

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР  
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ  
И КОНТРОЛЮ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

ТРУДЫ  
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ  
им. А. И. ВОЕЙКОВА

*Выпуск*

446

ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ  
ИССЛЕДОВАНИЯ  
ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

Под редакцией  
доктора физ.-мат. наук  
профессора М. И. ЮДИНА



ЛЕНИНГРАД ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ 1981

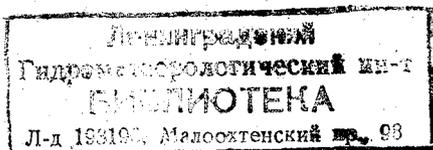
551.513;  
551.509.314

В сборнике приводятся результаты статистических исследований циркуляции атмосферы, направленных в основном на усовершенствование долгосрочного прогноза погоды. Привлекаются новые методы исследования, основанные на теории информации. Изучается структура хода метеорологических элементов и ее нарушения при смене сезонов. Рассмотрены некоторые физические задачи, представляющие интерес для долгосрочного прогноза погоды и теории климата. Обсуждается вопрос об учете гидродинамической информации в вероятностном декадном прогнозе.

Сборник рассчитан на метеорологов, климатологов и других специалистов интересующихся вопросами долгосрочного прогнозирования и применения статистических методов в метеорологии.

The publication presents the results of statistical studies of atmospheric circulation aimed basically at improving long-range weather forecast. New methods are used for studying which are based on information theory. The structure of meteorological element variation and its disturbances during the change of seasons are studied. Some physical tasks have been examined which are of interest in terms of long-range weather forecast and climate theory. The question is discussed on taking account of hydrodynamic information in probabilistic decade forecast.

The publication is intended for meteorologists, climatologists and other specialists interested in the problems of long-range forecasting and the use of statistical methods in meteorology.



## ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ПОДХОДА К ЗАДАЧЕ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА

Метод информационной оценки качества опознавания градуированных объектов, предложенный в [3, 4], в отличие от классической теории информации позволяет учесть величины допущенных при опознавании ошибок, что и необходимо в случае неравнозначности ошибок. Напомним коротко сущность этого метода.

Рассмотрим систему градаций  $A_j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) с априорными вероятностями  $p_j$  и энтропией

$$H_0 = - \sum_{l=1}^M p_l \lg p_l. \quad (1)$$

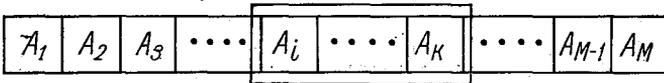


Рис. 1. Схема объединения градаций при оценке неточного опознавания.

Пусть при единичном акте опознавания объект, отнесенный к градации  $A_i$ , в действительности оказался принадлежащим к градации  $A_k$ . В этом случае опознавание может считаться успешным, если объединить градации  $A_i$  и  $A_k$ , включая все промежуточные, в одну градацию (рис. 1). Энтропия системы при этом уменьшится по сравнению с первоначальной (1) на величину

$$\Delta H = p(i, k) \lg p(i, k) - \sum_{l=\min(i, k)}^{\max(i, k)} p_l \lg p_l, \quad (2)$$

$$\text{где } p(i, k) = \sum_{l=\min(i, k)}^{\max(i, k)} p_l.$$

Соответственно на такую же величину уменьшится информационная оценка рассматриваемого акта опознавания  $Y(i, k)$  по сравнению с точным опознаванием  $Y(i, i)$ :

$$Y(i, k) - Y(i, i) = \Delta H. \quad (3)$$

Если принять в качестве информационной меры точного опознавания полную энтропию начальной системы  $H_0$ , то получим абсолютную оценку качества опознавания. Однако более важно для практики найти относительную оценку, принимая в качестве нулевой информационную меру случайного опознавания, т. е. такого метода, при котором условные вероятности осуществления градаций независимо от результата опознавания совпадают с априорными вероятностями

$$\sum_{k=1}^M p_k Y(i, k) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (4)$$

Из (4) и (2) — (3) получим выражения для  $Y(i, i)$  и  $Y(i, k)$ :

$$Y(i, i) = \sum_{j=1}^M p_j \left[ p(i, j) \lg p(i, j) - \sum_{l=\min(i, j)}^{\max(i, j)} p_l \lg p_l \right]; \quad (5)$$

$$Y(i, k) = \sum_{j=1}^M p_j \left[ p(i, j) \lg p(i, j) - \sum_{l=\min(i, j)}^{\max(i, j)} p_l \lg p_l \right] - p(i, k) \lg p(i, k) + \sum_{l=\min(i, k)}^{\max(i, k)} p_l \lg p_l. \quad (6)$$

Если представить результаты испытания некоторого метода опознавания (в частности методики прогноза) в виде таблицы сопряженности (числа случаев, когда объект, отнесенный к градации  $A_i$ , в действительности принадлежал градации  $A_k$ )  $n(i, k)$ , то на основании этой таблицы и матрицы  $Y(i, k)$  можно получить средние информационные оценки качества испытываемой методики:

$$Y = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^M \sum_{h=1}^M n(l, h) Y(l, h), \quad (7)$$

где

$$N = \sum_{l=1}^M \sum_{h=1}^M n(l, h).$$

Формула (7) может быть применена для оценки качества категорических прогнозов. В случае вероятностного прогноза, который приписывает вероятности  $q_h$  осуществлению градации  $A_h$ , а в действительности осуществилась градация  $A_k$ , оценка определяется как взвешенное среднее величин  $Y(h, k)$ :

$$p(q_h, k) = \sum_{h=1}^M q_h Y(h, k). \quad (8)$$

Мера информативности  $Y(i, k)$  может быть использована также на стадии разработки методики путем испытания различных гипотез и при установлении зависимости между дискретными (graduированными) переменными.

В основу подхода, использованного в данной работе, положена оценка информативности предиктора при различных гипотезах о его связи с предиктантом.

Пусть значения предиктора  $x$ , также как и значения предиктанта  $y$  разбиты на градации. Число градаций предиктора и предиктанта для удобства принято здесь одинаковым. Материалы архива представлены в виде матрицы  $n(l, z)$  числа случаев, когда при попадании предиктора в градацию  $x_l$  наблюдалась  $y_z$  градация предиктанта. По данным этой матрицы и матрицы  $y(i, k)$  можно рассчитать матрицу  $I(m, j)$  средних мер информативности, соответствующих прогностическому правилу: при попадании предиктора в градацию  $x_m$  прогнозируется  $y_j$  градация предиктанта. Она получается умножением  $m$ -й строки матрицы  $n(l, z)$  на  $j$ -ю строку матрицы  $Y(i, k)$ :

$$I(m, j) = \frac{\sum_{\alpha=1}^m n(m, \alpha) Y(j, \alpha)}{\sum_{\alpha=1}^M n(m, \alpha)}. \quad (9)$$

Элемент  $n(m, j)$  для рассматриваемого прогностического правила соответствует случаям точного прогноза и умножается на  $Y(j, j)$ .

Матрица  $I(m, j)$  позволяет оценить как степень связи предиктора с предиктантом, так и характер этой зависимости. В частности, среднее взвешенное из диагональных членов будет оценкой прямой и обратной линейной связи:

$$I_+ = \frac{\sum_{\alpha=1}^M I(\alpha, \alpha) N_{\alpha}}{\sum_{\alpha=1}^M N_{\alpha}}; \quad I_- = \frac{\sum_{\alpha=1}^M I(M+1-\alpha, \alpha) N_{\alpha}}{\sum_{\alpha=1}^M N_{\alpha}}, \quad (10)$$

где

$$N_{\alpha} = \sum_{h=1}^M n(\alpha, h).$$

Результаты расчетов матрицы  $I(m, j)$  используются нами для отбора предикторов. При этом в первую очередь отбираются зависимости, для которых величины  $I_+$  или  $I_-$  не противоречат гипотезе линейной связи. Значимость полученных значений  $I_+$  и  $I_-$  определяется путем сопоставления их с двусторонними доверительными пределами  $I$ , соответствующими 80% доверительному уровню и полученными в предположении об отсутствии зависимости между  $y$  и  $x$ . Распределение  $I$  в этом случае (при достаточно больших значениях  $N$ ) можно считать нормальным с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^M \sum_{\alpha=1}^M p_l p_{\alpha} [Y(l, \alpha)]^2,$$

а следовательно, интересующие нас доверительные пределы могут быть легко найдены с помощью известной функции Лапласа. Если фактические значения  $I_+$  или  $I_-$  превышают доверительные пределы для  $I$ , то отвергаем нулевую гипотезу об отсутствии связи между  $y$  и  $x$  при 20 % уровне значимости и переменную  $x$  принимаем в качестве предиктора.

Включены в рассмотрение также предикторы, для которых значимыми являются значения на концах главных диагоналей матрицы  $I(m, j)$  и которые не удовлетворяют критерию линейности вследствие либо нелинейного характера связи, либо размытости связи в области средних градаций. Для таких предикторов критерием отбора служит превышение над доверительными пределами, соответствующими 80 % доверительному уровню, среднего из членов, стоящих на концах главной диагонали матрицы  $I(m, j)$ , или превышение одним из этих членов доверительных пределов, соответствующих 90 % уровню.

При переборе  $m$  связей по критерию с уровнем значимости  $\epsilon$  отбирается в среднем  $(\epsilon \times m)$  характеристик-предикторов, не связанных с предиктантом. Чтобы уменьшить долю случайно отобранных связей, в [2] предлагается многоаспектная оценка прогностических связей. Здесь в качестве дополнительной оценки рассмотрена устойчивость связей в пределах различных временных интервалов, о чем подробнее будет сказано при рассмотрении конкретной прогностической задачи.

Если система предикторов определена, то для каждого предиктора в зависимости от градации текущего значения по матрице  $I(m, j)$  можно определить информационную меру прогноза любой градации предиктанта. Затем при предположении о независимости предикторов между собой легко рассчитать суммарные и средние меры информативности прогноза каждой из градаций предиктанта по совокупности предикторов. В качестве категорического прогноза выбирается градация, соответствующая максимальному среднему показателю информативности.

Для испытания изложенного методического подхода была рассмотрена конкретная задача прогноза первого коэффициента разложения  $a_1$  поля среднемесячных осадков на ЕТС по е. о. ф. в весенне-летний период (апрель—июнь). Методика и результаты разложения полей осадков по е. о. ф. приведены в [1]. Вклад первого коэффициента  $a_1$  в суммарную дисперсию составляет примерно 30 %, а рассмотрение карты первого собственного вектора показывает, что он описывает общий фон распределения осадков и может рассматриваться как некая характеристика засушливости территории в целом. Прогноз  $a_1$  осадков имеет вспомогательное значение при составлении физико-статистического прогноза осадков.

Функции, из которых проводился отбор предикторов (тест-предикторы), приведены в табл. 1.

По каждой из функций в систему тест-предикторов были включены данные за два года, предшествующие моменту прогноза. Значения каждого предиктанта и тест-предиктора были разбиты на че-

## Функции, использованные в качестве тест-предикторов

Функция	Форма представления
Давление воздуха по секторам (Атлантико-Европейскому, Американскому и Азиатскому) Аномалии температуры воздуха по Северному полушарию Повторяемость типов циркуляции (W, E) Г. Я. Вангенгейма Ледовитость северных морей (Баренцева, Лаптевых, Карского, Восточно-Сибирского)	Коэффициенты разложения ( $a_1, a_2, a_3$ ) средних месячных значений по с. о. ф.  Число дней с типами (W, E) за месяц Средние месячные значения и коэффициенты разложения ( $a_1, a_2$ ) по с. о. ф. во времени

тыре градации. Ряды, по которым рассчитывались матрицы  $n(l, z)$  и  $I(m, j)$ , включали 38 лет (1935—1972 гг.). В табл. 2 приведен пример матрицы  $I(m, j)$ , иллюстрирующей связь  $a_1$  осадков апреля с  $a_2$  аномалий температуры воздуха северного полушария в январе.

Таблица 2

Средние меры информативности  $I(m, j)$  для всевозможных правил прогноза  $a_1$  осадков апреля на ЕТС в зависимости от  $a_2$  аномалии температуры северного полушария в январе

$m$	$j$			
	1	2	3	4
1	-0,332	-0,124	0,171	0,346
2	-0,021	-0,063	0,021	0,016
3	0,090	0,048	-0,046	-0,085
4	0,263	0,100	-0,145	-0,277

$$I_+ = -0,178$$

$$I_- = 0,175$$

Расчеты матриц  $I(m, j)$  показали, что в большинстве случаев значимые связи близки к линейным. Поэтому в первом приближении для оценки качества тест-предикторов можно опираться на обобщенные показатели  $I_+$  и  $I_-$ . На рис. 2 приведены примеры графиков хода показателей  $I_+$  и  $I_-$  от месяца к месяцу по мере увеличения интервала заблаговременности от 0 до 27 месяцев. Из рис. 2 видно, что в некоторых случаях предиктор сохраняет знак связи с предиктантом на протяжении нескольких месяцев, а иногда довольно высокое значение  $I_+$  ( $I_-$ ), полученное для одного месяца, не подтверждается соседними месяцами. Из физических соображений трудно предположить, что возмущение с масштабом времени порядка одного месяца может оказать влияние на погоду через 1,5—2 года. Поэтому целесообразно в качестве предикторов использовать

осредненные за ряд месяцев характеристики, отражающие процессы большей временной длительности. Чем больше заблаговременность рассматриваемого прогностического указания, тем больше, по всей вероятности, должен быть интервал осреднения, в то время как вблизи от прогнозируемого месяца существенное влияние могут оказывать и процессы масштаба одного месяца.

Из двух величин размерности времени — интервала осреднения  $\Delta t$  и интервала заблаговременности  $\tau$  можно составить безразмерное отношение  $\Delta t/\tau$ . Если это отношение меньше некоторого критического значения  $\delta$ , то можно считать, что рассматриваются слишком кратковременные воздействия для того, чтобы основываться на них прогностические указания.

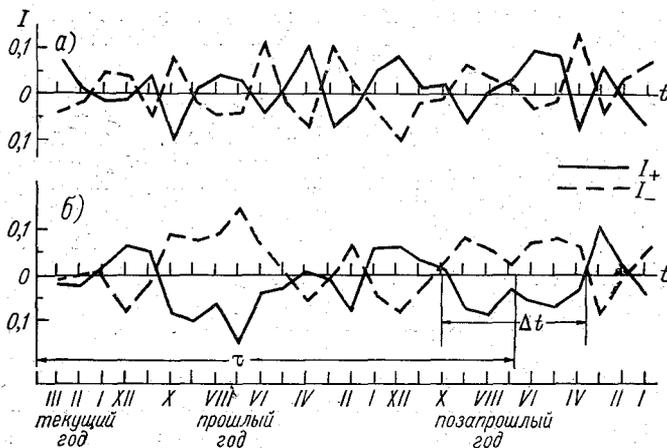


Рис. 2. Изменение показателей информативности, оценивающих линейную связь коэффициента разложения  $a_1$  осадков на ЕТС по е. о. ф. за апрель с коэффициентами разложения  $a_1$  (а) и  $a_2$  (б) давления на Атлантико-Европейском секторе по мере увеличения заблаговременности.

Увеличение  $\delta$  повышает надежность прогноза лишь в некоторых пределах. При больших временах осреднения мы часто будем объединять разные фазы колебания. Такие предикторы будут мало информативны. Из приведенных рассуждений следует, что выбор  $\delta$  (т. е. минимального интервала осреднения при данной заблаговременности прогностического указания) может существенно влиять на успешность прогноза.

В качестве эксперимента были рассмотрены значения  $\delta$ , равные  $1/4$ ,  $1/6$ ,  $1/8$ . По графикам, аналогичным рис. 2, для всех рассмотренных функций были выделены интервалы с повышенными значениями показателя информативности одного знака, соответствующие трем выбранным значениям  $\delta$ . Затем в качестве тест-предикторов были взяты величины, осредненные по выделенным интервалам

времени. Осреднение проводилось для значений тест-предикторов, выраженных в непрерывной шкале, а затем осредненные характеристики были вновь разбиты на четыре градации. Для них рассчитывались матрицы  $I(i, k)$ , показатели  $I_+$  и  $I_-$  и проверялась гипотеза о значимости полученных связей. В качестве прогностических принимались связи, удовлетворяющие 20 %-ным критериям значимости.

Для проверки гипотезы о независимости выбранных предикторов между собой были рассчитаны матрицы коэффициентов корреляции между предикторами. Оказалось, что в подавляющем большинстве случаев они не велики ( $|r| \approx 0,2 \dots 0,3$ ). Такая величина  $r$  при  $N = 38$  мало значима и может не учитываться. В этом случае информативность прогноза  $f$ -й градации предиктанта по совокупности предикторов может быть получена суммированием показателей информативности, соответствующих текущей градации предиктора  $I(q, f)$ , где  $q$  — градация текущего значения предиктора. Если коэффициент корреляции между предикторами был высок, а показатель информативности  $I_+(I_-)$  для одного из предикторов в 1,5—2 раза превосходил  $I_+(I_-)$  для другого предиктора, то мы отбрасывали худший предиктор, считая его связь с предиктантом целиком обусловленной связностью предикторов. В тех случаях, когда при коэффициенте корреляции между предикторами большем 0,4 показатели  $I_+(I_-)$  обоих предикторов были приблизительно одинаковы, показатели информативности  $I(q, f)$  для обоих предикторов умножались на 0,5.

После такой корректировки были определены суммарные и средние показатели информативности, по которым давался категорический прогноз для независимого ряда (1973—1978 гг.). Заблаговременность прогнозов 2—3 месяца.

В табл. 3 приведены оценки прогнозов по показателю  $Y$ , отдельно по месяцам и в среднем для различных значений  $\delta$ .

Таблица 3

Оценки прогнозов по общему показателю информативности  $Y$

Месяц	Прогноз					
	категорический			вероятностный $\delta = 1/6$	идеальный	климатологический
	$\delta = 1/4$	$\delta = 1/6$	$\delta = 1/8$			
Апрель	0,21	0,31	-0,15	0,14	0,41	0,04
Май	-0,25	-0,13	-0,01	-0,04	0,54	-0,02
Июнь	0,17	0,44	-0,12	-0,02	0,49	-0,05
Среднее	0,04	0,21	-0,09	0,03	0,48	-0,01

Из табл. 3 видно, что самые высокие оценки получены для  $\delta = 1/6$ , причем они существенно выше оценок, полученных при других значениях  $\delta$ . По-видимому, рассматривая только те возмущения,

для которых  $\Delta t/\tau > 1/4$ , мы теряем значительную часть полезной информации. Наоборот, возмущения, для которых  $1/6 > \Delta t/\tau > 1/8$ , в большинстве случаев оказываются случайно связанными с прогностическим состоянием.

Сравнивая оценки прогнозов по месяцам, видим, что прогнозы на апрель и июнь получили очень высокие оценки, а прогнозы на май оказались неудачными. В среднем за три месяца (по 18 прогнозам) оценка  $Y = 0,21$  приблизительно в 2 раза превосходит  $\sigma_Y$  для случайного прогноза. Для сравнения в табл. 3 приведены также оценки идеального и климатологического прогнозов. Оценка случайного прогноза  $Y = 0$ . Таким образом, мы видим, что полученная оценка существенно превосходит уровень случайного и климатологического прогнозов. Результаты испытания методики прогноза представлены также в табл. 4.

Таблица 4

Матрица сопряженности  $n(i, k)$  для прогноза  $a_1$  осадков ЕТС на апрель—июнь по результатам испытания 1973—1978 гг.

Прогностическая градация $i$	Фактическая градация $k$			
	1	2	3	4
1	4	2	—	1
2	1	—	—	—
3	—	2	1	1
4	1	1	4	—

Из табл. 4 видно, что точные прогнозы даны только в 28 % случаев. Однако если считать допустимой ошибку на одну градацию, то в этот допуск укладывается 89 % случаев.

Казалось естественным дать наряду с категорической и вероятностную формулировку прогноза, используя для этого полученные средние показатели информативности прогноза любой из градаций предиктанта. Вероятности градаций определялись пропорционально средним показателям информативности. Коэффициент пропорциональности находился из следующего условия: если максимальный средний показатель информативности, полученный для градации  $\bar{y}_m$ , превышает средние показатели информативности для всех остальных градаций более чем на 2,5, то дается категорический прогноз градации  $y_m$ .

Выполненные расчеты показали, что полученные при таком подходе вероятности очень мало отличаются от климатических (априорных) вероятностей и соответственно оценки вероятностного прогноза (табл. 3) оказались низкими. По-видимому более правильное представление об апостериорных вероятностях дает табл. 4.

Предполагается применить разработанную методику к прогнозу других объектов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болдырева Н. А. Разложение полей осадков, осредненных по площади по естественным ортогональным составляющим.— Труды ГГО, 1978, вып. 400,— с. 73—86.
2. Юдин М. И. Задача многоаспектной статистической оценки информативности прогностических соотношений.— Труды ГГО, 1975, вып. 329,— с. 33—40.
3. Юдин М. И. Информативный подход к задаче опознавания градаций.— Докл. АН СССР, 1977, т. 237, № 5,— с. 1031—1034.
4. Юдин М. И. Информационный подход к задаче оценивания гидрометеорологических прогнозов в категорической и вероятностной форме.— Труды III Всесоюзного симпозиума по применению статистических методов в метеорологии. 1978,— с. 7—15.

*М. И. Юдин, В. Г. Блажевич,  
М. П. Голод, И. Е. Чувашина*

## **ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ВЫВОДЫ ОБ ИНФОРМАТИВНОСТИ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ**

В работах по физико-статистическому методу прогноза важное место занимает критический анализ информативности различных групп прогностических соотношений. Такой анализ рассматривается как один из основных способов повышения надежности и успешности статистических методов прогноза. В статье кратко изложено существо проведенных исследований, отмечены основные различия анализов, предпринимавшихся в рамках этого направления, и приведены новые выводы, полученные на основе современной методики исследования с привлечением обширного фактического материала.

### **Основные этапы исследований**

**Первый этап исследований.** В работах [1, 2] оказалось возможным получить ряд выводов о значимости различных характеристик исходной информации (тест-предикторов) на основе архива данных о корреляции между тест-предикторами и предиктантами. Для этого рассматривалась совокупность сравнительно больших (по абсолютному значению) коэффициентов корреляции  $|R| \geq R_k$ , которые выводились на печать в процессе подготовки прогнозов. Определялось число больших коэффициентов, полученных при коррелировании группы однородных тест-предикторов со всеми предиктантами. Рассчитывалось, насколько вероятно получить при корреляции случайных независимых нормально распределенных функций времени такое же или большее число коэффициентов  $|R| \geq R_k$ . Легко видеть, что такой способ статистического анализа не лишен недостатков. Тем не менее, на этом первом этапе исследования удалось сделать выводы о большой вероятности того, что ряд групп тест-предикторов содержит некоторую информацию о характеристиках среднего состояния атмосферы при заблаговременности указаний от 2 до 30 месяцев. На том же этапе исследования была проведена так называемая ревизия всех тест-предикторов. Те из

них, информативность которых нельзя было подтвердить при относительно низком уровне значимости, были исключены из рассмотрения. Это изменение методики оперативных прогнозов уменьшило вероятность включения ложных прогностических связей.

**Второй этап исследований.** Этот этап связан с идеей многоаспектной оценки информативности [3]. Полное множество статистических связей разбивается на группы по различным существенным признакам. При каждом разбиении производится оценка информативности отдельных групп тест-предикторов. Любой тест-предиктор оказывается членом нескольких групп и получает несколько оценок. Это позволяет более обоснованно судить о том, содержит ли он полезную информацию о характеристиках среднего состояния атмосферы в будущем. При реализации этого подхода в работах [4, 5] оценки информативности производились уже не на материалах обучающей выборки (под обучающей выборкой понимаем ряд, по которому рассчитывались связи), а по данным экзаменационной выборки, т. е. независимых данных, на которых проверялись связи.

В настоящее время считается аксиомой, что испытание методики прогноза на независимых данных очень важно и во многих случаях приводит к выводам, существенно отличным от испытания на данных обучающей выборки. Для статистического анализа были использованы архивы результатов оперативных прогнозов за 1970—1972 гг. Качество каждого прогностического указания определялось по отношению среднего квадрата ошибки прогноза, основанного на этом указании, к квадрату медианной ошибки случайного прогноза. Общий объем множества статистических связей ( $n = 3524$ ) представлялся достаточным для того, чтобы получить обоснованные выводы об информативности отдельных подмножеств. Однако то, что испытание произведено по материалу всего трех лет, заставляет относиться к выводам с известной осторожностью. Действительно, надежность выводов существенно зависит от того, проверяется ли информативность предиктора в достаточно широком диапазоне условий. С этой точки зрения трехлетняя экзаменационная выборка во многих частных испытаниях может оказаться недостаточной. Следует также высказать замечание о том, что расчеты уровня значимости статистической гипотезы производятся для случая независимых случайных функций времени. В ряде исследований (например, [6, 7]) показано, что предположение о независимости может во многих случаях приводить к завышению уровня значимости гипотез о реальности корреляционных связей. В работах по физико-статистическому методу прогноза предикторами и предиктантами в основном являются коэффициенты разложения метеорологических полей в ряды по естественным составляющим. По определению коэффициенты разложения каждого поля, рассматриваемые как случайные функции времени, статистически ортогональны (независимы). Это обстоятельство существенно повышает обоснованность расчетов уровня значимости, хотя некоторые тест-предикторы (а также предиктанты), относящиеся к разным метеорологическим полям или разным интервалам времени, коррелированы между

собой. Поскольку требуемая точность расчетов уровня значимости невысока, исходное предположение можно признать приемлемым. Однако необходимо подчеркнуть, что условие статистической ортогональности коэффициентов разложения полей реализуется на обучающей выборке. Если экзаменационная выборка недостаточно репрезентативна, между коэффициентами разложения могут возникнуть ложные корреляционные связи, что дополнительно снижает значимость статистических выводов.

Эти соображения привели к тому, что полученные на втором этапе статистического исследования выводы об информативности предикторов были использованы в оперативной практике с большими ограничениями.

О мере информативности. Анализ материалов, полученных на втором этапе исследований, позволил сделать заключение, которое в определенной мере противоречит устоявшимся взглядам многих специалистов по статистическим методам прогноза. Обнаружено, что оценка информативности прогностических указаний по такому критерию, как абсолютная (или относительная) ошибка прогноза, основанного на уравнении регрессии, приводит к потере значительной доли полезной информации. Это происходит из-за известного, но недостаточно учитываемого факта, что ожидаемая ошибка случайного прогноза крупной аномалии существенно больше, чем ошибка случайного прогноза условий, близких к норме. Отсюда следует, что применение критерия средней ошибки, постоянной для всех формулировок прогноза, дает преувеличенное представление об информации, содержащейся в прогнозах условий близких к норме, и заниженное об информации, содержащейся в прогнозе крупных аномалий. Можно спорить о том, должна ли шкала окончательной оценки готового прогноза учитывать больший риск, связанный с прогнозом крупных аномалий. Мы склонны отвечать на этот вопрос положительно.

Независимо от этого спора представляется, что при оценке информативности прогностических указаний очень важно сохранить совокупности прогностических указаний на повышенную вероятность крупных аномалий, ошибка которых меньше ошибки случайного прогноза, данного в той же формулировке. Иначе говоря, требуется сравнивать прогноз со случайным прогнозом при равных условиях. Указания, выдержавшие такое сравнение, можно рекомендовать для использования в прогнозе погоды. Вопрос же об окончательной формулировке прогноза должен решаться отдельно в зависимости от целевого назначения прогноза. В частности, для многоцелевых прогнозов наиболее приемлемым представляется прогноз с указанием вероятности осуществления отдельных градаций предиктанта.

Сравнительные оценки качества прогностических указаний могут быть получены разными способами. В работе [8] развита теория, основанная на основных соотношениях теории информации. Принципиально новым при этом является привлечение понятия об упорядоченности различных классов (градаций) объекта прогноза

Эту теорию мы использовали для определения значимости прогностических указаний различных групп предикторов при оценке прогнозов. А именно, все возможные значения предиктантов были разбиты на  $M$  классов или градаций ( $l = 1, 2, \dots, M$ ). При этом, разбиение мы удовлетворяли условию упорядоченности всех классов:

$$A_1 < A_2 < \dots < A_M. \quad (1)$$

Далее, пусть предиктант, отнесенный к классу  $A_l$ , в действительности принадлежит классу  $A_k$ . Информационная мера успешности такого единичного прогноза рассчитывается в соответствии с работами [8, 9] по формуле

$$Y(l, k) = \sum_{j=1}^M P_j \left[ P(i, j) \lg P(i, j) - \sum_{l=\min(i, j)}^{\max(i, j)} P_l \lg P_l \right] - \\ - P(i, k) \lg P(i, k) + \sum_{l=\min(i, k)}^{\max(i, k)} P_l \lg P_l. \quad (2)$$

Значения  $Y(i, k)$  образуют квадратную матрицу.

Пусть  $n(k, i)$  означает число случаев, когда при прогнозе класса  $A_i$ , предиктант фактически принадлежал к классу  $A_k$ . Тогда матрица  $n(k, i)$  будет характеризовать всю совокупность прогнозов или прогностических указаний, полученных при испытании той или иной методики или при использовании той или иной группы предикторов.

Средние информационные оценки качества всей совокупности указанных прогнозов рассчитываются по формуле

$$Y = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^M \sum_{h=1}^M n(l, h) Y(l, h), \quad (3)$$

где

$$N = \sum_{l=1}^M \sum_{h=1}^M n(l, h).$$

Интерес представляют также показатели успешности прогнозов отдельных градаций

$$Y_i = \frac{1}{N_i} \sum_{l=1}^M n(l, i) Y(l, l), \quad (4)$$

где

$$N_i = \sum_{l=1}^M n(l, i).$$

**Третий этап исследований.** Так же как на втором этапе связи между предикторами и предиктантами рассчитывались на основе использования обучающей выборки. Но на третьем этапе были выбраны 2 обучающих выборки. Объем одной из них приблизительно

соответствует объему данных, использовавшихся в оперативных прогнозах температуры и осадков до 1977 г. Для наших целей было удобно ввести постоянную длину рядов предиктантов. Она была выбрана равной 40 годам. Таким образом, при расчете прогностических связей, например, на 1970 г. обучающая выборка состоит из данных за 1930—1969 гг., на 1976 г.— из данных за 1936—1975 гг. и т. д. Для некоторых предикторов, в частности данных об абсолютной топографии поверхности 500 мб и о температуре поверхности воды, материалов за весь рассматриваемый период не имелось и длина ряда, по которому рассчитывались корреляционные связи, была короче 40 лет.

Вторая обучающая выборка включает данные по предиктантам с 1891 г. Длина ряда переменная для расчетов прогностических связей, например на 1970 г. она составляет 79 лет, а на 1976 г.— 85. Однако по многим предикторам ряды короче. В дальнейшем будем их называть 40-летними и удлиненными выборками. Основная экзаменационная выборка составляет 7 лет (1970—1976 гг.). Во многих случаях были произведены расчеты отдельно для 1970—1972 (как на 2 этапе исследования) и 1973—1976 гг. Произведены также некоторые предварительные расчеты для экзаменационной выборки 1965—1969 гг.

Весь архив долгосрочного прогноза, используемый в физико-статистическом методе, насчитывает 737 предикторов [10, 11]. Предиктантами являются коэффициенты разложения по естественным ортогональным функциям полей температуры и осадков за апрель—июль для территорий ЕТС, Казахстана и Западной Сибири, а также гидротермические коэффициенты за май—июнь для ЕТС и за май—июль для Казахстана и Западной Сибири.

В отличие от второго этапа, когда многоаспектная оценка информативности прогностических соотношений производилась по критерию, связанному с абсолютной ошибкой прогноза, на третьем этапе использовалась информационная мера успешности прогнозов рассмотренная выше.

Число аспектов, которые подвергались рассмотрению, расширено. Вся совокупность связей предикторов с предиктантами была разбита на группы, по которым была рассчитана информативность связей.

На материалах 7-летней экзаменационной выборки были проведены испытания. Исследовалась успешность прогностических указаний предикторов в зависимости от:

- 1) всех значимых связей, т. е. связей, для которых

$$\left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right| \geq \alpha,$$

где  $Z$  — переменная Фишера,  $Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$  ( $r$  — коэффициент корреляции),  $\sigma_Z$  — среднее квадратическое отклонение  $Z$ ,  $\alpha = 2,1\%$  преграда, соответствующая 3,2% уровню значимости нулевой гипотезы;

2) значений величины  $\left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right|$ , были выделены следующие градации: а)  $\left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right| \geq 2,65$ ; б)  $2,40 \leq \left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right| \leq 2,64$ ; в)  $2,25 \leq \left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right| \leq 2,39$ ; г)  $2,15 \leq \left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right| \leq 2,24$ ;

3) заблаговременности предикторов. Разбиение интервала временного изменения предикторов осуществляется по сезонам следующим образом: а) ноябрь прошлого года—январь текущего года, б) апрель—сентябрь прошлого года, в) март позапрошлого года—октябрь прошлого года, г) апрель—сентябрь позапрошлого года, д) январь—март позапрошлого года;

4) заблаговременности от 1 до 30 месяцев для следующих прогностических интервалов в месяцах: а) 1—5, б) 6—10, в) 11—14, г) 15—23, д) 24—30;

5) крупномасштабности предиктора по следующим группам: а)  $a_1$ ,  $a_2$  полушария, б)  $a_3$  полушария и  $a_1$  секторов, в)  $a_2$  секторов, г)  $a_3$  секторов, д)  $a_4$ ,  $a_5$  секторов и по более мелким территориям: е)  $a_1$ , ж)  $a_2$ , з)  $a_3$ . Здесь  $a_n$  —  $n$ -й коэффициент разложения соответствующего элемента по естественным ортогональным функциям;

6) физического смысла предиктора.

Исследовалась также на материалах 7 лет предсказуемость отдельных групп предиктантов по всему архиву предикторов. Разбиение предиктантов на группы осуществлялось в зависимости от того, представляют ли собой предиктанты осадки, температуру или гидротермический коэффициент и к какой территории или к какому месяцу они относятся.

### Методика оценки информативности группы прогностических указаний

Все ряды значений предиктантов ранжированы и разбиты на 10 равновероятных градаций  $A_k$ . Таким образом, в 40-летних рядах в каждую градацию попадают 4 значения предиктанта, в удлиненных рядах 8—9 значений. При этом учитывалось требование равного числа градаций и соответственно равных границ градаций для прогностических и фактических значений предиктанта.

При расчете прогностических связей прогностическое значение соответствующего предиктанта  $A_i$  получается в результате решения одночленного уравнения линейной регрессии. Далее определяем, в какую градацию попадают прогностическое значение  $A_i$  и фактическое  $A_k$ . Путем перебора всех прогностических значений  $A_i$  и сравнения их с фактическими  $A_k$  строим матрицу  $n_{ki}$  — числа случаев, когда объект, опознанный как  $A_i$  в действительности принадлежал к градации  $A_k$ .

Матрица  $n_{ki}$  для каждой группы прогностических связей рассчитывается заново и характеризует результаты испытания рассматриваемой группы прогностических связей. Естественно, что

в матрице  $n_{ki}$  крайние члены меньше средних, поскольку прогностические указания на аномальные явления встречаются реже. Априорная вероятность  $p_\alpha$  градаций считается известной. В наших расчетах  $p_\alpha = 0,1$ . Величина  $Y(i, k)$ , определенная формулой (2), представляет собой искомую меру успешности при единичном акте идентификации градуированных объектов. Поскольку  $p_\alpha = \text{const}$ , матрица, состоящая из величин  $Y(i, k)$  не меняется при расчете информативности различных групп прогностических указаний. Расчет матрицы приведен в табл. 1.

Таблица 1

Матрица  $Y_{ik}$

$k$	$i$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,02	0,88	0,69	0,47	0,22	-0,05	-0,34	-0,64	-0,96	-1,28
2	0,67	0,80	0,67	0,48	0,25	-0,00	-0,27	-0,56	-0,86	-1,17
3	0,31	0,50	0,64	0,50	0,31	0,09	-0,17	-0,44	-0,72	-1,02
4	-0,03	0,20	0,39	0,53	0,39	0,20	-0,03	-0,28	-0,55	-0,83
5	-0,33	-0,08	0,14	0,33	0,47	0,33	0,14	-0,08	-0,33	-0,60
6	-0,60	-0,33	-0,08	0,14	0,33	0,47	0,33	0,14	-0,08	-0,33
7	-0,83	-0,55	-0,28	-0,03	0,20	0,39	0,53	0,39	0,20	-0,03
8	-1,02	-0,72	-0,44	-0,17	0,09	0,31	0,50	0,64	0,50	0,31
9	-1,17	-0,86	-0,56	-0,27	-0,00	0,25	0,48	0,67	0,80	0,67
10	-1,28	-0,96	-0,64	-0,34	-0,05	0,22	0,47	0,69	0,88	1,02

Анализ матрицы  $Y(i, k)$  показывает, что при равных вероятностях градаций прогноз крайних градаций имеет более высокую оценку, чем прогноз промежуточной или средней градации. Это связано с тем, что мера успешности является относительной (для каждой градации рассчитывается и вычитается мера успешности случайного прогноза). Таким образом учитывается, что прогноз средней градации связан с меньшим риском. В результате при оценках прогностических связей особенно высоко оцениваются прогностические указания больших аномалий метеорологических элементов [9].

Другой вариант оценки прогнозов включает в себя учет повторяемостей различных градаций предиктанта в экзаменационной выборке. Рассчитываются суммы  $N_k = \sum_{i=1}^{10} n_{ki}$ ,  $N_i = \sum_{k=1}^{10} n_{ki}$  и принимается, что прогноз, при котором все  $n_{ki} = \frac{N_i N_k}{N}$ , имеет нулевую успешность. На этом основании вместо матрицы  $n_{ki}$  вводится матрица  $(\delta n)_{ki} = n_{ki} - \frac{N_i N_k}{N}$ .

Общие оценки успешности в двух вариантах определяются формулами:

$$Y = \frac{\sum n_{ki} Y_{ik}}{N}; \quad Y = \frac{\sum (\delta n_{ki}) Y_{ik}}{N}. \quad (5)$$

Далее необходимо определить значимость гипотезы о малой вероятности получения определенного значения  $Y$  (или  $Y^{\text{э}}$ ) при условии, что прогностические значения представляют собой случайные величины, не связанные с реальными процессами в атмосфере.

Считая, что число случаев в каждой группе прогностических указаний велико, можно принять для сравнения нормальный закон распределения величин  $Y$  с математическим ожиданием  $\bar{Y} = 0$  и средним квадратическим отклонением

$$\sigma(Y) = \frac{\sigma_1}{\sqrt{N}}, \quad (6)$$

где

$$\sigma_1 = \frac{\sum_{k, i=1}^{10} Y_{ik}^2}{100} = 0,56.$$

### Выводы об информативности, полученные в результате испытаний

Информативность всей совокупности статистических связей (испытание 1). Из рассмотрения приведенных в табл. 2 значений  $Y$  и  $Y^{\text{э}}$  для всей совокупности статистических связей, а также  $\sigma(Y)$  следует сформулировать такой важный вывод.

Можно с достаточным статистическим основанием принять гипотезу о том, что совокупность статистических связей, рассчитанных по длинным рядам и удовлетворяющих условию  $\left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right| \geq 2,15$ , содержит полезную информацию для целей долгосрочного прогноза. По отношению к 40-летней выборке такая гипотеза должна быть отвергнута, что не исключает возможности выделить некоторые информативные подмножества из общей совокупности связей. При этом в случаях, когда информативность группы соотношений, полученных по 40-летней и удлинненной выборкам, отличается незначительно, есть основания отдавать предпочтение удлинненной выборке. Отрицательный знак показателя информативности  $Y$  для 40-летней выборки нельзя считать достаточно статистически подтвержденным. Тем не менее следует отметить, что за последние годы появились данные, свидетельствующие о том, что климат 1970-х годов в ряде отношений существенно отличается от климата предшествующего 40-летия, в особенности периода 1930—1940-х годов. Если принять эту точку зрения, то отрицательный знак  $Y$  нужно понимать, как свидетельство о редком изменении характера большого числа статистических связей, установленных по 40-летним рядам. В то же время большинство связей, установленных по рядам длиной порядка 8 десятилетий, оказываются устойчивыми.

Результаты статистических испытаний для всей совокупности статистических связей (а) и для случаев удлиненной выборки по критерию  $\left| \frac{Z}{\sigma Z} \right|$  (б), а также по предикторам, характеризующим предысторию атмосферных процессов в текущий (г), прошлый (пр) и позапрошлый (пз) годы (в)

	1970—1976 гг.				1970—1972 гг.				1973—1976 гг.			
	Y	YЭ	N	$\sigma(Y)$	Y	YЭ	N	$\sigma(Y)$	Y	YЭ	N	$\sigma(Y)$
	а) 40-летняя выборка	-0,006	-0,010	6393	0,007	0,005	-0,006	2734	0,011	-0,014	-0,012	3659
Удлиненная выборка	0,015	0,008	6774	0,007	0,014	-0,003	2827	0,010	0,018	0,015	3947	0,009
б) $\left  \frac{Z}{\sigma Z} \right  > 2,65$	0,047	0,038	2053	0,012	0,028	0,009	791	0,020	0,060	0,055	1262	0,016
$2,40 < \left  \frac{Z}{\sigma Z} \right  < 2,64$	-0,002	-0,011	1613	0,014	-0,009	-0,019	683	0,021	0,064	-0,006	930	0,018
$2,25 < \left  \frac{Z}{\sigma Z} \right  < 2,39$	-0,003	-0,012	1728	0,014	0,007	-0,012	724	0,021	-0,007	-0,011	1001	0,018
$2,15 < \left  \frac{Z}{\sigma Z} \right  < 2,24$	0,009	0,009	1380	0,015	0,029	0,009	629	0,022	-0,004	0,009	751	0,020
в) X <sub>пр</sub> — II <sub>г</sub>	0,010	0,002	2457	0,011	0,023	0,001	1049	0,017	0,003	0,003	1408	0,015
IV <sub>пр</sub> — IX <sub>пр</sub>	-0,012	-0,003	1341	0,015	-0,031	-0,017	581	0,023	0,003	0,008	760	0,021
X <sub>пз</sub> — III <sub>пр</sub>	0,027	0,011	1264	0,016	0,019	-0,008	503	0,025	0,033	0,023	761	0,021
IV <sub>пз</sub> — IX <sub>пз</sub>	0,021	0,020	1088	0,017	0,026	0,014	446	0,026	0,020	0,025	642	0,022
I <sub>пз</sub> — III <sub>пз</sub>	0,060	0,034	518	0,025	0,039	0,015	203	0,039	0,077	0,060	315	0,031

Пользуясь табл. 2, можно также сравнить значения  $Y$  и  $Y^p$ . Это сравнение довольно убедительно показывает, что, рассматривая повторяемости градаций в экзаменационной выборке как заданные величины, получаем, как правило, снижение показателя информативности. Это означает, что прогностические указания в определенной мере позволяют предвычислить изменения повторяемости градаций в экзаменационной выборке по сравнению с обучающей выборкой. Заключающаяся в этих сведениях информация составляет существенную долю от полной информации, которая характеризуется показателем  $Y$ .

Информативность статистических связей в зависимости от значения  $\left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right|$  (испытание 2). Приведем результаты статистического эксперимента для случая удлиненной выборки, которые представляют собой основной интерес (табл. 2). Из данных табл. 2 следует четкий вывод, что отбор прогностических связей по значению коэффициента корреляции имеет смысл. В частности, если установить критерий отбора  $\left| \frac{Z}{\sigma_Z} \right| \geq 2,65$ , то подмножество таких прогностических соотношений содержит значительную долю полезной информации, в то время как три остальных группы прогностических указаний в среднем не отличимы от случайных. Повторим замечание, что при анализе по другим признакам из этих групп могут быть выделены информативные подгруппы (в дальнейшем оно будет подразумеваться, но не будет упоминаться вновь). Следует подчеркнуть, что в исследованиях второго этапа не удалось получить сколько-нибудь логичного вывода о зависимости информативности прогностического указания от коэффициента корреляции. Введение информационной меры успешно исправляет положение.

Информативность предикторов, характеризующих предысторию атмосферных процессов (испытание 3). Из материалов табл. 2 наибольшего внимания заслуживает высокая информативность соотношений, полученных по исходным данным за январь—март позапрошлого года. Этот результат может рассматриваться как косвенное подтверждение концепции квазидвухлетнего цикла. Отрицательное значение  $Y$ , полученное для группы исходных данных за апрель—сентябрь прошлого года, не очень значимо ( $-0,8\sigma$ ). Тем не менее, эта группа соотношений должна рассматриваться при оперативных прогнозах с повышенной осторожностью.

Разбивка соотношений на группы по заблаговременности каждого прогностического указания (эксперимент 4) дала результаты, существенно не отличающиеся от эксперимента 3, и потому сводная таблица здесь не приводится. Отметим лишь, что для группы прогностических указаний с заблаговременностью 24—30 месяцев значение  $Y$  оказалось равным 0,047 ( $N = 920$ ,  $\sigma = 0,018$ ), а при заблаговременности 15—23 месяца  $Y = 0,029$  ( $N = 1563$ ,  $\sigma = 0,014$ ). Из материалов третьего эксперимента по 40-летней выборке

заслуживает упоминания отрицательное значение  $Y = -0,032$  ( $N = 1239$ ,  $\sigma = 0,016$ ) для группы исходных данных за апрель—сентябрь прошлого года. По-видимому, эту группу данных целесообразно исключить из дальнейшего рассмотрения. Значение  $Y$  для группы исходных данных за октябрь прошлого—февраль текущего года получилось такое же, как для удлиненной выборки  $Y = 0,10$  ( $N = 2389$ ,  $\sigma = 0,11$ ). Однако на фоне общих отрицательных значений показателя информативности такой результат может расцениваться как свидетельство относительной важности этой группы данных.

Квазидвухлетний цикл проявляется и по данным 40-летней выборки — данным за январь—март позапрошлого года соответствует  $Y = 0,031$  ( $N = 461$ ,  $\sigma = 0,026$ ).

Предварительные результаты испытаний 5, 6, 7. Большинство материалов, полученных в испытаниях 5, 6, 7, не служат основой для статистически обоснованных выводов и представляют лишь узко специальный интерес. В частности, не обнаружено статистически обоснованных различий между информативностью указаний, относящихся к тест-предикторам разных пространственных масштабов (испытание 5). По-видимому, разбивка на группы по масштабам без учета физического смысла предикторов мало обоснована. В дальнейших испытаниях представляется необходимым учесть выводы гидродинамических исследований, основанных на теории сопряженных уравнений [12, 13, 14 и др.], о существовании локализованных в пространстве асинхронных связей.

Приведем здесь несколько наиболее существенных результатов испытаний 6 и 7.

Наиболее высокой информативностью по данным удлиненной выборки отличается группа тест-предикторов, означающих числа дней с формами циркуляции  $E$  и  $W$ , для которой  $Y = 0,112$  для экзаменационной выборки 1970—1976 гг. и  $Y = 0,041$  для выборки 1965—1969 гг. Соответствующие значения  $\sigma(Y)$  равны 0,022 и 0,032. Устойчиво информативны также сведения о высоте снежного покрова:  $Y = 0,065$ ,  $\sigma(Y) = 0,049$  в 1970—1976 гг.;  $Y = 0,057$ ,  $\sigma(Y) = 0,043$  в 1965—1969 гг.

По материалам 40-летней выборки наиболее информативными оказались данные об облачности  $Y = 0,063$ ,  $\sigma(Y) = 0,054$  и разности теплосодержания и температуры воды в Северной Атлантике  $Y = 0,043$ ,  $\sigma(Y) = 0,025$ . Эти выводы из испытания уже учитываются в оперативной практике.

Разбивка прогностических указаний по группам предиктантов оказалась полезной в основном при сравнении материалов 40-летней и удлиненной обучающих выборок. Выяснилось, что хотя 40-летняя выборка в целом уступает удлиненной по информативности, при прогнозах некоторых групп предиктантов она более информативна. Это относится главным образом к прогнозу осадков на май. По 40-летней выборке  $Y = 0,111$ ,  $\sigma(Y) = 0,026$ . По удлиненной выборке  $Y = -0,018$ ,  $\sigma(Y) = 0,023$ .

Соответственно несколько улучшается и показатель информативности для целей прогноза гидротермического коэффициента. По 40-летней выборке  $Y = 0,046$ ,  $\sigma(Y) = 0,022$ . По удлинённой выборке  $Y = 0,007$ ,  $\sigma(Y) = 0,023$ .

Можно ожидать, что учет выводов из выполненных статистических испытаний приведет к повышению успешности физико-статистического метода прогноза с большой заблаговременностью.

Испытания будут продолжены, причем особое внимание предполагается обратить на проверку информативности соотношений, следующих из гидродинамической теории.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов.— Труды ГГО, 1972, вып. 273, с. 16—29.
2. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью.— Труды V Всесоюзного метеорологического съезда.— Л.: Гидрометеоздат, 1972, т. 2, с. 83—94.
3. Юдин М. И. Задача многоаспектной оценки информативности прогностических соотношений.— Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 33—41.
4. Юдин М. И., Блажевич В. Г. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания.— Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 41—54.
5. Мещерская А. В., Блажевич В. Г. К оценке некоторых методических положений физико-статистического метода.— Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 54—65.
6. Багров Н. А., Батырева О. В. К вопросу об оптимальном числе предсказателей.— Труды ГМЦ, 1975, вып. 159, с. 3—13.
7. Марченко А. С. Устойчивость оценок математического ожидания и дисперсии для связанных метеорологических рядов.— Изв. АН СССР. Физ. атм. и ок., 1965, т. 9, с. 906—913.
8. Юдин М. И. Информативный подход к задаче опознавания градаций. Докл. АН СССР, 1977, т. 237, № 5, с. 1031—1034.
9. Юдин М. И. Информационный подход к задаче оценивания гидрометеорологических прогнозов в категорической и вероятностной форме.— Труды III Всесоюзного симпозиума по применению статистических методов в метеорологии. 1978, с. 7—15.
10. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.— Труды ГГО, 1970, вып. 236, с. 45—63.
11. Мещерская А. В., Леднева К. В., Блажевич В. Г. Характеристика дополнительной гидрометеорологической информации, используемой в физико-статистическом прогнозе.— Труды ГГО, 1975, вып. 353, с. 115—122.
12. Марчук Г. И., Скиба Ю. Н. Численный расчет сопряженной задачи для модели термического взаимодействия атмосферы с океаном и континентами.— Изв. АН СССР. Физ. атм. и ок., 1976, № 5, с. 459—469.
13. Скиба Ю. Н. Расчет сопряженной функции для одной задачи теплового взаимодействия атмосферы с океаном и почвой.— Труды ГМЦ, 1978, вып. 204, с. 9—21.
14. Штейнбок Д. Б. Об изучении формирования поля температуры тропосферы методом сопряженных уравнений.— Метеорология и гидрология, 1979, № 3, с. 38—43.

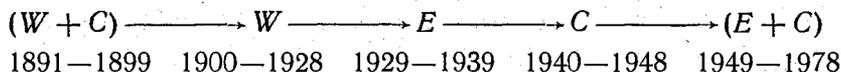
*А. В. Мещерская, М. П. Голод*

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ПРОВЕРКЕ  
ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ УЧЕТА ТРЕХ ФОРМ  
ЦИРКУЛЯЦИИ Г. Я. ВАНГЕНГЕЙМА  
В ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИХ ДОЛГОСРОЧНЫХ  
ПРОГНОЗАХ ОСАДКОВ И ТЕМПЕРАТУРЫ**

В статье [9] было показано, что из многочисленных тест-предикторов число дней с западной *W* и восточной *E* формами циркуляции по Г. Я. Вангенгейму относятся к числу лучших. Исходя из этого вывода, было решено попытаться более широко использовать сведения о повторяемости трех форм циркуляции Вангенгейма в физико-статистическом методе прогноза.

До сих пор учет форм циркуляции сводился к включению их повторяемости в состав тест-предикторов. Но можно попытаться учесть формы циркуляции также при расчете корреляционных связей. В физико-статистическом методе [7] расчет корреляционных связей проводится по некоторому сплошному периоду, определяемому только длиной ряда. Условно примем названия для рядов предикторов и предиктантов в 70—80 лет длинные и в 30—40 лет короткие (точнее было бы называть их рядами средней длительности). И короткие и длинные ряды относятся к периоду массовых метеорологических наблюдений с 1891 по текущий год.

Из работы А. А. Гирса [1] известно, что по преобладанию той или иной формы циркуляции этот период неоднороден и может быть разбит на пять циркуляционных эпох. Цепь преобразования циркуляционных эпох имеет следующий вид:



Встает вопрос, не лучше ли рассчитывать корреляционные связи не по сплошному периоду, а по списку выборочных лет в зависимости от преобладания одной из форм циркуляции (или их сочетаний). Учет форм циркуляции в физико-статистическом методе может базироваться на двух предположениях:

1) годы с разными преобладающими формами циркуляции существенно различаются типом погоды. Это доказано многочисленными работами Гирса и его сотрудников;

2) преобладающая форма циркуляции остается таковой в течение ряда месяцев. Это предположение также было рассмотрено ранее [1], однако желательно было его подтвердить на конкретном материале с учетом месяцев, выбранных для прогноза в физико-статистическом методе.

Наибольший интерес для сельского хозяйства представляют прогнозы полей осадков и температуры на весенне-летний период с большой заблаговременностью. Поэтому в феврале рассчитываются прогнозы на апрель—июль, причем в качестве предикторов используется гидрометеорологическая информация за два последних года, включая январь текущего года. Учет форм циркуляции целесообразен, если преобладающая форма циркуляции в месяцы, предшествующие составлению прогноза (ноябрь—декабрь прошлого и январь текущего года), сохраняется весной и в первой половине лета (апрель—июль).

Для выделения преобладающей формы циркуляции за периоды ноябрь—январь и апрель—июль поступали следующим образом: за каждый конкретный период по месячным данным каталога Ваненгейма—Гирса подсчитывалась сумма повторяемости форм  $E$ ,  $W$  и  $C$  в процентах соответствующей средней многолетней месячной нормы. Преобладающей в каждом периоде конкретного года считалась та форма, сумма повторяемостей которой была больше. Средние многолетние нормы форм циркуляции представлены на рис. 1.

В результате выделения преобладающих форм циркуляции за ноябрь—январь получилось три списка лет: в первый из них вошли годы с преобладанием в ноябре—январе формы  $E$  (27 случаев), во второй — формы  $W$  (23 случая) и в третий формы  $C$  (29 случаев). За апрель—июль 1891—1969 гг. также выделилось три списка лет с преобладанием форм  $E$  (33 случая),  $W$  (23 случая) и  $C$  (24 случая). Далее подсчитывалось число случаев (в %) преобразования сходных форм циркуляции (ноябрь—январь) в конечные формы циркуляции (апрель—июль). Результаты этих расчетов приведены в первой строке табл. 1.

Таблица 1

повторяемость (%) различных преобразований исходных макропроцессов форм  $E$ ,  $W$  и  $C$

Период	$E \rightarrow E$	$E \rightarrow W$	$E \rightarrow C$	$W \rightarrow W$	$W \rightarrow E$	$W \rightarrow C$	$C \rightarrow C$	$C \rightarrow W$	$C \rightarrow E$
91—1969 (XI—I)	42	27	31	44	30	26	35	17	48
91—1969 (I)	38	27	35	37	37	26	30	22	48
100—1960	43	32	25	38	34	28	36	34	30

Форма *E*, преобладавшая в ноябре—декабре прошлого года и январе текущего года, сохраняется в апреле—июле этого года в 42 % случаев, форма *W* в 44 % случаев и форма *C* в 35 % случаев. Преобразования в другие формы циркуляции бывают реже чем сохранение данной формы от зимы к весне. Исключение составляет форма *C*, которая чаще преобразуется в форму *E* (48 % случаев), чем сохраняется.

Вместо формы циркуляции, преобладающей в ноябре—январе можно учитывать форму циркуляции, преобладающую в январе как последнем месяце перед составлением прогноза. Во второй строке табл. 1 приведены повторяемости перехода форм циркуля

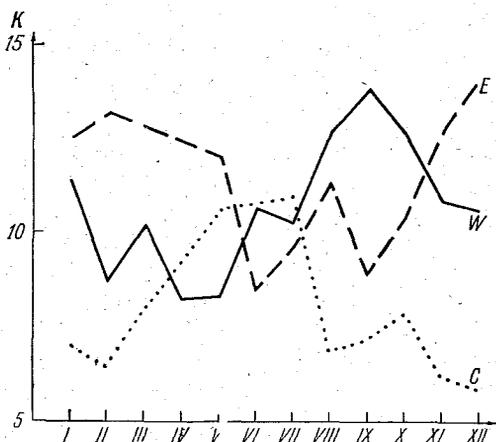


Рис. 1. Средние многолетние нормы форм циркуляции *W*, *E*, *C* по месяцам, рассчитанные за период с 1891 по 1969 г.

ции в январе в преобладающую форму циркуляции в апреле—июле. Из сравнения первых двух строк табл. 1 следует, что в первом варианте повторяемость сохранения формы циркуляции (она дан курсивом) больше и потому он предпочтительней.

В третьей строке табл. 1 даны повторяемости различных преобразований исходных макропроцессов форм *E*, *W* и *C* по Гирсу [1] относящиеся в целом ко всем месяцам года.

Схема учета форм циркуляции при составлении прогнозов корреляционным методом такова: по фактическим данным о повторяемости трех форм циркуляции в ноябре—декабре прошлого и января текущего года определялась преобладающая форма циркуляции. В зависимости от этого расчет корреляционных связей проводился по одному из трех списков выборочных лет в апреле—июле.

Эффективность этого эксперимента проверялась на материалах независимых прогнозов полей осадков и температуры на апрель—июль 1970—1976 гг., а также 1965—1969 гг. для юга ЕТС, Северного Казахстана и юга Западной Сибири.

В качестве предикторов использовался архив данных, содержащий 1004 предиктора, перечень большинства из которых и краткая характеристика приведены в статьях [4, 6]. Предиктантами служили коэффициенты разложения полей осадков и температуры по естественным ортогональным функциям. При отборе прогностических связей ставилось условие:  $z/\sigma_z > 2,2$ , где  $z$  — преобразование Фишера;  $\sigma_z$  — ошибка  $z$ . В прогнозе участвовали только те предикторы, длина рядов которых не менее 70 лет.

Как было показано в [5], оценку успешности прогнозов в статистическом эксперименте лучше проводить не для полей предиктантов в целом, а для коэффициентов разложения предиктантов, поскольку в этом случае число прогнозов увеличивается в несколько раз, а методические недостатки становятся более очевидными.

М. И. Юдин предложил два способа оценки успешности прогнозов коэффициентов разложения предиктантов. Первый из них [8] основан на количественных параметрах аналогичности (назовем его оценкой по А).

Рассматривается ряд из  $n$  значений предиктанта  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) и значение его в  $(n+1)$ -й год (год, для которого дан прогноз)  $a_{n+1}$ . Определяется квадрат ошибки прогноза по каждому уравнению регрессии вида  $S = [a_{пр} - a_{n+1}]$  и сопоставляется с медианой  $M$  из ряда величин  $S_i = [a_i - a_{n+1}]^2$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). При этом вводятся следующие градации прогноза:

$$\left. \begin{array}{l} S \leq 0,06M \text{ — очень хорошие} \\ 0,06M < S \leq 0,4M \text{ — хорошие} \\ 0,4M < S \leq M \text{ — удовлетворительные} \\ M < S \leq 2,5M \text{ — неудовлетворительные} \\ 2,5M < S \text{ — плохие} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{лучшие} \\ \text{прогнозы} \\ \text{прогнозы} \\ \text{прогнозы} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{оправдавшиеся} \\ \text{прогнозы} \end{array}$$

Приведенные градации были выделены, исходя из примерной вочисленности плохих, неудовлетворительных, удовлетворительных, а также вместе очень хороших и хороших прогнозов.

Вторая оценка успешности прогнозов основана на показателе информативности  $I$  и подробно рассмотрена в данном сборнике [9].

Очень важно установить, в какой мере оценки по  $I$  и по  $A$  связаны между собой. О существовании такой связи свидетельствует ис. 2, построенный по результатам статистического эксперимента, пытающегося преобладающую форму циркуляции при расчете корреляционных связей. Аналогичные зависимости между  $I$  и  $A$  были получены и для других статистических экспериментов. На рис. 2 по оси ординат отложен индекс информативности  $I$ , по оси абсцисс на рис. 2а отложена оценка по  $A$  для лучших прогнозов (т. е. вместе для очень хороших и хороших), а на рис. 2б — оценка по  $A$  для оправдавшихся прогнозов (т. е. вместе для очень хороших, хороших и удовлетворительных прогнозов). Анализ ис. 2 показывает, во-первых, что зависимость между  $I$  и  $A$  близка к линейной, хотя в области отрицательных значений  $I$  есть тенденция к нарушению этой линейности. Во-вторых, корреляция между

$I$  и  $A$  теснее для лучших прогнозов (рис. 2 *a*) и, следовательно, этот вариант оценок по  $A$  имеет некоторые преимущества.

Свойства оценок по индексу информативности в настоящее время тщательно изучаются. Однако, очевидно, что и оценка по  $A$  вполне отвечает поставленной задаче и может использоваться наряду с оценкой по  $I$ . В данной статье успешность прогнозов коэффициентов разложения предиктантов основана на оценке по принципу аналогичности ( $A$ ).

По изложенной выше методике было составлено 2778 прогнозов коэффициентов разложения осадков и температуры по е. о. ф на 1970—1976 гг. и 1965 прогнозов на 1965—1969 гг. Под прогнозом здесь понимается прогностическое указание, на которое указывает каждый отдельный предиктор.

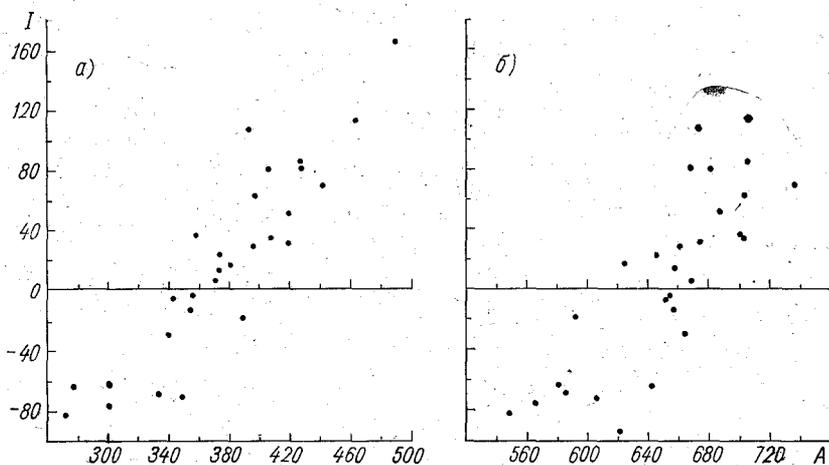


Рис. 2. Зависимость между оценками прогнозов по индексу информативности  $I$  и оценками, основанными на принципах аналогичности  $A$ .

*a* — показатель  $A$  рассчитан для лучших прогнозов, *b* — то же для оправдавшихся.

Из 2778 на 1970—1976 гг. прогнозов 1224 было дано по списку лет с восточной формой циркуляции. Западная форма циркуляции ни разу не была преобладающей.

Рассмотрим оценки прогнозов, составленных по спискам лет с преобладанием форм  $C$  и  $E$  (список  $C$  и список  $E$ ) и по всей совокупности прогнозов. Из данных табл. 2 следует, что прогнозы по списку  $C$  были более успешными, чем по списку  $E$ , так как повторяемость лучших и оправдавшихся прогнозов по списку  $C$  больше, чем по всей совокупности, а по списку  $E$  — меньше.

Чтобы судить о том, значимы ли различия повторяемости прогнозов, воспользуемся уже апробированной методикой [5, 8]. Он состоит в сравнении разностей повторяемостей прогнозов по группам ( $C$  и  $E$ ) и по совокупности прогнозов с пределами различия повторяемостей, приведенными в табл. 2 статьи [5].

Таблица 2

Оценка вариантов прогнозов на различные периоды<sup>1</sup> в зависимости от формы циркуляции и по всей совокупности

Вариант прогноза	Оценка прогнозов					
	о.х.	х.	уд.	неуд.	пл.	сумма
1970—1976 гг.						
По списку лет:						
Форма <i>E</i>	148	272	379	330	95	1224
	0,121	0,222	0,310	0,269	0,078	
	0,121	0,343	0,653	0,922	1,000	
Форма <i>C</i>	222	393	414	413	112	1554
	0,143	0,253	0,266	0,266	0,072	
	0,143	0,396	0,662	0,928	1,000	
Вся совокупность прогнозов	370	665	793	743	207	2778
	0,133	0,240	0,285	0,267	0,075	
	0,133	0,373	0,658	0,925	1,000	
1965—1969 гг.						
По списку лет:						
Форма <i>E</i>	99	174	208	229	99	809
	0,122	0,215	0,257	0,283	0,122	
	0,122	0,337	0,595	0,878	1,000	
Форма <i>C</i>	130	248	320	353	99	1156
	0,112	0,215	0,277	0,311	0,086	
	0,112	0,327	0,604	0,914	1,000	
Вся совокупность прогнозов	229	422	528	588	198	1965
	0,117	0,215	0,269	0,299	0,101	
	0,117	0,331	0,600	0,899	1,000	

<sup>1</sup> Число случаев  $m$  (первая строка), повторяемость прогнозов  $p$  (вторая строка), накопленные повторяемости прогнозов  $P$  (третья строка) по следующим пяти оценкам: очень хорошо (о. х.), хорошо (х.), удовлетворительно (уд.), неудовлетворительно (неуд.), плохо (пл.).

Для списка *E* пределы различения повторяемостей меняются от 0,007 до 0,014 ( $m_1/m = 1224/2778 = 0,44$ ); для списка *C* — от 0,006 до 0,012 ( $m_1/m = 1554/2778 = 0,56$ ).

Разность повторяемостей лучших прогнозов по списку *E* и по всей совокупности составляет  $0,343 - 0,373 = -0,03$ , т. е. больше предельных по абсолютной величине, так же как и разность повторяемостей лучших прогнозов по списку *C* и по всей совокупности  $0,396 - 0,373 = 0,023$ . Следовательно, действительно успешность лучших прогнозов на 1970—1976 гг. по списку *E* хуже, а по списку *C* лучше, чем по всей совокупности. Для оправдавшихся прогнозов разности повторяемостей меньше предельных по абсолютной величине и потому незначимы.

Аналогичный анализ оценок прогнозов был сделан по материалам статистических экспериментов на 1965—1969 гг. (табл. 2). За этот 5-летний период 809 прогнозов было дано по списку лет с восточной формой циркуляции и 1156 — с меридиональной. Западная форма циркуляции, как и в 1970—1976 гг. ни разу не была преобладающей.

Согласно табл. 2 в 1965—1969 гг. повторяемость лучших и оправдавшихся прогнозов по списку *E* была несколько выше, а по списку *C* — несколько ниже, чем по всей совокупности.

Однако, сравнение разностей повторяемостей с пределами различения повторяемостей показало, что эти разности незначимы.

Оценивая результаты статистических экспериментов за указанные два периода приходится признать, что нет достаточных оснований считать более надежными прогнозы по одному из двух списков (*C* или *E*).

Рассмотрим более общий вопрос о преимуществе физико-статистических прогнозов с учетом форм циркуляции по сравнению с прогнозами, в которых без учета форм циркуляции прогноз составляется по 40-летним рядам данных. Так, прогноз на 1965 г. был дан по материалам 1925—1964 гг., на 1970 г. — по материалам 1930—1969 гг., на 1971 г. — по материалам 1931—1970 гг. и т. д. Важно отметить, что начало выбранного 40-летнего периода практически совпадает с переходом от эпохи с западной формой циркуляции к эпохе с восточной формой циркуляции.

Сравним успешность групп экспериментов Ia и II на 1970—1976 гг. Повторяемость лучших прогнозов по 40-летним рядам данных без учета форм циркуляции равна 0,381, с учетом — 0,373. Повторяемость оправдавшихся прогнозов соответственно равна 0,678 и 0,658. Таким образом, учет форм циркуляции не привел к увеличению доли очень хороших, хороших и удовлетворительных прогнозов.

По материалам прогнозов на 1965—1969 гг. (группы экспериментов Ib и IV) повторяемость лучших прогнозов также оказалась несколько выше в варианте без учета форм циркуляции ( $p = 0,340$ ), чем с учетом их ( $p = 0,331$ ). Повторяемость оправдавшихся прогнозов для этих групп экспериментов была одинаковой ( $p = 0,600$ ).

Таким образом, статистические эксперименты за два периода показали, что учет форм циркуляции по предложенной методике не целесообразен.

Следует отметить, что число прогнозов без учета форм циркуляции существенно (для периода 1970—1976 гг. более чем в два раза) превышает число прогнозов с учетом форм циркуляции. Поскольку число прогнозов соответствует числу корреляционных связей, для которых  $|z/\sigma_z| \geq 2,2$ , можно утверждать, что учет форм циркуляции привел к резкому уменьшению числа значимых связей. Возможно, что это объясняется выборочностью используемых лет, при которой нарушаются тренды. Согласно разработкам Ю. В. Жи-

торчука [2], роль последних в формировании значимых зависимостей между предикторами и предиктантами очень велика.

Приведенные в табл. 3 оценки прогнозов позволяют поставить еще два очень важных вопроса, уже не относящиеся к целесообразности учета форм циркуляции в физико-статистическом методе. Первый из них касается оптимальной длины рядов исходных данных, используемых в долгосрочных прогнозах погоды, второй — зависимости результатов эксперимента от периода, для которого составляются прогнозы на независимом материале.

Таблица 3

Оценка прогнозов с учетом и без учета форм циркуляции на различные периоды<sup>1</sup> по группам экспериментов

Группа	Длина исходных рядов	Период исходных рядов	Оценка прогнозов					
			о. х.	х.	уд.	неуд.	пл.	сумма
С учетом форм циркуляции								
Ia	27—29	1970—1976	370	665	793	743	207	2778
			0,133	0,239	0,285	0,267	0,075	
16	25—27	1965—1969	0,133	0,373	0,658	0,925	1,000	1965
			229	422	528	588	198	
			0,117	0,215	0,269	0,299	0,101	
			0,117	0,331	0,600	0,899	1,00	
Без учета форм циркуляции								
II	40	1970—1976	913	1527	1897	1760	299	6396
			0,143	0,239	0,297	0,275	0,047	
III	80	1970—1976	0,143	0,381	0,678	0,953	1,000	6774
			993	1732	2173	1690	186	
			0,147	0,256	0,321	0,249	0,027	
IV	40	1965—1969	0,147	0,402	0,723	0,973	1,000	3240
			370	730	844	944	352	
			0,114	0,225	0,260	0,291	0,109	
V	80	1965—1969	0,114	0,340	0,600	0,891	1,000	3542
			435	860	1118	988	141	
			0,123	0,243	0,316	0,279	0,040	
			0,123	0,366	0,681	0,960	1,000	

<sup>1</sup> См. сноску к табл. 2.

Из сравнения групп экспериментов II с III и IV с V следует, что успешность прогнозов, рассчитанных по 80-летним рядам, выше, чем по 40-летним. Этот принципиальный вывод не согласуется

с выводом статьи [3], сделанным на основании изменения величин коэффициентов корреляции по 40-летиям от 1897—1936 к 1937—1976 гг., а также при сопоставлении некоторых статистических характеристик 86-летних (1891—1976 гг.) и 40-летних (1937—1976 гг.) рядов.

По сравнению с [3], последние статистические эксперименты более репрезентативны, поскольку они сделаны на материале прогнозов, а не на анализе статистических характеристик.

На задачу о преимуществах длинных рядов предикторов и предикторов накладывается влияние особенностей того периода, для которого проводится статистический эксперимент. Роль последнего в наших экспериментах оказалась сильнее, чем влияние длины исходных рядов. Успешность прогнозов на 1965—1969 гг. по 40-летним и по 80-летним рядам ниже, чем на 1970—1976 гг. Более того, успешность прогнозов по 80-летним рядам данных на 1965—1969 гг. ниже успешности прогнозов по 40-летним рядам данных на 1970—1976 гг. (во всяком случае для лучших прогнозов). Отметим, что и при учете форм циркуляции прогнозы на 1970—1976 гг. были более успешными, чем на 1965—1969 гг. (сравните группы экспериментов Ia и Ib).

Тот факт, что прогнозы на 1965—1969 гг. менее успешны, чем на 1970—1976 гг. подтверждаются оценками оперативных физико-статистических долгосрочных прогнозов осадков и температуры для основных сельскохозяйственных районов СССР [7]. Средняя оправдываемость оперативных физико-статистических прогнозов осадков в 1965—1969 гг. составила 60 %, в 1970—1975 гг. — 65 %, средняя оправдываемость прогнозов температуры в первом периоде 64 %, во втором 68 %.

Таким образом, табл. 3 показывает, что вопросы оптимальной длины исходных рядов и влияния особенностей выбранного для прогнозов периода на результаты статистического эксперимента требуют дополнительных подходов для окончательного решения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гирс А. А. Макроциркуляционный метод долгосрочных метеорологических прогнозов.— Л.: Гидрометеоздат, 1974.— 485 с.
2. Житорчук Ю. В. О предсказуемости крупномасштабных атмосферных процессов с большой заблаговременностью.— Труды ГГО, 1980. См. настоящий сборник.
3. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Ильинская И. В. Физико-статистический долгосрочный прогноз комплекса метеорологических параметров, определяющих урожай зерновых культур.— В кн.: Труды III Всесоюзного симпозиума по применению статистических методов в метеорологии.— М.: 1978, с. 96—107.
4. Мещерская А. В., Леднева К. В., Блажевич В. Г. Характеристика дополнительной гидрометеорологической информации, используемой в физико-статистическом прогнозе.— Труды ГГО, 1975, вып. 353, с. 115—123.
5. Мещерская А. В., Блажевич В. Г. К оценке некоторых методических положений физико-статистического метода.— Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 54—65.

6. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.— Труды ГГО, 1969, вып. 236, с. 45—63.
7. Юдин М. И., Мещерская А. В. Комплексный физико-статистический метод прогноза погоды большой заблаговременности.— Метеорология и гидрология, 1977, № 1, с. 3—12.
8. Юдин М. И., Блажевич В. Г. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания.— Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 41—53.
9. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Голод М. П., Чувашина И. Е. Предварительные выводы об информативности прогностических соотношений. См. настоящий сборник.

*Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева*

## ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗА ТЕМПЕРАТУРЫ НА ДЕКАДУ

Составляемые в настоящее время долгосрочные прогнозы содержат категорические утверждения об ожидаемой погоде.

Конечно, категорические прогнозы представляют очевидную ценность для народного хозяйства, но в них потребитель не получает никаких указаний на степень неуверенности в прогнозе. В то же время потребителю прогноза необходимо знать вероятность появления того или иного явления.

В последние годы благодаря бурному развитию вычислительной математики и значительному увеличению спутниковой метеорологической информации требования к прогнозам увеличиваются. Поэтому очень существенно перейти к вероятностной форме прогноза погоды. Это позволит существенно повысить эффективность использования прогнозов. Кроме того, вероятностная формулировка прогноза позволит избежать многочисленных претензий к качеству прогноза со стороны потребителя. Ценность вероятностных прогнозов состоит еще и в том, что они позволяют на научной основе использовать прогностическую информацию для принятия решений.

В последние годы в Советском Союзе ведутся довольно многочисленные работы по созданию различных методов вероятностных прогнозов погоды [1, 2, 3]. Однако такие прогнозы выполняются главным образом при составлении категорических формулировок.

В данной статье предлагается метод вероятностного прогноза температуры, основанный на использовании  $n$ -мерной плотности распределения вероятности.

Если мы имеем заданную функцию плотности распределения вероятности  $f(x)$ , то вероятность попадания величины  $P$  на отрезок от  $\alpha$  до  $\beta$  будет

$$P(\alpha < x < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx. \quad (1)$$

Таким образом, имея выражения для плотности распределения вероятности, можно вычислить вероятность осуществления в заданных пределах какого-либо события.

Будем считать, что совокупность случайных величин  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  составляет ряды предикторов, а  $x_n$  — предиктант, причем ряд предиктанта сдвинут на одну декаду. Кроме того, считаем, что совокупность  $x_1, x_2, \dots, x_n$  подчиняется нормальному закону распределения.

Плотность вероятности для системы  $n$ -нормальных случайных величин (многомерное распределение) [5] имеет вид

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\Delta}} e^{-\frac{1}{2} \sum k_{ij}^{-1} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{vmatrix} \quad (2)$$

— определитель, составленный из элементов корреляционной матрицы,  $k_{ij}^{-1}$  — элементы обратной матрицы, равные

$$k_{ij}^{-1} = \frac{1}{\Delta} A_{ji} = \frac{1}{\Delta} A_{ij}, \quad (3)$$

$A_{ij}$  — алгебраическое дополнение элемента  $k_{ij}$ . Тогда можем вычислить вероятность попадания случайной величины в  $n$ -мерное пространство

$$\begin{aligned} P(a < x_1 < A, \quad b < x_2 < B, \dots, \quad f < x_n < F) = \\ = \int \int \int \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \end{aligned} \quad (4)$$

При разработке статистической схемы прогноза и средней декадной температуры [4] были использованы следующие предикторы: положение границы снежного покрова, ледовитость северных морей, меридиональный индекс, зональный индекс, параметр, пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому кругу, средняя температура атмосферы на 72 ч по схеме Шумана. Использовался также архив предикторов и предиктантов.

Таким образом, будем иметь 9-мерное пространство: 8 предикторов и предиктант. Вычисление плотности распределения для такого пространства представляет большие трудности. На первом этапе было составлено три варианта прогноза в четырехмерном пространстве, т. е. выбрано три предиктора и предиктант.

Выведем формулу для четырехмерной плотности распределения вероятности. При составлении формулы плотности вероятности учитываем, что  $i \neq j$  в показателе степени содержит равные слагаемые

$$k_{ij}^{-1} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) = k_{ji}^{-1} (x_j - \bar{x}_j)(x_i - \bar{x}_i).$$

Тогда плотность вероятности

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{4\pi^2 \sqrt{\Delta}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\Delta} \left[ A_{11}(x_1 - a)^2 - 2A_{12}(x_1 - a)(x_2 - b) + 2A_{13}(x_1 - a)(x_3 - c) - 2A_{14}(x_1 - a)(x_4 - d) + A_{22}(x_2 - b)^2 - 2A_{23}(x_2 - b)(x_3 - c) + 2A_{24}(x_2 - b)(x_4 - d) + A_{33}(x_3 - c)^2 - 2A_{34}(x_3 - c)(x_4 - d) + A_{44}(x_4 - d)^2 \right] \right\}. \quad (5)$$

В формулу (5) введем следующие обозначения:  $\bar{x}_1 = a$ ,  $\bar{x}_2 = b$ ,  $\bar{x}_3 = c$ ,  $\bar{x}_4 = d$ ,  $A_{ij}$  — алгебраическое дополнение определителя. В случае четырехмерного пространства все вычисления вероятности события сводились к вычислению интеграла

$$P = \int_a^A \int_b^B \int_c^C \int_d^E f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4. \quad (6)$$

Далее производилась оценка определенного интеграла  $\int_a^b f(x) dx$ . Если  $m$  наименьшее, а  $M$  наибольшее значения функции  $f(x)$  в промежутке  $(a, b)$ , то значение интеграла  $\int_a^b f(x) dx$  заключено между  $m(b - a)$  и  $M(b - a)$ , а  $m(b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b - a)$ .

Таким образом, вычисляем по формуле (6) пределы изменения вероятности осуществления события.

Рассмотрим различные варианты набора предикторов.

Первый вариант:  $x_1$  — предиктант,  $x_2$  — предиктор, прогноз циркуляции  $H_{500}$  на 1972 г. по схеме Шумана;  $x_3$  — предиктор, положение границы снежного покрова;  $x_4$  — предиктор, температура воздуха декады.

Второй вариант:  $x_1$  — предиктант (среднедекадная температура);  $x_2$  — зональный индекс циркуляции атмосферы;  $x_3$  — ледовитость северных морей;  $x_4$  — меридиональный индекс.

Третий вариант:  $x_1$  — предиктант;  $x_2$  — циркуляция скорости по замкнутому контуру;  $x_3$  — облачность;  $x_4$  — прогноз  $H_{500}$  на 1972 г. по схеме Шумана.

Значения предиктанта и предикторов были разделены на 4 градации: первая градация значительно больше нормы, вторая — больше нормы, третья — значительно меньше нормы и четвертая меньше нормы.

При вычислении интегралов по формуле (6) пределы интегрирования для предиктанта берутся по градациям, для предикторов

в пределах изменений соответствующей величины в данной конкретной декаде.

Таким образом, формула (6) дает возможность вычислить вероятность появления различных градаций средней декадной температуры, имея пределы изменения предикторов в предшествующей декаде. Все вычисления проводились для Европейской территории СССР и Западной Сибири. Рассматривалась четырехугольная прогностическая сетка по широте  $3^\circ$  и долготе  $5^\circ$  (рис. 1). В качестве примера производился расчет прогноза вероятности осуществления различных градаций средней декадной температуры для 2- и 3-й декад апреля 1978 г., для Москвы для первого варианта набора

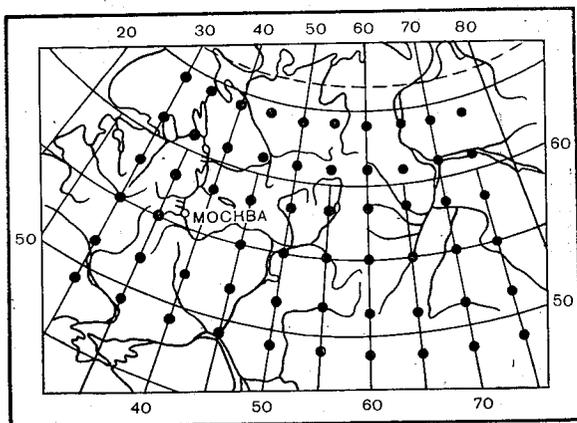


Рис. 1. Прогностическая сетка.

предикторов. Для 2-й декады апреля получились следующие значения вероятностей:

$$0,49 \leq P_1 \leq 0,55;$$

$$0,16 \leq P_2 \leq 0,23;$$

$$0,09 \leq P_3 \leq 0,12;$$

$$0,11 \leq P_4 \leq 0,19,$$

где  $P_1, P_2, P_3, P_4$  — вероятности осуществления различных градаций средней декадной температуры во второй декаде апреля 1978 г.

Как видно из расчетов, наибольшая величина  $P_1$ , т. е. с вероятностью от 0,49 до 0,55 будет первая градация. Фактическая средняя декадная температура (аномалия) на второй декаде апреля составила  $3,4^\circ\text{C}$ , что соответствует первой градации по нашему делению. Таким образом, предложенная схема позволяет оценить количественно вероятность осуществления той или иной градации средней декадной температуры.

Для третьей декады апреля получились следующие значения вероятностей:

$$0,16 \leq P_1 \leq 0,23;$$

$$0,47 \leq P_2 \leq 0,53;$$

$$0,07 \leq P_3 \leq 0,11;$$

$$0,19 \leq P_4 \leq 0,22.$$

Как видно из проведенных расчетов, наибольшая вероятность получилась для второй градации, т. е. с вероятностью 0,47—0,53 будет вторая градация. Фактическая средняя декадная аномалия температуры в третьей декаде составляла 1,5°C, что соответствует второй градации.

Разработанный метод прогноза вероятности осуществления различных градаций средней декадной температуры может быть применен для прогноза других метеорологических элементов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Груза Г. В. Адаптивные системы статистического анализа и прогноза погоды в метеорологии.— В кн.: Применение статистических методов в метеорологии.— Л.: Гидрометеиздат, 1972, с. 4—12.
2. Груза Г. В., Ранькова Э. Я. Статистический прогноз с использованием группы аналогов.— В кн.: Применение статистических методов в метеорологии.— Л.: Гидрометеиздат, 1977, с. 21—31.
3. Груза Г. В., Милохова Э. Н., Ранькова Э. Я. О вероятностно-статистическом прогнозе поля температуры над Средней Азией на четверо суток.— Труды САРНИГМИ, 1974, вып. 11 (92), с. 21—33.
4. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б., Титов В. М. Статистическая схема прогноза средних декадных температур с учетом данных о радиационных потоках облачности, ледовитости и снежного покрова.— Труды ГГО, 1969, вып. 201, с. 8—13.
5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. 1962 г.— Свердловск: Гос. изд. физ.-мат. лит., с. 9—38.

*М. И. Юдин, И. Е. Чувашина*

## **ПРОГНОЗ ХОДА ТЕМПЕРАТУРЫ В ТЕЧЕНИЕ СЕЗОНА ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**

Долгосрочный прогноз хода температуры имеет большое народно-хозяйственное значение. Между тем над этим вопросом исследователи работали весьма мало, хотя заниматься им начали давно.

Так, число исследований, посвященных прогнозу средней месячной температуры, несоизмеримо больше числа работ, позволяющих указать последовательный ход температуры в наступающем месяце с должной заблаговременностью, и совсем нет работ по долгосрочному прогнозу хода температуры в наступающем сезоне.

Из литературы известны лишь синоптические методы прогноза хода температуры во времени [2]. В течение ряда лет синоптическими методами составлялся прогноз общего характера погоды в течение месяца. Длительный опыт составления прогнозов хода температуры в течение месяца по синоптическому методу не дал существенных результатов [11].

За последние годы появилось несколько работ, в которых рассматривается возможность прогноза хода температуры в течение месяца [1, 7, 8], но ни в одной из этих работ не приведены результаты прогнозов по предлагаемым методам. Поэтому задача долгосрочного прогноза хода температуры остается актуальной и необходимой.

В предлагаемой работе приводится попытка прогнозировать ход температуры в течение сезона физико-статистическим методом, разработанным в ГГО под руководством М. И. Юдина.

Прежде всего для решения этой задачи были уточнены климатические границы естественного синоптического сезона [12]. Затем необходимо было найти параметры, характеризующие наиболее крупномасштабные и долговременные температурные процессы. Такие параметры были получены в работе [13] путем разложения совокупности температурных полей в двойные ряды по

естественным ортогональным функциям горизонтальных координат и времени:

$$T(x_k, y_k, \tau_h) = \sum_{i=1}^n a_{i\tau_h} \varphi_i(x_k, y_k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_{ij} \varphi_i(x_k, y_k) \psi_j(\tau), \quad (1)$$

где  $T(x_k, y_k, \tau_h)$  — среднесуточная температура воздуха в  $\tau$ -й день месяца года  $h$  в точке с координатами  $x_k, y_k$ ,  $a_{i\tau_h}$  — коэффициент разложения полей средних суточных температур по е. о. ф. горизонтальных координат,  $b_{ij}$  —  $j$ -й коэффициент разложения  $a_{i\tau_h}$  по е. о. ф. времени,  $\varphi_i(x_k, y_k)$  —  $i$ -я компонента разложения температуры по е. о. ф. горизонтальных координат,  $\psi_j(\tau)$  —  $j$ -я компонента разложения по е. о. ф. времени коэффициента  $a_{i\tau_h}$ .

Разложение производилось в два этапа: на первом этапе рассчитывались коэффициенты разложения по е. о. ф. горизонтальных координат  $a_{i\tau_h}$ , на втором — коэффициенты  $a_{i\tau_h}$  подвергались разложению по е. о. ф. времени.

Для физико-статистического метода долгосрочных прогнозов погоды большое значение имеет число прогнозируемых коэффициентов  $p$  разложения по е. о. ф. При отборе числа коэффициентов разложения по е. о. ф. в качестве предикторов обычно руководствуются следующими указаниями [5, 19]:

1. Анализируется форма е. о. ф., наличие большого числа замкнутых центров в поле е. о. ф. горизонтальных координат говорит о мелкомасштабности этого поля и соответствующий этой е. о. ф. коэффициент разложения в качестве предиктанта не рассматривается. В случае разложения по е. о. ф. времени временной масштаб процесса графически будет характеризоваться числом пересечений оси времени (числом перемен знака). Чем больше пересечений, тем процессы, описываемые данной е. о. ф. времени, менее протяженны во времени.

2. Анализируются вклады членов разложения по е. о. ф. ( $\lambda_j$ ) в суммарную дисперсию рассматриваемого поля и разности вкладов  $\lambda_j - \lambda_{j+1}$ . Если эти разности уменьшаются незначительно, то считается, что соответствующие коэффициенты разложения по е. о. ф. описывают в основном шумы.

В связи с указанным для дальнейшего разложения были отобраны первые 2 коэффициента разложения по е. о. ф. горизонтальных координат ( $a_{1\tau_h}$  и  $a_{2\tau_h}$ ). Поскольку вклад ( $\lambda_1 + \lambda_2$ ) в суммарное поле дисперсии средних суточных температур составляет всего 42%, прогнозируем значительно сглаженный ход температуры. Е. о. ф. времени рассчитывались для автокорреляционной функции

коэффициентов  $a_{1\tau_h}$  и  $a_{2\tau_h}$ . Автокорреляционная функция этих коэффициентов рассчитывалась по формуле

$$R(\tau_h) = \frac{a_i(\tau_h + \Delta\tau) a_i(\tau_h)}{[a_i^2(\tau_h + \Delta\tau)]^{1/2} [a_i^2(\tau_h)]^{1/2}}, \quad (2)$$

где  $R(\tau_h)$  — автокорреляционная функция,  $\Delta\tau$  — сдвиг в сутках.

По описанным принципам отбора предиктантов для прогноза хода температуры весной было отобрано три коэффициента разложения по е. о. ф. времени для  $a_{1\tau_h}$  и два коэффициента для  $a_{2\tau_h}$ , всего пять предиктантов. Таким образом, прогноз составлялся для коэффициентов разложения по е. о. ф. времени (назовем их  $b_{11}$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{13}$  — для первого коэффициента разложения по е. о. ф. горизонтальных координат и  $b_{21}$ ,  $b_{22}$  — для второго).

Опытные прогнозы были выполнены для Атлантико-Европейского сектора, почти полностью соответствующего первому естественному синоптическому району. Исходными данными послужили средние суточные температуры воздуха за 1920, 1921, 1928, 1932—1938, 1946—1972 гг. с интервалом преимущественно в 3 дня в 20 точках, совпадающих с расположением метеорологических станций.

Прогностическим выбран сезон весны, так как он полностью определен на имеющемся в распоряжении авторов материале [12] и является наиболее важным сезоном для сельского хозяйства.

Исходя из принципиальных соображений, лежащих в основе физико-статистического метода, о том, что предикторы должны быть физически значимы [15, 16], для описания начального состояния физической системы атмосфера—океан—деятельный слой почвы использовались:

— атмосферные характеристики (давление, геопотенциал  $AT_{500}$ , температура воздуха, осадки, облачность);

— информация о поверхности океана (температуре поверхности воды, изменений теплосодержания верхнего стометрового слоя воды в квадратах  $L$  и  $D$  (по Смеду) в Северной Атлантике);

— информация о состоянии подстилающей поверхности (высота и границы снежного покрова).

Помимо перечисленных характеристик состояния рассматриваемой физической системы, в качестве предикторов в данном методе применяются различные показатели атмосферных процессов (число дней с формами циркуляции  $W$  и  $E$  по Вангенгейму, индекс интенсивности зональной циркуляции, индекс геомагнитной возмущенности). Имеется представление [9], что эти показатели отражают саморазвитие процессов и обусловленность их подстилающей поверхностью.

Все перечисленные характеристики используются за предшествующие месяцы, кроме того, наиболее консервативные предикторы [15] используются за прошлый и позапрошлый годы, что позволяет учесть предысторию развития и цикличность атмосферных процессов.

Почти все предикторы подвергались предварительной математической обработке — разложению по е. о. ф. горизонтальных координат.

Эта процедура позволяет, как известно [4], отфильтровать «шумовые эффекты», сконцентрировать исходную информацию в небольшом числе коэффициентов и воспользоваться всеми преимуществами, которые дает применение метода разложения полей по е. о. ф. [19].

В качестве предикторов использовалось от двух до пяти коэффициентов разложения по е. о. ф., таким образом учитывается около 70% информации об исходных полях. Подробное описание архива предикторов приводится в [6, 14, 17].

Затем проводились расчеты в соответствии с методикой физико-статистического метода долгосрочного прогноза погоды.

После всех этапов статистического отбора, принятых в используемом методе, остается 6—7 предикторов для каждого предиктанта.

Как принято в физико-статистическом методе [10, 16], корреляционные связи между предикторами и предиктантами уточнялись для каждого последующего года с учетом вновь поступающей информации, при этом строго соблюдалось правило не включать в анализ текущую информацию, так что каждый прогноз давался в условиях, соответствующих условиям оперативного прогноза.

Кратко остановимся на анализе предикторов. По количеству значимых связей в порядке их убывания предикторы распределились следующим образом: 1) температура поверхности воды в Атлантическом океане (7,5%); 2) аномалии средних месячных температур воздуха над северным полушарием (7,2%); 3) индекс циркуляции (число дней с типами  $W$  и  $E$  по Вангенгейму, индекс зональной циркуляции) (5,9%); 4) ледовитость морей (5,0%); 5) осадки, облачность (4,9%); 6) геопотенциал  $AT_{500}$ , давление воздуха (3,9%) (проценты взяты от числа возможных связей предикторов, характеризующих данный элемент со всеми предиктантами).

На первостепенное значение влияния Атлантического океана на формирование приземного поля температуры воздуха на территории первого е. о. района указывается также в работе [3].

Такое распределение предикторов подтверждает основные положения физико-статистического метода прогноза погоды. Кроме того, подтверждается тот факт, что прогнозируются наиболее крупномасштабные и долговременные компоненты температурных полей, которые в первую очередь обусловлены состоянием подстилающей поверхности и характером общей циркуляции атмосферы.

Рассмотрим, как число значимых связей предикторов зависит от их заблаговременности. Для этого было подсчитано число значимых связей по градиентам заблаговременности, при этом учитывались только те предикторы, значения которых брались за текущий, прошлый и позапрошлый годы. Получены следующие результаты:

Заблаговременность, в месяцах . . . . .	1—6	7—12	13—18	19—26
Число значимых предикторов	54	39	36	28

То есть максимальное число предикторов дают предшествующие весне осень и зима. К таким же результатам пришла Т. В. Покровская [9], анализируя прогностические указания различных месяцев.

Основываясь на связи предикторов, оставшихся в результате всех этапов отбора, применяемых в физико-статистическом методе, строились уравнения множественной регрессии для предиктантов.

При прогнозировании хода температуры во времени прогнозируются коэффициенты разложения в двойные ряды по е. о. ф. горизонтальных координат и времени. Для того чтобы перейти к прогностическим значениям средней суточной температуры воздуха в каждой точке, производится восстановление полей.

Восстановление полей производится в два этапа: на первом этапе восстанавливаются поля коэффициентов разложения по е. о. ф. горизонтальных координат для каждого рассматриваемых суток; на втором этапе восстанавливаются средние суточные температуры в каждой точке за каждые сутки.

Оценки прогнозов хода температуры в течение весны производились несколькими способами.

Оценка по общепринятому показателю успешности

$$\rho = \frac{n_+ - n_-}{n_+ + n_-}.$$

Здесь  $n_+$  — число станций с правильно предсказанным знаком,  $n_-$  — с неправильно предсказанным знаком. Если фактическая или предсказываемая аномалия равна нулю, то засчитывается 0,5 случая удачи. Показатель  $\rho$  является очень строгим для оценки долгосрочных прогнозов средних суточных температур, так как ошибка всего на 0,1 может привести прогноз в разряд оправдавшихся наполовину, а ошибка в 0,2 °С в разряд неоправдавшихся прогнозов, хотя сами по себе прогнозы будут очень хорошими.

Средняя оценка прогнозов хода температуры в течение весны по  $\rho$  составила 0,13. Оценка сама по себе невысокая, но если учесть, что оценивались аномалии средних суточных температур без допусков, и строгость оценки по  $\rho$ , то долгосрочные прогнозы хода температуры в течение весны можно считать удовлетворительными.

Кроме оценок по знаку, интересно было оценить величины аномалий. В этом случае прогноз аномалии средней суточной температуры считался оправдавшимся, если разность между предсказанной и фактической аномалиями не превосходила среднюю квадратическую ошибку  $\sigma$ . При этом величина  $\sigma$  вычислялась для каждой станции и каждого месяца отдельно. Средняя оправдываемость по этой оценке (назовем ее  $q$ ) составила 68,7 % (см. табл. 2).

Успешность прогнозов хода температуры в течение весны проверялась по совместной оценке (по знаку и по величине) [9]. По

совместной оценке аномалии температуры считались оправдавшимися хорошо, если были правильно предсказаны величина и знак аномалии; удовлетворительно, если предсказаны верно либо знак  $P$ , либо величина аномалии  $q$ , и неудовлетворительно, если неправильно предсказаны и знак и величина аномалии (табл. 1).

Таблица 1

Оправдываемость прогнозов хода температуры в течение весны по совместной оценке знака величины ( $P$  и  $q$ )

Класс прогноза	Оправдываемость		Оценка	Оправдываемость прогноза, %						
	$P$	$q$		1973	1974	1975	1976	1977	1978	средн.
I	+	—	хорошо	47,27	26,25	38,50	45,25	33,50	47,0	43,0
II	—	+	удовл.	28,25	25,00	29,75	22,00	28,75	20,5	25,7
III	+	—	"	10,25	10,25	18,25	10,75	17,75	10,5	13,0
IV	—	—	неудовл.	14,25	18,25	13,50	22,00	20,00	22,00	18,3

Из табл. 1 видно, что по совместной оценке средняя оправдываемость прогнозов равна 81,7 %, из них 43,0 % оправдалось с оценкой «хорошо», что составляет половину оправдавшихся прогнозов.

Оценка прогнозов проводилась также по методу, предложенному Н. И. Зверевым, который предлагает считать прогноз хода температуры оправдавшимся, если фактическая суточная температура воздуха уложилась в прогнозируемый интервал  $5^{\circ}\text{C}$  (по району)  $\pm$  допуск. Допуск определяется по формуле  $\delta = 0,675\sigma$ . Значение  $\sigma$  предлагается рассчитывать за каждые сутки, авторами использовалось среднее значение за месяц, рассчитанное для каждой станции. По этой оценке, оправдываемость прогнозов  $P_1$  в среднем равна 82,0 % (табл. 2).

Как ранее говорилось, в предлагаемом методе прогнозируются не сами значения средних суточных температур воздуха, а их коэффициенты разложения в двойные ряды. При этом теряется некоторая доля информации о температурном поле, так как прогнозируются наиболее крупномасштабные пространственно-временные его компоненты. Поэтому интересно оценить оправдываемость прогноза не фактического температурного поля, а поля восстановленного по двум коэффициентам горизонтального разложения по е. о. ф. Для этой цели фактические поля средних суточных температур подвергались разложению в двойные ряды по формуле (1), а затем по найденным фактическим значениям коэффициентов производилось восстановление полей. Восстановленные фактические температурные поля сравнивались по  $P$  с прогностическими. Результаты сравнения приведены в табл. 2.

Оценка температурных полей прогностического и восстановленного по фактическим данным по  $P_2$  существенно выше оценок по

Таблица 2

## Оправдываемость прогнозов хода температуры в течение весны, %

Год	$q$	$P$ и $q$	$P_1$	$P_2$	$p$
1973	75,5	85,8	83,8	64,25	0,15
1974	71,3	81,5	86,5	73,25	0,13
1975	68,3	86,5	80,0	72,75	0,14
1976	67,25	78,0	80,5	71,25	0,12
1977	62,2	80,0	76,9	—	0,07
1978	67,5	78,0	84,2	—	0,15
Среднее	68,7	81,6	82,0	70,5	0,13

фактическим данным (см. табл. 1, оправдываемость по  $P$  классов I и II), что закономерно, так как предсказываются наиболее крупномасштабные пространственно-временные компоненты температурных полей, прогнозируется сглаженный ход температуры.

Приведенные оценки оправдываемости прогнозов хода температуры в течение весны свидетельствуют о том, что предлагаемый метод прогноза хода температуры дает вполне удовлетворительные результаты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Апасова Е. Г. О прогнозе хода температуры воздуха в течение месяца.— Труды ГМЦ, 1973, вып. 115, с. 3—7.
2. Дулетова Т. А., Пагава С. Т., Рождественский А. А., Ширкина Н. А. Основы синоптического метода долгосрочных прогнозов погоды.— Л.: Гидрометеоздат, 1940.— 368 с.
3. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана.— Л.: Гидрометеоздат, 1974.— 304 с.
4. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей.— Л.: Гидрометеоздат, 1970.— 199 с.
5. Мещерская А. В., Блажевич В. Г. К оценке некоторых методических положений физико-статистического метода.— Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 54—64.
6. Мещерская А. В., Леднева К. В., Блажевич В. Г. Характеристика дополнительной гидрометеорологической информации, используемой в физико-статистическом прогнозе.— Труды ГГО, 1975, вып. 353, с. 115—122.
7. Педь Д. А., Кашлева Л. И. О возможностях прогноза хода температуры воздуха в течение месяца.— Труды ГМЦ, 1967, вып. 4, с. 91—113.
8. Педь Д. А. Об одном способе прогноза хода температуры воздуха в течение месяца.— Труды ГМЦ, 1974, вып. 134, с. 68—80.
9. Покровская Т. В. Синоптико-климатологические и гелио-геофизические долгосрочные прогнозы погоды.— Л.: Гидрометеоздат, 1969.— 254 с.
10. Руководство по месячным прогнозам погоды.— Л.: Гидрометеоздат, 1972, гл. IV, § 3, с. 129—138.
11. Туркетти З. Л. О некоторых вопросах синоптического метода долгосрочных прогнозов погоды.— Метеорология и гидрология, 1964, № 2, с. 42—48.
12. Чувашина И. Е. Корреляционный метод определения климатических границ сезонов года.— Труды ГГО, 1976, вып. 367, с. 68—80.
13. Чувашина И. Е. Применение аппарата разложения в двойные ряды по е. о. ф. координат и времени для исследования временной структуры полей средних суточных температур.— Труды ГГО, 1976, вып. 367, с. 81—88.

14. Шапаева Н. Д., Болдырева Н. А., Мещерская А. В. Ледовитость Гренландского моря как один из предикторов долгосрочного прогноза.— Труды ГГО, 1975, вып. 353, с. 93—105.
15. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогноза погоды и возможность их внедрения.— Метеорология и гидрология. 1967, № 11, с. 39—49.
16. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды.— Л.: Гидрометеониздат, 1968.— 28 с.
17. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.— Труды ГГО, 1969, вып. 236, с. 45—63.
18. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов.— Труды ГГО, 1972, вып. 273, с. 16—29.
19. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов.— Труды ГГО, 1972, вып. 273, с. 3—15.

*И. Е. Чувашина*

### ПРОГНОЗ ДАТ УСТОЙЧИВОГО ВЕСЕННЕГО ПЕРЕХОДА ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ 0 и $\pm 5^{\circ}\text{C}$

Разработкой способа прогноза дат устойчивого перехода температуры через различные градации занимался ряд авторов [2, 3, 4, 6, 7, 9]. Эта проблема решалась двумя путями: синоптическим и статистическим. На большое значение этой проблемы указано в [1].

Рассмотрим статистические методы прогноза дат устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через 0 и  $\pm 5^{\circ}\text{C}$ .

Н. М. Гавриленко [3] нашла зависимость между датами устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через  $0^{\circ}\text{C}$  весной на Украине и зональным индексом циркуляции в предшествующем феврале. Она построила номограмму этой зависимости, по которой дается прогноз дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $0^{\circ}\text{C}$ .

Д. А. Педь [9] выявил зависимость дат устойчивого перехода через 0 и  $\pm 5^{\circ}\text{C}$  от аномалии температуры воздуха сезона весны на Европейской территории СССР (ЕТС), Западной Сибири и Северном Казахстане по 84 станциям за период 1890—1949 гг. Он подчитал, что знак аномалии дат устойчивого перехода температуры через 0 и  $\pm 5^{\circ}\text{C}$  на ЕТС в 81,7 % случаев совпадает с аномалией температуры воздуха за сезон.

Д. А. Педь и Н. Е. Гавриленко связи рассматривали в целом по всей территории.

В. Ф. Козельцева [8], в отличие от предыдущих авторов, получила результаты синхронной связи между датами устойчивого перехода через 0 и  $\pm 5^{\circ}\text{C}$  и аномалией температуры воздуха для каждой станции на ЕТС, Западной Сибири и Северном Казахстане. Для расчета ожидаемых дат устойчивого перехода составлено уравнение регрессии:

$$\Delta D = A \Delta t + B, \quad (1)$$

где  $\Delta D$  — ожидаемое отклонение даты устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха от средней многолетней,  $A$

и  $B$  — постоянные параметры,  $\Delta t$  — ожидаемая аномалия температуры воздуха сезона или месяца (по прогнозу).

Метод Козельцевой обладает тем недостатком, что для прогноза устойчивого перехода температуры воздуха через  $0$  и  $\pm 5^\circ\text{C}$  необходимо иметь надежный прогноз аномалий температуры воздуха на месяц или сезон. Надежный прогноз аномалий температуры воздуха сам по себе пока недостижим.

В отличие от предыдущих авторов в данной работе даты устойчивого перехода температуры воздуха через  $0$  и  $\pm 5^\circ\text{C}$  определяются по результатам прогноза хода температуры в течение весны с помощью физико-статистического метода. Физико-статистический метод прогноза хода температуры в течение весны подробно изложен в [10].

Известно [5], что за дату устойчивого перехода температуры воздуха через  $0$  и  $\pm 5^\circ\text{C}$  весной принимается первый день периода, сумма положительных отклонений которого превышает сумму отрицательных отклонений любого из последующих периодов с отрицательными отклонениями.

Существует несколько методов определения дат перехода температуры через различные пределы:

1) по ежедневной средней суточной температуре для конкретного года;

2) по средней декадной температуре графическим способом или с помощью интерполяционной формулы

$$s = \frac{t - a}{b - a} d + 5;$$

3) по средней месячной температуре воздуха, также графическим способом или по интерполяционной формуле

$$s = \frac{t - a}{b - a} d + 15,$$

где  $s$  — число дней от начала декады (месяца) с температурой ниже искомого предела;  $t$  — температура, дату перехода которой надо определить;  $a$ ,  $b$  — средние декадные или месячные температуры ниже и выше  $t$  соответственно;  $d$  — число дней за декаду (месяц) со средней температурой воздуха ниже искомого предела;  $5$  и  $15$  — коэффициенты, относящие получаемые данные к середине интервала.

В предлагаемой методике для определения дат устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через  $0$  и  $\pm 5^\circ\text{C}$  весной строились графики прогностического и фактического хода температуры воздуха в течение весны. По этим графикам устанавливались даты устойчивого перехода температуры воздуха через  $0$  и  $\pm 5^\circ\text{C}$ . Даны опытные прогнозы на весенние периоды 1973—1975 гг., на 1976—1978 гг. прогнозы составлялись оперативно.

Для оценки прогнозов дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $0$  и  $\pm 5^\circ\text{C}$  рассмотрено 127 случаев. Оценивались ли аномалии дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $0$

и  $\pm 5^{\circ}\text{C}$ , причем, если переход через соответствующую градацию осуществлялся ранее многолетней средней даты, то такой аномалии присваивался знак плюс (+), если позднее, то минус (-). Многолетние средние даты устойчивого перехода температуры воздуха через 0 и  $\pm 5^{\circ}\text{C}$  взяты из Справочника по климату СССР. Средняя по всем градациям оценка по  $\rho$  составила 0,62.

Оценка оправдываемости по  $\rho$  прогнозов дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $-5$ , 0 и  $5^{\circ}\text{C}$  за 1973—1978 гг. составила:

$t^{\circ}\text{C}$	1973	1974	1975	1976	1977	1978
-5	0,50	1,00	0,67	0,38	—	—
0	0,88	0,86	1,00	0,78	0,78	0,67
5	0,50	0,60	0,56	0,20	0,67	0,18

Из приведенных данных видно, что лучше всего оправдываются прогнозы дат устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через  $0^{\circ}\text{C}$ . Оправдываемость прогнозов дат устойчивого перехода температуры через  $-5$  и  $+5^{\circ}\text{C}$ , по-видимому, должна быть близкой по величине. Различия в оправдываемости этих прогнозов, полученные в данном случае, можно отнести за счет небольшого числа прогнозов дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $-5^{\circ}\text{C}$  (всего 17 прогнозов).

Лучшая оправдываемость прогнозов дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $0^{\circ}\text{C}$  объясняется тем, что переход через  $0^{\circ}\text{C}$  чаще всего осуществляется по терминологии Д. П. Педя [9] «простым переходом», т. е. градиент хода температуры один раз пересекает ось нулевых значений. В то время как переход температуры через  $-5$  и  $+5^{\circ}\text{C}$  осуществляется «сложным переходом», когда в течение нескольких дней существуют положительные аномалии температуры относительно  $-5$  и  $+5^{\circ}\text{C}$ , которые затем сменяются отрицательными. Физико-статистическим методом прогнозируется сильно сглаженный ход температуры [10], поэтому резкие смены знаков аномалий улавливаются хуже, чем простые переходы через соответствующие градации температуры.

На рис. 1 представлены прогностические (кривые 1) и фактические (кривые 2) поля дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $+5^{\circ}\text{C}$  весной 1977 г. Как видно из рис. 1, между прогностическими и фактическими полями наблюдается неплохое соответствие.

Рассчитывались также ошибки между прогностическими датами устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха и фактическими. Ошибки рассчитанных дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $-5$ , 0 и  $+5^{\circ}\text{C}$  представлены в табл. 1.

Как следует из табл. 1, ошибка прогностических дат для всех переходов до  $\pm 10$  дней встречается в 77 % всех рассмотренных случаев, 23 % приходится на ошибки более 10 дней.

Заблаговременность прогноза дат устойчивого перехода температуры воздуха через  $-5$ , 0 и  $+5^{\circ}\text{C}$  зависит от расположения

Ошибки рассчитанных дат устойчивого перехода температуры

Дни		Температура, °C						Среднее, P%
		-5		0		+5		
от	до	n	P %	n	P %	n	P %	
0	5	8	47	25	52	30	49	49
6	10	6	35	12	25	15	24	28
11	15	3	18	5	11	7	11	14
16	20	0	0	4	8	8	13	7
	≥21	0	0	2	4	2	3	2
Всего		17	100	48	100	62	100	100

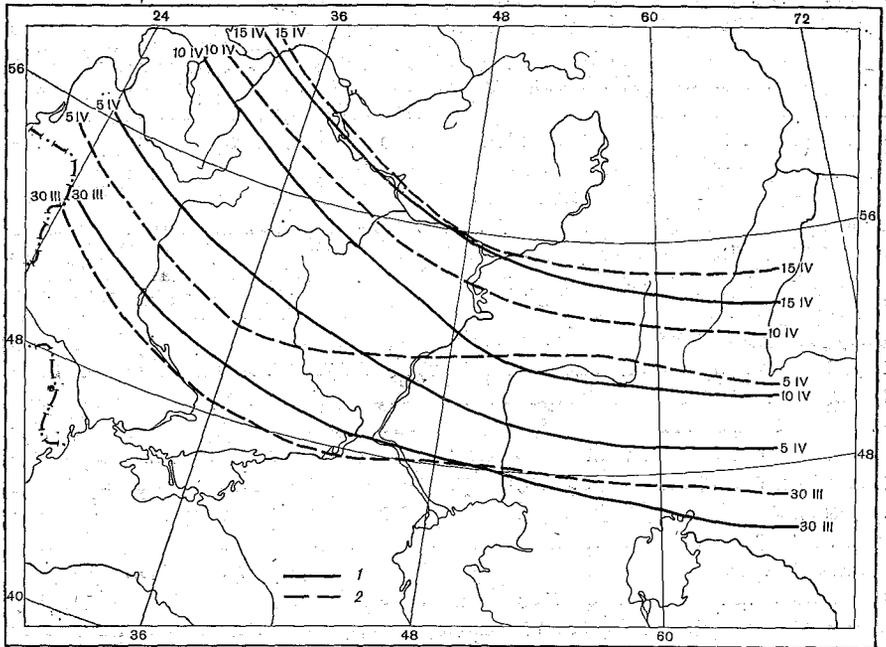


Рис. 1. Прогностические (1) и фактические (2) поля дат устойчивого перехода через +5°C весной 1977 г.

станций: для южных станций она меньше месяца, для северных больше.

Оценки прогнозов дат устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через -5, 0 и +5°C существенно выше оценок прогноза хода температуры в течение весны, что вполне закономерно. Даты устойчивого перехода температуры воздуха через

—5, 0 и +5°C определяются крупномасштабными компонентами температурного поля, в то время как на среднюю суточную температуру воздуха оказывают существенное влияние, кроме основных факторов, формирующих сезонное температурное поле, более мелкомасштабные факторы, которые учесть в долгосрочном прогнозе погоды не представляется возможным.

Оценки прогнозов дат устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через —5, 0 и +5°C показывают, что предлагаемый метод прогноза хода температуры воздуха в течение весны можно применять в оперативной практике для прогноза дат устойчивого перехода температуры воздуха через 0 и ±5°C.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аристов Н. А., Педь Д. А. Современное состояние метода сезонных прогнозов погоды и перспективы его развития.— *Метеорология и гидрология*, 1979, № 4, с. 18—24.
2. Байдал М. Х. Долгосрочные прогнозы и колебания климата Казахстана.— Л.: Гидрометеониздат, 1965.— 362 с.
3. Гавриленко Н. М. Особенности прогноза дат устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через 0° весной на Украине.— *Труды УкрНИГМИ*, 1962, вып. 32, с. 18—26.
4. Исаев Э. А. Методика прогноза устойчивого перехода температуры воздуха через нуль осенью и весной.— *Труды НИУ ГУГМС*, сер. 2, 1946, вып. 15.— 171 с.
5. Кельчевская Л. С. Методы обработки наблюдений в агроклиматологии.— Л.: Гидрометеониздат, 1971.— 209 с.
6. Козельцева В. Ф. К проблеме прогноза устойчивого перехода температуры воздуха через 0, ±5°C.— *Труды ГМЦ*, 1971, вып. 76, с. 73—81.
7. Козельцева В. Ф., Педь Д. А. Аномальность полей дат устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через —5 и ±5° весной.— *Труды ГМЦ*, 1972, вып. 9, с. 72—86.
8. Козельцева В. Ф. О возможности прогноза дат устойчивого перехода температуры воздуха через 0 и ±5° на весну и отдельные месяцы.— *Труды ГМЦ*, 1972, вып. 93, с. 47—54.
9. Педь Д. А. Об определении дат устойчивого перехода температуры воздуха через определенные значения.— *Метеорология и гидрология*, 1951, № 10, с. 38—39.
10. Юдин М. И., Чувашина И. Е. Прогноз хода температуры в течение сезона физико-статистическим методом. См. настоящий сборник.

*Р. П. Репинская, М. И. Юдин*

## О ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЕ МАКРОЦИРКУЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

1. Материалом для данной работы послужили корреляционные матрицы, построенные для целей среднесрочных физико-статистических прогнозов приземного давления на март, апрель и май над северной и южной зонами Северной Атлантики<sup>1</sup> [6]. В соответствии с основными положениями физико-статистического метода [8, 9] исследование велось на базе коэффициентов разложения полей давления<sup>2</sup> по эмпирическим (естественным) ортогональным функциям (э. о. ф.) [1]. Временные корреляционные моменты вычислялись со сдвигом  $\tau$  [0, 3, 6, ..., 30] дней для первых четырех коэффициентов разложения  $T_j(t_k)$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ). Анализ матриц дает возможность определить интервалы наступления весеннего и летнего сезонов и периоды однородного развития элементарных процессов (под элементарными циркуляционными процессами будем понимать естественные колебания, на которые расщепляются сложные атмосферные процессы с помощью метода э. о. ф.). Для этой цели были рассчитаны автокорреляционные функции  $R_j(t_k, \tau)$  названных коэффициентов разложения  $T_j(t_k)$ . По аналогии с параметром  $\int R(\theta) d\theta$ , были получены интегральные корреляционные функции  $\bar{R}_j(t_k, \tau)$  и определено время релаксации элементарных циркуляционных процессов.

2. Как и в работе [10], для определения времени релаксации элементарных естественных колебаний используются нормированные на дисперсию временные автокорреляционные функции  $R_j(t_k, \tau)$  коэффициентов разложения по э. о. ф. приземных полей

<sup>1</sup> Имеется в виду акватория Северной Атлантики, простирающаяся примерно от 20 до 82° с. ш. и от 82° з. д. до 76° в. д. Граница раздела между южной и северной зонами проходит примерно по 50-й параллели.

<sup>2</sup> Выборка для каждого месяца включала данные за 10 лет, т. е. не менее 100 полей, заданных в 33 точках в каждой зоне.

ежедневного давления. Значения названных функций определяются по формуле

$$R_j(t_k, \tau) = \frac{\overline{T'_j(t_{kn}) T'_j(t_{kn} + \tau)}}{\sigma_j(t_k) \sigma_j(t_k + \tau)}, \quad (1)$$

где  $k=0, 1, 2, \dots, K$  — временные реперы внутри месяца (для марта  $K=10$ , для апреля—мая  $K=9$ ),  $n$  — номер года,

$$T'_j(t_{kn}) = T_j(t_{kn}) - \bar{T}_j(t_k),$$

где

$$\bar{T}_j(t_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N T_j(t_{kn})$$

— среднее многолетнее значение  $j$ -го коэффициента разложения для числа месяца  $t_k$ ,  $N$  — объем выборки значений  $T_j(t_{kn})$  (число лет),  $\sigma_j(t_k)$  и  $\sigma_j(t_k + \tau)$  — дисперсии  $j$ -го коэффициента разложения в выборках, относящихся к определенному месяцу и числу.

Для каждого  $t_k$  внутри месячного интервала с помощью параметра Фишера

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + R_j(t_k)}{1 - R_j(t_k)}$$

определяется значимость корреляции. За время релаксации естественного колебания условимся считать такой сдвиг во времени (в сутках), при котором в первый раз в течение месяца выполняется соотношение  $z - 2\sigma_z \leq 0$ . Здесь  $\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}}$  — средняя

квадратическая (априорная) ошибка параметра Фишера, зависящая лишь от числа случаев, по которым определено значение данного корреляционного момента. В табл. 1 приведены результаты этих расчетов: время релаксации элементарного колебания  $t_r$  и, кроме того, доля общей дисперсии  $d\%$ , описываемая им. Как правило, с увеличением порядкового номера  $j$  коэффициентов разложения и уменьшением доли общей дисперсии время релаксации элементарных циркуляционных процессов уменьшается. Однако встречаются и обратные случаи: некоторые более долгоживущие процессы вносят меньший вклад в общую дисперсию (см., например, второе, третье и четвертое элементарные колебания в марте над северной зоной). По-видимому, этот факт не случаен, поскольку он подтверждается и на дополнительном материале, имеющемся в распоряжении авторов. В каждом из таких необычных случаев мы рассмотрели пространственную протяженность элементарных колебаний путем картирования полей э. о. ф. Известно общее свойство метода э. о. ф. [1]: с увеличением порядкового номера членов аппроксимирующего ряда увеличивается число пучностей в полях э. о. ф. Соответственно следовало ожидать, что в рассмотренных случаях горизонтальные масштабы таких долгоживущих

э. о. ф. будут меньшими, чем короткоживущих. Это и подтвердилось при анализе полей э. о. ф.

Результаты расчетов<sup>1</sup>

Таблица 1

		Северная зона			Южная зона		
		март	апрель	май	март	апрель	май
$T_1$	$t_r$	27	5	5	12	7	5
	$t'_r$	27	3	3	15	12	9
	$\frac{d}{R}$	34,6	28,4	29,6	27,4	29,6	23,8
		5,582	1,225	1,313	2,752	1,923	1,583
$T_2$	$t_r$	6	6	6	3	4	4
	$t'_r$	27	3	24	21	3	6
	$\frac{d}{R}$	18,9	22,7	18,3	14,0	14,1	12,5
		3,182	1,286	2,281	1,632	1,307	1,381
$T_3$	$t_r$	5	9	5	6	4	2
	$t'_r$	9	15	9	6	3	12
	$\frac{d}{R}$	12,2	11,2	11,4	11,6	10,7	10,9
		1,780	2,131	1,607	1,584	1,362	1,398
$T_4$	$t_r$	11	5	2	4	5	6
	$t'_r$	15	12	21	18	15	9
	$\frac{d}{R}$	6,7	8,0	6,7	8,4	6,9	8,6
		2,305	1,907	1,955	1,813	1,762	1,620

<sup>1</sup>  $t_r$  и  $t'_r$  — время релаксации элементарных циркуляционных процессов;  $d$  — доля общей дисперсии, описываемая ими,  $\bar{R}$  — максимальное значение интегральной корреляции.

Заметим также, что время релаксации процессов в северной зоне (особенно в марте) в среднем несколько больше, чем в южной, что объясняется большей инерционностью циркуляционных процессов и большими характерными горизонтальными масштабами барических образований над областью исследования к северу от 50-й параллели.

3. Изложенный способ определения времени релаксации макропроцессов является приближенным, так как, во-первых, выборочные корреляционные моменты могут иметь случайный разброс значений и, во-вторых, нельзя утверждать, что в этом случае нужно ориентироваться именно на уровень значимости  $2\sigma_z$ . Возможно, уровень значимости корреляции нужно смягчить до  $1,64\sigma_z$  или, наоборот, ужесточить до  $3\sigma_z$ . Поэтому представляется целесообразным параллельно использовать другой способ определения времени

релаксации. Для этого были рассмотрены интегральные временные автокорреляционные функции  $\bar{R}_j(t_k, \tau)$ , определяемые по формуле

$$\bar{R}_j(t_k, \tau) = \frac{1}{\tau_0} \int_{t_0}^{t_0 + m\tau_0} R_j(t_k, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $\tau_0 = 3$  суткам.

Результаты расчета «накопленной» (интегральной) корреляции по формуле (2) также представлены в табл. 1, где указано максимальное значение  $\bar{R}$  и сдвиг в сутках, при котором оно достигнуто ( $t'_r$ ). По мнению авторов, определение времени релаксации процессов таким способом имеет ясный физический смысл.

Особенности, касающиеся соотношения между временем релаксации элементарных процессов  $t_r$  и их характерными горизонтальными масштабами, проявляются и при использовании интегральных корреляционных функций. В табл. 1 обращают на себя внимание заметно большие значения накопленной корреляции в северной зоне по сравнению с южной. Это свидетельствует о том, что именно здесь развиваются процессы, наиболее связанные не только в пространстве, но и во времени. Следовательно, инерционные прогнозы должны оправдываться в северной зоне лучше.

Особенно большое время релаксации  $t'_r$  и большая интегральная корреляция характерны для коэффициента  $T_1$  в марте над северной зоной. В известной мере это относится и к  $T_2$ . В апреле и мае время релаксации существенно меньше, чем в марте, и наиболее крупномасштабные элементарные процессы в этом смысле не имеют преимуществ перед более мелкомасштабными. Таким образом, апрельским и майским процессам свойственна меньшая инерционность и полагаться на нее при прогнозе на средние сроки (более трех суток) нельзя.

Представляет интерес также то, что при использовании интегральной корреляционной функции мы находим большое время релаксации достаточно мелкомасштабных компонент циркуляции, описываемых коэффициентами  $T_4$ . На первых этапах развития физико-статистического метода [8, 9] предполагалось, что мелкомасштабные составляющие можно без ущерба отфильтровывать. Однако современное развитие гидродинамической теории и, в частности, теории сопряженных уравнений [2] показало, что могут существовать более или менее локализованные районы, состояние атмосферы над которыми несет большую прогностическую информацию. В связи с этим выводы о времени релаксации элементарных процессов представляются вполне правдоподобными.

В заключение отметим, что значительная часть рассматриваемых здесь параметров разложения  $T_j(t_k)$  является носителями достаточно долговременной «метеорологической памяти» и поэтому их целесообразно использовать в качестве предикторов для долгосрочного прогнозирования. Возможно, что при более рациональном разбиении акватории Северной Атлантики на отдельные зоны

удастся выделить еще более долгоживущие процессы. Предполагается, что поиск таких зон может быть осуществлен путем специальных статистических экспериментов при учете выводов из теории сопряженных уравнений.

4. Перейдем к анализу временных матриц, элементами которых являются коэффициенты корреляции  $R_{\alpha, \beta}$ , где  $\alpha$  — номер строки, а  $\beta$  — номер столбца матрицы. Временной сдвиг  $\tau$  между соседними строками или столбцами равен трем суткам. Так что матрица представляет собой таблицу корреляционных моментов вида:

$$\begin{pmatrix} R_{0,0} & R_{0,3} & \dots & R_{0,30} \\ R_{3,0} & R_{3,3} & \dots & R_{3,30} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{30,0} & R_{30,3} & \dots & R_{30,30} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Очевидно, элементы главной диагонали в (3) равны 1.

Ради экономии места здесь приводятся лишь матрицы (4) — (7), которые наиболее наглядно подтверждают основные выводы, полученные авторами<sup>1</sup>.

Отметим, что в таблицах большинства из 24 построенных матриц проявляется некоторая статистическая неоднородность рядов. Причем заметнее она выражена в северной зоне. В работе [7] было выполнено исследование временной средней суточной температуры воздуха у земли над частью территории Евразийского материка. В этой работе впервые был получен объективный критерий для определения средних границ сезонов, основанный на временной статистической структуре температурного поля. Представлялось важным провести дальнейшие исследования, рассматривая другие районы и другие метеорологические элементы. Это важно, с одной стороны, для оценки предела предсказуемости элементарных процессов. С другой стороны, такие исследования помогают в поиске консервативных предикторов для долгосрочного прогнозирования различных элементов погоды.

В каждой матрице был проведен анализ тех коэффициентов корреляции, для которых вероятна гипотеза, что значение данного коэффициента существенно меньше среднего [3]. При этом в качестве уровней значимости корреляции брались уровни  $2\sigma_z$  и  $1,64\sigma_z$ . В отличие от работы [7] мы рассматриваем коэффициенты корреляции  $R_{\alpha, \beta}$  не только на первой диагонали, параллельной главной, но и на следующих диагоналях, поскольку они могут дать существенные выводы о временном интервале, в котором совершается перелом процессов.

Результаты проведенного анализа корреляционных матриц с точки зрения перелома процессов на весну и лето обобщены в табл. 2, в которой указаны значения отрицательных коэффициентов

<sup>1</sup> Симметричность корреляционных матриц позволила, ради экономии места, следующим образом сформировать матрицы (4) — (7): верхняя часть каждой из них принадлежит одному параметру  $T_j$ , а нижняя — другому.

Корреляционная матрица  $T_1$  за март. Южная зона

1	0,807	0,769	0,502	0,453	-0,195	0,193	-0,105	-0,169	0,182	-0,076
0,543	1	0,704	0,677	0,567	0,139	0,137	0,102	0,403	-0,271	-0,252
0,105	0,033	1	0,612	0,528	0,205	0,328	0,156	0,374	-0,222	-0,052
0,163	0,085	0,545	1	0,835	0,418	0,581	0,360	0,436	-0,440	-0,534
0,334	-0,027	0,371	0,105	1	0,568	0,804	0,468	0,296	-0,408	-0,427
0,289	0,125	-0,012	0,032	0,241	1	0,544	0,649	0,510	0,367	0,099
0,361	0,265	0,007	-0,241	0,031	0,184	1	0,760	0,192	-0,177	-0,099
0,263	-0,377	-0,387	-0,386	-0,172	0,032	-0,043	1	0,369	0,193	0,006
0,134	-0,179	0,050	0,015	0,189	0,395	-0,610	0,273	1	0,397	0,043
0,101	-0,175	0,146	0,404	0,174	0,076	-0,120	0,277	0,352	1	0,677
0,088	-0,019	-0,020	-0,011	-0,149	0,473	0,422	-0,009	0,122	-0,007	1

Корреляционная матрица  $T_2$  за март. Южная сторона

(4)

Корреляционная матрица  $T_1$  за апрель. Северная зона

1	0,786	0,066	-0,141	-0,737	0,050	-0,131	-0,629	0,147	0,164
0,139	1	-0,067	-0,062	-0,543	-0,212	-0,326	-0,568	0,012	0,220
0,015	0,662	1	0,289	-0,295	-0,428	-0,463	-0,642	0,075	-0,127
-0,335	0,455	0,592	1	0,300	0,063	-0,198	0,023	-0,136	-0,224
0,098	-0,046	0,371	0,450	1	0,294	0,274	0,604	-0,359	-0,124
0,099	0,499	0,366	-0,013	-0,023	1	0,339	0,201	0,102	-0,003
0,699	0,105	0,123	-0,210	0,426	0,328	1	0,171	-0,103	0,645
-0,097	-0,535	-0,366	-0,042	0,034	-0,821	-0,139	1	-0,069	-0,372
-0,314	-0,433	-0,503	0,082	-0,282	-0,351	-0,699	0,228	1	0,289
0,118	-0,076	-0,698	-0,402	-0,324	0,111	-0,025	-0,138	0,323	1

Корреляционная матрица  $T_2$  за апрель. Северная зона

(5)

Корреляционная матрица  $T_3$  за май. Южная зона

1	0,577	-0,300	-0,019	0,159	-0,583	0,133	0,743	0,188	-0,121
0,220	1	-0,597	0,058	0,036	-0,316	0,343	0,471	0,369	-0,012
0,057	-0,023	1	-0,546	0,063	0,369	-0,432	-0,098	-0,174	-0,182
0,072	0,316	0,124	1	0,092	0,014	0,097	-0,241	-0,091	-0,477
0,242	0,183	0,441	0,242	1	0,360	-0,176	0,594	0,540	-0,138
-0,150	0,166	-0,165	-0,359	0,190	1	-0,337	-0,287	0,343	-0,222
0,285	-0,079	0,532	-0,043	-0,026	-0,321	1	-0,048	-0,256	-0,184
0,442	0,400	-0,356	-0,145	0,202	0,124	-0,464	1	0,553	0,033
-0,083	0,343	0,296	-0,137	0,155	-0,089	-0,272	0,005	1	0,119
-0,077	0,070	0,501	-0,610	0,190	0,387	0,117	-0,313	0,635	1

Корреляционная матрица  $T_4$  за май. Северная зона

(6)

Корреляционная матрица  $T_1$  за апрель. Южная зона

1	0,734	0,294	0,355	0,421	0,490	-0,398	-0,241	0,366	-0,276
0,643	1	0,643	0,616	0,519	0,465	-0,335	0,124	0,046	-0,457
0,587	0,660	1	0,780	0,493	0,386	-0,253	-0,203	-0,356	-0,839
0,544	0,541	0,802	1	0,695	0,497	0,049	-0,056	-0,164	-0,572
0,367	0,626	0,495	0,441	1	0,705	-0,122	-0,234	-0,207	-0,291
0,523	0,783	0,631	0,514	0,787	1	0,157	-0,308	-0,209	-0,239
0,561	0,742	0,647	0,544	0,694	0,845	1	0,263	0,096	0,220
0,699	0,687	0,627	0,699	0,534	0,721	0,865	1	0,105	0,318
0,436	0,578	0,614	0,831	0,297	0,442	0,523	0,622	1	0,420
0,600	0,769	0,599	0,702	0,472	0,518	0,473	0,670	0,663	1

Корреляционная матрица  $T_1$  за апрель. Северная зона

(7)

корреляций  $R_{\alpha, \beta}$ , удовлетворяющих уровням значимости  $2\sigma_z$  и  $1,64\sigma_z$ , а также номера коэффициентов разложения  $T_j$ , в матрицах которых данные  $R_{\alpha, \beta}$  фигурируют. В первом случае параметры отмечены знаком тильды ( $\sim$ ).

Таблица 2

Значения отрицательных коэффициентов корреляции  $R_{\alpha, \beta}$ , указывающие на перелом процессов на весну и на лето в северной (с) и южной (ю) зонах

Зона	$R_{\alpha, \beta}$		$T_j$	Зона	$R_{\alpha, \beta}$		$T_j$	
Март								
С	R9,21	-0,539	$T_3$	Ю	R15,21	-0,821	$\tilde{T}_2$	
	R0,21	-0,699	$\tilde{T}_4$		R15,24	-0,699	$\tilde{T}_2$	
Ю	R9,21	-0,562	$T_3$		R18,24	-0,699	$\tilde{T}_2$	
	R9,30	-0,534	$T_1$		R21,27	-0,552	$T_4$	
	R15,27	-0,549	$T_3$		R3,12	-0,558	$T_4$	
	R81,21	-0,610	$\tilde{T}_2$		R6,24	-0,839	$\tilde{T}_1$	
	R81,30	-0,548	$T_3$			-0,688	$\tilde{T}_4$	
					R6,27	-0,572	$T_1$	
Апрель								
С	R0,12	-0,737	$T_1$		Май			
		-0,664	$T_4$	С	R0,21	-0,600	$T_3$	
R0,18	-0,712	$\tilde{T}_3$	R6,18		-0,581	$T_1$		
R0,21	-0,629	$T_1$	R9,27		-0,610	$T_4$		
R0,24	-0,640	$T_4$	R18,27		-0,544	$T_2$		
R3,12	-0,543	$T_1$	Ю		R0,15	-0,630	$\tilde{T}_4$	
	-0,625	$\tilde{T}_4$			-0,583	$T_3$		
R3,27	-0,703	$\tilde{T}_3$		R3,6	-0,597	$T_3$		
R6,21	-0,642	$\tilde{T}_1$		R3,18	-0,547	$T_2$		
R6,27	-0,698	$\tilde{T}_2$		R3,24	-0,535	$T_2$		
	-0,535	$T_3$	R6,9	-0,546	$T_3$			

Из табл. 2 видно, что перелом процессов на весну и лето происходит в полях различных элементарных циркуляционных процессов в несколько разные сроки, что объясняется, в основном, естественным разбросом статистических характеристик в выборках. Однако во многих случаях интервалы перелома процессов для разных  $T_j$  и  $\tau$  содержат общую часть. Многократное повторение этой общей части позволяет более строго судить о границах сезонов. При этом намечается следующая закономерность: переломы макропроцессов ( $j=1, 2$ ), как правило, характеризуются большими по абсолютной величине отрицательными коэффициентами корреляции. На юге переломы всех элементарных процессов совершаются раньше, чем на севере. Так, на юге перелом процессов на весну наиболее вероятно происходит между 18 и 21 марта, а на севере он только намечился [см. матрицы (4) и (7)],

Анализ матриц за апрель [см. матрицы (5) и (7)] показал, что на севере весна наступает между 3 и 12 числами. Это подтверждается наличием большого числа отрицательных коэффициентов корреляции, удовлетворяющих уровню  $2\sigma_z$  и даже  $3\sigma_z$ .

Вызывает интерес и тот факт, что на интервалы 18—24 дня падает большое число отрицательных коэффициентов корреляции (12 из 24 возможных, причем 6 коэффициентов превышают уровень  $2\sigma_z$ ). В некоторых случаях они описывают почти функциональные связи (например, в апреле на юге  $R_{6,27} = 0,839!$ ). Возможно, что это проявляется эффект квазипериодичности.

На юге наиболее вероятные даты начала лета с 3 по 15 мая, а на севере позже: с 9 по 21 мая (см. матрицу (6) и табл. 2). Перелом процессов на лето характеризуется существенно более низкими (по абсолютной величине) отрицательными коэффициентами корреляции, чем на весну.

Сравнивая полученные выводы с данными Б. П. Мультиановского [4], С. Т. Пагава [5] и И. Е. Чувашиной [7], необходимо отметить следующее. Даты начала весны и лета над южной зоной Северной Атлантики в общем неплохо согласуются с датами, которые приводят названные авторы, хотя над океаном весна сдвигается на более поздние сроки. Над северной зоной весна наступает значительно позже, чем на континенте. Это объясняется термической инерцией океана, покрытого льдом.

Значения времени релаксации элементарных циркуляционных процессов, приведенные в табл. 1, указывают пределы возможности использования свойства инерции в долгосрочном прогнозе. Внутри однородных синоптических сезонов появляется возможность несколько расширить эти пределы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Естественные составляющие метеорологических полей/Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И.—Л.: Гидрометеониздат, 1970, 199 с.
2. Марчук Г. И., Скиба Ю. Н. Численный расчет сопряженной задачи для модели термического взаимодействия атмосферы с океаном и континентами.—Изв. АН СССР. Физ. атм. и ок., 1976, т. 12, № 5, с. 459—469.
3. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений.—М., «Наука», 1971.— 573 с.
4. Мультиановский Б. П. Основные положения синоптического метода долгосрочных прогнозов погоды. Ч. 1.—М.: ЦУЕГМС, 1933.— 139 с.
5. Пагава С. Т. Естественный синоптический сезон.—Метеорология и гидрология, 1949, № 4, с. 36—41.
6. Репинская Р. П. О прогнозе приземного барического поля на несколько дней.—Метеорология и гидрология, 1978, № 11, с. 46—51.
7. Чувашина И. Е. Корреляционный метод определения климатических границ сезонов.—Труды ГГО, 1976 вып. 367, с. 68—80.
8. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогнозов и возможности их внедрения.—Метеорология и гидрология, 1967, № 11, с. 39—50.
9. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды.—Л.: Гидрометеониздат, 1968.— 23 с.
10. Яковлева Н. И., Репинская Р. П., Гурлева К. А. К определению взаимосвязи процессов во времени и ее сезонные особенности.—Труды ГГО, 1968, вып. 201, с. 52—59.

*С. И. Тюрбаева*

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЦ ОСЕННЕГО СЕЗОНА

Определением границ сезонов занимались многие исследователи, которые подходили к решению этого вопроса с разных позиций [1—8].

В работе И. Е. Чувашиной [8] для определения границ весеннего сезона для Атлантико-Европейского сектора разработан корреляционный метод. По представлениям И. Е. Чувашиной, каждому климатическому сезону свойственны объективные закономерности и отличительные черты, характеризующиеся в частности статистической однородностью метеорологических процессов. При смене сезонов года происходит качественный переход к другому климатическому состоянию и нарушению однородности статистической структуры процессов. Объектом анализа в ее работе была корреляционная функция средней суточной температуры воздуха.

В основе корреляционного метода лежит гипотеза о том, что внутри одного сезона должны быть однородные и относительно высокие коэффициенты корреляции  $R(\tau)$  ( $\tau$  — интервал времени) между коэффициентами горизонтального разложения температурного поля по е. о. ф. на большой территории. При смене сезонов корреляционная связь резко нарушается.

Эта же гипотеза положена в основу данной работы для определения границ осеннего сезона в Казахстане и Средней Азии.

В качестве комплексных характеристик, определяющих температурное поле, были взяты коэффициенты разложения по е. о. ф. полей средних суточных значений температуры воздуха у поверхности земли. Метод разложения по е. о. ф. подробно изложен в ряде работ, например [9—11].

Для расчетов коэффициентов разложения по е. о. ф. температурного поля была выбрана сеть станций с достаточно длинными периодами наблюдений. Эта сеть станций должна по возможности равномерно распределяться по территории. Ряд наблюдений должен быть по возможности без пропусков. Для отобранных станций была исчислена матрица взаимных корреляций между среднемесячными

значениями температуры воздуха и проведен анализ ее элементов. При этом были обнаружены и исключены из рассмотрения станции, не несущие дополнительной информации по сравнению с опорными. Были выявлены также станции, температура которых практически не связана с температурой соседних. Это свидетельствует либо о том, что значения температуры в основном определяются микроклиматом станций, либо о ненадежности данных. Поэтому такие станции также исключены из рассмотрения (рис. 1).

Большое разнообразие ландшафтов и климата рассматриваемой территории потребовало развития метода в более сложной форме.

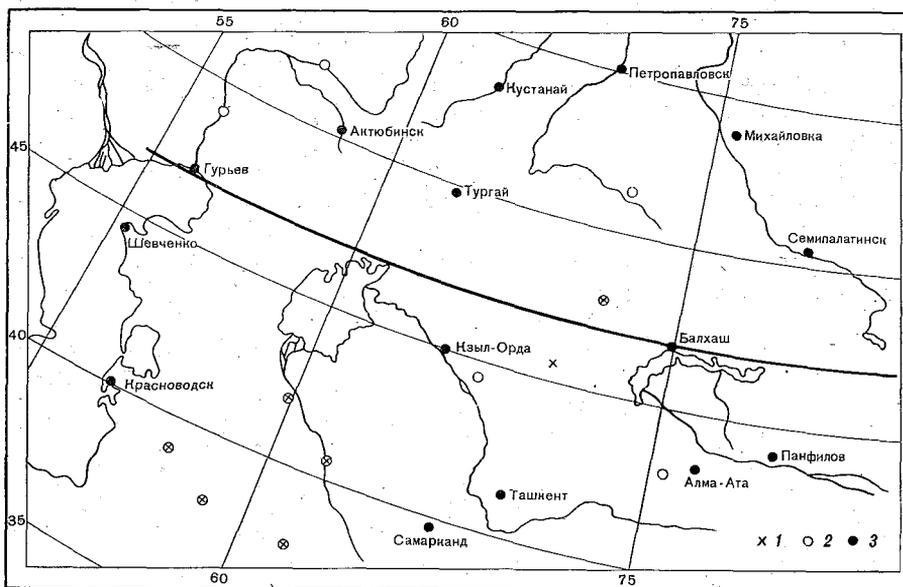


Рис. 1. Сеть станций, данные которых были использованы.

Станции: с пропусками данных (1), тесно коррелируемые с соседними (2), опорные (3).

чем у И. Е. Чувашиной. Работа проведена под руководством М. И. Юдина.

Исследуемую территорию О. М. Челпанова [12] относит к двум ландшафтным зонам: полупустынь и пустынь умеренного климата. Зона степей по ее данным занимает лишь небольшую часть территории на крайнем северо-востоке Казахстана. А. С. Утешев на обширной территории Казахстана, исключая его горные районы, выделяет четыре климатические зоны, в основном соответствующие главным зонам: лесостепную, степную, полупустынную и пустынную. Условия северной и южной частей исследуемой территории как в холодный, так и в теплый периоды различны.

Исходные данные собраны за 51 год с сентября по ноябрь. Средняя суточная температура воздуха выбрана не за кажды

день, а через три дня, чтобы исключить тесно связанные данные соседних дней.

Коэффициенты горизонтального разложения по е. о. ф. рассчитывались по программе И. И. Поляка [14]. Годовой ход исключался путем использования отклонения от многолетних средних значений средней суточной температуры [15]. Для того чтобы исключить зависимость е. о. ф. от дисперсии, отклонения от нормы были разложены не по ковариационным матрицам ( $cov \Delta t$ ), а по корреляционным ( $cov \Delta t / \sigma$ ) [9, 19].

Приведем данные вкладов первых четырех членов разложения в процентах от суммарной дисперсии для разложения отклонений температуры от многолетних средних значений:

Месяц	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
Сентябрь	40,9	23,1	11,4	6,8
Октябрь	40,7	22,4	11,1	7,4
Ноябрь	49,3	15,8	10,6	5,8

Анализ сходимости рядов разложения показывает, что вклад первого члена в сентябре—октябре меньше, чем в ноябре. Вклады второго, третьего и четвертого членов разложения уменьшаются к ноябрю. Такое распределение вкладов отражает масштабность и сезонную изменчивость термических полей, так как известно, что зимние процессы более крупномасштабны, чем летние [9, 16—19].

Поля первых собственных векторов  $X_1$  для всех трех месяцев представляют одну обширную область положительных значений. Поля вторых векторов  $X_2$  в сентябре и октябре распадаются на две области: положительную<sup>1</sup> на северо-западе и отрицательную на северо-востоке; в ноябре — отрицательную на севере и положительную на юге. Поля третьих векторов  $X_3$  для всех трех месяцев имеют положительный очаг на северо-востоке (рис. 2). На две пары положительных и отрицательных очагов распадаются поля четвертых векторов  $X_4$ , рис. 2.

Для определения границы перелома были взяты первые три коэффициента разложения по е. о. ф. Из коэффициентов разложения  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  были составлены ряды  $a_{1m}$ ,  $a_{2m}$  и  $a_{3m}$  за 3, 6, 9, ..., 30 число каждого месяца,  $n = 51$ . По этим рядам были рассчитаны корреляционные матрицы вида

$$\begin{vmatrix} 1 & R_{12} & R_{13} & \dots & R_{1k} \\ R_{21} & 1 & R_{23} & \dots & R_{2k} \\ R_{31} & R_{32} & 1 & \dots & R_{3k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{k1} & R_{k2} & R_{k3} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

<sup>1</sup> Знаки условные, так как векторы определяются с точностью до знака.

где  $R$  — коэффициент корреляции между  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  за 3, 6, 9... 30 число каждого месяца.

Анализ рассчитанных таким образом корреляционных матриц показывает, что в матрицах  $a_1$  за все три месяца происходит уменьшение корреляционных связей. Эти изменения отмечаются между 15—18 сентября и 27—30 октября. В матрицах  $a_1$  и  $a_3$  нарушение связей происходит, но часто не совпадает с датами, полученными

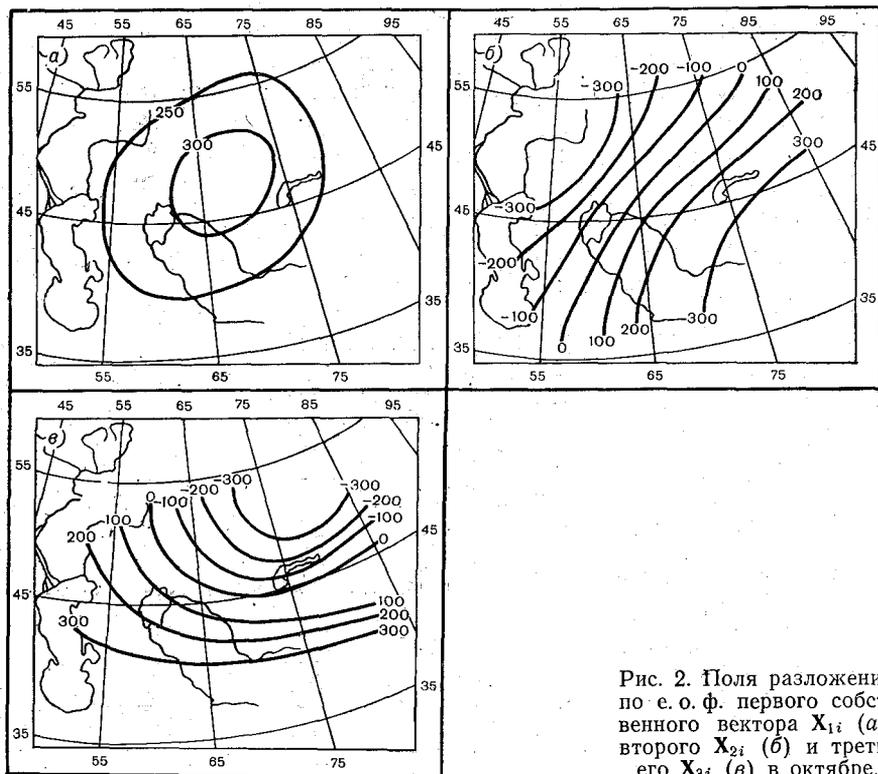


Рис. 2. Поля разложены по е. о. ф. первого собственного вектора  $X_{1i}$  (а), второго  $X_{2i}$  (б) и третьего  $X_{3i}$  (в) в октябре.

в матрицах  $a_1$  (см. рис. 3). По этим матрицам трудно определить границу перехода в осенний сезон, так как однородность термических процессов осенью оказалась меньше, чем весной. Это соответствует известным представлениям, изложенным в работах [7, 12, 13].

В работе И. Е. Чувашиной для сектора I границы сезонов определяются четко выраженным нарушением связи в матрицах  $a_1$  и  $a_2$  между 12—15 марта и 12—18 мая.

Описанное разнообразие ландшафтов и климатических зон иследуемой территории затрудняло нашу задачу. Поэтому она была разделена на север и юг (см. рис. 1). Эта граница по климатическому районированию, выполненному А. С. Утешевым, практически

совпадает с северной границей пустынной зоны (по 47° с. ш.). По О. М. Челпановой наша граница проходит по середине зоны полупустыни. Однако на этой границе наблюдается резкое изменение радиационного баланса, средней месячной общей и нижней облачности и средней даты образования устойчивого снежного покрова.

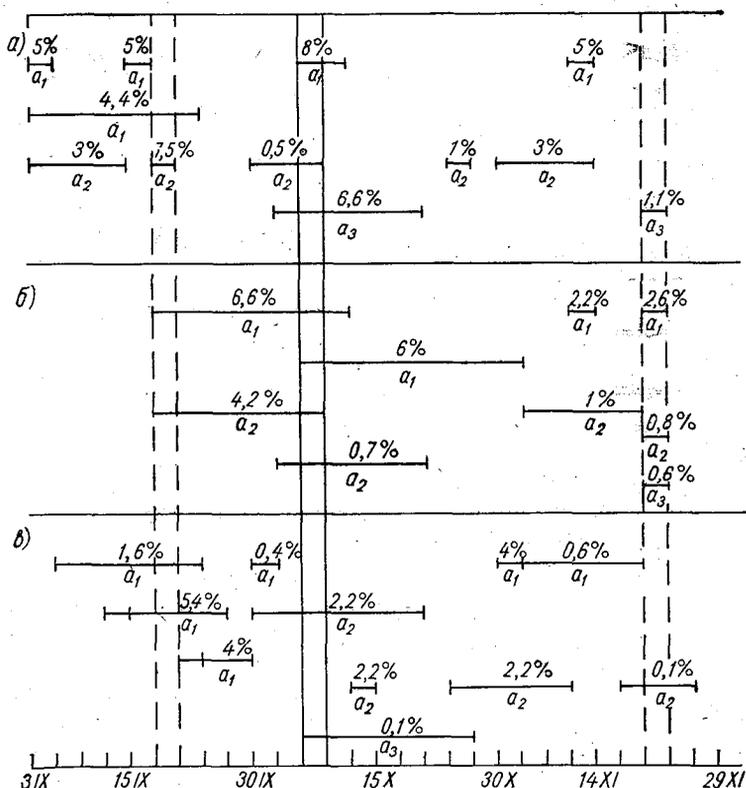


Рис. 3. Схема уровней значимости нулевой гипотезы хронологического ряда нарушений корреляционных связей для северной (а), южной (б) и всей (в) исследуемой территории.

Для каждой территории в отдельности были найдены коэффициенты разложения. Для первых трех коэффициентов рассчитаны корреляционные матрицы.

В отличие от И. Е. Чувашиной отмечаем существенное нарушение связей не только в рядах  $R$  при  $\tau=3$  дням, а также  $R$   $\tau=6$  дням и более. Поэтому при нарушении связи  $R$  ( $\tau=3$ ) определялся односторонний уровень значимости  $Q$ , при  $R$  ( $\tau=6$  дням и более), для оценки абсолютной величины расхождения между величинами применялся двусторонний критерий значимости  $2Q$ . На рис. 3 приведен хронологический ряд нарушения связей

с 3 сентября по 29 ноября, где для северной, южной и всей территории выписаны соответствующие оценки вероятности нулевой гипотезы. Как видно из рис. 3, на некоторые интервалы времени приходится большое число признаков нарушения корреляционных связей. Эти интервалы отмечены вертикальными линиями. Наиболее четкий перелом по всем данным приходится на 6—9 октября, где отмечается 9 признаков нарушений. Если перемножить вероятности нарушений, то получится ничтожная величина, но этого делать нельзя, так как они не независимы. Очень четко выражены также нарушения 23—26 ноября — 5 признаков нарушения корреляционной связи, из которых 4 около 1% уровня значимости. В сентябре 18—21 — 8 признаков, правда менее значимых.

В целом приведенные данные подтверждают гипотезу о том, что при смене сезонов нарушается корреляционная связь между комплексными характеристиками, в нашем случае между коэффициентами разложения по е. о. ф.

В заключение можно сделать вывод, что с 9 октября по 20 ноября определен осенний сезон, с 23 ноября начинается зима, а с 21 сентября по 6 октября — подсезон, который совпадает с так называемым «бабьим летом», когда наступает солнечная, но прохладная погода.

Приведенные даты были сопоставлены с датами, полученными А. И. Каретниковой для Средней Азии. Дата наступления осени 17 сентября совпадает с нашим возможным переходом 18—21 сентября. Дата наступления зимы 15 ноября отличается от нашего вывода (20—23 ноября) на 5—8 дней.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мультиановский Б. П. Основные положения синоптического метода долгосрочных прогнозов погоды.— М.: Изд. ЦУЕГМС, 1933.— 139 с.
2. Визе В. Ю. Материалы и предсказания средних меесячных и сезонных состояний метеорологических элементов.— Геофизика и метеорология, 1929, т. 4, вып. 1, с. 53—67.
3. Пагава С. Т. Естественный синоптический сезон.— Метеорология и гидрология, 1949, № 4, с. 36—41.
4. Кац А. А. Сезонные изменения общей циркуляции атмосферы и долгосрочные прогнозы.— Л.: Гидрометеониздат, 1960.— 270 с.
5. Галахов Н. Н. Изучение структуры климатических сезонов года.— М.: Изд-во АН СССР, 1959.— 181 с.
6. Егорова В. И. Опыт установления границ и характеристик естественных синоптических сезонов.— Труды ГГО, 1956, вып. 65(127), с. 41—70.
7. Пагава С. Т., Аристов Н. А., Блюмина Л. И., Туркетти З. Д. Основы синоптического метода сезонных прогнозов погоды.— Л.: Гидрометеониздат, 1966.— 360 с.
8. Чувашина И. Е. Корреляционный метод определения климатических границ сезонов года.— Труды ГГО, 1976, вып. 367, с. 68—80.
9. Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И. Естественные составляющие метеорологических полей.— Л.: Гидрометеониздат, 1970.— 199 с.
10. Багров Н. А. Аналитическое представление последовательностей метеорологических полей посредством ортогональных составляющих.— Труды ЦИП, 1959, вып. 74, с. 3—24.

11. Обухов А. М. О статистических ортогональных разложениях эмпирических функций.—Изв. АН СССР, сер. геогр., 1960, т. 3, с. 432—439.
12. Челпанова О. М. Климаты СССР, Средняя Азия.—Л.: Гидрометеониздат, 1963. Вып. 3.—445 с.
13. Утешев А. С. Климат Казахстана.—Л.: Гидрометеониздат, 1959. 367 с.
14. Поляк И. И., Мещерская А. В., Яковлева Н. И. Вычисление главных компонент системы случайных векторов.—Труды ГГО, 1971, вып. 289, с. 5—11.
15. Каган Р. Л., Лугина К. М. Статистическая структура аномалий аэрологических полей над Североамериканским континентом.—Труды ГГО, 1968, вып. 228, с. 98—121.
16. Мещерская А. В., Блажевич В. Г. К оценке некоторых методических положений физико-статистического метода.—Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 64—65.
17. Мещерская А. В., Клюквин А. Н. О разложении полей аномалий средней месячной температуры по е. о. ф.—Труды ГГО, 1968, вып. 201, с. 14—51.
18. Рубиштейн Е. С. О применении в климатологии метода разложения температуры полей по ортогональным функциям для исследования структуры полей.—Труды ГГО, 1970, вып. 260, с. 74—133.
19. Тюрбаева С. И. К вопросу об использовании термического режима Северного Казахстана с помощью разложения по е. о. ф.—Труды КазНИГМИ, 1977, вып. 63, с. 37—46.
20. Митропольский Л. К. Техника статистических вычислений.—М.: Наука, 1971.—573 с.

*А. В. Мещерская, В. Г. Блажевич, И. Г. Белянкина*

## СРАВНЕНИЕ ДВУХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТЕПЛОВЛАГООБЕСПЕЧЕННОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР

В агрометеорологических разработках широко используются комплексные гидрометеорологические показатели, определяющие рост и развитие культурных растений [1, 2, 6 и др.]. При этом весьма существенно выбрать оптимальный комплексный гидрометеорологический показатель, принимая за критерий оптимальности тесноту его связей с урожайностью сельскохозяйственных культур.

В данной статье на большом статистическом материале сравниваются два комплексных гидрометеорологических показателя. Один из них — хорошо известный гидротермический коэффициент Г. Т. Селянинова, предложенный им более сорока лет тому назад [9], другой — индекс Д. А. Педя [7].

Гидротермический коэффициент (ГТК) Селянинова рассчитывается по формуле

$$K_c = \frac{\sum Q}{0,1 \sum T}, \quad (1)$$

где  $\sum Q$  и  $\sum T$  — соответственно сумма осадков и сумма температуры за период с температурой выше  $10^\circ\text{C}$ . Последнее условие сам Селянинов [6], как и многие другие авторы, выдерживал не всегда.

Имея в виду, что гидротермические коэффициенты в первую очередь зависят от осадков и в гораздо меньшей степени от температуры [5], недоучет этого условия в некоторых северных и восточных областях основных сельскохозяйственных районов СССР можно принять допустимым и рассчитывать ГТК по средним месячным данным. Именно такой подход был принят в данной работе. Отметим, что отсутствие массовых наблюдений за осадками и температурой с декадным и более коротким периодом осреднения делает вообще невозможным корректный расчет ГТК за годы, относящиеся к концу XIX и началу XX столетия.

Индекс Педя в его полном виде записывается так:

$$S = \frac{\Delta T}{\sigma_T} - \frac{\Delta Q}{\sigma_Q} - \frac{\Delta W}{\sigma_W}, \quad (2)$$

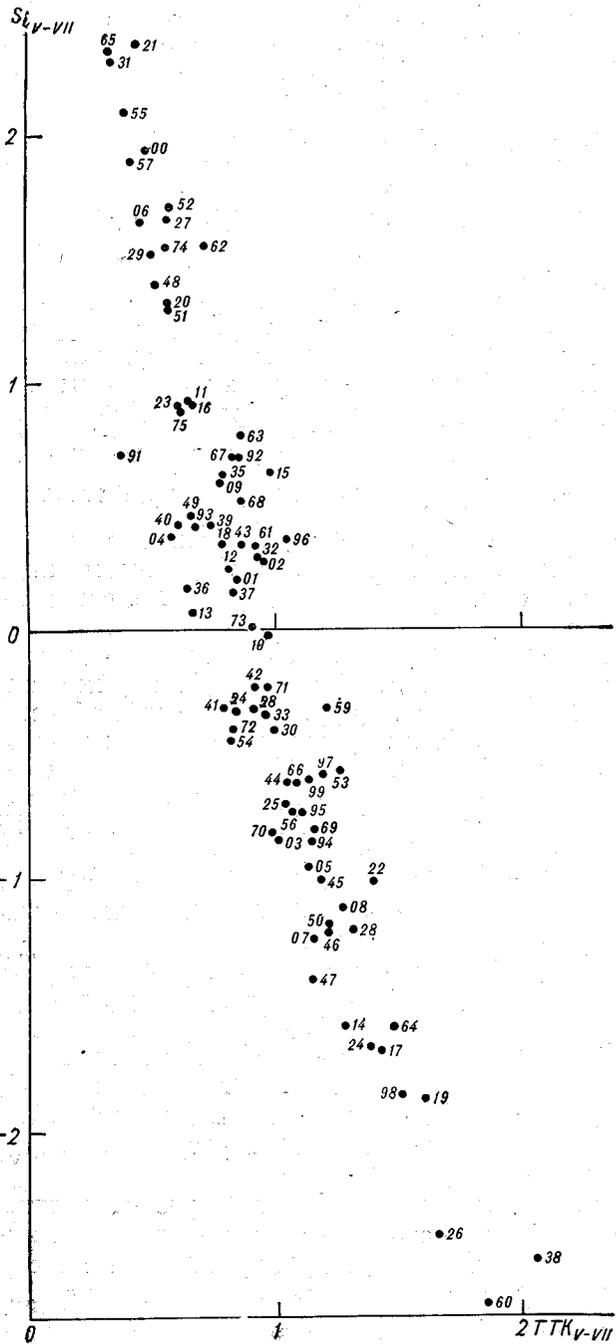
где  $\Delta T$ ,  $\Delta Q$ ,  $\Delta W$  — аномалии температуры, осадков и запасов продуктивной влаги в почве, а  $\sigma_T$ ,  $\sigma_Q$ ,  $\sigma_W$  — соответствующие им средние квадратические отклонения. Третий член этого уравнения практически не учитывается самим автором. Связано это с недостатками рядов наблюдений запасов продуктивной влаги в почве. Эти ряды коротки (массовые наблюдения влагозапасов почвы относятся к началу 1950-х годов), содержат большое число пропусков, результаты наблюдений характеризуют небольшие участки и т. д. Отметим, что в ГГО предприняты большие усилия для создания архива средних областных влагозапасов почвы. Это позволит в ближайшем будущем оценить вклад третьего члена в индекс  $S$ . Однако есть основания полагать, что он не будет большим. Согласно расчетам Н. Д. Шапаевой, коэффициенты корреляции между средними областными значениями первых двух членов индекса  $S$  за май—июнь и средними областными влагозапасами почвы в слое 0—20 см в июне достаточно высоки. Среднее значение  $r$  для 57 областей ЕТС оказалось равным 0,6, а в некоторых районах  $r$  достигает значений 0,7—0,8. Поэтому, учет третьего члена  $\left(\frac{\Delta W}{\sigma_W}\right)$

вряд ли будет очень существенным. Поскольку эти разработки еще не завершены, ограничимся пока анализом индекса в том виде, в котором он используется автором, т. е. состоящим из двух первых членов уравнения (2).

Расчет индекса  $S$  был сделан по тем же исходным материалам, что и ГТК [5], многолетним рядам месячных сумм осадков, осредненных по площади, для 104 административных областей [3] и рядов средней месячной температуры на станциях за период с 1891 по 1975 г. Архив длинных рядов средней месячной температуры для 104 станций составлен по материалам справочника по климату СССР Н. А. Болдыревой, Н. А. Гулиной, Н. Д. Шапаевой и В. В. Ереминым. Список районов и соответствующих им станций по температуре приведен в работе [3]. Индекс  $S$  рассчитывался за периоды май—июнь и май—июль, наиболее важные для формирования будущего урожая.

В оба рассматриваемые показателя входят данные одних и тех же метеорологических элементов: осадков и температуры, однако физический смысл их различен. Гидротермический коэффициент, как отношение осадков к температуре, приближенно пропорциональной испаряемости, по сути дела является показателем влагообеспеченности растений. Физический смысл индекса  $S$ , как разности нормированных значений температуры и осадков менее понятен.

В отличие от ГТК индекс  $S$  знакопеременная величина: положительным значениям  $S$  соответствуют засушливые метеорологические условия (повышенный температурный фон и малое количество осадков), отрицательным — влажные и холодные (пониженный температурный фон и большое количество осадков). Д. А. Педь видит в этом преимущество  $S$ , хотя оно весьма формальное.



Рассматривая отклонения ГТК от нормы, также легко перейти к более наглядным знакопеременным ГТК.

Между индексом  $S$  и ГТК корреляция обратная, что очевидно, поскольку индекс  $S$  характеризует засушливость, а ГТК — влагообеспеченность. Связь между  $S$  и ГТК иллюстрирует рис. 1. Зависимость между  $S$  и ГТК ближе к параболической, чем к линейной.

О тесноте связей между  $S$  и ГТК можно судить по средним значениям  $r$  для всех 104 административных районов. За период май—июнь среднее значение  $r = -0,92$  при максимальном значении  $r = -0,97$  (Кемеровская область) и минимальном значении  $r = -0,84$  (Волинская область). За период май—июль среднее значение  $r = -0,91$ .

Несмотря на тесную обратную корреляцию индекса  $S$  и ГТК, было решено проверить значимость индекса  $S$  с точки зрения его связности с урожайностью сельскохозяйственных культур.

Ранее [5] были рассчитаны поля коэффициентов корреляции между ГТК, вычисленными за три периода (апрель—июнь, май—июнь и май—июль), и аномалиями средней областной урожайности пяти культур: яровой пшеницы, ярового ячменя, озимой пшеницы, озимой ржи и картофеля. Под аномалиями урожайности понимались отклонения урожайности (в ц/га) от тренда, полученного путем аппроксимации рядов урожайности параболой второго порядка. Поля коэффициентов корреляции построены по 29-летним рядам данных с 1947 по 1975 г.

Для корреляции с индексом  $S$  был использован тот же архив аномалий урожайности. Анализ 10 построенных карт показал, что поля коэффициентов корреляции между аномалиями урожайности и индексом  $S$  в своих основных чертах повторяют поля коэффициентов корреляции аномалий урожайности с ГТК. В этом можно, в частности, убедиться при сравнении рис. 2 и 3. На рис. 2 представлены поля изокоррелят аномалий урожайности ярового ячменя и ГТК за май—июнь, на рис. 3 — поля изокоррелят аномалий урожайности ярового ячменя и индекса  $S$  за тот же период. Однако при сравнении этих карт выявилось одно довольно важное различие: значение  $r$  для индекса  $S$  оказались почти во всех областях несколько выше, чем для ГТК.

Рассмотрим этот вопрос более подробно, обратившись к табл. 1, в которой приведены средние значения коэффициентов корреляции между аномалиями средней областной урожайности пяти сельскохозяйственных культур и комплексными метеорологическими показателями  $S$  и ГТК. Средние значения коэффициентов корреляции между комплексными метеорологическими показателями и аномалиями урожайности пришлось рассчитывать независимо для положительных и отрицательных коэффициентов корреляции. Связано

---

Рис. 1. Зависимость между индексом  $S$  и ГТК, вычисленная за май—июль 1891—1975 гг. для Кокчетавской области.

Числами у точек показаны две последние цифры года.

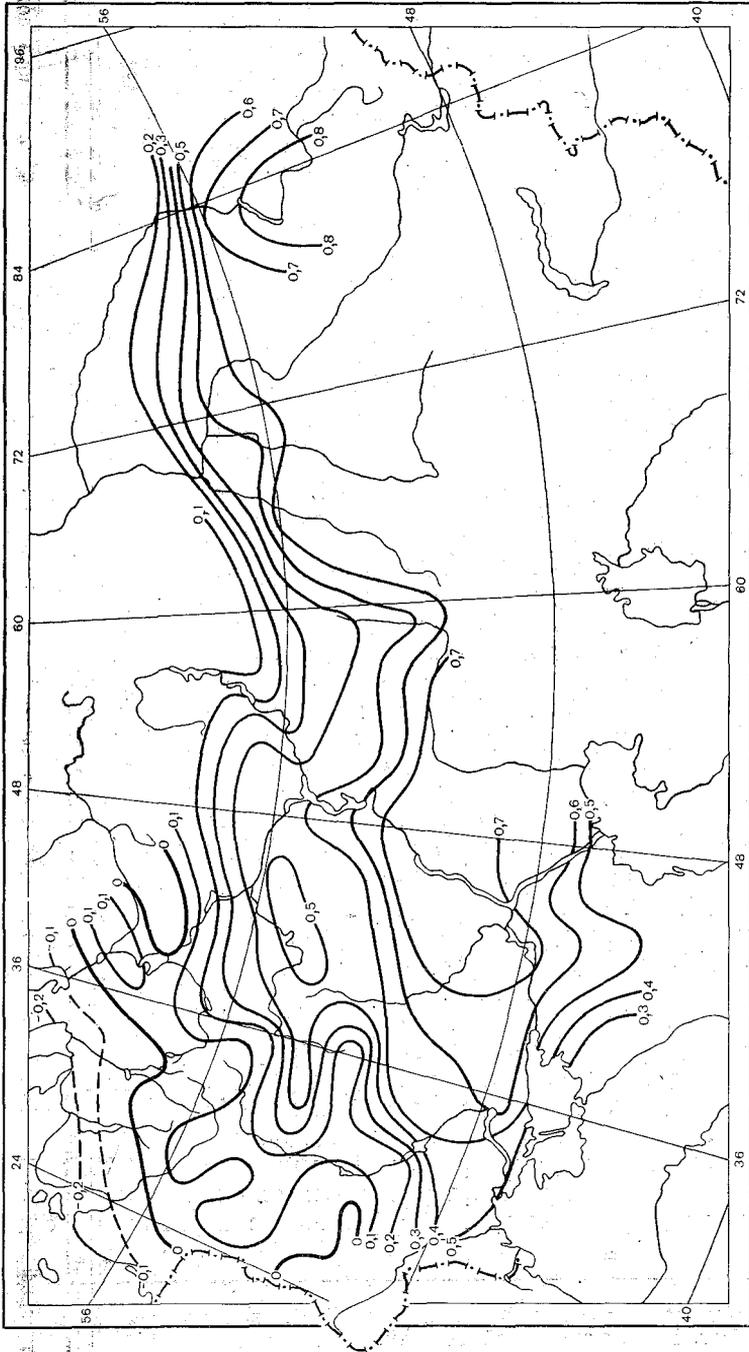


Рис. 2. Поле коэффициентов корреляции между аномалиями урожайности ярового ячменя и гидротермическими коэффициентами за май—июнь (1947—1975 гг.).

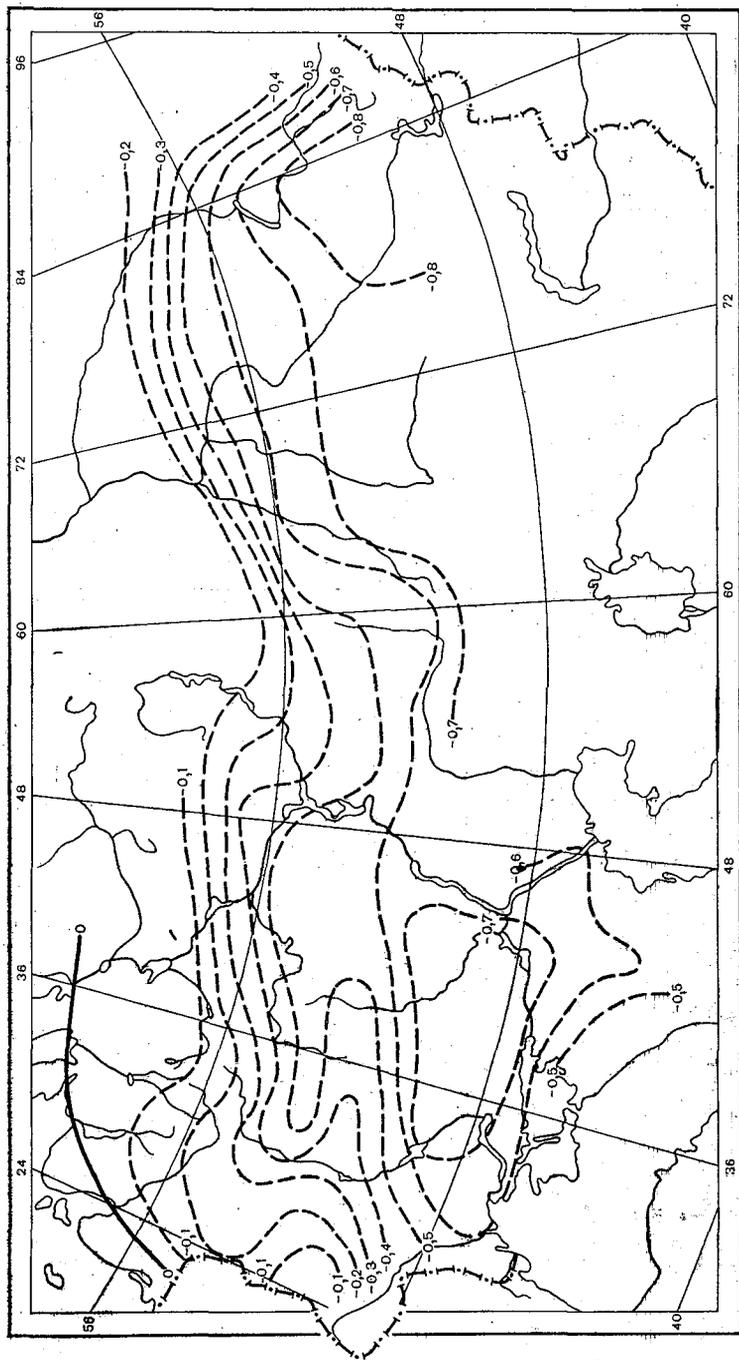


Рис. 3. Пале коэффициентов корреляции между индексами S за май—июнь и аномалиями урожайности ярового ячменя (1947—1975 гг.).

Средние значения положительных ( $r_+$ ) и отрицательных ( $r_-$ ) коэффициентов корреляции между ГТК, S и аномалиями урожайности, а также число коэффициентов корреляции ( $n$ ) разных знаков для разных культур в зависимости от периода, за который вычислены ГТК и S

-Культура по территориям	ГТКv-vI				SV-vI				ГТКv-vII				SV-vII					
	$\bar{r}_+$	$n_+$	$\bar{r}_-$	$n_-$														
					A													
ЕТС																		
Яровая пшеница	0,45	48	-0,12	2	-	-	-0,52	50	<b>0,07</b>	0,38	49	-0,06	2	0	0	-0,48	51	<b>0,10</b>
Яровой ячмень	0,42	56	-0,10	6	0,10	2	-0,48	50	0,06	0,38	56	-0,17	6	0,05	4	-0,46	58	<b>0,08</b>
Озимая рожь	0,43	46	-0,18	8	0,13	6	-0,48	50	0,05	0,34	46	-0,25	8	0,12	7	-0,42	47	<b>0,08</b>
Озимая пшеница	0,38	47	-0,19	7	0,08	4	-0,43	50	0,05	0,29	47	-0,10	7	0,04	2	-0,35	52	0,06
Картофель	0,36	15	-0,46	19	0,40	19	-0,40	15	0,04	0,49	15	-0,31	19	0,30	16	-0,50	18	0,01
Северный Казак-стан и Западная Сибирь																		
Яровая пшеница	0,52	22	-0,05	1	0	0	-0,58	23	0,06	0,50	22	-0,12	1	0	0	-0,63	23	<b>0,19</b>
Яровой ячмень	0,58	26	0	0	0	0	-0,58	27	0	0,58	27	0	0	0	0	-0,62	27	0,04
Озимая рожь	0,49	27	0	0	0	0	-0,50	27	0,01	0,47	27	0	0	0	0	-0,51	27	0,04
Картофель	0,37	12	-	-	0,04	1	-0,42	11	0,05	0,46	12	-	-	-	-	-0,45	12	-0,01

Май—июнь

Май—июль

это с тем, что для некоторых сельскохозяйственных культур, например, картофеля, число коэффициентов корреляции разных знаков примерно одинаково и поэтому среднее значение коэффициента корреляции непоказательно (близко к нулю). В табл. 1 приведено также число коэффициентов корреляции разных знаков, соответствующее числу административных областей, по которому было сделано осреднение.

Выше уже отмечалось, что для зерновых культур между аномалиями урожайности и ГТК преобладают положительные коэффициенты корреляции, между аномалиями урожайности и индексом  $S$  — отрицательные. Поэтому сравнивались по абсолютной величине коэффициенты корреляции преобладающего знака. Так, среднее значение коэффициентов корреляции между областными аномалиями урожайности яровой пшеницы и индексом  $S$ , равное  $-0,52$ , сравнивалось по абсолютной величине со средним значением коэффициентов корреляции между той же урожайностью и ГТК за май—июнь, равное  $0,45$ . Эти разности внесены в табл. 1. Для картофеля соответствующие разности не находились из-за отсутствия коэффициентов корреляции преобладающего знака.

Нетрудно видеть, что по абсолютной величине средние значения коэффициентов корреляции преобладающего знака для всех зерновых культур обеих территорий выше для индекса  $S$ . Разности средних значений коэффициентов корреляции колеблются по абсолютной величине от 0 до  $0,13$ , причем максимальная разность получилась для аномалий урожайности яровой пшеницы Северного Казахстана с прилегающими районами Западной Сибири и комплексными метеорологическими показателями за май—июль.

Чтобы судить о статистической значимости полученных разностей коэффициентов корреляции, проверим гипотезу о равенстве двух средних по известной методике (см., например, [10]).

В качестве критерия рассмотрим величину

$$Z = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sigma_{\bar{Y} - \bar{X}}}$$

где

$$\sigma_{\bar{Y} - \bar{X}} = \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_1} + \frac{\sigma_Y^2}{n_2}}$$

Здесь  $\bar{Y}$  и  $\bar{X}$  — средние значения коэффициентов корреляции урожайности с комплексными метеорологическими показателями  $S$  и ГТК,  $\sigma_X^2$  и  $\sigma_Y^2$  — дисперсии рядов коэффициентов корреляции,  $n_1$  и  $n_2$  — соответствующее число коэффициентов корреляции каждого ряда. Задав уровень значимости  $q = 5\%$ , сравним величины  $Z$ , вычисленные по фактическим данным, с табличным значением.

Как показали расчеты, с вероятностью  $95\%$  можно утверждать, что в большинстве случаев разности средних значений

коэффициентов корреляции незначимы. Значение различия (их оказалось пять), в основном соответствуют разностям  $r$ , большим 0,07. В табл. 1 они приведены жирным шрифтом.

Таким образом, по тесноте связей со средней областной урожайностью индекс  $S$  имеет некоторое преимущество по сравнению с ГТК, в ряде случаев это преимущество статистически значимо.

В заключение выясним, сохраняется ли преимущество  $S$  перед ГТК, если рассматривать эти метеорологические показатели и урожайность не по административным областям, а в целом по территории основных сельскохозяйственных районов ЕТС, Северного Казахстана и Западной Сибири за 86-летний ряд.

Для этого сопоставления использовались ряды Ю. Л. Раунера [8] и С. И. Бараша по урожайности зерновых на ЕТС, а также ряды А. С. Утешева [12], дополненные Т. В. Покровской, по урожайности яровой пшеницы в Северном Казахстане.

В качестве обобщенных комплексных гидрометеорологических показателей были взяты первые коэффициенты разложения  $S$  и ГТК по естественным ортогональным функциям для тех же территорий. За период с 1891 по 1975 г. между урожайностью зерновых на ЕТС (ряд Раунера) и  $a_1$  ГТК $_{V-VI}$  коэффициент корреляции равен 0,64, между урожайностью зерновых и  $a_1S_{V-VI}$   $r = -0,74$ . По ряду урожайности зерновых, подготовленному С. И. Барашом, соответствующие коэффициенты корреляции равны 0,65 (урожайность и  $a_1$ ГТК) и  $-0,72$  (урожайность и  $a_1S$ ). Для Северного Казахстана за тот же период коэффициент корреляции урожайности яровой пшеницы с  $a_1$ ГТК $_{V-VII}$  равен 0,65, а с  $a_1S_{V-VII}$   $r = -0,69$ . Таким образом, для больших территорий преимущество  $S$  перед ГТК также сохраняется. Однако при строго статистическом подходе разности коэффициентов корреляции урожайности с  $S$  и ГТК не выходят за пределы удвоенных средних квадратических отклонений ( $2\sigma_r$ ). При  $r = 0,7$  и длине ряда 86 лет  $2\sigma_r = \pm 0,11$ , а максимальные разности коэффициентов корреляции не превышают 0,1.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бова Н. В. Об агрометеорологическом показателе засушливости юго-востока СССР. — Социалистическое зерновое хозяйство, 1941, № 3, с. 176—184.
2. Кельчевская Л. С. Сравнительная проверка агроклиматических показателей, по оценке условий увлажнения вегетационного периода сельскохозяйственных культур. — Труды ИЭМ, 1971, вып. 22, с. 33—47.
3. Лёднева К. В., Мещерская А. В. Многолетние ряды месячных сумм осадков, усредненных по площади, для основных сельскохозяйственных районов СССР (ежегодные данные). — Л.: Гидрометеоздат, 1977. — 157 с.
4. Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Каталоги площадей аномалий осадков. — Труды ГГО, 1978, вып. 400, с. 99—113.
5. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Житорчук Ю. В. Гидротермический коэффициент и его связь с урожайностью сельскохозяйственных культур. — Труды ГГО, 1978, вып. 400, с. 133—148.
6. Мировой агроклиматический справочник/Ред. Г. Т. Селянинов. — Л.: Гидрометеоздат, 1937. — 411 с.

7. Педь Д. А. О показателе засухи и избыточного увлажнения.—Труды ГМЦ, 1975, вып. 156, с. 19—39.
8. Раунер Ю. Л. Приложение стохастической модели первичной продуктивности к анализу колебаний урожайности зерновых.—Изв. АН СССР, сер. геогр., 1976, № 2, с. 13—29.
9. Селянинов Г. Т. О сельскохозяйственной оценке климата.—Труды по сельскохозяйственной метеорологии, 1928, вып. 20, с. 165—177.
10. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики.—М.: Наука, 1969.—511 с.
11. Уланова Е. С. Агрометеорологические условия и урожайность озимой пшеницы.—Л.: Гидрометеоиздат, 1975.—298 с.
12. Утешев А. С. Атмосферные засухи и их влияние на природные явления.—Алма-Ата. Наука, 1972.—174 с.

*В. Б. Афанасьева, Н. П. Есакова*

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕКАДНЫХ ОСАДКОВ ВЕСНОЙ И ОСЕНЬЮ

Прогноз осадков является одной из сложнейших проблем, для решения которой проведено большое количество исследований, однако, оправданность прогнозов в среднем еще не достаточно высока [1, 2, 3].

В предлагаемой статье излагается одна из попыток найти способ прогноза осадков для отдельных декад весны и осени.

В основу способа положено использование индекса интенсивности зональной циркуляции атмосферы  $I_3$  на северном полушарии ( $H_{500}$ ) и учет положения планетарной высотной фронтальной зоны (ПВФЗ). Наличие связи между месячным количеством осадков и ожидаемым индексом зональной циркуляции, а также положением ПВФЗ для отдельных месяцев зимнего сезона было показано Д. А. Педь [4].

Авторами для характеристики весенних месяцев был взят апрель, для осенних — октябрь. Аномалии среднедекадных индексов интенсивности зональной циркуляции за эти месяцы с 1949 по 1971 г. были разделены на 4 типа (I—IV) отдельно для апреля и октября. Для апреля в отличающемся большей интенсивностью зональной циркуляции типе I  $\Delta I_3 > 4,3$ , в типе II — от 0 до 4,2, в типе III — от 0 до -4,0, в отличающемся слабой интенсивностью зональной циркуляции типе IV  $\Delta I_3 < -4,1$ . Для октября  $\Delta I_3$  в типе I  $> 3,0$ , в типе II от 0 до -2,9, в типе III от 0 до -3,2, в типе IV  $< -3,3$ .

Осадки в основном (кроме летнего времени, когда вследствие сильного прогресса нередко случаи конвективных осадков) связаны с адвекцией влаги с морей и океанов. Поэтому, установив положение ПВФЗ, можно судить о районе, из которого поступает влажный воздух. На рис. 1 представлено положение ПВФЗ над ЕТС и Западной Сибирью при типе I и IV зонального индекса циркуляции для апреля и октября. Поскольку в каждом типе имеется некоторый разброс в положении ПВФЗ, на рис. 1 показаны границы ее колебания для противоположных типов зонального индекса цирку-

ляции — I и IV. При рассмотрении на рис. 1 положения ПВФЗ в апреле и октябре для типов I и IV становится очевидным, что они заметно отличаются друг от друга. Разница заключается как в расположении ПВФЗ в целом, так и в ориентации гребней и ложбин. Поскольку образование ложбин связано с циклонической деятельностью, а следовательно, и с выпадением осадков, для каждого из типов (I и IV) в апреле и октябре декадные количества осадков

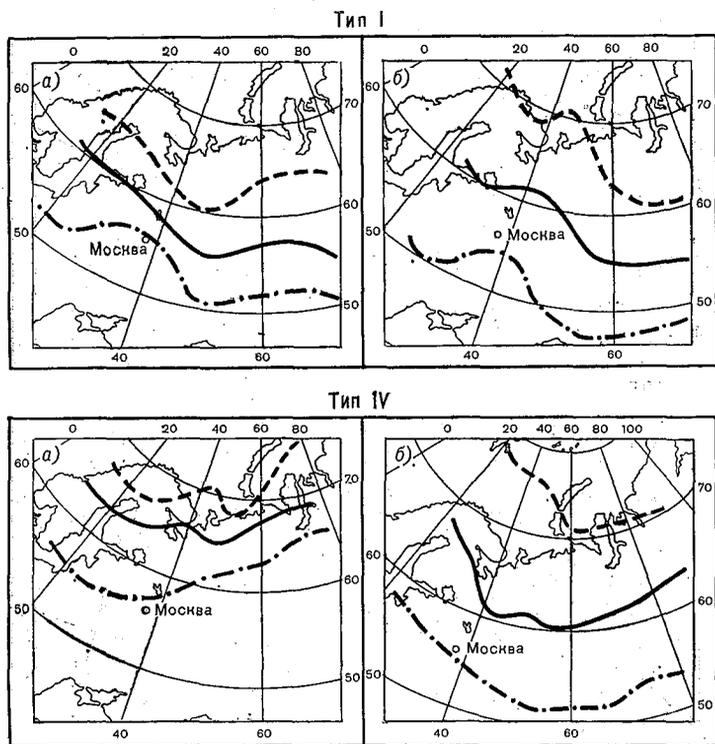


Рис. 1. Положение ПВФЗ и границы ее колебания в типах I и IV. Апрель (а). Октябрь (б).

и их аномалии по сравнению с многолетней нормой, вычислялись по 42 точкам, расположенным на ЕТС и в Западной Сибири, а также находились преобладающие градации по каждой точке (менее 80, 80—120, более 120%). При нанесении значений этих градаций по 42 точкам на рис. 2 были определены места избыточного и недостаточного увлажнения.

Рассмотрим приведенное на рис. 1 и 2 распределение осадков по преобладающим грациям при типах I и IV индекса интенсивности зональной циркуляции атмосферы в апреле и октябре.

Апрель. При типе I (рис. 2 а) наблюдается довольно четкое распределение декадных осадков по территории. Область

избыточного увлажнения 3 расположена в районах Южного Урала и Западной Сибири. Область дефицита находится в центре и на юге ЕТС. ПВФЗ (рис. 1 а) имеет в общем широтное направление, причем в районах избытка осадков расположена ложбина, а в районах дефицита — явно выраженный гребень.

Распределение осадков при типе IV существенно отличается от их распределения при типе I (рис. 2 а). Поскольку ПВФЗ проходит

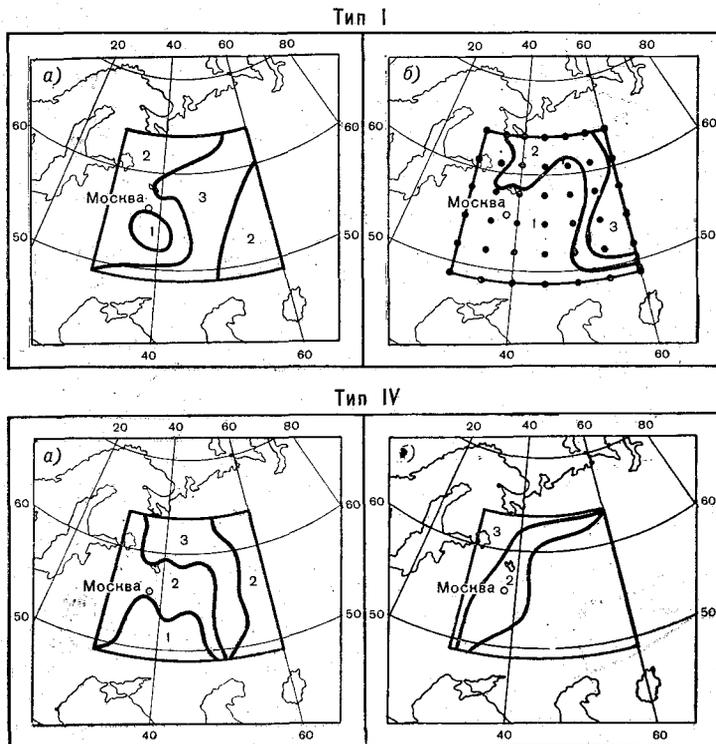


Рис. 2. Распределение преобладающих градаций осадков (1—3) в типах I и IV. Апрель (а). Октябрь (б).

Увлажнение: 1 — недостаточное, 2 — близкое к норме, 3 — избыточное.

в этом случае значительно севернее, сохраняя, однако, свою широтную направленность, очаг избытка осадков расположен на северо-западе ЕТС. Это хорошо увязывается с наличием в этом районе ложбин (рис. 1 а). Дефицит осадков наблюдается в восточной части ЕТС и Западной Сибири и обусловлен, по-видимому, влиянием образующихся здесь гребней и ядер высокого давления.

Октябрь. При типе I зонального индекса циркуляции (рис. 2 б) зона избыточного увлажнения расположена полосой от района Северного Урала до низовьев Волги, захватывая часть центральных областей. Это хорошо согласуется с положением

ПВФЗ (рис. 1 б) и направлением оси ложбины. Область дефицита осадков невелика и расположена на юге ЕТС, где намечается тенденция к образованию гребня высокого давления.

При типе IV ПВФЗ проходит по северу ЕТС и Западной Сибири (рис. 1 б). В этих же областях наблюдается и избыток осадков (рис. 2 б), что, по-видимому, связано с активной циклонической деятельностью. Дефицит осадков отмечается на юге ЕТС, где вероятно образование гребня высокого давления.

Таким образом, имея значение ожидаемого индекса интенсивности зональной циркуляции атмосферы, можно определить приблизительное положение ПВФЗ и тип распределения декадных осадков, который может быть дан в качестве прогностической величины на ту декаду, для которой вычислены значения индекса.

Значения ожидаемого индекса интенсивности зональной циркуляции атмосферы вычислялось по данным, имеющимся на прогностических картах (на 72 ч), составляемых Национальным Метеорологическим Центром США, под руководством Шумана.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. Предсказание месячного количества осадков.— Метеорология и гидрология, 1966, № 7, с. 3—12.
2. Воробьева Е. В. Характеристики осадков при основных формах атмосферной циркуляции.— Труды ГГО, 1967, вып. 211, с. 81—93.
3. Пагава С. Т. Некоторые особенности оперативного метода месячных прогнозов погоды.— Труды Гидрометцентра СССР, 1967, вып. 10, с. 3—17.
4. Педь Д. А. Распределение ожидаемых осадков в отдельных месяцах зимнего сезона.— Труды Гидрометцентра СССР, 1973, вып. 115, с. 56—65.

Ю. В. Жигорчук

## О ПРЕДСКАЗУЕМОСТИ КРУПНОМАСШТАБНЫХ АТМОСФЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ С БОЛЬШОЙ ЗАБЛАГОВРЕМЕННОСТЬЮ

В настоящей статье проблема предсказуемости будет рассматриваться с чисто статистических позиций. В этом случае необходимым и достаточным условием для доказательства предсказуемости с заданной степенью достоверности является условие статистической значимости хотя бы одного из показателей, характеризующих степень статистической связанности между значениями предиктанта и предикторов.

В качестве такого показателя далее будет использована выборочная оценка коэффициента корреляции  $R$ .

Казалось бы, что задача предельно проста — достаточно вычислить  $n$  коэффициентов корреляции между предиктантом и имеющимися  $n$  предикторами и выяснить, есть ли среди них статистически значимые величины.

Оценка статистической значимости может быть получена, например, с помощью преобразования Фишера

$$z = 0,5 \ln \frac{1+R}{1-R}, \quad (1)$$

обладающего нормальным распределением с математическим ожиданием

$$M(z) = 0,5 \ln \frac{1+R_r}{1-R_r} + \frac{R_r}{2(N-1)} \quad (2)$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}}, \quad (3)$$

где  $N$  — количество членов в ряду, по которым была рассчитана величина коэффициента корреляции;  $R_r$  — величина коэффициента корреляции в генеральной совокупности.

Требуется вычислить вероятность нулевой гипотезы  $H_0: R_T = 0$

$$P_0 = \text{вер} \{H_0\} = 1 - 2\Phi\left(\frac{z}{\sigma_z}\right), \quad (4)$$

где  $\Phi(X)$  — интеграл вероятности

$$\Phi(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2/2} d\xi. \quad (5)$$

Однако такая оценка значимости справедлива лишь тогда, когда выполняется условие случайности выбора одного из  $n$  имеющихся коэффициентов корреляции.

Заметим, что практически нас интересует информативность не случайно выбранного предиктора, а предикторов, обладающих наибольшим по абсолютной величине коэффициентом корреляции. В этом случае в процесс оценивания в явном или неявном виде включается процедура отбора наиболее информативных предикторов.

Так, для наибольшего по абсолютной величине коэффициента корреляции  $R_{\max}$  вероятность нулевой гипотезы определяется в соответствии с теорией порядковых статистик [1, 4] как

$$P_{R_{\max}} = 1 - (1 - P_0)^{\bar{n}}. \quad (6)$$

Насколько сильно результаты оценки (6) отличаются от аналогичной оценки (4), выполненной без учета процедуры отбора наиболее информативных предикторов, можно видеть на следующем примере: пусть  $\bar{n} = 150$ , а  $P_0 = 0,1\%$ , тогда фактическая значимость максимального по абсолютной величине коэффициента корреляции в соответствии с (6) будет  $P_{R_{\max}} = 14\%$ . Таким образом, если  $R$  по оценке [4] следовало бы признать безусловно значимым, то учет отбора приводит к противоположному выводу. Результаты оценки значимости «наилучшего» из 168 предикторов при прогнозе ортогональных функций (е. о. ф.), выполненные с учетом процедуры отбора, показали, что ни один из предикторов нельзя считать значимым даже при 25% уровне значимости.

Следовательно, для решения задачи о предсказуемости атмосферных процессов большой заблаговременности подход, основанный на определении значимости максимальных коэффициентов корреляции, по-видимому, не позволяет получить сколь-либо определенных выводов.

Причиной этого является тот факт, что при определении значимости учитывается лишь незначительная доля всей имеющейся информации, в результате чего существенно уменьшается мощность, используемого при этом статистического критерия.

Несколько большей мощностью обладает критерий, основанный на подсчете числа коэффициентов корреляции по абсолютной величине, превышающих некоторый заданный уровень.

Достаточно полная информация о прогностических свойствах предикторов заключается, например, в интегральных функциях

распределения абсолютной величины коэффициентов корреляции.

На рис. 1 в качестве примера приведены такие функции, рассчитанные по данным 1728 коэффициентов корреляции при заблаговременности предикторов 1 и 7 месяцев, а также теоретическое распределение выборочных коэффициентов корреляции, рассчитанное в предположении, что  $R_T = 0$ . Сравнение эмпирических и теоретической кривых показывает, что при всех значениях коэффициентов корреляции накопленные эмпирические частоты лежат выше, чем это следовало, если бы в предикторах полностью отсутство-

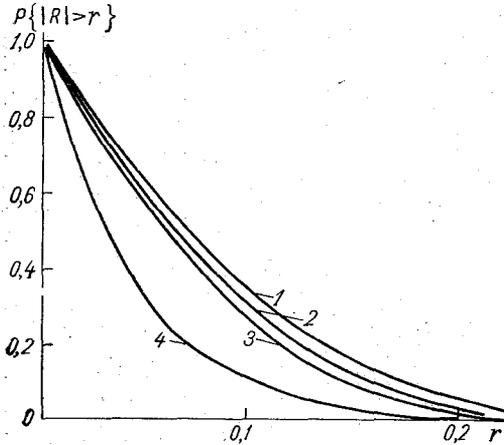


Рис. 1. Функции распределения коэффициентов корреляции для заблаговременности предикторов  $\tau$ , равных 1 мес (1) и 7 мес (2), для случайных связей при  $N=86$  (3) и несмещенная оценка функции распределения для  $\tau=7$  мес (4).

вала прогностическая информация.

Для того чтобы количественно подтвердить это предположение, необходимо выбрать статистический критерий достаточно полно учитывающий имеющуюся информацию. Целесообразно, чтобы этот критерий был односторонним и обладал достаточно простыми и известными свойствами.

Всеим этим условиям удовлетворяет статистика следующего вида:

$$\varphi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{z_i}{\sigma_{z_i}} \right)^2. \quad (7)$$

Математическое ожидание  $M(\varphi)$  при отсутствии какой-либо корреляционной связи между предиктантом и предикторами

$$M(\varphi) |_{R_T=0} = 1. \quad (8)$$

Статистически значимое превышение критерия  $\varphi$  над уровнем (8) будет свидетельствовать о наличии прогностически ценной информации в выбранной совокупности предикторов.

Критерий (7) принципиально отличается от (6) тем, что он не позволяет выяснить, можно ли считать статистически значимой ту или иную конкретную прогностическую связь, а только устанавливает, есть или нет в данной совокупности предикторы, обладающие прогностически ценной информацией. Таким образом, увеличение мощности критерия достигается ценой потери возможности выявления индивидуальных характеристик предикторов.

Однако такая цена является вполне приемлемой при решении задач о предсказуемости атмосферных процессов, а также при про-

верке ряда методических положений физико-статистических схем прогноза погоды.

При проведении статистических экспериментов были использованы архивы, содержащие значения первых трех коэффициентов разложения по е. о. ф. средних месячных полей давления, рассчитанных отдельно для трех секторов полушария, и первых трех коэффициентов разложения по е. о. ф. средних месячных полей температуры, рассчитанных по всему полушарию. В архиве содержатся

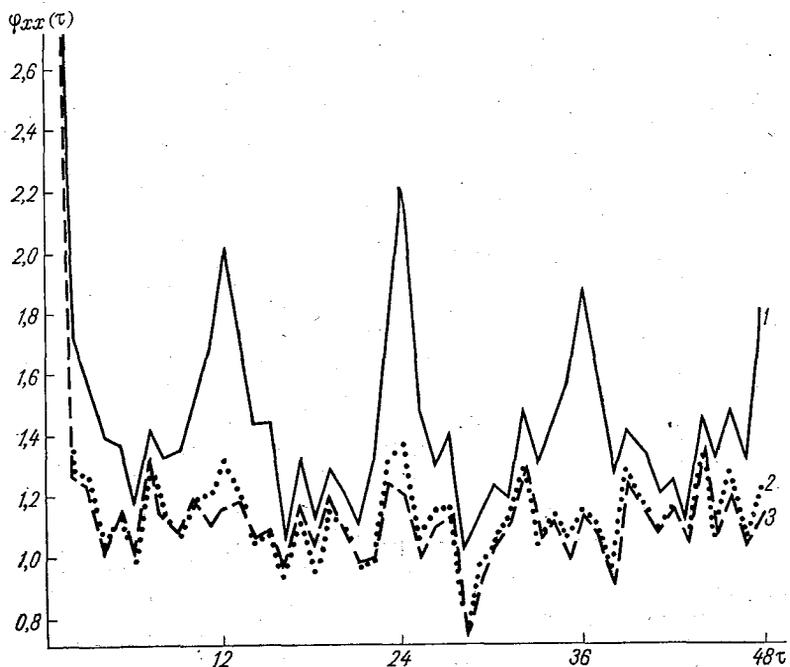


Рис. 2. Зависимость индекса  $\Phi_{xx}(\tau)$  от заблаговременности предикторов для исходных рядов (1) и рядов с исключенными линейными (2) и квадратическими (3) трендами.

значения перечисленных 12 групп коэффициентов разложения по е. о. ф. для каждого из 12 месяцев с 1891 по 1978 гг. Более подробное описание архива дано в [2].

На первом этапе для каждой группы характеристик атмосферной циркуляции, входящих в архив, рассчитывались для каждого исходного месяца временные автокорреляционные функции  $R_{xx}(\tau)$  заблаговременностью от 1 до 48 месяцев. Всего было получено 144 автокорреляционные функции, по значениям которых определялись  $\Phi_{xx}(\tau)$ .

На рис. 2 приведены значения функции  $\Phi_{xx}(\tau)$ , из них наиболее характерна четко выраженная 12-месячная цикличность (кривая 1), которая не может быть обусловлена годовым ходом метеорологи-

ческих элементов, поскольку годовой ход при вычислении коэффициентов корреляции учитывается. 12-месячная цикличность была обнаружена ранее и другими авторами [3].

Наличие этой цикличности может быть объяснено присутствием в рассматриваемых рядах климатических трендов. Причем тренды соседних месяцев являются статистически слабо связанными, тогда как при сдвиге, кратном 12 месяцам, возникает заметная корреляция, обусловленная низкочастотной компонентой, содержащейся в данном временном ряде.

Для доказательства этой гипотезы исходные ряды аппроксимировались по методу наименьших квадратов полиномами первой и второй степени. После чего для отклонений исходных рядов от выявленных таким образом трендов рассчитывались функции  $\varphi_{xx}(\tau)$ . Исключение из исходных рядов климатических трендов привело к некоторому уменьшению величины  $\varphi_{xx}(\tau)$  при всех значениях  $\tau$ . Кроме того, как и предполагалось, полностью исчезла 12-месячная цикличность. Различия между кривыми  $\varphi_{xx}(\tau)$ , рассчитанными для отклонений от линейного и квадратического трендов, в целом незначительны, однако во втором случае осуществляется более полное подавление фиктивной 12-месячной цикличности. Заметим, что полученный результат может рассматриваться как независимое доказательство реальности климатических трендов в рассматриваемых метеорологических рядах.

Обращает на себя внимание, что исключение трендов сравнительно мало повлияло на значение индекса  $\varphi_{xx}(1)$ , в несколько раз превышающее значение  $\varphi_{xx}(\tau)$  при больших величинах заблаговременности. Столь значительная величина  $\varphi_{xx}(1)$  объясняется наличием существенной инерционности крупномасштабных процессов, охватывающая смежные месяцы.

Далее проводился анализ взаимокорреляционных связей  $R_{xy}(\tau)$ . При этом все метеорологические элементы, входящие в архив, попеременно использовались в качестве предикторов и предиктантов. Таким образом, для каждой заблаговременности рассчитывались 1728 коэффициентов корреляции, по значениям которых вычислялась функция  $\varphi_{xy}(\tau)$ .

Расчеты  $\varphi_{xy}(\tau)$  (рис. 3) проводились для исходных рядов (кривая 1) и для рядов, в которых предварительно был исключен квадратический тренд (кривая 2).

В первом случае  $\varphi_{xy}(\tau)$  довольно слабо убывает с увеличением заблаговременности и колеблется около уровня  $\varphi = 1,13$ . Исключение трендов из исходных рядов приводит к заметному уменьшению величины  $\varphi_{xy}(\tau)$ , в особенности при больших величинах заблаговременности.

Заметим, что исходные ряды содержат в себе климатологические и «погодные» колебания, в то время как исключение трендов позволяет получить ряды, содержащие лишь погодные колебания. Таким образом, представляется возможным разделить и оценить вклад, вносимый в корреляцию между предиктантами и предикторами долгопериодными изменениями климата. Это является важ-

ным, поскольку для прогноза низкочастотной и высокочастотной составляющих ряда, по-видимому, целесообразно использовать различный математический аппарат.

Функция  $\varphi_{xy}(\tau)$  содержит ряд особенностей. Прежде всего, как и следовало ожидать, наибольшее значение  $\varphi_{xy}(\tau) = 1,55$  наблюдается при  $\tau = 1$  мес. Кроме того, имеются значительные максимумы при  $\tau = 7$  и 40 мес.

Для того чтобы судить являются ли эти максимумы физически обусловленными, необходимо определить их статистическую достоверность. В принципе для этой цели может быть использовано  $F$ -распределение Фишера для отношения дисперсий с параметрами  $F(\bar{n}, \infty)$ , однако при этом требуется, чтобы ряды, по которым рассчитывались значения  $\frac{Z_i}{\sigma_z}$ , были статистически независимыми,

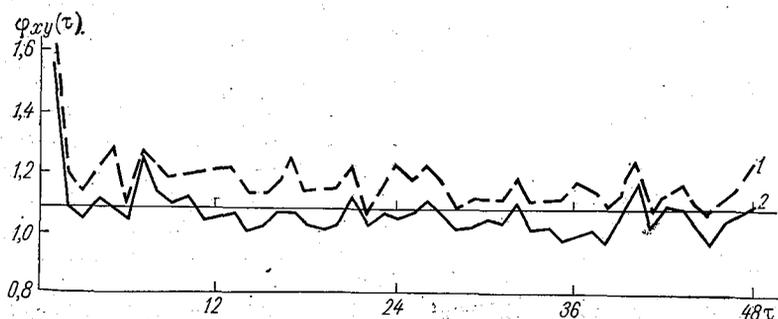


Рис. 3. Зависимость индекса  $\varphi_{xy}(\tau)$  от заблаговременности предикторов для исходных рядов (1) и рядов с исключенными квадратичными трендами (2).

а это условие в рассматриваемом случае заведомо не выполняется. Поэтому для расчета функции распределения статистики  $\varphi_{xy}(\tau)$  был использован метод хаотизации выборки [5].

Существо метода хаотизации заключается в том, что с помощью процедуры случайного перемешивания выборки создается множество рядов псевдопредикторов, сохраняющих основные статистические свойства, характерные для совокупности предикторов, такие как математическое ожидание, дисперсия, взаимокорреляционная матрица между предикторами и др. В то же время связи между предиктантами и псевдопредикторами становятся заведомо случайными.

Процедура хаотизации повторяется многократно, и по полученным таким образом индексам  $\varphi_{xy}$  вычисляется функция распределения  $\varphi_{xy}(\tau)$  (рис. 4).

На рис. 3 приведен, полученный по описанной выше методике, 5% уровень значимости  $\varphi_{xy}(\tau)$ . Обращает на себя внимание, что при заблаговременности от 1 до 12 месяцев 78% значений  $\varphi_{xy}$  превышает критический уровень, в то время как для больших величин

заблаговременности частота превышения этого уровня составляет всего 15 %. Таким образом, статистические эксперименты подтверждают гипотезу о том, что предикторы «ближней» истории являются более информативными, чем предикторы, заблаговременность которых превышает 1 год.

Заметим, что совсем к другому выводу можно было бы прийти, если бы из исходных рядов не были исключены климатические тренды. В этом случае информативность предикторов практически очень слабо зависит от их заблаговременности.

При разработке физико-статистических методов прогноза погоды очень важен вопрос о степени стационарности прогностических связей. В зависимости от того, как решается этот вопрос, по-

разному должен решаться и ряд методических положений — прежде всего выбор оптимальной длины ряда и математического аппарата обработки статистических данных.

Выявление нестационарности прогностических зависимостей осуществлялось путем деления выборки на две примерно равные части, для каждой из которых вычислялась переменная Фишера (1).

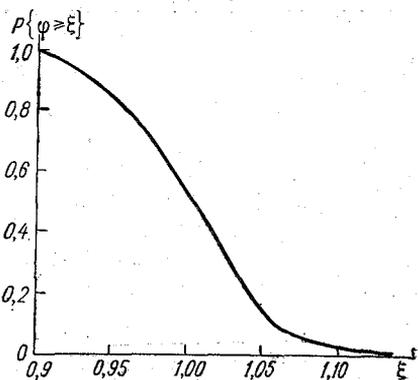


Рис. 4. Функция распределения индексов  $\Phi_{xy}$ .

Разность  $z_1 - z_2$  распределена нормально с математическим ожиданием  $M(z_1 - z_2) = 0$  и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_{z_1 - z_2} = \sqrt{\frac{1}{N_1 - 3} + \frac{1}{N_2 - 3}}, \quad (9)$$

где  $N_1$  и  $N_2$  — объемы первой и второй частей выборки соответственно.

В качестве характеристики степени нестационарности была использована статистика, аналогичная по своим свойствам  $\phi$

$$\phi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(z_1 - z_2)_i^2}{\sigma_{z_1 - z_2}^2}. \quad (10)$$

Для стационарных прогностических связей  $\phi = 1$ . На рис. 5 приведены две зависимости  $\phi_{xy}(\tau)$  для случаев исходных рядов и рядов с исключенными квадратическими трендами.

Сравнение результатов расчетов показывает, что основная доля нестационарности прогностических связей обусловлена нестационарностью математического ожидания предикторов и предиктантов.

После исключения климатологических трендов среднее по всем

заблаговременностям значение  $\psi_{xy} = 1,014$ . Можно предположить, что в этом случае различие коэффициентов корреляции объясняется чисто статистическими флуктуациями, однако для того, чтобы сделать окончательное заключение по этому вопросу, необходимо провести дополнительные эксперименты.

Критерий  $\varphi$  при всех своих положительных качествах обладает и существенными недостатками, во-первых, он характеризует информативность совокупности предикторов лишь в среднем и, во-вторых, величина  $\varphi$  является не очень наглядной.

Однако, критерий  $\varphi$  допускает несколько иную интерпретацию, при которой указанные недостатки по крайней мере частично могут быть устранены.

Дело в том, что, зная величину  $\varphi$  и используя некоторые предположения относительно характера генерального распределения совокупности коэффициентов корреляции, можно получить несмещенную оценку выборочной функции распределения.

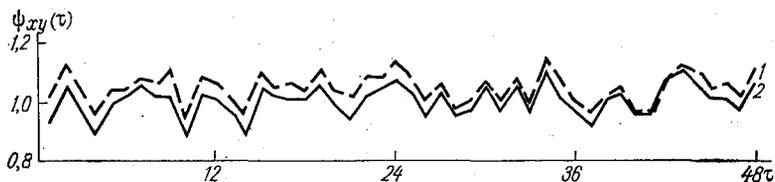


Рис. 5. Зависимость индекса  $\psi_{xy}(\tau)$  от заблаговременности предикторов для исходных рядов (1) и рядов с исключенными квадратичными трендами (2).

Заметим, что полученная обычным образом (см. рис. 1) выборочная оценка функции распределения является сильно смещенной. О величине смещения можно судить, например, по кривой 3 рис. 1. Поскольку эта кривая рассчитана в предположении о случайном характере связей между коррелируемыми рядами ( $R_T = 0$ ), то ее генеральная функция распределения представляет из себя  $\delta$ -функцию, равную 1 при  $R = 0$  и 0 при  $R > 0$ . Так как выборочные функции распределения лежат выше, чем кривая 3, то следовательно, и соответствующие им генеральные функции распределения должны отличаться от  $\delta$ -функции.

Как уже указывалось выше, дисперсия  $D \left\{ \frac{z_i}{\sigma_z} \right\} = 1$ . В то же время критерий  $\varphi$ , представляющий собой не что иное как второй начальный момент распределения случайной величины  $\frac{z_i}{\sigma_z}$ , значительно отличен от единицы. Тогда, используя известное соотношение между вторым начальным и центральным моментами, получим

$$\varphi = 1 + M^2 \left\{ \frac{z_i}{\sigma_z} \right\}. \quad (11)$$

Здесь  $M \left\{ \frac{z_i}{\sigma_z} \right\}$  — несмещенная оценка математического ожидания случайной величины  $\frac{z_i}{\sigma_z}$ .

Далее, если с точностью до значения параметра задан вид функции распределения  $\frac{z_{ri}}{\sigma_z}$ , то по известному математическому

ожиданию нетрудно определить значение неизвестного параметра

Наиболее простым предположением является предположение о том, что все коэффициенты корреляции между предиктантами и предикторами равны между собой, т. е.

$$R_{r_i} \equiv R^* \quad (12)$$

Тогда

$$M(z) = \sigma_z \sqrt{\varphi - 1} \quad (13)$$

Величина математического ожидания автокорреляции при  $\tau = 1$  мес. в соответствии с (1) и (13) получается равной  $M(R) = 0,16$ . Еще меньше величина коэффициента корреляции получается для больших величин заблаговременности. Так, для семимесячного максимума информативности  $M(R) = 0,058$ , а в среднем для предикторов заблаговременностью от 2 до 12 месяцев  $M(R) = 0,035$ . Столь малые величины коэффициентов корреляции могут быть объяснены, например, неадекватностью модели (12).

Действительно, если предположить, что часть предикторов являются случайными, то

$$M(z) = \sigma_z \frac{\sqrt{\varphi - 1}}{\alpha} \quad (14)$$

где  $\alpha$  — доля информативных предикторов.

Считая, например, что среди выбранных предикторов 90 % являются случайными ( $\alpha = 0,1$ ), получим для  $\tau = 7$  мес  $M(R) = 0,42$ .

Однако для того, чтобы избежать субъективности при выборе величины  $\alpha$ , определим ее из дополнительного условия.

В качестве такого условия может быть использована наблюдаемая вероятность превышения некоторого заданного уровня  $C$ .

$$P_C = P \left\{ \frac{|z_i|}{\sigma_z} \geq C \right\} = (1 - \alpha) P_0 + \alpha \left[ 1 - \Phi \left\{ C - M \left( \frac{z}{\sigma_z} \right) \right\} - \Phi \left\{ C + M \left( \frac{z}{\sigma_z} \right) \right\} \right], \quad (15)$$

где  $P_0$  — вероятность превышения уровня  $C$  для случайных связей

$$P_0 = 1 - 2\Phi(C) \quad (16)$$

Величина  $C$  была выбрана из условия, что  $P_0 = 0,05$ , откуда  $C = 1,96$ .

Преобразовав (15) с учетом (14) и (16), получим

$$D_C = 0,05 \left( 1 - \frac{\sigma_r \sqrt{\varphi - 1}}{M(z)} \right) + \frac{\sigma_r \sqrt{\varphi - 1}}{M(z)} \left[ 1 - \Phi \left\{ 1,96 - M \left( \frac{z}{\sigma_z} \right) \right\} - \Phi \left\{ 1,96 + M \left( \frac{z}{\sigma_z} \right) \right\} \right]. \quad (17)$$

Численное решение системы уравнений (14) и (17) для рассматриваемого семимесячного максимума информативности ( $P_C = 0,085$ ;  $\varphi = 1,24$ ) дало следующие результаты:  $\alpha = 0,81$ ;  $M(R) = 0,067$ . Таким образом, выводы, полученные в рамках этой модели, лишь незначительно отличаются от результатов модели (12).

Правдоподобным предположением относительно вида генерального распределения совокупности коэффициентов корреляции для долгосрочных прогнозов, по-видимому, является предположение об их экспоненциальном распределении

$$P \left\{ \frac{|z|}{\sigma_z} > \xi \right\} = \exp \{-\beta \xi\}. \quad (18)$$

Поскольку математическое ожидание экспоненциального распределения равно  $1/\beta$ , то с учетом (11) получим

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\beta^2},$$

следовательно

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\varphi - 1}}. \quad (19)$$

На рис. 1 приведены результаты расчета несмещенной функции распределения для  $\tau = 7$  мес. Как и следовало ожидать, несмещенная оценка функции распределения (кривая 4) лежит существенно ниже соответствующей ей выборочной функции (кривая 2). При этом практически маловероятно, что наиболее информативные предикторы имеют коэффициент корреляции, превышающий по абсолютной величине порядок 0,1.

Заметим, что выбор функции, аппроксимирующей распределение информативности предикторов в генеральной совокупности, является весьма тонким вопросом и требует дальнейшего уточнения. Поэтому полученные здесь результаты следует рассматривать как ориентировочные.

Можно полагать, что одним из перспективных направлений повышения оправданности прогнозов является направление, связанное с созданием новых эффективных методов преобразования и сжатия информации, в явном виде учитывающих априорные сведения о распределении информативности совокупности предикторов.

В качестве такого рода априорных сведений могут служить рассмотренные выше несмещенные оценки функции распределения коэффициентов корреляции.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А. Н. К вопросу о пригодности найденных статистическим путем формул прогноза.— Журнал геофизики, 1933, с. 3, вып. 1, с. 78—82
2. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристики гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.— Труды ГГО, 1970, вып. 236, с. 45—63.
3. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей.— Л.: Гидрометеониздат, 1970.— 199 с.
4. Боярский Э. А. Порядковые статистики.— М.: Статистика, 1972.— 118 с.
5. Пинскер И. Ш. Принцип хаотизации и его применение при обработке наблюдений.— В кн.: Модели, алгоритмы, принятие решений.— М.: «Наука» 1979, с. 5—38.

*А. Т. Житорчук, Ю. В. Житорчук*

## **О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ОТБОРА ПРЕДИКТОРОВ ДЛЯ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИХ СХЕМ ПРОГНОЗОВ ПОГОДЫ**

Одной из центральных проблем современной метеорологии является создание эффективных методов долгосрочных прогнозов погоды. Сложность этой проблемы связана прежде всего с необходимостью учета влияния на атмосферную циркуляцию чрезвычайно большого количества факторов атмосферного и внеатмосферного происхождения. Именно наличие многообразия причинно-следственных связей, определяющих поведение во времени такой сложной системы, как система атмосфера—подстилающая поверхность, приводит к необходимости моделирования исследуемых процессов, т. е. введения некоторого их формализованного описания, в компактной форме отражающего существенные свойства этих процессов.

В отличие от гидродинамических моделей, статистические могут содержать параметры, физический механизм связи которых со значением прогнозируемого метеорологического элемента может быть еще не выясненным (например, с показателем солнечной активности). В связи с этим при помощи статистических методов можно учесть существенно большее количество погодообразующих факторов. В то же время это обстоятельство вызывает и определенные трудности, выдвигая на первый план необходимость отделения статистически ценной информации от ложной, вызываемой статистическими флуктуациями, т. е. задачу отбора предикторов.

Исследования, проведенные М. И. Юдиным [1], показывают, что в случае, если не принять специальных мер, то существует значительная вероятность включения в уравнение регрессии предикторов с ложными связями, которые при переходе на независимую выборку вызывают существенное ухудшение качества статистических прогнозов.

Интуитивно представляется ясным, что привлечение дополнительной априорной информации о прогнозируемом явлении должно

привести к улучшению оценок параметров модели. Однако вопрос о том, как ввести эту информацию в статистическую модель, не является тривиальным. Это связано прежде всего с тем обстоятельством, что эксперт-синоптик и статистическая модель «разговаривают» на существенно различных языках. Действительно, синоптик, рассматривая развитие атмосферных процессов, не ограничен такими условностями, как нормальность распределения, допущение о линейном характере связи метеорологических элементов и т. д. Поэтому в ряде случаев информацию он мог бы привнести в модель, однако модель воспринять ее не может или воспринимает слишком слабо. Они как бы «видят» в разных спектральных диапазонах длин волн.

Таким образом, существенной задачей при использовании синоптического опыта в статистических схемах прогноза является задача создания аппарата общения между синоптиком и статистической моделью, позволяющего синоптику «взглянуть» на атмосферные процессы «глазами» этой модели.

В настоящей работе показана возможность использования для этих целей метода многоэтапного преобразования информации, предложенного в [2].

Отбор предикторов в соответствии с [2] разбивается на три этапа.

На первом этапе выделяются динамически значимые пучности из полей тест-предикторов, удовлетворяющие требованиям информативности, стабильности прогностических связей во времени и крупномасштабности в пространстве.

На втором этапе рассматриваются обобщенные индексы, характеризующие состояние районов, соответствующих этим динамически значимым пучностям полей тест-предикторов.

На заключительном этапе в состав предикторов отбираются лишь те обобщенные индексы, которые в свою очередь удовлетворяют требованиям информативности и стабильности прогностических связей.

Включение синоптика в процесс формирования состава предикторов возможно на этапе отбора динамически значимых пучностей полей тест-предикторов. При этом предполагается, что, анализируя пространственно-временное развитие атмосферных процессов над районами, соответствующими динамически значимым пучностям полей тест-предикторов, синоптик восстанавливает схему развития макросиноптических процессов как бы «глазами» статистической модели. И далее, подвергая эту схему экспертной оценке с точки зрения непротиворечивости полученных результатов опыту составления синоптических прогнозов и имеющимся представлениям о характере общей циркуляции атмосферы, отбрасывает часть пучностей в поле тест-предикторов, считая, что они вызваны не физическими причинами, а случайными выборочными флуктуациями.

В качестве примера использования синоптической интерпретации при отборе предикторов приведем анализ полей, изокоррелят между первым коэффициентом разложения поля давления по аква-

тории северной Атлантики и полем давления на полушарии при заблаговременности 3, 6 и 9 сут (рис. 1), рассчитанных для апреля.

Расчет коэффициентов корреляции производился по выборке 100 случаев (Ежедневные данные давления у поверхности земли по станциям Северного полушария за 1960—1969 гг., апрель). Для уменьшения эффекта, связанного с внутрирядной корреляцией, данные снимались через 3 суток.

Рассмотрение полей изокоррелят следует производить, начиная с карты, соответствующей наибольшей заблаговременности, приближаясь к нулевой, тем самым как бы рассматривая осредненную по многим реализациям историю формирования крупных аномалий поля предиктанта. При этом предполагается, что наличие статистических значимых пучностей в поле изокоррелят указывает на то, что значения тест-предикторов в этом районе оказывают влияние на величину и знак будущей аномалии предиктанта.

Анализируя пространственно-временное распределение полей изокоррелят, можно выделить две траектории развития макросиноптических процессов, формирующих крупные аномалии поля предиктанта.

Первая траектория связана с переносом аномалий давления из района Бермудских островов при  $\tau = 9$  сут ( $r = 0,24$ ) в район Норвежского моря, где находится основная пучность 1-й естественной ортогональной функции (е. о. ф.) предиктанта. При  $\tau = 6$  сут эта пучность смещается к северо-востоку, в район восточнее Ньюфаундленда, вытесняя находившуюся там до этого область отрицательной корреляции, и при  $\tau = 3$  сут достигает района пучности 1-й е. о. ф. Одновременно в районе Азорских островов, где расположена вторая пучность 1-й е. о. ф., образуется область отрицательной корреляции. Таким образом, при заблаговременности менее 3 сут основным фактором, определяющим поведение предиктанта, является инерционность и эволюция уже сформированных аномалий давления. Здесь предполагается, что траектория движения пучностей изокоррелят отражает свойства передвижения не отдельного барического образования, а их системы, например, циклонической серии.

В отличие от первой, вторая траектория развития синоптических процессов не является траекторией, транспортирующей аномалии давления в район пучностей е. о. ф. Ее роль, по-видимому, сводится к подготовке условий в термобарическом поле над северной Атлантикой, способствующих реализации описанного выше синоптического процесса. Внешне эта траектория напоминает полярное вторжение, происходящее в районе Новой Земли и блокирующее западно-восточный перенос над Европейско-Атлантическим сектором.

За 9 сут до крупной аномалии в поле 1-го коэффициента разложения предиктанта в районе Уральских гор в среднем образуется аномалия давления того же знака ( $r = 0,34$ ), смещающаяся далее к юго-востоку. При  $\tau = 6$  сут эта пучность находится в районе Западно-Сибирской низменности и, наконец, при  $\tau = 3$  сут — существенно ослабевает и располагается в верховьях Енисея.

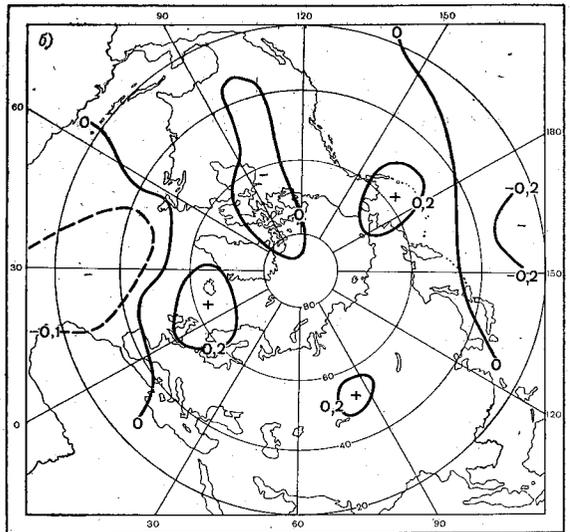
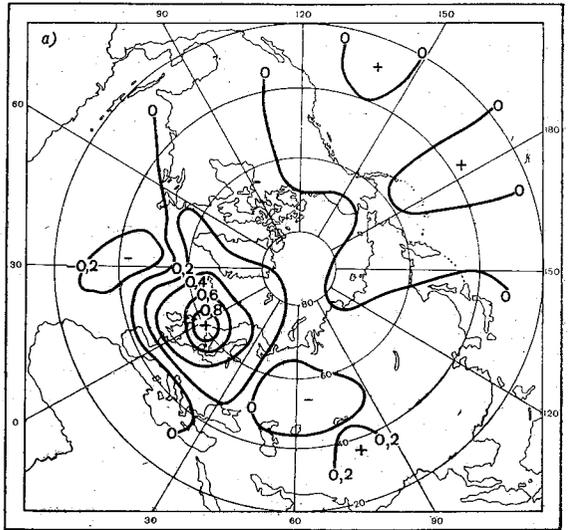
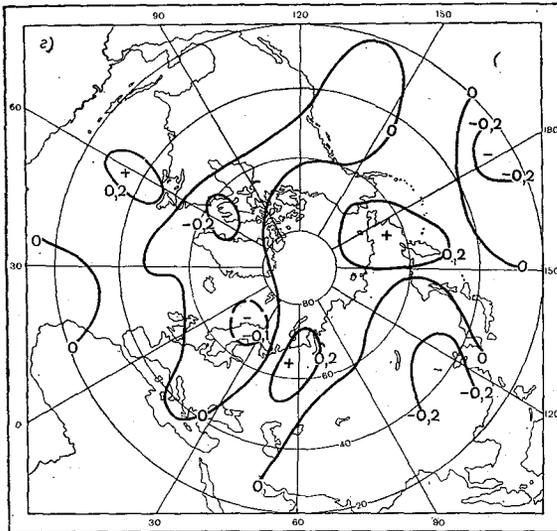
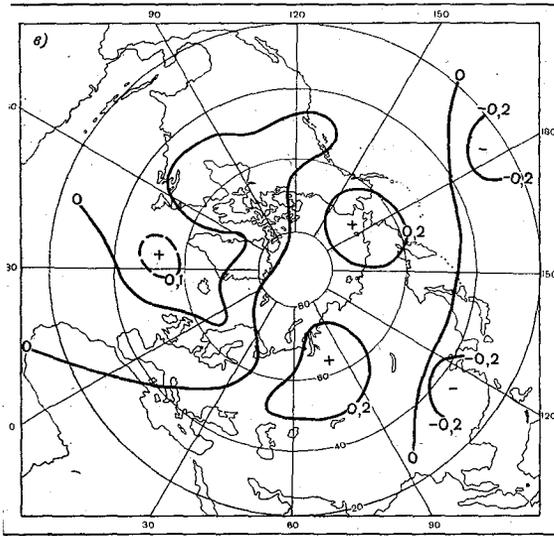


Рис. 1. Поля изокоррелят между первым коэффи  
Северной Атлантики и полем давления на полуша  
и 9 ( $\varepsilon$ ) су



циентом разложения поля давления по акватории при заблаговременности 0 (а), 3 (б), 6 (в) ток. Апрель.

Еще одна стационарная пучность полей изокоррелят при заблаговременности от 9 до 3 сут находится в районе Чукотского и Берингова морей. Роль этой пучности в развитии процессов, происходящих над Северной Атлантикой, не очень ясна; возможно, что она обязана своим существованием сопряженности атмосферных процессов и генетически связана со второй траекторией.

Еще труднее объяснить роль пучностей отрицательных изокоррелят, расположенных в центральной части Тихого океана и в районе р. Хуанхэ. По всей видимости, эти районы тест-предикторов следует исключить из дальнейшего рассмотрения, так как велика вероятность того, что они вызваны не физическими причинами, а случайными выборочными флуктуациями.

Таким образом, анализ временной последовательности карт изокоррелят позволяет эксперту активно вмешиваться в процесс отбора предикторов, необходимый для выработки статистических прогнозов. При этом существенно уменьшается вероятность включения в прогностическое уравнение ложных связей, обусловленных статистическими флуктуациями, а не физическими причинами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдин М. И. Задача многоаспектной статистической оценки информативности прогностических соотношений.— Труды ГГО, 1975, вып. 329, с. 33—40.
2. Житорчук Ю. В. К проблеме получения предикторов для физико-статистических прогнозов.— Труды ГГО, 1976, вып. 367, с. 54—60.

## К ВОПРОСУ ОБ УЧЕТЕ ЭВОЛЮЦИИ МОРСКОГО ЛЬДА В УПРОЩЕННЫХ КЛИМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

В большинстве упрощенных моделей климата, начиная с первой, предложенной М. И. Будыко<sup>1</sup>, воспроизводится сильная положительная обратная связь между климатическим состоянием Земли и площадью полярных ледников. Границу оледенения в этих моделях принято отождествлять с изотермой, условно соответствующей температуре таяния льда. Время, необходимое для нагревания или охлаждения воды в океане, не учитывается, поэтому малые изменения температуры воздуха в какой-либо точке или области земной поверхности могут приводить к «мгновенной» смене одного агрегатного состояния воды другим. Подобная стилизация, по-видимому, вполне естественна в том случае, когда моделируются медленные изменения климата, т. е. когда постановка задачи допускает использование стационарных условий.

В некоторых упрощенных моделях температура и другие метеорологические элементы задаются (или определяются) как функции времени, хотя физическое содержание задачи соответствует изложенной выше схеме. Несмотря на то что термические процессы, протекающие в океане, в таких моделях фактически не учитываются, их иногда используют для описания сезонных колебаний климата или его изменений, соизмеримых с сезонными колебаниями по своей продолжительности. Ранее было высказано мнение о том, что в подобных случаях могут возникать значительные искажения моделируемых процессов,— и предложен способ изучения проблемы. В настоящей статье делается попытка решить некоторые из поставленных вопросов с помощью простой схемы. Полученные качественные и количественные оценки предполагается использовать в дальнейшем при развитии упрощенных моделей климата.

Задача формулируется следующим образом. Пусть  $z$  — единственная явно учитываемая пространственная координата, напра-

<sup>1</sup> См., например [1, 3, 4].

вленная от поверхности океана вертикально вниз;  $T$  — температура воды в океане, представляющая собой в нашем случае функцию двух переменных:  $z$  и времени  $t$ ;  $S$  — поток приходящей радиации, который задается на уровне  $z = 0$  (т. е. атмосфера считается прозрачной для радиации). Тогда механизм отрицательной обратной связи между термическими процессами в океане и температурой на его поверхности можно описать с помощью уравнения теплопроводности со сложным граничным условием (при этом предельная параметризация динамики океана и других физических процессов отвечает «схематичности» упрощенных моделей климата):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}; \quad (1)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = (1 - \Gamma) S(t) - f\sigma T^4 \quad (z = 0); \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=H} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\Gamma$  — альbedo поверхности океана, стилизованное так, что

$$\Gamma = \begin{cases} \Gamma_1, & \text{если } T|_{z=0} \leq T_0, \\ \Gamma_2, & \text{если } T|_{z=0} > T_0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $T_0$  — величина, условно соответствующая температуре таяния морского льда. Коэффициент  $f$  определяется свойствами излучающей поверхности.  $\sigma$  — постоянная Стефана.

Сезонные колебания потока приходящей радиации для простоты имитировались функцией  $S(t) = S_0 + k \cos \omega t$  ( $S_0$ ,  $k$  и  $\omega$  — постоянные параметры). При численном решении задачи эта зависимость имела несколько более сложный вид

$$S(t) = \begin{cases} S_0 + k \cos \omega t, & \text{если } S_0 + k \cos \omega t > 0, \\ 0, & \text{если } S_0 + k \cos \omega t \leq 0. \end{cases}$$

Предварительно были выполнены некоторые расчеты и численные эксперименты для проверки и отладки схемы. В предельно упрощенном случае имеется аналитическое решение модельной задачи. Оно использовалось при отладке численного алгоритма, который сначала был составлен для этого простейшего случая, а затем постепенно усложнялся.

Рассмотрим соответствующие варианты задачи и основные результаты расчетов.

1. Если не учитывать зависимости альbedo от агрегатного состояния воды на поверхности океана (т. е. от ее температуры) и

линеаризовать граничное условие (2), то уравнения (1)–(3) можно преобразовать к такому виду:

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 T'}{\partial z^2}; \quad (5)$$

$$-\lambda \frac{\partial T'}{\partial z} = k(1 - \Gamma) \cos \omega t - 4f\sigma\bar{T}^3 T' \quad (z=0); \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial T'}{\partial z} \right|_{z=H} = 0, \quad (7)$$

где  $T' = T - \bar{T}$ ,  $\bar{T}$  — среднегодовое значение температуры.

Задача (5)–(7) имеет аналитическое решение:

$$T = B(\eta) \cos(\tau - \varphi(\eta)), \quad (8)$$

где

$$\tau = \omega t, \quad \eta = \sqrt{\frac{\omega}{2\gamma}} (H - z),$$

и если принять обозначения:

$$\beta = 4f\sigma\bar{T}^3 \sqrt{\frac{2\gamma}{\omega}} \frac{1}{\lambda},$$

$$h = H \sqrt{\frac{\omega}{2\gamma}},$$

$$q = \beta \operatorname{ch} h \cos h + \operatorname{sh} h \cos h - \operatorname{ch} h \sin h,$$

$$r = \beta \operatorname{sh} h \sin h + \operatorname{ch} h \sin h + \operatorname{sh} h \cos h,$$

$$A = \frac{(1 - \Gamma) k}{\lambda \sqrt{\frac{\omega}{2\gamma}}},$$

то

$$B(\eta) = A \sqrt{\frac{\cos^2 \eta + \operatorname{sh}^2 \eta}{q^2 + r^2}},$$

$$\operatorname{tg} \varphi(\eta) = \frac{r \operatorname{ch} \eta \cos \eta - q \operatorname{sh} \eta \sin \eta}{r \operatorname{sh} \eta \sin \eta + q \operatorname{ch} \eta \cos \eta}.$$

Для анализа решения удобно рассматривать безразмерную величину  $\theta = \frac{T}{A}$ , которая, как видно из (8), зависит от безразмер-

ной переменной  $Z = \sqrt{\frac{\omega}{2\gamma}} z$  и от значений безразмерных параметров  $\beta$  и  $h$ .

В случае  $h \rightarrow \infty$ :

$$T = A \frac{e^{-Z}}{\sqrt{\beta^2 + 2\beta + 2}} \cos(\tau - \psi), \quad (9)$$

где

$$\psi = Z + \operatorname{arctg} \frac{1}{1 + \beta}.$$

Можно считать, что функция (9) моделирует (условно, имея в виду упрощающие предположения) термический режим «глубокого» океана. Если необходимо использовать для той же цели функцию (8), то значение  $h$  должно быть достаточно велико, чтобы в требуемом диапазоне изменения  $\beta$  величина  $\theta(\tau)/z = z$ , определенная по формуле (8), практически совпадала с величиной  $\theta(\tau)/z = 0$ , найденной по формуле (9). Вычисления показали, что такое совпадение имеет место при  $h > 3$  (табл. 1).

Таблица 1

Результаты сравнения решений<sup>1</sup>

$h$	$\beta$	Относительная ошибка в определении амплитуды теплового потока, % <sup>2</sup>	Фазовое запаздывание функции потока, сут	Относительная ошибка в определении амплитуды температуры, %	Фазовое запаздывание функции температуры, сут
-----	---------	---	--	---	---

Для определения параметра  $h$  по формулам (8) и (9)

3	0	0,0	0,0	0,5	-0,1
3	5	0,4	0,0	0,1	0,0
3	25	0,5	0,1	0,0	0,1
3	50	0,5	0,1	0,0	0,0
2	50	0,2	1,8	0,0	0,0
1	50	12,0	13,8	0,0	-0,4

Для проверки численной схемы по формуле (8)

3	1	1,6	3,5	2,0	3,6
3	4	0,4	0,7	0,0	0,8
3	8	0,6	-0,4	0,0	-0,3

<sup>1</sup> Табличные данные соответствуют установившемуся процессу. Можно считать, ограничиваясь требуемой точностью, что после 9000-го временного шага (т. е. по истечении 15 «модельных лет») численное решение ведет себя как периодическая функция.

<sup>2</sup> Все числовые характеристики в этой и последующих таблицах соответствуют уровню  $z=0$ .

2. Уравнение (5)–(7) решалось, кроме того, численно. Для анализа полученных результатов использовалось точное решение (8) (табл. 1).

При величинах пространственного шага (по оси  $Z$ )  $\Delta Z < 0,1$  и шага по времени  $\Delta t \leq \theta$  дней обеспечивается достаточно хорошая точность вычислений, если  $\beta$  не слишком мало (табл. 1).

3. График (рис. 1) иллюстрирует общий случай решения задачи (1)–(3) (применявшаяся численная схема описана в приложении). Здесь и далее, как и раньше, приводятся результаты, соответствующие установившемуся процессу. Значение  $T_0$  принято

равным 273 К;  $T_{\text{ср}}$  — интегральное среднее значение температуры  $T|_{z=0}$ , определяемое во время выполнения вычислений — при реализации расчетной программы на ЭВМ (интервал осреднения — один годельный год).

Закон изменения  $T(t)|_{z=0}$  отличается от строго синусоидального, так как величина альбедо зависит в данном случае от температуры поверхности океана (эта зависимость имеет вид ступенчатой функции (см. (4)). Штриховая линия на графике соответствует такому режиму, когда термическая инерция океана отсутствует, что имеет место при бесконечно мелком океане или при  $\lambda = \gamma = 0$ . Разности  $(t_2 - t_1)$  и  $(t'_2 - t'_1)$  можно рассматривать как аналог фазового запаздывания (характеризующего, например, чисто синусоидальные колебания).

Численные эксперименты с вариацией  $\lambda$  (и, тем самым,  $\gamma$ ) дали следующие результаты:

$\lambda$ Вт/м·К	$(t_2 - t_1)$ сут	$(t'_2 - t'_1)$ сут	$T_{\text{max}}$ К	$T_{\text{min}}$ К
0,63	0	0	315	220
8,37	23	23	303	240
4,19	30	30	299	252

Очевидно, наиболее реалистические условия обеспечиваются при значениях тепло- и температуропроводности, близких к турбулентным ( $42 < \lambda < 4200$  Вт/м·К,  $10^{-5} < \gamma < 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с). В этом случае в отличие от случая молекулярных  $\lambda = 0,63$  Вт/м·К и  $\gamma = 1,5 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с влияние океана весьма существенно. Уже при  $\lambda = 8,37$  Вт/м·К и  $\gamma = 2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с получают сравнительно большие значения разностей:  $(t_2 - t_1) = (t'_2 - t'_1) = 23$  дня, — и при альбейшем увеличении  $\lambda$  и  $\gamma$  они возрастают очень медленно и не превосходят 30 дней.

До сих пор мы ограничивались самой простой стилизацией морского льда, сводящейся к заданию переменного альбедо. В изложенной ниже схеме списываются также фазовые переходы воды на глубине, пренебрежение которыми должно, вероятно, представляться наиболее спорным. При их учете были приняты во внимание два аспекта: нарушение однородности океана по координате  $z$  — наличие отрицательной обратной связи между процессами выделения и поглощения тепловой энергии и температурой воды на поверхности океана. Для моделирования фазовых переходов нами была использована (с некоторыми изменениями) математическая формулировка задачи о промерзании влажной почвы<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> В обоих случаях приходится решать нелинейную задачу специального вида (называемую иногда задачей Стефана). См., например [2], где она рассматривается в связи с последней проблемой.

Пусть толщина морского льда определяется величиной интервала  $0 \leq z \leq \zeta$ , где  $\zeta$  — функция времени. Тогда термические процессы в океане, отвечающем в этом случае двухслойной структуре, можно записать в виде двух дифференциальных уравнений (при  $\zeta \neq 0$ ), связь между которыми осуществляется с помощью граничных условий, заданных на уровне (глубине)  $\zeta$ :

а) уравнение и верхнее граничное условие для промерзшей части океана ( $0 \leq z \leq \zeta$ ):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \gamma_{\text{л}} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (10)$$

$$-\lambda_{\text{л}} \frac{\partial T}{\partial z} = (1 - \Gamma) S(t) - f\sigma T \quad (z=0); \quad (11)$$

б) уравнение и нижнее граничное условие для непромерзшей части океана ( $\zeta < z \leq H$ ):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \gamma_{\text{в}} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0; \quad (13)$$

в) условие неразрывности функции  $T$  на уровне  $\zeta$ :

$$T \Big|_{z=\zeta} = T_0; \quad (14)$$

г) условие баланса тепла на уровне  $\zeta$ :

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{1}{Q_0 \gamma_{\text{в}}} \left( \lambda_{\text{л}} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{\zeta-0} - \lambda_{\text{в}} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{\zeta+0} \right), \quad (15)$$

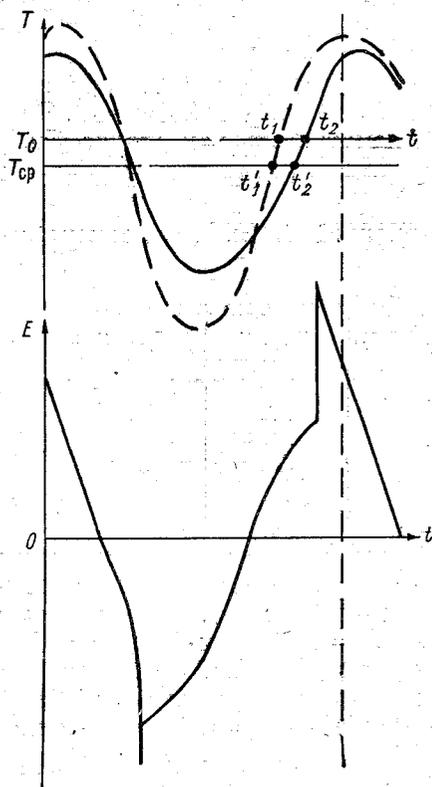


Рис. 1. Общий вид решения для случая переменного альбедо (температура  $T$  и тепловой поток  $E$  при  $z=0$ ).

где  $Q_0$  — количество тепла, которое затрачивается на образование одной весовой единицы льда.

Для получения численного решения использовался тот же алгоритм, что и в предыдущих экспериментах, измененный таким образом, чтобы на каждом временном шаге осуществлялся необходимый сдвиг границы лед|вода. Величина сдвига определялась из условия баланса (15) с помощью итерационной процедуры. Значения тепло- и температуропроводности для промерзшей части океана  $\lambda_{\text{л}} = 2,1 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ,  $\gamma_{\text{л}} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Понятно, что значение  $\zeta$ , вообще говоря, не должно быть кратным величине пространственного шага, поэтому в алгоритм была введена процедура, обеспечивающая совмещение границы лед|вод

и ближайшего к ней узла конечно-разностного разбиения. Такое совмещение производится сразу после определения нового значения  $\xi$ : узел сдвигается по оси  $z$  (не более чем на полшага конечно-разностного разбиения) при неизменной величине  $\xi$ .

В окончательном варианте алгоритма предусмотрена возможность возникновения более сложной, многослойной структуры (например, вода|лед|вода, т. е. с двумя границами между различными агрегатами состояниями воды). Система уравнений в этом случае аналогична задаче (10) — (15), но более громоздка, поэтому мы ее не приводим.

Рассмотрим результаты двух численных экспериментов, проводившихся при  $\lambda = 8,4$  Вт/м·К без учета (случай 1) и с учетом (случай 2) фазовых превращений воды:

Случай	Время завершения таяния льда ( $t_2$ ), сут	$T_{\max}$ К	$T_{\min}$ К
1	303	303	240
2	309	307	265

Температура поверхности океана в случае 2 изменяется в «зимний» период сравнительно медленно, поэтому  $T_{\min}$  в этом варианте больше, чем в случае 1. Общий вид зависимости  $T(t)|_{z=0}$  (см. рис. 1) остается прежним (та часть кривой, которая соответствует замерзшему океану, оказывается по указанной причине как бы несколько сжатой по вертикали), а значения других числовых характеристик почти не отличаются от аналогичных значений, полученных без учета фазовых превращений (см. данные экспериментов).

Одной из наиболее важных характеристик, очевидно, следует считать момент завершения таяния льда. В этот же момент (в процессе численного решения) происходит изменение величины альбедо: на значение альбедо, естественно, не должно влиять наличие достаточно тонкого слоя воды надо льдом, тем более, что в нашем схематическом описании такими эффектами, как стекание воды под лед, мы пренебрегаем. Этой характеристике можно поставить в соответствие (для сравнения) величину  $t_2$ , определяемую при стилизации льда только изменяющимся альбедо (см. рис. 1). Если  $\lambda$  изменится в выбранном нами интервале, то значения обеих характеристик практически совпадают (при одном и том же  $\lambda$ ); см., например, рассмотренный выше случай.

Сопоставление последних двух вариантов алгоритма дает основание предполагать, что при имитации океана в нестационарных упрощенных моделях климата достаточно принимать во внимание только два следующих эффекта: зависимость величины альбедо от температуры поверхности океана и его тепловую инерцию, — пренебрегая описанием фазовых переходов воды. Ниже приводятся результаты численных экспериментов, выполнявшихся с учетом обоих этих факторов одновременно и каждого в отдельности: при

изменяющемся альbedo и  $\lambda = 0$  (случай 1), при  $\lambda = 12$  Вт/м·К и постоянном значении альbedo (случай 2) и при изменяющемся альbedo и  $\lambda = 12$  Вт/м·К (случай 3):

Случай	$t_2$ сут	$t_2'$ сут	$T_{\max}$ К	$T_{\min}$ К
1	278	280	315	220
2	278	282	305	246
3	300	297	304	240

## ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Конечно-разностный аналог уравнения теплопроводности, начального и граничных условий, записанных в форме (5)—(7), имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\xi_k^{(j+1)} - T_k^{(j)}}{\tau} - \gamma \left( \frac{\xi_{k+1}^{(j+1)}}{h_{k+1}(h_{k+1} + h_{k-1})} - \frac{\xi_k^{(j+1)}}{h_{k-1}h_{k+1}} - \frac{\xi_{k-1}^{(j+1)}}{h_{k-1}(h_{k+1} + h_{k-1})} \right) &= 0 \quad T_k^{(0)} = C \quad (j = 0); \\ -D \frac{T_1^{(j)} - T_0^{(j)}}{h_0} + T_1^{(j)} &= C \cos(\omega j\tau); \\ \frac{T_n^{(j)} - T_{n-1}^{(j)}}{h_n} &= 0, \end{aligned}$$

где  $j$  — номер временного шага,  $k$  — номер узла пространственного разбиения (по оси  $z$ ),  $n \leq k \leq 0$ ,

$$C = \begin{cases} \frac{k(1-\Gamma)}{4f\sigma T^3}, & \text{если } \cos \omega t \geq 0, \\ 0, & \text{если } \cos \omega t < 0; \end{cases}$$

$$D = \frac{\lambda}{4f\sigma T^3},$$

$h_{k-1(h+1)}$  — расстояние между узлами с номером  $k$  и  $k-1(k+1)$ ,  $\tau$  — величина временного шага,

$$\xi_k^{(j+1)} = \frac{1}{2} (T_k^{(j+1)} + T_k^{(j)}).$$

Для численного решения задачи применялся метод прогонки. Из системы

$$\begin{cases} \frac{\xi_k^{(j+1)} - T_k^{(j)}}{\tau} - \gamma \left( \frac{\xi_{k+1}^{(j+1)}}{h_{k+1}(h_{k+1} + h_{k-1})} - \frac{\xi_k^{(j+1)}}{h_{k-1}h_{k+1}} - \frac{\xi_{k-1}^{(j+1)}}{h_{k-1}(h_{k+1} + h_{k-1})} \right) = 0, \\ \xi_k^{(j+1)} = A_k^{(j+1)} + \xi_{k+1}^{(j+1)} B_k^{(j+1)} \end{cases}$$

определяются коэффициенты

$$A_k^{(j+1)} = \frac{\frac{1}{\tau} T_k^{(j)} + \frac{\gamma A_{k-1}^{(j+1)}}{h_{k-1}(h_{k+1} + h_{k-1})}}{\frac{\gamma}{h_{k-1}h_{k+1}} + \frac{1}{\tau} - \frac{\gamma B_{k-1}^{(j+1)}}{h_{k-1}(h_{k+1} + h_{k-1})}};$$

$$B_k^{(j+1)} = \frac{\frac{\gamma}{h_{k+1}(h_{k+1} + h_{k-1})}}{\frac{\gamma}{h_{k-1}h_{k+1}} + \frac{1}{\tau} - \frac{\gamma B_{k-1}^{(j+1)}}{h_{k-1}(h_{k+1} + h_{k-1})}}$$

для  $n < k < 0$ .

Из начального и первого граничного условий аналогично следует, что

$$A_0^{(j+1)} = \frac{h_0 C}{2D} [\cos(\omega(j+1)\tau) + \cos(\omega j\tau)],$$

$$B_0^{(j+1)} = 1 - \frac{h_0}{D}.$$

Второе граничное условие совместно с соотношением

$$\xi_{n-1}^{(j+1)} = A_{n-1}^{(j+1)} + \xi_n^{(j+1)} B_{n-1}^{(j+1)}$$

определяют

$$\xi_n^{(j+1)} = \frac{A_{n-1}^{(j+1)}}{1 - B_{n-1}^{(j+1)}}.$$

2. Выполнение нелинейного граничного условия (2) обеспечивается итерационной процедурой. Для этого оно представлено в виде

$$-\lambda \frac{T_1^{(j)} - T_0^{(j)}}{h_0} = (1 - \Gamma) S(t) - f_\sigma (\tilde{T}_1^{(j)})^3 T_1^{(j)},$$

где величина  $\tilde{T}_1^{(j)}$  изменяется от итерации к итерации до тех пор, пока ошибка  $r = |\tilde{T}_1^{(j)} - T_1^{(j)}|$  не становится достаточно малой.

3. При решении задачи (10)–(15) из условия (14) определяются коэффициенты

$$A_\zeta^{(j+1)} = \frac{T_0 + T_\zeta^{(j)}}{2},$$

$$B_\zeta^{(j+1)} = 0,$$

где  $T_0 = \text{const}$  — температура таяния льда.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бudyко М. И. Изменения климата.— Л.: Гидрометеониздат, 1974.— 280 с.
2. Гребер Г., Эрк С. Основы учения о теплообмене.— М.—Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936.— с. 328.
3. North G. R. Analytical solution to a simple climate model with diffuse heat transport.— J. Atmos. Sci., 1975, v. 32, N 7, p. 1301—1307.
4. North G. R. Theory of energy balance climate models.— J. Atmos. Sci., 1975, v. 32, N 11, p. 2033—2043.

В. И. Пономарев

## К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДРЕЙФА ЛЬДОВ

Введение. Во время знаменитой экспедиции на э/с «Фрам» Ф. Нансен обнаружил, что движение льдов за небольшие промежутки времени обусловлено, главным образом, ветром и отклоняется от него в среднем на  $25^\circ$  вправо. Отношение же скорости ветрового дрейфа льда к скорости ветра, названное ветровым коэффициентом  $a$ , по расчетам Нансена, составляло в среднем 0,02 (имеется в виду ветер на уровне непосредственных наблюдений). Разработанная Экманом по указанию Нансена теория ветровых течений дала качественное объяснение этому факту. Однако при анализе 76 отрезков дрейфа э/с «Фрам» значения ветрового коэффициента изменялись от 0,0002 до 0,0596, а значения угла  $\varphi$  между направлениями дрейфа и ветра — от  $-63$  до  $+80^\circ$  (см. [4]). Дальнейшие наблюдения над дрейфом льдов в Арктическом бассейне показали, что хотя аномальные значения  $a$  и  $\varphi$  наблюдаются периодически, повторяемость полученных Нансеном средних значений ветрового коэффициента и угла отклонения оказывается довольно высокой.

Позднее Н. Н. Зубов заметил, что льды дрейфуют приблизительно вдоль изобар, проведенных на средних декадных или месячных картах атмосферного давления, и объяснил этот факт, используя теорию Экмана для пограничного слоя. Тем не менее введенный Зубовым коэффициент изобарического дрейфа в ряде случаев также оказывался различным, а направление дрейфа льдов отклонялось не только вправо, но и влево от изобары (например, дрейф станции Северный полюс в 1937—1938 гг. или дрейф ледокола «Ленин» в 1937 г. [4]). Такие аномалии пытались объяснить влиянием берега, постоянных течений и неравномерного распределения льдов.

Итак, согласно эмпирическим исследованиям компоненты скорости ветрового дрейфа льдов  $u_0, v_0$  выражаются через градиенты атмосферного давления  $\frac{\partial P_a}{\partial x}, \frac{\partial P_a}{\partial y}$  по следующим формулам:

$$u_{0в} = C_{в} (U_1 \cos \gamma_{в} + V_1 \sin \gamma_{в});$$

$$v_{0в} = C_{в} (V_1 \cos \gamma_{в} - U_1 \sin \gamma_{в});$$

$$U_1 = - \frac{1}{\rho l} \frac{\partial P_a}{\partial y}; \quad V_1 = \frac{1}{\rho l} \frac{\partial P_a}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $C_b$  — коэффициент изобарического дрейфа льда, а  $\gamma_b$  — угол отклонения от него ( $\gamma_b > 0$ , если дрейф отклоняется вправо от изобары). З. М. Гудкович рассчитал средние многолетние значения  $C_b$  и  $\gamma_b$  за каждый месяц на основе статистической обработки данных наблюдений над дрейфом станций «Северный полюс» [1]. Оказа-

лось, что значения  $\overline{C_b}$  и  $\overline{\gamma_b}$  существенно зависят от сезона: летом движение льда отклоняется вправо, а зимой влево от изобар. По мнению Гудковича основной причиной сезонных колебаний  $\overline{C_b}$

и  $\overline{\gamma_b}$  является изменение сплоченности льдов и соответственно силы сопротивления их движению. Однако строго объяснить наблюдаемые особенности дрейфа льдов и обосновать характер влияния тех или иных факторов можно лишь с помощью теории.

Помимо Экмана и Зубова, Свердруп, Фьельдстад, Шулейкин и Швец [4, 9, 10] также предпринимали попытки объяснить наблюдаемые особенности дрейфа льдов, описав его с помощью гидродинамических моделей. В 1958 г., используя теорию Экмана для планетарного пограничного слоя (ППС), Д. Л. Лайхтман рассмотрел линейную модель ветрового дрейфа льдов [6]. В это же время на основе экмановской теории дрейфовых и океанических течений А. И. Фельзенбаум предложил модель установившегося движения льдов [8], обусловленного влиянием ветра и наклонов уровня океана. Оказалось, что при использовании линейной теории ППС (с постоянным коэффициентом турбулентности) ветровой дрейф льда в отмеченных моделях отклоняется всегда вправо от изобары. В дальнейших теоретических исследованиях ветрового дрейфа льда использовались нелинейные модели ППС сначала с заданным [5], а затем с рассчитываемым профилем коэффициента турбулентности [6, 2, 3]. Причем в [2, 3] последовательно рассматривалось влияние на ветровой дрейф бокового обмена импульсом в ледяном покрове, постоянных течений и стратификации подледного слоя трения. Зависимость угла  $\gamma_b$  от внешних параметров нелинейной модели специально не анализировалась, хотя некоторые выводы относительно  $\gamma_b$  можно сделать, исходя из других рассчитанных величин. В [2], например, рассчитывался годовой ход угла отклонения дрейфа от ветра на уровне флюгера, откуда следует, что при определенных углах полного поворота ветра в атмосферном ППС угол  $\gamma_b$  может быть отрицательным зимой, когда стратификация подледного ППС неустойчива. При нейтральной стратификации атмосферного пограничного слоя и нейтральной либо устойчивой стратификации подледного ППС дрейф льда отклоняется вправо от изобары.

Заметим, что в отмеченных выше работах решалась, как правило, полная система дифференциальных уравнений для пограничных слоев, а выводы относительно дрейфа льда делались при анализе численного решения. Кроме того, нелинейная теория ППС

применялась лишь для расчетов ветрового дрейфа льда. В настоящей работе удалось обобщить нелинейную теорию установившегося дрейфа льдов и представить ее в наиболее простом виде, учитывая, тем не менее, все основные силы, обуславливающие движение сплошных ледяных полей в течение длительного времени (месяца, сезона, года и т. д.).

**Модель долгопериодного дрейфа льда.** Как показали теоретические исследования [9, 3], время установления ветрового дрейфа льдов при постоянных внешних воздействиях составляет в зависимости от условий 1—3 ч. Характерное время изменения крупномасштабных внешних воздействий можно принять равным естественному синоптическому периоду, что существенно больше времени установления ветрового дрейфа. Поэтому установившееся движение ледяного покрова рассматривается в квазистационарном приближении. Кроме того, поскольку в работе не ставилась цель исследовать сжатия в ледяном покрове и рассматривается только долгопериодный дрейф льда, нелинейные инерционные ускорения не принимаются во внимание, а боковой обмен импульсом учитывается в наиболее простом виде как массовая сила сопротивления:

$$F_x = -\rho_{\text{л}} h_{\text{л}} r u_0; \quad F_y = -\rho_{\text{л}} h_{\text{л}} r v_0.$$

Коэффициент  $r$  считается внешним параметром по аналогии с классическими моделями дрейфа льда [10], в которых члены  $\rho_{\text{л}} h_{\text{л}} r u_0$ ,  $\rho_{\text{л}} h_{\text{л}} r v_0$  описывали силу сопротивления движению льда, связанную, в частности, и с трением о воду.

В результате исходных предположений уравнения движения ледяного покрова записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} -\rho_{\text{л}} h_{\text{л}} l v_0 &= \tau_x^1 - \tau_x^0 - \rho_{\text{л}} h_{\text{л}} r u_0 + \rho_{\text{л}} h_{\text{л}} g \frac{\partial \xi}{\partial x}; \\ \rho_{\text{л}} h_{\text{л}} l u_0 &= \tau_y^1 - \tau_y^0 - \rho_{\text{л}} h_{\text{л}} r v_0 + \rho_{\text{л}} h_{\text{л}} g \frac{\partial \xi}{\partial y}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\rho_{\text{л}}$  — средняя плотность льда,  $h_{\text{л}}$  — толщина льда,  $g$  — ускорение свободного падения,  $l$  — параметр Кориолиса,  $\tau_x^0$ ,  $\tau_y^0$  — компоненты напряжений трения, приложенных к поверхности воды со стороны льда,  $\tau_x^1$ ,  $\tau_y^1$  — компоненты напряжений трения ветра, приложенных к верхней поверхности льда,  $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \xi}{\partial y}$  — наклоны уровня океана, определяемые горизонтальной неоднородностью поля плотности во всей толще воды. Поле плотности, распределившееся в течение длительного времени под влиянием ветра, льда и других факторов считается известным из наблюдений. Соответственно наклоны уровня рассчитываются по диагностической модели крупномасштабной циркуляции вод [7].

Планетарные пограничные слои надо льдом и подо льдом рассматриваются в рамках нелинейной теории, развитой в [6]. Причем напряжения трения в атмосферном ППС выражаются через компоненты скорости геострофического ветра ( $U_1$ ,  $V_1$ ), а напряже-

ния трения на нижней границе льда — через разности между компонентами скоростей дрейфа льда и градиентных течений:

$$U_0 = u_0 - U_{\Gamma}; \quad V_0 = v_0 - V_{\Gamma}.$$

Тогда соотношения для напряжений трения согласно [6, 3] записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tau_x^i &= \rho_i \kappa^2 \chi_i^2 G_i (U_i \cos \alpha_i - V_i \sin \alpha_i); \\ \tau_y^i &= \rho_i \kappa^2 \chi_i^2 G_i (U_i \sin \alpha_i + V_i \cos \alpha_i), \end{aligned} \quad (3)$$

где величины с индексом  $i=1$  относятся к атмосферному ППС, а с индексом  $i=0$  — к подледному ППС ( $G_i$  — модуль вектора  $\vec{U}_i$

или  $\vec{U}_0$ ). Геострофический коэффициент трения ( $\chi_i$ ) и угол полного поворота ветра или течения в ППС ( $\alpha_i$ ) являются функциями числа Россби ( $Ro = \frac{G_i}{z_{0i} l}$ ) и параметра стратификации  $\mu_i$ . Универсальные функции  $\chi(Ro, \mu)$  и  $\alpha(Ro, \mu)$  получены в результате решения замкнутой системы уравнений для ППС.

Параметр стратификации в атмосфере считается заданным согласно [2] (в [2] отмечалось, что годовой ход параметра стратификации в атмосфере надо льдом слабо выражен). Параметры шероховатости верхней и нижней поверхности льда являются также заданными и варьируются в пределах, отмеченных в [2] ( $z_{00} = 0,5 \dots 10$  см,  $z_{01} = 0,1 \dots 10$  см). В отличие от  $\mu_1$  параметр стратификации ППС подо льдом имеет хорошо выраженный годовой ход: летом при таянии льда стратификация подледного пограничного слоя устойчива, зимой же нарастание льда сопровождается соленостной конвекцией и стратификация подледного слоя трения неустойчива. Поэтому параметр  $\mu_0$  рассчитывается ( $\mu_0 = \frac{g \kappa^2}{\rho_0 l V_*^2} \times \overline{\rho' w'}$ ). Поток массы на нижней границе льда определяется по заданному из наблюдений годовому ходу изменения толщины льда ( $\frac{ch_{\Gamma}}{dt}$ ):

$$\overline{\rho' w'} \Big|_0 = (\rho_0 - \rho_{\Gamma}) \frac{dh_{\Gamma}}{dt}. \quad (4)$$

Таким образом, в силу использования параметризации пограничных слоев (3) и исходных предположений о балансе сил (2) задача об установившемся дрейфе льдов по-существу сводится к решению нелинейной системы алгебраических уравнений (2), (3) относительно  $u_0$  и  $v_0$  с учетом известных универсальных функций  $\chi_i(Ro_i, \mu_i)$  и  $\alpha_i(Ro_i, \mu_i)$ . Решая систему уравнений (2), (3) относительно явно входящих в нее  $u_0, v_0$ , получим следующие выражения для скоростей дрейфа льда:

$$\begin{aligned} u_0 &= K_B U_1 + K'_B V_1 + K_{\Gamma} U_{\Gamma} + K'_{\Gamma} V_{\Gamma}; \\ v_0 &= K_B V_1 - K'_B U_1 + K_{\Gamma} V_{\Gamma} - K'_{\Gamma} U_{\Gamma}; \\ K_B &= \frac{M_1}{n} [\sin \alpha_1 + R \cos \alpha_1 + M_0 \cos(\alpha_0 - \alpha_1)]; \end{aligned}$$

$$K'_B = \frac{M_1}{n} [\cos \alpha_1 - R \sin \alpha_1 + M_0 \sin (\alpha_0 - \alpha_1)];$$

$$K_\Gamma = \frac{1}{n} (1 + M_0^2 + 2M_0 \sin \alpha_0 + R M_0 \cos \alpha_0);$$

$$K'_\Gamma = -\frac{R}{n} (1 + M_0 \sin \alpha_0);$$

$$n = 1 + M_0^2 + 2M_0 (\sin \alpha_0 + R \cos \alpha_0) + R^2;$$

$$R = \frac{r}{l}; \quad M_i = \frac{\rho_i x^2 \chi_i^2 G_i}{\rho_n h_n l} \quad (i=0, 1). \quad (5)$$

Первые два слагаемых в (5) соответствуют ветровому ( $u_{0B}, v_{0B}$ ), два последние — градиентному дрейфу льда ( $u_{0\Gamma}, v_{0\Gamma}$ ). Коэффициенты ветрового дрейфа льда  $K_B$  и  $K'_B$  являются функциями трех безразмерных параметров:  $M_1, M_0, R$  и углов полного поворота течения и течения в пограничных слоях  $\alpha_1, \alpha_0$ . Коэффициенты градиентного дрейфа  $K_\Gamma$  и  $K'_\Gamma$  являются функциями параметров  $M_0, R$  и  $\alpha_0$ . Поскольку  $M_0$  и  $\alpha_0$  зависят от скоростей дрейфа льда ( $u_0, v_0$ ), то выражения (5) оказываются неявными относительно  $u_0, v_0$ . При этом ветровой дрейф льда и характеристики пограничного слоя подо льдом ( $\chi_0, \alpha_0$ ) взаимосвязаны нелинейным образом. Однако из эмпирических исследований [1, 4] известно, что движение льдов за сравнительно короткие промежутки времени (за несколько суток или недель) обусловлено главным образом ветром, следовательно, может описываться моделью чисто ветрового дрейфа льдов.

**Ветровой дрейф льдов.** Соотношения модели чисто ветрового дрейфа льдов получаются из (5) при  $u_\Gamma = v_\Gamma = 0$ . Очевидно, то, используя формулы для  $K_B$  и  $K'_B$ , легко теоретически получить выражения для ветрового «изобарического» коэффициента  $C_B$  (угла отклонения дрейфа от изобары  $\gamma_B$  (см. [1])). Выражения для  $C_B$  и  $\gamma_B$  имеют следующий вид:

$$C_B = M_1 [1 + M_0^2 + R^2 + 2M_0 (\sin \alpha_0 + R \cos \alpha_0)]^{-\frac{1}{2}};$$

$$\gamma_B = \text{arctg} \left( \frac{\cos \alpha_1 - R \sin \alpha_1 + M_0 \sin (\alpha_0 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1 + R \cos \alpha_1 + M_0 \cos (\alpha_0 - \alpha_1)} \right). \quad (6)$$

При этом модель чисто ветрового дрейфа льдов, включающая 1) и (6) с учетом выражений для  $M_0, M_1$  и известных из [6] универсальных функций, оказывается чрезвычайно простой. С помощью этой модели нетрудно рассчитать сезонный ход  $C_B, \gamma_B$  и выявить основные причины их изменчивости, полученной эмпирически в [1].

Непосредственно из (6) следует, что при достаточно больших  $R$  малых  $\alpha_0$  угол  $\gamma_B$  может быть отрицательным, т. е. вектор скорости чисто ветрового дрейфа льда может отклоняться влево от

изобары. Последнее возможно именно в зимний период времени когда боковое сопротивление движению льда максимально, а угол  $\alpha_0$  минимален в силу неустойчивости стратификаций и  $\alpha_0 < \alpha_1$ . На рис. 1 приведен рассчитанный годовой ход  $C_B$  и  $\gamma_B$  при фиксированных параметрах  $Z_{01}$ ,  $Z_{00}$ ,  $\mu_1$ ,  $G_1$ . Изменение толщины льда задавались периодической функцией  $h_{\text{л}} = \bar{h}_{\text{л}} + h_a \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $T$  — период, равный году.

**Градиентный дрейф льдов.** Представляет интерес рассмотреть также и основные факторы, обуславливающие градиентный дрейф

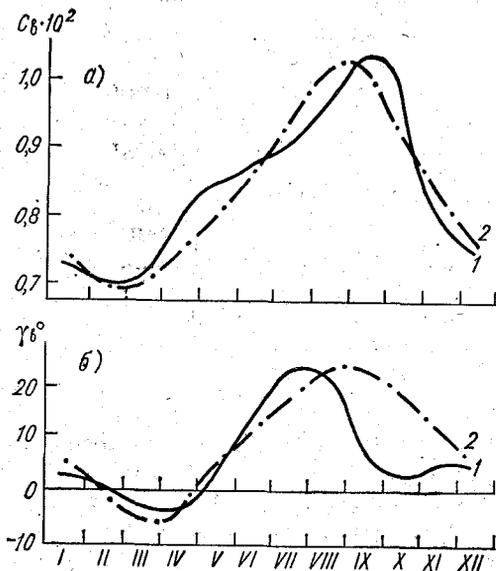


Рис. 1. Годовой ход характеристик ветрового дрейфа льда  $C_B$  (а) и  $\gamma_B$  (б), полученных по данным [1] (1) и рассчитанные по модели (2).

при отсутствии ветра. Прежде всего обратим внимание на то, что градиентный дрейф льдов вызван двумя факторами во-первых, силой, связанной с наклоном уровня океана, стоящей в правой части уравнений (2), и во-вторых, напряжениям трения на нижней границе льда. Соответственно выделим две составляющие градиентного дрейф  $u_{\Gamma\tau}$  и  $u_{\Gamma\tau'}$ . Тогда

$$K_{\Gamma} = K_{\Gamma\tau} + K_{\Gamma\tau'}$$

$$K'_{\Gamma} = K'_{\Gamma\tau} + K'_{\Gamma\tau'}$$

где

$$K_{\Gamma\tau} = \frac{M_0}{n} (\sin \alpha_0 +$$

$$+ R \cos \alpha_0 + M_0);$$

$$K'_{\Gamma\tau} = \frac{M_0}{n} (\cos \alpha_0 - R \sin \alpha_0);$$

$$K_{\Gamma\tau'} = \frac{1}{n} (M_0 \sin \alpha_0 + 1);$$

$$K'_{\Gamma\tau'} = -\frac{1}{n} (M_0 \cos \alpha_0 + R). \quad (7)$$

Интересно отметить, что составляющий вектор  $u_{\Gamma\tau}$  всегда отклоняется вправо от градиентного течения (под влиянием силы Кориолиса), а вектор  $u_{\Gamma\tau'}$  всегда отклоняется влево от градиентного течения (под влиянием силы бокового сопротивления)

Суммарный градиентный дрейф всегда отклоняется также влево от градиентного течения, что видно из коэффициентов  $K_{Г1}$  и  $K_{Г2}$  (см. (5)), так как при  $R = 0$  градиентный дрейф совпадает по направлению и величине с градиентным течением:

$$\gamma_{Г} = -\operatorname{arctg} \left[ \frac{R(1 + M_0 \sin \alpha_0)}{1 + M_0^2 + 2M_0 \sin \alpha_0 + RM_0 \cos \alpha_0} \right];$$

$$C_{Г} = \sqrt{K_{Г1}^2 + K_{Г2}^2}$$

( $\gamma_{Г}$  — угол отклонения градиентного дрейфа льда от градиентного течения,  $\gamma_{Г} < 0$ , если дрейф отклоняется влево от течения).

Таким образом, с помощью простой модели, учитывающей все главные силы, действующие на ледяной покров, удастся исследовать основные закономерности ветрового и градиентного дрейфа льдов. Кроме того, следует отметить, что рассмотренная модель разработана для параметризации динамики ледяного покрова в моделях крупномасштабной океанической циркуляции. Приведенные соотношения для скоростей дрейфа льда использовались автором при расчетах океанической циркуляции по усовершенствованной диагностической модели [7], в которой учитывается движение льда.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гудкович З. М. Об основных закономерностях дрейфа льдов в Центральном Полярном бассейне.— Материалы конференций по проблеме «Взаимодействие атмосферы и гидросферы в северной части Атлантического океана».— Л.: 1961, вып. 3—4, с. 75—88.
2. Егоров К. Л. Влияние внешних параметров на ветровой дрейф льда и характеристики турбулентности в подледном слое моря.— Труды ЛГМИ, 1969, вып. 40, с. 167—176.
3. Егоров К. Л. К теории дрейфа ледяных полей в горизонтально неоднородном поле ветра.— Проблемы Арктики и Антарктики, 1970, вып. 34, с. 71—78.
4. Зубов Н. Н. Избранные труды по океанологии.— М.: Воен. изд-во, 1955.— 548 с.
5. Каган В. А. К теории дрейфа льда в горизонтально-однородном море.— Труды ГГО, 1964, вып. 150, с. 36—52.
6. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1970.— 342 с.
7. Пономарев В. И. Расчеты вертикальной циркуляции вод в Арктическом бассейне. См. настоящий сборник.
8. Фельзенбаум А. И. Теория установившегося дрейфа льдов и расчет среднего многолетнего дрейфа в центральной части Арктического бассейна.— Проблемы Севера, 1958, вып. 2, с. 16—46.
9. Швец М. Е. К гидромеханической теории дрейфа ледяных полей.— Метеорология и гидрология, 1946, № 6, с. 78—88.
0. Sverdrup H. U. The wind-drift of the Ice on the North Siberian Shelf. *Norv. N. P. exped. 1918—1925, Scientific Res., Bergen, 1929, v. IV, N 1.*— 131 p.

*В. И. Пономарев*

## РАСЧЕТЫ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ ВОД В АРКТИЧЕСКОМ БАССЕЙНЕ

### Введение

Глубинные воды в Арктическом бассейне имеют более высокую температуру ( $-0,6^{\circ}\text{C}$ ), чем в Северной Атлантике ( $-1,4^{\circ}\text{C}$ ). Кроме того, эти воды в Приатлантическом (Евразийском) суббассейне ниже 1500 м над ур. м. имеют температуру от  $-0,7$  до  $-0,8^{\circ}\text{C}$ , а в Притихоокеанском (Амеразийском) суббассейне, расположенном за хребтом Ломоносова, — от  $-0,3$  до  $-0,4^{\circ}\text{C}$  (см [7]). Таким образом, от Гренландского моря до Канадской котловины температура глубинных вод возрастает на  $1^{\circ}\text{C}$ , тогда как на стрежне атлантических вод она уменьшается на  $2-3^{\circ}\text{C}$ . Температура полярной водной массы на поверхности океана при наличии льда мало меняется по горизонтали. Следовательно, наиболее «теплые» глубинные воды образуются в Центральном Арктическом бассейне, а через пролив Фрама происходит обмен глубинными водами с Северной Атлантикой. Причем формирование теплых глубинных вод обусловлено динамическими причинами и связано с поступлением атлантических вод в вышележащие слои океана, на что обратил внимание еще Ф. Нансен [10].

Вместе с тем давно известно, что теплосодержание и количество поступающих в Арктический бассейн атлантических вод претерпевают существенные межгодовые и многолетние колебания. В. В. Шулейкиным была выдвинута гипотеза, предполагающая существование автоколебательного режима в системе Арктика—Северная Атлантика (см. [9]).

Таким образом, Арктический бассейн можно представить как резервуар, в котором медленно трансформируются водные массы различного происхождения, в частности атлантические, тихоокеанские и поверхностные распресненные (полярные) воды, формирующиеся под влиянием стока сибирских рек. Причем интенсивность их трансформации главным образом определяется интенсивностью и характером вертикальной океанической циркуляции и турбулентным перемешиванием.

Как следует ожидать, увеличение теплосодержания поступающих атлантических вод в течение ряда лет сопровождается увеличением вертикальных адвективных и турбулентных потоков тепла в вышележащие и нижележащие слои. При этом возрастание потоков тепла в верхний слой полярных вод способствует уменьшению ледовитости, а их увеличение на нижней границе атлантических вод приводит к накоплению тепла в глубинных слоях океана.

Наиболее существенно меняющимся от года к году внешним по отношению к океану фактором является ветер. Если окажется, что характер и интенсивность ветра существенным образом определяют вертикальную циркуляцию в слое, включающем верхнюю границу теплых атлантических вод, то изменчивость атмосферной циркуляции над Арктикой может служить одной из основных причин межгодовых колебаний ледовитости. Нам кажется, что детальные диагностические расчеты вертикальной океанической циркуляции в Арктическом бассейне наряду с прогностическими моделями могут дать представление о роли динамических факторов в механизме, обуславливающем межгодовые и многолетние климатические изменения в северной полярной области. Тем более, что отмеченным выше вопросам, связанным с вертикальной циркуляцией, ранее не уделялось достаточного внимания.

Вертикальные движения  $w$  в Арктическом бассейне частично рассматривались ранее в работе [11] в рамках нестационарной модели океанической циркуляции, являющейся в настоящее время наиболее полной. Наряду с полями течений, температуры и солености в [11] представлено поле  $w$  в верхнем слое океана и отдельные траектории частиц.

Однако остается неясным, насколько полученная по модели циркуляция в толще океана отличается от реальной, так как непосредственных наблюдений над скоростью крупномасштабных глубинных течений практически нет. Кроме того, выход на стационарный режим в отмеченной модели обеспечивался введением завышенного горизонтального турбулентного обмена, необходимого для подавления неустойчивости, и, по мнению автора [11], неизвестно, каким было бы стационарное решение при уменьшении горизонтального обмена.

В силу изложенного диагностические расчеты циркуляции также представляют интерес, несмотря на их недостатки. В настоящей работе предлагается усовершенствованный метод расчета вертикальной компоненты скорости и крупномасштабной циркуляции в целом. В дальнейшем этот метод можно использовать как в модели согласования гидрологических полей, так и в прогностической модели океана.

**Постановка задачи.** Как и в ранее применяемых диагностических моделях [6], исходными соотношениями являются уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости, уравнение статики и уравнения движения в приближении Буссинеска. Уравнения движения, записанные с учетом уравнения статики, интегрируются по вертикали от поверхности до дна океана. При этом на поверхности

океана ( $z=0$ ) и его дне ( $z=H$ ) используются граничные условия для напряжений трения:  $\tau_{x,y}|_{z=0} = \tau_{x,y}^0$ ,  $\tau_{x,y}|_{z=H} = \tau_{x,y}^H$  (поверхностью океана считается нижняя граница ледяного покрова). Далее осуществляется стандартная процедура: вводится функция тока полных потоков  $\psi$  и наклоны уровня ( $\partial\zeta/\partial x$ ,  $\partial\zeta/\partial y$ ) исключаются из стационарных уравнений движения при использовании проинтегрированных по вертикали уравнений движения. В результате получаются следующие соотношения для горизонтальных компонент скоростей течений ( $u$ ;  $v$ ):

$$u = -\frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} - \frac{\tau_y^0 - \tau_y^H}{\rho_0 l H} - \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0 l H} \int_0^H z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz +$$

$$+ \frac{g}{\rho_0 l} \int_z^H \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + \frac{A_L}{l} \Delta v - \frac{A_L}{l H} \Delta \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) -$$

$$- \frac{1}{l} N(\bar{v}) + \frac{1}{l H} \int_0^H N(\bar{v}) dz;$$

$$v = \frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} + \frac{\tau_x^0 - \tau_x^H}{\rho_0 l H} + \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{g}{\rho_0 l H} \int_0^H z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz -$$

$$- \frac{g}{\rho_0 l} \int_z^H \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \frac{A_L}{l} \Delta u - \frac{A_L}{l H} \Delta \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{1}{l} N(\bar{u}) -$$

$$- \frac{1}{l H} \int_0^H N(\bar{u}) dz,$$

$$N(\bar{u}) = u \frac{\partial(\bar{u})}{\partial x} + v \frac{\partial(\bar{u})}{\partial y} + w \frac{\partial(\bar{u})}{\partial z}, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность морской воды ( $\rho_0$  — ее среднее значение),  $l = 2\omega \sin \varphi$  — параметр Корнолиса,  $g$  — ускорение свободного падения,  $u$ ,  $v$  — соответственно суммы первых четырех слагаемых.

Агеострофические добавки в соотношениях (1), обусловленные инерционными ускорениями, выражаются через первое линейное приближение для скоростей течений  $u$ ,  $v$ . Представленные таким образом соотношения (1) соответствуют разложению  $u$  и  $v$  в ряд по малому параметру, стоящему при нелинейных членах (принимаются во внимание лишь два первых члена ряда).

Для определения интегральной функции тока  $\psi$  привлекается нелинейное уравнение вихря, часто используемое в моделях океанической циркуляции [4, 6].

Выражение для вертикальной компоненты скорости  $w$  получается путем подстановки соотношений (1) в уравнение неразрывности, проинтегрированное по вертикали от 0 до  $z$ . При условии

«жесткой крышки» на поверхности океана ( $\omega|_{z=0} = 0$ ), полученное выражение для  $\omega$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{1}{\left(1 - \frac{\Omega_z}{l}\right)} \left\{ \frac{1}{\rho_0} \operatorname{rot}_z \frac{\tau}{l} - \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{z}{H}\right) \operatorname{rot}_z \frac{\tau^0}{l} - \right. \\ & - \frac{z}{\rho_0 H} \operatorname{rot}_z \frac{\tau^H}{l} + \frac{z}{H} \left( u_H \frac{\partial H}{\partial x} + v_H \frac{\partial H}{\partial y} \right) - \\ & - \frac{g}{\rho_0 l^2} \left[ \frac{\partial l}{\partial x} \left( \frac{z}{H} \int_0^H (z-H) \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \int_0^z (\xi-z) \frac{\partial \rho}{\partial y} d\xi \right) - \right. \\ & - \left. \frac{\partial l}{\partial y} \left( \frac{z}{H} \int_0^H (z-H) \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \int_0^z (\xi-z) \frac{\partial \rho}{\partial x} d\xi \right) \right] + \\ & + \frac{1}{l} \int_0^z \left( \bar{u} \frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Omega_z}{\partial y} \right) dz - \frac{z}{lH} \int_0^H \left( \bar{u} \frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Omega_z}{\partial y} \right) dz - \\ & \left. - \frac{A_L}{l} \int_0^z \Delta \Omega_z dz \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

При выводе соотношения (2) инерционные ускорения, входящие в (1), учитывались частично: сохранялись лишь главные слагаемые, связанные с адвекцией вихря скорости ( $\Omega_z = \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$  — вертикальная компонента). Известно, что инерционные ускорения не существенны при расчетах горизонтальных течений, но могут вносить заметный вклад в их дивергенцию и соответственно оказывать влияние на вертикальную скорость. Именно поэтому они и учитываются в (2).

Кроме того, следует заметить, что первые слагаемые в (1) и (2), содержащие  $\tau_x(z)$ ,  $\tau_y(z)$ , существенны только в пределах пограничных слоев, поэтому считается, что вне слоев трения  $\tau_x = \tau_y = 0$ . Вместе с тем, как видно из (1) и (2), трение в пограничных слоях оказывает влияние на  $u$ ,  $v$  и  $\omega$  во всей толще океана (см. слагаемые, содержащие  $\tau^0$  и  $\tau^H$ ).

Для замыкания модели относительно напряжений трений на нижней поверхности льда ( $\tau_x^0$ ,  $\tau_y^0$ ) используется весьма простой способ параметризации дрейфа льда, развитый в [5]. Скорости дрейфа льда ( $u_0$ ,  $v_0$ ) так же, как и характеристики планетарных пограничных слоев надо льдом и подо льдом, считаются квазистационарными. Кроме того, уравнения движения льда записываются в линейном приближении без учета горизонтального обмена импульсами:

$$u_0 = \frac{1}{\rho_A h_A l} (\tau_y^1 - \tau_y^0) + \frac{g}{l} \frac{\partial \zeta}{\partial y}; \quad v_0 = - \frac{1}{\rho_A h_A l} (\tau_x^1 - \tau_x^0) - \frac{g}{l} \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (3)$$

Напряжения трения на нижней ( $\tau_x^0, \tau_y^0$ ) и верхней ( $\tau_x^1, \tau_y^1$ ) поверхностях льда выражаются соответственно через скорости его дрейфа и геострофического ветра по формулам ( $i = 0, 1$ ):

$$\begin{aligned}\tau_x^i &= \rho_0 \kappa^2 \chi_i^2 G_i (u_i \cos \alpha_i - v_i \sin \alpha_i); \\ \tau_y^i &= \rho_0 \kappa^2 \chi_i^2 G_i (u_i \sin \alpha_i + v_i \cos \alpha_i).\end{aligned}\quad (4)$$

Формулы (4) в ряде работ использовались ранее для определения напряжений трения на поверхности океана и его дне (см., например, [3]). Здесь при  $i = 1$   $u_1, v_1, \omega_1$  — соответственно компоненты и модуль скорости геострофического ветра на верхней границе атмосферного ППС, а  $\chi_1, \alpha_1$  — геострофический коэффициент трения и угол поворота ветра в ППС, которые являются функциями числа Россби ( $Ro = \frac{G_1}{fz_0}$ ) и параметра стратификации  $\mu_0$  ( $z_0$  — параметр шероховатости),  $\kappa$  — постоянная Кармана. При  $i = 0$  в (4)  $\tau_x^0, \tau_y^0$  выражаются через скорости дрейфа льда, скорости градиентных течений и характеристики подледного слоя трения. Неизвестные  $\chi_i, \alpha_i$  определяются по универсальным зависимостям от  $Ro^i, \mu_0^i$ , полученным в результате решения замкнутой нелинейной системы уравнений для ППС. Таким образом, установившееся движение ледяного покрова под действием ветра параметризуется в рамках локальной теории дрейфа льда и пограничных слоев, изложенной в [2]. Если горизонтальный турбулентный обмен и силы инерции мало влияют на скорости горизонтальных течений и отсутствуют в уравнениях движения льда (3), то скорости градиентного дрейфа льда практически равны скоростям градиентных течений на поверхности океана (см. [5]).

Известно, что установившийся ветровой дрейф льда близок к изобарическому (к дрейфу по Зубову) и отклоняется от него на некоторый угол ( $\gamma$ ) (см. [1]). Подставляя (4) в (3) с учетом выражений для геострофического ветра и приводя подобные члены, нетрудно представить скорости ветрового дрейфа льда  $u_{ов}, v_{ов}$  в виде суммы скоростей изобарического дрейфа и отклонений от него (как это делалось в [1, 5]):

$$\begin{aligned}u_{ов} &= -K \cos \gamma \frac{\partial P_a}{\partial y} + K \sin \gamma \frac{\partial P_a}{\partial x}; \\ v_{ов} &= K \sin \gamma \frac{\partial P_a}{\partial y} + K \cos \gamma \frac{\partial P_a}{\partial x},\end{aligned}\quad (5)$$

где  $P_a$  — атмосферное давление,  $K$  — коэффициент изобарического дрейфа. В работе [5] получены следующие выражения для  $K$  и  $\gamma$  при использовании нелинейной теории ППС:

$$\gamma = \arctg \left[ \frac{\cos \alpha_1 + M_0 \sin (\alpha_0 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1 + M_0 \cos (\alpha_0 - \alpha_1)} \right],$$

$$K = \frac{C_b}{\rho_l l}, \quad C_b = M_1 (1 + M_0^2 + 2M_0 \sin \alpha_0)^{-1/2}, \quad M_i = \frac{\kappa^2 \rho_i \chi_i^2 G_i}{\rho_l l \omega_l} \quad (i = 0, 1) \quad (6)$$

Заметим, что, подставляя средние значения внешних параметров, соответствующие каждому месяцу года, получим сезонный ход  $K$  и  $\gamma$  теоретически. Ранее сезонный ход  $K$  и  $\gamma$  рассчитывался лишь эмпирическим путем на основании статистической обработки данных наблюдений над дрейфом льда [1].

Таким образом, влияние ветрового дрейфа льда на течения и вертикальную скорость учитывается с помощью простых формул (6), неизвестные коэффициенты в которых определены как теоретическим, так и эмпирическим путем. Напряжения трения на дне океана ( $\tau_x^H, \tau_y^H$ ) выражаются по формулам, аналогичным (4).

Итак, диагностическая модель океана с учетом влияния ледяного покрова оказывается замкнутой. При этом соотношения модели удовлетворяют необходимым требованиям. Во-первых, используемые при выводе формулы (2) выражения для  $u$  и  $v$  (1) обращаются в тождества, если проинтегрировать их левые и правые части по вертикали:  $S_x \equiv S_x, S_y \equiv S_y$ . Во-вторых, соотношение для  $w$ , полученное из уравнения неразрывности при использовании условия  $w|_{z=0} = 0$ , вместе с тем удовлетворяет условию прилипания на дне, если учитывать придонный ППС при интегрировании уравнения неразрывности, и условию обтекания, если не учитывать слой трения над криволинейной поверхностью дна. В первом случае соотношение для  $w$  на верхней границе придонного слоя трения ( $H = H - h_{EH}$ ) имеет следующий вид:

$$w|_{z=H-h_{EH}} = -\frac{1}{\rho_0} \operatorname{rot}_z \frac{\tau^H}{l} + u_H \frac{\partial H}{\partial x} + v_H \frac{\partial H}{\partial y}. \quad (7)$$

Первое слагаемое в правой части формулы (7) соответствует фрикционной вертикальной скорости, обусловленной придонным трением, второе — орографической вертикальной скорости. Такое условие на верхней границе придонного слоя оказывается физически правильным. На нижней границе подледного слоя трения вертикальная скорость равна сумме экмановской вертикальной скорости ( $w_E = -\frac{1}{\rho_0} \operatorname{rot}_z \frac{\tau^0}{l}$ ), обусловленной дивергенцией дрейфовых течений, и некоторой добавки, обусловленной дивергенцией градиентной составляющей скорости.

**Метод решения.** Диагностические расчеты компонент скоростей течений ( $u, v, w$ ) на стандартных горизонтах и скоростей ветрового дрейфа льда ( $u_0, v_0$ ) производились в узлах равномерной сетки (в плоскости  $xy$ ), используемой ранее в работах [3, 4] (шаг сетки принимался равным 200 км). Чтобы точно удовлетворить

условиям для  $w$  на дне океана горизонтальные операторы ( $\frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, u \frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega_z}{\partial y}$ ), вычисляемые центральными разностями, аппроксимировались по вертикали тремя способами: кусочно-линейной функцией, кубическими сплайнами и полиномом степени  $n$  ( $f = \sum_{i=1}^n a_i z^i$ ).

Тогда интегралы по  $z$ , входящие в соотношения (2), (1), легко вычисляются в квадратурах, и компоненты скоростей течений определяются по простым формулам. Представляло интерес выяснить, насколько результаты расчета  $\omega$  зависят от способа вычисления интегралов (от точности метода).

В третьем из перечисленных выше методов вычисления интегралов коэффициенты полинома  $a_i$  определялись последовательно в каждой точке  $(x, y)$  методом наименьших квадратов по вычисленным на заданных горизонтах производным  $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ , а затем  $u \frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega_z}{\partial y}$ .

Степень полинома  $n$  и число горизонтов  $k$ , на которых плотность считалась известной, варьировались. При этом изменялись соответственно гладкость вертикальных профилей и разрешение по вертикали. Численные эксперименты проводились при следующих значениях  $n$  и  $k$ : 1)  $n = 3, k = 4$ ; 2)  $n = 5, k = 6$ ; 3)  $n = 3, k = 9$ ; 4)  $n = 5, k = 12$ .

В вариантах 1—2 метод наименьших квадратов сводится к проведению аппроксимирующей функции через заданные значения  $f$  на  $k$  горизонтах ( $k = n + 1$ ). В вариантах 3—4 метод наименьших квадратов приводит к некоторому сглаживанию вертикальных профилей. Однако наиболее экономичным и эффективным оказался весьма простой метод аппроксимации интегралов с помощью кусочно-линейной функции, проходящей через все значения точки (в этом случае  $\omega$  также строго удовлетворяет граничному условию на дне океана при интегрировании от поверхности и, наоборот, граничному условию на поверхности при интегрировании от дна).

**Исходные данные.** При расчетах задавались: среднее многолетнее поле атмосферного давления, используемое в [3, 4, 11], поля плотности из [8], расходы воды в проливах и поле рельефа дна, используемые в [3], а также внешние параметры  $\mu'_0 = 0$  и  $z'_0 = 10$  см ( $i = 0, 1$ ).

Очевидно, что заданные поля плотности в какой-то степени несогласованы между собой и с используемыми полями ветра и рельефа дна, что является основным недостатком диагностических расчетов. Однако предлагаемая модель, дополненная уравнениями диффузии соли или тепла, может служить также для согласования полей плотности и течений с ветром и рельефом дна. При проведении же настоящих расчетов мы ограничились сглаживанием исходных полей с помощью обычного фильтра:  $f_i = 1/4 f_{i-1} + 1/2 f_i + 1/3 f_{i+1}$ , применяемого последовательно вдоль осей  $x$  и  $y$ , что позволяет существенно уменьшить возмущения в исходных полях длиной  $2h, 3h$  и полностью исключить возмущения длиной  $h$  ( $h$  — шаг сеточной области). Значения максимальной и минимальной глубины океана ( $H$ ) ограничивались следующими величинами (до применения фильтра):  $300 \text{ м} \leq H \leq 2000 \text{ м}$ ,  $300 \text{ м} \leq H \leq 4000 \text{ м}$ .

**Результаты расчетов.** 1. Поля  $w$  в верхнем слое океана толщиной 100—150 м качественно совпадают с полем экмановской вертикальной скорости  $w_E$ , обусловленной дивергенцией дрейфовых течений, всюду за исключением района, прилегающего к проливу Фрама (поле  $w_E = \frac{1}{\rho_0} \operatorname{rot}_z \frac{\tau^0}{l}$ , см. рис. 2 а). Верхняя часть контура бассейна проходит от пролива Фрама вдоль Гренландии и Канадского архипелага, а нижняя — вдоль побережья Сибири. Вместе с тем непосредственное влияние дивергенции дрейфовых течений, соответствующее вкладу второго слагаемого в соотношение (2), распространяется в пределах главного пикноклина до глубины ~ 400 м и максимально над Канадской котловиной.

В верхнем слое Арктического бассейна  $w_E$  вызывает наиболее интенсивные нисходящие движения над Канадской котловиной и восходящие движения в приатлантическом суббассейне, а также вблизи Чукотского поднятия, Аляски и Берингова пролива. Причем области перехода  $w_E$  через нуль совпадают с районами наиболее интенсивных течений. А именно, изолиния  $\bar{w}_E = 0$  располагается на оси трансарктического течения, а также на оси интенсивного течения вдоль склона Канадской котловины, прилегающего к Чукотскому поднятию. Оба отмеченных течения получены при расчетах горизонтальных компонент скорости (рис. 1 а) и их наличие подтверждается данными наблюдений над градиентным дрейфом льда [1]. Последнее свидетельствует о том, что рассчитанные крупномасштабные поля течений и вертикальной скорости в верхнем слое океана оказываются качественно согласованными со средним многолетним полем ветра. Кроме того, существующие горизонтальные неоднородности в поле  $\bar{w}_E$ , как нам кажется, могут служить одной из причин образования крупномасштабных гидрологических фронтов (черта сверху означает осреднение во времени) и интенсивных градиентных течений в верхнем слое океана.

2. На большей части акватории Арктического бассейна вертикальная скорость ниже области существенного влияния  $w_E$  обусловлена главным образом вызванной  $\beta$ -эффектом дивергенцией скорости (пятое слагаемое в (2)), которое обозначим через  $w_{g\beta}$ . Причем в основной толще океана на  $w_{g\beta}$  оказывает влияние дивергенция как бароклиной, так и баротропной составляющей скорости, обращая  $w_{g\beta}$  в нуль на дне океана.

3. Дивергенция течений, обусловленная инерционными ускорениями (последние два слагаемых в (2)) оказывает наименьшее влияние на крупномасштабную вертикальную скорость по сравнению с остальными факторами. Максимальные значения отмеченных слагаемых (так же как и максимальные значения  $\Omega_z$ ) сосредоточены в области Чукотского поднятия и в районе, прилегающем к Канадскому архипелагу, но и здесь они не превышают 30 % от  $w_{g\beta}$ . Однако с уменьшением рассматриваемых горизонтальных масштабов движения (при дроблении шага сеточной области) роль нелинейных членов может оказаться более существенной, поскольку возрастает завихренность поля течений.

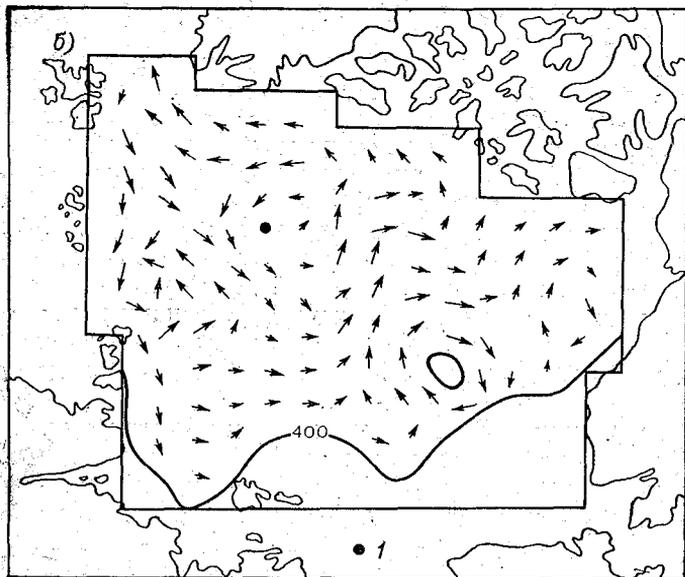
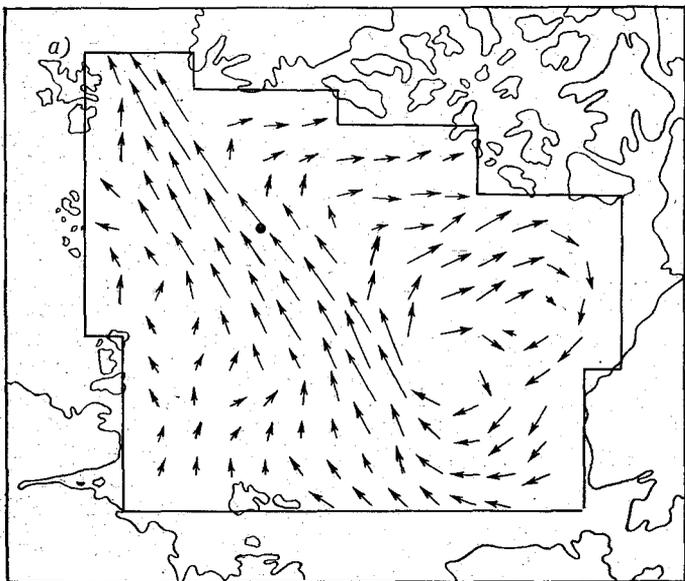


Рис. 1. Поля горизонтальной компоненты скорости течения на поверхности  $|\bar{u}| \approx 2$  см/с (а) и на горизонте 400 м  $|\bar{u}| \approx 0,6$  см/с (б).

1 — Северный полюс.

4. В отличие от описанных составляющих  $w$  поле орографической вертикальной скорости  $(w_{op} = u_H \frac{\partial H}{\partial x} + v_H \frac{\partial H}{\partial y})$  оказывается существенно негладким в силу несогласованности исходных полей плотности и рельефа дна. Поэтому при расчетах  $w$  по формуле (2)

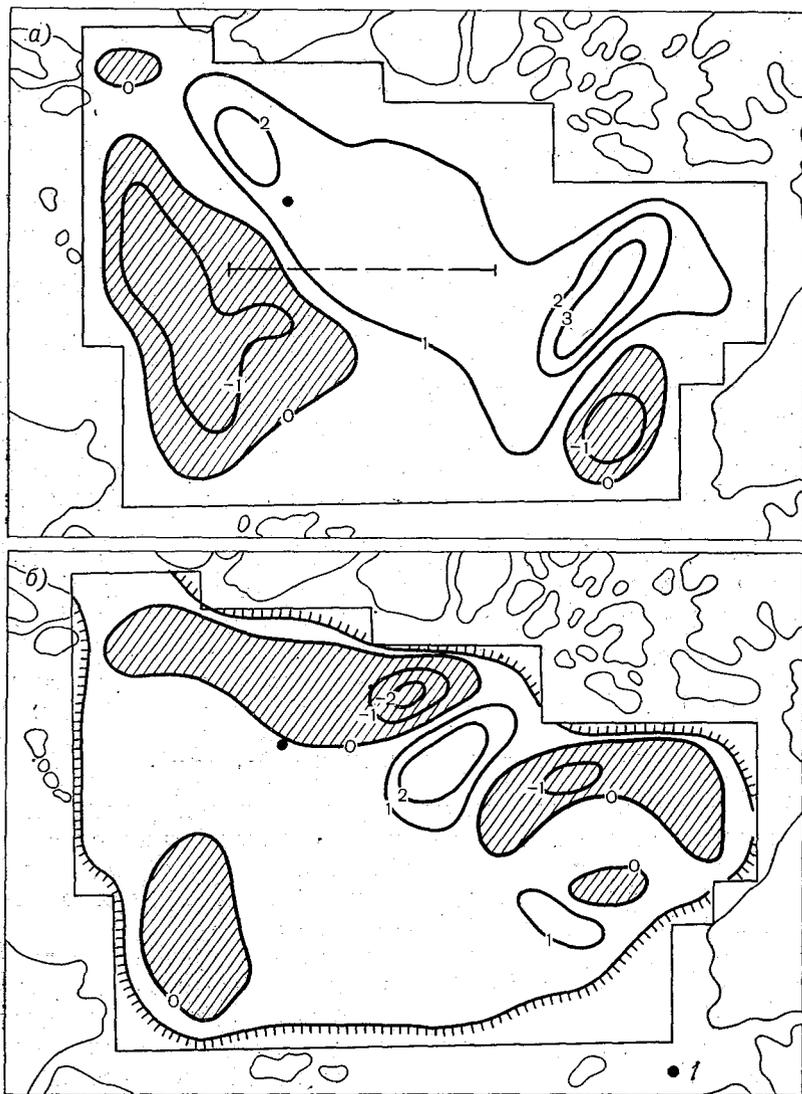


Рис. 2. Поля вертикальной компоненты скорости (заштрихованы области восходящих движений):  $w_E \cdot 10^6$  см/с (а) и  $w \cdot 10^6$  см/с (б) на горизонте 500 м.

1 — Северный полюс.

$\omega_{op}$  полагалось равным нулю. Таким образом, несмотря на качественную согласованность рассчитанных полей  $u$ ,  $v$ ,  $\omega$  в верхнем слое океана со средним многолетним полем ветра, для получения наиболее точной картины циркуляции в глубинных слоях необходимо решить задачу о согласовании заданных гидрологических полей с рельефом дна.

5. Вместе с тем основные черты рассматриваемых полей согласуются с траекториями частиц, рассчитанными в [11], а также с представлениями о  $\omega$  в Арктическом бассейне, полученными при анализе скорости накопления донных отложений [8] и при анализе температуры глубинных вод, о чем шла речь в начале статьи. Следует отметить замечательную особенность рассчитанных вертикальных движений — постоянство их знака с глубиной в основной толще океана. Поля  $\omega$  ниже области значительного влияния дивергенции дрейфовых течений (при  $z > 200$  м) качественно мало изменяются с глубиной и близки к полю, представленному на рис. 2 б ( $z = 500$ ,  $\omega \simeq \omega_{g\beta}$ ). Последнее может быть связано с малостью  $\beta$ -эффекта в полярной области, так как  $\frac{\partial \omega_{g\beta}}{\partial z} \sim \beta v_{\phi}$ . Модуль вертикальной скорости всюду увеличивается от поверхности до некоторого горизонта, а затем убывает ко дну до нуля.

6. Влияние динамики ледяного покрова состоит в том, что напряжения трения, приложенные к поверхности воды, оказываются примерно на порядок (в 6—10 раз) меньше напряжений ветра, приложенных к поверхности льда. В силу такого демпфирующего влияния ледяного покрова и малости  $\beta$ -эффекта в приполярной области крупномасштабные движения воды в Арктическом бассейне оказываются менее интенсивными, чем в остальных районах Мирового океана ( $|\omega| \simeq 10^{-5}$  см/с,  $|u| \simeq 1-8$  см/с).

7. Эксперименты с использованием различных методов аппроксимации интегралов показали, что оптимальным методом является метод кусочно-линейной аппроксимации  $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ .

Наиболее реалистическая картина циркуляции (основным критерием служат градиентные течения на поверхности и в слое атлантических вод) получается при высоком разрешении в верхнем слое океана (используются все стандартные горизонты) и ограничений глубины океана горизонтами 3000—4000 м.

На основании расчета всех трех компонент скоростей течений построена схема вертикальной циркуляции вод (рис. 3) на разрезе, пересекающем трансарктическое течение (расположение которого показано на рис. 2 а штриховой линией).  $S_d$  — проекция вектора полного потока дрейфового течения на плоскость разреза. Схема вертикальной циркуляции, представленная на рис. 3, характерна для всего Центрального Арктического бассейна.

Как видно из рис. 3, еще одна особенность вертикальной циркуляции в Арктическом бассейне состоит в том, что в результате



приведенные в [6]. Таким образом, рассмотренная диагностическая модель и ее обобщения могут в дальнейшем использоваться для исследования изменчивости динамики Арктического бассейна.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гудкович З. М. Об основных закономерностях дрейфа льдов в Центральном Полярном бассейне.— Материалы конференции по проблеме «Взаимодействие атмосферы и гидросферы в северной части Атлантического океана».— Л., 1961, вып. 3—4, с. 75—88.
2. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы.— Л.: Гидрометеиздат, 1970.— 341 с.
3. Пономарев В. И., Фельзенбаум А. И. Численный эксперимент по циркуляции в Арктическом бассейне «Баротропная модель».— Морские гидрофизические исследования. 1975, № 4(71), с. 5—14.
4. Пономарев В. И. Расчеты крупномасштабной циркуляции вод в Арктическом бассейне по диагностической модели.— Проблемы Арктики и Антарктики, 1977, с. 65—75.
5. Пономарев В. И. К нелинейной теории установившегося дрейфа льдов. См. настоящий сборник.
6. Саркисян А. С. Численный анализ и прогноз морских течений.— Л.: Гидрометеиздат, 1977.— 182 с.
7. Степанов В. Н. Мировой океан. Динамика и свойства вод.— М.: Знание, 1974.— 256 с.
8. Трешников А. Ф., Баранов Г. И. Структура циркуляции вод Арктического бассейна.— Л.: Гидрометеиздат, 1972.— 160 с.
9. Шулейкин В. В. Физика моря. М.: Наука, 1969.— 1083 с.
10. Nansen F. The oceanography of the North Polar basin. The Norv. N. P. Exped. 1893—1896. Scientific results, London, 1902, v. 3.— 422 p.
11. Semtner A. I. Numerical simulation of the Arctic ocean circulation.— J. of Phys. Oceanogr., 1976, v. 6, N 4, p. 409—425.

*Л. Р. Дмитриева, Л. В. Самойлова*

## **ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ КОРОТКОВОЛНОВОГО РАДИАЦИОННОГО ПРИТОКА ТЕПЛА В ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЕ**

Радиационные притоки тепла в условиях слоистообразной облачности весьма изменчивы. Приток тепла ко всей толще атмосферы и к отдельным ее слоям при наличии облаков зависит не только от оптических свойств облачного слоя, но и от высоты расположения его над подстилающей поверхностью. При этом величина притока коротковолновой радиации ко всей толще атмосферы может меняться в 1,5—2 раза [1, 2]. Свойства атмосферы, как рассеивающей среды, оказывают влияние на величину поглощения коротковолновой радиации в различных слоях атмосферы.

В работах [3, 4] показано, что эффект многократного рассеяния солнечного излучения приводит к удлинению пути фотонов в среде, что в свою очередь должно приводить к увеличению количества поглощенной энергии. Процесс многократного рассеяния зависит не только от свойств среды, но и от альбедо подстилающей поверхности и зенитного угла солнца.

В работе [4] с помощью метода Монте-Карло для плоской модели облака, освещаемого параллельным потоком, получена зависимость удлинения луча в рассеивающей среде от альбедо подстилающей поверхности, оптической толщины и зенитного угла солнца при индикатрисе рассеяния для  $\lambda = 0,714$  мкм. Обычно в приближенных расчетах употребляется среднее значение угла выхода диффузного излучения с нижней границы системы равное 1,66, которое характеризует удлинение пути. Это значение соответствует, как отмечено в [4], нулевому значению альбедо подстилающей поверхности. Однако авторы [3, 4] показали, что при альбедо подстилающей поверхности  $A_{\text{п}} = 0,9—1,0$  пути фотонов могут увеличиться в 8—15 раз. Увеличение пути луча оказывает также влияние на поглощение капельной водой в облаке. Поглощательная способность облаков, рассчитанная с учетом этого фактора с помощью метода Монте-Карло, представлена в виде таблиц в [2] в зависимости от

оптической толщины облака и зенитного угла солнца для различных значений плотности водяного пара в облаке. В связи с этим представляет интерес рассчитать притоки к отдельным слоям атмосферы с учетом удлинения и оценить его влияние на поглощение как в подоблачном и облачном слоях, так и в слоях, соответствующих малоуровневому гидродинамическим моделям.

Расположение облачного слоя в гидродинамических моделях обычно привязывается к уровням, на которых рассчитываются температура и влажность, границы его выбираются произвольно. Таким образом, облачный слой, отнесенный к данному уровню, может иметь границы на самом уровне, ниже или выше его. Это вносит изменения в величину коротковолнового притока к слою, внутри которого расположено облако и к другим слоям атмосферы, что оказывает влияние на вертикальный профиль полного радиационного притока тепла в атмосфере.

Изучение зависимости профиля коротковолнового притока тепла от перемещения слоя облаков внутри модельных слоев является второй задачей данной статьи.

С этой целью рассчитаны потоки и притоки к слоям атмосферы при различном положении облачности нижнего и среднего ярусов, а также при различных условиях влажности в атмосфере, альбедо подстилающей поверхности и зенитном угле солнца.

Радиационный приток тепла к некоторому слою атмосферы, обусловленный солнечным излучением, определяется как разность балансов коротковолновой радиации на его границах. Для расчета потоков необходимо задать оптическое состояние безоблачной атмосферы. Используем предложенную К. С. Шифриным и И. И. Мининим двухпараметрическую схему оптического состояния безоблачной атмосферы, в которой основные параметры: коэффициент аэрозольного ослабления в приземном слое и убывание коэффициента аэрозольного ослабления с высотой [5].

Оптическая толщина слоя атмосферы  $\tau_k^\infty$ , отсчитываемая от ее верхней границы до уровня  $z_k$ , имеет следующий вид:

$$\tau_k^\infty(\lambda) = \tau_{0.p}(\lambda) e^{-\alpha z_k} + \tau_{0.a} e^{-b z_k}, \quad (1)$$

где  $\tau_{0.p}$  и  $\tau_{0.a}$  — полная оптическая толщина релеевского и аэрозольного рассеяния, зависящая от длины волны  $\lambda$ ,  $\alpha = 0,125 \text{ км}^{-1}$ , значение коэффициента  $b$  зависит от состояния замутненности атмосферы. Для состояния средней мутности  $b = 0,898 \text{ км}^{-1}$  [5]. Нисходящий поток солнечного излучения в рассеивающей и поглощающей атмосфере рассчитывается в области  $0,29-0,7 \text{ мкм}$  с учетом рассеяния и поглощения озоном и в области  $0,7-5 \text{ мкм}$  с учетом рассеяния и поглощения водяным паром, углекислым газом и облачными каплями. Для учета поглощения и рассеяния облаком

нисходящего потока солнечной радиации вводится функция пропускания облака

$$T_{\text{обл}} = \begin{cases} (1 - \alpha) & \text{для } 0,29 \leq \lambda \leq 0,7 \text{ мкм,} \\ (1 - \alpha)(1 - \beta) & \text{для } 0,7 \leq \lambda \leq 5,0 \text{ мкм,} \end{cases} \quad (2a)$$

где  $\alpha$  — альbedo облака,  $\beta$  — поглощательная способность облака.

На рис. 1 представлена схема потоков при наличии сплошной облачности. Здесь  $\Delta H$  — толщина облака,  $\Delta h$  — расстояние от верхней границы до некоторого уровня внутри облака,  $Q_z^{\infty}$  — поток солнечной радиации на некотором уровне  $z$  под облаком,  $Q_s^i$  — поток, достигший земной поверхности,  $R_s^z$  — поток, отраженный от земной поверхности. Если обозначить поток, ослабленный поглощением только газовыми компонентами в надоблачной атмосфере и в пределах облака, через  $Q_i^{\infty}$ , то поток на нижней границе с учетом полного влияния облака имеет вид

$$Q_i = Q_i^{\infty} T_{\text{обл}}. \quad (3)$$

Поток суммарной радиации  $Q_i^{\infty}$  в области спектра 0,29—0,7 мкм и в области 0,7—5 мкм рассчитывается по формулам, относящимся к безоблачным условиям [6, 7].

Учитывая эти формулы, а также формулу (3) для потока на нижней границе облака, в области 0,29—0,7 мкм, имеем

$$Q_i = \int_{0,29}^{0,7} I_0(\lambda) B^*(\lambda) e^{-k\lambda\omega_i^{\infty}} T_{\text{обл}} d\lambda, \quad (4)$$

где

$$B^* = \frac{2R \cos \theta_0}{4 + (3 - x_1)(1 - A_n) \tau_k^{\infty}}, \quad (5)$$

$$R = 1 + \frac{3}{2} \cos \theta_0 + (1 - \frac{3}{2} \cos \theta_0) e^{-\tau_k^{\infty} \sec \theta_0}, \quad (6)$$

$A_n$  — альbedo подстилающей поверхности,  $\tau_k^{\infty}$  рассчитывается по формуле (1),  $x_1$  — вытянутость индикатрисы рассеяния,  $k_{\lambda}$  — коэффициент поглощения озоном,  $\omega_i^{\infty}$  — общее содержание озона от верхней границы атмосферы до нижней границы облака, рассчитываемое по формуле  $\omega_i^{\infty} = \omega_k^{\infty} \sec \theta_0 + \Delta \omega_i^k u_1$ ,  $\theta_0$  — зенитное расстояние солнца,  $\Delta \omega_i^k = \omega_i^{\infty} - \omega_k^{\infty}$ ,  $u_1$  — удлинение внутри облака.

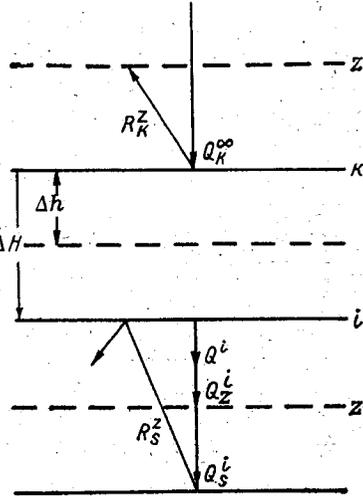


Рис. 1. Схема потоков.

Чтобы рассчитать ослабление этой величины слоем воздуха под облаком, следует ввести некоторую интегральную функцию  $T(\Delta\omega_z^i, \lambda)$ . Если известна спектральная функция пропускания озона, эта функция может быть рассчитана по формуле

$$T(\Delta\omega_z^i, \lambda) = \frac{1}{\sum_n I_0 \Delta\lambda_n(0,29-0,7)} \sum_{n=1}^{14} \left[ e^{-k\lambda_n \omega_i^\infty} - e^{-k\lambda_n (\omega_i^\infty + u_2 \Delta\omega_z^i)} \right] I_0(\lambda) \Delta\lambda_n, \quad (7)$$

где  $u_2$  — удлинение под облаком.

Тогда ослабление потока  $\Delta Q_z^i$  на пути от нижней границы облака до уровня  $z$  будет вычисляться по формуле

$$\Delta Q_z^i = Q_i T(\Delta\omega_z^i), \quad (8)$$

а поток на уровне  $z$  рассчитывается по формуле

$$Q_z = Q_i - \Delta Q_z^i. \quad (9)$$

Для участка спектра 0,7—5 мкм поток на нижней границе облака вычисляется также по формулам, относящимся к безоблачным условиям [6, 7] с учетом (3):

$$Q_i = \int_{0,7}^{5,0} I_0(\lambda) B_i^*(\lambda) T_{\text{H}_2\text{O}}(X_i^\infty, \lambda) T_{\text{CO}_2}(Y_i^\infty, \lambda) T_{\text{обл}} d\lambda. \quad (10)$$

Функции пропускания для  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{CO}_2$ :  $T_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $T_{\text{CO}_2}$  рассчитываются по формулам из работы [9]:

$$T_{\text{H}_2\text{O}}(X) = 1 - \frac{X}{a_1 X + b_1}; \quad (11)$$

$$T_{\text{CO}_2}(Y) = 1 - \frac{Y}{a_2 Y + b_2}. \quad (12)$$

Здесь  $X$ ,  $Y$  — эффективные поглощающие массы  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{CO}_2$ , рассчитываемые с учетом зависимости поглощения от давления в приближении Куртиса—Годсона [9]. Эффективная поглощающая масса водяного пара в слое от верхней границы атмосферы до некоторого уровня  $z$  под облаком определяется по формулам:

$$X_z = \sqrt{M(p+e)^n} \Big|_z^\infty, \quad (13)$$

где

$$M = \sec \theta_0 m_k^\infty + u_1 \Delta m_k^i + u_2 \Delta m_z^i, \quad (14)$$

$$\overline{(p+e)^n} \Big|_z^\infty = \frac{\overline{m_k^\infty} + u_1 \overline{\Delta m_k^i} + u_2 \overline{\Delta m_z^i}}{m_k^\infty + u_1 \Delta m_k^i + u_2 \Delta m_z^i}; \quad (15)$$

$$m_k^\infty = \int_{z_k}^{\infty} \rho_n dz, \quad \Delta m_i^k = m_i^\infty - m_k^\infty, \quad \Delta m_z^i = m_i^\infty - m_z^\infty; \quad (16)$$

$$\tilde{m}_k^\infty = \int_{z_k}^{\infty} \rho_n (p + e)^n dz, \quad \Delta \tilde{m}_i^k = \tilde{m}_i^\infty - \tilde{m}_k^\infty, \quad \Delta \tilde{m}_z^i = \tilde{m}_i^\infty - \tilde{m}_z^\infty. \quad (17)$$

Эффективная поглощающая масса водяного пара  $X_i^\infty$ , входящая в (10), определяется из (13)–(17) при  $\Delta m_z^i = \Delta m_z^i = 0$ .

Таблица коэффициентов  $a_1, b_1, a_2, b_2$  дана в работе [9].

Поток радиации на некотором уровне  $z$  под облаком рассчитывается по формуле

$$Q_z^i = Q_i T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_z^i) T_{\text{CO}_2}(\Delta Y_z^i). \quad (18)$$

Функции пропускания  $T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_z^i)$  и  $T_{\text{CO}_2}(\Delta Y_z^i)$  должны описывать ослабление вышедшей из облака радиации добавочной поглощающей массой  $\Delta m_z^i$  на пути от  $z_i$  до  $z$ .

Будем определять произведение функций пропускания по формуле

$$T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_z^i, \lambda) T_{\text{CO}_2}(\Delta Y_z^i, \lambda) = \frac{1}{\sum I_0(\lambda) \Delta \lambda |_{0,7-5}} \sum_{n=1}^{24} T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_z^i, \lambda_n) T_{\text{CO}_2}(\Delta Y_z^i, \lambda_n) I_0(\lambda_n) \Delta \lambda_n, \quad (19)$$

где

$$T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_z^i, \lambda_n) T_{\text{CO}_2}(\Delta Y_z^i, \lambda_n) = (1 - \Delta A_{\text{H}_2\text{O}})(1 - \Delta A_{\text{CO}_2}),$$

$\Delta A_{\text{H}_2\text{O}}$  — приращение спектральной функции поглощения водяным паром,  $\Delta A_{\text{CO}_2}$  — то же углекислым газом.

Величины  $\Delta A_{\text{H}_2\text{O}}$  и  $\Delta A_{\text{CO}_2}$  должны вычисляться с учетом пути, пройденного потоком от верхней границы атмосферы до данного уровня, ввиду существования эффекта Форбса. Поэтому эти функции рассчитываются в виде разностей:

$$\Delta A_{\text{H}_2\text{O}} = T_{\text{H}_2\text{O}}(X_i^\infty, \lambda) - T_{\text{H}_2\text{O}}(X_z^\infty, \lambda); \quad (20)$$

$$\Delta A_{\text{CO}_2} = T_{\text{CO}_2}(Y_i^\infty, \lambda) - T_{\text{CO}_2}(Y_z^\infty, \lambda), \quad (21)$$

где  $X_i^\infty, X_z^\infty$  рассчитываются по формулам (13)–(17). Для расчета эффективных поглощающих масс  $\text{CO}_2$  используется аналогичная методика.

Поток радиации, вышедшей из облака и отраженный от земли, обозначим  $R_s^z$  (см. рис. 1). Расчет потока  $R_s^z$  основан на учете ослабления потока на пути от нижней границы облака до земли и от земли до данного уровня  $z$ .

Для участка спектра 0,29—0,7 мкм в формуле (8) функция ослабления  $T(\Delta\omega_z^i)$  заменяется функцией  $T(\Delta\omega_{i,s}^z)$ , которая имеет следующий вид:

$$T(\Delta\omega_{i,s}^z) = \frac{1}{\sum_n I_0(\lambda_n) \Delta\lambda_{n(0,29-0,7)}} \sum_{n=1}^{14} e^{-k_{\lambda_n} \omega_i^\infty} - e^{-k_{\lambda_n} (\omega_i^\infty + u_2 \Delta\omega_s^i + u_2 \Delta\omega_s^z)} \quad (22)$$

Величина  $\Delta\omega_{i,s}^z$  представляет собой массу озона на пути от нижней границы облака до земной поверхности и от земной поверхности до соответствующего уровня  $z$ .

Величина ослабления отраженного потока  $\Delta R_s^z$  на этом пути выражается формулой

$$\Delta R_s^z = Q_i T(\Delta\omega_{i,s}^z). \quad (23)$$

Тогда поток отраженной радиации на уровне  $z$  будет иметь вид

$$R_s^z = A_n (Q_i - \Delta R_s^z). \quad (24)$$

Подставляя (23) в (24), имеем

$$R_s^z = A_n Q_i [1 - T(\Delta\omega_{i,s}^z)]. \quad (25)$$

Для участка спектра 0,7—5 мкм поток отраженной радиации рассчитывается по формуле (24) при значении  $Q_i$ , относящемся к данному интервалу. Выражение для функции  $\Delta R_s^z$  представляется в виде

$$\Delta R_s^z = Q_i T(\Delta X_s^i + \Delta X_s^z), \quad (26)$$

где

$$(\Delta X_s^i + \Delta X_s^z) = \frac{1}{\sum_{0,7-5} I_0(\lambda_n) \Delta\lambda_n} \sum_{n=1}^{24} T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_s^i + \Delta X_s^z, \lambda_n) \times \\ \times T_{\text{CO}_2}(\Delta Y_s^i + \Delta Y_s^z, \lambda_n) I_0(\lambda_n) \Delta\lambda_n; \quad (27)$$

$$T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_s^i + \Delta X_s^z, \lambda_n) = T_{\text{H}_2\text{O}}(X_i^\infty, \lambda_n) - \\ - T_{\text{H}_2\text{O}}(\Delta X_i^\infty + u_2 \Delta X_s^i + u_2 \Delta X_s^z, \lambda_n); \quad (28)$$

$$T_{\text{CO}_2}(\Delta Y_s^i + \Delta Y_s^z, \lambda_n) = T_{\text{CO}_2}(Y_i^\infty, \lambda_n) - \\ - T_{\text{CO}_2}(Y_i^\infty + u_2 \Delta Y_s^i + u_2 \Delta Y_s^z, \lambda_n). \quad (29)$$

Функции  $T_{\text{H}_2\text{O}}$  и  $T_{\text{CO}_2}$  рассчитываются по формулам (11) и (12) по величине эффективных поглощающих масс.

Выражение для потока отраженной радиации в участке спектра 0,7—5 мкм получим, подставляя (26)—(29) в (24):

$$\bar{R}_s^z = A_n Q_i [1 - T (\Delta X_z^i + \Delta X_s^z)]. \quad (30)$$

Расчет потока радиации, отраженного от верхней границы облака  $R_{s,1}^z$ , может быть произведен по формулам, относящимся к безоблачным условиям [7] с учетом альбеда облака.

В схеме используется предположение о том, что: 1) вся радиация, вышедшая из облака, является рассеянной, 2) радиация, отраженная от Земли и дошедшая до нижней границы облака, полностью отражается, не проникая внутрь облака.

Результаты расчетов, выполненных с помощью изложенных формул, приведены в табл. 1, где представлено нагревание слоев атмосферы, толщина которых приближенно соответствует модельным слоям в 4-уровневой модели (0—3, 3—5, 5—9, 9—25 км) при различном положении облачности нижнего и среднего ярусов толщиной в 0,5 км.

В табл. 1 приведены результаты, полученные при трех вариантах расположения облака нижнего яруса в следующих слоях: 1) 0,5—1 км, 2) 1,0—1,5 км, 3) 1,5—2 км. Притоки  $R_{обл}$  для этих трех вариантов в таблице помещены для каждого слоя. Здесь же представлены отношения притоков при первом и втором вариантах  $R_1/R_2$  и при первом и третьем  $R_1/R_3$ . В видимой области спектра в расчетах использованы значения альбеда облаков  $\alpha$ , полученные по данным наблюдений при  $\theta_0 = 20^\circ$ ,  $\alpha = 0,67$  и  $\theta_0 = 60^\circ$ ,  $\alpha = 0,74$  [10]. В близкой ИК области спектра в условиях зимней влажности [11] при  $\tau_{обл} = 30$  в зависимости от значений  $\theta_0$  альбеда облаков задано следующими значениями: для  $\theta_0 = 20^\circ$   $\alpha = 0,625$ , для  $\theta_0 = 60^\circ$   $\alpha = 0,72$  независимо от высоты облака. В условиях летней влажности [11] для облака, расположенного в слое 0,5—1 км, при  $\theta_0 = 20^\circ$   $\alpha = 0,616$ , при  $\theta_0 = 60^\circ$   $\alpha = 0,706$ ; для облака в слое 1—1,5 км при  $\theta_0 = 20^\circ$   $\alpha = 0,62$ , при  $\theta_0 = 60^\circ$   $\alpha = 0,709$ , а для облака в слое 1,5—2 км при  $\theta_0 = 20^\circ$   $\alpha = 0,622$ , при  $\theta_0 = 60^\circ$   $\alpha = 0,712$ . Из табл. 1 следует, что нагревание слоя 1 изменяется на 6% при изменении положения нижней границы облачного слоя от 0,5 до 1,5 км для зимних условий и на 13—14% для летних условий. Притоки в слое 2 также зависят от расположения облачности нижнего яруса. Для зимних условий изменения в притоках находятся в пределах 5%, для летних — в пределах 20%. Притоки в слоях 3 и 4 практически не зависят от положения облаков нижнего яруса. Из табл. 1 видно также, что притоки в облачных условиях ко всей толще атмосферы увеличиваются в 1,5—2,0 раза по сравнению с безоблачной атмосферой. Слой атмосферы, в котором расположены облака, испытывает наибольшее увеличение нагревания по сравнению с таким же слоем в безоблачных условиях (в 3—4 раза). Эффект учета удлинения пути, проходимого фотонами в облаке и под облаком, при расчетах притоков составляет для модельных слоев несколько процентов, для подоблачного и облачного

Коротковолновые притоки при облаках нижнего и среднего ярусов ( $^{\circ}\text{C}/\text{ч}$ )

№ слоя	$z_2 - z_1$ км	$\Delta H$ км	$\theta_0 = 20^{\circ}$						$\theta_0 = 60^{\circ}$					
			Зимний профиль влажности $A_{\Pi} = 0,6$			Летний профиль влажности $A_{\Pi} = 0,2$			Зимний профиль влажности $A_{\Pi} = 0,6$			Летний профиль влажности $A_{\Pi} = 0,2$		
			$R_{\text{обл}}$	$R_1/R_2$ $R_1/R_3$	$R_{\text{б. обл}}$	$R_{\text{обл}}$	$R_1/R_2$ $R_1/R_3$	$R_{\text{б. обл}}$	$R_{\text{обл}}$	$R_1/R_2$ $R_1/R_3$	$R_{\text{б. обл}}$	$R_1/R_2$ $R_1/R_3$	$R_{\text{обл}}$	$R_1/R_2$ $R_1/R_3$
1	0-3	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,215 0,211 0,202	1,019 1,064	0,051	0,184 0,175 0,162	0,070 0,070 0,098	1,054 1,136	0,103 0,103 0,098	0,026 0,026 0,026	1,000 1,051	0,096 0,091 0,084	1,055 1,143	0,036
2	3-5	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,049 0,058 0,063	0,845 0,778	0,046	0,090 0,092 0,100	0,077 0,077 0,088	0,978 0,901	0,032 0,034 0,038	0,029 0,029 0,029	0,941 0,842	0,052 0,054 0,057	0,963 0,912	0,048
3	5-9	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,033 0,038 0,039	0,868 0,846	0,035	0,057 0,057 0,059	0,056 0,056 0,024	1,000 0,966	0,024 0,025 0,024	0,024 0,024 0,024	1,090	0,037 0,037 0,037	1,000 1,000	0,037
4	9-26	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,034 0,032 0,033	1,062 1,030	0,033	0,035 0,035 0,036	0,037 0,037 0,022	1,000 1,000	0,021 0,022 0,022	0,023 0,023 0,023	0,954 0,954	0,024 0,024 0,024	1,000 1,000 1,000	0,026

## Облака нижнего яруса

1	0-3	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,215 0,211 0,202	1,019 1,064	0,051	0,184 0,175 0,162	0,070 0,070 0,098	1,054 1,136	0,103 0,103 0,098	0,026 0,026 0,026	1,000 1,051	0,096 0,091 0,084	1,055 1,143	0,036
2	3-5	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,049 0,058 0,063	0,845 0,778	0,046	0,090 0,092 0,100	0,077 0,077 0,088	0,978 0,901	0,032 0,034 0,038	0,029 0,029 0,029	0,941 0,842	0,052 0,054 0,057	0,963 0,912	0,048
3	5-9	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,033 0,038 0,039	0,868 0,846	0,035	0,057 0,057 0,059	0,056 0,056 0,024	1,000 0,966	0,024 0,025 0,024	0,024 0,024 0,024	1,090	0,037 0,037 0,037	1,000 1,000	0,037
4	9-26	0,5-1 1-1,5 1,5-2	0,034 0,032 0,033	1,062 1,030	0,033	0,035 0,035 0,036	0,037 0,037 0,022	1,000 1,000	0,021 0,022 0,022	0,023 0,023 0,023	0,954 0,954	0,024 0,024 0,024	1,000 1,000 1,000	0,026

0-26	0,5-1	0,331	0,866	0,240	0,180	0,209	0,147
	1-1,5	0,339	0,369	0,165	0,184	0,206	
	1,5-2	0,337	0,356		0,182	0,202	

Облака среднего яруса

1	0-3	3-3,5	0,040	0,048	0,018	0,022	1,370	0,032
		3,5-4	0,028	0,033	0,014	0,016	1,386	
		4-4,5	0,027	0,032	0,014	0,016	1,000	
2	3-5	3-3,5	0,338	0,282	0,168	0,014	1,000	0,058
		3,5-4	0,344	0,292	0,170	0,014	1,080	
		4-4,5	0,328	0,269	0,162	0,013	1,038	
3	5-9	3-3,5	0,046	0,063	0,027	0,038	0,960	0,036
		3,5-4	0,050	0,067	0,028	0,040	1,050	
		4-4,5	0,054	0,072	0,030	0,042	0,995	
4	9-26	3-3,5	0,032	0,036	0,019	0,024	0,995	0,026
		3,5-4	0,032	0,036	0,019	0,024	0,995	
		4-4,5	0,035	0,036	0,021	0,024	0,995	
	0-26	3-3,5	0,029	0,026	0,015	0,014	1,030	0,011
		3,5-4	0,029	0,026	0,015	0,013	1,08	
		4-4,5	0,028	0,025	0,015	0,013	1,08	

слоев вместе — от 2 до 8 % и для подоблачного слоя — до 20 %.

В табл. 1 представлены также результаты расчетов для трех вариантов расположения облаков среднего яруса в следующих слоях: 1) 3—3,5 км, 2) 3,5—4 км и 3) 4—4,5 км. Анализ табл. 1 показывает, что приток в слое, содержащем облако, на порядок больше, чем притоки в других слоях. Изменение притока в этом слое при перемещении облака мало (3—8 %), максимальные значения при-

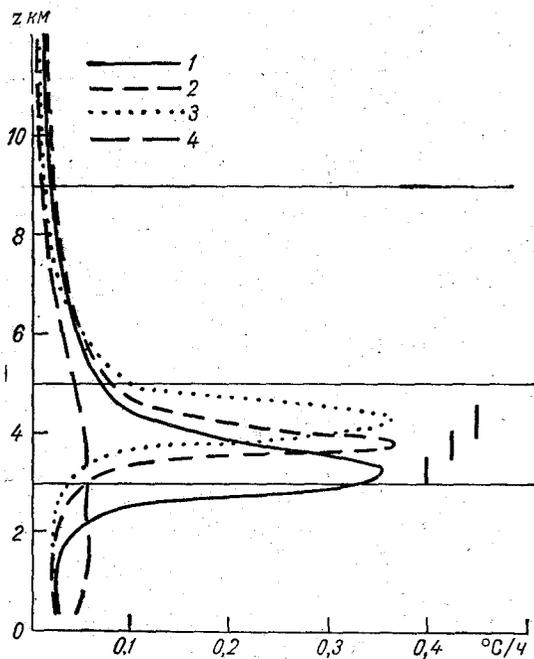


Рис. 2. Вертикальный профиль коротковолнового притока тепла при трех вариантах положения границ облаков среднего яруса (1—3) и при безоблачном небе (4).

Границы облаков, км: 1—3—3,5, 2—3,5—4,0, 3—4,0—4,5. Короткие вертикальные линии показывают положение облака.

тока обнаруживаются, когда облако находится посередине слоя. Приток в слое 0—3 км наиболее изменчив (30—50 %), причем максимальные его значения наблюдаются при наиболее низко расположенной облачности. Приток в надоблачном слое 5—9 км меняется на 5—15 %, а притоки в слое 9—26 км почти не меняются. На рис. 2 в качестве примера представлен профиль коротковолнового притока при сплошной облачности среднего яруса. Характер профиля и величина притоков хорошо согласуются с результатами, полученными в экспериментах с радиационной схемой, используемой в модели GISS [12]. Из табл. 1 следует, что приток ко всей

толще атмосферы при колебаниях положения облачности изменяется в значительно меньшей степени, чем притоки к отдельным слоям. Его изменения составляют 3—8 %.

При летнем профиле влажности и альbedo подстилающей поверхности  $A_n = 0,2$ , притоки к модельным слоям приблизительно в 3 раза больше, чем притоки при зимнем профиле влажности и  $A_n = 0,6$ . Изменение зенитного угла от 60 до 20° меняет притоки примерно в 1,5—2 раза.

Проведенные эксперименты показали, что изменчивость притока к коротковолновой радиации весьма значительна, как в годовом и сезонном ходе, так и в зависимости от положения облачности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриева-Арраго Л. Р., Паршина Г. В., Самойлова Л. В. Расчет потоков коротковолновой радиации в облачных условиях.—Труды ГГО, 1972, вып. 272, с. 70—78.
2. Фейгельсон Е. М., Краснокутская Л. Д. Потоки солнечного излучения и облака.—Л.: Гидрометеониздат, 1978.—с. 156.
3. Дианов-Клоков В. И., Евстратов Н. А., Малков И. А., Озеренский А. П. Расчет распределений по пробегам и эффективной длины пути фотонов для некоторых моделей двухслойной облачности.—Изв. АН СССР, ФАО, 1974, т. 10, № 7, с. 15—22.
4. Дианов-Клоков В. И., Евстратов Н. А., Озеренский А. И. Расчет плотности лучистой энергии и эквивалентных траекторий фотонов для некоторых моделей облачности.—Изв. АН СССР, ФАО, 1977, т. XIII, № 3, с. 34—41.
5. Пятовская Н. П. Спектральная плотность потока восходящей коротковолновой радиации над различными поверхностями.—Труды ГГО, 1972, вып. 275, с. 119—180.
6. О схеме расчета потоков коротковолновой радиации в атмосфере/Дмитриева-Арраго Л. Р., Кондратьев К. Я., Никольский Г. А. и др.—Метеорология и гидрология, 1970, № 8, с. 12—17.
7. Дмитриева Л. Р., Самойлова Л. В. К расчету поля коротковолновой радиации в схеме общей циркуляции атмосферы.—Изв. АН СССР, ФАО, 1970, т. 6, № 1, с. 29—36.
8. Гидродинамическая трехуровневая модель общей циркуляции атмосферы/В. П. Меленко, Б. Е. Шнееров, Л. Р. Дмитриева-Арраго, М. Е. Швец.—Метеорология и гидрология, 1979, № 6, с. 21—32.
9. Шифрин К. С., Авасте О. А. Потоки коротковолновой радиации в безоблачной атмосфере.—В кн.: Исследования по физике атмосферы, № 2, Тарту, 1960, с. 62.
10. Полный радиационный эксперимент/Под ред. К. Я. Кондратьева и Н. Е. Тер-Маркарянц.—Л.: Гидрометеониздат, 1976.—с. 239.
11. Oort A. H. and Rasmusson E. M. Atmospheric circulation statistics.—Professional Paper NOAA, 1971, N 5. 323 p.
12. Lasis A. A., Hansen I. E., A parametrization for the Absorption of Solar Radiation in the Earth Atmosphere.—J. Atm. Sci., 1974, v. 31, p. 118—133 p.

## СОДЕРЖАНИЕ

М. И. Юдин, В. М. Мирвис. Применение информационного подхода к задаче долгосрочного прогноза . . . . .	3
М. И. Юдин, В. Г. Блажевич, М. П. Голод, И. Е. Чувашина. Предварительные выводы об информативности прогностических соотношений . . . . .	12
А. В. Мещерская, М. П. Голод. Статистический эксперимент по проверке целесообразности учета трех форм циркуляции Г. Я. Вангенгейма в физико-статистических долгосрочных прогнозах осадков и температуры . . . . .	24
Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева. Вероятностный метод прогноза температуры на декаду . . . . .	34
М. И. Юдин, И. Е. Чувашина. Прогноз хода температуры в течение сезона физико-статистическим методом . . . . .	39
И. Е. Чувашина. Прогноз дат устойчивого весеннего перехода температуры воздуха через 0 и $\pm 5^{\circ}\text{C}$ . . . . .	47
Р. П. Репинская, М. И. Юдин. О временной структуре макроциркуляционных процессов . . . . .	52
С. И. Тюрбаева. Корреляционный метод определения границ осеннего сезона . . . . .	61
А. В. Мещерская, В. Г. Блажевич, И. Г. Белянкина. Сравнение двух показателей тепловлагообеспеченности сельскохозяйственных культур . . . . .	68
В. Б. Афанасьева, Н. П. Есакова. Распределение декадных осадков весной и осенью . . . . .	78
Ю. В. Житорчук. О предсказуемости крупномасштабных атмосферных процессов с большой заблаговременностью . . . . .	82
А. Т. Житорчук, Ю. В. Житорчук. О возможности использования информации в процессе отбора предикторов для физико-статистических схем прогнозов погоды . . . . .	93
С. Е. Ляпин. К вопросу об учете эволюции морского льда в упрощенных климатических моделях . . . . .	99
В. И. Пономарев. К нелинейной теории установившегося дрейфа льдов . . . . .	109
В. И. Пономарев. Расчеты вертикальной циркуляции вод в Арктическом бассейне . . . . .	116
Л. Р. Дмитриева, Л. В. Самойлова. Вертикальный профиль коротковолнового радиационного притока тепла в облачной атмосфере . . . . .	129

Труды ГГО, вып. 446

### ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

Редактор М. М. Ясногородская. Техн. редактор М. И. Врайнина  
Корректор С. П. Дончикина

Н/К. Сдано в набор 16.02.81. Подписано в печать 19.06.81. М-21521. Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бум. тип. № 1. Лит. гарн. Печать высокая. Печ. л. 9. Кр.-отт. 9,25. Уч.-изд. л. 9,71. Тираж 560 экз. Индекс МЛ-225. Заказ № 79. Цена 70 коп. Заказное. Гидрометеонздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
190000, г. Ленинград, Прачечный переулок, 6.