

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

Т Р У Д Ы ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

ВЫПУСК 6 (68)

ФИЗИКА ПРИЗЕМНОГО
СЛОЯ ВОЗДУХА

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук
М. И. ЮДИНА

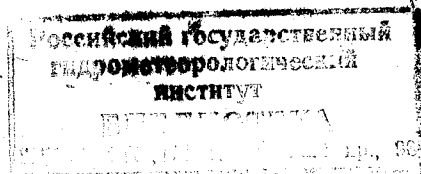


ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД • 1947

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
К. С. Шифрин. Индикатрисса рассеяния света палочкообразными и дискообразными частицами примеси в атмосфере	3
Л. С. Гандин. Упорядоченная свободная конвекция в атмосфере	17
М. И. Будыко. Высота приземного слоя воздуха	36
И. А. Гольцберг. Климатическая характеристика заморозков по Ленинградской области	42
Н. В. Кучеров. Метод определения числа капель естественных туманов	56
Л. И. Зубенок. К методике измерения температуры поверхности почвы	71



Редактор **М. И. Юдин.**

Техн. редактор **Л. Б. Кононова.**

Сдано в набор 15/VII 1947 г.

Подписано к печати 17/XI 1947 г.

Изд. № 48.

Индекс М-Л-48.

Бумага 70×105¹/₁₆.

Знаков в 1 печ. л. 71 000.

Печ. л. 4⁵/₈.

Уч.-изд. л. 7,5.

Гидрометеиздат, г. Ленинград. 1947.

Цена 7 руб. 50 коп.

М 08615.

Тираж 600 экз.

Заказ № 1032.

2-я типо-литография Гидрометеиздата, Ленинград, Прачечный пер., 6.

ИНДИКАТРИССА РАССЕЯНИЯ СВЕТА ПАЛОЧКООБРАЗНЫМИ И ДИСКООБРАЗНЫМИ ЧАСТИЦАМИ ПРИМЕСИ В АТМОСФЕРЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитый нами метод решения задачи о рассеянии электромагнитных волн на частице примеси в атмосфере [1] применим не только к случаю шаровых частиц, но и к случаю частиц произвольной формы. В настоящей статье мы рассмотрим задачу о рассеянии света на палочкообразных и дискообразных частицах примеси в атмосфере (палочки и лепешки). Эти частицы мы будем аппроксимировать эллипсоидами вращения, соответственно вытянутыми или сжатыми.

Идея метода, изложенного в [1], состоит в том, что искомое электрическое поле как внутри, так и вне частицы отыскивается в виде ряда, разложенного по величине α , где

$$\alpha = \frac{n^2 - 1}{4\pi} + i \frac{\sigma}{\omega}.$$

Здесь n — относительный показатель преломления вещества частицы, σ — ее электропроводность и ω — частота падающего света. Величина α является в некотором смысле мерой отклонения электрических свойств нашей частицы от свойств окружающей среды. При $\sigma = 0$ α есть дипольный момент единицы объема в единичном поле. Разложение по α оказывается целесообразным потому, что для примесей в атмосфере во всех представляющих практический интерес случаях величина α оказывается малой. Так, например, для частичек льда $\alpha = 0,03$, а для воды $\alpha = 0,045$.¹ В нулевом приближении, т. е. полагая $\alpha = 0$, получим, что поле внутри частицы в точности совпадает с полем падающей волны. Рассеянное поле, очевидно, в этом приближении отсутствует. Оно появляется только при учете членов, пропорциональных α . В этом первом приближении вычисление рассеянного поля, очевидно, сводится к суммированию полей испускаемых элементами частицы, поляризованными полем падающей волны.

Поле диполя с моментом $\vec{p}$ на достаточно больших расстояниях от него, как известно, будет

$$\vec{E} = \frac{(\vec{p} \cdot \vec{R}_0) \vec{R}_0 - \vec{p} R_0^2}{c^2 R^3},$$

причем сюда нужно подставлять дипольный момент не в рассматриваемый момент t , а в момент $t' = t - \frac{R}{c}$ (учет запаздывания).

¹ В видимой области, т. е. вдали от линий поглощения.

Для элемента объема dv получим

$$d\vec{p} = \alpha \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \vec{r} - \omega t)} dv.$$

Здесь $\vec{E}_0$ — амплитуда падающей волны, $\vec{r}$ — радиус-вектор элемента dv .

Отсюда поле, созданное элементом объема dv в некоторой точке $\vec{r}$, находящейся от dv на расстоянии $R(R = |\vec{r} - \vec{r}'|)$, будет

$$\vec{E} dv = -\alpha \frac{\omega^2}{c^2} \frac{(\vec{E}_0 \vec{R}_0) \vec{R}_0 - \vec{E}_0}{R} e^{i(\vec{k} \vec{r}' - \omega t + \frac{\omega}{c} R)} dv.^1$$

Замечая, что $\frac{\omega}{c} = k$ и опуская временной множитель $e^{-i\omega t}$, получим, что амплитуда рассеянного поля, созданного в точке $\vec{r}$ всей частицей, будет

$$\vec{E}_p = \alpha \frac{k^2}{R} \left[\vec{E}_0 - \vec{R}_0 (\vec{R}_0 \vec{E}) \right] \int e^{i(\vec{k} \vec{r}' + kR)} dv.$$

Входящий сюда интеграл распространен по всей частице.

Здесь мы будем предполагать, что электрические константы наших частиц достаточно малы, и ограничимся вычислением рассеянного поля в первом приближении. Развитие полученных здесь результатов и сравнение их с наблюдениями над рассеянием света нешарообразными частицами в атмосфере мы надеемся дать позже.

2. ПОЛЕ, РАССЕЯННОЕ ВЫТАНУТЫМ ЭЛЛИПСОИДОМ ВРАЩЕНИЯ

Пусть на эллипсоид вращения под углом Δ к его большой оси падает монохроматическая линейно-поляризованная электромагнитная волна (рис. 1)

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \vec{r} - \omega t)}.$$

В первом приближении электрическое поле, рассеянное эллипсоидом в некотором направлении $\vec{R}_0$ определяется формулой

$$\vec{E}_p = \alpha \frac{k^2}{R} \vec{E}_{0\perp} f'(\vec{R}_0, \Delta), \quad (1)$$

где

$$\vec{E}_{0\perp} = \vec{E}_0 - \vec{R}_0 (\vec{R}_0 \vec{E}_0),$$

а

$$f'(\vec{R}_0, \Delta) = \int e^{i(\vec{k} \vec{r}' + kR)} dv'.$$

Последний интеграл распространен по эллипсоиду. В системе координат, совпадающей с осями симметрии, уравнение эллипсоида будет

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1. \quad (2)$$

¹ $\vec{R}_0$ — единичный вектор, $\vec{R}_0 = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$.

Пусть $a > b$, так что a есть большая полуось. В этой же системе координат волновой вектор падающей волны $\vec{k}$ имеет составляющие

$$\begin{aligned} k_x &= k \cos \Delta, \\ k_y &= 0, \\ k_z &= k \sin \Delta, \end{aligned}$$

а вектор

$$\vec{R}_0 = R_{0x}, R_{0y}, R_{0z}.$$

Перейдем к новой системе координат. Плоскость векторов $\vec{k}$ и $\vec{R}_0$ выберем за координатную плоскость ($x'z'$). Ось x' пусть будет биссек-

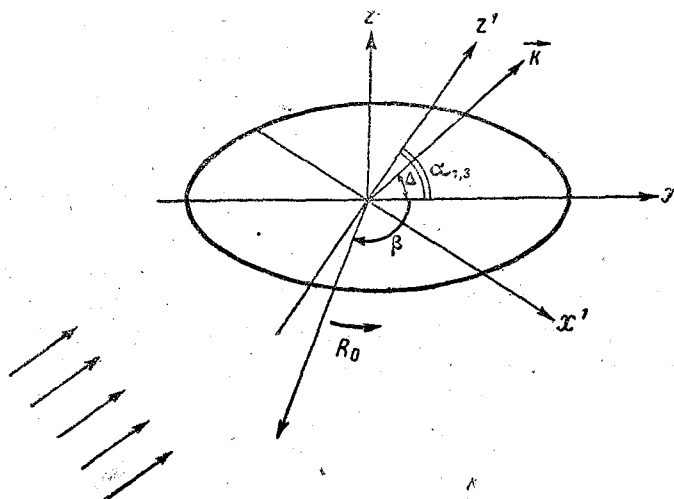


Рис. 1. Поле рассеяное вытянутым эллипсоидом вращения.

трисой угла между $\vec{k}$ и $\vec{R}_0$ — угла рассеяния β . В новой системе координат вектора $\vec{k}$ и $\vec{R}_0$ имеют составляющие

$$\begin{aligned} k_{x'} &= k \cos \frac{\beta}{2}, & R_{0x'} &= \cos \frac{\beta}{2}, \\ k_{y'} &= 0, & R_{0y'} &= 0, \\ k_{z'} &= k \sin \frac{\beta}{2}, & R_{0z'} &= -\sin \frac{\beta}{2}. \end{aligned}$$

Пусть r_0 есть расстояние от точки наблюдения до центра частицы. Замечая, что $r_0 \gg a$, легко получим

$$\vec{k} \cdot \vec{r}' + kR = k \left(2z' \sin \frac{\beta}{2} + r_0 \right).$$

Теперь имеем

$$f'(\vec{R}_0, \alpha) = \int_{z'_{\min}}^{z'_{\max}} S(z') e^{ik \left(2z' \sin \frac{\beta}{2} + r_0 \right)} dz'. \quad (3)$$

$S(z')$ обозначает площадь эллипса, получающегося в результате сечения нашего эллипсоида плоскостью, перпендикулярной оси z' в точке

¹ В дальнейшем r_0 обозначается просто через R .

с координатой z' , $z'_{\min}$ и $z'_{\max}$ точки пересечения поверхности эллипсоида с осью z' . Пусть α_{ik} есть матрица преобразования от новых координат к старым

$$x_i = \alpha_{ik} x'_k.$$

Составляющие ее легко определить, если сравнить значение компонент вектора $\vec{k}$ или $\vec{R}_0$ в старой и новой системе.

Для дальнейшего нам понадобится только $\alpha_{1,3}$. Легко видеть, что при $\beta \neq 0$

$$\alpha_{1,3} = \frac{\cos \Delta - R_{0x}}{2 \sin \frac{\beta}{2}}.$$

Уравнение эллипсоида (2) запишем в виде

$$c^2 r^2 - b^2 x^2 = c^2 b^2.$$

Здесь

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

а

$$c^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 - b^2}.$$

В новых координатах уравнение эллипсоида будет

$$x'^2 e^2 + y'^2 g^2 + z'^2 f^2 - 2mx'y' - 2nx'z' - 2ly'z' = 1, \quad (4)$$

где e, g, f, m, n, l — легко определяемые константы. Например,

$$f^2 = \frac{c^2 - \alpha_{1,3}^2 b^2}{c^2 b^2}.$$

Полагая в (4)

$$x = y = 0,$$

получим

$$z'_{\min} = -\frac{1}{f},$$

$$z'_{\max} = \frac{1}{f}.$$

Далее, полагая в уравнении эллипсоида (4) $z' = z'_0$, получим уравнение эллипса, площадь которого $S(z'_0)$ нам нужно определить. Это уравнение будет

$$x'^2 e^2 + y'^2 g^2 - 2mx'y' - 2nz'_0 x' - 2lz'_0 y' + z'^2_0 f^2 - 1 = 0.$$

После несложных преобразований получим

$$S(z'_0) = \frac{\pi}{(e^2 g^2 - m^2)^{\frac{3}{2}}} \{ [f^2 (e^2 g^2 - m^2) - n (ng^2 + ml) - l (e^2 l + mn)] z'^2_0 - (e^2 g^2 - m^2) \}.$$

Подставляя сюда соответствующие значения коэффициентов e, g, f, m, n и l , легко получим

$$S(z'_0) = \pi M^2 \{ 1 - L^2 z'^2_0 \}.$$

Здесь

$$M^2 = \frac{cb^2}{\sqrt{c^2 - b^2(1 - \alpha_{1,3}^2)}}$$

$$L^2 = \frac{c^2 - b^2}{b^2 [c^2 - b^2(1 - \alpha_{1,3}^2)]}.$$

Интеграл (3) теперь легко вычисляется.

Подставляя его в (1) и освобождаясь от всех временных обозначений, получим

$$\vec{E}_p = \alpha \vec{E}_{0\perp} \frac{k^2}{R} e^{ikR} \cdot v \cdot F(\Delta, \beta). \quad (5)$$

Здесь $v = \frac{4}{3} \pi a b^2$ — объем эллипсоида,

$$F = \frac{3}{q^3} \left[\frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 + \alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2) \varepsilon^4} \right]^{\frac{3}{2}} \left\{ \left[1 + q^2 \frac{\alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2) \varepsilon^4}{2(1 - \varepsilon^2)} \right] \sin q - q \cos q \right\}. \quad (6)$$

ε — эксцентриситет эллипсоида, а

$$q = \frac{4\pi b}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha_{1,3}^2 \varepsilon^2}} \sin \frac{\beta}{2}. \quad (7)$$

При $\varepsilon \rightarrow 0$ наше поле переходит в поле, рассеянное шаром [1]. При конечных ε амплитуда рассеянного поля зависит уже не только от угла рассеяния β , но и от ориентировки эллипсоида в пространстве. Напомним, что $\alpha_{1,3}$ зависит от Δ

$$\alpha_{1,3} = \frac{\cos \Delta - \cos \gamma}{2 \sin \frac{\beta}{2}}.$$

Здесь

$$\cos \gamma = R_{0x}.$$

Заметим, что при заданных β и Δ угол γ не может принимать любые значения. Легко видеть, что всегда

$$\alpha - \beta \leq \gamma \leq \alpha + \beta.$$

Отсюда вытекает, что всегда $\alpha_{1,3} \leq 1$.

Дадим предельный вид формул (6) и (7) в случае почти шарообразных частиц, т. е. полагая $\varepsilon \ll 1$.

Удерживая в F члены $\propto \varepsilon^2$, имеем в этом случае

$$F = \frac{3}{q^3} (\sin q - q \cos q). \quad (8)$$

Внешне формула совпадает с соответствующей формулой для шара. Однако здесь q зависит не только от β , но и от Δ .

Именно

$$q = q_0 (1 + S \varepsilon^2), \quad (9)$$

где

$$S = \frac{3\alpha_{1,3}^2 - 1}{6},$$

$$q_0 = \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}} \sin \frac{\beta}{2},$$

здесь v — объем частицы.

Принимая во внимание (7) имеем для F

$$F = F_0 (1 + S \varphi \varepsilon^2), \quad (10)$$

где

$$F_0 = \frac{3}{q_0^3} (\sin q_0 - q_0 \cos q_0),$$

$$\varphi = \frac{q_0^2 \sin q_0}{\sin q_0 - q_0 \cos q_0} - 3q_0.$$

¹ q_0 в точности равно q для шара с объемом равным объему рассматриваемого эллипсоида (см. [1]).

Рассмотрим теперь другой предельный случай наших формул (6) и (7) — случай сильно вытянутой палочки.

Пусть большая ось нашего эллипсоида в m раз больше малой. Тогда легко показать, что при $m \gg 1$

$$F = \frac{3}{q^3} \left[\frac{1}{1 + m^2 \alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2)} \right]^{\frac{3}{2}} \left\{ \left[1 + m^2 q^2 \frac{\alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2)}{2} \right] \sin q - q \cos q \right\},$$

$$q = q_0 \frac{1}{\sqrt[3]{m} \sqrt{1 - \alpha_{1,3}^2}}.$$

При $\alpha_{1,3}$ не близком к 0 или 1, а q к нулю имеем

$$F = \frac{3}{2m^{\frac{3}{2}} q_0 \alpha_{1,3}} \sin \frac{q_0}{\sqrt[3]{m} \sqrt{1 - \alpha_{1,3}^2}}.$$

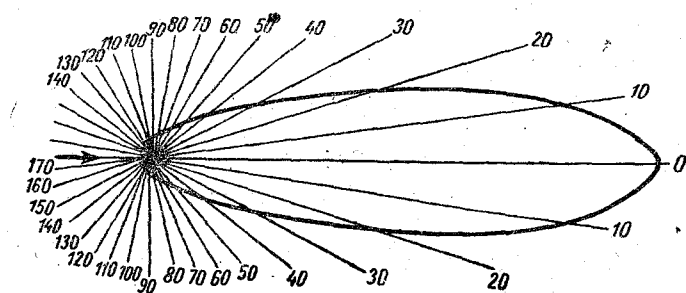


Рис. 2. Индикатрисса рассеяния эллипсоидом (свет вдоль большой оси).

Для иллюстрации выведенных здесь формул мы вычислили индикатриссу рассеяния эллипсоида, у которого большая ось в 10 раз больше малой и у которого $\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt[3]{\frac{3\sigma}{4\pi}} = 1$. Свет падает вдоль большой оси. В этом случае

$$\alpha_{1,3} = \sin \frac{\beta}{2} \text{ и } q = \frac{2}{\sqrt[3]{10}} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.$$

Зависимость интенсивности света, рассеянного под углом β от β , указана в табл. 1, а график индикатриссы приведен на рис. 2. Мы видим, что наш эллипсоид рассеивает свет главным образом вперед.

В таблицах — здесь и ниже — величина J пропорциональна интенсивности света, рассеянного в данном направлении.

$$J = F^2 \left(\frac{1 + \cos^2 \beta}{2} \right).$$

Таблица 1

β	J	β	J	β	J	β	J
0	1,00	50	0,09	100	0,029	150	0,003
10	0,82	60	0,06	110	0,028	160	0,001
20	0,42	70	0,045	120	0,027	170	0,0001
30	0,24	80	0,036	130	0,011	180	0,00001
40	0,13	90	0,031	140	0,009		

На рис. 3 показана индикатрисса того же эллипсоида в плоскости, проходящей через большую ось эллипсоида и падающий луч, когда свет падает поперек оси. В этом случае

$$\alpha_{1,3} = \cos \frac{\beta}{2} \text{ и } q = \frac{2}{\sqrt[3]{10}}.$$

(Здесь уже нет оси симметрии и поэтому необходимо указать плоскость, в которой вычислена индикатрисса). Данные, соответствующие рис. 3, приведены в табл. 2.

В рассматриваемом нами здесь первом приближении поляризация рассеянного света определяется формулой Релея. Это будет верно для частиц произвольной формы.

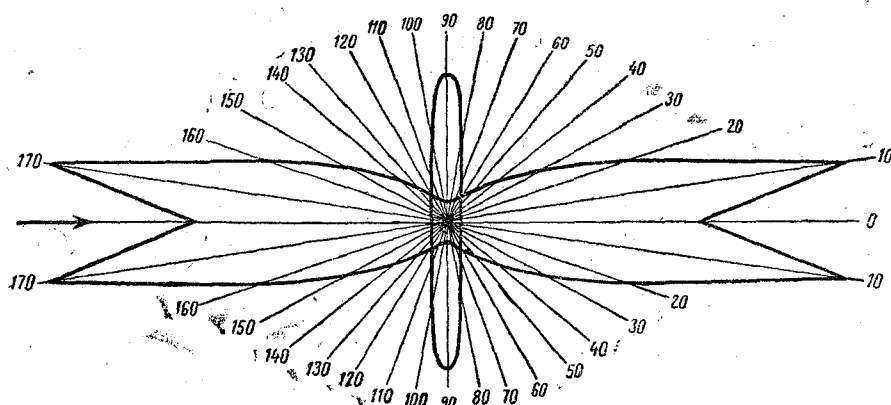


Рис. 3. Индикатрисса рассеяния эллипсоидом (свет поперек большой оси).

Таблица 2

β	J	β	J	β	J	β	J
0	0,849	50	0,146	100	0,067	150	0,377
10	1,354	60	0,103	110	0,080	160	0,640
20	0,640	70	0,080	120	0,103	170	1,354
30	0,377	80	0,067	130	0,145	180	0,849
40	0,210	90	0,063	140	0,210		

3. СЛУЧАЙ МАЛОЙ ВЫТЯНУТОЙ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим подробнее случай малой частицы, т. е. такой, для которой

$$\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{3\sigma}{4\pi}} \ll 1.$$

В этом случае имеем

$$F = \left[\frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 + \alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2) \varepsilon^4} \right]^2 \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{\alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2) \varepsilon^4}{1 - \varepsilon^2} \right\}. \quad (11)$$

Таким образом здесь зависимость от угла рассеяния входит только посредством $\alpha_{1,3}$.

Проиллюстрируем этот случай примером. Положим $\varepsilon = 0,9$, что соответствует частице, у которой длинная ось больше короткой в 2,3 раза. Пусть свет падает вдоль длинной оси ($\Delta = 0$). В этом случае индикатрисса рассеяния естественного света будет обладать осью симметрии — это ось эллипсоида. При этом будет: $\alpha_{1,3} = \sin \frac{\beta}{2}$,

$$F = \left[\frac{1}{1 + 0,8 \sin^2 \beta} \right]^{\frac{2,3}{2}} \left\{ 1 + \frac{3}{2} 0,8 \sin^2 \beta \right\},$$

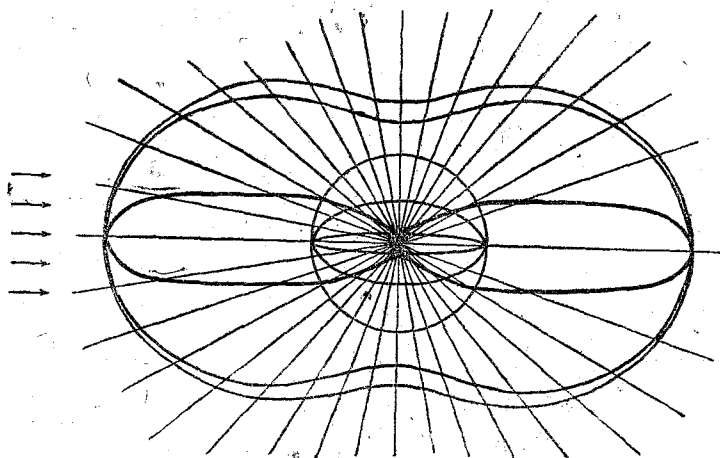


Рис. 4. Индикатрисса рассеяния малым эллипсоидом.

а индикатрисса рассеяния выразится¹ формулой

$$J \propto \frac{(1 + \cos^2 \beta)}{2} \frac{(1 + 1,2 \sin^2 \beta)^2}{(1 + 0,8 \sin^2 \beta)^3}. \quad (12)$$

Эта функция нами протабулирована. Значения ее приведены в табл. 3. График приведен на рис. 4 (первая внутренняя кривая).

Таблица 3

β	J	β	J	β	J	β	J
0	1,000	50	0,648	100	0,430	150	0,856
10	0,986	60	0,551	110	0,476	160	0,936
20	0,936	70	0,476	120	0,551	170	0,986
30	0,856	80	0,430	130	0,648	180	1,000
40	0,753	90	0,415	140	0,753		

Для сравнения на том же рисунке нами приведена релеевская индикатрисса (наружная кривая). Мы видим, что некоторое отличие наблюдается только при β , близких к 90° . Устойчивость релеевской индикатриссы рассеяния к изменениям формы рассеивающей частицы является важным обстоятельством.

¹ С точностью до постоянного множителя.

Если свет будет падать поперек оси, то индикатрисса уже не будет иметь оси симметрии. Выберем здесь вектор $\vec{k}$ за полярную ось, ось эллипсоида направим по оси x . Тогда легко видеть, что

$$\alpha_{1,3} = \cos \varphi \cdot \cos \frac{\beta}{2}, \quad (13)$$

где φ — угол образованный плоскостями $(x, \vec{k})$ и $(\vec{R}_0, \vec{k})$ — долгота. В случае $\varphi = 0$, т. е., если $\vec{R}_0$ лежит в плоскости $(x, \vec{k})$, индикатрисса в точности совпадает с рассмотренной ранее (12). Таким образом оказывается, что в этой плоскости поворот эллипсоида на 90° не меняет распределения интенсивности. В других плоскостях это, очевидно, будет не так. Соответствующая индикатрисса легко может быть построена по формуле (11) с учетом значения для $\alpha_{1,3}$ в рассматриваемой плоскости, определяемого по формуле (13).

Если мы будем сжимать наш эллипсоид, то индикатрисса его также будет вытягиваться и для сильно вытянутых частиц она уже значительно отличается от релеевской.

Рассмотрим случай, когда большая ось в 10 раз длиннее малой. Индикатрисса определяется здесь формулой (случай $\Delta = 0$)

$$J \propto \frac{(1 + \cos^2 \beta)}{2} \frac{(1 + 37,5 \sin^2 \beta)^2}{(1 + 25 \sin^2 \beta)^3}$$

Значения этой функции приведены нами в табл. 4. График указан на рис. 4 (вторая внутренняя кривая). В центре рисунка показаны соответствующие индикатриссам рассеивающие частицы.

Таблица 4

β	J	β	J	β	J	β	J
0	1,00	50	0,10	100	0,04	150	0,24
10	0,82	60	0,07	110	0,06	160	0,44
20	0,44	70	0,06	120	0,07	170	0,82
30	0,24	80	0,04	130	0,10	180	1,00
40	0,15	90	0,04	140	0,15		

4. „СРЕДНЯЯ“ ИНДИКАТРИССА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ОРИЕНТАЦИЯХ

В атмосфере мы имеем дело с усредненной индикатриссой рассеяния по большому собранию хаотично расположенных частиц. Возникает важный вопрос: можно ли такую усредненную индикатриссу приписать шаровой частице некоторого радиуса и каков должен быть этот радиус. Для выяснения этого, очевидно, нужно усреднить индикатриссу по всем возможным ориентировкам эллипсоида в пространстве, считая при этом направление первоначального пучка и направление рассеяния закрепленными.

Рассмотрим случай почти шарообразной частицы.

В соответствии с (10) имеем, что при $\varepsilon \ll 1$ индикатрисса рассеяния будет

$$J = J_0 (1 + 2S \varphi \varepsilon^2),$$

где J_0 — индикатрисса рассеяния от шара.

Пусть вначале наш эллипсоид вращается только в плоскости $(\vec{k}, \vec{R}_0)$. В этом случае легко видеть, что

$$\alpha_{1,3} = \sin\left(\frac{\beta}{2} - \Delta\right),$$

и

$$\bar{\alpha}_{1,3}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2\left(\frac{\beta}{2} - \Delta\right) d\Delta = \frac{1}{2}.$$

Следовательно,

$$\bar{S} = \frac{3\bar{\alpha}_{1,3}^2 - 1}{6} = \frac{1}{12}.$$

Подставляя теперь

$$q = q_0 \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{12}\right)$$

в формулу (8), получим усредненное поле. Заметим, что это поле в точности совпадает с полем шара радиуса

$$a = \sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}} \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{12}\right),$$

где v — объем нашего эллипсоида.

Итак, при усреднении в плоскости $(\vec{k}, \vec{R}_0)$ распределение интенсивности будет такое же, как у шара с объемом

$$v^* = v \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{4}\right).$$

Интенсивность же сама будет попрежнему пропорциональна v .

Пусть теперь наш эллипсоид занимает произвольные положения в пространстве, т. е. вершина его большой оси равномерно перемещается по сфере. Направления $\vec{k}$ и $\vec{R}$ у нас закреплены. Поэтому и направление oz' (2), лежащее в плоскости векторов $\vec{k}$ и $\vec{R}_0$ и перпендикулярное биссектрисе угла между ними, также будет неподвижно. Выберем его в качестве полярной оси. В этом случае $\alpha_{1,3} = \cos \theta$, где θ — угол между осью эллипсоида и oz' . Теперь имеем

$$\bar{\alpha}_{1,3}^2 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{1}{3}.$$

Следовательно, $\bar{S} = 0$ и $q = q_0$, $F = F_0$.

Итак мы показали, что при малых ε индикатрисса эллипсоида, усредненная по его различным пространственным ориентациям, в точности совпадает с индикатриссой шара того же объема.

Рассмотрим теперь усреднение индикатриссы для малых частиц, но с любыми ε . Здесь, в соответствии с (11), нам нужно, очевидно, усреднить выражение

$$F^2 = \frac{\left(1 + \frac{3}{2} \frac{\alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2)}{1 - \varepsilon^2} \varepsilon^4\right)^2}{\left(1 + \frac{\alpha_{1,3}^2 (1 - \alpha_{1,3}^2) \varepsilon^4}{1 - \varepsilon^2}\right)^3}.$$

Выбирая, как и прежде, в качестве полярной оси ось oz' , легко получим, что

$$\bar{F}^2 = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin \theta d\theta}{\left(1 + \cos^2 \theta \sin^2 \theta \frac{\varepsilon^4}{1 - \varepsilon^2}\right)^3} \left[1 + \frac{3}{2} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \frac{\varepsilon^4}{1 - \varepsilon^2}\right] = \varphi(\varepsilon).$$

Этот интеграл легко вычисляется.

Вводя в $\varphi(\varepsilon)$ в качестве независимой переменной

$$\lambda = \frac{\varepsilon^4}{1 - \varepsilon^2},$$

имеем

$$[\varphi(\varepsilon) = \varphi^*(\lambda)]$$

$$\varphi^*(\lambda) = \frac{1}{32(\lambda + 4)^3} \left\{ -(43\lambda + 148) + \frac{1}{2\sqrt{\lambda^2 + 4\lambda}} \left[(A_\lambda - C_2^2 B_\lambda) \frac{2}{C_2} \times \right. \right. \\ \left. \times \operatorname{arctg} \frac{1}{C_2} + (A_\lambda + C_1^2 B_\lambda) \frac{1}{C_1} \ln \frac{C_1 + 1}{C_1 - 1} \right] \right\},$$

где

$$A_\lambda = 41\lambda^2 + 363\lambda + 660,$$

$$B_\lambda = 21\lambda^2 + 72\lambda,$$

$$C_1^2 = \frac{\sqrt{\lambda + 4} + \sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}},$$

$$C_2^2 = \frac{\sqrt{\lambda + 4} - \sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}.$$

Итак, для малой палочкообразной частицы индикатрисса, усредненная по ее различным ориентациям, совпадает с индикатриссой шара с объемом

$$v^* = \sqrt{\varphi(\varepsilon)} v,$$

где v — объем частицы. При $\lambda \rightarrow 0$ $\varphi^*(\lambda) \rightarrow 1$ в соответствии с результатом, полученным ранее для частиц с малым ε .

Формула для $\varphi^*(\lambda)$ очень громоздка. Мы составили таблицу $\varphi^*(\lambda)$ (табл. 5). Введем в рассмотрение величину m — отношение большой оси эллипсоида к его малой оси

$$m = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{\lambda + 4} + \sqrt{\lambda}}{2}.$$

Зависимость рассматриваемого эффекта от m указана на рис. 5 [$\varphi_1(m) = \varphi^*(\lambda)$].

Таблица 5

λ	m	ε	$\varphi^*(\lambda)$	λ	m	ε	$\varphi^*(\lambda)$
0	1,00	0,00	1,00	12	3,73	0,96	0,61
1	1,62	0,79	0,98	16	4,24	0,97	0,56
2	1,93	0,85	0,94	20	4,68	0,98	0,51
3	2,19	0,89	0,90	30	5,66	0,98	0,42
4	2,41	0,91	0,84	40	6,48	0,99	0,36
5	2,62	0,93	0,80	50	7,21	0,99	0,31
8	3,14	0,95	0,72	100	10,10	1,00	0,23

5. РАССЕЯНИЕ ДИСКООБРАЗНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Рассмотрим теперь рассеяние света сильно сплюснутыми частицами типа лепешек.

Такие частицы мы будем приближенно представлять как эллипсоиды вращения, у которых поперечная ось больше оси вращения. Вычисления § 2 сюда полностью приложимы. Теперь $a < b$ и в окончательные формулы (6) и (7) нужно ввести эксцентриситет лепешки ϵ^* , вместо введенного ранее ϵ . Эксцентриситет ϵ^* определяем по формуле

$$\epsilon^{*2} = \frac{b^2 - a^2}{b^2}$$

ϵ выражается через ϵ^*

$$\epsilon^2 = \frac{-\epsilon^{*2}}{1 - \epsilon^{*2}}$$

Следовательно

$$\frac{\epsilon^4}{1 - \epsilon^2} = \frac{\epsilon^{*4}}{1 - \epsilon^{*2}}$$

и

$$q = \frac{4\pi a}{\lambda} \cdot \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sqrt{1 - \epsilon^{*2}(1 - \alpha_{1,3}^2)}}$$

$\alpha_{1,3}$ здесь так же, как и ранее, зависит от Δ , где Δ — угол между направлением первичного пучка и оси симметрии a . В q опять входит меньшая ось эллипсоида — на этот раз это ось симметрии a .

F определяется той же формулой

$$F = \frac{3}{q^3} \left[\frac{1 - \epsilon^{*2}}{1 - \epsilon^{*2} + \alpha_{1,3}^2(1 - \alpha_{1,3}^2)\epsilon^{*4}} \right]^{\frac{3}{2}} \left\{ \left[1 + q^2 \frac{\alpha_{1,3}^2(1 - \alpha_{1,3}^2)\epsilon^{*4}}{1 - \epsilon^{*2}} \right] \sin q - q \cos q \right\}.$$

Для случая почти шарообразных частиц, т. е. при $\epsilon^* \ll 1$ получим те же формулы (8) и (9), что и ранее. Входящая в формулу (9) величина S теперь должна быть заменена величиной S^* , где

$$S^* = \frac{1 - 3\alpha_{1,3}^2}{6},$$

т. е. $S = -S^*$. Величина q_0 определяется также

$$q_0 = \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{3a}{4\pi}} \sin \frac{\beta}{2}.$$

Точно также будет иметь место формула (10), если в ней S будет заменено на S^* . Для сильно сплюснутых частиц, полагая здесь $m = \frac{b}{a} \gg 1$, получим

$$F = \frac{3}{q^3} \left[\frac{1}{1 + m^2 \alpha_{1,3}^2(1 - \alpha_{1,3}^2)} \right]^{\frac{3}{2}} \left\{ \left[1 + m^2 q^2 \frac{\alpha_{1,3}^2(1 - \alpha_{1,3}^2)}{2} \right] \sin q - q \cos q \right\},$$

где

$$q = q_0 \frac{1}{\sqrt[3]{m} \cdot \alpha_{1,3}}.$$

Для иллюстрации выведенных здесь формул рассмотрим индикатриссу рассеяния света частицей, у которой поперечная ось в 10 раз больше оси симметрии ($m=10$).

Положим

$$\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}} = 1$$

и пусть свет падает вдоль оси симметрии.

В этом случае

$$\alpha_{1,3} = \sin \frac{\beta}{2}$$

и

$$q = \frac{2}{\sqrt[3]{10}}.$$

График индикатриссы указан на рис. 3.

Если на ту же частицу свет теперь будет падать поперек оси симметрии, то здесь для направлений, лежащих в плоскости падающего луча и оси симметрии, имеем

$$\alpha_{1,3} = \cos \frac{\beta}{2}$$

и

$$q = \frac{2}{\sqrt[3]{10}} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.$$

График этой индикатриссы приведен на рис. 2.

Мы видим, что сильно сжатая частица ведет себя противоположно сильно вытянутой палочке (там рис. 3 соответствовал индикатриссе рассеяния света, падающего поперек оси симметрии, а рис. 2 вдоль ее). Заметим, что эта противоположность имеет место для достаточно больших частиц. Малые же сплюснутые частицы, т. е. такие, для которых

$$\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}} \ll 1$$

рассеивают точно также, как малые вытянутые палочки. Формула (11), а также и все другое, изложенное в § 3, к ним полностью применимо.

Точно также все, сказанное в § 4 о средней индикатриссе хаотично расположенных палочек, имеет место и при усреднении хаотично расположенных сплюснутых частиц. При малых эксцентриситетах при усреднении в плоскости ($\vec{k}$, $\vec{R}_0$) распределение интенсивности будет такое же,

как у шара с объемом $v^* = v \left(1 - \frac{\epsilon^{*2}}{4}\right)$, а сама интенсивность будет пропорциональна v . При пространственном же усреднении индикатрисса мало-сплюснутой частицы в точности совпадает с индикатриссой шара того же объема.

Усредненная индикатрисса малой, но сколь угодно сплюснутой частицы, совпадает с индикатриссой шара, объем которого в $\sqrt{\varphi(\epsilon^*)}$ больше объема частицы.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем некоторые итоги.

1. В работе выведена формула для индикатриссы рассеяния электромагнитных волн палочкообразными частицами примеси в атмосфере. Последние трактуются как вытянутые эллипсоиды вращения. Полученная

формула является первым приближением решения в смысле [1]. Формула проиллюстрирована примерами.

2. В работе выведена формула для индикатриссы рассеяния электромагнитных волн дискообразными частицами (типа лепешек). Эти частицы трактуются как сжатые эллипсоиды вращения. Полученная формула является первым приближением решения в смысле [1]. Формула проиллюстрирована примерами.

3. Используя полученные здесь формулы для индикатриссы рассеяния, мы проанализировали вопрос о средней индикатриссе рассеяния большим числом различно ориентированных эллипсоидов.

Показано, что при малых эксцентриситетах усредненная индикатрисса в точности совпадает с индикатриссой шара того же объема. При любых эксцентриситетах, но малых частицах, усредненная индикатрисса совпадает с индикатриссой шара, объем которого в $\sqrt{\varphi(\epsilon)}$ больше объема частицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. С. Ш и ф р и н. К теории рассеяния света на примесях в атмосфере и гидросфере ДАН 1947.

УПОРЯДОЧЕННАЯ СВОБОДНАЯ КОНВЕКЦИЯ В АТМОСФЕРЕ

ВВЕДЕНИЕ

Явление упорядоченных конвективных циркуляций в равномерно подогреваемом слое жидкости, изученное впервые Бенаром [1] и получившее название „ячеек Бенара“, представляет значительный интерес для метеорологов. В написанном совместно с Н. С. Шишкиным обзоре мы стремились привлечь внимание исследователей физики атмосферы к этой пока еще мало популярной у нас проблеме, изложив результаты основных теоретических и экспериментальных работ, а также некоторые результаты, связанные с использованием аналогии между лабораторными формами ячеек Бенара и структурой некоторых типов облаков.

В первой главе настоящей работы мы даем некоторое обобщение теории ячеек Бенара, вводя учет кориолисовой силы. Это обобщение может иметь значение для анализа различных аналогов ячеек Бенара в атмосфере в случае, если масштаб явления делает необходимым учет силы Кориолиса. Желательность такого обобщения вытекала из того факта, что уже в 1928 г. Джеффрис [3] попытался оценить характер влияния силы Кориолиса из качественных соображений.

Во второй главе приводятся соображения о применении параметра Релея [4] к анализу атмосферных явлений и освещается ряд смежных вопросов. Мы опираемся при этом на выводы теории подобия относительно свободной конвекции. Заметим, что термин конвекция применяется в метеорологии в нескольких смыслах. Конвекцией часто называют сверхadiaбатическую стратификацию атмосферы („конвективные условия“). Турбулентный обмен также часто называют конвекцией. Мы придерживаемся определения конвекции, принятого в физике и, в частности, в теории теплопередачи как обмена тепла частицами движущейся жидкости или газа.

I. ТЕОРИЯ ЯЧЕЕК БЕНАРА С УЧЕТОМ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СИЛЫ КОРИОЛИСА

1. Основная идея теоретического рассмотрения „ячеек Бенара“ заключается в исследовании устойчивости статического состояния заключенного между двумя горизонтальными плоскостями слоя жидкости или газа, температура которого меняется по вертикали, но однородна в горизонтальном направлении. Исследование проводится обычным методом малых колебаний. Принципиальные свойства этого метода („линеаризация“) налагают свои ограничения и на применение его к данной задаче. Строго говоря, этот метод может дать лишь критерий устойчивости, и притом устойчивости по отношению к малым возмущениям, а не возмущениям конечным.

Однако благодаря особенностям данной задачи, метод малых колебаний позволяет получить также вид „граничного“ движения, т. е. движения, разграничивающего области устойчивых и неустойчивых возмущений, хотя нет строгого доказательства, что это граничное движение и есть та циркуляция, которая осуществляется в ячейках Бенара. Значения возмущений составляющих скорости, отклонений температуры, плотности и давления даются методом малых колебаний лишь с точностью до мультипликативной константы.

Понятно, что весьма большой интерес представляло бы исследование нелинейных уравнений задачи с целью получения ячеек Бенара как предельного стационарного колебания в смысле нелинейной механики. При такой постановке задачи значения всех искомым функций не содержали бы произвольных параметров, а были бы полностью детерминированы внешними условиями. Однако состояние математического аппарата нелинейной механики не позволяет в настоящее время подойти к решению задачи в такой постановке.

Пользуясь методом малых колебаний и принимая не вызывающий интуитивно особых сомнений постулат о том, что осуществляющееся в действительности конвективное движение совпадает с одним из упомянутых выше граничных движений (при определенных значениях мультипликативных констант), мы можем, помимо критерия возникновения конвекции, получить еще вид граничного движения; существенно отметить, что при этом однозначно определяется отношение горизонтальных размеров циркуляционной ячейки той или иной формы к глубине слоя.

Мы дадим здесь обобщение теории, построенной Релеем [4] и развитой Джеффрисом [3], [5] Пелью и Саутвеллом [6] и др. на случай учета действия силы Кориолиса.

Понятно, что результаты упомянутых работ могут быть выведены из полученных нами, как частные случаи.

2. Для построения теории необходимо исходить из уравнений гидродинамики и теплопередачи, которые напомним в векторном виде

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{3} \nu \nabla \operatorname{div} \vec{v} - \vec{g} - [2\vec{\omega}, \vec{v}], \quad (1)$$

$$\frac{dp}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \kappa \nabla^2 T, \quad (3)$$

$$\rho = \rho(p, T). \quad (4)$$

Здесь обозначено

$\vec{v}(u, v, w)$ — вектор скорости;

$\vec{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ — вектор угловой скорости вращения земли;

$-\vec{g}(0, 0, -g)$ — вектор ускорения силы тяжести (ось z направлена вертикально вверх);

T — температура;

ρ — плотность;

p — давление;

ν — кинематическая вязкость;

κ — температуропроводность;

t — время.

Уравнения (1) — (4) можно, учитывая особенности задачи о свободной конвекции, упростить, считая, что

- 1) изменения плотности малы по сравнению с самой плотностью;
- 2) изменения плотности происходят только под влиянием изменений температуры;

3) изменения плотности нужно учитывать лишь в отношении изменения веса жидкой частицы.

Легко показать, что эти упрощающие предположения, впервые введенные Буссинеском, эквивалентны одному, во всех практически интересных случаях хорошо выполняющемуся, условию

$$\frac{\Delta T}{T} \ll 1,$$

где ΔT — максимальная разность абсолютных температур T .

Применяя это условие, приведем уравнения (1) — (4) к более простому виду:

$$\rho_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \rho_0 \nabla^2 \vec{v} - \rho \vec{g} - 2\rho_0 [\vec{\omega}, \vec{v}], \quad (1')$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (2')$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \alpha \nabla^2 \vartheta, \quad (3')$$

$$\rho = \rho_0 (1 - \alpha \vartheta). \quad (4')$$

Здесь ρ_0 — некоторое среднее значение плотности, α — коэффициент объемного расширения, а температура ϑ отсчитывается от того ее значения, при котором $\rho = \rho_0$.

3. Пользуясь теперь уравнениями (1') — (4'), исследуем методом малых колебаний устойчивость равновесия слоя жидкости или газа, температура в котором меняется лишь с высотой z .

Для равновесного состояния имеем из (1')

$$\nabla p_0 = -\rho_0 \vec{g}; \quad \frac{dp_0}{dz} = -\rho_0 g \quad (5)$$

и из (3')

$$\frac{d^2 \vartheta_0}{dz^2} = 0; \quad \vartheta_0 = \vartheta_{00} - \beta z. \quad (6)$$

Знак перед β взят отрицательным для того, чтобы в интересующем нас случае — убывание температуры с высотой — значения β были положительными. Итак, в равновесном состоянии слоя температура линейно меняется с высотой.

Положим теперь

$$p = p_0 + p'; \quad \vartheta = \vartheta_0 + \vartheta'; \quad \rho = \rho_0 + \rho' \quad (7)$$

и подставим выражения (7) в (1') — (4'). Пользуясь (5) и (6), пренебрегая произведениями и квадратами величин $u, v, w, p', \vartheta', \rho'$ и отбрасывая штрихи у величин p', ϑ', ρ' , легко прийти к системе уравнений малых колебаний.

$$\begin{cases} \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nabla^2 \vec{v} + \alpha \vec{g} \vartheta - [\vec{2\omega}, \vec{v}], \\ \operatorname{div} \vec{v} = 0, \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - \beta w = \alpha \nabla^2 \vartheta. \end{cases} \quad (8)$$

4. Прежде чем перейти к дальнейшим преобразованиям, сделаем несколько замечаний.

Мы отбросим в выражении для силы Кориолиса члены, не содержащие ω_z . Как известно, так всегда делается в уравнениях движения применительно к атмосфере, что обосновывается малостью вертикальных скоростей по сравнению с горизонтальными и малостью кориолисовых членов в проекции уравнения движения на вертикаль. Эти обоснования вряд ли применимы к рассматриваемой задаче, и мы будем исходить просто из того факта, что для достаточно высоких широт

$$\omega_x \ll \omega_z \text{ и } \omega_y \ll \omega_z.$$

Необходимо далее подчеркнуть, что мы не учитываем действия центробежной силы. Нетрудно показать, что для приложений к атмосфере это пренебрежение вполне законно, хотя порядки величин не различаются столь резко, как при исследовании чисто динамических задач. К тому же включение центробежной силы чрезвычайно усложнило бы задачу, в частности, сделало бы необходимым учет деформации слоя под ее влиянием. Важно, однако, отметить, что построенная без учета центробежной силы теория не приложима, например, к эксперименту, при котором исследуемый слой приводится в быстрое вращение вокруг вертикальной оси. Поэтому моделирование таким путем природных процессов невозможно, что легко подтвердить также элементарными соображениями теории подобия.

Отметим, наконец, что мы в дальнейшем будем считать величину ω_z постоянной, игнорируя ее изменение с широтой. Это пренебрежение, очевидно, накладывает некоторые ограничения на масштаб явлений, к которым приложима наша теория: явления планетарного масштаба стоят вне области ее применения.

5. Как известно, об устойчивости или неустойчивости состояния, на которое накладываются малые колебания, судят по знаку вещественной части p показателя в экспоненциальном множителе $e^{(p+qi)t}$; если $p < 0$, то состояние устойчиво, если $p > 0$ — неустойчиво.

При $p = 0$, что соответствует переходу от устойчивого состояния к неустойчивому, могут встретиться, очевидно, два случая, — либо q также равно нулю, либо оно отлично от нуля. Последнее имеет место, например, при волновом движении идеальной несжимаемой жидкости.

Джефрис [5] высказал основанный на экспериментальных данных принцип, что в рассматриваемом явлении при p равном нулю должно равняться нулю и q , так что граничный вид колебаний при переходе от убывающих при устойчивом равновесии к возрастающим — при неустойчивом, представляет собой стационарное движение. Физически это означает попросту, что ячейки Бенара не совершают периодических колебаний. Этот принцип Джефрис назвал „marginal stability“, т. е. „граничная стационарность“.

Пелью и Саутвелу [6] удалось, пользуясь интегральными теоремами, доказать выполняемость „marginal stability“ для рассматриваемой задачи. Они доказали даже большее — именно, что $q = 0$ при $p \geq 0$, т. е. что возмущения не только безразличного, но и неустойчивого равновесия не будут содержать колебательной компоненты.

Исходя из сказанного, мы воспользуемся принципом „marginal stability“, что математически эквивалентно рассмотрению стационарной задачи, т. е. отбрасыванию производных по времени.

Для тех граничных условий, которые нас главным образом будут интересовать (п. 7), закономерность такого подхода доказывается элементарным образом: достаточно решать задачу в общем виде и затем искать решение с $p = 0$. Это лишь несколько усложнило бы выкладки.

6. Отбрасывая, согласно сказанному выше, производные по времени и члены, в состав которых входит ω_x или ω_y , переищем систему (8) в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = v \nabla^2 u + 2\omega_z v; \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} = v \nabla^2 v - 2\omega_z u; \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} = v \nabla^2 w + \alpha g \vartheta; \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \\ -\beta w = \kappa \nabla^2 \vartheta. \end{array} \right. \quad (9)$$

Система (9) содержит 5 уравнений с 5 искомыми функциями: u, v, w, ϑ, p . Наша ближайшая задача состоит в получении из этой системы одного уравнения, содержащего какую-нибудь одну из искоемых функций. Так как уравнения системы (9) представляют собою линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами, то мы можем применить к ним операторный метод. Этот метод состоит в приравнивании нулю операторного „детерминанта“ системы (9) и „умножении“ его затем на любую из искоемых функций.

Таким образом получим операторное уравнение

$$\left| \begin{array}{ccccc} v \nabla^2, & 2\omega_z, & 0, & -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x}, & 0 \\ -2\omega_z, & v^2 \nabla, & 0, & -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial y}, & 0 \\ 0, & 0, & v \nabla^2, & -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z}, & \alpha g \\ \frac{\partial}{\partial x}, & \frac{\partial}{\partial y}, & \frac{\partial}{\partial z}, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & \beta, & 0, & \kappa \nabla^2 \end{array} \right| = 0 \quad (10)$$

Раскрывая детерминант (10) и „умножая“ его, например на w — для w удобнее всего сформулировать граничные условия, — придем к уравнению

$$(\kappa v^2 \nabla^6 + 4\kappa \omega_z^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \beta g \alpha v \nabla_1^2) w = 0, \quad (11)$$

где

$$\nabla_1^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Заметим, что таким же способом можно было решать и нестационарную задачу: при этом лишь вместо ∇^2 всюду входило бы $\nabla^2 - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t}$ или $\nabla^2 - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t}$.

Уравнение вида (11) получается и для любой другой из искоемых функций u, v, p, ϑ — это общее свойство систем однородных линейных

уравнений. Из этого, разумеется, еще не следует, что поля всех функций будут подобными, поскольку вид решения зависит и от граничных условий. Мы увидим ниже, что поля вертикальной скорости w и отклонения температуры ϑ будут подобными, сейчас же перейдем к установлению граничных условий.

7. Займемся прежде всего граничными условиями на горизонтальных границах слоя. Так как у нас уравнение шестого порядка, то на каждой из горизонтальных границ должны выполняться по три условия. Два из них тривиальны: $\vartheta=0$; $w=0$. Если горизонтальной границей слоя является твердая стенка, то третье условие будет $u=v=0$ ¹. Если же граница — поверхность, вдоль которой возможно скольжение и отсутствуют касательные напряжения („свободная поверхность“), то третье условие запишется $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0$; нетрудно выразить все эти условия через вертикальную составляющую скорости w . Из условия $u=v=0$ на горизонтальной ($z=\text{const}$) границе следует $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$; $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$, и тогда из уравнения неразрывности $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$; совершенно также из условия $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0$; следует $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} = 0$; $\frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} = 0$, и тогда из уравнения неразрывности, продифференцированного по z , $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0$. Наконец при помощи несколько более сложных выкладок, которые опускаем, можно показать, что условие $\vartheta=0$ сводится к $\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = 0$.

Таким образом мы получаем следующую совокупность граничных условий для w на горизонтальных границах:

а) если обе границы суть твердые стенки, то

$$w \Big|_{z=0} = w \Big|_{z=h} = \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=h} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=0} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=h} = 0;$$

б) если обе границы суть свободные поверхности в указанном выше смысле, то

$$w \Big|_{z=0} = w \Big|_{z=h} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \Big|_{z=h} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=0} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=h} = 0; \quad (12)$$

легко показать, что в этом случае все четные производные w по z также обращаются в нуль на границах;

в) если нижняя граница — твердая стенка, а верхняя — свободная поверхность, то

$$w \Big|_{z=0} = w \Big|_{z=h} = \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \Big|_{z=h} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=0} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=h} = 0;$$

г) если верхняя граница — твердая стенка, а нижняя — свободная поверхность, то

$$w \Big|_{z=0} = w \Big|_{z=h} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=h} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=0} = \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \Big|_{z=h} = 0.$$

Здесь через h обозначена толщина слоя, а вертикальная координата z отсчитывается вверх от нижней границы.

¹ Легко видеть, что выраженные через w эти два равенства действительно дают только одно условие.

Для атмосферных условий наибольший интерес представляет задача (б) со свободными поверхностями. Граничные условия в этом случае (12) имеют наиболее удобный вид, позволяющий легко проинтегрировать уравнение (11).

Наоборот, для теории лабораторных экспериментов существенны задачи (а) и (в). Для решения этих задач приходится, вследствие неудобства граничных условий, применять приближенные методы. Обобщение на случай учета кориолисовой силы не представляет большого интереса для этих задач, поскольку, как упоминалось выше, действие силы Кориолиса не моделируется в лабораторных условиях. Поэтому мы будем развивать наше обобщение только для наиболее важного и вместе с тем наиболее простого случая граничных условий (12).

8. Физически форма и горизонтальные размеры циркуляционных ячеек являются определяемыми величинами, т. е. обуславливаются заданием внешних параметров и условий на горизонтальных границах. Однако методом малых колебаний невозможно найти однозначно форму ячеек, а приходится задавать ее и, следовательно, писать условия на вертикальных границах ячеек. Вопрос о том, какой формы ячейки в действительности имеют место при тех или иных внешних условиях, остается открытым.

Если речь идет о множестве ячеек, заполняющих весь слой, то естественно предположить, что они имеют вид призм с горизонтальными сечениями в виде правильных многоугольников с числом сторон 6, 4 или 3. Если же по тем или иным причинам речь идет об образовании одной ячейки, то к упомянутым формам горизонтального сечения можно присоединить правильные многоугольники с любым числом сторон, а также круг.

Существенно отметить при этом, что, задавая форму горизонтального сечения циркуляционной ячейки, мы оставляем неопределенным масштабный множитель, значение которого находится затем в процессе решения задачи. Таким образом задается лишь форма, но не размер ячеек.

Если обозначить направление нормали к боковой поверхности ячейки через n , то, очевидно, граничным условием для w будет

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 0. \quad (13)$$

9. Итак нам нужно решать уравнение (11) при граничных условиях (12) и (13). Преобразуем (11) к безразмерной форме, для чего введем

$$\xi = \frac{x}{h}; \quad \eta = \frac{y}{h}; \quad \zeta = \frac{z}{h}.$$

Тогда получим, сохраняя прежние обозначения для ∇^2 и ∇_1^2

$$\left[\nabla^2 + \frac{4\omega_z^2 h^4}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} - \frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa \nu} \nabla_1^2 \right] w = 0. \quad (14)$$

Безразмерная величина $\frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa \nu}$ представляет собой произведение известных в теории подобия параметров Грасгофа

$$Gr = \frac{\alpha \beta g h^4}{\nu^2}$$

и Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa},$$

а безразмерная величина $\frac{4\omega_z^2 h^4}{\nu^2}$ есть квадрат известного в динамической метеорологии параметра подобия, введенного Гельмгольцем и характеризующего собой соотношение сил Кориолиса и вязкости, который условно обозначить

$$He = \frac{2\omega_z h^2}{\nu}.$$

В частном случае при $\omega_z = 0$ из (14) получается уравнение для неподвижного слоя, найденное впервые Джеффрисом [5].

В соответствии с видом ячеек нам нужно искать решение в виде произведения $w = f(x, y) \cdot \varphi(\zeta)$.

Из вида уравнения (14) сразу следует, что для этого достаточно удовлетворить соотношению $\nabla_1^2 w \sim w$, с помощью которого переменные в (14) разделяются. Для удобства дальнейшего напомним это соотношение в виде

$$\nabla_1^2 w + a^2 \pi^2 w = 0, \quad (15)$$

причем можно показать, что $a^2 > 0$.

Подставляя $\nabla_1^2 w$ из (15) в (14), приходим к уравнению, определяющему зависимость w от ζ :

$$\left[\left(\frac{d^2}{d\zeta^2} - a^2 \pi^2 \right)^3 + \frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa \nu} a^2 \pi^2 + \frac{4\omega_z^2 h^4}{\nu^2} \frac{d^2}{d\zeta^2} \right] w = 0. \quad (16)$$

Для решения (16) при граничных условиях типа свободных поверхностей (12), которые очевидно, примут вид

$$w \Big|_{\zeta=0} = w \Big|_{\zeta=1} = \frac{d^2 w}{d\zeta^2} \Big|_{\zeta=0} = \frac{d^2 w}{d\zeta^2} \Big|_{\zeta=1} = \frac{d^4 w}{d\zeta^4} \Big|_{\zeta=0} = \frac{d^4 w}{d\zeta^4} \Big|_{\zeta=1} = 0, \quad (17)$$

достаточно положить

$$w \sim \sin n \pi \zeta, \quad (18)$$

где целое положительное число n определяет собой число слоев ячеек по вертикали. Подставляя (18) в (16), находим

$$(n^2 + a^2)^3 \pi^6 + \frac{4\omega_z^2 h^4}{\nu^2} \pi^2 n^2 - \frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa \nu} a^2 \pi^2 = 0,$$

или

$$(n^2 + a^2)^3 + B n^2 - A a^2 = 0, \quad (19)$$

где обозначено

$$A = \frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa \nu \pi^4}; \quad B = \frac{4\omega_z^2 h^4}{\nu^2 \pi^4}. \quad (20)$$

10. Полученное характеристическое уравнение (19) показывает, какое минимальное значение комбинации внешних параметров A необходимо при заданном B для образования конвективных ячеек с данным отношением вертикальных размеров к горизонтальным, характеризуемым числом a и с данным числом n ячеек по вертикали. Для нахождения критерия устойчивости нам нужно, однако, ответить на несколько иной вопрос: каково минимальное значение A , необходимое при заданном B не для образования циркуляции с заданными a и n , а для образования циркуляции вообще. Математически такая постановка задачи сводится, очевидно, к нахождению минимума A по n и a . Легко видеть, что при этом сразу получается $n=1$, так что уравнение (19) можно переписать в виде

$$A = \frac{1}{a^2} [(1 + a^2)^3 + B] \quad (21)$$

и, согласно сказанному, присоединить к нему условие

$$\frac{dA}{da^2} = 0,$$

т. е.

$$a^6 + \frac{3}{2}a^4 - \frac{1+B}{2} = 0. \quad (22)$$

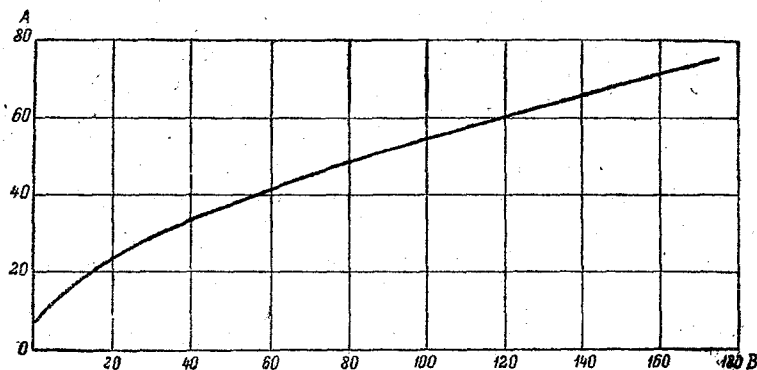


Рис. 1. График зависимости критерия устойчивости A от B .

Уравнение (22) может быть решено с помощью формулы Кардано, для чего достаточно положить $a^2 = \frac{1}{x}$. Но удобнее, разумеется, решать (22) более простым способом. Легко убедиться, что при любом значении числа $B \geq 0$ оно имеет один вещественный и два комплексных корня.

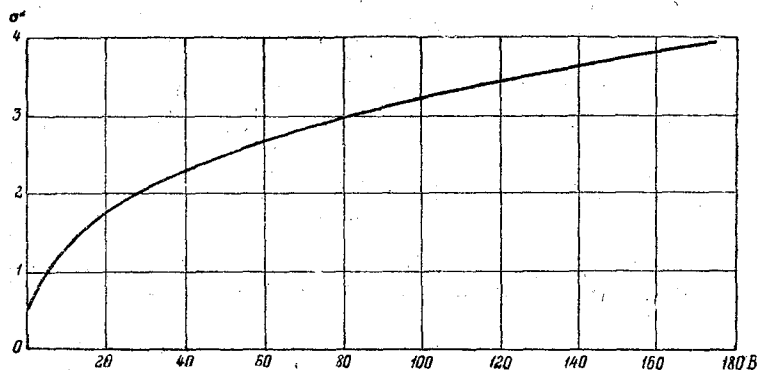


Рис. 2. График зависимости характеристического числа a^2 от параметра B .

При $B=0$ получаем решение Релея $a^2 = \frac{1}{2}$, откуда $A = \frac{27}{4}$. Задавая ряд значений $a^2 > \frac{1}{2}$, легко найдем из (22) и (21) соответствующие им значения A и B . Результаты таких вычислений воспроизведены графически на рис. 1 и 2.

На рис. 1 дана зависимость критического значения A от величины B . Мы видим, что сила Кориолиса увеличивает устойчивость слоя, вследствие чего для проявления неустойчивости при наличии силы Кориолиса требуется большее значение температурного градиента.

Это обстоятельство было предсказано на основании качественных соображений Джефрисом [3]. Здесь мы дали строгое доказательство этого факта и выразили его количественно.

Что касается влияния силы Кориолиса на значение параметра a^2 , характеризующего отношение вертикальных размеров ячеек к горизонтальным, то, как видно из рис. 2, число a^2 увеличивается с ростом числа B , иначе говоря кориолисова сила при заданной высоте ячеек приводит к уменьшению их горизонтальных размеров.

11. Перейдем теперь к распределению ψ по горизонтали. Для этого нужно решить уравнение типа Покельса (15) с граничными условиями (13) (при заданной форме горизонтального сечения ячейки) и значением параметра a^2 , полученным при решении уравнения (22). Очевидно, что эта часть задачи отличается от таковой при отсутствии силы Кориолиса, рассмотренной Релеем [4] и Пелью и Саутвеллом [6], весьма незначительно: изменяется только величина числа a^2 . Поэтому горизонтальные распределения вертикальных скоростей при различных значениях ω_z (в том числе и при $\omega_z = 0$) подобны между собой; при изменении ω_z меняется лишь отношение вертикальных и горизонтальных размеров ячейки. Нам поэтому нет необходимости входить в подробности нахождения горизонтального распределения ψ , наиболее полно проведенного в работе Пелью и Саутвелла [6], и достаточно привести получающиеся формулы для горизонтальных размеров ячейки той или иной формы в зависимости от числа a^2 .

Для квадратных в плане ячеек имеем:

$$\lambda = \frac{2}{a} h,$$

где „длина волны“ λ есть удвоенная длина стороны квадрата; для шестигранных ячеек получается

$$\lambda = \frac{8}{3a} h,$$

где λ есть удвоенная длина стороны правильного шестиугольника; для круглой в плане ячейки можно найти, решая уравнение (15), в функциях Бесселя

$$\lambda = \frac{4,81}{\pi a} h,$$

где λ есть диаметр круга; наконец, для двухмерной задачи (о ее практическом значении речь будет ниже), получаем

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{a} h,$$

где длина волны λ есть расстояние между двумя точками с одинаковыми значениями вертикальной скорости. Отсюда можно получить значение $\frac{\lambda}{h}$ для ячеек любой формы при любых граничных условиях на верхней и нижней границах слоя и при любом значении кориолисовой силы.

В частности, для задачи Релея (горизонтальные границы — свободные поверхности, сила Кориолиса отсутствует), как мы упоминали, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$, и мы получаем для четырехгранных ячеек $\lambda = 2,83 h$, для шестигранных ячеек $\lambda = 3,77 h$, для цилиндрических ячеек $\lambda = 2,16 h$, для двухмерных ячеек $\lambda = 2 h$.

12. Найдя (с точностью до мультипликативного множителя) распределение вертикальных скоростей w , не представляет труда найти распределение и других искомых функций u , v , p , ϑ . Для этого можно, например, написать для любой функции уравнение того же вида, что и (11), и выразить все граничные условия через эту функцию, после чего задача решается аналогично тому, как это было рассмотрено выше.

Можно пойти и другим путем: получить из исходной системы уравнения, выражающие неизвестную функцию через уже найденную w . В этом случае порядок уравнений будет ниже.

Нахождение распределения всех функций не представляет особого интереса ввиду того, что в законах распределения содержатся мультипликативные произвольные константы, а соотношение размеров ячеек и критерий неустойчивости уже найдены. Некоторый практический интерес представляет тот факт, что поле отклонений температуры ϑ от линейного равновесного распределения подобно полю вертикальных скоростей w . Это может быть легко доказано, если выразить все граничные условия через функцию ϑ , ибо тогда последние будут иметь тот же вид, что и условия для w . В сочетании с одинаковым видом уравнений (11) для w и ϑ (как и для других функций) это обстоятельство сразу влечет за собой подобие полей w и ϑ . Подобие это может быть использовано при экспериментальных исследованиях для суждения о поле вертикальных скоростей по полю отклонений температуры или наоборот.

13. Большой интерес для приложений к атмосфере представляет следующее обобщение задачи об ячейках Бенара. Пусть состояние, устойчивость которого подвергается исследованию, представляет собой не статическое состояние, а некоторый установившийся режим горизонтального движения, *general motion* по терминологии Джефриса [3]. Требуется исследовать изменения, которые могут быть вызваны в форме и размерах ячеек и в значении критерия подобия наличием *general motion*.

Разберем последовательно ряд простейших случаев. Совершенно очевидно, что установившийся режим со скоростью u , одинаковой по величине и направлению на всех уровнях, не вызовет никаких изменений в проявлении неустойчивости. Иначе обстоит дело в следующем случае. Пусть *general motion* имеет скорости $u(z)$, одинаковые по направлению на всех уровнях, но меняющиеся по величине с высотой z . Направляя ось x по направлению u , легко, следуя Джефрису [3], показать, что в этом случае решение с разделяющимися переменными получается только в том случае, если все искомые функции не зависят от координаты x . Физически это означает, очевидно, что ячейки Бенара будут двухмерные, превращаясь тем самым в „продольные валы“, вытянутые в направлении x . Образованию иным образом ориентированных ячеек препятствует деформация вертикальных токов вдоль этого направления. Джефрис показал далее, что значение критерия устойчивости при этом сохраняется тем же, что и для трехмерной задачи. Продольные валы возможны, строго говоря, и при отсутствии *general motion*, но при наличии $u(z)$ они являются единственно возможными. В п. 11 мы привели отношение горизонтальных размеров к вертикальным для двухмерной задачи. Продольные валы часто встречаются в атмосфере. Они обуславливаются изменением скорости ветра с высотой и приводят к валовидной форме облаков. В связи с приведенным важно рассмотреть вопрос о связи направления этих валов с ветром. Даже среди специалистов по исследованию конвективной структуры облаков распространено неправильное мнение, что оси продольных валов располагаются по направлению ветра. Рис. 3 поясняет очевидную ошибочность этого мнения.

На рис. 3 направление вектора ветра $\vec{v}$ близко к оси y . Между тем, разложив ветер на всех уровнях на составляющие, мы убеждаемся, что составляющая по оси oy — v не меняется с высотой и, следовательно, не оказывает никакого влияния на проявление конвекции. Наоборот, составляющая по оси ox — u меняется с высотой, благодаря чему оси валов будут направлены параллельно ox . Вообще направление валов совпадает с направлением векторной разности скоростей ветра $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{z=h} - \vec{v}_{z=0}$ (см. рис. 3, справа), или, точнее говоря, с направлением вертикального градиента скорости ветра $\frac{\partial\vec{v}}{\partial z}$, если это направление не меняется с высотой.

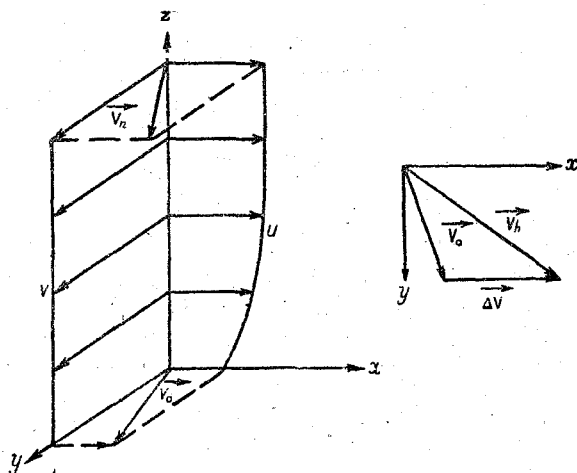


Рис. 3.

Наконец, может представиться еще более сложный случай — скорость горизонтального general motion меняется с высотой как по величине, так и по направлению, причем никаким присоединением постоянной скорости это изменение не может быть сведено к изменению только величины скорости при постоянном направлении. Иначе говоря, никакая составляющая ветра не остается постоянной по высоте, или, что то же, вертикальный градиент ветра $\frac{\partial\vec{v}}{\partial z}$ меняет свое направление с высотой.

Несложный анализ показывает, что в этом случае конвективное движение типа ячеек Бенара вообще невозможно. Современное состояние математического аппарата не позволяет, повидимому, выяснить картину и критерий проявления неустойчивости в этом случае, хотя физически очевидно, что при достаточно больших градиентах неустойчивость должна проявляться.

П. О ПРИМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРА РЕЛЕЯ К АНАЛИЗУ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В АТМОСФЕРЕ

14. Мы разобрали в предыдущей главе задачу об образовании конвективного движения типа ячеек Бенара, причем выяснилось, что возникновение такого движения определяется некоторым значением безразмерного параметра

$$Ra = \frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa \nu},$$

введенного впервые Релеем и равного простой комбинации известных в теории теплопередачи параметров подобия Грасгофа и Прандтля.

$$Ra = Gr \cdot Pr.$$

Наша ближайшая задача состоит в том, чтобы очертить, особенно в применении к атмосфере, тот круг явлений, для которого определяющую роль играет параметр Ra .

Следует различать два различных понятия: критерий Релея

$$Ra = \frac{27}{4} \pi^4 \approx 657$$

и число Релея — безразмерную комбинацию Ra в качестве характеристики состояния. Критерий Релея относится лишь к одному весьма частному виду конвективных движений, именно к ячейкам Бенара в слое со свободными горизонтальными границами, не находящемся под действием кориолисовой силы. Понятно, что применять этот критерий можно только к этому частному виду конвекции. Наоборот, параметр Ra является определяющим для весьма широкого класса явлений.

В теплотехнике принято делить конвективный теплообмен на вынужденную конвекцию и свободную конвекцию.

Если поток жидкости или газа, вызванный теми или иными динамическими факторами, соприкасается с нагретым (или охлажденным) телом, то в движущейся среде происходит обмен тепла, называемый вынужденной конвекцией. Если, наоборот, движение возникает исключительно благодаря наличию разностей температур, то такое движение (а также теплообмен при нем) называют свободной конвекцией. Фактически при вынужденной конвекции всегда имеет место изменение скоростей под влиянием местных разностей температур, т. е. некоторые добавки свободной конвекции, но в задачах, с которыми имеет дело теплотехника, этот добавочный эффект обычно мал, чем и оправдывается принятая классификация.

Анализируя уравнения свободной конвекции (см. гл. I (1') — (4')), методами теории подобия, нетрудно показать, что для свободной конвекции определяющими являются два параметра подобия: число Грасгофа $Gr = \frac{\alpha \beta g h^4}{\nu^2}$, характеризующее соотношение архимедовой и вязких сил,

и число Прандтля $Pr = \frac{\nu}{\chi}$, характеризующее соотношение процессов внутреннего трения в теплопроводности. В частном случае, когда конвективной производной скоростью можно пренебречь, определяющими являются не параметры Gr и Pr порознь, а лишь их произведение $Gr \cdot Pr$, т. е. число Релея.

Таким образом число Релея является определяющим для широкого класса явлений. Важно отметить, что в применении к атмосфере ограничение малостью конвективных производных скорости несущественно. В самом деле, уже число Прандтля, составленное из молекулярных коэффициентов ν и χ для воздуха, близко к единице и весьма мало меняется. Но атмосфера всегда турбулентна, так что молекулярной вязкостью и температуропроводностью воздуха всегда можно пренебречь по сравнению с турбулентным обменом количества движения и тепла соответственно. Согласно существующим представлениям коэффициент „виртуальной“ вязкости K_v совпадает с коэффициентом турбулентной теплопроводности K_T , так что составленное из них число Прандтля в точности равно единице

$$Pr' = \frac{K_v}{K_T} = 1.$$

Из этого следует, что число Pr' не является определяющим параметром, и в качестве такового остается лишь число Gr или, что то же, число Ra .

Таким образом, возникновение „свободного“ конвективного движения в атмосфере определяется тем или иным критическим значением числа Ra .

15. С этой точки зрения важно сравнить число Ra с обычно применяемым в метеорологии простым критерием возникновения конвективного движения $\beta \geq \beta_{ад}$, где $\beta_{ад}$ — адиабатический градиент температур. Если обратиться к тем соображениям, из которых выводится последний критерий, то легко заметить следующее.

Прежде всего этот критерий выводится при предположении о квазистационарности движения, т. е. без учета ускорений. Это предположение может с некоторым основанием применено к перемещению воздушных масс весьма больших масштабов, но совершенно не оправдано для сравнительно быстрых конвективных движений небольших объемов воздуха.

Далее, при выводе критерия $\beta \geq \beta_{ад}$ совершенно не учитывается действие вязкости и теплопроводности, задерживающее движение. Это пренебрежение допустимо в отношении молекулярной вязкости и теплопроводности, но оно весьма сомнительно, если учитывать турбулентный обмен в атмосфере. На первый взгляд может показаться, что этих эффектов можно не учитывать. Действительно, скорость некоторого движения может лишь уменьшиться под влиянием вязкости, но не обратиться в нуль. Это означает, что действие вязкости не может превратить неустойчивое равновесие в устойчивое. То же относится и к действию теплопроводности, вследствие которого разности температур, вызывающие движение, уменьшаются, но не обращаются в нуль. Казалось бы поэтому, что эффекты вязкости и теплопроводности несущественны при выяснении критерия устойчивости.

Это, однако, неверно. В то время как изолированное действие вязкости или теплопроводности действительно не может изменить неустойчивость равновесия, совместное действие обоих эффектов может привести к полному затуханию скорости, так что состояние, бывшее неустойчивым, может вследствие этого превратиться в устойчивое. Физический смысл того факта, что число Ra является определяющим параметром, именно в том и заключается, что совместное действие вязкости и теплопроводности существенно влияет на устойчивость равновесия жидкости или газа. Если же один из эффектов не учитывается, то в полном согласии с тем, что сказанным получаем, что (при $\nu=0$ или $\kappa=0$) $Ra = \infty$, т. е. Ra не является определяющим параметром.

Таким образом следует считать, что вместо употребляемого в настоящее время критерия устойчивости $\beta \leq \beta_{ад}$ устойчивость стратификации нужно характеризовать при помощи более точной характеристики — числа Ra .

Вместе с тем необходимо в конструкцию числа Ra внести некоторые изменения, основанные на тех же соображениях, которые привели к критерию $\beta_{ад}$.

При лабораторных экспериментах критические значения температурных градиентов получаются весьма большими по сравнению с адиабатическими, так что отличие последних от нуля можно пренебречь. Это означает иными словами, что в условиях лабораторных опытов несущественно отличие адиабатичности от изотермии. В атмосферных условиях это различие, как известно, весьма существенно, во всяком случае вне приземного слоя.

Необходимо поэтому отказаться от одного из исходных допущений

при построении теории, состоявшего в том, что изменение давления не влияет на плотность элемента жидкости или газа, и пользоваться уравнением Клапейрона. Задача при такой постановке приводит к системе уравнений с переменными коэффициентами, вследствие чего решение весьма существенно усложняется.

Можно показать, однако, что в первом приближении достаточно учесть влияние изменения давления, введя вместо термодинамической температуры T потенциальную температуру Θ . Тогда все выводы останутся без изменения, за исключением того, что роль градиента температуры β будет играть градиент потенциальной температуры $\beta - \beta_{ад}$.

Принимая во внимание это обстоятельство, а также высказанные выше соображения относительно роли турбулентного обмена, следует в применении к свободной конвекции в атмосфере записывать параметр Релея в виде

$$Ra = \frac{\alpha(\beta - \beta_{ад})gh^4}{K^2},$$

где K — коэффициент турбулентной диффузии.

Отметим, что в противоположность молекулярным коэффициентам, K существенно зависит от масштаба явления, выражаемого в данном случае толщиной слоя h . Поэтому величины K и h , входящие в выражение для Ra , не являются независимыми. Неизвестно, однако, можно ли при исследовании свободной конвекции в атмосфере пользоваться той же связью K с масштабом явления, которая установлена из рассмотрения чисто динамических процессов. Если принять, тем не менее, и для нашей задачи установленную эмпирически Ричардсоном [7] и полученную затем из теоретических соображений Обуховым [2] зависимость

$$K = K_0 h^{\frac{4}{3}},$$

где

$$K_0 \approx 0,2 \text{ см}^{\frac{2}{3}}/\text{сек},$$

то получим

$$Ra = \frac{\alpha(\beta - \beta_{ад})gh^{\frac{4}{3}}}{K_0^2},$$

или

$$Ra = \frac{\alpha(\beta - \beta_{ад})gK}{K_0^3}.$$

Упомянем еще об одном возможном уточнении выражения для числа Ra . В результате самых последних исследований [8] можно считать установленным тот факт, что отсутствие турбулентного вертикального потока тепла в атмосфере имеет место не при адиабатическом градиенте температуры $\beta = \beta_{ад}$, а при некотором другом значении β , меньшем $\beta_{ад}$ и равном приблизительно $6^\circ/\text{км}$. Это обстоятельство должно быть учтено при вычислении Ra ; так, можно предположить, что выражение для Ra точнее записать в форме

$$Ra = \frac{\alpha(\beta - \beta_0)gh^4}{K^2},$$

где $\beta_0 < \beta_{ад}$ есть упомянутый „равновесный“ градиент температуры или близок к нему. Ориентировочные подсчеты критических значений температурных градиентов, необходимых для образования конвективных ячеек в атмосфере, показывают в согласии со сказанным, что осмыслен-

ные результаты получаются только в том случае, если учитывать отличие β_0 как от нуля, так и от $\beta_{ад}$.

16. Разберем теперь подробнее вопрос о практическом вычислении числа Ra применительно к атмосферным процессам.

Обратимся прежде всего к высоте слоя (в более общем случае — к масштабу явления) h , которая, входя в параметр Релея (в его обычном написании) в четвертой степени, весьма существенно влияет на значение числа Ra . Из теоретических соображений мы можем сделать лишь тот вывод, что если имеется слой воздуха высотой H (или, общее, область масштаба H), характеризующийся некоторым значением вертикального градиента температуры β , то конвективная циркуляция возникает „раньше“, т. е. при меньшем значении β , во всем слое (во всей области), чем в какой-либо части его высотой $h < H$. Это следует из самого выражения для числа Ra , ибо при $Ra = Ra_{критич} = idem \beta \sim \frac{1}{h^4}$.

В применении к задаче о ячейках Бенара этот вывод можно сделать также из приведенных выше соображений относительно количества слоев ячеек по вертикали n .

Имеется и второе соображение, которое может в некоторой степени помочь в трудном вопросе о правильном определении масштаба явления h . Мы упоминали выше о возможности, исходя из имеющейся зависимости коэффициента обмена от масштаба явления, ввести эту зависимость в число Ra . При этом пользование выражением для Ra

$$Ra = \frac{\alpha(\beta - \beta_0)gK}{K_0^3}$$

не облегчит решение задачи, поскольку в этой формуле необходимо весьма точно определить значение коэффициента турбулентной диффузии K , что вряд ли не сложнее, чем определение масштаба h . Заметим попутно, что в будущем, когда наши представления об изменении и методах определения коэффициента обмена приобретут более стройный и законченный характер, роль выражения приведенного типа, как параметра подобия для свободной конвекции в атмосфере, не содержащего масштаба явления h , вероятно, окажется весьма существенной.

Исключая же из выражения для Ra не масштаб h , а величину K , т. е. пользуясь выражением

$$Ra = \frac{\alpha(\beta - \beta_0)gh^{\frac{4}{3}}}{K_0^2}$$

можно достичь сразу двух преимуществ по сравнению с применением Ra в обычной его форме. С одной стороны, нет необходимости производить определение коэффициента турбулентной диффузии K , которое весьма затруднительно, особенно если учесть, что речь идет о турбулентной диффузии только при движениях меньшего масштаба, чем само возникающее конвективное движение. С другой стороны, величина h входит теперь в Ra в степени $\frac{4}{3}$, а не в четвертой, и потому может быть определена с меньшей точностью.

Приведенные соображения несколько облегчают трудную задачу определения масштаба явления h .

Тем не менее корректное определение h из экспериментальных данных в большой степени зависит от физической интуиции исследователя.

17. Определенную трудность представляет также определение величины равновесного градиента β_0 . Прежде всего здесь следует отметить,

что хотя сам факт выполнения неравенства $\beta_0 < \beta_{ад}$ можно в настоящее время считать доказанным как результатами обработки большого числа наблюдений, так и некоторыми теоретическими соображениями [8], вопрос о точном значении β_0 нельзя считать окончательно решенным в пользу приведенного выше значения $\beta_0 = 6^\circ/\text{км}$. Производящаяся в настоящее время проверка значения β_0 на весьма обширном экспериментальном материале позволит, вероятно, уточнить значение равновесного градиента β_0 .

Существенно также, что β_0 представляет собой „сухоравновесный“ градиент в том смысле, что он определялся при отсутствии насыщения пространства водяным паром. Соответствующий „влажноравновесный“ градиент будет, очевидно, меньше β_0 , причем вопрос о его значении в настоящее время совершенно не исследован. Влиянием насыщения можно пренебрегать при исследовании таких процессов, как образование локальных конвективных ветров. Но при изучении конвективных структур облаков влияние насыщения необходимо учитывать, между тем как путь такого учета далеко не ясен. Это обстоятельство также существенно затрудняет анализ.

18. Очерчивая круг явлений в атмосфере, связанных со свободной конвекцией, и, следовательно, с применением параметра Ra , необходимо установить соотношение рассматриваемых процессов к обменным явлениям другой природы, имеющим место в атмосфере. Турбулентный обмен тепла, играющий большую роль, особенно в приземном слое атмосферы, можно, с точки зрения классификации типов теплообмена, считать аналогичным вынужденной конвекции по терминологии теплотехники. Однако имеется коренное различие между основным свойством вынужденной конвекции и свойствами турбулентного теплообмена в атмосферных условиях. Мы указывали выше, что небольшим „свободноконвективным“ изменением поля скоростей при вынужденной конвекции всегда можно при исследовании технических задач пренебречь, чем сильно упрощается анализ явления. Как это стало ясно благодаря исследованиям последних лет, турбулентный обмен в атмосфере весьма существенным образом зависит от стратификации последней.

Это и означает, что добавочный эффект свободной конвекции не является пренебрежимо малым сравнительно с вынужденной конвекцией. С точки зрения теории подобия, причина этого факта совершенно ясна: если сопоставить методами теории подобия скорости, применяемые в технических задачах и имеющие место в атмосфере, то окажется, что величина скоростей в атмосфере на несколько порядков ниже и поэтому их изменения под влиянием архимедовых сил, малые по абсолютной величине, не малы сравнительно с самими скоростями. Выяснено также, что влияние стратификации на турбулентный обмен может быть учтено, если внести некоторые естественные обобщения в модель турбулентного обмена Прандтля.

В настоящее время разработаны две схемы такого обобщения, одна из которых предложена Лайхтманом [9], другая — Будыко [10]. Практически обе схемы приводят к сходным результатам.

Однако, начиная с некоторых критических значений температурного градиента, обмен тепла перестает соответствовать и теориям, учитывающим изменение динамического турбулентного обмена под влиянием стратификации. Наблюдения за распространением примеси в атмосфере показали, что при этом мы встречаемся с качественно новым явлением, названным „термической конвекцией“ [11].

Обычно примесь отрывается от земли и поднимается почти вертикально вверх, после чего следует параллельно земле, а подчас и несколько опускается. Скорость рассеяния облака при этом сильно возрастает. Оче-

видно мы имеем дело с вертикальными токами значительно больших масштабов, чем вертикальные турбулентные пульсации.

Явление „термической конвекции“ полностью аналогично свободной конвекции и, в частности, ее проявлению в виде ячеек Бенара. Нет никаких оснований считать, что в основе своей это явление не обладает той упорядоченностью в пространстве, которая характерна для ячеек Бенара. Однако в приземном слое имеется множество возмущающих факторов, нарушающих эту упорядоченность, из которых главную роль играют, вероятно, микрорельеф земной поверхности, а также увеличение K с высотой, так что требуются весьма обстоятельные и тонкие наблюдения, чтобы на основании их можно было бы попытаться выделить действие побочных факторов и „исходную“ упорядоченность. Такие наблюдения не производились, но имеются косвенные данные (например, измерения коэффициентов корреляции вертикальных скоростей в разных точках), позволяющие судить о наличии известной упорядоченности и в нижних слоях атмосферы.

В свободной же атмосфере влияние возмущающих факторов уменьшается, и упорядоченные формы облаков с несомненностью свидетельствуют о наличии упорядоченных циркуляций типа ячеек Бенара.

Явление „термической конвекции“ показывает, что в атмосфере (во всяком случае в приземном слое) переход от режима вынужденной конвекции к свободной происходит не непрерывным образом, а внезапно, скачком. Аналогичные лабораторные исследования, насколько нам известно, не производились. Между тем такие исследования не представляли бы особых трудностей и осветили бы важный принципиальный вопрос теории теплопередачи.

Необходимо отметить, что динамический турбулентный обмен препятствует „термической конвекции“, так что, например, при штилевых условиях последняя образуется весьма часто. Это обстоятельство вполне понятно, если учесть приведенное ранее об аналогии между препятствующим образованию конвекции действием молекулярного и турбулентного обмена.

19. Свободную конвекцию в атмосфере целесообразно разделить на два класса. В таких процессах как бризы, муссоны и т. п. решающую роль играет неоднородность подстилающей поверхности в горизонтальном направлении. Выводы теории подобия относительно определяющей роли числа Ra^1 носят общий характер и остаются в силе и для процессов такого рода. Эти же выводы могут быть получены, если применить методы теории подобия к уравнению Фридмана для изменения вихря, которым удобно характеризовать процессы этого класса.

Общая циркуляция атмосферы также может, строго говоря, быть причислена к конвективным процессам этого класса, характеризующегося термической неоднородностью граничных условий по горизонтали.

К другому классу свободной конвекции в атмосфере относятся циркуляции типа ячеек Бенара, для которых характерна именно термическая однородность граничных условий по горизонтали, хотя известные отклонения от этой однородности могут иметь место и определять собой ориентировку циркуляционных ячеек по горизонтали, или присутствовать в качестве причин местных нарушений упорядоченной циркуляции. Разумеется, весьма трудно определить границы степени горизонтальной неоднородности, разделяющие эти два класса свободной конвекции. Несомненно, однако, принципиальное различие циркуляции типа ячеек Бенара и циркуляции типа бриза. Хотя критерий Релея применим, разумеется, лишь

¹ Или нескольких чисел Ra_x, Ra_y, Ra_z , соответственно наличием $\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}$.

к явлениям типа ячеек Бенара, число Релея Ra сохраняет, как мы уже упоминали, свое определяющее значение и для конвективных циркуляций типа бриза. Насколько нам известно, анализ задачи о бризе с этой точки зрения не производился. Для возможности такого анализа необходимо установить наиболее корректную модель этого процесса.

Существует еще один тип конвективной циркуляции, связанный с разрушением неустойчивых волн у поверхности раздела. Этого типа конвекции мы здесь касаться не будем.

20. Говоря о свойствах свободной конвекции в атмосфере, мы попутно упомянули о ряде вопросов, не решенных в настоящее время, исследование которых, повидимому, стоит на очереди в ближайшем будущем. Упомянем в заключение о весьма интересных опытах, произведенных в 1938 г. Авсеком [12], изучавшим конвективные циркуляции в воздухе, насыщенном водяным паром. С этой целью он наполнял нижнюю часть сосуда, боковые стенки которого были стеклянными, водой, а верхнюю часть — воздухом.

Через некоторое время после начала нагревания дна сосуда, на стенках его, в верхней части, появлялись небольшие, правильно расположенные туманные пятна эллиптической формы с горизонтально расположенной большой осью. Если нагревание дна было умеренным, то пятна, увеличиваясь, достигали некоторых предельных размеров, которые оставались затем неизменными. Наоборот, при сильном нагревании дна пятна росли до тех пор, пока не сливались друг с другом, превращаясь в сплошную темную полосу. Понятно, что эти пятна суть результат конденсации водяного пара, переносимого конвективными токами воздуха с поверхности слоя воды, и осаджения возникающих таким образом капелек воды на стеклянных стенках сосуда.

Понятно значение этих опытов для выявления закономерностей образования конвективных облаков и осадков. Построение теоретической модели этого явления и особенно теоретическое установление упомянутого критерия степени нагревания явилось бы весьма важной для приложений к атмосфере задачей.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Benard. Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide. Ann. Phys. et Chemie, vol. 23, 1901.
2. А. М. Обухов. О распределении энергии в спектре турбулентного потока. Изв. АН СССР, геогр. и геофиз., № 4—5, 1941.
3. H. Jeffreys. Some Cases of Instability in Fluid Motion. Proc. Roy. Soc., (A), vol 118, 1928.
4. Lord Rayleigh. On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid when the Higher Temperature is on the Under Side. Phil Mag and Journ. of Science, VII ser, Decemb., 1916.
5. H. Jeffreys. The Stability of a Layer of Fluid Heated Below. Phil Mag. and Journ. of Science. VII ser., Juli — Sept., 1926.
6. A. Pellew and R. V. Southwell. On Maintained Convective Motion in a Fluid Heated from Below. Proc. Roy. Soc., (A), vol. 176, № 966, p. 312, 1940.
7. L. F. Richardson. Atmospheric Diffusion on a Distance Neighbour Graph. Proc. Roy. Soc., (A), vol. 110, 1926.
8. М. И. Будыко и М. И. Юдин. Условия термического равновесия в атмосфере. Докл. АН СССР, т. 53, № 7, 1946.
9. Д. Л. Лайхтман. О профиле ветра в приземном слое атмосферы в стационарных условиях. Труды НИУ ГУГМС, сер. I, вып. 39, ГГО. Гидрометеоздат, 1947.
10. М. И. Будыко. Турбулентный обмен в нижних слоях атмосферы. Метеорология и гидрология, № 2, 1946.
11. М. И. Будыко и Е. С. Ляпин. Условия образования термической конвекции в нижних слоях атмосферы. Метеорология и гидрология, № 5, 1946.
12. D. Avsec. Sur les tourbillons thermoconvectifs et la condensation de la vapeur d'eau Comptes Rendus, Paris, T. 207, № 14, p. 565, 1938.

ВЫСОТА ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ ВОЗДУХА

В ряде исследований по теории распределения метеорологических элементов в нижних слоях атмосферы была использована следующая модель распределения с высотой коэффициента турбулентного обмена

$$\frac{\partial K}{\partial z} = \text{const при } 0 < z < h$$

$$\frac{\partial K}{\partial z} = 0 \text{ при } z > h$$

(K — коэффициент турбулентного обмена, h — высота), т. е. предполагался линейный рост коэффициента турбулентного перемешивания до высоты h , выше которой его величина постоянна.

Эта гипотеза соответствует предположению о существовании вблизи поверхности, ниже зоны однородной турбулентности, пограничного слоя, в котором распределение коэффициента турбулентного обмена определяется законом Прандтля. Следуя ранее использованной нами терминологии, в дальнейшем будем называть этот пограничный слой приземным слоем, а величину параметра h — высотой приземного слоя воздуха.

Определение величины h в реальных условиях, по данным наблюдений вертикальных распределений метеорологических элементов, представляет известные трудности, так как измеряемые характеристики вертикальной структуры метеоэлементов сравнительно мало зависят от h (это обстоятельство отмечено М. И. Юдиным [1]). Поэтому предшествующие исследователи предпочитали пользоваться средними оценками высоты приземного слоя, получаемыми косвенными путями (по соотношению средних величин коэффициентов турбулентного обмена в свободной атмосфере и на некотором уровне в приземном слое воздуха, по распределению энергии турбулентности с высотой и др.). Эти средние оценки обычно довольно заметно отличались друг от друга и по существу давали только порядок величины h , который был равен, в среднем, нескольким десяткам метров.

Для более точного определения высоты приземного слоя воздуха в различных метеорологических условиях воспользуемся методом анализа теплового баланса слоя воздуха (впервые примененным в работе автора и М. И. Юдина [2]).

Уравнение баланса тепла в слое воздуха между высотами z_1 и z_2 будет

$$K(z_1, t) \left[\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_1 + \beta \right] - K(z_2, t) \left[\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_2 + \beta \right] = \int_{z_2}^{z_1} \frac{\partial T}{\partial t} dz, \quad (1)$$

где T — абсолютная температура, t — время, β — равновесный градиент температуры, причем предполагается, в соответствии с точкой зрения

ряда исследователей, что в нижних слоях воздуха радиационная теплопроводность не имеет значения по сравнению с турбулентной теплопроводностью.

Величина равновесного градиента температуры (т. е. градиента, при котором вертикальный поток тепла равен нулю) определена в работе [2], где для различных условий было найдено $\beta = 6^\circ/\text{км}$.

Выберем уровни z_1 и z_2 так, чтобы $z_1 < h < z_2$. Тогда $K(z_1, t) = K_1(t)z_1$ и $K(z_2, t) = K_1(t)h$ (так как величина коэффициента обмена при $z=0$ пренебрежимо мала по сравнению с коэффициентами обмена на уровнях z_1 и z_2).

Будем рассматривать только состояния при $\int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial T}{\partial t} dz = 0$, что наблюдается

2 раза в сутки при нормальном суточном ходе температуры (при утреннем минимуме температур и послеполуденном максимуме). В этих случаях уравнение (1), после интегрирования по z первого и второго членов в интервалах z'_1, z''_1 и z'_2, z''_2 , выбранных, соответственно, вблизи z_1 и z_2 , дает

$$h = \frac{z''_2 - z'_2}{\ln \frac{z''_1}{z'_1}} \cdot \frac{[\Delta_1 T + \beta(z''_1 - z'_1)]}{[\Delta_2 T + \beta(z''_2 - z'_2)]}, \quad (2)$$

где $\Delta_1 T$ — разность абсолютных температур между уровнями z'_1 и z''_1 , $\Delta_2 T$ — разность абсолютных температур между уровнями z'_2 и z''_2 .

При помощи этой формулы можно определить величину h по двум разностям температур — на двух уровнях, ниже h и на двух уровнях, выше h . Видно, что точность определения высоты приземного слоя воздуха существенно зависит от величины градиента температуры, отсчитываемого от равновесного состояния. При приближении градиента на уровне z_2 к равновесному, расчет h по этой формуле будет, очевидно, практически невозможен.

Отметим, что при выполнении условия о равенстве нулю нестационарного члена уравнения (1) в большинстве случаев в приземном слое наблюдаются большие положительные или отрицательные отклонения градиента температуры от равновесного (днем после полудня большие сверхадиабатические градиенты, в предутренние часы — большие инверсии). Поэтому можно рассчитывать на удовлетворительную точность в определении h по формуле (2), при использовании данных реальных наблюдений.

Для расчета высоты приземного слоя воздуха в различных условиях используем материал наблюдений Джонсона и Хейвуда за вертикальными распределениями температуры в слое воздуха от 1,2 м до 87,7 м [3]. Эти авторы, применяя весьма точные приборы, производили измерения температуры каждый час в течение 5 лет (с 1926 г. по 1930 г.) в Лифилде (Англия). Осредняя все серии наблюдений, относящиеся к аналогичным физическим условиям, Джонсон и Хейвуд получили очень надежные данные по вертикальному распределению температуры, далеко оставляющие за собой по полноте и точности все известные до настоящего времени материалы других экспериментальных исследований.

Примем $z'_1 = 1,2$ м, $z''_1 = 12,4$ м, $z'_2 = 57,4$ м, $z''_2 = 87,7$ м и будем считать, в соответствии с выводом работы [2] $\beta = 6^\circ/\text{км}$. Определяя время минимума и максимума средней (в слое от z_1 до z_2) температуры по данным о суточном ходе, рассчитаем величины h по формуле (2) для различных месяцев по средним (за 5 лет) данным ежечасных наблюдений Джонсона и Хейвуда.

Результаты этого расчета приведены в табл. 1,

Таблица 1

Высота приземного слоя воздуха (в метрах)

Месяц	Время минимума температуры, час.	h	Время максимума температуры, час.	h
Январь	5—6—7	19	—	—
Февраль	6—7	21	—	—
Март	6	29	15	32
Апрель	5	24	15—16	62
Май	4—5	34	15—16	43
Июнь	4	41	15—16	39
Июль	4—5	35	15—16	41
Август	5	30	15	47
Сентябрь	5—6	30	15	37
Октябрь	7	25	14	22
Ноябрь	5	23	—	—
Декабрь	8	25	—	—

Расчет h для зимних месяцев при максимумах температуры оказался невозможным, так как в этих случаях температурные градиенты были близки к равновесным (поток тепла приближался к нулю). Все найденные значения h довольно хорошо согласуются друг с другом, кроме величины, найденной для времени максимума температур в апреле, которая, как нам кажется, искажена случайными факторами.

Средние значения для сезонов даны в табл. 2.

Таблица 2

Высота приземного слоя воздуха (в метрах)

	Лето (VI, VII, VIII)	Весна (III, IV, V) Осень (IX, X)	Зима (XI, XII, I, II)
Время максимумов температуры	42	34 ¹	—
Время минимумов температуры	35	28	22

Следует отметить, что группа значений h , определенных при максимумах температуры, в большинстве случаев, соответствует условиям, близким к максимуму развития турбулентного обмена (большие сверхадиабатические градиенты), тогда как значения h при минимумах температур относятся к условиям с весьма ослабленным турбулентным перемешиванием (значительные инверсии температуры). Учитывая это, следует признать, что интенсивность турбулентного обмена мало влияет на величину h , так как различие в значениях этого параметра для первой и для второй групп сравнительно невелико.

Это заключение подтверждается сравнением величин h , вычисленных по данным Джонсона и Хейвуда по распределению температур в летних условиях при малых скоростях ветра и при больших скоростях ветра.

	Время максимума температуры	h (метры)
Малые скорости ветра	15—16	35
Большие скорости ветра	15	43

¹ При расчете этой величины, значение h для максимума температур в апреле не учтено.

В этом случае можно также констатировать сравнительно малое изменение величины h .

Более заметно из приведенного выше материала сезонное изменение высоты приземного слоя воздуха, которое можно сопоставить с годовым ходом шероховатости подстилающей поверхности, также достигающей максимума летом и минимума зимой (см. вычисления Торнтвейта и Хольцмана [4]).

В произведенных расчетах имеется пробел для определения величин h в зимних дневных условиях. Из таблицы Джонсона и Хейвуда, для распределения температур в ясные декабрьские дни, можно вычислить значение h для времени максимума температуры, так как в этом случае вертикальный градиент температуры неравен равновесному. Соответствующая величина оказывается близкой к 23 м, что мало отличается от значений h при минимумах температур в зимних условиях.

Рассматривая найденные выше оценки величины h в целом, можно заключить, что высота приземного слоя воздуха имеет довольно устойчивый характер и сравнительно мало меняется в различных метеорологических условиях (значительно меньше, чем это предполагали некоторые предшествовавшие исследователи). Средняя высота приземного слоя имеет порядок 25—35 м, некоторое превышение этой величины в случае летних послеполуденных условий может быть следствием определенной ошибки в расчете, связанной с тем, что при развитии мощной термической турбулентности величина равновесного градиента (Γ) будет меньше $6^\circ/\text{км}$ из-за увеличения горизонтальной температурной неоднородности по сравнению с обычным турбулентным состоянием (в этом случае расчет по формуле (2) даст несколько преувеличенное значение h).

В работах автора [5], [6] найдено несколько соотношений для некоторых характеристик турбулентности в приземном слое воздуха, существенно зависящих от величины h , которая входит в эти зависимости в качестве параметра (6). Так как эти соотношения не содержат каких-нибудь свободных или не вполне определенных параметров, то сопоставление соответствующих результатов расчета с экспериментальными данными является косвенным способом проверки правильности найденных выше оценок величины h .

Отметим выполненное нами сравнение результатов расчета величины коэффициента турбулентного обмена по теоретической формуле с данными опытов, в которых коэффициент обмена определялся по измерениям вертикальных градиентов влажности и скорости испарения [6], [7]. Хорошее согласование теории с экспериментом было достигнуто при использовании в уравнении для коэффициента обмена значения $h = 30$ м. В работе [6] было предложено условие образования термической конвекции в приземном слое, которое также существенно зависит от величины h . Недавно автором и Е. С. Ляпиным были поставлены опыты по исследованию условий образования термической конвекции в нижних слоях атмосферы [8], найденное эмпирическим путем условие образования термической конвекции совпадает с теоретическим условием работы [6] при $h = 25$ м.

Используя найденную оценку средней высоты приземного слоя воздуха по уравнениям работы [6], можно также рассчитать некоторые характеристики вертикального распределения скорости ветра и температуры, которые могут быть сопоставлены с экспериментальными данными.

Уравнения, связывающие вертикальные градиенты скорости ветра и температуры со скоростью ветра, могут быть написаны в виде

$$u = \frac{v_*}{\kappa M} \ln \frac{z_1 M}{z_0}, \quad (3)$$

$$\Delta\theta = \frac{P}{\rho c_p} \cdot \frac{1}{v_* \cdot x \cdot M} \ln \frac{z_3}{z_4}, \quad (4)$$

где u — скорость ветра на высоте z_1 , v_* — динамическая скорость, z_0 — шероховатость, x — аэродинамическая константа, равная 0,38, P — вертикальный турбулентный поток тепла, $\Delta\theta$ — разность температур на высотах z_3 и z_4 , отсчитываемая от равновесного градиента, ρ — плотность воздуха, c_p — теплоемкость

$$M = \sqrt{1 + \left(\frac{g x h P}{20 \rho c_p v_*^2} \right)^2 + \left(\frac{g x h P}{20 \rho c_p v_*^2} \right)},$$

g — ускорение силы тяжести.

Из (3) отношение скоростей ветра на высотах z_1 и z_2 (u_1 и u_2) будет

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\ln \frac{z_2 M}{z_0}}{\ln \frac{z_1 M}{z_0}}. \quad (5)$$

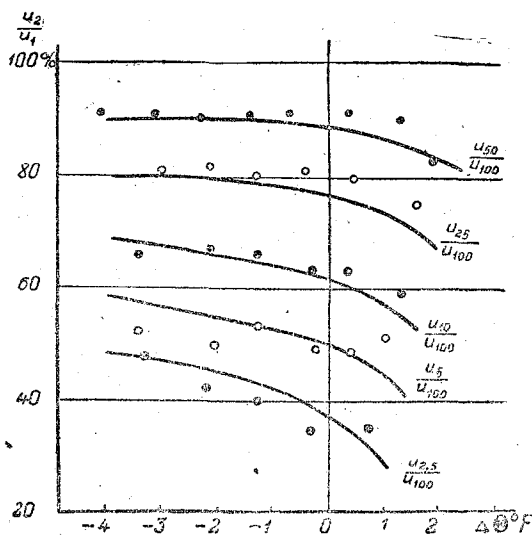


Рис. 1. Зависимость вертикального градиента скорости ветра от температуры.

По уравнениям (3) и (4) можно найти M в функции от u и $\Delta\theta$ и затем по (5) определить $\frac{u_2}{u_1}$. Такой расчет впервые был выполнен в работах [5], [6], причем было отмечено хорошее согласование результатов расчета с ранее найденной автором эмпирической зависимости характеристики вертикального градиента скорости ветра в слое 1—5 м от градиента температуры и скорости ветра. Сравним теперь

величины $\frac{u_2}{u_1}$, получаемые из решения системы (3), (4), (5) с данными Беста [9] по распределению скорости ветра в слое от 2,5 см до 100 см, полученными в результате весьма точных измерений с тщательно разработанной методикой.

На рис. 1 представлены величины отношений скорости ветра на высотах от 2,5 до 50 см к скорости ветра на высоте 1 м в зависимости от разности температур на высотах 10 см и 110 см (разность абсолютных температур в этом интервале практически равна разности температур, отсчитываемой от равновесного градиента) при скорости ветра на высоте 1 м от 1,5 м/сек. до 4,0 м/сек.

Считая, что шероховатость для условий наблюдений Беста равна 0,25 см (определена Свердрупом [10]) и полагая $h = 30$ м, найдем кривые зависимости $\frac{u_2}{u_1}$ от $\Delta\theta$ в виде, представленном на графике.¹ Экспериментальные

группы точек (обозначенные в виде точек и кружков для различных высот) вполне удовлетворительно согласуются с теоретическими кривыми.

Следует обратить внимание на тот факт, что экспериментально найденные Бестом величины отношений скоростей ветра для весьма малых

¹ Так как график 1 аналогичен соответствующему эмпирическому графику Беста, то разность температур (положительная при инверсиях и отрицательная при сверхадиабатических градиентах) дана в градусах Фаренгейта.

высот отнюдь неодинаковы при различных градиентах температуры, как это следовало бы из „дифференциальной“ трактовки влияния устойчивости на турбулентный обмен [6]. Это обстоятельство еще раз указывает на неточность распространенного представления об отсутствии влияния устойчивости на обмен вблизи поверхности земли в связи с малостью измеряемых („локальных“) чисел Ричардсона на этих уровнях.

На рис. 2 дается сравнение аналогичного расчета связи величины $\frac{u_2}{u_1}$ со скоростью ветра для двух градаций температурного градиента по уравнениям (3), (4), (5) с данными измерений Беста отношения скорости ветра на высоте 2 м к скорости ветра на высоте 1 м. Обе теоретические кривые, вычисленные при тех же значениях z_0 и h , хорошо согласуются с экспериментальными данными

(точки—наблюдения $\frac{u_2}{u_1}$ при $\Delta\theta$ от $-0,9^\circ F$ до $-1,8^\circ F$ и от $0,9^\circ F$ до $1,8^\circ F$).

Одна точка, сравнительно далеко отстоящая от соответствующей кривой ($\frac{u_2}{u_1}=1,04; u=1$ м/сек.) относится к случаю единичного наблюдения и может считаться случайной.

Согласование экспериментальных данных с результатами теоретического расчета по уравнениям, свободным от каких-либо неизвестных параметров, определяемых по данным используемых наблюдений, можно рассматривать не только как подтверждение правильности уравнений (3), (4), (5), но и как косвенное подтверждение найденной выше оценки средней величины h — высоты приземного слоя воздуха. Подтверждение теоретических соотношений, связывающих вертикальные градиенты скорости ветра и температуры имеет также значение для обоснования метода расчета коэффициента турбулентного обмена только по градиентам температуры, без использования данных по градиентам скорости ветра [6], что значительно расширяет область применения уравнений для определения коэффициента обмена.

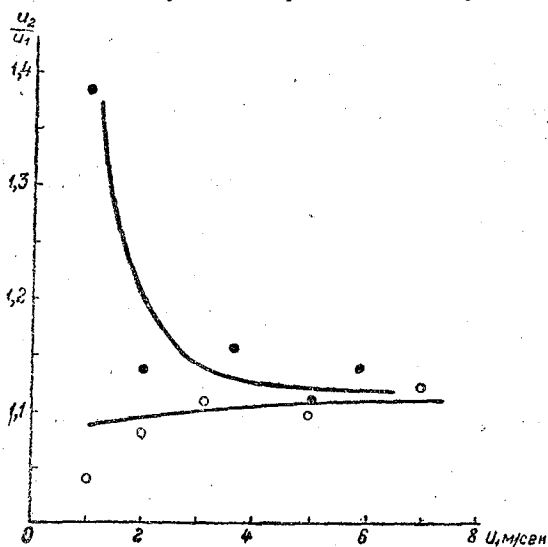


Рис. 2. Зависимость вертикального градиента скорости ветра от скорости ветра

ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин. Вопросы теории турбулентности и структуры ветра с приложением к задач о колебаниях самолета. 1946.
2. Будыко и Юдин. ДАН. т. 53. №7, 1946.
3. Johnson and Heywood. Geoph. Mem. Nr 77.1938.
4. Thornthwaite and Holzman. Measurement of Evaporation from Land and Water Surfaces. 1946.
5. Будыко. Известия АН, сер. геогр. и геофиз. № 4, 1946.
6. Будыко. Метеорология и гидрология. № 2, 1946.
7. Будыко. Измерение естественного испарения. Труды НИУ ГУГМС, сер. I, вып. 34, 1946.
8. Будыко и Ляпин. Метеорология и гидрология. № 5, 1946.
9. Best. Geoph. Mem. Nr. 65, 1935.
10. Sverdrup. Q. Journ. Roy. Met. Soc. V. 65 Nr. 278, 1939.

КЛИМАТИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАМОРОЗКОВ ПО ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ

Большой вред, который ночные заморозки периодически наносят сельскохозяйственным культурам, общеизвестен. Также хорошо известно, что наиболее опасные поздние весенние и ранние осенние заморозки или „утренники“ наблюдаются в большинстве случаев на территориально ограниченных площадях, связанных с определенными условиями рельефа и подстилающей поверхности.

Колхозники и агрономы, хорошо знакомые по многолетнему опыту работы с наиболее морозоопасными участками своих хозяйств, обычно хорошо учитывают особенности их в своей практической работе.

Но обобщение этого опыта и теоретическое обоснование пространственного распространения заморозков под влиянием узко местных условий до настоящего времени отсутствуют. Очень слабо разработан этот вопрос и в климатологической литературе.

В климатологических справочниках приводятся элементарные сведения по средним и крайним датам последнего и первого мороза (падение минимальной температуры ниже 0°) в метбудке. В большинстве климатологических очерков, обычно касающихся лишь отдельных территорий Советского Союза, даются эти же элементарные сведения, в которых не отражаются наиболее важные для сельскохозяйственного производства вопросы повторяемости и интенсивности заморозков.

В основу настоящей работы положены многолетние средние даты первого и последнего мороза по Ленинградской области, на основании которых составлены прилагаемые карты.

В дополнение к этому основному материалу использованы также длинные ряды наблюдений (с 1895 по 1940 гг.) по 14 метстанциям области, при помощи которых проверялись и корректировались для местных условий зависимости между отдельными величинами, характеризующими заморозки, полученные по материалам всего Советского Союза.

Самое раннее прекращение заморозков в области наблюдается в теплые весны без возврата холодов в начале третьей декады апреля на западе и в конце апреля на востоке и севере области. Наиболее позднее их прекращение падает соответственно на первую и вторую декады июня.

Период со среднесуточными температурами от 5 до 10° , т. е. конец апреля до середины мая, отличается падением температуры ниже 0° на высоте деятельного слоя во все ясные тихие ночи. Эти заморозки, интенсивность которых достигает -3 — -5° , возникают в результате суточного хода температуры, а также сильного ночного излучения и являются радиационными заморозками. Влияние местоположения на их распространение в пространстве сказывается очень сильно. Наибольшая интенсивность и частота их наблюдается в долинах, низинах, на лесных полянах и заболоченных местах.

Наиболее сильные заморозки наблюдаются в середине мая и возникают под влиянием возврата холодов. Выпадение снега в середине и конце мая и даже в начале июня нередко на изучаемой территории. Волны холода в мае дают понижение среднесуточной температуры ниже 0° в течение 2—3 дней подряд и падение минимальной температуры до -7 — -8° на западе и до -10° на востоке области, что не только сильно задерживает развитие растительности, но иногда приводит к ее гибели.

Особенно сильно страдают уже тронувшиеся к этому времени в рост озимые, которые в отдельных случаях сильно изреживаются и частично гибнут под влиянием этих волн холода. Повреждение озимых майскими волнами холода наблюдается раз в 5—6 лет.

Это заморозки адвективного происхождения, охватывающие большие площади, во время которых микроклиматические особенности обычно не отражаются на минимальных температурах.

В отдельных случаях при адвекции наиболее низкие температуры наблюдаются на открытых местах, на вершинах холмов и наветренных склонах с наибольшей скоростью ветра. В отрицательных формах рельефа и на подветренных склонах интенсивность заморозков этого типа может быть несколько меньше, чем на открытых местах, вследствие защиты от холодного ветра.

Наиболее поздние заморозки в конце мая и в начале июня на западе и в середине июня на востоке области по своему происхождению принадлежат к смешанному, адвективно-радиационному типу. Возникают они на фоне адвекции воздушных масс арктического и полярного происхождения с положительной температурой, обычно в тылу циклона, при последующем выстывании их под влиянием излучения в ясные тихие ночи.

Распространение заморозков этого типа в пространстве зависит от рельефа и подстилающей поверхности. Именно за счет этого типа заморозков наблюдается удлинение морозоопасного периода весной на лесных полянах и низинах на 8—9 дней по сравнению с ровным местом.

Приводимая ниже таблица вероятности прекращения заморозков весной составлена на основании 45-летних рядов наблюдений (1895—1940 гг.) по ряду станций области и показывает колебания во времени прекращения морозов из года в год в зависимости от средней даты для нормального местоположения.

Таблица 1

Вероятность прекращения заморозков (в процентах) весной на ровном, открытом месте

0% вероятности	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Отклонения от средней даты прекращения за- морозков в днях ¹ . . .	-28	-19	-13	-8	-3	0	+3	+8	+13	+19	+28

Приводимая таблица составлена по времени прекращения последнего мороза в метбудке на высоте 2 м над уровнем почвы и не дает возможности судить об интенсивности последних заморозков на почве и на высоте травостоя.

Для получения характеристики этой последней величины были определены разности минимальных температур в будке и на поверхности почвы в ночи с радиационными заморозками. Несмотря на известные недостатки в установке минимальных термометров на поверхности почвы и связанной с этим неточности наблюдений, приходится пользоваться ими ввиду отсутствия специальных наблюдений над заморозками. Значе-

¹ Знак плюс показывает вероятность прекращения заморозка позднее средней даты, знак минус—прекращение их ранее средней даты. Типовая кривая вероятности весенних заморозков дана на рис. 1.

ние разности будка—поверхность почвы в ночи с радиационными заморозками этими наблюдениями устанавливается.

Большие колебания полученных разностей определяются влиянием местоположения отдельных станций. Станции, расположенные открыто и являющиеся репрезентативными для окружающих полей (Луга, Пушкин, Вознесенье) дают среднюю величину разности порядка $2,5-4,0^{\circ}$ как для весны, так и для осени.

Станция Левашово расположена на низкой поляне, с сильным подтоком холодного воздуха со стороны в тихие ночи, и вследствие этого часто дает отрицательные разности температур будка—поверхность почвы, т. е. температура поверхности почвы выше температуры воздуха.

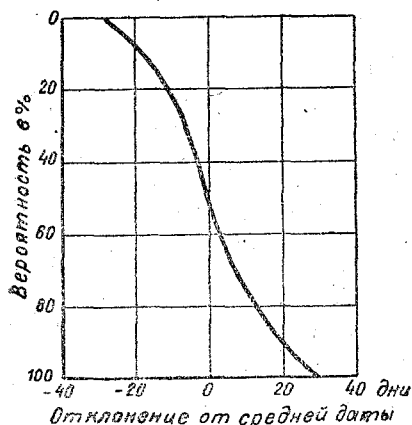


Рис. 1. Тип кривой вероятности заморозков.

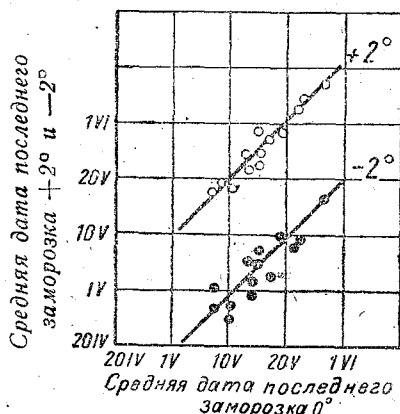


Рис. 2. Зависимость во времени прекращения заморозков разной интенсивности.

Повышенные разности по станции Кингисепп являются следствием расположения последней среди построек, на низком, ровном месте, благоприятствующем застою холодного воздуха.

Таблица 2

Средняя разность минимальных температур в будке и на поверхности почвы в ночи с радиационными заморозками

Станция	Среднесуточная температура воздуха от 5 до 10°		Среднесуточная температура воздуха выше 10°		Использованные годы наблюдений
	весна	осень	весна	осень	
Разность минимальных температур будка—поверхность почвы					
Левашово	1,3	−0,5	−1,7	—	1931—1935
Вознесенье	3,7	3,0	3,1	2,4	1927—1940
Кингисепп	5,1	4,3	5,3	5,0	1931—1941
Луга	2,3	2,6	3,0	2,3	1931—1936
Пушкин	3,6	4,6	4,3	4,4	1931—1935

Исходя из данных табл. 2, можно ориентировочно считать, что падение температуры ниже 0° в метбудке в конце мая—начале июня сопровождается заморозком на поверхности почвы до $-3-4^{\circ}$ в открытом

местоположении с нормальной инверсией и до -5 -6° в пониженных формах рельефа, при наличии местного застоя воздуха (например поляны) и на заболоченных местах. Заморозки большей интенсивности прекращаются раньше, причем средние даты прекращения (и наступления) заморозков разной интенсивности связаны между собой, что видно из рис. 2.

График (рис. 2) составлен по данным 14 метеостанций Ленинградской области и вполне согласуется с графиком, полученным по Европейской территории Союза ССР. Пользуясь им и зная среднюю дату прекращения минимальной температуры 0° в метбудке, можно легко определить как время прекращения слабых заморозков, с интенсивностью -1 -2° на поверхности почвы, и положительной минимальной температурой в воздухе (ниже $+2^{\circ}$ по метбудке), так и среднее время прекращения заморозков до -5 -6° на поверхности почвы.

При составлении графика учитывались лишь станции с нормальным местоположением. Станции инверсионные, а также прибрежные, расположенные на береговой полосе или островах крупных водоемов области, дают отклонения от него, которые будут указаны ниже.

Кривые вероятности заморозков разной интенсивности в основной своей части, соответствующей вероятностям от 10 до 90%, идут параллельно, что дает возможность определять вероятность заморозков разной интенсивности по одной общей кривой (табл. 1 и рис. 1), составленной для нормального местоположения. В нижней своей части, соответствующей наиболее поздним датам прекращения заморозков, при вероятностях прекращения их свыше 90%, происходит сближение крайних дат заморозков близких интенсивностей, обусловленное процессом возникновения наиболее поздних заморозков в результате значительной адвекции с последующим вытеснением воздушной массы, на что было указано выше.

На эту же часть кривой наиболее резко влияет и местоположение точки,—при морозобойном положении разность между вероятностью прекращения заморозков (90%) и крайней датой их прекращения (100%) увеличивается с нормальных 10 до 15—18 дней.

Используя указанные зависимости, можно при помощи карты 1 дать характеристику периода с заморозками для любой точки области, расположенной в нормальном местоположении, т. е. в условиях открытого поля.

В качестве примера использования изложенного выше, попытаемся дать характеристику периода с заморозками для открытого, ровного поля, расположенного на стыке Лужского, Осьминского и Волосовского районов. С карты среднего времени прекращения заморозков (рис. 3) снимаем среднюю дату прекращения заморозка с интенсивностью ниже 0° в метбудке, т. е. -3 -4° на поверхности почвы. Она падает на 17—18 мая. По табл. 1 определяем, что самое раннее прекращение заморозков этой интенсивности наблюдается 22—23 апреля, наиболее поздний заморозок возможен 13—14 июня. Таким образом, изменения во времени прекращения заморозков из года в год превышает 50 дней.

Однако вероятность наступления этих крайних дат очень мала. Они наблюдались по одному разу за 45-летний период, из данных которого определена кривая вероятности. По одному разу в 10 лет наблюдается прекращение заморозков 3 мая (10%) и 3 июня (90%), что сужает морозоопасный период до 30 дней с отклонением ± 15 дней от средней даты.

Для решения ряда практических задач, связанных с сельскохозяйственным производством, можно использовать этот период, и принять дату — 3 июня как конец периода с заморозками данной интенсивности.

Используя график, можно перейти к определению среднего времени прекращения заморозков большей и меньшей интенсивности.

Самые слабые заморозки, с минимальной температурой ниже $-1 -2^{\circ}$ на поверхности почвы, прекращаются в среднем к 28—29 мая. Один раз в 10 лет они могут наблюдаться до 13—14 июня. Согласно изложенному выше, эта же дата практически соответствует времени полного прекращения заморозков.

Интенсивные заморозки, с минимальной температурой ниже $-5 -6^{\circ}$ на поверхности почвы, в среднем прекращаются 5—6 мая и один раз в 10 лет могут наблюдаться около 20—22 мая, являясь результатом возврата холодов.

Если точка наблюдения находится в морозобойном или прибрежном положении, необходимо к датам, снятым с карты, придавать соответствующие поправки, которые будут указаны ниже.

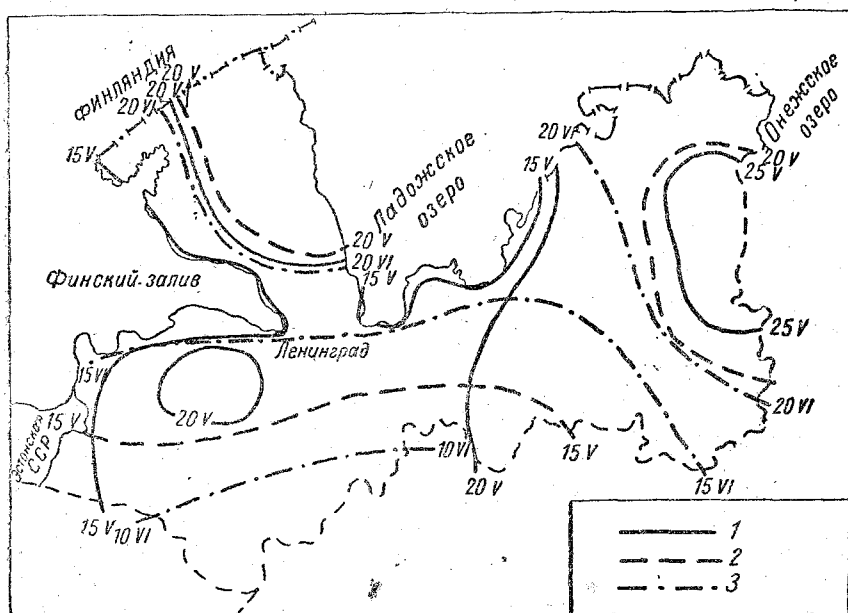


Рис. 3. Схематическая карта начала безморозного периода.

1 — Средняя дата последнего мороза. 2 — Средняя дата всходов яровых зерновых ранних сроков сева.
3 — Средняя дата всходов картофеля нормальных сроков посадки.

Частота заморозков разных интенсивностей очень сильно изменяется по годам и по местоположению. В годы с неустойчивой погодой и частой сменой холодных и теплых волн весной, а также в затяжные холодные вёсны, число поздних заморозков, наблюдающихся после установления среднесуточной температуры выше 10° , может доходить до 7—8 за весну в нормальном местоположении и до 12—14 в морозобойных положениях (например, 1931 и 1940 гг.). В короткие, теплые вёсны, без возврата холодов, поздние заморозки вообще не наблюдаются и частота их равна нулю (например, 1932 г.).

Климатологической характеристикой среднего времени прекращения заморозков, указывающей степень развития растительности к этому моменту, служит средняя температура средней даты заморозка.

В пределах Ленинградской области средняя температура средней даты прекращения слабых заморозков с минимальной температурой ниже $+2$ в метбудке около $11-11,5^{\circ}$, при минимальной температуре ниже 0° около 10° и при минимальной температуре ниже -2° около 8° . Таким образом среднее время прекращения сильных заморозков, с минимальной темпе-

ратурой ниже -5° на поверхности почвы совпадает с массовым севом ранних яровых. Минимальные температуры ниже $-3 - 4^{\circ}$ в полевых условиях прекращаются в среднем ко времени посадки картофеля. Высадка в грунт теплолюбивых культур (огурцы, томаты), повреждаемых заморозками с интенсивностью в $-1 - 2^{\circ}$, совпадает со средним временем прекращения слабых заморозков (рис. 3).

В прибрежных положениях средняя температура средней даты заморозка снижается на $1,5 - 2,0^{\circ}$, характеризую соответствующее уменьшение опасности заморозков, в инверсионных положениях соответственно возрастает, в зависимости от морозоопасности места, на $1 - 3^{\circ}$.

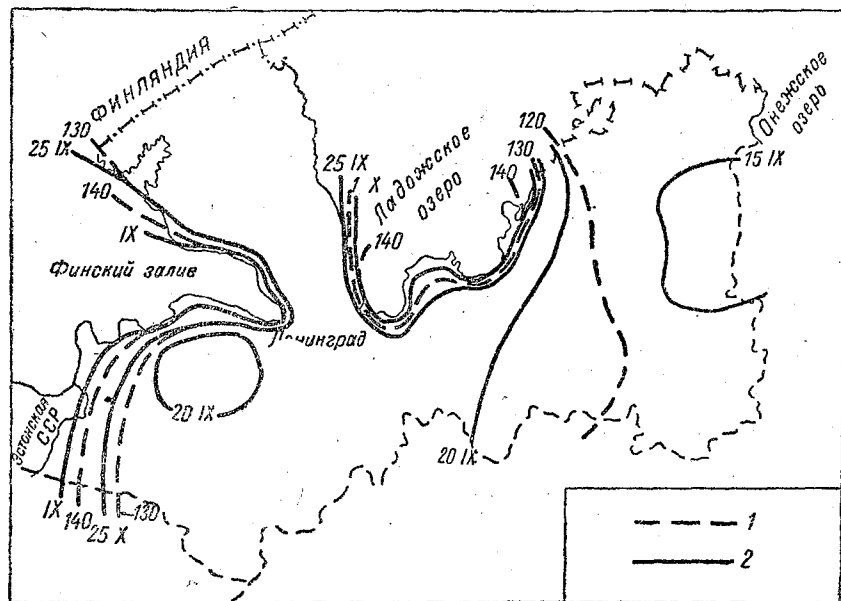


Рис. 4. Схематическая карта конца безморозного периода и его длительность.
1 — Средняя продолжительность безморозного периода (миним. температура 0° в метеобудке).
2 — Средняя дата первого мороза (миним. температура 0° в метеобудке).

Рис. 4 показывает время наступления первого понижения минимальной температуры ниже 0° в метбудке. Осенние заморозки наблюдаются прежде всего в восточной части области, где заморозки этой интенсивности начинаются 15—20 сентября. Позднее всего заморозки начинаются на побережьях крупных водоемов области — 5—6 октября.

Происхождение осенних заморозков такое же, как и весенних, но процесс идет в обратной последовательности.

Ранние осенние заморозки, возникающие на фоне относительно высоких среднесуточных температур (около $8 - 9^{\circ}$ для падения минимальной температуры ниже 0° в метбудке), являются результатом радиационного выстывания воздушной массы после адвекции холодного воздуха с положительной температурой. Более поздние и интенсивные заморозки являются результатом воли холода, или возникают за счет ночного излучения на фоне пониженного уровня среднесуточных температур.

Влияние рельефа и подстилающей поверхности четко выражено только при радиационных заморозках. Примером таких ранних радиационных заморозков на низине могут служить заморозки 15 и 20 сентября 1945 г. на сырой, покрытой редким кустарником и отдельно стоящими деревьями низины в Сельцах, сопровождавшиеся обильным инеем, в то время как

на возвышенности на 40 м над этой низиной минимальная температура в будке была 5,5° и 5,4° и инея на траве нигде не было.

Сильные заморозки, с температурой ниже -5°, начинаются с 10—12 октября на востоке и севере области. В это время в отдельные годы уже устанавливается снежный покров, который остается лежать на зиму.

Очень поздно, в среднем в первых числах октября, начинаются заморозки на островах и побережьях крупных водоемов области.

Отепляющее влияние мелких озер незначительно и распространяется только на узкую береговую полосу.

Средняя температура средней даты заморозка с минимальной температурой 0° в будке равна 8—8,5°, на побережье Финского залива 6°. Наиболее частые заморозки, как и весной, падают на период со средней суточной температурой от 10 до 5°. После прекращения среднесуточной температуры 5° ночные падения температуры ниже 0° становятся ежедневными, постепенно переходя в морозы.

Таблица 3

Вероятность наступления заморозков осенью на ровном, открытом месте, в процентах

Процент вероятности .	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Отклонение от средней даты наступления заморозков в днях ¹ . .	-28	-16	-11	-6	-3	0	+3	+6	+11	+16	+28

Используя таблицу вероятности наступления заморозков осенью рис. 4, и графики, можно определить осенние заморозки любой интенсивности, аналогично тому как это было сделано для весны. Ко времени наступления осенних заморозков вегетационный период большинства яровых культур области закончен и поэтому они не представляют опасности для сельского хозяйства. В отдельных случаях ранние осенние заморозки побивают огурцы, томаты, тыкву, кабачки, и т. п. и ботву картофеля поздних сроков посадки, не успевшей нормально закончить вегетацию.

Средняя длительность безморозного периода в условиях ровного, открытого места дана на рис. 4 карта II (минимальная температура ниже 0° в метбудке). Изменения его длительности под влиянием местоположения будут даны ниже. Наименьшая длительность безморозного периода отличается от средней его длительности на 40 дней (табл. 4). Однако это крайние значения, полученные из 45-летнего ряда. Один раз в 10 лет безморозный период меньше среднего на 23 дня и больше его тоже на 23 дня (отклонение от средней ± 23 дня).

Таким образом можно считать для решения практических задач, что колебания длительности безморозного периода по годам укладываются в 46 дней.

Таблица 4

Вероятность безморозного периода разной длительности, в процентах

Процент вероятности .	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Отклонение от средней в днях	-40	-23	-15	-10	-5	0	+5	+10	+15	+23	+45

Изменения длительности безморозного периода для заморозков разных интенсивностей даны на графике (рис. 6). Они соответствуют изменениям в датах заморозков.

¹ Знак минус показывает вероятность заморозков ранее средней даты, знак плюс — позднее средней даты.

Изменение длительности безморозного периода и времени прекращения и начала заморозков под влиянием местоположения в пределах области специально не исследовано, за исключением двух кратковременных серий наблюдений, проведенных ГГО по изучению микроклиматических особенностей рельефа.

Серия микроклиматических наблюдений, проведенных в августе — сентябре 1932 г. под руководством Т. В. Покровской в районе Южки-Левашово на низине и совершенно открытом возвышенном платообразном участке на расстоянии 3 км один от другого, показала, что низина и возвышенность с относительной разностью высот в 15—20 м в условиях области отличаются ясно выраженными микроклиматическими особенностями.

Среднесуточная амплитуда температуры в низине в среднем за месяц на $2,5^\circ$ больше, чем на возвышенности. Это показывает, что в условиях пониженного рельефа

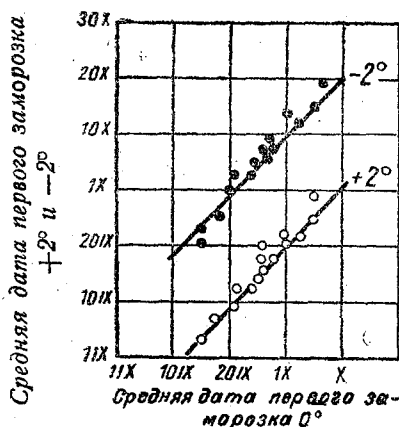


Рис. 5. Зависимость во времени наступления первого заморозка разной интенсивности.

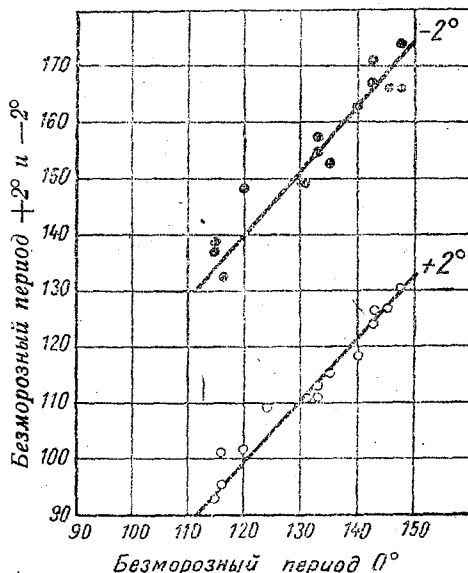


Рис. 6. Зависимость продолжительности безморозных периодов разной интенсивности.

максимумы и минимумы температуры выражены значительно более резко и растения подвергаются довольно сильным колебаниям температуры, особенно опасным весной и осенью, когда в низинных положениях увеличивается опасность радиационных заморозков. Средняя минимальная температура в низине за август и сентябрь была на $1,2^\circ$ ниже, чем на возвышенности.

Специальные наблюдения, проведенные ГГО в Сельцах в 1945 г. по влиянию рельефа на частоту и интенсивность заморозков в условиях холмистого рельефа области показали, что в долине длительность безморозного периода на 12 дней меньше, чем на холме и минимальная температура в долине в ясную, тихую ночь была на $2,5^\circ$ ниже, чем на холме. Относительная разность высот холм—долина около 40 м. Расстояние между точками наблюдений около 1 км. Кроме этих двух точек, наблюдения проводились на платообразной возвышенности, на пологом северном и несколько более крутом, восточном склоне, над черным паром. На распределение минимальных температур в разных условиях рельефа очень сильно влияет скорость ветра. При скоростях ветра свыше 2 м/сек. на высоте 2 м над поверхностью почвы влияние рельефа полностью сглаживается. Наиболее резко оно сказывается при скоростях ветра

ниже 0,7 м/сек. Долина холоднее холма в случаях штиля (скорость ветра менее 0,7 м/сек.) и при малых скоростях ветра (1—1,5 м/сек.), если ветер дует перпендикулярно к ее направлению и дно долины находится в ветровой тени. Даже слабый ветер со скоростью 1,2—1,5 м/сек., дующий параллельно направлению долины, вызывает перемешивание воздуха и в условиях рельефа Ленинградской области уничтожает разность минимальных температур холм—долина.

Результаты наблюдений одного — 1945 — года, полученные при неблагоприятных для ночных заморозков условиях погоды, дают только ориентировку в вопросе и показывают порядок величин изменения температуры, с которыми надо считаться при культуре чувствительных к низким температурам растений.

Морозоопасность долинок еще больше увеличивается, когда они заболочены, что очень часто наблюдается в области. В этом случае к плохим почвенным условиям прибавляются весной и осенью сильные заморозки, а летом радиационные туманы и сильные росы.

Величина изменения длительности безморозного периода под влиянием местоположения видна из табл.5, которая составлена на основании средних многолетних дат начала и конца безморозного периода в метбудке на высоте 2 м над поверхностью почвы. Приводимые в таблице даты взяты из климатологического справочника Ленинградской области. Отклонения, характеризующие особенности местоположения, получены путем сопоставления данных отдельных названных точек со средними величинами для района, снятыми с карты. Знак плюс, как для весны, так и для осени означает увеличение безморозного периода по сравнению со средним по району, знак минус — уменьшение его на соответствующее число дней.

Таблица 5

Влияние местоположения на изменение длительности безморозного периода

Метстанция	Местоположение	Весна		Осень		Период	
		дата	отклонение (в днях)	дата	отклонение (в днях)	длительность	отклонение (в днях)
Ораниенбаум—гидро-метстанция	Прибрежное	5/V	+10	10/X	+10	157	+20
Петергоф Новый	прибрежное	5/V	+10	9/X	+9	156	+19
Лисий Нос	мыс	8/V	+7	10/X	+10	154	+17
Ленинград-порт	прибрежное в городе	1/V	+15	11/X	+11	162	+26
Ленинград ГГО	городское	3/V	+12	10/X	+10	159	+22
Замошье	опушка	23/V	— 7	11/IX	— 9	110	—16
Петергоф Старый	опушка	23/V	— 8	23/IX	— 7	122	—15
Красногвардейск	опушка	29/V	— 9	15/IX	— 5	108	—14
Слуцк	опушка	24/V	— 4	21/IX	— 9	119	—13
Левашово	поляна	5/VI	—15	12/IX	—18	98	—33
Тихвин	поляна	31/V	—11	7/IX	—13	98	—24
Новгород болотная	заболоченная низина	29/V	—14	6/IX	—14	99	—28

Несмотря на грубость указанного приема, все же удастся количественно оценить значение различных местоположений.

Насколько резко изменяется длительность безморозного периода под влиянием местоположения, хорошо видно из таблицы. Разница в длительности безморозного периода на соседних станциях — Лисий Нос — мыс, выдающийся в море, и Левашово — низкая, закрытая поляна без стока холодного воздуха, но с подтоком его с близких возвышенностей —

В Е С Н А

Таблица 6

Характеристика повреждаемости культур весенними заморозками по области.

Год	Дата	Районы повреждения	Культура и степень повреждения	Минимум в будке	Минимум на поверхности почвы	Дата установления 1° температуры
1	2	3	4	5	6	7
1931	30—31/V	Тихвинский	Гибель озимой ржи на песчаных почвах . . .			
		Ефимовский	Гибель озимой ржи в фазе колошения до 100%	—2°	—5°	13 16/V
	1—2/VI	Парголово-ский, Всеволожский, Красносельский, Павловский	Повреждены сады и ягодники в фазе цветения, огородные культуры			
		На востоке области	Пожелтение всходов овса			
	11—14/VI	Тихвинский	Гибель всходов огурцов и картофеля ранней посадки	+3°	—2°	
1932	Первая декада июня	Ефимовский, Тихвинский, Лужский	Заморозки слабые, вред не отмечен		—2—3°	25/V
1933	3 и 4/VI	Ефимовский	Вред не отмечен . . .	+2+1°	—3—5°	23/V
1934	Третья декада мая	Псковский	Гибель всходов огурцов	+1+2°		
	Вторая декада июня	По всей области	Пострадали огурцы и томаты, яровые и всходы картофеля пожелтели, гибели не было	—1°	—2°	
1935	Первая декада июня	Восточная часть области	Местами пожелтение льна, ячменя и овса .	—1—2°		18/V
1936	5—6/VI	Кингисеппский	Повреждений не отмечено	—3—2°		6/V
1937	30—31/V	Кингисеппский	Повреждение цветов земляники и черники			
			Гибель завязи плодовых на 60%	+2°	—5—6°	4/V
1938	—	—	Поздних заморозков не было			
1939		Нет данных				
1940	24—26/V 1—10/VI	Восточная часть области	Пожелтение листьев яровых, особенно ячменя	—3°	—5°	5/V
1941	7—10/VI 1—10/VI	Кингисеппский Тихвинский	Пожелтение листьев яровых зерновых, заморозла рассада помидор, высаженная в грунт	—3°	—7°	
1942	16/VI	Тихвинский	Всходов овощных нет, повреждений не было.	+1,5°	—1,5°	
1943	1—10/VI	Ефимовский	Повреждений не было			
1944	4 и 6/VI	Тихвинский	Повреждений не было		—2°	
1945	23/V	Кингисеппский, Пушкин Пригородные районы	Выпал снег, но повреждений сельскохозяйственных культур не было		—2°	

равна 56 дням, т. е. в $2\frac{1}{2}$ раза превышает макроклиматические различия в длительности безморозного периода, наблюдаемые в Ленинградской области в целом. Расстояние между станциями по прямой не превышает 15 км. Очень резко выявляется влияние большого города (Ленинград порт 162 дня, Ленинград ГГО 159 дней, Ленинград Лесной 133 дня, Пушкин 130 дней), увеличивающее длительность безморозного периода на 25—30 дней по сравнению с окружающими полями. Положение на берегу Финского залива дает в среднем увеличение периода на 15—20 дней, положение на опушках сокращает его на 13—16 дней. На полях безморозный период на 25—30 дней короче, чем на открытом поле.

Таблица 7

ОСЕНЬ

Характеристика повреждаемости культур осенними заморозками по области.

Год	Дата	Районы повреждения	Культура и степень повреждаемости	Минимум в будке	Минимум на поверхности почвы	Дата установления 1° температуры
1	2	3	4	5	6	7
1931	10/IX	По всей области	Побиты огурцы, томаты и ботва картофеля	—1°	—4°	8/IX
1932	30—31/VIII	"	Местами повреждены огурцы	—2°	—2°	14/IX
1933	27/VIII	"	Местами гибель огурцов	—2°	—2—3°	27/IX
1934	Вторая декада сентября	Восточные районы	Побиты огурцы, томаты и ботва картофеля	—2°	—3—5°	29/IX
1935	13/IX	По всей области	То же	—2°		
1936	5—10/IX	Кингисеппский, Тихвинский	То же, померзла ботва свеклы	—2,5°	—8°	
1937	1—5/IX	Кингисеппский Тихвинский	Побиты огурцы, томаты и ботва картофеля	+2°	—2°	27/IX
1938		Нет данных				
1939	7—8/IX	Кингисеппский Тихвинский	Почернела ботва картофеля и помидор	—3°	—4°	
1940	4—6/VIII 30/VIII	Кингисеппский Тихвинский	Повреждений не было. Гибель огурцов и ботвы картофеля	+1°	—3°	
1941	Вторая декада сентября	"	То же	+1,5°	—4°	
1942	8—10/IX	Ефимовский	"	—2°	—5°	
1942	Первая декада сентября	"	"	—0,5°	—2°	
1943	4—10/IX	"	"	—3°	—4°	
1944	17/VIII	"	Частичное повреждение ботвы картофеля и огурцов	—1,5°	—3°	
1945	12—20/IX	Кингисеппский	Повреждений не было	0	—2°	

Влияние рельефа в этой таблице совсем не учтено. На основании приведенных выше микроклиматических наблюдений и привлечения данных по другим районам со сходным рельефом можно принять сокращ

ние длительности безморозного периода в долинах на 12—25 дней, по сравнению с ровным местом.

Опасность заморозков для сельскохозяйственных культур, частота и степень их повреждаемости может быть определена путем сопоставления времени прекращения весенних заморозков с фенологическими данными в определенных условиях климата, при наличии учета повреждений от заморозков.

Агрометеорологическими станциями в настоящее время такие наблюдения проводятся, но систематизация и сводка их по Советскому Союзу не сделаны.

В табл. 6 и 7 дана сводка повреждаемости культур поздними весенними и ранними осенними заморозками по Ленинградской области.

Данные с 1931 по 1935 гг. взяты из декадных гидрометеорологических бюллетеней, с 1936 г. по 1939 г., сделаны выборки из материалов отдельных агрометстанций и за последние годы были использованы декадные агрометеорологические бюллетени по Ленинградской области. Метеорологическая характеристика заморозков взята частью из бюллетеней, частью из ТМ-1 по метстанциям, характерным для района, в котором наблюдались повреждения. В табл. 6 сведены данные по наиболее поздним весенним заморозкам — конца мая и июня; в табл. 7 — наиболее ранние осенние заморозки.

Рассмотрение этого небольшого материала показывает, что весенние заморозки очень редко приводят к гибели культур. Случай гибели озимой ржи в фазе колошения отмечен в восточных районах области в 1931 г. в результате мощной волны холода, вызвавшей заморозки до -5° на поверхности почвы и до -2° в метбудке в течение четырех ночей подряд.

Эта же волна холода повредила цветущие сады и всходы некоторых городских культур в пригородных районах Ленинграда. Необходимо отметить, что в этих районах к середине мая 1931 г. установилась теплая погода с среднесуточной температурой выше 10° , способствовавшая разитию растительности и понижению ее морозостойкости.

Вторая очень поздняя волна холода, во второй декаде июня, дала повреждение всходов огурцов и картофеля ранних сроков посадки в том же 1931 г.

В 1934 г. от заморозков в середине июня пострадали всходы огурцов томатов.

В 1937 г. в конце мая погибла завязь плодовых и повреждены цвет земляники и черники. Установление среднесуточной температуры выше 0° ранее — в первых числах мая.

В 1941 г. пострадала рано высаженная в грунт в Тихвинском районе рассада помидор.

Во все остальные годы, несмотря на почти ежегодные поздние заморозки конца мая — начала июня, сильные повреждения культур не отмечены.

На востоке области опасные заморозки чаще, чем на западе, что следует из рассмотрения карты 1 (рис. 3).

Табл. 6 отмечает почти ежегодно июньские заморозки (9 случаев для первой декады и 3 случая для второй декады июня за 15 лет наблюдений) для восточной части области.

По карте 1 (рис. 3) вероятность поздних июньских заморозков на поверхности почвы для восточной части области в нормальном местоположении (открытое, ровное место) несколько меньше — 50% , вероятности для первых чисел июня и менее 20% для начала второй декады июня.

Полученное по табл. 6 повышение вероятности заморозков до 60% для первой декады и до 20% для второй декады июня является след-

ствием учета повреждений от заморозков не только на ровном месте, но и в морозобойных положениях, при которых средние даты прекращения заморозков должны быть сдвинуты на 6—8 дней (табл. 5). При учете местоположения данные карты и табл. 6 совпадают.

На карте 1 (рис. 3) приведены средние даты прекращения морозов (минимальная температура 0° и ниже в будке) по области и средние даты появления всходов яровых зерновых (овес, яровая пшеница) и льна ранних сроков сева, а также средняя дата всходов картофеля нормальных сроков посадки.

По данным Степанова, всходы овса и яровой пшеницы повреждаются заморозками ниже -8° , всходы льна ниже -7° и всходы картофеля ниже $-2 - 3^{\circ}$ на уровне травостоя. Сопоставление дат отдельных явлений, приведенных на карте, показывает, что в условиях среднего года, весенние заморозки в Ленинградской области для указанных культур не опасны. Некоторое нарастание опасности заморозков намечается на Карельском перешейке и в восточной части области, где средние даты прекращения заморозков ближе ко времени появления всходов.

Ранние осенние заморозки почти ежегодно являются причиной гибели ботвы огурцов, томатов и неуспевшей вызреть ботвы картофеля поздних сроков посадки. Эти заморозки обычно проходят при низких среднесуточных температурах, под действием которых теплолюбивые культуры уже закончили свою вегетацию. Происходят они после уборки урожая огурцов и томатов и поэтому вреда сельскохозяйственному производству не приносят.

Серьезные повреждения весенними заморозками за учетный 15-летний период были произведены 2 раза, повреждения теплолюбивых культур — 4 раза.

Климатологически вероятность опасного для данной культуры заморозка может быть получена путем наложения средней даты появления всходов культуры на кривую вероятности заморозков той интенсивности, при которой начинается повреждение культуры или она гибнет. Например, всходы картофеля, по данным Степанова, гибнут при минимальной температуре $-2 - 3^{\circ}$ на уровне травостоя, т. е. при температуре ниже 0° в будке. Средняя дата появления всходов картофеля нормального срока посадки в Тихвинском районе падает на 14—15 июня. Вероятность прекращения заморозков к этому времени превышает 90% ($93-94\%$), т. е. всходы картофеля опасности повреждения от заморозков не подвергаются.

Аналогично этому вероятность повреждения всходов огурцов и высаженной в грунт в начале июня рассады томатов (температура повреждения $-1 - 2^{\circ}$) для того же района будет около 40% .

Высаженная же после 10—12 июня рассада томатов и всходы огурцов могут пострадать от заморозков в Тихвинском районе только один раз за пять лет.

Климатологическая характеристика начала и конца заморозков разной интенсивности по Ленинградской области и непосредственный учет повреждаемости культур заморозками показывают, что весенние заморозки являются наиболее опасными в северной и восточной частях области. Чаще и сильнее всего страдают теплолюбивые культуры (огурцы, томаты) ранних сроков посадки. При наличии долгосрочного синоптического прогноза интенсивных волн холода конца мая — начала июня и правильном учете местоположения можно планировать сроки посев и высадки в грунт теплолюбивых культур таким образом, чтобы всходы появлялись после прохождения последней сильной волны холода. При учете микроклимата и прогноза можно полностью ликвидировать повреждения всходов культур от заморозков в области.

Осенние заморозки, возникающие как правило на низком уровне среднесуточной температуры, после конца вегетационного периода большинства яровых культур, опасности для сельскохозяйственного производства не представляют. Только в отдельных случаях при очень раннем наступлении (конец августа, начало сентября) они могут явиться непосредственной причиной снижения урожая огурцов и томатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каминский А. А. Климат и погода в равнинной местности. Климат Воронежской губернии. Л., 1925.
2. Мировой агро-климатический справочник. Агро-гидрометеорологический институт. Л., 1937.
3. Нарышкина Е. П. Вредные весенние морозы. Метеорологический сборник к посевной. Главная геофизическая обсерватория. Л., 1932.
4. Нарышкина Е. П. Заморозки в Детском Селе. Зап. Ленингр. с.-х. ин-та, том III, 1926.
5. Сапожникова С. А. Опыт определения длины безморозного периода по ультракороткому ряду наблюдений. Метеорология и гидрология, № 8, 1937.
6. Селянинов Г. Т. и Леонтьевский Н. П. Климатические условия с.-х. культуры на Каменно-Степной опытной станции. Каменно-Степная опытная станция, вып. 34, Л., 1930.
7. Темникова Н. С. Типизация заморозков Европейской территории Союза, их длительность и повторяемость. Метеорология и гидрология, № 6, 1938.
8. Туркетти З. Условия возникновения и характер заморозков на юге. Метеорология и гидрология. № 3—4, 1935.
9. Турыгин К. П. Заморозки в Европейской части СССР. Известия Гос. ин-та оп. агрономии. т. VI, № 2, 1928.
10. Гольцберг И. А. Зависимость крайних дат первого и последнего мороза от средней. Метеорология и гидрология, № 2, 1947.
11. Степанов В. Н. Устойчивость с.-х. культур к заморозкам на разных фазах развития. Доклады МСХА им. Тимирязева, вып. III, М., 1946.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА КАПЕЛЬ ЕСТЕСТВЕННЫХ ТУМАНОВ

ВВЕДЕНИЕ

К основным параметрам, характеризующим коллоидное состояние тумана, относят обычно водность тумана, размер и число частиц.

Капельки размером от $r = 1 \mu$ и выше с успехом измерялись многими исследователями как советскими (Тараян [1], Адеркас [2]), так и зарубежными (Келлер [3], Хагеман [4], Хоутон и Редфорд [5] и др.).

Определение водности (количество воды во взвешенном аэрозольном состоянии) представляет более сложную задачу, и к настоящему времени еще нет достаточно точных способов ее разрешения.

Подсчет числа частиц дыма и пыли в лабораторных условиях производится с большой точностью, результаты многочисленных работ изложены в классических трудах Уайтлоу-Грея и Петтерсона, Гиббса и др. Измерение числа капелек естественного тумана сопряжено с большими трудностями, и можно отметить лишь одну работу Финдейзена, посвященную этому вопросу [6].

Указанные выше параметры взаимно связаны друг с другом, и в монодисперсном тумане было бы достаточно знать два из них, чтобы рассчитать третий, но известно, что в природе монодисперсных туманов не бывает.

Многие исследователи пытались вычислять число капелек N по их размерам и водности, но такой путь небезупречен главным образом потому, что значение водности, особенно в слабых туманах, настолько мало, что нередко лежит в пределах точности измерений.

В данной работе рассматривается вопрос непосредственного измерения числа капелек, причем главной целью являлось изыскание пригодной методики и разработка прибора для определения числа частиц тумана в естественных условиях.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА КАПЕЛЕК

Постановка задачи

Основной задачей исследования является измерение числа частиц тумана в естественных условиях на основании существующих лабораторных методов.

Величина водности по Хоутону и Редфорду [5] заключена в пределах $0,025-0,3 \text{ г/м}^3$; по Финдейзену [6] — около $0,2-1,2 \text{ г/м}^3$, по Хагеману [4] — от $0,1$ до $0,8 \text{ г/м}^3$.

Эти же авторы отмечают, что средний размер капелек тумана находится в пределах $3-10 \mu$. При помощи простых расчетов легко убедиться, что при таких величинах водности и размерах капелек их концентрация

будет составлять от нескольких десятков до нескольких тысяч капелек в 1 см^3 .

Большинство кривых распределения числа капелек по размерам имеют максимум для $r = 5-10 \text{ м}$. Это объясняется тем, что капельки тумана, достигая больших размеров, осаждаются на землю, а мелкие капельки имеют тенденцию либо к быстрому росту, либо к быстрому испарению, в зависимости от повышения или понижения влажности и температуры. Поэтому их число в каждый момент времени относительно невелико.

Разрабатываемый прибор должен был производить измерения числа частиц при концентрации в пределах от 50 до 5000 капелек в 1 см^3 для частиц с $r \geq 0,5 \text{ м}$.

Особое внимание уделено тому, чтобы измеряемая концентрация была бы близка к истинной. Такое условие может быть выполнено в том случае, если прибор не будет влиять на состояние тумана и капельки будут сосчитываться в ненарушенном потоке.

Принцип действия предлагаемого прибора — определение числа частиц с помощью ультрамикроскопа

Исследования аэрозолей посредством щелевого ультрамикроскопа были начаты Зигмонди, Эренгафтом и Уэльс Герке, но целью этих работ было изучение только размеров частиц и их движения. Уайтлоу Грей применил метод Зигмонди для счета числа частиц аэрозолей, и первая такая работа была опубликована им в 1922 г.

Принцип ультрамикроскопического исследования аэрозолей состоит в том, что частицы освещаются пучком света, направленным под некоторым углом равным или большим 90° к оптической оси микроскопа. При боковом освещении даже очень мелкие частицы, находящиеся в счетном объеме микроскопа, являются источниками рассеянного света и становятся видимыми. Частицы, размеры которых больше длины волны света, наблюдаются в виде резко очерченных кружков, а меньшие частицы — в виде размытых кружков. Яркость света, рассеянного мелкими частицами, увеличивается с размерами частиц и с приближением их к фокальной плоскости объектива микроскопа.

При не очень интенсивном освещении дифракционная картина размытых кружков становится слабой и даже невидимой. Уайтлоу Грей производил сравнения результатов измерения числа частиц ультрамикроскопическим (при освещении электрической лампочкой) и седиментационным методами, получив хорошую согласованность результатов для частиц размером $r = 0,5 \text{ м}$. Измерения числа частиц в водяном тумане ультрамикроскопическим методом связаны с большими затруднениями вследствие того, что капельки тумана во много раз крупнее частиц дыма или пылинок, и поэтому сильно отсеиваются во всех соединительных частях прибора от впускного отверстия до кюветы включительно. Финдейзен [6] в своей работе по определению числа капелек естественного тумана также использовал ультрамикроскопический метод. Основной положительной стороной его работы было то, что он отказался от применения кюветы и производил счет капелек в свободно движущемся тумане.

Прибор Финдейзена состоял из отсчетного оптического приспособления и мощного дугового осветителя.

Частицы фотографировались киноаппаратом со скоростью 60 снимков в секунду. Финдейзен принимал капельки за точечные источники света. Сущность его метода состоит в том, что капельки, находящиеся не строго в фокальной плоскости линзы объектива, изображаются на фотопленке в виде размытых кружков, что позволяет, установив их размеры,

определить путем теоретического пересчета истинный размер капелек и их местоположение относительно фокальной плоскости.

При таком методе измерения можно удовлетворительно определить размеры и местоположение сравнительно крупных капелек. Для капелек $r=4-5 \mu$ и меньше такой способ едва ли будет удовлетворительным, так как с уменьшением размеров будет уменьшаться и степень контрастности изображения капелек, находящихся не в фокальной плоскости объектива.

Капельки большего размера, но находящиеся ближе к фокальной плоскости объектива, и капельки меньших размеров, но более удаленные от фокальной плоскости, будут давать размытые кружки одинаковых размеров. Судить о их местоположении можно только при наличии критерия контрастности изображений. Капельки размером 1μ и менее при некотором удалении от фокальной плоскости будут давать настолько сильно размытые изображения, что они вообще не будут фиксироваться на пленке киноаппарата. На основании этого можно утверждать, что местоположение мелких капелек, достаточно удаленных от фокальной плоскости, не может быть строго фиксировано. Чем больше капелька, тем на большем расстоянии от фокальной плоскости она может быть зафиксирована на фотопленке. Поэтому величина счетного объема для крупных капелек больше, чем для мелких, а для реальных полидисперсных туманов она остается неопределенной. Для мелких капелек она завышена, а следовательно измеренная концентрация будет занижена. К конструктивным недостаткам прибора следует отнести громоздкость и наличие мощного дугового фонаря (60 ампер), что делает прибор привязанным к электрической сети и затрудняет использование его в полевых условиях. Мощный тепловой поток от дугового фонаря неизбежно должен влиять на физическое состояние тумана вблизи прибора, повышая турбулентность и испарение мелких капелек. Тепло переносится вместе с пучком света и в счетное пространство. Правда, Финдейзен применял фильтр для поглощения тепла, однако этот фильтр ослаблял эффект перегрева, но не исключал его полностью.

Для дальнейшего уменьшения перегрева счетного пространства при отсчетах необходимо освещать частицы тумана короткими импульсами

Описание прибора

Прибор (щелевой ультрамикроскоп) состоит из трех основных частей:

1) оптической схемы ультрамикроскопа,

2) прерывателя и

3) пружинного механизма.

1. Оптическая схема ультрамикроскопа (рис. 1). Луч света, идущий от электрической лампочки (1), фиксируется линзой (2), проходит через отверстия прерывателя (3, 4), затем проходит через линзу (5), щель (7) и выходной объектив (8) осветителя и попадает в счетное пространство (9) в виде плоского пучка, фиксируемого микроскопом (10). Счетное пространство ограничивается величиной поля зрения микроскопа и шириной пучка света.

Осветитель вместе с прерывателем прикрывается жестяным кожухом.

Оптическая ось микроскопа и осветителя расположены под углом 90° друг к другу. Тубус микроскопа укреплен на кремальере, позволяющей производить точную настройку прибора. Изменение величины счетного пространства осуществляется посредством изменения ширины щели (7) и употреблением окуляров и объективов микроскопа с разной величиной фокусного расстояния и кратностью увеличения.

Источником света является электрическая лампочка (1) мощностью 10 ватт при напряжении 6—8 вольт. Держатель лампочки позволяет перемещать ее по трем взаимно перпендикулярным направлениям при точной юстировке прибора.

Прерыватель луча света состоит из двух дисков, вращающихся в противоположных направлениях с различной скоростью. Каждый из них имеет по одной небольшой щели, которые совпадают друг с другом в точке прохождения оптической оси осветителя один раз за 1,5—2,0 сек. Счетное пространство освещается при этом в продолжении 0,0003 сек.

Такая продолжительность освещения оказывается вполне достаточной для отчетливой видимости капелек, попавших в счетный объем. Диски приводятся в движение специальным пружинным механизмом.

Второй вариант прибора с искровым осветителем в механическом прерывателе не нуждается.

При наблюдениях медленно движущиеся капельки кажутся яркими звездочками, а быстро движущиеся частицы — короткими светлыми черточками. Если скорость падающей частицы $v=1$ м/сек., а продолжительность освещения $t=3 \cdot 10^{-4}$ сек., то перемещение частицы за время вспышки (или что тоже самое, длина черточки) будет равна: $\delta e = 100 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-1}$ см.

Диаметр сечения счетного объема в нашем случае равен $2,32 \cdot 10^{-1}$ см.

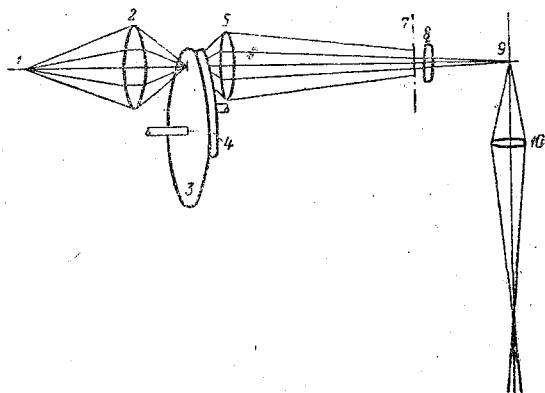


Рис. 1. Схема ультрамикроскопа с механическим прерывателем.

Оценка ошибок прибора

Источники ошибок. Общая ошибка в определении числа частиц N складывается из нескольких ошибок, которые можно разбить на три основных класса:

- 1) инструментальные,
- 2) ошибки, связанные с перемещением капель,
- 3) ошибки при подсчете частиц.

1. К ошибкам первого класса следует прежде всего отнести погрешность, получаемую при измерении счетного объема прибора. Другие ошибки, получаемые, например, при переходе с одной щели на другую, или обусловленные неравномерностью скорости вращения дисков прерывателя, составляют не больше 1% погрешности, и в дальнейшем нами рассматриваться не будут.

Для определения счетного пространства щель (7) поворачивается на 90° так, что плоскость пучка света будет ориентирована горизонтально (по оптической оси микроскопа), что и позволяет измерить ширину пучка в наиболее узкой части при помощи окулярной сетки отсчетного микроскопа. Счетное пространство для градуировки заполняется дымом. Прерыватель ставится так, чтобы отверстия дисков (3) и (4) совмещались с оптической осью осветителя. Тогда свет непрерывно проникает в счетное пространство и освещает частицы, которые резко выделяются на черном поле зрения микроскопа. Передвижением объектива осветителя

добиваются того, чтобы наиболее узкая часть пучка света совпадала с оптической осью микроскопа. Максимальная ширина пучка света подбирается такой, чтобы она не превосходила предел глубины контрастной видимости частиц отсчетного микроскопа. Промеры величины счетного пространства показали, что средняя ширина пучка света $d = 0,098 \pm 0,002$ см, а радиус цилиндра счетного пространства $r = 0,116 \pm 0,001$ см. Объем счетного пространства будет равен

$$V = \pi r^2 d = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3,$$

поэтому относительная погрешность составляет

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta d}{d} \simeq 0,03,$$

абсолютная погрешность

$$\Delta V = 0,12 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3.$$

Таким образом

$$V = (4,2 \pm 0,12) \cdot 10^{-3} \text{ см}^3.$$

Вигнер и Руссель [7], а впоследствии Туорила [8] показали, что относительные погрешности при определении величины счетного объема не достигают 2—3% и не являются серьезной помехой при подсчете концентрации частиц.

Величина погрешности счетного пространства остается одной и той же как для приборов с механическим, так и с искровым прерывателем.

2. Влияние движения частиц. Самой большой погрешностью прибора с механическим прерывателем при подсчете числа частиц является погрешность, обусловленная перемещением частиц.

Если частицы движутся в каком-либо направлении со скоростью v , то за время экспозиции в поле зрения попадают не только те частицы, которые находились в счетном пространстве при начале освещения, но и те, которые добавятся за время освещения.

Вновь появившихся частиц будет тем больше, чем больше скорость перемещения v и продолжительность экспозиции. Поэтому для измерения числа частиц с большими скоростями перемещения необходимо предельно короткое освещение счетного пространства.

Оценим возникающую при этом погрешность. Для простоты сделаем допущение, что все частицы движутся со скоростью 0,2 м/сек. Тогда за время экспозиции $t = 3 \cdot 10^{-4}$ сек., для механического прерывателя и $4,8 \cdot 10^{-6}$ сек. для искрового прерывателя частицы переместятся соответственно на величину $\Delta l_m = 20 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-3}$ см и $\Delta l = 20 \cdot 4,8 \cdot 10^{-6} = 10^{-4}$ см.

За время экспозиции в счетный объем могут проникнуть те частицы, которые находятся от его поверхности на расстоянии равном средней глубине проникновения. Если бы капельки всегда двигались нормально к площади поля зрения микроскопа, т. е. нормально к круговой поверхностям счетного пространства, то в счетное пространство пришли бы все частицы, находящиеся на расстоянии Δl и ближе от его поверхности. Тогда объем ΔV , из которого капельки могли бы войти в счетное пространство был бы равен $\Delta V = 2\pi r \Delta l$, где r — радиус круга счетного пространства (поля зрения микроскопа). Но частицы могут проникать в счетное пространство под произвольными углами, тогда глубина проникновения a_i будет равна

$$a_i = \Delta l \sin \alpha_i,$$

где α_i — угол между вектором направления скорости и поверхностью счетного пространства.

Для большого числа частиц и при неизменной их скорости, перенеся концы векторов Δl в одну точку, получим полусферу радиуса Δl . Тогда для любой точки круговых плоскостей счетного пространства будет справедливо, что средняя глубина проникновения равна средней высоте полусферы радиуса Δl , которая будет равна высоте цилиндра Δh , радиус основания которого равен Δl , а объем равен объему полусферы радиуса Δl

$$\pi(\Delta l)^2 \Delta h = \frac{4\pi}{3.2} (\Delta l)^3 : \Delta h = \frac{2}{3} \Delta l.$$

Средний объем, из которого капельки могут войти в счетное пространство, будет равен

$$\Delta V_1 = \pi r^2 \Delta h = \frac{2}{3} \pi r^2 \Delta l.$$

Аналогично рассчитаем и объем, из которого капельки могут попасть в счетное пространство через его цилиндрическую поверхность. Очевидно, что в счетное пространство могут попасть капельки, отстоящие от цилиндрической поверхности на расстоянии Δl и меньше. Тогда, если все капельки двигаются с одинаковой скоростью и направлением, то за время экспозиции Δt они переместятся на Δl , проникнув в счетное пространство на некоторую глубину. Концы векторов Δl образуют круговой серп, максимальная ширина которого будет равна Δl . При большом числе отсчетов капельки могут проникать под произвольными углами, и если их скорость одинаковая, то глубина проникновения будет равна

$$\Delta h_i = \Delta l \sin \alpha_i,$$

где α_i — угол между образующей цилиндра и направлением вектора скорости.

Если все векторы перенести в одну точку, то их концы образуют полукруг радиуса Δl . Среднюю глубину проникновения определим как высоту равновеликого этому полукругу четырехугольника, основание которого равно $2\Delta l$.

Тогда

$$2\Delta l \Delta h_1 = \frac{\pi(\Delta l)^2}{2}; \Delta h_1 = \frac{\pi \Delta l}{4}.$$

Это и будет среднее углубление капель в счетное пространство через наиболее неблагоприятную образующую цилиндрической поверхности для большого числа частиц, двигающихся с одинаковой скоростью под различными углами к образующей цилиндра. Площадь кругового серпа равна

$$S = r^2 \left(\pi + \sin \varphi - \varphi \frac{\pi}{180} \right) = r^2 \eta,$$

где η — поправочный коэффициент, зависящий от глубины проникновения Δl , r — радиус счетного пространства.

Поправка η будет возрастать с увеличением Δl при неизменном радиусе счетного пространства. Вычисление поправочного коэффициента η сведено в табл. 1.

Таблица 1						
$\frac{\Delta h_1}{D}$	0,0250	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
η	0,1	0,40	0,79	1,18	1,56	1,91

где D — диаметр счетного пространства.

Таким образом объем ΔV , из которого капельки тумана могут попасть в счетное пространство за время экспозиции Δt будет равен

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = r^3 \left(\frac{2}{3} \pi \Delta l_1 + \eta d \right),$$

где d — толщина счетного пространства.

Допустим, что в счетном объеме V находится n капель. За время экспозиции Δt в счетный объем пришло Δn капель. Тогда путем простого подсчета получаем

$$\Delta n = n \frac{\Delta V}{V} = \frac{\pi r^2}{V} \left(\frac{2}{3} \pi \Delta l_1 + \eta d \right).$$

Подсчитаем поправочный коэффициент η для радиуса сечения счетного объема, равного $1,16 \cdot 10^{-1}$ см и величине перемещения капелек за время освещения $\Delta l_1 = 6 \cdot 10^{-3}$ см

$$\Delta h_1 = \frac{\pi}{4} \Delta l_1,$$

$$\frac{\Delta h_1}{D} = \frac{\pi \Delta l_1}{4D} = 2,1 \cdot 10^{-2}.$$

Из табл. 1 интерполированием находим, что $\eta = 0,09$, тогда

$$\Delta n = n \cdot 1,16^2 \cdot 10^{-2} \frac{\left(\frac{2}{3} \pi \cdot 6 \cdot 10^{-3} + 0,09 \cdot 0,098 \right)}{4,2 \cdot 10^{-3}} = n \cdot 0,07,$$

$$\frac{\Delta n}{n} \cdot 100 = 7,0\%.$$

Аналогичными подсчетами получим табл. 2 — зависимость погрешности измерения числа частиц от скорости их перемещения.

Таблица 2

Прибор с механическим прерывателем		Прибор с искровым прерывателем	
Скорость перемещения капелек, м/сек.	Ошибка, %	Скорость перемещения капелек, м/сек.	Ошибка, %
0,1	3,5	1	0,5
0,2	7,0	5	2,5
0,4	14,0	10	5
0,6	21,0	15	7,5
0,8	28,0	20	10
1,0	35,0	25	12,5

Таблица 3

Среднее число частиц в счетном объеме	Погрешность, %
1	0,2
2	2,2
3	4,6
4	10,0
5	20,0

Как видно, ошибки прибора с искровым прерывателем значительно меньше, чем с механическим.

Казалось бы, что величина погрешности $\frac{\Delta n}{n}$ прибора с механическим прерывателем может быть уменьшена за счет увеличения счетного объема, но в таком случае число капелек в счетном объеме, видимых в момент освещения, также возрастет до 4—5 и погрешность увеличит ся уже вследствие ошибок наблюдения.

Штумпф [9] приводит значения ошибок определения числа частиц, получаемых при измерении концентрации несколькими наблюдателями одновременно (табл. 3).

Вследствие этого увеличивать счетный объем оказалось нерациональным.

Величина погрешности может быть уменьшена учетом влияния скорости перемещения частиц и введением соответствующих поправочных коэффициентов. Допустим, что концентрация частиц n_u измерена при определенной скорости движения воздуха и что можно найти значение коэффициента k_u для перехода к концентрации капелек n_0 , находящихся в покое. Тогда

$$n_0 = k_u n_u$$

или

$$\frac{n_0}{n_u} = \frac{n_0}{n_0 + \Delta n} = \frac{n_0}{n_0 + n_0 \frac{\Delta V}{V}} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta V}{V}} = k_u.$$

Пользуясь вычисленными значениями $\frac{\Delta V}{V}$, приведенными в табл. 2, найдем, что для скорости $v = 0,1$ м/сек.

$$k_{0,1} = \frac{1}{1 + 0,035} = 0,97.$$

Вычисляя аналогично для других скоростей, получим таблицу значений поправочного коэффициента

$$\begin{aligned} k_{0,1} &= 0,97 \\ k_{0,2} &= 0,94 \\ k_{0,4} &= 0,88 \\ k_{0,6} &= 0,83 \\ k_{0,8} &= 0,78 \\ k_{1,0} &= 0,74 \end{aligned}$$

Индексы 0,1; 0,2 . . . 1,0 означают величину скорости перемещения частиц. Измерение скорости ветра в пределах от 0,1 до 1,0 м/сек. не представляет затруднений и может быть осуществлено анемометрами Васильева, Альбрехта и др. Наблюдения числа капелек прибором с искровым прерывателем не требуют введения корректировочных коэффициентов для скорости ветра ниже 4 м/сек.

3. Ошибки при подсчете частиц. Известно, что для получения возможно более точного значения средней величины концентрации необходимо произвести большое количество отсчетов. Вигнер приводит зависимость погрешности от числа сосчитанных частиц (табл. 4).

Для обеспечения точности порядка 10% необходимо отсчитать по крайней мере 100—150 частиц. При средней величине отсчета 1,5—2,0 потребуется произвести 50—100 отсчетов, т. е. 1—1,5 мин. наблюдений. Едва ли рационально производить большее число отсчетов, так как концентрация тумана за продолжительное время измерения может измениться. Часто бывают случаи, когда в момент освещения счетного пространства в нем не оказывается ни одной частички (нулевой отсчет). Такими нулевыми отсчетами ни

Таблица 4

Число сосчитанных частиц	Погрешность, %
25	20
100	10
400	5
2 500	2

в коем случае пренебрегать не следует, они также должны учитываться при вычислении средней величины отсчета. В противном случае величина концентрации может оказаться сильно преувеличенной.

Для наглядности приводится пример записи одной серии измерений числа частиц в счетном пространстве. Всего было произведено 100 отсчетов при общем количестве сосчитанных частиц, равном 142.

Отсчеты по числу наблюдаемых капелек:

02113	22101	10122	22210	12341
13121	10212	10111	20121	10211
10111	20321	23321	11011	10112
11210	22211	54201	11201	10110

Для облегчения контроля числа отсчетов и дальнейшей обработки результатов, отсчеты разбивались на отдельные пятерки.

Средняя арифметическая величина отсчета

$$\bar{n} = \frac{\sum n_i a_i}{\sum a_i} = \frac{142}{100} = 1,42$$

капель в счетном объеме или концентрация

$$N = \frac{\bar{n}}{V} = \frac{1,42}{4,2 \cdot 10^{-3}} \approx 340$$

капель/см³, так как величина счетного объема

$$V = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3.$$

По кривым, составленным из данных таблиц Штумфа и Вигнера, находим погрешности определения N в результате неточности среднего отсчета (пунктирная кривая) $\Delta N_1 = 1\%$ и вследствие ошибки в числе сосчитанных частиц $\Delta N_2 = 8\%$. Таким образом суммарная погрешность определения числа капелек будет 9% .

Для того, чтобы определить насколько измеренная концентрация близка к действительной, необходимо иметь измерения концентрации частиц в аэрозоле с неизменной концентрацией во времени, но подобных аэрозолей в природе не существует. Концентрация всегда изменяется под действием ряда факторов: оседания, испарения, коагуляции и пр. Для градуировки прибора был приготовлен искусственный „аэрозоль“ с практически постоянной концентрацией. Слово аэрозоль не случайно взято в кавычки, так как наблюдавшиеся частицы не свободно двигались в воздухе, а были нанесены на чистый хорошо полированный стеклянный диск. Частицы были приготовлены из тщательно перемолотого мела и имели размеры от 2 до 20 μ .

Для создания движущейся картины стеклянный диск насаживался на ось электромоторчика. Скорость вращения диска можно было изменять, т. е. частицы, нанесенные на поверхность стеклянного диска, могли перемещаться мимо объектива отсчетного микроскопа с требуемой скоростью.

Для того, чтобы частицы просматривались не в одной плоскости, а по всему объему счетного пространства, диск устанавливался не строго перпендикулярно к оси вращения, поэтому поверхность рассматриваемого кольца имела колебательное движение с амплитудой, приблизительно равной ширине светового пучка в точке наблюдения. Стеклянный лист

устанавливался так, чтобы луч света осветителя был почти параллелен его плоскости, чем достигалась удовлетворительная чернотность и ясная видимость частиц. Было произведено большое количество измерений объемной концентрации такого „эталонного аэрозоля“. Ниже приводятся результаты трех серий наблюдений для трех скоростей перемещения „аэрозоля“: 5, 10 и 20 см/сек. Получены следующие данные концентрации:

$$N_5 = 4,1$$

$$N_{10} = 4,3$$

$$N_{20} = 4,6$$

(N — среднее число частиц в поле зрения микроскопа).

Если ввести корректировочные коэффициенты $K_5 = 0,95$; $K_{10} = 0,91$; $K_{20} = 0,89$, то получим:

$$N_5 = 4,1 \times 0,95 = 3,89$$

$$N_{10} = 4,3 \times 0,91 = 3,91$$

$$N_{20} = 4,6 \times 0,84 = 3,86$$

$$\bar{N} = 3,89 \pm 0,02$$

Если принять во внимание, что частицы наблюдаются по всему счетному объему равному $4,2 \times 10^{-3} \text{ см}^3$, то концентрация будет равна

$$\frac{3,89}{4,2 \cdot 10^{-3}} = 0,93 \cdot 10^3 \text{ частиц/см}^3.$$

По графику (рис. 2) найдено, что ошибка для среднего отсчета 3,89 равна 10%, и для числа сосчитанных частиц равного 390 ошибка равна 3%. Таким образом общая ошибка наблюдения составляет 13%.

Как уже показали опыты с искусственным „аэрозолем“, погрешности, обусловленные перемещением частиц, не слишком велики и могут быть уменьшены путем введения корректировочных коэффициентов k . Основная погрешность возникает за счет большой величины среднего отсчета. Выше указывалось, что путем уменьшения счетного объема можно добиться меньшей величины среднего отсчета. В соответствии с этим был проведен опыт, в котором измерялась концентрация с диафрагмами отсчетного микроскопа r и $\frac{r}{2}$ при скорости перемещения 0,1 м/сек.

Оказалось, что средние отсчеты равны:

$$\frac{\bar{n}_r}{\bar{n}_{\frac{r}{2}}} = 4,5,$$

$$\bar{n}_r = 2,16.$$

Введем корректировочные коэффициенты k_{10} , k'_{10} , пропорциональные площадям круговых серпов, соответствующих радиусам диафрагм r и $\frac{r}{2}$ при скорости 0,1 м/сек. и соответственно равные

$$k_{10} = 0,94,$$

$$k'_{10} = 1,88,$$

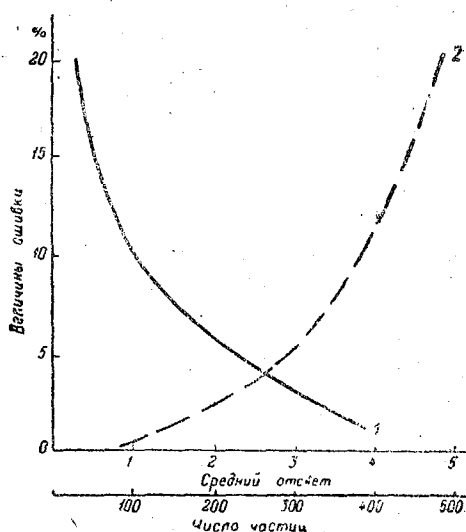


Рис. 2. Зависимость ошибки от величины среднего отсчета по Штумпфу (1) числа сосчитанных частиц по Вигнеру (2).

тогда получим

$$\bar{n}_r = 4,5 \times 0,94 = 4,23,$$

$$\bar{n}_{\frac{r}{2}} = 2,16 \times 1,88 = 4,06.$$

Мы видим, что значение $\bar{n}_r$ отличается от $\bar{n}_{\frac{r}{2}}$ на 4%.

Измеряемая концентрация частиц в естественных туманах изменяется во времени главным образом вследствие неоднородности тумана. Туман, перемещаясь, может приносить более плотные части, насыщенные большим числом частиц или, наоборот, более слабые с меньшей концентрацией. Поэтому имеет смысл производить измерения достаточно быстро, не стремясь к большому числу отсчетов. В нашем случае, когда методика отсчетов не позволяла произвести большого количества отсчетов в короткий промежуток времени, оказалось рациональным производить по 100 отсчетов в каждой серии.

Подводя итог обсуждению ошибок измерения числа капелек в туманах, приходим к тому, что общая относительная ошибка

$$\frac{\Delta N}{N} = \sum_i \frac{\Delta N_i}{N} \cdot 100 = 10 - 15\%.$$

Поэтому можно считать, что несмотря на наличие значительных погрешностей, такой метод измерения концентрации может быть использован для наблюдений в полевых условиях.

В соответствии с изложенным описанием был изготовлен прибор, который применялся для измерения концентрации капелек в естественных туманах радиационного типа.

Наблюдения в тумане

Методика наблюдения

Измерения в тумане производились на полевой станции ЛИЭМ, близ рабочего поселка Тосно в 53 км от Ленинграда. Место наблюдений представляло собой заболоченную поляну площадью 10—15 га, обильно покрытую травой и изредка кустарником. Поляна со всех сторон окружена лесом. При радиационном выхолаживании на поляне часто появляется различной густоты туман, высота которого колеблется от 5 до 20 м.

Для получения более полной характеристики тумана одновременно измерялись температура и влажность воздуха, размеры и число капелек тумана и коэффициент экстинкции. Вследствие того, что каждое определение числа капелек требовало приблизительно 1—1,5 мин., то и другие параметры измерялись несколько раз в течение этого же срока. Синхронность измерения была необходима для согласованности значений всех параметров тумана.

Измерение числа капелек в единице объема производилось прибором, описанным выше. Размеры капелек определялись микроскопически. На предметное стекло наносился слой масла, после чего просмотром под микроскопом убеждались, что поверхность масла не содержит объектов, которые могли быть приняты за капельки. Затем подготовленные стекла укладывались в специальный ящик. Крышка ящика открывалась так, что можно было вынимать только одно очередное стекло, обеспечивая тем самым изоляцию других стекол от попаданий на них капелек тумана. Стекло, вынутое из ящика, устанавливалось на подготовленном

для него месте, свободно обдуваемом воздухом, и выдерживалось в тумане в течение 1—1,5 мин. Капельки тумана, оседая на поверхности масла, сохранялись длительное время. По окончании экспозиции стекло устанавливалось под микроскоп и производился промер капелек фотографически или визуальным обычным порядком.

Средние размеры капелек вычислялись в лаборатории. Видимость определялась по формуле Хоутона

$$S = 2,3 \frac{\bar{r}_1}{q},$$

где

$$\bar{r}_1 = \frac{\sum_i n_i r_i^3}{\sum_i n_i r_i^2},$$

n_i — число капелек радиуса r_i , видимых в поле зрения микроскопа.

Таблица 5

таблица

Дата	Время		Температура °C	Влажность		Число капелек в 1 см³	Средние радиусы капелек, μ			Водность, г/м³	Коэффициент экстинкции (a)		Видимость, м		
	часы	минуты		относительная, %	абсолютная, г/м³		$r_1 = \frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i r_i^2}$	$r_2 = \sqrt{\frac{\sum n_i r_i^2}{\sum n_i}}$	$r_3 = \sqrt[3]{\frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i}}$		$10^4 \frac{1}{\text{см}}$		наблюдаемая по экстинктому	вычисленная по Хоутону	расхождение, %
											наблюдаемый	вычисленный			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
10/IX	21	30	—	—	—	260	5,6	4,7	5,0	0,14	—	—	120	100	9
	22	10	4,8	94	6,2	250	4,5	3,8	4,0	0,08	1,3	2,23	300	130	35
	22	30	4,4	93	5,9	140	4,8	4,0	4,3	0,05	1,3	1,4	300	220	15
	23	05	3,2	98	5,7	310	5,5	4,6	4,5	0,15	3,1	3,6	120	100	9
	23	34	2,2	96	5,2	250	2,9	2,4	2,6	0,02	0,65	0,95	600	340	35
	24	00	2,8	98	5,5	270	5,0	4,2	4,5	0,11	1,3	2,6	300	100	50
	0	30	1,2	92	4,6	280	3,9	3,3	3,5	0,05	1,3	1,8	300	180	25
	1	00	1,2	100	5,0	230	3,9	3,3	3,5	0,04	1,3	1,6	250	220	7
	1	30	Туман рассеялся												
12/IX	20	00	12,8	96	10,7	105	10,4	8,6	9,2	0,33	5,2	4,9	70	73	1
	20	30	12,8	98	10,7	125	9,3	7,8	8,3	0,30	5,7	4,7	70	70	0
	21	00	13,0	98	11,1	376	9,5	8,0	8,5	0,96	14,3	15,5	27	23	4
	22	00	12,8	100	11,0	370	9,4	7,9	8,4	0,93	14,5	14,0	27	23	0
	23	00	10,9	99	9,6	236	9,1	7,6	8,1	0,53	5,7	8,5	70	40	27
	24	00	8,2	100	8,2	105	6,4	5,3	5,7	0,08	1,2	1,8	320	200	23
	0	30	Туман рассеялся												
21/IX	2	07	13,3	99	11,3	650	3,6	3,0	3,2	0,09	3,7	3,7	106	92	5
	2	34	9,5	100	8,9	410	5,2	4,3	4,6	0,18	6,6	5,0	60	07	5
	3	00	6,4	97	7,0	515	4,5	3,8	4,0	0,14	3,0	4,5	130	80	31
	3	15	6,0	96	6,7	190	4,2	3,5	3,7	0,04	1,0	1,0	260	240	20
	4	00	Туман рассеялся												
23/IX	20	17	—	—	—	300	4,7	4,0	4,2	0,09	4,5	2,1	90	120	14
	20	33	—	—	—	320	3,9	3,3	3,5	0,06	2,6	2,2	150	150	0
	21	13	—	—	—	240	3,2	2,6	2,8	0,02	1,1	1,0	350	370	3
	21	30	Туман рассеялся												
25/IX	2	28	—	—	—	640	2,7	2,0	2,4	0,04	3,8	2,1	100	150	20
	2	45	—	—	—	860	3,5	2,9	3,1	0,11	5,6	4,5	70	73	2
	3	00	—	—	—	610	2,2	1,8	1,9	0,02	2,9	1,4	135	250	40
	3	30	Туман рассеялся												

Водность тумана q вычислялась по числу капелек в 1 м^3 и средне-объемному радиусу капелек тумана.

Коэффициент экстинкции определялся прибором, сконструированным по принципу двух фотоэлементов, освещаемых одним источником света. На один из фотоэлементов попадал неослабленный пучок света. Другой фотоэлемент освещался пучком света, прошедшим через слой воздуха толщиной L . По отношению величин токов двух фотоэлементов можно было судить о степени замутнения среды.

Материалы наблюдений

В табл. 5 приведены температура t и абсолютная влажность e во время наблюдения, число капелек в 1 см^3 для каждого отсчета, среднекубический радиус капелек и величина водности, выраженная в граммах на кубический метр, величины α , вычисленные по данным экстинметра и по числу и размерам капелек тумана.

Видимость S в метрах приведена в двух столбцах; в одном случае вычислена по данным экстинктометра и формуле Леле, а в другом — по формуле Хоутона. В следующем столбце приведены расхождения в процентах. Затем приведены размеры капелек в микронах. При вычислении видимости по Хоутону средний радиус капелек определялся равным

$$\bar{r}_1 = \frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i r_i^2}.$$

Для вычисления водности и видимости средние значения радиуса капелек определялись различным образом.

При вычислении водности основное значение имеет объем капелек, поэтому и среднее значение радиуса принималось равным радиусу капли, объем которой равен среднему объему из всех наблюдаемых капелек, т. е.

$$\bar{r}_3 = \sqrt[3]{\frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i}}.$$

В ослаблении света главную роль играет поверхность капельки, поэтому для коэффициента экстинкции казалось рациональным использовать среднюю квадратичную величину радиуса

$$\bar{r}_2 = \sqrt{\frac{\sum n_i r_i^2}{\sum n_i}}.$$

Следует отметить, что если $\bar{r}_2$ принять за единицу, то $\bar{r}_3$ будет равен 1,1,

$\bar{r}_1 = 1,2$, среднее арифметическое $\bar{r}_4 = \frac{\sum n_i r_i}{\sum n_i}$ при этом будет равно прибли-

зительно 0,8. Указанные соотношения выведены в результате обработки большого числа кривых распределения капелек водяного тумана. Укажем еще и на то, что наиболее вероятный размер в большинстве случаев сильно отличается от средних размеров и самое большое отклонение от наиболее вероятного имеет размер, вычисленный по Хоутону.

Обсуждение результатов

Полученный табличный материал по изменению параметров тумана был обработан и нанесен на графики. Оказалось, что концентрация капелек не имеет устойчивой величины, а непрерывно меняется в достаточно больших интервалах. Так, например, в тумане, наблюдавшемся 10 сентября (рис. 3), она изменялась от 140 до 310 капелек в 1 см^3 . В тумане 12 сентября изменения были в пределах 100—380 капелек в 1 см^3 . Средний размер капелек изменялся в 1,5—2 раза в каждом опыте.

Величина видимости была в пределах 20—700 м. Непосредственных измерений водности не производилось и величина ее вычислялась по числу и размерам капелек тумана.

Из графиков, изображенных на рис. 3, видно, что уменьшение водности почти всегда сопровождается относительным понижением температуры, что можно объяснить экранирующим влиянием. Туман имел неоднородную структуру, местами был плотнее, местами слабее, и в зависимости от того, какой плотности участок находится над площадкой, лучеиспускание земной поверхности увеличивалось или уменьшалось. Одновременно с понижением водности увеличивалась дальность видимости и наоборот. Можно было предполагать, что величина водности определяется величиной изменения абсолютной влажности, если считать, что сконденсированная влага оставалась в воздухе в виде капелек тумана.

Такой связи между этими факторами установлено не было, остается предположить, что крупные капли тумана осаждались на землю, или мелкие капельки, попадая под влиянием небольшой тяги ветра в верхние слои воздуха, испарялись.

В тумане 10 сентября за первые два отсчета (рис. 3) видимость увеличивалась, а водность уменьшалась при неизменной концентрации капель. Очевидно, что изменения происходили за счет уменьшения радиуса капелек. С другой стороны, в эти же сроки понижалась и температура, а относительная влажность была практически неизменной, что казалось бы благоприятствовало росту капель. Это можно было объяснить либо осаждением более крупных капель, либо приходом другой части туманного облака.

В продолжение опыта 12 сентября размер капелек оставался практически постоянным и достаточно большим (порядка 8—10 μ).

Все происходящие изменения α , S и q объясняются вероятно адвекцией. Особенно это заметно после 22 часов, когда температура воздуха резко начала снижаться и к 24 часам туман рассеялся. За эти же сроки видимость возросла с 20 до 200—300 м.

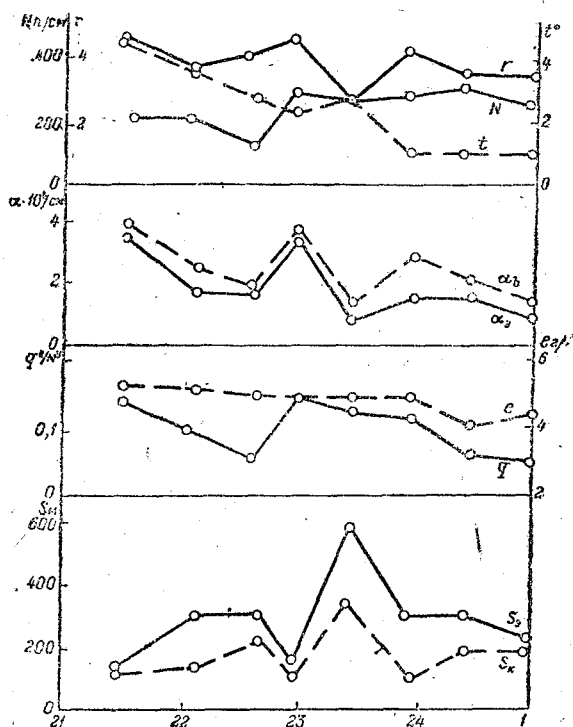


Рис. 3. График изменения во времени характеристик тумана.

Число капелек — N . Радиус капелек — r . Температура — t . Коэффициент экстинкции, вычисленный по r и N — α . Абсолютная влажность — e , водность — q . Видимость по экстинктому — S_e . Видимость по Хуутону S_K .

В тумане 21 сентября водность вначале возрастала и в соответствии с этим уменьшалась и видимость, но число капелек уменьшалось. Одновременно происходил рост капелек от $r=3,2\mu$ до $r=4,6\mu$. При неизменном количестве капелек и росте размеров водность должна увеличиваться как отношение кубов радиусов, т. е. в

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{4,6^3}{3,2^3} \approx 3 \text{ раза.}$$

Так как в это время концентрация капель уменьшилась с 650 до 410 капель в 1 см^3 , то величина водности должна была возрасти только в два раза. Оказалось, что водность тумана, число и размеры капелек изменяются в полном соответствии с вышеизложенным.

Вид кривых коэффициента экстинкции, полученных из данных экстингометра и вычисленных по формуле Страттона и Хоутона, дают удовлетворительное совпадение. Расхождение отдельных точек доходит до 30%, в среднем составляет 13%.

Такое удовлетворительное совпадение дали и кривые видимости.

По согласованному ходу кривых α и S , полученных по данным экстингометра и вычисленных по числу и размерам капелек тумана, можно судить о том, что измеренные число и размеры капелек близки к действительным. Расхождение α и S , наблюдаемых и вычисленных по N и r , лежит в пределах погрешности измерения числа капелек, поэтому можно полагать, что прибор, разработанный по выбранной нами методике, оправдал себя и может быть применен для полевых наблюдений в естественных туманах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение щелевого ультрамикроскопа с кратковременным стробоскопическим освещением капелек тумана, находящихся в счетном пространстве, дает возможность определить число капелек в естественных туманах, не нарушая величины концентрации частиц в счетном пространстве. Счетное пространство, ограниченное шириной пучка света и полем зрения микроскопа, позволило сосчитать капельки тумана, свободно проходящего через счетное пространство, которое являлось частью движущегося воздуха. Удовлетворительная согласованность численных величин параметров тумана, вычисленных и наблюдаемых по приборам, дает основание предполагать, что измеренная величина концентрации капелек близка к действительной.

Измерение концентрации еще сопровождается значительными погрешностями, обусловленными главным образом сравнительно малым числом отсчетов в единицу времени, так как для точных измерений при неоднородном распределении числа капелек по объему необходимо большое число отсчетов в короткий промежуток времени.

Применение фотографирования счетного объема поможет в значительной мере снизить ошибки такого происхождения. Можно предполагать также, что такого типа прибор с видоизмененными оптическими данными осветителя и отсчетного микроскопа позволит производить счет мелких кристалликов льда и снежинок в единице объема.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тараан. Труды ЛИЭМ, вып. I, стр. 51, Гидрометеониздат, 1937.
2. Адеркас. Вопросы экспериментальной метеорологии, стр. 100. Гидрометеониздат, 1941.
3. Köller. Met. Zeit. s. 359, 1921; s. 257 1923.
4. Hageman. Gerl. Beitr. z. Geoph. 46. 1936.
5. Houghton and Radford. Pap. Phys. Ocean and Met. Massachusetts Inst. of Technology. V. VI p. 4 1938.
6. Findeisen. Gerl. Beitr. z. Geoph. 35. 1932.
7. Wiegner and Russel. Koll. Z. 52, 201, 1930.
8. Tuorila. Koll. Z. 22, 220, 1926.
9. Stumpf. Koll. Z. 3, 339, 1939.

К МЕТОДИКЕ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ ПОЧВЫ

В последнее время большое значение приобрела задача измерения температуры поверхности почвы в связи с решением ряда физических и метеорологических проблем, как-то изучением теплового баланса подстилающей поверхности почвы, прогнозом заморозков и др. А между тем можно отметить, что до сих пор нет еще удовлетворительной методики для измерения этой физической характеристики. На метеорологических станциях температура поверхности почвы измеряется ртутными термометрами, уложенными на поверхности почвы таким образом, что половина шарика термометра находится в почве, а половина в воздухе. Измерение характеристики этим способом не является вполне удовлетворительным, поскольку нам неизвестны систематические ошибки ртутных термометров. Поэтому, несмотря на имеющийся большой материал по температуре поверхности почвы, оперировать с ним бывает трудно, а подчас и совершенно невозможно.

Ряд исследователей — Фомин, Александров и Куртнер, Чудновский и другие — занимались вопросом измерения температуры поверхности почвы. Ими был получен ряд количественных и качественных характеристик.

Так, Фомин [1] исследовал зависимость показаний ртутных термометров от способа установки, от напряжения солнечной радиации, от резких колебаний температуры воздуха, от различия размеров и форм термометров и ряда других факторов. Но ввести поправки в показания ртутных термометров ему не удалось, так как он не смог добиться постоянства поправок в различных условиях.

Применение термоэлектрических пар для измерения температуры поверхности почвы не может способствовать успешному разрешению этой задачи ввиду нарушения теплового состояния поверхности почвы при наложении термопары, причем искажение показаний термопары будет тем сильнее, чем инерционнее термопара или термостолбик.

Более совершенный метод измерения температуры поверхности почвы был предложен Чудновским [3]. В этой работе произведено сравнение суточного хода показаний ртутного почвенного термометра и термосетки. Испытания показали, что термосетка может успешно использоваться при специальных наблюдениях над температурой поверхности почвы, но относительная сложность устройства ее, необходимость чрезвычайно аккуратного обращения и частой проверки градуировочной кривой делают ее непригодной для массового использования на сети.

В нашей работе мы решили сравнить результаты измерения температуры поверхности почвы ртутными термометрами с приемниками, наполовину погруженными в почву с измерениями термосеткой, чтобы иметь возможность идентифицировать данные сетевых метеорологических станций и получить значения истинных температур поверхности почвы.

Рассмотрим, каковы источники ошибок, которые мы получаем при измерении температуры поверхности почвы ртутными термометрами.

Существуют два источника ошибок:

Первая группа ошибок получается в результате того, что резервуар термометра, являясь трехмерным телом, не может верно характеризовать температуру двумерной поверхности почвы. Из рис. 1, видно что значительный скачок температуры приходится на самый верхний слой почвы и тонкий, прилежащий слой воздуха. Поэтому вдоль диаметра резервуара термометра наблюдается резкое падение температуры и термометр будет показывать не температуру поверхности почвы, а среднюю температуру слоя, в котором он установлен, т. е. показания его будут занижены. В инверсионных условиях картина будет обратной.

Вторая группа ошибок связана с различием альбедо шарика термометра и подстилающей поверхности. Блестящая металлическая поверхность шарика термометра имеет альбедо большее, чем поверхность почвы. Поэтому при сверхadiaбатических градиентах нагревание шарика отстает от нагревания поверхности почвы, а при инверсиях, в силу излучения шарик охлаждается медленнее, чем почва. Таким образом ошибки первого и второго типа не уничтожают друг друга, а складываются.

Наиболее близкие к истинным будут температуры при изотермии.

Нужно отметить, что с увеличением температурной разности почва — воздух ошибки ртутных термометров увеличиваются, т. е., что

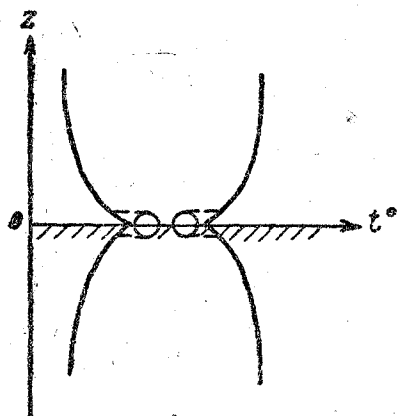


Рис. 1.

$$\Delta t = \theta_c - \theta_p \sim \theta_c - \theta_a,$$

где θ_c — температура по термосетке, т. е. истинная температура поверхности почвы, θ_p — температура почвы по ртутному термометру, θ_a — температура воздуха.

С целью получения поправок к ртутным термометрам летом 1946 г. в районе Ленинграда нами производились измерения температуры поверхности почвы одновременно ртутными почвенными термометрами и платиновой термосеткой с одновременным измерением температурного градиента воздуха и скорости ветра.

Термосетка представляет из себя металлическую рамку, внутри которой имеются одинарные витки платиновой проволоки диаметром 0,07 мм, которые крепятся на рамке с помощью целлулоидных пластинок, обеспечивающих должную изоляцию. При измерениях рамка укладывалась таким образом, чтобы витки проволоки лежали целиком на поверхности почвы. Предварительно сетка градуировалась и ее градуировка проверялась от времени до времени. Сетка включалась в качестве одного из плеч в схему уравновешенного моста Уитстона.

Ввиду малой инерционности витков сетки (большая теплопроводность платины и малое поперечное сечение) мы считали, что в каждый момент времени температура платиновой проволоки равна температуре поверхности почвы.

Температура воздуха измерялась психрометрами Ассмана (большая модель) на трех высотах: 20, 55 и 150 см, причем на каждой высоте были установлены по 3 психрометра, скорость ветра измерялась двумя анемометрами Фусса на высоте 2 м.

Измерения по всем приборам на почве и в воздухе производились через каждые 2 минуты. При обработке, для получения сглаженных характеристик, все двухминутные наблюдения осреднялись за 10 минут, осреднялись также и отсчеты по психрометрам на каждой высоте.

Наблюдения производились на двух подстилающих поверхностях, песке и пашне.

На песке было произведено 108 десятиминутных серий и на пашне 54 десятиминутных серии. Наблюдения производились только при сверх-адиабатических градиентах температуры.

Результаты обработки этих данных даны на рис. 2 а и б. Поправка ртутного термометра $\Delta t = \theta_c - \theta_p$ представлена как функция $(\theta_p - \theta_{150})$ для песка и пашни соответственно (θ_{150} — температура воздуха на высоте 150 см).

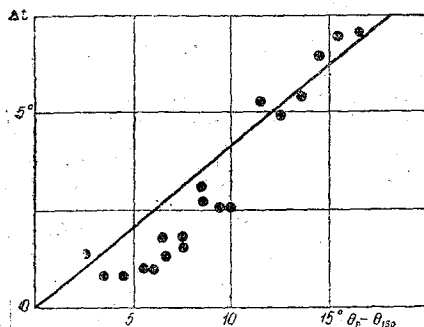


Рис. 2. (а) Песок.

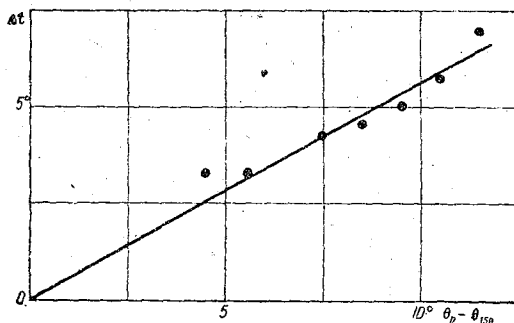


Рис. 2 (б) Пашня.

Как видно из графиков, в первом приближении зависимость можно считать линейной.

$$\theta_c - \theta_p = 0,40 (\theta_p - \theta_{150}) \text{ — для песка,}$$

$$\theta_c - \theta_p = 0,56 (\theta_p - \theta_{150}) \text{ — для пашни.}$$

или

$$\left. \begin{aligned} \theta_c - \theta_{150} &= 1,40 (\theta_p - \theta_{150}) \text{ — для песка,} \\ \theta_c - \theta_{150} &= 1,56 (\theta_p - \theta_{150}) \text{ — для пашни.} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Рис. 2 а и б и формулы (1) дают значения поправок ртутного термометра по его показанию на поверхности почвы и по температуре воздуха.

Таким образом формулы (1) дают возможность исправить все станционные данные по температуре поверхности почвы, получив истинное значение этой характеристики.

Для проверки найденной зависимости на других данных нами были обработаны данные по скорости ветра, температуре воздуха и поверхности почвы для Арыси (район Ташкента) за 2 месяца (октябрь и ноябрь 1942 г.). Подстилающая поверхность — мелкий лёссовый песок.

Ввиду того, что температура поверхности почвы измерялась только ртутными термометрами, проверить достоверность уравнений (1) не представляется возможным. Поэтому мы использовали предположение, что

$$\theta_c - \theta_{150} = f(\theta_{55} - \theta_{150})$$

(θ_{55} — температура воздуха на высоте 55 см).

По данным наблюдений 1946 г. для района Ленинграда мы получили

$$\theta_c - \theta_{150} \simeq A(\theta_{55} - \theta_{150})$$

(на песке $A = 30$, на пашне $A = 15$). Откуда, используя (1)

$$\Theta_p - \Theta_{150} = B(\Theta_{55} - \Theta_{150}),$$

$B = 21$ на песке, $B = 10$ на пашне.

Аналогично, для Арыси мы получили для B значение равное 15,5.

То обстоятельство, что значение коэффициента B для Арыси лежит в интервале значений коэффициентов B , полученных по наблюдениям, производившимся в районе Ленинграда, подтверждает верность полученных выше соотношений (1) для нахождения поправок к ртутным термометрам.

Несколько заниженное значение $B = 15,5$ для Арыси по сравнению с наблюдениями в районе Ленинграда (где B для песка равно 21,0) может быть объяснено различием физических характеристик песка (цвет, зернистость). Песчаная поверхность опытной площадки в Арыси была темнее, чем в районе Ленинграда.

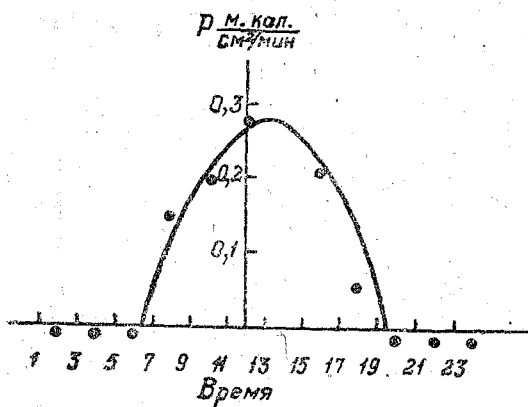


Рис. 3.

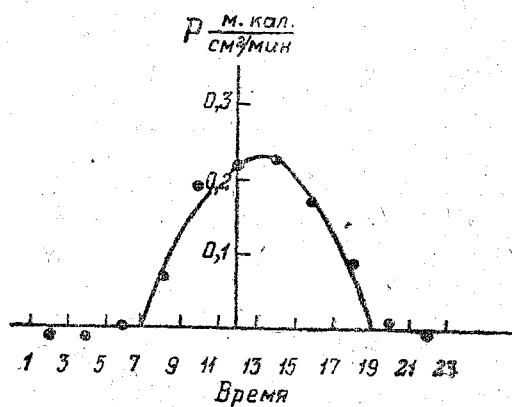


Рис. 4.

Прямое подтверждением полученных выше соотношений (1) может служить расчет суточного хода турбулентного потока тепла по станционным данным двумя путями, использовав в первом случае градиенты температуры воздуха на двух высотах, а во втором — градиенты почвы — воздух; причем в показаниях ртутных термометров на поверхности почвы вводятся поправки по формулам (1).

Совпадение величин потоков в обоих случаях будет подтверждать корректность уравнений (1).

Такие расчеты были нами произведены для района Саратова по наблюдениям С. А. Сапожниковой за 1943 г.

Результаты представлены на графиках (рис. 3 и 4).

Для построения графика (рис. 3) использовались разности температур воздуха на высотах 20 и 150 см, а для графика (рис. 4) использовались разности температур поверхности почвы и воздуха на высоте 150 см. Величина суточного турбулентного потока тепла в первом случае оказалась равной $135 \text{ м кал/см}^2 \cdot \text{сутки}$, а во втором случае равной $120 \text{ м кал/см}^2 \cdot \text{сутки}$. Достаточно хорошее согласование полученных величин подтверждает пригодность уравнений (1) для нахождения поправок к ртутным термометрам при измерении температуры поверхности почвы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Фомин. К вопросу о методике измерения температуры поверхности почвы. Журнал геофизики, т. III, стр. 507, 1933.
2. Александров и Куртнер. Физические основы теплового баланса почвы.
3. А. Ф. Чудновский. Термосетка для измерения температуры поверхности почвы. Тр. НИУ ГУГМС, ГГО, сер. I, вып. 24, 1946.