

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА

ТРУДЫ

06
178

ВЫПУСК 364

284483
АНАЛИЗ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ
С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

Под редакцией
канд. физ.-мат. наук Б. М. ИЛЬИНА
канд. техн. наук И. И. ПОЛЯКА



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ

ЛЕНИНГРАД • 1975
Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА

Рассматриваются алгоритмы и программы решения гидрометеорологических задач. Приводятся результаты исследований, полученных с помощью ЭВМ.

Рассчитан на научных работников, аспирантов и студентов, использующих ЭВМ для обработки и анализа гидрометеорологических наблюдений.

The algorithms and programmes for solving hydro-meteorological problems are considered. The results of investigations obtained with the help of computers are presented.

The book is intended for scientific workers, post-graduates and students who use computers to analyse the results of hydrometeorological observations.

Труды ГГО, вып. 364

АНАЛИЗ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

Редактор В. И. Кузьменко
Техн. редактор Н. Ф. Грачева
Корректор Т. Н. Черненко

Слано в набор 14/III 1975 г. Подписано к печати 24/VII 1975 г. М-31746
Формат 60×90^{1/16}. Бум. тип. № 1. Печ. л. 12,5. Уч.-изд. л. 12,23
Тираж 600 экз. Индекс МЛ-255. Заказ № 180. Цепя 86 коп.
Гидрометеиздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23.

Сортавальская книжная типография Управления по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли Совета Министров Карельской АССР
Сортавала; Карельская, 42

Б. М. ИЛЬИН, И. И. ПОЛЯК

ПОДСИСТЕМА СБОРА И ОБРАБОТКИ РЕЖИМНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Одной из важнейших задач, стоящих в настоящее время перед Гидрометеорологической службой, является автоматизация сбора результатов наблюдений, их обработки и распространения. Для решения этой проблемы создается новая технология анализа гидрометеорологической информации в центрах различных категорий, оснащенных современными электронными вычислительными машинами (ЭВМ).

Одним из таких центров является Главная геофизическая обсерватория, на которую возложены сбор и обработка результатов наблюдений: актинометрических, озонометрических, теплобалансовых, за загрязнением атмосферы, атмосферным электричеством. Будем для краткости называть перечисленные виды геофизическими.

Основные принципы построения системы автоматизации сформулированы в [1], где, в частности, предполагаются:

- занесение информации на технический носитель в наиболее ранней стадии,
- осуществление всех операций по обработке машинными методами.

Занесение информации на технический носитель, обеспечивающий ввод данных в ЭВМ, осуществляется в пункте наблюдений, дальнейшая обработка — в центре сбора и обработки.

При планировании рассматриваемой в настоящей статье подсистемы была поставлена задача создания достаточно общих принципов обработки, обеспечивающих экономичность вычислений, простоту и минимальные требования к системе кодирования первичной информации.

В частности, раскодировка и контроль правильности занесения наблюдений на технический носитель (перфоленту) должны производиться одной программой. Система должна быть открытой, т. е. допускать подключение новых видов наблюдений.

Общая схема обработки, принятая в Главной геофизической обсерватории, приведена на рисунке.

Процесс формирования и анализа сообщений распадается на три этапа:

- 1) занесение информации на перфоленту в пунктах наблюдения,
- 2) раскодировка, контроль перфорации и запись в определенное место памяти ЭВМ раскодированных наблюдений;



3) обработка данных по индивидуальным программам, физический контроль наблюдений, расчет предварительных характеристик, формирование и выдача таблиц, графиков, формирование массивов для занесения на долговременный носитель.

При занесении информации на перфоленту важное значение имеют бланки или книжки наблюдений, с которых производится перфорация. Четкое разграничение граф книжки с указанием позиции каждой цифры должно значительно упростить процесс перфорации и свести к минимуму возможные ошибки. Необходимо отметить, что существующие формы книжек и таблиц этим требованиям практически не удовлетворяют.

В самом общем виде схема макета для занесения информации имеет следующий вид:

I	II	III	IV
//aa ГГ	ММh h h P _λ	φ φ φ λ λ λ	X ₁₁ X ₁₂ X ₁₃ X ₁₄ X ₁₅ X ₁₆ ...
1	2	m	

((U₁₃U₁₄U₁₅U₁₆ U₂₁U₂₂U₂₃U₂₄U₂₅U₂₆ ... U_{m1}U_{m2}U_{m3}U_{m4})).

Макеты для перфорации соответствующих видов изложены в Методических указаниях [2—4].

Информация, заносимая на перфоленту, разделяется на две категории:

К первой категории относится заголовок, включающий в себя // — признак начала информации, aa — шифр вида наблюдений, ГГ — год, ММ — месяц, h h h — высота над уровнем моря, P_λ — признак восточной или западной долготы, φ φ φ — широта, λ λ λ — долгота станции, X₁₁X₁₂ ... — дополнительная информация, постоянная для данной станции и для данного вида наблюдений. Отметим, что структура заголовка близка к кодировке информации для других видов наблюдений [4].

Ко второй категории относятся непосредственно данные наблюдений. ((и)) — соответственно признак начала и конца информации на один срок.

Предлагаемый макет не предъявляет жестких требований к числу цифр, составляющих каждую группу. В зависимости от вида информации и числа цифр, формирующих различные значения, каждый конкретный макет может быть составлен наиболее экономичным образом, что позволит свести к минимуму перфорацию незначащих цифр.

Наличие признаков начала и конца позволяет не производить исправление информации на перфоленте как в пунктах наблюдений, так и обработки, а только осуществлять их перфорацию заново в конце всего отперфорированного материала.

Раскодировка и контроль перфорации любых макетов, составленных в соответствии с приведенным описанием, производится одной программой. Подробно эта программа рассмотрена в [5]. Здесь отметим лишь ее основные особенности.

Раскодировка сообщений осуществляется с помощью информационного массива, различного для отдельных видов наблюдений. Каждый элемент информационного массива указывает, какое количество цифр в макете отводится для того или иного измерения. Программа выделяет необходимое (в соответствии с информационным массивом) количество цифр, формирующих данное измерение, и помещает его в отдельную ячейку. Каждая группа макета содержит одно или несколько чисел. Составление макета таким образом, что одно число размещается в двух группах, недопустимо. Это является одним из способов контроля перфорации.

Структура информационного массива позволяет также легко осуществить раскодировку при отсутствии тех или иных наблюдений. В этом случае отсутствующие данные заменяются кодом „:“, выделенным в отдельную группу. Элемент информационного мас-

сива, соответствующий наблюдению, следующему за теми, отсутствие которых возможно, помечается определенным признаком [5].

За один просмотр находятся и выдаются на печать сведения о всех ошибочных макетах.

Раскодированные данные являются исходной информацией для программ обработки каждого вида наблюдений в отдельности. Эти программы составлены на АЛГОЛе и реализуют алгоритмы обработки и контроля [6—8].

Дальнейшими этапами является создание комплекса программ по записи данных на долговременное хранение и программ по вторичной обработке информации.

Задача формирования массивов на долговременных технических носителях имеет большое значение для всех последующих этапов использования гидрометеорологических наблюдений (информационно-поисковые системы, научные проработки, удовлетворение запросов народного хозяйства) и является предметом дальнейших исследований.

Что касается алгоритмов и программ по статистической обработке информации, то в Главной геофизической обсерватории создан пакет программ, позволяющий проводить широкий комплекс научных исследований. Характеристики этих программ, их особенности изложены в [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Временные методические указания по машинной обработке и контролю данных гидрометеорологических наблюдений. Вып. 1. Обнинск, 1970.
2. Временные методические указания по машинной обработке и контролю данных гидрометеорологических наблюдений. Вып. 5. Ч. 1. Разд. 1. Обнинск, 1973. 22 с.
3. Временные методические указания по машинной обработке и контролю данных гидрометеорологических наблюдений. Вып. 12. Ч. 1 и 2. Разд. 1. Обнинск, 1973. 27 с.
4. Временные методические указания по машинной обработке и контролю данных гидрометеорологических наблюдений. Вып. 10. Ч. 1. Разд. 1. Обнинск, 1973.
5. Кобякова А. А. Программа ввода в ЭВМ и раскодировки геофизических наблюдений.— См. наст. сб.
6. Новожилова В. М. К автоматизации обработки актинометрической информации.— См. наст. сб.
7. Касьян Н. А., Кобякова А. А. К вопросу автоматизации обработки тепловых балансовых наблюдений.— См. наст. сб.
8. Огнева Т. А., Патрухина Г. В., Полищук А. И. Автоматизированная система обработки режимной информации по загрязнению атмосферы.— См. наст. сб.
9. Поляк И. И. Алгоритмы и программы статистического анализа метеорологических наблюдений.— См. наст. сб.

ПРОГРАММА ВВОДА В ЭВМ И РАСКОДИРОВКИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Одним из этапов обработки режимной геофизической информации является раскодировка информации, занесенной по определенной форме — макету — на перфоленду в пунктах наблюдений. Правила кодировки и занесения данных наблюдений на перфоленду изложены в соответствующих указаниях [1, 2]. В настоящей статье будут изложены основные алгоритмы, согласно которым производится ввод в ЭВМ, раскодировка и контроль правильности перфорации. В качестве приложения дана программа на ЭВМ, реализующая эти алгоритмы. Для удобства дальнейшего изложения приведем макет для срочных актинометрических наблюдений:

//00 Г Г ММh h h P_λ φ φ φ λ λ λ A_aA_aA_aA_dA_dA_d A_bA_bA_bKKK
 ((T_rT_rT_MT_M r r n₀n₀n_nn_n C_nC_MC_L₁C_L₂C_L₃P
 Vq q ± t_nt_n ± t_bt_beeS₁ S₂S₃S₄D₁D₁D₁ ± BBB00
 RRRD₂D₂D₂ S_D₁S_D₁S_D₁S_BS_BS_B S_RS_RS_RS_D₂S_D₂S_D₂ t₂t₂t₂E)).

Обратим внимание на некоторые черты макета.

Признаком начала любой информации за месяц являются две наклонные черты // (телеграфный код 27). При их отсутствии или неправильной набивке программа раскодировки работать не будет.

Макет за каждый срок наблюдений начинается с двух открывающихся скобок ((, кончается двумя закрывающимися скобками)). При отсутствии признака ((весь макет не расшифровывается и пропускается. Расшифровка макета начинается с нахождения двух скобок ((, заканчивается при встрече скобок)). Но бывают случаи, когда макет не имеет признака ((. Это происходит в том случае, когда оператор во время перфорации сделал ошибку (например, пропустил целую группу) и сразу же заметил это. В этом случае дальнейшую перфорацию продолжать не имеет смысла и нужно перфорировать этот макет заново, обязательно начиная с признака ((. Неправильно нанесенные на перфоленду макеты можно перебить и в конце всей информации за месяц.

Пр	Код	A1	A2	A3	Примечание
1	02	4000	0000	0000	2
1	02	4000	0000	0000	2
1	02	4000	0000	0000	2
1	02	4000	0000	0000	2
1	02	4000	0000	0000	2
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	02	4000	0000	0000	2
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	4000	0000	0000	2
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	01	4000	0000	0000	1
1	02	6000	0000	0000	3
1	03	6000	0000	0000	6
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	6000	0000	0000	3
1	02	6000	0000	0000	3
3	01	4000	0000	0000	1

В макете группа от группы отделяется интервалом (телеграфный код 04).

Исходными данными для программы раскодировки является информация, набитая на перфоленте, и информация о макете.

Информация о макете, так называемый информационный массив, содержит сведения о том, сколько цифр отводится под тот или другой элемент. Нули, дополняющие группу до пятизначной или шестизначной, также должны учитываться. Например, в при-

веденном выше примере группа $\pm BVB00$ дополнена до шестизначной двумя нулями. В этом случае соответствующая строка информационного массива равна шести (с учетом знака). Информационный массив для заголовка макета составляется аналогично.

Для приведенного выше макета информационный массив, написанный на бланках для ЭВМ М-220, дан в таблице.

Информационный массив пишется в двоичной системе счисления с порядками. В примечаниях указано число десятичных цифр, которое содержит данный элемент.

Программа раскодировки написана на языке Алгол-60 (входной язык транслятора ТА-1М для ЭВМ М-222). Она содержит пять процедур и управляющую часть.

Рассмотрим процедуры в порядке их написания в программе.

1. Процедура «ошибка». Эта процедура выдает информацию об ошибках.

В одной строчке печатаются дата, срок, номер макета, номер группы в макете, значение метеозлемента, предшествующего ошибочному, ошибочное значение метеозлемента.

Номер группы в макете равен числу пробелов между группами. Если буквенная группа набита неправильно, например группа, состоящая из букв ЮЮЮ, то на печать выдается значение $000.000_{10}0$.

2. Процедура «фотоввод». Написана в макрокомандах и служит для ввода информации в ЭВМ с перфоленты.

Информация, упакованная по девять пентад, с перфоленты заносится в 1 МОЗУ, начиная с ячейки 0001.

3. Процедура $p(a, i)$ служит для выделения из ячейки a очередного пятипозиционного телеграфного кода, находящегося в разрядах 45—41, и занесения его в разряды 35—31 ячейки i .

Перекодировка выделенного телеграфного кода в двоичный код осуществляется умножением его на 2^6 и занесением в ячейку i .

Пример. Цифра «0» имеет телеграфный код 15. Процедура p занесет в ячейку i этот код в следующие разряды:

45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	...	1	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	...	0
										1		5					

После умножения этого кода на 2^6 в ячейке i будет находиться двоичное изображение числа 15, т. е.

1 04 6400 0000 0000.

4. Процедура макет ($c2, a$).

Ячейка $c2$ служит для подсчета сформулированных групп, a — информационный массив, соответствующий макету или заголовку макета.

С помощью этой процедуры формируется любой макет. Раскодировка заключается в просмотре каждой пентады с помощью

процедуры p . Выборка пентад из ячейки производится от старших к младшим разрядам. Для первой пентады $n3=41$, $n2=45$. Для анализа следующей пентады $n3$ и $n2$ уменьшаются на пять, и так делается до тех пор, пока все девять пентад, находящиеся в ячейке, не будут просмотрены. Анализируемая пентада заносится в разряды $35 \div 31$ ячейки i . С метки $L1$ начинается формирование новой группы (нового элемента). Восстанавливается первоначальный вид изменяющихся команд; происходит проверка, все ли группы макета сформированы ($k > c2$, где k равно числу сформированных групп). Цифровая группа накапливается в ячейке $s1$ в двоично-десятичном коде.

В ячейке c находится информация о числе десятичных знаков в очередной группе. После занесения очередной цифры в ячейку $s1$ из ячейки c вычитается единица. При $c=0$, т. е. когда группа сформирована, содержимое ячейки $s1$ заносится в соответствующую ячейку рабочего массива d , а ячейке $s2$ присваивается единица.

Если информация не цифровая, то в соответствующую ячейку массива d заносятся коды:

?	:	Э	Ш	Щ	Ю
10^{10}	10^{11}	10^6	10^8	10^9	10^7

После расшифровки каждой пентады обращение будет к метке $L1$ или $L2$ в зависимости от того, сформирована группа полностью или нет. Признаками начала формирования новой группы являются «пробел» и $s2=1$. В этом случае управление передается на метку $L1$.

Если встретились «пробел» и $s2 \neq 1$, то происходит обращение к процедуре «ошибка» и затем к метке $L2$. Каждый раз при обращении к метке $L2$ проверяется, все ли девять пентад ячейки просмотрены. Если да, то из 1 МОЗУ вызывается следующая ячейка.

При отсутствии данных на перфоленте вместо первой отсутствующей группы могут перфорировать два (::) или пять двоеточий (:::). Такие группы двоеточий в одном макете могут встречаться не один раз. Признаком конца отсутствующих групп является наличие 44-го разряда в соответствующей ячейке информационного массива.

Когда встречается группа из двух или пяти двоеточий, то в соответствующую ячейку массива d заносится 10^{11} (признак отсутствия данных). После этого в ячейку c посылается содержимое следующей ячейки информационного массива и происходит проверка содержимого 44-го разряда. При нулевом 44-м разряде в следующую ячейку массива d также заносится 10^{11} . Засылка 10^{11} в соответствующие ячейки массива прекращается, как только встретится единица в 44-м разряде информационного массива. В этом случае управление передается на метку $L1$, т. е. на начало формирования очередной группы макета.

Если макет еще полностью не сформирован, а уже встретился признак ((, то на печать выдается информация «макет неполный» с указанием номера макета.

Управляющая часть программы начинается с очистки 1 МОЗУ и ввода идентификаторов n и m , массивов a , b , $d1$, $d2$ и μ . Здесь a и b — информационные массивы соответственно в заголовке макета и самом макете, n — число строк в информационном массиве a ; m — число строк в информационном массиве b ; n и m набираются в десятичной системе.

Массивы $d1$ и $d2$, необходимые для перехода от телеграфного кода к десятичному изображению, имеют следующий вид¹:

Массив $d1$ [1:10]					Массив $d2$ [1:10] Двоичное изображение телеграфного кода					
Пр	Код	A1	A2	A3	Пр	Код	A1	A2	A3	Примечание
0	00	000	000	000	1	04	6400	0000	0000	15
00	00	100	000	000	1	05	7200	0000	0000	35
0	00	200	000	000	1	05	6200	0000	0000	31
0	00	300	000	000	1	05	4000	0000	0000	20
0	00	400	000	000	1	04	5000	0000	0000	12
0	00	500	000	000	1	01	4000	0000	0000	01
0	00	600	000	000	1	05	5200	0000	0000	25
0	00	700	000	000	1	05	7000	0000	0000	34
0	00	800	000	000	1	04	6000	0000	0000	14
0	00	900	000	000	1	02	6000	0000	0000	03

Массив μ [1:6] имеет вид:

Пр	Код	A1	A2	A3	Примечание
0	11	100	000	000	10^{10}
0	12	100	000	000	10^{11}
0	07	100	000	000	10^6
0	09	100	000	000	10^8
0	10	100	000	000	10^9
0	08	100	000	000	10^7

Идентификаторы n и m — массивы a и b для каждого вида наблюдений — различные, массивы $d1$, $d2$ и μ постоянные.

¹ Массив $d1$ — десятичные цифры от 0 до 9, массив $d2$ — двоичные изображения соответствующих телеграфных кодов.

После ввода вышеуказанных массивов начинается ввод с перфоленты. По окончании ввода происходит переход к раскодировке введенной информации. Сначала ищутся две наклонные черты //, при нахождении их — обращение к процедуре макет (n, a), в результате чего будет сформирован заголовок макета и записан на 4МБ, начиная с ячейки 0001.

После этого на печать выдается следующая информация:

Станция	год	месяц	элемент
---------	-----	-------	---------

Для станции печатается координатный номер. Далее управление передается на метку L6. Ищется признак начала макета — две открывающиеся скобки ((. При нахождении их идет обращение к процедуре макет (m, b). Сформированный макет записывается на МБ. Обращение на метку L6 повторяется до тех пор, пока не будут сформированы все макеты.

По окончании раскодировки всей перфоленты (встретился код «РУС») с МБ вызывается заголовок макета и общее число сформированных макетов записывается в его 7-ю ячейку от конца, т. е. в ячейку $d[m-6]$.

В шесть последних ячеек заголовка заносится название станции, закодированное в девятиразрядном коде.

Название станции выбирается из «словаря» станций по координатному номеру, имеющемуся в заголовке макета. Словарь станций содержит перечень станций и их координатные номера. Максимально словарь рассчитан на 250 станций. Под каждую станцию отводится семь ячеек, первые шесть ячеек — закодированное в девятиразрядном коде название станции, последняя ячейка — координатный номер станции. Словарь станций для каждого вида наблюдений различный.

Если в процессе работы программы не было ни одного обращения к процедуре «ошибка», на печать выдается «ошибок нет» и печатается общее число сформированных макетов.

```
begin real D, C, h, w, z; integer a, b, m1, Q, n3, δ, η, y, φ, ρ, γ;
integer i, j, k, l, n1, n2, k1, k2, r, il, n, m, c, c1, c2, c3, s, s1, s2;
integer array q [1:1], μ [1:6]; array A [1:1750];
p0042 (n, m); l:=k:=0; c1:=0; γ:=0;
begin array a [1:n], b, d [1:m]; integer array d1, d2 [1:10];
procedure ошибка;
begin γ:=γ+1; D:=C:=0; if η=0 then
begin D:=d [3]; C:=d [1]; go to L 10 end;
if η>0∧η<7 then
begin D:=d [1]; go to L 10 end;
if η=7 then
begin D:=d [3]; C:=d [4]; go to L 10 end;
if η=11∨η=12 then
begin D:=d [1]; C:=d [3];
go to L 10 end; if η=10 then
begin D:=d [1]; go to L10 end;
```

```

if  $\eta > 12$  then
  begin  $D := d[1]$ ; go to L 10 end;
L 10: p0105; p0105 (75, D, 502, D);
      p0105; p0105 (75, C, 502, C);
      p0160 (h, '10x' дата' xv2d2x', D);
      p0160 (h, "срок' xv2d2x', C);
      p0160 (h, "номер_макета' x2zd', p);
      p0160 (h, '5x'номер_группы_в_макете'zd',  $\delta$ );
       $z := d[k-1]$ ; p0105; p0105 (75, z, 502, z);
      p0160 (h, '5x 2z - d. 3d10 z - d', z);
      p0105; p0105 (75, s1, 502, z);
      p0160 (h, '5x 2z - d. 3d10z - dI', z)
end;
procedure фотосвод;
begin p0105 (0 50, 0006, 0300, 0005);
      p0105 (0 10, 0001, 0033, 0777);
      p0105 (0 50, 0006, 0300, 0005);
      p0105 (0 10, 0001, 0000, 7755)
end;
procedure p(a, i); integer a, i;
begin go to l2;
l1:  p0105 (100, 0, 0, 0);
l3:  p0105 (54, 0100, i, i);
l4:  p0105 (00, 0036, 0, 0);
l2:  p0105 (00, a, 0, i);
      p0105 (54, 0030, i, i); p0105 (l3, l3, l4, l5);
l5:  p0105 (2, 1, 1, 1);
      p0105 (13, l1, i, i);
       $i := i \times 2 \uparrow 6$ 
end;
procedure макет(c2, a); integer c2; array a;
begin switch R := N3, L2, L2, L2;
for i := 1 step 1 until c2 do d[i] := 0; y := 0;
L1:  k := k + 1; c := abs(a[k]); go to K3;
K1:  p0105 (14, 0100, i1, c3);
K2:  p0105 (00, 4, 0, 0);
K3:  p0105 (00, K1, 0, K4);
      if k > c2 then
        go to N1 else s1 := 0;  $\varphi := 0$ ;
L2:  if n3 < 1 then
        begin l := l + 1; p0500 (1, l, q); n3 := 41 end;
          Q := q[1];
          p(Q, i); n3 := n3 - 5;
          p0105 (54, 0105, q[1], q[1]);
          if i = 24 then
            begin c := c - 1; go to kl1;
kl:  p0105 (100, 0, 0, 0);
kl1: p0105 (07, s1, kl, s1);
      p0105 (07, s1, kl, s1);

```

```

if  $c=0$  then
  begin  $s2:=1$ ;  $d[k]:=s1$ ; go to L1 end
else go to L2 end;
if  $i=17$  then
  begin  $c:=c-1$ ; if  $c=0$  then
    begin  $s2:=1$ ;  $d[k]:=s1$ ; go to L1 end
  else go to L2 end;
  for  $j:=1$  step 1 until 10 do
    if  $c>0 \wedge i=d2[j]$  then
      begin  $i1:=d1[j]$ ;
K4:      p0105 (2, 1, 1, 1);
K5:      p0105 (13, s1, c3, s1);
K6:      p0105 (33, K4, K2, K4);  $c:=c-1$ ;
      if  $c>0$  then go to L2;
       $z:=d[k]$ ; p0105; p0105 (75, z, 502, z);
      if  $c=0 \wedge z=_{10} 10 \vee z=_{10} 7 \vee z=_{10} 6 \vee z=_{10} 8 \vee z=_{10} 9 \vee$ 
         $z=_{10} 11$  then
        begin  $s2:=1$ ; go to L1 end else
          begin  $s2:=1$ ;  $d[k]:=s1$ ; go to L1 end end;
      if  $i=4 \wedge s2=1$  then
        begin  $s2:=c1:=0$ ;  $\delta:=\delta+1$ ;  $\varphi:=1$ ; go to K8 end;
      if  $i=4 \wedge s2 \neq 1 \wedge \varphi=0$  then
        begin  $s2:=c1:=0$ ;  $\delta:=\delta+1$ ; ошибка;
         $d[k]:=\mu[6]$ ; go to L1 end
      else if  $i=4 \wedge s2 \neq 1 \wedge \varphi \neq 0$  then
        go to L2 else go to D3;
D3:      if  $i=26$  then begin  $d[k]:=\mu[6]$ ; go to D1 end;
          if  $i=19$  then
            begin  $d[k]:=\mu[1]$ ; go to D1 end;
            if  $i=22$  then begin  $d[k]:=\mu[3]$ ; go to D1 end;
            if  $i=11$  then begin  $d[k]:=\mu[4]$ ; go to D1 end;
            if  $i=5$  then begin  $d[k]:=\mu[5]$ ; go to D1 end; go to D2;
D1:       $c:=c-1$ ; if  $c=0$  then
          begin  $s2:=1$ ; go to L1 end else go to L2;
D2:      if  $i=8 \vee i=2 \vee i=27 \vee i=31 \vee i=0$  then go to L2;
          if  $i=18 \vee i=7 \vee i=6 \vee i=20 \vee i=15$  then go to L2;
          if  $i=14$  then go to L9;
          if  $i=9 \wedge i1=9$  then begin  $y:=1$ ; go to L8 end else
            if  $i=9 \wedge i1 \neq 9$  then begin  $i1:=i$ ; go to L2 end else L8;
L8:      if  $i=30 \wedge y \neq 1$  then begin  $i1=i$ ;
          p0160 (h, '10x' макет  $\square$  '2zdx' неполный 'l',  $\rho$ );
          go to N1 end;
          if  $i=30 \wedge y=1$  then begin  $i1:=i$ ; go to N1 end;
L9:      if  $i=14 \wedge i=i1$  then
          begin  $c1:=c1+1$ ; if  $c1=4$  then
            begin  $s2:=1$ ;  $i1:=0$ ; go to R[c1] end else
              go to R[c1] end else if  $i=14 \wedge i \neq i1$  then

```

begin $il:=i$; go to L2 end else go to L2;
 N3: $d[k] := \mu[2]$; $k:=k+1$; $c:=abs(a[k])$; if $k > c2$ then
 go to N1;
 $m1:=a[k]$; $s2:=1$;
 go to if $m1 < 0$ then L2 else N3;
 K8: $p0105(15, K4, K1, 0)$;
 $p0105(36, 0, L2, 0)$;
 $c:=abs(a[k])$; $p0105(00, K1, 0, K4)$;
 $s1:=0$; *ошибка*; go to L2;
 N1: end;
 for $i:=1$ step 1 until 10 do $d1[i]:=0$;
 for $i:=1$ step 10 until 4770 do $p0500(11, i, d1)$;
 $p1177(a, b, d1, d2)$; $p1177(\mu)$;
 фотосвод;
 $p0717(p, макет)$;
 $\rho:=\delta:=0$;
 L3: $l:=l+1$; $p0500(1, l, q)$; $n3:=41$; $n2:=45$;
 L4: $Q:=q[1]$; $p(Q, i)$; $n3:=n3-5$;
 $p0105(54, 0105, q[1], q[1])$;
 if $i=23 \wedge il=23$ then go to L5 else
 begin $il:=i$; go to if $n3 \geq 1$ then L4 else L3 end;
 L5: *макет* (n, a); $p1050(126, 1, d)$;
 $h:=0$; $p0160(h, 'l')$; $p0160(h, '128 \text{ —}')$;
 $p0105(14, 64, d[7], z)$; $p0105(75, d[6], z, z)$;
 $p0105$; $p0105(75, z, 502, z)$; $k2:=z \times_{106}$;
 $p0160(h, '10x \text{ станция} \text{ } x6d3x', k2)$;
 $p0105$; $p0105(75, d[2], 502, z)$;
 $p0160(h, "zod' xv2d3x", z)$;
 $p0105$; $p0105(75, d[3], 502, z)$;
 $p0160(h, "месяц' xv2d3x", z)$;
 $p0105$; $p0105(75, d[1], 502, z)$;
 $p0160(h, "элемент' xv2dx2l', z)$;
 $\eta:=z \times_{102}$;
 L6: if $n3 < 1$ then
 begin $l:=l+1$; $p0500(1, l, q)$; go to H2;
 H1: $p0105(00, 0, 0, 0)$;
 H2: $p0105(15, q[1], H1, 0)$; $p0105(36, 0, H3, 0)$;
 $n3:=41$ end;
 $Q:=q[1]$;
 $p(Q, i)$; $n3:=n3-5$; $p0105(54, 0105, q[1], q[1])$;
 if $i=30 \wedge il=30$ then go to L7 else
 begin $il:=i$; go to L6 end;
 L7: $\rho:=\rho+1$; $k:=0$; $\delta:=0$; *макет*(m, b);
 $p1050(126, m+2+(p-1) \times (m+1), d)$;
 go to L6;
 H3: $p1050(116, 1, d)$;
 $p0105$; $p0105(75, \rho, 510, k2)$; $d[m-6]:=k2$;
 $p1050(126, 1, d)$;

ствуется макету для кодирования данных наблюдений. Каждый развернутый лист книжки приспособлен к записи результатов измерений за шесть сроков.

Данные шифруются согласно [3] по схеме, называемой макетом для кодирования результатов теплобалансовых наблюдений. Вся информация за месяц заносится на один рулон перфоленты и отсылается в «Центр» для обработки и получения на ЭВМ месячных итоговых таблиц.

Следующим звеном в системе механизированной обработки является контроль ежедневной информации. Программа контроля построена в основном на сопоставлении измеренных величин с заданными граничными значениями (радиационный баланс, температура воздуха, упругость водяного пара, скорость ветра, температура поверхности почвы) и кодами (направление ветра, состояние деятельной поверхности). При невыполнении заданных условий ЭВМ выдает на печать таблицу сомнительных величин для последующего анализа и исправления специалистом.

Данный контроль недостаточен для выявления ошибок, обусловленных неисправностью приборов, неправильной установкой их, неточностью производства измерений. Этот вопрос требует еще специальной научно-исследовательской разработки, так как существовавший до настоящего времени ручной метод критического анализа материала построен на использовании сложных логических связей и требует дополнительной метеорологической информации.

После выявления ошибок и исправления их специалистом перфолента с зашифрованным материалом снова вводится в ЭВМ для дальнейшей обработки и расчетов. Результаты выдаются на печать в форме следующих итоговых таблиц:

1) таблица ежедневных результатов наблюдений для теплобалансовых расчетов (Приложение 2);

2) выборки градиентов Δt и Δe (температуры и влажности воздуха) для условий погоды «ясно» и «пасмурно» за сроки 01 и 13 ч (Приложение 3);

3) сводная таблица результатов наблюдений и расчетов составляющих теплового баланса (Приложение 4).

Программа обработки и выдачи результатов ежедневных теплобалансовых данных по срокам предусматривает не только простую перекодировку на ЭВМ исходной перфотелеграммы, но и включает алгоритм расчета следующих данных: градиентов температуры, влажности и скорости ветра; среднедекадных и среднемесячных величин ряда метеозлементов; при наличии снежного покрова пересчет в зимний период градиентов Δt и Δe для слоя 150 см.

Таблица ежедневных теплобалансовых данных по срокам предназначена для записи как летних измерений (по полной программе), так и зимних (по сокращенной программе).

Программы для расчета составляющих теплового баланса, турбулентного потока тепла и потока тепла на испарение составлены по алгоритмам, приведенным в [4]. При подготовке схемы расчета

потока тепла в почве использованы предложения Л. В. Дубровина [2] в части аппроксимации распределения температуры почвы по глубине. Составляющие теплового баланса, рассчитанные по среднедекадным и немесячным величинам теплобалансовых параметров, печатаются по форме таблицы (см. Приложение 4).

Представленные таблицы могут быть использованы в различных научно-исследовательских работах, в том числе по развитию и усовершенствованию методики расчетов теплобалансовых характеристик. Предполагается, что они будут храниться некоторое время как в центре сбора и обработки информации, так и в соответствующих ГМО. Четвертая таблица представляет проект формы для занесения теплобалансового материала на долговременный технический носитель.

Следует отметить, что вся механизированная обработка материалов теплобалансовых наблюдений возможна только после обработки актинометрической информации, так как в расчетах составляющих теплового баланса используется величина радиационного баланса.

Существовавшая до настоящего времени ручная обработка наблюдений была трудоемкой. Расчеты по формулам, рекомендованным в [4], состояли из большого объема математических операций. Проведенная в ГГО проверка показала, что только на составление ежемесячной таблицы ТМ-16 (летней) по одной станции с включением расчетной части необходимо затратить в среднем около 40 часов. За годы существования теплобалансовой сети станций было сделано многое по линии упрощения вычислений: расчеты составляющих теплового баланса стали производиться только по среднедекадным и среднемесячным данным; за счет ряда допусков сокращены некоторые формулы, составлены упрощенные рабочие формулы с постоянными числовыми коэффициентами; введены в качестве приложения вспомогательные расчетные таблицы и т. д.

Некоторые из этих мероприятий, сокращая затраты времени на обработку, с другой стороны, отрицательно сказывались на результатах расчетов, внося существенные погрешности.

Создание централизованной механизированной обработки позволяет существенно сократить затраты времени на получение результатов теплобалансовых наблюдений. Так, на все расчеты и выдачу на печать комплекса таблиц по одной станции за месяц необходимо затратить на ЭВМ 1 ч 15 мин.

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ СССР
УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ

КНИЖКА
для записи теплобалансовых наблюдений

Название станции _____

Призначные группы, год _____

Месяц _____

Высота над уровнем моря _____

Признак долготы _____

Координатный номер станции _____

Объемный вес (плотность) почвы _____

Удельная теплоемкость _____

Влажность почвы _____

Индекс увлаженности _____

Начальник станции _____

Наблюдатели: _____

Таблица ежедневных результатов наблюдений для теплобалансовых расчетов
Тура год 1974 месяц 09

Число	Радиационный баланс кал	Облачность баллы	Дисконда	Результаты измерений на нижнем (1) и верхнем (2) уровнях										Разности для слоя 150 см				Атмосферная влажность	Температура почвы (градусы) на глубинах (см)										Состояние почвы	Высота травы или снежного покрова см	Влажность почвы %	Примечание																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			
				температура воздуха в градусах		температура воды в градусах		ветер		температура воздуха в градусах		температура воды в градусах																					ветер																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
				1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2					1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1

срок 01

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Выборка градиентов температуры (Δt) и упругости водяного пара (Δe) для условий ясного и пасмурного неба

Ясно						Пасмурно					
Срок 1 ч			Срок 13 ч			Срок 1 ч			Срок 13 ч		
Дата	T_1-2	E_1-2	Дата	T_1-2	E_1-2	Дата	T_1-2	E_1-2	Дата	T_1-2	E_1-2
2	0,2	0,3				1	0,0	0,0	8	-0,1	-0,1
4	0,0	-0,2				3	0,0	0,0	11	0,1	0,4
5	0,4	0,3				8	-0,1	-0,1	12	0,1	0,1
6	0,2	0,2				10	0,0	0,0	14	0,1	0,3
7	-0,2	-0,3				11	0,1	0,4	17	-0,2	-0,1
9	0,5	0,6				18	0,0	0,0	19	0,2	0,2
13	0,4	0,3				19	0,2	0,2	28	0,0	0,1
15	0,1	0,5				21	0,0	0,0	29	0,1	0,1
20	0,2	0,7				23	0,0	0,0	30	0,0	0,1
27	0,0	0,1				24	0,0	0,0	31	0,0	0,1
						25	0,0	0,0			
						26	0,0	0,0			
						28	0,0	0,1			
						29	0,1	0,1			
						30	0,0	0,1			
						31	0,0	0,1			
Сум- ма	01,8	02,3	—	—	—	Сум- ма	00,3	00,9	—	00,3	01,2
Число слу- чаев	10	10	—	—	—	Число слу- чаев	16	16	—	10	10
Сред- нее	0,2	0,2	—	—	—	Сред- нее	0,0	0,1	—	0,0	0,1

Срок	T_1-T_2								E_1-E_2							
	макс.	дата	дата	дата	мин.	дата	дата	дата	макс.	дата	дата	дата	мин.	дата	дата	дата
01	0,5	0,9			-0,2	07	17	22	0,7	20			-0,4	04		

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Сводная таблица результатов наблюдений и расчетов составляющих теплового баланса

Название станции	Результаты измерений на уровне 2 м (температура, упругость водяного пара, скорость ветра)			Разность для слоя 150 см			Температура почвы (градус) на глубинах (см)								Влажность почвы, %	Объемная теплоемкость, кал/(см ³ ·мин)	Коэффициент турбулентности, м ² /с	Составляющие теплового баланса, кал/(см ² ·мин)				Испарение, мм
	T°С	e ммб	u м/с	T	e	u	0	2	5	10	15	20	40	B				P	L	V		

Июль 1972 г.																						
1. Астрахань																						
1	23,0	21,2	0,5	-0,2	-0,1	0,2	21,4	25,4	28,2	29,9	30,0	29,4	29,3				0,03	-0,06	-0,04	-0,01	-0,01	
7	25,5	21,1	3,0	0,3	0,4	0,9	29,2	26,0	26,9	27,5	28,2	28,4	28,5				0,13	0,13	0,05	0,05	0,03	
10	29,7	18,7	3,6	0,7	0,4	0,9	45,4	38,7	33,5	29,5	28,4	28,2	28,2				0,15	0,39	0,19	0,14	0,13	
1 дек. 13	32,3	18,9	3,2	0,6	0,4	0,8	57,1	45,8	40,6	33,4	30,2	28,7	28,5				0,29	0,55	0,07	0,24	0,24	
16	31,4	17,8	3,3	0,6	0,5	0,9	50,0	44,0	42,4	36,3	32,3	29,9	29,8				0,17	0,29	-0,02	0,14	0,17	
19	29,6	20,8	2,2	0,2	0,4	0,6	33,4	35,5	38,8	36,1	32,9	30,5	30,4				0,11	-0,03	-0,08	0,03	0,02	
Сумма, ккал/см ² и т. д.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,2	0,26	—	—	2,3	0,1	1,1	1,1	18

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афиногенов Л. П., Русин Н. П. Задачи автоматизации геофизических измерений и научных исследований.— «Тр. ГГО», 1972, вып. 300, с. 3—14.
2. Дубровин Л. В. К расчету величин теплового потока в почву.— «Тр. ГГО», 1972, вып. 280, с. 189—194.
3. Временные методические указания по машинной обработке и контролю данных гидрометеорологических наблюдений. Вып. 12. Ч. 1 и 2. Разд. 1. Обнинск, 1973, с. 15—27.
4. Руководство по градиентным наблюдениям и определению составляющих теплового баланса. Л., Гидрометеиздат, 1964, с. 5—128.

Р. М. НОВОЖИЛОВА

К АВТОМАТИЗАЦИИ ОБРАБОТКИ АКТИНОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В настоящее время осуществляется переход к автоматизированной обработке актинометрической информации с использованием электронно-вычислительных машин (ЭВМ). Результаты срочных наблюдений и данные регистрации заносятся на станциях на перфоленду с помощью телеграфного аппарата по специально разработанным кодам [5].

Перфоленда и получаемая одновременно с ней бумажная телеграфная лента с информацией за прошедший месяц высылаются в центр обработки (ГГО), где производится ввод информации в ЭВМ М-222 и обработка по программам, составленным на языке АЛГОЛ-60 (входном языке транслятора ТА-1М).

В настоящей работе будут приведены алгоритмы и краткое описание блок-схемы программ обработки срочных наблюдений и данных, регистрируемых самописцами.

1. Программа обработки срочных актинометрических наблюдений

Программа автоматизирует расчеты, выполняемые ранее на станции, и осуществляет выдачу результатов наблюдений в виде таблиц ежемесячника.

В данном параграфе приводится краткое описание алгоритма. Более полное изложение методов обработки срочной актинометрической информации представлено в работе [1].

Порядок вычислений, производимых в программе, заключается в следующем:

1. Определяются величины прямой радиации (S), рассеянной (D), отраженной (R_K) и радиационного баланса ($B-S'$) путем умножения отсчетов по приборам, исправленных на шкаловую поправку и место нуля, на переводной множитель. Для переводного множителя актинометра вводится температурная поправка, которая рассчитывается в программе по формуле

$$a_t = a_{20} + k(t - 20),$$

где a_{20} — переводной множитель, приведенный к температуре 20°;

a_t — переводный множитель, приведенный к температуре t ; k — температурный коэффициент.

2. Вычисляются высоты солнца (h) для каждого срока и дня наблюдения по формуле

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau,$$

где φ — широта станции; δ — склонение солнца для данного дня; τ — часовой угол солнца, отсчитываемый от истинного полудня. Склонение (δ) и поправка к истинному времени (Δt) для данных суток вычисляются с помощью ряда Фурье, полученного путем аппроксимации таблиц значений δ и Δt , приводимых в [1]. Если величина h меньше 5° , то $\sin h$ исправляется на рефракцию.

3. По полученным величинам в программе производится расчет других радиационных характеристик: прямой радиации на горизонтальную поверхность (S'), суммарной радиации (Q), радиационного баланса (B), коротковолнового и длинноволнового баланса (B_k и B_d) и альбедо деятельной поверхности (A_k).

Обработка наблюдений производится в зависимости от наличия прямой радиации (S) в момент наблюдения. При наличии прямой радиации определяются величины S' , Q , A_k , B , B_k , B_d . Так как в момент наблюдения имеется два измерения рассеянной радиации D_1 и D_2 , обработка может производиться или с D_1 или с D_2 в зависимости от того, как вычислялось A_k . Значение A_k вычисляется только в тех случаях, когда значения S' , отсчитанные одновременно с R_k и D_2 , различаются между собой не более чем на $0,10$ кал/(см²·мин), если каждое из них больше $0,50$ кал/(см²·мин), и на $0,05$ кал/(см²·мин) во всех других случаях. При расхождении значений S' , не превышающих указанных пределов, обработка ведется с D_2 , т. е.

$$D = D_2; \quad S' = S_{R_k} \sin h;$$

$$Q = S'_{R_k} + D_2;$$

$$A_k = R_k / (S'_{R_k} + D_2),$$

где h — высота солнца, S_{R_k} — прямая радиация на перпендикулярную поверхность, отсчитанная одновременно с R_k ;

В том случае, когда расхождения значений S' больше этих пределов, анализируются значения S' , отсчитанные одновременно с D_1 и R_k . Если расхождения значений S' находятся в допусках, указанных выше, то обработка производится с D_1 , т. е.

$$D = D_1; \quad S' = S_{R_k} \sin h;$$

$$Q = S'_{R_k} + D_1;$$

$$A_k = R_k / (S'_{R_k} + D_1).$$

В противном случае A_K не вычисляется;

$$D = D_2; \quad S' = S_{D_2} \sin h; \quad Q = D_2 + S'_{D_2}.$$

Значение A_K не рассчитывается также при R_K меньше 0,01 кал/(см²·мин). Радиационный баланс, баланс коротковолновой и длинноволновой радиации вычисляются по формулам:

$$B = S'_{B-S'} + B - S';$$

$$B_K = Q - R_K;$$

$$B_d = B - B_K.$$

Вычисление длинноволнового баланса (B_d) производится тогда, когда расхождения значений S' , отсчитанных одновременно с $B-S'$, R_K и D_2 , не превышает допусков, установленных для вычисления A_K . Если расхождения значений S' превышают указанные выше пределы, то анализируются значения S' , отсчитанные одновременно с $B-S'$, R_K и D_1 . Если и в этом случае наблюдается превышение допусков, то B_d не вычисляется.

В том случае, когда прямая радиация отсутствует, определяются величины Q , A_K , B , B_d , B_K . При этом вычисления производятся следующим образом

$$D = D_2; \quad B = B - S'; \quad A_K = R_K/D_2; \quad B_d = B + R_K - Q;$$

$$B_K = B - B_d.$$

В ночные сроки $B = B_d$. При осадках в дневное время, когда наблюдения по балансомеру отсутствуют, $B = B_K$; B_d в этих случаях равно 0. При осадках в ночное время $B_d = B = 0$.

При расчете радиационных характеристик анализируется состояние диска солнца по четырем отметкам, регистрируемым в момент наблюдения. При этом рассматривается два случая:

а) состояние диска солнца не менялось в течение всего наблюдения;

б) меняющееся состояние диска солнца.

При меняющемся состоянии диска солнца рассматривается каждый случай наблюдения в отдельности и расчеты производятся в зависимости от расположения отметок о состоянии диска солнца в момент наблюдения. Обработка наблюдения не производится при следующих отметках диска солнца: $\odot^\circ \text{ПП} \odot^\circ$, $\odot^\circ \text{П} \odot^\circ \text{П}$, $\text{П} \odot^\circ \text{П} \odot^\circ$, $\text{П} \odot^\circ \odot^\circ \text{П}$ (наблюдатель на станции должен исключать такое чередование отметок).

4. При расчете радиационных характеристик за каждый день выполняется контроль результатов обработки.

Величины S и Q не должны быть более 1,8 кал/(см²·мин). Значения D , B , B_d , B_K , S' , R_K не должны превышать суммарную радиацию.

5. После того как данные наблюдений обработаны за весь месяц, производится подсчет по срокам средних месячных значе-

ний B , S , Q , D , $B-S'$, A_k . Среднемесячные значения рассчитываются в том случае, когда в месяце число дней с наблюдениями больше 20.

6. По среднемесячным значениям за шесть сроков рассчитываются месячные суммы радиации методом трапеции: суммарной (Q), прямой (S , S'), рассеянной (D), отраженной (R_k) и радиационного баланса (B), баланса длинноволновой и коротковолновой радиации (B_d и B_k). Схема расчета сумм приведена в работе [1].

7. Затем производится выборка и подсчет средней интенсивности радиации при ясном небе, т. е. при $\odot^2$ и количестве общей облачности не более 2 баллов, для D , Q , B и B_d , при $\odot^2$ для S и S' . В темное время для B и B_d выборка производится при количестве общей облачности не более 2 баллов.

8. Рассчитываются величины естественной освещенности горизонтальной поверхности и среднемесячные значения суммарной и рассеянной освещенности по срокам. Методика расчета суммарной и рассеянной освещенности приведена в работе [4].

9. Результаты обработки выдаются на печать в виде таблиц четырех видов.

1. В таблице «Срочные актинометрические наблюдения» представлены ежедневные и среднемесячные значения S , D , Q , B , A_k , а также некоторые метеорологические характеристики (облачность, атмосферные явления, состояние диска солнца, состояние деятельной поверхности). Ежемесячно выдается шесть таблиц за сроки: 0 ч 30 мин, 6 ч 30 мин, 9 ч 30 мин, 12 ч 30 мин, 15 ч 30 мин, 18 ч 30 мин.

2. В таблице ТМ-12 представлены ежедневные срочные наблюдения за данный месяц и срок.

3. В таблице «Рассеянная и суммарная освещенность» представлены среднемесячные значения рассеянной и суммарной освещенности по срокам.

4. В таблице «Интенсивность радиации при ясном небе» представлены среднемесячные значения радиации (S , S' , D , Q) и баланса (B , B_d) и число случаев ясного неба по срокам.

5. В таблице «Месячные суммы коротковолновой радиации и баланса» представлены месячные суммы Q , D , S , S' , R_k , B , B_d , B_k и среднемесячные значения альбеда, рассчитанные по трем срокам: 9 ч 30 мин, 12 ч 30 мин, 15 ч 30 мин.

Отметим основные моменты работы программы. Блок-схема ее приведена на рис. 1.

В начале программы выполняется чтение заголовка макета с магнитного барабана (МБ) и определяется число дней в обрабатываемом месяце. Затем начинается работа цикл по сроку (6 сроков). С метки $L1$ производится чтение макета с конца МБ, определение срока и даты и проверка макета па то, обработан он или нет. С метки $L2$ начинается обработка и контроль макета. Затем происходит переход к метке $L7$, где проверяется наличие необработанных макетов. Если такие имеются, то с метки $L1$

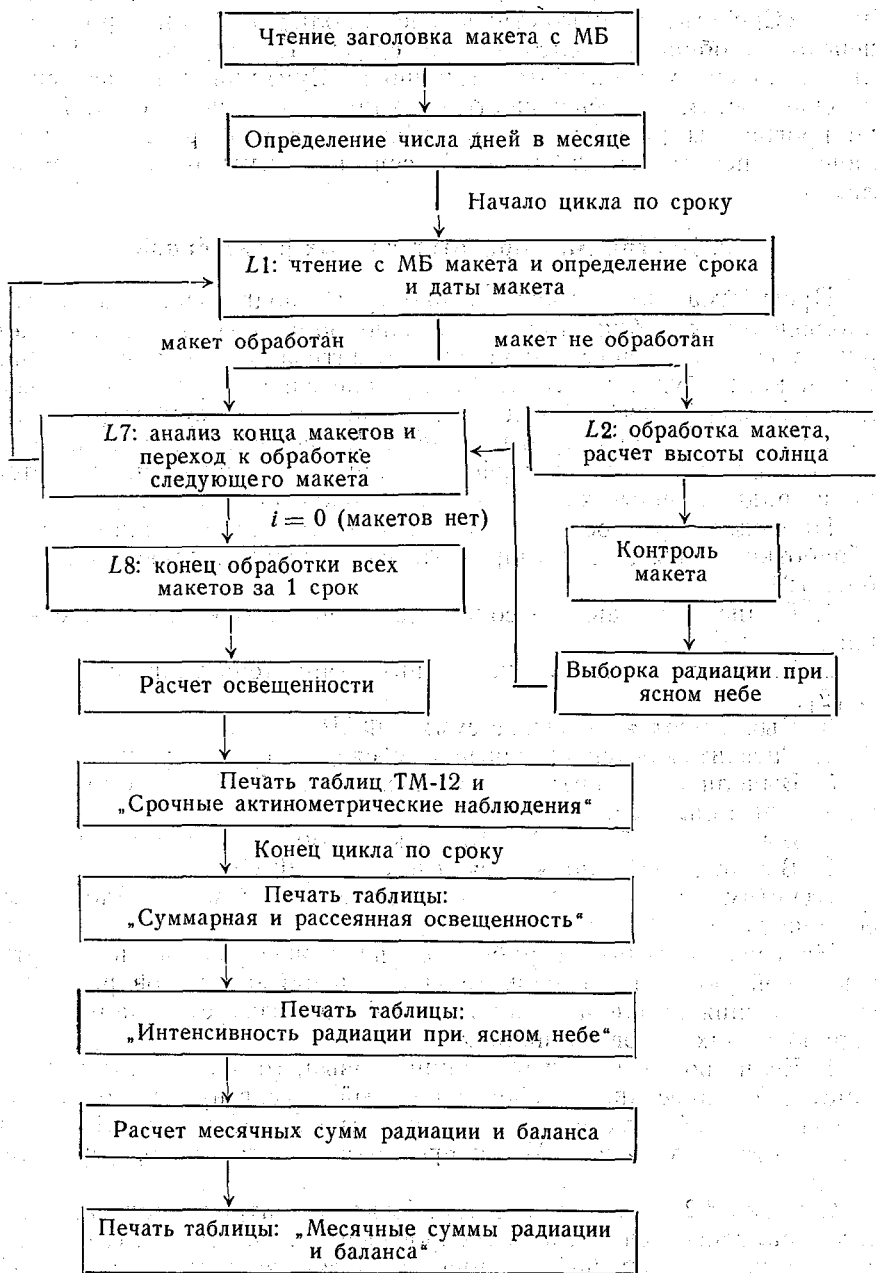


Рис. 1. Блок-схема программы обработки срочных наблюдений.

выполняется чтение с МБ следующего макета. В противном случае с метки L8 производится расчет освещенности, печатается таблица «Срочные актинометрические наблюдения» и происходит переход к обработке следующего срока. По окончании работы цикла по сроку печатаются таблицы: «Суммарная и рассеянная освещенность», «Интенсивность радиации при ясном небе». В конце программы рассчитываются месячные суммы радиации и баланса и печатается таблица «Месячные суммы радиации и баланса».

2. Программа обработки данных регистрации

Программа автоматизирует работу по подготовке результатов наблюдений к публикации и частично обработку данных, регистрируемых самописцами. Полная автоматизация возможна только тогда, когда будет механизировано занесение результатов наблюдений на перфоленту. На данном этапе часовые суммы радиации заносятся на перфоленту в кал/см²·ч. В программе анализируется, какие виды радиации отперфорированы, и по ним определяется, какие радиационные характеристики можно вычислить.

Приводим краткое описание алгоритма. Более полно методы обработки данных, регистрируемых самописцами, приведены в работе [2].

1. Вычисляется высота солнца для середины каждого часового промежутка [2].

2. Рассчитываются радиационные характеристики S' , D , Q , B [2].

3. Вычисляются месячные суммы ФАР.

4. Рассчитываются суточные и месячные суммы радиации.

5. Выполняется контроль часовых сумм обрабатываемого вида радиации и баланса.

6. Выдается таблица ТМ-13 по каждому виду радиации.

7. Выдается таблица «Месячные суммы ФАР».

Отметим основные моменты работы программы. Блок-схема ее приведена на рис. 2.

Программа начинает работу с ввода информационной карты, в которой указана последовательность вводимых видов радиации. После чтения заголовка макета с МБ анализируется наличие не-обработанных видов радиации.

1. Если вводимый вид радиации первый, то происходит переход к метке R (занесение в информационный массив нулей и определение числа дней в месяце), затем к метке R1. С метки L1 выполняется чтение макета с МБ и проверка макета на то, обработан он или нет.

С метки L2 производится обработка и контроль макета, после чего анализируется наличие непроверенных макетов. Если таких нет, то полученная информация за месяц записывается на МБ и происходит переход к метке L5 (ввод следующего вида радиации).

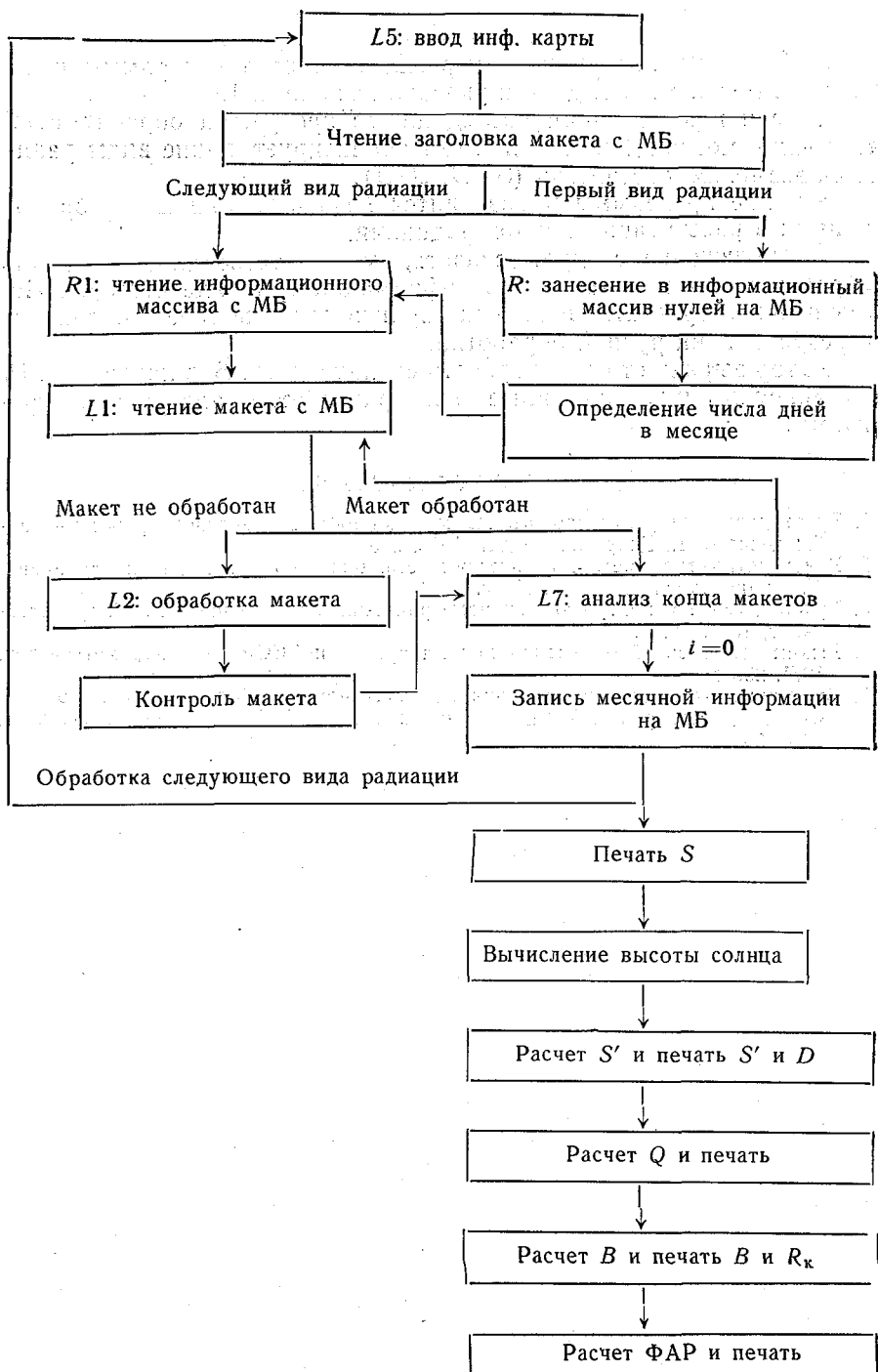


Рис. 2. Блок-схема программы обработки данных регистрируемых самописцами.

2. Если вид радиации не первый, то работа программы начинается с метки $R1$ и т. д., как указано выше в п. 1.

3. Если вид радиации последний, то программа обрабатывает этот вид с метки $R1$ и т. д. и затем анализирует, какие виды радиации возможно рассчитать (S' , D , Q , B).

В конце программы производится печать таблиц всех обработанных и рассчитанных видов радиации.

В заключение следует сказать, что производилась опытная обработка актинометрической информации для ряда станций. Полученные результаты показали практически полное совпадение с результатами ручной обработки.

Автор выражает благодарность ст. науч. сотр. Барашковой Е. П. за консультации, оказанные при разработке алгоритмов программ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руководство гидрометеорологическим станциям по актинометрическим наблюдениям. Л., Гидрометеиздат, 1973. 219 с.
2. Руководство гидрометеорологическим станциям по регистрации радиации. Л., Гидрометеиздат, 1961. 119 с.
3. Руководство по контролю актинометрических наблюдений. Л., Гидрометеиздат, 1970. 127 с.
4. Режим естественной освещенности на территории СССР. Л., Гидрометеиздат, 1971. 238 с.
5. Временные методические указания по машинной обработке и контролю данных гидрометеорологических наблюдений. Вып. 5. Ч. 1. Разд. 1. Обнинск, 1973. 23 с.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ОБРАБОТКИ РЕЖИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПО ЗАГРЯЗНЕНИЮ АТМОСФЕРЫ

В настоящее время в Гидрометеорологической службе СССР разрабатываются и внедряются автоматизированные системы наблюдений; сбора и обработки различных видов гидрометеорологической информации на основе использования новейших технических средств. При создании таких систем сбор, обобщение и хранение режимной информации замыкаются на центрах сбора и обработки данных, оснащенных современными ЭВМ. Для режимной геофизической информации, к которой относятся и данные наблюдений за загрязнением воздуха, этот этап общей системы автоматизации разрабатывается в Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова.

В настоящей статье излагаются принципы реализации схемы машинной обработки и обобщения режимной информации о химическом составе и загрязнении атмосферы. При построении этой системы учитывался опыт, накопленный при создании и внедрении систем обработки метеорологической [2], агрометеорологической [7] и других видов гидрометеорологической информации, поскольку общие требования к системам одинаковы. Кроме того, имелось в виду дальнейшее расширение и усовершенствование системы, а также возможность включения в нее данных новых видов наблюдений.

В упрощенном виде блок-схема машинной обработки режимной информации о загрязнении воздуха представлена на рисунке. Рассмотрим отдельные ее этапы.

1. Основным видом информации по загрязнению атмосферы являются данные наблюдений на стационарных пунктах, где выполняется отбор проб воздуха для последующего химического анализа их ручными методами [5]. Кроме того, проводятся наблюдения с передвижных средств: а) подфакельные — под осью факелов выбросов крупных промышленных предприятий; б) маршрутные — по заданным маршрутам. Результаты этих наблюдений анализируются также химическими ручными методами [5].

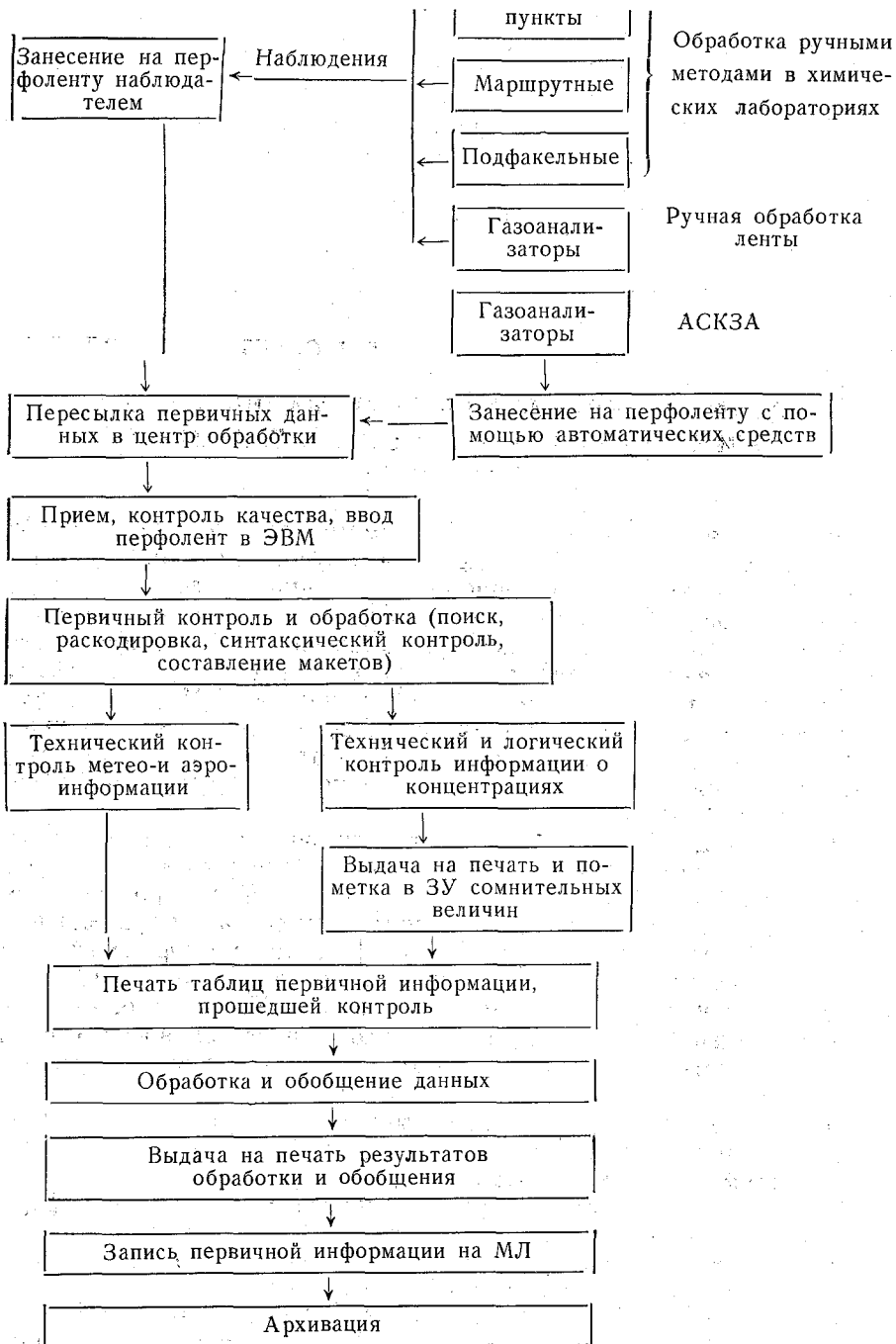


Рис. 1. Блок-схема машинной обработки режимной информации по загрязнению воздуха.

Для непрерывной регистрации концентраций примесей в атмосфере применяются и инструментальные методы наблюдений с помощью автоматических газоанализаторов [3, 9]. Они используются в качестве датчика и в автоматизированной системе контроля за загрязнением атмосферы (АСКЗА) [1].

Данные наблюдений за концентрациями примесей, а также данные сопутствующих метеорологических и аэрологических наблюдений помещались в специальные таблицы, форма которых использована при создании массива 80-колонок перфокарт. Данные перфорировались в коде Холлерита по заданному макету. Полученный массив перфокарт частично обработан и будет использоваться для решения различных научно-исследовательских задач.

2. При создании автоматизированной системы сбора и обработки информации предусматривается занесение данных наблюдений на перфоленгу с помощью телетайпов, размещенных в гидрохимлабораториях или на метеостанциях, выполняющих программу наблюдений за загрязнением атмосферы. Перфорация производится в международном телеграфном коде МТК-2 со стандартных таблиц, содержащих информацию по загрязнению воздуха, а также необходимые метеорологические и аэрологические данные. Перфорирование выполняется в соответствии с правилами подготовки массивов результатов наблюдений за загрязнением атмосферы, детально изложенными в [4]. Там же содержатся два макета для кодирования: один из них предназначен для передачи данных дискретных наблюдений, второй — для передачи данных непрерывных наблюдений с помощью автоматических газоанализаторов. Макет для непрерывных наблюдений может быть использован для вывода режимной информации из АСКЗА. Информация, как обычно, состоит из двух частей — служебной и рабочей. Для служебной в макете выделены шестизначные группы, для рабочей — пятизначные. Группы разделяются сигналом «Пробел». По определенным правилам допускается повторная перфорация той информации, которая была занесена на перфоленгу с ошибками. Передача информации в центр сбора и обработки осуществляется один раз в месяц отдельно по различным видам наблюдений.

3. В центре обработки телетайпная лента вводится в память ЭВМ с помощью фотовводного устройства. Для размещения в памяти ЭВМ первичной информации по загрязнению атмосферы, полученной в одной точке за месяц, используется два магнитных барабана (МБ). При этом учтена необходимость ввода с перфоленги и записи на МБ всех возможных исправлений ошибок, допущенных при перфорации.

Специальной программой определяется вид макета, производится раскодировка информации, синтаксический контроль ее, проверка и составление окончательного макета в виде шести- и пятизначных групп. Основные положения этого этапа первичной обработки описаны в [8].

Группы окончательного макета разделяются на отдельные информационные слова, которые переводятся из кода МТК-2 в ма-

шинный двоично-десятичный код и заносятся на МБ по одному слову в ячейку. Последовательность записи раскодированной информации на МБ сохраняется такой же, как и при занесении ее на телетайпную ленту. Таким образом, в окончательном виде первичные данные дискретных наблюдений за загрязнением воздуха в одной точке за месяц можно рассматривать как матрицу, по строкам которой записаны результаты наблюдений за соответствующий срок отбора проб, по столбцам — данные о примесях, метеорологическая и аэрологическая информации. Размерность матрицы $56 \times (l+1)$, где 56 — число столбцов, l — количество сроков наблюдений за месяц в данной точке. Для служебной информации также отведено 56 слов в строке.

Особенность дискретных наблюдений за загрязнением атмосферы состоит в неодинаковом количестве сроков наблюдений на различных пунктах даже в пределах одного города. Поэтому оказывается весьма затруднительно заранее определить объем первичной информации, что в свою очередь не позволяет рассчитать заранее и объем памяти ЭВМ, необходимый для записи полученных данных.

Для непрерывных наблюдений после обработки лент газоанализаторов по правилам, приведенным в [3], имеется не более 24 измерений концентраций за сутки. Кроме того, на телетайпную ленту заносятся некоторые результаты первичного анализа записи концентраций за сутки. Тогда после ввода и обработки телетайпной ленты в ЭВМ данные непрерывных наблюдений также располагаются в виде матрицы размерностью $53 \times (l+1)$, где $l=24$, а 53 — количество слов для записи информации за каждые сутки.

4. Для первичного контроля информация разделяется на два потока. Служебная, метеорологическая и аэрологическая информации проходят только технический контроль. Под техническим контролем служебной части подразумевается проверка правильности записи отдельных информационных слов и сопоставление значений служебных слов с объемом поступившей информации. При наличии ошибок в служебной части обработка прерывается, на печать выводится указание о месте нахождения ошибок. Ошибки на перфоленте исправляются оператором вручную, затем перфолента вновь вводится в ЭВМ для обработки. Данные метеорологических и аэрологических наблюдений в процессе технического контроля сравниваются с пределами естественных изменений соответствующих параметров. Такая проверка позволяет обнаружить только грубые ошибки кодирования. Принятый обычный логический, статический и статистический контроль [2] метеорологической и аэрологической информации в данной схеме не предусматривается, поскольку предполагается, что кодируемые данные уже прошли такой контроль или будут подвергаться контролю в соответствующих центрах обработки.

Первичный контроль данных о примесях на первом этапе машинной обработки осуществляется самыми простыми способами. Значения концентраций примесей q последовательно сравниваются

с двумя уровнями. Превышение первого из них Q_1 может быть либо ошибкой кодирования, либо экстремальным значением концентрации при аварийных выбросах промышленными предприятиями. В обоих случаях появление величины $q \geq Q_1$ необходимо проанализировать специалисту. В настоящем варианте контроля концентрация, превысившая уровень Q_1 , исключается из последующей обработки, а само значение концентрации выводится на печать в таблице «сомнительных величин» с пометкой «сомнительность 1». В таблице указываются дата и срок наблюдения такой величины. При превышении второго уровня, т. е. при $q \geq Q_2$, причем $Q_2 < Q_1$, значение q сопровождается меткой в памяти ЭВМ и также выводится на печать в таблице с пометкой «сомнительность 2».

Следующий способ контроля значений концентраций примесей состоит в проверке временного хода q каждой примеси. Предполагается, что в данной точке должно выполняться неравенство

$$q_i \pm \varepsilon \neq q_j \pm \varepsilon \text{ при } i \neq j, q_i \neq 0, q_j \neq 0 (i, j = 1, 2, \dots, l). \quad (1)$$

Здесь ε — точность записи данной концентрации. Затем производится сопоставление результатов двух способов контроля q . Если неравенство (1) не выполняется и при этом q_i имеет метку сомнительности, то значение концентрации исключается из дальнейшей обработки.

В процессе контроля подсчитывается общее число выявленных ошибочных данных и выражается в процентах от полного объема поступившей информации.

Блок контроля первичной информации дополнен блоком расчета коэффициента турбулентности k_t по методике, изложенной в [6]. Расчет производится при наличии результатов градиентных наблюдений за данный срок.

5. Первичная информация, прошедшая контроль, выводится на печать в виде таблиц, форма которых близка к форме таблиц сбора информации в отдельных точках по отдельным видам наблюдений. Значения концентраций, исключенные после контроля из дальнейшего анализа, заменяются при печати знаком «х».

В настоящем варианте принят следующий подход к оценкам качества контроля. Если суммарное число ошибок технического и логического контроля всей рабочей информации, включая данные о примесях, метеорологические и аэрологические, превышает 10% от всего объема полученных данных, то последующая обработка не производится. После печати таблицы первичной информации на печать выводятся данные, содержащие ошибку с указанием места их в макете, а также сообщение о причине прерывания обработки. Разумеется, такой подход является первоначальным и не отражает характера появления ошибок в данных, который можно будет выявить в процессе эксплуатации схемы контроля и наведения статистики ошибок.

6. При первичной обработке данных дискретных наблюдений

для каждого вида примеси подсчитывается число произведенных за месяц наблюдений в данной точке, выбирается максимальное значение концентрации с указанием даты наблюдения его. Для разовых концентраций вычисляются среднее значение, дисперсия и коэффициент вариации, а также повторяемость случаев превышения ПДК (предельно допустимой концентрации), 5 ПДК и число случаев превышения 10 ПДК. Значения ПДК для каждой примеси заранее вводятся в память ЭВМ в виде отдельного массива. По вычисленным среднесуточным значениям концентраций определяются такие же характеристики загрязнения атмосферы. Кроме того, по данным разовых наблюдений по определенным формулам вычисляются суммарные разовые концентрации за месяц. Все результаты первичной обработки выводятся на печать отдельными таблицами с соответствующими заголовками.

Первичная обработка данных непрерывных наблюдений предусматривает вычисление аналогичных характеристик загрязнения воздуха для среднесуточных концентраций, расчет среднего суточного хода разовых концентраций, а также обобщенных за месяц характеристик по разовым и среднесуточным концентрациям. Вычисленные характеристики выводятся на печать в конце таблицы, содержащей первичную информацию.

Напомним, что в результате обработки данных непрерывных наблюдений мы имеем сведения по загрязнению воздуха одной примесью в данной точке, а при дискретных наблюдениях обобщение происходит по нескольким примесям в одной точке.

После выполнения контроля, обработки и обобщения данных наблюдений за загрязнением воздуха в одной точке за месяц первичная информация записывается на магнитную ленту (МЛ) с предварительной упаковкой по два информационных слова в ячейку. Запись на МЛ производится по мере прохождения обработки по пунктам независимо от принадлежности к определенному городу.

Дальнейшие этапы усвоения информации и процесс архивации данных по загрязнению воздуха здесь не рассматриваются.

Выполнение описанных выше процедур осуществляется комплексом программ, написанных на языке АЛГОЛ-60 и предназначенных для ЭВМ М-222. Реализация этих программ осуществлена Г. В. Патрухиной и Т. Н. Юриновой, за что авторы выражают им благодарность.

7. При разработке подхода к реализации на ЭВМ процессов контроля и обработки информации по загрязнению воздуха мы опирались на опыт, накопленный при ручном контроле и обработке данной информации. Разумеется, рассмотренный выше комплекс автоматизированной обработки данных по загрязнению воздуха далеко не полный и созданная схема обработки проходит стадию внедрения. Мы предполагаем, что одновременно с эксплуатацией начальной схемы она будет расширяться, включать в себя новые алгоритмы, используя опыт автоматизированной обработки данной информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ануфриев В. И., Зайцев А. С. Некоторые вопросы построения автоматизированной системы контроля за загрязнением воздуха.— «Тр. ГГО», 1975, вып. 325, с. 97—108.
2. Белоусов С. Л., Гандин Л. С., Машкович С. А. Обработка оперативной метеорологической информации с помощью электронных вычислительных машин. Л., Гидрометеоиздат, 1968. 193 с.
3. Временные методические указания по использованию автоматического газоанализатора (ГКП-1) для регистрации сернистого газа в атмосферном воздухе. Ротапринт. ВНИИГМИ МЦД, Обнинск, 1974. 58 с.
4. Временные методические указания по машинной обработке и контролю данных гидрометеорологических наблюдений. Вып. 10. Ч. 1. Разд. 1. Ротапринт. ВНИИГМИ—МЦД, Обнинск, 1974. 24 с.
5. Временные методические указания по определению содержания примесей в атмосфере. Л., Гидрометеоиздат, 1971. 79 с.
6. Дубровин Л. В. Расчет характеристик атмосферы для высоты 1 м по стандартным градиентным наблюдениям.— «Сб. работ Комсомольской гидрометеорол. обсерватории», 1964, вып. 4, с. 45—53.
7. Жуков В. А., Томин Ю. А., Гринцевич Л. М. Автоматизированная система обработки режимной агрометеорологической информации.— «Тр. ИЭМ», 1973, вып. 1 (50), с. 24—36.
8. Ильин Б. М., Поляк И. И. Подсистема сбора и обработки режимной геофизической информации.— См. наст. сб.
9. Певзнер Э. А., Зайцев А. С. Автоматический газоанализатор и некоторые результаты регистрации окиси углерода в атмосферном воздухе.— «Тр. ГГО», 1971, вып. 254, с. 198—204.

АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Цель настоящей статьи — дать краткую информацию о составе и возможностях вычислительного комплекса по обработке и анализу метеорологических наблюдений, который создан и эксплуатируется в Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова.

Необходимость разработки тех или иных алгоритмов и программ этого комплекса обуславливалась требованиями научно-исследовательских тем, выполняемых в обсерватории в течение последних 5—6 лет.

Все программы составлены на языке АЛГОЛ-60 (входном языке транслятора ТА-1М для ЭВМ М-220), записаны на магнитную ленту в оттранслированном виде и вызываются с помощью одной перфокарты и набора на пульте ЭВМ соответствующего номера.

Программы реализуют основные методы математической статистики и теории случайных процессов, нашедшие наиболее широкое применение при исследовании метеорологических наблюдений. Весь комплекс представляет собой одно из звеньев автоматизированной системы анализа метеорологической информации. Совместно с программами первичной обработки, обслуживания архивов, редактирования и графического отображения данных рассматриваемые в настоящей статье программы позволят полностью автоматизировать вычислительный процесс при выполнении научно-исследовательских работ.

Дадим названия основных программ и перечислим некоторые их особенности.

1. Статистические характеристики стационарных случайных процессов

1. Гармонический анализ стационарных случайных процессов с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Программа представляет собой один из вариантов программы, описанной в работе [1], существенно исправленный, переработанный и дополненный. Имеется аппарат оценивания и фильтрации

периодической составляющей в ряду наблюдений и в дисперсии. Программа выдает на печать оценки средних, дисперсий, спектральных плотностей и корреляционных функций каждого из рядов наблюдений в отдельности, взаимной корреляционной функции, коспектра, квадратурного спектра, функций когерентности и разности фаз. Максимальное число членов каждого из двух совместно анализируемых временных рядов равно 1024 (2^{10}).

2) Программы расчета статистических характеристик временных метеорологических рядов [2].

Реализована методика Блекмана — Тьюки с учетом возможных пропусков в рядах наблюдений. Имеется аппарат фильтрации как низких, так и высоких частот. Возможно использование четырех различных весовых функций, спектральные характеристики которых даны в [3].

Имеется два варианта программы:

а) для анализа одного временного ряда, максимальная длина которого может быть 2200 членов;

б) для совместного анализа двух метеорологических рядов, максимальная длина каждого из которых порядка 1100 членов. На печать выдаются оценки, перечисленные в описании программы 1.

3. Программа нахождения оценок спектральных плотностей, спектральных и корреляционных функций [4]. С помощью одного из численных алгоритмов преобразования Фурье [5] определяется периодограмма. Оценки спектральной плотности вычисляются путем сглаживания периодограммы по формулам, приводимым в [6]. Корреляционная функция определяется путем преобразования Фурье спектральной плотности. Имеется аппарат фильтрации периодической составляющей как в данных наблюдений, так и в дисперсии. Рассчитываемая спектральная функция позволяет проверять гипотезу о близости анализируемой выборки к теоретическому белому шуму. Возможно накопление во внешней памяти ЭВМ оценок, рассчитанных для каждого из нескольких различных временных рядов, с последующим их осреднением и печатью осредненных результатов.

4. Программа расчета спектра, корреляционной и структурной функций одного временного ряда [7].

Порядок вычислений: структурная функция, корреляционная функция, спектральная плотность.

Преобразование Фурье осуществляется с помощью метода Филлона [5].

5. Программа расчета корреляционной функции и спектральной плотности, изменяющихся во времени.

Необходимые оценки определяются для отдельных, возможно перекрывающихся частей одного временного ряда наблюдений. В основе программы — схема БПФ. Результаты позволяют анализировать изменяющиеся во времени статистические характеристики временного ряда и возможную нестационарность такого типа.

6. Программа выявления скрытых периодичностей [16].

Реализована методика выявления скрытых периодичностей, рассмотренная в книге [8] (схема Шустера). На печать выдаются значения периодограммы и соответствующие им частоты и периоды в точках превышения заданного уровня значимости.

7. Система программ оценивания авто- и взаимных пространственных ковариационных и корреляционных функций [9].

С помощью рядов наблюдений, полученных с нескольких станций, в предположении однородности и изотропности метеорологических полей рассчитываются все возможные ковариации. Затем осуществляется осреднение оценок и получение ковариационных (корреляционных) функций. Возможны отсутствующие наблюдения.

II. Многомерный статистический анализ

1. Программа вычисления главных компонент системы случайных векторов [9].

По данным наблюдений ряда станций рассчитывается ковариационная матрица. Затем определяются собственные числа и собственные векторы этой матрицы и вычисляются необходимые главные компоненты. Программа предназначена для целей долгосрочного прогноза и исследования метеорологических полей.

2. Программы по дискриминантному анализу [10]. Имеются две программы, реализующие алгоритмы из книг Уилкса [11] и Себестиана [12].

С помощью обучающей последовательности наблюдений строится алгоритм распознавания принадлежности выборки к одному из двух классов. Результаты разбиения проверяются задаваемой экзаменуемой последовательностью наблюдений. Практически в наиболее часто встречающихся случаях программы дают результаты, совпадающие с точностью до множителя [13].

III. Метод наименьших квадратов

1. Линейная теория метода наименьших квадратов для статистически зависимых наблюдений. Реализован алгоритм аппроксимации статистически зависимых наблюдений многочленом нескольких переменных [14].

Определяются оценки коэффициентов, их ковариационная матрица, точечные оценки и их ковариационная матрица.

Возможности программы существенно ограничиваются объемом оперативной памяти ЭВМ М-220.

2. Линейная теория метода наименьших квадратов для независимых наблюдений [9].

С помощью наблюдений и их дисперсий определяются оценки

коэффициентов многочлена нескольких переменных и точечные оценки, а также ковариационные матрицы оценок.

3. Аппроксимация наблюдений отрезком ряда Фурье.

Программа с помощью одной из схем преобразования Фурье [5] осуществляет нахождение коэффициентов Фурье. Определяется также оценка дисперсии наблюдений.

IV. Программы аппроксимации и интерполяции метеорологических полей

1. Оптимальная интерполяция метеорологических полей в произвольную систему узлов [9].

Реализована одноуровневая схема объективного анализа метеорологических полей методом оптимальной интерполяции. Программа может осуществлять как интерполяцию наблюдений, так и контроль.

2. Интерполяция в произвольную систему узлов метеорологических наблюдений с помощью многочленов, построенных по способу наименьших квадратов [9].

Производится аппроксимация метеорологического поля многочленом двух переменных, вычисляется оценка интерполируемого элемента и ее статистические характеристики. Ошибки наблюдений могут быть статистически зависимы с известной корреляционной функцией. Степень многочлена изменяется от нуля до трех. Программа может осуществлять как интерполяцию наблюдений, так и контроль с вычислением невязок и их дисперсий.

3. Анализ тренда временных метеорологических рядов [15].

Программа для всего ряда и для отдельных его частей осуществляет нахождение по способу наименьших квадратов среднего и линейной функции, аппроксимирующих данные наблюдения. Аппроксимация производится как в предположении независимости данных, так и при корреляциях вида $e^{-\alpha|t|}$ с заданным α . На печать выдаются оценки среднего, коэффициентов линейной функции, их стандартов, стандартов наблюдений и точечных оценок. Эти величины позволяют осуществить проверку гипотезы о наличии линейного тренда анализируемых данных. Программа является частным случаем программы 1 метода наименьших квадратов, однако она позволяет аппроксимировать временные ряды большей продолжительности.

В настоящее время создается ряд новых программ анализа метеорологических наблюдений. В частности проводится разработка алгоритма анализа выборочных функций стационарных случайных процессов, который реализует любые возможности пяти первых программ. Алгоритм будет записан на языке АЛГОЛ-60 для одного из трансляторов ЭВМ БЭСМ-6.

Кроме того, планируется разработка программы, реализующей одну из схем анализа нестационарных случайных процессов.

В целом рассмотренная система программ постоянно пополняется и обновляется с учетом требований выполняемых научно-исследовательских работ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курьянов Б. Ф., Медведева Л. Е. Гармонический анализ стационарных случайных процессов. Изд. ВЦ МГУ. М., 1970. 64 с.
2. Винников К. Я., Гриб Н. К., Поляк И. И. Методика расчета корреляционных функций и спектров временных метеорологических рядов.— «Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 27—46.
3. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Т. 1 и 2, М., «Мир», 1971—1972. 316 с.
4. Гриб Н. К. Об одной схеме анализа временных метеорологических рядов.— См. наст. сб.
5. Хэмминг Р. В. Численные методы. М., «Наука», 1968. 398 с.
6. Поляк И. И. Частотные характеристики регрессионных фильтров.— «Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 51—59.
7. Ариэль Н. З. Алгоритм расчета статистических характеристик стационарного случайного процесса. Алгоритмы и программы гидрометслужбы СССР. Обнинск, 1974, с. 7.
8. Серебренников М. Г., Первозванский А. А. Выявление скрытых периодичностей. М., «Наука». 1965, с. 128—131.
9. Стандартные алгоритмы по обработке метеорологической информации. Л., Гидрометеиздат, 1971, 68 с. («Тр. ГГО», вып. 289).
10. Шахмейстер В. А. Реализация на ЭВМ некоторых алгоритмов по дискриминантному анализу.— «Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 47—50.
11. Уилкс С. Математическая статистика. М., «Наука», 1961. 632 с.
12. Себестян Г. С. Процессы принятия решений при распознавании образов. Киев, «Техника», 1965, с. 44—49.
13. Мещерская А. В., Шахмейстер В. А. О двух схемах дискриминантного анализа и их успешности.— «Тр. ГГО», 1974, вып. 298, с. 139—149.
14. Рао Р. Линейные статистические методы и их применения. М., «Наука», 1968. 548 с.
15. Поляк И. И. Оценивание линейного тренда временных метеорологических рядов.— См. наст. сб.
16. Юринова Т. Н. Реализация на ЭВМ одного из алгоритмов анализа скрытых периодичностей.— См. наст. сб.

ОЦЕНИВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ И КОВАРИАЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ДВУМЕРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ

1. Обобщение понятий и методов стационарных случайных процессов на случайные поля теоретически не представляет затруднений [1, 2]. В то же время численные алгоритмы оценивания, помимо естественного усложнения формульных схем, связанного с переходом к двумерному анализу, содержат и некоторые другие особенности. Формальное следование аналогии со стационарными случайными процессами может привести к потере части информации, содержащейся в анализируемых временных рядах.

В настоящей статье будут приведены схемы оценивания спектральных плотностей и ковариационных функций двумерных однородных случайных полей [1, 2].

Вывод формульных схем будет рассмотрен для взаимного анализа двух случайных полей. В случае одного поля анализируемые характеристики получаются как частный случай.

Запишем кратко основные определения. Для двух однородных случайных полей

$$Y(\theta, t) \text{ и } X(\theta, t)$$

$$\theta \in (-\infty, \infty), t \in (-\infty, \infty)$$

с нулевыми средними значениями взаимная ковариационная функция определяется равенством

$$M(\nu, \tau) = E[Y(\theta, t)X(\theta + \nu, t + \tau)] \quad (1)$$

$$\nu \in (-\infty, \infty), \tau \in (-\infty, \infty).$$

Функция (1) может быть представлена интегралом Фурье

$$M(\nu, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\Omega, \omega) e^{i(\Omega \nu + \omega \tau)} d\Omega d\omega, \quad (2)$$

де

$$S(\Omega, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(\nu, \tau) e^{-i(\Omega \nu + \omega \tau)} d\nu d\tau \quad (3)$$

называется взаимной спектральной плотностью. При $Y(\theta, t) = X(\theta, t)$ формула (1) определяет ковариационную функцию, а разложение (3) — спектральную плотность случайного поля $Y(\theta, t)$.

2. Рассмотрим две конечные дискретные реализации

$$Y_{\theta t} \text{ и } X_{\theta t} \quad (\theta = 0, 1, \dots, N-1, t = 0, 1, \dots, k-1) \quad (4)$$

случайных полей $Y(\theta, t)$ и $X(\theta, t)$.

Двумерные дискретные разложения Фурье этих реализаций запишем в виде

$$Y_{\theta t} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} A_{pq} e^{i(\Omega_p \theta + \omega_q t)}, \quad (5)$$

где

$$A_{pq} = \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t} e^{-i(\Omega_p \theta + \omega_q t)}, \quad (6)$$

$$\Omega_p = 2\pi p/N, \quad \omega_q = 2\pi q/k;$$

$$X_{\theta t} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} C_{pq} e^{i(\Omega_p \theta + \omega_q t)}, \quad (7)$$

где

$$C_{pq} = \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} X_{\theta t} e^{-i(\Omega_p \theta + \omega_q t)}. \quad (8)$$

Легко показать, что для выборочной ковариации реализаций $Y_{\theta t}$ и $X_{\theta t}$ верно разложение

$$\frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t} X_{\theta t} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} A_{pq}^* C_{pq}, \quad (9)$$

где A_{pq}^* — комплексно-сопряженное число к A_{pq} .

Если шаг отсчета по оси θ равен $\Delta\theta$, а по оси t — Δt , то в пространстве частот шаг по оси Ω равен

$$\Delta\Omega = 2\pi/N\Delta\theta, \quad (10)$$

а по оси ω —

$$\Delta\omega = 2\pi/k\Delta t. \quad (11)$$

Обычно долю ковариации, даваемую коэффициентами Фурье с номерами p и q , приписывают прямоугольной области

$$[\Omega_p - \Delta\Omega/2, \Omega_p + \Delta\Omega/2; \omega_q - \Delta\omega/2, \omega_q + \Delta\omega/2], \quad (12)$$

каждой точке которой соответствует величина

$$A_{pq}^* C_{pq} / \Delta\Omega \Delta\omega. \quad (13)$$

Формулу (9) запишем в следующем виде:

$$\frac{\Delta \theta \Delta t}{4 \pi^2} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t} X_{\theta t} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} \frac{N k \Delta \theta \Delta t}{4 \pi^2} A_{pq}^* C_{pq}. \quad (14)$$

Выражение

$$S_{pq} = \frac{N \Delta \theta k \Delta t}{4 \pi^2} A_{pq}^* C_{pq} \quad (15)$$

называется взаимной периодограммой. Формула (15) для взаимной периодограммы может быть преобразована к несколько иному виду с помощью введения взаимной выборочной ковариационной функции. Основой такого преобразования является тождество

$$\begin{aligned} & \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} a_{\theta t} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} b_{\theta t} \equiv \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} a_{\theta t} b_{\theta t} + \\ & + \sum_{\tau=1}^{k-1} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1-\tau} (a_{\theta t} b_{\theta t+\tau} + b_{\theta t} a_{\theta t+\tau}) + \\ & + \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} \sum_{\theta=0}^{N-1-v} (a_{\theta t} b_{\theta+v t} + a_{\theta+v t} b_{\theta t}) + \\ & + \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{\tau=1}^{k-1} \sum_{\theta=0}^{N-1-v} \sum_{t=0}^{k-1-\tau} (a_{\theta t} b_{\theta+v t+\tau} + b_{\theta+v t} a_{\theta t+\tau} + \\ & + a_{\theta+v t} b_{\theta t+\tau} + a_{\theta t+\tau} b_{\theta t}), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\{a_{\theta t}\}_{\theta=0, t=0}^{N-1, k-1}$ и $\{b_{\theta t}\}_{\theta=0, t=0}^{N-1, k-1}$ — произвольные последовательности чисел. На выводе формулы (16) останавливаться не будем.

Полагая

$$a_{\theta t} = Y_{\theta t} e^{i(\Omega_p \theta + \omega_q t)},$$

$$b_{\theta t} = X_{\theta t} e^{-i(\Omega_p \theta + \omega_q t)},$$

с помощью (16) для произведения $A_{pq}^* C_{pq}$ можно получить следующую формулу:

$$\begin{aligned} A_{pq}^* C_{pq} &= \frac{1}{(Nk)^2} \left[\sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t} X_{\theta t} + \right. \\ & + \sum_{\tau=1}^{k-1} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1-\tau} (Y_{\theta t} X_{\theta t+\tau} e^{-i \omega_q \tau} + Y_{\theta t+\tau} X_{\theta t} e^{i \omega_q \tau}) + \\ & + \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} \sum_{\theta=0}^{N-1-v} (Y_{\theta t} X_{\theta+v t} e^{-i \Omega_p v} + Y_{\theta+v t} X_{\theta t} e^{i \Omega_p v}) + \\ & \left. + \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{\tau=1}^{k-1} \sum_{\theta=0}^{N-1-v} \sum_{t=0}^{k-1-\tau} (Y_{\theta t} X_{\theta+v t+\tau} e^{-i(\Omega_p v + \omega_q \tau)} + \right. \\ & \left. + Y_{\theta+v t+\tau} X_{\theta t} e^{i(\Omega_p v + \omega_q \tau)} + \right. \\ & \left. + Y_{\theta+v t} X_{\theta t+\tau} e^{i \omega_q \tau} + Y_{\theta t+\tau} X_{\theta+v t} e^{-i \omega_q \tau}) \right] \end{aligned}$$

$$+ Y_{\theta t+\tau} X_{\theta+\nu t} e^{i(\frac{\Omega}{p^{\nu}+\omega q^{\tau}})} + Y_{\theta+\nu t} X_{\theta t+\tau} e^{i(\frac{\Omega}{p^{\nu}-\omega q^{\tau}})} + \\ + Y_{\theta+\nu t+\tau} X_{\theta t} e^{i(\frac{\Omega}{p^{\nu}+\omega q^{\tau}})}]. \quad (17)$$

Введем обозначение

$$M_{\nu\tau} = \begin{cases} \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1-\nu} \sum_{t=0}^{k-1-\tau} Y_{\theta t} X_{\theta+\nu t+\tau} & \text{при } \nu \geq 0, \tau \geq 0; \\ \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1-\nu} \sum_{t=0}^{k-1-|\tau|} Y_{\theta t+|\tau|} X_{\theta+\nu t} & \text{при } \nu > 0, \tau < 0; \\ \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1-|\nu|} \sum_{t=0}^{k-1-\tau} Y_{\theta+|\nu|t} X_{\theta t+\tau} & \text{при } \nu < 0, \tau > 0; \\ \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1-|\nu|} \sum_{t=0}^{k-1-|\tau|} Y_{\theta+|\nu|t+|\tau|} X_{\theta t} & \text{при } \nu \leq 0, \tau \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$(\nu=0, \pm 1, \dots, \pm(N-1); \tau=0, \pm 1, \dots, \pm(k-1)).$$

Функция (18) называется взаимной выборочной ковариационной функцией.

Подставляя (18) в (17) и проводя необходимые преобразования, для взаимной периодограммы можно получить формулу

$$S_{pq} = \frac{\Delta \theta \Delta t}{4 \pi^2} \sum_{\nu=-(N-1)}^{N-1} \sum_{\tau=-(k-1)}^{k-1} M_{\nu\tau} e^{-i(\frac{\Omega}{p^{\nu}+\omega q^{\tau}})}. \quad (19)$$

Введем обозначение

$$n = \text{entier}(N/2), \quad \kappa = \text{entier}(k/2).$$

Предположим, что взаимная ковариационная функция (1) $M(\nu, \tau) \rightarrow 0$ при $\nu \rightarrow \infty$ или $\tau \rightarrow \infty$, а N и k настолько велики, что при $\nu > n$ или $\tau > \kappa$ функция $M(\nu, \tau)$ пренебрежимо мала. Тогда

$$S_{pq} \approx \frac{\Delta \theta \Delta t}{4 \pi^2} \sum_{\nu=-n}^n \sum_{\tau=-\kappa}^{\kappa} M_{\nu\tau} e^{-i(\frac{\Omega}{p^{\nu}+\omega q^{\tau}})}. \quad (20)$$

Отсюда

$$M_{\nu\tau} \approx \frac{4 \pi^2}{N \Delta \theta k \Delta t} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} S_{pq} e^{i(\frac{\Omega}{p^{\nu}+\omega q^{\tau}})}. \quad (21)$$

Таким образом взаимная периодограмма и взаимная выборочная ковариационная функция связаны преобразованием Фурье (20) и (21).

Как и в случае анализа стационарных случайных процессов, оценки взаимной спектральной плотности получаются путем сглаживания периодограммы. Сглаживание производится с помощью

какого-либо двумерного фильтра (спектрального окна) по формуле [3, 4]

$$\bar{S}_{pq} = \sum_{i=-s}^s \sum_{j=-r}^r \alpha(i, j) S_{p+iq+j}. \quad (22)$$

Пусть в прямоугольной области, совпадающей по величине с размерами фильтра, величины S_{pq} приближенно независимы и равноточны с дисперсией σ_{pq}^2 . В этом случае дисперсия $\bar{\sigma}_{pq}^2$ сглаженного значения $\bar{S}_{pq}$ равна

$$\bar{\sigma}_{pq}^2 = \sigma_{pq}^2 \sum_{i=-s}^s \sum_{j=-r}^r \alpha^2(i, j). \quad (23)$$

Оценка взаимной ковариационной функции производится по формуле (21), в которую вместо S_{pq} следует подставить $\bar{S}_{pq}$.

3. В случае одного случайного однородного поля численный анализ несколько упрощается.

Полагая $Y_{\theta t} = X_{\theta t}$, из (9) получаем равенство Парсевала

$$\frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t}^2 = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} |A_{pq}|^2, \quad (24)$$

а из (18) имеем соотношение

$$M'_{\nu\tau} = \begin{cases} \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1-|\nu|} \sum_{t=0}^{k-1-|\tau|} Y_{\theta t} Y_{\theta+|\nu|t+|\tau|} & \text{при } \nu\tau \geq 0, \\ \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1-|\nu|} \sum_{t=0}^{k-1-|\tau|} Y_{\theta t+|\tau|} Y_{\theta+|\nu|t} & \text{при } \nu\tau < 0. \end{cases} \quad (25)$$

Функция (25) называется выборочной ковариационной функцией случайного поля. Периодограмма при этом определяется равенством

$$S'_{pq} = \frac{N \Delta \theta \Delta t}{4 \pi^2} |A_{pq}|^2, \quad (26)$$

а оценки спектральной плотности — сглаживанием (26) по формуле (22).

Основная особенность приводимых двумерных численных схем заключается в том, что в случае взаимного анализа взаимная выборочная ковариационная функция определяется формулами четырех видов (18) вместо двух в одномерном случае. При рассмотрении характеристик одного случайного поля имеем два вида оценок (25) вместо одного в одномерном случае.

Этот факт часто не учитывался в численных схемах, где первоначально оценивалась ковариационная функция, а затем спектральная плотность.

Приводимые результаты показывают, что проведение вычислений при построении программ для ЭВМ взаимного гармонического анализа возможно в следующем порядке:

1) нахождение преобразований Фурье (6) и (8) с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ);

2) расчет периодограмм каждого ряда в отдельности и взаимных периодограмм по формулам (26) и (15);

3) сглаживание периодограмм и определение спектральных оценок с помощью подходящего спектрального окна (22);

4) оценивание ковариационных и взаимных ковариационных функций по формуле (21), где на место функции S_{pq} подставляются оценки соответствующих спектральных плотностей.

Основным элементом программы должна быть процедура или стандартная подпрограмма дискретного двумерного преобразования Фурье, основанная на схеме БПФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бартлет М. С. Введение в теорию случайных процессов. М., Изд-во иностр. лит., 1958. 384 с.
2. Бендат Д., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974, 464 с.
3. Коняев К. В. Спектральный анализ случайных процессов и полей. М., «Наука», 1973. 168 с.
4. Поляк И. И. Об одном классе двумерных фильтров.— См. наст. сб.

ОЦЕНИВАНИЕ ЛИНЕЙНОГО ТРЕНДА ВРЕМЕННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ

Выявление статистически значимых систематических изменений метеорологических элементов необходимо как при оценке возможности прогноза на длительные сроки, так и в задачах изучения климата.

При рассмотрении подобных вопросов прежде всего следует условиться о том, что понимается под систематическими изменениями и какие математико-статистические методы следует использовать. В настоящей работе предполагается, что колебание с периодом в несколько раз большим времени наблюдений за метеоэлементом проявляется в виде монотонного возрастания или убывания наблюдаемой величины. Значения частоты и амплитуды такого колебания с помощью имеющейся выборки определить невозможно, и представляется вполне оправданной попытка аппроксимировать данные прямой линией и провести статистический анализ получаемых результатов.

Наиболее естественно для этой цели использовать метод наименьших квадратов, аппарат которого позволяет получить большую информацию о качестве найденной зависимости.

Дадим формульную схему оценивания параметров для двух случаев, в первом из которых наблюдения будем считать независимыми с дисперсией σ_Y^2 , а во втором — статистически связанными с ковариационной функцией вида $\sigma_Y^2 e^{-\alpha|t|}$, где α — заданное число.

Остановимся также на выборе величин, анализ которых позволяет охарактеризовать качество аппроксимации. В заключение приведем пример.

Рассматриваемые ниже схемы являются частным случаем метода наименьших квадратов, подробное изложение которого дано в книге Р. Рао [1].

Предположим, что наблюдения

$$Y_0, Y_1, \dots, Y_k \quad (1)$$

заданы в точках $t_0, t_1, \dots, t_k$ ($t_{i+1} - t_i = \Delta t = \text{const}$).

Формулы оценивания параметров аппроксимирующей зависимости

Параметр	Независимые наблюдения	Коррелированные наблюдения с корреляционной функцией вида $e^{-\alpha t }$ ($e^{-\alpha} = \gamma$)
Среднее значение $E(Y_t) = \text{const}$ (E — знак математического ожидания)		
$\bar{Y}$	$\frac{1}{2r+1} \sum_{i=0}^{2r} Y_i$	$\left[Y_0 + Y_k + (1-\gamma) \sum_{i=1}^{k-1} Y_i \right] / [1 + \gamma + k(1-\gamma)]$
σ^2	$\frac{1}{2r} \sum_{i=0}^{2r} (Y_i - \bar{Y})^2$	$\left\{ (y_0 - \gamma y_1) y_0 + (y_k - \gamma y_{k-1}) y_k + \sum_{i=1}^{k-1} y_i [1 + \gamma^2] y_i - \gamma (y_{i-1} + y_{i+1}) \right\} / [k(1 - \gamma^2)]$; $y_i = Y_i - \bar{Y}$
$\sigma_{\bar{Y}}^2$	$\sigma_{Y_i}^2 / (2r+1)$	$\sigma_{Y_i}^2 (1 + \gamma) / [1 + \gamma + k(1-\gamma)]$
Линейная зависимость $E(Y_t) = \beta_0 + \beta_1 t$		
β_0	$\frac{1}{2r+1} \sum_{i=0}^{2r} Y_i$	$\left[Y_0 + Y_k + (1-\gamma) \sum_{i=1}^{k-1} Y_i \right] / [1 + \gamma + k(1-\gamma)]$

$$\beta_1 = \frac{3}{r(r+1)(2r+1)} \sum_{i=0}^{2r} (i-r) Y_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2r-1} \sum_{i=0}^{2r} [Y_i - \beta_0 - \beta_1(i-r)]^2$$

$$\sigma_{\beta_0}^2 = \sigma_Y^2 / (2r+1)$$

$$\sigma_{\beta_1}^2 = 3 \sigma_Y^2 / r(r+1)(2r+1)$$

$$\sigma^2(i) = \sigma_{\beta_0}^2 + \sigma_{\beta_1}^2 (i-r)^2$$

$$(i = 0, 1, \dots, k)$$

$$\left\{ \left\{ (Y_k - Y_0)[r + \gamma/(1-\gamma)] + (1-\gamma) \sum_{i=1}^{k-1} Y_i(i-r) \right\} / (r[2(r+\gamma/(1-\gamma))] + (1-\gamma)(r-1)(2r-1)/3] \right\}$$

$$\left\{ (y_0 - \gamma y_1) y_0 + (y_k - \gamma y_{k-1}) y_k + \sum_{i=1}^{k-1} y_i [(1+\gamma^2) y_i - \gamma(y_{i-1} + y_{i+1})] \right\} / \{ (k-1) \times (1-\gamma^2) \}$$

$$y_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1(i-r)$$

$$\sigma_Y^2 (1 + \gamma) / [1 + \gamma + k(1-\gamma)]$$

$$\sigma_Y^2 (1 + \gamma) \{ r[2(r + \gamma/(1-\gamma)) + (1-\gamma)(r-1)(2r-1)/3] \}$$

$$\sigma_{\beta_0}^2 + \sigma_{\beta_1}^2 (i-r)^2$$

$$(i = 0, 1, \dots, k)$$

Замена переменных

$$t = \frac{1}{\Delta t} \left(t'_i - \frac{1}{k+1} \sum_{j=0}^k t'_j \right) = i - k/2 = i - r, \quad (2)$$

где $r = k/2$ ($k = 2r + 1$), позволяет получить систему узлов

$$-r, -(r-1), \dots, r-1, r. \quad (3)$$

При нечетном числе точек (k четное) (3) принимает вид

$$-r, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, r,$$

а при четном (k нечетное) —

$$-r, \dots, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, \dots, r.$$

Введем следующие обозначения оценок: $\bar{Y}$ — среднее значение; σ^2 — дисперсия отклонений наблюдаемых величин от среднего значения; σ_r^2 — дисперсия среднего; β_0 и β_1 — коэффициенты прямой

линии $\beta_0 + \beta_1 t$; $\tilde{\sigma}^2$ — дисперсия отклонений наблюдаемых величин от прямой линии; $\sigma_{\beta_0}^2$ и $\sigma_{\beta_1}^2$ — дисперсии коэффициентов β_0 и β_1 ; $\sigma^2(i)$ — дисперсии точечных оценок $\beta_0 + \beta_1(i-r)$ при $i = 0, 1, \dots, k$.

Для принятия гипотезы о наличии линейного тренда потребуем выполнения следующих условий:

- $\tilde{\sigma}^2 < \sigma^2$;
- $|\beta_1| > n\sigma_{\beta_1}$, где $n = 2$ при принятии 95%-ного уровня значимости и $n = 3$ при принятии 99%-ного уровня значимости;
- $\sigma^2(i) < \sigma_r^2$ более чем для половины точечных оценок.

Предполагается, что исходные наблюдения подчинены нормальному закону, а k настолько велико, что распределение Стьюдента величины β_1/σ_{β_1} практически совпадает с нормальным.

Формулы для нахождения оценок в общем виде записываются в матричных обозначениях, и при проведении вычислений требуется большая оперативная память ЭВМ. Из этих формул получены аналитические выражения, не требующие применения матричного аппарата. Они представлены в табл. 1. На основе этой схемы вычислений была составлена программа для ЭВМ оценивания линейного тренда временных рядов. Методически программа построена таким образом, чтобы обеспечить возможность анализа как всего ряда в целом, так и отдельных его частей.

Исходными данными программы являются три массива.

- Информационный массив из пяти чисел.
- Величина k (число членов ряда без единицы).
- Количество (m) отрезков ряда, на каждом из которых определяются оценки параметров.
- Признак, при равенстве единице которого на печать выдаются рассчитанные значения стандартов точечных оценок, а при равенстве нулю — не выдаются.

4. Величина α , определяющая корреляционную функцию наблюдений ($e^{-\alpha|t|}$).

5. Номер (t'_0) нулевого члена ряда наблюдений (например, номер года, если наблюдения представляют собой среднегодовые значения). Эта величина нужна для выдачи на печать перед результатами оценивания истинного временного интервала, которому соответствуют оценки.

II. Массив наблюдений (Y).

III. Массив из m элементов, каждый из которых равен числу членов в соответствующем по порядку отрезке ряда, на котором проводится анализ.

Таблица 2

	$\bar{Y}; \beta_0$	β_1	σ	$\sigma_{\bar{Y}}$	$\tilde{\sigma}$	σ_{β_0}	σ_{β_1}
Независимые наблюдения . .	9,19	0,001	0,59	0,04	0,59	0,04	0,0005
Коррелированные наблюдения с корреляционной функцией $e^{- r }$	9,19	0,001	0,64	0,06	0,64	0,06	0,0008

В качестве примера приведем результаты оценивания вышеперечисленных параметров, полученные с помощью 260-летнего временного ряда среднегодовых наблюдений температуры воздуха [2] Центральной Англии. Оценки в градусах Цельсия даны в табл. 2. Найденные числовые значения показывают, что гипотеза о наличии линейного тренда не может быть принята ввиду того, что условия «а», «б» и «в» не выполняются. Интересно отметить, что предположение о коррелированности наблюдений практически не изменило оценок параметров, в то время как стандартные отклонения стали несколько больше, и сделанное заключение является еще более сильным.

Аналогичные результаты, которые мы не приводим, были получены для отдельных частей этого ряда продолжительностью 10, 32 и 64 года. Во всех случаях оценки величин, характеризующих линейный тренд, оказались статистически незначимы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рао Р. Линейные статистические методы и их применения. М., «Наука», 1968. 548 с.
2. Manley G. Temperature Trends in England 1698—1957. Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol. Ser. B., Bd 9, H. 3—4, 1959, S. 413—433.

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ДВУМЕРНЫХ ФИЛЬТРОВ

Сглаживание двумерных полей необходимо при обработке результатов наблюдений, зависящих от двух переменных, и решении ряда прикладных задач. В частности, двумерные фильтры имеют большое значение при оценивании спектров нестационарных случайных процессов. Приведем один из классов фильтров, одномерный аналог которых дан в работе [2]. Вывод основан на теории метода наименьших квадратов [1] и состоит в следующем.

1. Построение матрицы системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов, получающейся при аппроксимации наблюдений многочленом второй степени от двух переменных.

2. Выбор прямоугольных координат (τ, t) аппроксимируемых данных симметрично относительно нуля:

$$\tau = -s, -(s-1), \dots, s-1, s; t = -r, -(r-1), \dots, r-1, r.$$

3. Нахождение выражения для вычисления свободного члена многочлена путем умножения первой строки обратной матрицы системы нормальных уравнений на вектор правых частей.

4. Приведение подобных членов относительно наблюдений с одинаковыми индексами.

Опуская громоздкие выкладки, запишем лишь конечные результаты. Сглаженное значение $\bar{x}_{pq}$ элемента x_{pq} двумерного поля

$$\{x_{pq}\}_{p=0, q=0}^{n, N} \quad (1)$$

равноотстоящих наблюдений вычисляется по формуле

$$\bar{x}_{pq} = \sum_{\tau=-s}^s \sum_{t=-r}^r \alpha_{sr}(\tau, t) x_{p+\tau, q+t}, \quad (2)$$

где

$$\alpha_{sr}(\tau, t) = c_0 + c_1 \tau^2 + c_2 t^2, \quad (3)$$

$$c_0 = \frac{56(s^2 + s)(r^2 + r) - 27(s^2 + s + r^2 + r) + 9}{(4s^2 - 1)(2s + 3)(4r^2 - 1)(2r + 3)}, \quad (4)$$

$$c_1 = \frac{-15}{(4s^2 - 1)(2s + 3)(2r + 1)}, \quad (5)$$

Таблица 1

Коэффициенты двумерного фильтра при $r=s=1$

τ	t		
	-1	0	1
1	-0,111111	0,222222	-0,111111
0	0,222222	0,555556	0,222222
-1	-0,111111	0,222222	-0,111111

Таблица 2

Коэффициенты двумерного фильтра при $r=s=2$

τ	t				
	-2	-1	0	1	2
2	-0,074286	0,011429	0,040000	0,011429	-0,074286
1	0,011429	0,097143	0,125714	0,097143	0,011429
0	0,040000	0,125714	0,154286	0,125714	0,040000
-1	0,011429	0,097143	0,125714	0,097143	0,011429
-2	-0,074286	0,011429	0,040000	0,011429	-0,074286

$$c_2 = \frac{-15}{(4r^2 - 1)(2r + 3)(2s + 1)}, \quad (6)$$

$$p = s; s + 1, \dots, n - s; \quad (7)$$

$$q = r, r + 1, \dots, N - r. \quad (8)$$

Из формулы (3) следует, что коэффициенты фильтра симметричны относительно нуля по каждой из переменных τ и t . Легко показать, что при любых r и s верно тождество

$$\sum_{\tau=-s}^s \sum_{t=-r}^r \alpha_{sr}(\tau, t) \equiv 1. \quad (9)$$

Если ширина фильтра по обеим осям одинакова ($r=s$), то формула (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{pq} &= \frac{\sum_{\tau=-s}^s \sum_{t=-r}^r [14(r^2 + r) - 3 - 15(\tau^2 + t^2)] x_{p+\tau, q+t}}{(2r - 1)(2r + 3)(2r + 1)^2} = \\ &= \frac{[14(r^2 + r) - 3] \sum_{\tau=-s}^s \sum_{t=-r}^r x_{p+\tau, q+t} - 15 \sum_{\tau=-s}^s \sum_{t=-r}^r (\tau^2 + t^2) x_{p+\tau, q+t}}{(2r - 1)(2r + 3)(2r + 1)^2}. \quad (10) \end{aligned}$$

Таблица 3

Коэффициенты двумерного фильтра при $s=2$ и $r=3$

r	t						
	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	-0,0598639	-0,0122449	0,0163265	0,0258503	0,0163265	-0,0122449	-0,0598639
1	0,0013605	0,0489796	0,0775510	0,0870748	0,0775510	0,0489796	0,0013605
0	0,0217687	0,0693878	0,0979592	0,1074830	0,0979592	0,0693878	0,0217687
-1	0,0013605	0,0489796	0,0775510	0,0870748	0,0775510	0,0489796	0,0013605
-2	-0,0598639	-0,0122449	0,0163265	0,0258503	0,0163265	-0,0122449	-0,0598639

В табл. 1—3 приведены числовые значения коэффициентов фильтров при различных s и r .

Если сглаживаемые наблюдения представляют собой независимые и равноточные случайные величины с дисперсией σ^2 , то дисперсия σ^2 величин $\bar{x}_{pq}$ имеет вид

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma^2 c_0. \quad (11)$$

Ширина фильтра по любой из осей ($2s+1$ и $2r+1$) может быть выбрана таким образом, чтобы обеспечить необходимую точность вычисляемых оценок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки результатов наблюдений. М., Физматгиз, 1962. 349 с.
2. Поляк И. И. Частотные характеристики регрессионных фильтров.— «Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 51—59.

Т. Н. ЮРИНОВА

РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЭВМ ОДНОГО ИЗ АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА СКРЫТЫХ ПЕРИОДИЧНОСТЕЙ

Выявление скрытых периодичностей является одной из задач статистической обработки результатов метеорологических наблюдений.

Настоящий алгоритм (и программа) реализует метод оценки значимости отдельных амплитуд, изложенный в работе [1]. Алгоритм позволяет анализировать скрытые периодичности на фоне нормального «белого шума». Результаты получаются тем менее точными, чем более спектр анализируемого процесса отличается от спектра белого шума.

Приведем описание методики, реализованной в программе. Рассмотрим ряд наблюдений $f_0, f_1, \dots, f_{k-1}$. Предположим для определенности, что k нечетно. В качестве исходных данных будем использовать отклонения от среднего, имеющие вид

$$\Delta f_t = \frac{f_t - \bar{f}}{\sigma}, \quad (1)$$

где

$$\bar{f} = \frac{1}{k} \sum_{t=0}^{k-1} f_t, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{t=0}^{k-1} (f_t - \bar{f})^2}.$$

Будем анализировать значения периодограммы, вычисляемые по формуле

$$r(\omega_p) = r_p = \frac{k}{8\pi} (a_p^2 + b_p^2) \quad (p = 1, 2, \dots, k/2), \quad (2)$$

где

$$a_p = \frac{2}{k} \sum_{t=0}^{k-1} \Delta f_t \cos \omega_p t, \quad b_p = \frac{2}{k} \sum_{t=0}^{k-1} \Delta f_t \sin \omega_p t, \quad \omega_p = \frac{2\pi}{k} p.$$

Предполагаем, что шаг по времени $\Delta t = 1$. Алгоритм расчета a_p и b_p заимствован из работы [2].

Обозначим через c вероятность того, что амплитуда r_p не превысит заданный уровень значимости u . Тогда

$$p\{r_p > u\} = c, \quad (3)$$

где

$$c = e^{-x}, \quad (4)$$

$$u = x/2\pi, \quad (5)$$

и формула (3) примет вид

$$p\{r_p > x/2\pi\} = e^{-x}.$$

Если амплитуда r_p больше u , то с вероятностью $1-c$ можно утверждать, что она не является результатом выборочной изменчивости исследуемого ряда.

Исходными данными программы являются:

- 1) k — число членов ряда,
- 2) f — массив размерности k , представляющей собой анализируемый временной ряд наблюдений.

- 3) c — задаваемая вероятность того, что амплитуда r_p не превысит уровень значимости u .

Начальные данные вводятся со своими КΣ.

Программа печатает следующие величины:

- 1) уровень значимости u ,
- 2) таблицу величин амплитуд r_p , таких, что $r_p > u$ и соответствующие им частоты и периоды ω_p , T_p ($2\pi/\omega_p$) с заголовками соответственно $\max$, частота, период.
- 3) таблицу значений r_p и соответствующих им частот ω_p и периодов T_p .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серебрянников М. Г., Первозванский А. А. Выявление скрытых периодичностей. М., «Наука», 1965, с. 128—131.
2. Агеев М. И. и др. Алгоритмы (151—200). М., Изд-во ВЦ АН СССР, 1970, с. 16—22.

ОБ ОДНОЙ СХЕМЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ

В настоящей статье приводится формульная схема и описание подготовки данных к программе спектрального анализа временных рядов с помощью дискретного преобразования Фурье. Программа написана на входном языке ТА-1М для ЭВМ М-220 и служит для нахождения оценок спектральной плотности, спектральной и корреляционной функций одного временного ряда, а также для осреднения указанных оценок, полученных при анализе нескольких рядов.

Дадим краткое описание алгоритма. Пусть имеется ряд наблюдений

$$x_i = x(i \Delta t),$$

где $i = 1, 2, \dots, N$; Δt — шаг по времени.

Первоначальная обработка измерений состоит в возможном исключении периодического тренда с периодом T (например, годового хода из среднемесячных температурных данных) следующим образом. Пусть $K = N \div T$ — целое число периодов. Обозначим

$$S_p = \sum_{j=0}^{K-1} x_{jT+p}/T \quad (1)$$

— математическое ожидание тренда,

$$\sigma_p^2 = \left(\sum_{j=0}^{K-1} x_{jT+p}^2 - T S_p^2 \right) / T \quad (2)$$

— его дисперсия, $p = 1, 2, \dots, T$.

Тогда нетрудно проверить, что формула

$$\bar{x}_i = (x_i - S_p) / \sigma_p, \quad (3)$$

где $p = i - \text{entier} \left(\frac{i-1}{T} \right) T$ ($i = 1, 2, \dots, N$), приводит к исключению периодической составляющей в исходном ряду и дисперсии, а

$$\bar{x}_i = x_i - S_p,$$

где
$$p = i - \text{entier} \left(\frac{i-1}{T} \right) T \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

дает исключение тренда лишь из исходного ряда.

Если периодический тренд отсутствует, то на этом этапе оценивается математическое ожидание

$$M_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5)$$

и дисперсия

$$D_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2, \quad (6)$$

после чего ряд x_i приводится к нулевому математическому ожиданию и единичной дисперсии:

$$\bar{x}_i = (x_i - M_x) / D_x \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

Выборочный спектр, или периодограмму, как функцию частоты

$$\omega_k = \omega_0 k, \quad \omega_0 = 2\pi / (\Delta t N)$$

$$(k = 0, 1, \dots, N \div 2; \quad \omega_{N \div 2} = \pi / \Delta t$$

— частота Найквиста) получаем по формуле [1]:

$$C(\omega_k) = \frac{\Delta t}{2\pi} \left\{ \left[\sum_{i=1}^N \bar{x}_i \cos(\omega_k(i-1)\Delta t) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N \bar{x}_i \sin(\omega_k(i-1)\Delta t) \right]^2 \right\}. \quad (7)$$

Для нахождения преобразования Фурье

$$a_k = \frac{\Delta t}{2\pi} \sum_{i=1}^N \bar{x}_i \cos(\omega_k(i-1)\Delta t),$$

$$b_k = \frac{\Delta t}{2\pi} \sum_{i=1}^N \bar{x}_i \sin(\omega_k(i-1)\Delta t) \quad (k = 0, 1, \dots, N \div 2)$$

в программе использована процедура [2].

Так как периодограмма $C(\omega_k)$ является несостоятельной оценкой спектральной плотности, следует получить сглаженную оценку, воспользовавшись одним из соотношений [3]:

$$\bar{C}_k = \frac{1}{2r+1} \sum_{j=-r}^r C_{k+j} \quad (8)$$

ли

$$\bar{C}_k = \sum_{j=-r}^r C_{k+j} \frac{3(3r^2 + 3r - 1 - 5j^2)}{(4r^2 - 1)(2r + 1)}, \quad (9)$$

где $2r+1 = m$ — константа скользящего сглаживания,

$$\bar{C}_k = \bar{C}(\omega_k); \quad C_k = C(\omega_k) \quad (k = 0, 1, \dots, N \div 2).$$

Оценку спектральной функции $I(\omega_k)$, позволяющую судить, насколько рассматриваемый процесс близок к белому шуму [1], получаем с помощью формулы

$$I_k = I(\omega_k) = \frac{4\pi}{N\Delta t} \sum_{i=0}^k C_i \quad (k=0, 1, \dots, N-2). \quad (10)$$

Корреляционную функцию находим обратным преобразованием Фурье периодограммы

$$K(t) = \frac{\pi}{\Delta t} \sum_{k=0}^N C_k \cos(2\pi kt/N) \quad (t=0, 1, \dots, N-2), \quad (11)$$

учитывая, что периодограмма является четной периодической функцией ω . В программе предусмотрена возможность накопления оценок (8) или (9), (10), (11) при обработке нескольких временных рядов и выдачи в конце счета результатов, осредненных для набора градаций по частоте.

Информация к программе вводится с перфокарт и состоит из следующих элементов:

- A_1 — количество обрабатываемых рядов;
- A_2 — шифр (номер) очередного анализируемого ряда;
- A_3 — длина ряда (N);
- A_4 — определяет вид кодировки исходных данных;
- $A_4 = 1$ — нормализованные числа вводятся по одному в ячейку;
- $A_4 = 2$ или 3 — числа упакованы по 2 или 3 в ячейку соответственно;

$|A_5|$ — число последовательных сглаживаний периодограммы:

$A_5 > 0$ — по формуле (8),

$A_5 < 0$ — по формуле (9),

$A_5 = 0$ — сглаживание отсутствует;

A_6 — шаг по времени исходного ряда (Δt);

$|A_7|$ — число точек, приходящихся на период исключаемого периодического тренда (T):

$A_7 > 0$ — по формуле (3),

$A_7 < 0$ — по формуле (4),

$A_7 = 0$ — тренда нет;

A_8 — определяет накопитель, с которого вводится исходный ряд:

$A_8 = 0$ — ввод с перфокарт;

$A_8 > 0$ — номер зоны МЛ-2, с которой происходит считывание ряда;

A_9 — число градаций по частоте при выдаче оценок, осредненных по всем анализируемым рядам; при $A_9 = 0$ идет вариантный счет без осреднения.

Информация разбивается на два массива: первый — элементы A_1 с КΣ, второй — элементы $A_2, \dots, A_9$, с КΣ. Исходные данные комплектуются в следующем порядке:

- 1) A_1 с КΣ и далее для каждого ряда:

- 2) информационный массив $A_2, \dots, A_9$ с $K\Sigma$;
- 3) массив измерений x_i с $K\Sigma$;
- 4) массив констант сглаживания, размерность которого равна $|A_k|$, с $K\Sigma$;
- 5) массив градаций с $K\Sigma$; вводится только при анализе первого из A_1 осредняемых рядов (т. е. если $A_9 \neq 0$).

На печать при анализе каждого ряда выдаются величины (1), (2), (5), (6), дисперсия сглаженных оценок $\bar{C}_k$, а также таблица, содержащая величины $\bar{C}_k$, I_k , K_t , с соответствующими надписями.

В случае $A_9 \neq 0$ после счета последнего варианта на печать выдается таблица осредненных результатов.

Время счета одного варианта зависит от длины анализируемого ряда; при $N=100$, например, ряд обрабатывается за 1 мин, при $N=1700$ — примерно за 25 мин.

Ограничение на длину начальных данных:

$$A_3 + A_9 \leq 2000.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Т. 1 и 2. М., «Мир», 1971—1972. 316 с.
2. Агеев М. И., Грюнберг М. Г. и др. Алгоритмы (151—200). М. Изд-во ВЦ МГУ, 1970.
3. Поляк И. И. Частотные характеристики регрессионных фильтров. — «Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 51—59.

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБРОСОВ И ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

1. ВВЕДЕНИЕ

При расчете статистических характеристик временных метеорологических рядов приходится иметь в виду два обстоятельства.

Первое из них сводится к нестационарности рядов, сказывающейся главным образом во влиянии суточного и годового хода. Это делает желательным ограничение длины реализации интервалами, на которых ряды могут считаться стационарными. При невозможности такого ограничения расчеты одноточечных моментов должны вестись для каждого члена реализации отдельно, двухточечных моментов — для каждой пары членов и т. д.

Второе обстоятельство связано с тем, что практически всегда имеются ограничения на объем материалов, подвергающихся обработке, в связи с чем статистическая значимость полученных в результате расчетов индивидуальных моментов для отдельных членов (или пар членов) сравнительно невелика и различия между ними часто определяются не столько характером нестационарности процесса, сколько случайными особенностями выборки. Анализ индивидуальных моментов в этих условиях может оказаться лишенным смысла без их предварительного осреднения. Поэтому наряду с индивидуальными значениями моментов для отдельных членов реализации вычисляются осредненные их значения. Кроме того, получаются характеристики рассеяния их относительно средних значений, что дает важную информацию о степени нестационарности изучаемого процесса.

Алгоритм, реализованный в описываемой ниже программе, учитывает оба указанных обстоятельства, предусматривая как расчет индивидуальных моментов для каждого члена реализации и корреляционных моментов для каждой пары членов, так и расчет их осредненных значений. Применительно к характеристикам временной корреляции подобный алгоритм использовался в работе А. С. Марченко и др. [1]. Применительно к характеристикам выбросов временных рядов, насколько нам известно, алгоритмы расчета в литературе отсутствуют.

Расчет статистических характеристик в программе производится по данным об n реализаций случайной последовательности X , каждая из которых содержит m членов.

В первой части программы рассчитываются характеристики выбросов последовательности через заданные уровни. При этом под выбросом последовательности вверх через заданный уровень C понимается пересечение последовательностью этого уровня снизу вверх. Будем, как обычно [2], считать, что выброс последовательности X вверх через уровень C происходит в момент времени $(k+1/2)$, если выполняется условие

$$x(k) < C, x(k+1) > C.$$

При теоретических оценках этого условия достаточно. При практической же реализации алгоритма расчета характеристик выбросов приходится считаться с тем, что фактические данные измерений представляют собой округленные величины, так что вероятность касания уровня двумя или большим числом соседних членов не является нулевой. В случае касания для определения наличия выброса должно быть сформулировано дополнительное условие, в задании которого возможен определенный произвол. Нами для таких случаев задавалось условие вида

$$x(k) < C, x(k+1) = C, \dots, x(k+l) = C, x(k+l+1) > C,$$

причем выброс в таких случаях относился к моменту времени $(k+1)$.

Аналогично будем считать, что выброс последовательности сверху вниз через уровень C происходит в момент $(k+1/2)$, если

$$x(k) > C, x(k+1) < C,$$

и в момент времени $(k+1)$, если

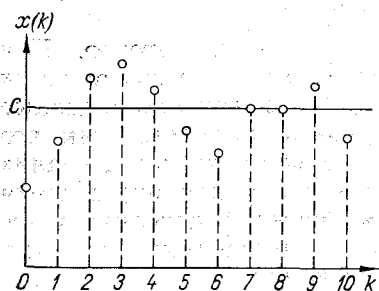
$$x(k) > C, x(k+1) = C, \dots, x(k+l) = C, x(k+l+1) < C.$$

Под продолжительностью выброса вверх через уровень понимается интервал времени между моментом выброса вверх через этот уровень и последующим выбросом вниз. Аналогично под продолжительностью выброса вниз понимается интервал времени между моментом выброса вниз через уровень и ближайшим выбросом вверх.

Так, для проиллюстрированного примера имеют место выбросы вверх в моменты времени $1+1/2$ и 7 продолжительностью соответственно 3 и $2,5$ интервала и выброс вниз в момент времени $4+1/2$ продолжительностью $2,5$ интервала последовательности.

При расчете характеристик выбросов приходится учитывать, что некоторые из выбросов не заканчиваются (или не начинаются) в пределах реализации. Это особенно существенно при обработке последовательностей по коротким реализациям. В самом деле, для таких реализаций значительная часть периодов, в течение которых последовательность превышает уровень, оказывается разорванной.

Например (при расчете числа выбросов вверх), выброс вверх произошел до начала реализации, а момент выброса вниз лежит на реализации. Естественно, что продолжительность таких выбросов определена быть не может, так что мы можем рассчитывать характеристики продолжительности выбросов, относящиеся не ко всему множеству выбросов, а лишь к той его части, которая началась и закончилась в пределах обрабатываемых реализаций. Это обстоятельство учитывается в данном алгоритме во избежание искажения таких параметров, как средняя продолжительность и распределение выбросов по длительности.



К определению выбросов случайной последовательности.

Во второй части программы рассчитываются моменты случайной последовательности X (средние, дисперсии, асимметрии и эксцессы) для каждого срока наблюдений, а также осредненные по всем срокам значения моментов и средняя квадратическая изменчивость их. Кроме этого, считаются «глобальные» моменты, под которыми понимаются моменты, вычисленные по всему объему материала без деления его по срокам. Так, например, глобальная дисперсия характеризует собой как измен-

чивость величины в фиксированные сроки от одной реализации к другой, так и изменчивость средних значений от срока к сроку [3].

В этой же части программы вычисляются коэффициенты корреляции значений последовательности для различных заданных пар сроков. Кроме отдельных коэффициентов корреляции, вычисляются значения корреляционных функций для заданных значений сдвига во времени путем осреднения всех коэффициентов корреляции для пар моментов времени, соответствующих этому сдвигу, а также среднее квадратическое отклонение этих коэффициентов корреляции.

При высокой временной связности последовательности целесообразно пользоваться не непосредственным осреднением коэффициентов корреляции, а осреднением величин z , полученных из коэффициентов корреляции путем преобразования Фишера [4]:

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}.$$

Величина r_1 , которая получается после осреднения величин z путем обратного преобразования

$$r_1 = \text{th } \bar{z},$$

смещена относительно истинного коэффициента корреляция r_0 . Для оценки последнего в программе используется приближенная формула

$$r_0 = \text{th} \left[\bar{z} - \frac{r_1}{2(n-1)} \right].$$

Программа написана на языке АЛГОЛ-60 и реализована на ЭВМ М-222 применительно к транслятору ТА-1М.

2. Описание программы

Часть 1. Расчет характеристик выбросов

А. При обработке i -той реализации последовательности x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) для каждого уровня $C[j\ 1]$ ($j = 1, 2, \dots, k\ 1$) вычисляются:

1) Общая продолжительность пребывания выше и ниже уровня $C[j\ 1]$:

а) общая продолжительность пребывания выше уровня $C[j\ 1]$

$$F_1[j\ 1] = \sum_{k=1}^m \alpha_k, \text{ где } \alpha_k = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i[k] > C[j\ 1], \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

б) общая продолжительность пребывания ниже уровня $C[j\ 1]$

$$F_2[j\ 1] = \sum_{k=1}^m \beta_k, \text{ где } \beta_k = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i[k] < C[j\ 1], \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

2) Число выбросов через уровень $C[j\ 1]$:

а) число выбросов вверх

$$N_1[j\ 1] = \sum_{k=1}^{m-1} (\gamma_{k+1/2} + \gamma'_{k+1}),$$

$$\text{где } \gamma_{k+1/2} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i[k] < C[j\ 1] \wedge x_i[k+1] > C[j\ 1], \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\gamma'_{k+1} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i[k] < C[j\ 1], x_i[k+1] = C[j\ 1], \dots, \\ & x_i[k+l] = C[j\ 1], x_i[k+l+1] > C[j\ 1], \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

б) число выбросов вниз

$$N_2[j\ 1] = \sum_{k=1}^{m-1} (\delta_{k+1/2} + \delta'_{k+1}),$$

$$\text{где } \delta_{k+1/2} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i[k] > C[j\ 1] \wedge x_i[k+1] < C[j\ 1], \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\delta'_{k+1} = \begin{cases} 1, \text{ если } x_i[k] > C[j1], x_i[k+1] = C[j1], \dots, \\ x_i[k+l] = C[j1], x_i[k+l+1] < C[j1], \\ 0 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

3) Распределение продолжительностей выбросов через $C[j1]$:

а) для каждого момента времени $k_j^\uparrow$, такого, что $\gamma_{k_j^\uparrow} = 1$ или $\gamma'_{k_j^\uparrow} = 1$ (т. е. при наличии выброса вверх), вычисляются продолжительности выбросов вверх f_j , такие, что $\delta_{k_j^\uparrow + f_j} = 1$ или $\delta'_{k_j^\uparrow + f_j} = 1$

$$\text{и для } k_j^\uparrow < s < k_j^\uparrow + f_j \quad \delta_s = \delta'_s = 0$$

$$(j=1, 2, \dots, n1[i]), \text{ где } n1[i] = \begin{cases} N^\uparrow[j1], \text{ если } x_i[m] < C[j1], \\ N^\uparrow[j1] - 1 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

После этого находится распределение величин f_j по заданным градациям $gr1[1:k2]$, т. е. находится

$$p1[j1, j2] = \sum_{j=1}^{n1[i]} \epsilon_j, \text{ где } \epsilon_j = \begin{cases} 1, \text{ если } gr1[j2] \leq f_j < gr1[j2+1], \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$(j2=1, 2, \dots, k2-1) \text{ и}$$

$$p1[j1, k2] = \sum_{j=1}^{n1[i]} \zeta_j, \text{ где } \zeta_j = \begin{cases} 1, \text{ если } f_j \geq gr1[k2], \\ 0 \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

б) для каждого момента времени $k_j^\downarrow$, такого, что $\delta_{k_j^\downarrow} = 1$ или $\delta'_{k_j^\downarrow} = 1$ (т. е. при наличии выброса вниз), вычисляются продолжительности выбросов вниз g_j , такие, что

$$\gamma_{k_j^\downarrow + g_j} = 1 \text{ или } \gamma'_{k_j^\downarrow + g_j} = 1 \text{ и для } k_j^\downarrow < s < k_j^\downarrow + g_j \quad \gamma_s = \gamma'_s = 0$$

$$(j=1, \dots, n2[i]), \text{ где } n2[i] = \begin{cases} N^\downarrow[j1], \text{ если } x_i[m] > C[j1], \\ N^\downarrow[j1] - 1 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

После этого находится распределение величин g_j по заданным градациям $gr1[1:k2]$, т. е. находится

$$p2[j1, j2] = \sum_{j=1}^{n2[i]} \eta_j, \text{ где } \eta_j = \begin{cases} 1, \text{ если } gr1[j2] \leq g_j < gr1[j2+1], \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$(j2=1, \dots, k2-1) \text{ и}$$

$$p2[j1, k2] = \sum_{j=1}^{n2[i]} \theta_j, \text{ где } \theta_j = \begin{cases} 1, \text{ если } g_j \geq gr1[k2], \\ 0 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

- 4) Общая продолжительность выбросов:
 а) общая продолжительность выбросов вверх

$$F_i^{\uparrow}[j1] = \begin{cases} m, \text{ если } x_i[k] \geq C[j1] \quad \forall k, \\ 0, \text{ если } x_i[k] < C[j1] \quad \forall k, \\ \Delta_1^{\uparrow} = k_1^{\uparrow} - 0,5, \text{ если } N_1^{\uparrow}[j1] = 0, N_1^{\uparrow}[j1] = 1 \\ (k_1^{\uparrow} - \text{момент первого выброса вниз}), \\ \Delta_2^{\uparrow} = m - k_{N_1^{\uparrow}[j1]}^{\uparrow} + 0,5, \text{ если } N_1^{\uparrow}[j1] = \\ = 0, N_1^{\uparrow}[j1] = 1, \\ \sum_{j=1}^{n1[i]} f_j + A^{\uparrow} + B^{\uparrow}, \text{ где } A^{\uparrow} = \begin{cases} \Delta_1^{\uparrow}, \text{ если } k_1^{\uparrow} < k_1^{\uparrow}, \\ 0 \text{ в противном случае,} \\ B^{\uparrow} = \begin{cases} \Delta_2^{\uparrow}, \text{ если } k_{N_1^{\uparrow}[j1]}^{\uparrow} > k_{N_1^{\uparrow}[j1]}^{\uparrow}, \\ 0 \text{ в противном случае,} \end{cases} \\ \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

- б) общая продолжительность выбросов вниз

$$F_i^{\downarrow}[j1] = \begin{cases} m, \text{ если } x_i[k] \leq C[j1] \quad \forall k, \\ 0, \text{ если } x_i[k] > C[j1] \quad \forall k, \\ \Delta_1^{\downarrow} = k_1^{\downarrow} - 0,5, \text{ если } N_1^{\downarrow}[j1] = 0, N_1^{\downarrow}[j1] = 1, \\ \Delta_2^{\downarrow} = m - k_{N_1^{\downarrow}[j1]}^{\downarrow} + 0,5, \text{ если } N_1^{\downarrow}[j1] = 0, \\ N_1^{\downarrow}[j1] = 1, \\ \sum_{j=1}^{n2[i]} f_j + A^{\downarrow} + B^{\downarrow}, \text{ где } A^{\downarrow} = \begin{cases} \Delta_1^{\downarrow}, \text{ если } k_1^{\downarrow} < k_1^{\downarrow}, \\ 0 \text{ в противном случае,} \\ B^{\downarrow} = \begin{cases} \Delta_2^{\downarrow}, \text{ если } k_{N_1^{\downarrow}[j1]}^{\downarrow} > k_{N_1^{\downarrow}[j1]}^{\downarrow}, \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases} \\ \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Б. После обработки n реализаций находятся:

1) Характеристики средней общей продолжительности пребывания выше и ниже уровня:

- а) средняя общая продолжительность пребывания выше $C[j1]$

$$F1[j1] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i^{\uparrow}[j1],$$

стандарт общей продолжительности пребывания выше $C[j1]$

$$sF1[j1] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^{\uparrow}[j1])^2 - (F1[j1])^2};$$

б) средняя общая продолжительность пребывания ниже $C[j\ 1]$

$$F2[j1] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i^1[j1],$$

стандарт общей продолжительности пребывания ниже $C[j\ 1]$

$$sF2[j1] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^1[j1])^2 - (F2[j1])^2}.$$

2) Характеристики среднего числа выбросов:

а) среднее число выбросов вверх через $C[j\ 1]$

$$N1[j1] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i^1[j1],$$

стандарт числа выбросов вверх

$$sN1[j1] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_i^1[j1])^2 - (N1[j1])^2},$$

б) среднее число выбросов вниз через $C[j\ 1]$

$$N2[j1] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i^2[j1],$$

стандарт числа выбросов вниз

$$sN2[j1] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_i^2[j1])^2 - (N2[j1])^2}.$$

3) Нормированное распределение продолжительностей выбросов:

а) распределение продолжительностей выбросов вверх

$$W1[j1, j2] = \frac{\sum_{i=1}^n p1[j1, j2]}{\sum_{i=1}^n n1[i]};$$

б) распределение продолжительностей выбросов вниз

$$W2[j1, j2] = \frac{\sum_{i=1}^n p2[j1, j2]}{\sum_{i=1}^n n2[i]}$$

$$(j2 = 1, \dots, k2).$$

- 4) Средняя общая продолжительность выбросов:
 а) средняя общая продолжительность выбросов вверх

$$F3[j1] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i^+[j1],$$

стандарт общей продолжительности выбросов вверх

$$sF3[j1] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^+[j1])^2 - (F3[j1])^2};$$

- б) средняя общая продолжительность выбросов вниз

$$F4[j1] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i^-[j1],$$

стандарт общей продолжительности выбросов вниз

$$sF4[j1] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^-[j1])^2 - (F4[j1])^2}.$$

- 5) Распределение числа выбросов по заданным градациям $gr\ 2[1 : k\ 3]$:

- а) распределение числа выбросов вверх

$$V1[j1, j2] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \text{ где } x_i = \begin{cases} 1, & \text{если } gr2[j2] \leq N^+[j1] < \\ < gr2[j2 + 1], \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$(j2 = 1, \dots, k3 - 1) \text{ и}$

$$V1[j1, k3] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i, \text{ где } \lambda_i = \begin{cases} 1, & \text{если } N^+[j1] \geq gr2[k3], \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

- б) распределение числа выбросов вниз

$$V2[j1, j2] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i, \text{ где } \mu_i = \begin{cases} 1, & \text{если } gr2[j2] \leq N^-[j1] < \\ < gr2[j2 + 1], \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$(j2 = 1, \dots, k3 - 1) \text{ и}$

$$V2[j1, k3] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \nu_i, \text{ где } \nu_i = \begin{cases} 1, & \text{если } N^-[j1] \geq gr2[k3], \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Часть. 2. Расчет характеристик временной структуры

А. Расчет моментов одномерного распределения:

1) Для каждого срока наблюдений $k=1, 2, \dots, m$ вычисляются моменты:

а) среднее

$$mom [1, k] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i[k];$$

б) дисперсия

$$mom [2, k] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2[k] - (mom [1, k])^2;$$

в) асимметрия

$$mom [3, k] = \frac{1}{(mom[2, k])^{3/2}} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i[k] - mom [1, k])^3,$$

г) эксцесс

$$mom [4, k] = \frac{1}{(mom [2, k])^2} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i[k] - mom [1, k])^4 - 3.$$

2) После этого путем осреднения моментов, полученных для отдельных сроков, вычисляются средние значения моментов и их средние квадратические изменчивости во времени:

$$ms[l] = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m mom [l, k],$$

$$s[l] = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (mom [l, k])^2 - (ms[l])^2}$$

($l=1, 2, 3, 4$).

3) Наряду со средними значениями моментов вычисляются глобальные моменты:

а) среднее

$$mg[1] = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m x_i[k];$$

б) дисперсия

$$mg[2] = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (x_i[k])^2 - (mg[1])^2;$$

в) асимметрия

$$mg[3] = \frac{1}{(mg[2])^{3/2}} \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (x_i[k] - mg[1])^3;$$

г) эксцесс

$$mg[4] = \frac{1}{(mg[2])^2} \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (x_i[k] - mg[1])^4 - 3.$$

Б. Расчет характеристик временной корреляции.

Для заданного массива $sd[1:cn]$ сдвигов во времени вычисляются:

1) для каждого $k=1, \dots, m-1$ и $sd[l]$ ($l=1, 2, \dots, q[k]$, где $q[k] \leq cn$, $sd[q[k]] \leq m-k$, а $sd[q[k]+1] > m-k$):

а) корреляционные моменты

$$r[k, k + sd[l]] = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i[k] \times x_i[k + sd[l]] - mom[1, k] \times mom[1, k + sd[l]]}{\sqrt{mom[2, k] \times mom[2, k + sd[l]]}};$$

б) z-преобразования корреляционных моментов

$$zr[k, k + sd[l]] = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + r[k, k + sd[l]]}{1 - r[k, k + sd[l]]}.$$

2) После этого для каждого сдвига времени $sd[l]$ ($l=1, 2, \dots, \dots, cn$) вычисляются:

а) средняя корреляционная функция

$$R[l] = \frac{1}{m - sd[l]} \sum_{k=1}^{m - sd[l]} r[k, k + sd[l]]$$

и рассеяние корреляционных моментов

$$sr[l] = \sqrt{\frac{1}{m - sd[l]} \sum_{k=1}^{m - sd[l]} (r[k, k + sd[l]])^2 - (R[l])^2};$$

б) средние значения z-преобразований корреляционных моментов

$$zR[l] = \frac{1}{m - sd[l]} \sum_{k=1}^{m - sd[l]} zr[k, k + sd[l]]$$

и рассеяние z-преобразований корреляционных моментов

$$szr[l] = \sqrt{\frac{1}{m - sd[l]} \sum_{k=1}^{m - sd[l]} (zr[k, k + sd[l]])^2 - (zR[l])^2}.$$

3) И, наконец, вычисляется z-модифицированная корреляционная функция $R1[l]$ по следующему приближенному алгоритму.

Сначала находится функция

$$zR0[l] = zR[l] - \frac{1}{2(n-1)} \left[1 - \frac{2}{\exp(2 \times zR[l]) + 1} \right],$$

а потом вычисляется

$$R1[l] = 1 - \frac{2}{\exp(2 \times zR0[l]) + 1}$$
$$(l = 1, 2, \dots, cn).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марченко А. С., Помозова Л. И., Чубенко М. А. Временная статистическая структура метеорологических процессов.— «Тр. НИИАК», 1968, вып. 54(4), с. 35—46.
2. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. М., «Мир», 1969. 398 с.
3. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете статистических характеристик выбросов случайной функции.— «Тр. ГГО», 1970, вып. 268, с. 146—172.
4. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. М., «Наука», 1966. 587 с.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СТОХАСТИЧЕСКИХ МАТРИЦ

1. Предварительные замечания

Многие задачи метеорологии связаны с изучением систем, между которыми имеются вероятностные связи. Это относится, в частности, к процессам передачи, обработки и, особенно, длительного хранения гидрометеорологической информации. Процессы такого рода описываются с помощью стохастических матриц [1, 2]. Информационная пропускная способность этих матриц является важнейшей характеристикой, количественно определяющей способность системы (канала связи, устройства обработки и хранения и др.) к передаче информации. Количество информации I , передаваемое стохастической матрицей

$$p_{ij} = \left\| \begin{array}{cccc} p_{11}p_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{1m} \\ p_{21}p_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{n1}p_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{nm} \end{array} \right\| \quad (1)$$

при данном распределении вероятностей на входе (p_i ; $i=1 \div n$), равно разности безусловной и средней условной (при известных событиях на выходе) энтропии распределения вероятностей во входной системе [1]:

$$I(a/b) = H(a) - H(a/b), \quad (2)$$

$$\text{где} \quad H(a) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (3)$$

— безусловная энтропия первичного распределения (p_i);

$$H(a/b) = \sum_{j=1}^m q_j H(a/b_j) \quad (4)$$

— средняя условная энтропия первичного распределения при известных событиях на выходе ($b_1, b_2, \dots, b_m$);

$$H(a/b_j) = - \sum_{i=1}^n p(a_i/b_j) \log p(a_i/b_j) \quad (5)$$

— условная энтропия первичного распределения, если на выходе реализовалось событие $b_j (j=1 \div m)$;

$$q_j = \sum_{i=1}^n p_i p_{ij} \quad (6)$$

— вероятность события b_j ;

$$p(a_i/b_j) = p_i p_{ij} / \sum_{i=1}^n p_i p_{ij} \quad (7)$$

— условная вероятность первичного события a_i , если на выходе реализовалось событие b_j . В формулах (3), (5) может использоваться любое основание логарифмов, что влияет только на масштаб измерения энтропии и количества информации. В соответствии с установившейся практикой мы будем считать основание равным 2; тогда единицей измерения H и I будет бит. По формулам (2)—(7) прямым вычислением легко могут быть получены значения $H(a)$; $H(a/b)$; I , для данной матрицы (1), и известного распределения вероятностей на входе.

Пропускная способность C матрицы (1) определяет наибольшее количество информации, которое может быть передано матрицей за счет подбора оптимального распределения вероятностей между входными символами:

$$C = \sup_{p_i} I(a/b), \quad (8)$$

причем верхняя граница ищется в области (обозначим ее D), ограниченной условиями:

$$0 \leq p_i \leq 1; \quad (i=1 \div n); \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (10)$$

Вычисление C , а также входного распределения, при котором $I(a/b) = C$, в общем случае для произвольных матриц является сложной задачей. Для некоторых частных случаев путь ее решения намечен в основополагающей работе Шеннона [1]. В дальнейшем Мурога [3] развил этот путь и дал более общее решение задачи. Однако и методика Мурога приводит к сложным вычислениям, в ходе которых используется перебор и расчет многочисленных вариантов с последующим выбором одного из них («оптимального»).

Являясь дальнейшим развитием решений содержащихся в работах [1, 3], методика, приведенная в данной статье, позволяет упростить вычисления и не требует перебора вариантов.

2. Необходимые условия экстремума

Верхняя граница $I(a/b)$, равная C , может достигаться внутри области D или на ее границе, причем граничной не может быть точка, для которой одна из вероятностей $p_h=1$, а остальные равны нулю, так как в этом случае $I(a/b)$ обращается в нуль. Значит, если пропускная способность C реализуется на границе области D , некоторые из входных вероятностей обращаются в нуль (этим и определяется граничный характер точки) и соответствующие строки матрицы (1) могут быть вычеркнуты. Входные символы, соответствующие этим строкам, лучше всего вообще не использовать. Метод выявления таких «лишних» строк матрицы будет рассмотрен ниже, а сейчас мы предположим, что эта предварительная работа уже проделана, все входные символы являются «полезными» и, следовательно, верхняя граница $I(a/b)$ достигается внутри области D . Поскольку $I(a/b)$ в любой точке области D является непрерывной и дифференцируемой функцией входных вероятностей p_i , в этом случае значению C должен соответствовать условный максимум $I(a/b)$, достигающийся при соблюдении необходимого равенства $\sum_{i=1}^n p_i = 1$.

Путем элементарных преобразований, из (2) — (7) может быть получено следующее выражение для $I(a/b)$:

$$I(a/b) = \sum_{i=1}^n p_i \alpha_i - \sum_{j=1}^m q_j \log q_j, \quad (11)$$

где

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^m p_{ij} \log p_{ij} \quad (12)$$

— энтропия i -той строки матрицы, взятая с обратным знаком. Первый член в (11) представляет собой среднюю энтропию строк матрицы, взятую со знаком минус, а второй член равен энтропии выходного распределения.

Используя для отыскания условного экстремума метод Лагранжа, составим функцию Лагранжа

$$\Psi = I(a/b) + \lambda \left(\sum_{i=1}^n p_i - 1 \right), \quad (13)$$

где λ — неопределенный коэффициент. Дифференцируя Ψ по p_i с учетом (6), (11), (12) и приравнявая $\partial \Psi / \partial p_i$ нулю, получим после преобразования систему уравнений

$$\frac{\partial \Psi}{\partial p_i} = \sum_{j=1}^m p_{ij} \log p_{ij} - \sum_{j=1}^m p_{ij} \log q_j - \log e + \lambda = 0, \quad (14)$$

которая совместно с равенством (10) выражает необходимые условия экстремума функции $I(a/b)$ внутри области D .

Исследуя квадратичную форму

$$\Delta_g = \left| \frac{\partial^2 I(a/b)}{\partial p_i \partial p_j} \right| \quad (i = 1 \div n, j = 1 \div n), \quad (15)$$

можно показать, что в любой точке внутри области D и на ее границе эта форма является знакоопределенной и отрицательной. Отсюда следует [4], что точке D , в которой выполняются необходимые условия экстремума, соответствует максимум $I(a/b)$.

3. Преобразование и решение системы (14)

Система (14) совместно с равенством (10) дает возможность найти $n+1$ неизвестных: n входных вероятностей p_i и параметр λ . Значения p_i входят в эту систему, во-первых, через значения q_j согласно (6) и, во-вторых, непосредственно в (10). Определив p_i , можно найти соответствующее им значение $I(a/b) = C$ прямым вычислением по формулам (2)–(7). Однако непосредственное решение трансцендентной системы уравнений (14), (10) затруднительно. Поэтому желательно найти пути дальнейших упрощений.

Введем обозначения:

$$X_j = \log q_j = \log \sum_{i=1}^n p_i p_{ij} \quad (j = 1 \div m), \quad (16)$$

$$\mu = 2^\lambda / e. \quad (17)$$

Тогда с учетом (12) систему (14) можно представить в виде

$$\alpha_i + \log \mu = \sum_{j=1}^m p_{ij} X_j \quad (i = 1 \div n). \quad (18)$$

Уравнение (10) остается без изменения, а выражение (11) для $I(a/b)$ будет:

$$I(a/b) = \sum_{i=1}^n p_i \alpha_i - \sum_{j=1}^m q_j X_j. \quad (19)$$

Если в (19) подставить значения p_i , q_j , X_j , найденные путем совместного решения (18) и (10), то получим максимум $I(a/b)$ т. е. C . Помножив уравнения системы (18) на p_i и сложив, получим для точки экстремума следующее равенство:

$$\sum_{i=1}^n p_i \alpha_i = -\log \mu + \sum_{j=1}^m q_j X_j.$$

Подставляя это значение в (19), имеем

$$C = \max I(a/b) = -\log \mu = -\lambda + \log e. \quad (20)$$

Из (20) видно, что связанные между собой параметры λ , однозначно определяют пропускную способность матрицы. Ура

нения (18) можно представить в виде двух линейных систем, отличающихся правой частью:

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} X_j^{(1)} = \alpha_i; \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} X_j^{(2)} = \log \mu, \quad (22)$$

причем последняя система имеет очевидное решение $X_j^{(2)} = \log \mu$ для всех j в силу основного свойства стохастической матрицы $\sum_{j=1}^m p_{ij} = 1$. Решение системы (18) может быть представлено в виде суммы:

$$X_j = \log q_j = X_j^{(1)} + X_j^{(2)} = X_j^{(1)} + \log \mu. \quad (23)$$

Отсюда для вероятностей выходных символов b_j в точке максимума $I(a/b)$ имеем

$$q_j = 2^{X_j^{(1)} + \log \mu} = \mu \cdot 2^{X_j^{(1)}} \quad (j = 1 \div m). \quad (24)$$

Используя равенства (20) и (24) и учитывая, что

$$\sum_{j=1}^m q_j = \mu \sum_{j=1}^m 2^{X_j^{(1)}} = 1,$$

получим выражение для пропускной способности C в явном виде:

$$C = -\log \mu = \log \sum_{j=1}^m 2^{X_j^{(1)}}. \quad (25)$$

Схема вычисления C может быть представлена следующим образом:

1. По формулам (12) вычисляются значения α_i для каждой строки переходной матрицы (1).
2. Составляется и решается система линейных уравнений (21). В результате получают значения $X_j^{(1)}$.
3. Подставляя значения $X_j^{(1)}$ в (25), находим C .
4. Если необходимо, кроме самой пропускной способности, найти значения входных (p_i) и выходных (q_i) вероятностей, при которых она реализуется, то значения q_j определяются по формулам (24), где, согласно (20),

$$\mu = 2^{1/C}, \quad (26)$$

а для вычисления p_i используется линейная система (6). Матрица этой системы состоит из элементов p_{ij} и является транспонированной по отношению к матрице системы (21), а правая часть содержит найденные уже значения q_j .

4. Два возможных случая и примеры

Общее число уравнений в системах (21), (6) и (24), (25) равно $2m+n+1$ и совпадает с числом неизвестных p_1-p_n , q_1-q_m , $X_1^{(1)}-X_m^{(1)}$ и μ . Поскольку мы исходим из предположения о существовании максимума $I(a/b)$ в рассматриваемой области D , система (21), выражающая необходимые условия экстремума, всегда имеет решение. Однако при реализации описанной выше расчетной схемы могут встретиться два случая, в зависимости от того, обладает система (21) единственным решением или имеется множество решений. Рассмотрим оба случая подробнее.

Решение системы (21) (а также системы (6)) будет единственным в том и только том случае, когда ранг r матрицы $\|p_{ij}\|$ равен числу неизвестных: $r=m$. Если ранг r матрицы $\|p_{ij}\|$ меньше m , то система (21) имеет множество решений (это следует из предположения о наличии «внутреннего» максимума $I(a/b)$ в области D), но только при одном из них оказывается разрешимой (совместной) также и система (6). Это дает возможность и при $r < m$ выделить из решений системы (21) одно, при котором достигается максимум $I(a/b)$.

Во втором случае расчет может быть построен следующим образом. Выбрав из матрицы $\|p_{ij}\|$ квадратную подматрицу размером $r \times r$ с неравным нулю определителем, оставим в системе (21) r уравнений, соответствующих этому определителю. Затем часть неизвестных X_j , коэффициенты при которых не вошли в определитель, считается свободной и переносится в правую часть. Таким образом получается система уравнений следующего вида (если считать, что определитель, соответствующий первым r строкам и r столбцам не равен нулю):

$$\sum_{j=1}^r p_{ij} X_j^{(1)} = \alpha_i - \sum_{j=r+1}^m p_{ij} X_j^{(1)} \quad (i = 1 \div r), \quad (27)$$

которое имеет единственное решение относительно $X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots, X_r^{(1)}$ при любых значениях свободных неизвестных $X_{r+1}^{(1)}, \dots, X_m^{(1)}$.

Эти решения можно выразить в форме линейных многочленов относительно $X_{r+1}^{(1)} \dots X_m^{(1)}$ и, подставив полученные значения в оставшиеся $n-r$ уравнений (21), получить $n-r$ равенств, связывающих $X_{r+1}^{(1)}-X_m^{(1)}$. Затем, пользуясь формулами (24) и (25), можно выразить μ , q_j ($j=1 \div m$) через $X_{r+1}^{(1)}-X_m^{(1)}$ и подставить эти значения q_j в систему (6). Из системы (6) также выбираются r уравнений, соответствующих тому же определителю; переменные p_1-p_n делятся на свободные ($p_{r+1}-p_n$) и зависимые (p_1-p_r), которые путем решения полученной системы выражаются через $p_{r+1}-p_n$. После подстановки в оставшиеся $n-r$ уравнений (6) получается система из $n+m-2r$ уравнений (часть из них — трансцендентные) относительно свободных переменных $p_{r+1}-p_n$ и

1. По формулам (12) находим α_i для строк матрицы:

$$\alpha_1 = -0,92192; \alpha_2 = -1,15678; \alpha_3 = -1,29546.$$

2. Составляем систему (21):

$$0,8 X_1^{(1)} + 0,1 X_2^{(1)} + 0,1 X_3^{(1)} = -0,92192;$$

$$0,2 X_1^{(1)} + 0,7 X_2^{(1)} + 0,1 X_3^{(1)} = -1,15678;$$

$$0,3 X_1^{(1)} + 0,1 X_2^{(1)} + 0,6 X_3^{(1)} = -1,29546.$$

Решая эту систему, найдем

$$X_1^{(1)} = -0,808069; X_2^{(1)} = -1,199502; X_3^{(1)} = -1,555146.$$

3. Подставляя значения $X_1^{(1)}$, $X_2^{(1)}$, $X_3^{(1)}$ в (25), найдем пропускную способность и параметр μ :

$$\begin{aligned} C &= \log(2^{-0,808069} + 2^{-1,199502} + 2^{-1,555146}) = \\ &= \log(0,571146 + 0,435422 + 0,340294) = 0,429602 \text{ бит/символ}; \\ \mu &= 0,742467. \end{aligned}$$

4. По формуле (24) находим значения выходных вероятностей в точке, где реализуется C :

$$q_1 = 0,742467 \cdot 2^{-0,808069} = 0,424057;$$

$$q_2 = 0,742467 \cdot 2^{-1,199502} = 0,323286;$$

$$q_3 = 0,742467 \cdot 2^{-1,555146} = 0,252657.$$

5. Составляя и решая систему (6), определяем входные вероятности:

$$0,8 p_1 + 0,2 p_2 + 0,3 p_3 = 0,424057;$$

$$0,1 p_1 + 0,7 p_2 + 0,1 p_3 = 0,323286;$$

$$0,1 p_1 + 0,1 p_2 + 0,6 p_3 = 0,252657;$$

$$p_1 = 0,322543; p_2 = 0,372143; p_3 = 0,305314.$$

Пример 2. Случай прямоугольной матрицы

$$\|p_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,6 & 0,1 \end{vmatrix}.$$

1. По формулам (12) находим значения α_i :

$$\alpha_1 = -1,15678; \alpha_2 = -1,29546.$$

2. Ранг матрицы равен двум и определитель, составленный из первых двух столбцов, не равен нулю:

$$d = \begin{vmatrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,3 & 0,6 \end{vmatrix} = 0,36.$$

Поэтому выбирая в качестве свободного неизвестного $X_3^{(1)}$, составляем в уравнение (28)

$$2 \parallel X_3^{(1)} \parallel = \parallel 0,1 \ 0,1 \parallel \parallel 0,7 \ 0,3 \parallel^{-1} \cdot 2 \parallel \begin{matrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,3 & 0,6 \end{matrix} \parallel^{-1} \parallel \begin{matrix} -1,15678 - 0,1 X_3^{(1)} \\ -1,29546 - 0,1 X_3^{(1)} \end{matrix} \parallel$$

После преобразований получаем уравнение в «обычной» форме:

$$2 X_3^{(1)} = 0,085904 \cdot 2^{-0,11111} X_3^{(1)}$$

Отсюда находим $X_3^{(1)} = -3,187018$. Используя это значение $X_3^{(1)}$ для подстановки в систему (27), находим ее решения:

$$0,7 X_1^{(1)} + 0,2 X_2^{(1)} = -1,15678 + 0,1 \cdot 3,187018 = -0,838078;$$

$$0,3 X_1^{(1)} + 0,6 X_2^{(1)} = -1,29546 + 0,1 \cdot 3,187018 = -0,976758;$$

$$X_1^{(1)} = -0,854153; X_2^{(1)} = -1,200854.$$

3. Определяем пропускную способность C и параметр μ по формуле (25):

$$C = \log(2^{-0,854153} + 2^{-1,200854} + 2^{-3,187018}) = 0,134891 \text{ бит/символ.}$$

$$\mu = 0,910738.$$

4. По формулам (24) находим значения выходных вероятностей:

$$q_1 = 2^{X_1^{(1)}} = 0,503812; q_2 = 2^{X_2^{(1)}} = 0,396188; q_3 = 2^{X_3^{(1)}} = 0,100000.$$

5. Наконец, составляем систему (6) для определения входных вероятностей:

$$0,7 p_1 + 0,3 p_2 = 0,503812;$$

$$0,2 p_1 + 0,6 p_2 = 0,396188;$$

$$0,1 p_1 + 0,1 p_2 = 0,100000.$$

Хотя эта система из трех уравнений содержит только два неизвестных, в данном случае она разрешима:

$$p_1 = 0,509530; p_2 = 0,490470.$$

5. Выявление «лишних» строк матрицы, если значение C достигается на границе области D

Если наибольшее значение $I(a/b)$ достигается не внутри области D , а на ее границе, описанная выше методика, ориентирующаяся на отыскание экстремума $I(a/b)$, оказывается неприменимой. В этом случае, как указывалось в начале статьи, надо исключить часть входных символов (и строк матрицы), приписав им нулевую вероятность. Сформулируем (опуская доказательства)

несколько утверждений, позволяющих осуществить эту процедуру. Для простоты предположим, что пропускная способность C реализуется при ненулевых вероятностях первых $k \leq n$ входных символов, соответствующих первым k строкам матрицы, и нулевым вероятностям остальных $n-k$ символов. Тогда максимум $I(a/b)$ достигается внутри области D_k , определяемой условиями:

$$0 \leq p_i \leq 1; i = 1 \div k; p_{k+1} = \dots = p_n = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^k p_i = 1. \quad (29)$$

1. В точке области D_k , где $I(a/b)$ достигает максимума, выполняются равенства:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(a/b)}{\partial p_1} = \dots = \frac{\partial I(a/b)}{\partial p_k} &= \alpha_1 - \sum_{j=1}^m p_{1j} \log q_j - \log e = \\ &= \alpha_2 - \sum_{j=1}^m p_{2j} \log q_j - \log e = \dots = \alpha_k - \sum_{j=1}^m p_{kj} \log q_j - \log e. \end{aligned} \quad (30)$$

2. Для того чтобы верхняя граница $I(a/b)$ достигалась внутри области D_k , необходимо и достаточно выполнения неравенств

$$\alpha_i - \alpha_h - \sum_{j=1}^m (p_{ij} - p_{hj}) \log q_j \geq 0 \quad (31)$$

при любых $i = 1 \div k$ и $h = (k+1) \div n$.

В (30) и (31) выходные вероятности q_j должны вычисляться в точке экстремального значения $I(a/b)$ внутри области D_k . Однако желательно было бы находить «лишние» строки заранее, не вычисляя q_j и не определяя экстремум $I(a/b)$ по отобранным строкам. Это возможно, если в исходной матрице больше строк, чем столбцов ($h > m$), и уже отобрана квадратная матрица $m \times m$, относительно которой проверяются остальные строки. В основе отбора лежит следующее положение.

3. Если в матрице $n \times m$ ($n > m$) отобрано m линейно-независимых строк (для определенности будем считать, что ими являются первые m строк), то для проверки одной из оставшихся строк (обозначим ее номером $r = m+1, m+2, \dots, n$) надо рассмотреть два определителя:

$$\Delta = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{vmatrix}, \quad (32)$$

составленный из элементов отобранных m строк, и

$$\Delta_r = \begin{vmatrix} \alpha_r & p_{r1} & p_{r2} & \dots & p_{rm} \\ \alpha_1 & p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ \alpha_2 & p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_m & p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{vmatrix}, \quad (33)$$

полученный из Δ добавлением проверяемой строки и столбца, содержащего значения $\alpha_i (i=1, 2, \dots, m)$.

Если знаки Δ и Δ_r различны, то проверяемой строке надо приписать нулевую вероятность. Если знаки Δ и Δ_r совпадают, то r -я строка должна быть оставлена, а одна из отобранных ранее m строк должна быть исключена. Для выбора исключаемой строки надо каждую из отобранных первоначально m строк проверить по аналогичной методике с помощью определителей вида (32) и (33).

На основании изложенного проверка матриц $n \times m$ при $n > m$ перед вычислением C с целью исключения «лишних» строк должна выполняться в следующей последовательности.

1. По формуле (12) вычисляются значения α_i для всех строк матрицы.

2. Отбираются любые m линейно-независимых строк.

3. Каждая из оставшихся $n-m$ строк проверяется относительно выбранных m строк с помощью определителей (32), (33). При этом проверяемая строка либо исключается, либо входит в состав матрицы, а взамен ее исключается одна из строк отобранных ранее. В любом случае остается квадратная матрица $m \times m$, которая и используется при дальнейших проверках.

4. После проверки $n-m$ строк остается квадратная матрица, для которой находятся значения C , p_i , q_j по методике, описанной ранее.

5. Если при вычислении C для отобранной матрицы точке максимума $I(a/b)$ соответствуют отрицательные значения p_i для некоторых строк (этот случай возможен), то каждую из таких строк следует проверить, пользуясь правилами 1 и 2 (формулы (30), (31)), и лишние строки исключить.

В качестве примера, иллюстрирующего методику отбора лишних строк, рассмотрим матрицу

$$M = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,2 & 0,3 \end{vmatrix}, \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= -0,92192, \\ \alpha_2 &= -1,15678, \\ \alpha_3 &= -1,57095, \\ \alpha_4 &= -0,92192, \\ \alpha_5 &= -1,29658. \end{aligned}$$

Справа написаны значения α_i для строк матрицы. Определи-
ель, состоящий из первых трех строк, не равен нулю:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{vmatrix} = 0,18,$$

поэтому соответствующую этим строкам квадратную матрицу можно принять за исходную. Для проверки 4-й строки надо найти знак определителя

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -0,92192 & 0,1 & 0,1 & 0,8 \\ -0,92192 & 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ -1,15678 & 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ -1,57095 & 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{vmatrix} = 0,23971.$$

Совпадение знаков Δ_1 и Δ_2 свидетельствует о том, что 4-ю строку следует ввести в матрицу, а одну из выбранных ранее строк — исключить. Для проверки 1-й строки следует сопоставить определители:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -0,92192 & 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ -1,15678 & 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ -1,57092 & 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ -0,92192 & 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = -0,23971 \text{ и}$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = -0,1.$$

Знаки Δ_3 и Δ_4 совпадают и 1-я строка остается. Для проверки 2-й строки вычисляем

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} -1,15678 & 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ -0,92192 & 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ -1,57095 & 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ -0,92192 & 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = -0,23971 \text{ и}$$

$$\Delta_6 = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = +0,15.$$

Вторая строка также остается. Для 3-й строки получаем:

$$\Delta_7 = \begin{vmatrix} -1,57095 & 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ -0,92192 & 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ -1,15678 & 0,2 & 0,7 & 0,4 \\ -0,92192 & 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = -0,23971 \text{ и}$$

$$\Delta_8 = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = 0,420.$$

Поскольку знаки различны, 3-я строка отбрасывается.

Проверка 5-й строки относительно отобранных 1, 2, 4-й дает

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -1,29658 & 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ -0,92192 & 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ -1,15678 & 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ -0,92192 & 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = -0,14092;$$

Таким образом, 5-я строка отбрасывается и остается матрица

$$M_1 = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{vmatrix},$$

для которой пропускная способность и значения входных (p_1, p_2, p_4) и выходных (q_1, q_2, q_3) вероятностей могут быть найдены по методике, описанной в первой части статьи. Полезно отметить, что вычисление определителей $\Delta_2, \Delta_3, \Delta_5$ при исключении одной из выбранных ранее строк может выполняться только один раз, так как эти определители отличаются лишь перестановкой строк.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шеннон К. Математическая теория связи. Пер. с англ.— В кн. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М., Изд-во иностр. лит. 1963, с. 243—332.
2. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М., «Советское радио», 1970. 726 с.
3. Muroga S. On the Capacity of a Discrete Channel I.—, J. Phys. Soc. Japan", 1953, vol. 8, N 4, p. 484—494.
4. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. М., Физматгиз, 1965, с. 492—500.
5. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М., Физматгиз, 1965. 426 с.

Т. А. ПАСЕЧНИК, В. А. РОЖКОВ

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ

Математическое моделирование океанологических процессов обычно связано с решением системы (или систем) уравнений механики жидкости, выражающих законы сохранения массы и количества движения (импульса), а также законы термодинамики [1, 2]. Наряду с этим традиционным подходом к построению моделей, необходимо учитывать, что океанологические процессы изменяются в пространстве и во времени случайным образом, и поэтому должны рассматриваться как случайные функции [3—5]. Таким образом, наиболее общей моделью океанологического процесса является его представление в виде нестационарного, неоднородного вероятностного процесса, подчиняющегося физическим законам гидромеханики [5]. Для поверхностных и внутренних волн [1, 6], уровенных колебаний [9], морских течений [10] подобные модели (с теми или иными допущениями) уже созданы, для других океанологических процессов такая тенденция еще только начинает проявляться [1—4]. В связи с этой общей тенденцией представляет интерес рассмотрение метода расчета вероятностных характеристик ветровых волн (как одного из океанологических процессов) на основе решения уравнения баланса волновой энергии в спектральной форме [16].¹

¹ В настоящее время еще не сложилось единого метода для решения систем стохастических дифференциальных уравнений, однако разработаны общие методы решения систем уравнений [1, 3, 10—14], успешно применяемые в ряде областей науки и техники. Один из таких методов состоит в представлении неизвестных и известных функций в виде интегралов Фурье — Стилтеса и применении к полученным в результате подстановки этих разложений в исходные уравнения выражениям операции математического ожидания. В результате этой процедуры исходные стохастические дифференциальные уравнения сводятся к уравнениям в частных производных относительно спектральной плотности изучаемого процесса [1, 9, 10, 13].

Уравнение баланса волновой энергии в спектральной форме и методы расчета вероятностных характеристик волн

Для описания процесса развития и распространения волн используется уравнение [16]

$$\frac{DS}{Dt} \equiv \frac{\partial S}{\partial t} + v_x \frac{\partial S}{\partial x} + v_y \frac{\partial S}{\partial y} + k'_x \frac{\partial S}{\partial k_x} + k'_y \frac{\partial S}{\partial k_y} = G; \quad (1)$$

где $S(x, y, t, \omega, \theta)$ — пространственно-временная плотность волнового процесса; v_x, v_y — компоненты вектора групповой скорости, определяемые как функции частоты ω и направления θ распространения спектральных составляющих; k_x, k_y, k'_x, k'_y — компоненты волнового вектора и их производные по времени; $G = G(x, y, t, \omega, \theta)$ — функция источника, записываемая в [15] в виде

$$G = \sum_i G_i \quad (2)$$

и учитывающая взаимодействие волнового поля с полями ветра и давления в приводном слое атмосферы, с течениями и перемешиванием в верхнем деятельном слое моря, перераспределение энергии процессами нелинейных взаимодействий спектральных составляющих волнового поля, процессы обрушения волн, диссипацию энергии на мелководье и т. д.¹ Количество и вид слагаемых G_i изучены в настоящее время недостаточно [1, 6—8, 15]; некоторые слагаемые вычислены для идеализированных условий, другие — содержат параметры и функции, о которых пока еще имеются лишь приближенные представления. Однако, несмотря на отмеченные трудности в развитии спектральной теории волн, а также на сложность экспериментальной проверки зависимости компонент G_i от условий волнообразования [20], уравнение (1) положено в основу большинства современных методов расчета и прогноза вероятностных характеристик волн: во Франции (Жельси, Казалье и др. 1957), США (Барнетт 1968; Пирсон, Тик, Байер 1969), Англии (Дарбишайр 1959; Ювинг 1971), Германии (Пист 1968), Норвегии (Хауг 1968), Японии (Мияцзава 1971; Исозаки и Уи 1971—1973)² и другие [21—25]. Функция источника G в правой части уравнения (1) задается в указанных методах в виде эмпирических зависимостей, полученных при тех или иных предположениях и сопоставленных с натурными данными непосредственно или косвенно. Не останавливаясь на детальном анализе каждого из методов (см. обзорные разделы [7, 15, 19]), рассмотрим основные компоненты G_i в (2) на примере метода Барнетта [26]. В основу этого

¹ В работе [17] приводится другой вид уравнения (1), более удобный при изучении закономерностей волнения на мелководье (см. также [18]).

² См. библиографию в работах [7, 15, 19, 20].

метода положено уравнение (1), записанное для волн на глубокой воде вне зоны трансформации в виде ¹

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v_x \frac{\partial S}{\partial x} + v_y \frac{\partial S}{\partial y} = G, \quad (3)$$

где

$$v_x = \frac{g}{2\omega} \cos \theta, \quad v_y = \frac{g}{2\omega} \sin \theta, \quad (4)$$

$$G = (\alpha + \beta S)(1 - \mu) + \Gamma - \tau S. \quad (5)$$

Коэффициенты α , β задаются на основе теории Филлипса и Майлза с учетом эмпирического спектра Пристли и экспериментальных данных Снайдера и Кокса, Барнетта и Вилькерсона. Величина α определяется в соответствии с [1] выражением

$$\alpha = \frac{4\pi^2 k \omega^3}{\rho_w^2 g^3} \Pi(k, \omega), \quad (6)$$

где $\Pi(k, \omega)$ задано в виде

$$\Pi(k, \omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\pi^2} \left(\frac{m_2}{m_2^2 + k^2 \sin^2 \varphi} \right) \left(\frac{m_1}{m_1^2 + (k \cos \varphi - \lambda)^2} \right), \quad (7)$$

$$m_1 = 0,52(\omega/U)^{0,95}, \quad m_2 = 0,33(\omega/U)^{1,28}, \quad \lambda = \omega/U.$$

Выражение (7) получено Пристли путем аппроксимации спектров давления, вычисленных по данным измерения над сушей. Функция $\Phi(\omega)$ зависит от скорости ветра и еще ряда факторов, но из-за недостаточного количества экспериментальных данных (особенно по измерениям в приводном слое) задается в виде

$$\Phi(\omega) = 1,23 \omega^{-2} U^6. \quad (8)$$

Для β принимается аппроксимативное выражение

$$\beta = \frac{5\rho_a f}{\rho_w} \left(\frac{U \omega \cos \varphi}{g} - 0,9 \right). \quad (9)$$

Нелинейные взаимодействия между спектральными составляющими учитываются через коэффициенты Γ , τ . Эти коэффициенты задаются Барнеттом в виде

$$\begin{aligned} \Gamma = & \frac{4,4 \cdot 10^8 E^3 f_0^8}{g^4} \cos^4 (\theta - \theta_0) \left(\frac{f - 0,42 f_0}{f} \right)^3 \times \\ & \times \exp \left[-4 \left(1 - \frac{f_0}{f} \right)^2 + 0,1 \left(\frac{f_0}{f} \right)^5 \right] \quad \text{при } f > 0,42 f_0, |\theta - \theta_0| < \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (10)$$

¹ Уравнение (3) получено из (1) путем отбрасывания членов $k'_x \partial S / \partial k_x$ и $k'_y \partial S / \partial k_y$, влияние которых довольно существенно лишь в мелководных акваториях [15, 17, 18].

$$\tau = \frac{7,5 \cdot 10^7 E^2}{g^4 f} (1 + 16 |\cos(\theta - \theta_0)|) f_0^7 (f - 0,53 f_0)^3$$

$$\text{при } f > 0,53 f_0, f = \frac{\omega}{2\pi}, F(f, \theta) = 2\pi S(\omega, \theta) \quad (11)$$

и зависят от трех параметров: дисперсии волнового процесса

$$E = \iint F(f, \theta) df d\theta, \quad (12)$$

средней частоты пространственного спектра

$$f_0 = \frac{1}{E} \iint F(f, \theta) f df d\theta \quad (13)$$

и среднего направления спектральных составляющих

$$\theta_0 = \frac{1}{E} \iint F(f, \theta) \theta df d\theta. \quad (14)$$

Множитель $(1-\mu)$ в выражении (5) учитывает влияние обрушения волн и наличие в частотном спектре волн равновесной области вида

$$S_p(\omega, \theta) = A g^2 \omega^{-5} D(\theta), \quad (15)$$

где $A=0,78 \cdot 10^{-2}$; $D(\theta)$ — функция углового распределения волновой энергии на участке $(\omega \geq \omega_p)$.

Т. П. Барнетт задает μ в виде

$$\mu = 0,8 \exp \left[0,5 \frac{S(\omega, \theta) - S_p(\omega, \theta)}{S(\omega, \theta)} \right]. \quad (16)$$

Рассмотрим аналитическое и численное решения уравнения (3) с правой частью вида (5) при граничных условиях¹

$$S(x, y, t)|_{x=x_0} = S_1(x_0, y, t) \quad (17)$$

или

$$S(x, y, t)|_{y=y_0} = S_2(x, y_0, t) \quad (18)$$

и начальных условиях

$$S(x, y, t)|_{t=t_0} = S_3(x, y, t_0). \quad (19)$$

Аналитические решения уравнения баланса волновой энергии в спектральной форме

Решение уравнения (3) с начальными и граничными условиями (17)–(19) необходимо рассматривать как решение смешанной задачи Коши. Наиболее просто эта задача решается при $G \equiv 0$, интерпретируемом [8] как модель распространения мертвой зыби на глубокой воде без учета нелинейных взаимодействий между волновыми спектральными составляющими и диссипации волновой

¹ Обобщение граничных условий на случай произвольного контура приведено в работах [8, 16].

энергии. В работе [8] показано, что в этом случае решением задачи являются: при условии (17)

$$S(x, y, t) = S_1 \left[x_0, y - \frac{v_x}{v_y} (x - x_0), t - \frac{x - x_0}{v_x} \right], \quad (20)$$

а при условии (19)

$$S(x, y, t) = S_3 [x - v_x(t - t_0), y - v_y(t - t_0), t_0]. \quad (21)$$

Другой простой случай, допускающий аналитическое решение поставленной задачи, будет при

$$G_{1,2} = \alpha + \beta S, \quad (22)$$

когда α и β рассматриваются как функции только ω и θ и не зависят от x, y, t . Этот случай интерпретируется [8], как модель развития и распространения волн на глубокой воде под действием ветра, не меняющегося во времени и пространстве, без учета нелинейных взаимодействий между ветровыми и волновыми полями, а также между волновыми спектральными составляющими и без учета диссипации волновой энергии.

Согласно [8] решение при условии (17) имеет вид

$$S(x, y, t) = S_1 \left[x_0, y - \frac{v_y}{v_x} (x - x_0), t - \frac{x - x_0}{v_y} \right] \times \\ \times \exp \left(\beta \left(\frac{x - x_0}{v_x} \right) \right) + \frac{\alpha}{\beta} \left[\exp \left(\beta \left(\frac{x - x_0}{v_x} \right) \right) - 1 \right]. \quad (23)$$

Одной из характерных особенностей спектральной структуры ветрового волнения [27] является наличие в частотном спектре волн равновесной области вида (15). В методе Барнетта эта особенность спектральной структуры учитывается множителем $(1 - \mu)$ в выражении (5). Рассмотрим решение уравнения (3) с правой частью вида

$$Q_3 = (\alpha + \beta S)(1 - \mu) \quad (24)$$

при начальном условии (19). Решение поставленной задачи возможно (при $\alpha(x, y)$ и $\beta(x, y)$, не зависящих от времени t) в неявном виде:

$$(S + \alpha/\beta) \nu(S) = \left(S_1 + \frac{\alpha_1}{\beta_1} \right) \nu(S_1) \exp(\beta t - \beta_1 t_0), \quad (25)$$

где

$$S_1 = S(t_0, x - v_x(t - t_0), y - v_y(t - t_0)),$$

$$\alpha_1 = \alpha(x - v_x(t - t_0), y - v_y(t - t_0)),$$

$$\beta_1 = \beta(x - v_x(t - t_0), y - v_y(t - t_0)),$$

$$\nu(S) = \exp \left\{ \beta \int_0^S \frac{\mu(u)}{1 - \mu(u)} \frac{du}{\alpha + \beta u} \right\}. \quad (26)$$

Для изучения решений вида (25) необходимо задать вид функции

$$\mu = \mu(S). \quad (27)$$

В методе Барнетта зависимость (27) имеет вид (16). Для этого вида функции уравнение (25) должно решаться численными или графическими способами.

Среди других аппроксимаций наибольший интерес представляет выражение

$$\mu(S) = (S/S_p)^2, \quad (28)$$

предложенное Ювингом [28]. В этом случае интеграл в (26) берется в квадратурах и (25) будет иметь вид:

$$\frac{(S + S_p)^{\alpha + \beta S_p}}{(S_p - S)^{\alpha + \beta S_p} (\alpha + \beta S)^{2\beta S_p}} = \frac{(S_p + S_1)^{\alpha_1 + \beta_1 S_p}}{(S_p - S_1)^{\alpha_1 + \beta_1 S_p} (\alpha_1 + \beta_1 S_1)^{2\beta S_p}} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{2(\alpha^2 - \beta^2 S_p^2)}{S_p} t - \frac{2(\alpha_1^2 - \beta_1^2 S_p^2)}{S_p} t_0 \right\}, \quad (29)$$

Если задать

$$\mu(S) = S/S_p, \quad (30)$$

то в этом случае не только интеграл в (26) берется в квадратурах, но и решение (25) можно получить при $\alpha = \alpha(x, y)$ и $\beta = \beta(x, y)$ в явном виде

$$S = \frac{S_p(\alpha_1 + \beta_1 S_1) \exp \{(\alpha/S_p + \beta)t - (\alpha_1/S_p + \beta_1)t_0\} - \alpha_1(S_p - S_1)}{\beta(S_p - S_1) + (\alpha_1 + \beta_1 S_1) \exp \{(\alpha/S_p + \beta)t - (\alpha_1/S_p + \beta_1)t_0\}} \quad (31)$$

или при постоянных значениях α и β , не зависящих от x, y, t ,

$$S = \frac{S_p(\alpha + \beta S_1) \exp \{(\alpha/S_p + \beta)(t - t_0)\} - \alpha(S_p - S_1)}{\beta(S_p - S_1) + (\alpha + \beta S_1) \exp \{(\alpha/S_p + \beta)(t - t_0)\}}. \quad (32)$$

Очевидно, что при $\mu = 0$ выражение (32) будет аналогично (23). Поскольку выражения (16), (28) и (30) являются аппроксимативными и не подтверждены никакими натурными данными, то в настоящее время трудно отдать предпочтение какому-либо из них.

Все три аппроксимации учитывают эффекты обрушения волн (на глубокой воде вне зоны трансформации) в зависимости от степени развития спектральной составляющей, характеризующей отношением S/S_p (см. рис. 6.2 в работе [7]). При малых S/S_p потери энергии должны быть незначительны, в этом смысле аппроксимации (16) и (28) предпочтительнее, чем (30). По мере развития спектральной составляющей роль множителя $(1 - \mu)$ возрастает. Аппроксимация (28) дает относительно малую долю по сравнению с (13) и (30) количества обрушивающихся волн. Наиболее существенны различия в аппроксимациях (16), (28), (30)

на частотах, близких к равновесной области. Формула (16) предполагает, что при $S=S_p$ значение μ равно 0,8, т. е. на любой стадии развития поступление энергии имеет место (что весьма правдоподобно) и ее избыток по отношению к равновесному участку вида (16) перераспределяется нелинейными взаимодействиями (через величины Γ и τ).

В аппроксимациях (28) и (30) асимптотически при $S \rightarrow S_p$ поступления энергии от ветра нет.¹

Перейдем к анализу решений уравнения (3) с учетом нелинейных взаимодействий. Нелинейные взаимодействия предполагают обмен энергией между спектральными составляющими на различных частотах. Поэтому формальная запись

$$G_5 = \Gamma - \tau S \quad (33)$$

в виде линейной функции отличается от функции (22) тем, что величины Γ и τ существенно зависят (см. выражения (10) и (11)) от стадии развития спектральной составляющей, вида зависимости спектральной плотности волн и параметров E и f_0 от времени.

Вследствие этого решение уравнения (3) с правой частью вида (5) нельзя рассматривать как сумму решений вида (23), с заменой α на Γ и β на τ , и решения (25). В предположении, что Γ и τ на малом отрезке времени не зависят от t , аналитическое решение уравнения (3) с правой частью (5) на глубокой воде при начальном условии (19) имеет вид

$$(S + \alpha/\beta) \nu(S) p(S) = (S_1 + \alpha_1/\beta_1) \nu(S_1) p(S_1) \exp(\beta t - \beta_1 t_0), \quad (34)$$

где

$$p(S) = \exp \left\{ - \int_0^S \frac{G_5(u) du}{G(u) G_3(u)} \right\}; \quad (35)$$

G_5 задается выражением (33) при Γ и τ , определяемых формулами (10), (11); $G_{1,2}$ задается выражением (22) при α и β , определяемых формулами (6), (9).

Таким образом, полученное аналитическое решение является решением поставленной задачи при следующих допущениях: поле ветра стационарно (хотя может быть неоднородным), море глубокое, трансформации волн на мелководье нет, обрушение волн под влиянием воздействия ветра учтено в виде довольно произвольной функции $\mu(S)$, нелинейные взаимодействия учитываются, но коэффициенты Γ и τ принимаются постоянными на малых интервалах времени.

Несмотря на наглядность полученного аналитического решения и на его достоинства при изучении зависимости спектральной

¹ Попутно отметим, что отсутствие в (24) членов, характеризующих нелинейные взаимодействия и также диссипацию волновой энергии, не позволяет объяснить такой эффект, как затухание зыби. Графики функций (16), (28), (30) приведены на рис. 6.2 в работе [7].

плотности волнения в различных точках пространства и в различные моменты времени от компонент правой части уравнения (3), начальных и граничных условий, вряд ли целесообразно построение алгоритма на основе выражения (34).

Неявный вид задания решения, сложность выбора численного метода для расчета значений спектральной плотности, наличие интегральных характеристик, таких, как $v(S)$, $p(S)$, E , f_0 и, кроме того, отсутствие, в общем случае, видимых преимуществ в выигрыше оперативной и внешней памяти ЭВМ, а также в количестве машинного времени, необходимого для расчета спектральной плотности с достаточной степенью ее детализации, обусловили необходимость рассмотрения (наряду с аналитическим) численного решения поставленной задачи.

Численное решение уравнения баланса волновой энергии в спектральной форме

Рассмотрим сеточную область (рис. 1) с шагами Δx и Δy по пространственным переменным. Обозначим через Δt шаг по времени, а через

$$S_{m,k}^n = S(n \Delta t, m \Delta x, k \Delta y, \omega, \theta),$$

$$n = 0, 1, \dots, N; m = 0, 1, \dots, M; k = 0, 1, \dots, K$$

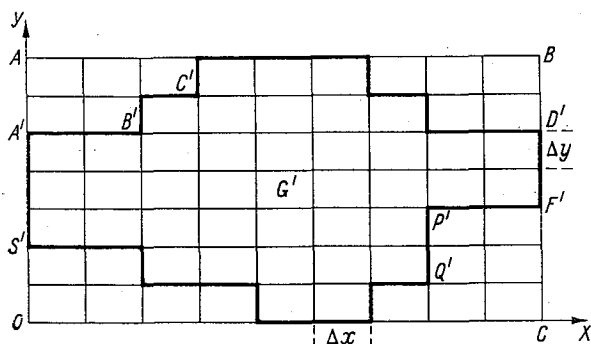


Рис. 1. Сеточная область и граничный контур для численного решения (36) уравнения (3).

значения пространственной спектральной плотности волнения $S(\omega, \theta)$ в узлах этой сетчатой области в моменты времени $n \Delta t$.

Аппроксимируем уравнение (3) двуслойной разностной схемой с весами:

$$\frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m,k}^n}{\Delta t} + c_1 v_x \frac{S_{m,k}^n - S_{m-1,k}^n}{\Delta x} + c_2 v_y \frac{S_{m,k}^n - S_{m,k-1}^n}{\Delta y} +$$

$$\begin{aligned}
& + c_3 v_x \frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m-1,k}^{n+1}}{\Delta x} + c_4 v_y \frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m,k-1}^{n+1}}{\Delta y} + \\
& + c_5 v_y \frac{S_{m+1,k}^n - S_{m,k}^n}{\Delta x} + c_6 v_y \frac{S_{m,k+1}^n - S_{m,k}^n}{\Delta y} + \\
& + c_7 v_x \frac{S_{m+1,k}^{n+1} - S_{m,k}^{n+1}}{\Delta x} + c_8 v_y \frac{S_{m,k+1}^{n+1} - S_{m,k}^{n+1}}{\Delta y} = G_{m,k}^n, \quad (36)
\end{aligned}$$

где

$$c_1 + c_3 + c_5 + c_7 = 1, \quad c_2 + c_4 + c_6 + c_8 = 1. \quad (37)$$

Начальные и граничные условия (17)–(19) аппроксимируем следующим образом:

$$\begin{aligned}
S_{0,k}^n &= S_1(x_0, k \Delta y, n \Delta t), \quad S_{m,0}^n = S_2(m \Delta x, y_0, n \Delta t), \\
S_{m,k}^0 &= S_3(m \Delta x, k \Delta y, t_0). \quad (38)
\end{aligned}$$

Пользуясь разложением в ряд Тейлора, найдем погрешность R аппроксимации (36) уравнения (3)

$$\begin{aligned}
R &= 0,5 \Delta t S_{tt} - 0,5 \Delta x v_x (c_1 + c_3 - c_5 - c_7) S_{xx} - \\
&- 0,5 \Delta y v_y (c_2 + c_4 - c_6 - c_8) S_{yy} + \Delta t (c_3 + c_7) v_x S_{tx} + \\
&+ \Delta t (c_4 + c_8) v_y S_{ty} + O(\Delta t, \Delta x, \Delta y). \quad (39)
\end{aligned}$$

Схема (36) имеет 1-й порядок точности [8].

При использовании численного решения (36) с начальными и граничными условиями (38) для модельного расчета волн в конкретной акватории необходимо задать вид функции $G_{m,k}^n$ (т. е. указать количество компонент функции источника (2), конкретизировать запись каждой из компонент G_i и определить значения параметров в выражениях для этих компонент), аппроксимировать акваторию сетчатой областью с определенной конфигурацией границы контура, конкретизировать запись выражений для функции $S_1(\dots)$, $S_2(\dots)$, $S_3(\dots)$ в (38).

Рассмотрим основные особенности вычислительного процесса на примере метода расчета волн, предложенного Барнеттом, т. е. для функции источника вида (5), применительного к сетчатой области, представленной на рис. 1.¹

Описание вычислительного процесса

Аппроксимируем пространственный спектр волн $S(\omega, \theta)$ в каждой точке сетчатой области набором дискретных спектральных составляющих $S(\omega_r, \theta_p)$, количество которых (l по частоте и s

¹ По ходу изложения будут сделаны замечания о возможности модификации описываемого вычислительного процесса для функции источника, отличающейся от (5) и конфигурации контура, отличающейся от рис. 1.

по направлению) зависит от типа и интенсивности волнения, условий волнообразования и т. д. Будем считать, что $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, т. е. коэффициент p_x в (3) всегда положителен, а v_y может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Одной из основных особенностей метода расчета (5) является наличие компонент Γ и τ , зависящих от величин E, f_0 и θ_0 , изменяющихся во времени и пространстве. По этой причине необходимо одновременно решать ($l \times s$) уравнений вида (36) и на каждом i -том шаге по времени для всех точек (x_m, y_k) суммировать вычисленные значения $S(\omega_r, \theta_p)$ по формулам (12)–(14) для получения величин $E_i, f_0^{(i)}$ и $\theta_0^{(i)}$. На $(i+1)$ -м шаге в расчете $S(\omega_r, \theta_p)$ участвуют величины Γ и τ , полученные по формулам (10) и (11) при $E=E_i, f_0=f_0^{(i)}, \theta_0=\theta_0^{(i)}$. Конкретная вычислительная схема получается путем модификации общей разностной схемы (36), при этом веса c_i ($i=1, 2, \dots, 8$), определяющие вид разностной схемы, выбираются в зависимости от условий устойчивости и поэтому существенным образом зависят от знака и величины коэффициентов v_x, v_y .

В зависимости от знака направления θ_p распространения спектральной составляющей $S(\omega_r, \theta_p)$ в исходной системе ($l \times s$) уравнений (3) выделяются уравнения двух видов:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v \cos \theta \frac{\partial S}{\partial x} + v \sin \theta \frac{\partial S}{\partial y} = G \quad (40)$$

для $\theta_p \geq 0$ и

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v \cos \theta \frac{\partial S}{\partial x} - v \sin |\theta| \frac{\partial S}{\partial y} = G \quad (41)$$

для $\theta_p < 0$.

В последнем случае условия (38) необходимо дополнить еще одним граничным условием

$$S_{m, k}^n = S_4(m \Delta x, K \Delta y, n \Delta t). \quad (42)$$

Бассейн, в котором производится расчет волнения, вписывается в сеточную область с прямоугольной границей $OABC$ (см. рис. 1). Сеточная область состоит из $M \times K$ элементарных прямоугольников со сторонами Δx и Δy ($\Delta x, \Delta y$ — постоянные).

Береговая линия бассейна аппроксимируется ломаной $A'B' \dots P'Q' \dots S'$, проходящей по соответствующим сторонам элементарных прямоугольников. Таким образом, исходная прямоугольная область $OABC$ разбивается этой линией на две области: внешнюю G и внутреннюю G' .

Учитывая ограничения памяти ЭВМ и необходимую пространственную подробность при расчете вероятностных характеристик (уменьшение величины шагов Δx и Δy), в ряде вариантов целесообразно проведение расчетов по последовательности областей облучаемого вида (см. рис. 1), в общем случае, с различными Δx и Δy в каждой области.

В соответствии с (38) начальными данными в области G' для решения являются значения спектральной плотности $S(\omega_r, \theta_p)$ в узлах сеточной области (x_i, y_j) : $x_i = i\Delta x$; $y_j = j\Delta y$; $i = 1, 2, \dots, M$; $j = 1, 2, \dots, K$ — в момент времени t_0 . Наибольший интерес для практических расчетов представляют два случая задания начальных условий:

$$1) S(x, y, t, \omega, \theta)|_{t=t_0} = 0, \quad (43)$$

$$2) S(x, y, t, \omega, \theta)|_{t=t_0} = S_0(x, y, \omega, \theta), \quad (44)$$

причем

$$S_0(x, y, \omega, \theta) = S(\omega)Q(\omega, \theta). \quad (45)$$

В формуле (45) частотный спектр волн $S(\omega)$ и функция углового распределения волновой энергии $Q(\omega, \theta)$ могут задаваться любыми аппроксимативными формулами (см. работу [7]).

В соответствии с (38), (42) в качестве граничных условий для решения задаются значения двумерной спектральной плотности волнения на внешней границе области, кроме участка $D'F'$ границы (см. рис. 1.), в соответствующих узлах сеточной области в различные моменты времени. Наибольший интерес представляют следующие граничные условия: на участках $A' \dots D'$, $F' \dots S'$ и $A' S'$

а) $S(t, \omega, \theta) \equiv 0$, т. е. на береговой линии волн нет;

б) граничные точки являются узлами сеточной области, в которых спектральная плотность волн рассчитывается по общим правилам.

Кроме того, на границе $A' \dots S'$ имеет смысл предусмотреть вариант расчета

$$в) S(x, y, t, \omega, \theta)|_{A' \dots S'} = S_1(x^*, y^*, t, \omega, \theta), \quad (46)$$

где $S_1(x^*, y^*, t, \omega, \theta)$ задается аппроксимативными формулами или получается в результате расчета по сеточной области, примыкающей к данной.

Вполне естественно, что начальные и граничные условия должны быть согласованы, т. е. удовлетворять соотношению

$$S_1(x^*, y^*, t, \omega, \theta)|_{t=t_0} = S_0(x^*, y^*, t_0, \omega, \theta). \quad (47)$$

Попутно отметим, что начальные условия вида (43) должны быть заданы при всех x, y , за исключением узлов сеточной области на участке $D'F'$ границы.

Для уравнения (40) разностная схема (36) имеет вид

$$\frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m,k}^n}{\Delta t} + c_1 v_x \frac{S_{m,k}^n - S_{m-1,k}^n}{\Delta x} + c_2 v_y \frac{S_{m,k}^n - S_{m,k-1}^n}{\Delta y} +$$

$$+ c_3 v_x \frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m-1,k}^{n+1}}{\Delta x} + c_4 v_y \frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m,k-1}^{n+1}}{\Delta y} = G_{m,k}^n, \quad (48)$$

где $c_1 + c_3 = 1$, $c_2 + c_4 = 1$.

При вычислении по схеме (48) граничные условия должны быть заданы на $A'S'$ и $S' \dots Q'p'F'$, поскольку при $\theta_p \geq 0$ волновая энергия может поступать только через указанные границы, но не через $A'B'C' \dots D'$.

Значения весовых коэффициентов c_i задаются в зависимости от условий устойчивости

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \cos \theta_p + \frac{\Delta t}{\Delta y} \sin |\theta_p| < \frac{1}{v}. \quad (49)$$

Если при заданных Δt , Δx , Δy , 0_p условия (49) выполняются¹, то

$$c_1 = c_2 = 1, \quad c_3 = c_4 = 0, \quad (50)$$

в противном случае

$$c_1 = c_2 = 0, \quad c_3 = c_4 = 1. \quad (51)$$

В соответствии с выбором весовых множителей вычислительная схема (48) будет иметь вид

$$\frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m,k}^n}{\Delta t} + v_x \frac{S_{m,k}^n - S_{m-1,k}^n}{\Delta x} + v_y \frac{S_{m,k}^n - S_{m,k-1}^n}{\Delta y} = G_{m,k}^n \quad (52)$$

при c_i , определяемых соотношениями (50), или

$$\frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m,k}^n}{\Delta t} + v_x \frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m-1,k}^{n+1}}{\Delta x} + v_y \frac{S_{m,k}^{n+1} - S_{m,k-1}^{n+1}}{\Delta y} = G_{m,k}^n \quad (53)$$

при c_i , определяемых соотношениями (51).

Для большей наглядности перепишем выражения (52) и (53) с учетом того, что

$$G_{m,k}^n = (\alpha + \beta S_{m,k}^n)(1 - \mu_{m,k}^n) + \Gamma_{m,k}^n - \tau_{m,k}^n S_{m,k}^n, \quad (54)$$

в виде

$$\begin{aligned} S_{m,k}^{n+1} = & \left\{ 1 - v_x \frac{\Delta t}{\Delta x} - v_y \frac{\Delta t}{\Delta y} + [\beta(1 - \mu_{m,k}^n) - \tau_{m,k}^n] \Delta t \right\} S_{m,k}^n + \\ & + v_x \frac{\Delta t}{\Delta x} S_{m-1,k}^n + v_y \frac{\Delta t}{\Delta y} S_{m,k-1}^n + [\alpha - \mu_{m,k}^n + \Gamma_{m,k}^n] \Delta t; \quad (55) \\ S_{m,k}^{n+1} = & \frac{1}{\left(1 + v_x \frac{\Delta t}{\Delta x} + v_y \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)} \left\{ [1 + \beta(1 - \mu_{m,k}^n) - \tau_{m,k}^n] S_{m,k}^n + \right. \end{aligned}$$

¹ Следует отметить, что весами вида (51) можно пользоваться независимо от выполнения условия (49). Однако, задание сочетания весов (50) и (51) приводит к меньшим погрешностям вычислений, задание дробных значений весов c_i приводит к большему объему вычислений.

$$+ v_x \frac{\Delta t}{\Delta x} S_{m-1, k}^{n+1} + v_y \frac{\Delta t}{\Delta y} S_{m, k-1}^{n+1} + [a(1 - \mu_{m, k}^n) + \Gamma_{m, k}^n] \Delta t \}. \quad (56)$$

Из выражения (55) (а еще более наглядно из рис. 2 а) видно, что значения $S_{m, k}^{n+1}$ спектральных составляющих на $(n+1)$ -м слое в (m, k) -м узле сеточной области вычисляются по трем величинам $S_{m, k-1}^n$, $S_{m, k}^n$, $S_{m-1, k}^n$, принадлежащим n -му слою, и $(m-1, k)$, (m, k) , $(m+1, k)$ узлам сеточной области. При этом порядок расчета определяется следующим образом: при фиксированном значении $(m-1)$ индекс k пробегает значения от 1 до K , затем первый ин-

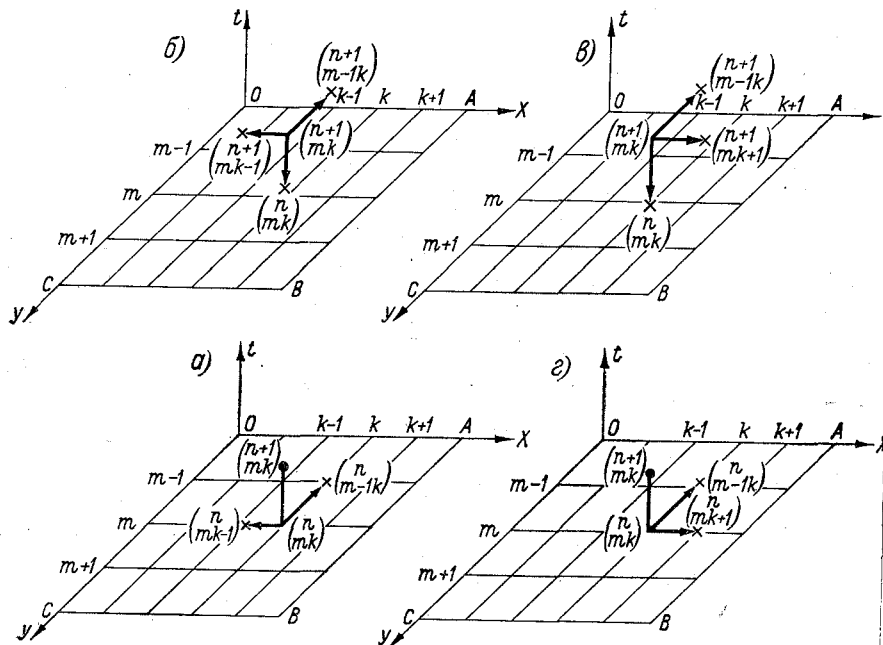


Рис. 2. Схемы аппроксимации уравнения (3) разностными уравнениями.
а — (52) и (55), б — (53) и (56), в — (60) и (62), г — (61) и (63).

декс принимает значение m и т. д. Когда во всех $M \times K$ узлах сеточной области вычислены значения $S_{m, k}^{n+1}$, переходим аналогичным образом к расчету $S_{m, k}^{n+2}$. Наиболее существенным моментом в рассматриваемой вычислительной схеме (55) является то, что индексы m и k изменяются в сторону их увеличения, но не наоборот. Какой из индексов m или k изменяется при фиксированном другом индексе несущественно. Вычислительная схема (56) предусматривает (рис. 2 б) расчет значений $S_{m, k}^{n+1}$ спектральных составляющих на $(n+1)$ -м слое в (m, k) -м узле по двум величинам

$S_{m, k-1}^{n+1}$ и $S_{m-1, k}^{n+1}$, принадлежащим $(n+1)$ -му слою, и величине $S_{m, k}^n$, принадлежащей n -му слою. Порядок перебора индексов n, m, k совпадает с определенным выше.

Для уравнения (41), т. е. при $\theta_p < 0$, разностная схема (36) имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{S_{m, k}^{n+1} - S_{m, k}^n}{\Delta t} + c_1 v_x \frac{S_{m, k}^n - S_{m-1, k}^n}{\Delta x} + c_3 v_x \frac{S_{m, k}^{n+1} - S_{m-1, k}^{n+1}}{\Delta x} + \\ & + c_6 v_y \frac{S_{m, k+1}^n - S_{m, k}^n}{\Delta y} + c_8 v_y \frac{S_{m, k+1}^{n+1} - S_{m, k}^{n+1}}{\Delta y} = G_{m, k}^n, \end{aligned} \quad (57)$$

где $c_1 + c_3 = 1$, $c_6 + c_8 = 1$.

При вычислении по схеме (57) граничные условия должны быть заданы на $A'S'$ и $A'B'C' \dots D'$, поскольку при $\theta_p < 0$ волновая энергия может поступать только через указанные границы, но не через $S' \dots Q' P' F'$. Значения весовых коэффициентов c_i задаются в зависимости от условия устойчивости (49). Если при заданных $\Delta t, \Delta x, \Delta y$ условие (49) выполняется, то

$$c_1 = c_6 = 1, \quad c_3 = c_8 = 0, \quad (58)$$

в противном случае¹

$$c_1 = c_6 = 0, \quad c_3 = c_8 = 1. \quad (59)$$

В соответствии с выбором весовых множителей разностная схема (57) будет иметь вид

$$\frac{S_{m, k}^{n+1} - S_{m, k}^n}{\Delta t} + v_x \frac{S_{m, k}^n - S_{m-1, k}^n}{\Delta x} + v_y \frac{S_{m, k+1}^n - S_{m, k}^n}{\Delta y} = G_{m, k}^n \quad (60)$$

при c_i , определяемых соотношением (58), и

$$\frac{S_{m, k}^{n+1} - S_{m, k}^n}{\Delta t} + v_x \frac{S_{m, k}^{n+1} - S_{m-1, k}^{n+1}}{\Delta x} + v_y \frac{S_{m, k+1}^{n+1} - S_{m, k}^{n+1}}{\Delta x} = G_{m, k}^n \quad (61)$$

при c_i , определяемых соотношением (59).

Для большей наглядности перепишем выражения (60) и (61) с учетом (54) в виде

$$\begin{aligned} S_{m, k}^{n+1} = & \left\{ 1 - v \cos \theta \frac{\Delta t}{\Delta x} - v \sin |\theta| \frac{\Delta t}{\Delta y} + [\beta (1 - \mu_{m, k}^n) - \tau_{m, k}^n] \Delta t \right\} \times \\ & \times S_{m, k}^n + v \cos \theta \frac{\Delta t}{\Delta x} S_{m-1, k}^n + v \sin |\theta| \frac{\Delta t}{\Delta y} S_{m, k+1}^n + \\ & + [\alpha (1 - \mu_{m, k}^n) + \Gamma_{m, k}^n] \Delta t; \quad (62) \\ S_{m, k}^{n+1} = & \frac{1}{\left(1 + v \cos \theta \frac{\Delta t}{\Delta x} + v \sin |\theta| \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)} \times \end{aligned}$$

¹ Условиями (59) можно пользоваться независимо от условия (49).

$$\times \left\{ [1 + \beta(1 - \mu_{m,k}^n) - \tau_{m,k}^n] S_{m,k}^n + v \cos \theta \frac{\Delta t}{\Delta x} S_{m-1,k}^{n+1} + v \sin |\theta| \frac{\Delta t}{\Delta y} S_{m,k+1}^{n+1} + [\alpha(1 - \mu_{m,k}^n) + \Gamma_{m,k}^n] \Delta t \right\}. \quad (63)$$

Из выражения (62) (а еще более наглядно из рис. 2 в) видно, что значения $S_{m,k}^{n+1}$ вычисляются по трем величинам $S_{m,k}^n$, $S_{m-1,k}^n$, $S_{m,k+1}^n$, принадлежащим n -му слою, и $(m, k-1)$, (m, k) , $(m-1, k)$ узлам сеточной области. Расчет ведется по индексу m в порядке возрастания и индексу k в порядке убывания.

Вычислительная схема (63) предусматривает (рис. 2 г) расчет значений $S_{m,k}^{n+1}$ по двум величинам $S_{m-1,k}^{n+1}$, $S_{m,k+1}^{n+1}$, принадлежащим $(n+1)$ -му слою, и величине $S_{m,k}^n$, принадлежащей n -му слою. Порядок перебора индексов n , m , k такой же, как и в предыдущей схеме.

Из рассмотрения вычислительных схем (52), (53), (60), (61) можно сделать вывод, что относительные устойчивые схемы (52) и (60) обладают рядом преимуществ (простота расчета, конечная область зависимости решения разностного уравнения и т. д.) перед абсолютно устойчивыми (53) и (61). По этой причине желательно проведение возможно большего количества вычислений по схемам (52) и (60). Учитывая зависимость v от ω (см. (4)), можно подобрать такое Δt , чтобы условие устойчивости (49) выполнялось для всех или почти всех ω . В практических расчетах всегда приходится принимать компромиссное решение между желательным уменьшением временного шага Δt и нежелательным увеличением времени вычислений.

Для выполнения модельных расчетов вероятностных характеристик волнения при различных условиях волнообразования составлена на языке АЛГОЛ для транслятора ТА-1М (ЭВМ М-220, 222) программа «УБ». В основу этой программы положен алгоритм (36) численного интегрирования уравнения (3) баланса волновой энергии с правой частью вида (5) при различных вариантах задания начальных и граничных условий (17)—(19).

Описание программы «УБ»

Программа «УБ» предназначена для расчета значений спектральной плотности $S(\omega, 0)$, средних высот $\bar{h}$ и периодов τ ветрового волнения и зыби на глубокой воде в узлах сетчатой области заданного вида.

В программе предусмотрен ряд вариантов расчета в зависимости от:

- условий волнообразования;
- конфигурации граничного контура бассейна;
- принятой модели, т. е. вида правой части уравнения (3).

I. По условиям волнообразования варианты разделяются на следующие случаи:

- 1) ветровое волнение, развивающееся в широком бассейне при ограниченном разгоне (ветер с берега);
- 2) развитие волнения в узком море или заливе;
- 3) развитие волнения в некоторой области океана, удаленной от берегов (бесконечно большой разгон);
- 4) распространение зыби в узком бассейне;
- 5) распространение зыби в широком бассейне;
- 6) развитие и распространение волн в бассейне различной конфигурации при наличии ветра и зыби.

II. Ветровое поле в программе может быть задано:

- 1) однородным в пространстве и неизменным во времени (в частности, скорость ветра равна нулю);
- 2) однородным в пространстве и переменным во времени.¹

III. В начальный момент времени могут быть заданы:

- 1) значения спектральной плотности $S(\omega, \theta)$ по аппроксимативным формулам (45) или

- 2) эти значения равны нулю.

IV. В зависимости от конфигурации граничного контура бассейна возможны следующие варианты:

- 1) прямоугольник;
- 2) многоугольник (ломаная);
- 3) последовательность областей вида 1 или 2;
- 4) многосвязная область (при наличии островов) в виде 1—3.

V. Допустимы расчеты по модели Барнетта в виде (5) или с учетом лишь отдельных компонент (6), (9), (10), (11); (16), а также по модели DSA.²

Для задания варианта расчета служат условные числа, являющиеся элементами массивов ωa , ss [1 : 24].

Массив ωa [1 : 24]. Список элементов массива и краткие комментарии по значениям этих элементов приведены в табл. 1. В процессе расчета по программе получается большой объем информации: значения $S(\omega_r, \theta_p)$ в моменты времени t_i в точках (x_m, y_k) исходного контура. Для последующего анализа на печать целесообразно выводить лишь часть этой информации. С этой целью элементы ωa [1], ωa [10], ωa [11], ωa [13], ωa [15], ωa [16] задают ограничения в печати значений $S(\omega_r, \theta_p)$ по x , y , t и θ , а элементы ωa [5] — ограничение в печати значений $\bar{h}$ и τ по t .

Правая часть уравнения (3) может быть задана в форме Барнетта и DSA (элемент ωa [3]). Для схемы Барнетта, кроме того, должны быть дополнительно определены значения элементов ωa [2] и ωa [4]. Наибольший интерес представляют случаи, перечисленные в табл. 2.

¹ Неоднородность в пространстве ветрового поля может быть учтена при разбиении исходной области на части и последующем расчете волн по последовательности заданных областей.

² В настоящей работе описание метода DSA не приводится (см. работы [7, 19]). В программу в виде условных операторов включены выражения компонент, принятых в DSA-5M, путем замены выражения (5) выражением $G=A-BS$.

Массив ωa (1:24)

Подряд- ный номер эле- мента	Значение элемента	Примечание
1	Натураль- ное число	Определяющее порядок печати значений $S(\omega, \theta)$ в точках расчетного контура в моменты времени $t = \omega a [1] \times i \times \Delta t$, $t_i = 1, 2, \dots$
2	1 0	Γ и τ рассчитываются по формулам (10) и (11) Γ и τ равны нулю
3	0 5	Правая часть уравнения (3) задана в форме Барнетта (5)
4	2 4 6 7	Правая часть уравнения (3) задана в виде DSA См. пояснения в тексте Значения μ вычислены по формуле (16) (28) (30)
5	Натураль- ное число	Определяет порядок печати значений $\bar{n}$ и $\bar{\tau}$ в точках расчетного контура в моменты времени $t = \omega a [5] \times i \times \Delta t$, $i = 1, 2, \dots$
6	То же	Число областей, на которые разбита исходная сеточная область
7	0	Условное число, определяющее выбор схемы вычисления (см. пояснение в тексте); l — число частот $0 \leq rr \leq l$
8	0	Определяет порядок печати сегмента значений $S(\omega_r, \theta_q)$, удовлетворяющих условию $\omega a [10] \times \Delta \theta \leq p \Delta \theta \leq \omega a [11] \times \Delta \theta$
9	Целое со знаком	То же
10	То же	Расчет в узком бассейне
11	0	Расчет в широком бассейне
12	1	Определяет порядок печати $S(\omega, \theta)$ в точках расчетного контура, принадлежащих сечениям $x = \omega a [13] \times i \times \Delta x$, $i = 1, 2, \dots$
13	Натураль- ное число	

14	0	
15	Натуральное число	Номера сечений $y_1 = wa[15] \times \Delta y$ и $y_2 = wa[16] \times \Delta y$, на которых будут отмечаны вычисленные значения спектральной плотности
16	То же	То же
17	0	
18	0	
19	0	
20	0	
21	0 1	Расчет ведется для области, контуры которой закодированы элементами массива <i>cir</i> Расчет ведется для прямоугольного бассейна (массив <i>cir</i> не нужен)
22	0 1	Расчет волн при ограниченном разгоне То же, при больших (неограниченных) разгонах
23	Натуральное число	Равное номеру области в варианте расчета по последовательности областей
24	То же	Число изменений скорости ветра, значения которых определены массивом $V[1 : wa[24]]$

В программе задается специальное число rr (элемент wa [8]) — номер частоты f_{rr} ($rr=0, 1, \dots, l$), начиная с которой счет идет по схемам (52) и (60). Если при этом условие (49) не выполняется, то шаг автоматически уменьшается в 2, 4 раза и т. д. При $rr=0$ счет идет только по схемам (52) и (60), что при малых начальных частотах может привести к непомерно малому шагу по времени, поэтому лучше брать rr равным 1 или 2. Группа параметров wa [12], wa [22], wa [21], wa [6] и wa [23] определяет вид бассейна. Два последних параметра управляют разбиением области G' на несколько подобластей, что часто бывает необходимым из-за недостатка оперативной памяти. Описание этого процесса приведено в конце пояснений к массиву ss .

Таблица 2

Основные варианты расчета

Номер варианта	wa [3]	wa [2]	wa [4]	Примечание
1	0	1	4	Правая часть уравнения [3] задана в форме (5)
2	0	0	4	Из правой части вида (5) исключены слагаемые, содержащие Γ и τ
3	5	0	2	Правая часть уравнения (3) задана в форме DSA
4	0	1	2	Соответствуют различным модификациям метода Барнетта за счет варьирования вида функции (27)
	0	1	6	
	0	1	7	

Примечание. В варианте 4 использование комбинаций значений wa [2], wa [3], wa [4], отличающихся от указанных в вариантах 1, 2, 3, не рекомендуется из-за сложности физической интерпретации результатов расчета.

При расчете волн в широком бассейне (wa [12]=1 и wa [21]=1) достаточно взять $K=3$ ($K=ss$ [3]). В процессе расчета для каждого момента времени $t=i\Delta t$ ($i=1, 2, \dots$) граничным условиям на боковых границах $y=0$ и $y=2\Delta y$ присваиваются значения спектра на центральном сечении $y=\Delta y$. В случае неограниченного разгона (wa [22]=1 и wa [21]=1) достаточно взять $M=2$ ($M=ss$ [2]), тогда в каждый момент времени $t=i\Delta t$ граничным условиям на границе $x=0$ будут присваиваться значения спектра на сечении $x=\Delta x$.

Массив ss [1:24]. Список элементов массива приведен в табл. 3. Первые десять элементов массива задают (или определяют) шаги и число шагов по времени, пространственным переменным, частоте и направлению. Число s направлений θ_p определяется в программе и равно $s=E(\pi/\Delta\theta)$. Параметры ss [11], ss [21] и ss [22] определяют тип волнения: ветровое, зыбь или смешанное. Если ветер W не меняется во времени, то нужно взять ss [24]> ss [1].

Массив cc [1:24]

№ п/п	Обозначение элемента	Примечание
1	T ч	Время развития волнения (или затухания зыби)
2	$M \geq 2$	Число шагов по x
3	$K \geq 3$	Число шагов по y
4	l	Число частот, не считая начальной
5	Δt ч	Величина шага по времени
6	Δx км	Величина шага по оси x
7	Δy км	Величина шага по оси y
8	f_n	Начальная частота (циклическая)
9	Δf	Величина шага по частоте
10	$\Delta \theta$ рад	Величина шага по направлению
11	W м/с	Скорость ветра в начальный момент времени (направление вдоль оси x)
12	0	
13	$0,2 \cdot 10^{-3}$	
14	0,1	
15	$T_v^{\text{зап}} \text{ ч}$	Время, в течение которого $S(\omega, \theta)$ записывается в дополнительное МОЗУ
16	$T_v^{\text{чт}} \text{ ч}$	Время, в течение которого $S(\omega, \theta)$ считывается из дополнительного МОЗУ
17	0	
18	0	
19	0	
20	$\Delta t_v^{\text{чт}}$	Интервал времени, через который $S(\omega, \theta)$ считывается из дополнительного МОЗУ
21	$\bar{h}$	Средняя высота зыби на границе области
22	$\bar{\tau} \neq 0$	Средний период зыби на границе области
23	$\Delta t_v^{\text{зап}}$	Интервал времени, через который $S(\omega, \theta)$ записывается в дополнительное МОЗУ
24	Δt_v	Интервал времени, через который меняется ветер

Группа параметров cc [15], cc [16], cc [20], cc [23], а также wa [6] и wa [23] управляют разбиением расчетной области на несколько подобластей. Остановимся на этом более подробно.

Число шагов M и K по пространственным переменным, а также число шагов l и s по частотам и направлениям должно удовлетворять соотношению $9ls + 5MK < 1800$. Если это неравенство не выполняется, то нужно или уменьшать l и s , или же разбивать

область G' на несколько подобластей G'_v , $v=1, 2, \dots, \delta$ ($\delta=\omega a$ [16], $v=\omega a$ [23]). В каждой из этих подобластей задаются массивы ωa , [1:24] и ss , [1:24]. Постоянными параметрами для всех областей являются δ , l , f_n , Δf , $\Delta \theta$, остальные могут меняться.

Расчет спектра начинается с области G'_1 (рис. 3) для $t=i\Delta t$, $i=1, 2, \dots, E(T_1/\Delta t_1)$, где T_1 — конечное время расчета для области G'_1 . Через равные промежутки времени $\Delta t_1^{\text{зап}}$, где $\Delta t_1^{\text{зап}}$ равно или кратно Δt_1 , значения C_1 массивов $S(\omega, \theta)$ записываются в дополнительное МОЗУ № 1 до момента времени $t=T_1^{\text{зап}} \leq T_1$. При $t=T_1$

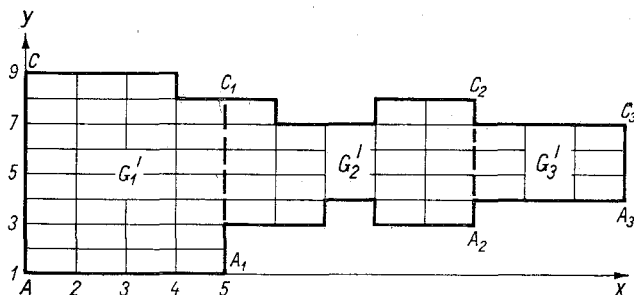


Рис. 3. Разбиение сеточной области на несколько подобластей.

расчет спектра в области G'_2 заканчивается и начинается расчет спектра в области G'_2 для $t=i\Delta t_2$, $i=1, 2, \dots, E(T_2/\Delta t_2)$. На границе A_1C_1 (см. рис. 3) спектр $S(\omega, \theta)$ считывается из дополнительного МОЗУ № 1 через промежутки времени $\Delta t_2^{\text{чит}} = \Delta t_1^{\text{зап}}$ до момента времени $t=T_2^{\text{чит}} \leq T_1^{\text{зап}}$. Через интервалы времени $\Delta t_2^{\text{зап}}$, где $\Delta t_2^{\text{зап}}$ равно или кратно Δt_2 , значения C_2 массивов $S(\omega, \theta)$ записываются в дополнительное МОЗУ № 1 (т. е. запоминается спектр на границе A_2C_2) и т. д.

Если $T_2^{\text{чит}} < T_1^{\text{зап}}$, то, начиная с $t=T_1^{\text{зап}}$, спектр $S(\omega, \theta)$ на границе $A_{v-1}C_{v-1}$ области G'_v не изменяется во времени.

Общая длина массивов $S(\omega, \theta)$, записанных в дополнительном МОЗУ, не должна превышать 4000, т. е. должно выполняться неравенство

$$C_v s l E(T_v^{\text{зап}} / \Delta t_v^{\text{зап}}) < 4000$$

для всех $v=1, 2, \dots, \delta$. Во внутренних областях G'_v ($v=2, 3, \dots, \delta-1$) чтение C_{v-1} массивов $S(\omega, \theta)$ (на границе $v=1, 2, \dots$)

из дополнительного МОЗУ и запись C_v массивов $S(\omega, \theta)$ в то же МОЗУ происходят последовательно. Поэтому должно выполняться неравенство

$$C_{v-1} \frac{\Delta t_v^{\text{зап}}}{\Delta t_v^{\text{чт}}} \leq C_v.$$

Для записи массивов спектров $S(\omega, \theta)$, рассчитанных на границах A_v C_v сеточных областей G'_v в дополнительное МОЗУ № 1, используется стандартная процедура *p0500* (...). Метка *big* указывается на последовательность областей. Если достаточно одной расчетной области, то нужно положить $wa[6] = wa[23] = 1$, остальные четыре параметра произвольны.

Кроме управляющих массивов wa и cc , исходными данными для расчета вероятностных характеристик волнения являются следующие три массива: *cir* [1:2, 1:M] — массив, определяющий конфигурацию соответственно нижней $S' \dots P' F'$ и верхней $A' B' \dots D'$ границ области G' (см. рис. 1). Например, для области G'_1 (см. рис. 3) массив *cir* имеет вид $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 8 & 7 & 7 & 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}$. $V[1:wa[24]]$ — массив скоростей ветра в моменты времени $t = i\Delta t_v$, $i = 1, 2, \dots wa[24]$, $\Delta t_v = cc[24]$. Направление ветра в процессе расчета принято постоянным. $H[2:M, 2:K-1]$ — массив, задающий острова и состоящий из нулей и единиц, причем нули соответствуют островам.

Переход с одного временного слоя на другой (т. е. расчет спектра для каждого $t = i\Delta t$, $i = 1, 2, \dots$) осуществляется оператором перехода с меткой *lab*. В свою очередь расчет спектра на i -том временном слое в каждой точке (x, y) области производится с помощью операторов перехода с метками *lab m* и *lab k*.

В программе используются две стандартные процедуры. Процедура *p0737* (...) на каждом временном слое осуществляет запись $M \times K$ массивов $S(\omega, \theta)$ на МБ (магнитный барабан) и считывание с МБ. Для данной двуслойной задачи наименьшее число массивов, записываемых на МБ, равно $M \times (K+3)$ (это возможно за счет записи массивов $S(\omega, \theta)$, рассчитанных на последующем временном слое на место отработавших массивов $S(\omega, \theta)$ на предыдущем временном слое). Процедура *p0737* (...) составлена таким образом, что число массивов, записываемых на МБ, не должно превышать 120. Поэтому на число шагов по x и по y накладывается ограничение

$$M \times (K+3) < 120.$$

Если это неравенство не выполняется, то данная область разбивается на две или более подобласти.

Вторая стандартная процедура *p0500* (...) осуществляет запись и считывание массивов спектров $S(\omega, \theta)$, рассчитанных на границах A_v C_v (см. рис. 3) сеточных областей G'_v в первое дополнительное МОЗУ.

Таблица 4

Список вводимых массивов

№ п/п	Массив	Вводится при условии
1	$wa, [1:24]$	
2	$ce, [1:24]$	
3	$cir, [1:2, 1:M_v]$	$wa, [21] = 0$
4	$V_v [1:wa, [24]]$	$wa, [24] > 1$
5	$H_v [2:M_v, 2:K_v - 1]$	$wa, [19] = 0$

В процедуру вынесен также расчет α и β . Вынесение в процедуру расчета Γ и τ оказалось нецелесообразным, так как это резко увеличило бы время вычислений. Порядок ввода массивов и печати результатов представлен в табл. 4 и 5. Ввод и печать повторяются j раз.

Таблица 5

Печать результатов

№ п/п	Массив или число	Пояснения
1	$wa, [1:24]$	
2	$ce, [1:24]$	
3	$\alpha [-S:S-1, 0:l]$	Формула (6)
4	$\beta [-S:S-1, 0:l]$	Формула (9)
5	$F[0:l]$	Частотный спектр, заданный на границе области
6	e, f_0	Дисперсия и средняя частота на границе области
7	$cir_v [1:2, 1:M_v]$	
8	$V_v [1:wa, [24]]$	
9	$H[2:M_v, 2:K_v - 1]$	
10	t, x, y, f_n	Печатается при условии: $t = wa [1] \cdot l \cdot \Delta t, l = 1, 2, \dots;$
11	$S(\omega)$	$x = wa [13] \cdot m \cdot \Delta x, m = 1, 2, \dots$
12	$S(\omega, \theta_p)$	$y = wa [15] \Delta y, y = wa [16] \Delta y$
13	t, f_n	Печатается при условии:
14	$\bar{h} [2:M_v, 2:K_v - 1]$	$t = wa [5] \cdot l \cdot \Delta t, l = 1, 2, \dots$
15	$\bar{\tau} [2:M_v, 2:K_v - 1]$	

Программа „УБ”

```

begin integer n, m, k, l, ni, i, j, i1, j1, i2, i3, i4, i5, i7, s;
real dt, dx, dy, df, dq, r1, r2, fn, f, v, c, om, m1, m2, k1, mju, q1,
v1, v2, q, t, e1, f1;
boolean wr, re;
integer array wa [1 : 24]; array cc [1 : 24];
big: p0042 (wa, cc); p1041 (wa); p1041 (cc); wr:=true; re:=false;
h:=cc [1]; m:=cc [2]; k:=cc [3]; l:=cc [4]; dt:=cc [5]; dx:=
cc [6]; dy:=cc [7]; fn:=cc [8]; df:=cc [9]; dq:=cc [10]; s:=
entier (1.572/dq);
begin array a, b, g, tay, mul, F, F1, F2, F3 [-s : s - 1, 0 : l],
e, f0 [1 : m, 1 : k], V [1 : wa [24]], H, hs, fs [2 : m, 2 : k - 1],
Q, cn, ks [-s : s - 1], ft, pr [0 : 1], cir [1 : 2, 1 : m];
procedure albet;
begin if cc [11] = 0 then
begin for j:= -s step 1 until s-1 do
for i:=0 step 1 until l do a [j, i]:=b [j, i]:=0; goto alt
end;
for i:=0 step 1 until l do
begin f:=fn+i×df; om:=6.28×f; k1:=om↑2/9.8;
c:=om/cc [11]; m1:=0.52×c↑0.95; m2:=0.33×c↑1.28;
for j:= -s step 1 until s-1 do
begin a[j, i]:=0.0053×cc [11]↑6×k1×om×10↑(-12)×
(m1/m1↑2+(k1+cn [j])↑2)×(m2/(m2↑2+
(k1+ks [j]-c)↑2));
v:=cc [11]×ks [j]/4.9×om-0.9;
b [j, i]:=if v>0 then 0.00645×f×v else 0;
end
end; alt: p1041 (a); p1041 (b);
end; ni:=t:=0;
ig 1: i2:=i3:=c:=f1:=e1:=mju:=0; dx:=1000×dx; dy:=1000×
dy; dt:=3600×dt; if wa [10]<-s then wa [10]:=-s;
if wa [11]>s-1 then wa [11]:=s-1;
for i:= -s step 1 until s-1 do
begin ks [i]:=cos (i×dq); cn [i]:=sin (i×dq);
Q [i]:=0.85×ks [i]↑4
end;
for i:= 0 step 1 until l do
begin f:=fn+i×df; om:=6.28×f;
ft [i]:=18023.6×cc [21]↑2×cc [22]↑(-5)×om↑(-6)×
exp (-3600×cc [22]↑(-5)×om↑(-5));
for j:= -s step 1 until s-1 do
begin F [j, i]:=ft [i]×Q [j]; e1:=e1+F [j, i];
f1:=f1+F [j, i]×f; F1 [j, i]:=F2 [j, i]:=F3 [j, i]:=0;
end
end;
if e1=0 then f1:=f1/e1; e1:=e1×df×dq;
p1041 (ft); p1041 (e1, f1);

```

```

for j:=1 step 1 until k do
begin e [1, j]:=e1; f0 [1, j]:=f1;
for i:=1 step 1 until m do
begin i7:=(i-1)×k+j; if i=1 then p0737 (wr, i7, F)
else p0737 (wr, i7, F1);
e [i, j]:=f0 [i, j]:=0; cir [1, i]:=1; cir [2, i]:=k
end
end; if wa [21]=0 then
begin p0042 (cir); p1041 (cir) end; if wa [24]=0 then
begin p0042 (V); p1041 (V) end; albet; if wa [19]=0 then
begin p0042 (H); p1041 (H) end;
lab: ni:=ni+1; i4:=-1; t:=t+dt/3600; if t=cc [24]×entier
(t/cc [24]) then
begin cc [11]:=V [24]; albet; end;
if wa [23]≥2∧t≤cc [16]∧t=cc [20]×entier
(t/cc [20]) then
begin for i:=cir [1, 1] step 1 until cir [2, 1] do
begin i2:=i2+1; j1:=i2×(l+1)×(2×s)+1;
p0500 (1, j1, F1); p0737 (wr, i, F1)
end
end; i:=1;
labm: i:=i+1; i4:=i4+1; j:=1;
labk: j:=j+1;
if j<cir [1, i]∨j>cir [2, i]∨(wa [19]=0∧H [i, j]=0) then
begin hs [i, j]:=fs [i, j]:=0;
for il:=-s step 1 until s-1 do
for j1:=0 step 1 until l do
F1 [il, j1]:=0; go to fin
end; i7:=(i-1)×k+j; i5:=i7-k; p0737 (re, i7, F)
p0737 (re, i5, F2); m1:=8131.2×e [i, j]↑2×f0 [i, j]↑
m2:=47703.2×e [i, j]↑3×f0 [i, j]↑8; e1:=f1:=0;
for j1:=-s step 1 until s-1 do
begin q:=j1×dq;
for il:=0 step 1 until l do
begin f:=fn+il×df; om:=6.28×f; if wa [2]≠0 then
begin if f>0.53×f0 [i, j] then
begin v1:=m1×(f-0.53×f0 [i, j])↑3/f; v2:=m2;
((f-0.42×f0 [i, j])/f)↑3×exp (-4×(1-f0 [i, j])
↑2+0.1×(f0 [i, j]/f)↑5) end else v1:=v2:=0;
tay [j1, il]:=v1×(1+16×ks [j1]); g [j1, il]:=v2
ks [j1]↑4 end else g [j1, il]:=tay [j1, il]:=
if wa [3]=5 then
begin v:=cc [11]/0.5144; g [j1, il]:=cc [13]×0.729
(100×f)↑2×((v-2×f)/v)↑3×Q [j1]; tay [j1, il]:
cc [14]×e [i, j]/(100×f)↑4 end;
k1:=0.75/om↑5×Q [j1]; c:=F [j1, il];
if wa [4]=4 then
begin m1:=10;

```

```

if  $c > 0.001 \times k1$  then  $m1 := 0.5 \times (k1 - c) / c$ ;
 $mju :=$  if  $m1 < 8$  then  $0.75 \times \exp(-m1)$  else 0; end;
if  $k1 < 0.000001$  then  $mju := 1$  else
begin if  $wa[4] = 6$  then  $mju := (c/k1)^{\wedge} 2$ ; if  $wa[4] = 7$ 
then  $mju := c/k1$ ; end;  $mul[j1, i1] := mju$ ;  $v1 := 0.8/f \times$ 
 $ks[j1]$ ;  $v2 := \text{abs}(0.8/f \times cn[j1])$ ;  $c := 1.0 - v1 \times r1 -$ 
 $v2 \times r2 + (b[j1, i1] \times (1 - mju) - \text{tay}[j1, i1]) \times dt$ ;
if  $c \geq 0$  then
begin if  $j1 = -s \wedge i1 = 0$  then
begin  $i5 := (i-1) \times k + j + 1$ ;  $p0737(re, i5, F3)$  end;
if  $j1 = 0 \wedge i1 = 0$  then
begin  $i5 := (i-1) \times k + j - 1$ ;  $p0737(re, i5, F3)$ ; end;
 $F1[j1, i1] := c \times F[j1, i1] + v1 \times r1 \times F2[j1, i1] + a[j1,$ 
 $i1] \times (1 - mju) \times dt + v2 \times r2 \times F3[j1, i1] + g[j1, i1] \times dt$ 
end else
begin if  $i1 \geq wa[8]$  then
begin  $ni := 0$ ;  $t := t - dt/3600$ ;  $dt := dt/2$ ;  $r1 := dt/dx$ ;
 $r2 := dt/dy$ ;  $q1 := e1 := f1 := 0$ ; go to lab end;
if  $i4 = 0$  then  $i5 := 2$  else
begin if  $i4 = 1$  then  $i5 := 0$  else  $i5 := 1$ ; end;
 $i7 := m \times k + i5 \times k + j$ ;  $p0737(wr, i7, F2)$ ;  $F1[j1, i1] :=$ 
 $1/(1 + v1 \times r1 + v2 \times r2) \times ((1 + b[j1, i1] \times (1 - mju) -$ 
 $\text{tay}[j1, i1]) \times F[j1, i1] + v1 \times r1 \times F2[j1, i1] + v2 \times$ 
 $r2 \times F3[j1, i1] + (a[j1, i1] \times (1 - mju) + F[j1, i1]) \times$ 
 $dt)$  end;  $F3[j1, i1] := F1[j1, i1]$ ;
if  $wa[4] = 2$  then
begin  $c := F1[j1, i1]$ ;  $F1[j1, i1] :=$  if  $c > k1$  then  $k1$  else
 $c$  end;
 $e1 := e1 + F1[j1, i1]$ ;  $f1 := f1 + F1[j1, i1] \times f$  end
end; if  $ni = 1$  then goto big 1;
for  $i1 := 0$  step 1 until  $l$  do
begin  $m1 := 0$ ;
for  $j1 := -s$  step 1 until  $s-1$  do
 $m1 := m1 + F1[j1, i1]$ ;  $pr[i1] := m1 \times dq$ 
end; if  $i = wa[13] \times \text{entier}(i/wa[13]) \vee i = m$  then
begin if  $j = wa[15] \vee j = wa[16] \vee j = k$  then
begin if  $ni = wa[1] \times \text{entier}(ni/wa[1])$  then
begin  $v1 := (i-1) \times dx/1000$ ;  $v2 := (j-1) \times dy/1000$ ;
 $p1041(t, v1, v2, fn)$ ;  $p1041(pr)$ ;
for  $j1 := wa[10]$  step 1 until  $wa[11]$  do
begin for  $i1 := 0$  step 1 until  $l$  do
 $pr[i1] := F1[j1, i1]$ ;  $p1041(pr)$ ;
end;
end
end;
end;
end;
 $f0[i, j] :=$  if  $e1 \neq 0$  then  $f1/e1$  else 0;
 $e[i, j] := e1 \times df \times dq$ ;  $hs[i, j] := \text{sqrt}(6.28 \times e[i, j])$ ;  $fs[i,$ 
 $j] :=$  if  $f0[i, j] \neq 0$  then  $1/f0[i, j]$  else 0;
if  $wa[3] = 5$  then  $fs[i, j] := 100 \times fs[i, j]$ ;

```

```

if  $i = m \wedge t = cc$  [23]  $\times$  entier ( $t/cc$  [23])  $\wedge t \leq cc$  [15]
 $wa$  [23]  $< wa$  [6] then
begin  $i3 := i3 + 1$ ;  $i5 := i3 \times (l + 1) \times (2 \times s) + 1$ ;  $p0500$  ( $i1$ ,  $i5$ ,
 $F1$ ) end;
fin:  $i7 := m \times k + i4 \times k + j$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i7$ ,  $F1$ );
if  $> 3$  then
begin if  $i4 = 2$  then  $i7 := m \times k + j$  else
 $i7 := m \times k + (i4 + 1) \times k + j$ ;  $p0737$  ( $re$ ,  $i7$ ,  $F1$ );  $i5 := (i - 3) \times$ 
 $k + j$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i5$ ,  $F1$ ) end;
if  $j < k - 1$  then go to labk; if  $i < m$  then
begin if  $i4 = 2$  then  $i4 := -1$ ; go to labm; end else
begin if  $i4 = 0$  then
begin for  $j := 2$  step 1 until  $k - 1$  do
begin  $i7 := m \times k + j$ ;  $p0737$  ( $re$ ,  $i7$ ,  $F1$ );  $i7 := (m - 1) \times$ 
 $k + j$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i7$ ,  $F1$ );  $i7 := (m + 2) \times k + j$ ;
 $p0737$  ( $re$ ,  $i7$ ,  $F1$ );  $i7 := (m - 2) \times k + j$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i7$ ,  $F1$ );
end
end;
if  $i4 = 1$  then
begin for  $j := 2$  step 1 until  $k - 1$  do for  $i5 := 0, 1$  do
begin  $i7 := (m + i5) \times k + j$ ;  $p0737$  ( $re$ ,  $i7$ ,  $F1$ );
 $i7 := (m + i5 - 2) \times k + j$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i7$ ,  $F1$ );
end
end;
if  $i4 = 2$  then
begin for  $j := 2$  step 1 until  $k - 1$  do for  $i5 := 0, 1, 2$  do
begin  $i7 := (m + i5) \times k + j$ ;  $p0737$  ( $re$ ,  $i7$ ,  $F1$ );
 $i7 := (m + i5 - 3) \times k + j$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i7$ ,  $F1$ );
end
end
end; if  $wa$  [22]  $\neq 0$  then
begin for  $j := 1$  step 1 until  $k$  do
begin  $i7 := k + 1$ ;  $p0737$  ( $re$ ,  $i7$ ,  $F1$ );  $p0737$  ( $wr$ ,  $j$ ,  $F1$ );
end
end; if  $wa$  [12]  $\neq 0$  then
begin for  $i := 1$  step 1 until  $m$  do
begin  $i7 := 2 + k \times (i - 1)$ ;  $p0737$  ( $re$ ,  $i7$ ,  $F1$ );  $i7 := 1 + k \times$ 
 $(i - 1)$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i7$ ,  $F1$ );  $i7 := k + i$ ;  $p0737$  ( $wr$ ,  $i7$ ,  $F1$ )
end
end; if  $ni = wa$  [5]  $\times$  entier ( $ni/wa$  [5]) then
begin  $p1041$  ( $t$ ,  $fn$ );  $p1041$  ( $hs$ );  $p1041$  ( $fs$ ); end;
if  $t < cc$  [1] then go to lab; if  $wa$  [23]  $< wa$  [6] then goto big
end
end

```

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. М., «Мир», 1969. 265 с.
2. Каменкович В. М. Основа динамики океана. Л., Гидрометеониздат, 1973. 240 с.
3. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1 и 2. М. «Наука», 1965 и 1967.

4. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Л., Гидрометеиздат, 1974. 261 с.
5. Приложение методов теории нестационарных вероятностных процессов к анализу структуры и динамики океанологических процессов. ВНИГМИ — МЦД. Обнинск, 1972. Авт.: В. А. Рожков, Ю. В. Суставов, С. М. Микулинская, Ю. П. Клевандов, Ю. А. Трапезников.
6. Давидан И. Н., Рожков В. А. Ветровые волны.— В кн.: Итоги науки. М., Геофизика. 1963. ВИНТИ. 1965 с. 141—210.
7. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветер и волны в океанах и морях. Справочные данные. Регистр СССР. Л., «Транспорт», 1974. 284 с.
8. Давидан И. Н., Пасечник Т. А., Рожков В. А. Определение компонент уравнения баланса волновой энергии в спектральной форме и некоторые результаты модельных расчетов вероятностных характеристик волнения.— «Тр. ГОИН», 1974, вып. 122, с. 59—78.
9. Приваловский В. И., Левиков С. П. О спектре нерегулярных колебаний уровня моря и его зависимости от спектров атмосферного давления и касательного напряжения ветра.— «Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1972, № 4.
10. Hasselmann K. Wave-driven inertial oscillations.— „Geoph. Fluid Dyn.“, 1970, vol. 1, N 4, p. 463—502.
1. Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., Физматгиз, 1962. 332 с.
2. Гихман И. И., Скороход А. В. Стохастические дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1963.
3. Hasselmann K. Uber Zufallerregte Schwingung Systeme.— „Z. angewandte Math. u. Mech.“, 1962, Bd 42 N 10/11.
4. Линник Ю. В., Новоселов В. С. Случайные возмущения регулярной прецессии гироскопа.— «Прикл. мат. и мех», 1953, т. 17, № 3.
5. Hasselmann K. Weak-interaction theory of ocean waves.— Basic Developments in Fluid Dynamics. vol. 2. Acad. Press, N. Y., London, 1968, p. 117—182.
6. Hasselmann K. Grundgleichungen der Seegangsvoraussage.— „Schiffstechnik“, 1960, Bd. 7, N. 39.
7. Collins J. I. Prediction of shallow-water spectre.— „J. Geophys. Res.“, 1972, vol. 77, N 15, p. 2693—2707.
8. Красицкий В. П. К теории трансформации спектра при рефракции ветровых волн.— «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1974, т. 10, № 1, с. 72—82.
9. Gelci R., Devillaz. Le calcul numerique de l'etat de la mer.— „La Houille Blanche“, 1970, N 2, p. 117—136.
10. Hasselmann K. e. a. Measurement of Wind-wave Growth and Swell Decay during the Joint North Sea Wave Projekt (Jonswap).— „Erg.-H. Deutsche Hydrographischen Z. R. A(8)“, Hamburg, 1973, N 12. 95 p.
11. Bunting D. C. Evaluation forecast of ocean wave-spectr.— „J. Geophys. Res.“ 1970, vol. 75, N 21, p. 4131—4143.
12. Lasanoff S. M., Stevenson N. M., Gordone V. A. Mediterranean Sea wave spectral model. 5-th Ann. Offshore Techn. Conf. Houston, Tex. 1973 Preprint vol. 2 Dallas Tex. 1973., p. 99—110.
13. Golduran J. L., Buinoch J. A. Forecasting and hindcasting the maximum Combined sea storms. 5-th Ann. Offshore Techn. Conf. Houston, Tex. 1973. Preprint vol. 2 Dallas Tex. 1973., p. 111—120.
14. Gelsi R., Devillaz E. Characteristics of the optimal volume scattering functions of the sea water.— „Houille Blanche“, 1970, vol. 25, p. 117—176.
15. Silvester R., Vongvissessomjai S. Computation of storm waves and swell.— „Proc. Inst. Civ. Eng.“, 1971, vol. 48, p. 259—283.
16. Barnett T. P. On the generation, dissipation and prediction of ocean wind waves.— „J. Geophys. Res.“, 1968, vol. 73, N 2.
17. Вероятностные характеристики волнения, методы их анализа и расчета.— «Тр. ГОИН», 1971, вып. 97, с. 1—187. Авт.: И. Н. Давидан, В. А. Рожков, Б. М. Андреев, Л. И. Лопатухин, Ю. А. Трапезников.
18. Ewing J. A. A numerical wave Prediction Method for the North Atlantic ocean.— „DHZ“, 1971, 24, N 6, p. 241—267.

ПРОЦЕДУРА ДЛЯ РАСЧЕТА ИНВАРИАНТОВ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ТЕНЗОРА И ТЕНЗОРА СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ВЕКТОРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

При изучении вероятностных свойств векторных случайных процессов в качестве их характеристик удобно использовать [1, 2] авто и взаимный корреляционный тензоры

$$K_V(\cdot) = \begin{pmatrix} K_{v_1 v_1}(\cdot), & K_{v_1 v_2}(\cdot) \\ K_{v_2 v_1}(\cdot), & K_{v_2 v_2}(\cdot) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$K_{V, U}(\cdot) = \begin{pmatrix} K_{v_1 u_1}(\cdot), & K_{v_1 u_2}(\cdot) \\ K_{v_2 u_1}(\cdot), & K_{v_2 u_2}(\cdot) \end{pmatrix} \quad (2)$$

и тензоры авто и взаимной спектральной плотности

$$S_V(\cdot) = \begin{pmatrix} S_{v_1 v_1}(\cdot), & S_{v_1 v_2}(\cdot) \\ S_{v_2 v_1}(\cdot), & S_{v_2 v_2}(\cdot) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$S_{V, U}(\cdot) = \begin{pmatrix} S_{v_1 u_1}(\cdot), & S_{v_1 u_2}(\cdot) \\ S_{v_2 u_1}(\cdot), & S_{v_2 u_2}(\cdot) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $(\cdot)$ обозначает аргумент соответствующей функции. В зависимости от предположений о стационарности или нестационарности исследуемых процессов аргументами тензоров (1) и (2) будут временной сдвиг τ или время t и сдвиг τ , а аргументами тензоров (3) и (4) — частота ω или время t и частота ω , или частоты ω, Ω [1]. Выражения (1)–(4) выписаны для наиболее распространенного случая плоских векторов $V(t)$ и $U(t)$ с компонентами $\{v_1(t), v_2(t)\}$ и $\{u_1(t), u_2(t)\}$.

Обозначим любой из тензоров (1)–(4) через B и представим его в виде суммы симметричного C и кососимметричного A тензоров

$$B = C + A,$$

где

$$\begin{aligned} B &= \begin{pmatrix} a, & b \\ c, & d \end{pmatrix}, & C &= \begin{pmatrix} a, & 1/2(b+c) \\ 1/2(b+c), & d \end{pmatrix}, \\ A &= \begin{pmatrix} 0, & 1/2(b-c) \\ -1/2(b-c), & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

В этих обозначениях инварианты тензора **C** имеют вид:

$$I_1(\cdot) = a + d, \quad (7)$$

$$I_2(\cdot) = ad - 1/4(b+c)^2, \quad (8)$$

$$\lambda_{1,2}(\cdot) = 1/2[I_1 \pm \sqrt{I_1^2 - 4I_2}]. \quad (9)$$

Для тензора **A** первый инвариант $I_1=0$, а второй инвариант

$$I_2(\cdot) = 1/4(b-c)^2. \quad (10)$$

Среди неинвариантных характеристик наибольший интерес представляют

$$\alpha(\cdot) = \arctg \left(\frac{b+c}{a-d} \right), \quad (11)$$

$$D(\cdot) = (b-c). \quad (12)$$

Геометрическая интерпретация величин (7)–(12) подробно изложена в работе [2].

Необходимо отметить, что величина **D** для тензора (3) будет мнимой. Тензор (4) удобно рассматривать как сумму двух тензоров, соответствующих вещественной и мнимой частям взаимной спектральной плотности. В этом случае величины (7)–(12) являются комплексными, поскольку обе названные части раскладываются на симметричный и кососимметричный тензоры вида (6).

Алгоритм, описанный выражениями (7)–(12), реализован в виде процедуры *inv*, составленной на АЛГОЛе для транслятора ТА-1М. Процедура предназначена для расчета и выведения на печать характеристик I_1 , I_2 , **D** λ_1 , λ_2 , α .

Исходными данными для расчета указанных величин служат элементы $K_{v_i v_j}(\cdot)$ или $S_{v_i v_j}(\cdot)$ матриц (1)–(4), значения которых вычислены по алгоритму и программе, приведенным в работе [4] (или по любым другим программам расчета оценок авто и взаимных корреляционных функций и спектральных плотностей, например [5]). Управляющим является параметр m — число значений корреляционных (или спектральных) функций.

Формальные параметры ku , kv , $k1$, $k2$ — одномерные массивы размером от 0 до m каждый. Фактическими параметрами являются: при расчете характеристик для тензора (1) — $K_{v_1 v_1}(\cdot)$, $K_{v_2 v_2}(\cdot)$, $K_{v_1 v_2}(\cdot)$, $K_{v_2 v_1}(\cdot)$; для тензора (3) — $S_{v_1 v_1}(\cdot)$, $S_{v_2 v_2}(\cdot)$, $C_{v_1 v_2}(\cdot)$, $C_{v_2 v_1}(\cdot)$; для тензора (2) — $K_{v_1 u_1}(\cdot)$, $K_{v_2 u_2}(\cdot)$, $K_{v_1 u_2}(\cdot)$, $K_{v_2 u_1}(\cdot)$; для симметричной части тензора (4) — $C_{v_1 u_1}(\cdot)$, $C_{v_2 u_2}(\cdot)$, $C_{v_1 u_2}(\cdot)$,

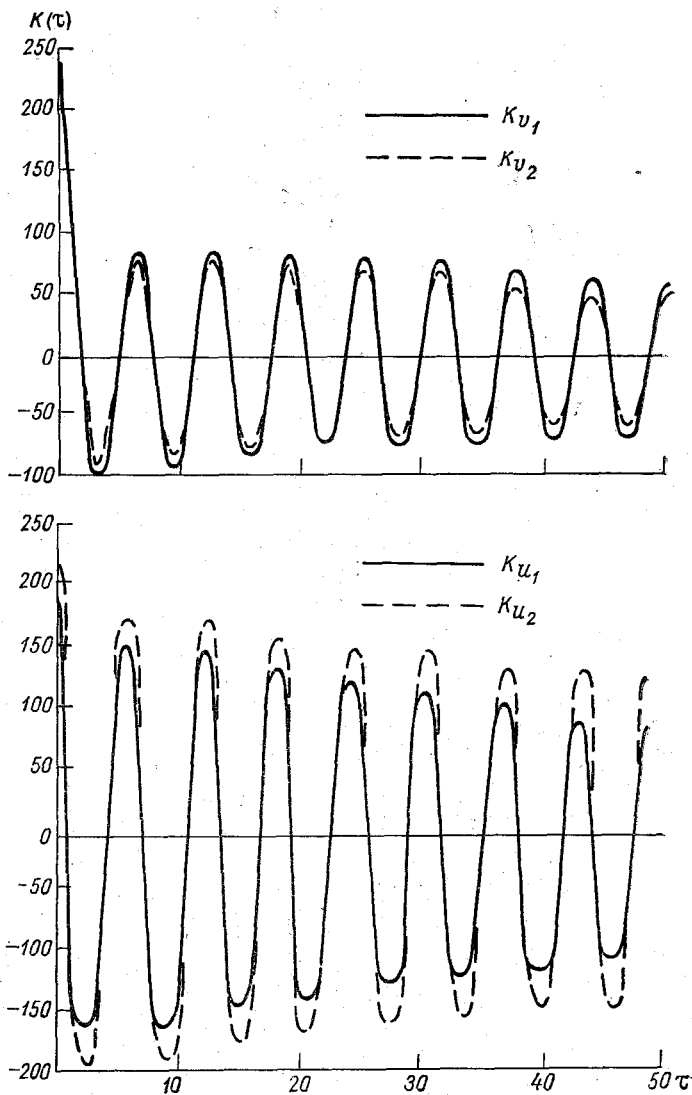


Рис. 1. Автокорреляционные функции составляющих $\{v_1(t), v_2(t)\}$ и $\{u_1(t), u_2(t)\}$ на оси прямоугольной системы координат (v_1 и u_1 на север, v_2 и u_2 на восток) векторных процессов $V(t)$ и $U(t)$ океанских приливных течений на двух горизонтах.

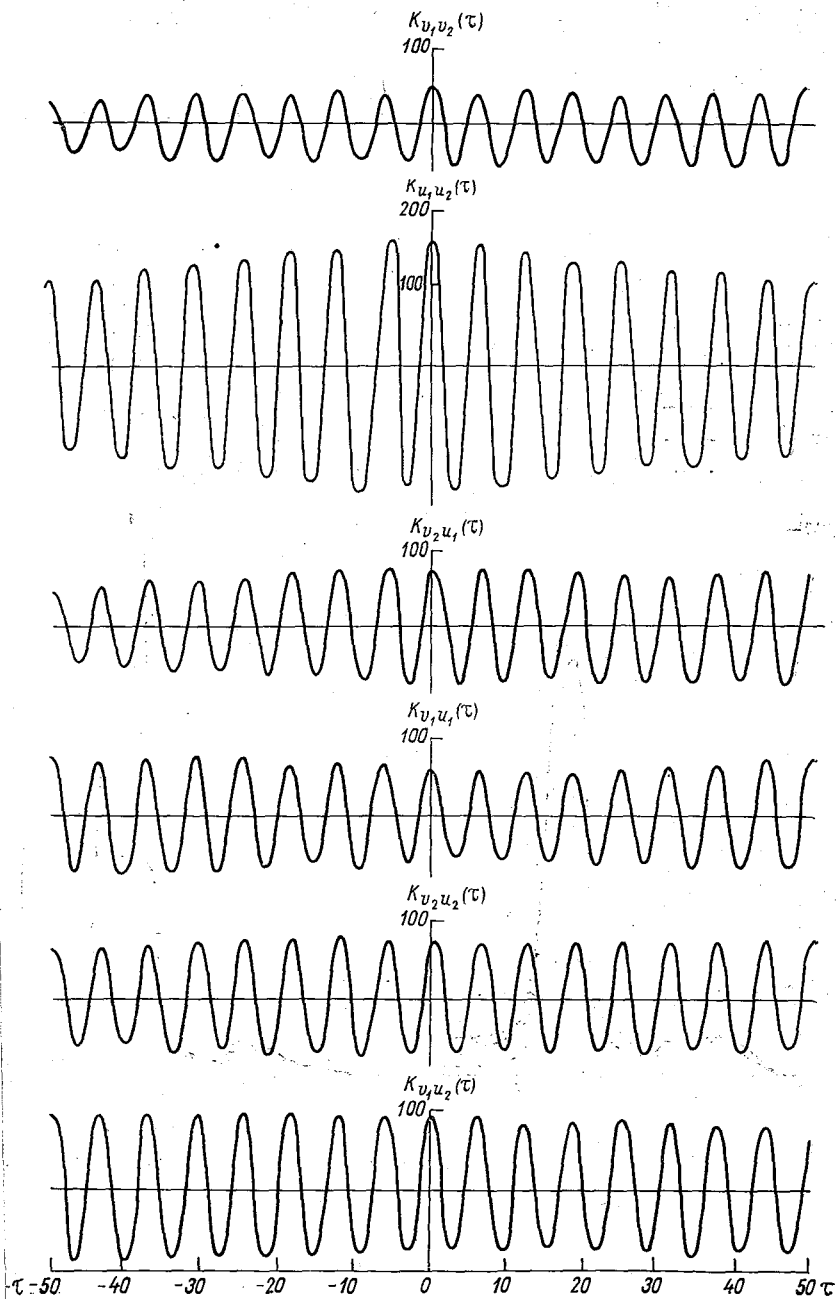


Рис. 2: Взаимнокорреляционные функции составляющих векторных процессов $V(t)$ и $U(t)$.

$C_{v_2 u_1}(\cdot)$; для кососимметричной части тензора (4) $= Q_{v_1 u_1}(\cdot)$, $Q_{v_2 u_2}(\cdot)$, $Q_{v_1 u_2}(\cdot)$, $Q_{v_2 u_1}(\cdot)$.

Следует иметь в виду, что, помимо четырех массивов исходных данных, в процедуре описаны еще четыре массива (каждый длиной m) для промежуточных расчетов и вывода результатов на

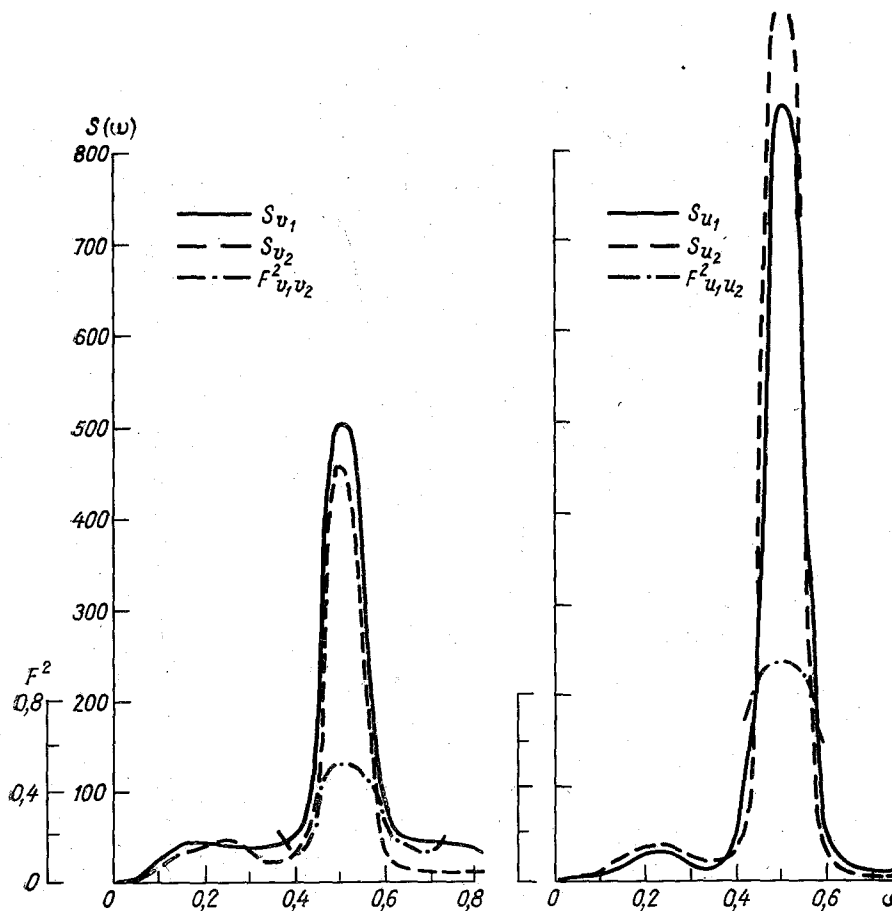


Рис. 3. Функции спектральной плотности составляющих векторных процессов $V(t)$ и $U(t)$.

печать, поэтому на величину m накладываются ограничения, зависящие от величины рабочего поля основной программы. Поскольку расчет ведется при каждом фиксированном значении аргумента, то (при больших m) вход в процедуру можно организовать по частям.

Комплектация перфокарт исходных данных:

$m, K\Sigma; ku, K\Sigma; kv, K\Sigma; k1, K\Sigma; k2, K\Sigma.$

Печать результатов решения:

— параметр m ; массив $l1$ — значения I_1 ; массив $l2$ — значения I_2 ; массив f — значения D

— массив $l1$ — значения λ_1 ; массив $l2$ — значения λ_2 ; массив f — значения α (в градусах).

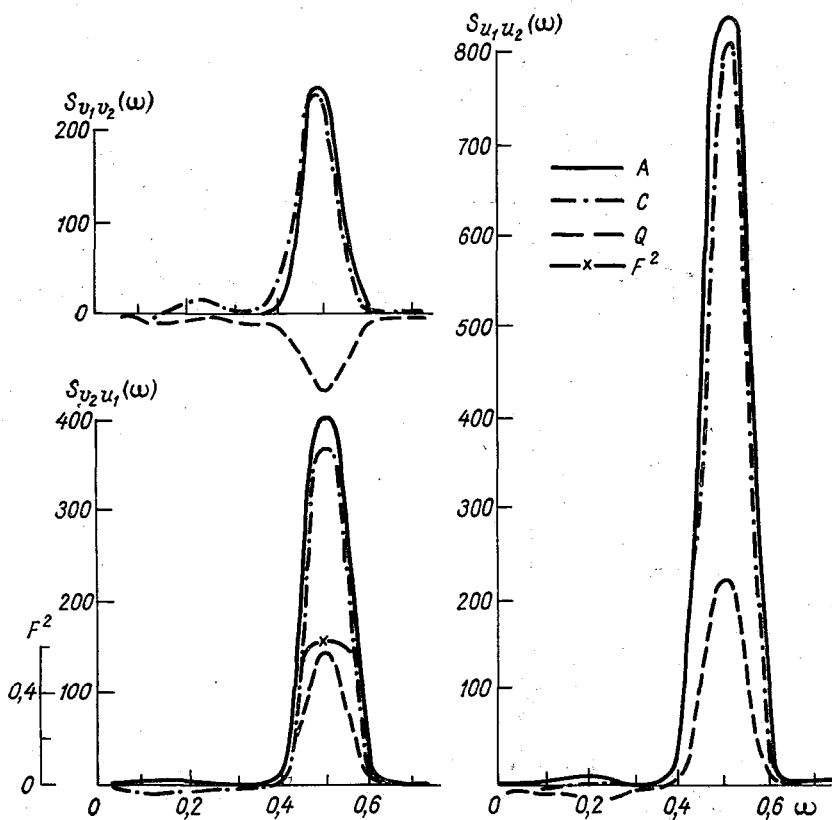


Рис. 4. Функции взаимной спектральной плотности составляющих.

В качестве примера на рис. 1—5 приведены компоненты корреляционной и спектральной матриц приливной составляющей течения, полученные по данным измерений векторов течения на двух горизонтах 60-суточной станции в северо-восточной Атлантике (подробное описание структуры течений на этой станции дано, например, в [6, 7]).

Выделение приливной составляющей (с целью приведения векторного процесса к квазистационарному виду) было выполнено

с помощью программы [8]. Расчет компонент производился по программе [4] с параметрами: длина ряда 640 ординат; дискретность $\Delta t=0,5$ ч; $\Delta \tau=\Delta t$; $\Delta \omega=0,0524$ рад/ч; $m_{K(\tau)}=\tau_{\max}=120$; $m_{S(\omega)}=l=22$. Кроме элементов матриц (1)–(4), на рис. 3–5

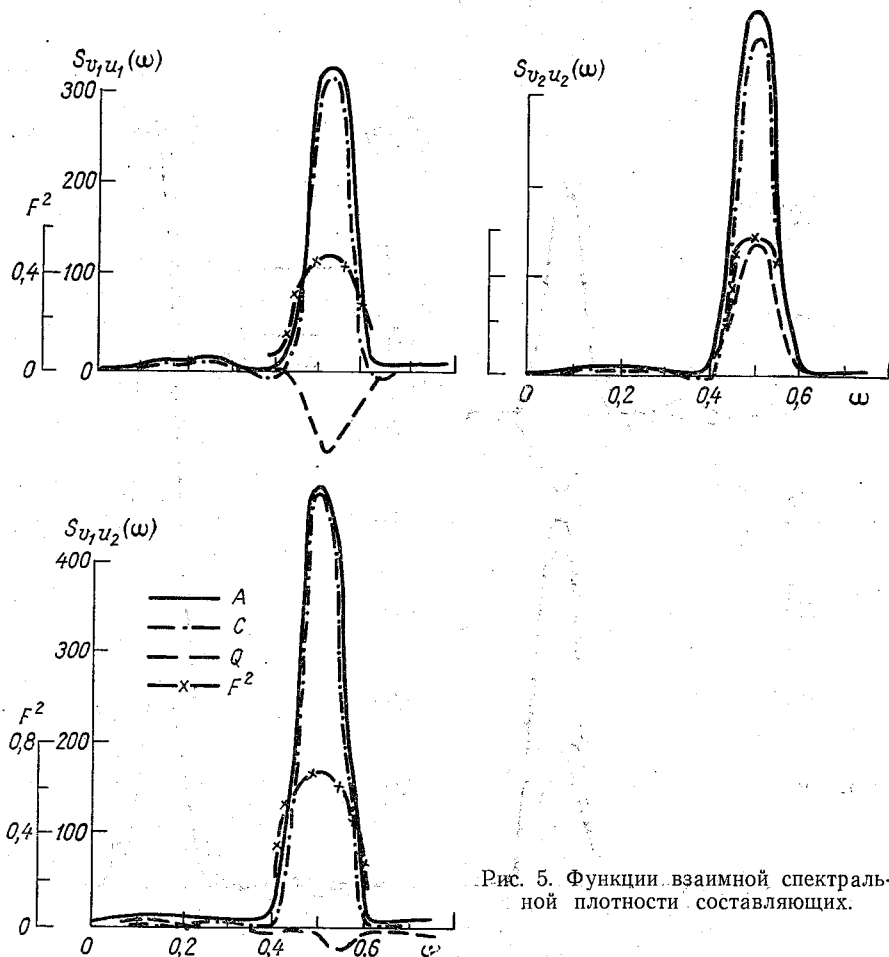


Рис. 5. Функции взаимной спектральной плотности составляющих.

приведены характеристики взаимных спектров: $F^2(\omega)$ — квадрат спектральной когерентности рассматриваемых проекций течения; $A(\omega)$ — амплитудный спектр для каждой пары проекций.¹

¹ На рис. 19 работы [7] приведены графики спектральной плотности течений на одном из горизонтов этой станции, вычисленные по неотфильтрованным данным.

На рис. 6—9 приведены рассчитанные с помощью процедуры *inv* характеристики (7)—(12) для двух горизонтов.¹

Проанализируем результаты, представленные на рис. 1—9.

Приливные течения на обоих горизонтах являются циклическим процессом со слабозатухающей коррелограммой (см. рис. 1),

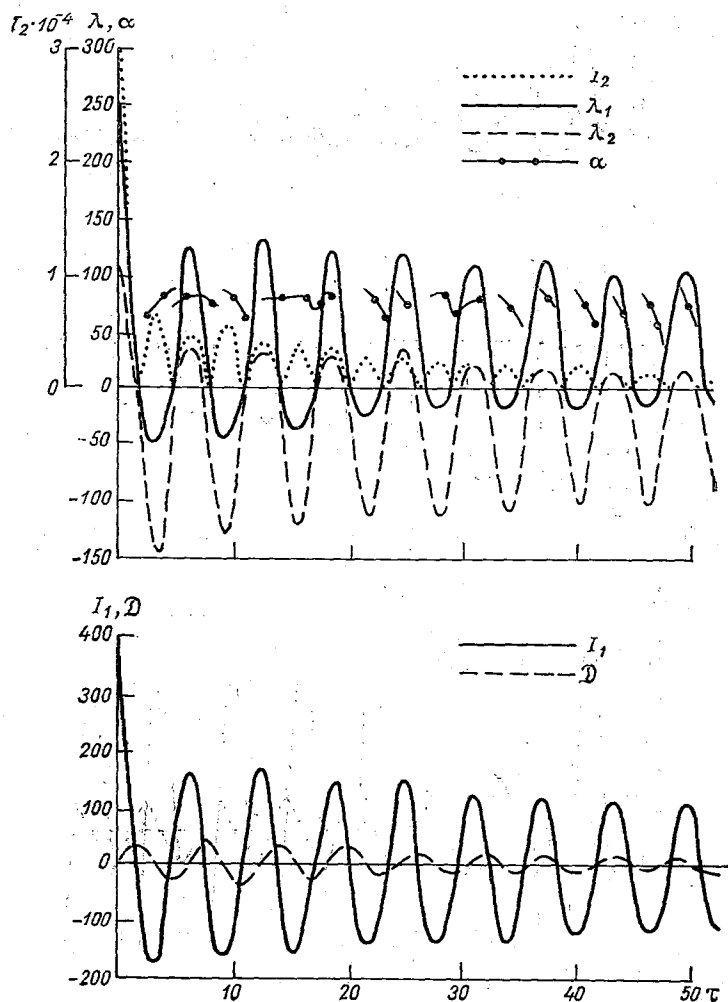


Рис. 6. Элементы корреляционного тензора течений для z_1 .

¹ На всех рисунках размерность корреляционных функций — $\text{см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$; функций спектральной плотности — $\text{см}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{ч}$; τ — ч; ω — рад/ч; F^2 — безразмерная величина.

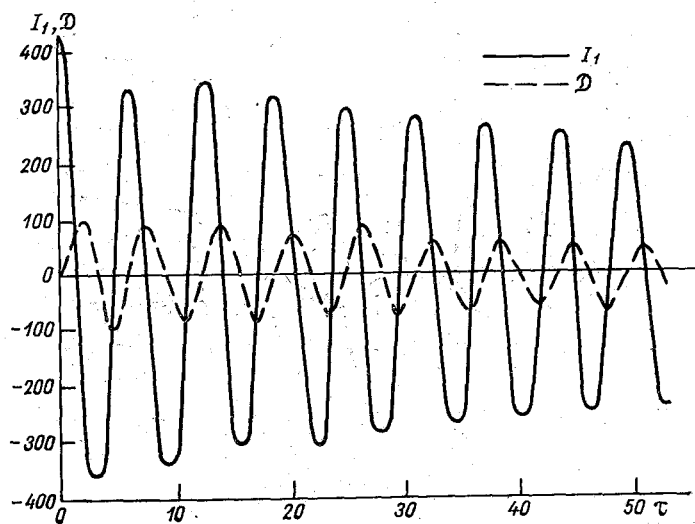
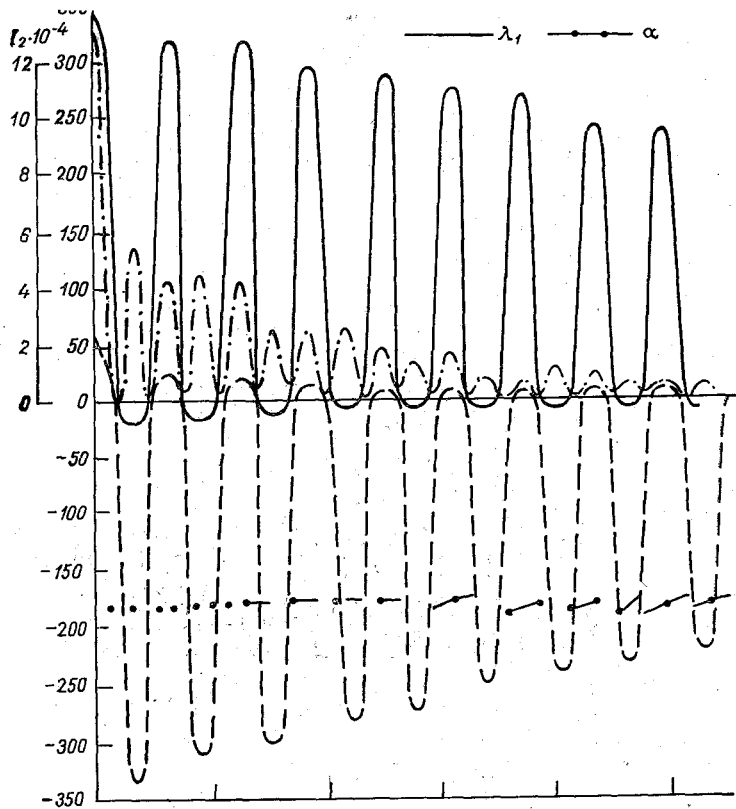


Рис. 7. Элементы корреляционного тензора течений для горизонта z_2 .

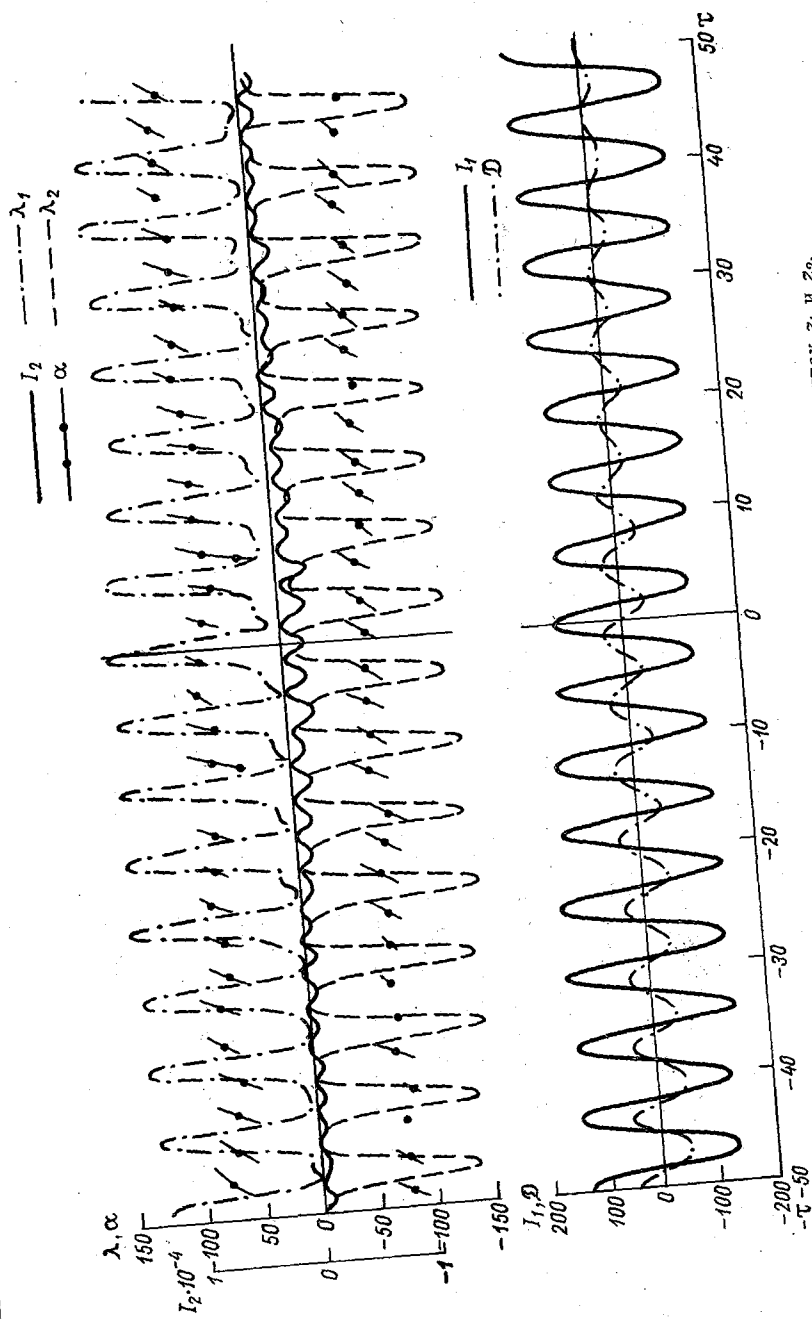


Рис. 8. Взаимнокорреляционный тензор течений на горизонтах z_1 и z_2 .

спектральная плотность которого (см. рис. 3) имеет хорошо выраженный пик на частоте полусуточных колебаний ($\omega_{\text{макс}} = 0,507$ рад/ч) и малозаметный пик на частоте суточных колебаний ($\omega_{\text{макс}} = 0,25$ рад/ч).¹

Отметим, что соотношение дисперсий полусуточного и суточного приливов отклоняется от теоретического.

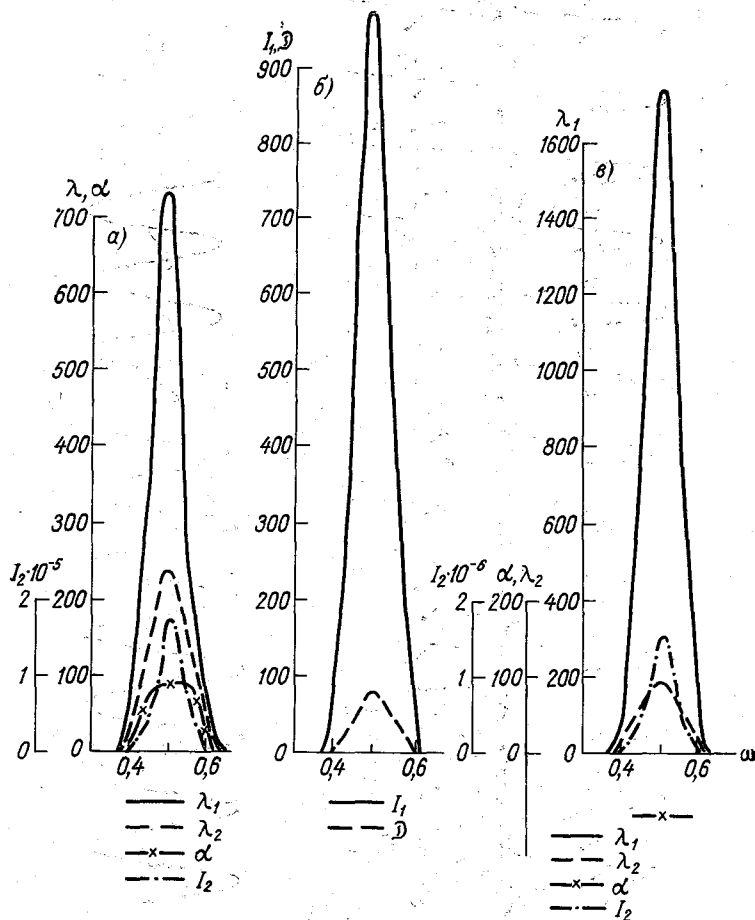
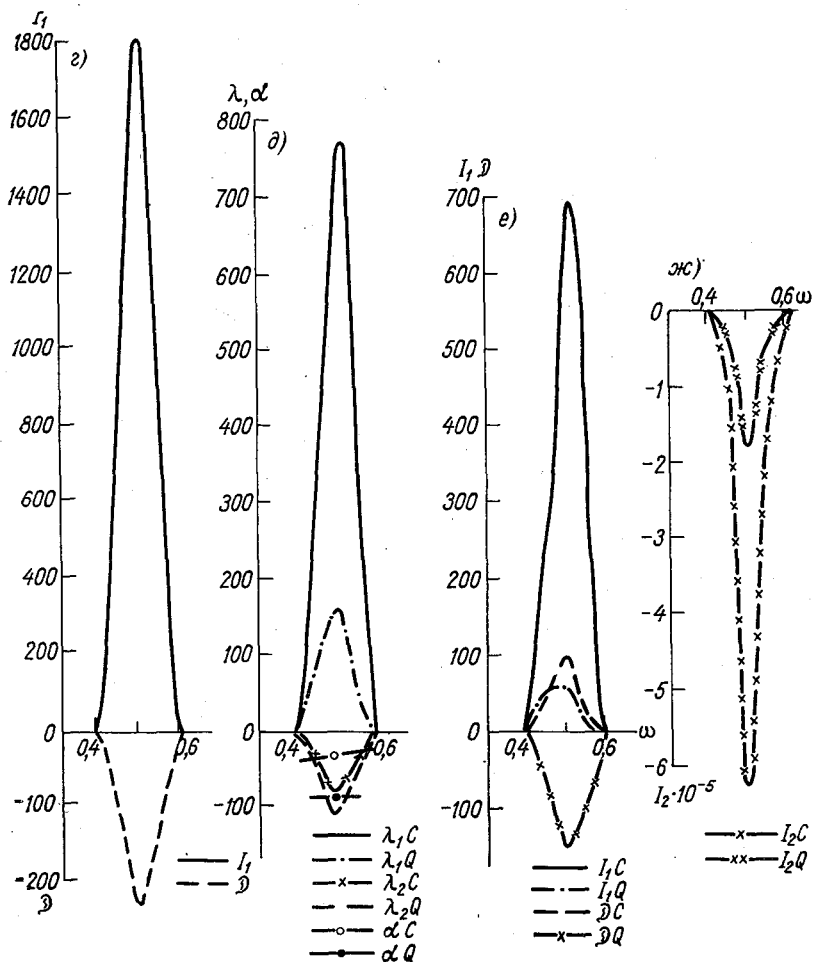


Рис. 9. Тензор спектральной
а, б — на горизонте z_1 ; в, г — на горизонте z_2 ;

¹ Я. П. Драган [9] относит случайные процессы с периодической корреляционной функцией к классу нестационарных процессов второго порядка. Графики компонент матриц (1), (2) и другие характеристики, вычисленные в зависимости от аргументов (t, τ) и (ω, t) , приведены на рис. 11—18 работы [7].

Компоненты $\{v_1(t), v_2(t)\}$ и $\{u_1(t), u_2(t)\}$ как на заданных горизонтах, так и между ними (см. рис. 2) довольно сильно коррелированы между собой, с взаимной дисперсией от 50 до $150 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$ при дисперсиях компонент $200\text{--}250 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$; фазовый сдвиг едва заметен. Оценки взаимных спектральных плотностей (см. рис. 4, 5) подтверждают общность структуры анализируемых



плотности течений.

2, 4, 6 — между горизонтами.

процессов приливных течений на двух горизонтах. Соотношения между действительными и мнимыми частями взаимных спектров позволяют утверждать о преобладании софазных составляющих

при наличии достаточно сложных фазовых сдвигов для полусуточных колебаний.

Из приведенных на рис. 1—5 данных видно, что представление корреляционных функций и спектральных плотностей матрицами вида (1) и (2) позволяет проанализировать общие черты структуры процесса, однако из-за значительной взаимной корреляции компонент течений (несмотря на существенную их когерентность — значения $F^2(\omega)$ на основных энергонесущих частотах составляют 0,6—0,9) трудно перейти от свойств проекций скоростей течений к свойствам процесса в целом. В этом смысле определенными преимуществами обладает трактовка величин (1) и (2) как тензоров [2]. Симметричной части автокорреляционного тензора (см. рис. 6 а и 7) соответствует эллиптическая квадратичная форма, вырождающаяся через приливной период в линию ($I_2(\tau) \geq 0$). На обоих горизонтах величины $\lambda_1(\tau)$, $\lambda_2(\tau)$, $I_1(\tau)$ и $D(\tau)$ знакопеременны (см. рис. 6, 7), направления $\alpha(\tau)$ довольно стабильны: на горизонте z_1 величины $\alpha(\tau)$ изменяются от 50 до 90°, а на горизонте z_2 — от —160 до —190°. Указанные закономерности, по-видимому, свидетельствуют о регулярной смене (через половину приливного периода) направлений вращения векторов скоростей течения и цикличности изменения их модулей¹. Эту гипотезу подтверждает гиперболичность симметричной части взаимного корреляционного тензора (см. рис. 8) и цикличность изменения $\alpha(\tau)$ с 70—80 на —70, —80°.

Следует отметить, что дисперсии $I_1(0)$ процессов на этих горизонтах (см. рис. 6) практически одинаковы, около $400 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$, при взаимной дисперсии (см. рис. 8) всего $120 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$.

Спектральный состав приливных полусуточных колебаний на обоих горизонтах (см. рис. 9) однороден, но интенсивность их $I_1(\omega)$ различается почти вдвое и, более того, знак преобразования Фурье векторного произведения векторов $D(\omega)$ противоположен; эллипсы колебаний (см. рис. 9) вытянуты: $\lambda_1(\omega) \gg \lambda_2(\omega)$, причем на одном из горизонтов на частоте 0,507 рад/ч $\alpha(\omega)$ близко к 80°, а на другом — к —80°. Симметричной части взаимной спектральной плотности соответствует гиперболическая квадратичная форма (см. рис. 9); наиболее характерно для общности колебаний на двух горизонтах преобладание синфазных (см. рис. 9 г) составляющих в направлении действительной оси гиперболы (под углом —100° к меридиану) остальные составляющие колебаний в 4—5 раз меньше. Не менее интересен факт (см. рис. 9 е) разнонаправленности вращения синфазных и квадратурных спектральных составляющих полусуточного периода.

В настоящей статье не ставилась задача дать анализ приливных колебаний в океане²; пример на рис. 1—9 имел целью показать определенные преимущества трактовки величин (1), (2) как тензоров (см. также работы [2, 10]).

¹ Для более полных выводов необходимо привлечь коррелограммы модулей векторного процесса (см. работы [7, 10]).

² На примере одной станции такой анализ был бы не репрезентативен.

Процедура *inv*

procedure *inv* (*m*, *ku*, *kv*, *k1*, *k2*); value *m*; integer *m*; array *ku*, *kv*, *k1*, *k2*;

begin integer *i*; real *a*, *b*, *c*, *d*; array *in*, *l1*, *l2*, *f* [0 : *m*];
for *i* := 0 step 1 until *m* do

begin in [*i*] := (*k1* [*i*] + *k2* [*i*]) × .5;
l1 [*i*] := *ku* [*i*] + *kv* [*i*];
l2 [*i*] := *ku* [*i*] × *kv* [*i*] - in [*i*] ↑ 2;
f [*i*] := *k1* [*i*] - *k2* [*i*]

end;

p0165 (1, 'инварианты: | × ×');

p1041 (*m*, *l1*, *l2*, *f*);

for *i* := 0 step 1 until *m* do

begin *a* := sqrt (*l1* [*i*] ↑ 2 - 4 × *l2* [*i*]);
l2 [*i*] := (*l1* [*i*] - *a*) × .5;
l1 [*i*] := (*l1* [*i*] + *a*) × .5; *b* := *ku* [*i*] - *kv* [*i*];
c := 2 × in [*i*]; *d* := *c* / *b*; f [*i*] := p0076 (*d*, *b*) × 57.296

end;

p1041 (*l1*, *l2*, *f*)

end *inv*;

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бельшев А. П., Рожков В. А. Вероятностные характеристики векторных гидрометеорологических процессов. — «Экспресс-информация», 1974, вып. 3 (23), с. 3—8.
2. Бельшев А. П., Рожков В. А. Корреляционный тензор и тензор спектральной плотности как вероятностные характеристики векторных случайных процессов. — «Тр. ГОИН», 1975, вып. 126, с. 17—32.
3. Рожков В. А. Вероятностный анализ океанологических процессов как нестационарных и неоднородных случайных функций. — «Тр. ГОИН», 1974, вып. 122, с. 5—21.
4. Клеванцов Ю. П., Мичурин А. Н., Рожков В. А. Расчет статистических оценок вероятностных характеристик квазистационарных и нестационарных гидрометеорологических процессов по данным продолжительных натурных измерений. — В кн.: Инструкция по механизированной камеральной обработке материалов наблюдений над температурой и соленостью морской воды. ГУНО. Л., 1972, с. 86—222.
5. Математическое обеспечение автоматизированной системы для океанографических исследований. Киев, «Наукова думка», 1968. 115 с.
6. Померанец К. С. Изменчивость неперiodических течений по наблюдениям в северо-восточной Атлантике. — «Тр. ГОИН», 1974, вып. 120.
7. Приложение методов теории нестационарных вероятностных процессов к анализу структуры и динамики океанологических процессов. ВНИИГМИ — МЦД, Обнинск, 1972. Авт.: В. А. Рожков, Ю. А. Трапезников, С. М. Микулинская, Ю. П. Клеванцов, Ю. В. Сустанов.
8. Каракулаков В. А., Сустанов Ю. В. Программа расчета приливных характеристик и ее реализация на примере анализа приливных колебаний уровня Балтийского моря. — «Сб. работ ЛГМО и ПГМО», 1974, вып. 8.
9. Драгац Я. П. О спектральных свойствах периодически коррелированных случайных процессов. — «Отбор и передача информации», 1971, вып. 30.
10. Рожков В. А., Филатов Н. Н. О некоторых особенностях мезомасштабной и синоптической изменчивости морских течений. — См. наст. сб.

АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОЦЕНОК ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Поверхностные и внутренние волны, колебания уровня, температура, соленость и плотность воды и другие физические процессы, наблюдающиеся в морях и океанах, меняются в пространстве и во времени случайным образом [1—6]. Степень случайности пространственно-временных изменений этих процессов неодинакова и обусловлена наложением и взаимодействием большого количества факторов (определяющих, например, динамику внутренних волн, колебаний уровня), из которых иногда можно выделить главенствующие, например турбулентный характер движения (океанские течения), турбулентность сил, обуславливающих движение (ветровые волны) и т. д. Это свойство океанологических процессов приводит к необходимости рассматривать их как случайные функции, описывать закономерности структуры и динамики этих процессов в терминах вероятностных характеристик и использовать при анализе натурных данных методы теории вероятностей и математической статистики.

В современной трактовке [7, 8] под вероятностным анализом понимается совокупность приемов, методов и действий, направленных на изучение вероятностных свойств (закономерностей) исследуемого явления или процесса. Эту совокупность можно представить в виде следующей последовательности процедур:

- выбор, обоснование и определение характеристик, с помощью которых описываются вероятностные свойства изучаемого процесса;

- определение статистических оценок выбранных вероятностных характеристик, позволяющих вычислить по данным натурных измерений интересующие величины;

- изучение свойств статистических оценок вероятностных характеристик с целью устранения методических погрешностей обработки и анализа натурных данных;

— алгоритмизация и программирование вычислительного процесса, приводящего к получению достоверных оценок вероятностных характеристик по натурным данным;

— обобщение результатов расчета значений статистических характеристик в виде аппроксимативной эмпирической зависимости от выбранных аргументов или получение оценок параметров теоретической зависимости;

— разработка, проверка и уточнение физико-математической модели исследуемого процесса, учитывающей его физические свойства (обычно записанные в виде системы уравнений гидромеханики) и вероятностную структуру.

Приведенный перечень процедур и степень их детализации не являются общепринятыми (ср., например, [9, 10]). Этот подход сложился в процессе подготовки ряда работ [6, 12, 15—26], в которых нашли отражение все названные стадии вероятностного анализа, от статистической обработки экспериментальных данных до получения аппроксимативных зависимостей статистических характеристик от факторов, определяющих структуру и динамику исследуемого процесса, и построения гидродинамической модели. Повидимому, такой подход является типичным для достаточно большого числа гидрометеорологических процессов.

В настоящей работе рассмотрены лишь некоторые типичные задачи одного (третьего в указанной последовательности) из этапов вероятностного анализа, а именно, изучение свойств статистических оценок вероятностных характеристик путем модельных расчетов. При этом допускается, что анализируемый процесс стационарен (в широком смысле), и его вероятностные свойства характеризуют корреляционная функция $K_{\zeta}(\tau)$ и спектральная плотность $S_{\zeta}(\omega)$.

Принятие этих предположений позволяет упростить анализ натуральных данных и одновременно упростить решение таких методических вопросов¹, как:

- устранение смещения оценок,
- уменьшение коррелированности значений оценок,
- выбор оптимальных значений параметров расчета оценок на основе априорной и накопленной информации о свойствах процесса,
- выполнение статистической обработки натуральных данных с учетом специфики исследуемых процессов и особенностей выборочной изменчивости оценок вероятностных характеристик и т. п.

Основное внимание в работе уделено математическому обеспечению расчетов, связанных с решением названных вопросов применительно к конкретному процессу, подробное изложение методических вопросов дано в работах [16—21].

¹ В работах [3, 23] аналогичные вопросы рассматриваются применительно к оценкам корреляционных функций и спектральных плотностей нестационарных процессов.

Основные формулы для расчета значений смещения и корреляционной функции оценок корреляционной функции и спектральной плотности стационарного случайного процесса

Предположим, что значения оценок $K_{\zeta}^*(\tau)$ корреляционной функции $K_{\zeta}(\tau)$ и оценок $\tilde{S}_{\zeta}^*(\omega)$ спектральной плотности $S_{\zeta}(\omega)$

$$K_{\zeta}^*(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \zeta^0(t) \zeta^0(t+\tau) dt, \quad (1)$$

$$\tilde{S}_{\zeta}^*(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\tau_{\max}} \lambda(\tau) K_{\zeta}^*(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (2)$$

вычисляются по единственной реализации $\zeta(t)$, ограниченной временем $t \in [0, T]$ измерения процесса и центрированной

$$\zeta^0(t) = \zeta(t) - m_{\zeta}^* \quad (3)$$

на оценку

$$m_{\zeta}^* = \frac{1}{T} \int_0^T \zeta(t) dt \quad (4)$$

математического ожидания m_{ζ} .¹

При этих предположениях в работах [15—17] показано, что оценки (1) и (2) являются смещенными и значения оценок коррелированы. Смещение $\varepsilon_{K^*}(\tau)$ оценки $K_{\zeta}^*(\tau)$ вида (1) рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} \varepsilon_{K_{\zeta}^*}(\tau) = & -\frac{2}{T(T-\tau)} \int_0^T \left(1 - \frac{\nu}{T}\right) \left[\tau K_{\zeta}(\nu) + T K_{\zeta}(\nu - \tau) \right] d\nu - \\ & - \frac{1}{T(T-\tau)} \int_0^{\tau} (T + \tau - 2\nu) [K_{\zeta}(\nu) + K_{\zeta}(\nu - \tau)] d\nu, \end{aligned} \quad (5)$$

¹ В работе [13] рассмотрены другие виды оценок корреляционных функций, отличающиеся от (1) пределами интегрирования и способом центрирования реализации. Оценка вида (2) рекомендована в работе [30]. Широкое использование методов эмпирического спектрального анализа натуральных данных привело к многочисленным модификациям оценок спектральной плотности, вычисляемых путем преобразования Фурье реализаций [29], фильтровым методом [27], обобщаемым методами наибольшего правдоподобия [28], максимума энтропии [31, 32]. В целях возможного ускорения вычислений применяются методы «быстрого преобразования Фурье» [29], используются различные виды базисных функций (Уолша [33], Хаара, Виленкина — Крестенсона [34]) и др.

Оценки вида (1) и (2) наиболее удобны для изучения и моделирования их статистических свойств, обобщение излагаемых методов на другие виды оценок не представляет особых трудностей (см., например, [13, 35]).

а корреляционная функция $K_{K^*}(\tau, v)$ значений $K^*(\tau)$ и $K^*(v)$ — в соответствии с выражением¹

$$K_{K^*}(\tau, v) = \frac{1}{T-\tau} \left\{ 2 \int_0^{T-v} \left(1 - \frac{s}{T-v} \right) [K_c(s)K_c(s+v-\tau) + K_c(s-\tau) \times \right. \\ \left. \times K_c(s+\tau)] ds + \int_0^{v-\tau} [K_c(s)K_c(s-v+\tau) + K_c(s-v)K_c(s+\tau)] ds \right\}. \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что величины $\varepsilon_{K^*}(\tau)$ и $K_{K^*}(\tau, v)$, характеризующие $K_c^*(\tau)$ как случайную функцию², являются функциями от $K_c(\tau)$. Вид и параметры $K_c(\tau)$ задаются на основе априорной (корреляционная функция, типичная для класса процессов, например для ветрового волнения и зыби $K_c(\tau)$, принята [19] экспоненциально-косинусной) и (или) накопленной в процессе расчета $K_c^*(\tau)$ информации (оценки параметров аппроксимации коррелограмм [20]).³ В основу модели изучения статистических свойств оценок могут быть положены: аппроксимативное выражение корреляционной функции $K_c(\tau)$ [16], вид процесса (например, типа авторегрессии [29]), закон распределения оценок [8], структура ансамбля реализаций [7, 37] и т. п. Однако первый из названных подходов к моделированию позволяет наиболее просто учесть характерные особенности структуры анализируемого процесса для изучения и, возможно, улучшения (за счет выбора $\lambda(\tau)$, T , $\tau_{\max}$) свойств оценок (1) и (2). Для простых аппроксимаций $K_c(\tau)$ интегралы, входящие в выражения (5) и (6), могут быть вычислены аналитически (см., например, [10, 16, 17]), однако в большинстве случаев полученные в результате интегрирования выражения оказываются малоприспособленными для массовых вычислений. Фактически подавляющее большинство аппроксимаций требует для выполнения расчетов по формулам (5) и (6) привлечения ЭВМ.

Цель вычислений состоит в том, чтобы для каждого конкретного процесса определить при заданном аппроксимативном выражении $K_c(\tau)$ величины (5) и (6) и, следовательно, определить при фиксированном T методические погрешности эмпирического

¹ Формула (5) совпадает с выражением (4.401) работы [10]; в работе [13] приводится более простое выражение $\varepsilon_{K^*}(\tau)$, полученное путем пренебрежения некоторыми членами в формуле (5); в работе [29] смещение оценки (1) полагается равным нулю.

Формула (6) легко может быть приведена к виду (5.3.19) работы [29]; незначительные отличия преобразованной формулы (6) от (5.3.19) в коэффициентах подынтегрального выражения обусловлены малосущественными для практических расчетов различиями оценки (1) от вида (5.3.9) работы [29].

² Пример ансамбля оценок корреляционных функций приведен на рис. 13 работы [6].

³ При этом в ряде случаев могут оказаться полезными аппроксимативные методы анализа случайных процессов [14].

корреляционного анализа. В тех же случаях, когда длина реализации T может быть увеличена, пользуясь формулами (5) и (6), можно указать такое T , что величины $\varepsilon_{K^*}(\tau)$ и $\tilde{K}_{K^*}(\tau, v)$ не будут превышать заданных уровней. При определении оптимальной величины T желательно потребовать выполнения условия [20], чтобы коэффициент вариации оценки корреляционной функции был меньше 1 для всех $\tau \in [0, \tau_{\max}]$. Другой типичной задачей является изучение статистических свойств оценок спектральной плотности (2), зависящих от T , $\tau_{\max}$ и $\lambda(\tau)$.

В работах [16, 17] показано, что смещение $\varepsilon_{S_{\zeta}^*}(\omega)$ оценки $S_{\zeta}^*(\omega)$ вида (2) рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_{S_{\zeta}^*}(\omega) = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^{\tau_{\max}} [\lambda(\tau) - 1] K_{\zeta}(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau - \int_{\tau_{\max}}^{\infty} K(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau + \int_0^{\tau_{\max}} \lambda(\tau) \varepsilon_{K^*}(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau \right\}, \quad (7)$$

а корреляционная функция $K_{S_{\zeta}^*}(\omega_1, \omega_2)$ значений $S_{\zeta}^*(\omega_1)$ и $S_{\zeta}^*(\omega_2)$ — в соответствии с выражением

$$K_{S_{\zeta}^*}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\tau_{\max}}^{\tau_{\max}} \int_{\tau_{\max}}^{\tau_{\max}} \lambda(\tau) \lambda(v) K_{K^*}(\tau, v) \times \\ \times \exp[-i(\omega_1 \tau + \omega_2 v)] d\tau dv. \quad (8)$$

Из (7) видно, что $\varepsilon_{S_{\zeta}^*}(\omega)$ является суммой трех слагаемых, характеризующих смещение оценки спектральной плотности за счет выбора весовой функции $\lambda(\tau)$, усечения коррелограммы $K^*(\tau)$ в точке $\tau_{\max}$, смещения $\varepsilon_{K^*}(\tau)$ оценки корреляционной функции. Значение первого слагаемого в (7) уменьшается при задании $\lambda(\tau)$ близким к 1, второго слагаемого — при увеличении $\tau_{\max}$ и третьего слагаемого — при увеличении T .

В большинстве практически встречающихся ситуаций, когда низкочастотные составляющие исключены из реализации и длина реализации T достаточно велика, основной вклад в величину $\varepsilon_{S_{\zeta}^*}(\omega)$ дает второе слагаемое, определяющее вид графика оценки спектральной плотности, обуславливающее появление отрицательных значений и т. д. [15, 21]. Согласно выражению (8) значения функции $K_{S_{\zeta}^*}(\omega_1, \omega_2)$ можно вычислить как двукратное преобразование Фурье с весом $\lambda(\tau) \lambda(v)$ корреляционной функции $K_{S_{\zeta}^*}(\omega_1, \omega_2)$.

Из (7) и (8) следует, что величины $\varepsilon_{S^*}(\omega)$ и $K_{S^*}(\omega_1, \omega_2)$, характеризующие $S^*(\omega)$ как случайную функцию¹, являются функционалами от $K_\tau(\tau)$. В ряде работ [9, 29, 38] для изучения свойств оценки спектральной плотности используются простые соотношения, определяющие дисперсию оценки (2) и χ^2 распределение значений $S^*(\omega)$ в зависимости от отношения $\tau_{\max}/T$. Эти простые соотношения дают очень схематизированное представление о свойствах оценки (2), без учета специфики анализируемого процесса.

Излагаемая в настоящей работе модель базируется на раздельном изучении влияния параметров T , $\tau_{\max}$ и функции $\lambda(\tau)$ на свойства (5) — (8) оценок (1) и (2) применительно к конкретному процессу (заданному через функцию $K_\tau(\tau)$); вычислении математических ожиданий и корреляционных функций оценок значений $K_\tau^*(\tau)$ и $K_\tau^*(v)$, а также оценок $S_\tau^*(\omega_1)$ и $S_\tau^*(\omega_2)$ с последующей аппроксимацией распределений

$$F_{K^*(\tau), K^*(v)}(z_1, z_2) = P\{K_\tau^*(\tau_1) < z_1, K_\tau^*(\tau_2) < z_2\}$$

и

$$F_{\tilde{S}_\tau^*(\omega_1), \tilde{S}_\tau^*(\omega_2)}(\zeta_1, \zeta_2) = P\{\tilde{S}_\tau^*(\omega_1) < \zeta_1, \tilde{S}_\tau^*(\omega_2) < \zeta_2\}$$

двумерными нормальными распределениями².

Улучшение свойств статистической оценки (2) достигается путем подбора при заданном T величины $\tau_{\max}$ и вида $\lambda(\tau)$ таких, чтобы значения выражений (7) и (8) не превышали заданного уровня. Наиболее просто подбор $\tau_{\max}$ и $\lambda(\tau)$ производится путем вычисления на ЭВМ величин (7) и (8) следующим образом.

Зададим значения $\lambda(\tau) \equiv 1$ и подберем, пренебрегая в (7) величинами $\varepsilon_{K^*}(\tau)$, такое $\tau_{\max}^{(1)}$, которое обеспечивает для любого ω выполнение неравенства $\varepsilon_{S^*}(\omega) < \varepsilon_0$. Затем по формуле (8) подбирается (с помощью вычислений по соответствующей программе) $\tau_{\max}^{(2)} \geq \tau_{\max}^{(1)}$, при котором для любых ω_1 и ω_2 значение $K_{S^*}(\omega_1, \omega_2) \leq K_0$. Если такие $\tau_{\max}^{(1)}$ и (или) $\tau_{\max}^{(2)}$ подобрать не удастся (при заданном T), то процедура подбора продолжается при использовании весовых функций $\lambda(\tau)$ различного вида (см. табл. 6 работы [6]).

В качестве приближения для $\lambda(\tau)$ можно использовать [21]

$$\lambda(\tau) = \frac{1}{1 + \frac{K_{K^*}(\tau, \tau)}{K^2(\tau)}}. \quad (9)$$

¹ Пример ансамбля оценок спектральных плотностей приведен на рис. 20 работы [6].

² Для практического определения доверительных интервалов оценок (1) и (2) или для расчета значений указанных распределений используются таблицы [39].

На сформулированных положениях построена методика вероятностного анализа записей волнения [20, 21]. На модели ветрового волнения и зыби, рассматриваемых как стационарные случайные процессы с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией, показано, что

- смещением оценок корреляционной функции (при $T \approx 20$ мин) можно пренебречь [16];

- оценки корреляционной функции всегда имеют при больших τ незатухающие колебания, вследствие коррелированности значений $K_{\zeta}^*(\tau)$ и $K_{\zeta}^*(v)$ [16, 18];

- смещение оценок $S_{\zeta}^*(\omega)$ спектральной плотности существенно зависит от $\tau_{\max}$, неправильный выбор которого приводит к искажению вида графика $S^*(\omega)$, появлению отрицательных значений (при малых $\tau_{\max}$) и ложных пиков (при больших $\tau_{\max}$) [15, 18, 21];

- корреляционная функция $K_{S^*}(\omega_1, \omega_2)$ имеет вид флуктуирующей поверхности с хорошо выраженным основным максимумом на частотах, близких к частоте максимума $S_{\zeta}(\omega)$, и большим количеством вторичных максимумов, положение которых зависит от выбора $\tau_{\max}$ [17];

- возможно различить на нисходящей ветви спектральной плотности случайные пики, которые можно объяснить коррелированностью значений $S_{\zeta}^*(\omega_1)$ и $S_{\zeta}^*(\omega_2)$ от неслучайных, обусловленных нелинейными взаимодействиями спектральных составляющих [17].

Учет этих особенностей выборочной изменчивости оценок позволил уточнить аппроксимативные выражения для спектральных плотностей ветрового волнения и зыби [6, 12] и перейти к гидродинамическому моделированию волнового процесса [25, 26].

Программы для расчета значений смещения и корреляционной функции оценок корреляционной функции и спектральной плотности случайных процессов

В основу излагаемой модели для изучения свойств статистических оценок вероятностных характеристик (1) и (2) положены соотношения (5)—(8), позволяющие рассчитывать величины $\varepsilon_{K^*}(\tau)$, $K_{K^*}(\tau, v)$, $\varepsilon_{S^*}(\omega)$, $K_{S^*}(\omega_1, \omega_2)$ по заданному аппроксимативному выражению корреляционной функции $K_{\zeta}^*(\tau)$ исследуемого процесса.

Наибольшей общностью и простотой построения вычислительной схемы обладает алгоритм непрерывного расчета значений характеристик (5)—(8) по заданным $K_{\zeta}^*(\tau)$, $\lambda(\tau)$, T и $\tau_{\max}$. Однако

для реализации этого алгоритма на ЭВМ типа М-220¹ требуется довольно большое количество времени (более десяти часов), а его практическое значение невелико: в большинстве ситуаций $K_{\zeta}(\tau)$ и T задано, а $\tau_{\max}$ и $\lambda(\tau)$ подбираются в процессе обработки экспериментальных данных.

По указанным причинам представилось целесообразным оформить алгоритм расчета величин (5)—(8) в виде отдельных программ:

- «МКК» — для вычисления значений $\varepsilon_{K^*}(\tau)$ и $K_{K^*}(\tau, v)$,
- «ES» — для вычисления значений $\varepsilon_{S^*}(\omega)$,
- «KS» — для вычисления значений $K_{S^*}(\omega_1, \omega_2)$.

Перечисленные программы позволяют вычислить значения функций (5)—(8) применительно к стационарному случайному процессу с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией

$$K_{\zeta}(\tau) = D \exp \{-\alpha|\tau|\} \cos \beta \tau \quad (10)$$

и допускают возможность модификации применительно к оценкам авто- и взаимных корреляционных функций и спектральных плотностей случайных процессов более общего вида.

Рассмотрим вначале некоторые общие вопросы построения этих программ (тексты программ на языке Алгол для транслятора ТА-1М и краткие пояснения к ним приведены в приложениях 1—3).

Одной из особенностей описываемых программ является то, что в основу их алгоритмов были положены выражения²

$$\begin{aligned} \varepsilon_{K_{\zeta}^*}(\tau) = & -\frac{1}{T(T-\tau)} \int_0^T \left(1 - \frac{v}{T}\right) [(T+\tau)K_{\zeta}(\tau) - (T-\tau)K_{\zeta}(-\tau) + \\ & + 2TK_{\zeta}(\tau - v)] dv + \frac{1}{T(T-\tau)} \int_0^{\tau} (T+\tau-2v)[K_{\zeta}(v) + K_{\zeta}(\tau-v)] dv, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} K_{K_{\zeta}^*}(\tau, v) = & \frac{1}{T-\tau} \left\{ \int_0^{T-v} \left(1 - \frac{s}{T-v}\right) [K_{\zeta}(s)K_{\zeta}(s+v-\tau) + \right. \\ & + K_{\zeta}(s+v-\tau)K_{\zeta}(s) + 2K_{\zeta}(\tau-s)K_{\zeta}(s+v)] ds + \\ & \left. + \int_0^{\tau-v} [K_{\zeta}(s)K_{\zeta}(s-v+\tau) + K_{\zeta}(s+v-\tau)K_{\zeta}(s)] ds \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

¹ Наиболее распространены в Гидрометслужбе СССР в настоящее время ЭВМ типа «Минск-22 и 32» и М-220 и 222 с быстродействием не выше 20 тыс. операций в секунду.

² Вывод выражения (11) аналогичен выводу выражения (4.401), приведенному в работе [10]; вывод выражения (12) в значительной степени повторяет выкладки приложения П 9.1 работы [29]; отличия в формулах (11) и (12) от формул из цитируемых источников вызваны отличием вида (15) оценки корреляционной функции от принятого в работах [10, 29].

$$\varepsilon_{S_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega) = \varepsilon_{C_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega) - i \varepsilon_{Q_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega), \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_{C_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega) = & \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\tau_{\text{макс}}} [\lambda(\tau) - 1] [K_{\zeta \eta}(\tau) + K_{\zeta \eta}(-\tau)] \cos \omega \tau d\tau - \right. \\ & - \int_{\tau_{\text{макс}}}^{\infty} [K_{\zeta \eta}(\tau) + K_{\zeta \eta}(-\tau)] \cos \omega \tau d\tau + \\ & \left. + \int_0^{\tau_{\text{макс}}} \lambda(\tau) [\varepsilon_{K_{\zeta \eta}}^*(\tau) + \varepsilon_{K_{\zeta \eta}}^*(-\tau)] \cos \omega \tau d\tau \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Q_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega) = & \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\tau_{\text{макс}}} [\lambda(\tau) - 1] [K_{\zeta \eta}(\tau) - K_{\zeta \eta}(-\tau)] \sin \omega \tau d\tau - \right. \\ & - \int_{\tau_{\text{макс}}}^{\infty} [K_{\zeta \eta}(\tau) - K_{\zeta \eta}(-\tau)] \sin \omega \tau d\tau + \\ & \left. + \int_0^{\tau_{\text{макс}}} \lambda(\tau) [\varepsilon_{K_{\zeta \eta}}^*(\tau) - \varepsilon_{K_{\zeta \eta}}^*(-\tau)] \sin \omega \tau d\tau \right\}, \end{aligned}$$

$$K_{S_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega_1, \omega_2) = K_{C_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega_1, \omega_2) - i K_{Q_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega_1, \omega_2), \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} K_{C_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega_1, \omega_2) = & \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{\tau_{\text{макс}}} \lambda(u) du \int_0^{\tau_{\text{макс}}} \lambda(v) \{ [K_{K_{\zeta \eta}}^*(u, v) + K_{K_{\zeta \eta}}^*(-u, -v)] \times \\ & \times \cos(\omega_1 u + \omega_2 v) + [K_{K_{\zeta \eta}}^*(u, -v) + K_{K_{\zeta \eta}}^*(-u, v)] \times \\ & \times \cos(\omega_1 u - \omega_2 v) \} dv, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{Q_{\zeta \eta}}^{\sim*}(\omega_1, \omega_2) = & \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{\tau_{\text{макс}}} \lambda(u) du \int_0^{\tau_{\text{макс}}} \lambda(v) \{ [K_{K_{\zeta \eta}}^*(u, v) - K_{K_{\zeta \eta}}^*(-u, -v)] \times \\ & \times \sin(\omega_1 u + \omega_2 v) + [K_{K_{\zeta \eta}}^*(u, -v) - K_{K_{\zeta \eta}}^*(-u, v)] \times \\ & \times \sin(\omega_1 u - \omega_2 v) \} dv, \end{aligned}$$

характеризующие свойства оценок взаимной корреляционной функции

$$K_{\zeta \eta}^*(\tau) = \frac{1}{T-|\tau|} \int_0^{T-|\tau|} \zeta^0(t) \eta^0(t+\tau) dt \quad (15)$$

и взаимной спектральной плотности

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\zeta\eta}^*(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\tau_{\max}}^{\tau_{\max}} \lambda(\tau) K_{\zeta\eta}^*(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau = \\ &= \tilde{C}_{\zeta\eta}^*(\omega) - i\tilde{Q}_{\zeta\eta}^*(\omega),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{\zeta\eta}^*(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tau_{\max}} \lambda(\tau) [K_{\zeta\eta}^*(\tau) + K_{\zeta\eta}^*(-\tau)] \cos \omega\tau d\tau, \\ \tilde{Q}_{\zeta\eta}^*(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tau_{\max}} \lambda(\tau) [K_{\zeta\eta}^*(\tau) - K_{\zeta\eta}^*(-\tau)] \sin \omega\tau d\tau,\end{aligned}\quad (16)$$

двух стационарных и стационарно связанных случайных процессов $\zeta(t)$ и $\eta(t)$.

Соотношения (5)–(8) легко могут быть получены [16] из выражений (11)–(14) как частный случай при $\zeta(t) = \eta(t)$. Эта особенность позволяет использовать программы «ММК», «ES» и «KS» для изучения свойств оценок (1), (2), (15), (16) как авто, так и взаимных корреляционных функций и спектральных плотностей.

Другая особенность рассматриваемых программ состоит в том, что для их использования применительно к конкретному типу случайного (случайных) процесса (процессов) необходимо задать аналитические выражения $K_{\zeta}(\tau)$ или $K_{\zeta}(\tau)$, $K_{\eta}(\tau)$, $K_{\zeta\eta}(\tau)$ в программе «ММК» (при определенном T), а также дополнительно $\varepsilon_{K_{\zeta}^*}(\tau)$ или $\varepsilon_{K_{\zeta\eta}^*}(\tau)$ в программе «ES» и $K_{K_{\zeta}^*}(\tau)$ или $K_{K_{\zeta\eta}^*}(\tau)$ в программе «KS» при определенных значениях $\tau_{\max}$ и выбранном $\lambda(\tau)$.

В указанных программах в качестве таких аналитических выражений приняты (10), а также

$$\varepsilon_{K_{\zeta}^*}(\tau) = -\frac{2D}{\alpha T \left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right]} \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^{-1}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned}K_{K_{\zeta}^*}(\tau, v) &= \frac{D^2}{2(T-\tau)} \{ [(v+\tau+a) \cos [\beta(v+\tau)] + \\ &+ b \sin [\beta(v+\tau)]] \exp[-\alpha(v+\tau)] + [(v-\tau+a) \cos [\beta(v-\tau)] + \\ &+ b \sin [\beta(v-\tau)]] \exp[-\alpha(v-\tau)] \},\end{aligned}\quad (18)$$

где

$$a = \frac{2\alpha^2 + \beta^2}{\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}, \quad b = \frac{\alpha^2}{\beta(\alpha^2 + \beta^2)}.$$

Выражения (17) и (18), характеризующие смещение и корреляционную функцию значений оценок (1) для процессов с $K_{\tau}(\tau)$ в виде (10), получены [16] путем вычисления интегралов в соотношениях (5) и (6). Конкретность принятых выражений (10), (17) и (18) заставляет ограничить область непосредственного применения программ (без учета возможных модификаций) только для гидрометеорологических процессов, имеющих автокорреляционную функцию экспоненциально-косинусного вида (10) с различными D , α , β или экспоненциального вида (являющегося частным случаем (10) при $\beta=0$) с различными D и α .

Более того, весовая функция $\lambda(\tau)$ принята в программах «ES» и «KS» равной

$$\lambda(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau \leq \tau_{\text{макс}}, \\ 0 & \text{при } \tau > \tau_{\text{макс}}. \end{cases} \quad (19)$$

Кажущееся несоответствие между общностью поставленной задачи (изучение статистических свойств оценок (1) и (2) с целью устранения за счет выбора $\lambda(\tau)$, T и $\tau_{\text{макс}}$ методических погрешностей обработки анализа натурных данных), еще большей общностью алгоритма (11)—(14) ее решения применительно к оценкам вида (15), (16) и конкретностью их программной реализации — применительно к стационарному процессу с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией (10) — довольно легко устранимо за счет внесения некоторых модификаций в программы «МКК», «ES» и «KS».

Обсудим эти модификации. Выражения (10), (17), (18) и (19) оформлены во всех программах в виде процедур. Это дает возможность применить указанные программы к расчету величин (5)—(8) или (11)—(14) путем замены одних процедур другими. Отметим лишь, что наиболее просто модифицируются программы «МКК» и «ES» на полициклические процессы с корреляционной функцией вида суммы выражений (10). Для этого достаточно расширить список формальных параметров в процедуре расчета значений корреляционной функции и изменить оператор присвоения при обращении к процедуре вычисления значений подынтегральных выражений.¹ Столь же просто заменить весовую функцию (19) на любую другую, например, для наиболее распространенных весовых функций, достаточно воспользоваться процедурой «ves» приведенной в тексте программы «ЭСА» работы [43].

В более общем случае — при изучении свойств (5)—(8) оценок (1) и (2) для процессов с корреляционными функциями, отличающимися от (10), а также при изучении свойств (11)—(14)

¹ Расширения области применения программы «KS» на полициклические процессы таким приемом достигнуть не удастся, поскольку выражение $K_{K*}(\tau, \nu)$ для этих процессов, кроме суммы выражений вида (18), содержит (см. работу [16]) еще дополнительные слагаемые.

оценок (15) и (16) для процессов с авто и взаимными корреляционными функциями произвольного вида — необходимо

— выбрать аппроксимативные выражения для $K_{\zeta}(\tau)$ или $K_{\zeta}(\tau)$, $K_{\eta}(\tau)$ и $K_{\zeta\eta}(\tau)$;

— оформить эти выражения в виде процедуры (процедур) в программе «МКК»;

— вычислить интегралы, входящие в выражение (5) или (11); если для принятых аппроксимативных формул $K_{\zeta}(\tau)$, $K_{\eta}(\tau)$, $K_{\zeta\eta}(\tau)$ интегрирование в (5) или (11) связано с трудоемкими выкладками, то целесообразно ограничиться аппроксимацией зависимости $\epsilon_{K^*}(\tau)$ от переменной τ по результатам расчета значений $\epsilon_{K^*}(\tau)$ по программе «МКК»¹;

— оформить это выражение в виде процедуры в программе «ES».

Наибольшие ограничения в возможности применения к различным гидрометеорологическим процессам имеет программа «KS». Эти ограничения в основном связаны с трудоемкостью получения аналитических выражений $K_{K^*}(\tau, v)$ по формулам (6) или (12) для заданного вида $K_{\zeta}(\tau)$, $K_{\eta}(\tau)$, $K_{\zeta\eta}(\tau)$ или же с аппроксимацией зависимости $K_{K^*}(\tau, v)$ от переменных τ и v по результатам расчета по программе «МКК», поскольку вид этой зависимости может оказаться весьма сложен (см., например, рис. 1 в работе [16]). По-видимому, в качестве одного из возможных путей для преодоления указанных трудностей является принятие упрощенных стилизованных выражений для $K_{K^*}(\tau, v)$, учитывающих лишь самые существенные особенности графика этой функции и оформление этих выражений в виде процедуры в программе «KS».

Подобные трудности в получении аналитических формул с целью модификации процедур в программах «ES» и «KS» заставляют поставить вопрос о возможности задания значений функций $\epsilon_{K^*}(\tau)$ или $K_{K^*}(\tau, v)$ в табличной форме. Принятая в программах форма задания функций $K(\tau)$, $\lambda(\tau)$, $\epsilon(\tau)$ и $K(\tau, v)$ в виде аналитических выражений удобна тем, что исходными данными для расчета являются параметры аппроксимации корреляционной функции, например D , α , β для вида (10), а также тем, что численное интегрирование может быть выполнено с любой наперед заданной точностью по методу Симпсона с автоматическим выбором шага интегрирования — по процедуре $p0655$ (·) для транслятора ТА-1М. Следует отметить, что выбранный метод численного интегрирования приводит к довольно существенным затратам машинного времени (особенно при вычислениях по программе «KS»). В целях ускорения вычислений интегралов (8) и (14) более эффективны вероятностные методы численного интегрирования [41].

¹ Во многих практических задачах в качестве аппроксимативных выражений зависимости $\epsilon_{K^*}(\tau)$ на промежутке $\tau \in [0, \tau_{\max}]$ могут быть использованы константа, отрезок прямой линии или парабола (см. примеры в работах [10, 16, 29]) и, в более общем случае, частная сумма ряда, полученная при разложении $\epsilon_{K^*}(\tau)$ по ортогональным полиномам [40].

Одним из возможных приемов для ускорения вычислений по программам «ES» и «KS» является использование рекуррентных формул (см. описание процедуры «Тригфун» в § 11 и 12 работы [6]) для расчета значений тригонометрических функций, входящих в выражение (8) и (14).

По сравнению с аналитическими выражениями табличная форма задания $\varepsilon_K^*(\tau)$ в программе «ES» и $K_K^*(\tau)$ в программе «KS» требует

- организации хранения (на перфокартах, магнитной ленте или барабане) значений этих функций при смене программы «МКК» программой «ES» или «KS»;

- использования различных методов (с целью обеспечения заданной точности) численного интегрирования, особенно при вычислении двойного интеграла в (8) или (14), в зависимости от конкретных свойств функций, входящих в подынтегральное выражение [42].

Указанные требования усложняют разработку программ моделирования свойств статистических оценок для достаточно широкого класса процессов, они же в какой-то мере явились дополнительными доводами в пользу принятого в программах «МКК», «ES» и «KS» способа задания функций $K_\varepsilon(\tau)$, $\varepsilon_K^*(\tau)$ и $K_K^*(\tau, \nu)$ в виде аналитических выражений.

В заключение необходимо также отметить, что выражения (5)—(8), (11)—(14) удается использовать в ряде случаев не только для стационарных процессов, но и применительно к некоторым видам нестационарных процессов. Общие выражения для математических ожиданий и корреляционных функций оценок вероятностных характеристик нестационарных процессов [3, 7, 13, 23, 27] еще более громоздки, чем выражения (5)—(8), (11)—(14), и поэтому моделирование статистических свойств этих оценок существенно затруднено большим объемом вычислений и многомерностью исходных выражений. Необходимость получения практических методических рекомендаций по выбору параметров статистического анализа реализаций нестационарных процессов заставляет искать упрощенные компромиссные решения. Одним из таких путей является использование выражений (5)—(8), (11)—(14) и соответствующих программ для расчета по ним в качестве приближений (при фиксированных t) для смещения и корреляционных функций оценок авто- и взаимных корреляционных функций $K_\varepsilon(t, \tau)$, $K_{\varepsilon\eta}(t, \tau)$ и спектральных плотностей $S_\varepsilon(\omega, t)$, $S_{\varepsilon\eta}(\omega, t)$ нестационарных процессов. Несмотря на определенные ограничения, связанные с заменой нестационарных процессов квазистационарными, в ряде случаев такой подход оправдан (см. пример на с. 31 в работе [3]).

**ПРОГРАММА «МКК» РАСЧЕТА ЗНАЧЕНИЙ СМЕЩЕНИЯ
И КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ОЦЕНОК
КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Программа «МКК» предназначена для вычисления значений $\varepsilon_{K_{\xi}}^*(\tau)$, $\varepsilon_{K_{\xi\eta}}^*(\tau)$ смещения и $K_{K_{\xi}}(\tau, \nu)$, $K_{K_{\xi\eta}}(\tau, \nu)$ корреляционной функции оценок (1), (15) авто и взаимных корреляционных функций стационарных и стационарно связанных случайных процессов $\xi(t)$ и $\eta(t)$.

Расчет этих значений производится в соответствии с выражениями (5), (6) или (11), (12) в зависимости от условного числа di [4].

Процедура kf , по которой вычисляются значения корреляционных функций $K_{\xi}(\tau)$, $K_{\eta}(\tau)$, $K_{\xi\eta}(\tau)$, составлена на основе аппроксимативной формулы (10).

Исходными данными для расчета по программе «МКК» являются:

- 1) Число n , количество элементов в массиве di .
- 2) Массив di [1 : n], содержащий элементы:
 - di [1] — количество сечений $K_{K^*}(\tau_k, \nu_j)$ по переменным
 - di [2] — τ и ν соответственно: $\tau_k = \tau_0 + k\Delta\tau$;
 $\nu_j = \nu_0 + j\Delta\nu$, $k=0, 1, \dots, di$ [1], $j=0, 1, \dots, di$ [2];
 - di [3] — количество элементов в массиве d ;
 - di [4] — $\begin{cases} 0 \text{ при вычислении } \varepsilon_{K_{\xi}}^*(\tau) \text{ и } K_{K_{\xi}}(\tau) \text{ для оценок (1),} \\ 3 \text{ при вычислении } \varepsilon_{K_{\xi\eta}}^*(\tau) \text{ и } K_{K_{\xi\eta}}(\tau) \text{ для оценок (15).} \end{cases}$
- 3) Массив d [1 : di [3]], содержащий элементы:
 - d [1] — интервал $\Delta\tau$ дискретности по переменной τ_k ;
 - d [2] — начальный шаг при вычислении интегралов в формулах (5), (6) или (11), (12);
 - d [3] — точность численного интегрирования;
 - d [4] — длина T реализации;
 - d [5] — значение τ_0 ;
 - d [6] — значение ν_0 ;
 - d [7] — интервал $\Delta\nu$ дискретности по переменной ν_j ;
 - d [8] — значения D, α, β параметров аппроксимации (10)
 - d [9] — значения D, α, β параметров аппроксимации (10)
 - d [10] — функции $K_{\xi}(\tau)$.

¹ Программы составлены на языке Алгол-60 для транслятора ТА-1М ЭВМ М-220 с использованием стандартизированных процедур: $p0042(\cdot)$ — ввод исходных данных; $p0655(\cdot)$ — вычисление значения определенного интеграла методом Симпсона с автоматическим выбором шага численного интегрирования; $p0717(\cdot)$ — вызов процедуры на рабочее поле; $p1041(\cdot)$ — печать результатов расчета.

Если вычисляются статистические характеристики $\varepsilon_{K_{\zeta\eta}}(\tau)$ и $K_{K_{\zeta\eta}}(\tau, \nu)$ оценок взаимной корреляционной функции, следует задать также $\{d[11], d[12], d[13]\}, d\{[14], d[15], d[16]\}$ — наборы значений параметров D, α, β аппроксимации (10) корреляционных функций $K_{\eta}(\tau)$ и $K_{\zeta\eta}(\tau)$ соответственно.

Комплектация перфокарт входных данных: $n, K\Sigma; di, K\Sigma; d, K\Sigma$.

Примеры задания исходных данных для:

1) оценки (1) автокорреляционной функции

$n=4, di=\{5; 10; 10; 0\},$

$d=\{5; 1; 0,5; 1200; 10; 10; 5; 1; 0,07; 0,644\};$

2) оценки (15) взаимной корреляционной функции

$n=4, di=\{5; 10; 16; 3\},$

$d=\{5; 1; 0,5; 1200; 10; 10; 5; 1; 0,07; 0,644; >0,5; 0,08; 0,8; 0,25; 0,03; 0,827\}$

В результате решения на печать выдаются:

1) массив di ;

2) массив d ;

3) последовательность из $di[1] + 1$ групп чисел; каждая группа содержит значение τ_k и массив $cov[0:di[2], 1:2]$, состоящий из последовательности пар чисел $v_j, K_{K_{\zeta\eta}}(\tau_k, v_j), j=0, 1, \dots, di[2]$;

4) массив $s[0:di[1], 1:2]$, состоящий из последовательности пар чисел τ_k и $\varepsilon_{K_{\zeta\eta}}(\tau_k), k=0, 1, \dots, di[1]$.

В случае необходимости замены выражения (10) другими выражениями для авто и взаимных корреляционных функций в программу «МКК» необходимо внести следующие изменения:

— оформить аппроксимативные выражения для $K(\tau), K_{\eta}(\tau), K_{\zeta\eta}(\tau)$ в виде процедуры kf ;

— записать параметры аппроксимативных выражений в виде сегмента массива ($d[8]—d[16]$) или расширить их список, если общее число параметров аппроксимации $K_{\zeta}(\tau), K_{\eta}(\tau), K_{\zeta\eta}(\tau)$ превышает 9, за счет введения дополнительных элементов массива d .

Программа «МКК»

```
begin integer n, i, j, k, k1; p0042 (n);
  begin real T, t, t1, f, f1, f2, z, u, v, w, c, l, l1, l2;
  integer array di [1:n]; array in [1:4];
  p0042 (di); p1041 (di);
  begin array d [1:di[3]], s [0:di[1], 1:2],
  cov [0:di[2], 1:2]; p0042 (d); p1041 (d);
  begin real procedure kf (x, y); integer y; real x;
  kf:=d [8+y]×exp(−d [9+y]×abs(x))×cos (d [10+y]×
  x);
  p0717 (kf); in [1]:=0; in [3]:=d [2];
  in [4]:=d [3]; T:=d [4]; k:=di [4]; k1:=2×k;
```

```

for i:=0 step 1 until di [1] do
  begin t:=d [5]+i×d [1]; p1041 (t); in [2]:=d [4];
  f2:=p0655 (z, u, in [1], p, q); go to lab;
p:   l:=-z; l1:=t-z;
    u:=(1-z/T)×((T+t)×kf(z, k1)-(T-t)×kf(l, k1)+
    2×T×kf(l1, k1));
q:   ;
lab: in [2]:=t; f1:=p0655 (z, u, in [1], p1, q1);
    go to lab1;
p1:  l:=t-z; u:=(T+t-2×z)×(kf(z, k1)+kf(l, k1));
q1:  ;
ab1: s [i, 1]:=t; s [i, 2]:=(f1-f2)/(T-t);
    comment смещение корреляционной функции;
    for j:=0 step 1 until di [2] do
      begin v:=d [6]+j×d [7]; cov [j, 1]:=v;
      if v<t then begin t1:=v; w:=t end
      else begin t1:=t; w:=v end;
      in [2]:=T-w;
      if k=0 then f:=p0655 (z, u, in [1], p2, q2)
      else f:=p0655 (z, u, in [1], p22, q22); go to lab2;
p2:  l1:=z+w; l:=l1-t1; l2:=t1-z;
      u:=(1-z/(T-w))×(kf(z, 0)×kf(l, 0)+kf(l1, 0)
      ×kf(l2, 0));
q2:  ;
p22: l1:=z+w; l:=l1-t1; l2:=t1-z;
      u:=(1-z/(T-w))×(kf(z, 0)×kf(l, 3)+kf(l, 0)
      ×kf(z, 3)+2×kf(l1, 6)×kf(l2, 6));
q22: ;
ab2: c:=if k=0 then c:=p0655 (z, u, in [1], p3, q3)
      else c:=p0655 (z, u, in [1], p33, q33); go to lab3;
p33: l:=w-z; l1:=t1-l; l2:=t1+z;
      u:=kf(z, 0)×kf(l1, 3)+kf(l2, 6)×kf(l, 6);
q33: ;
p3:  l:=w-z; l1:=t1-l; l2:=z+t1;
      u:=kf(z, 0)×kf(l1, 0)+kf(l2, 0)×kf(l, 0);
q3:  ;
ab3: if k=0 then (c+f)/(T-t) else (c+2×f)/(T-t);
      cov [j, 2]:=c end;
      p1041 (cov) end;
      p1041 (s) end
end
nd
nd

```

**ПРОГРАММА РАСЧЕТА ЗНАЧЕНИЙ СМЕЩЕНИЯ ОЦЕНОК
СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ «ES»**

Программа «ES» предназначена для вычисления значений $\varepsilon_{S_{\xi}^*}(\omega)$, $\varepsilon_{S_{\xi\eta}^*}(\omega)$ смещения оценок (2), (16) авто- и взаимной спектральной плотности стационарных и стационарно связанных случайных процессов $\xi(t)$ и $\eta(t)$.

Расчет значений $\varepsilon_{S_{\xi}^*}(\omega)$, $\varepsilon_{S_{\xi\eta}^*}(\omega)$ производится в соответствии с выражениями (7) или (13) в зависимости от условного числа n [3].

Процедуры $kf(\cdot)$, $dkf(\cdot)$ и $la(\cdot)$ вычисления значений $K(\tau)$, $\varepsilon_{K^*}(\tau)$ и $\lambda(\tau)$ составлены на основе выражений (10), (17), (19). Исходными данными для расчета по программе «ES» являются:

1) Массив n [1:3], содержащий элементы:

n [1] — количество элементов в массиве cn ;

n [2] — количество сечений $\varepsilon_{S^*}(\omega_k)$ по $\omega_k = \omega_0 + k\Delta\omega$,

$k = 0, 1, \dots, n$ [2];

n [3] = $\begin{cases} 2 & \text{при вычислении } \varepsilon_{S_{\xi}^*}(\omega) \text{ для оценки (2),} \\ 3 & \text{при вычислении } \varepsilon_{S_{\xi\eta}^*}(\omega) \text{ для оценки (16).} \end{cases}$

2) Массив cn [1: n [1]], содержащий элементы:

cn [1] — ω_0 , начальное значение частоты ω_k ;

cn [2] — $\Delta\omega$, интервал дискретности по переменной ω ;

cn [3] — $\tau_{\max}$, точка усечения оценки корреляционной функции;

cn [4] — длина T исходной реализации;

cn [5] — D } — параметры аппроксимативного выражения (10)
 cn [6] — α } корреляционной функции $K_{\xi}(\tau)$;
 cn [7] — β }

{ cn [8], cn [9] } — начальный шаг и точность при вычислении первого интеграла в (7), (13);

{ cn [10], cn [11] }, { cn [12], cn [13] } — те же величины при вычислении второго и третьего интегралов в (7), (13) соответственно.

Комплектация перфокарт входных данных n , $K\Sigma$; cn , $K\Sigma$.

Примеры задания исходных данных:

1) для расчета значений $\varepsilon_{S_{\xi}^*}(\omega)$ оценки (2) спектральной

плотности

$n = \{13; 20; 2\}$

$cn = \{0,02; 0,02; 20; 1200; 1; 0,07; 0,644; 10; 0,0001; 0,1; 0,0001; 0,1; 0,0001\};$

2) для расчета $\varepsilon_{S_{\zeta\eta}^*}^{\sim}(\omega)$ оценки (16) взаимной спектральной плотности

$n = \{13; 20; 3\},$

$cn = \{0,02; 0,02; 20; 1200; 0,25; 0,03; 0,825; 5; 0,0001; 0,1; 0,0001; 0,1; 0,0001\}.$

В результате решения на печать выдаются:

1) массив cn ;

2) двумерный массив $delta [0:n [2], 1:n [3]]$, содержащий элементы $delta [k, 1]$ — значение $\omega_k, k=0, 1, 2, \dots, n [2]; delta [k, 2]$ — $\varepsilon_{S_{\zeta\eta}^*}^{\sim}(\omega_k)$ или вещественная часть $\varepsilon_{S_{\zeta\eta}^*}^{\sim}(\omega_k)$, т. е. $\varepsilon_{C_{\zeta\eta}}^{\sim}(\omega_k)$; если

вычисляются значения $\varepsilon_{S_{\zeta\eta}^*}^{\sim}(\omega_k)$, печатается также $delta [k, 3]$ — мнимая часть $\varepsilon_{S_{\zeta\eta}^*}^{\sim}(\omega_k)$, т. е. $\varepsilon_{Q_{\zeta\eta}^*}^{\sim}(\omega_k)$. Если корреляционная

функция процесса имеет вид, отличный от (10), следует процедуры kf и dkf оформить в соответствии с видом корреляционной функции и параметры аппроксимации функции $K(\tau)$ записать как сегмент массива ($cn [8] — cn [10]$) или, если необходимо, расширить cn , изменив соответственно значение $n [1]$.

Программа «ES»

begin integer m, i, j, c; integer array n [1:3];

real x, y, u, v, u1, v1, u2, v2, r;

p0042(n); c:=n [3]; m:=n [2];

begin array cn [1:n [1]], in [1:4];

real procedure la (z); real z; la:=1;

real procedure kf (z); real z;

kf:=cn [5] × exp (—cn [6] × abs (z)) × cos (cn [7] × z);

real procedure dkf (z); real z;

begin real k;

k:=-2 × cn [5] / cn [6] / (cn [4] — abs (z));

dkf:=k / (1 + (cn [7] / cn [6]) ↑ 2)

end;

p0717 (cos, sin, abs, kf, dkf, la);

p0042 (cn); p1041 (cn);

begin array delta [0:m, 1:c];

if c=3 then

begin for i:=0 step 1 until m do

begin delta [i, 1]:=cn [1] + i × cn [2]; in [1]:=0;

in [2]:=cn [3]; in [3]:=cn [8]; in [4]:=cn [9];

u:=p0655 (x, y, in [1], p, q); go to lab;

p: **r:=-x;**

y:=(la (x) — 1) × (kf (x) + kf (r)) × cos (delta [i, 1] × x);

q: **;**

lab: **v:=p0655 (x, y, in [1], p1, q1); go to lab1;**

```

p1:    r:=-x;
      y:=(la (x)-1)×(kf (x)-kf (r))×sin (delta [i, 1]×x)
q1:    ;
lab1:  in [3]:=cn [12]; in [4]:=cn [13];
      u1:=p0655 (x, y, in [1], p2, q2); go to lab2;
p2:    r:=-x;
      y:=la (x)×(dkf (x)+dkf (r))×cos (delta [i, 1]×x);
q2:    ;
lab2:  v1:=p0655 (x, y, in [1], p3, q3); go to lab3;
p3:    r:=-x;
      y:=la (x)×(dkf (x)-dkf (r))×sin (delta [i, 1]×x);
q3:    ;
lab3:  in [1]:=cn [3]; in [2]:=cn [4];
      in [3]:=cn [10]; in [4]:=cn [11];
      u2:=p0655 (x, y, in [1], p4, q4); go to lab4;
p4:    r:=-x;
      y:=(kf (x)+kf (r))×cos (delta [i, 1]×x);
q4:    ;
lab4:  v2:=p0655 (x, y, in [1], p5, q5); go to lab5;
p5:    r:=-x;
      y:=(kf (x)-kf (r))×sin (delta [i, 1]×x);
q5:    ;
lab5:  delta [i, 2]:=(u+u1-u2)/6.283;
      delta [i, 3]:=(v+v1-v2)/6.283 end;
go to A1 end;
for i:=0 step 1 until m do
begin delta [i, 1]:=cn [1]+i×cn [2]; in[1]:=0;
in [2]:=cn [3]; in [3]:=cn [8]; in [4]:=cn [9];
u:=p0655 (x, y, in [1], p0, q0); go to lab0;
p0:    y:=(la (x)-1)×kf (x)×cos (delta [i, 1]×x);
q0:    ;
lab0:  in [3]:=cn [12]; in [4]:=cn [13];
      u1:=p0655 (x, y, in [1], p20, q20); go to lab20;
p20:   y:=la (x)×dkf (x)×cos (delta [i, 1]×x);
q20:   ;
lab20: in [1]:=cn [3]; in [2]:=cn [4]; in [3]:=cn [10];
      in [4]:=cn [11];
      u2:=p0655 (x, y, in [1], p40, q40); go to lab40;
p40:   y:=kf (x)×cos (delta [i, 1]×x);
q40:   ;
lab40: delta [i, 2]:=(u+u1-u2)/3.1416 end;
A1:    p1041 (delta) end
end
end

```

ПРОГРАММА РАСЧЕТА ЗНАЧЕНИЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ОЦЕНОК СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ «KS»

Программа «KS» предназначена для вычисления значений $K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_1, \omega_2), K_{\tilde{s}_{\zeta\eta}}^*(\omega_1, \omega_2)$ корреляционной функции оценок (2), (16)

авто и взаимных спектральных плотностей стационарных и стационарно связанных случайных процессов $\zeta(t)$ и $\eta(t)$.

Расчет этих значений производится в соответствии с выражениями (8) или (14) в зависимости от условного числа g [6]. Процедура, по которой вычисляются значения корреляционной функции $K_{K^*}(\tau, \nu)$ оценок корреляционной функции $K_\zeta(\tau)$ или $K_\eta(\tau)$, $K_{\zeta\eta}(\tau)$, составлена на основе формулы (18). Процедура $a(\cdot)$ определяет значение весовой функции (19). Исходными данными для расчета по программе «KS» являются:

1) Массив g [1: 6], содержащий элементы:

- $\{g[1], g[2]\}$ — начальный и конечный номера сечений функции $K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_1, \omega_2)$ по переменной $\omega_1 \in [(i_{\min} + 1) \times \Delta\omega_1, i_{\max} \times \Delta\omega_1]$;
- $\{g[3], g[4]\}$ — то же по переменной $\omega_2 \in [j_{\min} \times \Delta\omega_2, j_{\max} \times \Delta\omega_2]$;
- $g[5]$ — количество элементов в массиве cr ;
- $g[6] = \begin{cases} 2 & \text{при вычислении } K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_1, \omega_2) \text{ для оценки (2),} \\ 3 & \text{при вычислении } K_{\tilde{s}_{\zeta\eta}}^*(\omega_1, \omega_2) \text{ для оценки (16).} \end{cases}$

2) Массив cr [1: $g[5]$], содержащий элементы:

- $cr[1]$ — интервал дискретности $\Delta\omega_1$, по переменной ω_1 ;
- $cr[2]$ — интервал дискретности $\Delta\omega_2$, по переменной ω_2 ;
- $cr[3] - D$ } — параметры аппроксимативного выражения
- $cr[4] - \alpha$ } (10) корреляционной функции $K_\zeta(\tau)$;
- $cr[5] - \beta$ }
- $cr[6]$ — длина T реализации;
- $cr[7]$ — $\tau_{\max}$, точка усечения оценки корреляционной функции;

$\{cr[8], cr[9]\}$ — начальный шаг и точность вычисления внешнего интеграла в (8) или (14);

$\{cr[10], cr[11]\}$ — те же величины при вычислении внутреннего интеграла в (8) или (14).

Комплектация перфокарт входных данных: $g, K\Sigma; cr, K\Sigma$.

При расчете значений $K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_1, \omega_2)$ для оценки (2) в программе

«KS» предусмотрено (по условному числу $g[6]$) уменьшение по сравнению с $K_{\tilde{s}_{\zeta\eta}}^*(\omega_1, \omega_2)$ для оценки (16) количества вычислений

за счет использования свойства симметрии $K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_1, \omega_2) = K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_2, \omega_1)$.

Примеры задания исходных данных для расчета значений:

1) $K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_1, \omega_2)$ оценки (2) спектральной плотности

$g = \{0; 30; 1; 30; 11; 2\}$,

$cr = \{0,1; 0,1; 1; 0,07; 0,644; 1200; 50; 0,5; 0,001; 0,5; 0,0001\}$;

2) $K_{\tilde{s}_{\zeta\eta}}^*(\omega_1, \omega_2)$ оценки (16) взаимной спектральной плотности

$g = \{0; 30; 1; 30; 11; 3\}$,

$cr = \{0,1; 0,1; 0,25; 0,03; 0,825; 1200; 50; 0,5; 0,001; 0,5; 0,0001\}$.

В результате решения на печать выдаются:

1) массив g ;

2) массив cr ;

3) значение $\tau_{\max}$;

4) последовательность $(g[2] - g[1])$ групп чисел; каждая группа содержит значение ω_{1i} и массив $cov[g[3] : \mu, 1 : g[6]]$ состоящий из последовательности пар или троек чисел ω_{2j} и $K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_{1i}, \omega_{2j})$, для оценки (2) или ω_{2j} , $K_{\tilde{s}_{\zeta\eta}}^*(\omega_{1i}, \omega_{2j})$ для оценки (16); при этом в последнем случае $\mu \equiv g[4]$, т. е. печатается $g[4] - g[3]$ троек чисел, а в первом случае для оценки (2)

$$\mu = \begin{cases} g[4], & \text{если } \omega_{2j} < \omega_{1i}, \\ \omega_{1i}, & \text{если } \omega_{2j} \geq \omega_{1i}, \end{cases}$$

т. е. совокупность отпечатанных значений $K_{\tilde{s}_\zeta}^*(\omega_1, \omega_2)$ образует треугольную (а не прямоугольную!) матрицу.

Если корреляционная функция изучаемого процесса аппроксимируется выражением, отличным от (10), следует оформить в процедуру аппроксимативную формулу для $K_K^*(\tau, \nu)$, а параметры корреляционной функции $K^*(\tau)$ записать как сегмент массива $(cr[3] - cr[6])$ или, если параметров больше трех, расширить массив cr , соответственно изменив значение $g[5]$.

Программа «KS»

```
begin integer i, j, il, n, c;
integer array g [1 : 6]; p0042 (g);
begin real array cr [1 : g [5]], in, inb [1 : 4],
cov [g [3] : g [4], 1 : g [6]];
real x, y, y1, v1, tm, v, f, f1, z, z1;
real procedure la (q); real q; la := 1;
real procedure kk (q, w); real q, w;
begin real kv, u, a, b, a1, b1, u1, d, m, q1, w1;
q1 := abs (w); w1 := abs (q); kv := 0; a := cr [4]; b := cr [5];
u := a↑2 + b↑2; a1 := 1/a + a/u; b1 := a↑2/b/u;
```

```

if  $q1 < w1$  then begin  $u1 := w1$ ;  $d := q1$  end
else begin  $u1 := q1$ ;  $d := w1$  end;
for  $m := u1 - d$ ,  $u1 + d$  do
 $kv := kv + ((m + a1) \times \cos(b \times m) + b1 \times \sin(b \times m)) \times$ 
 $\exp(-a \times m)$ ;
 $kk := kv / (cr[6] - d) \times cr[3]^{2/2}$  end;
p0717 (la, kk, cos, exp, p0655);
p0042 (cr); p1041 (g); p1041 (cr);
in [3] := cr [8]; inb [3] := cr [10]; in [1] := inb [1] := 0;
tm := cr [7]; p1041 (tm); c := g [6];
in [2] := inb [2] := tm; in [4] := cr [9]; inb [4] := cr [11];
i := g [1];
ab: i := i + 1; f := i  $\times$  cr [1]; p1041 (f);
if c = 2 then go to R1 else
for j := g [3], j + 1 while j  $\times$  cr [2]  $\leq f \wedge j \leq g$  [4] do
begin f1 := j  $\times$  cr [2];
z := p0655 (v, x, in [1], p, q); go to A;
p: v1 := -v; x := p0655 (y, z1, inb [1], p1, q1); go to r;
1: y1 := -y; z1 := la (y)  $\times$  ((kk(y, v) + kk(y1, v1))  $\times$  cos (f  $\times$  v
+ f1  $\times$  y) + (kk(y, v1) + kk(y1, v))  $\times$  cos (f  $\times$  v - f1  $\times$  y));
1: ;
r: x := x  $\times$  la (v);
q: ;
4: cov [j, 1] := f1; cov [j, 2] := z/39.439;
z := p0655 (v, x, in [1], p2, q2); go to A2;
2: v1 := -v; x := p0655 (y, z1, inb [1], p3, q3); go to r1;
3: y1 := -y;
z1 := la (y)  $\times$  ((kk(y, v) - kk(y1, v1))  $\times$  sin (f  $\times$  v + f1  $\times$  y) +
(kk(y, v1) - kk(y1, v))  $\times$  sin (f1  $\times$  y - f  $\times$  v));
3: ;
1: x := la (v)  $\times$  x;
2: ;
12: cov [j, 3] := z/39.438 end;
go to A3;
1: for j := g [3], j + 1 while j  $\times$  cr [2]  $\leq f \wedge j \leq g$  [4] do
begin f1 := j  $\times$  cr [2]; z := p0655 (v, x, in [1], p0, q0);
go to A0;
0: x := p0655 (y, z1, inb [1], p10, q10); go to R0;
10: z1 := kk (y, v)  $\times$  la (y)  $\times$  cos (f1  $\times$  y);
10: ;
0: x := x  $\times$  la (v)  $\times$  cos (f  $\times$  v);
0: ;
0: cov [j, 1] := f1; cov [j, 2] := z/9.87 end;
3: if j > g [4] then go to A4 else i1 := entier (f/cr [2] - g [3] +
1.9);
begin array kor [1 : i1, 1 : c];
for n := 1 step 1 until i1 do
begin kor [n, 1] := cov [g[3] - 1 + n, 1];
kor [n, 2] := cov [g[3] - 1 + n, 2];

```

```

      kor[n, 3]:=cov[g[3]-1+n, 3] end;
    p1041(kor) end;
    go to lab1;
A4:  p1041(cov);
lab1: if i<g[2] then go to lab end
end

```

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. М., «Мир», 1965.
2. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Л., Гидрометеиздат, 1974. 262 с.
3. Применение методов теории нестационарных вероятностных процессов и анализ структуры и динамики океанологических процессов. Обнинск. 1972. 70 с. Авт.: В. А. Рожков, Ю. В. Сустанов, С. М. Микулинская, Ю. П. Клеванцов, Ю. А. Трапезников.
4. Сустанов Ю. В., Клеванцов Ю. П. Внутренние волны как нестационарный вероятностный процесс.— «Тр. ГОИН», 1974, вып. 122, с. 22—37.
5. Привальский В. Е. О спектре нерегулярных колебаний уровня моря.— «Тр. ГОИН», 1970, вып. 103.
6. Вероятностные характеристики волнения, методы их анализа и расчета.— «Тр. ГОИН», 1971, вып. 97. 187 с. Авт.: И. Н. Давидан, В. А. Рожков, Б. М. Андреев, Л. И. Лопатухин, Ю. А. Трапезников.
7. Цветков Э. И. Нестационарные случайные процессы и их анализ. М. «Энергия», 1973. 127 с.
8. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Сов. радио», 1969, ч. 1, 750 с.; 1968, ч. 2. 503 с.
9. Греджер К., Хатанаке М. Спектральный анализ временных рядов в экономике. М., «Статистика», 1972. 312 с.
10. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. М., «Сов. радио», 1963. 895 с.
11. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. М. «Мир», 1973. 957 с.
12. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветер и волны в морях и океанах. Регистр СССР, Л., «Транспорт», 1974. 254 с.
13. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М., «Сов. радио», 1968. 255 с.
14. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Аппроксимативные методы анализа случайных процессов. М., «Энергия», 1974. 176 с.
15. Кругляк Г. А., Микулинская С. М., Рожков В. А. Корреляционный и спектральный анализ гидрометеорологических процессов по реализации малой продолжительности. Всесоюз. совещание-семинар «Новые формы и методы представления данных по гидрометеорологическому режиму Ташкент, октябрь 1972.
16. Кругляк Г. А., Микулинская С. М., Рожков В. А. Статистические свойства оценок корреляционных функций и спектральных плотностей гидрометеорологических процессов.— «Тр. ВНИИГМИ — МЦД», 1973, вып. 1.
17. Микулинская С. М., Рожков В. А. Корреляционная функция значимых оценок спектральной плотности стационарного случайного процесса VII Всесоюз. симпозиум «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей», секц. III. Л., ВНИИЭП, 1974.
18. Рожков В. А. О выборочной изменчивости спектральных характеристик морского волнения.— В кн.: Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов. Регистр СССР, Л., «Транспорт», 1967.
19. Рожков В. А. Длина реализации и точка усечения коррелограммы как параметры эмпирического спектрального анализа записей волнения.— «Тр. ГОИН», 1969, вып. 93.
20. Рожков В. А. Расчет статистических оценок вероятностных характеристик ветровых волн по данным натурных наблюдений.— В кн.: Тр. координационных совещаний по гидротехнике. Вып. 50. Л., «Энергия», 1969.

1. Рожков В. А., Трапезников Ю. А. Методические рекомендации, алгоритмы и программы для расчета вероятностных характеристик ветрового волнения на ЭВМ. Обнинск, 1969. 397 с.
2. Бельшев А. П., Рожков В. А. Корреляционный тензор и тензор спектральной плотности как вероятностные характеристики векторных случайных процессов.— «Тр. ГОИН», 1975, вып. 126, с. 17—32.
3. Рожков В. А. Вероятностный анализ океанологических процессов как нестационарных и неоднородных случайных функций.— «Тр. ГОИН», 1974, вып. 122.
4. Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Анализ вероятностных свойств волнения с учетом его групповой структуры.— «Тр. ГОИН», 1972, вып. 112.
5. Давидан И. Н., Пасечник Т. А., Рожков В. А. Определение компонент уравнения баланса волновой энергии в спектральной форме и некоторые результаты модельных расчетов вероятностных характеристик волнения.— «Тр. ГОИН», 1974, вып. 122, с. 59—78.
6. Пасечник Т. А., Рожков В. А. Алгоритм и программа расчета вероятностных характеристик ветрового волнения.— См. в наст. сб.
7. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. Л., Судпромгиз, 1961. 252 с.
8. Г. ван Трис. Теория обнаружения, оценок и модуляции. М., «Сов. радио», 1972. 744 с.
9. Дженикс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. М., «Мир», 1971, вып. 1. 316 с.; 1972, вып. 2. 287 с.
10. Grenander U. On empirical spectral analysis of stochastic processes.— „Ark. Mathem.“, 1951, vol. 1, p. 503—531.
11. Ulrich T. Y. Maximum Entropy Power Spectrum of truncated sinusoids.— J. Geophys. Res., 1972, vol. 77, N 8, p. 1396—1400.
12. Predictive Filtering and Smoothing of Short records by Using maximum Entropy.— „J. Geophys. Res.“, 1973, vol. 78, N 23, p. 4959—4964. Auth.: T. Y. Ulrich, D. E. Smilie, O. G. Yensen, G. K. S. Clarke.
13. Связь предельного спектра Уолша со спектром Фурье. VII Всесоюз. симпозиум «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей», секц. I. Л., 1974, с. 106—111. Авт.: В. С. Кончан, В. Н. Пойда, Р. Х. Садыков, П. М. Чеголин.
14. Мановцев А. П. Спектральные представления и вероятностные характеристики финитных случайных процессов в базисах функций Виленкина—Крестенсона. VII Всесоюз. симпозиум «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей», секц. I. Л., 1974, с. 85—91.
15. Цветков Э. И. Погрешности измерений функциональных вероятностных характеристик на основе разложения по системе ортогональных функций. VII Всесоюз. симпозиум «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей», секц. III. К., 1974, с. 3—20.
16. Геранин В. А. Современный периодограммный анализ стационарных случайных процессов. IV Всесоюз. симпозиум «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей», секц. I. Л., 1971, с. 60—72.
17. Цветков Э. И. Анализ методических погрешностей измерений вероятностных характеристик случайных процессов. VI Всесоюз. симпозиум «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей», секц. I. Л., 1973, с. 3—18.
18. Priestley M. B. Basic Considerations in the Estimation of Spectre Techniques, 1962, vol. 4, N 4, p. 551—564.
19. Смирнов Н. В., Большев Л. Н. Таблицы для вычисления двумерного нормального распределения. Изд. АН СССР, М., 1962. 468 с.
20. Сегё Г. Ортогональные многочлены. М., Физматгиз, 1962. 500 с.
21. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. М., «Наука», 1973. 311 с.
22. Микеладзе М. Е. Численные методы математического анализа. М., Гостехиздат, 1953. 384 с.
23. Каракулаков В. А., Пасечник Т. А., Рожков В. А. Комплекс программ для статистической обработки записей волнения.— «Тр. ВНИИГМИ—МЦД», 1974, вып. 3, с. 23—47.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

Задача анализа длиннопериодных колебаний метеорологических элементов имеет большое значение как при исследовании физических процессов, происходящих в атмосфере, так и с целью оценки возможности долгосрочных прогнозов погоды. В частности большой интерес представляют колебания с периодами от двух месяцев и более, в настоящее время еще мало изученные [1].

Рассмотрим методику и результаты гармонического анализа временных рядов среднемесячных наблюдений атмосферного давления. Шаг данных по времени равен одному месяцу, и поэтому интервал частот ограничен сверху частотой Найквиста, соответствующей колебанию с периодом два месяца.

Наблюдения атмосферного давления в этом диапазоне часто содержат периодическое колебание с годовым периодом (годовой ход). Кроме того, дисперсии среднемесячных величин имеют годовой ход, т. е. не постоянны. Поэтому анализ непосредственно таких рядов наблюдений методами теории стационарных случайных процессов не является корректным. Необходимо привлечение методов теории нестационарных случайных процессов.

Рассмотрим одну из возможных приближенных схем анализа среднемесячных величин в рамках стационарной теории. Методик заключается в том, что исходные данные подвергаются преобразованию, в результате которого получаются временные ряды, статистические характеристики которых удовлетворяют (хотя бы приближенно) условиям стационарности.

Для выбора преобразования и осмысливания реальной ценности анализируемой информации необходимо сделать предположение о физической модели.

В качестве приближенной модели (для отдельного пункта наблюдений) примем выражение

$$Q(t) = C + \varphi(t) + X(t). \quad (1)$$

где $Q(t)$ — среднемесячное значение наземного давления; C — среднее значение (постоянная компонента); $X(t)$ — случайны

Таблица 1. Средние значения компонентов временных рядов наземного давления

Станция	Период наблюдений, годы	$\bar{C}$	σ_{φ}^2	Характеристика	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Абердин	1866—1960	758,4	1,44	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	756,9 5,3	757,7 6,4	758,2 4,6	759,0 3,3	761,0 2,8	761,0 2,5	759,2 2,8	758,4 3,1	759,2 4,1	757,7 4,3	756,9 4,8	755,4 4,8
Торсхавн	1873—1960	756,4	7,18	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	752,8 5,2	754,3 6,5	756,4 4,7	757,9 3,7	760,8 3,1	760,2 2,7	758,2 2,7	757,3 2,6	757,0 4,3	755,5 4,6	754,5 4,8	751,5 4,2
Валенсия	1866—1960	754,9	4,41	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	752,1 5,5	752,9 5,9	754,4 4,4	756,2 3,8	758,9 2,8	757,7 2,4	756,6 2,2	755,8 2,7	755,0 4,0	754,2 4,6	753,0 4,0	752,0 4,5
Бодо	1888—1960	760,2	2,67	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	759,7 5,8	759,7 6,4	759,7 4,8	760,0 3,6	761,0 3,1	762,3 2,8	761,5 2,5	760,7 2,5	761,2 3,1	759,5 3,8	759,5 4,8	759,0 5,6
Сейбл	1891—1950	760,5	2,21	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	760,2 2,8	758,4 3,8	759,0 4,1	760,0 2,0	761,0 1,8	760,5 2,3	761,2 1,5	761,8 1,5	762,5 1,8	761,8 2,3	760,7 3,1	759,2 3,1
Хапаранда	1860—1960	757,4	0,96	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	756,6 5,8	757,2 5,8	757,4 4,3	758,5 3,8	760,1 2,5	758,0 2,3	757,0 2,2	757,1 2,7	756,9 3,7	757,0 4,5	756,6 4,7	756,5 4,9
Гринвич	1854—1949	756,4	2,13	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	756,9 5,3	757,2 5,6	755,7 4,6	755,9 3,1	756,7 2,3	757,7 2,0	756,9 2,0	756,7 2,3	757,4 2,8	755,7 3,6	755,9 3,8	755,9 4,8
Ленинград	1881—1950	759,6	1,05	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	760,4 5,3	760,1 5,5	759,5 4,5	759,8 3,5	761,0 2,5	758,4 1,9	757,5 2,3	758,1 2,8	759,4 3,5	760,3 4,4	760,0 4,6	760,4 5,2
Копенгаген	1842—1960	760,4	0,38	$\bar{\varphi}(t) + \bar{C}$ $\sigma_{\varphi}(t)$	760,9 4,6	760,4 5,0	760,1 4,0	760,1 2,8	761,6 2,0	760,6 1,6	759,7 2,0	759,7 2,3	761,2 2,9	760,2 3,7	760,2 3,9	759,8 4,6

процесс с нулевым средним, представляющий собой отклонение среднемесячных величин от их годового хода.

Предположение о том, что $\varphi(t)$ — детерминированная функция прежде всего означает, что среднемесячные нормы принимают постоянными (неизменными во времени) для данного пункта наблюдений.

Изменчивость среднемесячных величин атмосферного давления будем характеризовать величиной

$$\sigma^2(t) = \sigma_{\varphi}^2 + \sigma_X^2(t), \quad (2)$$

где σ_{φ}^2 определяется суммой квадратов амплитуд гармоник разложения в ряд Фурье функции $\varphi(t)$. Ввиду предположения о детерминированности $\varphi(t)$ значение σ_{φ}^2 постоянно.

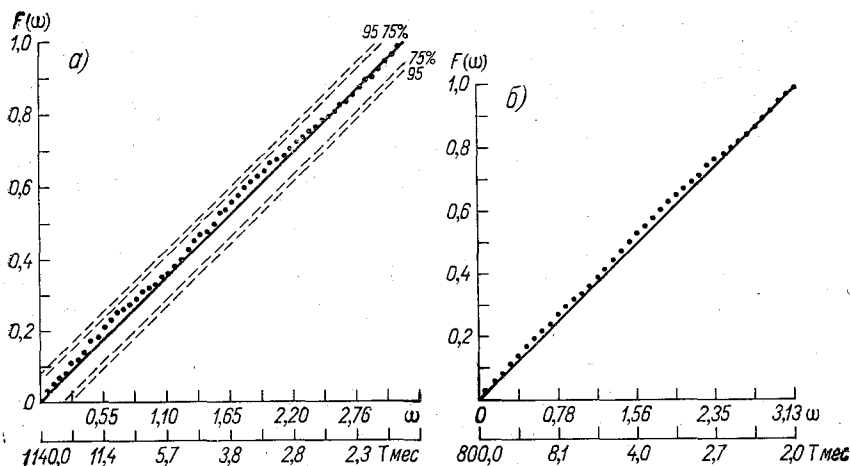


Рис. 1. Оценки спектральной функции атмосферного давления.

а — по данным ст. Абердин, б — путем осреднения результатов нескольких станций. Пунктиром показаны 75 и 95%-ные доверительные интервалы для белого шума.

Функция $\sigma_X^2(t)$ является дисперсией процесса $X(t)$. Поскольку дисперсия атмосферного давления также имеет годовой ход, $\sigma_X^2(t)$ будем считать периодической функцией с годовым периодом, а случайный процесс

$$Y(t) = \frac{X(t)}{\sigma_X(t)} \quad (3)$$

— приблизительно стационарным с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной единице. Процесс $Y(t)$ и будет исследован методами теории стационарных случайных процессов.

Временной ряд, который будем считать реализацией $Y(t)$

определяется из среднемесячных наблюдений следующим образом:

1) вычисляются оценки среднемесячных норм (значений $\varphi(t)$) и рассчитываются отклонения от этих норм;

2) с помощью полученных отклонений определяются оценки стандартов ($\sigma_X(t)$) по данным за каждый месяц в отдельности;

3) вычисляются отношения найденных отклонений к соответствующим оценкам стандартов, и полученный таким образом временной ряд считается реализацией процесса $Y(t)$.

Анализ результатов начнем с изучения оценок компонент формул (1) и (2). Список станций, периоды наблюдений и величины оценок C , $\varphi(t)$, σ_φ^2 и $\sigma_X(t)$ приведены в таблице.

Результаты, помещенные в этой таблице, показывают, что доля изменчивости атмосферного давления, обуславливаемая процессом $X(t)$, различна как для отдельных станций, так и для отдельных месяцев. Значения $\overline{\sigma_X^2}(t)$ в феврале составляют 85—98%, а в июне — августе 47—88% от величины $\overline{\sigma_\varphi^2} + \overline{\sigma_X^2}(t)$, т. е. на годовой ход приходится до 15% изменчивости зимой и до 50—53% летом. Например, для ст. Абердин на годовой ход в феврале приходится примерно 3%, а в июне — порядка 18% изменчивости атмосферного давления.

Далее, приведем оценки статистических характеристик случайного процесса $Y(t)$ для одной из станций (Абердин), а затем рассмотрим результаты, полученные осреднением найденных величин по всем станциям, указанным в таблице.

График спектральной функции процесса $Y(t)$ для этого случая изображен на рис. 1 а. Оценки не превосходят 75%-ных доверительных интервалов для белого шума и принадлежность выборки белому шуму несомненна.

На рис. 2 приведены периодограмма и спектральная плотность, полученные по данным ст. Абердин. Оценивание спектральной плотности производилось путем сглаживания периодограммы по формуле [2]

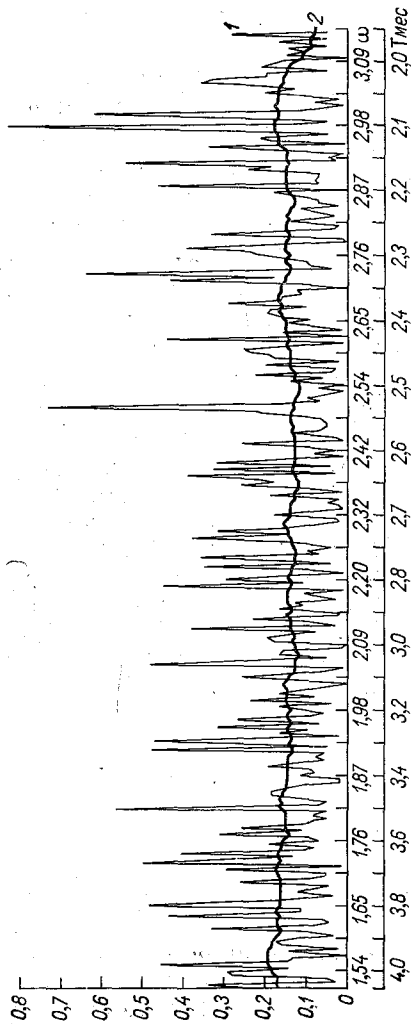
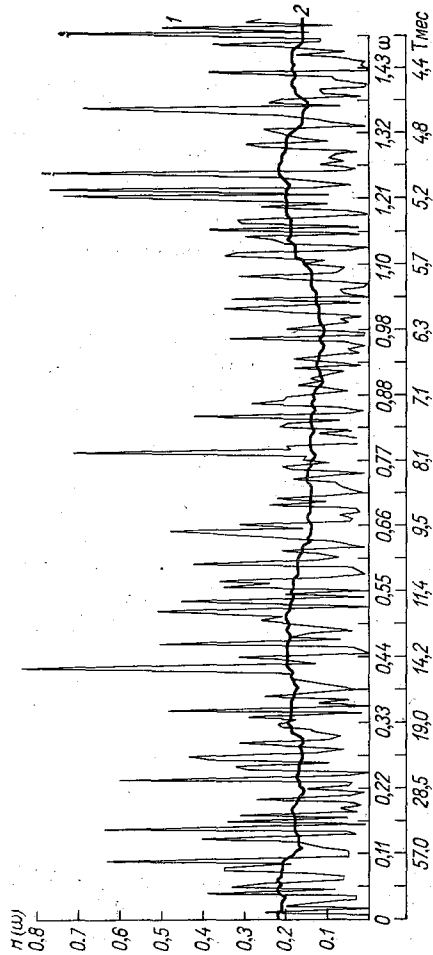
$$\overline{H}(\omega_p) = \sum_{j=-r}^r \alpha_j H_{p+j}, \quad (4)$$

где H_i — значения периодограммы, $r=20$,

$$\alpha_j = \frac{3(3r^2 + 3r - 1 - 5j^2)}{(4r^2 - 1)(2r + 3)}. \quad (5)$$

Эта формула является следствием аппроксимации функции на интервале $[p-r, p+r]$ многочленом третьей степени, коэффициенты которого определяются по способу наименьших квадратов. Как и следовало ожидать, спектральная плотность не содержит каких-либо значимых максимумов.

Рассмотрим теперь осредненные величины, процесс получения которых заключался в следующем. Весь интервал частот от 0 до π разбивался на 200 равных подынтервалов. Затем рассчитывались средние значения периодограмм, соответствующие точкам каждого



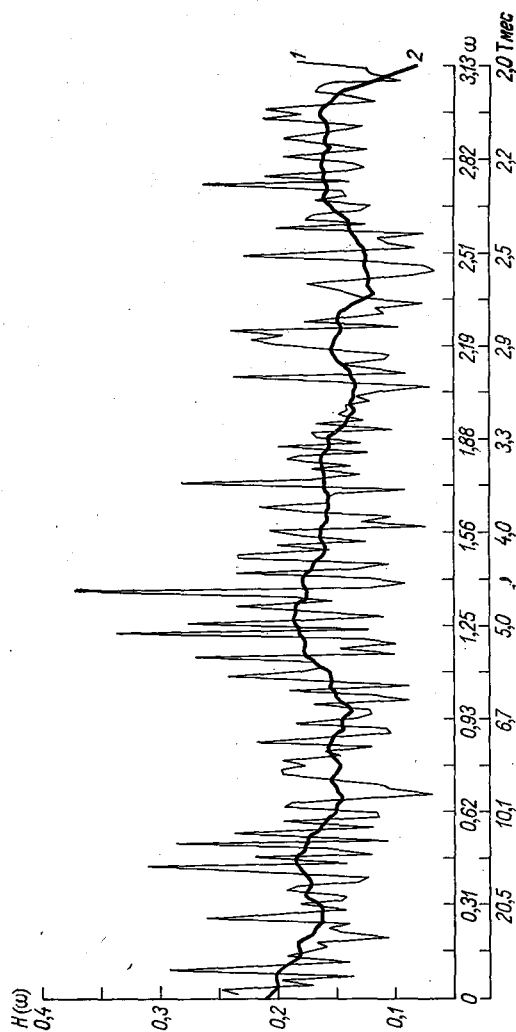


Рис. 3. Спектральные плотности, полученные путем осреднения периодограмм (1) и оценок спектральных плотностей (2) нескольких станций.

подынтервала и всем имеющимся реализациям. Результаты приведены на рис. 3. На этом же рисунке изображена кривая, полученная путем аналогичного осреднения оценок спектральных плотностей, найденных с помощью формулы (4). Соответствующая этим данным спектральная функция дана на рис. 1 б.

Рассмотренные графики свидетельствуют о близости наблюдений атмосферного давления к белому шуму. Незначительные флуктуации оценок спектральной плотности на рис. 3 (кривая 2) являются, по-видимому, результатом выборочной изменчивости реализаций.

Итак, спектральную плотность нормированных среднемесячных аномалий атмосферного давления в диапазоне периодов от двух месяцев и более можно считать приближенно постоянной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монин А. С. Прогноз погоды как задача физики. М., «Наука», 1969. 184 с.
2. Поляк И. И. Частотные характеристики регрессионных фильтров.— «Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 51—59.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ И ВРЕМЕННАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ ОСРЕДНЕННОЙ ПО ШИРОТЕ СРЕДНЕЙ МЕСЯЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ

В настоящее время наиболее полную информацию о термическом режиме северного полушария за период, прошедший со времени организации глобальной системы инструментальных метеорологических наблюдений, дают карты средних месячных аномалий температуры воздуха у земной поверхности (1881—1960 гг.) [4]. Эти данные могут быть дополнены текущей информацией, имеющейся в ряде метеорологических центров.

Средние значения аномалий температуры для 14 широтных кругов $\varphi_k = 20, 25, 30, 35, \dots, 85^\circ$ с. ш. ($k=1, 2, \dots, 14$) были получены Л. П. Спириной [8] для каждого месяца периода 1881—1969 гг. путем осреднения величин, снятых с карт при шаге по долготе, равном 10° . Эти данные в цифровой форме были любезно предоставлены нам Спириной.

Поскольку материалы, относящиеся к акватории Мирового океана, имеют меньшую точность по сравнению с данными о температуре воздуха над континентами, примененная методика осреднения не минимизирует дисперсию случайной ошибки средних широтных величин, но, можно надеяться, сводит к минимуму систематические ошибки.

Следует отметить, что такого рода ряды получены впервые, и они дают возможность статистического изучения колебаний осредненной по широте температуры воздуха северного полушария практически за весь период существования мировой сети метеорологических станций. Анализ этих данных целесообразно осуществлять методами теории случайных полей: Формульные схемы численного оценивания спектров и корреляционных функций двумерных однородных случайных полей приведены, например, в работе [6].

Целью данной работы является предварительная обработка рядов и анализ их спектров методами теории стационарных случайных процессов. Результаты оценки пространственно-временных спектров осредненной по широте температуры воздуха будут представлены отдельно.

Исходные ряды потребовали коррекции, смысл которой заключался в приведении всего ряда к периоду 1881—1969 гг., так как в соответствующих изданиях карт аномалии для периодов 1881—1940 и 1961—1969 гг. определены относительно нормы за период 1881—1935 (1940) гг. [7], а аномалии для периода 1941—1960 гг. вычислены относительно нормы за период 1881—1960 гг.

Обозначим исходные величины аномалий через $t_{0i,j,k}$, где i — номер года ($i=1881, 1882, \dots, 1969$), j — индекс месяца ($j=1, 2, \dots, 12$), k — номер широтного круга ($k=1, 2, \dots, 14$).

После коррекции получаем величины аномалий температуры:

$$t_{i,j,k} = t_{0i,j,k} + \begin{cases} \Delta t_{1j,k} & \text{при } 1881 \leq i \leq 1940, \\ \Delta t_{2j,k} & \text{при } 1941 \leq i \leq 1960, \\ \Delta t_{3j,k} & \text{при } 1961 \leq i \leq 1969. \end{cases} \quad (1)$$

Неизвестные поправки $\Delta t_{1j,k}$, $\Delta t_{2j,k}$ и $\Delta t_{3j,k}$ были найдены при использовании следующих условий:

$$\sum_{i=1881}^{1969} t_{i,j,k} = 0; \quad (2)$$

$$\Delta t_{1j,k} = \Delta t_{3j,k}; \quad (3)$$

$$\sum_{i=1881}^{1940} (t_{0i,j,k} + \Delta t_{1j,k} - \Delta t_{2j,k}) + \sum_{i=1941}^{1960} t_{0i,j,k} = 0. \quad (4)$$

Нужно иметь в виду, что при построении карт атласа аномалий температуры воздуха [4] за период 1881—1940 гг. в качестве норм на многих станциях использовались средние значения температуры за период времени 1881—1935 гг. В результате этого несоответствия суммы $\sum_{i=1881}^{1940} t_{0i,j,k} \neq 0$. Если пренебречь этим несоответствием и полагать, что указанные суммы отличны от нуля в результате накопления случайных ошибок в значениях $t_{0i,j,k}$, можно получить другую систему поправок. Таким образом, система поправок, определяемая из условий (1)—(4), не является единственно возможной.

Из (1)—(4) после простых преобразований имеем:

$$\Delta t_{1j,k} = \Delta t_{3j,k} = -\frac{1}{89} \left(\frac{4}{3} \sum_{i=1881}^{1960} t_{0i,j,k} + \sum_{i=1961}^{1969} t_{0i,j,k} \right); \quad (5)$$

$$\Delta t_{2j,k} = \Delta t_{1j,k} + \frac{1}{60} \sum_{i=1881}^{1960} t_{0i,j,k}. \quad (6)$$

После введения указанных поправок, помимо рядов величин $t_{i,j,k}$, были получены ряды нормированных отклонений $t_{i,j,k}/\sigma_{j,k}$, где $\sigma_{j,k}$ — среднее квадратическое отклонение для j -того месяца для широтного круга φ_k .

Поскольку данные, относящиеся к отдельным широтным кругам φ_k , обладают существенными случайными ошибками, были получены ряды ненормированных и нормированных отклонений температуры воздуха для широтных зон 20—35, 40—55, 60—70, 75—85 и 20—85° с. ш.

Средние для этих широтных зон величины были получены осреднением значений $t_{i,j,k}$ с весами, пропорциональными косинусам широты:

$$\tilde{t}(\varphi_{k_1} - \varphi_{k_2})_{i,j} = \sum_{k=k_1}^{k_2} t_{i,j,k} \cos \varphi_k / \sum_{k=k_1}^{k_2} \cos \varphi_k. \quad (7)$$

Нормированные отклонения представляют собой величины

Таблица 1

Стандартные отклонения осредненной по широте средней месячной температуры воздуха (°C) и меридионального градиента температуры

(°C/10° широты). $\hat{\sigma}$ — среднее за весь период наблюдений

Широта, °	Месяц												$\hat{\sigma}$
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
85	2,60	2,29	2,23	1,39	1,34	0,84	0,86	0,86	0,96	1,69	2,33	2,83	1,83
80	2,51	2,07	1,96	1,28	1,12	0,73	0,74	0,77	0,84	1,54	2,17	2,54	1,66
75	2,10	1,66	1,65	1,21	0,94	0,67	0,65	0,69	0,70	1,18	1,79	2,08	1,38
70	1,90	1,48	1,45	1,16	0,79	0,65	0,59	0,60	0,57	1,17	1,38	1,71	1,21
65	1,57	1,47	1,28	0,98	0,72	0,64	0,55	0,54	0,58	0,94	1,24	1,48	1,07
60	1,38	1,27	0,95	0,72	0,51	0,48	0,38	0,44	0,45	0,73	0,98	1,24	0,86
55	1,18	1,05	0,82	0,62	0,44	0,39	0,32	0,47	0,40	0,62	0,89	1,03	0,74
50	1,10	1,00	0,89	0,59	0,39	0,31	0,35	0,39	0,38	0,53	0,76	0,88	0,69
45	0,90	0,86	0,70	0,45	0,36	0,30	0,37	0,37	0,37	0,43	0,52	0,68	0,56
40	0,57	0,64	0,44	0,33	0,32	0,29	0,33	0,31	0,32	0,36	0,38	0,47	0,41
35	0,39	0,50	0,34	0,31	0,30	0,28	0,28	0,27	0,30	0,30	0,35	0,36	0,34
30	0,32	0,41	0,34	0,31	0,28	0,22	0,20	0,19	0,24	0,29	0,29	0,31	0,29
25	0,26	0,35	0,29	0,26	0,24	0,18	0,16	0,16	0,19	0,22	0,25	0,27	0,24
20	0,24	0,28	0,27	0,24	0,23	0,17	0,14	0,16	0,20	0,20	0,22	0,20	0,22
20—35	0,25	0,35	0,27	0,24	0,23	0,17	0,14	0,14	0,18	0,22	0,24	0,25	0,23
40—55	0,84	0,75	0,62	0,41	0,30	0,25	0,29	0,33	0,32	0,41	0,52	0,64	0,51
60—70	1,41	1,26	1,11	0,86	0,61	0,54	0,44	0,48	0,48	0,84	1,05	1,30	0,93
75—85	2,26	1,84	1,78	1,17	1,04	0,65	0,69	0,72	0,76	1,35	1,97	2,31	1,50
20—85	0,48	0,44	0,38	0,29	0,25	0,21	0,19	0,21	0,23	0,33	0,38	0,42	0,33
γ_1	0,42	0,37	0,36	0,26	0,18	0,14	0,13	0,14	0,14	0,24	0,33	0,40	0,28
γ_2	0,69	0,70	0,55	0,43	0,31	0,29	0,24	0,25	0,25	0,40	0,53	0,67	0,47

$\bar{t}_{i,j}/\sigma_{\bar{t}_{i,j}}$ где $\sigma_{\bar{t}_{i,j}}$ — стандартные отклонения осредненной по широтной зоне ($\varphi_{k_1} - \varphi_{k_2}$) температуры воздуха.

Для характеристики аномалий меридионального профиля температуры воздуха в северном полушарии были построены ряды аномалий градиента температуры в широтной зоне 25—27° с. ш. Аномалии градиента γ_1 и γ_2 были получены путем аппроксимации меридионального профиля аномалий температуры в окрестности широтного круга $\varphi = 50^\circ$ с. ш. полиномами первой (γ_1) и третьей (γ_2) степени при использовании метода наименьших квадратов. Так же были получены ряды нормированных отклонений двух указанных оценок градиента.

Описанные выше материалы ранее были использованы для анализа медленных внутривековых изменений средней температуры северного полушария, температуры его отдельных широтных зон и среднего меридионального градиента [2], поэтому мы не будем останавливаться на этих вопросах.

Данные о нормах средних зональных температур воздуха в северном полушарии, полученные Спириной [9] за период 1881—1935 гг., только в отдельные месяцы на некоторых широтах более чем на $0,1^\circ$ отличаются от средних за период 1881—1969 гг. и поэтому могут быть использованы без существенного изменения.

Средние квадратические (стандартные) отклонения осредненной по широтным кругам и широтным зонам средней месячной температуры воздуха и градиентов γ_1 и γ_2 представлены в табл. 1. Данные таблицы показывают существенный годовой и широтный ход стандартных отклонений, которые в месяцы холодного периода года оказываются для низких широт в 1,5, а для высоких широт в 3 раза больше, чем в месяцы теплого периода; при этом с ростом широты стандартные отклонения увеличиваются в летние месяцы в 5, а в зимние — примерно в 10 раз.

Несомненно, что зависимость от широты средних квадратических отклонений осредненной по широтным кругам температуры воздуха в значительной мере связана с масштабом пространственного осреднения, который пропорционален косинусу широты.

Теоретическое объяснение годового хода дисперсии температуры требует специальной постановки задачи, поскольку существующие модели термического режима земного шара не включают вторые моменты температуры в число определяемых параметров. Тем не менее следует обратить внимание на результаты расчетов М. И. Будыко [1], выполненных с помощью полуэмпирической модели термического режима Земли, показывающие, что при изменении такого климатообразующего фактора, как прозрачность атмосферы, изменения зональных температур для холодного полугодия в высоких широтах примерно в 3 раза превышают соответствующие изменения для теплого полугодия. Таким образом, эта простейшая квазистационарная модель качественно правильно описывает годовой ход изменчивости зональной температуры воздуха.

Таблица 2

Корреляционные матрицы нормированных отклонений средней по широте средней месячной температуры воздуха для месяцев теплого полугодия—выше главной диагонали — и для месяцев холодного полугодия — ниже главной диагонали таблицы

Широта, °	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20
Теплое полугодие														
85	1	0,90	0,74	0,49	0,27	0,18	0,06	0,06	0,05	0,06	0,10	0,08	0,01	-0,02
80	0,96	1	0,89	0,66	0,42	0,30	0,15	0,10	0,08	0,08	0,13	0,10	0,02	0,00
75	0,84	0,93	1	0,84	0,60	0,45	0,26	0,18	0,13	0,11	0,15	0,12	0,04	0,00
70	0,57	0,67	0,83	1	0,83	0,64	0,41	0,27	0,20	0,13	0,19	0,18	0,08	0,05
65	0,35	0,44	0,62	0,81	1	0,81	0,55	0,33	0,17	0,09	0,16	0,18	0,13	0,07
60	0,13	0,19	0,34	0,56	0,80	1	0,79	0,50	0,25	0,10	0,13	0,15	0,10	0,05
55	-0,04	-0,02	0,08	0,25	0,51	0,78	1	0,79	0,51	0,26	0,17	0,15	0,09	0,03
50	-0,11	-0,11	-0,07	0,05	0,27	0,52	0,83	1	0,77	0,48	0,30	0,20	0,05	-0,03
45	-0,10	-0,11	-0,10	-0,03	0,13	0,31	0,63	0,85	1	0,78	0,55	0,37	0,08	-0,06
40	-0,04	-0,04	-0,07	-0,06	-0,01	0,07	0,33	0,56	0,77	1	0,80	0,57	0,19	-0,01
35	0,01	0,03	0	-0,03	-0,04	-0,03	0,13	0,30	0,50	0,80	1	0,81	0,42	0,14
30	0,02	0,05	0,03	0,01	-0,02	-0,06	0,02	0,15	0,29	0,55	0,80	1	0,66	0,34
25	0,02	0,06	0,07	0,03	-0,03	-0,08	-0,01	0,10	0,20	0,43	0,66	0,82	1	0,70
20	0,04	0,07	0,07	0,03	-0,02	-0,06	0	0,09	0,14	0,30	0,45	0,58	0,81	1
Холодное полугодие														

Изменения средней широтной температуры воздуха на отдельных широтах являются связанными как в силу естественных причин, так и в результате некоторого сглаживания поля температуры, осуществленного при картировании данных измерений.

В табл. 2 представлены две автокорреляционные матрицы нормированных отклонений осредненной по кругам широт температуры воздуха для месяцев теплого полугодия (апрель — сентябрь) — матрица выше главной диагонали — для месяцев холод-

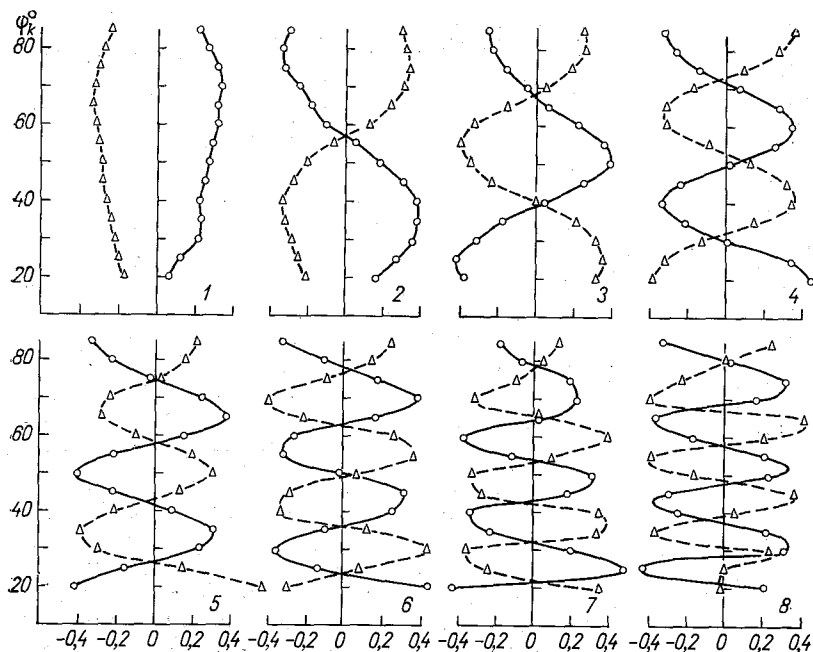


Рис. 1. Первые 8 собственных векторов автокорреляционных матриц нормированных отклонений средней месячной температуры воздуха, осредненной по широтным кругам для месяцев теплого (сплошные линии) и холодного (прерывистые линии) полугодий.

ного полугодия (октябрь — март) — матрица, помещенная ниже главной диагонали таблицы. Использование нормированных отклонений в данном случае необходимо, чтобы исключить влияние нестационарности дисперсии, имеющей годовой ход, существенно искажающий картину даже при осреднении данных только в пределах отдельных полугодий.

Сравнение автокорреляционных матриц показывает, что в месяцы холодного полугодия связь между аномалиями среднеширот-

ных температур воздуха убывает существенно быстрее, чем для месяцев теплого полугодия, в результате чего первая из них содержит целое поле отрицательных коэффициентов корреляции. В месяцы же теплого полугодия температура почти всех широт северного полушария положительно коррелирована.

Для средних условий всех месяцев года автокорреляционная матрица может быть получена простым осреднением элементов двух матриц, представленных в табл. 2.

Знание автокорреляционной матрицы позволяет рассмотреть спектр пространственных возмущений меридионального профиля температуры воздуха. Поскольку элементы корреляционных матриц зависят не только от разности индексов, т. е. матрицы не являются теплицевыми, в качестве базисной системы ортогональных функций целесообразно использовать собственные векторы корреляционных матриц. Задача представления метеорологических полей в виде разложений по статистически ортогональным системам функций и их физической интерпретации наиболее полно рассмотрена в монографии [5].

Обычно собственные векторы располагают и нумеруют в порядке убывания собственных чисел корреляционной матрицы. Во многих случаях оказывается, что упорядоченные по этому принципу собственные векторы характеризуются последовательно возрастающим числом перемен знаков своих элементов.

Однако если нумеровать собственные векторы в порядке, соответствующем увеличению числа перемен знака, то номера их можно рассматривать в качестве характеристики масштаба описываемых ими пространственных возмущений (в данном случае — меридионального профиля нормированных отклонений температуры воздуха), аналогичного волновым числам.

На рис. 1 представлены первые 8 из 14 собственных векторов автокорреляционных матриц нормированных отклонений осредненной по широте температуры воздуха для месяцев теплого и холодного полугодий. Для наглядности на этом рисунке векторы для двух полугодий изображены имеющими противоположные направления. Оценки показывают, что первые 7 собственных векторов для обоих полугодий практически попарно параллельны (косинусы углов между векторами составляют 0,94—0,99). Большие углы между векторами соответствуют малым собственным числам и не являются статистически значимыми.

Представленные на рис. 1 системы векторов образуют ортогональную систему функций, похожую на систему гармонических функций.

Суммарная дисперсия вектора нормированных отклонений зональной температуры $t_{i,j,k}/\sigma_{j,k}$ равна его размерности

$$\sum_{k=1}^{14} (t_{i,j,k}/\sigma_{j,k})^2 = \sum_{p=1}^{14} \lambda_p = 14,$$

где λ_p — собственные числа корреляционной матрицы; $p=1, 2, \dots, 14$; черта сверху означает осреднение по индексам i и j .

Доля суммарной дисперсии, описываемая при разложении по системе собственных векторов каждым n -ным собственным вектором $\lambda_n / \sum_{p=1}^{14} \lambda_p$, и аналог спектральной функции $\sum_{p=1}^n \lambda_p / \sum_{p=1}^{14} \lambda_p$, характеризующий долю суммарной дисперсии, описываемую первыми n собственными векторами для месяцев теплого и холодного полугодий, даны в табл. 3.

Из сравнения представленных спектров пространственных ковариационных матриц температуры воздуха видно, что основное

Спектральное разложение суммарной дисперсии пространственной по широте температуры воздуха северного

Характеристика	n						
	1	2	3	4	5	6	7
Теплое							
$\lambda_n/14$	0,361	0,214	0,150	0,117	0,056	0,030	0,018
$\sum_{p=1}^n \lambda_p/14$	0,361	0,575	0,725	0,842	0,898	0,928	0,946
Холодное							
$\lambda_n/14$	0,313	0,286	0,200	0,079	0,043	0,023	0,015
$\sum_{p=1}^n \lambda_p/14$	0,313	0,599	0,799	0,878	0,921	0,944	0,959

их различие заключается в том, что в месяцы холодного полугодия доля суммарной дисперсии, описываемая собственными векторами с номерами $n=2$ и 3 , больше, чем в месяцы теплого полугодия примерно на 12%, и наоборот, доля суммарной дисперсии, описываемая остальными собственными векторами в месяцы теплого полугодия, на те же 12% больше, чем в месяцы холодного полугодия, причем большая часть этой разности (8%) приходится на собственные векторы с номерами 1 и 4. Общей закономерностью является монотонное убывание энергии при уменьшении масштаба пространственных возмущений.

Представляя вектор нормированных отклонений осредненной по широте температуры в виде разложения по собственным векторам корреляционной матрицы

$$t_{i,j,k}/\sigma_{i,k} \approx \sum_{p=1}^n C_{p,i,j} x_{p,k},$$

где $x_{p,k}$ ($k=1, 2, \dots, 14$) — элементы p -того собственного вектора;

$C_{p,i,j} = \sum_{k=1}^{14} x_{p,k} t_{i,j,k} / \sigma_{j,k}$ — коэффициенты разложения, зависящие от времени (i, j) , причем $(C_{p,i,j})^2 = \lambda_p$, $n \leq 14$, можно решать задачу фильтрации мелкомасштабных пространственных возмущений вектора измерений.

Например, при $n=5$ мы описываем около 90% суммарной изменчивости процесса, причем отбрасываются наиболее мелкомасштабные пространственные возмущения меридионального профиля температуры.

Таблица 3

автокорреляционных матриц нормированных отклонений осредненных полушария в широтном поясе 85—20 °с. ш.

8	9	10	11	12	13	14
полугодие						
0,013	0,011	0,009	0,07	0,006	0,005	0,003
0,959	0,970	0,979	0,985	0,992	0,997	1,0
полугодие						
0,010	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004	0,001
0,969	0,977	0,984	0,990	0,995	0,999	1,0

В целом материалы табл. 3 дают информацию о спектре пространственных возмущений, осредненных по кругам широт нормированных отклонений температуры воздуха.

Рассмотрим спектр временных рядов осредненной по широте температуры воздуха и градиента температуры воздуха в северном полушарии.

Так как температура соседних широтных кругов коррелирована, будем анализировать ряды температуры широтных поясов 20—35, 40—55, 60—70, 75—85 и 20—85° с., определенные выше, которые характеризуют основные климатические зоны северного полушария.

Результаты оценки нормированной спектральной плотности $S(\omega)$ представлены на рис. 2 и 3. Рисунок 2 дает оценки для рядов ненормированных отклонений температуры и градиента, рис. 3 — оценки для рядов нормированных отклонений.

Оценки произведены по методике Блекмана — Тьюки. Реализация алгоритма описана в работе [3]. Параметры счета: длина ряда 1068, шаг 1 месяц, применено корреляционное окно Тьюки, макси-

мальный сдвиг, до которого вычислялась корреляционная функция, 60 месяцев.

Спектры рядов, представленные на рис. 2 и 3, позволяют сделать следующие выводы.

1. Имеет место очень высокий уровень «белого шума» во всех рядах, причем естественный белый шум не отличим от компоненты, связанной со случайными ошибками анализируемых величин.

2. Очень большая часть дисперсии рядов приходится на периоды, превышающие несколько десятков лет.

3. Максимумы спектральной плотности вблизи периода, равного 12 месяцам, в значительной степени связаны с годовым ходом дисперсии температуры воздуха, и поэтому после нормировки (ср. рис. 2 и 3) они исчезают: Исключение составляет широтная зона

40—55° с., в которой 12-месячный максимум для нормированных отклонений оказался более резко выраженным, чем для ненормированных.

Поскольку примененная процедура нормировки не является линейной, трудно установить причину этого явления. Можно предполагать, что оно связано с годовым ходом моментов более высокого порядка. С другой стороны, «просачивание» энергии годового хода в окрестности периода не может вызывать удивление, поскольку дис-

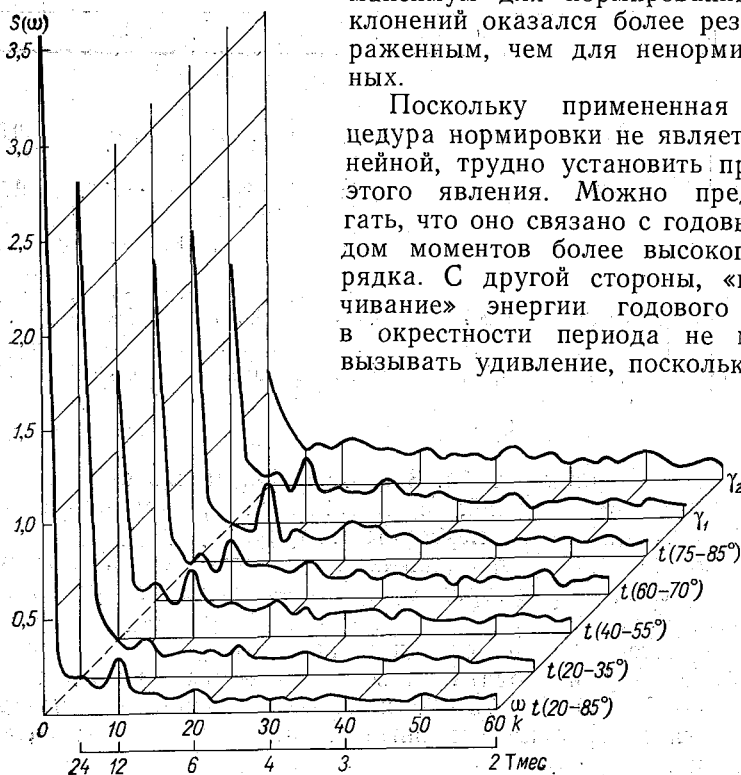


Рис. 2. Оценка нормированной спектральной плотности $S(\omega)$ рядов ненормированных отклонений температуры воздуха широтных зон и меридионального градиента температуры северного полушария.

ω — частота, $T=120/k$ — период, $\int_{-\omega_0}^{\omega_0} S(\omega) d\omega = 1$, ω_0 — граничная частота.

персия температуры, связанная с годовым ходом нормы, примерно на два порядка превышает дисперсию, обусловленную случайными отклонениями от нормы в анализируемых рядах.

В работе [3] было предложено оценивать уровень белого шума во временных рядах по минимальным значениям оценок спектральной плотности. Эти минимальные значения существенно зависят от дисперсии ошибки оценки спектральной плотности. Естественно, что с увеличением ширины спектрального окна уменьшается дисперсия случайных ошибок оценок спектральной плотности. Однако чрезмерное расширение спектрального окна приводит к существенной смещенности оценок, особенно при наличии резких

максимумов спектральной плотности в какой-либо части спектра. Оценки доли дисперсии, приходящейся на некоррелированную компоненту (белый шум) были произведены методом стягивания спектрального окна. Для этого использовалась методика Блекмана и Тьюки, фильтр Тьюки и точки усежения корреляционной функции — $r=60, 30$ и 12 месяцев.

Оценки, представленные в табл. 4, не очень существенно зависят от параметра спектрального окна. Можно думать, что наиболее достоверными являются оценки, полученные при $r=12$, так как при этом

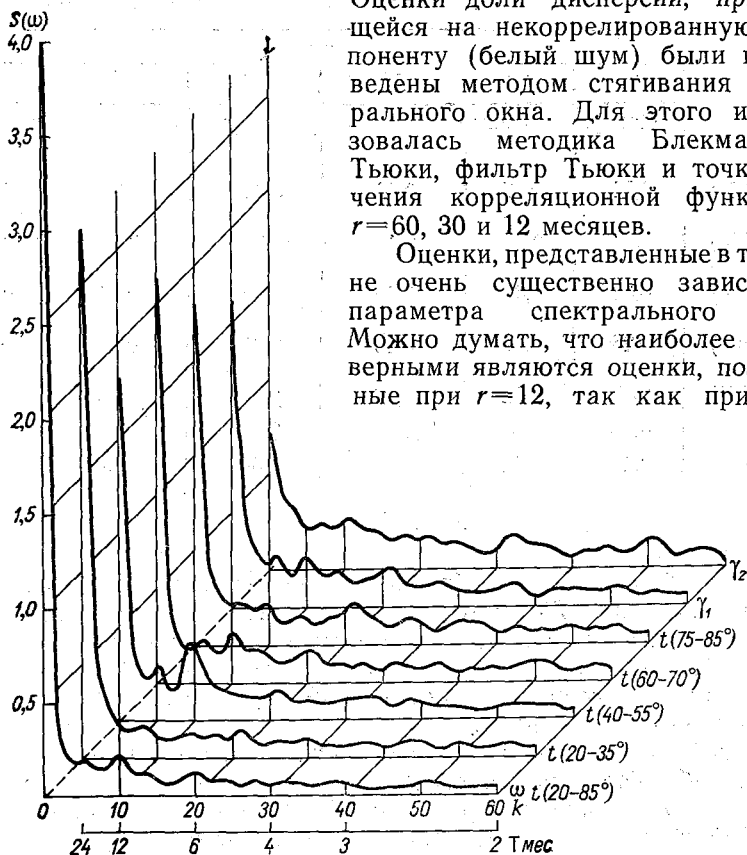


Рис. 3. Оценки спектральной плотности $S(\omega)$ рядов нормированных отклонений температуры воздуха широтных зон и меридионального градиента температуры северного полушария.

Усл. обозначения см. рис. 2.

случайные ошибки оценок обладают достаточно малой дисперсией, а ошибки за счет смещенности оценок еще не достигают больших значений в высокочастотной области спектра, где мы имеем наименьшие значения спектральной плотности.

Существенно, что уровень «белого шума» несколько понижается в результате нормировки, т. е. исключения годового хода дисперсии, и при этом возрастает энергия в низкочастотной области спектра.

Таблица 4

Доля дисперсии, приходящаяся на некоррелированную компоненту ряда „белый шум“, для ненормированных и нормированных величин (r —точка усечения корреляционной функции)

	r мес					
	60	30	12	60	30	12
	Ненормированные величины			Нормированные величины		
$\tilde{t}$ (20—35°)	0,34	0,37	0,42	0,34	0,38	0,41
$\tilde{t}$ (40—55°)	0,36	0,43	0,49	0,32	0,35	0,42
$\tilde{t}$ (60—70°)	0,34	0,44	0,49	0,29	0,40	0,43
$\tilde{t}$ (75—85°)	0,28	0,39	0,46	0,31	0,39	0,46
$\tilde{t}$ (20—85°)	0,27	0,32	0,37	0,22	0,26	0,30
γ_1	0,34	0,45	0,49	0,36	0,41	0,44
γ_2	0,45	0,52	0,56	0,30	0,45	0,51

Таким образом, целесообразность процедуры нормировки не вызывает сомнений. Годовой ход дисперсии является источником «белого шума» не настолько сильным, чтобы полностью исказить результаты спектрального анализа методами теории стационарных случайных процессов, но в достаточной мере заметным, чтобы тратить усилия на его исключение.

Возможна постановка задачи, когда спектр данной реализации на выбранном временном интервале интересует нас в большей степени, чем спектр генеральной совокупности. В этом случае целесообразно в определенных областях частот получить оценки спектра с разрешением, существенно превышающим допустимое, если исходить из требования статистической обеспеченности оценок. Примером такой задачи является изучение изменений климата, для которой необходимо высокое спектральное разрешение в области низких частот.

Таблица 5

Доля дисперсии (ΔF), заключенная в различных интервалах периодов для рядов нормированных отклонений температуры воздуха широтных зон и меридиональных градиентов температуры северного полушария

	Характеристика	Период								
		180—60 годы	60—15 годы	15—8 годы	8—4 годы	4—1,5 годы	18—8 меся- цы	8—5 меся- цы	5—3 меся- цы	3—2 меся- цы
		$m=2$	$m=10$	$m=10$	$m=22$	$m=74$	$m=148$	$m=162$	$m=284$	$m=355$
$\tilde{t}$ (20—35°)	ΔF	0,21	0,06	0,04	0,06	0,10	0,12	0,10	0,14	0,15
	w	$3 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10$	$1 \cdot 10$	8	4	2	2	1	1
$\tilde{t}$ (40—55°)	ΔF	0,14	0,04	0,03	0,06	0,09	0,21	0,12	0,16	0,14
	w	$2 \cdot 10^2$	9	8	6	3	4	2	1	1
$\tilde{t}$ (60—70°)	ΔF	0,18	0,05	0,02	0,05	0,09	0,18	0,13	0,14	0,16
	w	$2 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10$	6	5	3	3	2	1	1
$\tilde{t}$ (75—85°)	ΔF	0,12	0,06	0,02	0,08	0,11	0,14	0,15	0,18	0,17
	w	$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10$	5	8	4	2	2	1	1
$\tilde{t}$ (20—85°)	ΔF	0,34	0,06	0,04	0,05	0,08	0,13	0,08	0,11	0,10
	w	$6 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10$	$2 \cdot 10$	8	4	3	2	1	1
γ_1	ΔF	0,10	0,06	0,02	0,05	0,11	0,17	0,15	0,16	0,17
	w	$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10$	5	6	4	3	2	1	1
γ_2	ΔF	0,03	0,04	0,02	0,05	0,10	0,20	0,15	0,20	0,21
	w	$3 \cdot 10$	9	3	5	3	3	2	1	1
$\tilde{t}$ (40—55°)	$\Delta F'$	0,10	0,03	0,02	0,05	0,11	0,19	0,14	0,19	0,17
	w'	$1 \cdot 10^2$	7	5	4	3	3	2	1	1

Примечание. Штрихом (') отмечены данные для ненормированных отклонений температуры.

Вычисленные по спектральным функциям $F(\omega) = \int_{-\omega}^{\omega} S(\omega') d\omega'$ оценки доли дисперсии изучаемых рядов, заключенной в отдельных интервалах частот (ширина этих интервалов увеличивается в направлении увеличения частоты), представлены в табл. 5. Спектральные функции вычислялись по периодограммам временных рядов нормированных отклонений температуры широтных зон и градиентов γ_1 и γ_2 .

Доля дисперсии, заключенная в интервале частот $\omega_{i+1} - \omega_i$ или в соответствующем интервале периодов $T_{i+1} - T_i$, равна

$$\Delta F_{i, i+1} = F[\omega(T_{i+1})] - F[\omega(T_i)].$$

В той же таблице даны величины m , указывающие, какое число степеней свободы (в статистическом смысле) соответствует оценке $\Delta F_{i,i+1}$ для каждого интервала периодов, и характеризующие точность оценки. Величины $\omega = \Delta F_{i,i+1} / \Delta F_{i,i+1}^*$, где $\Delta F_{i,i+1}^*$ — доля дисперсии, приходящаяся на белый шум в каждом частотном интервале, можно интерпретировать как отношение (сигнал+шум)/шум. Достаточно большие значения $\omega \gg 1$ в каком-либо спектральном интервале можно рассматривать как свидетельство того, что в этом спектральном интервале мы имеем дело с изменчивостью, связанной не с шумовой компонентой, возможно, обусловленной случайными ошибками членов ряда, а с изменениями, которые реально имели место.

Анализ данных табл. 5 позволяет сделать следующие выводы.

1. От 10 до 20% дисперсии температуры отдельных широтных зон описывается самой первой гармоникой периодограммы, спектральное окно которой включает периоды примерно от 60 до 180 лет.

Эта гармоника для широтной зоны 20—85°с. описывает более 30% дисперсии средней месячной температуры воздуха. Максимум энергии в этой области спектра, по-видимому, связан с изменениями глобального термического режима Земли.

2. В интервале периодов 8—15 лет находится 11-летняя периодичность солнечной активности. Можно констатировать, что в этой области спектра заключена очень небольшая часть дисперсии зональной температуры воздуха (от 2 до 4%).

Мы не имеем оснований утверждать, что солнечная активность не является источником части дисперсии зональной температуры в этой области спектра, но вся энергия, сосредоточенная в данном спектральном интервале, слишком мала, чтобы искать какие-либо прогностические связи зональной температуры с параметрами солнечной активности.

3. Только для периодов, превышающих 8—15 лет, выполняется условие $\omega \gg 1$, и поэтому можно предполагать, что только изменения, относящиеся к этой области спектра, могут быть достаточно надежно выделены на фоне белого шума. При изучении климатических изменений осредненной по широтным зонам температуры и меридионального градиента температуры воздуха нельзя рассматривать возмущения с меньшими периодами.

4. Оценки меридионального градиента γ_2 являются существенно более мелкомасштабными по сравнению с оценками γ_1 , которые можно рекомендовать в качестве характеристики, отражающей климатические изменения среднего меридионального градиента температуры полушария.

В двух последних строках табл. 5 помещены данные для ненормированных отклонений температуры в широтном поясе 40—55°с. Сравнение с данными для нормированных отклонений еще раз показывает, что исключение годового хода дисперсии увеличивает долю дисперсии, приходящуюся на низкочастотную область спек-

гра, и существенно увеличивает в этой области спектра значения отношения (сигнал+шум)/шум.

Полученные эмпирические характеристики пространственной и временной изменчивости осредненной по широте температуры воздуха, по мнению авторов, могут быть полезны, так как в настоящее время существенные результаты в области теории климата получаются с помощью зональных моделей термического режима земного шара, а решение проблемы наглядности результатов работы с двух- и трехмерными моделями часто идет по пути представления и анализа осредненных по широте параметров.

Авторы выражают благодарность Л. П. Спириной и Э. И. Гирской за предоставленные материалы и консультации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будыко М. И. Влияние человека на климат. Л., Гидрометеиздат, 1972. 47 с.
2. Будыко М. И., Винников К. Я. Современные изменения климата.— «Метеорология и гидрология», 1973, № 9, с. 3—13.
3. Винников К. Я., Гриб Н. К., Поляк И. И. Методика расчета корреляционных функций и спектров временных метеорологических рядов.— «Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 27—46.
4. Карты отклонений температуры воздуха от многолетних средних северного полушария. Вып. 1—4. ГГО. Л., 1960—1967.
5. Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1970. 199 с.
6. Поляк И. И. Оценивание спектральных плотностей и ковариационных функций двумерных случайных полей.— См. наст. сб.
7. Сохрина Р. Ф., Челпанова О. М., Шарова В. Я. Атлас карт. Давление воздуха, температура воздуха и атмосферные осадки северного полушария. Л., Гидрометеиздат, 1959. 38 с.
8. Спирина Л. П. О вековом ходе средней температуры воздуха северного полушария.— «Метеорология и гидрология», 1969, № 1, с. 85—89.
9. Спирина Л. П. Широтные нормы атмосферного давления и температуры воздуха северного полушария.— «Тр. ГГО», 1970, вып. 258, с. 119—123.

В. А. РОЖКОВ, Н. Н. ФИЛАТОВ

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ МЕЗОМАСШТАБНОЙ И СИНОПТИЧЕСКОЙ ИМЕНЧИВОСТИ МОРСКИХ ТЕЧЕНИЙ

Выполненные в последние годы продолжительные измерения течений на отдельных буйковых станциях и океанографических полигонах убедительно показали, что морские течения являются нестационарным и неоднородным векторным вероятностным процессом. Для этого процесса характерно немонотонное убывание значений спектральной плотности с увеличением частоты и наличие нескольких энергонесущих частотных интервалов с хорошо выраженной цикличностью процесса в каждом из них (см., например, рис. 4. 2. 1 в работе [1] или рис. 1 в работе [2]). Анализ этих данных (а также измерений других океанологических элементов) позволил классифицировать [1] процессы по частотным интервалам их изменчивости, но не привел к построению каких-либо универсальных аппроксимативных зависимостей, отражающих специфику исследуемого явления.¹ Теоретические исследования закономерностей динамики морских течений базируются, как правило, на основе изучения решений системы нелинейных уравнений механики жидкости. Несмотря на успехи этих исследований [5, 7], они пока еще не доведены до модели, характеризующей вероятностные свойства процесса и физические закономерности структуры и динамики морских течений с учетом нелинейных взаимодействий между спектральными составляющими.²

По этой причине представляет интерес дальнейший анализ спектральной структуры течений на основе обобщения натурных данных с последующей интерпретацией результатов эмпирического анализа с позиций существующих гидродинамических представлений о динамике течений.

¹ Для некоторых океанологических процессов, например для ветрового волнения, предложены [8] аппроксимативные зависимости для спектральной плотности и введена параметризация, позволяющая связать элементы спектральной структуры с параметрами комплекса условий волнообразования или средними значениями элементов видимых волн.

² В качестве примера построения гидродинамической теории структуры и динамики океанологического процесса с учетом его вероятностных свойств можно привести спектральную теорию морских волн [9, 10].

Натурные данные

В летне-осенний период (май — ноябрь) 1971—1972 гг. на Ладожском озере были организованы (Северо-Западным управлением гидрометслужбы) продолжительные синхронные измерения течений на 16 буйковых станциях. Расположение станций приведено на рис. 1 работы [11]. В открытых частях водоема (две станции) измерения выполнены на четырех горизонтах (10, 20, 50 и 70 м), в прибрежных районах (14 станций) — на двух горизонтах. Измерения производились с притопленных буюв с помощью самописцев БПВ-2 р. Непрерывная продолжительность измерений составляет от 50 до 135 суток, интервал дискретности между отпечатками 30 мин. Подробный анализ натурных данных и погодных условий в период регистрации приведен в работах [11, 12].

Методика вероятностного анализа натурных данных

Течения как векторный вероятностный процесс $U(t)$ с компонентами $u_1(t)$, $u_2(t)$ можно охарактеризовать [13] с помощью вектора математического ожидания $m_U(t)$, корреляционного тензора $K_U(\cdot)$ и тензора спектральной плотности $S_U(\cdot)$. В зависимости от предположения о стационарности или нестационарности исследуемого процесса, аргументами корреляционного тензора являются τ или (t, τ) , а аргументами тензора спектральной плотности — ω , (ω, t) или (ω, Ω) [14, 15]. Прогрессивно-векторные графики скоростей течений (см. рис. 3 работы [11]) дают основание предположить, что наибольшая изменчивость этого процесса приходится на частоты, соответствующие колебаниям 7—8 суток и менее. Для изучения структуры течений в этом диапазоне частот реализации процесса были центрированы на оценку математического ожидания, вычисленную путем скользящего осреднения ординат реализации с последующим полиномиальным выравниванием результатов [16—18]. Подбором значений параметров метода центрирования все флуктуации с частотой ниже 0,04 рад/ч были отфильтрованы и рассматривались как проявление нестационарности первого порядка.¹ Для характеристики спектрального состава центрированных реализаций использован инвариант

$$I_1(\cdot) = S_{u_1}(\cdot) + S_{u_2}(\cdot) \quad (1)$$

симметричной части $C_U(\cdot)$ тензора спектральной плотности $S_U(\cdot)$ скоростей течений

$$C_U(\cdot) = \begin{pmatrix} S_{u_1}(\cdot), & C_{u_1 u_2}(\cdot) \\ C_{u_1 u_2}(\cdot), & S_{u_2}(\cdot) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $S_{u_1}(\cdot)$, $S_{u_2}(\cdot)$ — спектральные плотности проекций скоростей

¹ Параметры метода [16—18] приняты равными $p=3$, $\delta=141$, $v=141$. В настоящей статье анализ процесса как нестационарного первого порядка не приводится.

течений на меридиан (u_1) и параллель (u_2); $S_{u_1 u_2}(\cdot)$ — вещественная часть их взаимной спектральной плотности [19]. Для геометрической интерпретации результатов расчета вычислялись инвариантные величины $\lambda_{1,2}(\cdot)$, характеризующие эллипс, соответствующий тензору (2):

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[I_1(\cdot) \pm \sqrt{\{S_{u_1}(\cdot) - S_{u_2}(\cdot)\}^2 + 4C_{u_1 u_2}^2(\cdot)} \right]. \quad (3)$$

В качестве оценок $S_{u_1}^*(\cdot)$, $S_{u_2}^*(\cdot)$, $C_{u_1 u_2}^*(\cdot)$ величин $S_{u_1}(\cdot)$, $S_{u_2}(\cdot)$, $C_{u_1 u_2}(\cdot)$ принимались преобразования Фурье [20] соответствующих коррелограмм $K_{u_1}^*(\cdot)$, $K_{u_2}^*(\cdot)$, $K_{u_1 u_2}^*(\cdot)$, усеченных в точке $\tau_{\max} = 314$ ч.¹ Более полные сведения о методах анализа векторного случайного процесса изложены в работах [19, 31].

По всем реализациям в соответствии с указанной методикой были вычислены характеристики авто- и взаимных тензоров корреляционных функций и спектральных плотностей течений Ладожского озера на различных горизонтах. Рассмотрим спектральную структуру течений на основе анализа частотных $S_U(\omega)$, частотно-временных $S_U(\omega, t)$ и двухчастотных $S_U(\omega, \Omega)$ спектров [19, 21].

Частотные спектры течений

Рассмотрим основные особенности спектральной плотности течений в Ладожском озере, оценки значений которой (рис. 1) вычислены по вышеуказанным данным в предположении о стационарности исследуемого процесса. На рис. 1 *а, б* приведены графики $I_1(\omega)$ линейного инварианта (1) симметричной части тензора спектральной плотности $S_U(\omega)$ скоростей течений в открытой части Ладожского озера (*а*) на различных горизонтах и в прибрежных частях озера (*б*). Путем сопоставления графиков видно, что течения в Ладожском озере являются неоднородным полициклическим процессом. В глубоководной части для спектра течений характерно наличие двух максимумов на частотах 0,06—0,10 и 0,44—0,48 рад/ч. Первый из указанных максимумов можно интерпретировать как изменения скоростей течений, обусловленные синоптической циклическостью метеорологических процессов. Спектральный анализ изменений атмосферного давления на прибрежных и островных станциях Ладожского озера показал наличие пика на графике спектральной плотности на аналогичных частотах, соответствующих циклическим изменениям давления через 60—100 ч. Высокочастотный максимум можно объяснить инерционными колебаниями скоростей течений, которые для широты Ладожского озера имеют циклическость 13,7 ч.

Интересно отметить, что график спектральной плотности $S_{|U|}(\omega)$ модулей скорости течений имеет экстремумы на тех же частотах,

¹ Подробный алгоритм расчета оценок компонент матрицы корреляционной функции и спектральной плотности приведен в работе [20], а алгоритм расчета инвариантных и неинвариантных характеристик корреляционного тензора и тензора спектральной плотности — в работе [14].

что и $I_1(\omega)$, однако величины максимумов на обоих графиках различны. Инвариант $I_1(\omega)$ является преобразованием Фурье скалярного произведения векторов скоростей течений, и, следовательно, [19] зависит от изменений модулей и аргументов векторного процесса; $S_{|U|}(\omega)$ характеризует только изменение по модулю. Из сопоставления графиков $I_1(\omega)$ и $S_{|U|}(\omega)$ видно, что изменчивость

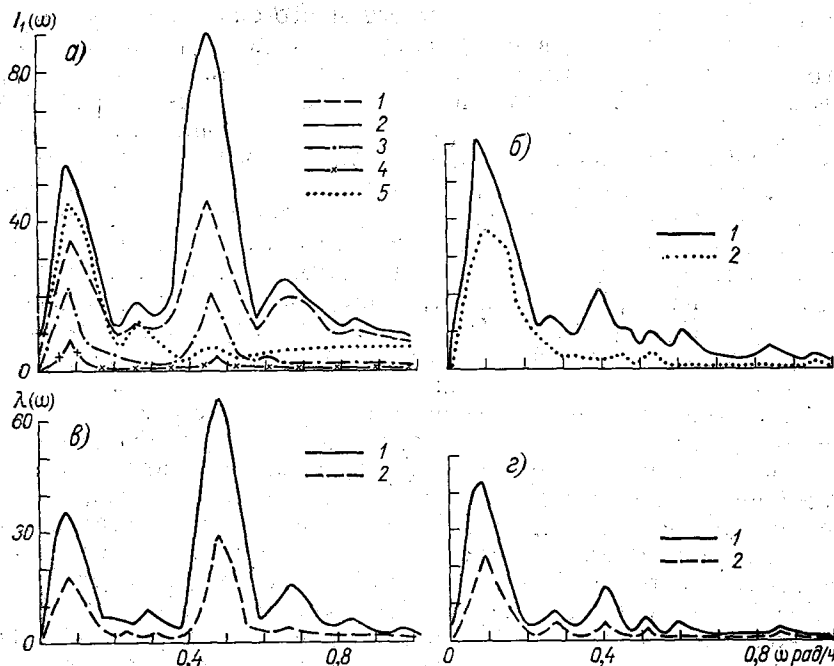


Рис. 1. Инварианты $I_1(\omega)$, $\lambda_1(\omega)$, $\lambda_2(\omega)$ симметричной части (2) тензора $S_U(\omega)$.

а — значения $I_1(\omega)$ по данным измерений течений (АБС-16) в открытой части Ладожского озера на горизонтах 10 м (1), 20 м (2), 50 м (3), 70 м (4) и значения $S_{|U|}(\omega)$ на горизонте 20 м (5); б — значения $I_1(\omega)$ по данным измерений течений (АБС-12) в прибрежной зоне Ладожского озера на горизонте 10 м (1) и значения $S_{|U|}(\omega)$ на горизонте 10 м (2); в — значения инвариантных величин $\lambda_1(\omega)$ (1) и $\lambda_2(\omega)$ (2) на горизонте 20 м в открытой части Ладожского озера; г — то же на горизонте 10 м в прибрежной зоне Ладожского озера.

процесса течений на частотах метеорологических колебаний в основном обусловлена изменением модулей векторов, а на частотах инерционных колебаний — изменением направлений. Этот факт согласуется с существующими представлениями о динамике дрейфовых (обусловленных изменениями скоростей ветра) и инерционных (для которых характерно вращательное движение) течений и является дополнительным доводом в пользу физической трактовки максимумов спектра.

Кроме двух доминирующих энергонесущих зон, на графиках спектральной плотности течений (см. рис. 1) различимы также пики на частотах (0,2—0,3) и (0,6—0,7 рад/ч). Первый из указанных, по-видимому, связан с суточным ходом ветра над Ладожским озером, второй (а также ряд еще более высокочастотных) можно рассматривать (следуя работе [22]) как обертона инерционных колебаний. Из рис. 1 а видно, что для всех горизонтов измерения (10, 20, 50 и 70 м) течений в глубоководной части Ладожского озера спектральная структура течений имеет много общего (особенно по внешнему виду графиков спектральной плотности), однако количественные характеристики спектров различаются. В табл. 1 сопоставлены числовые характеристики тензоров авто- и взаимных спектральных плотностей течения на различных горизонтах на примере одной из станций (АБС-16) в глубоководной части озера. Из таблицы видно, что дисперсия процесса $I_1(0)$, а также величины максимумов I_1 (0,06—0,10 рад/ч) и I_1 (0,44—0,48 рад/ч) частотных спектров наибольшие на горизонте 20 м. Соотношение осей эллипсов, соответствующих симметричным частям тензоров и характеризуемых величинами $\lambda_1(\omega)$ и $\lambda_2(\omega)$, свидетельствует о существенной анизотропии ($\lambda_1(\omega)/\lambda_2(\omega) \approx 1,5 \div 3$) процесса на различных горизонтах. (Графики изменений $\lambda_1(\omega)$ и $\lambda_2(\omega)$ на различных частотах в открытой и прибрежных частях озера даны на рис. 1 в, г.) Углы $\alpha(\omega)$ между большой осью эллипсов и направлением на север также не остаются постоянными на различных частотах и горизонтах. Анизотропия спектрального состава и разнонаправленность осей эллипса на разных горизонтах приводит к довольно сложной структуре взаимных спектральных плотностей между горизонтами, числовые характеристики которых приведены в правой части табл. 1. Наибольший интерес из этих характеристик представляет $I_2(\omega)$, знак которого является индикатором эллиптичности или гиперболичности соответствующей квадратичной формы [19]. В частности, между горизонтами 10—20 м на частотах метеорологических колебаний ко-спектр имеет форму эллипса, ку-спектр — гиперболы, а на частотах инерционных колебаний обе части взаимного спектра — эллипсы. Не менее интересен анализ знака $D(\omega)$, характеризующего направление аксиального вектора, соответствующего кососимметричной части тензора и являющегося индикатором направления вращения спектральных составляющих векторного процесса на анализируемых частотах [19].

Не останавливаясь более подробно на интерпретации других числовых характеристик, приведенных в табл. 1, перейдем к анализу спектров течений в прибрежной части.

Из рис. 1 б видно, что структура течений в прибрежных районах заметно отличается от структуры течений глубоководной части озера существенным преобладанием энергии на частотах (0,06—0,10 рад/ч) метеорологических колебаний (до 60% от общей энергии). В остальных энергонесущих зонах флуктуации течений, соответствующие бризовым (0,24—0,27 рад/ч) и инерционным (0,42—0,46 рад/ч) колебаниям, выражены довольно слабо. Так, напри-

Спектральные характеристики тензора $S_U(\omega)$ на отдельных горизонтах и тензора $S_{VU}(\omega)$ между горизонтами (по данным АБС-16)

№ п/п	Горизонт, м	$S_U(\omega)$										$S_{VU}(\omega)$				
		$\omega_{\text{макс}} = 0,06 \div 0,10 \text{ рад/ч}$					$\omega_{\text{макс}} = 0,44 \div 0,48 \text{ рад/ч}$					$\omega_{\text{макс}} = 0,06 \div 0,10 \text{ рад/ч}$				
		$I_1(\omega) \frac{\text{см}^2}{\text{с}^2}$	$I_1(\omega) \%$	D	λ_1	α град	$I_1(\omega) \frac{\text{см}^2}{\text{с}^2}$	$I_1(\omega) \%$	D	λ_1	α град	$I_1(\omega)$	$I_2(\omega)$	D	λ_2	α град
1	10	85,4	5,6	7	+0,3	1,7	3,9	210	22,6	26	5,1	5,4	17,1	190	10—20	—10,0
2	20	111,6	9,6	9	+0,6	4,4	5,1	73	58,3	52	13,2	19,0	39,3	38	20—50	3,4
3	50	9,8	4,2	43	0,1	1,3	2,9	174	4,8	49	1,3	2,0	2,7	98	20—70	0,2
4	70	2,6	1,4	54	0,1	0,5	0,9	300	0,7	27	—0,1	0,2	0,5	301	50—70	0,6

№ п/п	Горизонт, м	$S_{VU}(\omega)$										$\omega_{\text{макс}} = 0,44 \div 0,48 \text{ рад/ч}$				
		$\omega_{\text{макс}} = 0,06 \div 0,10 \text{ рад/ч}$					$\omega_{\text{макс}} = 0,44 \div 0,48 \text{ рад/ч}$					$\omega_{\text{макс}} = 0,06 \div 0,10 \text{ рад/ч}$				
		I_1	I_2	D	λ_2	α град	I_1	I_2	D	λ_2	α град	I_1	I_2	D	λ_2	α град
1	10—20	—10,1	10,4	—0,2	—4,5	—5,6	100	—0,3	—11,2	3,5	—1,2	0,9	265	—2,1	—0,5	—1,9
2	20—50	—0,6	—0,2	—0,1	—0,7	0,1	150	0,2	0,1	—2,0	—1,0	1,2	150	—0,1	—0,7	—0,4
3	20—70	0,4	0,3	—1,0	—0,1	0,5	355	—0,3	—0,1	0,9	—0,4	0,1	220	1,3	0,4	0,2
4	50—70	—0,1	—0,1	—0,1	—0,1	0	20	0,7	—0,4	0,6	—0,1	0,8	190	—0,1	0	—0,1

мер, на горизонте 10 м в мелководной зоне энергия на частотах инерционных колебаний составляет $2 \text{ см}^2/\text{с}^2$, а в глубоководной — около $60 \text{ см}^2/\text{с}^2$. Флуктуации течений в прибрежных районах существенно анизотропны (см. рис. 1 г): величина $\lambda_1(\omega)/\lambda_2(\omega)$ на частотах ниже инерционных изменяется от 2 до 6; на частотах выше инерционных это отношение приближается к 1, т. е. эллипс вырождается в окружность (изотропность).

Частотно-временной спектр течений

Большая непрерывная продолжительность измерений (по отношению к анализируемому диапазону частот) позволяет проследить изменение во времени основных элементов структуры течений. На рис. 2 представлены в изолиниях значения инварианта (1)

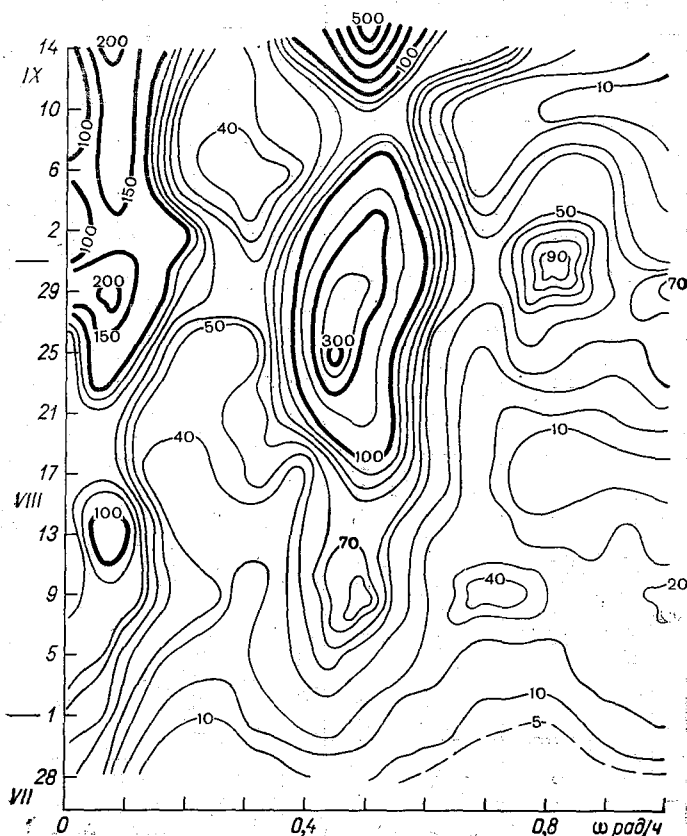


Рис. 2. Инвариант $I_1(\omega, t)$ симметричной части (2) тензора $S_U(\omega, t)$ по данным измерений течений (АБС-16) на горизонте 20 м в открытой части Ладожского озера.

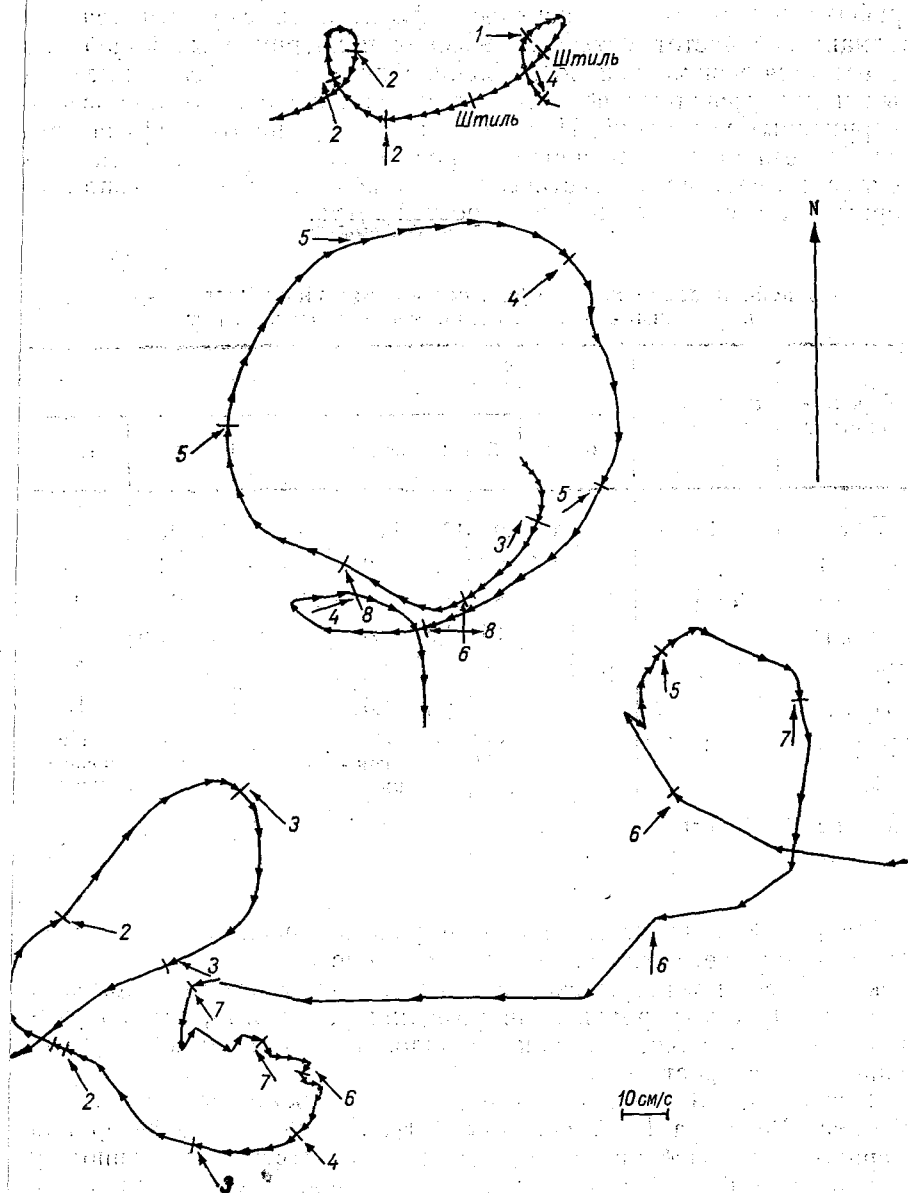


Рис. 3. Участки реализаций процесса течений по данным измерений в глубоководной части Ладожского озера (АБС-16) на горизонте 20 м. Интервал дискретности исходных данных $\Delta t = 0,5$ ч. Стрелками и цифрами обозначены направление и модуль скорости ветра в м/с.

тензора (2), вычисленные в зависимости от аргумента (ω, t). Из графика видно, что интенсивность флуктуаций скорости течений в диапазоне частот метеорологических и инерционных колебаний не остается неизменной во времени. Одним из наиболее интересных и дискуссионных вопросов является вопрос о возникновении инерционных колебаний. Поскольку из приведенного графика прямого ответа на поставленный вопрос нельзя получить, была проделана совместная статистическая обработка «прогрессивно-векторных» диаграмм течений и скоростей ветра.

Таблица 2

Статистические характеристики инерционных колебаний
в зависимости от изменения скорости ветра ω

Характеристика	ω м/с при $t - 10$ ч	ω м/с в момент времени t ч					ω м/с при $t + 14$ ч				
		10	8	5	2	штиль	10	8	5	2	штиль
$\bar{u}^*$ см/с	10	—	20	20	16	14	—	—	16	15	—
$(\lambda_1/\lambda_2)^*$			2,5	2,4	2,0	2,0		—	2,0	1,9	—
$\bar{u}^*$ см/с	8	×	×	8	8	8	×	—	20	15	9
$(\lambda_1/\lambda_2)^*$				1,7	1,5	1,5			2,0	2,0	1,5
$\bar{u}^*$ см/с	5	×	×	×	7	5	×	×	—	4	3
$(\lambda_1/\lambda_2)^*$					1,5	1,5				2,0	1,5
$\bar{u}^*$ см/с	2	×	×	×	×	Не возникает	×	×	×	—	Не возникает
$(\lambda_1/\lambda_2)^*$											
$\bar{u}^*$ см/с	Штиль	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
$(\lambda_1/\lambda_2)^*$											

На рис. 3 приведены типичные участки реализаций течений с видимыми «петлями» инерционного происхождения¹ и схематически нанесены векторы скорости ветра в определенные моменты времени. Просмотр реализаций позволил установить, что инерционные петли появляются, как правило, после штормов в период ослабления скорости ветра.

Таким образом, приведенные данные косвенно подтверждают гипотезы Вебстера [23], Гонеллы [24], Шотта [25] о генерации инерционных колебаний штормами и не подтверждают гипотезу Полларда [26] о резонансном возбуждении этих колебаний ветром.

В табл. 2 приведены некоторые статистические характеристики, полученные путем обмера 49 инерционных «петель» в зависимости

¹ В анализируемых реализациях течений редко встречались случаи с числом инерционных петель более двух подряд.

от изменения скорости ветра (w м/с) в моменты времени $t - 10$, t , $t + 14$ ч. При этом момент времени t выбирается примерно равным середине промежутка первого инерционного колебания, $t + 14$ ч соответствует середине второй петли, а $t - 10$ ч опережает начало первой инерционной петли примерно на 3 ч. Из таблицы видно, что с увеличением разности модулей скоростей ветра в моменты времени $t - 10$, t , $t + 14$ ч и с уменьшением скорости ветра орбиты инерционных колебаний становятся менее вытянутыми и модуль средней скорости течений убывает.

Таблица 3

Дисперсия флуктуаций течений ($I_1(0)$, см²/с²) и положение границ термоклина в глубоководной зоне Ладожского озера (по натурным данным)

Горизонт, м	4—12 VII	8—16 VII	12—20 VII	28—5 VII—VIII	1—9 VIII	5—13 VIII	9—17 VIII	13—21 VIII
10	41,0	53,6	63,6	49,0	64,7	150,6	180,1	71,7
20	20,7	35,8	25,0	33,1	106,1	161,1	295,5	178,6
Положение термоклина	2—8	2—8	6—15	6—15	13—18	13—18	13—20	13—20

Горизонт, м	17—25 VIII	21—29 VIII	25 VIII —2 IX	29 VIII —6 IX	6—10 IX	10—14 IX	14—18 IX
10	97,6	141,6	171,8	423,2	361,1	58,5	50,0
20	124,5	228,2	336,7	480,4	447,8	225,0	113,7
Положение термоклина	13—30	13—30	13—30	16—35	15—40	20—45	20—45

Другим не менее интересным вопросом является изучение влияния стратификации на структуру течений. В табл. 3 сопоставлены (осредненные по определенным временным промежуткам) величины дисперсии $I_1(0)$ колебаний течений с положением термоклина. Из таблицы видно, что дисперсия процесса возрастает в зоне термоклина. Еще более наглядно этот вывод следует из рис. 4, на котором сопоставлены для определенного интервала времени изменения по глубине температуры воды (t_b°), дисперсии флуктуаций течений I_1 (0,44—0,48 см²/с) и частоты Вайсяля — Брента [7]

$$N(z) = \sqrt{\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}}. \quad (4)$$

Из рисунка видно, что энергия инерционных колебаний зависит от стратификации и пропорциональна частоте (4). Аналогич-

ный вывод для инерционных колебаний течений в морях и океанах был ранее сделан Фофоновым и Вебстером [2].

Интересно отметить, что по анализируемым данным основной вклад в дисперсию процесса дают в верхних горизонтах инерционные колебания: на 20 м около 70%, а на 10 м примерно 40%; на

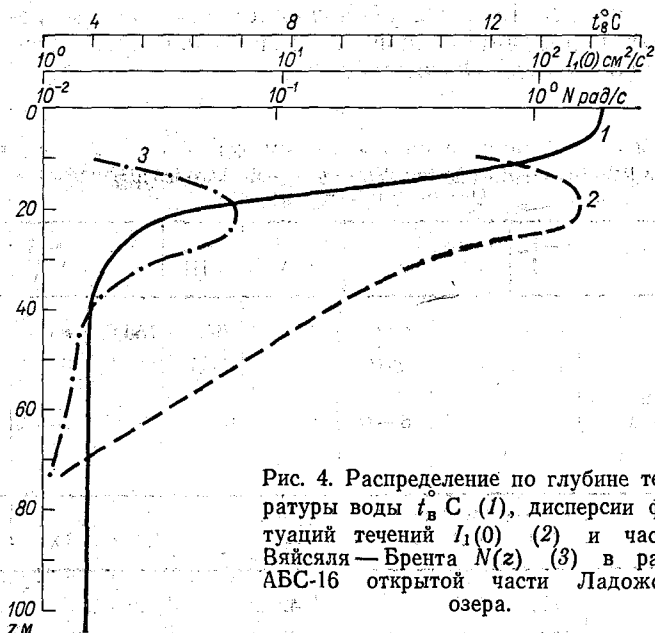


Рис. 4. Распределение по глубине температуры воды t_w , °C (1), дисперсии флуктуаций течений $I_1(0)$ (2) и частоты Вайселя—Брента $N(z)$ (3) в районе АБС-16 открытой части Ладожского озера.

горизонте 50 м вклад метеорологических и инерционных колебаний примерно одинаков — 40 и 50% соответственно, а на 70 м — около 30 и 55%.

Двухчастотный спектр течений

Одной из наиболее интересных характеристик циклически коррелированных нестационарных случайных гармонизуемых процессов является двухчастотная спектральная плотность, определяемая [21] как двойное преобразование Фурье

$$S_U(\omega, \Omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} K_U(t, \tau) \exp\{-i(\omega\tau + \Omega t)\} dt d\tau. \quad (5)$$

двумерной корреляционной функции $K(t, \tau)$. Не останавливаясь на деталях ее оценивания, подробно изложенных в работе [21], отметим, что для большинства практически важных ситуаций достаточно ограничиться оценкой косинус-преобразования действи-

гальной части $S_U(\omega, t)$ спектральной плотности $S_U(\omega, t)$.¹ На рис. 5 представлены в виде изолиний значения инварианта (1) тензора (2), вычисленные (по данным рис. 2 при указанном выше предположении) в зависимости от аргумента (ω, Ω) .

Из рисунка видно, что:

— на частоте метеорологических колебаний спектральные составляющие $I_1(\Omega)$ имеют сезонный ход, на фоне которого проявляются изменения с циклическостью около двух недель;

— на частоте инерционных колебаний $I_1(\omega)$ изменяются с циклическостью 3—5 дней и две недели;

— на частоте метеорологических возмущений инерционные колебания имеют тенденцию к появлению высокочастотных «обертонов».

В настоящее время довольно затруднительно дать исчерпывающую физическую интерпретацию отмеченных циклических изменений спектральных компонент тензора течений. Отметим, что двухнедельная циклическость была интерпретирована А. С. Мониним [27], а также обнаружена на спектре внутренних волн в океане [28]. Приведенные данные дают основание высказать предположение о модуляции инерционных колебаний метеорологическими факторами. Более того, некогерентное изменение спектральной плотности течений на различных частотах (см. рис. 2), а также модуляция колебательных движений (см. рис. 5) свидетельствуют о существенной роли нелинейных членов в уравнениях (см., например [7]), описывающих эти движения.²

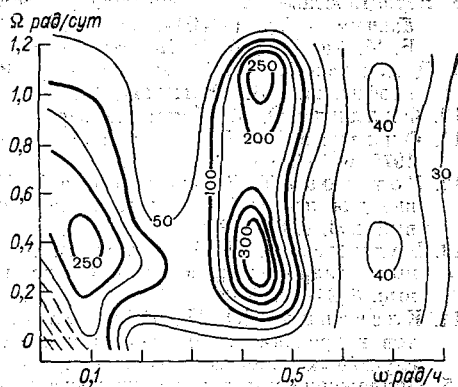


Рис. 5. Инвариант $I_1(\omega, \Omega)$ симметричной части (2) тензора $S_U(\omega, \Omega)$ по данным измерений течений (АВС-16) на горизонте 20 м в открытой части Ладожского озера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Л., Гидрометеиздат, 1974. 262 с.
2. Fofonoff N. P., Webster F. Current measurements in the western Atlantic. „Philosoph. Trans. Roy. Soc. London”, 1971, Ser. A, vol. 270, N 1206, p. 423—436.

¹ См. выражения (38)—(41) в работе [21].

² Отметим, что для описания нелинейных взаимодействий между спектральными составляющими необходимо использовать моментные функции выше второго порядка и их преобразования Фурье (так называемые би- и три-спектры [29, 30]).

3. Бреховских Л. М. и др. Некоторые результаты гидрофизического эксперимента на полигоне в тропической Атлантике.— «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1971, т. 7, № 5.
4. Корт В. Г., Нейман В. Г. Атлантический гидрофизический полигон-70 М., «Наука», 1974. 19 с.
5. Линейкин П. С. Гидродинамика океанских течений. Обзор. ВНИИГМИ—МЦД. Обнинск, 1969. 55 с.
6. Фельзенбаум А. И. Гидродинамические модели неоднородного океана и моря.— В кн.: Проблемы теории ветровых и термохалинных течений. Севастополь, 1968, с. 41—49.
7. Каменкович В. М. Основы динамики океана. Л., Гидрометеониздат, 1974. 239 с.
8. Вероятностные характеристики ветрового волнения по экспериментальным данным.— «Тр. ГОИН», 1971, вып. 97, Авт.: И. Н. Давидан, В. А. Рожков, Б. М. Андреев, Л. И. Лопатухин, Ю. А. Трапезников.
9. Давидан И. Н., Рожков В. А. Ветровые волны.— В кн.: Итоги науки. Геофизика. 1963. ВИНТИ. М., 1965.
10. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. М., «Мир», 1965.
11. Филатов Н. Н. Изменчивость течений Ладожского озера.— «Изв. ВГО», 1975, т. 107, вып. 3, с. 1—7.
12. Ротатова Т. В., Филатова Т. Н. Динамический метод и его применение для исследований течений во внутренних водоемах.— «Тр. ГГИ», 1973, вып. 203, с. 80—124.
13. Бельшев А. П., Рожков В. А. Вероятностные характеристики векторных гидрометеорологических процессов.— «Экспресс-информация», 1974, вып. 3(23), с. 3—8.
14. Клеванцов Ю. П., Рожков В. А. Процедура для расчета инвариантов корреляционного тензора и тензора спектральной плотности векторных случайных процессов.— См. наст. сб.
15. Приложение методов теории нестационарных вероятностных процессов к анализу структуры и динамики океанологических процессов. ВНИИГМИ—МЦД. Обнинск, 1972. Авт.: В. А. Рожков, Ю. В. Суставов, С. М. Микулинская, Ю. П. Клеванцов, Ю. А. Трапезников.
16. Рожков В. А. О выборочной изменчивости спектральных характеристик морского волнения.— В кн.: Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов. Регистр СССР. Л., «Транспорт», 1967.
17. Рожков В. А. Длина реализации и точка усечения коррелограммы как параметры эмпирического спектрального анализа записей волнения.— «Тр. ГОИН», 1969, вып. 93.
18. Рожков В. А. Расчет статистических оценок вероятностных характеристик ветровых волн по данным натурных наблюдений.— «Тр. координационных совещаний по гидротехнике», 1969, вып. 50.
19. Бельшев А. П., Рожков В. А. Корреляционный тензор и тензор спектральной плотности как вероятностные характеристики векторных случайных процессов.— «Тр. ГОИН», 1974, вып. 126, с. 17—32.
20. Клеванцов Ю. П., Мичурин А. А., Рожков В. А. Расчет статистических оценок вероятностных характеристик квазистационарных и нестационарных гидрометеорологических процессов по данным продолжительных натурных измерений.— В кн.: Инструкция по механизированной камеральной обработке материалов наблюдений над температурой и соленостью морской воды. ГУНО. Л., 1972, с. 86—222.
21. Рожков В. А. Вероятностный анализ океанологических процессов как нестационарных и неоднородных случайных функций.— «Тр. ГОИН», 1974, вып. 122, с. 5—21.
22. Титов В. Б. О некоторых особенностях мезомасштабных движений в океане.— «Океанология», 1973, т. 13, вып. 6, с. 1002—1017.
23. Webster F. Observations of inertial-period motions in the Deep Sea.— „Rev. Geoph.", 1968, vol. 6, N 4, p. 46—67.
24. Французская часть исследований по совместной франко-советской программе «COFRASOV I». — В кн.: Советско-французские исследования. Изд. МГИ. Севастополь, 1972, с. 15—25. Авт.: М. Крепон, Ж. Гонелла, А. Лакомб, Г. Станислас.

25. Schott F. Spatial structure of inertial-period motions in the two-layered sea, based on observations.— „J. Marine Res.”, 1971, 29, N 2, p. 26—35.
26. Pollard R. T. On the generation by wind of inertial waves in the ocean.— „Deep-Sea Res.”, 1970, 17, p. 795—812.
27. Монин А. С. Прогноз погоды как задача физики. М., «Наука», 1969, с. 11—17.
28. Сустанов Ю. В., Клеванцов Ю. П. Внутренние волны как нестационарный вероятностный процесс.— «Тр. ГОИН», 1974, вып. 122, с. 22—37.
29. Hinich M. J., Clay C. S. The application of discrete Fourier transform in the estimation of power Spectra, coherence and bispectra of geophysical data.— „Rev. Geophys.”, 1968, vol. 6, N 3.
30. Brillinger D. R., Rosenblatt M. Asymptotic theory K-th Order Spectre. Computation and Interpretation of K-th Order Spectra. Advanced seminar on Spectral Analysis of time Series. Proceedings of Seminar, m. oct. 1966, p. 153—233.
31. Рожков В. А. О некоторых вопросах вероятностного анализа векторных случайных процессов. VIII Всесоюз. симпозиум «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей». Секц. 3. ВНИИЭП. Л., 1975.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Анализ рядов гидрометеорологических данных методами теории стационарных случайных функций позволяет получить представление о колебаниях исследуемых элементов с периодами различной длительности [3, 6, 7].

В настоящей статье проводится гармонический анализ временных рядов следующих гидрологических элементов: среднемесячных значений уровня оз. Венерн (Швеция) за 1807—1954 гг., среднегодовых значений стока р. Гёта-Эльв (бассейн оз. Венерн) за 1807—1954 гг. и среднегодовых значений стока р. Рейн (у г. Базель) за 1808—1957 гг. [5].

Для выявления периодов междугодичных колебаний были получены оценки нормированных периодограмм, которые определялись с помощью прямого преобразования Фурье исходного ряда [2]. Оценки спектральной плотности были найдены путем скользящего сглаживания периодограмм по методике, изложенной в [1]. В процессе анализа проводилась фильтрация годового хода анализируемого элемента и его дисперсии.

Ввиду того что методика измерений уровней озер не претерпела существенных изменений в течение последних 100—150 лет и значения инструментальных ошибок сравнительно невелики, рассматриваемые временные ряды являются однородными и их анализ представляет несомненный интерес.

Необходимо несколько подробнее остановиться на описании колебаний уровней озер. Состояние озера суть климат его бассейна, а уровень является чувствительным индикатором, отражающим его изменения. Уравнение водного баланса озера складывается из поверхностного и подземного притока и стока, осадков и испарения с зеркала озера. Вклад составляющих в уравнении водного баланса в течение года неодинаков, поэтому может иметь место как равновесный, так и неравновесный водный баланс. Равновесный водный баланс наблюдается не только при нормальных гидрометеорологических условиях, но и при отклонении от нормы отдельных его элементов. Например, в течение года площадь озера была нормальной, а приток в озеро и разность испарения и осадков были выше или ниже нормы на одну и ту же величину —

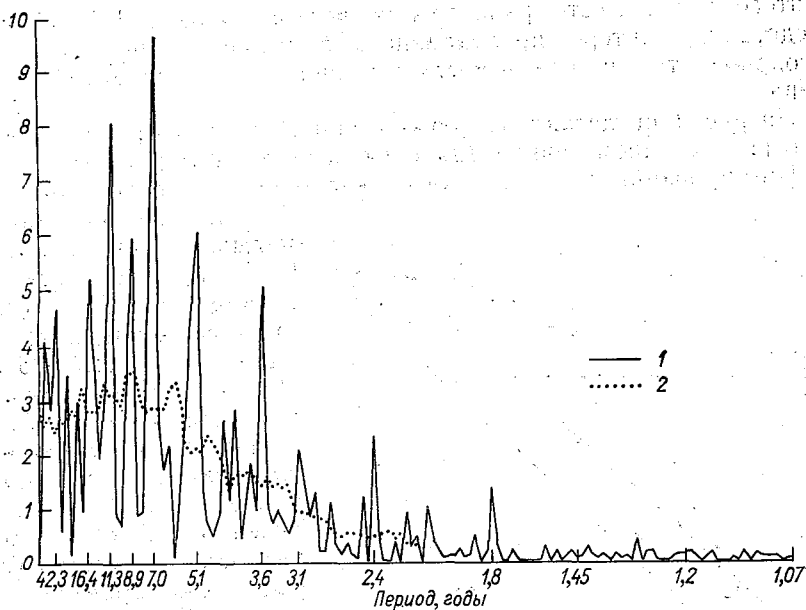


Рис. 1. Нормированная периодограмма временного ряда среднемесячных значений колебания уровня оз. Венерн.
1 — нормированная периодограмма, 2 — оценка спектральной плотности.

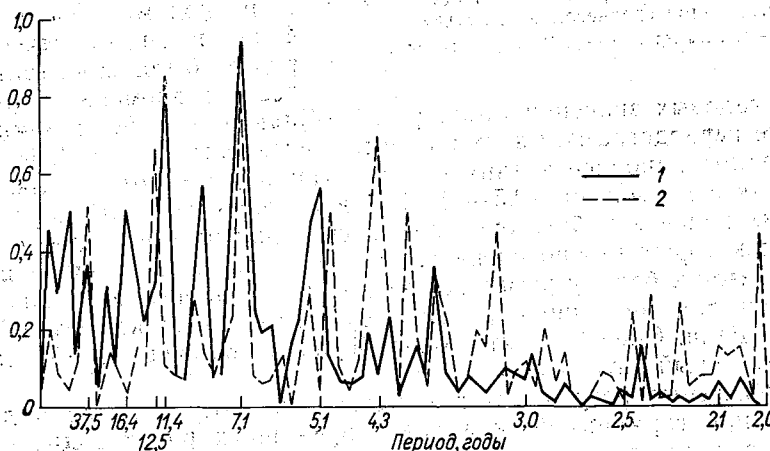


Рис. 2. Нормированные периодограммы временных рядов среднегодовых значений стока.
1 — р. Гёта-Эльв, 2 — р. Рейн у г. Базель.

в итоге имеет место равновесный водный баланс [4]. Поэтому представляет интерес проанализировать временные ряды как среднегодовых, так и среднемесячных значений колебаний уровня озера.

На рис. 1 представлена нормированная периодограмма временного ряда среднемесячных значений колебания уровня оз. Венерн. В формировании междугодичных колебаний с периодами более

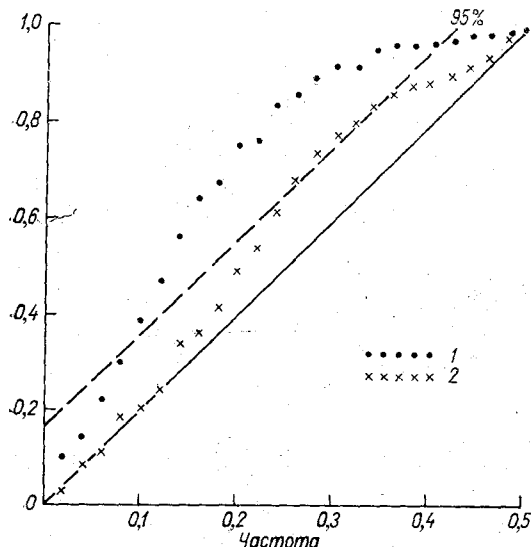


Рис. 3. Оценки спектральных функций временных рядов среднегодовых значений.

1 — р. Гёта-Эльв, 2 — р. Рейн у г. Базель.

среднегодовых значений стока р. Гёта-Эльв и р. Рейн. Нормированные периодограммы этих рядов представлены на рис. 2. И для этих рядов наиболее значимые флуктуации отмечаются в низких частотах с периодами 12,5—11,4, 7 и около 5 лет. Для двух последних рядов в работе определены спектральные функции, с помощью которых можно оценить, насколько рассматриваемый процесс близок к белому шуму. На рис. 3 представлены спектральные функции для временных рядов среднегодового стока рек Гёта-Эльв и Рейн. Оценки спектральных функций выходят за 95%-ный доверительный интервал.

Приводимые результаты показывают, что основная доля дисперсии при гармоническом анализе временных рядов гидрологических элементов приходится на низкие частоты с периодами более 3—4 лет. Этот факт необходимо учитывать при физическом анализе и прогнозировании междугодичных колебаний состояния гидрологических объектов.

3—4 лет на фоне общего повышения доли дисперсии, приходящейся на низкие частоты, выделяются флуктуации с периодами около 11,7 и 5 лет. Помимо периодограммы, показывающей частотный состав анализируемого ряда на данном временном интервале, были получены оценки спектральной плотности, которые также приведены на рис. 1. Оценивание производилось путем скользящего сглаживания периодограммы по 11 точкам.

Для дальнейшего изучения составляющих междугодичных колебаний с периодами более 3—4 лет в гидрологических рядах были проанализированы временные ряды

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гриб Н. К. Об одной схеме гармонического анализа временных метеорологических рядов.—См. наст. сб.
2. Дженкинс Г., Баттс Д. Спектральный анализ и его приложения. М., «Мир», 1971—1972.
3. Дроздов О. А., Григорьева А. С. Многолетние циклические колебания атмосферных осадков на территории СССР. Л., Гидрометеиздат, 1971. 158 с.
4. Зайков Б. Д. Очерки по озероведению. Л., Гидрометеиздат, 1960.
5. World weather records. Washington, 1927, 1934, 1947, 1959, 1966.
6. Мони́н А. С. Прогноз погоды, как задача физики. М., «Наука», 1969.
7. Шнитников А. В. Внутривековая изменчивость компонентов общей увлажненности. Л., Гидрометеиздат, 1969.

СОДЕРЖАНИЕ

Б. М. Ильин, И. И. Поляк. Подсистема сбора и обработки режимной геофизической информации	3
А. А. Кобякова. Программа ввода в ЭВМ и раскодировки геофизических наблюдений	7
Н. А. Касьян, А. А. Кобякова. К вопросу автоматизации обработки теплобалансовых наблюдений	17
Р. М. Новожилова. К автоматизации обработки актинометрической информации	25
Т. А. Огнева, А. И. Полищук. Автоматизированная система обработки режимной информации по загрязнению атмосферы	33
И. И. Поляк. Алгоритмы и программы статистического анализа метеорологических наблюдений	40
И. И. Поляк. Оценивание спектральных плотностей и ковариационных функций двумерных случайных полей	45
И. И. Поляк. Оценивание линейного тренда временных метеорологических рядов	51
И. И. Поляк. Об одном классе двумерных фильтров	56
Т. Н. Юринова. Реализация на ЭВМ одного из алгоритмов анализа скрытых периодичностей	60
Н. К. Гриб. Об одной схеме гармонического анализа временных метеорологических рядов	62
Р. Л. Каган, Е. И. Федорченко. Расчет характеристик выбросов и временной структуры случайных последовательностей	66
Л. П. Афиногенов. Вычисление информационной пропускной способности стохастических матриц	77
Т. А. Пасечник, В. А. Рожков. Алгоритм и программа расчета вероятностных характеристик ветрового волнения	90
Ю. П. Клевандов, В. А. Рожков. Процедура для расчета инвариантов корреляционного тензора и тензора спектральной плотности векторных случайных процессов	118
С. М. Микулинская, В. А. Рожков. Алгоритмы и программы для моделирования статистических свойств оценок вероятностных характеристик случайных процессов	132
Л. В. Котельникова, И. И. Поляк. Гармонический анализ временных рядов атмосферного давления	156
И. И. Борзенкова, К. Я. Винников. Пространственная и временная изменчивость осредненной по широте средней месячной температуры воздуха северного полушария	163
В. А. Рожков, Н. Н. Филатов. О некоторых особенностях мезомасштабной и синоптической изменчивости морских течений	178
М. Д. Масанова. Некоторые результаты анализа временных рядов гидрологических элементов	192