ЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ТРУДЫ
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ
имени А. И. Воейкова

ВЫПУСК 37 (99)

ФИЗИКА ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Под редакцией
докт. физ.-мат. наук
Д. Л. ЛАЙХТМАНА

ГИМИЗ

ИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • 1952

АННОТАЦИЯ

В настоящем сборнике помещены работы, посвященные исследованиям в области физики приземного слоя.

В сборнике приводятся предварительные результаты исследований о влиянии орошения на тепловой баланс деятельной поверхности, дается решение задачи о связи изменений температуры воздуха и почвы, которое может быть использовано для прогноза температуры почвы. В одной работе рассматривается теория распределения температуры в атмосфере с учетом селективности поглощения радиации в атмосфере.

В сборнике уделено также внимание разрешению ряда методических вопросов, связанных с исследованием физических процессов в приземном слое (новые результаты расчета компонент радиационного баланса деятельной поверхности), и результатам исследований конвективных процессов в атмосфере и дается новый метод определения коэфициента турбулентности по шаропилотным наблюдениям.

И. С. БОРУШКО

ВЛИЯНИЕ ОРОШЕНИЯ НА ТЕПЛООБМЕН В ПОЧВЕ

По материалам летних экспедиционных работ в Колтушах (Ленинградская область) были получены некоторые результаты о влиянии орошения на теплообмен в почве. Наблюдения проводились одновременно на двух тождественных площадках при орошении одной из них. Площадка орошалась накануне серийных наблюдений из расчета 4—8 мм осадков. Теплообмен в почве рассчитывался по формуле Д. Л. Лайхтмана

$$\int_{t_1}^{t_2} B(t)\,dt = \frac{c\rho k}{H}\int_{t_1}^{t_2}[T(t,0)-T(t,H)]\,dt -$$

$$-\frac{c\rho}{H}\int_0^H (x-H)[T(t_2,z)-T(t_1,z)]\,dz,$$

где B — тепловой поток в почву; T — температура почвы; t_1 — начальный момент времени; t_2 — конечный момент времени; H — фиксированная глубина, принимаемая равной 20 см; $c\rho$ — объемная теплоемкость; k — коэфициент температуропроводности.

На орошаемой площадке из-за сильно меняющейся влажности в течение суток резко менялись тепловые характеристики почвы: объемная теплоемкость, коэфициент температуропроводности и температура почвы. Влажность орошаемой площадки была значительно больше влажности сухой, особенно большие различия наблюдались в начале каждой серии. Максимальная влажность на поверхности орошаемой площадки была 25,0%. В среднем за четверо суток наблюдений различия во влажности площадок спустя 8—10 час. после орошения были следующие:

Глубина, см	Влажность, %
на поверхности	15,2
5	3,6
10	4,0
20	4,2

Через 20—22 часа после орошения величины влажностей почвы площадок несколько выравнивались и разности между ними составляли:

Глубина, см	Влажность, %
на поверхности	6,2
5	1,7
10	1,7
20	0,9

Таким образом, влажность орошаемой площадки в слое почвы 0—20 см была больше влажности сухой площадки в первую половину суток приблизительно на 7,0%. Увеличение влажности из-за орошения наблюдалось до глубины 50 см.

Изменение влажности почвы существенно сказалось на величине коэфициента температуропроводности, причем коэфициент увеличивался с повышением увлажнения почвы и достигал максимального значения при влажности 20,0%, при дальнейшем увеличении влажности коэфициент уменьшался.

На орошаемой площадке были получены следующие значения коэфициента температуропроводности в зависимости от влажности почвы:

Влажность, %	k, см²/сек.
17,8	0,0033
19,8	0,0050
22,0	0,0024

Этот ход коэфициента температуропроводности в зависимости от изменения влажности согласуется с известными теоретическими данными в книге А. Ф. Чудновского „Физика теплообмена в почве".

Что касается объемной теплоемкости, то хотя она и находилась в прямой зависимости от влажности почвы, но менялась в небольших пределах: от 0,32 до 0,40 кал/см³ град.

Например, за 2/VIII после наиболее значительного увлажнения почвы соотношение между объемной теплоемкостью $c\rho$ и влажностью в слое почвы 0—20 см было следующее:

Влажность, %	$c\rho$, кал/см³ град.
22,0	0,40
17,8	0,35
13,8	0,32

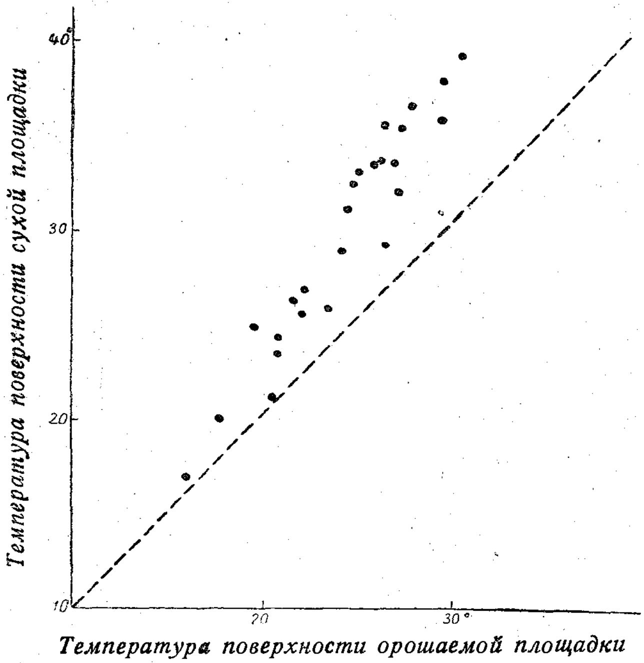

Рис. 1. Соотношение температур на поверхности почвы (28/VII, 2, 7, 9/VIII) за время 7 час. 30 мин. — 18 час. 30 мин.

Объемные теплоемкости сравниваемых площадок отличались друг от друга в среднем на 0,03—0,05 кал/см³ град.

Температура почвы измерялась ртутными термометрами на глубинах 0, 3, 5, 7, 10, 20 и 50 см в двухкратной повторности на каждой из площадок. На орошаемой площадке температура по всем глубинам была значительно ниже, чем на сухой площадке. На рис. 1 приведен корреляционный график зависимости температур поверхности почвы на сухой и орошаемой площадках и на рис. 2 — корреляционный график зависимости средних температур в слое 0—5 см на тех же площадках. Различие средних температур слоя 0—5 см между сухой и орошаемой площадками составляло 3,2° за время 7 час. 30 мин. — 18 час. 30 мин.

В табл. 1 приводим разности температуры между площадками на одних и тех же глубинах за время 7 час. 30 мин. — 18 час. 30 мин. за 4 серийных дня.

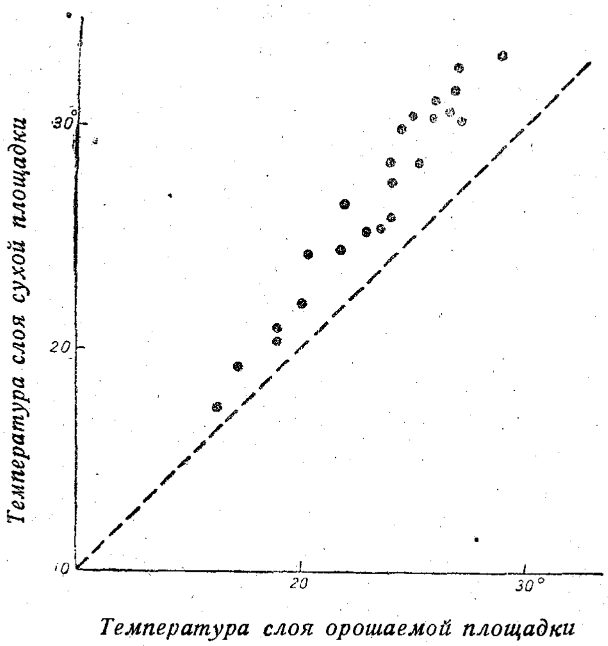

Рис. 2. Соотношение средних температур в слое 0—5 см почвы двух площадок за 28/VII, 2, 7, 9/VIII за время 7 час. 30 мин. — 18 час. 30 мин.

Из данных табл. 1 следует, что орошение даже в условиях Ленинградской области значительно понижает температуры на всех глубинах. В отдельные дневные часы различие температур поверхности площадок достигало 8,0° при максимальной температуре на сухой площадке 38,0—39,0°.

Рассмотрим изменение теплообмена в почве под влиянием орошения. Анализ опытных данных показывает, что тепловые потоки на сравниваемых площадках имеют подобный суточный ход. На рис. 3 приведен график суточного хода потока тепла на поверхности почвы за один из серийных дней 7/VIII (с переменной облачностью) на двух площадках. В среднем за четыре серии наблюдений тепловой поток на неорошаемой площадке был больше потока орошаемой площадки в 1,17 раза за дневные часы.

Таблица 1

Дата	Разности температур между сухой и орошаемой площадками			
	на поверхности	5 см	10 см	20 см
28/VII	5,45	1,3	1,0	0,6
2/VIII	4,75	2,1	1,25	0,7
7/VIII	5,08	2,1	0,08	0,9
9/VIII	5,60	2,1	1,9	1,17
Среднее	5,22	1,90	1,26	0,88

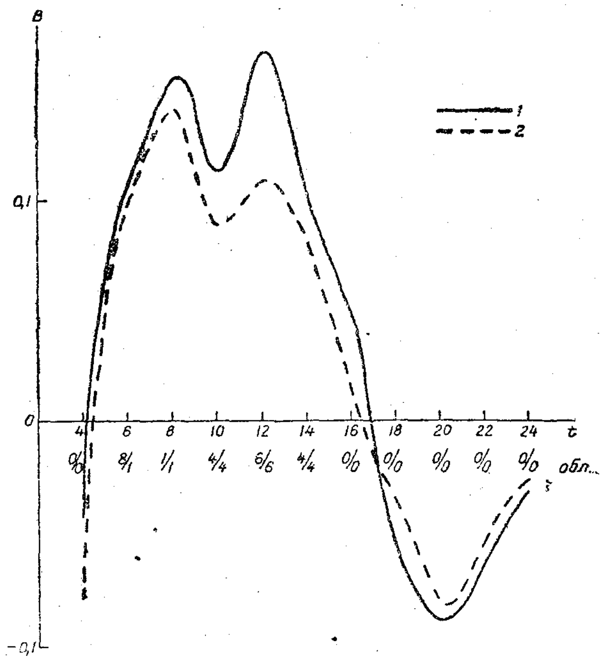

Рис. 3.
1 — сухая площадка, *2* — орошаемая площадка.

Максимальный приход тепла наблюдался в 10 час. и равнялся на сухой площадке 0,20 кал/см² мин., на орошаемой — 0,14 кал/см² мин. Наибольшая отдача тепла почвой была в 20 час. и равнялась 0,10—0,12 кал/см² мин. на сухой площадке и 0,075—0,095 кал/см² мин. на орошаемой.

Ниже приводим табл. 2 суточных сумм тепловых потоков на площадках в кал/см² сутки.

Таблица 2

Дата	Сухая площадка			Орошаемая площадка		
	приток тепла	отдача тепла	сумма	приток тепла	отдача тепла	сумма
28/VII	72,1	—40,9	31,2	57,2	—34,1	23,0
2/VIII	86,4	—64,1	22,3	65,6	—50,5	15,1
7/VIII	82,3	—39,5	42,8	63,9	—35,3	28,1
9/VIII	50,4	—45,8	4,6	50,4	—40,2	10,2
Среднее	72,8	—47,6	25,2	59,3	—40,0	19,1

Кроме этого, суточные суммы тепла были определены по изменению содержания тепла в слое почвы от 0 до ∞ (практически до глубины, где не сказывается суточный ход температуры) по формуле

$$\int_{t_1}^{t_2} B(t)\,dt = c\rho \int_{0}^{\infty} [T(t_2, z) - T(t_1, z)]\,dz\,.$$

Нами были получены следующие величины теплового потока в кал/см² сутки за исключением 28/VII, когда из-за недостаточного количества данных температур невозможно было определить тепловой поток (табл. 3).

Таблица 3

Площадка	2/VIII	7/VIII	9/VIII
Неорошаемая	21,5	—	4,0
Орошаемая	12,8	24,7	1,6

Эти данные ориентировочны из-за неточности вычислений по указанной формуле.

Таким образом, орошение существенно влияет на тепловые характеристики почвы, а следовательно и на процесс теплообмена в почве.

В дневные часы тепловой поток в почву на неорошаемой площадке заметно больше, чем на орошаемой; в ночные часы эти различия сглаживаются.

Т. В. КИРИЛЛОВА

О ВЛИЯНИИ ОРОШЕНИЯ НА РАДИАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕЯТЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Летом 1951 г. на станции физики приземного слоя в Колтушах на двух опытных площадках — сухой и орошаемой — проводились измерения составляющих радиационного баланса одинаковыми приборами.

На каждой площадке были установлены пиранометр и эффективный пиранометр. Отдельно был установлен термоэлектрический актинометр, показания которого давали значения прямой радиации, одинаковые для обеих площадок. Приборы соединялись с гальванометрами выпуска экспериментальных мастерских ГГО. На одной из площадок (сухой) в течение лета пришлось несколько раз менять гальванометр, что очень затруднило градуировку приборов и обработку наблюдений.

Результаты градуировок приборов, установленных на орошаемой площадке, приведены в табл. 1; там же приведены результаты градуировок термоэлектрического актинометра. Зависимость переводного множителя от высоты солнца не определялась, поскольку пиранометром производились измерения только рассеянной и отраженной радиации, а прямая радиация измерялась отдельно по актинометру.

Таблица 1

Результаты градуировок актинометрических приборов на орошаемой площадке

Пиранометр № 2981 ГВ 305		Эффективный пиранометр № 3130 ГВ 305			Актинометр	
Дата	a	Дата	v	a	Дата	a
26/VI	0,0105	12/VII	1,7	0,0163	26/VI	0,0268
13/VII	0,0094	12	1,2	0,0197	26	0,0287
24	0,0095	13	2,4	0,0176	26	0,0280
24	0,0097	13	2,9	0,0180	13/VII	0,0273
24	0,0098	24	2,6	0,0191	13	0,0269
27	0,0099	26	3,9	0,0189	13	0,0272
2/VIII	0,0105	27	1,1	0,0175	26	0,0276
2	0,0102	1/VIII	3,0	0,0180		
		1	3,1	0,0174		
Среднее	0,100	2	1,1	0,0159	Среднее	0,0275
		2	3,5	0,0185		
		2	2,5	0,0185		
		3	2,5	0,0185		
		Принято $a_0 = 0{,}0174$, $f(v) = 1 + 0{,}02\,v$				

Примечание. a — переводный множитель прибора, v — скорость ветра в м/сек.

Дата	Часы	Облачность	Неорошаемая площадка								
			S'	D	R	Q	A	$R+E_2$	$D+E_1$	$Б-S'$	$Б$
											До оро
13/VII	6	$\odot^2$ 0/0	0,24	0,11	0,06	0,35	15,6	0,01	−0,05	−0,06	0,18
	8	$\odot^2$ 0/0 сл. Ci	0,50	0,19	0,12	0,69	17,0	0,05	−0,01	−0,06	0,44
	10	$\odot^2$ 0/0	0,70	0,24	0,17	0,94	17,7	0,10	0,04	−0,06	0,64
	12	$\odot^2$ 1/0 Ac, Cu	0,72	0,28	0,16	1,00	16,0	0,09	0,09	−0,0	0,72
	14	$\odot^2$ 0/0 сл. Cu, Ac	0,66	0,28	0,17	0,94	18,1	0,13	0,07	−0,06	0,60
	16	0/0 сл. Cu	0,42	0,24	0,13	0,66	19,6	−0,01	−0,01	0,00	0,42
26/VII	10	1/0 Ci, Cu	0,84	0,09	0,26	0,93	27,9	0,24	−0,12	−0,36	0,48
	12	$\odot^2$ 0/0 сл. Ci, Cu	0,97	0,10	0,29	1,07	23,3	0,22	−0,12	−0,34	0,63
	14	$\odot^2$ 1/0 Ci Cu	0,96	0,10	0,27	1,06	25,5	0,29	−0,13	−0,42	0,54
	16	$\odot^2$ 1/0 Ci, Cu	0,68	0,09	0,20	0,77	26,7	0,18	−0,13	−0,31	0,37
	18	$\odot^2$ 0/0 сл. Ci, Cu	0,33	0,08	0,11	0,41	27,9	0,06	−0,12	−0,18	0,15
	20	$\odot^2$ 0/0 сл. Ac	0,04	0,04	0,02	0,08	25,3	0,0	−0,11	−0,11	−0,07
											После оро
28/VII	14	$\odot^2$ 0/0	0,81	0,13	0,18	0,94	19,0	0,16	−0,09	−0,25	0,56
	16	$\odot^2$ 1/0 Ci	0,51	0,13	0,13	0,64	20,0	0,13	−0,10	−0,23	0,28
	18	$\odot^2$ 1/0 Ci, Cu	0,24	0,09	0,08	0,33	22,7	0,02	−0,12	−0,14	0,10
	20	1/0 Ci	0,01	0,03	0,01	0,04	22,0	−0,01	−0,10	−0,09	−0,08
	22	0/0	—	—	—	—	—	0,0	−0,08	−0,08	−0,08
	24	0/0 сл. Ci	—	—	—	—	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06
2/VIII	2	0/0 сл. Ci	—	—	—	—	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06
	4	8/0 Ci	0,0	0,02	0,0	0,02	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06
	6	9/0 Ci	0,21	0,11	0,05	0,32	19,1	0,04	−0,08	−0,12	0,09
	8	10/0 Ci	0,56	0,11	0,12	0,67	18,8	0,15	−0,10	−0,25	0,31
	10	3/1 Ci, Cu	0,81	0,12	0,12	0,93	20,5	0,24	−0,13	−0,37	0,44
	12	$\odot^2$ 0/0 сл. Cu	0,96	0,12	0,20	1,08	18,6	0,26	−0,16	−0,42	0,54
	14	0/0 сл. Cu	0,86	0,11	0,19	0,97	20,0	0,28	−0,16	−0,44	0,42
	16	1/0 Ci, Cu	0,59	0,10	0,16	0,69	23,0	0,15	−0,13	−0,28	0,31
	18	0/0 сл. Ci	0,24	0,08	0,07	0,32	22,5	0,05	−0,11	−0,16	0,08
	20	0/0 сл. Ci	0,02	0,03	0,01	0,05	23,2	0,0	−0,10	−0,10	−0,08
	22	0/0	—	—	—	—	—	0,0	−0,08	−0,08	−0,08
	24	0/0	—	—	—	—	—	−0,01	−0,09	−0,08	−0,08
	2	0/0	—	—	—	—	—	−0,01	−0,08	−0,07	−0,07
7/VIII	16	0/0 сл. Cu	0,43	0,13	0,14	0,56	24,8	—	—	—	—
	18	0/0 сл. Cu	0,20	0,09	0,07	0,29	22,8	0,05	−0,06	−0,11	0,09
	20	0/0	0,0	0,03	0,01	0,03	—	0,0	−0,08	−0,08	−0,08
	22	0/0	—	—	—	—	—	0,0	−0,07	−0,07	−0,07
	24	0/0	—	—	—	—	—	−0,01	−0,07	−0,06	−0,06
	2	0/0	—	—	—	—	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06
9/VIII	4	0/0	0,0	0,01	0,0	0,01	28,7	0,0	−0,06	−0,06	−0,06
	6	0/0	0,17	0,08	0,06	0,25	23,7	0,01	−0,03	−0,04	−0,13
	8	0/0	0,43	0,13	0,13	0,56	22,4	0,07	−0,04	−0,11	0,32
	10	0/0	0,64	0,17	0,18	0,81	22,2	0,08	−0,02	−0,10	0,54
	18	1/0 Ci, Cu	0,16	0,11	0,06	0,27	21,9	0,02	−0,05	−0,07	0,09
	20	0/0	0,0	0,02	0,01	0,02	—	0,0	−0,08	−0,08	−0,08
	22	0/0	—	—	—	—		0,0	−0,06	−0,06	−0,06
	24	0/0	—	—	—	—		0,0	−0,08	−0,08	−0,08
	2	0/0	—	—	—	—		0,0	−0,06	−0,06	−0,06

Таблица 2

		Орошаемая площадка										
E_1	E	S'	D	R	Q	A	$R+E_2$	$D+E_1$	$Б-S'$	$Б$	E_1	E
шения												
−0,16	−0,11	0,24	0,11	0,07	0,35	18,8	0,01	0,05	−0,06	0,20	−0,16	−0,10
−0,20	−0,13	0,50	0,19	0,11	0,69	16,5	0,03	−0,01	−0,04	0,46	−0,20	−0,12
−0,20	−0,13	0,70	0,24	0,16	0,94	17,1	0,08	0,04	−0,04	0,66	−0,20	−0,12
−0,19	−0,12	0,72	0,28	0,20	1,00	20,2	0,14	0,09	−0,05	0,67	−0,19	−0,13
−0,21	−0,17	0,66	0,28	0,20	0,94	21,3	0,15	0,07	−0,08	0,58	−0,21	−0,16
−0,25	−0,11	0,42	0,24	0,15	0,66	22,6	0,07	−0,01	−0,08	0,34	−0,25	−0,17
−0,21	−0,19	0,84	0,09	0,19	0,93	21,0	0,16	−0,12	−0,28	0,56	−0,21	−0,18
−0,22	−0,15	0,97	0,10	0,24	1,07	22,6	0,21	−0,12	−0,33	0,64	−0,22	−0,19
−0,23	−0,25	0,96	0,10	0,23	1,06	22,3	0,22	−0,13	−0,35	0,61	−0,23	−0,22
−0,22	−0,20	0,68	0,09	0,18	0,77	23,9	0,15	−0,13	−0,28	0,40	−0,22	−0,19
−0,20	−0,15	0,33	0,08	0,11	0,41	26,8	0,07	−0,12	−0,19	0,14	−0,20	−0,16
−0,15	−0,13	0,04	0,04	0,03	0,08	—	0,00	−0,11	−0,11	−0,07	−0,15	−0,12
шения												
−0,22	−0,20	0,81	0,13	0,19	0,94	19,8	0,15	−0,09	−0,24	0,57	−0,22	−0,18
−0,23	−0,23	0,51	0,13	0,14	0,64	22,2	0,08	−0,10	−0,18	0,33	−0,23	−0,17
−0,21	−0,15	0,24	0,09	0,08	0,33	24,1	0,02	−0,12	−0,14	0,10	−0,21	−0,15
−0,13	−0,11	0,01	0,03	0,01	0,04	—	0,0	−0,10	−0,10	−0,09	−0,13	−0,12
−0,08	−0,08	—	—	—	—	—	0,0	−0,08	−0,08	−0,08	−0,08	−0,08
−0,06	−0,06	—	—	—	—	—	0,01	−0,06	−0,07	−0,07	−0,06	−0,07
−0,06	−0,06	—	—	—	—	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06
−0,08	−0,08	0,0	0,02	0,0	0,02	—	0,01	−0,06	−0,07	−0,07	−0,08	−0,09
−0,19	−0,18	0,21	0,11	0,04	0,33	14,1	0,0	−0,08	−0,08	−0,13	−0,19	−0,15
−0,21	−0,24	0,56	0,11	0,09	0,67	13,7	0,03	−0,10	−0,13	0,43	−0,21	−0,15
−0,25	−0,30	0,81	0,12	0,11	0,93	11,8	0,05	−0,14	−0,19	0,62	−0,26	−0,20
−0,28	−0,34	0,96	0,12	0,14	1,08	12,9	0,08	−0,16	−0,24	0,72	−0,28	−0,22
−0,27	−0,36	0,86	0,11	0,14	0,97	14,4	0,11	−0,16	−0,27	0,59	−0,27	−0,24
−0,23	−0,22	0,59	0,10	0,12	0,69	18,0	0,07	−0,13	−0,20	0,39	−0,23	−0,18
−0,19	−0,17	0,24	0,08	0,07	0,32	22,3	0,02	−0,11	−0,13	0,11	−0,19	−0,14
−0,13	−0,12	0,02	0,03	0,02	0,05	—	−0,01	−0,10	−0,09	−0,07	−0,13	−0,10
−0,08	−0,08	—	—	—	—	—	0,0	−0,08	−0,08	−0,08	−0,08	−0,08
−0,09	−0,08	—	—	—	—	—	−0,01	−0,09	−0,08	−0,08	−0,09	−0,08
−0,08	−0,07	—	—	—	—	—	−0,01	−0,08	−0,07	−0,07	−0,08	−0,07
—	—	0,43	0,13	0,12	0,56	22,0	0,09	−0,07	−0,16	0,27	−0,20	−0,17
0,15	−0,13	0,20	0,09	0,07	0,29	23,4	0,02	−0,06	−0,08	0,12	−0,15	−0,10
−0,11	−0,10	0,0	0,03	0,01	0,03	—	0,0	−0,08	−0,08	−0,08	−0,11	−0,10
−0,07	−0,07	—	—	—	—	—	0,0	−0,07	−0,07	−0,07	−0,07	−0,07
−0,07	−0,06	—	—	—	—	—	0,0	−0,07	−0,07	−0,07	−0,07	−0,07
−0,06	−0,06	—	—	—	—	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06
−0,07	−0,07	0,0	0,01	0,0	0,01	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06	−0,07	−0,07
−0,11	−0,06	0,17	0,08	0,04	0,25	17,7	0,01	−0,03	−0,04	0,13	−0,11	−0,08
−0,17	−0,11	0,43	0,13	0,09	0,56	15,6	0,02	−0,04	−0,06	0,37	−0,17	−0,10
−0,19	−0,09	0,64	0,17	0,12	0,81	15,1	0,06	−0,02	−0,08	0,56	−0,19	−0,13
−0,16	−0,12	0,16	0,11	0,07	0,27	24,6	0,02	−0,05	−0,07	0,09	−0,16	−0,11
−0,10	−0,09	0,0	0,02	0,01	0,02	24,0	−0,01	−0,08	−0,07	−0,07	−0,10	−0,08
−0,06	−0,06	—	—	—	—	—	0,02	−0,06	−0,08	−0,08	−0,06	−0,08
−0,08	−0,08	—	—	—	—	—	−0,01	−0,08	−0,07	−0,07	−0,08	−0,07
−0,06	−0,06	—	—	—	—	—	0,0	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06	−0,06

При обработке данных наблюдений на сухой площадке для исключения погрешностей в определении переводных множителей был принят следующий метод обработки. Показания приборов, обращенных приемной поверхностью вверх, одинаковы для обеих площадок. Таким образом значения D и $D+E_1$ на сухой площадке принимались равными соответствующим значениям, полученным на орошаемой площадке. Обозначения приведены ниже. Значения R и E_2+R на орошаемой площадке определялись по надежному переводному множителю, а на сухой площадке определялись по отношению показаний прибора, обращенного приемной поверхностью вниз и вверх, умноженному на значение D (или $D+E_1$ по другому прибору), определенному на орошаемой площадке. Применяя такой метод обработки, удалось надежно сравнить отдельные составляющие радиационного баланса.

Для оценки влияния орошения на радиационные характеристики подстилающей поверхности мы выбрали наблюдения при безоблачном небе и при незначительной облачности верхнего яруса.

Таких часов наблюдений до орошения оказалось 12, после орошения 27.

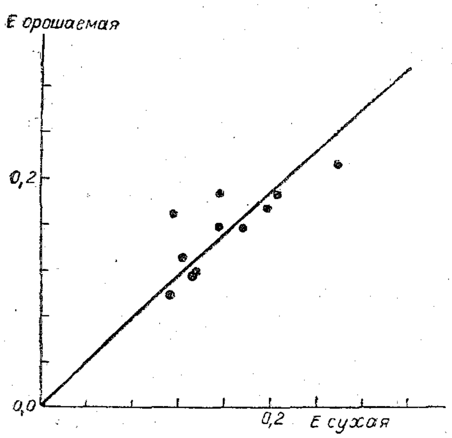

Рис. 1.

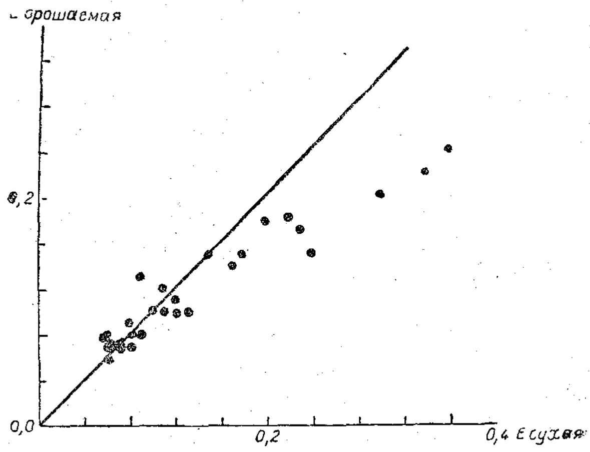

Рис. 2.

Методика наблюдений в ясную погоду была следующей: в течение часа производилось 4 серии наблюдений. В одну серию за 15 мин. производилось два отсчета по каждому прибору. Таким образом каждая величина в течение часа измерялась 8 раз. За час отсчеты осреднялись. В табл. 2 даны результаты наблюдений составляющих радиационного баланса на двух площадках. В таблице приняты следующие обозначения: S' — прямая радиация; D — рассеянная радиация; R — отраженная радиация; Q — суммарная радиация; A — альбедо; E_1 — разность между противоизлучением атмосферы и излучением поверхности прибора; E_2 — разность между потоком длинноволновой радиации, идущим от земной поверхности, и излучением приемной поверхности прибора, $E=E_1-E_2$ является величиной, равной, но обратной по знаку эффективному излучению; $Б$ — радиационный баланс. Все величины рассчитаны в кал/см^2 мин.

Как и можно было ожидать, вследствие орошения возникают различия в значениях альбедо и в значениях эффективного излучения подстилающей поверхности обеих площадок.

После орошения альбедо в дневные и в утренние часы на орошаемой площадке меньше, чем на сухой, на 5—8$^0/_0$. Эффективное излучение на сухой площадке больше, чем на орошаемой, особенно в дневные часы.

На рис. 1 представлен корреляционный график величин эффективного излучения до орошения на обеих площадках. Из графика следует, что до орошения на обеих прощадках величины эффективного излучения примерно одинаковы.

На рис. 2 дан корреляционный график величин эффективного излучения на обеих площадках после орошения. Как видно, уменьшение эффективного излучения на орошаемой площадке очень значительно. Изменение величин альбедо и эффективного излучения подстилающей поверхности должно привести и к различиям в величине радиационного баланса.

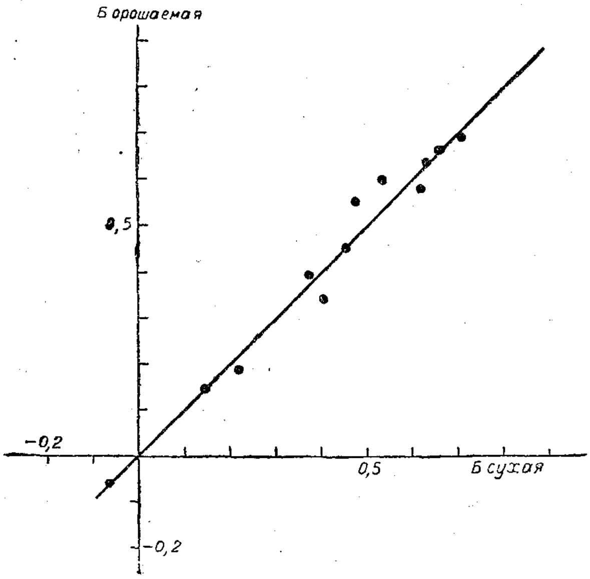

Рис. 3.

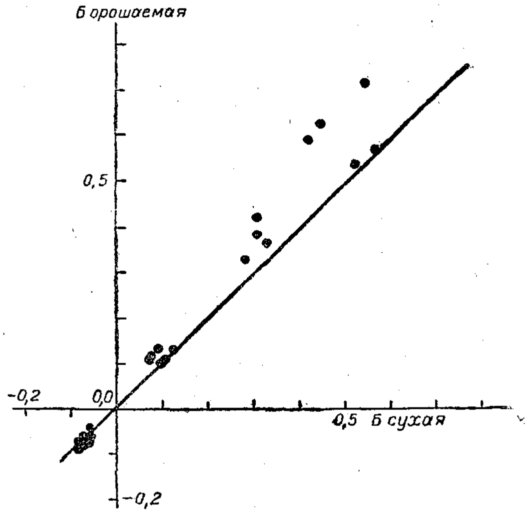

Рис. 4.

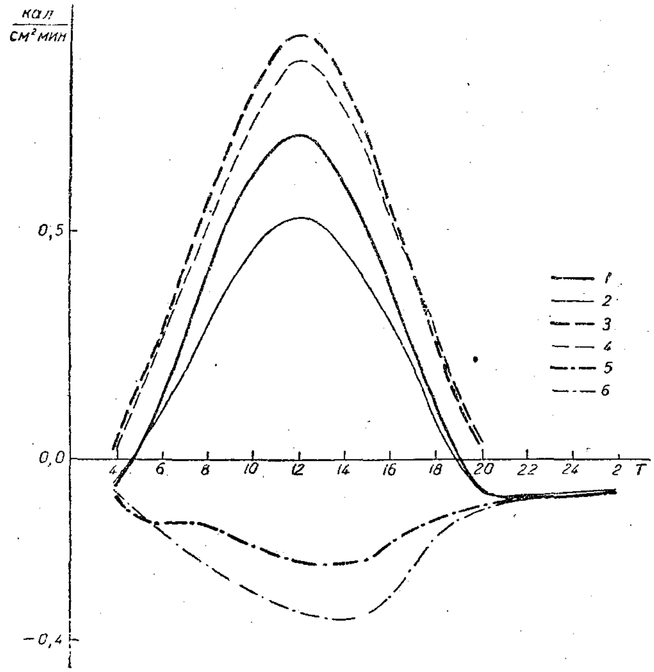

Рис. 5.

1, 2 — радиационный баланс, *3, 4* — поглощенная радиация, *5, 6* — эффективное излучение.

На рис. 3 и 4 приведены корреляционные графики величин радиационного баланса сухой и орошаемой площадок в периоды до и после орошения.

После орошения величины баланса на орошаемой площадке больше, чем на сухой. Количественно можно оценить отношение $\frac{Б_{ор}}{Б_{сух}} \approx 1{,}2$.

Наибольшие различия в значениях радиационного баланса и его составляющих на сухой и орошаемой площадках получены по наблюдениям 2—3/VIII.

На рис. 5 приведен суточный ход величин радиационного баланса и основных его составляющих: поглощенной коротковолновой радиации $Q(1-A)$ и эффективного излучения. Данные наблюдений на орошаемой площадке выделены жирными линиями.

Таким образом на основании проведенных летних наблюдений в Колтушах можно сказать, что уменьшение альбедо и эффективного излучения вследствие орошения приводит к увеличению радиационного баланса примерно на 20%.

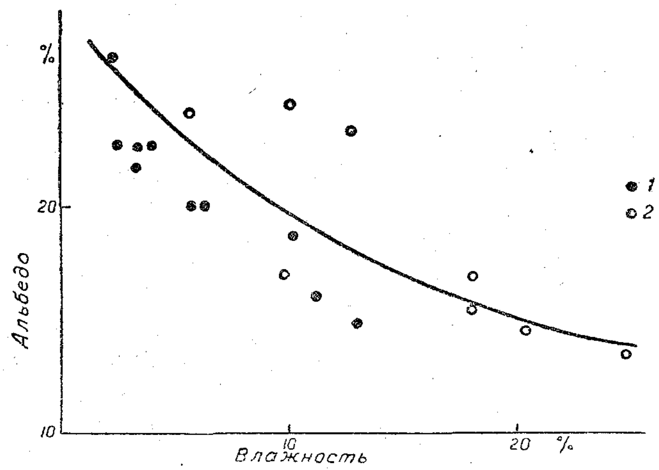

Рис. 6. Зависимость альбедо от влажности поверхностного слоя почвы.

1 — сухая площадка, *2* — орошаемая площадка.

По данным одновременных наблюдений альбедо и влажности поверхностного слоя почвы мы попытались получить зависимость между указанными величинами. На рис. 6 представлена полученная зависимость. Точками нанесены значения альбедо при соответствующих значениях влажности поверхностного слоя почвы на сухой площадке, крестиками — то же для орошаемой площадки. Из рисунка видно, что альбедо уменьшается с увеличением влажности. При этом видно, что на значение альбедо влияет и структура поверхностного слоя почвы. Действительно, если провести кривые зависимости альбедо от влажности отдельно для каждой площадки, то они будут смещены друг относительно друга. При одинаковом значении влажности почвы значения альбедо на разных площадках будут отличаться друг от друга на $3-5\%$.

М. П. ТИМОФЕЕВ

О ВЛИЯНИИ ОРОШЕНИЯ НА ТЕПЛОВОЙ БАЛАНС ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

В течение лета 1951 г. в районе Колтушей были проведены опыты по исследованию влияния орошения на тепловой баланс подстилающей поверхности.

Орошаемая площадка — черный пар размером 100 $м^2$ — подвергалась поливу с целью испытания методики исследования метеорологической эффективности орошения. Условия для постановки опытов оказались неблагоприятными, так как в течение мая—июля 1951 г. наблюдалась резко меняющаяся погода с дождями, что сильно осложняло проведение опытов. В течение второй половины июля и первой половины августа, когда наблюдалась относительно устойчивая теплая погода, было произведено четыре полива одной из площадок: 27/VII с нормой полива 4 мм, 1, 6, 8/VIII с нормой полива 8 мм.

Полив производился в 21 час по московскому времени. Испарение на орошаемой и сухой площадках измерялось с помощью серии малых испарителей с площадью 100 $см^2$. До орошения (до 28/VII) было произведено 50 часовых параллельных измерений испарения на обеих площадках.

Среднее значение скорости испарения на сухой площадке, полученное в результате этих измерений, оказалось равным:

для всех серий $388 \cdot 10^{-6}$ г/$см^2$ мин.,

для дневных часов $464 \cdot 10^{-6}$ г/$см^2$ мин.

Соответствующие величины для орошаемой площадки оказались:

для всех серий $383 \cdot 10^{-6}$ г/$см^2$ мин.,

для дневных часов $467 \cdot 10^{-6}$ г/$см^2$ мин.

Таким образом, до орошения площадки в отношении испарения можно считать совершенно одинаковыми.

Влияние орошения на испарение иллюстрируется табл. 1, где помещены средние скорости испарения для дневных часов в первый день после полива и средние скорости испарения для неорошаемой площадки за то же время.

Таблица 1

Дата	Средняя скорость испарения		$\frac{E'}{E}$	Норма полива, мм	Облачность	Скорость ветра, м/сек.
	неорошаемая площадка $E \cdot 10^6$ г/$см^2$ мин.	орошаемая площадка $E' \cdot 10^6$ г/$см^2$ мин.				
28/VII	378	467	1,24	4	4/1 Ac, Cu	2,8
2/VIII	395	457	1,15	8	3/1 Ci, Cu	1,8
7/VIII	303	480	1,59	8	2/2 Cu	2,3
9/VIII	331	460	1,39	8	2/2 Cu	2,4
		Среднее	1,34			

Характер предшествующей поливу погоды, состояние поверхностного слоя почвы и особенности погоды в первый день после полива вполне объясняют приведенные данные по испарению с почвы.

Для нас сейчас необходимо подчеркнуть тот факт, что после орошения даже в условиях сравнительно влажной почвы испарение заметно увеличивается и, следовательно, затраты тепла на испарение также будут увеличены.

Рассмотрим изменение других членов (кроме затрат тепла на испарение) уравнения теплового баланса. Как известно, последнее может быть записано в виде

$$R = LE + P + B, \tag{1}$$

где R — радиационный приходо-расход тепла на поверхности, LE — затраты тепла на испарение, P — теплообмен между поверхностью и воздухом, B — теплообмен между поверхностью и нижними слоями почвы.

В табл. 2 приведены значения всех величин, входящих в уравнение теплового баланса, для обеих площадок.

При этом следует отметить, что приведенные в таблице данные являются средними величинами для дневных часов (за период 8—17 час.) каждого первого дня после полива.

Таблица 2

Дата	LE	B	P_E	$R_{выч}$	$R_{изм}$	P_R	LE'	B'	P'_E	$R'_{выч}$	$R'_{изм}$	P'_R
	Неорошаемая площадка						Орошаемая площадка					
28/VII	0,17	0,08	0,09	0,34	0,35	0,09	0,27	0,07	—	—	0,38	0,07
2/VIII	0,26	0,08	0,08	0,44	0,35	0,08	0,31	0,06	—	0,47	0,48	—
7/VIII	0,20	0,07	0,12	0,39	0,37	0,12	0,32	0,06	0,09	0,47	0,39	0,10
9/VIII	0,21	0,05	0,09	0,34	0,36	0,09	0,32	0,05	0,04	0,41	0,42	0,05
Среднее	0,22	0,07	0,09	0,38	0,36	0,105	0,30	0,06	0,06	0,45	0,42	0,08

На основании данных таблицы представляется возможным оценить метеорологический эффект орошения в условиях климата с избыточным (в среднем за год) увлажнением. Известно, что орошение с успехом применяется и в этих условиях, хотя до настоящего времени мы имели очень мало материалов, характеризующих метеорологический эффект орошения.

Следует также указать, что использование при исследовании данного вопроса уравнения теплового баланса позволяет получить важные выводы, так как это уравнение дает количественную характеристику важнейших метеорологических процессов, наблюдающихся в нижних слоях воздуха и верхних слоях почвы.

Рассмотрим вопрос об изменении составляющих теплового баланса при орошении, используя указанные данные.

Как показывает табл. 2, теплообмен с воздухом над орошаемой площадкой, несмотря на ее малые размеры, существенно уменьшается по сравнению с соответствующей величиной для неорошаемой площадки. Это уменьшение в среднем за 4 дня равно 30%. Величина P может быть выражена следующим уравнением:

$$P = c_p \rho D (t_0 - t), \tag{2}$$

где c_p, ρ — теплоемкость и плотность воздуха, t_0, t — температура на поверхности и на некоторой высоте в воздухе, D — коэфициент диффузии, характеризующий условия теплообмена между подстилающей поверхностью и воздухом.

Можно предположить, что эта величина в силу небольших размеров орошаемой площади будет являться характеристикой, связанной с термическими и динамическими факторами нижнего слоя воздуха. Это предположение, очевидное и бесспорное в условиях наших опытов, позволяет оценить возможные изменения величины P под влиянием орошения с помощью следующего простого соотношения:

$$\frac{P}{P'}=\frac{t_0-t}{t_0'-t'}, \tag{3}$$

где t_0', t' — температуры, относящиеся к орошаемой площадке. Следует отметить, что уже для высот 1 м и больше величины t и t' можно считать совпадающими.

Подсчеты по формуле (3) дали величины, хорошо согласующиеся с данными, приведенными в табл. 2, что подтверждает справедливость предположения о характере величины D.

Соотношение (2) показывает, что изменение величины P под влиянием орошения связано с изменением термического режима в приземном слое воздуха. Действительно, на основании наших измерений было установлено следующее понижение температуры, относящееся к орошаемой площадке: на поверхности — 3—4° (максимальные значения 5—8°), на высоте 20 см — 0,3°, на высоте 1 м — 0,0°.

Таким образом, на поверхности и в самом нижнем слое воздуха температура под влиянием орошения заметно понижается. Это понижение имеет определенное практическое значение, поскольку оно относится к слою, где произрастают сельскохозяйственные растения. Следует также указать, что на высоте 2 м (высота метеорологической будки) „температурный эффект“ уже не заметен (во всяком случае, для малых площадок), и поэтому на основании обычных сетевых методов наблюдения он не будет зафиксирован, хотя, как указано выше, практическое значение его значительно.

Таким образом, поскольку в результате орошения существенно меняется температурный режим приземного слоя воздуха, на основании уравнения (3), величина теплообмена P также существенно меняется.

В табл. 2 для каждой площадки приведены величины теплообмена, вычисленные двумя способами: P_R — как остаточный член уравнения теплового баланса, P_E — вычисленный по величине испарения, с использованием предположения о равенстве коэфициентов турбулентности для тепло- и влагообмена (P_R' и P_E' — соответствующие величины для орошаемой площадки).

Как показывает таблица, в среднем за дневные часы величины P_R и P_E (и соответственно P_R' и P_E') очень близки по значениям, что еще раз подтверждает справедливость предположения о равенстве коэфициентов тепло- и влагообмена для указанных условий формулы (2). Кроме того, данные табл. 2 дают возможность сделать некоторые выводы об изменении и других составляющих теплового баланса поверхности. В частности, теплообмен между поверхностью и нижележащими слоями (величины B и B') орошаемой площадки, повидимому, несколько меньше, чем соответствующая величина для неорошаемой площадки. Более подробные данные по этому вопросу приведены в статье И. С. Борушко [3], в которой получены все данные по теплообмену в почве.

Переходим к краткому анализу изменения радиационного баланса под влиянием орошения. Необходимо отметить, что все актинометрические измерения организованы и проведены старшим научным сотрудником Т. В. Кирилловой, в статье которой [4] приводятся данные по радиационному балансу.

Отметим, что в среднем за 4 дня радиационный приход под влиянием орошения увеличился на 20%.

Эта оценка может быть получена и на основании следующих элементарных соображений. Относительное изменение прихода радиации $\frac{\Delta R}{R}$ очевидно равно

$$\frac{\Delta R}{R}=\frac{LE}{R}\frac{\Delta E}{E}+\frac{P}{R}\frac{\Delta P}{P}+\frac{B}{R}\frac{\Delta B}{B}. \tag{4}$$

Поскольку для наших условий $\frac{\Delta E}{E}\sim 0{,}3$, $\frac{\Delta P}{P}\sim 0{,}20$, $\frac{\Delta B}{B}\sim 0{,}1$, а $\frac{LE}{R}\sim 0{,}5$, $\frac{P}{R}\sim 0{,}25$, $\frac{B}{R}\sim 0{,}25$, то согласно формуле (4) получим $\frac{\Delta R}{R}\sim 0{,}20=20\%$, что совпадает с экспериментальным результатом.

Уравнение теплового баланса для поверхности орошаемой площадки аналогично соотношению (1) и можно записать в виде

$$R' = LE' + P' + B'. \tag{5}$$

Вообще говоря, под влиянием орошения все члены теплового баланса заметно изменяют свои значения. Поэтому, сравнивая (1) и (5), имеем

$$R' - R = \Delta R = L(E' - E) - (P - P') - (B - B'). \tag{6}$$

В скобках правой части уравнения (6) стоят положительные величины. Увеличение радиационного прихода, обусловленное орошением, как это видно из уравнения (6), расходуется на дополнительное испарение и изменение режима теплообмена между поверхностью, нижележащими слоями почвы и воздухом.

Поскольку величины $(P - P')$ и $(B - B')$ положительны, постольку изменение радиационного прихода, обусловленного орошением, всегда меньше, чем затраты тепла на увеличенное испарение. В ночное время, когда E и E' малы, а между P и P', B и B' также не может быть заметной разности, величина ΔR стремится к нулю, т. е. влияния орошения на радиационный теплообмен не наблюдается.

Этот факт метеорологам давно известен и находит выражение, например, в том, что даже температуры поверхностей орошаемой и неорошаемой площадей в ночное время сравниваются. Для дневных условий в районах с недостаточным увлажнением (особенно пустынь) уравнение (6) может быть записано так:

$$\Delta R = LE' - P. \tag{7}$$

При этом мы учли тот факт, что для обычных площадей орошения $P' = 0$ и $B \cong B' \approx 0$. Последнее уравнение имеет определенный физический смысл: на испарение при орошении в условиях очень сухого климата расходуется тепла больше, чем дополнительный приход радиационной энергии, возникающий при орошении.

Учитывая характер уравнений (1) и (7), можно утверждать, что изменение радиационного прихода под влиянием орошения даже для районов пустынь и полупустынь выражается как разность двух больших величин. Это утверждение о сравнительной малости величины ΔR для районов пустынь или полупустынь (т. е. районов, где в обычных условиях испарение ничтожно мало) тем более справедливо для районов с достаточным увлажнением почвы. Последнее легко проиллюстрировать данными табл. 2.

Кроме того, уравнение (3) показывает, что, поскольку в условиях достаточного увлажнения разность $(E' - E)$ не может быть большой, а величины $(P - P')$ и $(B - B')$, как уже отмечалось, положительны, — величина ΔR должна быть сравнительно малой. Таким образом, влияние орошения на тепловой баланс выражается не только в том, что увеличивается радиационный приход, а в существенном перераспределении приходящей на поверхность энергии между основными тепловыми процессами (затраты тепла на испарение, теплообмен и др.).

Проанализируем изменение радиационного прихода с точки зрения изменения его составляющих под влиянием орошения.

Уравнения радиационного прихода для неорошаемой и орошаемой поверхностей можно записать следующим образом:

$$R = Q(1 - A) - (E_п - E_а), \tag{8}$$

$$R' = Q'(1 - A') - (E'_п - E'_а). \tag{9}$$

Повидимому, без значительных погрешностей можно положить $Q = Q'$, тогда

$$\Delta R = R' - R = Q(A - A') + (E_п - E'_п) + (E'_а - E_а). \tag{10}$$

Излучение атмосферы на орошаемой и неорошаемой площадках приближенно можно принять равным, особенно это предположение будет справедливо для небольших орошаемых площадей; учитывая это, можно уравнение (7) переписать в виде

$$\Delta R = Q(A - A') + \beta(t_0 - t_0'), \tag{11}$$

где t_0 и t_0' — температуры поверхностей (неорошаемой и орошаемой), β — постоянная, для обычных условий равная 0,008 кал/см² мин. град., A — альбедо.

Уравнение (11) позволяет сделать следующие выводы: изменение радиационного прихода будет наибольшим в дневные часы при наибольших Q и разности температур на поверхности; оно уменьшится к вечеру и совсем исчезнет в ночное время, когда $Q=0$ и $(t_0 - t_0') \to 0$. Этот же вывод мы получили ранее из анализа составляющих уравнения теплового баланса.

Уравнение (11) может быть использовано для радиационного определения температуры поверхностей, если нам известно напряжение коротковолновой радиации и изменение радиационного прихода, или составляющих теплового баланса, согласно уравнению (3). Это обстоятельство имеет некоторое значение, поскольку общеизвестны трудности измерения температуры поверхностей.

Представляет интерес вопрос о возможности использования уравнения (11) для оценки эффекта орошения в том случае, если температуры поверхностей (конечно, речь идет о некоторых подстилающих поверхностях, например паровых) измерены обычными ртутными термометрами.

Недостатки этого метода измерения общеизвестны, но в нашем случае мы интересуемся разностью температур, а не ее абсолютным значением, поэтому при условии одинаковости площадок (орошаемой и неорошаемой) и установки на поверхности ртутных термометров можно ожидать некоторой компенсации ошибок измерения.

На основании формулы (11) мы подсчитали изменение радиационного прихода для четырех дней, указанных выше. Результаты оказались следующими: среднее относительное изменение радиационного прихода за 4 дня для дневного времени по формуле (8) равно 0,17, по измерениям — 0,20. Учитывая возможные ошибки актинометрических измерений величины ΔR, совпадение вычисленных и измеренных значений следует признать удовлетворительным. Поэтому формула (11) может быть использована для оценки изменения радиационного прихода под влиянием орошения. Использование этой формулы упрощает методику измерения величины ΔR, так как для определения последней необходимо знание только альбедо орошаемой площадки и температуры поверхности.

Таким образом, для оценки эффекта орошения на радиационный режим обычной поверхности (не покрытой растительностью) необходимы, кроме актинометрических наблюдений на неорошаемой площадке, сравнительно небольшие дополнительные наблюдения на орошаемой площадке.

Поскольку уравнение (11) может быть использовано для оценки величины ΔR, рассмотрим, как может изменяться ΔR в зависимости от климатических условий. Для условий Ленинграда (Колтуши) и дневных часов хорошей (малооблачной) погоды величина ΔR имеет следующий порядок:

$$\Delta R = 0{,}76 \cdot 0{,}05 + 0{,}008 \cdot 6 \cdot 0{,}038 + 0{,}048 = 0{,}09 \text{ кал/см}^2\text{мин.}$$

Относительное изменение R, как уже указывалось, будет около 0,20, или 20%.

Рассмотрим условия пустыни (Арысь). По данным З. И. Пивоваровой [5], характерное значение Q для дневных часов можно принять равным 0,85. Если разность температур 15°, то

$$\Delta R = 0{,}85 \cdot 0{,}05 + 0{,}008 \cdot 15 = 0{,}0425 + 0{,}120 = 0{,}162.$$

Учитывая характерное значение величины R, получим $\frac{\Delta R}{R} = 0{,}43$.

Это увеличение эффекта орошения следует признать несколько преуменьшенным из-за ненадежного определения величины R. Радиационный приход в силу применявшейся методики был несколько завышен, поэтому величина $\frac{\Delta R}{R}$ получилась несколько заниженной.

Формула (11) для относительного изменения радиационного прихода под влиянием орошения может быть переписана в виде

$$\frac{\Delta R}{R}=\frac{Q}{Q-E_{эф}}(A-A')+\frac{\beta(t_0-t_0')}{Q-E_{эф}}, \qquad (12)$$

где Q — суммарная радиация, A, A' — альбедо площадок, $E_{эф}$ — эффективное излучение.

Эта формула также показывает, что в условиях засушливого климата величина $\frac{\Delta R}{R}$ будет возрастать в результате увеличения:

1) множителя $\frac{Q}{Q-E_{эф}}$, так как для условий пустынь он увеличивается не только за счет величины приходящей радиации, но и за счет увеличения эффективной радиации вследствие повышенных температур подстилающей поверхности. Например, для Колтушей этот множитель равен 1,6, для Арыси — около 2,6;

2) множителя (t_0-t_0'), который для условий пустынь примерно в 2—2,5 раза больше, чем для районов умеренного климата.

Из этого ориентировочного анализа можно сделать вывод, что влияние орошения на радиационный приход в условиях пустынь будет примерно в 3—4 раза большим, чем для условий умеренного климата. Поэтому, если характерные величины изменения радиационного прихода в условиях умеренного климата равны 10—20%, то в условиях пустынь они будут равны 40—60%. Отсюда ясно существенное изменение термического режима воздуха в условиях орошения.

Рассмотрим кратко, каково значение двух основных процессов: увеличения поглощаемой радиации и уменьшения эффективного излучения, которые обусловливают изменение радиационного прихода при орошении.

В условиях достаточного увлажнения роль указанных факторов, как это видно по приведенной выше оценке величины $\frac{\Delta R}{R}$ для района Ленинграда (Колтушей), примерно одинакова. Для условий пустынь, на основании данных работы [5] и формулы (11), можно принять, что

$$\Delta R=0{,}85\cdot 0{,}10+0{,}008\cdot 15=0{,}085+0{,}120=0{,}205\,.$$

Таким образом, роль уменьшения эффективного излучения, т. е. понижения температуры поверхности при орошении, несколько большая, чем увеличение поглощаемой радиации. Это соотношение для условий сухого климата, повидимому, является естественным, поскольку изменение поглощенной радиации лимитируется сравнительно небольшим изменением альбедо при орошении поверхностей, в то время как уменьшение эффективного излучения связано с очень большим изменением температуры поверхности.

В заключение отметим, что возможное понижение температуры поверхности при орошении может быть определено по следующей формуле:

$$t_0-t_0'=\frac{1}{\beta}\left[L\Delta E-P-Q(A-A')\right]. \qquad (13)$$

Эта формула имеет определенный смысл для определения температурного режима, который устанавливается в результате орошения.

На основании уравнений (7) и (11) можно выписать соотношение, показывающее зависимость количества испаряющейся при орошении влаги от метеорологических условий:

$$E'=\frac{1}{L}\left[Q(A-A')+\beta\left(t_0-t_0'\right)+c_p\rho D(t_0-t)\right]. \qquad (14)$$

Таким образом, количество испаряющейся влаги определяется: изменением прихода суммарной радиации, изменением температуры поверхности при орошении и интенсивностью теплообмена с воздухом.

Следует отметить, что в настоящее время метеорология располагает данными (хотя и не вполне достаточными), позволяющими произвести оценку каждого из указанных факторов и тем самым рассчитать количество влаги, которое может испариться при данных метеорологических условиях, и, следовательно, физически обосновать нормы орошения даже для сравнительно коротких интервалов времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Будыко М. И. К теории гидрометеорологической эффективности лесомелиоративных мероприятий. Гидрометеоиздат, 1950.
2. Тимофеев М. П. К методике определения компонент теплового баланса подстилающей поверхности. Труды ГГО, вып. 27, 1951.
3. Борушко И. С. О влиянии орошения на тепловые характеристики почвы (см. настоящий сборник).
4. Кириллова Т. В. О влиянии орошения на радиационные характеристики земной поверхности (см. настоящий сборник).
5. Труды НИУ ГУГМС, вып. 39, 1948.

Г. Х. ЦЕЙТИН и *А. Ф. ЧУДНОВСКИЙ*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОЧВЫ ПО ЗАДАННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ ВОЗДУХА

В предлагаемой работе решается следующая задача: задан ход температуры воздуха во времени на некоторой высоте (например на высоте метеобудки), по этим данным определяется температура почвы, при этом считаются известными параметры турбулентности воздуха и тепловые характеристики почвы. Известно, что температура воздуха прогнозируется синоптиками и, следовательно, результаты данной работы могут быть использованы для предвычисления температуры почвы на основании прогнозированной температуры воздуха.

Задача решается в следующем порядке: вначале отыскивается связь между температурой воздуха и почвы в предположении, что известен тепловой баланс на границе почва — воздух. Далее в ходе решения тепловой баланс, который трудно определяется из опытных данных и почти не поддается прогнозированию, заменяется (известной из данных прогноза) температурой воздуха на некоторой высоте.

При решении этой задачи не принимается во внимание адвективный приток тепла; правда, он частично учитывается тем, что прогнозируемая температура воздуха дается с учетом адвекции.[1]

Переходим к решению задачи. Итак, задача сводится к решению диференциального уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}k(z)\frac{\partial T}{\partial z}, \tag{1}$$

где $k(z)$ меняется следующим образом:

$$k(z)=\left\{\begin{array}{lll} a^2 & -\infty<z<0 & \text{— для почвы,} \\ \mu+cz & 0\leqslant z\leqslant H & \text{— для воздуха от поверхности почвы} \\ & & \text{до высоты излома } (H) \text{ коэфициента} \\ & & \text{турбулентности,} \\ \mu+cH=b^2 & z\geqslant H & \text{— для воздуха выше высоты излома.} \end{array}\right\} \tag{2}$$

Решение ищем для отклонений температуры $\tau(z, t)$ от равновесного начального условия $f(z)$, т. е. полагаем

$$T(z, t)=f(z)+\tau(z, t) \tag{3}$$

и

$$\frac{d}{dz}k(z)\frac{df(z)}{dz}=0. \tag{4}$$

Для τ получается такое же уравнение, что и для T:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}k(z)\frac{\partial \tau}{\partial z}, \tag{5}$$

[1] Эта работа выполнялась в ГГО и Агрофизическом институте в течение 1948—1951 гг.

причем начальное условие для $\tau(z, t)$ будет нулевое. Граничные условия задачи для $\tau(z, t)$ таковы: $\tau \neq \infty$ при $z \to \pm\infty$

$$\tau|_{z=-0} = \tau|_{z=+0}, \qquad (6)$$

$$\left.\frac{\partial\tau}{\partial z}\right|_{z=H-0} = \left.\frac{\partial\tau}{\partial z}\right|_{z=H+0}, \qquad (7)$$

$$\tau|_{z=H-0} = \tau|_{z=H+0}. \qquad (8)$$

На поверхности почвы должно выполняться условие баланса тепла

$$c_1\rho_1 a^2 \left.\frac{\partial\tau}{\partial z}\right|_{z=-0} - c_p\rho\mu \left.\frac{\partial\tau}{\partial z}\right|_{z=+0} = \psi(t), \qquad (9)$$

где $c_1\rho_1$ и $c_p\rho$ — объемные теплоемкости в почве и в воздухе, $\psi(t)$ — отклонение от начального значения величины разности между радиационным балансом и теплом, потраченным на испарение.

В ходе решения задачи функция $\psi(t)$ исключается при помощи задания температуры воздуха на некоторой высоте. Задача решается операционным методом.

Введем обозначения для операционннных изображений отклонений температуры и баланса от начального значения:

$$\mathrm{X}(p, z) = \int_0^\infty e^{-pt}\tau(z, t)\, dt, \qquad (10)$$

$$\overline{\Psi}(p) = \int_0^\infty e^{-pt}\psi(t)\, dt. \qquad (11)$$

Диференциальное уравнение для изображения отклонения температуры с учетом начального условия примет вид

$$\frac{d}{dz} k(z) \frac{d\mathrm{X}(p, z)}{dz} = p\mathrm{X}(p, z) \qquad (12)$$

и соответственно для X получим следующие граничные условия:

$$\mathrm{X}(p, z) \neq \infty \quad \text{при } z \to \pm\infty, \qquad (13)$$

$$\mathrm{X}|_{z=-0} = \mathrm{X}|_{z=+0}, \qquad (14)$$

$$\mathrm{X}|_{z=H-0} = \mathrm{X}|_{z=H+0}, \qquad (15)$$

$$\left.\frac{d\mathrm{X}}{dz}\right|_{z=H-0} = \left.\frac{d\mathrm{X}}{dz}\right|_{z=H+0}, \qquad (16)$$

$$c_1\rho_1 a^2 \left.\frac{d\mathrm{X}}{dz}\right|_{z=-0} - c_p\rho\mu \left.\frac{d\mathrm{X}}{dz}\right|_{z=+0} = \overline{\Psi}(p). \qquad (17)$$

Решение для каждого слоя (с учетом условия ограниченности на бесконечности), т. е. значения X и ее производной, получается в виде

$$\left.\begin{aligned} X_1(p, z) &= A_1(p)\, e^{\frac{\sqrt{p}}{a} z} \\ \frac{dX_1}{dz} &= \frac{\sqrt{p}}{a} A_1(p)\, e^{\frac{\sqrt{p}}{a} z} \end{aligned}\right\} -\infty < z < 0, \tag{18}$$

$$\left.\begin{aligned} X_2(p, z) &= A_2(p)\, I_0\left(\frac{2}{c}\sqrt{p(\mu + cz)}\right) + B_2(p) K_0\left(\frac{2}{c}\sqrt{p(\mu + cz)}\right) \\ \frac{dX_2}{dz} &= \sqrt{\frac{p}{\mu + cz}}\left\{A_2(p) I_1\left(\frac{2}{c}\sqrt{p(\mu + cz)}\right) - \right. \\ &\left. - B_2(p) K_1\left(\frac{2}{c}\sqrt{p(\mu + cz)}\right)\right\} \end{aligned}\right\} 0 \leqslant z \leqslant H, \tag{19}$$

$$\left.\begin{aligned} X_3(p, z) &= B_3(p)\, e^{-\frac{\sqrt{p}}{b}(z-H)} \\ \frac{dX_3}{dz} &= -\frac{\sqrt{p}}{b} B_3(p)\, e^{-\frac{\sqrt{p}}{b}(z-H)} \end{aligned}\right\} z \geqslant H, \tag{20}$$

где I_0, I_1, K_0 и K_1 — функции Бесселя от мнимого аргумента, а A_1, A_2, B_2, B_3 — произвольные постоянные.

Для определения постоянных интегрирования используем граничные условия. На основании (14) и (17) найдем:

$$A_2 I_0(\beta\sqrt{p}) + B_2 K_0(\beta\sqrt{p}) = A_1,$$

$$A_2 I_1(\beta\sqrt{p}) - B_2 K_1(\beta\sqrt{p}) = \delta A_1 - \frac{\Psi(p)}{c_p \rho \sqrt{\mu p}},$$

откуда

$$A_2(p) = \beta\sqrt{p}\, G_1(p) A_1(p) - \beta\delta_0 K_0(\beta\sqrt{p})\, \Psi(p), \tag{21}$$

$$B_2(p) = \beta\sqrt{p}\, G_2(p) A_1(p) + \beta\delta_0 I_0(\beta\sqrt{p})\, \Psi(p), \tag{22}$$

где

$$\beta = \frac{2}{c}\sqrt{\mu}\,; \quad \delta = \frac{c_1 \rho_1 a}{c_p \rho \sqrt{\mu}}\,; \quad \delta_0 = \frac{1}{c_p \rho \sqrt{\mu}}.$$

$$G_1(p) = K_1(\beta\sqrt{p}) + \delta K_0(\beta\sqrt{p}),$$

$$G_2(p) = I_1(\beta\sqrt{p}) - \delta I_0(\beta\sqrt{p}).$$

На основании условий (15) и (16), имеющих место на высоте излома, находим те же A_2 и B_2:

$$A_2(p) = m\sqrt{p}\, W_1(p) B_3(p), \tag{23}$$

$$B_2(p) = m\sqrt{p}\, W_2(p) B_3(p), \tag{24}$$

где

$$W_1(p) = K_1(m\sqrt{p}) - K_0(m\sqrt{p}),$$

$$W_2(p) = I_1(m\sqrt{p}) + I_0(m\sqrt{p}),$$

$$m = \frac{2}{c}\sqrt{\mu + cH} = \frac{2}{c}\, b.$$

На основании формул (21), (22), (23) и (24) находим A_1 и B_3:

$$A_1(p) = \frac{\delta_0}{\beta\sqrt{p}\,\Delta(p)}\left[W_1 I_0(\beta\sqrt{p}) + W_2 K_0(\beta\sqrt{p})\right]\overline{\Psi}(p), \tag{25}$$

$$B_3(p) = \frac{\delta_0}{m\beta p\Delta(p)}\overline{\Psi}(p), \tag{26}$$

где

$$\Delta(p) = G_1(p)\,W_2(p) - G_2(p)\,W_1(p).$$

Зная A_1 и B_3, можно найти A_2 и B_2 по формулам (21) и (22) или (23) и (24). Используем теперь последнее данное нам условие — заданный ход температуры (вернее, ее отклонения от равновесного состояния) на высоте метеобудки как функцию времени:

$$\tau(z, t)\big|_{z=h} = \varphi(t).$$

Это же условие для изображения отклонения температуры запишется в виде

$$X(p, z)\big|_{z=h} = X_h(p). \tag{27}$$

Так как по предположению h находится внутри второго слоя ($h < H$), то на основании (27) получим

$$A_2 I_0(r\sqrt{p}) + B_2 K_0(r\sqrt{p}) = X_h(p), \tag{28}$$

где

$$r = \frac{2}{c}\sqrt{\mu + ch}.$$

Подставив в (28) полученные значения A_2 и B_2, найдем

$$\frac{\delta_0}{\beta\sqrt{p}\,\Delta(p)}\overline{\Psi}(p)\left[W_1 I_0(r\sqrt{p}) + W_2 K_0(r\sqrt{p})\right] = X_h(p).$$

Тогда согласно (25) получим

$$A_1(p) = \frac{W_1 I_0(\beta\sqrt{p}) + W_2 K_0(\beta\sqrt{p})}{W_1 I_0(r\sqrt{p}) + W_2 K_0(r\sqrt{p})} X_h(p). \tag{29}$$

Искомое изображение отклонения температуры в почве имеет вид

$$X_1(p, z) = X_h(p) D(p, z), \tag{30}$$

где

$$D(p, z) = \frac{W_1 I_0(\beta\sqrt{p}) + W_2 K_0(\beta\sqrt{p})}{W_1 I_0(r\sqrt{p}) + W_2 K_0(r\sqrt{p})} e^{\frac{\sqrt{p}}{a}z}. \tag{31}$$

Переходя к оригиналу, находим, воспользовавшись известной из операционного исчисления теоремой свертывания (теорема Бореля), что

$$\tau_1(z, t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} e^{pt} X_1(p, z)\,dp = \int_0^t \varphi(t - \theta)\,dE(\theta, z), \tag{32}$$

где

$$E(z, \theta) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} e^{p\theta} D(p, z)\frac{dp}{p}. \tag{33}$$

Будем искать решение для больших значений времени. Из операционного исчисления известно, что это соответствует разложению подинтегральной функции в степенной ряд в окрестностях особых точек. Поскольку можно доказать, что единственной особой точкой подинтегральной функции будет начало координат $p=0$, одновременно являющееся точкой разветвления второго порядка, то можно воспользоваться выражением для функции Бесселя при малых аргументах и ограничиться первыми членами разложения этих функций. Итак, при больших t (или θ) найдем разложение при особой точке и, пользуясь приближенными формулами

$$I_0(z)\approx 1,\ I_1(z)\approx \frac{z}{2};$$

$$K_1(z)\approx \frac{1}{z},\qquad K_0(z)\approx \ln\frac{1{,}123}{z},$$

получим

$$G_1(p)\approx \frac{1}{\beta\sqrt{p}}-\delta\ln\frac{1{,}123}{\beta\sqrt{p}},\quad G_2(p)\approx\delta,$$

$$W_1(p)\approx\frac{1}{m\sqrt{p}}-\ln\frac{1{,}123}{m\sqrt{p}},\quad W_2(p)\approx 1;$$

откуда для входящего в формулу (33) отношения $\frac{D(p)}{p}$ получим выражение

$$\frac{D(p,z)}{p}\approx\frac{1+m\sqrt{p}\ln\frac{m}{\beta}}{1+m\sqrt{p}\ln\frac{m}{r}}\frac{e^{-\frac{|z|\sqrt{p}}{a}}}{p}. \tag{34}$$

Данное выражение представим в виде

$$\frac{D(p)}{p}\approx\frac{(1+g)}{p}e^{-\frac{|z|}{a}\sqrt{p}}-\frac{g}{1+\omega\sqrt{p}}\frac{e^{-\frac{|z|\sqrt{p}}{a}}}{p},$$

где введены обозначения

$$\omega=m\ln\frac{m}{r};\quad g=\frac{\gamma}{\omega}\quad;\gamma=m\ln\frac{r}{\beta}.$$

Переходя к оригиналам, получим

$$E(z,\theta)\approx(1+g)G(z,\theta)-gW(z,\theta), \tag{35}$$

где

$$G(z,\theta)=1-\Phi\left(\frac{|z|}{2a\sqrt{\theta}}\right), \tag{36}$$

$$W(z,\theta)=G(z,\theta)-e^{\frac{\theta}{\omega^2}+\frac{|z|}{a\omega}}\left[1-\Phi\left(\frac{|z|}{2a\sqrt{\theta}}+\frac{\sqrt{\theta}}{\omega}\right)\right], \tag{37}$$

где Φ — функция Крампа.

Окончательно температура почвы выразится формулой

$$T(z,\theta)\approx f(z)+(1+g)\int_0^t\varphi(t-\theta)\,d\,[G(z,\theta)]-g\int_0^t\varphi(t-\theta)\,d\,[W(z,\theta)]. \tag{38}$$

Полученные формулы позволяют относительно быстро рассчитать искомые температуры.

Параметр c, входящий в окончательную формулу, может быть приближенно вычислен так:

$$c \approx \frac{0{,}145}{\ln \frac{100}{z_0}} u_1 \text{ см/сек.},$$

где u_1 — скорость ветра на высоте 1 м в м/сек., z_0 — параметр шероховатости подстилающей поверхности.

Таким образом, чтобы рассчитать температуру почвы на глубине z в момент времени t, необходимо располагать следующими данными:

а) распределением температуры почвы по глубине $f(z)$ в момент, когда это распределение близко к равновесному состоянию (изотермия или линейное изменение с глубиной). Этот момент принимается за начальный $t=0$;

б) ходом температуры воздуха во времени на некоторой фиксированной высоте (на высоте метеорологической будки). Требуется знать функцию $\varphi(\theta)$ — отклонения температуры от ее значения в начальный момент для промежутка времени от $\theta=0$ до заданного $\theta=t$. Очевидно, также, что $\varphi(\theta)_{\theta=0}=0$;

в) скоростью ветра на высоте 1 м, средней за отрезок времени, протекшего от начального момента до данного момента t;

г) должен быть известен характер подстилающей поверхности [для приближенного определения параметра шероховатости z_0 по табл. 1 (см. приложение)];

д) величиной a^2 — коэфициентом температуропроводности почвы (для вычисления температуры поверхности почвы знание величины a^2 не требуется);

е) высотой излома коэфициента турбулентности воздуха H; во избежание лишних параметров среднюю величину H можно взять равной 50 м (вычисления показывают, что результат мало зависит от величины H);

ж) значениями функции $G(z, \theta)$ и $W(z, \theta)$ для различных z и θ.

Пример. Найдем температуру почвы на глубине $z=5$ см в 22 час. 11/VII 1888 г. в Тифлисе по следующим данным: начальный момент 0 час. 10/VII 1888 г., температура почвы на глубине 5 см в 0 час. 29,7°, коэфициент температуропроводности $a^2=0{,}0020$ см²/сек. Отклонение температуры воздуха θ на высоте 1,5 м от ее значения в начальный момент (21,3°) $\varphi(\theta)$ представлено в таблице (данные Физической обсерватории в Тифлисе, 1888 г.).

Дата		Часы 0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
10/VII	θ	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
	$\varphi(\theta)$	0,0	—0,6	—2,3	1,9	7,1	10,0	13,5	14,0	13,8	12,4	5,2	2,9	2,1
11/VII	θ	—	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	—
	$\varphi(\theta)$	—	1,0	—0,8	—1,4	8,8	11,3	14,0	15,8	17,8	16,4	5,5	1,0	—

Таким образом, необходимо найти $T(z, t)$ для $z=5$ см и $t=46$ час. Здесь $z_0=1$ см, $u_1=5$ м/сек.; $h=150$ см, $c=15$ см/сек. (приложение, табл. 2) и $g=2{,}725$ (приложение, табл. 3).

В результате вычислений получается

$$\int_0^t \varphi(t-\theta)\, dG(z, \theta) = 6{,}03{,}^\circ$$

$$\int_0^t \varphi(t-\theta)\, dW(z, \theta) = 6{,}20^\circ$$

(интегралы вычислялись графически). Согласно (38) получим

$$T(z, t) = 29{,}7 + 3{,}725 \cdot 6{,}03 - 2{,}725 \cdot 6{,}20 = 35{,}3^\circ.$$

Наблюденная температура равна 33,2°.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Значения параметров шероховатости z_0 для различных поверхностей

Объект	z_0, см	Объект	z_0, см
Оголенная почва . .	1	Средний неровный снег	1,0
Трава	3	Поле—пар	2,0
Мощный снежный покров	0,05	Пшеница, рожь . . .	5,0

Значения параметров ω и g

Параметры	h, см \ c	0,5	1,0	2,0	3,0	5,0	7,5	10	12,5
ω	150	350	248	175	143	111	90,4	78,3	70,2
g		1,752	1,950	2,15	2,265	2,410	2,53	2,605	2,675
ω	200	322	237	161	131	101,5	83,0	71,8	64,3
g		2,120	2,350	2,580	2,710	2,880	3,01	3,11	3,18

Таблица 2

Значения параметра c в см/сек. для различных скоростей ветра u_1 на высоте 1 м и для различных параметров z_0

z_0 \ u_1	0,5	1,0	2,0	3,0	5,0	7,0	10,0	12,0	15,0	20,0
0,05	0,95	1,9	3,8	5,7	9,5	13,4	19,1	22,9	28,6	38,2
0,1	1,05	2,1	4,2	6,3	10,5	14,7	21,0	25,2	31,5	42,0
0,5	1,4	2,7	5,5	8,2	13,7	19,2	27,4	32,9	41,1	54,8
1,0	1,6	3,2	6,3	9,4	15,7	22,0	31,5	37,8	47,3	63,1
2,0	1,8	3,7	7,4	11,1	18,5	26,0	37,1	44,5	55,7	74,2
3,0	2,1	4,3	8,5	12,8	21,3	29,9	42,7	51,2	64,0	85,3
5,0	2,4	4,8	9,7	14,5	24,2	33,9	48,4	58,1	72,7	97,0

Таблица 3

для различных c и h

	15,0	17,5	20,0	25	30,0	35	40,0	50,0	60,0	70,0	80,0	90,0	100
	63,9	59,3	55,4	49,5	45,2	41,8	39,2	35,0	32,0	29,6	27,7	26,1	24,8
	2,725	2,770	2,810	2,870	2,925	2,965	3,00	3,07	3,12	3,17	3,20	3,24	3,265
	58,7	54,3	50,8	45,5	41,5	38,4	35,9	32,1	29,3	27,1	25,4	23,9	22,7
	3,24	3,29	3,34	3,405	3,470	3,52	3,56	3,635	3,695	3,75	3,79	3,83	3,865

Ф. Н. ШЕХТЕР

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ВЫСОТЕ СРЕДНЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В СЕЛЕКТИВНО ПОГЛОЩАЮЩЕЙ АТМОСФЕРЕ

Вопрос о распределении температуры в атмосфере с давних пор привлекал к себе внимание ученых. Первые исследователи предполагали, что распределение температуры регулируется лишь процессами лучистого теплообмена. Полученные ими результаты указывают на неустойчивое состояние атмосферы при лучистом равновесии, вследствие чего должны возникать вертикальные токи. Их влияние на температурную стратификацию было впервые рассмотрено А. А. Фридманом [1]. В то время еще не был ясен механизм турбулентного перемешивания, поэтому ему не удалось правильно учесть все источники тепла.

Физически правильную постановку задачи мы находим в работе И. А. Кибеля [2]. Надо отметить, что до 30-х годов в теоретических работах предполагалось, что атмосфера поглощает и излучает лучистую энергию как „серое“ тело. Лишь Гульбертом в 1931 г. была предложена простая схема, в первом приближении учитывающая селективность поглощения [13]. Автор предполагает, что в интервале слабого поглощения (8—12μ) атмосферу можно считать прозрачной, а остальную часть спектра заменить одной эквивалентной полосой с некоторым средним коэфициентом поглощения. Из-за недостатка знаний о спектре поглощения он должен был ограничиться рассмотрением спектра до 20μ. Это привело к тому, что множитель, учитывающий селективность поглощения, был рассчитан неправильно. В интервале температур 200—300° К, по Гульберту, $f(T)=0{,}68-0{,}55$, истинное $f(T)=0{,}88-0{,}74$. Средний же коэфициент поглощения есть величина вообще фиктивная [3]. К сожалению, эта схема использована и в некоторых работах последних лет.

В работе И. А. Кибеля принципиально разрешен вопрос об учете притока тепла за счет турбулентности, но она содержит много гипотез, касающихся главным образом процессов лучистого теплообмена.

Настоящая работа представляет попытку получить среднегодовое распределение температуры атмосферы при правильном учете процессов лучистого теплообмена и параметров, входящих в решение задачи.

Чрезвычайная трудность учета многочисленных факторов, участвующих в формировании температуры атмосферы, главным образом влияние материков и океанов, объясняет то обстоятельство, что до настоящего времени не имеется удовлетворительного решения задачи о температурном поле атмосферы.[1] Если ограничиться определением только среднегодового поля температуры, то задача значительно упростится. В этом случае можно, во-первых, отвлечься от средних скоростей; во-вторых, считать задачу стационарной.

При заданном распределении поглощающих субстанций получим следующую систему для вычисления средней температуры:

$$\operatorname{div}\left(\overline{\vec{Q}}+\overline{\vec{F}}\right)+L\overline{w}=0, \tag{1}$$

$$\overline{\vec{Q}}=-\lambda\overline{\nabla T},$$

$$\overline{\vec{F}}=\overline{\vec{B}}-\overline{\vec{A}}-\overline{\vec{S}}\,, \tag{2}$$

[1] Настоящая работа была выполнена в 1949 г.

а также уравнения для $\overline{\vec{B}}$, $\overline{\vec{A}}$, $\overline{\vec{S}}$ и уравнение, описывающее приток тепла от конденсации.[1]

Нами приняты следующие обозначения: L — скрытая теплота испарения; w — количество водяного пара, испарившееся в единице объема в единицу времени; T — температура воздуха; λ — коэфициент турбулентной теплопроводности; $\vec{A}$, $\vec{B}$ — потоки лучистой энергии атмосферного и земного происхождения; $\vec{S}$ — поток солнечной энергии.

Осреднение уравнения турбулентного потока тепла осложняется тем, что изменения λ и ∇T по времени взаимосвязаны. Поэтому

$$\overline{\vec{Q}} = -\lambda^{*} \nabla \overline{T}, \qquad (3)$$

где λ^{*} — коэфициент турбулентного перемешивания, средневзвешенный по потоку.

Мы рассмотрим распределение температуры в предположении отсутствия горизонтального перемешивания, следовательно, полученное решение будет характеризовать среднее температурное поле всего земного шара или тех широт, где мало сказывается меридиональное перемешивание.

Остановимся прежде всего на нахождении величин $\overline{\vec{B}}$, $\overline{\vec{A}}$, $\overline{\vec{S}}$.

По определению поток лучистой энергии равен $\int\limits_0^{\infty} d\lambda \int\limits_0^{\pi/2} \pi I_\lambda \sin 2\theta \, d\theta$, где I_λ — интенсивность лучистой энергии длины волны λ, распространяющейся в направлении θ.

Для получения $\vec{B}$, $\vec{A}$, $\vec{S}$ надо найти сначала соответствующие интенсивности.

Уравнение переноса интенсивности лучистой энергии в атмосфере, находящейся в состоянии локального термодинамического равновесия, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial I_\lambda}{\partial r} = (\varepsilon_\lambda - I_\lambda)\rho_1 k_\lambda, \qquad (4)$$

где I_λ — интенсивность излучения, ε_λ — интенсивность излучения абсолютно черного тела, k_λ — коэфициент поглощения, ρ_1 — плотность поглощающей субстанции, r — направление распространения луча.

В атмосфере горизонтальная неоднородность имеет масштаб больше вертикальной в 10^2-10^3 раз; следовательно,

$$\frac{\partial I_\lambda}{\partial x} \ll \frac{\partial I_\lambda}{\partial z}, \quad \frac{\partial I_\lambda}{\partial y} \ll \frac{\partial I_\lambda}{\partial z}$$

и

$$\frac{\partial I_\lambda}{\partial r} = \frac{\partial I_\lambda}{\partial z} \cos\theta,$$

где θ — угол, образуемый направлением луча с осью z (ось z направлена вверх, $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$).

Так как лучистая энергия распространяется в двух направлениях (от земной поверхности вверх и к ней вниз), то вместо уравнения (4) целесообразнее рассматривать два уравнения:

$$\cos\theta \frac{\partial I_\lambda^{(1)}}{\partial z} = \left(\varepsilon_\lambda - I_\lambda^{(1)}\right)\left(k_\lambda^{w}\rho_w + k_\lambda^{c}\rho_c\right); \qquad (5)$$

$$0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}$$

$$\cos\theta \frac{\partial I_\lambda^{(2)}}{\partial z} = \left(I_\lambda^{(2)} - \varepsilon_\lambda\right)\left(k_\lambda^{w}\rho_w + k_\lambda^{c}\rho_c\right) \cdot \qquad (6)$$

[1] Черта над буквами означает осреднение за год.

Для удобства решения (5) и (6) введем эффективную влажность m и эффективный коэфициент поглощения k_λ по формулам

$$m=\int_0^z \rho_w \sqrt{\frac{p}{p_s}}\,dz,$$

$$k_\lambda=k_\lambda^w+k_\lambda^c\,\frac{\rho_c}{\rho_w},$$

где ρ_w, ρ_c — плотности водяного пара и углекислого газа, k_λ^w, k_λ^c — соответствующие коэфициенты поглощения, p_s — стандартное давление.

Тогда уравнения (5) и (6) примут следующий вид:

$$\cos\theta\,\frac{dI_\lambda^{(1)}}{dm}=k_\lambda\left(\varepsilon_\lambda-I_\lambda^{(1)}\right), \tag{7}$$

$$\cos\theta\,\frac{dI_\lambda^{(2)}}{dm}=k_\lambda\left(I_\lambda^{(2)}-\varepsilon_\lambda\right), \tag{8}$$

причем

$$0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}.$$

Солнечная энергия распространяется параллельным пучком в одном направлении и атмосферой не излучается, поэтому удобнее уравнение для нее выписать отдельно:

$$\cos\theta\,\frac{dS_\lambda}{dm}=k_\lambda S_\lambda. \tag{9}$$

Теперь (8) содержит энергию только земного происхождения.

Для получения интересующих нас потоков лучистой энергии надо прежде всего решить уравнения (7) — (9) при следующих граничных условиях:

$$m=0\,(z=0)\quad I_\lambda^{(1)}=\delta\varepsilon_\lambda+(1-\delta)\,I_\lambda^{(2)},$$

$$m=M\,(z=\infty)\quad I_\lambda^{(2)}=0,\ S_\lambda=S_{0,\lambda},$$

где δ — поглощательная способность земли, которую принимаем за серое тело.

Уравнения (7) и (8) подробно решаются в нашей работе [3]. Решение уравнения (9) можно получить тем же путем, поэтому напишем сразу конечный результат:

$$B(m)=E(m)-\Delta E(M)\,D(M+m)+\Delta\int_0^M D(\tau+m)\,\frac{dE}{d\tau}\,d\tau-$$
$$-\int_0^m D(m-\tau)\,\frac{dE}{d\tau}\,d\tau, \tag{10}$$

$$A(m)=E(m)-E(M)\,D(M-m)+\int_m^M D(\tau-m)\,\frac{dE}{d\tau}\,d\tau; \tag{11}$$

$$S(m)=S_0\overline{\overline{D}}_S\left(\frac{M-m}{\cos\theta}\right)\cos\theta. \tag{12}$$

Здесь $E=\int_0^\infty \varepsilon_\lambda\,d\lambda=\sigma T^4$; $\Delta=1-\delta$; $D(u)$ и $\overline{\overline{D}}_S(u)$ — функции пропускания атмосферной и солнечной радиации соответственно.

Для $D(u)$ в работе [3] было получено следующее выражение:

$$D(u) = Q_1 H_5(q_1 \sqrt{u}) + P_1 H_5(p_1 \sqrt{u}),$$

где $Q_1 = 1{,}884$, $P_1 = 2{,}116$, $q_1 = 0{,}54$, $p_1 = 6{,}94$, u — количество водяного пара в сантиметрах. $H_5(x)$ — функция Гольда [4].

Приближенно, но с достаточной точностью

$$D(u) = Qe^{-q\sqrt{u}} + Pe^{-p\sqrt{u}}, \tag{13}$$

где $Q = 0{,}471$, $P = 0{,}529$, $q = 0{,}696$, $p = 8{,}94$.

Для получения функции пропускания солнечной радиации воспользуемся формулой В. Г. Кастрова [5]

$$W = 0{,}156 \cdot u^{0{,}294} \text{ кал/см}^2\text{мин.}, \tag{14}$$

дающей зависимость поглощенной энергии от количества водяного пара на пути луча. По определению $D(u) = \frac{W_0 - W}{W_0}$, где W_0 — начальная энергия. Подставляя в $D(u)$ формулу (14) и беря $W_0 = 1{,}93$ кал/см^2 мин., получим

$$\overline{\overline{D}}_S(u) = 1 - \nu u^{\varepsilon}, \tag{15}$$

где $\nu = 0{,}081$, $\varepsilon = 0{,}294$.

Чтобы использовать полученные выражения (10) — (12) для решения поставленной выше задачи, надо их осреднить за год. При осреднении предположим, что эффективная влажность меняется мало, и примем ее равной средней величине. Эта гипотеза вряд ли приведет к существенным ошибкам и в то же время позволит получить простые выражения для осредненных величин. Кроме того, для среднегодового солнечного облучения можно считать $\theta = 0$. Если не учитывать приток тепла от конденсации, то уравнения (1), (2), (3) и осредненные выражения (10) — (12) дадут нам следующую систему для отыскания среднего распределения температуры:

$$\frac{d}{dz}(\overline{Q} + \overline{B} - \overline{A} - \overline{S}) = 0, \tag{16}$$

$$\overline{Q} = -\lambda^* \frac{d\overline{T}}{dz}, \tag{17}$$

$$\overline{B}(\overline{m}) = \overline{E}(\overline{m}) - \Delta\overline{E}(\overline{M}) D(\overline{M} + \overline{m}) + \Delta \int_0^{\overline{M}} D(\overline{\tau} + \overline{m}) \frac{d\overline{E}}{d\overline{\tau}} d\overline{\tau} - \int_0^{\overline{m}} D(\overline{m} - \overline{\tau}) \frac{d\overline{E}}{d\overline{\tau}} d\overline{\tau}, \tag{18}$$

$$\overline{A}(\overline{m}) = \overline{E}(\overline{m}) - \overline{E}(\overline{M}) D(\overline{M} - \overline{m}) + \int_{\overline{m}}^{\overline{M}} D(\overline{\tau} - \overline{m}) \frac{d\overline{E}}{d\overline{\tau}} d\overline{\tau}, \tag{19}$$

$$\overline{S} = \overline{S}_0 \overline{\overline{D}}_S(\overline{M} - \overline{m}), \tag{20}$$

$$\overline{E} = \sigma\overline{T^4} \approx \sigma\overline{T}^4. \tag{21}$$

За краевые условия мы возьмем уравнения теплового баланса подстилающей поверхности

$$z = 0 \quad (\overline{m} = 0) \quad \overline{Q} + \overline{B} - \overline{A} - \overline{S} = 0 \tag{22}$$

(средним потоком тепла в почву пренебрегаем) и земного шара

$$z = \infty \quad (\overline{m} = \overline{M}) \quad \overline{B} = \overline{S}_0. \tag{23}$$

Количество солнечной энергии, поступающей в атмосферу S_0, равно приходящей от солнца энергии W_0 за вычетом отраженной земным шаром. Если предположить, что все отражение происходит на верхней границе атмосферы, то $S_0' = W_0(1 - \Gamma)$, где Γ — среднее альбедо земного шара.

Прежде всего перейдем в (16) — (20) к безразмерной переменной $\overline{m'} = \dfrac{\overline{m}}{\overline{\overline{M}}}$ (тогда $0 \leqslant \overline{m'} \leqslant 1$) и одновременно заменим $\overline{T}$ в (17) через $\overline{E}$ из (21). В написанной ниже системе мы опустим черточку и штрих и будем помнить, что всюду входят средние величины и безразмерная эффективная влажность

$$\frac{d}{dm}(Q + B - A - S) = 0, \tag{24}$$

$$Q = -\chi(m)\frac{dE}{dm}, \tag{25}$$

$$B(m) = E(m) - \Delta E(1) D(1+m) + \Delta\int_0^1 D(\tau + m)\frac{dE}{d\tau}d\tau - \\ -\int_0^m D(m-\tau)\frac{dE}{d\tau}d\tau, \tag{26}$$

$$A(m) = E(m) - E(1) D(1-m) + \int_m^1 D(\tau - m)\frac{dE}{d\tau}d\tau, \tag{27}$$

$$S = S_0\overline{\overline{D}}_S(1-m), \tag{28}$$

$$E = \sigma T^4, \tag{29}$$

$$\chi(m) = \frac{\lambda^*\rho_w}{4\sigma T^4 M}\sqrt{\frac{p}{p_S}}, \tag{30}$$

$$m = 0:\quad Q + B - A - S = 0, \tag{31}$$

$$m = 1:\quad B = S_0 = W_0(1 - \Gamma). \tag{32}$$

Чтобы наглядно показать влияние вертикального турбулентного обмена на распределение температуры, рассмотрим случаи как лучистого равновесия, так и постоянного и переменного коэфициентов перемешивания.

1. При условии, что единственным процессом, переносящим тепло, является лучистый теплообмен, системой, определяющей распределение температуры, будет условие лучистого равновесия

$$\frac{d}{dm}(B - A - S) = 0 \tag{33}$$

и уравнения (26) — (29) с краевым условием (32).

Уравнение (33) при учете (32) сразу дает

$$B - A - S = 0 \tag{34}$$

на всех высотах.

Подставляя (26) — (28) в (34), получим интегральное уравнение,

$$\int_0^1 [D|m - \tau| - \Delta D(m+\tau)]\frac{dE}{d\tau}d\tau = E(1)[D(1-m) - \Delta D(1+m)] - \\ - S_0\overline{\overline{D}}_S(1-m), \tag{35}$$

содержащее неизвестную величину $E(1)$.

Используя (26) и (32), найдем, что

$$E(1)=\frac{S_0+\int\limits_0^1 [D(1-\tau)-\Delta D(1+\tau)]\frac{dE}{d\tau}d\tau}{1-\Delta D(2)}. \tag{36}$$

Подставляя (36) в (35), придем к интегральному уравнению, свободный член которого и ядро суть известные функции:

$$\int\limits_0^1 [D\,|\,m-\tau\,|-\Delta D(m+\tau)-\gamma\Psi(m)\Psi(\tau)]\frac{dE}{d\tau}d\tau=$$

$$=S_0[\gamma\Psi(m)-\overline{\overline{D}}_S(1-m)], \tag{37}$$

где

$$\Psi(x)=D(1-x)-\Delta D(1+x), \tag{38}$$

$$\gamma=\frac{1}{1-\Delta D(2)}. \tag{39}$$

Исследуем получившееся уравнение. Его ядро и правая часть — комбинации функции пропускания. По физическому смыслу функция пропускания непрерывна со своей производной в промежутке $[0,\ \infty]$. Следовательно, в квадрате $[0,\ 1]$ ядро уравнения непрерывно, а его производная терпит конечный разрыв на прямой $m=\tau$ за счет члена $D\,|\,m-\tau\,|$; свободный член — функция непрерывная вместе с производной. При $m=1$ ядро и свободный член равны нулю, так как $D(0)=1$, $\Psi(1)=\frac{1}{\gamma}$.

Следует заметить, что как уравнение (37), так и встречающееся в дальнейшем интегральное уравнение могут быть преобразованы к виду, содержащему в качестве искомой функции $E(m)$. Однако представляется более удобным находить величину $\frac{dE}{d\tau}$.

Это объясняется тем, что, во-первых, преобразованные уравнения содержат производные от функций пропускания, которые определяются со значительной погрешностью, так как для самих функций имеем не точные аналитические формулы, а аппроксимационные; во-вторых, и основные и преобразованные уравнения придется решать приближенным методом, поэтому целесообразнее найти из уравнения $\frac{dE}{d\tau}$, так как последующее интегрирование уменьшит ошибку решения.

Итак, следует решить интегральное уравнение Фредгольма первого рода с симметричным ядром:

$$\int\limits_0^1 K(m,\tau)\,\varphi(\tau)\,d\tau=f(m), \tag{40}$$

где

$$K(m,\tau)=D\,|\,m-\tau\,|-\Delta D(m+\tau)-\gamma\Psi(m)\Psi(\tau),$$

$$f(m)=S_0\left[\gamma\Psi(m)-\overline{\overline{D}}_S(1-m)\right],$$

$$\varphi(\tau)=\frac{dE}{d\tau},$$

$\Psi(x)$ и γ даются формулами (38) и (39).

Уравнение (40) будем решать методом, состоящим в замене интеграла на конечную сумму [6]. Так как под интегралом в (40) стоит непрерывная функция, то можно написать приближенные равенства:

$$\int_0^1 K(m, \tau)\varphi(\tau)\,d\tau \approx \sum_{i=1}^{n} A_i K(m, \tau_i)\varphi(\tau_i)$$

и

$$\sum_{i=1}^{n} A_i K(m, \tau_i)\varphi(\tau_i) \approx f(m). \tag{41}$$

Заменяя в (41) m через $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$, получим систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными $\varphi(\tau_1), \ldots, \varphi(\tau_n)$:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i K(\tau_j, \tau_i)\varphi(\tau_i) = f(\tau_j), \tag{42}$$

$$j = 1, 2, \ldots, n.$$

Решение этой системы дает приближенные значения искомой функции в точках $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$. При $n \to \infty$ решение системы (42) имеет своим пределом решение уравнения (40).

Получив решение уравнения (40), найдем искомое $E(m)$ по формулам

$$E(m) = E(1) - \int_m^1 \varphi(\tau)\,d\tau, \tag{43}$$

$$E(1) = \gamma\left[S_0 + \int_0^1 \Psi(\tau)\varphi(\tau)\,d\tau\right], \tag{44}$$

а $T(m)$ — из соотношения $E = \sigma T^4$.

Связь между m и z получим из условия, что $m = \dfrac{\int_0^z \rho_w \sqrt{\frac{p}{p_S}}\,dz}{\int_0^\infty \rho_w \sqrt{\frac{p}{p_S}}\,dz}$.

Ядро уравнения (40) симметрично; следовательно, положив в (42) $A_i\varphi(\tau_i) = x_i$, получим нормальную систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными x_i:

$$\sum_{i=1}^{n} K(\tau_j, \tau_i)x_i - f(\tau_j) = 0, \tag{45}$$

$$j = 1, 2, \ldots, n.$$

Заменив в формулах (44) и (43) интеграл на сумму, найдем, что

$$E(1) = \gamma\left[S_0 + \sum_{i=1}^{n} \Psi(\tau_i)x_i\right], \tag{46}$$

$$E(0) = E(1) - \sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{47}$$

Остальные $E(m)$ определим по (43) графическим интегрированием.

Если предположить, что распределение плотности и давления по высоте следует экспоненциальному закону, т. е.

$$\rho_w \sqrt{\frac{p}{p_S}} = \Omega e^{-\alpha z},$$

то

$$m = 1 - e^{-\alpha(z - z_0)}, \quad M = \frac{\Omega}{\alpha} e^{-\alpha z_0},$$

где z_0 — высота земной поверхности над уровнем моря.

Необходимые для расчета данные мы взяли из следующих источников: количество солнечной энергии, падающей на границу атмосферы, из книги Миланковича [8]; облачность — из работы Брукса [14]; альбедо определялось по формуле $\Gamma = 0{,}53\,C + 0{,}14\,(1 - C)$, полученной нами на основании новейших данных [15]. К сожалению, не только средние для земного шара, но и среднеширотные надежные данные о распределении по высоте метеорологических элементов отсутствуют. Поэтому мы были вынуждены использовать среднегодовые величины для какого-либо пункта земного шара. Согласно несколько устаревшим расчетам [4] условие (32) имеет место примерно на широте 37° 30′ N. На этой широте нужные аэрологические данные имеются за 2 года [17а] для станции Доудж-сити (37° 30′ N, 100° W). Численные значения параметров для выбранного примера следующие:

$$W_0 = 0{,}483 \text{ кал/см}^2 \text{ мин}, \quad C = 0{,}42, \quad \Omega = 12{,}07 \text{ г/м}^3,$$

$$\alpha = 0{,}582 \text{ }^1/\text{км}, \quad z_0 = 0{,}8 \text{ км}, \quad \delta = 0{,}9.$$

Подсчет функций пропускания производился по формулам (13) и (15) при $q = q\sqrt{M} = 0{,}793$, $p = p\sqrt{M} = 10{,}19$, $\nu = \nu M^{0{,}294} = 0{,}0875$.

Для получения большей точности мы воспользовались формулой квадратур Гаусса [7].

Проведение вычислений для $n = 5$, 6, 7 и 8 дало возможность выяснить характер сходимости приближенных решений к точному и величину возможной ошибки. Результаты расчета помещены в табл. 1. Здесь и в дальнейшем значения температуры округлены до 0,5°.

Таблица 1

m, г/см²	z, км	$n=5$: E кал/см²мин.	$n=5$: $t°$	$n=6$: E кал/см²мин.	$n=6$: $t°$	$n=7$: E кал/см²мин.	$n=7$: $t°$	$n=8$: E кал/см²мин.	$n=8$: $t°$
0,000	0,8	0,828	43,5	0,859	46,5	0,886	49,0	0,902	50,5
0,110	1,0	0,686	29,0	0,709	31,5	0,728	33,5	0,739	34,5
0,335	1,5	0,547	12,0	0,563	14,5	0,576	16,5	0,583	17,0
0,500	2,0	0,471	2,0	0,482	3,5	0,492	5,0	0,497	5,5
0,630	2,5	0,412	—7,5	0,420	—6,0	0,426	—5,0	0,429	—4,5
0,720	3,0	0,370	—14,5	0,374	—13,5	0,377	—13,0	0,380	—12,5
0,845	4,0	0,301	—27,0	0,300	—27,5	0,299	—28,0	0,299	—28,0
0,915	5,0	0,252	—38,0	0,247	—39,0	0,243	—40,0	0,242	—40,5
0,950	6,0	0,220	—46,0	0,213	—48,0	0,207	—49,0	0,205	—50,0
0,980	7,5	0,184	—56,0	0,174	—59,0	0,169	—60,5	0,163	—62,0
0,990	9,0	0,165	—61,5	0,154	—65,0	0,147	—67,5	0,141	—69,5
0,999	13,0	0,154	—65,0	0,139	—70,5	0,126	—75,5	0,120	—78,0
1,000	∞	0,154	—65,0	0,138	—71,0	0,124	—76,0	0,117	—79,0

Помещенные в табл. 2 разности $(t_n - t_{n-1})$ показывают, что имеет место монотонная сходимость приближенных решений и что наибольшее расхождение наблюдается в стратосфере. Приближенное решение при $n = 8$ отличается от точного менее, чем на 3°. Так как такую точность можно признать достаточной, то за решение уравнения (41) примем решение системы (43) при $n = 8$.

Таблица 2

z, км / Δt°	0,8	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	7,5	9,0	13,0	∞
$t_6 - t_5$	3,0	2,5	2,5	1,5	1,5	1,0	−0,5	−1,0	−2,0	−3,0	−3,5	−5,5	−6,0
$t_7 - t_6$	2,5	2,0	2,0	1,5	1,0	0,5	−0,5	−1,0	−1,0	−1,5	−2,5	−5,0	−5,0
$t_8 - t_7$	1,5	1,0	0,5	0,5	+0,5	0,5	0,0	−0,5	−1,0	−1,5	−2,0	−2,5	−3,0

Рассмотрение вычисленных градиентов (табл. 3) показывает, что состояние атмосферы при лучистом равновесии неустойчиво примерно до 7—8 км, и стратосфера начинается ниже чем в действительности.

Таблица 3

Δz, км / $\frac{dT}{dz}$, град./100 м	0,8—1,0	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6-7	7—9	9—13
Вычисленный	−8,00	−2,90	−1,80	−1,55	−1,25	−0,95	−0,85	−0,55	−0,21
Наблюденный	+0,75	−0,35	−0,60	−0,65	−0,70	−0,65	−0,70	−0,73	−0,48

Сравнение строк 2 и 3 табл. 3 подтверждает то обстоятельство, что турбулентное перемешивание необходимо учитывать. Также можно сделать вывод, что турбулентное перемешивание должно быть наибольшим в нижнем километре, а затем убывать с высотой.

2. Перейдем теперь к рассмотрению распределения температуры с учетом переноса тепла турбулентным перемешиванием, т. е. к решению системы (24)—(32). Граничное условие (31) сразу дает первый интеграл уравнения (24):

$$Q + B - A - S = 0. \tag{48}$$

Подставляя в (48) формулы (25)—(28), получим следующее интегральное уравнение Фредгольма:

$$\chi(m)\varphi(m) + \int_0^1 K(m, \tau)\varphi(\tau)\,d\tau = f(m), \tag{49}$$

где все обозначения прежние.

Прежде всего установим вид функции $\chi(m)$. Абсолютная температура меняется с высотой мало и ее можно считать постоянной и равной средней по высоте температуре атмосферы. Если принять, как и выше, что величнна $\rho_w \sqrt{p}$ изменяется по экспоненциальному закону, то $\rho_w \sqrt{\frac{p}{p_S}} = \Omega e^{-\alpha z_0}(1 - m)$.

Рассмотрим сначала распределение температуры при постоянном коэфициенте обмена и покажем, что в этом случае не получается правильного профиля температурной кривой. При условии, что $\lambda^*(z) = \lambda^*$ и $\frac{\Omega e^{-\alpha z_0}}{4\sigma \bar{T}^3 M} = d$, получим непрерывную функцию

$$\chi(m) = \lambda^* d(1 - m). \tag{50}$$

Применяя для решения уравнения (49) тот же приближенный метод, что и для (40), придем к следующей нормальной системе линейных алгебраических уравнений:

$$\left[\frac{\chi(\tau_j)}{A_j}+K(\tau_j,\tau_j)\,x_j+\sum_{i=1}^{8}K(\tau_j,\tau_i)\,x_i-f(\tau_j)\right]=0, \qquad (51)$$

$j=1,\ 2,\ldots,\ 8.$

Среднее значение коэфициента обмена в свободной атмосфере обычно принимается равным 60 г/см сек. [9, 16], что дает $\lambda^*=864$ кал/см мин. град. Считая $\bar{T}=250°$, получим $d=0{,}001$.

Результаты вычисления помещены на рис. 1 и в табл. 4 (столбцы 3 и 4).

Характер сходимости приближенных решений к точному и величина погрешности целиком зависят от вида ядра. Так как ядра уравнений (40) и (49) одинаковы, то остаютяс я силе и полученные выше оценки

Сравнение вычисленных и наблюдаемых температур (рис. 1) подтверждает необходимость учета зависимость коэфициента обмена от высоты.

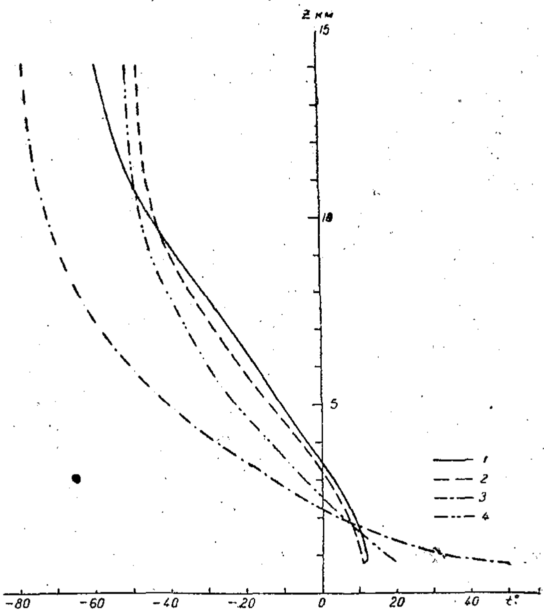

Рис. 1. Распределение температуры в Доудж-сити. 1) наблюдаемое, 2) $\lambda^*=\lambda^*(z)$, 3) лучистое равновесие, 4) λ^* постоянная.

Согласно современным взглядом коэфициент обмена линейно растет в приземном слое, затем уменьшается сначала быстро, потом медленнее и на высоте 3—4 км колеблется в пределах 50—70 г/см сек. [9,10, 11, 16]. Это согласуется со сделанным нами выше выводом, что переме. шивание должно убывать с высотой, Мы предположили, что убывание коэфициента обмена вне приземеного слоя происходит обратно пропорционально высоте и таким оборазом, что на высоте 4 км над поверхностью земли он равен 60 г/см сек. Для нахождения высоты излома и величины максимального коэфициента используем данную в работе М. И. Юдина и М. Е. Швеца [10] зависимость этих величин от шероховатости подстилающей поверхности. Построив кривые зависимости коэфициента турбулентной вязкости (k) от высоты приземного слоя для различных шероховатостей, найдем, что наша кривая $k=k_0+\frac{186\cdot 10^2}{z-z_0}$ пересекается с одной из построенных в точке $z_1-z_0=0{,}26$ км. Таким образом получаем следующий профиль коэфициента турбулентной теплопроводности.

$$\left.\begin{aligned}\lambda^* &= \lambda_0 - a\lg(1-m) && m\leqslant m_1\\ \lambda^* &= \lambda_0 - \frac{b}{\lg(1-m)} && m> m_1\end{aligned}\right\} \qquad (52)$$

где $m_1=1-e^{-\alpha(z_1-z_0)}$, $a=\frac{1{,}184}{\alpha}$, $b=1502\times 10^5\,\alpha$.

При принятом профиле λ^* функция $\chi(m)$ также будет непрерывна:

$$\chi(m)=d(1-m)\,[\lambda_0-a\lg(1-m) \qquad m\leqslant m_1,$$

$$\chi(m)=d(1-m)\left[\lambda_0-\frac{b}{\lg(1-m)}\right] \qquad m>m_1.$$

Решение уравнения (49) при переменном коэфициенте обмена помещено в табл. 4 (столбцы 5 и 6) и на рис. 2.

Сравнение вычисленных и наблюдаемых профилей температуры показывает, что при переменном коэфициенте обмена они имеют одинаковый характер.

И. А. Кибель считает, что наиболее полное выполнение условия (32) имеет место на широте 41° N. Мы провели поэтому расчеты также для станции Омаха (41° 20′ N, 95° W), использовав средние за 3 года аэрологические данные [17б]. Численные значения входящих параметров следующие: $W_0 = 0{,}463$ кал/см^2 мин., $C = 0{,}46$, $\Omega = 9{,}18$ г/м^3, $\alpha = 0{,}504$ $^1/$км, $z_0 = 0{,}3$ км, $\delta = 0{,}9$, $q = 0{,}871$, $p = 11{,}18$, $\nu = 0{,}0924$.

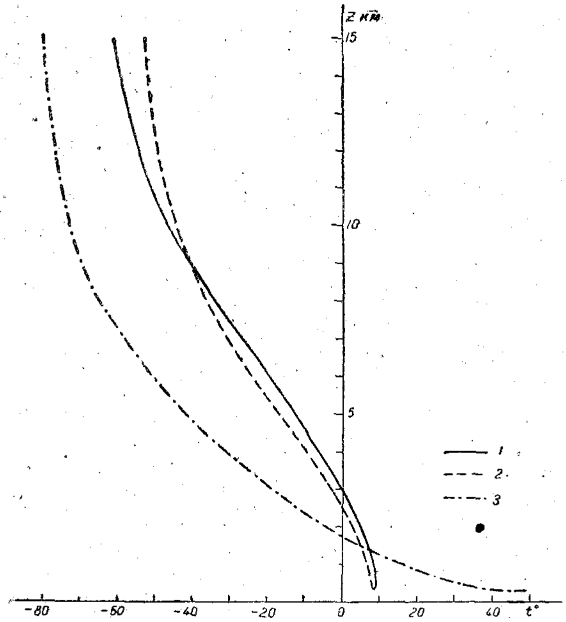

Рис. 2. Распределение температуры в Омаха.
1) наблюдаемое, 2) $\lambda^* = \lambda^*(z)$, 3) лучистое равновесие.

Результаты вычисления приведены в табл. 5 и на рис. 2.

Ошибки решения и осреднения для обоих примеров можно оценить в 3—4°; некоторые ошибки безусловно возникли из-за того, что для расчета были использованы данные частично среднеширотные, частично для определенного пункта, а также в результате неучета процессов изменения фаз воды. Принимая это во внимание, полученное совпадение можно считать вполне удовлетворительным.

Необходимо отметить, что в литературе не имеется никаких данных о величинах турбулентного потока тепла и коэфициента обмена для высот больших 4 км, и, кроме того, механизм турбулентности при малых плотностях и низких температурах совершенно не изучен. Указанные обстоятельства значительно затрудняют решение поставленной задачи.

Таблица 4

m, г/см^2	z, км	$\lambda^*(z) = \lambda^*$		$\lambda^*(z)$		$t°_{набл}$
		E	$t°$	E	$t°$	
0,000	0,8	0,610	20,0	0,537	11,0	11,0
0,110	1,0	0,588	17,5	0,532	10,5	12,5
0,334	1,5	0,540	11,5	0,524	9,0	11,0
0,502	2,0	0,499	6,0	0,512	7,5	9,0
0,628	2,5	0,462	0,5	0,493	5,0	6,0
0,722	3,0	0,430	—4,5	0,472	2,0	3,0
0,844	4,0	0,372	—14,0	0,423	—5,5	—3,5
0,913	5,0	0,325	—22,5	0,374	—13,5	—10,5
0,950	6,0	0,291	—29,5	0,334	—21,0	—17,0
0,980	7,5	0,249	—38,5	0,280	—31,5	—27,5
0,990	9,0	0,223	—45,0	0,243	—40,0	—38,5
0,999	13,0	0,193	—51,5	0,212	—48,0	—57,5
1,000	∞	0,193	—51,5	0,210	—48,5	(—61,5)

Таблица 5

m, г/см²	z, км	$t°$ лучистое равновесие	$t°$ $\lambda^*(z)$	$t°$ наблюдаемая	m, г/см²	z, км	$t°$ лучистое равновесие	$t°$ $\lambda^*(z)$	$t°$ наблюдаемая
0,000	0,3	49,5	8,5	9,0	0,845	4,0	—31,0	—9,5	—6,0
0,096	0,5	30,5	8,0	9,5	0,945	6,0	—51,0	—24,0	—19,0
0,297	1,0	15,0	7,0	8,5	0,980	8,0	—65,0	—36,0	—33,5
0,455	1,5	4,5	5,5	7,0	0,990	9,5	—71,5	—43,0	—44,0
0,573	2,0	—4,5	3,0	5,0	0,999	14,0	—79,5	—52,5	—59,5
0,680	2,5	—12,0	0,0	2,5	1,000	∞	—80,0	—53,0	(—61,5)
0,744	3,0	—18,5	—3,0	—0,5					

ЛИТЕРАТУРА

1. Фридман А. А. О распределении температуры с высотой. Геофизический сборник, т. I, вып. 1, 1914.
2. Кибель И. А. Распределение температуры в земной атмосфере. ДАН СССР, т. XXXIX, № 1, 1943.
3. Шехтер Ф. Н. К вычислению лучистых потоков тепла в атмосфере. Труды ГГО, вып. 22, 1950.
4. Динамическая метеорология, ч. I, Гидрометеоиздат, Л., 1935.
5. Кастров В. Г. К вопросу о поглощении солнечной радиации атмосферным водяным паром. Изв. АН СССР, серия географ. и геофиз., № 5, 1949.
6. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. Л.—М., 1941.
7. Крылов А. Н. Лекции о приближенных вычислениях. ГТТИ, Л.—М., 1938.
8. Миланкович М. Д. Математическая климатология, М.—Л. 1939.
9. Швец М. Е. Суточный ход температуры воздуха и лучистый теплообмен. Изв. АН СССР, серия географ. и геофиз., № 4, 1943.
10. Юдин М. И., Швец М. Е. Стационарная модель распределения ветра с высотой в турбулентной атмосфере. Труды ГГО, вып. 31, 1940.
11. Лайхтман Д. Л., Чудновский А. Ф. Физика приземного слоя атмосферы. Л.—М., 1949.
12. Emden R. Über Strahlungsgleichgewicht und atmosphärische Strahlung. S — B. Akad., Math. — Phys. Kl., № 1, München, 1913.
13. Hulburt E. O. Temperature of the lower atmosphere of the earth. Phys. Pev. 38, № 10, 1931.
14. Brooks C. E. P. The mean cloudinnes over the earth. Mem. Roy. Met. Soc 1, p. 127, 1927.
15. Fritz S. The albedo of the planet earth and of clouds. J. Met. 6, № 4, 1949.
16. Lettau H. Atmosphärische Turbulenz. Leipzig, 1939.
17. Month. Weath. Rev. a) 72—73, № 12, 1944—1945; b) 66—68, № 12, 1938—1940.

Е. Д. КОВАЛЕВА

УЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЯНОГО ПАРА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭФФЕКТИВНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И ПРОТИВОИЗЛУЧЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

В сборнике Трудов ГГО [1, 2] предложен радиационный график определения эффективного излучения и противоизлучения по данным температуры земной поверхности и влажности воздуха у земной поверхности.

Расчет эффективного излучения и противоизлучения производился по диаграмме Ф. Н. Шехтер [3] при разных значениях температуры земной поверхности и влажности воздуха у земной поверхности. При этом предполагалось, что распределение температуры, удельной влажности и давления подчиняется законам:

$$T = T_0 - \gamma z,$$

$$q = q_0 \cdot 10^{-az - bz^2},$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{g}{R\gamma}},$$

где T_0, q_0, p_0 — температура земной поверхности, удельная влажность и давление воздуха у земной поверхности; T, q, p — температура, удельная влажность и давление воздуха на высоте z; z — высота в км; γ — вертикальный градиент температуры в град./км; g — ускорение силы тяжести; R — газовая постоянная; a, b — эмпирические коэфициенты.

Для определения величины поправочного множителя, учитывающего отличие распределения температуры и влажности от нормального, служат дополнительные графики; слева — для противоизлучения, справа — для эффективного излучения.

Формула убывания удельной влажности бралась с коэфициентами, определенными на основании аэрологических зондирований (из работы А. Х. Хргиана) [4]. Значения коэфициентов в формуле несколько изменяются в зависимости от географических условий.

При выполнении настоящей работы перед нами стояла задача учета различий в среднем распределении водяного пара при определении эффективного излучения и противоизлучения по наземным данным.

Как известно, изменение упругости водяного пара с высотой выражается эмпирическими формулами

$$e = e_0 \cdot 10^{-az - bz^2},$$

или

$$e = e_0 \cdot 10^{-cz},$$

где e_0, e — упругость водяного пара у земной поверхности и на высоте z, z — высота в км, a, b, c — коэфициенты.

Обычно первая из формул рекомендуется для свободной атмосферы, вторая — для горных станций.

Такого же вида формулы предлагаются для характеристики среднего распределения удельной влажности:

$$q = q_0 \cdot 10^{-az - bz^2}, \tag{1}$$

$$q = q_0 \cdot 10^{-cz}. \tag{2}$$

После некоторого преобразования и логарифмирования формулы (1) и (2) могут быть записаны в виде

$$\lg q \cdot 10^{az} = \lg q_0 - bz^2, \tag{1a}$$

$$\lg q = \lg q_0 - cz. \tag{2a}$$

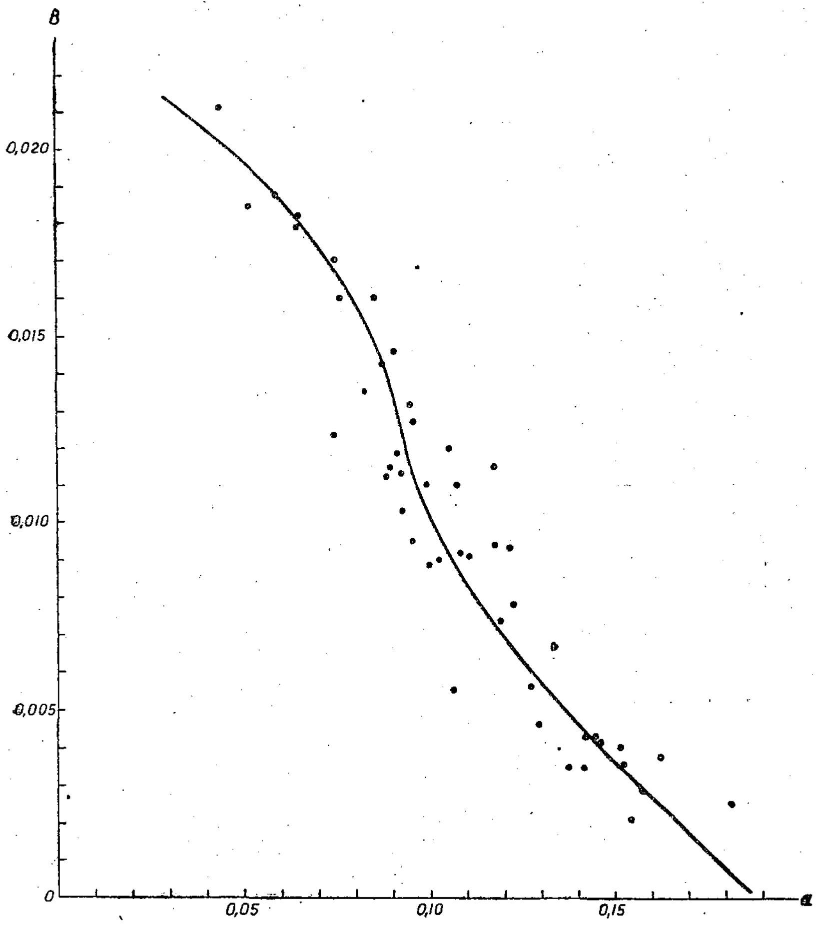

Рис. 1а.

Исследование зависимостей $\lg q - z$ и $\lg q \cdot 10^{az} - z^2$ показало, что прямолинейная зависимость по второй формуле наблюдается для некоторых станций, причем станций, расположенных на побережье океанов, морей и больших озер; по первой — у всех станций, включая и береговые станции.

Следовательно, выбранная при построении графика зависимость хорошо отражает среднее распределение удельной влажности.

При исследовании использованы среднегодовые данные аэрологических зондирований станций США за 1949 г. (54 станции) [7] и станций Германии (8 станций) [6].

Коэфициенты a и b в формуле (1) найдены методом наименьших квадратов. Как и следовало ожидать, они колеблются в некотором интервале. При наших определениях a изменялось от 0,014 до 0,181, b от —0,0005 до 0,034, причем меньшему значению a соответствует большее значение b и наоборот.

Мы попытались найти связь между коэфициентами, как показывает график (рис. 1 а): для равнинных станций эта связь хорошо выражена, для горных станций она менее отчетлива (рис. 1 б), но следует полагать, что она того же вида, что и для равнинных станций. Это подтверждает и построение указанной зависимости в полулогарифмической системе $[b - \lg a]$ (рис. 2).

Аналитически связь для равнинных станций выражается формулой

$$b = -0{,}046 \lg a - 0{,}035,$$

для горных станций

$$b = -0{,}077 \lg a - 0{,}065.$$

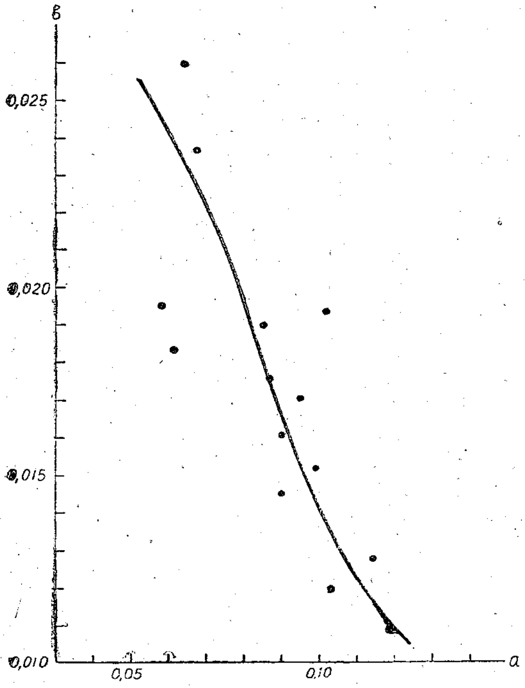

Рис. 1б.

Таким образом, формула распределения удельной влажности может быть записана: для равнинных станций

$$q = q_0 \cdot 10^{-az + (0{,}046 \lg a + 0{,}035) z^2},$$

для горных станций

$$q = q_0 \cdot 10^{-az + (0{,}077 \lg a + 0{,}065) z^2}.$$

Зная величину коэфициента a в формуле, можно вычислить среднее значение эффективного излучения и противоизлучения по предлагаемому ниже графику (рис. 3).

Это несколько видоизменный и дополненный радиационный график.

Вертикальная ось графика — шкала эффективного излучения, горизонтальная ось слева — шкала удельной (абсолютной) влажности у земной поверхности, справа — шкала противоизлучения; верхняя горизонтальная ось — шкала величин коэфициентов в формуле распределения влажности. Наклонные прямые слева и справа от центральной оси — изотермы, кривые вдоль вертикальной оси — изолинии эффективного излучения, рассчитанного в предположении, что распределение температуры, удельной влажности и давления воздуха следует указанным выше законам.

Рассмотрим теперь методику расчета эффективного излучения и противоизлучения по предлагаемому графику при известном коэфициенте a в формуле распределения удельной влажности.

Величину абсолютной (удельной) влажности у земной поверхности находим на горизонтальной оси слева и перемещаемся по перпендикуляру до изотермы, соответствующей температуре земной поверхности, ордината точки пересечения даст величину эффективного излучения при коэфициенте, определенном для района Москвы. Перемещаемся вдоль изолинии найденного значения эффективного излучения до точки, абсцисса которой соответствует нужному значению коэфициента, тогда ордината этой точки даст искомую величину эффективного излучения; оттуда перемещаемся по горизонтали в правую четверть графика до изотермы, соответствующей температуре земной поверхности, абсцисса точки пересечения даст величину противоизлучения.

Для определения эффективного излучения для условий, отличных от средних, необходимо ввести поправку, определяемую по вспомогательному графику слева.

На вертикальной оси графика отложены разности температур земная поверхность — будка, на горизонтальной оси — величины поправочного множителя (k), на который надо умножить величину эффективного излучения, определенную по основному графику. Тогда противоизлучение будет определяться как функция температуры земной поверхности и исправленного значения эффективного излучения. В этом случае поправка на противоизлучение будет введена автоматически.

Все расчеты производились по диаграмме Ф. Н. Шехтер при разных значениях температуры земной поверхности, удельной влажности у земной поверхности и коэфициентов в формуле распределения влажности.

Представляет большой интерес знать величины эффективного излучения, противоизлучения и среднего распределения влажности не только для районов, где

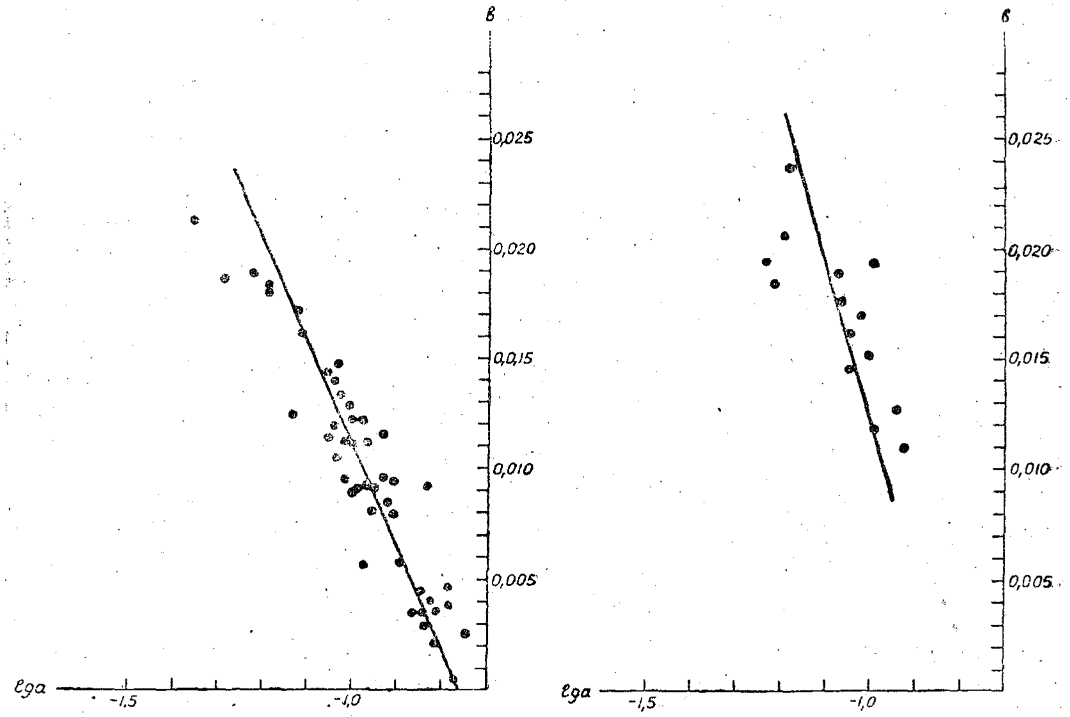

Рис. 2.

имеются данные аэрологических зондирований, но и любых пунктов земного шара. С этой целью мы попытались найти связь коэфициента в формуле с метеорологическими элементами, наблюдающимися у земной поверхности.

Как известно, испарение есть

$$E = -k\rho_0 \frac{\partial q}{\partial z}\bigg|_{z=0},$$

или

$$E = ak\rho_0 q_0,$$

где k — коэфициент турбулентного перемешивания в м^2/сек., ρ_0 — плотность воздуха у земной поверхности в кг/м^3.

Если рассматривать испарение в однородных климатических условиях с большой территории, то оно может характеризовать среднее распределение водяного пара в данном районе.

Тогда коэфициент может быть определен по формуле

$$a = \frac{E}{k\rho_0 q_0},$$

или

$$a = \beta \frac{E}{u_0 \rho_0 q_0},$$

где $\beta = 0{,}54 \cdot 10^{-5}$, E — испарение в мм слоя за год, q_0 — удельная влажность воздуха у земной поверхности в г/кг,

$$k = \frac{0{,}14 \cdot u_0 \cdot 100}{\ln \frac{z_0}{0{,}05}},$$

u_0 — скорость ветра в м/сек. на высоте z_0.

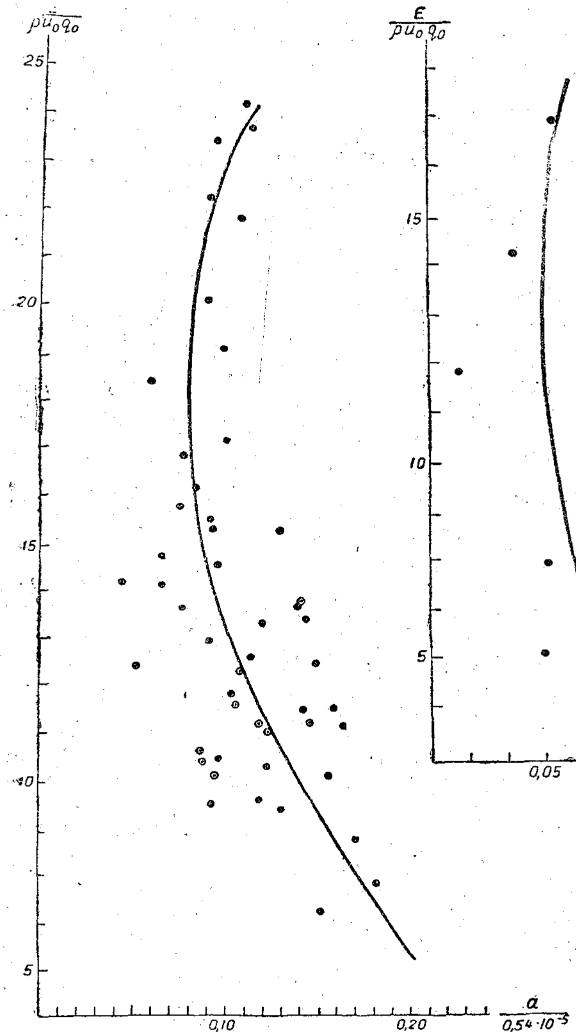

Рис. 4а.

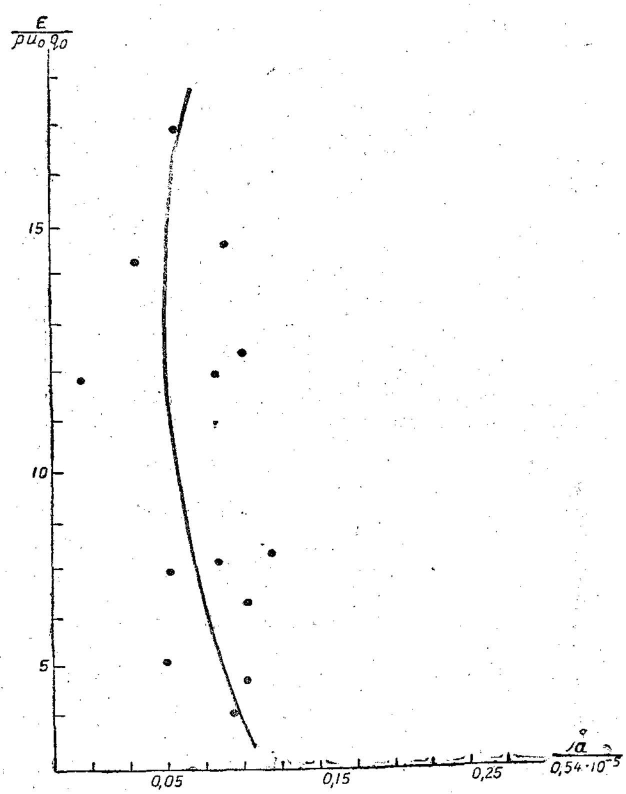

Рис. 4б.

На графике представлена зависимость $\frac{a}{0{,}54 \cdot 10^{-5}} \left(\frac{E}{\rho_0 u_0 q_0}\right)$ для равнинных станций и станций, расположенных на плоскогорьях (рис. 4а), и для горных станций (рис. 4б) на горизонтальной оси графиков против соответствующего значения $\frac{a}{0{,}54 \cdot 10^{-5}}$ нанесены величины коэфициентов. График 4а дает неплохую связь. Кружками обведены данные станций Германии, кружком с крестиком посредине — московские данные.

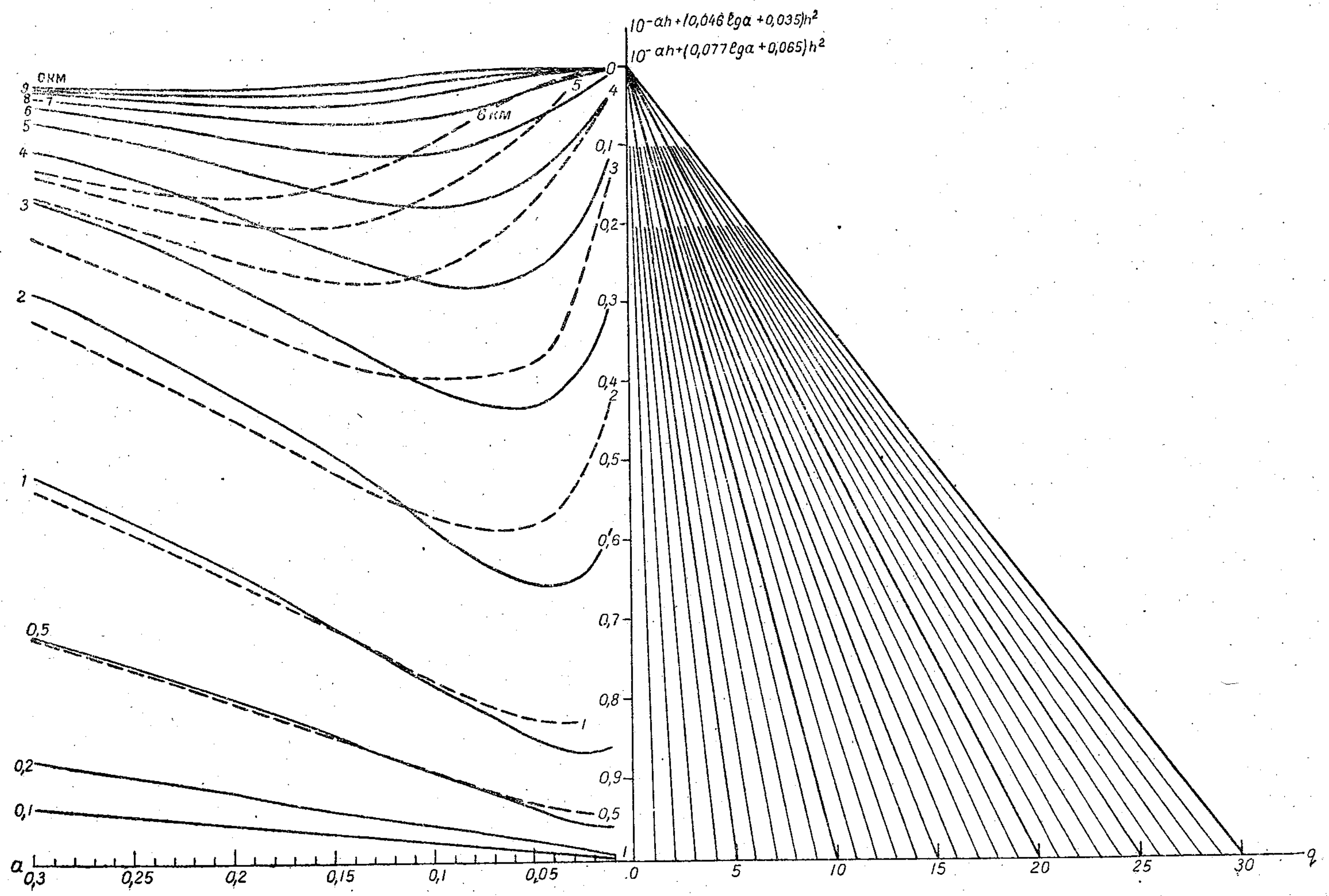

Рис. 5. Номограмма для определения удельной влажности.

Для горных станций получена слабая связь, но можно заметить, что она того же вида, что и первая.

При построении связей испарение вычислено по графикам Вундта [8] при известных среднеклиматических данных об осадках и температуре [5].

Распределение удельной влажности при известном параметре a может быть найдено по предлагаемой ниже номограмме (рис. 5).

На горизонтальной оси номограммы отложены влево величины коэфициента, вправо — удельная влажность у земной поверхности, на вертикальной оси — множители, равные $10^{-az+(0{,}046\lg a+0{,}035)z^2}$ и $10^{-az+(0{,}077\lg a+0{,}065)z^2}$. Семейство кривых слева — изолинии высот (сплошные — для равнинных станций, пунктирные — для горных станций), наклонные прямые справа — изолинии наземной удельной влажности.

Найдя значение коэфициента на горизонтальной оси слева, перемещаемся по перпендикуляру до нужной нам высоты, ордината точки пересечения даст величину множителя; абсцисса точки пересечения изолинии наземной удельной влажности и горизонтали, соответствующей найденному множителю, даст величину удельной влажности на заданной высоте.

Таким образом, неизвестный параметр в формуле распределения удельной влажности может быть найден по наземным данным.

Зная его, можно определить среднее распределение удельной влажности, эффективное излучение и противоизлучение для любых географических районов по предложенным выше номограммам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалева Е. Д. О расчете эффективного излучения земной поверхности и противоизлучения атмосферы. Труды ГГО, вып. 27 (89), 1951.
2. Кириллова Т. В. и Ковалева Е. Д. О введении поправок при определении эффективного излучения и противоизлучения по наземным данным. Труды ГГО, вып. 27 (89), 1951.
3. Шехтер Ф. Н. К вычислению лучистых потоков тепла в атмосфере. Труды ГГО, вып. 22, 1950.
4. Хргиан А. Х. Распределение удельной влажности в свободной атмосфере. Изв. АН СССР, серия географ. и геофиз., т. XI, № 2, 1947.
5. Handbuch der Klimatologie. B. II. T. J., 1936–1938.
6. Forschungs und Erfahrungsberichte der Reichswetterdienster, Reihe A, N 23, 1944.
7. Monthly Weather Review, vol. 77, № 12, December 1949.
8. Wundt W. Beziehungen zwischen Mittelwerten von Niederschlag, abfluss, Verdunstung und Lufttemperatur für die Landfläche der Erde. Deutsche Wasserwirtschaft, H5/6, I—V, 1937.

Д. Л. ЛАЙХТМАН и Н. В. КУЧЕРОВ

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ИЗМЕРЕНИЯ ЛУЧИСТЫХ ПОТОКОВ В АТМОСФЕРЕ

Принцип действия прибора

Основная трудность, возникающая при измерении лучистых потоков в атмосфере, вызвана тем, что приемник лучистой энергии получает или отдает тепло вследствие теплопроводности окружающему его воздуху. В применяющихся у нас балансомерах это осложнение, повидимому, не может быть полностью исключено введением поправки на скорость ветра, поскольку из-за асимметрии обеих пластин балансомера разность температур, строго говоря, не пропорциональна радиационному балансу. В настоящей работе предлагается использовать принципиально иную методику для измерения лучистых потоков, при которой теплообмен путем теплопроводности исключен.

Ниже излагается основной принцип предлагаемого метода.

Допустим, что на некоторую горизонтальную пластинку падает лучистая энергия и одновременно пластинка отдает или получает некоторое количество тепла путем теплопроводности.

Если напряжение лучистой энергии и теплообмен с окружающим воздухом не меняются или меняются сравнительно медленно, то пластинка примет некоторую равновесную в данных условиях температуру T_0, отличающуюся от температуры воздуха $T_в$.

Сообщив пластинке или отняв от нее количество тепла Q, легко добиться того, чтобы она приняла некоторую температуру T, такую, чтобы при $T_0 > T_в$, $T < T_в$, а при $T_0 < T_в$, $T > T_в$, т. е. чтобы температура воздуха находилась в интервале температур T, T_0. Если после этого оставить пластинку в прежних условиях, то ее температура будет меняться до тех пор пока не достигнет равновесной температуры T_0.

Очевидно, что в процессе изменения температуры от T до T_0 в некоторый момент времени t_0 температура пластинки будет равна температуре воздуха $T_в$. В момент t_0 теплообмен с воздухом меняет знак: если для $t < t_0$ пластинка отдавала тепло, то для $t > t_0$ она будет получать, и наоборот. При $t = t_0$ теплообмен путем теплопроводности равен нулю.

Если c — теплоемкость пластинки, S — ее поверхность, β — коэфициент излучения, то в момент t_0 имеет место следующее равенство:

$$c\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=t_0} = R - \beta\sigma T_в^4 S. \qquad (1)$$

Здесь R — количество лучистой энергии, которое падает на поверхность пластинки за единицу времени.

Таким образом, определив значение $\frac{dT}{dt}$ из хода температуры пластинки со временем для момента t_0, найдем напряжение лучистой энергии, падающей на пластинку по формуле

$$\frac{R}{S} = \frac{c}{S}\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=t_0} + \beta\sigma T_в^4. \qquad (2)$$

Из формулы (2) вытекает один вывод, который следует учесть при конструировании прибора, а именно, если ошибка в определении $\frac{dT}{dt}$ не зависит от c, то нужно выбирать приемник таким, чтобы теплоемкость, отнесенная к единице поверхности, была минимальной.

Описание прибора

Прибор состоит из приемной пластины *1*, контрольной пластины *2*, диафрагмы *3* и защитных дисков *4* и *5* (рис. 1).

Все пластины изготовлены из листовой красной меди, имеющей толщину 0,2 мм. Внешняя поверхность пластины *1* зачернена, внутренняя ее поверхность и все поверхности диафрагмы и защитных дисков тщательно отникелированы.

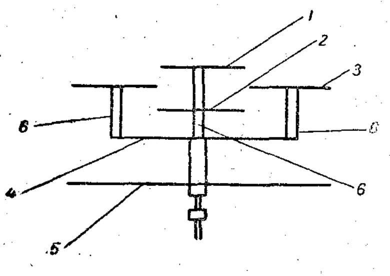

Рис. 1.

Пластины прибора скрепляются эбонитовыми стойками. Благодаря малой теплопроводности эбонита все пластины надежно изолированы друг от друга.

К сторонам пластин *1* и *2*, обращенным друг к другу, приклеены концы термобатареи, изготовленной из проволоки медь — константан, и которые изолированы от пластин тонким слоем папиросной бумаги. Выводы термобатареи подключаются к гальванометру, имеющему чувствительность порядка $10^{-7} A$ на миллиметр шкалы.

Пластина *1* подвергается воздействию радиации, благодаря чему ее температура отлична от температуры окружающего воздуха.

Пластина *2*, защищенная от притока радиации диафрагмой *3* и защитами *4*, *5* и хорошо обтекаемая воздухом, всегда имеет температуру, близкую к температуре воздуха.

Гальванометр, подключенный к концам термобатареи, отмечает разность температур между пластинами *1*, *2*.

В случае равенства температур пластин *1*, *2* в цепи гальванометра ток равен нулю, т. е. будет отмечено нулевое положение гальванометра. Отклонение от нуля в ту или другую сторону определяется направлением тока. Таким образом, момент, когда температура пластины равна температуре воздуха, совпадает с моментом прохождения стрелки гальванометра через нуль.

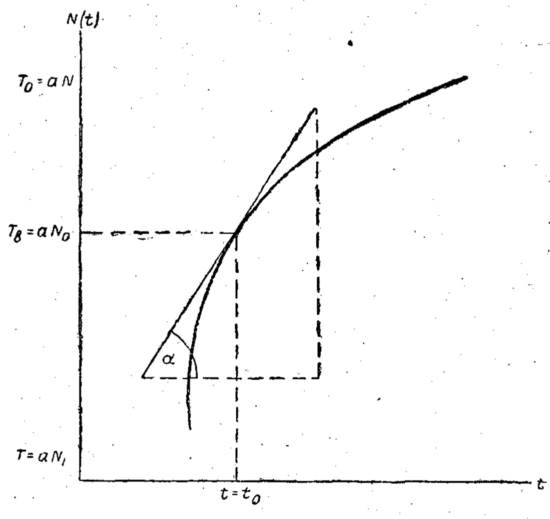

Рис. 2.

Методика наблюдения и обработки

Прибор устанавливается в 1,5—2,0 м от земной поверхности.

Для измерения потока радиации сверху необходимо зачерненную поверхность приемной пластины *1* обратить кверху, установив ее горизонтально.

Если температура приемной пластины установилась равной $T_0 > T_в$, то необходимо ее понизить до некоторого значения $T < T_в$, поднося к пластине какое-либо охлажденное тело.

После охлаждения приемная пластина начнет нагреваться и изображение зеркальца гальванометра станет перемещаться в сторону нуля. В это время записывается положение изображения зеркальца гальванометра через каждые 5 сек.

В результате получается кривая, изображающая ход температуры пластины *1* (рис. 2). В точке t_0, когда температуры обеих пластин (*1* и *2*) равны температуре воздуха, проводится касательная, наклон которой дает $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=t_0}$. В этот момент напряжение радиации найдется по формуле (2).

Некоторые результаты измерений

Измерения радиационного баланса производились одновременно с измерениями при помощи эффективного пиранометра системы Янищевского на станции физики приземного слоя под Ленинградом. В 1950—1951 гг. были проведены наблюдения в течение 20 суток, показавшие в общем идентичный ход изменения радиационного баланса измеренного обоими указанными приборами.

В качестве примера приводится таблица одновременных значений радиационного баланса пластины, установленной горизонтально с учетом прямой солнечной радиации (табл. 1).

Таблица 1

Результаты измерений $Б - S_1$ диференциальным балансомером и эффективным пиранометром

Часы	$Б - S_1$		Часы	$Б - S_1$	
	по диференциальному балансомеру	по эффективному пиранометру		по диференциальному балансомеру	по эффективному пиранометру
23/VIII			24/VIII		
10	—0,175	—0,210	2	—0,100	—0,080
12	—0,183	—0,228	4	—0,090	—0,080
14	—0,095	—0,200	6	—0,070	—0,070
16	—0,130	—0,140	8	—0,210	—0,200
18	—0,050	—0,136	10	—0,220	—0,210
20	—0,065	—0,100	12	—0,240	—0,210
22	—0,080	—0,080	14	—0,250	—0,210
24	—0,110	—0,080	16	—0,250	—0,200
			18	—0,240	—0,190
			20	—0,230	—0,180

Прибор может быть особенно рекомендован для градуировки термоэлектрических балансомеров и эффективных пиранометров, для раздельного измерения радиационных потоков любого направления и измерения радиационного баланса.

Н. В. КУЧЕРОВ

МЕТОД ПРЯМОГО ИЗМЕРЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Турбулентный теплообмен между почвой и воздухом, являющийся одной из основных составляющих теплового баланса, до настоящего времени вычислялся на основании градиентных наблюдений над температурой и скоростью ветра.

Метод градиентных наблюдений трудоемок и в ряде случаев не обеспечивает достаточной точности расчета, он действителен только для открытых площадок.

В условиях сложного рельефа местности градиентный метод в настоящее время не может служить для расчета турбулентного теплообмена.

Отдел физики приземного слоя Главной геофизической обсерватории поставил перед собой задачу разработать метод непосредственного измерения турбулентного теплообмена (L) и создать макет прибора, пригодный для непосредственных измерений.

Была предпринята попытка использования каких-либо существующих методов измерения тепловых потоков, но эти попытки не увенчались успехом, поскольку в калориметрии, микрокалориметрии и теплотехнике пригодных для нашей задачи методов не оказалось.

Прежде чем притти к определенному методу нами был рассмотрен ряд вариантов решения поставленной задачи. В окончательном варианте мы остановились на применении метода, предложенного Д. Л. Лайхтманом для измерения потоков тепла по принципу диференциального балансомера (см. стр. 47).

Метод диференциального балансомера был видоизменен в соответствии с разрешаемой задачей.

Принцип действия и теория прибора

Пластина A (рис. 1) известной теплоемкости c и поверхности S устанавливается на уровне земной поверхности, имеющей температуру $T_п$. На некоторой глубине под пластиной A устанавливается пластина B, имеющая надежный тепловой контакт с поверхностью земли и хорошую тепловую изоляцию от нижележащих слоев почвы, находящихся ниже пластины B. Между пластинами A и B находится слой воздуха, теплопроводность которого равна λ.

На пластину A падает суммарная радиация R, и через некоторое время пластина вследствие нагревания примет температуру T_1. Приемная пластина A часть тепла, равную σT_1^4, будет расходовать на излучение вверх и $\beta\sigma T_1^4$ вниз. Некоторое количество тепла, пропорциональное $\lambda(T_1 - T_п)$, отдается путем теплопроводности в направлении нижней пластины B. Кроме того, пластина A отдает некоторое количество тепла атмосфере благодаря теплопроводности, равное $L = \alpha(T_1 - T_в)$. От нижней пластины приобретается тепло за счет излучения, величина которого равна $\beta\sigma T_п^4$.

Нашей задачей является измерение количества тепла, отдаваемого пластиной A воздуху посредством теплопроводности.

Для нестационарного состояния изменения температуры приемной пластины можно выразить уравнением

$$c\frac{dT_{\text{Т}}}{dt} = R - \lambda(T_1 - T_{\text{п}}) + \beta\sigma T_{\text{п}}^4 - \beta\sigma T_1^4 - L.$$

Нагревая или охлаждая приемную пластину, можно добиться момента, чтобы $T_1 = T_{\text{п}}$, где $T_{\text{п}}$ — температура поверхности земли. Тогда естественный нагрев (охлаждение) пластины A в этот момент будет обусловлен только двумя факторами, а именно приходом радиации R и обменом тепла с атмосферой через конвекцию. Уравнение примет следующий вид:

$$c\frac{dT_{\text{Т}}}{dt} = R - L - \sigma T_{\text{п}}^4.$$

В случае если приходящая радиация надежно измеряется каким-либо другим прибором, то L легко находится.

Нами R измерялась диференциальным балансомером и была равна:

$$R = c_{\text{Д}}\frac{dT_{\text{Д}}}{dt} + \sigma T_{\text{в}}^4.$$

Подставляя это выражение для R в предыдущую формулу, получим

$$c_{\text{Т}}\frac{dT_{\text{Т}}}{dt} = c_{\text{Д}}\frac{dT_{\text{Д}}}{dt} + \sigma T_{\text{в}}^4 - \sigma T_{\text{п}}^4 - L$$

или

$$L = c_{\text{Д}}\frac{dT_{\text{Д}}}{dt} + \sigma T_{\text{в}}^4 - c_{\text{Т}}\frac{dT_{\text{Т}}}{dt} - \sigma T_{\text{п}}^4,$$

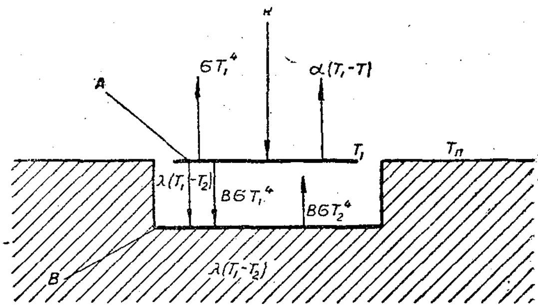

Рис. 1.

где индексы „д" и „т" соответствуют величинам, относящимся к параметрам, измеренным диференциальным балансомером *Д* и прибором для турбулентного теплообмена *Т*.

Отсюда видно, что для измерения L необходимо определять величину потока тепла R, поступающую сверху, температуру воздуха $T_{\text{в}}$, температуру земной поверхности $T_{\text{п}}$ и изменение температуры пластины A $\frac{dT_T}{dt}$.

Пластину B необходимо изготовить из металла большой теплопроводности (например из красной меди) и соединить ее с сетчатой металлической пластиной *П*, расположенной на поверхности земли и имеющей оптическую характеристику, близкую к земной поверхности. Тогда при хорошем тепловом контакте пластин *В* и *П* и теплоизоляции пластины *В* от нижнего слоя земли ее температура будет близка к температуре земной поверхности.

Описание прибора

Прибор, служащий для измерения L (для сокращения названный нами ТТО), состоит из датчика и индикатора. Приемная пластина A датчика изготовлена в виде диска диаметра 60 мм, покрытого с одной стороны черной матовой краской (рис. 2). Пластина A устанавливается в углубление корпуса *П*, изготовленного из того же материала, но толщиной 0,5 мм.

Пластина *П* представляет сетчатый круг диаметра 200 мм, общая площадь ячеек отверстий которого равна приблизительно половине площади круга. Пластина A укрепляется на эбонитовой шайбе *1* винтом *2* через эбонитовую стойку *3* ко дну прибора *В*.

Дно прибора *В* ограждалось эбонитовой теплоизоляцией *4* от нижнего слоя земли, расположенного под пластиной *В*. Прибор устанавливался так, чтобы его внешняя поверхность была на уровне земной поверхности.

Контроль изменения разности температур $\Delta T = T_1 - T_п$ пластин A и B осуществляется термобатареей, состоящей из 20 спаев проволоки медь — константан толщиной 0,15 мм, причем 10 спаев плотно приклеивались к нижней стороне пластины A, а другие 10 спаев — к верхней стороне пластины B.

Медные концы термобатареи присоединялись к гальванометру индикатора с чувствительностью к току равной $3 \cdot 10^{-6} A$ на одно деление полосы.

Индикатор состоял из короткопериодного гальванометра, упомянутого выше, осветителя и системы зеркал для удлинения отраженного луча света от зеркальца рамки гальванометра. Общая длина отраженного луча равнялась 120 см.

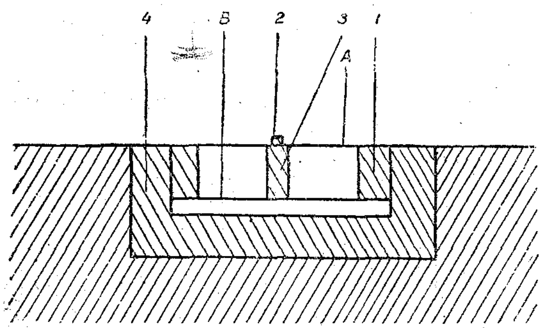

Рис. 2.

Вся система индикатора заключалась в ящик, имеющий шкалу для отсчета положения изображения нити лампы осветителя, отражаемого зеркальцем гальванометра.

Градуировка прибора ТТО, методика наблюдений и обработки результатов. Градуировка прибора состояла главным образом в определении зависимости отклонения гальванометра от разности температур пластин A и B.

Если вес приемной пластины равен m, а теплоемкость материала пластины A равна c, площадь ее S и чувствительность термобатареи к изменению температуры α, отмечаемую гальванометром, то постоянная прибора будет равна

$$C = \frac{mc}{S}\alpha.$$

Нами были проведены многочисленные измерения α, по которым и определялось C.

Таблица 1

Показания гальванометра		Температура пластин		ΔN	ΔT	$\frac{\Delta T}{\Delta N} = \alpha$ град./деление
N_{T_1}	N_{T_2}	T_1	T_2			
113	14	27,7	19,8	99	7,9	0,080
113	57	25,7	21,2	56	4,5	0,080
113	62	25,0	20,9	51	4,1	0,080
113	80	23,6	20,8	35	2,8	0,085
113	82,5	23,4	20,8	30,5	2,6	0,085
113	84,0	22,9	20,5	29,0	2,4	0,083
113	95,0	21,9	20,2	21,0	1,7	0,082
						0,082 ± 0,002

Для примера приводится табл. 1 определения α. Чтобы получить величину потока тепла за 1 мин., необходимо умножить коэфициент c на 60:

$$C = \frac{mc\bar{\alpha} \cdot 60}{S} = 0{,}236 \pm 0{,}006.$$

Методика наблюдения и обработки

Прибор устанавливался на уровне земной поверхности, благодаря чему корпус прибора принимал ее температуру $T_п$, а следовательно и пластина B также принимала температуру $T_п$.

Температура сетчатой поверхности прибора не могла заметно отличаться от $T_п$ вследствие ее большой теплопроводности и почти одинаковых с земной поверхностью оптических свойств (пластина покрыта тонким слоем земли).

В случае если температура приемной пластины T_1 оказывалась больше $T_п$, то ее охлаждали до некоторого значения, равного $T_1' < T_п$.

После установления соотношения $T_1' < T_п$ строилась зависимость изменения отклонения гальванометра по времени в виде, изображенном на рис. 3.

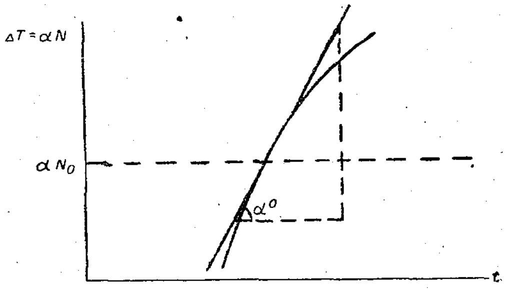

Рис. 3.

В момент, когда кривая (рис. 4) пересекает уровень αN_0, т. е. момент, когда $\Delta T = 0$ и $T_1' = T_п$, наклон касательной, проведенной к кривой в этой точке, будет обусловливаться только притоком тепла за счет приходящей суммарной радиации и турбулентного теплообмена пластины A с воздухом. Тогда приток (расход) тепла P к пластине A можно выразить следующим соотношением:

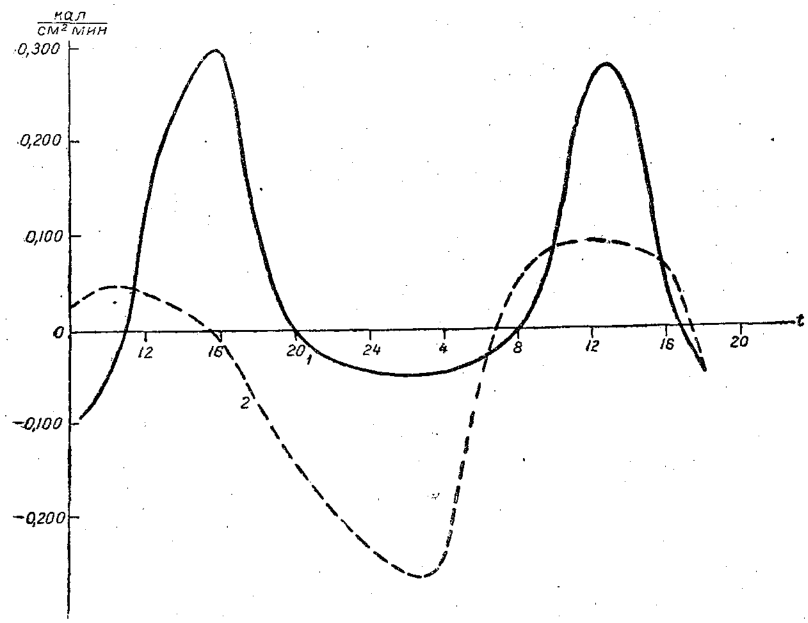

Рис. 4.
1 — показание прибора по турбулентному теплообмену, *2* — значение $\frac{dT}{dz}$.

$$P = c_т \frac{dN}{dt} + \sigma T_п^4 = c_т \operatorname{tg} \alpha_т + \sigma T_п^4,$$

где $\operatorname{tg} \alpha_п$ определяется по кривой (рис. 4). Приходящая суммарная радиация определялась на основании показаний диференциального балансомера по формуле

$$R = c_д \operatorname{tg} \alpha_д + \sigma T_в^4.$$

Выражая величину турбулентного теплообмена L как разность $R - P$, получим

$$L = c_д \operatorname{tg} \alpha_д + \sigma T_в^4 - c_т \operatorname{tg} \alpha_т - \sigma T_п^4.$$

Результаты испытания

Испытание прибора производилось в августе 1951 г. на станции физики приземного слоя Главной геофизической обсерватории. Переменная облачность часто мешала наблюдениям, но все же удалось провести ряд круглосуточных серий. В качестве примера нами даны наблюдения величины турбулентного теплообмена (ТТО), сведенные в табл. 2 и изображенные кривыми на рис. 4.

На рис. 4 видно, что величина турбулентного теплообмена имеет ясно выраженный суточный ход. В утренние часы, когда земная поверхность еще недостаточно прогрета солнцем после ночного выхолаживания, турбулентный поток тепла направлен вниз. Между 8 и 11 час. наступает переломный момент, после которого земная поверхность отдает некоторое количество тепла L нижним слоям воздуха. При этом поток тепла нарастает и достигает максимального значения к 12—15 час. За дневные часы ясных дней турбулентная передача тепла достигает в среднем значений, приблизительно равных 0,2 кал/см^2 мин.

Таблица 2

Часы	L, кал/см^2 мин.	$Б - S_1$, кал/см^2 мин. по диференциальному балансомеру	$Б - S_1$, кал/см^2 мин. по эффективному пиранометру	Часы	L, кал/см^2 мин.	$Б - S_1$, кал/см^2 мин. по диференциальному балансомеру	$Б - S_1$, кал/см^2 мин. по эффективному пиранометру
23/VIII				24/VIII			
8	—0,057	—0,051	—	2	—0,081	—0,101	—0,080
10	—0,116	—0,175	—0,210	4	—0,055	—0,090	—0,080
12	0,113	—0,183	—0,200	6	0,100	—0,070	—0,070
14	0,267	—0,095	—0,200	8	—0,155	—0,240	—0,210
16	0,316	—0,131	—0,140	10	0,065	—0,220	—0,210
18	0,097	—0,049	—0,136	12	0,281	—0,240	—0,210
20	—0,036	—0,065	—0,100	14	0,245	—0,250	—0,200
22	—0,014	—0,081	—0,080	16	0,00	—0,250	—0,200
24	—0,028	—0,109	—0,080	18	—0,050	—0,240	—0,190
				20	—0,252	—0,230	—0,180

В промежутке времени между 19—20 час. турбулентный теплообмен снова принимает нулевое значение, и до 8—10 час. утра следующего дня земная поверхность, имея более низкую температуру, чем воздух, получает от атмосферы путем теплопроводности приблизительно 0,04 кал/см^2 мин.

Согласованность хода изменения величины турбулентного теплообмена с изменением градиента температуры воздуха, а также согласованность хода показаний диференциального балансомера и эффективного пиранометра дали нам основания полагать, что теория прибора, методика наблюдений и конструкция прибора в основном правильны. Нет сомнений в том, что в дальнейшем последуют некоторые конструктивные изменения непринципиального характера, которые позволят измерять величину турбулентного теплообмена с большей точностью.

Н. В. КУЧЕРОВ

О РАЦИОНАЛЬНОЙ СХЕМЕ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕРМОМЕТРАМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ

В последние годы все шире распространяются методы дистанционных измерений градиента температуры. В связи с этим назрела необходимость в обосновании и выборе наиболее рациональной электрической схемы.

В Главной геофизической обсерватории была разработана аппаратура для градиентных дистанционных измерений температуры на пяти уровнях высоты. Несмотря на то, что все детали прибора и установки в целом были тщательно отработаны, результаты измерения в естественных условиях оказались неудовлетворительными.

Градиентные измерения температуры воздуха в естественных условиях осложняются главным образом тем, что величина разности температур между различными уровнями высот z (от 0,5 до 15 м) часто не превышает 0,2—0,5° и что эту разность температур необходимо измерять с малой погрешностью, не превышающей по крайней мере величины 0,1°.

Возникает, кроме того, еще одна трудность, заключающаяся в том, что диапазон изменения температур находится в пределах 50°. Если необходимо измерить температуру с точностью до 0,1° на 1 мм шкалы, то шкала при данном диапазоне изменения температуры должна иметь длину 500 мм или посредством дополнительных переключений весь диапазон должен делиться на 5—6 промежуточных поддиапазонов.

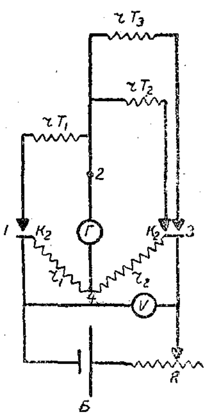

Рис. 1.

Применение нескольких диапазонов шкалы и соответствующего числа переключений могло внести дополнительные погрешности, поэтому был принят метод измерения разности температур между основной высотой и всеми выше расположенными, благодаря чему удалось разместить весь диапазон изменения разности температур на одну шкалу с достаточной точностью измерения.

Для измерения разности температур использовалась схема равноплечного неуравновешеннего мостика сопротивления при сопротивлении плеча, равном приблизительно 100 ом.

В диагональ мостика включался гальванометр, внутреннее сопротивление которого равнялось 60 ом при чувствительности $3 \cdot 10^{-6}$ *А* на 1 мм шкалы (см. принципиальную схему 1 на рис. 1).

Сопротивления r_1 и r_2 изготовлены из манганина, а r_{T_1}, r_{T_2} и r_{T_3} из медной проволоки диаметра 0,03 мм. Питание мостика осуществлялось элементом *Б*, э.д.с. которого равнялась 1,4 в. Реостат *R* и вольтметр *V* обеспечивали величину напряжения, подводимого к точкам *1*, *3*, обычно равную 0,4 в.

В случае равенства сопротивлений $r_1 = r_2 - r_{T_1} = r_{T_2}$ потенциалы точек *2* и *4* равны половине подведенного к точкам *1* и *3* напряжения, а следовательно и ток в цепи гальванометра равен нулю.

Величина тока в цепи гальванометра зависит от разности температур плечей r_{T_1} и r_{T_2}, т. е. от разности сопротивлений

$$\Delta r = r_{T_2} - r_{T_1} = \alpha (T_2 - T_1),$$

где α — температурный коэфициент медной проволоки, а T_1 и T_2 — температура воздуха в точках измерения термометрами сопротивления r_{T_1} и r_{T_2}. Благодаря возникшему приращению Δr в точках *2* и *4* образуется разность потенциалов ΔV и через гальванометр потечет ток, равный $I_Г = \frac{\Delta V}{R_Г}$.

Величина возникающей э.д.с. пропорциональна приращению Δr за счет разности температуры $\Delta T = T_2 - T_1$. Рассчитаем величину ΔV. К точкам *1* и *3* мостика подводится напряжение V; в силу того, что $r_1 = r_2$, в точке *4* величина напряжения будет равна точно $\frac{V}{2}$. Напряжения в точке *2* при изменении сопротивления одного из термометров на величину Δr относительно другого определяются на основании приближенного расчета. Напряжение V падает на сопротивлении $r_Г + r_{T_1} + \Delta r$, так как в начальный момент $r_{T_2} = r_{T_1} + \Delta r$. Искомое напряжение V между точками *2* и *3* падает на сопротивлении $r_{T_1} + \Delta r$. Из пропорции находим

$$V_{K_1} = V \frac{r_{T_1} + \Delta r}{2 r_{T_1} + \Delta r},$$

откуда разность потенциалов между точками *2* и *4* будет равна

$$V_K - \frac{V}{2} = V \frac{r_{T_1} + \Delta r}{2 r_{T_1} + \Delta r} - \frac{V}{2} = \Delta V,$$

или

$$\Delta V = \frac{V}{2} \frac{\Delta r}{2 r_{T_1} + \Delta r}.$$

Учитывая, что $2r \gg \Delta r$, получим окончательное выражение для ΔV

$$\Delta V = \frac{V}{4} \frac{\Delta r}{r}.$$

Таким образом, ток в цепи гальванометра будет равен

$$I_Г = \frac{V}{4} \frac{\Delta r}{r (r_Г + r_М)},$$

где $r_М$ — сопротивление мостика.

Кроме того, величина тока в цепи гальванометра будет определяться еще и изменением сопротивления на контактных системах K_1 и K_2, непосредственно входящих в плечи r_{T_1} и r_{T_2}.

Тогда

$$I_Г = \frac{V}{4} \frac{\Delta r - r_{K_1} + r_{K_2}}{r_1 r_Г},$$

где r_{K_1} и r_{K_2} — сопротивления на контактах K_1 и K_2. При $\Sigma r_K > 0$ $I_Г > 0$, $\Sigma r_K < 0$ $I_Г < 0$ и только в частном случае, когда $\Sigma r_K = 0$, $I_Г$ определяется только изменением сопротивления за счет температуры. Обозначим сумму паразитных сопротивлений Σr_{K_1} на контактах через Δr_K. Тогда сила тока в цепи гальванометра определится с погрешностью $\Delta I_Г$:

$$I_Г \pm \Delta I_Г = \frac{V}{4} \frac{\Delta r \pm \Delta r_K}{r_T r_Г}.$$

Считая r_T, r_Γ и V постоянными, легко определить относительную погрешность измерения силы тока, а именно

$$\frac{\Delta I}{I}=\frac{\Delta r_K}{\Delta r_T}.$$

Не исключена вероятность того, что величина Δr_K сравнима с Δr, а иногда может и превосходить величину Δr.

В табл. 1 приводится расчет погрешности измерения силы тока гальванометра (в процентах) при сопротивлении термометров, равном 100 ом для различных ΔT и Δr_K.

Из таблицы видно, что при измерении малых значений ΔT и сравнительно небольших величинах паразитных сопротивлений могут возникать ошибки, доходящие до 500%.

Таблица 1

$\Delta T°$	Δr_T	Δr_K, в омах			
		0,01	0,05	0,1	0,2
1,0	0,4	2,5	12,5	25	50
0,5	0,2	5	25,0	50	100
0,1	0,04	25	125,0	250	500

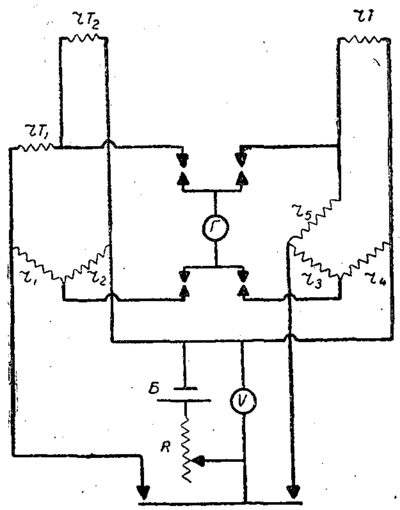

Рис. 2.

Отсюда следует, что совершенно необходимым является исключение погрешности, вызываемой контактной системой.

Лучше всего измерение разности температур производить отдельными мостиками с соответствующим числом регистрирующих устройств.

Единственное неудобство данного способа измерения ΔT заключается только в том, что он требует большого количества измерительной аппаратуры и увеличенного штата для обслуживания.

В предлагаемой схеме применен вышеизложенный принцип, т. е. для каждых двух высот h_i и h измеряется разность температур $\Delta T_1 = T_i - T$ отдельным мостиком сопротивлений, где h_i и T_i — различные высоты и соответствующие им температуры. Схема, позволяющая измерять ΔT для десяти разностей высот и непосредственное значение T для контрольной высоты, собрана в компактном автоматически действующем приборе с использованием одного короткопериодного гальванометра высокой чувствительности. На рис. 2 изображена принципиальная схема измерения ΔT и T.

Мостик M_1 служит для измерения ΔT термометрами сопротивления rT_1 и rT_2, а мостик M_2 — для измерения T термометром сопротивления r_T.

Плечи мостиков r_1, r_2, r_3 и r_4 изготовлены из манганиновой проволоки. На мостик M_1, M_2 поочередно подается напряжение V от элемента $Б$ синхронно с включением в диагонали мостика гальванометра Γ посредством переключателей K_1 и K_2. Напряжение, подводимое к мостикам, контролируется реостатом R и вольтметром V. Погрешность измерения Δr, или, что то же самое, ΔT, будет определяться только погрешностью на контактах включения гальванометра и батареи, т. е.

$$\frac{\Delta I}{I}=\frac{2\Delta r_\Gamma}{r_\Gamma}+\frac{\Delta r_Б}{r_M+r_д},$$

где $\Delta r_Г$ — сопротивление контакта K_2 гальванометра, $\Delta r_Б$ — сопротивление контакта K_1 батареи, $r_Г$ — сопротивление гальванометра, $r_М$ — сопротивление мостика, $r_Д$ — дополнительное сопротивление.

Пример. Пусть $r_Г = 60$ ом, $r_М = 100$ ом, $R = 250$ ом, тогда, если взять величины паразитных сопротивлений на контактах (для очень неблагоприятного случая) порядка 1 ом, погрешность в измерении тока будет равна

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{2}{60} + \frac{1}{350} \approx 0{,}033 \approx 3\%.$$

Таким образом, даже в случае очень плохих контактов K_1 и K_2 ошибка измерения разности температуры равна приблизительно 3% от измеряемой величины.

Исходя из изложенного выше, данную схему следует рекомендовать для градиентных измерений температуры.

И. С. БОРУШКО

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ В ПОЧВЕ

В связи с осуществлением великого сталинского плана преобразования природы большое значение приобрело решение ряда метеорологических задач, связанных с тепловым балансом подстилающей поверхности. Данная работа имеет своей целью внести некоторую ясность в методику определения одного из компонент уравнения теплового баланса деятельной поверхности, а именно теплообмена в почве.

При существующей точности определения температуры почвы и коэфициента температуропроводности до сих пор неизвестно, какому из большого числа существующих расчетных методов определения тепловых потоков в почве отдать предпочтение, какова точность того или иного метода. В результате проделанной работы оказалось возможным выяснить особенности каждого метода.

Настоящая работа выполнялась в следующем плане: по заданной заранее величине потока тепла на поверхности почвы рассчитывалось, на основании точного решения уравнения теплопроводности, распределение температуры в почве по времени и глубине, по полученным температурам определялась величина теплового потока всеми возможными методами. Разумеется, в результате должна была получиться заданная первоначально величина потока тепла.

Расчет температуры

Температура рассчитывалась по формуле, являющейся точным решением уравнения теплопроводности:

$$T(t,\ z)=e^{-\frac{z}{4kt}}\int\limits_{\Phi=0}^{\Phi=1} T(0,\ u)\,ch\left(\frac{uz}{2kt}\right)d\Phi\left(\frac{u}{2\sqrt{kt}}\right)+$$

$$+\frac{B}{c\rho\sqrt{\pi k}}\int\limits_{0}^{t}\frac{e^{-\frac{z^2}{4k(t-\xi)}}}{\sqrt{t-\xi}}d\xi,$$

где $T(t,\ z)$ — температура почвы в момент времени t на глубине z, k — коэфициент температуропроводности, B — тепловой поток на поверхности почвы, $c\rho$ — объемная теплоемкость, ξ — переменное время, u — переменная глубина, меняющаяся от $u=0$ до $u=\infty$.

В формуле были известными следующие величины:

1) величина теплового потока B, деленная на объемную теплоемкость $c\rho$, так называемая приведенная величина теплового потока и равная 20,0 см град/час.;

2) начальное распределение температуры $T(0,\ u)$ в почве, наблюдавшееся в действительности в Тбилиси 1/VII в 19 час. Данные Тбилисской обсерватории взяты потому, что там наблюдалось резкое изменение температуры, большая теплоотдача почвы, хорошо прослеживалось экстремальное значение температуры на глубине — все вместе взятое удобно при дальнейших расчетах;

3) коэфициент температуропроводности равный 0,0024 см^2/сек.

Приведенное уравнение можно упростить, принимая во внимание, что второй интеграл табличный, т. е.

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^t \frac{e^{-\frac{z^2}{4k(t-\xi)}}}{\sqrt{t-\xi}}\,d\xi = 2\sqrt{\frac{t}{\pi}}\,e^{-\frac{z^2}{4kt}} - \frac{z}{\sqrt{k}}\left[1-\Phi\left(\frac{z}{2\sqrt{kt}}\right)\right].$$

Обозначим:

$$2\sqrt{kt} = \varepsilon,$$

$$e^{-\left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\Phi_1\left(\frac{z}{\varepsilon}\right).$$

Окончательно рабочий вид формулы следующий:

$$T(t,\ z) = \int\limits_{\Phi=0}^{\Phi=1} \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,T(0,\ u)\,\Phi_1\left(\frac{z}{\varepsilon}\right) ch\left(\frac{2uz}{\varepsilon^2}\right) d\Phi\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) +$$

$$+\frac{2B}{c\rho\sqrt{k}}\left\{\frac{\varepsilon}{4\sqrt{k}}\Phi_1\left(\frac{z}{\varepsilon}\right) - \frac{z}{\sqrt{k}}\left[1-\Phi\left(\frac{z}{\varepsilon}\right)\right]\right\}.$$

Интеграл вычисляли приближенно по формуле Чебышева.

Температуры были рассчитаны вперед на 10 час., за каждый час и до глубины 40 см (см. табл. 1). Необходимо отметить, что ход рассчитанной температуры повторяет в основных чертах ход температуры фактической.

По рассчитанным температурам можно определить не только потоки тепла, но и коэфициент температуропроводности, поэтому сначала было желательно проверить, сохранилось ли его первоначально заданное значение, равное 0,0024 см²/сек.

Коэфициент температуропроводности определяли по самой точной формуле [3], так называемой экстремальной. Были получены при этом следующие значения:

Время, час.	k, см²/сек.
19—20	0,00243
20—21	0,00240
21—22	0,00242

Полученные значения коэфициента k показывают, что температуры рассчитаны надежно и сам метод определения k достаточно точен.[1] Коэфициент температуропроводности, определенный по формуле III (см. табл. 3), получился равным для нашего примера 0,0025 см²/сек.

Определение теплообмена в почве

Существует пять основных методов определения потока тепла на поверхности почвы. Почти все они пригодны только для теплой половины года, когда, впрочем, знание теплового потока представляет наибольший интерес, причем одни из них дают величины потоков тепла для данного момента, другие — за некоторый промежуток времени (средний поток тепла).

Рассмотрим полученные тепловые потоки по каждой из формул в отдельности.

1. Тепловой поток на поверхности, как известно, можно выразить формулой

$$\frac{B}{c\rho} = -k\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0}. \tag{1}$$

[1] О точности определения коэфициента температуропроводности см. работу Г. А. Волошиновой [5] и табл. 3 в приложении, составленную по материалам этой работы.

Заменяя производную конечной разностью, получим выражение для потока тепла в следующем виде:

$$\frac{B}{c\rho} = -k\frac{T(t, z_2) - T(t, z_1)}{z_2 - z_1},$$

которое предлагается для расчетов во многих учебниках климатологии и метеорологии.

Принимая $z_1 = 0$ и $z_2 = 1$ см, получаем вертикальный градиент температуры, близкий к его значению на поверхности, а величины приведенного потока тепла $\frac{B}{c\rho}$ равными:

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.	Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
20	—16,8	01	—19,0
21	—16,0	02	—19,0
22	—16,4	03	—19,9
23	—18,6	04	—19,9
24	—18,1	05	—19,9

Если же взять разности температур на глубине 5 см и поверхности почвы, что часто применяется на практике, то это приведет к большему искажению действительной величины потока, а ошибка в отдельных случаях достигнет $40^0/_0$. Например.

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
20	—11,6
21	—13,1
22	—14,0
23	—14,7
24	—15,3

Надо учесть, что результаты получились хорошими при $z_2 = 1$ см за вторую половину ночи потому, что рассчитанные температуры в нашем примере при нанесении их на график приближаются к форме прямых, когда ошибки от замены производной конечной разностью ничтожны. В действительности такой ход температур наблюдается очень редко, а значит и определение потока по данной формуле бывает с ошибкой значительно большей.

2. Определение потока тепла по формуле, основанной на учете изменения теплосодержания в слое от нуля до бесконечности, т. е. практически до глубины, где не сказывается суточный ход температуры. Формула выведена из уравнения теплопроводности почвы

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

и определения теплового потока

$$B = -c\rho k \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0}$$

и имеет вид

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{B(t)}{c\rho}\, dt = \int_0^{\infty} [T(t_2,z) - T(t_1,z)]\, dz. \qquad (2)$$

По этой формуле получены следующие величины:

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.	Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
19—20	—21,9	24—01	—23,2
20—21	—17,2	01—02	—23,0
21—22	—16,6	02—03	—22,7
22—23	—18,0	03—04	—21,0
23—24	—17,5	04—05	—19,2

При определении теплового потока по формуле (2) получаются большие погрешности потому, что в нижних слоях почвенного горизонта трудно учесть изменение теплосодержания из-за незначительных изменений температуры, но простирающихся на большие расстояния. Относительная ошибка в нашем примере составила 11,6%, причем не исключена возможность ошибки в 50% и больше, особенно в моменты, когда тепловой поток меняет знак.

3. Существует очень простая в смысле вычисления экстремальная формула определения теплового потока почвы [1], основанная на использовании экстремальных значений в распределении температуры по глубине, которые наблюдаются в вечерние и утренние часы суток. Большое преимущество этой формулы уже в том, что при расчетах по ней, как и по предыдущей формуле, не требуется определять коэфициент температуропроводности. Формула имеет вид

$$\int_{t^1}^{t_2} \frac{B(t)}{c\rho}\, dt = \int_{0}^{H_m(t_1)} [T(t_2 z) - T(t_1 z)]\, dz + \int_{H_m(t_1)}^{H_m(t_2)} [T(t_2, z) - T(t_m, z)]\, dz, \qquad (3)$$

где H_m — уровень, на котором наблюдается экстремум температуры, t_m — время, когда на данной глубине наблюдался экстремум. Расчеты по ней дали следующие величины тепловых потоков:

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
19—20	—19,9
20—21	—19,8
21—22	—20,0

Полученное незначительное отклонение от действительной величины возможно за счет неточности планиметрирования площадей. Как правило, результаты по этой формуле всегда получаются с большой точностью, но, к сожалению, определить потоки по ней можно только в отдельные часы суток.

4. Определение теплового потока по формуле Д. Л. Лайхтмана [2]

$$\int_{1}^{t_2} \frac{B(t)}{c\rho}\, dt = \frac{k}{H} \int_{t_1}^{t_2} [T(t, 0) - T(t, H)]\, dt - \frac{1}{2H} \int_{0}^{H} [T(t_2, z) - T(t_1, z)]\, d(z-H)^2. \qquad (4)$$

При вычислении по данной формуле достаточно знать распределение температуры от поверхности до глубины H, принимаемой в расчетах обычно равной 20 см. По этой формуле получены следующие величины потока:

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.	Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
20—21	—19,90	01—02	—19,49
21—22	—19,75	02—03	—19,84
22—23	—20,32	03—04	—20,06
23—24	—19,63	04—05	—20,23
24—01	—19,32		

Относительная ошибка в приведенном примере составляет всего 1,5%; ошибка в 1,6% получилась при глубине $H = 15$ см и 12% при $H = 40$ см.

По вышеуказанной формуле всегда достаточно точно получаются средние потоки за конечный интервал времени и при этом легко обнаружить ошибку в температуре при нанесении площадей на миллиметровку. Продиференцировав формулу (4), можно получить выражение для определения теплового потока в любой момент времени.

5. Определение тепловых потоков по формулам, приведенным в [4], в данный момент и за конечный промежуток времени:

$$\frac{B}{c\rho}=\frac{d}{dt}\left[\sqrt{\frac{k}{\pi}}\int_0^t M(\theta)\frac{d\theta}{\sqrt{t-\theta}}\right]. \tag{5}$$

и

$$\int_0^t \frac{B(t)}{c\rho}\,dt=\sqrt{\frac{k}{\pi}}\int_0^t M(\theta)\frac{d\theta}{\sqrt{t-\theta}}, \tag{5a}$$

где

$$M(\theta)=T(0,\theta)-\varepsilon(\theta),$$

$$\varepsilon(\theta)=\frac{1}{\sqrt{\pi\theta k}}\int_0^\infty T(z,0)\,e^{-\frac{z^2}{4k\theta}}dz.$$

Эти формулы удобны тем, что при расчетах по ним не нужно прибегать к помощи планиметра и достаточно знать распределение температуры в почве по глубине в начальный момент $T(z, 0)$ и на поверхности $T(0, \theta)$ через равные промежутки времени, например через час. Входящие в выражения (5) и (5а) интегралы вычисляются приближенно по формулам трапеций, параболы или по формуле Чебышева.

а) При применении формулы трапеций рассчитанные тепловые потоки в данный момент времени и суммарные равны:

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.	$\int_0^t \frac{B(t)}{c\rho}dt$.
21	—20,7	—37,7 [1]
22	—20,6	—58,0
23	—20,4	—78,3
24	—20,2	—99,0
01	—19,7	—118,7
02	—20,3	—138,3
03	—20,2	—158,3
04	—19,9	—178,0
05	—19,6	—198,0

Относительная ошибка при вычислении по формуле трапеций для данного момента составляет 1,7%, для суммарного потока 2,0%. Обычно менее точны вычисления потока за первые 2—3 часа от начального момента отсчета.

б) Вычисление потока тепла с применением формул параболы получается с той же приблизительно точностью, что и по формуле трапеций, но вычисления несколько сложнее. Для данного примера средняя ошибка составила 2,0%.

в) Определение потока тепла с применением формулы Чебышева дает ошибку вычислений в 1,8%, но формула применима только для определения суммарного потока тепла.

Влияние ошибки в температуре на величину теплового потока

При измерении температуры почвы ртутными термометрами можно получить отклонения от истинной температуры до 0,2—0,3° на глубине и до 3,0—5,0° на поверхности почвы. Одинаковые ошибки в измерении температуры по-разному сказываются на величине теплового потока, определенного различными способами.

Рассчитаем тепловые потоки по несколько измененным температурам, т. е. увеличим, например, наши рассчитанные температуры на поверхности почвы в 23 час. и 01 час на 0,3 и 1,0°. Тогда получим температуры; в 23 час. 17,2 и 17,9 (вместо 16,9), в 01 час. 13,5 и 14,2 (вместо 13,2).

[1] За 2 часа (19—21 час.).

Данное искусственное изменение температуры существенно скажется на величине теплового потока при определении его по формуле (1):

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, $\Delta t = 0,3^\circ$	$\frac{B}{c\rho}$, $\Delta t = 1,0^\circ$
23	—16,0	—10,0
01	—16,4	—10,4

вместо ранее полученных величин потока, равных —18,6 и —19,0 см град./час. (при $z_1 = 0$ и $z_2 = 1$ см). Тем самым отклонение от действительной величины —20,0 см град./час. при просчете температуры на $1,0^\circ$ приводит к ошибке в данном примере до 50%.

При определении теплового потока по формулам (2) и (3) получим при изменении температуры на $0,3^\circ$ просчет в тепловом потоке приблизительно на 0,4 см град./час. и при изменении температуры на $1,0^\circ$ просчет на 1,0 см град./час.

При определении теплового потока по формуле (4) получим:

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, $\Delta t = 0,3^\circ$	$\frac{B}{c\rho}$, $\Delta t = 1,0^\circ$	Было
22—23	—20,18	—19,61	—20,32
23—24	—19,71	—19,94	—19,63
24—01	—19,20	—18,66	—19,32
01—02	—19,63	—19,77	—19,49

Изменение в температуре на десятые доли градуса и даже на градус незначительно сказывается на величине теплового потока при его определении по формуле (4) и, даже больше того, при случайно вкравшихся ошибках в температуре на глубинах, отличных от нуля, они могут быть легко обнаружены при нанесении кривых распределения температур для вычисления интегралов.

По формуле трапеций мы получили тепловые потоки:

Время, час.	$\frac{B}{c\rho}$, $\Delta t = 0,3^\circ$	$\frac{B}{c\rho}$, $\Delta t = 1,0^\circ$
23	—19,6	—17,2
24	—20,9	—22,3
01	—18,9	—16,8
02	—20,8	—22,4

Относительная ошибка составила в данном случае $1,5\%$ при изменении температуры на $0,3^\circ$ и $13,5\%$ при изменении температуры на $1,0^\circ$ (см. табл. 2).

Влияние ошибок в коэфициенте температуропроводности на величину теплового потока

Коэфициент температуропроводности определяется не всегда точно, иногда возможны ошибки даже, в 50%. Рассмотрим, как повлияет неправильное определение коэфициента на величину теплового потока.

Вместо коэфициента температуропроводности, принятого в наших расчетах равным 0,0024 см ^{2}/сек., возьмем $k = 0,0020$ и $k = 0,0012$ и определим тепловые потоки по указанным выше формулам, но уже с измененным коэфициентом.

Формула (1) в среднем за 10 час. дает тепловой поток, равный:

k, см^2/сек.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
0,0020	— 15,2
0,0012	— 9,2
0,0024	— 18,4

В формулы (2) и (3) коэфициент температуропроводности не входит. Формула (4) дает тепловой поток:

k, см²/сек.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
0,0020	—19,3
0,0012	—17,3
0,0024	—19,8

Пятая формула трапеций дает:

k, см²/сек.	$\frac{B}{c\rho}$, см град./час.
0,0020	—18,4
0,0012	—14,3
0,0024	—20,2

Таким образом, из трех рассмотренных формул ошибка в коэфициенте температуропроводности меньше всего сказывается на величине теплового потока при вычислении по формуле (4).

ВЫВОДЫ

Самая простая и точная формула определения теплового потока на поверхности почвы — экстремальная формула. При расчетах по ней нет необходимости определять коэфициент температуропроводности. К сожалению, тепловые потоки по экстремальной формуле можно определять только в вечерние и утренние часы, т. е. когда наблюдаются экстремальные значения температуры в почве. Эту формулу хорошо использовать для контроля.

При определении среднего потока за некоторый конечный интервал времени рекомендуется формула (4). Преимущество ее в том, что она проста и дает величину теплового потока с большой точностью, отчасти благодаря сглаживанию случайных ошибок отдельных измерений при вычислении интегралов. При определении теплового потока в данный момент времени рекомендуется формула (5), основанная на решениях уравнения теплопроводности. По этой формуле можно без особого труда получить суммарный поток после того, как будет определен тепловой поток для данного момента.

Для расчета тепловых потоков желательно иметь температуры почвы, измеренные с точностью $0{,}1^c$. При определении суммарного часового потока по формуле (4) достаточно знать температуры до глубины 20 см за каждый час, а при определении потока по формулам, основанным на решениях уравнения теплопроводности, достаточно знать температуры до глубины 80 см два раза в сутки и на поверхности через час. Термометры рекомендуется ставить в верхнем слое почвы на глубинах 0, 2, 5, 7, 10 и 20 см.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. О вычислении теплоотдачи почвы. Труды ГГО, вып. 22 (84), 1950.
2. Лайхтман Д. Л. Новая формула для вычисления теплового потока в почве по экспериментальным данным „Физика приземного слоя атмосферы". Труды НИУ ГУГМС, вып. 39, 1947.
3. Цейтин Г. Х. О новом методе вычисления температуропроводности почвы. Труды ГГО, вып. 22 (84), 1950.
4. Цейтин Г. Х. Численные методы расчета теплоотдачи почвы. Труды ГГО, вып. 27 (89) 1951.
5. Волошинова Г. А. Сравнение различных методов определения коэфициента температуропроводности. Труды ГГО, вып. 22 (84), 1950.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Рассчитанные температуры почвы

H, см	Время, часы										
	19	20	21	22	23	24	01	02	03	04	05
0	27,8	24,7	21,7	19,2	16,9	15,0	13,2	11,5	9,9	8,7	7,2
1	29,7	26,6	23,6	21,1	19,0	17,1	15,4	13,7	12,2	11,0	9,5
2	32,9	28,2	25,4	23,0	21,0	19,0	17,4	15,7	14,2	12,7	11,5
3	33,7	29,5	26,8	24,6	22,4	20,7	19,3	17,6	16,0	14,6	13,4
5	34,3	31,4	29,2	27,3	25,4	23,8	22,2	20,6	19,3	18,0	16,7
7	33,7	31,9	30,6	28,9	27,2	25,9	24,4	23,0	21,8	20,6	19,4
10	32,2	31,8	31,1	30,2	29,0	28,0	27,0	25,8	24,7	23,6	22,6
15	30,0	30,0	30,0	29,8	29,6	29,0	28,6	28,0	27,4	26,6	26,0
20	28,3	28,6	28,8	29,0	29,2	29,3	29,0	28,8	28,5	28,1	27,6
40	24,1	24,3	24,5	24,5	24,6	24,7	24,7	24,8	24,8	24,9	24,9

Таблица 2

Сравнение различных методов определения теплообмена в почве

Формулы определения теплообмена в почве	Точность определения температуры		Ошибка в коэфициенте температуропроводности	
	0,1°	1,0°	на 17%	на 50%
	Относительная ошибка, %[1]			
1) $\frac{B}{c\rho} = -k\frac{T(t,z_2)-T(t,z_1)}{z_2-z_1}$	а) 8,0% (при $z_1 = 0$ см, $z_2 = 1$ см)	50,0	17,0	50,0
	б) до 50% (при $z_1 = 0$ см, $z_2 = 5$ см)	—	—	—
2) $\int\limits_{t_1}^{t_2}\frac{B(t)}{c\rho}dt = \int\limits_0^{\infty}[T(t_2,z)-T(t_1,z)]\,dz$	12,0	17,0	0,0	0,0
3) $\int\limits_{t_1}^{t_2}\frac{B(t)}{c\rho}dt = \int\limits_0^{H_m(t_1)}[T(t_2,z)-T(t_1,z)]\,dz + \int\limits_{H_m(t_1)}^{H_m(t_2)}[T(t_2,z)-T(t_m,z)]\,dz$	0,5	5,5	0,0	0,0
4) $\int\limits_{t_1}^{t_2}\frac{B(t)}{c\rho}dt = \frac{k}{H}\int\limits_{t_1}^{t_2}[T(t,0)-T(t,H)]\,dt - \frac{1}{2H}\int\limits_0^{H}[T(t_2,z)-T(t_1,z)]\,d(z-H)^2$	1,5	3,0	3,5	13,0
5) $\frac{B}{c\rho} = \frac{d}{dt}\left[\frac{a}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{t}M(\theta)\frac{d\theta}{\sqrt{t-\theta}}\right]$	1,0—2,0	13,5	8,0	29,0
5а) $\int\limits_0^{t}\frac{B(t)}{c\rho}dt = \frac{a}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{t}M(\theta)\frac{d\theta}{\sqrt{t-\theta}}$	—	—	—	—

[1] Относительные ошибки соответствуют температурам, рассчитанным в данной работе; для другого распределения температуры ошибка может быть несколько отличной от приведенной.

Таблица 3

Сравнение различных методов определения коэфициента температуропроводности

Расчетные формулы	Относительная ошибка, %
I) $k = \dfrac{\pi (z_2 - z_1)^2}{\tau \left(\ln \dfrac{A_1}{A_2}\right)^2}$	34,0
II) $k = \dfrac{\pi (z_2 - z_1)^2}{\tau (\operatorname{arc\,tg} \theta)^2}$	17,0
III) $k = \dfrac{H_1 \int\limits_0^H (z-H)[T(z,t)-T(z,0)]\,dz - H \int\limits_0^{H_1} (z-H)[T(z,t)-T(z,0)]}{H_1 \int\limits_0^t [T(0,\tau) - T(H,\tau)\,d\tau - H \int\limits_0^t [T(0,\tau) - T(H,\tau)]\,d\tau}$	12,5
IV) $k = \dfrac{\int\limits_0^{H_0} [T(z,t) - T(z,0)]\,z\,dz + \int\limits_{H(b)}^{H(t)} [T(z,t) - T(z,t_m)]\,z\,dz}{\int\limits_0^t [T(0,t) - T(H,t)]\,dt}$	3,5

Т. В. КИРИЛЛОВА

О ЗАВИСИМОСТИ ПРОТИВОИЗЛУЧЕНИЯ ОТ СТЕПЕНИ ОБЛАЧНОСТИ

Влияние облачности на противоизлучение определяется не только степенью облачности, но и расположением облаков на небе.

В работе А. А. Дмитриева и Г. Я. Наровлянского [1] показано, что коэфициент, характеризующий влияние облачности, не является постоянным, а зависит от зенитного угла, под которым находится облако.

Результаты экспериментальных наблюдений М. С. Чумаковой [2], Х. Больца [3] показывают, что зависимость противоизлучения от степени облачности нельзя принимать линейной.

Нами была предпринята попытка подойти к решению вопроса о зависимости противоизлучения от степени облачности с иной стороны.

При помощи радиационных диаграмм А. А. Дмитриева и диаграммы Ф. Н. Шехтер, дополненной ею для расчетов противоизлучения в ограниченный телесный угол, можно рассчитать противоизлучение из отдельных кольцевых зон, выделяемых на небесном своде, находящихся под различными зенитными углами.

Таким образом, если знать расположение облаков по таким кольцевым зонам, то можно рассчитать противоизлучение, обусловленное тем или иным расположением облаков.

Нами была проведена обработка наблюдений над облачностью по книжкам зарисовок облачности метеорологической станции Луга — Полигон за 1931—1933 гг. (2163 наблюдения). Для обработки был изготовлен шаблон для расчета выделения четырех кольцевых зон; из которых первая выделяла область в зените 0—30°, вторая — зону 30—60°, третья — зону 60—75°, четвертая — зону 75—90°.

Расчеты противоизлучения, выполненные по радиационной диаграмме Ф. Н. Шехтер, дополненной расчетами для определения противоизлучения в ограниченный телесный угол, по данным среднегодового распределения температур и влажности с высотой для Павловска для слоисто-кучевых облаков, показали, что при заполнении облаками соответствующей зоны противоизлучение будет: $П_1 = 0{,}107$, $П_2 = 0{,}251$, $П_3 = 0{,}086$, $П_4 = 0{,}034$.

Соответствующие расчеты, выполненные для безоблачного неба, дали следующие значения противоизлучения по зонам: $П_{1,\text{я}} = 0{,}079$, $П_{2,\text{я}} = 0{,}200$, $П_{3,\text{я}} = 0{,}070$, $П_{4,\text{я}} = 0{,}031$.

Противоизлучение, обусловленное частью неба, покрытого облаками при облачности n, запишем следующим образом:

$$П^{(n)} = П_1 \frac{\sigma_1^{(n)}}{S_1} + П_2 \frac{\sigma_2^{(n)}}{S_2} + П_3 \frac{\sigma_3^{(n)}}{S_3} + П_4 \frac{\sigma_4^{(n)}}{S_4}, \tag{1}$$

где $П_1$, $П_2$, $П_3$, $П_4$ — величины противоизлучения от кольцевых зон I, II, III, IV, S_1, S_2, S_3, S_4 — площади выделенных кольцевых зон: $\sigma_1^{(n)}$, $\sigma_2^{(n)}$, $\sigma_3^{(n)}$, $\sigma_4^{(n)}$ — площади, занятые облаками в соответствующих кольцевых зонах при облачности n.

В формуле (1) и далее n не является показателем степени, а служит значком, указывающим степень облачности.

Формула (1) справедлива как для отдельных случаев с облачностью n, так и для средних значений $\overline{П}^{(n)}$ и $\overline{\sigma}_i^{(n)}$.

Для средних значений можно написать

$$\overline{П}^{(n)} = П_1 \frac{\overline{\sigma}_1^{(n)}}{S_1} + П_2 \frac{\overline{\sigma}_2^{(n)}}{S_2} + П_3 \frac{\overline{\sigma}_3^{(n)}}{S_3} + П_4 \frac{\overline{\sigma}_4^{(n)}}{S_4}. \qquad (2)$$

Для того чтобы подсчитать противоизлучение от всего неба при наличии облачности n, нам нужно знать и противоизлучение от части неба, не закрытой облаками. Обозначим последнее $П_я^n$. По определению напишем

$$П_я^{(n)} = П_{1,я} \frac{S_1 - \sigma_1^{(n)}}{S_1} + П_{2,я} \frac{S_2 - \sigma_2^{(n)}}{S_2} + П_{3,я} \frac{S_3 - \sigma_3^{(n)}}{S_3} + П_{4,я} \frac{S_4 - \sigma_4^{(n)}}{S_4}$$

или для средних значений

$$\overline{П}_я^{(n)} = П_{1,я}\left(1 - \frac{\overline{\sigma}^{(n)}}{S_1}\right) + П_{2,я}\left(1 - \frac{\overline{\sigma}_2^{(n)}}{S_2}\right) + П_{3,я}\left(1 - \frac{\overline{\sigma}_3^{(n)}}{S_3}\right) + П_{4,я}\left(1 - \frac{\overline{\sigma}_4^{(n)}}{S_4}\right) =$$

$$= П_я - П_{1,я} \frac{\overline{\sigma}_1^{(n)}}{S_1} - П_{2,я} \frac{\overline{\sigma}_2^{(n)}}{S_2} - П_{3,я} \frac{\overline{\sigma}_3^{(n)}}{S_3} - П_{4,я} \frac{\overline{\sigma}_4^{(n)}}{S_4}. \qquad (3)$$

Противоизлучение всего неба $П_n$ при наличии облачности n получим как сумму $\overline{П}^{(n)} + \overline{П}_я^{(n)}$:

$$П_n = \overline{П}^{(n)} + \overline{П}_я^{(n)} = П_я + (П_1 - П_{1,я}) \frac{\overline{\sigma}_1^{(n)}}{S_1} + (П_2 - П_{2,я}) \frac{\overline{\sigma}_2^{(n)}}{S_2} +$$

$$+ (П_3 - П_{3,я}) \frac{\overline{\sigma}_3^{(n)}}{S_3} + (П_4 - П_{4,я}) \frac{\overline{\sigma}_4^{(n)}}{S_4}. \qquad (4)$$

Подсчитав $\overline{\sigma}_i^{(n)}$ по формуле (4), можно рассчитать противоизлучение $П_n$.

Таблица 1

Результаты обработки наблюдений по зарисовкам облачности

Расчет отношения $\frac{\overline{\sigma}_i}{S_i}$ для четырех зон

Зона	Степень облачности									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
I	0,03	0,08	0,24	0,22	0,47	0,52	0,77	0,80	0,91	1,00
II	0,04	0,16	0,26	0,34	0,48	0,58	0,69	0,81	0,90	1,00
III	0,12	0,26	0,31	0,40	0,48	0,62	0,60	0,74	0,88	1,00
IV	0,16	0,54	0,65	0,65	0,64	0,76	0,73	0,77	0,87	1,00
Число случаев	95	47	55	28	45	28	45	55	72	1 691
$n = \Sigma \frac{\overline{\sigma}_i}{S_i} \frac{S_i}{S}$	0,17	0,19	0,35	0,40	0,51	0,62	0,68	0,79	0,89	1,00

В табл. 1 приведены результаты обработки наблюдений по зарисовке облачности на станции Луга, причем определение σ_i при обработке производилось с точностью до 0,1 площади кольцевой зоны.

Таблица 2

Зависимость противоизлучения от степени облачности

n . .	0,17	0,19	0,35	0,40	0,51	0,62	0,68	0,79	0,89	1,00
$\frac{П_n}{П_0}$ . .	1,017	1,041	1,070	1,084	1,123	1,148	1,178	1,188	1,229	1,264

В табл. 2 величина Π_n рассчитана по формуле (4). Степень облачности в этой таблице взята по результату подсчета площади, занятой облаками, из зарисовок.

Нас интересует зависимость противоизлучения от степени облачности, т. е. $f(n)$ в формуле

$$\Pi_n = \Pi_0 f(n). \tag{5}$$

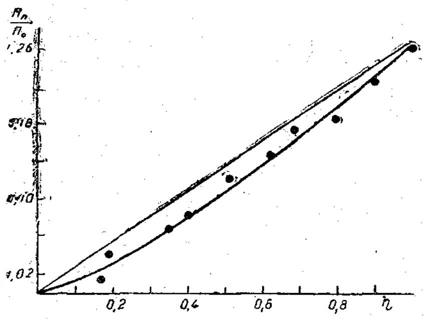

Рис. 1.

В табл. 2 и приведены значения величин $\frac{\Pi_n}{\Pi_0} = f(n)$ в зависимости от степени облачности.

На рис. 1 точками нанесены значения $\frac{\Pi_n}{\Pi_0}$ для соответствующих значений облачности n. Проведенная на основании этих точек кривая аппроксимируется уравнением

$$\frac{\Pi_n}{\Pi_0} = 1 + kn^{1,4}. \tag{6}$$

Полученный результат согласуется с данными актинометрических наблюдений.

Использование результатов аэрологических зондирований позволило совершенно независимым способом определить зависимость противоизлучения от степени облачности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дмитриев А. А. и Наровлянский Г. Я. Применение графического метода к вопросу об эффективном излучении. Изв. АН СССР, серия географ. и геофиз., № 6, 1944.
2. Чумакова М. С. О ночном ходе эффективного излучения на Карадаге. Труды ГГО, вып. 5, 1947.
3. Больц Х. Зависимость противоизлучения от облачности. Zeitschr. f. Met., VII, 1949.

Д. Л. ЛАЙХТМАН

К ВОПРОСУ О МОЩНОСТИ КОНВЕКЦИИ В АТМОСФЕРЕ

§ 1. Широко применяющийся до сих пор метод подсчета запасов энергии неустойчивости при помощи индикаторных диаграмм не может считаться удовлетворительным. Не говоря уже о том, что энергия неустойчивости не характеризует фактическую или возможную интенсивность конвективных движений, которые могут возникнуть по чисто динамическим причинам (например из-за неоднородности в распределении скорости ветра), она оказывается и неудовлетворительной характеристикой термической конвекции. В лучшем случае энергия неустойчивости только качественно характеризует возможность развития конвекции от земной поверхности при заданном состоянии атмосферы, но ни в коей мере не выражает действительную или возможную энергию конвективных движений. Кроме того, энергия неустойчивости не учитывает горизонтальной неоднородности подстилающей поверхности, которая безусловно влияет на интенсивность конвекции. Можно представить два одинаковых состояния атмосферы (одинаковое распределение температуры и влажности) над различными подстилающими поверхностями — гладкой и шероховатой. Над шероховатой поверхностью могут возникать вихревые движения и будет развиваться интенсивная конвекция, если состояние атмосферы достаточно неустойчивое; наоборот, над гладкой поверхностью конвекция будет значительно более слабой или вовсе отсутствовать при том же термодинамическом состоянии атмосферы. В этом отношении большой интерес представляют работы проф. А. Ф. Дюбюка, в которых дается способ учета максимальных запасов энергии неустойчивости столба.

Ниже предлагается новый способ подсчета энергии термической конвекции, который учитывает фактическую энергию частиц воздуха (вихрей), участвующих в конвективных движениях; кроме того, обобщаются условия термической устойчивости атмосферы.

§ 2. Рассмотрим некоторую горизонтальную плоскость S на высоте z. Благодаря конвективным движениям эта плоскость во всех направлениях пересекается вихрями разных размеров. Работа на пути dz, которую совершает некоторый вихрь массы $m_\uparrow$, пересекающий плоскость S снизу вверх, будет

$$dA_\uparrow = m_\uparrow \frac{dw}{dt} dz = m_\uparrow \frac{T_\uparrow - \overline{T}}{\overline{T}} g\, dz, \tag{1}$$

где $T_\uparrow$ — температура вихря на уровне z, $\overline{T}$ — температура окружающей среды на уровне z.

Если (1) проинтегрировать по некоторому слою, положив при этом $m_\uparrow = 1$ то получим энергию неустойчивости слоя. Будем поступать, однако, несколько иначе. Вычислим работу на пути dz, которую совершают все вихри, пересекающие рассматриваемую плоскость снизу вверх за время τ:

$$\delta A_\uparrow = \sum_i m_\uparrow^i \frac{T_\uparrow^i - \overline{T}}{\overline{T}} g\, dz. \tag{2}$$

Аналогичное выражение для вихрей, движущихся сверху вниз, будет

$$\delta A_{\downarrow}=-\sum_i m^i_{\downarrow}\frac{T^i_{\downarrow}-\overline{T}}{\overline{T}}\,g\,dz. \qquad (3)$$

Введем в формулы (2) и (3) путь смешения по формулам

$$T_{\uparrow}-T=-l_{\uparrow}\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\gamma_{\uparrow}\right),$$

$$T_{\downarrow}-T=l_{\downarrow}\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\gamma_{\downarrow}\right). \qquad (4)$$

Теперь легко напишем отнесенную к единице площади и единице времени работу, которая совершается всеми вихрями на пути dz, на высоте z над земной поверхностью

$$\delta A=-\frac{1}{\overline{T}}\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\gamma_{\uparrow}\right)g\,dz\,\frac{\sum_i m^i_{\uparrow}l^i_{\uparrow}}{\tau S}-\frac{1}{\overline{T}}\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\gamma_{\downarrow}\right)g\,dz\,\frac{\sum_i m^i_{\downarrow}l^i_{\downarrow}}{\tau S}. \qquad (5)$$

Из полученного выражения вытекает, что если $\gamma_{\uparrow}\neq\gamma_{\downarrow}$, то обычные условия вертикальной неустойчивости уже не имеют места. Это объясняется тем, что если $\gamma_{\uparrow}$ и $\gamma_{\downarrow}$ не равны, то разность температур поднимающейся частицы и среды не определяет условий развития конвекции. В атмосфере такое положение ($\gamma_{\uparrow}\neq\gamma_{\downarrow}$) может иметь место, например, если поднятие происходит влажноадиабатически, а опускание сухоадиабатически. При градиентах меньших сухоадиабатического, в указанном случае, конвекция может происходить лишь тогда, когда перегрев восходящих масс превосходит некоторую определенную величину.

Из формулы (5) получим условия вертикальной устойчивости при $\gamma_{\uparrow}\neq\gamma_{\downarrow}$. Так как состояние слоя dz неустойчиво, если $\delta A>0$, то это означает, что при

$$\left.\begin{array}{lr}
\dfrac{\partial\overline{T}}{\partial z}<-\dfrac{\gamma_{\uparrow}\eta_{\uparrow}+\gamma_{\downarrow}\eta_{\downarrow}}{\eta} & \text{состояние неустойчивое},\\
\dfrac{\partial\overline{T}}{\partial z}>-\dfrac{\gamma_{\uparrow}\eta_{\uparrow}+\gamma_{\downarrow}\eta_{\downarrow}}{\eta} & \text{„ устойчивое},\\
\dfrac{\partial\overline{T}}{\partial z}=-\dfrac{\gamma_{\uparrow}\eta_{\uparrow}+\gamma_{\downarrow}\eta_{\downarrow}}{\eta} & \text{„ безразличное}.
\end{array}\right\} \qquad (6)$$

Здесь

$$\left.\begin{array}{l}
\eta_{\uparrow}=\dfrac{\sum_i m^i_{\uparrow}l^i_{\uparrow}}{\tau S}\\
\eta_{\downarrow}=\dfrac{\sum_i m^i_{\downarrow}l^i_{\downarrow}}{\tau S}
\end{array}\right\} \qquad (7)$$

$\eta=\eta_{\uparrow}+\eta_{\downarrow}$ — коэфициент турбулентного обмена. При $\gamma_{\uparrow}=\gamma_{\downarrow}=\gamma_a$ условия (6) вырождаются в обычные условия вертикальной устойчивости.

На основании вышесказанного естественно принять актуальной мерой конвекции некоторого слоя работу, которую могут совершать все участвующие в конвекции частицы в столбе единичного поперечного сечения высотой h за единицу времени. Эту величину можно назвать „мощностью конвекции".

На основании (5) мощность конвекции имеет вид

$$P=\int\limits_{(h)}\delta A=-\int\limits_0^h\frac{1}{\overline{T}}\left[\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\gamma_{\uparrow}\right)\eta_{\uparrow}+\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\gamma_{\downarrow}\right)\eta_{\downarrow}\right]g\,dz. \qquad (8)$$

Если $\gamma_{\uparrow} = \gamma_{\downarrow} = \gamma_a$, то (8) можно написать в следующем виде:

$$P = -\int_0^h \frac{1}{\theta}\frac{d\theta}{dz}\eta g\, dz = -g\int_{\theta_0}^{\theta} \eta(z)\, d\ln\theta(z), \tag{9}$$

где η — коэфициент турбулентной диффузии.

В настоящее время способы вычисления коэфициента турбулентной диффузии развиты довольно хорошо, и определение мощности конвекции по формуле (9) не представляет затруднений.

В качестве наиболее простого варианта можно подставить $\eta(z) = cu_g$, где c — некоторая размерная постоянная, u_g — геострофический ветер. Тогда

$$P = gcu_g \ln\frac{\theta_0}{\theta} = g\bar{\eta}\ln\frac{\theta_0}{\theta}, \tag{10}$$

где $\bar{\eta}$ — средний по слою коэфициент обмена.

По нашему мнению, мощность конвекции P является наиболее адвективной характеристикой атмосферной конвекции и исследование ее при разных условиях погоды позволит правильнее оценивать энергию термической конвекции в атмосфере.

Необходимо отметить, что на основании известной мощности конвекции может быть найдено изменение вихревой энергии за единицу времени в единичном столбе. Если определить уменьшение вихревой энергии, благодаря диссипации в тепло, и количество вихревой энергии, которое за единицу времени возникает, то сумма указанных трех величин (мощность конвекции, диссипация и скорость возникновения вихревой энергии) дает уравнение баланса энергии турбулентности.

Формула (8) указывает, что в ряде случаев общеизвестное уравнение баланса энергии турбулентности при применении в облачную погоду должно быть существенно изменено.

ЛИТЕРАТУРА

Дюбюк А. Ф. К вопросу об учете полной энергии неустойчивости горизонтально-стратифицированного влажного воздуха. Журнал геофизики, т. 5, № 4, 1935.

С. П. МАСАЛОВА

К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ ФИЗИЧЕСКОГО МАКСИМУМА ОСАДКОВ

В настоящей статье излагается метод количественной оценки максимально возможного количества водяного пара, который может сконденсироваться при данной стратификации атмосферы и влагосодержании воздуха, и способ определения верхней границы конвективных облаков.

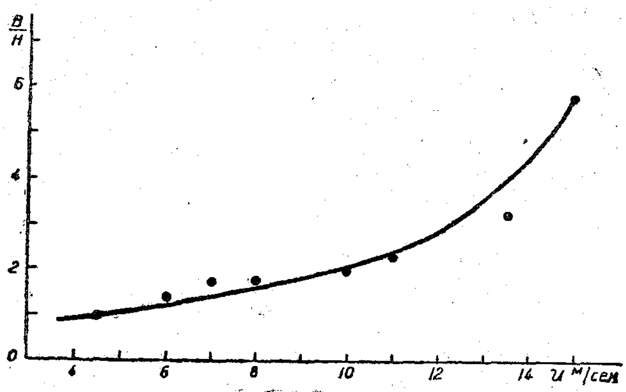

Рис. 1.

Величина максимального количества водяного пара, который сконденсируется при данном термодинамическом состоянии атмосферы, позволяет судить в каждом конкретном случае о потенциальной возможности возникновения и развития конвективных ливней, прогноз которых продолжает оставаться чрезвычайно сложной и актуальной задачей.

Оценка максимально возможного количества водяного пара произведена путем замены заданной стратификации максимально устойчивой. В этом случае количество сконденсированного водяного пара будет максимальным. Переслоение атмосферы выполнено по способу А. Ф. Дюбюка, изложенному в работе „К вопросу об учете полной энергии неустойчивости горизонтально стратифицированного влажного воздуха", который заключается в том, что слой воздуха с минимальным значением потенциально-эквивалентной температуры адиабатически перемещается на самую низкую изобарическую поверхность, т. е. до p_{max}. Слой с максимальным значением потенциально-эквивалентной температуры — на самую высокую изобарическую поверхность, т. е. до p_{min}.

В отдельных слоях, перемещающихся с более низких уровней до более высоких, может происходить конденсация водяного пара. Суммируя весь сконденсированный пар, можно получить Q_{max} водяного пара, т. е.

$$Q_{max} = \sum_{1}^{n} \Delta g(x).$$

Используя данные подъемов радиозондов в летние дни, когда наблюдались конвективные ливни (лето 1949, 1950, 1951 гг.), нами было вычислено 17 примеров и построен график, изображенный на рис. 1. По оси ординат отложено отношение $\frac{Q_{max.\ вод.\ пара}}{Q_{набл.\ осадки}}$, по оси абсцисс — скорость ветра.

График рис. 1 построен для случаев, когда разрыв во времени между зондированием и моментом возникновения ливня не превышает 3 часов. Как видно из графика, отношение $\frac{Q_{\text{max. вод. пара}}}{Q_{\text{набл. осадки}}}$ находится в хорошей корреляционной зависимости со скоростью ветра. Этот результат находит простое физическое объяснение.

Допустим, что над некоторой поверхностью S расположено n столбов воздуха, дающих осадки. Вклад n-ого столба определяется величиной $\Delta g(x)$. Если отсутствует горизонтальный перенос воздушной массы, то на поверхность S за время ливня выпадает количество осадков, равное $\sum_1^n \Delta \bar{g}(x)$.

Если воздушная масса, дающая осадки, переносится со скоростью $\bar{u}$, то количество осадков равное $\sum_1^n \Delta g(x)$ придется уже на площадь $S' = S + \bar{u}\Delta\tau$, где $\Delta\tau$ — продолжительность ливня, тогда

$$Q = \frac{\sum\limits_1^h \Delta g(x)}{S + \bar{u}\,\Delta\tau},$$

где Q — количество осадков в точке A и

$$\frac{Q_{\text{max. вод. пара}}}{Q_{\text{набл. осадки}}} = \frac{Q_{\max}(S + \bar{u}\,\Delta\tau)}{\sum\limits_1^h \Delta\bar{g}(x)} = f(\bar{u}),$$

Для того чтобы оценить те изменения, которые могли произойти в данной точке за время между зондированием и моментом возникновения ливня, был вычислен для всех случаев характерный критерий

$$\left(c\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Delta t = -\frac{lT_0}{g}c^2\frac{\Delta A}{\Delta z},$$

где c — скорость ветра, $\frac{\Delta A}{\Delta z}$ — изменение направления ветра на единицу высоты, g — ускорение силы тяжести, T_0 — температура на начальном уровне, $\frac{\partial T}{\partial n}$ — градиент температуры.

Вычисления показали, что величина $\left(c\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Delta t$ для случаев $\Delta t < 3$ час. заключена в интервале

$$0 \leqslant \left|\left(c\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Delta t\right| \leqslant 0{,}2^\circ.$$

Для случаев, когда разрыв во времени между зондированием и моментом возникновения ливня превышает 3 часа, связь между отношением $\frac{Q_{\text{max. вод. пара}}}{Q_{\text{набл. осадки}}}$ значительно хуже, а величина критерия $\left|\left(c\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Delta t\right| > 0{,}2^\circ$ за некоторым исключением. В этих случаях подобная оценка менее надежна, так как введенный критерий не учитывает изменения барического поля во времени, которое может быть очень существенным за время, большее 3 часов.

Вычисление верхней границы облаков конвекции

Неустойчиво стратифицированная атмосфера и большая влажность воздуха являются необходимыми условиями для образования конвективных облаков. Образование облаков конвекции нужно рассматривать как результат разрешения влаж-

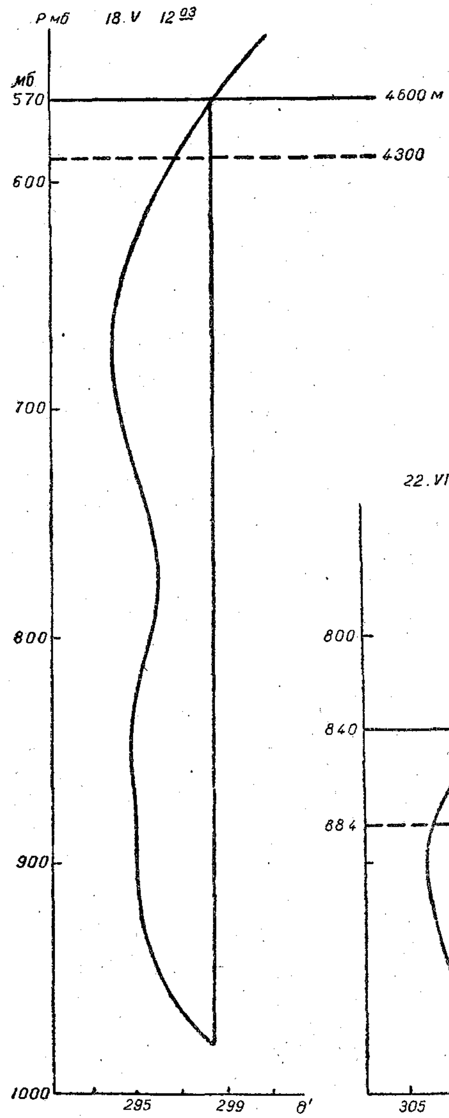

Рис. 2.

1 — вычисленная высота, 2 — непосредственно измеренная.

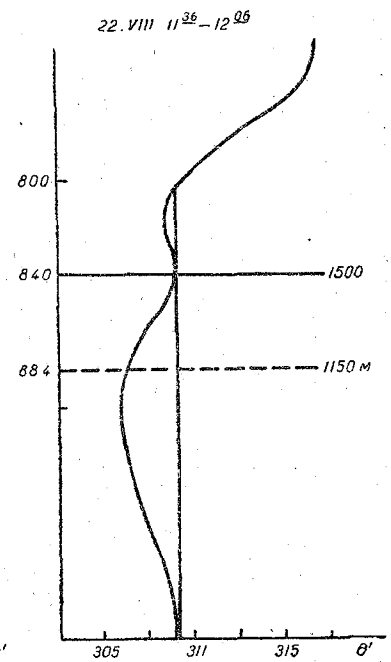

Рис. 3.

1 — вычисленная высота, 2 — непосредственно измеренная.

ной неустойчивости. Очевидно, что облака конвекции при своем вертикальном развитии не могут простираться выше слоя атмосферы, в котором происходит перемешивание воздуха. Исходя из вертикального распределения потенциально эквивалентной температуры $\Theta'_э$, представляется возможным определить толщину атмосферы, в которой происходит перемещивание воздуха, а отсюда — верхнюю предельную границу конвективных облаков. Толщина слоя, в котором происходит перемешивание воздуха, определяется разностью изобарических поверхностей p_0—p, где p_0 — давление на нижнем уровне, p — давление, снятое с кривой $\Theta'_э$ в точке пересечения изолинии $\Theta'_{э_0}$ с кривой $\Theta'_э$. Отсюда верхняя граница облаков определяется уровнем изобарической поверхности p (рис. 2, 3, 4).

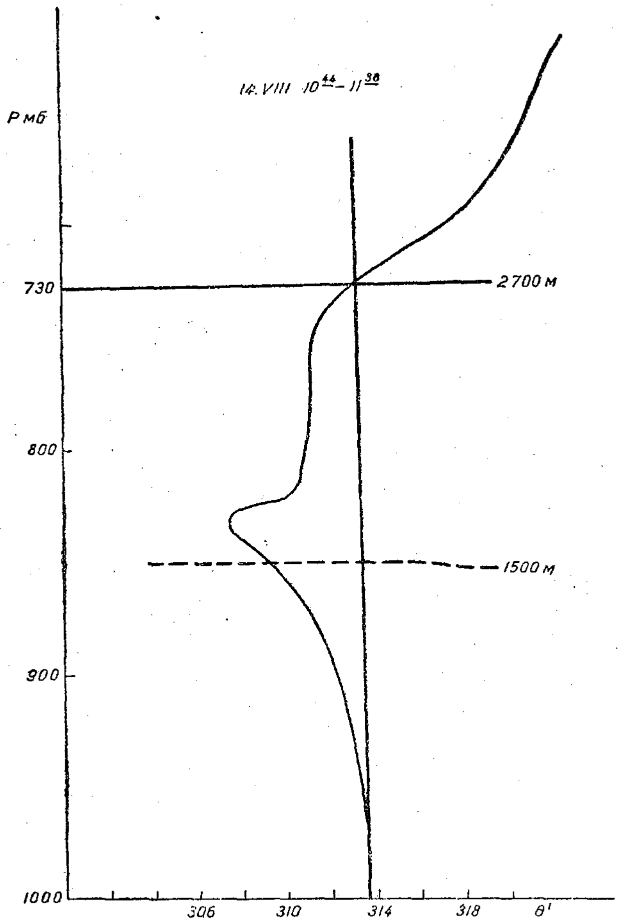

Рис. 4.

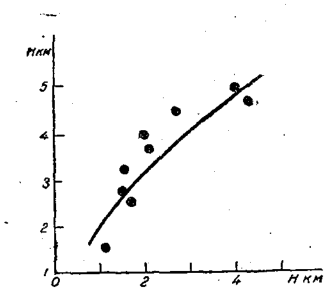

Рис. 5.

Нами было вычислено несколько примеров по данным самолетных зондирований (лето 1947, 1948 гг.) [1, 2]. Результаты вычислений сравнивались с непосредственно измеренными верхними границами Cu. Верхние границы Cu, с которыми производились сравнения, не являются показательными, так как давались высоты не самых мощных Cu, а сравнительно слабо развитых, куда входил самолет. Поэтому завышение получалось довольно значительным, в среднем до 1,0—1,5 км. (рис. 5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Труды ГГО, вып. 7, 1948.
2. Труды ГГО, вып. 13, 1948.

Д. Л. ЛАЙХТМАН

НОВЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Разрешение ряда задач физики атмосферы и прикладной метеорологии требует довольно детальных сведений о коэфициенте турбулентной вязкости и его изменении с высотой.

В настоящее время хорошо исследован характер изменения с высотой коэфициента вязкости в слое 0—100 м; существующие методы позволяют вычислить его на основании градиентных измерений (ветра и температуры) с достаточной точностью. Известно, что до высоты 100—200 м коэфициент вязкости растет приблизительно линейно и лишь в глубоких инверсиях или при больших сверхадиабатических градиентах его изменение с высотой существенно отличается от линейного. Что же касается вопроса о коэфициенте вихревой вязкости в свободной атмосфере, то он изучен очень плохо и существующие методы его определения нам представляются весьма неудовлетворительными. Основным недостатком существующих методов является то, что в расчетные формулы обычно входят вертикальные градиенты скорости ветра и направление ветра для каждой высоты, на которой определяется k, которые выше 50—100 м малы и определяются с большими ошибками. Предлагаемый ниже метод позволяет устранить указанный выше основной недостаток, применявшихся до сих пор формул. Ошибки опытных данных, которые используются в расчетах, сглаживаются и мало искажают результат.

Воспользуемся тем, что выше некоторого уровня H (порядка 50—100 м) коэфициент турбулентной вязкости перестает сколько-нибудь заметно меняться с высотой. Это утверждение следует из теоретических соображений и в общем подтверждается имеющимися опытными данными. Будем рассматривать установившееся во времени движение. Так как траектории частиц имеют малую кривизну, то центробежной силой можно пренебречь. Уравнения движения для $z \gg H$ имеют в этом случае следующий вид:

$$k\frac{d^2u}{dz^2}+lv-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=0, \qquad (1)$$

$$k\frac{d^2v}{dz^2}-lu-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=0. \qquad (2)$$

Здесь u и v — компоненты скорости, $l=2\omega\sin\varphi$ — параметр Кориолиса, $\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$ — составляющие силы градиента давления, отнесенные к единице массы.

Если обозначить

$$w=u+iv,$$

$$2\lambda^2=\frac{l}{k},$$

$$f(z)=\frac{1}{l\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}+i\frac{\partial p}{\partial y}\right), \qquad (3)$$

то выписанная система уравнений сводится к одному уравнению:

$$\frac{d^2w}{dz^2}-2i\lambda^2 w-2\lambda^2 f(z)=0. \tag{4}$$

Общий интеграл уравнения может быть легко получен известными методами. Он имеет следующий вид:

$$w=B_1e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}+B_2e^{-\lambda\sqrt{2i}\,z}+\frac{e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_0^z e^{-\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi-e^{-\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_0^z e^{\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi}{\frac{\sqrt{2i}}{\lambda}}. \tag{5}$$

Будем считать для определенности, что $\sqrt{2i}=1+i$. Кроме того, допустим, что $\int\limits_0^\infty e^{-\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi$ существует, тогда можно написать:

$$e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_0^z e^{-\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi=B_3e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}-e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_z^\infty e^{-\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi. \tag{6}$$

Подставив (6) в (5), получим общий интеграл уравнения в следующем виде:

$$w=(B_1+B_3)\,e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}+B_2e^{-\lambda\sqrt{2i}\,z}-$$
$$-\lambda\,\frac{e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_z^\infty e^{-\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi+e^{-\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_0^z e^{\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi}{\sqrt{2i}}. \tag{7}$$

В уравнении (7) только первое слагаемое беспредельно растет с ростом z, поэтому для того, чтобы w оставалось конечным на бесконечности, должно быть $B_1+B_3=0$. Интересующее нас решение теперь имеет следующий вид:

$$w=B_2e^{-\lambda\sqrt{2i}\,z}-\lambda\,\frac{e^{\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_z^\infty e^{-\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi+e^{-\lambda\sqrt{2i}\,z}\int\limits_0^z e^{\lambda\sqrt{2i}\,\xi}f(\xi)\,d\xi}{\sqrt{2i}}. \tag{8}$$

Наща задача будет решена, если из полученного уравнения удастся найти k, не определив предварительно B_2 — произвольную постоянную интегрирования, поскольку определение ее связано с решением системы (1) и (2) для $0\leqslant z\leqslant H$, в котором $dk/dz\neq 0$, и дополнительными гипотезами о функции $k(z)$ в указанном интервале.

Рассмотрим теперь наиболее важный случай, когда градиент давления линейно меняется с высотой, т. е.

$$f(z)=A+Bz. \tag{9}$$

Рассматриваемый случай имеет место при горизонтальном температурном градиенте не меняющемся с высотой, так как в этом случае

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial L}=\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial L}+gz\,\frac{\partial\ln T_0}{\partial L}, \qquad \left(\frac{T}{T_0}\cong 1\right),$$

и значит

$$f(z)=\frac{1}{l\rho_0}\left(\frac{\partial p_0}{\partial x}+i\frac{\partial p_0}{\partial y}\right)+\frac{gz}{lT_0}\left(\frac{\partial T_0}{\partial x}+i\,\frac{\partial T_0}{\partial y}\right). \tag{10}$$

Подставив значение $f(z)$ из (9) в (8), получаем

$$w=Ce^{-\lambda\sqrt{2i}\,z}-\frac{A+Bz}{i}. \tag{11}$$

Отделив в (11) вещественную и мнимую части, получим

$$\left.\begin{aligned} u &= e^{-\lambda z}(C_x \cos\lambda z + C_y \sin\lambda z) - (A_y + zB_y), \\ v &= e^{-\lambda z}(C_y \cos\lambda z - C_x \sin\lambda z) + (A_x + zB_x), \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

здесь

$$C_x + iC_y = C,$$

$$\left.\begin{aligned} A_y + zB_y &= \frac{1}{l\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial y} + \frac{gz}{lT_0}\frac{\partial T_0}{\partial y}, \\ A_x + zB_x &= \frac{1}{l\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial x} + \frac{gz}{lT_0}\frac{\partial T_0}{\partial x}. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Из (12) имеем:

$$\ln[(u + A_y + zB_y)^2 + (v - A_x - zB_x)^2] = \ln(C_x^2 + C_y^2) - 2\lambda z. \quad (14)$$

Из последнего соотношения вытекает, что если в системе координат

$$y = \ln[(u + A_y + zB_y)^2 + (v - A_x - zB_x)^2],$$

$$x = z,$$

нанести опытные данные, то точки должны ложиться на прямую линию, причем тангенс угла наклона прямой

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = -2\lambda.$$

В таком случае на основании (3)

$$k = \frac{l}{2\lambda^2} = \frac{2l}{\operatorname{tg}^2\alpha}. \quad (15)$$

В заключение рассмотрим несколько примеров. Вычислим по полученной нами формуле (15) k на основании шаропилотных наблюдений, проведенных Мильднером 20/X 1931 г. Эти данные обработаны и опубликованы Х. Леттау в журнале „ТЭЛУС" № 2 за 1950 г. Указанные данные выписаны в табл. 1. На основании (13) легко понять, что при постоянном по высоте градиенте давления $v_\infty = A_x + zB_x$ и $u_\infty = -A_y - zB_y$ — компоненты геострофического ветра.

Таблица 1

z, м	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
u, м/сек.	9,15	10,45	11,58	12,60	13,48	14,30	14,97	15,62	16,28	16,83
v, м/сек.	4,35	4,64	4,80	4,95	4,96	4,90	4,78	4,60	4,29	4,0

z, м	550	600	650	700	750	800	850	900	950
u, м/сек.	17,30	17,70	17,99	18,23	18,42	18,60	18,66	18,68	18,62
v, м/сек.	3,71	3,37	3,07	2,73	2,43	2,06	1,70	1,31	0,91

В упомянутой работе, судя по характеру изменения ветра с высотой, можно пренебречь изменением градиента давления с высотой. Компоненты геострофического ветра имеют следующие значения: $u_\infty = 17{,}5$ м/сек. $v_\infty = 0$. Обработанные предложенным методом результаты наблюдений представлены на рис. 1. Как следует из графика, опытные точки, начиная с высоты 100 м с поразительной точностью располагаются на прямой линии. Исключения составляют три последние точки. Причина разброса последних трех точек, повидимому, объясняется влиянием горизонтальных температурных градиентов.

В рассматриваемом случае $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1{,}12}{7 \cdot 10^2}$ м$^{-1}$, $l = 1{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot$ сек.$^{-1}$, что на основании (15) дает

$$k = \frac{0{,}38 \cdot 1{,}4 \cdot 4{,}49}{1{,}25} = 20{,}8 \text{ м}^2/\text{сек}.$$

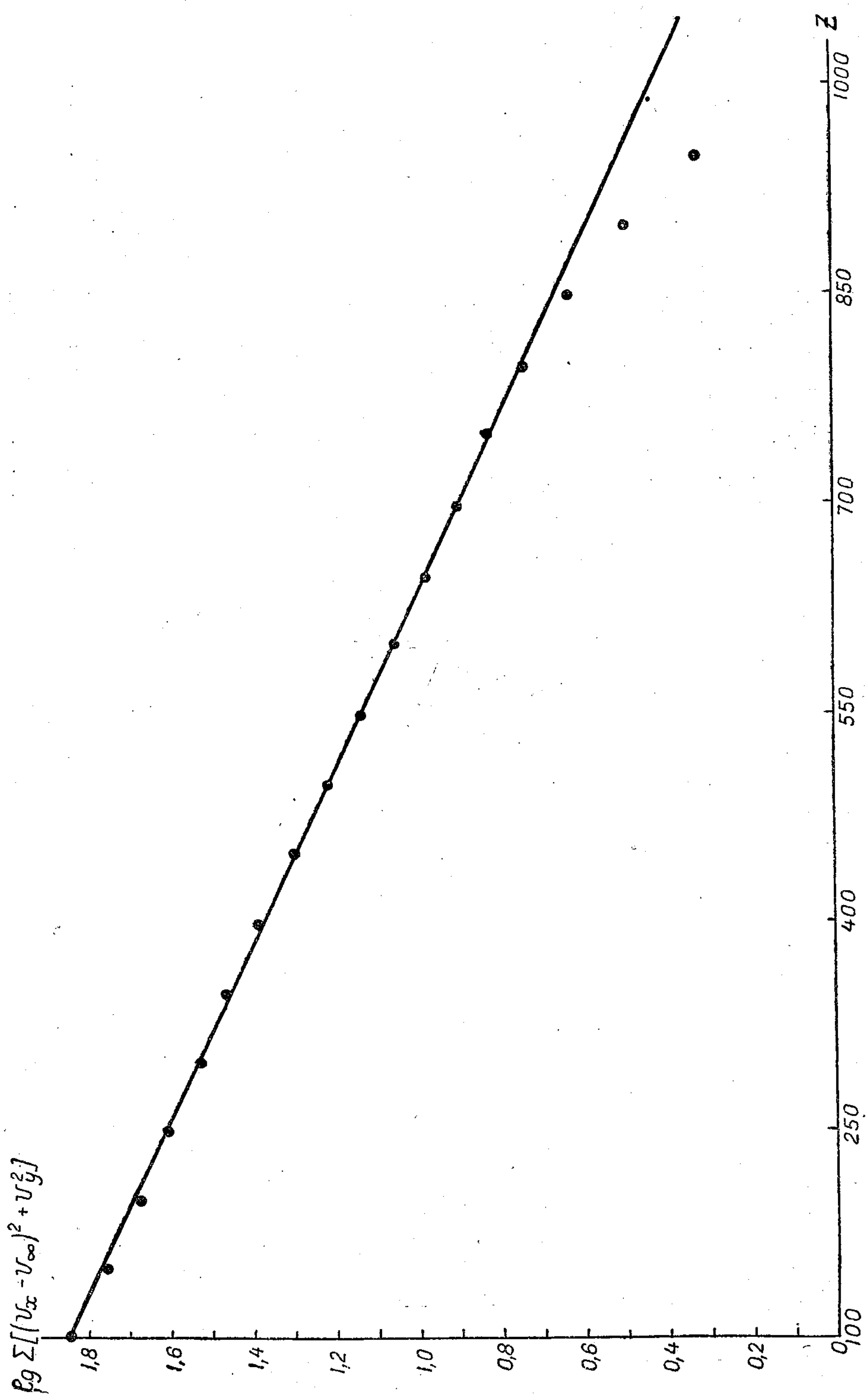
$lg \sum [(v_x - v_\infty)^2 + v_y^2]$
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
100
250
400
550
700
850
1000
Z

Рис. 1.

Леттау нашел для k значение около 14 $м^2$/сек., которое следует считать заниженным.

По полученной формуле нами вычислено значение коэфициента турбулентной вязкости по средним шаропилотным данным над Павловском за 1920—1924 гг., опубликованным в трудах Аэрологической обсерватории. Результаты расчетов приводятся в табл. 2.

Таблица 2

	Месяцы							
	I	II	III	IV	VI	VIII	IX	X
k, $м^2$/сек.	6,0	3,3	45,8	49,3	74,4	74,4	50,7	55,2
$-\frac{\partial T}{\partial z}$, град./100 м	0,15	0,12	0,37	0,77	0,88	0,78	0,68	0,76
	0,5	0,3	3,7	4,5	8,3	8,8	4,7	4,3

При вычислении мы считали, что горизонтальные градиенты температуры малы

В указанной области температурных градиентов $\frac{k}{u_\infty}$ линейно возрастает с ростом вертикального температурного градиента. Приближенно можно считать, что $\frac{k}{u_\infty}$ в метрах для $-\frac{\partial T}{\partial z} > 0{,}2$ равно десятикратному значению температурного градиента, выраженному в градусах на 100 м.

СОДЕРЖАНИЕ

Редактор *Д. Л. Лайхтман.* Корректор *М. П. Бушева.* Техн. редактор *М. И. Брайнина.*

Сдано в набор 24/III 1952 г. Подписано к печати 28/VIII 1952 г.
Изд. № 20. Индекс М-Л-20. Бумага $70 \times 108^{1}/_{16}$. Бум. л. $2^{5}/_{8}$ + 1 вкл.
Печ. зн. в 1 бум. л. 98 530. Печ. л. 7,54. Уч.-изд. л. 6,62. Тираж 750 экз.
Гидрометеоиздат, г. Ленинград, 1952 г. Цена 4 р. 65 коп. М-33787. Заказ № 945.

2-я типо-литография Гидрометеоиздата, Ленинград, Прачечный пер., д. 6.