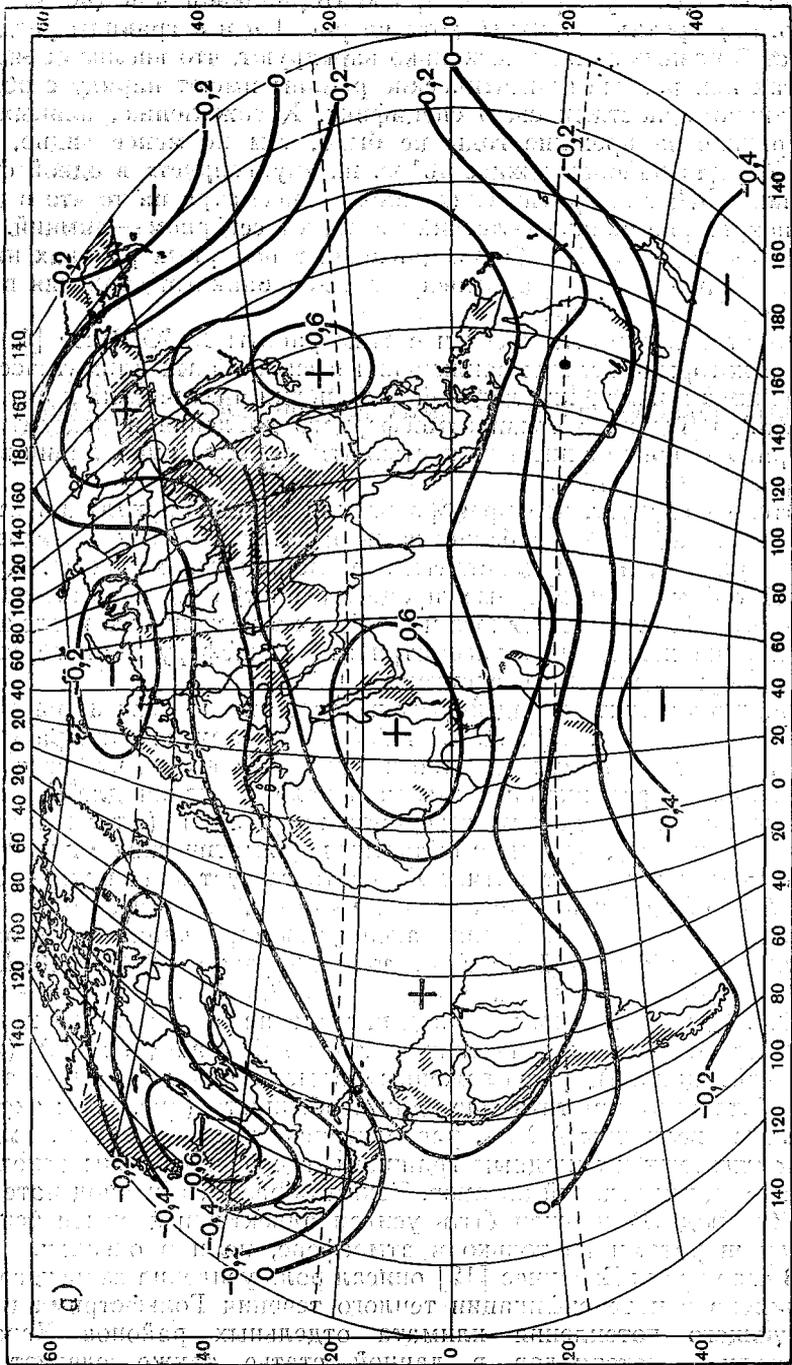
Таким образом, колебания давления в полярных районах находятся в одной фазе и в противофазе с колебаниями давления в экваториальных районах.

Уместно вспомнить в связи с этим работы В. Ю. Визе [1; 2 и др.], в которых сделаны заключения о синхронных климатических тенденциях в изменении ледовой обстановки арктических и антарктических районов, о связи атмосферного давления и ледовитости полярных районов с интенсивностью атмосферной циркуляции в экваториальной области.

Отсюда следует, что преобразования общей циркуляции атмосферы, связанные с особенностями рассматриваемых климатических периодов, имеют действительно глобальный характер. Крупномасштабные атмосферные процессы настолько взаимосвязаны между собой, что для полного и наиболее эффективного исследования крайне желательно рассматривать атмосферу земного шара как единую целостную систему.

Можно получить и ряд других интересных выводов из рассмотрения карт ΔR_{I-II} . Так, из карт ΔR_{I-II} для арктических районов, в частности для Северного полюса (рис. 1 б), видно, что основные изменения корреляционных связей в поле давления для Арктики произошли над океанами северного полушария (Атлантический и Тихий океаны), причем с областями климатических минимумов связи усилились (в Атлантике R_I соответствует значениям $-0,20, 0,15, R_{II}$ $0,72, 0,59$; в Тихом океане $R_I = -0,30, -0,20, R_{II} = 0,30$), а с областями климатических максимумов корреляция стала определенно отрицательной (в Атлантике R_I равно $-0,05, 0,10, R_{II} = -0,30, 0,42$, в Тихом океане R_I равно $0,08, 0,28, 0,45, R_{II} = -0,34, -0,40$). Следовательно, в период потепления «заработали» климатические цепочки океанических центров действия (о. ц. д.) (циклон — антициклон), расположенные в меридиональном направлении. Интересно отметить еще одну особенность (рис. 1 б): экстремальные величины ΔR_{I-II} , располагаясь над океанами, вместе с тем тяготеют к западным границам, где расположены основные струи мощных течений океанов. Таким образом, в период потепления (период II) должен быть усилен адвективный обмен теплом между широтами не только в атмосфере, но и в океанах.

В свое время Бьеркнес [12] описал роль усиления азорского антициклона в интенсификации теплого течения Гольфстрима и последующего потепления климата отдельных районов Европы. Из анализа материалов в данной статье также следует, что



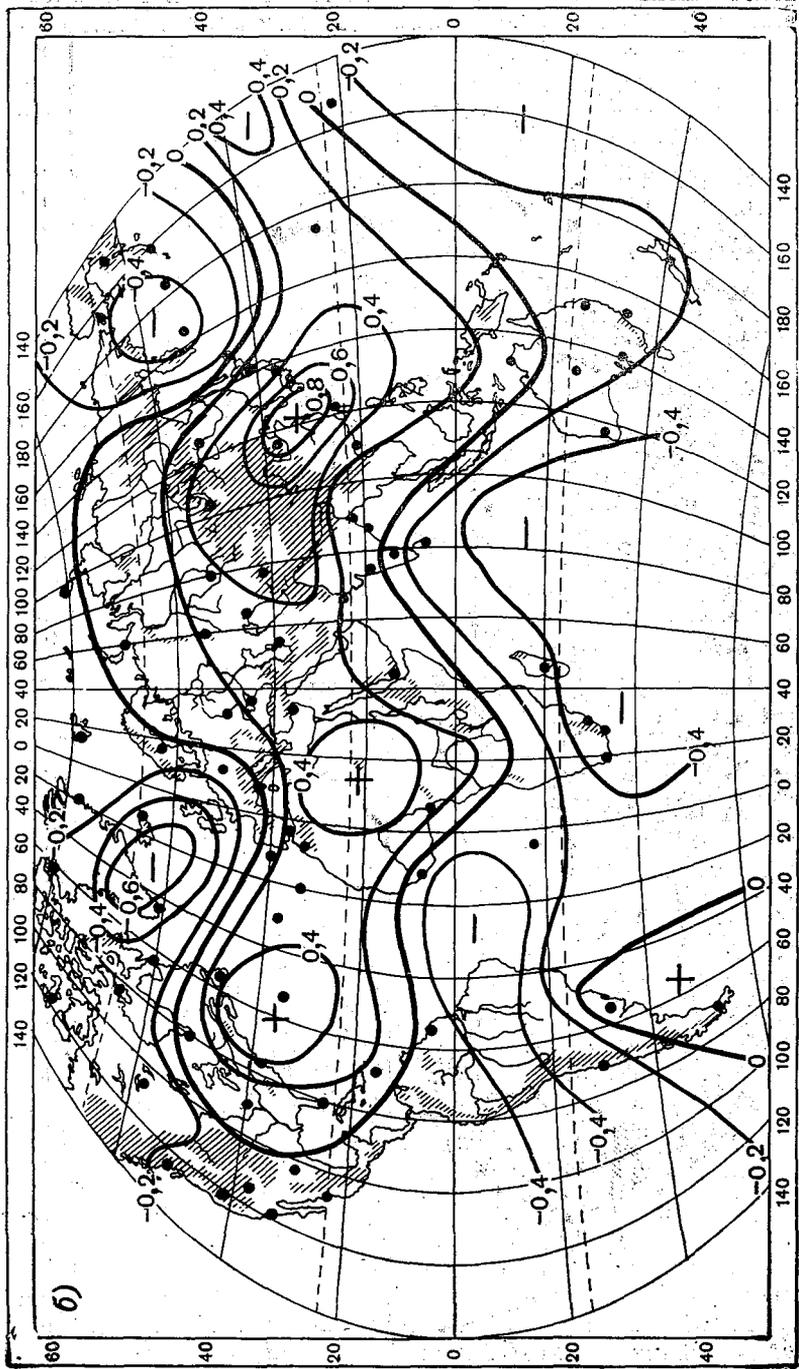
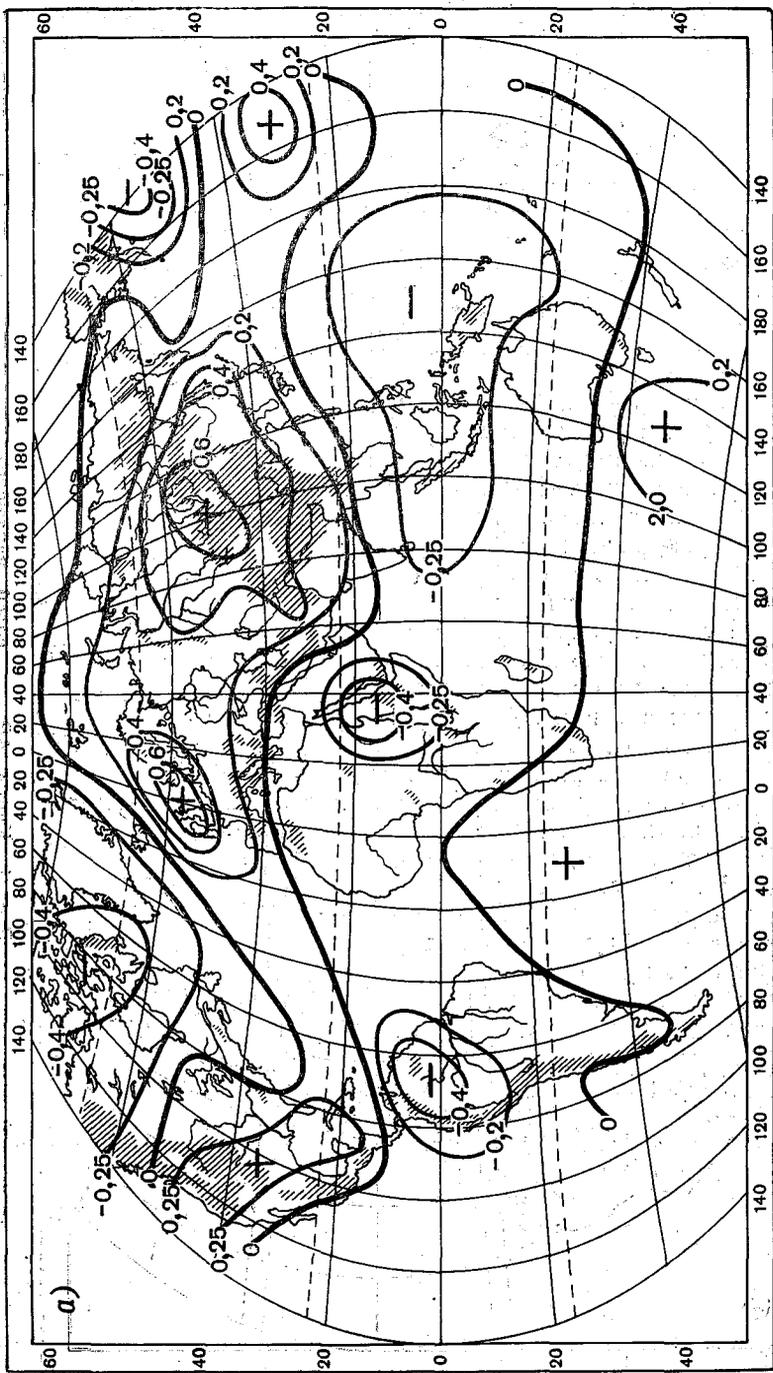


Рис. 1. Карты ΔR_{I-II} полей давления:
 а — ст. Алис-Спрингс ($\varphi=23^{\circ}38'$ ю. ш., $\lambda=133^{\circ}37'$ в. д.), б — Северный полюс.

1000 hPa geopotential height anomalies (gpm) for the period 1950-1999. The map shows contour lines representing anomalies in geopotential height at the 1000 hPa level. The contours are labeled with values such as -0.4, -0.25, 0, 0.2, 0.4, and 2.0. Shaded regions indicate areas where the anomalies are statistically significant at the 95% confidence level. The map covers the region from 60°N to 40°S and 140°W to 140°E. The contour interval is 0.2 gpm. The shaded areas are most prominent over the North Pacific and North Atlantic, as well as parts of the tropical Pacific and Indian Oceans.



a)

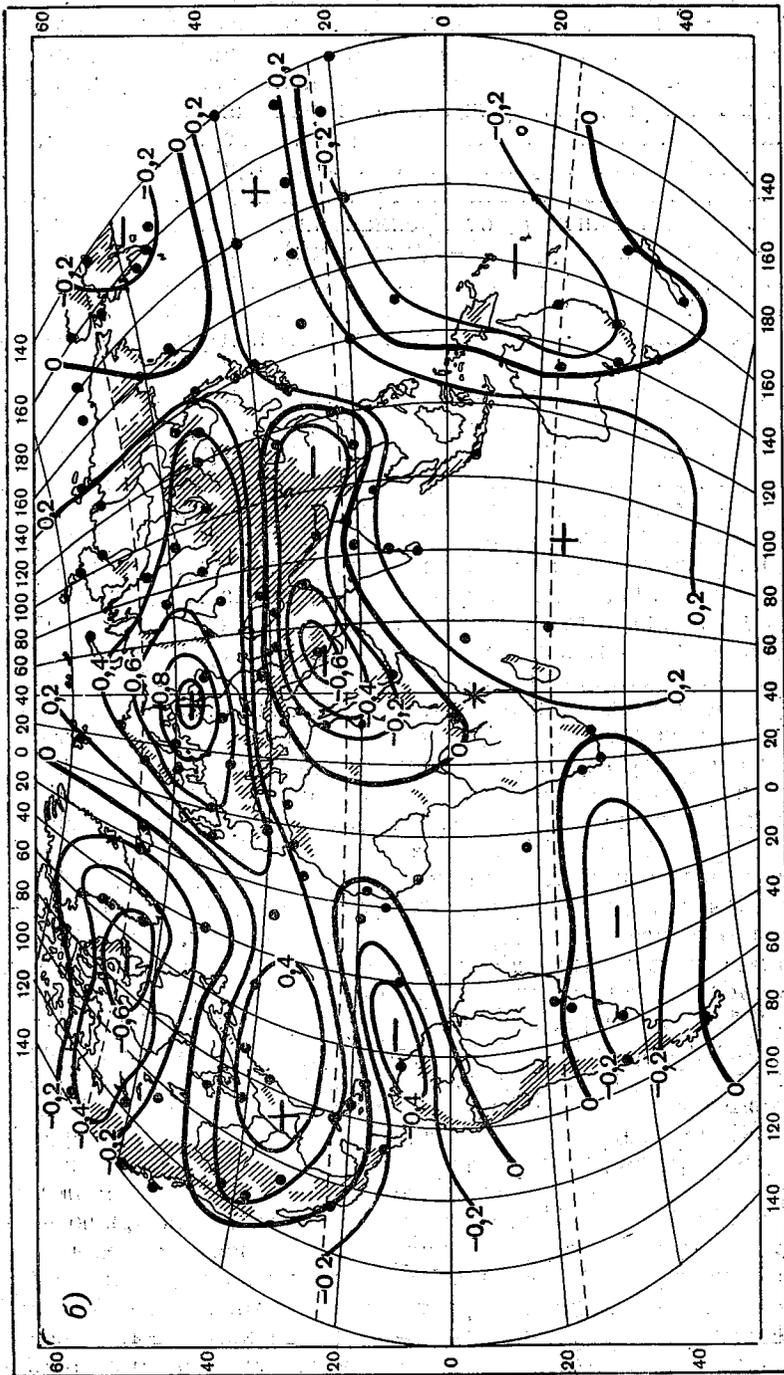


Рис. 2. ΔR_{I-II} поля температуры воздуха:

а - ст. Ном ($\varphi = 64^{\circ}30'$ с. ш., $\lambda = 165^{\circ}24'$ з. д.), б - ст. Занзибар ($\varphi = 6^{\circ}10'$ ю. ш., $\lambda = 39^{\circ}11'$ в. д.)

климатическое потепление 20—30-х годов обязано совместному действию в одном направлении цепочек о. ц. д. Вместе с тем роль Атлантики все-таки является преобладающей в потеплении климата Арктики. Так, корреляция арктических районов в поле давления усилилась от периода I к периоду II прежде всего в районах Атлантики. Это подтверждается не только картой ΔR_{I-II} для Северного полюса, но и картами ΔR_{I-II} для других пунктов. Несмотря на увеличение расстояния ρ_1 от южной конечности I ренландии до о. Врангеля по сравнению с расстоянием ρ_2 от Гренландии до Северного полюса ($\rho_1=2,5-3,5$ тыс. км, а $\rho_2=4,5-5,0$ тыс. км), корреляция данных давления над о. Врангеля с Атлантикой изменялась от периода I к периоду II от $-0,27$ до $0,60$ при одновременном ослаблении корреляции давления на о. Врангеля с давлением над районом Тихого океана.

Роль цепочек о. ц. д. в значительной степени прослеживается и на других картах ΔR_{I-II} полей давления. Для подтверждения акцептации действия системы климатических экстремумов в поле давлений в периоде II был построен график, анализ которого показал, что в 20—30-х годах давление в области (океанических) климатических минимумов (о. Беринга $\varphi=55^\circ$ с. ш., Нарсарсуак $\varphi=61^\circ$ с. ш.) понижено, а в области субтропических максимумов (Карибу $\varphi=47^\circ$ с. ш., Вадзима $\varphi=37^\circ$ с. ш.) видна тенденция к повышению давления в это же время. Интересно отметить, что за конкретные годы фазы изменения давления в северных частях Атлантики и Тихого океана могут быть разными, но в целом климатический фон понижения или повышения давления оказывается одинаковым. Из рассмотрения карт ΔR для пунктов, близко расположенных к среднему положению линии раздела знаков $\Delta R=0$, например для пункта в северной Атлантике, следует, что в период I (холодный) давление в этой точке было связано с давлением в северных районах ($R=0,30+0,50$), а в период II положительные коэффициенты связи переместились на южные районы. Из этого следует, что в холодный период область влияния полярных районов имела большее распространение по территории, чем область влияния экваториальных районов, а в теплый период, наоборот, большее распространение имела область влияния экваториальных районов. Образно говоря, полярные районы в период I были более агрессивны, и полярный воздух проникал сильнее в сторону экватора. От периода I к периоду II эта агрессивность перешла к экваториальным массам воздуха. Именно поэтому в зоне $30-45^\circ$ с. ш. на сводной карте выделяются области сильных изменений корреляций в поле давления, так как эти области попадают под влияние то полярных районов (период I), то экваториальных (период II).

Хотелось бы обратить внимание еще на одну характерную черту, которая проявляется в картах ΔR_{I-II} полей давления.

На ряде карт ΔR_{I-II} (см. рис. 1 а, б) линия раздела знаков ΔR ($\Delta R=0$) в южном полушарии имеет своеобразный волновой характер с тенденцией к отделению фазы ΔR Индийского океана от фазы восточной части Тихого океана. По-видимому, в этом проявля-

ется существование так называемого южного колебания, исследованию которого посвящены работы Уокера [15], Берлаге и Бура [11] и др. Оно проследживается отчетливо не на всех картах ΔR и накладывается на более мощное колебание с широтной структурой (полюса — экватор).

Обратимся теперь к анализу карт ΔR_{I-II} полей среднемесячной температуры воздуха (рис. 2 а, б). Наиболее характерной особенностью, общей для большинства карт ΔR_{I-II} полей температуры, является то, что в северном полушарии область одного знака ΔR_{I-II} охватывает почти весь Евразийский материк и преимущественно западные районы субтропиков над океанами, а в южном полушарии — южные районы Индийского океана и Южной Атлантики.

Почти вся остальная территория земного шара относится к области другого знака ΔR_{I-II} и это независимо от того, какую строку матрицы ΔR_{I-II} взять, т. е. для любой станции. Особенностью карт ΔR_{I-II} является то, что для любого пункта, например, области Евразийского материка и субтропиков северного полушария (дадим этой области индекс A), величины ΔR положительны для всех пунктов этой же области A и отрицательны для всех пунктов остальной территории (обозначим ее индексом B). Аналогично можно отметить для любого пункта области B , но по отношению к пунктам области A . Это означает, что в поле температуры между всеми пунктами одной из упомянутых областей (A или B) усилились корреляционные связи в теплый период и ослабли или же стали отрицательными с пунктами из другой области. Эта закономерность в поле температуры согласуется с основной закономерностью, полученной из анализа карт ΔR полей давления.

Действительно, если в период потепления понизилось давление над полярными районами ($-\delta p$) и повысилось над приэкваториальными ($+\delta p$), то это приводит к усилению широтного обмена через интенсификацию цепочек центров действия над океанами (циклон на севере, антициклон — в субтропиках), это должно привести к более интенсивному и целенаправленному адвективному обмену теплом между широтами. Кроме того, тенденция к смещению этих цепочек к северу от периода I к периоду II также должна усиливать эффект адвективного обмена, особенно для северных районов. В соответствии со схемой циклон — антициклон усиление адвективного выноса тепла как в атмосфере, так и в гидросфере по западной периферии антициклона и, в частности, восточной периферии циклона в Атлантике, должно способствовать более частому появлению положительных аномалий температуры на западе, северо-западе, а впоследствии и на севере Евразийского материка. Над Тихим океаном цепочка о. ц. д. располагается в среднем южнее относительно положения цепочки о. ц. д. Атлантики, поэтому тот же эффект адвективного выноса наиболее заметен для юго-восточного района Евразийского материка. В целом же общий эффект «работающих» цепочек о. ц. д. над двумя океанами приводит к более частому появлению положительных аномалий в периоде II над западными перифериями субтропических антицикло-

лонов и над Евроазиатским материком, т. е. то, что наиболее характерно для карт ΔR_{I-II} (рис. 2). Естественно, что при усиленном адвективном выносе тепла с юго-запада на северо-восток над океанами должен также активизироваться обратный адвективный вынос холода по западной периферии циклона и восточной периферии антициклона. Таким образом, по крайней мере в начале периода II потепление в северных районах должно сопровождаться похолоданием в отдельных более южных районах и, следовательно, появлением сильных контрастных аномалий температуры по территории. Это подтверждается количественными показателями. Были подсчитаны пространственные дисперсии по 75 точкам для давления и 117 точкам для температуры над северным полушарием за январь каждого года с 1891 по 1960 г. Довольно хорошо выявилась тенденция к увеличению величины пространственной дисперсии, начиная с 20-х годов XX в. Временной ход пространственных дисперсий температуры и давления оказался в значительной мере синхронным. Коэффициент корреляции между ними составляет $0,70 \pm 0,27$. Следовательно, обострение термических аномалий по территории сопровождается обострением очагов барических аномалий. В 40—60-х годах происходит ослабление пространственных дисперсий, так как к этому времени ослабляется процесс потепления.

В период I (холодный) при наличии тенденции $+\delta p$ на севере и $-\delta p$ на юге (в северном полушарии) «работа» цепочек о. ц. д. ослабевает и даже может произойти смена циклона на антициклон на севере и антициклона на циклон на юге. Это означает, что адвективный теплообмен между широтами уменьшится по сравнению со средним климатическим фоном вплоть до изменения направлений адвекции на противоположное. Отсюда следует, что над районами, для которых характерно в периоде II частое появление $+\delta t$, в периоде I должна появиться отрицательная тенденция $-\delta t$. Наоборот, над теми районами, над которыми в период потепления более вероятно появление $-\delta t$, в период похолодания появится тенденция к ослаблению величин $-\delta t$ либо появление величин $+\delta t$.

Аналогичную мысль высказал Митчел в работе [14], где он отметил, что средние величины температуры по широте или по территории земного шара не отражают географических особенностей и что, в частности, районы быстрого потепления до 1940 г. имеют тенденцию совпадать с районами быстрого охлаждения после 1941 г.

Следует также отметить работу Б. И. Сазонова и Э. И. Гирской [7], в которой были выявлены районы отрицательных корреляций в поле температуры над северным полушарием. В частности, над океанами на периферии с материками в северных и южных широтах выделяются по два смежных района с отрицательной корреляцией, расположенных примерно на одной широте, и следовательно, по диагоналям — районы положительных корреляций.

Если сравнить районы разных знаков ΔR_{I-II} на картах (рис. 2) с теми районами, которые получены в работе [7], то в общем мож-

но отметить согласование места их расположения. Но анализ матрицы разности корреляций ΔR_{I-II} дает, во-первых, возможность увидеть пространственную динамику изменений атмосферных процессов от периода к периоду и, во-вторых, несмотря на некоторую общность с результатами работы [7], в данном анализе получены и существенные отличия, позволяющие сделать выводы более общего характера. В частности район, сопряженный Западной Гренландии (одинаковый знак изменения корреляции в обоих районах), находится согласно картам ΔR (рис. 2) не только над Аравией, Пакистаном (по Сазонову и Гирской), но и распространяется на Индию, Бенгалию, Бирму. А районом, сопряженным юго-восточной части Северной Америки, является не только северо-западная часть Европы (по Сазонову и Гирской), но и вся территория Евразийского материка, и др. различия [например, вывод об усилении корреляции между пунктами области $A(B)$].

В целом эти различия естественны, так как анализ корреляций по пространству выявляет стационарные особенности атмосферной циркуляции, а пространственно-временной анализ изменений корреляций позволяет выявить особенности динамики общей циркуляции атмосферы.

Работа носила бы незавершенный характер, если бы не были высказаны соображения о возможных причинах рассматриваемых климатических изменений с учетом выявленной пространственной структуры в фазах колебаний основных метеорологических элементов.

Если сопоставить то, что получено из анализа полей давления и полей температуры воздуха, то все выводы ложатся в единую схему.

В период I (холодный) в полярных районах преобладает $+\delta p$, в тропических $-\delta p$. Над океанами адвективные потоки холода имеют тенденцию распространяться в северном полушарии с северо-востока на юго-запад, затормаживая проникновение теплых океанических течений к северу. Вместе с тем адвекция тепла в атмосфере с юго-востока на северо-запад над океанами распространяется против основных направлений холодных течений в океане, что снижает в общем тепловой эффект таких адвекций. Все вместе способствует выхолаживанию материков, накоплению льда в полярном океане и накоплению охлажденной массы воздуха над полярными районами. Нарастание широтных контрастов способствует срабатыванию механизма обратного действия, приводящего к территориальному изменению фаз в колебаниях давления. Появление тенденции $-\delta p$ в полярных районах и $+\delta p$ в субтропических способствует более эффективному суммарному действию адвективных потоков тепла в океане и атмосфере к полярным районам и обратных потоков холода к экватору.

Совместный эффект однонаправленного действия двух океанов (Тихий и Атлантический) обеспечивает глобальность такого явления с далеко идущими последствиями в повышении температуры воздуха вначале в полярных районах, а затем и в других районах.

земного шара (так как эффект выноса холодного воздуха по одной из ветвей цепочек о. ц. д. к. экватору со временем постепенно ослабнет).

Таким образом, можно рассматривать климатические изменения на основе саморегулирующего механизма в процессах атмосферы и гидросферы земного шара.

Действительно, учитывая, во-первых, пространственные особенности колебаний, прежде всего давления, а именно: наличие разных фаз по схеме «полярные районы — экватор» и, во-вторых, квазипериодический характер таких изменений во времени — от одного периода к другому (см. также работы [3, 4]), напрашивается вывод об автоколебательной природе рассматриваемого явления. Идея автоколебательности атмосферных движений высказывалась в общем многими исследователями (Лесгафт [5], Шулейкин [8] и др.). Вместе с тем атмосфера — весьма подвижная среда, и потому для поддержания колебаний в ней с большим периодом (несколько десятилетий) необходимы более инерционные накопители энергии, участвующие в колебательном цикле.

В одной из работ автора [9] на основе статистического анализа корреляционных функций ледовитости полярных морей и температуры воды Атлантики была высказана гипотеза: наличие 80—90-летнего периода климатических изменений является следствием инерционного обмена энергией между указанными объектами. Это означает, что автоколебательный цикл в гидросфере земли может быть одной из причин длительных климатических тенденций в атмосфере земли. Пока на основе эмпирических данных, доступных для детального анализа, наиболее четко выделяются циклы более 60 лет (80—90 лет). Однако не исключено, что могут быть и более длительные колебания в гидросфере. Так, в работе Брайена и Кокса [13] на основе решения бароклинной модели для океана получено, что характерное время для поля плотности в зависимости от глубины рассматриваемого слоя составляет спектр, отличающийся на несколько порядков (10 — 10^3 лет).

Наличие 80—90-летнего цикла в поле основных метеорологических элементов подтверждается также спектральным анализом первых коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям полей среднемесячного давления и температуры воздуха над территорией земного шара, выполненное авторами данной статьи.

Кроме того, представляется интересным сопоставление выводов работы Л. Г. Полозовой [6], Б. И. Сазонова и Э. И. Гирской [7]. В работе [6] получены географические особенности распределения проявлений длительных циклов (60 лет и более) в поле среднемесячных температур над северным полушарием по всем месяцам года. На одну карту были нанесены центры ареалов проявления длительных циклов (60—90 лет) в колебаниях температуры воздуха независимо от месяца года. На карте выявились районы, наиболее характерные для проявления таких циклов. На эту же карту нанесли основные сопряженные районы, полученные в работе [7]

на основе корреляционного анализа в поле температуры. Как оказалось (рис. 3), районы, выявленные разными авторами и разными методами, в основном совпадают. Отсюда следует, что климатические изменения длительного квазипериодического колебания происходят в атмосфере прежде всего в районах с наиболее четко выраженной термической адвекцией, развивающейся на периферии циклов о. ц. д. в поле давления. Следовательно, и в поле давления происходят изменения в длительном цикле с перемежающейся во времени сменой знаков $\pm \sigma p$ в полярных районах и в субтропических, т. е. то, что и получено в данной работе. Тот факт, что долгопериодные «пульсации» в поле давления и температуры происходят

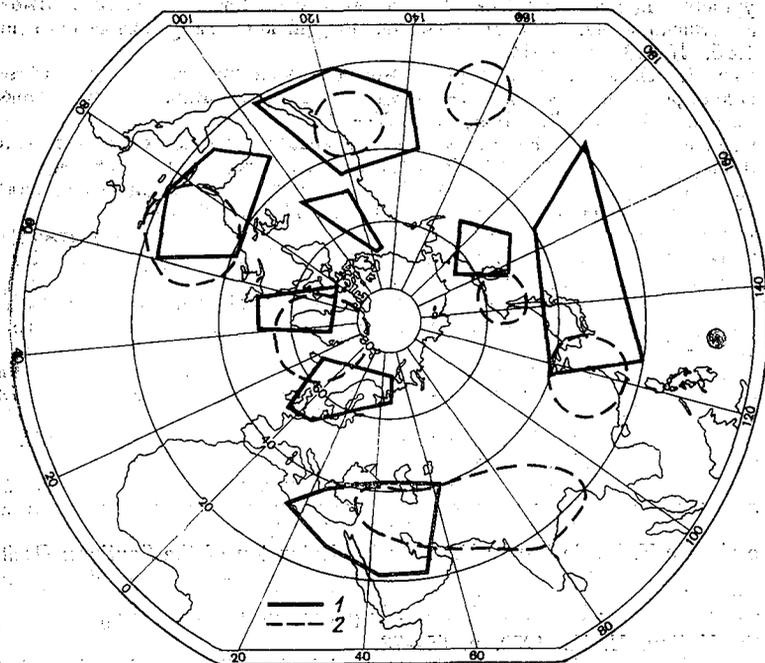


Рис. 3. Сопоставление районов сопряженности в поле среднемесячных температур воздуха и ареалов проявления длительных циклов (более 60 лет) в колебаниях температуры воздуха:

1— по Б. И. Сазонову и Э. И. Гирской, 2— по Л. Г. Полозовой

прежде всего над океанами свидетельствует о единстве механизма колебаний в гидросфере и атмосфере земли и подтверждает гипотезу об автоколебательной природе длительных колебаний.

Вместе с тем, мы не исключаем, что на основное собственное колебание рассматриваемой системы могут накладываться различ-

ные факторы: внешние силы (солнечная активность) и неучтенные внутренние факторы второго порядка (вулканизм, человеческая деятельность и пр.), которые могут удлинять или уменьшать период и частоту основного колебания.

Так, в работе А. Д. Гедеонова и Т. Н. Ульяновой [4] показано, что наступление новой волны 80-летнего цикла (предполагалось в 1961—1970 гг.) в поле температуры над северным полушарием запаздывает, хотя общий тренд, характеризующий наступление следующего периода похолодания, явно прослеживается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Визе В. Ю. Колебания гидрологических элементов, в частности колебания уровня воды в озере Виктория, в связи с общей циркуляцией атмосферы и солнечной деятельности. — «Изв. Российского гидрологического ин-та», 1925, № 13, с. 1—14.
2. Визе В. Ю. Льды в полярных морях как индикатор общего состояния гидросферы и атмосферы. — Труды I Всероссийского гидрологического съезда 1924 г. Л., 1925, с. 368—370.
3. Гедеонов А. Д. О 80-летнем цикле температуры воздуха на северном полушарии. — «Изв. АН СССР. Сер. геогр.», 1969, № 1, с. 85—90.
4. Гедеонов А. Д., Ульянова Т. Н. К вопросу о циклических явлениях климата. — «Труды ГГО», 1971, вып. 274, с. 66—69.
5. Лесгафт Э. Влияние температуры Гольфстрима на общий ход атмосферной циркуляции в Европе в зимнее время. — «Изв. Императорского Русского Геогр. о-ва», 1899, т. 35, с. 32—86.
6. Полозова Л. Г. Анализ цикличности колебаний средней месячной температуры воздуха в северном полушарии. — «Труды ГГО», 1970, вып. 269, с. 36—47.
7. Сазонов Б. И., Гирская Э. И. Устойчивость атмосферной циркуляции и температурные аномалии. — «Труды ГГО», 1969, вып. 245, с. 77—78.
8. Шулейкин В. В. Физика моря. М., «Наука», 1968, 1080 с.
9. Яковлева Н. И. К вопросу о причине квазипериодических колебаний климата. — «Труды ГГО», 1969, вып. 236, с. 35—44.
10. Яковлева Н. И. О некоторых статистических характеристиках полей давления и температуры воздуха в разные климатические эпохи. [Статья 1.] — «Труды ГГО», 1971, вып. 273, с. 91—98.
11. Verlage H. P., de Boer H. I. On the Extension of the Southern Oscillation throughout the World during the period July 1, 1949 to July 1957. — *Geofisica pura e applicata*, 1959, v. 44, p. 287—295.
12. Bjerknes J. The Recent Warming of the North Atlantic. — *The Atm. and Sea in Motion*. N. Y., 1959, p. 65—73.
13. Bryan K., Cox M. D. A Nonlinear Model of an Ocean Driven by Wind and Differential Heating. — *Journ. Atm. Sci.*, 1968, v. 25, No 6, p. 968—978.
14. Mitchell I. M. On the world-wide pattern of secular to change. — *Arid Zone Research, Changes of Climate, Proc. of the Rome Symp.*, 1963, p. 161—181.
15. Walker G. T. Correlations in seasonal Variations of Weather. — *Ind. Meteorol. Dep.*, 1924, v. 24, p. IX, p. 75—131.

В. М. ФЕДОРОВА, Н. И. ЯКОВЛЕВА, Е. К. МОЛЬКЕНТИН

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПЛЕКСА МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ НАД ОКЕАНОМ С ПОМОЩЬЮ ЭМПИРИЧЕСКИХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Различные метеорологические характеристики, употребляемые для анализа, в большей или меньшей степени связаны между собой. Использование количественных параметров только одного метеорологического элемента (давления или температуры) не может дать достаточно полного представления о процессах, происходящих в атмосфере. В связи с этим при изучении метеорологических процессов целесообразнее пользоваться комплексом метеорологических элементов.

Наиболее перспективным для исследования таких комплексов является метод разложения по естественным (эмпирическим) ортогональным функциям (е. о. ф.).

Для нескольких материковых станций, находящихся в различных климатических зонах, в работах [1, 3] была выяснена связь между элементами погоды на каждой станции и определено отражение этой связи в эмпирических (естественных) функциях. Оказалось, что е. о. ф. (в основном первые, описывающие наибольшую долю суммарной дисперсии) имеют для всех четырех станций черты универсальности, т. е. идентичную зависимость эмпирической функции $X_j(K_i)$ от аргумента K_i .

Представляет интерес проведение аналогичного исследования комплекса метеорологических элементов над океаном. Для расчетов использовались данные наблюдений североатлантических кораблей погоды. Исходная информация выбиралась из данных зашифрованных телеграмм судовых наблюдений, опубликованных в ГДР [4] для девяти кораблей погоды с 1958 по 1970 г. Для выявления сезонных особенностей привлекались данные за один зимний месяц — январь и один летний — июль.

Из каждого месяца одного года выбирали по таблице случайных чисел даты с интервалом не менее 2—4 дней, что составило в среднем 10 дней за месяц. Использовались данные по семи метеорологическим элементам K_i (давление p , температура воздуха t_a ,

величина барометрической тенденции за три часа p' , разность температур воздух — вода Δt , температура точки росы τ , количество общей облачности N и скорость ветра v) за два срока: 03 и 15 ч. Общее число дней в статистической выборке за январь соответствовало 128, за июль 130 дням. На основании полученных статистических материалов по каждому кораблю погоды и отдельно для каждого месяца (январь, июль), рассчитывались е. о. ф. по матрице 14-го порядка (семь метеорологических элементов за два срока).

В результате расчетов были получены собственные числа λ_j ($j=1, 2, \dots, 14$) корреляционной матрицы, собственные вектора или е. о. ф. $X_{j,i} = X_i(K_i)$, являющиеся только функцией от исходных четырнадцати метеорологических характеристик K_i , и коэффициенты разложения $A_{j,s} = a_j(t_s)$, являющиеся только функцией времени t_s .

В результате расчетов установлено, что имеется довольно строгая универсальность е. о. ф., особенно первых двух, по всем кораблям погоды и довольно быстрая сходимость разложения. На первый член разложения приходится 31—36% суммарной дисперсии в январе для различных кораблей, в июле 25—32%, а на первые четыре — 69—76% в январе и 63—68% в июле. При этом в январе вклады первых членов разложения несколько превышают июльские, а вклады последующих членов разложения, хотя и небольшие по величине, по в июле немного превышают январские. Такой ход вкладов отдельных членов разложения отражает специфику сезонных процессов в атмосфере (уменьшение интенсивности процессов и корреляционных связей между метеорологическими элементами от зимы к лету). Учитывая быструю сходимость ряда, для анализа наиболее существенных свойств метеорологического комплекса достаточно использовать первые два — четыре члена разложения по эмпирическим ортогональным функциям.

Первые е. о. ф. отражают наиболее интересные, часто повторяющиеся типы связей между метеорологическими элементами в атмосфере. Каждая е. о. ф. имеет свою специфику в форме зависимости от исходных метеорологических элементов. Формы каждого из первых двух собственных векторов $X_{1,i}$ и $X_{2,i}$ почти не отличаются для разных кораблей погоды (рис. 1). Первый собственный вектор $X_{1,i}$ характеризует главным образом температурно-влажностные свойства рассматриваемого исходного комплекса метеорологических элементов. Чтобы не загромождать рисунок, представлено только пять кораблей погоды, но следует подчеркнуть, что идентичность форм $X_{1,i}$ и $X_{2,i}$ сохраняется для всех кораблей погоды и не только в январе, но и в июле. Для $X_{1,i}$ все температурно-влажностные характеристики (t_a , Δt , τ , N за два срока) находятся в одной фазе корреляционных связей и на них приходятся наибольшие значения составляющих вектора $X_{1,i}$. Второй вектор $X_{2,i}$ отражает динамико-ветровые характеристики метеорологического комплекса (p , p' , v), при этом составляющие по давлению,

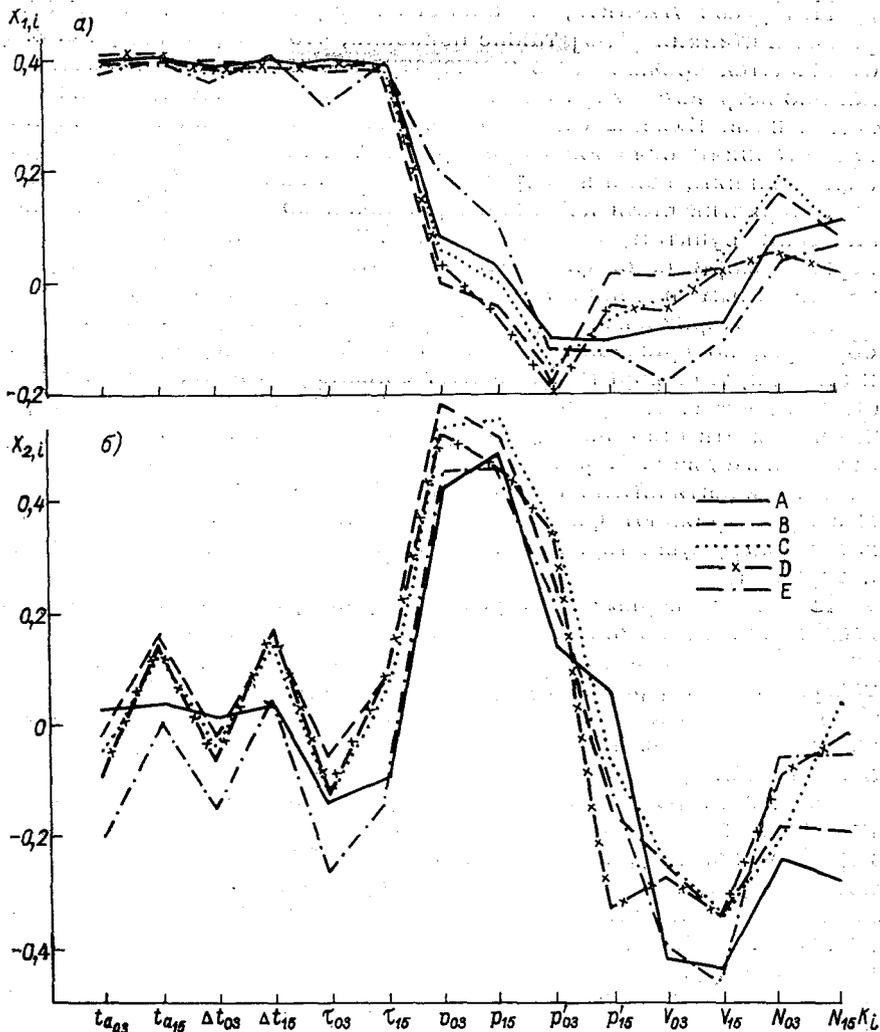


Рис. 1. Эмпирические ортогональные функции для пяти кораблей погоды по комплексу метеорологических элементов за январь:
 а) $X_1(K_i)$, б) $X_2(K_i)$

с одной стороны, и по скорости ветра и барометрической тенденции, с другой стороны, находятся в разных фазах «колебаниях».

Остальные составляющие характеризуют другие различные комбинации связей между элементами $X_{j,i}$, и постепенно с уменьшением вкладов эмпирических составляющих универсальность форм $X_{j,i}$ по отдельным кораблям погоды все более нарушается.

Интересно отметить, что аналогичные расчеты по данным материковых станций [1, 3] также показали, что в первых двух е. о. ф. отражаются прежде всего температурно-влажностные и затем динамико-ветровые характерные особенности метеорологических комплексов. Вклады отдельных членов разложения по материковым станциям оказались примерно в тех же пределах по отдельным станциям, как и по кораблям погоды. Хотя в наборе исходных характеристик были небольшие различия по материковым и океаническим пунктам, однако наибольшие значения составляющих первых форм е. о. ф. все-таки соответствовали температурно-влажностным и динамико-ветровым характеристикам.

Для материковых станций формы первых двух е. о. ф. имеют большую, по сравнению с океаническими, специфику от станции к станции, т. е. формы $X_{j,i}$ имеют больше различий, что определяется существенным разнообразием климатических зон, в которых находятся эти станции. Однако различия невелики и поэтому в целом первые две е. о. ф. и над океаном, и над сушей вполне можно считать идентичными. Эта идентичность говорит о том, что первые $X_{j,i}$ отражают физические связи между метеорологическими элементами, существующие повсеместно над любой подстилающей поверхностью.

Поскольку первые е. о. ф. имеют универсальный характер для всех кораблей погоды, то вполне возможно вторичное применение метода е. о. ф. для получения пространственного разложения теперь уже коэффициентов разложения $a_{j,s}$ первого этапа расчетов по отдельным кораблям погоды. Такой расчет выполнен для января и июля отдельно по первому и второму коэффициентам разложения.

Расчет второго этапа по коэффициентам a_1, a_2 производился на основе корреляционной матрицы девятого порядка (по числу кораблей погоды), при этом каждый элемент матрицы является коэффициентом корреляции между $a_{j,s}$ для различных кораблей погоды. По существу, произведено разложение по двойным рядам е. о. ф. (по комплексу метеорологических элементов и по пространству).

Сходимость ряда второго этапа счета в целом несколько хуже, чем первого (первый член разложения имеет вклад 20—30% суммарной дисперсии коэффициента $a_{1,s}$ в июле — январе, а сумма четырех первых — 59—70%). Как оказалось, формы пространственных эмпирических векторов $Y_{g,l}$ по рассматриваемой территории очень близки классу пространственных тригонометрических функций (двухмерных рядов Фурье). На рис. 2 для примера представлена форма $Y_{1,l}$ и $Y_{2,l}$ (l — индекс, относящийся к кораблям погоды) за январь месяц, полученная в результате пространственного разложения статистических параметров $a_{1,s}$. Анализ рис. 2 показал, что по конфигурации формы е. о. ф. $Y_{g,l}$, по существу, соответствуют синусу (рис. 2 а) и косинусу (рис. 2 б). Остальные формы $Y_{g,l}$ (за другой месяц; $g \geq 3$, для других коэффициентов $a_{j,s}$) также являются в чистом виде синусом или ко-

синусом либо их комбинацией (произведением). На такое соответствие форм е. о. ф. и двумерных рядов Фурье указывал в своей работе Д. М. Сонечкин [2], для случая однородного случайного поля, когда собственный вектор рассматриваемых полей есть произведение собственных функций от каждой переменной. В дан-

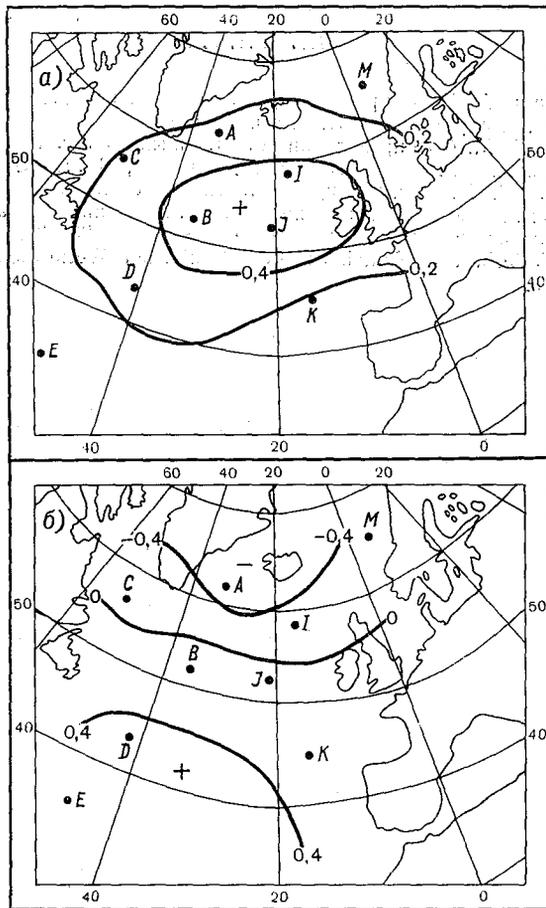


Рис. 2. Пространственные эмпирические ортогональные функции за январь:

а) $Y_{1,1}$, б) $Y_{2,1}$

ном примере условие однородности поля в общем справедливо, так как рассматриваемый район является небольшим. Однако при увеличении территории, например до размеров полушария, в силу появления значительной неоднородности поля е. о. ф. будут все более существенно отличаться от специальных функций.

Авторы полагают, что выполненное исследование открывает возможности более широкого использования новых статистических комплексных параметров (a_j, s, Y_g, i) в различных многопараметрических задачах метеорологии, например, в статистических схемах прогноза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1970. 199 с.
2. Сонечкин Д. М. Об определении естественных составляющих метеорологических полей.—«Метеорология и гидрология», 1971, № 3, с. 22—29.
3. Яковлева Н. И. Применение статистических главных компонентов для целей объективной классификации метеорологических ситуаций и полей.—«Метеорология и гидрология», 1970, № 2, с. 23—33.
4. Täglicher Wetterbericht, Amtsblatt des Deutschen Wetterdienstes. Offenbach, 1958—1970.

О СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ СРЕДНЕМЕСЯЧНОГО ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ У ЗЕМЛИ

Сведения о статистической структуре полей среднемесячных значений метеорологических элементов необходимы прежде всего при решении задач объективного анализа и контроля указанного вида информации. Эти сведения также могут быть полезными при прогнозе полей метеорологических элементов. Однако изучению статистической структуры полей среднемесячных значений метеорологических элементов пока посвящено очень мало работ. Отметим, например, работу Р. Л. Кагана и К. М. Лугиной [1] по изучению статистической структуры полей среднемесячных значений геопотенциала и температуры на уровне 500 мб и работу А. Г. Тарнопольского [4] по изучению статистической структуры среднемесячной температуры воздуха у земли.

В настоящей работе исследуется статистическая структура среднемесячного давления у земли по обширному району. Получены и исследованы среднеквадратическая изменчивость (с. к. и.), нормированные коэффициенты корреляции и корреляционные функции. Техника получения этих характеристик подробно изложена в работах [2, 3]. Анализ средних, по-видимому, является нецелесообразным из-за использования значений давления на уровне станций, а не приведенных к уровню моря, и поэтому в настоящей работе он не приводится. Используются данные о среднемесячном давлении у земли по 60 станциям в период 1881—1950 гг. за все месяцы года. Список станций и ряд наблюдений на них приводится в приложении I.

Среднеквадратическая изменчивость среднемесячного давления у земли для 60 станций по месяцам и сезонам приведена в приложении II. В табл. I представлена величина с. к. и. по I (севернее 55° с. ш.), II (45—55° с. ш.) и III (37—45° с. ш.) районам (см. приложение I) и осредненная по 60 станциям. Кроме того, там же дана с. к. и. среднемесячных значений геопотенциала изобарической поверхности 500 мб, полученная в работе [1]. Из этих результатов видно, что изменчивость среднемесячных значений

как поля давления у земли, так и поля геопотенциала поверхности 500 мб имеет хорошо выраженный годовой ход: минимум в летние и максимум в зимние месяцы. Заметим также, что с. к. и. среднемесячного геопотенциала поверхности 500 мб на 1—2 единицы больше, чем с. к. и. среднемесячного давления у земли.

Из табл. 1 видно, что значение с. к. и., осредненное по 60 станциям, практически совпадает со значением с. к. и. по району II.

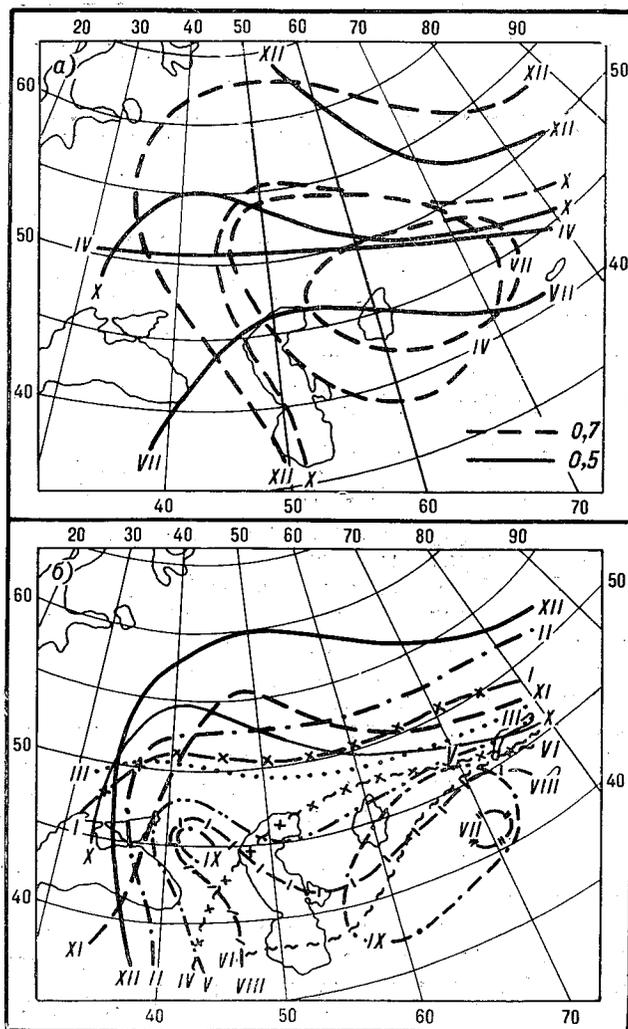


Рис. 1. Изокорреляты 0,7 и 0,5 для значений среднемесячного давления у земли в различные месяцы: а — ст. Казалинск (0,7) и Кизыл-Арват (0,5), б — Ташкент (0,5)

Между тем, в районе I значения с. к. и. значительно больше, а в районе III — значительно меньше.

Различный характер пространственной корреляционной связи значений среднемесячного давления у земли в зависимости от расположения станции иллюстрируется на рис. 1 а, б, где для различных месяцев года представлено положение изокоррелят 0,7 и 0,5 для станций Казалинск, Кызыл-Арват (рис. 1 а) и Ташкент (рис. 1 б) соответственно. Станция Ташкент расположена примерно на одинаковом расстоянии по широте от станций Кызыл-Арват и Казалинск. Но если различия в характере пространственной взаимосвязи для станций Ташкент и Кызыл-Арват малы, то для станций Ташкент и Казалинск они существенны. Эти различия являются, по-видимому, следствием расположения станций в различных широтных зонах, хотя в определенной мере они могут быть обусловлены влиянием орографии.

Таблица I

Среднеквадратическая изменчивость среднемесячного поля давления у земли

	Месяц												Сезон			
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Зима	Весна	Лето	Осень
1	6,8	7,1	6,1	4,2	3,0	2,7	2,8	3,4	4,3	5,3	5,9	6,9	6,9	4,4	2,9	5,1
2	4,4	5,0	4,3	2,6	2,1	1,9	2,0	2,3	2,6	3,9	4,1	5,0	4,8	2,9	2,0	3,3
3	2,7	3,0	2,2	1,7	1,5	1,4	1,2	1,2	1,3	1,7	2,2	2,6	2,7	1,8	1,3	1,7
4	4,6	5,0	4,2	2,8	2,2	2,0	2,0	2,3	2,7	3,6	4,1	4,8	4,8	3,0	2,1	3,4
5	6,9	6,4	6,1	3,8	4,0	3,9	3,2	3,5	3,7	4,5	4,0	6,1	6,5	4,6	3,5	4,1

Примечание. 1, 2, 3—с. к. и. по данным станций районов I, II, III; 4—с. к. и. осредненные по данным 60 станций; 5—с. к. и. среднемесячных значений геопотенциала поверхности 500 мб, осредненные по данным 48 станций (из работы [1]).

Пространственные корреляционные функции среднемесячного давления у земли получены по данным 60 станций (рис. 2 а), а также по данным станций, расположенных севернее 50° с. ш. (рис. 2 б) и южнее 50° с. ш. (рис. 2 в). Условно назовем станции, расположенные севернее 50° с. ш., северными, южнее 50° с. ш. южными.

Заметим сразу, что отдельные нехарактерные изломы корреляционных функций скорее всего обусловлены малостью выборки данных для некоторых градаций расстояния. Значения корреляционных функций для одних и тех же месяцев уменьшаются с увеличе-

нием расстояния значительно медленнее для южных станций, чем для северных. Так, для расстояния 3000 км эти значения для северных станций равны 0,2—0,4 — в холодный сезон и 0,1—0,2 — в теплый сезон, а для южных станций эти значения равны 0,5—0,6 и 0,4—0,5 соответственно. Поэтому при практическом использовании корреляционных функций для значительной по размерам территории их нужно применять дифференцированно для северных и южных станций (рис. 2 б, в) и не следует стремиться к применению универсальных в пространстве корреляционных функций (рис. 2 а). В зимние месяцы (декабрь, январь, февраль) корреляционные функции почти совпадают и мало отличаются от прямых, угол наклона которых различен для северных и южных станций.

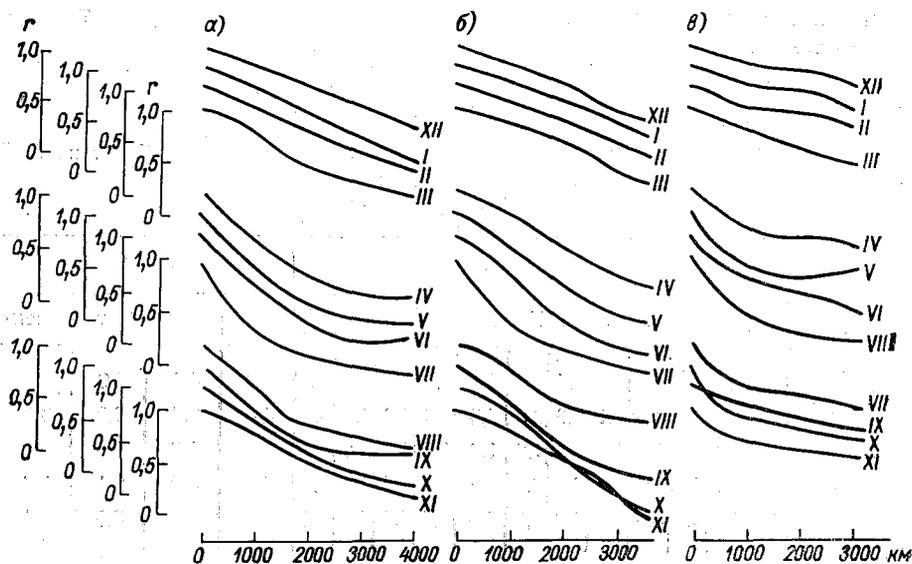


Рис. 2. Пространственные корреляционные функции значений среднемесячного давления у земли по данным всех 60 станций (а), северных (б) и южных станций (в)

Анализ пространственных корреляционных функций среднемесячного давления у земли для двух районов, разграниченных меридианом 55° в. д., показал их малое различие. Отметим, кроме того, что взаимная корреляционная связь между значениями среднемесячного давления у земли в соседние месяцы очень мала: максимальные значения порядка 0,1—0,2.

Список станций, данные которых использованы при исследовании статистической структуры поля среднемесячного давления у земли

Станция	Ряд наблюдений (в годах)	Номер района	Станция	Ряд наблюдений (в годах)	Номер района
Выборг	61	I	Ашхабад	55	III
Николаевское	58	I	Байрам-Али	62	III
Ленинград	70	I	Чарджоу	48	III
Свирица	51	I	Керки	49	III
Псков	50	I	Самарканд	70	III
Новгород	55	I	Джизак	69	III
Веребье	53	I	Ташкент	70	III
Великие Луки	56	I	Фергана	62	III
Вышний Волочек	61	I	Андижан	47	II
Москва	68	I	Кустанай	49	II
Смоленск	54	I	Целиноград	55	II
Рославль	55	I	Гурьев	58	II
Сафоново	48	I	Эмба	45	II
Рязань	50	I	Казалинск	62	II
Елатьма	54	I	Кзыл-Орда	63	II
Казань	69	I	Туркестан	60	III
Елабуга	60	I	Семипалатинск	59	II
Замечино	70	II	Алма-Ата	70	III
Октябрьский Городок	64	II	Ростов-на-Дону	65	II
Чкалов	70	II	Сочи	70	III
Кировабад	54	III	Ставрополь	70	III
Ленкорань	66	III	Вологда	60	I
Баку	66	III	Тотьма	65	I
Буйнакск	52	III	Никольск	56	I
Махачкала	64	III	Томск	70	II
Ленинакан	47	III	Каинск	59	II
Ереван	57	III	Тайга	47	II
Севан, ГМС	48	III	Мариинск	51	II
Красноводск	61	III	Барнаул	70	II
Кизыл-Арват	55	III	Новосибирск	44	II

Среднеквадратическая изменчивость среднемесячного поля
давления у земли (мб)

Номер станции	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Зима	Весна	Лето	Осень
1	7,1	7,1	6,0	4,5	3,2	2,9	2,9	3,3	5,0	5,9	6,3	6,5	6,9	4,6	3,0	5,7
2	7,0	7,1	6,0	4,2	3,2	2,8	2,7	3,3	4,9	5,6	6,0	6,4	6,8	4,5	2,9	5,5
3	7,0	7,3	6,0	4,6	3,1	2,7	2,9	3,5	4,5	5,9	6,0	6,9	7,1	4,6	3,0	5,5
4	7,5	7,3	6,1	4,9	3,2	2,7	2,9	3,5	4,7	5,5	6,4	6,8	7,2	4,7	3,0	5,5
5	6,9	7,0	5,9	4,0	3,0	2,8	2,6	3,1	4,9	5,1	5,6	6,7	6,9	4,3	2,8	5,2
6	6,8	7,1	6,1	4,2	3,1	2,8	2,9	3,4	4,8	5,7	5,6	6,7	6,9	4,5	3,0	5,3
7	6,7	7,1	6,1	4,4	3,1	2,8	2,8	3,5	4,5	5,5	5,9	6,9	6,9	4,5	3,0	5,3
8	6,1	6,3	5,6	3,5	2,6	2,5	2,5	3,1	4,0	4,9	5,1	6,6	6,3	3,9	2,7	4,7
9	6,3	6,9	6,0	4,0	2,9	2,8	3,0	3,5	4,1	5,1	5,8	6,9	6,7	4,3	3,1	5,0
10	6,2	6,9	5,9	4,0	2,8	2,6	3,0	3,2	3,9	5,0	5,6	6,7	6,6	4,2	2,9	4,8
11	5,2	5,4	5,4	3,2	2,5	2,6	2,3	2,9	3,6	4,3	5,1	6,4	5,7	3,7	2,6	4,3
12	5,3	5,3	5,0	3,2	2,6	2,6	2,3	2,9	3,5	4,3	5,1	6,1	5,6	3,6	2,6	4,3
13	6,0	5,9	5,4	3,5	2,6	2,7	2,3	3,0	3,7	4,8	5,6	6,4	6,1	3,8	2,7	4,7
14	6,3	6,7	6,0	3,9	2,7	2,8	2,5	3,2	3,7	4,8	5,7	6,9	6,6	4,2	2,8	4,7
15	6,3	7,2	6,1	4,0	2,7	2,7	2,8	3,1	3,7	5,3	5,4	6,9	6,8	4,3	2,9	4,8
16	7,1	7,9	6,7	4,3	3,0	2,6	3,2	3,5	3,6	5,3	6,2	7,4	7,5	4,7	3,1	5,0
17	7,2	8,2	6,6	4,5	3,1	2,7	2,9	3,4	3,7	5,2	6,2	7,1	7,5	4,7	3,0	5,0
18	5,6	6,8	5,8	3,7	2,6	2,4	2,6	2,9	3,4	4,7	5,4	6,7	6,4	4,0	2,6	4,5
19	5,4	6,3	5,5	3,4	2,4	2,3	2,3	2,6	2,8	4,5	4,8	6,3	6,0	3,8	2,4	4,0
20	5,8	6,8	5,4	3,4	2,7	2,3	2,4	2,7	2,9	4,4	4,9	6,4	6,3	3,8	2,5	4,1
21	2,8	3,3	2,2	1,8	1,4	1,2	1,4	1,2	1,2	1,7	2,1	2,7	2,9	1,8	1,3	1,7
22	2,9	3,4	2,5	1,8	1,6	1,6	1,2	1,1	1,4	1,9	2,6	2,9	3,1	2,0	1,3	2,0
23	3,0	3,7	2,8	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	1,5	2,0	2,5	3,1	3,3	2,2	1,3	2,0
24	3,0	3,8	2,8	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,5	1,9	2,1	3,1	3,3	2,0	1,4	1,8
25	3,1	3,9	2,9	1,9	1,7	1,5	1,2	1,4	1,5	1,9	2,7	3,0	3,3	2,2	1,4	2,0
26	2,3	2,4	1,8	1,6	1,4	1,1	1,2	1,1	1,0	1,2	1,9	2,3	2,3	1,6	1,1	1,4
27	2,6	2,7	1,7	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,3	1,8	2,2	2,5	1,5	1,2	1,4
28	2,3	2,6	1,8	1,5	1,5	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	2,0	2,4	2,4	1,6	1,2	1,5
29	3,0	3,5	2,6	1,8	1,6	1,7	1,3	1,4	1,4	1,9	2,4	3,1	3,2	2,0	1,5	1,9
30	3,1	3,2	2,7	1,7	1,8	1,5	1,3	1,4	1,3	1,9	2,4	3,0	3,1	2,1	1,4	1,9
31	3,1	3,4	2,4	1,8	1,6	1,7	1,4	1,4	1,3	2,0	2,4	2,9	3,1	1,9	1,5	1,9
32	3,0	2,9	2,0	1,8	1,9	1,5	1,3	1,2	1,3	1,9	2,4	2,9	2,9	1,9	1,3	1,9
33	3,0	3,0	2,1	1,6	1,9	1,5	1,2	1,4	1,3	1,7	2,5	2,7	2,9	1,9	1,4	1,8
34	2,8	2,8	1,8	1,5	1,9	1,4	1,4	1,1	1,3	1,7	2,5	2,7	2,8	1,7	1,3	1,8
35	2,5	2,6	1,8	1,5	1,2	1,3	1,3	1,2	1,4	1,6	2,1	2,5	2,5	1,5	1,3	1,7

Номер станции	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Зима	Весна	Лето	Осень
36	2,3	2,8	1,9	1,6	1,3	1,3	1,3	1,1	1,4	1,7	2,0	2,6	2,6	1,6	1,2	1,7
37	2,2	2,7	1,8	1,6	1,3	1,3	1,2	1,1	1,4	1,5	2,1	2,2	2,4	1,6	1,2	1,7
38	2,3	2,4	1,9	1,4	1,1	1,3	1,1	1,1	1,1	1,5	2,0	2,0	2,2	1,5	1,2	1,5
39	2,2	2,3	1,8	1,4	1,2	1,3	1,3	1,0	1,0	1,4	2,0	2,1	2,2	1,5	1,2	1,5
40	5,4	6,3	5,9	3,8	2,5	2,3	2,8	3,3	2,9	4,0	5,0	6,3	6,0	4,1	2,8	4,0
41	3,8	5,0	3,8	2,6	2,0	1,8	2,2	2,3	2,8	3,2	3,5	4,9	4,6	2,8	2,1	3,2
42	3,9	5,2	4,2	2,5	1,7	2,2	1,7	2,1	2,3	2,9	3,7	5,0	4,7	2,8	2,0	3,0
43	4,0	5,4	3,7	2,6	2,2	2,0	2,2	2,8	2,3	3,0	4,1	5,3	4,9	2,8	2,3	3,1
44	3,9	4,3	3,1	2,4	2,0	1,6	1,5	1,7	1,7	2,5	3,2	4,1	4,1	2,5	1,6	2,5
45	3,2	3,9	2,6	2,1	1,7	1,6	1,3	1,5	1,6	2,1	3,1	3,7	3,6	2,1	1,5	2,3
46	3,1	3,3	2,2	1,6	1,3	1,4	1,2	1,4	1,5	2,3	2,7	3,0	3,1	1,7	1,3	2,2
47	3,2	3,7	3,3	1,7	1,6	1,3	1,2	1,7	2,0	2,6	3,0	3,8	3,6	2,2	1,4	2,5
48	2,0	2,2	1,8	1,6	1,0	1,2	1,1	1,2	1,2	1,3	1,8	2,0	2,1	1,5	1,2	1,4
49	3,4	4,0	3,5	2,2	1,6	1,5	1,7	1,6	1,8	2,8	3,0	3,4	3,6	2,4	1,6	2,5
50	2,9	3,2	2,3	1,7	1,7	1,3	1,2	1,2	1,2	1,5	2,0	2,6	2,9	1,9	1,2	1,6
51	2,7	3,8	2,9	2,1	1,6	1,3	1,2	1,2	1,5	1,8	2,0	2,7	3,1	2,2	1,2	1,8
52	7,1	7,2	6,5	4,7	3,1	2,8	3,2	3,7	4,3	5,5	6,4	7,2	7,2	4,8	3,2	5,4
53	7,1	7,7	6,8	4,6	3,1	2,9	3,1	3,8	4,4	5,2	6,5	7,4	7,4	4,8	3,3	5,4
54	7,3	7,3	7,0	4,5	3,1	2,7	3,2	3,9	4,4	5,3	6,8	7,5	7,4	4,9	3,3	5,5
55	4,8	4,8	4,2	2,3	2,2	1,8	1,9	2,0	2,7	3,2	4,1	4,9	4,8	2,9	1,9	3,3
56	5,0	5,1	4,7	2,6	2,2	1,9	2,3	2,5	2,8	3,6	4,7	4,9	5,0	3,2	2,2	3,7
57	4,3	4,1	4,2	2,2	2,1	1,7	1,8	2,0	2,8	3,3	4,1	4,5	4,3	2,8	1,8	3,4
58	4,3	4,5	4,1	2,1	2,3	1,7	1,6	2,0	2,7	3,6	3,8	4,4	4,4	2,8	1,8	3,4
59	3,6	3,9	3,3	1,9	1,9	1,4	1,5	1,8	2,3	2,6	3,3	4,0	3,8	2,4	1,6	2,7
60	4,3	4,6	4,2	2,3	2,2	1,7	1,8	2,4	2,9	3,5	4,1	4,9	4,6	2,9	2,0	3,5

ЛИТЕРАТУРА

1. Каган Р. Л., Лугина К. М. Статистическая структура аномалий аэрологических полей над Североамериканским континентом.—«Труды ГГО», 1968, вып. 228, с. 98—120.
2. Мартемьянов В. И. Об анизотропии корреляционных функций поля геопотенциала (давления).—«Труды САНИГМИ», 1969, вып. 40(55), с. 89—100.
3. Мартемьянов В. И. О статистической структуре поля геопотенциала и давления у земли.—«Труды САНИГМИ», 1969, вып. 40(55), с. 75—88.
4. Гарнопольский А. Г. К статистической структуре и интерполяции в пространстве средней месячной температуры воздуха.—«Труды ГМЦ СССР», 1970, вып. 68, с. 99—103.

Е. К. МОЛЬКЕНТИН, В. М. ФЕДОРОВА, Н. И. ЯКОВЛЕВА

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ НАД СЕВЕРНОЙ АТЛАНТИКОЙ

Сравнительный и пространственно-временной анализ средних, дисперсий и элементов корреляционных матриц по данным семи метеорологических элементов (давление — p , барометрическая тенденция за 3 ч — p' , температура воздуха — t_a , разность температур вода—воздух — Δt , скорость ветра — v , общая облачность N , точка росы — τ) на девяти кораблях погоды (рис. 1) позволил выявить ряд интересных особенностей структуры рассматриваемых

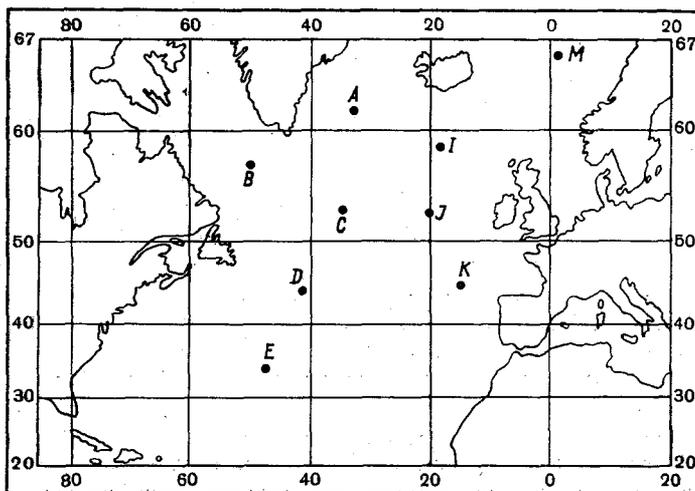


Рис. 1. Местоположение кораблей погоды в Северной Атлантике

мых метеорологических элементов. Статистический материал состоял из часовых данных отдельных дней января и июля с 1958 г. по 1970 г. Чтобы ослабить временную зависимость, в выборку вошло примерно 10 дней каждого года за соответствующий месяц с интервалами не менее 3 дней между соседними датами. Прежде всего представим результат анализа корреляционной зависимости одноименного метеорологического элемента в разные сроки наблюдения суточного интервала времени, в частности, между сроками за 03 и 15 ч (в табл. 1). Наиболее тесная корреляционная связь в 12-часовом интервале времени наблюдается в поле давления и температурно-влажностных характеристик Δt , t_a , τ . Высокие значения коэффициента корреляции означают, что и в суточном интервале времени указанные метеорологические элементы над водной поверхностью также будут характеризоваться достаточно тесной связью.

Таблица 1
Коэффициенты корреляции
одноименного метеорологического
элемента в разные сроки
(интервал времени 12 ч)

Метеорологический элемент	Январь	Июль
p	0,88	0,88
t_a	0,69	0,66
Δt	0,68	0,48
τ	0,63	0,68
v	0,39	0,52
N	0,19	0,35
p'	0,06	0,16

Вместе с тем данные по барометрической тенденции и общей облачности за январь в 12-часовом интервале времени в среднем можно считать статистически независимыми. Летом по всем кораблям погоды, а в циклоническом районе и зимой и летом временная связь по срочным данным общей облачности более сильная. Интересно отметить, что средние величины общей облачности довольно высокие и слабо меняются и по территории Северной Атлантики и по сезонам (табл. 2).

В среднем общая облачность равна 8 баллам и зимой, и летом. Величины дисперсии общей облачности имеют большие пространственные различия. Антициклонический район характеризуется несколько более сильной изменчивостью (корабли D, E, K) независимо от сезона года (3—3,5 балла), нежели циклонический район (1,6—2,5 балла).

Среднеквадратическое отклонение общей облачности невелико, ± 2 балла, причем оно имеет условный характер, так как частотное распределение общей облачности, по данным кораблей погоды, отличается от нормального распределения. Более того, частотное распределение общей облачности, по данным кораблей погоды, отличается и от общепринятой U-образной формы распределения за счет резкого преобладания высоких значений общей облачности (это касается данных за 03 и 15 ч).

Таблица 2

Средние величины общей облачности (в десятибалльной системе) по кораблям погоды в январе и июле.

Срок наблюдений	A	B	C	D	E	I	J	K	M	Среднее
Январь										
03	7,6	8,9	8,3	7,8	6,0	6,9	7,8	7,1	7,8	8,0
15	8,0	9,0	8,7	8,7	7,6	8,3	7,8	8,0	8,5	
Июль										
03	8,6	9,2	8,7	7,4	4,6	8,3	8,3	7,5	8,6	7,9
15	8,4	8,8	9,1	7,8	5,3	8,3	8,0	7,1	8,0	

Данные по общей облачности и по точке росы в приземном слое, характеризующие степень увлажнения воздуха, имеют устойчивый положительный коэффициент корреляции от 0,20 до 0,42 (средний 0,30), что свидетельствует о том, что передача влаги от поверхности океана влияет на состояние облачного покрова над океаном.

Естественно ожидать, что и относительная влажность воздуха в течение года слабо меняется, сохраняя при этом высокие значения (табл. 3).

В сезонном плане относительная влажность воздуха меняется не более, чем на 10% и соответствует значениям 78—88%.

Вообще нужно отметить, что между всеми температурно-влажностными характеристиками над океаном существует довольно тесная корреляция, что вполне естественно, но в январе эти связи характеризуются несколько большими коэффициентами корреляции (0,5—0,9), чем летом (0,4—0,8). Пространственный анализ средних значений барометрической тенденции показал, что наибольшие отрицательные значения чаще проявляются не в области барического минимума (район Исландии), а южнее, в районе 50° с. ш. (корабли С, D, J). Отсюда следует, что районом преимущественного зарождения циклонических образований является

южная периферия квазистационарного циклонического вихря, ближе к гидрологическому фронту, в районе наибольших термических контрастов Северной Атлантики.

Примерно в этой же широтной зоне в среднем скорости ветра на уровне корабля погоды имеют повышенные значения (13—15 м/с) по сравнению с другими зонами рассматриваемой территории. Летом скорости ветра примерно вдвое уменьшаются по сравнению с зимой.

Таблица 3

Относительная влажность воздуха u и разность между температурой воздуха и точкой росы $t_a - \tau$ по всем кораблям погоды

	A	B	C	D	E	I	J	K	M	Средний
Январь										
u (%)	82	76	81	76	73	81	80	81	76	78
$t_a - \tau$	3,3	3,6	3,4	4,4	5,0	3,2	3,2	3,3	3,7	3,7
Июль										
u (%)	88	93	88	88	82	86	87	87	88	88
$t_a - \tau$	2,0	1,2	1,3	2,1	3,2	2,5	2,3	2,4	2,2	2,0

Отметим, что давление и скорость ветра связаны между собой хотя и не очень высокой, но устойчивой отрицательной связью ($R_{\text{ср}} = -0,30$). Это свидетельствует о том, что в циклонических районах в среднем скорости ветра выше, чем в антициклонических.

Интересно, что в районе кораблей погоды D, E, I, J, т. е. вдоль основной струи теплого течения, имеется тенденция к увеличению значений коэффициентов корреляции между давлением и скоростью ветра. Так, если среднее значение коэффициента корреляции по кораблям A, B, C, M в январе $R = -0,24$, в июне $R = -0,33$, то по кораблям D, E, I, J соответственно коэффициенты равны $-0,37$ и $-0,41$.

Коротко остановимся на пространственно-сезонных особенностях распределения величин дисперсии σ^2 различных метеорологических элементов, рассчитанных по наблюдениям за 03 и 15 ч. Наиболее характерной особенностью пространственного распределения является то, что максимальные значения приходятся на западный район Северной Атлантики (местоположения кораблей D, B, C), причем это относится к σ^2 большинства метеорологических характеристик (барометрическая тенденция, точка росы, скорость ветра, температура воздуха, разность температур вода —

воздух). По давлению и общей облачности пространственное распределение σ^2 соответствует характеру расположения барических цепочек центров действия (циклон—антициклон), при этом, если σ^2 давления велико на севере, мало на юге, то по облачности наоборот, максимальные величины σ^2 располагаются в антициклоническом районе. Таким образом, западная часть Северной Атлантики чрезвычайно интересный район по своим контрастам и большой изменчивости значительного числа метеорологических и гидрологических характеристик. Одним из сильных факторов этой изменчивости является взаимодействие теплого и холодного течений в этом районе Северной Атлантики. Согласно работам Перри [1—2], годы, аномальные по своим погодным явлениям, характеризуются и большими аномалиями в интенсивности и распределении турбулентного теплообмена и затрат тепла на испаре-

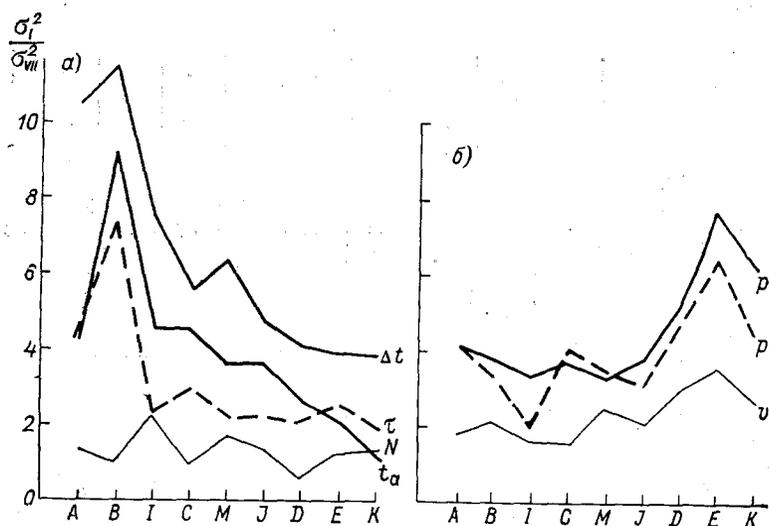


Рис. 2. Отношение величин дисперсии характеристик метеорологических элементов за январь и июль по девяти кораблям погоды: а — температурно-влажностных Δt , t_α , τ , N , б — динамико-ветровых p , p' , v

ния над Северной Атлантикой, причем очаги энергетических взаимодействий воздух—океан расположены преимущественно в западной части. Отсюда следует, что этот район является чрезвычайно важным погодообразующим районом для Северной Атлантики, и по-видимому, не только для Северной Атлантики, а для значительной части северного полушария.

Интересно отметить одно обстоятельство в связи с территориальными особенностями в сезонной перестройке изменчивости метеорологических элементов. Величины дисперсий σ^2 от января

к июлю в общем убывают, что вполне естественно, в связи с ослаблением атмосферной и океанической циркуляции в летнее время. Вместе с тем в пространственном отношении это ослабление неравномерное: в районе исландского барического минимума (корабли I, А, С, В) довольно резко ослабляются от зимы к лету дисперсии температурно-влажностных характеристик Δt , t_a , τ и менее сильно — дисперсии динамико-ветровых p , p' , v .

Эта закономерность наглядно демонстрируется графиком (рис. 2). Дисперсии температурно-влажностных характеристик убывают в циклоническом районе в 8—11,5 раза, а динамико-ветровых — в 2—4 раза.

Дисперсия общей облачности над океаном по существу осталась без изменения (в январе и июле), причем ее частотная структура распределения почти не изменилась от января к июлю.

Отсюда следует, что структура динамико-ветровых и температурно-влажностных характеристик при сезонных перестройках имеет свои широтные особенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петгу А. Н. Sensible heat ant latent heat transfer over the North Atlantic during Some recent Winter months.— Ann. Meteorol., 1969, No 4, p. 40—47.
2. Петгу А. Н. Turbulent heat flux patterns over the North Atlantic during Some recent Winter months.— Meteor. Magaz., 1968, v. 97, No. 1153, p. 246—253.

В. Б. АФАНАСЬЕВА, Н. П. ЕСАКОВА, В. М. ТИТОВ

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ МЕЖДУ ТЕРМИЧЕСКИМИ И ЦИРКУЛЯЦИОННЫМИ УСЛОВИЯМИ И ПОЛОЖЕНИЕМ ГРАНИЦЫ СНЕЖНОГО ПОКРОВА

Альбедо, температуропроводность и другие радиационные характеристики снежного покрова резко отличаются от характеристик бесснежной подстилающей поверхности. Это обстоятельство сильно влияет на климат и должно учитываться при долгосрочных прогнозах.

При построении теории климата положение границы снежного покрова не может быть заданным, а должно выражаться функцией термических условий, облачности и осадков.

В настоящей работе дается предварительная статистическая характеристика синхронных связей между термическими и циркуляционными условиями и положением границы снежного покрова.

Связь между положением границы снежного покрова и характеристиками циркуляции является лишь косвенной, поэтому нельзя ожидать высоких коэффициентов корреляции, тем не менее представляется интересным оценить эту связь.

Для оценки атмосферной циркуляции были выбраны следующие характеристики: I_z — индекс зональной циркуляции, используемый в работах Е. Н. Блиновой, I_m — индекс меридиональной циркуляции, введенный М. И. Юдиным и А. А. Рождественским, и гидродинамический индекс I_s , пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому контуру. Для характеристики термического режима использовалась температура. Все вычисления проводились для среднедекадных аномалий указанных выше характеристик, причем были использованы данные за 20 лет (1949—1968) для весеннего периода (март—май). Накопленный в настоящее время материал позволил построить среднедекадные карты снежного покрова. Методика построения карт достаточно подробно изложена в работах [2, 3]. Данные по температуре снимались в узлах регулярной сетки из 42 точек с шагом 5° по долготе ($30-60^\circ$ в. д.) и 3° по широте ($49-64^\circ$ с. ш.). Положение границы снежного покрова характеризовалось широтами изолиний «5 дней со снегом в декаде» на семи постоянных долготах (от 30 до

60° в. д.): Поэтому значениям температуры в узлах сетки, находящимся на одном меридиане, соответствовала одна широта положения границы снежного покрова.

Зависимость между положением границы снежного покрова и циркуляционными характеристиками можно представить в виде графика, на котором по оси абсцисс отложены долготы, а по оси ординат — коэффициенты корреляции (рис. 1). Поскольку в вычислениях не исключен годовой ход, значения коэффициентов могут быть занижены. Учитывая длину ряда (180 декад) и ошибку коэффициента корреляции, значимыми следует считать значения выше 0,25. Для I_i характерны положительные значения коэффициента корреляции на всех долготах, но значения малы и не превышают 0,14. Для I_M коэффициенты корреляции положительны почти на всех долготах, однако очень малы (0,03—0,07), и лишь в районе Урала знак меняется. Значения же остаются малыми. Для I_3 повсеместно наблюдаются отрицательные значения коэффициента, причем абсолютные значения выше, чем для I_i и I_M и имеют явную тенденцию к увеличению к востоку (от 0,05 для $\lambda = 30^\circ$ в. д. до 0,25—0,28 для $\lambda = 60^\circ$ в. д.).

Из всех коэффициентов для трех циркуляционных характеристик значимыми можно считать коэффициенты корреляций только для зонального индекса в восточной части исследуемой территории (50—60° в. д.). Если между I_3 и положением границы снежного покрова существует обратная зависимость, то, видимо, усиление зональной циркуляции приводит к более южному положению границы снежного покрова.

Предположительно можно сказать, что так как снежный покров занимает северные районы, то большие значения I_3 связаны с большими холодами в высоких широтах.

Обращает на себя внимание то, что связь между положением границы снежного покрова и зональной циркуляцией более всего проявляется в районах Предуралья и Урала (рис. 1). Ранее было произведено разложение полей снежного покрова по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.) [1]. Графики, построенные для е. о. ф. X_1 и X_2 , показывают, что долготы 50 и 60° в. д. являются в известной мере переломными в ходе кривых. По-видимому, здесь наряду с другими факторами играет роль орография.

Поскольку значения температуры можно было задавать во всех 42 точках, то результаты корреляции оказалось возможным

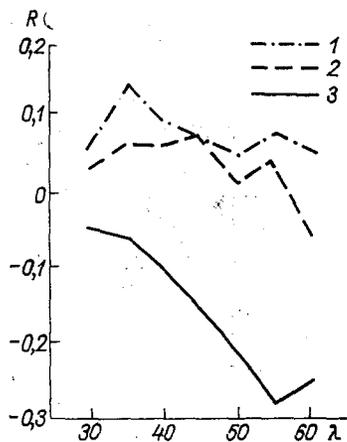


Рис. 1. Коэффициенты корреляции между изолинией «5 дней со снегом в декаде» и циркуляционными характеристиками:

1— индекс, пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому контуру, 2— индекс меридиональной циркуляции и 3— индекс зональной циркуляции

представить в виде карты (рис. 2). Поле коэффициентов корреляции между положением границы снежного покрова и температурой достаточно однородно, значения во всех точках положительные и изменяются от 0,2 на севере до 0,4 на западе и юго-востоке.

Интересно было выяснить, какая связь имеет место между положением границы снежного покрова и различными изотермами.

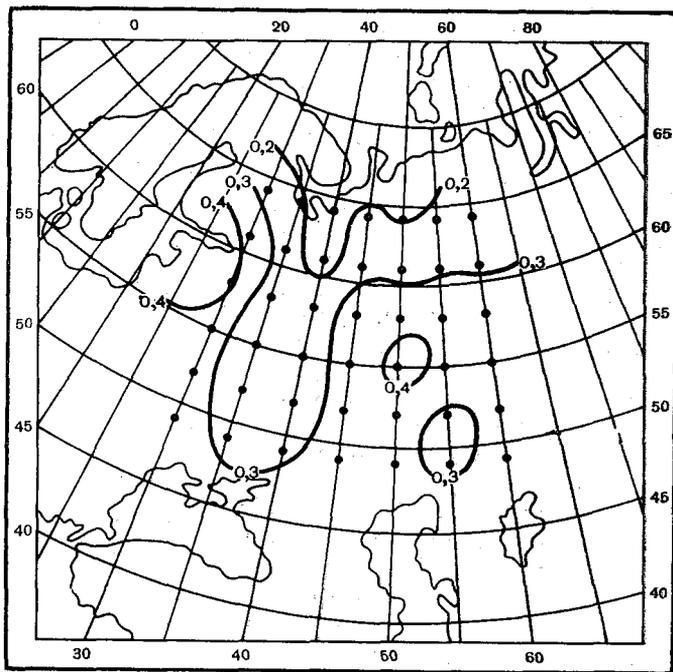


Рис. 2. Карта географического распределения коэффициентов корреляции между положением изолинии «5 дней со снегом в декаде» и температурой

Для этого коррелировались среднедекадные значения широты изолинии «5 дней со снегом в декаде» с изотермами 3, 0 и -3°C на семи постоянных долготах ($30-60^{\circ}$ в. д.) за весенний период с 1949 по 1968 г. (таблица).

Наиболее хорошая корреляционная связь между изолинией «5 дней со снегом в декаде» и изотермой 0°C ; коэффициент корреляции составляет 86% (средний за весь период). Более наглядно синхронная связь между изолинией «5 дней со снегом в декаде» и изотермой 0°C представлена на графиках, по оси ординат которых отложены среднедекадные значения широты для границы снежного покрова, по оси абсцисс — значения широты для температуры 0°C (рис. 3). Для построения графиков использован

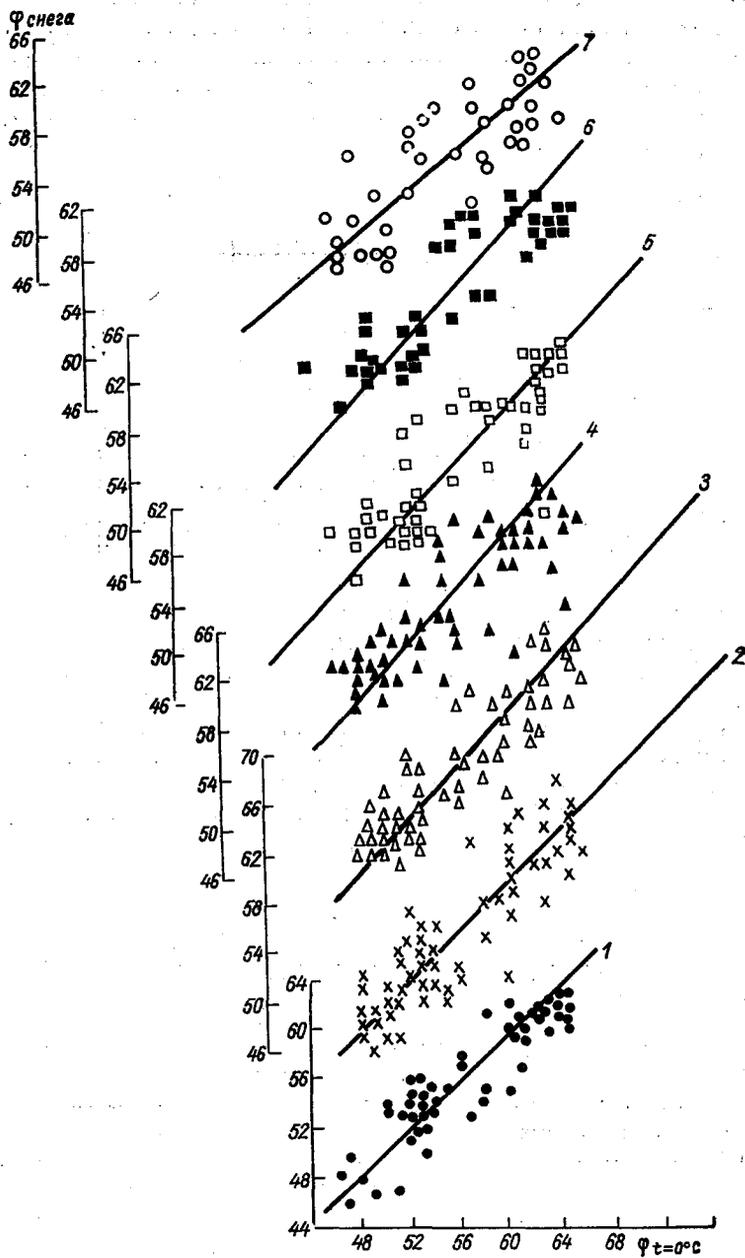


Рис. 3. Связь между положением границы снежного покрова и изотермой 0°C на разных долготах:

1 — 30° , 2 — 35° , 3 — 40° , 4 — 45° , 5 — 50° , 6 — 55° , 7 — 60°

ряд наблюдений с 1949 по 1968 г. за весенний период. Графики построены для каждой из семи долгот (от 30 до 60° в. д.). Положение точек и линий регрессии подтверждает наличие связи между изолинией «5 дней со снегом в декаде» и изотермой 0°C.

Следует отметить, что весной достаточно хорошая связь между положением границы снежного покрова и изотермой 0°C на-

Таблица

Коэффициенты корреляции (%) между широтой изолинии „5 дней со снегом в декаде“ и изотермами 3, 0, —3° С

Изотерма	Широта, град.							Среднее
	30	35	40	45	50	55	60	
3	81	74	74	74	84	75	69	76
0	91	88	87	83	85	84	81	86
—3	68	70	55	58	51	53	77	62

блюдается как в южных, так и северных районах ЕТС. Это подтверждается графиками, на которых (для всех долгот) точки ложатся достаточно кучно и разность широт в них не превышает 1—2°.

Сейчас продолжается работа по установлению статистических связей между положением границы снежного покрова и температурой. По завершении исследований можно будет дать определенные рекомендации для построения теории климата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьева В. Б., Есакова Н. П., Титов В. М. Статистическое описание полей снежного покрова методом разложения по естественным ортогональным функциям.—«Труды ГГО», 1968, вып. 201, с. 90—96.
2. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. О способах характеристики аномалий облачности, снежного покрова и радиационных потоков.—«Труды ГГО», 1962, вып. 143, с. 104—112.
3. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. Статистические связи между аномалиями некоторых погодных характеристик.—«Труды ГГО», 1964, вып. 165, с. 105—113.

Н. П. ЕСАКОВА, В. Б. АФАНАСЬЕВА, В. М. ТИТОВ

О СРАВНЕНИИ СПУТНИКОВЫХ И ВИЗУАЛЬНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ОБЛАЧНОСТЬЮ

Благодаря созданию искусственных спутников Земли появилась возможность исследовать процессы планетарного масштаба. Основным назначением метеорологических спутников является получение сведений о распределении облачности и радиационных потоков в масштабе земного шара. При неравномерности существующей сети станций (особенно в океанах) очевидна большая практическая ценность получаемых со спутников данных.

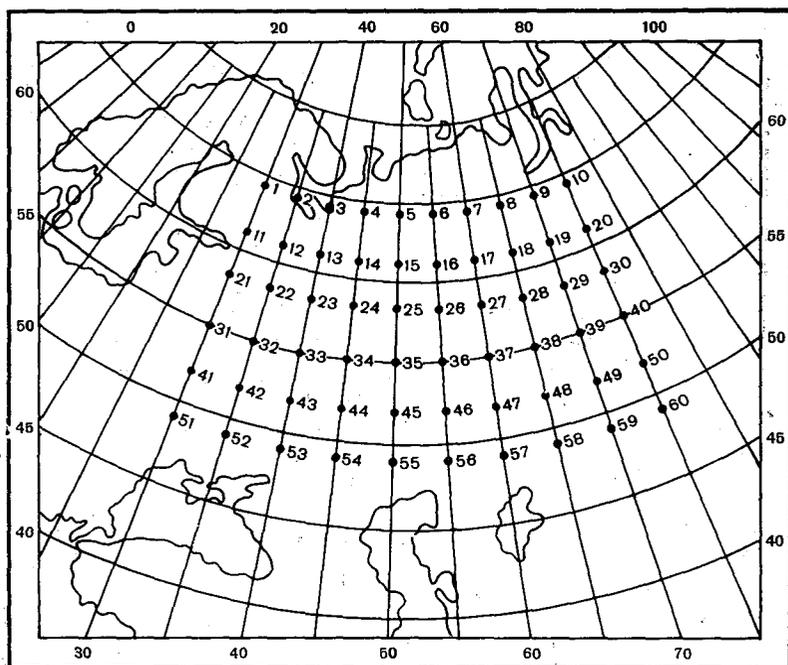


Рис. 1. Схема регулярной сетки.

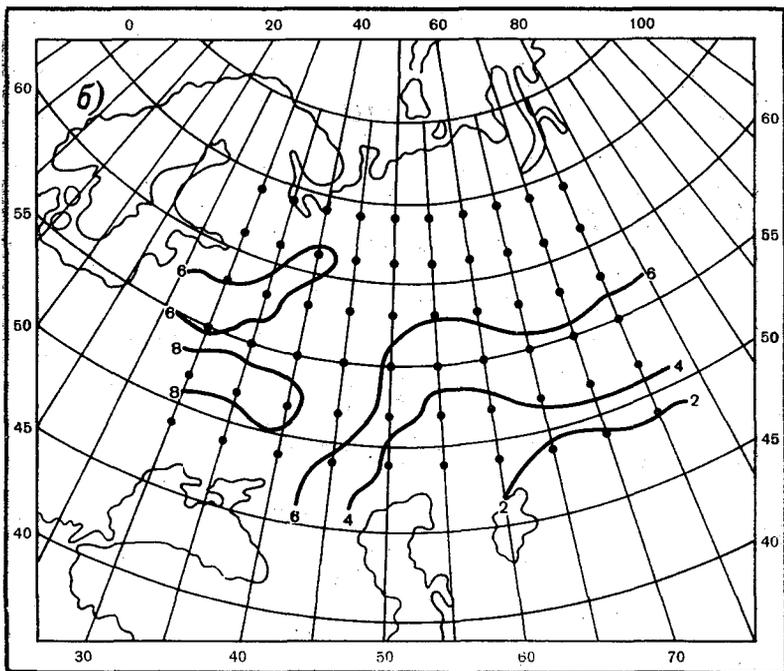
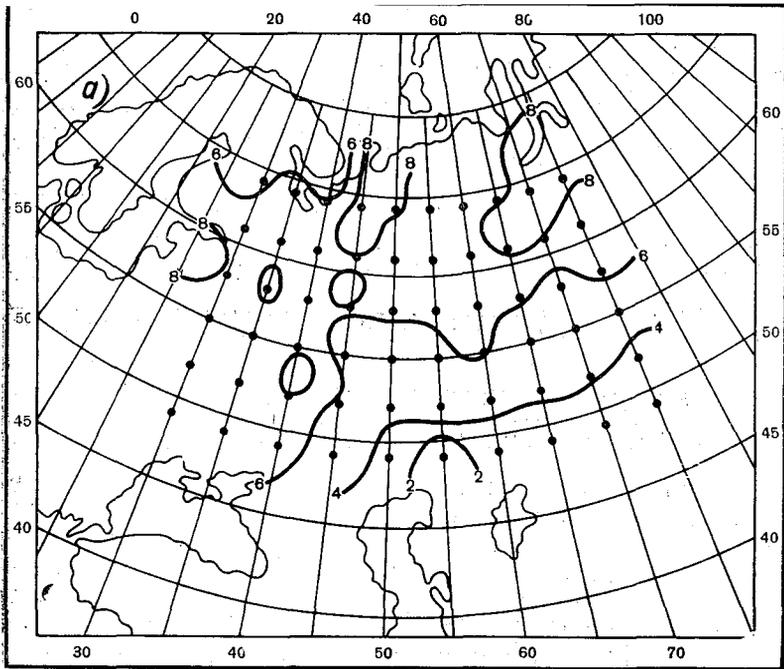


Рис. 2. Изолинии облачности за вторую декаду октября 1968 г.:
 а—данные спутников, б—визуальные данные

В ГГО авторами данной статьи была разработана статистическая схема прогноза среднедекадных температур с использованием в качестве одного из предикторов данных по облачности, определяемой визуально на станциях. Ранее [1] была сделана попытка использовать для прогноза данные наблюдений за облачностью, получаемые со спутников. Было рассмотрено несколько случаев статистического прогноза среднедекадной температуры с использованием в качестве предиктора облачности, определяемой визуально, и параллельно составлялись прогнозы, в которых учитывались значения облачности, получаемые со спутников. Установлено, что в среднем оправдываемость прогнозов при использовании данных спутниковых наблюдений несколько повысилась.

В данной работе ставилась цель определить на возможно большем материале, какая корреляционная связь существует между данными облачности, получаемыми со спутников и на станциях. Для этого с карт, построенных по данным со спутников, были сняты значения облачности в узлах регулярной сетки (рис. 1), охватывающей территорию ЕТС и Западной Сибири. Шаг сетки составляет 5° по долготе и 3° по широте. В связи с тем, что регуляр-

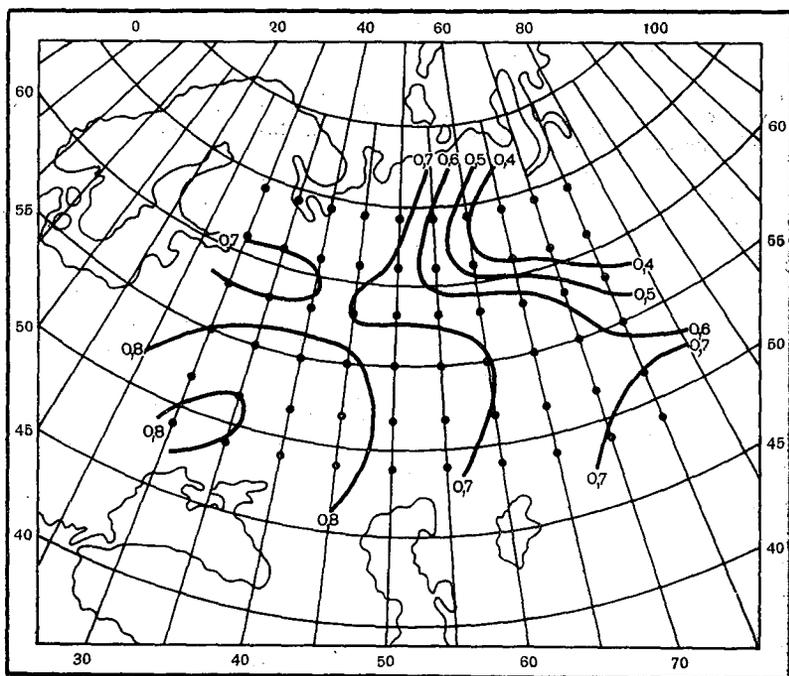


Рис. 3. Распределение коэффициентов корреляции между значениями облачности, полученными со спутников и определенными визуально

ные наблюдения и построение карт по материалам, поступающим со спутников, стали осуществляться сравнительно недавно, пришлось ограничиться периодом наблюдений за 4 года (1965—1968). Для весеннего периода (март — май) были построены среднедекадные карты облачности по материалам наблюдений, поступающим с искусственных спутников, и визуальных (рис. 2 а и б). Конфигурация изолиний, проведенных по спутниковым данным и по визуальным, имеет много общего. Для того чтобы дать количественную оценку этого сходства, были подсчитаны за 4 года коэффициенты корреляции для каждой из точек регулярной сетки (рис. 3). Величины коэффициентов корреляции достаточно велики, причем область наибольших коэффициентов (0,7—0,8) располагается в юго-западной и южной частях ЕТС. В направлении на северо-восток значения коэффициентов убывают до 0,4 (северо-запад Сибири).

Значения облачности, получаемые с искусственных спутников, на большей части ЕТС и Западной Сибири достаточно близки к данным наземных станций.

По-видимому, в дальнейшем именно данные спутников следует учитывать при составлении прогнозов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Использование данных спутниковых наблюдений за облачностью в прогнозе среднедекадной температуры.—«Труды ГГО», 1972, вып. 273, с. 137—138.

А. В. МЕЩЕРСКАЯ, В. А. ШАХМЕЙСТЕР

О ДВУХ СХЕМАХ ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА И ИХ УСПЕШНОСТИ

В настоящее время существует ряд дискриминантных схем, основанных на совершенно разных принципах [1, 2, 4—8]. При выборе той или иной схемы очень важно знать ее преимущества и недостатки. В данной статье сравниваются два алгоритма дискриминантного анализа Г. С. Себестиана [6] и С. Уилкса [8]. Алгоритм Себестиана ранее успешно использовался в работах [3, 4]. Хорошо известная схема Уилкса сводится в конечном итоге к решению уравнений того же типа, что и в схеме Себестиана. Поэтому представляло интерес сравнить их между собой.

Как известно, целью дискриминантного анализа является разделение на классы некоторого набора исходных данных, т. е. их классификация. Задача классификации при заданной априори структуре классов известна в литературе под названием задачи обучения машины разделению ситуаций на классы с учителем.

Итак, пусть имеется m реализаций (полей) n -мерного случайного вектора, которые можно представить в виде матрицы

$$Z = \{z_{ik}\}_{i=1, \dots, m}^{n} \quad (1)$$

Разобьем эту совокупность на два класса, которые запишем в виде двух матриц X и Y

$$X = \{x_{ik}\}_{i=1, \dots, l_1}^{n} \quad (2)$$

$$Y = \{y_{ik}\}_{i=1, \dots, l_2}^{n} \quad (3)$$

где l_1 — число полей класса X , l_2 — число полей класса Y . Очевидно, что $m = l_1 + l_2$. Пусть поля представлены в виде аномалий, т. е. в виде отклонений от средних в каждой точке поля, полученных по всей совокупности полей m . Это означает, что вектор средних класса Z

$$\bar{Z} = (\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_n) = 0, \quad (4)$$

или что

$$l_1 \bar{x}_i + l_2 \bar{y}_i = 0, \quad (5)$$

где $X = (\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_n})$ — вектор средних класса X , а $\overline{Y} = (\overline{y_1}, \overline{y_2}, \dots, \overline{y_n})$ — вектор средних класса Y .

Не останавливаясь на детальном разборе алгоритмов Себестиана и Уилкса [8], отметим, что в конечном счете в обоих случаях ищется наибольшее собственное число λ и соответствующий ему собственный вектор задачи

$$(R^* - \lambda R)C = 0, \quad (6)$$

где

$$C = (c_1, c_2, \dots, c_n),$$

$$R^* = \{r_{ij}^*\}_{i=1, j=1}^n, \quad (7)$$

$$R = \{r_{ij}\}_{i=1, j=1}^n. \quad (8)$$

Эти матрицы существенно различны в алгоритмах Себестиана (обозначим их R_c^* и R_c) и Уилкса (R_y^* и R_y). Рассмотрим алгоритм Себестиана. Матрица R_c и есть ковариационная матрица класса Z , которая может быть выражена через матрицы X и Y следующим образом:

$$r_{cij} = \overline{z_i z_j} = \frac{1}{l_1 + l_2} (l_1 \overline{x_i x_j} + l_2 \overline{y_i y_j}), \quad (9)$$

где

$$\overline{z_i z_j} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^n Z_{ki} Z_{kj},$$

$$\overline{x_i x_j} = \frac{1}{l_1} \sum_{k=1}^n x_{ki} x_{kj},$$

$$\overline{y_i y_j} = \frac{1}{l_2} \sum_{k=1}^n y_{ki} y_{kj}.$$

Матрица R_c^* есть ковариантная матрица расстояний между классами.

$$r_{cij}^* = \overline{x_i x_j} + \overline{y_i y_j} - \overline{x_i y_j} - \overline{x_j y_i}. \quad (10)$$

Обозначим

$$a_{ij} = \overline{x_i x_j} + \overline{y_i y_j},$$

$$b_{ij} = \overline{x_i y_j} + \overline{x_j y_i}, \quad (11)$$

где a_{ij} и b_{ij} — элементы квадратных матриц A и B .

Положим $l_1 = l_2 = l$. При этом

$$R_c = \frac{1}{2} A, \quad R_c^* = A - B. \quad (12)$$

Тогда уравнение (6) примет вид

$$\left(A - B - \frac{\lambda}{2} A \right) C = 0$$

или

$$\left(-B + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)A\right)C = 0. \quad (13)$$

Перейдем к алгоритму Уилкса. Матрица R_y есть матрица внутривыборочного рассеивания

$$r_{yij} = l_1 \overline{x_i x_j} - l_1 \overline{x_i} \overline{x_j} + l_2 \overline{y_i y_j} - l_2 \overline{y_i} \overline{y_j}. \quad (14)$$

Применяя (5) к (14), получаем

$$r_{yij} = l_1 \overline{x_i x_j} + l_2 \overline{y_i y_j} + l_2 \overline{y_i} \overline{x_j} + l_1 \overline{x_i} \overline{y_j}. \quad (15)$$

Так как $l_1 = l_2 = l$, с учетом (11) получим

$$R_y = l(A + B). \quad (16)$$

Матрица R_y^* есть матрица межвыборочного рассеивания.

$$\begin{aligned} r_{yij}^* &= (l_1 + l_2) \overline{z_i z_j} - r_{yij} = l_1 \overline{x_i x_j} + l_2 \overline{y_i y_j} - \\ &- l_1 \overline{x_i} \overline{x_j} - l_2 \overline{y_i} \overline{y_j} - l_2 \overline{y_i} \overline{x_j} - l_1 \overline{x_i} \overline{y_j} = -lB. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя (17) и (15) в (6), имеем

$$-BC - \lambda(A + B)C = 0, \quad (18)$$

или

$$\left(-B - \frac{\lambda}{1 + \lambda} A\right)C = 0. \quad (19)$$

Из сопоставления уравнений (19) и (13) видно, что при $l_1 = l_2$ векторы C_x и C_y должны отличаться постоянным множителем. Пропорциональность должна сохраняться и для коэффициентов d , которые находятся по формуле:

$$\begin{aligned} d &= ZC, \\ d &= (d_1, d_2, \dots, d_{l_1+l_2}). \end{aligned} \quad (20)$$

Результаты численных расчетов по алгоритмам Себестиана и Уилкса это подтвердили. Для подробно рассмотренного ниже примера (аномалии среднемесячной температуры января) отношение значений вектора, рассчитанного по алгоритмам Себестиана и Уилкса, для каждой из 13 точек поля оказалось величиной постоянной и равной 2,506916. В таком же соотношении находятся коэффициенты d . Для случая, когда число лет в классах X и Y неодинаково, пропорциональность нарушалась. Отношение векторов менялось от точки к точке, но оставалось в данном конкретном примере близким к двум. Из этих данных следует, что алгоритмы дискриминантного анализа Себестиана и Уилкса почти тождественны и целесообразно пользоваться каким-либо одним из них. В дальнейшем результаты расчетов приводятся только по алгоритму Уилкса.

Схема дискриминантного анализа Уилкса была реализована на примере среднемесячной температуры атлантико-европейского сектора. Основная задача заключалась в проверке того, насколько

удачно с помощью алгоритма Уилкса можно найти правило разделения полей на классы и как это правило будет работать на независимой выборке. Зависимая выборка по среднемесячной температуре состояла из данных 13 станций за 68 лет, с 1903 по 1970 г. В независимую выборку вошло 20 лет, с 1881 по 1902 г.

Как уже отмечалось, в задаче классификации с учителем принадлежность каждого поля зависимой выборки к одному из классов задается заранее. Поэтому алгоритм Уилкса проверялся для четырех вариантов первоначальной классификации, в которых принадлежность к классам X и Y определялась по-разному. В первом варианте поля аномалий среднемесячной температуры классифицировались по суммам аномалий температуры по 13 станциям данного поля. Во втором варианте поля аномалий среднемесячной температуры классифицировались по значениям a_1 — первого коэффициента разложения среднемесячной температуры по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.); в третьем варианте — по значениям a_2 , в четвертом — по значениям a_3 . При разложении по е. о. ф. аномалии температуры нормировались на среднеквадратическое отклонение. Все четыре варианта вычислений отличались друг от друга только предварительным разделением на классы. В остальных расчетах проводились аналогично.

Остановимся более подробно на первом варианте. Для определения принадлежности полей одному из трех классов строилась ранжированная кривая сумм температур по полю за 68 лет (рис. 1). Предполагая, что все эти три класса равночисленны, к классу «выше нормы» были отнесены первые 23 года в левой части кривой, к классу «ниже нормы» — 23 года в правой части кривой. Остальные 22 года оказались в классе «норма». Границы классов отмечены на рис. 1 вертикальными линиями, соответствующими определенным значениям сумм температур: левая вертикальная линия соответствует границе между классами «выше нормы» и «норма»; правая вертикальная линия соответствует границе между классами «норма» и «ниже нормы». Такие же ранжированные кривые строились для коэффициентов разложения по е. о. ф. (для a_1 , a_2 и a_3). Численные границы классов для всех четырех вариантов приведены в табл. 1. После предварительной классификации полей проводился расчет по схеме Уилкса, в результате которого определялись коэффициенты d . Необходимо подчеркнуть, что, хотя совокупность исходных полей разбивалась на три класса, в расчеты средних значений матриц и векторов включались только поля, отнесенные к классам «выше нормы» и «ниже нормы». Это следует и из приведенных выше формул. Для полей класса «норма» по уже вычисленным векторам и средним рассчитывались лишь значения коэффициентов d .

Если совокупность исходных данных разбита на два класса, то, как показал Уилкс [8], целесообразно использовать только первый вектор S и первый коэффициент d . Это подтвердили расчеты. Во всех четырех вариантах лишь первое собственное число существенно отлично от нуля. Вторые и последующие собственные числа

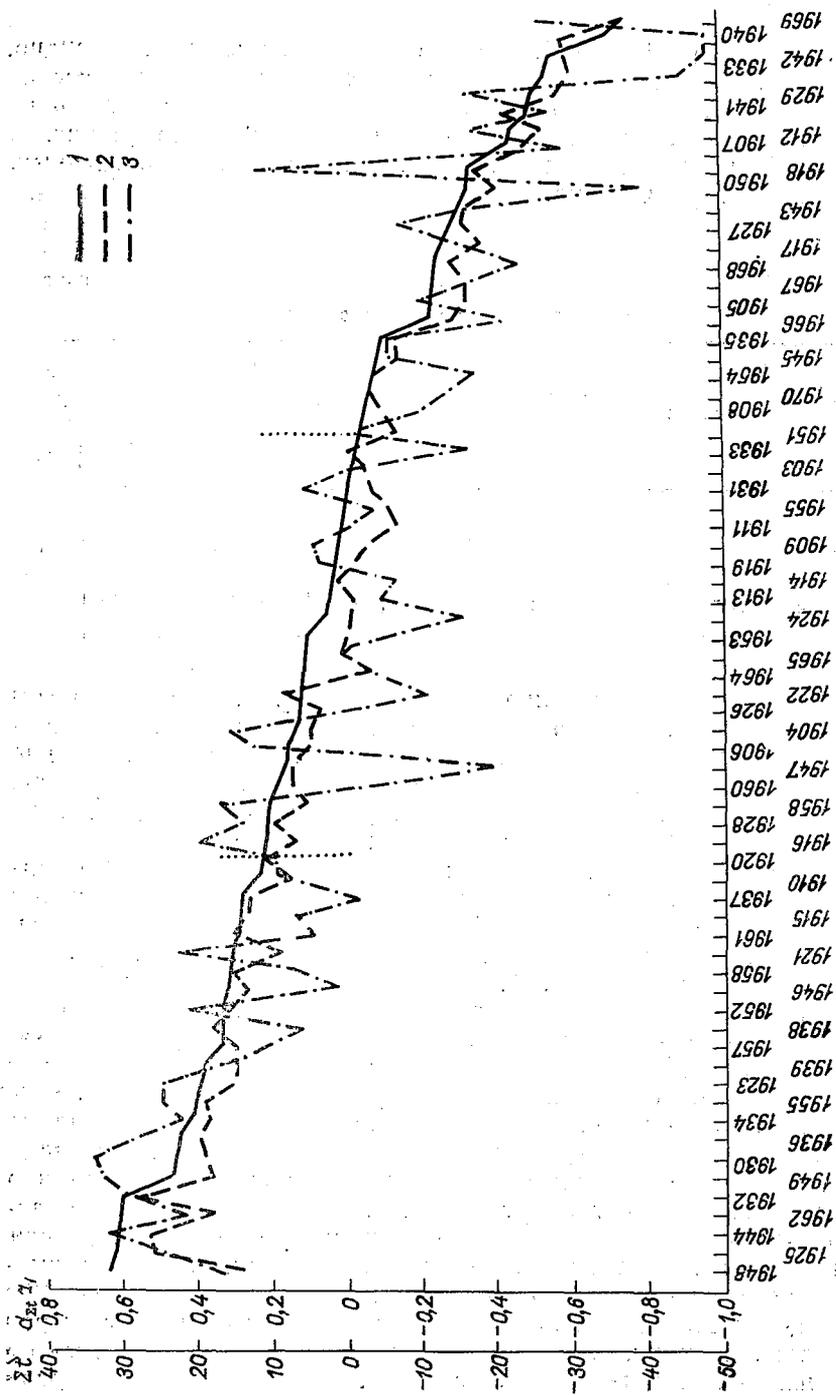


Рис. 1. Ранжированная кривая сумм аномалий среднемесячной температуры (1), значения a_1 (2) и первого (3) коэффициента разложения аномалий среднемесячной температуры по с. о. ф. (3) за те же годы

имеют порядок 10^{-10} — 10^{-11} , т. е. фактически равны нулю. Очевидно, что соответствующие им собственные вектора и коэффициенты не представляют какого-либо практического интереса. Поле первого собственного вектора для второго варианта приведено на рис. 2. Интерпретация представленного вектора, как и всех остальных, пока что затруднительна.

Таблица I

Численные границы классов

Граница классов	Вариант расчетов							
	I		II		III		IV	
	Σt	$d_{\Sigma t}$	a_1	d_{a_1}	a_2	d_{a_2}	a_3	d_{a_3}
Между классами „выше нормы“ и „норма“ . . .	11,5	0,18	0,90	0,18	1,20	0,19	0,10	0,17
Между классами „норма“ и „ниже нормы“	-0,2	-0,06	-1,20	-0,09	-0,20	-0,14	-0,90	-0,18

Перейдем к рассмотрению первых коэффициентов дискриминантного анализа. Первый коэффициент дискриминантного анализа, рассчитанный для варианта I, обозначим через $d_{\Sigma t}$. Первые коэффициенты для вариантов II, III и IV — соответственно через d_{a_1} , d_{a_2} , d_{a_3} . Прежде всего необходимо по этим коэффициентам установить численные границы классов. Для этого использовался описанный выше прием, а именно: строились ранжированные кривые коэффициентов дискриминантного анализа и в предположении равночисленности трех классов определялись границы классов. Численные границы классов для коэффициентов $d_{\Sigma t}$, d_{a_1} , d_{a_2} , d_{a_3} также приведены в табл. 1.

Если схема дискриминантного анализа работает удачно, то поля, отнесенные «учителем» (т. е. по суммам температур или коэффициентам a_1 , a_2 и a_3) к определенному классу должны соответствовать классам, выделенным по коэффициентам дискриминантного анализа. Для примера рассмотрим рис. 3, где нанесены значения коэффициента $d_{\Sigma t}$ за отдельные годы с 1903 по 1970 г. Из рис. 3 видно, что поля, отнесенные по суммам температур к какому-либо классу, хорошо соответствуют полям, отнесенным к тому же классу по значениям $d_{\Sigma t}$. Все черные кружки (кроме 1910 г.) легли слева от первой вертикальной пунктирной линии, т. е. соответствуют классу «выше нормы» по значениям коэффициента $d_{\Sigma t}$. Все светлые кружки (за исключением 1970 г.) легли справа от второй вертикальной линии, т. е. соответствуют классу «ниже нормы» по значениям коэффициента $d_{\Sigma t}$. За пределы класса «норма» вышли три случая (1911, 1928 и 1956 гг.).

Следует отметить, что вышедшие за границу класса пять точек легли вблизи границ классов. Такие же графики были построены по значениям коэффициентов d_{a_1} , d_{a_2} , d_{a_3} . Из анализа графиков следует, что схема Уилкса работает успешно. Успешность исполь-

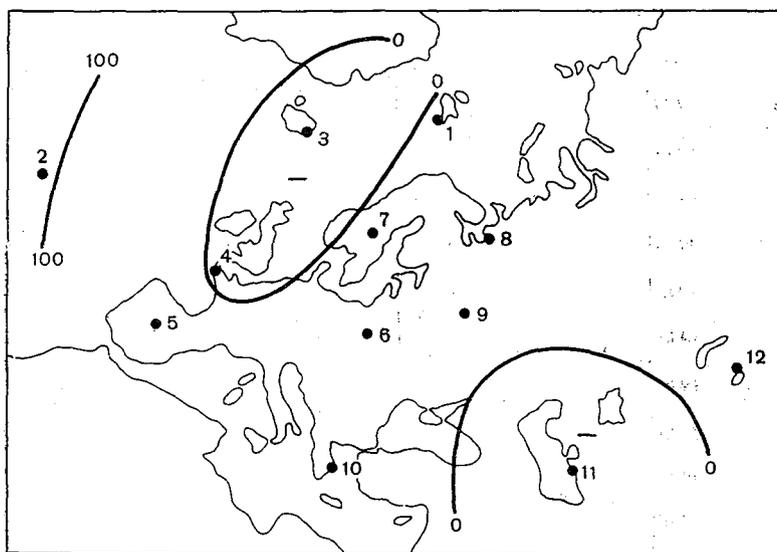


Рис. 2. Поле первого собственного вектора C_1 дискриминантного анализа аномалий среднемесячной температуры для второго варианта вычислений. Номера станций:

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1. Варенцбург | 7. Эстерзунд |
| 2. Орта | 8. Архангельск |
| 3. Беру-фьорд | 9. Москва |
| 4. Брест | 10. Афины |
| 5. Мадрид | 11. Красноводск |
| 6. Варшава | 12. Алма-Ата |

зования этого алгоритма, если ее оценивать по числу вышедших за границу своего класса точек (или по числу полей, попавших не в свои классы), разная (табл. 2). Всего две точки вышли за границы своих классов в варианте II, семь точек — в варианте IV и девять точек (больше всего) — в варианте III.

Наиболее объективно проверку найденных критериев можно сделать на независимой выборке. Для этого по нормам и векторам, рассчитанным по материалам классов X и Y зависимой выборки, вычислялись значения коэффициентов $d_{\Sigma t}$, d_{a_1} , d_{a_2} , d_{a_3} за каждый январь с 1881 по 1902 г. и строились такие же графики, как на рис. 3. На основании построенных графиков было установлено, что по независимой выборке классификация по суммам температур и по алгоритму Уилкса совпадают, лишь одна точка (1901 г.) ока-

залась в соседнем классе, но на границе с заданным классом (табл. 2). Число вышедших за пределы точек для варианта II равно трем (рис. 4, табл. 2), для варианта III двум и для варианта IV — четырем. Таким образом, успешность дискриминантного ана-

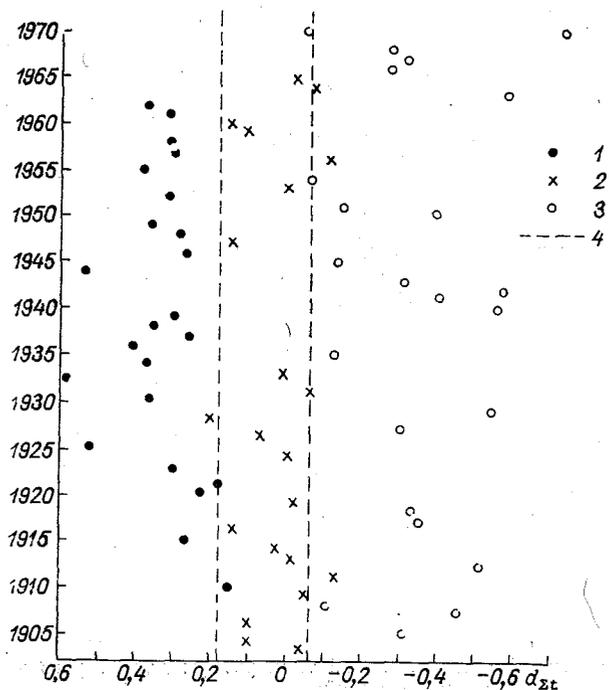


Рис. 3. Значения коэффициента $d_{\Sigma t}$ для зависимой выборки с 1903 по 1970 г. Принадлежность к классам по суммам температур каждого поля:

1— выше нормы, 2— норма, 3— ниже нормы, 4— границы классов, выделенные по значениям коэффициента $d_{\Sigma t}$

лиза оказалась в зависимости от принципа первоначальной классификации. При простейшем виде первоначальной классификации, каким является классификация по суммам температур, алгоритм Уилкса работает успешнее, чем при самом сложном типе классификации, каким является классификация по a_3 . Вывод этот, однако, должен быть проверен на массовом материале.

В задаче классификации с учителем слабым звеном является первоначальная классификация полей. Действительно, выбор принципа разбиения на классы исходных данных — сама по себе очень сложная проблема. Выше было рассмотрено четыре варианта первоначальной классификации. Какому из них следует отдать предпочтение? Суммы аномалий температуры характеризуют температурный фон поля. При этом вклад аномалий всех станций в общую

сумму одинаков. Первый коэффициент разложения полей температуры по е. о. ф. также дает представление об общем фоне температуры. Это вытекает из вида поля первого собственного вектора, который на большей части территории положителен. Определенное соответствие между суммами температур и значениями a_1 можно проследить на рис. 1. Общая тенденция в ходе обеих кривых на

Таблица 2

Число полей, попавших по значениям коэффициентов дискриминантного анализа не в свои классы

Выборка	Вариант расчетов			
	I	II	III	IV
Зависимая . .	5	2	9	7
Независимая	1	3	2	4

этом рисунке от больших положительных значений в левой части к большим отрицательным значениям в правой части, безусловно, имеет место. Вместе с тем на рис. 1 видны сильно отклоняющиеся точки, например, соответствующие 1918, 1947 гг. Связано это с тем, что вклад аномалий отдельных станций в значение коэффициента a_1 неодинаков. Судя по виду поля X_1 , вклад четырех станций (Баренцбург, Беру-фьорда, Алма-Аты и Красноводска) в a_1 даже обратен по знаку. Можно поэтому ожидать, что особенно большие расхождения между суммами температур и коэффициентом a_1 будут в годы больших аномалий температуры на указанных станциях.

Действительно, в 1918 г. на общем фоне положительных аномалий температуры по всему полю на ст. Баренцбург аномалия температуры была $-12,6$, на ст. Беру-фьорд $-7,5$. Отрицательные ано-

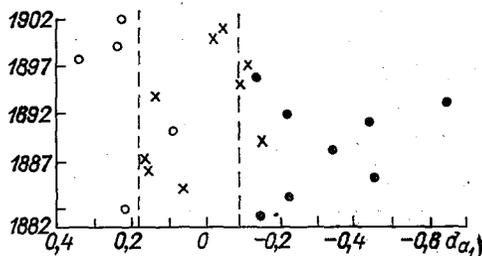


Рис. 4. Значения коэффициента da_1 для независимой выборки с 1881 по 1902 г.

Усл. обозначения см. рис. 3

малии температуры на этих станциях определили небольшую по полю в целом сумму температур, равную 8,5, что соответствует классу «норма». Значение же коэффициента a_1 за этот год оказалось в классе «выше нормы», поскольку вклад Баренцбурга и Беруфьорда в a_1 очень мал ($-0,071$ и $-0,176$ соответственно). В тех случаях, когда разложение метеорологических полей проводится для более ограниченной территории, например для ЕТС или Северного Казахстана, где первая ортогональная функция везде положительна, корреляция между суммами значений по всем станциям поля и коэффициентам a_1 более тесная (рис. 5), что было показано ранее [9].

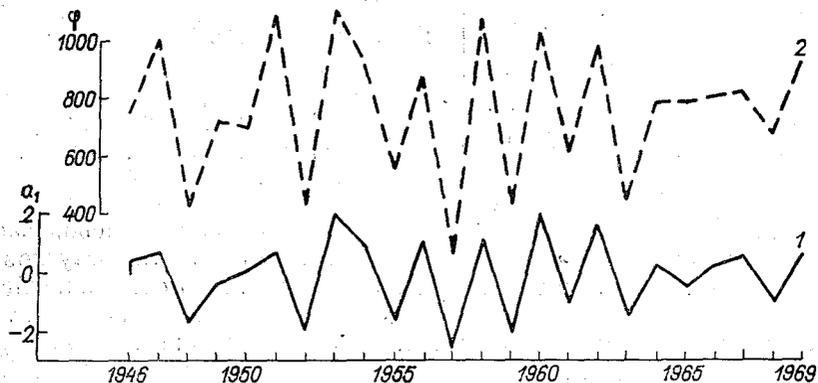


Рис. 5. Временной ход a_1 районных осадков Юга ЕТС (1) и средних по полю районных осадков (2) в мае с 1928 по 1969 г.

На основе приведенных материалов, по-видимому, нельзя утверждать, что классификация по суммам значений поля лучше, чем по a_1 . Скорее даже наоборот, поскольку е. о. ф. несут информацию о статистически типичном характере метеорологических полей, а классификация по суммам значений более формальна. Напомним, кстати, что независимо от дискриминантного анализа попытки использовать коэффициенты разложения по е. о. ф. для классификации дали положительный результат [3].

Данная статья была посвящена сравнению некоторых схем дискриминантного анализа и успешности их использования для классификации полей. Вопрос о применении дискриминантного анализа для прогноза здесь не ставился, хотя опыт прогнозов с помощью приведенных выше алгоритмов имеется [4, 3].

Выводы. 1. Алгоритмы дискриминантного анализа Себестиана и Уилкса при равенстве числа полей каждого класса дают тождественные результаты с точностью до постоянного множителя.

2. При заданной принадлежности полей определенному классу с помощью любого из этих алгоритмов может быть найдено правило классификации.

3. Успешность применения дискриминантного анализа ухудшается, если задан более сложный тип классификации.

4. Суммы значений метеорологического элемента по полю, как и коэффициенты разложения по е. о. ф., могут быть использованы в качестве классификаторов (а также для прогноза) независимо от дискриминантного анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А. Предсказание месячного количества осадков.—«Метеорология и гидрология», 1966, № 7, с. 3—12.
2. Груза Г. В., Ранькова Э. Я. Логический и вероятностный анализ синоптических ситуаций с целью прогноза погоды.—«Труды САНИГМИ», 1967, вып. 29(44), с. 42—60.
3. Мещерская А. В., Попова Н. Д., Николаев Ю. В. Опыт применения дискриминантного анализа для долгосрочного прогноза осадков.—«Труды ГГО», 1971, вып. 273, с. 29—39.
4. Николаев Ю. В. Преобразование информации в приложении к задачам гидрометеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1969, с. 64—67.
5. Романов Л. Н., Виноградова Г. М. Построение линейных разделяющих функций для прогноза температуры.—«Труды Новосибирского регионального ГМЦ», 1969, вып. 3, с. 46—51.
6. Себастиан Г. С. Процессы принятия решений при распознавании образов.—«Техника», 1965, с. 44—49.
7. Тер-Мкртчян М. Г., Лукиянова Л. Е. Некоторые особенности применения линейного дискриминантного анализа для прогноза.—«Труды ГМЦ СССР», 1969, вып. 44, с. 67—81.
8. Уилкс С. Математическая статистика. М., «Наука», 1967, с. 571—575.
9. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов.—«Труды ГГО», 1971, вып. 273, с. 3—15.
10. Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Об использовании параметров разложения по естественным функциям для решения некоторых метеорологических задач.—«Труды ГГО», 1965, вып. 168, с. 27—32.

К. В. ЛЕДНЕВА, А. В. МЕЩЕРСКАЯ

АНАЛИЗ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУР С ПОМОЩЬЮ ЕСТЕСТВЕННЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Прогноз экстремальных температур имеет большое практическое значение, особенно для сельского хозяйства. К настоящему времени разработано большое число схем краткосрочного прогноза экстремальных (главным образом минимальных) температур. Некоторые из них успешно применяются в оперативном порядке.

Не меньшее практическое значение имел бы успешный прогноз экстремальных температур большой заблаговременности. Работы в этом направлении ведутся в отделе динамической метеорологии ГГО. Предполагается, что прогноз экстремальных температур позволит дополнить основной долгосрочный прогноз среднемесячной температуры прогнозом амплитуды температуры внутри месяца.

В данной статье анализируются исходные данные, необходимые для такого прогноза. В качестве экстремальных температур были рассмотрены: средний максимум, средний минимум, абсолютный максимум и абсолютный минимум.

В соответствии с принципами физико-статистического метода прогноза метеорологических полей [3], разработанного под руководством М. И. Юдина, указанные характеристики были представлены в виде коэффициентов разложения [1] по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.). Результаты разложения полей экстремальных температур по е. о. ф. были сопоставлены с результатами разложения среднемесячной температуры и проанализирован временной ход коэффициентов разложения всех этих температурных характеристик.

Архив исходных данных по экстремальным температурам воздуха включал данные 30 станций ЕТС и 21 станции Северного Казахстана (рис. 1, приложение I) за май — июль 1946—1971 гг. (25 лет).

Поскольку все расчеты е. о. ф. проводятся в отклонениях от средних значений (норм), целесообразно привести таблицы норм экстремальных температур — приложение I. В приложении II приведены результаты расчетов средних квадратических отклонений

экстремальных температур за май — июль, для мая они представлены также на рис. 2 а—г.

Так как экстремальные температуры связаны со среднемесячной температурой, сравним карты норм и средних квадратических отклонений σ экстремальных и среднемесячных температур на примере мая. Сопоставление карт норм среднемесячной и экстремальных температур за май показывает, что они имеют много общего, прежде всего — сильную зависимость норм от широты. Особенно близки между собой карты норм среднемесячной температуры и среднего максимума температуры, что можно было ожидать исходя из определения последнего.

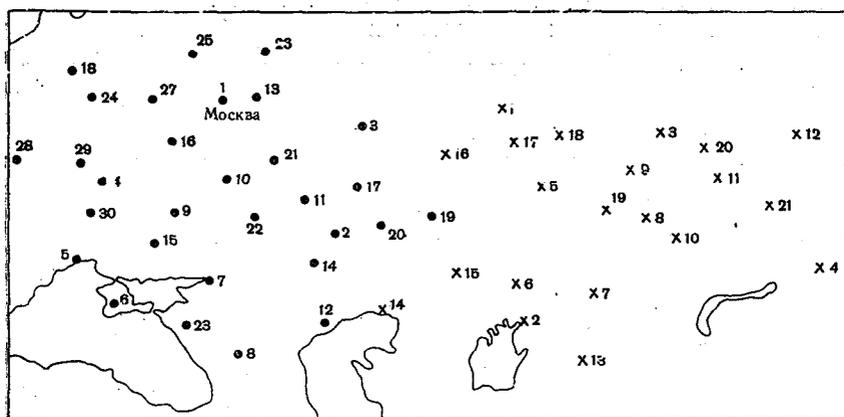


Рис. 1. Местоположение метеорологических станций, данные которых использованы для анализа и прогноза температуры:

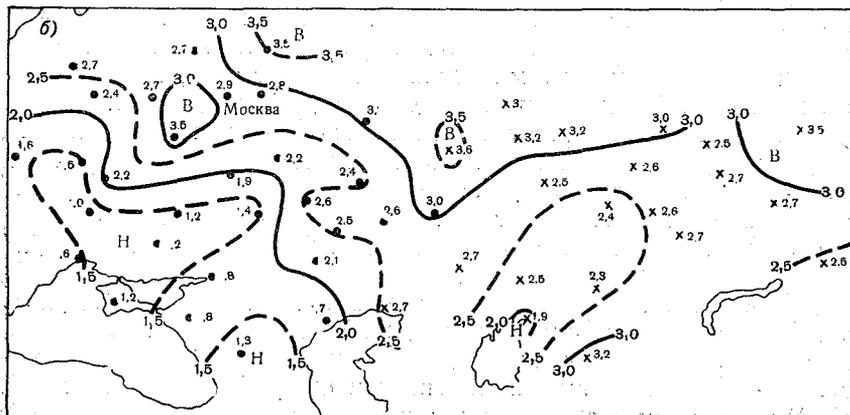
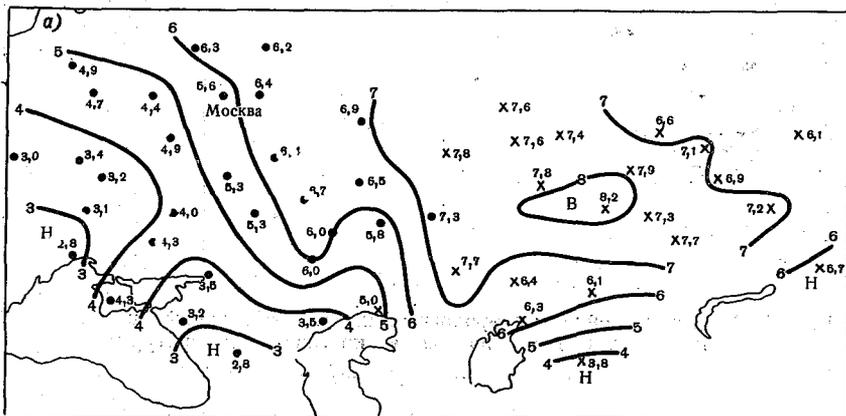
кружки — станции ЕТС, крестики — станции Северного Казахстана

Карты норм абсолютного максимума и абсолютного минимума отличаются большей пестротой распределения; широтный ход выражен несколько слабее. Карты норм абсолютного минимума, а также среднего минимума отражают, кроме того, влияние крупных городов (Москвы, Киева, Одессы и др.), в которых значения среднего и особенно абсолютного минимума выше, чем на окружающих станциях. На карте норм абсолютного минимума температуры в мае выделяются низкие отрицательные значения в районе целинных земель. Это обусловлено затоком холодных масс воздуха с севера. В июне и июле особенности этого района сглаживаются.

Перейдем к анализу карт изменчивости (средних квадратических отклонений) температуры. Распределение по рассматриваемой территории изменчивости среднего максимума (рис. 2 а) в мае близко к распределению изменчивости среднемесячной температуры. Максимальные значения изменчивости σ среднего максимума

приходится на район Урала и окружающие районы; минимум — на район Северного Казахстана и Молдавии. Карта изменчивости среднего максимума по форме изолиний имеет много общего с картой изменчивости среднего минимума (рис. 2 б). Однако изменчивость среднего максимума по величине в два-три раза больше изменчивости среднего минимума температуры, что характерно для всех станций как ЕТС, так и Северного Казахстана. Таким образом, средний минимум является более устойчивой характеристикой температуры, чем средний максимум (особенно в мае). В какой-то мере это справедливо и для абсолютных максимальных и минимальных температур. Изменчивость абсолютных максимальных температур (рис. 2 в) несколько больше изменчивости абсолютных минимальных температур (рис. 2 г).

Карты изменчивости абсолютных максимальных и минимальных температур отличаются также от карт изменчивости средних максимальных и минимальных температур более сложной кон-



фигурацией изолиний с большим числом станций, в районе которых плавный ход изолиний искажен. Объясняется это отчасти тем, что ряды в 25 лет недостаточны для получения статистически надежных данных об изменчивости таких характеристик температуры, как абсолютный максимум и абсолютный минимум. Наибольшие значения изменчивости абсолютного максимума температуры в мае приходятся на центральные районы Западно-Сибирской низменности (Свердловск, Курган). Велика изменчивость абсолютного максимума в Среднем Поволжье и Северном Казахстане. Наименее изменчив абсолютный максимум в Белоруссии.

Карта изменчивости абсолютного минимума имеет много общего с картой изменчивости абсолютного максимума. В част-

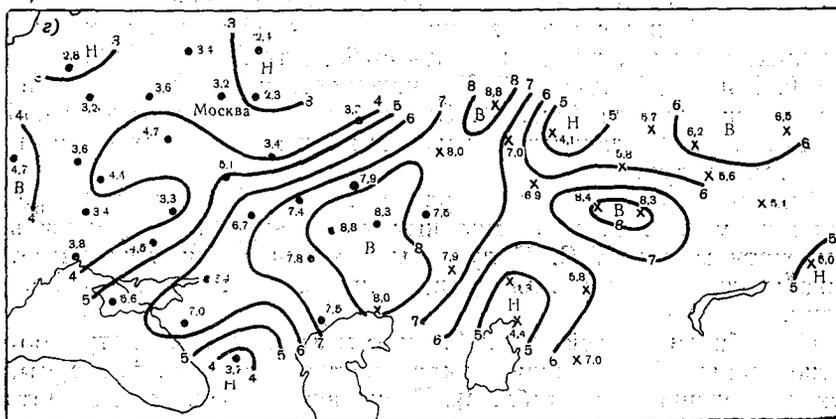
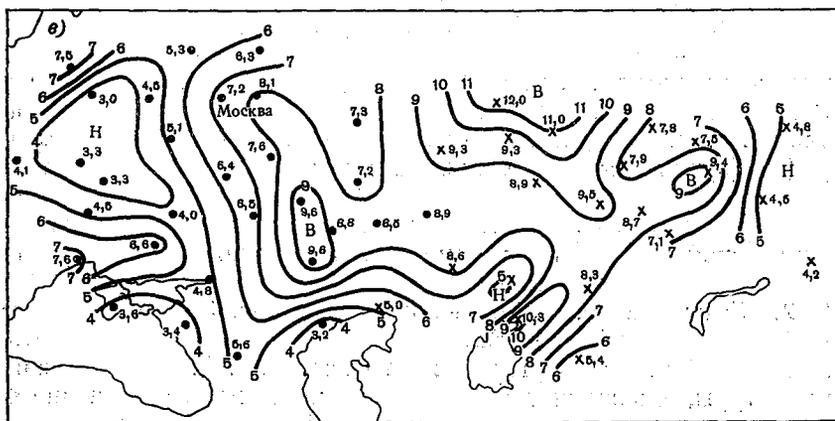


Рис. 2. Карты средних квадратических отклонений экстремальных температур: среднего максимума (а), среднего минимума (б), абсолютного максимума (в) и абсолютного минимума (г) в мае

ности, области наибольших значений на обоих картах совпадают.

Рассмотрим теперь поля е. о. ф. экстремальных и среднемесячных температур. Разложение полей экстремальных температур по е. о. ф. проводилось по корреляционной матрице, т. е. дисперсии во всех точках поля выравнивались до единицы. В отличие от полей экстремальных температур, поля среднемесячной температуры были разложены по ковариационной матрице. Тем не менее поля первых трех е. о. ф. всех выбранных температурных характеристик оказались очень близкими.

Как известно, мерой подобия полей е. о. ф. может служить косинус угла между ними. В табл. 1 приведены косинусы углов (коэффициенты корреляции) между е. о. ф. полей среднемесячных и экстремальных температур для Северного Казахстана. Особенно близки между собой поля е. о. ф. средних максимальных и абсолютных максимальных температур: коэффициент корреляции между полями первых е. о. ф. (X_1) равен 1, вторых е. о. ф. (X_2) — 0,98, третьих (X_3) — 0,94, четвертых (X_4) — 0,93. Велика зависимость между е. о. ф. средних максимальных и среднемесячных температур (коэффициенты корреляции для полей X_1, X_2, X_3, X_4 равны соответственно 0,99, —0,99, 0,98, —0,85. Несколько слабее корреляция между е. о. ф. среднемесячной (рис. 3 *a—г*) и абсолютной минимальной температуры (рис. 4). Коэффициенты корреляции между полями X_1, X_2, X_3, X_4 равны соответственно 0,99, —0,88, 0,80, —0,62. (Значения е. о. ф. увеличены на рис. 3 в 10^2 раз, а на рис. 4 — в 10^3 раз.) Тот факт, что даже поля е. о. ф. абсолютной минимальной температуры похожи на поля е. о. ф. среднемесячной температуры, оказался довольно неожиданным. Уменьшение же коэффициента корреляции между е. о. ф. с увеличением номера е. о. ф. лишь подтверждает результаты, полученные ранее [2]. Особенно отличается от остальных поле X_4 . Подсчитав по табл. 2 средний коэффициент корреляции для каждой из четырех составляющих, получим, что для X_1 $r_{\text{ср}}=0,99$, для X_2 $r_{\text{ср}}=0,93$, для X_3 $r_{\text{ср}}=0,87$ и для X_4 $r_{\text{ср}}=0,73$. Характерность полей X_4 состоит в их мелкомасштабности (рис. 4). Слабее всего связаны между собой поля е. о. ф. абсолютных максимальных и абсолютных минимальных температур.

Аналогично табл. 1 были рассчитаны коэффициенты корреляции между е. о. ф. экстремальных температур и среднемесячной температуры для ЕТС. Полученные на основании этих расчетов выводы совпадают с выводами, приведенными выше по Казахстану.

Своеобразие полей е. о. ф. экстремальных температур более четко проявилось в величине вкладов отдельных е. о. ф. в суммарную дисперсию поля (табл. 2). Если расположить все рассматриваемые температурные характеристики по величине вкладов первых трех составляющих, то легко обнаружить, что наиболее информативными являются естественные составляющие среднемесячной температуры. Три составляющие среднемесячной температуры

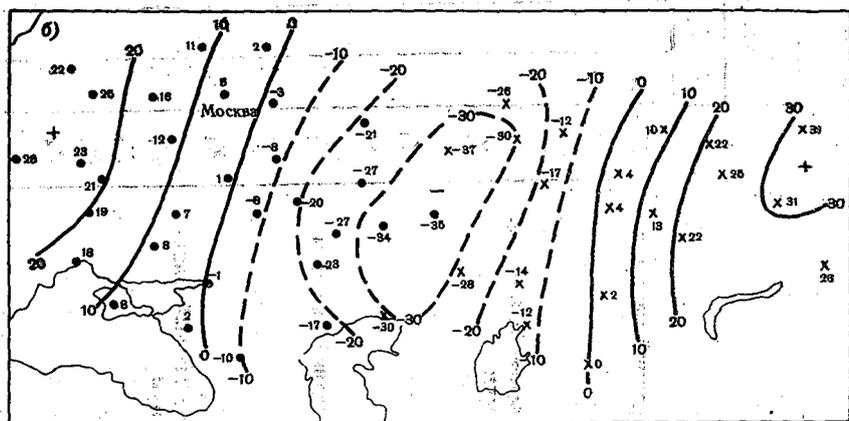
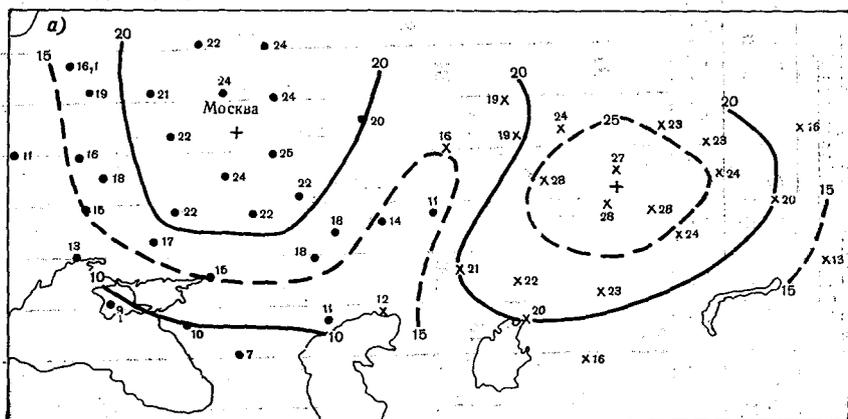
Таблица I

Коэффициенты корреляции (%) между векторами среднемесячной и экстремальных температур (Северный Казахстан)

	Средний максимум				Абсолютный максимум				Средний минимум				Абсолютный минимум				Среднемесячная температура			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Средний максимум	100	100	100	100	100	98	94	93	99	98	89	89	99	85	77	66	99	99	98	85
Абсолютный максимум	X ₁				100				100				100				100			
	X ₂	100			100	100			100	94			100	81			100	97		
	X ₃	100	100		100	100	100		86				100	75	57		100	97	94	
	X ₄	100	100	100	100	100	100	100	69				100	57			100	97	94	87
Средний минимум	X ₁				100				100				100				100			
	X ₂				100	98			100	94			100	98			100	97		
	X ₃		100		100	94	93		89				100	91	68		100	97	89	74
	X ₄		100	100	100	94	93	100	89				100	91	68		100	97	89	74
Абсолютный минимум	X ₁				100				100				100				100			
	X ₂				100	98			100	94			100	100			100	88		
	X ₃		100		100	94	93		89				100	100			100	88	80	
	X ₄		100	100	100	94	93	100	89				100	100			100	88	80	62

содержат 90,9% общей дисперсии по ЕТС и 90,6% по Казахстану. На втором месте оказалась средняя максимальная температура (86,4% для ЕТС и 89,5% для Казахстана); на третьем месте — средний минимум, на четвертом — абсолютный максимум и на пятом — абсолютный минимум, три естественные составляющие которого на ЕТС содержат всего лишь 65,2% общей дисперсии.

Так как поля первых трех е. о. ф. всех температурных характеристик близки друг другу, можно предположить, что во временном ходе коэффициентов разложения экстремальных температур и среднемесячной температуры также будет много общего. Это в значительной мере подтвердилось (табл. 3). Все три коэффициента разложения среднемесячной температуры изменяются во времени практически синхронно с первыми тремя коэффициентами разложения среднего максимума температуры (коэффициенты корреляции между соответствующими a_j близки к единице). Несколько большее различие во временном ходе среднемесячной и среднего минимума температуры; особенно велики они между



среднемесячной и абсолютным минимумом температуры (коэффициент корреляции между соответствующими a_i невелик: $r=0,32-0,56$). Слабо связаны между собой коэффициенты разложения абсолютного максимума и абсолютного минимума: $r=0,06-0,37$, что лежит в пределах ошибок определения коэффициентов корреляции ($2\sigma_r=0,40$).

Интересные результаты получились при корреляции коэффициентов разложения среднемесячной температуры для ЕТС и Северного Казахстана. Во-первых, оказалось, что между первыми коэффициентами разложения среднемесячной температуры ЕТС и Северного Казахстана корреляция практически отсутствует. Поскольку первый коэффициент разложения определяет фон поля

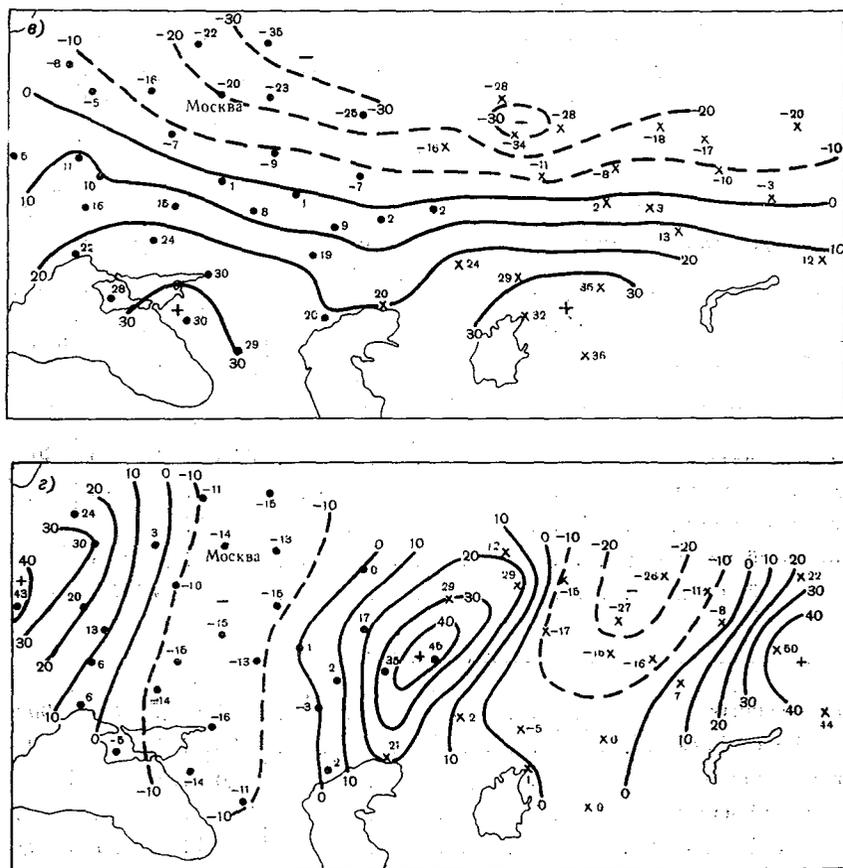


Рис. 3. Поля естественных ортогональных функций среднемесячной температуры:

а) — б) — поля X_1 , X_2 , X_3 , X_4 соответственно (знаки поля X_2 для Северного Казахстана сменены на обратные)

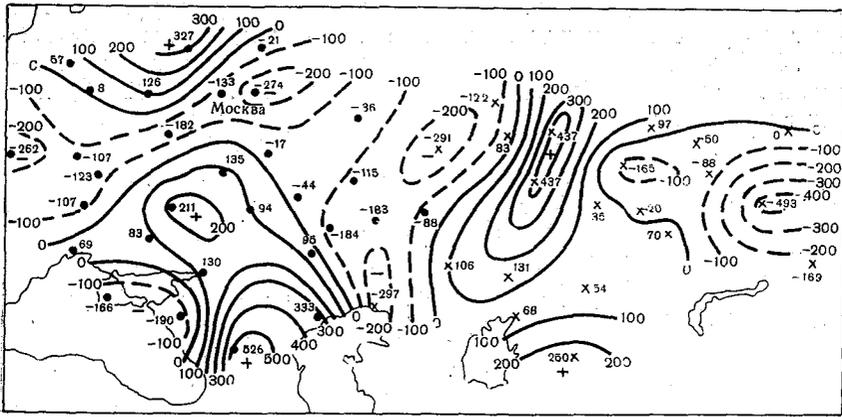


Рис. 4. Поле X_4 абсолютной минимальной температуры

Таблица 2

Оценка разложения полей температуры в ряд по естественным ортогональным функциям

Температура	λ_1	λ_2	λ_3	$\sum_{j=1}^3 \lambda_j$
ЕТС				
Среднемесячная	64,9	19,1	6,9	90,9
Средний максимум	57,5	18,6	10,3	86,4
Средний минимум	60,3	14,9	6,6	81,8
Абсолютный максимум	43,6	16,1	10,9	70,6
Абсолютный минимум	44,7	14,9	5,6	65,2
Северный Казахстан				
Среднемесячная	65,1	18,7	6,8	90,6
Средний максимум	64,5	17,2	7,8	89,5
Средний минимум	58,0	17,0	8,6	83,6
Абсолютный максимум	54,6	14,8	7,3	76,7
Абсолютный минимум	46,9	16,0	7,7	70,6

Примечание. λ_j — собственные числа корреляционных (для среднемесячной температуры ковариационной) матриц, выраженные в процентах к суммарной дисперсии поля; j — номер члена разложения.

Таблица 3

Средние (за май—июль) коэффициенты корреляции (%) между коэффициентами разложения (a_j) различных температурных характеристик

	Средний максимум			Средний минимум			Абсолютный максимум			Абсолютный минимум		
	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
Среднемесячная температура	97			87			73			34		
	96	98		88	85		72	68		40	32	
		97	97		85	88		76	66		49	56
			94			92	74		70	25		44
Средний максимум				83	80		73	75	74	34	25	
				82	80			72			48	
						83			72	54		
Средний минимум						82				53		
							66				52	
							54	69			45	
								50	58		49	68
Абсолютный максимум									48	16		
										6	37	
											8	
												18
												20

Примечание. В числителе коэффициенты корреляции для Северного Казахстана, в знаменателе — для ЕТС.

температуры, можно утверждать, что фон среднемесячной температуры над ЕТС формируется независимо от фона среднемесячной температуры над Казахстаном. Во-вторых, обнаружилась довольно высокая корреляция между первым и вторым коэффициентами разложения двух территорий. В мае коэффициент корреляции между a_1 ЕТС и a_2 Казахстана равен 0,65, в июне 0,56, в июле 0,72. Если проанализировать полученные коэффициенты корреляции в зависимости от вида полей X_1 и X_2 среднемесячной температуры (см. рис. 3 а и 3 б), легко обнаружить, что положительным значениям a_1 над ЕТС соответствуют положительные значения a_2 над Уралом и прилегающими районами Западной Сибири. Восточные районы Западной Сибири (в пределах рассматриваемой территории) по коэффициенту a_2 находятся в противофазе с a_1 над ЕТС. Таким образом, граница между ЕТС и Казахстаном, полученная на основании анализа изменения температуры, не совпадает с географической границей между Европой и Азией.

Коэффициенты корреляции r между a_2 для ЕТС и a_1 для Казахстана также велики: в мае $-0,86$, в июне $-0,72$, в июле $-0,63$. Это значит, что большим положительным значениям a_1 над Казахстаном соответствуют большие положительные значения a_2 над востоком ЕТС и отрицательные значения a_2 над западом ЕТС.

Обнаруженные тесные связи между первыми двумя коэффициентами разложения среднемесячной температуры обеих территорий могут быть использованы в прогностической работе. Это тем более полезно, поскольку прогноз первого коэффициента разложения в силу его крупномасштабности обеспечен хуже остальных [3]. Довольно высокая корреляция между a_1 и a_2 позволит уточнять прогноз первого (наиболее существенного) коэффициента разложения.

В прогностической практике можно учесть еще один результат анализа исходного материала, а именно: циклический характер изменений во времени некоторых коэффициентов разложения температуры. Для примера на рис. 5 представлен временной ход первого коэффициента разложения среднемесячной температуры, среднего максимума и абсолютного максимума за 1946—1971 гг. Помимо уже отмеченной синхронности временного хода этих температурных характеристик, на рис. 5 четко видна цикличность в ходе a_1 . Анализ периодограммы первого коэффициента разложения среднего максимума показал, что наибольшая амплитуда спектра, равная 0,98, соответствует периоду 4,3 года. Периодичность во временном ходе коэффициентов разложения может служить дополнительным прогностическим указанием.

Выводы. 1. Экстремальные температуры по ряду показателей (распределение норм, средних квадратических отклонений) имеют много общего со среднемесячной температурой. Особенно близок к среднемесячной температуре средний максимум.

2. Карты норм и средних квадратических отклонений абсолютной максимальной и абсолютной минимальной температур отличаются большой пестротой распределения с большим числом станций, искажающих плавный ход изолиний.

3. Изменчивость среднего минимума температуры в два-три раза меньше изменчивости среднего максимума температуры. Изменчивость абсолютной минимальной также несколько меньше изменчивости абсолютной максимальной температуры.

4. Поля е. о. ф. среднемесячной и всех экстремальных температур тесно коррелируют друг с другом. Коэффициенты корреляции между первыми четырьмя е. о. ф. среднемаксимальной и абсолют-

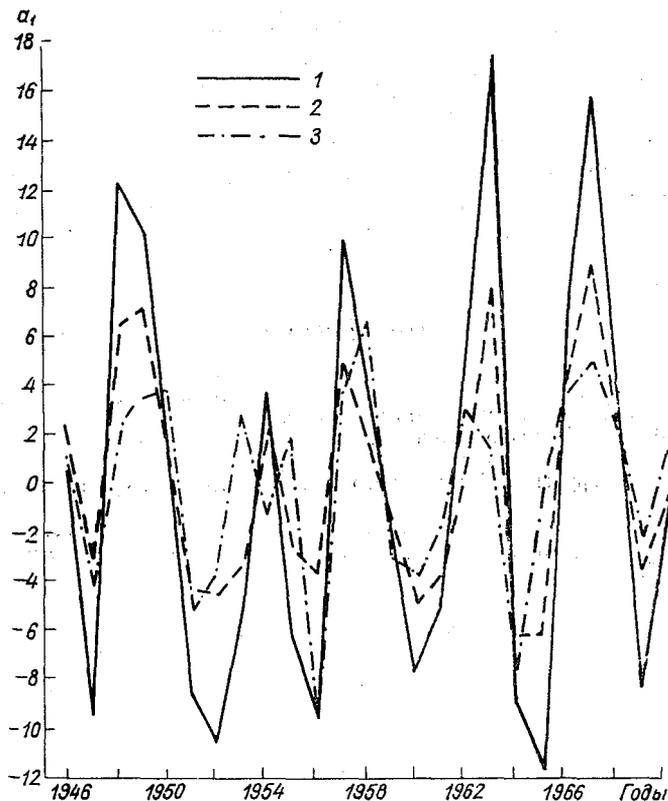


Рис. 5. Временной ход первого коэффициента разложения среднемесячной температуры (1), среднего максимума (2) и абсолютного максимума (3) в мае по ЕТС за 1946—1971 гг.

ной максимальной температур более 0,9; почти тождественны е. о. ф. среднемаксимальной и среднемесячной температуры. Несколько меньше коэффициенты корреляции между е. о. ф. среднемесячной и абсолютной минимальной температуры.

5. Судя по величине вкладов первых трех составляющих в суммарную дисперсию поля, наиболее информативной является средне-

месячная температура, три естественные составляющие которой содержат более 90% дисперсии. Наименее информативна абсолютная минимальная температура: на долю трех естественных составляющих приходится 65% дисперсии.

6. Фон среднемесячной температуры над ЕТС формируется независимо от фона среднемесячной температуры над Северным Казахстаном, что следует из того, что корреляция между a_1 среднемесячной температуры ЕТС и Казахстана практически отсутствует.

7. Сильная кросскорреляция обнаружена между a_1 и a_2 среднемесячной температуры обеих территорий. Этот вывод имеет большое прогностическое значение, так как указывает на возможность с помощью a_2 уточнять прогноз первого, наиболее существенного и наименее обеспеченного коэффициента разложения.

8. Изменение во времени некоторых коэффициентов разложения среднемесячной температуры носит циклический характер, что также может быть использовано в прогностической практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Естественные составляющие метеорологических полей. Под ред. М. И. Юдина. Л., Гидрометеиздат, 1970. 199 с.
2. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры большой заблаговременности.—«Труды V Всесоюзного метеорологического съезда». Л., 1971, с. 83—94.
3. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов. — «Труды ГГО», 1972, вып. 273, с. 3—15.

Среднемесячные нормы температуры за 1946—1971 гг.

Станция	Температура														
	средне- месячная			среднемаксимальная			среднеминимальная			абсолютный максимум			абсолютный минимум		
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII
1. Москва	12,5	16,8	18,6	17,9	22,0	23,4	7,1	11,5	13,3	26,7	28,9	29,9	-0,4	4,4	7,9
2. Новоузенск	16,0	21,2	23,2	22,8	27,8	29,9	8,9	13,3	15,4	31,5	36,1	36,9	0,8	4,6	8,8
3. Казань	12,9	17,8	19,4	18,4	23,4	24,4	7,4	11,8	13,7	27,3	31,0	31,1	-0,5	2,9	7,5
4. Киев	15,0	18,5	20,3	20,4	24,3	25,6	10,2	13,9	15,1	28,2	30,7	32,3	3,1	7,9	10,5
5. Одесса	15,2	19,6	22,5	19,4	24,1	26,7	11,8	15,8	17,6	26,3	30,5	32,5	5,4	10,4	12,8
6. Симферополь	15,2	19,1	21,9	21,5	25,4	28,1	9,8	13,6	15,7	28,7	31,7	33,6	4,2	8,2	11,6
7. Ростов-на-Дону	16,9	20,8	23,5	23,0	27,1	29,4	11,9	15,4	17,4	30,0	33,8	35,6	4,6	8,5	11,9
8. Пятигорск	14,9	18,8	21,5	20,6	24,4	27,1	9,7	13,2	15,8	27,8	30,9	32,8	3,3	7,6	10,9
9. Харьков	15,6	19,2	21,1	21,6	25,4	26,9	9,8	13,6	15,2	29,1	31,8	33,3	2,8	7,1	9,8
10. Конь-Колодезь	14,5	18,4	20,2	20,6	24,8	25,9	8,4	12,4	13,9	29,1	31,6	32,9	0,8	5,2	8,1
11. Октябрьский Городок	14,4	18,0	20,7	21,0	25,5	26,9	8,0	12,1	13,7	28,7	32,6	33,4	-0,7	3,6	7,1
12. Астрахань	18,3	23,3	25,4	24,7	29,1	31,2	12,4	17,6	19,4	31,2	35,1	36,2	5,0	11,2	14,8
13. Владимир	12,1	16,7	18,5	18,1	22,7	23,8	5,8	10,1	12,2	27,2	29,6	30,5	2,3	1,8	5,9
14. Эльтон	17,6	22,8	25,0	24,3	29,5	31,2	10,7	15,6	17,8	32,1	36,9	38,5	3,1	7,3	11,4
15. Синельниково	15,7	19,3	21,8	22,0	25,8	28,0	9,6	13,2	14,9	29,4	32,5	34,4	2,4	6,4	8,8
16. Брянск	13,0	16,7	18,4	18,9	23,0	23,9	7,1	11,1	12,4	27,1	29,7	30,3	-0,2	3,8	6,4
17. Безенчук	14,8	19,7	21,2	21,6	25,9	27,1	7,9	12,0	14,0	30,3	34,2	34,5	-0,6	3,3	7,1
18. Вильнюс	12,9	16,3	18,0	18,1	22,0	23,1	7,2	11,2	12,7	26,3	28,7	30,1	0,3	5,4	7,8

Е Т С

Температура

Станция

Станция	Температура														
	средне- месячная			среднемаксимальная			среднеминимальная			абсолютный максимум			абсолютный минимум		
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII
19. Оренбург	15,2	20,1	21,8	22,3	26,6	28,2	8,6	12,8	15,1	30,4	34,8	35,1	0,3	4,2	9,3
20. Уральск	15,5	20,7	22,6	22,6	27,4	29,2	8,8	12,9	15,2	30,6	35,1	36,5	0,2	4,0	8,6
21. Змеетчино	13,8	18,0	19,5	20,2	24,6	25,4	7,0	11,1	12,8	29,1	32,0	32,4	-0,7	3,5	6,6
22. Урюпинск	15,7	19,5	21,5	21,9	26,2	27,8	8,7	12,7	14,5	29,3	32,9	34,4	0,8	5,4	8,2
23. Краснодар	17,1	20,8	23,4	23,6	27,3	29,9	11,0	14,6	16,7	30,5	33,4	35,4	4,4	8,5	11,8
24. Минск	12,2	16,1	17,8	17,7	21,8	22,8	7,1	11,1	12,5	25,9	28,4	29,3	0,4	5,4	7,4
25. Вышний-Волочек	11,3	15,6	17,3	16,3	21,2	22,3	5,5	10,1	11,6	25,6	27,9	28,8	-1,6	3,5	6,3
26. Данилов	10,8	15,5	17,3	15,8	21,0	22,0	5,3	9,9	11,8	25,1	27,9	28,5	-1,7	2,2	5,7
27. Смоленск	11,9	15,7	17,4	17,2	21,1	22,1	6,6	10,6	12,0	25,3	27,2	28,3	-0,3	4,5	8,9
28. Львов	13,6	16,7	18,6	18,3	21,9	23,2	8,1	11,6	12,8	26,0	28,5	30,5	1,3	5,6	7,5
29. Житомир	14,0	17,4	19,1	19,7	23,4	24,8	8,6	12,2	13,5	27,2	29,9	31,3	1,3	5,8	8,7
30. Умань	14,6	18,1	20,1	20,7	24,2	26,0	8,6	12,2	13,6	28,1	30,8	32,7	1,1	6,0	8,4
Северный Казахстан															
1. Свердловск	10,8	16,0	17,9	17,0	21,6	23,3	5,4	10,3	13,1	26,9	30,9	30,6	-3,5	2,0	7,4
2. Аральск	17,6	23,2	25,7	23,7	28,9	31,3	11,9	17,1	19,7	32,1	37,0	38,0	3,2	9,1	13,9
3. Омск	11,7	17,1	19,2	18,6	23,6	25,3	5,2	10,4	13,4	29,9	33,4	32,9	-3,8	2,1	7,5
4. Бахты	15,8	20,6	22,9	23,2	27,9	30,6	7,0	11,3	13,6	31,5	34,7	36,5	-1,7	3,9	7,6
5. Кустанай	13,3	18,6	20,2	20,8	25,3	26,7	6,4	11,4	13,8	30,1	34,4	34,4	-3,7	2,4	7,6
6. Иргиз	16,9	22,3	24,5	24,2	29,4	31,2	10,1	14,8	17,5	32,6	37,0	38,1	1,1	6,8	11,7

Температура

Станция	Температура														
	средне- месячная		среднемак- симальная			среднеми- нимальная			абсолютный максимум			абсолютный минимум			
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII
7. Карсакай	14,8	20,3	22,7	22,0	27,2	29,3	7,8	12,9	15,5	30,3	34,4	36,1	-1,0	5,6	10,1
8. Целиноград	12,7	18,1	20,1	20,0	25,0	26,9	6,3	11,5	14,0	29,3	33,4	34,7	-2,9	3,6	7,7
9. Кокчетав	12,2	17,6	19,5	19,3	24,5	26,0	5,1	10,4	13,3	29,3	33,3	33,8	-4,7	1,7	7,2
10. Караганда	12,7	17,8	19,8	20,2	24,8	26,8	5,8	10,8	13,1	29,0	33,2	34,4	-3,4	2,9	7,1
11. Павлодар	13,4	19,1	21,4	20,7	25,6	27,7	6,8	12,6	15,5	31,0	34,6	34,7	-2,6	4,8	9,9
12. Барнаул	11,8	17,7	20,3	18,6	23,9	26,5	5,5	11,5	14,7	30,2	32,5	32,9	-3,3	3,7	8,8
13. Кызыл-Орда	19,7	24,2	26,3	27,1	31,6	33,6	11,6	15,9	18,1	35,6	38,5	40,1	3,9	9,2	12,6
14. Гурьев	18,5	23,4	25,8	25,4	30,1	32,3	12,1	16,5	18,6	32,9	36,8	38,7	3,7	8,5	12,4
15. Темир	15,5	20,9	23,2	22,8	28,0	29,9	8,7	13,5	16,1	31,1	35,8	37,2	0,1	4,5	9,9
16. Уфа	13,0	17,9	19,3	19,5	23,9	24,9	7,2	11,6	13,7	28,8	32,3	32,1	-1,5	3,0	8,0
17. Челябинск	12,5	17,1	18,6	18,5	22,7	24,0	8,1	10,9	13,4	28,5	31,6	31,5	-3,0	2,3	7,6
18. Курган	12,5	17,6	19,3	19,3	23,8	25,5	6,1	10,6	13,3	30,0	33,4	32,8	-3,6	2,1	7,1
19. Атбасар	12,4	17,8	19,8	20,1	25,0	26,9	5,0	10,2	13,1	29,3	33,8	34,8	-4,8	2,4	7,0
20. Михайловка	12,4	18,0	20,3	19,7	24,7	26,9	5,2	10,9	14,0	30,4	34,4	34,2	-4,8	2,6	8,2
21. Семипалатинск	14,0	19,7	22,1	21,5	26,7	29,1	6,4	11,9	14,8	31,2	35,0	36,2	-2,4	4,0	9,0

Станция	Средне- сячная тем- пература			Средний максимум			Средний минимум			Абсолютный максимум			Абсолютный минимум		
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII
	19. Оренбург	4,4	4,4	4,0	7,3	5,0	4,5	3,0	2,2	2,2	8,9	7,6	8,8	7,5	4,5
20. Уральск	5,3	3,6	3,6	5,8	4,1	5,0	2,6	1,8	2,2	8,5	7,1	7,7	8,3	6,1	3,5
21. Земетчино	5,3	4,8	2,9	6,4	5,5	3,0	2,2	1,6	1,3	7,6	6,2	5,4	3,4	5,2	2,2
22. Урюпинск	5,3	4,8	2,3	5,3	4,8	3,5	1,4	1,9	1,6	6,5	7,3	5,6	6,7	5,3	4,7
23. Краснодар	2,0	2,3	1,7	3,2	2,1	1,9	1,8	1,3	1,2	3,4	4,0	3,5	7,0	4,9	2,7
24. Минск	4,8	2,9	2,6	4,7	3,2	2,6	2,4	1,6	1,1	2,9	4,3	5,1	3,2	4,9	1,8
25. Вышний Волочек	5,3	3,2	2,9	6,3	4,4	3,1	2,7	2,5	1,3	5,3	5,3	5,4	3,4	3,8	2,2
26. Данилов	5,8	3,6	3,2	6,2	5,3	4,3	3,5	2,7	1,7	6,3	7,2	6,6	2,4	4,2	2,5
27. Смоленск	5,3	3,2	2,9	4,4	4,2	2,8	2,7	2,2	0,9	4,5	4,0	4,0	3,6	3,4	1,6
28. Львов	4,0	2,6	2,0	3,6	3,0	2,2	1,6	1,4	0,8	4,1	3,9	3,9	4,7	5,1	2,4
29. Житомир	4,4	2,6	2,5	3,4	4,4	3,3	1,5	2,0	0,7	3,3	4,5	4,7	3,6	5,0	1,1
30. Умань	4,0	2,6	2,3	3,1	4,0	2,4	1,0	1,4	0,8	4,5	4,0	2,8	3,5	4,7	2,9

Северный Казахстан

1. Свердловск	4,8	3,2	2,9	7,6	4,4	3,5	3,1	2,0	1,8	12,0	6,8	6,6	8,8	4,4	3,7
2. Аральск	2,6	2,1	1,7	6,3	2,6	3,1	1,9	1,2	1,3	10,3	3,3	3,3	4,4	5,4	4,4
3. Омск	4,0	2,9	3,6	6,6	4,1	5,5	3,0	1,5	1,6	7,8	6,6	8,8	5,7	5,0	3,8

Станция	Средне- суточная тем- пература							Средний максимум			Средний минимум			Абсолютный максимум			Абсолютный минимум		
	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	V	VI	VII	
	4. Бахты	2,3	2,3	3,2	5,7	2,7	2,5	1,0	1,0	1,0	4,2	4,2	3,6	5,0	4,6	3,9	5,0	4,6	3,9
5. Кустанай	2,9	2,9	4,0	7,8	5,0	5,0	1,8	1,8	1,9	8,9	8,9	10,0	6,9	4,3	4,7	6,9	4,3	4,7	
6. Иргиз	2,9	3,2	2,3	6,4	3,6	3,3	1,6	1,6	1,6	5,8	4,4	3,3	4,3	5,7	4,3	4,3	5,7	4,3	
7. Карсапай	2,9	2,9	2,0	6,1	3,8	3,7	1,3	1,3	1,8	8,3	6,2	5,9	5,8	5,0	4,1	5,8	5,0	4,1	
8. Целиноград	3,2	4,8	3,2	7,3	3,4	5,3	2,6	1,3	2,3	8,7	4,3	7,2	8,3	4,7	4,5	8,3	4,7	4,5	
9. Кокчетав	3,6	3,6	4,0	7,9	3,4	5,6	1,1	1,7	1,7	7,9	4,8	11,1	5,7	3,6	4,2	5,7	3,6	4,2	
10. Караганда	2,6	3,6	2,6	7,7	3,5	5,9	2,7	1,6	1,9	7,1	4,9	6,8	7,2	5,0	4,3	7,2	5,0	4,3	
11. Павлодар	3,2	2,9	2,9	6,9	5,1	5,4	2,7	1,2	1,9	9,4	6,3	5,8	5,6	5,4	3,8	5,6	5,4	3,8	
12. Барнаул	3,2	2,6	2,6	6,1	3,4	4,1	3,5	1,4	1,8	4,8	4,9	4,4	6,5	5,7	2,9	6,5	5,7	2,9	
13. Кзыл-Орда	2,3	2,1	1,2	3,8	1,7	2,0	3,2	1,3	1,6	5,4	3,0	3,3	7,0	3,7	4,9	7,0	3,7	4,9	
14. Гурьев	2,1	3,2	2,1	5,0	3,1	2,5	2,7	2,0	1,4	5,0	4,4	3,7	8,0	8,0	3,6	8,0	8,0	3,6	
15. Темир	2,9	4,0	2,6	7,7	4,1	3,4	2,7	2,2	1,8	8,6	5,8	5,7	7,8	5,9	5,6	7,8	5,9	5,6	
16. Уфа	4,8	3,6	4,0	7,8	3,9	3,4	3,6	2,4	1,5	9,3	4,7	6,7	8,0	7,2	2,9	8,0	7,2	2,9	
17. Челябинск	4,4	3,2	3,6	7,6	5,1	3,3	3,2	1,6	1,4	9,3	8,5	8,3	7,0	3,4	3,5	7,0	3,4	3,5	
18. Курган	4,4	3,2	3,6	7,5	5,3	4,3	3,2	1,5	1,7	11,0	7,6	8,9	4,1	6,1	3,5	4,1	6,1	3,5	
19. Агбасар	3,2	4,4	6,3	8,2	4,4	5,7	2,4	1,4	2,2	9,5	6,8	12,7	8,4	4,6	5,0	8,4	4,6	5,0	
20. Михайловка	3,6	3,2	3,2	7,1	4,7	5,6	2,5	1,3	1,7	7,5	5,8	7,0	6,2	4,4	4,0	6,2	4,4	4,0	
21. Семипалатинск	3,2	2,6	2,6	7,2	4,0	4,8	2,7	1,1	1,8	4,5	4,7	4,8	5,3	5,3	4,3	5,3	5,3	4,3	

СОДЕРЖАНИЕ

М. И. Юдин, И. П. Гусева, М. П. Голод. Спектральные характеристики трансформации кинетической энергии в атмосфере	3:
Л. К. Ефимова. Спектральное представление составляющих уравнения баланса энергии турбулентности	15.
Р. Муталов, Л. В. Руховец. Прогноз полей метеорологических элементов в тропосфере и стратосфере с помощью трехпараметрической модели	25.
К. В. Пятыгина, Э. А. Коморина. Определение агеострофического ветра и вертикальной скорости, вызванных флуктуациями температуры и притоком тепла	38.
В. И. Мартемьянов. О пространственно-временной статистической структуре трехмерного поля давления	54.
Н. И. Яковлева. О пространственно-временной структуре двухлетнего цикла основных метеорологических элементов	63.
Л. Р. Ракипова, И. В. Котляр. О двухлетней цикличности во внетропической стратосфере	79
А. В. Мещерская, Э. И. Гирская. Об интерпретации форм естественных ортогональных функций	90.
Н. И. Яковлева, Е. К. Молькентин, Л. К. Андреева. О некоторых статистических характеристиках полей давления и температуры воздуха в разные климатические эпохи (статья 2)	97
В. М. Федорова, Н. И. Яковлева, Е. К. Молькентин. Исследование комплекса метеорологических элементов над океаном с помощью эмпирических ортогональных функций	111
В. И. Мартемьянов. О статистической структуре среднемесячного поля давления у земли	117.
Е. К. Молькентин, В. М. Федорова, Н. И. Яковлева. Статистический анализ различных метеорологических элементов над Северной Атлантикой	124
В. Б. Афанасьева, Н. П. Есакова, В. М. Титов. Статистические связи между термическими и циркуляционными условиями и положением границы снежного покрова	130
Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева, В. М. Титов. О сравнении спутниковых и визуальных наблюдений за облачностью	135.
А. В. Мещерская, В. А. Шахмейстер. О двух схемах дискриминантного анализа и их успешности	139.
К. В. Леднева, А. В. Мещерская. Анализ экстремальных температур с помощью естественных ортогональных функций	150

ТРУДЫ ГГО, вып. 298
**Статистические методы
в метеорологии**

Редактор *Л. В. Ковель*
Техн. редактор *Г. В. Ивкова*
Корректор *И. А. Крайнева*

Слано в набор 17/VII 1973 г. Подписано к печати
19/III 1974 г. М-06138. Формат 61×93¹/₁₆, бумага
тип. № 1. Печ. л. II. Уч.-изд. л. 11,31. Тираж 1100 экз.
Индекс МЛ-255. Зак. 651. Цена 79 коп.

Гидрометеиздат. 199053, Ленинград, 2-я линия, д. 23.

Сортавальская книжная типография Управления по
делам издательств, полиграфии и книжной торговли
Совета Министров Карельской АССР, Сортавала,
Карельская, 42