ГЛА́ВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРО́МЕТЕО́РО́ЛО́ГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

> ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА

ТРУДЫ

ВЫПУСК 236

ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

3

Ø

Под редакцией д-ра физ.-мат. наук М. И. ЮДИНА



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД • 1969

УДК 551.5:519.24

551,

2-9-7 84-69 646148

Сборник содержит выводы полуэмпирических (физико-статистических) исследований метеорологических полей в масштабах северного полушария и его отдельных секторов, а также кекоторые материалы по южному полушарию. Значительное внимание уделено характеристикам термического режима, анализу границ снежного покрова, анализу полей вертикальных скоростей и другим элементам, используемым в целях долгосрочного прогноза погоды и в численных экспериментах по общей циркуляции атмосферы.

Сборник рассчитан на специалистов, работающих в области теоретической и общей метеорологии, прогнозов погоды, а также студентов старших курсов гидрометеорологических институтов и университетов.

К. В. ПЯТЫГИНА, Э. А. КОМОРИНА

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ НАД СЕВЕРНЫМ ПОЛУШАРИЕМ

В данной работе проводится статистический анализ значений вертикальных скоростей, вычисленных по среднемноголетним данным для всех 12 месяцев над северным полушарием (в широтном поясе 25—75°). Карты среднемесячных значений вертикальных скоростей были рассчитаны по секторам, результаты расчетов над сектором I приведены в работе [2], над секторами II и III, а также над всем полушарием — в настоящей работе (рис. 1). Анализ полученных результатов позволяет судить о точности примененной методики вычисления вертикальных скоростей, осредненных во времени.

I. Остановимся кратко на методике вычисления вертикальных скоростей, осредненных во времени. Вертикальные скорости рассчитывались по среднемноголетним значениям давления и температуры. Расчет производился по способу К. А. Решетниковой [1], при этом в ее методику нами было введено несколько изменений. Суть этого способа сводится к следующему.

Сначала строится нестационарная модель распределения скорости ветра в пограничном слое атмосферы с учетом рельефа местности.

При построении этой модели исходными уравнениями являются уравнения движения в горизонтальной плоскости, в которых учитываются слагаемые, обусловленные вертикальным обменом. В качестве первого граничного условия берутся соотношения, вытекающие из условия постоянства турбулентного напряжения, при этом учитывается рельеф местности. В качестве второго граничного условия при $z \rightarrow \infty$ вследствие малой величины сил турбулентной вязкости на больших высотах берутся известные соотношения для составляющих отклонений ветра от геострофического.

После решения уравнений движения из уравнения неразрывности определяется вертикальная скорость. Далее в полученной формуле для вертикальной скорости производится осреднение во времени. В результате вместо индивидуальной производной вертикальной составляющей вихря скорости появляются слагаемые, характеризующие не только средний перенос вихря скорости, но и адвекцию его за счет горизонтального турбулентного обмена.

Формулу для расчета вертикальных скоростей, осредненных во времени, в условных обозначениях можно записать таким образом:

$$\overline{w_{bbm}} = \overline{w_{rp}} + \overline{w_{am}} + \overline{w_{r,o}} + \overline{w_{l}} + \overline{w_{r}}.$$

Отдельные слагаемые этой формулы имеют следующий физический смысл:

- w_{тр} вертикальная скорость, обусловленная приземным турбулентным трением;
- $w_{a_{\mathtt{AB}}}$ вертикальная скорость вследствие адвекции вихря скорости;
- *w*_{г. о}— вертикальная скорость за счет горизонтального обмена;
- *w*₁ вертикальная скорость, вызванная изменением параметра Кориолиса с широтой;
- w_г вертикальная скорость, возникающая благодаря наличию гор и возвышенностей;
- *w*общ общая вертикальная скорость.



Рис. 1. Разбиение северного полушария на три сектора и сетка узловых точек.

Кроме того, обшую вертикальную скорость также можно представить в виде двух слагаемых

$$\overline{w}_{obut} = \overline{w}_{\pi \mu \mu} + \overline{w}_{r}$$

где $\overline{w}_{\text{дин}} = \overline{w}_{\text{тр}} + \overline{w}_{\text{адв}} + \overline{w}_{\Gamma \circ} + \overline{w}_{l}$ — динамическая вертикальная скорость.

Таким образом, при расчете вертикальных скоростей, осредненных во времени, учитывается вертикальный и горизонтальный обмен воздушных масс, адвекция вихря скорости, изменение параметра Кориолиса с широтой и орография местности. На рабочих формулах и методике расчета вертикальных скоростей мы здесь останавливаться не будем. Эти вопросы подробно изложены в работе [2]. Отметим только, что методика вычисления вертикальных скоростей, примененная нами, отличается от методики работы [1] способом расчета вертикальной скорости, вызванной рельефом местности; а также тем, что в горизонтальном направлении нами взяты несколько большие шаги, а именно: ΔΘ=5°, Δλ=10°.

Расчет полей вертикальной скорости производился при помощи ЭВМ «Урал-4». Программа составлена таким образом, что, повторяя ее три раза, вертикальную скорость можно рассчитать для всего северного полушария.

II. В работе [2] установлены соотношения отдельных составляющих вертикальной скорости для сектора І. С этой целью значения вертикальных скоростей были предварительно осреднены без учета знака по полю в 143 узловых пунктах.

Аналогичный анализ для секторов II и II1 проведен и в настоящей работе.

Отметим, что, как видно из табл. 1—3 приложения, соотношения отдельных составляющих вертикальной скорости для различных секторов, а следовательно, для полушария в целом аналогичны тому, что получено в работе [2] для сектора I. А именно, общая вертикальная скорость ($\overline{w}_{0.6}$ щ) в среднем больше любой из составляющих вертикальной скорости; динамическая вертикальная скорость ($\overline{w}_{дин}$) больше вертикальной скорости (\overline{w}_{r}), обусловленной рельефом местности. В динамической вертикальной скорости наиболее значимой является вертикальная скорость, возникающая вследствие приземного турбулентного трения (\overline{w}_{rp}), затем вертикальная скорость, обусловленная горизонтальным обменом ($\overline{w}_{r.0}$). Далее почти одинаковую роль играет вертикальная скорость, вызванная изменением параметра Кориолиса с широтой (\overline{w}_l), и вертикальная скорость за счет адвекции вихря скорости ($\overline{w}_{aдв}$). Их роль в среднем почти одинакова, но в основном w_l является более значимой величиной, чем $w_{aдв}$.

UI. Рассмотрим годовой ход среднеабсолютных и среднеалгебраических значений общей вертикальной скорости и ее составляющих — динамической и орографической вертикальных скоростей.

1. Средние абсолютные значения вертикальной скорости $\overline{w}_{oбщ}$ и ее составляющих — $\overline{w}_{дин}$ и \overline{w}_{r} (в см/сек.) для северного полушария представлены в табл. 1.

Из этой таблицы и табл. 1—3 приложения можно заключить, что кривые годового хода вертикальных скоростей \overline{w}_{06m} , $\overline{w}_{дин}$ и \overline{w}_{r} почти симметричны относительно лета.

Как общая, так и динамическая вертикальная скорость для секторов І и ІІІ и северного полушария имеет два максимума и два минимума. ІІри этом первый основной максимум $\overline{w}_{oбщ}$ и $\overline{w}_{дин}$ приходится на январь — февраль, а второй, небольшой — на июль. Для сектора II как для $\overline{w}_{oбщ}$, так и для $\overline{w}_{дин}$ вместо двух максимумов имеется только один зимний максимум.

Орографическая вертикальная скорость для секторов I и III имеет два максимума, а для сектора II и полушария в целом — один максимум.

2. Перейдем к рассмотрению годового хода среднеалгебранческих значений вертикальной скорости.

На рис. 2 представлен годовой ход общей вертикальной скорости для северного полущария и каждого сектора в отдельности.

Для северного полушария вертикальная скорость в период апрель август отрицательна, в остальное время года — положительна. Для секторов I и III отрицательные значения вертикальной скорости по абсолютной величине значительно больще. Для сектора II имеем несколько другую картину. Общая вертикальная скорость для этого сектора во все месяцы года положительна, а колебания ее значений со временем малы.

Месяц	w _{дин}	w _r	w _{общ}
I	0,200	0,112	0,243
II	0,199	0,108	0,244
III	0,153	0,090	0,185
IV	0,110	0,068	0,134
V	0,103	0,053	0,122
VI	0,101	0,050	0,115
VII	0,105	0,050	0,124
VIII	0,088	0,047	0,109
IX	0,096	0,061	0,123
Х	0,123	0,081	0,156
XI	0,152	0,094	0,189
XII	0,176	0,111	0,220
Среднее	0,134	0,077	0,164

Таблица 1

Годовой ход среднеалгебраических значений составляющих общей вертикальной скорости, т. е. годовой ход динамической и орографической вертикальной скорости, представлен на рис. 3.

Из рис. За видно, что динамическая вертикальная скорость в среднем для полущария в течение всего года отрицательна, колебания ее от месяца к месяцу малы.





ĝ

Для секторов I и II годовой ход $w_{дип}$ более ярко выражен, причем для этих секторов значения динамической вертикальной скорости находятся в разных фазах.

Для сектора III годовой ход $w_{дин}$ близок к ее годовому ходу для северного полушария.

На рис. З б представлен годовой ход вертикальной скорости, вызванной рельефом местности. В отличие от динамической вертикальной скорости, амплитуда колебания $\overline{w_r}$ для северного полушария сравнительно большая. Амплитуды колебания велики и для секторов. При этом $\overline{w_r}$ и $\overline{w_{дин}}$ для северного полушария имеют противоположный годовой ход (табл. 2, в которой значения вертикальных скоростей даны в см/сек.).



Рис. 3. Годовой ход среднеалгебранческих значений \overline{w}_{AHH} (а) и \overline{w}_{r} (б). 1 — северное полушарие, 2 — сектор I, 3 — сектор II, 4 — сектор III.

Так как процессы, происходящие в приземном слое, нами не учитываются, то можно думать, что рассчитанные значения вертикальной скорости w_r , вызванной рельефом местности, получились несколько завышенными. Очевидно, поэтому компенсация среднеалгебраических значений $w_{дин}$ и w_r , как показывает табл. 2, происходит неполностью. Среднеалгебраическое значение $w_{общ}$ в среднем за год оказалось равным 0,004 см/сек. Кроме того, здесь следует учесть, что вычисление вертикальных скоростей проводилось не для всего северного полушария, а только для территории, ограниченной 25 и 75° с. ш.

R SPECKAR KOM	Месяц	W _{дин}	w r	$\overline{w}_{ m o 6 m}$	io fragories (Miste) 18. stácries (Miste) 18. súl – Misterie Stat
SARATI NIANA.	I	—0,015	0,036	0,021	entres artitions - Antres artition
e Alexandra da Car	a la fina an	-0,010	0,031	0,021	
	HI HI	0,010	0,013	0,003	化二乙基苯基苯基乙基
	ŧV	-0,004	0,002	-0,002	n marke (stole)
	Υ.	- 0,001	-0,003 C	0,004	in i istra
and a second second Second second second Second second	VI .	-0,000	0,010	—0,010	i pine te se
	VII	-0,003	0,006	-0,009	
	VIII	-0,003	0,004	-0,007	
	IX	-0,004	0,006	0,002	
	X	0,008	0,015	0,007	
	XI	0,010	0,022	0,012	
	XH	-0,013	0,030	0,017	
.	Среднее 🎉	0,007	0,011	0,004	

Таблица 2

IV. Перейдем к анализу среднеалгебраических значений динамической вертикальной скорости и основных факторов, ее определяющих, для 2012 различных секторов и северного полушария.

Средние алгебраические значения составляющих вертикальной скорости для различных секторов даны в табл. 4-6 приложения.

Сопоставление среднеалгебраических и среднеабсолютных значений вертикальной скорости показало, что из среднеалгебраических значений составляющих динамической вертикальной скорости для секторов І и ІІ значимой является вертикальная скорость, вызванная изменением параметра Кориолиса с широтой (wi), а остальные составляющие (wans, wr.o, w_{тр}) находятся в пределах точности вычислений. Для сектора III в пределах точности вычислений находятся среднеалгебраические значения wane, wr.o, w, а значимой является вертикальная скорость, вызванная приземным турбулентным трением $(w_{\rm TP})$.

На рис. 4 представлен годовой ход среднеалгебраических значений динамической вертикальной скорости и основных ее составляющих, не находящихся в пределах точности вычислений. Из этого рисунка видно, что динамическая вертикальная скорость для секторов I и II в основном определяется вертикальной скоростью, вызванной изменением параметра Кориолиса с широтой. При этом среднеалгебраические значения w_l для секторов I и II имеют противоположный годовой ход. Для сектора III годовой ход среднеалгебраических значений w_{дин} в основном определяется вертикальной скоростью за счет приземного турбулентного трения. но Отсюда можно сделать такое заключение для северного полушария. Так как среднеалгебраические значения we для секторов I и II находятся в разных фазах, то для северного полущария происходит компенсация их значений, и динамическая вертикальная скорость, как и для сектора III, определяется в основном вертикальной скоростью за счет приземного турбулентного трения. Если отрицательная величина $\overline{\omega}_{\mathrm{тр}}$, имеющая место для сектора III

в течение всего года, вызвана в основном преобладанием антициклониче.

- 8

ской циркуляции над циклонической, то среднеалгебранческое значение w, связано с меридиональным индексом циркуляции.

Действительно, как следует из работ [1, 2], вертикальная скорость за счет изменения параметра Кориолиса вычисляется по формуле

$$w_1 = B_9(p_3 - p_1),$$

где p — давление (индексы у p обозначают номера узлов сетки, изображенных на рис. 5); B_9 — коэффициент, зависящий от щироты.



Рис. 4. Годовой ход среднеалгебраических значений вертикальной скорости $\overline{w_{\mu u ll}}(1)$ и ее составляющих $\overline{w_{rp}}(2)$ и $\overline{w_l}(3)$. *а* – сектор I, 6 – сектор II, *в* – сектор III.

Суммирование этой величины при нахождении ее среднего значения с учетом знаков для территории сектора приводит к тому, что для внугренних узлов сетки указанные разности сокращаются. В результате остается разность средних значений давления для крайних двух пар меридианов. Так, например, для сектора I получаем разность сумм среднего давления при $\lambda = 100^{\circ}$ в. д. и $\lambda = 90^{\circ}$ в. д. и сумм среднего давления при $\lambda = 30^{\circ}$ з. д.

С другой стороны, при выбранной системе координат меридиональная составляющая скорости ветра равна

$$u_g = -\frac{1}{l\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y}.$$

 $\frac{1}{2\rho l \Delta y} (p_1$

 (p_3) , is finite the second of (1,2,2,2)

Заменяя производные конечными разностями, получаем

u_s = -

fordel de 1813 de la construcció de la cons Таким образом, \overline{w}_l пропорциональна u_g , т. е., если $\overline{w}_l < 0$, то $u_g > 0$, и наоборот.

Для сектора I летом среднее значение $w_l < 0$. Это связано с тем, что на западной границе сектора среднее значение давления больше, чем на восточной, при этом меридиональная составляющая скорости в среднем для этого сектора направлена с севера





на юг. Зимой при $w_l > 0$ меридиональная составляющая скорости, наоборот, в среднем для сектора направлена с юга на север.

Для сектора II направление меридионального ветра противоположно направлению этой составляющей для сектора I как зимой, так и летом.

Итак, для секторов I и II в образовании динамической вертикальной скорости наиболее существенную роль играет меридиональный индекс циркуляции, имеющий разные знаки для этих секторов.

Для сектора ПІ и полушария в целом в образовании $w_{дин}$ основную роль играет преобладание антициклонической циркуляции над циклонической.

V. Пользуясь вычисленными полями вертикальной скорости для северного полущария, можно установить широтный ход среднеабсолютных и среднеалгебраических по широте значений вертикальной скорости.

Зависимость от широты зональных средних общей вертикальной скорости в среднем за 12 месяцев для диапазона широт 25—75° с. ш. представлена на рис. 6.

Результаты, полученные нами для зональных среднеалгебранческих значений вертикальной скрости, можно сравнить с результатами, полученными Дж. Смагоринским и др. [7, 8] по общей циркуляции атмосферы.

В этих работах проводится моделирование общей циркуляции атмосферы с учетом («влажная» модель [8]) и без учета («сухая» модель [7]) процессов влагообмена. В качестве начального состояния рассматривается неподвижная и изотермическая атмосфера. Далее интегрированием по времени уравнений динамики атмосферы восстанавливаются значения ветра, давления и температуры, близкие к реальным средне-





многолетним значениям. При этом расчет вертикальных скоростей производится на каждом шаге по времени.

В указанных работах для сухой и влажной моделей даны распределения по широте и высоте зональных значений вертикальной скорости, полученные ее осреднением за последние 40—70 дней до момента восстановления средних полей ветра, температуры и давления. Пользуясь этими распределениями, а также рис. 6, нами установлено чередование восходящих и нисходящих движений для уровня 850 мб, которое схематически представлено на рис. 7 (здесь пунктир указывает знаки экстра-



полированных среднеширотных значений вертикальной скорости, полученной нами для диапазона широт 25—75° с. ш.). Пользуясь рис. 7, для случаев *а*, *б* и *в* можно сопоставить знаки вертикальной скорости. Сравнение среднеширотных значений вертикальной скорости для сухой и влажной моделей показало, что их знаки совпадают по территории в 33%.

Сопоставление вертикальной скорости, полученной нами, с вертикальной скоростью для сухой модели дало совпадение их среднеширотных значений в 70% территории. Но сопоставление вертикальной скорости, полученной нами, с вертикальной скоростью для влажной модели показало значительно меньшее совпадение по знаку их среднеширотных значений.

В то же время авторы работы [8] отмечают, что результаты, полученные для влажной модели в отношении меридиональной циркуляции, меньше соответствуют действительности, чем результаты для сухой модели. Так, например, для влажной модели восходящая ветвь тропической ячейки оказалась очень узкой и интенсивной, а нисходящая в субтропиках — очень широкой. Это привело в тропических районах к образованию чрезмерно интенсивного пояса дождей. Кроме того, для этой модели в полярных широтах вместо нисходящих движений, имеющих место для сухой модели, появились восходящие движения, вследствие чего в окрестностях полюса образовался очень влажный район. В реальной атмосфере здесь обычно имеют место нисходящие движения. Согласно нашим расчетам, в широтном поясе 65—75° с. ш. имеют место восходящие движения, причем в диапазоне 70—75° с. ш. среднеширотная вертикальная скорость уменьщается, а дальще по направлению к полюсу наблюдается тенденция к нисходящему движению. Пользуясь линейной экстраполяцией, получаем переход от восходящего движения к нисходящему приблизительно на широте 83° с. ш.

VI. В разделе III показано, что на среднеалгебраические значения динамической вертикальной скорости для секторов I и II наибольшее влияние оказывает меридиональный индекс циркуляции, а для сектора III и полушария в целом — преобладание антициклонической циркуляции над циклонической.

В данном разделе перейдем к нахождению связи полей вертикальной скорости с другими циркуляционными факторами.

I. В первую очередь остановимся на вопросе о связи полей вертикальной скорости с климатологическими значениями притока тепла. Этот вопрос для сектора I подробно рассмотрен в работе А. С. Дубова [3], в которой расчет суммарных притоков тепла для различных месяцев производился из осредненного уравнения притока тепла, а в качестве значений вертикальной скорости использовались вычисленные нами поля этой величины.

В работе [3] установлено, что осредненные по всему сектору без учета знака значения суммарных притоков тепла в течение почти всего года близки к значениям вертикальной адвекции. При этом годовой ход среднеабсолютных значений вертикальной адвекции тепла обусловлен годовым ходом вертикальной скорости.

Нами установлено, что годовой ход среднеабсолютных значений общей вертикальной скорости не имеет больших различий для отдельных секторов и полушария в целом. Отсюда можио сделать априорное заключение, что и годовой ход суммарного притока тепла для секторов II и III и полушария в целом не будет резко отличаться от годового хода для сектора I.

Посмотрим, можно ли сделать какие-либо априорные заключения в отношении среднеалгебраических значений суммарного притока тепла для секторов II и III, а также для полушария.

С этой целью поля суммарного притока тепла и поля вертикальной скорости были сопоставлены между собой. Такое сопоставление показало, что знаки этих величин в соответствующих узлах сетки чаще всего совпадают между собой. Так, например, для января совпадение знаков составило 68%, для июля 65%. А коэффициенты корреляции между вертикальной скоростью и суммарным притоком тепла для января и июля соответственно равны 0,84 и 0,78. Но несмотря на это, в среднем для сектора I годовой ход среднеалгебраических значений общей вертикальной скорости и годовой ход суммарного притока тепла оказались противоположными. Очевидно, положительные значения суммарного притока тепла летом и отрицательные его значения зимой в среднем для сектора получились не за счет вертикальной адвекции тепла, а за счет других слагаемых уравнения притока тепла.

Следовательно, каких-либо априорных заключений о годовом ходе среднеалгебраических значений суммарного притока тепла для секторов II и III, а также для всего полушария сделать нельзя.

2. Остановимся на корреляционной связи полей вертикальных скоростей с количеством осадков.

Известно, что наличие осадков обычно соответствует воеходящим движениям, а нисходящие движения отсутствию осадков. Посмотрам, как это оправдывается для климатологических значений количестваюсадков и вертикальных скоростей. ...О. А. Дроздовым. [4] установлено, что режим температуры и относительной влажности определяет количество осадков в теплое время года лишь на 35—40%. Остальное приходится на циркуляционные факторы, к которым можно отнести и вертикальные движения.

Роль вертикальных движений в месячной сумме осадков до некоторой степени выяснена К. А. Решетниковой в работе [1]. В этой работе найдена множественная корреляционная связь между количеством осадков, вертикальной скоростью и наземной относительной влажностью. При нахождении корреляционной связи горные массивы были исключены, т. е. указанные величины рассматривались только над равнинами и морями.

Определение корреляционных зависимостей в работе [1] производилось для двух месяцев — января и июля. При этом коэффициенты корреляции для января не приводятся, а только указывается, что ввиду недостаточной точности данных об относительной влажности и количестве осадков четкая корреляционная связь между осадками, вертикальной скоростью и наземной относительной влажностью в январе отсутствует:

Для июля получены уравнения множественной корреляционной связи между месячными суммами осадков, наземной относительной влажностью и вертикальной скоростью. Из этих уравнений следует, что вертикальные движения являются одним из основных факторов, определяющих количество осадков. Например, положительная вертикальная скорость 1 мм/сек. на уровне 850 мб оказывает такое действие на выпадение осадков, как увеличение наземной относительной влажности на 6—20%.

В работе [1] для июля также приведены коэффициенты множественной корреляции осадков с вертикальной скоростью и относительной влажностью для широтных кругов. Для уровня 850 мб указанные сводные коэффициенты корреляции *R* имеют следующие значения:

φ°с.щ	••••	. 60	50	40 [`]	30	20
<i>R</i>		. 0,48	0,78	0,76	0,78	0,60

Эти данные показывают, что наибольшие значения *R* получились для пояса средних широт (50-80° с. ш.).

В данной работе вертикальные скорости рассчитывались по несколько другой методике, чем в работе К. А. Решетниковой. Наибольшие различия, как показано в работе [2], имелись в расчетах орографической вертикальной скорости. При этом вертикальные скорости, вычисленные нами, отражают явления большего масштаба, чем в работе [1]. Поэтому, в отличие от работы [1], коэффициенты множественной корреляции осадков с вертикальной скоростью и относительной влажностью рассчитывались как для варианта с исключением районов с горными массивами, так и для варианта с их сохранением.

Как следует из работы [2], методика вычисления вертикальных скоростей, примененная нами, отличается от методики работы [1] не только способом расчета орографической вертикальной скорости, но и тем, что в горизонтальном направлении нами взяты несколько большие шаги, а именно: $\Delta \vartheta = 5^{\circ}$ и $\Delta \lambda = 10^{\circ}$. Поэтому для проверки, не велики ли шаги, взятые нами, поля вертикальной скорости были рассчитаны также для узлов сетки, сдвинутой на 5° долготы по отношению к узлам основной сетки¹. Затем проводилась интерполяция значений вертикальной скорости, вычисленной для узлов сдвинутой сетки, для определения вертикальной скорости в узлах основной сетки. Далее вычислялись коэффициенты корреляции между полями интерполированных значений

• :⁴:Эти:расчеты дали также возможность уточнить карты вертикальных скоростей.

este stratione surve

18

вертикальной скорости и полями вертикальной скорости, вычисленными для узлов основной сетки. Расчеты коэффициентов корреляции проведены для четырех месяцев (январь, апрель, июль, октябрь). При этих расчетах рассматривалось все северное полушарие с числом узловых точек 396. Указанные коэффициенты корреляции имеют следующие значения:

Месяц			•				•			I.	· IV	VII VII	Х
R	•	•	•	•		•		•	•	0,72	0,78	0,76	0,80

Эти данные подтверждают, что выбранный нами шаг по горизонтали для расчета вертикальной скорости по климатологическим данным не является преувеличенным.

Расчеты коэффициентов множественной корреляции осадков с вертикальной скоростью и наземной относительной влажностью проведены для января и июля.

Значения относительной влажности снимались с карт, представленных в работе [9], а значения месячных сумм осадков — с карт, представленных в атласе, являющемся приложением к монографии [5].

Таблица З

	Сго	рами	Без гор		
φ [•] c. ш.	1	VII	1	VII	
60	0,40	0,26	0,28	0,51	
55	0,65	0,48	0,68	0,71	
50	0,66	0,76	0,74	0,87	
45	0,60	0,71	0,57	0,67	
40	0,73	0,72	0,47	0,76	
35	0,64	0,74	0,64	0,83	
30	0,78	0,79	0,61	0,84	
25	0,55	0,71	0,35	0,53	
Среднее	0,63	0,65	0,54	0,72	

В табл. З представлены сводные коэффициенты корреляции между указанными величинами для широтных кругов как для варианта с сохранением районов с горными массивами, так и для варианта с их исключением. Коэффициенты корреляции для высоких широт здесь не приводятся. Для широтных кругов 75, 70, 65° корреляционная связь осадков с вертикальной скоростью и относительной влажностью получилась довольно низкой. Это, очевидно, связано с низкой точностью в этих районах значений относительной влажности и количества осадков.

Данные табл. З показывают следующее. В июле корреляционная связь осадков с вертикальной скоростью и относительной влажностью в среднем выше, чем в январе. Но, в отличие от данных работы [1], в январе эта зависимость оказалась уже довольно существенной. Так, для варианта с сохранением районов с горными массивами коэффициенты корреляции для широтных кругов в среднем равны 0,63 для января и 0,65 для июля, а для варианта с исключением этих районов они соответственно равны 0,54 и 0,72. Таким образом, в январе корреляционная

-14

связь осадков с вертикальной скоростью и относительной влажностью в среднем выше для первого варианта, в июле — наоборот.

Последнее вызвано следующим. В летний период в умеренных, а иногда и в субтропических широтах для многих горных систем максимум осадков наблюдается не на наветренных, а на подветренных склонах [6]. Большие количества осадков на подветренных склонах вызываются действием ветров местной циркуляции (бризов, горно-долинных ветров и ветров склонов). Таким образом, летом максимальные количества осадков часто оказываются там, где обычно вертикальные движения макромасштаба, вызванные рельефом местности, являются нисходящими.

Таблица 4

		φ ^ο . C	Среднее для че-		
	60	50	40	30	тырех широтных кругов
По данным Решетниковой	0,48	0,78	0,76	0,78	0,70
По данным авторов	0,51	0,87	0,76	0,84	0,74

Следует также отметить, что в зимний период сводные коэффициенты корреляции между осадками, вертикальной скоростью и относительной влажностью могут быть занижены за счет того, что под влиянием ветра происходит выдувание снега из осадкомеров.

Полученные нами коэффициенты корреляции для июля можно сравнить с результатами К. А. Решетниковой (табл. 4).

Как видно из таблицы, коэффициент корреляции по нашим данным получился в среднем несколько выше, чем по данным Решетниковой.

Таким образом, из табл. 3 и 4 следует, что методика, примененная нами для вычисления вертикальных скоростей [2], улучшила результаты, полученные в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

- Решетникова К. А. Определение вертикальных токов из уравнений динамики атмосферы и анализ их среднемесячных значений. Тр. ГГО, вып. 71, 1957.
 Пятыгина К. В., Федорова Э. А. Вычисление вертикальных скоростей, осредненных во времени. Тр. ГГО, вып. 197, 1968.
- Дубов А. С. О климатологических значениях притока тепла. Тр. ГГО, вып. 197, 1968.
 Дубов О. А. О связи относительной влажности с количеством и вероятностью осадков. Тр. ГГО, вып. 50 (112), 1955.
 Сохрина Р. Ф., Челпанова О. Н., Шарова В. Я. Давление воздуха, тем-
- пература воздуха и атмосферные осадки северного полушария. Гидрометеоиздат, Л., 1959.
- vol. 93, No. 12, 1965.
- 8. Manabe S., Smagorinsky J., Strickler R. F. Simulated Climatology of a General Circulation Model with a Hydrologic Cycle. Monthly Weather Review, vol. 93, No. 12, 1965.
- 9. Szava-Kovats Jozsef. Verteilung der Luftfeuchtigkeit auf der Erde. Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie. Berlin, 1938.

ПРИЛОЖЕНИЕ Таблица 1

Средние	абсолюти	ные значен	ния вертин	кальных (скоростей	(см/сек.). (Сектор І
Месяц	$\overline{w}_{\mathrm{TP}}$	Wagb	<u>w</u> _{r.0}	\overline{w}_l	<i>w</i> дин	\overline{w}_{Γ}	w _{общ}
I	0,106	0,041	0,084	0,040	0,189	0,142	0,249
Π	0,106	0,048	0,092	0,040	0,192	0,141	0,259
III	0,094	0,029	0,068	0,034	0,166	0,116	0,221
IV	0,071	0,019	0,041	0,030	0,112	0,095	0,158
v	0,063	0,017	0,039	0,031	0,107	0,072	0,143
VI v	0,073	0,024	0,033	0,041	0,118	0,076	0,148
VII	0,077	0,032	0,031	0,043	0,128	0,076	0,160
VIII	0,074	0,024	0,031	0,036	0,116	0,073	0,153
IX	0,077	0,021	0,038	0,030	0,115	0,087	0,162
X	0,082	0,025	0,048	0,031	0,124	0,109	0,178
XI	0,090	0,029	0,058	0,035	0,147	0,127	0,206
XII	0,102	. 0,040	0,078	0,042	0,183	0,138	0,242
Среднее	0,085	0,029	0,053	0 ,036	0,141	0,104	0,190

Таблица 2

Средние абсолютные значения вертикальных скоростей (см/сек.). Сектор II

Месяц	w _{rp}	w _{adb}	$\overline{w}_{\Gamma.0}$	w _l	w _{дин}	w _Γ	w _{oõm}
1	0,115	0,065	0,095	0,063	0,223	0,1 3 8	0,281
IJ	0,107	0,056	0,085	0,061	0,202	0,128	0,252
III	0,083	0,031	0,054	0,037	0,132	0,095	0,173
IV	0,067	0,019	0,040	0,023	0,103	0,069	0,137
V	0,060	0,015	0,030	0,031	0,092	0,053	0,113
VI	0,049	0,012	0,024	0,034	0,079	0,044	0,096
VII	0,051	0,018	0,021	0,040	0,079	0,038	• 0,095
VIII	0,041	0,011	0,017	0,032	0,060	0,0 3 6	0,080
IX	0,047	0,013	0,022	0,026	0,067	0,063	0,101
X	0,079	0,031	0,048	0,037	0,126	0,097	0,165
XI	0,096	0,042	0,061	0,041	0,163	0,112	0,212
XII	0,108	0,055	0,077	0,058	0,198	0,138	0,257
Среднее	0,075	0,031	· 0,048	0,040	0,127	0,084	0,164

Средние	е ассолют	ные значе	ния верги	кальных с	коростеи	(CM/CER.). C	ektop m
Месяц	w _{rp}	$\overline{w}_{a_{AB}}$	w _{r.o}	\overline{w}_l	w _{дин}	w _r	w _{общ}
I	0,113	0,041	0,102	0,040	0,207	0,090	0,230
II	0,111	0,045	0,121	0,041	0,217	0,093	0,261
111 -	0,100	0,025	0,077	0,038	0,173	0,084	0,181
IV	0,078	0,018	0,046	0,033	0,123	0,058	0,127
v	0,073	0,022	0,036	0,040	0,115	0,047	0,124
VI	0,068	0,019	0,029	0,043	0,103	0,042	0,111
VII	0,073	0,022	0,026	0,047	0 ,109	0,045	0,123
VIII	0,061	0,018	0,027	0,037	0,092	0,042	0,105
IX	0,072	0,022	0,037	0,035	0,110	0,050	0,119
X	0,082	0,022	0,049	0,031	0,128	0,063	0,145
XI	0,093	0,029	0,069	0,031	0,156	0 ,069	0,171
X11	0,099	0,033	0,073	0,039	0,168	0,090	0,192
реднее	0,085	0,026	0,058	0,038	0,142	0,064	0,157
			•	•			•

средние абсолютные значения вертикальных скоростей (см/сек.). Сектор III

1
•
N
0
12
m
25

Таблица 4

Таблица З

Средние	алгебран	ческие зна	чения вер	тикальной	скорости	(см/сек.).	Сектор І
Месяц	$\overline{w}_{\mathrm{rp}}$	w _{aab}	$\overline{w}_{r.o}$	\overline{w}_l	w _{дии}	\overline{w}_{r}	w _{общ}
1	-0,005	-0,002	-0,002	0,020	0,012	0,028	0,040
II	-0,000	-0,0 0 0	0,000	0,016	0,015	0,024	0,040
111	-0,003	-0,001	0,001	0,004	-0,000	0,002	0,002
IV	0,004	0,001	0,001	0,009	-0,002	0,008	-0,010
V	0,009	0,001	0,004	-0,020	-0,007	0,010	-0,017
VI	0,006	0,001	0,0 0 1	-0,030	-0,022	0,014	-0,036
VII	0,008	0,003	0,001	0,034	-0,023	-0,004	-0,027
V111	0,006	0,002	0,000	-0,027	-0,018	0,012	0,030
IX	0,008	0,000	0,002	0,012	0,001	-0,006	-0,007
X	0,001	0,000	0,000	0,004	0,004	0,003	0,007
XI	0,001	0,0 0 2	0,001	0,013	0,014	0,011	0,025
XII	-0,004	0,000	0,001	0,024	0,019	0,019	0,038
Среднее	0,002	0,001	0,001	-0,004	0,001	0,003	0,002

2 744

БИБЛИОТЕКА Лонинградсного Гидровитеролог чесного N CTUTY

Таблица	ł
---------	---

Месяц	w _{rp}	$\overline{w}_{a_{B}}$	$\overline{w}_{r.o}$	w _l	w _{дин}	\overline{w}_{Γ}	w _{общ}
· I	-0,019	0,001	0,003	-0,014	-0,037	0,068	0,031
II	0,011	0,001	0,000	0,012	-0,023	0,063	0,039
III	0,011	0,000	- 0,001	0,002	0,010	0,040	0,030
IV	0,006	0,001	-0,000	0,010	0,004	0,026	0,030
• V -	-0,004	0,000	-0,001	0,021	0,015	0,012	0,027
VI	0,000	0,001	0,000	0,029	0,029	0,005	0,034
VII	0,003	0,004	0,001	0,036	0,030	0,004	0,034
VIII	0,003	0,002	0,000	0,029	0,024	0, 15	0,039
IX	0, 0 09	0,003	-0,001	0,015	0,002	0,035	0,037
X	0,009	-0,000	-0,000	0,002	-0,012	0,040	0,028
XI	0,014	0,001	0,000	0,010	-0,023	0,054	0,032
XII	-0,017	-0,000	0,000	0,018	0,035	0,063	0,028
Среднее	0,009	-0,001	0,000	0,007	0,003	0,035	0,032

Средние алгебраические значения вертикальной скорости (см/сек.). Сектор I

Таблица б

Средние алгебраические значения вертикальной скорости (см/сек.). Сектор III

			S				
Месяц	$\overline{w}_{\mathrm{T}\mathrm{p}}$	<i>w</i> адв	$\overline{w}_{\Gamma, 0}$	\overline{w}_l	w _{дин}	\overline{w}_{Γ}	w _{общ}
		0,001	-0,003	0,003	-0,022	0,036	0,014
II	-0,020	0,001	0,005	0,006	-0,019	0,039	0,020
III	0,018	0,000	0,004	—0,00 0	-0,022	0.013	0,009
IV	0,014	0,000	-0,002	0,000	-0,015	0,004	0,011
V	0,010	0,000	0,000	0,001	-0,009	-0,002	0,007
VI	-0,014	0,001	-0,001	0,003	0,011	-0,005	—0,016
VII	—0,019	0,000	0,001	0,003	0,023	—0,004	0,027
VIII	0,016	0,001	-0,001	-0,002	0,020	-0,003	0,023
IX	-0,013	-0,002	-0,001	0,001	— 0 ,016	0,006	0,009
Х	0,011	-0,002	0,001	0,004	0,010	0,016	0,006
XI	0,018	0,000	-0,002	0,004	— 0 ,015	0.017	0,002
XII	-0,018	0,001	0,003	0,004	-0,018	0,026	0,009
Среднее	0,016	-0,000	0,002	0, 0 02	-0,017	0,012	-0,004

Л. Р. РАКИПОВА

ВЛИЯНИЕ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ НА ТЕМПЕРАТУРУ Атмосферы

1. В последнее время были опубликованы работы, в которых производится оценка влияния различных факторов, определяющих радиационные потоки тепла, на термический режим атмосферы [3, 8]. В этих работах используется упрощенная форма уравнения притока тепла. Так, например, не учитывается теплота конденсации и испарения. Эффект вертикального турбулентного обмена рассматривается в неявном виде. Заметим, что в связи с последним обстоятельством математическая постановка задачи становится другой: вместо уравнения 2-го порядка рассматривается уравнение 1-го порядка, соответственно с чем уменьшается и количество граничных условий, которым должно удовлетворять уравнение притока тепла.

Поэтому представляет интерес произвести аналогичные оценки чувствительности температуры атмосферы к изменению различных радиационных факторов исходя из более полной формы уравнения притока тепла.

2. Для этой цели было использовано уравнение притока тепла в том виде, в каком оно было рассмотрено автором в теории зонального распределения температуры. Подробное изложение последней можно найти в [6]. Очевидно, факторами первого порядка, определяющими стационарное зональное распределение температуры, осредненное за большие промежутки времени, являются радиационные и турбулентные потоки тепла (вертикальные и горизонтальные), тепловые потоки, связанные с конденсацией и испарением, и распределение основных поглощающих субстанций в атмосфере (водяного пара, углекислого газа, озона).

В работе [6] анализировались радиационные потоки тепла с учетом широтного распределения солнечной радиации на верхней границе атмосферы (W), широтного распределения зенитных углов Солнца и глобального альбедо (Γ), обусловленного отражением от облаков (Γ'), атмосферы (Γ'') и подстилающей поверхности (Γ'''). Другими факторами, включенными в анализ, были селективное поглощение солнечной радиации, селективное поглощение и диффузное распространение длинноволновой радиации и широтные вариации прозрачности, связанные с широтным распределением водяного пара.

Зависимость турбулентных потоков тепла от широты не учитывается, так как в литературе отсутствуют необходимые для этого данные. Однако климатологические данные показывают, что потоки, связанные с фазовыми преобразованиями воды, сильно зависят от широты, и эта зависимость учтена.

Водяной пар и углекислый газ поглощают длинноволновую радиацию, водяной пар и озон поглощают коротковолновую радиацию.

Уравнение притока тепла для зональных температур рассматривается в следующей форме:

$$\frac{\partial}{\partial z}(A - B - S) + \frac{\partial}{\partial z}\lambda'\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{a^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\lambda''\frac{\partial T}{\partial\theta} + Lq = 0.$$
 (1)

Здесь A и B — потоки длинноволновой радиации на горизонтальную поверхность соответственно сверху и снизу, S — поток солнечной радиации, λ' и λ'' — коэффициенты вертикальной и горизонтальной турбулентной теплопроводности, q — количество сконденсировавшегося водяного пара в единице объема, a — радиус Земли, $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ (φ — широта), L скрытая теплота конденсации.

Это уравнение решается при следующих условиях. У земной поверхности (z=0) выполняется уравнение теплового баланса

$$P(0) = A(0) - B(0) + S(0) - LE - V.$$
(2)

На верхней границе атмосферы (z=H) P(H) = 0. Здесь P(z) — вертикальный турбулентный поток тепла; E — количество влаги, испаряющейся с единицы поверхности в единицу времени; V — теплообмен между подстилающей поверхностью и нижележащими слоями.

Зональное распределение неизвестной функции $T(z, \varphi)$ может быть найдено с помощью полиномов Лежандра.

Таблица 1

Средние значения параметров, используемые в расчетах

Параметры	Теплое полугодие	Холодное полугодие
₩— поток коротковолновой радиации на верхней границе атмосферы (кал/см ² мин.)	0,597	0,366
S (H) — эффективный поток солнечной радиации на верх- ней границе атмосферы (кал/см ² мин.)	0,384	0,236
<i>r</i> _{атм} (<i>H</i>) — солнечная радиация, отраженная атмосферой (кал/см ² мин.)	0,041	-0,043
r _{обл} (H) — солнечная радиация, отраженная облаками (кал/см ² мин.)	0,151	0,073
r (0) — рассеянная солнечная радиация у земной поверх- ности (кал/см ² мин.)	0,117	0,085
α — альбедо подстилающей поверхности (%)	15	26
D ₁ (0) — функция прозрачности для прямой солнечной ра- диации, определяемая поглощением водяного пара	0,86	0,87
D ₂ (0) — функция прозрачности, определяемая влиянием пыли и рассеянием	0,56	0,68
n — количество облаков	0,5	0,5
И — количество водяного пара в атмосфере (г/см²)	3,30	2,47

3. В этой статье анализируется только нулевая гармоника, которая представляет среднюю температуру T(z) атмосферы северного полушария (до высоты 20 км).

В табл. 1 приведены величины нулевых гармоник всех функций, которые были использованы для анализа. Величины W взяты по данным Миланковича [4]; $r_{aтм}$ и $r_{oбл}$ — из работы Лондона [7], r(0) и α — из [1], n — из [7] и [9], $D_1(z)$ рассчитана по Меллеру [5].



Рис. 1. Зависимость температуры воздуха у земной поверхности t(0) от вариаций солнечной радиации ΔS (*H*), поступающей в систему Земля — атмосфера. 1 — теплое полугодие, 2 — холодное. Изменению ΔS (H) на 1 и −1% соответствует изменение t(0) на 0,9 и −1,2° в теплое полугодие и на 1,0 и −2,0° в холодное полугодие соответственно.

4. Прежде всего был исследован вопрос о зависимости температуры T(z) от количества поступающей в систему Земля — атмосфера радиации S(H).

На рис. 1 температура воздуха у земной поверхности T(0) представлена как функция $\Delta S(H)$ для теплого и холодного полугодий.

Изменения T(0) с изменением S(H) различны для разных сезонов. Следует отметить некоторую нелинейность зависимости T(0) от S(H), р связи с чем $\Delta T(0)$ оказываются различными при отклонении $S\left(H
ight)$ от нормы (от средних значений S(H) из табл. 1) в сторону повышения и понижения. На рис. 1 указаны характеристики чувствительности T(0),



Рис. 2. Зависимость уходящего излучения B(H), эффективного излучения земной поверхности B(0) и турбулентного потока тепла у земной поверхности P(0) от $\Delta S(H)$.



которые равны изменениям T(0) в рассмотренных интервалах отклонений S(H) от нормы, отнесенные к 1% изменения S(H).

Для средних годовых условий изменению S(H) на 1% соответствует $\Delta T(0) = 1,3^{\circ}$. В работе [8] для этих же условий получено 1,2°.

5. Вместе с температурой T(z) при изменении S(H) изменяются уходящее излучение атмосферы B(H), эффективное излучение земной поверхности B(0) и турбулентный поток тепла от подстилающей поверхности к атмосфере P(0),

На рис. 2 изображена зависимость B(H), B(0) и P(0) от $\Delta S(H)$. Тут же указаны характеристики чувствительности. Для теплого полугодия чувствительности этих потоков больше, чем для холодного.



Рис. 3. Зависимость B (0) от t (0). - теплое полугодие, δ – холодное, 1 – теоретические величины, 2 – эмпирические.

На рис. З представлены величины B(0) как функции T(0), рассчитанные в этой работе и полученные по эмпирической формуле М. Е. Берлянда [2] без поправки на скачок температуры у земной поверхности. Введение этой поправки привело бы к еще лучшему согласованию рас-



¹⁻по Ракиповой, 2-по Везеролд.

считанных и эмпирических величин (для холодного сезона эти поправки меньше, чем для теплого). В работе [8] получена обратная зависимости между B(0) и T(0) (из-за того, что абсолютная влажность не остается постоянной при изменении T(0)).

На рис. 4 изображены величины B(H) для средних годовых условий, рассчитанные в настоящей работе и в [8]. Здесь величины потоков согласуются лучше (так как B(H) слабо зависит от влажности).

6. Затем исследовалась чувствительность T(z) и P(0) к измене: ниям планетарного альбедо атмосферы Γ'' и альбедо облаков $\alpha_{06\pi}$. Зависимость T(0) от Γ'' и $a_{05\pi}$ нелинейные (рис. 5). 7. Исследовалась зависимость T(z) от альбедо подстилающей поверхости a, рассеянной радиации r(z) и функции прозрачности солнечной раиации относительно водяного пара $(D_1(z))$ и пыли $(D_2(z))$ (табл. 2).

8. Больщой интерес представляет зависимость $\Delta T(z)$ от облачности . Характер ее можно проследить на рис. 6.

Изменения коротковолновой и

линноволновой радиации приизиенении балла облачности n приодят к противоположным изме-T(0). Средняя годовая ениям гемпература T(0), в отличие от езонной, практически не меняется при изменении *п* в интервале)—6 баллов. Согласно [8], средняя годовая разность температур воздуха у земной поверхности для условий безоблачной атмосферы и средней облачности (n=0.5) составляет 21°С. Этот пример показывает, что получаемые здесь результаты зависят от физической и математической постановки задачи.



Рис. 5. Зависимость t (0) от $\alpha_{06л}$. и Γ'' . 1 — теплое полугодие, 2 — холодное.

Оценки чувствительности можно перевести в характеристики

точности задания исходных параметров, необходимой для расчета температуры с заданной ошибкой. В табл. З такие характеристики приведены относительно ошибки $\pm 1^{\circ}$ С в расчете T(0) для случаев отклонения параметров от нормы в сторону увеличения и уменьшения (например, для теплого полугодия при уменьшении S(M) на 15% T(0)уменьшается на $17,4^{\circ}$, а при увеличении S(M) на 15% T(0) увеличивается на $13,3^{\circ}$).

таолица и		Т	а	б	Л	И	Ц	а	2
-----------	--	---	---	---	---	---	---	---	---

Параметры	Теплое полугодие	Холодное полугодие		
α	0,5°	0,3°		
D(z)	0,4	0,5 1,1		

Характеристики чувствительности

Из таблицы видно, что величины S(H) нужно знать с наибольшей точностью (до 1%). Для различных полугодий разделение параметров на группы существенных и менее существенных (с точки зрения необходимой точности их задания) различно. Например, функцию прозрачности D, а также поглощающую массу M для холодного полугодия нужно знать с большей точностью, чем для теплого.

Эти результаты могут быть полезны для численных экспериментов по теории климата и общей циркуляции атмосферы, так как сравнение рассчитанных ошибок позволяет оценить относительную значимость различных физических факторов в формировании термического режима атмосферы.



Рис. 6. Зависимость Δt (0) от балла облачности *n*. a — теплое полугодие, δ — холодное, l — сумарное изменение температуры, 2 — изменение за счет длинно-волновой радиации, 3 — изменение за счет коротковол-новой радиации.

Таблица З

Ошибки величины исходных параметров (% от нормы), отнесенные к ошибке $+1^{\circ}$ С в величине T(0)

Парамотри	Теплое п	олугодие	Холодное полугодие			
параметры			-	<u> </u>		
S(H)	1,1	0,9	1,0	0,5		
а _{обл}	-2,5		4,2	1,4		
Γ″	—10,0	7,4	8,0	2,6		
r	- -	-1,6		2,1		
α	2,9	1,4	6,2	2,6		
D	2,5		1,1	0,7		
<i>M</i>		10,0		0,9		
		<i>i</i> .		line in the second		

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Атлас теплового баланса земного шара. Под ред. М. И. Будыко. Межведомствен-
- 1. Аглас теплового баланса земного шара. под ред. м. рг. В удыко. межведомственный геофизический комитет и ГГО, М., 1963.
 2. Берлянд М. Е. и Берлянд Т. Г. Определение эффективного излучения Земли с учетом облачности. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 1952.
 3. Манабе С., Стриклер Р. Ф. Термическое равновесие атмосферы с учетом конвекции. Сб. «Теория климата». Гидрометеоиздат. Л., 1967.

4. Миланкович М. Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. ГОНТИ, М., 1939. 5. Кондратьев К. Я. Лучистая энергия солнца. Гидрометеоиздат, Л., 1954. 6. Ракипова Л. Р. Изменение зонального распределения температуры атмосферы

В акипова Л. Р. Изменение зонального распределения температуры атмосферм в результате активных воздействий на климат. Сб. «Современные проблемы кли-матологии». Гидрометеонздат, Л., 1966.
 London J. A study of the atmospheric heat balance. Final Report of Contract AF 19 (122)—165, New York Univ. July 1957, pp. 99.
 Manabe S. and Wetherald R. T. Thermal equilibrium of the atmosphere with a given distribution of relative humidity. J. Atm. Sci., v. 24, No. 3, 1967.
 Katayama A. On the radiation budget of the troposphere over the Northern Hemisphere (II). J. Met. Soc. Japan, Ser. II, v. 45, No. 1, 1967.

Л. Р. РАКИПОВА.

О ВЛИЯНИИ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ИЗВЕРЖЕНИЙ НА ТЕМПЕРАТУРУ АТМОСФЕРЫ

При количественных оценках климатов геологического прошлого необходимо учитывать взаимодействие полей температуры и влажности с общей циркуляцией атмосферы, т. е. учитывать не только прямые, но и обратные связи между метеоэлементами.

Дело обстоит сравнительно просто, например, при расчете современного термического режима, когда характеристики влагооборота можно считать известными [1]. Также при расчете преобразования поля температуры, связанного с искусственным растоплением льда в Арктике, характеристики влагооборота и потоков тепла в гидросфере высоких широт для зимних условий брались в первом приближении равными их современным значениям для летних условий [2].

Все значительно осложняется при расчете таких климатических ситуаций, о которых известно слишком мало. Детальной количественной картины климатов прошлого не могла бы дать даже самая совершенная. теория хотя бы потому, что, например, такой существенный климатообразующий фактор, как древний рельеф, вряд ли будет известен когданибудь достаточно точно. В таких случаях можно производить более или менее надежные оценки только весьма обобщенных характеристик климата, относящихся к Земле в целом или осредненных по большим площадям, например, зональных распределений. Чем более общей является искомая характеристика, тем меньшее число физических факторов ее определяет, причем последние следует рассматривать также в самой общей форме. Например, в теории зонального распределения температуры не учитывается прямая связь между общей циркуляцией атмосферы и ее полем температуры. Прямое влияние характеристик влагооборота на температуру атмосферы рассмотрено в [1, 2]. Вопрос о том, как можно хотя бы в первом приближении учесть обратное влияние температуры на влагооборот, будет обсужден на примере задачи о влиянии запыления верхних слоев атмосферы на ее термический режим, рассмотренный в настоящей статье.

Эта задача соответствует определенным климатическим условиям, возможным в геологическом прошлом Земли: в эпоху интенсивного горообразования верхние слои атмосферы были засорены вулканической пылью.

В использованную для ее решения теорию зонального распределения температуры, изложенную в [1, 2], внесено дополнение, которое связано

с учетом изменения зенитных углов Солнца с широтой и сезоном, рассчитанного К. С. Шифриным [3].

Предполагается, что на верхней границе слоя атмосферы, для которого рассматривается зональное поле температуры, имеется пылевой экран. Количественные характеристики потоков солнечной радиации на верхней границе этого слоя были получены с помощью данных К. С. Шифрина об ослаблении суммарной радиации при прохождении через пылевой экран [3]. При этом были рассмотрены два случая: экран состоит из силикатных частиц радиуса *а*, равного в первом случае 0,26 мкм, а во втором 0,026 мкм. Для каждого случая расчеты выполнены для трех состояний запыления верхних слоев атмосферы, которым соответствуют оптические толщины $\Delta \tau$ пылевого экрана 0,15, 0,30 и 0,60. Если W_0 — поток солнечной радиации, падающий на верхнюю границу пылевого экрана, то поглощенная экраном прямая солнечная радиация $\Delta I = W_0 \Delta \tau$, а поглощенная суммарная радиация $\Delta \Pi = \eta \Delta I$. Поэтому на верхнюю границу рассматриваемого в задаче слоя падает поток солнечной радиации $W = W_0 - \Delta \Pi$.

В табл. 1 и 2 приведены для различных широт величины W_0 (кал/см² мин.) (по Миланковичу с введением поправки на ослабление солнечной радиации в слое озона [2]), коэффициенты η и величины $\Delta \Pi$ для двух выбранных размеров составляющих экран частиц и $\Delta \tau = 0,30$.

Из-за эффекта Ми ослабление суммарной радиации в первом случае меньше, чем во втором.

Для учета в простейшей форме обратной связи между температурой атмосферы и характеристиками влагооборота было принято, что при уменьшении солнечной радиации, поступающей в систему Земля — атмосфера, на такую же относительную величину уменьшаются средние для Земли величины испарения и осадков. Такую гипотезу предложил М. И. Будыко на основе качественного анализа взаимосвязи между компонентами теплового баланса атмосферы.

Таблица 1

Порамотры	φ [°] C. ш.								
параметры	0	30	50	70	90	0	30	50	70
	-	Теплое полугодие				Холодное полугодие			
W_0	0,591	0,639	0,586	0,498	0,478	0,592	0,395	0,212	0,045
η	0,121	0,122	0,146	0,188	0,204	0,103	0,145	0,188	0,215
ΔII	0,022	0,024	0,026	0,028	0 ,0 29	0,018	0,017	0,012	0,003

a = 0,26 mkm

Таблица 2

a = 0.026 MKM

Περοιοιοι		φ [°] С. Ш.								
параметры	0 1	30	= 50 ·	70	90	0	30	50	70	
		Теплое полугодие				Хол	лодное полугодие			
η	0,158	0,160	0,192	0,239	0,260	0,140	0,190	0,240	0,279	
ΔII	0,028	0,031	0,034	0,036	0,037	0 ,0 2 5	0,023	0,015	0,004	

Полученные при принятых предположениях величины температуры средние для Земли \overline{t} , для экватора t_9 и полюса t_{π}) у земной поверхости (0) и на верхней границе рассмотренного слоя (H=20 км) для рех моделей экрана и различного размера частиц приведены в табл. З 4. Здесь же приведены величины уменьшения поступающей в систему емля — атмосфера солнечной радиации относительно ее нормальных начений (\overline{S}_{μ}). Черта над S означает осреднение по полушарию. Замечим, что $\frac{\Delta \overline{S}}{\overline{S}_{\mu}} = \frac{\Delta \Pi}{W_0}$.

Для моделей с экраном, состоящим из более мелких частиц, из-за большего ослабления суммарной радиации термические эффекты полунаются несколько больше, чем для экрана, состоящего из крупных настиц (при одинаковых оптических толщинах экранов). При увеличении оптической толщины это различие увеличивается.

Уменьшение температуры атмосферы при запылении верхних слоев зависит от времени года. Для холодного полугодия термические эффекты больше, чем для теплого. Так, для теплого полугодия при уменьшении S

a = 0,26 мкм

t- (0)

1 212

Λ -

 $\overline{t}(0)$

(0)	$\overline{t}(H)$	$t_{\vartheta}(H)$	t _π (H)

_ •	-070 H		v ₃ (v)	1 11 (0)									
	Теплое полугодие												
0	0	19,7	32,0	0,5	62	-64	28						
0,15	2,6	17,0	30,0	2,5	61	63	26						
0,30	-4,7	14,7	28,5	—4,5		63							
0,60	8,9	10,0	23,0	—12,0	57	-60	-22						
			Холодное г	, 10лугодие	1 .	I .	I						
0	0	11,6	26,0		-66	78	44						
0,15	2,1	8,7	19,6	—35,4	66	78	- 51						
0,30		4,1	16,4	—39,6	-67	-76	59						
0,60	8,1	0,5	14,5		68	73	65						
	1	, ,	1.	,	1	1	1						

Таблица 4

Таблица З

			u - 0,02			12	
Δτ	$\Delta \overline{S}/\overline{S}_{H}$	$\overline{t}(0)$	t ₉ (0)	$t_{\mathrm{ff}}(0)$	$\overline{t}(H)$	t _э ((H)	$t_{\Pi}(H)$
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	<u> </u>	Теплое по	лугодие		· · ·	· · · · ·
0,15	3.1	16,3	29,8	3,0	-61	63	—2 5
0,30	6,0	13,2	27,3	6,0	-58	62	-24
0,60		7,9	21,0	—17,0	51	—57	22
			Холодное п	олугодие			an the Carlot
0,15	2,6	8,0	19,0	—36,6	-66	78	52
0,30		4,1	16,4		67	-76	5 9
0,60	10,2	2,4	13,5	40,8	68	-71	69

0.096 1

на 1% температура у земной поверхности понижается на 1,1°, а для хс лодного полугодия на 1,4°. Что касается изменений температуры н разных широтах и высотах, то они могут быть нелинейными относительн изменений S (например, для холодного полугодия изменения t(0) н экваторе и полюсе).

Учет влияния уменьшения солнечной радиации на влагооборот при водит к повышению температуры воздуха у земной поверхности. Оче видно, при одинаковом относительном уменьшении испарения и осадког влияние испарения на температуру земной поверхности проявляется сильнее. Для иллюстрации этого в табл. 5 приводятся разности величин t(0), взятых из табл. 3 и 4 и полученных при неизмененных характеристиках испарения и осадков. Для холодного полугодия эти разности больше, чем для теплого.

	T	а	б	л	И	п	а	ŀ
								_

Теплое полугодие		Холодное полугодие			
$\Delta S/\overline{S}_{H}$	$\Delta t(0)$	$\Delta S \overline{S}_{H}$	$\Delta t(0)$		
2,6	0,3	-2,1	1,3		
	0,3	-2,6	1,6		
—4,7	0,5	—5,5	3,3		
6,0	0,6		4,9		
8,9	0,9	-10,2	6,2		
—10,9	1,1				

На рис. 1 изображены вертикальные профили средней для Земли температуры атмосферы t для двух полугодий и различных $\Delta \tau$ (a=0,26 мкм). Запыление верхней атмосферы не влияет на вертикальную стратификацию температуры t в тропосфере. Кривые на рисунках практически параллельны до высоты 9—10 км.

Примеры вулканической деятельности в сравнительно недавнем прошлом показывают, что связанное с ней запыление атмосферы оказывает влияние на радиационный баланс атмосферы. Известно, что извержения Кракатао (1882 г.) и Катмаи (1912 г.) вызвали глобальное уменьшение прямой солнечной радиации на 10—20% в течение 1—2 лет. Еще более мощные извержения в 1783 г. (Япония, Исландия) и 1815 г. (Тамбора), очевидно, приводили к не меньшим эффектам. Если считать, что при этом вся пыль была занесена в слои выше 15—20 км, то этим случаям может соответствовать рассмотренная модель атмосферы с экраном на верхней границе оптической толщины $\Delta \tau = 0,15$. Если принять, что средние размеры основной массы частиц составляли десятые доли микрона, то термические эффекты, вызванные этими извержениями, характеризуются величинами, указанными в табл. 3 для $\Delta \tau = 0,15$ и соответствующими кривыми на рис. 1. При таких величинах $\Delta \tau$ зависимость термических эффектов от размеров частиц невелика.

Очевидно, для геологического прошлого отличия термических характеристик климата от современных, вызванные палеовулканической деятельностью, были не меньше, чем термические эффекты в приведенном примере, т. е. не меньше 3—5°.

С помощью полученных оценок влияния эффективной солнечной радиации S (радиации, поступающей в систему «Земля — атмосфера») на емпературу атмосферы можно оценить изменение температуры для слуаев вариаций *S*, вызываемых другими причинами.

Так, можно показать, что из-за поглощения солнечной радиации зоном в стратосфере, т. е. из-за уменьшения эффективной солнечной адиации на верхней границе рассматриваемого слоя (20 км), средняя





1) $\Delta \tau = 0;$ 2) $\Delta \tau = 0.15;$ 3) $\Delta \tau = 0.30;$ 4) $\Delta \tau = 0.60.$

температура воздуха у земной поверхности уменьшается на 2,1 и 3,4° для холодного и теплого полугодий соответственно (без учета влияния солнечной радиации на влагооборот было бы 4,2 и 3,8°). Также можно показать, что продолжительные глобальные вариации концентрации озона (например, сезонные) могут приводить к изменению средней температуры атмосферы $\overline{t}(0)$ на 1—2°. Для этих расчетов использованы данные о величинах поглощения солнечной радиации озоном, приведенные в [4].

Если оправдаются вновь возникшие представления о зависимост солнечной постоянной от солнечной активности, то вариациям солнечно постоянной по этой причине в пределах ±2,5% [4] будет соответствоват изменение t(0) на $\pm 2,5^{\circ}$.

Эти два примера указывают на возможные и физически вполне по нятные пути воздействия процессов в верхних слоях атмосферы, а такж солнечной активности на термическое и динамическое состояние нижни: слоев.

ЛИТЕРАТУРА

Ракипова Л. Р. Термический режим атмосферы. Гидрометеоиздат, Л., 1957.
 Ракипова Л. Р. Изменение зонального распределения температуры атмосферь в результате активных воздействий на климаг. Сб. «Современные проблемы кли-

в результате активных воздействий на климат. Со. «Современные проолемы климатологии». Гидрометеоиздат, Л., 1966.
3. Ши фрин К. С. Радиационный эффект пылевого слоя. Тр. Всесоюз. конференции по радиации. Гидрометеоиздат, Л., 1969.
4. London J. A study of the atmospheric heat balance. Final Report on Contract AF 19 (122)—165, New York Univ., pp. 99, July 1957.

Л. Р. ДМИТРИЕВА-АРРАГО, Л. Ф. КОЛОСКОВА, Л. С. ОРЛОВА

ИСПЫТАНИЕ ГРАФИКА Дж. СМАГОРИНСКОГО ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ БАЛЛА ОБЛАЧНОСТИ

Для замыкания задачи неадиабатического гидродинамического прогноза или задачи об общей циркуляции атмосферы необходимо знать степень покрытости небосвода облаками. В качестве характеристики покрытости небосвода используется обычно балл облачности. Получить эту величину из гидродинамической схемы на современном уровне метеорологических знаний невозможно. Одним из путей получения балла облачности является привлечение полуэмпирических графиков. Широко используется график Люнса [2] или графики, построенные по тому же принципу. С помощью таких графиков по рассчитанным величинам вертикальной скорости и дефицита точки росы можно определить облачность в трех градациях: сплошная облачность, переменная, ясно. Однако в некоторых случаях, в частности, для расчетов радиационных потоков и притоков тепла, удобнее иметь количественные характеристики облачности в баллах.

График, построенный Дж. Смагоринским [1] по радиозондовым данным и данным наземных и самолетных наблюдений, связывает среднюю в слое относительную влажность с баллами неконвективной облачности в данном слое (рис. 1). Смагоринский обнаружил, что для отдельных



Рис. 1.

слоев атмосферы хорошо выполняются простые линейные соотношения (на рис. 1 кривые 1, 2, 3): для слоя 1000—800 мб

 $c_1 = -2,0 + 3,33r_1; \tag{1}$

для слоя 800-550 мб

$$c_2 = -0.7 + 2.0r_2; \tag{2}$$

для слоя 550—300 мб

$$c_3 = -0,43 + 1,73r_3. \tag{3}$$

Здесь c_1 , c_2 , c_3 — количество облаков нижнего, среднего и верхнего ярусов; r_1 , r_2 , r_3 — средняя относительная влажность в соответствующих слоях.

В соотношения (1)—(3) не входит явно скорость вертикальных движений. Это обстоятельство Смагоринский объясняет тем, что в величине средней относительной влажности находит отражение вся предыстория вертикальных движений.

Особенностью графика является то, что, в отличие от общепринятой системы кодировки облачности, когда максимальная величина балла при сплошной облачности принимается равной единице, в него введено $c_{\text{макс}} = 1,3$. Значения *с*, бо́льшие единицы, связываются с наличием осадков.

Так как автор не приводит никаких количественных оценок эффективности применения графика для диагноза и прогноза облачности, то представляет интерес провести такие оценки.

С этой целью совместно с сотрудниками Северо-Западного УГМС мы провели проверку графика Смагоринского на достаточно большом материале. Было отобрано 418 случаев радиозондовых наблюдений, сопровождавшихся наблюдениями за облачностью с земли, которая фиксировалась баллами нижней и общей облачности.

По наблюденным значениям температуры и точки росы вычислялась относительная влажность на четырех-пяти уровнях в каждом слое. Затем эти величины осреднялись по соответствующему слою. По величине средней относительной влажности с помощью графика Смагоринского определялось количество облаков каждого яруса.

Так как график Смагоринского дает баллы облачности действительной, а не наблюденной снизу, то для сопоставления величин, полученных по графику и наблюденных с земли, требовалось производить пересчет количества действительной облачности, полученной по графику, в количество облачности, видимой снизу. Для пересчета, по совету М. И. Юдина, были использованы формулы, следующие из применения довольно широко известного, но весьма приближенного принципа пропорциональности [3, 4, 5]. Если c_n действительное количество облаков данного

яруса, с_л — количество облаков, видимое снизу с данного уровня, то имеют место следующие формулы:

$$c_1 = \overset{\wedge}{c_1}, \tag{4}$$

$$c_2 = \frac{\stackrel{\wedge}{c_2}}{1 - \stackrel{\wedge}{c_1}},\tag{5}$$

$$c_{3} = \frac{c_{3}}{1 - (c_{2} + c_{3})}.$$
 (6)

Таким образом, зная действительное количество облаков по графику Смагоринского, по формулам можно перейти к облачности, видимой снизу.

Если, например, по графику получилось два слоя облачности *с*₁ и *с*₂, го по формулам (4), (5) имеем:

$$\hat{c}_2 = c_2(1-c_1), \quad \hat{c}_1 = c_1.$$

При этом для вычисления полной облачности, видимой снизу, находится

сумма отличных от нуля зиачений c_1, c_2, c_3 .

Результаты проверки графика Смагоринского приведены в табл. 1, 2. В табл. 1 проверка выполнена для нижней и общей облачности без выделения градаций баллов. Полное совпадение балльности нижней облачности, найденной по графику Смагоринского и наблюденной, оказалось в 46.6% случаев, а общей — в 53,1%.

Таблица 1

Результаты проверки графика Смагоринского. Общее число случаев 418

	Нижияя о	блачность	Общая облачность		
	число случаев	% .	число случаев	%	
Полное совпадение	199	46,6	222	53,1	
Допуск ±1 балл	247	59,0	287	68,7	
Допуск ±2 балла	296	70,8	325	77,7	

Таблица 2

	Ни	Нижняя облачность			Общая облачность			
	0—5 всего 163 случая		5—10 всего 255 случаев		<u>0—5</u> всего 124 случая		5—10 всего 294 случая	
•								
	число случаев	%	число случаев	%	число случаев	%	число случаев	%
Полное совпадение	71	43,5	128	50,3	34	27,4	188	64,0
Допуск ±1 балл	84	51,5	154	60,3	52	41,8	235	80,0
Допуск ±2 балла	95	60,0	198	77,7	64	51,6	261	88,8

Результаты проверки графика Смагоринского. Общее число случаев 418

Поскольку характеристики облачности по наблюдениям с земли получаются весьма приближенные, то мы провели оценки для случаев, когда сравниваемые величины отличаются на ± 1 и ± 2 балла. Как видно из табл. 1, оценки значительно улучшаются как для нижней, так и для общей облачности. Лучшее совпадение получается для общей облачности.

Была выполнена более детальная проверка с учетом градации балльности 0—5 и 5—10. Результаты этой проверки представлены в табл. 2.

Из табл. 2 следует, что общая облачность определяется наиболее удачно в градации 5—10 баллов, нижняя облачность также. Наименее удачно определяется общая облачность в градации 0—5 баллов.

Приведенные оценки показывают, что график Смагоринского може: быть использован для определения баллов облачности по величине относительной влажности в слое.

Следует, однако, иметь в виду, что при неточно определенной относительной влажности облачность также будет определяться с ошибкой Окончательное суждение о качестве графика можно сделать толькс после испытания его в прогностической схеме. В результате анализа выяснилось, что в график Смагоринского не укладываются облака типа Сі, которые могут существовать при очень низкой относительной влажности Эти облака, как и облака конвективных форм, из рассмотрения исключались.

ЛИТЕРАТУРА

- Smagorinsky I. On the Dynamical Prediction of Large-Scale Condensation by Numerical Methods. Monograph, No. 5. American Geophysical Union, 1960. Physics
- Numerical Methods. Monograph, №0. 5. American Geophysical Chion, 1500. Гнузіса of Precipitation.
 2. Lewis W. Forecasting 700mb Dew-Point Depression by a 3-Dimensional Trajectory Technique. Monthly Weather Review, vol. 85, No. 9, 1957.
 3. Manabe S., Stricler R. T. Thermal Equilibrium of the Atmosphere with a Convective Adjustment. J. Atm. Sci., vol. 21, No. 4, 1964.
 4. Шнееров Б. Е. Орасчете радиационного баланса Земля атмосфера и его составляющих. Метеорология и гидрология, № 7, 1963.
 5. Дмитриева-Арраго Л. Р. Расчет потоков и притоков длинноволновой радиации в облачных условиях. Тр. ГГО, вып. 197, 1968.

Н. И. ЯКОВЛЕВА

К ВОПРОСУ О ПРИЧИНЕ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ КЛИМАТА

Как известно, крупномасштабные изменения климатического режима (над большими районами или полушарием) имеют квазипериодический характер с последовательным чередованием периодов потепления и похолодания [17, 2, 7, 8]. Сушествуют различные мнения по поводу причины таких изменений климата. Наличие квазипериодичности в климатических изменениях заставляет предполагать в качестве причины их либо периодически действующий фактор (например, солнечная активность), либо существование автоколебательной системы непосредственно в земных условиях. По-видимому, нельзя отрицать влияние солнечной активности на процессы, происходящие в атмосфере Земли, хотя механизм этого влияния пока не известен. Однако полностью объяснять все аномальные явления в атмосфере (а тем более процессы в системе Земля — атмосфера) солнечной активностью было бы преждевременно, не выяснив роль и значение факторов земного происхождения.

Нет сомнения в огромной роли подстилающей поверхности в формировании климата. Поскольку на Земле поверхность океана составляет около 71% площади, то роль океанов должна быть особенно велика. Влияние океанов распространяется на значительную толщу атмосферы вплоть до стратосферных высот [12]. Естественно, роль океанов значительна в связи с большой поглощающей способностью воды (малое альбедо). Но накопление океанами солнечной энергии зависит от широты. Широтное различие в поступлении и поглощении солнечной энергии приводит к появлению льдов в районе полюсов Земли и к аккумуляции энергии на экваторе. Вместе с тем величина градиента температуры между полюсом и экватором характеризует степень интенсивности атмосферной циркуляции.

Океаны и морские льды обладают большой термической инерционностью. Кроме того, средняя скорость основных течений в океанах (2—10 см/сек.), переносящих тепло к северу и холодные воды к югу, на два порядка меньше средней скорости переноса воздушных масс (10 м/сек.). Учитывая это обстоятельство, можно предположить, что основная причина изменений климата автоколебательного характера свойственна земным условиям и связана с обменом энергии между мощными инерционными накопителями (морские льды — теплый океан южных широт). Напомним, что только в Арктике толщина морского льда порядка 3,0—3,5 м, а в Гренландии значительно больше. Морские льды

занимают огромную акваторию. В северном полушарии максимальна граница распространения льдов к югу проходит по широте 62°. Сезонны вариации границы распространения льдов составляют 12—15° по широте Вместе с тем такого же порядка вариации ледовых границ наблюдаются в экстремальные годы в атлантическом районе Арктики [5]. Подсчитано что только за счет наличия льда полярный район «не дополучает» в те чение года около 25 ккал/см², что составляет ¹/₃ годового переноса тепла на север через 70° с. ш. Поэтому не удивительно, что вариации ледовых условий существенно изменяют климатический фон Земли.

Непосредственной причиной вариации арктического льда, как установлено океанологами [11, 4, 9], является состояние термического режима течений и прежде всего течений Северной Атлантики Так, например, в работе [11] на материале 23 лет Н. С. Ураловым получен довольно высокий коэффициент корреляции (0,75—0,80) между тепловыми характеристиками Нордкапского течения (одно из ответвлений Северо-Атлантического течения, входящее в Баренцево море) и ледовитостью Баренцева моря. Адвекция тепла в Нордкапском течении составляет в среднем 46 ккал/год (пределы изменения от 25 до 84 ккал/год). Наибольшие годовые изменения ледовитости наблюдаются в северных морях, примыкающих к Северной Атлантике (Баренцево, Норвежское, Гренландское). Вместе с тем и потепление в 30-х годах XX в. над северным полушарием началось также с районов, примыкающих к Атлантическому океану [8].

Таким образом, напрашивается вывод, что изменение ледовитости арктических морей и повышение температуры воздуха произошло за счет изменения термического состояния струи основного теплого течения — Гольфстрима. Такой вывод был сделан, в частности, Бьеркнесом [17, 16], Ламом, Джонсоном [5] и др. Однако не ясно, какие причины приводят к квазипериодическим изменениям термического режима теплых течений. Бьеркнес [17, 16] считает, что причиной усиления течения может быть атмосферная циркуляция и установление автоколебаний между термическим режимом течений в Атлантике и характером циркуляции в атмосфере. Однако за счет малой «памяти» к исходному состоянию атмосфера не может быть накопителем энергии, тогда как в гармонической автоколебательной системе должны быть накопители, обменивающиеся энергиями.

Кроме того, анализируя данные наблюдений по температуре поверхности Атлантического океана, Бьеркнес, Лам и Джонсон указали на одно обстоятельство, которое осталось пока необъяснимым и не укладывалось в схему автоколебаний типа океан — атмосферная циркуляция. Наибольшие вариации температуры воды наблюдались не в собственно струе Гольфстрима (Флоридское течение), а в районе к югу от Ньюфаундленда (район гидрологического фронта). Именно этот район характеризовался довольно сильным повышением температуры воды при сравнении карт за холодные и теплые годы [16, рис. 21].

Согласно современным океанологическим исследованиям [1, 20 и др.], субарктические воды (холодные воды Лабрадорского течения) в Северной Атлантике не проникают южнее 50° с. ш. на поверхности и максимально распространяются до 40° с. ш. в промежуточных слоях (500— 800 м), Проникновению к югу субарктических вод препятствует струя теплого течения. В районе 40—50° с. ш. холодные субарктические воды постепенно перемешиваются с вышележащими теплыми водами и поворачивают к северу, увлекаемые Северо-Атлантическим течением. Поэтому найбольшие изменения теплового режима происходят в районе взаимодействия холодного Лабрадорского течения и теплого течения Гольфстрима.
Таким образом, активизация Лабрадорского течения должна влиять а температуру (теплосодержание) и на скорость (в том числе и на наравление) теплого течения. В. Б. Штокман [15] и Хапворс [19] утвержают, что изгиб теплого течения в районе Ньюфаундленда вызван се рельефом дна, а действием встречного Лабрадорского течеия.

Если Лабрадорское течение влияет в среднем на изгиб теплого течеия, то вполне вероятно, что вариации интенсивности холодного течения олжны отразиться на вариациях направления и термического режима еплого течения (вернее, истока Северо-Атлантического течения). В ряде абот [5, 18 и др.] высказываются соображения относительно того, что отдельные периоды времени ось Гольфстрима в районе Ньюфаундленда этклоняется к юго-востоку (до 50 км по современным обозримым данным). В результате теплое течение может, как крайний случай, повернуть к берегам Европы, вследствие чего сильно уменьшится транспорт гепла в Арктический бассейн. Такие крайние случаи могут быть причиной установления периодов малого оледенения в умеренных широтах. Действительно, если бы теплое течение не проникало в Арктический бассейн, климат Скандинавии был бы аналогичен климату современной Гренландии. В периоды малого оледенения идентичность климатов восстанавливается. Подобный эффект может быть усилен подъемом суши в районе Исландии [13].

На интенсивность Лабрадорского и Гренладского течения в конечном итоге (не принимая во внимание небольшие временные интервалы) должен оказывать влияние характер ледовитости Арктического бассейна, что в свою очередь определяется прежде всего теплосодержанием Северо-Атлантического течения. Таким образом, замыкается цепь в автоколебательной системе: ледовитость Арктики → холодные течения → теплые течения (как энергия южных широт) → ледовитость. Такая система может вызвать периодические изменения климата. По существу, эта идея автоколебательной системы впервые высказана еще в сороковых годах В. В. Шулейкиным [14].

В данной работе наряду с обзором современных гидрометеорологических исследований в районе Атлантического океана иллюстрируются некоторые количественные оценки автоколебаний на основе эмпирических данных. В нашем распоряжении были данные о состоянии ледовитости Баренцева моря с 1899 по 1967 г. (среднее значение в тыс. км² за апрель — август, причем эти сезонные характеристики оказались очень близки к среднегодовому значению)¹. Вековой ход состояния ледовитости Баренцева моря в значительной мере отражает общее состояние ледовитости северных морей, примыкающих к Атлантике (Гренландское, Норвежское). Интересно было бы использовать дополнительно данные по ледовитости других северных морей, так как во временном ходе ледовитости различных северных морей должен существовать небольшой сдвиг. Однако в настоящее время наиболее полные данные удалось получить только по Баренцеву морю.

Далее мы воспользовались американскими данными по температуре поверхности *t*_s в Атлантике, осредненными по пятиградусным квадратам широтно-меридиональной сетки [16].

Чтобы убедиться в репрезентативности данных, на карту в каждый квадрат нанесли осредненный ход времени аномалии δt_s (годовые значения). На рис. 1 показана схема векового хода в каждом квадрате за период 1895—1937 гг. Во-первых, видно, что все квадраты имеют

¹ Данные по ледовитости были любезно предоставлены Л. Г. Полозовой.



вполне закономерный и согласованный вековой ход δt_s . Общая довольно неткая тенденция в повышении температуры t_s наблюдается в большинстве квадратов, расположенных у восточных берегов Америки, главным образом в области струи теплого течения. Переход от отрицательных к положительным аномалиям наметился в диапазоне лет 1910—1915, т. е. значительно раньше, чем на любой из материковых станций к северу от 40° с. ш. [8]. Такая согласованность в вековом ходе аномалий температуры воды во многих квадратах рассматриваемого района Атлантики позволяет сделать заключение о достоверности этих данных.

Во-вторых, из рис. 1 видно, что наиболее сильный и четкий вековой ход в повышении температуры происходил в диапазоне широт $40-45^{\circ}$ (в квадратах к югу от Ньюфаундленда) с аномалиями от $\pm (3,0 \div 3,5^{\circ}) F$ и более до $\pm 5, \pm 6^{\circ}F$, что составляет 1,7—2,8—3,3°С.

Если допустить, что наибольшие возмущения в ходе температуры произошли вблизи источника, вызывающего эти возмущения (к югу от Ньюфаундленда), то из рис. 1 довольно определенно видно, что возмущения распространяются к югу и северу-востоку с постепенным ослаблением их интенсивности. В северо-западных квадратах вековой ход δt_s несколько иной, что свидетельствует о наличии там вод с другими, отличающимися характеристиками (субарктические воды).

Для дальнейшего исследования выбраны квадраты с наибольшим изменением в вековом ходе δt_s ($\varphi = 40 \div 45^\circ$ с.ш.). Дополнительно к этим данным были привлечены материалы наблюдений по отдельным кораблям погоды в северной Атлантике за период 1950—1966 гг.

Корабли погоды D, E, B наиболее близко расположены по отношению к рассматриваемому району Атлантики (рис. 1). Оказалось, что по этим кораблям погоды, которые дают осредненные по квадрату 300×300 км данные, аномалии температуры воды имеют также очень четкий ход во времени (особенно D и E): до 1955—1956 гг. аномалии за все годы положительные, а позже, с 1956 до 1966 г. — отрицательные. Значения норм в квадрате $\varphi = 40 \div 45^{\circ}$ с. ш., $\gamma = 45 \div 40^{\circ}$ з. д. по американским данным за 1895—1936 гг. и по данным коробля погоды D за 1950—1966 гг. оказались одинаковыми: 17,0 и 17,2. Таким образом, в отношении знака аномалии ошибиться трудно в указанном диапазоне широт $40-45^{\circ}$, где довольно сильные изменения. В результате получен более длинный ряд наблюдений по аномалии температуры воды (1883—1937, 1950—1966 гг.).

Теперь, имея данные по состоянию ледовитости в полярных морях и термическому режиму вблизи области наиболее сильных изменений теплого течения, проанализируем совместно вековой ход двух инерционных в термическом отношении объектов. Для этого были рассчитаны кросскорреляционные функции $B_{iq}(\tau)$ и $B_{qi}(\tau)$ для τ от 0 до 33 лет, индекс *i* относится к ледовитости, индекс q — к температуре воды (φ =40÷45°). На рис. 2 представлены кросскорреляционные функции B_{iq} и B_{qi} . Для учета связности рядов определялось число независимых случаев при расчете частного коэффициента корреляции:

$$n_{\tau} \approx \frac{N_{\tau}}{L_{1,2}} + 1 = \frac{N_{\tau}}{\sum_{-\infty}^{\infty} B_{ii}(\tau) \cdot B_{qq}(\tau)} + 1,$$

где N_{τ} — используемое число лет (случаев) для фиксированного τ ; B_{ii} и B_{qq} — автокорреляционные функции.

Значения $B_{qi}(\tau)$ при отрицательных τ означают коэффициенты корреляции при опережении во времени (для соответствующих сдвигов в числе лет τ) аномалий температуры воды δt_s и отставании ледовитости *i* — правая часть рис. 2. Значения $B_{iq}(\tau)$ при положительных созначают коэффициенты корреляции при отставании во времени δt_s и опережении *i* — левая часть рис. 2. На этом рисунке даны две кривые, соответствующие кросскорреляции каждого из двух квадратов ($\phi = 40 \div 45^{\circ}$ с. ш., $\lambda = 55 \div 50^{\circ}$ з. д. и $\phi = 40 \div 45^{\circ}$ с. ш., $\lambda = 45 \div 40^{\circ}$ з. д.) с ледовитостью.



Рис. 2. Кросскорреляционные функции $B_{iq}(\tau)$ и $B_{qi}(\tau)$. N_{τ} — число случаев, на основании которых рассчитано значение $B(\tau)$ для каждого фиксированного т. 1) квадрат 1; 2) квадрат 2; 3) нижний 5-процентный доверительный нределел (20 $_{D}$), рассчитанный без учета связности ряда; 4) 20 с учетом связности ряда.

Как видно, синхронные связи между i(t) и q(t) невелики. Кроме того, обе кривые показывают идентичный результат: от $\tau=0$ примерно симметрично функции $B_{qi}(\tau)$ и $B_{iq}(\tau)$ достигают достоверных экстремальных значений: при $\tau = -(21 \div 24)$ $B_{qi} = -(0,72 \div 0,75)$, при $\tau=22$ $B_{iq}=0,60$. Это означает, что через 21—24 года после отрицательных (положительных) аномалий температуры воды в районе слияния вод теплого течения и субарктических течений следует высокая (низкая) ледовитость северного моря. Наоборот, через 22 года после отрицательных (положительных) аномалий ледовитости следуют также отрицательные (положительных) аномалий ледовитости следуют также отрицательные (положительные) аномалий ледовитости и следуют также отрицательные (положительные) аномалии δt_s . В этом отражаются обратные физические связи между двумя основными инерционными объектами.

В. В. Шулейкин дает такое объяснение этой связи: через некоторое время после повышения теплосодержания вод Атлантического течения количество льда в Полярном бассейне будет уменьшаться. Пока лед не растаял до некоторой «критической величины», он не может сказаться на режиме Лабрадорского течения. Когда эта величина будет достигнута, состояние ледового режима в Полярном бассейне будет влиять через Лабрадорское течение на теплосодержание теплого течения. За счет таяния льда прибавляется дополнительное количество холодной воды, выносимой к Ньюфаундленду. Кроме того, высвобождается некоторое количество льда, дрейфующего в более низкие широты, что в конечном итоге должно понизить теплосодержание теплого течения Q. После пони-

кения Q до некоторой критической величины начнет увеличиваться коичество льда в Полярном бассейне, а это вызовет ослабление интенивности холодного течения и в конечном итоге — снова повышение Q. Постоянным источником, питающим автоколебательную систему, являетя слабо меняющееся экваториальное теплое течение (и как продолжение его — Флоридское течение).

В полученной величине временно́го сдвига (21—24 года, в среднем 22 года) часть времени характеризует пространственный перенос аномалий течениями. Можно приближенно оценить время на передачу импульсов от района Ньюфаундленда до ледового поля. Расстояние от Ньюфаундленда до южной границы Баренцева моря составляет примерно



Рис. 3. Упрощенное представление временного хода сопоставляемых кривых i(t) н q(t).

5000-6000 км. Из океанологических работ [10, 6, 20] известно, что средняя скорость Северо-Атлантического течения порядка 1—3 см/сек. При грубой оценке ($v \approx 2 \div 3$ см/сек.) частицы атлантических вод пройдут это расстояние примерно за 6-10 лет. Кстати сказать, именно для т, равного 6—10 годам, намечается второй максимум в кросскорреляционной функции B_{qi}. Анализ кросскорреляционной функции B_{ig} (B_{ai}) показал, что в вековом ходе q и і имеется длиннопериодная синусоида, упрощенно представленная на рис. 3. Строго говоря, кривые q и i имеют не четкую синусоиду, а двугорбую с одним сильным экстремумом и другим вторичным слабым (см. рис. 2). Интервал в 21-24 года между сильными экстремумами, как видно на рис. З, является четвертью периода колебательной системы: через четыре таких интервала (84—92 года) снова повторится такое же сочетание q и i, какое было в исходный год. Аналогичного порядка период изменения климата (80—90 лет) обнаружен при исследовании гидрометеорологических данных наблюдений по северному полушарию [2, 7].

Можно еще другим способом оценить период автоколебательной системы [14, 13].

Поскольку состояние ледовитости *i* в некоторый момент времени определяется интегральным изменением теплосодержания теплого течения, то можно записать

$$i(t) = i_0 - \int \alpha \, q(\tau) \, d \, \tau$$

и аналогично

$$q(t) = q_0 + \int \beta i(\tau) d\tau.$$

Ограничиваясь для прикидочных оценок линейным приближением, получим отсюда следующие дифференциальные выражения:

$$\frac{dq}{dt} = \beta i(t) + \varepsilon; \quad \frac{di}{dt} = -\alpha q(t) + \delta. \tag{1}$$

41

Исключим одну из функций, еще раз дифференцировав, например первое уравнение и подставив $\frac{dq}{dt}$ из второго, тогда получим

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \alpha \beta q(t) + \gamma = 0.$$
⁽²⁾

Положим $\alpha\beta = \omega^2$. Уравнение (2) имеет решение периодического характера в виде

 $q(t) = A \sin (\omega t + \varphi).$

Если в рассматриваемой автоколебательной системе укладывается целое число волн при обходе вдоль всего контура системы, то период этих волн будет равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha\beta}}.$$
 (3)

По имеющимся эмпирическим данным была произведена оценка этого периода. Из уравнений (1) следует, что

$$|\alpha| = \frac{1}{q} \frac{\Delta i}{\Delta t}; \qquad |\beta| = \frac{1}{i} \frac{\Delta q}{\Delta t}, \qquad (4)$$

где q, i — отклонения от нормы (q — сумма аномалий δt_s за год); $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ и $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ — градиенты по времени. Сначала на кривой хода $q(\delta t_s)$ во времени выбираем первое экстремальное значение, например, 1893 г. (табл. 1). Затем примерно через 21—24 года на кривой временно́го хода ледовитости i определяется максимальное значение (1917 г.). От этого года назад в пределах 10—15 лет (этот интервал примерно равен по лорядку одному радиану из 80—90-летнего колебания) определяется

Таблица 1

Расчет периода колебаний Т

<i>q</i> Годы 1893	$\frac{\frac{\Delta i}{\Delta t}}{1907-1917}$	i 1917	$\frac{\frac{\Delta q}{\Delta t}}{1935 - 1921}$	q 1930	$\frac{\frac{\Delta i}{\Delta t}}{1942-1955}$
—2 2°C	$\frac{980-560}{10} = \frac{420}{10}$ $\alpha_1 = \frac{420}{10 \cdot 22} = 1,91$	+380	$\frac{16-0}{14} = \frac{16}{14}$ $\beta_1 = \frac{16}{14 \cdot 380} = 0,0030$	16°C	$\frac{\frac{350-720}{13}}{\alpha_2 = \frac{370}{13 \cdot 16} = 1,63}$
Годы 1903	1920—1929	1929	1933—1951		
—20,6°C	$\frac{570 - 850}{9} = \frac{280}{9}$ $\alpha_3 = \frac{280}{9 \cdot 20, 6} = 1,51$	+250	$\frac{14-0}{18} = \frac{14}{18}$ $\beta_2 = \frac{14}{18 \cdot 250} = 0,0031$		· · · · ·

 $\begin{array}{ll} \alpha_1 \ \beta_1 = 0,0060 \\ \beta_1 \ \alpha_2 = 0,0049 \\ \alpha_3 \ \beta_2 = 0,0047 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} T_1 = \frac{2 \ \pi}{\sqrt{\alpha \ \beta}} = 83 \ \text{года} \\ T_2 = 90 \ \text{лет} \\ T_3 = 92 \ \text{годa} \end{array}$

 $\overline{\overline{T}} = 88$ лет

градиент по времени $rac{\Delta\,i}{\Delta\,t}$ (1907—1917 гг.). При определении градиента кривая на рассматриваемом участке спрямляется, так как в уравнениях (1) принята линейная зависимость $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ от *i*. Кроме того, интервал времени для определения градиента должен охватывать более или менее монотонный временной ход элемента (повышение или понижение). От экстремального года в ходе ледовитости (1917 г.) опять примерно через 22 года находится экстремальное значение в ходе кривой q(t) (1935 г.) и аналогично определяется градиент $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ и т. д. В табл. 1 приведены примеры такого расчета. Среднее значение $\alpha = 1,68$ тыс.км²/год $\cdot ^{\circ}$ С, β=0,0030 °С/тыс.км² год, а среднее значение периода автоколебаний равно 88 годам.

Конечно, следует иметь в виду, что на рассмотренный автоколебательный цикл может влиять дополнительно ряд других факторов, в том числе и солнечная активность. В соответствие с теорией автоколебаний дополнительные импульсы с нулевой начальной фазой изменяют амплитуду колебаний, не изменяя период. А импульсы с положительным или отрицательным смещением по фазе могут изменить и сам период (ускорить или замедлить колебания).

Общая циркуляция атмосферы развивается в соответствии с характером ледовитости и термического режима океанов. Поэтому и во временном ходе общей циркуляции можно выделить периоды с однотипным состоянием (так называемые эпохи однородной циркуляции). Важно одно, что квазипериодические изменения климата на земле (даже длиннопериодные) вызываются инерционными накопителями земного происхождения.

В заключение хотелось бы выразить благодарность М. И. Юдину за поддержку и консультации при выполнении работы и К. А. Гурлевой за выполненные расчеты на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бубнов В. А. О границах распространения промежуточных водных масс в северной части Атлантического океана. Океанология, т. VIII, вып. 3, 1968.
- 2. Гедеонов А. Д. О колебаниях климата в северном полушарии. Тр. ГГО, вып. 227, 1968.
- 3. Иванов В. М. О связи гидрометеорологических процессов в приатлантическом районе Арктики с тепловым и динамическим состоянием Гольфстрима. Проблемы севера, вып. 4, 1961.
- 4. Каракаш А. И. Метод прогноза температуры воды в Баренцевом море. Тр. ЦИП, вып. 57, 1957.
- 5. Лам, Джонсон. Изменение климата и наблюдаемые изменения общей циркуляции атмосферы. Сб. переводных статей (пер. с англ.) «Общая циркуляция атмосферы». Под ред. С. П. Хромова. Изд. «Прогресс», М., 1964
- 6. Леднев В. А. Тепловой режим Атлантического течения. Тр. ГОИН, вып. 32(44), 1956.
- 7. Максимов И. В. О восьмидесятилетнем цикле колебаний климата. ДАН СССР, т. 86, № 5, 1952.
- 8. Полозова Л. Г., Рубинштейн Е. С. Современное изменение климата. Гид-рометеоиздат, Л., 1966.
- 9. Сомов М. М. О влиянии атлантических вод на ледовый режим Карского моря. Проблемы Арктики, № 3, 1941. 10. Тимофеев В. Т. Атлантические воды в Арктическом бассейне. Проблемы Арктики,
- 10. Гимофессь Б. н. Инании семие 2022 г. призначение вып. 2, 1957.
 11. Уралов Н. С. Роль атлантических вод в изменчивости ледовитости Баренцева моря. Автореферат диссертации, ААНИИ, Л., 1961.
 12. Ханевская И. В. Температурный режим свободной атмосферы над северным свободной атмосферы над северным по 1968.
- полушарием. Гидрометеоиздат, Л., 1968.

- Шулейкин В. В. Физика моря. Изд. АН СССР, 1953.
 Шулейкин В. В., Ершова Н. Д. Причина периодических колебаний режима: атлантических течений. ДАН СССР, новая серия, т. 1, № 5, 1936.
- 15. Штокман В. Б. О причинах отклонения Гольфстрима к югу от Ньюфаундленда.

- Штокман В. Б. О причинах отклонения Гольфстрима к югу от Ньюфаундленда. Метеорология и гидрология, № 6, 1949.
 В jerknes J. Atlantic Air-Sea Interaction. Advances in Geophysics, vol. 10. Acad. Press. N. Y. and London, 1964.
 B jerknes J. The Recent Warming of the North Atlantic. "The Atmosphere and the Sea in Motion". N. Y. Rockefeller Institute Press. Associated Oxford University Press. Rossby Memorial Volume, 1959.
 G orton E. H. Possible Shift in the Gulf Stream Axis. 48 Annual Meeting, National Academy of Science. Wash., IV, 1967.
 Hepworth M. W. The Effect of the Labrador Current upon the Surface Temperature of the North Atlantic and the Latter upon Air Temperature over the British Isles. Geophys. Met., vol. 1, 1912, pp. 1-10; vol. 1, 1914, pp. 211-240.
 I selin C. Preliminary Report on Long-Period Variations in the Transport of the Gulf System. Papers in Phys., Oceanogr. and Meteor., vol. 8, No. 1, 1940.

М. И. ЮДИН, А. В. МЕЩЕРСКАЯ, В. Г. БЛАЖЕВИЧ

ХАРАКТЕРИСТИКА ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ, ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ПРИ ДОЛГОСРОЧНОМ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОМ ПРОГНОЗЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ОСАДКОВ ДЛЯ РАЙОНОВ НЕДОСТАТОЧНОГО УВЛАЖНЕНИЯ

По заданию ГУГМС с 1965 г. в отделе динамической метеорологии Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова разрабатывается физико-статистический метод долгосрочного прогноза температуры и осадков на весенне-летний период для районов недостаточного увлажнения. Территория этих районов разбита на две части: район I западный, район II — восточный. Граница между ними проходит вблизи границы между Европой и Азией.

Выбор предиктантов (предсказываемых величин), а также выбор территории и прогнозируемого периода определялись нуждами нашего сельского хозяйства. Для основных земледельческих районов СССР с недостаточным увлажнением наиболее важными с точки зрения будущего урожая являются осадки весны и лета. Эти осадки и были главными объектами прогноза. Дополнительно для этих же районов составлялся прогноз аномалий средней месячной температуры.

Принципиальные основы физико-статистического метода прогноза осадков и температуры представлены в работах одного из авторов настоящей статьи [13, 14, 15]. Детальное изложение особенностей этого метода и результатов его применения трудно уложить в рамки одной статьи.

Данная статья, первая из предполагаемой серии статей, посвящена описанию исходной информации, использованной в прогнозе в качестве предикторов (предвестников будущей погоды) и в качестве предиктантов.

Как всякое статистическое исследование, разрабатываемый метод потребовал создания большого архива исходных данных. К подготовке этого архива и последующей его обработке была привлечена большая группа сотрудников ГГО. Много труда в нее вложили Н. И. Яковлева, А. С. Дубов. По отдельным элементам большой материал был подготовлен В. Б. Афанасьевой, А. Д. Гедеоновым, Л. Р. Дмитриевой-Арраго, Н. И. Ефремовой, Л. И. Зубенок, А. Д. Канаевой, К. В. Ледневой, В. В. Мухенберг, Л. П. Спириной, Л. А. Строкиной и др.

Основные принципы отбора исходной информации, используемой в качестве предикторов [14], сводятся к следующему:

1. Требование полноты совокупности.

2. Требование информативности предикторов.

3. Учет предыстории атмосферных процессов.

4. Учет флуктуаций исходных полей.

Рассмотрим более подробно, как эти принципы отбора исходной информации нашли свое отражение в прогнозе.

1. Требование полноты совокупности означает, что совокупность предикторов должна характеризовать все основные особенности начального состояния физической системы, в которой развиваются макропроцессы. Такой системой являются атмосфера Земли, Мировой океан и деятельный слой почвы.

Из атмосферных носителей памяти в качестве предикторов были использованы: наземное давление, геопотенциал АТ₅₀₀, температура воздуха у поверхности земли, осадки и облачность (см. табл. 1 приложения).

Помимо атмосферных носителей памяти, из которых многие использовались уже давно, в состав предикторов были включены внеатмосферные носители метеорологической памяти. Это — ледовитость северных морей и границы снежного покрова. Важным свойством внеатмосферных носителей памяти является их консервативность, т. е. способность сохранять влияние начальных условий в течение более или менее длительного промежутка времени. Большое значение внеатмосферных носителей памяти, в частности, ледовитости, было показано уже в первых советских работах в области физико-статистических методов прогноза [3].

Однако до последнего времени использованию внеатмосферных носителей долговременной метеорологической памяти в качестве предикторов не уделялось достаточного внимания. В наших работах из характеристик состояния Мирового океана пока что удалось использовать для прогноза только изменение теплосодержания верхнего 100-метрового слоя в квадратах L и D (по Смеду) в Северной Атлантике; получение других показателей состояния океанов и океанических течений затруднительно и может быть лишь запланировано на будущее. Еще хуже обстоит дело с деятельным слоем почвы. Даже по влажности почвы данные слишком ограничены, чтобы их можно было учесть в настоящее время.

Помимо перечисленных характеристик атмосферы и деятельной поверхности, в число предикторов были включены некоторые обобщенные показатели атмосферной циркуляции, используемые при других методах прогноза. Так, в состав предикторов вошло число дней с формами циркуляции Г. Я. Вангенгейма.

В общей сложности при отборе предикторов рассмотрена 531 случайная величина (вариант 1968 г.).

2. Требование информативности предикторов означает, что предикторы должны содержать в концентрированной форме реальную информацию о крупномасштабных процессах большой длительности. Удовлетворить этому требованию можно путем предварительной обработки исходной информации специальными методами. В качестве такого метода был выбран метод разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям.

Разложение метеорологических полей по естественным ортогональным функциям позволяет, во-первых, сконцентрировать основную информацию о поле в сравнительно небольшом числе параметров. При этом удается не только повысить информативность предикторов, но в значительной мере решить проблему хранения и обработки большого количества исходных данных, имеющих большое значение при статистических разработках.

Ввиду этого основная часть величин, использованных при отборе предикторов (418 из 531), представлена в виде параметров разложения

о естественным ортогональным функциям. Исключение составили: число ней с формами циркуляции Г. Я. Вангенгейма, изменение теплосодеркания Атлантики и часть данных по ледовитости северных морей см. табл. 1 приложения).

Во-вторых, указанный метод позволяет выделить наиболее крупноиасштабные компоненты атмосферных образований и исключить так называемые метеорологические шумы [14]. Имеется ряд серьезных соображений [16], показывающих, что предварительная переработка информации и выделение наиболее крупномасштабных особенностей состояния атмосферы необходимо для успешного статистического прогноза. Дело в том, что время релаксации атмосферных движений тесно связано с масштабом движения: чем больше масштаб, тем больше характерное время существования возмущения определенного знака. В частности это свойство движений относится к естественным ортогональным функциям. Следовательно, нет оснований ожидать, чтобы коэффициенты последних, наиболее мелкомасштабных членов разложения по естественным функциям, содержали реальную информацию о характере будущего развития атмосферных процессов на сколько-нибудь длительные сроки. Поэтому для прогноза были использованы не все члены разложения, а только первые из них (от двух до пяти членов). В каждом конкретном случае выбор числа членов разложения основывался на следующих соображениях: а) доля дисперсии, приходящейся на каждый член разложения, который включался в число предикторов, должна быть намного более $\frac{1}{n}$, где n — число векторов; б) поля естественных функций долж-

ны быть крупномасштабными атмосферными образованиями. Если поле естественной функции разбивалось на ряд мелких вихрей, то соответствующий ему параметр не использовался в качестве предиктора.

В результате этого поля метеорологических элементов оказались представленными с различной точностью. Помимо отмеченной выше причины, это связано со свойствами самих гидрометеорологических характеристик, а также с различным числом точек исходных метеорологических полей. В таб. 2 приложения приведено число параметров разложения, включенных в прогноз по каждому элементу, и их вклад в суммарную дисперсию рассматриваемого поля.

Из всех предикторов наиболее полно представлены ряды ледовитости арктических морей. В первых двух членах разложения ледовитости содержится 80—90% общей дисперсии, причем основная доля информации (от 66 до 74%) приходится на первый член разложения. Такая высокая скорость сходимости с одной стороны отражает известную консервативность самой ледовитости (в отличие от таких элементов, как давление, осадки и т. д.), с другой стороны определяется невысокими порядками матриц (матрицы пятого — двенадцатого порядка).

Достаточно полно представлены поля срочного давления сектора I, пять членов разложения которого содержат около 70% дисперсии, а также средняя месячная температура.

Большинство остальных предикторов содержат около 60—70% информации об исходных полях. Исключение составляют декадные осадки сектора I. Сходимость рядов по декадным осадкам сектора I оказалась очень плохой: два члена разложения содержат всего 24—27% дисперсии.

3. Третий принцип, который использован в прогнозе, состоял в учете предыстории атмосферных процессов. Этот принцип сейчас широко применяется синоптиками. Его гидродинамическое обоснование дано в работах [4, 19 и др.]. Поэтому в качестве исходных рассматривались данные, относящиеся не к какому-либо определенному сроку, а з некоторый промежуток времени. Минимальная длительность этого интер вала времени составила 2 месяца, максимальная 2 года. Таким путем для прогноза на весну учитываются не только процессы текущей зимы, не и условия зимы и лета двух предыдущих лет. Это позволяет, в частности учесть двухлетнюю цикличность во временном ходе метеорологических элементов, исследованию которой за последние годы посвящено много работ.

В табл. 1 приложения, где приведены основные сведения об исходных данных, указано также, за какие месяцы текущего, прошлого (по отношению к текущему) и позапрошлого годов относятся данные. За январь, февраль и март текущего года использованы данные по срочному давлению, геопотенциалу АТ₅₀₀, средней суточной и средней месячной температуре, облачности и границе снежного покрова. По осадкам, теплосодержанию Атлантики и среднему месячному давлению использованы данные не только за текущий, но и за прошлый год. Наконец, ледовитость и формы циркуляции Вангенгейма включены в состав предикторов за текущий, прошлый и позапрошлый годы. Целесообразность включения в состав предикторов ледовитости за прошлый год подтверждает, например, автокорреляционная функция ледовитости Баренцева моря [14], показывающая хорошую связь ледовитости за текущий январь и январь предшествующего года (*r*=0,5÷0,6 при σ_r≈0,15).

4. Наконец, четвертый принцип, использованный при подготовке предикторов, состоял в учете статистических характеристик неоднородности процессов внутри месяца. Он выразился в том, что в число предикторов была включена дисперсия давления, геопотенциала AT_{500} и средней суточной температуры за каждый конкретный месяц.

Следует отметить, что дисперсия указанных элементов рассчитана не совсем строго. По техническим причинам исходные данные по средней суточной температуре, срочному давлению и геопотенциалу AT₅₀₀ взяты не за все дни месяца, а только за 10—11 дней с интервалом в 2—3 дня. Для каждого дня получены коэффициенты разложения, по которым рассчитывалась средняя и дисперсия за отдельный месяц. Эти средние и дисперсии отличаются от истинных, так как вычисляются по данным только 10—11, а не всех дней месяца. Тем не менее можно полагать, что использованные в прогнозе средние и дисперсии не очень отличаются от истинных значений. Поскольку данные по указанным элементам выбирались с интервалом в 2—3 дня и поскольку значения метеорологических элементов соседних дней тесно друг с другом коррелируют, можно ожидать, что дополнение исходных данных за остальные дни месяца не внесет кардинальных изменений в рассчитываемые величины.

Следует сделать еще несколько общих замечаний об исходном материале, использованном в качестве предикторов.

В настоящее время собран архив исходных данных за 34 года, с 1946 по 1968 г. подряд, а из более ранних лет подобраны наиболее аномальные годы в отношении прогнозируемых величин: 1899, 1920, 1921, 1928 и 1932—1938. Архив исходных данных постоянно пополняется за счет текущих лет.

Предельный период в 34 года достигнут далеко не для всех предикторов. Во всех случаях, за исключением среднего месячного давления, это произошло по объективным причинам. Одна из них связана с особенностями разложения полей метеорологических элементов по естественным ортогональным функциям. Дело в том, что метод разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям требует наличия исходных данных во всех точках рассматриваемого поля. Если е было возможности восстановить значение элемента хотя бы в одной очке, все поле автоматически исключалось из рассмотрения. Это жестюе ограничение затрудняло задачу выбора сети станций, которая должна быть достаточно густой и сравнительно равномерно располагаться по ерритории. Чтобы обеспечить выбранную плотность станций, приходинось укорачивать ряд. Большие трудности, например, возникли при сборе исходных данных по декадным осадкам для первого района и особенно для второго, где длина ряда составила всего 23 года.

Вторая причина, из-за которой ряды оказались короткими, заключается в отсутствии необходимых материалов наблюдений. Так оказались неполными ряды ледовитости арктических морей, систематические сведения о которой существуют лишь с 1934 г. Далеки от предельного периода ряды геопотенциала АТ₅₀₀ (всего 18 лет). так как достаточно густая сеть пунктов температурно-ветрового зондирования более или менее стабилизировалась лишь в 1950–1951 гг.

Из-за слишком короткого ряда пришлось временно отказаться от использования поля относительной влажности на уровне 850 мб (13 лет) Рассмотренная первоначально в качестве предикторов поглощенная радиация также была впоследствии исключена вследствие малого объема статистической выборки.

Известно, что прогностическая значимость предикторов с короткими рядами много меньше, чем с длинными, в силу неустойчивости статистических связей. Даже ряд за 34 года не всегда достаточно длинен с точки зрения статистики. Тем более это относится к 18-летним рядам. Поэтому, несмотря на хорошие прогностические зависимости температуры и осадков от значений геопотенциала AT₅₀₀, последние нередко уступали свое место другим предикторам с более длинными рядами.

Очень коротко о горизонтальных масштабах метеорологических полей, подвергнутых разложению по естественным ортогональным функциям.

Первоначально предполагалось собрать исходные данные для наиболее важных метеорологических элементов по всему северному полушарию. Однако это оказалось слишлом трудной задачей. Сведения по всему северному полушарию были собраны лишь для срочных данных по наземному давлению, геопотенциалу АТ₅₀₀ и средней месячной температуре. Для облегчения техники вычислений исходные данные по этим элементам обрабатывались не для всего северного полушария, а для трех его секторов: Атлантико-Европейского (сектора 1), Американского (сектора II) и Азиатского (сектора вычислялась не только для секторов, но и для всего северного полушария в целом [7].

При сборе данных о геопотенциале AT_{500} и наземном давлении границы секторов приняты в следующих диапазонах широт (φ) и долгот (λ):

Cei	(TC	pp	•		•	•			•		•	•	I	II		111
φ°	•					•	•.			÷		•	85 — 35 C	82—20 C		80–20 C
λ°		•	•	•	•	•	•	•		•			40 3—90 B	170 3—35 3	9	0 [°] B—1703

По средней месячной температуре границы секторов чуть варьируют, но в общем охватывают те же территории [7].

По другим метеорологическим элементам (осадкам, облачности, средней суточной температуре) удалось собрать данные только для отдельных участков северного полушария, главным образом для территории сектора 1 (см. табл. 1 приложения). Детальнее других представлены исходные данные по осадкам. Осадки тех областей, для которых да-

вался прогноз, рассматривались также в качестве предикторов. Числ точек, в которых задавались поля предикторов, было различных (см. табл. 2 приложения). Это определялось с одной стороны возмож ностями ЭВМ «Урал-4» и составленной программой расчета, а с дру гой — наличием достаточно длинных рядов наблюдений, о чем говори лось выше.

Использованная для разложения программа позволяла рассчитыват матрицы не выше 33-го порядка, т. е. задавать значения метеорологиче ского элемента не более чем в 33 точках. Максимальное число точек (33) было взято лишь при разложении средней месячной температуры над северным полушарием. Для средней суточной температуры сектора I взяты значения температуры в 30 точках. Для характеристики полей других метеоэлементов секторов I, II и И1 использовалось от 24 до 28 точек. Для территории районов I и II выбрано соответственно 19 и 15 точек. Бо́льшую плотность станций для этих районов получить не удалось.

Наконец о периоде осреднения исходных данных. В качестве предикторов использованы исходные данные с периодами осреднения от декады до месяца и целого сезона. Это позволяет удовлетворить требованию, чтобы предикторы содержали информацию о крупномасштабных атмосферных процессах. Проведенные разработки показали, что поля естественных функций мало зависят от периода осреднения. Например, поля естественных функций суммарных осадков и поля декадных осадков, как показано в [12], очень близки. Такие же результаты получились при сравнении полей естественных ортогональных функций средней суточной и средней месячной температуры. Поэтому использование первых естественных функций, полученных по данным с разным периодом осреднения, не вызывает серьезных возражений с точки зрения их крупномасштабности.

Ниже приводятся некоторые пояснения к использованным в прогнозе предикторам.

Характеристики осадков составляют 25% общего числа предикторов. В подготовке исходных данных большое участие принимали О. М. Челпанова, Н. И. Ефремова, К. В. Леднева. Результаты разложения обобщены И. Е. Чувашиной и Н. И. Яковлевой [12].

С 1965 г. методика разложения полей осадков все время совершенствовалась. В первом варианте разложение было сделано для исходных данных, не деленных на норму, что приводило к искусственному завышению вклада отдельных станций с большими значениями дисперсии в общую информацию о поле [12]. Поэтому был сделан переход к расчету деленных на норму исходных данных. Это выравнило поле дисперсий и позволило выявить пространственные корреляционные связи осадков над более обширной по площади областью.

Для прогностических целей важно знать количество осадков, выпавших за осенне-зимний период. Поэтому в качестве предикторов были рассмотрены суммарные осадки на тех же трех территориях. Эти суммарные осадки за четыре месяца (ноябрь — февраль) и пять месяцев (ноябрь — март) были подвергнуты разложению по естественным ортогональным функциям.

Данные по давлению и геопотенциалу АТ₅₀₀ собраны, проанализированы и разложены в ряды по естественным ортогональным функциям под руководством Н. И. Яковлевой. Исходные данные по этим элементам снимались с синоптических карт за утренний срок (03 и 06 час.), чтобы исключить влияние суточного хода.

Разложение сделано для каждого месяца отдельно на основании выборок, содержащих более 300 случаев. О методике расчетов и основ-

ых результатах разложения можно судить по ранее выполненным раотам [17, 18].

Ледовитость (отношение плошади, занятой льдом, ко всей плоцади моря). Исходные данные подготовлены Л. Р. Дмитриевой-Арраго. Большую помощь ей оказали сотрудники ААНИИ Т. Н. Москаль, В. В. Санцевич и сотрудник ЛОГОИН В. П. Хрол.

Первоначально предполагалось в качестве предикторов использовать коэффициенты как пространственного (горизонтального), так и временного разложения ледовитости арктических морей.

Для пространственного разложения были взяты данные о ледовитости четырех морей: Баренцева, Карского, Восточно-Сибирского и моря Лаптевых, т. е. ледовитость советского сектора Арктики задавалась всего лишь четырьмя значениями. При этом существенного выигрыша в смысле уменьшения объема информации получить не удается. Объем информации при пространственном разложении ледовитости северных морей уменьшается только вдвое, а не в 5—6 раз, как это имеет место при разложении полей других метеорологических элементов (давление, облачность, температура). Кроме того, каждое значение ледовитости, характеризует район достаточно большого масштаба. По этим причинам представляется целесообразным использовать в качестве предикторов не коэффициенты пространственного разложения, а просто исходные данные по ледовитости.

Несколько больший выигрыш в смысле сокращения объема исходных данных получается при использовании коэффициентов временно́го разложения (матрицы пятого — двенадцатого порядка). Особенности и преимущества временно́го разложения рассмотрены в работе [9], где, в частности, показано, что коэффициенты временно́го разложения ледовитости тесно связаны с ледовитостью в месяцы с максимальной дисперсией. Тем не менее коэффициенты временно́го разложения ледовитости в целях эксперимента включены в состав предикторов наряду с исходными значениями этого элемента (см. табл. 1 приложения). Отметим, что ледовитость является единственной группой предикторов, для которой сделано разложение по времени.

По всем другим элементам использованы параметры горизонтального разложения.

Для характеристики ледовитости было использовано ее значение за вторую декаду каждого месяца. Ледовитость соседних декад (первой и третьей) тесно связана с ледовитостью второй декады и поэтому в прогноз не включена.

Не включены в состав предикторов также месяцы со сплошным ледовым покровом. Поэтому данные по ледовитости Карского моря ограничены семью месяцами, данные по ледовитости моря Лаптевых—шестью, по ледовитости Восточно-Сибирского моря—пятью. Только ледовитость незамерзающего Баренцева моря использована за все 12 месяцев.

Температура. Исходные данные по средней суточной и средней декадной температуре собраны группой сотрудников под руководством В. Я. Шаровой и А. Д. Гедеонова. По станциям СССР источником служили таблицы ТМ-1, по зарубежным странам — иностранные метеорологические ежегодники.

Средняя месячная температура выписывалась из таблиц, составленных для издания карт аномалий температуры северного полушария [5]. Недостающие данные интерполировались по соответствующим картам.

Результаты разложения средней месячной и средней суточной температуры представлены в работах [9, 8], поэтому нет необходимости останавливаться на них подробнее. Облачность. Выборка данных по облачности сделана под рук водством О. М. Челпановой. Данные по общей облачности выписывалис за дневные сроки: для территории СССР за 13 час. или ближайщий сро для зарубежных стран за 14—15 час., когда эти наблюдения прово дятся.

Число дней с формами циркуляции Г. Я. Вангенгей ма выписаны из соответствующего каталога [6]. В прогноз включен число дней с формой циркуляции С и разность числа дней с формам циркуляции Е и W, что равносильно использованию всех трех форм цир куляции по Г. Я. Вангенгейму.

В качестве предикторов вощли многолетние ряды форм циркуляции как текущего года, так и двух предшествующих лет.

Для прогноза использовано также изменение теплосодержания верх него стометрового слоя воды по данным соседних месяцев для квадра тов L и D (по Смеду) в Северной Атлантике [20]. Из-за пропусков наблюдений в прогноз вошли данные не за все месяцы года, а лишь за зимние месяцы (октябрь— март).

Расчет изменения теплосодержания сделан Л. А. Строкиной по разработанному ею методу [10, 11]. Исходными данными служили наблюдения за температурой поверхности воды, любезно предоставленные сотрудницей ГМЦ Н. А. Севалкиной.

Положение границы снежного покрова. Выборка исходных данных и дальнейшая их обработка сделана В. Б. Афанасьевой. В связи с тем, что положение границы снежного покрова в Западной Европе близко к меридиональному направлению, а на территории ЕТС и Западной Сибири к зональному, в этих двух районах используются разные характеристики границы снежного покрова. В первом районе (Западная Европа) зона неустойчивого снежного покрова характеризовалась числом дней с наличием снежного покрова за декаду.

Во втором районе (ЕТС и Западная Сибирь) положение границы снежного покрова, в качестве которой взята изолиния «5 дней со снегом», характеризовалось значениями широт, на которых изолиния «5 дней со снегом» пересекала некоторые долготы (35—70° в. д.).

Для каждой территории разложение сделано независимо, причем для Западной Европы используются данные за февраль, а для ETC — за март в соответствии с периодами резкого изменения границы снежного покрова.

Результаты разложения представлены в работе [1]. Однако для прогноза границы снежного покрова на ЕТС снимались не в 12 точках, как это было сделано в работе [1], а в восьми. Эти изменения внесены потому, что для некоторых долгот (35, 75—85°) положение границы снежного покрова определяется не очень четко.

Как уже отмечалось, долгосрочный физико-статистический прогноз составлялся для двух элементов: осадков и температуры, которые также были представлены в виде параметров разложения (см. табл. 2 приложения). Первый прогноз был дан в 1965 г. Были рассчитаны аномалии средней декадной температуры за май и июнь, а также аномалии декадных сумм осадков за те же месяцы по данным отдельных станций. Средние месячные аномалии температуры получались путем осреднения средних декадных аномалий температуры. Месячные аномалии осадков складывались из сумм декадных аномалий осадков. Сеть станций, для которых давался прогноз температуры (и осадков в 1965 г.), представлена на рис. 1 и в табл. 3 приложения.

В последующие годы представление прогнозируемых полей средней декадной температуры почти не изменилось. Как и в 1965 г., предсказы-

ваются два первых коэффициента средней декадной температуры, содержащие около 80% общей информации о поле.

Представление прогнозируемых полей осадков в настоящее время стало существенно иным. Уже в 1966 г. сделан переход от прогноза осадков на станциях к прогнозу среднего месячного количества осадков по районам.

В качестве районов были приняты, по предложению одного из авторов, административные области основной земледельческой зоны.



Рис. 1. Сеть станций, для которых составлялся прогноз температуры. 1 — район I, 2 — район II.

Первоначально был собран материал для 62 административных областей района I и для 15 областей района II. Из них по техническим причинам для района I были использованы данные только 33 областей. В 1968 г. число областей в районе II было увеличено до 24. Это увеличение произошло как за счет добавления новых районов (Челябинская обл., Башкирская АССР), так и за счет деления некоторых административных областей на две или даже три самостоятельные области. Последнее проведено в тех случаях, когда физико-географические условия административной области оказывались очень неоднородными. Список районов, для которых составлялся прогноз осадков в 1968 г., дан в табл. 4 и 5 приложения, положение их на карте приведено на рис. 2.

Подбор исходного материала и все методические проработки «районных» осадков сделаны Н. И. Ефремовой. Результаты ее работы будут опубликованы особо. Поэтому в этой статье даны лишь некоторые пояснения. Значения районных осадков для каждой области получались в результате осреднения значений осадков нескольких (от 2 до 22) станций этой области. Оптимальная плотность сети выбиралась из условия, чтобы коэффициент корреляции между месячными районными осадками соседних областей был около 0,7. Выполнения этого условия удалось достичь не везде. Из-за редкой сети и большой изменчивости осадков в Нижнем Поволжье и Казахстане плотность сети оказалась несколько меньше



Рис. 2. Районы, для которых составлялся прогноз осадков. 1 – район I, 2 – район II.

оптимальной. Н. И. Ефремова убедительно показала преимущества применения районных осадков по сравнению с осадками на отдельных станциях. Эти преимущества сводятся прежде всего к уменьшению изменчивости районных осадков во времени и пространстве по сравнению с «точечными» осадками. Переход к районным осадкам сопровождается также увеличением радиуса корреляции осадков, т. е. позволяет выявить относительно крупномасштабные пространственные связи этого элемента. Весьма существенно, что кривые распределения районных осадков ближе к нормальным, что дает право с большей уверенностью применять различные статистические методы при исследовании районных осадков.

Однако есть и теневые стороны замены точечных осадков районными. Главная из них состоит в невозможности получить достаточно длинный ряд таких характеристик. В 1968 г. в прогноз были включены районные осадки с 1946 г., т. е. за 22 года. При этом пришлось использовать данные около 700 станций. В предвоенные годы, не говоря уже о первой четверти этого столетия, сеть станций была реже. Поэтому увеличить ряд район

ых осадков за счет более ранних лет прямым путем очень трудно, косенные же расчеты всегда вносят погрешность.

В 1968 г. прогнозировалось три коэффициента разложения полей зайонных осадков по району I (60% общей информации) и четыре коэфрициента разложения полей районных осадков по району II (67% общей нформации о поле).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Афанасьева В. Б., Есакова Н. П., Титов В. М. Статистическое описание полей снежного покрова методом разложения по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
- 2. Багров Н. А. О некоторых особенностях корреляционного анализа и их применении к прогнозам погоды. Метеорология и гидрология, № 1, 1968.
- 3. Визе В. Ю. Льды в Баренцевом море и температура воздуха в Европе. Изв. центрального гидрометбюро, вып. III, Л., 1924.
- 4. Дюбюк А. Ф. Учет в прогнозе барического поля данных двух сроков. Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
- 5. Карты отклонений температуры воздуха от многолетних средних северного полушария. Изд. ГГО, Л., 1962.
- 6. Каталог макросиноптических процессов по классификации Г. Я. Вангенгейма. 1891-1962 гг. ААНИИ, Л., 1964. 7. Мещерская А. В., Клюквин Л. Н. О разложении полей аномалий средней
- месячной температуры по естественным ортогональным функциям. Τρ. ΓΓΟ, вып. 201, 1968.
- 8. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Разложение полей средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям с уче-
- том годового хода температуры. См. наст. сб. 9. Мещерская А. В., Дмитриева-Арраго Л. Р. Разложение годового хода ледовитости северных морей по естественным ортогональным функциям времени. Метеорология и гидрология, № 10, 1968.
- 10. Строкина Л. А. Определение изменения теплосодержания океана. Тр. ГГО, вып. 209, 1967.
- 11. Строкина Л. А. Изменение теплосодержания Северной Атлантики за последние 60 лет. Тр. ГГО, вып. 233, 1968.
- 12. Чувашина И. Е., Яковлева Н. И. Анализ полей декадных сумм осадков с помощью метода разложения полей на естественные составляющие. См. наст. сб.
- 13. Ю дин М. И. Физико-статистические методы прогноза погоды и возможности их внедрения. Метеорология и гидрология, № 11, 1967.
- 14. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочного прогноза погоды. Гидрометеоиздат, Л., 1968.
- 15. Юдин М. И. О принципиальных волросах физико-статистической методики долгосрочных прогнозов погоды большой заблаговременности. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
- 16. Ю дин М. И. Об изучении факторов, обусловливающих нестационарность общей циркуляции атмосферы. Тр. международного симпозиума по динамике крупно-масштабных атмосферных процессов. Москва, 23—30 июня 1965 г. Изд. «Наука», 1967.
- 17. Яковлева Н. И., Мещерская А. В., Кудашкин Г. Д. Исследование полей давления (геопотенциала) методом разложения по естественным составляющим. Тр. ГГО, вып. 165, 1964. 18. Яковлева Н. И., Чувашина И. Е., Леднева К. В. Статистическое описа-
- ние полей давления (геопотенциала) над Азиатско-Тихоокеанским сектором с по-
- ине полеч давления (теоненциала) над наятское плооканским сектором спо-мощью естественных функций. Тр. ГГО, вып. 201, 1968. 19. Koo Chen-chao. On the Equivalency of Formulations of Weather Forecasting as an Initial Problem and as an "evolution" problem. Rossby Memorial Volume, N. Y., 1959.
- S med J. Monthly Anomalies of the Surface Temperature in Areas of the Northern North Atlantic in 1951-1961. Annales Biologiques, vol. VIII-XX, Copenhague,

4

ť

55

ź,

-
-2
-
10
r

ПРИЛОЖЕНИЕ Таблица 1

Сводка исходных даиных, использованных для прогноза

Элемент	Период осреднения	Территория	Месяц	Годы	Число	Характеристика данных, вошедших в прогноз
			Предикторы			
Давление	Cpok 93	Сектор I	I—III текущего года	1899, 1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1946—1968	34	Средние и дисперсии ко- эффициентов разложе- ния за 10 дней месяца
Давление	То же	Сектор II	То же	1899, 1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1948—1968	32	То же
Давление	â	Сектор III		1899, 1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1949—1968	30	
Давление	Среднее месяч- ное	Сектор I	II текущего года; II, VI—XII прошлого года	1948—1968	21	Коэффициенты разложе- ния за 10 дней месяца
AT_{500}	Срок 03	То же	I, II текущего года	19511968	18	Средние и дисперсии ко- эффициентов разложе- ния за 10 дней месяца
AT 500	То же	Сектор II	То же	19511968	18	То же
AT_{500}	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Cekrop III		1951—1968	18	1
Температура	Средняя суточ- ная	Сектор I	I-III текущего года	1932—1938, 1947—1968	29	3
Температура	Средняя месяч- ная	Северное полу- шарие	I—11 текущего года	1920—1921, 1928, 1932—1938, 1946—1968	ŝ	Коэффициенты разложе- ния за месяц
			the second s	and a construction of the second seco		

-	-		a financia de la companya de la construcción de la companya de la companya de la construcción de la construcción				
Температура	То же	Сектор I	І текущего года	1920, 1921, 1928, 1952—1938, 1946—1968	ŝ	То же	ſ
Температура	R	Сектор II	То же	1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1946—1968	33		
Температура	3	Сектор III	Ē	1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1946—1968	33	Ē	
Осадки	Декадные	Сектор I	XI—XII прошлого года I—III текущего года	1921, 1928, 1932—1938 1946—1968	58	Коэффициенты разложе- ния за декаду	
Осадии	То же	Район I	То же	1946—1968	23	То же	
Осадки	â	Район II	3	1946—1968	23		
Осадки	За зимний пе- риод	Сектор I	XI—II и XI—III	1946—1968	23	Коэффициенты разложе- ния за весь период	
Осадки	То же	Район I	То же	1946-1968	23	То же	
Осадки	2	Район II	\$	1946-1968	23		
Общая облачность	Средняя декад- ная	Сектор I	I—III текущего года	1928, 1932—1938, 1946—1968	31	Коэффициенты разложе- ния за декаду	
Ледовитость	Во второй дека- де каждого месяца	Баренцево море	I—XII текущего, прошло- го и позапрошлого годов	1935—1938, 1946—1968	27	Коэффициенты разложе- ния за вторую декаду и исходные данные о ле- довитости	
Ледовитость	То же	Карское море	V—XI прошлого и поза- прошлого годов	1936—1938, 1946—1968	26	То же	
Ледовитость	£	Море Лаптевых	V—Х прошлого и поза- прошлого годов	1936—19 3 8, 1946—1968	30		
Ледовитость	ŝ	Восточно-Сибир- ское море	VIХ прошлого и поза- прошлосо годов	1935—1938, 1946—1968	31		

	:					Продолжение	табл. І
Элемент	Период о среднения	Территория	Месяц	Годы	Число лет	Характеристика , вошедших в пр	цанных, Югноз
ница снежного окрова	В каждой дека- де месяца	ETC	III текущего года	1940—1968	20	Коэффициенты ния за декаду	разложе-
сло дней со нежным по- ровом	За декалу	Западная Европа	II текущего года	1949—1968	20	To же	
илосодержание Атлантики	Разность значе- ний соседних месяцев	Области D, Z	X—XI, XI—XII, XII—I про- шлого года, 1—II, I1—III текущего года	1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1947—1968	32	Исходные данные	
лю ло дней с фор- ами циркуля- ии Вангенгей- а (С, Е и W)	3a mecsu	Сектор 1	IIII текущего года, IXII прошлого и по- запрошлого годов	1899, 1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1946—1968	34	То же	
Kar.		-	Предиктанты		_		*
адки "район- ње"	Сумма за месяц	Район I	V, VI, VII rekymero roga	1946—1968	23	Коэффициенты ния за месяц	разложе-
адки "район- ые"	То же	Район II	То же	1946—1968	23	То же	
мпература	Средняя декад- ная	Район I	V, VI текущего года	$1920, 1921, 1946 - \\1968, 1932 - 1938$	32	Коэффициенты ния за декаду	разложе-
инература	То же	Район II	То же	1932, 19 3 4—1938, 1946—1968	29	То же	
вление	Среднее декад- ное	Район I	Ŗ	19481968	21	â	
вление	То же	Район II	â	1948—1968	21	Ł	
1							
			and the state of t	the second se			

	Некоторые харак	теристики полей	естественных функи	ий, использ	OBAHHEIC B	рогио	se		ж. н.	
gaar burt of ar se give see	Период	Ę		Число	Число па- раметров разложе-	Вкладн	(%) P	членов	разлон	кения
OUCHCHI	осреднения	территория 1	месяц	точек поля	ния, исполь- зованных в прогнозе	l-ro	2-ro	3-ro	4-ro	5-ro
			Предикторы			nt jan			-	
Давление	Срочное	Сектор I	1	26	5	20,3	18,6	16,0	9,8	6,0
	•		II	26	2	22,8	18,4	15,1	9,3	6,1
			III	26	ŝ	21,2	15,0	12,6	11,9	6,2
Давление	Тоже	Сектор II	I	26	4	20,9	15,7	9,2	7,3	
			II	26	4	21,4	13,2	10,4	8,6	
			IN	26	4	23,6	12;4	9,4	8,3	
Данление		Сектор III	1	24	4	22,6	15,9	12,1	8,6	
-			II	24	4	25,8	15,0	11,3	8,4	
	-		III	24	4	23,0	14,8	10,9	6'1	
Давление	Среднее месячное	Сектор I	X, XI, XII	26	4	21,8	14,4	11,0	8,9	
AT 500	Срок 03	То же	Ι	26	<u>ى</u>	19,0	14,4	12,5	10,9	81
		-	II	26	S	19,3	16,4	12,4	10,8	6,7
AT 500	То же	Сектор II		25	4	22,2	16,5	11,0	8,9	
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	· · ·	-	II	25	4	23,6	14,6	11,7	9,8	
$AT_{500}$		Сектор III	l	24	4	21,0	15,0	12,7	8,5	
:			II	24	4	20,4	15,5	11,1	9,7	-
Температура	Средняя суточная	Сектор I	I	30	4	27,0	12,5	10,5	8,5	
			II	30	4	27,0	14.0	10,0	0'6	 
			III	30	4	30,0	13,5	9,5	7,5	

Продолжение табл 2.

	Период		W	Число	Число па- раметров разложе-	Вкладі	(%) is	членов	разлон	кения
CACACHI	осреднения	кидотидат	месин	точек поля	ния, исполь- зованных в прогнозе	1-ro	2-ro	3-ro	4-ro	5-ro
Температура	Средняя месячная	Северное полу- шарие	1, 11	33	4	18,0	14,0	12,0	10,0	
Температура	То же	Сектор I		26	4	32,0	24,0	12,0	7,0	
Температура	R	Сектор II		26	4	31,0	21,0	13,0	8,0	•• •
Температура		Сектор III		26	4	36,0	18,0	15,0	0'2	
Осадки1	Декадные	Сектор I	XI, XII	26	5	14,6	12,4		-	
				26	5	13,3	10,4		•	
Осадки1	То же	I район	XI, XII	19	က	30,8	16,9	12,1		
			Ì–III	19	ന	32,5	13,4	9,1		
Осадки1	ŝ	II район	X—XII	15	က	31,9	12,2	8,6		
				15	en 1	31,9	13,9	10,1		
Осадки	За зимний период	Сектор І	II—IX	26	ę	30,0	15,8	13,8		
			XI—III	26	ŝ	34,0	17,2	13,7		
Осадки	За зимний период	І район	II—IX	61	2	50,0	12,5			
			III—IX	19	ന	47,0	11,5	9'6		
Осадки	То же	II район	II—IX	15	5	40,0	15,5			
		- - -	XI—III	15	ę	40,4	16,2	12,9		
Общая облачность	Средняя декадная	Сектор I	111-11	28	4	14,2	11,7	1'6	6,6	
Ледовитость	Во второй декаде	Баренцево море	VII-XII прошлого	80	3	73,5	13,5			
	NAMAUU MCLAUA		mero roga		-			<u>'</u>		•

- 12 2 66,0 14,0	7 2 73,5 15,5	- 7 2 73,5 15,5	(a 6 2 71,0 14,0	o 6 2 71,0 14,0	5 2 74,0 16,0	- 5 2 74,0 16,0	8 2 50, <b>4</b> 21,8	23 2 49,3 9,7		33 3 31,1 15,9 13,4	24         4         33,6         14,8         10,3         8,3	19         2         61.0         21.7	15 2 62,8 17,1	19 2 65,5 15,9	
VII-XII поз лого года, прошлого г	кое море V—XI прошл года	V—ХІ позапі го года	е Лаптевых V-Х прошло	V—X позапро года	очно-Сибир- VI-X прошл ое море года	VI—Х позапр го года	· · · · ·	дная Европа	Предиктан	йон V—VII	йон V—VII	йон V, VI	йон V, VI	йон V, VI	د ۲۲ ۲۲
	To же Kapc	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	" Mope		* Bocri		ETC	За докаду Запа,		Сумма за месян   I ра	То же II ра	Средняя декадная I ра	To же II ра	Среднее декадное 1 ра	:
	Ледовитость		Ледовитость		<b>Ледо</b> витость		Граиица снежного покрова	Число дней со снеж- ным покровом		Осадки ¹ "районные"	Осадки ¹ "районные"	Темиература	Температура	Давление	. ,

¹ Результаты разложения полей осадков ириведены для иоследнего варианта расчета, где в качестве исходных данных взяты гипер-болические тангенсы от величин осадков.

# Таблица

Таблица 4

Список станций, для которых составл	ялся прогноз температуры
Район I	Район 11
1. Москва	1. Свердловск
2. Малый Узень	2. Аральское Море
3. Казань	3. Омск
4. Киев	4. Бахты
5. Одесса	5. Кустанай
6. Симферополь	6. Иргиз
7. Ростов	7. Карсакпай
8. Пятигорск	8. Целиноград
9. Харьков	9. Кокчетав
10. Конь-Колодезь	10. Караганда
11. Октябрьский Городок	11. Павлодар
12. Астрахань	12. Барнаул
13. Селивановское	13. Кзыл-Орда
14. Эльтон	14. Гурьев
15. Синельниково	15. Темир
16. Брянск	
17. Безенчук	
18. Вильнюс	

19. Оренбург

	V	VI	VII		V	VI	VII
1. Винницкая обл	5 <b>4,6</b>	69,5	73,6	18. Калининская обл.	51,7	67,6	76,1
2. Днепропетровская	10.0	40.0	10.0	19. Калужская обл	54,3	62,6	79,2
обл	40,0	49,3	46,9	20. Рязанская обл	48,0	47,9	71,3
3. Донецкая обл	41,8	47,8	49,3	21. Астраханская обл.	19,5	19,2	18,2
4. Кировоградская обл.	48,6	64,4	54,6	22. Волгоградская обл.	31,9	29,8	31,3
5. Одесская обл.	40.8	56.9	44.6	23. Калмыцкая АССР	32,3	35,7	32,3
6. Ровенская обл	51,5	66,6	75,1	24. Краснодарский край	53 7	66.3	51.8
7. Сумская обл	45,4	60,3	66,3	25 Ростовская обл	37.5	45.8	40.7
8. Черкасская обл.	45,3	68,4	55,1	26. Ставропольский	01,0	40,0	40,7
9. Молдавская ССР	50,1	78,9	60,1	край	49,7	70,1	56,4
10. Белгородская обл.	46,2	47,6	58,5	27. Горьковская обл.	43,8	53,9	73,7
11. Воронежская обл.	44,0	44,0	53,4	28. Костромская обл.	.51,2	65,0	75,0
12. Липецкая обл	48,2	50,4	59,4	29. Чувашская АССР	40,8	49,5	76,6
13. Брестская обл	52,1	65,4	68,2	30. Куйбышевская			
14. Витебская обл	54,7	64,4	74,6	обл	37,0	38,2	53,5
15. Гомельская обл.	48,1	65,3	71,9	31. Пензенская обл.	49,5	43,5	61,0
16. Минская обл	56,4	69,6	70,0	32. Саратовская обл	35,4	30,2	40,3
17. Владимирская обл.	50,9	54,1	79,9	33. Татарская АССР	38,5	45,4	61,4

Средние значения районных осадков с 1946 по 1967 г. Район I

Таблица Б

Средние значения районных осадког	в с 1946 по	1967 г. Район	нИ
	V	VI	VII
1. Пермская обл. Юг	47,2	56,9	69,5
2. Средне-Уральский горный р-н А (юг Перм- ской и Свердловской обл.)	49,1	66,6	83,5
3. Свердловская обл. Юг	37,0	53,4	77,4
4. Башкирская АССР. Север	38,0	44,6	55,5
5. Средне-Уральский горный р-н Б (север Башкирской АССР и Челябинской обл.).	51,4	67,7	85,9
6. Челябинская обл. Север	39,1	55,3	82,7
7. Курганская обл	28,6	42,7	63,0
8. Башкирская АССР. Юг	42,6	44,0	62,2
9. Южно-Уральский горный район (юг Челя- бинской обл. и Башкирской АССР)	37,2	46,3	63,0
10. Челябинская обл. Юг	32,6	49,6	66,1
11. Оренбургская обл. Запад	32,8	33,4	43,0
12. Оренбургская обл. Восток	33,0	37,6	44,9
13. Уральская обл. Север	23,1	23,7	27,3
14. Уральская обл. Юг	17,0	21,2	20,0
15. Гурьевская обл. Север	17,6	18,9	17,2
16. Актюбинская обл. Север	26,5	27,5	28,8
17. Кустанайская обл. Восток	26,1	39,0	47,5
18. Северо-Казахстанская обл	26,1	43,7	60,0
19. Кокчетавская обл	27,6	41,8	64,9
20. Целиноградская обл	26,0	39,3	49,5
21. Павлодарская обл	20,6	41,6	50,1
22. Карагандинская обл	31,6	42,4	43,4
23. Семипалатинская обл. Север	22,4	33,1	34,2
24. Семипалатинская обл. Центр	35,7	40,6	45,7

#### Н. П. ЕСАКОВА, В. Б. АФАНАСЬЕВА, В. М. ТИТОВ.

## О ВЛИЯНИИ СНЕЖНОГО ПОКРОВА И ОБЛАЧНОСТИ НА АНОМАЛИИ СРЕДНЕДЕКАДНЫХ ТЕМПЕРАТУР

Многочисленными исследованиями установлено, что для успешного развития долгосрочных прогнозов недостаточно учитывать только циркуляционные факторы, а необходимо учитывать процессы тепла и влагообмена, тесно связаные с состоянием подстилающей поверхности.

В наших исследованиях при разработке статистической схемы прогноза среднедекадных температур используются как циркуляционные факторы, так и характеристики тепло- и влагообмена [1]. Кроме того, учитывается состояние подстилающей поверхности. Для характеристики состояния атмосферной циркуляции используются: зональный индекс  $I_3$ , используемый в работах Е. Н. Блиновой, меридиональный индекс  $I_{\rm M}$ , введенный М. И. Юдиным и А. Н. Рождественским, и гидродинамический индекс  $I_1$ , пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому контуру.

Циркуляция скорости вычислялась по декадным картам давления, построенным в отделе динамической метеорологии Главной геофизической обсерватории.

Приведем формулы для вычисления зональной и меридиональной составляющих циркуляции скорости:

$$\Gamma_3 = \int_{ijm}^{ij} v_{\psi_{ij}} \sin \theta_i \, d \, \psi,$$

$$\Gamma_{\rm M} = \int_{i-p,\,i}^{i+p,\,j} v_{\theta_{ij}} a_0 d\,\theta,$$

где  $v_{\psi_{ij}}$ ,  $v_{\theta_{ij}}$  — соответственно зональная и меридиональная составляющие скорости геострофического ветра в узлах сетки; *i* и *j* — номера узлов сетки.

Из циркуляционных характеристик значения зонального индекса были любезно предоставлены сотрудниками ГМЦ, остальные индексы вычислялись нами. Для прогноза крайне важно учесть такие факторы, как облачность, радиационные потоки, распределение снежного покрова и ледовитость. В настоящее время накоплен большой материал наблюдений, который изволил построить средние многолетние карты таких характеристик, как облачность, радиационный баланс. Кроме того, построены карты распределения снежного покрова и ледовитости. Нам нужно было отыскать способ охарактеризовать аномалии облачности, снежного покрова, ледовитости и радиационных потоков. Была разработана методика и построены среднедекадные карты указанных характеристик для отдельных месяцев за период 1949—1965 гг. [2].

Как известно, статистический прогноз основан на том, что прогнозируемое значение метеорологического элемента в будущем ищется в виде линейной комбинации известных значений некоторых других элементов в настоящем:

 $x_n = \sum_{k=1}^n a_k x_k,$ 

где  $x_n$  — прогнозируемое значение,  $x_h$  — известное значение,  $a_h$  — коэффициент.

Нами были выделены лищь те предсказатели, которые дают достаточно надежные корреляционные связи. Было установлено семь предсказателей для прогноза среднедекадной температуры.

Коэффициенты эмпирических функций влияния определялись по способу наименьших квадратов. Все вычисления проводились для ЕТС и Западной Сибири. Рассматривалась четырехугольная прогностическая сетка с шагом по широте 3°, а по долготе 5°.

Коэффициенты *а*_k вычислялись за 16 лет (1949—1965). Прогноз среднедекадных температур составлялся для осенних и весенних месяцев. Все расчеты производились на ЭВМ «Урал-4».

Рассмотрим распределение эмпирических функций влияния по территории. Для этого строились специальные карты. На рис. 1 *а* представлено поле коэффициентов, обусловленных влиянием ледовитости.

Производя анализ карты можно сказать, что поле коэффициентов, обусловленных влиянием ледовитости, весьма неоднородное, а сами величины довольно маленькие. Почти все поле отрицательное, только в восточной части территории имеются довольно большие положительные величины. Поле коэффициентов, обусловленных влиянием снежного покрова (рис. 1 б), более равномерно, а сами величины заначительно больше, все поле положительно.

Наибольшие величины наблюдаются в Западной Сибири, там снежный покров значительно дольше находится по времени, следовательно, и влияние его больше.

Поле коэффициентов, обусловленных влиянием меридионального индекса (рис. 2 *a*), почти все положительно, имеется только небольшая отрицательная область на юго-востоке, сами величины маленькие.

Влияние зонального индекса (рис. 2 б) у нас получилось довольно слабое, а поле значений очень неоднородное.

Влияние циркуляции скорости по замкнутому контуру (рис. 3 *a*) оказалось значительно больше, чем влияние зонального индекса, поле довольно однородное, вся территория оказалась разделенной на две области: на севере — отрицательные величины, на юге — положительные.

Влияние облачности получилось довольно значительное (рис. 3 б). Наибольшие величины коэффициентов — на севере области.

5 744



Рис. 1. Карты географического распределения коэффициентов,



Рис. 2. Карты географического распределения коэффициентов, Коэффициент а,



обусловленных влиянием меридионального (*u*) и зонального (б) индексов. увеличен в 100 раз.

Из анализа карт эмпирических функций влияния можно сделать вы вод, что наибольший вклад в формирование поля среднедекадной температуры вносит снежный покров и облачность.

Мы попытались численно оценить это влияние. Для этого в статистической схеме прогноза, разработанной в отделе динамической метеорологии, в уравнении регрессии вместо фактической аномалии снежного по-



Рис. 3. Карты географического распределения коэффициентов, обусловленных Коэффициент а_в

крова и облачности (предикторы) подставили среднемноголетнюю норму снежного покрова и облачности.

В таблице приводится оценка прогнозов по  $\rho$  для весны 1967 г. При определении  $\rho_1$  использовались фактические аномалии снежного покрова и облачности. При определении  $\rho_2$  аномалия снежного покрова принимается равной нулю. При определении  $\rho_3$  аномалия облачности принимается равной нулю.

Таблица

		1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1			
Месяц	Декада	ρ1	ρ2	P3	
III	III	0,53	0,43	0,41	
IV	I	0,72	0,38	0,31	
	11	0,14	0	0,08	
	III	0,63	0,13	0,60	
V	La de La dese	0,75	0,39	0,23	
	1		1		

Из таблицы отчетливо видно что прогнозы заметно ухудшаются, если з качестве предикторов подставлять среднемноголетние значения облачности и снежного покрова.

Приведенные нами численные эксперименты показывают степень влияния подстилающей поверхности и облачности на прогноз среднедекадной температуры воздуха.



влиянием циркуляции скорости по замкнутому контуру (а) и облачности (б). увеличен в 100 раз.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема про-гноза среднедекадных температур с учетом данных о радиационных потоках, облачности, ледовитости и снежного покрова. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
   Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. О способах характеристики аномалий облач-ности, снежного покрова и радиационных потоков. Тр. ГГО, вып. 143, 1962.
   Юдин М. И., Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. Предварительная оценка прогностической значимости информации, получаемой с метеорологических спут-ников. Тр. ГГО, вып. 162, 1968.

### В. Б. АФАНАСЬЕВА, Н. П. ЕСАКОВА.

## О СВЯЗИ ПЛАНЕТАРНОЙ ВЫСОТНОЙ ФРОНТАЛЬНОЙ ЗОНЫ С ПОЛОЖЕНИЕМ ГРАНИЦЫ СНЕЖНОГО ПОКРОВА

В отделе динамической метеорологии Главной геофизической обсерватории при разработке гидродинамико-статистического метода прогноза среднедекадной температуры, кроме используемых в настоящее время в прогнозах циркуляционных факторов, были учтены и такие факторы, как облачность, ледовитость северных морей и снежный покров. Накопленный в настоящее время обширный материал наблюдений позволил построить среднедекадные карты этих элементов, в частности снежного покрова для осеннего периода с октября по декабрь за 17 лет (1949— 1965) для территории СССР. Методика построения карт достаточно подробно изложена в опубликованных ранее работах [1, 2]. На картах про-



Рис. 1а. Карта распространения снежного покрова. Октябрь, декада II, 1949 г.

ведены изолинии 0, 5 и 10 дней со снегом в декаде (рис. 1, 2). Пунктирюй линией обозначена планетарная высотная фронтальная зона (ПВФЗ). Было установлено, что снежный покров является одним из основных предикторов при прогнозе температуры. Однако получение данных о положении его границы часто бывает связано с трудностями.



Рис. 1 б. Карта распространения снежного покрова. Ноябрь, декада III, 1949.



Рис. 1в. Карта распространения покрова. Декабрь, декада III, 1949 г. аласта

В статье была сделана попытка увязать положение границы снежного покрова с планетарной высотной фронтальной зоной и, если будет установлена какая-либо связь, то использовать положение ПВФЗ для установления границы снежного покрова. Как известно, ПВФЗ являются важнейшими элементами в системе общей циркуляции атмосферы



Рис. 2а. Карта распространения снежного покрова. Октябрь, декада II, 1955 г.



Рис. 26. Карта распространения снежного покрова. Ноябрь, декада III, 1955 г.

 $\overline{72}$
то переходные зоны между высокими холодными циклонами и высокии теплыми антициклонами. Для них характерны большие горизонтальные градиенты температуры и давления, большие скорости горизонтальных и вертикальных движений. Уже в ранних работах по исследованию IBФЗ обращалось внимание на важность изучения их эволюции в связи проблемой долгосрочных прогнозов различной заблаговременности (А. А. Гирс, А. А. Кац, Ю. Б. Храбров). По-видимому, все разработки, проводимые в целях установления определенных связей и зависимостей



Рис. 2в. Карта распространения снежного покрова. Декабрь, декада III, 1955 г.

ПВФЗ от определенных метеорологических элементов, должны представляться интересными. В работах В. А. Бугаева, В. А. Джорджио, В. И. Воробьева [3, 4, 5] указывается, что ПВФЗ наиболее резко выражена на поверхности 300—200 мб. Однако она достаточно хорошо выражена и на картах барической топографии поверхности 500 мб.

В нашей работе местонахождение ПВФЗ определялось весьма приближенно как положение изогипсы 536 мб на картах АТ₅₀₀. Осредненное за декаду положение изогипсы 536 мб наносилось на декадные карты снежного покрова. Было построено большое количество карт, привести которые полностью не представляется возможным. Здесь приведены для примера лишь карты за 1949 и 1955 гг. В результате рассмотрения этих карт стало очевидным, что положение границы ПВФЗ имеет определенную связь с границей снежного покрова. В начале октября, когда граница снежного покрова проходит по северу континента, ПВФЗ достаточно хорошо совпадает с изолинией 0 дней со снегом (рис. 1 а, 2 а), т. е. определяет территорию, свободную от снежного покрова на всем протяжении Евразии. К концу октября ПВФЗ смещается в сторону увеличения значений изолиний распределения снежного покрова и в начале ноября (рис. 1 б, 2 б) приближается к изолинии 5 дней со снегом. С начала ноября до декабря положение ПВФЗ смещается еще далее в сторону увеличения значений и приближается к изолинии 10 (рис. 1 в, 2 в).

В таблице приводятся осредненные по месяцам за 8 лет (1949—1956) результаты расчетов коэффициентов корреляции между ПВФЗ и поло жением изолиний 0, 5 и 10 дней со снегом.

Как видно из таблицы, наибольший коэффициент корреляции в ок тябре (0,78) имеет место между ПВФЗ и изолинией 0 дней со снегом, в ноябре (0,63) с изолинией 5 и в декабре (0,73) с изолинией 10. Наиболее четко эта закономерность выявляется на ЕТС. В Сибири же в зимние месяцы расположение изолинии 10 выходит за пределы Советского Союза, в связи с чем определенных выводов сделать не представляется возможным.

Таблица

### Коэффициенты корреляции между ПВФЗ и положением изолиний 0, 5 и 10 дней со снегом

	Октябрь Но			Ноябрь		Декабрь			
0	5	10	0	5	10	0	5	10	
0,78	0,55	0,56	0,43	0,63	0,5 <b>8</b>	0,52	0,53	0,73	

Интересно отметить тот факт, что в тех случаях, когда ПВФЗ разделяется на две ветви, одна из которых проходит севернее, другая южнее, положение одной ветви остается близким к изолинии 10, а положение другой — к нулевой изолинии (рис. 2 б, 2 в). Иными словами, ветви ПВФЗ в таких случаях как бы охватывают территорию с неустойчивым снежным покровом. Физически связь ПВФЗ с границей снежного покрова вполне объяснима, так как на границе снежного покрова имеет место разрыв альбедо и тепловых потоков и вблизи ее возникает зона максимальных термических контрастов. Выявленная зависимость может иметь, по-видимому, прогностическое значение, так как по положению ПВФЗ можно судить о границе снежного покрова.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. О способах характеристики аномалий облачности, снежного покрова и радиационных потоков. Тр. ГГО, вып. 143, 1962.

Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. Статистические связи между аномалиями некоторых погодных характеристик. Тр. ГГО, вып. 165, 1964.
 Бугаев В. А., Джорджио В. А. Планетарная высотная фронтальная зона.

- Тр. ЦИП, вып. 25, 1951.
- 4. Бугаев В. А. Планетарная высотная фронтальная зона и циклогенез. Сб. «Метео-рология и гидрология в Узбекистане». Изд. АН УзбССР, 1955.

5. Воробьев В. И. Струйные течения в высоких и умеренных широтах. Гидрометеоиздат, 1960.

## И. В. КОТЛЯР.

# О СТАТИСТИЧЕСКИХ СВЯЗЯХ ГРАНИЦ СНЕЖНОГО ПОКРОВА С АЛЬБЕДО ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ТЕМПЕРАТУРОЙ НА СРЕДНЕМ УРОВНЕ В ТРОПОСФЕРЕ

За последние годы в отделе динамической метеорологии ГГО весьма интенсивно разрабатываются статистические схемы прогноза температуры и осадков на декаду и месяц.

В схемах прогноза как на декаду, так и на месяц в качестве одного из основных предикторов используется распределение по территории снежного покрова.

Климатологами построены карты высоты и плотности снежного по-крова.

В отделе динамической метеорологии по предложению М. И. Юдина была разработана иная методика построения карт снежного покрова, а именно, карт числа дней со снегом в декаде. Н. П. Есаковой и В. Б. Афанасьевой [1] были построены декадные карты числа дней со снегом для территории СССР за 9 лет (1949—1957). Для построения среднедекадных карт снежного покрова было отобрано около 300 станций, расположенных на территории Европейской и Азиатской частей Советского Союза. По этим станциям было подсчитано за октябрь, ноябрь, декабрь, март, апрель, май число дней с наличием снежного покрова в каждой из декад, входящих в эти месяцы. По этим данным были построены карты наличия снежного покрова в каждой декаде и проведены изолинии, показывающие число дней со снегом в данной декаде. При этом нулевая изолиния ограничивает территорию, свободную от снежного покрова, изолиния 10 является границей устойчивого снежного покрова.

Представляет интерес найти связь границ снежного покрова с другими характеристиками. В работе Х. Адема [2], в частности, указывается, что результаты прогноза поля аномалий зависят от начальных полей температуры и альбедо. Главной причиной отклонения альбедо от его нормальных значений считается изменение площади снежного покрова.

Чтобы получить количественные и качественные оценки связи снежного покрова с альбедо земной поверхности, было решено построить карты средних многолетних границ устойчивого снежного покрова в октябре, ноябре, марте и апреле и сравнить их с картами средних многолетних значений альбедо для тех же месяцев.

Анализ карт позволил выбрать изолинии среднего месячного альбедо, наиболее близко совпадающие с изолиниями, являющимися средними месячными границами устойчивого снежного покрова. По выбранным значениям были рассчитаны уравнения регрессии и коэффициенты корреляции между альбедо и числом дней с устойчивым снежным покровом.





Изолинии, являющиеся средними месячными границами устойчивог снежного покрова, были построены при использовании среднедекадны карт числа дней с наличием снежного покрова. Полученные карты сран нивались с месячными картами распределения альбедо по территори Советского Союза [3].

Сопоставление средних многолетних карт границы устойчивого снеж ного покрова и альбедо (рис. 1) показывает, что эта граница примерн совпадает с изолинией альбедо 60%. Коэффициент корреляции r межд ними по расчетам оказался равным 0,831 (количество членов выборки n=150). Уравнение регрессии этих величин имеет вид

$$y = 0.817x + 11.222. \tag{1}$$

Следует указать, что коэффициенты корреляции здесь и в дальней шем рассчитывались как для всей выборки в целом, так и для ее частей чтобы проверить полученные значения на независимом материале. Так для одной части этой выборки (n=100) коэффициент корреляции равен 0,829, для другой части (n=50) он равен 0,838. На рис. 2 представлен график уравнения регрессии этих величин для общего числа членов выборки n=150.

Все приведенные расчеты касаются средних многолетних значений. Однако для прогноза крайне важно знать аномалии границ снежного покрова. В работе [4] были рассчитаны коэффициенты множественной корреляции между температурой, осадками, границей снежного покрова, ледовитостью и облачностью. Рассматривались как синхронные коэффициенты корреляции, так и со сдвигом на одну декаду. Связи получились довольно высокие. Используя эти расчеты, можно попытаться найти положение границы снежного покрова, зная температуру, облачность, количестно выпавших осадков и ледовитость северных морей:

$$C = f(T, N, r, \lambda), \tag{2}$$

где C — положение снежного покрова, T — температура, N — облачность, r — количество выпавших осадков,  $\lambda$  — ледовитость.

Запишем уравнение регрессии для С:

$$C = a_1 T + a_2 N + a_3 r + a_4 \lambda, \tag{3}$$

Коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  находятся по способу наименьших квадратов, данные по температуре, облачности и осадкам имеются в табли-



Рис. 2. Связь между границей устойчивого снежного покрова и альбедо 60%.

лачности и осадкам имеются в таблицах ТМ-1, данные по ледовитости северных морей имеются в ААНИИ. Подставляя величины температуры, облачности, осадков и ледовитости за каждую декаду или месяц в уравнение регрессии, можно получить расчетную аномалию границы снежного покрова.

В статье Х. Адема [2] делается предположение, что температура на среднем уровне определяется аномалиями температуры моря и аномалиями в распределении снежного покрова на суше. В частности, задавая температуру океана, температуру на среднем уровне и распределение снежного покрова, Адем осуществил успешный качественный прогноз полей температуры на поверхности Земли и на среднем уровне в тропосфере для января 1963 г.





Мы попытались найти связь между границей устойчивого снежного юкрова и температурой на среднем уровне в тропосфере. Нами были юстроены карты, на которые наносились границы устойчивого снежного юкрова и средние месячные изотермы на изобарической поверхности АТ₅₀₀: Изотермы на изобарической поверхности АТ₅₀₀ снимались с карт Ежедневного синоптического бюллетеня», ч. 2.

Из рассмотрения карт расположения границы устойчивого снежного покрова и изотерм на изобарической поверхности АТ₅₀₀ (рис. 3) видно, что расположение границы устойчивого снежного покрова на западе и востоке рассматриваемой территории различно. Поэтому вся территория разбивалась на два района, условно называемые «запад» и «восток», и за границу, их разделяющую, принималась долгота. 60° (вдоль нее



Рис. 4. Связь между границей устойчивого снежного покрова и температурой. *а*) n=42, б) n=89.

проходят Уральские горы). В районе запада граница устойчивого снежного покрова наиболее близко совпадает с изотермой —28°С для всех месяцев, в районе востока — с изотермой —33°С. Коэффициент корреляции r между границей снежного покрова и изотермой —28°С в районе запада по расчетам составляет 0,962 для общего количества членов выборки n, равного 42; для n=25 r=0,986, для n=17 r=0,949. Уравнение регрессии имеет вид

 $y = 1,088x - 4,446. \tag{4}$ 

График уравнения регрессии этих величин для общего числа членов выборки n=42 представлен на рис. 4 *а*.

В районе востока коэффициент корреляции r между границей устойчивого снежного покрова и изотермой —33°С равен 0,864 для общего количества членов выборки n, равного 89; для n=60 r=0,899, для n=29r=0,818. Уравнение регрессии имеет вид

 $y = 0.545x + 25.844. \tag{5}$ 

График уравнения регрессии для *n*=89 представлен на рис. 4 б. Проведенные расчеты могут быть использованы при разработке долгосрочных статистических схем прогноза погоды.

## ЛИТЕРАТУРА

- Афанасьева В. Б., Богданова-Есакова Н. П. О способах характеристики аномалий облачности, снежного покрова и радиационных потоков. Тр. ГГО вып. 143, 1962.
   Адем Х. О физических основах численного прогноза среднемесячных и средне-сезонных температур в системе тропосфера океан материк. Теория климата (сб. переводных статей под ред. Л. С. Гандина, А. С. Дубова, Н. Е. Швеца). Гидрометеоиздат, Л., 1967.
   Мухенберг В. В. Альбедо подстилающей поверхности территории Советского Союза. Тр. ГГО, вып. 165, 1963.
   Афанасьева В. Б., Есакова Н. П. Статистические связи между аномалиями некоторых погодных характеристик. Тр. ГГО, вып. 165, 1964.

### К. А. ГУРЛЕВА, Н. И. ЯКОВЛЕВА

# ЕСТЕСТВЕННЫЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ НАД ЮЖНЫМ ПОЛУШАРИЕМ

Метод разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям получил широкое распространение в нашей стране и за рубежом как средство статистического анализа. Этот метод в анализе горизонтальных полей применялся к различным метеорологическим элементам (давление, геопотенциал, температура, осадки и пр.), но только над территорией северного полушария или над отдельными его секторами (материками). Для анализа метеорологических полей над территорией южного полушария метод естественных функций по существу не использовался в связи с недостатком данных наблюдений. Отдельные попытки такого рода были сделаны для ограниченных территорий в работе [7], где приводятся данные статистического анализа срочных значений давления над Австралией. Но наиболее интересным является, конечно, анализ естественных составляющих в целом по южному полушарию.

В настоящее время имеется систематический материал данных по полям давления с 1955 г., публикуемый регулярно в южной Африке [6]. Мы воспользовались картами среднемесячных значений давления на уровне моря. Был собран материал данных по всем месяцам за период 1955—1961 гг.

Учитывая, что статистического материала не очень много, мы особое внимание уделили оценке достоверности полученных результатов и всестороннему сопоставлению отдельных результатов счета между собой и с имеющимися климатическими характеристиками. Кроме того, параллельно с расчетами по южному полушарию за это же время был произведен расчет естественных функций над северным полушарием по полю давления. Это было своеобразным контролем надежности: если над северным полушарием по сопоставимому интервалу времени получаются устойчивые формы первых естественных функций (при сравнении с ранее рассчитанными по большому числу случаев), то и над южным полушарием формы первых естественных функций можно считать надежными. Сбор исходной информации производился по нерегулярной сетке точек, по возможности равномерно распределенных по территории полущария (см. рис. 3). Часть точек соответствовала метеорологическим станциям (над Антарктидой использованы данные прибрежных станций), часть данных интерполировалась по системе изолиний. Всего подобрано 75 точек, освещающих область полущария до 20° ю. ш. Такое же количество точек (76) использовалось ранее при расчете естественных функций над северным полушарием по полю давления [5.1]. В ряде работ [2, 5 был сделан вывод о том, что такое число точек является достаточным для надежного получения первых естественных функций над полушарием для полей давления. Тем более, по-видимому, это будет удовлетворительно для южного полушария с более однородным характером подстилающей поверхности.

Расчеты велись параллельно по нескольким вариантам: а) группа шести месяцев теплого (июнь — ноябрь) и холодного (декабрь — май) полугодий. Такое крупное объединение сразу по полугодиям вызвано необходимостью в увеличении объема статистического материала. В значительной мере оно оправдано, так как в южном полушарии более слабые сезонные изменения, чем в северном, тем более что отклонения от (p-p) вычислялись по нормам за каждый отдельный месяц. Тем самым исключалась неоднородность выборки за счет сезонного изменения норм; б) группа трех месяцев однотипных сезонов (декабрь — февраль, июнь — август, сентябрь — ноябрь, март — май). Отклонения также вычислялись по нормам за отдельные месяцы. Этот вариант рассчитывался для контроля основного варианта «а», чтобы убедиться в надежности первых функций; в) группа трех зимних месяцев (декабрь — февраль), северное полушарие (1955—1962 гг.).

Расчет естественных функций над полушарием производился в несколько этапов [8, 1]. Вначале рассчитывались естественные составляющие по трем отдельным секторам (атлантический, индийский, тихоокеанский), в каждом из которых содержалось по 25 точек сетки. Затем объединялись шесть коэффициентов разложения от каждого сектора, что составляло 80—90% фактической суммарной дисперсии в секторе. Все расчеты производились на ЭВМ «Урал-4».

Прежде всего был произведен анализ норм и дисперсий. Нормы по материалу 1955—1961 гг. сравнивались с климатическими нормами за каждый месяц, опубликованными в Метеорологическом бюллетене [3]. Нормы над южным полушарием вообще очень мало меняются от месяца к месяцу (слабо выраженная сезонность): над Антарктикой низкое давление (995—980 мб) с серией барических депрессий вдоль побережья Антарктики и области высокого давления 1010—1020 мб в более северных широтах (10—40° ю. ш.). В июле (зимний месяц) меридиональные градиенты давления несколько больше (порядка 35 мб), а в январе около 25—30 мб.

Такая конфигурация норм свидетельствует о значительной широтной составляющей в структуре атмосферных движений южного полушария. Климатические нормы и нормы, определенные за 1955—1961 гг., оказались близкими по величине и конфигурации. Только в марте — июне нормы за 1955—1961 гг. над субтропической областью (район океанов) получились несколько ниже (до 1010—1015 мб), чем по данным Метеорологического бюллетеня (1020 мб).

Рассмотрим теперь поля дисперсии  $\sigma_p^2 = (p-p)^2$ . На рис. 1 представлено поле  $\sigma_p^2$  среднемесячных данных по давлению в зимнее время года. Величины дисперсий по трем и шести месяцам как в теплом, так и в холодном полугодии сравнимы между собой в пределах случайных расхождений. В зимнее время общий фон дисперсии несколько выше, чем в летнее. Так суммарная дисперсия  $D\left(D = \sum_{i=1}^{n} \sigma_p^2\right)$ , где i — номер точки в зимний сезон составляет 700 мб², а в летний 596 мб²; различие в презделах 14—15%.

Районы с максимальными величинами дисперсии расположены вотервых, вдоль побережья Антарктиды, во-вторых, на прямой, соединяюцей конечность материка Южной Америки и Австралию, т. е. там, где материки ближе всего подступают к Антарктиде. Вполне вероятно, что эти «материковые барьеры» являются существенными элементами, вызывающими возмущения в зональном потоке над полущарием. Максимальные значения  $\sigma_p^2$  равны 36 мб² в районе Земли Грейама и порядка



Рис. 1. Поле дисперсии среднемесячного значения давления в зимнее полугодие (V—XII) над южным полушарием.

20 мб² в районе о. Тасмании. В летнее время области максимальных  $\sigma_p^2$ немного смещены в направлении по часовой стрелке по сравнению с зимним полем  $\sigma_n^2$ : из района Земли Грейама к Атлантическому океану, от о. Тасмании к Тихому океану (максимальное значение 28 мб²). Для сравнения мы смогли найти в опубликованной литературе значения стандартных отклонений ( $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ ) только по суточным значениям давлению южного полущария и только за два года (1957-1958). Интересно, что конфигурация сравниваемых полей дисперсий (стандартных отклонений) оказалась весьма подобной, за исключением того, что область максимума от района Земли Грейама еще более вытянута в зональном направлении над Атлантическим океаном [9]. В отношении величин сравниваемых дисперсий разница существует, но за счет различного периода осреднения исходных данных (месяц - сутки): дисперсия среднемесячных значений давления в 3-7 раз меньше, чем по срочным величинам (36—20 мб² по среднемесячным данным и 100—150 мб² по срочным). Примерно аналогичные соотношения получаются в северном полушарии (50—70 мб² по среднемесячным и 250—300 мб² по сречным данным для зимы, максимальные значения).

По сравнению с северным полушарием величины дисперсии давле ния южного полушария меньше, особенно за декабрь — февраль. В табл. даны средние величины дисперсии  $(\sigma_p^2 = \frac{D}{n})$ , где n – общее число то чек по полушарию) за один и тот же период времени (1955-1961 гг.)

Из таблицы следует, что средние значения дисперсии  $\overline{\sigma_p^2}$  в южном полушарии изменяются в зависимости от времени года сравнительно мало (на 14-15%), тогда как в северном полушарии зимой значение дисперсии в 5—6 раз больше, чем летом. За период июнь — август отношение средних дисперсий над южным и северным полушариями примерно равно двум  $\left(\frac{10,1}{5,7}=1,8\right)$ , а за период декабрь — февраль отношение средних дисперсий над северным и южным полушариями составляет  $4,2\left(\frac{31,2}{7,2}\right)$ Таким образом, эта таблица наглядно демонстрирует большую изменчивость атмосферных движений и более сильные сезонные различия в северном полушарии по сравнению с южным.

Месяц	$D$ мб 2	n	$σ^2_ρ$ M $σ^2$
<u>,</u>	Южное по	лушарие	
VI-VIII	758	75	10,1
VI—XI	700	75	9,3
XII—II	540	75	7,2
XII-V	5 <b>96</b>	75	8,0
1	Северное п	олушарие	1 .
VI-VIII	414	72	5,7
XII—II	2249	72	31,2

Таблица 1

Перейдем теперь к анализу сходимости ряда разложения по естественным функциям. В табл. 2 представлены собственные числа λ, ковариационной матрицы, процентное их отношение к дисперсии, используемой на втором этапе счета (D'), и к фактической суммарной дисперсии по всем 75 точкам сетки (D) по группе шести месяцев теплого и холодного полугодий.

При расчете естественных функций над полушарием принималась во внимание оценка точности собственных чисел по отдельным секторам. Поэтому при объединении результатов счета первого этапа использовались только те коэффициенты разложения от каждого сектора полушария, которым соответствовало значение, большее или равное 2,5—3,0  $\delta$ ( $\delta$  — ошибка суммарной дисперсии D;  $\delta = \frac{D}{2m}$ ; где m — число случаев). По этой причине для получения естественных функций над полушарием использовались лишь первые шесть членов ряда разложений по сектору j=1+6). Согласно табл. 2 (сравните данные графы 3 для теплого и холодного полугодий, а также соответственно данные графы 5), в зимнее время вклады первых двух членов ряда превышают вклады λι и λ2 за летнее время, а последующие три других члена ряда (j=3, 4, 5) имеют

больший вклад летом, чем зимой. И только при j=6 вклады двух полуодий сравнялись по величине. При этом (см. графы 3 и 5) в зимнее попугодие вклады первых двух членов ряда (j=1, 2) довольно резко отлинаются от вкладов других членов ряда (29,4, 24,5 и 8,6), а летом изменения вкладов более плавные (22,3, 19,0 и 15,6).

#### Таблица 2.

по южному полушарию (75 точек)									
J	λ; Μ62	$\frac{\lambda_j}{D'}\%$	$\frac{\sum\limits_{n=1}^{j}\lambda_{n}}{D'}\%$	$\frac{\lambda_j}{D}$ %	$\frac{\frac{j}{\sum}\lambda_n}{D}\%$				
1	2	3	4	5	6				
		Теплое п	олугодие (XII—	·V)					
1	114,4	22,3	22,9	19,4	19,4				
2	94,9	19,0	41,9	15,9	35,3				
3	77,9	15,6	57,5	13,0	48,3				
4	47,6	9,6	67,1	8,0	56,3				
5	36,0	7,2	74,3	6,1	62,4				
6	26,8	5,4	79,7	4,5	66,9				
		Холодно <b>е</b>	полугодие (VI-	-XI)	1				
i	176,7	29,4	29,4	25,3	25,3				
2	147,0	24,5	5 <b>3,9</b>	21,0	46,3				
3	52,4	8,6	62,5	7,5	53,8				
4	44,7	7,5	70,0	6,4	60,2				
5	37,1	6,2	76,2	5,3	<b>65,</b> 5				
б	32,2	5,3	81,5	4,6	70,1				

Оценка разложения полей среднемесячных значений давления по южному полушарию (75 точек)

Примечание. Для теплого полугодия D' = 499,4, D = 595,7, для холодного D' = 601,0, D = 699,8.

Таким образом, сезонные различия по южному полушарию описываются первыми четырьмя членами ряда (зимой основные вклады первых двух  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , летом — первых трех-четырех  $\lambda_1$ — $\lambda_4$ ). В целом же, если смотреть по нарастающему вкладу (см. графу 4), сходимость ряда зимой несколько выше, чем летом, в основном за счет первых двух членов ряда.

Первый член ряда описывает 22,9—29,4% дисперсии D' (19,4—25,3% фактической дисперсии D); сумма первых двух составляет 41,9—53,9% D' (35,3—46,3% D), а сумма шести членов ряда 79,7—81,5% D' (66,9—70,1% D).

Примерно аналогичные процентные соотношения по вкладам получены по северному полушарию (табл. 3). Однако под северным полушарием в зимнее время сходимость ряда такого же характера, как в летнее время (декабрь — май) над южным полушарием (см. графы 4 и 6, рис. 2 и 3). Таким образом, для описания полей давления для одного и того же сезона следует использовать в северном полушарии большее число членов ряда, чем в южном.

Таблина

1917 - 1 1 - 4 - 1	o donna baba	по северному	полушарию (76	х значений дан 3 точек)	БЛСПИЛ
j	λ _j Μ6²	$\frac{\lambda_j}{D'}$ %	$\frac{\sum\limits_{\substack{j=1\\ n=1}}^{j}\lambda_{j}}{D'}\%$	$\cdot \frac{\lambda_j}{D}$ %	$\frac{\sum_{i=1}^{j} \lambda_{j}}{D} \%$
1	2	3	$\mathbf{A} = \mathbf{A}$ , where $\mathbf{A}$	5	6
		(XII—II)	) 1921—1954 гг.		
1	578,5	30,6	30,6	26,0	26,0
2	285,6	15,1	45,7	12,9	38,9
3	220,8	11,6	57,3	10,0	48,9
···· 4 ····	176,4	9,3	66,6	8,0	56,9
5	141,8	7,5	74,1	6,4	63,3
6 .	93,2	4,9	79,0	4,1	67,4
4		(X11—11)	1955—1962 гг.	·	
1.	. 526	27,4	27,4	23,8	23,8
2	320	16,6	44,0	14,4	38,2
3	249	12,9	56,9	11,3	49,5
4-	211	10,9	67,8	9,5	59,0
5	146	7,8	75,5	6,6	65,6
6	111	6,7	81,2	5,0	70,6
	E. J. Statistics of the statistic statistics of the statistic statistics of the statistic statistics of the statistic	1 1			

Оленка разложения полей среднемесянных значений давления

Примечание. Для 1921—1954 гг. D'= 1891.5, D = 2222.3, для 1955-1962 гг.  $D' = 20\,000, D = 2220.$ 

Наибольшее различие в количестве членов ряда для описания с одной и той же точностью полей давления будет в одинаковый календарный период (июнь — август), когда зима в южном и лето в северном полушарии.

Рассмотрим поля естественных функций давления над южным полушарием. На рис. 2-6 представлены поля G₁ и G₂ в зимнее полугодие и  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_4$  в летнее.

Первые две естественные функции характеризуются независимо от сезона квазизональной структурой: над Антарктидой — область одного знака, в средних и субтропических районах — области другого знака. При этом  $G_1, G_2$  в зимнее и летнее полугодия во многом идентичны, особенно G₁ (зима) и G₂ (лето).

Таким образом, первые две естественные функции отражают наиболее существенные закономерности барического поля, вызванные наличием сильного широтного контраста: холодная приполярная «шапка» (Антарктида) и теплые области океанов. Поскольку данные над центральными районами Арктики отсутствовали, мы не могли определить, будет ли центр приполярной области в естественных функциях совпадать с центром Антарктики. На нашем материале получилось, что наибольщие значения  $G_1$  и  $G_2$  приходятся на самые сильные климатические барические центры действия, находящиеся над морями Уэдделла и Беллинсгаузена по обе стороны от «материкового барьера» (Южная-Америка — Земля Грейама). Кроме того, выделяются районы по максимальным градиентам  $G_i$  — это район между Австралией и Антарктидой, особенно



в поле  $G_1$  (зима, лето) и в поле  $G_2$  (лето). Следовательно, наряду с ши ротными контрастами первые естественные функции выявляют термоди намическое влияние материков южного полушария. Очень интересной оказалась четвертая естественная функция  $G_4$ , осо

Очень интересной оказалась четвертая естественная функция  $G_4$ , особенно в летнее полугодие (рис. 6). В ней нашли свое отражение все основные шесть барических центров действия южного полушария, располо-



Рис. 4. Поле первой естественной функции G₁ в летнее полугодие (ХП—V) над южным полушарием.





женные вокруг Антарктиды (к западу от Земли Грейама, море Уэдделла, Земля Королевы Мод, моря Дэвиса и Росса, Берег Нокса [4, 3]). Таким образом, на сравнительно небольшом материале (1955—1961 гг.) достагочно отчетливо выявились все основные закономерности барического поля южного полушария. Дополнительно, чтобы еще раз убедиться, что этот период времени может правильно отразить основные закономерности



Рис. 6. Поле четвертой естественной функции G₄ в летнее полугодие.

поля давления над северным полушарием, мы сопоставили функции G_j, за декабрь — февраль 1955—1962 гг. с функциями G_j, рассчитанными по большому статистическому материалу (декабрь — февраль) 1921— 1954 гг. Полученные коэффициенты корреляции представлены в табл. 4.

Из таблицы видно, что коэффициенты корреляции между первыми естественными функциями по двум группам материала довольно высокие. Следовательно, используемый период лет и в южном полушарии дает достаточно правильные представления о естественных функциях.

#### Таблица 4

#### Коэффициенты корреляции между естественными функциями двух групп материала над северным полушарием

		$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $								
·		G1	<i>G</i> ₂	G ₃						
XII—11 1955—1962 гг.	$\begin{array}{c}G_1\\G_2\\G_3\end{array}$	0, <b>8</b> 3	0,85	0,74						

В заключение отметим, что отсутствие данных в диапазоне широт о 20° с. ш. по 20° ю. ш. не позволило выявить так называемое южное коле бание, впервые обнаруженное Уолкером [10, 11]. Известно, что местопо ложением основных центров южного колебания являются именно эква ториальные районы.

#### *ΠИТЕРАТУРА*

- Яковлева Н. И., Чуващина И. Е., Кудащкин Г. Д. Уточнение естественных ортогональных функций поля давления (геопотенциала) над северным полушарием. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
   Яковлева Н. И., Мещерская А. В., Кудашкин Г. Д. Исследование полей
- давления (геопотенциала) методом разложения по естественным функциям. Тр. ГГО, вып. 165, 1964.

- Карты многолетних средних значений атмосферного давления. Метеорологический бюллетень ЦИПа (приложение). Гидрометеоиздат, М., 1960.
   Таубер Г. М. Некоторые черты атмосферной циркуляции южного и северного по-лушарий. Тр. ГОИН, вып. 67, 1962.
   Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Анализ барического цоля над северным
- Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Анализ барического поля над северным полушарием методом разложения по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 168, 1965.
   Notos. Atmospheric Project, Southern Hemisphere, Weather Bureau, Department of Transport, 1958—1966.
   Veitch L. G. The Description of Australian Pressure Fields by Principal Components. Quart. Journ. Roy. Meteor. Soc., vol. 91, No. 388, 1965.
   White R. M. The Development of Efficient Linear Operators for the Prediction of Sea-Level Pressure. Journ. Meteor., vol. 15, No. 5, 1958.
   Taljaard J. J. Standard Deviation of Daily Sea-Level Pressure and 500 mb Height over Southern Hemisphere during I. G. Y. Notos, vol. 15, No. 1/4, 1966.
   Walker G. T., Bliss E. W. World Weather, III. Lond. Mem. Roy. Meteor. Soc., 2, No. 17, 1928.

- No. 17, 1928.
- 11. Walker G. T., Bliss E. W. World Weather, V. Lond. Mem. Roy. Meteor. Soc., 4. No. 36, 1932.

ې بېغمېنغې يې چې درې

.

Construction against the second second

and the second

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

. . .

### Н. И. ЯКОВЛЕВА

# ЕСТЕСТВЕННЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ И ХАРАКТЕР ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Анализ первых естественных ортогональных функций давления над северным полушарием ( $G_i$ ) показал, что в поле первых четырех крупномасштабных функций наиболее четко выраженные пучности естественных колебаний расположены главным образом над районами океанов или над прилегающими к ним областями. На рис. 1, 2 даны G₁-G₄ за январь, рассчитанные по срочным значениям давления за 330 дней, выбранных из 30 различных лет (1920—1967). Только в поле одной из четырех первых функций (G2) основная пучность располагается над Евразией и распространяется на Америку (рис. 1 б). В остальных функциях (G₁, G₃, G₄) основные пучности естественных колебаний распределены в атлантическом и тихоокеанском секторах полущария. В поле G₃ (рис. 2 *a*) пучности над океаном находятся в разных фазах, в поле  $G_4$ (рис. 2 б) — в одинаковых.

Кстати отметим, что в июле первые естественные функции, рассчитанные также по срочным данным давления примерно за те же годы, аналогичны в основном по форме функциям за январь. Имеются и некоторые различия, например, небольшое смещение к западу пучности в поле  $G_1$ за июль по сравнению с функцией G₁ за январь, некоторое уменьшение размеров основных пучностей и ряд других особенностей полей  $G_i$  за июль. Однако по характеру размещения пучностей и их числу на полушарии первые естественные функции за январь и июль в целом подобны.

Приведем значения косинусов угла между сходными естественными функциями за январь и июль:

$G_1(\mathbf{l}) - G_1(\mathbf{VII})$	$\cos\alpha = 0.62,$
$C_2(\mathbf{I}) - G_2(\mathbf{VII})$	$\cos\alpha = 0,75,$
$G_4(\mathbf{I}) - G_3(\mathbf{VII})$	$\cos \alpha = 0,71.$

Таким образом, количественные оценки показывают общее подобие, хотя имеющиеся некоторые сезонные особенности сказывались на значениях оценок.

Поле четвертой естественной функции G₄ за июль даже на глаз отличается от поля первых трех функций (j=1+3) значительным уменьшением характерного масштаба и больше соответствует  $G_5$  за январь.

 $_{j}$ . При, сравнении форм естественных ортогональных функций  $G_j$  за январь и июль следует, что из первых наиболее крупномасштабных естественных функций в июле отсутствует одна, соответствующая по форме  $G_3$  за январь (рис. 2 a), в которой пучности над двумя океанами на ходятся в разных фазах. Следовательно, в июле пучности в Атлантическом и Тихоокеанском секторах редко бывают в разных фазах. В этом отражается одна из сезонных особенностей естественных колебаний полей давления. Возможно, что отсутствие одной из форм естественного колебания вызвано уменьшением роли океанов в летнее время по сравнению с зимним.



Рис. 1. Поля первой G₁ (a) и второй G₂ (б) естественных рием





Таким образом, над океанами (и прилегающими к ним материковыми бластями) наблюдается более частое появление пучностей в серии перых крупномасштабных естественных колебаний, и кроме того, фазы учностей могут быть то одинаковыми, то разными. Это означает, что атмосфере над полущарием наблюдается иногда совпадающее по фазе ействие «океанических» барических очагов аномалий, иногда противооложное.



ортогональных функций за январь над северным нолуша-(давление).



ных ортогональных функций за январь над северным полу-(давление).

Отсюда напрашивается прежде всего вывод о существенном влияни подстилающей поверхности, в частности, океанов, «вклинивающихся между материками на формирование климатических, т. е. постоянно дейст вующих барических очагов. Дополнительно для анализа областей, на которыми естественные функции  $G_i$  имеют наибольшие значения, произ ведено сопоставление временного хода давления на станциях, находя щихся в центре часто встречающихся пучностей первых естественных колебаний.





Как установлено в ряде работ [1, 3, 4], ход аномалий во времени метеорологического элемента в точке, находящейся в центре основной пучности рассматриваемой естественной функции (G_i), в значительной мере параллелен временному ходу соответствующего коэффициента разложения  $(a_{ik})^1$ . По этой причине были выделены станции Ангмагсалик, Хатанга, Алеуты и проанализированы среднегодовые значения давления с 1900 по 1967 г. Оказалось, что между данными по Хатанге, Ангмагсалик и Алеуты не имеется существенных синхронных значений корреляции. А в ходе давления p(t) между двумя последними имеются довольно длительные периоды (до 10 лет) совпадений или расхождений; поэтому в целом по всему рассматриваемому ряду лет синхронная связь была низкой. Вместе с тем выявилась асинхронная зависимость при временном сдвиге τ₀ примерно в 5 лет между этими станциями. На рис. 3 представлен временной ход p(t) в Ангмагсалике в соответствии с теми годами, которые нанесены на оси абсцисс, и смещенный ход p(t) в Алеутах относительно p(t) в Ангмагсалике при сдвигах  $\tau_0$  от 3 до 6 лет. При этом в различных участках оси абсцисс величина т₀ несколько меняется (3-6 лет), но участки оси абсцисс с фиксированной величиной то немалые, они составляют 7-16 лет, в среднем около 12 лет.

Таким образом, этот анализ подтверждает выводы, полученные из анализа естественных функций, что океанические очаги атмосферного давления определенным образом взаимодействуют. При этом взаимодействие не является строго однозначным, при синхронных сопоставлениях можно получить периоды как положительных, так и отрицательных корреляций. Поэтому с помощью метода естественных функций можно выделить компоненты, в которых пучности над Северной Атлантикой и Тихим океаном находятся в одной или в разных фазах. Асинхронная корреляция между p(t) на двух рассматриваемых станциях при постоянном сдвиге  $\tau_0$  в 5 лет составила 0,40, но, как видно на рис. 3, соответствие двух кривых p(t) значительно улучшается за счет небольших вариаций величины временно́го сдвига  $\tau_0$  на  $\pm 1$ ,  $\pm 2$  года (т. е. с использованием переменного  $\tau_0$  от 3 до 6 лет).

¹ Особенно эта закономерность верна для функций с одной четко выраженной пучностью.

Интересно отметить, что, по данным океанологов [2 и др.], время просождения атлантических вод от порога Нансена (район Шницбергена) то Чукотки, где происходит почти полная трансформация их, также сотавляет примерно 5—6 лет.

Кроме того, известно, что, когда поступление атлантических вод уменьшается, в восточном секторе Ледовитого океана усиливается поступление тихоокеанских вод, и наоборот.

В настоящее время нельзя с достоверностью утверждать, что взаймодействие атлантических и тихоокеанских вод является причиной взаимодействия и океанических очагов атмосферного давления. Однако не исключено, что и это может быть одним из возможных факторов взаимодействия в системе океан — атмосфера.



Рис. 4. Кросскорреляционные функции между характеристиками ледовитости Баренцева моря *i* и коэффициентами разложения  $a_1 - a_4$  по естественным функциям в поле давления над северным полушарием.

Как в этой статье, так и в статье «К вопросу о причине квазипериодических колебаний климата», помещенной в настоящем сборнике, автор подчеркивает первоочередную роль состояния подстилающей поверхности в формировании (состоянии и порождении) атмосферной циркуляции.

При увеличении периодов осреднения и размеров территорий действительно возрастает роль более инерционных (менее изменчивых) факторов и в значительной мере нивелируется роль изменчивых факторов (давления).

Однако всем хорошо известно, что атмосферная циркуляция является неотъемлемым звеном в общей цепи взаимодействия в системе Земля атмосфера. Особенно для случаев, специально подобранных с однотипным и устойчивым полем давления, можно установить обратные связи атмосферы, например, с термодинамическими характеристиками моря и др. Когда же приходится работать со статистическим материалом, включающим разнообразные барические ситуации, или с осредненными значениями давления, то роль атмосферной циркуляции выявить обычным способом весьма затруднительно.

Нам представляется, что с помощью естественных компонент можно в какой-то мере уловить и обратные связи. Проиллюстрируем это на одном примере. На рис. 4 представлены кросскорреляционные функции между  $a_1$ — $a_4$  среднемесячных значений давления за центральный зимний месяц (январь) над северным полушарием и значениями ледовитости (*i*) Баренцева моря (сезонные характеристики за апрель — сентябрь, по зеличине соответствующие среднегодовым значениям). Из рисунка видно,

что корреляционные связи і с каждым из трех коэффициентов сущест венно разные: с  $a_1$  — односторонняя связь (*i* опережает  $a_1$ ); с  $a_4$  — одно сторонняя, но обратная ( $a_4$  опережает i); с  $a_2$  — и прямая, и обратная связь, хотя и не очень сильная.

Если эти корреляционные графики показывают наличие физически: зависимостей (влияние ледовитости на характер атмосферной циркуля) ции, и наоборот), то наиболее заметное взаимодействие атмосферной циркуляции с характером подстилающей поверхности отражено в  $a_4$ , т. е в естественной компоненте G₄.

Поле G₄ (рис. 2) отражает согласованные действия двух океанических очагов атмосферного давления (т. е. однофазность пучностей). Другие естественные компоненты характеризуют другие аспекты взаимодействия. В общем корреляционные связи на рис. 4 получились не очень высокими (0,30-0,45). Вместе с тем рисунок наглядно показывает, что естественные составляющие позволяют расчленить сложный процесс на отдельные компоненты с разным весом (характеризующимся собственным числом λ_j корреляционной матрицы), которые отражают различные стороны рассматриваемого процесса. Тот факт, что первые два параметра  $a_1, a_2$  отстают от *i* (состояния ледовитости) означает, что в осредненных данных давления сильнее проявляется влияние подстилающей поверхности, а в последующих параметрах (например,  $a_4$ ), имеющих меньщий вклад в разложение полей, можно выделить и обратные связи. Кроме того, поскольку атмосферная циркуляция прежде всего определяется широтно-меридиональными термическими контрастами (особенно термическим контрастом полярных и южных районов), то корреляционные связи индексов циркуляции только с одним из параметров, характеризующих состояние подстилающей поверхности в одном из рассматриваемых районов, не могут быть значительными. Этот вопрос несколько подробнее освещен в статье автора «К вопросу о причине квазипериодических колебаний климата», помещенной в настоящем сборнике.

#### ЛИТЕРАТУРА

Багров Н. А., Мякишева Н. Н. Некоторые характеристики аномалий средних месячных температур воздуха. Тр. ММЦ, вып. 9, 1966.
 Тимофеев В. Т. Атлантические воды в Арктическом бассейне. Проблемы Арктики,

вып. 2, 1957.

3. Яковлева Н. И., Чувашина И. Е., Леднева К. В. Статистическое описание полей давления (геопотенциала) над Азиатско-Тихоокеанским сектором с помощью естественных функций. Тр. ГЃО, вып. 201, 1968. 4. Мещерская А. В., Клюквин Л. Н. О разложении полей аномалий средней

месячной температуры по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.

ng manana. an New York

## В. Б. АФАНАСЬЕВА, Н. П. ЕСАКОВА, В. М. ТИТОВ

# СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОЛЕЙ СНЕЖНОГО ПОКРОВА СЕВЕРНОЙ АМЕРИКИ С ПОМОЩЬЮ ЕСТЕСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

В настоящее время установлено, что при исследовании пространственных связей в поле различных метеорологических элементов метод разложения полей на естественные составляющие обладает некоторыми несомненными преимуществами, в частности, позволяет выделить значимые крупномасштабные связи в атмосфере [1, 2, 3]. В опубликованной ранее работе [4] нами было произведено описание естественных функций полей снежного покрова для двух районов. Первый район охватывает территорию Западной и Центральной Европы, ко второму относятся Европейская территория СССР и Западная Сибирь. Для более полного исследования естественных функций полей снежного покрова над северным полушарием интересно было провести описание естественных функций данных полей для территории Северной Америки. Этот вопрос и рассматривается в статье.

Как указывалось в работе [4], для территории районов I и II при разложении по естественным функциям были применены различные методы исследования, которые были обусловлены различной ориентацией границы снежного покрова. В районе I (Западная и Центральная Европа) положение границы во все сезоны близко к меридиональному, в районе II (ЕТС и Западная Сибирь) оно приближается к широтному.

В районе II положение границы снежного покрова характеризовалось значениями широты ф на определенных долготах. В районе I такой способ неприемлем из-за большой меридиональности, поэтому для данной территории (Западная и Центральная Европа) было выбрано определенное число точек, в которых подсчитывалось число дней с наличием снежного покрова в каждой декаде исследуемого месяца.

Для проведения исследований по Северной Америке нужно было остановиться на одном из вышеописанных способов разложения.

Для территорий Северной Америки была выбрана сетка из 28 точек (рис. 1, 2), соответствующих местоположению станций.

Из метеорологических ежемесячников США и Канады были взяты данные по наличию снежного покрова за каждую декаду в осенне-зимний (октябрь — декабрь) и весенний (март — май) периоды. На основании этих данных строились карты снежного покрова за период с 1951 по 1964 г., на которых проводились изолинии 0, 5 и 10 дней со снегом в декаде. Границей снежного покрова считалась изолиния 5, В результате анализа построенных декадных карт стало очевидных что положение границы снежного покрова при ее перемещении ка осенью, так и весной остается близким к широтному во все исследуемы годы. Для примера приводятся карты за 1962 г. (рис. 1, 2). Вследстви такого расположения границы для исследования был применен метол



Рис. 1. Перемещение границы снежного покрова в октябре — декабре 1962 г. 1) І декада октября, 2) ІІ декада ноября, 3) ІІІ декада декабря.



Рис. 2. Перемещение границы снежного покрова в марте — мае 1962 г. 1) I декада марта, 2) II декада апреля, 3) III декада мая.

использованный при разложени полей снежного покрова для тер ритории ЕТС и Западной Сиби ри [4].

Положение границы снежногс покрова было решено характеризовать значениями широты ф изолинии 5 дней со снегом на узловых меридианах от 130 до 70° з. д. Эти данные были приняты за исходные при разложении по естественным функциям. Разложению подвергались отклонения числа дней со снегом от декадных норм средней декадной повторяемости.

Остановимся на результатах разложения полей снежного покрова для Северной Америки. Разработки проведены для каждого из месяцев осеннего и весеннего периодов. Весенний период включает март, апрель и май, осенний - октябрь, ноябрь и декабрь. В табл. 1 приведены собственные числа корреляционной матрицы, расположенные в порядке убывания по абсолютной величине и их вклады в суммарную дисперсию полей отдельно для месяцев весеннего и осеннего периодов.

Как следует из таблицы приложения, положение границы снежного покрова может быть представлено достаточно полно в весенний период при учете первых восьми членов разложения (март 98,03%, апрель 98,38%, май 99,42%). Осенью, за исключением октября, когда первые пять членов описывают 98,8% дисперсии, сходимость несколько меньше. Учет восьми членов разложения дает в ноябре 97,55%, в декабре 97,87% дисперсии.

Вообще сходимость достаточно велика до четвертого члена. Она составляет для весны 89,33%, для осени 89,86%. На последующие евять членов разложения остается соответственно 10,67 и 10,14 % общей исперсии.

Поскольку за исходные мы принимали данные щироты положения раницы снежного покрова на тринадцати постоянных меридианах, предгавить результаты разложения можно только в виде графиков, а не виде полей. На рис. З приводятся кривые, построенные по значениям стественных функций  $X_1$  и  $X_2$  для весны и осени, а также по значениям исперсий. Для примера взяты апрель и ноябрь как средние в сезоне.





Графики хода естественных функций  $X_1$  показывают, что как весной, так и осенью их значения остаются положительными на всех долготах. Наибольшие значения  $X_1(0,4; 0,5)$  в ноябре наблюдаются в центральной части Северной Америки на 115—90° в. д. К западу и востоку значения  $X_1$ заметно уменьшаются (до 0,1 на западе и 0,3 на востоке).

Весной наибольшие значения  $X_1$  имеют место также в центре материка, однако несколько восточнее, чем осенью (100—80° в. д.) и достигают значений 0,3, 0,4. К западу и востоку происходит уменьшение  $X_1$  до 0,1 на западе и 0,2 на востоке.

График X₂ показывает, что осенью территория Северной Америк оказывается разделенной на две части, к запалу от 100-105° в. д. на блюдаются большие отрицательные значения (до -0.5), к востоку имею место большие положительные значения (до 0,4).

Весной материк оказывается разделенным на три части. В центре между 110 и 85° в. д. имеют место большие положительные значения (дс 0,4) к востоку и западу происходит уменьшение значений (до -0.2 на западе и -0.6 на востоке).

Приведенные расчеты могут быть использованы при разработке статистических методов долгосрочного прогноза температуры по северному полушарию.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Анализ барического поля над северным полушарием методом разложения по естественным ортогональным функциям.
- тр. ГГО, вып. 168, 1965.
   Яковления П. Кудашкин Г. Д. Исследование полей давления (геопотенциала) методом разложения по естественным составляющим. Тр. ГГО, вып. 165, 1964.
- 1р. 110, вып. 165, 1964.
   Яковлева Н. И., Чувашина И. Е., Леднева К. В. Статистическое описание полей давления (геопотенциала) над Азнатско-Тихоокеанским сектором с помо-щью естественных функций. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
   Афанасьева В. Б., Есакова Н. П., Титов В. М. Статистическое описание полей снежного покрова методом разложения по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.

*ПРИЛОЖЕНИЕ* 

СЕВЕРНОЙ АМЕРИКИ В ВЕСЕННИЙ И ОСЕННЕ-ЗИМНИЙ ПЕРИОДЫ									
j λ _j		$\lambda_j \qquad \qquad \sum_{j=1}^{n'} \lambda_j \qquad \qquad \frac{\lambda_j}{\frac{13}{2} \lambda_j} \% \\ \sum_{j=1}^{n'} \lambda_j \qquad \qquad \sum_{j=1}^{n'} \lambda_j$							
		Март							
		$\sum_{j=1}^{13} \lambda_j = 147,$	6						
. 1	61,4	61,4	41,59	41,59					
2	33,4	94,8	22,63	64,22					
3	16,4	111,2	11,11	75,33					
4	13,6	124,8	9,21	84,54					
5	8,7	133,5	5,91	90,45					
6	5,0	138,5	3,38	93,83					
7	3,8	142,3	2,58	96,41					
8	2,4	144,7	1,62	98,03					
9	1,1	145,8	0,75	98,78					
10	0,8	146,6	0,54	99,32					
11	0,4	147,0	0,27	99,59					
12	0,4	147,4	0,27	99,80					
13	0,2	147,6	0,14	100					
		$\sum_{j=1}^{13} \lambda_j = 148,$	5						
1	68,6	68,6	46,19	46,19					
2	36,8	105,4	24,79	70,94					
3	14,3	119,7	9,62	80,60					
4	11,1	130,8	7,47	88,07					
5	6,7	137,5	4,51	92,58					
6	5,0	142,5	3,37	95,95					
7	2,2	144,3	1,48	97,43					
8	1,4	146,1	0,95	98,38					
9	1,3	147,4	0,87	99,25					
10	0,5	147,9	0,34	99,59					
11	0,4	148,3	0,27	99,86					
12	0,1	148,4	0,07	99,93					
13	0,1	148,5	0,07	100					
	·	Май		* · · ·					
		$\sum_{j=1}^{13} \lambda_j = 122,$	,0						
1	69,4	j 69,4	56,88	56,88					
2	26,0	95,4	21,31	78,19					
. 3.	13,8	109,2	11,31	89,50					

ОПЕНКА РАЗЛОЖЕНИЯ ПОЛЕЙ СНЕЖНОГО ПОКРОВА ПО ТЕРРИТОРИИ

Продолжение приложения

			2		n
1	λ.	$n \\ \Sigma \lambda$	$\frac{\lambda_j}{13}$	%	$\sum_{j} \lambda_{j}$
	<i>,</i>	j=1 *	$\sum_{i=1}^{\Sigma} \lambda_i$		$\frac{13}{\Sigma}$ $\lambda$ .
					1 1
4	7,2	116,4	5.90		95.40
- 5	2,7	119,1	2,22		97.62
6	1,2	120,3	0,98		98,60
7	0,5	120,8	0,41		99,01
8	0,5	121,3	0,41		99,42
9	0,2	121,5	0,17		99,59
10	0,2	121,7	0,17		99,76
11	0,1	121,8	0,08	1,7	99,84
12	0,1	121,9	0,08		99,92
13	0,1	122,0	0,08	. 29	100
	·		A constant		
		Октябр	<b>b</b>		
		$\sum_{i=34}^{13} \lambda_i = 34$	5,4		
1	249.7	j=1 249.7	72.29	[	79.94
2	49.4	299.1	14.30		86.59
3	23,9	323.0	6.92		<b>93</b> 51
4	15.0	338.0	4,34	-	97,85
5	3.5	341.5	1,01		98.86
6	1,8	343.3	0.52	.	99.38
7	1.1	344.4	0.32		<b>9</b> 9.70
- 8	0,3	344.7	0.09		99.79
9	0,2	344,9	0.06		99.85
10	0,2	345,1	0.06		99.91
11	0,1	345,2	0.03	-	99.94
12	0,1	345,2	0,03		99,94
13 🖉	0,1	345,4	0,03		100
1		Ηοπόρ	н Б ^{ала}		<i>.</i>
ne. L		13			· · · · ·
		$\sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j = 20$	1,6		
1	105,1	105,1	52,15		52,15
2	36,2	141,3	17,96		70,11
3	20,7	162,0	10,22		80,33
4	16,8	178,8	8,33		88,66
5	7,0	185,8	3,47		<b>92,</b> 13
6	4,4	190,2	2,19		94,32
7	3,6	193;8	1,79		96,11
8 33.23	2,9 🤹	196,7	1,44		97,55
9 ¢ ; \$	2,2	1 <b>98,9</b> a	e <b>1,10</b>		98,65
10	. 1,2	200,1	0,60		99,25

		Продоля	кение приложения	
j	λ	$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{j}$	$\frac{\frac{\lambda_j}{13}}{\sum\limits_{j=1}^{13}\lambda_j}\%$	$\frac{\frac{n}{\sum \lambda_j}}{\frac{1}{\sum \lambda_j}}$
11	0,9	201,0	0,45	99,70
12	0,4	201,4	0,20	99,90
13	0,2	201,6	0,10	100
•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••		Декабри ¹³ Σλ _j = 138 j=1	,6	
-1	58,8	58,8	42,43	42,43
2	27,3	86,1	19,70	62,13
3	15,6	101,7	11,27	73,40
. 4	13,4	115,1	9,67	83,07
5	8,6	123,7	6,21	89,28
6	5,7	129,4	4,11	93,39
7	3,6	133,0	2,60	95,99
8	2,6	135,6	1,88	97,87
9	1,8	137,4	1,24	99,11
10	0,6	138,0	0,45	99,56
11	0,3	138,3	0,22	99,78
12	0,2	138,5	0,15	99,93
13	0,1	138,6	0,07	100
, .				
				*

.

Ξ.

radio entre an endo en recordo composit

### А. В. МЕЩЕРСКАЯ, В. Г. БЛАЖЕВИЧ, К. В. ЛЕДНЕВА

# РАЗЛОЖЕНИЕ ПОЛЕЙ СРЕДНЕЙ СУТОЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ЕСТЕСТВЕННЫМ ОРТОГОНАЛЬНЫМ ФУНКЦИЯМ С УЧЕТОМ ГОДОВОГО ХОДА ТЕМПЕРАТУРЫ

В физико-статистическом методе прогноза осадков и температуры, разработанном в отделе динамической метеорологии ГГО под руководством М. И. Юдина [1], испытывалось более 500 предикторов. Подавляющее большинство из них представлялось в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям. В частности, в состав предикторов включены коэффициенты разложения средней суточной температуры над Атлантико-Европейским сектором.

Представляется целесообразным результаты разложения средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям рассмотреть подробнее. Во-первых, это позволит сделать ряд выводов общего характера, касающихся методики изучения структуры средней суточной температуры, во-вторых, анализ результатов разложения дает возможность получить более четкое представление об использованных в прогнозе предикторах.

Для характеристики полей температуры Атлантико-Европейского сектора была использована средняя суточная температура воздуха на 30 станциях. Список станций приведен в табл. 1, положение их на карте представлено на рис. 1.

Архив исходных данных был собран за 30 лет для периодов с января по июнь. За каждый месяц конкретного года средняя суточная температура взята не за все 30 суток, а лищь за 10 из них с интервалом 2—3 дня, чтобы исключить тесно связанные данные соседних дней. В общей сложности в архиве каждого месяца содержалось около 300 полей средней суточной температуры. Трудоемкая работа по сбору исходного матернала проведена в секторе аномалий отдела динамической метеорологии под руководством В. Я. Шаровой.

Не останавливаясь на хорошо известной методике расчетов [4], перейдем к анализу результатов.

Разложение полей средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям сделано для шести месяцев первого полугодия в двух вариантах: для отклонений от средних месячных и от средних декадных норм. Первый вариант будем называть вариантом без учета годового хода температуры, а второй — вариантом с учетом годового хода. Такие названия, конечно, условны. При использовании отклонений от средней месячной нормы годовой ход температуры частично исклю-

Таблица 1

<u> </u>	I		11		l	11	IV		V		VI	
Станция	a	б	a	б	a	б	a	б	а	б	a	б
1. Баренцбург	50	51	51	51	51	51	40	33	15	15	6	3
2. Мюгг-Бухта	70	70	95	95	52	52	37	.32	19	14	8	7
3. Понта-Дельгада	. 4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
4. Лиссабон	. 6	6	6	6	5	4	6	6		8	8	8
5. Вильнюс	. 39	39	40	40	27	23	21	16	19	18	14	14
6. Торсхави	8	8	8	8	8	.8	6	6	5	5	4	3
7. Кью	12	12	12	12	10	9	7	6	8	8	8	7
8. Потсдам-Берлин	. 24	24	28	28	18	15	17	16	17	15	14	13
9. Белград	34	34	32	31	33	28	19	19	17	15	14	13
10. Марсель	13	13	11	11	8	6	6	6	7	6	7	6
11. Базель	21	21	25	25	15	13	14	14	14	13	12	12
12. Тронхейм	29	29	26	27	17	17	10	8	14	13	18	16
13. Малые Кармакулы	54	56	56	56	56	56	33	30	13	10	9	6
14. Архангельск	. 53	53	38	38	42	39	22	18	24	21	25	22
15. Москва	56	57	45	45	26	22	26	19	21	18	18	17
16. Киев	. 39	40	34	34	25	19	23	19	18	17	14	13
17. Фесалоники	13	13	16	15	13	12	9	8	10	.8	8	7
18. Одесса	. 35	35	24	24	14	11	12	8	11	9	10	8
19. Пятигорск	25	25	28	28	28	24	20	17	12	10	10	8
20. Красноводск	. 15	15	16	16	16	14	20	16	15	12	14	12
21. Кзыл-Орда	. 42	42	52	50	36	29	31	22	20	16	12	12
22. Барнаул	. 59	59	61	60	48	38	35	28	30	24	18	17
23. Свердловск	45	45	46	45	38	32	30	25	33	30	25	23
24. Дудинка	. 96	98	92	92	101	95	70	65	32	24	28	19
25. Малый Узень	50	52	64	63	46	38	36	22	22	18	19	17
26. Омск	. 57	57	55	53	46	37	37	27	<b>3</b> 6	32	24	23
27. Ленинград	41	41	38	38	26	24	18	14	18	17	15	14
28. Оренбург	. 48	48	51	50	46	39	45	27	24	20	20	20
20 Kazam	51	52	45	45	31	26	20	18	26	22	21	20
23. Našand					0.		2.0	1 10	~~			I

Дисперсии средней суточной температуры, вычисленные для отклонений от средних месячных (а) и средних декадных (б) норм (град.²)

чается, но менее полно, чем при использовании отклонений от средней декадной нормы. Однако еще точнее было бы использовать среднюю за пентаду или даже среднесуточную норму.

Теоретически вопрос об учете годового хода температуры при исследовании статистической структуры этого элемента рассмотрен Л. С. Гандиным [2], а также Р. Л. Каганом и К. М. Лугиной [3].

Интересно проследить на основе эмпирических данных, насколько существенен учет годового хода при разложении полей средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям.

Прежде всего сравним скорость сходимости рядов членов разложения средней суточной температуры за каждый месяц первого полугодия для двух вариантов. В табл. 2 приведены вклады первых десяти членов разложения и нарастающие вклады в процентах от суммарной дисперсии для разложения отклонений температуры от среднемесячных норм. Вклад первого члена в этом случае оказался максимальным в апреле (36%), несколько меньшим в марте (30%) и наименьшим в июне (21%). В январе и феврале он составил 27%.



Рис. 1. Сеть станций, данные которых использованы для разложения средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям.

Наибольшие вклады второго члена разложения также приходятся на весенне-летние месяцы, а именно, на май (17,5%) и июнь (15,5%). Зимой вклады второго члена разложения колеблются от 12,5 до 13,5%.

Учет годового хода температуры выразился главным образом в уменьшении вклада первого члена разложения весенних месяцев в суммарную дисперсию поля (табл. 3). Причем наиболее четко это проявилось в апреле, когда вследствие интенсивного повышения температуры исключение годового хода особенно важно.

После исключения годового хода вклад первого члена разложения уменьшился в апреле с 36 до 22%, в марте с 30 до 21,5%, в мае с 24 до 21%.

В результате учета годового хода температуры изменилось соотношение между величиной вкладов первого члена разложения в отдельные месяцы. Максимальный вклад первого члена разложения теперь оказался в январе и феврале (26,5÷27,0%), в марте и апреле на его долю пришлось около 22%, в мае 21%, в июне 19%. Таким образом, вклады первого члена разложения от зимы к лету уменьщаются в соответствии с уменьшением масштаба термических образований.
Вклад второго члена разложения после учета годового хода изменился мало (табл. 3). Максимальная его величина, как и в первом варианте, приходится на май.

Основные особенности распределения вкладов первых членов разложения средней суточной температуры с учетом годового хода

### Таблица 2

Оценка разложения полей отклонений средней суточной температуры от средних месячных норм (разложение на основе ковариационной матрицы)

		I		H .:	1	11	I	V		V	. V	7 I
J	а	б	a	б	a	б	a.	б	а	б	a	б
1	27,0	27,0	27,0	27,0	30,0	30,0	36,0	36,0	24,0	24,0	21,0	21,0
2	12,5	39,5	14,0	41,0	13,5	43,5	11,5	47,5	17,5	41,5	15,5	36,5
3	10,5	50,0	10,0	51,0	9,5	53,0	9,0	56,5	13,0	54,5	12,0	48,5
4	8,5	58,5	9,0	60,0	7,5	60,5	7,5	64,0	5,5	<u>60,0</u>	7,0	55,5
5	7,5	66,0	6,0	66,0	7,5	68,0	6,5	70,5	5,0	65,0	5,5	60,0
6	5,0	71,0	5,0	71,0	5,5	73,5	4,0	74,5	5,0	70,0	5,0	66,0
7 ·	4,0	75,0	4,5	75,5	4,5	78,0	- 3,5	78,0	3,5	73,5	4,0	70,0
8	3,5	78,5	3,5	79,0	3,0	81,0	3,0	81,0	3,0	76,5	3,5	73,5
9	3,0	81,5	3,0	82,0	3,0	84,0	2,5	83,5	3.0	79,5	3,0	76,5
10	2,5	84,0	2,8	85,0	2,0	86,0	2,5	86,0	2,5	82,0	2,5	79,0
$\substack{\substack{j=26\\ \Sigma\\ I}}_{\lambda_j}$	1,1	l 185	1	07	87	'9	68	 39	51	  9	4]	8
	1		1 . A			· .						

Примечание. Здесь и в табл. 3 и 4 j — номер члена разложения в порядкезначимости, a — вклад каждого члена разложения в процентах от суммарной дисперсии поля,  $\delta$  — вклад h членов разложения (h=1, 2, ..., 10) в процентах от суммарной дисперсии поля. Суммарная дисперсия поля  $\sum_{j=1}^{26} \lambda_j$  дана в град.²

### Таблица З

Оценка разложения полей отклонений средней суточной температуры от средних декадных норм (разложение на основе корреляционной матрицы)

;		I	I	1	1	11	<u> </u>	V		V	1	/Ι
J .	a	б	`_a	б	a	б	а	б.	a	б	а	б
1	25,0	25,0	26,5	26,5	20,0	20,0	19,0	1 <b>9,</b> 0	18,0	18,0	17,0	17,0
2	12,0	37,0	14,0	40,5	15,5	35,5	15,5	34,5	15,0	33,0	13,0	30,0
3	10,5	47,5	9,0	49,5	9,5	45,0	9,5	44,0	8,5	41,5	9,0	39,0
4	7,0	54,5	7,0	56,5	8,0	53,0	7,0	51,0	7,5	49,0	8,0	47,0
5	5,5	60,0	4,5	. 61,0	5,0	58,0	6,0	57,0	6,0	55, <b>0</b>	6,0	53,0
6	4,5	64,5	4,5	65,5	4,5	62,5	5,0	62,0	5,0	60,0	5,0	58,0
7	4,0	68,5	4,0	69,5	4,0	66,5	4,0	66,0	4,0	64,0	4,5	62,5
8	3,5	72,0	3,5	73,0	3,5	70,0	4,0	70,0	4,0	68,0	4,0	66,5
. 9	3,0	75,0	3,0	76,0	3,5	73,5	3,5	73,5	3,5	71,5	3,5	70,0
10	2,5	77,5	3,0	79,0	3,0	76,5	3,0	76,5	3,0	74,5	3,0	73,0
$\sum_{1}^{j=30} \lambda_j$	2007 - 1 1 - 1 - 1 1 - 1 - 1 1 - 1 - 1	80	3	80 [°]	3	30 30		 30		1 30	:	1 30

Таблица 4

		I	1	I	I	II	I	V	<u> </u>	V	V	7I
, <b>j</b>	а	б	a	б	a	б	а	б	а	б	a	б
1	26,5	26,5	27,0	27,0	21,5	21,5	22,0	22,0	21,0	21,0	19,0	19,0
2	13,0	39,5	14,0	41,0	15,0	36,5	13,5	35,5	19,0	40,0	16,0	35,0
3	11,0	50,5	9,5	50,5	1 <b>0</b> ,0	46,5	12,0	47,5	9,0	49,0	9,5	44,5
4	8,5	59,0	9,5	60,0	8,5	55,0	8,5	56,0	6,5	55,5	7,5	52,0
5	7,5	66,5	6,0	66,0	7,5	62,5	7,0	63,0	6,0	61,5	6,5	58,5
6	5,5	72,0	5,5	71,5	5,5	68,0	5,5	68,5	5,5	67,0	5,0	63,5
7	4,0	76,0	4,5	76,0	5,0	73,0	4,0	72,5	4,0	71,0	4,0	67,5
8	3,5	79,5	3,5	79,5	4,0	.77,0	3,5	76,0	3,5	74,5	4,0	71,5
9	3.0	82,5	3,0	82,5	3,0	80,0	3,0	79,0	3,0	77,5	<b>3</b> ,5	75,0
10	2,5	85,0	2,5	85,0	3,0	83,0	3,0	82,0	3,0	80,5	3,0	78,0
$\overline{\Sigma}^{30}_{1}\lambda_{j}$	11	08	11	06	81	16	58	51	44	<b>1</b> 7	36	39 39

Оценка разложения полей отклонений средней суточной температуры т средних декадных норм (разложение на основе ковариационной матрицы)

сохраняют свою силу и для нормированных на дисперсию исходных данных (табл. 4). Однако в этом случае концентрация информации в первых членах разложения несколько меньше: четыре члена разложения содержат зимой 54—56% вместо 59—60% для ненормированных данных, в апреле 51% вместо 56%, в июне 47% вместо 52%.

Рассмотрим теперь, как меняются поля естественных функций средней суточной температуры в результате учета годового хода. Поля естест-



Рис. 2. Поля X₄ (a)

енных функций, рассчитанные для отклонений от средних месячных орм, будем в дальнейшем обозначать через  $X_1, X_2, X_3$ , ноля, рассчитаные для отклонений от среднедекадных норм, через  $X'_1, X'_2, X'_3$ , а поля, ассчитанные для отклонений от среднедекадных норм и нормированные а дисперсию, через  $X''_1, X''_2, X''_3$ .

В соответствии с максимальным изменением вклада первого члена разложения, наибольшие изменения после учета годового хода претерневает поле X₁ в апреле (рис. 2 а). Это поле с центром в районе Западюй Сибири (Омск) и Южного Урала (Оренбург) положительно во всех грндцати рассматриваемых точках. Рассчитанная по этим данным пространственная корреляционная функция остается поэтому также положительной вплоть до самых больших расстояний.

Вывод о том, что поле первой естественной функции имеет по обширной территории один и тот же знак за счет недостаточного учета годового хода был получен ранее Н. И. Яковлевой по данным геопотенциала AT₅₀₀.

Учет годового хода существенным образом меняет характер поля  $X_1$ . Поле  $X'_1$  в апреле (рис. 2 б) состоит уже из двух областей разных знаков. Центр одной из них, сильнее выраженной, совпадает с центром положительной области поля  $X_1$ . Область обратного знака охватывает Западную Европу, Исландию и западное побережье Гренландии. Максимальное ее значение приходится на Мюгг-Бухту.

Аналогичные изменения претерпевают поля  $X_1$  за май и июнь (сравните рис. З a и З b), однако они выражены слабее. В марте учет годового хода сказывается лишь в небольшом расширении области отрицательных значений над Гренландией. В январе и феврале, когда годовой ход практически отсутствует, поля  $X_1$  и  $X'_1$  тождественны.

Характер полей вторых и последующих естественных функций после учета годового хода почти не меняется.



-111

На примере января проследим теперь изменения, которые вносит нор мирование исходных значений на дисперсию (рис. 4 и 5). Первые две естественные функции как для нормированных, так и для

ненормированных исходных данных близки. Коэффициент корреляци между  $X'_1$  и  $X''_1$  января равен 0,93, между  $X'_2$  и  $X''_2$  равен 0,84.



Рис. 3. Поля X₁ (a)

Поля  $X'_3$  и  $X''_3$  различаются существенно (рис. 4 в и 5 в). В поле  $X'_3$ с весом 0,72 входит ст. Дудинка, что определяется большой изменчивостью средней суточной температуры на этой станции (рис. 6 *a*, табл. 1). После нормирования на дисперсию вес ст. Дудинка в поле  $X''_3$  уменьшился до 0,14. При этом область наибольших значений  $X_3$  переместилась из района Дудинки на юг, что сильно изменило характер поля третьей естественной функции. Это нашло отражение в соответствующих коэффициентах корреляции: коэффициент корреляции между  $X'_3$  и  $X''_3$  равен всего лишь 0,57, еще меньше он между  $X'_4$  и  $X''_4$  (r=0,42).

Вывод о независимости первых двух естественных функций от способа их расчета относится ко всем месяцам первого полугодия, кроме апреля (в апреле только  $X'_1$  аналогично  $X''_1$ ). Для третьих и более старших номеров естественных функций, очевидно, следует использовать вариант с нормированием на дисперсию.

Очень кратко об устойчивости естественных функций средней суточной температуры. Первая естественная функция  $(X'_1)$  с января по май довольно устойчива, что видно на примере связи  $X'_j$  февраля с  $X'_j$  последующих месяцев (табл. 5). Связь  $X'_1$  февраля теснее с  $X'_j$  зимних месяцев, чем с  $X'_j$  летних меяцев, что подтверждает выводы, сделанные при разложении по естественным функциям полей средней месячной температуры [5].

Нормирование на дисперсию не привело к унификации естественных рункций. Если коэффициенты корреляции между естественными функцями февраля и естественными функциями марта несколько возросли, о коэффициенты корреляции между  $X_j^r$  февраля и  $X_j^r$  мая и июня даже меньшились (табл. 5). Следовательно, различие зимних и летних естест-



и X₁ (б) за июнь.

венных функций определяется различием не только полей дисперсии, но и другими сезонными особенностями полей температуры.

and the standard states and the

В работах [4, 5] на ряде примеров была показана тесная корреляция коэффициентов разложения средней месячной температуры со средней месячной температурой отдельных станций. В некоторых случаях коэффициент корреляции между этими величинами превышал 0,9.

Аналогичные расчеты были сделаны для средней суточной температуры (табл. 6). Связь между средней суточной температурой отдельных станций и коэффициентами разложения средней суточной температуры оказалась несколько слабее, чем для средней месячной температуры, однако все же довольно тесной.

В январе наибольший по абсолютной величине коэффициент корреляции (r=0,86) обнаружен между  $A'_3$  и средней суточной температурой Дудинки. Между  $A'_1$  и средней суточной температурой Москвы r=0,81, между  $A'_1$  и средней суточной температурой Казани r=0,76. Отметим, что с точки зрения статистики эти величины определены достаточно надежно: удвоенные ошибки их расчета не превышают 0,14.

Коэффициенты корреляции, приведенные в верхней половине табл. 6, вычислены для ненормированных на дисперсию исходных данных. Можно было ожидать, что для нормированных исходных данных коэффициенты корреляции между  $A_j^r$  и температурой отдельных станций существенно изменятся. Это подтвердилось лишь для третьей естественной

8 744

функции. Коэффициенты корреляции между первыми двумя коэффициен тами разложения и средней суточной температурой отдельных станци практически не зависят от того, нормированы исходные данные на дис персию или нет. Так, коэффициент корреляции между  $A'_1$  и средней су точной температурой Москвы равен коэффициенту корреляции между Aи той же температурой. В обоих случах r = |0,81|.



Рис. 4а. Поле Х 1 за январь.



Рис. 46. Поле  $X'_2$  за январь.

С третьей естественной функцией дело обстоит иначе. Коэффициент орреляции между  $A_3''$  и температурой Дудинки равен |0,32| для нормиованных данных вместо |0,86| для непормированных. Наиболее тесная вязь теперь оказалась между  $A_3''$  и температурой Свердловска (r = -0,66). Коэффициенты корреляции между  $A_3''$  и температурой



Рис. 4 в. Поле X₃ за январь.



Рис. 5 а. Поле  $X_1''$  за январь.

других станций распределились для нормированных данных более равно мерно: (табл. 6). Таким образом, разложение по естественным функциям нормирован

Таким образом, разложение по естественным функциям нормирован ных на дисперсию исходных данных более выгодно, так как в этом случае коэффициенты разложения несут информацию о целом ряде стан ций исследуемого поля, не давая существенного преимущества одной из них.



Рис. 5б. Поле  $X_{2}^{l''}$  за январь.



Рис. 5в. Поле X 3 за январь.

-116

# В заключение резюмируем основные выводы статьи.

1. При разложении полей средней суточной температуры по естестенным ортогональным функциям, как и при всяких других статистичеких исследованиях средней суточной температуры, необходимо учитыать ее годовой ход. При этом следует пользоваться по крайней мере тклонениями средней суточной температуры от средних декадных норм.



🐘 Таблнца

Коэф	фициенты	корреляции	между	естественным	и функциями	февраля
	и ест	ественными	функци	ями последую	цих месяцев	1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1

			•	· · · ·							· · · · ·	
		Март			Апрель	, ,		Май			Июнь	
3 - 1 ₂₂ -	<i>X</i> ₁ ′	X2'	$X_{3}'$	<i>X</i> ₁ ′	X2'	X3'	X1'	X2'	X3'	'X1'	X ₂ '	X3'
$\begin{array}{c} X_1' \\ X_2' \end{array}$	0,93	0,84		0,86		0,70	0,83	0,72		0,39	0,75	
	X ₁ ″	X2"	X ₃ ″	X1″	X ₂ ″	X ₃ ″	X1″	X2″	X ₃ ″	X ₁ ″	$X_{2}''$	'X ₃ "
$X_1'' X_2''$	0,98	<b>0,9</b> 6		0,87	0,72		0,57	0,55		0,61	0,51	

Таблица б

Коэффициенты корреляции параметров разложения ( $A_j'$  и  $A_j''$ ) средней суточной температуры января Атлантико-Европейского сектора с январской средней суточной температурой некоторых станций (по данным 288 случаев)

Параметры разложения	Баренцбург	Morr-Byx- ra	Белград	Архан- гельск	Москва	Кзыл-Орда	Барнаул	Свердловск	Дудинка	Малый Узень	Ленинград	Казань
$A_{4}'$	-0,41	0,34	0,49	0,40	0,81			0,71		0,69	0,61	0,76
$A_{2}'$	0,33		e ^{ta} interesta	0,63	0,45	-0,62	-0,55				0,60	0,21
$A_{3}'$			0,37	}					0,86			
$A_i'$		-0,53	0,50	-0,34			-0,32	-0,30	1			-
$A_1''$	0,33	0,35	-0,62	0,35	0,81			-0,61		-0,65	-0,61	—0,71
$A_2''$				0,68	0,45	-0,57	-0,30			. I	0,65	-
$A_3''$	0,45			0,31	-0,42		0,44	0,66	—0,32	-0,53		-0,56
$A_{i}''$				-		0,36	0,58		,			
1			-					1.1				

Примечание. Приведены лишь  $|r| \ge 0.3$ .

Использование отклонений от средних месячных норм дает существенные погрешности.

2. Использование отклонений средней суточной температуры от средних месячных норм проявляется в завышении вклада первого члена разложения в суммарную дисперсию поля в весенние месяцы. Так, в апреле вклад первого члена разложения составляет 36% вместо 22% после исключения годового хода (для отклонений от средних декадных норм).

3. Области положительного знака в полях первой естественной функции, рассчитанные для отклонений от средних месячных норм, оказываются в весенние месяцы расширенными за счет областей отрицательного знака вплоть до полного исчезновения последних (апрель).

Более строгий учет годового хода приводит к появлению отрицательных значений поля X₁ в апреле и к увеличению областей отрицательного нака в марте, мае и июне.

4. Существенные изменения в поля естественных функций вносит нормирование средней суточной температуры на дисперсию: изменяется конфигурация третьей и более старших естественных функций. Первые две естественные функции практически одинаковы для нормированных и ненормированных данных (за исключением апреля).

5. Использование средней суточной температуры, нормированной на дисперсию, не привело к унификации естественных функций зимних и летних месяцев. Различие естественных функций зимы и лета, по-видимому, определяется не только различием полей дисперсии средней суточной температуры, но и другими сезонными особенностями полей температуры.

6. Обнаружена довольно тесная связь между первыми двумя коэффициентами разложения и средней суточной температурой на станциях в центрах областей одного знака (до 0,8). Коэффициенты корреляции между первыми двумя коэффициентами разложения почти не изменились для нормированных на дисперсию исходных данных. Переход к нормированным исходным данным для третьей и старших номеров естественных функций оказался существенным, что проявлялось в уменьшении роли станций с максимальными значениями дисперсии: веса остальных станций выравнялись. С этой точки зрения разложение средней суточной температуры, нормированной на дисперсию, более целесообразно, чем ненормированной.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ю дин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Гидрометеоиздат, Л., 1968. 2. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоиздат,
- Л., 1963.
- Каган Р. Л., Лугина К. М. Статистическая структура аномалий аэрологических. полей над Северо-Американским континентом. Тр. ГГО, вып. 228, 1968.
   Багров Н. А., Мякищева Н. Н. Некоторые характеристики аномалий средних
- месячных температур воздуха. Тр. ММЦ, вып. 9, 1966. 5. Мещерская А. В., Клюквин Л. Н. Оразложении полей аномалий средней месячной температуры по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
- 6. Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Анализ барического поля над северным полушарием методом разложения по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 168, 1965.

รังสาวปฏิภาพบสำหรับสามารถไ

. . .

А. В. МЕЩЕРСКАЯ, К. В ЛЕДНЕВА, Н. Д. ПОПОВА

# К РАСЧЕТУ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ СРЕДНЕЙ СУТОЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ С УЧЕТОМ ГОДОВОГО ХОДА

Широкое использование сведений о статистической структуре метеорологических полей для решения целого ряда прикладных задач привело к появлению большого числа работ, посвященных структурным и корреляционным функциям. Не останавливаясь на многочисленных особенностях и тонкостях методики расчета этих функций, рассмотрим более подробно вопрос об учете годового хода на примере двухмерных корреляционных функций средней суточной температуры в горизонтальной плоскости.

Судить о том, насколько существенен учет годового хода для расчета пространственных корреляционных функций, можно на основании работы Р. Л. Кагана и К. М. Лугиной [7]. Не располагая данными непосредственных расчетов корреляционных функций с учетом и без учета годового хода, Каган и Лугина сделали некоторые прикидки. Продолжив теоретические вычисления Л. С. Гандина [3], они нашли, что использование отклонений средней суточной температуры на АТ₅₀₀ от средней месячной нормы уже приводит к большим погрешностям. Эти погрешности возрастают в несколько раз при использовании отклонений от средней за сезон нормы, как это делалось, например, в работе [4]. В последнем случае дисперсия температуры на АТ₅₀₀ оказывается завышенной для переходных сезонов примерно на 50%, а величина коэффициента корреляции на 0,30—0,35 при расстояниях порядка 2000—2500 км.

Поскольку годовой ход средней суточной температуры у поверхности земли в центре материков выражен резче, чем на АТ₅₀₀, можно ожидать, что погрещности расчета корреляционных функций наземной средней суточной температуры также будут больше.

Используя методику Кагана и Лугиной [7], оценим ошибки расчета дисперсии и корреляционных функций средней суточной температуры у поверхности земли за счет годового хода.

Обозначив относительную погрешность расчета дисперсии через  $b = \frac{A^2}{\sigma^2} K(T)$ , найдем оценки для расчетных значений дисперсии и нормированной корреляционной функции:

$$\sigma'^2 = \sigma^2 (1+b), \tag{1}$$

$$R'(\rho) = \frac{R(\rho) + b}{1 + b}, \qquad (2)$$

де A — амплитуда годового хода температуры, понимаемая не в метеорологическом, а в физическом смысле; K(T) — мера завышения корреляции под влиянием годового хода. Значения этого параметра для некоторых периодов приводятся в [7];  $\sigma^2$  — истинное значение дисперсии;  ${\sigma'}^2$  — расчетное значение дисперсии без учета годового хода;  $R(\rho)$  истинное значение корреляционной функции;  $R'(\rho)$  — расчетное значение корреляционной функции без учета годового хода.

Полагая  $A = \frac{T_{VII} - T_I}{2}$  равной примерно 18,5 для наземной температуры в центральных районах ЕТС и воспользовавшись значениями дисперсии средней суточной температуры для этих же районов, приведенными в работе [8], найдем искомые оценки (табл. 1 и 2). Соответствуюцие значения погрешностей для температуры на  $AT_{500}$  в табл. 1 и 2 заимствованы из [7].

Таблица 1

		Период о	среднения		
	1	2	2		3
а	б	a	б	а	б
$2.10^{-4}$	6.10-4	$4 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,02	0,06
8.10-4	$2 \cdot 10^{-3}$	0,02	0,04	0,08	0,2
0,06	0,26	0,26	1,2	0,54	2,4
	$ \begin{array}{c}                                     $	$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	$\begin{tabular}{ c c c c c c c c } \hline $\Pi$ериод об\\\hline \hline $1$ & $1$ & $2$ \\ \hline $a$ & $6$ & $a$ \\ \hline $a$ & $2$ \cdot 10^{-4}$ & $6$ \cdot 10^{-4}$ & $4$ \cdot 10^{-3}$ \\ \hline $8$ \cdot 10^{-4}$ & $2$ \cdot 10^{-3}$ & $0$,02$ \\ \hline $0$,06$ & $0$,26$ & $0$,26$ \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{tabular}{ c c c c c c c } \hline $\Pi$ериод осреднения \\\hline $1$ & $2$ \\\hline $a$ & $6$ & $a$ & $6$ \\\hline $a$ & $a$ & $6$ \\\hline $a$ & $a$ & $a$ & $a$ & $a$ \\\hline $a$ & $a$ \\\hline $a$ & $a$ $	$\begin{tabular}{ c c c c c c c } \hline $\Pi$ериод осреднения \\ \hline $1$ & $2$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ & $-$ $

Ориентировочные оценки погрешностей расчета дисперсии *b* средней суточной температуры на АТ₅₀₀ (а) и наземной средней суточной температуры (б) в зависимости от периода осреднения (месяцы)

Из табл. 1 следует, что погрешности расчета дисперсии средней суточной температуры у земли зимой и летом в 2—3 раза, а весной в 4—4,5 раза больше, чем погрешности расчета дисперсии средней суточной температуры на АТ₅₀₀. Значения дисперсии средней суточной температуры у поверхности земли весной для отклонений от средней месячной нормы завышены на 26%, а для отклонений от средней за сезон нормы даже в 2,4 раза.

В табл. 2 приведены погрешности вычисления корреляционных функций средней суточной температуры, рассчитанные по формуле (2) при  $R(\rho) = 0$ , т. е. для того расстояния, при котором значение истинной корреляционной функции первый раз достигает нуля. Это расстояние в дальнейшем будет обозначать  $\rho_0$ . Для отклонений от средней месячной

Таблица 2

Ориентировочные оценки погрешности расчета корреляционных функций средней суточной температуры на АТ₅₀₀ (а) и корреляционных функций наземной средней суточной температуры (б) за счет годового хода (для  $\rho_0$ )

			Период о	ср <b>е</b> днения		
Сезон		1		2		3
•	а	б	a	б	a	б
Зима	$2 \cdot 10^{-4}$	6.10-4	$4 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,02	. 0,06
Лето	$8 \cdot 10^{-3}$	2.10 ⁻³	0,02	0,04	0,07	0,17
Весна	0,06	0,21	0,21		0,35	0,71

нормы погрешность вычисления  $\mathcal{R}(\rho_0)$  равна 0,21, для отклонений от средней за два месяца 0,21, от средней за сезон 0,71.

В связи с тем, что приведенные оценки являются ориентировочными, представлялось целесообразным сделать непосредственные расчеты. Для этого были вычислены пространственные корреляционные функции средней суточной температуры за каждый месяц первого полугодия с учетом и без учета годового хода. В первом варианте (с учетом годового хода) вычисления проводились для отклонений средней суточной температуры от средних декадных норм, предварительно аппроксимированных параболой. Во втором варианте (без учета годового хода) корреляционные функции вычислялись для отклонений от средних









месячных норм. Как уже отмечалось [8], названия вариантов с учётом и без учета годового хода являются условными Вычисления R(p) для отклонений от средних за сезон не сделаны,

так как приведенные выше потрешности оказались слишком большими. В качестве исходных материалов при расчете корреляционных функ-

ций были использованы те же данные, что и при разложении полей средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям [8], т. е. данные 288 синоптических ситуаций за каждый месяц для 30 европейских станций:

В общей сложности было рассчитано 12 нормированных корреляционных функций, представленных на рис. 1—6. На рис. 1 приведено число пар станций для каждой градации. Значения корреляционных функций







Рис. 4. Нормированные корреляционные функции температуры за апрель. См. усл. обозн. рис. 1,

надежно вычисляются для интервала расстояний от 600 до 4000 км, где число пар станций для каждой градации оказывается не меньшим 5000. В интервале от 1000 до 3000 км число пар станций еще больше (от 7000 до 10000), а их общее число для одной корреляционной функции составляет 125 10³ пар.

В табл. З приведены разности значений корреляционных функций, рассчитанных с учетом и без учета годового хода. Как следует из табл. З, учет годового хода наиболее существенен для корреляционных функций за апрель, когда  $R(\rho) - R'(\rho)$  равно 0,17—0,18 в интервале расстояний 2500—3500 км. В мае и июне разности пространственных корреляционных функций, рассчитанных двумя способами, меньше, чем в апреле,







Рис. 6. Нормированные корреляционные функции температуры за июнь: См. усл. обозн. рис. 1.

. č v . E .

> : -: ÷.,

слицао . . 4. 7. 4

		Разн	DCTb 3	наченк	и про	странс	твенны	dox xi	реляць	кіянноі	функ	URR C	учетов	1 Z 06	3 yrer	а годо	BOLO X	ода		
W			· ·						Расс	стояние	стыс.	КМ)								· · .
WECHI	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,25	4,50	4,75	5,00
	0 0	•	0	0	0	0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0	0	-0,01	-0,01	0,01	-0,03	-0,03	-0,02	0,2
	0,05	0,01	0,01	0	0,01	-0,01	0	0	0,01	0,01	0	0,01	0,01		-0,01	-0,01	•	0	0	0
Ē	0,03	0,03	0,06	0,08	- 0,09	<b>6</b> 0'0—	60 <b>'0</b> -	-0,11	0,10	0,08	60'0	60'0	-0,10	-0,10	-0,08	-0,07	-0,08	0,07	0,07	0,05
2	-0,04	0,06	0,07	60'0	-0,11	-0,13	-0,13	-0,14	-0,15	-0,17	-0,18	0,18	-0,17	0,16	-0,15	-0,12	-0,12	-0,11	-0,12	-0,12
: • • •	0	0,03	-0,05	0,07	-0,09	-0,10	-0,11	-0,12	0,13	-0,13	-0,13	-0,12	-0.12	-0,12	-0,13	-0,14	-0,12	0,13	-0,13	-0,12
Σ	0	-0,02	-0,05	-0,08	0,07	-0,07	0,08	-0,11	-0,11	-0,10	-0,11	-0,12	-0,13	-0,14	-0,13	-0,12	-0,11	-0,12	-0,13	-0,13
Число. пар станций		নিট বহু তেওঁ	1015 1015 1015							· · ·								· · ·		
кой гра- кации (n)	576	5180	5180	7190	8920	10350	8350	8640	8050	8050	9500	6910	5490	7520	5780	3180	4050	3180	2600	1732

но больше 0,1 для тех же расстояний. В январе и феврале указанные разности близки к нулю.

Надо отметить, что результаты, полученные по данным непосредственных расчетов (табл. 3), довольно хорошо совпадают с ориентировочными оценками (табл. 2). Особенно близкое соответствие этих результатов получилось для зимы и весны. В апреле прикидочная величина погрешности для  $\rho_0$  составила 0,21, а рассчитанная 0,15. Для лета (июнь) прикидочная величина погрешности оказалась существенно меньше фактической: 0,002 и 0,1 соответственно. Возможно, это связано с тем, что за лето корреляционная функция была рассчитана не по июльским, а по июньским данным. Специфика же использованной методики расчета погрешностей такова, что она дает лучшие результаты около максимума и минимума годового хода (15 января и 15 июля) и около моментов перехода через средние значения (ориентировочно 15 апреля и 15 сентября).

О погрешностях расчета дисперсии средней суточной температуры за счет годового хода можно судить на основании приложения, из которого следует, что влияние годового хода на величину дисперсии неодинаково в различных географических районах.

В Предуралье наибольшие ошибки расчета дисперсии приходятся на апрель и могут доходить до 60—70% (Оренбург, Казань, Малый Узень).

В центральных раойнах ЕТС погрешности расчета  $\sigma^2$  меньше и составляют 20—40%; ориентировочная оценка (26%) близка к этой величине (см. табл. 1).

В Западной Европе, где интенсивное повышение температуры весной начинается раньше, чем на ЕТС, ошибки расчета дисперсии за счет годового хода наибольшие в марте и могут составлять 20—30%.

Наконец, на Крайнем Севере (Дудинка, Баренцбург, Малые Кармакулы) наибольшие погрешности расчета σ² приходятся на июнь, когда истинная величина дисперсии оказывается в 1,5—2,0 раза меньше рассчитанной без учета годового хода. Следует отметить, что в табл. 4 приведены относительные ошибки σ². Абсолютные ошибки σ² летом даже в северных районах невелики благодаря малым значениям самих величин дисперсии в это время года.

В целом сравнение результатов трудоемких расчетов  $R(\rho)$  и  $\sigma^2$  с учетом годового хода и ориентировочных оценок погрешностей по приведенной методике указывает на успешность применения последней.

Помимо самой величины погрешности корреляционной функции средней суточной температуры, рассчитанной без учета годового хода, весьма существенно и другое обстоятельство. Корреляционные функции средней суточной температуры, вычисленные без учета годового хода, остаются положительными в апреле (рис. 4), мае (рис. 5) и июне (рис. 6) даже для максимальных расстояний (5000 км). После исключения годового хода корреляционные функции за эти месяцы не только достигают нуля, но и переходят в область отрицательных значений. При этом  $\rho_0$  оказывается различным для разных месяцев, что хорошо видно на рис. 1—6 и по табл. 4. Максимальное  $\rho_0$  по нашим данным отмечается в феврале, в январе оно равно 2600 км, в марте и апреле 2400 км, в мае 2000 км, в июне 1900 км. В целом радиус корреляции зимой существенно больше, чем летом. Это является лишним подтверждением известного факта уменьшения масштаба атмосферных образований от зимы к лету.

Для некоторых задач корреляционные функции желательно аппроксимировать функциями с положительным спектром. Следуя методике Л. С. Гандина и Т. И. Кузнецовой [1], нормированную корреляционную

Таблица 4

начении расстояний рокм, при которых корреляционные функции первый раз достигают нуля для отдельных месяцев первого полугодия

R (p)	I	II	, III	IV	v	VI
По средним суточным дан- ным	2600	3000	2400	2400	2000	1800
По средним месячным данным	<b>28</b> 00	3000	2800	2700	2400	2200

функцию средней суточной температуры за январь удалось описать аналитической формулой вида

$$R(r) = e^{-0.449r^{1.215}} \cos(0.561r).$$
(3)

Аппроксимированная корреляционная функция средней суточной температуры за этот месяц нанесена на рис. 1.

На рис. 1—6, помимо корреляционных функций средней суточной температуры, приведены корреляционные функции средней месячной температуры. Подробная характеристика исходных данных, использованных для расчета последних, сделана в работе [9]. Напомним лишь, что выборка одного месяца содержала 58 полей средней месячной температуры по 26 станций в каждом поле.

Число пар станций для одной корреляционной функции составило  $\frac{25 \cdot 26 \cdot 58}{2} = 19 \cdot 10^3$ . Это почти в 6 раз меньше, чем для средней суточной температуры.

Анализируя рис. 1—6, видим, что во всех месяцах первого полугодия значения корреляционных функций средней месячной температуры лежат выше значений корреляционных функций средней суточной температуры, вычисленных с учетом годового хода. Значения ρ₀, естественно, также оказываются несколько больше значений ρ₀ средней суточной температуры (табл. 4) и имеют одинаковый с последней годовой ход.

Различия корреляционных функций наземной средней суточной и наземной средней месячной температуры в одних месяцах больше (январь, март, апрель, май), в других меньше (февраль, июнь), но всегда одного знака. Поэтому нельзя сделать вывод об отсутствии систематических различий между ними, к которому пришли Каган и Лугина по данным о температуре на АТ₅₀₀. Весьма существенно, что расчет R(o) средней месячной температуры сделан для того же Атлантико-Европейского сектора что и R (ρ) средней суточной температуры. Последнее обстоятельство делает более правомерным сопоставление тех и других. Интересно сравнить рассмотренные здесь корреляционные функции с рассчитанными ранее другими авторами, а именно, с корреляционными функциями, рассчитанными В. П. Мелешко и И. П. Гусевой [5] по данным средней суточной температуры, и с корреляционными функциями, рассчитанными Т. П. Светловой [6] по данным средней месячной температуры. Расчеты Мелешко и Гусевой за зимний период, а также наши расчеты совпали хорошо (см. рис. 1), если не принимать во внимание, что по данным Мелешко корреляционная функция не достигает нуля ни при каких значениях р.

За весенний период совпадение значений корреляционных функций также вполне удовлетворительное (см. рис. 4). Значения корреляционных функций весной практически одинаковы вплоть до  $\rho = 2500$  км, при больших расстояниях они расходятся.

Сравнение  $R(\rho)$  может быть сделано лишь для варианта без учет годового хода, поскольку Мелешко и Гусева использовали отклонения о некоторой средней, полученной как среднее арифметическое из норм двуз или трех соседних месяцев. Хорошее совпадение корреляционных функ ций, рассчитанных в обоих случаях без учета годового хода, позволяет с большей уверенностью пользоваться корреляционными функциями и с исключенным годовым ходом.

Расхождения корреляционных функций средней месячной температуры, рассчитанных Светловой и авторами статьи, несколько больше, причем они носят систематический характер: по данным Светловой корреляция средней месячной температуры затухает с расстоянием медленнее (см. рис. 1—2, 4—6).

Это может быть, по-видимому, объяснено выбором различных районов исследования. Корреляционные функции обычно вычисляются в предположении однородности и изотропности рассматриваемых полей. Хорошо известно, что это условие в действительности не выполняется. Поэтому выбор района для снятия исходных данных не безразличен с точки зрения получаемых результатов.

Светлова в силу поставленных перед нею задач использует данные сравнительно узкого пояса ЕТС, ограниченного по долготе (65—53° с. ш) и вытянутого с запада на восток от Прибалтики до Урала. Если обратиться к естественным ортогональным функциям средней месячной температуры [9], то легко видеть, что этот район как зимой, так и летом попадает в центр пучности наиболее информативной первой естественной функции. Поле первой естественной функции можно рассматривать как поле изокоррелят, рассчитанное относительно центра пучности. Неудивительно, что корреляционные функции, вычисленные по данным указанного района, в центре пучности затухают медленнее, чем по данным более обширного Атлантико-Европейского сектора.

### Выводы

1. При расчете пространственных корреляционных функций средней суточной температуры необходимо учитывать ее годовой ход. Для учета годового хода средней суточной температуры следует пользоваться по крайней мере отклонениями средней суточной температуры от средних декадных норм. Использование отклонений от средней месячной и тем более от средней за сезон нормы приводит к большим погрешностям.

2. Пространственные корреляционные функции средней суточной температуры, вычисленные для отклонений от средних месячных норм, завышены в весенне-летний период по сравнению с корреляционными функциями, вычисленными для отклонений от средних декадных норм. Максимальные различия приходятся на апрель, когда в интервале расстояний 2500—3500 км разности значений корреляционных функций составляют 0,17—0,18. В мае и июне разности значений пространственных корреляционных функций, рассчитанных двумя способами, меньше, чем в апреле, но больше 0,1 для тех же расстояний. В январе и феврале указанные разности близки к нулю.

3. Корреляционные функции средней суточной температуры, вычисленные без учета годового хода (для отклонений от средних месячных норм); остаются положительными в апреле, мае и июне даже для максимальных исследованных расстояний (5000 км). Для отклонений от средних декадных норм корреляционные функции за эти месяцы не только достигают нуля, но и переходят в область отрицательных значений.

Отношенпя дисперсий средней суточной температуры, рассчитанных без учета годового хода, н дисперсиям, рассчитанным с учетом годового хода

*аина жо*циац

						1
<b>⊅</b> 11	ш	133	111	76	100	30. Коменгаген
90 I	811	191	611	100	86	29. Казань
001	120	<i>2</i> 91	811	105	100	28. Оренбург
201	901	671	801	001	100	27. Ленннград
. <b>₽</b> 01	211	28 <b>1</b>	154	104	100	26. Омск
211	155	19t	121	101	96	25. Малый Узень
Z∳I	133	801	901	001	86	24. Дудинка
601	011	150	611	105	100	23. Свердловск
901	152	921	156	102	100	22. Барнаул
100	126	141	124	+ †0 <b>1</b>	<b>0</b> 01	Канл-Орда
211	125	152	<b>₽</b> 11	001	001	20. Кисловодск
152	130	811	LII	001	100	19. Плтигорск
152	155	120	<i>1</i> 71	100	100	Борело .81
<b>₽</b> 11	125	113	<b>8</b> 0 I	201	100	
801	901	121	132	100	86	
901	211	28 I	811	001	86	15. Москва
114	• <b>•</b> [[	155	801	001	100	14. Архангельск
09 I	130	011	001	100	96	13. Малые Кармакулы
211	801	152	100	96	100	
100	801	001	911	001	100	11. Базель Базель . Г
211		100	133	001	100	10. Марсель
801	113	001	811	<b>103</b>	001	9. Белград Белград . 6
80I	113	901	130	001	100	никселение .8
114	001	<i>L</i> I I	Ш	100	001	7. Къю
133	100	001	001	001	100	наьхэдоТ
001	90I	131	211	001	100	5. Вильнос
100	001	001	152	001	100	4. Лиссабон нобъззи 4
100	100	001	001	100	001	вдвлагад-втноП .8
11 <del>4</del>	98 I	911	100	001	100	2. Мюгг-Бухта
500	001	121	100	001	86	1. Баренцбург
IA	Λ	ΛI	III	II	I	танция, пункт наблюдения

₩2 */T6

годового хода.

варе до 1800 км в июне.

месячной температуры по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 201, 1968. Б. Мелашко Б. П., 1 усева М. П. Расчеты некоторых статистических характеристик для полей температуры и влажности. Тр. ГГО, вып. 165, 1964.
Б. Светлова Т. П. Исследованке статистической структуры полей температуры воздуха и давления. Тр. ГГО, вып. 194, 1966.
Х. Каган Р. Л., Лугина К. М. Статистическая структуры полей температуры воздуха и давления. Тр. ГГО, вып. 194, 1966.
В. Мещерская А. В., Блажевиче ви ч. В. Г., Ледие ва К. В. Разложение полей среденей температуры по сстественным ортогональным функциям. с учетом температуры по сстественным ортогональным функциям. с учетом ней суточной температуры по сстественным ортогональным функциям. Средней нас свероамериканским континентом, Тр. ГГО, вып. 228, 1968.
9. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Ледие ва К. В. Разложение полей среденей ней суточной температуры по сстественным ортогональным функциям. с учетом полей над североамериканским континентом, Тр. ГГО, вып. 228, 1968.
9. Мещерская А. В., К. июквин Л. Н. О разложении полей аномалий средней ней суточной температуры по сстественным ортогональным функциям. С учетом мести и вст. сб.

4. Болтенков В. П. Исследование статистической макроструктуры температуры воз-духа. Тр. ГГО, вып. 165, 1964. Б. Мелешко В. П., Гусева М. П. Расчеты иекоторых статистических характеристик.

л., 1963.

сальных цифровых машин для исследования статистической структуры метео-рологических полей. Тр. ГГО, вып. 143, 1963. 3. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоиздат,

1. Гандин Л. С., Кузнецова Г. N. О структуре полей давления и ветра в средней тропосфере при разных формах циркуляции. Тр. ГГО, вып. 121, 1961. 2. Гандин Л. С., Мелешко В. П., Мещерская А. В. О применении унвер-

ЛИТЕРАТУРА

рафического района. Годовой ход ро средней месячной температуры анафункций средней суточной температуры, рассчитанных для того же геогтуры от средних месячных норм лежат несколько выше корреляционных . Корреляционные функции отклонений средней месачной темпераимынацелидовтеляду енпопа азицьевио итвтакуеед предпе и поранки. нены с ориентировочными оценками по методике Кагана и Лугиной. Для и дисперсии средней суточной температуры с учетом годового хода сравб. Данные непосредственных расчетов корреляционных функций

А.С. раза превосходить величину дисперсии, рассчитаний с учетом величина дисперсии, рассчитанной без учета годового хода, может разных норм, оказались в марте, а на Крайнем Севере – в июне, где мальные разности значений дисперсии, вычисленных для отклонений от наибольшие погрешности расчета о² также приходятся на апрель, но они не столь велики (20—30%). В Западной Европе максина апрель и могут составлять 60-70%. В центральных районах ETC ратуры. В Предуралье наибольшие погрешности расчета о² приходятся -эпмэт кинэшыаоп отонаизнэтни инэмэда и бдох отовоцог ыдутиплик то 5. Погрешности расчета дисперсии средней суточной температуры, вычисленной без учета годового хода, сильно варьируют в зависимости

ля, имеют четко выраженный годовой ход, уменьшаясь от 2600 км в ян-(для отклонений от средних декадных норм), первый раз достигают нусредней суточной температуры, вычисленные с учетом годового хода иниянуф йоннопиялэддох винэрвие хыдотох пдя , (00) винготозь 9.4.

иогичен годовому ходу ро средней суточной температуры.

# И. Е. ЧУВАШИНА, Н. И. ЯКОВЛЕВА

# АНАЛИЗ ПОЛЕЙ ДЕКАДНЫХ СУММ ОСАДКОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА РАЗЛОЖЕНИЯ ПОЛЕЙ НА ЕСТЕСТВЕННЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Метод разложения метеорологических полей по естественным функциям находит все большее признание в тех случаях, когда нужна сжатая информация о поле данного элемента [3, 4, 5, 6].

В настоящей работе было проведено разложение на естественные составляющие полей декадных сумм осадков в основном за зимний период. Для этой цели была использована территория сектора I (условно так названа территория Европы и прилегающая к ней часть Атлантического океана) и Сибири. Материал был собран и подготовлен Н. И. Ефремовой, О. М. Челпановой и К. В. Ледневой. Ряды, использованные для разложения (табл. 1), были различны для разных территорий, что зависело от наличия метеорологической сети в различных районах рассматриваемой территории.

По сектору I для разложения было выбрано 26 станций с длинными рядами наблюдений, по Сибири 33 станции. Причем станции подбирались таким образом, чтобы расположение их было, по возможности, равномерным по территории и с одинаковыми рядами лет.

На этом статистическом материале были рассчитаны и построены поля норм и дисперсий осадков (рис. 1).

В рассчитанном поле норм осадков над Евразией за все зимние месяцы максимальные значения норм наблюдаются на западе рассматриваемой территории (Атлантический океан, Великобритания 153 мм/мес.). Постепенно величины норм уменьшаются к востоку, достигая минимума в районе Оймякона (2,8 мм/мес.), и снова начинается рост норм к побережью Чукотки. Такое распределение норм объясняется преобладанием

Таблица 1

Харикте	ристика использус	мого матернала	
Территория	Ноябрь — декабрь	Январь — март	Апр <b>ель — о</b> ктябрь
Сектор І	1946—19 <b>4</b> 7	1899, 1920, 1921, 1928, 1932—1938	
Сибирь	19461964	1946—1967	1946—1964

Сарактеристика используемого материала

 $9^{1}/_{2}$  744

западных направлений воздушных течений. Действительно, с Атлантического океана на сушу приходят воздушные массы с большим запасом влаги, который постепенно уменьшается (влага выпадает в виде дождя и снега), и воздушные массы приобретают черты континентальности. На побережье Тихого океана опять увеличиваются среднемесячные нормы осадков, что можно объяснить влиянием на эти районы Тихого океана и муссонной циркуляции.



Рис. 1. Поле дисперсии декадных осадков за январь — март.

Поля дисперсий ( $\sigma^2$ ) по конфигурации напоминают поле норм. Максимальное значение дисперсий за рассматриваемый период времени приходится на Лиссабон: 1558 мм²-за ноябрь — декабрь и 1043 мм² за январь — март. Дисперсии, так же как и нормы, уменьшаются с запада на восток, достигая почти нулевых значений в Восточной Сибири (Оймякон — 2 мм² за январь — март и 6 мм² за ноябрь — декабрь). На Камчатке значения дисперсий снова повышаются (54 мм² за январь — март и 73 мм² за ноябрь — декабрь).

Далее проводилась статистическая оценка однородности рядов декадных сумм осадков за ноябрь — декабрь и январь — март по критерию Фишера. Ряды за ноябрь — декабрь и январь — март оказались статистически однородными, как для сектора I, так и для Сибири, поэтому эти месяцы можно отнести к одному сезону.

Разложению подвергались: а) аномалии декадных сумм осадков; б) аномалии сумм осадков, деленных на норму; в) нормированные матрицы декадных сумм осадков (с делением на  $\sigma^2$ ).

Начнем с оценки сходимости ряда естественных функций сектора I варианта «а». Вклады первых десяти членов над сектором I за январь — март и ноябрь — декабрь представлены в табл. 2.

Таблица 2

		Январь	— март		Ноябрь — декабрь				
Ĵ,	λj	<b>λ</b> j %	Δλ _j %	$\begin{array}{c} 10\\ \Sigma \lambda_j \%\\ j=1 \end{array}$	λ	λ _j %	Δλ; %	$\begin{vmatrix} 10 \\ \Sigma \\ j=1 \\ \end{pmatrix} $	
1 2 3 4 5 6 7 8 9	1408 679 508 399 358 258 194 184 124 108	28,4 13,7 10,2 8,1 7,2 5,2 3,9 3,7 2,5 2,2	14,7 3,5 2,1 0,9 2,0 1,3 0,2 1,2 0,3	28,4 42,1 52,3 60,4 67,6 72,8 76,7 80,4 82,9 85,1	1572 879 655 515 467 375 338 263 244 228	22,9 12,8 9,5 7,5 6,8 5,5 4,9 3,8 3,5 3,3	10,1 3,3 2,0 0,7 1,3 0,6 1,1 0,3 0,2	22,9 35,7 45,2 52,7 59,5 65,0 69,9 73,7 77,2 80,5	
$\sum_{j=1}^{26} \lambda_j$	4949	2,2			6887	0,0		00,0	

Оценка разложения полей декадных сумм осадков.

Как видно из табл. 2, вклады десяти составляющих за зимние месяцы примерно одинаковы. Наиболее значительными по вкладу являются первые три естественные функции, в январе — марте они составляют 60,4% суммарной дисперсии, в ноябре — декабре 52,7%. Самый большой вклад в обоих случаях приходится на первый член ряда (28,4 и 22,9). По конфигурации поля естественных функций за ноябрь — декабрь и январь — март близки друг к другу.

Как показал анализ собственных векторов (X_j), первые три функции (как за январь — март, так и за ноябрь — декабрь) по форме изолиний соответствуют полям изокоррелят с центрами на станциях, которым соответствуют максимальные значения дисперсии первого собственного вектора. Так, поле X₁ соответствует полю изокоррелят для ст. Лиссабон. Было рассчитано отношение собственного числа первой функции к дисперсии осадков в Лиссабоне, получились следующие результаты: для ян-варя — марта  $\frac{\lambda_1}{\sigma_3^2} = 1,35$ , для ноября — декабря  $\frac{\lambda_1}{\sigma_3^2} = 1,00$ , где  $\lambda_1$  — первое собственное число,  $\sigma_3^2$  — дисперсия на ст. Лиссабон.

Эти отношения показывают, что дисперсия на ст. Лиссабон очень близка к величине вклада первого члена  $\lambda_{1}$ . Следовательно, поле  $X_{1}$ (рис. 2), описывает, по существу, поля изокоррелят с центрами на ст. Лиссабон. Поле Х₂ в обоих случаях соответствует полю изокоррелят для ст. Понта-Дельгада. Как для Лиссабона в поле X1, так и для Понта-Дельгада в поле X₂ были рассчитаны отношения собственного числа второй функции к дисперсии в Понта-Дельгада: для января — марта  $\frac{\lambda_2}{\sigma_2^2} = 0.97$ , для ноября — декабря  $\frac{\lambda_2}{\sigma_2^2} = 1.02$ .

Таким образом, можно сделать вывод, что поле X₂ в значительной степени также отражает особенности поля изокоррелят с центром на ст. Понта-Дельгада.

Интересно проанализировать поле  $X_4$  (рис. 3), так как в нем прояв ляется наиболее крупномасштабная структура поля. Это выражается в наличии одной крупной пучности, охватывающей большую область с центром, приходящимся на Францию ( $\lambda_4 = 8,1$ ). Изменились также отношения собственных чисел к дисперсиям точек с максимальным значением  $X_4$ . На ст. Базель, точка 9,  $\frac{\lambda_4}{\sigma_9^2} = 2,00$  для января — марта, т. е. дисперсия на станции в центре пучности поля  $X_4$  уже значительно отли-



Рис. 2. Поле первой естественной функции X₁ декадных осадков за яньарь — март, сектор I.



Рис. 3. Поле четвертой естественной функции X4 декадных осадков за январь — март, сектор I.

чается от вклада X₄. Это свидетельствует о том, что X₄ описывает более общирную по площади область взаимосвязанных значений декадных осадков, чем предыдущие три естественные функции.

По территории сектора I были рассмотрены некоторые методические вопросы представления полей декадных сумм осадков методом естественных функций. При сравнении норм и дисперсий декадных осадков оказалось, что карта дисперсий по конфигурации напоминает карту норм: там, где высокие нормы, там и большие значения дисперсий; наобо-



Рис. 4. Поле дисперсии отношения отклонений декадных сумм осадков к норме за январь — март.

рот, маленьким нормам соответствуют маленькие дисперсии. Этот факт навел на мысль выровнять дисперсии путем деления аномалии на нормы, что и было сделано на имеющемся исходном материале (рис. 4). Результаты приведены в табл. 3.

Сходимость ряда в обоих случаях ухудшилась. Если раньше первые четыре естественные функции составляли 60,4% за январь — март и 52,7% за ноябрь — декабрь, то теперь составляют всего соответственно 39,4 и 45,0%. Но и в этом случае, как и в случае «а», по величине вклада выделяются первые три функции.

Дисперсия в этом случае действительно уменьшилась, а их поле выровнялось (рис. 1 и 2) и по конфигурации приобрело широтный характер с замкнутым минимумом на севере и увеличением значений дисперсии к югу.

Деление на норму позволило выделить в поле  $X_1$  (рис. 5) более крупномасштабные свойства полей, причем форма этой функции соответствует полю  $X_4$  в случаях «а», корреляция между ними 0,85, остальные поля остались мелкомасштабными. Следовательно, деление на норму привело в соответствие порядок естественных компонент с «масштабностью»

Таблица

······································	~							
		Январь	— март			Ноябрь –	– декабрь	
j	λ	λ; %	Δλ _j %	$\begin{vmatrix} 10 \\ \Sigma \\ j=1 \end{vmatrix} \%$	λ	λ; %	Δλ _j %	$\begin{bmatrix} 10 \\ \Sigma \\ j=1 \end{bmatrix} $
$ \begin{array}{c} 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\\end{array} $	3,03 2,34 2,26 1,91 1,70 1,39 1,20 1,00 0,97 0,91 24,20	12,5 9,7 9,3 7,9 7,1 5,8 5,0 4,2 4,0 3,8	2,8 0,4 1,4 0,8 1,3 0,8 0,8 0,8 0,2 0,2	12,5 22,2 31,5 39,4 46,5 52,3 57,3 61,5 65,5 69,3	3,20 2,43 1,98 1,87 1,44 1,30 1,06 0,94 0,81 0,77 21,0	15,2 11,5 9,4 8,9 6,8 6,2 5,0 4,5 3,8 3,2	3,7 2,1 0,5 2,1 0,6 1,2 0,5 0,7 0,6	$15,2 \\ 26,7 \\ 36,1 \\ 45,0 \\ 51,8 \\ 58,0 \\ 63,0 \\ 67,5 \\ 71,3 \\ 74,5 \\ \end{cases}$
-	·							

Оценка разложения отклонений декадных сумм осадков, деленных на норму

элемента. Аналогичные расчеты проводились по корреляционной матрице осадков (вариант «в»). В результате этих расчетов были получены поля естественных функций, близкие к полям разложений варианта «б». Таким образом, введение множителя в элементы ковариационной матрицы хотя и ухудшает ее сходимость, но в полях естественных функций упорядочивает расстановку компонент разложения в соответствии с масштабностью связей данного метеорологического элемента.





Подобные расчеты проводились также для полей давления и темперауры, раскладывались по естественным функциям ковариационная корреляционная (нормированная) матрицы аномалий этих элементов. При их сравнении оказалось, что все основные крупномасштабные первые естественные функции в поле давления остались неизменными. В поле температуры остались только две-три функции, тогда как в поле осадков введение множителя в элементы ковариационной матрицы не изменило только одну функцию. Этот факт отражает разную масштабность рассмотренных метеорологических элементов. Осадки самый мелкомасштабный элемент из рассмотренных, и наиболее крупномасштабные связи выявляются только в первой естественной функции.

Разложению на естественные составляющие подвергались также поля аномалий декадных сумм осадков по Сибири. В целом сходимость разложения зимних осадков по Сибири (ноябрь — декабрь и январь март) по сравнению с сектором I ухудшилась: по сектору I  $\sum_{j=1}^{10} \lambda_j = 80,5$  за ноябрь — декабрь и  $\sum_{j=1}^{10} \lambda_j = 85,1$ , за январь — март, по Сибири соответственно  $\sum_{j=1}^{10} \lambda_j = 74,2$ ,  $\sum_{j=1}^{10} \lambda_j = 76,7$ . Ухудшение сходимости объясняется увеличением территории.

На примере осадков Сибири было интересно проследить сезонные особенности на полях естественных функций. Сезонные особенности сказались на суммарной дисперии и на сходимости рядов разложения. Суммарная дисперсия декадных осадков ( $\sigma^2$  по всем станциям) увеличивается от зимы к лету, в то время как сходимость рядов ухудшается. Это говорит о том, что атмосферные процессы, приводящие к выпадению осадков зимой, более однородные и крупномасштабные, чем летом.

При анализе  $X_i$  в поле осадков Сибири выделяются малосвязные области: Западная Сибирь от Урала до Енисея, Восточная Сибирь от Енисея до Колымы и Тихоокеанское побережье. Первые три естественные функции указывают на несвязность вышеуказанных районов, так как в поле  $X_1$  одна наиболее выраженная пучность наблюдается в районе Урала, другая над Чукоткой, над Восточной Сибирью отмечается облачность значений, близких к нулю. В поле  $X_2$  наоборот, над Чукоткой — основная пучность, над Уралом — более слабая, над Восточной Сибирью — область значений, близких к нулю. В поле  $X_4$  имеем пучность, захватывающую Западную и Восточную Сибирь. Только начиная с четвертой функции прослеживаются слабовыраженные пространственные связи: появляется пучность, захватывающая обе территории. Вклад этой составляющей в суммарную дисперсию невелик ( $\lambda_4 = 7\%$ ).

Так как в Сибири выделились три района, то были рассчитаны естественные составляющие в поле осадков еще и по каждому из этих районов. Рассчитанные  $X_j$  позволили подтвердить вывод об обособленности каждой из этих территорий,  $X_j$  по каждой территории хорошо согласуются с соответствующим  $X_j$ , полученным для Сибири.

Возможно, для ряда практических задач, в частности прогностических, как на это указывают Н. А. Багров и Н. Н. Мякишева [1], не целесообразно выделять естественные составляющие по большим территориям, для которых рассматриваемые метеорологические поля распадаются на мало связанные между собой области. По-видимому, более эффективно в этом случае использовать меньшее число естественных составляющих не по большей территории, а от каждой почти независимой части ее отдельно. Вместе с тем для других целей, когда важно установить структуру поля, в том числе и характер (степень) связанности разных районов, метод естественных функций весьма поле зен. Для выяснения вопроса о характере связности по всей материковой части Европы и Сибири в поле осадков нами произведено разложение по 59 станциям.

При расчете по всей рассматриваемой территории было использовано шесть коэффициентов разложения по каждой отдельной области, включающих 65% информации поля. В полученные при объединении поля естественных функций хорощо вписываются поля одноименных компонент, рассчитанных по каждой области. Это подтверждает, что местоположения пучностей, полученные при расчетах по каждой территории отдельно и после объединения, совпадают.

Для целей долгосрочного прогноза осадков по схеме М. И. Юдина [2] в районах засушливого климата СССР (Казахстан, юг ЕТС) был произведен анализ полей осадков с помощью естественных функций. Эти же территории использовались для выяснения некоторых методических вопросов. Было выбрано 19 станций по югу ЕТС и 15 по Северному Казахстану с одинаковыми рядами (1946—1967 гг.).

Разложению подвергались отклонения от средних величин декадных CVM

им осадков (q')и отклонения, деленные на норму 
$$\left(\frac{1}{q}\right)$$

Лучшей сходимостью обладают ряды, рассчитанные для рядов отклонений, деленных на норму.

Анализ естественных функций этих рядов показал, что поле первой функции для расчета по сути представляет поле изокоррелят для ст. Ростов-на-Дону (юг ЕТС). Поля естественных функций более сглажены и отражают более крупномасштабные связи в этих районах.

Следовательно, для прогнозов лучше использовать поля так как они исключают возможность получения ложных крупных аномалий осадков.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А., Мякишева Н. Н. Некоторые характеристики аномалий средних месячных температур воздуха. Тр. ММЦ, вып. 9, 1968. 2. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов. Гидрометеоиз-

- дат, Л., 1968.
- 3. Яковлева Н. И., Мещерская А. В., Кудашкин Г. Д. Исследование полей давления (геопотенциала) методом разложения по естественным составляющим. Тр. ГГО, вып. 165, 1964. 4. Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Анализ барического поля над северным

полушарием методом разложения по естественным ортогональным функциям. Тр.

ГГО, вып. 168, 1965. 5. Яковлева Н. И., Чувашина И. Е., Леднева К. В. Статистическое описание полей давления (геопотенциал) над Азиатско-Тихоокеанским сектором с помощью естественных функций. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.

6. Яковлева Н. И., Чувашина И Е., Кудашкин Г. Д. Уточнение естественных ортогональных функций поля давления (геопотенциала) над северным полушари-ем. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.

## Р. П. РЕПИНСКАЯ

# ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ВРЕМЕНИ ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ

В настоящее время метод разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям координат  $X_{ji}$  широко используется для изучения статистической структуры полей давления (геопотенциала), температуры, снежного покрова, осадков и др. [1, 2, 3, 5, 6, 7].

М. И. Юдин предложил использовать коэффициенты разложения  $a_{jk}$  по функциям координат  $X_{ji}$  для получения новых количественных характеристик структуры метеорологических полей внутри месяца — естественных функций времени. С этой целью по коэффициентам  $a_{jk}$  рассчитываются нормированные автокорреляционные функции  $R_{a_j}(\tau)$ . Совокупность значений автокорреляционной функции для моментов времени  $\tau=0, 3, 6, ..., 27$  используется для построения корреляционной матрицы  $\{R\}$ .

Матрица  $\{R\}$  — квадратная симметричная матрица 10-го порядка. Значения  $R_{a_j}(0), R_{a_j}(3), \ldots, R_{a_j}(27)$ рассчитывались в каждом месяце примерно по 300, 270, ..., 30 параметрам  $a_{jk}$  соответственно. Таким образом, учитывалось свойство статистической стационарности рассматриваемой последовательности значений автокорреляции. Затем методом Якоби с преградами [4] определяются характеристические числа полученных матриц  $\lambda_j^q$  и собственные векторы — естественные функции времени  $T_j^q$  ( $\tau$ ) (q порядковый номер собственных значений матрицы  $\{R\}$  q=1, 2, 3, ..., 10;j — порядковый номер коэффициентов  $a_{jk}, j=1, 2, 3, ...; \tau$  — моменты времени внутри месячного интервала, для которых рассчитываются значения функций времени  $T_i^q$  ( $\tau$ ) ( $\tau=3, 6, 9, ..., 30$ ).

Известно, что разложение метеорологических полей в ряды по естественным функциям проводится для того, чтобы наиболее точно в статистическом смысле описать рассматриваемое поле малым числом членов разложения. Мы провели разложение полей наземного давления по естественным функциям координат  $X_{ji}$  и времени  $T_j^q$  ( $\tau$ ) для холодного полугодия (ноябрь — апрель) над Атлантико-Европейским сектором северного полушария. Причем функции времени  $T_j^q$ ( $\tau$ ) рассчитывались только для первых трех индексов *j*, так как нас интересовала структура наиболее крупномасштабных (в пространственном отношений) атмосферных движений. Таким образом, мы получилн для каждого месяца по 30 функций времени  $T_j^q$ ( $\tau$ ). На рис. 1 для примера представлены функции  $T_1^q$ ( $\tau$ )

при q=1, 2, 3 в ноябре — апреле. Видно, что эти функции имеют усто чивые формы. Однако они несколько отличаются друг от друга при пер ходе от одного месяца к другому. Кроме того, с увеличением порядкової номера параметров  $a_{jk}$  возрастает разброс значений одноименных фунций времени для одного и того же т.



Вольшое число отличных друг от друга естественных функций времеи создает известные трудности как при анализе их, так и при использозании в качестве предикторов и предиктантов. Поэтому необходимо было зайти путь к сокращению числа функций времени с целью дальнейшей концентрации исходной информации в возможно меньшем числе параметров разложения. Для решения этой задачи рассмотрим, во-первых, существенна ли зависимость естественных функций времени  $T_{J}^{q}$  ( $\tau$ ) в зимние месяцы от порядка случайной функции  $a_{jk}$ , во-вторых, нельзя ли пренебречь этой зависимостью и, если можно, то в какой форме и велика ли будет ошибка от принятия такого упрощения.

Заметим, что: 1) на форме естественных функций времени  $T_{j}^{i}$  ( $\tau$ ) сказывается различие характеристик времени релаксации разных коэффициентов  $a_{jk}$ , 2) формы естественных функций времени для коэффициснтов  $a_{2k}$  и  $a_{3k}$  имеют незакономерные колебания. Поэтому в общем форме пренебречь зависимостью естественных функций времени от индекса jне представляется возможным. Идти к сокращению числа функций времени нужно было иным путем: опираясь на устойчивость форм одноименных функций времени из месяца в месяц, рассчитать унифицированные функции времени для выборки, охватывающей все месяцы, отнесенные к зимним.

Унифицированные естественные функции времени рассчитывались как собственные векторы осредненной по всему объему исходной информации корреляционной матрицы  $\{\overline{R}\}$ . Причем матрицы  $\{\overline{R}\}$  рассчитывались для параметров  $a_{1k}$ ,  $a_{2k}$  и  $a_{3k}$  отдельно. Сохраняя прежние значения индексов j и q, унифицированные естественные функции времени будем обозначать через  $\overline{T}_{j}^{q}(\tau)$ , а характеристические числа их через  $\overline{\lambda}_{j}^{q}$ .

Известно, что сумма всех характеристических чисел матрицы равна суммарной дисперсии всего объема исходной выборки, а каждое  $\overline{\lambda}_{j}^{q}$  показывает, какую часть суммарной дисперсии описывает соответствующий ему собственный вектор, в данном случае — естественная функция времени  $\overline{T}_{j}^{q}(\mathbf{\tau})$ .

В табл. 1 приведены значения  $\overline{\lambda}_{j}^{q}$  и точность представления поля давления (%) некоторым числом *h* первых унифицированных естественных функций времени

$\overline{\beta}(h) =$	$\sum_{q=1}^{h} \overline{\lambda}_{j}^{q}$		
Pj(")	10	-,	
·	$\sum_{q = 1} \overline{\lambda}_j^q$		

где  $j=1, 2, 3; h=1, 2, 3, ..., 10; q=1, 2, 3, ..., 10. В табл. 2 приведены аналогичные величины для разложений по функциям <math>T_1^q(\tau)$  в ноябре — апреле.

Проведем краткий анализ точности разложения поля давления по унифицированным функциям времени  $\overline{T}_{j}^{q}(\tau)$ . Будем рассматривать первые четыре члена ряда. В этом случае для j=1  $\overline{\beta_{1}}(h)=78,9\%$  суммарной дисперсии. Точность разложения по функциям  $\overline{T}_{2}^{q}(\tau)$  и  $\overline{T}_{3}^{q}(\tau)$  несколько меньше:  $\overline{\beta_{2}}(h)$  и  $\overline{\beta_{3}}(h)$  при h=4 составляют 70,9 и 73,9% соответственно. Сравнивая значения  $\overline{\beta_{1}}(h)$  и  $\beta_{1}(h)$  при h=4, видим, что в одних месяцах (февраль, март, декабрь) точность представления поля давления функциями  $T_{1}^{q}(\tau)$  несколько выше, чем точность представления унифицированными функциями, а в других (январь, апрель, ноябрь) — ниже (табл. 1 и 2).

Таким образом, унифицированные естественные функции времен дают представление о среднем ходе давления в интервале времени с но ября по апрель.

На рис. 2 представлены первые четыре унифицированные функци времени  $\overline{T}_{j}^{q}(\tau)$  для j=1, 2, 3. Видно, что для всех трех j эти функци имеют близкую форму. С увеличением порядка индексов j и q разбро значений унифицированных функций для одинаковых  $\tau$  не возрастает Теперь проверим, возможна ли замена ежемесячных функций време

ни унифицированными функциями. Уже простое сравнение формь

Таблица 1

	Оценка	точности ј	разложений	поля д	авлени	Я
	по унифі	ицированны	м функциям	и време	ени $\overline{T}_{j}^{q}$	(τ)
за	холодное	полугодие.	Атлантико	Европе	йский	сектој
			······································			

9	T	q 1 (τ)	$\overline{T}_2^q$	(τ)	$\overline{T}_{3}^{q}\left( \mathfrak{r} ight)$		
	$\overline{\lambda_1^q}$	$\overline{\beta}_{1}(h)$	$\overline{\lambda}_2^q$	$\overline{\beta}_{2}(h)$	$\overline{\lambda}_3^q$	$\overline{\beta}_{3}(h)$	
1	34,4	34,4	26,9	26,9	28,3	28,3	
2	21,5	55,9	16,6	43,5	20,1	48,4	
3	14,4	70,3	14,3	57,8	14,4	62,8	
4	8,6	78,9	13,1	70,9	11,1	73,9	
5	6,2	85,1	7,5	78,4	6,5	80,4	
6	4,5	89,6	6,9	85,3	6,4	86,8	
7	4,2	93,8	5,7	91,0	4,3	91,1	
8	2,4	96,2	3,8	94,8	3,2	94,3	
9	1,9	98,1	2,9	97,4	2,9	97,2	
10	1,9	100,0	2,3	100,0	2,8	100,0	
	· · · ·	1. 1. 1. 1. 1.			1 1		

Таблица 2

Оценка разложения наземного поля давления по естественным функциям времени (для коэффициентов  $a_{1k}$ ). Атлантико-Европейский сектор

	·	1		11		Ш ·	]	V		XI	<u>}</u>	KII –
9	$\lambda_1^q$	$\beta_1(h)$										
1	31,5	31,5	42,6	47,5	50,4	50,4	29,9	29,9	28,1	28,1	33,9	33,9
2	25,2	56,7	22,7	72,7	16,0	66,4	17,8	47,7	24,9	53,0	25,2	59,1
3	12,3	69,0	8,1	81,7	11,4	77,8	16,9	64,6	15,7	68,7	14,5	73,6
4	9,3	78,3	6,7	89,1	6,5	84,3	9,7	74,3	9,9	78,6	8,1	81,9
5	5,9 -	84,2	5,0	94,7	5,1	89,5	6,4	80,7	8,7	87,3	4,3	. 8 <b>6</b> ,0
6	5,8	90,0	2,0	96,9	3,6	93,0	5,8	86,5	3,3	90,6	4,2	90,2
7	3,3	93, <b>3</b>	1,2	98,2	3,6	96,6	5, <b>4</b>	91,9	3,1	93,7	3,7	93,9
8	2,9	96,2	0,9	99,2	1,3	97,9	3,8	95,7	2,7	96,4	2,3	96,2
9	2,1	98,3	0,8	100,0	1,3	99,2	2,4	98,1	2,2	98,6	2,0	98,2
10	1,7	100,0			0,8	100,0	1,9	100,0	1,4	100,0	1,8	<b>10</b> 0,0

аждой функции  $T_{i}^{q}(\tau)$  с форой соответствующей функции ^{рq}ίτ) дало обнадеживающие езультаты. Отчетливо видно, то функции подобны (см. рис. 1 а 2). Однако подобие их можю выразить и количественно. Поскольку каждая естественная функция  $T_{f}^{q}(\tau)$  и  $T_{i}^{q}(\boldsymbol{\tau})$ есть собственный вектор сооткорреляционной ветствующей матрицы  $\{R\}$  или  $\{R\}$ , то угол между векторами можно трактовать как коэффициент корреляции о [3]. Для этой цели были рассчитаны косинусы углов между векторами унифицированных и ежемесячных корреляционных матриц.

Характерно, что большинство собственных векторов рассматриваемых корреляционных матриц  $\{R\}$  и все собственные векторы унифицированных мат- $\{R\}$  обладают одним обриц щим свойством: в ряду координат q-того собственного вектора имеется точно q-1 смена знака (n). Например, при q=1собственные векторы матриц (естественные функции времени не меняют знаки внутри месяца (n=0), при q=2 собственные векторы меняют знак один раз внутри месяца (n=1)и так далее, т. е. выполняется n=q-1. Однако равенство в некоторых месяцах с увеличением порядка случайной функции  $a_{jh}$  (индекса *j*) и номера естественной функции времени q указанное равенство не выполняется, т. е.  $n \neq q-1$ . Поэтому при расчете косинусов углов между собственными векторами ежемесячных и унифицированных корреляционных матрицучитывалось значение индексов и п, а значение, индекса q во внимание не принялось.

Рассчитанные значения коэффициентов корреляции (косинусов) о представлены в табл. З Для всех *j* 





*I* — функции  $\overline{T}_1^q$  (т), 2 — функции  $\overline{T}_2^q$  (т), 3 — функции  $\overline{T}_3^q$  (т).

Таблица З

j	'n	I	II	î III	IV	XI	XII			
	0	99,0	97,3	99,3	99,2	85,0	100,0			
	1	99,0	93,4	-98,0	96,2	99,9	99,8			
1	2	98,1	82,2	99,3	98,9	84,9	99,5			
	. 3	92,6	75,9	99,7	93,4	97,6	95,4			
	4	61,5	59,2	98,6	89,9	98,8	69,3			
	0	99,7	97,2	99,7	92,2	99,8	99,3			
	1	99,9	85,0	78,6	94,0	99,0	90,9			
2	2	97,7	84,5	99, <b>6</b>	88,9	99,7	99,3			
	3	99,8	74,6	61,8	92,3	98,9	90,9			
	4	77,4	69,7	95,2	90,7	97,8	97,9			
·.	0	99,7	97,0	99,2	99,5	70,4	99,9			
	1	97,4	73,1	99 <b>,0</b>	98,5	99,5	99,8			
3	2	99,1	85,6	99,0	97,8	67,0	99,7			
	3	96,1	57,8	93,9	97,5	90,5	99,6			
	4 ·	69,4	66,0	95,7	98,5	95,2	99,6			

Коэффициенты корреляции (%) между естественными функциями времени  $\overline{T}_{+}^{q}(\tau)$  и  $\overline{T}_{+}^{q}(\tau)$ 

коэффициенты корреляции высокие, как правило, больше 0,75. Для функций у которых n=0, 1, 2, коэффициенты корреляции равны 0,8—0,9. С увеличением порядкового номера функций связь между ними несколько уменьшается. Однако если говорить о первых трех-четырех функциях времени  $T_j^q$  ( $\tau$ ) в каждом из рассматриваемых месяцев, то их практически почти без ущерба можно заменять соответствующими функциями  $\overline{T}_j^q(\tau)$ .

Выясним теперь, существенна ли зависимость функций  $\overline{T}_{j}^{q}(\tau)$  от индекса *j*. Для этого мы рассчитали коэффициенты корреляции  $\rho_{1,2}$  между унифицированными функциями времени  $\overline{T}_{1}^{q}(\tau)$  и  $\overline{T}_{2}^{q}(\tau)$  и  $\rho_{1,3}$  между  $\overline{T}_{1}^{q}(\tau)$  и  $\overline{T}_{3}^{q}(\tau)$  для q=1, 2, 3, 4, 5. Как отмечалось выше, число смен знака унифицированными функциями с увеличением q сохраняется для всех рассматриваемых *j*, т. е. для них выполняется равенство n=q-1.

Таблица 4

	· · · ·					
			q		· .	
Allenter -	1	2	3	4	5	
Р ₁ , 2 · · Р _{1, 3} · ·	<b>9</b> 9,9 99,9	99,9 99,9	94,5 98,5	99,4 96,6	92,5 81,9	
		1 :	1. A. 1	I		

Коэффициенты корреляции между унифицированными функциями также высокие (табл. 4). Например, для  $q=1\div 4$ они равны 0,95 и больше. Это говорит о том, что унифицированные функции времени мало меняются с изменением порядка индекса *j*, и поэтому вместо 30 функций  $\overline{T}_{J}^{q}(\tau)$  можно использовать лишь 10 функций  $\overline{T}_{1}^{q}(\tau)$ . Эти функции имеют наибольший пространственно-
ременной масштаб и, следовательно, отражают характер наиболее упных процессов циркуляции над Атлантико-Европейским сектором.

Отметим также, что с увеличением порядкового номера q уменьшаета временной радиус функций  $\overline{T}_{1}^{q}$  ( $\mathbf{\tau}$ ) и, таким образом, мы получаем писание процессов, имеющих все более мелкий временной масштаб. Для зучения наиболее долгопериодных процессов достаточно использовать олько первые три-четыре функции  $\overline{T}_1^q$  ( $\tau$ ), описывающих 70—80% сумгарной дисперсии поля, исключив из рассмотрения мелкомасштабные озмущения.

Проведенный анализ показывает, таким образом, что в дальнейших сследованиях структуры процессов циркуляции над Атлантико-Евроцейским сектором в холодное полугодие (ноябрь — апрель) вместо 30 естественных функций времени  $T_j^q$  ( $\tau$ ) в каждом месяце достаточно ассматривать лишь первые три-четыре унифицированные функции времени  $\overline{T}_{1}^{q}$  ( $\tau$ ). Это намного упрощает дальнейшие теоретические исследования и практическое использование естественных составляющих.

## ЛИТЕРАТУРА

- Афанасьева В. Б., Есакова Н. П., Титов В. М. Статистическое описание полей снежного покрова методом разложения по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 201, 1968. 2. Мещерская А. В., Клюквин Л. Н. Оразложении полей аномалий температуры
- по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО, вып. 201, 1968. 3. Мещерская А. В., Яковлева Н. И. Уточнение естественных функций полей геопотенциала (давления) Атлантико-Европейского сектора. Тр. ГГО, вып. 168, 1965.
- 4. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. Физматгиз, М.— Л., 1963. 5. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Гидро-

метеоиздат, Л., 1968. 6. Яковлева Н. И., Мещерская А. В., Кудашкин Г. Д. Исследование полей

давления (геопотенциала) методом разложения по естественным составляющим. Тр. ГГО, вып. 165, 1964. 7. Яковлева Н. И., Чувашина И. Е., Кудашкин Г. Д. Уточнение естественных

ортогональных функций поля давления (геопотенциала) над северным полушарием. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.

<u>. - -</u>

diret correcto

11 H (18 H (18

В. А. ЕФИМОВ

# СПЕКТРАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ ВЕТРА

Во многих задачах гидродинамического прогноза погоды для решения уравнений гидро- и термодинамики атмосферы применяется представление поля функции тока и поля геопотенциала в виде рядов по сферическим функциям. Тогда решение уравнений динамики атмосферы сводится к определению неизвестных коэффициентов указанных рядов. Так, в работах [1, 8] использовано разложение поля функции тока в ряд по функциям  $e^{in\varphi} P_n^m$  (сов  $\Theta$ ), где  $\Theta$ ,  $\varphi$  — дополнение широты и долгота соответственно;  $P_n^m$  (сов  $\Theta$ ) — присоединенные полиномы Лежандра. В [1] подобные разложения проводились также и для поля геопотенциала. Но в указанных работах поле ветра не разлагалось в ряды. Например, в [9, 10] решение ведется относительно потенциала скорости и функции тока.

Основной особенностью при разложении поля ветра в ряды по сферическим функциям является то, что это векторное поле и для представления его в спектральной форме необходимо применять соответствующий математический аппарат, отличный от аппарата разложения скалярных полей по сферическим функциям. Такой аппарата разработан И. М. Гельфандом [3] применительно к разложению векторных полей на сфере в ряды по обобщенным сферическим функциям. В [4, 5, 6] указанные разложения были впервые применены к решению уравнений движения вязкой жидкости и динамики атмосферы в сферической системе координат, что привело к эффекту разделения переменных в нелинейных векторных уравнениях движения и в уравнении неразрывности без проведения предварительного интегрирования по сфере, как это делалось в [9, 10].

Изложим здесь предложенный в [3] метод разложения векторного поля на сфере в ряд применительно к конкретным полям ветра с тем, чтобы подобная методика могла быть в дальнейшем использована в практических приложениях, как, например, в [5].

Пусть задано векторное поле ветра V (x), где x является точкой трехмерного пространства. Точка x может быть задана тремя координатами в сферической системе координат: r,  $\Theta$ ,  $\varphi$ , где r — расстояние от центра Земли;  $\Theta$  — дополнение широты, т. е.  $\Theta = \frac{\pi}{2} - \psi$  ( $\psi$  — широта);  $\varphi$  — долгота.

Введем понятие преобразования вращения трехмерного пространства вокруг фиксированной точки:

$$x_i' = \sum_{k=1}^3 g_{ik} x_k$$

де  $x_k$  — координаты вектора x, выходящего из начала координат; x' — ектор, в который вектор x перевело вращение g, заданное матрицей  $g_{ik}$  ; – координаты вектора x'.

Подвергнем векторную функцию V(x) некоторому преобразованию вращения  $g_0$ . Тогда получим V'(x) — новое векторное поле. При разложении векторного поля ветра в ряды необходимо, чтобы компоненты векторов этого поля были инвариантны относительно преобразования вращения, т. е. компоненты векторов векторного поля не должны меняться по величине при проведении любого преобразования вращения над данным векторным полем. Для рассмотрения этого вопроса необходимо найти выражение векторного поля V'(x) через поле V(x).

При проведении преобразования вращения в точку x придет вектор с началом в точке  $g_0^{-1}x$ , где  $g_0^{-1} = ||g_{ik}^{(0)}||^{-1}$  обратное вращение,  $x = = (r, \Theta, \varphi)$ . Но вектор  $V(g_0^{-1}x)$  не переходит в точку x без изменения. Вектор  $V(g_0^{-1}x)$  тоже подвергается вращению  $g_0$ :

$$\mathbf{V}'(x) = \mathbf{g}_0 \mathbf{V}(g_0^{-1}x) = T_{g_0} \mathbf{V}(x),$$

где  $T_{g_0}$  — некоторое преобразование векторных функций.

Если в точку x придет вектор с началом в точке с координатами  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ , то эти координаты могут быть получены из координат точки  $x = (x_1, x_2, x_3)$  с помощью следующего линейного преобразования:

$$y_1 = b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3,$$
  

$$y_2 = b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + b_{23}x_3,$$
  

$$y_3 = b_{31}x_1 + b_{32}x_2 + b_{33}x_3,$$

где  $b = g_0^{-1} = ||b_{ik}|| = ||g_{ik}^{(0)}||^{-1}$ 

Так как векторы V(y) и V'(x) можно записать в виде

$$\mathbf{V}'(x) = v'_r(x)\mathbf{k} + v'_{\theta}(x)\mathbf{i} + v'_{\varphi}(x)\mathbf{j},$$
  
$$\mathbf{V}(\mathbf{y}) = v_r(\mathbf{y})\mathbf{k} + v_{\theta}(\mathbf{y})\mathbf{j} + v_r(\mathbf{y})\mathbf{j}.$$

то

$$\begin{aligned} & v_{\theta}'(x) = g_{11}^{(0)} v_{\theta}(y) + g_{12}^{(0)} v_{\varphi}(y) + g_{13}^{(0)} v_{r}(y) \\ & v_{\varphi}'(x) = g_{21}^{(0)} v_{\theta}(y) + g_{22}^{(0)} v_{\varphi}(y) + g_{23}^{(0)} v_{r}(y) \\ & v_{r}'(x) = g_{31}^{(0)} v_{\theta}(y) + g_{32}^{(0)} v_{\varphi}(y) + g_{33} v_{r}(y) \end{aligned}$$

Из системы (1) следует, что при преобразовании вращения каждая компонента переходит в комбинацию всех трех компонент. Интересы решения уравнений гидромеханики в инвариантной форме требуют, чтобы компоненты векторов векторного поля оставались инвариантными относительно вращений. Поэтому необходимо найти такие компоненты векторов векторного поля ветра, которые бы не переходили в комбинацию этих же компонент при проведении преобразования вращения.

Эта задача может быть решена введением новой системы координат, а именно углов Эйлера  $\varphi_1$ ,  $\Theta$ ,  $\varphi_2$ . Если координатные оси Ox, Oy и Ozперейдут после вращения в оси Ox' Oy' и Oz', а L — прямая, по которой пересекаются плоскости xOy и x'Oy', то угол  $\varphi_1$  есть угол между Ox и L,  $\varphi_2$  — угол между L и Ox',  $\Theta$  — угол между положительными направле-

147

(1)

ниями осей Oz и Oz'. Тогда любое вращение g может быть представлено в виде комбинации трех, следующих друг за другом вращений. Это вращение  $g_{\varphi_i}$  в положительном направлении вокруг оси Oz на угол  $\varphi_i$ , в результате которого ось Ox совпадает с прямой L; вращение  $g\Theta$  на угол  $\Theta$ вокруг оси Ox, после которого ось Oz перейдет в Oz'; вращение  $g_{\varphi_2}$  на угол  $\varphi_2$  вокруг оси Oz'. Тогда общее преобразование вращения может быть записано в виде произведения трех вращений

$$g(\varphi_1, \theta, \varphi_2) = g_{\varphi_2} g_{\theta} g_{\varphi_1};$$

Каждое такое элементарное вращение может быть задано матрицей следующего вида:

cos φ	—sin φ	0			
sin φ	cos φ	0		(	2)
0	0	1			

если вращение происходит вокруг осей Oz или Oz'. Если же вращение происходит вокруг оси Ox, то матрица, задающая его, имеет вид

$$g_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$
(3)

Рассмотрим в некоторой точке  $\sigma$  на поверхности сферы какой-либо нормированный и ортогональный репер  $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{e}_3$ . Вектор  $\mathbf{e}_3$  пусть будет направлен по нормали к поверхности сферы. Репер, расположенный в точке северного полюса с векторами, направленными по осям координат, назовем нормальным репером. Вращение *g* переводит нормальный репер в данный. Отсюда ясно, что любой репер на поверхности сферы может быть задан соответствующим вращением *g* или соответствующими углами Эйлера. Найдем связь углов Эйлера с обычными сферическими координатами. Для этого надо перемножить матрицы (2) и (3), задающие отдельные вращения, в обратном порядке:

$$g_{\theta}g_{\varphi_{1}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\varphi_{1} & -\sin\varphi_{1} & 0 \\ \sin\varphi_{1} & \cos\varphi_{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{1} & -\sin\varphi_{1} & 0 \\ \cos\theta\sin\varphi_{1} & \cos\theta\cos\varphi_{1} & -\sin\theta \\ \sin\theta\sin\varphi_{1} & \sin\theta\cos\varphi_{1} & \cos\theta \end{vmatrix}$$
$$g_{\varphi_{2}}g_{\theta}g_{\varphi_{1}} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{2} & -\sin\varphi_{2} & 0 \\ \sin\varphi_{2} & \cos\varphi_{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\varphi_{1} & -\sin\varphi_{1} & 0 \\ \cos\theta\sin\varphi_{1} & \cos\theta\cos\varphi_{1} & -\sin\theta \\ \sin\theta\sin\varphi_{1} & \sin\theta\cos\varphi_{1} & \cos\theta \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{2}\cos\varphi_{1} & -\cos\theta\sin\varphi_{2}\sin\varphi_{1} \\ \sin\varphi_{2}\cos\varphi_{1} & -\cos\theta\sin\varphi_{2}\sin\varphi_{1} \\ \sin\theta\sin\varphi_{1} & \sin\theta\cos\varphi_{1} \\ \sin\theta\sin\varphi_{1} & \sin\varphi_{2}\sin\varphi_{1} \\ \sin\theta\sin\varphi_{1} & \sin\varphi_{2}\sin\varphi_{1} \\ \sin\theta\sin\varphi_{1} & \sin\varphi_{2}\sin\varphi_{1} \\ -\sin\varphi_{2}\sin\varphi_{1} & -\cos\theta\cos\varphi_{2}\cos\varphi_{1} \\ \sin\theta\cos\varphi_{1} & \cos\theta \end{vmatrix}$$
(4)

Вращение, заданное матрицей (4), переводит репер из нормального в данный. Тогда можно найти координаты точки на поверхности сферы, которая задает положение нормального к поверхности сферы орта ез. Для этого надо умножить матрицу (4) на вектор (0, 0,1), где выделен орт ез. Отсюда ясно, что декартовы координаты точки на поверхности сферы в углах Эйлера будут

$$\sin \varphi_2 \sin \theta; \quad -\cos \varphi_2 \sin \theta; \quad \cos \theta.$$
 (5)

В то же время декартовы координаты точки на поверхности сферы в сферической системе координат будут

$$\cos \varphi \sin \theta; \quad \sin \varphi \sin \theta; \quad \cos \theta.$$
 (6)

Из (5) и (6) ясно, что  $\Theta$  в углах Эйлера равен  $\Theta$  в сферической системе координат, а  $\sin \varphi_2 = \cos \varphi$  и  $-\cos \varphi_2 = \sin \varphi$ ; Отсюда  $\sin \varphi_2 =$  $= \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) \text{ и } \cos \varphi_2 = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right). \text{ Поэтому } \varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi \text{ или } \varphi = \varphi_2 - \frac{\pi}{2}.$ И в то же время ясно, что точка на поверхности сферы не зависит от угла  $\varphi_1$ . Так как вектор ез зависит только от положения точки на поверхности сферы, то он тоже не зависит от  $\phi_1$ . От угла  $\phi_1$  будут зависеть только векторы  ${f e}_1$  и  ${f e}_2$ . При вращении новые векторы репера  ${f e}_1'$  и  ${f e}_2'$  являются функцией угла ф1. Поэтому необходимо найти вид этой функциональной зависимости, что поможет выбрать компоненты векторов векторного поля V(x) так, чтобы при вращении их величины в реперах до и после вращения оставались бы одинаковыми.

Рассмотрим вращение  $g(\pi + \varphi_1, \Theta, \varphi_2)$ . Вращение на угол  $\varphi_1$  происходит вокруг оси Ог. Направление оси Ог выбираем так, чтобы угол поворота не превосходил л, если смотреть с конца вектора. А так как здесь вокруг оси Oz поворот происходит с углом, большим  $\pi$  (равным  $\pi + \varphi_1$ ), то вращение следует осуществить в обратном направлении. Так как  $g^{-1} = g'$  [2, 3], то

$$g^{-1} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Отсюда

$$\begin{pmatrix} e_1'\\ e_2'\\ e_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0\\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1\\ e_2\\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 \cos\varphi_1 + e_2 \sin\varphi_1\\ -e_1 \sin\varphi_1 + e_2 \cos\varphi_1\\ e_3 \end{pmatrix}$$

Или, если  $e^0 = e_k(\pi, \Theta, \phi_2)$ , то

$$\mathbf{e}_{1}(\varphi_{1}+\pi, \theta, \varphi_{2}) = \mathbf{e}_{1}^{0}\cos\varphi_{1} + \mathbf{e}_{2}^{0}\sin\varphi_{1},$$
$$\mathbf{e}_{2}(\varphi_{1}+\pi, \theta, \varphi_{2}) = -\mathbf{e}^{0}\sin\varphi_{1} + \mathbf{e}_{2}^{0}\cos\varphi_{1}.$$

(7)

Остается определить, что представляют собой векторы  $\vec{e_k}$ . Для этого в матрице (4) положим φ₁=π:

$$g(\pi, \theta, \varphi_2) = \begin{vmatrix} -\cos\varphi_2; & \sin\varphi_2\cos\theta; & \sin\varphi_2\sin\theta \\ -\sin\varphi_2; & -\cos\varphi_2\cos\theta; & -\cos\varphi_2\sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$$
(8)

Затем получим декартовы координаты векторов  $\mathbf{e}_1^0$  и  $\mathbf{e}_2^0$ . Пусть вектор (1, 0, 0) вращением (8) переведен в вектор с координатами x', y', z'. Тогда это будут координаты вектора  $\mathbf{e}_1^0$ 

 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -\cos\varphi_2; & \sin\varphi_2\cos\theta; & \sin\varphi_2\sin\theta \\ -\sin\varphi_2; & -\cos\varphi_2\cos\theta; & -\cos\varphi_2\sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

Отсюда  $x' = -\cos \varphi_2, y' = -\sin \varphi_2, z' = 0.$ 

Далее пусть x'', y'', z'' — декартовы координаты вектора  $e_0^0$ . Тогда

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -\cos\varphi_2; & \sin\varphi_2\cos\theta; & \sin\varphi_2\sin\theta \\ -\sin\varphi_2; & -\cos\varphi_2\cos\theta; & -\cos\varphi_2\sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Отсюда  $x'' = \sin \varphi_2 \cos \Theta$ ,  $y'' = -\cos \varphi_2 \cos \Theta$ ,  $z'' = -\sin \Theta$ . Из соотношений, показывающих значение декартовых координат векторов репера в сферической системе координат,

$$\mathbf{e}_{\varphi} = (-\sin\varphi; \cos\varphi; 0),$$
$$\mathbf{e}_{\theta} = (\cos\theta\cos\varphi; \cos\varphi; \cos\theta\sin\varphi; -\sin\theta)$$

вытекает, что

$$\mathbf{e}_1^0 = \left(-\cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right); \quad -\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right); \quad 0\right),$$
$$\mathbf{e}_2^0 = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)\cos\theta; \quad -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)\cos\theta; \quad -\sin\theta\right).$$

Отсюда

$$\mathbf{e}_1^0 = (\sin\varphi; -\cos\varphi; 0) = -\mathbf{e}_{\varphi},$$
$$\mathbf{e}_2^0 = (\cos\theta\cos\varphi; \cos\theta\sin\varphi; -\sin\theta) = \mathbf{e}_{\theta}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{1}(\varphi_{1}+\pi, \ \theta, \ \varphi_{2}) &= -\mathbf{e}_{\varphi}\cos\varphi_{1}+\mathbf{e}_{\theta}\sin\varphi_{1}, \\ \mathbf{e}_{2}(\varphi_{1}+\pi, \ \theta, \ \varphi_{2}) &= \mathbf{e}_{\varphi}\sin\varphi_{1}+\mathbf{e}_{\theta}\cos\varphi_{1}, \\ \mathbf{e}_{3}(\varphi_{1}+\pi, \ \theta, \ \varphi_{2}) &= \mathbf{e}_{r}. \end{aligned}$$

Здесь е., е. – единичные векторы, направленные соответственно по касательным к параллели и меридиану.

Для скорости ветра V можно получить следующие соотношения:

$$egin{aligned} &v_1(arphi_1+\pi,\ heta,\ arphi_2)=-v_arphi\cosarphi_1+v_ heta\sinarphi_1,\ &v_2(arphi_1+\pi,\ heta,\ arphi_2)=v_arphi\sinarphi_1+v_ heta\cosarphi_1,\ &v_2(arphi_1+\pi,\ heta,\ arphi_2)=v_arphi, \end{aligned}$$

Здесь каждый вектор орта заменен соответствующей компонентой вектора ветра. Поскольку векторы V и векторы  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  подвергаются одному и тому же вращению, то всегда компоненты  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  будут равны в реперах до и после вращения, так как репер перемещается соответственно с самим вектором V, разложенным по векторам  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$ . Поэтому такие компоненты будут инвариантными относительно преобразования вращений. Эти компоненты можно свести к более удобной форме. Для этого введем следующие компоненты:

$$V = v_1 - iv_2;$$
  $U = v_1 + iv_2.$ 

Тогда

$$V(\varphi_{1} + \pi, \theta, \varphi_{2}) = v_{1}(\varphi_{1} + \pi, \theta, \varphi_{2}) - iv_{2}(\varphi_{1} + \pi, \theta, \varphi_{2}) =$$

$$= -v_{\varphi} \cos \varphi_{1} + v_{\theta} \sin \varphi_{1} - iv_{\varphi} \sin \varphi_{1} - iv_{\theta} \cos \varphi_{1} =$$

$$= -v_{\varphi}(\cos \varphi_{1} + i \sin \varphi_{1}) - iv_{\theta}(\cos \varphi_{1} + i \sin \varphi_{1}) =$$

$$= (-v_{\varphi} - iv_{\theta}) e^{i\varphi_{1}}; \qquad (9)$$

$$U(\varphi_{1} + \pi, \theta, \varphi_{2}) = v_{1}(\varphi_{1} + \pi, \theta, \varphi_{2}) + iv_{2}(\varphi_{1} + \pi, \theta, \varphi_{2}) =$$

$$= -v_{\varphi} \cos \varphi_{1} + v_{\theta} \sin \varphi_{1} + iv_{\varphi} \sin \varphi_{1} + iv_{\theta} \cos \varphi_{1} =$$

$$= -v_{\varphi}(\cos\varphi_{1} - i\sin\varphi_{1}) + iv_{\theta}(\cos\varphi_{1} - i\sin\varphi_{1}) =$$
$$= (-v_{\varphi} + iv_{\theta})e^{-i\varphi_{1}}.$$
(10)

Функции V, U, v_r при вращении преобразуются независимо друг от друга.

Введем новые функции

$$b_k(g) = v_k(g^{-1})$$
 (k = 1, 2, 3),

т. е. здесь прямое преобразование вращения заменено обратным преобразованием вращения. Если в матрицу (4) подставить вместо  $\varphi_1$ ,  $\Theta$ ,  $\varphi_2$  аргументы  $\pi - \varphi_2$ ,  $\Theta$ ,  $\pi - \varphi_1$ , то она заменится транспонированной, а транспонированная матрица есть также и обратная для любого преобразования вращения [2, 3]. Это можно просто проверить подстановкой  $\varphi = = \varphi_2 - \frac{\pi}{2} = \pi - \varphi_1 - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$ .

Тогда

$$V = e^{-i\varphi_2}(v_{\varphi} + iv_{\theta}), \tag{11}$$

 $U = e^{i\varphi_2}(v_{\varphi} - iv_{\theta}), \qquad (12)$ 

так как

 $e^{i \varphi_1} = e^{i(\pi - \varphi_2)} = -e^{-i \varphi_2},$  $e^{-i \varphi_1} = e^{-i(\pi - \varphi_2)} = -e^{i \varphi_2},$ 

Ввиду того что обобщенные сферические функции инвариантны относительно вращений, компоненты  $V, U, v_r$  следует разлагать в ряды по соответствующим наборам обобщенных сферических функций

$$T_{mn}^{l} = e^{-im\varphi_2} P_{mn}^{l}(\cos\theta) e^{-in\varphi_1}$$

Так, функции  $v_r$ , как не зависящие от Эйлерова угла  $\varphi_2$ , должны разлагаться в ряды по обобщенным сферическим функциям с индексом m = 0, функции V и U — по обобщенным сферическим функциям соответственно

с индексами m=1 и m=-1, так как  $e^{-im\varphi_2}$  входит в эти функции строго определенным образом и четко указывает индекс m в разложении

$$V(r, \theta, \varphi_{1}) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^{l} V_{l,n}(r) T_{1n}^{l}(\theta, \varphi_{1}),$$
$$U(r, \theta, \varphi_{1}) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-l}^{l} U_{l,n}(r) T_{-1n}^{l}(\theta, \varphi_{1}),$$
$$v_{r}(r, \theta, \varphi_{1}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^{l} v_{l,n}(r) T_{0n}^{l}(\theta, \varphi_{1}),$$
(13)

причем  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi = \lambda.$ 

Обобщенные сферические функции определенного набора по индексу *m* составляют полную ортогональную систему, поэтому коэффициенты разложения могут быть рассчитаны как коэффициенты Фурье по следующим формулам:

$$f(\theta, \lambda) = e^{-im\varphi_2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^{l} \alpha_l^n e^{in\lambda} P_{mn}^l(\cos\theta),$$
  
$$\alpha_l^n = \frac{(-1)^{m-n}(2l+1)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\lambda, \theta) e^{-in\lambda} P_{mn}^l(\cos\theta) \sin\theta \, d\theta \, d\lambda.$$
(14)

Вместо  $\frac{\pi}{2} - \varphi$  введена переменная  $\lambda$ , так как не существенно, от какого места на широтном круге отсчитывать долготу. Интегрирование в (14) ведется по так называемой инвариантной мере  $du = \sin \Theta d\Theta d\lambda$ . Эта мера введена для того, чтобы величина интеграла была инвариантна относительно преобразования вращения. Таким образом, коэффициенты рядов (13) будут инвариантны относительно вращений [3]. Угол Эйлера  $\varphi_2$  можно фиксировать, приняв его равным нулю, так как в разложении функциональная зависимость от  $\varphi_2$  входит в виде постоянного множителя  $e^{-im\varphi_2}$  и для упрощения можно этот множитель считать равным единице. Функции  $T_{0n}^i$  отличаются от обычных сферических функций

 $Y_l^n(\theta, \varphi) = e^{-in\varphi} P_l^n(\cos \theta)$ 

лишь наличием постоянного множителя  $\sqrt{\frac{2}{2l+1}}$ :

$$T_{0n}^{l} = \sqrt{\frac{2}{2l+1}} Y_{l}^{n} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi, \theta\right).$$

Поэтому разложение в ряды компоненты  $v_r$  по обобщенным сферическим функциям с индексом m=0 аналогично разложению в ряды по обычным сферическим функциям. Несколько иначе обстоит дело с обобщенными сферическими функциями с индексом m=-1,1. Так как

 $P_{m,-n}^{l}(\cos\theta) = P_{-m,n}^{l}(\cos\theta)$ 

 $(n = -l, -l + 1, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, l - 1, l),$ 

то функций с m = -1 могут быть легко получены из функций с m = 1. Поэтому достаточно рассмотреть только основные принципы разложения в ряды по функциям  $T_{1n}^{l}(\Theta, \varphi)$ . Расчет функций  $P_{mn}^{l}(\cos \Theta)$  удобно проводить по следующей формуле:

$$P_{mn}^{l}(z) = -i^{-m-n} \sqrt{\frac{(l-m)! (l-n)!}{(l+m)! (l+n)!}} \left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\frac{m+n}{2}} \times \\ \times \sum_{j=\max(m,n)}^{l} \frac{(l+j)! i^{2j}}{(l-j)! (j-m)! (j-n)!} \left(\frac{1-z}{2}\right)^{j}.$$
(15)

Так как функция (15) имеет особенность в точке полюсов, то для района полюсов следует пользоваться следующими соотношениями:

$$P_{1n}^{l}|_{\theta=180^{\circ}} = 0 \quad \text{M} \quad P_{1,-1}^{l}|_{\theta=180^{\circ}} = (-1)^{l},$$

$$P_{1n}^{l}|_{\theta=0^{\circ}} = 0 \quad \text{M} \quad P_{11}^{l}|_{\theta=0^{\circ}} = 1.$$
(16)

Для контроля расчетов удобно использовать тождество

$$\sum_{n=-l}^{l} |P_{1n}^{l}(\cos\theta)|^2 \equiv 1.$$

Существенной особенностью обобщенных сферических функций синдексом m = -1,1 является то, что в точках полюсов они не обращаются в нуль, как это происходит с обычными сферическими функциями. Далее следует отметить, что свойством симметрии относительно экватора обладают лишь следующие функции:

$$P_{10}^1; P_{10}^3; P_{10}^5; \ldots; P_{10}^{2k+1}.$$

Количество нулей функции  $P_{1n}^l$  в промежутке [ $(0^\circ + \Delta) - (180^\circ - \Delta)$ ] равно числу l - [n] при  $n \neq 0$  и равно l - 1 при n = 0.

В работе [5] описано применение указанных разложений в задачах гидродинамического прогноза погоды. При проведении расчетов для реальных метеорологических полей существенную трудность представляет снятие с карт АТ величин  $v_{\theta}$  и  $v_{\varphi}$ . Если рассчитывать эти величины с помощью геострофических соотношений, то этим несколько огрубляется физический смысл задачи. Поэтому все же имеет смысл вводить в расчет реальные значения  $v_{\theta}$  и  $v_{\varphi}$ . Имея значения румба и величину скорости ветра V, можно получить значения  $v_{\theta}$  и  $v_{\varphi}$  с помощью простых тригонометрических соотношений:

$$v_{\varphi} = |\mathbf{V}| \cos \delta, \quad v_0 = |\mathbf{V}| \sin \delta,$$

где  $\delta$  — угол направления ветра (в градусах или румбах), |V| — модуль скорости ветра (м/сек.). Угол  $\delta$  отсчитывается от широтного круга к северу.

С развитием теории объективного анализа поля ветра задача разложения поля реального ветра в ряды по обобщенным сферическим функциям может быть решена во всей своей полноте. Проблема решения уравнений динамики атмосферы в их полной форме приводит к необходимости задания начальных условий для векторного поля ветра. Так, например, метод решения уравнений динамики атмосферы, предложенный в [4, 5, 6], требует обязательного применения указанных разложений для представления начальных полей ветра.

# ЛИТЕРАТУРА

Блинова Е. Н. Гидродинамическая теория волн давления, температурных волн и центров действия атмосферы. ДАН СССР, т. 39, № 7, 1943.

- 2. Виленкин Н. Я. Специальные функции и теория представлений градин. Физматгиз, 1965.
- 3. Гельфанд И. М., Минлос Р. А., Шапиро З. Я. Представление группы вра-
- щений и группы Лоренца, их применние. Физматгиз, 1958. 4. Ефимов В. А. К стационарной нелинейной модели общей циркуляции атмосферы. Тр. ГГО, вып. 208, 1967. 5. Ефимов В. А. Решение нелинейных уравнений динамики атмосферы на сфере. Ме-
- теорология и гидрология, № 5, 1968.
- Ефимов В. А. Решение гидродинамических задач на сфере методом разделения переменных. Тр. ГГО, вып. 197, 1968.
   Yaglom A. M. Some Mathematical Models Generalizing the Model of Homogeneous
- and Isotropic Turbulence, Journal of Geophysical Research, v. 67, No. 8, 1962.
  8. Eliassen E., Machenhauer B. A Study of the Fluctuations of Atmospheric Planetary Flow Pattern Represented by Spherical Harmonics. Tellus, vol. 17, No. 2, 1965.
  - 9. Kubota S. Surface Spherical Harmonic Representation of the System of Equations for Analysis. Papers in Meteorology and Geophysics, vol. 10, No. 3-4, Tokyo, Japan, 1960.
- 10. Silberman T. Planetary Waves in the Atmosphere. Journal of Meteorology, vol.11, No. 1, 1954.

## Н. И. ЯКОВЛЕВА, К. А. ГУРЛЕВА

# К ВОПРОСУ ОБЪЕКТИВНОГО РАЙОНИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ЭМПИРИЧЕСКИМ ФУНКЦИЯМ

. . . . . . . . . . .

Во многих задачах метеорологии и географии употребляемые для анализа различные характеристики, как правило, в большей или меньшей степени взаимосвязаны между собой. Поэтому иногда возникающие дискуссии в отношении того, какая из характеристик лучше или более показательна для того или иного анализа, по существу не решают вопроса. Целесообразнее в этом случае использовать некоторые статистико-математические методы, позволяющие в количественном анализе использовать одновременно комплекс характеристик.

Для таких целей представляет интерес, например, метод разложения по эмпирическим (главным) компонентам, когда можно получить небольшое число (в сравнении с числом исходных характеристик) новых комплексных функций с учетом зависимости между используемыми данными.

Суть метода и его применение к ряду задач в метеорологии изложены во многих опубликованных работах [1—12]. В данной статье проиллюстрирован еще один аспект использования этого метода: объективное районирование (или классификация) рассматриваемых объектов, каждый из которых характеризуется каким-то комплексом характеристик.

Допустим, что мы имеем комплекс характеристик  $k_i$  (метеорологических, географических, климатических и пр.), которые описывают каждый из  $N_s$  рассматриваемых объектов (это может быть город, станция, район, ограниченная территория, различные уровни в горных районах и т. д.).

Ставится задача — провести разделение (классификацию, районирование) объектов  $N_s$  на ряд групп в соответствии с  $k_i$  характеристиками. Причем заданный комплекс  $k_i$  в принципе может быть любым как по существу (разные единицы измерения или выражения, разная изменчивость  $k_i$  и т. д.), так и по количеству (любое число  $k_i$  и любое число  $N_s$ ). Подбор характеристик  $k_i$  определяется физическим содержанием поставленной цели. Метод же позволяет выделить наиболее существенные связи и те из характеристик, которые определяют в основном главные статистические компоненты (первые естественные функции  $X_{gi}$ ).

Естественные функции определяются статистически ¹. Предполагается, что каждую из характеристик  $k_i$  на объекте  $N_s$  можно представить в виде ряда из суммы произведений некоей функции  $X_{gi}$  и коэффициента при ней  $a_{gs}$ :

$$k_{i,s} = \sum_{g=1}^{n} a_{g,s} X_{g,i} = a_{1s} X_{1i} + a_{2s} X_{2i} + \ldots + a_{ns} X_{ni} + \delta_{i,s}, \qquad (1)$$

тде i — номер характеристики (i=1, 2, ..., n), g — номер нового статистического параметра, s — номер объекта  $(s=1, 2, ..., N), X_{gi}$  — функция от  $k_i, a_{gs}$  — вес функции  $X_{gi}$  на объекте  $N_s$ .

Затем ставится условие, чтобы разность

$$\left[\sum_{i s} \left(k_i - \sum_{g} a_{g s} X_{g i}\right)\right]^2 = \sum_{i s} \delta_i^2 s = \Delta$$

была минимальной. Это условие минимума ошибки  $\Delta$  используется для определения  $X_{gi}$ , а коэффициенты разложения  $a_{gs}$  определяются по  $X_{gi}$  таким же способом, как, например, коэффициенты Фурье:

$$a_{gs} = \sum_{i} \left( k_{is} - \overline{k_i} \right) X_{gi} \frac{1}{L_i}, \qquad (2)$$

где  $L_i$  — масштабный множитель (равный 1, изменчивости  $\sigma_i$  или другой величине). В наших расчетах  $L_i = \sigma_i$ .

Используя условие минимума  $\Delta$ , получим следующую систему уравнений:

При этом введем обозначение  $\lambda_g = \frac{1}{N} \sum_{s} a_{gs}^2$  и используем условие ортонормированности естественных функций  $X_{gi}$ :

$$\sum_{l} X_{gl} X_{ll} = \begin{cases} 0 & g \neq l \\ 1 & g = l \end{cases}$$
(4)

Все величины  $\lambda_g$  (g = 1, 2, ..., n) определим в дальнейшем из условия совместности полученной системы уравнений (3), которую с учетом введенных обозначений и условий (2) и (4) можно записать в виде

$$\begin{cases} (r_{11} - \lambda) X_1 + r_{12} X_2 + \dots + r_{1n} X_n = 0 \\ r_{21} X_1 + (r_{22} - \lambda) X_2 + \dots + r_{2n} X_n = 0 \\ \vdots \\ r_{n1} X_1 + r_{n2} X_2 + \dots + (r_{nn} - \lambda) X_n = 0 \end{cases}$$

$$(5)$$

где r_{ij} — элементы корреляционной матрицы

¹ Изложение теории статистического метода дается согласно работе [1].

$$r_{ij} = \frac{1}{VL_{i}L_{j}} \sum_{s=1}^{N} (k_{is} - \overline{k}_{i}) (k_{js} - \overline{k}_{j})$$

$$L_{i} = \sum_{s=1}^{N} (k_{is} - \overline{k}_{i})^{2}; \quad L_{j} = \sum_{s=1}^{N} (k_{js} - \overline{k}_{j})^{2}$$
(6)

Здесь  $k_i$  (i = 1, 2, ..., j, ..., n) — среднее значение  $k_i$  по всем рассматриваемым объектам  $N_s$ .

Таким образом, для расчета X_{gi} нужно рассчитать матрицу коэффициентов корреляции по матрице исходных значений ||k_{is}||.

Из характеристического уравнения системы (5), которое в матричной форме имеет вид

$$[r - \lambda I] = 0$$

 $(I - единичная матрица), определяется система собственных чисел <math>\lambda_g$ . Для каждого собственного числа  $\lambda_g$  из системы (5) рассчитывается nзначений вектора  $X_g(g=1, 2, ..., n)$ . Каждый вектор  $X_g$  имеет n составляющих  $X_{gi}$  (i=1, 2, ..., n).

Все собственные числа  $\lambda_g$  и соответствующие им векторы располагаются в ряд согласно величине  $\lambda_g$  (от больших значений в убывающем порядке до наименьших  $\lambda_g$ ). По своему существу  $\lambda_g$ является долей от следа матрицы  $r_{11}+r_{22}+...+r_{nn}=\lambda_1+\lambda_2+...\lambda_n$  (или суммарной дисперсии матрицы  $\Sigma \lambda_g$ ). Чем больше  $\lambda_g$ , тем бо́льшую часть суммарной дисперсии (от  $\Sigma \lambda_g$ ) описывает соответствующий собственный вектор  $X_g$ . Поскольку, как правило,  $\lambda_g$ , расположенные в ряд в убывающем порядке, быстро уменьшаются по величине, ряд (1) довольно быстро сходится. В этом одно из преимуществ метода главных (естественных) компонент. Кроме того, все статистические параметры ( $X_{gi}$ , а также  $a_{gs}$ ) ортогональны между собой (см. (4)). Это означает, что информация каждого такого параметра независима от информации другого параметра и, связи между  $k_i$ , учтенные, например, в  $X_{1i}$ , не повторяются в других  $X_{gi}$ . Согласно (2), величина  $a_{gs}$  определяется прежде всего значением составляющей вектора  $X_g$ , а также «аномалиями» ( $k_{is}$ — $k_i$ ) в данном объекте.

В общем случае индекс g меняется от 1 до n, т. е. можно рассчитать полное число  $a_{gs}$ . Но поскольку статистическая значимость комплексных векторов  $X_{1i}, X_{2i}, ..., X_{ni}$ , определяемая величиной  $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ , быстро уменьшается, практически это дает возможность ограничиться немногими первыми (двумя — четырьмя) коэффициентами. Поэтому вместо большого числа  $k_i$  (характеристик на каждом объекте), мы получаем <u>небольшое число новых параметров  $a_{gsy}$ </u> которые теперь можно использовать для классификации объектов.

Необходимо подчеркнуть, что сам метод дает классификацию объектов по уже известным и физически обоснованным для этой цели характеристикам. Хотя не исключено, что различные пробы и сопоставления классификаций по меняющемуся комплексу характеристик могут способствовать и более рациональному их отбору.

Проиллюстрируем на одном примере нз области климатологии использование метода главных компонент для целей районирования (классификации). Хотелось бы отметить, что данный конкретный пример приведен только в целях иллюстрации подобных расчетов. Подбор

11 744

Таблица

0,56. 0,30 0,10 0,47 -0,49 0,39 -0,46 0,19, -0,64 -0,51 -0,35 -0,29 0,39 --0,68 -0,53 -0,61 -0,31 10 25 -0,120,55 0,35 -0,420,25 0,14 -0,63 -0,12 -0,280,16 -0,05 -0,25 -0,06 0,30-0,59 0,51 -0.53 1,0  $p_{\mathrm{I}}$ 0,45-0,62 -0,18 -0,46 -0,68 0,72 0,500,56 0,50 -0,01 0, 22-0,25 -0,34 0,60 0,200,66 0,51 1,0 ď 0,16 0,62 0,46-0,62 0,16 0,490,17 0,43 0,68 -0,73 0,66 -0,61 -0,47 -0,37 0,560,03 0,341,0  $\mathbb{R}_{1}$ -0,15 0,19 -0,04 -0,03 -0,50 -0,02 0,59 0,72 0,70 0,34-0,34 -0,59 0,11 0,17 0,05 0,07 0,521,0  $B_{\rm I}$ -0,18 -0,10 -0,280,39 0,11 0,07 -0,38 0,260,10 -0,09 0,520,520,03 -0,25 0,11 0,51 0,51 1,0ľu -0,12 0,220,540,44 -0,260, 290,54 0,280,280,70 -0,73 -0,31 -0,61 -0,67 0,30 0,93 0,51 1,0 eI. -0,12 0,280,30 0,93 0,72 0,68 0,20 --0,29 0,42 -0,58 -0,83 0,10 0,53 0,280,54 0.31 0,51 1,0 **1**  $(R/EL)_{\rm FOR}$ -0,460,150,430,55 -0,69-0,17-0,77 0,05 0,80 0,72 -0,29 0,30 0,28 -0,10 -0,07 0,60 0,30 1,0 0,39-0,63 -0,20 0,10 -0,18 -0,29 0,28 0,30-0,17 -0,50  $h_{\rm VII}$ -0,36 -0,07 -0,33 0,520,59 0,24 0,31 1,0  $(R/EL)_{\rm VII}$ 0,490,280,09 0,05 0,56 +0,14-0,350,59 --0,33 0,72 0,28 0,40 -0,03 -0,56 -0,13 -0.560,03 1,0 0,56 0,25 0,49 0,18 0,530,10 0,17 0,50  $P_{\mathrm{VII}}$ 0,15 -0,83 -0,88 0,13-0,80 0,54 0,60-0,32 0,59 1,0 0,10  $R_{
m VII}$ 0.13 0,10 0,10 0,16 -0,07 0,18 0,19 0,03 0,05 0,290,26-0,28 0,14 0,11 -0,01 0,27 1,0  $(EL)_{\rm VII}$ -0,25 0,47-0,460,11 --0,02 -0,88 -0,56 0,24 -0,77 -0,26-0,37-0,420,06 0,62 -0,31 0,27 0,21 1,0 -0.18 -0,05 0,30 -0,47 -0,13 0,17 -0,83 -0,38 -0,50  $B_{\rm VII}$ 0,10 -0,67 -0,46 -0,48 -0,32 08'0-0,38 0,211,0 -0,62 -0,42 -0,58 -0,18 -0,62 0,56 -0,03 -0,56 -0,69 -0,61 -0.88 -0,83 -0,38 0,38 0,62-0,28 0,31  $^{II}\Lambda u$ 1,0 0,45 0,350,15 0,44 0,46 -0,48 0,14-0,03 -0,07 0,15 0,42 0,07 0,04 -0,51 0,65 -0,38 0,06  $e_{VII}$ 1,0 0,15 0,62 0,720,55 0,18 0,40 0,36 0,54 0,540,11 0,64 -0,88 -0,46-0,420,60 0,65 0,55  $t_{\rm VII}$ 1,0 • • • ٠ •  $(R/EL)_{\rm VII}$  $(R/EL)_{\rm rog}$ •  $P_{\mathrm{VII}}$  . *a*.  $R_{
m VII}$  .  $t_{
m VII}$  .  $EL_{\rm VII}$  $\cdot \Pi \Lambda u$ • IIA  $B_{\rm VII} \cdot$  $h_{\text{VII}}$  $t_{\mathrm{I}}$ e, n I d ି ଜ ଅନ ä ž ď.

Элементы корреляциониой матрицы

исходных характеристик в этом примере определялся, кроме общих физических соображений, возможностями получения исходных данных.

По каждой из 125 метеорологических станций, примерно равномерно расположенных по территории СССР, было собрано восемнадцать климатических (нормы по большому числу лет) характеристик¹ за январь и июль:

t — температура воздуха, °C;

*е* — абсолютная влажность воздуха, мб;

*n* — общая облачность, баллы;

В — тепловой поток в почву, кал/см² мес.;

*P* — турбулентный теплообмен между подстилающей поверхностью и воздухом, кал/см²мес.;

*R* — радиационный баланс поверхности, кал/см²мес.;

*р* — давление воздуха, мб.

Кроме того, за июль были включены такие характерстики:

EL — затраты тепла на испарение;

R/EL — отношение радиационного баланса к затратам тепла на испарение за июль и в среднем за год.

В январе EL не использовано, так как его величина близка к нулю, зато в январе взяты значения дисперсии давления на уровне моря  $\sigma_1^2$ .

В результате за июль собрано девять характерстик ( $f_{VII}$ ), за январь — восемь ( $f_1$ ) и за год — одна (R/EL). Система используемых станций представлена точками на рис. 1.

В табл. 1 даны элементы корреляционной матрицы  $(r_{ij})$ . При 5-процентном уровне значимости надежные коэффициенты корреляции составляют  $r_{ij} \ge 0,18$ , при 1-процентном уровне  $r_{ij} \ge 0,28$ . Как видно из табл. 1, между рассматриваемыми элементами имеются довольно значительные корреляционные связи  $(r_{ij})$ . При определении  $r_{ij}$  (см. (6)) роль статистики выполняет число используемых объектов  $N_s$ . Поэтому высокие значения  $r_{ij}$  означают, что группе климатических характеристик с высокими  $r_{ij}$  свойственно в значительной мере одинаковое распределение по рассматриваемой территории  $(t_{VII}, -n_{VII}, P_I, e_{VII})$  или  $(t_1, B_1, e_I, -B_{VII}, R_I)$ и др. Сходство в распределении по территории (например, квазизональность или квазимеридиональность) определяется сходными причинами (однотипность влияния на элементы физико-географических особенностей отдельных районов) или объясняется наличием почти функциональной связи между элементами (например,  $t_1$  и  $e_1$ ,  $t_{VII}$  и  $n_{VII}$ ).

В этом примере ряд из  $\lambda_g$  характеризуется довольно сильным убыванием абсолютных значений  $\lambda_g$ . Первое собственное число  $\lambda_1$  составляет 40% суммарной дисперсии матрицы. Следовательно, первый собственный вектор (функция)  $X_{1i}$  и коэффициент  $a_{1s}$  имеют наибольший вес из всех других естественных составляющих. Второе собственное число  $\lambda_2$ составляет 22,6% суммарной дисперсии,  $\lambda_3 - 10,7\%$ ;  $\lambda_4 - 7,6\%$ . Вместе первые два члена ряда (1) описывают примерно две трети (62,6%) всей дисперсии, сумма трех членов — 73,3%, а сумма четырех — 80,9%. Таким образом, вместо 18 исходных характеристик можно теперь использовать всего лишь две основные  $a_{gs}$  (63%) или максимально три-четыре  $a_{gs}$  (74—81%).

В табл. 2 даны значения составляющих первых двух основных векторов  $X_{1i}$  и  $X_{2i}$ . Из таблицы видно, что не все  $k_i$  одинаково важны в составляющих первого и второго векторов. В  $X_{1i}$  с наибольшим «весом» вошли

¹ Все теплобалансовые характеристики, а также *е*, *n*, *t* любезно предоставлены сотрудницей ГГО Н. А. Ефимовой.

Составляющие собственных векторов X1 и X2

	n _{VII}	$t_{\rm VII}$	P _{VII}	R _I	P _I	( <i>R/EĹ</i> ) _{год}	(R/EL) _{VII}	e _I	t _I
$\begin{array}{cccc} X_{1 \ i} & \ldots & \vdots \\ X_{2 \ i} & \ldots & \vdots \\ i & \ldots & \vdots \end{array}$	-0,337	0,314	0,312	0,306	0,275	0,272	0,248	0,265	0,261
	0,040	0,092	0,039	0,076	0,226	0,107	0,072	0,322	0,336
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

такие из  $k_i$ :  $t_{\rm VII}$ ,  $n_{\rm VII}$ ,  $P_{\rm VII}$ ,  $R_i$ ,  $P_i$ ,  $(R/EL)_i$ ,  $e_i$ ,  $t_i$ , в  $X_{2i}$ — $B_i$ ,  $n_i$ ,  $t_i$ ,  $p_{\rm VII}$ . Причем, разные знаки составляющих одного вектора означают, что  $(k_{is}-\overline{k_i})$  для разных *i* находятся в разных фазах связи по территории. Как правило, тем  $k_i$ , которым в  $X_1$  соответствуют наибольшие значения составляющих  $X_{1i}$ , во втором векторе соответствуют малые значения  $X_{2i}$ . В этом отражается свойство независимости (ортогональности) векторов. Однако для отдельных  $k_i$  (например,  $t_1$  или  $e_1$ ) вес их от  $X_1$  к  $X_2$  хотя и увеличился, но не очень сильно. Это свидетельствует о том, что распределение этих  $k_i$  по всем  $N_s$  имеет сложную структуру, и метод расщепил эту структуру на ряд независимых компонент, имеющих примерно одинаковые доли в  $X_1$  и  $X_2$ .

Теперь определим  $a_{gs}$  (см. (4)), вклады новых комплексных функций  $(X_{g_l})$  на каждом объекте  $N_s$ , т. е. получим пространственное распределение новых комплексных параметров. На рис. 1 и 2 представлены закартированные значения  $a_{1s}$  (рис. 2) и  $a_{2s}$  (рис. 1) по всем 125 станциям СССР. Значения  $a_{gs}$  на станциях не даны, а по ним проведены изолинии через равные значения  $\Delta a_g$ . Поле  $a_{1s}$  характеризуется довольно четко квазизональным распределением. Нулевая изолиния  $a_{1s} = 0$  проходит примерно по 50° с. ш., а районы с наибольшими значениями  $a_{1s}$  (но разными знаками) расположены по линии северо-восток — юго-запад с большими градиентами  $a_{1s}$  в средней Азии. Разные знаки  $a_{gs}$  означают, что «аномалии» основных характеристик ( $k_{is}$ — $k_i$ ), вошедших с наибольшим



Рис. 1. Географическое распределение вкладов второго собственного вектора *а*₂₅. Точками дана система используемых станций.

Таблица 2

в зависимости от исходных характеристик k;

$\sigma_I^2$	EL _{VII}	B _{VII}	e _{VII}	p ₁	<i>p</i> _{V11}	R _{VII}	n _I	BI
-0,259	-0,253	0,200	0,166	0,132	-0,129	0,089	0,036	0,056
0,176	0,012	0,246	-0,026		0,365	0,027	0,363	0,463

вкладом в  $X_{gi}$  над отдельными районами, имеют разные знаки. Таким образом, по характеру поля  $a_{1s}$  (рис. 2) видно, что первый основной комплексный статистический параметр имеет зональную структуру.

В поле  $a_{2s}$  выявляется вторая по значимости особенность пространственного распределения комплексной функции  $X_{2i}$  — квазимеридиональность. Нулевая изолиния  $a_{2s}=0$  проходит вдоль Урала, а южнее — по Волге. Над Европейской территорией СССР меридиональная структура более четкая, чем над Азиатской, где выделяются район Восточной Сибири, Средней Азии и район от Урала до Енисея.

Как понять физический смысл новых комплексных параметров? Распределение по территории каждой из  $k_i$  исходных характеристик имеет свою сщецифику, иногда довольно простую (например, зональное распределение), иногда очень сложную. И если все 18 карт просто использовать без привлечения статистических методов для классификаций, то было бы трудно на глаз определить степень согласованности полей всех используемых характеристик. С помощью данного метода пространственное распределение каждого  $k_i$  расщепляется на ряд составляющих долей (подобно вектору, имеющему проекции на координатные оси), не одинаковых по значениям. Так как зональная доля в распределении многих  $k_i$  преобладала, ее вес в эмпирических составляющих оказался первым. И чем ближе к зональному распределению данное  $k_i$ , тем с больщим





вкладом это  $k_i$  вошло в  $X_{1i}$ . Аналогичные рассуждения относятся ко второй компоненте (квазимеридиональность).

Коэффициент  $a_{1s}$  с большими отрицательными значениями в крайних северо-восточных районах (с учетом значений  $X_{gi}$  и  $k_{is} - \overline{k_i}$ ) означает, что  $t_{\text{VIII}}$ ,  $R_{\text{I}}$ ,  $P_{\text{I}}$ ,  $t_{1}$ ,  $n_{\text{VII}}$ , R/EL имеют наиболее заниженные значения по отношению к другим районам, тогда как в районе Средней Азии значения R/EL,  $t_{\text{VII}}$ ,  $R_{\text{I}}$ ,  $P_{\text{I}}$ ,  $t_{1}$  наиболее завышенные.

Следовательно, физический смысл статистических параметров прост; единственной особенностью является то, что речь идет не об одной, а о комплексе характеристик.

Таким образом, метод главных компонент в таких задачах дает определенное преимущество: с его помощью определяется объективная оценка согласованности рассматриваемых полей, выделяются главные особенности этих полей в соответствии с их статистической значимостью и появляется возможность количественной классификации не по 18, а всего лишь по двум-трем комплексным параметрам  $a_{gs}$ .

В рассмотренном примере для крупного районирования можно использовать первые два наиболее существенных параметра  $a_1$  и  $a_2$  (зональная и меридиональная особенность). Интересно отметить, что эти особенности рассматриваемых характеристик действительно являются четко выраженными. Мы пробовали 125 станций разделить на две группы (две редкие сети точек с 74 и 51 станциями по территории), и по каждой группе производили расчет отдельно. Однако первые статистические параметры не изменились по характеру. Таким образом, несмотря на то, что каждая из  $k_i$  харакстеристик имеет свою специфику распределения по территории (не имея четкой зональности), комплексная функция выявила прежде всего именно зональную, а затем азональную (меридиональную) структуру пространственного распределения, т. е. то, что прежде всего характерно для атмосферы. Метод открывает возможности наряду с теплобалансовыми характеристиками использовать для районирования различные циркуляционные, ландшафтные и другие характеристики, в целом определяющие специфику районов.

Данный пример не является законченным исследованием, так как мы хотели прежде всего проиллюстрировать пример по использованию метода эмпирических функций для районирования. Можно уточнять число и местоположение привлекаемых к анализу новых станций, показательность исходных параметров  $k_i$  в соответствии с целями районирования и пр.

Подобные расчеты целесообразно использовать для специализированного районирования (агроклиматического, производственного, экономико-географического и пр.) при использовании тех количественных данных, которые определяют характер поставленной задачи. В частности, в географии для районирования можно использовать ряд разносторонних характейстик: ландшафтных, климатических, циркуляционных, почвенных и др.

Может показаться с первого взгляда, что использование метода главных (эмпирических) функций для целей объективного районирования носит формальный характер. Однако и в физическом анализе, когда рассматривается даже одна или две исходные характеристики, по существу, районы выделяются в соответствии с фактической изменчивостью этих характеристик по территории. Весь вопрос в том, какие критерии использовать при проведении границ выделяемых районов. При существующих способах районирования даже для одного и того же целевого назначения многочисленные авторы схем часто оспаривают преимущество одного или другого исходного параметра. Вместе с тем включение этих харакгеристик в один комплекс с помошью рассмотренного метода дает объекгивную оценку эффективности каждого из них и целого комплекса при решении данного вопроса.

В принципе и проведение границ однородных районов (или групп) по комплексным статистическим параметрам *ags* можно также объективизировать.

В таких задачах, как приведенная здесь, где первый и второй параметры довольно четко отличаются по вкладам ( $\lambda_g$ ) и по свойствам, а в сумме описывают бо́льшую часть всей информации, крупное районирование можно провести непосредственно сначала по  $a_1$  с выделением основных зональных районов, а затем по  $a_2$  с выделением азональных (меридиональных) подзон.

Для этой цели можно рекомендовать, например, способ выявления простых гауссовских компонент из кривой распределения (по  $a_{gs}$ ) с помощью метода разностей. Этот метод применяется часто в геологии для выделения из смеси осадочных пород различных компонент [14].

Строится вероятностная кривая распределения  $f(a_g)$ , затем определяется первая ( $\Delta f$ ), а потом вторая ( $\Delta^2 f$ ) разности вероятностей. По точкам  $\Delta f = 0$  и  $\Delta^2 f > 0$  определяются диапазоны вероятностей (а следовательно, и  $a_g$ ) простых компонент, а по точкам  $\Delta f = 0$  и  $\Delta^2 f < 0$ — соответствующие им средние величины  $a_g$ . В данном случае по  $a_1$  выделяются четыре области (от —150 и меньше, от —150 до 70, от 70 до 300 и от 300 и выше), а по  $a_2$ — ориентировочно три группы (от —100 и ниже, от —100 до 50, от 25 и выше).

Однако в общем случае, когда при определении объективного районирования требуется использовать большее число  $a_g$  (например, 4 или 5), можно использовать другие подходы, основанные на идее, высказанной Омшанским и Юдиным, Берри и др.). Для этого в *n*-фазовом пространстве (*n* — число  $a_g$ ) рассчитывается расстояние между точками, каждая из которых соответствует значению  $a_{gs}$  на отдельных станциях:

$$p_{s_1s_2}^2 = \sum_{g=1}^n (a_{g1} - a_{g2})^2.$$

Величина р является показателем подобия группы *n* параметров на сопоставляемых станциях. Точки с компактным размещением в *n*-фазовом пространстве образуют однородные группы.

Вместе с тем в этом способе выделения однородных групп нужно отработать вначале свои количественные критерии при проведении границ между выделяемыми группами.

Работа по вопросу климатического районирования, аналогичная данной, но с использованием метода факторного многомерного анализа, выполнена также Стайнером [13]. Предложенный им способ выделения однородных групп в *n*-фазовом пространстве интересен, но не является универсальным, так как эффективен только для случаев, не подчиняющихся гауссовскому распределению.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Багров Н. А. Аналитическое представление последовательности метеорологических полей посредством естественных ортогональных составляющих. Тр. ЦИП, вып. 74, 1959.
- 2. Копрова Л. И., Малкевич М. С. Об эмпирических ортогональных функциях для оптимальной параметризации профилей температуры и влажности. Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана», т. І, № 1, 1965.

- 3. Кудашкин Г. Д. Оценка аналогичности атмосферных состояний и процессов с помощью параметров разложения метеорологических полей по естественным функциям. Тр. ГГО, вып. 168, 1965. 4. Мещерская А. В., Клюквин Л. Н. О разложении полей аномалий средней
- месячной температуры по естественным ортогональным функциям. Тр. ГГО вып. 201, 1968.
- 5. Мурзин А. П., Смирнов В. Н. Опыт использования естественных ортогональных функций как основы численного представления сплоченности льда и прогноза его перераспределения. Метеорология и гидрология, № 1, 1967.
- 6. Руховец Л. В. Об оптимальном представлении вертикальных распределений не-
- которых метеорологических элементов. Изв. АН СССР, сер. геогр., № 4, 1963. 7. Юдин М. И. Об изучении факторов, обусловливающих нестационарность общей циркуляции атмосферы. Международный симпозиум по динамике крупномасштабных процессов в атмосфере. Изд. «Наука», М., 1965.
- 8. Юдин М. И. О параметрическом представлении радиационных притоков тепла в атмосфере. Доклад на симпозиуме по исследованию радиационных процессов в атмосфере. Гидрометеоиздат, Л., 1964. 9. Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Об использовании параметров разложе-
- ния по естественным функциям давления для некоторых метеорологических за-дач. Тр. ГГО, вып. 168, 1965.
- 10. Яковлева Н. И., Кудашкин Г. Д., Чувашина И. Е. Уточнение естественных функций полей давления (геопотенциала) над северным полушарием. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
- 11. Яковлева Н. И., Туриков В. Г. О синхронных связях аномалий давления (геопотенциала) над различными секторами северного полушария. Тр. ГГО, вып. 201, 1968.
- 12. Яковлева Н. И., Ренинская Р. П., Гурлева К. А. Копределению связности процессов во времени и ее сезонные особенности. Тр. ГГО, вып. 201, 1968. 13. Steiner D. A. Multivariate Statistical Approach to Climatic Regionalization and
- Classifications. Tijdschrift van het koninklijk Nederlandsch Aardrijkskundig benootschap, vol. 82. No. 4, 1965. 14. Tanner W. F. Sample Components Obtained by Method of Differences. Journal of
- Sedimentary Petrology, vol. 29, No 3, 1959.

## СОДЕРЖАНИЕ

К. В. Пятыгина, Э. А. Коморина. Распределение вертикальных скоростей	
над северным полушарием	3
Л. Р. Ракипова. Влияние солнечной радиации на температуру атмосферы.	19
Л. Р. Ракипова. О влиянии вулканических извержений на температуру атмосферы	25
Л. Р. Дмитриева - Арраго, Л. Ф. Колоскова, Л. С. Орлова. Испыта-	
ние графика Дж. Смагоринского для определения балла облачности	31 🖬
Н. И. Яковлева. К вопросу о причине квазипериодических колебаний климата	- 35
М. И. Юлин. А. В. Мешерская. В. Г. Блажевич. Характеристика гидро-	
метеорологической информации, использованцой при долгосрочном физико-	1
статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного	
увлажнения	45
Н. П. Есакова. В. Б. Афанасьева, В. М. Титов. О влиянии снежного по-	
крова и облачности на аномалии среднедекадных температур	64
В. Б. Афанасьева, Н. П. Есакова. О связи планетарной высотной фрон-	5 1 A 1
тальной зоны с положением границы снежного покрова	· · 70
И. В. Котляр. О статистических связях границ снежного покрова с альбедо зем-	
ной поверхности и температурой на среднем уровне в тропосфере	75
К. А. Гурлева, Н. И. Яковлева. Естественные ортогональные функции полей	
давления над южным полушарием	83
Н. И. Яковлева. Естественные составляющие полей давления и характер под-	
стилающей поверхности	-93
В. Б. Афанасьева, Н. П. Есакова, В. М. Титов. Статистическое описа-	
ние полей снежного покрова Северной Америки с помощью естественных	
функций	. 99
А. В. Мещерская, В. Г. Блажевич, К. В. Леднева. Разложение полей	
средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям	.00
с учетом годового хода температуры	106
А. В. Мещерская, К. В. Леднева, Н. Д. Попова. К расчету корреляцион-	100
ных функции средней суточной температуры с учетом годового хода	120
И. Е. Чувашина, Н. И. Яковлева. Анализ полеи декадных сумм осадков	101
с помощью метода разложения полек на естественные составляющие	101
Р. 1. Репинская. Обустоичивости естественных функции времени поля давления	139
Б. А. Е ФИМОВ, СПЕКТРАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ ВЕТРА	140
п. и. яковлева, к. А. і урлева. К вопросу объективного районирования	155
с помощью метода разложения по эмпирическим функциям	100

# Труды ГГО, вып. 236

Физико-статистические исследования циркуляции атмосферы

Титульный редактор Михаил Исаакович Юдин Редактор Г. И. Слабкович Технический редактор Г. В. Ивкова Корректоры Н. И. Оршер и З. Т. Тимченко

Сдано в набор 16/VI 1969 г. Подписано к печати 16/XII 1969 г. Бум. тип. № 1 70×108¹/₁₆. Бум. л. 5,375. Печ. л. 15,05. Уч. изд. л. 12,95. Тираж 640 экз. М-15975. Индекс МЛ-102. Заказ 744. Цена 91 коп.

Гидрометеорологическое издательство. Ленинград, В-53, 2-я линия, д. № 23.

Сортавальская книжная типография Управления по печати, при Совете Министров КАССР

## УДК 551.558.2:551.513

Распределение вертикальных скоростей над северным полушарием. Пятыгина К. В., Коморина Э. А. Труды ГГО, 1969, вып. 236, стр. 3-18.

Вычисляются вертикальные скорости по среднемноголетним значениям давления и температуры для северного полушария на уровне 850 мб. Вычисления проводятся по методике, разработанной авторами (Труды ГГО, вып. 197, 1968). В основу этой методики положен несколько измененный способ К. А. Решетниковой (Труды ГГО, вып. 97, 1957). Проводится анализ полученных результатов. Установлен годовой ход среднеабсолютных и среднеалгебраических значений общей

вертикальной скорости и ее составляющих (динамической вертикальной скорости и вертикальной скорости, вызванной рельефом местности).

Проведен анализ основных факторов, определяющих среднеалгебраические значения динамической вертикальной скорости для отдельных секторов и всего северного полушария.

Дан широтный ход зональных значений вертикальной скорости в среднем за 12 месяцев

Для января и июля установлена корреляционная связь количества осадков с вертикальной скоростью и относительной влажностью. Сопоставление с результатами К. А. Решетниковой показало, что изменение методики расчета вертикальных скоростей привело к увеличению сводных коэффициентов множественной корреляции между указанными величинами.

Табл. 4. Илл. 7. Библ. 9.

УДК 551.521:551.524

Влияние солнечной радиации на температуру атмосферы. Ракипова Л. Р. Тру-ды ГГО, 1969, вып. 236, стр. 19—24.

В статье приводятся результаты оценки ошибок расчета средней температуры атмосферы, вызванные ошибками в задании различных характеристик, определяющих радиационные притоки тепла: солнечной постоянной, альбедо подстилающей поверхности и атмосферы, функций прозрачности поглощающих субстанций, балла облачности, характеристик рассеянной радиации, эффективного количества водяного пара. Сравнение рассчитанных ошибок позволяет оценить относительную значимость рас-

смотренных факторов в формировании термического режима атмосферы. Табл. 3. Илл. 6. Библ. 9.

#### УДК 551. 510.42:551.524

**О** влиянии вулканических извержений на температуру атмосферы. Ракипова Л. Р. Труды ГГО, 1969, вып. 236, стр. 25—30.

На основе фактических данных об ослаблении солнечной радиации при вулканических извержениях производится оценка влияния вулканической пыли иа термический режим палеоклимата.

Табл. 5. Илл. 1. Библ. 4.