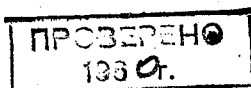


06
Т 78

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР



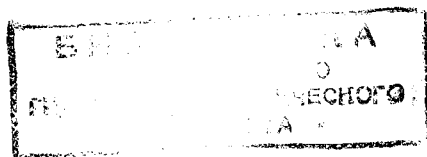
ТРУДЫ ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

имени А. И. Воейкова

ВЫПУСК 101

ВОПРОСЫ ПОВЕРКИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ
ПРИБОРОВ

Под редакцией
д-ра геогр. наук О. А. ДРОЗДОВА,
канд. физ.-мат. наук П. В. ДЬЯЧЕНКО



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД • 1959

551.5.5

АННОТАЦИЯ

Сборник содержит материалы о совершенствовании поверки отдельных метеорологических приборов, уточнении их параметров, а также повышении правильности и точности некоторых метеорологических исследований.

Сборник рассчитан на специалистов, занимающихся приборостроением и метеорологическими исследованиями.

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ К ИЗУЧЕНИЮ МИКРОСТРУКТУРЫ ТУМАНОВ И ОБЛАКОВ

В статье излагаются результаты исследования задачи экспериментального определения размеров частиц туманов и облаков с вероятностно-статистической точки зрения.

Материалы статьи позволяют значительно повысить правильность и точность исследований микроструктуры туманов и облаков.

Полидисперсность является общим и неотъемлемым свойством естественных туманов и облаков, что до сих пор ни в одной из современных работ, посвященных микрофизике облаков и туманов, не оспаривалось. Исключением является лишь статья И. П. Смирнова, ошибочные положения которой в свое время были подробно рассмотрены автором [4].

Основное следствие, вытекающее из безусловной полидисперсности естественных туманов и облаков, заключается в необходимости последовательного вероятностно-статистического подхода к задаче определения размеров частиц, их образующих.

Статистическая непоследовательность у ряда авторов, изучавших микрофизику облаков, явилась причиной значительного количества погрешностей и ошибок.

Так, Хаутон [31], как известно, ввел новый способ построения опытных распределений, отличный от способа, применяющегося в Европе и в СССР и считающегося классическим. Это способствовало возникновению ошибочных представлений не только у самого Хаутона, но и у ряда других исследователей, некритически воспринявших его выводы [2, 16, 27].

При микрофизических исследованиях естественных туманов и облаков существенным является физически обоснованный выбор того или иного среднего размера для данной конкретной задачи. Анализ опыта применения средних размеров в микрофизике облаков и туманов показывает, что за редким исключением [10] средние размеры используются неправильно.

Не менее важным является вопрос об установлении тех значений для ширины интервала (разряда) и объема выборки исследуемой совокупности частиц, которые обеспечивают заданную статистическую точность результатов измерения. Отсутствие подобного рода критериев привело в ряде случаев к появлению опытных данных, не доброкачественных в статистическом отношении [27], [28].

Особое внимание нами было уделено представлениям Х. Кёлера [33] о кратном соотношении масс. Как известно, Кёлер на основании статистического анализа результатов своих наблюдений сформулировал гипотезу о преимущественном слиянии равновеликих капель. С точки зрения статистической эта гипотеза как будто не вызвала возражений. Известно, что Кёлер в своей работе благодарил известного английского статистика К. Пирсона за помощь в вопросах математической статистики при развитии своих идей. Гипотеза Кёлера нашла значительное число сторонников и стала излагаться во многих учебниках и обосновываться в некоторых научных статьях [16], [22] в виде „закона кратных масс“.

Мы руководствовались, пожалуй, единственными в нашей и зарубежной литературе направляющими представлениями проф. П. Н. Тверского [19], который сомневался в правильности гипотезы Кёлера и писал о кратном соотношении масс: „Таким образом, следует искать какую-то иную возможность объяснения указанного наблюдаемого факта или же, усомнившись в его реальности, подвергнуть его проверке новыми наблюдениями путем более точных методов, чем это было сделано до сих пор“ (стр. 29).

В свете результатов, полученных нами, стало ясно, что основные исходные ошибки были допущены Кёлером именно в статистической части задачи, где его воззрения критике не подвергались.

В работах ряда исследователей [1, 7, 15, 16, 22, 28 и др.] неоднократно устанавливалась существенная связь между характером опытного распределения и формой изучаемой облачности. Очевидно, что дальнейшие уточнения в этом направлении возможны лишь при повышении точности измерений, а это предъявляет новые, более высокие требования к методике наблюдений и обработке их. Цель настоящей работы и заключается в таком статистическом оснащении методики экспериментального определения размеров частиц полидисперсной совокупности, которое должно способствовать дальнейшему развитию выборочных методов наблюдения над частицами естественных туманов и облаков.

Попутно с решением этой основной задачи оказалось возможным подвергнуть критическому анализу ряд известных в микрофизике облаков и туманов положений, которые являются ошибочными.

Кроме общеизвестных положений математической статистики, в работе были использованы и развиты применительно к потребностям задачи представления А. К. Митропольского [12] об огибающих ошибок, о характере опытных распределений, о требованиях, предъявляемых к ним, и т. д., а также идеи В. И. Романовского [13] о средних величинах и об их смысле.

Все изложение в работе осуществлено безразмерным методом. Это позволило без особого труда выяснить ряд обстоятельств, уточнение которых при обычном изложении затруднительно.

В настоящей статье сообщаются результаты диссертационной работы [5], выполненной под руководством проф. П. Н. Тверского и защищенной в 1950 г.

1. Методы построения кривых опытных распределений

Как известно, в СССР и Европе для частиц туманов и облаков строятся распределения размеров, а в США — так называемые „распределения объемов“. Последний способ развит главным образом в работах Хаутона [31], который вначале (1932 г.) строил распределения размеров и лишь впоследствии (1938 г.) без обоснования причин перешел к построению новых кривых. Это обстоятельство ранее уже отмечалось в работах Е. С. Селезневой [16] и Б. В. Кирюхина [9]. В то же время в работах европейских авторов продолжают появляться ошибочные положения, аналогичные тем, которые были обнаружены Е. С. Селезневой [16] у Дима [27], полагавшего, что американские туманы состоят из более крупных частиц. В книге Гертнера [2] можно прочитать следующее: „Из работ Хаутона нельзя понять, почему он в своих более поздних исследованиях тумана нашел, что наибольшее число капель имеет размеры около $r = 25 \mu$, в то время как в его первой работе наиболее высокие максимумы приходились на $r = 3,1; 6,2; 9,3 \mu$. В то время как его более ранние измерения находятся в согласии с результатами измерений других исследователей, для его новых измерений такое соответствие уже не имеет места“ (стр. 63).

Представляет несомненный интерес сопоставление двух указанных способов на предмет выяснения их особенностей, недостатков и преимуществ. Прежде чем касаться вопроса о различиях в указанных способах построения опытных кривых, остановимся кратко на некоторых основных возможных способах построения распределений для некоторой совокупности реальных частиц.

Для этого предварительно рассмотрим одновершинное распределение частиц, описываемых неким обобщенным аргументом τ .

Для безразмерного аргумента τ , численно равного

$$\tau = \frac{t}{t_0}, \quad (1)$$

где t — размерный аргумент, а t_0 — его наивероятнейшее размерное значение, имеет место распределение, которое в общем случае для совокупности N частиц может быть написано в виде

$$\frac{dN}{N} = n(\tau) d\tau, \quad (2)$$

где $\frac{dN}{N}$ — вероятность появления частицы со значением аргумента в пределах от τ до $\tau + d\tau$; $n(\tau)$ — произвольная функция, удовлетворяющая следующим условиям:

$$а) \int_0^{\infty} n(\tau) d\tau = 1;$$

б) единственным решением уравнения $\frac{dn(\tau)}{d(\tau)} = 0$ является корень $\tau = 1$, соответствующий наивероятнейшему значению t_0 ;

в) функция $n(\tau)$ непрерывна, однозначна и положительна в интервале $0 < \tau < \infty$.

Соотношение (2) является дифференциальным выражением закона распределения изучаемого аргумента в исследуемой совокупности частиц. Если из такой совокупности взята случайная выборка конечного объема в N_k частиц, то мы получим N_k значений аргумента, образующих опытное распределение, которое с физической точки зрения может рассматриваться как непрерывное, так как с увеличением объема выборки оно может быть сколь угодно близким к такому распределению. Деля это распределение на интервалы конечной ширины, можно получить для распределения аргумента частоты n_i или повторяемости $\frac{n_i}{\sum n_i}$, ко-

торые соответствуют серединам интервалов. Полученное таким образом опытное распределение обычно графически представляется в виде ступенчатой кривой (или многоугольника частот), по оси абсцисс которой откладываются значения аргумента, а по оси ординат — частоты или повторяемости. Распределения, удовлетворяющие (2), если их представить графически, оказываются центрированными, т. е. моды их приведены к единичному значению безразмерного аргумента. Все средние и размеры интервалов могут быть измерены в долях наивероятнейшего значения аргумента данного распределения.

Безразмерное изложение значительно упрощает таким образом возможность сравнения отдельных распределений независимо от способа задания их. В дальнейшем мы будем использовать метод безразмерного изложения, осуществляя переход к размерному изложению лишь по мере надобности и главным образом для окончательных результатов.

Основные средние, интересующие нас, могут быть вычислены по следующим формулам:

среднее арифметическое значение аргумента

$$\bar{\tau}_1 = \int_0^{\infty} n(\tau) \tau d\tau \cong \frac{\sum n_i t_i}{t_0 \sum n_i}, \quad (3)$$

среднее квадратичное

$$\bar{\tau}_2 = \sqrt{\int_0^{\infty} n(\tau) \tau^2 d\tau} \cong \frac{1}{t_0} \sqrt{\frac{\sum n_i t_i^2}{\sum n_i}}, \quad (4)$$

среднее кубичное

$$\overline{\tau_3} = \sqrt[3]{\int_0^{\infty} n(\tau) \tau^3 d\tau} \cong \frac{1}{t_0} \sqrt[3]{\frac{\sum n_i t_i^3}{\sum n_i}}. \quad (5)$$

Ограничиваясь указанными средними, перейдем непосредственно к рассмотрению основных возможных способов построения опытных кривых, которые могут быть построены при исследовании совокупности реальных частиц.

Распределение размеров

Полагая в формуле (1)

$$\tau = \rho = \frac{r}{r_0}, \quad (6)$$

где r — радиус частиц совокупности, r_0 — наивероятнейший радиус, мы получим распределение размеров

$$\frac{dN}{N} = n(\rho) d\rho. \quad (7)$$

Функция $n(\rho)$ в (7) по-прежнему удовлетворяет условиям (2). Этому распределению соответствует способ построения опытных кривых, принятый в Советском Союзе и Европе. При этом по оси абсцисс откладываются размерные значения аргумента — радиусы частиц r (или диаметры), а по оси ординат — частоты или повторяемости для опытных кривых и вероятности для распределений, заданных в дифференциальной форме.

Выражения для средних распределения размеров могут быть получены из (3), (4) и (5) путем замены в них τ на ρ . Они имеют вид:

средний арифметический радиус распределения размеров

$$\overline{\rho_1} = \int_0^{\infty} n(\rho) \rho d\rho \cong \frac{\sum n_i r_i}{r_0 \sum n_i}, \quad (8)$$

средний квадратичный радиус

$$\overline{\rho_2} = \sqrt{\int_0^{\infty} n(\rho) \rho^2 d\rho} \cong \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{\sum n_i r_i^2}{\sum n_i}}, \quad (9)$$

средний кубичный радиус

$$\overline{\rho_3} = \sqrt[3]{\int_0^{\infty} n(\rho) \rho^3 d\rho} \cong \frac{1}{r_0} \sqrt[3]{\frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i}}. \quad (10)$$

Более подробные сведения по распределению размеров, по способу построения опытных кривых, вытекающему из этого распределения, а также сведения о средних размерах распределения (7) будут изложены ниже в соответствующих разделах, посвященных этому вопросу. Пока лишь отметим, что средние (8), (9) и (10) имеют вполне определенный физический смысл и являются важными физическими характеристиками распределения (7).

Распределение поверхностей

Переходя к новому безразмерному аргументу s , численно равному отношению поверхности (площади сечения) частицы к наивероятнейшему значению этой поверхности s_0 , получим распределение поверхностей

$$\frac{dN}{N} = n(s) ds. \quad (11)$$

Опытная кривая этого распределения также может быть представлена в виде ступенчатой кривой или многоугольника частот. По оси ординат по-прежнему откладываются частоты или повторяемости. Распределение (11) имеет свою систему средних.

Средняя арифметическая поверхность частицы равна

$$\bar{s}_1 = \int_0^{\infty} n(s) s ds \cong \frac{4\pi \sum n_i r_i^2}{s_0 \sum n_i}$$

и численно совпадает, как нетрудно заметить, с поверхностью частицы, имеющей средний квадратичный радиус (9) распределения размеров.

Средняя квадратичная поверхность частицы

$$\bar{s}_2 = \sqrt{\int_0^{\infty} n(s) s^2 ds} \cong \frac{4\pi}{s_0} \sqrt{\frac{\sum n_i r_i^4}{\sum n_i}}$$

и средняя кубическая поверхность

$$\bar{s}_3 = \sqrt[3]{\int_0^{\infty} n(s) s^3 ds} \cong \frac{4\pi}{s_0} \sqrt[3]{\frac{\sum n_i r_i^6}{\sum n_i}}$$

простого и наглядного физического смысла не имеют, а потому их использование в качестве физических характеристик интереса не представляет. Попутно заметим, что мода распределения поверхностей и единственная средняя $\bar{s}_1$, имеющая наглядный физический смысл для асимметричных распределений, не совпадают. Способ построения опытных кривых, основанный на использовании распределения поверхностей, распространения не нашел, причем главным образом из-за отсутствия наглядного смысла у средних.

Распределение объемов

Аналогичным путем, заменой τ на v (безразмерный объем), можно получить из (2) для данной совокупности частиц распределение объемов

$$\frac{dN}{N} = n(v) dv \quad (12)$$

с теми же условиями для $n(v)$, что и в (2). Безразмерный объем v по аналогии с предыдущими случаями равен отношению объема частицы $\frac{4\pi r^3}{3}$ к наивероятнейшему его значению v_0 .

Средние распределения объемов (12) оказываются равными

$$\bar{v}_1 = \int_0^{\infty} n(v) v dv \cong \frac{4\pi \sum n_i r_i^3}{3v_0 \sum n_i} \quad (13)$$

для среднего арифметического объема частицы

$$\bar{v}_2 = \sqrt{\int_0^{\infty} n(v) v^2 dv} \cong \frac{4\pi}{3v_0} \sqrt{\frac{\sum n_i r_i^6}{\sum n_i}}$$

для среднего квадратичного объема и

$$\bar{v}_3 = \sqrt[3]{\int_0^{\infty} n(v) v^3 dv} \cong \frac{4\pi}{3v_0} \sqrt[3]{\frac{\sum n_i r_i^9}{\sum n_i}}$$

для среднего кубического объема частицы.

Средний арифметический объем $\bar{v}_1$ численно равен объему частицы, имеющей средний кубический радиус (10) распределения размеров. Остальные средние, как

и в предыдущем случае, наглядного физического смысла не имеют и использование их практического интереса не представляет. Единственный средний объем $\bar{v}_1$, имеющий смысл, может быть получен лишь в результате вычислений по формулам (10) и (13) и с модой v_0 распределения объемов в общем случае не совпадает. Построение опытных кривых по последнему способу, как и по предыдущему, по очевидным причинам для исследовательской практики особого интереса не представляет, так как невыгодно иметь распределение всего с одной средней, которая имеется в распределении размеров.

В заключение перейдем к способу построения опытных кривых, принятому в работах Хаутона.

Опытные кривые Хаутона отличаются от рассмотренного нами распределения объемов главным образом лишь тем, что по оси абсцисс откладываются не объемы, а линейные размеры частиц (диаметры). Это обстоятельство существа дела не меняет, аргументом распределения Хаутона является объем. Опытная кривая, построенная по способу Хаутона, представляет собой опытное распределение, где значения объема как аргумента разбиты на интервалы, ширина которых (по объему) не постоянна. В этом можно легко убедиться, построив на оси абсцисс кривой Хаутона одновременно со шкалой линейных размеров шкалу объемов, которая окажется неравномерной.

В соответствии с требованиями статистики ширина интервалов (разрядов) оси абсцисс любого распределения должна быть одинаковой. Значения аргумента распределения, откладываемые на этой оси, должны быть равновеликими. Хаутон в своем способе нарушил это важное условие.

По оси ординат кривых Хаутона могут быть отложены величины, имеющие размерность аргумента — объема, что является ошибочным. А. К. Митропольский [12] по поводу статистических распределений вполне определенно замечает: „Изображаемые по оси абсцисс значения статистической величины являются, в виде общего правила, числами именованными, например, сантиметры роста, килограммы веса и так далее; изображаемые же на оси ординат частоты являются всегда числами отвлеченными, показывающими, сколько раз встречалось то или иное значение статистической величины“. У кривых Хаутона при переходе к частотам ось ординат становится размерной, что нельзя считать правильным.

Поэтому, строго говоря, кривые Хаутона со статистической точки зрения опытными распределениями не являются. Кроме того, система средних, как она логически вытекает из рассуждений, приведенных выше, в способе Хаутона отсутствует.

Вместо среднего объема $\bar{v}_1$ или ему соответствующего радиуса $\bar{r}_3$ Хаутон пользовался средним размером, который, как будет показано в дальнейшем, является средним размером распределения (7) и к распределению объемов прямого отношения не имеет.

В свете изложенного мы приходим к очевидному выводу, что способ построения опытных кривых в том виде, как он представлен в работе Хаутона [31], в самом своем существе является статистически непоследовательным. В то же время способ, принятый в СССР и Европе и являющийся классическим, основным положением математической статистики не противоречит. Поэтому в дальнейшем в работе будут рассматриваться лишь вопросы, связанные с изучением распределения размеров.

2. Острове́ршинность и высота кривой распределения

Характер опытных распределений, полученных в результате измерений размеров частиц естественных туманов и облаков, как правило, описывается (в том числе и по интересующему нас признаку острове́ршинности) главным образом с качественной стороны [16]. Нам известна единственная попытка количественной оценки, предпринятая Хаутоном [31]. Он определял долю от общего количества жидкой воды, представленной каплями, находящимися внутри 10-микронной полосы

охватывающей вершину кривой распределения относительных объемов. Выбор ширины полосы, состоящей из двух соседних интервалов, один из которых расположен слева, а другой — справа от максимума кривой, является произвольным, не имеющим какого-либо обоснования. Большинство своих измерений Хаутон провел путем деления распределения объемов на интервалы в 5 μ (по диаметру). При этом он нашел, что „острота“, оцененная таким путем в процентном выражении, меняется от 16 до 47, т. е. примерно в 3 раза, причем наиболее часто встречающимся оказывается значение 30%.

Можно было бы аналогичным образом оценить остроту распределения, построенного в соответствии с принятым в СССР способом построения опытных кривых. Для этого, казалось бы, достаточно определить долю числа частиц, приходящихся на полосу фиксированного размера.

Наши исследования показали, что критерий Хаутона прямого отношения к оценке островершинности распределения не имеет. Содержание настоящего параграфа и представляет собой попытку построения нового критерия островершинности, пригодного как для распределений, заданных в дифференциальной форме, так и для опытных распределений, выраженных в виде конечных разностей.

В соответствии с принятым в Советском Союзе и Европе способом построения кривых опытных распределений за основной исходный размер будем принимать наивероятнейший радиус r_0 распределения размеров (7). Все остальные размеры, в том числе и любые средние, будем измерять в единицах наивероятнейшего радиуса.

Выражение (7) в дальнейшем будем рассматривать как закон распределения генеральной совокупности, состоящей из бесконечно большого числа частиц, из которой берется случайная выборка ограниченного объема. За исключением особо оговариваемых случаев, распределение (7) будем полагать одновершинным, а следовательно, функцию $n(\rho)$ — имеющей один максимум при $\rho = 1$.

Попутно отметим, что функция $n(\rho)$ и только она целиком определяет характер распределения (7). Распределения с различными r_0 , описываемые одной и той же функцией $n(\rho)$, должны иметь общую островершинность. Обратное следствие места не имеет, т. е. распределения с вершинами равных высот могут описываться отличающимися функциями. В этом заключается причина ограниченности характеристики островершинности, применимой лишь для сравнения кривых распределения по признаку высоты кривой в максимуме.

Нетрудно видеть, что в (7) отношение $\frac{dN}{N}$ представляет собой вероятность, а $\frac{dN}{Nd\rho}$ является плотностью вероятности в данной точке кривой распределения.

Под плотностью вероятности в данной точке понимается, как известно, значение вероятности, отнесенное к единичному значению аргумента ρ , и в нашем случае для распределения (7) она оказывается равной $n(\rho)$.

Для одновершинных распределений, интересующих нас, плотность вероятности $n(\rho)$ в соответствии с (6) имеет свой единственный максимум в точке $\rho = 1$, соответствующей вершине распределения (7). В качестве характеристики, однозначно определяющей островершинность распределения (7), мы будем пользоваться численным значением максимума плотности вероятности в точке максимума кривой $\rho = 1$, которое и будет являться высотой кривой распределения, равной

$$H = n(\rho) \Big|_{\rho=1} = \frac{dN_m}{Nd\rho} \quad (14)$$

или соответственно в размерном виде при $d\rho = \frac{dr}{r_0}$, согласно (6),

$$H = \frac{dN_m r_0}{N dr} \quad (15)$$

где dN_m — число частиц размером от $\rho = 1$ до $\rho = 1 + d\rho$ или, что то же, от $r = r_0$ до $r = r_0 + dr$.

Выражения (14) и (15) справедливы лишь для случая, когда распределение задано в дифференциальной форме. Если мы имеем дело с опытным распределением, в котором интервал дробления не бесконечно мал, а конечен, то формулу (15) можно записать в виде

$$\bar{H} = \frac{n_m}{N_k \Delta \rho}, \quad (16)$$

где $\bar{H}$ — значение высоты кривой, осредненное для интервала конечной ширины $\Delta \rho$ и численно равное максимуму плотности повторяемости на этом интервале; n_m — число частиц, измеренных в области максимума на интервале $\Delta \rho$; N_k — общее число частиц в k интервалах, или объем выборки, численно равный

$$N_k = \sum_{i=1}^k n_i.$$

Переходя к размерному изложению, получим окончательное выражение, пригодное для определения высоты кривой опытного распределения, измеренного на конечных интервалах $\Delta r = r_i - r_{i-1}$,

$$\bar{H} = \frac{n_m r_0}{N_k \Delta r}. \quad (17)$$

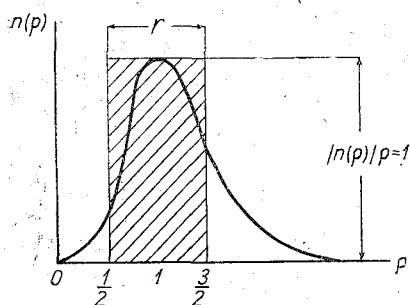


Рис. 1. Высота кривой.

В дальнейшем мы рассмотрим ошибки, возникающие из-за конечности $\Delta \rho$ и N_k , а пока лишь укажем, что при достаточно больших объемах выборки и малых интервалах формула (17) дает по сравнению с точным соотношением (14) результаты, погрешностями которых можно пренебречь.

Таким образом, численное значение высоты кривой может быть определено из формулы (14) для распределений, заданных в дифференциальной форме, и из (17) для опытных распределений.

В первом случае мы вычисляем максимум плотности вероятности, а во втором случае — максимум плотности повторяемости

$$\frac{n_i}{\Delta \rho \sum n_i}.$$

Если построить прямоугольник, высота которого равна максимуму кривой распределения (рис. 1), а ширину принять равной наиболее вероятнейшему радиусу r_0 , то отношение площади построенного таким образом прямоугольника к площади всей кривой (площадь, заключенная между кривой и осью абсцисс, для краткости условно называется нами площадью кривой) и характеризует с геометрической точки зрения островершинность распределения. Это и понятно, если учесть, что плотность вероятности в любой точке кривой распределения численно равна площади с единичным основанием и высотой, равной ординате кривой в данной точке при единичной площади всей кривой.

В качестве предельных значений для высоты кривой как параметра островершинности можно указать $H = \infty$ для распределений с предельно большой островершинностью (монодисперсный туман) и $H = 0$ для распределений с предельно малой островершинностью. Несколько забегаая вперед, отметим, что по материалам большого числа опытных распределений, полученных для туманов и облаков, наиболее вероятное значение высоты кривой оказалось равным единице с отклонениями, редко превосходящими 30% в ту или другую сторону.

Сравнение нашего критерия с критерием Хаутона показывает, что метод оценки островершинности, основанный на измерении доли числа частиц или процентного содержания воды, приходящегося на полосу фиксированной ширины, является ошибочным, так как полученная при этом величина оказывается завися-

шей от наивероятнейшего размера, а он, как известно, меняется в значительно большей степени, чем островершинность, которая интересовала Хаутона. Зависимость характеристики Хаутона от размера капель очевидна. В самом деле, площадь всей кривой распределения выражает численно величину, которая является безразмерной. Доли этой площади могут быть оценены лишь интегралами вида

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2} n(\rho) d\rho,$$

где ρ_1 и ρ_2 — конечные пределы интегрирования.

До тех пор пока пределы интегрирования ρ_1 и ρ_2 безразмерны, и доли площади кривой распределения будут также безразмерны, но стоит только вместо ρ_1 и ρ_2 воспользоваться размерными пределами, как доли площади кривой также приобретут размерность.

Если воспользоваться размерным отношением

$$\frac{H}{r_0} = \frac{n_m}{N_k \Delta r}$$

для оценки островершинности кривой распределения, то мы получим критерий, обладающий всеми недостатками отношения, которое использовал Хаутон. Последнее отношение также оказывается меняющимся в значительно больших пределах, чем H , вследствие изменения наивероятнейшего размера.

Перейдем к вопросу о соотношении между введенной нами высотой и шириной кривой.

В математике, как известно, в качестве характеристики одновершинной кривой обычно используется ширина кривой, численно равная разности абсцисс $\rho'' - \rho'$, в которых функция $n(\rho)$ успевает уменьшиться в e раз по сравнению с максимальным значением (рис. 2). Представляет несомненный интерес сопоставление введенного нами параметра H и ширины кривой $\rho'' - \rho'$. Обратимся для этого к классу распределений, который был впервые предложен и использован нами [5] в 1950 г. Он имеет вид

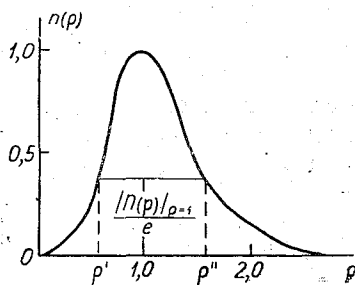


Рис. 2. Ширина кривой.

$$\frac{dN}{N} = n(\rho) d\rho = C \rho^m e^{-\frac{m}{n} \rho^n} d\rho, \quad (18)$$

где C — нормирующая постоянная распределения, а m и n — параметры распределения.

Нетрудно показать, что нормирующая постоянная C сама является функцией только двух параметров m и n .

Вводя новую переменную

$$z^n = \frac{m}{n} \rho^n,$$

можно (18) привести к виду

$$C \left(\frac{n}{m} \right)^{\frac{m+1}{n}} \int_0^{\infty} z^m e^{-z^n} dz = 1,$$

но

$$\int_0^{\infty} z^m e^{-z^n} dz = \frac{1}{n} \Gamma \left(\frac{m+1}{n} \right),$$

где $\Gamma \left(\frac{m+1}{n} \right)$ — известная гамма-функция.

Следовательно,

$$C \left(\frac{n}{m} \right)^{\frac{m+1}{n}} \frac{\Gamma \left(\frac{m+1}{n} \right)}{n} = 1,$$

откуда

$$C = \frac{n}{\Gamma \left(\frac{m+1}{n} \right)} \left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{m+1}{n}}.$$

Тогда выражение для класса распределений (18) как функция только двух положительных параметров m и n может быть представлено в окончательном виде:

$$\frac{dN}{N} = \frac{n}{\Gamma \left(\frac{m+1}{n} \right)} \left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{m+1}{n}} \rho^m e^{-\frac{m}{n} \rho^n} d\rho. \quad (19)$$

Высота кривой в соответствии с определением для класса распределений (19) окажется равной

$$H = \frac{n e^{-\frac{m}{n}}}{\Gamma \left(\frac{m+1}{n} \right)} \left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{m+1}{n}}. \quad (20)$$

Для того чтобы найти ширину кривой класса (19), составим отношение максимума плотности вероятности к тому ее значению, которое меньше максимального в e раз. Это отношение на основании (19) и (20) равно

$$\frac{e^{-\frac{m}{n}}}{\rho^m e^{-\frac{m}{n} \rho^n}} = e. \quad (21)$$

Преобразуя (21), приходим к уравнению относительно ρ

$$\rho = e^{\frac{1}{n} \left(\rho^n - \frac{m+n}{m} \right)}. \quad (22)$$

Уравнение (22) является трансцендентным относительно аргумента ρ и потому установить точное соотношение между H и $\rho'' - \rho'$ в общем виде не представляется возможным. Существенным для нас является то, что для кривых класса (19) с высотой кривой, близкой к единице (а они нас больше всего интересуют), произведение $(\rho'' - \rho') H$ оказывается практически не изменяющейся величиной. Это обстоятельство наглядно продемонстрировано данными табл. 1, вычисленными для распределений с различными m и n по формулам (14) и (22).

Таблица 1

№ п/п	n (ρ)	ρ'	ρ''	$\rho'' - \rho'$	H	$(\rho'' - \rho') H$
1	$\rho^2 e^{-\rho^2}$	0,398	1,775	1,377	0,83	1,14
2	$\rho^2 e^{-\frac{2}{3} \rho^3}$	0,45	1,566	1,116	1,025	1,15
3	$\rho e^{-2\rho^2}$	0,551	1,537	0,986	1,16	1,14
4	$\rho^5 e^{-\frac{5}{2} \rho^2}$	0,594	1,481	0,887	1,28	1,14
5	$\rho^6 e^{-6\rho}$	0,53	1,69	1,16	0,972	1,13
6	$\rho^3 e^{-3\rho}$	0,39	2,05	1,66	0,675	1,12
7	$\rho^2 e^{-2\rho}$	0,30	2,36	2,06	0,541	1,11

Из данных табл. 1 следует, что для класса распределений (19) при умеренной островершинности, варьирующей вокруг единицы, имеет место соотношение

$$(\rho'' - \rho') H \cong 1,13, \quad (23)$$

смысл которого, как нетрудно видеть, заключается в том, что площадь кривой одновершинного распределения пропорциональна произведению ширины кривой на высоту ее в области максимума. Формулу (23) и следует рассматривать как эмпирическое соотношение, связывающее островершинность или высоту кривой с ее шириной. Попутно заметим, что для нормального гауссовского распределения это произведение не отличается от найденного нами и равно 1,13.

Высота кривой как параметр кривых распределения, в том числе и опытных, более удобна при исследовании размеров частиц естественных туманов и облаков, чем ширина кривой, по той причине, что измерение ее величины для опытных распределений может быть осуществлено со значительно меньшими ошибками благодаря лучшей заполненности максимума.

Для аналитически заданных распределений высота кривой также определяется точнее и значительно проще, чем ширина кривой.

Если исследователя будет интересовать ширина кривой опытного распределения, то нам кажется более рациональным определять ее расчетным путем по приближенной формуле

$$\rho'' - \rho' \cong \frac{1,13}{H} \cong \frac{1,13 N_k \Delta r}{n_m r_0},$$

вытекающей из (17) и (23), а вообще лучше иметь дело непосредственно с высотой кривой.

В заключение оценим островершинность опытных распределений. В качестве опытного материала мы воспользовались распределениями А. М. Боровикова [1], которые были им построены по наблюдениям в облаках различных форм. На рис. 3 приведен график, показывающий влияние объема выборки N_k на величину коэффициента, вычисленного по формуле (17). Из данных графика следует, что наиболее вероятным оказывается значение $\bar{H} = 1$ с отклонениями, практически не превосходящими $\pm 30\%$ для распределений с большим объемом выборки. Существенной зависимости от размеров частиц облака не обнаруживается.

Таким образом, высота кривой является характеристикой, которая обладает постоянством для распределений размеров частиц естественных туманов и облаков, если объем выборки опытного распределения достаточно велик.

Эта характеристика является вспомогательной и будет использована неоднократно в процессе дальнейшего изложения.

3. Влияние конечности ширины интервала

Известно, что любая обширная совокупность, состоящая из бесконечно большого числа частиц, размеры которых нас интересуют, может быть охарактеризована опытной кривой (ступенчатая кривая или многоугольник частот), с любой заранее заданной точностью, отображающей это распределение, если измерения размеров, осуществленные в порядке случайной выборки, произведены для достаточно большого числа частиц, а ширина интервала при этом была достаточно малой. Несмотря на значительные достижения в практике измерения размеров частиц естественных туманов и облаков, оба эти требования не всегда удовлетворяются в необходимой степени. Иногда имеют место измерения, в которых общее число частиц $N_k = \sum n_i$ слишком мало [27], [28], а ширина интервала

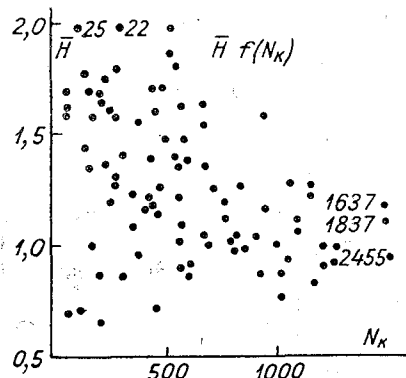


Рис. 3. Островершинность опытных распределений.

излишне велика [29], что приводит к заметным ошибкам, которые для распределений частиц облаков и туманов не исследованы.

Исследование влияния конечности ширины интервала на точность построения опытной кривой распределения в целом нам не представляется принципиально возможным, поэтому мы ограничимся рассмотрением вершины кривой распределения настолько статистически заполненного, что влиянием ограниченности объема выборки можно полностью пренебречь. В качестве исследуемой характеристики, величина которой существенно зависит от ширины интервала, будем рассматривать высоту кривой, понятие о которой изложено в предыдущем параграфе.

Если обозначить высоту кривой распределения (7), исследуемого на материале бесконечно большой выборки путем деления на интервалы конечной ширины $\Delta\rho$, через $\bar{H}_{\Delta\rho}$, то очевидно, что

$$\bar{H}_{\Delta\rho} < H, \quad (24)$$

где H — высота кривой того же распределения, вычисленная по точной формуле (14) в предположении, что ширина интервала бесконечно мала.

Неравенство (24) превращается в равенство

$$\bar{H}_{\Delta\rho} = H \quad (25)$$

лишь при $\Delta\rho$, стремящемся к нулю.

Это значит, что при измерении размеров частиц любого одновершинного распределения (7) путем дробления его на интервалы конечной ширины $\Delta\rho$, несмотря на сколь угодно большой объем выборки, имеет место искажение или деформация формы опытной кривой по сравнению с кривой распределения, заданного в дифференциальной форме и соответствующего распределению генеральной совокупности. Определение величины этой деформации, сводящейся главным образом к понижению максимума в зависимости от ширины интервала, и является непосредственной задачей настоящего параграфа. Эта задача равносильна оценке ошибки, возникающей при пользовании равенством (25) вместо неравенства (24).

Помня, что n_m — число частиц, измеренных в области максимума на интервале $\Delta\rho$, найдем выражение для n_m в случае распределения (7). В соответствии с определением

$$n_m = N \int_1^{1+\Delta\rho} n(\rho) d\rho. \quad (26)$$

Тогда формулу (7) с учетом (26) можно переписать в виде

$$\bar{H}_{\Delta\rho} = \frac{\int_1^{1+\Delta\rho} n(\rho) d\rho}{\Delta\rho}, \quad (27)$$

где $\bar{H}_{\Delta\rho}$ — высота кривой распределения, искаженного из-за конечности ширины интервала.

Пользуясь (14) для H и (27) для $\bar{H}_{\Delta\rho}$, составим выражение для максимальной относительной ошибки в определении высоты кривой:

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{H - \bar{H}_{\Delta\rho}}{H} = 1 - \frac{\int_1^{1+\Delta\rho} n(\rho) d\rho}{\Delta\rho |n(\rho)|_{\rho=1}}. \quad (28)$$

Величина ошибки $\frac{\Delta H}{H}$ на основании вполне очевидных соображений зависит от положения, которое занимает ордината максимума распределения (7) (мода его) внутри произвольно выбранного, а потому и произвольно наложенного интервала шириной $\Delta\rho$. Пределы интегрирования в (26) выбраны с расчетом, чтобы фор-

мула (28) соответствовала случаю максимально возможной ошибки, имеющей место при совпадении моды распределения (7) с границей двух соседних интервалов.

Из двух возможных интервалов выбран правый, так как измерения мелких частиц левого интервала не всегда надежны. Кроме того, представляет интерес исследование случая интервалов, ширина которых сравнима с r_0 и больше его, а это возможно лишь при интервалах, отложенных вправо от моды.

Е. С. Селезнева [16] по поводу характера опытных распределений замечает: „Большинство облачных форм характеризуется простыми кривыми распределения с одним отчетливым максимумом. Структурные различия проявляются в резкости максимума и характере асимметрии: иногда эти кривые узкие, почти симметричные, в других случаях максимум сглажен и кривая имеет резкую асимметрию в сторону крупных капель“ (стр. 36). Для получения зависимости $\frac{\Delta H}{H} = f(\Delta\rho)$

необходимо к (28) применить конкретный закон распределения, причем тот из них, который соответствует наиболее симметричным опытным распределениям. В качестве такого закона мы применили распределение размеров

$$\frac{dN}{N} = 2\rho^2 e^{-\frac{2}{3}\rho^3} d\rho, \quad (29)$$

которое является частным случаем класса (19) при $m=2$ и $n=3$. Оно уже было использовано для некоторых теоретических расчетов Н. С. Шишкиным [23] в форме распределения объемов и сопоставлено с опытными данными. Это распределение по островершинности ($\bar{H}=1,025$) и отсутствию явно выраженной асимметрии является вполне подходящим для наших целей.

Подставляя в (28) выражение для плотности вероятности из распределения (29)

$$n(\rho) = 2\rho^2 e^{-\frac{2}{3}\rho^3},$$

а также максимальное значение плотности вероятности

$$|n(\rho)|_{\rho=1} = 2e^{-\frac{2}{3}}.$$

После интегрирования и преобразования получим

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{2\Delta\rho - 1 + e^{-2\Delta\rho \left(1 + \Delta\rho + \frac{\Delta\rho^2}{3}\right)}}{2\Delta\rho}. \quad (30)$$

Формула (30) дает выражение для максимально возможной относительной ошибки в определении высоты кривой, возникающей из-за конечности ширины интервала. Она справедлива лишь для распределений, сходных по островершинности с модельным распределением (29). Ниже в табл. 2 приводится зависимость сжатия опытной кривой распределения от величины интервала $\Delta\rho$, где $\frac{\Delta H}{H}$ вычислены по формуле (30).

Результаты первой половины таблицы для случая $0,1 \leq \Delta\rho \leq 0,5$ представлены на рис. 4 в виде кривой относительных ошибок в сопровождении опытных данных (точки), полученных из опытных кривых А. М. Боровикова [1].

Как это явствует из графика, измерение размеров частиц туманов и облаков с использованием интервалов, сравнимых по ширине с величиной наивероятнейшего радиуса, может в отдельных случаях приводить к значительным ошибкам в области максимума. Наоборот, при $\Delta\rho \approx 0,2 - 0,25$ ошибки не превосходят 4—7%. Финдейзен [29] построил опытные кривые, у которых ширина интервала превосходит величину наивероятнейшего размера r_0 . Для некоторых его кривых $\Delta\rho \cong 2$, и они вообще поэтому не имеют вершин.

При выборе ширины интервала $\Delta\rho = \frac{\Delta r}{r_0}$ следует руководствоваться данными табл. 2 или графика рис. 4, чтобы не остановиться на слишком большом интер-

вале. Но есть одно обстоятельство, которое обязывает наблюдателя не слишком увлекаться мелкими интервалами. В самом деле, если опытное распределение представлено, как это обычно делается, в виде ступенчатой кривой или многоугольника частот, то чем мельче интервал, тем точнее определяется положение максимума, если объем выборки настолько велик, что ошибка из-за статистической незаполненности интервала остается пренебрежимо малой хотя бы для интервалов вблизи максимума опытной кривой. При этом условии положение максимума принципиально не может быть определено с точностью, превышающей половину ширины интервала. В случае же, когда n_i вблизи максимума опытной кривой малы, а это возможно при любом произвольно большом $N_k = \sum n_i$ лишь бы ширина интервала была достаточно малой, выигрыш в определении положения

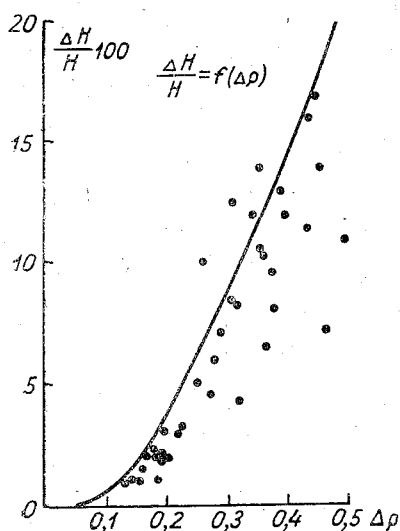


Рис. 4. Влияние ширины интервала.

максимума за счет уменьшения ширины интервала оказывается кажущимся, так как при уменьшении ширины интервала начинает сказываться статистическая незаполненность максимума и его окрестностей, сводящая на нет эффект от уменьшения ширины интервала. В следующем параграфе мы и рассмотрим вопрос об ошибке в определении n_i из-за статистической незаполненности или, что то же — из-за конечности объема выборки.

Таким образом, ширина интервала не может выбираться произвольной, а должна быть соразмерной со значением наивероятнейшего радиуса r_0 . Наилучшими значениями для ширины интервала при измерении размеров частиц в естественных туманах и облаках следует считать $\Delta\rho = 0,2 - 0,25$, которые еще не вызывают заметной деформации кривой распределения и в то же время обеспечивают наибольшую статистическую заполненность в каждом ее отдельно взятом интервале.

Вопрос о ширине интервала очевидным образом связан с вопросом о количестве интервалов опытного распределения. Потребное число интервалов при $\Delta\rho \approx 0,2 - 0,25r_0$ оказывается в среднем равным 12—16 для опытных распределений, у которых максимальное значение аргумента не превосходит 3—4 r_0 . Наши оценки о количестве потребных интервалов практически совпадают с результатами проф. А. К. Митропольского [12], которые он ранее получил другим путем.

Таблица 2

$\Delta\rho$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$100 \frac{\Delta H}{H}$	0,6	3,8	8,5	14,1	20,6	27,2	33,9	40,0	45,5

$\Delta\rho$	1,0	1,5	2	4	8	16	32	64	∞
$100 \frac{\Delta H}{H}$	50,4	66,7	75,0	87,5	93,8	97,7	98,5	99,2	100

4. Влияние конечности объема случайной выборки

Влияние конечности объема случайной выборки при измерении размеров частиц естественных туманов и облаков как полидисперсных систем сводится к такому возможному искажению результатов измерения, которое может быть рассматриваемо как случайная ошибка, величина которой должна определяться при помощи методов теории вероятностей и математической статистики.

Пусть, как прежде, n_i — частоты, характеризующие заполнение конечного числа k интервалов при общем числе частиц $N_k = \sum n_i$.

Рассмотрим один такой произвольно выбранный интервал.

Очевидно, что доля частиц p , имеющих размер ρ_i , нам неизвестна и потому мы вынуждены, пользуясь данными опыта, считать величину повторяемости

$\frac{n_i}{\sum n_i} = p'$ приближенным значением неизвестной нам доли $p = n(\rho) \Delta\rho$, т. е. по-

лагать в соответствии с законом больших чисел

$$p \approx p'.$$

Для оценки этого приближенного значения необходимо выбрать заранее надежность α , настолько близкую к единице, чтобы событие с вероятностью $1 - \alpha$ можно было считать практически невозможным, и определить те отклонения неизвестной нам доли от наблюдаемой повторяемости $p' = \frac{n_i}{N_k}$, которые можно с вероятностью α ожидать в случайной выборке объема N_k из бесконечной генеральной совокупности.

Из теории вероятности известно, что величина этих отклонений определяется формулой

$$\Delta p = x \sigma_p = x \sqrt{\frac{(1-p')p'}{N_k}}, \quad (31)$$

где σ_p — стандарт доли p ; $\alpha = \Phi(x)$ — вероятность того, что неизвестная нам доля лежит в пределах

$$p' - x \sigma_p < p < p' + x \sigma_p.$$

Численные значения параметра x , зависящего от выбранной надежности, определяются из таблицы значений функции

$$\alpha = \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

которые обычно приводятся в справочной части курсов теории вероятностей.

Для практического использования выражение (31) малоприспособно, так как ошибка оказывается зависящей не только от объема выборки N_k , но и от величины повторяемости $\frac{n_i}{N_k}$.

Из формулы (31) можно получить выражение для относительной ошибки D_i , более удобное для практического использования,

$$D_i = \frac{\Delta p}{p'} = x \sqrt{\frac{1-p'}{N_k p'}}.$$

Подставляя в последнее выражение $p' = \frac{n_i}{N_k}$, получим

$$D_i = \frac{x}{\sqrt{n_i}} \sqrt{1-p'}. \quad (32)$$

Из (32) следует, что для участков кривой опытного или выборочного распре-

деления, где $p' = \frac{n_i}{N_k}$ максимально и сравнимо с единицей (это возможно лишь при слишком крупных интервалах), величина относительной ошибки в измерении n_i зависит как от самого n_i , так и от повторяемости $p' = \frac{n_i}{N_k}$, т. е. в конечном счете и от общего числа частиц N_k , на измерении которых построено рассматриваемое опытное распределение.

В остальных точках, или, точнее, интервалах опытной кривой, где $p' \ll 1$ или $n_i \ll N_k$, а в случае мелких интервалов и умеренной островершинности и на протяжении всей опытной кривой, подкоренное выражение $1 - p'$ мало отличается от единицы, а корень квадратный из этой величины тем более близок к единице.

Таким образом, для опытного распределения с произвольной островершинностью и формой одновершинной кривой при интервалах $\Delta r = \frac{\Delta r}{r_0}$ настолько малых, что всюду, в том числе и в максимуме, обеспечивается условие

$$n_i \ll N_k, \quad (33)$$

формула (32) может быть переписана в следующем окончательном виде:

$$D_i = \frac{x}{\sqrt{n_i}}. \quad (34)$$

Условие (33) для случая $n_i = n_m$ на основании (16) переписывается в виде неравенства

$$H\Delta r \ll 1,$$

справедливого для произвольного одновершинного распределения. Для распределения с единичной островершинностью (33) приобретает вид

$$\Delta r \ll 1. \quad (35)$$

Из формулы (34) следует, что при $n_i \ll N_k$ для произвольного распределения относительная ошибка в определении n_i , как и следовало ожидать, не одинакова для различных интервалов опытной кривой, и при данной надежности α ошибка D_i является функцией только n_i — числа частиц, содержащихся в данном интересующем нас интервале, и не зависит от N_k — числа частиц, на измерении которых построено исследуемое опытное распределение. Мы приходим, таким образом, к выводу о том, что относительная ошибка в определении n_i при достаточно мелких интервалах существенно не зависит ни от закона распределения, ни от объема случайной выборки, а потому формула (34) применима к любым опытным распределениям, если для них выполняется условие (33).

При исследовании ошибок в интервале числа n_i , если они означают меру заполнения интервалов, малых по сравнению с наивероятнейшим радиусом, можно приближенно рассматривать как независимые, а полидисперсный туман считать состоящим из конечного числа независимых монодисперсных компонентов. Попутно отметим, что при нарушении условия (35) формула (34) дает завышенные значения для относительной ошибки D_i , причем степень завышения больше для области максимума и меньше для остальных интервалов опытного распределения.

Мы видим, таким образом, что ошибки, вычисленные по формуле (34), при достаточно малых интервалах $\Delta r \ll 1$ приложимы к любому опытному распределению и в любом его интервале с достаточной для практических надобностей точностью, если островершинность исследуемого опытного распределения мало отличается от единичной.

Относительная ошибка в определении заполненности интервала, величина которой численно определяется выражением (34), является функцией частоты n_i , поэтому она не одинакова для различных интервалов или областей одной и той же опытной кривой.

В заключение остановимся кратко на вопросе о надежности. Со статистиче-

ской точки зрения любой ошибке непременно соответствует надежность, с которой она оценена. По самому существу понятия о надежности она должна быть настолько близкой к единице при решении задач практики, чтобы события с вероятностью $1 - \alpha$ можно было считать практически не осуществляющимися. В. И. Романовский [14] замечает, что в зависимости от потребностей практики полагают $\alpha = 0,95, 0,99$ или $0,999$. Мы в наших расчетах воспользовались значением $\alpha = 0,95$.

Во всех известных нам экспериментальных работах, имеющих отношение к математической статистике, как касающихся структуры естественных туманов, облаков и дождя [32], [34], [29], [10], так и посвященных изучению концентрации дисперсных систем [3], при оценке случайных ошибок рассматривается обычно средняя арифметическая ошибка. Существенным является то, что надежность α (понятие о которой в большинстве указанных работ, к сожалению, отсутствует) в этом случае оказывается сравнимой с ее дополнением до единицы. Так, для распределения отклонений, подчиняющегося нормальному закону, надежность α , характеризующая среднюю арифметическую ошибку, оказывается равной

$$\alpha = 0,68, \text{ а } 1 - \alpha = 0,32.$$

Это значит, что вероятность измерения с большей ошибкой, чем средняя арифметическая, оказывается достаточно большой и сравнимой с самой надежностью. В этом случае в среднем из трех измерений два могут уложиться, а третье окажется имеющим отклонение большее, чем средняя арифметическая ошибка. У нас надежность настолько близка к единице, что $1 - \alpha = 0,05$. Использование средней арифметической ошибки без учета надежности, ее характеризующей, как это имело место у Кёлера [32], является очевидным заблуждением. Кёлер и Нидердорфер, не рассматривая давно известного понятия о надежности, оперировали со средней арифметической ошибкой при анализе амплитуд многовершинной кривой так, как будто эта ошибка обладает единичной надежностью. Результаты наблюдений и выводам из них Кёлера можно доверять поэтому лишь в той мере, в какой событиям с вероятностью $1 - \alpha = 0,32$ можно приписывать практическую неосуществимость.

Использование Кёлером средних арифметических ошибок, характеризующихся малой надежностью α , и является основной причиной заблуждения, допущенного при обработке экспериментальных данных, которое в дальнейшем и привело его к формулированию физически несостоятельной гипотезы и которое иногда [22], [16] по недоразумению называется законом кратности Кёлера.

Аналогичное заблуждение было допущено в свое время Дефантом [26], а впоследствии Нидердорфером [34] в отношении распределений по размерам дождевых частиц.

5. Критерий достаточности объема случайной выборки

В предыдущих параграфах мы нашли способ оценки точности произвольной опытной кривой распределения в любом ее интервале, если последний достаточно мал.

Изложенный способ может оказаться полезным лишь при исследовании статистического заполнения уже построенных опытных кривых. В тех случаях, когда наблюдатель приступает к построению опытной кривой, желательно получить обоснованные оценки для такого общего числа частиц N_k , при измерении которых обеспечивается необходимое статистическое заполнение в максимуме.

До сих пор, как известно, общее число частиц $N_k = \sum n_i$ при измерениях размеров частиц туманов и облаков являлось совершенно случайным; величина его менялась в широких и притом никак не обоснованных пределах.

Хаутон [31] полагал, что „правильная“ одновершинная опытная кривая при измерениях размеров частиц естественных туманов и облаков получается практически всегда, когда общее число частиц, на измерении которых она построена, не менее 500—1000 при ширине интервала по диаметру в 5 μ . Кроме указанного

замечания Хаутона, недостаточность которого станет ясной позже, мы не нашли больше каких-либо указаний на этот счет не только количественного, но и качественного характера, в то время как надобность в обоснованной оценке потребного объема выборки очевидна. При слишком малых объемах выборки опытные кривые оказываются статистически не заполненными. При слишком больших и в дальнейшем возрастающих объемах выборки заметного выигрыша в точности не получается, а трудоемкость измерения непроизводительно увеличивается. Критерием достаточности объема выборки будем называть количественное соотношение, позволяющее определить такое общее число частиц N_k исследуемой совокупности, которого достаточно для того, чтобы кривая опытного распределения в максимуме характеризовалась относительной ошибкой (из-за конечности объема выборки), величина которой не превышает заранее заданного значения D_m . При этом ошибкой из-за конечности ширины интервала, рассмотренной в п. 2, мы пренебрегаем из-за ее малости, что допустимо для распределения (29) при $\Delta\rho \leq 0,2-0,25$. Для построения критерия, сущность которого сформулирована в приведенном выше определении, воспользуемся выражением для высоты кривой (16) и перепишем его в виде, решенном относительно n_m ,

$$n_m = \bar{H} N_k \Delta\rho.$$

Подставляя последнее выражение для n_m в (34) и решая относительно N_k , получим

$$N_k = \frac{x^2}{\bar{H} D_m^2 \Delta\rho},$$

откуда после перехода к размерному виду следует

$$N_k = \frac{x^2 r_0}{\bar{H} D_m^2 \Delta r}. \quad (36)$$

Формула (36) и является критерием достаточности объема выборки, пригодным для любого одновершинного распределения. Для оценки потребного числа частиц N_k необходимо задаться заранее надежностью измерения α , достаточно близкой к единице, и желаемой относительной ошибкой в максимуме D_m , величина которой должна быть мала по сравнению с единицей. Кроме того, надо ориентировочно знать величину наивероятнейшего радиуса r_0 для того, чтобы можно было рационально выбрать (см. табл. 2) ширину интервала $\Delta r = \Delta\rho r_0$. Коэффициент островершинности в формуле (36) может быть принят равным тому минимальному значению его, которое встречается в практике.

Формулу (36) для $\bar{H} = 0,541$, соответствующего наиболее туповершинным распределениям ($m = 2$, $n = 1$) при надежности $\alpha = 0,95$ ($x = 1,96$), можно переписать в следующем виде:

$$N_k = \frac{7r_0}{D_m^2 \Delta r}. \quad (37)$$

Использованием формулы (37) в оценочных целях может быть обеспечен обоснованный, а следовательно, и рациональный выбор объема выборки при измерении размеров частиц естественных туманов и облаков. В дальнейшем, в соответствующем разделе, оправдываемость критерия достаточности будет оценена путем сопоставления с данными опыта формулы (34), положенной в его основу.

Мы видим, таким образом, что, в отличие от представлений Хаутона, в нашем критерии потребный объем выборки оказывается зависящим через параметр x от надежности измерения α , от относительной ошибки в максимуме D_m , от формы кривой через коэффициент островершинности и, наконец, от отношения ширины интервала к величине наивероятнейшего радиуса r_0 . Соображения Хаутона, которые мы привели в начале настоящего параграфа, критерием достаточности не являются. Это скорее всего правильное, но достаточно грубое правило, добытое непосредственно из обширного опыта, в котором зависимость от ширины интервала и величины наивероятнейшего размера оказалась не выявленной.

6. Статистическое заполнение и многовершинность

Литературные данные по измерениям размеров частиц облаков и туманов изобилуют опытными распределениями, многовершинности которых иногда приписывается особый смысл, вытекающий из широко известных гипотетических построений Кёлера [32], [33] о кратном соотношении масс частиц облаков и туманов.

Остановимся на вопросе о достоверности многовершинности опытных распределений с вероятностно-статистической точки зрения, впервые поставленном нами [5] в 1950 г.

Сложность вопроса усугубляется тем обстоятельством, что многовершинные распределения, как это отмечает В. И. Романовский [13], в математической статистике, как правило, не исследуются.

В предыдущем параграфе мы нашли выражение относительной ошибки в заполнении отдельного интервала, возникающей из-за ограниченности объема выборки. Последнее обстоятельство позволяет опытную кривую сопроводить двумя дополнительными кривыми, одна из которых является огибающей максимально возможных отклонений, а другая — огибающей минимально возможных отклонений опытной кривой от кривой генеральной совокупности (рис. 5). Расстояние между указанными огибающими ошибок по вертикали в любом интервале, очевидно, равно приблизительно удвоенному значению абсолютной ошибки, т. е.

$$2\Delta n_i \cong 2x \sqrt{n_i}.$$

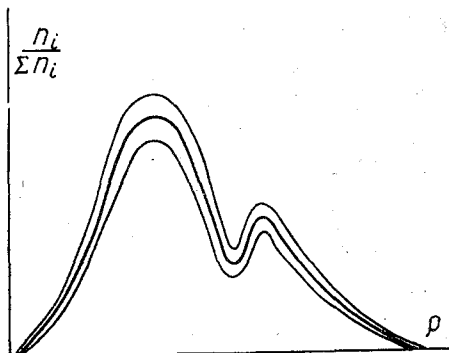


Рис. 5. Огибающие ошибок.

Численное значение площади, заключенной между огибающими ошибок для данного распределения, существенно зависит от объема выборки, надежности измерения и от ширины интервала, что непосредственно следует из (34). Надежность α , достаточно близкая к единице, каковой она и принимается при решении практических задач [14], представляет собой в рассматриваемом случае вероятность, с которой можно ожидать появления контура произвольной кривой в области, заключенной между огибающими ошибок. Поэтому эту область можно рассматривать как геометрическое место точек, каждая из которых может принадлежать любой произвольно выбранной кривой распределения, лишь бы для нее было выполнено условие нормирования. Каждая нормированная кривая распределения, проведенная через эту область, может быть кривой распределения генеральной совокупности. Вероятность выхода контура произвольной нормированной кривой распределения за огибающие ошибок для каждого отдельного интервала, очевидно, равна $1 - \alpha$, а вероятность выхода контура за нижнюю огибающую — и того меньше. Область, заключенную между огибающими ошибок, в соответствии с представлениями А. К. Митропольского [12] будем называть зоной колебаний.

Часть площади кривой, заключенная между нижней огибающей ошибок и осью абсцисс, является достоверной частью площади опытной кривой, так как выход контура любой опытной кривой из зоны колебаний в эту область настолько маловероятен, что его можно считать практически не осуществляющимся.

Весьма полезным свойством области достоверности является то, что она при беспредельном возрастании объема выборки и бесконечно малых интервалах своим пределом имеет полную площадь кривой распределения генеральной совокупности. Область между огибающими ошибок (зона колебаний) при этом в пределе становится равной нулю. Это было бы невозможно, если бы достоверные части любого отдельного интервала не имели своего предела, а относительные ошибки не стремились к нулю.

До сих пор мы в основном имели в виду опытные кривые, построенные на измерениях конечного и постоянного числа частиц.

В практике измерений статистического характера возникает ряд вопросов, решение которых может быть получено лишь с учетом переменности объема выборки. Например: каково минимальное число частиц, которое необходимо для того, чтобы кривая, построенная на измерениях этих частиц, могла называться опытным распределением? Очевидно, что одной частицы для этого явно недостаточно. Учет переменности объема выборки равносителен опыту, при котором объем выборки из неизменной совокупности возрастает в результате последовательного включения в него отдельных частиц. Нас в таком эксперименте будут интересовать главным образом изменения, происходящие с опытной кривой при статистическом заполнении, под которым понимается процесс, связанный лишь с увеличением объема выборки.

Переходя к произвольному, отдельно взятому интервалу и полагая предельное значение плотности повторяемости для него равным плотности вероятности $n(\rho)$ генеральной совокупности, мы получим для среднего значения достоверной части заполнения интервала

$$n(\rho)(1 - D_i) \quad (38)$$

и соответственно для составляющих зоны колебаний $2 n(\rho) D_i$.

Очевидно, что разность $1 - D_i$ в (38) характеризует достоверную долю плотности вероятности, а в случае опытного распределения — до-

стоверную часть плотности повторяемости $\frac{n_i}{\Delta\rho N_k}$

для данного интервала, поэтому ее можно рассма-

тривать как меру статистического заполнения кривой в исследуемом интервале. На рис. 6 показан график функции

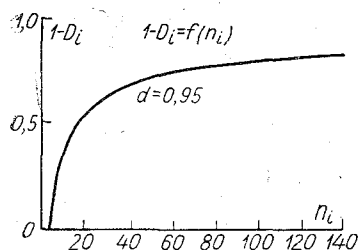


Рис. 6. Статистическое заполнение интервала.

$$1 - D_i = f(n_i) = 1 - \frac{x}{\sqrt{n_i}},$$

из которого следует, что в зависимости от соотношения между n_m и D_m при заданной надежности имеют место три основных стадии статистического заполнения или формирования опытной кривой, к рассмотрению которых мы и перейдем.

Начальная (I) стадия формирования

Наиболее заполненный интервал содержит число частиц $n_m < x^2$ и не имеет достоверной части в своем заполнении, т. е. возможны случаи $\Delta n_m > n_m$. Для остальных интервалов неравенства будут еще более резкими. Опытная кривая в первой стадии формирования характеризуется полнейшей неопределенностью из-за отсутствия положительной части области достоверности. Такая кривая, как правило, не имеет ничего общего с распределением генеральной совокупности, откуда взята случайная выборка. Это может проявляться в том, что мода распределения генеральной совокупности не совпадает с интервалом наибольшего заполнения. Число вершин такой кривой в отдельных случаях может быть сравнимым с объемом выборки. Она может не походить по форме на исходное распределение. Добавление двух-трех частиц может существенно изменить форму такой кривой, число максимумов и положение интервала наибольшего заполнения.

Выборка с объемом, обеспечивающим опытную кривую в первой стадии формирования, если только не имело место деление на излишне мелкие интервалы, должна быть признана как полностью непоказательная в статистическом отношении.

Основная (II) стадия формирования

Наиболее заполненный интервал содержит число частиц в пределах

$$x^2 < n_m < \frac{x^2}{D_m^2},$$

где $D_m \ll 1$, причем случай $n_m \approx x^2$ соответствует началу появления достоверной части заполнения интервала, а $n_m \approx \frac{x^2}{D_m^2}$ означает заполнение с ошибкой D_m в максимуме, когда достоверная часть заполнения интервала возрастает до $(1 - D_m) n_m$. По окончании II стадии формирования опытные кривые в основной центральной их части имеют форму, соответствующую распределению генеральной совокупности. Интервал наибольшего заполнения, если он не слишком мал, включает в себя моду исходного распределения. Многовершинность, имевшая место в центральной части опытной кривой в начале II стадии формирования, перемещается в конце ее в область крыльев кривой. Дальнейшее добавление сколь угодно большого числа частиц в конце II стадии не меняет существенно формы опытной кривой.

Опытная кривая, достроенная до конца второй стадии формирования, представляет графически выборку, показательную в статистическом отношении, если только относительная ошибка D_m , с которой определена вершина, удовлетворяет потребности данной задачи.

Предельная (III) стадия формирования

Максимум кривой заполнен настолько, что

$$\frac{x^2}{D_m^2} < n_m < \infty.$$

При этом неравенство $D_m \ll 1$ продолжает усиливаться и в пределе $D_m = 0$. В этой стадии формирования опытная кривая, не меняясь существенно, приходит в состояние полного тождества с распределением генеральной совокупности. Численное значение любого параметра опытной кривой асимптотически приближается к его предельному значению. Относительно высоты кривой это обстоятельство можно проследить на рис. 3.

В отличие от первых двух стадий формирования опытной кривой распределения, последняя стадия характеризуется тем, что величина и форма достоверной области опытной кривой распределения оказываются практически не зависящими от объема случайной выборки. В свете изложенных представлений только опытные распределения, достроенные до конца второй и начала третьей стадии формирования, т. е. статистически заполненные, пригодны для анализа возможной многовершинности, ее характера и причин происхождения.

Учет характера статистического заполнения позволяет построить критерий реальности многовершинности опытных распределений.

Под достоверной или реальной многовершинностью произвольного опытного распределения следует понимать только такую многовершинность, которая при дальнейшем возрастании объема случайной выборки приобретает вполне определенный характер по числу, форме и взаимному расположению вершин.

Если же в результате наблюдений получена многовершинная опытная кривая, которая при возрастании объема случайной выборки, только в результате статистического заполнения, превращается в одновершинную кривую, то в таком случае многовершинность опытного распределения достоверной не является и мы будем ее считать случайной многовершинностью, происходящей из-за ограниченности объема выборки или, что то же, из-за статистической незаполненности опытного распределения в интересующих нас интервалах.

Таким образом, лучшее средство для решения вопроса о достоверности много-

вершинности опытных распределений заключается в увеличении объема случайной выборки до необходимого статистического заполнения.

Когда объем случайной выборки не может быть увеличен, то характер наблюдаемой многовершинности можно приближенно оценить следующим образом: контур исследуемой опытной кривой сопровождается огибающими ошибок, вычисленных по формуле (34). Если через получившуюся таким образом область, заключенную между огибающими, нельзя провести ни одной одновершинной кривой без выхода ее контура из области (см. рис. 5), то многовершинность такого опытного распределения можно считать практически достоверной. Можно поступить и наоборот — наложить нормированную, осредненную одновершинную кривую с огибающими ошибок на исследуемое опытное распределение. Многовершинность, амплитуды которой не выходят заметно за огибающие ошибок, следует полагать случайной.

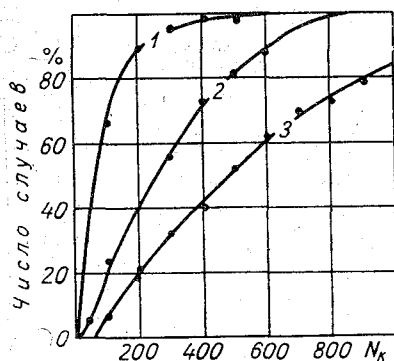


Рис. 7. Статистическое заполнение опытных распределений (319 кривых).

1 — по Диму, 2 — по Зайцеву, 3 — по Боровикову.

При этом следует иметь в виду, что в самом понятии надежности предполагается возможность выхода амплитуд случайной многовершинности в 1 — а случаях, если число исследуемых опытных кривых достаточно велико.

Необходимое следствие из рассмотрения многовершинности опытных распределений заключается в том, что не всякая многовершинность является достоверной или реальной, а потому физическому исследованию причин многовершинности опытных кривых должна предшествовать проверка ее в статистическом отношении. Для этого вполне пригодным оказывается метод огибающих. На основании изложенных представлений оказалось возможным рассмотреть обширный материал по опытным распределениям, опубликованный в работах Хагемана [30], Честной [22], Зайцева [7], Дима [27], [28] и Боровикова [1]. Эти работы выгодно отличаются

от остальных работ значительным числом наблюденных случаев, обстоятельностью изложения и достаточной полнотой сведений о публикуемых распределениях. Работы других авторов не всегда представляют интерес. Финдейзен [29], например, получил распределения, многие из которых не имеют максимума. Все его распределения характеризуются значительным сдвигом кривой влево от значений, полученных другими исследователями, очевидно, за счет чрезмерного нагревания капель в мерном объеме его установки. У Хаутона [31] результаты многолетних исследований сведены к трем „типическим“ кривым, а непосредственные данные по наблюдениям отсутствуют. Брикар [25] также избегал публикации данных по кривым распределения. Все опытные кривые, рассмотренные нами, получены широко известным методом микрофотографирования капель, уловленных на стеклянной пластинке, покрытой тонким слоем минерального масла. Сведения о методе и его разновидностях неоднократно излагались в работах Тараяна [18], Катченкова [8], Фукса [20], Хагемана [30], Селезневой [15], Кучерова [10], Честной [22] и др. и в наиболее полном виде представлены в работах Зайцева [6] и Боровикова [1]. Со статистической точки зрения не все указанные опытные распределения равноценны. Объем выборки в каждом из них является величиной, в основном определяющей качество экспериментального материала. Ниже, на рис. 7, приведены интегральные кривые распределений Дима [27], [28], Зайцева [7] и Боровикова [1]. В прилагаемой ниже табл. 3 помещены сравнительные данные, показывающие минимальные, срединные и максимальные объемы выборки, а также количество опытных кривых по стадиям формирования.

Сравнение кривых рис. 6 и данных табл. 3 показывает, что лучшими с точки зрения статистического заполнения являются опытные распределения Боровикова. Худшими оказываются данные, приведенные в двух работах Дима. Результаты наблюдений Хагемана [30] и Честной [22] мало чем отличаются от распределений

Зайцева [7], занимающих промежуточное положение. Основная особенность распределений у Дима заключается в том, что формирование многих из них приостановлено на первой стадии; подавляющее число его кривых не доведено до необходимого статистического заполнения. Общим недостатком опубликованных распределений является и то, что объем выборки опытных кривых взят случайным. Само собой разумеется, что в экспериментальном отношении легче уловить много мелких капель и гораздо труднее собрать много крупных капель. Опытные распределения с малыми объемами выборки оказались, как правило, построенными для случаев крупнокапельных облаков, а большие объемы выборки имели место в основном для случаев облаков мелкокапельных. В то же время из критерия достаточности при условии постоянной ширины интервала следует, что для получения опытного материала, сопоставимого в статистическом отношении, необходимо идти по пути более трудному в экспериментальном отношении.

Таблица 3

Автор	Объем выборки			Количество кривых			
	минимальный	срединный	максимальный	$N_k < 50$	$N_k = 50 - 500$	$N_k > 500$	всего
Боровиков [1] . . .	63	500	2455	—	44	44	88
Зайцев [7]	8	250	1388	5	85	20	110
Дим [27], [28] . .	10	60	640	40	92	2	134

Перейдем к вопросу о многовершинности опытных распределений и связи его с известным соотношением кратности масс, которое было первоначально подмечено для дождевых капель Дефантом [26], а затем было распространено Келером на частицы естественных туманов и облаков.

Метод огибающих ошибок является наиболее удобным способом для исследования амплитуд многовершинных опытных распределений. Зона колебаний при этом должна рассматриваться как область возможной случайной многовершинности.

Анализ опубликованных опытных распределений при повышенной надежности α показывает, что все они обладают многовершинностью случайного характера. Число случаев выхода опытных кривых в отдельных интервалах за огибающие ошибок заметно не превосходит в процентном выражении допустимого значения 5% ($\alpha = 0,95$).

А. М. Боровиков [1], анализируя возможные ошибки метода микрофотографии, приходит к выводу: „По нашему мнению, общая погрешность измерений числа капель не превышает 10%, причем она приходится в подавляющем большинстве на долю мелких капель“ (стр. 19). Такой вывод можно полагать правильным лишь для интервалов настолько статистически заполненных, что ошибкой D_i в них можно пренебречь по сравнению с другими систематическими ошибками. Для многих рассмотренных нами опытных распределений ошибка D_m значительно превосходит все другие ошибки, вместе взятые.

Анализ структуры многовершинности в опытных распределениях на соответствие соотношению кратности масс показывает, что оно не выполняется на всем протяжении любой опытной кривой. Это обстоятельство уже отмечалось в работах Е. С. Селезневой [16] и И. И. Честной [22]. Представляет интерес вопрос об условиях, которым должно удовлетворять статистически незаполненное опытное распределение, чтобы его многовершинность удовлетворяла соотношению кратности. Для этого рассмотрим максимумы r_1 и r_2 произвольной многовершинной опытной кривой. Эти максимумы удовлетворяют соотношению кратности при очевидном соотношении

$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt[3]{2}. \quad (39)$$

Расстояние между максимумами r_1 и r_2 , выраженное через один из них, находится из (39) как

$$r_2 - r_1 = \left(\sqrt[3]{2} - 1 \right) r_1.$$

Это же расстояние может быть выражено и через ширину интервала Δr данного опытного распределения в виде

$$r_2 - r_1 = (l + 1) \Delta r, \quad (40)$$

где l — количество промежуточных интервалов, расположенных между максимумами r_1 и r_2 .

Из (39) и (40) следует, что максимумы r_1 и $r_2 = \sqrt[3]{2} r_1$ точно удовлетворяют соотношению кратности масс, если выполняется условие

$$r_1 = \frac{(l + 1) \Delta r}{\sqrt[3]{2} - 1}. \quad (41)$$

Из наблюдений следует, что последовательность, с которой чередуются максимумы, является случайной. При этом чаще всего встречаются случаи, когда максимумы чередуются через один интервал, что соответствует случаю $l = 1$. Ниже в качестве примера приводится таблица повторяемости l , данные которой получены из опытного материала И. И. Честной [22].

Таблица 4

l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 и более	Всего
Число случаев . .	176	80	39	20	13	3	5	2	3	5	346

Для распределений Честной, построенных на интервалах в 1,3 μ (по диаметру) в соответствии с [41] следует ожидать, что соотношение кратности масс наилучшим образом может удовлетвориться при $l = 1$ на участке 10—12,6 μ и при $l = 2$ соответственно 15—19 μ . Из 87 опытных кривых Честной нашлась одна, для которой соотношение кратности выполнялось на большом участке кривой. Приведем этот пример, сопроводив положения шести вершин кривой числами в скобках, которые показывают количество промежуточных интервалов между максимумами: 7,8 (1), 10,4 (1), 13,0 (1), 15,6 (2), 19,5 (2), 23,4 μ .

Этот пример наглядно демонстрирует механизм получения опытных распределений, удовлетворяющих соотношению кратности. Можно без особого труда показать, что для ограниченной выборки из любой совокупности реальных частиц, в том числе и безусловно одновершинной, возможно продемонстрировать на отдельных опытных кривых выполняемость соотношения кратности масс в любой заранее выбранной области опытной кривой и для любых заранее известных максимумов. Для этого, кроме статистической незаполненности, без которой случайной многовершинности может и не быть, необходимо лишь выбирать ширину интервала в соответствии с условием (41).

Одно из основных элементарных требований математической статистики, как известно, заключается в случайности выборки. Для опытного подтверждения соотношения кратности масс оказывается необходимым, нарушая это требование, прибегать к избирательному выделению некоторой части опытного материала и именно той части, которая выгодна для подтверждения гипотетических воззрений Кёлера. В этом заключается вторая серьезная ошибка статистического характера, допущенная Кёлером в анализе структурных особенностей многовершинности опытных распределений.

Попутно отметим, что метод, которым пользовался Кёлер, позволяет с равным успехом „обосновать“ и обратную гипотезу — о преимущественном неслиянии

равновеликих капель. Для этого достаточно выбрать из результатов наблюдений те случаи, при которых за максимумами статистически незаполненной кривой распределения на определенных расстояниях следуют минимумы.

Таким образом, мы видим, что „закон Кёлера“, как иногда именуется соотношение кратности масс, якобы „наблюдаемое“ на опыте, прямого отношения к микрофизике облаков и туманов не имеет и физическим законом не является. На самом деле явление, замеченное Кёлером, есть неизбежный результат проявления ограниченности объема выборки.

7. Средние размеры полидисперсного тумана

При исследовании распределений в естественных туманах и облаках обычно пользуются понятиями так называемых средних размеров. В литературе встречаются наименования: наивероятнейший, преобладающий, средний арифметический, средний квадратичный, средний кубический, средний размер по Хаутону, средний размер. В последнее время Н. С. Шишкин [23] пользуется понятием радиуса капель, дающих наибольший вклад в водность. По аналогии можно также говорить и о радиусе капель, дающих наибольший вклад в поверхность. В Советском Союзе и в Европе, с одной стороны, и в США, с другой стороны, как упоминалось, приняты различные способы построения кривых опытных распределений. Следствием этого различия является отсутствие единой системы понятий о средних размерах и их наименованиях, приводящее иногда к явным ошибкам. На одно из таких заблуждений М. Дима, полагавшего, что американские туманы крупнее европейских, в свое время указала Е. С. Селезнева [16]. Можно указать на такого же рода несуразность, имеющуюся в работе Ж. Брикара [25], именовавшего средний арифметический размер просто „средним“ и использовавшего его для вычисления водности по известному наблюдаемому числу частиц в единице объема. Очевидно, что в этом случае необходимо было пользоваться средним кубическим размером. Погрешность в определении водности, возникающая от такого рода ошибки, зависит от характера распределения и может быть в отдельных случаях сравнимой с оцениваемой водностью. Кроме того, следует иметь в виду, что понятие „средний размер“ без указания смысла средней является бессодержательным, а потому и ошибочным. Из-за упомянутого выше различия в способах построения опытных кривых один и тот же средний размер иногда именуется поразному, а различные размеры именуются одинаково. Так, например, мода распределения объемов у Шишкина [23] называется радиусом капель, дающих наибольший вклад в водность, а у Хаутона [31] это преобладающий размер. Преобладающий размер у Хаутона и преобладающий размер в работах советских исследователей [1, 7, 16] — не одно и то же из-за различия в способах построения опытных кривых. У Хаутона [31] есть единственный „средний размер“, который он вычислял по формуле

$$\bar{r} = \frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i r_i^2}$$

и не отличал от своего преобладающего размера, полагая их совпадающими. В разделе, посвященном методу дифракционных колец, мы читаем: „При обычном применении он дает лишь средний или преобладающий размер“ (стр. 5). Единственный „средний размер“ Хаутона не совпадает с единственным „средним размером“ Брикара [25], который вычислял последний как средний арифметический, а использовал как средний кубический. Можно, наконец, найти и такие работы [9], [16], в которых средний кубический размер отождествляется с модой распределения объемов, с упоминания о которой мы начали.

В силу того, что принципиально невозможно существование такого монодисперсного тумана, который во всех случаях был бы эквивалентен исследуемому полидисперсному, мы вынуждены вместо полидисперсного тумана в каждом отдельном случае строить модель такого монодисперсного тумана, который эквивалентен

полидисперсному лишь в отношении данного свойства, называемого в статистике определяющим.

Операцией вычисления того или иного среднего размера не только определяется размер частиц некоего эквивалентного монодисперсного тумана, но одновременно с этим устанавливается соответствующее условие эквивалентности в отношении данного определяющего свойства.

Для выяснения вопроса о соответствии изложенных представлений о средних размерах полидисперсного тумана основным положениям математической статистики по этому вопросу обратимся к соответствующему месту книги В. И. Романовского [13]: „Наиболее общее и точное определение понятия о средней было дано почти одновременно (в 1929 г.) итальянским ученым Кизини и советским — Боярским. Это определение, которое мы будем называть определением Боярского — Кизини, мы сейчас и приведем.

Предположим, что нам дан некоторый статистический коллектив S объема n , который характеризуется значениями

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad (28.1)$$

количественного аргумента x . Назовем определяющим свойством коллектива S такое свойство его, связанное со значениями (28.1), которое должно быть сохранено неизменным при различных возможных изменениях значений (28.1).

Тогда средний $\bar{x}$ аргумента по рассматриваемому определяющему свойству коллектива S мы назовем то одинаковое для всех членов коллектива значение аргумента x , которое им можно придать, не изменяя определяющего свойства коллектива“ (стр. 95).

Из всего обилия средних, которые известны в математической статистике, нас интересуют лишь те, которые входят в характеристический класс средних, называемых правильными. (К числу таких средних, по Романовскому, относятся те из них, которые являются монотонными, ассоциативными и однозначными, а определяющее свойство задано в виде непрерывной и симметрической функции.)

О такой средней и правильном статистическом понимании ее Романовский [13] замечает: „Величина эта получается, когда при условии неизменности определяющего свойства строится абстрактный уравненный коллектив вместо данного, обладающий одним и тем же признаком x , для всех его членов. Она в смысле сохранения определяющего свойства, таким образом, равносильна совокупности значений x_i в рассматриваемом коллективе и, следовательно, представляет действительно одно из средств описания статистического коллектива, характеризующее в отношении определяющего свойства коллектив столь же полно, как и совокупность значений x_i аргумента x “ (стр. 101).

Задача настоящего параграфа заключается в попытке пересмотра заново понятий об основных средних размерах полидисперсного тумана вместе с их наименованиями в соответствии с представлениями, изложенными выше.

Наивероятнейший радиус

Как уже отмечалось выше, мы приняли за исходный, за единичный, радиус наивероятнейший. Из самого наименования ясно, что этот размер соответствует радиусу тех капель, которые чаще всего встречаются в распределении размеров.

Для распределения (7), заданного в аналитическом виде, наивероятнейший радиус $r=r_0$, или $\rho=1$, соответствует максимуму плотности вероятности, а потому его величина может быть определена путем решения относительно r уравнения

$$\frac{d}{d\rho} n(\rho) = 0. \quad (42)$$

В случае опытного распределения, основанного на измерениях размеров конечного числа частиц, по оси абсцисс обычно откладываются размеры их, а по оси

ординат — повторяемость $\frac{n_i}{\Sigma n_i}$, плотность которой в случае достаточного числа частиц $N_k = \Sigma n_i$ и малых интервалов $\Delta\rho$ будет равной

$$\frac{n_i}{\Delta\rho \Sigma n_i} \cong n(\rho), \quad (43)$$

где $n(\rho)$ — функция плотности вероятности распределения (7), которое в данном случае полагается в пределе удовлетворяющим опыту.

Из приближенного характера уравнения (43), являющегося выражением закона больших чисел, следует, что при $n(\rho)$, неизвестной нам, максимум плотности повторяемости оказывается совпадающим с плотностью вероятности лишь для бесконечно большого объема выборки и бесконечно малой ширины интервала. Поэтому максимум любой опытной кривой, а следовательно, и наивероятнейший размер для любого опытного распределения всегда определяется приближенно и тем точнее, чем больше масштаб выборки и мельче интервалы. Остальные средние размеры, которые будут рассмотрены в дальнейшем, станем измерять в долях наивероятнейшего радиуса.

Кроме распределения размеров, возможны, как мы это видели в п. 1, и другие распределения, каждое из которых имеет свою моду, отличную от наивероятнейшего размера. Мода распределения поверхностей ρ_s , выраженная линейной мерой, является размером преобладания по поверхности, а мода распределения объемов ρ_v представляет собой размер преобладания по объему, также выраженный линейно. В дальнейшем мы их так и будем называть.

Хаутон [31], пользуясь распределением объемов, неточно называл моду этого распределения „преобладающим“ (predominant) размером. В названии отсутствует указание на признак, по которому имело место преобладание. Моду распределения размеров или наивероятнейший размер иногда [1], [7], [16] называют преобладающим размером. С точки зрения статистической это правильно, но если учесть наличие преобладающего размера у Хаутона, то станет ясным, что использование этого термина нежелательно главным образом во избежание недоразумений, аналогичных уже упомянутым выше.

Радиус линейной эквивалентности, или средний арифметический радиус

Выберем в качестве определяющего свойства линейные размеры частиц исследуемой совокупности. Для этого достаточно приравнять общую длину, образованную N_k каплями полидисперсного тумана [7], длине того же количества частиц монодисперсного тумана. Условие линейной эквивалентности может быть выражено в виде

$$2N_k \int_0^{\infty} n(\rho) \rho d\rho = 2N_k \bar{\rho}_1, \quad (44)$$

где $\bar{\rho}_1$ — радиус частиц монодисперсного тумана, эквивалентного данному полидисперсному в отношении линейных размеров. От точного выражения

$$\bar{\rho}_1 = \frac{\bar{r}_1}{r_0} = \int_0^{\infty} n(\rho) \rho d\rho, \quad (45)$$

следующего из (44) и справедливого лишь для распределений, заданных в дифференциальной форме, можно легко осуществить переход к виду, пригодному для исследования опытных распределений. Для этого в формулу (45) следует вместо

плотности вероятности подставить из (43) ее приближенное выражение $\frac{n_i}{\Sigma n_i \Delta\rho}$ —

плотность повторяемости, а ρ и $d\rho$ в соответствии с (6) положить равными

$$\rho \cong \frac{r_i}{r_0}; \quad d\rho \cong \Delta\rho = \frac{\Delta r}{r_0}.$$

Заменяя знак интеграла на знак суммирования, получим

$$\bar{r}_1 = r_0 \int_0^{\infty} n(\rho) \rho d\rho \cong \frac{\sum n_i r_i}{\sum n_i},$$

т. е.

$$\bar{r}_1 \cong \frac{\sum n_i r_i}{\sum n_i}. \quad (46)$$

Не затрагивая вопроса о точности приближенного соотношения (46) как выходящего за пределы настоящей работы, укажем лишь, что при $\sum n_i$, стремящемся к бесконечности, и Δr , стремящемся к нулю, приближенное выражение имеет своим стохастическим пределом точное выражение (45), если только случайная выборка конечного объема взята из распределения (7). Средний арифметический размер, оцененный по формуле (46), определяется с ошибкой и тем большей, чем меньше объем случайной выборки.

Средний арифметический радиус $\bar{\rho}_1 = \frac{\bar{r}_1}{r_0}$ — радиус капель такого монодисперсного тумана, который при том же числе частиц обладает одинаковой с полидисперсным туманом суммой линейных размеров. Опираясь на понятие среднего арифметического радиуса, мы тем самым имеем дело с монодисперсным туманом, эквивалентным исследуемому полидисперсному туману по признаку линейных размеров. Основное полезное свойство среднего размера $\bar{\rho}_1$ заключается в том, что он (при несложном способе вычисления) наиболее близок к моде распределения, которая для асимметричных опытных распределений, как правило, не вычисляется. Наименование „средний размер“ применительно к $\bar{r}_1$, имевшее место в ряде работ [1], [25] и др., нежелательно в связи с неопределенностью такого названия.

Радиус поверхностной эквивалентности, или средний квадратичный размер

Если выбрать в качестве определяющего свойства общую поверхность (сечение) частиц полидисперсного тумана, то аналогичным путем можно получить выражение для среднего квадратического радиуса:

$$\bar{\rho}_2 = \frac{\bar{r}_2}{r_0} = \sqrt{\int_0^{\infty} n(\rho) \rho^2 d\rho}. \quad (47)$$

Для опытных распределений применяется выражение в суммах, переход к которому ввиду очевидности мы опускаем:

$$\bar{r}_2 \cong \sqrt{\frac{\sum n_i r_i^2}{\sum n_i}}. \quad (48)$$

Средний размер $\bar{r}_2$ является радиусом частиц монодисперсного тумана, эквивалентного данному полидисперсному в отношении поверхности (сечения). Опираясь на понятие среднего квадратического радиуса, мы тем самым имеем дело с таким монодисперсным туманом, который при неизменности числа частиц обладает одинаковой с полидисперсным туманом общей поверхностью (сечением). Этот размер использовался до сих пор при исследовании оптических задач [9], [10], но в принципе он может быть применен в будущем при изучении любого явления, механизм которого зависит от поверхности (сечения) частиц полидисперсного тумана.

Радиус объемной эквивалентности, или средний кубичный радиус

Общему объему частиц полидисперсного тумана, рассматриваемому в качестве определяющего свойства, соответствует средний кубичный размер, численно равный

$$\bar{\rho}_3 = \frac{\bar{r}_3}{r_0} = \sqrt[3]{\int_0^{\infty} n(\rho) \rho^3 d\rho}, \quad (49)$$

где $\bar{r}_3$ — размерное значение этого среднего размера.

Для опытных распределений применяется очевидное приближенное выражение в суммах

$$\bar{r}_3 \cong \sqrt[3]{\frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i}}. \quad (50)$$

Опираясь на понятие среднего кубичного размера, мы тем самым сводим задачу к рассмотрению такого моносферного тумана, который при том же числе частиц, что и у полидисперсного, имеет одинаковый с последним объем. Этот размер применяется при решении задач, связанных с изучением водности тумана, так как последняя с достаточной точностью совпадает численно с объемом частиц. Размер $\bar{r}_3$ нашел наиболее широкое и последовательное применение в работах Н. В. Кучерова [10] и Б. В. Кирюхина [9] при расчетах водности естественных туманов.

Радиус удельно-поверхностной эквивалентности

Дисперсность тумана, как всякой дисперсной системы, может быть оценена величиной удельной поверхности σ , которая обычно принимается равной поверхности диспергированного вещества в объеме одного кубического сантиметра.

Для моносферного тумана, радиус частиц которого равен ρ_σ , удельная поверхность σ_m будет равна поверхности капель, занимающих после слияния объем в 1 см^3 , и численно определится из следующего соотношения:

$$\sigma_m = \frac{N' 4\pi \bar{\rho}_\sigma^2}{N' \frac{4}{3} \pi \bar{\rho}_\sigma^3} = \frac{3}{\bar{\rho}_\sigma}, \quad (51)$$

где N' — число капель моносферного тумана радиусом $\bar{\rho}_\sigma$, образующих при слиянии объем в 1 см^3 .

В случае полидисперсного тумана его удельная поверхность σ_n будет найдена в соответствии с определением из выражения

$$\sigma_n = \frac{4\pi N' \int_0^{\infty} n(\rho) \rho^2 d\rho}{\frac{4}{3} \pi N' \int_0^{\infty} n(\rho) \rho^3 d\rho} = \frac{3 \int_0^{\infty} n(\rho) \rho^2 d\rho}{\int_0^{\infty} n(\rho) \rho^3 d\rho}. \quad (52)$$

Два указанных тумана будут эквивалентны в отношении удельной поверхности, если положить, что

$$\sigma_m = \sigma_n.$$

Приравняв (51) и (52) и решая полученное таким путем уравнение эквивалентности относительно $\bar{\rho}_\sigma$, получим

$$\bar{\rho}_\sigma = \frac{\int_0^{\infty} n(\rho) \rho^3 d\rho}{\int_0^{\infty} n(\rho) \rho^2 d\rho}. \quad (53)$$

Пользуясь (48) и (49), можно легко получить

$$\bar{\rho}_\sigma = \frac{\bar{\rho}_3^3}{\bar{\rho}_2^2} = \frac{\bar{r}_3^3}{\bar{r}_2^2 r_0} \quad (54)$$

или

$$\bar{r}_\sigma = \frac{\bar{r}_3^3}{\bar{r}_2^2}. \quad (55)$$

Из выражений (51) и (52) следует, между прочим, что величина удельной поверхности монодисперсного тумана определяется лишь радиусом капель, в то время как для полидисперсного тумана величина удельной поверхности зависит как от размера частиц, так и от вида функции распределения.

Для опытных распределений величина радиуса удельно-поверхностной эквивалентности определяется очевидной приближенной формулой

$$\bar{r}_\sigma \cong \frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i r_i^2}. \quad (56)$$

Вычисляя средний размер $\bar{\rho}_\sigma$ или $\bar{r}_\sigma$ по формулам (53), (54) и (55), если распределение задано в аналитическом виде, и по (55) и (56) для опытных распределений, мы тем самым находим размер частиц такого монодисперсного тумана, который обладает одинаковой с исследуемым полидисперсным туманом удельной поверхностью. Во всех случаях, когда механизм изучаемого в тумане явления определяется величиной удельной поверхности, мы можем, применяя понятие радиуса удельно-поверхностной эквивалентности, вместо полидисперсного тумана пользоваться моделью монодисперсного тумана, эквивалентного только в этом отношении. Вместо удельной поверхности нас может интересовать сумма поперечных сечений, приходящихся на 1 см³ туманной жидкости (удельное сечение). И в этом случае эквивалентным монодисперсным туманом будет тот, у которого размер частиц определяется формулами (53) — (56). Последнее обстоятельство, на выводе которого мы не останавливаемся, позволяет значительно расширить возможности применения понятия радиуса удельно-поверхностной эквивалентности. Мы видим, что удельной поверхности σ , выбранной в качестве определяющего свойства, соответствует средний размер $\bar{r}_\sigma$. Как и прежде, это радиус частиц такого монодисперсного тумана, который обладает такой же удельной поверхностью, как и исследуемый полидисперсный туман.

Хаутон [31] впервые использовал численное значение размера $\bar{r}_\sigma$. Он же обнаружил экспериментально численную близость между этим размером и модой распределения объемов. Ссылаясь на график кривой распределения объемов, он пишет [31]: „... средний диаметр примерно равен абсциссе, соответствующей максимуму кривой распределения по размерам капель“ (стр. 71).

В дальнейшем мы увидим, что численная близость между размером $\bar{r}_\sigma$ и модой распределения объемов r_v в некоторых частных случаях действительно могла наблюдаться, но общим статистическим правилом не является.

Хаутону не удалось в свое время вскрыть смысл этого среднего размера и обосновать законность его применения к распределению объемов. Это обстоятельство и явилось в дальнейшем непосредственной причиной путаницы в вопросе о средних размерах.

Как следует из нашего рассмотрения, размер $\bar{r}_\sigma$ с присущим ему простым и наглядным физическим смыслом является средней распределения размеров и в систему средних распределения объемов очевидным путем не входит.

Название „средний“ размер, которое использовал Хаутон (в дальнейшем и другие авторы), являясь не точным, не только не способствовало разъяснению смысла этой средней, но, наоборот, приводило в ряде случаев [27], [2], [25]

к появлению ошибочных представлений о средних размерах естественных туманов и облаков.

Мы подробно рассмотрели средние размеры r_0 , $\bar{r}_1$, $\bar{r}_2$, $\bar{r}_3$ и r_σ , которых вполне достаточно для решения основных задач, возникающих в процессе статистического изучения естественных облаков и туманов как полидисперсных систем, рассматриваемых в виде распределения размеров. Кроме рассмотренных средних размеров, в некоторых работах используется мода распределения объемов (см. п. 1), выраженная в линейной мере. Это уже знакомый нам размер: r_v — радиус преобладания по объему. Наивероятнейший объем v_0 распределения (12), соответствующий максимуму этого распределения, может быть найден как единственный корень уравнения

$$\frac{d}{dv} n(v) = 0.$$

Тогда благодаря известному v_0 радиус преобладания по объему находится по очевидной формуле

$$r_v = \sqrt[3]{\frac{3v_0}{4\pi}}$$

и ни с одним из средних размеров в общем случае не совпадает. Использование размера преобладания по объему для потребностей практики интереса не представляет, так как он средней распределения размеров не является. Размер преобладания по поверхности r_s в литературе непосредственно не упоминался, а поэтому нами и не рассматривается.

В заключение перейдем к вопросу соотношения средних распределения частиц по размерам в естественных туманах и облаках.

8. Соотношение средних размеров

Мы уже показали в п. 6, что распределения генеральной совокупности частиц облаков и туманов необходимо рассматривать как одновершинные с непрерывным аргументом. Вид закона при этом остается неизвестным.

Возникает задача — подобрать закон распределения генеральной совокупности, т. е. аналитическую кривую, наилучшим способом выравнивающую опытное распределение или группу их, если все они получены из облаков, структурно сходных по форме. В математической статистике известно, что кривой, которая наилучшим способом выравнивает опытное распределение, является такая, для которой теоретические и эмпирические моменты совпадают. Теоретическими моментами в нашем случае являются средние размеры $\bar{\rho}_1$, $\bar{\rho}_2$, $\bar{\rho}_3$, и $\bar{\rho}_\sigma$, а в качестве эмпирических моментов можно рассматривать эти же размеры, вытекающие из приближенных соотношений (46), (48), (50) и (56). Для решения задачи об отыскании такой кривой необходимо располагать достаточно общим классом одновершинных кривых, удовлетворяющих условиям (2) и зависящих по возможности от меньшего числа параметров. В качестве такого класса был использован уже применявшийся раньше в п. 2 класс (19), обладающий достаточной для наших целей общностью.

Найдем для этого класса средние размеры как функции параметров m и n . Очевидно, что

$$dV = \frac{4}{3} \pi \rho^3 dN = \frac{4}{3} \pi C N \rho^{m+3} e^{-\frac{m}{n} \rho^n} d\rho,$$

где V — объем частиц распределения, численно равный

$$V = \frac{4}{3} \pi C N \int_0^\infty \rho^{m+3} e^{-\frac{m}{n} \rho^n} d\rho. \quad (57)$$

Производя замену переменных по формуле

$$\frac{m}{n} \rho^n = z^n,$$

получим для (57)

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi C N \int_0^{\infty} \rho^{m+3} e^{-\frac{m}{n} \rho^n} d\rho &= \frac{4}{3} \pi C N \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{m+4}{n}} \int_0^{\infty} z^{m+3} e^{-z^n} dz = \\ &= \frac{4}{3} \pi C N \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{m+4}{n}} \frac{\Gamma\left(\frac{m+4}{n}\right)}{n}. \end{aligned}$$

Подставляя в последнее выражение C из (19), получим

$$V = \frac{4}{3} \pi N \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{3}{n}} \frac{\Gamma\left(\frac{m+4}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)}. \quad (58)$$

С другой стороны, очевидно, что

$$V = \frac{4}{3} \pi N \bar{\rho}_3^3.$$

Приравнявая последнее равенство и (58), получим условие эквивалентности, решая которое относительно $\bar{\rho}_3$, найдем выражение для среднего кубичного размера кривых класса (18) в общем виде:

$$\bar{\rho}_3 = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{\frac{\Gamma\left(\frac{m+4}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)}}. \quad (59)$$

Аналогичным путем рассматривая распределения поверхностей и размеров, можно получить выражение для среднего арифметического и среднего квадратичного размеров, а на основании (54) при известных $\bar{\rho}_3$ и $\bar{\rho}_2$ легко находится и радиус удельно-поверхностной эквивалентности $\bar{\rho}_s$.

Опуская промежуточные выкладки, приведем обобщенные выражения: для среднего арифметического размера

$$\bar{\rho}_1 = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{\Gamma\left(\frac{m+2}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)}, \quad (60)$$

для среднего квадратичного

$$\bar{\rho}_2 = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{\frac{\Gamma\left(\frac{m+3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)}} \quad (61)$$

и для радиуса удельно-поверхностной эквивалентности

$$\bar{\rho}_s = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{\Gamma\left(\frac{m+4}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{m+3}{n}\right)}. \quad (62)$$

Мода распределения объемов ρ_v , выраженная в долях наивероятнейшего радиуса для кривых класса (19) может быть найдена элементарным путем и оказывается равной

$$\rho_v = \sqrt[n]{\frac{m+3}{m}}. \quad (63)$$

Численное совпадение между размерами $\bar{\rho}_s$ и $\bar{\rho}_v$, которое наблюдал для опытных кривых Хаутон и которое, возможно, послужило причиной отождествления им этих размеров, имеет место для кривых класса (19) при $n=1$. Выводу Хаутона о численном совпадении размеров $\bar{\rho}_s$ и $\bar{\rho}_v$ не противоречат и экспериментальные данные работ Н. В. Кучерова [10], И. И. Честной [22] и В. А. Зайцева [7]. Поэтому будем искать кривую наилучшего выравнивания среди семейства $n=1$ класса (19). Для этого выясним некоторые свойства интересующего нас семейства кривых. Найдем выражения для средних размеров у кривых семейства $n=1$ класса (19).

Пользуясь известной формулой $\Gamma(x+1)=x!$, из которой следует

$$\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x)} = x,$$

получим вместо (60), (59), (61) и (62) точные и простые выражения:

$$\bar{\rho}_1 = \frac{m+1}{m}, \quad (64)$$

$$\bar{\rho}_2 = \frac{\sqrt{(m+2)(m+1)}}{m}, \quad (65)$$

$$\bar{\rho}_3 = \frac{\sqrt[3]{(m+3)(m+2)(m+1)}}{m}, \quad (66)$$

$$\bar{\rho}_s = \frac{m+3}{m}. \quad (67)$$

Введем вспомогательный параметр $\varepsilon = \frac{1}{2m}$ и предположим, что

$$(m+2)(m+1) \cong \left(m + \frac{3}{2}\right)^2$$

и

$$(m+3)(m+2)(m+1) \cong (m+2)^3.$$

Тогда вместо (64), (65), (66) и (67) получим для средних размеров еще более простые выражения

$$\bar{\rho}_1 = 1 + 2\varepsilon, \quad \bar{r}_1 = r_0(1 + 2\varepsilon), \quad (68)$$

$$\bar{\rho}_2 = 1 + 3\varepsilon, \quad \bar{r}_2 \cong r_0(1 + 3\varepsilon), \quad (69)$$

$$\bar{\rho}_3 = 1 + 4\varepsilon, \quad \bar{r}_3 \cong r_0(1 + 4\varepsilon), \quad (70)$$

$$\bar{\rho}_s = 1 + 6\varepsilon, \quad \bar{r}_s = r_0(1 + 6\varepsilon). \quad (71)$$

При этом (68) и (71) являются точными. Несмотря на то что (69) и (70) являются приближенными, ошибка, возникающая от этого, для $m=2$ не превосходит 2%. Так, для кривой $\rho^2 e^{-2\rho}$, использованной А. Х. Хргианом и И. П. Мазиным [21], последние формулы дают соотношения $\bar{\rho}_1=1,50$, $\bar{\rho}_2=1,75$, $\bar{\rho}_3=2,00$, $\bar{\rho}_s=2,50$, в то время как точные значения мало отличаются и равны $\rho_1=1,50$, $\rho_2=1,73$, $\rho_3=1,96$, $\rho_s=2,50$.

При больших m ошибка становится пренебрежимо малой.

Из (68), (69), (70) и (71) следует важное свойство семейства $n=1$ класса кривых (19). При переходе от одного среднего размера к другому они изменяются на определенную величину, кратную целому $\varepsilon = \frac{1}{2m}$. При этом средний арифметический размер для семейства $n=1$ всегда больше наивероятнейшего размера на $2\varepsilon r_0$, а средний удельно-поверхностный — на $6\varepsilon r_0$. Это обстоятельство позво-

дает исследователю при известных средних размерах иметь четкий ответ на вопрос о том, можно ли данное опытное распределение считать удовлетворяющим семейству $n = 1$ класса (19).

Как известно, наивероятнейший размер для произвольных опытных распределений не вычисляется. Попробуем получить аналитическое выражение r_0 для семейства $n = 1$ в случае любых m . Из (68), (70) и (71) следует:

$$\bar{\rho}_\sigma - \bar{\rho}_1 = 4\varepsilon,$$

$$\bar{\rho}_\sigma - \bar{\rho}_3 \cong 2\varepsilon,$$

$$\bar{\rho}_3 - \bar{\rho}_1 \cong 2\varepsilon,$$

откуда

$$6\varepsilon \cong \bar{\rho}_\sigma - \bar{\rho}_1 + \frac{1}{2}(\bar{\rho}_\sigma - \bar{\rho}_3) + \frac{1}{2}(\bar{\rho}_3 - \bar{\rho}_1) \cong \frac{3}{2}(\bar{\rho}_\sigma - \bar{\rho}_1),$$

а если учесть (64) и (67), то вместо приближенного выражения можно написать точное выражение в виде

$$\frac{3}{2}(\bar{\rho}_\sigma - \bar{\rho}_1) = 6\varepsilon.$$

Следовательно, для величины наивероятнейшего единичного размера можно написать

$$\bar{\rho}_\sigma - 6\varepsilon = \bar{\rho}_\sigma - \frac{3}{2}(\bar{\rho}_\sigma - \bar{\rho}_1) = \frac{3\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_\sigma}{2} = 1.$$

Переходя к размерному изложению, получим выражение для наивероятнейшего размера

$$r_0 = \frac{3\bar{r}_1 - \bar{r}_\sigma}{2}. \quad (72)$$

Формула (72) является точной в аналитическом отношении. В стохастическом отношении ее точность не уступает точности широко известных формул (46), (48), (50) и (55).

Пользуясь формулой (72), по известным значениям $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_\sigma$ можно точнее, чем по кривой распределения, определить наивероятнейший размер.

Ниже, в табл. 5, приводятся расчетные значения средних размеров для различных целых m .

Таблица 5

ρ	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{\rho}_1$	2,00	1,50	1,33	1,25	1,20	1,17	1,14	1,12	1,11	1,10
$\bar{\rho}_2$	2,22	1,73	1,49	1,37	1,30	1,25	1,21	1,18	1,17	1,15
$\bar{\rho}_3$	2,88	1,96	1,64	1,49	1,39	1,33	1,28	1,24	1,22	1,20
$\bar{\rho}_\sigma$	4,00	2,50	2,00	1,75	1,60	1,50	1,43	1,38	1,33	1,30

Для того чтобы найти уравнение кривой, удовлетворяющей опытному распределению, необходимо, пользуясь формулой (72), найти эмпирические моменты $\frac{\bar{r}_1}{r_0}$,

$\frac{\bar{r}_2}{r_0}$, $\frac{\bar{r}_3}{r_0}$ и $\frac{\bar{r}_\sigma}{r_0}$ и убедиться в том, что в отношении их разностей они согласуются

с (64) — (67). Если приращения моментов удовлетворяют (64) — (67), то можно считать, что опытное распределение описывается семейством кривых $n=1$,

После этого в табл. 5 можно искать такое целое число m , для которого соотношение средних размеров лучше всего удовлетворяет опыту.

Если сомнений в принадлежности опытного распределения к семейству $n=1$ не имеется, можно использовать более простой способ определения параметра m , а следовательно, и аналитического выражения кривой для опытного распределения. Сущность его заключается в следующем. Пользуясь (64) и (67), составим отношение моментов или средних размеров

$$\frac{\bar{\rho}_\sigma}{\bar{\rho}_1} = \frac{\bar{r}_\sigma}{\bar{r}_1} = \frac{m+3}{m+1},$$

численные значения которого для различных m приведено в табл. 6.

Таблица 6

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{m+3}{m+1}$	2,00	1,67	1,50	1,40	1,33	1,29	1,25	1,22	1,20	1,18

Составляя отношение размеров $\frac{\bar{r}_\sigma}{\bar{r}_1}$ для рассматриваемого опытного распределения, которое численно равно $\frac{\bar{\rho}_\sigma}{\bar{\rho}_1}$, и пользуясь табл. 6, можно легко найти целое m , а следовательно, и уравнение кривой, ему соответствующее.

Оба изложенных выше способа являются разновидностями метода моментов. Первый способ изложен нами в целях последовательности и наглядности изложения, а второй — для практического применения. Оба способа в отношении точности практически равноценны и дают одинаковые результаты. Это объясняется тем, что $\bar{\rho}_\sigma$ является моментом более высокого порядка, чем $\bar{\rho}_2$ и $\bar{\rho}_3$ и, кроме того, он в соответствии с (54) является явной функцией $\bar{\rho}_3$ и $\bar{\rho}_2$, а следовательно, и $\bar{r}_3$ и $\bar{r}_2$, которые во втором способе в явном виде не используются.

После выбора целого m по табл. 6 функция распределения частиц по размерам для семейства $n=1$ класса (19) может быть написана в виде

$$n(\rho) = \rho^m e^{-m\rho} \quad (73)$$

или в соответствующем размерном виде, переход к которому не представляет особого труда.

Вопросы точности определения $\bar{\rho}_\sigma$, $\bar{\rho}_1$, $\frac{\bar{\rho}_\sigma}{\bar{\rho}_1}$ и $n(\rho)$ в стохастическом отношении, как выходящие за рамки исследования, в работе не рассматриваются, тем более что они в виде критериев согласия эмпирических и теоретических распределений обстоятельно излагаются в курсах математической статистики.

Все опубликованные функции распределения для частиц туманов и облаков [23, 21, 24, 11 и др.] являются частными случаями предложенного нами [5] класса кривых (19) и его семейства (73).

В работе К. С. Шифрина и Н. П. Богдановой [24] использован четырехпараметрический класс кривых, из которых может быть выбрана кривая наилучшего выравнивания. Увеличение числа параметров в этом случае связано с тем, что коэффициент при размере частиц в показателе степени (в наших обозначениях — $\frac{m}{n}$) и нормирующая постоянная распределения полагаются независимыми его параметрами.

На самом деле, как показано нами, обе эти величины являются функциями двух независимых параметров распределения и свойством независимости не обладают. Поэтому увеличение числа параметров в этом случае нельзя считать обоснованным.

В способе, предложенном Л. М. Левиным [11], средние размеры или соответствующие им моменты опытного распределения не вычисляются, что упрощает выбор кривой из однопараметрического семейства. Однако Левин не дает способа для определения принадлежности исследуемого опытного распределения к однопараметрическому семейству кривых. В силу этого, а также в связи с геометрическими построениями, вносящими неопределенный произвол в выбор параметра кривой, возможности метода Левина ограничены в отношении точности.

В заключение найдем соотношение, позволяющее по величине средних размеров найти аналитическим путем значение параметра m , а следовательно, и уравнение кривой, выравнивающей опытное распределение.

Пользуясь (68) и (71), замечаем, что

$$\bar{\rho}_s - 1 + \bar{\rho}_s - \bar{\rho}_1 = 10\epsilon.$$

Для того чтобы получить окончательное выражение, необходимо решить последнее относительно ϵ , заменить его на m по формуле $\epsilon = \frac{1}{2m}$, после чего получим в размерном изложении

$$m = \frac{2\bar{r}_1}{\bar{r}_s - \bar{r}_1} - 1. \quad (74)$$

Формула (74) по известным средним размерам опытного распределения $\bar{r}_s$ и $\bar{r}_1$ позволяет просто и точно в аналитическом отношении вычислить параметр кривой m вплоть до дробных его значений. При этом нет необходимости прибегать к графическим построениям, как это имело место в способе Левина [11].

9. Некоторые экспериментальные данные

Все выводы и следствия из рассмотрения задачи о выборочном определении размеров частиц естественных туманов и облаков, полученные нами до сих пор, как и результаты всякого теоретического исследования, нуждаются в сопоставлении с опытными данными. Частично это уже было осуществлено по ходу изложения, например в п. 2 в отношении оценки высоты кривой, в п. 3 по вопросу о влиянии конечности ширины интервала и в п. 6 при анализе „закона кратных масс“. Сопоставление с опытом содержания остальных параграфов не представляется возможным из-за отсутствия опубликованных экспериментальных данных, пригодных для этого. Экспериментальные данные, рассматриваемые в настоящем параграфе, и предназначены для восполнения указанного пробела.

В экспериментальную часть работы входят:

- а) проверка применимости формулы (34) по отношению к опытным распределениям частиц туманов и облаков;
- б) исследование статистического заполнения опытной кривой;
- в) практическое применение метода моментов при исследовании опытных распределений.

Две первых задачи решались известным в статистике методом серийных выборок. Сущность этого метода, до сих пор не применявшегося в микрофизических исследованиях туманов и облаков, заключается в том, что из обширной однородной совокупности частиц берется случайная выборка большого объема, состоящая из группы или серии малых выборок, также случайных. Для уточнения вопроса о кривой наилучшего выравнивания было получено несколько опытных распределений, средние размеры которых позволили впервые воспользоваться методом моментов.

Все измерения размеров частиц были осуществлены широко известным [1] методом

микрофотографирования частиц, взвешенных в тонком слое масла. Съемка частиц производилась через микроскоп ГОМЗ зеркальной камерой „Спорт“ на стандартную позитивную киноплёнку (80° ХД). Общее увеличение (увеличение съемки и проектирования) равнялось 1000. Влажность в туманах измерялась аспирационным психрометром по методу, предложенному О. В. Левитским [17], и для всех случаев оказалась равной 100%.

Опытные данные приведены в пяти приложениях в виде 7 распределений. Они получены на основании измерений 63 547 частиц. В приложениях 1, 2 и 3 даны распределения размеров частиц адвективных туманов, наблюдавшихся глубокой осенью 1946 г. над Ладожским озером в районе г. Приозерска. Наблюдения производились на песчаной косе, глубоко вдающейся в открытое озеро.

Данные об условиях, при которых наблюдались эти туманы, приведены в табл. 7.

Таблица 7

Приложение	Температура воздуха, град.		Температура воды на поверхности, град.	Ветер		Дальность видимости, м
	на высоте 2 м	у поверхности воды		скорость, м/сек.	направление	
2	3,6	3,9	5,4	8—10	W	500
3	1,0	3,0	5,0	2—3	SWW	500
1	—1,2	—0,2	4,2	3—4	SW	200

В остальных приложениях (4 и 5) представлены четыре распределения, полученные для частиц радиационных туманов, которые наблюдались на окраине Ленинграда (Новая Деревня) летом и осенью 1948 г. Радиационные туманы наблюдались в ночное время на краю большого поля, свободного от строений и деревьев. Ветер, как правило, отсутствовал.

Для всех построенных опытных распределений вычислены средние размеры $\bar{r}_1$, $\bar{r}_2$, $\bar{r}_3$ и $\bar{r}_0$.

Для экспериментального уточнения вопросов, связанных с применением формулы (34), было осуществлено фотографирование одновременно забранных 30 000 частиц естественного тумана адвективного происхождения. Этот туман наблюдался 3/XI 1946 г. без заметного изменения видимости (300—500 м) и размеров частиц в течение нескольких часов. Проба частиц на масло забиралась на песчаной косе, глубоко вдающейся в открытое озеро, и там же сразу фотографировалась.

Данные о размерах частиц были обработаны в виде 100 отдельных опытных кривых с объемом выборки для каждой кривой в 300 частиц. Полные сведения об этих кривых, так же как и общее распределение, приведены в приложении 1. Из этих данных для каждого i -ого интервала были получены распределения отклонений. Отклонением для краткости будем называть разность

$$|n_{ij} - \bar{n}_i|,$$

в которой $\bar{n}_i$ — среднее или наиболее вероятное значение частоты i -ого интервала, j — порядковый номер кривой в серии.

Экспериментальные значения относительной ошибки D_i с надежностью α определялись из распределений отклонений. За ошибку с надежностью α , определенную из опыта, принималось то значение отклонения, которое превосходилось для исследуемого интервала в 100 α случаях. Таким путем были получены из опыта относительные ошибки D_i при двух надежностях: $\alpha_1 = 0,68$ и $\alpha_2 = 0,96$. Рассмотрению были подвергнуты лишь интервалы, расположенные вправо от максимума опытной кривой во избежание влияния дополнительных ошибок, возникающих при измерениях слишком мелких капель. На графике рис. 8 показаны экспериментально оцененные ошибки D_i в сопровождении соответствующих кривых относительных ошибок, вычисленных по формуле (34). Сопоставление опытных данных с теоре-

тически полученной кривой показывает, что формула (34) в широком диапазоне частот удовлетворяет опыту. Для малых частот (доли десятка) наблюдается заметное превышение реальных ошибок по сравнению с расчетными. Объяснение этому

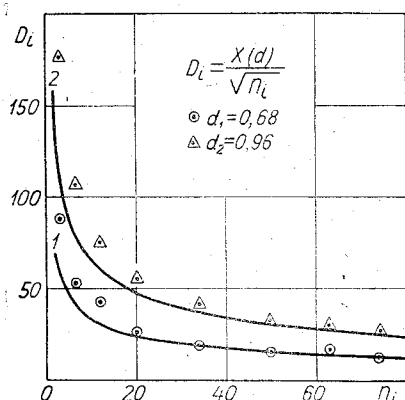


Рис. 8. Статистические ошибки опытных распределений в зависимости от заполнения интервала и параметра надежности.

наблюдаемому на опыте явлению имеется у В. И. Романовского [14], который теоретически показал, что в случае малого числа измерений оценки ошибок

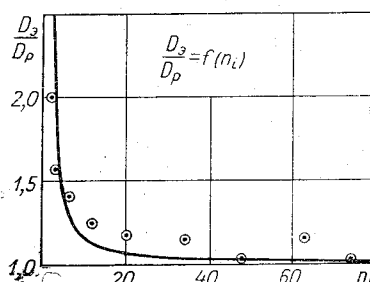


Рис. 9. Статистические ошибки для случая малых частот.

в соответствии с классическими представлениями статистики приводят к результа-

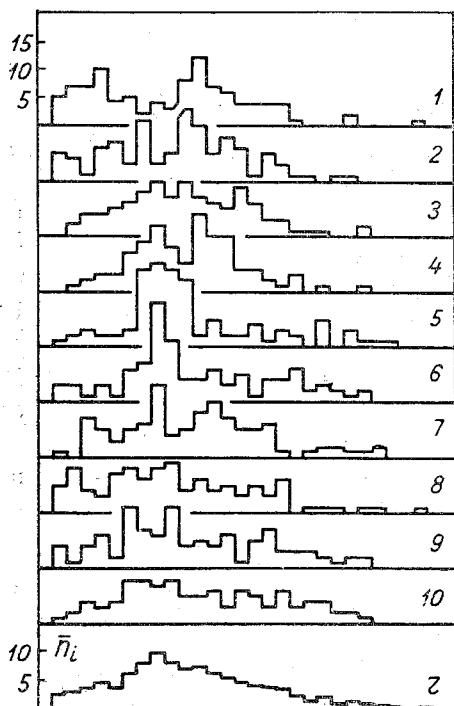


Рис. 10. Опытное распределение (1000 частиц) и 10 его составляющих.

там с завышенной точностью. Отсылая интересующихся к указанному источнику, приведем для сравнения теоретическую кривую, построенную в соответствии с представлениями Романовского, и наши экспериментальные данные, подтверждающие их (рис. 9).

Мы видим, таким образом, что формула (34) вполне пригодна для практической оценки ошибок в тех интервалах опытных распределений, частоты которых не слишком малы. При частотах порядка долей десятка формула (34) дает заметное занижение результата.

Перейдем к опытным распределениям, на которых можно проследить процесс статистического заполнения. Рассмотрим в качестве типичного примера распределение, полученное для частиц радиационного тумана, наблюдавшегося ночью 12/VIII 1948 г. на окраине Ленинграда в районе Новой Деревни (приложение 4). На рис. 10 показано это распределение с общим объемом выборки в 1000 частиц и серия из 10 кривых, его составляющих, по 100 частиц в каждой.

Общее распределение, как видно из рис. 10, является одновыпуклым, в то время как отдельные распределения, его образующие, почти все являются много-

выпуклыми. Существенным является то, что каждая из этих 10 кривых не похожа на исходное распределение, случайной выборкой из которого она является. Между отдельными кривыми серии также мало общего. В максимуме полной кривой около ста частиц, максимумы отдельных кривых серии содержат в среднем около десяти

частиц. Расчетная относительная ошибка в определении максимума при статистическом заполнении убывает с 64% для 10 частиц до 20% для 100 частиц в интервале. Степень статистического заполнения каждой из 10 кривых можно рассматривать как начало основной стадии формирования (II стадия).

Опытные кривые в начальной стадии формирования (I стадия) могут быть получены и аналогичным образом исследованы, если одну из 10 кривых с объемом выборки в 100 частиц представить в свою очередь состоящей из серии опытных кривых с еще меньшим объемом выборки. Мы не будем этого делать, так как особенной надобности в этом нет. Среди опубликованных опытных распределений имеется значительное количество кривых, формирование которых приостановлено на начальной стадии формирования. Из 134 опытных кривых М. Дима [27], [28], как это следует из табл. 3, 40 построены на измерениях 50 частиц и меньше.

Положение интервала наибольшего заполнения меняется при статистическом заполнении.

В конце основной стадии формирования окончательно определяется интервал, содержащий моду распределения. Максимумы случайной многовершинности в процессе заполнения опытной кривой, после того как определился окончательно основной максимум, перемещаются в область интервалов с меньшим статистическим заполнением. Это можно наблюдать на всех опытных кривых с достаточным объемом выборки. Дальнейшее перемещение случайных максимумов в область крыльев кривой можно наблюдать на распределении 30 000 частиц, которое уже рассматривалось, а также на двух других кривых с большим объемом выборки (приложения 2 и 3).

Таким образом, результаты, полученные при исследовании процесса формирования опытных кривых методом серийных выборок и частично представленные на рис. 10, целиком подтверждают характер статистического заполнения, рассмотренного в п. 6.

В заключение попытаемся применить метод моментов для выяснения вопроса о форме кривой наилучшего выравнивания для распределений в тумане.

В табл. 8 помещены соотношения средних размеров, полученные нами из опыта для адвективных и радиационных туманов (приложения 1—5), а также значения параметра m , полученного для наших распределений из формулы (74).

Таблица 8.

Момент или средний размер	Туман						
	адвективный (1946 г.)			радиационный (1948 г.)			
$\bar{\rho}_1$	1,35	1,35	1,24	1,23	1,17	1,12	1,10
$\bar{\rho}_2$	1,55	1,51	1,35	1,34	1,27	1,19	1,15
$\bar{\rho}_3$	1,76	1,68	1,40	1,45	1,34	1,25	1,17
$\bar{\rho}_3$	2,23	2,06	1,73	1,69	1,50	1,37	1,30
$m_{\text{расч}} (74)$	2,1	2,8	4,1	4,9	6,0	8,0	9,9
Номер приложения	3	2	1	4	5а	5б	5в

Сопоставление опытных данных табл. 8 с расчетными данными табл. 5 показывает, что соотношение средних размеров удовлетворяется хорошо.

Из данных табл. 8 обнаруживается существенное различие в соотношении между средними размерами для радиационных и адвективных туманов. На рис. 11 построены две кривые, одна из которых, $m = 6$, соответствует умеренно-асимметричным распределениям (радиационные туманы), а другая, $m = 3$, удовлетворяет опытным распределениям со значительной асимметрией (адвективные туманы).

Опытные кривые для туманов адвективного происхождения, построенные в виде распределений объемов, имеют моду, сдвинутую вправо в отношении $\frac{\bar{r}_g}{r_0} \cong 2$, в то

время как для радиационных туманов это отношение меньше и в среднем составляет около 1,5. Используя эти отношения и учитывая, что Хаутон [31] строил распределения объемов именно для туманов адвективного происхождения, мы можем оценить наивероятнейший размер американских туманов в 10—12,5 μ (по радиусу) вместо 40—50 μ , указанных Хаутоном [31] для диаметра преобладания по объему. Данные Хаутона, таким образом, косвенно подтверждают наличие значительной асимметрии в распределениях размеров у наблюдаемых им адвективных туманов.

Результаты нашей оценки совпадают с результатами пересчета американских графиков, предпринятого Б. В. Кирюхиным [9].

Относительно структуры облаков известно, что наиболее симметричные распределения наблюдаются для St, а наиболее асимметричные — для Ns. Остальные облачные формы занимают промежуточное положение.

В. А. Зайцев [7] для кучевых облаков и А. М. Боровиков [1] для остальных облаков установили, что основания облаков с заметным развитием по вертикали

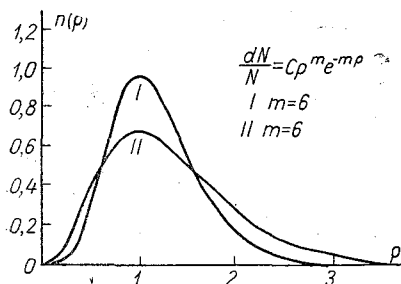


Рис. 11. Функции распределения частиц.

I — радиационный туман, II — адвективный туман.

характеризуются почти симметричной кривой распределения, в то время как для центральной и верхней частей облаков наблюдаются распределения с умеренной и заметной асимметрией в сторону крупных капель. Это явление настолько заметно проявляется, что для нижней границы Ns можно наблюдать распределения (1, 1,08, 1,12, 1,15, 1,23), более симметричные, чем для верхней границы St (1, 1,16, 1,24, 1,32, 1,57). Соотношение средних размеров в скобках получены по наблюдениям А. М. Боровикова [1]. Объем выборки для Ns — 1169 и для St — 1029 капель.

В отношении формы кривых опытных распределений нам не удалось установить различия между облаками и туманами в целом. Скорее всего

направляется вывод о структурном сходстве между облаками со значительным вертикальным развитием в области их нижней границы и радиационными туманами, с одной стороны, и между теми же облаками в средней и верхней их частях и адвективными туманами, с другой стороны.

Недостаточное количество случаев наблюдений не позволяет считать окончательно решенным вопрос об упомянутых структурных различиях. Можно надеяться, что дальнейшее накопление опытного материала и применение метода соотношения средних размеров позволят в будущем не только качественно, но и количественно учитывать структурные особенности туманов и облаков в зависимости от условий их образования.

Заключение

В работе была рассмотрена экспериментальная задача выборочного определения размеров частиц естественных туманов и облаков с вероятностно-статистической точки зрения. Основные результаты и выводы настоящей работы заключаются в следующем:

1. Установлено, что американский способ построения опытных кривых, развитый в работах Хаутона, в противоположность способу, принятому в СССР и Европе, является статистически непоследовательным.

2. Показано, что оценка островершинности опытных распределений, предпринятая Хаутоном, является ошибочной.

3. Введена новая характеристика — высота опытной кривой, которая была использована в работе при решении ряда конкретных задач. В результате сопоставления с опытными данными показано, что для высоты опытной кривой в качестве наивероятнейшего можно пользоваться значением, близким к единице.

4. Введен в рассмотрение новый класс одновершинных кривых, вид которых является функцией двух параметров. Для кривых этого класса с островершинностью, близкой к единичной, показана связь высоты кривой с ее шириной.

5. Исследовано влияние конечности ширины интервала, в результате чего оказывается возможным рациональный выбор как ширины интервалов, так и числа их для опытных распределений естественных туманов и облаков.

6. Исследовано влияние конечности объема выборки. При этом показано, что частоты n_i , если интервалы достаточно малы, можно приближенно рассматривать как независимые, а полидисперсный туман или облако можно полагать состоящим из конечного числа монодисперсных компонентов. Для случая, когда ширина интервалов мала по сравнению с наивероятнейшим размером, обоснована возможность оценки точности в данной точке опытной кривой с учетом надежности измерения.

7. Рассмотрение опытных распределений показало, что отсутствие правильного статистического подхода к задаче об определении размеров частиц естественных туманов и облаков нередко приводит к опубликованию данных, недоброкачественных в статистическом отношении из-за крайне малого числа измеренных капель.

8. Показано, что при исследовании амплитуд многовершинных опытных распределений Келер неправильно использовал ошибки с малой надежностью и нарушал принцип случайности выборки, что привело его к формулированию неправильной гипотезы.

9. Установлен критерий достаточности, позволяющий рационально выбирать объем выборки для вновь строящейся опытной кривой в зависимости от статистической ошибки в интервале наибольшего заполнения, ширины интервала, надежности измерения, наивероятнейшего размера и высоты кривой.

10. Предложен способ анализа многовершинности опытных распределений для установления ее характера (метод огибающих ошибок), являющийся дальнейшим развитием представлений проф. А. К. Митропольского.

11. Исследован вопрос о многовершинности опытных распределений в связи с характером их статистического заполнения. Процесс полного формирования опытной кривой рассмотрен как состоящий из трех стадий, существенно различающихся по характеру статистической показательности выборки.

12. Показано, что многовершинность подавляющего числа опытных распределений для частиц естественных туманов и облаков достоверной не является. Причина наблюдаемой на опыте случайной многовершинности заключается в недостаточности объема выборки.

13. В соответствии с основными положениями математической статистики построена заново физически обоснованная система средних распределения размеров. Попутно пересмотрены и уточнены наименования некоторых средних размеров.

14. Средние размеры впервые использованы для нахождения кривой, наилучшим образом выравнивающей исследуемое опытное распределение для случая естественных туманов (метод соотношения средних размеров, или метод моментов).

15. Метод соотношения средних размеров использован для установления структурных различий между распределениями для туманов радиационного и адвективного происхождения. Сопоставление с облаками, развитыми по вертикали, показало, что радиационные туманы в структурном отношении сходны с облаками в области их нижней границы, а адвективные туманы аналогичны облакам в их центральной и верхней частях.

16. Некоторые результаты работы сопоставлены с опытными данными, опубликованными в работах ряда авторов. Для проверки основных результатов осуществлено обширное статистическое обследование, составляющее экспериментальную часть работы. В качестве рабочего метода был использован и оправдал себя метод серийных выборок. Сопоставление с опытными данными показало удовлетворительное соответствие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровиков А. М. Труды ЦАО, вып. 3, 1948.
2. Гертнер Г. Прозрачность замутненной атмосферы для инфракрасных волн. Гос-энергоиздат, 1949.
3. Дерягин Г. и Власенко Г. ДАН СССР, т. XIII, № 2, 1948.
4. Дьяченко П. В. Метеорология и гидрология, № 10, 1951.
5. Дьяченко П. В. Опыт применения методов математической статистики к изучению структуры естественных туманов и облаков. Автореферат. ЛГУ, 1950.
6. Зайцев В. А. Труды ГГО, вып. 9 (71), 1948.
7. Зайцев В. А. Труды ГГО, вып. 13 (75), 1948.
8. Катченков С. М. Труды Лен. ин-та эксперим. метеорол., вып. 1, 1937.
9. Кирюхин Б. В. Труды НИУ ГУГМС, сер. I, вып. 28, 1946.
10. Кучеров Н. В. Труды ГГО, вып. 6 (68), 1947.
11. Левин Л. М. О функциях распределения облачных капель по размерам. Оптическая плотность облака. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10, 1958.
12. Митропольский А. К. Техника статистического исчисления. Гос. изд-во с.-х. и колх.-кооп. литературы, М.—Л., 1931.
13. Романовский В. И. Математическая статистика. ГОНТИ НКТП СССР, М.—Л., 1938.
14. Романовский В. И. Основные задачи теории ошибок. Гостехиздат, 1947.
15. Селезнева Е. С. Труды НИУ ГУГМС, сер. I, вып. 7, 1945.
16. Селезнева Е. С. Метеорология и гидрология, № 2, 1948.
17. Стернзат М. С. Труды НИУ ГУГМС, сер. I, вып. 23, 1946.
18. Тараян Г. И. Труды Лен. ин-та эксперим. метеорол., вып. 1, 1937.
19. Тверской П. Н. Вестник ЛГУ, № 1, 1947.
20. Фукс Н. Журнал экспериментальной и теоретической физики, т. 7, вып. 4, 1937.
21. Хргиан А. Х. и Мазин И. П. Труды ЦАО, вып. 7, 1952.
22. Честная И. И. Труды ГГО, вып. 7 (69), 1948.
23. Шишкин Н. С. Труды ГГО, вып. 7 (69), 1948.
24. Шифрин К. С. и Богданова Н. П. К теории влияния тумана на радиационный баланс. Труды ГГО, вып. 46 (108), 1955.
25. Bricard I. La Meteorologie, 1943, juill—dec.
26. Defant A. Wien Sitz. Ber. Math-nat. Kl. B. 114, 1905.
27. Diem M. Ann. d. Hydrographie u. Marit. Meteorologie, H. V., 1942.
28. Diem M. Meteorologische Rundschau, H. 9/10, 1948.
29. Findeisen W. Gerl. Beitr. z. Geophysik, Bd 35, 1932.
30. Hagemann V. Gerl. Beitr. z. Geophysik, Bd 46, 1936.
31. Houghton H. and Radford W. Pap. Phys. Ocean and Met. Massachusetts, Inst. of Technology, v. VI, No 4, 1938.
32. Köhler H. Meddelanden fran statens Met.-Hydrograf. Anst. Bd 2, N 5, 1925.
33. Köhler H. Met. Zeitschr. Bd LXVI, 1929.
34. Niderdorfer E. Met. Zeitschr. Bd 49, 1932.

3/XI 1946 г.

r_{iP}	Серийные частоты																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	28	28	30	28	22	24	33	17	45	25	58	36	26	35	26	42	32
3	56	47	64	58	55	59	54	59	60	51	55	61	74	54	79	62	82
4	69	70	72	71	76	62	64	77	66	79	79	87	78	87	75	79	74
5	51	50	46	52	49	53	45	63	58	59	48	42	58	51	52	50	42
6	37	48	35	35	41	37	35	29	32	40	27	32	28	42	28	34	33
7	23	29	23	21	32	26	36	29	21	27	18	17	19	16	17	10	16
8	17	7	14	7	15	7	18	9	12	4	7	10	6	9	6	5	9
9	7	14	7	9	8	7	10	9	2	7	4	6	5	3	6	5	6
10	6	2	3	7	5	4	1	6	1	4	2	5	3	1	6	7	1
11	2	4	3	2	2	5	3	2	—	1	1	2	1	1	1	4	2
12	4	1	1	—	2	—	—	—	2	2	1	2	2	1	1	1	1
13	—	—	—	1	—	3	1	—	—	—	—	—	—	—	2	1	—
14	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	2
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

r_{iP}	Серийные частоты																
	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	37	23	26	26	39	24	36	43	25	35	31	35	19	—	—	24	31
3	68	54	56	54	52	50	43	57	64	46	55	51	62	77	42	59	52
4	83	99	77	68	74	68	89	69	74	67	79	65	85	56	82	74	76
5	42	55	48	37	49	55	51	35	44	51	50	72	46	43	45	50	45
6	30	37	41	33	30	41	35	36	37	39	35	25	41	37	49	29	37
7	19	13	24	17	18	21	14	30	19	25	21	19	16	22	20	25	20
8	9	3	18	9	12	25	21	15	19	22	10	16	18	9	14	12	13
9	6	8	7	3	9	12	6	4	6	9	6	4	7	7	8	9	18
10	2	5	1	3	7	3	3	3	6	2	4	5	4	5	2	11	5
11	3	1	2	7	3	—	—	5	3	2	4	3	1	1	3	6	2
12	1	1	—	1	2	1	1	1	2	1	3	1	1	1	2	—	—
13	—	1	—	—	3	—	—	2	1	—	—	2	—	—	—	1	—
14	—	—	—	—	1	—	1	—	1	—	1	1	—	—	—	—	1
15	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

г.п.	Серийные частоты																
	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	30	17	23	21	30	26	46	48	33	39	37	47	30	31	20	38	31
3	57	59	68	70	55	49	56	81	78	62	65	60	62	71	73	47	61
4	80	85	78	85	81	84	72	56	61	64	63	71	66	68	85	47	57
5	50	51	53	36	33	40	47	34	44	48	44	43	56	49	51	58	70
6	42	31	30	29	32	44	22	28	32	32	38	40	36	39	36	29	48
7	20	18	21	21	26	12	16	18	23	18	21	15	24	19	18	18	19
8	9	20	14	16	21	19	18	14	16	15	14	8	13	12	6	12	7
9	5	9	7	13	15	10	6	13	7	10	11	8	5	4	6	7	3
10	3	2	5	4	5	6	6	4	3	6	4	2	1	2	2	3	3
11	1	4	—	3	1	4	7	2	2	4	1	4	3	4	1	1	—
12	2	2	1	2	—	4	3	1	—	2	2	1	2	1	2	1	1
13	—	—	—	—	1	1	1	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—
14	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—

г.п.	Серийные частоты																
	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	30	41	39	39	30	37	32	49	37	42	40	43	50	41	35	34	34
3	81	77	73	76	64	70	73	70	75	57	81	62	74	74	60	61	47
4	67	75	68	70	74	81	87	81	81	81	72	93	83	90	84	83	92
5	57	34	56	54	50	58	41	47	52	61	93	45	42	37	57	46	37
6	32	26	41	34	42	26	39	32	26	35	34	32	24	29	38	38	39
7	22	25	12	14	21	14	13	9	15	13	14	17	13	17	17	20	20
8	9	10	2	6	10	5	6	8	8	6	5	6	7	5	10	15	8
9	2	7	3	4	2	4	2	—	3	1	4	1	4	4	3	4	5
10	—	1	3	2	3	3	2	2	3	2	1	—	2	2	1	2	4
11	—	1	2	—	2	1	2	1	—	2	1	—	—	1	1	2	3
12	—	2	—	—	1	1	3	1	—	—	—	—	1	—	—	—	1
13	—	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

$r_{i\mu}$	Серийные частоты																
	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	24	26	35	37	38	41	39	24	44	51	38	49	34	25	56	45	52
3	68	55	51	49	64	72	58	57	60	67	63	69	87	76	70	68	68
4	71	78	77	72	62	67	68	102	78	76	77	58	74	90	61	68	64
5	41	45	50	58	51	38	49	47	35	33	41	41	44	36	48	41	36
6	48	35	30	36	37	36	31	23	47	36	31	41	22	32	30	34	29
7	14	23	26	26	17	21	24	14	20	14	22	18	14	17	13	15	17
8	19	19	20	8	12	12	12	13	8	6	15	15	14	12	5	15	12
9	5	6	8	8	9	9	9	11	4	9	8	3	5	3	9	6	9
10	5	10	3	3	3	2	6	1	1	1	4	4	2	4	4	4	6
11	1	2	—	—	2	2	3	5	3	4	4	2	1	2	2	2	6
12	2	—	—	1	2	—	—	2	—	1	—	—	2	1	1	1	1
13	—	1	—	—	2	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1	—	—
14	1	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—
16	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	—	—	—
17	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

		Серийные частоты															n_i
$r_{i\mu}$		86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	
1		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
2		31	44	36	40	43	36	23	37	22	29	34	26	20	34	43	3409
3		69	76	78	65	82	53	70	66	66	65	61	74	45	49	74	6316
4		66	69	70	68	69	69	70	67	79	76	71	68	93	63	66	7460
5		49	52	42	47	46	40	54	42	49	54	49	53	53	64	54	4797
6		29	21	31	36	24	39	38	35	36	41	42	33	37	41	17	3442
7		27	20	20	19	18	31	22	26	27	18	27	18	22	15	18	1985
8		15	9	13	15	10	12	14	17	9	9	8	12	10	19	10	1192
9		7	3	4	5	4	11	6	4	5	2	3	4	13	6	10	654
10		3	4	4	1	—	3	2	3	2	2	3	8	4	4	4	341
11		2	2	2	—	1	2	1	2	3	2	1	2	2	2	3	207
12		—	—	—	1	1	2	—	1	—	1	—	—	1	1	1	106
13		1	—	—	2	1	1	—	—	—	1	—	2	—	—	—	43
14		—	—	—	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	1	—	27
15		1	—	—	1	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	9
16		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7
17		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3
18		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1
19		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1

$$\Sigma n_i = 30000$$

$$r_1 = 4,6 \mu$$

$$r_2 = 5,0 \mu$$

$$r_3 = 5,5 \mu$$

$$r_\sigma = 6,4 \mu$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

r_{il}^{μ}	n_i		
	14/IX 1948 г.		4/IX 1948 г.
2	a) 2	б) 1	в) 15
4	65	7	37
6	56	23	110
8	75	25	170
10	78	27	142
12	106	47	19
14	150	55	29
16	188	71	6
18	189	72	
20	146	70	
22	104	56	
24	82	38	
26	71	29	
28	29	18	
30	21	11	
32	13	3	
34	8	2	
36	5		
38	—		
40	4		
	$\Sigma n_i = 1392$	$\Sigma n_i = 555$	$\Sigma n_i = 600$
	$\bar{r}_1 = 16,7\mu$	$\bar{r}_1 = 17,5\mu$	$\bar{r}_1 = 8,7\mu$
	$\bar{r}_2 = 18,1\mu$	$\bar{r}_2 = 18,6\mu$	$\bar{r}_2 = 9,1\mu$
	$\bar{r}_3 = 19,1\mu$	$\bar{r}_3 = 19,5\mu$	$\bar{r}_3 = 9,3\mu$
	$\bar{r}_\sigma = 21,5\mu$	$\bar{r}_\sigma = 21,4\mu$	$\bar{r}_\sigma = 10,3\mu$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЫ ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

В статье излагаются подробные сведения об аэродинамической трубе ГГО, используемой в качестве образцовой установки в Гидрометеорологической службе СССР.

Аэродинамическая труба ГГО занимает особое место в гидрометслужбе. Она применялась и применяется не только для обычной поверки приборов, измеряющих скорость ветра, но и для различного рода экспериментальных исследований и научно-методических разработок.

Труба построена в 1932 г. под руководством М. А. Дементьева [1]. Первое обследование ее было произведено А. И. Чуваевым и З. Ф. Вальта. Последующие обследования в 1935, 1937, 1941 гг., производившиеся периодически с целью подтверждения неизменности характеристик, выполнялись К. А. Аускулатом, М. А. Агапитовым, А. И. Каменевой, М. М. Клеговой. При этом малые скорости не исследовались. В 1952 г. в программу исследований были включены и малые скорости.

Ниже кратко излагаются результаты последнего исследования аэродинамической трубы ГГО, осуществленного авторами данной статьи. Для сравнительной характеристики параметров трубы в этой статье приводятся также результаты вышеупомянутых предыдущих исследований, заимствованные из рукописных отчетов и архивных материалов.

Краткое описание аэродинамической трубы

Аэродинамическая труба ГГО, схематический чертеж которой представлен на рис. 1, принадлежит к типу незамкнутых труб. Она имеет открытую рабочую часть, расположенную в закрытой камере 1 ($4,5 \times 4,0 \times 2,9$ м). Труба установлена в большом зале размером $17 \times 7 \times 6$ м. Основными составными частями ее являются: коллектор трубы, или сопло, 2 — всасывающая часть, располагающаяся перед рабочей частью; рабочая часть 3, где устанавливаются поверяемые и образцовые приборы; диффузор 4 — промежуточная часть между рабочей частью и воздушным винтом, расширяющийся в направлении к винту; шестилопастной воздушный винт 5, создающий определенную разность давлений, необходимую для поддержания скорости в трубе; обратный канал 6, или проток, через помещение, где установлена труба; электропривод (трансформер, мотор и распределительный щит), обеспечивающий вращение воздушного винта.

Коллектор, определяющий форму рабочего сечения трубы, имеет восьмигранное сечение. Диаметр рабочего сечения трубы, измеренный по окружности, вписанной в восьмигранник, равен 1 м.

Действие аэродинамической трубы состоит в следующем. Приведенный во вращение воздушный винт засасывает воздух из помещения, в котором установлена труба. Через коллектор с выпрямляющей решеткой воздух сформированной струей поступает сначала в рабочую часть, потом в диффузор, откуда воздушным винтом

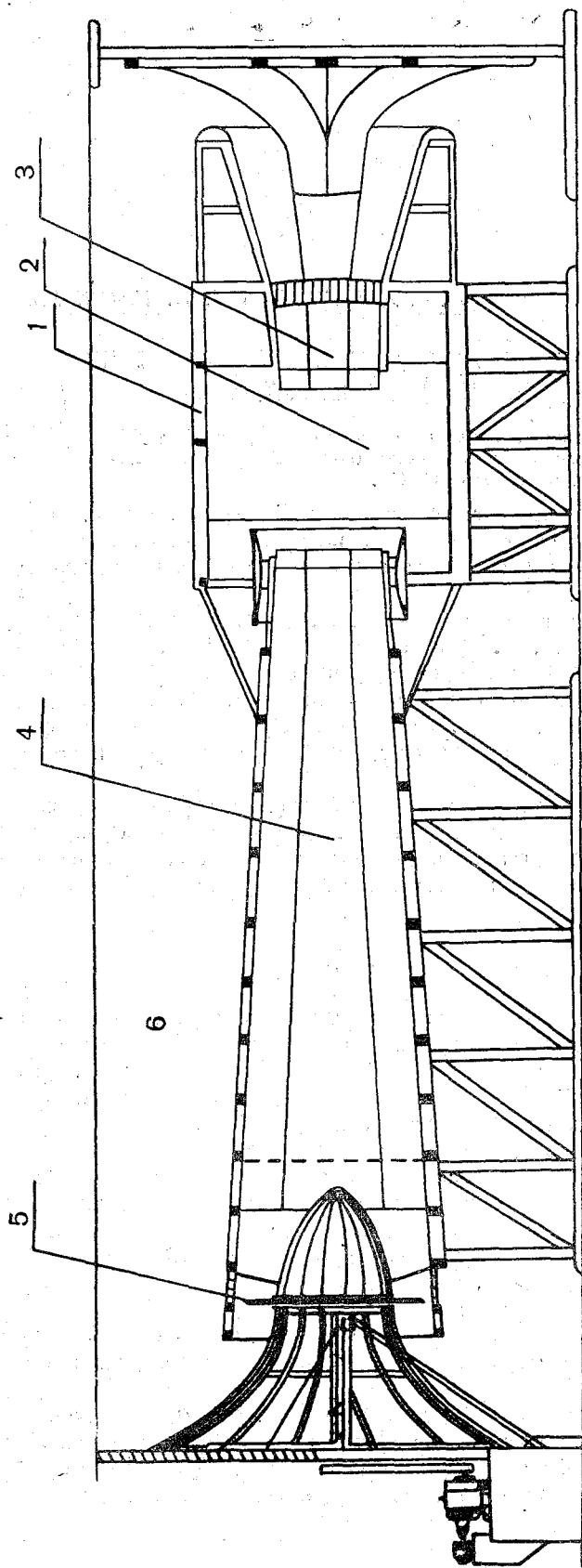


Рис. 1. Схематический разрез аэродинамической трубы ГГО.

выбрасывается в то же помещение, которое служит таким образом каналом для возврата воздуха в коллектор.

Шестилопастной воздушный винт, приводящий воздух в движение, вращается электромотором постоянного тока, мощностью 6,5 кВт (220 в). Этот электромотор питается через умформер от сети переменного тока (220 в). Регулировка режимов электропитания трубы осуществляется через специальный распределительный щит. Весь агрегат дает возможность работы на самых малых оборотах электромотора, уменьшаемых еще в 2,5 раза при передаче вращения винту. Благодаря этому в трубе можно получить очень малые скорости.

Возможность получения малых скоростей воздушного потока, а также возможность плавного изменения скоростей во всем диапазоне и является основной особенностью аэродинамической трубы ГГО.

К положительным эксплуатационным качествам трубы следует также отнести удобство установки приборов в потоке, наблюдений за ними и дистанционное управление мотором воздушного винта, позволяющее поверителю устанавливать любую скорость, находясь в закрытой камере трубы.

Максимальная скорость воздушного потока, создаваемого в трубе, составляет 20 м/сек.

Основными требованиями, предъявляемыми к искусственному потоку воздуха в трубе в отношении точности и надежности результатов экспериментов, являются равномерное распределение скоростей в рабо-

чем поле трубы по различным сечениям и сохранение постоянства воздушного потока во времени как по величине, так и по направлению скорости.

В хороших аэродинамических трубах в любом поперечном сечении рабочей части давление и скорость по величине распределяются равномерно и не должны отклоняться более чем на $\pm 1\%$ от средней величины. По направлению воздушный поток должен быть параллелен оси трубы. Максимальное отклонение углов скоса в вертикальной плоскости не должно быть более $0,25^\circ$ [2]. Изменение во времени этих параметров должно приближаться к нулевому значению.

Однако необходимо заметить, что оценка качества создаваемого в аэродинамической трубе потока будет обуславливаться точностью приборов для измерения скорости. В нашем исследовании для измерения скорости использовались микроманометр ЦАГИ в паре с пневмометрической трубкой и крыльчатый анемометр ГОСТ 6376-52, тип Б.

Исследование поля скоростей на средних скоростях

Исследование поля скоростей производилось при установившихся средних (5, 10, 15 м/сек.) и малых (0,4, 0,6, 1,2, 2,0 м/сек.) скоростях.

На средних скоростях рабочее поле трубы исследовалось обычным методом при помощи двух пневмометрических трубок. Одна из них (образцовая конусообразная) устанавливалась неподвижно в центре рабочего поля, а вторую (типа Прандтля сферическая), расположенную на упрощенном координатнике, можно было переносить в любую точку выбранного сечения потока.

Отсчеты скоростных напоров в каждой отдельной точке поля снимались по вышеупомянуто у микроманометру ЦАГИ, присоединенному к переносной трубке на угле наклона около 8° ($\sin \alpha = 0,125$). Одновременно отсчеты скоростных напоров в центре рабочего поля снимались по второму контрольному микроманометру того же типа, присоединенному к неподвижной образцовой трубке.

При обработке показаний переносной трубки приводились к показаниям образцовой, располагаемой в центре, при помощи переводного коэффициента, полученного предварительно в результате переносной трубки по образцовой и поверки используемых в паре с трубками микроманометров.

Распределение скоростей исследовалось в одном поперечном сечении, проходящем через центр рабочего поля трубы, вдоль нескольких горизонталей на расстоянии 10 см одна от другой.

Необходимо отметить, что, когда при промере поля по вертикальному диаметру вниз от центра было замечено неблагоприятное влияние державки неподвижной трубки на показания переносной, вместо неподвижной образцовой для замера скорости в центре поля было использовано отверстие в коллекторе, отградуированное по образцовой трубке. Этот метод замера скорости применяется при поверке метеорологических приборов и изложен в соответствующем Руководстве [3].

Равномерность поля скоростей характеризовалось значениями коэффициентов, полученных как отношение $\frac{v_n}{v_{\text{ц}}}$, где v_n — скорость воздушного потока в отдельных точках поля по переносной трубке, $v_{\text{ц}}$ — одновременно замеряемая скорость в центре поля по образцовой трубке.

О точности исследования поля трубы при заданных скоростях можно судить по приведенной в табл. 1 средней квадратичной погрешности σ ряда коэффициентов, полученных в центре рабочего поля трубы при градуировке переносной трубки по образцовой.

Из табл. 1 видно, что средняя квадратичная погрешность ряда коэффициентов, характеризующая точность получаемых при исследовании поля коэффициентов на заданных скоростях, составляет от 0,6 до 0,9%.

Результаты исследования поля скоростей на средних скоростях приведены в табл. 2 (см. 1952 г.) и иллюстрируются диаграммами на рис. 2 и 3. На диаграммах даны отклонения коэффициентов отдельных точек поля от коэффициента в центре, принятого за единицу, в процентах: $\left(\frac{v_n}{v_{\text{ц}}} - 1\right) 100\%$.

Из табл. 2 и диаграмм следует, что коэффициенты в рабочем участке поля трубы (в поперечнике 40×80 см) при заданных скоростях меняются незначительно, в пределах 1%. Максимальные отклонения (3—4%) коэффициентов от центра наблюдаются только на крайних точках поля.

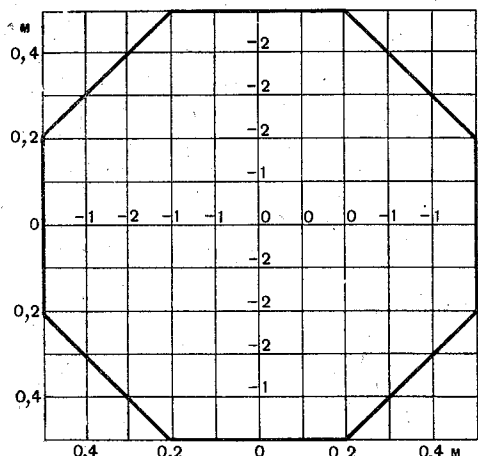


Рис. 2. Отклонения коэффициентов поля от центра (%), скорость 5 м/сек.

При определении коэффициентов поля при помощи отградуированного отверстия в коллекторе трубы равномерность скоростей в рабочем поле сохраняется в тех же самых пределах. Это позволяет исследовать поле трубы не двумя пневмометрическими трубками, при которых в некоторых точках поля имеют место затенения, а одной, причем в качестве контрольной точки в центре рабочего поля дает возможность использовать отградуированное отверстие в коллекторе.

Для подтверждения неизменности характеристики рабочего поля трубы, полученной в 1952 г., в табл. 2 приводятся коэффициенты поля при исследовании его в 1937 и 1941 гг.

Сравнительное сопоставление коэффициентов, полученных в разные годы, показывает, что эти коэффициенты расходятся между собой на 1—2%. Расхождения

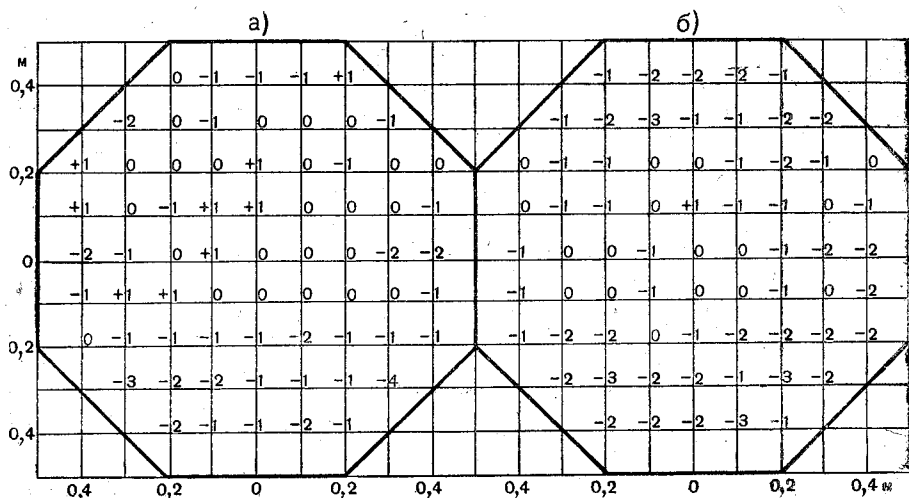


Рис. 3. Отклонения коэффициентов поля от центра (%). Скорость: а — 10 м/сек., б — 15 м/сек.

Таблица 1

Средняя скорость, м/сек.	Среднее значение коэффициента	Средняя квадратичная погрешность ($\pm \sigma$)		Число случаев
		абсолютная	относительная	
6	0,991	0,009	0,9	80
10	0,993	0,006	0,6	80
15	0,996	0,008	0,8	80

Таблица 2

Значения коэффициентов поля вдоль горизонтального диаметра

Месяц и год	Расстояние точек в потоке от оси трубы, м											
	влево по потоку											
	0,4			0,3			0,2			0,1		
	Скорость, м/сек.											
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
XII 1937	—	—	1,00	—	—	1,00	—	—	1,01	—	—	1,00
IV 1941	1,00	1,01	1,00	1,00	1,01	1,00	1,02	1,02	1,02	1,00	1,00	1,01
X 1952	0,99	0,98	0,99	0,98	0,99	1,00	0,99	1,00	1,00	0,99	1,01	0,99

Месяц и год	Расстояние точек в потоке от оси трубы, м														
	центр			вправо по потоку											
	0,0			0,1			0,2			0,3			0,4		
	Скорость, м/сек.														
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
XII 1937	—	—	1,00	—	—	1,00	—	—	1,00	—	—	1,00	—	—	1,00
IV 1941	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	1,00	0,99	1,01	1,00	0,99	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00
X 1952	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,98	0,99	0,98	0,98

Значения коэффициентов поля вдоль вертикального диаметра

Месяц и год	Расстояние точек в потоке от оси трубы, м											
	вверх от оси трубы											
	0,4			0,3			0,2			0,1		
	Скорость, м/сек.											
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
XII 1937	—	—	1,00	—	—	1,02	—	—	1,01	—	—	1,00
IV 1941	1,00	1,00	0,99	0,99	1,01	1,00	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
X 1952	0,98	0,99	0,98	0,98	1,00	0,99	0,98	1,01	1,00	0,99	1,01	1,01

Месяц и год	Расстояние точек в потоке от оси трубы, м														
	центр			вниз от оси трубы											
	0,0			0,1			0,2			0,3			0,4		
	Скорость, м/сек.														
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
XII 1937	—	—	1,00	—	—	1,00	—	—	1,01	—	—	1,00	—	—	0,99
IV 1941	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	1,00	0,99	1,00	1,01	1,01	1,00	0,99	1,01	1,00
X 1952	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00	1,00	0,98	0,99	0,99	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,98

в 3% являются единичными случаями. Это позволяет сделать вывод, что практически распределение скоростей в сечении трубы, проходящем через центр рабочего поля, можно считать постоянным во времени на всех рассматриваемых скоростях в пределах точности опыта.

На основании такого вывода в 1952 г. другие поперечные сечения трубы (на расстоянии 0,3 м от центральной плоскости в сторону диффузора и коллектора) не исследовались. В прежние годы они были изучены и по равномерности распределения скоростей мало отличались от поперечного сечения, проходящего через центр трубы.

Исследование поля трубы на малых скоростях

Для исследования рабочего поля трубы на малых скоростях использовались два струнно-осевых крыльчатых анемометра Московского завода гидрометприборов. Анемометры позволяют измерять среднюю скорость направленного воздушного потока. Порог чувствительности анемометров составляет 0,2 м/сек., верхний предел измерения 5 м/сек.

Для наших целей на упрощенный координатник в виде прямоугольной рамы с подвижными зажимами, находящейся вне поля трубы, натягивалась на требуемых расстояниях медная проволока. По этой проволоке крыльчатый анемометр, у которого отвинчивалась державка, мог легко перемещаться в различные точки рабочего поля трубы.

Так как габариты анемометра не позволяли установить второй прибор в качестве контрольного в центре рабочего поля, скорость потока в центре измерялась одним и тем же анемометром, устанавливаемым в центре периодически — через 2—3 измерения в отдельных точках поля.

Показания анемометра снимались после 100-секундной выдержки его на исследуемой точке поля.

В остальном измерения проводились по той же схеме, которая была принята для исследования поля на средних скоростях. Коэффициенты вычислялись аналогичным образом.

Ввиду того что порог чувствительности анемометров был близок к 0,2 м/сек., надежными можно было считать измерения только с 0,4 м/сек. Поэтому поле исследовалось при скоростях 0,4, 0,7, 1,0 и 2,0 м/сек.

Для контроля результатов, полученных при скорости 0,4 м/сек., измерения были сделаны в двух повторностях, двумя разными анемометрами.

Представление о точности измерения скорости крыльчатыми анемометрами дает приведенная в табл. 3 средняя квадратичная погрешность ряда скоростей, полученных по отсчетам двух крыльчатых анемометров, периодически устанавливаемых в процессе исследования в центре рабочего поля трубы.

Таблица 3

Среднее значение скорости, м/сек.	Средняя квадратичная погрешность ($\pm$)		Число отсчетов
	абсолютная, м/сек.	относительная, %	
0,45	0,01	2,6	63
0,68	0,01	1,9	45

В соответствии с табл. 3 средняя квадратичная погрешность измерения скорости струнно-осевыми анемометрами не превосходит на малых скоростях $\pm 0,01$ м/сек. Поэтому для относительных измерений они вполне пригодны.

Результаты исследования поля на малых скоростях сведены в табл. 4 и представлены на диаграмме рис. 4.

Из сравнения диаграмм на рис. 3 и 4 следует, что на малых скоростях, порядка 0,4 м/сек., поле скоростей в центральной части (поперечник 40×80 см) менее

равномерно, чем при средних скоростях, особенно на краях. В верхней же части сечения имеет место значительное убывание скорости. Отклонения коэффициентов в отдельных точках поля от центра доходят до 52—60%. В нижней части сечения, наоборот, наблюдается нарастание скорости. Здесь коэффициенты по сравнению с центром больше на 5—7%. Повторное обследование поля на скорости 0,4 м/сек. вторым анемометром подтвердило результаты, полученные в первый раз.

При скоростях, больших 0,4 м/сек., поле постепенно выравнивается и, как видно из табл. 4, начиная со скорости 1,2 м/сек., коэффициенты различаются между собой не более 2%, что находится в пределах точности измерения скорости крыльчатым анемометром. Исключением являются крайние точки поля вверх от оси трубы, где еще имеет место уменьшение скорости по сравнению с центром.

Можно предположить, что на малых скоростях сказывается влияние разности температур в закрытой камере и в зале трубы. Эта разность при малых скоростях воздушного потока создает дополнительное поле скоростей в рабочем объеме вследствие температурных неоднородностей, вызывающих различную плотность воздуха в рабочем поле трубы.

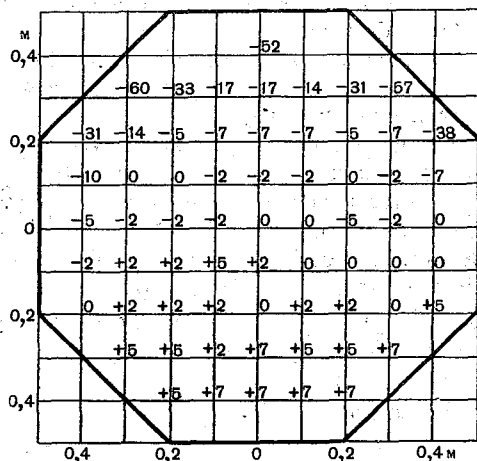


Рис. 4. Отклонения коэффициентов поля от центра (%), скорость 0,4 м/сек.

Таблица 4

Значения коэффициентов поля вдоль горизонтального диаметра

Скорость воздушного потока, м/сек.	Расстояние точек в потоке от оси трубы, м								
	влево по потоку				центр	вправо по потоку			
	0,4	0,3	0,2	0,1		0,1	0,2	0,3	0,4
0,4	0,95	0,98	0,98	0,98	1,00	1,00	0,95	0,98	1,00
0,6—0,7	0,97	0,98	0,97	0,98	1,00	0,98	0,97	1,00	0,98
1,2	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,98
2,0	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98

Значения коэффициентов поля вдоль вертикального диаметра

Скорость воздушного потока, м/сек.	Расстояние точек в потоке от оси трубы, м								
	вверх от оси трубы				центр	вниз от оси трубы			
	0,4	0,3	0,2	0,1		0,1	0,2	0,3	0,4
0,4	0,48	0,83	0,93	0,98	1,00	1,02	1,00	1,07	1,07
0,6—0,7	0,82	0,96	0,96	0,97	1,00	1,00	1,04	1,04	1,05
1,2	0,94	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	1,01
2,0	0,95	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99

Отсюда следует практический вывод, что аэродинамическая труба ГГО не может быть пригодна для проверки крыльчатых анемометров на скоростях ниже 0,4 м/сек. из-за того, что на этих скоростях указанная разность температур будет создавать еще более неравномерное их распределение.

Колебания скорости воздушного потока

Важной характеристикой качества воздушного потока являются колебания скорости, всегда наблюдающиеся в большей или меньшей степени около некоторого среднего ее значения.

К причинам этих колебаний в аэродинамической трубе ГГО следует отнести непостоянство напряжения в сети, а также собственные колебания закрытой камеры под влиянием потока.

Величина колебаний потока определялась в процессе градуировки двух пневмометрических трубок, расположенных в центре рабочего поля трубы, по колебанию столбика спирта в микроманометре ЦАГИ ($\sin \alpha = 0,125$) при различных скоростях потока — 6, 10, 12 и 15 м/сек. На каждой из указанных скоростей снимались 10 мгновенных отсчетов одновременно по двум микроманометрам, связанным с каждой из двух пневмометрических трубок.

Абсолютное значение колебаний скорости характеризовалось величиной

$$\frac{v_{\text{макс}} - v_{\text{мин}}}{2} \text{ м/сек.},$$

относительное

$$\frac{v_{\text{макс}} - v_{\text{мин}}}{v_{\text{макс}} + v_{\text{мин}}} 100\%.$$

Результаты приведены в табл. 5.

Таблица 5

	Скорость, м/сек.		Значение колебаний (+)		Число наблюдений
	максимальная	минимальная	абсолютное, м/сек.	относительное, %	
5,92	5,96	5,84	0,06	1,0	160
9,81	9,87	9,71	0,08	0,8	160
11,84	11,93	11,77	0,08	0,7	160
14,96	15,06	14,84	0,11	0,7	160

Приведенные в табл. 5 данные недостаточно точны и могут быть использованы лишь для качественного суждения о колебаниях потока, так как на них заметно сказываются собственные колебания микроманометра и его инерция.

Колебания скорости воздушного потока, как это видно из таблицы, на средних скоростях не превышают 0,1 м/сек. Если принять во внимание, что для исключения случайных ошибок за счет этих колебаний на практике принято делать несколько отсчетов по микроанометру, то можно признать, что влияние колебаний на измерение скорости незначительно.

Исследование направления потока

Для исследования направления потока в рабочем поле трубы предполагалось использовать специальный цилиндрический насадок, изготовленный на заводе „Эталон“. Однако этот насадок ввиду недостаточной длины державки не позволял измерять направление без нарушения са его потока. Поэтому исследование ограничилось только решением вопроса о возможности применения насадка на малых скоростях, т. е. практически определением его чувствительности.

Цилиндрический насадок, подобный описанному у в [4], имеет три отверстия, из которых два крайних симметрично расположены под углами в 45° относительно третьего — центрального.

Направление потока определяется двумя крайними отверстиями, присоединяемыми к микроанометру. Принцип действия насадка основан на том, что давления в крайних отверстиях равны, если они симметричны относительно потока. Цент-

ральное отверстие насадка при условии его градуировки по образцовой пневмометрической трубке служит для определения скорости потока в той плоскости, где определяется и направление. Для этого к микроманометру присоединяется, кроме центрального, одно из крайних отверстий после ориентировки насадка в потоке. Для ориентировки относительно потока насадок, установленный отверстиями против потока, вращают вокруг своей оси в ту или другую сторону до тех пор, пока давления в крайних точках не будут одинаковыми. Указанное положение насадка в контрольной точке потока принимается за начальное (угол поворота насадка $\alpha = 0^\circ$) и фиксируется отсчетом по лимбу насадка. Угол поворота до этого положения и определит направление потока в заданных точках относительно направления в контрольной точке, взятого за начальное.

Для определения чувствительности насадка крайние отверстия присоединялись к микроманометру с углом наклона $\alpha = 3^\circ$.

Ориентировав насадок в потоке по направлению, т. е. достигнув одинаковых давлений в крайних отверстиях, насадок устанавливался под разными углами вращением его в обе стороны, при этом каждый раз снимались соответствующие показания микроманометра. Результаты определения чувствительности насадка сведены в табл. 6.

Таблица 6

Скорость воздушного потока, м/сек.	Среднее изменение показаний микроманометра при повороте насадка на 1°		Число наблюдений
	в делениях микроманометра	в миллиметрах водяного столба	
0,9	0,1	0,004	12
2,1	0,4	0,016	6
5,0	3,3	0,146	6
10,0	12,6	0,559	4

Из табл. 6 следует, что микроманометр при повороте насадка на 1° на малых скоростях изменяет свои показания на десятые доли деления шкалы. Поэтому при скоростях ниже 2 м/сек. измерения направления будут сопровождаться большими погрешностями и применять описанный способ не целесообразно.

Обобщая результаты исследования аэродинамической трубы ГГО в отношении поля скоростей и ее эксплуатационных характеристик, приходим к выводу, что, несмотря на устаревшую конструкцию, она относится к числу хороших труб, дающих возможность ставить в ней при наличии соответствующей измерительной аппаратуры точные эксперименты и производить поверку приборов в пределах скоростей от 0,5 до 20 м/сек. Существенным недостатком трубы является низкий верхний предел создаваемых скоростей. Этот недостаток стал особенно ощущаться после создания в последнее время новых приборов, измеряющих скорости до 40 м/сек. и выше. Для расширения возможностей аэродинамической трубы желательно увеличение верхнего предела скоростей или постройка новой трубы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дементьев М. А. Аэродинамическая труба Института поверки. Вестник ЕГМС, 4, Сельхозгиз, 1934.
2. Мартынов А. К. Экспериментальная аэродинамика. Оборонгиз, М., 1950.
3. Руководство по поверке метеорологических приборов. Гидрометеониздат, Л., 1956.
4. Попов С. Г. Измерение воздушных потоков. Гостехиздат, 1947.

О ПОВЕРКЕ РУЧНЫХ АНЕМОМЕТРОВ В ЗАВОДСКИХ УСЛОВИЯХ

В статье кратко излагаются результаты работы, позволившие осуществлять выпуск ручных чашечных анемометров ГОСТ 6376-52, тип А, в заводских условиях по типовому графику.

Ручные чашечные анемометры ГОСТ 6376-52 тип А, изготавливаемые на Московском заводе гидрометприборов, перед выпуском в обращение до 1958 г. проходили поверку в аэродинамической трубе завода. В рабочем поле трубы устанавливались четыре анемометра. В результате поверки для каждого анемометра вычерчивалась градуировочная кривая, позволяющая выразить показания прибора в действительной скорости воздушного потока. Такой индивидуальной градуировочной кривой и снабжался анемометр при выпуске.

(Сведения об анемометре, а также подробности его обычной поверки изложены в действующем Руководстве [1].)

Ввиду стандартности в изготовлении ручных анемометров и малого различия отдельных градуировочных кривых между собой Московский завод гидрометприборов предложил производить выпуск анемометров по одной типовой градуировочной кривой.

Для реализации этого предложения в 1957 г. в цехе поверки завода автором совместно с сотрудниками завода была проведена специальная работа. Предварительно было выяснено, что наиболее правильную типовую градуировочную кривую можно получить по результатам поверки анемометров в УПАРе — установке для поверки анемометров ручных, которая также описана в Руководстве [1]. В УПАРе погрешность поверки меньше, чем в других аэродинамических установках завода. Это объясняется тем, что в УПАРе производится единичная поверка анемометров, а не групповая, УПАР мало реагирует на изменение внешних условий (температуры и давления) и механическим приспособлением обеспечивает однородность установки самих ручных анемометров.

Последние обстоятельства подробно освещены в работе [2].

Для получения типовой градуировочной кривой было использовано 129 градуировочных кривых стандартных анемометров, изготовленных до 1958 г. Все кривые получены в результате поверки приборов в УПАРе.

Анализ этих кривых показал, что для осуществления правильного выпуска приборов недостаточно иметь только одну типовую кривую, так как в этом случае возможны достаточно большие отклонения от нее результатов поверки отдельных приборов. Поэтому все приборы по характеру кривых в зависимости от чувствительности были разбиты на три группы. К первой группе отнесено 9 приборов, предельные показания которых (при 20 делениях в секунду) составляют 18,1—18,5 м/сек.; ко второй группе — 70 приборов с предельными показаниями 18,6—19,0 м/сек. и к третьей группе отнесено 50 приборов с верхним пределом скорости 19,1—19,5 м/сек.

Типовые кривые для каждой группы анемометров получены путем арифметического осреднения снятых с градуировочной кривой каждого анемометра значений действительной скорости воздушного потока, соответствующих показаниям

по шкале через каждое деление в секунду (от 1 до 20 делений в секунду). Таким образом было получено три типовых кривых. Осредненный верхний предел скоростей первой типовой кривой при показаниях анемометров 20 делений в секунду оказался равным 18,4 м/сек., второй 18,8 м/сек. и третьей 19,2 м/сек.

Для характеристики ряда градуировочных кривых, используемых для построения отдельных типовых кривых, была определена средняя квадратичная погрешность σ снятых с этих кривых значений действительной скорости воздушного потока, соответствующих показаниям по шкале анемометров: 1, 10 и 18 делений в секунду. В табл. 1 приведены полученные результаты.

Таблица 1

Средняя квадратичная погрешность ряда градуировочных кривых

Группа анемометров	Показания анемометров, дел/сек.									Число случаев
	1			10			18			
	средняя скорость, м/сек.	$\pm \sigma$		средняя скорость, м/сек.	$\pm \sigma$		средняя скорость, м/сек.	$\pm \sigma$		
		м/сек.	‰		м/сек.	‰		м/сек.	м/сек.	
1	1,31	0,03	2,3	9,40	0,05	0,5	16,59	0,07	0,4	9
2	1,35	0,05	3,7	9,65	0,09	0,9	17,02	0,12	0,7	70
3	1,36	0,05	3,7	9,84	0,08	0,8	17,37	0,14	0,8	50

В соответствии с данными табл. 1 средняя квадратичная погрешность ряда градуировочных кривых по отдельным группам анемометров вблизи предельных скоростей не превосходит $\pm 0,14$ м/сек., или $\pm 0,8\%$ от значения скорости.

Распределение отклонений отдельных градуировочных кривых от средней (типовой), характеризуемой распределением отклонений отдельных значений действительной скорости, снятых с индивидуальных градуировочных кривых, от средних арифметических по каждой из групп приборов, представлено в табл. 2.

Таблица 2

Распределение отклонений отдельных градуировочных кривых от средней (типовой) в процентах от общего числа

Группа анемометров	Средняя скорость, м/сек.	Отклонения, не превышающие			Общее число
		$\leq 1\sigma$	$\leq 2\sigma$	$\leq 3\sigma$	
1	1,31	78	100	100	9
	9,40	66	100	100	9
	16,59	78	89	100	9
2	1,35	76	96	100	70
	9,65	73	97	100	70
	17,02	68	99	100	70
3	1,36	78	92	100	50
	9,84	70	96	100	50
	17,37	68	94	100	50

По данным табл. 2 подавляющее большинство отклонений отдельных градуировочных кривых от типовой по своей величине укладывается в пределах двух средних квадратичных погрешностей и составляет по всем группам анемометров на скоростях вблизи верхнего предела от 89 до 99%.

В связи с этим анемометры, у которых данные индивидуальной поверки будут отклоняться от типовой градуировочной кривой более 2σ , можно считать не соответствующими нашему ряду и их нельзя снабжать полученной нами типовой кривой.

Применительно к любому показанию анемометра численное выражение двойной средней квадратичной погрешности (имеется в виду наибольшая, полученная для группы 3 анемометров) будет приблизительно равно $(0,1 + 0,01 v)$ м/сек., где v — действительная скорость воздушного потока.

Величина $(0,1 + 0,01 v)$ м/сек. принята в качестве допуска на возможное отклонение индивидуальной градуировочной кривой от наиболее подходящей типовой. Этот допуск меньше погрешности обычной групповой поверки анемометров в аэродинамической трубе.

Очевидно, при расположении индивидуальных градуировочных кривых между типовыми кривыми, заменяя индивидуальную кривую наиболее подходящей типовой, мы будем допускать погрешность, не превосходящую 0,2 м/сек.

Следует заметить, что, увеличив число типовых кривых до пяти или больше вместо рекомендуемых нами трех, казалось бы можно было добиться лучшего соответствия типовой кривой индивидуальной характеристике анемометра. Однако такой выигрыш является кажущимся. В действительности сближение типовых кривых по скорости за счет увеличения их числа ограничивается величиной погрешности поверки отдельного анемометра. И если эта погрешность превышает расхождения по скорости между выбираемыми типовыми кривыми, то дальнейшего выигрыша в точности не получится и располагать такими сближенными типовыми кривыми не имеет смысла. В то же время из рассмотренных нами материалов следует, что одной типовой кривой не достаточно.

Для проверки соответствия полученных типовых кривых данным индивидуальной поверки были использованы взятые из архива завода результаты контрольной перепроверки в УПАРе 412 ручных анемометров. По показаниям этих приборов на предельной скорости, при которой наиболее возможны максимальные отклонения от типовых кривых, для каждого прибора была подобрана наиболее подходящая типовая кривая. При этом значения отклонений оказались следующими: 115 анемометров (27,9%) легли на подобранную типовую кривую, 216 (52,4%) имели отклонения в 0,1 м/сек., 63 (15,3%) — в 0,2 м/сек., 11 (2,7%) — в 0,3 м/сек., 7 (1,7%) — более 0,3 м/сек.

Таким образом, подавляющее большинство приборов можно было бы снабдить типовой кривой.

На основании проделанной работы были составлены Методические указания. В соответствии с этими указаниями ручные анемометры ГОСТ 6376-52, тип А при выпуске снабжаются типовым графиком.

Все выпускаемые приборы подвергаются поверке. При поверке производится внешний осмотр, определение порога чувствительности и двухкратная поверка показаний анемометров в УПАРе. При этом поверка показаний осуществляется при двух скоростях: любой в пределах от 1 до 5 м/сек. и от 17 до 20 м/сек.

Анемометр, удовлетворивший требованиям ГОСТа при внешнем осмотре и поверке, снабжается наиболее подходящей типовой кривой.

Подбор типовой кривой производится по результатам поверки показаний анемометров путем сопоставления их с каждой из трех типовых кривых. Показания должны совпасть с подобранной кривой или отличаться от нее не более чем на $(0,1 + 0,01 v)$ м/сек.

Приборы, удовлетворяющие требованиям ГОСТа, но отличающиеся от типовых кривых на величину, больше указанной, снабжаются индивидуальной градуировочной кривой, полученной по результатам полной поверки их в соответствии с действующим Руководством по поверке метеорологических приборов [1].

Изложенный способ выпуска ручных анемометров осуществляется на Московском заводе гидрометприборов с 1958 г. Он позволяет значительно экономить и

выпускать приборы более сравнимыми между собой, поскольку и в Бюро поверки УГМС для поверки ручных анемометров используются также УПАРы, отградуированные по аэродинамической трубе ГГО.

Анализ и обобщение результатов применения этого способа в заводских условиях позволит в дальнейшем следить по распределению анемометров по типовым кривым за постоянством и качеством выпуска, а также использовать его при поверке других типов анемометров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Руководство по поверке метеорологических приборов. Гидрометеониздат, Л., 1956.
2. Дьяченко П. В. Установка для поверки ручных анемометров. Труды ГГО, вып. 61 (123), 1956.

ПОГРЕШНОСТИ ПОВЕРКИ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ БАЛАНСОМЕРОВ

Статья содержит результаты экспериментального исследования ошибок, с которыми при поверке определяются параметры балансомеров, применяющихся на сети станций гидрометслужбы.

Работа по исследованию погрешностей поверки термоэлектрических балансомеров, как и ряд подобных работ, проводившихся Центральной лабораторией поверки ГГО, имела целью оценить погрешности, с которыми при поверке определяются параметры балансомеров, применяющихся на сети гидрометеорологических станций. Оценивались случайные погрешности переводного множителя и чувствительности балансомера и ветровых поправочных множителей. Кроме того, исследовалась зависимость чувствительности балансомера от интенсивности и направления падения радиации, от температуры среды, а также от направления обдувающего воздушного потока.

Исследовались десятибатарейные балансомеры, изготовленные Экспериментальной мастерской ГГО в 1951, 1956 и 1957 гг. Балансомеры удовлетворяют требованиям, предъявляемым к ним при поверке, за исключением балансомера № 3142, у которого чувствительность сторон разнится на 10% (при допуске 5%).

Случайные погрешности оценивались средней квадратичной погрешностью ряда значений, полученных при многократных поверках балансомеров. Поверка производилась в соответствии с Руководством по поверке [1]. Под однократной поверкой подразумевается весь цикл измерений, выполненный согласно Руководству.

Случайные погрешности переводного множителя и чувствительности

Для оценки случайных погрешностей при определении переводного множителя и чувствительности поверялись 6 балансомеров. С балансомерами использовались 3 гальванометра, изготовленные Экспериментальной мастерской ГГО и Ленинградским заводом гидрометприборов. Образцовым прибором при поверке служил термоэлектрический актинометр. Поверка производилась с десятикратной повторностью.

Переводные множители балансомеров в паре с гальванометром определялись всеми методами, рекомендованными Руководством по поверке, а именно: 1) в лабораторных условиях, при радиации получаемой от лампы, 2) в естественных условиях с применением установки, посредством которой приемные поверхности балансомера устанавливаются перпендикулярно направлению падения радиации и защищаются от действия рассеянной радиации и ветра, и 3) в естественных условиях без использования установки, когда приемные поверхности балансомера располагают горизонтально, так же как при наблюдениях.

Чувствительность балансомеров (без парного гальванометра) определялась только в лабораторных условиях.

В лабораторных условиях переводные множители приборов определялись на установке ЦЛП в ноябре 1957 г. В табл. 1 приведены средние значения переводных множителей, полученных для каждой пары приборов в результате 10 поверок, и средние квадратичные погрешности ряда измерений для сторон балансомера № 1. Средние квадратичные погрешности переводных множителей, подсчитанные для каждой из сторон и для средних значений, приведены в табл. 2.

Таблица 1

Средние значения переводных множителей a и средние квадратичные погрешности σ (‰), полученные при поверке в лабораторных условиях

№ прибора	$\frac{3413}{37}$	$\frac{3429}{37}$	$\frac{3142}{1178}$	$\frac{3324}{1178}$	$\frac{3136}{781}$	$\frac{3169}{781}$
a	0,0140	0,0138	0,0162	0,0150	0,0184	0,0166
σ	1,8	1,2	0,9	1,2	0,6	1,2

Таблица 2

Средние квадратичные погрешности σ переводных множителей балансомеров, ‰

№ прибора	$\frac{3413}{37}$	$\frac{3429}{37}$	$\frac{3142}{1178}$	$\frac{3324}{1178}$	$\frac{3136}{781}$	$\frac{3169}{781}$	$\sigma_{\text{ср}}$
Сторона 1	1,8	1,2	0,9	1,2	0,6	1,2	1,2
2	2,2	1,1	1,5	1,3	0,8	1,0	1,4
Среднее	2,2	1,0	1,1	1,1	0,6	0,9	1,2

Результаты, приведенные в табл. 2, показывают, что средняя квадратичная погрешность переводного множителя не превышает 2,2‰. Средняя квадратичная погрешность переводного множителя (среднего для двух сторон), вычисленная по всем поверявшимся балансомерам (60 повторностей), составляет 1,2‰.

Распределение остаточных погрешностей следующее: погрешности, не превышающие σ , составляют 70%, не превышающие 2σ — 93% и не превышающие 3σ — 100% от всего числа погрешностей.

Для оценки погрешностей при определении чувствительности балансомеров (без парного гальванометра) были использованы результаты поверки балансомеров, поверявшихся с десятикратной повторностью на установке ЦБП в 1951 г.

Средние квадратичные погрешности чувствительности, подсчитанные для каждой из сторон и для средних значений чувствительности, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Средние квадратичные погрешности σ чувствительности балансомеров, ‰

№ прибора	3136	3159	3114	3142	3137	3169
Сторона 1	1,0	1,3	1,0	1,6	0,8	1,4
2	1,0	1,0	1,5	2,1	1,2	1,7
Среднее	0,8	0,9	1,1	1,8	1,0	1,4

Из данных, приведенных в табл. 3, видно, что средняя квадратичная погрешность чувствительности не превышает 2,1%. Средняя квадратичная погрешность, вычисленная для значений чувствительности средних для двух сторон по всем поверявшимся балансомерам, равна 1,2%.

Распределение остаточных погрешностей следующее: погрешности, не превышающие σ , составляют 78%, не превышающие 2σ — 95% и не превышающие 3σ — 100% от всего числа погрешностей.

Таким образом, случайные погрешности при определении переводного множителя пары балансомер — гальванометр и при определении чувствительности балансомера имеют один и тот же порядок.

В естественных условиях переводные множители балансомеров определялись во время экспедиции на оз. Севан в сентябре 1957 г. Поверка приборов как с применением установки, так и без установки производилась с десятикратной повторностью. Ввиду большой трудоемкости поверки в естественных условиях переводные множители определялись только для одной из сторон (№ 1) каждого балансомера.

Средние значения переводных множителей, полученных в результате 10 поверок в естественных условиях в установке, и средние квадратичные погрешности ряда приведены в табл. 4.

Из данных, приведенных в табл. 4, видно, что средние квадратичные погрешности при определении переводных множителей в естественных условиях в установке не превышают 2,3%. Средняя квадратичная погрешность, вычисленная по результатам поверки всех балансомеров (60 повторностей), равна 1,6%. Распределение остаточных погрешностей следующее: погрешности, не превышающие σ , составляют 82%, не превышающие 2σ — 95% и не превышающие 3σ — 100% от всего числа погрешностей.

Таблица 4

Средние значения переводных множителей a и средние квадратичные погрешности σ (‰), полученные при поверке в естественных условиях в установке

№ прибора	$\frac{3413}{37}$	$\frac{3429}{37}$	$\frac{3142}{1178}$	$\frac{3324}{1178}$	$\frac{3136}{781}$	$\frac{3169}{781}$
a	0,0140	0,0137	0,0164	0,0149	0,0181	0,0163
σ	1,1	0,9	2,3	1,0	1,6	2,0

При определении переводных множителей балансомеров в естественных условиях без установки поверка производилась при высотах солнца не менее 40°. Балансомеры устанавливались так, чтобы их приемные поверхности были горизонтальны, а рукоятка была бы направлена в сторону, противоположную солнцу. Скорость ветра при поверке колебалась в пределах 0—3 м/сек. Ветер порывистый.

Таблица 5

Средние значения переводных множителей a и средние квадратичные погрешности σ (‰), полученные при поверке в естественных условиях без установки

№ прибора	$\frac{3413}{37}$	$\frac{3429}{37}$	$\frac{3142}{1178}$	$\frac{3324}{1178}$	$\frac{3136}{781}$	$\frac{3169}{781}$
a	0,0141	0,0137	0,0163	0,0149	0,0182	0,0162
σ	1,6	1,8	1,3	1,3	1,5	2,3

Из данных, приведенных в табл. 5, видно, что средняя квадратичная погрешность не превышает 2,3%. Средняя квадратичная погрешность, вычисленная по результатам поверки всех балансомеров, равна 1,7%. Распределение остаточных погрешностей следующее: погрешности, не превышающие σ , составляют 80%, не превышающие 2σ — 98% и не превышающие 3σ — 100% от всего числа погрешностей.

Средние значения переводных множителей для сторон № 1 и средние квадратичные погрешности, полученные при определении переводных множителей разными методами, приведены в табл. 6.

Таблица 6

Переводные множители балансомеров, полученные при определении их разными методами и средние квадратичные погрешности σ , %

Метод	№ прибора						σ
	3413 37	3429 37	3142 1178	3324 1178	3136 781	3169 781	
В лаборатории	0,0140	0,0138	0,0162	0,0150	0,0184	0,0166	1,2
В естествен- ных усло- виях { в установке без установ- ки	0,0140	0,0137	0,0164	0,0149	0,0181	0,0163	1,6
	0,0141	0,0137	0,0163	0,0149	0,0182	0,0162	1,7

Сопоставление средних значений переводных множителей, определенных разными методами (табл. 6), показывает, что расхождения между значениями, определенными разными методами, находятся в пределах случайных погрешностей и не имеют определенного знака. Это подтверждает возможность поверять приборы любым из указанных методов. Наименьшее значение случайных погрешностей получено при поверке в лабораторных условиях, что и следовало ожидать, так как в лабораторных условиях потоки радиации более постоянны. Следует учесть, что при поверке в лаборатории производится 10 пар сравнительных отсчетов, тогда как в естественных условиях — 20 пар. При поверке в естественных условиях без установки под одним отсчетом подразумевается среднее из трех отсчетов, произведенных непосредственно друг за другом, как это принято и при наблюдениях.

Для оценки случайной погрешности отдельного отсчета балансомера для каждого балансомера подсчитана средняя квадратичная погрешность переводного множителя, определенного по одной паре отсчетов балансомера (солнце—тень). Полученные значения приведены в табл. 7.

Таблица 7

Средние квадратичные погрешности отдельного отсчета при определении переводного множителя, %

Метод	№ прибора						$\sigma_{\text{ср}}$
	3413 37	3429 37	3142 1178	3324 1178	3136 781	3169 781	
В лаборатории	1,7	1,4	1,0	1,4	0,9	1,3	1,3
В естествен- ных усло- виях { в установке без установ- ки	2,5	2,4	2,9	2,4	2,9	2,9	2,7
	3,2	3,4	3,8	3,2	3,3	4,3	3,5

В табл. 8 приведено распределение остаточных погрешностей отдельного отсчета при определении переводного множителя, вычисленных по результатам поверки всех балансомеров.

Сопоставление величин погрешностей, приведенных в табл. 7, показывает, что погрешность отдельного отсчета при определении переводного множителя в ла-

Таблица 8.

Распределение остаточных погрешностей отдельного отсчета при определении переводного множителя, %

Метод	Не превышающие			Число случаев
	σ	2σ	3σ	
В лаборатории	78	97	100	600
В естественных условиях {	в установке . . .	81	98	1200
	без установки . . .	81	97	1203

бораторных условиях значительно меньше, чем погрешность отдельного отсчета в естественных условиях. Таким образом, подтверждается необходимость большого числа отсчетов при поверке в естественных условиях и особенно в случае, если установка для поверки не используется.

Распределение остаточных погрешностей, приведенное в табл. 8, показывает, что практически все отклонения не превышают двойной средней квадратичной погрешности, что составляет для поверки в лабораторных условиях 2,6%, для поверки в естественных условиях в установке 5,4% и для поверки в естественных условиях без установки 7%. Таким образом, при определении переводных множителей балансомеров значения, отличающиеся от среднего больше чем на 26, должны быть отброшены.

Зависимость чувствительности балансомера от интенсивности радиации

При исследовании зависимости чувствительности балансомеров от интенсивности радиации для 4 балансомеров определялась чувствительность при интенсивности радиации 1,5, 0,75 и 0,15 кал/см² мин. Источником радиации являлась прожекторная лампа мощностью 1000 квт, поток радиации конденсировался посредством двух линз. Интенсивность радиации изменялась вращающимся диском с вырезанными секторами, предложенным Б. А. Айзенштамом [2]. Определение чувствительности балансомеров производилось по методу, обычно принятому при поверке, с той разницей, что освещение приборов производилось непараллельным пучком. В установке, использующейся в ЦЛП для поверки приборов, интенсивность параллельного пучка радиации, получаемого от лампы мощностью 1000 вт, составляет 0,6—0,7 кал/см² мин. Для получения больших значений интенсивности радиации создавался сходящийся пучок лучей. Это приводило к тому, что освещенность поверхности балансомера была неравномерной: к краям интенсивность убывала. Вследствие этого средние значения интенсивности радиации, приходящей на поверхность балансомера и актиометра, не одинаковы и абсолютные значения чувствительности балансомера не точно соответствуют истинным значениям. Однако так как распределение освещенности при данном эксперименте остается постоянным, то можно сопоставлять между собой значения чувствительности, полученные при разных значениях интенсивности радиации. При каждом значении интенсивности радиации чувствительность балансомера определялась с трехкратной повторностью, при этом крепление балансомера и актиометра на поворотном столике установки оставалось неизменным. В табл. 9 приведены значения чувствительности балансомеров в милливольтах на 1 кал/см² мин., полученные при интенсивности радиации 1,5, 0,75 и 0,15 кал/см² мин.

Из данных, приведенных в табл. 9, видно, что расхождения в значениях чувствительности балансомера, полученных при разных значениях радиации, находятся в пределах величин случайных погрешностей измерения. Следовательно, можно считать, что в пределах интенсивности радиации 0,15—1,5 кал/см² мин. чувствительность балансомера не зависит от интенсивности радиации.

Для трех балансомеров (№ 3324, 3142 и 3169), кроме того, сравнивалась их чувствительность при интенсивности радиации 0,3 и 3 кал/см² мин. При этом оказалось, что с увеличением интенсивности радиации чувствительность балансомеров возрастает. Если принять чувствительность балансомеров при интенсивности радиации 0,3 кал/см² мин. за 100%, то при радиации 3 кал/см² мин. чувствительность балансомера № 3324 увеличилась на 5%, балансомера 3142 — на 2% и балансомера 3169 — на 6%. Полученные результаты противоречат теоретическим расчетам К. Я. Кондратьева [3], согласно которым с увеличением радиационного баланса чувствительность балансомера уменьшается.

Таблица 9

Чувствительность балансомеров в милливольтх
на 1 кал/см² мин. при разных
значениях интенсивности радиации

№ прибора	Интенсивность радиации, кал/см ² мин.		
	1,5	0,75	0,15
3324	7,04	6,94	6,93
	7,06	6,95	6,93
	7,04	6,96	6,88
	Среднее 7,05	6,95	6,91
3142	6,81	6,78	6,92
	6,85	6,81	7,02
	6,86	6,84	6,88
	Среднее 6,84	6,81	6,94
3169	9,32	9,16	9,14
	9,32	9,21	9,14
	9,30	9,20	9,15
	Среднее 9,31	9,19	9,14
3429	6,70	6,67	6,71
	6,69	6,64	6,68
	6,68	6,58	6,72
	Среднее 6,69	6,63	6,70

Зависимость чувствительности балансомера от направления падения радиации

Зависимость чувствительности балансомера от направления падения радиации исследовалась в лабораторных условиях. Для 6 балансомеров определялись поправочные множители к показаниям балансомеров при разных углах падения. При этом балансомеры устанавливались так, что при угле падения 90° (высоте солнца 0°) ручка балансомера была направлена в сторону, противоположную источнику света. Поправочные множители определялись с двукратной повторностью. Для одного из балансомеров (№ 3169) поправочные множители в зависимости от направления падения радиации, кроме того, определялись еще при повороте балансомера по азимуту на 90°. Полученные значения поправочных множителей в зависимости от высоты солнца приведены в табл. 10. В двух последних строках табл. 10 приведены поправочные множители балансомера № 3169, определенные для двух азимутов, отличающихся на 90°.

Из данных, приведенных в табл. 10, видно, что чувствительность балансомера зависит от направления падения радиации; при этом поправочный множитель к показаниям балансомера всегда больше единицы. Зависимость чувствительности от направления падения радиации сказывается при высотах солнца 50° и меньше,

и, таким образом, практически показания балансомера всегда несколько занижены. Полученные данные подтверждают нецелесообразность измерений незатененным балансомером, особенно при малых высотах солнца.

Таблица 10

Поправочные множители к показаниям балансомеров в зависимости от высоты солнца

№ прибора	Высота солнца, град.								Примечание
	2,5	5	10	20	30	40	50	70	
3413	1,86	1,17	1,15	1,09	1,06	1,05	1,03	1,00	Повернут по азимуту на 90°
3429	1,20	1,18	1,11	1,06	1,02	1,02	1,02	1,00	
3142	1,19	1,16	1,08	1,04	1,03	1,02	1,02	1,01	
3324	1,26	1,20	1,17	1,08	1,06	1,04	1,02	1,00	
3136	1,73	1,28	1,12	1,05	1,03	1,02	1,01	1,00	
3169	1,45	1,28	1,18	1,08	1,04	1,02	1,01	1,00	
3169	1,50	1,41	1,17	1,06	1,02	1,01	1,00	1,00	

Погрешности определения ветровых поправочных множителей

Для оценки случайных погрешностей ветровых поправочных множителей для 7 балансомеров поправочные множители определялись в аэродинамической трубе с десятикратной повторностью. При этом для двух балансомеров поправочные множители определялись для каждой из сторон балансомера, для остальных — по одной стороне, как это принято по Руководству.

В табл. 11 приведены средние значения ветровых поправочных множителей при скоростях ветра 1, 5, 10 и 15 м/сек., а в табл. 12 — средние квадратичные погрешности определения поправочных множителей при скоростях ветра 5, 10 и 15 м/сек., выраженные в процентах от величины поправочных множителей.

Таблица 11

Средние значения ветровых поправочных множителей

№ прибора	Скорость, м/сек.			
	1	5	10	15
3413	1,02	1,09	1,17	1,24
3429 (сторона 1)	1,02	1,06	1,11	1,16
3429 (" 2)	1,02	1,08	1,14	1,21
3142 (" 1)	1,04	1,16	1,28	1,38
3142 (" 2)	1,04	1,16	1,29	1,39
3324	1,02	1,08	1,15	1,22
3136	1,02	1,10	1,19	1,27
3169	1,02	1,11	1,20	1,27
3204	1,02	1,07	1,12	1,17

Средние квадратичные погрешности, вычисленные по результатам поверки всех балансомеров, составляют: 0,01 (1,3%) для скорости 5 м/сек., 0,02 (1,7%) для скорости 10 м/сек., 0,2 (1,7%) для скорости 10 м/сек. и 0,2 (1,7%) для скорости 15 м/сек.

Распределение остаточных погрешностей следующее: для скорости 5 м/сек. погрешности, не превышающие σ , составляют 73%, не превышающие 2σ , — 100%; для скорости 10 м/сек. погрешности, не превышающие σ , составляют 79%, погрешности, не превышающие 2σ , — 100%; для скорости 15 м/сек. погрешности,

Таблица 12

Средние квадратичные погрешности ветровых поправочных множителей балансомеров (%) при скоростях ветра 5, 10 и 15 м/сек.

№ прибора	Скорость, м/сек.		
	5	10	15
3413	1,3	1,8	1,9
3429	1,3	2,0	1,8
3142	1,3	1,7	1,8
3324	0,7	1,5	1,6
3136	1,8	2,1	2,0
3169	1,3	1,5	1,4
3204	1,2	1,5	1,5

не превышающие σ , составляют 80%, не превышающие 2σ , — 98% и не превышающие 3σ — 100%.

Для балансомеров № 3429 и 3142 поправочные множители определялись для каждой из сторон балансомера. По данным, приведенным в табл. 11, видно, что для балансомера № 3142 поправочные множители для обеих сторон практически совпадают, а для балансомера № 3429 на скорости 15 м/сек. расходятся на 0,05 (4%). Следует отметить, что для балансомера № 3142 чувствительности сторон различаются на 10%, в то время как чувствительности сторон балансомера № 3429 различаются всего на 1,5%.

Изложенные выше результаты получены для условий аэродинамической трубы, причем балансомер устанавливался (на глаз) так, чтобы приемные поверхности были параллельны воздушному потоку, при этом приемные поверхности располагались вертикально и освещались сбоку.

Как известно, показания балансомеров при естественном ветре очень неустойчивы, и вследствие этого определять поправочные множители в естественных условиях можно только из большого числа отсчетов. Сопоставление ветровых поправочных множителей при определении их в естественных условиях и в аэродинамической трубе [4] показало, что средние значения поправочных множителей, полученных из большого числа определений их в естественных условиях, хорошо согласуются со значениями, полученными при поверке в аэродинамической трубе. Одной из причин непостоянства показаний балансомера при одной и той же скорости ветра может являться различная степень турбулизации воздушного потока, а также то, что воздушный поток не всегда направлен параллельно приемным поверхностям балансомера, а набегае на них под разными углами.

Для того чтобы оценить влияние направления воздушного потока, обдувающего балансомер, для трех балансомеров определялись ветровые поправочные множители при различной ориентировке балансомеров в воздушном потоке аэродинамической трубы. Приемные поверхности балансомеров устанавливались в потоке под разными углами атаки и при том так, чтобы воздушный поток был направлен сначала на неосвещенную, а потом на освещенную приемную поверхность. Поправочные множители определялись при углах атаки 2, 5, 10 и 30°. При этих экспериментах балансомеры № 3413 и 3324 устанавливались так, чтобы их приемные поверхности все время располагались в вертикальных плоскостях и освещались сбоку. Балансомер же № 3572 вначале устанавливался горизонтально, а затем наклонялся в зависимости от выбранного угла атаки. Освещался он сверху. Для балансомера № 3572, кроме того, при угле атаки 0° определены также поправочные множители при вертикальном положении приемных поверхностей (как это делается при обычной поверке).

Ветровые поправочные множители к показаниям балансомеров при разных углах атаки, при скоростях воздушного потока 2, 5, 10 и 15 м/сек. приведены в табл. 13. В последней строке табл. 13 приведены поправочные множители

балансомера № 3572 для случая, когда приемные поверхности располагались вертикально.

На рис. 1 приведены графики ветровых поправочных множителей при различной ориентировке в воздушном потоке балансомера № 3324. Для наглядности кривые, полученные при разных углах атаки, нанесены на общие координатные оси. По оси абсцисс отложена скорость воздушного потока в м/сек., по оси ординат — поправочные множители. Пунктиром нанесены кривые для случаев, когда воздушный поток был направлен на освещенную сторону балансомера, пунктиром с точками — кривые для случаев, когда воздушный поток был направлен на неосвещенную сторону балансомера. Сплошной линией нанесена кривая

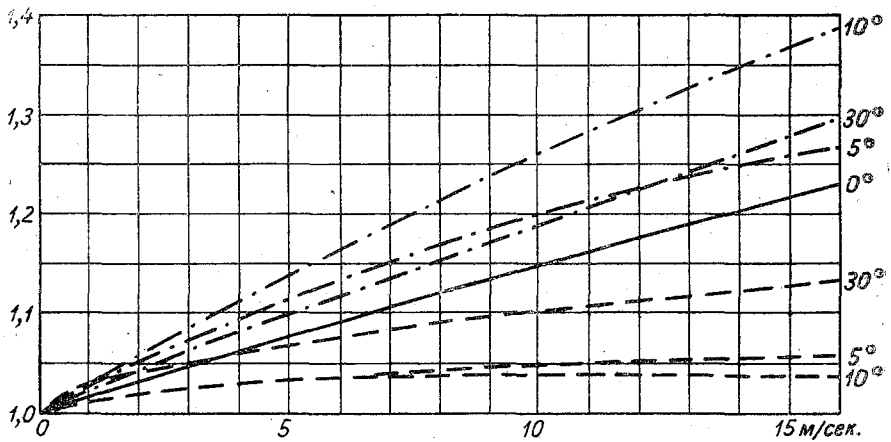


Рис. 1. Ветровые поправочные множители балансомера № 3324 при различной ориентировке его в воздушном потоке.

для случая, когда балансомер установлен по потоку (по средним данным из 10 поверок).

Результаты, приведенные в табл. 13 и на графиках (рис. 1), показывают, что ветровые поправочные множители существенно зависят от ориентировки балансо-

Таблица 13

Ветровые поправочные множители балансомеров

№ прибора	Угол атаки, град.	Скорость потока (м/сек.), направленного на сторону							
		неосвещенную				освещенную			
		2	5	10	15	2	5	10	15
3413	0	1,04	1,09	1,17	1,24				
	2	1,04	1,09	1,16	1,21	1,03	1,07	1,12	1,16
	5	1,04	1,09	1,16	1,22	1,02	1,02	1,02	1,02
	10	1,06	1,14	1,26	1,36	1,02	1,05	1,08	1,09
	30	1,06	1,13	1,23	1,30	1,05	1,10	1,12	1,13
3324	0	1,03	1,08	1,15	1,22				
	5	1,05	1,12	1,20	1,26	1,02	1,04	1,05	1,06
	10	1,06	1,14	1,26	1,37	1,02	1,03	1,04	1,04
	30	1,04	1,10	1,19	1,28	1,05	1,08	1,11	1,13
3572	0	1,03	1,07	1,14	1,21				
	5	1,06	1,13	1,22	1,26	1,02	1,04	1,05	1,07
	10	1,08	1,16	1,28	1,36	1,03	1,06	1,09	1,11
	28	1,04	1,08	1,14	1,19	1,04	1,07	1,12	1,15
	0	1,04	1,09	1,17	1,23				

мера в воздушном потоке. Поправочные множители уменьшаются, если воздушный поток направлен на освещенную сторону балансомера, и увеличиваются, если воздушный поток направлен на неосвещенную сторону. Это указывает на то, что больше охлаждается сторона, противоположная той, на которую направлен воздушный поток, т. е. сторона, обдуваемая завихренным воздушным потоком. Максимальные значения поправочных множителей наблюдались при углах атаки 10° , минимальные — при углах атаки 5 и 10° . При угле атаки 10° в зависимости от того, направлен воздушный поток на освещенную или на неосвещенную сторону, поправочные множители расходятся между собой на $8-10\%$ при скорости воздушного потока 5 м/сек. и на $15-19\%$ при скорости воздушного потока 10 м/сек. Таким образом, большие колебания в показаниях балансомера при наблюдениях в естественных условиях отчасти могут быть отнесены за счет того, что балансомер подвергается действию беспорядочно направленных воздушных струй. Однако изменчивость показаний балансомера не может быть целиком обусловлена исключительно изменчивостью условий обдувания балансомера, так как при проверке в установке, где балансомер защищен от влияния ветра, средняя квадратичная погрешность отдельного отсчета (табл. 7) также имеет большое значение.

Поправочные множители, полученные при углах атаки 2° , мало отличаются от полученных при установке балансомера по потоку. Этим можно объяснить сравнительно небольшие расхождения в значениях поправочных множителей, получаемых при повторных проверках балансомеров, устанавливаемых по потоку на глаз.

Результаты, приведенные в табл. 13 для балансомера № 3572, при угле атаки 0° , показывают, что поправочные множители, полученные при горизонтальном и вертикальном положениях приемных поверхностей, практически совпадают.

Зависимость чувствительности балансомеров от температуры

Зависимость чувствительности балансомеров от температуры среды уже исследовалась [5] для тех балансомеров, у которых пространство между приемными пластинами и термобатареей заполнено канифолью. При этом было установлено, что чувствительность балансомеров растет с повышением температуры. В настоящее время при изготовлении балансомеров вместо канифоли используется шеллак. Целесообразно было исследовать эти балансомеры в отношении температурного коэффициента их чувствительности.

Температурные коэффициенты чувствительности балансомеров определялись в интервале температур от 3 до 48° по методике, описанной в работе [5]. При этом были взяты два балансомера, заполненные канифолью (№ 3136 и 3169), для которых уже прежде определялись температурные коэффициенты, и два балансомера, заполненные шеллаком (№ 3324 и 3429). Результаты определения температурных коэффициентов чувствительности приведены в табл. 14.

Таблица 14

Результаты определения температурного коэффициента чувствительности балансомеров

Дата	№ прибора			
	3136	3169	3324	3429
25 II	0,0009	0,0014	0,0008	-0,0001
26 III	0,0009	0,0014	0,0006	-0,0002
6 III	0,0013		0,0015	0,0000
18 III			0,0012	+0,0003
Среднее	0,0010	0,0014	0,0010	0,0000

Данные, приведенные в табл. 14, подтверждают значения температурных коэффициентов, полученные прежде для балансомеров, заполненных канифолью. Что же касается балансомеров, заполненных шеллаком, то для чувствительности балансомера № 3324 получен температурный коэффициент того же порядка, что и для балансомеров, заполненных канифолью; балансомер же № 3429 не имеет температурного коэффициента.

Выводы

1. Переводные множители балансомеров, полученные в результате многократных поверок в лабораторных и в естественных условиях (двумя методами), хорошо совпадают, что подтверждает возможность определения переводных множителей любым из трех методов, рекомендованных Руководством по поверке метеорологических приборов.

2. Поверять балансомеры целесообразно в лабораторных условиях, так как при этом случайные погрешности переводного множителя имеют наименьшее значение. Кроме того, этот метод наименее трудоемок.

Средняя квадратичная погрешность при определении переводного множителя равна 1,2% при поверке в лабораторных условиях, 1,6% при поверке в естественных условиях с применением установки и 1,7% при поверке в естественных условиях без установки.

3. Средняя квадратичная погрешность отдельного отсчета при поверке балансомера составляет 1,3% при поверке в лабораторных условиях, 2,7% при поверке в естественных условиях с применением установки и 3,5% при поверке в естественных условиях без установки.

Большие значения случайных погрешностей отдельного отсчета при поверке балансомеров в естественных условиях подтверждают необходимость производить большое число сравнительных отсчетов (не менее 20 пар).

4. В пределах величин радиационного баланса, встречающихся в естественных условиях, чувствительность балансомера не зависит от величины измеряемого радиационного баланса.

5. Чувствительность балансомера зависит от направления падения радиации: с увеличением угла падения чувствительность балансомера уменьшается. В связи с этим значение радиационного баланса, измеренного балансомером, всегда занижено. При измерениях незатененным балансомером необходимо вводить поправочные множители, индивидуальные для каждого балансомера.

6. Средняя квадратичная погрешность при определении ветровых поправочных множителей в аэродинамической трубе равна 1,3% при скорости воздушного потока 5 м/сек. и 1,7% при скорости воздушного потока 10 и 15 м/сек.

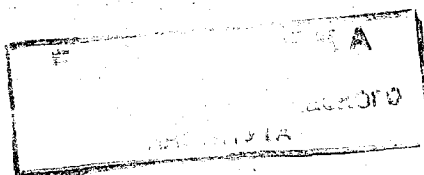
Показания балансомера при ветре существенно зависят от направления воздушных токов, обдувающих балансомер. Вследствие этого поправочные множители, полученные в аэродинамической трубе, применимы только для исправления осредненных показаний балансомера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Руководство по поверке метеорологических приборов. Гидрометеиздат, Л., 1956.
2. Айзенштат Б. А. Новый метод измерения радиационного баланса. Труды ГГО, вып. 13, 1957.
3. Кондратьев К. Я. Лучистый теплообмен в атмосфере. Гидрометеиздат, Л., 1956.
4. Покровская И. А. Метод определения поправочных множителей, учитывающих влияние ветра на показания термоэлектрических балансомеров и эффективных пиранометров. Труды ГГО, вып. 43, 1954.
5. Покровская И. А. Температурные коэффициенты сетевых актинометрических приборов. Труды ГГО, вып. 46. 1955.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
П. В. Дьяченко. Опыт применения методов математической статистики к изучению микроструктуры туманов и облаков	3
П. В. Дьяченко, А. И. Каменева. Результаты исследования аэродинамической трубы Главной геофизической обсерватории	51
А. И. Каменева. О поверке ручных анемометров в заводских условиях	60
И. А. Покровская. Погрешности поверки термоэлектрических балансомеров	64



Редактор *В. С. Протопопов*
Техн. редактор *И. В. Волков*
Корректоры: *Р. В. Гросман*
и *Ф. Н. Межиковская*

Сдано в набор 31/VII 1959 г.

Подписано к печати 13/XI 1959 г.

Бумага 70×108¹/₁₆ Бум. л. 2,38

Печ. л. 4,75 Уч.-изд. л. 7,36

Тираж 1000 экз. М-53042 Индекс МЛ-320

Гидрометеорологическое издательство.

Ленинград. В-53, 2-я линия, д. № 23.

Заказ № 299 Цена 5 руб. 15 коп.

Типография № 8 УППЛСНХ

Ленинград, Прачечный пер., д. № 6.