ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

*ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ*
*ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА*



# *ТРУДЫ*

*ВЫПУСК 282*

# ФИЗИКА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Под редакцией
канд. физ.-мат. наук Э. К. БЮТНЕР



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • 1972

УДК 551.554

В сборнике публикуются работы по исследованию строения естественных пограничных слоев, возникающих в атмосфере под воздействием подстилающей поверхности, а также в естественных водоемах под воздействием дна, с одной стороны, и касательного напряжения ветра — с другой. Исследованы закономерности теплообмена воздух — почва при заданных теплофизических характеристиках последней. Приводятся карты удельной теплоемкости и теплопроводности почв территории СССР. Излагаются результаты расчета теплообмена водяной пленки с твердой палубой корабля и на их основе даются оценки интенсивности обледенения судов.

Ряд работ сборника посвящен исследованию структуры турбулентного потока вблизи подстилающей поверхности, покрытой неоднородностями разного типа (растительный покров, морские волны). Сделаны первые попытки исследования кинетических процессов у поверхности океана при штормовых условиях. На основе этих работ дана оценка влияния штормов в климатологическом плане.

Исследованы характерные значения альбедо и прозрачности атмосферы над океанами.

Сборник рассчитан на научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области физики пограничного слоя атмосферы и океанологии.

$\frac{2\text{-}9\text{-}7}{83\text{-}71}$

*Б. Г. ВАГЕР, В. В. СИМОНОВ*

# ВЛИЯНИЕ СТРАТИФИКАЦИИ И СИЛЫ КОРИОЛИСА НА СТРОЕНИЕ МЕЛКОГО ВОДОЕМА

В работе [1] решалась стационарная задача о строении мелкого, ограниченного и однородного по горизонтали водоема. При этом рассматривался случай нейтральной стратификации и не учитывалась сила Кориолиса. Такая упрощенная постановка является, естественно, лишь первым приближением к реальному положению вещей, хотя в некоторых случаях и она в значительной степени соответствует наблюдающимся в природе условиям. Привлечение в [1] новой модели для масштаба турбулентности вызвало необходимость проверки ее приемлемости путем сопоставления результатов расчета с натурными данными. Эксперименты по исследованию течений и характеристик турбулентности в естественных водоемах практически отсутствуют. Если же опираться на данные лабораторных измерений, то строение потока жидкости в центральной части ветровых лотков как раз и описывается такой упрощенной постановкой. В частности, оказалось, что при использовании для масштаба турбулентности формулы

$$l(z) = \varkappa h\left(\frac{l_1}{\varkappa h} + \frac{z}{h}\right)\left(1 - \frac{z}{h}\right) \tag{1}$$

согласие между рассчитанными и измеренными в ветровых лотках величинами вполне удовлетворительное. В формуле (1) $l_1$ — масштаб турбулентности при $z=0$, $h$ — глубина водоема, $z$ — направленная вниз вертикальная координата, начало отсчета которой расположено непосредственно под подошвами волн, $\varkappa$ — постоянная Кармана. Можно надеяться, что в центральной части мелкого водоёма при наличии достаточно сильного ветра эта упрощённая схема даст близкое к реальному распределение течений и характеристик турбулентности.

Однако при более общей постановке необходимо, конечно, учитывать и силу Кориолиса и температурную стратификацию. Тем более, что для практики иногда требуется рассчитать не только (и даже не столько) динамические, сколько термические характеристики водоёма. В этом случае привлекается второе уравнение движения, уравнение теплопроводности и уравнение баланса турбулентной энергии с учетом поперечной составляющей скорости течения и термического члена. Если последнее уравнение дополняется полуэмпирическими соотношениями Колмогорова, то встает вопрос о выборе формулы для масштаба турбулентности.

При исследованиях, например, процессов в приземном слое атмосферы считается общепринятым, что влияние силы Кориолиса и термического фактора на распределение метеорологических элементов следует учитывать не только путем соответствующей записи уравнения баланса турбулентной энергии, но и при задании выражения для $l(z)$. В настоящее время широкое распространение получила предложенная в [2] формула

$$l(z) = -\varkappa \frac{\sqrt{b}/l}{\frac{d}{dz}(\sqrt{b}/l)}, \qquad (2)$$

где $b$ — турбулентная энергия.

Соотношение (2) дает хорошие результаты, если речь идет о приземном слое атмосферы. Но, когда потребовалось решить задачу о распределении скорости течения и характеристик турбулентности в трубе, то оказалось, что при замыкании системы уравнений с помощью формулы (2) наблюдаются весьма чувствительные расхождения между теорией и экспериментом [3]. С точки зрения особенностей строения водоем ближе к трубе, чем к приземному слою, так как здесь во-первых, имеются, по сути дела, два «пристеночных» слоя — приповерхностный и придонный, и, во-вторых, касательное напряжение существенно меняется с глубиной. Учитывая сказанное, логично предположить, что применительно к водоемам использование зависимости (2) непосредственно в приведенном выше виде нецелесообразно. Кроме того, для такой ситуации представляется небезынтересным выявить относительное влияние учета термики и силы Кориолиса на строение мелкого водоема в выражении для $l(z)$ и в уравнении баланса турбулентной энергии. В работе [4] делается попытка получить на основе (2) некоторую интерполяционную формулу, которая бы связывала масштаб турбулентности с внутренними характеристиками потока при наличии двух смыкающихся пограничных слоев. Как показали первые расчеты, и формула (1), и формула, базирующаяся на соотношении (2), дают достаточно близкие между собой результаты. Но при этом затраты машинного времени на расчет одного и того же примера отличаются почти в 2 раза.

Принимая во внимание все вышесказанное, а также и тот факт, что зависимость (1) исследована значительно лучше и дает неплохие результаты, в этой работе для $l(z)$ используется простейшая параболическая модель (1), т. е. влияние стратификации и силы Кориолиса на интенсивность вертикального перемешивания учитывается только через уравнение баланса турбулентной энергии.

Можно думать, что на масштаб турбулентности при $z=0$ влияют главным образом характеристики волнения. И, если принять, что волнение не зависит от силы Кориолиса и распределения температуры в водной толще, то тогда и параметр $l_1$ в первом приближении является функцией только глубины водоема $h$, динамической скорости в воздухе $V'_{*0}$ и ускорения силы тяжести $g$.

При стационарных условиях через любое перпендикулярное к поверхности воды сечение расход жидкости должен быть нулевым, следовательно:

$$\int_0^{h-z_*} u(z)\,dz = 0, \qquad \int_0^{h-z_*} v(z)\,dz = 0. \tag{3}$$

Здесь $z_*$ — шероховатость дна, $u$ и $v$ — составляющие средней скорости течения соответственно вдоль осей $x$ и $y$. Направление оси $x$ совпадает с направлением касательного напряжения при $z=0$.

Для решения исходной системы уравнений в случае стратифицированного потока требуется задать связь температуры и плотности воды. Вообще эта зависимость является существенно нелинейной. Но если рассматривать не очень широкий интервал изменения температуры, который бы не включал в себя значения, близкие к 4° С, то в первом приближении справедливо соотношение

$$\rho - \bar{\rho} = -\eta\bar{\rho}(T - \bar{T}). \tag{4}$$

В частности, для диапазона температуры от 7—9° до 21—23° С $\bar{T}=285$ К, $\bar{\rho}=0{,}9995$ г·см$^{-3}$, $\eta=1{,}534\cdot10^{-4}$ град$^{-1}$. Представляя изменения температуры и плотности в данном диапазоне в виде $T=\bar{T}+T'$, $\rho=\bar{\rho}+\rho'$, из (4) находим

$$\rho' = -\eta\bar{\rho}T'. \tag{5}$$

В уравнении баланса турбулентной энергии член, отражающий влияние стратификации плотности на интенсивность перемешивания, записывается в виде $\frac{g}{\bar{\rho}}\overline{\rho' w'}$. Учитывая (5) и стандартное соотношение $\overline{T'w'} = -\alpha_т a \frac{dT}{dz}$, имеем

$$\frac{g}{\bar{\rho}}\overline{\rho' w'} = \eta g \alpha_т a \frac{dT}{dz}. \tag{6}$$

Здесь $T'$, $w'$ — пульсации температуры и вертикальной скорости, $a$ — коэффициент турбулентного обмена для импульса, $\alpha_т$ — отношение коэффициентов турбулентного обмена для тепла и импульса.

Если теперь обозначить через $\lambda$ параметр Кориолиса, $\delta$ — объемную теплоемкость воды, $R$ — коротковолновую радиацию, $\alpha_b$ — отношение коэффициентов турбулентного обмена для энергии турбулентности и импульса, $c$ — универсальную константу и принять $u_{*1}^2 = -a\frac{du}{dz}\Big|_{z=h-z_*}$ и $v_{*1}^2 = -a\frac{dv}{dz}\Big|_{z=h-z_*}$, то система уравнений и граничных условий с учетом (6) примет вид [1]:

$$\frac{d}{dz}a\frac{du}{dz} + \lambda v = \frac{u_{*0}^2 - u_{*1}^2}{h - z_*};$$

$$\frac{d}{dz}a\frac{dv}{dz} - \lambda u = -\frac{v_{*1}^2}{h - z_*};$$

$$\frac{d}{dz}\alpha_т a\frac{dT}{dz} = \frac{1}{\delta}\frac{dR}{dz};$$

$$a\left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right] + \eta g\alpha_т a\frac{dT}{dz} = c\frac{b^{3/2}}{l} - \frac{d}{dz}\alpha_b a\frac{db}{dz};$$

$$a = l\sqrt{b}.$$

При $z = 0$

$$-a\frac{du}{dz} = u_{*0}^2, \qquad \frac{dv}{dz} = 0,$$

$$-\alpha_т a\delta\frac{dT}{dz} = B_п;$$

при $z = h - z_*$

$$u = v = 0, \quad T = T_*;$$

при решении уравнения баланса турбулентной энергии используется условие (3) и имеющее место на уровне шероховатости дна соотношение [1]:

$$-\alpha_b a\frac{db}{dz} = \sqrt{\frac{2\alpha_b c}{3}}\, b^{3/2}.$$

Закон поглощения коротковолновой радиации задается в простейшем виде:

$$R(z) = R_п e^{-\beta z},$$

хотя, в принципе, следует пользоваться формулой

$$R(z) = \sum_{i=1}^{N} R_{пi} e^{-\beta_i z}.$$

Для упрощения технической стороны решения задачи принимается, что величина турбулентной энергии на поверхности водоема известна, т. е. при решении уравнения баланса турбулентной энергии используется условие $b = b_п$ при $z = 0$. Но, привлекая интегральное уравнение баланса турбулентной энергии и условие (3), легко удается определить параметр $\gamma = \frac{u_{*0}^4}{cb_п^2}$, который как видно из формулы, при заданном касательном напряжении однозначно связан с величиной $b_п$.

Введем новую функцию $\varphi = b^{3/2}$, обозначим

$$\frac{\sqrt{2\alpha_b}}{c^{1/4}\sqrt{3}} = \beta_2; \quad \frac{l_1}{\varkappa h} = \tilde{l}_1; \quad \varkappa \frac{\beta_2}{c^{1/4}} = \tilde{\varkappa};$$

$$\beta h = \tilde{\beta}, \quad \frac{\beta_2 \lambda h}{u_{*0}} = \frac{h}{L_\sigma} = \sigma,$$

$$\frac{1 - \left(\frac{u_{*1}}{u_{*0}}\right)^2}{1 - \tilde{z}_*} = n, \quad \frac{\left(\frac{v_{*1}}{u_{*0}}\right)^2}{1 - \tilde{z}_*} = m$$

и перейдем к безразмерным переменным по формулам типа $z = z_0\tilde{z}$, $a = a_0\tilde{a}$ и т. д., выбрав в качестве характерных масштабов следующие:

$$z_0 = h; \quad l_0 = \frac{c^{1/4} h}{\beta_2}; \quad u_0 = v_0 = \beta_2 u_{*0} \gamma^{1/4};$$

$$a_0 = \frac{h u_{*0}}{\beta_2 \gamma^{1/4}}; \quad \varphi_0 = \varphi_\text{п}; \quad F_0 = \frac{\beta_2 u_{*0}^3}{\gamma^{3/4}};$$

$$R_0 = R_\text{п}; \quad T_0 = T_*; \quad B_0 = \frac{\alpha_\text{т} \delta T_* u_{*0}}{\beta_2 \gamma^{1/4}}.$$

Тогда система уравнений и граничных условий примет вид:

$$\frac{d}{d\tilde{z}} \tilde{a} \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{z}} + \sigma \gamma^{1/4} \tilde{v} = n; \tag{7}$$

$$\frac{d}{d\tilde{z}} \tilde{a} \frac{d\tilde{v}}{d\tilde{z}} - \sigma \gamma^{1/4} \tilde{u} = -m; \tag{8}$$

$$\frac{d}{d\tilde{z}} \tilde{a} \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{z}} = \frac{R_\text{п}}{B_0} \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{z}}, \quad \tilde{R} = e^{-\tilde{\beta}\tilde{z}}; \tag{9}$$

$$\gamma \tilde{a} \left[\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{z}}\right)^2 + \left(\frac{d\tilde{v}}{d\tilde{z}}\right)^2\right] + \frac{\eta g \alpha_\text{т} h T_* \sqrt{\gamma}}{\beta_2 u_{*0}^2} \tilde{a} \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{z}} = \frac{\tilde{\varphi}}{\tilde{l}} - \frac{d}{d\tilde{z}} \tilde{l} \frac{d\tilde{\varphi}}{d\tilde{z}}; \tag{10}$$

$$\tilde{a} = \tilde{l} \tilde{\varphi}^{1/3}; \quad \tilde{l} = \tilde{\varkappa} \left(\tilde{l}_1 + \tilde{z}\right)\left(1 - \tilde{z}\right). \tag{11}$$

При $\tilde{z} = 0$

$$-\tilde{a} \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{z}} = 1, \quad \frac{d\tilde{v}}{d\tilde{z}} = 0, \quad -\tilde{a} \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{z}} = \frac{B_\text{п}}{B_0}, \tag{12}$$

$$\tilde{\varphi} = 1;$$

при $\tilde{z} = 1 - \tilde{z}_*$

$$\tilde{u} = \tilde{v} = 0, \quad \tilde{T} = 1, \quad -\tilde{l}\,\frac{d\tilde{\varphi}}{d\tilde{z}} = \tilde{\varphi}.$$

Проинтегрируем один раз уравнение теплопроводности по глубине с учетом (9) и (12):

$$\tilde{a}\,\frac{d\tilde{T}}{d\tilde{z}} = \frac{B_{\text{п}}}{B_0} - \frac{R_{\text{п}}}{B_0}\left(1 - e^{-\tilde{\beta}\tilde{z}}\right). \tag{13}$$

Подставим (13) в (10), тогда

$$\gamma\tilde{a}\left[\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{z}}\right)^2 + \left(\frac{d\tilde{v}}{d\tilde{z}}\right)^2\right] - \tilde{\psi}\left(\tilde{z}\right) = \frac{\tilde{\varphi}}{\tilde{l}} - \frac{d}{d\tilde{z}}\,\tilde{l}\,\frac{d\tilde{\varphi}}{d\tilde{z}}, \tag{14}$$

или

$$\widetilde{\mathrm{Tr}}\left(\tilde{z}\right) - \tilde{\psi}\left(\tilde{z}\right) - \tilde{\varepsilon}\left(\tilde{z}\right) + \frac{d\tilde{F}}{d\tilde{z}} = 0.$$

В уравнении (14) под функцией $\tilde{\psi}(\tilde{z})$ понимается следующая комбинация:

$$\tilde{\psi}\left(\tilde{z}\right) = \gamma^{3/4}\left[q + r\left(1 - e^{-\tilde{\beta}\tilde{z}}\right)\right], \tag{15}$$

где

$$q = \frac{h}{L_q} = \frac{\eta g B_{\text{п}} h}{\beta_2 \delta u_{*0}^3}, \qquad r = \frac{h}{L_r} = \frac{\eta g R_{\text{п}} h}{\beta_2 \delta u_{*0}^3}.$$

Обозначим:

$$\int_0^{1-\tilde{z}_*} \tilde{\varepsilon}\left(\tilde{z}\right) d\tilde{z} = \tilde{D}; \qquad -\tilde{l}\,\frac{d\tilde{\varphi}}{d\tilde{z}}\bigg|_{\tilde{z}=0} = \tilde{F}_{\text{п}}; \qquad -\tilde{l}\,\frac{d\tilde{\varphi}}{d\tilde{z}}\bigg|_{\tilde{z}=1-\tilde{z}_*} = \tilde{F}_*;$$

$$\tilde{u}\Big|_{\tilde{z}=0} = \tilde{u}_{\text{п}}; \qquad \gamma^{3/4}\left[q\left(1 - \tilde{z}_*\right) + r\mu\right] = Q;$$

$$\left(1 - \tilde{z}_*\right) - \frac{1}{\tilde{\beta}}\left[1 - e^{-\tilde{\beta}\left(1 - \tilde{z}_*\right)}\right] = \mu$$

и проинтегрируем (14) по всей глубине от 0 до $(1 - z_*)$ с учетом условия (3):

$$\gamma\tilde{u}_{\text{п}} - Q = \tilde{D} - \tilde{F}_{\text{п}} + \tilde{F}_*.$$

Отсюда находим

$$\gamma = \frac{\tilde{D} - \tilde{F}_{\text{п}} + \tilde{F}_* + Q}{\tilde{u}_{\text{п}}}. \tag{16}$$

Таким образом, окончательная система уравнений включает в себя уравнения: движения (7)—(8), теплопроводности (13), баланса турбулентной энергии (14), а также формулу (11) для расчета масштаба турбулентности и соотношение (16) для определения параметра $\gamma$. Решение данной задачи проводится методом последовательных приближений [1].

Приведенная система уравнений содержит достаточно большое количество определяющих параметров и различных констант. К последним относятся $\eta$, $g$, $\lambda$, $\delta$, $c$, $\alpha_т$ и $\alpha_b$. Для температуры 7—23° С и широты примерно 55° $\eta = 1{,}534 \cdot 10^{-4}$ град.$^{-1}$; $g = 981$ см·сек.$^{-2}$; $\lambda = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ сек.$^{-1}$; $\delta = 1{,}0$ кал.·см$^{-3}$·град.$^{-1}$. Что касается остальных величин, то в данной работе принимаются следующие значения: $c \approx 0{,}1$; $\alpha_т \approx 1{,}0$; $\alpha_b \approx 0{,}75$; откуда для $\beta_2$ и $\tilde{\varkappa}$ получаем 1,26 и 0,9 соответственно.

Рассмотрим теперь возможные диапазоны изменения некоторых определяющих параметров. Сразу отметим, что все расчеты выполнялись при $T_* = 290°$ K. Величина $T_*$ содержится только в выражении для масштаба $B_0$, и поэтому изменение ее на $\pm 10°$ практически не сказывается при расчете градиента температуры, хотя при построении вертикального профиля последней точность задания $T_*$ должна быть не менее 0,1°. Примем, что наиболее вероятные значения $\tilde{l}_1$ и $\tilde{z}_*$ лежат в пределах $10^{-4} - 10^{-2}$. Величина параметра $\tilde{\beta}$ зависит от глубины водоема и прозрачности воды. Коэффициент поглощения меняется примерно от $10^{-2}$ до $10^{-3}$ см$^{-1}$ соответственно для мутных и прозрачных водоемов [5]. Поэтому можно думать, что для подавляющего большинства озер и водохранилищ значения безразмерного коэффициента поглощения лежат в области 0,1—10,0. Здесь следует указать, что в термическом режиме очень мелких и прозрачных водоемов какую-то роль, видимо, может играть отраженная от дна коротковолновая радиация. Но так как лучистый приток тепла рассчитывается приближенно, путем введения интегрального коэффициента поглощения, вряд ли имеет смысл учитывать эту отраженную радиацию, если ее величина составляет не более 15—20% от поглощенной на поверхности. В естественных условиях альбедо дна, видимо, не превышает 10—15%, так как даже для сухих светлых песчаных почв оно равняется в среднем 35% [6]. Отсюда следует, что даже при $\tilde{\beta} = 0{,}1$ расчет лучистого притока тепла можно проводить без учета отраженной от дна радиации.

Система уравнений содержит еще три комбинации, составленные из внешних параметров и имеющие размерность длины:

$$L_\sigma = \frac{u_{*0}}{\beta_2 \lambda}; \quad L_q = \frac{\beta_2 \delta u_{*0}^3}{\eta g B_п}; \quad L_r = \frac{\beta_2 \delta u_{*0}^3}{\eta g R_п}.$$

Каждую из этих величин можно рассматривать как масштаб толщины такого слоя, в котором не существенно влияние силы Кориолиса, турбулентного и лучистого теплообмена соответственно.

Отсюда, если глубина интересующего нас водоема мала, а $L_\sigma$, $L_q$ и $L_r$ достаточно велики, так что $\sigma = \frac{h}{L_\sigma} \ll 1$, $q = \frac{h}{L_q} \ll 1$ и $r = \frac{h}{L_r} \ll 1$, то и сила Кориолиса и оба вида теплообмена не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на интенсивность турбулентного обмена. Наоборот, выполнение условия $\sigma \gg 1$, $q \gg 1$, $r \gg 1$ означает, что при расчете строения данного водоема при данных внешних условиях необходимо учитывать все эти три фактора.

Подставляя выбранные нами численные значения констант, получаем:

$$L_\sigma = 6{,}62 \cdot 10^3 u_{*0}; \quad L_q (L_r) = 8{,}36 \frac{u_{*0}^3}{B_п (R_п)}. \tag{17}$$

В реальных условиях динамическая скорость изменяется примерно от 0,4 до 4 см/сек., поток тепла в воде при $z=0$ — от $-0{,}6 \cdot 10^{-2}$ до $0{,}3 \cdot 10^{-2}$ кал·см$^{-2}$сек.$^{-1}$, величина поглощенной радиации — от 0 до $2 \cdot 10^{-2}$ кал·см$^{-2}$сек$^{-1}$. В этом случае оценки показывают, что масштаб $L_\sigma$ лежит в пределах 26—260 м; минимальная величина масштаба $L_q$ составляет примерно 1 м при отрицательном и 2 м при положительном потоке тепла; минимальная величина $L_r$ — примерно 0,3 м. Средние значения этих масштабов при $u_{*0} \approx 1{,}4$ см·сек.$^{-1}$; $-B_п \approx R_п \approx 0{,}25 \cdot 10^{-2}$ кал·см$^{-2}$сек.$^{-1}$ получаются порядка 100 м, а масштаб $L_q$ при устойчивой стратификации еще больше. Следовательно, средние значения параметров, $\sigma$, $-q$ и $r$ равняются примерно 0,1—0,3, а для $q>0$ — примерно 0,05—0,15. Если за максимальную глубину водоема взять $h=40$ м, то за крайние значения можно, видимо, принять 1,5 для $\sigma$; —40 для $q < 0$; 20 для $q > 0$; 100 для $r$.

Приведенная выше постановка задачи описывает режим вынужденной конвекции и относится лишь к случаям, когда турбулентность охватывает всю водную толщу. Как видно из уравнения (14), при ограниченной величине $\widetilde{\mathrm{Tr}}$ и $\tilde{\psi} \to \infty$ турбулентность должна полностью затухнуть, а при $\tilde{\psi} \to -\infty$ вынужденная конвекция переходит в свободную. Причем эти крайние случаи могут наблюдаться на самых различных глубинах. Некоторую информацию о влиянии различного вида притоков тепла на турбулентный обмен дает выражение

$$\Delta(\tilde{z}) = q + r\left(1 - e^{-\tilde{\beta}\tilde{z}}\right), \tag{18}$$

пропорциональное функции $\tilde{\psi}(\tilde{z})$.

Так как всегда $r > 0$, то при положительном потоке тепла $B_п$ $(q > 0)$ максимальное значение $\Delta$ будет при $\tilde{z} = 1 - \tilde{z}_*$, т. е. на дне. Значит, если и будет наблюдаться где-то затухание турбулентности, то это затухание начнется в придонной области, тем более, что мощность динамического источника с глубиной уменьшается. Из (18), кроме того, следует, что при прочих равных условиях турбулентный обмен будет слабее в мутных водоемах ($\tilde{\beta} \to \infty$), чем в прозрачных ($\tilde{\beta} \to 0$).

При определенных комбинациях параметров $\tilde{l}_1$, $\tilde{z}_*$, $\sigma$, $r$, $\tilde{\beta}$ и $q$ из решения исходной системы уравнений получаются отрицательные значения турбулентной энергии. Это значит, что при данных внешних условиях перемешиванием охвачена не вся водная толща и в придонной области имеет место вырождение турбулентности. Критическую глубину $h_{кр}$, на которой энергия турбулентности обращается в нуль, можно в первом приближении интерпретировать как глубину проникновения ветрового перемешивания [7]. Вопрос о зависимости $h_{кр}$ от внешних параметров, и в первую очередь от $\Delta$, представляется очень интересным, но в рамках данной статьи нет возможности на нем останавливаться. Можно только сказать, что при $\tilde{l}_1 = \tilde{z}_* = 10^{-4}$, $\sigma = 0{,}15$, $r = 0$ турбулентность начинает вырождаться при $q = 0{,}34$. Задавая $u_{*0} = 1$ см·сек.$^{-1}$ и $B_п = 0{,}283 \cdot 10^{-2}$ кал·см$^{-2}$сек.$^{-1}$, получаем, что водоем будет турбулизирован до дна, если его глубина не превышает 10 м.

Рассмотренная задача решается только с помощью численных методов. Однако при достаточном упрощении исходной постановки можно получить и аналитическое решение, которое в определенных условиях будет давать вполне приемлемые результаты. Для реальных водоемов, по-видимому, не исключена такая ситуация, когда величины $\sigma$, $q$ и $r$ одновременно будут мало существенными. Тогда аналитическое решение легко получить, если пренебречь диффузионным членом в уравнении баланса турбулентной энергии. Как показали расчеты, проведенные в работе [1], при не очень больших значениях $\tilde{l}_1$ роль этого члена действительно невелика, за исключением самого придонного слоя жидкости. При этом следует учесть, что аналитическое решение, пусть даже более грубое, имеет вполне определенные преимущества перед численным. Кроме того, точность измерений пока еще не очень высокая, и поэтому область применения аналитического решения, с точки зрения практики, может оказаться вполне достаточной, чтобы оправдать проявленный к нему интерес. Ниже рассматривается такая весьма упрощенная, чисто динамическая задача без учета диффузии и силы Кориолиса.

Если использовать нормировку:

$$z_0 = h; \quad l_0 = \varkappa h; \quad u_0 = \frac{c^{1/4} u_{*0}}{\varkappa}; \quad a_0 = \frac{\varkappa h u_{*0}}{c^{1/4}},$$

то исходная система уравнений и граничных условий в безразмерном виде запишется:

$$\tilde{a}\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{z}} = n\tilde{z} - 1; \qquad \tilde{u}\Big|_{\tilde{z} = 1 - \tilde{z}_*} = 0;$$

$$\tilde{l} = \left(\tilde{l}_1 + \tilde{z}\right)\left(1 - \tilde{z}\right); \quad \tilde{a} = \left(1 - n\tilde{z}\right)^{1/2} \tilde{l}\left(\tilde{z}\right). \tag{19}$$

Величина $n$ всегда больше единицы, хотя это превышение и невелико. Тем не менее видно, что существует область значений $\tilde{z}$, а именно $\frac{1}{n} < \tilde{z} \leqslant 1 - \tilde{z}_*$, где подкоренное выражение в формуле (19) становится отрицательным. Объясняется это пренебрежением диффузией. В качестве некоторой компенсации принятого допущения кажется разумным положить, но только в (19) $n=1{,}0$. Таким образом, коэффициент турбулентности рассчитывается по формуле:

$$\tilde{a}(\tilde{z}) \equiv \frac{1}{f(\tilde{z})} = (\tilde{l}_1 + \tilde{z})(1-\tilde{z})^{3/2}. \qquad (20)$$

Решая уравнение движения, находим

$$\tilde{u}(\tilde{z}) = \int_{\tilde{z}}^{1-\tilde{z}_*} f(\tilde{z})\, d\tilde{z} - n \int_{\tilde{z}}^{1-\tilde{z}_*} \tilde{z} f(\tilde{z})\, d\tilde{z}. \qquad (21)$$

Если привлечь условие $\int_0^{1-\tilde{z}_*} \tilde{u}\, d\tilde{z} = 0$, то из формулы (21) следует

$$n = \frac{\int_0^{1-\tilde{z}_*} \tilde{z} f(\tilde{z})\, d\tilde{z}}{\int_0^{1-\tilde{z}_*} \tilde{z}^2 f(\tilde{z})\, d\tilde{z}}. \qquad (22)$$

Расписав табличные интегралы в (21) и (22), получаем несколько громоздкие, но простые выражения для расчета параметра $n$ и профиля скорости течения:

$$\tilde{u}(\tilde{z}) = (1 + n\tilde{l}_1)\, i_1 - n i_2;$$

$$n = \frac{i_4 - \tilde{l}_1 i_3}{i_5 - 2\tilde{l}_1 i_4 + \tilde{l}_1^2 i_3};$$

$$i_1 = \frac{2}{n_1}\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{z}_*}} - \frac{1}{\sqrt{1-\tilde{z}}}\right) + \frac{1}{n_1^{3/2}} \ln \frac{\left(\sqrt{n_1} + \sqrt{1-\tilde{z}}\right)\left(\sqrt{n_1} - \sqrt{\tilde{z}_*}\right)}{\left(\sqrt{n_1} - \sqrt{1-\tilde{z}}\right)\left(\sqrt{n_1} + \sqrt{\tilde{z}_*}\right)};$$

$$i_2 = 2\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{z}_*}} - \frac{1}{\sqrt{1-\tilde{z}}}\right); \qquad n_1 = 1 + \tilde{l}_1;$$

$$i_3 = \frac{2}{n_1}\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{z}_*}} - 1\right) + \frac{1}{n_1^{3/2}} \ln \frac{(\sqrt{n_1}+1)\left(\sqrt{n_1} - \sqrt{\tilde{z}_*}\right)}{(\sqrt{n_1}-1)\left(\sqrt{n_1} + \sqrt{\tilde{z}_*}\right)};$$

$$i_4 = 2\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{z}_*}} - 1\right); \qquad i_5 = 2\left[n_1\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{z}_*}} - 1\right) - 1 + \sqrt{\tilde{z}_*}\right].$$

По полученным формулам была проведена серия расчетов, результаты которых позволяют сделать некоторые предварительные выводы.

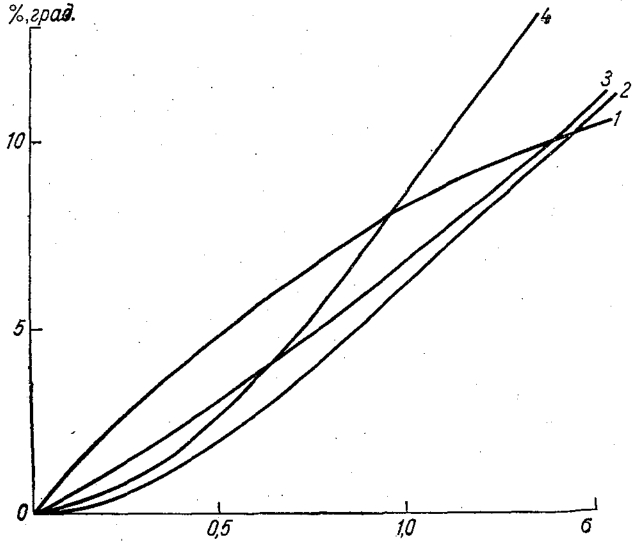



Рис. 1. Зависимость $\alpha$ (*1*), $\delta\tilde{D}$ (*2*), $\delta\tilde{u}_п$ (*3*), $\delta\tilde{a}_{\max}$ (*4*) от $\sigma$ при $\tilde{l}_1 = \tilde{z}_* = 10^{-4}$, $q = r = 0$

Перейдем к анализу численного решения. На рис. 1 показана зависимость угла $\alpha$ (в градусах) между направлением поверхностного течения и касательного напряжения, а также относительные изменения продольной компоненты скорости поверхностного течения $\delta\tilde{u}_п$, суммарной диссипации $\delta\tilde{D}$ и максимального значения коэффициента турбулентности $\delta\tilde{a}_{\max}$ от параметра $\sigma$ для случая $q=r=0$, $\tilde{l}_1=\tilde{z}_*=10^{-4}$. Эти величины рассчитывались по формулам типа

$$\delta\tilde{D} = \frac{\left|\tilde{D}(\sigma=0) - \tilde{D}(\sigma=\sigma_l)\right|}{\tilde{D}(\sigma=0)} \cdot 100\%.$$

Как видно из графика, при выбранных значениях внешних параметров сила Кориолиса слабо влияет на рассмотренные характеристики. Если допустимая погрешность составляет 10%, то расчет $\tilde{u}_п$ при условии, что турбулентное перемешивание охватывает всю водную толщу, можно проводить без учета силы Кориолиса до значений $\sigma=1{,}4$. Для средних широт это означает, что при динамической скорости в воздухе всего лишь 10 см·сек$^{-1}$ силой Кориолиса при расчете поверхностной скорости можно пренебречь для водоемов глубиной вплоть до 35 м. Примерно аналогичная ситуация для интегральной диссипации. Несколько сильнее меняется $\tilde{a}_{\max}$.

С увеличением параметра $\tilde{l}_1$ влияние силы Кориолиса начинает сказываться раньше и, в частности, при $\tilde{l}_1=10^{-2}$. 10%-ная погрешность для $\tilde{u}_п$ имеет место уже при $\sigma=0{,}15$. Интересно отмеметить, что если изменение параметра $\sigma$ сильнее сказывается на величине коэффициента турбулентности при $\tilde{z}\approx 0{,}5$, то $\tilde{l}_1$ заметнее, влияет на суммарную диссипацию. Объясняется это тем, что диссипация велика у «стенок» и особенно вблизи поверхности, где большую роль играет $\tilde{l}_1$, а сила Кориолиса, наоборот, сильнее сказывается вне пограничных слоев, где как раз достигает максимума коэффициент турбулентности.

Значительно проще обстоит дело с шероховатостью дна. Можно сказать, что изменение в строении водоема, связанное с влиянием силы Кориолиса, практически постоянно при различных значениях $\tilde{z}_*$.

Эти результаты ни в коем случае не свидетельствуют о близости вертикальных профилей, например, скорости течения или коэффициента обмена при разных $\sigma$. На рис. 2 представлены эти профили для $\sigma=0$ и $\sigma=1{,}5$ при $\tilde{l}_1=\tilde{z}_*=10^{-4}$; $q=r=0$. Как видно из графика, особенно заметно меняется профиль $\tilde{u}$-компоненты. Поперечная составляющая $\tilde{v}(\tilde{z})$ при $\sigma=1{,}5$ начинает играть заметную роль уже на глубине $\tilde{z}=0{,}05-0{,}10$. Поэтому, если требуется рассчитать вертикальное распределение скорости течения при $\sigma\approx 1{,}0$, следует учитывать влияние силы Кориолиса.

На этом же графике пунктиром нанесены профили $\tilde{u}(\tilde{z})$ и $\tilde{a}(\tilde{z})$ для случая $\sigma=0$, рассчитанные по формулам (20) — (22). Как следует из графика, эти профили практически совпадают с численным решением, которое получено с учетом диффузионного члена. Дополнительные расчеты показали, что при малых значениях $\tilde{l}_1$ и $\sigma$ влияние диффузии несущественно и расчет строения мелкого водоема можно проводить по аналитическим формулам (20) — (22).

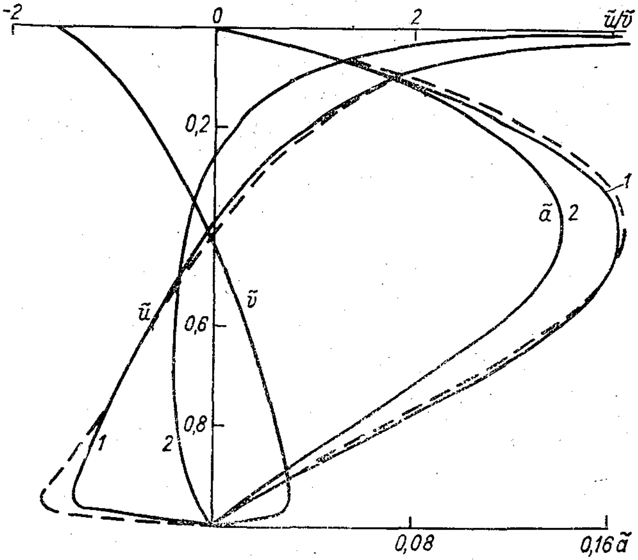



Рис. 2. Вертикальные профили $\tilde{u}$, $\tilde{v}$ и $\tilde{a}$ для аналитического решения (пунктирные кривые) и для численного решения (сплошные)

*1*) $\sigma = 0$, *2*) $\sigma = 1{,}5$

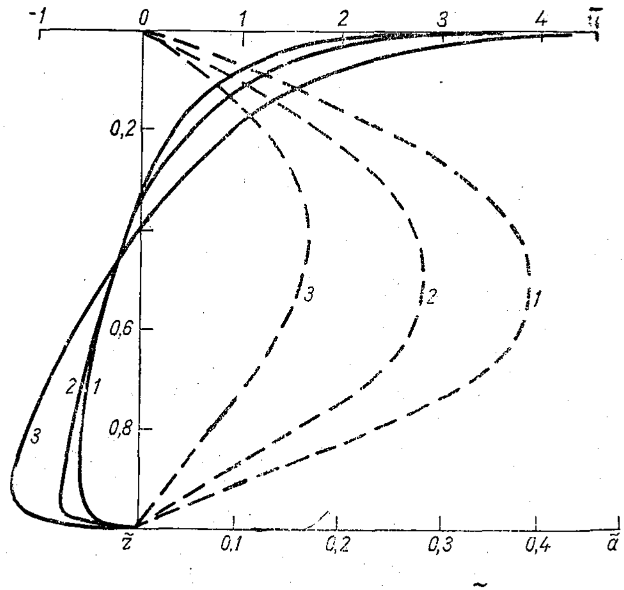



Рис. 3. Вертикальные профили скорости $\tilde{u}$ (сплошные кривые) и коэффициента турбулентной вязкости (пунктирные) при различных значениях параметра стратификации:

*1*) $q = -30$, *2*) $q = -3{,}0$, *3*) $q = 0$

Рассмотрим теперь влияние параметра стратификации $q$ на вертикальные профили $\tilde{u}$-компоненты скорости течения и коэффициента турбулентной вязкости, которые представлены на рис. 3. Кривые при $q = -30$ соответствуют сильной неустойчивости, кри-

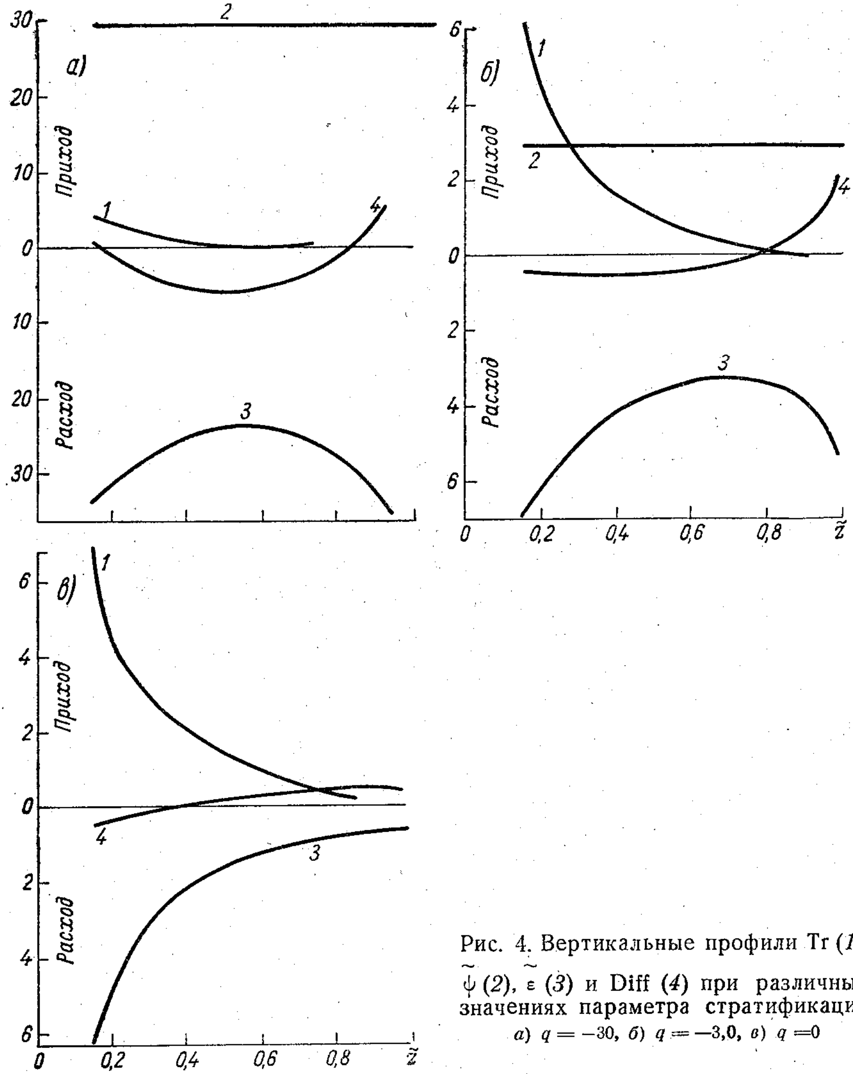



Рис. 4. Вертикальные профили Tr (*1*), $\tilde{\psi}$ (*2*), $\tilde{\varepsilon}$ (*3*) и Diff (*4*) при различных значениях параметра стратификации
*а*) $q = -30$, *б*) $q = -3{,}0$, *в*) $q = 0$

вые при $q = -3{,}0$ — средним значениям параметра стратификации и, наконец, кривые при $q = 0$ — нейтральной стратификации. Как видно из рис. 3, при сильной неустойчивости значительно увеличивается турбулентное перемешивание, максимальное значение коэффициента турбулентной вязкости увеличивается более чем в 2 раза по сравнению со случаем нейтральной стратификации, причем местонахождение максимума смещается несколько вниз. С увеличением неустойчивости уменьшаются скорость поверхностного течения (при $q=0$ $\tilde{u}_п=9{,}5$, при $q=-3{,}0$ $\tilde{u}_п=9{,}1$, при $q=-30$ $\tilde{u}_п=7{,}9$) и высота обращения $\tilde{u}$-компоненты скорости течения в ноль.

На рис. 4 представлены все члены уравнения энергии турбулентности. Как видно из рис. 4 *а*, в большей части рассматриваемого слоя ($\tilde{z}>0{,}1$) основной вклад в баланс энергии турбулентности приходится на долю функции $\tilde{\psi}(\tilde{z})$ и диссипации, которые по величине приблизительно одинаковы. Трансформационный член существен лишь вблизи самой поверхности ($\tilde{z}<0{,}1$), а диффузионный член отрицателен в средней части слоя и на порядок меньше основных членов. Качественно аналогичная картина наблюдается и при $q=-3{,}0$ (рис. 4*б*). В отличие от предыдущего случая значительно увеличилась область, в которой преобладающими являются трансформационный и диссипативный члены ($\tilde{z}<0{,}3$). Случай нейтральной стратификации представлен на рис. 4 *в* ($q=0$). В большей части слоя ($\tilde{z}<0{,}6$) основными членами являются трансформация и диссипация и лишь только вблизи дна ($\tilde{z}>0{,}8$) существенными оказываются диффузия и диссипация, в то время как трансформация уже мала.

Приведенные на рис. 3 и 4 кривые были рассчитаны при следующих значениях, входящих в исходную систему параметров: $\tilde{l}_1=\tilde{z}_*=10^{-4}$, $\sigma=0{,}15$ $r=\beta=0$. Влияние первых двух параметров при $q=0$ подробно рассматривалось в [1], зависимость от $\sigma$ анализировалась выше. Варьирование этих параметров производилось и при отличных от нуля значениях $q$. При этом оказалось, что влияние численных значений параметров $\tilde{l}_1$, $\tilde{z}_*$ и $\sigma$ на строение водоема качественно одинаково при различных стратификациях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вагер Б. Г., Симонов В. В. К вопросу о расчете строения мелкого водоема. — Тр. ГГО, 1970, вып. 257.
2. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л., Монин А. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1967, т. 3, № 3.
3. Вагер Б. Г., Лайхтман Д. Л. Структура турбулентного потока в трубе. — Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1968, № 4.
4. Симонов В. В. Зависимость строения мелкого водоема от выбора формулы для масштаба турбулентности. — См. наст. сб.
5. Кириллова Т. В. Радиационный режим озер и водохранилищ. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
6. Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1965.
7. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л., Гидрометеоиздат, 1970.

*В. В. СИМОНОВ*

# ЗАВИСИМОСТЬ СТРОЕНИЯ МЕЛКОГО ВОДОЕМА ОТ ВЫБОРА ФОРМУЛЫ ДЛЯ МАСШТАБА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В работах [1], [2] рассматривается вопрос о строении мелкого, ограниченного по горизонтали водоема. В первой из них задача решается без учета стратификации и силы Кориолиса, а во второй — с привлечением обоих этих факторов. Но и в той и другой работе используется одинаковое выражение для масштаба турбулентности, которое представляет собой некоторую интерполяционную формулу, учитывающую наличие двух смыкающихся пограничных слоев:

$$l(z) = \varkappa h\left(\frac{l_1}{\varkappa h} + \frac{z}{h}\right)\left(1 - \frac{z}{h}\right). \tag{1}$$

В этой формуле принимается во внимание лишь расстояние от «стенок», одной из которых в данном случае является дно водоема, другой — его поверхность. Можно надеяться, что для достаточно мелкого, слабо стратифицированного и хорошо перемешиваемого водоема такая зависимость (будем называть ее параболической) хорошо соответствует действительности. Однако в принципе желательно пользоваться какой-то более общей формулой, которая связывала бы масштаб турбулентности с внутренними характеристиками потока.

В последнее время широкое распространение получила зависимость вида:

$$l(z) = \mp \varkappa\psi\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^{-1}, \tag{2}$$

$$\psi = \frac{\sqrt{b}}{l}, \tag{3}$$

где под $b$ понимается средняя энергия турбулентности.

Как уже указывалось [1, 2], формула (2) не обеспечивает удовлетворительного согласия теории и эксперимента в центральной части потока при наличии двух смыкающихся пограничных слоев. Но вблизи стенки соотношение (2) дает физически правильные результаты. Имеет, видимо, смысл попытаться получить интерполяционную формулу, основанную на соотношениях (2) и (3), которая бы хорошо «работала» не только при $z \to 0$ и $z \to h$, но и в остальной части потока. Для этого проведен вывод формулы для $l(z)$ по аналогии с использованным при получении формулы (1), где было принято, что вблизи поверхности воды масштаб турбулентности удовлетворяет соотношению

$$l(z) = \varkappa h \left( \frac{l_1}{\varkappa h} + \frac{z}{h} \right), \tag{4}$$

а около дна справедлива зависимость

$$l(z) = \varkappa h \left( 1 - \frac{z}{h} \right). \tag{5}$$

При простом перемножении левых и правых частей формул (4) и (5) и последующем извлечении корня, во-первых, не выполняется условие $l = l_1$ при $z = 0$, а, во-вторых, как показали расчеты, величины масштаба турбулентности оказываются существенно завышенными по сравнению, например, с результатами Никурадзе [3]. Поэтому перемножаются только стоящие в скобках безразмерные выражения, а для сохранения размерности учитывается лишь тот находящийся перед скобкой сомножитель, при котором удовлетворяется условие $l = l_1$ при $z = 0$. В данном случае эти сомножители идентичны, откуда и получаем формулу (1).

Как следует из работы [1], формула (1) дает результаты, неплохо согласующиеся с экспериментальными данными. Это позволяет надеяться, что полученная аналогичным образом и основанная на соотношениях (2) и (3) зависимость для масштаба турбулентности будет достаточно правильно отражать основные закономерности турбулентного обмена во всей толще потока при наличии в нем двух смыкающихся пограничных слоев.

Примем, что около границ раздела, т. е. вблизи дна и поверхности воды, где наблюдаются большие градиенты средней скорости течения, а общая глубина водоема не играет существенной роли в процессах перемешивания, масштаб турбулентности с достаточной степенью точности определяется формулой (2). Если ось $z$ направить сверху вниз, то знак минус относится к области, расположенной вблизи поверхности воды, а знак плюс — к придонному пограничному слою. Определяя из (2) и (3) выражение для $d\psi/dz$ и приравнивая их, получаем уравнение

$$\frac{l}{2b} \frac{db}{dz} - \frac{dl}{dz} = \mp \varkappa,$$

решая которое, находим

$$l(z) = -\sqrt{b} \left[ c \pm \varkappa \int_0^z b^{-1/2} dz \right]. \tag{6}$$

Рассмотрим область вблизи поверхности воды. В этом случае перед интегралом берется знак минус и привлекается граничное условие $l = l_1$ при $z = 0$. Тогда для постоянной интегрирования $c$ имеем

$$c = \frac{l_1}{\sqrt{b_\text{п}}}, \text{ где } b_\text{п} = b \big|_{z=0}.$$

Отсюда

$$l(z)=l_1\sqrt{\frac{b}{b_{\text{п}}}}+\varkappa\sqrt{b}\int_0^z b^{-1/2}dz. \qquad (7)$$

Вблизи дна в формуле (6) берем знак плюс и граничное условие $l=0$ при $z=h$:

$$l(z)=\varkappa\sqrt{b}\left[\int_0^h b^{-1/2}dz-\int_0^z b^{-1/2}dz\right]. \qquad (8)$$

Перепишем (7) и (8) в виде:

$$l(z)=\varkappa h\left[\frac{l_1}{\varkappa h}\sqrt{\frac{b}{b_{\text{п}}}}+\frac{\sqrt{b}}{h}\int_0^z\frac{dz}{\sqrt{b}}\right] \quad \text{при} \quad z\to 0;$$

$$l(z)=\varkappa\sqrt{b}\int_0^h b^{-1/2}dz\left[1-\frac{\int_0^z b^{-1/2}dz}{\int_0^h b^{-1/2}dz}\right] \quad \text{при} \quad z\to h.$$

Поступая аналогично получению формулы (1), находим

$$l(z)=\varkappa h\left[\frac{l_1}{\varkappa h}\sqrt{\frac{b}{b_{\text{п}}}}+\frac{\sqrt{b}}{h}\int_0^z\frac{dz}{\sqrt{b}}\right]\left[1-\frac{\int_0^z b^{-1/2}dz}{\int_0^h b^{-1/2}dz}\right]. \qquad (9)$$

Легко видеть, что формула (9) удовлетворяет граничным условиям для $l(z)$, а при $b=\text{const}$ переходит в соотношение (1). Если воспользоваться характерными масштабами и обозначениями из работы [2]:

$$z_0=h; \quad \varphi_0=\varphi_{\text{п}}; \quad b=\varphi^{2/3};$$

$$l_0=\frac{hc^{1/4}}{\beta_2}; \quad \tilde{l}_1=\frac{l_1}{\varkappa h};$$

$$\tilde{\varkappa}=\frac{\varkappa\beta_2}{c^{1/4}}; \quad \beta_2=\frac{\sqrt{2\alpha_b}}{c^{1/4}\sqrt{3}},$$

то получим

$$\tilde{l}\left(\tilde{z}\right)=\tilde{\varkappa}\tilde{\varphi}^{1/3}\left[\tilde{l}_1+y\left(\tilde{z}\right)\right]\left[1-y_*^{-1}y\left(\tilde{z}\right)\right], \qquad (10)$$

где

$$y\left(\tilde{z}\right)=\int_0^{\tilde{z}}\tilde{\varphi}^{-1/3}d\tilde{z}; \quad y_*=\int_0^1\tilde{\varphi}^{-1/3}d\tilde{z}.$$

Таким образом, система уравнений, приведенная в работе [2], замыкается теперь с помощью формулы (10).

Будем постановку задачи с простой параболической зависимостью масштаба турбулентности от $z$ называть схемой I, а встречающиеся в тексте величины, полученные при расчетах по ней, обозначать индексом I. Соответственно, схему с формулой (10) будем называть схемой II, а величины обозначать индексом II.

В дальнейшем анализируется только влияние стратификации и силы Кориолиса на строение водоема при замыкании системы уравнений либо формулой (1), либо формулой (10). Поэтому напомним, что, во-первых, сила Кориолиса связана с параметром $\sigma = \frac{\beta_2 \lambda h}{u_{*0}}$, а стратификация учитывается через $q = \frac{\alpha B_{\text{п}} h}{u_{*0}^3}$, где $\beta_2$ и $\alpha$ — постоянные величины. Во-вторых, все рассмотренные ниже примеры относятся к случаю $\tilde{l}_1 = \tilde{z}_* = 10^{-4}$ и отсутствия лучистого притока тепла.

Сначала остановимся на влиянии силы Кориолиса. Если вспомнить, что выражение (10) переходит в (1) только при $b = \text{const}$, а в водоеме энергия турбулентности существенно не постоянная величина, то можно ожидать, что вертикальные профили масштаба турбулентности будут в значительной степени отличаться друг от друга при расчете по этим формулам. Однако результаты, представленные на рис. 1 (кривые 1, 2 и пунктирная), показывают, что в случае нейтральной стратификации эти различия невелики и достигают лишь 8—10%. При этом $\tilde{l}_{\text{I}}$ и $\tilde{l}_{\text{II}}$ с увеличением $\sigma$ сближаются. Еще более неожиданным является тот факт, что функция $\tilde{\varphi}$ оказывается практически одной и той же при расчете как по схеме I, так и по схеме II. Зато, в отличие от масштаба турбулентности, она заметно уменьшается при увеличении $\sigma$. Так, на глубине $\tilde{z} \approx 0{,}5$ при $\sigma = 1{,}5$ значение $\tilde{\varphi}$ примерно в 1,6 раза меньше, чем значение $\tilde{\varphi}$ при $\sigma = 0$. Таким образом, выбор схемы не влияет на профиль энергии турбулентности, но этот профиль зависит от силы Кориолиса. Здесь следует не забывать, что речь идет о безразмерных величинах. Чтобы перейти и проанализировать размерные характеристики, нужно знать надежную зависимость параметра $\tilde{l}_1$ от внешних условий, и в первую очередь от комбинации $\frac{u_{*0}}{\sqrt{gh}}$. К сожалению, эта зависимость определяется по экспериментальным данным и в настоящее время она изучена еще недостаточно хорошо.

На рис. 2 изображены профили продольной компоненты скорости течения и коэффициента турбулентности. Учитывая, что $\tilde{a} = \tilde{l}\tilde{\varphi}^{1/3}$, легко объяснить почему $\tilde{a}$ зависит и от выбора формулы для $\tilde{l}(\tilde{z})$, и от силы Кориолиса. Безразмерный коэффициент турбулентности, так же как $\tilde{l}(\tilde{z})$ и $\tilde{\varphi}(\tilde{z})$, уменьшается с увеличением $\sigma$.

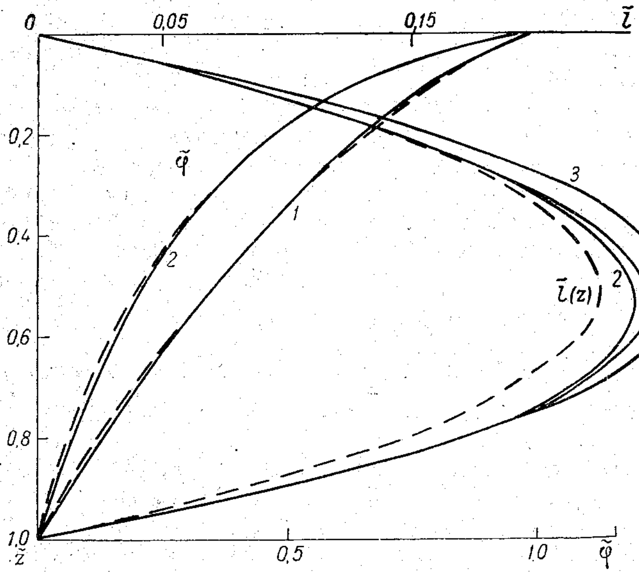



Рис. 1. Вертикальные профили $\tilde{l}(\tilde{z})$ и $\tilde{\varphi}(\tilde{z})$, рассчитанные по формуле (1) (пунктирные кривые) и по формуле (10) (сплошные кривые):

*1)* $\sigma = 0$, $q = 0$; *2)* $\sigma = 1{,}5$, $q = 0$; *3)* $\sigma = 1{,}5$, $q = -30$

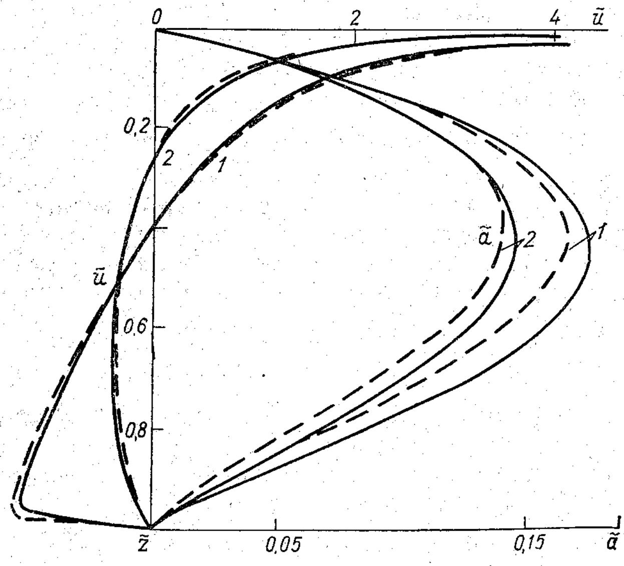



Рис. 2. Вертикальные профили $\tilde{u}(\tilde{z})$ и $\tilde{a}(\tilde{z})$.

Усл. обозначения см. рис. 1.

Профиль же $\tilde{u}$-компоненты, подобно $\tilde{\varphi}$, почти не меняется при изменении схемы расчета, но заметно трансформируется при изменении параметра $\sigma$.

На двух последующих рисунках представлены результаты расчета некоторых характеристик для случая $\sigma=1{,}5$, $q=-30$. В частности, на рис. 3 показаны профили $\tilde{u}(\tilde{z})$, $\tilde{\varphi}(\tilde{z})$ и $\tilde{a}(\tilde{z})$. На продольную компоненту скорости течения опять не влияет выбор формулы для $\tilde{l}(\tilde{z})$, хотя коэффициент турбулентности увеличивается примерно на 20%. Функция $\tilde{\varphi}$, как и при $q=0$, слабо

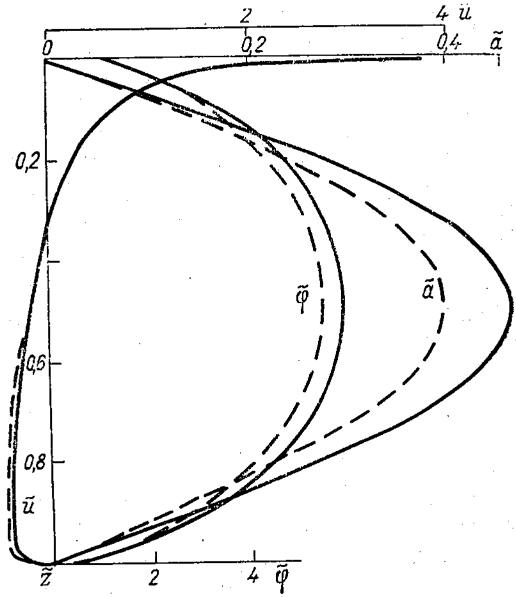



Рис. 3. Вертикальные профили $\tilde{u}(\tilde{z})$, $\tilde{a}(\tilde{z})$ и $\tilde{\varphi}(\tilde{z})$ при $\sigma=1{,}5$, $q=-30$

реагирует на изменение расчетной схемы, тогда как профиль и абсолютные ее значения коренным образом меняются. Так, если при $q=0$ независимо от величины параметра $\sigma$ энергия турбулентности монотонно уменьшалась с глубиной, меняясь практически от 1 до 0, то при $q=-30$ значения $\tilde{\varphi}$, особенно в центральной части потока, резко возрастают, а максимум ее с уровня $\tilde{z}=0$ смещается в область $\tilde{z}\approx 0{,}5$.

Сравнивая результаты, представленные на первых трех рисунках, можно сказать, что при переходе стратификации от нейтральной к неустойчивой независимо от схемы расчета все безразмерные характеристики турбулентности в той или иной степени возрастают. Меньше всего это проявляется в профиле масштаба турбулентности, сильнее всего — в профиле функции $\tilde{\varphi}$. Так, в области $\tilde{z} \approx 0{,}5$ при изменении $q$ от 0 до —30 масштаб турбулентности увеличивается менее чем на 10%, а функция $\tilde{\varphi}$ — примерно в 30 раз. Коэффициент турбулентности занимает некоторое промежуточное положение и увеличивается приблизительно в 3 раза.

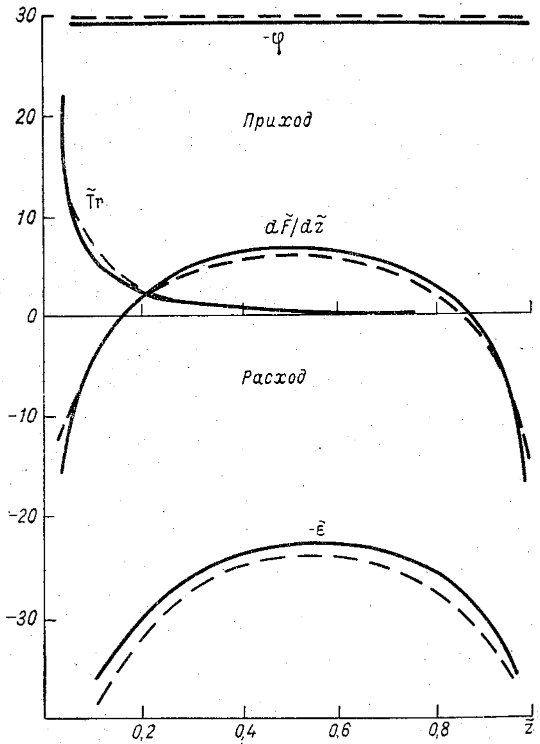



Рис. 4. Баланс турбулентной энергии при $\sigma = 1{,}5$, $q = -30$

На рис. 4 представлен баланс турбулентной энергии. Из графика следует, что во-первых, схема расчета почти не сказывается на величине отдельных составляющих этого баланса, а, во-вторых, в рассмотренном случае основным источником турбулентности, за исключением самого приповерхностного слоя, является потенциальная энергия неустойчиво расслоенной жидкости.

Перед тем как делать какие-либо окончательные выводы, хочется напомнить, что значение $\sigma = 1{,}5$ и $q = -30$ являются крайними значениями этих параметров, а средняя их величина равна примерно 0,15 и —0,30 соответственно. Кроме того, представленные результаты непосредственно относятся лишь к случаю

$\tilde{l}_1 = \tilde{z}_* = 10^{-4}$, $r=0$, $q \leqslant 0$ (параметр $r$ пропорционален лучистому притоку тепла). Подводя теперь некоторые итоги, во-первых, следует подчеркнуть, что при использовании в расчетной схеме формулы (1) вместо формулы (10) не наблюдается коренных изменений в строении водоема. При этом наиболее «консервативным» оказывается профиль продольной компоненты скорости течения. Значит при наличии двух смыкающихся пограничных слоев влияние стратификации и силы Кориолиса на турбулентный обмен проявляется главным образом через уравнение баланса турбулентной энергии, а формула для масштаба турбулентности должна в первую очередь учитывать лишь расстояние от стенок. Во-вторых, можно отметить, что на интенсивность перемешивания относительно большее влияние оказывает параметр $q$, чем $\sigma$. Во всяком случае сила Кориолиса в отличие от термической неоднородности не приводит к принципиальной перестройке профиля энергии турбулентности. И если допустимая погрешность составляет величину порядка 10%, то при $\sigma < 1{,}0$ расчет строения мелкого ограниченного водоема можно проводить, пренебрегая силой Кориолиса, причем по любой схеме.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вагер Б. Г., Симонов В. В. К вопросу о расчете строения мелкого водоема. — Тр. ГГО, 1970, вып. 257.
2. Вагер Б. Г., Симонов В. В. Влияние стратификации и силы Кориолиса на строение мелкого водоема. — См. наст. сб.
3. Бай Ши-и. Турбулентное течение жидкостей и газов. М., Изд-во иностр. лит., 1962.

*Г. Х. ЦЕЙТИН*

# МЕТОД РАСЧЕТА МЕТЕОХАРАКТЕРИСТИК ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ ПО ЗАДАННОМУ ТУРБУЛЕНТНОМУ ПОТОКУ ТЕПЛА

В работе [1] была изложена схема решения задачи о строении пограничного слоя атмосферы с учетом лучистого теплообмена на основе так называемой дифференциальной модели. Было показано, что для стационарных и горизонтально однородных условий, когда, в частности, изменение турбулентного потока тепла с высотой связано лишь с наличием лучистого теплообмена, указанная задача может быть условно разделена на две:

а) динамическую — определение поля скорости ветра и характеристик турбулентного обмена по турбулентному потоку тепла, который на данном этапе решения считается заданной функцией высоты;

б) термическую — определение температурного поля, турбулентного и лучистых потоков тепла по заданному вертикальному профилю коэффициента турбулентной диффузии.

Решение всей задачи в целом достигается объединением указанных двух методами последовательных приближений [1]. Каждая из упомянутых задач представляет и самостоятельный интерес и имеется большое количество их частных решений [2, 3, 10].

Настоящая работа посвящена развитию динамической задачи, общее принципиальное решение которой изложено в [1]. В результате дальнейшей его разработки, предложена сравнительно оперативная методика расчета характеристик турбулентного обмена и других метеохарактеристик пограничного слоя атмосферы по заданному турбулентному потоку тепла. В отличие от других имеющихся аналогичных работ, выполненных на основе дифференциальной схемы [3], турбулентный поток тепла может быть выражен произвольной функцией высоты. Другим отличием этого решения, на основе которого разработана методика расчета, является то, что оно получено без применения разностных схем, осуществляемых, как правило, на ЭВМ. Оно построено с таким расчетом, что позволяет в процессе вычисления оценивать влияние основных исходных факторов и в зависимости от этого вносить необходимые коррективы в порядок расчетов. Вычисления выполняются обычно последовательными приближениями. Однако, как правило, в применении к нижним и отчасти к средним слоям пограничного слоя схема уже в первом приближении позволяет получить основной результат. Последующие приближения обычно лищь «подправляют» его. Очевидно, что при применении ЭВМ для вычислений по формулам предлагаемой расчетной схемы оперативность ее может быть заметно увеличена.

Развитию термической задачи, общее решение которой также приведено в [1], посвящена работа Ф. Н. Шехтер [4]. Там же приведены некоторые численные результаты по всей замкнутой задаче в целом (с использованием предлагаемой расчетной методики). Кроме того, эта методика использована З. М. Утиной для приближенного учета горизонтально-температурных неоднородностей в дифференциальной модели пограничного слоя атмосферы [5].

В первой части настоящей работы излагается, с некоторыми изменениями и дополнениями, общее решение динамической задачи [1]. Вторая часть посвящена собственно расчетной методике.

## Общее решение

1. Исходная замкнутая система динамической задачи, т. е. уравнения движения, уравнение баланса энергии турбулентности, соответствующие граничные условия и другие полуэмпирические соотношения, представлена формулами (1) — (3), (13) — (15), (17), (18), (20), (21), (23) и (25) работы [1]. Соответствующую «безразмерную» систему, полученную в [1] (формулы (32) — (36), (54), (57) и (58), с целью удобства дальнейшего изложения, приводим здесь с некоторыми изменениями, сделанными на основе формул (34) и (52) из [1].

а) Уравнения движения:

$$\eta \frac{d^2G(\eta)}{d\eta^2} - \frac{\eta}{2} \frac{1}{\sqrt{E(\eta)}} \frac{dE(\eta)}{d\eta} \frac{dG(\eta)}{d\eta} - \frac{i}{\varkappa} G(\eta) = 0 \tag{1}$$

при граничных условиях, вытекающих из (1) — (3), (51), (52) [1]:

$$\left. \frac{1}{\sqrt{E(\eta)}} \frac{dG(\eta)}{d\eta} \right|_{\eta=\eta_0} = -ie^{-i\varphi} \frac{V_g}{v_*}, \tag{2}$$

$$\lim \frac{1}{\sqrt{E(\eta)}} \frac{dG(\eta)}{d\eta} = 0 \quad \text{при} \quad \eta \to \infty. \tag{3}$$

Эти условия с учетом (19), (52) и (53) из работы [1] могут быть заменены равносильными:

$$\lim_{\eta \to 0} G(\eta) = 1, \tag{4}$$

$$G(\eta) \neq \infty \quad \text{при} \quad \eta \to \infty. \tag{5}$$

б) Уравнение баланса энергии турбулентности:

$$G(\eta)\,\overline{G}(\eta)-\frac{\mu}{\varkappa^2}\,\psi(\eta)\,\widetilde{P}(\eta)+\frac{3}{2r_0^2\varkappa}\sqrt{\eta\psi(\eta)}\,\frac{d}{d\eta}\times$$

$$\times\left[\sqrt{\eta\psi(\eta)}\,\frac{dE(\eta)}{d\eta}\right]=E^2(\eta), \tag{6}$$

где $\overline{G}(\eta)$ — функция, сопряженная с $G(\eta)$.

в) Граничные значения для $\psi(\eta)$ и $E(\eta)$:

$$\lim_{\eta\to 0}\psi(\eta)=\varkappa\eta, \tag{7}$$

$$\lim_{\eta\to 0}E(\eta)=1, \tag{8}$$

$$\lim_{\eta\to\infty}\psi(\eta)=0, \tag{9}$$

$$\lim_{\eta\to\infty}E(\eta)=0 \tag{10}$$

(граничные условия (9) и (10) имеют место при любой стратификации, кроме случаев свободной конвекции).

г) Связь между $\psi(\eta)$ и $E(\eta)$:

$$E(\eta)=\frac{\psi(\eta)}{\varkappa\eta}. \tag{11}$$

Соотношения (1) — (11) получены в [1] путем введения безразмерной высоты

$$\eta=\frac{\varkappa\omega_z}{2}\left[\int\limits_0^z\frac{d\xi}{\sqrt{k(\xi)}}\right]^2 \tag{12}$$

и безразмерных функций, а именно: коэффициента турбулентности

$$\psi(\eta)=\frac{2\omega_z}{v_*^2}\,k(z), \tag{13}$$

энергии турбулентности

$$E(\eta)=\frac{c_0^{1/2}}{v_*^2}\,b(z), \tag{14}$$

составляющих скорости ветра

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{u}(\eta)&=\frac{u(z)}{v_*},\\ \widetilde{v}(\eta)&=\frac{v(z)}{v_*},\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

турбулентного потока тепла

$$\widetilde{P}(\eta) = \frac{P(z)}{P_0}, \tag{16}$$

составляющих вертикального потока количества движения $G_1(\eta)$ и $G_2(\eta)$ и комплексной функции этого потока $G(\eta)$:

$$G(\eta) = e^{-i\varphi}\left[G_1(\eta) + iG_2(\eta)\right], \tag{17}$$

$$\left.\begin{aligned} G_1(\eta) &= \frac{1}{v_*^2} k(z) \frac{du(z)}{dz} = \varkappa\eta\sqrt{\widetilde{E}(\eta)}\, \frac{d\widetilde{u}(\eta)}{d\eta} \\ G_2(\eta) &= \frac{1}{v_*^2} k(z) \frac{dv(z)}{dz} = \varkappa\eta\sqrt{\widetilde{E}(\eta)}\, \frac{d\widetilde{v}(\eta)}{d\eta} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

где $\varphi$ — приземный угол трения:

$$\varphi = -\lim_{z\to z_0} \operatorname{arctg} \frac{k(z)\dfrac{dv}{dz}}{k(z)\dfrac{du}{dz}} = -\lim_{\eta\to\eta_0} \operatorname{arctg} \frac{G_2(\eta)}{G_1(\eta)}. \tag{19}$$

Как и в [1], здесь обозначено: $\varkappa = 0{,}38$ — постоянная Кармана: $V_g$ — скорость геострофического ветра; $z_0$ — шероховатость подстилающей поверхности; $P_0$ — наземное значение турбулентного потока тепла $P(z)$; $\omega_z$ — вертикальная составляющая вектора угловой скорости земли; $\eta_0$ — безразмерный уровень шероховатости,

$$\eta_0 = \eta(z)\big|_{z=z_0}; \tag{20}$$

$v_*$ — динамическая скорость,

$$v_*^2 = \lim_{z\to z_0} k(z) \sqrt{\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2}; \tag{21}$$

$\mu$ — параметр термической устойчивости по А. Б. Казанскому и и А. С. Монину,

$$\mu = -\frac{\varkappa^2 g P_0}{2 c_p \rho \overline{T} \omega_z v_*^2}, \tag{22}$$

где $g = 9{,}81$ м/сек.$^2$ — ускорение силы тяжести, $c_p\rho = 310$ кал/м$^3\cdot$ $\cdot$град.— объемная теплоемкость воздуха, $\overline{T}$ — некоторая средняя абсолютная температура пограничного слоя;

$$r_0 = \frac{c_0^{1/4}}{\varkappa} \sqrt{\frac{3}{2n_1}}, \tag{23}$$

где $c_0 = 0{,}046$ — параметр диссипации, $n_1 = 0{,}73$ — отношение коэффициентов турбулентного обмена для энергии турбулентных вихрей и количества движения, так что $r_0 \approx 1{,}75$.

Следует подчеркнуть, что одним из основных моментов, позволившим разработать оперативную расчетную схему без применения разностных схем, явилось введение безразмерной высоты $\eta$ соотношением (12). Кроме того, эта высота $\eta$ выбрана так, что вблизи подстилающей поверхности, она пропорциональна обычной высоте $z$ [1]:

$$\eta \approx \frac{2\omega_z}{v_*} z. \tag{24}$$

Учитывая это, можно (20) переписать в виде

$$\eta_0 \approx \frac{2\omega_z z_0}{v_*} \tag{25}$$

или, вводя внешний параметр — число Россби

$$\mathrm{Ro} = \frac{V_g}{2\omega_z z_0} \tag{26}$$

и геострофический коэффициент трения

$$f = \frac{v_*}{V_g}, \tag{27}$$

получим

$$\eta_0 \approx \frac{1}{f\,\mathrm{Ro}}. \tag{28}$$

Заметим, что соотношение (24) может быть использовано для ориентировочного сопоставления размерной и безразмерной высот $\eta$ и $z$ в пограничном слое, кроме, возможно, его высоких уровней.

В дальнейшем, из соображений удобства, будем (кроме оговоренных случаев) пользоваться вместо функции $\psi(\eta)$ функцией $E(\eta)$.

2. Аналогично тому, как это сделано в [1], введем взамен $G(\eta)$ функцию $W(\eta)$ при помощи соотношения

$$G(\eta) = [E(\eta)]^{1/4} W(\eta), \tag{29}$$

тогда с учетом (11) вместо уравнения баланса энергии турбулентности (6) получим соотношение

$$W(\eta) \cdot \overline{W}(\eta) - \frac{\mu}{\varkappa} \eta \sqrt{E(\eta)}\, \widetilde{P}(\eta) + \frac{1}{r_0^2} \eta \frac{d}{d\eta}\left[\eta \frac{dE^{3/2}(\eta)}{d\eta}\right] = E^{3/2}(\eta). \tag{30}$$

Члены левой части (30) характеризуют соответственно энергию основного движения (трансформацию), энергию термической неустойчивости (архимедову силу), диффузию энергии турбулентности, а член справа — диссипацию турбулентной энергии в тепло.

Основываясь на (1), (4), (5), (8) и (29), можно для определения $W(\eta)$ получить дифференциальное уравнение

$$\eta \frac{d^2 W(\eta)}{d\eta^2} - \left[\frac{i}{\varkappa} - p(\eta)\right] W(\eta) = 0, \tag{31}$$

где

$$p(\eta) = -\eta E^{1/4}(\eta) \frac{d^2}{d\eta^2}\left[E^{-1/4}(\eta)\right] \tag{32}$$

при граничных условиях, не содержащих параметров:

$$\lim_{\eta \to 0} W(\eta) = 1, \tag{33}$$

$$W(\eta) \neq \infty \quad \text{при} \quad \eta \to \infty. \tag{34}$$

Заметим, что одновременное выполнение граничных условий (5) и (34) налагает некоторые ограничения на поведение функции $E(\eta)$ на больших уровнях $\eta$, т. е. на характер выполнения граничного условия (10).

Полученное соотношение (30) является основой для разработки расчетной схемы. При заданном турбулентном потоке тепла $\tilde{P}(\eta)$ и известном параметре термической устойчивости $\mu$ это соотношение, как нетрудно убедиться из (31) — (34), содержит лишь одну неизвестную функцию $E(\eta)$, определив которую, найдем по соответствующим формулам и другие интересующие нас функции и параметры пограничного слоя.

3. В соотношении (30) наиболее сложно зависит от искомого профиля $E(\eta)$ трансформационный член $W(\eta)\overline{W}(\eta)$, ибо для отыскания этой зависимости необходимо решить дифференциальное уравнение (31), где $E(\eta)$ задано в общем виде. Такое решение, как известно, может быть осуществлено лишь разностными методами с применением ЭВМ. Однако в [1] было показано, что в пограничном слое атмосферы, кроме, возможно, его средних слоев, функция $W(\eta)$ слабо зависит от искомого профиля $E(\eta)$ и может быть с достаточной точностью найдена аналитически.

Введем вместо $W(\eta)$ другую вещественную функцию

$$E^{(0)}(\eta) = \left[W(\eta)\,\overline{W}(\eta)\right]^{2/3}. \tag{35}$$

Эта функция, физический смысл которой будет ясен из дальнейшего, также слабо зависит от искомого профиля $E(\eta)$ и, согласно (33) и (34), не зависит от других параметров. На конкретном определении функции $E^{(0)}(\eta)$ остановимся ниже.

4. В зависимости от учета диффузии и термической стратификации могут представиться следующие частные случаи определения профиля $E(\eta)$.

а) Наиболее простые условия — равновесная стратификация ($\mu=0$) при пренебрежении диффузией ($n_1=0$; $r_0=\infty$).

Здесь, согласно (30) и (35), получим

$$E(\eta) \approx E^{(0)}(\eta). \tag{36}$$

Следовательно, функция $E^{(0)}(\eta)$ практически равна универсальному безразмерному профилю турбулентной энергии в рассматриваемом случае.

б) Стратифицированный пограничный слой ($\mu \neq 0$) при пренебрежении диффузией. Здесь $r_0 = \infty$, на основании (30) и (35) получим:

$$\left[E^{(0)}(\eta)\right]^{3/2} - \frac{\mu}{\varkappa}\eta \widetilde{P}(\eta)\sqrt{E(\eta)} = E^{3/2}(\eta). \tag{37}$$

В случае когда поток $\widetilde{P}(\eta)$ можно считать известной функцией безразмерной высоты $\eta$, определение профиля $E(\eta)$ производится здесь без последовательных приближений, путем решения кубического уравнения относительно $\sqrt{E(\eta)}$ (см. ниже).

в) Общий случай — стратифицированный пограничный слой с учетом диффузии. Перепишем (30) в виде

$$\eta \frac{d}{d\eta}\left[\eta \frac{dE^{3/2}(\eta)}{d\eta}\right] - r_0^2 E^{3/2}(\eta) = -r_0^2 \widetilde{F}(\eta), \tag{38}$$

$$\widetilde{F}(\eta) = \left[E^{(0)}(\eta)\right]^{3/2} - \frac{\mu}{\varkappa}\eta \widetilde{P}(\eta)\sqrt{E(\eta)}. \tag{39}$$

Соотношение (38), как и аналогичное ему (42) из [1], можно формально рассматривать как линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно $E^{3/2}(\eta)$. Его решение с учетом граничных условий (8) и (10) может быть найдено в элементарных функциях в виде

$$E^{3/2}(\eta) = \frac{r_0}{2}\int_0^\infty \widetilde{F}(\sigma\eta)\widetilde{M}(r_0\sigma)\,d\sigma, \tag{40}$$

где

$$\widetilde{M}(r_0\sigma) = \begin{cases} \sigma^{r_0 - 1} & \text{при} \quad 0 \leqslant \sigma \leqslant 1 \\ \sigma^{-r_0 - 1} & \text{при} \quad 1 \leqslant \sigma < \infty \end{cases} \tag{41}$$

и где, согласно предыдущему, $r_0 = 1{,}75$.
Подставляя (39) в (40), получим

$$E^{3/2}(\eta) = \left[E^{(1)}(\eta)\right]^{3/2} - \frac{\mu}{\varkappa}\eta \widetilde{P}(\eta) B(\eta)\sqrt{E(\eta)}, \tag{42}$$

где обозначено:

$$E^{(1)}(\eta)=\left[\frac{r_0}{2}\int\limits_0^\infty\left[E^{(0)}(\sigma\eta)\right]^{3/2}\tilde{M}(r_0\sigma)\,d\sigma\right]^{2/3}, \tag{43}$$

$$B(\eta)=\frac{1}{\tilde{P}(\eta)\sqrt{E(\eta)}}\frac{r_0}{2}\int\limits_0^\infty\sigma\sqrt{E(\eta\sigma)}\,\tilde{P}(\sigma\eta)\,\tilde{M}(r_0\sigma)\,d\sigma. \tag{44}$$

Аналогично тому, как это сделано в [1], можно соответствующей заменой переменных в (43) и (44) показать, что при пренебрежении диффузией $(r_0\to\infty)$:

$$\lim_{r_0\to\infty}E^{(1)}(\eta)=E^{(0)}(\eta), \tag{45}$$

$$\lim_{r_0\to\infty}B(\eta)=1. \tag{46}$$

Следовательно, при $r_0\to\infty$ соотношение совпадает с (36) (случай, рассмотренный в пункте «б»).

Очевидно $E^{(1)}(\eta)$ есть безразмерный профиль $E(\eta)$ при нейтральной стратификации, но с учетом диффузии. Согласно (43) $E^{(1)}(\eta)$ так же, как и $E^{(0)}(\eta)$, — универсальная функция (в пределах принятых допущений). Из (37), (42) и (46) следует, что функция $B(\eta)$ характеризует влияние диффузии на термическую поправку к профилю $E(\eta)$. Чем больше это влияние, тем больше функция $B(\eta)$ отклоняется от единицы.

В рассматриваемом здесь случае стратифицированного пограничного слоя с учетом диффузии определение искомого профиля $E(\eta)$ выполнимо лишь последовательными приближениями. Примерный порядок их такой. Задаем некоторый начальный профиль $E(\eta)$, по нему вычисляем функцию $B(\eta)$ (формула (44)), после чего уточненный профиль $E(\eta)$ можно определить, как в пункте «б». Подробно порядок расчета рассмотрен во второй части настоящей работы.

5. Практически определение безразмерного профиля энергии $E(\eta)$ по соотношениям (37) и (42) становится возможным, если известны универсальные безразмерные профили $E^{(0)}(\eta)$ и $E^{(1)}(\eta)$ в нейтральной стратификации. Согласно (35) и (43), определение этих профилей сводится к решению уравнения (31) при граничных условиях (33) и (34), где искомый профиль $E(\eta)$ входит через $p(\eta)$ (формула (32)). В работе [1] была детально исследована эта функция и было показано, что в стратифицированном приземном подслое высоты порядка $|L|$ (масштаб по А. М. Обухову и А. С. Монину [6], а также на высоких уровнях пограничного слоя атмосферы выполняется неравенство

$$|p(\eta)|\ll\left|\frac{i}{\varkappa}\right|. \tag{47}$$

Следовательно, трансформированное подстановкой (29) уравнение движения (31) приобретает «блок» $\left[\frac{i}{\varkappa} - p(\eta)\right]$, практически мало зависящий от искомого профиля $E(\eta)$. На этом основании уравнение (31) было в [1] переписано в виде

$$\eta \frac{d^2W(\eta)}{d\eta^2} - \frac{i}{\varkappa} W(\eta) = 0, \tag{48}$$

решение которого при граничных условиях (33) и (34) выражается через табулированные функции ker′ и kei′:

$$W(\eta) = 2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}} K_1\left(2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}\right) = 2\sqrt{\frac{\eta}{\varkappa}}\left[\mathrm{ker}'\left(2\sqrt{\frac{\eta}{\varkappa}}\right) + \right.$$

$$\left. + i\,\mathrm{kei}'\left(2\sqrt{\frac{\eta}{\varkappa}}\right)\right]. \tag{49}$$

Полученное таким образом приближенное решение не зависит от искомого профиля $E(\eta)$. Как видно из вывода этого решения и как было отмечено в [1], расхождение его с точным решением, получаемым разностными методами, возможны на промежуточных уровнях пограничного слоя.

Имея в виду главным образом указанные слои, мы несколько уточняем это решение. Как отмечено выше, блок $\left|\frac{i}{\varkappa} - p(\eta)\right|$ слабо зависит от искомого профиля $E(\eta)$, поэтому различные приближенные решения (31) можно получить, подставляя в этот блок, точнее в (32), какие-нибудь «правдоподобные» профили $E(\eta)$. Решение (49), как нетрудно убедиться на основе (32), (17), получено подстановкой в блок профиля $E(\eta) = 1$. Последнее означает, что линейный закон для $k(z)$ (формула (17) из [1]) распространяется на весь пограничный слой, а не только на слой вблизи подстилающей поверхности. Как известно, уже на основе такого схематического профиля для $k(z)$ были ранее получены некоторые решения для приземного слоя, результаты которых неплохо согласуются с физическими представлениями и экспериментальными данными [2]. Это может служить определенной проверкой правильности приближенного решения (49), а также того, что уточнение его возможно путем выбора более реального, чем линейный, начального профиля $E(\eta)$.

Исходя из таких соображений, выберем в качестве начального такой безразмерный профиль $E(\eta)$:

$$E(\eta) = \begin{cases} 1 \quad \text{при} \quad 0 \leqslant \eta \leqslant \eta_h \\ E_h\left(\frac{\eta}{\eta_h}\right)^{-2(1-s)} \quad \text{при} \quad \eta_h \leqslant \eta < \infty \end{cases} \tag{50}$$

где $\eta_h$ — высота упомянутого выше приземного подслоя, а $E_h = E(\eta)\big|_{\eta_h}$. Здесь $s$ — численный параметр, значение которого уточняется ниже. Основываясь на (1), (12) и (13), можно получить, что безразмерному профилю $E(\eta)$ соответствует такой размерный:

$$k(z)=\begin{cases} \varkappa v_* z & \text{при} \quad z\leqslant h \\ k_h\left[1+\delta_h s\left(\frac{z}{h}-1\right)\right]^{\frac{(2s-1)}{s}} & \text{при} \quad z>h, \end{cases} \tag{51}$$

где $h$ — размерная высота подслоя,

$$\delta_h=h\sqrt{\frac{2\varkappa\omega_z}{\eta_h k_h}}, \tag{52}$$

$$k_h=\frac{v_*^2}{2\omega_z}\eta_h\varkappa E_h. \tag{53}$$

Следовательно, при аппроксимации профиля $E(\eta)$ выше приземного подслоя $\eta_h$ степенной функцией соответствуюший ему «размерный» профиль $k(z)$ будет также степенной.[1] В частности, при $s\to 0$, когда $E(\eta)\sim\frac{1}{\eta^2}$, получим (для $z>h$) экспоненциальный закон:

$$k(z)=k_h e^{-\delta_h\left(\frac{z}{h}-1\right)}. \tag{54}$$

Так как на больших высотах $z\gg h$, степень роста $k(z)$ с высотой не может превышать $z^{4/3}$ (при сильной неустойчивости, граничащей с режимом свободной конвекции), то $s<\frac{3}{2}$. Следовательно, профиль (50) охватывает весьма широкий класс изменений $k(z)$ с высотой: от максимально возможного роста (при $s=3/2$) до падения по экспоненте (при $s=0$). Подставив (50) в (32), получим

$$p(\eta)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad 0\leqslant\eta\leqslant z_h \\ \frac{(1-s^2)}{4\eta} & \text{при} \quad \eta_h<\eta<\infty \end{cases} \tag{55}$$

При такой аппроксимации $p(\eta)$ дифференциальное уравнение (31) имеет аналитическое решение в цилиндрических функциях.

С учетом граничных условий (33) и (34), а также при удовлетворении условий «склейки» для функции $W(\eta)$ и ее производной на высоте $\eta_h$, решение может быть получено в виде:

$$W(\eta)=\begin{cases} 2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}\left[K_1\left(2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}\right)+\frac{L_{1h}}{L_{2h}}I_1\left(2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}\right)\right] & \text{при} \quad 0\leqslant\eta\leqslant\eta_h \\ \sqrt{\frac{\eta}{\eta_h}}\,\frac{K_s\left(2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}\right)}{L_{2h}} & \text{при} \quad \eta_h\leqslant\eta<\infty \end{cases} \tag{56}$$

[1] Следует подчеркнуть, что речь идет лишь о применении этого закона с целью получения приближенного решения для функции $W(\eta)$.

где

$$\left.\begin{aligned}
L_{1h} &= K_s\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)K_0\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)+K_1\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)\times\\
&\times\left[\frac{(1-s)}{2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}}K_s\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)-K_{s-1}\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)\right]\\
L_{2h} &= K_s\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)I_0\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)-I_1\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)\times\\
&\times\left[\frac{(1-s)}{2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}}K_s\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)-K_{s-1}\left(2\sqrt{\frac{i\eta_h}{\varkappa}}\right)\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (57)$$

Нетрудно проверить, основываясь на (55), (56), (57) и на известных свойствах цилиндрических функций, что при $s=1$ получается как частный случай формула (49). Чтобы решение (56) было полностью определено, необходимо наиболее оптимально выбрать параметры $\eta_h$ и $s$.

а) Для выбора $\eta_h$ отождествляем размерную высоту $h$ приземного подслоя с так называемой высотой излома $k(z)$. Пользуясь тогда формулой, вытекающей из (24), (26) и (27)

$$\eta_h \approx \frac{1}{f\,\mathrm{Ro}}\,\frac{h}{z_0} \qquad (58)$$

и поступая аналогично тому, как это сделано в [7], получим оценку $0{,}04<\eta_h<0{,}12$. Учитывая, однако, характер задачи, примем в среднем $\eta_h=0{,}08$.

б) Для выбора $s$ ограничимся случаями, когда, согласно (47), $k(z)$ убывает на больших высотах, т. е. когда $0<s<{}^1/_2$. Некоторым обоснованием такого выбора служит то, что увеличение степени роста $k(z)$ с высотой отражает факт увеличения неустойчивости с приближением к режиму свободной конвекции, и вклад трансформационного члена уравнения баланса энергии турбулентности (член $W(\eta)\cdot\overline{W}(\eta)$ уравнения (30)), как известно [6], уменьшается по сравнению с вкладами других его членов. Исходя из этого, мы приняли в среднем $s={}^1/_4$. Таблицы 1 и 2 иллюстрируют, насколько отклонение от выбранных значений параметров $\eta_h$ и $s$ может влиять на результат.

Таблица 1

| $\eta_h$ | $\eta$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0,03 | 0,08 | 0,10 | 0,50 | 1 | 2 | 5 |
| 0,06 | 1 | 0,925 | 0,887 | 0,862 | 0,453 | 0,230 | 0,0845 | 0,00945 |
| 0,08 | 1 | 0,907 | 0,835 | 0,818 | 0,434 | 0,224 | 0,0795 | 0,00878 |
| 0,10 | 1 | 0,896 | 0,808 | 0,780 | 0,397 | 0,207 | 0,0738 | 0,00810 |

Таблица 2

| $s$ | $\eta$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0,03 | 0,08 | 0,10 | 0,50 | 1 | 2 | 5 |
| 3/2 | 1 | 0,848 | 0,643 | 0,567 | 0,200 | 0,0910 | 0,0296 | 0,00302 |
| 1,0 | 1 | 0,883 | 0,750 | 0,703 | 0,316 | 0,153 | 0,0530 | 0,00542 |
| 1/2 | 1 | 0,900 | 0,825 | 0,800 | 0,422 | 0,212 | 0,0747 | 0,00822 |
| 0 | 1 | 0,908 | 0,852 | 0,835 | 0,456 | 0,235 | 0,0840 | 0,00932 |

В табл. 1 представлены функции $E^{(0)}(\eta)$, вычисленные по формулам (35) и (56) при $s=1/4$ и различных $\eta_h$, а в табл. 2 — при $\eta_h=0{,}08$ и различных $s$.

Как видно, при ограничении лишь областью падения $k(z)$ с высотой ($0<s<1/2$), функция $E^{(0)}(\eta)$ сравнительно мало меняется при изменении параметров $\eta_h$ и $s$ в их реальных пределах вариации. Заметим, что $E^{(0)}(\eta)$ есть единственное приближенное решение в рассматриваемой задаче. Остальные соотношения, как можно убедиться, являются точными (в пределах принятой постановки задачи).

В приложении 1 приведена подробная таблица $E^{(0)}(\eta)$, вычисленная по полученным здесь формулам и при выбранных значениях параметров $\eta_h$ и $s$. Там же помещена и функция $E^{(1)}(\eta)$ — безразмерный профиль энергии при нейтральной стратификации, но с учетом диффузии, вычисленная по формуле (43). Как указывалось, эти безразмерные профили энергии турбулентности являются универсальными (в пределах принятых допущений).

## Расчетная схема

1. Исходные данные. Рассмотрим решение при двух вариантах исходных данных:

а) Внутренний — считается известным внутренний параметр — динамическая скорость $v_*$, а также шероховатость подстилающей поверхности $z_0$, географическая широта места $\varphi_{ш}$, необходимая для расчета вертикальной составляющей вектора угловой скорости земли

$$\omega_z = 7{,}27\cdot 10^{-5}\sin\varphi_{ш} \quad 1/\text{сек}. \tag{59}$$

Считается заданным турбулентный поток тепла $P(z)$ функцией высоты (которая может быть произвольной), в том числе и наземное значение $P_0=P(z)\,|_{z=0}$. Необходимо также задать среднюю абсолютную температуру пограничного слоя $\overline{T}$.

б) Внешний — вместо внутреннего параметра $v_*$ предполагается заданным внешний — скорость геострофического ветра $V_g$. Остальные исходные данные те же. Связь между внутренними параметрами $v_*$ и $\varphi$ и внешним $V_g$ может быть найдена из уравнений (2), которое с учетом (27) и (28) принимает вид:

$$\left.\frac{1}{\sqrt{E(\eta)}}\frac{dG(\eta)}{d\eta}\right|_{\eta=\frac{1}{f\,\mathrm{Ro}}} = -\frac{i}{f}e^{-i\varphi}. \tag{60}$$

Практически для определения указанной связи будет использовано другое соотношение, на котором остановимся в следующем пункте. Наличие такой связи позволяет, не нарушая общности, остановиться лишь на методике расчета по внутреннему варианту.

2. Схема расчета при равновесной стратификации.

а) Безразмерный профиль энергии турбулентности $E^{(1)}(\eta)$ находим из приложения 1, а соответствующий профиль $\psi(\eta)$ коэффициента турбулентности по формуле, вытекающей из (13):

$$\psi(\eta) = \varkappa\eta E(\eta). \tag{61}$$

б) Размерные профили $k(z)$, $b(z)$, а также «путь смешения» $l(z)$ (масштаб турбулентности), исходя из (13), (14), (61) и из формулы (14) работы [1], вычисляются по формулам:

$$k(z) = \frac{v_*^2}{2\omega_z}\psi(\eta), \tag{62}$$

$$b(z) = c_0^{-1/2}v_*^2E(\eta), \tag{63}$$

$$l(z) = \frac{v_*}{2\omega_z}\varkappa\eta\sqrt{E(\eta)}. \tag{64}$$

в) Вычисление безразмерных скоростей $\tilde{u}(\eta)$ и $\tilde{v}(\eta)$ основываются на формулах:

$$\left.\begin{aligned}\tilde{u}(\eta) &= \cos\varphi\tilde{L}_1(\eta) - \sin\varphi\tilde{L}_2(\eta)\\ \tilde{v}(\eta) &= \sin\varphi\tilde{L}_1(\eta) + \cos\varphi\tilde{L}_2(\eta)\end{aligned}\right\} \tag{65}$$

где

$$\tilde{L}_1(\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta}[E(\sigma)]^{-1/4}\,\mathrm{Re}\left[\frac{W(\sigma)}{\varkappa\sigma}\right]d\sigma, \tag{66}$$

$$\tilde{L}_2(\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta}[E(\sigma)]^{-1/4}\,\mathrm{Jm}\left[\frac{W(\sigma)}{\varkappa\sigma}\right]d\sigma, \tag{67}$$

а Re и Jm — соответственно вещественная и мнимая части функции $\frac{W(\eta)}{\varkappa\eta}$.

Формулы (65) получены на основании (15), (17), (18), (19) и (29). Для приведения их к расчетному виду, введем некоторый фиксированный безразмерный уровень $\varepsilon_0$ вблизи подстилающей поверхности $\varepsilon_0 \sim \eta_0 \ll \eta_h$. Поскольку внутри тонкого слоя $(\eta_0, \varepsilon_0)$ решения (56) и (49) практически совпадают и согласно (8) $E^{-1/4}(\eta) \approx 1$ в этом слое, получим:

$$\widetilde{L}_1(\eta) = \frac{2}{\varkappa}\left[\ker\left(2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varkappa}}\right) - \ker\left(2\sqrt{\frac{\eta_0}{\varkappa}}\right)\right] + \\ + \int\limits_{\varepsilon_0}^{\eta} [E(\sigma)]^{-1/4} \operatorname{Re}\left[\frac{W(\sigma)}{\varkappa\sigma}\right] d\sigma, \qquad (66')$$

$$\widetilde{L}_2(\eta) = \frac{2}{\varkappa}\left[\operatorname{kei}\left(2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varkappa}}\right) - \operatorname{kei}\left(2\sqrt{\frac{\eta_0}{\varkappa}}\right)\right] + \\ + \int\limits_{\varepsilon_0}^{\eta} [E(\sigma)]^{-1/4} \operatorname{Jm}\left[\frac{W(\sigma)}{\varkappa\sigma}\right] d\sigma. \qquad (67')$$

Воспользовавшись приближенными значениями функции ker и kei при малых аргументах: $\ker\left(2\sqrt{\frac{\eta}{\varkappa}}\right) \approx -\ln\sqrt{\frac{\varkappa}{\eta}} - 0{,}5772$; $\operatorname{kei} 2\sqrt{\frac{\eta}{\varkappa}} \approx \frac{\pi}{4}$, и вводя вместо переменной интегрирования $\sigma$ новые переменные $\widetilde{R}_1$ и $\widetilde{R}_2$ по соотношениям:

$$\left.\begin{aligned} \widetilde{R}_1 &= \operatorname{Re}\int\limits_{\varepsilon_0}^{\sigma} \frac{W(\sigma)}{\varkappa\sigma} d\sigma \\ \widetilde{R}_2 &= Jm\int\limits_{\varepsilon_0}^{\sigma} \frac{W(\sigma)}{\varkappa\sigma} d\sigma \end{aligned}\right\} \qquad (68)$$

найдем:

$$\widetilde{L}_1(\eta) \approx \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{\varepsilon_0}{\eta_0} + \int\limits_{\varepsilon_0}^{\eta} [E(\sigma)]^{-1/4} d\widetilde{R}_1(\sigma), \qquad (69)$$

$$\widetilde{L}_2(\eta) \approx -\int\limits_{\varepsilon_0}^{\eta} [E(\sigma)]^{-1/4} d\widetilde{R}_2(\sigma). \qquad (70)$$

В приложении 2 приведены функции $\widetilde{R}_1(\sigma)$ и $\widetilde{R}_2(\sigma)$, вычисленные на основе (68) и (56). Согласно вышеизложенному, при фиксированном $\varepsilon_0$ (было принято $\varepsilon_0 = 10^{-3}$) эти функции не содержат параметров (универсальны). Они монотонно возрастают до «насыщения», а затем слабо осциллируют, что отражает известный факт осцилляции теоретической скорости ветра вблизи геострофического значения. Практически расчет интегралов (69) и (70) можно проводить, например, графически, откладывая по оси абсцисс переменные $\widetilde{R}_1(\sigma)$ (или $\widetilde{R}_2(\sigma)$) от начального значения

$\tilde{R}_1(\varepsilon_0)=0$ до $\tilde{R}_1(\sigma)|_{\sigma=\eta}$, а по оси ординат — соответствующие значения $\tilde{E}^{-1/4}(\sigma)$. В рассматриваемом случае нейтральной стратификации эти функции $(E^{(1)}(\eta))$ помещены в приложении 1. Очевидно следует вычитать те участки интегралов, где переменные $\tilde{R}_1(\sigma)$ (или $\tilde{R}_2(\sigma)$) убывают с ростом $\sigma$.

Необходимый для расчета составляющих $\tilde{u}(\eta)$ и $\tilde{v}(\eta)$ приземный угол трения $\varphi$, может быть, исходя из (17), (18) и (65), вычислен по формуле

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{d_2}{d_1}, \tag{71}$$

где, согласно (66), (67), (69) и (70):

$$\left.\begin{aligned} d_1 &= \lim_{\eta\to\infty} \tilde{L}_1(\eta) = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{10^{-3}}{\eta_0} + \int_{\varepsilon_0}^{\infty} [E(\sigma)]^{-1/4} d\tilde{R}_1(\sigma) \\ d_2 &= -\lim_{\eta\to\infty} \tilde{L}_2(\eta) = \int_{\varepsilon_0}^{\infty} [E(\sigma)]^{-1/4} d\tilde{R}_2(\sigma) \end{aligned}\right\} \tag{72}$$

Таким образом, расчет $\tilde{u}(\eta)$ и $\tilde{v}(\eta)$ (скорости зависят в рассматриваемом случае нейтральной стратификации лишь от одного безразмерного параметра $\eta_0$) можно проводить в таком порядке: по исходным данным вычисляем по (25) параметр $\eta_0$, затем по (71) и (72) угол $\varphi$ (функция $E(\eta)$ здесь берется из приложения 1) и, наконец, по (69), (70) и (65) составляющие скорости ветра $\tilde{u}(\eta)$ и $\tilde{v}(\eta)$. Размерные скорости $u(z)$ и $v(z)$ вычисляются по формулам, вытекающим из (15):

$$\left.\begin{aligned} u(z) &= v_* \tilde{u}(\eta) \\ v(z) &= v_* \tilde{v}(\eta) \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

г) Составляющие уравнения баланса энергии турбулентности (см. [1]):
трансформационный член

$$E_{\text{тр}}(z) = k(z)\left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right], \tag{74}$$

диссипация турбулентной энергии в тепло

$$E_{\text{дисс}}(z) = c_0^{3/4} \frac{b^{3/2}(z)}{l(z)}, \tag{75}$$

энергия термической неустойчивости

$$E_{\text{неуст}}(z) = \frac{g}{c_p \rho \overline{T}} P(z) \tag{76}$$

(в рассматриваемом случае нейтральной стратификации этот член отсутствует), на основании (11), (16), (18), (63) и (64), могут быть определены формулами:

$$E_{\text{тр}}(z) \approx \frac{2\omega_z v_*^2}{\varkappa\eta} \frac{[E^{(0)}(\eta)]^{3/4}}{[E(\eta)]^{1/2}}, \tag{77}$$

$$E_{\text{дисс}}(z) \approx \frac{2\omega_z v_*^2}{\varkappa\eta} E(\eta), \tag{78}$$

$$E_{\text{неуст}}(z) = \frac{gP_0}{c_p\rho\overline{T}} \widetilde{P}(\eta). \tag{79}$$

Диффузия энергии турбулентности [1]

$$E_{\text{дифф}}(z) = n_1 \frac{d}{dz} k(z) \frac{db(z)}{dz} \tag{80}$$

может быть найдена как остаточный член:

$$E_{\text{дифф}}(z) = E_{\text{дисс}}(z) - E_{\text{тр}}(z) - E_{\text{неуст}}(z). \tag{81}$$

д) Соотношение между безразмерной высотой $\eta$ и обычной $z$, согласно (11), (12) и (62), находится в виде

$$z = \frac{v_*}{2\omega_z} \int_0^\eta \sqrt{E(\sigma)}\, d\sigma. \tag{82}$$

Для рассматриваемого здесь случая нейтральной стратификации интегралы $\int_0^\eta \sqrt{E^{(1)}(\sigma)}\, d\sigma$ и $\int_0^\eta \sqrt{E^{(0)}(\sigma)}\, d\sigma$ помещены в приложении 1.

е) Геострофический коэффициент трения $f = \frac{v_*}{V_g}$, согласно формулам (17), (65) и граничному условию (3) из [1], определяется формулой

$$f = \frac{1}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}, \tag{83}$$

где $d_1$ и $d_2$ вычисляются по (72).

Таким образом, соотношение (83) позволяет найти внешний параметр $V_g$, который соответствует взятому внутреннему параметру $v_*$, или, согласно (26) и (28), связь между безразмерными исходными параметрами: внутренним $\eta_0$ и внешним — числом Россби Ro. Следовательно, если имеется внешний вариант исходных данных (см. выше), то, пользуясь формулой (83), нужно подобрать (последовательными приближениями и т. п.) внутренний параметр $v_*$, который соответствовал бы внешнему $V_g$, и далее вычислять по приведенным выше формулам внутреннего варианта.

3. Схема расчета для стратифицированного пограничного слоя с учетом диффузии. Положим

$$E(\eta) = E^{(1)}(\eta) R(\xi), \tag{84}$$

где

$$\xi = -\frac{\mu\eta}{3\varkappa} \frac{\tilde{P}(\eta) B(\eta)}{E^{(1)}(\eta)}. \tag{85}$$

Подставляя (84) в (42) и используя (85), получим соотношение, определяющее функцию $R(\xi)$:

$$[R(\xi)]^{3/2} - 3\xi [R(\xi)]^{1/2} - 1 = 0. \tag{86}$$

Рассмотрим равновесную стратификацию: $P(z) = P_0 = 0$. В этом случае параметр стратификации (22) $\mu = 0$ и по (42) получим $E(\eta) = E^{(1)}(\eta)$. Формула (84) тогда дает $R(\xi) = 1$. Такой же результат следует из (85) и (86). Следовательно, функция $R(\xi)$ характеризует отклонение безразмерного профиля $E(\eta)$ от его равновесного значения $E^{(1)}(\eta)$. Чем больше отклонение $R(\xi)$ от единицы, тем больше влияние стратификации. В приложении 3 приведены значения функции $R(\xi)$, вычисленные по (86) (решение кубического уравнения относительно $\sqrt{R(\xi)}$). Как видно из приложения и из формулы (84) (в полном согласии с физическими представлениями), профиль $E(\eta) < E^{(0)}(\eta)$ в устойчивых стратификациях ($P_0 < 0$; $\mu > 0$; $\xi < 0$), ибо здесь $R(\xi) < 1$. В неустойчивых стратификациях ($P_0 > 0$; $\mu < 0$; $\xi > 0$) получим $E(\eta) > E^{(0)}(\eta)$, ибо $R(\xi) > 1$.

Выше отмечалось, что определение профиля $E(\eta)$ в этом общем случае осуществимо лишь последовательными приближениями, так как искомый профиль входит в функцию $B(\eta)$ (формула (44)), отражающую влияние диффузии на термическую поправку. Кроме того, вертикальный профиль турбулентного потока тепла $P(z)$ задан, естественно, функцией обычной высоты $z$, связь которой с безразмерной высотой $\eta$ (формула (82)) также зависит от искомого профиля $E(\eta)$.

Для обеспечения быстрой сходимости процесса приближений необходимо наиболее оптимальным образом выбрать начальный профиль $E(\eta)$. Таким, например, может быть тот профиль, где не учитывается диффузия (полностью или частично) в поправке на стратификацию, т. е. если, согласно предыдущему, положить $B(\eta) = 1$. Некоторым обоснованием этого является факт сравнительно слабого влияния диффузии в приземном и частично в средних слоях атмосферы. Этот вывод может быть сделан из общего анализа постановки задачи, а также сравнением профилей $E^{(0)}(\eta)$ и $E^{(1)}(\eta)$ (см. приложение 1). Близкий к этому вывод получен и в [8].

Исходя из сказанного, определение $E(\eta)$ по (84) может быть выполнено в следующем порядке:

а) Выбираем некоторое число фиксированных (до конца вычислений) безразмерных уровней $\eta$ и некоторый начальный профиль $E(\eta)$, например $E^{(0)}(\eta)$ или $E^{(1)}(\eta)$, и на основании исходных данных вычисляем по (82) соответствующие размерные высоты $z$ (величины $\int\limits_0^\eta \sqrt{E^{(0)}(\sigma)}\,d\sigma$ и $\int\limits_0^\eta \sqrt{E^{(1)}(\sigma)}\,d\sigma$ помещены в приложении 1); затем по (16) и по заданному потоку $P(z)$ вычисляем безразмерные потоки $\tilde{P}(\eta)$. Очевидно, число фиксированных в начале расчетов уровней $\eta$ должно достаточно удовлетворительно характеризовать профиль $P(z)$ во всем пограничном слое. Размерные высоты $z$ будут, очевидно, в процессе приближений меняться.

б) Вычисляем по (22) параметр стратификации $\mu$ и по (85) параметр $\xi$, полагая, согласно вышесказанному, $B(\eta)=1$, причем $E^{(1)}(\eta)$ берем из приложения 1.

в) Определяем функцию $R(\xi)$ (приложение 3), после чего по (84) находим первое приближение для профиля $E(\eta)$. Второе и последующее приближения проводим с учетом диффузии, и, согласно сказанному выше, профили $E(\eta)$ должны, вообще говоря, заметно «подправляться» лишь на средних и высоких уровнях пограничного слоя:

1) По полученному в первом приближении профилю $E(\eta)$ находим по (82) новые уровни $z$, а по (16) и заданному потоку $P(z)$ — новые значения профиля $\tilde{P}(\eta)$. Интегрирование в (82) можно проводить графически или по какой-либо формуле приближенных квадратур (трапеции, парабол и т. д.).

2) Вычисляем поправку на диффузию $B(\eta)$ (формула (44)), где профиль $E(\eta)$ берется из первого приближения, а значение $\tilde{P}(\eta)$ получено в пункте 1. Для ускорения расчетов по (44) целесообразно несколько преобразовать эту формулу. Поступая как в [1], введем вместо переменной интегрирования $\sigma$ новую переменную $\nu$, меняющуюся монотонно от $\nu=0$ до $\nu=1$:

$$\nu = \frac{\int\limits_0^\sigma \sigma \tilde{M}(r_0, \sigma)\,d\sigma}{\int\limits_0^\infty \sigma \tilde{M}(r_0, \sigma)\,d\sigma}, \tag{87}$$

или, используя (41):

$$\nu = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{r_0}\right)\sigma^{r_0+1} & \text{при} \quad 0 \leqslant \sigma \leqslant 1 \\ 1-\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{r_0}\right)\frac{1}{\sigma^{r_0-1}} & \text{при} \quad 1 \leqslant \sigma < \infty\,. \end{cases} \tag{88}$$

Введя далее обозначение

$$\tilde{N}(\eta) = \tilde{P}(\eta)\sqrt{E(\eta)}, \tag{89}$$

можно формуле (44) придать следующий вид:

$$B(\eta) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{r_0^2}\right)\tilde{N}(\eta)} \int\limits_{\nu=0}^{\nu=1} \tilde{N}(\eta\sigma)\, d\nu. \tag{90}$$

В приложении 4 приведены числа $\nu$ в зависимости от переменной $\sigma$, рассчитанные по (88) при $r_0=1{,}75$. Схематически ход вычислений $B(\eta)$ по (90) представлен в табл. 3.

Таблица 3

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $\eta_1=0$ | $\eta_2$ | $\eta_3$ | . . . | $\eta_{n-2}$ | $\eta_{n-1}$ | $\eta_n=\infty$ |
| 2. | $\tilde{N}_1$ | $\tilde{N}_2$ | $\tilde{N}_3$ | . . . | $\tilde{N}_{n-2}$ | $\tilde{N}_{n-1}$ | $\tilde{N}_n$ |
| 3. | $\sigma_1=0$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | . . . | $\sigma_{n-2}$ | $\sigma_{n-1}$ | $\sigma_n=\infty$ |
| 4. | $\nu_1=0$ | $\nu_2$ | $\nu_3$ | . . . | $\nu_{n-2}$ | $\nu_{n-1}$ | $\nu_n=1$ |

В первой строке выписаны фиксированные уровни $\eta$ для всего пограничного слоя от $\eta=0$ до $\eta=\infty$; во второй строке — соответствующие значения подынтегральной функции $\tilde{N}(\eta)$; в третьей строке — числа $\sigma$, полученные делением чисел строки 1 на число $\eta$ ($\eta$ — уровень, для которого ведется расчет функции $B(\eta)$); в четвертой строке — числа $\nu$, взятые из приложения 4 для соответствующих чисел $\sigma$ из третьей строки. После этого интеграл $\int\limits_{\nu=0}^{\nu=1} \tilde{N}(\eta\sigma)d\nu$ может быть вычислен графически или другим приближенным способом и, следовательно, вычислена и функция $B(\eta)$ (по формуле (90)). При таком способе расчет $B(\eta)$ может быть выполнен одновременно для всех взятых уровней $\eta$ и при этом, очевидно, строки 1 и 2 табл. 3 не будут меняться (в пределах одного приближения).

3) Вычисляем по (22) параметр $\mu$, а по (85) параметр $\xi$ и далее, проводя расчеты, как в первом приближении, находим следующее приближение для профиля $E(\eta)$. Вычисления проводим до тех пор, пока два последующих профиля $E(\eta)$ не совпадут с условленной точностью. Очевидно, в процессе последнего приближения находятся обычные высоты $z$, соответствующие выбранным в начале безразмерным уровням $\eta$. После того как вычислен профиль безразмерной энергии $E(\eta)$, остальные безразмерные и размерные профили и метеохарактеристики пограничного слоя можно рассчитать по формулам (62)—(65), (71), (73), (77)—(79), (81)—(83).

*Примечание 1.* Расчеты упрощаются, если турбулентный поток постоянен по высоте или может считаться известной функцией безразмерной высоты $\eta$. Очевидно, в этих случаях нет необходимости переходить от уровней $\eta$ к уровням $z$ (за исключением последнего приближения), а в случае неучета диффузии $E(\eta)$ находится сразу, без последовательных приближений.

*Примечание 2.* Уравнение (86) для $R(\xi)$ и формулы (84) и (85) позволяют вывести некоторые предельные случаи расчета профиля $E(\eta)$ в стратифицированном пограничном слое.

а) Очень сильная инверсия ($\xi < -2$):

$$E(\eta) \approx \frac{\varkappa^2}{\mu^2} \frac{[E^{(1)}(\eta)]^3}{\eta^2 [B(\eta)]^2 \widetilde{P}^2(\eta)}. \tag{91}$$

б) Для состояний, близких к равновесной стратификации ($|\xi| < 0{,}1 \div 0{,}2$):

$$E(\eta) \approx E^{(1)}(\eta)\left[1 + 2\xi + \xi^2 - \frac{2}{3}\xi^3 + \ldots\right]. \tag{92}$$

в) Для очень сильной неустойчивости, близкой к режиму свободной конвекции ($\xi > 3$):

$$E(\eta) \approx -\frac{\mu\eta}{\varkappa} B(\eta) \widetilde{P}(\eta)\left(1 + \frac{0{,}193}{\xi\sqrt{\xi}} + \ldots\right). \tag{93}$$

Расчеты по последним формулам можно проводить по приведенной выше методике с некоторыми изменениями, которые уясняются по ходу вычислений.

*Примечание 3.* Формулы (91)—(93) позволяют сделать некоторые качественные выводы о влиянии диффузии и других факторов. Сравнивая (91) и (93) нетрудно заключить, что влияние диффузии (учитываемое функцией $B(\eta)$) в сильной инверсии примерно на порядок выше, нежели при сильной неустойчивости. Кроме того, в последнем случае, судя по (93) и как следует из физического анализа, профиль $E(\eta)$ практически не зависит от трансформации, которая в явном виде представляется профилем $E^{(1)}(\eta)$ или $E^{(0)}(\eta)$ (см. выше).

*Примечание 4.* Результаты (91) и (93) могут быть получены также из анализа соотношения (42), которое, как следует из его вывода (см. выше), есть преобразованное уравнение баланса энергии турбулентности. Действительно, профиль $E(\eta)$ при сильной инверсии (91) может быть получен непосредственно из (42), если в нем отбросить член слева, характеризующий диссипацию. Аналогично, результат для сильной неустойчивости (93) (с точностью до круглой скобки) может быть получен из (42), если отбросить первый член справа, характеризующий трансформацию.

*Примечание 5.* Если заданы внешние исходные данные, то расчеты профиля $E(\eta)$ и других метеохарактеристик можно проводить таким же методом, как и для случая равновесной стратификации. Однако связь между внутренними и внешними параметрами здесь, кроме как от динамического параметра $\eta_0$, будет также зависеть от термического параметра $\mu$.

4. Примеры расчета. Краткий анализ их результатов. По разработанной здесь методике были вычислены вертикальные профили коэффициента турбулентности $k(z)$, энергии турбулентности $b(z)$ и пути смешения $l(z)$ при различных состояниях термической устойчивости: устойчивой, нейтральной и неустойчивой стратификации. При нейтральной стратификации, кроме того, были вычислены для различных чисел Россби Ro геострофический коэффициент трения $f$ и приземный угол трения $\varphi$.

Общие исходные данные для расчетов следующие: шероховатость подстилающей поверхности $z_0=0{,}05$ м, широта места $\varphi_ш=60°$, так что $\omega_z=6{,}31\cdot10^{-5}$ 1/сек., $\overline{T}=280°$.

Остальные исходные данные:

а) Для устойчивой стратификации: $v_*=0{,}20$ м/сек.; $P_0=-0{,}040$ кал/см²·мин.; безразмерные исходные параметры $\eta_0=3{,}15\cdot10^{-5}$ и $\mu=21{,}6$ вычислены по формулам (25) и (22). Вертикальный профиль турбулентного потока тепла $P(z)$ кал/см²·мин. и его безразмерный профиль $\tilde{P}(\eta)$ представлены в табл. 4.

Таблица 4

| $z$ | 0 | 2 | 5 | 10 | 20 | 40 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-P(z)$ | 0,0400 | 0,0402 | 0,0405 | 0,0410 | 0,0418 | 0,0430 | 0,0438 |
| $\tilde{P}(\eta)$ | 1 | 1,005 | 1,012 | 1,023 | 1,044 | 1,075 | 1,096 |

| $z$ | 80 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-P(z)$ | 0,0440 | 0,0410 | 0,0249 | 0,0124 | 0,0055 | 0,0024 | 0,0010 | 0,0004 |
| $\tilde{P}(\eta)$ | 1,100 | 1,025 | 0,623 | 0,309 | 0,138 | 0,060 | 0,025 | 0,010 |

б) равновесная стратификация: $v_*=0{,}26$ м/сек.; $P_0=0$; $\eta_0=2{,}42\cdot10^{-5}$; $\mu=0$.

в) неустойчивая стратификация: $v_*=0{,}27$ м/сек.; $P_0=0{,}030$ кал/см²·мин.; $\eta_0=2{,}33\cdot10^{-5}$; $\mu=-8{,}9$. Турбулентные потоки $P(z)$ и $P(\eta)$ представлены в табл. 5.

Таблица 5

| $z$ | 0 | 5 | 10 | 20 | 50 | 80 | 100 | 150 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(z)$ | 0,0300 | 0,0303 | 0,0306 | 0,0311 | 0,0322 | 0,0329 | 0,0330 | 0,0325 |
| $\tilde{P}(\eta)$ | 1 | 1,010 | 1,019 | 1,036 | 1,075 | 1,096 | 1,100 | 1,083 |

| $z$ | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 500 | 600 | 700 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(z)$ | 0,0314 | 0,0297 | 0,0272 | 0,0256 | 0,0236 | 0,0194 | 0,0155 | 0,0123 |
| $\tilde{P}(\eta)$ | 1,045 | 0,990 | 0,905 | 0,855 | 0,785 | 0,645 | 0,511 | 0,410 |

| $z$ | 800 | 1000 | 1200 | 1400 | 1600 | 1800 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(z)$ | 0,0096 | 0,0057 | 0,0033 | 0,0018 | 0,0010 | 0,0005 | 0,0003 |
| $\tilde{P}(\eta)$ | 0,319 | 0,190 | 0,109 | 0,061 | 0,034 | 0,018 | 0,010 |

Изменение турбулентного потока тепла $P(z)$ с высотой задано в соответствии с работой [9] несколько растущим по абсолютной величине, а затем непрерывно уменьшающимся до нуля. Высота, где $P(z)$ мала по сравнению с его наземным значением $P_0$, т. е. высота теплового пограничного слоя в соответствии с физическими представлениями и в согласии с [9] взята примерно 300—400 м при инверсии и 1200—2000 м в неустойчивом состоянии.

Расчет безразмерного профиля энергии $E(\eta)$ для устойчивой стратификации (пример «а») представлен в табл. 6. В строках 1—9 этой таблицы проиллюстрирован указанный выше порядок расчета профиля $E(\eta)$ в первом приближении, где положено $B(\eta)=1$, с использованием соответствующих приложений. В строках 10 и 11 представлены профили $E(\eta)$, полученные соответственно во втором и третьем приближениях. В строке 12 приведена функция $B(\eta)$, характеризующая влияние диффузии на термическую поправку $B(\eta)$ (по третьему приближению), а в строке 13 — функция $R(\xi)$.

Таблица 6

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\eta$ | $3{,}15\cdot10^{-5}$ | −0,001 | −0,002 | 0,005 | 0,008 | 0,010 | −0,015 |
| 2 | $\int\limits_0^\eta \sqrt{E^{(1)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 0 | 0,00100 | 0,00199 | 0,00497 | 0,00792 | 0,00995 | 0,0146 |
| 3 | $z$ | 0,05 | 1,6 | 3,2 | 7,9 | 12,6 | 15,8 | 23,2 |
| 4 | $P(z)$ | −0,0400 | −0,0402 | −0,0403 | −0,0408 | −0,0412 | −0,0414 | −0,0420 |
| 5 | $\tilde{P}(\eta)$ | 1 | 1,004 | 1,008 | 1,020 | 1,029 | 1,035 | 1,050 |
| 6 | $\xi$ | 0 | −0,0192 | −0,0387 | −0,0995 | −0,163 | −0,206 | −0,319 |
| 7 | $R(\xi)$ | 1 | 0,962 | 0,925 | 0,810 | 0,702 | 0,635 | 0,485 |
| 8 | $E^{(1)}(\eta)$ | 1 | 0,994 | 0,987 | 0,973 | 0,962 | 0,955 | 0,933 |
| 9 | $E(\eta)$ | 1 | 0,957 | 0,912 | 0,788 | 0,673 | 0,607 | 0,452 |
| 10 | $E(\eta)_{2пр}$ | 1 | 0,943 | 0,890 | 0,765 | 0,675 | 0,618 | 0,476 |
| 11 | $E(\eta)_{3пр}$ | 1 | 0,994 | 0,893 | 0,763 | 0,674 | 0,620 | 0,493 |
| 12 | $B(\eta)$ | 1 | 1,332 | 1,260 | 1,120 | 1,020 | 0,960 | 0,895 |
| 13 | $R(\xi)$ | 1 | 0,950 | 0,905 | 0,785 | 0,699 | 0,650 | 0,528 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\eta$ | 0,020 | 0,05 | 0,08 | 0,10 | 0,15 | 0,20 |
| 2 | $\int\limits_0^\eta \sqrt{E^{(1)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 0,0191 | 0,0472 | 0,0746 | 0,0925 | 0,136 | 0,178 |
| 3 | $z$ | 30,2 | 75 | 120 | 147 | 216 | 282 |
| 4 | $P(z)$ | −0,0425 | −0,0439 | −0,0348 | −0,0249 | −0,0052 | −0,0029 |
| 5 | $\tilde{P}(\eta)$ | 1,061 | 1,098 | 0,870 | 0,623 | 0,230 | 0,073 |
| 6 | $\xi$ | −0,440 | −1,22 | −1,62 | −1,49 | −0,895 | −0,396 |
| 7 | $R(\xi)$ | 0,355 | 0,0718 | 0,0414 | 0,0492 | 0,126 | 0,400 |
| 8 | $E^{(1)}(\eta)$ | 0,916 | 0,852 | 0,814 | 0,793 | 0,730 | 0,699 |
| 9 | $E(\eta)$ | 0,325 | 0,0610 | 0,0337 | 0,0390 | 0,0920 | 0,280 |
| 10 | $E(\eta)_{2пр}$ | 0,360 | 0,0368 | 0,00820 | 0,00447 | 0,00414 | 0,00227 |
| 11 | $E(\eta)_{3пр}$ | 0,374 | 0,0376 | 0,0119 | 0,00376 | 0,00225 | 0,00143 |
| 12 | $B(\eta)$ | 0,890 | 1,325 | 1,365 | 1,870 | 1,910 | 1,240 |
| 13 | $R(\xi)$ | 0,409 | 0,0434 | 0,0146 | 0,00473 | 0,00171 | 0,00205 |

Сравнивая данные строк 9—11, можно заключить, что в нижних слоях, где влияние диффузии еще сравнительно невелико ($B(\eta)\approx1$), для получения профиля $E(\eta)$ практически достаточно

2—3 приближения. Аналогично были вычислены профили $E(\eta)$ и другие указанные выше характеристики турбулентности для остальных примеров. Результаты расчетов приведены в табл. 7 для инверсии, в табл. 8 для нейтральной стратификации и в табл. 9 для неустойчивой стратификации. Для удобства анализа в таблицах приведены заданные турбулентные потоки $P(z)$.

Таблица 7

**Устойчивая стратификация**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z$ м | 0,05 | 1 | 1,6 | 3,1 | 7,4 | 11,5 | 14,0 |
| $k(z)$ м²/сек. | 0,0038 | 0,076 | 0,114 | 0,216 | 0,460 | 0,652 | 0,748 |
| $l(z)$ м | 0,019 | 0,38 | 0,59 | 1,15 | 2,64 | 4,0 | 4,8 |
| $b(z)$ м²/сек.² | 0,186 | 0,185 | 0,176 | 0,166 | 0,142 | 0,125 | 0,115 |
| $P(z)$ | —0,0400 | —0,0402 | —0,0403 | —0,0408 | —0,0411 | —0,0413 | —0,0418 |
| $z$ м | 20,0 | 25,2 | 44,2 | 51,3 | 54,1 | 58,4 | 62,0 |
| $k(z)$ м²/сек. | 0,895 | 0,900 | 0,225 | 0,115 | 0,045 | 0,041 | 0,031 |
| $l(z)$ м | 6,4 | 7,4 | 5,8 | 5,2 | 4,7 | 4,4 | 4,3 |
| $b(z)$ м²/сек.² | 0,092 | 0,070 | 0,0069 | 0,0022 | 0,00070 | 0,00042 | 0,00026 |
| $P(z)$ | —0,0422 | —0,0432 | —0,0434 | —0,0435 | —0,0435 | —0,0437 | —0,0438 |

Таблица 8

**Равновесная стратификация**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z$ м | 0,05 | 1 | 2,0 | 4,0 | 10,6 | 20,3 | 29,7 |
| $k(z)$ | 0,005 | 0,10 | 0,20 | 0,39 | 0,96 | 1,90 | 2,79 |
| $l(z)$ | 0,019 | 0,38 | 0,77 | 1,5 | 3,8 | 7,5 | 11,2 |
| $b(z)$ | 0,315 | 0,314 | 0,313 | 0,311 | 0,306 | 0,301 | 0,294 |
| $z$ м | 39,0 | 77,2 | 115 | 203 | 362 | 525 | 948 |
| $k(z)$ | 3,64 | 6,90 | 10,0 | 15,8 | 26,7 | 34,8 | 49,6 |
| $l(z)$ | 14,8 | 28,6 | 42,5 | 69,0 | 127 | 177 | 296 |
| $b(z)$ | 0,289 | 0,273 | 0,265 | 0,250 | 0,211 | 0,182 | 0,128 |
| $z$ м | 1420 | 2010 | 2500 | 2800 | 3060 | | |
| $k(z)$ | 56,9 | 61,2 | 60,7 | 60,2 | 59,5 | | |
| $l(z)$ | 412 | 542 | 635 | 687 | 732 | | |
| $b(z)$ | 0,090 | 0,060 | 0,041 | 0,037 | 0,031 | | |

Результаты расчетов, представленные в табл. 7—10 показывают, что вертикальные профили характеристик турбулентности $k(z)$, $l(z)$, $b(z)$ находятся в полном качественном соответствии с заданными профилями турбулентного потока $P(z)$. Действительно, в инверсии наблюдается максимум $k(z)$, а затем резкое его падение с высотой, так что высота пограничного слоя (если ее отождествлять с уровнем, где $k(z)$ и энергия турбулентности $b(z)$ становятся малыми) фактически составляет 50—60 м. Это, по-видимому, есть результат заданного профиля $P(z)$, который в слое примерно до 80 м увеличивает термическую устойчивость и сильно затрудняет турбулентный обмен так, что практически не сказывается даже заданное дальнейшее (выше 80 м) ослабление устойчивости (см. табл. 4). Размер турбулентных вихрей $l(z)$ на высоте пограничного слоя сравнительно мал и значительно меньше $\varkappa z$ (например, при $z=60$ м величина $l(z)$ равна примерно 4 м вместо 25 м по схеме $\varkappa z$).

Таблица 9

**Неустойчивая стратификация**

| $z$ | 0,05 | 1 | 4,3 | 10,9 | 23,4 | 48,0 | 102 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k(z)$ | 0,005 | 0,10 | 0,45 | 1,19 | 2,64 | 6,12 | 15,6 |
| $l(z)$ | 0,019 | 0,38 | 1,7 | 4,3 | 9,0 | 19,4 | 43,5 |
| $b(z)$ | 0,340 | 0,344 | 0,354 | 0,358 | 0,420 | 0,484 | 0,618 |
| $P(z)$ | 0,0300 | 0,0300 | 0,0302 | 0,0306 | 0,0312 | 0,0322 | 0,0330 |

| $z$ | 160 | 222 | 284 | 444 | 607 | 770 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k(z)$ | 26,6 | 36,7 | 47,5 | 75,5 | 102 | 128 |
| $l(z)$ | 70 | 95 | 121 | 187 | 250 | 314 |
| $b(z)$ | 0,700 | 0,725 | 0,752 | 0,795 | 0,810 | 0,812 |
| $P(z)$ | 0,0323 | 0,0307 | 0,0278 | 0,0218 | 0,0153 | 0,0103 |

| $z$ | 930 | 1240 | 1550 | 1840 | 2380 | 2860 | 3300 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k(z)$ | 148 | 179 | 211 | 243 | 247 | 253 | 254 |
| $l(z)$ | 370 | 470 | 570 | 661 | 780 | 885 | 970 |
| $b(z)$ | 0,782 | 0,708 | 0,668 | 0,628 | 0,488 | 0,400 | 0,336 |
| $P(z)$ | 0,0068 | 0,0029 | 0,0012 | 0,005 | 0,0001 | 0 | 0 |

В равновесной и неустойчивой тратификациях турбулентные характеристики в приземном слое и несколько выше) примерно соответствуют экспериментальным и полученным по другим теоретическим схемам, например по интегральным [2, 3, 10, 11]. Однако выше, начиная примерно с высоты нескольких сотен метров, они заметно завышены несмотря даже на отсутствие или заданное уменьшение неустойчивости с высотой (табл. 5). Падение коэффициента $k(z)$ и пути смешения $l(z)$ с высотой в приведенных примерах наступает лишь на высотах свыше 3000 м. Это, по-видимому, есть следствие определенного несовершенства теоретической схемы по крайней мере в равновесных и неустойчивых стратификациях применительно к высоким слоям пограничного слоя атмосферы. В частности, путь смешения $l(z)$, как нетрудно убедиться из табл. 8 и 9, примерно на всех приведенных уровнях соответствует приблизительно схеме $l(z)=\varkappa z$. По-видимому, в рассматриваемых стратификациях недостаточно корректен способ учета диффузии, влияние которой, вероятно, сильно преувеличено на больших уровнях (ср. профили $E^{(0)}(\eta)$ и $E^{(1)}(\eta)$ по приложению 1).

В табл. 10 представлены вычисленные по предлагаемой методике и полученные в работе [11] параметры $f$ и $\varphi$. Как видно, сходимость величин вполне удовлетворительная, что свидетельствует, в частности, о достаточной для практики точности приближенного решения уравнения движения (31).

Выполненные примеры расчета, являясь предварительными и иллюстративными, не позволяют в полной мере проанализировать влияние всех исходных факторов. Однако приведенная методика вычислений (расчетные формулы и вспомогательные таблицы) позволяет это сделать (в рамках использованной теоретической схемы) путем задания различных исходных данных и параметров.

Таблица 10

**Значения параметров $f$ и $\varphi$ при нейтральной стратификации для различных чисел Россби Ro**

(верхняя строка — по предлагаемой методике, нижняя — полученные в [11])

| Параметр | Ro | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $10^4$ | $10^5$ | $10^6$ | $10^7$ | $10^8$ | $10^9$ | $10^{10}$ | $10^{11}$ |
| $f$ | 0,074<br>0,082 | 0,054<br>0,058 | 0,042<br>0,046 | 0,034<br>0,037 | 0,029<br>0,031 | 0,025<br>0,027 | 0,022<br>0,023 | 0,020<br>0,021 |
| $\varphi°$ | 25,4<br>24,1 | 18,5<br>17,1 | 14,2<br>13,0 | 11,6<br>10,6 | 9,8<br>8,7 | 8,4<br>7,6 | 7,4<br>6,7 | 6,5<br>6,2 |

## Заключение

В результате решения замкнутой системы дифференциальных уравнений и полуэмпирических связей (в том числе и гипотезы о «замыкании»), описывающих поле скоростей и характеристики турбулентного обмена в пограничном слое атмосферы, разработана методика расчета, которая позволяет сравнительно оперативно по заданному турбулентному потоку тепла (который может быть выражен произвольной функцией высоты) и по другим исходным данным вычислять:

а) вертикальные профили коэффициента турбулентного обмена и других характеристик турбулентности, таких как энергия турбулентных вихрей, масштаб турбулентности (путь смешения);

б) вертикальные профили составляющих членов уравнения баланса энергии турбулентности, а именно: трансформацию, энергию неустойчивости, диссипацию и диффузию;

в) вертикальные профили скоростей ветра;

г) приземный угол трения и геострофический коэффициент трения.

Расчетная схема предусматривает возможность выполнения вычислений обычными методами, без применения ЭВМ. Однако последние могут значительно ускорить расчеты по полученным формулам.

Предлагаемое решение и расчетная схема позволяют качественно проанализировать роль и влияние отдельных физических факторов, таких как диссипация турбулентной энергии в тепло, диффузия, степень термической стратификации. В частности, показано, что влияние диффузии при сильной инверсии значительно сильнее, чем при сильной неустойчивости.

Полученная расчетная схема позволяет и количественно оценить влияние упомянутых факторов в зависимости от численных значений исходных параметров. В частности, исследовать влияние этих параметров на вертикальные профили метеоэлементов и на составляющие члены уравнения баланса энергии турбулентности. Такие численные эксперименты позволили бы, например, на основе сравнения с имеющимися экспериментальными данными [3], [6] по указанным составляющим уточнить константы диссипации и диффузии.

Полученное решение можно также, с нашей точки зрения, применить и для «квазистационарных» моделей пограничного слоя атмосферы, задавая турбулентный поток тепла и некоторые другие исходные данные параметрически зависящими от времени.

Дальнейшее развитие рассмотренной в настоящей работе «динамической» задачи должно, очевидно, заключаться в учете нестационарности, горизонтально-температурной неоднородности (отчасти, учтенной в [5]) и других физических факторов. Из сказанного выше вытекает также необходимость уточнения гипотезы о «замыкании» применительно к высоко расположенным уровням пограничного слоя атмосферы. Требуется также уточнение некоторых исходных констант диффузии и диссипации. Это можно, например, выполнить на основе предлагаемой методики указанным выше способом. Однако эти и другие упомянутые задачи могут являться предметами отдельных исследований, выходящих за рамки данной работы.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Шехтер Ф. Н., Цейтин Г. Х. Дифференциальная схема строения стационарного пограничного слоя атмосферы с учетом лучистого теплообмена. — Тр. ГГО, 1969, вып. 241.
2. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Изд. 2-е. Л., *Гидрометеоиздат*, 1970.
3. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л., Монин А. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1967, т. 3, № 3.
4. Шехтер Ф. Н. О влиянии лучистого теплообмена на строение пограничного слоя атмосферы. — См. наст. сб.
5. Утина З. М. Влияние горизонтального градиента температуры на характеристики турбулентности в пограничном слое атмосферы. — См. наст. сб.
6. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1960.
7. Цейтин Г. Х. К расчету характеристик турбулентного обмена термически стратифицированного пограничного слоя атмосферы. — Тр. ГГО, 1969, вып. 241.
8. Вагер Б. Г. Об учете диффузии турбулентной энергии в полуэмпирической модели приземного слоя атмосферы. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1966, т. 2, № 9.
9. Орленко Л. Р. О термическом равновесии в пограничном слое атмосферы. — В кн.: «Равновесный градиент температуры». Л., Гидрометеоиздат, 1967.
10. Цейтин Г. Х., Орленко Л. Р. Стационарное распределение ветра, температуры и турбулентного теплообмена в пограничном слое атмосферы при различных состояниях устойчивости. — Тр. ГГО, 1960, вып. 94.
11. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически-стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. — Международный коллоквиум по микроструктуре атмосферы и влиянию турбулентности на распределение радиоволн. Москва, Июнь 1965. М., «Наука», 1967.

**БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПРОФИЛИ $E^{(j)}(\eta)$ ПРИ НЕЙТРАЛЬНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ И ИХ ИНТЕГРАЛЫ ($j=0$ БЕЗ УЧЕТА ДИФФУЗИИ, $j=1$ С УЧЕТОМ ДИФФУЗИИ)**

| $\eta$ | 0 | 0,001 | 0,002 | 0,004 | 0,006 | 0,008 | 0,010 | 0,015 | 0,020 | 0,030 | 0,040 | 0,050 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E^{(0)}(\eta)$ | 1 | 0,995 | 0,989 | 0,982 | 0,974 | 0,966 | 0,960 | 0,944 | 0,926 | 0,903 | 0,883 | 0,859 |
| $E^{(1)}(\eta)$ | 1 | 0,994 | 0,987 | 0,979 | 0,969 | 0,962 | 0,955 | 0,933 | 0,916 | 0,892 | 0,868 | 0,852 |
| $10^3\int_0^\eta \sqrt{E^{(0)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 0 | 1,00 | 1,99 | 4,00 | 5,98 | 7,95 | 9,89 | 14,8 | 19,6 | 29,2 | 38,7 | 48,1 |
| $10^3\int_0^\eta \sqrt{E^{(1)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 0 | 1,00 | 1,99 | 3,98 | 5,95 | 7,92 | 9,85 | 14,6 | 19,1 | 28,6 | 38,0 | 47,2 |

| $\eta$ | 0,060 | 0,080 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,30 | 0,40 | 0,50 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E^{(0)}(\eta)$ | 0,857 | 0,835 | 0,818 | 0,758 | 0,697 | 0,588 | 0,503 | 0,433 | 0,375 | 0,328 | 0,287 | 0,253 |
| $E^{(1)}(\eta)$ | 0,840 | 0,814 | 0,793 | 0,730 | 0,669 | 0,582 | 0,511 | 0,453 | 0,405 | 0,366 | 0,333 | 0,306 |
| $10^3\int_0^\eta \sqrt{E^{(0)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 57,4 | 75,8 | 94,0 | 138 | 181 | 261 | 335 | 403 | 467 | 526 | 581 | 633 |
| $10^3\int_0^\eta \sqrt{E^{(1)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 56,4 | 74,6 | 92,5 | 136 | 178 | 258 | 331 | 401 | 466 | 529 | 588 | 644 |

| $\eta$ | 1,0 | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E^{(0)}(\eta)$ | 0,224 | 0,178 | 0,143 | 0,118 | 0,0965 | 0,0794 | 0,0504 | 0,0345 | 0,0249 | 0,0167 | 0,0120 | $8,78 10^{-3}$ |
| $E^{(1)}(\eta)$ | 0,286 | 0,246 | 0,214 | 0,192 | 0,171 | 0,154 | 0,122 | 0,114 | 0,0845 | 0,0726 | 0,0630 | 0,0556 |
| $10^3\int_0^\eta \sqrt{E^{(0)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 682 | 772 | 852 | 924 | 989 | 1048 | 1175 | 1278 | 1364 | 1436 | 1496 | 1547 |
| $10^3\int_0^\eta \sqrt{E^{(1)}(\sigma)}\,d\sigma$ | 699 | 802 | 898 | 988 | 1073 | 1154 | 1338 | 1504 | 1654 | 1796 | 1919 | 2050 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

## УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ $\tilde{R}_1(\sigma)$ и $\tilde{R}_2(\sigma)$

| $\sigma$ | 0,001 | 0,002 | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,006 | 0,007 | 0,008 | 0,009 | 0,010 | 0,015 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\tilde{R}_1(\sigma)$ | 0 | 1,807 | 2,805 | 3,596 | 4,177 | 4,55 | 5,00 | 5,39 | 5,71 | 5,97 | 6,92 |
| $\tilde{R}_2(\sigma)$ | 0 | 0,043 | 0,081 | 0,117 | 0,151 | 0,182 | 0,209 | 0,235 | 0,266 | 0,299 | 0,416 |

| $\sigma$ | 0,020 | 0,030 | 0,040 | 0,050 | 0,060 | 0,080 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,30 | 0,40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\tilde{R}_1(\sigma)$ | 7,70 | 8,67 | 9,34 | 9,84 | 10,23 | 10,83 | 11,27 | 12,001 | 12,431 | 12,859 | 13,028 |
| $\tilde{R}_2(\sigma)$ | 0,526 | 0,736 | 0,946 | 1,123 | 1,288 | 1,567 | 1,827 | 2,376 | 2,815 | 3,467 | 3,925 |

| $\sigma$ | 0,60 | 0,80 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 8,0 | 10,0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\tilde{R}_1(\sigma)$ | 13,089 | 13,022 | 12,925 | 12,713 | 12,579 | 12,502 | 12,401 | 12,430 | 12,429 | 12,435 | 12,444 | 12,447 | 12,448 |
| $\tilde{R}_2(\sigma)$ | 4,508 | 4,839 | 5,031 | 5,228 | 5,265 | 5,253 | 5,231 | 5,195 | 5,171 | 5,163 | 5,159 | 5,160 | 5,161 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

## ФУНКЦИЯ ТЕРМИЧЕСКОЙ СТРАТИФИКАЦИИ $R(\xi)$

| $\xi$ | —2,0 | —1,8 | —1,6 | —1,4 | —1,2 | —1,0 | —0,9 | —0,8 | —0,7 | —0,6 | —0,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $R(\xi)$ | 0,0276 | 0,0338 | 0,0424 | 0,0552 | 0,0738 | 0,104 | 0,125 | 0,154 | 0,191 | 0,240 | 0,303 |
| $\xi$ | —0,40 | —0,35 | —0,30 | —0,25 | —0,20 | —0,15 | —0,10 | —0,05 | 0 | 0,05 | 0,10 |
| $R(\xi)$ | 0,397 | 0,448 | 0,508 | 0,570 | 0,645 | 0,722 | 0,810 | 0,902 | 1 | 1,102 | 1,210 |
| $\xi$ | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,50 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 |
| $R(\xi)$ | 1,320 | 1,435 | 1,552 | 1,672 | 1,795 | 1,920 | 2,16 | 2,44 | 2,71 | 2,97 | 3,26 |
| $\xi$ | 1 | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2,0 | 2,2 | 2,4 | 2,6 | 2,8 | 3,0 |
| $R(\xi)$ | 3,53 | 4,08 | 4,65 | 5,25 | 5,82 | 6,40 | 6,96 | 7,55 | 8,15 | 8,75 | 9,37 |

## ПЕРЕМЕННАЯ ИНТЕГРИРОВАНИЯ $\nu$ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПЕРЕМЕННОЙ $\sigma$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma$ | 0 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,30 | 0,40 | 0,50 | 0,60 | |
| $\nu$ | 0 | 0,000380 | 0,00116 | 0,00256 | 0,00780 | 0,0172 | 0,0319 | 0,0526 | |
| $\sigma$ | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 |
| $\nu$ | 0,0803 | 0,116 | 0,160 | 0,214 | 0,269 | 0,314 | 0,389 | 0,448 | 0,495 |
| $\sigma$ | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5 | 6 | 7 |
| $\nu$ | 0,533 | 0,605 | 0,655 | 0,692 | 0,722 | 0,745 | 0,765 | 0,795 | 0,8175 |
| $\sigma$ | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | |
| $\nu$ | 0,8350 | 0,8487 | 0,8603 | 0,8787 | 0,8915 | 0,9017 | 0,9102 | 0,9171 | |
| $\sigma$ | 25 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | 150 | |
| $\nu$ | 0,9298 | 0,9388 | 0,9507 | 0,9583 | 0,9635 | 0,9706 | 0,9752 | 0,98165 | |
| $\sigma$ | 200 | 300 | 400 | 600 | 800 | 1000 | 2000 | | |
| $\nu$ | 0,98522 | 0,98910 | 0,99120 | 0,99351 | 0,99478 | 0,99558 | 0,99737 | | |
| $\sigma$ | 3000 | 4000 | 5000 | 6000 | 8000 | 10 000 | $\infty$ | | |
| $\nu$ | 0,998063 | 0,998435 | 0,998680 | 0,998848 | 0,999072 | 0,999214 | 1 | | |

*Ф. Н. ШЕХТЕР*

# О ВЛИЯНИИ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА НА СТРОЕНИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

В работе [1] приводится постановка и схема решения задачи о строении стационарного, горизонтально-однородного пограничного слоя атмосферы с учетом лучистого теплообмена. Настоящая статья является продолжением упомянутой работы.

Остановимся прежде всего на верхнем граничном условии для температуры. Необходимо задавать величину, которая является внешним параметром по отношению к рассматриваемому слою. Этому условию ни температура, ни приток лучистого тепла ко всему пограничному слою в полной мере не удовлетворяют. Лучше всего воспользоваться для определения температуры на верхней границе $H$ условием известности приходящей сверху на высоту $H$ длинноволновой радиации.

Поступая так же, как в работе [2], найдем следующее приближенное выражение для потока длинноволновой радиации из части атмосферы, расположенной выше уровня $H$:

$$A(H) = \left[1 - D\left(M_0 - m_H\right)\right] E\left(T_H\right) + N_1\left(M_0 - m_H\right) \left.\frac{dE}{dm}\right|_{z=H} +$$
$$+ \varepsilon_0 E\left(T_{\text{обл}}\right) D\left(M_0 - m_H\right) + \alpha_0 \varepsilon E\left(T_з\right) D\left(2M_0 - m_H\right). \qquad (1)$$

Здесь $D(x)$ — функция пропускания; $E = \sigma T^4$; $N_1(x) = -\int\limits_0^x uD'(u)\,du$; $M_0 - m_H$ — приведенная масса водяного пара в слое от высоты $H$ до нижней границы облака; $T_H$ $T_{\text{обл.}}$, $T_з$ — температура на высоте $z = H$, облака и подстилающей поверхности соответственно; $\varepsilon_0$, $\varepsilon$ — излучательная способность облака и подстилающей поверхности; $\alpha_0$ — альбедо облаков для «черного» излучения. В формуле (1) так же, как и в [1], мы отбросили член, дающий дошедшую после поглощения до высоты $H$ отраженную от облака радиацию атмосферы.

Выполнимость формулы (1) проверялась при различных стратификациях атмосферы. Сравнение проводилось с расчетами нисходящего потока радиации на ЭВМ. Оказалось, что ошибки меньше 10% имеют место при состояниях, близких к равновесному для всех высот: днем — выше приземного подслоя с его большими сверхадиабатическими градиентами, ночью — выше инверсии. Следовательно, использование формулы (1) вблизи границы пограничного слоя вполне оправдано.

Для использования формулы (1) надо дополнительно знать температуру нижней границы облака и содержание поглощающего вещества в слое от $H$ до облака. Эти величины являются внешними по отношению к пограничному слою, поэтому мы будем считать их известными. Уравнение (1) можно использовать для решения системы уравнений (103) и (109) из работы [1] вместо условия (108). Решение проводится также методом последовательных приближений.

Поскольку второй член формулы (1) на 1—2 порядка меньше суммы остальных членов, то в качестве нулевого приближения для $\left.\frac{dE}{dm}\right|_{z=H} = \frac{4\sigma T^3}{\rho_w} \left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=H}$ можно взять равновесное значение $\frac{dT}{dz}$. Определение температуры из указанной системы уравнений требует применения машины. Можно, однако, указать иной путь решения поставленной задачи.

Интегральное уравнение (103) в [1] получилось после подстановки выражения для потока длинноволновой радиации в уравнение теплового баланса (99). Если этого не делать, то получим следующие простые формулы для температуры и производной от нее:

$$\frac{dT}{dz} = -\gamma_p - \frac{P(z)}{\alpha_T \rho c_p k(z)}, \tag{2}$$

$$T(z) = T(H) + \gamma_p (H - z) + \frac{1}{\alpha_T \rho c_p} \int\limits_z^H \frac{P(z)}{k(z)} dz, \tag{3}$$

$$P(z) = [S(z) - S(0)] - [F(z) - F(0)] + P(0), \tag{4}$$

$$P(0) = S(0) - F(0) - (И + П)_{z=0}. \tag{5}$$

Обозначения те же, что и в [1]. Температура на высоте $H$ находится из (1). В случае безоблачного неба эта формула значительно упрощается и получим, что

$$E(H) = \left[A(H) - \frac{4\sigma T^3}{\rho_w(H)} N_1 (M - m_H) T'(H)\right] \frac{1}{1 - D(M - m_H)}. \tag{6}$$

Поскольку коэффициент турбулентной температуропроводности определяется лишь выше высоты шероховатости, встает вопрос об определении температуры подстилающей поверхности. Воспользуемся для этого полученным в лабораторных исследованиях на шероховатых трубах соотношением

$$T(z_{00}) - T_з = -0{,}2 \frac{P(0)}{\varkappa \rho c_p v_*} \left(\frac{h_0 v_*}{\nu}\right)^{0{,}45}, \tag{7}$$

где $v_*$ — динамическая скорость, $\nu$ — кинематический коэффициент вязкости, $h_0$ — высота эквивалентной песочной шероховатости.

Возможность использования этой формулы в атмосфере безусловно нуждается в доказательстве.

Подставляя в (7) постоянные ($\varkappa=0{,}38$; $\nu=0{,}13$ см²/сек.; $\rho c_p=300$ кал/м³ град.), получим следующую расчетную формулу

$$T_з = T(z_{00}) + 0{,}277 \frac{h_0^{0{,}45}}{v_*^{0{,}55}} P(0), \qquad (8)$$

где $P(0)$ в кал/м² сек.; $v_*$ в м/сек.; $h_0$ в метрах.

Над оголенной поверхностью обычно принимают $h_0=30\ z_{00}$, над травяной $h_0=(5-10)\ z_{00}$, где $z_{00}$ — шероховатость в обычном смысле (микрошероховатость). Если при решении уравнений строения пограничного слоя используется макрошероховатость $z_0$, то значение $T(z_{00})$ можно найти путем экстраполяции температурного профиля от $z_0$ к $z_{00}$ по логарифмике.

Система (2)—(8) совместно с уравнениями переноса влаги, движения и др., рассмотренными в работе [1], решается указанным там методом последовательных приближений.

Входящая в (6) величина $(M-m_H)$ — эффективная влажность выше $H$, является внешним параметром.

В формулу (4) входит приток солнечной радиации в слой от земной поверхности до высоты $z$. Наиболее точно эта величина определяется по спектральным расчетам. Но эти расчеты весьма громоздки и требуют большого машинного времени. В этом свете большой интерес представляет попытка группы авторов [4] дать простые аппроксимационные формулы для вычисления потока и притока солнечной радиации. К сожалению, эту работу в части, касающейся поглощения радиации, нельзя считать доведенной до конца. Не учтено поглощение углекислым газом, поглощение рассеянной и отраженной от земной поверхности радиации, а предложенная формула неудобна для массовых вычислений. Поэтому нам представляется более целесообразным использование для расчета инфракрасной радиации функции пропускания, предложенной в [5]. При ее получении было учтено поглощение как водяным паром, так и углекислым газом.

Приходящую к земной поверхности видимую радиацию удобно рассчитывать по [4]. Влияние альбедо земной поверхности на суммарную радиацию проще всего и достаточно точно учитывается формулой Соболева [6]. Поглощение перманентными газами, аэрозолем и отраженной радиации учтем, следуя идеям Кастрова [7].

Рассеяние в близкой инфракрасной части можно считать однородным, при этом предположим также, что вперед и назад рассеивается одинаковое количество радиации. Из табл. 4 работы [3] мы нашли эффективную длину волны для участка 0,7—4 мкм, которая оказалась равной 1,15 мкм. Таким образом, оптическая толщина в инфракрасной части рассчитывается по формуле

$$\tau(z) = 0{,}0952\left(\frac{0{,}55}{1{,}15}\right)^4 e^{-\alpha z} - (\tau_0 - 0{,}0952)\left(\frac{0{,}55}{1{,}15}\right) e^{-\beta z},$$

где $\tau_0$ — оптическая толщина всей атмосферы для $\lambda=0{,}55$ мкм. Значения $\tau_k(0)$ для разных $\tau_0$ равны:

Таблица 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\tau_0$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 |
| $\tau_k(0)$ | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 |

Поглощение рассеянной радиации составляет, по оценкам Авасте [8], около 10% от поглощения прямой радиации. Ввиду малости этой величины учтем ее приближенно, просто увеличив поглощенную прямую радиацию на 10%.

Принимая во внимание все сказанное, получим следующие формулы:

для приходящей к земной поверхности суммарной радиации

$$Q(0) = S_0 \cos\theta \left\{ \frac{S_0^{0,7}}{S_0} D(O_3) D_B\left(\frac{\tau_0}{\cos\theta}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{S_{0,7}^{\infty}}{S_0} D_k\left(\frac{M}{\cos\theta}\right) \cdot 0{,}5 \left(1 + e^{-\frac{\tau_k(0)}{\cos\theta}}\right) - \left[1 - D_п\left(\frac{U}{\cos\theta}\right)\right] \right\} K(\Gamma), \qquad (9)$$

для радиации, поглощенной слоем воздуха

$$\Delta S(z) = S_0 \cos\theta \left\{ 1{,}1 \frac{S_{0,7}^{\infty}}{S_0} e^{-\frac{\tau_k(0)}{\cos\theta}} \left[ D_k\left(\frac{M-m}{\cos\theta}\right) e^{\frac{\tau_k(0)-\tau_k(z)}{\cos\theta}} - \right. \right.$$

$$\left. - (1-\Gamma) D_k\left(\frac{M}{\cos\theta}\right) - \Gamma D_k\left(\frac{M}{\cos\theta} + 1{,}84m\right) e^{-1{,}84\left[\tau_k(0)-\tau_k(z)\right]} \right] +$$

$$\left. + \left[ D_п\left(\frac{U-u}{\cos\theta}\right) - (1-\Gamma) D_п\left(\frac{U}{\cos\theta}\right) - \Gamma D_п\left(\frac{U}{\cos\theta} + 1{,}84u\right) \right] \right\}. \qquad (10)$$

В формулах (9) и (10) обозначения следующие: $S_0$ — солнечная постоянная, $\theta$ — зенитный угол солнца; $u = \frac{p_0 - p}{g}$ — масса воздуха в слое от земной поверхности до высоты $z(p)$; $\Gamma$ — альбедо земной поверхности. $D(O_3)$ — функция пропускания для озона; мы получили ее, основываясь на расчетах, приведенных в [6], в виде

$$D(O_3) = 0{,}963 - 0{,}017 \sec\theta. \qquad (11)$$

Функция пропускания для видимой радиации ($\lambda < 0{,}7$ мкм) приводится в [4] (формула (9)):

$$D_B(x) = [1 + f(\theta)\, x]^{-1}. \qquad (12)$$

Таблица 2 из работы [4], которой рекомендуют пользоваться авторы, хорошо аппроксимируется простой формулой: $f(\theta) = 0{,}28 - 0{,}16 \cos\theta$. Подставляя ее в (12), получим

$$D_B(x) = [1 + 0{,}28x\,(1 - 0{,}57\cos\theta)]^{-1}. \qquad (13)$$

Функция пропускания для $\lambda$ 0,7 мкм

$$D_k(x) = 0{,}842e^{-0{,}1\sqrt{x}} + 0{,}15e^{-1{,}68\sqrt{x}}. \tag{14}$$

Коэффициент, учитывающий влияние альбедо земной поверхности

$$K(\Gamma) = \frac{4 + (3 - \varkappa_1)\tau_0}{4 + (3 - \varkappa_1)(1 - \Gamma)\tau_0}, \tag{15}$$

где $\varkappa_1$ — показатель вытянутости индикатриссы.

В [6] указывается, что при средних состояниях атмосферы $\varkappa_1 = 0{,}6$. Сравнение расчета по формуле (15) при $\varkappa_1 = 0{,}6$ с соответствующей величиной, которую можно получить из табл. 2 и 4 работы [4], показало, что это значение $\varkappa_1$ пригодно для $\Gamma = 0{,}2 \div 0{,}8$ при $\tau_0 = 0{,}2 \div 0{,}4$, но для более замутненной атмосферы надо брать большее $\varkappa_1$, особенно при больших альбедо (например, при $\tau_0 = 0{,}6$ в формуле (15) надо положить $\varkappa_1 = 0{,}7$ для $\Gamma = 0{,}2$ и $\varkappa_1 = 1{,}2 \div 1{,}5$ для $\Gamma = 0{,}8$).

Поглощение пылью и перманентными газами $(1 - D_п)$ — величина весьма трудно определяемая. Если известна приходящая к земной поверхности суммарная радиация, то $D_п$ можно вычислить как остаточный член. Полагая затем

$$D_п(0) = e^{-k_п U \sec\theta}, \tag{16}$$

где $U$ — масса воздуха во всем атмосферном столбе, найдем коэффициент поглощения для воздуха $k_п$ см²/г.

По приведенным формулам было сосчитано два конкретных примера: один для неустойчивой, другой для устойчивой стратификации. Для простоты поле влажности считалось заданным и было взято из наблюдений. Расчет коэффициента турбулентности проводился Г. Х. Цейтиным; методика подробно описана в [10]. Величина $\alpha_т$ принималась равной единице.

Остановимся подробно на исходных данных и полученных результатах.

**1. Неустойчивая стратификация.** Колтуши 16/VIII, 15 час., безоблачно, $\varphi = 60°$, $\theta = 53°$; $z_0 = 0{,}15$ м; $(И + H)|_{z=0} = 0{,}170$ кал/см²·мин., $Q(0) = 0{,}778$ кал/см²·мин., $\Gamma = 21\%$; $U_g = 11$ м/сек., $H = 2000$ м, $A(H) = 0{,}355$ кал/см²·мин. Распределение удельной влажности $q$ в г/кг по высоте для неустойчивой и устойчивой стратификации следующее:

Таблица 2

| $z$ м | 0,15 | 1 | 10 | 100 | 500 | 1000 | 1500 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_{неуст}$ | 9,9 | 9,6 | 8,7 | 8,7 | 7,9 | 8,7 | 6,6 | 5,8 |
| $q_{уст}$ | 4,4 | 4,5 | 4,5 | 4,3 | 3,9 | | | |

Учитывая значительную влажность (приведенная масса всей атмосферы равна 2,25 см осажденной воды) и близость города, мы приняли оптическую толщину $\tau_0 = 0{,}4$. Из табл. 1 $\tau_к(0) = 0{,}15$. По формулам (15) и (9) получаем $K(\Gamma) = 1{,}04$ и $\frac{Q(0)}{K(\Gamma)} = 0{,}839$ кал/см²·мин. Наблюдаемое $Q(0)/K(\Gamma) = 0{,}748$ кал/см²·мин.

По разности, равной 0,091 кал/см$^2$·мин, находим коэффициент пылевого поглощения $k_п=5{,}4\cdot10^{-5}$ см$^2$/г. Это значение находится в хорошем согласии с литературными данными.

На рис. 1 приведены значения притоков тепла в слой от поверхности до высоты $z$ за счет солнечной радиации $\Delta S$ и длинноволновой $\Delta F$ (по конечному распределению температуры).

За нулевое приближение для $T(z)$ мы взяли наблюдаемый профиль температуры. В работе [12] было показано, что какой бы

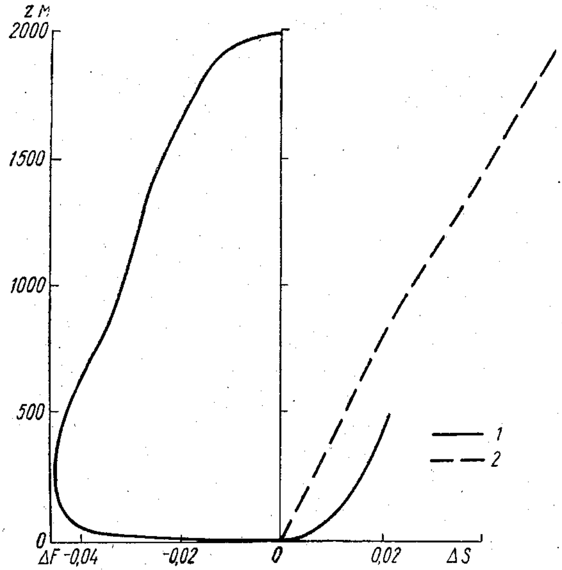



Рис. 1. Приток тепла в слой от земной поверхности до высоты $z$ за счет поглощения длинноволновой радиации (*1*) и солнечной радиации (*2*)

профиль температуры ни взять за исходный, он перестраивается уже в первом приближении и дальнейшие приближения — это уточнение.

Сосчитано четыре варианта: а) турбулентный поток тепла постоянен во всем слое, б) учтено поглощение воздухом только длинноволновой радиации, в) учтено поглощение только солнечной радиации, г) учтено поглощение длинноволновой и солнечной радиации одновременно. Результаты расчетов приведены на рис. 2 и 3. Для всех вариантов в среднем $P_0=0{,}24$ кал/см$^2$·мин., параметр стратификации $\mu=-23$, $T(z_{00})-T_з=-7{,}0°$ (по наблюдаемому профилю температуры эта разность равна $-4{,}6°$).

Учет поглощения радиации приводит к заметному возрастанию с высотой турбулентного потока тепла, причем солнечная радиация начинает заметно влиять на тех высотах, где влияние длинноволновой уже уменьшается. Весьма заметно изменяется профиль коэффициента турбулентности по сравнению со случаем постоянства турбулентного потока тепла. Интересно, что если солнечная радиация приводит к возрастанию коэффициента турбулентности, то длинноволновая радиация сначала дает рост, а затем сильное падение.

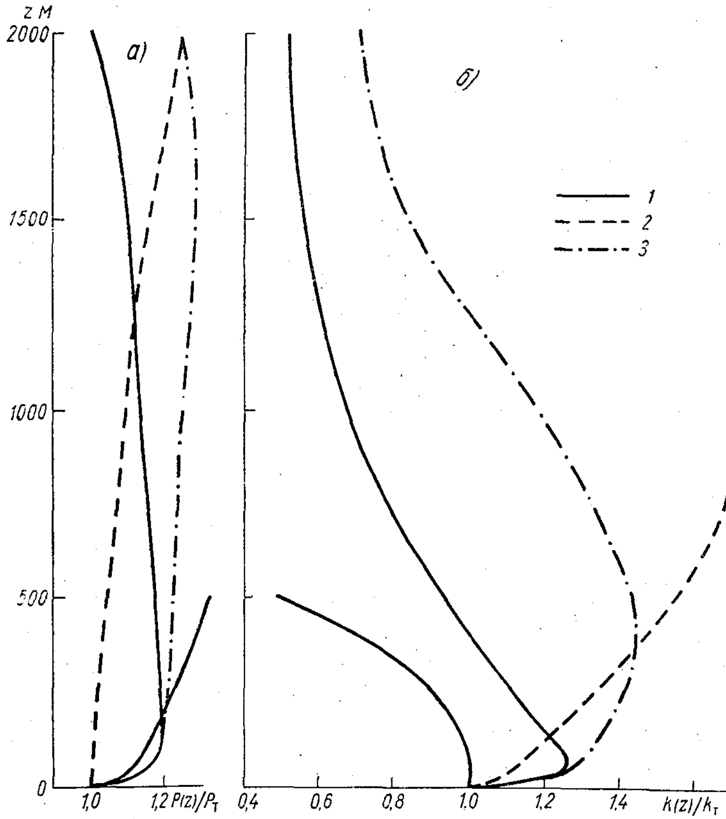



Рис. 2. Изменение с высотой отношений турбулентного потока тепла к его приземному значению (*а*) и коэффициента обмена к его значению при постоянном потоке тепла (*б*):

1 — с учетом только длинноволновой радиации, 2 — с учетом только солнечной радиации. 3 — с учетом длинноволновой и солнечной радиации

Температурное поле во всех четырех рассмотренных случаях почти одинаково и неплохо совпадает с наблюдаемым. Учет поглощения длинноволновой радиации увеличил температуру в нижнем километровом слое на 0,3—0,2°; учет поглощения солнечной радиации не привел к заметному изменению температуры.

Малое влияние радиации на температуру в рассмотренном примере объясняется большими значениями коэффициента обмена и турбулентного потока тепла.

**2. Устойчивая стратификация.** Колтуши. Среднее из данных за 31/X и 16/IX, 02 часа, безоблачно, $z_0=0{,}15$ м; $(И+П)|_{z=0}=$ $=-0{,}049$ кал/см$^2$·мин., $Q(0)=0{,}0$; $U_g=15$ м/сек., $H=500$ м, $A(H)=0{,}341$ кал/см$^2$·мин. Распределение удельной влажности $q_{уст}$ дано в табл. 2.

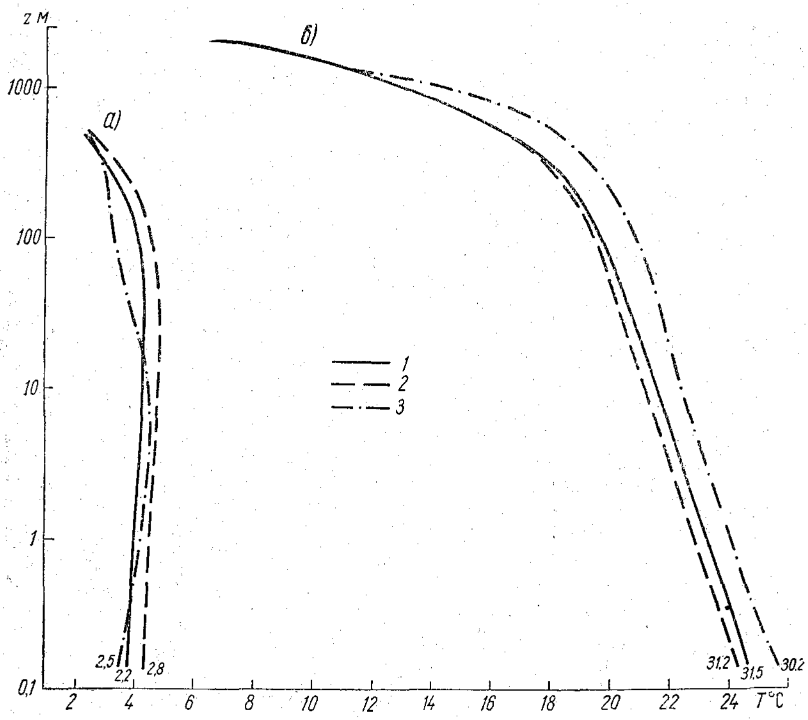



Рис. 3. Рассчитанное и наблюденное распределения температуры при устойчивой стратификации (*а*) и неустойчивой (*б*)

1 — с учетом длинноволновой радиации, 2 — при постоянном турбулентном потоке тепла, 3 — фактическое. (Цифры у кривых — температура подстилающей поверхности.)

Результаты расчетов приведены на рис. 2 и 3. Параметр стратификации $\mu=3$; $P_0=-0{,}06$ кал/см$^2$·мин.; $T(z_{00})-T_з=1{,}5°$ (по наблюдаемому профилю эта разность равна $1{,}1°$).

Учет поглощения радиации приводит к возрастанию абсолютного значения турбулентного потока тепла с высотой и значительному уменьшению коэффициента турбулентности по сравнению со случаем постоянного турбулентного потока тепла.

Температура в пограничном слое понизилась под влиянием лучистого теплообмена на 0,7—0,3°.

Полученные в обоих примерах результаты по влиянию лучистого теплообмена на распределение температуры находятся в соответствии с оценками, полученными в работах [2] и [11]. Проведенный анализ показывает, что учет поглощения радиации в уравнении теплопроводности приводит к заметной перестройке профилей турбулентного потока тепла и коэффициента обмена. Влияние радиации на температуру зависит от соотношения между турбулентным и радиационным обменом. Чем более развита турбулентность, тем меньше роль радиации и наоборот.

Следует отметить, что при расчете температуры наибольший вес имеет член с равновесным градиентом. Последний член формулы (3) всегда меньше второго и с удалением от подстилающей поверхности его роль уменьшается. Этим и объясняется то, что влияние лучистого теплообмена, во-первых, более значительно на профили турбулентного потока тепла и коэффициента обмена, чем на профиль температуры; во-вторых, максимально изменяет температуру в приземном слое.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Шехтер Ф. Н., Цейтин Г. Х. Дифференциальная схема строения стационарного пограничного слоя атмосферы с учетом лучистого теплообмена. — Тр. ГГО, 1969, вып. 241.
2. Шехтер Ф. Н. Приближенная формула диффузионного типа для потока длинноволновой радиации. — Тр. ГГО, 1970, вып. 257.
3. Авасте О. А., Молдау Х., Шифрин К. С. Спектральное распределение прямой и рассеянной радиации. — Исследования по физике атмосферы (ИФА АН ЭССР), 1962, № 3.
4. Авасте О. А., Краснокутская Л. Д., Фейгельсон Е. М. О пропускании и поглощении солнечной радиации в безоблачной атмосфере. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1969, т. 5, № 12.
5. Подольская Э. Л., Евсеева М. Г. Интегральная функция пропускания солнечной радиации в близкой инфракрасной области спектра. — Тр. ЛГМИ, 1970, вып. 40.
6. Сивков С. И. Методы расчета характеристик солнечной радиации. Л., Гидрометеоиздат, 1968.
7. Кастров В. Г. О нагревании атмосферы благодаря поглощению солнечной радиации водяным паром. — Тр. ЦАО, 1952, вып. 6.
8. Авасте О. А. Приток тепла коротковолновой радиации в безоблачной и облачной атмосфере. — В кн.: «Актинометрия и оптика атмосферы». Таллин, «Валгус», 1968.
9. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
10. Цейтин Г. Х. Расчет параметров турбулентности пограничного слоя атмосферы при заданном потоке тепла. — См. наст. сб.
11. Ковалева Е. Д., Шехтер Ф. Н. Влияние стратификации атмосферы на радиационный приток тепла. — Тр. ГГО, 1966, вып. 187.
12. Шехтер Ф. Н. Решение задачи о строении пограничного слоя атмосферы при учете радиационного теплообмена. — Тр. ГГО, 1965, вып. 167.

З. М. УТИНА

# ВЛИЯНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Горизонтальный градиент температуры существенно влияет не только на профиль ветра в пограничном слое атмосферы, но и на характеристики турбулентности. Это влияние проявляется прежде всего в том, что дополнительный градиент скорости ветра, вызванный наличием горизонтального градиента температуры, меняет трансформацию энергии среднего движения в энергию турбулентности. Это в свою очередь сказывается на профиле коэффициента турбулентности, составляющих баланса турбулентной энергии и т. д.

Система уравнений, описывающих строение пограничного слоя при заданном горизонтальном градиенте температуры для безразличной стратификации, имеет вид [1, 2, 3]:

$$\frac{d}{dz} k \frac{du}{dz} + 2\omega_z \left(v - \tilde{\alpha}_y V_{0x}\right) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz} - 2\omega_z \left(u - V_{0x} - \tilde{\alpha}_x V_{0x}\right) = 0, \tag{2}$$

$$k(z)\left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right] + n_1 \frac{d}{dz} k \frac{db}{dz} = c_0 \frac{b^2(z)}{k(z)}, \tag{3}$$

$$k = c_0^{1/4} l \sqrt{b}, \tag{4}$$

$$l = -\frac{\varkappa F_1}{\frac{dF_1}{dz}}. \tag{5}$$

Здесь ось $X$ направлена по наземной изобаре, $P_0$ — наземное давление.

$$\tilde{\alpha}_x = -\frac{g}{lT} \frac{1}{V_{0x}} \int_0^z \frac{\partial T}{\partial y} dz;$$

$$\tilde{\alpha}_y = \frac{g}{Tl} \frac{1}{V_{0x}} \int_0^z \frac{\partial T}{\partial x} dz;$$

$$V_{0x} = -\frac{1}{\rho l} \frac{\partial P_0}{\partial y};$$

$$n_1 = 0{,}73; \quad c_0 = 0{,}046; \quad \varkappa = 0{,}38;$$

$$F_1 = c_0^{1/2} \frac{b(z)}{k(z)} = \left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2 + \frac{n_1}{k(z)} \frac{d}{dz} k \frac{db}{dz}\right]^{1/2}. \qquad (6)$$

Граничные условия при $z = z_0$:

$$u(z) = v(z) = 0; \quad b = c_0^{-1/2} V_*^2; \quad l = \varkappa z. \qquad (7)$$

при $z \to \infty$:

$$u(z) = V_{0x} + V_{0x}\tilde{\alpha}_x; \quad v(z) = V_{0x}\tilde{\alpha}_y; \quad b(z) \neq \infty. \qquad (8)$$

Условие для $b_{z_0}$ является следствием предположения, что при $z \to z_0$ трансформация энергии среднего движения в энергию турбулентности равна диссипации турбулентности в тепло.

При решении этой системы использовался метод решения, примененный Г. Х. Цейтиным для аналогичной системы, но без учета термического ветра [4]. По этому методу уравнение баланса энергии турбулентности (3) совместно с уравнениями (4) и (5) решалось в предположении, что известно распределение ветра в пограничном слое, которое в свою очередь находится из решения уравнений движения.

## Решение уравнений движения

Уравнения движения, записанные для потоков, с учетом термического ветра имеют вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 G_{\mathrm{I}}}{dz^2} + 2 \dfrac{\omega_z}{k} G_{\mathrm{II}} = 0 \\ \dfrac{d^2 G_{\mathrm{II}}}{dz^2} - 2 \dfrac{\omega_z}{k} G_{\mathrm{I}} = 0 \end{cases}$$

где

$$G_{\mathrm{I}} = \frac{1}{c_1}\left[k \frac{du}{dz} - V_{0x} k \frac{d\tilde{\alpha}_x}{dz}\right], \qquad (9)$$

$$G_{\mathrm{II}} = \frac{1}{c_1}\left[k \frac{dv}{dz} - V_{0x} k \frac{d\tilde{\alpha}_y}{dz}\right]. \qquad (10)$$

При новой переменной

$$\eta = \frac{\varkappa \omega_z}{2}\left[\int_0^z \frac{dz}{k(z)}\right]^2 \qquad (11)$$

и условии

$$\Gamma(\eta) = (G_{\mathrm{I}} + iG_{\mathrm{II}})\, e^{-i\varphi_1},$$

где

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{k\dfrac{dv}{dz} - V_{0x}k\dfrac{d\tilde{a}_y}{dz}}{k\dfrac{du}{dz} - V_{0x}k\dfrac{d\tilde{a}_x}{dz}} \text{ при } z = z_0,$$

$$c_1 = \left[k\frac{du}{dz} - V_{0x}k\frac{d\tilde{a}_x}{dz}\right]^2 + \left[k\frac{dv}{dz} - V_{0x}k\frac{d\tilde{a}_y}{dz}\right]^2.$$

Уравнения движения (1) и (2) принимают вид:

$$\eta\frac{d^2\Gamma(\eta)}{d\eta^2} - \frac{\eta}{2E}\frac{dE}{d\eta} - \frac{i}{\varkappa}\Gamma(\eta) = 0;$$

$$\lim_{\eta\to\eta_0}\Gamma(\eta) = 1; \quad \lim_{\eta\to\infty}\Gamma(\eta) = 0.$$

Здесь

$$E = \frac{c_0^{1/2}}{v_*^2}\,b(z).$$

Для решения воспользуемся подстановкой

$$\Gamma(\eta) = [E(\eta)]^{1/4}W_a(\eta). \tag{12}$$

Тогда

$$\eta\frac{d^2W_a(\eta)}{d\eta^2} - \frac{1}{\varkappa}\left[i - \tilde{p}(\eta)\right]W_a(\eta) = 0, \tag{13}$$

где

$$\tilde{p}(\eta) = -\varkappa\eta\,[E(\eta)]^{1/4}\frac{d^2}{d\eta^2}\left\{[E(\eta)]^{-1/4}\right\}.$$

Таким образом, по форме это уравнение совпадает с аналогичным уравнением в работе [4], поэтому воспользуемся решением Г. Х. Цейтина и получим:

при $\eta \leqslant \eta_h$

$$W_a = 2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}K_1\left(2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}\right) + \tilde{G}_h 2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}I_1\left(2\sqrt{\frac{i\eta}{\varkappa}}\right); \tag{14}$$

$$\text{при } \eta \geqslant \eta_h \quad W_a = \sqrt{\frac{\eta}{\eta_h}}\,\frac{K_p\left(2\sqrt{\dfrac{i\eta}{\varkappa}}\right)}{L_{2h}}.$$

Полученное решение дает значение функции, связанной с составляющими скорости ветра соотношениями (9)—(12). Это решение используется затем при интегрировании уравнения баланса энергии турбулентности для нахождения $k(z)$, $b(z)$ и т. д.

## Решение уравнения баланса энергии турбулентности

Уравнение баланса энергии турбулентности записывается в виде:

$$\frac{2}{3} S_0 \eta \frac{d}{d\eta}\left[\eta \frac{dD(\eta)}{d\eta}\right] - D(\eta) = -\overline{F}(\eta),$$

где

$$\overline{F}(\eta) = \frac{\varkappa\eta}{\sqrt{E}} \psi(\eta)\left[\left(\frac{d\tilde{u}}{dz}\right)^2 + \left(\frac{d\tilde{v}}{dz}\right)^2\right];$$

$$S_0 = n_1 c_0^{-1/2}\varkappa; \quad \psi_{\eta\to 0}(\eta) = \frac{2\omega_z}{v_*^2} k(z);$$

$$\tilde{u} = \frac{u}{v_*}; \quad \tilde{v} = \frac{v}{v_*}; \quad D = E^{3/2};$$

$$\lim_{\eta\to 0} D(\eta) \to 1; \quad \lim_{\eta\to\infty} D(\eta) \to 0.$$

Решение этого уравнения содержит значение производных скорости ветра. При наличии термического ветра эти производные отличаются от соответствующих величин, полученных в [4] и определяются уравнением (13).

Таким образом, если известно значение $k\frac{du}{dz}$ и $k\frac{dv}{dz}$, а также $\Delta G$ — изменение касательного напряжения, которое обусловлено термической составляющей градиентного ветра, то решение уравнения баланса турбулентной энергии будет следующим:

$$D = D_a\left(\frac{c_1}{V_*^2}\right)^2 - \frac{r_0}{2}\int_0^1\left[N(t\eta) + N\left(\frac{\eta}{t}\right)\right] t^{r_0-1} dt, \tag{15}$$

где

$$N = E^{-1/2}\left\{-2k\frac{du}{dz}\Delta G_{\mathrm{I}} - 2k\frac{dv}{dz}\Delta G_{\mathrm{II}} + (\Delta G_{\mathrm{I}})^2 + (\Delta G_{\mathrm{II}})^2\right\};$$

$$\Delta G_{\mathrm{I}} = \frac{V_{0x}}{v_*^2} k \frac{d\tilde{\alpha}_x}{dz}; \quad \Delta G_{\mathrm{II}} = \frac{V_{0x}}{v_*^2} k \frac{d\tilde{\alpha}_y}{dz}.$$

Для определения $D_a$ используется таблица значений $E(\eta)$, полученная Г. Х. Цейтиным [4]:

Таблица

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | 0 | 0,001 | 0,002 | 0,004 | 0,007 | 0,01 | 0,002 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,4 |
| $E\eta$ | 1,0 | 0,994 | 0,987 | 0,979 | 0,965 | 0,955 | 0,916 | 0,852 | 0,793 | 0,669 | 0,511 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,4 | 2,0 | 2,4 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 5,0 |
| $E\eta$ | 0,405 | 0,333 | 0,286 | 0,214 | 0,154 | 0,127 | 0,100 | 0,084 | 0,073 | 0,056 |

Таким образом, полученное решение позволяет проводить расчет как профиля ветра, так и профиля коэффициента турбулентности, составляющих турбулентной энергии на различных высотах и т. д. с учетом влияния горизонтального градиента температуры на геострофический ветер.

## Определение составляющих скорости ветра

Решение уравнения (13) получено для потоков. При переходе от потоков количества движения к составляющим скорости необходимо также учитывать особенности, вносимые термическим ветром. Следует помнить, что при различном направлении горизонтального градиента температуры по отношению к направлению барического градиента будет меняться значение параметра $\tilde{p}$ в формуле (13), поскольку изменится характер зависимости $k(z)$. Принято $\tilde{p}={}^1/_4$ в безадвективном случае, но может быть $\tilde{p}=1{,}0$ и $\tilde{p}=3/2$ в случае, когда изотермы и изобары параллельны.

При заданном $\tilde{p}$ решение (13) дает значения $W_{\mathrm{I}}$ и $W_{\mathrm{II}}$, а они связаны с составляющими скорости ветра следующими соотношениями:

$$\left[\tilde{u}(\eta)+i\tilde{v}(\eta)\right]e^{-i\varphi_1}=\frac{c_1}{v_*^2}\int\limits_{\eta_0}^{\eta}[E(\eta)]^{-1/4}\frac{W_{\mathrm{I}}+iW_{\mathrm{II}}}{\varkappa\sigma}d\sigma+$$

$$+\frac{V_{0x}}{v_*}\left[\tilde{\alpha}_x+i\tilde{\alpha}_y\right]e^{-i\varphi_1};$$

обозначив

$$L_{\mathrm{I}}=\frac{c_1}{v_*^2}\int\limits_{\eta_0}^{\eta}[E(\eta)]^{-1/4}\frac{W_{\mathrm{I}}}{\varkappa\sigma}d\sigma, \tag{16}$$

$$L_{\mathrm{II}}=\frac{c_1}{v_*^2}\int\limits_{\eta_0}^{\eta}[E(\eta)]^{-1/4}\frac{W_{\mathrm{II}}}{\varkappa\sigma}d\sigma, \tag{17}$$

получаем

$$\tilde{u}(\eta)=\cos\varphi_1 L_{\mathrm{I}}-\sin\varphi_1 L_{\mathrm{II}}+\frac{V_{0x}}{v_*}\tilde{\alpha}_x, \tag{18}$$

$$\tilde{v}(\eta)=\sin\varphi_1 L_{\mathrm{I}}+\cos\varphi_1 L_{\mathrm{II}}+\frac{V_{0x}}{v_*}\tilde{\alpha}_y. \tag{19}$$

Удовлетворяя условиям на бесконечности, получаем далее

$$\frac{V_{0x}}{v_*}=\cos\varphi_1 L_{\mathrm{I}}(\infty)-\sin\varphi_1 L_{\mathrm{II}}(\infty), \tag{20}$$

$$0=\sin\varphi_1 L_{\mathrm{I}}(\infty)+\cos\varphi_1 L_{\mathrm{II}}(\infty). \tag{21}$$

Эти выражения служат расчетными формулами для определения $v_*$ и $\varphi_1$ — угла отклонения приземного ветра от изобары. Расчеты проводятся методом последовательных приближений следующим образом:

1) определяют значения $W_a$ и $E$ как функции $\eta$ в предположении, что $V_g = \text{const}$ (безадвективный случай); 2) по данным о термическом ветре, заданном соотношением (6), и по $E(\eta)$ определяют $\Delta G_{\mathrm{I}}$ и $\Delta G_{\mathrm{II}}$ и рассчитывают новое значение

$$E(\eta) = [D(\eta)]^{2/3},$$

где $D(\eta)$ вычисляется по формуле (15); 3) по значению $E(\eta)$ снова определяют $\Delta G_{\mathrm{I}}$ и $\Delta G_{\mathrm{II}}$ и т. д., пока заданные и определенные значения энергии турбулентности не совпадут между собой;

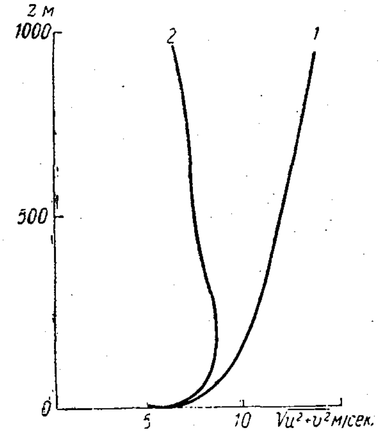



Рис. 1. Распределение ветра в пограничном слое:

1 — изотермы параллельны изобарам и направлены в одну сторону, 2 — изотермы параллельны изобарам и направлены в противоположную сторону

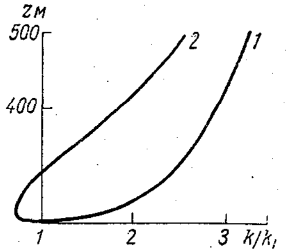



Рис. 2. Профиль коэффициента турбулентности ($k_{\mathrm{I}}$ — коэффициент турбулентности при $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$):

1 — изотермы параллельны изобарам и направлены в одну сторону, 2 — изотермы параллельны изобарам и направлены в противоположную сторону

4) по этим $E(\eta)$ и значениям $W_a$ определяют по формуле (16) интегралы $L_{\mathrm{I}}$ и $L_{\mathrm{II}}$, что дает значение $v_*$ и $\varphi_1$ (формулы (20), (21)); 5) по (18) и (19) рассчитывают профиль скорости ветра.

По такой схеме были рассчитаны примеры, иллюстрирующие влияние термического ветра на строение пограничного слоя атмосферы. Дополнительные члены в уравнении движения за счет термического ветра меняют соотношение баланса энергии турбулентности. Это проявляется в изменении хода характеристик турбулентности с высотой.

На рис. 1 приводятся скорость ветра и коэффициент турбулентности, рассчитанные при следующем задании горизонтального градиента температуры: до уровня $z=350$ м горизонтальный градиент температуры $\frac{\partial T}{\partial n}$ постоянен с высотой и составляет 2°/100 км. Выше этого уровня горизонтальный градиент температуры уменьшается с высотой, что приводит к постоянству дополнительного потока количества движения, вызванного термическим ветром. Эта схема задания горизонтального градиента температуры принята для простоты расчета примера. Решение позволяет задавать произвольную форму зависимости $\frac{\partial T}{\partial n}$ от высоты. Направление термического градиента в рассматриваемом примере в одном случае совпадает с направлением градиента наземного давления (кривые *1* на рис. 1 и 2), что приводит к увеличению геострофического ветра с высотой. Такой ход геострофического ветра усиливает коэффициент турбулентности на всех высотах (кривая *1* на рис. 2). По горизонтальной оси этого рисунка отложено отношение коэффициента турбулентности, рассчитанного с учетом термического ветра, к коэффициенту турбулентности в горизонтально-однородных температурных условиях. В другом случае (кривые *2* на рис. 1, 2) угол между изотермой и изобарой составляет 180°. Это приводит к уменьшению геострофического ветра (кривая *2* на рис. 1) и уменьшению коэффициента турбулентности в нижнем слое за счет того, что термический ветер уменьшает градиент скорости ветра. Выше определенного уровня градиент скорости ветра снова увеличивается, приближаясь к градиенту термического ветра, и коэффициент турбулентности возрастает. В результате это приводит к тому, что коэффициент турбулентности в верхней части пограничного слоя больше, чем при $V_g=\text{const}$. В более низких слоях термический ветер для условий, когда горизонтальный градиент температуры уменьшает геострофический ветер (кривая *2* на рис. 2) влияет на коэффициент турбулентности обратным образом: термический ветер уменьшает градиент ветра в нижних слоях, что приводит к уменьшению коэффициента турбулентности по сравнению с условиями $V_g=\text{const}$.

Таким образом, из анализа следует, что горизонтальный градиент температуры существенно влияет на профиль коэффициента турбулентности.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически-стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. — В кн.: «Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн». М., «Наука», 1967.
2. Гандин Л. С. и др. Основы динамической метеорологии. Л., Гидрометеоиздат, 1956.
3. Утина З. М. О влиянии горизонтальной неоднородности температуры на строение пограничного слоя. — Тр. ГГО, 1962, вып. 127.
4. Цейтин Г. Х. Метод расчета метеохарактеристик пограничного слоя атмосферы по заданному турбулентному потоку тепла. — См. наст. сб.

Е. Д. НАДЕЖИНА

# О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКОГО И ТЕПЛОВОГО ПРОЦЕССОВ ПРИ ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЗДУШНОЙ МАССЫ

Задача о трансформации воздушной массы, весьма актуальная при рассмотрении целого ряда практических вопросов, в течение продолжительного времени находится в поле зрения исследователей. В последнее время основное внимание привлечено к решению так называемой задачи динамической трансформации, т. е. задачи об изменениях, вносимых в турбулентный поток воздуха вблизи поверхности земли изменениями шероховатости этой поверхности [1, 2, 6]. Бурное развитие численных методов интегрирования дифференциальных уравнений позволило решать в новой, более современной постановке и задачу тепловой трансформации, изучающую деформации турбулентного пограничного слоя под влиянием изменения температуры подстилающей поверхности [4]. До настоящего времени не ставился вопрос о том, каково соотношение основных процессов, участвующих в формировании этого явления. Очевидно, однако, что чаще всего изменения шероховатости поверхности и изменения ее температуры происходят одновременно и связаны друг с другом. Поэтому, вероятно, и процессы динамической и тепловой трансформации взаимосвязаны и взаимозависимы. Можно думать, что учет этого обстоятельства может иметь значение при вычислении потоков количества движения, тепла и влаги у поверхности земли. Цель настоящей работы — дать некоторые количественные оценки, позволяющие более конкретно судить о взаимодействии указанных двух процессов.

Запишем систему уравнений, описывающих изучаемое явление на высотах, не слишком удаленных от поверхности земли с учетом обычных упрощений [2, 3]:

1. Уравнение движения

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u}{\partial z}. \tag{1}$$

2. Уравнение притока тепла

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial T}{\partial z}. \tag{2}$$

3. Уравнение баланса энергии турбулентности

$$u\frac{\partial b}{\partial x}+w\frac{\partial b}{\partial z}-k\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2-\frac{g}{T}\frac{\partial T}{\partial z}\right]=-c\frac{b^2}{k}+\alpha_b\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial b}{\partial z}. \quad (3)$$

4. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0. \quad (4)$$

Уравнение (3) записано с использованием известных соотношений Колмогорова

$$k=l\sqrt{b} \text{ и } \mathrm{Ds}=c\frac{b^2}{k}.$$

В этих уравнениях Ds — диссипация кинетической энергии турбулентности $b$, $k$ — коэффициент турбулентного обмена, $u$ и $w$ — горизонтальная и вертикальная составляющие средней скорости движения, $T$ — температура, $x$ и $z$ — горизонтальная и вертикальная координаты (положительное направление оси $X$ совпадает с направлением горизонтальной компоненты средней скорости).

Для замыкания системы уравнений (1)—(3) необходимо задать масштаб турбулентности $l$. Выберем для $l$ модель, предложенную в [5]:

$$l=-\varkappa\frac{b^{1/2}}{l}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{b^{1/2}}{l}\right)\right]^{-1}.$$

Выбирая эту модель для масштаба турбулентности, мы предполагали, что она в какой-то мере учитывает зависимость $l$ от горизонтальной координаты.

Граничные условия, принятые для решения системы уравнений (1—3), таковы:

$$u|_{z=z_0}=w|_{z=z_0}=0,\quad T|_{z=z_0}=T_n=\mathrm{const},\quad \left.\frac{\partial b}{\partial z}\right|_{z=z_0}=0; \quad (5)$$

$$u|_{x=0}=u'(z),\quad T|_{x=0}=T'(z),\quad b|_{x=0}=b'(z); \quad (6)$$

$$u|_{z=H}=u'(H)=\mathrm{const},\quad T|_{z=H}=T'(H)=\mathrm{const},$$

$$b|_{z=H}=b'(H)=\mathrm{const}. \quad (7)$$

Шероховатость поверхности изменялась скачком от значений $z_0'$ при $x<0$ до $z_0$ при $x>0$.

Условие (6) означает, что все характеристики набегающего потока известны. Схема позволяет использовать произвольное задание функций $u'(z)$, $T'(z)$ и $b'(z)$, удовлетворяющих уравнениям (1)—(3) при $x<0$. Однако в настоящем решении принимались:

$$u'(z)=\frac{v_*'}{\varkappa}\ln\frac{z}{z_0'},\qquad T'(z)=T_n'=\mathrm{const},\quad b'(z)=\frac{v_*'^2}{\sqrt{c}}.$$

Таким образом, температура поверхности изменялась тоже скачком $\left(T\big|_{z=z_0}=T'_n \text{ при } x<0 \text{ и } T\big|_{z=z_0}=T_n \text{ при } x>0\right)$. Условие (7) предполагает, что воздушная масса ограничена сверху горизонтальной плоскостью высоты $H$, на которой все изучаемые характеристики сохраняют значения, присущие им в невозмущенном потоке. Это условие вносит в решение наибольшие ограничения, однако оно заметно упрощает численную схему, а для целей сравнения динамического и теплового влияния поверхности указанные ограничения, по-видимому, окажутся несущественными.

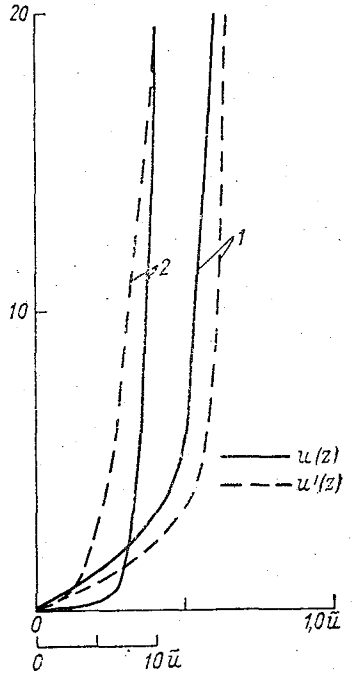



Рис. 1. Профили скорости ветра над нагретой поверхностью в зависимости от „скачка“ шероховатости при $\tilde{x}=50$: *1*) $m>1$, *2*) $m<1$

Не существует методики расчета характеристик турбулентного пограничного слоя в случае наличия горизонтальной неоднородности движения. До сих пор наряду с численными решениями системы уравнений пограничного слоя, особенно в инженерной практике, весьма распространены приближенные аналитические решения. Следует иметь в виду, что определенная стилизация граничных условий при решении задач с учетом горизонтальной неоднородности (характеристика поверхности меняется скачком на некоторой границе $x=x_0$) с трудом поддается численной обработке. Часто аналитическое решение, давая общую картину процесса, облегчает затем численное решение задачи.

Действительно, аналитическое решение данной задачи, описанное, например, в [3], с учетом сдвига скорости ветра в набегающем потоке, дает уже некоторое представление о взаимном влиянии динамических и термических характеристик поверхности на процесс. Так, показанные на рис. 1 профили скорости ветра рассчитаны при одном и том же перепаде температур на поверхности, но разных изменениях шероховатости поверхности. При $m=\frac{z_0}{z'_0}>1$ средние скорости ветра на всех высотах оказываются меньшими, чем средние скорости набегающего потока на тех же высотах (кривая *1* на рис. 1). При $m<1$ средние скорости потока, наоборот, возрастают (кривая *2* на рис. 1). Таким образом, изменения профиля ветра, связанные с изменением турбулентного режима, оказываются меньшими, чем изменения профиля, связанные с геометрическим смещением уровня прилипания. Однако детальное изучение взаимодействия интересующих нас процессов с помощью аналитического решения [3] затруднено, так как алгоритм этого решения построен таким образом, что вблизи шероховатости точность решения оказывается наименьшей.

Перейдем к описанию численного решения системы уравнений (1)—(4) с использованием граничных условий (5)—(7).

Введем безразмерные величины по формулам:

$$\tilde{u} = \frac{u}{u'(H)}, \quad \tau = \frac{T - T_n'}{T_n' - T_n}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{H},$$

$$\tilde{x} = \frac{x}{H}, \quad \tilde{b} = \frac{b}{u'^2(H)}, \quad \tilde{k} = \frac{k}{u'(H)\cdot H} \text{ и т. д.}$$

Безразмерная система уравнений выглядит таким образом (значок $\sim$ для простоты опущен, дальше идет речь о безразмерных величинах):

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u}{\partial z}, \tag{8}$$

$$u\frac{\partial \tau}{\partial x} + w\frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \tau}{\partial z}, \tag{9}$$

$$u\frac{\partial b}{\partial x} + w\frac{\partial b}{\partial z} - k\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 - \beta_{\text{т}}\frac{\partial \tau}{\partial z}\right] = -c\frac{b^2}{k} + \alpha_b \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial b}{\partial z}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{11}$$

Здесь

$$\beta_{\text{т}} = \frac{g}{T}\frac{\Delta T H}{u'(H)}, \quad \Delta T = T_n' - T_n,$$

$c$ — универсальная константа,

$$\alpha_b = k_b/k_u.$$

Граничные условия для безразмерных величин переписываются в таком виде:

$$u = w|_{z=z_0} = 0, \quad \tau|_{z=z_0} = 1, \quad \left.\frac{\partial b}{\partial z}\right|_{z=z_0} = 0; \tag{12}$$

$$u|_{x=0} = u'(z), \quad b|_{x=0} = b'(z), \quad \tau|_{x=0} = 0; \tag{13}$$

$$u|_{z=1} = 1, \quad \tau|_{z=1} = 0, \quad b|_{z=1} = \rho = \text{const}. \tag{14}$$

Заменив в уравнениях (8)—(11) производные конечными разностями по трехточечной схеме, приведем эти уравнения к конечно-разностным выражениям типа:

$$a_n q_{n+1} + b_n q_n + c_n q_{n-1} + f_n = 0.$$

Коэффициенты $a_n$, $b_n$, $c_n$, $f_n$ определяются соответствующим образом для каждого из уравнений (8), (9) и (10). Нелинейная система конечно-разностных уравнений решалась методом последовательных приближений. Итерации производились по функциям $u$ и $b$. Коэффициент при нелинейном члене в уравнении (8) записывается в виде $\left(\frac{u_i + u_{i-1}}{2}\right)$, нелинейный член в уравнении (10) записывается как $b_j\left(\frac{b_{j-1}}{k}\right)$, где $i$ и $j$ — индексы итерации соответственно по $u$ и $b$. Линеаризированные таким образом уравнения интегрировались на каждом шаге методом прогонки. Шаг по $x$ выбран равным 0,05. Шаг по вертикали варьировался. Переменный шаг по $z$ выбирался таким образом, чтобы в области $z_0 \leqslant z < 0{,}1$ разместилось 50 узлов сетки с учетом сохранения постоянства вертикального шага $h_z$ в логарифмическом масштабе. Область $0{,}1 \leqslant z < 1$ была разбита на 200 равных интервалов. При постоянном $h_z$ во всей области $z_0 < z < 1$ величина его равнялась $4 \cdot 10^{-3}$. Так как решение должно выявлять влияние шероховатости на процесс, выбор $h_z$ имеет в этой схеме большое значение. Правильное решение при произвольной шероховатости можно получить лишь при использовании переменного шага.

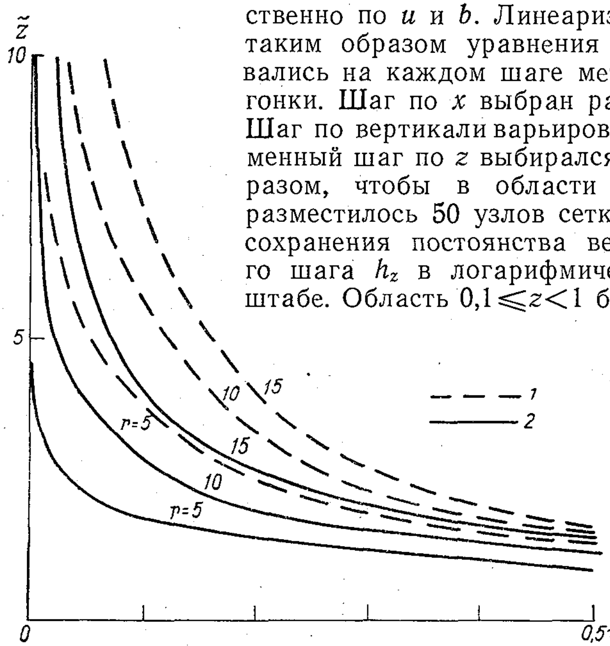



Рис. 2. Характерные профили температуры:
1) $\Delta T = T_n - T' > 0$, 2) $\Delta T < 0$

Приведем некоторые результаты численных экспериментов, выполненных по приведенной схеме. Схема позволяет рассчитать профили средней скорости, температуры, кинетической энергии турбулентности, коэффициента обмена, потока количества движения и тепла по заданным значениям температуры и шероховатости поверхности, если известны характеристики набегающего потока.

На рис. 2 показаны характерные профили температуры на различных расстояниях от границы раздела разнородных поверхностей.

Распределение температуры отвечает общефизическим представлениям. Любое изменение шероховатости мало влияет на профиль температуры, так как изменение температуры внутри

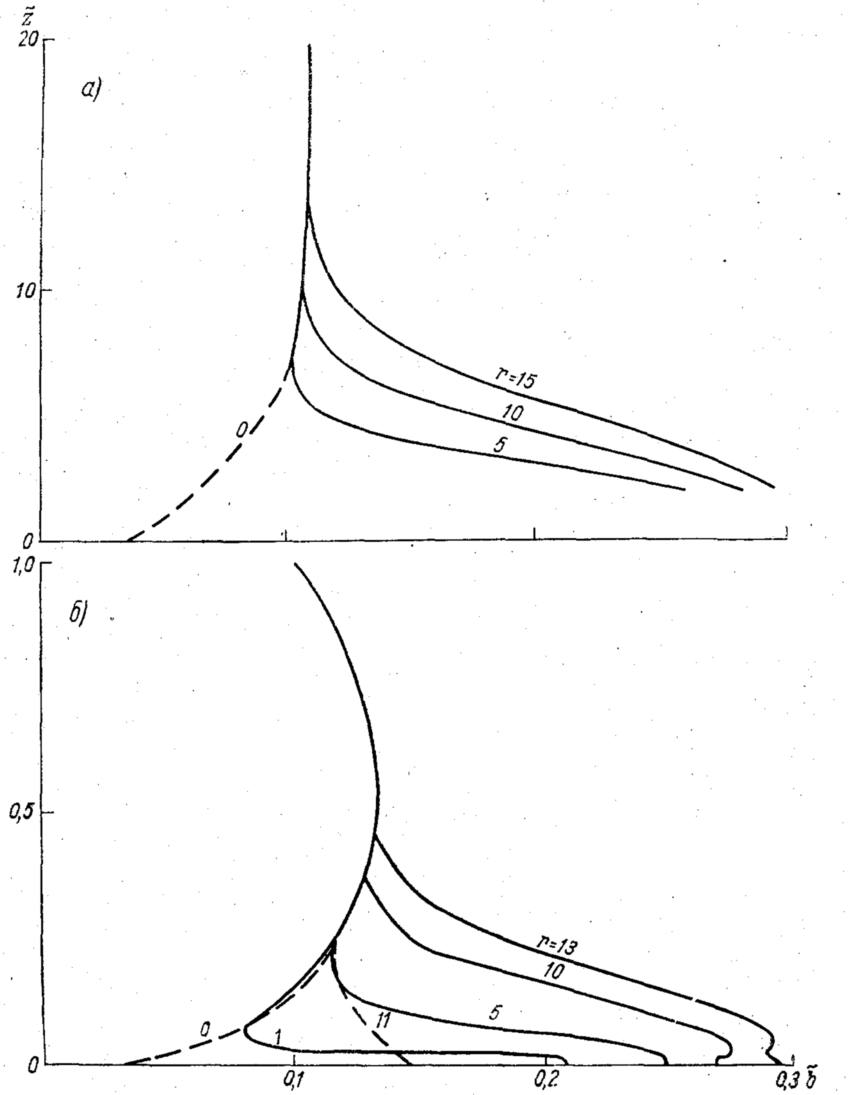
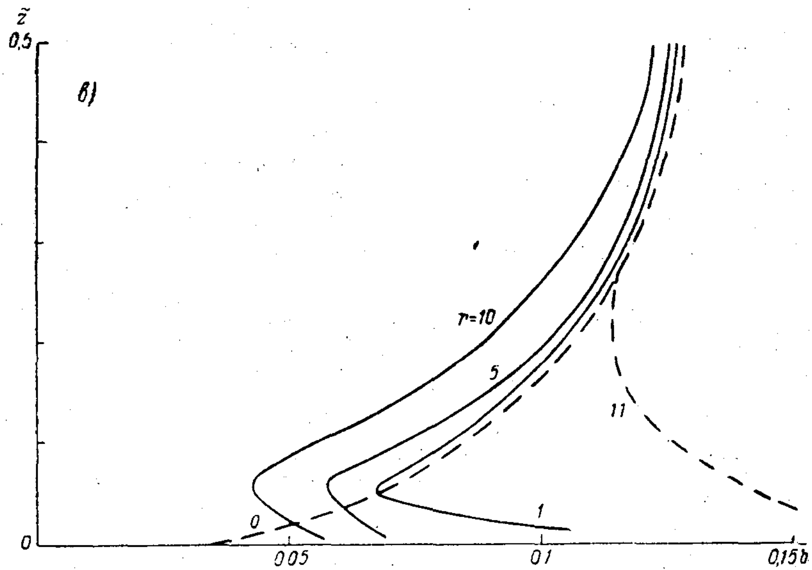



**Рис. 3. Профили кинетической**
*а)* $m = 1{,}0$, *б)* $m > 1{,}0$

трансформированного слоя определяется жестко закрепленными условиями на верхней и нижней границах. Посмотрим, как отличаются профили кинетической энергии турбулентности в разных ситуациях.

При неизменной шероховатости, но при повышении температуры поверхности профили $b$ выглядят так, как это показано на рис. 3*а*. Постепенное возрастание энергии в нижних слоях соответствует усилению неустойчивой стратификации. Если происходит одновременное возрастание шероховатости и температуры поверхности, то увеличение $b$ гораздо значительнее (рис. 3*б*). На рис. 3*б* кривая $r=11$ соответствует случаю $\Delta T=0$. Если шероховатость поверхности убывает, а температура возрастает, профили энергии турбулентности существенно видоизменяются (рис. 3*в*). Из рис. 3 видно, что изменение шероховатости в значительной мере сказывается на турбулентном режиме нижних слоев воздуха. Это обстоятельство должно приводить к существенной зависимости турбулентных потоков от учета влияния шероховатости в данной задаче. Действительно, рис. 4 иллюстрирует изменение потока тепла с расстоянием для двух случаев: 1) шероховатость поверхности неизменна, температура поверхности растет (кривая *1* на рис. 4); 2) шероховатость поверхности изменяется на два порядка, температура поверхности возрастает на эту же величину (кривая *2* на рис. 4). Из рисунка следует, что различия в потоках тепла для рассмотренных двух случаев,




энергии турбулентности при $\Delta T > 0$ $(r=\tilde{x}/h_x)$

*в*) $m < 1{,}0$

весьма существенные на малых расстояниях $x$, сохраняются и на значительном удалении от границы раздела поверхностей, когда устанавливаются квазистационарные значения турбулентных потоков.

Естественно, что при дальнейших исследованиях следует попытаться снять ограничение, связанное с наличием постоянной горизонтальной границы $H$. Эксперименты показали, что для достаточно большого горизонтального шага $h_x$ можно получить решение с помощью данной численной схемы, если задана переменная граница внутреннего пограничного слоя $\delta(x)$. Решение существенно зависит от величин $\delta(x)$, поэтому задача ближайшего времени — выбор правильного условия для определения этой границы. Однако преимущества изложенной выше схемы решения состоят в возможности применения при численном счете сколь угодно малого шага по $x$. Это повышает точность решения на малых горизонтальных расстояниях, т. е. именно в той области, где влияние шероховатости наиболее заметно.

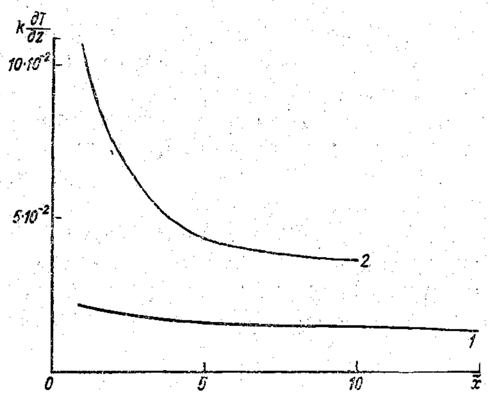



Рис. 4. Турбулентный поток тепла у поверхности земли в зависимости от горизонтальной координаты

В заключение заметим, что сходный круг вопросов рассматривается в недавно опубликованной работе Тейлора [7]. Автор статьи [7] провел разнообразные расчеты характеристик пограничного слоя, в том числе и турбулентных потоков на уровне земной поверхности. Однако целый ряд допущений и гипотетических предположений, лежащих в основе теории Тейлора, лишает его результаты необходимой общности в описании изучаемого процесса.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Peterson E. W. Modification of mean flow and turbulent energy by a change in surface roughness under conditions of neutral stability Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 95, N 405, 1969.
2. Надежина Е. Д. Об изменениях характеристик турбулентного потока при переходе с твердой поверхности на водную. — Тр. ГГО, 1969, вып. 241.
3. Надежина Е. Д. Об использовании уравнения баланса энергии турбулентности в задаче о трансформации воздушной массы. — Тр. ГГО, 1966, вып. 187.
4. Новикова С. П. К вопросу о трансформации полей метеорологических элементов. — Метеорология и гидрология, 1969, № 12.
5. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л., Монин А. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1967, т. 3, № 3.
6. Надежина Е. Д. К вопросу о влиянии скачка шероховатости подстилающей поверхности на режим турбулентного пограничного слоя. — Тр. ГГО, 1970, вып. 257.
7. Taylor P. A. A model of airflow above a changes in surface heat flux, temperature and roughness for neutral and unstable conditions. «Boundary — layer Meteorology, 1, N 1, 1970.

*Б. Г. ВАГЕР, Ф. Н. ШЕХТЕР*

# ПРОГРАММА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОТОКОВ ДЛИННОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ

Предлагаемая программа предназначена для вычисления потоков главным образом в нижних слоях атмосферы при наличии измерений метеоэлементов в приземном слое.

**1. Расчетные формулы.** Расчет потоков восходящей $B$ и нисходящей $A$ радиации, а также эффективного излучения $F$ проводится по известным формулам [1]:

$$B(z) = E(T_z) + \int\limits_{E(T_z)}^{E(T_0)} D(m - \tau)\, dE, \tag{1}$$

$$A(z) = E(T_z) - E(T_\infty) D(M - m) + \int\limits_{E(T_z)}^{E(T_\infty)} D(\tau - m)\, dE, \tag{2}$$

$$F(z) = B(z) - A(z), \tag{3}$$

где $E(T) = \sigma T^4$ — излучение абсолютно черного тела; $T_z$ — температура на высоте $z$ в °K; $D(x)$ — функция пропускания; $m = \int\limits_0^z \rho_w (p/p_0)^n dz$ — эффективная масса водяного пара в слое от земной поверхности до высоты $z$;

$$M = \int\limits_0^\infty \rho_w \left(\frac{p}{p_0}\right)^n dz;$$

$\rho_w$ — абсолютная влажность, $p$ — давление, $n$ — числовой параметр, учитывающий характер влияния давления на поглощение радиации водяным паром.

Поглощение радиации углекислым газом учтено уже при получении формулы для функции пропускания

$$D(x) = Ke^{-k\sqrt{x}} + Re^{-r\sqrt{x}}, \tag{4}$$

где $K = 0{,}461$, $k = 0{,}674$, $R = 0{,}539$, $r = 7{,}75$.

Формула (1) написана для абсолютно черной подстилающей поверхности. Если альбедо поверхности для длинноволновой радиации равно $\alpha$, то для учета отраженной радиации к формулам (1) и (3) надо добавить член

$$\Delta B(z) = \alpha [A(0) D^*(m, M) - E(T_0) D(m)]. \qquad (5)$$

Здесь $D^*(m, M)$ — функция пропускания для радиации, излученной атмосферой. Она вычисляется по формуле [2]:

$$D^*(m, M) = \frac{D(m) - D(m+M)}{1 - D(M)}, \qquad (6)$$

где $D(x)$ — обычная функция пропускания; $m$ — эффективная масса поглощающего слоя; $M$ — масса слоя, в котором формируется приходящий поток радиации.

**2. Описание алгоритма.** Для вычисления интегралов формул (1) и (2) надо предварительно сосчитать значения функции пропускания для масс $|m - \tau|$, заключенных в интервале интегрирования. При этом высота, для которой считаются потоки, всегда принимается за нулевой уровень. Поглощающие массы возрастают от уровня расчета вниз (к подстилающей поверхности) для $B(z)$ и вверх (к верхней границе атмосферы) для $A(z)$.

Расчетные формулы для поглощающей массы при вычислении потоков на высоте $z_l$ $(0 \leqslant l \leqslant N)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} m_i &= \sum_{j=i+1}^{l} \Delta m_j, \quad 0 \leqslant i \leqslant l-1; \\ m_i &= 0, \quad i = l; \qquad (7) \\ m_i &= \sum_{j=l+1}^{i} \Delta m_j, \quad l+1 \leqslant i \leqslant N, \end{aligned}$$

где $\Delta m_j$ — масса, заключенная в слое между двумя соседними уровнями.

Согласно определению

$$\Delta m_j = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \rho_w (p/p_0)^n \, dz. \qquad (8)$$

Для конкретных расчетов эту формулу лучше представить иначе.

Обычно в приземном слое измеряется упругость водяного пара $e = \frac{T\rho_w}{217}$. Используя это соотношение и вынося в формуле (8) средние величины за знак интеграла, получим следующую расчетную формулу:

$$\Delta m_j = 0{,}01085 \frac{(e_j + e_{j-1})(z_j - z_{j-1})}{t_j + 273}. \qquad (9)$$

В формуле (9): $e$ — в мб, $z$ — в м, $t$ — в °С, $\Delta m$ — в см осажденной воды. Эта формула используется для расчета масс по слоям от земной поверхности до 25—30 м, т. е. в таком интервале высот, где можно считать давление неизменным и равным приземному.

Для больших высот преобразуем (8) с помощью соотношений $\rho_w = \rho_q$ и $dp = -\rho g dz$, где $\rho$ — плотность воздуха, $q$ — удельная влажность, $g$ — ускорение силы тяжести. Получаем следующую расчетную формулу для высот 25—30 м и выше:

$$\Delta m_j = \frac{1}{1962 \cdot 2026^n} (q_j + q_{j-1}) (p_{j-1} - p_j) (p_j + p_{j-1})^n. \qquad (10)$$

Здесь $q$ — в г/кг, $p$ — в мб, $\Delta m_j$ — в см осажденной воды. Так как до настоящего времени нет единого мнения о величине числа $n$, то в программе оно фигурирует как параметр.

Интегралы, входящие в формулы (1) и (2), рассчитываются по формуле трапеций.

Для расчета потоков надо иметь данные о распределении температуры, влажности и давления атмосферы и температуре подстилающей поверхности.

В том случае, когда нет данных в приземном слое, можно считать и без них, но надо иметь в виду, что это уменьшит точность расчета, особенно противоизлучения атмосферы.

Для расчета восходящих потоков большое значение имеет правильное определение температуры поверхности почвы.

Для получения дополнительной информации о температуре и влажности вблизи земной поверхности, можно воспользоваться известным свойством логарифмичности профилей. Для этого надо дополнительно знать величину шероховатости.

Иногда встречаются случаи, когда данные о влажности кончаются ниже, чем о температуре. Мы рекомендуем в этих случаях экстраполировать удельную влажность в полулогарифмических координатах ($\lg q$, $z$), проводя прямую по последним точкам.

Радиационные потоки считаются для тех высот, на которых задан исходный материал. В том случае, когда надо знать потоки на каких-либо промежуточных высотах, лучше всего предварительно проинтерполировать исходные данные для этих уровней. Тогда нужные высоты будут входить в заданные массивы и для них считаться потоки.

Функция пропускания входит в программу отдельным блоком. Она может быть заменена при желании на любую другую.

3. **Описание программы.** В программе введены следующие обозначения: $N$ — общее количество точек; $N1$ — количество точек в слое от 0 до 25 — 30 м; $n$ — показатель степени в формулах (8) и (10): $K$, $R$, $k$, $r$ — постоянные коэффициенты в функции пропускания (4).

В программе имеются массивы $z, t\ [0:N]$; $p$, $q\ [N1:N]$; $e\ [0:N1]$, которые содержат значения высот, температуры, давления, удельной влажности и упругости водяного пара соответственно. Все это является исходной информацией, которая вводится в машину.

| $z$ | $l$ | $p$ | $q$ | $e$ | $m$ | $A$ | $B$ | $F$ | $\Delta B$ | $B+\Delta B$ | $F+\Delta B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 14,50 | 0,0 | 0,00 | 7,70 | 0,00000 | 0,4447 | 0,5561 | 0,1115 | —0,0223 | 0,5338 | 0,0892 |
| 0,1 | 17,50 | 0,0 | 0,00 | 6,70 | 0,00005 | 0,4451 | 0,5565 | 0,1114 | —0,0224 | 0,5342 | 0,0891 |
| 0,25 | 17,60 | 0,0 | 0,00 | 6,10 | 0,00013 | 0,4451 | 0,5571 | 0,1120 | —0,0224 | 0,5348 | 0,0897 |
| 0,5 | 17,70 | 0,0 | 0,00 | 6,00 | 0,00024 | 0,4452 | 0,5576 | 0,1125 | —0,0224 | 0,5352 | 0,0901 |
| 1,0 | 17,80 | 0,0 | 0,00 | 6,10 | 0,00046 | 0,4452 | 0,5583 | 0,1131 | —0,0225 | 0,5359 | 0,0907 |
| 2,0 | 17,90 | 0,0 | 0,00 | 6,10 | 0,00092 | 0,4452 | 0,5593 | 0,1141 | —0,0225 | 0,5368 | 0,0915 |
| 4,0 | 17,96 | 0,0 | 0,00 | 6,10 | 0,00183 | 0,4452 | 0,5605 | 0,1153 | —0,0226 | 0,5379 | 0,0928 |
| 8,0 | 18,00 | 0,0 | 0,00 | 6,30 | 0,00368 | 0,4450 | 0,5621 | 0,1171 | —0,0227 | 0,5394 | 0,0944 |
| 10,0 | 18,00 | 0,0 | 0,00 | 6,30 | 0,00462 | 0,4449 | 0,5627 | 0,1179 | —0,0227 | 0,5400 | 0,0951 |
| 15,0 | 17,95 | 0,0 | 0,00 | 6,40 | 0,00699 | 0,4445 | 0,5638 | 0,1193 | —0,0228 | 0,5411 | 0,0966 |
| 25,0 | 17,85 | 1001,0 | 4,10 | 6,60 | 0,01184 | 0,4439 | 0,5653 | 0,1214 | —0,0228 | 0,5424 | 0,0986 |
| 50,0 | 17,75 | 998,0 | 4,20 | 0,00 | 0,02439 | 0,4421 | 0,5672 | 0,1251 | —0,0229 | 0,5443 | 0,1022 |
| 100,0 | 17,35 | 992,0 | 4,40 | 0,00 | 0,05032 | 0,4369 | 0,5685 | 0,1316 | —0,0229 | 0,5456 | 0,1087 |
| 290,0 | 15,60 | 970,0 | 4,50 | 0,00 | 0,14758 | 0,4243 | 0,5660 | 0,1417 | —0,0224 | 0,5436 | 0,1193 |
| 500,0 | 14,00 | 941,0 | 4,50 | 0,00 | 0,27453 | 0,4091 | 0,5587 | 0,1495 | —0,0217 | 0,5370 | 0,1278 |
| 890,0 | 11,90 | 900,0 | 4,00 | 0,00 | 0,43906 | 0,3880 | 0,5494 | 0,1613 | —0,0208 | 0,5285 | 0,1405 |
| 1 390,0 | 8,90 | 850,0 | 3,00 | 0,00 | 0,59773 | 0,3656 | 0,5366 | 0,1710 | —0,0201 | 0,5166 | 0,1510 |
| 1 890,0 | 6,50 | 800,0 | 2,70 | 0,00 | 0,72099 | 0,3401 | 0,5235 | 0,1834 | —0,0195 | 0,5040 | 0,1639 |
| 2 970,0 | 0,50 | 700,0 | 3,60 | 0,00 | 0,97345 | 0,2883 | 0,5010 | 0,2127 | —0,0184 | 0,4826 | 0,1943 |
| 4 190,0 | —8,70 | 600,0 | 2,20 | 0,00 | 1,18074 | 0,2260 | 0,4662 | 0,2401 | —0,0176 | 0,4486 | 0,2225 |
| 5 580,0 | —15,30 | 500,0 | 0,70 | 0,00 | 1,27142 | 0,1520 | 0,4363 | 0,2843 | —0,0173 | 0,4191 | 0,2670 |
| 7 230,0 | —27,30 | 400,0 | 0,30 | 0,00 | 1,29805 | 0,0821 | 0,4127 | 0,3306 | —0,0172 | 0,3955 | 0,3135 |
| 9 230,0 | —44,70 | 300,0 | 0,08 | 0,00 | 1,30633 | 0,0331 | 0,3899 | 0,3568 | —0,0171 | 0,3728 | 0,3397 |
| 11 890,0 | —56,10 | 200,0 | 0,03 | 0,00 | 1,30816 | 0,0000 | 0,3784 | 0,3784 | —0,0171 | 0,3613 | 0,3613 |

В массивах $E$, $\Delta m$, $m$ и $D[0:N]$ получаются значения $\sigma T^4$, масс и функции пропускания. Массивы $P$, $L[0:N]$ — рабочие. Решение задачи — потоки длинноволновой радиации $B$, $A$ и $F$ (1)—(3) записываются в массивы $B$, $A$, $F$. Идентификаторы $i$, $j$, $l$, $f$ обозначают рабочие индексы.

В программе имеются три процедуры. Процедура $G(t)$ предназначена для вычисления функции, $E$, $H(z)$ вычисляет значение функции $\Delta m$ по формуле (10), $C(\Delta m)$ описывает алгоритм для нахождения масс на каждом уровне (7) и соответствующих функций пропускания (4). С помощью этой процедуры вычисляют также и потоки $B$, $A$ и $F$. Сама программа состоит из трех частей.

В первую часть программы входят все описания и три процедуры. Вторая часть состоит из обращений к этим процедурам. Третья часть носит вспомогательный характер и сделана для печати исходных данных и результатов в виде таблиц. Она может быть заменена любой другой печатью.

Для использования программы требуется выполнить следующую работу: задать исходные величины $N$, $N1$, $n$, $K$, $R$, $k$, $r$ и исходные массивы $z$, $t$, $p$, $q$ и $e$.

Ориентировочное время трансляции равно примерно 2 мин., счет при $N=40$ составляет около 1 мин. Все расчеты производились на ЭВМ М-220, транслятор ТА-1М.

**4. Контрольная тестовая задача.** Исходные данные: $N=24$, $N1=10$, $n=0{,}5$, $K=0{,}461$, $R=0{,}539$, $k=0{,}674$, $r=7{,}75$.

Исходные массивы $z$, $t$, $p$, $q$ и $e$ выведены на печать вместе с решением задачи.

**5. Программа на алголе.**

```
begin real n, k, r, K, R, D1, s; integer i, j, l. f, N, N1;
 p0042 (N, N1, n, k, r, K, R, s);
 begin array  A, B, F, E, D, L, DELTAm, t, z, D2, D3, DELTAB, T, m,
   m1, S [0:N], p, q [N1:N], e [0:N1];
   p0042 (z, t, p, q, e);
   begin
     procedure G (t); array t;
     begin for i := 0 step 1 until N do
     E [i] : = .814₁₀ − 10 × (t [i] + 273) ↑ 4
     end;
     procedure H (z, t, p, q, e); array z, t, p, q, e;
     begin for i := 1 step 1 until N do
       if i < N1 + 1 then
       DELTAm [i] := 0.01085 × (e [i] + e [i − 1]) × (z [i] −
       z [i − 1])/(t [i] + 273) else
       DELTAm [i] := 1/(1962 × 2026 ↑ n) × (q [i] + q [i − 1]) ×
       (p [i − 1] − p [i]) × (p [i] + p [i − 1]) ↑ n;
       m [0] : = 0; D [0] := 1; B [0] := E [0];
       for i := 1 step 1 until N do
       begin m [i] := m [i − 1] + DELTAm [i];
         D [i] : = K × exp ( − k × sqrt (m [i])) + R × exp ( − r ×
         sqrt (m [i]))
       end;
       A [0] := E [0] − E [N] × D [N];
       for i := 0 step 1 until N − 1 do
       A [0] := A [0] − (D [i] + D [i + 1]) × (E [i] − E [i + 1])/2;
```

```
      D1 := K × exp (— k × sqrt (m [N])) + R ×
      exp (— r × sqrt (m [N]));
      for i := 0 step 1 until N do
      begin L [i] : = m [i]; m1 [i] := m [i] + m [N];
        D2 [i] := K × exp (— k × sqrt (m1 [i])) + R × exp (— r ×
        sqrt (m1 [i]));
        D3 [i] : = (D [i] — D2 [i])/(1 — D1);[
        DELTAB [i] := (A [0] × D3 [i] — E 0] × D [i]) × s
      end;
      F [0] := B [0] — A [0]; T [0] := B [0] + DELTAB [0];
      S [0] := F [0] + DELTAB [0]
    end;
    procedure C (DELTAm); array DELTAm;
    begin for l := 1 step 1 until N do
      begin m [l] := 0;
      for i := 0 step 1 until N do
        begin m [i] := 0;
        if i < l then
          begin for j := i + 1 step 1 until l do
            m [i] := m [l] + DELTAm [j]
          end else
          begin for j := 1 + 1 step 1 until i do
            m [i] := m [i] + DELTAm [j]
          end;
          D [i] := K × exp (— k × sqrt (m [i])) + R × exp (— r ×
          sqrt (m [i]))
        end;
        A [l] := E [l] — E [N] × D [N]; B [l] : = E [l];
        for i := l step 1 until N — 1 do
        A [l] := A [l] — (D [i] + D [i + 1]) × (E [i] — E [i + 1])/2;
        for i := 0 step 1 until l — 1 do
        B [l] := B [l] + (D [i] + D [i + 1]) × (E [i] - E [i + 1])/2;
        F [l] := B [l] — A [l]; T [l] : = B [l] + DELTAB [l];
        S [l] := F [l] + DELTAB [l]
      end
    end;
    G (t); H (z, t, p, q, e); C (DELTAm);
    begin array P [1 : 12];
      f := 0;
      for i := 0 step 1 until N do
      if i < N1 then
      begin P [1] := z [i]; P [2] := t [i]; P [3] := 0;
        P [4] := 0; P [5] : = e [i[; P [6] := L [i];
        P [7] := A [i]; P [8] := B [i]; P [9] := F [i];
        P [10] := DELTAB [i]; P [11] : = T [i];
        P [12] := S [i];
        p0740 (P [1], f, 0, 12, 6, 2, 5, 2, 5, 2, 5, 2, 5, 2, 5,
        5, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4)
      end else
      if i = N1 then
      begin P [1] := z [i]; P [2] := t [i];
        P [3] : = p [i]; P [4] := q [i]; P [5] := e [i];
        P [6] := L [i]; P [7] := A [i]; P [8] := B [i];
        P [9] ; = F [i]; P [10] := DELTAB [i];
        P [11] := T [i]; P [12] := S [i];
        p0740 (P [1], f, 0, 12, 6, 2, 5, 2, 5, 2, 5, 2, 5, 2, 5, 5,
        5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4)
```

```
        end else
        begin P[1] := z[i]; P[2] := t[i];
          P[3] := p[i]; P[4] := q[i]; P[5] := 0;
          P[6] := L[i]; P[7] := A[i]; P[8] := B[i];
          P[9] := F[i]; P[10] := DELTAB[i];
          P[11] := T[i]; P[12] := S[i];
          p0740 (P[1], f, 0, 12, 6, 2, 5, 2, 5. 2, 5, 2, 5, 2
          5, 5, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4)
        end
      end
    end
  end
end
150001200010046 150001200510257 150001203320235
000044300000000 000075600000000
```

## ЛИТЕРАТУРА


1. Шехтер Ф. Н. К вычислению лучистых потоков тепла в атмосфере.— Тр. ГГО, 1950, вып. 22.
2. Шехтер Ф. Н. О расчете лучистого притока тепла.— В кн.: «Актинометрия и оптика атмосферы». Таллин, «Валгус», 1968.

*А. А. ЕЛИСЕЕВ*

# ГАЗОВЫЙ ПРИЕМНИК ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЛУЧИСТОГО ПРИТОКА ТЕПЛА В АТМОСФЕРЕ

В работе [1] показана возможность создания приемника, моделирующего поглощательные свойства атмосферы. В таком приемнике [2] чувствительным элементом служит пластина диэлектрического материала, имеющего полосу поглощения, расположенную в области вращательной полосы поглощения водяного пара. В [1] показано, однако, что показания приемника такого типа могут быть в принципе только приближенными, обладающими достаточной точностью лишь при стратификациях, характерных для приземного слоя, при не очень низких температурах.

Естественно, что идеальным приемником для измерения лучистого притока тепла должен быть такой, где чувствительным элементом служил бы сам воздух. В этом случае основная погрешность метода, обусловленная различием спектров поглощения чувствительного элемента (моделирующего воздух) и окружающего воздуха, практически свелась бы к нулю. Однако трудность создания такого приемника состоит в том, что выделенная масса воздуха, используемая как чувствительный элемент, должна быть настолько мала, чтобы монохроматическая функция поглощения $\Phi_{\nu\,\max}(m_0)$ водяного пара аппроксимировалась бы линейным законом для частоты $\nu$ с максимальным коэффициентом поглощения $k_{\nu\,\max}$, т. е. должно соблюдаться

$$m_0 = \frac{\Phi_{\nu\,\max}}{k_{\nu\,\max}}. \qquad (1)$$

К сожалению, величине $m_0$, удовлетворяющей (1), соответствует достаточно малая величина интегральной функции поглощения, поэтому величина лучистого теплообмена этой массы воздуха с атмосферой может оказаться меньше, чем величина конвективного теплообмена этой массы с конструкцией приемника. Так как последняя неселективно поглощает радиацию и имеет иную, чем у воздуха, равновесную температуру, это может существенно исказить показания.

В предлагаемом приемнике [3] указанная трудность в основном преодолена.

Приемник (рис. 1) состоит из двух одинаковых сферических оболочек, прозрачных для радиации в диапазоне 3—50 мкм. Оболочка *1* представляет собой чувствительный элемент, воспринимающий радиацию. Она заполнена воздухом, содержащим непоглощающие в этом диапазоне радиацию азот и кислород и в незначительном количестве содержащим водяной пар, углекислый газ и озон, поглощающие радиацию. Оболочка *2* представляет собой чувствительный элемент, не воспринимающий радиацию. Она заполнена смесью 80% азота и 20% кислорода. Каждая оболочка имеет вентиль *3*, через который подводящие

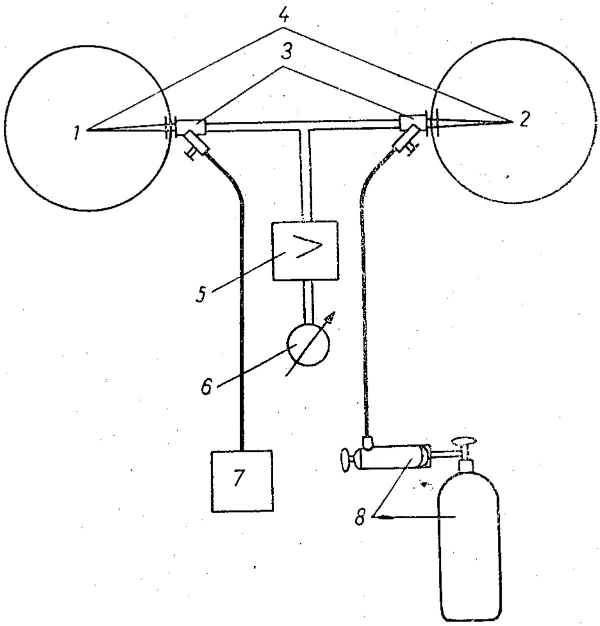



Рис. 1. Схема устройства

провода датчиков температуры *4* выходят наружу к усилителю *5* и измерительному прибору *6*. Через клапан вентиля оболочка *1* может заполняться окружающим воздухом посредством насоса *7*. Оболочка *2* может заполняться непоглощающей смесью из баллона *8* с редуктором.

Тепловое влияние вентилей, датчиков температуры, оболочек на температуру газовых смесей достаточно мало и практически одинаково для обеих смесей. Это обеспечивается тем, что эти узлы имеют максимальную отражательную способность и минимальную площадь поверхностей, открытых для радиации. Кроме того, оба датчика температуры, а также оба вентиля имеют одинаковые конструкции. Величины теплоемкости, плотности, теплопроводности обеих смесей практически одинаковы, так как эти смеси весьма близки по составу и находятся практически при одинаковых давлениях и температурах. Толщина оболочек выбрана минимальная.

Материалом оболочек служила полиэтиленовая пленка — один из немногих оптических материалов, прозрачных во всех спектральных интервалах, где существен лучистый приток тепла. Максимально допустимый размер оболочки приближенно определяется из (1). Принимаем

$$r = \frac{m_0}{1{,}2\rho_{w_0}},$$

где $r$ — радиус оболочки, $\rho_{w_0}$ — плотность водяного пара внутри ее, 1,2 — множитель, равный отношению эффективной толщины сферы к ее радиусу [4].

Полагая $\Phi_{\nu\,\max} \simeq 0{,}10$, $k_{\nu\,\max} = 1250$ см²/г [5], $\rho_{w_0} = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ г/см³, получим $r \simeq 13$ см. Этот размер является и оптимальным, так как можно показать, что при уменьшении радиуса оболочки ее искажающее тепловое влияние возрастает, а чувствительность приемника уменьшается.

Для того чтобы свести к минимуму искажающее влияние термометра на температуру газовой смеси, наиболее пригоден был бы дифференциальный манометрический термометр, где рабочими газами служили бы смеси, заключенные в оболочках. Однако при использовании полиэтиленовых оболочек такой термометр внес бы, согласно проделанным расчетам, весьма большую погрешность, так как полиэтиленовая пленка: а) имеет малый модуль упругости, сильно зависящий от температуры, б) изменяет свой размер и толщину с течением времени (явление текучести) при наличии хотя бы небольшого натяжения, в) обладает заметной газопроницаемостью, различной для газов, содержащихся в воздухе [6]. Поэтому для измерения разности температур обеих смесей приходится применять контактный термометр, например, дифференциальную термопару, спаи которой расположены в центрах оболочек, имеют одинаковую конструкцию и минимальные размеры.

При нахождении в радиационном поле каждая из смесей под влиянием лучистого и конвективного теплообмена с атмосферой, с оболочкой и термометром принимает равновесную температуру. Тепловой баланс газовых смесей в упрощенном виде можно представить для воздуха и для непоглощающей смеси соответственно в виде

$$Q'_{\text{а}} + Q'_{\text{об}} + Q'_{\text{т}} + q'_{\text{т}} + q'_{\text{а}} = 0, \qquad (2)$$

и

$$q''_{\text{т}} + q''_{\text{а}} = 0, \qquad (3)$$

где $Q$ — результирующий лучистый поток тепла, поглощенный в газовой смеси внутри оболочки, $q$ — конвективный поток тепла, поступающий в газовую смесь внутри оболочки. Индексы (′) и (″) относятся к воздуху и непоглощающей смеси соответственно.

Индексами «а», «об», «т» обозначены источники тепла (атмосфера, оболочка, термометр), находящиеся в состоянии теплообмена с газовой смесью.

Вычтем (3) из (2), в результате чего получим

$$Q'_{а} + Q'_{об} + Q'_{т} + \left(q'_{т} - q''_{т}\right) - \left(q'_{а} - q''_{а}\right) = 0. \tag{4}$$

Рассмотрим относительный вес членов в левой части (4). Величиной $Q'_{т}$ лучистого теплообмена между термометром и воздухом пренебрегаем, согласно расчетным оценкам. Разность $q'_{т} - q''_{т} = 0$, так как в обеих оболочках практически одинаковы потоки атмосферной радиации, поглощенные термометрами, а также коэффициенты конвективной теплоотдачи от термометров к газовым смесям, имеющим одинаковые теплофизические характеристики. Величина $Q'_{об}$ лучистого теплообмена между оболочкой и воздухом оказывается пренебрежимо малой, вследствие того, что оба эти тела весьма слабо поглощают радиацию. Так, интегральная функция поглощения воздуха в оболочке и интегральная поглощательная способность оболочки не превышают 0,03. Подставляем в (4) $q'_{а} = \alpha' \left(T_{а} - T'_{вн}\right)$, $q''_{а} = \alpha'' \left(T_{а} - T''_{вн}\right)$, где $T_{вн}$ и $T_{а}$ — температуры газовой смеси внутри оболочки и окружающего воздуха, $\alpha'$, $\alpha''$ — коэффициенты конвективного теплообмена. Полагаем, что термическое сопротивление стенки «слой смеси — оболочка — окружающий воздух» одинаково для обеих смесей. Тогда $\alpha' = \alpha'' = \alpha$.

Из (4) получаем

$$T''_{вн} - T''_{вн} = \frac{Q'_{а}}{\alpha}, \tag{5}$$

где

$$Q'_{а} = \int\limits_{\infty}^{0} \Phi_{\nu}(m_0) \left[A_{\nu} + B_{\nu} - 2E_{\nu}\left(T'_{вн}\right)\right] d\nu,$$

$$A_{\nu} = 2\pi \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} I_{\nu}^{\downarrow}(\varphi) \sin\varphi \, d\varphi,$$

$$B_{\nu} = 2\pi \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} I_{\nu}^{\uparrow}(\varphi) \sin\varphi \, d\varphi,$$

$$E_{\nu} = 2\sigma \left(T'_{вн}\right)^4,$$

$\varphi$ — угол падения радиации на горизонтальную плоскость, $I^{\downarrow}$, $I^{\uparrow}$ — интенсивность нисходящего и восходящего излучения, $\sigma$ — постоянная Стефана — Больцмана.

Полагаем в (5) $E_{\nu}\left(T'_{вн}\right) = E_{\nu}(T_{а})$, так как $|T_{вн} - T_{а}| < 0{,}1°$, согласно эксперименту. Заменяя там же $\Phi_\nu(m_0) = k_\nu m_0$, получаем из (5) по определению выражение для лучистого притока тепла $\varepsilon_л$ в единицу объема воздуха, в виде

$$\varepsilon_л = \frac{\alpha\left(T'_{вн} - T''_{вн}\right)\rho_w}{m_0},$$

где $\rho_w$ — плотность водяного пара в окружающем воздухе. Величины $\left(T'_{вн} - T''_{вн}\right)$ и $\rho_w$ измеряются в процессе наблюдений, величина $\alpha$ определяется из (5) при градуировке приемника по «черному телу», в виде: $\alpha = \frac{\overline{\Phi}(m_0)\left[A + B - 2E(T_а)\right]}{T'_{вн} - T''_{вн}}$,

где значение $\overline{\Phi} = \frac{\int\limits_\infty^0 \Phi_\nu \frac{dE_\nu}{dT} d\nu}{\frac{dE}{dT}}$ используется, например, из [7], величины $A$, $B$, $E(T_а)$, $\left(T'_{вн} - T''_{вн}\right)$ измеряются при градуировке.

Был изготовлен лабораторный макет прибора. Он включал в себя полиэтиленовую оболочку толщиной 20 мкм в виде эллипсоида вращения с размерами по оси вращения около 20 см и перпендикулярно оси вращения около 30 см. Внутри оболочки помещалась дифференциальная термопара медь — константан, составленная из оголенного константана ∅ 0,4 мм и меди ∅ 0,05 мм. Согласно [8], профиль температуры внутри замкнутого объема газа с внутренним источником тепла описывается параболой, поэтому для измерения разности $T_{вн} - T_а$ один спай расположен в центре оболочки, другой — касается оболочки, находясь в хорошем тепловом контакте с ней. Сигнал, пропорциональный разности температур центр оболочки — окружающий воздух, усиливался фотокомпенсационным усилителем постоянного тока типа Ф115/В-1 и регистрировался электронным потенциометром ЭПП-09 со шкалой 2 мв. Оболочка, заполненная газовой смесью с избыточным давлением около 20 мб, располагалась перед нагреваемой пластиной-излучателем. Излучатель периодически закрывался экраном, имеющим комнатную температуру. Излучатель и экран имели поверхность с высокой поглощательной способностью. Излучатель и оболочка обдувались потоком воздуха таким образом, чтобы свести к минимуму конвективный теплообмен между ними. Вентиль оболочки соединялся с патрубком либо нагнетательного насоса (при заполнении оболочки воздухом), либо редуктора баллона со сжатой непоглощающей смесью. Так как давление внутри оболочки уменьшается из-за газопроницаемости ее, то для обеспечения непрерывности эксперимента осуществлялся слабый непрерывный наддув оболочки одной из указанных смесей. Кроме разности температур $(T_{вн} - T_а)$, регистрировались температура окружающего воздуха и радиационный поток от излучателя и экрана посредством радиометра системы ГГО [9], а также измерялась влажность воздуха.

Было обнаружено устойчивое различие величин $(T'_{вн} - T_а) - (T''_{вн} - T_а) = 0{,}01° - 0{,}005°$, полученное с относительной погрешностью $\pm 50\%$. Это различие обусловлено лучистым притоком тепла в воздух оболочки при $\rho_w \simeq \rho_{w_0} = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ г/см$^3$ и при потоке 0,10 кал/см$^2\cdot$мин.

По-видимому, несмотря на несовершенство данного макета, принцип использования поглощающей и непоглощающей газовых смесей является перспективным, поскольку при этом поглощательные свойства чувствительного элемента (воздух в оболочке) и окружающего воздуха практически одинаковы и, следовательно, отсутствует основная погрешность, неизбежная при использовании твердых чувствительных элементов. При этом благодаря наличию непоглощающей газовой смеси исключаются искажения, вносимые тепловым влиянием элементов конструкции. Однако ввиду сравнительно малой чувствительности такого приемника (воздух в оболочке поглощает весьма малую лучистую энергию) необходимо применять более чувствительные методы измерения малой разности температур или давлений газов.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Елисеев А. А. О приближенном моделировании поглощательных свойств воздуха в длинноволновой области различными материалами. — Тр. ГГО, 1968, вып. 226.
2. Елисеев А. А. К методике измерения лучистого притока тепла в приземном слое. — Тр. ГГО, 1970, вып. 257.
3. Елисеев А. А. Устройство для измерения лучистого притока тепла в атмосфере. Авторское свидетельство № 272617 с приоритетом от 30 декабря 1968.
4. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. М., Госэнергоиздат, 1959.
5. Wark D. Q., Jamamoto G., Zienesch T. H. Methods of estimating infrared flux and surface temperature from meteorological satellite. J. Atm. Sci., v. 19, N 5, 1962.
6. Шифрина В. С., Самосатский Н. Н. Полиэтилен. 1961.
7. Jamamoto G. On a radiation chart. Sci. Rep. Tohoku univ., ser. 5, geophys., 4, 1952.
8. Tyler B. I. An experimental investigation of conductive and convective heat transfer during exothermic gas phase reditions. Combust and flame, v. 10, No 1, 1966.
9. Малевский-Малевич С. П. Методика радиационных измерений температуры водной поверхности. — Тр. ГГО, 1967, вып. 206.

*С. И. ЛЕГОТИНА, Г. Х. ЦЕЙТИН*

# ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОТОКА ТЕПЛА В ПОЧВУ

Под мгновенным значением потока тепла в почву через ее поверхность мы понимаем величину

$$P(t) = -c_1\rho_1 k \left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0}, \tag{1}$$

где $T(z, t)$ — температура почвы на глубине $z$ ($z=0$ — поверхность) в момент времени $t$, $c_1\rho_1$ и $k$ — соответственно объемная теплоемкость и коэффициент температуропроводности почвы, принимаемые постоянными. Таким образом, $P(t)$ есть поток тепла в почву, отнесенный непосредственно к моменту наблюдения $t$, в отличие от суммарного потока $Q(t)$ за некоторый конечный промежуток времени $t$:

$$Q(t) = \int_0^t P(\xi)\,d\xi = -c_1\rho_1 k \int_0^t \left.\frac{\partial T(z,\xi)}{\partial z}\right|_{z=0} d\xi, \tag{2}$$

где время $t$ отсчитывается от выбранного начального момента $t=0$.

В настоящее время в подавляющем большинстве случаев, в том числе и на агрометстанциях (согласно существующему Руководству [1]) вычисляются суммарные потоки $Q(t)$ за конечные интервалы времени между наблюдениями. Мгновенные значения $P(t)$ получаются делением $Q(t)$ на соответствующий промежуток времени $t$ и полученное значение $P(t)$ относят к середине интервала.

Поскольку промежутки времени могут достигать 6 часов (согласно [1] наблюдения над температурой почвы проводятся в 1, 7, 10, 13, 16 и 19 часов по местному времени, т. е. с интервалами в 3 часа в дневное время и 6 часов в вечернее и ночное), определенные таким образом значения $P(t)$ могут быть связаны со значительными погрешностями. С этой точки зрения является актуальным разработка метода непосредственного расчета величин $P(t)$. Этому вопросу до настоящего времени уделялось недостаточное внимание.

Предлагавшийся ранее [2] метод определения мгновенных значений потока тепла $P(t)$ нельзя считать удачным, ибо он в основном базируется на наблюдениях температуры поверхности почвы, точность измерения которой невелика. Несмотря на кажущуюся простоту, мало надежными являются и методы определения $P(t)$ непосредственно по формуле (1), предлагавшиеся разными авторами. Это связано в основном со значительными трудностями и погрешностями при определении по наблюденным данным производной температуры почвы вблизи поверхности (т. е. величины $\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0}$).

В настоящей работе предлагается метод непосредственного определения мгновенных потоков $P(t)$ на основе известного температурного поля почвы и заданных теплофизических характеристик. Объем исходного материала о температуре почвы предполагается таким же, как рекомендуется в [1] для вычисления суммарных потоков тепла $Q(t)$.

В работе [3] была предложена следующая формула для расчета суммарного потока тепла в почву $Q(t)$:

$$Q(t) = c_1\rho_1\int_0^H [T(z, t) - T(z, 0)]\, m(z)\, dz - c_1\rho_1 k\int_0^t \frac{[T(H, \xi) - T(h, \xi)]}{(H - h)}\, d\xi, \tag{3}$$

где

$$m(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leqslant z \leqslant h \\ \frac{H - z}{H - h} & \text{при } h \leqslant z \leqslant H \end{cases} \tag{4}$$

Здесь $H$ — некоторая конечная глубина в почве, а $h$ — промежуточная.

Учитывая, что $P(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$, можно исходя из (3), получить формулу для расчета мгновенного потока $P(t)$:

$$P(t) = c_1\rho_1\int_0^H \frac{\partial T(z, t)}{\partial t}\, m(z)\, dz - c_1\rho_1 k\frac{[T(H, t) - T(h, t)]}{(H - h)}. \tag{5}$$

В формуле (5) первое и второе слагаемые характеризуют (но не равны!) соответственно теплосодержание верхнего слоя почвы и поток тепла через его нижнюю границу $z = H$. Расчет второго слагаемого в (5), очевидно, не представляет никакого труда. Несравненно сложнее вычислить первое слагаемое.

Обозначим

$$D(t) = \int_0^H \frac{\partial T(z, t)}{\partial t}\, m(z)\, dz. \tag{6}$$

Предполагая, что $H=20$ см, $h=10$ см и что наблюдения над температурой почвы проводятся на пяти равноотстоящих глубинах ($z=0{,}5$, 10, 15 и 20 см), и поступая аналогично [3], получим

$$D(t) \approx H \left\{ 0{,}082 \frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\Big|_{z=0} + 0{,}333 \frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\Big|_{z=5} + \right.$$

$$\left. + 0{,}175 \frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\Big|_{z=10} + 0{,}156 \frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\Big|_{z=15} + 0{,}0042 \frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\Big|_{z=20} \right. . \quad (7)$$

Таким образом, для расчета величины $D(t)$ необходимо определить значения производных температуры почвы по времени на всех упомянутых уровнях. При наличии достаточно частых по времени наблюдений эти производные можно было бы снять с построенных графиков изменения температуры по времени. Однако на практике в большинстве случаев отсутствуют такие данные и, кроме того, подобный способ определения производных, как правило, связан с ошибками субъективного характера. Более подходящим и объективным способом определения производных при сравнительно нечастых наблюдениях является аппроксимация суточного хода температуры (на фиксированной глубине) какой-либо формулой. Хорошая аппроксимация, как известно, достигается представлением суточного хода температуры почвы рядом Фурье даже небольшим (2—4) числом гармоник. Обозначим для краткости температуру почвы в момент $t$ через $T(t)$ (отвлекаясь здесь от ее зависимости от глубины $z$). Ограничиваясь тремя гармониками и обозначив период (сутки) через $\tau$, имеем

$$T(t) = a_0 + a_1 \cos\frac{2\pi}{\tau} t + b_1 \sin\frac{2\pi}{\tau} t +$$

$$+ a_2 \cos\frac{4\pi}{\tau} t + b_2 \sin\frac{4\pi}{\tau} t + a_3 \cos\frac{6\pi}{\tau} t + b_3 \sin\frac{6\pi}{\tau} t. \quad (8)$$

Здесь $a_0$ — среднесуточная температура, $a_j$ и $b_j$ ($j=1, 2, 3$) характеризуют амплитуды температурных волн с периодами соответственно $\tau$, $\frac{\tau}{2}$ и $\frac{\tau}{3}$. Время $t$ отсчитывается от выбранного начального срока (например, от полуночи или от 1 часа ночи). Задача будет решена, если на основе имеющихся значений температур $T_n$ в сроки наблюдений $t_n$, наиболее оптимальным способом определить неизвестные коэффициенты $a_0$, $a_1$, $b_1$ и т. д. После этого можно найти интересующие значения производных в виде

$$\frac{\partial T(t)}{\partial t} = \frac{2\pi}{\tau} \left[ - a_1 \sin\frac{2\pi}{\tau} t + b_1 \cos\frac{2\pi}{\tau} t - 2a_2 \sin\frac{4\pi}{\tau} t + \right.$$

$$\left. + 2b_2 \cos\frac{4\pi}{\tau} t - 3a_3 \sin\frac{6\pi}{\tau} t + 3b_3 \cos\frac{6\pi}{\tau} t \right]. \quad (9)$$

Рассмотрим несколько вариантов стандартных сроков наблюдений.

1. В течение суток на указанных глубинах проводится восемь равноотстоящих с интервалом в 3 часа измерений температуры почвы, которые обозначим $T_0, T_3, T_6, \ldots, T_{21}$ (например, в сроки 1, 4, 7, . . . , 19, 22 часа по местному времени). Тогда для определения семи неизвестных коэффициентов формулы (8) можем написать восемь уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = T_0\\
&a_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}a_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}b_1 + b_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}a_3 + \frac{1}{\sqrt{2}}b_3 = T_3\\
&a_0 + b_1 - a_2 - b_3 = T_6\\
&a_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}a_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}b_1 - b_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}a_3 + \frac{1}{\sqrt{2}}b_3 = T_9\\
&a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = T_{12}\\
&a_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}a_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}b_1 + b_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}a_3 - \frac{1}{\sqrt{2}}b_3 = T_{15}\\
&a_0 - b_1 - a_2 + b_3 = T_{18}\\
&a_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}a_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}b_1 - b_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}a_3 - \frac{1}{\sqrt{2}}b_3 = T_{21}
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Поскольку в системе (10) число уравнений больше числа неизвестных, она не имеет единственного решения. Однако наилучшим из всех возможных вариантов будет, как известно, то, которое найдено по способу наименьших квадратов [4].

Определив по этому способу коэффициенты, получим:

$$\left.\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{8}\left[T_0 + T_3 + T_6 + T_9 + T_{12} + T_{15} + T_{18} + T_{21}\right]\\
a_1 &= \frac{1}{4}\left[T_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}T_3 - \frac{1}{\sqrt{2}}T_9 - T_{12} - \frac{1}{\sqrt{2}}T_{15} + \frac{1}{\sqrt{2}}T_{21}\right]\\
b_1 &= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}T_3 + T_6 + \frac{1}{\sqrt{2}}T_9 - \frac{1}{\sqrt{2}}T_{15} - T_{18} - \frac{1}{\sqrt{2}}T_{21}\right]\\
a_2 &= \frac{1}{4}\left[T_0 - T_6 + T_{12} - T_{18}\right]\\
b_2 &= \frac{1}{4}\left[T_3 - T_9 + T_{15} - T_{21}\right]\\
a_3 &= \frac{1}{4}\left[T_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}T_3 + \frac{1}{\sqrt{2}}T_9 - T_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}}T_{15} - \frac{1}{\sqrt{2}}T_{21}\right]\\
b_3 &= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}T_3 - T_6 + \frac{1}{\sqrt{2}}T_9 - \frac{1}{\sqrt{2}}T_{15} + T_{18} - \frac{1}{\sqrt{2}}T_{21}\right]
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Для того чтобы судить о точности полученной аппроксимации, на рис. 1 приведено сравнение измеренных и вычисленных по формулам (11) и (8) температур поверхности почвы $T_0$, $T_3, \ldots$, $T_{21}$.

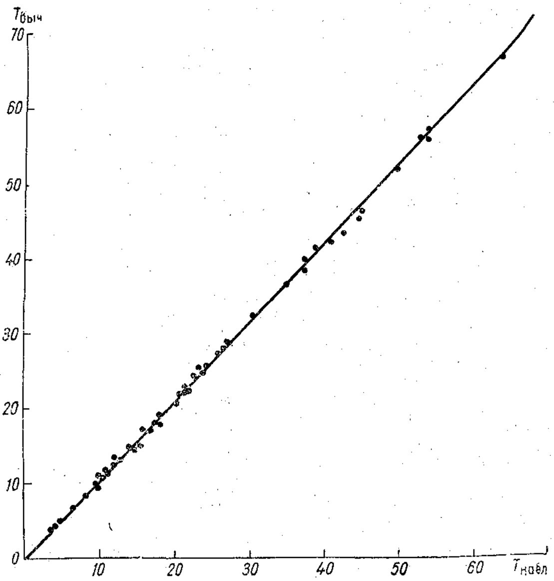



Рис. 1. Сравнение наблюденных и вычисленных по формуле (8) температур поверхности почвы

Исходным материалом послужили экспедиционные исследования [5, 6, 7, 8], а также измерения на метеостанции Колтуши [9] (табл. 1).

Таблица 1

**Температура поверхности почвы**

| Пункт | Время | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |
| | $t$ | | | | | | | |
| | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 |
| Пахта-Арал (полупустыня) | 21,3 | 17,8 | 29,5 | 54,6 | 65,4 | 55,9 | 35,6 | 24,4 |
| Махталы | 14,2 | 11,3 | 18,0 | 41,8 | 50,8 | 40,5 | 23,3 | 17,3 |
| Арысь | 14,9 | 13,3 | 20,3 | 46,1 | 54,3 | 43,7 | 24,0 | 18,4 |
| Днепропетровск | 20,0 | 18,6 | 20,9 | 38,2 | 45,4 | 38,7 | 27,8 | 22,2 |
| Каменная Степь | 12,4 | 11,0 | 16,0 | 24,6 | 31,7 | 27,4 | 22,3 | 16,2 |
| Колтуши: | | | | | | | | |
| лето | 8,6 | 9,7 | 15,7 | 21,8 | 26,5 | 21,7 | 14,3 | 10,4 |
| осень | 3,9 | 4,4 | 6,6 | 10,4 | 13,0 | 2,8 | 6,6 | 4,8 |
| июнь 1971 г. | 10,4 | 7,8 | 12,0 | 24,6 | 43,5 | 47,4 | 29,2 | 18,0 |

2. Согласно [1], наблюдения над температурой почвы, как уже упоминалось, проводятся в сроки 1, 7, 10, 13, 16 и 19 часов по местному времени. Этот вариант приводится к рассмотренному в п. 1, если каким-либо способом проинтерполировать пропущенные наблюдения в 4 и в 22 часа. Согласно рекомендованному Руководством способу расчета $P(t)$ в сроки 22 и 4 часа (как полусуммы $Q(t)$ за соседние шестичасовые отрезки суток 19—1 и 1—7 часов, фактически происходит линейная интерполяция температуры в упомянутых шестичасовых отрезках времени. Это может привести к заметным погрешностям, особенно в промежутке от 1 до 7 часов, когда обычно температура поверхности почвы имеет нелинейный ход с минимумом перед восходом солнца. Для расчета срочных значений $P(t)$ мы считаем более правильным «восстановление» пропущенных наблюдений температуры путем использования всего имеющегося суточного цикла наблюдений. Это можно выполнить, например, представив температуру почвы $T(t)$ на фиксированной глубине рядом Фурье с двумя гармониками:

$$T(t) = c_0 + c_1 \cos\frac{2\pi}{\tau}t + d_1 \sin\frac{2\pi}{\tau}t + c_1 \cos\frac{4\pi}{\tau}t + d_2 \sin\frac{4\pi}{\tau}t, \quad (12)$$

где за начало отсчета времени $t=0$ принят 1 час.

Для определения пяти неизвестных коэффициентов ряда (12) можно написать шесть уравнений (соответственно для 0, 1, 7, 10, 13, 16 и 19 часов).

$$\left.\begin{array}{lllll}
c_0 & + c_1 & & + c_2 & = T_0 \\
c_0 & & + d_1 & - c_2 & = T_6 \\
c_0 & - \frac{1}{\sqrt{2}} c_1 & + \frac{1}{\sqrt{2}} d_1 & - d_2 & = T_9 \\
c_0 & - c_1 & & + c_2 & = T_{12} \\
c_0 & - \frac{1}{\sqrt{2}} c_1 & - \frac{1}{\sqrt{2}} d_1 & + d_2 & = T_{15} \\
c_0 & - c_1 & & - c_2 & = T_{18}
\end{array}\right\} \quad (13)$$

Для вычисления температур $T_3$ и $T_{21}$ в сроки 4 и 22 часа получим:

$$\left.\begin{array}{l}
T_3 = c_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} c_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} d_1 + d_2 \\
T_{21} = c_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} c_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} d_1 - d_2
\end{array}\right\} \quad (14)$$

Определив коэффициенты из системы (13) способом наименьших квадратов и подставив их в (14), получим формулы для расчета «пропущенных» температур

$$\left.\begin{array}{l}
T_3 \approx T_6 + 0{,}500\,(T_0 - T_9 + T_{15} - T_{18}) - 0{,}103\,(T_{12} - T_0) + 0{,}043\,(T_{18} - T_6) \\
T_{21} \approx T_{18} + 0{,}500\,(T_0 - T_6 + T_9 - T_{15}) - 0{,}103\,(T_{12} - T_0) - 0{,}043\,(T_{18} - T_6)
\end{array}\right\} \quad (15)$$

Таким образом, восстановлен полный цикл наблюдений температуры почвы, необходимый для расчета срочных значений потоков тепла $P(t)$ по методу, изложенному выше.

3. На экспериментальной метеостанции Колтуши наблюдения за температурой почвы проводятся на указанных выше глубинах в сроки 0, 3, 6, 12, 15 и 18 часов по местному солнечному времени.

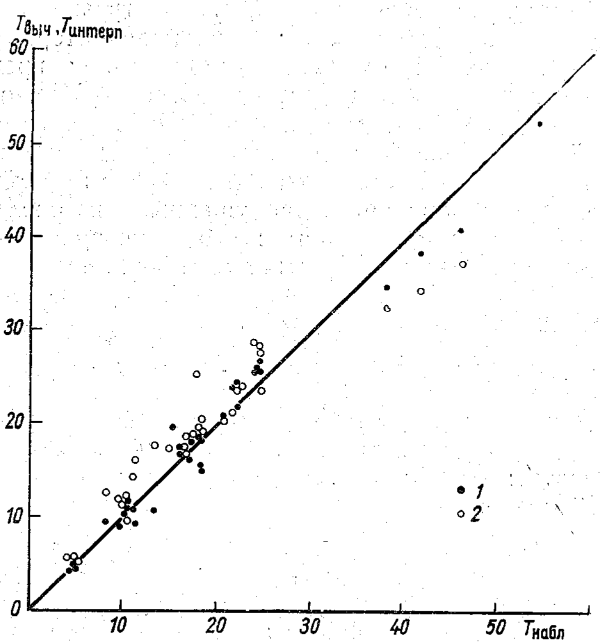



Рис. 2. Сравнение вычисленных и наблюденных температур поверхности почвы $T_3$, $T_9$, $T_{21}$:

1 — расчет по формулам (15) и (16), 2 — линейной интерполяцией

Поступая совершенно аналогично, можно «восстановить» пропущенные в 9 и 21 час наблюдения и получить формулы:

$$\left.\begin{aligned} T_9 &\approx 0{,}854\,(T_6+T_{12})+0{,}146\,(T_0+T_{18})-0{,}500\,(T_3+T_{15}) \\ T_{21} &\approx 0{,}854\,(T_0+T_{18})+0{,}146\,(T_6+T_{12})-0{,}500\,(T_3+T_{15}) \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

На рис. 2 сопоставлены вычисленные по формулам (15) и (16) и по данным табл. 1 температуры $T_3$, $T_9$ и $T_{21}$ с наблюденными. Там же приведены эти же температуры, полученные линейной интерполяцией за соответствующие шестичасовые промежутки. Как видно, рассчитанные по (15) и (16) температуры заметно ближе к наблюдаемым, нежели линейно проинтерполированные.

Остановимся на получении расчетных формул для потоков $P(t)$. Обозначим:

$$D_H(t) = k\frac{T(H,t)-T(h,t)}{H-h}, \qquad (17)$$

тогда, используя (6) и (7), получим

$$P(t) = c_1\rho_1 [D(t) - D_H(t)], \tag{18}$$

$$D(t) = H[0{,}082S_0(t) + 0{,}333S_5(t) + 0{,}175S_{10}(t) + + 0{,}156S_{15}(t) + 0{,}0042S_{20}(t)], \tag{19}$$

$$\left.\begin{aligned} S_0(t) &= \left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\right|_{z=0} \\ S_5(t) &= \left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\right|_{z=5} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ S_{20}(t) &= \left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}\right|_{z=20} \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

1. В общем случае, когда имеются все восемь наблюдений, согласно (7) и (20), получим

$$S_j(t) = m_0(t)T_0(j) + m_3(t)T_3(j) + m_6(t)T_6(j) + + m_9(t)T_9(j) + m_{12}(t)T_{12}(j) + m_{15}(t)T_{15}(j) + + m_{18}(t)T_{18}(j) + m_{21}(t)T_{21}(j), \tag{21}$$

где индекс $j$ отмечает глубину ($j=0$ соответствует поверхности, $j=5$ — глубине 5 см и т. д.);

$$\left.\begin{aligned} m_0(t) &= -\frac{\pi}{2\tau}\left[\sin\frac{2\pi}{\tau}t + 2\sin\frac{4\pi}{\tau}t + 3\sin\frac{6\pi}{\tau}t\right] \\ m_3(t) &= \frac{\pi}{2\sqrt{2}\tau}\left[-\sin\frac{2\pi}{\tau}t + \cos\frac{2\pi}{\tau}t + 2\sqrt{2}\cos\frac{4\pi}{\tau}t + \right. \\ &\qquad \left. + 3\sin\frac{6\pi}{\tau}t + 3\cos\frac{6\pi}{\tau}t\right] \\ m_6(t) &= \frac{\pi}{2\tau}\left[\cos\frac{2\pi}{\tau}t + 2\sin\frac{4\pi}{\tau}t - 3\cos\frac{6\pi}{\tau}t\right] \\ m_9(t) &= \frac{\pi}{2\sqrt{2}\tau}\left[\sin\frac{2\pi}{\tau}t + \cos\frac{2\pi}{\tau}t - 2\sqrt{2}\cos\frac{4\pi}{\tau}t - \right. \\ &\qquad \left. - 3\sin\frac{6\pi}{\tau}t + 3\cos\frac{6\pi}{\tau}t\right] \\ m_{12}(t) &= \frac{\pi}{2\tau}\left[\sin\frac{2\pi}{\tau}t - 2\sin\frac{4\pi}{\tau}t + 3\sin\frac{6\pi}{\tau}t\right] \\ m_{15}(t) &= \frac{\pi}{2\sqrt{2}\tau}\left[\sin\frac{2\pi}{\tau}t - \cos\frac{2\pi}{\tau}t + 2\sqrt{2}\cos\frac{4\pi}{\tau}t - \right. \\ &\qquad \left. - 3\sin\frac{6\pi}{\tau}t - 3\cos\frac{6\pi}{\tau}t\right] \\ m_{18}(t) &= \frac{\pi}{2\tau}\left[-\cos\frac{2\pi}{\tau}t + 2\sin\frac{4\pi}{\tau}t + 3\cos\frac{6\pi}{\tau}t\right] \\ m_{21}(t) &= -\frac{\pi}{2\sqrt{2}\tau}\left[\sin\frac{2\pi}{\tau}t + \cos\frac{2\pi}{\tau}t + 2\sqrt{2}\cos\frac{4\pi}{\tau}t - \right. \\ &\qquad \left. - 3\sin\frac{6\pi}{\tau}t + 3\cos\frac{6\pi}{\tau}t\right] \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

В табл. 2 представлены коэффициенты $m_0(t)$, $m_3(t)$ и т. д., вычисленные по формулам (22) для восьми равноотстоящих наблюдений.

Таблица 2

**Коэффициенты $m_i(t)$ в 1/час**
**(при восьми наблюдениях)**

| $t$ час. | $i$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 |
| 0 | 0 | 0,316 | —0,131 | 0,0542 | 0 | —0,0542 | 0,131 | —0,316 |
| 3 | —0,316 | 0 | 0,316 | —0,131 | 0,0542 | 0 | —0,0542 | 0,131 |
| 6 | 0,131 | —0,316 | 0 | 0,316 | —0,131 | 0,0542 | 0 | —0,0542 |
| 9 | —0,0542 | 0,131 | —0,316 | 0 | 0,316 | —0,131 | 0,0542 | 0 |
| 12 | 0 | —0,0542 | 0,131 | —0,316 | 0 | 0,316 | —0,131 | 0,0542 |
| 15 | 0,0542 | 0 | —0,0542 | 0,131 | —0,316 | 0 | 0,316 | —0,131 |
| 18 | —0,131 | 0,0542 | 0 | —0,0542 | 0,131 | —0,316 | 0 | 0,316 |
| 21 | 0,316 | —0,131 | 0,0542 | 0 | —0,0542 | 0,131 | —0,316 | 0 |

Таблица 2 позволяет по формуле (21) довольно просто вычислить производные температуры почвы по времени $S_j(t)$. Например, для $t=6$ и для глубины с индексом $j$ имеем

$$S_j(6) = 0{,}131\,[T_0(j) - T_{12}(j)] - 0{,}316\,[T_3(j) - T_9(j)] + \\ + 0{,}0542\,[T_{15}(j) - T_{21}(j)]. \qquad (23)$$

Аналогично вычисляется $S_j(t)$ и для других сроков.

2. В этом случае формула (21) для расчета производных имеет вид

$$S_j(t) = m_0(t)\,T_0(j) + m_6(t)\,T_6(j) + m_9(t)\,T_9(j) + \\ + m_{12}(t)\,T_{12}(j) + m_{15}(t)\,T_{15}(j) + m_{18}(t)\,T_{18}(j). \qquad (24)$$

Численные значения $m_i(t)$, полученные на основе формул (15), (21) и (22), приведены в табл. 3. В этих формулах $T_0$, $T_6$, $T_9$ и т. д. есть наблюденные температуры соответственно в сроки 1, 7, 10, 13, 16 и 19 часов.

Таблица 3

**Коэффициенты $m_i(t)$ (1/час) при шести наблюдениях**
**(с пропусками в 4 и 22 часа)**

| $t$ час. | $i$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 0 | 0 | 0,316 | —0,262 | 0 | 0,262 | —0,316 |
| 3 | —0,237 | 0,256 | —0,066 | 0,041 | —0,066 | 0,710 |
| 6 | —0,092 | —0,277 | 0,447 | —0,093 | —0,077 | 0,092 |
| 9 | 0,025 | —0,191 | —0,066 | 0,302 | —0,066 | —0,0058 |
| 12 | 0 | 0,054 | 0,262 | 0 | 0,262 | —0,054 |
| 15 | —0,025 | 0,0058 | 0,066 | —0,302 | 0,066 | 0,191 |
| 18 | 0,092 | —0,092 | 0,077 | 0,093 | —0,447 | 0,277 |
| 21 | 0,237 | —0,071 | 0,066 | 0,041 | 0,036 | —0,256 |

3. В данном случае формула (21) имеет вид:

$$S_j(t) = m_0(t) T_0(j) + m_3(t) T_3(j) + m_6(t) T_6(i) + \\ + m_{12}(t) T_{12}(j) + m_{15}(t) T_{15}(j) + m_{18}(t) T_{18}(j) \quad (25)$$

Численные значения $m_i(t)$, полученные на основе формул (16), (21) и (22), приведены в табл. 4. В этих формулах $T_0$, $T_3$, $T_6$ и т. д. есть наблюденные температуры соответственно в 0, 3, 6, 12, 15 и 18 часов.

Таблица 4

**Коэффициенты $m_i(t)$ (1/час) при шести наблюдениях**
**(с пропуском в 9 и 21 час)**

| $t$ час. | $i$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 3 | 6 | 12 | 15 | 18 |
| 0 | —0,262 | 0,447 | —0,131 | 0 | 0,077 | —0,131 |
| 3 | —0,223 | 0 | 0,223 | —0,039 | 0 | 0,039 |
| 6 | 0,131 | 0,447 | 0,262 | 0,131 | —0,077 | 0 |
| 9 | —0,054 | 0,131 | —0,316 | 0,316 | —0,131 | 0,054 |
| 12 | 0 | 0,077 | —0,131 | —0,262 | 0,447 | —0,131 |
| 15 | —0,039 | 0 | 0,039 | —0,223 | 0 | 0,223 |
| 18 | 0,131 | —0,077 | 0 | 0,131 | —0,447 | 0,262 |
| 21 | 0,316 | —0,131 | 0,054 | —0,054 | 0,131 | —0,316 |

По полученным формулам рассчитаны потоки тепла в почву для двух случаев.

1. Определено температурное поле в почве по условному температурному полю в почве (температура поверхности почвы в 13 часов принята за единицу), рассчитанному на основе уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2}, \quad (26)$$

при начальном распределении $T(z, 0)$ по глубине:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z$ см | 0 | 1 | 2 | 5 | 7,5 | 10 | 12,5 | 15 | 17,5 |
| $T(z, 0)$ | 0,400 | 0,447 | 0,486 | 0,562 | 0,591 | 0,600 | 0,594 | 0,578 | 0,558 |
| $z$ см | 20 | 25 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | 200 |
| $T(z, 0)$ | 0,536 | 0,489 | 0,446 | 0,382 | 0,340 | 0,322 | 0,305 | 0,301 | 0,300 |

и по заданному ходу температуры по времени на поверхности:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Время, часы | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $T(0, t)$ | 0,400 | 0,325 | 0,272 | 0,250 | 0,273 | 0,340 | 0,444 | 0,572 | 0,707 |
| Время, часы | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | |
| $T(0, t)$ | 0,829 | 0,924 | 0,981 | 1,0 | 0,985 | 0,944 | 0,893 | 0,838 | |
| Время, часы | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 1 | |
| $T(0, t)$ | 0,798 | 0,752 | 0,714 | 0,673 | 0,623 | 0,560 | 0,487 | 0,400 | |

при $k = 12{,}96$ см$^2$/час. Вычисленные таким способом температуры приведены в приложении 1.

2. В июне 1970 г. на метеостанции Колтуши проведена серия наблюдений над температурой почвы в течение суток с интерва-

лом между наблюдениями в 1 час. Погода долгое время перед этим и в течение суток стояла сухая, без осадков, так что теплофизические характеристики почвы можно считать постоянными. Результаты измерений приведены в приложении 2.

Для обоих случаев рассчитаны потоки тепла по стандартной методике, описанной в Руководстве [1], и по методике, предлагаемой в данной статье. Кроме того, чтобы иметь критерий для

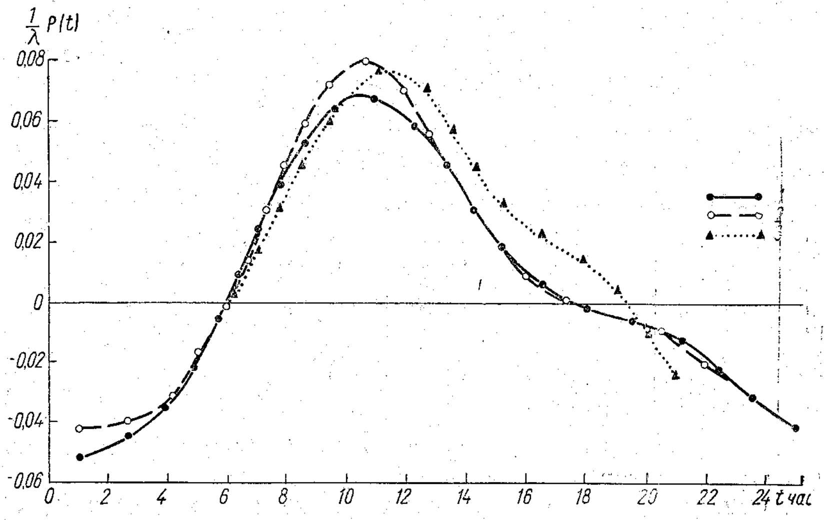



Рис. 3. Суточный ход потока тепла в почву, рассчитанный по условному полю температуры

*1* — точный профиль, *2* — расчет по предлагаемой методике, *3* — расчет согласно Руководству [1]

сравнения двух методик, для обоих случаев рассчитаны точные значения потока тепла в почву по формуле (7), где для определения производных по времени температура почвы на каждой из глубин раскладывалась в ряд Фурье с тремя гармониками, коэффициенты которого рассчитывались по методу парабол. Точные значения потока тепла приведены в приложении 1 и 2.

Результаты расчетов приведены на рис. 3 и 4. Точками обозначены точные величины потоков, кружками — полученные по предлагаемой в статье методике, треугольниками — по стандартной методике.

Из рис. 3 следует, что суточный ход потока, полученного по предлагаемой методике, практически повторяет точный профиль и лишь при максимальных значениях отклонение достигает 15%. Стандартная методика в этом случае дает смещение максимума во времени и несколько завышенные результаты в послеполуденные сроки.

На рис. 4 приведены потоки, полученные непосредственно по полевым измерениям. Здесь в пределах точности расчета оба результата практически совпадают с точными профилями, за исключением периода с 10 до 12 часов, когда значения потока наиболее велики.

Таким образом, приведенные выше примеры расчета позволяют сделать заключение, что предлагаемая методика дает более близкие к истинным значения потоков в дневные часы и особенно в период максимума.

Для более детальной проверки предлагаемой методики, учитывая сравнительно большой объем вычислений, следует разра-

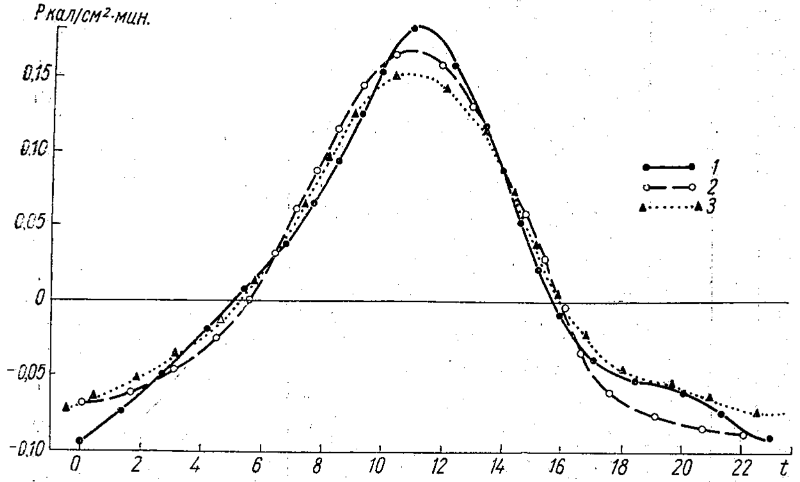



Рис. 4. Суточный ход потока тепла в почву, рассчитанный по данным наблюдений на метеостанции Колтуши

Усл. обозначения см. рис. 3

ботать программу для расчета мгновенных потоков тепла в почву на ЭВМ, что даст возможность определить потоки тепла по массовому материалу.

Для расчета суммарных и среднесуточных значений потока тепла в почву считаем целесообразным оставить существующую стандартную методику.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Руководство по градиентным наблюдениям и определению составляющих теплового баланса. Л., Гидрометеоиздат, 1964.
2. Цейтин Г. Х. Численные методы расчета теплоотдачи почвы. — Тр. ГГО, 1951, вып. 27 (89).
3. Цейтин Г. Х. К вопросу об определении некоторых тепловых свойств почвы. — Тр. ГГО, 1953, вып. 39 (101).
4. Щиголев Б. М. Математическая обработка наблюдений. М., Физматгиз, 1962.
5. Махталинская экспедиция. — Тр. ГГО, 1967, вып. 107.
6. Арысская экспедиция 1945 г. — Тр. НИУ ГУГМС. Сер. 1, вып. 39, 1947.
7. Труды ГГО и Укр. НИГМИ, 1963, вып. 144/40.
8. Труды ГГО, 1953, вып. 40 (102).
9. Огнева Т. А. Некоторые особенности теплового баланса деятельной поверхности. Л., Гидрометеоиздат, 1955.

## ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ, РАССЧИТАННОЕ НА ОСИОВАНИИ ФОРМУЛЫ (26)

| $z$ см | Время, часы | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 0 | 0,400 | 0,325 | 0,272 | 0,250 | 0,273 | 0,340 | 0,444 | 0,572 | 0,707 | 0,829 | 0,924 | 0,981 |
| 5 | 0,562 | 0,502 | 0,446 | 0,405 | 0,380 | 0,383 | 0,403 | 0,451 | 0,514 | 0,585 | 0,662 | 0,727 |
| 10 | 0,600 | 0,567 | 0,531 | 0,500 | 0,471 | 0,450 | 0,434 | 0,429 | 0,434 | 0,473 | 0,533 | 0,579 |
| 15 | 0,578 | 0,565 | 0,548 | 0,529 | 0,508 | 0,489 | 0,472 | 0,465 | 0,462 | 0,469 | 0,478 | 0,499 |
| 20 | 0,536 | 0,534 | 0,526 | 0,517 | 0,506 | 0,495 | 0,484 | 0,473 | 0,465 | 0,463 | 0,464 | 0,468 |
| $1/\lambda P(t)$ | −0,0519 | −0,0484 | −0,0427 | −0,0348 | −0,0176 | 0,0030 | 0,0249 | 0,0447 | 0,0594 | 0,0671 | 0,0673 | 0,0605 |

$k = 12,96$ см²/час

| $z$ см | Время, часы | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 1 |
| 0 | 1,0 | 0,985 | 0,944 | 0,893 | 0,839 | 0,798 | 0,752 | 0,714 | 0,673 | 0,623 | 0,560 | 0,487 | 0,400 |
| 5 | 0,775 | 0,797 | 0,805 | 0,800 | 0,790 | 0,764 | 0,739 | 0,716 | 0,690 | 0,663 | 0,633 | 0,595 | 0,547 |
| 10 | 0,612 | 0,647 | 0,672 | 0,685 | 0,691 | 0,688 | 0,682 | 0,673 | 0,661 | 0,650 | 0,638 | 0,621 | 0,597 |
| 15 | 0,520 | 0,546 | 0,570 | 0,588 | 0,598 | 0,611 | 0,618 | 0,617 | 0,613 | 0,609 | 0,606 | 0,596 | 0,587 |
| 20 | 0,477 | 0,491 | 0,503 | 0,517 | 0,530 | 0,540 | 0,550 | 0,556 | 0,558 | 0,560 | 0,560 | 0,557 | 0,553 |
| $1/\lambda P(t)$ | 0,0484 | 0,0345 | 0,0210 | 0,0099 | 0,0030 | −0,0020 | −0,0048 | −0,0073 | −0,0116 | −0,0182 | −0,0267 | −0,0355 | −0,0425 |

$k = 12,96$ см²/час

## НАБЛЮДЕННОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ПОЧВЕ ПО ДАННЫМ СТ. КОЛТУШИ

| $z$ см | Время, часы | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 0 | 10,4 | 9,1 | 8,2 | 7,8 | 8,2 | 9,1 | 12,0 | 15,2 | 19,2 | 24,6 | 32,0 | 38,4 | 43,5 |
| 5 | 16,9 | 16,0 | 15,2 | 14,6 | 14,1 | 13,6 | 13,5 | 13,7 | 14,2 | 15,2 | 16,6 | 18,0 | 19,5 |
| 10 | 17,1 | 16,5 | 16,0 | 15,6 | 15,0 | 14,6 | 14,2 | 14,0 | 14,2 | 14,5 | 15,0 | 15,6 | 16,4 |
| 15 | 16,2 | 16,0 | 15,6 | 15,4 | 15,0 | 14,8 | 14,5 | 14,3 | 14,2 | 14,2 | 14,2 | 14,5 | 14,9 |
| 20 | 15,6 | 15,5 | 15,3 | 15,2 | 15,0 | 14,9 | 14,6 | 14,5 | 14,3 | 14,3 | 14,2 | 14,2 | 14,2 |
| $P(t)$ кал/см²мин. | −0,096 | −0,080 | −0,062 | −0,040 | | | 0,017 | 0,044 | | 0,113 | 0,153 | 0,182 | 0,172 |

$k = 9{,}2$ см²/час, $\lambda = 6{,}25 \cdot 10^{-2}$ кал/см · мин · град.

| $z$ см | Время, часы | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 0 | 47,5 | 48,7 | 47,4 | 43,7 | 35,6 | 29,2 | 25,1 | 21,4 | 18,0 | 15,2 | 12,4 | 11,5 |
| 5 | 21,1 | 22,4 | 23,1 | 23,5 | 23,8 | 23,5 | 22,7 | 21,8 | 20,8 | 19,8 | 19,0 | 18,0 |
| 10 | 17,1 | 18,2 | 18,6 | 19,0 | 19,4 | 19,9 | 19,9 | 20,0 | 19,6 | 19,0 | 18,1 | 17,5 |
| 15 | 15,1 | 15,6 | 16,0 | 16,4 | 16,8 | 17,2 | 17,4 | 17,4 | 17,4 | 17,2 | 17,0 | 16,6 |
| 20 | 14,3 | 14,5 | 14,8 | 15,0 | 15,2 | 15,4 | 15,6 | 15,9 | 16,0 | 16,0 | 16,0 | 16,0 |
| $P(t)$ кал/см²мин. | 0,137 | | 0,032 | | −0,039 | −0,050 | −0,054 | −0,058 | −0,066 | −0,084 | −0,089 | −0,096 |

$k = 9{,}2$ см²/час, $\lambda = 6{,}25 \cdot 10^{-2}$ кал/см · мин · град.

*Л. А. КЛЮЧНИКОВА*

# К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕНСИВНОСТИ ОБЛЕДЕНЕНИЯ ПАЛУБЫ СУДОВ ТИПА СРТ

В работе [1] приводится вывод уравнений для определения интенсивности обледенения палубы судов типа СРТ в зависимости от гидрометеорологических факторов. Эти уравнения могут быть записаны в следующем виде:

$$\Delta M_n = \frac{\left\{\alpha\left[\vartheta - T_{\text{кр}}(S)\right] + \beta\alpha\left(e_{\vartheta} - e_{T_{\text{кр}}}\right)\right\}\Delta t + \lambda \frac{dT_{\text{п}}}{dz}\Delta t}{l} +$$

$$+ \frac{\frac{\Delta t}{\tau}\rho c_{\text{л}} \int\limits_0^{h'} (T_{\text{л}} - T_{\text{кр}})\, dz - c\,(T_{\text{в}} - T_{\text{кр}})\left[\Delta m - \Delta m'(1-\sigma)\right] - cm\left(T_{\text{в. п}} - T_{\text{кр}}\right)}{l}, \quad (1)$$

$$S_{n+1} = \left[\frac{S_n m_n + S\Delta m}{m_n + \Delta m}\right]\left[1 + \frac{\Delta M_n (1-k)}{m_n + \Delta m - \Delta m' - \Delta M_n}\right], \quad (2)$$

где $\Delta M_n$ — масса льда, образовавшегося за период времени $\Delta t$ на $n$ шаге расчета на единичной площади палубы, $\alpha$ — коэффициент теплообмена, $\vartheta$ — температура воздуха в °С, $T_{\text{кр}}(S)$ — температура кристаллизации воды, зависящая от солености воды, $e_v$, $e_{T_{\text{кр}}}$ — максимальная упругость водяного пара (мб) при температуре воздуха и температуре кристаллизации воды соответственно,

$$\beta = \frac{0{,}623L}{c_p P} = 1{,}6 \text{ град/мб},$$

$\lambda$ — теплопроводность палубы, $\tau$ — половина периода бортовой качки, $h'$ — толщина льда на палубе, $T_{\text{п}}$, $T_{\text{в. п.}}$, $T_{\text{в}}$, $T_{\text{л}}$ — температура палубы, воды на палубе, забортной воды и льда соответственно, $\rho$ — плотность, $c$ — теплоемкость, $l$ — теплота кристаллизации, $\Delta m$, $\Delta m'$ — масса воды, забрызгиваемая на 1 см$^2$ палубы и сливающаяся за борт за время $\Delta t$, $S$, $S_{\text{п}}$ — соленость забортной воды и воды на палубе на $n$ шаге расчета, $k$ — коэффициент, учитывающий часть соли, остающуюся при кристаллизации во льду, $\sigma$ — коэффициент, учитывающий тепло, которое заплеснувшаяся вода успеет потерять на палубе до стекания за борт.

Процесс кристаллизации воды на палубе нестационарный. В начальный период резкая нестационарность возникает за счет сильно меняющегося по времени потока тепла из воды в палубу, а затем за счет повышения солености незамерзшей воды на палубе. Кристаллы льда почти не содержат соли. При кристаллизации соль выделяется в оставшийся рассол. При этом понижается температура кристаллизации воды, что снижает интенсивность льдообразования при прочих равных условиях. Вследствие нестационарности расчет интенсивности обледенения по уравнениям (1), (2) проводится шагами. В течение шага соленость воды и поток тепла в палубный настил считаются постоянными.

По уравнению (1) для первого периода $\Delta t_0$ $(n=0)$ определяется величина $\Delta M_0$. Все входящие в уравнение (1) величины известны. Поток тепла в палубу $\lambda \frac{dT_п}{dz}$ и охлаждение воды за счет бортовой качки

$$\frac{\Delta t}{\tau} \rho_л c_л \int\limits_0^{h'} (T_л - T_{кр})\, dz$$

должны быть рассчитаны заранее, как функции времени и гидрометеорологических условий, и представлены в виде таблиц или графиков. По известному $\Delta M_0$ с помощью уравнения (2) определяется $S_1$ — солёность незамерзшей воды на палубе. По $S_1$ находится новая температура кристаллизации воды. Зависимость между $S$ и $T_{кр}$ может быть взята в океанологических таблицах по Зубову [2]. По новому значению $T_{кр}$ из первого уравнения определяется величина массы льда $\Delta M_1$ за следующий период и т. д.

Расчет продолжается до момента $t$, когда соленость рассола перестанет меняться и интенсивность нарастания льда станет постоянной по времени.

Процесс обледенения является следствием совокупности ряда факторов, которые в течение периода обледенения действуют с разной интенсивностью. Систему уравнений (1) и (2) можно значительно упростить, если выявить роль отдельных членов уравнений на определенных стадиях обледенения судна.

Член $\alpha\left[(\vartheta - T_{кр}) + \beta\left(e_v - e_{T_{кр}}\right)\right]$, представляющий теплообмен воды с воздухом путем вынужденной конвекции и испарения, является основным источником охлаждения воды в течение всего периода обледенения. Предполагается, что испарение с поверхности ледяной каши на палубе наблюдается до полного замерзания воды в ней.

Оценка потока тепла из воды в палубный настил при предположении, что турбулентная теплопроводность воды много больше молекулярной, была сделана в работе [1]. При расчете примера коэффициент теплообмена $\alpha$ в воде полагался равным 1000—3000 ккал/м$^2$·час·град. Оказалось, что результаты сильно зависят от величины $\alpha$. Более объективной оценкой, вероятно, будет расчет потока тепла при предельном значении коэффициента теплообмена ($\alpha \to \infty$). Тем более, что это условие совпадает с предположением о постоянстве температуры воды во всей толще слоя воды на палубе, когда вода, перекатываясь по палубе, хорошо перемешивается. Задача при этом формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial T_{\text{п}}}{\partial t} = a_{\text{п}} \frac{\partial^2 T_{\text{п}}}{\partial z^2}; \tag{3}$$

$$T_{\text{п}}|_{t=0} = T_{0\text{п}} + \Delta T \frac{z}{h}; \tag{4}$$

$$T_{\text{п}}|_{z=0} = T_{\text{п}_1}; \tag{5}$$

$$T_{\text{п}}|_{z=h} = T_{\text{п}_2}. \tag{6}$$

Решение такой задачи имеется в [3]. Расчет проводился для различных значений температуры поверхности палубы $T_{\text{п}}$ (принималось, что температура поверхности палубы к моменту начала обледенения становится равной температуре воздуха $\vartheta$). Внутри палубы температура в начальный момент меняется по линейному закону:

$$T_{\text{в}} = -1{,}5^\circ\,\text{C}; \quad T_{\text{п}_2} = +20^\circ\,\text{C}; \quad \lambda_{\text{п}} = 0{,}12 \text{ ккал/м·час·град}.$$

Полученные значения потока тепла вблизи поверхности палубы в зависимости от продолжительности процесса теплообмена воды и палубы приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Величина потока тепла в палубу ($\alpha$ кал/см$^2$ · мин.) в зависимости от продолжительности процесса теплообмена**

| $\vartheta$ °C | $t$ мин. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 10 | 30 | 60 | 240 |
| —15 | 0,17 | 0,07 | 0,03 | —0,008 | —0,04 |
| —10 | 0,07 | 0,025 | 0,005 | —0,003 | —0,04 |

Знак минус означает, что поток тепла направлен из палубного настила в воду.

При температуре подпалубных помещений +20° C и температуре воздуха —10° C постоянный поток тепла в воду, который установится при $t \to \infty$ (а в нашей задаче это через 1 час) равен —0,044 кал/см$^2$·мин. Такой поток может растопить 0,065 г льда за час. Очевидно, что для расчета обледенения в период больше, чем 30 минут после начала процесса, теплообмен воды с палубой можно не учитывать.

Член $cm(T_{\text{в.п}} - T_{\text{кр}})$ существен только в начальный период. После того как в воде образовались кристаллы льда, каждая добавка забортной воды растапливает часть льда, но не увеличивает $T_{в.п}$ выше $T_{кр}$ (в противном случае обледенение не наблюдается). Поэтому в дальнейшем $T_{в.п}$ равна $T_{кр}$ и член $cm(T_{в.п} - T_{кр}) = 0$. Член $c(T_в - T_{кр})$ $[\Delta m - \Delta m'(1 - \sigma)]$ следует учитывать в течение всего периода забрызгивания.

Пока не замерзли бортовые отверстия часть воды с палубы сливается за борт, отдавая часть своих теплозапасов ($\sigma < 1$ и разность $(\Delta m - \Delta m')$ мала). Время замерзания бортовых отверстий зависит от гидрометеоусловий. После замерзания бортовых отверстий вся вода остается на палубе ($\sigma = 1$, $\Delta m' = 0$).

Член, учитывающий охлаждение воды за счет бортовой качки, становится существенным, когда на палубе образуется слой льда толщиной не менее 1 см. Охлаждение льда в результате теплообмена с воздухом за период 4—5 сек. (половина периода бортовой качки) может проникнуть на глубину 0,5—1,0 см.

На рис. 1 приведены значения количества тепла, поглощаемого из воды охлажденным льдом объемом 1 см$^2 \times h'$ в зависимости от $\vartheta$ и $\alpha$. За счет такой потери тепла может закристаллизоваться за 1 час 1,5—2,5 г льда на 1 см$^2$ палубы. Когда ледяная каша на палубе становится плотной (замерзает 85—90% воды), вода уже не перемещается по палубе и кристаллизации воды за счет качки не наблюдается. Все это относится к пресному льду. Однако, как выяснилось из эксперимента, при обледенении палубы судов образуется ноздреватый лед, в котором много ячеек с рассолом. Соленость такого льда определяется не содержанием соли в кристаллах, а наличием жидкой фазы во льду. При измерении солености льда на палубе оказалось, что его соленость равна 15—20‰ [4]. Лед с ячейками рассола обладает теплоемкостью на порядок больше теплоемкости пресного льда [5]. Величина понижения температуры такого льда в результате теплообмена с воздухом за 4 сек. будет значительно меньше. Поэтому для соленого льда учитывать этот эффект в уравнении (1) нецелесообразно.

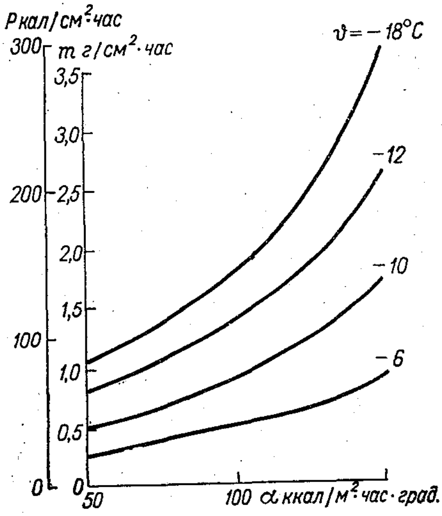


Рис. 1. Количество тепла, поглощаемого из воды охлажденным льдом, в зависимости от температуры воздуха и коэффициента теплообмена

В результате изложенного очевидно, что сложный расчет интенсивности обледенения может быть значительно упрощен для каждой конкретной стадии процесса.

Для оценки влияния гидрометеорологических условий и отдельных параметров схемы на процесс обледенения было рассчитано несколько примеров (рис. 2). В зависимости от продолжительности обледенения $t$ (при $\sigma=1$, $\Delta m'=0$, $l=80$ кал/г) определялись: а) количество образовавшегося льда в граммах на 1 см$^2$ палубы ($M$ г/см$^2$), б) соленость незамерзшей части воды на палубе ($S^0/_{00}$), в) содержание льда в ледяной каше ($N$%).

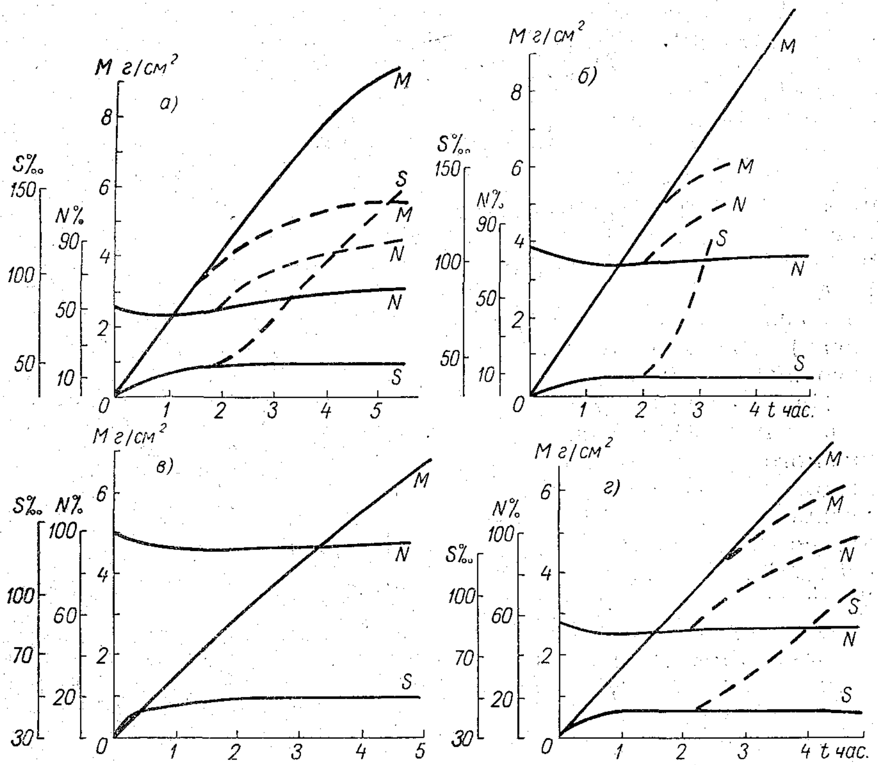



Рис. 2. Интенсивность нарастания льда на палубе при различных условиях заливаемости:

а) $k=0{,}1$, $\vartheta=-10°$ С, $\alpha=100$ ккал/м$^2$·час·град., $\Delta m=0{,}05$ г/см$^2$·мин.; б) $k=0{,}3\frac{S_п}{S_0}$, $\vartheta=-10°$ С, $\alpha=100$ ккал/м$^2$·час·град., $\Delta m=0{,}05$ г/см$^2$·мин.; в) $k=0{,}3\frac{S_п}{S_0}$, $\vartheta=-10°$ С, $\alpha=75$ ккал/м$^2$·час·град., $\Delta m=0{,}025$ г/см$^2$·мин.; г) $k=0{,}3\frac{S_п}{S_0}$, $\vartheta=-7{,}5°$ С, $\alpha=100$ ккал/м$^2$·час·град.; $\Delta m=0{,}05$ г/см·мин.

Сплошные кривые описывают вышеуказанные величины при забрызгивании воды на палубу в течение всего периода обледенения. Пунктирные — для случая, когда забрызгивание прекращается через два часа.

В первом примере (рис. 2 *а*) при таких условиях заливаемости за 1 час на палубе накапливается слой воды 3 см. Расчет интенсивности обледенения начинается с момента замерзания бортовых отверстий для слива воды.

При первых забрызгиваниях, когда слой воды мал, замерзает от 50 до 60% поступающей воды, затем в течение первого часа интенсивность намерзания льда несколько уменьшается, вероятно за счет уменьшения потока тепла в палубу и роста солености воды. Затем процент содержания льда в воде медленно увеличивается. Через 3—4 часа процесс можно считать установившимся ($S=45‰$, $N=65\%$). Дальше, при любой продолжительности процесса слой ледяной каши на палубе увеличивается на 3 см за 1 час, но содержание льда все время составляет 65%.

Допустим, что при изменении курса судна через 2 часа забрызгивание прекратилось. Плотность ледяной каши на палубе начинает быстро расти. Интенсивность кристаллизации несколько уменьшается со временем из-за резкого увеличения солености незамерзшей воды. Теоретически в этом случае содержание льда не может достичь 100%, так как соленость рассола на палубе достигает такой концентрации, что $T_{\text{кр}}=\vartheta$. При таком условии теплообмен ледяной каши с воздухом прекращается. Например, при солености рассола 150‰ $T_{\text{кр}}=-10°$ С. В рассчитанном примере такого значения соленость рассола достигает через 5 часов, $N$ при этом составляет только 80%.

При измерении солености рассола на палубе в натурных условиях таких высоких значений ее не наблюдалось. Вероятно, следует учитывать, что при интенсивной кристаллизации соль остается не только в кристаллах льда, но и между кристаллами, в ячейках с жидкой фазой. Тогда под $k$ следует понимать коэффициент, означающий суммарный захват соли объемом льда. Этот коэффициент будет значительно больше $k$ захвата для кристаллов и, вероятно, будет функцией солености рассола. В этом случае можно считать, что $k=k_0\frac{S_{\text{п}}}{S_0}$.

Второй пример (рис. 2*б*) рассчитан при вышеуказанном выражении для $k$ при прочих равных условиях. В этом случае при непрерывном забрызгивании $S$ достигает 40‰, а $N$ составляет 70%, т. е. интенсивность обледенения несколько возрастает. При прекращении заливаемости уже через 1 час замерзает практически вся вода. Соленость рассола при этом увеличивается до 110‰, $T_{\text{кр}}=-7°$ С, теплообмен с воздухом еще имеет место.

На рис. 2*в* помещены результаты расчетов интенсивности обледенения при $\alpha$, уменьшенном на 25% по сравнению с примером, помещенным на рис. 2*а*.

Поскольку $\alpha$ связано со скоростью ветра, а следовательно, и с волнением, то с уменьшением $\alpha$, наряду с уменьшением теплообмена воды с воздухом, должен измениться и режим заливаемости. Уменьшим заливаемость до 0,025 г/см²·мин. В результате толщина слоя ледяной каши на палубе в период заливаемости меньше, чем в первом примере, но процент содержания льда больше ($N=90\%$).

Уменьшение перепада температур вода — воздух на 25% (рис. 2*г*) приводит к более заметному понижению интенсивности обледенения ($N$=60%), чем при уменьшении $\alpha$, так как в этом случае при уменьшении теплообмена заливаемость не меняется.

На рис. 3 дается зависимость времени полного замерзания воды на палубе от температуры воздуха и скорости ветра при заливаемости 6 г/см²·час. Забрызгивание наблюдалось в течение 1 часа. Расчет проводился при условии, что режим забрызгивания поддерживался одинаковым при любом $\alpha$.

В табл. 2 показана зависимость времени полного замерзания воды на палубе при различной заливаемости судна в течение часа ($\vartheta$=—15° С, $\alpha$=50 ккал/м²·час·град.).

Таблица 2

**Время полного замерзания воды на палубе**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta m$ г/см² · мин. | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 |
| $t$ час | 1,5 | 2,0 | 3,7 | 7,5 | 16,0 | >20 |

Время полного замерзания воды на палубе является такой характеристикой процесса обледенения, которая позволяет оценить возможности борьбы с нарастающим льдом. Даже если слой ледяной каши на палубе значительный, но содержание льда в ней $\ll$100% и время полного ее замерзания большое, то такое обледенение не является опасным, так как эту ледяную кашу можно легко сбросить за борт, когда судно выйдет из опасного района плавания. Время полного замерзания быстро растет с уменьшением контраста температур вода — воздух и в очень сильной степени зависит от заливаемости. При увеличении заливаемости в 2 раза (от 0,1 до 0,2 г/см²·мин.) время полного замерзания увеличивается от 1 часа до 10 часов.

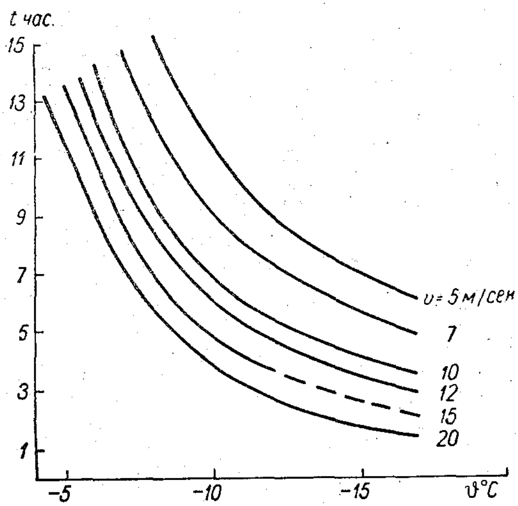



Рис. 3. Зависимость времени полного замерзания воды на палубе от температуры воздуха $\vartheta$ и скорости ветра $v$

Для оперативных расчетов интенсивности обледенения палубы в зависимости от гидрометеорологических факторов необходимо знать величину параметров $\alpha$, $k$, $l$, $\Delta m$, $\Delta t$ и их изменчивость в условиях обледенения.

Для определения величины коэффициента теплообмена горизонтальной пластины, обтекаемой потоком с постоянной скоростью, существует ряд формул, полученных на основании экспериментов в лабораторных условиях при размерах плиты $1 \times 1$ м [6, 7, 8]. Эти формулы имеют вид:

$$\mathrm{Nu}_{ж} = \frac{\alpha d}{\nu} = A\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0.43},$$

где $\alpha$ — коэффициент теплообмена, $d$ — характерный размер пластины, $\nu$ — коэффициент динамической вязкости воздуха, Re — число Рейнольдса, Pr — число Прандтля.

Величина $A$ у различных авторов варьирует от 0,031 до 0,037. Неясно, можно ли использовать эти закономерности при размерах плиты на порядок больше и с неоднородной шероховатостью (палуба). М. А. Михеев и др. утверждают, что выражение (5) годится для чисел Re, равных $1{,}10^5 - 1{,}10^7$. В нашем случае большие скорости ветра обеспечивают наличие турбулентного режима в потоке. При этом режиме значение $\alpha$ не должно сильно зависеть от размеров пластины.

В табл. 3 помещены значения $\alpha$ в зависимости от скорости потока, рассчитанные по (5) при $\mathrm{Pr}=1$ и $d=10$ м. Под скоростью потока понимается такая эффективная скорость $v_{эф}$, которая является векторной разностью скорости ветра $v$ и скорости движения судна $V_c$.

Таблица 3

**Значения $\alpha$ в зависимости от скорости ветра**

| $\alpha$ ккал/м² · час · град. | $v_э$, м/сек. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| Рассчитанный по (5) | 14,3 | 24,3 | 36,7 | 44,4 | 54,0 | 61,4 |
| Увеличенный на 20% | 18 | 30 | 46 | 55 | 68 | 78 |

Поскольку палуба корабля приподнята над поверхностью моря и имеет неоднородную поверхность, что вызывает дополнительную турбулизацию потока, значение $\alpha$ в расчетах обледенения судна, вероятно, должно быть несколько увеличено (на 15—20%).

Для оценки $\alpha$ использовались и другие параметры, например величины числа Стентона St, полученные при исследовании теплообмена между океаном и атмосферой [9]. Число Стентона для средних условий ($V<10$ м/сек., и разности $\vartheta - T_в \approx 1 \div 2°$) колеблется в пределах $1{,}3 \cdot 10^{-3} - 1{,}8 \cdot 10^{-3}$ [4]. Тогда $\alpha = \mathrm{St} \cdot \rho \cdot c_p V = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}24 \cdot 10 = 5{,}6$ кал/м² · сек · град. $=20$ ккал/м² $\times$ $\times$ час · град. Полученная величина близка к $\alpha$ из табл. 3 при скорости ветра 10 м/сек.

По наблюдениям в Пахта-Арале в 1952 г. для ровной подстилающей поверхности (пустыня) имеются данные по температуре почвы, температуре воздуха на высоте 0,25 м, скорости ветра на высоте 1 м [8]. На основании этих данных определялись турбулентный поток тепла $P$ по градиентному методу и величины $\alpha$ по формуле $\alpha = \frac{P}{T_{\text{почва}} - \vartheta}$ (табл. 4). Полученные величины $\alpha$ для слабых ветров довольно хорошо согласуются с $\alpha$ из табл. 1. На основании вышеизложенного в расчетах интенсивности обледенения использовались значения $\alpha$ из табл. 1.

Таблица 4

**Значения $\alpha$ в зависимости от $P$**

| Дата | Время, часы | $v$ м/сек. | $T_{\text{почва}} - \vartheta$ | $P$ кал/м² · мин. | $\alpha$ ккал/м² · час · град. |
|---|---|---|---|---|---|
| 13/VII | 14—15 | 3,5 | 22 | 0,61 | 17 |
| 28/VII | 12—13 | 4,2 | 23 | 0,57 | 15 |
| 30/VII | 14—15 | 3,3 | 18 | 0,48 | 14 |
| | 16—17 | 3,5 | 15 | 0,29 | 12 |

Параметры $l$ и $k$ — взаимосвязанные величины. При большом содержании рассола во льду значения $l$ малы. По Савельеву [5], при солености льда 10—15‰ $l$ уменьшается до 40—30 кал/г. Измерения солености льда в натурных условиях [4] показали, что на палубе даже в начале обледенения $S_{\text{л}} \approx 12 \div 15$‰. Исходя из этого, при солености воды $S \approx 30$‰ величина $k$ должна быть не менее 0,5, а $l$ — примерно 40 кал/г. Эти значения для $k$ и $l$ и были приняты в расчетах интенсивности нарастания льда на палубе.

Наибольшую трудность представляет оценка величин $\Delta m$ и $\Delta m'$ — характеристик заливаемости палубы. Эти величины зависят: от особенностей конструкции судна; от развитости волнения, которое определяется не только скоростью ветра, но и продолжительностью определенного ветрового режима над морем; от курсового угла плавания; от степени обмерзания бортовых отверстий для слива воды. Для строгих оценок этих величин необходимы специальные экспериментальные исследования в натурных условиях. Имеющиеся немногочисленные данные характеристик заливаемости в баллах и в числах забрызгивания в минуту, полученные в экспедициях, плохо согласуются между собой.

Поскольку режим заливаемости может регулироваться курсовыми углами, т. е. он не жестко определяется гидрометеорологическими условиями, на настоящем этапе работы значение $\Delta m$ задавалось параметрически, без увязки со скоростью ветра и развитостью волнения. Величина $\Delta m$ оценивалась ориентировочно по нескольким случаям натурных наблюдений за обледенением, а именно по количеству намерзшего льда на палубе и времени эксперимента. Была составлена таблица перехода от баллов забрызгиваемости и числа забрызгиваний в минуту $r$ к $\Delta m$ (табл. 5).

В настоящих расчетах $\Delta m'$ полагалось равным нулю, т. е. расчет обледенения палубы начинался с момента замерзания боковых отверстий, когда вода начинала скапливаться на палубе.

Таблица 5

**Связь $\Delta m$ с забрызгиваемостью и $r$**

| $r$ . . . . . . . . | Нет | На палубу не попадает | 1—3 | 4—5 | 6—7 | 8—10 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Забрызгиваемость, баллы . . . . . | 1 | 2 | 3 | 4 | 5—6 | 7—8 | 9—10 |
| $\Delta m$ г/см²·мин. . . | 0 | 0 | 0,025 | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,2 |

Величина шага $\Delta t$ зависит от степени нестационарности процесса. При медленной кристаллизации или большой заливаемости соленость воды на палубе меняется медленно. Расчеты показали, что в этих условиях в начальный период $\Delta t$ можно брать 5 мин., затем 10—20 мин. При интенсивном обледенении $\Delta t$ не превышает 2 мин.

Комплекс гидрометеорологических факторов, обусловливающих обледенение судов в море, является следствием определенной синоптической обстановки, которая наблюдается, как правило, в течение нескольких часов, а иногда и суток. Такая продолжительность процесса дает право при расчетах интенсивности обледенения судов применять уравнения в упрощенном виде, а именно: не принимать во внимание начальный период обледенения, когда существенно влияние тепловых потоков в палубный настил и еще не замерзли бортовые отверстия для слива воды. Для соленой воды (эффект охлаждения воды вследствие бортовой качки пренебрежимо мал) в упрощенном виде формулы будут иметь вид:

$$\Delta M_n = \frac{\alpha\left[(\vartheta - T_{\text{кр}}) + \beta\left(e_\vartheta - e_{T_{\text{кр}}}\right)\right]\Delta t - \Delta m\,(T_{\text{в}} - T_{\text{кр}})\,c}{l}, \tag{7}$$

$$S_{n+1} = \left[\frac{S_n m_n + S\Delta m}{m_n + \Delta m}\right]\left[1 + \frac{\Delta M_n\,(1-k)}{m_n + \Delta m - \Delta M_n}\right]; \tag{8}$$

после прекращения забрызгивания

$$\Delta M_n = \frac{\alpha\left[(\vartheta - T_{\text{кр}}) + \beta\left(e_\vartheta - e_{T_{\text{кр}}}\right)\right]\Delta t}{l}, \tag{9}$$

$$S_{n+1} = \left[1 - \frac{\Delta M_n\,(1-k)}{m_n - \Delta M_n}\right]\cdot S_n. \tag{10}$$

По формулам (7) и (8) рассчитывалась интенсивность обледенения палубы для различных гидрометеорологических условий и режимов заливаемости судна при условии непрерывной забрызгиваемости. Все расчетные параметры и гидрометеорологические условия принимались постоянными в течение всего периода обледенения.

В табл. 6 помещена величина процентного отношения льда к воде на палубе при установившемся процессе кристаллизации. Зная время, в течение которого будут наблюдаться подобные условия плавания судна, можно по заливаемости рассчитать массу воды, которая накопится на палубе. С помощью табл. 6 можно определить и массу льда на палубе.

Таблица 6

**Содержание льда в ледяной каше (%)**

| $\vartheta$ °C | $\Delta m$ г/см$^2$ · час | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1,5 | | | | | | | 6,0 | | | | | | |
| | $V_{эф}$ м/сек. | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | 8 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 5 | 8 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| −5 | 18 | 25 | 30 | 42 | 50 | 56 | 65 | 8 | 13 | 17 | 22 | 26 | 29 | 31 |
| −8 | 24 | 41 | 55 | 70 | 80 | 90 | 100 | 15 | 26 | 32 | 41 | 49 | 53 | 56 |
| −10 | 35 | 54 | 63 | 90 | 100 | 100 | 100 | 20 | 31 | 37 | 48 | 56 | 63 | 68 |
| −13 | 48 | 61 | 70 | 100 | 100 | 100 | 100 | 27 | 42 | 49 | 60 | 76 | 82 | 88 |
| −15 | 55 | 90 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 30 | 48 | 57 | 75 | 85 | 93 | 100 |
| −18 | 66 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 39 | 57 | 68 | 90 | 100 | 100 | 100 |
| −20 | 72 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 43 | 64 | 75 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| −25 | 95 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 55 | 80 | 94 | 100 | 100 | 100 | 100 |

| $\vartheta$ °C | $\Delta m$ г/см$^2$ · час | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 6,0 | | | | | | | 12,0 | | | | | | |
| | $V_{эф}$ м/сек. | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | 8 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 5 | 8 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| −5 | 4 | 7 | 8 | 11 | 14 | 16 | 18 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| −8 | 8 | 12 | 14 | 19 | 24 | 28 | 32 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 | 16 |
| −10 | 10 | 16 | 18 | 25 | 31 | 37 | 42 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 19 | 21 |
| −13 | 14 | 21 | 25 | 34 | 41 | 48 | 54 | 7 | 10 | 12 | 18 | 21 | 24 | 28 |
| −15 | 16 | 25 | 30 | 40 | 48 | 56 | 63 | 8 | 12 | 15 | 20 | 24 | 28 | 32 |
| −18 | 20 | 30 | 37 | 49 | 59 | 68 | 76 | 9 | 15 | 18 | 24 | 29 | 34 | 38 |
| −20 | 22 | 33 | 41 | 55 | 66 | 76 | 85 | 10 | 17 | 20 | 27 | 32 | 38 | 42 |
| −25 | 28 | 41 | 52 | 70 | 84 | 96 | 100 | 12 | 22 | 25 | 34 | 40 | 48 | 52 |

Анализ таблицы показывает, что все три величины $\vartheta$, $v$, $\Delta m$ в одинаково сильной степени влияют на интенсивность обледенения палубы. Температура воды является второстепенным фактором. При изменении температуры воды от +2 до —1,8° (наиболее часто наблюдающееся значение $T_в$) содержание льда в воде при значительной интенсивности обледенения меняется на 10%. Вероятно, для предвычисления обледенения палубы при прогнозе гидрометеорологических условий можно проводить расчеты для значений температуры воды —1,8° С, что позволит получить максимально возможное количество льда.

Результаты расчетов сравнивались с экспериментальным материалом, полученным в экспедиционных условиях на кораблях. Основная трудность при этом возникает из-за неточной информации о заливаемости судна: нет сведений о времени замерзания бортовых отверстий, связь между числом забрызгиваний и баллами заливаемости не во всех экспериментах одинаковая, объем экспериментального материала явно недостаточен для выявления четкой связи между курсовым углом и числом забрызгиваний в минуту и т. д. Кроме того, в экспериментах при произвольном изменении курса корабля периоды с забрызгиванием чередовались с периодами без забрызгивания. За счет этого должно увеличиваться содержание льда в ледяной каше на палубе, что не учитывалось в расчетах.

При наблюдениях за обледенением в натурных условиях в большинстве случаев наблюдалась небольшая интенсивность обледенения, что в свою очередь не способствует большой точности измерения толщины слоя льда на палубе. Например, по наблюдениям на судне «Профессор Сомов», при забрызгиваемости 1—2 балла, которая по условной шкале соответствует условиям «брызги на палубу не попадают», отмечается толщина льда на палубе 0,5—1,5 см. Очевидно, всем этим можно объяснить разброс точек на рис. 4, где помещены значения рассчитанной и измеренной толщины слоя льда на палубе.

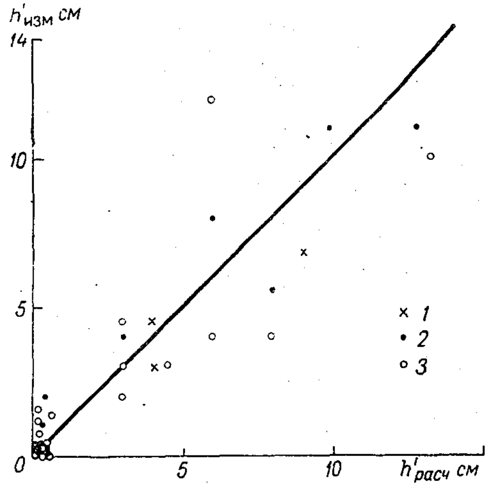


Рис. 4. Сравнение рассчитанных и измеренных величин толщины льда на палубе по данным с судов „Академик Бэр" за 1968 г. (1) и 1969 г. (2) и „Профессор Сомов" за 1969 г. (3)

Вероятно, результаты проведенной проверки методики на экспериментальном материале можно принимать как удовлетворительные только с точки зрения качественной характеристики метода. При таком малом объеме экспериментального материала трудно сделать вывод относительно причин большого разброса точек — неточности метода расчета или неточности измерений при эксперименте. Но, учитывая невысокую точность прогноза гидрометеорологической обстановки, таблица 6 все-таки может быть использована для оценки возможного обледенения палубы судов.

Данные о процентном содержании льда в ледяной каше позволяют оценить не только массу льда на палубе, но и возможность борьбы с ним. Как видно из табл. 6, при низких температурах воздуха и сильном ветре, когда на предметах, приподнятых над палубой, возможно умеренное и даже сильное обледенение, на палубе при значительной заливаемости обледенение может быть не опасным, так как ледяная масса неплотная и ее можно легко сбросить с палубы. Но при умеренной заливаемости вся вода на палубе превращается в плотный лед, который трудно скалывать; в этом случае палуба становится поверхностью, несущей до 50% от общего количества льда на судне.

Очевидно, что интенсивность обледенения палубы, в отличие от обледенения такелажа, зависит не только от метеорологических условий, определяющих величину теплообмена воды с воздухом, но в такой же сильной степени (если не в большей) зависит от режима заливаемости палубы — характеристики, в настоящее время довольно слабо исследованной. Это значительно усложняет проблему количественных оценок обледенения палубы в зависимости от условий плавания. Максимальная интенсивность обледенения будет наблюдаться, по-видимому, в условиях сильного теплообмена, но при умеренной заливаемости, что наблюдается при сочетании низких температур воздуха, сильного ветра (при неразвитом волнении) или таких курсовых углов плавания, когда забрызгивание умеренное.

Анализ расчетов позволяет сделать ряд качественных выводов, имеющих практическое значение как при эксплуатации корабля в условиях обледенения, так и при конструировании палубы корабля. Например резко увеличивая заливаемость палубы сменой курсового угла плавания, можно прекратить начавшееся обледенение палубы и смыть ледяную кашу за борт. Кстати, этим способом моряки пользуются на практике уже давно.

Наименьшего обледенения можно добиться при такой форме палубы, когда нет возможности для длительного накопления воды. Но слив воды не должен быть и мгновенным, когда от каждого забрызгивания будет оставаться быстро замерзающая тонкая пленка воды на палубе, и тогда палуба будет обледеневать по тому же закону, что и приподнятые над палубой предметы. Некоторая же задержка воды на палубе будет способствовать таянию пленки льда, если она уже успела образоваться. Оптимальное время задержки можно рассчитать как функцию от температуры забортной воды и теплообмена с окружающей средой.

Практически это означает, что палуба должна быть ограждена бортами с отверстиями, которые должны открываться периодически. Тогда для наименьшего обледенения палубы судно должно некоторое время идти курсом, обеспечивающим хорошую заливаемость палубы, затем сливать набранную воду через борта и т. д. При этом вместо трудоемкого обогрева палубы для предотвращения обледенения целесообразно обеспечить хороший обогрев бортовых отверстий для слива воды, что, вероятно, значительно проще сделать.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Ключникова Л. А. Физические процессы, обусловливающие обледенение палубы судов типа СРТ. — Тр. ААНИИ, 1971, т. 298.
2. Зубов Н. И. Океанологические таблицы. Л., Гидрометеоиздат, 1957.

3. Похович А. И., Жидких В. М. Расчеты теплового режима твердых тел. Л., «Энергия», 1968.
4. Кузнецов В. П. и др. Некоторые характеристики физико-химических свойств льда при обледенении СРТ «Академик Бэр». — В кн.: «Гидрометеорологические условия обледенения судов». Л., 1969.
5. Савельев Б. А. Строение, состав и свойства ледяного покрова морских и пресных водоемов. М., Изд-во МГУ, 1963.
6. Кутателидзе С. С. Основы теории теплообмена. Новосибирск, «Наука», 1970.
7. Михеев М. А. Теплоотдача и тепловое моделирование. М., Изд-во АН СССР, 1959.
8. Эккерт Э. Р. Введение в теорию тепло- и массообмена. М. — Л., Госэнергоиздат, 1957.
9. Бортковский Р. С., Бютнер Э. К. О методах определения турбулентных потоков количества движения и тепла над морем. — Тр. ГГО, 1968, вып. 226.
10. Материалы экспедиции в Голодную степь. Ташкент, Изд-во АН УзССР, 1957. (Тр. ин-та математики и механики. Вып. 19.)

*Н. В. СЕРОВА*

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЧВЫ НА РАВНИННОЙ ТЕРРИТОРИИ СССР

Развитие численных методов долгосрочного прогноза погоды и теории климата требует учета неоднородности подстилающей поверхности. Термическая неоднородность в большой степени характеризуется географическим распределением значений теплофизических характеристик почвы.

О том, насколько важны термические свойства подстилающей поверхности при моделировании климата земли, свидетельствуют работы ряда исследователей. Учет различий теплофизических характеристик океана и материка [1] привел к качественно различным результатам в структуре теплового баланса атмосферы. В пределах материков изменчивость теплофизических характеристик подстилающей поверхности, естественно, будет меньше, но по мере развития работ по численному моделированию общей циркуляции атмосферы можно быть уверенным, что и эти вариации окажутся существенными.

Данная работа представляет собой первый опыт нахождения пространственного распределения теплофизических характеристик почвы по большой территории и составления соответствующих карт. Описывается методика и приводятся карты теплопроводности и объемной теплоемкости почвы равнинной территории Советского Союза.

Все почвы равнинной территории делятся на две совершенно различные по своей природе и физическим свойствам группы: минеральные почвы и болотные. Основой минеральных почв являются минеральные частицы, основой болотных — органическое вещество, болотная растительность различного вида.

Методика нахождения значений теплофизических характеристик минеральных почв дана в работах автора [2] и [3]. В данной статье излагается метод нахождения нами средних значений теплофизических характеристик болотных почв, не публиковавшийся ранее.

В отличие от минеральных, сухое вещество в болотных почвах составляет очень малую долю — всего 1—2% по объему, но именно характер сухого вещества, т. е. вид болотной растительности, определяет все основные свойства болот. Из-за незначительного содержания сухого вещества теплофизические характеристики болотной почвы определяются в конечном итоге ее влажностью. Различают два вида воды, содержащейся в болотной почве: 1) осмотически связанную — внутри клеток растений и 2) капиллярную — в порах между стеблями растений. Поэтому важнейшими свойствами болотной почвы, определяющими ее влажность, являются плотность (пористость «внутренняя» и «внешняя») и водные свойства (фильтрация, капиллярность, гигроскопичность и др.). Эти свойства зависят от вида и состояния болотной растительности, т. е. от типа болота. Влажность болотных почв определяется также уровнем грунтовых вод, связанным в свою очередь с типом болота, с климатическими и погодными условиями.

Вследствие значительно большего размера пор болотной почвы по сравнению с минеральной, а следовательно, и гораздо большей свободой передвижения влаги в процессе теплопередачи в болотных почвах наряду с кондуктивным теплообменом, характерным для минеральных почв, значительную роль играет также и конвективный теплообмен. Поэтому теплопроводность болотной почвы должна зависеть также и от ее температурного режима.

Таким образом, основными факторами, влияющими на теплофизические свойства болотных почв, являются: тип болота, уровень грунтовых вод и температурный режим.

Объемная теплоемкость $c\rho$ болотных почв (кал/см$^3\cdot$град.) рассчитывается по формуле

$$c\rho = c_1\rho_1 + \frac{w_{\text{об}}}{100},$$

где $c_1$ и $\rho_1$ — удельная теплоемкость и плотность сухого растительного веществ, $w_{\text{об}}$ — влажность болотной почвы в объемных процентах.

Теплопроводность болотных почв рассчитывалась нами по эмпирической формуле, предложенной В. В. Романовым [4]:

$$\lambda = n + m(w - 10) + k(t - 6) + lw(t - 6),$$

где $w$ и $t$ — влажность и температура болотной почвы, $n$, $m$, $k$, $l$ — постоянные, полученные из наблюдений.

Подставляя значения постоянных величин по В. В. Романову и среднюю температуру деятельного слоя болотной почвы по В. В. Романову и О. А. Белоцерковской [5], получаем

$$\lambda = 32{,}2\cdot 10^{-5} + 1{,}16\cdot 10^{-5}w.$$

Влажность $w$ болотных почв определялась нами по методике П. К. Воробьева [6], в которой по известным значениям послойной плотности для данного типа почвы и среднему уровню грунтовых вод для данного типа микроландшафта определяется гидростатическое давление в слое и по специальному графику находятся значения $w$.

Уровни грунтовых вод для разных типов болот взяты из работ С. М. Новикова [7], Е. А. Романовой и К. Е. Иванова [8].

На основании этих данных нами рассчитаны теплофизические характеристики болотных почв для пяти наиболее часто встречающихся типов болот. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Теплофизические характеристики деятельного слоя болотных почв (0—30 см)**

| Тип болота | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda \cdot 10^3$ кал/см · сек · град. | 0,92 | 0,64 | 0,59 | 0,69 | 0,85 |
| $c\rho$ кал/см$^3$ · град. | 0,68 | 0,44 | 0,39 | 0,47 | 0,84 |

Примечание. 1 — градово-мочажинный комплекс, 2 — сфагново-кустарничково-сосновый (мохово-лесная группа), 3 — сфагново-кустарничковый, облесенный сосной (моховая группа), 4 — сфагново-осоковый и сфагново-пушицевый (древесно-травяная группа), 5 — гипново-осоковые тростниковые, тростниково-осоковые (низинные болота).

Болота занимают около 10% площади СССР. Рассматривая географическое распределение болот по территории СССР, следует отметить очень большую неравномерность площади, занимаемой болотами в разных зонах, и значительные различия в типах болот.

Тип болотных почв и даже сама возможность возникновения болот зависят от географических и климатических условий местности. Этими же условиями определяются и уровни грунтовых вод.

Наиболее заболочен в СССР Крайний Север (зона тундр) и Западная Сибирь. Довольно значительные площади заняты болотами в Карелии и Полесьи.

При построении карт теплофизических характеристик почвы нами использованы значения теплофизических характеристик болот, помещенные в табл. 1, и учтены размеры площади, занимаемой определенным типом болота. Распределение типов болот по территории СССР взято в основном из работ Е. А. Романовой, а также некоторых других авторов [8—16].

Основой для карт теплофизических характеристик почвы СССР являлась почвенная карта СССР масштаба 1 : 7 500 000. Эта карта была построена нами по почвенным картам Агроклиматических справочников и по почвенной карте масштаба 1 : 2 500 000. Неосвещенные этими материалами районы Азиатской территории СССР (главным образом ее северные районы) дополнены данными почвенной карты масштаба 1 : 12 500 000, приложенной к монографии [17].

При построении карты такой большой территории было проведено осреднение теплофизических характеристик почвы по площади (по двухградусным квадратам). В каждом двухградусном квадрате были определены доли площади, занимаемые в нем почвами определенного механического состава с учетом зоны увлажнения, в которой данная почва расположена. Если в данном квадрате имелись пункты наблюдений (агрометстанции), почва которых по механическому составу и зоне увлажнения соответствовала почве рассчитываемого участка, то для нее принимались значения теплофизических характеристик, рассчитанных по данным этого пункта. Если таких пунктов не было, значения характеристик принимались по таблице, приведенной в [3].

После заполнения всех квадратов значениями теплофизических характеристик проводились изолинии их равных значений. Построены две карты: теплопроводности и объемной теплоемкости почвы. На карте теплопроводности изолинии проведены через $0{,}5 \cdot 10^3$ кал/см·сек·град., на карте объемной теплоемкости — через 0,05 кал/см$^3$·град. (рис. 1 и 2).

Осреднение по площади двухградусного квадрата, естественно, сглаживает пространственные различия в теплофизических характеристиках почвы. Физические свойства почв различного механического состава в естественных условиях одной климатической зоны также несколько сглаживают эти различия. Так, например, значительно бóльшая влажность глинистых почв по сравнению с песчаными (в зонах достаточного увлажнения) должна была бы приводить к много большим значениям теплофизических характеристик глинистых почв. Однако заметно бóльшая плотность песчаных почв уменьшает эти различия в значениях объемной теплоемкости и дает даже несколько большие значения теплопроводности песчаных почв по сравнению с глинистыми.

Рассматривая пространственные изменения теплофизических характеристик почв равнинной территории СССР, отметим следующее.

Теплопроводность минеральных почв изменяется в пределах от $1{,}4 \cdot 10^{-3}$ до $3{,}8 \cdot 10^{-3}$ кал/см·сек·град. Для района болот Западной Сибири минимальное значение теплопроводности (среднее для двухградусного квадрата) составляет $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ кал/см·сек$\times$ $\times$град.

Минимальные значения теплопроводности минеральной почвы наблюдаются, естественно, в южных сухих районах, в особенности в зоне глинистых и суглинистых почв между Каспийским и Аральским морями; максимальные значения отмечаются на Европейской территории СССР в зоне достаточного увлажнения для песчаных почв.

Большая влажность почв района Западно-Сибирской низменности дает небольшие значения теплопроводности из-за малых значений $\lambda$ болот. Увеличение $\lambda$ до $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ кал/см·сек·град. и более в этом районе на широте 62—66° объясняется тем, что суходолы здесь песчаные.

Объемная теплоемкость почв равнинной территории СССР изменяется от 0,25 до 0,64 кал/см$^3$·град. В основном ход изолиний объемной теплоемкости аналогичен ходу изолиний границ зон увлажнения, в особенности для южной части территории Советского Союза.

Наименьшие значения $c\rho$ наблюдаются на юге СССР и возрастают к северу, а наибольшие (до 0,64 кал/см$^3$·град.) в Западной Сибири, в тех районах, где болотные почвы занимают площадь

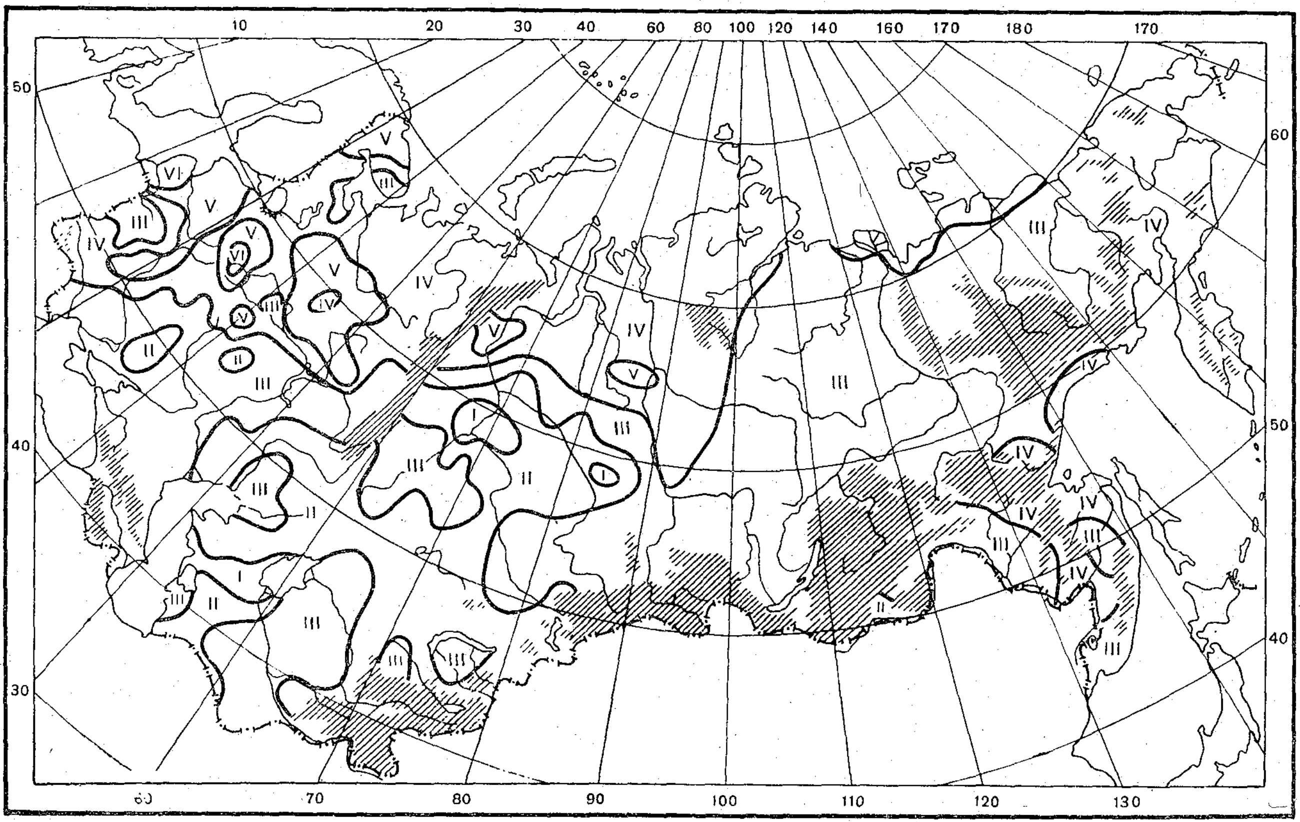


Рис. 1. Теплопроводность почвы (кал/см·сек·град.)

*I* — менее 1,5; *II* — 1,5 ÷ 2,0; *III* — 2,0 ÷ 2,5; *IV* — 2,5 ÷ 3,0; *V* — 3,0 ÷ 3,5; *VI* — более $3{,}5 \cdot 10^{-3}$

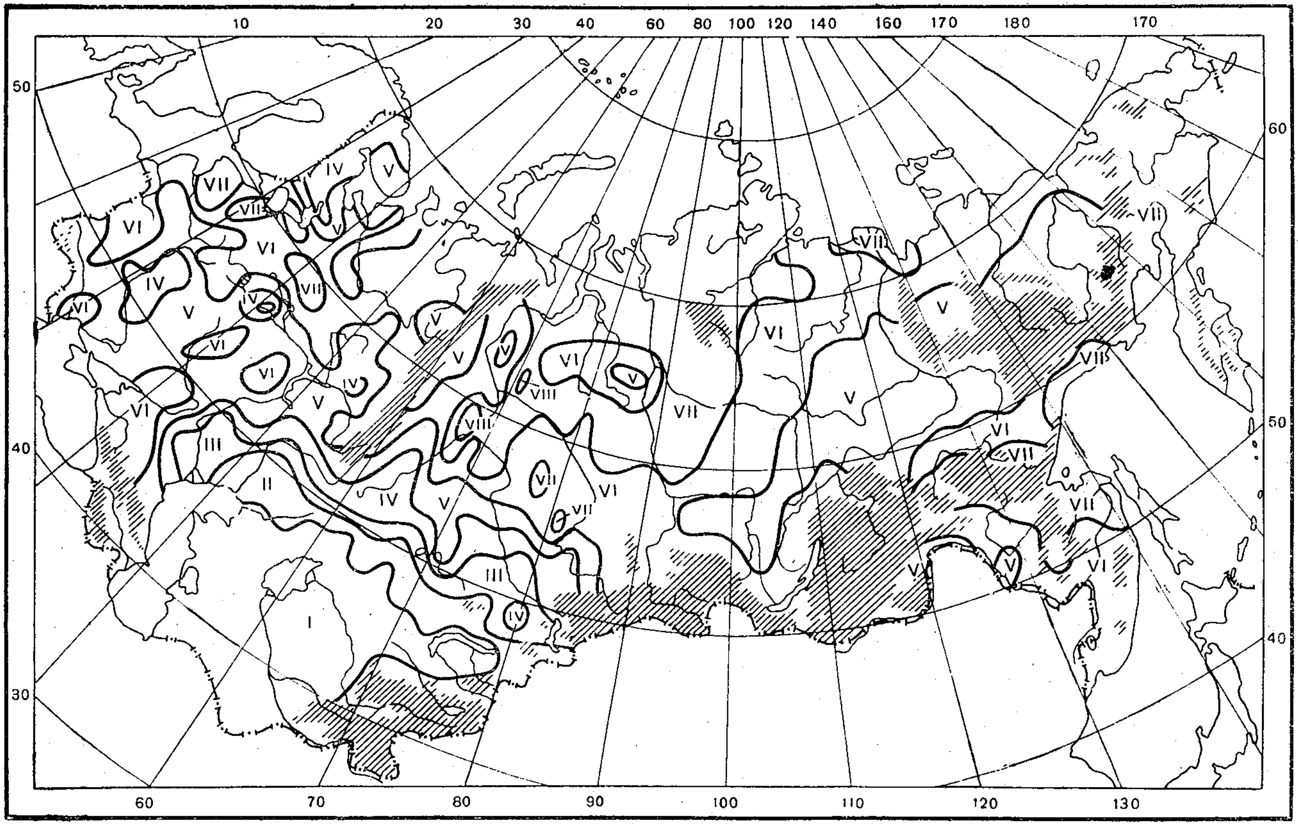



Рис. 2. Объемная теплоемкость почвы (кал/см$^3$·град.):

*I* — менее 0,30; *II* — 0,30 ÷ 0,35; *III* — 0,35 ÷ 0,40; *IV* — 0,40 ÷ 0,45; *V* — 0,45 ÷ 0,50; *VI* — 0,50 ÷ 0,55; *VII* — 0,55 ÷ 0,60; *VIII* — более 0,60 около 90%. Это квадраты с координатами $\varphi=58-60°$, $\lambda=66-70°$ и $\varphi=62-64°$, $\lambda=70-72°$. Некоторое уменьшение объемной теплоемкости на севере Западно-Сибирской низменности объясняется наличием там песчаных суходолов.

На Европейской территории СССР минимум $c\rho$ отмечается в восточной части Белоруссии и на северо-востоке Московской области. Он обусловлен тем, что почва этих районов песчаная и супесчаная. Максимумы на северо-западе ЕТС объясняются высокой влажностью глинистых и суглинистых почв этих районов.

Исследование районов Крайнего Севера показывает, что почва этих районов не везде и не всегда оттаивает к июню и данные по теплофизическим характеристикам почвы этих районов даже для летнего времени не всегда надежны.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Manabe S. The atmospheric circulation and the Hydrology of the Earth's surface. Monthly Weather Rev., N 11, 1969.
2. Серова Н. В. Распределение теплофизических характеристик почв по Европейской территории СССР. — Тр. ГГО, 1969, вып. 241.
3. Серова Н. В. О картировании теплофизических характеристик почвы. — В кн.: «Сборник материалов совещания секции агроклиматологии и агроклиматических ресурсов». Л., Гидрометеоиздат, 1971.
4. Романов В. В. Гидрофизика болот. Л., Гидрометеоиздат, 1961.
5. Белоцерковская О. А., Романов В. В. Микроклиматические особенности грядово-мочажинного комплекса верхового болота. — В кн.: «Природа болот и методы их исследований». М., «Наука», 1967.
6. Воробьев П. К. Определение водоотдачи из торфяной залежи естественных болот. — Тр. ГГИ, 1969, вып. 177.
7. Новиков С. М. Расчет ежедневных уровней грунтовых вод на болотах по метеорологическим данным. — Тр. ГГИ, 1965, вып. 126.
8. Романова Е. А., Иванов К. Е. Болота Анадырской низменности, их геоботанические и гидрологические особенности. — Тр. ГГИ, 1969, вып. 157.
9. Кац Н. Я. О районировании болот и торфяников в связи с их типизацией. — Ботанический журн., 1967, т. 52, № 4.
10. Кац Н. Я. Типы болот СССР и Западной Европы и их географическое распространение. М., ОГИЗ, 1948.
11. Куприянов В. В. Обзорная карта болот СССР. — Тр. ГГИ, 1948, вып. 4 (58).
12. Никонов М. Н. Районирование торфяных болот в связи с использованием их в народном хозяйстве. — Тр. Института леса АН СССР, 1955, т. 31.
13. Романова Е. А. Геоботанические основы гидрологического изучения верховых болот. Л., Гидрометеоиздат, 1961.
14. Романова Е. А. Краткая ландшафтно-морфологическая характеристика болот Западно-Сибирской низменности. — Тр. ГГИ, 1965, вып. 126.
15. Романова Е. А., Усова Л. И. Геоботаническая и краткая гидрологическая характеристика болотных ландшафтов водораздела рек Вах и Вахтинский Еган Западной Сибири. — Тр. ГГИ, 1969, вып. 177.
16. Тюремнов С. Н. Районирование торфяных месторождений. — в кн.: «Торфяные месторождения Западной Сибири». 1957.
17. Почвенно-географическое районирование СССР. М., Изд-во АН СССР, 1962.

*Е. Д. НАДЕЖИНА*

# ОПЫТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ВЕТРОЗАЩИТНОГО ВЛИЯНИЯ ЛЕСНЫХ ПОЛОС

Многочисленные экспериментальные исследования ветрозащитного влияния лесных полос (ЛП) позволяют сделать интересные выводы о поведении воздушного потока в области, охваченной влиянием ЛП [1—5]. В работе [6] делается попытка оценить оптимальную ширину ЛП по изменению завихренности единичной массы воздуха, движущегося над полосой. В этой же работе формулируются общие физические соображения о механизме процессов, создающих ветрозащитный эффект. В работе [5] ветрозащитный эффект рассчитывается на основании сравнения профилей средней скорости ветра до полосы и за нею, причем профиль ветра за полосой задается априорной моделью. До настоящего времени не было попыток описать этот процесс решением гидродинамической системы уравнений и даже дать математическую формулировку задачи. Причиной этого является, по-видимому, сложность явления.

Как можно заключить из экспериментальных описаний явления и из общих физических соображений, при обтекании ЛП турбулентным потоком происходят, по крайней мере, два взаимосвязанных процесса (процессы первого и второго рода).

1. Как за всяким плохо обтекаемым препятствием, за ЛП образуется турбулентный след (зона затишья), в котором средние скорости ветра понижены по сравнению со скоростями в набегающем потоке. Вихри максимального размера в турбулентном следе образуются непосредственно за препятствием. По мере удаления от препятствия турбулентность в этой зоне асимптотически приближается к начальному уровню турбулентности набегающего потока.

2. Наличие просветов между деревьями создает предпосылки для возникновения другого эффекта — дробления вихрей при прохождении воздуха сквозь эти просветы (это так называемый эффект аэродинамической решетки). При этом уменьшение размеров вихрей (а значит и уменьшение масштаба турбулентности) приводит к уменьшению коэффициента турбулентности в зоне, не слишком удаленной от задней кромки препятствия. Обтекание потоком каждой конкретной ЛП состоит во взаимодействии и взаимопроникновении обоих этих явлений. Очевидно, что чем

меньше продуваемость полосы, тем большую роль при ее обтекании будут играть процессы первого рода. При увеличении «ажурности» главное влияние оказывают, по-видимому, процессы второго рода.

Не представляется возможным учесть в настоящее время всю совокупность этих факторов. Ограничимся поэтому моделью явления, в котором преобладающую роль отведем эффектам воздействия сплошного препятствия на движущийся с большой скоростью турбулентный поток. Будем считать, что обтекание ЛП турбулентным потоком происходит аналогично обтеканию сплошной плоской пластины, укрепленной на твердой поверхности

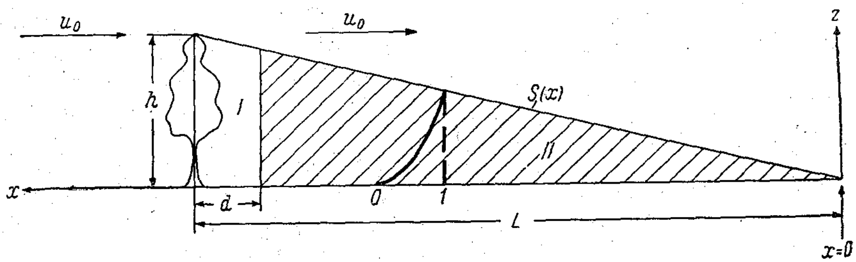


Рис. 1. Схема обтекания лесной полосы турбулентным потоком воздуха

и развернутой навстречу движущемуся потоку воздуха. Двумерная модель явления показана на рис. 1. На препятствие высоты $h$ натекает поток со средней скоростью $u_0$. За препятствием создается зона затишья (граница этой зоны $S(x)$), сужающаяся по мере удаления от препятствия. В гидродинамике существует развитая теория обтекания препятствия турбулентным потоком, построенная на основании решения струйного уравнения [8—10]. В большинстве задач рассматривается препятствие, помещенное в свободный поток, но известны и решения для полуограниченной струи [10], однако вряд ли целесообразно переносить их непосредственно на описание обтекания ЛП без предварительного исследования простейших моделей.

Известно, что в непосредственной близости от препятствия создается так называемая зона обратных токов (область $I$ на рис. 1). В этой области неприменимы уравнения пограничного слоя. Расчет этой области представляет собой особую задачу. Можно оценить ширину этой зоны, используя результаты полученные в гидродинамике [10]. В частности, для пластины с острыми краями $d/h \approx 2$ ($d$ — ширина зоны $I$). Можно полагать, что эта оценка приближенно сохраняется и для случая обтекания ЛП.

Таким образом, считаем, что интересующая нас задача может быть в первом приближении отнесена к классу задач о турбулентном следе за плохообтекаемым телом. Поэтому в зоне $II$

(рис. 1) для описания динамических характеристик потока можно применить уравнение струи в его простейшем виде:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u}{\partial z}, \qquad (1)$$

где $u$ — средняя скорость потока, $k$ — коэффициент турбулентности.

Для удобства направим ось $x$ — навстречу средней скорости потока, ось $z$ — вертикально вверх. Тогда начало струи будет находиться в точке ($x=0$, $z=z_0$). По аналогии с изложенным, например, в [9] считаем, что в изучаемой области течения выполняется соотношение Прандтля, и проводим обычную линеаризацию уравнения. При этом уравнение (1) переписывается в виде

$$-u_0 \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \qquad (2)$$

при граничных условиях

$$u\big|_{z=z_0} = 0; \quad u\big|_{z=S(x)} = u_0, \qquad (3)$$

где $S(x)$ — граница струи.

Полагая, что в турбулентном следе профили средней скорости подобны, избавляемся от необходимости задания условия по $x$.

Уравнение (2) с использованием условий (3) может быть решено, если соответствующим образом определена функция $l(x, z)$ и задана граница струи $S(x)$.

Исходя из того, что на величины $l(x, z)$ влияют как расширение струи, так и наличие твердой границы $z=z_0$, исследуем, как зависит решение от модели, выбранной для масштаба турбулентности.

Выбиралась линейная ($S=mx$), либо параболическая ($S=\rho\sqrt{x}$) форма границы следа. Константы $m$ и $\rho$ считались известными из лабораторных экспериментов.

Были исследованы следующие варианты задания $l$ и $S$:

1) $l=\alpha x$; $S=mx$, где $\alpha$ и $m$ — известные константы;

2) $l = \alpha\sqrt{x}$, $S = \rho\sqrt{x}$;

3) $l = \varkappa z$, $S = \rho\sqrt{x}$;

4) $l = m(z-z_0)\sqrt{\frac{x}{h}}$, $S = \rho\sqrt{x}$.

Решение уравнения (2) для всех этих вариантов задания $l$ известно. Во всех случаях решение задачи дает необходимое понижение скорости среднего ветра за препятствием. Для примера на рис. 2 приведены профили средней скорости ветра для третьего варианта. Численные значения экстремальных отклонений скорости от величины $u_0$ варьируются в зависимости от численных значений параметров схемы.

Кроме поля скоростей, наибольшего внимания при изучении антиэрозионного влияния ЛП заслуживает величина касательного напряжения на уровне шероховатости $\left(\tau = \rho v_*^2\right)$. Именно соотношением силы касательного напряжения и силы сцепления частиц почвы обусловливается эрозия почвы при сильных ветрах. Поэтому для всех указанных моделей была рассчитана величина $v_*$ при $z=z_0$ в зоне затишья. Оказалось, что во всех моделях, учитывающих зависимость масштаба турбулентности от высоты, наблюдается увеличение значений $v_*$ по мере удаления от полосы. В первом и втором вариантах, однако, результат в значительной мере зависит от величины коэффициентов $\alpha$ и $\rho$. Если увеличение $l$ происходит медленнее, чем убывание средней скорости потока, то поведение $v_*$ аналогично третьему и четвертому вариантам (кривая *3* на рис. 3).

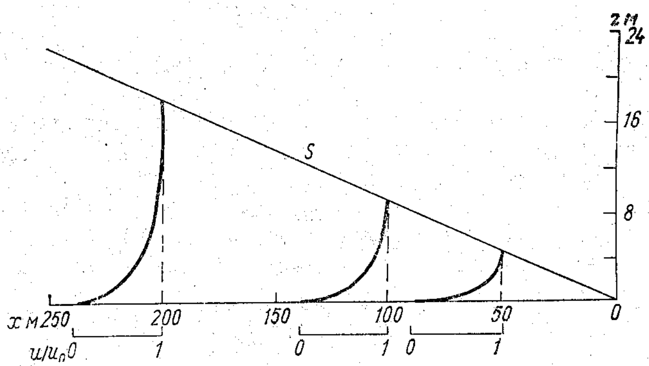



Рис. 2. Профили скорости ветра в зоне затишья за лесной полосой

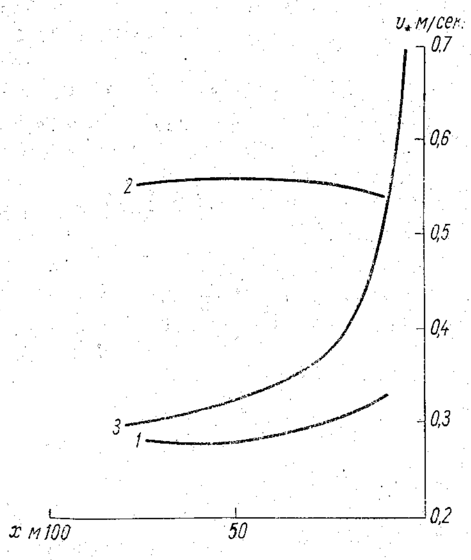



Рис. 3. Изменение напряжения трения у поверхности земли в зоне затишья за лесной полосой:
*1)* $l=\alpha x$, $S=mx$, $\alpha<m$; *2)* $l=\alpha x$, $S=mx$, $\alpha>m$; *3)* $l=\varkappa z\left(1-me^{-\frac{x}{z}}\right)$, $S=\beta x$, ($\beta$ определено теоретически)

Этот нетривиальный результат отличается от существовавшего до сих пор мнения о том, что сплошное препятствие не оказывает защитного действия на почву и даже создает иногда отрицательный эффект [6]. Так как этот результат имеет принципиальное значение, необходима его дальнейшая проверка.

Следующий этап развития этой теории состоял в поисках более реалистической модели для $l(x, z)$ и отказе от априорного задания зависимости $S(x)$. Задавая модель для $l$, мы стремились к получению простого решения, которое можно было бы легко проанализировать.

Пусть зависимость масштаба турбулентности от координат выражается следующим образом:

$$l = \varkappa z\left(1 - me^{-\frac{x}{z}}\right), \tag{4}$$

где $m$ — эмпирический параметр.

Введем дополнительное условие для определения $S(x)$. Естественно предположить, что

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z = S(x)} = \left.\frac{\partial u_0}{\partial z}\right|_{z = S(x)}. \tag{5}$$

Используя (4) и (5), можем получить точный интеграл уравнения (2) методом Фурье.

Для отклонений скорости $u_1 = (u - u_0)$ решение выглядит таким образом:

$$u_1 = \frac{1}{2\varkappa^2} Y_2(\eta_s)\left[\frac{Y_1(\eta)}{Y_1(\eta_s)} - 1\right] + \frac{Y_1(\eta)}{Y_1(\eta_s)} - 1, \tag{6}$$

В формуле (6)

$$Y_2(\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{Y(y)}{y(1-\varphi)}\,dy, \quad \text{где} \quad Y(\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{dy}{1-\varphi};$$

$$Y_1(\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{dy}{y(1-\varphi)}, \quad \text{где} \quad \varphi = m\exp\left(-\frac{1}{\eta}\right);$$

$$\eta = \frac{z}{x}; \quad \eta_s = \frac{S}{x}; \quad \eta_0 = \frac{z_0}{x}.$$

Выражение (5) приводится к трансцендентному уравнению вида

$$Y_2(\eta_s) - Y(\eta_s)\,Y_1(\eta_s) = -2\varkappa^2. \tag{7}$$

Решение этого уравнения дает прямолинейную зависимость $S(x)$, угол наклона этой границы $\alpha$ не зависит от величины коэффициента $m$ в формуле для пути смещения и $\sin\alpha = m_1 = 0{,}052$. Если полагать, что прямая $S(x) = m_1 x$ проходит через точку $(x = 0, z = h)$, то при $m_1 = 0{,}052$ горизонтальная протяженность зоны затишья определится так: $L = \frac{h}{0{,}052} \approx 20h$. Это значение $L$ соответствует экспериментальному значению ширины зоны затишья для непродуваемых полос [7].

Задавая $l$ в виде функции:

$$l = \beta \varkappa z f(x),$$

мы варьировали функцию $f(x)$, определяя при этом, как изменяется $S(x)$. Оказалось, что форма $S(x)$ в значительной мере определяется поведением функции $l(x)$. Так, задав экстремум функции $l(x)$, мы получаем соответствующий экстремум $S(x)$. Численные значения $S(x)$ определяются величинами параметров в формуле для $l$.

Дальнейшее развитие исследований в этой области должно, по-видимому, идти в направлении более детального и корректного описания характеристик турбулентности в зоне, расположенной за лесной полосой. Для этого необходимо вместо соотношения Прандтля, строго говоря, применимого лишь в условиях квазистационарного потока, дополнить систему уравнений уравнением баланса энергии турбулентности, в котором диффузионный и адвективный члены должны заметным образом повлиять на поведение коэффициента турбулентности.

Для проверки теоретических положений необходимо проводить экспериментальные исследования, отвечающие требованиям современной теории.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Константинов А. Р., Струзер Л. В. Лесные полосы и урожаи. Л., Гидрометеоиздат, 1965.
2. Смолько Я. А. О механизме ветрозащитного действия лесных полос разных конструкций. — Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1960, № 4.
3. Воронцов П. А. Опыт исследования воздушных течений над лесными полосами и межполосными клетками в Каменной степи. — Тр. ГГО, 1952, вып. 32.
4. Романова Е. Н. Влияние лесных полос на вертикальную структуру ветра и турбулентный обмен. — Тр. ГГО, 1954, вып. 44.
5. Константинов А. Р. Влияние лесных полос на ветер и турбулентный обмен в приземном слое воздуха. — В кн.: «Вопросы гидрометеорологической эффективности полезащитного лесоразведения». Л., Гидрометеоиздат, 1950.
6. Юдин М. И. Влияние лесных полос на турбулентный обмен и оптимальная ширина полос. — Там же.
7. Константинов А. Р. Испарение в природе. Л., Гидрометеоиздат, 1963.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970.
9. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
10. Вулис Л. А., Кашкаров В. П. Теория струй вязкой жидкости. М., «Наука», 1965.

*Г. В. МЕНЖУЛИН*

# ОБ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА

Проблема закономерностей метеорологического режима в приземном слое воздуха, содержащем растительный покров, привлекает к себе большое внимание как метеорологов, так и специалистов по физиологии растений и сельскохозяйственной науки.

Важным аспектом, определяющим актуальность этой проблемы, является то, что метеорологический режим в растительности непосредственно влияет на жизнедеятельность растений. Расчет метеорологических характеристик межлистного пространства позволяет получить многие важные сведения о функциях растительных сообществ, влияющих на продуктивность и урожай.

Однако не менее важным представляется исследование метеорологического режима в растительности и для уяснения общей картины физических процессов, происходящих в приземном слое атмосферы. Выяснение закономерностей этих процессов позволит значительно конкретизировать свойства реальной подстилающей поверхности, типа растительного покрова, что несомненно поможет провести детальный учет влияния его свойств на динамику приземного слоя.

Потребности физики пограничного слоя атмосферы, касающиеся свойств различного типа подстилающей поверхности, удовлетворяются изучением их интегральных характеристик, таких как параметр шероховатости $z_0$ и высота вытеснения $z_1$. Применение универсальной логарифмической зависимости для описания вертикального профиля, например, средней скорости ветра возможно тогда, когда известны эти суммарные характеристики [1]. Если отвлечься от закономерностей турбулентного течения в непосредственной близости от элементов шероховатости, зависимость скорости ветра $\bar{u}$ от высоты $z$ при нейтральной термической стратификации представима в виде

$$\bar{u}(z) = \frac{U_*}{\varkappa} \ln \frac{z - z_1}{z_0}, \tag{1}$$

где $U_*$ — динамическая скорость, $\varkappa$ — постоянная Кармана.

До настоящего времени не предпринимались попытки теоретического обоснования закономерностей формирования величин $z_0$ и $z_1$ и конкретная оценка их значений проводилась чисто эмпирически, путем подбора наиболее удачной аппроксимации реального профиля $\overline{u}(z)$ формулой (1). Следует отметить, что в большинстве опубликованных работ, касающихся свойств подстилающей поверхности, приводятся данные исключительно о параметре шероховатости, тогда как высота вытеснения комментируется лишь словесно и недостаточно конкретно.

Основной вывод, следующий из ряда эмпирических исследований, заключается в том, что значения параметра $z_0$ для растительного покрова иначе связаны с геометрическими размерами элементов шероховатости, чем в случае классической песочной шероховатости [6]. Простая зависимость $z_0 = \frac{1}{30} h$, где $h$ — высота элементов шероховатости, для растительности несправедлива. Некоторые исследователи предлагают другие (большие) множители вместо $^1/_{30}$ в написанной формуле, а именно: $^1/_{10}$—$^1/_5$ или даже $^1/_3$—$^1/_2$ (см., например, [7]). Вместе с этим часто указывается, что простая зависимость, выписанная выше, не может применяться универсально и следует находить величины $z_0$ и $z_1$ в каждом конкретном случае отдельно.

Важно отметить, что значения параметра шероховатости и высоты вытеснения, предлагаемые разными исследователями для качественно одинаковых типов растительности, могут сильно разниться (в некоторых случаях почти на порядок). Такое существенное различие в величинах $z_0$ и $z_1$, очевидно, не связано с погрешностями эксперимента, но есть результат действия неучитываемого механизма формирования суммарных аэродинамических характеристик растительности.

В настоящей статье предлагается методика расчета интегральных аэродинамических параметров растительного покрова, основанная на количественной модели турбулентного режима в приземном слое атмосферы при наличии растительности [3].

Будем интересоваться стационарным вертикальным распределением характеристик вихревого потока в межлистном пространстве растительного покрова и в слое воздуха, непосредственно примыкающем к верхней границе растительности. В качестве начального этапа изучения механизма формирования аэродинамических параметров растительного покрова уместно ограничиться чисто динамической задачей, пренебречь влиянием на динамику турбулентности вертикальных температурных неоднородностей, т. е. рассмотреть случай, когда поля характеристик турбулентности в межлистном пространстве формируются под влиянием следующих процессов:

1) торможения основного потока воздуха;

2) дополнительной турбулизации вихревого потока на элементах растительности;

3) ограничения масштаба турбулентности в межлистном пространстве;

4) механической деформации структуры растительного покрова под действием ветра.

Здесь не перечислены ввиду их неспецифичности другие динамические факторы, всегда определяющие закономерности вихревого режима в приземном слое, которые, несомненно, также учитываются в схеме.

Будем считать, что скорость ветра в приземном слое направлена вдоль координаты $x$ декартовой системы, ось $z$ которой перпендикулярна поверхности почвы. В предположении горизонтальной однородности полей характеристик турбулентности уравнения вихревого режима имеют вид [3]:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{k}{t}\frac{d\bar{u}}{d\lambda}\right)=c_d\frac{d\Sigma}{d\lambda}\bar{u}^2,\\
&\frac{k}{t}\left(\frac{d\bar{u}}{d\lambda}\right)^2+c_d\frac{d\Sigma}{d\lambda}\bar{u}^3=\frac{b^{3/2}t}{cl}-\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\alpha_b k}{t}\frac{db}{d\lambda}\right),\\
&\frac{1}{l}=\frac{1}{t}\left(\frac{1}{a}\frac{d\Sigma}{d\lambda}-\frac{1}{\varkappa}\frac{1}{\psi}\frac{d\psi}{d\lambda}\right)\\
&\psi=\frac{k^2}{cl^4},\qquad k=l\sqrt{b}.
\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

В этих выражениях $\frac{d}{d\lambda}=\frac{1}{t}\frac{d}{dz}$, $\lambda$ — текущая координата вдоль стебля, $\bar{u}$, $k$, $l$, $b$ — скорость направленного переноса, коэффициент вихревой вязкости, масштаб и интенсивность турбулентности, $\sum(\lambda)=\int_0^\lambda s(\zeta)\,d\zeta$ (здесь $s$ — удельная деятельная поверхность, т. е. площадь листьев в единице объема $\delta x\cdot\delta y\cdot\delta\lambda$), $c_d$ — коэффициент аэродинамического сопротивления элементов растительности, $a_b$ — турбулентное число Шмидта для вихревой энергии, $a$ — коэффициент пропорциональности (параметр дисперсности растительности).

Особенность первых двух выписанных в (2) соотношений, отличающая их от обычно применяемых в физике приземного слоя уравнений движения и баланса вихревой энергии, состоит в том, что в нашем случае в эти уравнения включены слагаемые $c_d\frac{d\Sigma}{d\lambda}\bar{u}^2$ и $c_d\frac{d\Sigma}{d\lambda}\bar{u}^3$, описывающие диссипацию импульса основного движения и дополнительную турбулизацию потока.

Что касается масштаба турбулентности $l$, то естественно положить, что в густом растительном покрове турбулентность в значительной степени изотропна, т. е. масштаб $l$ в этом случае должен определяться характерным расстоянием между ближайшими листьями. С другой стороны, при исчезающе малой величине удельного листового индекса $\frac{d\Sigma}{d\lambda}$ величина $l$ должна удовлетворять одной из принятых в настоящее время естественных гипотез, например, гипотезе Зилитинкевича — Лайхтмана [2]. Третье уравнение системы (2) отражает факт именно такого формирования величины $l$ в приземном слое при наличии растительного покрова.

Динамическое взаимодействие растительности и вихревого потока не ограничены лишь влиянием структуры растительного покрова на свойства течения. В общем случае существует и обратное действие потока на геометрические характеристики покрова. В частности, ветровой режим в растительности должен влиять на ориентацию листьев, при этом будет меняться величина коэффициента аэродинамического сопротивления листа $c_d$. Под действием ветра могут изгибаться также и стебли растений. Оба этих эффекта можно учесть решая совместно с системой (2) следующие уравнения:

$$\frac{1{,}328}{\beta}\sqrt{\frac{\nu}{L}}\,\bar{u}^{3/2}\sin\varphi + \bar{u}^2\sin^2\varphi = \frac{\alpha n}{\rho\beta}\,\frac{1}{\frac{d\Sigma}{d\lambda}}\times$$

$$\times\left\{\left|\varphi_0 - \frac{\pi}{2} + \arcsin t\right| - \varphi\right\}, \qquad (3а)$$

$$c_d = \beta\sin\varphi + 1{,}328\sqrt{\frac{\nu}{\bar{u}L}}, \qquad (3б)$$

$$mE\frac{d}{d\lambda}\left\{I(\lambda)\frac{dt}{d\lambda}\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}\right\} - Ft = 0, \qquad (3в)$$

где

$$F = -\rho\int_0^{\lambda} c_d\bar{u}^2\frac{d\Sigma}{d\zeta}\,d\zeta.$$

Уравнения (3а) и (3в) можно получить из рассмотрения условий равновесия листа и стеблей, рассматриваемых соответственно как отрезки плоскости и упругие стержни, под действием силы аэродинамического сопротивления и упругой силы, возникающей при деформации стебля и повороте листа. Полуэмпирическое соотношение (3б) связывает коэффициент сопротивления $c_d$ единичного листа с углом $\varphi$ между плоскостью листовой пластинки и направлением $x$. Величину константы $\beta$ легко найти из экспериментов по обтеканию листьев в аэродинамической трубе [8]. Остальные обозначения в (3а, б, в) следующие: $\rho$, $\nu$ — плотность и коэффициент молекулярной вязкости воздуха, $L$, $\varphi_0$ — характерная длина и угол ориентации листа при $\bar{u}=0$, $m$ — количество стеблей растений, расположенных на единице поверхности почвы, $E$ — модуль Юнга единичного стебля, $\alpha$ — характерный коэффициент упругости черенка листа, $n$ — количество листьев в единице объема растительного покрова, $I(\lambda)$ — момент инерции сечения круглого стебля.

Формулируя настоящую задачу, мы не в праве считать, что действие растительности сказывается на закономерностях вихревого потока только в межлистном пространстве. Очевидно, такое влияние должно проявляться и в особенностях течения вблизи слоя растительного покрова. Поэтому граничные условия для уравнений системы (2) должны задаваться на уровне $z=H$, достаточно удаленном от верхней границы покрова, и иметь вид:

$$\frac{k}{t}\frac{d\bar{u}}{d\lambda}=U_*^2, \qquad (4а)$$

$$\frac{\alpha_b k}{t}\frac{db}{d\lambda}=0,$$

где $U_*$ — постоянное значение динамической скорости над растительным покровом.

На уровне шероховатости почвы ($\lambda=\lambda_0$) условия для уравнений системы (2) суть:

$$\bar{u}=0, \quad \frac{\alpha_b k}{t}\frac{db}{d\lambda}=0, \quad l=l_0. \qquad (4б)$$

Граничные условия в том виде, в каком они выписаны, отражают естественные особенности пристеночного вихревого течения и не нуждаются в комментариях [1].

Для уравнения (3в) граничные условия, которые ставятся при $\lambda=\lambda_0$ и при $\lambda$, равном длине стеблей $L_{ст}$, должны быть:

$$t\big|_{\lambda=\lambda_0}=1$$

— условие закрепления нижнего конца,

$$\frac{dt}{d\lambda}\bigg|_{\lambda=L_{ст}}=0$$

— условие свободного верхнего конца.

По описанной схеме были произведены расчеты вертикальных профилей характеристик вихревого режима в межлистном пространстве абсолютно жесткого растительного покрова, т. е. когда $\alpha=E=\infty$, причем считалось, что коэффициент сопротивления листа $c_d$ определяется только углом его ориентации (второе слагаемое в правой части равенства (3б) отбрасывалось).

При этих предположениях из уравнений (3а, б, в) сразу следует

$$t\equiv\frac{dz}{d\lambda}=1 \quad (\lambda=z), \quad \varphi=\varphi_0 \quad c_d=\beta\sin\varphi_0.$$

По предложенной методике были выполнены численные эксперименты при широком варьировании исходных параметров задачи (2) при условии (4а, б). Результатом расчета на ЭВМ М-220 являлись вертикальные профили в нижнем трехметровом слое воздуха, содержащем растительный покров высотой 1,08 м:

1) масштаба турбулентности $l$, 2) коэффициента вихревой вязкости $k$, 3) скорости ветра $\bar{u}$, 4) интенсивности турбулентности $b$, 5) напряжения трения $u_*$, 6) объемной плотности силы сопротивления растительности.

После расчета профилей перечисленных характеристик вычислялись интегральные параметры растительного покрова: суммарная сила сопротивления участка покрова, расположенного на 1 м$^2$ поверхности почвы, а также параметр шероховатости и высота вытеснения. Расчет величины $z_0$ и $z_1$ производился по формуле (1) (аппроксимировался логарифмикой профиль скорости ветра над растительностью).

При проведении численных экспериментов основными значениями исходных параметров задачи были следующие:

$\varphi_0 = 45°$, $\frac{d\Sigma}{d\lambda} = \text{const} = 0{,}0463$ см$^{-1}$, $U_* = 20$ см/сек., $l_0 = 1$ см, $H = 300$ см, $\varkappa = 0{,}37$, $c = 21{,}4$, $\beta = 0{,}425$, $\alpha_b = 0{,}73$.

Как и следовало ожидать, при сделанном предположении об абсолютной жесткости растительного покрова динамическая скорость $U_*$ не влияет на суммарные аэродинамические параметры $z_0$ и $z_1$ растительности. То же самое можно сказать и о шероховатости почвы, расположенной под слоем покрова (конечно не при неоправданно экстремальных значениях $\lambda_0$). Последнее связано с тем, что за особенности динамического взаимодействия вихревого потока с растительностью ответственны главным образом верхние слои покрова.

Были проведены расчеты параметра шероховатости и высоты вытеснения растительных покровов с разными интегральными листовыми индексами $\sum(L_{\text{ст}})$ при $\frac{d\Sigma}{d\lambda}$ независящей от высоты в пределах слоя растительности.

Из рис. 1 *а* видно, что при увеличении листового индекса покрова параметры $z_0$ и $z_1$ изменяются таким образом, что предел их суммы, характеризующей нуль аппроксимирующей логарифмики (1), равен высоте растительности. Для растительного покрова с $\Sigma(L_{\text{ст}}) \sim 5$ и высотой 108 см (растительность типа посева зерновых) параметр шероховатости и высота вытеснения составляют соответственно 0,1 и 0,7 от высоты покрова, что неплохо соответствует результатам экспериментов для некоторых типов травостоя. Тем не менее необходимо отметить, что величины $z_0$ и $z_1$, приведенные в подобных работах, не могут считаться достаточно обоснованными, так как в них не рассматривается очевидное влияние характеристик геометрической структуры покрова на поток воздуха. Неучет этого факта может привести, как видно из рис. 1 *а*, к сильному разбросу значений аэродинамических параметров даже для покровов одинаковой высоты.

Численные эксперименты позволили выявить влияние параметра *a*, исходного в предложенной схеме, на аэродинамические свойства растительности. Величина *a*, называемая параметром дисперсности, определяет характерные размеры листьев растений и при прочих равных условиях меньше для мелколистных растительных покровов.

На рис. 1 *б* приведен график зависимости $z_0$ и $z_1$ от величины $1/a$. Уменьшение параметра дисперсности *a* приводит к росту высоты вытеснения и уменьшению шероховатости. Видно, что мелколистные (высокодисперсные) растительные покровы могут характеризоваться совершенно другими величинами интегральных аэродинамических параметров, чем крупнолистные.

Влияние коэффициента аэродинамического сопротивления листа $c_d$ на параметр шероховатости и высоту вытеснения растительности (рис. 1 *в*), незначительно (в пределах реальных изменений коэффициента сопротивления, т. е. при $0° \leqslant \varphi_0 \leqslant 90°$). Однако отметим, что подобное влияние более существенно проявляется при малых

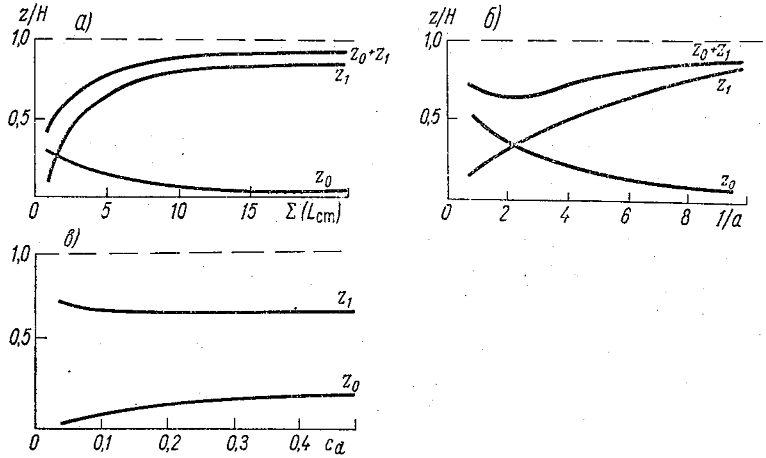



Рис. 1. Зависимость параметра шероховатости $z_0$ и высоты вытеснения $z_1$ растительного покрова от различных характеристик:
*а* — суммарной деятельной поверхности листвы $\Sigma(L_{ст})$, *б* — параметра дисперсности *a*, *в* — коэффициента аэродинамического сопротивления листа $c_d$

листовых индексах $\Sigma(L_{ст})$, когда вариация $c_d$ вызывает относительно большее изменение диссипации количества движения потока в растительном покрове.

Основываясь на результатах проведенных численных экспериментов, можно отметить, что те геометрические характеристики растительности, которые влияют на величину масштаба турбулентности $l$ в межлистном пространстве, в основном и определяют интегральные аэродинамические свойства покрова, а именно значения $z_0$ и $z_1$. Поэтому представляется важным связать теоретически трудно оцениваемую величину параметра дисперсности растительности, существенно влияющую на масштаб $l$, с какими-либо легко наблюдаемыми характеристиками течения. Методика экспериментального определения параметра $a$ может быть построена на измерении профиля скорости ветра над реальными покровами. Аппроксимируя вертикальное распределение ветра над растительностью при нейтральной термической стратификации формулой (1) с некоторыми значениями $z_0$ и $z_1$, можно связать их величину при известных $c_d$ и суммарном листовом индексе с величиной параметра $a$, по рис. 1 *б*.

В связи с расчетами интегральных аэродинамических параметров, также и неоднородных по высоте растительных покровов, следует немного остановиться на особенностях вертикальных распределений характеристик вихревого режима в них.

В численных опытах, помимо прочего, были рассчитаны вертикальные профили $k(z)$, $\overline{u}(z)$ для покровов со следующими распределениями удельной деятельной поверхности растительности

$$\frac{d\Sigma}{dz} \equiv \text{const} = 0{,}0463 \quad \text{см}^{-1}; \tag{5а}$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = \begin{cases} 0 & \lambda_0 \leqslant z \leqslant 48 \text{ см} \\ 0{,}0833\ (\text{см}^{-1}) & 48 \text{ см} < z \leqslant 108 \text{ см} \end{cases} \tag{5б}$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = \begin{cases} 0{,}0833\ (\text{см}^{-1}) & \lambda_0 \leqslant z \leqslant 12 \text{ см} \\ 0 & 12 \text{ см} < z \leqslant 36 \text{ см} \\ 0{,}0833\ (\text{см}^{-1}) & 36 \text{ см} < z \leqslant 60 \text{ см} \\ 0 & 60 \text{ см} < z \leqslant 84 \text{ см} \\ 0{,}0833\ (\text{см}^{-1}) & 84 \text{ см} < z \leqslant 108 \text{ см} \end{cases} \tag{5в}$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = 0{,}00086z\ (\text{см}^{-1}) \tag{5г}$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = 0{,}00086\,(108 - z)\ (\text{см}^{-1}) \tag{5д}$$

Для всех пяти приведенных вертикальных распределений удельной поверхности растительности суммарной листовой индекс $\Sigma(L_{\text{ст}})$ одинаков и равен пяти.

На рис. 2 приведены профили коэффициента турбулентной вязкости и скорости ветра для растительных покровов с распределением листвы по вертикали по (5а, б, в).

Профили коэффициента турбулентной вязкости в растительности с распределением листвы по (5б, в) весьма своеобразны и заметно отличаются от такового для вертикально однородного покрова по (5а). Их своеобразие заключается, в частности, и в том, что для растительного покрова типа (5б) $k(z)$ имеет максимум у нижней границы деятельного слоя. Этот максимум связан с особенностями вертикального распределения масштаба турбулентности $l(z)$.

Приведенный пример, как и расчет профиля $k(z)$ для покрова с распределением листвы по (5в), указывает на специфическое влияние вертикального распределения удельной деятельной поверхности на вихревой режим в растительности. Многоярусное строение растительного покрова по (5в) привело к появлению максимумов на кривой $k(z)$ в слоях между ярусами. Зависимость скорости ветра от высоты в растительных покровах с $\frac{d\Sigma(\lambda)}{d\lambda}$, распределенной по (5б, в) также существенно отличаются от профиля $\bar{u}(z)$ в однородном покрове по (5а); быстрый спад $\bar{u}$ в слоях, занятых листвой, сменяется довольно медленными изменениями с высотой между деятельными слоями, где $\frac{d\Sigma(\lambda)}{d\lambda} = 0$.

Вертикальные профили коэффициента турбулентности и скорости ветра в растительных покровах с равномерно растущей (5г) и убывающей (5д) с высотой удельной деятельной поверхностью

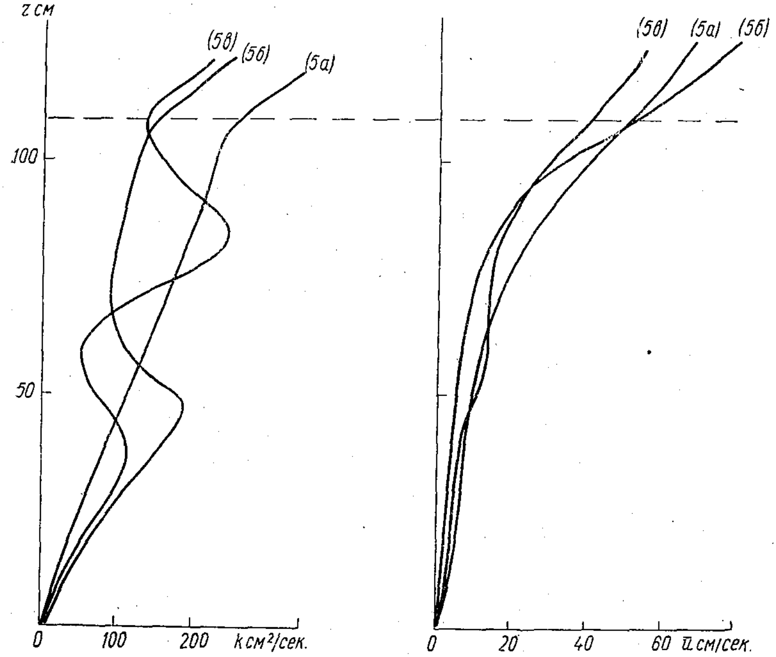



Рис. 2. Вертикальные профили коэффициента турбулентной вязкости $k$ и скорости ветра $\bar{u}$ в растительных покровах с распределением листвы по (5а, б, в)

листвы приведены на рис. 3. Видно, что, несмотря на то, что эти два типа покрова и имеют одинаковый суммарный листовой индекс $\Sigma(L_{\text{ст}})$, распределения $k(z)$ и $\bar{u}(z)$ в них качественно различны. К примеру $k$ в покрове с распределением $\frac{d\Sigma(\lambda)}{d\lambda}$ по (5г) в большей части слоя растительности постоянен, тогда как в покрове (5д) наблюдается весьма быстрый спад $k(z)$ с глубиной.

Приведенные здесь примеры расчета характеристик турбулентности в растительном покрове с различными вертикальными распределениями плотности листвы показывают существенную зависимость всех составляющих режима от профиля $\Sigma(\lambda)$. Простейшие аппроксимации вертикальных ходов коэффициента обмена и скорости ветра, предлагаемые, в частности, в работах [4, 5] для растительных покровов сложной геометрии, неприменимы. Расчет профилей составляющих режима турбулентности в таких случаях может производиться лишь с использованием понятий, детально описывающих механизм взаимодействия вихревого потока с растительным покровом.

Расчеты интегральных аэродинамических параметров растительных покровов, неоднородных по высоте, также показали сильную зависимость значений $z_0$ и $z_1$ от вертикального профиля $\frac{d\Sigma}{d\lambda}$.

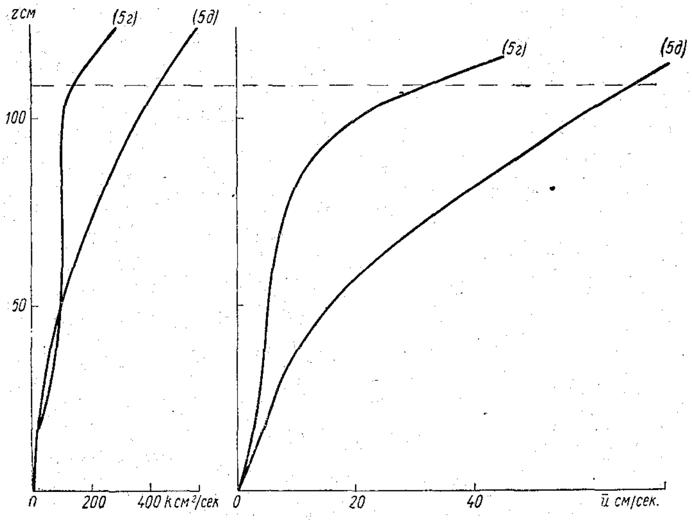



Рис. 3. Вертикальные профили коэффициента турбулентной вязкости $k$ и скорости ветра $\bar{u}$ в растительных покровах с распределением листвы по (5г, д)

Так, например, покровы с распределением удельной деятельной поверхности по (5г, д) хотя и имеют одинаковый суммарный листовой индекс $\Sigma(L_{ст})$, существенно разнятся по значению параметра шероховатости, соответствующего им. Если растительный покров с распределением листвы по (5г) характеризуется величиной $z_0$, равной 8,8 см, то параметр шероховатости растительности с распределением листвы по (5д) составляет 16,2 см. Другими словами, возмущающее действие подстилающей поверхности, покрытой растительностью, удельная деятельная поверхность которой уменьшается с высотой, на вихревой поток над покровом прослеживается значительно выше. Высота вытеснения для этих типов растительности равна соответственно 45,3 и 40 см.

В заключение следует отметить, что некоторые детали влияния геометрической структуры растительности на параметр шероховатости и высоту вытеснения покрова конечно нивелированы принятым здесь предложением об абсолютной жесткости растений. Поэтому дальнейшие исследования закономерностей турбулентного режима растительного покрова будут направлены, в частности, и на выявление специфичности влияния деформаций структуры растительности под действием ветра на ее интегральные аэродинамические характеристики.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965.
2. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. О замыкании системы уравнений турбулентного движения для пограничного слоя. — Тр. ГГО, 1965, вып. 167.
3. Менжулин Г. В. К методике расчета метеорологического режима в растительном сообществе. — Метеорология и гидрология, 1970, № 2.
4. Cowan I. R. Mass, heat and momentum exchange between stands of plants and their atmospheric environment. Quart. J. Royal Met. Soc., vol. 94, N 402, 1968.
5. Inoue E. On the turbulent structure of air flow within crop canopy. J. Met. Soc. Japan, 41, 1963.
6. Nikuradse J. Strömungs Gesetze in Rauchen Röhen, VDI Forschungsheft, N 361, 1932.
7. Tanner C. B., Pelton W. L. Potential evapotranspiration estimates by the approximate energy balance of Penman. J. Geophys. Res., 65, 3391, 1960.
8. Thom A. S. The exchange of momentum, mass and heat between an artifical leaf and the airflow in a wind tunnel. Quart. J. Royal Met. Soc., vol. 94, N 399, 1968.
9. Wijk Van W. R. Physics of plant environment. North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1963.

Э. К. БЮТНЕР, И. З. АРИЕЛЬ

# ОЦЕНКА ЭНЕРГИИ, ЗАТРАЧИВАЕМОЙ ВЕТРОМ НА ПОДДЕРЖАНИЕ ВОЛНЕНИЯ И ДРЕЙФОВОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗНЫХ СОСТОЯНИЯХ ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ

Энергия, передаваемая ветром через поверхность океана воде, служит источником поддержания и развития волновых колебаний на поверхности и причиной ветрового дрейфового течения воды.

Величину полного напряжения Рейнольдса, действующего на единицу поверхности, можно разделить на две части: на сопротивление формы бегущих по поверхности волн $\tau_w$ и на собственно касательное трение $\tau_d$.

Произведение $\tau_w$ на фазовую скорость бегущей волны $c$ есть величина энергии $E_w(c)$, передаваемой от ветра этой волне, а величина $E_d = \tau_d u_d$, где $u_d$ — скорость поверхностного течения, есть энергия, идущая на создание дрейфового течения в воде. Вопросу о том, как разделить величину полного касательного напряжения $\tau = \rho v_*^2$ на две части ($\tau_w$ и $\tau_d$), уделяется довольно много внимания (см., например, [1] и [2]), так как средняя величина отношений $\tau_w/\tau_d$ и $E_w/E_d$ определяет ту или иную постановку граничных условий на поверхности раздела двух пограничных слоев — воздуха и воды.

Оценка энергии $E_w$, передаваемой средним ветром волновой поверхности, производится по-разному в зависимости от того, находится ли волнение в состоянии близком к установившемуся или далеком от него по отношению к заданному ветру. В последнем случае происходит нарастание энергии поверхностных колебаний под действием ветрового поля. Основные волны находятся в процессе роста и, вероятно, бóльшая часть энергии $E_w$ расходуется на их развитие. Поэтому при состояниях поверхности, далеких от равновесия можно не рассматривать весь энергетический спектр развивающегося волнения, а произвести оценку энергии, получаемой от ветра основными волнами, т. е. волнами обеспеченности $^1/_3$ (см. [2]).

Изменение суммарной — кинетической и потенциальной — энергии колебаний поверхности в зависимости от времени действия ветра $t$ или разгона $x$ легко оценить по имеющимся эмпирическим данным об изменении высот $H(t)$ и фазовых скоростей $c(t)$ основных волн в зависимости от безразмерного времени $gt/u$ или расстояния $gx/u^2$. Такая оценка проведена в работе [2]. Рисунок 1 (кривая *1*) иллюстрирует эти результаты. Значения роста энергии волновых колебаний нормированы на величину $\rho u^3$. Очевидно, однако, что полученная таким образом кривая дает оценку значений поступающей к волнам энергии снизу, так как на всех стадиях разгона в волновых колебаниях имеются потери как вязкие, так и турбулентные. Поэтому в той же работе сделана попытка получить более реальные значения $E_w$, представив сопротивление формы бегущих волн в виде:

$$\tau_w = \rho B (u - c)^2, \tag{1}$$

$$E_w = \rho B (u - c)^2 c. \tag{2}$$

Основное затруднение здесь заключается в выборе значения коэффициента сопротивления $B$.

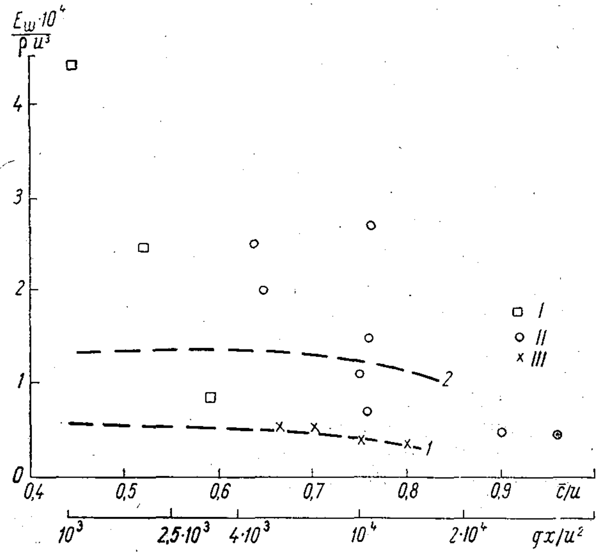



Рис. 1. Рост энергии волновых колебаний (*1*) и оценка $E_w$ (*2*) по работе [2]:

*I* — измерения Кононковой и Колесникова, *II* — измерения Ефимова, *III* — вычисления по формуле (6)

Базируясь на результатах экспериментального определения $B$ для твердых моделей (Мотцфельд, Шулейкин), имитирующих волны разной крутизны и формы, автор [2] выбрал

$$B = 0{,}026\,(H/\lambda)^{1,2}, \tag{3}$$

где $H = H_{1/3} \frac{1}{1{,}333}$ и оценил $E_w$, подставляя в (2) вместо величины $c$ видимых волн величину $1{,}62 \left(\frac{H}{\lambda}\right)^{0,24} c$ для того, чтобы как-то учесть вклад более коротких и крутых компонент. Мы приводим на рис. 1 (кривая *2*) полученные таким образом значения $E_w/\rho u^3$, хотя очевидно, что их оценка содержит в себе очень большой произвол.

На этом же рисунке приведены имеющиеся пока немногочисленные результаты прямых измерений энергии [3, 4], передаваемой волновому полю за счет горизонтальной составляющей сил нормальных давлений на волновую поверхность. Точки на рис. 1 представляют собой приведенные в этих работах значения энергии, нормированные на величину $\rho u^3$. Как видно из рис. 1, полученные экспериментальные значения передаваемой волнам энергии сильно превышают величину энергии роста волновых колебаний (кривая *1*). Не останавливаясь на причинах такого расхождения, отметим, что большинство этих результатов так же, как и кривые *1* и *2*, относятся к значениям $c/u < 0{,}8$, т. е. к волнению, не достигшему стадии «развитого волнения». Так как мы хотим получить оценку отношений $\tau_w/\tau_d$ и $E_w/E_d$ для наиболее типичного для океана состояния волновой поверхности, то сопоставим характерное время $t_1$ изменения скорости ветра над морем со средним временем $t_2$ подстройки морской поверхности к ветровому полю заданной скорости $u$.

Строго говоря, такое сопоставление нужно проводить отдельно для разных интервалов значений скорости ветра. Но в первом приближении можно оценить и сопоставить между собой средние значения $t_1$ и $t_2$. Для оценки $t_1$ достаточно построить структурную функцию поля скоростей ветра, например, по данным кораблей погоды. На рис. 2 приведены значения нормированной на единицу структурной функции $\frac{D(t)}{2\sigma^2}$, полученные по данным наблюдений кораблей погоды *I* и *K* за три зимних месяца (декабрь — февраль) 1959 г. Интервал между последовательными измерениями скорости ветра равен 3 часам. Средняя скорость ветра $u$ для корабля *I* составляла 12,5 м/сек., для корабля *K* — 11,2 м/сек.

По оси абсцисс отложено безразмерное время $\frac{gt}{u}$. Из рисунка видно, что величина $\frac{gt_1}{u}$ равна $3 \div 4{,}5 \cdot 10^4$.

Для оценки $t_2$ мы воспользовались средней эмпирической зависимостью отношения фазовой скорости основных волн (т. е. волн обеспеченности $^1/_3$) к скорости ветра от безразмерного времени действия ветра $gt/u$. Эта функция $c/u$ $(gt/u)$ получена путем обобщения большого количества наблюдений за развитием волнения при разных скоростях ветра. Все точки довольно хорошо описываются одной универсальной функцией [2]. Эта функция также приведена на рис. 2. Известно, что волновое поле можно считать адаптированным к ветру, когда фазовая скорость основных энергонесущих компонент достигает примерно 0,8 от скорости ветра на высоте 10 м. Поэтому можно считать, что величина $\frac{gt_2}{u}$ равна $10^4$ и по крайней мере в 3 раза меньше, чем $\frac{gt_1}{u}$. Отсюда можно сделать вывод, что большую часть времени в море наблюдается состояние волнения, близкое к развитому.

Собственно говоря, это обстоятельство и позволило разным авторам получить довольно близкие друг к другу эмпирические функции, описывающие частотный спектр морского волнения.

Для условий развитого волнения нельзя производить оценку значений $\tau_w$ и $E_w$ по формулам (1) и (2), так как это сделано, например, в [2], потому что для основных энергонесущих компонент

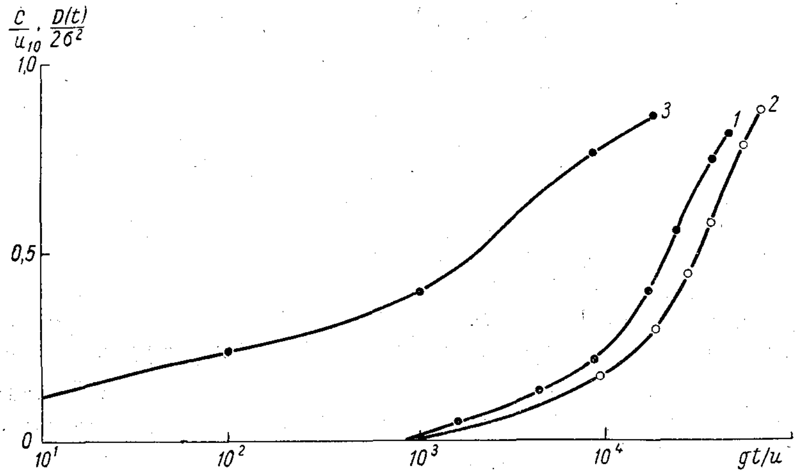



Рис. 2. Нормированные структурные функции скорости ветра по данным кораблей погоды *I* (*1*) и *K* (*2*) и отношение фазовой скорости $c_0$ к скорости ветра $u$ (*3*)

фазовая скорость $c=0{,}8\,u$ и примерно равна значению средней скорости $\bar{u}$ набегающего на волну воздушного потока. Действительно,

$$\bar{u} = \frac{1}{2a}\int\limits_{z_0}^{2a} u(z)\,dz = \frac{1}{2a}\int\limits_{z_0}^{2a} \frac{v_*}{\varkappa}\ln\frac{z}{z_0}\,dz = \frac{v_*}{\varkappa}\left[\ln\frac{2a}{z_0} - 1\right]. \qquad (4)$$

Если принять для оценки из [1]

$$z_0 = \frac{0{,}035 v_*^2}{g},$$

$$a = \sqrt{2\overline{\sigma_\eta^2}} = 0{,}073\,\frac{u^2}{g},$$

то получится $\bar{u} \approx 18\,v_* \approx 0{,}8\,u$ и величина $\tau_w$ для волн с фазовой скоростью, близкой к этой величине, должна быть близка к нулю. Поэтому даже для грубых оценок величин $\tau_w$ и $E_w$ нужно производить усреднение отдельных значений $\tau_w$ и $E_w$ с совместной функцией распределения вероятностей амплитуд и фазовых скоростей бегущих волн $p(a, c)$, тогда

$$\tau_w = \rho \int_0^\infty da \int_{c_{\text{пред}}}^{\overline{u}(a)} dcB\left(\frac{ag}{c^2}\right)[\overline{u}(a) - c]^2 p(a, c) -$$

$$- \rho \int_0^\infty da \int_{\overline{u}(a)}^\infty dcB\left(\frac{ag}{c^2}\right)[\overline{u}(a) - c]^2 p(a, c); \qquad (1a)$$

$$E_w = \rho \int_0^\infty da \int_{c_{\text{пред}}}^{\overline{u}(a)} dcB\left(\frac{ag}{c^2}\right)[\overline{u}(a) - c]^2 cp(a, c) -$$

$$- \rho \int_0^\infty da \int_{\overline{u}(a)}^\infty dcB\left(\frac{ag}{c^2}\right)[\overline{u}(a) - c]^2 cp(a, c). \qquad (2a)$$

Оценка значений $\tau_w$ и $E_w$ по формулам (1a) и (2a) облегчается тем, что функция распределения вероятностей амплитуд имеет довольно резкий максимум вблизи $a = \sqrt{\overline{a^2}}$ (распределение Рэлея), а средняя скорость набегающего на волну потока $\overline{u}(a)$ сама слабо зависит от величины $a$. Коэффициент сопротивления $B$ должен довольно сильно зависеть от величины уклона поверхности $\frac{ag}{c^2}$, но в настоящее время он настолько плохо известен для обтекаемых турбулентным потоком волн, что можно судить только о его среднем значении $\overline{B}$. Поэтому мы заменим функцию $B\left(\frac{ag}{c^2}\right)$ на ее среднее значение $\overline{B}$ и вместо аргумента $a$ подставим в (1a) и (2a) среднюю квадратичную амплитуду $\sqrt{\overline{a^2}} = \sqrt{2\overline{\sigma_\eta^2}} = 0{,}0735\frac{u^2}{g}$. Тогда вместо совместной функции распределения вероятностей $p(a, c)$ можно подставить известную эмпирическую функцию распределения значений «видимых периодов» волн независимо от их амплитуды, приведенную в [5], и заменить в ней период $T$ на величину $c = \frac{gT}{2\pi}$.

При этом получается:

$$\tau_w = \rho\overline{B} \int_{\frac{c_{\text{пред}}}{\overline{c}}}^{\frac{0{,}8u}{\overline{c}}} (0{,}8u - c)^2 p\left(\frac{c}{\overline{c}}\right) d\left(\frac{c}{\overline{c}}\right) -$$

$$- \rho\overline{B}_1 \int_{\frac{0{,}8u}{\overline{c}}}^\infty (0{,}8u - c)^2 p\left(\frac{c}{\overline{c}}\right) d\left(\frac{c}{\overline{c}}\right); \qquad (5)$$

$$E_w = \rho \overline{B} \int\limits_{\frac{c_{\text{пред}}}{\overline{c}}}^{\frac{0{,}8u}{\overline{c}}} (0{,}8u - c)^2 c p \left(\frac{c}{\overline{c}}\right) d\left(\frac{c}{\overline{c}}\right) -$$

$$- \rho \overline{B}_1 \int\limits_{\frac{0{,}8u}{\overline{c}}}^{\infty} (0{,}8u - c)^2 c p \left(\frac{c}{\overline{c}}\right) d\left(\frac{c}{\overline{c}}\right), \tag{6}$$

где

$$p\left(\frac{c}{\overline{c}}\right) = 2{,}72 \left(\frac{c}{\overline{c}}\right)^3 \exp\left\{-0{,}68 \left(\frac{c}{\overline{c}}\right)^4\right\}. \tag{7}$$

Нижний предел интегрирования в (1а) и (2а) по фазовым скоростям $c_{\text{пред}}$ зависит от величины амплитуды $a$, так как не могут существовать волны с крутизной, превышающей критическую. Однако так как при расчете все амплитуды $a$ заменяются на среднюю квадратичную величину $\sqrt{2\overline{\sigma_\eta^2}}$, то величина $c_{\text{пред}}$ заменена на нуль, что при функции распределения (7) практически не вносит ошибки в результат.

Каждый интеграл разбит на две части, так как в принципе во́лны, фазовая скорость которых превышает среднюю скорость набегающего на них потока воздуха, не получают, а отдают свою энергию. Однако для того, чтобы произвести расчет суммарной энергии по формулам (5) и (6), нужно приписать определенные значения коэффициентам сопротивления — $\overline{B}$ и $\overline{B}_1$. Очевидно, что $\overline{B}_1 \ll \overline{B}$, так как волны с большими значениями $c$ гораздо лучше обтекаемы, чем волны с малыми значениями $c$ из-за явной разницы уклонов. Так как в рамках рассматриваемой грубой модели невозможно получить отношение $\overline{B}/\overline{B}_1$ с хоть сколько-нибудь приемлемой точностью, мы ограничимся при вычислении $\tau_w$ и $E_w$ только положительными членами в обеих формулах, считая отрицательные члены малыми. Очевидно, что таким способом мы получим по крайней мере не заниженные значения $\tau_w$ и $E_w$.

В качестве коэффициента $\overline{B}$ возьмем среднюю величину отношения $\frac{E_w}{\rho c (u - c)^2}$, которая получается по всем опытам [3, 4] при $c < 0{,}8\,u$, так как чем ближе $c$ к $u$, тем сильнее возрастает погрешность расчета. Эта средняя величина составляет $2{,}8 \cdot 10^{-3}$. Она также явно не занижена, так как эксперименты на твердых моделях дают примерно втрое меньшие значения $\overline{B}$. В результате такого расчета получаются следующие значения $\tau_w$ для разных величин отношения $\overline{c}/u$, где $\overline{c}$ — параметр функции распределения (7):

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{\overline{c}}{u}$ . . . . | 0,665 | 0,70 | 0,75 | 0,80 |
| $\frac{\tau_w}{\rho u^2}$ . . . . | $1{,}4 \cdot 10^{-4}$ | $1{,}15 \cdot 10^{-4}$ | $0{,}9 \cdot 10^{-4}$ | $0{,}75 \cdot 10^{-4}$ |

Из приведенных данных следует, что величина коэффициента сопротивления формы находится в пределах 5—10% от величины полного коэффициента сопротивления морской поверхности. Этот вывод годится, разумеется, только для умеренных скоростей ветра, т. е. для интервала 3—12 м/сек., для которого оценены значения $\overline{B}$ и получена функция распределения (7). При больших скоростях значения $\overline{B}$ будут, вероятно, другими и, кроме того, нужно учитывать влияние обрушений волн на статистические характеристики волнения.

Полученные по формуле (6) значения $\frac{E_w}{\rho u^3}$ нанесены крестиками на рис. 1. Оказалось, что $E_w/\rho u^3$ по порядку величины равно $5 \cdot 10^{-5}$ и примерно равно значению энергии, затрачиваемой на создание дрейфового течения. Действительно (см. [1])

$$\frac{E_d}{\rho u^3} = \frac{\tau_d u_d}{\rho u^3} \simeq \frac{\tau}{\rho u^2} \frac{u_d}{u} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \sim 5 \cdot 10^{-5}.$$

Следовательно, при умеренных скоростях ветра и при состоянии поверхности моря, близком к стадии «развитого волнения», энергия ветра, затрачиваемая на поддержание волновых колебаний и па создание дрейфового течения, примерно одинакова. Что касается величины касательного напряжения, то доля сопротивления формы при этих же условиях очень невелика. Поэтому при постановке граничных условий в решении задачи о взаимодействии двух пограничных слоев — атмосферы и моря — условие непрерывности касательного напряжения при переходе через границу раздела вода — воздух не должно вносить большой погрешности в результаты.

В заключение авторы приносят благодарность Р. С. Бортковскому за полезную дискуссию.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
2. Korvin-Kroukovsky B. V. Balance of Energies in the Development of Sea Waves. Deutsche Hydr. Zs. 18, H. 4, 1965.
3. Кононкова Г. Е. Динамика морских волн. М., Изд-во МГУ, 1969.
4. Ефимов В. В. Некоторые результаты экспериментального исследования передачи энергии ветра морским волнам. — Океанология, 1964, т. 4, вып. 6.
5. Крылов Ю. М. Спектральные методы исследования и расчета ветровых волн. Л., Гидрометеоиздат, 1966.

С. В. МАРУНИЧ

# ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА В УСЛОВИЯХ ЛЕСА

По турбулентному обмену в растительности и над нею в последние годы появился ряд работ как теоретических, так и экспериментальных. Здесь следует отметить работы Леттау [1], Баумгартнера А. [2], Раунера Ю. Л. [3], Менжулина Г. В. [4] и др. Однако экспериментальных данных о характере турбулентного обмена в растительности и особенно в лесу все еще очень мало, а структурные данные почти совсем отсутствуют. Имеющиеся материалы по структуре воздущного потока над лесом относятся в основном к лабораторным экспериментам в аэродинамических трубах над пластиковыми моделями леса. Такие данные приводятся, например, в [5] и [6]. И хотя эти работы дают некоторое представление о структуре турбулентных порывов над растительностью, тем не менее натурные исследования являются до сих пор первоочередной задачей. Турбулентный обмен в лесу и над ним чрезвычайно важен для метеорологов, особенно для тех, кто изучает микроклимат (примерно половина территории Советского Союза покрыта лесами). Эта проблема представляет большой интерес и для гидрологов, изучающих влияние леса на сток и испарение, а также для лесоводов, занимающихся вопросами прироста леса. Как следует из работы [7], турбулентный обмен теплом, влагой и углекислым газом в значительной мере влияет на фотосинтез, а следовательно, и на прирост биомассы.

Для экспериментов использовалась лесная градиентная установка в районе Валдая, описание которой имеется в работе [8]. Установка расположена в обширном лесном массиве, преобладающей породой дерева является ельник-кисличник, широко распространенный тип леса для Северо-Запада ЕТС.

Согласно исследованиям в аэродинамических трубах, установившийся режим турбулентности над моделями леса наблюдается, начиная с расстояния от опушки, превышающего в 20—50 раз среднюю высоту деревьев [6]. В нашем случае наблюдения проводились на расстоянии 1,5 км от ближайшего края леса, что при средней высоте деревьев 26 м составляет 58 высот. Таким образом, трансформационные эффекты, связанные с переходом воздушного потока на поверхность с другой шероховатостью, были исключены.

Для измерения структурных характеристик воздушного потока использовался термоанемометр конструкции Л. Ю. Преображенского, краткое описание которого имеется в работе [9]. Запись велась на шлейфовом осциллографе типа Н-700. Прибор позволяет одновременно вести запись модуля горизонтальной составляющей скорости ветра и фиксировать угол отклонения модуля от горизонтали. По двум этим величинам можно определить вертикальную компоненту скорости ветра. Инерционность прибора оценивалась в 0,01 сек.

Датчик термоанемометра был укреплен на каретке, которая свободно перемещалась вдоль одной из мачт градиентной установки в диапазоне высот от 2 до 42 м над уровнем земли. Мачта представляет собой сооружение ажурной конструкции, и возмущения воздушного потока ею невелики. Для наблюдений выбирались дни с таким направлением ветра, чтобы по возможности исключить всякое аэродинамическое искажение мачтой воздушного потока. Продолжительность записи на одной высоте составляла в одних случаях 20 мин., в других 5 мин., причем внутри полога леса и под ним продолжительность записи всегда была 5 мин. Структурные характеристики измерялись на тех же высотах, на которых установлены психрометры и контактные анемометры, а именно: 12, 17, 22, 27, 32, 37 и 42 м. Каждая серия пульсационных измерений сопровождалась градиентными наблюдениями над температурой, влажностью, скоростью ветра и измерениями суммарной радиации и радиационного баланса.

Для получения спектральных плотностей использовалась методика Н. З. Ариель [10]. Расчеты велись на ЭЦВМ М-220. Так как расчет спектральной плотности проводился по дискретному набору значений скорости ветра, снятых с записи с интервалом $\Delta\tau$, то значения спектра с допустимой погрешностью (не более 30%) можно получить до частоты, не превышающей $f_в = \frac{1}{2\Delta\tau}$ (высокочастотная граница спектра). Низкочастотная граница спектра определяется из соотношения $f_н = \frac{1}{0{,}1T}$, где $T$ — продолжительность записи.

При исследовании структуры воздушного потока в лесу естественно выделить три слоя: 1) слой под пологом леса с редким, однородным и относительно постоянным по высоте распределением биомассы (зона стволов); 2) слой воздуха внутри крон деревьев (вегетирующий слой леса) с убывающей по высоте плотностью распределения биомассы; 3) слой воздуха над лесом.

На рис. 1 приведены три спектра горизонтальной составляющей скорости ветра, соответствующие трем названным выше слоям. Спектр (*а*) соответствует высоте 37 м (слою воздуха над лесом), спектр (*б*) высоте 22 м (слою воздуха внутри вегетирующего слоя) и спектр (*в*) высоте 12 м (слою воздуха под пологом леса).

Как видно из рис. 1, частотный диапазон спектра *а* больше диапазонов спектров в других слоях. Это спектр как бы склеен из двух кривых, полученных из расчетов по данным, снятым с интервалом 1 сек. (кривая *1*) и 3 сек. (кривая *2*). Такое расширение диапазона было обусловлено тем, что характерный масштаб возмущений скорости ветра над лесом больше, чем масштаб аналогичных возмущений внутри лесного полога и под ним. Поэтому для их описания пришлось расширить интервал в сторону низких частот. Но и это увеличение интервала не позволило выйти за пределы инерционной подобласти спектра. Дальнейшему продвижению в низкочастотную область препятствовала продолжительность имеющихся записей.

Кривая *б*, соответствующая вегетирующему слою леса, рассчитана при снятии отсчетов через 0,5 сек. Этот спектр лучше укладывается на прямой с наклоном $-\frac{5}{3}$, что может быть объяснено тем, что здесь, очевидно, преобладает изотропная мелкомасштабная турбулентность, образующаяся от дробления крупных вихрей о препятствия, каковыми являются кроны деревьев.

Кривая *в* соответствует спектру горизонтальной составляющей скорости ветра на высоте 12 м, т. е. слою воздуха под пологом леса. Отклонения спектра от прямой с наклоном $-\frac{5}{3}$ довольно значительны, поэтому ставится под вопрос существование инерционного интервала в спектре скорости ветра. Для этого слоя характерна анизотропия структуры потока. По данным прямых измерений пульсаций, вертикальная компонента под пологом леса на порядок меньше горизонтальной пульсации скорости ветра. С увеличением высоты

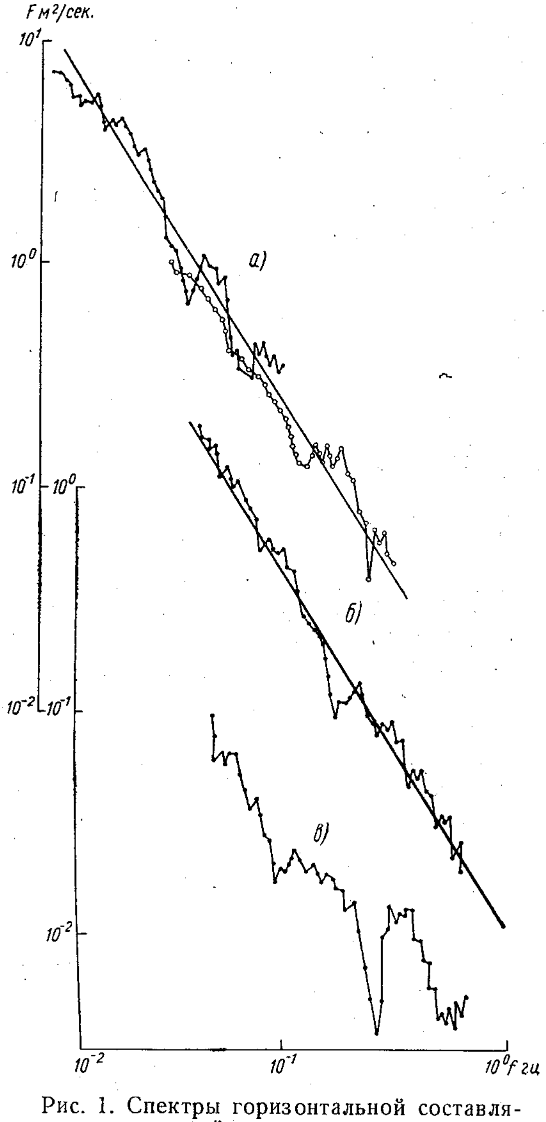


Рис. 1. Спектры горизонтальной составляющей скорости ветра

дисперсия вертикальной составляющей порывов по порядку величины приближается к дисперсии пульсаций горизонтальной компоненты, оставаясь все время меньше ее. Дисперсия горизонтальной составляющей скорости ветра растет с высотой, достигая максимума непосредственно на уровне верхней границы леса (около 27 м), затем с увеличением высоты несколько уменьшается и далее остается примерно постоянной. На высоте 27 м дисперсия горизонтальной составляющей была равна 1,9 м/сек. при средней скорости ветра на этом уровне 2,6 м/сек. (случай наибольшей скорости ветра). В серии, где скорость ветра была наименьшей (на уровне 27 м скорость составляла 1,5 м/сек.) дисперсия горизонтальной составляющей равнялась 1,3 м/сек. Таким образом, как и следовало ожидать, дисперсия растет с увеличением скорости ветра, что имеет место на всех высотах.

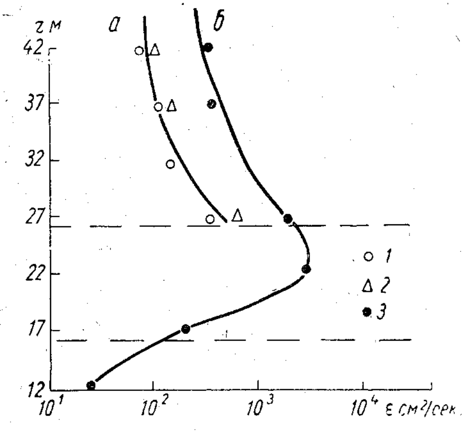



Рис. 2. Профиль скорости диссипации турбулентной энергии:

1, 2, 3 — серии наблюдений; пунктирные линии — верхняя и нижняя границы вегетирующего слоя

По полученным спектрам, исходя из соотношений А. Н. Колмогорова [11], была рассчитана скорость диссипации турбулентной энергии по формуле

$$E = \left(\frac{F}{0,5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\omega^{\frac{5}{2}}}{\bar{u}},$$

где $F$ — спектральная плотность пульсаций скорости, $\omega$ — круговая частота, $\bar{u}$ — средняя скорость ветра, 0,5 — универсальная постоянная.

Результаты расчета по трем сериям наблюдений, из которых только одна охватила диапазон высот, включавший области под пологом леса, внутри крон и над лесом, приведены на рис. 2. С увеличением высоты диссипация растет достигая максимума в вегетирующем слое, затем уменьшается по мере удаления от леса. Запишем известное соотношение для скорости диссипации:

$$E = c\,\frac{b^{\frac{3}{2}}}{l},$$

где $c$ — универсальная постоянная, равная 0,046, $b$ — средняя кинетическая энергия турбулентных пульсаций, $l$ — масштаб турбулентности.

Над лесом кинетическая энергия примерно постоянна, следовательно, диссипация падает за счет увеличения масштаба турбулентности. Внутри вегетирующего слоя энергия турбулентных пульсаций несколько меньше, чем над лесом (исключая верхнюю кромку леса). Большие значения диссипации связаны здесь, очевидно, с малым масштабом турбулентных пульсаций. Масштаб турбулентных пульсаций в растительности, как отмечалось и в работе [4], определяется главным образом расстояниями между элементами растительности (кронами, ветвями, стволами). Следовательно, в пологе леса он должен быть наименьшим.

Под пологом леса диссипация быстро падает за счет уменьшения энергии турбулентности и вероятно за счет некоторого увеличения масштаба пульсаций. На рис. 2 кривая *a* диссипации энергии над лесом проведена по двум сериям наблюдений, причем близкие значения диссипации объясняются примерным равенством средних скоростей ветра в обоих случаях (3 м/сек. на уровне 42 м в первом случае и 2,7 м/сек во втором). Кривая *b* соответствует средней скорости ветра 5,5 м/сек. на той же высоте.

Профиль диссипации турбулентной энергии над лесом имеет вид сходный с профилем диссипации над поверхностью с травяным покровом (см., например, [12]).

На рис. 3 приведены результаты определения напряжения турбулентного трения непосредственно по пульсационным данным:

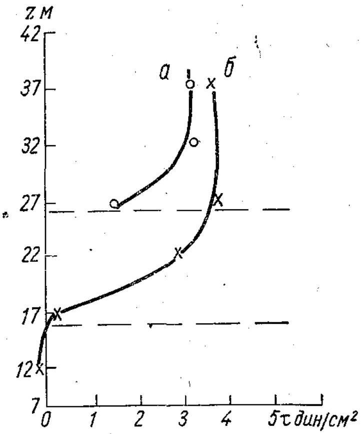



Рис. 3. Профиль турбулентного напряжения трения

$$\tau = -\rho\overline{u'w'}.$$

Над лесом напряжение трения ведет себя так же, как и над равниной, покрытой травой, т. е. остается постоянным. По сравнению с равниной здесь наблюдаются несколько большие величины напряжения турбулентного трения, что связано с большой шероховатостью леса, значительно превышающей шероховатость травяного покрова.

Внутри крон деревьев турбулентное трение резко уменьшается с уменьшением высоты и под пологом леса на уровне 12 м даже становится отрицательным (кривая *б*). Возможно, что это связано с падением средней скорости ветра с высотой непосредственно под пологом леса, которое отмечалось в данном случае (на высоте 12 м средняя скорость равнялась 0,3 м/сек., на высоте 2 м — 0,4 м/сек.). Отрицательное значение напряжения турбулентного трения приходится на слои, где скорость ветра падает с высотой. Кривая *а* на рис. 3 соответствует серии наблюдений, которые проводились только над лесом. Несколько меньшие значения трения объясняются меньшей скоростью воздушного потока (1,5 м/сек. на уровне 27 м). В предыдущем случае скорость ветра на той же высоте равнялась 2,6 м/сек.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Lettau H. H. Collection and processing of field data. Interscience,1967, N 4, p. 3—40.
2. Baumgartner A. Untersuchungen über den Wärme und Wasserhaushalt eines jungen Waldes. Ber. Dt. Wetterd. Bd. 5, Nr 28, Bad Kissingen, 1956.
3. Раунер Ю. Л. О гидрологической роли леса. — Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1965, № 4.
4. Менжулин Г. В. Об аэродинамических параметрах растительного покрова. — См. наст. сб.
5. Meroney R. N. Characteristics of Wind and Turbulence in and above Model Forests. I. of Appl. Met. v. 7, 1968.
6. Hsi G., Nath I. H. Wind drag within simulated forest canopies. I. of Appl. Met., 1970, v 9, N 4, pp. 592—602.
7. Будыко М. И., Гандин Л. С. Об учете закономерностей физики атмосферы в агрометеорологических исследованиях. — Метеорология и гидрология, 1964, № 11, с. 3—11.
8. Константинов А. Р., Федоров С. Ф. Опыт применения градиентных мачт для определения испарения и теплообмена в лесу. — Тр. ГГИ, 1960, вып. 81.
9. Преображенский Л. Ю. Некоторые характеристики воздушного потока в нижнем слое атмосферы над морем. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1968, т. 4, № 9.
10. Ариель Н. З. О расчете энергетических спектров по экспериментальным данным. — Метеорология и гидрология, 1967, № 10.
11. Колмогоров А. Н. Статистическая теория колебаний с непрерывным спектром. — Юбилейный сборник АН СССР. Т. 1. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1947, с. 242—252.
12. Иванов В. Н. Турбулентная энергия и ее диссипация в нижнем слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 9, с. 1405—1413.

*А. С. ДУБОВ, Е. В. РОМАНОВ*

# О СТРУКТУРЕ ПОЛЯ ВЛАЖНОСТИ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Вопросам структуры полей ветра и температуры в нижних слоях атмосферы посвящено большое число работ, обзор которых можно найти как в специальных монографиях [1], так и в материалах симпозиумов по атмосферной турбулентности [2]. Однако структура пульсаций влажности изучена до сих пор крайне недостаточно, что было связано в первую очередь с отсутствием надежной аппаратуры. Только в последние годы стали использоваться малоинерционные датчики пульсаций влажности, основанные на различных физических принципах [3, 4], с помощью которых оказалось возможным получить представления о простейших характеристиках структуры этого элемента, а также оценить турбулентные потоки влаги так называемыми прямыми методами с использованием данных о пульсациях вертикальных скоростей.

При выполнении данной работы датчиком влажности [5] служил малоинерционный сорбционный влагочувствительный элемент — гигристор [6] с инерционностью, несколько меньшей 0,1 сек. при положительных температурах. Вертикальные скорости измерялись акустическим анемометром. Электроакустические преобразователи в этом анемометре выполнены из пьезокерамики ЦТС-19 (микрофоны) и ЦТС-200 (излучатель) и работают на резонансной частоте 167 кгц [7]. Применение сплава ЦТС-200 и включение излучателя на частоте собственного последовательного электрического резонанса, а микрофонов — на частоте собственного параллельного резонанса, позволило достичь высокой эффективности электроакустических преобразований (около 1 в на микрофонах при 3—5 в на излучателе).

Для обеспечения устойчивой работы пьезоэлементов на заданной частоте в схеме генератора предусмотрена стабилизация частоты по максимуму тока в излучателе.

В конструкцию микрофонов введены эмиттерные повторители на малогабаритных транзисторах. Сигнал от повторителей подается на широкополосные усилители, располагаемые на мачте. Усиленные сигналы подаются на фазометр, состоящий из трех усилителей-ограничителей, фазовращателя и сдвоенной схемы совпадений на три входа, обеспечивающей однозначную связь разности фаз $\Delta\varphi$ на входе (после усилителей) и тока в нагрузке при $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$, т. е. по диапазону вдвое более узкому, чем у старт-стопных фазометров. Если нагрузочное сопротивление питать изменяющимся напряжением, поступающим от сорбционного датчика пульсаций влажности, то схема позволяет осуществлять умножение этого напряжения на разность фаз на входе.

Выработанное таким образом произведение (в форме тока) поступает на электролитический интегратор Х-603. Вторая схема, целиком повторяющая первую — множительную, предназначена для выработки разности фаз, для чего она питается неизменным

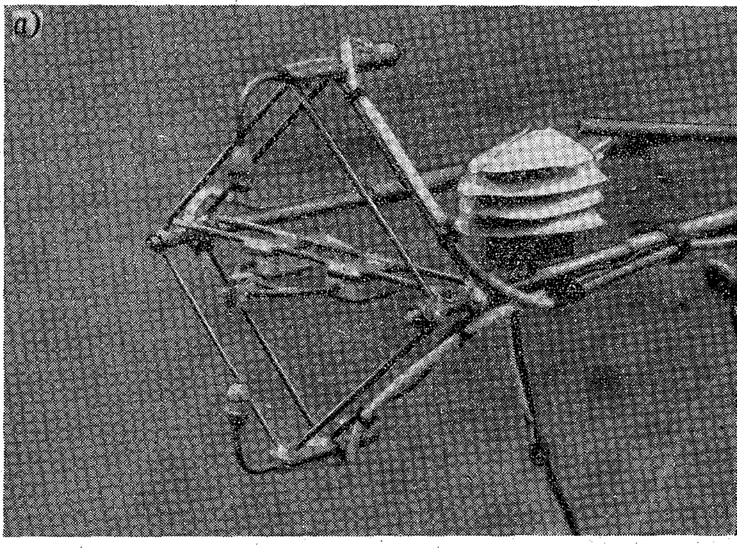


Рис. 1. Блок чувствительных элементов

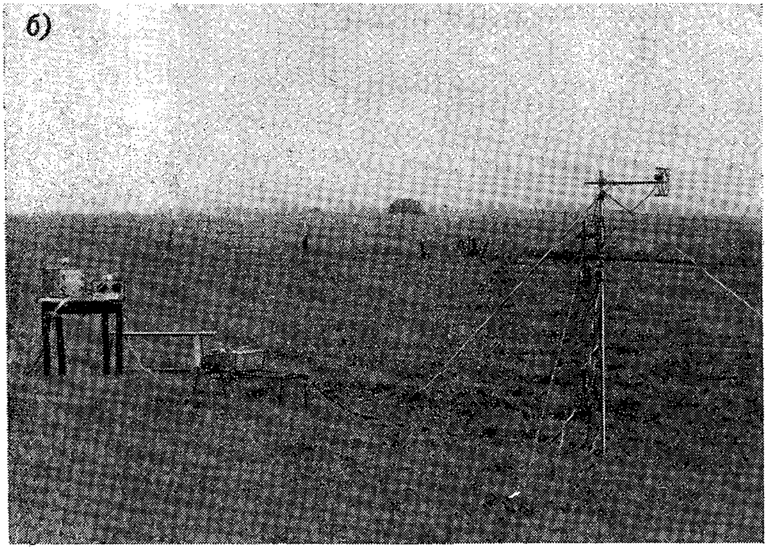
напряжением. В ее нагрузке включены последовательно интегратор Х-603 и вибратор осциллографа Н-700 для фиксации мгновенных значений скорости. Выходное напряжение датчика влажности подается на вибратор осциллографа и на интегратор Х-603.

Таким образом, оборудование позволяет фиксировать синхронные значения пульсаций влажности и вертикальной скорости, а также измерять непосредственно поток влаги.

Блок чувствительных элементов и общий вид установки изображены на рис. 1.

Измерения проводились на ст. Колтуши (Ленинградская область) над ровной площадкой, покрытой невысоким травяным покровом.

Записанные на осциллограф пульсации влажности и вертикальной скорости обрабатывались затем вручную (снимались значения соответствующих координат записи и набивались на перфокарты). Дальнейшие расчеты ковариаций, необходимых для определения турбулентных потоков влаги, и спектров выполнялись на ЭЦВМ М-220. Расчеты спектров проводились по методике, разработанной Н. З. Ариель [8]. Дискретные значения записи снимались с интервалом $\Delta t = 0{,}2$ сек., длина обработанного участка записи $T$ соответствовала времени порядка 60—100 сек. Таким образом, искомые величины спектральных плотностей пульсаций влажности и вертикальной скорости могли быть надежно определены в диапазоне частот от $\frac{1}{2\Delta t} = 2{,}5$ *гц* до $\frac{1}{0{,}1T} = 0{,}17$ *гц*.



(*а*) и общий вид установки (*б*)

Как правило, рассчитанные спектры обоих элементов были близки в среднем к закону $-^5/_3$, но наблюдался некоторый разброс отдельных рассчитанных значений относительно средней прямой с наклоном $-^5/_3$ в логарифмическом масштабе. На рис. 2 и 3 приведены примеры спектров удельной влажности и вертикальной скорости соответственно.

Располагая подобными спектрами можно было рассчитать скорость выравнивания неоднородностей поля влажности — характеристику, аналогичную скорости выравнивания неоднородностей поля температуры, введенной в свое время А. М. Обуховым [9].

В соответствии с [9] введем понятие меры неоднородности поля влажности $\eta_q$ в выделенном объеме $\Omega$:

$$\eta_q = \frac{Q}{M}, \tag{1}$$

где $M$ — масса выделенного объема $\left(M = \iiint\limits_{\Omega} \rho d\Omega\right)$, $Q = \frac{1}{2}\iiint\limits_{\Omega} \rho (q')^2 d\Omega$, $\rho$ — плотность, $q'$ — пульсации поля влажности, определяемые соотношением

$$q' = q - \bar{q},$$

где

$$\bar{q} = \frac{1}{M}\iiint\limits_{\Omega} \rho q d\Omega.$$

Рассмотрим уравнение изменения влажности в фиксированной точке при условиях, далеких от насыщения:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (\mathbf{v}, \operatorname{grad} q) = \chi \Delta q, \quad (2)$$

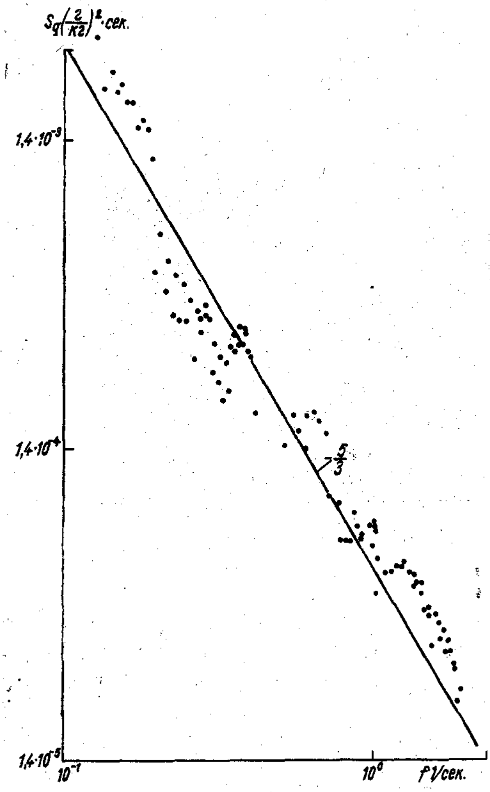



Рис. 2. Спектр удельной влажности при $\sigma_q = 0{,}11$ г/кг за 12 час. 27/IX 1970 г.

где $\chi$ — коэффициент молекулярной диффузии водяного пара, $\Delta$ — символ оператора Лапласа.

Записав это уравнение применительно к пульсационной составляющей поля $q$ и выполнив операцию осреднения по объему $\Omega$, после несложных математических преобразований, следуя [9], получим:

$$\frac{\partial \eta_q}{\partial t} = -\chi \overline{(\operatorname{grad} q')^2} = -\varepsilon_q. \quad (3)$$

Из структуры равенства (3) следует, что величина $\varepsilon_q$ всегда положительна. Таким образом, эта характеристика всегда является мерой выравнивания пространственных неоднородностей поля влажности (т. е. убывания $\eta_q$ со временем).

Перейдем теперь к одному из возможных способов определения $\varepsilon_q$. Помимо интегральной характеристики пульсаций влажности $\eta_q$, в настоящее время широко используются спектральные характеристики пространственной неоднородности полей метеоэлементов, характеризующие вклад возмущений различных масштабов в суммарную дисперсию поля. Значение спектральной плотности пульсаций влажности $S_q$ для возмущения с данным волновым числом $k$, должно зависеть от этого волнового числа $k$, скорости выравнивания пульсаций влажности $\varepsilon_q$ и скорости диссипации кинетической энергии турбулентного движения $\varepsilon_w$. При этом имеется в виду, что рассматриваемые волновые

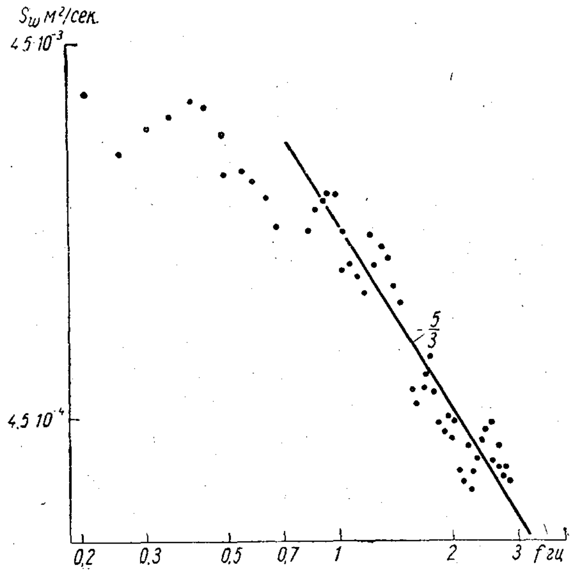



Рис. 3. Спектр вертикальной скорости при $\sigma_w = 0{,}53$ м/сек. за 10 час. 4/V 1970 г.

числа таковы, что молекулярные процессы уже не сказываются на структуре спектра. Тогда из теории размерностей следует, что

$$S_q(k) = c_q \varepsilon_w^{-1/3} \varepsilon_q k^{-5/3}, \tag{4}$$

где $c_q$ — эмпирически определяемая безразмерная постоянная.

Способы определения аналогичной константы для поля пульсаций температур рассмотрены в статье [2]. Применительно к полю влажности это означает, что $c_q$ может быть получено из обработки специальных структурных измерений:

$$c_q = -\frac{4}{3F}\left(-\frac{5N}{4}\right)^{1/3}, \tag{5}$$

где

$$F = \frac{\overline{[u(x+\bar{u}\tau) - u(x)][q(x+\bar{u}\tau) - q(x)]^2}}{\left\{\overline{[u(x+\bar{u}\tau) - u(x)]^2}\right\}^{1/2} \overline{[q(x+\bar{u}\tau) - q(x)]^2}} = \text{const},$$

$$N \doteq \frac{\overline{[u(x-\bar{u}\tau) - u(x)]^3}}{\left\{\overline{[u(x-\bar{u}\tau) - u(x)]^2}\right\}^{3/2}} = \text{const}.$$

Здесь $u$ — компонента скорости ветра вдоль оси координат $OX$, $\tau$ — интервал времени, черта вверху — осреднение.

Определение $c_q$ изложенным методом требует громоздкой численной обработки результатов измерений и сопряжено с большими погрешностями в силу малой надежности определения моментов третьего порядка. Предполагая заняться этим вопросом в дальнейшем, в данной работе мы воспользовались рекомендациями А. М. Яглома о том, что постоянная $c'_т$ для спектра пульсаций температуры может быть использована при расчетах спектра влажности или какой-либо другой пассивной субстанции. Тогда, согласно [2], можно принять

$$c_q = c'_т = 0{,}7. \tag{6}$$

Таким образом, располагая спектрами влажности в инерционной подобласти и значениями скорости диссипации кинетической турбулентной энергии, с помощью соотношений (4) и (6) можно определить интересующую нас величину $\varepsilon_q$.

Скорость диссипации кинетической турбулентной энергии $\varepsilon_w$ определялась по спектрам пульсаций вертикальной скорости, которые регистрировались с помощью акустического анемометра синхронно с записями пульсаций влажности:

$$S_w(\omega) = 0{,}64\,(\varepsilon\bar{u})^{2/3}\omega^{-5/3}, \tag{7}$$

где $\omega$ — круговая частота, $\bar{u}$ — средняя скорость воздушного потока.

В табл. 1 приводятся рассчитанные значения $\varepsilon_q$, соответствующие высоте 1,5 м.

Таблица 1

**Скорость выравнивания пульсаций влажности $\varepsilon_g$**

| Дата | Срок, часы | $\varepsilon_g \cdot 10^4 \left(\frac{г}{кг}\right)^2 \cdot сек.^{-1}$ | Дата | Срок, часы | $\varepsilon_g \cdot 10^4 \left(\frac{г}{кг}\right)^2 \cdot сек.^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 16/X 1969 г. | 15 | 0,5 | 20/V 1970 г. | 14 | 92 |
| 20/X | 15 | 0,5 | 8/VII | 12 | 1010 |
| 4/V 1970 г. | 10 | 11,8 | 27/IX | 12 | 1,47 |
| | | 6,5 | | | 0,65 |

Примечание. Два значения $\varepsilon_g$ в этой таблице, соответствующие одной дате и сроку, означают результат обработки двух различных участков одной и той же записи, заметно отличающихся друг от друга по характеру пульсаций.

Как видно из приведенных данных, скорость выравнивания пульсаций влажности обладает большой изменчивостью, меняясь от $0{,}5 \cdot 10^{-4}\left(\frac{г}{кг}\right)^2 \cdot сек.^{-1}$ в осенние месяцы до $1010 \cdot 10^{-4}\left(\frac{г}{кг}\right)^2 \cdot сек.^{-1}$.

Введем теперь характерные времена релаксации (табл. 2)

$$T_q = \frac{\sigma_q^2}{\varepsilon_q} \quad и \quad T_w = \frac{\sigma_w^2}{\varepsilon_w},$$

Таблица 2

**Времена релаксации $T_q$ и $T_w$**

| Дата | Срок, часы | $T_q$ сек. | $T_w$ сек. | $\frac{T_w}{T_q}$ |
|---|---|---|---|---|
| 16/X 1969 г. | 15 | 134 | 15,2 | 0,11 |
| 22/X | 15 | 134 | 8,7 | 0,07 |
| 4/V 1970 г. | 10 | 38,4 | 12,9 | 0,34 |
| | | 52,8 | 13,0 | 0,25 |
| 8/VII | 12 | 8,02 | 9,35 | 1,17 |
| 27/IX | 12 | 88,3 | 15,2 | 0,15 |
| | | 89,3 | 11,9 | 0,12 |

соответствующие тем интервалам времени, которые потребовались бы для полного исчезновения неоднородностей полей влажности и вертикальной скорости при условии неизменности скоростей выравнивания этих неоднородностей ($\sigma_q^2$ и $\sigma_w^2$ — дисперсии пульсаций влажности и вертикальной скорости соответственно).

Из приведенных данных следует, что в условиях слабо развитой турбулентности (октябрь при небольшой скорости ветра) $T_q$ на порядок больше $T_w$, т. е. неоднородности поля влажности выравниваются более медленно. В условиях летних дней с развитым конвективным обменом эти времена делаются одного порядка.

Из теории подобия, развитой Мониным — Обуховым, следует, что отношение $\frac{\sigma_{\text{т}}}{T_*}$, где $\sigma_{\text{т}}^2$ — дисперсия пульсаций температуры, $T_* = \frac{H}{c_p \rho u_*}$ ($H$ — турбулентный поток тепла, $c_p$ — теплоемкость при постоянном давлении, $\rho$ — плотность воздуха, $u_*$ — динамическая скорость), является универсальной функцией безразмерного параметра $\frac{z}{L}$, где $z$ — высота, $L = -\frac{c_p \rho T u_*^3}{\varkappa g H}$ — масштаб, введенный Мониным и Обуховым ($\varkappa$ — постоянная Кармана, $g$ — ускорение силы тяжести, $T$ — температура), или проще — числа Ричардсона. Эмпирические данные о характере этой функции, приводятся, например, в [1]. Из тех же соображений теории подобия следует, что отношение $\frac{\sigma_g}{q_*}$, где $q_* = \frac{E}{\rho u_*}$ ($E$ — турбулентный поток влаги), также является универсальной функцией параметра $\frac{z}{L}$ в условиях, далеких от насыщения, но никаких эмпирических данных по этому вопросу не опубликовано. На рис. 4 приведены результаты расчетов $\frac{\sigma_q}{q_*}$.

Так как пульсации температуры и горизонтальной скорости не измерялись, то значения динамической скорости и потока тепла определялись по градиентным наблюдениям на ст. Колтуши (расстояние градиентной установки от места, где были установлены пульсационные приборы, составляло несколько метров). Потоки влаги использовались как по данным градиентных, так и пульсационных наблюдений. К сожалению, диапазон изменений параметра $\frac{z}{L}$ оказался очень небольшим (от 0 до 0,038), поэтому здесь можно говорить только о некотором среднем значении отношения $\frac{\sigma_q}{q_*}$, составляющем величину 0,7. Примерно такую же величину составляет $\frac{\sigma_T}{T_*}$ в этом диапазоне устойчивости. (Точнее оценить отношение $\frac{\sigma_T}{T_*}$ по графику, приведенному в [1] трудно.) Отметим, что в случае изотермии, когда параметр $\frac{\sigma_T}{T_*}$, рассчитанный по данным градиентных наблюдений, равнялся нулю, потоки влаги, согласно градиентным наблюдениям, также отсутствовали, но пульсационные измерения давали значения порядка $0{,}4 \times 10^{-4}$ г/см²·сек., выходящие за пределы чувствительности градиентных методов. Это позволило найти значение отношения $\frac{\sigma_q}{q_*}$ в начале координат, что трудно сделать для $\frac{\sigma_T}{T_*}$.

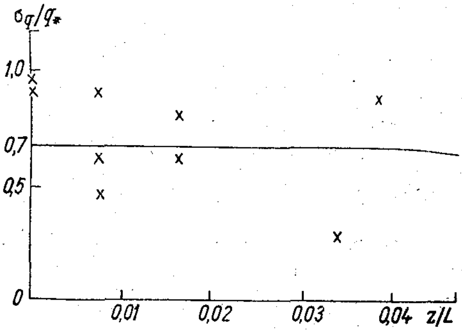



Рис. 4. Зависимость $\frac{\sigma_q}{q_*}$ от устойчивости

С помощью структурных измерений рассчитывались потоки влаги по известной формуле

$$E = \rho \overline{w'q'}.$$

Ковариации $w'q'$ определялись также с помощью описанного выше коррелятора. Результаты сопоставления полученных значений потоков влаги с данными обработки градиентных наблюдений приводятся в табл. 3.

Таблица 3

**Потоки влаги (г/см²·мин.), определенные по структурным и градиентным наблюдениям**

| Дата | Срок, часы | $E_{пульс} \cdot 10^4$ | $E_{град} \cdot 10^4$ |
|---|---|---|---|
| 16/X 1969 г. | 15 | 0,36 | 0 |
| 22/X | 15 | 0,47 | 0 |
| 4/V 1970 г. | 10 | 10,4 | 3,9 |
| 20/V | 14 | 4,2 | 5,6 |
| 27/IX | 12 | 1,3 | 0,68 |

Как видно из табл. 3, значения потоков влаги, рассчитанные независимыми методами, довольно заметно различаются между собой. Потоки влаги в октябре 1969 г. были малы — согласно пульсационным измерениям затраты тепла на испарение составляли около 0,02 кал/см$^2$·мин., что выходит за рамки чувствительности градиентных наблюдений. Такой же порядок величин испарения для средней полосы России был получен в работе [10] с использованием инфракрасного гигрометра ($E \approx 10^{-7}$ г/см$^2$·сек. в утренние и вечерние часы и $E \approx 10^{-5}$ г/см$^2$·сек. в условиях развитой турбулентности). Для получения более точных величин потоков влаги требуются дополнительные методические проработки, в частности выбор оптимального интервала осреднения.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Монин А. С., Яглом Д. М. Статистическая гидромеханика. Т. 2. М., «Наука», 1967.
2. Гурвич А. С. и др. Эмпирические данные о мелкомасштабной структуре турбулентности. — В кн.: «Атмосферная турбулентность и распределение радиоволн». Труды Международного симпозиума. М., «Наука», 1967.
3. Елагина Л. Г. Об измерении частотных спектров пульсаций абсолютной влажности в приземном слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 12.
4. Hwa-Shum-Chen. I Misuta. An infrared absorbtion hydrometr and its application to the study of the water vapor flux near the ground. Special contribution Geoph. Inst. Kyoto University, N 7, 1967.
5. Романов Е. В. Применение сорбционных датчиков влажности для измерения турбулентного потока влаги. — Тр. ГГО, 1969, вып. 241.
6. Коган В. А., Коробочкин И. В., Лозинский Ю. М. Измерение относительной влажности воздуха в широком диапазоне температур. — Вестн. с.-х. науки, 1967, № 4.
7. Попов М. В., Романов Е. В., Румянцев О. С. Некоторые пути повышения эффективности электроакустических преобразователей. — Тр. ГГО, 1971, вып. 259.
8. Ариель Н. З. О расчете энергетических спектров по экспериментальным данным. — Метеорология и гидрология, 1967, № 10.
9. Обухов А. М. Структура поля температур в турбулентном потоке. — Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1949, т. 13, № 1.
10. Елагина Л. Г., Горшков В. И., Мироненко Э. Т. Об измерениях турбулентных потоков влаги с помощью инфракрасного гигрометра. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1970, т. 6, № 1.

О. М. МОГИЛЕВЕР

# О МОДЕЛИ ВЗАИМНОГО СПЕКТРА ПУЛЬСАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РАЗНЫХ УРОВНЯХ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Получение аналитического вида взаимного спектра (корреляционной функции) пульсаций температуры важно как для общей теории атмосферной турбулентности, так и при решении прикладных задач обработки метеорологических данных.

Несмотря на большое количество экспериментальных данных о характеристиках пульсаций на разных уровнях в приземном слое в настоящее время имеется мало сведений о виде взаимных спектров (корреляционных функций).

Р. Тейлор в работе [1] исследовал коэффициенты корреляции между значениями температуры на различных высотах и установил, что наивысшая корреляция (не равная, однако, единице) достигается, когда наблюдения на верхнем уровне предшествуют наблюдениям на нижнем. Корреляции при неустойчивой стратификации обычно бывают более высокими, а записи на различных уровнях по форме совершенно аналогичны.

Эффект сдвига максимума корреляции пульсаций на различных высотах был замечен также в аэродинамической трубе [2] и подтвержден работами [3]—[6] по исследованию взаимной корреляции для ветра. В работе [3], в частности, показано, что коэффициенты корреляции уменьшаются с увеличением перепада высот $\Delta z = z_2 - z_1$ и увеличиваются с ростом высоты при постоянном перепаде высот (масштаб движений с высотой увеличивается). Пановский и Зингер [5] на основании гипотезы Давенпорта [4] о том, что взаимный спектр ветра $\Phi_{V_2V_1}(\omega)$ на разных уровнях есть универсальная функция $\frac{\omega \Delta z}{V}$ ($V$ — скорость ветра на среднегеометрической высоте), исследовали когерентность вертикальной и горизонтальной компонент скорости ветра и показали, что когерентность монотонно падает с ростом частоты.

Поскольку, кроме упомянутой выше работы [1], в литературе нам не удалось найти данных о взаимной корреляции температуры на различных уровнях, то при построении модели взаимного спектра мы будем ориентироваться также и на закономерности, полученные при изучении корреляций ветра.

Цель настоящей работы состоит в получении простого и удобного для прикладных задач аналитического вида взаимного спектра пульсаций температуры на основе экспериментально установленных фактов о поведении взаимных корреляций.

1. Пусть $\Phi_i(\omega)$ — известные спектры пульсаций $n_i(t)$ температуры на уровне $z_i$ (при $i=1, 2$); $\Phi_{kl}(\omega)$ (при $k, l=1,2$; $k \neq l$) — взаимные спектры пульсаций температуры на уровнях $z_k$ и $z_l$. Как известно [7], взаимный спектр $\Phi_{kl}(\omega)$ есть, в общем случае, комплексный спектр, представляемый в виде

$$\Phi_{kl}(\omega) = \mathrm{Co}_{kl}(\omega) - jQ_{kl}(\omega), \tag{1}$$

где $\mathrm{Co}_{kl}(\omega)$ — взаимный спектр, $Q_{kl}(\omega)$ — квадратурный спектр. Сами взаимные спектры связаны следующим равенством:

$$\Phi_{kl}(\omega) = \Phi^*_{lk}(\omega), \tag{2}$$

где $\Phi^*_{lk}(\omega)$ — спектр, комплексно сопряженный с $\Phi_{lk}(\omega)$.

Таким образом, достаточно построить лишь аналитическое описание $\Phi_{21}(\omega)$.

Важной характеристикой стохастической связи амплитуд пульсаций $n_1(t)$ и $n_2(t)$ на частоте $\omega$ является когерентность, представляющая собой квадрат взаимной спектральной корреляции [8]:

$$\mathrm{Coh}_{21}(\omega) = \frac{|\Phi_{21}(\omega)|^2}{\Phi_1(\omega)\Phi_2(\omega)} = \frac{\mathrm{Co}^2_{21}(\omega) + Q^2_{21}(\omega)}{\Phi_1(\omega)\Phi_2(\omega)}. \tag{3}$$

В качестве исходного пункта для построения модели $\Phi_{21}(\omega)$ возьмем экспериментально установленный факт монотонного спада когерентности от значения $\mathrm{Coh}_{21}(0)=1$ при увеличении частоты $\omega$. Следовательно, имеем следующее исходное условие:

$$\frac{\mathrm{Co}^2_{21}(0) + Q^2_{21}(0)}{\Phi_1(0)\Phi_2(0)} = 1. \tag{4}$$

Для получения простого аналитического выражения целесообразно выразить компоненты $\Phi_{21}(\omega)$ через исходные спектры $\Phi_i(\omega)$, а еще лучше — через один какой-либо спектр. Зададим спектры $\mathrm{Co}_{21}(\omega)$ и $Q_{21}(\omega)$ следующим простым образом:

$$\mathrm{Co}_{21}(\omega) = \delta\Phi_p(\omega)\cos\omega\theta, \tag{5}$$

$$Q_{21}(\omega) = \delta\Phi_p(\omega)\sin\omega\theta, \tag{6}$$

где $\Phi_p(\omega)$ — спектр на одном из фиксированных уровней ($z_1$ или $z_2$), $\theta$ — искусственно вводимый фазовый сдвиг, $\delta$ — пока неопределенный коэффициент ($|\delta|<1$).

Тогда для когерентности (3) получим

$$\mathrm{Coh}_{21}(\omega) = \frac{\delta^2\Phi^2_p(\omega)}{\Phi_1(\omega)\Phi_2(\omega)}. \tag{7}$$

Из (7) видно, что $p=l$, если $\Phi_k(\omega) \leqslant \Phi_l(\omega)$, а $\delta$ легко находится из условия (4). Предположим, что $\frac{\Phi_1(\omega)}{\Phi_2(\omega)} < 1$ и растет с увеличением $\omega$. В этом случае:

$$\mathrm{Coh}_{21}(\omega) = \delta^2 \frac{\Phi_2(\omega)}{\Phi_1(\omega)}, \tag{8}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\Phi_1(0)}{\Phi_2(0)}}, \tag{9}$$

$$\mathrm{Co}_{21}(\omega) = \sqrt{\frac{\Phi_1(0)}{\Phi_2(0)}}\, \Phi_2(\omega) \cos \omega\theta, \tag{10}$$

$$Q_{21}(\omega) = \sqrt{\frac{\Phi_1(0)}{\Phi_2(0)}}\, \Phi_2(\omega) \sin \omega\theta. \tag{10a}$$

Из (1) и (2) находим:

$$\Phi_{21}(\omega) = \sqrt{\frac{\Phi_1(0)}{\Phi_2(0)}}\, \Phi_2(\omega)\, e^{-j\omega\theta}, \tag{11}$$

$$\Phi_{12}(\omega) = \sqrt{\frac{\Phi_1(0)}{\Phi_2(0)}}\, \Phi_2(\omega)\, e^{j\omega\theta}. \tag{12}$$

Прежде чем исследовать полученную модель (11) необходимо определить физический смысл построения (5), (6) и его адекватность экспериментальным данным.

2. Легко показать, что спектр $\Phi_{21}(\omega) = \Phi_2(\omega)\, e^{-j\omega\theta}$ соответствует следующей модели пульсаций температуры на уровне $z_1$:

$$n_1(t) = n_2(t - \theta). \tag{13}$$

Действительно, используя спектральное разложение для стационарных случайных процессов (9):

$$n_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} dz(\omega), \tag{14}$$

$$n_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega(t-\theta)} dz(\omega), \tag{15}$$

где

$$\overline{dz^*(\omega)\, dz(\omega_1)} = 0 \qquad \omega \neq \omega_1,$$

$$\overline{|dz(\omega)|^2} = \Phi_2(\omega)\, d\omega,$$

получим для взаимной корреляционной функции $R_{21}(\tau)$:

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} dz^*(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t-\theta+\tau)}\, dz(\omega) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega\tau} \Phi_2(\omega)\, e^{-j\omega\theta} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega\tau} \Phi_{21}(\omega, \theta)\, d\omega. \tag{16}$$

Из (16) следует искомое утверждение: $\Phi_{21}(\omega) = \Phi_2(\omega) e^{-j\omega\theta}$

Наличие в $\Phi_{21}(\omega)$ множителя $\delta$ может быть вызвано следующей моделью $n_1(t)$:

$$n_1(t) = n_2(t - \theta) - n(t), \tag{17}$$

где $n(t)$ — некоторая стационарная случайная функция времени.

Из (11), (16), (17) следует, что

$$\Phi_{21}(\omega) = \Phi_2(\omega) e^{-j\omega\theta} - \Phi_{2n}(\omega) = \delta\Phi_2(\omega) e^{-j\omega\theta} \tag{18}$$

при

$$\Phi_{2n}(\omega) = (1 - \delta) \cdot \Phi_2(\omega) e^{-j\omega\theta}. \tag{18a}$$

Дисперсия и корреляционная функция $n(t)$ легко определяются из (17):

$$R_{nn}(\tau) = R_1(\tau) + R_2(\tau)(1 - 2\delta). \tag{19}$$

Таким образом, построенная модель взаимного спектра $\Phi_{21}(\omega)$ соответствует сдвигу пульсаций $n_2(t)$ на уровне $z_2$ вперед на $\theta$ по сравнению с пульсациями $n_1(t)$; в то же время реализация $n_1(t)$ не есть «чисто» сдвинутая реализация $n_2(t)$, а аддитивно смешанная с реализацией некоторого случайного процесса $n(t)$. Наличие такого сдвига хорошо согласуется с экспериментальными данными упомянутых выше работ [1—3], определяет схожесть форм пульсаций на обоих уровнях и ненулевой сдвиг максимума корреляции.

Результаты Давенпорта, Зингера, Фавра и др. показывают, что сдвиг по горизонтали $r$, соответствующий максимуму пространственной взаимной корреляции скоростей ветра на двух уровнях, приблизительно совпадает с расстоянием между уровнями:

$$r \simeq \Delta z. \tag{20}$$

Для оценки временного сдвига $\theta$ необходимо связать его с пространственным $r$, или, согласно (20), с перепадом $\Delta z$. На рис. 1 показана в полулогарифмическом масштабе зависимость $\frac{\Delta z}{\theta}$ от среднегеометрической высоты, построенная по экспериментальным данным [1]. Значения $\theta$ представляют собой средние по результатам обработки 16 дневных десятиминутных записей пульсаций температуры, полученных на уровнях 1, 5, 4, 16 и 30 м летом и осенью 1956 г. Как видно из рис. 1, в широком диапазоне $z_{\text{ср}}$ связь $\frac{\Delta z}{\theta}$ и $\lg z_{\text{ср}}$ практически линейна и, следовательно,

$$\frac{\Delta z}{\theta} \sim \ln z_{\text{ср}}. \tag{21}$$

Таким образом, при фиксированном перепаде высот временный сдвиг падает обратно пропорционально логарифму среднегеометрической высоты. Установленный факт позволяет выдвинуть предположение о переносе пульсаций температуры средним ветром на высоте $z_{ср}$ и принять гипотезу

$$\theta \sim \frac{\Delta z}{V} = C\frac{\Delta z}{V}, \tag{22}$$

где $C = \mathrm{const}$.

Итак, «происхождение» модели взаимного спектра $\Phi_{21}(\omega)$ не противоречит известным экспериментальным данным и можно приступить к ее исследованию.

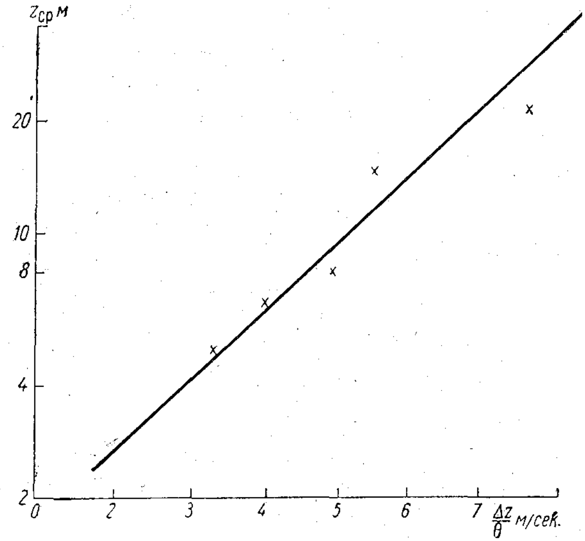



Рис. 1. Связь $\frac{\Delta z}{\theta}$ и $\lg z_{ср}$

3. Как известно, в настоящее время нет единого аналитического выражения, отражающего спектр мелкомасштабной турбулентности в широкой полосе частот (волновых чисел), а закон «пяти третей» справедлив лишь для инерционного интервала. Поэтому будем предполагать, что автокорреляционная функция пульсаций температуры на уровне $z_i$ имеет вид

$$R_i(\tau) = \sigma_i^2 e^{-\beta_i|\tau|}\psi(\beta_i, \gamma_i), \tag{23}$$

где $\sigma_i^2$, $\beta_i$, $\gamma_i$ — параметры корреляционной функции.

В качестве примеров широко применяемых на практике корреляционных функций можно указать (10):

$$\sigma_i^2 e^{-\beta_i|\tau|}\cos\gamma_i\tau, \tag{24}$$

$$\sigma_i^2 e^{-\beta_i|\tau|}\left(\cos\gamma_i\tau + \frac{\beta_i}{\gamma_i}\sin\gamma_i|\tau|\right) \tag{24a}$$

и вытекающие из них при $\gamma_i \to 0$

$$\sigma_i^2 e^{-\beta_i |\tau|}, \tag{24б}$$

$$\sigma_i^2 e^{-\beta_i |\tau|}(1 + \beta_i |\tau|). \tag{24в}$$

Легко показать простой проверкой, что значение спектров, соответствующих корреляционным функциям (24), (24а), при $\omega = 0$ выражается следующим образом:

$$\Phi_i(0) = \frac{1}{\pi} \sigma_i^2 I_i, \tag{25}$$

где $\sigma_i^2$ — дисперсия на уровне $z_i$,

$$I_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \int_0^\infty R_i(\tau)\, d\tau = \int_0^\infty B_i(\tau)\, d\tau$$

— интегральный масштаб (интервал корреляции) пульсаций на уровне $z_i$. Так, для (24) соответствующие спектры описываются рациональной функцией:

$$\Phi_i'(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_i^2 \beta_i \left(\beta_i^2 + \omega^2 + \gamma_i^2\right)}{\left[\left(\omega^2 - \beta_i^2 - \gamma_i^2\right)^2 + 4\beta_i^2 \omega^2\right]}, \tag{26}$$

$$\Phi_i(0) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_i^2 \beta_i}{\beta_i^2 + \gamma_i^2}, \tag{26а}$$

$$I_i = \int_0^\infty e^{-\beta_i |\tau|} \cos \gamma_i \tau\, d\tau = \frac{\beta_i}{\beta_i^2 + \gamma_i^2}. \tag{26б}$$

Тогда для $\delta = \sqrt{\frac{\Phi_1(0)}{\Phi_2(0)}}$ получим следующее выражение:

$$\delta = \sqrt{K_1 K_2}, \tag{27}$$

где $K_1 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ — отношение дисперсий на обоих уровнях, $K_2 = \frac{I_1}{I_2}$ — отношение интегральных масштабов на обоих уровнях.

В общем случае, как известно, пространственный масштаб турбулентных пульсаций температуры $I_{\text{пр}}$ линейно растет с высотой (11):

$$I_{\text{пр}} \sim z.$$

Интегральный временной масштаб, приближенно соответствующий абсциссе максимума временного спектра, может быть выражен через пространственный посредством гипотезы Тейлора:

$$I_i \sim \frac{z_i}{V_i}, \tag{28}$$

где $V_i$ — средняя скорость ветра на уровне $z_i$.

Тогда

$$K_2 = \frac{z_1}{z_2}\frac{V_2}{V_1} = \left(1 - \frac{\Delta z}{z_2}\right)\left(1 + \frac{\Delta V}{V_1}\right), \tag{29}$$

где $\Delta V = V_2 - V_1$ — градиент среднего ветра.

При малых значениях $\frac{z_i}{L}$ для $V_i$ можно записать [8]:

$$V_i = \frac{u_*}{\varkappa}\left(\ln\frac{z_i}{z_0} + \frac{\beta z_i}{L}\right), \tag{30}$$

где $u_*$ — скорость трения, $z_0$ — высота шероховатости, $L$ — масштаб Монина — Обухова, $\beta$ — постоянная, равная 4,5.

Тогда

$$K_2 = \frac{\ln\frac{z_2}{z_0} + \frac{\beta z_2}{L}}{\ln\frac{z_1}{z_0} + \frac{\beta z_1}{L}}\frac{z_1}{z_2} < 1. \tag{31}$$

Из (18), (27) для нормированной взаимнокорреляционной функции $B_{21}(\tau)$ следует, что

$$B_{21}(\tau) = \frac{\sqrt{K_1K_2}}{\sigma_1\sigma_2}B_2(\tau - \theta)\sigma_2^2 = \sqrt{K_2}B_2(\tau - \theta) =$$

$$= \left[\left(1 - \frac{\Delta z}{z_2}\right)\frac{V_2}{V_1}\right]^{\frac{1}{2}} B_2(\tau - \theta). \tag{32}$$

Из (32) видно, что для любой из корреляционных функций вида (24) и (24а) максимальная корреляция достигается при временном запаздывании, равном сдвигу пульсаций $\theta$, и равна

$$B_{21}(\theta) = \left[\frac{\left(\ln\frac{z_2}{z_0} + \frac{\beta z_2}{L}\right)}{\left(\ln\frac{z_1}{z_0} + \frac{\beta z_1}{L}\right)}\left(1 - \frac{\Delta z}{z_2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{33}$$

При этом максимум корреляции уменьшается с ростом перепада высот $\Delta z$ при фиксированном нижнем уровне и увеличивается с ростом $z_2$ при фиксированном перепаде высот.

Предположим, что корреляционная функция пульсаций температуры описывается экспонентой $R_i(\tau) = \sigma_i^2 e^{-\beta_i|\tau|}$.

Как указывалось выше, подобное описание статистической структуры часто используется для прикладных задач [12].

Тогда в соответствии с (32)

$$B_{21}(\tau) = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}\, e^{-\frac{1}{I_2}|\tau - \theta|} = \left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\beta_2|\tau - \theta|}. \tag{34}$$

Коэффициент корреляции

$$B_{21}(0) = \left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\beta_2\theta} \qquad (35)$$

уменьшается с ростом $\Delta z$ и увеличением устойчивости.

В табл. 1 приведены значения максимума корреляции $R_m$, соответствующего временному сдвигу $\theta$, и коэффициента корреляции $R_0$, заимствованные из работы [1] (как и значение $\theta$ значения $R_m$ и $R_0$ представляют собой средние по ансамблю записей). Для сравнения в табл. 1 помещены значения $B_{21}(\theta)$ и $B_{21}(0)$, рассчитанные по формулам (33) и (35). Как видно из таблицы, формула (32) дает удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными. Средний модуль относительной ошибки равен 7,3% для $R_0$ и 12,4% для $R_m$.

Таблица 1

**Сравнение модели $B_{21}(\tau)$ с экспериментальными данными [1]**

$R_{i_{1,5}} = -0,203 \quad \sigma_{1,5} = 0,596°,\ \sigma_4 = 0,581°,\ \sigma_{16} = 0,392°,\ \sigma_{30} = 0,342°$

| | Высоты наблюдений | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1,5; 4 | 1,5; 16 | 1,5; 30 | 4; 16 | 4; 30 | 16; 30 |
| $\theta$ сек. | 1,41 | 4,32 | 7,17 | 2,44 | 4,76 | 1,83 |
| $R_m$ | 0,750 | 0,422 | 0,392 | 0,531 | 0,446 | 0,681 |
| $B_{21}(\theta)$ | 0,662 | 0,368 | 0,3 | 0,561 | 0,420 | 0,79 |
| $\frac{\lvert R_m - B_{21}(\theta)\rvert}{R_m} \cdot 100\%$ | 11,52 | 12,7 | 23,4 | 5,1 | 5,8 | 16,1 |
| $R_0$ | 0,629 | 0,336 | 0,293 | 0,478 | 0,378 | 0,654 |
| $B_{21}(0)$ | 0,617 | 0,344 | 0,281 | 0,541 | 0,4 | 0,775 |
| $\frac{\lvert R_0 - B_{21}(0)\rvert}{R_0} \cdot 100\%$ | 1,6 | 2,5 | 4 | 11,3 | 5,8 | 18,5 |

Таким образом, построенная выше модель взаимного спектра $\Phi_{21}(\omega)$ согласуется с имеющимися данными о характере взаимной корреляции метеоэлементов на двух уровнях.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Taylor R. Y. Thermal structure in the lowest layers of the atmosphere, Australian J., Phys., 11, 168, 1958.
2. Favre A., Gaviglio J., Dumas R. Further space-time correlations of velocity in turbulent layer. 7. Fluid Mech. 3, 344, 1958.
3. Singer I. A. A study of wind profile in the lowest 400 feet of the atmosphere. (цит. по [8]).

4. Davenport A. G. The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 87, 194, 1961.
5. Panofsky H. A., Singer I. A. Vertical structure of turbulence. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 91, 1965.
6. Panofsky H. A. Meteorological applications of cross — spectrum Analysis. Proceeding of an Advanced Seminar onSpectral Analysis of Time Series. Wisconsin 1966, John Wiley and Sons, N. Y., 1968.
7. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М., «Наука», 1967.
8. Ламли Дж., Пановский Г. А. Структура атмосферной турбулентности. М., «Мир», 1966.
9. Яглом А. М. Введение в теорию стационарных случайных функций. — УМН, 1952, 7, 5 (51).
10. Яглом А. М. Статистические методы экстраполяции метеорологических полей. — Труды Всесоюзного научного метеорологического съезда. Т. 2. Л., Гидрометеоиздат, 1963.
11. Цванг Л. Р. Измерение частотных спектров температурных пульсаций в приземном слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 8.
12. Каган Р. Л. К учету инерции прибора при метеорологических измерениях. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 2.

А. С. ДУБОВ, Н. В. КУЧЕРОВ

# К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ ТЕПЛА И КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ НАД ОКЕАНОМ

Одной из основных задач учета взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью при численном моделировании общей циркуляции является установление связей между потоками тепла, влаги и количества движения на уровне подстилающей поверхности с внешними по отношению к пограничному слою метеорологическими параметрами. Такого рода параметрами обычно служат значения температуры, ветра и влажности на границах пограничного слоя атмосферы.

Согласно разработанной к настоящему времени теории подобия [1], для решения упомянутой выше задачи необходимо знать четыре универсальных эмпирически определенных функции, связанные с соответствующими потоками тепла, влаги и количества движения такими соотношениями:

$$\ln \mathrm{Ro}\,\frac{u_*}{V_g} = B(\mu) + \sqrt{\varkappa^2\left(\frac{u_*}{V_g}\right)^{-2} - A^2(\mu)};$$

$$\sin\alpha = -\frac{A(\mu)}{\varkappa}\,\frac{u_*}{V_g};$$

$$\frac{T_*}{\delta v} = \frac{\alpha_H}{\ln \mathrm{Ro}\,\frac{u_*}{V_g} - C(\mu)}; \tag{1}$$

$$\frac{q_*}{\delta q} = \frac{\alpha_q}{\ln \mathrm{Ro}\,\frac{u_*}{V_g} - D(\mu)},$$

где $\mathrm{Ro} = \frac{V_g}{z_0 l}$ — число Россби ($V_g$ — скорость геострофического ветра, $z_0$ — шероховатость подстилающей поверхности, $l$ — параметр Кориолиса), $\varkappa$ — постоянная Кармана, равная 0,38, $u_*$ — динамическая скорость, $\delta\vartheta$ и $\delta q$ — перепады потенциальной температуры и влажности соответственно на границах пограничного слоя ($\delta\vartheta = \vartheta_H - \vartheta_0$, $\delta q = q_H - q_0$), $\alpha_H$ и $\alpha_q$ — отношение коэффициентов обмена для тепла и влаги к коэффициенту обмена для количества движения (в дальнейшем эти отношения принимаются равными единице). Величины $T_*$ и $q_*$ — так называемые масштабы температуры и влажности, которые определяются из соотношений:

$$T_* = -\frac{P}{\varkappa c_p \rho u_*},$$
$$q_* = -\frac{E}{\varkappa \rho u_*}, \tag{2}$$

где $P$ — турбулентный поток тепла, $c_p$ — теплоемкость воздуха при постоянном давлении, $\rho$ — плотность воздуха, $E$ — турбулентный поток влаги, $A(\mu)$, $B(\mu)$, $C(\mu)$, $D(\mu)$ — четыре упоминавшиеся безразмерные универсальные функции безразмерного параметра стратификации

$$\mu = \varkappa^3 \frac{gl}{u_*} \frac{T_*}{\overline{T}}, \tag{3}$$

где $g$ — ускорение силы тяжести, $T$ — средняя температура слоя. Функции $A$, $B$, $C$ и $D$ являются универсальными, вообше говоря, только для однородной и стационарной атмосферы.

Теоретические оценки возникающих погрешностей за счет наличия суточного хода метеоэлементов были выполнены в работе [2]. Что касается влияния горизонтальной неоднородности, очень часто имеющей место в реальной атмосфере, этот вопрос остается открытым. Нарушение универсальности упоминавшихся выше функций применительно к реальной атмосфере вытекает отчасти и из графиков, приведенных в [1], где разброс точек настолько велик, что проведенные кривые весьма условно могут характеризовать зависимость $A$, $B$, $C$ и $D$ от стратификации, особенно в области инверсий ($\mu > 0$). Все это влечет за собой необходимость расчетов этих функций для различных погодных и географических условий, делает недостаточным их определение в одной какой-либо точке за небольшой фиксированный отрезок времени.

С этой точки зрения представляло интересным построить функции $A$, $B$, $C$, $D$ для других климатических зон (для суши) и для океана. Расчеты первого типа были выполнены Р. Н. Кларком [3] для условий австралийской пустыни. Сопоставление его результатов с данными С. С. Зилитинкевича [1] будет проведено несколько позднее, одновременно с сопоставлением результатов расчетов этих функций для условий океана.

При определении функций $A$, $B$, $C$, $D$ для пограничного слоя над океаном исходными материалами служили результаты наблюдений, выполненных на научно-исследовательских судах «А. И. Воейков» и «Ю. М. Шокальский» во время их рейсов в районе Тихого океана в 1966 г. В программу наблюдений входило определение температуры поверхности воды, скорости ветра, температуры и влажности воздуха на высоте 10 м. Одновременно проводились аэрологические наблюдения, с помощью которых можно было определить значения этих метеоэлементов на верхней границе пограничного слоя. Описание используемых приборов и методики измерений приводится в [4]. Общий объем материала составлял примерно 600 часовых серий.

При расчетах функций $A$, $B$, $C$, $D$ для условий океана в первую очередь возникает вопрос об определении шероховатости. Этот вопрос в настоящее время изучен еще далеко не достаточно. Существуют различные точки зрения на зависимость шероховатости от таких внешних параметров, как скорость ветра, характер волнения и др.

Таким образом, в условиях океанической поверхности шероховатость, строго говоря, перестает быть «внешним» фактором формирования структуры пограничного слоя, а как бы переходит в категорию определяемых, зависимых от внешних условий характеристик. Тогда и число Россби для океана также перестает быть безразмерной комбинацией внешних параметров. Если, однако, в качестве зависимости шероховатости от напряжения трения взять известную формулу Чарнока

$$z_0 = m\frac{u_*^2}{g}, \tag{3а}$$

где $m$ — универсальная постоянная, равная 0,035, то, в соответствии с работой [7], число Россби $\mathrm{Ro} = \frac{V_g}{z_0 l}$ может быть заменено другим безразмерным параметром

$$\mathrm{Ro}' = \frac{g}{mV_g l}.$$

После замены в числе Россби шероховатости по упоминавшейся формуле Чарнока система (1) перепишется в виде:

$$\ln \mathrm{Ro}' \frac{V_g}{u_*} = B(\mu) + \sqrt{\varkappa^2\left(\frac{V_g}{u_*}\right)^{-2} - A^2(\mu)};$$

$$\sin\alpha = -\frac{A(\mu)}{\varkappa}\frac{u_*}{V_g};$$

$$\frac{T_*}{\delta\vartheta} = \frac{a_H}{\ln \mathrm{Ro}' \dfrac{V_g}{u_*} - C(\mu)};$$

$$\frac{g_*}{\delta q} = \frac{a_q}{\ln \mathrm{Ro}' \dfrac{V_q}{u_*} - D(\mu)}.$$

В данной статье мы рассчитывали $z_0$ по другим формулам, а именно, в соответствии с рекомендациями, изложенными в [1], где последовательно используется теория подобия,

$$z_0 = \frac{u_*^2}{g} F(\mathrm{Re}_g), \tag{4}$$

Здесь $F(\mathrm{Re}_g)$ — эмпирически определяемая функция числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_g = \frac{u_*^3}{g\nu}$, характеризующая обтекание волн воздушным потоком (в формуле 3а эта функция заменена константой $m$). Вид функции $F(\mathrm{Re}_g)$ зависит от величины $\mathrm{Re}_g$.

Согласно обработке эмпирических данных [1] рекомендуются следующие зависимости:

$$F(\mathrm{Re}_g) = \begin{cases} \frac{0{,}1}{\mathrm{Re}_g} & \text{при} \quad 0 \leqslant \mathrm{Re}_g \leqslant 50 \\ 0{,}048 - \frac{2{,}3}{\mathrm{Re}_g} & \text{при} \quad 50 < \mathrm{Re}_g \end{cases} \tag{5}$$

При таком способе определения $z_0$ использование числа Россби в качестве характеристики динамических условий турбулентного обмена является в указанном выше смысле несколько формальным. Но тем не менее его использование представляет определенные удобства, например, для сравнения результатов расчетов над сушей и океаном.

Значения $u_*$ по данным скорости ветра на уровне 10 м и перепаду температур в слое 0—10 м находились с помощью методики, разработанной Р. С. Бортковским и Э. К. Бютнер [5]. По номограммам, приведенным в работе [6], определялись потоки тепла и влаги у поверхности океана.

Разность потенциальных температур находилась по соотношению

$$\delta\vartheta = T_0 - T_H - \gamma_a H, \tag{6}$$

где $\gamma_a$ — сухоадиабатический градиент температуры, $H$ — высота пограничного слоя, которая всюду принималась равной 1 км.

Окончательное определение искомых функций $A$, $B$, $C$, $D$ выполнялось по формулам:

$$\begin{aligned} A(\mu) &= \frac{\varkappa V_g \sin|\alpha|}{u_*}, \\ B(\mu) &= \ln\left(\mathrm{Ro}\frac{u_*}{V_g}\right) - \frac{\varkappa V_g \cos\alpha}{u_*}, \\ C(\mu) &= \ln\left(\mathrm{Ro}\frac{u_*}{V_g}\right) - \frac{\varkappa u_* c_p \rho}{P}\left(T_0 - T_H - \gamma_a H\right), \\ D(\mu) &= \ln\left(\mathrm{Ro}\frac{u_*}{V_g}\right) - \frac{\varkappa u_* \rho}{E}\left(q_0 - q_H\right). \end{aligned} \tag{7}$$

Поскольку точность измерений на кораблях была недостаточно высока, рассчитанные точки легли с большим разбросом. Для исключения случайных ошибок было проведено осреднение в рамках каждой из градаций, на которые был разбит весь интервал изменений $\mu$. Это позволило получить обозримые материалы для $A(\mu)$ и $B(\mu)$.

При расчетах $C(\mu)$ и $D(\mu)$ возникли следующие трудности. Потоки $P$ и $E$ пропорциональны разностям $T_0 - T_{10}$ и $q_0 - q_{10}$ (где индекс «10» означает высоту 10 м). В идеализированной атмосфере, для которой выводились соотношения (7), случаям малых разностей $T_0 - T_{10}$ и $q_0 - q_{10}$ должны соответствовать также малые разности $\delta\vartheta$ и $\delta q$ на границах всего пограничного

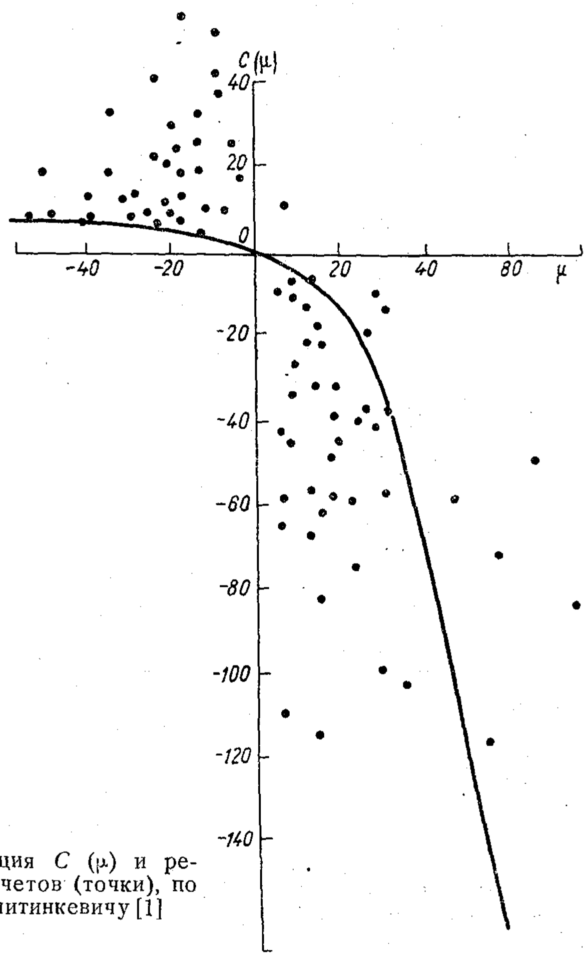



Рис. 1. Функция $C(\mu)$ и результаты расчетов (точки), по С. С. Зилитинкевичу [1]

слоя. Однако в реальной атмосфере в силу неоднородностей, существующих внутри самого пограничного слоя, это условие не выполняется. Малым значениям разностей $\Delta T_{0-10}$ и $\Delta q_{0-10}$ могут соответствовать совсем не малые перепады упомянутых элементов во всем пограничном слое. Это приводит как бы к разрывным значениям функций $C(\mu)$ и $D(\mu)$. Именно этой причиной обусловлен характер распределения точек в области малых значений $\mu$ на рис. 1, взятом из работы [1]. Если осреднить этот материал по градациям устойчивости, то получим ход кривой с резким скачком и сменой знака при переходе параметра термической устойчивости через нуль. Таким образом, определить сколько-нибудь надежно интересующие нас функции $C(\mu)$ и $D(\mu)$ в области малых $\mu$ в реальной атмосфере не представлялось возможным.

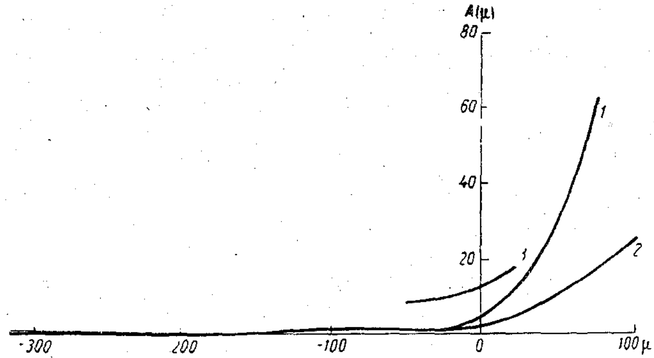



Рис. 2. „Универсальные" функции $A(\mu)$ по данным расчетов С. С. Зилитинкевича (*1*), Кларка (*2*) и авторов настоящей статьи (*3*)

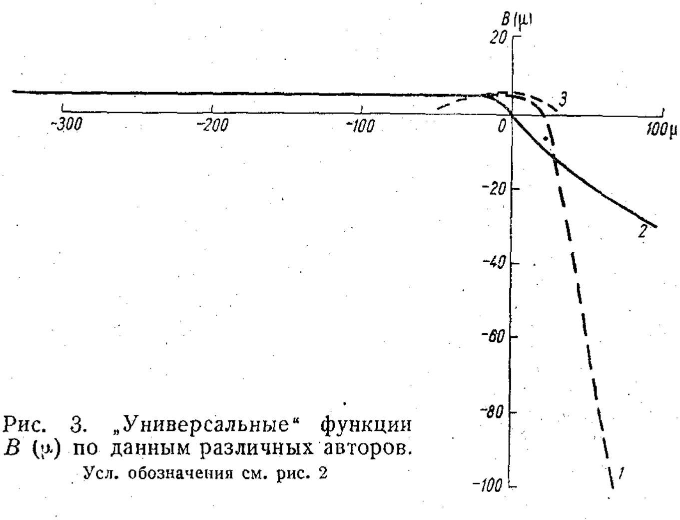



Рис. 3. „Универсальные" функции $B(\mu)$ по данным различных авторов.
Усл. обозначения см. рис. 2

Поэтому в дальнейшем из расчетов исключались все случаи с $|\Delta T_{0-10}| \leqslant 0{,}3°$ C и $|\Delta q_{0-10}| \leqslant 0{,}3$ г/кг и значения искомых функций в этой области находились интерполяцией.

На рис. 2 и 3 приведены функции $A(\mu)$ и $B(\mu)$, характеризующие динамическое взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью, по данным трех авторов: С. С. Зилитинкевича [1] и Кларка [3] — для суши и авторов настоящей статьи —

для океана. Эти кривые были проведены таким образом, чтобы разброс отдельно рассчитанных точек относительно каждой из кривых был наименьшим.

Из приведенных графиков можно сделать прежде всего заключение о том, что если в условиях неустойчивости результаты всех обработок близки между собой, то в инверсионных условиях кривые между собой резко различаются. Это является следствием того, что при инверсиях пограничный слой характеризуется большими неоднородностями и, следовательно, применительно к этим условиям теория подобия должна быть дополнена учетом дополнительных факторов.

Обращает на себя внимание отличие функций $A(\mu)$, полученных по данным наблюдений над океанами, от аналогичных функций для суши. Поскольку таких различий в функциях $B(\mu)$ (рис. 3) не замечается, можно высказать предположение, что формирование модуля касательного напряжения над сушей и океаном при выбранной схеме связи шероховатости с внешними условиями (4) и (5) происходит примерно одинаково, но угол поворота ветра в пограничном слое оказывается заметно отличным. То, что угол поворота ветра в пограничном слое гораздо более чувствителен к отклонениям от идеализированной атмосферы, для которой получены соотношения (1), следует в частности из работы Б. Г. Вагера и С. С. Зилитинкевича [2]. Теоретические оценки влияния нестационарности показали резкое влияние этого эффекта на характеристики угла поворота ветра и менее заметное влияние на геострофический коэффициент сопротивления, связанный с модулем напряжения трения.

На рис. 4 приведены результаты расчета функции $C(\mu)$ по данным тех же авторов. Данные о влажности по судовым измерениям оказались такого низкого качества, что никакое осреднение их по интервалам устойчивости не дало возможности получить сколько-нибудь закономерный ход $D(\mu)$. Отметим, что к такому же заключению пришел и Кларк, обрабатывая данные, полученные на суше (Керанг, Австралия). В упоминавшейся его статье [3] данные по $D(\mu)$ отсутствуют.

О характеристике теплового взаимодействия океан — атмосфера можно сказать то же самое, что о динамическом взаимодействии, а именно, если в условиях неустойчивости результаты работы всех трех авторов оказываются близкими, то для инверсий функция $C(\mu)$ теряет свою универсальность.

Диапазон условий устойчивости анализируемого материала был различен. Материал судовых наблюдений укладывается, естественно, в наиболее узкий интервал ($-50<\mu<20$). Наблюдения в О'Нейле (США), обработанные С. С. Зилитинкевичем, относились к более широкому диапазону ($-60<\mu<+80$). И наконец, конвективные условия ($\mu<0$) наиболее полно были представлены данными Р. Н. Кларка ($-300<\mu<+100$).

Таким образом, говорить об универсальности функций $A$, $B$ и $C$ можно только с известными оговорками и применительно к определенным условиям. Поэтому наряду с расчетами этих функций материал наблюдений над океаном был обработан другим способом.

В статье А. С. Дубова и Л. Р. Орленко [7] были приведены результаты обработки эмпирических данных по связи потоков тепла, влаги и количества движения с внешними параметрами по более простой методике, не содержащей, как уже отмечалось выше применительно к определению $C(\mu)$, деления на величины, близкие к нулю. Правда, полученные связи не носили универсального характера, но поскольку в реальной атмосфере и функ-

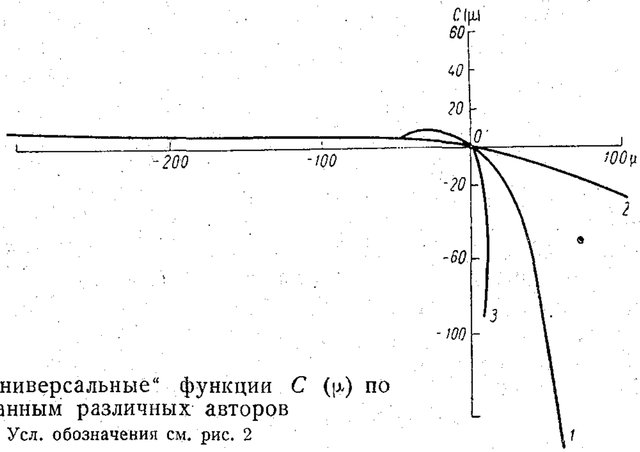



Рис. 4. „Универсальные" функции $C$ ($\mu$) по данным различных авторов
Усл. обозначения см. рис. 2

ции, определяемые равенством (7), также не являются, строго говоря, универсальными, то для конкретных расчетов можно было воспользоваться данными работы [7].

В статье [7] был приведен довольно надежный материал, полученный по наблюдениям в пограничном слое над сушей. Способы расчетов соответствующих величин над океаном были указаны весьма схематично. Данные рейсов научно-исследовательских кораблей позволили уточнить полученные зависимости для условий пограничного слоя над океаном.

Переход к безразмерным величинам осуществлялся здесь иной нормировкой. Так, параметр устойчивости определялся соотношением

$$S = \frac{g}{T} \frac{T_0 - T_H - \gamma_p H}{V_g l}, \tag{8}$$

где $\gamma_p$ — средний вертикальный градиент температуры в свободной атмосфере, равный 6°/км, а безразмерный поток тепла рассчитывался по следующей формуле:

$$Y = \frac{g}{T} \frac{P_0}{c_p \rho} \frac{1}{V_g^2 l}.$$

Параметры $\mu$ и $S$ описывают термическую стратификацию различных слоев: величина $\mu$ характеризует устойчивость нижнего 10-метрового слоя, а $S$ — термическую устойчивость всего пограничного слоя. В силу этого изменена и нормировка — в качестве характерной скорости берется в одном случае динамическая скорость, а в другом скорость геострофического ветра. Заметим, что параметры отличаются также и знаком (это уже

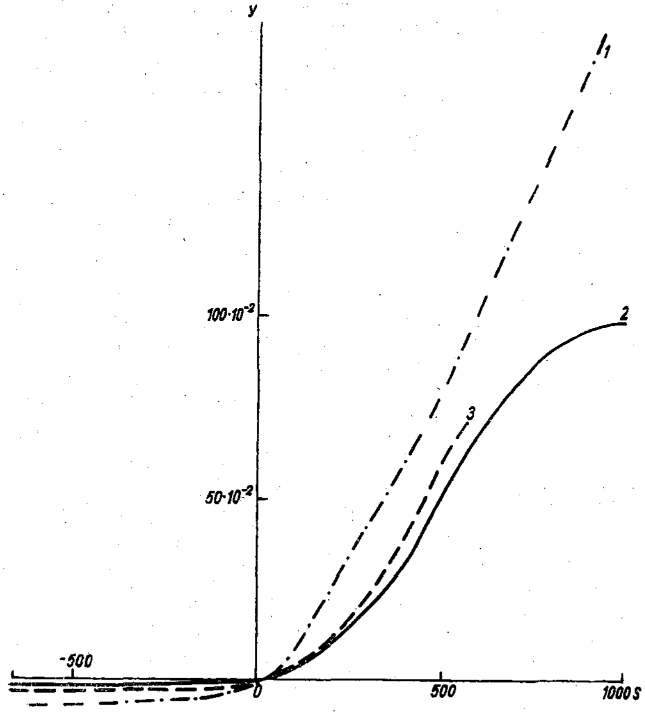



Рис. 5. Зависимость безразмерного потока тепла от термической устойчивости:

1 — данные для суши [7], 2 — данные для океана, 3 — данные для океана, рассчитанные по испарению и перепаду температур в пограничном слое

формальное различие). Так, устойчивой стратификации соответствуют положительные значения $\mu$ и отрицательные $S$.

Для расчетов использовалась та же информация, в частности те же значения потоков тепла, влаги и количества движения, о которых шла речь в начале статьи.

На рис. 5 приведена зависимость безразмерного потока тепла от устойчивости (кривая 2). На этом же графике приведены результаты расчетов потока тепла по данным об испарении и перепаде температур на границах пограничного слоя, исходя из предположения о равенстве чисел Стентона и Дальтона (кривая 3) не только в нижнем 10-метровом слое (эта гипотеза использовалась при расчете потоков тепла и влаги у поверхности раздела океан — атмосфера), но и во всем пограничном слое.

Сравнивать непосредственно числа Стентона и Дальтона было неудобно в силу малой надежности результатов расчетов для условий, близких к нейтральным. В этом случае перепады температур и потоки тепла являются малыми величинами и ошибки в их определении сильно сказываются на итогах вычислений (деление на величину, близкую к нулю). Для сравнения на этом же графике нанесены данные Л. Р. Орленко [7] для суши (кривая *1*).

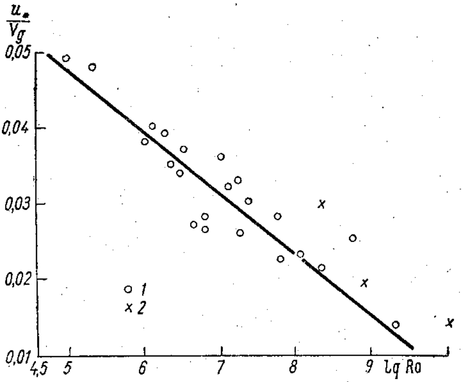



Рис. 6. Зависимость геострофического коэффициента трения от числа Россби при нейтральной стратификации:
*1* — над сушей [7], *2* — над океаном

Из сопоставления этих кривых видно, что значения потоков тепла над океаном, рассчитанные обоими способами, близки между собой, и следовательно, равенство чисел Стентона и Дальтона во всем пограничном слое в первом приближении выполняется.

Результаты расчетов потоков тепла для океана и материка оказались заметно различающимися. Данные для материка были получены в диапазоне значений чисел Россби $10^6$—$10^8$ [7], для океана — в диапазоне значений $10^7$—$10^{10}$. По данным работы [7] можно сделать заключение, что поток тепла при данной нормировке слабо зависит от числа Россби (малый разброс точек для данных с различными Ro). Если это соображение применить и к интервалу чисел Россби $10^7$—$10^{10}$, то расхождение в результатах расчетов можно объяснить только спецификой взаимодействия океан — атмосфера (методика расчета потоков у поверхности раздела принимается при таком рассуждении вполне корректной).

Помимо потоков тепла и влаги, у поверхности океана рассчитывалась также динамическая скорость $u_*$ с привлечением данных о геострофическом ветре, а на верхней границе пограничного слоя — геострофический коэффициент трения.

В соответствии с работой [7] представим геострофический коэффициент трения в виде

$$\frac{u_*}{V_g} = \Phi_1(\mathrm{Ro})\,\Phi_2(\mu),$$

где $\Phi_1(\mathrm{Ro})$ — функция, характеризующая зависимость $\frac{u_*}{V_g}$ от числа Россби при нейтральной стратификации, а $\Phi_2(\mu)$ — от устойчивости. Такого рода запись предполагает, что зависимость от устойчивости одинакова во всем диапазоне изменений чисел Россби.

К сожалению, значения $\Phi_1(Ro)$ над океаном удалось получить только в диапазоне чисел Россби $10^8$—$10^{10}$. Малые скорости ветра измеряются на кораблях с большими погрешностями, поэтому от нахождения значения геострофического коэффициента при меньших числах Россби пришлось отказаться. На рис. 6 приведена зависимость геострофического коэффициента от числа Россби по данным для суши [7]. На этот же график нанесены точки, соответствующие расчетам над океаном (каждая точка — результат осреднения по градациям чисел Россби). Новые точки незначительно отличаются от интерполяционной прямой и, таким образом, ничего нового по сравнению с соображениями, высказанными в [7] по поводу использования найденной линейной связи между $\frac{u_*}{V_g}$ и $\lg Ro$ в условиях пограничного слоя над океаном, сказать нельзя.

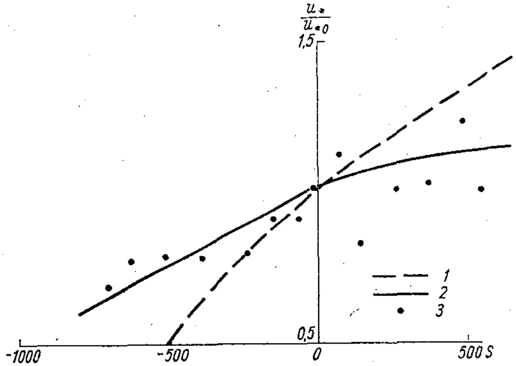


Рис. 7. Зависимость динамической скорости, отнесенной к ее значению при нейтральных условиях, от термической устойчивости:

*1* — над сушей [8], *2* — над океаном, *3* — над океаном для отдельных интервалов устойчивости

На рис. 7 приведены зависимости коэффициента геострофического трения от статификации для условий суши по данным [8] ($Ro=10^7$) и для условий океана ($Ro=10^7\div10^{10}$). Если предположение о том, что зависимость геострофического коэффициента от устойчивости одинакова для всех чисел Россби, то рис. 7 свидетельствует о заметном различии связей между геострофическим ветром и динамической скоростью при различных устойчивостях над сушей и морем.

Для того чтобы более строго ответить на этот вопрос, необходимо построить зависимости типа тех, которые даны на рис. 7 для различных интервалов чисел Россби, но для этого необходим огромный материал наблюдений.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
2. Вагер Б. Г., Зилитинкевич С. С. Теоретическая модель суточных колебаний метеорологических полей. — Метеорология и гидрология, 1969, № 7.
3. Clark R. N. Observational studies in the atmospheric boundary layer. Qurt. Journ. Roy. Met. Soc. v. 96, No 407, 1970.

4. К у ч е р о в Н. В. Метеорологические и теплобалансовые наблюдения на экспедиционных судах «В. И. Воейков» и «Ю. М. Шокальский». — Тр. ГГО, 1962, вып. 127.
5. Б о р т к о в с к и й Р. С., Б ю т н е р Э. К. Расчет коэффициента теплообмена над морем. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1969, № 5.
6. Б о р т к о в с к и й Р. С. К методике расчетов турбулентных потоков над морем по данным судовых измерений. — Метеорология и гидрология, 1971, № 2.
7. Д у б о в А. С., О р л е н к о Л. Р. Об учете процессов в пограничном слое при численном моделировании общей циркуляции атмосферы. — Тр. ГГО, 1970, вып. 256.
8. С о ф р о н о в а М. М. Геострофический коэффициент трения и угол отклонения наземного ветра от геострофического по экспериментальным данным. — Тр. ГГО, 1969, вып. 241.

*Р. С. БОРТКОВСКИЙ*

# О МЕХАНИЗМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ ПРИ ШТОРМЕ

Экспериментальные исследования привóдного слоя воздуха, выполненные в последние годы, позволили установить зависимость коэффициента трения морской поверхности от скорости ветра и стадии роста волн [1]. На основе этих результатов была разработана методика расчетов турбулентных потоков тепла $H$, пара $E$ и количества движения $\tau$, пригодная при слабом и умеренном ветре, т. е при условиях, при которых производились измерения [2]. Данные измерений при штормовых условиях практически отсутствуют.

Вместе с тем есть основания полагать, что вертикальные потоки $H$, $E$ и $\tau$ при шторме резко увеличиваются и определение их в этих условиях представляет особый интерес. Немногочисленные натурные [3, 4] и лабораторные [5] эксперименты показали, что при скорости ветра 15—17 м/сек. происходит скачкообразное увеличение коэффициентов обмена (трения, теплообмена и испарения). Этот скачок можно объяснить тем, что при шторме начинает действовать специфический нетурбулентный механизм обмена между океаном и атмосферой. На существование такого механизма указывали еще Монтгомери [6] и Манк [7], считавшие, что брызги, срываемые с гребней волн ветром, могут играть важную роль в переносе количества движения при шторме. Эту гипотезу следует дополнить предположением о роли брызг в переносе тепла и пара; она косвенно подтверждается тем, что, согласно [5] и [8], масса срываемых ветром брызг резко возрастает при той же скорости ветра, при которой начинается быстрый рост коэффициентов обмена (рис. 1).

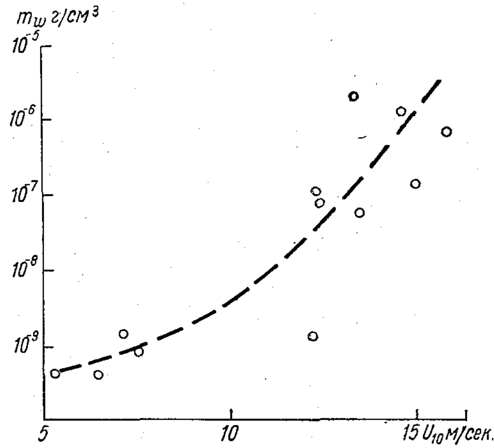



Рис. 1. Масса капель в 1 см³ воздуха (водность) на высоте 13 см от поверхности воды, по данным Монагана [11]

Эффективность действия такого механизма можно оценить количественно на основе простой модели, привлекая лабораторные и натурные экспериментальные данные. Количество движения в горизонтальном направлении, получаемое каплей за время полета и отдаваемое ею при падении в воду, выражается как разность:

$$\delta\tau_i = m_f V_f - m_0 V_0, \tag{1}$$

где $m_f$ и $m_0$ — масса капли в конечный и начальный моменты ее полета, $V_f$ и $V_0$ — горизонтальная составляющая скорости в те же моменты.

Масса капли определяется как $m = \frac{4}{3}\rho_w \pi r^3$,

где $\rho_w$ — плотность воды, а $r$ — эквивалентный радиус, зависящий, вообще говоря, от времени.

Горизонтальная составляющая скорости может быть найдена из решения системы уравнений движения:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{3}{4}\frac{\rho_a}{\rho_w}\frac{C_x(\mathrm{Re})}{r} W \sqrt{W^2 + (U-V)^2} + g, \tag{2}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3}{4}\frac{\rho_a}{\rho_w}\frac{C_x(\mathrm{Re})}{r} (U-V) \sqrt{W^2 + (U-V)^2}. \tag{3}$$

Здесь $W$ — вертикальная компонента скорости капли, $t$ — время, $\rho_a$ — плотность воздуха, $U$ — скорость ветра, $C_x$ — коэффициент аэродинамического сопротивления капли, $g=980$ см/сек$^2$.

Отклонения формы капли от сферы при характерных для брызг размерах ($r<1$ мм) весьма малы [9]. Зависимость коэффициента сопротивления сферической капли от числа Рейнольдса Re хорошо изучена [9].

$$\mathrm{Re} = \frac{2r}{\nu}\sqrt{W^2 + (U-V)^2}, \tag{4}$$

где $\nu$ — кинематическая вязкость воздуха.

Численное решение системы (2) и (3) отыскивалось по методу Эйлера при ряде упрощающих предположений: а) скорость ветра $U$ не зависит от высоты $z$, $\frac{dU}{dz}=0$; б) в начальный момент $t=0$, $V_0=0$, т. е. капля вылетает из воды вертикально; в) изменение радиуса капли за счет испарения во время полета пренебрежимо мало, $r_f=r_0$.

Наибольшие ограничения накладывает предположение о независимости скорости ветра от высоты, использовать его можно только при получении грубых оценок. Как будет показано ниже, использование гипотез «б» и «в» вполне допустимо и при более точных расчетах.

В результате решения системы (2) и (3) при различных значениях $U$, $r$ и начального значения $W=W_0$ были найдены $V_f$ и $t_f$ —

время полета капли. Перенос импульса одной каплей в соответствии с принятыми допущениями «б» и «в» выражается как

$$\delta\tau_i = \frac{4}{3}\rho_w \pi r^3 V_f(U,\ W_0), \tag{1'}$$

а полный перенос импульса всеми каплями описывается интегралом

$$\tau_k = \frac{4}{3}\rho_w \pi \int\limits_{r_{\min}}^{r_{\max}} r^3 V_f(r,\ W_0,\ U)\frac{dn}{dr}dr. \tag{5}$$

Здесь $n(r)$ — функция распределения по размеру капель, вылетающих за 1 сек. с 1 см² поверхности воды.

Экспериментальных данных о функции распределения фактически нет. Однако результаты лабораторных измерений [5] показывают, что на некоторой высоте над водой распределение брызг по размерам довольно узкое; средний радиус $\bar{r} \approx 0{,}03 \div 0{,}05$ см. При натурных измерениях Л. К. Блинов [10] нашел, что $\bar{r} = 0{,}037$ см и что 80% массы капель, находящихся в 1 см³ воздуха, приходится на капли размером $\bar{r} \pm (0{,}001 - 0{,}0015)$ см. Наиболее полные и корректные измерения Монагана [11] позволяют найти, что практически вся масса брызг приходится на капли с радиусом от 0,06 до 0,01 см. Все эти экспериментальные данные дают основания для введения среднего эффективного радиуса капель $\bar{r}$. Тогда (5) можно записать в виде

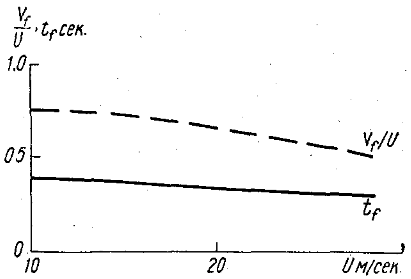



Рис. 2. Элементы полета капли, полученные при решении системы уравнений движения (для $r = 0{,}05$ см, $W_0 = 300$ см/сек.)

$$\tau_к = \frac{4}{3}\rho_w \pi \bar{r}^3 V_f(W_0,\ U)\, n, \tag{6}$$

где $n$ — полное число капель.

Выбор значения $\bar{r} = 0{,}05$ см (это близко к максимальному размеру капель) при данном потоке массы через поверхность обусловливает получение заниженной оценки $\tau_к$.

Вертикальная скорость вылета капли $W_0$ статистически связана с радиусом $r$ [12]. Высоте взлета капель, равной 15—20 см, по данным [5] и [8], при $r = 0{,}05$ см соответствует $W_0 \approx 300$ см/сек. Решения системы (2) и (3) показали, что зависимость величины $V_f/U$ от $W_0$ довольно слаба. Поэтому для получения количественных оценок по формуле (6) использованы решения, полученные при $r = 0{,}05$ см, $W_0 = 300$ см/сек. и различных скоростях ветра (рис. 2).

Для определения числа капель $n$(см$^{-2}\cdot$сек.$^{-1}$), взлетающих с поверхности воды, используется зависимость, найденная Тоба [8] в лабораторных экспериментах

$$n = n_{15} e^{4\cdot 10^{-3}(U - 15\cdot 10^2)}, \tag{7}$$

где $15\cdot 10^2 \leqslant U \leqslant 23\cdot 10^2$ — скорость ветра (см/сек.).

Если принять, что при $U=8$ м/сек. $n=n_8=0$ [12] и что в интервале $8 \leqslant U \leqslant 15$ м/сек., $n \sim U$, то можно найти $n_{15}$:

$$n_{15} = \frac{n_{10} - n_8}{2} \cdot 5 + n_{10}. \tag{8}$$

Поток капель $n_{10}$ при $U=10$ м/сек. определяется из соотношения

$$\left[\frac{\tau_к}{\tau_т}\right]_{U=10\ м/сек.} = 0{,}01, \tag{9}$$

полученного Монаганом при натурных измерениях [12]. Здесь $\tau_т$ — турбулентный перенос количества движения (г/см$\cdot$сек.$^2$), который можно оценить по формуле из [13]:

$$\tau_т = \rho_a \left(1{,}00 + 7\cdot 10^{-4} U\right) \cdot 10^{-3} U. \tag{10}$$

Из (6), (9), (10) определяется $n_{10}$(см$^{-2}\cdot$сек.$^{-1}$):

$$n_{10} = \frac{\tau_к}{\frac{4}{3}\rho_w \pi \bar{r}^3 V_f|_{U=10}} = \frac{0{,}01\rho_a \cdot 1{,}7\cdot 10^{-3}\cdot 10^6}{\frac{4}{3}\rho_w \pi \cdot 1{,}25\cdot 10^{-6} V_f} = 0{,}065$$

и с учетом (7) и (8) выражение (6) для $U \leqslant 15$ м/сек. записывается в виде

$$\tau_к = \frac{4}{3}\rho_w \pi \bar{r}^3 V_f(U) \cdot 0{,}227 e^{4\cdot 10^{-3}(U - 15\cdot 10^2)}. \tag{6$'$}$$

Уравнение баланса тепла капли записывается в виде

$$-\frac{d}{dt}(m c_w T) = H + LE. \tag{11}$$

Испарение $E$ и теплообмен $H$ движущейся капли определяется по формулам:

$$E = \frac{dm}{dt} = -4\pi r D\left(1 + 0{,}23\sqrt{\mathrm{Re}}\right)(q_s - q_a), \tag{12}$$

$$H = -4\pi r \chi \left(1 + 0{,}23\sqrt{\mathrm{Re}}\right)(T - T_a). \tag{13}$$

Здесь $c_w$ — удельная теплоемкость воды, $T$ — температура капли, $T_a$, $q_a$ — температура воздуха и плотность водяного пара соответственно, $q_s$ — насыщающая плотность водяного пара при температуре капли, $D$ — коэффициент диффузии водяного пара в воздухе, $\chi$ — коэффициент теплопроводности.

При вычислении тепло- и массообмена капли с воздухом используются новые упрощающие предположения: а) температура $T_a$ и влажность $q_a$ воздуха не зависят от высоты; б) число Рейнольдса можно принять постоянным для всего времени полета капли; в) зависимость насыщающей плотности пара от температуры описывается линейным выражением $q_s(T)=q_s(T_a)+\alpha(T-T_a)$, где $\alpha\approx10^{-6}$ г/см$^3\cdot$град.; г) так же как и раньше, относительное изменение массы капли предполагается незначительным, $m_f=m_0$.

Анализ сделанных допущений показывает, что наиболее серьезным является предположение о постоянстве $T_a$ и $q_a$ по высоте. Аналогично предположению о постоянстве $U$ в расчете переноса импульса оно пригодно лишь при получении грубых оценок. Решение системы уравнений движения показывает, что число Re (даже при разных значениях $U$) меняется не очень сильно и в выражении $1+0{,}23\sqrt{\mathrm{Re}}$ его можно считать постоянным: $\overline{\mathrm{Re}}=400$ при $r=0{,}05$ см. Наконец, точность линейной аппроксимации зависимости $q_s(T)-q_s(T_a)$ определяется величиной перепада температуры вода — воздух и при характерных для океана малых значениях разности $T_w-T_a$ эта точность достаточно высока.

Введя обозначения: $l=4\pi rD\left(1+0{,}23\sqrt{\mathrm{Re}}\right)$, $k=4\pi r\chi\left(1+0{,}23\sqrt{\mathrm{Re}}\right)$, $\Theta=T-T_a$, $d'=q_s(T_a)-q_a$ — дефицит влажности, с учетом (12) и (13) и сделанных допущений, можно записать уравнение (11) в виде

$$-m\frac{d\Theta}{dt}=-l\alpha\Theta^2+\left(\frac{k}{c_w}+\alpha\frac{lL}{c_w}-l\,d'-l\alpha T_a\right)\Theta+ld'\left(\frac{L}{c_w}-T_a\right). \quad (14)$$

Решение (14) отыскивалось для характерных условий стратификации приводного слоя: $T_w=18°$, $T_a=17°$, $q_a=12{,}4\cdot10^{-6}$ г/см$^3$, $q_s(T_w)=15{,}4\cdot10^{-6}$ г/см$^3$, относительная влажность $q_a/q_s(T_a)=0{,}8$. Относительное изменение массы капли за время полета $\frac{1}{m_0}\int\limits_0^{t_f}\frac{dm}{dt}\,dt$, вычисленное для этих условий с помощью формулы (12) при сильно завышающем результат предположении о постоянстве температуры капли во время полета ($t_f\approx1$ сек.) не превышает 0,0045; тем самым подтверждается возможность использовать упрощающие предположения о постоянстве массы и радиуса капли.

Решение уравнения (14) можно представить в виде

$$\Theta(t)=(a+1)\,e^{-bt}-a. \quad (15)$$

Теплообмен и испарение капли определяются выражениями:

$$H_i=-k\int\limits_0^{t_f}\Theta(t)\,dt, \quad (16)$$

$$E_i=l\left[t_fd'+\alpha\int\limits_0^{t_f}\Theta(t)\,dt\right]. \quad (17)$$

Время полета капли $t_f$ при $r=0{,}05$ см, найденное при решении (1) и (2), уменьшается от 0,4 до 0,3 сек. при усилении ветра от 10 до 25 м/сек. (рис. 2).

Вертикальный перенос тепла $H_к$ и пара $E_к$ всеми каплями определяется умножением $H_i$ и $E_i$ на число капель $n$ (см$^{-2}\cdot$сек.$^{-1}$), определяемое выражением (7). Полученные результаты представлены на рис. 3. Отношения переноса импульса и тепла с брызгами к соответствующим турбулентным потокам быстро возрастают с усилением скорости ветра. Особенно быстро возрастает роль теплообмена и испарения с брызг, которые уже при скорости ветра

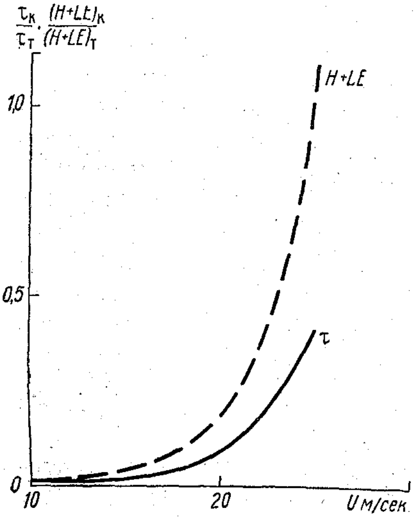



Рис. 3. Отношения переноса брызгами тепла $(H+LE)_к$ и импульса $\tau_т$ к турбулентным потокам в зависимости от скорости ветра

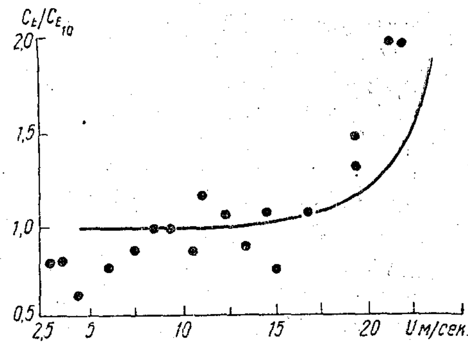



Рис. 4. Отношение коэффициента испарения $C_E = E/[\rho_a(q_w - q_z)U_z]$ к его величине при скорости ветра $U=10$ м/сек.:

Точки — значения $\frac{C_E}{C_E \mid U=10}$, вычисленные Окуда и Хайями [5] по измеренным на модели профилям. Кривая соответствует выражению;

$$C_E = \frac{E_к + E_т}{\rho_a(q_w - q_z)\,U}$$

20—25 м/сек. становятся равными турбулентному потоку. Турбулентные потоки $\tau_т$, $(H+LE)_т$ вычислялись по заданным скорости ветра и перепадам температуры и влажности; при этом коэффициент трения и коэффициент теплообмена (испарения), найденные по методике [2], разработанной для скорости ветра, не превышающей 12 м/сек., линейно экстраполировались на большие скорости. Значения коэффициента трения

$$C_U = \frac{\tau_т + \tau_к}{\rho_a U^2},$$

соответствующие полному напряжению трения, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, полученными для больших скоростей при измерениях профилей [4]. Рассчитанная зависимость коэффициента испарения от скорости ветра согласуется с экспериментальными результатами Окуда и Хайями [5], полученными в аэрогидродинамическом канале (рис. 4).

Необходимо отметить, что как расчеты, выполненные на основе описанной простой модели, так и лабораторные опыты дают заниженные оценки рассматриваемого эффекта. Более строгий расчет, учитывающий реальное распределение капель по размерам, профили скорости ветра, температуры и влажности в самом нижнем, наполненном брызгами слое воздуха, неоднородность условий вдоль профиля волны, может быть проведен только после получения необходимых экспериментальных данных. Однако уже полученные оценки показывают, что во время шторма возрастание потоков тепла, пара и импульса настолько сильно, что его учет может быть существенным в климатологических исследованиях теплового баланса океанов, а также в исследованиях по теории климата и общей циркуляции атмосферы и океана.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
2. Бортковский Р. С., Бютнер Э. К. Проверка модели турбулентного теплообмена над морем по экспериментальным данным. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1970, т. 6, № 1.
3. Макова В. И. Коэффициент трения и параметр шероховатости морской поверхности при больших скоростях ветра. — Тр. ГОИН, 1968, вып. 93.
4. Wu J. Wind stress and surface roughness at air — sea interface. Journ. Geoph. Res., v. 74, No 2, 1969.
5. Okuda S., Hayami S. Experiments on evaporation from wavy water surface. Rec. Ocean. Works Jap., v. 5, No 1, 1959.
6. Montgomery R. B. Observation of vertical humidity distribution above the ocean surface and their relation to evaporation. Pap. Phys. Ocean. Met., v. 7, No 4, 1940.
7. Munk W. H. Wind stress on water: an hypothesis. Quart. Journ. Roy. Met. Soc., v. 81, No 349, 1955.
8. Toba Y. Drop production by bursting of air bubbles on the sea surface III. Study by use of a wind flume. Journ. Met. Soc. Japan, v. 40, No 1, 1962.
9. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидравлика газо-жидкостных систем. М. — Л., Госэнергоиздат, 1958.
10. Блинов Л. К. О поступлении морских солей в атмосферу и о значении ветра в солевом балансе Каспийского моря. — Тр. ГОИН, 1950, вып. 15.
11. Monahan E. C. Sea spray as a function of low elevation wind speed. Journ. Geoph. Res., v. 73, No 4, 1968.
12. Kraus E. B. Wind stress along the sea surface. Adv. Geoph., v. 12, 1967.
13. Дикон И. Л., Уэбб И. К. Микромасштабное взаимодействие. — В кн.: «Море». Л., Гидрометеоиздат, 1965.
14. Мейсон Б. Дж. Физика облаков. Л., Гидрометеоиздат, 1961.

Л. Ю. ПРЕОБРАЖЕНСКИЙ

# ОЦЕНКА СОДЕРЖАНИЯ КАПЕЛЬ-БРЫЗГ В ПРИВОДНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Одним из факторов, влияющих на строение приводного слоя атмосферы, является вертикальный и горизонтальный перенос частиц соли и жидких капель-брызг, выносимых с морской поверхности турбулентным ветром. Наличие в нижних слоях воздуха над морем жидких частиц может существенно влиять на турбулентный, тепловой и радиационный режимы приповерхностного слоя воздуха.

Изучение спектрального состава капель-брызг над морем и их вертикального распределения имеет большое значение не только при описании процессов, происходящих в воздухе над морем, но и для ряда таких прикладных задач, как проблема обледенения судов, а также при конструировании приборов и оборудования для работы в морских условиях. В настоящее время сведения о распределении капель-брызг в нижних слоях атмосферы над морем практически отсутствуют.

В экспедиции ГГО в Северную Атлантику осенью 1969 г. была предпринята попытка определения спектрального состава и концентрации переносимых воздушным потоком капель-брызг в приводном слое. Работы проводились при умеренных (6—10 м/сек.) и сильных (15—25 м/сек.) ветрах. Высота волн в первом случае составляла 1,5—2,5 м, а во втором — 4—6 м.

Нами использовался метод забора проб капель-брызг, широко применяющийся при изучении спектра облачных капель с самолетов. Пробы капель берутся на масляную пленку, нанесенную на стеклянную пластину, и затем фотографируются под микроскопом. Капли, попавшие на масляную пленку, не испаряются и могут сохраняться длительное время. Толщина пленки подбирается таким образом, чтобы попавшие на пластину заборника брызги не деформировались. Состав масляной пленки приготовляется из смеси трансформаторного масла и вазелина по методике, разработанной в отделе физики облаков и активных воздействий ГГО.

Для забора проб капель-брызг использовались специально сконструированные и изготовленные заборники двух типов, позволяющие брать пробы дистанционно. В первом случае приемная пластина размером 20×55 мм с помощью тонкого штока выдвигается для экспонирования из-под защитной крышки. Во втором — приемная пластина (размер 10×30 мм) неподвижна и закрывается тонкой подвижной шторкой. Заборники устанавливались на конце легкого выстрела длиной 2,7 м. Выстрел выносился с борта судна вручную таким образом, чтобы пластина заборника располагалась вертикально в направлении, перпендикулярном направлению ветра.

В результате проведения предварительных работ оказалось, что единственным местом, пригодным для производства наблюдений, является носовая часть судна. В остальных местах, например при наблюдениях в средней части корпуса и с надстроек в воздухе, содержится большое число брызг, образующихся при разрушении волн у носа судна. Наблюдения проводились только на стоянках при подработке судном против ветра на самых малых ходах. Во время экспозиции принимались меры против забрызгивания приемной пластины гребнями разрушающихся у носа судна волн. Время экспозиции подбиралось экспериментально таким образом, чтобы на приемную пластину осело количество капель, достаточное для статистической обработки. Оказалось, что при ветрах до 5—6 м/сек. время экспозиции может достигать 10 мин., а при больших скоростях оно составляет 0,5—2 мин. Измерения проводились на уровнях 7 м, 4 м и 1—2 м от среднего уровня моря, причем нижний уровень располагался вблизи гребней волн.

Экспонированная пластина помещалась под микроскоп и фотографировалась. Диаметр окна микроскопа равен 1 мм, поэтому с каждой пробы делалось 15—25 снимков, охватывающих по мере возможности наибольшую часть площади масляной пленки. Образец микрофотографии приведен на рис. 1. Всего получено 36 проб.

В результате обработки микрофотографий получены распределения повторяемостей капель по размерам на различных высотах. От измеренного числа капель на единицу площади $n$ нетрудно перейти к концентрации капель $N$ в единице объема: $N=n/TU(z)$, где $T$ — время экспозиции, $U(z)$ — скорость ветра на заданном уровне.

При проведении измерений скорость ветра определялась на уровне 7 м (СДС). Соответствующие скорости на уровнях измерений определялись по логарифмическому закону с использованием для описания поведения параметра шероховатости соотношения Чарнока — Эллисона:

$$U(z)=\frac{v_*}{\varkappa}\ln\frac{zg}{mv_*^2}. \tag{1}$$

Здесь $v_*$ — скорость трения, $\varkappa$ — постоянная Кармана, $m$ — константа, принятая равной 0,05. Зная скорость ветра на уровне 7 м, из (1) нетрудно найти $v_*$ и затем определить скорость на нижележащих уровнях.

Все данные были разделены на две группы, соответствующие случаям умеренных ветров (7—12 м/сек.) и сильных (15—25 м/сек.). Осредненные распределения концентраций капель-брызг в 1 $м^3$ в зависимости от размеров приведены на рис. 2. Как видно из рисунка, наибольшие концентрации наблюдаются для капель с диаметрами $(5\div30)\times10^{-4}$ см. При умеренных ветрах (рис. 2 *а*) в 1 $м^3$

воздуха содержится 100—1000 частиц, а при сильных (рис. 2*б*) — 1000—10 000 частиц. В этом диапазоне размеров содержание частиц в единице объема мало меняется с высотой. Бóльшая часть жидких частиц диаметром $5 \cdot 10^{-4} - 30 \cdot 10^{-4}$ см возникает, по-видимому, в результате разрушения на поверхности моря крупных пузырьков воздуха (диаметром более 0,2 см), образующихся при обрушении гребней волн [1].

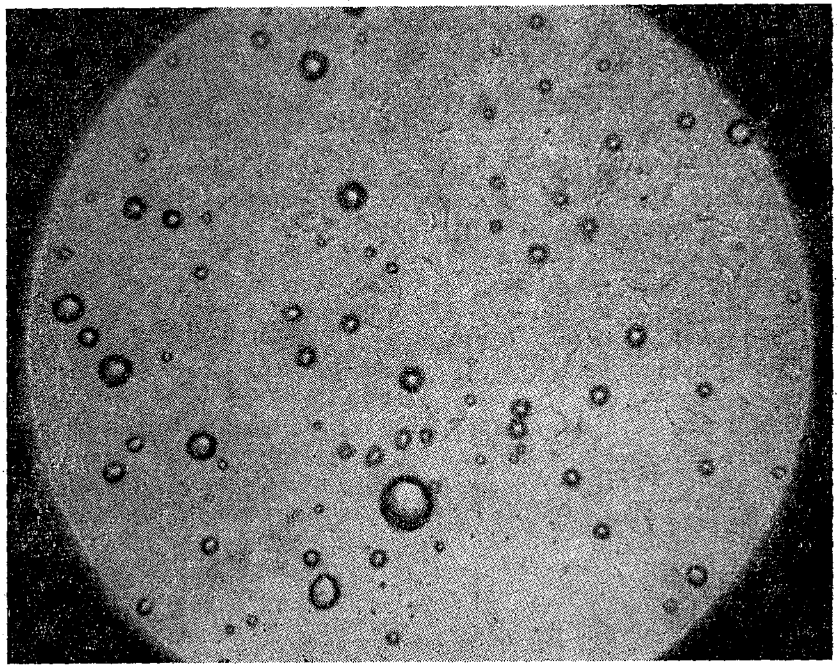


Рис. 1. Микрофотография капель-брызг

При увеличении размеров частиц становится заметным уменьшение концентраций по мере удаления от поверхности. Так, при умеренных ветрах частицы с диаметрами более $(80 \div 90) \cdot 10^{-4}$ см не достигают высоты 4 м, а на высоте 7 м отсутствуют капли диаметром более $30 \cdot 10^{-4}$ см. Наибольшие наблюдающиеся на уровне гребней волн (высота 1,5 м) частицы имеют диаметр $(130 \div 150) \cdot 10^{-4}$ см.

При штормовых ветрах максимальные размеры капель-брызг, наблюдающихся на уровне гребней волн (высота 2 м), составляют $(500 \div 2000) \cdot 10^{-4}$ см. Концентрация их мала: в 1 $м^3$ содержится 1—20 крупных капель. Эти капли не выносятся в вышележащие слои. Частицы с диаметрами менее $200 \cdot 10^{-4}$ см достигают уровня 4 м, а с диаметром $90 \cdot 10^{-4}$ см — уровня 7 м. Крупные капли ($d > 30 \div 50$ мк) возникают, по-видимому, при срыве волновых гребней ветром.

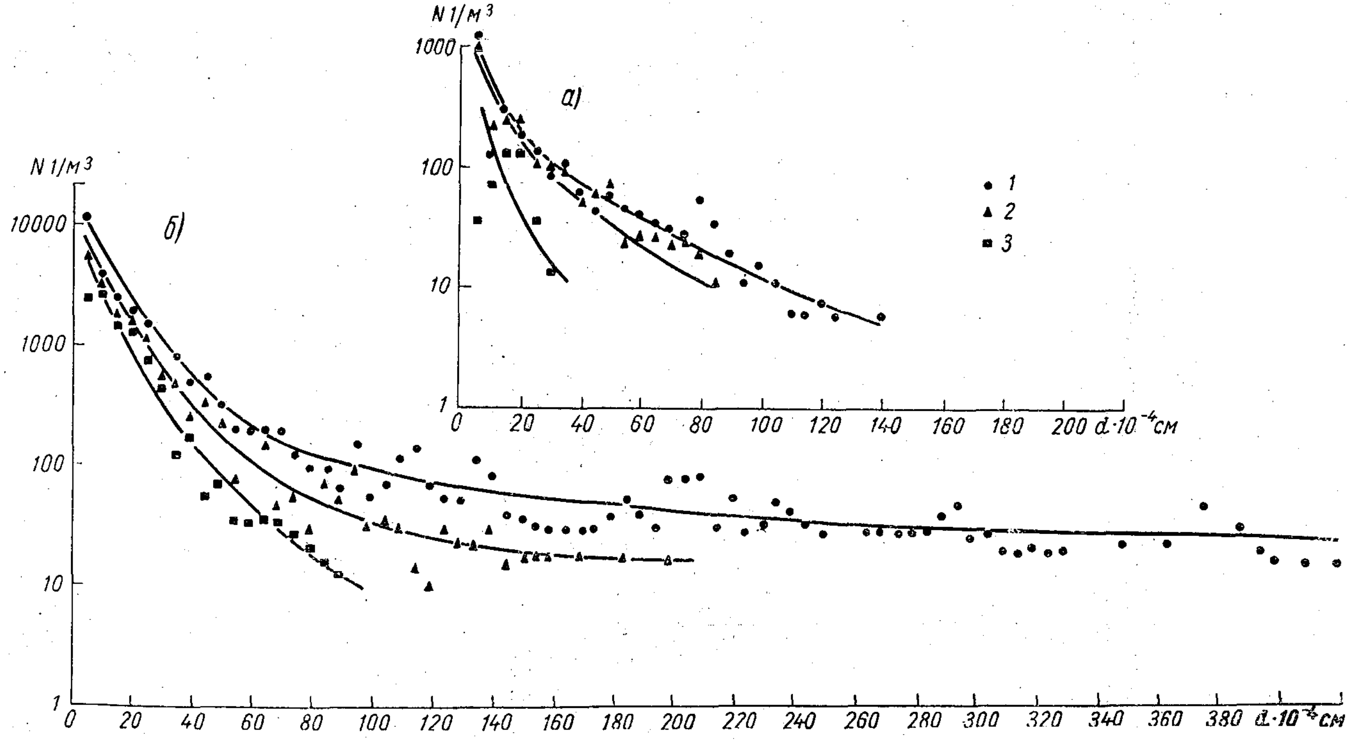



Рис. 2. Распределение концентраций капель-брызг (на 1 м³) по размерам при умеренных (*а*) и сильных (*б*) ветрах на разных высотах:

*1*) 1,5–2 м, *2*) 4 м, *3*) 7 м

Средние интегральные значения водности $W$ вычислялись по формуле

$$W = \frac{\pi}{6} \rho \sum_i N_i d_i^3, \quad (2)$$

где $\rho$ — плотность жидких частиц (принималась равной 1 г/см³), $N_i$ и $d_i$ — концентрация и диаметр капель одного размера.

На рис. 3 показаны вертикальные распределения водности (г/м³) в нижнем слое атмосферы над морем при умеренных и сильных ветрах. Максимальные значения водности наблюдаются вблизи

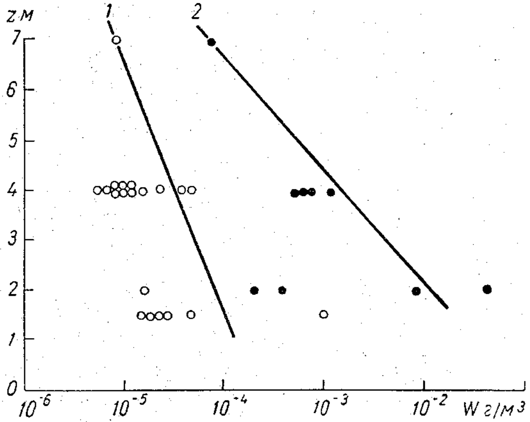



Рис. 3. Вертикальное распределение водности в нижнем слое атмосферы при умеренных (*1*) и сильных (*2*) ветрах

поверхности. В первом случае $W = 5 \cdot 10^{-5}$ г/м³ и во втором $W = 1 \cdot 10^{-2}$ г/м³. Вертикальные профили водности могут быть описаны формулой

$$W(z) = W_0 e^{-\beta (z - H)}, \quad (3)$$

где $\beta$ — показатель экспоненты, $z$ — высота уровня измерений, $H$ — высота, близкая к средней амплитуде волны на поверхности. При умеренных ветрах $W_0 \approx 1 \cdot 10^{-4}$ г/м³, $\beta \approx 0{,}35$; при штормовых условиях $W_0 \approx 1 \cdot 10^{-2}$, $\beta \approx 1$. Соответствующие кривые приведены на рис. 3.

Полученные результаты о содержании жидких частиц в нижнем слое атмосферы над морем могут оказаться полезными при выборе приборов для морских метеорологических наблюдений и оценки их погрешностей. В частности, появляется возможность оценить погрешности за счет забрызгивания широко применяющегося для измерения скорости ветра термоанемометрического метода. Этот метод основан на зависимости температуры, а следовательно и электрического сопротивления, нагретой тонкой металлической нити от скорости обдувающего ее воздушного потока. В условиях забрызгивания испарение капель, оседающих на нить-датчик, вызывает дополнительные затраты тепла. В этом случае уравнение теплового баланса нагретой цилиндрической нити будет

$$0{,}24I^2R = \alpha\pi dl\,(T_w - T_g) + cM\,(T_к - T_g) + LM. \qquad (4)$$

Здесь $I$ — сила тока, $R$ — электрическое сопротивление нити длиной $l$ и диаметром $d$, $\alpha$ — коэффициент теплообмена между нагретой нитью с температурой $T_w$ и окружающим воздухом с температурой $T_g$, $c$ — удельная теплоемкость капель, $M$ — количество жидкости, испаряющейся с нити в единицу времени, $T_к$ — температура кипения капель, $L$ — удельная теплота испарения при $T_к$. Решение (4) осложняется тем, что при определении коэффициента теплообмена $\alpha$ нужно учитывать влияние паровой прослойки между каплей и нитью и спектральный состав капель.

Приближенную оценку влияния забрызгивания можно сделать, считая: 1) что капли, попадая на поверхность нити, прилипают к ней и полностью испаряются; 2) что коэффициент теплообмена не изменяется при забрызгивании и равен коэффициенту обмена нити с сухим воздухом. Последний легко определяется с помощью эмпирического соотношения Крамерса [2]. Уравнение (4) на основании этого соотношения представится в виде

$$I^2R = (T_w - T_g)\left(A + B\sqrt{U}\right) + UWdl\,[c\,(T_к - T_g) + L], \qquad (5)$$

где $A$ и $B$ — константы термоанемометра, практически не зависящие от скорости ветра и температуры газа, $W$ — водность воздуха. Коэффициент захвата нитей, применяющихся на практике, можно принять равным единице. (Характерные размеры нитей-датчиков: $l$=1—2 см, $d=10\cdot10^{-4}\div20\cdot10^{-4}$ см.) Поэтому $dl$ — эффективная площадь нити.

Оценка сравнительной величины первого и второго членов уравнения (5) для наивысших значений $W=1\div30$ г/м$^3$, встречающихся в атмосфере в центральной части конвективных облаков [1] и в диапазоне скоростей ветра 1—25 м сек., показывает, что даже в этом случае изменение выходного сигнала термоанемометра $\Delta I$ мало: $\frac{\Delta I}{I}\approx 1\cdot10^{-1}\div1\cdot10^{-2}$. Полученные нами значения водности вблизи поверхности моря в $1\cdot10^2 - 1\cdot10^5$ раз меньше. Поэтому эффект забрызгивания не может оказывать практически никакого влияния на точность термоанемометрических измерений. Влияние забрызгивания проявляется иным образом: в основном, за счет осаждения соли, находящейся в каплях, на чувствительный элемент. Это должно существенно изменять условия теплообмена нити с воздухом. Для устранения этого недостатка необходима частая смена нитей и проведение регулярных градуировок.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мейсон Б. Дж. Физика облаков. Л., Гидрометеоиздат, 1961.
2. Хинце И. О. Турбулентность, ее механизм и теория. М., Физматгиз, 1963.

*Н. З. АРИЕЛЬ,*
*Р. С. БОРТКОВСКИЙ, Э. К. БЮТНЕР*

# ОЦЕНКА РОЛИ ШТОРМОВ В ТЕПЛО- И ВЛАГООБМЕНЕ ОКЕАНА С АТМОСФЕРОЙ

В работе [1] показано, что наличие срыва брызг с поверхности моря при шторме может вдвое увеличить интенсивность тепло- и влагообмена между морем и атмосферой по сравнению с интенсивностью обычного теплообмена между поверхностями при соответствующей скорости ветра. В работе [2] разбирался вопрос о соотношении между числом $St_{\text{клим}}$, фигурирующим в качестве коэффициента теплообмена в климатических расчетах потоков тепла и влаги, и полученной в работе [3] функцией $St_{\text{микро}}$ (Ri, $u$). Оказалось, что отличия числа $St_{\text{клим}}$ от значения функции $St_{\text{микро}}$ в точке $Ri=\overline{Ri}$ и $u=\overline{u}$, вызванные эффектом интенсификации теплообмена при неустойчивой стратификации, в среднем невелики. Возникает вопрос, какой вклад вносят штормы в общий тепло- и влагообмен между океаном и атмосферой. Некоторые расчеты этого вклада были сделаны недавно О. В. Решетовой [4], использовавшей для оценки значения числа St при шторме гипотезу о равенстве коэффициентов теплообмена и сопротивления.

Целью настоящей работы является оценка значений $St_{\text{клим}}$ в разных точках Мирового океана, которые должны получаться при учете специфических характеристик обмена при шторме, разобранных в [1].

Для того чтобы выяснить вопрос о том, могут ли штормы внести заметный вклад в теплообмен, нужно прежде всего знать повторяемость штормов в разных точках Мирового океана.

Среднюю по всей поверхности повторяемость скоростей ветра, превышающих 17 м/сек., можно найти, воспользовавшись ежемесячными картами такой повторяемости, приведенными в [5].

Если судить по этим картам, то среднегодовая повторяемость штормов по всему Мировому океану окажется равной 3,2%. Распределение вероятностей значений скорости $u$, превышающих 17 м/сек., по месяцам иллюстрирует рис. 1 (кривая *1*). Такая величина повторяемости штормов явно занижена, так как на картах атласа приведены изолинии с повторяемостью штормов больше 5%. Вероятно, пути океанских судов, по наблюдениям которых составлены эти карты, пролегают по возможности в наиболее спокойных районах океана. К настоящему времени имеется достаточно большой статистический материал наблюдений кораблей погоды, по которому можно более достоверно и к тому же более детально оценить функцию вероятности распределения скоростей ветра, по крайней мере по северной части Атлантического океана.

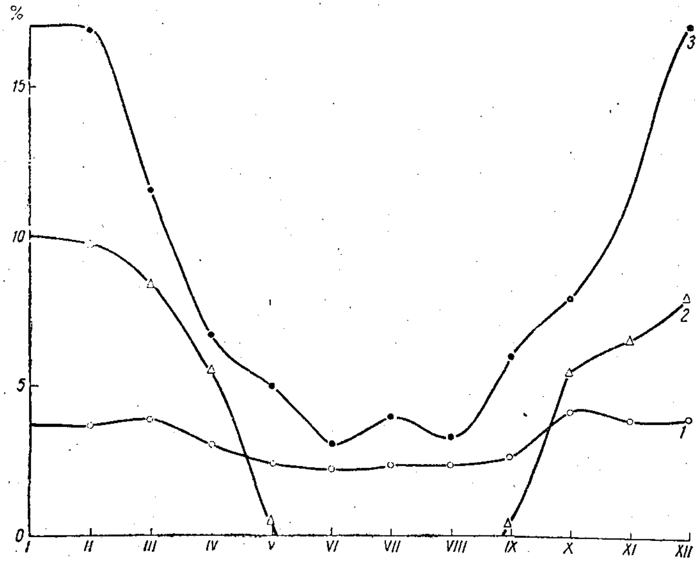



Рис. 1. Распределение вероятностей значений скорости ветра, превышающих 17 м/сек:

*1* — среднее по всей поверхности океана, по данным [5]; *2* — среднее для широт больше 30° с. ш., по данным [5]; *3* — по средним значениям дисперсий [6] в предположении о гауссовом распределении скоростей

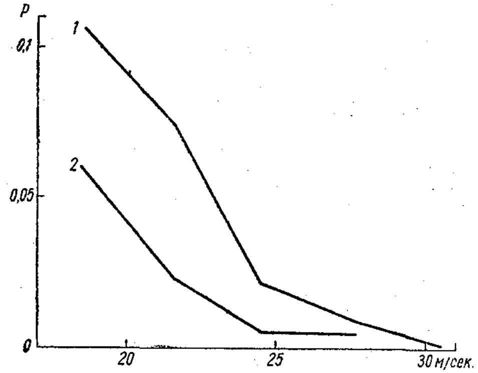



Рис. 2. Повторяемость $u \geqslant 17$ м/сек. по данным кораблей погоды А (*1*) и Е (*2*)

На рис. 2 и в табл. 1 приведены функции распределения вероятности значений скорости ветра, превышающих 17 м/сек., для девяти кораблей погоды. Эти кривые являются средними за зимние месяцы (I, II, XII) по трехлетним данным (1958—1960 гг.).

Таблица 1

| Корабль погоды | $u$ м/сек. | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 17—19 | 20—22 | 23—25 | 26—28 | 29—31 | 32—34 | 35—37 | 38—40 | 41—43 |
| A | 0,106 | 0,075 | 0,022 | 0,010 | 0,0018 | | | | |
| B | 0,074 | 0,045 | 0,024 | 0,0115 | 0,007 | 0,0023 | | | 0,00046 |
| C | 0,0885 | 0,0553 | 0,027 | 0,019 | 0,008 | 0,0037 | | | |
| D | 0,093 | 0,069 | 0,024 | 0,010 | 0,006 | 0,0009 | 0,00046 | 0,00046 | |
| I | 0,096 | 0,057 | 0,015 | 0,006 | | 0,0009 | | 0,00046 | |
| J | 0,102 | 0,069 | 0,019 | 0,010 | 0,0018 | | | | |
| K | 0,0825 | 0,0535 | 0,012 | 0,0028 | 0,00046 | 0,00046 | 0,00046 | | 0,00046 |
| M | 0,106 | 0,0585 | 0,016 | 0,005 | | 0,0009 | | | |
| E | 0,060 | 0,024 | 0,006 | 0,005 | | | | | 0,00046 |
| Среднее | 0,090 | 0,056 | 0,018 | 0,009 | 0,003 | 0,001 | 0,0002 | 0,0001 | 0,00015 |

Пользуясь этими кривыми, можно вычислить интегральную повторяемость скоростей ветра, превышающих 17 м/сек. (табл. 2). Средняя суммарная повторяемость больших скоростей по всем кораблям оказалась равной 17%. Корабли погоды расположены в Атлантическом океане на широтах, больших 30° с. ш. Если по [5] вычислить интегральную повторяемость штормов (скорости ветра $\geqslant 17$ м/сек.) для этих широт, то ее среднее значение для трех зимних месяцев получается равным 9,2% (кривая *2* на рис. 1). Как и следовало ожидать, данные [5] дают заниженную повторяемость штормов.

Интересно сравнить интегральную повторяемость, полученную по реальным функциям распределения, с аналогичной величиной, которую можно получить по средним скоростям ветра $\bar{u}$ и их дисперсиям $\sigma^2$ в предположении о гауссовом распределении скоростей. Значения $\bar{u}$ и $\sigma^2$ для всех месяцев года и всех кораблей погоды приведены в работе [6].

В предположении о гауссовом распределении величина интегральной повторяемости $p$ выражается через среднюю скорость и ее дисперсию следующим образом:

$$p(u_{\text{кр}}) = \int\limits_{u_{\text{кр}}}^{\infty} p(u)\,du = e^{-u_{\text{кр}}^2/\sigma^2+\bar{u}^2}, \qquad (1)$$

где $p(u)$ — гауссова функция распределения горизонтальной составляющей скорости ветра. Если выбрать для $u_{\text{кр}}$ величину 17 м/сек., то получатся значения $p(u_{\text{кр}})$, приведенные в табл. 2. Сравнение этих величин с интегральной повторяемостью, вычисленной по натурным данным, показывает, что для зимних месяцев реальная повторяемость штормов почти всюду несколько меньше, чем та, которая получается из гауссовой кривой. Этого и следовало ожидать, так как результат вычисления отношения $\overline{u^2}/\bar{u}^2$, равного

$1+\frac{\sigma^2}{\bar{u}^2}$ по данным [6], дает для всех кораблей погоды в зимние месяцы величину менее чем $4/\pi$, т. е. реальная функция распределения более узкая, чем гауссова кривая с той же дисперсией. Однако в летние месяцы величина $\overline{u}^2/\bar{u}^2$ получается в среднем больше, чем $4/\pi$. Это означает, что величина $p(u_{кр})$, вычисленная для летних месяцев, дает, вероятно, несколько меньшую повторяемость штормов, чем реальная. Значения $p(u_{кр}=17$ м/сек.) средние по всем кораблям погоды иллюстрирует кривая *3* на рис. 1. Вероятно, отличная от нуля и равная около 4% повторяемость штормов в летние месяцы больше соответствует действительности, чем кривая *2*, полученная по [5], и дает во всяком случае незавышенную оценку величины $p(u_{кр})=17$ м/сек.).

Таблица 2

| Корабль погоды | $p(u_{кр})$ по натурным данным | $p(u_{кр})$ по Гауссу | $\bar{u}_{шт}$ | $\bar{u}$ | $\bar{u}_0$ | $\frac{St_{клим}}{St_{микро}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0,21 | 0,26 | 20,2 | 12,4 | 10,4 | 1,35 |
| B | 0,16 | 0,19 | 21,2 | 11,9 | 10,1 | 1,28 |
| C | 0,20 | 0,21 | 21,3 | 11,9 | 9,5 | 1,35 |
| D | 0,20 | 0,21 | 20,7 | 12,0 | 9,9 | 1,35 |
| I | 0,17 | 0,26 | 19,9 | 12,7 | 11,2 | 1,26 |
| J | 0,20 | 0,29 | 20,2 | 12,8 | 11,0 | 1,32 |
| K | 0,15 | 0,10 | 19,9 | 10,3 | 8,6 | 1,29 |
| M | 0,19 | 0,10 | 19,8 | 10,5 | 8,3 | 1,36 |
| E | 0,10 | 0,06 | 19,7 | 9,8 | 8,7 | 1,20 |
| Среднее | 0,17 | 0,19 | 20,3 | 11,6 | 9,9 | |

Зная средние значения штормовой скорости $u_{шт}$ (табл. 2) и соответствующий ей коэффициент теплообмена, можно оценить отличие числа $St_{клим}$ от $St_{микро}(\bar{u}, \overline{Ri})$, используя простое равенство:

$$St_{клим}\,\bar{u}\overline{\Delta T} = [1-p(u_{кр})]\,\bar{u}_0\overline{\Delta T}_0\,St(\bar{u}_0, \overline{Ri}) + p(u_{кр})\,\bar{u}_{шт}\overline{\Delta T}_{шт}\cdot St(\bar{u}_{шт}).$$

Очевидно, что формула (2) является грубо приближенной по двум причинам. Во-первых, коэффициент теплообмена при штормовых условиях сильно зависит от скорости ветра [1], и вклад штормов в общую сумму потоков тепла нужно на самом деле считать по дифференциальной функции распределения $p(u)$. Однако из-за того, что функция $St_{шт}(u)$ известна пока неточно, мы заменим ее здесь значением $St_{шт}(\bar{u}_{шт})$. Во-вторых, значение потока тепла при нештормовых условиях должно вычисляться по средним данным о скорости ветра и перепаде температур с использованием функции $St_{микро}$ (Ri, $u$), а затем усредняться. Однако, как показано в [2], ошибка замены результата такого усреднения на произведение средних величин невелика и для зимних месяцев не превышает 3—4%.

Значения средней скорости ветра $\bar{u}_0$ за нештормовой период легко получить из данных о полной средней скорости, зная повторяемость больших скоростей. Эти данные также приведены в табл. 2.

Существенным является вопрос о соотношении перепадов температуры (и влажности) при шторме и в нештормовых условиях. Можно было предположить, что усиление турбулентности приводного слоя во время шторма приводит к уменьшению перепадов $(\Delta T)_{\text{шт}}$ и $(\Delta e)_{\text{шт}}$ по сравнению с $\overline{\Delta T_0}$ и $\overline{\Delta e_0}$; в этом случае вклад штормов в тепло- и влагообмен океана и атмосферы уменьшился бы. Для проверки этого предположения были рассчитаны $\overline{\Delta T_{\text{шт}}}$ и $\overline{\Delta e_{\text{шт}}}$ при штормовых условиях для тех же зимних месяцев за три года (1958—1960) для каждого корабля погоды. Полученные результаты (табл. 3) сравниваются с $\overline{\Delta T}$ и $\overline{\Delta e}$, рассчитанными за тот же период для всех скоростей ветра. Для расчета $\overline{\Delta T}$ и $\overline{\Delta e}$ для зимних месяцев за три года использовались данные работы [7]. Как следует из табл. 3, перепады температур и влажности для штормовых условий практически не отличаются от полных $\overline{\Delta T}$ и $\overline{\Delta e}$.

Таблица 3

| Корабль погоды | $\overline{\Delta T}_{\text{шт}}$ | $\overline{\Delta T}_{\text{полн}}$ | $\overline{\Delta e}_{\text{шт}}$ | $\overline{\Delta e}_{\text{полн}}$ |
|---|---|---|---|---|
| A | —3,19 | —2,89 | —3,07 | —2,28 |
| B | —2,5 | —3,27 | —2,22 | —2,07 |
| C | —1,37 | —1,35 | —2,5 | —1,90 |
| D | —3,09 | —3,55 | —3,47 | —4,87 |
| I | —3,16 | —2,85 | —3,49 | —2,81 |
| J | —1,8 | —1,81 | —3,14 | —2,56 |
| K | —0,85 | —1,07 | —3,09 | —2,55 |
| M | —3,14 | —3,92 | —3,31 | —2,64 |
| E | —1,08 | —1,35 | —5,75 | —4,58 |
| Среднее | —2,24 | —2,37 | —3,33 | —2,91 |

Следовательно, можно оценить величину отношения $\frac{\text{St}_{\text{клим}}}{\text{St}_{\text{микро}}(\bar{u}, \text{Ri})}$, пользуясь формулой (2), если известна величина коэффициента теплообмена при штормовых условиях $\text{St}_{\text{шт}}(\bar{u}_{\text{шт}})$. Экстраполированные до значений скорости ветра $u=20$ м/сек. значения St, вычисленные при помощи моделей, описанных в [3], дают величину в среднем равную $1{,}5\cdot 10^{-3}$. Однако, как следует из предварительных оценок, приведенных в [1], дополнительные эффекты тепло- и влагообмена за счёт брызг при шторме могут увеличить коэффициент теплообмена вдвое. Ввиду отсутствия в настоящее время разработанной теории теплообмена при шторме и скудости экспериментальных данных, мы примем величину $3 \cdot 10^{-3}$ для $St_{шт}$ и, пользуясь ею, оценим величину отношения $St_{клим}/St_{микро}(\overline{u})$ (табл. 2). Разумеется, такой расчет нельзя ни в какой мере считать окончательным, так как его результаты существенно зависят от принятой величины коэффициента теплообмена при шторме. Однако, судя по оценкам [1], значение $3 \cdot 10^{-3}$ для $St_{микро}$ вряд ли является завышенным. Поэтому приведенные значения отношения $St_{клим}/St_{микро}$, иллюстрирующие вклад штормов в теплообмен, дают возможность утверждать, что по крайней мере для Северной Атлантики в зимние месяцы вклад штормов в средние за месяц потоки тепла составляет около 30% (от 20% по данным корабля E до 36% по данным корабля M).

Тепло- и влагообмен в летние месяцы в умеренных широтах значительно меньше, чем в зимние. Поэтому, несмотря на малую повторяемость штормов летом, вклад штормовых условий в годовой баланс должен быть близок к величинам, полученным для зимы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бортковский Р. С. О механизме взаимодействия океана и атмосферы при шторме. — См. наст. сб.
2. Кучеров Н. В., Бютнер Э. К. О теплообмене между океаном и атмосферой. — См. наст. сб.
3. Бортковский Р. С., Бютнер Э. К. Расчет коэффициента теплообмена над морем. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1969, т. 5, № 5.
4. Решетова О. В. Изучение взаимодействия атмосферы и океана на основе теории подобия. Автореф. дисс. М., Изд. МГУ, 1971.
5. Marine Climatic Atlas of the World. Vol.VIII, ed. by H. L. Guetches. O. M. Davis. Published by Navel Weather service commond, 1969.
6. Kraus E. B. and Morrison R. E. Local interactions between the sea and the air at monthly and annual time scales. Quart. Journal of the Roy. Met. Soc. Vol. 92, No 391, 1966.
7. Pflugbeil C., Steinborn E. Zur Klimatologie des Nordatlantischen Ozeans. Einzelveröffentlichungen d. Deutsch. Wetterdienst. Seewetteramt. No 38—40 Hamburg, 1963.

*Н. В. КУЧЕРОВ, Э. К. БЮТНЕР*

# О ТЕПЛООБМЕНЕ МЕЖДУ ОКЕАНОМ И АТМОСФЕРОЙ

В работе [1] были вычислены значения коэффициента теплообмена над морем (число Стентона, St) в зависимости от перепада температур между водой и воздухом ($T_w - T_a$) и от скорости ветра на высоте 10 м. Зависимость этого коэффициента от параметра стратификации $\mathrm{Ri}_w = \frac{gz}{T} \frac{T_w - T_a}{u_{10}^2}$ приведена на рис. 1. Знание функции $\mathrm{St}(\mathrm{Ri}_w)$ дает возможность определить потоки тепла $P$ и влаги $LE$ по срочным судовым наблюдениям:

$$\frac{P}{\rho c_p} = -\mathrm{St}\, u(z)\,[T_w - T_a(z)], \tag{1}$$

$$LE = -\mathrm{St}\, u(z)\,[e_w - e_a(z)].$$

(Если уровень наблюдений $z$ отличается от 10 м, то пересчет не представляет принципиальных затруднений.)

Известно, что в целом ряде климатологических расчетов среднемесячные значения $P$ и $LE$ определяются путем умножения среднемесячных значений перепада температуры ($\overline{T_w - T_a}$) на среднемесячное значение скорости ветра $\bar{u}$ и на некоторое число $\mathrm{St}_{\text{клим}}$, которое разные авторы выбирают по-разному.

Некоторые авторы определяют это число из условия годового теплового баланса в достаточно обширном районе земного шара. При этом получаются значения $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ в пределах от $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ до $2{,}3 \cdot 10^{-3}$ см [2]. Ряд авторов считает, что $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ должно быть равно средней величине коэффициента сопротивления морской поверхности $c_u = \frac{\tau}{\rho u_{10}^2}$. Так, в [2] $\mathrm{St}_{\text{клим}} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$, а в [4] $\mathrm{St} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$. В [1] было показано, что лабораторные эксперименты по одновременному определению $c_u$ и St приводят к выводу о неравенстве коэффициентов сопротивления и теплообмена, что ясно также из простых физических соображений.

В режиме гладкого обтекания ветром морской поверхности, т. е. при малых скоростях ветра, коэффициенты сопротивления и теплообмена можно считать практически равными друг другу, так как и молекулярное и турбулентное числа Прандтля для воздуха близки к единице. Однако при увеличении скорости ветра (начиная примерно от 6—7 м/сек. на высоте $z=10$ м) режим обтекания становится шероховатым, при этом коэффициент теплообмена St возрастает гораздо медленнее, чем коэффициент сопротивления, так как перенос тепла лимитируется тонким, примыкающим к поверхности слоем молекулярной теплопроводности, поэтому $\mathrm{St} < c_u$. Этот результат подтверждается целым рядом экспериментов последних лет. Значения $\mathrm{St}(\mathrm{Ri}_w)$, полученные в [1], вычислены с учетом этого обстоятельства и проверены на натурном материале.

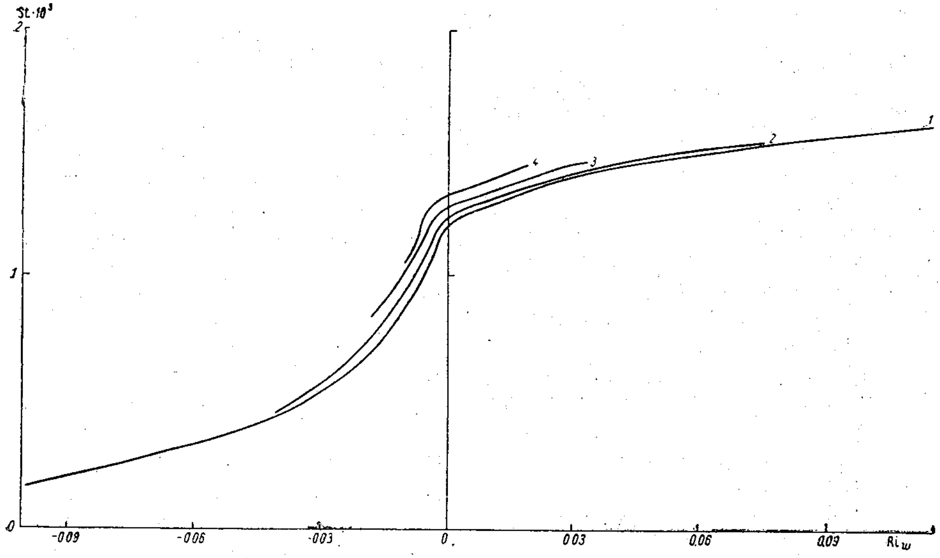



Рис. 1. Зависимость коэффициента теплообмена от стратификации над морем при различных скоростях ветра:
*1*) 3 м/сек., *2*) 6 м/сек., *3*) 9 м/сек., *4*) 12 м/сек.

Целью настоящей работы является попытка выяснить вопрос о соотношении между числом $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ и функцией $\mathrm{St}(\mathrm{Ri}_w, u)$, приведенной на рис. 1, которую можно назвать микрометеорологическим коэффициентом обмена $\mathrm{St}_{\text{микро}}$.

Хорошо известно (см., например, [6]), что число $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ может отличаться от значения функции $\mathrm{St}_{\text{микро}}$, вычисленного в точке, соответствующей средним климатологическим значениям скорости ветра и числа Ричардсона по крайней мере по двум причинам: во-первых, за счет того, что $\mathrm{St}_{\text{микро}}$ есть функция от $\mathrm{Ri}_w$, и, во-вторых, за счет того, что средняя величина произведения $u(T_w - T_a)$ или $u(e_w - e_a)$ может отличаться от произведения средних $\overline{u} \cdot \overline{\Delta T}_{w-a}$ и $\overline{u} \cdot \overline{\Delta e}_{w-a}$.

Для выяснения отличия $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ от $\mathrm{St}_{\text{микро}}(\overline{\mathrm{Ri}_w}\overline{u})$ и причин этого отличия можно, воспользовавшись формулами (1) и функцией $\mathrm{St}_{\text{микро}}$ на рис. 1, вычислить средний за некоторый интервал времени поток тепла по срочным судовым наблюдениям и получить величину $St_{клим}$ как отношения:

$$St_{клим} = \frac{\overline{P}}{\rho c_p \overline{u}\,(\overline{T}_w - \overline{T}_a)},$$

$$St_{клим} = \frac{\overline{LE}}{\rho \overline{u}\,(\overline{e_w} - \overline{e_a})}, \tag{2}$$

и одновременно вычислить величину $\frac{\overline{u}\,\overline{\Delta T}}{\overline{u\Delta T}}$ и $\frac{\overline{u}\,\overline{\Delta e}}{\overline{u\,\Delta e}}$ за тот же интервал времени.

В распоряжении авторов имелись материалы экспериментальных наблюдений научно-исследовательских судов «А. И. Воейков» и «Ю. М. Шокальский» за период с 1963 по 1970 г. Наблюдения выполнены в Тихом и Индийском океанах в различные времена года как в северном, так и в южном полушариях. Наблюдения, как правило, производились по 8 раз в сутки непрерывными часовыми сериями во время движения судна, а иногда и в дрейфе.

Приборы были размещены в репрезентативных точках судна. Оценка репрезентативности наблюдений для этих судов была определена ранее и изложена в [3].

Измерения скорости ветра производились дистанционными анемометрами, установленными на высотах 7,5, 9, 11 и 26 м от поверхности воды.

Температура и влажность воздуха измерялись электрическими психрометрами на высотах 7, 11, 16 и 26 м. Температура поверхностного слоя воды измерялась электрическим термометром, вмонтированным в борт судна на глубине 1,0 м в хорошо обтекаемую нишу.

В табл. 1 указаны сроки и районы, в которых проводились наблюдения. В строках 1—5 и 7 приведены результаты с хронологической непрерывностью а в строке 6 — результаты, осредненные за 39 суток 1963—1965 гг. (по 13 суток за каждый год), которые охватывают разные периоды (весну, лето, зиму) для различных широт. В строках 8—30 приведены результаты обработки 979 часовых наблюдений, произведенных в Тихом океане в период с 12 февраля по 25 июня 1970 г. Судно продвигалось от 54° с. ш. до 40° ю. ш. в пределах 65—170° в. д. (табл. 1).

Обработка данных проводилась по группам, отнесенным к определенным интервалам широт. Оказалось, что в большинстве случаев отношения $\frac{\overline{\Delta T}\,\overline{u}}{\overline{\Delta T u}}$ и $\frac{\overline{\Delta e}\,\overline{u}}{\overline{\Delta T u}}$ близки к единице. Однако в ряде случаев, когда средние значения $\overline{\Delta T}$ и $\overline{\Delta e}$ были малы и получались в результате суперпозиции довольно больших мгновенных значений перепадов, величины этих отношений принимали самые разнообразные значения (см., например, строку 13, где $\frac{\overline{\Delta T}\,\overline{u}}{\overline{\Delta T u}}$ равно 0,25,

Таблица 1

| № п/п | Район | Координаты, град. | | Дата | Число часовых серий | | | $T_w - T_a$ ($z$=10 м) | $\bar{u}$ ($z$=10 м) | $\overline{\mathrm{Ri}}_w \cdot 10^2$ | $\frac{\Delta \overline{T}\, \overline{u}}{\Delta \overline{Tu}}$ | $\frac{\Delta \overline{e} \cdot \overline{u}}{\Delta \overline{e \cdot u}}$ | St $(\overline{\mathrm{Ri}}_w) \cdot 10^3$ | $\mathrm{St}_{\text{клим}} \cdot 10^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | широта | долгота | | всего | при неустойчивой стратиф. | при инверсиях | | | | | | | |
| 1 | Индийский океан | 12 С—34Ю | 50—100 В | 31/VIII—15/XII 1967 г. | 130 | 105 | 25 | 0,63 | 7,40 | 1,15 | 1,26 | — | 1,26 | 1,45 |
| 2 | Тихий океан | 20—40 С | 140—150 | 25/IV—16/VI 1967 г. | 79 | 60 | 19 | 1,30 | 6,84 | 2,84 | 1,34 | — | 1,33 | 1,13 |
| 3 | „ „ | 10—32 | 130 | 8—15/VIII 1959 г. | 48 | 21 | 27 | 0,18 | 8,60 | 0,24 | 1,24 | — | 1,26 | 1,09 |
| 4 | Японское море | 1—3 Ю | 105—118 | 2—6/VIII 1959 г. | 30 | 28 | 11 | 0,23 | 7,80 | 0,40 | 1,17 | — | 1,26 | 1,39 |
| 5 | Тихий океан | 40 С—65 Ю | 120—150 | 15/XII 1966 г.—4/VIII 1967 г. | 309 | 268 | 41 | 1,13 | 7,50 | 2,1 | 0,99 | 0,95 | 1,31 | 1,41 |
| 6 | „ „ | 40 С | 120—160 | 1963—1965 гг. | 304 | 232 | 73 | 0,73 | 6,43 | 1,7 | 0,99 | 0,94 | 1,28 | 1,60 |
| 7 | „ „ | 0—50 | 130 В—130 З | XI 1965 г.—I 1966 г. | 232 | 141 | 89 | 0,47 | 7,40 | 2,9 | 0,95 | 1,04 | 1,33 | 1,60 |
| 8 | „ „ | 24—10 | 124—110 В | 17—22/II 1970 г. | 26 | 24 | 0 | 2,11 | 4,80 | 3,7 | 1,05 | 0,95 | 1,43 | 1,38 |
| 9 | „ „ | 10—0 | 111—68 | 22/II—8/III | 61 | 60 | 0 | 0,92 | 3,07 | 2,5 | 1,00 | 0,97 | 1,38 | 1,37 |
| 10 | „ „ | 0—8 Ю | 68—65 В | 9—16/III | 64 | 64 | 0 | 0,99 | 3,55 | 2,3 | 1,00 | 1,03 | 1,38 | 1,35 |
| 11 | „ „ | 8—27 | 65 | 17/III—6/IV | 63 | 56 | 2 | 0,75 | 7,42 | 0,37 | 0,99 | 1,04 | 1,26 | 1,30 |
| 12 | „ „ | 27—40 | 65 | 7—14/IV | 64 | 49 | 12 | 0,77 | 6,83 | 0,45 | 1,23 | 1,03 | 1,27 | 1,11 |
| 13 | „ „ | 40 | 65 | 15—19/IV | 32 | 12 | 15 | —0,04 | 8,22 | —0,16 | 0,25 | 1,45 | 1,18 | 2,8 |
| 14 | „ „ | 40—26 | 65—113 | 20/IV—4/V | 61 | 56 | 3 | 1,95 | 4,74 | 1,87 | 0,78 | 0,91 | 1,35 | 1,57 |

| № п/п | Район | Координаты, град. | | Дата | Число часовых серий | | | $T_w - T_a$ ($z$=10 м) | $\bar{u}$ ($z$=10 м) | $\overline{Ri}_w \cdot 10^2$ | $\frac{\Delta \overline{T} \overline{u}}{\Delta \overline{T u}}$ | $\frac{\Delta \overline{e} \cdot \overline{u}}{\Delta \overline{e \cdot u}}$ | St $(\overline{Ri}_w) \cdot 10^3$ | $St_{клим} \cdot 10^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | широта | долгота | | всего | при неустойчивой стратиф. | при инверсиях | | | | | | | |
| 15 | Тихий океан | 26—9 | 113—123 | 5—9/V | 32 | 32 | 0 | 2,41 | 5,88 | 1,87 | 0,68 | 1,00 | 1,35 | 1,72 |
| 16 | „ „ | 9 Ю—8 С | 123—128 | 10—14/V | 32 | 32 | 0 | 1,87 | 3,30 | 4,06 | 0,99 | 1,04 | 1,43 | 1,44 |
| 17 | „ „ | 8—26 С | 128—133 | 15—18/V | 36 | 36 | 0 | 1,20 | 4,23 | 1,90 | 1,00 | 1,03 | 1,34 | 1,35 |
| 18 | „ „ | 26—37 | 133—160 | 19—28/V | 37 | 8 | 28 | 0,50 | 7,42 | —0,25 | 0,70 | 1,29 | 1,19 | 1,24 |
| 19 | „ „ | 37—54 | 160—170 | 29/V—11/VI | 102 | 38 | 53 | 0,47 | 6,35 | 0,31 | 1,27 | 1,03 | 1,15 | 1,45 |
| 20 | „ „ | 54—42 | 160—135 | 12—25/VI | 102 | 31 | 59 | —0,46 | 5,07 | —0,44 | 1,09 | 0,95 | 1,07 | 1,25 |
| 21 | „ „ | 27—17 | 126—119 | 25—28/V | 24 | 13 | 10 | 0,36 | 9,54 | 0,11 | 5,3 | 1,09 | 1,28 | 0,61 |
| 22 | „ „ | 17—5 | 119—106 | 29/V—1/VI | 27 | 27 | 0 | 1,57 | 4,60 | 2,06 | 1,00 | 0,99 | 1,35 | 1,38 |
| 23 | „ „ | 5—3 | 106—84 | 7—10/VI | 27 | 7 | 11 | —0,063 | 9,45 | —0,02 | 0,88 | 1,00 | 1,27 | 1,15 |
| 24 | „ „ | 3—0 | 84—70 | 11—14/VI | 24 | 19 | 1 | 0,48 | 8,50 | 0,20 | 1,19 | 1,07 | 1,26 | 1,19 |
| 25 | „ „ | 0—8 Ю | 68—65 | 15—18/VI | 30 | 30 | 0 | 1,00 | 6,08 | 0,80 | 1,13 | 0,98 | 1,27 | 1,25 |
| 26 | „ „ | 9—22 | 65 | 19—29/VI | 30 | 30 | 0 | 1,39 | 0,90 | 0,34 | 1,06 | 0,98 | 1,32 | 1,30 |
| 27 | „ „ | 22—34 | 65 | 30/VI—3/VII | 32 | 27 | 4 | 1,40 | 8,93 | 0,53 | 0,98 | 0,97 | 1,31 | 1,39 |
| 28 | „ „ | 19—5 Ю | 57—77 В | 2—6/VIII | 27 | 26 | 1 | 0,89 | 10,95 | 0,33 | 1,00 | 1,01 | 1,32 | 1,33 |
| 29 | „ „ | 1—22 С | 87—122 | 15—29/VIII | 27 | 21 | 2 | 0,43 | 4,67 | 0,55 | 1,01 | 1,00 | 1,25 | 1,27 |
| 30 | „ „ | 22—34 | 122—129 | 30/VIII—1/IX | 19 | 12 | 2 | 0,37 | 5,30 | 0,37 | 1,00 | 1,02 | 1,24 | 1,27 |

из-за чего величина $St_{клим}$ возросла до $2{,}8 \cdot 10^{-3}$. Естественно, что при малых средних значениях $\Delta T_{0-10}$, обусловленных наличием как положительных, так и отрицательных отклонений, ошибки в оценках отношений $\frac{\overline{\Delta T u}}{\overline{\Delta T}\,\overline{u}}$ сильно возрастают. Отношение $\frac{\overline{\Delta e u}}{\overline{\Delta e}\,\overline{u}}$ оказалось более устойчивым именно потому, что отрицательные значения $\Delta e_{0-10}$ встречались сравнительно редко.

Когда весь материал наблюдений, использованный в строках 8—30 был сгруппирован по интервалам значений $\Delta T_{0-10}$ (табл. 2), то отношения $\frac{\overline{\Delta T u}}{\overline{\Delta T}\,\overline{u}}$ и $\frac{\overline{\Delta e u}}{\overline{\Delta e}\,\overline{u}}$ оказались гораздо более устойчивыми и близкими к единице внутри каждого диапазона $\Delta T$. Исключение составил лишь диапазон значений $\Delta T_{0-10}$ от —0,1° до +0,1°, где величину $\frac{\overline{\Delta T u}}{\overline{\Delta T}\,\overline{u}}$ просто невозможно получить, так как она представляет собой отношение $\sim \frac{0}{0}$ и получается с очень большой погрешностью.

Таблица 2

| $u$ | $\Delta\overline{T}_{0-10}$ | $\Delta\overline{e}_{0-10}$ | $\frac{\overline{\Delta T u}}{\overline{\Delta T}\,\overline{u}}$ | $\frac{\overline{\Delta e u}}{\overline{\Delta e}\,\overline{u}}$ | $Ri_w \cdot 10^3$ | $St_{микро} \cdot 10^3$ | $St_{клим} \cdot 10^3$ по $\Delta T$ | $St_{клим} \cdot 10^3$ по $\Delta e$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Данные НИС „А. И. Воейков“ | | | | | |
| 14,8 | 7,20 | 14,0 | 1,00 | 1,00 | 1,22 | 1,41 | 1,44 | 1,42 | 4 |
| 8,14 | 4,64 | 13,1 | 1,00 | 0,91 | 3,1 | 1,39 | 1,35 | 1,48 | 14 |
| 4,76 | 2,66 | 10,1 | 1,00 | 1,03 | 4,8 | 1,41 | 1,44 | 1,39 | 70 |
| 4,65 | 1,34 | 9,62 | 0,99 | 0,98 | 3,0 | 1,35 | 1,37 | 1,25 | 202 |
| 4,70 | 0,75 | 8,4 | 1,00 | 1,13 | 1,9 | 1,30 | 1,33 | 1,17 | 125 |
| 6,13 | 0,35 | 5,6 | 0,97 | 1,02 | 1,1 | 1,26 | 1,33 | 1,25 | 82 |
| 6,40 | 0,00 | 2,6 | — | 0,86 | 0,00 | 1,21 | — | 1,45 | 47 |
| 7,35 | —0,33 | 1,5 | 0,97 | 1,15 | —0,34 | 1,19 | 1,20 | 0,99 | 52 |
| 7,2 | —0,70 | 0,51 | 0,99 | 1,22 | —0,44 | 1,14 | 1,09 | 0,86 | 35 |
| 5,6 | —1,35 | —0,54 | 1,08 | 1,04 | —1,40 | 0,86 | 0,79 | 0,79 | 48 |
| 5,84 | —2,21 | —1,30 | 1,01 | 0,96 | —2,10 | 0,74 | 0,84 | 0,85 | 15 |
| | | | | Данные НИС „М. Ю. Шокальский“ | | | | | |
| 5,22 | 3,54 | 9,07 | 1,01 | 1,02 | 4,3 | 1,44 | 1,45 | 1,41 | 5 |
| 8,58 | 2,32 | 11,1 | 1,21 | 1,05 | 1,45 | 1,36 | 1,31 | 1,30 | 35 |
| 7,77 | 1,38 | 10,2 | 1,01 | 0,98 | 1,00 | 1,33 | 1,34 | 1,55 | 67 |
| 7,49 | 0,51 | 9,03 | 1,03 | 0,98 | 0,36 | 1,24 | 1,26 | 1,31 | 105 |
| 8,13 | 0,00 | 8,06 | — | 0,98 | 0,00 | 1,25 | — | 1,32 | 25 |
| 10,2 | —0,36 | 6,45 | 1,00 | 1,06 | —0,12 | 1,29 | 1,26 | 1,29 | 29 |
| 12,8 | —1,25 | 3,95 | 1,00 | 0,99 | —0,25 | 1,33 | 1,30 | 1,31 | 2 |

Значения в строках 13 и 21 иллюстрируют просто погрешность расчета $\frac{\overline{\Delta T u}}{\overline{u}\,\overline{\Delta T}}$, о которой уже говорилось выше.

Приведенные в табл. 1 и 2 значения $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ получены в результате вычисления отношений по формулам (2).

Значения $\overline{P}$ и $\overline{LE}$ внутри каждой строки таблицы были получены путем усреднения всех значений потоков тепла и водяного пара, которые вычислялись по формулам (1) для всех использованных сроков наблюдений при помощи функции $\mathrm{St}_{\text{микро}}$, приведенной на рис. 1.

Для сравнения в табл. 2 рядом с полученными значениями $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ приведены значения $\mathrm{St}_{\text{микро}}$ для средних значений скорости ветра $\overline{u}$ и числа Ричардсона $\overline{\mathrm{Ri}}_w$ — в пределах каждой строки. Поправка на стратификацию влажности была введена в $\overline{\mathrm{Ri}}_w$ всюду, за исключением тех случаев, когда градиент температуры и градиент влажности имели разные знаки, так как при этом отношение Боуэна получается с большой погрешностью. Однако это не должно было сильно исказить результаты, так как в этих случаях сами значения $\mathrm{Ri}_w$ были малы.

Из табл. 1 следует, что в среднем по всем данным величина $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ примерно на 6—7% превышает значения $\mathrm{St}_{\text{микро}}(\overline{\mathrm{Ri}}_w, \overline{u})$.

Из табл. 1 и 2 следует также, что корреляция между скоростью ветра и перепадом температур (или влажностей) вода — воздух, вычисленная по достаточно длинным рядам, очень мала.

К такому же выводу пришли авторы работы [4], вычислившие эту корреляцию по данным ежесуточных полуночных наблюдений кораблей погоды A, B, D, К и E. Согласно результатам [4], среднемесячная величина отношения $\frac{\overline{\Delta e}\,\overline{u}}{\overline{\Delta e u}}$ меняется в пределах от 0,85 до 1,10, но отрицательная корреляция между $u$ и $\Delta e$ преобладает: отношение $\frac{\overline{\Delta e}\,\overline{u}}{\overline{\Delta e u}}$ превышает единицу в 46 случаях из 60. В среднем величина этого отношения по [4] равна 1,02. По данным табл. 1 получается в среднем также почти нулевая корреляция, хотя в ряде коротких рейсов отношение $\frac{\overline{\Delta T}\,\overline{u}}{\overline{\Delta T u}}$ отличается от единицы, причем корреляция $u$ и $\Delta T$ имеет отрицательный знак, как и над сушей.

Малость корреляции между скоростью ветра и перепадами $T$ и $e$ над океаном означает, что полученное по данным табл. 1 небольшое превышение $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ над $\mathrm{St}_{\text{микро}}(\overline{\mathrm{Ri}}_w, \overline{u})$ можно отнести за счет поведения функции $\mathrm{St}_{\text{микро}}$ от $\mathrm{Ri}_w$.

Действительно, по приведенной на рис. 1 зависимости $\mathrm{St}(\mathrm{Ri}_w, u)$ можно оценить разность между $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ и $\mathrm{St}_{\text{микро}}$ для любого массива данных наблюдений, если знать функцию распределения вероятностей значений $u$ и $\Delta T$ внутри этого массива. Такого рода оценку можно провести в простейшей форме, а именно: 1) в предположении о независимости отдельных значений $u$ и $\Delta T$; 2) при замене гауссовой кривой распределения значений $\Delta T$ около $\overline{\Delta T}$ прямоугольником шириной $2\sigma$, где $\sigma$ — дисперсия значений $\Delta T$.

Такая замена введена исключительно для удобства расчета и вряд ли может заметно сказаться на результатах.

В табл. 3 приведены значения $T_w - T_a$ и их дисперсий (все величины приведены в градусах) для корабля погоды А, вычисленные по дисперсиям $\sigma$, полученным из результатов обработки данных кораблей погоды [4].

Таблица 3

| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_w - T_a$ | 3,4 | 2,7 | 2,2 | 1,9 | 1,0 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 1,3 | 1,6 | 2,0 | 2,8 |
| $\sigma$ | 2,7 | 2,6 | 2,6 | 2,4 | 1,8 | 1,6 | 1,7 | 1,5 | 2,1 | 2,1 | 2,4 | 2,6 |
| $\frac{St_{\text{клим}}}{St_{\text{микро}}}$ | 1,03 | 1,03 | 1,04 | 1,05 | 1,06 | 1,09 | 1,07 | 1,05 | 1,06 | 1,04 | 1,04 | 1,03 |

Если считать скорость ветра постоянной в пределах каждого месяца, что можно сделать, так как зависимость $\mathrm{St}_{\text{микро}}$ от $u$ в общем слабее, чем от перепада температур, то нетрудно получить величину отношения $\frac{\mathrm{St}_{\text{клим}}}{\mathrm{St}_{\text{микро}}(\overline{\mathrm{Ri}}_w, \bar{u})}$ (табл. 3). Из табл. 3 следует, что полученные величины отношения хорошо согласуются с результатами оценок по натурным данным.

Следовательно, все полученные оценки подтверждают вывод о том, что число $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ не может сильно отличаться от значения $\mathrm{St}_{\text{микро}}$ в точке $u = \bar{u}$ и $\mathrm{Ri}_w = \overline{\mathrm{Ri}}_w$.

Однако можно представить себе такой набор данных, где эти отличия будут очень велики. Очевидно, что это будет в том случае, когда $\Delta T$ близко к нулю, а дисперсия значений $\Delta T$ велика.

Для иллюстрации этого разложим функцию $\mathrm{St}(u, \mathrm{Ri}_w)$ в ряд Тэйлора, ограничившись первыми членами разложения. Тогда из формулы (2) получим

$$\mathrm{St}_{\text{клим}} = \mathrm{St}(\overline{\mathrm{Ri}}_w, \bar{u}) + \frac{\partial\,\mathrm{St}}{\partial \Delta T}\frac{\sigma_{\text{т}}^2}{\overline{\Delta T}} + \frac{\partial\,\mathrm{St}}{\partial u}\frac{\sigma_u^2}{\bar{u}}. \tag{3}$$

Так как $\frac{\partial\,\mathrm{St}}{\partial \Delta T} = \frac{2\cdot 10^{-5}}{1^\circ}$, а $\frac{\partial\,\mathrm{St}}{\partial u} \approx \frac{2\cdot 10^{-5}}{1\ \text{м/сек}}$, отношение $\frac{\sigma_u}{\bar{u}}$ всегда невелико, а отношение $\frac{\sigma_{\text{т}}}{\overline{\Delta T}}$ при $\overline{\Delta T}$, близких к нулю, может стать очень большим, то из формулы (3) следует, что при малых $\overline{\Delta T}$ величины $\mathrm{St}_{\text{клим}}$ могут сильно отличаться от $\mathrm{St}_{\text{микро}}$, причем в любую сторону в зависимости от знака $\overline{\Delta T}$. Однако это обстоятельство вряд ли существенно для климатологических расчетов, так как при этом сами потоки тепла очень малы.

Если величина $\mathrm{St}_{\text{клим}}$, определяемая из условия замыкания теплового баланса Мирового океана, в целом составляет величину

$1{,}8 \div 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ [5], то влиянием стратификации нельзя целиком объяснить эту разницу; причину этого скорее всего следует искать в резком повышении тепло- и влагообмена с океаном в штормовых условиях за счет наличия брызг и пены.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Бортковский Р. С., Бютнер Э. К. Расчет коэффициента теплообмена над морем. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1969, т. 5, № 5.
2. Robinson G. D. Another look at some problems of the air — sea interface. Quart. Journ. of Roy. Met. Soc. 92, No 394, 1966.
3. Кучеров Н. В. О градиентных измерениях в открытом море. — Океанология, 1963, № 1.
4. Kraus E. B., Morrison R. E. Local interaction between the sea and the air at monthly and annual time scales. Quart. Journ. of Roy. Met. Soc. 92, No 391, 1966.
5. Будыко М. И., Гандин Л. С. Об определении турбулентного теплообмена между океаном и атмосферой. — Метеорология и гидрология, 1966, № 11.
6. Радикевич В. М. О методах расчета потоков тепла и влаги с поверхности моря. — Тр. ЛГМИ, 1968, вып. 27.

Т. В. КИРИЛЛОВА

# АЛЬБЕДО ОКЕАНА

Задачей настоящей работы явилась разработка методики получения характерных среднесуточных и среднемесячных значений альбедо по данным эпизодических рейсовых наблюдений на кораблях, а также сопоставление полученных на основании этой методики характерных значений альбедо с рекомендуемыми в настоящее время величинами для различных месяцев года на различных широтах.

Исходными данными служили наблюдения отраженной и суммарной радиации в нескольких рейсах научно-исследовательских судов «М. Ю. Шокальский» (рейсы 12, 13, 14) и «А. И. Воейков» (рейсы 14, 15) в северных широтах Тихого океана. Поскольку в районах плавания судов прозрачность вод, определенная по белому диску, была больше 15 м, влияние разной прозрачности на изменения альбедо можно было не учитывать [1] и рассматривать наблюденные величины альбедо зависящими от высоты солнца, условий погоды и степени волнения.

В табл. 1 представлены результаты обработки наблюдений над альбедо в зависимости от высоты солнца без учета погодных условий и степени волнения.

Таблица 1

| | $h^0$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0—10 | 10—20 | 20—30 | 30—40 | 40—50 | 50—60 | 60—70 | 70—80 | 80—90 |
| $A$ | 0,17 | 0,125 | 0,09 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,04 |
| $N$ | 224 | 404 | 460 | 420 | 425 | 463 | 313 | 55 | 28 |
| $\sigma$ | 0,084 | 0,066 | 0,046 | 0,036 | 0,026 | 0,021 | 0,020 | 0,020 | 0,012 |

Выделяя случаи ясной погоды, к которым относились наблюдения при состоянии диска солнца $\odot^2$ и количестве облаков, меньшем 2 баллов, и случаи пасмурной погоды, к которым относились наблюдения при состоянии диска солнца П и облачности больше 8 баллов, мы получили средние данные (табл. 2).

Данные табл. 2 говорят о том, что значения альбедо при пасмурном небе превышают значения при ясном примерно на 2%. Эти различия прослеживаются во всех интервалах высот солнца, кроме самых малых (0—10°). Этот результат является несколько

Таблица 2

| | $h^0$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 |
| | Ясная погода | | | | | | |
| $A$ | 0,16 | 0,10 | 0,08 | 0,07 | 0,05 | 0,04 | 0,04 |
| $N$ | 24 | 22 | 17 | 18 | 39 | 20 | 13 |
| $\sigma$ | 0,15 | 0,12 | 0,11 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
| | Пасмурная погода | | | | | | |
| $A$ | 0,15 | 0,12 | 0,11 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
| $N$ | 40 | 69 | 97 | 74 | 64 | 87 | 49 |
| $\sigma$ | 0,09 | 0,07 | 0,06 | 0,03 | 0,02 | 0,02 | 0,01 |

неожиданным, поскольку по другим данным [2] отмечается изменение знака различий при высоте солнца около 30°. Как следует из последних строк табл. 1 и 2, дисперсия средних значений альбедо велика и в условиях ясной погоды сравнима с самой измеряемой величиной. Этим условиям соответствует, правда, меньшее число наблюдений. Величина дисперсии уменьшается с увеличением высоты солнца, что и следовало ожидать, поскольку при этом растет величина отраженной радиации и уменьшается ошибка в расчете альбедо.

Данные по дисперсии, представленные в табл. 1, можно считать хорошо обеспеченными, поскольку основанием для их расчета является число наблюдений, превышающее 2500.

Регистрация дневных сумм отраженной и суммарной радиации дает возможность рассчитать среднедневные значения альбедо океанической поверхности в зависимости от полуденной высоты солнца (для средних значений широты и долготы района плавания судна за день расчета) (табл. 3).

Таблица 3

| | $h^0_{полуд}$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 | 70–80 | 80–90 |
| $A$ | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 |
| $N$ | 9 | 28 | 13 | 50 | 79 | 27 | 19 |
| $\sigma$ | 0,023 | 0,016 | 0,019 | 0,018 | 0,017 | 0,015 | 0,012 |

При определении средних за день значений альбедо дисперсия значительно меньше, чем дисперсия значений альбедо, соответствующих фиксированным высотам солнца, и мало меняется с изменением полуденной высоты солнца, что свидетельствует о большей надежности данных, представленных в табл. 3. Данные по альбедо здесь соответствуют средним условиям за период наблюдений.

Для климатологических расчетов наибольший интерес представляют именно среднедневные или, как их часто называют, среднесуточные значения альбедо. Данные табл. 3 позволяют по полуденной высоте солнца получить среднедневные величины альбедо для различных месяцев года и для различных широт.

В работе [2] нами был предложен метод определения среднедневных величин альбедо, если известна зависимость альбедо от высоты солнца в моменты наблюдений и характерные для данной широты значения так называемых эффективных высот солнца. Эффективной высотой солнца мы называем ту высоту, при которой измеренная величина альбедо равна его среднедневному значению. Величины эффективных высот солнца будут меняться и зависеть от полуденных высот солнца. Этот метод, разработанный

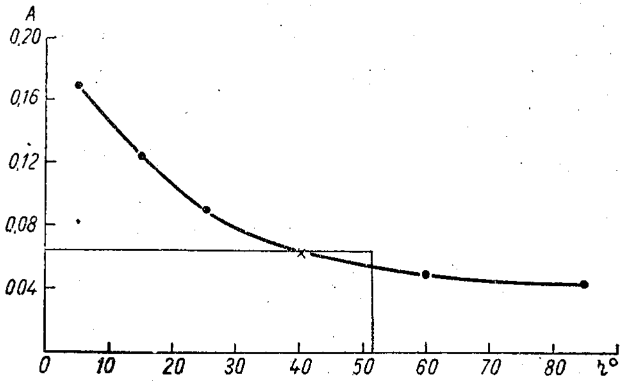



Рис. 1. Зависимость альбедо от высоты солнца

для озер и водохранилищ, может быть применен и для океанов, когда требуется по данным наблюдений в ограниченном интервале высот солнца оценить средние за день величины альбедо. В качестве примера рассмотрим июль и пункт наблюдений на широте 60°. Значения эффективных высот солнца мы можем получить, если на кривую зависимости альбедо от высоты солнца в момент наблюдений, построенную по данным табл. 1, нанести среднедневные значения альбедо, полученные в табл. 3.

На рис. 1 представлена такая кривая (пример определения эффективной высоты солнца для широты 60°) и результаты расчета поправочных коэффициентов $\frac{A_{ср}}{A_h}$ (табл. 4), на которые нужно умножить наблюденные при высоте солнца $h$ величины альбедо для того, чтобы получить среднедневное значение $A_{ср}$.

Таблица 4

| φ° | h° | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 60 | 0,40 | 0,55 | 0,75 | 0,95 | 1,10 |

Таким же образом могут быть получены поправочные множители для других месяцев и для других широт.

Полученные нами результаты интересно сопоставить с используемыми в настоящее время средними значениями альбедо, полученными на основании расчетов. Для такого сопоставления мы приводим в табл. 5 данные среднемесячных величин альбедо по результатам нашей обработки наблюдений (см. табл. 3) с учетом полуденной высоты солнца на середину каждого месяца; данные, использованные при построении «Атласа теплового баланса» М. И. Будыко [3]; данные из работы Н. А. Тимофеева [4] и данные для Тихого океана, рекомендуемые В. С. Самойленко [5]. Следует отметить, что сопоставляемые величины не являются совершенно однородными, поскольку данные наблюдений автора охватывают всевозможные погодные условия и относятся к средним условиям волнения. При расчетах таблиц, использованных в [3], учтены различия в альбедо ясного и пасмурного неба, однако не учтено влияние волнения. Таблицы Н. А. Тимофеева даны для условий безоблачного неба, В. С. Самойленко учтены все факторы, влияющие на альбедо. Тем не менее, основное, что следует из табл. 5, — это хорошее согласование рассчитанных и наблюденных величин. Различия отмечаются на широте 70°. Что касается данных В. С. Самойленко, то они оказываются завышенными.

Таблица 5

**Среднемесячные величины альбедо**

| Месяц | Данные | φ° | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 70 | 60 | 50 | 30 | 40 | 20 | 10 | 0 |
| III | Автора | — | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 |
| | [3] | 0,15 | 0,11 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [4] | 0,16 | 0,11 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [5] | 0,17 | 0,13 | 0,10 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | — | — |
| VII | Автора | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [3] | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [4] | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [5] | 0,10 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | — | — |
| IX | Автора | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [3] | 0,13 | 0,09 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [4] | 0,13 | 0,09 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | [5] | 0,14 | 0,11 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | — | — |

Несмотря на ограниченный материал использованных экспедиционных наблюдений, полученные результаты представляются нам убедительными.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Кириллова Т. В., Несина Л. В. Альбедо суммарной радиации для озер и водохранилищ. — Метеорология и гидрология, 1970, № 12.
2. Кириллова Т. В. Радиационный режим озер и водохранилищ. Л., Гидрометеоиздат, 1970.
3. Атлас теплового баланса земного шара. Под ред. М. И. Будыко. М., 1963.
4. Тимофеев Н. А., Шаханова Т. В., Шутова Е. Н. Метод расчета режимных значений составляющих радиационного баланса морей и океанов. — В кн.: «Гидрофизические и гидрохимические исследования». Т. 42. Киев, «Наукова думка», 1969.
5. Метеорологические условия над Тихим океаном. Под ред. В. С. Самойленко. — В кн.: «Тихий океан». Т. 1. М., «Наука», 1966.

*Б. Н. ЕГОРОВ*

# ПРОЗРАЧНОСТЬ АТМОСФЕРЫ НАД СЕВЕРНОЙ АТЛАНТИКОЙ

Прозрачность атмосферы над акваторией океана до настоящего времени исследована еще недостаточно. Одной из причин этого является малое количество актинометрических наблюдений на океанах и трудность обобщения рейсовых наблюдений применительно к определенным районам океана.

В настоящей работе предпринята попытка получить характеристики прозрачности атмосферы по данным актинометрических наблюдений в рейсах экспедиционных судов. Исходными материалами послужили срочные актинометрические наблюдения и данные аэрологического зондирования атмосферы, производившиеся на экспедиционных судах. Для исследования характеристик прозрачности были использованы актинометрические наблюдения, производившиеся в 31 рейсе вышеуказанных судов в период с 1958 по 1969 гг., причем в 17 из них имелось также и аэрологическое зондирование.

Коэффициент прозрачности атмосферы при массе атмосферы $m=2$ определялся согласно методическим указаниям, составленным С. И. Сивковым [9]. Вычисленные значения коэффициента прозрачности группировались по 10-градусным по широте и долготе квадратам и для каждого квадрата вычислялись их средние значения (табл. 1).

На основании данных табл. 1 построены схематические карты сезонного распределения коэффициента прозрачности ($P_2$) по акватории Северной Атлантики (рис. 1). Из карт видно, что прозрачность атмосферы над Северной Атлантикой подвержена как сезонным, так и широтным изменениям. В годовом ходе отмечается увеличение прозрачности от теплого полугодия к холодному. По акватории океана прозрачность увеличивается от низких широт к высоким и от прибрежных районов к центральным. В отдельных случаях (лето, $\varphi=30°$) увеличение коэффициента прозрачности от прибрежных к центральным районам океана достигает 12%.

В табл. 2 представлены среднеширотные значения коэффициента прозрачности над океаном в интервале широт 10—60°, полученные на основе построенных карт. В скобки заключены значения прозрачности, полученные по недостаточному числу данных. Из этой таблицы видно, что в низких широтах значения коэффициента

Таблица 1

**Средние значения коэффициента прозрачности по квадратам океана**

| φ° | λ° 5 | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Лето | | | | |
| 5 | — | 0,640 (7) | 0,700 (15) | 0,697 (57) | — | — | — | — |
| 15 | — | — | 0,718 (14) | — | — | — | — | — |
| 25 | — | 0,663 (30) | 0,707 (35) | 0,704 (33) | 0,711 (9) | 0,700 (12) | 0,704 (4) | — |
| 35 | — | 0,707 (102) | 0,739 (18) | 0,739 (139) | 0,707 (17) | 0,711 (81) | 0,647 (44) | — |
| 45 | 0,728 (14) | 0,725 (15) | 0,735 (45) | 0,749 (4) | — | 0,759 (13) | 0,735 (79) | — |
| 55 | 0,746 (25) | 0,759 (64) | 0,759 (3) | — | 0,752 (4) | — | — | — |
| 65 | 0,752 (45) | 0,762 (18) | 0,785 (16) | 0,795 (5) | | — | — | — |
| | | | | Осень | | | | |
| 5 | — | 0,711 (12) | 0,718 (30) | — | — | — | — | — |
| 15 | — | 0,674 (22) | 0,693 (92) | — | — | — | — | — |
| 25 | — | 0,721 (29) | 0,732 (30) | — | — | — | — | — |
| 35 | — | 0,742 (9) | 0,749 (8) | — | — | 0,685 (26) | 0,704 (34) | — |
| 45 | — | 0,742 (16) | 0,735 (35) | 0,772 (20) | — | — | — | — |
| 55 | 0,746 (19) | 0,732 (15) | 0,756 (15) | 0,801 (7) | — | 0,775 (3) | — | — |
| 65 | 0,785 (14) | 0,776 (41) | 0,804 (30) | — | — | — | — | — |

*Продолжение табл. 1*

| φ° | λ° | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 |
| | | | | Зима | | | | |
| 5 | — | 0,666 (9) | 0,697 (5) | — | — | — | — | — |
| 15 | — | — | — | 0,685 (5) | — | — | — | — |
| 25 | — | — | — | 0,721 (19) | — | — | — | — |
| 35 | 0,756 (15) | 0,746 (55) | 0,746 (29) | 0,765 (18) | — | 0,714 (6) | 0,756 (6) | — |
| 45 | 0,742 (5) | 0,758 (5) | — | — | — | — | — | — |
| 55 | — | — | 0,810 (3) | — | 0,772 (3) | — | — | — |
| 65 | 0,813 (3) | — | 0,841 (5) | — | — | — | — | — |
| | | | | Весна | | | | |
| 5 | — | 0,678 (8) | — | 0,666 (19) | — | — | — | — |
| 15 | — | 0,682 (11) | 0,711 (10) | 0,693 (17) | 0,697 (10) | 0,721 (14) | — | — |
| 25 | — | 0,725 (23) | 0,711 (12) | — | — | — | 0,711 (34) | 0,693 (55) |
| 35 | 0,735 (7) | 0,721 (28) | 0,732 (20) | 0,725 (20) | — | 0,739 (20) | 0,735 (68) | 0,721 (12) |
| 45 | 0,728 (12) | 0,732 (9) | 0,732 (8) | — | — | 0,759 (12) | 0,749 (23) | — |
| 55 | 0,742 (16) | 0,735 (15) | 0,756 (9) | — | 0,770 (4) | — | — | — |
| 65 | 0,765 (14) | 0,776 (3) | 0,789 (7) | — | — | — | — | — |

Примечание. Значения φ и λ даны на середину квадрата, в скобках указано число наблюдений.

прозрачности характеризуется незначительными сезонными изменениями. Начиная с широты 30° прослеживается годовой ход $P_2$ с максимумом зимой, минимумом летом при незначительном росте различия в значениях коэффициента прозрачности с увеличением

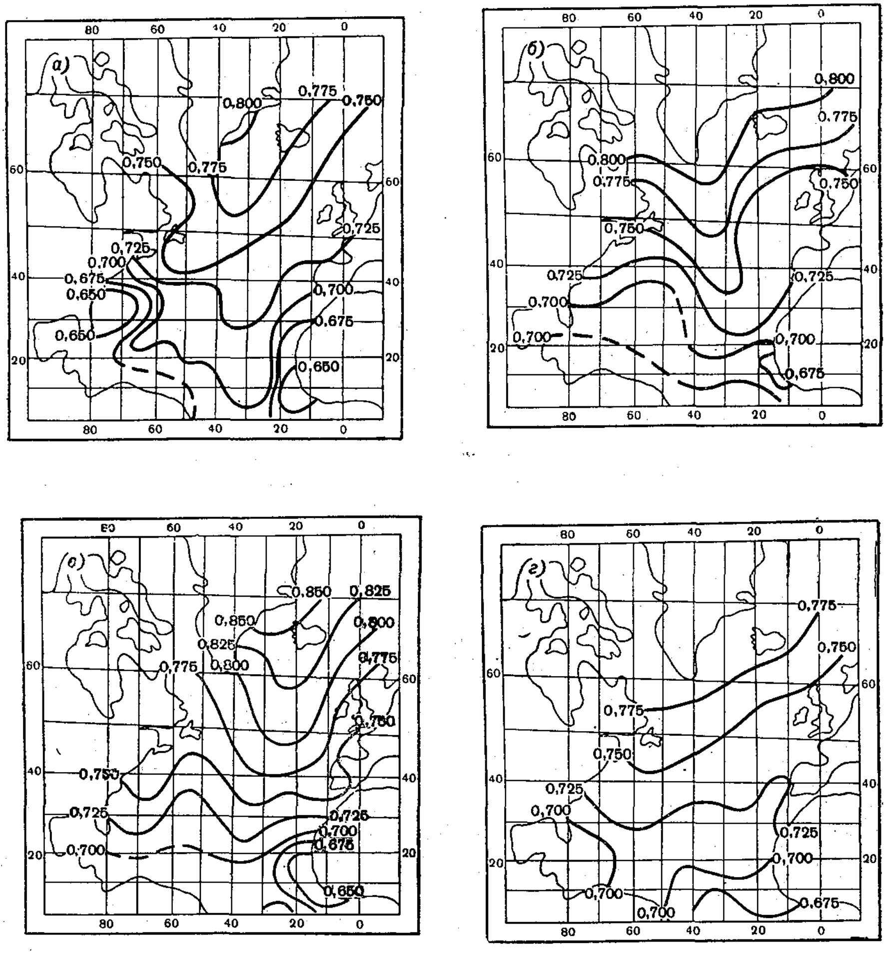



Рис. 1. Средние значения коэффициента прозрачности по акватории Северной Атлантики:

*а — лето, б — осень, в — зима, г — весна*

широты. Так, на широтах 40 и 50° зимние значения коэффициента прозрачности превышают летние на 0,035, а на широте 60° — на 0.040.

Представляет интерес сравнить прозрачность над Северной Атлантикой и на аналогичных широтах на континенте.

Таблица 2

**Среднеширотные значения коэффициента прозрачности $P_2$ над Северной Атлантикой**

| Сезон | φ° | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| Лето | (0,685) | (0,695) | 0,705 | 0,725 | 0,745 | 0,765 |
| Осень | (0,700) | (0,700) | 0,710 | 0,735 | 0,755 | 0,780 |
| Зима | — | (0,695) | 0,725 | 0,760 | 0,780 | 0,805 |
| Весна | (0,685) | 0,705 | 0,720 | 0,735 | 0,750 | (0,770) |

В табл. 3 приведены среднеширотные значения коэффициента прозрачности ($P_2$) для континента, взятые из работы З. И. Пивоваровой [5].

Таблица 3

**Прозрачность атмосферы над континентом**

| Сезон | φ° | | |
|---|---|---|---|
| | 40 | 50 | 60 |
| Лето | 0,705 | 0,720 | 0,745 |
| Осень | 0,765 | 0,765 | 0,795 |
| Зима | 0,795 | 0,785 | 0,805 |
| Весна | 0,745 | 0,755 | 0,755 |

Сравнение данных табл. 2 и 3 показывает, что прозрачность над континентом весной, осенью и зимой в среднем на 2% выше, чем на соответствующих широтах над океаном, а в летнее время прозрачность над континентом на 2% ниже, чем над океаном.

Отметим, что сезонные различия в значениях $P_2$ над континентом между зимой и летом равны: 0,090 для $\varphi=40°$, 0,065 для $\varphi=50°$, 0,060 для $\varphi=60°$ и, хотя амплитуда годового хода коэффициента прозрачности над континентом превышает соответствующую амплитуду над океаном почти в 2 раза, целесообразно в умеренных широтах над океаном учитывать годовой ход коэффициента прозрачности.

Вычисление аэрозольной составляющей ослабления прямой радиации $\Delta S_a$ производилось по формуле

$$\Delta S_a = S_0 - \Delta S_{\text{и}} - \Delta S_w - S_{\bar{\rho}_{30}}, \qquad (1)$$

где $S_0$ — солнечная постоянная, равная 1,98 кал/см$^2$·мин., $\Delta S_{\text{и}}$ — ослабление в идеальной атмосфере (при $m=2$), равное 0,36 кал/см$^2$·мин. [6], $\Delta S_w$ — величина поглощения водяным паром (при $m=2$), $S_{\bar{\rho}_{30}}$ — фактическая радиация, дошедшая до поверхности.

Величина поглощения водяным паром определялась по формуле С. В. Зверевой [3]

$$\Delta S_w = 0,184\,(\bar{m}\omega)^{0,27}. \qquad (2)$$

Влагосодержание атмосферы вычислялось по данным радиозондирования и относилось к среднему времени между выпуском и потерей радиозонда. В случаях когда актинометрические сроки не совпадали со временем определения влагосодержания, последнее на момент производства наблюдений за прямой радиацией определялось путем интерполяции между предыдущими и последующими выпусками радиозондов при условии, что интервал времени между ними не превышал 12 часов. Расчет влагосодержания осуществлялся при помощи ЭВМ «Минск-22». Всего было обработано 800 зондов, которым соответствовало около 1600 наблюдений за прямой радиацией.

Параллельно производился расчет влагосодержания по эмпирической формуле, предложенной Н. А. Тимофеевым [7]:

$$\omega = (1{,}55 + 0{,}046n)\, e_0^{1{,}075}, \qquad (3)$$

где $n$ — балл облачности, $e_0$ — наземная абсолютная влажность.

Результаты сопоставления значений $\Delta S_w$, вычисленных по аэрологическим данным, со значениями $\Delta S_{w\text{т}}$, вычисленными по влагосодержанию, полученному по формуле Тимофеева, приведены на рис. 2. Как видно из рисунка, между значениями $\Delta S_w$ и $\Delta S_{w\text{т}}$ существует тесная связь, для которой коэффициент корреляции равен 0,985. Это позволило определять влагосодержание и при отсутствии зондирования и вычислить аэрозольную составляющую ослабления прямой радиации для всех актинометрических наблюдений, представленных в табл. 1.

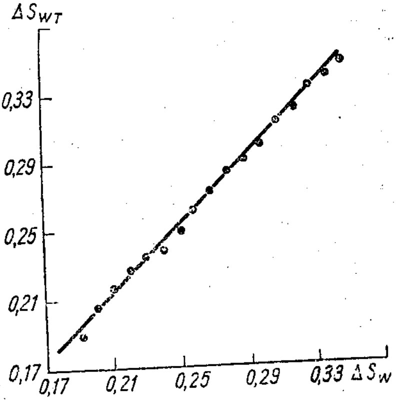


Рис. 2. Сопоставление значений аэрозольных составляющих, рассчитанных по двум методам

В результате расчетов, как и для коэффициентов прозрачности, были построены карты-схемы сезонного распределения аэрозольной составляющей по акватории Северной Атлантики, представленные на рис. 3. Из карт видно, что аэрозольная составляющая имеет как широтный, так и сезонный ход. В годовом ходе отмечается увеличение значений $\Delta S_a$ от холодного сезона к теплому, причем различие между летними и зимними значениями $\Delta S_a$ растет от низких широт к высоким. По акватории океана аэрозольная составляющая уменьшается от низких широт к высоким и от прибрежных к центральным районам океана.

Представляет интерес провести сравнение влажной и аэрозольной составляющих ослабления потока прямой радиации над океаном. В табл. 4 приведены среднеширотные значения $\Delta S_a$, снятые с карт, и значения $\Delta S_w$, полученные из уравнения (1).

Сопоставление данных табл. 4 показывает, что ослабление прямой радиации аэрозолями и водяным паром в интервалах широт 10—30° можно считать одинаковым; в более высоких широтах

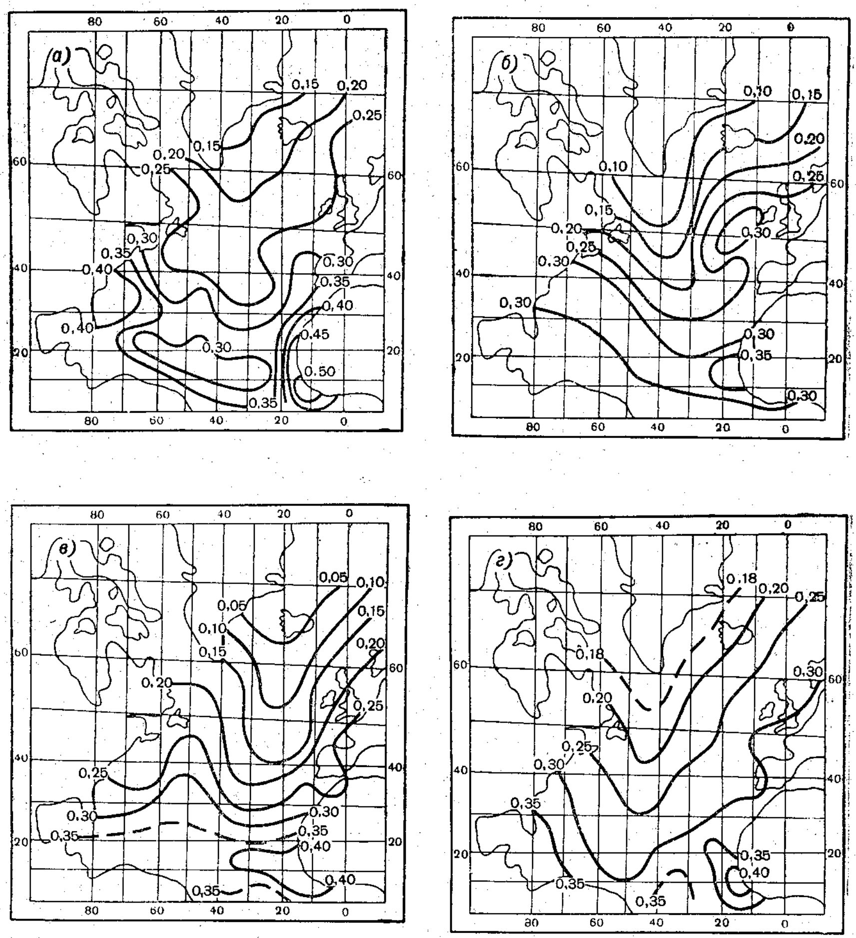



Рис. 3. Средние значения аэрозольной составляющей по акватории Северной Атлантики:

*а* — лето, *б* — осень, *в* — зима, *г* — весна

$\Delta S_w$ больше, чем $\Delta S_a$, причем разность между ними увеличивается с увеличением широты, достигая максимальных значений на широте 60°, где влажная составляющая превышает аэрозольную на 15—30%.

Сопоставим значения аэрозольной составляющей над центральными районами океана ($\lambda=35°$) с ее значениями, полученными З. И. Пивоваровой [10] для различных пунктов континента.

Таблица 4

**Среднеширотные значения составляющих ослабления потока прямой радиации над океаном**

(кал/см²·мин.)

| Сезон | $\varphi°$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| | Аэрозольная составляющая | | | | | |
| Лето | (0,35) | (0,33) | 0,32 | 0,27 | 0,24 | 0,21 |
| Осень | (0,31) | (0,32) | 0,29 | 0,25 | 0,21 | 0,18 |
| Зима | — | (0,35) | 0,29 | 0,22 | 0,17 | 0,13 |
| Весна | (0,35) | 0,32 | 0,29 | 0,26 | 0,24 | (0,22) |
| | Влажная составляющая | | | | | |
| Лето | (0,35) | (0,34) | 0,32 | 0,32 | 0,28 | 0,25 |
| Осень | (0,34) | (0,34) | 0,33 | 0,30 | 0,28 | 0,24 |
| Зима | — | (0,32) | 0,29 | 0,26 | 0,25 | 0,21 |
| Весна | (0,34) | 0,32 | 0,30 | 0,29 | 0,27 | (0,23) |

Из табл. 5 видно, что континентальные значения $\Delta S_a$ превышают океанические, причем максимальные различия между ними отмечаются летом и осенью, а минимальные — зимой и весной. В среднем аэрозольная составляющая над континентом по данным табл. 5 на 30% превышает таковую над океаном на тех же широтах. Превышение на 30% нельзя считать большим, особенно, если учесть, что для сравнения взяты районы океана, далеко удаленные от континента и, следовательно, практически не подвергающиеся его влиянию. Возможным объяснением высоких значений аэрозольного ослабления прямой радиации над океаном является вынос солевых частиц в атмосферу с поверхности океана, а также и конденсационная мутность.

Таблица 5

**Аэрозольная составляющая над океаном ($\lambda = 35$) и континентом**

| Пункт | $\varphi°$ | Континент | | | | Океан | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Зима | Весна | Лето | Осень | Зима | Весна | Лето | Осень |
| Сыктывкар | 62 | — | 0,16 | 0,17 | 0,10 | — | 0,18 | 0,16 | 0,09 |
| Омск | 55 | 0,26 | 0,29 | 0,27 | 0,32 | 0,09 | 0,19 | 0,20 | 0,08 |
| Кишинев | 47 | 0,22 | 0,35 | 0,34 | 0,25 | 0,12 | 0,22 | 0,22 | 0,14 |
| Ташкент | 42 | 0,16 | 0,23 | 0,28 | 0,26 | 0,14 | 0,22 | 0,22 | 0,16 |

Что касается прибрежных районов, то, как это видно из табл. 6, различие в значениях аэрозольной составляющей между указанными пунктами и открытыми районами океана на соответствующих широтах несколько меньше (для Владивостока и Баку, например, оно составляет около 20%). Над Аральским морем значения аэрозольной составляющей на 10% ниже значений над океаном.

Таблица 6

**Аэрозольная составляющая над океаном ($\lambda = 35°$) и прибрежными районами континента**

| Пункт | $\varphi°$ | Прибрежные районы | | | | Океан | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Зима | Весна | Лето | Осень | Зима | Весна | Лето | Осень |
| Аральское море | 45 | 0,11 | 0,19 | 0,24 | 0,13 | 0,15 | 0,23 | 0,22 | 0,15 |
| Владивосток | 42 | — | 0,29 | 0,25 | 0,19 | — | 0,25 | 0,23 | 0,17 |
| Баку | 40 | 0,19 | 0,30 | 0,35 | 0,25 | 0,18 | 0,25 | 0,24 | 0,18 |

На основании полученных среднесезонных значений коэффициента прозрачности по таблицам М. С. Аверкиева [1] нами рассчитаны возможные сезонные суммы суммарной радиации для интервала широт 40—60°, результаты расчетов приведены в табл 7. Расчет возможных сумм производился с учетом альбедо поверхности моря, значения которого взяты из работы Т. В. Кирилловой [4]. В этой же таблице для сравнения приведены сезонные суммы возможной суммарной радиации над континентом, полученные Б. М. Гальперин [2], и над океаном, рассчитанные Н. А. Тимофеевым [8].

Таблица 7

**Возможные суммы суммарной радиации над океаном и континентом**

| $\varphi°$ | Метод | Зима | Весна | Лето | Осень |
|---|---|---|---|---|---|
| 40 | Гальперин | 25,0 | 54,1 | 64,4 | 36,4 |
| | Тимофеева | 25,2 | 57,9 | 66,4 | 37,4 |
| | Автора | 23,5 | 53,6 | 63,0 | 35,2 |
| 50 | Гальперин | 15,3 | 50,0 | 62,0 | 28,4 |
| | Тимофеева | 14,9 | 52,8 | 66,0 | 28,6 |
| | Автора | 14,0 | 48,4 | 61,6 | 26,9 |
| 60 | Гальперин | 6,0 | 44,2 | 58,9 | 19,0 |
| | Тимофеева | 5,6 | 45,3 | 62,7 | 19,0 |
| | Автора | 5,6 | 42,2 | 58,9 | 18,1 |

Возможные суммы суммарной радиации над океаном у Тимофеева выше, чем они получились у нас. В среднем превышение составляет 7%. Следует отметить, что возможные суммы получены Тимофеевым при условии, что ослабление прямой радиации в атмосфере составляет 2% от общего потока при массе атмосферы $m=1$. Из наших данных следует, что на широтах 40—60° аэрозольное ослабление при $m=1$ составляет 5—13% от общего потока. По этой причине данные Тимофеева нам представляются несколько завышенными. Что касается сопоставления полученных нами сезонных сумм возможной радиации над океаном с суммами над континентом, то, как следует из табл. 7, возможные суммы над континентом в среднем на 3% выше, чем над океаном.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Аверкиев М. С. Суммарная радиация и ее компоненты при безоблачном небе в зависимости от прозрачности атмосферы для широты 40—70°. — Вестн. МГУ. Сер. геогр., 1958, № 4.
2. Гальперин Б. М. Сравнение и оценка некоторых климатологических методов расчета суммарной солнечной радиации по данным облачности. — Тр. ЛГМИ, 1963, вып. 14.
3. Зверева С. В. Прозрачность атмосферы в полярных районах. Автореф. дисс. Л., 1967.
4. Кириллова Т. В. Альбедо океана. — См. наст. сб.
5. Пивоварова З. И. Прямая солнечная радиация на территории СССР. — Тр. ГГО, 1965, вып. 169.
6. Сивков С. И. Ослабление солнечной радиации в идеальной атмосфере. — Тр. ГГО, 1965, вып. 169.
7. Тимофеев Н. А. К определению запасов воды в атмосфере над свободной ото льда поверхностью океанов. — Метеорология и гидрология, 1965, № 4.
8. Тимофеев Н. А., Шаханова Т. В., Шутова Е. К. Метод расчета режимных значений составляющих радиационного баланса морей и океанов. — Тр. МГИ, 1969, вып. 42.
9. Методические указания по определению характеристик прозрачности для актинометрических отделов гидрометеорологических обсерваторий УГМС. ГГО, Л., 1965. Отпеч. на множит. аппарате.
10. Pivovarova Z. I. Radiation including satellite techniques. WMO — No 248. TP 136. 1970.

## СОДЕРЖАНИЕ

Б. Г. Вагер, В. В. Симонов. Влияние стратификации и силы Кориолиса на строение мелкого водоема . . . . . . . . . . . . . 3
В. В. Симонов. Зависимость строения мелкого водоема от выбора формулы для масштаба турбулентности . . . . . . . . . . . . . 18
Г. Х. Цейтин. Метод расчета метеохарактеристик пограничного слоя атмосферы по заданному турбулентному потоку тепла . . . . . 26
Ф. Н. Шехтер. О влиянии лучистого теплообмена на строение пограничного слоя атмосферы . . . . . . . . . . . . . . . . . 55
З. М. Утина. Влияние горизонтального градиента температуры на характеристики турбулентности в пограничном слое . . . . . . . . 64
Е. Д. Надежина. О взаимодействии динамического и теплового процессов при трансформации воздушной массы . . . . . . . . . 71
Б. Г. Вагер, Ф. Н. Шехтер. Программа для вычисления потоков длинноволновой радиации . . . . . . . . . . . . . . . . . 79
А. А. Елисеев. Газовый приемник для измерения лучистого притока тепла в атмосфере . . . . . . . . . . . . . . . . . 86
С. И. Леготина, Г. Х. Цейтин. Об определении мгновенных значений потока тепла в почву . . . . . . . . . . . . . . . . . 92
Л. А. Ключникова. К вопросу об интенсивности обледенения палубы судов типа СРТ . . . . . . . . . . . . . . . . . . 106
Н. В. Серова. Распределение теплофизических характеристик почвы на равнинной территории СССР . . . . . . . . . . . . . . . 120
Е. Д. Надежина. Опыт теоретической оценки ветрозащитного влияния лесных полос . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 127
Г. В. Менжулин. Об аэродинамических параметрах растительного покрова . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 133
Э. К. Бютнер, Н. З. Ариель. Оценка энергии, затрачиваемой ветром на поддержание волнения и дрейфового течения при разных состояниях поверхности моря . . . . . . . . . . . . . . . 144
С. В. Марунич. Исследования структуры воздушного потока в условиях леса . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 151
А. С. Дубов, Е. В. Романов. О структуре поля влажности в приземном слое атмосферы . . . . . . . . . . . . . . . . 157
О. М. Могилевер. О модели взаимного спектра пульсаций температуры на разных уровнях в приземном слое атмосферы . . . . . . 166
А. С. Дубов, Н. В. Кучеров. К вопросу определения потоков тепла и количества движения над океаном . . . . . . . . . . . 175
Р. С. Бортковский. О механизме взаимодействия океана и атмосферы при шторме . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 187
Л. Ю. Преображенский. Оценка содержания капель-брызг в приводном слое атмосферы . . . . . . . . . . . . . . . . 194
Н. З. Ариель, Р. С. Бортковский, Э. К. Бютнер. Оценка роли штормов в тепло- и влагообмене океана с атмосферой . . . . . 200
Н. В. Кучеров, Э. К. Бютнер. О теплообмене между океаном и атмосферой . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 206
Т. В. Кириллова. Альбедо океана . . . . . . . . . . . . 215
Б. Н. Егоров. Прозрачность атмосферы над Северной Атлантикой 220

**ТРУДЫ ГГО, вып.** 282

# ФИЗИКА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Под редакцией *Э. К. Бютнер*


Редактор *Л. И. Штанникова*
Техн. редактор *М. С. Костакова*
Корректоры: *Т. В. Алексеева, Е. И. Бородина*

Сдано в набор 20/IX 1971 г. Подписано к печати 24/XII 1971 г.
Бумага тип. № 1 ф. $60 \times 90^1/_{16}$. Бум. л. 7,5. Печ. л. 15,0.
Уч.-изд. л. 16,08. Тираж 700 экз. М-25543.
Индекс МЛ-130. Гидрометеорологическое издательство.
Ленинград, В-53, 2-я линия, д. 23. Заказ 1478.
Цена 1 руб. 13 коп.

Ленинградская типография № 12 им. М. И. Лоханкова
Главполиграфпрома Комитета по печати при
Совете Министров СССР.
Ленинград, ул. Правды, 15

УДК 551.554

**Влияние стратификации и силы Кориолиса на строение мелкого водоема.** Вагер Б. Г., Симонов В. В. Труды ГГО, 1971, вып. 282, с. 3—17.

В работе приводятся некоторые результаты, полученные на основе решения стационарной задачи о строении мелкого, ограниченного и однородного по горизонтали водоема при наличии напряжения трения на его поверхности с учетом стратификации и силы Кориолиса. Получены результаты, позволяющие оценить влияние силы Кориолиса и термического расслоения воды на турбулентное перемешивание и профили дрейфового течения. Некоторые расчеты представлены в виде графиков.

Илл. 4. Библ. 7.

УДК 551.554

**Зависимость строения мелкого водоема от выбора формулы для масштаба турбулентности.** Симонов В. В. Труды ГГО, 1971, вып. 282, с. 18—25.

В работе получена интерполяционная формула, которая связывает масштаб турбулентности с внутренними характеристиками потока при наличии двух смыкающихся пограничных слоев. Рассматривается возможность использования простейшей параболической модели для масштаба турбулентности при расчете строения мелкого ограниченного водоема.

Илл. 4. Библ. 3.

УДК 551.554

**Метод расчета метеохарактеристик пограничного слоя атмосферы по заданному турбулентному потоку тепла.** Цейтин Г. Х. Труды ГГО, 1971, вып. 282, с. 26—54.

На основе «дифференциальной» модели стационарного и горизонтально однородного пограничного слоя атмосферы разработана оперативная методика расчета характеристик турбулентного обмена и других характеристик пограничного слоя атмосферы по заданному в произвольной форме турбулентному потоку тепла.

Проведено качественное исследование полученного решения. Расчетная схема иллюстрируется примерами с кратким анализом их результатов. Прилагаются таблицы универсальных безразмерных профилей некоторых метеоэлементов, а также вспомогательные таблицы для ускорения расчетов. Решение задачи получено без применения разностных схем.

Табл. 14. Библ. 11.