

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ И КОНТРОЛЮ
ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

ТРУДЫ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ
им. А. И. ВОЕЙКОВА

Выпуск

412

ПРИМЕНЕНИЕ
СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В МЕТЕОРОЛОГИИ

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук Л. С. ГАНДИНА
д-ра физ.-мат. наук Р. Л. КАГАНА



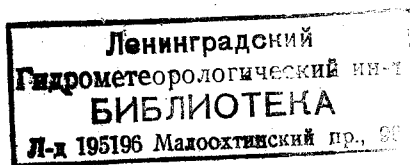
ЛЕНИНГРАД ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ 1980

Сборник содержит статьи по различным аспектам применения статистических методов в метеорологии. Получены новые результаты по пространственно-временной структуре полей давления и ветра, а также по статистическим характеристикам радиационных потоков. Рассматриваются методы объективного анализа, осреднения и контроля метеорологической информации, в том числе данных косвенного зондирования атмосферы. Исследованы способы оценки статистических характеристик экстремумов временных рядов. В ряде статей рассмотрены вопросы выработки экономически оптимальных решений и оценки экономической эффективности метеорологической информации.

Рассчитан на специалистов по метеорологии и смежным дисциплинам, а также на аспирантов и студентов соответствующих специальностей, интересующихся применением статистических методов в метеорологии.

The book contains papers on various aspects of statistical methods applied to meteorological problems. New results are presented on the space-time structure of pressure and wind fields as well as on statistical characteristics of radiational fluxes. Methods of objective analysis, space averaging and checking the meteorological information are considered including the data of indirect sounding of the atmosphere. Methods of estimating the statistical characteristics of time series extremes are investigated. Some papers deal with the problems of elaborating the economically optimal decisions and estimating the economic efficiency of meteorological information.

The book is intended for specialists in meteorology and related fields as well as for post-graduates and students specialized in appropriate fields and interested in application of statistical methods in meteorology.



Л. С. Гандин

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГРАДИЕНТОВ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ С КОРРЕЛИРОВАННЫМИ ОШИБКАМИ

1. Известно, что метеорологические измерения, производимые движущихся средств наблюдения, обладают коррелированными ошибками. В наибольшей мере это относится, по-видимому, к результатам косвенного температурного зондирования атмосферы со спутников. Коррелированность ошибок таких измерений была выявлена в ряде работ (см., например, [6, 9]). Вполне очевидно, что положительная корреляция между ошибками в пунктах, по данным которых производится интерполяция, приводит к понижению точности интерполяции, т. е. к увеличению ее средней квадратической ошибки. Этот эффект детально исследовался в ряде работ ([4, 2] и др.).

Вместе с тем ясно, что коррелированность ошибок сказывается положительно на точности определения дифференциальных характеристик метеорологических полей и прежде всего градиентов: при прочих равных условиях наличие положительной корреляции между ошибками измерения в пунктах, по данным которых вычисляется градиент, приводит не к росту, а к уменьшению средней квадратической ошибки такого вычисления. Упоминания об этом эффекте можно найти в литературе [8], однако с количественной стороны он пока, по-видимому, не рассматривался. Такое рассмотрение и является целью настоящей статьи.

Статистические методы оценки точности определения дифференциальных характеристик метеорологических полей по дискретным данным, базирующиеся на сведениях о статистической структуре этих полей, были развиты в работах Р. Л. Кагана [5, 7]. Он показал, что при наличии некоррелированных ошибок наблюдений существует оптимальный шаг дифференцирования, такой, что как при большем, так и при меньшем шаге точность определения производной будет ниже. Более того, в упомянутых работах показано, что оптимальные с точки зрения минимизации средней квадратической ошибки формулы численного дифферен-

цирования отличаются, вообще говоря, от обычно применяемых конечно-разностных аппроксимаций производных.

Следует учитывать то обстоятельство, что количественные оценки точности определения производных существенно зависят от особенностей статистической структуры дифференцируемого поля при малых расстояниях, особенностей, с трудом поддающихся исследованию по фактическим данным. Это сообщает некоторую неопределенность такого рода оценкам, причем степень этой неопределенности возрастает с увеличением порядка аппроксимируемой производной. Имея в виду это обстоятельство, мы в дальнейшем рассматриваем лишь аппроксимацию первых производных и притом наиболее простой, двухточечный вариант такой аппроксимации.

2. Пусть по данным наблюдений $\tilde{f}_1$ и $\tilde{f}_2^*$ в двух точках M_1 и M_2 нужно определить значение производной $\partial f / \partial x$ в направлении отрезка $M_2 M_1$ в середине M_0 этого отрезка. Воспользуемся для этой цели формулой

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0 = \frac{1}{2r} (a_1 \tilde{f}_1 - a_2 \tilde{f}_2). \quad (1)$$

Здесь знак $\wedge$ означает результат оценки (в отличие от истинного значения), r представляет собой расстояние от точки M_0 до каждой из точек M_1 и M_2 , a_1 и a_2 — весовые множители. В частности при $a_1 = a_2 = 1$ формула (1) обращается в обычную формулу центральных разностей.

Учитывая, что

$$\tilde{f}_1 = f_1 + \delta_1, \quad \tilde{f}_2 = f_2 + \delta_2 \quad (2)$$

отличаются от истинных значений f_1 и f_2 ошибками наблюдений δ_1 и δ_2 , получим для среднего квадрата (дисперсии) ошибок аппроксимации по формуле (1)

$$E^2 = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0 - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0 \right]^2 \quad (3)$$

выражение

$$E^2 = \left[\frac{a_1}{2r} (f_1 + \delta_1) - \frac{a_2}{2r} (f_2 + \delta_2) - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0 \right]^2. \quad (4)$$

Будем считать ошибки наблюдений δ_1 и δ_2 случайными, не коррелированными с истинными значениями элемента f , но коррелированными, вообще говоря, между собой, т. е. такими, что

$$\overline{\delta_i \delta_j} = 0 \quad (i, j = 1, 2);$$

* Здесь и в дальнейшем под f понимается отклонение некоторого метеорологического элемента F от его среднего значения $\bar{F}$ т. е. $f = F - \bar{F}$.

$$\overline{\delta_1^2} = \Delta_1^2; \quad \overline{\delta_2^2} = \Delta_2^2; \quad \overline{\delta_1 \delta_2} = \Delta_1 \Delta_2 \nu_{12}, \quad (5)$$

где Δ_1^2 и Δ_2^2 — дисперсии ошибок, а ν_{12} — коэффициент корреляции между ними. Будем далее считать ковариационную функцию m элемента f однородной и изотропной:

$$\overline{f(\xi) f(\xi + x)} = m(x). \quad (6)$$

Тогда легко показать (см., например, [3]), что

$$\overline{f_2 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)}_0 = - \overline{f_1 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)}_0 = m'(r), \quad (7)$$

$$\overline{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2}_0 = -m''(0), \quad (8)$$

где штрих означает производную.

Используя равенства (5)–(8), преобразуем формулу (4) к виду

$$E^2 = -m''(0) + (a_1 + a_2) \frac{m'(r)}{r} + \frac{1}{4r^2} \{ (a_1^2 + a_2^2) m(0) + \\ + a_1^2 \Delta_1^2 + a_2^2 \Delta_2^2 - 2a_1 a_2 [m(2r) + \Delta_1 \Delta_2 \nu(2r)] \}, \quad (9)$$

или, после деления на дисперсию $m(0)$ элемента f ,

$$\varepsilon^2 = -\mu''(0) + (a_1 + a_2) \frac{\mu'(r)}{r} + \frac{1}{4r^2} \{ a_1^2 (1 + \eta_1^2) + \\ + a_2^2 (1 + \eta_2^2) - 2a_1 a_2 [\mu(2r) + \eta_1 \eta_2 \nu(2r)] \}, \quad (10)$$

где

$$\varepsilon^2 = \frac{E^2}{m(0)}, \quad (11)$$

$$\mu(r) = \frac{m(r)}{m(0)} \quad (12)$$

— корреляционная функция элемента f , а

$$\eta_i^2 = \frac{\Delta_i^2}{m(0)} \quad (i = 1, 2) \quad (13)$$

— меры ошибок наблюдений.

Если использовать, в частности, обычную формулу центральных разностей, т. е. положить $a_1 = a_2 = 1$, то выражение (10) примет вид

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_a^2 = -\mu''(0) + 2 \frac{\mu'(r)}{r} + \frac{2 + \eta_1^2 + \eta_2^2}{4r^2} - \frac{\mu(2r) + \eta_1 \eta_2 \nu(2r)}{2r^2}. \quad (14)$$

Вместо этого можно потребовать оптимальности формулы численного дифференцирования (1), т. е. выбрать весовые множ-

тели a_1 и a_2 таким образом, чтобы величина ε^2 была минимальной. Подставляя (10) в необходимые условия минимума

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial a_i} = 0 \quad (i = 1, 2), \quad (15)$$

получим для определения a_1 и a_2 систему линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} a_1(1 + \eta_1^2) - a_2[\mu(2r) + \eta_1 \eta_2 \nu(2r)] &= -2r \mu'(r), \\ -a_1[\mu(2r) + \eta_1 \eta_2 \nu(2r)] + a_2(1 + \eta_2^2) &= -2r \mu'(r). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

На основании уравнений (16) формула (10) может быть записана в более простом виде

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_m^2 = -\mu''(0) + (a_1 + a_2) \frac{\mu'(r)}{2r}. \quad (17)$$

Ошибки наблюдений естественно считать коррелированными только в случае, если наблюдения производятся с одного и того же движущегося средства. Но тогда, очевидно, должно быть $\eta_1 = \eta_2 = \eta$ и, согласно (16), значения оптимальных весовых множителей a_1 и a_2 совпадают, а именно

$$a_1 = a_2 = a = \frac{-2r \mu'(r)}{1 - \mu(2r) + \eta^2[1 - \nu(2r)]}. \quad (18)$$

Формула (17) приобретает в этом случае вид

$$\varepsilon_m^2 = -\mu''(0) + \frac{a \mu'(r)}{r}. \quad (19)$$

Если измерения в точках M_1 и M_2 выполнены с помощью разной аппаратуры, то меры ошибок таких измерений могут различаться, но тогда должно быть $\nu(2r) = 0$, так что уравнения (16) приобретают вид

$$\left. \begin{aligned} a_1(1 + \eta_1^2) - a_2 \mu(2r) &= -2r \mu'(r), \\ -a_1 \mu(2r) + a_2(1 + \eta_2^2) &= -2r \mu'(r). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

3. Анализ выведенных формул позволяет сделать ряд заключений качественного характера.

Заметим прежде всего, что если в формуле (18) положить $\nu(2r) = 1$, т. е. считать ошибки наблюдений полностью коррелированными, то получим такое же значение веса a , а потому и такое же значение ε_m^2 (19), как при $\eta = 0$. То же самое верно в случае $\eta_1 = \eta_2$ и применительно к формуле (14), поскольку она в этом случае принимает вид

$$\varepsilon_a^2 = -\mu''(0) + 2 \frac{\mu'(r)}{r} + \frac{1}{2r^2} \{1 - \mu(2r) + \eta^2[1 - \nu(2r)]\}. \quad (21)$$

Этот вывод, впрочем, очевиден. Он означает, что полностью коррелированные случайные ошибки в исходных данных никак не сказываются на результате оценки производной, а потому и на

точности этой оценки — она такова же, как и при использовании данных, полностью лишенных ошибок. Этот вывод верен как в случае оптимального дифференцирования, так и при использовании обычной формулы центральных разностей, хотя эти две процедуры приводят к различным результатам.

Важно отметить, что указанный вывод не сохраняет силу в случае, когда $\eta_1 \neq \eta_2$, т. е. когда точность измерений в двух точках различна, хотя ошибки этих измерений полностью коррелированы. Этот случай, впрочем, представляет скорее абстрактный интерес.

С безграничным ростом расстояния x корреляционная функция $\mu(x)$ и ее производные стремятся к нулю, причем произведение $x\mu'(x)$ тоже стремится к нулю. Поэтому из формул (16) следует, что при $r=\infty$ $a_1=a_2=0$ и, согласно (17), $\varepsilon_m^2 = -\mu''(0)$, т. е. дисперсия ошибки определения производной стремится к дисперсии самой производной (см. формулы (11) и (8)). Это означает попросту, что данные наблюдений на очень больших расстояниях от интересующей нас точки не несут никакой информации о производной в этой точке.

То же предельное значение $\varepsilon_n^2 = -\mu''(0)$ получается при $r=\infty$ и из формулы (14), т. е. при использовании формулы центральных разностей, несмотря на то, что в этом случае веса a_1 и a_2 равны единице, а не нулю. В этом отношении разностное дифференцирование выгодно отличается от линейной интерполяции (и тем более от линейной экстраполяции), которая, как известно (см., например, [1]), при больших расстояниях дает результаты худшие, чем в случае игнорирования информации. Например, предельное значение меры ошибки линейной интерполяции по данным в двух точках равно $3/2$, в то время как оптимальная интерполяция дает значение 1, соответствующее пренебрежению этими данными.

Переходя к случаю малых расстояний, воспользуемся формулами

$$\mu(x) \approx 1 + \frac{x^2}{2} \mu''(0)$$

и

$$\mu'(x) \approx x \mu''(0),$$

которые получаются при пренебрежении членами с более высокими степенями x в разложении корреляционной функции $\mu(x)$ дифференцируемого метеорологического элемента в ряд, и аналогичными формулами для $\nu(x)$. Тогда для оптимального дифференцирования из (18) и (19) получим

$$a|_{r=0} = \frac{\mu''(0)}{\mu''(0) + \eta^2 \nu''(0)} \quad (22)$$

и

$$\varepsilon_m^2|_{r=0} = - \frac{\eta^2 \mu''(0) \nu''(0)}{\mu''(0) + \eta^2 \nu''(0)}, \quad (23)$$

а для применения центральных конечных разностей из (21)

$$\varepsilon_{\Delta}^2|_{r=0} = -\gamma^2 v''(0). \quad (24)$$

Если же положить в (18), (19) и (21) $v(2r)=0$, т. е. принять ошибки измерений некоррелированными, то легко придти к формулам

$$a|_{r=0} = 0, \quad (25)$$

$$\varepsilon_m^2|_{r=0} = -\mu''(0), \quad (26)$$

$$\varepsilon_{\Delta}^2|_{r=0} = \infty, \quad (27)$$

которые получаются также из формул (22)—(24) при $v''(0)=-\infty$.

Формулы (25)—(27) иллюстрируют кардинальное различие между применением обычных разностных формул и оптимальным дифференцированием для малых шагов r при наличии некоррелированных ошибок измерений. Оптимальный вес с уменьшением шага стремится к нулю, а дисперсия ошибки определения производной — к дисперсии самой производной, т. е. в пределе при $r \rightarrow 0$ приходим к игнорированию данных наблюдений. В отличие от этого использование формулы центральных разностей сопровождается ошибкой, неограниченно растущей с уменьшением шага r .

Коррелированность ошибок наблюдений приводит к сглаживанию описанного эффекта. Как видно из (24), с уменьшением шага дисперсия ошибок определения производной стремится теперь не к бесконечности, а к дисперсии производной от ошибки наблюдений. Однако и в этом случае применение оптимального дифференцирования обеспечивает при малых шагах большую точность, как это видно из сопоставления формул (23) и (24).

Таким образом, с рассматриваемой стороны соотношение между точностью оптимального дифференцирования и формул центральных разностей противоположно соотношению между точностью оптимальной и линейной интерполяции. При малых расстояниях r оптимальная интерполяция эквивалентна линейной, а при больших r точность оптимальной интерполяции больше, нежели линейной. Оптимальное дифференцирование, наоборот, обеспечивает большую точность по сравнению с обычными разностными формулами при малых расстояниях r , а при больших расстояниях точность обоих методов одинакова.

Если рассматривать ε_m и ε_{Δ} как функции шага дифференцирования r , то, как показал Р. Л. Каган [3], при некоррелированных ошибках наблюдений каждая из этих функций всегда имеет один минимум при некотором значении r , которое можно назвать оптимальным шагом дифференцирования. Можно показать, что в случае коррелированных ошибок наблюдений это, вообще говоря, не так, причем наличие или отсутствие минимума как функции $\varepsilon_m(r)$, так и функции $\varepsilon_{\Delta}(r)$ зависит от тонких особенностей поведения корреляционных функций $\mu(x)$ и $v(x)$, которые по фактическим данным выяснить трудно и которых мы поэтому рассматривать не будем.

4. На основании приведенных формул были выполнены некоторые расчеты, результаты которых приводятся ниже. Так как корреляционные функции $v(x)$ ошибок измерения с движущихся средств изучены слабо, то при расчетах функция $v(x)$ моделировалась с помощью формулы

$$v(x) = \mu(\alpha x), \quad (28)$$

где параметр α характеризует отношение радиусов корреляции истинных значений элемента и ошибок его измерения. В пределе при $\alpha = \infty$ получается случай некоррелированных ошибок измерения, а при $\alpha = 0$ — полностью коррелированных ошибок. При $\alpha = 1$ функции $\mu(x)$ и $v(x)$ совпадают.

Что касается функции $\mu(x)$, то расчеты выполнены для двух ее аппроксимаций: с помощью предложенной М. И. Юдиным [7] функции

$$\mu(x) = e^{-c_1 x} (1 + c_1 x) \quad (29)$$

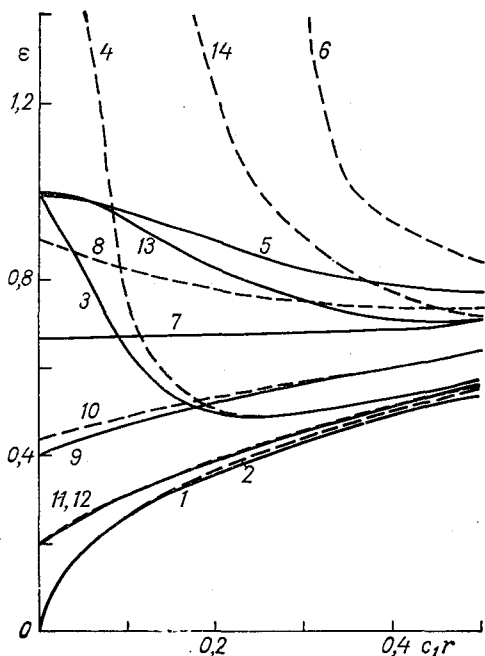


Рис. 1. Зависимости ε_m (кривые с нечетными номерами) и ε_n (кривые с четными номерами) от безразмерного шага $c_1 r$ при корреляционной функции (29).

1, 2 — $\eta = 0$ или $\alpha = 0$; 3, 4 — $\eta^2 = 0,01$, $\alpha = \infty$;
5, 6 — $\eta^2 = 0,20$, $\alpha = \infty$; 7, 8 — $\eta^2 = 0,20$, $\alpha = 2$; 9,
10 — $\eta^2 = 0,20$, $\alpha = 1$; 11, 12 — $\eta^2 = 0,01$, $\alpha = 2$; 13,
14 — $\eta_1^2 = 0,02$, $\eta_2^2 = 0,2$, $\alpha = \infty$.

и так называемой гауссовой аппроксимации

$$\mu(x) = e^{-c_2^2 x^2}, \quad (30)$$

причем результаты вычислений представлены как функции безразмерных шагов $c_1 r$, так что константы c_1 и c_2 выпадают из рассмотрения. Зависимости ε_m и ε_L от $c_1 r$, соответствующие различным предположениям относительно дисперсий и корреляционных функций ошибок наблюдений, представлены на рис. 1 и 2 для аппроксимаций (29) и (30) соответственно.

Кривые 1 и 2 на рис. 1 соответствуют случаю точных наблюдений ($\eta=0$). Естественно, что в этом случае и ε_m и ε_L монотонно убывают с уменьшением шага, стремясь к нулю при $r=0$. При этом ε_L весьма близок к ε_m , так что применение оптимального дифференцирования излишне.

Зависимости ε_L и ε_m от r существенно изменяются при нали-

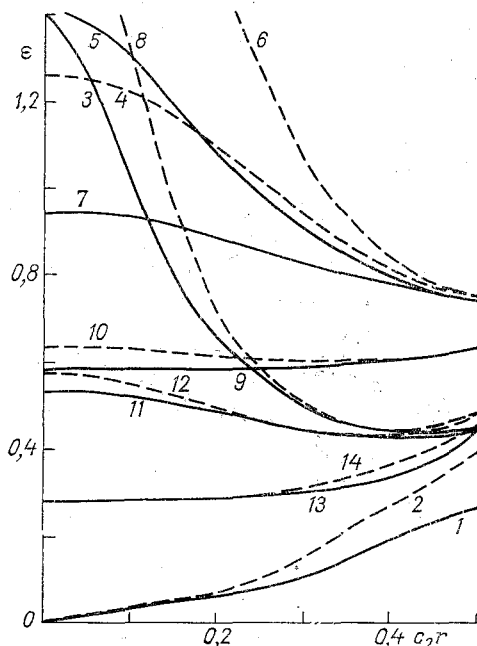


Рис. 2. Зависимости ε_m (кривые с нечетными номерами) и ε_L (кривые с четными номерами) от безразмерного шага $c_1 r$ при корреляционной функции (30).

1, 2 — $\eta=0$ или $\alpha=0$; 3, 4 — $\eta^2=0.04$, $\alpha=\infty$; 5, 6 — $\eta^2=0.2$, $\alpha=\infty$; 7, 8 — $\eta^2=0.2$, $\alpha=2$; 9, 10 — $\eta^2=0.25$, $\alpha=1$; 11, 12 — $\eta^2=0.04$, $\alpha=2$; 13, 14 — $\eta^2=0.04$, $\alpha=1$.

чий некоррелированных ошибок, даже малых по величине ($\eta^2 = 0,01$, $\alpha = \infty$, кривые 3 и 4). Они имеют минимум при некотором оптимальном шаге r_0 , приблизительно одинаковом для ε_d и ε_m , и быстро возрастают с уменьшением $r < r_0$, причем возрастает и разность $\varepsilon_d - \varepsilon_m$. Однако при разумных значениях шага $r > r_0$, таких что $c_1 r$ составляет 0,3—0,5 (так как c_1 близко к 1/1000 км, то это соответствует r , равному 300—500 км), значения ε_d и ε_m весьма близки друг к другу и мало превосходят минимальные значения, достигаемые при $r = r_0$.

При больших значениях некоррелированных ошибок ($\eta^2 = 0,20$, $\alpha = \infty$, кривые 5 и 6) описанный эффект усугубляется. Для того чтобы при таких условиях обеспечить необходимую точность определения производной, надо использовать достаточно большой шаг ($r > 500$ км) и перейти от обычной разностной формулы к оптимальной.

Коррелированность ошибок существенно уменьшает рассмотренный эффект, причем это уменьшение тем сильнее, чем больше радиус корреляции ошибок, т. е. чем меньше α . В этом легко убедиться, сопоставляя кривые на рис. 1, соответствующие $\eta^2 = 0,20$ и $\alpha = \infty$ (кривые 5 и 6), $\alpha = 2$ (7 и 8), $\alpha = 1$ (9 и 10) и $\alpha = 0$ (напомним, что при любом η случай $\alpha = 0$ приводит к тому же, что и случай $\eta = 0$). При этом, если α велико, то существует минимум у функций $\varepsilon_d(r)$ и $\varepsilon_m(r)$ или хотя бы у одной из них (сравнить кривые 7 и 8), а при малых α эти функции монотонно растут с ростом r . При малых дисперсиях ошибок измерений кривые близки к их предельным положениям, соответствующих $\alpha = 0$, начиная уже с больших значений α (кривые 11 и 12, $\eta^2 = 0,01$, $\alpha = 2$).

На рис. 1 представлены также результаты расчетов для одного случая использования неравноотчных наблюдений с некоррелированными ошибками ($\eta_1^2 = 0,02$; $\eta_2^2 = 0,20$; $\alpha = \infty$, кривые 13 и 14). Такой случай соответствует предположению, что одно из двух значений, используемых для оценки производной, представляет собой результат прямого, а второе — косвенного зондирования. Оказалось, что различие между весами a_1 и a_2 в этом случае весьма мало, так что практически мы придем к тем же результатам, если заменим η_1^2 и η_2^2 их средним значением $\eta^2 = 0,11$. Естественно, что кривые 13 и 14 занимают промежуточное положение между соответствующими кривыми для $\eta^2 = 0,01$ и $\eta^2 = 0,20$.

Еще один вывод можно извлечь из сопоставления кривых, приведенных на рис. 1 и 2. На последнем приведены аналогичные зависимости, полученные при использовании корреляционной функции (30). В качественном отношении получается аналогичная картина, но количественные различия существенны. Это означает, что количественные оценки рассмотренного типа заслуживают доверия, лишь если статистическая структура поля известна достаточно хорошо.

5. Как известно, данные косвенного зондирования атмосферы со спутников отличаются от данных прямого аэрологического зон-

дирования как коррелированностью ошибок, так и более значительной дисперсией их. Поэтому на основании приведенных оценок можно высказать следующие заключения.

Коррелированность ошибок данных косвенного зондирования позволяет по таким данным вычислять градиенты с удовлетворительной точностью, несмотря на большую дисперсию этих ошибок. При этом допустимо использование обычных разностных аппроксимаций производных и обычных шагов дифференцирования, если только радиус корреляции ошибок измерений достаточно велик. Точность определения градиентов может быть заранее оценена описанным выше методом на основании сведений по статистической структуре самого измеряемого элемента и ошибок его измерения.

Задача определения градиентов существенно усложняется, если в качестве исходных величин приходится использовать данные как спутникового зондирования, так и обычного зондирования и, особенно, если градиенты вычисляются по данным разных спутников (а возможно, и по данным с разных орбит одного и того же спутника). Поскольку ошибки в таких данных некоррелированы (или коррелированы слабо), необходимо в подобных случаях выбирать большие значения шага дифференцирования — или, что еще лучше, вычислять градиенты по данным не в двух, а в большем числе пунктов — и пользоваться не обычными разностными аппроксимациями, а формулами оптимального дифференцирования. Точность получаемых при этом результатов также может быть заранее оценена, если имеются достаточно надежные данные о статистической структуре дифференцируемого поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. — Л.: Гидрометеониздат, 1963. — 287 с.
2. Гандин Л. С. Четырехмерный анализ метеорологических полей. — Л.: Гидрометеониздат, 1976. — 64 с.
3. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. — Л.: Гидрометеониздат, 1976. — 360 с.
4. Гандин Л. С., Каган Р. Л., Полищук А. И. Об оценке информационной значимости систем метеорологических наблюдений. — Труды ГГО, 1972, вып. 286, с. 120—140.
5. Каган Р. Л. О построении оптимальных конечно-разностных и квадратурных формул для однородных и изотропных случайных полей. — Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана, 1967, т. 3, № 6, с. 592—601.
6. Тараканова В. П. К вопросу о точности температурного зондирования с искусственных спутников Земли. — Метеорология и гидрология, 1974, № 4, с. 76—78.
7. Юдин М. И. Некоторые закономерности структуры поля геопотенциала. — Труды ГГО. 1961, вып. 121, с. 3—18.
8. Bengtsson L. Impact on enhancement of the Arctic observing system. Rep. of the 13-th session of the JOC. Annex E, App. C, GARP, WMO, Geneva, 1977.
9. Phillips N. A. The impact of synoptic observing und analysis systems on flow pattern forecasts. — Bull. Amer. Met. Soc., 1976, vol. 57, N 10, p. 1225—1240.

Ю. М. Либерман

БАЗОВАЯ ПРОГРАММА ОБЪЕКТИВНОГО АНАЛИЗА МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ АНАЛИЗА ВЕТРА

Практика оперативных численных прогнозов и опыт создания гидродинамических моделей показывают целесообразность исследования многих возникающих при этом задач путем численных экспериментов. В рамках проблемы объективного анализа метеорологических полей эффективной в этом смысле может быть «базовая» программа анализа, т. е. такая программа, которая допускает сравнительно легкое и быстрое видоизменение применительно к конкретной исследуемой задаче при неизменности основных принципов реализации. Базовая программа (БП) должна быть составлена на алгоритмическом языке по модульному принципу. Ее конкретная версия, например, настройка на определенную географическую область и сетку, генерируется простым заданием набора управляющих параметров. Более существенные изменения БП сводятся к замене отдельных блоков-модулей новыми блоками. Такой подход позволяет создать комплекс программ для решения задач анализа. Перечислим некоторые из этих задач:

- непосредственный анализ полей геопотенциала, температуры, ветра, влажности;
- дискретная схема четырехмерного анализа;
- статистическое согласование полей;
- горизонтальный и комплексный контроль метеорологической информации, в том числе спутниковой;
- информативность наблюдательных систем.

Ниже описывается базовая программа объективного анализа методом оптимальной интерполяции [1], составленная на языке АЛГОЛ для ЭВМ БЭСМ-6, и первый опыт ее использования.

Значения анализируемого поля f в узлах регулярной сетки определяются по формуле

$$f_0 = \bar{f}_0 + \sigma_0 \sum_{i=1}^n p_i \frac{f_i - \bar{f}_i}{\sigma_i}. \quad (1)$$

Здесь p — интерполяционный вес, σ — изменчивость поля, n — число станций, влияющих на узел 0, черта означает осреднение. Оптимальные интерполяционные веса рассчитываются как решение системы линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^n p_i \mu_{ij} + \eta^2 p_i = \mu_{0i} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где μ_{ij} , μ_{0i} — прямоугольная матрица и вектор-столбец автокорреляционных коэффициентов, а мера ошибки наблюдений

$$\eta^2 = \frac{\Delta^2}{\sigma^2} \quad (3)$$

представляет собой отношение среднего квадрата ошибки наблюдений Δ^2 к дисперсии элемента и принимается одинаковой для каждой из n станций. Качество анализа оценивается мерой ошибки интерполяции

$$\epsilon^2 = 1 - \sum_{i=1}^n p_i \mu_{0i} \quad (4)$$

и средней квадратической ошибкой интерполяции

$$E = \epsilon \sigma. \quad (5)$$

Анализ выполняется для сетки узлов, заданных географическими координатами φ , λ . В этой же географической системе указывается местоположение станций. Положение области анализа на

карте полушария в полярной стереографической проекции определяют следующие шесть управляющих параметров:

- крайняя северная широта;
- крайняя западная долгота;
- шаги сетки вдоль широтного круга и вдоль меридиана;
- число узлов вдоль широтного круга и вдоль меридиана. В частном случае областью анализа может быть все полушарие.

На бланке карты введена декартова система координат $ХОУ$, причем ось X направлена

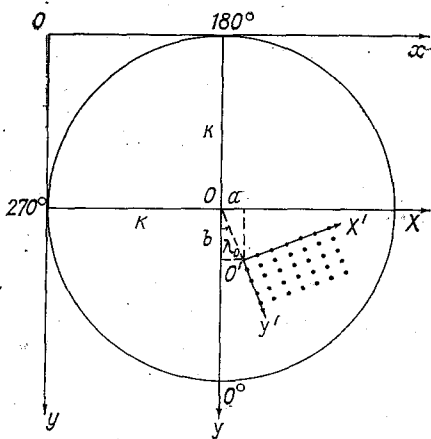


Рис. 1. Системы координат на карте стереографической проекции.

от полюса по меридиану 90° в. д., а ось Y — от полюса по меридиану 0° (рис. 1). Связь декартовых координат X, Y с географическими координатами φ, λ выражается соотношениями

$$\begin{aligned} X &= k \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \sin \lambda, \\ Y &= k \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \cos \lambda, \end{aligned} \quad (6)$$

где k — линейное расстояние на карте от полюса до экватора. Если анализ необходимо выполнить для квадратной сетки, вводится локальная декартова система координат $X'O'Y'$, причем ось X' совпадает с северной границей прямоугольной области анализа, а ось Y' — с ее западной границей. Начало координат O' в системе XOY задано параметрами a, b , поворот оси Y' к востоку относительно оси Y — углом λ_0 (см. рис. 1). Тогда формулы перехода от X', Y' к X, Y имеют вид

$$\begin{aligned} X &= X' \cos \lambda_0 + Y' \sin \lambda_0 + a, \\ Y &= -X' \sin \lambda_0 + Y' \cos \lambda_0 + b. \end{aligned} \quad (7)$$

Поиск n станций, «влияющих» на очередной анализируемый узел сетки, осуществляется по принципу машинной карты [1] рабочих декартовых координатах

$$x = k + X, \quad y = k + Y, \quad (8)$$

направления осей которых показаны на рис. 1. Предельное число станций равно 6. При поиске учитывается требование о симметричном расположении станций относительно узла [4]. Если удаление ближайшей станции от узла не более 50 км, то узлу присваивается значение элемента, зарегистрированное на станции, и интерполяция оказывается излишней.

Методика оптимальной интерполяции требует, чтобы значения формы $\bar{f}$ и изменчивости σ элемента были известны как в анализируемом узле, так и на влияющих станциях. Для обеспечения этого требования аппроксимируем поля $\bar{f}, \sigma$ полиномом

$$\bar{f}(\varphi, \lambda) = A \lambda^2 + B \varphi \lambda + C \varphi^2 + D \lambda + E \varphi + F, \quad (9)$$

предположив тем самым квадратичную зависимость $\bar{f}, \sigma$ от φ, λ . Пусть значения $\bar{f}, \sigma$ известны в 9 узлах регулярной широтно-долготной сетки с шагом $h = \Delta \lambda = \Delta \varphi$ (рис. 2). Тогда, воспользовавшись методом наименьших квадратов, легко получить следующие выражения для коэффициентов полинома:

$$A = \frac{1}{6h^2} (f_1 + f_3 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 - 2f_0 - 2f_2 - 2f_4),$$

$$B = \frac{1}{4h^2} (f_5 - f_6 + f_7 - f_8),$$

$$C = \frac{1}{6h^2} (f_2 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 - 2f_0 - 2f_1 - 2f_3),$$

$$D = \frac{1}{6h} (f_1 - f_3 + f_5 - f_6 + f_8 - f_7),$$

$$E = \frac{1}{6h} (f_2 - f_4 + f_5 - f_8 + f_6 - f_7),$$

$$F = \frac{1}{9} \left(5f_0 + 2 \sum_{i=1}^4 f_i - \sum_{i=5}^8 f_i \right). \quad (10)$$

Таким образом, значения $\bar{f}$, σ в произвольной точке M с локальными координатами φ , λ достаточно точно вычисляются по значениям в 9 ближайших узлах. Практически удобно принять $h=10^\circ$ тогда для хранения каждого из полей $\bar{f}$, σ на полушарии требуется

массив из 360 компонентов (географическому полюсу соответствуют 36 совпадающих значений).

Описанная программа отлажена и испытана применительно к геопотенциал поверхности 500 мбар. Анализ этого элемента для северного полушария на сетке с шагами $\Delta\varphi = \Delta\lambda = 5^\circ$ занимает 2 мин 20 с машинного времени. Перейдем к вопросам использования программы для целей анализа ветра.

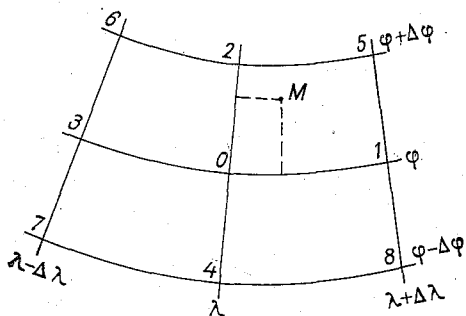


Рис. 2. К расчету коэффициентов (10) полинома (9).

Рассматривая поле ветра как поле случайного вектора, будем считать его однородным и изотропным. Как показано в работе [2] эти предположения означают следующее.

1. Вектор ветра имеет круговое распределение с дисперсией не зависящей от координат.

2. Корреляция между продольной составляющей вектора в одной точке и поперечной составляющей в другой точке отсутствует.

3. Корреляционные функции продольной и поперечной составляющих, вообще говоря, отличны друг от друга.

Круговой закон распределения ветра нарушается в пограничном слое, в областях струйных течений, а также в низких широтах. В описываемом варианте программы это обстоятельство не учитывается. Еще более существенным является пренебрежение векторной природой ветра. Именно, мы в дальнейшем считаем, что корреляционные функции продольной и поперечной составляющих совпадают. Это эквивалентно предположению о том, что составляющую ветра в любом направлении можно рассматривать как не

зависимую скалярную случайную функцию. Разумеется, два упомянутых здесь обстоятельства ограничивают применение программы, но и в существующем виде она может быть использована для многих практических целей.

Вектора ветра, соответствующие наблюдениям на станциях, задаются совокупностью азимутов α и скоростей c . Затем вектор разлагается на зональную и меридиональную составляющие:

$$u = -c \sin \alpha, \quad v = -c \cos \alpha, \quad (11)$$

которые и подвергаются интерполяции в узлы сетки. Восстановление вектора в узле по найденным составляющим производится на заключительном этапе анализа по формулам

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{u}{v}, \quad c = \sqrt{u^2 + v^2}. \quad (12)$$

Процедура поиска влияющих станций такова же, как при анализе геопотенциала. В дальнейшем предполагается ее усовершенствовать с учетом анизотропности поля ветра.

Корреляционная функция составляющих ветра описывается формулой

$$\mu_u(\rho) = \mu_v(\rho) = (1 - 0,5 \lambda \rho) e^{-\lambda \rho}, \quad (13)$$

где ρ — расстояние, λ — числовой параметр. Эта функция, приведенная в [3], в геострофическом приближении соответствует известной корреляции геопотенциала по Юдину:

$$\mu_H(\rho) = (1 + \lambda \rho) e^{-\lambda \rho}. \quad (14)$$

Перейдя от корреляции $\mu_H(\rho)$ к ковариации

$$m_H(\rho) = \sigma_H^2 \mu_H(\rho) \quad (15)$$

и воспользовавшись соотношением

$$\frac{\partial^2 m_H}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 m_H}{\partial y^2} = -m_H''(0), \quad (16)$$

которое связывает дисперсии геопотенциала и его производных (см. [3]), можно получить следующее выражение для дисперсии компонент геострофического ветра:

$$\sigma_u^2 = \sigma_v^2 = 0,45 \frac{\lambda^2}{\sin^2 \varphi} \sigma_H^2. \quad (17)$$

Здесь предполагается, что σ_H^2 выражается в гп. дам², σ_u^2 и σ_v^2 — в м²/с², а значение λ в формулах (13), (14), (17) соответствует расстоянию ρ в тысячах километров.

Формула (17) позволяет вычислить изменчивость компонент ветра в произвольном пункте по предварительно найденной изменчивости геопотенциала. Целесообразно таким же способом опре-

делять и нормы компонент ветра. Действительно, подстановка полинома (9) в геострофические соотношения

$$\bar{u} = -\frac{98}{l} \frac{\partial \bar{H}}{\partial y}, \quad \bar{v} = \frac{98}{l} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} \quad (18)$$

дает простые формулы

$$\begin{aligned} \bar{u} &= -\frac{6,05}{\sin \varphi} (B\lambda + 2C\varphi + E), \\ \bar{v} &= \frac{12,10}{\sin 2\varphi} (2A\lambda + B\varphi + D), \end{aligned} \quad (19)$$

где u, v — нормы компонент ветра, выраженные в м/с, а коэффициенты A, B, C, D, E определены формулами (10).

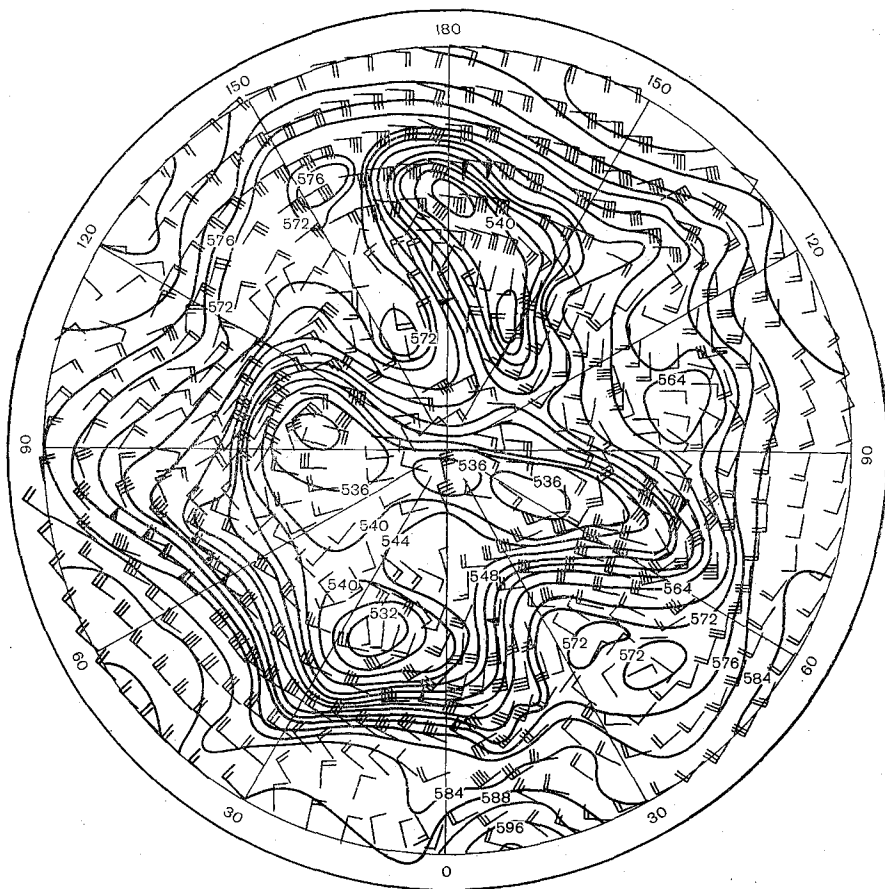


Рис. 3. Анализ полей геопотенциала и ветра. 12 ч 4 сентября 1974 г. Оперение стрелок соответствует скорости ветра: треугольное перо — 25 м/с, длинное прямое перо — 4–5 м/с, короткое перо — 2–3 м/с, отсутствие перьев — 1 м/с.

Известно, что достоверность климатологической информации о геопотенциале существенно выше по сравнению с информацией о ветре. Поэтому ее использование представляется желательным. Что касается предположения о геострофичности, то можно надеяться, что во внетропических широтах оно не вызовет искажения результатов анализа, поскольку анализу подвергаются данные о реальном ветре.

Соотношения (17) и (19) теряют смысл вблизи экватора, а второе из соотношений (19) неприменимо также и вблизи полюса. По этой причине значения $\sin \varphi$ южнее 20° с. ш. принимаются равными $\sin 20^\circ$, а значения $\sin 2\varphi$ севернее 80° с. ш. принимаются равными $\sin 160^\circ$.

Анализ поля ветра по описанной программе на полушарии требует 3 мин 50 с машинного времени, если шаги географической сетки узлов $\Delta\lambda = \Delta\varphi = 5^\circ$. На рис. 3 в качестве примера приведена экваториальная часть поля ветра на поверхности 500 мбар, проанализированного по данным 388 станций за 12 ч 4 сентября 1974 г. Здесь же показано поле геопотенциала, проанализированное независимо по данным 409 станций. Взаимное соответствие полей говорит о близости анализа к реальной картине.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов С. Л., Гандин Л. С., Машкович С. А. Обработка оперативной метеорологической информации с помощью электронных вычислительных машин.— Л.: Гидрометеиздат, 1968.— 282 с.
2. Гандин Л. С. Об оптимальной интерполяции векторных полей.— Труды ГГО, 1964, вып. 165, с. 47—59.
3. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных.— Л.: Гидрометеиздат, 1976.— 359 с.
4. Либерман Ю. М. О поиске влияющих станций при объективном анализе метеорологических полей.— Труды Гидрометцентра СССР, 1977, вып. 170, с. 81—86.

*Р. Л. Казан, К. М. Лугина,
В. С. Антоненко*

К ВОПРОСУ ОБ АНИЗОТРОПИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ БАРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1. При решении различных задач возникающих в связи с четырехмерным анализом метеорологических полей, используются данные о пространственно-временной структуре барического поля. При этом обычно предполагается [1, 7, 12, 15], что статистическая структура этого поля может считаться однородной и изотропной. Между тем известно, что эти предположения не являются точными. Во-первых, об однородности поля можно говорить лишь применительно к сравнительно небольшим территориям, находящимся примерно в одинаковых географических условиях [3, 11]. Во-вторых, даже и для небольших территорий может иметь место эффект анизотропии, проявляющийся в различном затухании корреляции в различных направлениях и связанный, например, с особенностями циркуляции в изучаемом районе.

Насколько нам известно, четкой анизотропии такого рода на эмпирическом материале установлено не было. Так, например, аппроксимация корреляционных функций для фиксированного сдвига времени, выполненная Г. В. Груза и В. Д. Казначеевой [4] по данным, предварительно рассчитанным для отдельных направлений осуществляется эллипсами с очень малым эксцентриситетом, практически не отличающимися от окружностей. В-третьих, в большинстве работ, в которых исследуется пространственно-временная структура (см. например, [1, 4, 11, 13]), указывается, что при рассмотрении асинхронных связей выявляется смещение центра максимальной корреляции относительно исходного пункта, в результате чего максимальная корреляция поля давления в данный срок с давлением, например за последующий срок, наблюдается не в данном пункте, а в некотором другом, смещенном в направлении ведущего потока. Корреляция же с давлением за предыдущие сроки, наоборот, максимальна в пунктах, смещенных в противоположном направлении.

Анизотропия пространственно-временных связей следует из гипотезы замороженной турбулентности Дж. Тейлора [16]. Однако отмеченное в упомянутых работах смещение максимума корреляции во времени оказывается гораздо меньше того, которое следовало бы из гипотезы замороженной турбулентности, и практически не учитывается.

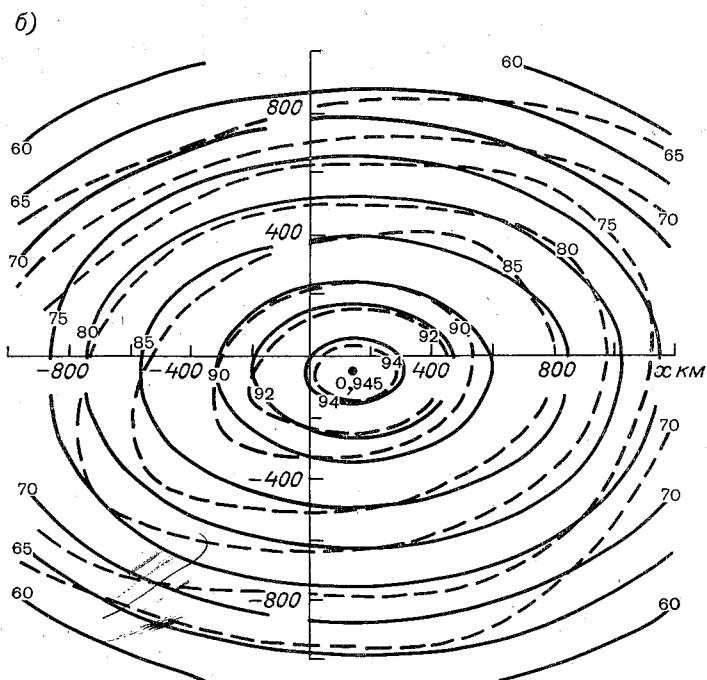
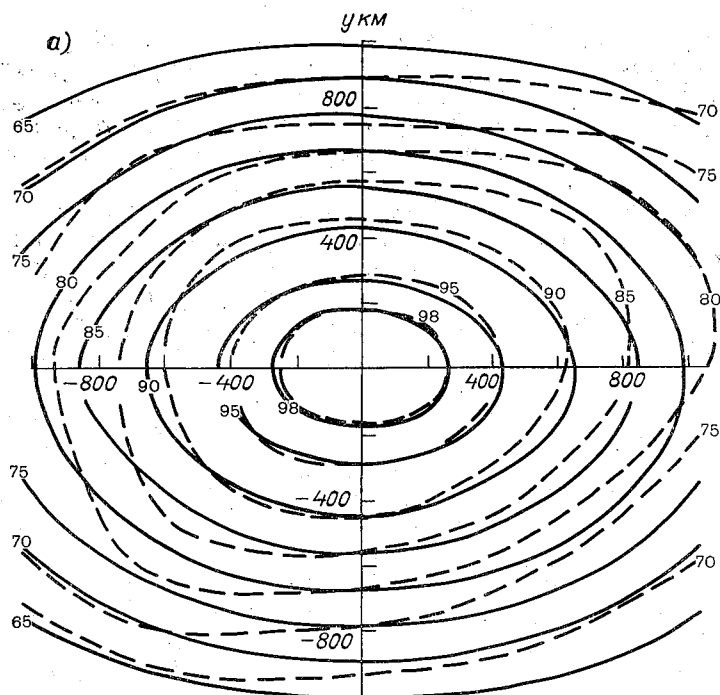
Целью настоящей статьи является уточнение этих выводов по данным сравнительно небольшой и однородной в климатическом отношении области, для которой неоднородностью поля давления можно пренебречь. Имелось в виду оценить реальную пространственную анизотропию как синхронных, так и несинхронных связей барического поля, а также возможное влияние ее на пространственную структуру полей барической тенденции.

2. Пространственно-временная корреляция поля давления, приведенного к уровню моря, рассчитывалась по данным восьмисрочных наблюдений на 70 станциях, расположенных на территории юга Скандинавии, Прибалтики и северо-западной части ЕТС. Использовались данные для января за период 1968—1971 гг. Подробное описание использованного материала, а также некоторые характеристики поля для него даны в [7].

Расчеты велись на ЭВМ М-220 по программе, являющейся модификацией программы, описанной в работе [5]. В этой модификации предполагается статистическая однородность поля, но изотропия поля предполагается лишь в пределах заданных интервалов направления и осреднение коэффициентов корреляции для различных пар станций производится в этих интервалах. Практически направления были разбиты на 8 интервалов (по 45° в каждом), соответствующих восьми основным румбам.

При расчете анизотропной пространственно-временной корреляционной функции для каждой пары точек и для каждого сдвига времени считается два коэффициента корреляции: коэффициент корреляции, соответствующий положительному сдвигу времени срока наблюдения на второй станции относительно срока наблюдения на станции, принятой за исходную (в качестве исходной принимается станция, от которой отсчитывается направление) $\tau > 0$, и коэффициент корреляции, соответствующий сдвигу времени $\tau < 0$. Полученные коэффициенты корреляции при последующем осреднении по направлениям могут быть использованы как для указанных значений сдвигов, так и для сдвигов противоположного знака при условии замены направления на обратное. Поскольку, однако, такая замена практически новой информации не добавляет, мы ограничимся приведением результатов лишь для положительных сдвигов τ .

Пространственно-временные корреляционные функции рассчитывались для интервалов расстояния от 25 до 1300 км и сдвигов времени от 3 до 48 ч. Однако для расстояний, превышающих 1000 км, и сдвига времени более 24 ч они получены на небольшом материале и являются недостаточно надежными. Мы ограничимся приведением характеристик пространственной корреляции



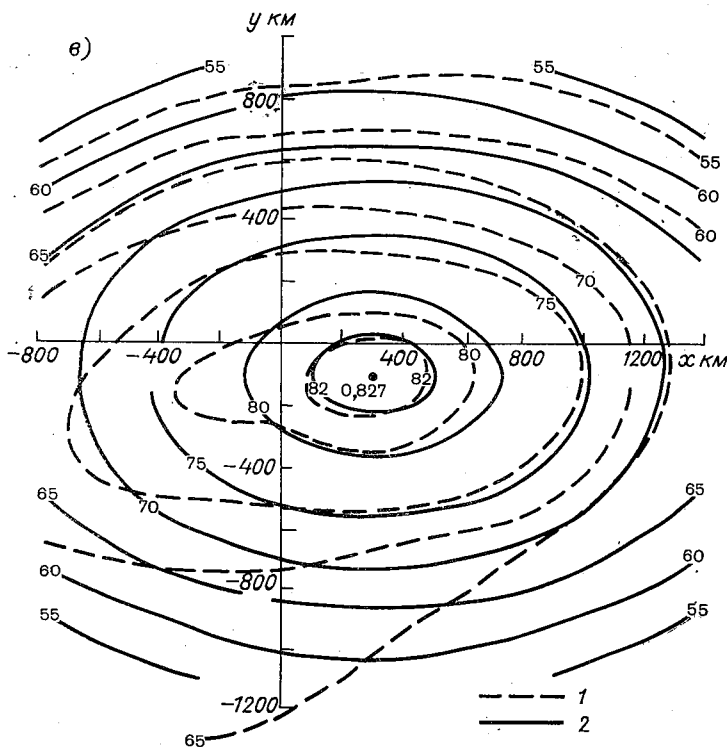


Рис. 1. Изокорреляты поля давления, приведенного к уровню моря.
 $a - \tau = 0$ ч, $b - \tau = 12$ ч, $в - \tau = 24$ ч; 1 — по фактическим данным, 2 — в соответствии с аппроксимацией (1) — (2). Значения коэффициента корреляции даны в сотых долях единицы.

для фиксированных сдвигов времени $\tau = 0, 12$ и 24 ч, представленных на рис. 1, на котором штриховыми линиями приведены изокорреляты, соответствующие фактически полученным значениям коэффициентов корреляции. На рис. 1 видна заметная анизотропия поля пространственной корреляции. Изокорреляты по форме близки к эллипсам, ориентация большой оси которых несколько изменяется от одного сдвига времени к другому, однако в общем остается близкой к зональному направлению. Область максимальной корреляции смещается с увеличением τ от начала координат в направлении на восток с небольшой южной составляющей. Это смещение в течение первых суток происходит сравнительно равномерно и составляет около 300 км. Заметим, что в дальнейшем смещение области максимальной корреляции существенно замедляется. Для отрицательных сдвигов времени смещение центра максимальной корреляции, естественно, будет таким же, но в противоположном, т. е. в западно-северо-западном, направлении.

Характер смещения центра максимальной корреляции со временем в общем согласуется с результатами Г. В. Груза и В. Д. Казначеевой [4], полученными по гораздо большей территории, однако имеются существенные количественные различия, относящиеся как к скорости смещения, так и к интенсивности центра максимальной корреляции. По данным [4], смещение его в течение первых суток имеет заметную северную составляющую, особенно на уровне 500 мбар. Что касается скорости смещения, то она составляет около 900 км в сутки для приземного давления и около 300 км в сутки для уровня 500 мбар. Возможно, что такие расхождения связаны со сравнительно небольшим пространственным разрешением исходных данных в работе [4], главной целью которой являлось исследование особенностей макроструктуры барического поля. Использование нами данных более густой сети станций позволяет более детально и с большей надежностью проследить смещение центра максимальной корреляции от срока к сроку. Этим обстоятельством, а также большей однородностью поля на рассмотренной нами ограниченной территории объясняются, по-видимому, и более высокие значения максимальной корреляции, которые по нашим данным для $\tau=24$ ч превышают 0,8, а по данным работы [4] составляют около 0,7.

Точное аналитическое описание анизотропной пространственно-временной корреляционной функции является сложным делом. Представляется, однако, что в первом приближении может быть использована аппроксимация вида

$$r_p(x, y, \tau) = (1 + d) e^{-d}, \quad (1)$$

где

$$d = \sqrt{\left(\frac{x - c_x \tau}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y - c_y \tau}{y_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2}, \quad (2)$$

x и y представляют собой составляющие вектора расстояния между пунктами, корреляция между которыми рассчитывается (напомним, что в качестве исходного принимается пункт, для которого использовались наблюдения за более ранние сроки); x_0 и y_0 — масштабы корреляции в широтном и меридиональном направлениях соответственно; τ — сдвиг времени; τ_0 — масштаб временной корреляции; c_x и c_y — скорость смещения центра максимальной корреляции в направлении осей x и y соответственно.

Аппроксимация (1) — (2) является естественным обобщением использованной в [7] модели и совпадает с ней при $x_0 = y_0$, $c_x = c_y = 0$.

При задании расстояний x и y в километрах, а сдвига времени в часах получаются следующие значения параметров: $x_0 = 1200$ км, $y_0 = 800$ км, $\tau_0 = 32$ ч, $c_x = 12,5$ км/ч, $c_y = -4,2$ км/ч.

На рис. 1 сплошными линиями представлены изокорреляты, соответствующие указанной аппроксимации. Сравнение их с изокоррелятами, построенными по фактически рассчитанным корреля-

ляционными функциям, показывает их удовлетворительное согласование.

Заметим, что принятое нами значение масштаба временной корреляции $\tau_0=32$ ч отличается от значения $\tau_0=30$ ч полученного ранее [7] при обработке того же исходного материала в предположении изотропии пространственно-временной корреляционной функции давления.

Такое занижение максимальной корреляции при неучете фактического смещения его центра со временем является одной из важнейших особенностей, которую следует учитывать при расчете характеристик структуры поля. Для этой цели можно воспользоваться оценками, выполненными авторами [9], применительно к учету аналогичного эффекта смещения центра максимальной межуровневой корреляции поля давления.

3. Анизотропия пространственно-временной корреляции должна сказываться на различных характеристиках поля и на точности разных способов его интерполяции. Мы ограничимся далее оценкой влияния этой анизотропии на структуру поля тенденции давления.

В статье [6] был произведен расчет пространственной корреляции тенденции давления на основе изотропной аппроксимации пространственно-временной корреляционной функции давления. Выполним аналогичные оценки при использовании более общей аппроксимации (1) — (2).

Пространственная ковариационная функция первой производной от давления по времени получается путем двойного дифференцирования пространственно-временной ковариационной функции давления [14]:

$$R_{\frac{\partial p}{\partial t}}(x, y) = - \left[\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} R_p(x, y, \tau) \right]_{\tau=0} = - \sigma_p^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} r_p(x, y, \tau) \right], \quad (3)$$

где σ_p^2 — дисперсия давления.

Подстановка в (3) формул (1) и (2) дает

$$\begin{aligned} R_{\frac{\partial p}{\partial t}}(x, y) &= \sigma_p^2 \left\{ - \frac{r'_p(d_0)}{d_0} \left(\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{c_x^2}{x_0^2} + \frac{c_y^2}{y_0^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{d_0^2} \left[r''_p(d_0) - \frac{r'_p(d_0)}{d_0} \right] \left(c_x \frac{x}{x_0^2} + c_y \frac{y}{y_0^2} \right)^2 \right\} = \\ &= \sigma_p^2 \exp(-d_0) \left\{ \left(\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{c_x^2}{x_0^2} + \frac{c_y^2}{y_0^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{d_0} \left[\frac{c_x \tau_0}{x_0} \left(\frac{x}{x_0} \right) + \frac{c_y \tau_0}{y_0} \left(\frac{y}{y_0} \right) \right]^2 \right\}, \quad (4) \end{aligned}$$

где

$$d_0 = d|_{\tau=0} = \sqrt{\left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + \left(\frac{y}{y_0} \right)^2}. \quad (5)$$

Дисперсия производной определяется по формуле

$$\sigma_{\frac{\partial p}{\partial t}}^2 = R_{\frac{\partial p}{\partial t}}(0, 0) = \frac{1}{\tau_0^2} \sigma_p^2 A, \quad (6)$$

где

$$A = 1 + \left(\frac{c_x \tau_0}{x_0} \right)^2 + \left(\frac{c_y \tau_0}{y_0} \right)^2, \quad (7)$$

а корреляционная функция — выражением

$$r_{\frac{\partial p}{\partial t}}(x, y) = \exp(-d_0) \left\{ 1 - \frac{1}{Ad_0} \left[\frac{c_x \tau_0}{x_0} \left(\frac{x}{x_0} \right) + \frac{c_y \tau_0}{y_0} \left(\frac{y}{y_0} \right) \right]^2 \right\}. \quad (8)$$

При отсутствии смещения максимума корреляции во времени $c_x = c_y = 0$, $A = 1$ и формула (8) существенно упрощается

$$r_{\frac{\partial p}{\partial t}}(x, y) = \exp \left(- \sqrt{\left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + \left(\frac{y}{y_0} \right)^2} \right), \quad (9)$$

так что имеет место чисто экспоненциальное убывание корреляции барической тенденции с расстоянием, причем радиусы корреляции в разных направлениях различны. В нашем случае корреляция в зональном направлении убывает существенно медленнее, чем в меридиональном.

Таблица 1

Пространственная корреляция тенденции давления

Направление	Аппроксимация r_p	Расстояние, км					
		0	200	400	600	800	1000
Зональное	а	1,00	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37
	б	1,00	0,85	0,72	0,61	0,51	0,44
	в	1,00	0,80	0,63	0,50	0,40	0,32
	г	1,00	0,83	0,69	0,58	0,48	0,40
Меридиональное	а	1,00	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37
	б	1,00	0,78	0,61	0,47	0,37	0,29
	в	1,00	0,82	0,67	0,55	0,44	0,36
	г	1,00	0,77	0,60	0,46	0,36	0,28

Примечание. а — аппроксимация корреляционной функции давления изотропная без смещения максимума корреляции: $x_0 = y_0 = 1000$ км, $c_x = c_y = 0$;

б — аппроксимация анизотропная без смещения максимума: $x_0 = 1200$ км, $y_0 = 800$ км, $c_x = c_y = 0$;

в — аппроксимация изотропная со смещением максимума корреляции: $x_0 = y_0 = 1000$ км, $c_x = 12,5$ км/ч, $c_y = -4,2$ км/ч;

г — аппроксимация анизотропная со смещением максимума корреляции: $x_0 = 1200$ км, $y_0 = 800$ км; $c_x = 12,5$ км/ч., $c_y = -4,2$ км/ч.

Смещение максимума корреляции поля давления при $\tau > 0$ уменьшает корреляцию барической тенденции, особенно в зональном направлении. Однако это уменьшение заметно лишь при больших расстояниях, сравнимых с масштабами корреляции.

Количественно различия между пространственной корреляцией тенденции давления в широтном и меридиональном направлениях можно проиллюстрировать табл. 1, в которой соответствующие корреляционные функции рассчитаны при различных аппроксимациях пространственно-временной корреляционной функции давления.

Из данных, приведенных в табл. 1, видно, что эти различия сравнительно невелики и в практически наиболее важном диапазоне расстояний — до 500 км — отклонения корреляционных функций, полученных для анизотропной аппроксимации (γ), от изотропной аппроксимации (α) находятся в пределах 10%. Еще меньшими будут отклонения от изотропной аппроксимации для промежуточных направлений.

Указанные различия в структуре поля тенденции столь невелики, что вряд ли оправдают их учет при анализе этого поля, тем более, что полученные оценки основаны на предположениях о структуре поля давления, выполняющихся лишь приближенно. С этой точки зрения представляется допустимым использование изотропной аппроксимации, подобно тому, как это делалось в [6]. К подобному же выводу пришли авторы работы [2] в результате изучения пространственной корреляции поля тенденции давления в различных направлениях на фактическом материале.

Вопрос об учете анизотропии пространственно-временной корреляции поля давления применительно к другим задачам должен рассматриваться в каждом конкретном случае с учетом специфики решаемой задачи. При этом, однако, следует учитывать возможную статистическую значимость полученных оценок анизотропии. Например, в нашем случае представляется, что полученные различия корреляции поля давления в разных направлениях для *рассмотренного периода* являются достаточно достоверными. Однако это еще не дает оснований утверждать, что указанные различия будут значимыми и за *пределами периода*, данные которого были использованы при расчетах. Оценки значимости корреляционных функций, выполненные по методике, подробно изложенной в [8], показывают, что различия между корреляцией поля давления в широтном и меридиональном направлении лежат в пределах возможных выборочных ошибок изотропной корреляционной функции. Поэтому не исключено, что, используя для решения той или иной задачи более детальную анизотропную аппроксимацию для других периодов, мы не только не уточним решения по сравнению с более грубой изотропной схемой, но и увеличим его погрешности.

Сказанное не означает, что авторы считают вообще не нужным более детальное исследование статистической структуры метеорологических полей и использование ее детализированных ха-

рактических в конкретных задачах. Мы хотели бы лишь предостеречь против слишком общего использования тонких характеристик структуры, полученных для определенного района и для определенных периодов времени. Использование их требует расширить работу по исследованию статистической структуры метеорологических полей с целью получения более надежного описания ее для различных физико-географических условий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенков Е. П. Физико-статистические методы анализа и предвычисления метеорологических полей.— Труды ААНИИ, 1963, т. 263, 243 с.
2. Галахова Т. А., Алексеева-Обухова И. А. Применение гипотезы однородности и изотропии по отношению к полю барической тенденции.— Труды Гидрометцентра СССР, вып. 129, с. 99—104.
3. Груза Г. В., Казначеева В. Д. Статистическая структура барического поля северного полушария.— Труды САРНИГМИ, 1968, вып. 38(53), 133 с.
4. Груза Г. В., Казначеева В. Д. Анизотропная пространственно-временная корреляционная функция барического поля.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1968, т. 4, № 7, с. 710—716.
5. Журавлева Е. Б., Каган Р. Л., Поляк И. И. Вычисление автокорреляционных и взаимных корреляционных функций по нескольким реализациям случайного процесса.— Труды ГГО, 1971, вып. 289, с. 20—28.
6. Каган Р. Л. Некоторые возможности использования данных о пространственно-временной структуре барического поля.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 3—21.
7. Каган Р. Л., Лугина К. М. Пространственно-временная структура приземного давления.— В кн.: Исследования статистической структуры метеорологических полей, т. 1. М., Гидрометеоиздат, 1975, с. 64—72.
8. Каган Р. Л., Лугина К. М. К вопросу о пространственной корреляции аномалий температуры воздуха.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 186—204.
9. Каган Р. Л., Лугина К. М. К вопросу об использовании наземных данных при анализе барического поля на высотах.— Метеорология и гидрология, 1977, № 2, с. 32—38.
10. Лугина К. М., Тараканова В. П. Пространственная структура поля средней месячной температуры.— В кн.: Исследования статистической структуры метеорологических полей, т. 1. М., Гидрометеоиздат, 1975, с. 73—79.
11. Мартемьянов В. И. О пространственно-временной статистической структуре трехмерного поля давления.— Труды ГГО, 1974, вып. 298, с. 54—62.
12. Овчинский Б. В. Интерполирование метеорологических полей с помощью пространственно-временной корреляционной функции.— Метеорология и гидрология, 1965, № 4, с. 3—11.
13. Олевская С. М. Пространственно-временная структура полей геопотенциала.— Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 39, с. 59—66.
14. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления.— М.: Физматгиз, 1962.—883 с.
15. Huss A. On the introduction of space-time correlation functions in optimum objective analysis methods.— J. Appl. Met., 1971, vol. 10, N 1, p. 152—156.
16. Taylor C. I. The spectrum of turbulence.— Proc. Roy. Soc., 1938, London, vol. A 164, p. 476—490.

Р. Л. Каган

О ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЕ ПОЛЯ ВЕТРА

1. При использовании данных о ветре за разные сроки в задачах объективного анализа и контроля метеорологических полей необходимы сведения о пространственной и временной статистической структуре поля ветра. Хотя такие сведения приводятся во многих работах (см., например, [4, 6, 10, 21]), они в большинстве случаев основаны на сравнительно небольшом материале и с трудом поддаются обобщению. Это само по себе не являлось бы серьезным препятствием к использованию их при объективном анализе, поскольку требования к точности задания статистической структуры анализируемого поля в большинстве практических задач являются не очень высокими. Более серьезной является необходимость согласования характеристик структуры различных полей в случае совместного анализа разнородных данных, например, при совместном анализе полей геопотенциала и ветра или при их комплексном контроле. Если для таких задач задавать структуру каждого поля отдельно, то не исключена возможность формирования при совместном анализе матриц, не обладающих положительной определенностью, при которых задача об оптимальном согласовании полей становится нерешаемой.

В связи с этим представляется целесообразным при анализе поля ветра в свободной атмосфере умеренных широт использовать характеристики пространственно-временной структуры, полученные на основе данных о статистической структуре барического поля для составляющих геострофического ветра, подобно тому, как это делается для пространственной структуры поля ветра (см., например, [2]). Ниже приводятся соответствующие расчетные формулы, полученные при специфическом задании структуры поля давления с учетом его пространственно-временной анизотропии, а также обсуждается вопрос о практической целесообразности учета этого фактора.

2. В работах [7, 14] для аппроксимации пространственно-вре-

менной корреляционной функции барического поля на том или ином уровне в умеренных широтах используются формулы вида

$$r(\rho, \tau) = r(d), \quad (1)$$

где

$$d = \sqrt{(\rho/\rho_0)^2 + (\tau/\tau_0)^2}, \quad (2)$$

ρ — расстояние между пунктами, ρ_0 — масштаб пространственной корреляции, τ — сдвиг времени между сроками наблюдений, τ_0 — масштаб временной корреляции.

Аналитический вид корреляционной функции $r(d)$ может быть выбран различным. В [7, 14] была использована функция вида

$$r(d) = (1 + d) \exp(-d), \quad (3)$$

которая удовлетворительно согласуется с фактическими данными о пространственно-временной корреляции поля давления и соответствует дифференцируемому полю давления, что очень существенно для оценки структуры его дифференциальных характеристик.

Аппроксимация (1)–(2) предполагает, что для фиксированных моментов времени поле давления (или геопотенциала изобарической поверхности) на рассматриваемом уровне является статистически изотропным (т. е. убывание корреляции с расстоянием не зависит от направления) и стационарным во времени. Более того, оно может считаться однородным и изотропным в пространстве «горизонтальные координаты — время», при выборе единиц измерения пропорциональными соответствующим масштабам корреляции. Такая аппроксимация является, конечно, приближенной, однако она позволяет получить разумные оценки структуры ряда полезных характеристик [7] и может быть использована в схемах объективного анализа поля давления. Вместе с тем полезно выяснить, в какой мере ее уточнение могло бы сказаться при решении тех или иных практических задач.

Представляется, что применительно к барическому полю в свободной атмосфере наиболее существенной особенностью, не учитываемой аппроксимацией (1)–(2), является смещение во времени центра максимальной корреляции. Это смещение отмечается рядом авторов [1, 5, 15, 16] и происходит в направлении ведущего потока сравнительно равномерно в течение первых суток, а затем замедляется или даже совсем прекращается. С целью учета этого смещения мы будем далее моделировать пространственно-временную корреляцию поля давления формулами вида

$$r(x, y, \tau) = r(d), \quad (4)$$

где

$$d = \sqrt{\frac{(x - c\tau)^2 + y^2}{\rho_0^2} + \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2}, \quad (5)$$

x и y — представляют собой разности соответствующих координат для пунктов, корреляция между которыми рассчитывается, при-

ем в качестве исходного берется пункт, для которого используются наблюдения за более ранние сроки (т. е. при $\tau > 0$). При этом будем для удобства считать ось x ориентированной в направлении смещения центра максимальной корреляции, c — скорость этого смещения.

Формулы (4) — (5) также предполагают изотропию поля пространственной корреляции, но не относительно исходного пункта, а относительно пункта, смещенного на расстояние ct от него. Они являются обобщением формул (1) — (2) и совпадают с ними при отсутствии смещения максимума корреляции, т. е. при $c = 0$. Более того, аппроксимации (4) — (5) и (1) — (2) формально совпадают, если условиться при определении горизонтальных расстояний пользоваться не исходными значениями координат пунктов, а значениями, смещенными в соответствии со смещением центра максимальной корреляции. При этом вместо истинного значения расстояния $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ будет использоваться величина

$$\tilde{\rho} = \sqrt{(x - c\tau)^2 + y^2}. \quad (6)$$

Неучет смещения центра максимальной корреляции при расчете корреляционной функции должен приводить к занижению пространственно-временной корреляции. О величине этого занижения и о возможном влиянии его на точность анализа поля давления методом оптимальной интерполяции можно судить по оценкам, выполненным в работе [8], где аналогичным образом моделировалась анизотропия межуровневой корреляции поля давления.

Составляющие геострофического ветра в направлении осей x и y соответственно определяются известными формулами:

$$u = -\frac{g}{l} \frac{\partial H}{\partial y}, \quad v = \frac{g}{l} \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (7)$$

где H — геопотенциальная высота изобарической поверхности, g — ускорение силы тяжести, l — параметр Кориолиса.

Поэтому оценка статистической структуры этих составляющих сводится к оценке статистической структуры соответствующих производных. Ковариационные функции производных поля геопотенциала получаются путем повторного дифференцирования ковариационной функции поля геопотенциала [17],

$$\begin{aligned} R_{\frac{\partial H}{\partial x}}(x, y, \tau) &= -\frac{\partial^2 R_H(x, y, \tau)}{\partial x^2} = -\sigma_H^2 \frac{\partial^2 r_H(x, y, \tau)}{\partial x^2}, \\ R_{\frac{\partial H}{\partial y}}(x, y, \tau) &= -\frac{\partial^2 R_H(x, y, \tau)}{\partial y^2} = -\sigma_H^2 \frac{\partial^2 r_H(x, y, \tau)}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где σ_H^2 — дисперсия поля геопотенциала.

Учитывая (4) и (5), нетрудно получить

$$R_{\frac{\partial H}{\partial x}}(x, y, \tau) = -\frac{\sigma_H^2}{\rho_0^2} \left\{ \frac{r'(d)}{d} + \left[r_H''(d) - \frac{r'(d)}{d} \right] \frac{(x - c\tau)^2}{d^2 \rho_0^2} \right\},$$

$$R_{\frac{\partial H}{\partial y}}(x, y, \tau) = -\frac{\sigma_H^2}{\rho_0^2} \left\{ \frac{r'(d)}{d} + \left[r_H''(d) - \frac{r'(d)}{d} \right] \frac{y^2}{d^2 \rho_0^2} \right\},$$

$$\sigma_{\frac{\partial H}{\partial x}}^2 = \sigma_{\frac{\partial H}{\partial y}}^2 = -\frac{\sigma_H^2}{\rho_0^2} r_H''(0). \quad (9)$$

В результате для составляющих геострофического ветра при использовании корреляционной функции (3) получаются следующие формулы:

$$\sigma_u^2 = \sigma_v^2 = \frac{g^2}{l^2} \frac{\sigma_H^2}{\rho_0^2};$$

$$r_u(x, y, \tau) = \exp(-d) \left[1 - \frac{y^2}{\rho_0^2 d} \right];$$

$$r_v(x, y, \tau) = \exp(-d) \left[1 - \frac{(x - c\tau)^2}{\rho_0^2 d} \right]. \quad (10)$$

Обозначим

$$k = \sqrt{1 + \frac{(\tau/\tau_0)^2}{(\tilde{\rho}/\rho_0)^2}}. \quad (11)$$

Тогда $d = k \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}$ и формулы (10) принимают вид:

$$r_u(x, y, \tau) = \exp\left(-k \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\right) \left(1 - \frac{y^2}{k \rho_0 \tilde{\rho}}\right);$$

$$r_v(x, y, \tau) = \exp\left(-k \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\right) \left(1 - \frac{(x - c\tau)^2}{k \rho_0 \tilde{\rho}}\right). \quad (12)$$

В частности, для пространственной корреляции поля геострофического ветра $\tau=0$; $\tilde{\rho}=\rho$, и получаем формулы

$$r_u(x, y) = \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_0}\right) \left(1 - \frac{y^2}{\rho_0 \rho}\right);$$

$$r_v(x, y) = \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_0}\right) \left(1 - \frac{x^2}{\rho_0 \rho}\right). \quad (13)$$

При этом максимальная корреляция одноименных составляющих имеет место при $\rho=0$ ($r_u|_{\rho=0}=r_v|_{\rho=0}=1$). При наличии сдвига времени τ максимальная корреляция равна

$$r_{\max}(\tau) = \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right). \quad (14)$$

Она имеет место при $\tilde{\rho}=0$, т. е. при $x=c\tau$, $y=0$ — в центре максимальной корреляции поля давления. Таким образом, центр максимальной корреляции и поле изокоррелят составляющих скорости ветра в целом при $\tau \neq 0$ смещаются вместе с центром максимальной корреляции поля давления. Скорость убывания корреляции по мере удаления от этого центра уменьшается с ростом k при увеличении сдвига времени.

Для временной корреляции $x=y=\rho=0$

$$d|_{\rho=0} = \alpha \frac{\tau}{\tau_0}, \quad (15)$$

где $\alpha = \sqrt{1 + \left(\frac{c\tau_0}{\rho_0}\right)^2}$, так что

$$\begin{aligned} r_u(\tau) &= \exp\left(-\alpha \frac{\tau}{\tau_0}\right); \\ r_v(\tau) &= \exp\left(-\alpha \frac{\tau}{\tau_0}\right) \left(1 - \frac{c^2 \tau_0^2}{\rho_0^2 \alpha} \left|\frac{\tau}{\tau_0}\right|\right). \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, при наличии смещения центра максимальной пространственно-временной корреляции поля давления временная корреляция составляющих геострофического ветра в направлении этого смещения убывает с расстоянием медленнее, чем в перпендикулярном направлении, но быстрее, чем при отсутствии смещения.

3. Для выполнения конкретных оценок необходимо задание масштабов корреляции ρ_0 и τ_0 и скорости смещения c . В соответствии с полученными в [14] результатами примем $\tau_0=30$ ч. Полагая также $\rho_0=1000$ км, что близко к данным [14, 18] для зимнего сезона.

В табл. 1 приводятся пространственно-временные корреляционные функции составляющих скорости ветра для некоторых сдвигов времени. Поскольку корреляционные функции для составляющих в фиксированном направлении являются существенно анизотропными, представлялось целесообразным привести не сами корреляционные функции r_u и r_v , а корреляционные функции поперечных и продольных составляющих, обозначенные соответственно $F(\rho)$ и $G(\rho)$. Эти корреляционные функции связаны соотношениями [3]:

$$\begin{aligned} r_u(\rho, \varphi) &= G(\rho) \cos^2 \varphi + F(\rho) \sin^2 \varphi; \\ r_v(\rho, \varphi) &= G(\rho) \sin^2 \varphi + F(\rho) \cos^2 \varphi, \end{aligned} \quad (17)$$

где φ — угол между осью x и направлением вектора расстояния

Пространственно-временная корреляция (в тысячных долях)
составляющих геострофического ветра

ρ км	$G(\rho)$	$F(\rho)$	$\bar{r}$	$G(\rho)$	$F(\rho)$	$\bar{r}$	$G(\rho)$	$F(\rho)$	$\bar{r}$
	$\tau=0$ ч			$\tau=12$ ч			$\tau=24$ ч		
0	1000	1000	1000	670	670	670	449	449	449
200	819	655	737	639	582	610	438	417	428
400	670	402	536	568	407	488	409	336	372
600	549	220	384	486	243	364	368	235	302
800	449	90	270	409	116	262	323	149	232
1000	368	0	184	341	24	182	278	61	170
1200	301	-60	120	282	-39	122	236	0	118
1400	247	-99	74	233	-81	76	199	-43	78
1600	202	-121	40	192	-106	43	167	-72	48
1800	165	-132	16	158	-120	19	139	-90	24
2000	135	-135	0	130	-125	2	116	-99	8

между двумя рассматриваемыми пунктами. В частности, $G(\rho)$ совпадает с корреляционной функцией r_u в направлении оси x и с r_v — в направлении оси y , а $F(\rho)$ — с корреляционной функцией r_v в направлении оси x и с r_u — в направлении оси y .

Кроме того, в табл. 1 представлены средние значения этих функций

$$\bar{r} = \frac{G(\rho) + F(\rho)}{2} = \frac{r_u + r_v}{2}, \quad (18)$$

которые характеризуют корреляцию векторов и также не зависят от ориентации осей системы координат.

Для синхронных данных ($\tau=0$) корреляционные функции составляющих геострофического ветра сопоставлялись с фактическими данными рядом авторов. М. О. Кричак [13] показала, что корреляционные функции составляющих скорости ветра, рассчитанных по фактическому полю давления, и реального ветра практически совпадают. Детальное сопоставление корреляционных функций с функциями, полученными путем аналитического расчета, в том числе и для принятой нами аппроксимации (3) производилось в работах К. Ю. Бюлла [19, 20] и Т. П. Калугиной и М. В. Карташовой [10, 11] (см. также обзор Л. С. Гандина [2]).

Гораздо меньше фактических данных для сравнения пространственной корреляции при наличии сдвига времени. Практически для этой цели пригодны, по-видимому, лишь данные, приводящиеся в работах [12, 20]. В работе Киеу Тхи Синя и В. А. Шнайда

мана [12] приводятся данные о пространственно-временной структуре поля ветра на уровнях 200 и 300 мбар в течение зимнего периода по данным 5 станций в центральной части ЕТС для сдвига времени $\tau=12$ ч. Эти данные приведены отдельно для зональной и меридиональной составляющих скорости ветра и для каждого уровня в отдельности. В табл. 2 представлены полученные по этим данным средние для обеих составляющих и обоих уровней значения корреляционных функций.

Сравнение данных табл. 2 и 1 показывает удовлетворительное согласование их при $\tau=0$. При $\tau=12$ ч расчетные значения средней корреляционной функции $\bar{r}$ в табл. 1 систематически превышают приведенные в табл. 2 значения.

Таблица 2

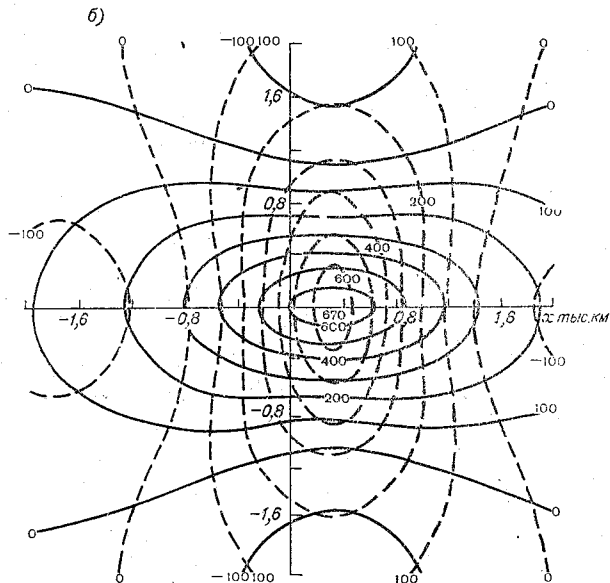
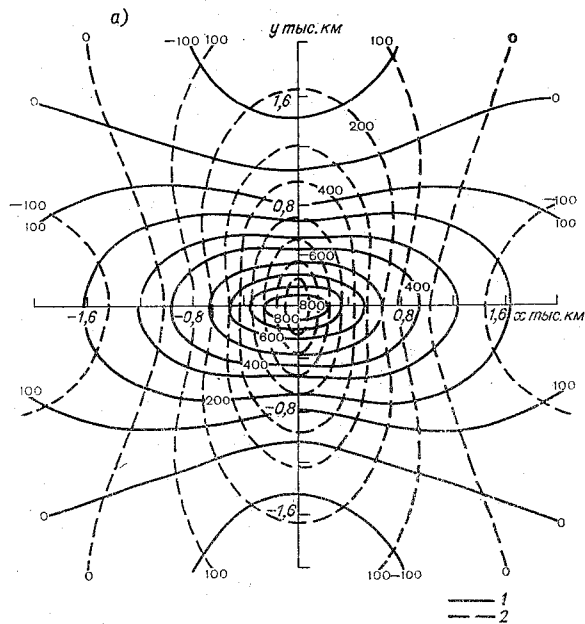
Средние корреляционные функции ($\bar{r}$) составляющих скорости ветра на уровнях 200 и 300 мбар по данным [12]

τ ч	ρ км					
	0	200	300	400	500	600
0	1,00	0,74	0,65	0,58	0,53	0,46
12	0,63	0,52	0,46	0,40	0,36	0,33

При сопоставлении указанных данных следует иметь в виду, что корреляционные функции в табл. 1 относятся к случаю, когда смещение центра максимальной корреляции отсутствует, так что функции $G(\rho)$ и $F(\rho)$ действительно могут считаться изогруппными. В случае наличия смещения центра максимальной корреляции приведенными в табл. 1 данными о пространственной корреляции для $\tau=0$ можно пользоваться, если отсчитывать расстояние не от исходного пункта, а от пункта, смещенного от него на расстояние st . Таким же образом следовало бы производить и осреднение фактических данных о пространственной корреляции. В противном случае может иметь место ее занижение. Некоторые оценки возможного занижения будут даны нами при рассмотрении временной корреляции.

В работе Бюлла [20] приводятся фактические данные о пространственно-временной корреляции поля ветра на уровне 500 мбар для зимнего сезона над Северной Америкой. Расчет проводился отдельно по различным направлениям, и детальная обработка данных позволила выявить закономерное смещение центров максимальной корреляции составляющих скорости ветра в течение первых суток примерно на 600 км в восточном направлении, что соответствует в нашей модели скорости смещения $s=25$ км/ч.

На рис. 1 приведены поля изокоррелят составляющих скорости ветра, рассчитанные для $\tau=0, 12$ и 24 ч по формулам (10) при указанной скорости смещения. Ось x при этом ориентиро-



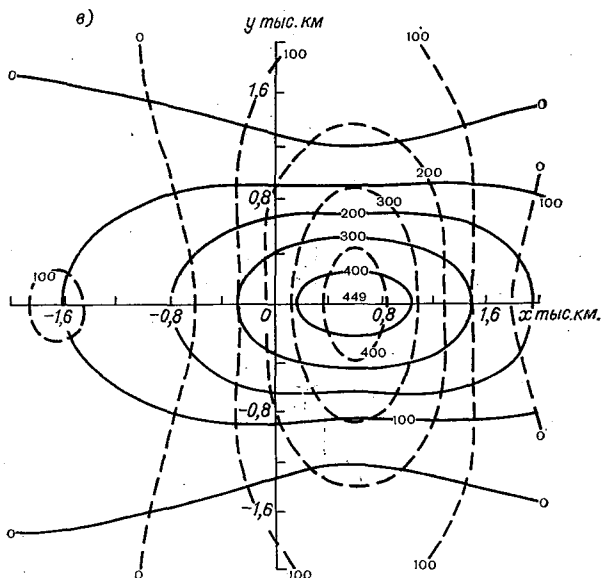


Рис. 1. Изокорреляты зональной (1) и меридиональной (2) составляющих скорости геострофического ветра.

$a - \tau = 0$ ч, $b - \tau = 12$ ч, $в - \tau = 24$ ч. Значения коэффициента корреляции даны в тысячных долях единицы.

вана на восток, u и v представляют собой зональную и меридиональную составляющие скорости ветра соответственно. Сравнение рис. 1 с приведенными в работе [20] картами фактических изокоррелят показывает, что они, в общем, неплохо согласуются для не очень больших расстояний (примерно до 1000 км). На больших расстояниях согласование ухудшается главным образом за счет существенно более интенсивных по сравнению с расчетными областей отрицательной корреляции. Это связано, по-видимому, с тем, что принятая нами аппроксимация корреляционной функции поля давления (3) дает существенно положительную корреляцию этого поля и для больших расстояний между пунктами, что заведомо не соответствует действительности. Для более реалистического описания структуры поля ветра на больших расстояниях следовало бы использовать вместо (3) какую-нибудь знакопеременную аналитическую формулу. Однако для многих практических задач, для которых наиболее существенна корреляция для сравнительно небольших расстояний, в том числе для анализа поля ветра, использование аппроксимации (3) представляется вполне допустимым.

Поскольку скорость смещения центра максимальной корреляции поля давления столь заметно сказывается на пространственно-временной корреляции ветра, представляется существенным

возможно более точное задание ее, так как использование данных, рассчитанных при неправильном задании значений c , может в принципе привести к худшим результатам, чем полный учет пространственно-временной анизотропии. Во всех работах, в которых исследуется пространственно-временная корреляция поля давления, указывается, что смещение центра максимальной корреляции происходит в общем в восточном направлении. Что касается скорости перемещения, то, по данным Г. В. Груза и В. Д. Казначеевой [5], для всего северного полушария она в течение первых суток составляет около 900 км для уровня 1000 мбар и около 300 км для уровня 500 мбар, причем на обоих

Таблица 3

Временная корреляция (в тысячных долях) составляющих геострофического ветра при различной скорости смещения центра максимальной корреляции

c км/ч	r	Интервал времени, τ ч					
		0	6	12	18	24	30
0	$r_u = r_v = \bar{r}$	1000	819	670	549	449	368
12,5	r_u	1000	807	652	527	426	344
	r_v	1000	786	618	485	381	264
	$\bar{r}$	1000	796	635	506	403	304
		1000	779	607	472	368	287
25	r_u	1000	779	607	472	368	287
	r_v	1000	709	497	345	235	158
	$\bar{r}$	1000	742	552	408	302	222

уровнях имеется заметная северная составляющая. Около 300 км в сутки составляет она для приземного давления в районе Скандинавии и Прибалтики [9]. Из данных Бюлла [20] для Северной Америки следует строго зональное смещение центра максимальной корреляции на уровне 500 мбар примерно на 600 км.

Насколько существенно правильное задание скорости смещения c видно из табл. 3, в которой приводится временная корреляция скорости ветра в фиксированном пункте.

Из данных, приведенных в табл. 3, следует, что смещение центра максимальной корреляции на 300 км за сутки ($c = 12,5$ км/ч) приводит к уменьшению корреляции зональной составляющей для $\tau = 24$ ч на 5%, а меридиональной — на 15%. При смещении же на 600 км за сутки ($c = 25$ км/ч) это занижение достигает 20 и 48% соответственно.

В свете сказанного представляется, что тщательный анализ фактических данных о временной корреляции поля ветра может позволить косвенно оценить величину смещения для различных физико-географических условий еще до выполнения трудоемких расчетов характеристик пространственно-временной структуры

для каждого конкретного района. Так, например, по данным работы [12], для $\tau=12$ ч $r_u(\tau)=0,65$, $r_v(\tau)=0,61$, что совпадает с оценками, приведенными в табл. 3 для $c=12,5$ км/ч. Учитывая, что фактических данных о временной корреляции скорости ветра имеется довольно много (см., например, [4, 6, 21, 22, 23]), представляется, что они заслуживают специального исследования, выходящего за рамки настоящей статьи. До выполнения такого исследования, вероятно, целесообразно в большинстве задач пользоваться согласованными характеристиками структуры полей геопотенциала и ветра, полученными при задании $\tau=0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенков Е. П. Физико-статистические методы анализа и предвычисления метеорологических полей.— Труды ААНИИ, 1963, т. 263, 243 с.
2. Гандин Л. С. Ветер.— В кн.: Статистическая структура метеорологических полей. Под ред. Л. С. Гандина, В. И. Захариева, Р. Целнан, Будапешт, 1976, с. 107—129.
3. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л.: Гидрометеоиздат. 1976.— 359 с.
4. Гарифулин К. К. Изменчивость ветра в свободной атмосфере. Л.: Гидрометеоиздат, 1967.— 143 с.
5. Груза Г. В., Казначеева В. Д. Анизотропная пространственно-временная корреляционная функция барического поля.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1968, т. 4, № 7, с. 710—716.
6. Гутерман И. Г., Игнатьюшина Е. Н. Корреляционные функции характеристик ветра.— В кн.: Применение статистических методов в метеорологии. Л., Гидрометеоиздат, 1971, с. 67—89.
7. Каган Р. Л. Некоторые возможности использования данных о пространственно-временной структуре барического поля.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 3—21.
8. Каган Р. Л., Лугина К. М. К вопросу об использовании наземных данных при анализе барического поля на высотах.— Метеорология и гидрология, 1977, № 2, с. 32—38.
9. Каган Р. Л., Лугина К. М., Антоненко В. С. К вопросу об анизотропии пространственно-временной структуры барического поля.— См. наст. сб.
10. Калугина Т. П., Карташова М. В. О статистических характеристиках поля ветра в экваториальной зоне и в средних широтах.— Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 39, с. 67—83.
11. Карташова М. В. Свойства корреляционных функций продольного и поперечного вектора ветра в средних широтах.— Метеорология и гидрология, 1970, № 11, с. 35—43.
12. Киеу Тхи Синь, Шнайдем В. А. Пространственно-временные статистические характеристики и методика оптимальной интерполяции скорости максимального ветра.— Метеорология и гидрология, № 8, 1969, с. 42—46.
13. Кричак М. О. Некоторые результаты исследования статистических характеристик поля ветра.— Труды ГГО, 1967, вып. 208, с. 32—40.
14. Лугина К. М., Каган Р. Л. К вопросу о пространственно-временном анализе барического поля.— Труды ГГО, 1974, вып. 336, с. 75—94.
15. Мартемьянов Б. И. О пространственно-временной статистической структуре трехмерного поля давления.— Труды ГГО, 1974, вып. 298, с. 54—62.
16. Олевская С. М. Пространственно-временная структура полей геопотенциала.— Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 39, с. 59—66.
17. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций.— М.: Наука, 1968.— 463 с.
18. Юдин М. И. Некоторые закономерности структуры поля геопотенциала.— Труды ГГО, 1961, вып. 121, с. 3—18.

19. Buell C. E. Two-point wind correlations on an isobaric surface in a nonhomogeneous non-isotropic atmosphere.—J. Appl. Met. 1971, vol. 10, N 6, p. 1266—1274.
20. Buell C. E. Variability of wind with distance and time on an isobaric surface.—J. Appl. Met., 1972, vol. 11, N 7, p. 1085—1091.
21. Charles B. N. Lag correlation of upper winds.—J. Met., 1959, vol. 16, N 1, p. 83—86.
22. Durst C. S. Variation of wind with time and distance.—Geophys. Memoires, 1954, vol. 12 N 93, 32 p.
23. Ellsaesser H. W. Wind variability as a function of time.—Mon. Wea. Rev., 1969, vol. 97, N 6, p. 424—428.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СУТОЧНЫХ СУММ СУММАРНОЙ РАДИАЦИИ

В последнее время заметно возрос спрос на актинометрическую информацию в связи с решением ряда теоретических и прикладных задач, особенно в областях энергетики и строительного проектирования.

Для удовлетворения запросов потребителей необходимо знать не только средние величины показателей радиационного режима, но и данные по статистическим характеристикам, которые дают представление о временной структуре ряда.

В Справочнике по климату СССР [12] данных по солнечной радиации недостаточно. В них приводятся только средние за месяц потоки, суточные, месячные, годовые суммы и по ограниченному числу станций часовые суммы.

Временная структура рядов солнечной радиации изучена сравнительно мало. Большинство работ по этому вопросу касается межгодовой изменчивости [1, 2, 6, 7, 13]. Тем не менее запросы практиков показали, что в настоящее время необходима информация о различных характеристиках сумм радиации за более мелкие промежутки времени, чем месяц. По ряду метеоэлементов в настоящее время имеются довольно полные исследования по этому вопросу, например, исследование рядов температуры в работах Р. Л. Кагана и Е. И. Федорченко [3, 4, 15—17] и в работе Л. В. Тихомировой [14], анализ временной структуры рядов относительной влажности в работе М. А. Чубенко [18] и др.

Вопросы временной структуры рядов составляющих радиационного баланса по небольшому числу станций рассматривались в [8, 9, 10]. Были сделаны некоторые выводы относительно структуры актинометрических рядов. В частности, получено, что распределение месячных сумм радиации близко к нормальному, только для рядов радиационного баланса отмечалось наличие асимметрии в месяцы схода снежного покрова. При изучении временного распределения суточных сумм прямой, суммарной радиации и радиационного баланса было установлено, что кривые распределения этих элементов имеют небольшую асимметрию.

ность, как правило, отрицательную весной и летом, положительную зимой. Коэффициенты асимметрии для большинства рассмотренных пунктов составляли от $\pm 0,5$ до $\pm 1,3$.

В отношении связности ежедневных сумм радиации в [9, 10] было отмечено, что она небольшая и значительно меньше, чем для температуры. Этот вывод получен по косвенным показателям из соотношения средних квадратических отклонений ежедневных сумм, выборочных сумм для середины синоптических периодов при разных типах циркуляции и месячных сумм. Количественных оценок корреляции получено не было.

В данной работе с целью продолжения исследований временной структуры поля радиации на большем объеме материала сделаны вычисления основных моментов распределения суточных сумм радиации по разработанной Е. И. Федорченко программе для ЭВМ М-222 [4].

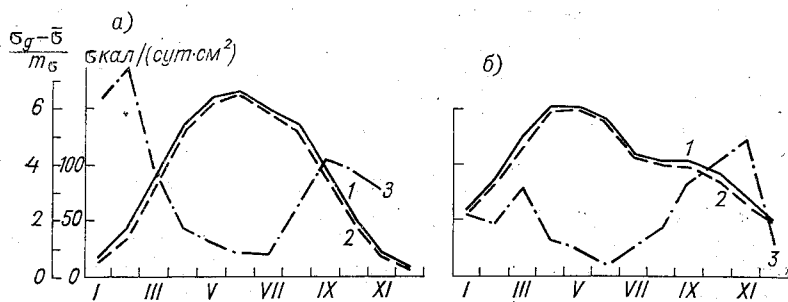


Рис. 1. Годовой ход среднего квадратического отклонения суточных сумм суммарной радиации.

$$a - \text{Воейково, } б - \text{Карадаг; } 1 - \sigma_g, \quad 2 - \sigma, \quad 3 - \frac{\sigma g - \bar{\sigma}}{m_g}.$$

В качестве исходных данных использованы ежедневные суммы суммарной радиации Q , полученные по самописцам на 40 станциях, расположенных на Европейской территории СССР (ЕТС), в Казахстане и Средней Азии. Ряды наблюдений на 20 станциях составляли от 18 до 42 лет и на 18 станциях — не менее 10 лет (с начала регистрации самописцами по 1975 г. включительно). При подготовке данных был учтен переход в 1957 г. на новую шкалу МПШ-56 (введены соответствующие поправки взятые из [19]).

По данным всех станций вычислены средние, дисперсии, коэффициенты асимметрии и эксцесса на каждый день месяца, средние за месяц значения моментов, а также моменты, полученные обычным способом, т. е. в целом по месячной совокупности, условно названные «глобальными» и обозначенные индексом g [17]. Кроме того, вычислены характеристики временной корреляции рядов, что очень важно, так как для радиации до сих пор они были неизвестны.

Расчеты выполнены для четырех месяцев — января, апреля, июля и октября, а по станциям Карадаг и Воейково, имеющим длинные ряды наблюдений, для всех месяцев года.

Рассмотрим некоторые результаты расчета. На рис. 1 приведен годовой ход среднего за месяц ($\sigma = \sqrt{\bar{\sigma}^2}$ — кривая 2) и глобального (σ_g — кривая 1) среднего квадратического отклонения для двух станций, расположенных на севере и на юге. Из приведенных на рис. 1 данных видно, что в течение года на обеих станциях значения σ_g превышают значения σ , вычисленные из средней за месяц дисперсии с исключением годового хода нормы внутри месяца. Так как суммы радиации в зимний и летний периоды существенно различны, следует показать, каковы будут разности

Таблица 1

Средние значения и изменчивость суточных сумм суммарной радиации, кал/(сут·см²)

Станция	$\bar{Q}$	σ_m	σ^*	$\bar{Q}$	σ_m	σ^*	$\bar{Q}$	σ_m	σ^*	$\bar{Q}$	σ_m	σ^*
	I			IV			VII			X		
Архангельск	11	5	1	290	41	26	448	39	35	56	19	8
Воейково	25	9	3	295	40	26	462	29	29	79	23	10
Москва, МГУ	49	11	4	323	43	31	453	34	32	114	33	15
Куйбышев	64	15	10	384	35	30	503	35	30	132	41	16
Цимлянск	89	15	12	395	44	35	566	24	28	206	44	20
Балхаш	164	23	11	464	39	41	627	28	32	277	55	22
Ташкент	150	12	12	417	46	28	654	18	13	300	44	17

($\sigma_g - \sigma$) в отдельные сезоны, и сравнить их со статистической ошибкой m_σ (которая составляет 2—5% значения суммой σ). Зимой и осенью, когда значения сумм радиации резко изменяются от начала к концу месяца в связи с изменением высоты солнца и продолжительности дня, разница между σ_g и σ существенна (кривая 3). Весной и летом значения σ_g и σ близки между собой, так как годовой ход нормы внутри месяца незначителен. Это хорошо подтверждается данными, приведенными в табл. 1, в которой $\bar{Q}$ представляет собой среднюю многолетнюю суточную сумму суммарной радиации (норму), полученную путем осреднения средних многолетних значений суточных сумм Q для отдельных дней. Значение σ_m характеризует разброс средних для отдельных дней относительно $\bar{Q}$.

Так как суммы радиации за один и тот же день в разные годы являются практически бессвязными, средняя квадратическая ошибка выборочного значения средней многолетней суточной

суммы Q для отдельных дней может быть вычислена по формуле

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

где n — число лет.

Сравнивая значения σ_m и σ^* видно, что летом разброс средних внутри месяца находится в пределах возможной ошибки их расчета и, следовательно, можно считать, что изменение нормы $\bar{Q}$ внутри месяца незначительно. Зимой и осенью, особенно на севере, разброс средних внутри месяца в несколько раз превышает ошибку их определения, что указывает на закономерное изменение нормы внутри месяца, вызванное, как правило, астрономическим фактором — изменением высоты солнца.

Таким образом, если использовать при оценке изменчивости сумм радиации значения глобального σ , вычисленного по всему объему выборки без исключения влияния годового хода нормы внутри месяца, что делалось ранее нами и другими исследователями, изменчивость радиации в осенне-зимний период оказывается преувеличенной, в теплое время года значения σ_g достаточно точно характеризуют изменчивость.

При анализе годового хода изменчивости радиации целесообразно рассматривать относительные значения среднего квадратического отклонения, т. е. коэффициент вариации, учитывая существенное

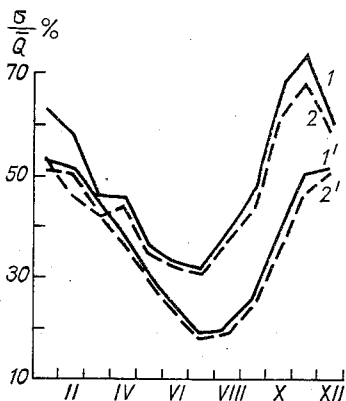


Рис. 2. Годовой ход коэффициента вариации.

1, 2 — Воейково, 1', 2' — Карадаг;

сплошные линии $\frac{\sigma_g}{\bar{Q}}$, пунктирные — $\frac{\sigma}{\bar{Q}}$.

различие между летними и зимними суммами радиации. Рис. 2. показывает, что наибольшая относительная изменчивость ежедневных сумм суммарной радиации имеет место зимой и осенью, наименьшая — летом. Это соотношение характерно как для северных, так и для южных районов, но величина изменчивости на севере больше, чем на юге. Например, в Воейкове в июле коэффициент вариации составляет 30%, в Карадаге — только 18%. Максимальная изменчивость на севере около 75%, а на юге — 50%. Относительная изменчивость суммарной радиации, полученная обобщением данных по крупным районам, приводится в табл. 2, а абсолютные значения среднего квадратического отклонения и нормы для выборочных (характерных) станций даны в табл. 3.

Как известно, физической причиной асимметрии сумм солнеч-

Таблица 2

**Изменчивость ежедневных суточных сумм суммарной радиации
(коэффициент вариации, %)**

Район расположения	I	IV	VII	X
ЕТС				
Севернее 60° с. ш.	60—70	40—50	35—40	65—70
50—60° с. ш.				
$\lambda < 50^\circ$ в. д.	45—60	40—45	30—35	50—65
$\lambda > 50^\circ$ в. д.	35—40	30—35	25—30	45—50
Южнее 50° с. ш.	45—60	35—40	20—25	35—45
Казахстан и Средняя Азия				
Южнее 47° с. ш.	35—40	30—40	10—20	30—45

Таблица 3

**Суточные нормы и средние квадратические отклонения суточных сумм
суммарной радиации, кал/(сут·см²)**

Станция	$\overline{Q}$	$\overline{\sigma}$	σ_g	$\overline{Q}$	$\overline{\sigma}$	σ_g	$\overline{Q}$	$\overline{\sigma}$	σ_g	$\overline{Q}$	$\overline{\sigma}$	σ_g
	I			IV			VII			X		
Архангельск	11	5	7	290	119	126	448	147	152	56	35	39
Ивдель	32	11	17	327	119	128	465	162	172	97	46	51
Тарту	36	18	21	310	132	138	448	149	153	94	53	63
Нолинск	45	17	22	338	130	137	446	145	154	95	53	64
Горький	43	17	21	315	128	134	451	149	154	104	61	73
Москва, МГУ	49	19	22	323	136	142	453	143	147	114	66	74
Каунас	46	25	27	311	136	145	458	150	157	117	62	73
Минск	51	28	30	312	135	144	454	145	151	115	66	76
Куйбышев	64	27	31	384	138	143	503	135	140	132	70	81
Цимлянск	89	52	54	395	146	153	566	123	125	206	89	99
Кишинев	94	49	54	366	141	146	525	145	148	222	85	94
Одесса	87	47	51	384	151	157	555	128	129	219	82	90
Тбилиси	137	58	61	388	156	160	541	150	154	257	101	105
Высокая Дубрава	53	17	22	372	130	134	466	158	162	113	55	61
Кушнаренково	62	20	27	358	136	141	475	157	163	112	67	75
Памятная	67	16	23	397	111	119	487	143	159	135	57	66
Рудный	90	23	30	408	127	131	504	130	140	172	69	82
Семипалатинск	111	35	40	422	135	141	562	124	129	192	79	89
Аральское море	153	45	51	484	129	138	623	108	113	271	79	96
Балхаш	164	37	44	464	144	149	627	110	114	277	75	93
Ташкент	150	70	71	417	159	166	654	77	79	300	84	95
Кайраккумское водохра- нилище	173	64	68	449	136	146	660	81	85	330	75	89
Самарканд	177	75	77	411	156	167	665	92	95	326	88	105

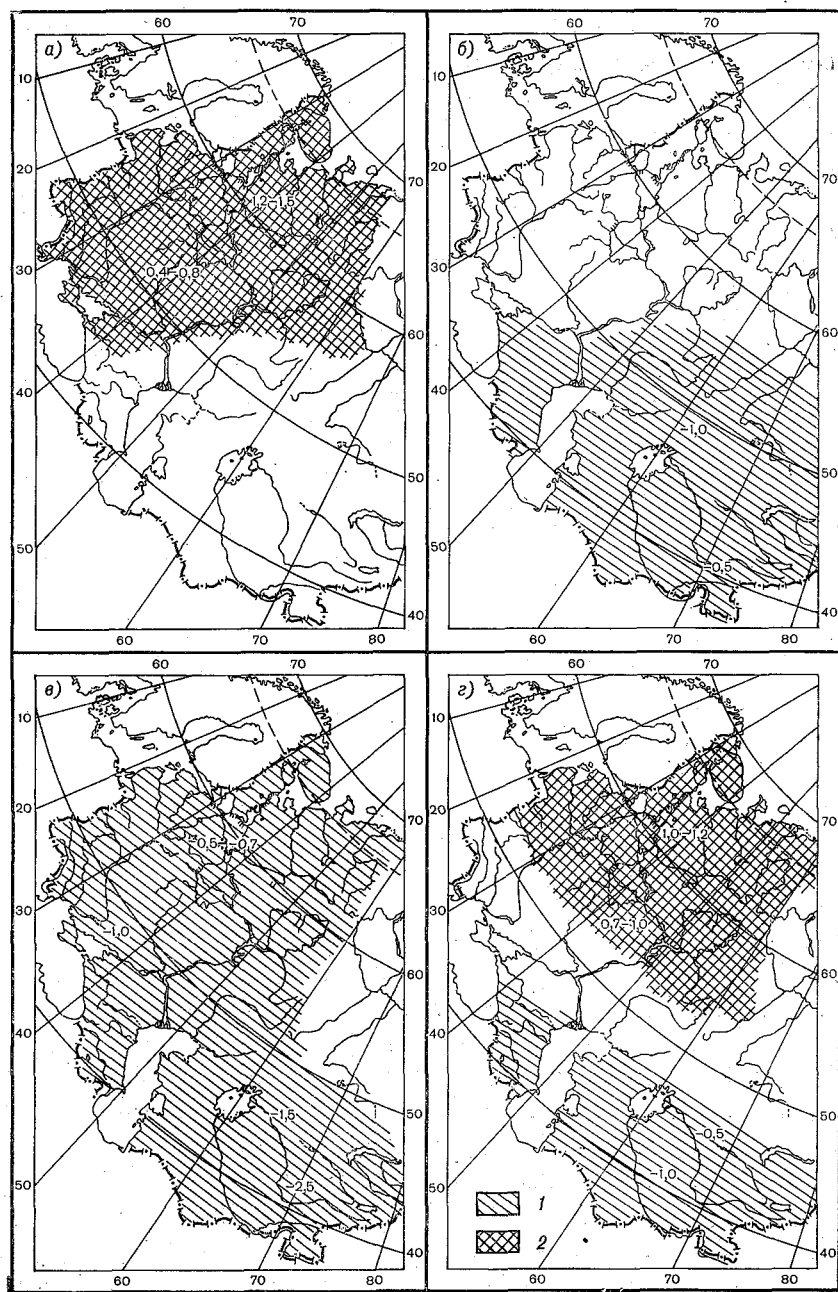


Рис. 3. Карты-схемы распределения коэффициента асимметрии.
 а — январь, б — апрель, в — июль, г — октябрь; 1 — отрицательная асимметрия, $A_g < -0.4$, 2 — положительная асимметрия, $A_g > 0.4$.

ой радиации является наличие пределов — с одной стороны нуля, с другой — максимально возможных сумм, т. е. сумм радиации при безоблачном небе.

Исходя из статистической ошибки вычисления коэффициента асимметрии, которая при использованном объеме выборки с доверительной вероятностью 99% составляет 0,3, значимыми коэффициентами асимметрии можно считать $|A| \geq 0,4$. Распределение коэффициента асимметрии A_g по территории ЕТС, Казахстана и Средней Азии показывают приведенные на рис. 3 карты-схемы, на которых штриховкой выделены области с отрицательной и положительной асимметрией.

На незаштрихованных участках значения коэффициента асимметрии находятся в пределах тройной ошибки его определения.

Годовой ход коэффициента асимметрии показан на рис. 4. Из рисунка видно, что переход от положительной асимметрии к отрицательной происходит почти одновременно на севере и на юге, а осенью на севере раньше, чем на юге.

Таким образом, период с отрицательной асимметрией на севере короче, чем на юге. В теплое время года максимальная асимметричность в кривых распределения на севере отмечается в июне, в южных районах высокие значения коэффициента асимметрии (по абсолютной величине) наблюдаются в течение четырех месяцев, с июня по сентябрь. В холодный период кривые распределения суммарной радиации на севере имеют наибольшую асимметричность в ноябре, а на юге значения коэффициента асимметрии велики, поэтому распределение сумм радиации можно считать асимметричным.

Все сказанное касается глобального коэффициента асимметрии. Как уже говорилось, в осенне-зимний период большая часть значений глобальных моментов определяется годовым ходом нормы внутри месяца. Это видно и на рис. 4, где сплошной линией показано изменение в течение года глобального коэффициента асимметрии A_g , пунктирной — среднего за месяц коэффициента $\bar{A}$. Наибольшие различия между A_g и $\bar{A}$ отмечаются на севере зимой и осенью. На юге наибольшая разница наблюдается осенью (с сентября по ноябрь), в остальное время года A_g и $\bar{A}$ близки между собой.

Распределение среднего за месяц коэффициента асимметрии $\bar{A}$ по территории имеет некоторые отличия от распределения гло-

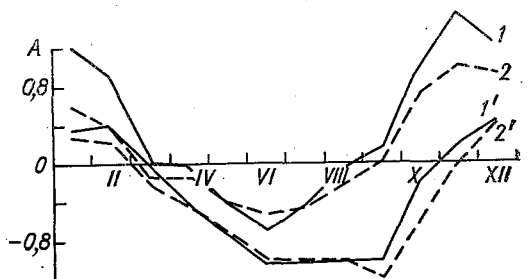


Рис. 4. Годовой ход коэффициента асимметрии.

1, 2 — Воейково, 1', 2' — Карадаг; сплошные линии — A_g , пунктирные — $\bar{A}$.

бального коэффициента A_g . Например, в январе обширная область с положительной асимметрией сокращается, и значимые коэффициенты асимметрии ($\bar{A}=0,5 \div 0,6$) имеют место лишь в северных и северо-западных районах ЕТС. Весной и летом поля распределения среднего и глобального коэффициентов асимметрии близки между собой.

Приняв значимыми величины коэффициента эксцесса $|E| \geq 0,8$ (ошибка его определения с доверительной вероятностью 99% составляет $\pm 0,7$), можно сказать, что в распределении суточных сумм суммарной радиации резко выраженный эксцесс наблюдается только летом в Средней Азии и зимой на севере ЕТС (табл. 4).

Таблица 4

Значения коэффициентов эксцесса суточных сумм суммарной радиации

Станция	E_g	$\bar{E}$	E_g	$\bar{E}$	E_g	$\bar{E}$	E_g	$\bar{E}$
	I		IV		VII		X	
Архангельск	3,1	-0,1	-0,9	-1,1	-0,7	-0,7	1,2	-0,2
Воейково	1,5	-0,4	-1,1	-1,1	-0,6	-0,6	0,5	-0,4
Тарту	0,4	-0,8	-1,1	-1,1	-0,7	-0,7	-0,01	-0,8
Москва, МГУ	-0,5	-0,9	-0,7	-0,7	-0,2	-0,2	0,7	0,1
Куйбышев	-0,4	-0,9	-0,6	-0,6	0,2	0,1	-0,9	-1,0
Цимлянск	-0,9	-1,0	-0,9	-0,8	1,4	0,7	-0,6	-0,7
Карадаг	-0,8	-0,8	-0,8	-0,8	0,9	0,8	-0,6	-0,5
Тбилиси	-0,3	-0,6	-0,8	-0,8	0,4	0,2	-0,7	-0,6
Аральское море	-0,8	-0,8	0,2	-0,01	3,2	0,9	-0,7	-0,3
Семипалатинск	-0,5	-0,6	-0,5	-0,6	0,1	-0,1	-1,0	-1,0
Ташкент	-1,1	-1,2	-0,8	-0,8	9,3	3,8	0,3	0,7
Самарканд	-1,2	-1,1	-1,0	-0,9	8,0	2,7	0,1	0,3

Как и при рассмотрении моментов второго и третьего порядка, следует указать на различия между значениями коэффициентов E_g и $\bar{E}$ зимой и осенью.

Проведенный анализ показал, что распределение ежедневных суточных сумм суммарной радиации отличается от нормального причем отклонения от нормального распределения усиливаются особенно в холодное время на севере, если пользоваться глобальными моментами. Выявленные особенности асимметричности рядов суммарной солнечной радиации следует учитывать в практических рекомендациях при использовании средних величин, помещенных в Справочнике по климату СССР.

Наряду с изучением основных моментов распределения важное значение имеют данные о временной корреляции рядов солнечной радиации. В данной работе, согласно использованной про-

Таблица 5

**Временная корреляционная функция суточных сумм
суммарной радиации**

Станция	Параметр	Сдвиг во времени, сут.				
		1	2	3	4	5
Я н в а р ь						
Москва, МГУ	r	0,45	0,38	0,30	0,29	0,26
	σ_r	0,17	0,19	0,18	0,20	0,16
Ташкент	r	0,30	0,12	0,06	0,05	0,02
	σ_r	0,17	0,15	0,18	0,18	0,13
А п р е л ь						
Москва, МГУ	r	0,36	0,21	0,12	0,09	0,14
	σ_r	0,23	0,25	0,28	0,22	0,21
Ташкент	r	0,34	0,17	0,06	0,09	0,14
	σ_r	0,14	0,19	0,13	0,18	0,20
И ю л ь						
Москва, МГУ	r	0,31	0,14	0,06	0,04	0,02
	σ_r	0,19	0,24	0,21	0,24	0,22
Ташкент	r	0,31	0,14	0,14	0,14	0,15
	σ_r	0,20	0,23	0,22	0,22	0,21
О к т я б р ь						
Москва, МГУ	r	0,38	0,32	0,27	0,24	0,22
	σ_r	0,19	0,20	0,19	0,26	0,20
Ташкент	r	0,34	0,16	0,10	0,05	0,01
	σ_r	0,19	0,21	0,16	0,14	0,17

Таблица 6

Годовой ход межсуточной корреляции суммарной радиации

Станция	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Воейково	0,39	0,39	0,42	0,37	0,37	0,31	0,37	0,31	0,29	0,15	0,36	0,37
Карадаг	0,25	0,26	0,47	0,39	0,50	0,31	0,25	0,33	0,36	0,31	0,21	0,17

граммы, средние за месяц коэффициенты корреляции суточных сумм радиации r со сдвигом на 1, 2, 3, 4 и 5 суток получены осреднением коэффициентов корреляции с заданным сдвигом во времени для каждого дня месяца. Разброс индивидуальных коэффициентов корреляции в течение месяца относительно среднего характеризует среднее квадратическое отклонение σ_r . Значения r и σ_r для четырех месяцев приведены в табл. 5. Годовой ход межсуточной корреляции для двух станций, расположенных в различных физико-географических районах, показан в табл. 6.

Анализ данных, приведенных в таблицах, показал, что значения коэффициента межсуточной корреляции изменяются по территории незначительно и колеблются в пределах 0,25—0,45. Для сравнения укажем, что коэффициент межсуточной корреляции средней суточной температуры составляет 0,75—0,80 [3, 17].

При увеличении сдвига во времени корреляция суточных сумм радиации уменьшается (табл. 5). Интересно отметить, что для общего количества облачности наблюдаются близкие значения коэффициента корреляции r и аналогичные закономерности в снижении корреляционной связи при увеличении сдвига во времени [11]. Коэффициент корреляции общего количества облачности для отдельного пункта (Москва) составляет около 0,25 за смежные сутки, с увеличением сдвига во времени его значение уменьшается.

Рассматривая годовой ход коэффициента корреляции суточных сумм суммарной радиации (см. табл. 6), можно указать на некоторую тенденцию к повышению межсуточной корреляции в весенние месяцы (март—май).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берлянд Т. Г. Изменчивость солнечной радиации, поступающей к поверхности земли.— Труды ГГО, 1965, вып. 179, с. 28—40.
2. Горленко С. М. К вопросу об устойчивости реального солнечного кадастра.— Бюл. постоянной актинометрической комиссии, вып. 1(24), 1933, с. 62—72.
3. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете статистических характеристик выбросов случайной функции.— Труды ГГО, 1970, вып. 268, с. 146—172.
4. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. Расчет характеристик выбросов и временной структуры случайных последовательностей.— Труды ГГО, 1975, вып. 364, с. 66—76.
5. Лепехина Н. А., Федорченко Е. И. О суточном ходе дисперсии температуры воздуха.— Труды ГГО, 1973, вып. 308, с. 99—109.
6. Маршунова М. С. Исследование аномалий суммарной, поглощенной радиации и радиационного баланса в Арктике.— Труды ААНИИ, 1969, т. 287, с. 146—156.
7. Пивоварова З. И. Исследование временных рядов и структуры поля солнечной радиации.— В кн.: Применение статистических методов в метеорологии.— Л.: Гидрометеиздат, 1971, с. 208—224.
8. Пивоварова З. И. О периоде осреднения и погрешности средних величин составляющих радиационного баланса.— Труды ГГО, 1973, вып. 303, с. 160—189.

9. Пивоварова З. И. О временной структуре рядов сумм солнечной радиации разного масштаба осреднения.— Труды ГГО, 1974, вып. 307, с. 3—19.

10. Пивоварова З. И. Радиационные характеристики климата СССР.— Л.: Гидрометеиздат, 1977.—335 с.

11. Сонечкин Д. М., Хандурова И. С. Результаты исследования пространственно-временной изменчивости облачности на Европейской территории СССР.— Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 50, с. 37—46.

12. Справочник по климату СССР. Ч. 1. Солнечная радиация, радиационный баланс и солнечное сияние. Вып. 1—34.—Л.: Гидрометеиздат, 1966—1968.

13. Тарнижевский Б. В. О точности определения средних месячных и годовых сумм радиации.— Труды ГГО, 1959, вып. 96, с. 101—106.

14. Тихомирова Л. В. Параметры распределения средней суточной температуры воздуха как показатели временной структуры термического режима на территории СССР.— Труды НИИАК, 1973, вып. 83, с. 3—47.

15. Федорченко Е. И., Молчанова Л. Н. Об изменчивости средней суточной температуры воздуха на ЕТС.— Труды ГГО, 1973, вып. 308, с. 92—98.

16. Федорченко Е. И. О временной структуре ежечасных наблюдений за температурой воздуха в Ленинграде.— Труды ГГО, 1975, вып. 348, с. 112—122.

17. Федорченко Е. И. О статистической структуре рядов средней суточной температуры воздуха на территории СССР.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 168—180.

18. Чубенко М. А. Изменение во времени и пространстве параметров временной структуры относительной влажности воздуха на территории СССР.— Труды НИИАК, 1973, вып. 83, с. 80—105.

19. Янишевский Ю. Д. Некоторые результаты сравнений пиргелио-метров СССР.— Труды ВНМС. Л., Гидрометеиздат, 1963, с. 272—279.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАКСИМАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ВЕТРА В ДНЕПРОПЕТРОВСКЕ

В последнее время довольно большое внимание стало уделяться исследованию временной структуры скорости ветра, в том числе ее временной корреляции и характеристикам выбросов через различные уровни [3, 4]. В этих исследованиях рассматриваются срочные значения скорости ветра. Практический интерес представляют также и характеристики максимального ветра, в частности, максимальные за сутки значения скорости ветра (в дальнейшем для краткости будем называть их максимальной скоростью). Сравнимые данные по максимальной скорости ветра для многих станций Советского Союза составляют достаточно длинные ряды для надежного получения нужных статистических характеристик. Эти материалы, представленные в таблицах ТМ-1, для значительного числа станций заперфорированы и записаны на магнитные ленты по суточному макету. Такие данные по станции Днепропетровск были нам любезно предоставлены А. И. Неушкиным.

Ниже представлены некоторые результаты расчетов по этим материалам, выполненные на ЭВМ М-222 по программе, составленной Е. И. Федорченко [2]. Использованы данные за 1887—1965 гг. (период наблюдений для различных месяцев года составил 58—64 года, из-за отсутствия материалов за некоторые годы).

В табл. 1 приведены средние многолетние величины максимальной скорости ветра $\bar{V}_m$ и средние значения дисперсии σ^2 для различных месяцев, полученные путем осреднения характеристик, вычисленных для каждого дня месяца в отдельности. Разброс значений $\bar{V}_m$ и σ^2 внутри месяца характеризуется средними квадратическими отклонениями $\sigma_{\bar{V}}$ и σ_{σ^2} соответственно. Из данных, приведенных в табл. 1, видно, что максимальная скорость ветра имеет четко выраженный годовой ход с минимумом в летние и максимумом в зимние месяцы. Средние многолетние значения максимальной скорости ветра для всех месяцев года превышают

соответствующие значения средней скорости ветра примерно на 2 м/с [5].

Сравнение характеристик рассеяния моментов для отдельных дней месяца $\sigma_{\bar{v}}$ и σ_{σ^2} с оценками возможных выборочных погрешностей показывает, что значения $\sigma_{\bar{v}}$ находятся в пределах соответствующих погрешностей для использованного объема выборки. Следовательно, при рассмотрении данных в месячной совокупности величину V_m можно приближенно считать стационарной. Значения σ_{σ^2} составляют около 25% самой величины σ^2 , что заметно больше соответствующей выборочной погрешности (около 18%). В связи с этим предположение о стационарности дисперсии в течение месяца является, по-видимому, более грубым.

Таблица 1

Характеристики статистической структуры максимальной скорости ветра в Днепропетровске

Характеристика	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\bar{V}_m$	6,1	6,4	6,1	6,0	5,4	5,0	4,6	4,8	5,0	5,4	5,6	5,7
$\sigma_{\bar{v}}$	0,4	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,2	0,3	0,4	0,4	0,6	0,3
σ^2	13,5	14,9	14,6	13,0	10,4	7,7	7,0	8,1	8,1	11,1	13,0	12,6
σ_{σ^2}	3,2	3,7	3,6	3,4	2,6	2,2	2,2	2,1	2,6	2,5	3,4	3,0
A	1,2	1,3	1,2	1,3	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,3	1,4	1,4
$\bar{A}$	1,1	1,2	1,1	1,1	1,2	1,0	1,0	1,2	0,9	1,1	1,3	1,3
E	2,0	2,0	1,9	2,2	3,2	3,4	3,7	3,3	2,7	2,8	3,0	3,2
$\bar{E}$	1,5	1,7	1,4	1,6	2,4	2,2	1,8	2,6	1,3	2,2	2,3	2,3

Годовой ход дисперсии максимальной скорости ветра подобен годовому ходу средних многолетних значений, так что коэффициент вариации $c_v = \frac{\sigma}{\bar{V}_m}$ этой величины остается практически постоянным в течение года, колеблясь в пределах от 0,57 до 0,65.

В табл. 1 приведены также значения коэффициентов асимметрии и эксцесса распределения максимальных скоростей ветра для различных месяцев года, рассчитанные по месячным совокупностям без исключения годового хода A и E соответственно, и средние значения этих параметров $\bar{A}$ и $\bar{E}$, полученные по средним многолетним значениям асимметрии и эксцесса за каждый день рассматриваемого месяца. Сравнивая эти величины, мы видим, что коэффициент асимметрии не имеет четко выраженного годового хода, причем его значение в течение года больше единицы. Коэффициент эксцесса в течение всего года положителен. Наблюдаются большие различия в величинах коэффициента эксцесса, рассчитанных различными способами, при исключении годового хода коэффициенты получаются значительно меньшими.

В табл. 2 представлены значения временных корреляционных функций максимальной скорости ветра для различных сдвигов во времени. Соответствующие коэффициенты корреляции получены путем осреднения коэффициентов корреляции с заданным сдвигом во времени для различных дней месяца. Даны также средние годовые значения средних квадратических отклонений коэффициентов корреляции для данного сдвига во времени в пределах месяца.

Межсуточная корреляция не имеет четко выраженного годового хода и характеризуется сравнительно невысокими значениями в пределах 0,38—0,48. Напомним, что для средней суточной температуры характерны значения межсуточной корреляции по

Таблица 2

Временные корреляционные функции максимальной скорости ветра и их изменчивость

Месяц	Сдвиг во времени, сут.								
	1	2	3	4	5	7	10	15	20
I	0,41	0,26	0,22	0,16	0,15	0,10	0,14	0,18	0,14
II	0,42	0,26	0,17	0,15	0,15	0,18	0,18	0,15	0,18
III	0,38	0,26	0,21	0,23	0,20	0,13	0,13	0,16	0,11
IV	0,41	0,24	0,23	0,20	0,20	0,17	0,20	0,21	0,20
V	0,45	0,30	0,24	0,21	0,20	0,18	0,22	0,24	0,24
VI	0,42	0,32	0,27	0,24	0,24	0,23	0,26	0,20	0,21
VII	0,43	0,30	0,25	0,25	0,23	0,21	0,21	0,17	0,23
VIII	0,40	0,30	0,26	0,21	0,19	0,22	0,18	0,22	0,26
IX	0,46	0,30	0,22	0,21	0,19	0,21	0,16	0,19	0,22
X	0,42	0,30	0,25	0,23	0,22	0,21	0,19	0,19	0,14
XI	0,45	0,31	0,22	0,23	0,20	0,20	0,24	0,13	0,13
XII	0,48	0,34	0,31	0,28	0,25	0,18	0,11	0,11	0,18
Год	0,43	0,29	0,24	0,22	0,20	0,18	0,18	0,18	0,19
σ_r	0,12	0,12	0,13	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11	0,12

рядка 0,7—0,8 [6]. Однако убывание корреляции с увеличением сдвига во времени для максимальной скорости ветра происходит значительно медленнее, чем для температуры, особенно для летнего периода, так что в пределах рассмотренного нами интервала времени корреляция остается существенно положительной.

Помимо расчета описанных выше величин проводилось вычисление характеристик выбросов временных рядов максимальной скорости ветра для всех месяцев года. В табл. 3 представлены значения среднего числа выбросов вверх и вниз через различные уровни ($0-20$ м/с) N^+ , N^- , средняя общая продолжительность

Таблица 3

Характеристики выбросов максимальных скоростей ветра

Уровень, С м/с	$N^{\uparrow}$	$\sigma_N^{\uparrow}$	$N^{\downarrow}$	$\sigma_N^{\downarrow}$	$F^{\uparrow}$	$\sigma_F^{\uparrow}$	$\bar{\tau}^{\uparrow}$	$\bar{\tau}^{\downarrow}$
Январь								
2	1,3	1,7	1,4	1,7	27,4	3,2	21,0	1,5
4	3,6	2,1	3,7	2,1	19,5	5,7	5,5	2,2
6	4,2	1,6	4,2	1,7	11,9	6,4	2,9	4,0
8	3,1	1,6	3,0	1,5	6,1	4,6	2,0	7,4
10	2,0	1,6	2,0	1,6	3,0	2,6	1,5	13,4
12	1,3	1,5	1,3	1,5	1,8	1,9	1,3	21,4
14	0,7	1,1	0,7	1,1	0,9	1,3	0,9	29,3
15	0,7	1,1	0,7	1,1	0,9	1,3	0,9	30,1
18	0,3	0,8	0,3	0,8	0,3	0,8	0,3	30,6
20	0,02	0,13	0,02	0,13	0,02	0,13	0,02	30,7
Апрель								
2	1,2	1,5	1,3	1,6	26,8	3,2	22,9	1,4
4	3,3	1,9	3,4	2,0	18,6	6,5	5,6	2,3
6	3,8	1,6	3,8	1,6	10,9	6,8	2,9	4,2
8	2,9	1,7	2,9	1,7	5,6	4,6	1,9	7,6
10	1,9	1,7	1,8	1,7	2,9	3,1	1,5	14,0
12	1,3	1,4	1,3	1,4	1,7	2,1	1,3	21,3
14	0,7	1,1	0,7	1,1	0,8	1,3	0,8	28,4
15	0,6	1,0	0,6	1,1	0,7	1,2	0,7	29,2
18	0,3	0,6	0,3	0,6	0,3	0,7	0,3	29,6
20	0,02	0,12	0,02	0,12	0,02	0,12	0,02	29,7
Июль								
2	1,7	2,0	1,8	2,0	25,5	4,8	14,9	
4	3,9	1,8	4,1	1,8	14,4	6,9	3,7	2,9
6	3,1	1,5	3,0	1,6	6,5	5,7	2,1	7,2
8	1,3	1,3	1,4	1,5	2,1	2,9	1,6	19,0
10	0,6	0,9	0,6	0,9	0,6	1,3	0,6	29,6
12	0,3	0,6	0,3	0,6	0,3	0,7	0,3	30,4
14	0,2	0,6	0,2	0,6	0,2	0,6	0,2	30,7
15	0,2	0,5	0,2	0,5	0,2	0,5	0,2	30,8
18	0,1	0,3	0,1	0,3	0,1	0,3	0,1	30,9

Уровень, С м/с	$N^{\uparrow}$	$\sigma_N^{\uparrow}$	$N^{\downarrow}$	$\sigma_N^{\downarrow}$	$F^{\uparrow}$	$\sigma_F^{\uparrow}$	$\bar{\tau}^{\uparrow}$	$\bar{\tau}^{\downarrow}$
Октябрь								
2	1,8	1,8	1,7	1,8	25,8	4,8	14,2	1,7
4	3,9	2,1	3,9	2,0	17,6	6,9	4,5	2,6
6	3,7	1,5	3,8	1,6	9,5	6,1	2,6	4,9
8	2,5	1,6	2,5	1,7	4,6	4,1	1,9	10,0
10	1,3	1,4	1,3	1,4	1,7	2,1	1,4	22,0
12	0,7	0,9	0,7	0,9	0,9	1,3	0,9	29,3
14	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,8	0,5	30,1
15	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,8	0,5	30,5
18	0,3	0,6	0,3	0,6	0,3	0,6	0,3	30,7

пребывания максимальных скоростей ветра выше заданных уровней $F^{\uparrow}$ и средние квадратические отклонения этих величин $\sigma_N^{\uparrow}$, $\sigma_N^{\downarrow}$, $\sigma_F^{\uparrow}$, а также средняя продолжительность выбросов вверх и вниз $\bar{\tau}^{\uparrow}$ и $\bar{\tau}^{\downarrow}$ для центральных месяцев различных сезонов. Средние квадратические отклонения позволяют судить о возможной точности определения числа выбросов через различные уровни. Из приведенных в табл. 3 данных видно, что величины $N^{\uparrow}$ и $N^{\downarrow}$, $\sigma_N^{\uparrow}$ и $\sigma_N^{\downarrow}$ сравнимы по величине. Это означает, что применительно, к расчету этих характеристик ряды максимальных скоростей ветра могут рассматриваться как стационарные.

Годовой ход среднего числа выбросов и других характеристик, приведенных в табл. 3, для фиксированных абсолютных уровней C прослеживается не столь четко, как для средних и дисперсий. Тем не менее, если рассматривать характеристики выбросов через относительные уровни, то они оказываются более устойчивыми в течение года. Это справедливо как для числа выбросов, так и для продолжительности пребывания максимальной скорости ветра выше заданного уровня. Особенно четко это прослеживается для средней продолжительности выбросов, что хорошо видно на рис. 1, на котором представлена зависимость средней продолжительности выбросов для всех месяцев года от относительного уровня $c = \frac{C - \bar{V}_m}{\sigma}$.

Кроме указанных характеристик выбросов рассчитывались и повторяемости различного числа и продолжительности выбросов за отдельные месяцы по градациям. На рис. 2 а приведен обобщенный график повторяемостей различного числа выбросов вверх для относительных уровней c , полученный путем осреднения повторяемостей выбросов вверх для различных месяцев года.

На рис. 2 б представлен график повторяемости выбросов вверх разной продолжительности, который построен с учетом ограниченности длины реализации. Повторяемости выбросов различной длительности приводятся к одному периоду путем домножения на поправочный множитель $\frac{M}{M-\tau}$ (M — длина реализации, τ — продолжительность выбросов).

Пользуясь данными о σ_N , σ_F , а также о распределениях повторяемостей выбросов различной продолжительности, можно аналогично [1] оценить точность соответствующих средних характеристик. В табл. 4 представлены значения относительных ошибок определения числа и продолжительности выбросов и продолжительности пребывания максимальной скорости ветра выше заданного уровня для некоторых относительных уровней. Возрастание относительных ошибок определения числа выбросов и продолжительности пребывания максимальной скорости ветра выше уровня при переходе к более высоким положительным уровням происходит медленнее, чем нарастание тех же характеристик для температуры, что связано с большей обеспеченностью уровней для ветра. Как и для температуры [1], наиболее надежно по ограниченному ряду наблюдений определя-

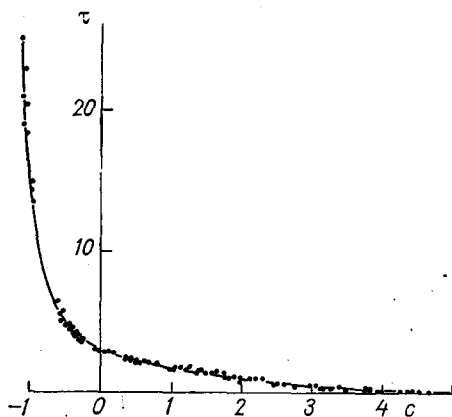


Рис. 1. Зависимость средней продолжительности выбросов τ максимальной скорости ветра от относительного уровня c .

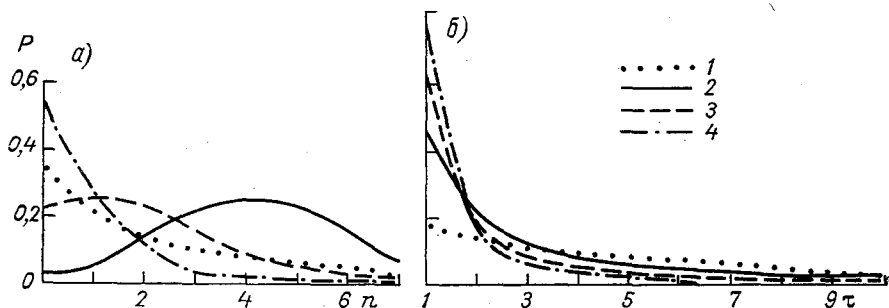


Рис. 2. Повторяемость различного числа выбросов (а) и выбросов разной продолжительности (б).

1 — $c = -1$, 2 — $c = 0$, 3 — $c = 1$, 4 — $c = 2$.

**Относительные погрешности определения характеристик выбросов
по данным 60-летних рядов наблюдений (%)**

Характеристика	с				
	-1	0	1	2	3
$\sigma_{\bar{N}/\bar{N}}$	12	6	10	18	41
$\sigma_{\bar{F}/\bar{F}}$	2	7	14	19	35
$\sigma_{\bar{\tau}}/\bar{\tau}$	10	13	10	7	5

ются средние продолжительности выбросов. Однако зависимости погрешностей определения рассмотренных характеристик выбросов от относительных уровней требует дальнейшего уточнения ввиду ограниченности исходного ряда наблюдений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган Р. Л. О точности расчета характеристик выбросов средней суточной температуры.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 13—25.
2. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете статистических характеристик выбросов случайной функции.— Труды ГГО, 1970, вып. 268 с. 146—172.
3. Марченко А. С., Помозова Л. И., Чубенко М. А. Временная статистическая структура метеорологических процессов.— Труды НИИАК 1968 вып. 54(4), с. 35—46.
4. Романенко Т. П. Статистическая структура временных рядов приземного ветра.— Метеорология и гидрология, 1976. № 4, с. 32—37.
5. Справочник по климату СССР. Часть III. Л., Гидрометеиздат 1967.
6. Федорченко Е. И. О статистической структуре рядов средней суточной температуры воздуха.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 168—180.

Р. Л. Казан, Е. И. Хлебникова

О ВЛИЯНИИ ОШИБОК НАБЛЮДЕНИЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭКСТРЕМУМОВ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

1. Принципиальной особенностью гидрометеорологических данных, которую необходимо учитывать при их анализе, является наличие в них шумов. В зависимости от рассматриваемой задачи к шумам могут относиться как собственно ошибки наблюдений, так и мелкомасштабные пульсации изучаемого элемента, не представляющие интереса применительно к данной задаче. Кроме того, в данных могут содержаться ошибки, возникшие в процессе их записи, обработки, хранения, передачи и т. д. Имея это в виду, мы тем не менее будем для простоты называть все эти шумы, независимо от их происхождения, ошибками наблюдений. Они оказывают сравнительно небольшое влияние на интегральные характеристики процессов, например, средние величины. Однако при определении дифференциальных характеристик процессов, таких как их производные или выбросы через те или иные уровни, случайные погрешности оказывают большое влияние, существенно искажая эти характеристики. Как показано в [1], наличие ошибок наблюдений приводит не только к увеличению выборочных погрешностей при определении числа выбросов, но и к систематическим ошибкам. Вместе с тем надлежащим образом выполненная дискретизация данных позволяет эти характеристики получать не только более экономично, но и с большей точностью.

Аналогичная ситуация имеет место и при определении экстремумов метеорологических процессов.

Рассмотрим нормальный стационарный процесс $f(t)$, для которого полагаем известными математическое ожидание m , среднее квадратическое отклонение σ_f и корреляционную функцию $r_f(\tau)$. Эти параметры полностью определяют статистические свойства процесса, в том числе и характеристики экстремумов. Будем впредь для определенности рассматривать максимумы, поскольку для нормального процесса характеристики минимумов совпа-

дают с характеристиками максимумов для уровней, симметричных относительно m .

Как известно (см., например [4]), общее число максимумов такого процесса в единицу времени составляет

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{f''}}{\sigma_{f'}}, \quad (1)$$

где $\sigma_{f'}^2 = -\sigma_f^2 r_f''(0)$ — дисперсия первой, а $\sigma_{f''}^2 = \sigma_f^2 r_f^{IV}(0)$ — дисперсия второй производной функции f (полагаем, конечно, что соответствующие производные существуют).

Распределение этих максимумов определяется параметром

$$v^2 = 1 - \frac{\sigma_{f'}^4}{\sigma_f^2 \sigma_{f''}^2} = 1 - \frac{(r_f''(0))^2}{r_f^{IV}(0)}, \quad (2)$$

так что доля максимумов, превышающих уровень $f=C$, составляет

$$p(C) = \Phi\left(-\frac{c}{v}\right) + \sqrt{1-v^2} \exp\left(-\frac{c^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{\sqrt{1-v^2}c}{v}\right), \quad (3)$$

где $c = \frac{C-m}{\sigma_f}$ — относительный уровень, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy$ — интеграл вероятностей.

Пусть на истинные значения процесса $f(t)$ наложены случайные погрешности $\delta(t)$, имеющие нормальное распределение с нулевым средним значением и постоянной дисперсией и не коррелирующие с $f(t)$. В результате имеем вместо исходного процесса $f(t)$ нормальный стационарный процесс

$$\bar{f}(t) = f(t) + \delta(t). \quad (4)$$

Характеристики экстремумов для него могут быть получены по тем же формулам (1)–(3), если подставить в них вместо характеристик процесса $f(t)$ соответствующие статистики для $\bar{f}(t)$. Очевидно, при этом изменится как общее число максимумов, так и их распределение. Для количественной оценки этих изменений необходимо задание сведений о статистических особенностях шумов $\delta(t)$.

Аналогично [1] полагаем, что корреляция ошибок затухает со временем по тому же закону, что и корреляция измеряемой величины, но с другим масштабом корреляции, так что

$$r_\delta(\tau) = r_f(k\tau), \quad (5)$$

где $k = T_f/T_\delta$, T_f и T_δ — масштабы корреляции величин f и δ соответственно.

В этом случае

$$\sigma_{\bar{f}}^2 = (1 + \eta^2) \sigma_f^2; \quad (6)$$

$$r_{\bar{f}}(\tau) = \frac{r_f(\tau) + \eta^2 r_f(k\tau)}{1 + \eta^2}, \quad (7)$$

где $\eta^2 = \sigma_s^2 / \sigma_f^2$ — мера ошибок наблюдений,

$$r_{\bar{f}}''(0) = \frac{1 + \eta^2 k^2}{1 + \eta^2} r_f''(0); \quad r_{\bar{f}}^{IV}(0) = \frac{1 + \eta^2 k^4}{1 + \eta^2} r_f^{IV}(0);$$

$$\tilde{c} = \frac{c}{\sqrt{1 + \eta^2}}. \quad (8)$$

Подстановка (6) и (8) в (1) дает для процесса $\bar{f}(t)$

$$\bar{N}_0(\eta, k) = N_0 \sqrt{\frac{1 + \eta^2 k^4}{1 + \eta^2 k^2}}. \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что в случае $k=1$, т. е. при одинаковом масштабе корреляции изучаемого процесса и шумов, число экстремумов не изменяется. При $k < 1$ общее число максимумов убывает, а при $k > 1$ — возрастает. Мы далее ограничимся рассмотрением случая $k > 1$, когда связность ошибок измерений меньше связности самой измеряемой величины. Такое соотношение характерно для всех метеорологических приборов, эксплуатируемых в стационарных условиях. Случай $k < 1$, который может иметь место при дистанционных измерениях с быстро движущихся объектов, может рассматриваться аналогичным образом.

В табл. 1 приводятся значения $M = \sqrt{(1 + \eta^2 k^4) / (1 + \eta^2 k^2)}$, характеризующие увеличение числа максимумов в зависимости от уровня и связности шума. Этот множитель, естественно, тем больше, чем больше ошибки наблюдений и чем меньше их связность. При достаточно высоком уровне шумов этот множитель

Таблица 1

Увеличение среднего числа максимумов процесса при различных уровнях и связности ошибок

η^2	k							
	1	2	5	10	15	20	30	50
0,0001	1,00	1,00	1,03	1,41	2,43	4,04	8,67	22,38
0,001	1,00	1,01	1,26	3,16	6,49	10,72	20,66	42,26
0,005	1,00	1,03	1,91	5,83	10,94	16,34	27,14	48,11
0,01	1,00	1,06	2,41	7,11	12,49	17,89	28,46	49,03
0,02	1,00	1,11	3,00	8,19	13,57	18,86	29,20	49,51
0,05	1,00	1,22	3,79	9,14	14,38	19,52	29,67	49,80
0,1	1,00	1,36	4,26	9,54	14,68	19,76	29,83	49,90

приближается к величине k , т. е. к отношению масштабов корреляции процесса и ошибок наблюдения.

О том, как искажается распределение максимумов процесса при наложении на него ошибок наблюдений заданной статистической структуры можно судить по изменению параметра

$$\tilde{\nu}^2(\eta, k) = 1 - (1 - \nu^2) \frac{(1 + \eta^2 k^2)^2}{(1 + \eta^2)(1 + \eta^2 k^4)}. \quad (10)$$

Наличие шумов приближает распределение максимумов к нормальному при достаточно малых значениях $\eta < 1/k$. Это выражается в приближении параметра ν к единице. При $\eta > 1/k$ значение параметра ν постепенно убывает и при очень больших значениях меры ошибок постепенно приближается к значениям ν , характерным для измеряемого процесса (и для самих ошибок измерений).

2. Количественные оценки влияния ошибок наблюдений требуют задания вида корреляционной функции процесса. Мы ограничимся рассмотрением двух корреляционных функций:

$$r_1(\tau) = \exp\left[-\left(\frac{\tau}{T_f}\right)^2\right]; \quad (11)$$

$$r_2(\tau) = \left[1 + \frac{\tau}{T_f} + \frac{\tau^2}{3}\left(\frac{\tau}{T_f}\right)^2\right] \times \exp\left(-\frac{\tau}{T_f}\right). \quad (12)$$

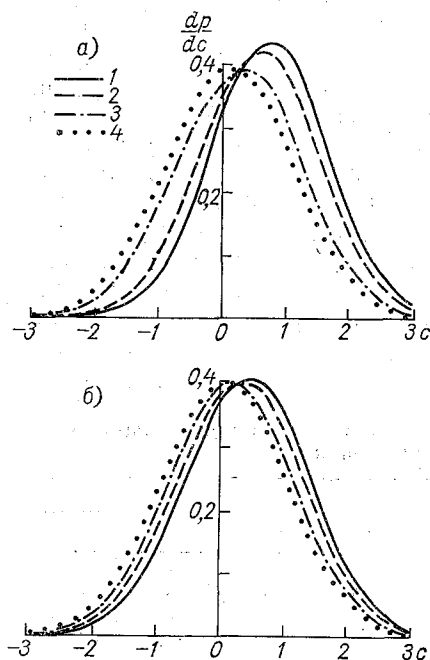


Рис. 1. Плотность распределения максимумов процесса при $\eta^2 = 0,001$.

а — корреляционная функция $r_1(\tau)$, б — корреляционная функция $r_2(\tau)$; 1 — $k=1$; 2 — $k=5$; 3 — $k=10$; 4 — $k=20$.

Первая из них соответствует более гладким процессам, имеющим производные всех порядков, вторая — процессам, имеющим лишь первые две производные. Именно эти функции использовались в [2] при анализе точности расчета вторых производных.

В качестве примера влияния ошибок наблюдений на вид распределения максимумов процесса на рис. 1 представлена плотность распределения максимумов (dp/dc) при некоторых значениях k для случая $\eta^2 = 0,001$. Из этого рисунка видно, что уже при $k=20$ распределение практически не отличается от нормального.

При анализе числа максимумов, превышающих тот или иной уровень, следует иметь в виду

Таблица 2

Увеличение числа максимумов процесса, превышающих уровни c ,
за счет наличия ошибок наблюдений

c	η^2	R									
		2	5	10	20	50	2	5	10	20	50
Корреляционная функция r_1						Корреляционная функция r_2					
0	10^{-4}	1,00	1,02	1,26	2,94	14,6	1,00	1,02	1,31	3,29	17,1
	10^{-3}	1,00	1,17	2,39	7,23	27,5	1,00	1,20	2,63	8,34	32,2
	10^{-2}	1,04	1,93	5,02	12,2	32,9	1,05	2,08	5,68	14,0	38,0
	10^{-1}	1,28	3,35	7,21	14,8	37,2	1,30	3,64	7,95	16,3	41,2
1	10^{-4}	1,00	1,01	1,14	2,21	10,0	1,00	1,02	1,22	2,74	13,4
	10^{-3}	1,00	1,09	1,86	5,09	18,7	1,00	1,15	2,24	6,67	25,2
	10^{-2}	1,03	1,60	3,70	8,67	23,2	1,04	1,85	4,69	11,3	30,6
	10^{-1}	1,27	2,87	5,96	12,1	30,4	1,33	3,38	7,21	14,8	37,1
2	10^{-4}	1,00	1,00	1,06	1,72	7,00	1,00	1,01	1,15	2,27	10,4
	10^{-3}	1,00	1,04	1,51	3,70	13,1	1,01	1,10	1,91	5,31	19,6
	10^{-2}	1,04	1,39	2,86	6,45	17,1	1,05	1,66	3,89	9,17	24,6
	10^{-1}	1,39	2,77	5,55	11,2	28,0	1,47	3,39	7,07	14,4	36,1
3	10^{-4}	1,00	1,00	1,02	1,45	6,28	1,00	1,01	1,10	1,93	8,29
	10^{-3}	1,01	1,03	1,31	2,90	9,89	1,01	1,07	1,67	4,32	15,6
	10^{-2}	1,06	1,29	2,40	5,21	13,6	1,07	1,53	3,34	7,66	20,4
	10^{-1}	1,71	3,10	6,03	12,0	30,0	1,79	3,79	7,72	15,6	39,1

что изменение его при наличии ошибок наблюдений происходит под влиянием нескольких факторов. Во-первых, ошибки наблюдений приводят к росту общего числа максимумов. Во-вторых, распределение максимумов изменяется, приближаясь к нормальному, так что доля их, приходящаяся на отрицательные уровни, увеличивается, а на положительные — уменьшается, притом это изменение должно быть наиболее заметным для высоких положительных уровней. В-третьих, при наличии ошибок наблюдений занижается относительный уровень $\bar{c}$, что приводит к увеличению доли максимумов, превышающих соответствующие положительные уровни, и к уменьшению ее для отрицательных уровней.

Количественно совокупное влияние ошибок наблюдений иллюстрируется табл. 2, в которой представлено увеличение числа максимумов процесса, превышающих заданный относительный уровень c по сравнению с соответствующим числом максимумов для исходного процесса $f(t)$.

Из сравнения данных табл. 2 и 1 видно, что для уровня $c=0$ влияние ошибок наблюдений в целом несколько меньше, чем для общего числа максимумов, но это различие заметно лишь для достаточно больших значений меры ошибок. Тем более не существ-

венны эти различия для отрицательных уровней, т. е. для значений S меньше нормы m . С повышением уровня различия прослеживаются гораздо четче. При этом они оказываются неоднозначными при разных характеристиках шумов. При достаточно малых значениях меры ошибок η^2 количество максимумов, превышающих заданный уровень, уменьшается с ростом s . Для каждого значения k существует критическое значение меры ошибки, тем меньшее, чем больше k , начиная с которого завышение количества максимумов начинает увеличиваться.

Этот эффект объясняется совокупным влиянием упомянутых выше факторов. Он более четко выражен для корреляционной функции $r_1(\tau)$.

3. Выше были рассмотрены характеристики максимумов, которые могли бы быть получены при непрерывных измерениях процесса. Практически измерения производятся дискретно, через некоторое интервалы времени, что, естественно, приводит к уменьшению числа зафиксированных экстремумов, так как некоторые из них соответствуют коротким выбросам процесса, происходящим между моментами наблюдений.

Для i -того члена последовательности, образованной путем дискретизации отсчетов процесса f через интервал времени Δ , вероятность максимума, превышающего значение C , определяется условием

$$W_i(C) = P\{f_{i-1} < f_i; f_i \geq C; f_{i+1} < f_i\}. \quad (13)$$

Среднее число максимумов стационарной последовательности, превышающих уровень C , на единицу времени составляет

$$\bar{N}_\Delta(C) = \frac{W_i(C)}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \int_C^\infty \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} w(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (14)$$

где $w(x_1, x_2, x_3)$ — трехмерная плотность вероятностей процесса f для трех последовательных моментов времени $t_{i-1} = t_i - \Delta$; t_i и $t_{i+1} = t_i + \Delta$.

Подстановка в формулу (14) плотности вероятностей рассматриваемого нами процесса с шумом позволяет оценить среднее число его максимумов, определяемое после дискретизации и выбрать такую дискретность отсчетов (в дальнейшем будем называть ее оптимальной), при которой полученное значение среднего числа максимумов совпадает со средним числом выбросов исходного непрерывного процесса, т. е. отсутствует систематическая погрешность в определении числа максимумов.

Такие оценки были выполнены для важного случая отсутствия корреляции между ошибками наблюдений ($k = \infty$). Некоторые результаты расчетов представлены в табл. 3, где для наглядности приведены не абсолютные значения числа максимумов, а их отношение к соответствующему числу максимумов для процесса. Из табл. 3 видно, что для заданной корреляционной функции оптимальная дискретность отсчетов зависит как от меры ошибок

Таблица 3

отношение среднего числа максимумов процесса с шумом при отсчетах с дискретностью Δ к числу максимумов непрерывного процесса без шума

с	η^2	Δ/T_f									
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Корреляционная функция r_1							Корреляционная функция r_2				
-3	0	0,99	0,95	0,89	0,81	0,73	0,89	0,81	0,74	0,68	0,63
	10^{-4}	1,00	0,95	0,89	0,81	0,73	1,08	0,82	0,74	0,68	0,63
	10^{-3}	1,13	0,96	0,89	0,81	0,73	2,03	0,94	0,77	0,69	0,64
	10^{-2}	1,88	1,03	0,91	0,82	0,74	4,31	1,56	0,97	0,77	0,67
	10^{-1}	3,43	1,44	1,02	0,86	0,75	5,75	2,59	1,57	1,11	0,87
0	0	0,99	0,96	0,91	0,84	0,77	0,92	0,85	0,80	0,75	0,71
	10^{-4}	1,00	0,96	0,91	0,84	0,77	1,06	0,86	0,80	0,75	0,71
	10^{-3}	1,08	0,96	0,91	0,84	0,77	1,79	0,95	0,82	0,76	0,71
	10^{-2}	1,60	1,02	0,92	0,85	0,78	3,62	1,46	0,99	0,83	0,74
	10^{-1}	2,83	1,36	1,03	0,89	0,79	5,28	2,47	1,57	1,16	0,94
1	0	0,99	0,95	0,90	0,83	0,76	0,94	0,89	0,85	0,81	0,77
	10^{-4}	0,99	0,95	0,90	0,83	0,76	1,04	0,90	0,85	0,81	0,77
	10^{-3}	1,04	0,96	0,90	0,83	0,76	1,60	0,97	0,87	0,82	0,77
	10^{-2}	1,38	1,00	0,92	0,84	0,76	3,13	1,38	1,01	0,88	0,81
	10^{-1}	2,49	1,32	1,05	0,92	0,82	5,14	2,48	1,63	1,25	1,05
2	0	0,98	0,92	0,84	0,75	0,65	0,96	0,92	0,88	0,84	0,80
	10^{-4}	0,98	0,92	0,84	0,75	0,65	1,03	0,93	0,89	0,85	0,81
	10^{-3}	1,01	0,92	0,84	0,75	0,66	1,44	0,98	0,90	0,85	0,81
	10^{-2}	1,24	0,97	0,87	0,76	0,67	2,72	1,31	1,02	0,91	0,85
	10^{-1}	2,42	1,38	1,10	0,94	0,81	5,35	2,65	1,80	1,42	1,21
3	0	0,95	0,80	0,74	0,63	0,52	0,97	0,93	0,89	0,84	0,78
	10^{-4}	0,95	0,80	0,74	0,63	0,52	1,02	0,94	0,90	0,84	0,78
	10^{-3}	0,98	0,80	0,75	0,63	0,53	1,32	0,98	0,91	0,85	0,79
	10^{-2}	1,17	0,90	0,78	0,66	0,55	2,43	1,27	1,03	0,92	0,84
	10^{-1}	2,67	1,55	1,21	0,99	0,82	6,06	3,07	2,13	1,69	1,44

змерений η^2 , так и от уровня c . Зависимость от уровня, однако, заметно меньше, особенно для корреляционной функции r_2 , так то при оценке оптимального интервала можно приближенно пользоваться результатами, полученными нами для общего числа максимумов (т. е. для уровня $c = -3$).

Поскольку расчеты по формуле (14) являются довольно трудоемкими, представляется целесообразным выяснить возможность спользования для оценки оптимальной дискретности более простых приближенных формул.

Одним из авторов [1] было предложено для этой цели воспользоваться подстановкой в формулу (1) средних квадратических отклонений не самих значений первой и второй производных, а их конечно-разностных аналогов, что дает приближенную формулу для оценки среднего числа максимумов по дискретным отсчетам

$$\bar{N}_1 = \frac{1}{2\pi\Delta} \sqrt{\frac{3 + 3\eta^2 - 4r_f(\Delta) + r_f(2\Delta)}{1 + \eta^2 - r_f(\Delta)}}. \quad (15)$$

Представим корреляционную функцию дважды дифференцируемого процесса в виде разложения

$$r_f(\tau) = 1 + \frac{1}{2!} r_f''(0) \tau^2 + \frac{1}{4!} r_f^{IV}(0) \tau^4 + \frac{1}{5!} r_f^V(0) \tau^5 + \dots \quad (16)$$

Подстановка (16) в (15) дает для оценки среднего числа максимумов последовательности приближенную формулу

$$\bar{N}_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{r_f^{IV}(0)}{r_f''(0)} + \frac{7}{15} \frac{r_f^V(0)}{r_f^{IV}(0)} \Delta + \frac{1}{6} \frac{r_f^{VI}(0)}{r_f^{IV}(0)} \Delta^2 + \frac{6\eta^2}{r_f^{IV}(0) \Delta^4} + \dots}{1 + \frac{1}{12} \frac{r_f^{IV}(0)}{r_f''(0)} \Delta^2 - \frac{2\eta^2}{r_f''(0) \Delta^2} + \dots}}$$

или

$$\bar{N}_1 \approx N_0 \left[1 + \frac{7}{30} \frac{r_f^V(0)}{r_f^{IV}(0)} \Delta + \frac{1}{12} \left(\frac{r_f^{VI}(0)}{r_f^{IV}(0)} - \frac{1}{2} \frac{r_f^{IV}(0)}{r_f''(0)} \right) \Delta^2 + \frac{3\eta^2}{r_f^{IV}(0) \Delta^4} \right]. \quad (17)$$

Для процессов, имеющих лишь две производные, $r_f^V(0) \neq 0$ и членами, содержащими Δ^2 , можно пренебречь. Для таких процессов условие отсутствия систематических ошибок в определении числа максимумов ($\bar{N}_1 = N_0$) имеет вид

$$\Delta_0 \approx \sqrt[5]{-\frac{90}{7} \frac{\eta^2}{r_f^V(0)}}. \quad (18)$$

В частности, для корреляционной функции $r_2(\tau)$:

$$r_2^{IV}(0) = \frac{1}{T_f^4}; \quad r_2^V(0) = -\frac{8}{3T_f^5}. \quad (19)$$

Подстановка (19) в (17) и (18) дает

$$\bar{N}_1 \approx N_0 \left[1 - \frac{56}{90} \left(\frac{\Delta}{T_f} \right) + \frac{3\eta^2}{\left(\frac{\Delta}{T_f} \right)^4} \right]; \quad (20)$$

$$\frac{\Delta_0}{T_f} \approx \sqrt[5]{\frac{270}{56} \eta^2} \approx 1,37 \sqrt[5]{\eta^2}. \quad (21)$$

Для процессов, имеющих больше двух производных, $r_f^V = 0$ в (17) необходимо учитывать шестую производную процесса, а именно что

$$\Delta_0 \approx \sqrt[6]{\eta^2 \frac{36}{r_f^V(0) - \frac{(r_f^{IV}(0))^2}{r_f''(0)}}}. \quad (18a)$$

В частности, для корреляционной функции $r_1(\tau)$

$$r_1''(0) = -\frac{2}{T_f^2}; \quad r_1^{IV}(0) = \frac{12}{T_f^4}; \quad r_1^V(0) = -\frac{120}{T_f^6}; \quad (19a)$$

$$\bar{N}_1 \approx N_0 \left[1 - \frac{7}{12} \left(\frac{\Delta}{T_f} \right)^2 + \frac{1}{4} \frac{\eta^2}{\left(\frac{\Delta}{T_f} \right)^4} \right]; \quad (20a)$$

$$\frac{\Delta_0}{T_f} = \sqrt[6]{\frac{3}{7} \eta^2} \approx 0,87 \sqrt[6]{\eta^2}. \quad (21a)$$

В табл. 4 представлены значения оптимального интервала, полученные путем непосредственного расчета по представленным табл. 3 данным (Δ_0) и путем оценки по приближенным формулам

Таблица 4

Зависимость оптимального интервала между отсчетами от точности исходных данных

корреляционная функция		η^2			
		10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
r_1	Δ_0/T_f	0,20	0,30	0,43	0,62
	Δ'_0/T_f	0,19	0,28	0,40	0,59
r_2	Δ_0/T_f	0,23	0,36	0,58	0,88
	Δ'_0/T_f	0,22	0,34	0,55	0,87

21), обозначенные Δ'_0 . Сравнение их показывает, что приближенные формулы такого типа дают достаточно точную оценку значения оптимального интервала между отсчетами.

4. Полученные нами количественные результаты имеют частый характер, поскольку относятся лишь к нормальным стационарным процессам, притом при определенных предположениях структуре измеряемого процесса и ошибок наблюдений. Но в качественном отношении выводы из них представляются несомненными.

Из полученных результатов следует, что наличие погрешностей оказывает значительное влияние на характеристики экстремумов, что необходимо учитывать как в процессе измерений, так при обработке данных наблюдений. Следует отметить, что до

сих пор влияние ошибок - наблюдений не учитывалось даже в теоретических работах, посвященных статистическим оценкам распределения экстремумов.

При значительных ошибках измерений нет смысла для уточнения фиксации экстремума учащать отсчеты прибора, так как это приводит главным образом к увеличению регистрируемого числа ложных экстремумов.

При обработке наблюдений целесообразно учитывать существование оптимальных интервалов между отсчетами, при которых систематические ошибки в определении числа экстремумов отсутствуют. Для оценки этих интервалов можно воспользоваться полученными приближенными формулами (21).

Следует, однако, иметь в виду, что для практической реализации полученных результатов нужно знать достаточно тонкие характеристики структуры измеряемого процесса, вплоть до его производных шестого порядка. Применительно к метеорологическим элементам такими знаниями мы пока не располагаем. Поэтому необходимо либо найти сравнительно надежно наблюдаемые характеристики процесса, которые можно было бы связать с нужными параметрами, либо оценивать такие практически значимые характеристики экстремумов, для которых достаточно имеющихся данных о структуре процесса. Не исключено, что такими характеристиками окажутся характеристики выбросов процесса, по оценке которых уже имеется довольно большой опыт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган Р. Л. О выборе оптимальной дискретности при обработке данных наблюдений.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 121—131.

2. Каган Р. Л., Хатамкулов Г. Х. О точности конечно-разностного представления производных.— Труды ГГО, 1968, вып. 228, с. 49—86.

3. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О влиянии дискретности измерений на точность определения числа выбросов случайного процесса.— Труды ГГО, 1975, вып. 348, с. 78—98.

4. Тихонов В. Н. Выбросы случайных процессов.— М.: Наука, 1970. 382 с.

В. П. Тараканова

НЕКОТОРЫЕ ОПЫТЫ КОНТРОЛЯ ДАННЫХ КОСВЕННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

Информация о геопотенциале и температуре, получаемая с искусственных спутников Земли, так же как и аэрологическая, содержит разного рода ошибки. Среди множества незначительных ошибок встречаются ошибки грубые, значительные по величине, возникающие в результате просчетов при обработке наблюдений, передаче их по каналам связи, в процессе их кодирования или декодирования. Эти ошибки могут существенно повлиять на результаты дальнейшего использования спутниковой информации. Для исключения таких грубо ошибочных данных спутниковая информация, как и аэрологическая, должна быть подвергнута контролю.

В данной работе мы попытались провести некоторые опыты по контролю спутниковой информации.

Поскольку спутниковая информация содержит данные только о температуре и геопотенциале и передается над районами, где отсутствует аэрологическая информация, с которой можно было бы сравнить данные спутникового зондирования, то самым простым методом контроля оказывается статический контроль, основанный на проверке выполнения уравнения статики атмосферы в слоях между основными изобарическими поверхностями. Невязки, возникающие не только при наличии грубых ошибок, но и ошибок измерения, кодирования и т. д., вычислялись по формуле (см., например, [1])

$$\vartheta_n^{n+1} = H_{n+1} - H_n - A_n^{n+1} - B_n^{n+1}(t_n + t_{n+1})$$

где H_{n+1} , H_n — значения геопотенциала изобарических поверхностей p_{n+1} и p_n , t_{n+1} , t_n — температура на этих изобарических поверхностях, °С. Константы $A_n^{n+1} = \frac{RT_0}{9.8} \ln \frac{p_n}{p_{n+1}}$ и $B_n^{n+1} = \frac{R}{19.6} \ln \frac{p_n}{p_{n+1}}$ для изобарических поверхностей p_n и p_{n+1} могут быть рассчитаны заранее. Здесь R — газовая постоянная для воздуха, $T_0 = 273,1^\circ\text{C}$.

В табл. 1 приведены значения констант A_n^{n+1} и B_n^{n+1} для 14 слоев до изобарической поверхности 10 мбар. Здесь же приведены допустимые невязки Δ_n^{n+1} , т. е. максимальные по абсолютной величине значения β_n^{n+1} при отсутствии грубых ошибок. Значения A_n^{n+1} , B_n^{n+1} и Δ_n^{n+1} до уровня 100 мбар взяты из работы [1]. Для более высоких слоев значения этих констант взяты такими же, как и для более низких, имеющих одинаковое значение $\ln \frac{p_n}{p_{n+1}}$. Для слоев большей толщины квадраты значений Δ_n^{n+1} принимались равными суммам квадратов допустимых невязок для составляющих их более тонких слоев.

Таблица 1

Параметры статического контроля [1]

Номер слоя	p_n мбар	p_{n+1} мбар	A_n^{n+1} гп. дам	B_n^{n+1} гп. дам °С	Δ_n^{n+1} гп. дам
1	1000	850	130,0	0,238	3
2	850	700	155,2	0,284	3
3	700	500	269,0	0,493	4
4	500	400	178,4	0,327	3
5	400	300	230,1	0,421	4
6	300	250	146,0	0,267	5
7	250	200	178,0	0,327	6
8	200	150	230,0	0,421	6
9	150	100	324,0	0,594	6
10	100	70	285,0	0,522	4
11	70	50	269,0	0,493	4
12	50	30	408,0	0,748	5
13	30	20	324,0	0,594	8
14	20	10	554,0	1,015	10

Статическим контролем было проверено 912 телеграмм спутникового зондирования атмосферы за 20 VII 1974 г., полученных в Гидрометцентре и любезно предоставленных в наше распоряжение Я. М. Хейфецем. Рассчитанные невязки β_n^{n+1} сравнивались с допустимыми невязками Δ_n^{n+1} , и сомнительными считались телеграммы с невязками, превышающими допустимую. Помимо этого рассматривались также случаи невязок, превышающих по модулю половину допустимого значения. Было выявлено, что большинство таких невязок близко по модулю к величине $\frac{1}{2} \Delta_n^{n+1}$. Это позволяет заключить, что данные, соответствующие

тим невязкам, ошибок не содержат и что значения допустимых невязок выбраны разумно.

При помощи статического контроля обнаружено 69 сомнительных телеграмм, что составляет около 7,5% общего числа контролируемых зондирований. В 9 случаях обнаружены невязки в одном слое (13% общего числа сомнительных телеграмм), причем в 7 зондированиях невязки относятся к верхнему слою, т. е. слою 20—10 мбар, что связано с ошибочным значением либо геопотенциала, либо температуры на верхнем уровне. В 50 зондированиях (около 72% общего числа сомнительных телеграмм) обнаружены невязки в двух соседних слоях, что свидетельствует о неправильном значении геопотенциала или температуры уровня, разделяющего эти слои. В 6 зондированиях обнаружены ошибки более чем в двух слоях и в 4 случаях в двух не смежных слоях.

Для проверки правильности обнаружения ошибок статическим контролем проводилось сравнение значений геопотенциала и температуры в контролируемом пункте и окружающих его пунктах за тот же срок зондирования (субъективный горизонтальный контроль). Если близко расположенных пунктов в данный срок зондирования не оказывалось, привлекались данные с соседних орбит, отличающихся по времени не более чем на ± 2 ч.

С этой целью были построены карты соответствующих уровней для всех зондирований, признанных сомнительными. Рассмотрим пример зондирования, где невязки в нескольких слоях вызваны неправильными значениями геопотенциала нескольких изоарических поверхностей. В пункте зондирования с координатами 6,9° ю. ш., 141,0° з. д., (рис. 1 а) статическим контролем обнаружены следующие невязки:

номер слоя	7	8	9	10	11	12
гп. дам	10,6	—9,1	55,8	—54,8	49,0	—50,3

В работе [1] показано, что если невязки β_{n-1}^n и β_n^{n+1} для соседних слоев превосходят допустимые значения, различны по знаку близки по величине, то значение H_n искажено и ошибка h_n приближенно равна

$$h_n = \frac{1}{2} (\beta_{n-1}^n - \beta_n^{n+1}).$$

В нашем случае исправлению подлежат H_{200} , H_{100} и H_{50} соответственно на 10, 55 и 50 гп. дам, что хорошо подтверждается данными рис. 1 а.

На рис. 1 в показан пример зондирования с искаженным значением температуры. Здесь в пункте зондирования с координатами 28,7 ю. ш., 172,4° з. д. невязки получились равными —5,8 гп. дам в седьмом слое и —7,3 гп. дам в восьмом слое. Согласно [1], если невязки в соседних слоях одинаковы по знаку, пропорцио-

нальны коэффициентам B , то ошибочно значение температуры и ошибка ϑ_n приближенно равна

$$\vartheta_n = -\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_{n-1}^n}{B_{n-1}^n} + \frac{\beta_{n+1}^n}{B_n^{n+1}} \right).$$

В данном случае $\vartheta_n \approx 18^\circ\text{C}$ и исправлению подлежит температур на уровне 200 мбар, что хорошо видно на рис. 1 в. Анализ таких карт показал, что ошибки, вызвавшие невязки в двух или нескольких слоях, хорошо локализируются и исправляются. Это относится как к невязкам, вызванным ошибочными значениями геопотенциала, так и к невязкам вследствие ошибочных значений температуры.

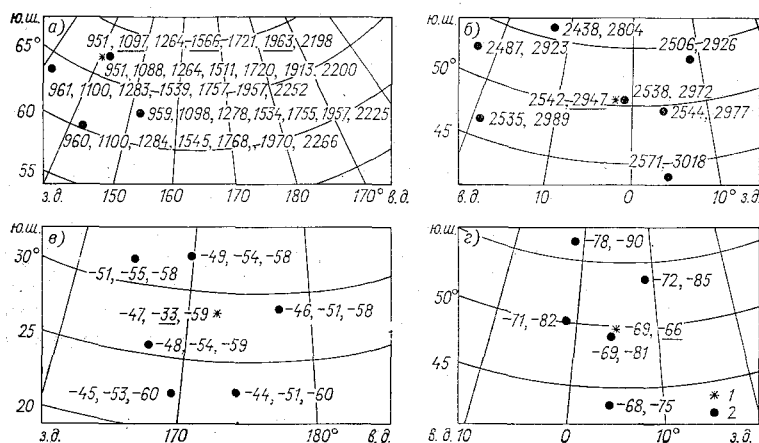


Рис. 1. Значения геопотенциала и температуры в контролируемых (1) и соседних (2) пунктах.

а — геопотенциал на поверхности 250, 200, 150, 100, 70, 50 и 30 мбар; б — геопотенциал на поверхности 250 и 10 мбар; в — температура на поверхности 250, 200 и 150 мбар; г — температура на поверхности 70 и 50 мбар. Ошибочные значения подчеркнуты.

В основном хорошо обнаруживаются и исправляются ошибки вызвавшие невязки в одном слое. На рис. 1 приводятся примеры зондирований с невязками одного знака, но в одном случае (рис. 1 б) невязка вызвана ошибочным значением высоты изобарической поверхности, в другом (рис. 1 г) — температуры. В этих случаях для локализации ошибки и ее исправления необходимо привлечение других методов контроля.

Из проделанных опытов можно сделать вывод, что грубые ошибки данных спутникового зондирования могут быть обнаружены и исправлены. Но для подтверждения правильности исправ

ления ошибки и для ее локализации (если обнаружена невязка в одном слое) необходимы разработка и применение другого метода контроля, например горизонтального.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных.— Л.: Гидрометеиздат, 1976.— 359 с.

Л. С. Гандин, Т. В. Андрейчук

О ГОРИЗОНТАЛЬНОМ И ГОРИЗОНТАЛЬНО-ВРЕМЕННОМ КОНТРОЛЕ ДАННЫХ КОСВЕННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

1. За последние годы данные косвенного температурного зондирования с метеорологических спутников приобретают все большее значение не только для исследования закономерностей атмосферных процессов, но и для целей оперативного анализа и прогноза метеорологических полей. Уже в течение ряда лет спутники поставляют на оперативной основе обширную информацию о вертикальных профилях температуры и относительного геопотенциала над акваториями океанов и морей. В принципе использование этой информации способно снять основную трудность, возникающую при применении полусферных и, особенно, глобальных прогностических моделей атмосферы и состоящую в недостаточности данных обычных аэрологических наблюдений над океанами.

Известно множество исследований, посвященных использованию данных косвенного зондирования в рамках четырехмерного анализа метеорологических полей. Основным методом таких исследований были численные эксперименты с прогностическими или циркуляционными моделями атмосферы. Спутниковая информация моделировалась в этих экспериментах данными, генерируемыми самой моделью. Во многих работах такого рода получены весьма оптимистические выводы об увеличении точности анализа и прогноза метеорологических полей, которого следует ожидать после привлечения данных косвенного зондирования атмосферы.

В то же время попытки использования фактических, а не модельных данных косвенного зондирования пока, как правило, не оправдывали этого оптимизма. Хотя известны отдельные высказывания об успешности подобных попыток, авторы большинства работ этого направления утверждают, что использование данных косвенного зондирования не привело к существенному повышению оправдываемости численных прогнозов.

Так или иначе, приходится считаться с фактом, что несмотря на то что данные косвенного зондирования распространяются для оперативного использования в течение многих лет, они все еще не

включены в оперативную цепь автоматической обработки и объективного анализа, через которую проходят в крупных прогностических центрах данные обычного аэрологического зондирования.

Указанный факт можно объяснить двумя причинами. Одна из них состоит в том, что при интерпретации и анализе данных косвенного зондирования в недостаточной мере учитываются специфические свойства этих данных, а вторая — в том, что они не подвергаются контролю для целей выявления и устранения грубых ошибок в этих данных.

2. Хорошо известно, что, имея дело с любой информацией, необходимо считаться с наличием в ней ошибок двух родов. Это, во-первых, небольшие по величине, но свойственные практически всем данным погрешности, именуемые обычно случайными ошибками, и, во-вторых, большие по абсолютной величине, но присущие лишь небольшой доле всей информации так называемые грубые ошибки, причину появления каждой из которых можно, по крайней мере в принципе, проследить.

Наличие даже одной грубой ошибки может значительно исказить результаты объективного анализа, а потому и численного прогноза. Поэтому грубо ошибочные данные следует браковать или, что гораздо лучше, заменять их правильными значениями, т. е. исправлять. Для этой цели используется автоматический контроль, являющийся неотъемлемой частью общей системы автоматической обработки оперативной информации. Что же касается случайных ошибок, то каждую такую ошибку обнаружить, разумеется, невозможно, и приходится просто считаться с их наличием. Однако последнее означает, что необходимо знать статистические свойства случайных ошибок, поскольку от этих свойств существенно зависит оптимальная процедура объективного анализа данных. Эти свойства влияют также на построение и оценку возможностей контроля данных.

Сведения о случайных ошибках данных косвенного зондирования противоречивы: специалисты по измерениям дают гораздо более низкие оценки этих ошибок, нежели специалисты, использующие данные косвенного зондирования. Тем не менее можно считать установленным, что средние квадратические значения Δ случайных ошибок косвенного зондирования примерно в 2—3 раза превосходят соответствующие значения для прямого аэрологического зондирования. Оценки показывают, что наличие подобных значений Δ само по себе не служит существенным препятствием к использованию данных косвенного зондирования.

Однако наряду с этим случайные ошибки данных косвенного зондирования атмосферы обладают специфическим свойством, не присущим ошибкам радиозондирования — они коррелированы по горизонтали. Наличие этого свойства, предсказанное сначала на основе общих соображений, было затем подтверждено путем непосредственного сравнения данных прямого и косвенного зондирования и в настоящее время является общепризнанным. Количественные характеристики этой корреляции известны лишь ориенти-

ровочно. Более того, нет единого мнения относительно ее причин. Существуют по крайней мере две возможные причины коррелированности ошибок спутниковой информации. Одна из них состоит попросту в том, что измерения на спутнике производятся все время одним и тем же прибором, и его случайные ошибки обладают временной инерцией. Вторая причина может заключаться в систематических, прослеживающихся на больших пространствах, отличиях параметров атмосферы от их значений, заложенных в модель интерпретации спектрометрических спутниковых измерений.

Во всяком случае, горизонтальная корреляция ошибок данных косвенных измерений есть эмпирически установленный факт, причем радиус этой корреляции сравним с радиусом корреляции самого элемента — температуры или геопотенциала [2].

3. Как уже упоминалось, в настоящее время поступают данные косвенного зондирования только над акваториями океанов и морей, где обычных наблюдений весьма мало. В силу этого в качестве основного пути автоматического контроля спутниковой информации приходится рассматривать не сопоставление ее с другими видами информации, а анализ ее внутренней согласованности. Одному из таких методов — статическому контролю данных косвенного зондирования — посвящена работа [3]. Цель данной работы состоит в оценке метода горизонтального или, точнее, горизонтально-временного контроля данных косвенного зондирования. В рамках этого метода каждое наблюдение сравнивается с результатом интерполяции в пункт (и к моменту) наблюдения данных других соседних в пространстве и времени наблюдений. Разность между наблюдаемым и интерполированным значениями сопоставляется по модулю с допустимой невязкой, которая принимается пропорциональной средней в статистическом смысле квадратической величине этой разности. Последняя определяется попутно с вычислением интерполяционных весов по данным о статистической структуре контролируемого элемента и ошибок его измерения.

Пусть

$$f = \frac{F - \bar{F}}{\sigma} \quad (1)$$

есть отклонение метеорологического элемента F от его среднего в статистическом смысле значения (нормы) $\bar{F}$, нормированное на среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \left[(\overline{F - \bar{F}})^2 \right]^{1/2}, \quad (2)$$

и пусть интерполированное значение

$$\hat{f}_0 = f_0 + \delta \quad (3)$$

разыскивается в виде линейной комбинации

$$\hat{f}_0 = \sum_{i=1}^n a_i \tilde{f}_i \quad (4)$$

наблюденных значений

$$\bar{f}_i = f_i + \delta_i. \quad (5)$$

Здесь индекс 0 относится к контролируемому значению, а индексы $i=1, 2, \dots, n$ — к величинам, привлекаемым для контроля; a_i представляют собой интерполяционные веса, а δ_i и δ — ошибки наблюдений и интерполяции, деленные на соответствующие значения σ .

С помощью формул (1), (2), (4) и (5) легко получить для меры ошибки интерполяции

$$\varepsilon^2 = \bar{\delta}^2 = (\overline{f_0 - f_0})^2 \quad (6)$$

формулу

$$\varepsilon^2 = 1 - 2 \sum_{i=1}^n a_i (\overline{f_i + \delta_i}) \overline{f_0} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j (\overline{f_i + \delta_i}) (\overline{f_j + \delta_j}). \quad (7)$$

Полагая случайные ошибки некоррелированными с истинными значениями элемента ($\overline{\delta_i f_j} = 0$), но коррелированными, вообще говоря, между собой, получим из (7)

$$\varepsilon^2 = 1 - 2 \sum_{i=1}^n a_i \mu_{0i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j (\mu_{ij} + \eta_i \eta_j \nu_{ij}), \quad (8)$$

где

$$\mu_{ij} = \overline{f_i f_j} \quad (9)$$

— коэффициенты корреляции между истинными значениями элемента,

$$\nu_{ij} = \overline{\delta_i \delta_j} / (\overline{\delta_i^2} \overline{\delta_j^2})^{1/2} \quad (10)$$

— коэффициенты корреляции между ошибками его измерения,

$$\eta_i^2 = \overline{\delta_i^2} \quad (11)$$

— меры ошибок наблюдений.

Если определять веса a_i из условия минимума меры ошибки интерполяции ε^2 , то, согласно (8), a_i должны удовлетворять системе уравнений

$$\sum_{j=1}^n a_j (\mu_{ij} + \eta_i \eta_j \nu_{ij}) = \mu_{0i} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (12)$$

с помощью которой формулу (8) можно записать в виде

$$\varepsilon^2 = 1 - \sum_{i=1}^n a_i \mu_{0i}. \quad (13)$$

Однако допустимая невязка контроля связана не с мерой ошибки интерполяции ε^2 , а с мерой ошибки сопоставления

$$\zeta^2 = (\bar{f} - \bar{f}_0)^2, \quad (14)$$

характеризующей средний квадрат разности между интерполированным и наблюдаемым (а не истинным) значением элемента F . Учитывая, что

$$\bar{f}_0 = \bar{f} + \delta_0, \quad (15)$$

где δ_0 — случайная ошибка контролируемого наблюдения, получим с помощью формул (1), (2), (4), (5), (14) и (15):

$$\begin{aligned} \zeta^2 = 1 + \eta_0^2 - 2 \sum_{i=1}^n a_i \overline{(f_i + \delta_i)(f_0 + \delta_0)} + \\ + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \overline{(f_i + \delta_i)(f_j + \delta_j)} \end{aligned} \quad (16)$$

или при использовании обозначений (9) — (11),

$$\begin{aligned} \zeta^2 = 1 + \eta_0^2 - 2 \sum_{i=1}^n a_i (\mu_{0i} + \eta_0 \eta_{i0} \nu_{0i}) + \\ + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j (\mu_{ij} + \eta_i \eta_j \nu_{ij}). \end{aligned} \quad (17)$$

Из сопоставления (17) с (8) вытекает соотношение между мерами ошибок интерполяции и сопоставления

$$\zeta^2 = \varepsilon^2 + \eta_0^2 - 2 \sum_{i=1}^n a_i \eta_0 \eta_{i0} \nu_{0i}. \quad (18)$$

Последний член в формуле (18) равен нулю в случае некоррелированных ошибок измерений ($\nu_{0i} \equiv 0$). Отсюда следует, что положительная корреляция случайных ошибок наблюдений уменьшает меру ошибки сопоставления и тем самым увеличивает возможность выявления грубых ошибок. При этом, конечно, имеется в виду, что грубые ошибки являются изолированными и, в частности, не коррелируют между собой.

Более того, для целей контроля рационально выбирать интерполяционные веса из требования минимума меры ошибки не интерполяции, а сопоставления, что, в случае коррелированных ошибок наблюдений, не одно и то же. Действительно, условие минимума величины ε^2 приводит, согласно (17), к системе уравнений

$$\sum_{j=1}^n a_j (\mu_{ij} + \eta_i \eta_j \nu_{ij}) = \mu_{0i} + \eta_0 \eta_{i0} \nu_{0i}, \quad (19)$$

отличающейся от системы (16), если только не все ν_{0i} равны нулю. Использование весов, удовлетворяющих уравнениям (19), еще

больше повысит возможности контроля наблюдений с коррелированными ошибками. В этом случае мера ошибки сопоставления может быть вычислена по формуле

$$\zeta^2 = 1 + \eta_0^2 - \sum_{i=1}^n a_i (\mu_{0i} + \eta_0 \eta_i \nu_{0i}), \quad (20)$$

вытекающей из (17) и (19).

4. Для количественной оценки возможностей горизонтального и горизонтально-временного контроля данных косвенного зондирования были выполнены численные эксперименты при идеализированном расположении точек наблюдений, а именно, в предположении, что эти точки образуют регулярную треугольную сетку с шагом r и данные в каждой точке контролируются путем сопоставления с результатами интерполяции по шести ближайшим точкам, отстоящим от нее на расстояние r . Расчеты велись при трех различных предположениях относительно корреляции ошибок наблюдений:

$$а) \nu_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } j = i \\ 0 & \text{при } i \neq j \end{cases} \quad (\text{некоррелированные ошибки}),$$

$$б) \nu_{ij} \equiv \mu_{ij} \quad (\text{ошибки коррелируют так же, как контролируемый элемент}),$$

$$в) \nu_{ij} \equiv 1 \quad (\text{ошибки полностью коррелированы}).$$

Если для интерполяции привлекаются данные с той же орбиты спутника, что и контролируемое значение, то сдвигом по времени τ можно, разумеется, пренебречь. Этот сдвиг, однако, значителен, а именно, составляет около 12 ч, если используются наблюдения на предыдущей (или последующей) орбите того же спутника, проходящей через рассматриваемую область. Соответственно этому в одном варианте расчетов предполагалось, что все наблюдения относятся к одному моменту времени ($\tau=0$), а в другом ($\tau=12$), что контролируемое наблюдение сдвинуто по времени по отношению ко всем остальным на 12 ч. Пространственно-временная корреляция элемента описывалась формулой [1]:

$$\mu(\rho, \tau) = \exp(-a\sqrt{\rho^2 + V^2\tau^2})(1 + a\sqrt{\rho^2 + V^2\tau^2}),$$

где $V=35$ км·ч⁻¹, ρ — расстояние, км; для параметра a принимались два значения: $a=10^{-3}$ км⁻¹ и $a=1,33 \cdot 10^{-3}$ км⁻¹. Первое из этих значений примерно соответствует корреляции геопотенциала, а второе — корреляции температуры.

Мера ошибок наблюдений η^2 варьировалась в расчетах, но принималась каждый раз одинаковой во всех точках. При описанной схеме приведенные выше соотношения весьма сильно упрощаются, поскольку интерполяционные веса оказываются одинаковыми для всех точек.

Рассмотрим некоторые результаты описанных расчетов.

На рис. 1 показана зависимость средних квадратических относительных ошибок интерполяции (ε) и сопоставления (ζ) от расстояния r при $\tau=0$ и $a=10^{-3}$ км $^{-1}$ для вариантов: а) некоррелированные ошибки и б) ошибки коррелированы так же, как истинные значения. Рис. 1 а иллюстрирует случай больших ошибок ($\eta^2=0,2$), а рис. 1 б — случай малых ошибок ($\eta^2=0,04$). Индекс m на этих рисунках показывает, что веса найдены из условия минимума данной величины.

При некоррелированных ошибках (вариант а) веса, а потому и кривые $\varepsilon_{ma}(r)$ и $\zeta_{ma}(r)$ не зависят от того, какая из этих величин минимизируется. При этом, разумеется всегда $\zeta_{ma} > \varepsilon_{ma}$, так как они связаны простым соотношением

$$\zeta_{ma}^2 = \varepsilon_{ma}^2 + \eta^2.$$

Совсем иная картина получается в случае коррелированных ошибок (вариант б). При не очень больших r кривая $\varepsilon_{mb}(r)$ про-

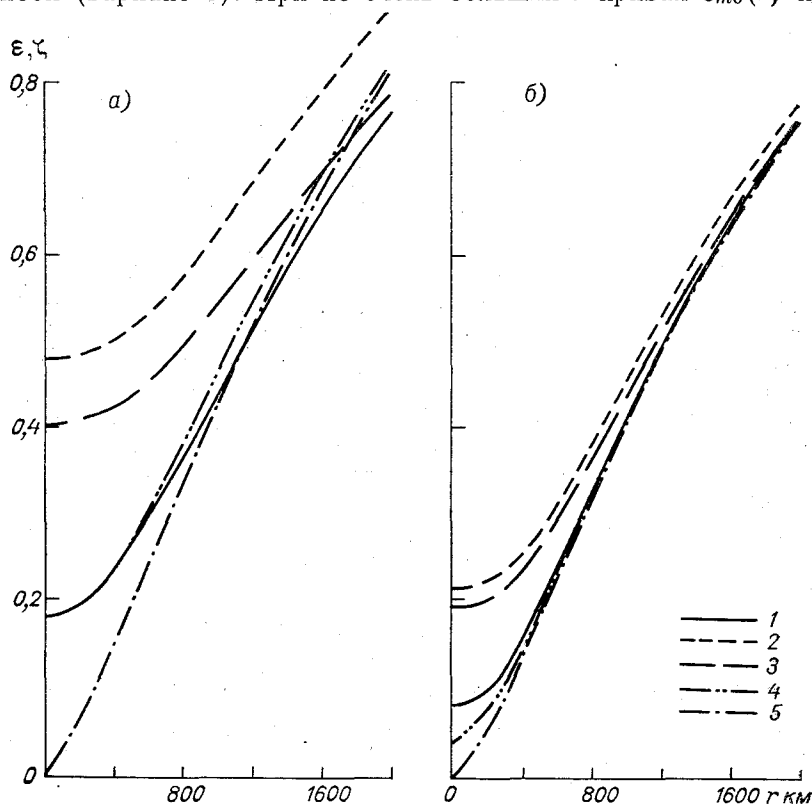


Рис. 1. Зависимость средних квадратических относительных ошибок интерполяции (ε) и сопоставления (ζ) от расстояния r при $a=10^{-3}$ км $^{-1}$ и $\tau=0$.

$a - \eta^2=0,2$, б — $\eta^2=0,04$; 1 — ε_{ma} , 2 — ζ_{ma} , 3 — ε_{mb} , 4 — ζ_b , 5 — ζ_{mb} .

ходит значительно выше, чем кривая $\zeta_6(r)$. Это означает, что даже если руководствоваться условием минимума ε , а не ζ , благодаря коррелированности ошибок точность горизонтального контроля выше, чем точность интерполяции. Лишь при весьма больших расстояниях, не представляющих практического интереса, имеет место противоположное соотношение.

Сравнение кривых $\zeta_{ma}(r)$ и $\zeta_6(r)$ на рис. 1 а и б показывает, что всегда, при прочих равных условиях, $\zeta_{ma} > \zeta_6$. Это соотношение имеет место при всех расстояниях r , хотя, конечно, с ростом r различие между ζ_{ma} и ζ_6 уменьшается. Приведенное соотношение означает, что возможности горизонтального контроля данных с коррелированными ошибками всегда выше возможностей контроля данных с такими же, но некоррелированными ошибками.

Этот вывод получился в ситуации, когда минимизировалась мера ошибки интерполяции, а не сопоставления. Возможности контроля данных с коррелированными ошибками еще более возрастут, если строить алгоритм контроля таких данных, руководствуясь условием минимума меры ошибок сопоставления. Этому варианту соответствуют кривые $\zeta_{mb}(r)$ на рис. 1 а и б. Различие между кривыми $\zeta_{mb}(r)$ и $\zeta_6(r)$ значительно больше при больших ошибках наблюдений (рис. 1 а), чем при малых (рис. 1 б). Для расстояний, превышающих 400—500 км, кривые $\zeta_{mb}(r)$ и $\zeta_6(r)$ на рис. 1 б практически сливаются. Весьма существенно, однако, что кривые $\zeta_{mb}(r)$, в отличие от всех остальных кривых, проходят через начало координат. Это означает, что с уменьшением расстояния между пунктами наблюдений мера ошибки контроля данных с коррелированными ошибками стремится к нулю, а не к конечному значению, как в случае некоррелированных ошибок.

5. Обратимся теперь к рис. 2, на котором представлены зависимости $\zeta_m(r)$ для большого набора различных вариантов контроля применительно к геопотенциалу

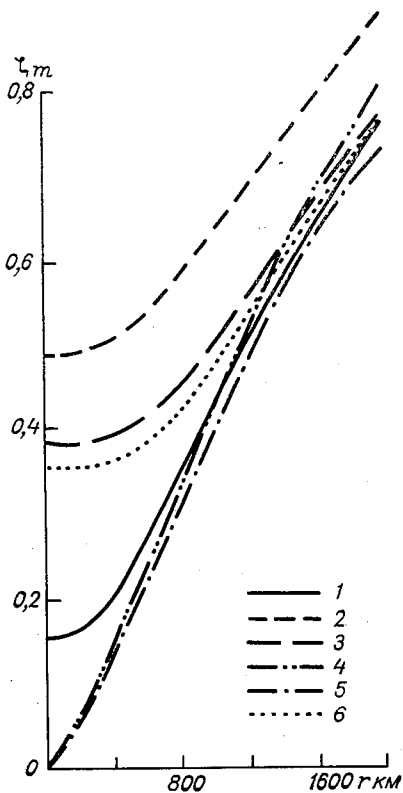


Рис. 2. Зависимость средней квадратической относительной ошибки сопоставления ζ_m от расстояния r при $a = 10^{-3} \text{ км}^{-1}$.

Вариант а: 1 — $\eta^2 = 0,02$, $\tau = 0$; 2 — $\eta^2 = 0,2$, $\tau = 0$; 3 — $\eta^2 = 0,02$, $\tau = 12$ ч; вариант б: 4 — $\eta^2 = 0,2$, $\tau = 0$; 5 — $\eta^2 = 0,2$, $\tau = 12$ ч; вариант в: 6 — $\eta^2 = 0,2$, $\tau = 0$.

($a=10^{-3}$ км⁻¹). Кривая 1 (вариант а, $\eta^2=0,02$, $\tau=0$) соответствует контролю обычной аэрологической информации. Если бы данные косвенного зондирования отличались от нее лишь большими значениями ошибок ($\eta^2=0,2$), то возможности контроля таких данных описывались бы кривой 2. Мы видим, что они бы весьма уменьшились: отношение ординат кривых 1 и 2 меняется примерно от 3 при малых r , до 1,5 при $r=1000$ км (большие расстояния не представляют практического интереса).

Интересно отметить, что кривая 2 близка к кривой 3, соответствующей контролю данных, обладающих высокой точностью ($\eta^2=0,02$), но при сдвиге по времени $\tau=12$ ч. Иначе говоря, понижение возможностей контроля данных с некоррелированными ошибками, обусловленное уменьшением их точности примерно в 3 раза, примерно таково же, как если бы мы производили контроль, используя не синхронные наблюдения, а наблюдения за предыдущий аэрологический срок.

Кривые 4 и 5 на рис. 2 описывают возможности контроля данных, обладающих большими ($\eta^2=0,2$), но коррелированными ошибками. Кривая 4 соответствует варианту б, а кривая 5 — варианту в, т. е. полностью коррелированным ошибкам. Мы видим, во-первых, что кривые 4 и 5 проходят значительно ниже кривой 2, во-вторых, что эти кривые близки между собой, и, в-третьих, что при больших расстояниях обе они близки к кривой 1, а при малых расстояниях проходят ниже. Таким образом, корреляция ошибок весьма сильно увеличивает возможности контроля. Эти возможности мало зависят от конкретного вида корреляционной функции ошибок наблюдений, лишь бы эта функция была известна. При больших расстояниях возможности контроля данных косвенного зондирования примерно таковы же, как контроля данных радиозондирования, а при малых расстояниях данные косвенного зондирования контролируются лучше, несмотря на то, что точность их ниже.

Последнее, впрочем, не следует понимать в том смысле, что возможности контроля данных косвенного зондирования существенно возрастут, если точность этих наблюдений повысится: расположение кривых типа 4 и 5 мало изменяется при уменьшении η . Например, при $\eta^2=0,02$ значение $\xi_{\text{мб}}$ при $r=1000$ км уменьшается лишь до 0,40 по сравнению с 0,43 при $\eta^2=0,2$.

Кривая 6 на рис. 2 иллюстрирует ситуацию, когда для контроля привлекаются не синхронные (или приблизительно синхронные) данные, а наблюдения во время предыдущего прохождения спутника по той же орбите, т. е. со сдвигом $\tau=12$ ч. Мы видим, что возможности такого контроля невелики: во всем практически интересном интервале расстояний кривая 6 проходит значительно выше кривых 4 и 5, хотя и ниже кривых 2 и 3. Отсюда следует, что необходимо избегать привлечения к контролю данных за сроки, отстоящие от контролируемого наблюдения на 12 ч и более. Вместо этого предпочтительнее использовать информацию

с соседней орбиты, мирясь с некоторым увеличением расстояния r , но не допуская больших сдвигов во времени.

Подчеркнем в заключение, что все выполненные оценки относятся к возможности контроля изолированных, т. е. не связанных между собой грубых ошибок в данных косвенного зондирования. Для контроля таких грубых ошибок, значения которых тоже коррелируют между собой, горизонтальный контроль не может быть эффективным. Для выявления подобных ошибок можно пользоваться вертикальным статистическим контролем, рассмотрение которого выходит за рамки данной статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лугина К. М., Каган Р. Л. К вопросу о пространственно-временном анализе барического поля.—Труды ГГО, 1974, вып. 336, с. 75—94.
2. Тараканова В. П. О закономерностях ошибок определения температуры и геопотенциала по данным косвенного зондирования атмосферы.—Труды ГГО, 1975, вып. 348, с. 46—52.
3. Тараканова В. П. Некоторые опыты контроля данных косвенного зондирования атмосферы. См. наст. сб.

Ю. М. Либерман

АЛГОРИТМ НЕОПЕРАТИВНОГО СТАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ АЭРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Статический контроль станционных данных о геопотенциале и температуре изобарических поверхностей, методика которого изложена в работах [1, 2], эффективно используется при оперативной обработке информации в прогностических центрах. В неоперативных условиях для целей режимной обработки и архивации данных этот вид контроля до сих пор не применялся. Между тем необходимость автоматического контроля информации перед включением ее в банк данных очевидна. Такой контроль должен быть комплексным, т. е. таким, в рамках которого применяется несколько различных видов контроля, причем решение о правильности информации или ее сомнительности, как и исправлении или браковке ошибочных данных, принимается на основании всего комплекса отдельных компонент системы контроля. Применительно к оперативной аэрологической информации уже есть первый опыт разработки комплексного контроля [5]. В настоящей статье описывается алгоритм неоперативного статического контроля, который в будущем должен стать частью комплексного контроля информации, осуществляемого в режимных целях.

Предварительно остановимся на одной важной особенности радиозондирования.

На аэрологических станциях значения геопотенциала изобарических поверхностей вычисляются по результатам температурного зондирования на основе уравнения статики. Этот принцип сохраняется и сейчас, после перехода аэрологической сети СССР на использование системы температурно-ветрового зондирования радиолокатор «Метеорит» — радиозонд РКЗ, несмотря на то, что эта система предусматривает определение высоты радиозонда по наклонной дальности [4]. Отличие от использовавшейся ранее системы радиотеодолит «Малахит» — радиозонд А-22 заключается в следующем. Радиотеодолит позволяет получить только угловые координаты движущегося зонда. Поэтому высота изобарических поверхностей находится в процессе обработки путем последовательного суммирования слоев снизу вверх от уровня земли, а от-

носительный геопотенциал каждого слоя вычисляется по уравнению статики. Радиолокатор дает наклонную дальность, по которой рассчитывается высота зонда как функция времени. Затем по уравнению статики определяется давление на стандартных геометрических уровнях 0,3; 0,6; 0,9; 1; 2; 3 км и далее до конца подъема через каждый километр. Наконец, также по уравнению статики вычисляется высота изобарических поверхностей: для каждой из них отсчетным уровнем является ближайший нижерасположенный стандартный геометрический уровень. Таким образом, данные о геопотенциале и температуре изобарических поверхностей нельзя рассматривать как информацию из независимых источников. Это обстоятельство необходимо учитывать при разработке алгоритма контроля.

Рассмотрим реакцию статического контроля на основные виды грубых ошибок. Барометрическая формула для относительного геопотенциала, вытекающая из уравнения статики, имеет вид

$$H_{i+1} - H_i = \frac{R}{98} T \ln \frac{p_i}{p_{i+1}}. \quad (1)$$

Здесь H_i и H_{i+1} — геопотенциал (в гп. дам) изобарических поверхностей p_i и p_{i+1} , T — средняя абсолютная температура слоя между этими поверхностями, R — газовая постоянная для воздуха. Если предположить, что температура зависит от логарифма давления линейно, то из (1) получим формулу

$$H_{i+1} - H_i = A_i^{i+1} + B_i^{i+1}(t_i + t_{i+1}), \quad (2)$$

где t — температура в градусах Цельсия. Коэффициенты

$$A_i^{i+1} = 27,8R \ln \frac{p_i}{p_{i+1}}; \quad B_i^{i+1} = \frac{R}{19,6} \ln \frac{p_i}{p_{i+1}} \quad (3)$$

для 9 слоев между изобарическими поверхностями, входящими в часть А аэрологической телеграммы, приведены в табл. 1.

Практически всегда имеет место невязка формулы (2), возникающая вследствие отклонения вертикального профиля темпера-

Таблица 1

Параметры статического контроля

Параметр	<i>i</i>								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_i мбар	1000	850	700	500	400	300	250	200	150
p_{i+1} мбар	850	700	500	400	300	250	200	150	100
A_i^{i+1} гп. дам . . .	130,0	155,2	269,0	178,0	230,0	146,0	178,0	230,0	324,0
B_i^{i+1} гп. дам/°С .	0,238	0,284	0,493	0,327	0,421	0,267	0,327	0,421	0,594
Δ_i^{i+1} гп. дам . . .	3	3	4	3	4	5	6	6	6

туры от линейного, а также под влиянием обычных небольших ошибок округления. Запишем выражения для такой невязки в двух соседних слоях:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{i-1}^i &= F_i - H_{i-1} - A_{i-1}^i - B_{i-1}^i(t_{i-1} + t_i); \\ \delta_i^{i+1} &= H_{i+1} - H_i - A_i^{i+1} - B_i^{i+1}(t_i + t_{i+1}). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Эмпирические значения допустимых невязок Δ_i^{i+1} приведены в табл. 1. Превышение этих значений по абсолютной величине фактическими невязками δ_i^{i+1} является признаком грубой ошибки, содержащейся в телеграмме.

Грубые ошибки могут быть следствием трех причин. Во-первых, они порождаются искажениями информации в процессе кодирования, раскодирования, передачи и приема (искажения на каналах связи). Во-вторых, грубой ошибкой является просчет при вычислении относительного геопотенциала по уравнению статики (ошибка, допущенная в процессе обработки наблюдений на станции). В-третьих, грубые ошибки порождаются неисправностью радиозонда или радиолокатора, в частности, неправильным определением нуля шкалы дальности или шкал угловых координат [4]. На ошибки последнего типа (ошибки радиозондирования) статический контроль не реагирует. Однако гораздо более частые ошибки первых двух типов удастся диагностировать и во многих случаях исправлять. Рассмотрим, как это делается.

1. Предположим, что вследствие искажения на канале связи оказалось ошибочным одно значение H_i или одно значение t_i на промежуточном (не крайнем) уровне i . Признаком такой ошибки служит одновременное выполнение двух неравенств

$$|\delta_{i-1}^i| > \Delta_{i-1}^i, \quad |\delta_i^{i+1}| > \Delta_i^{i+1}. \quad (5)$$

1.1. Если при этом невязки δ_{i-1}^i и δ_i^{i+1} противоположны по знаку и близки по абсолютной величине, то, следовательно, искажен геопотенциал H_i . Здесь в качестве критерия близости невязок можно принять условие

$$|\delta_{i-1}^i + \delta_i^{i+1}| \leq \alpha(\Delta_{i-1}^i + \Delta_i^{i+1}), \quad (6)$$

где α — эмпирический коэффициент. Формула исправления ошибочного значения H_i имеет вид

$$H_i = H_i' + \frac{1}{2}(\delta_i^{i+1} - \delta_{i-1}^i). \quad (7)$$

1.2. Если же невязки одинаковы по знаку, то ошибочна температура. Для такого заключения необходима также пропорциональность невязок коэффициентам B_{i-1}^i и B_i^{i+1} , а именно, выполнение условия

$$\left| \frac{\delta_{i-1}^i}{B_{i-1}^i} - \frac{\delta_i^{i+1}}{B_i^{i+1}} \right| \leq \beta \left(\frac{\Delta_{i-1}^i}{B_{i-1}^i} + \frac{\Delta_i^{i+1}}{B_i^{i+1}} \right), \quad (8)$$

где β — эмпирический коэффициент. Ошибочное значение t'_i можно исправить по соотношению

$$t_i = t'_i + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_{i-1}^i}{B_{i-1}^i} + \frac{\delta_i^{i+1}}{B_i^{i+1}} \right). \quad (9)$$

2. Пусть при анализе телеграммы обнаружено превышение допустимого значения невязки только в одном промежуточном слое:

$$|\delta_i^{i+1}| > \Delta_i^{i+1}. \quad (10)$$

В таком случае возникает подозрение, что ошибка допущена при вычислении относительного геопотенциала этого слоя. Соответствующее исправление заключается в уменьшении высоты верхней границы слоя и всех вышележащих изобарических поверхностей на величину фактической невязки:

$$\left. \begin{aligned} H_{i+1} &= H'_{i+1} - \delta_i^{i+1}, \\ H_{i+2} &= H'_{i+2} - \delta_i^{i+1}, \\ &\vdots \\ H_n &= H'_n - \delta_i^{i+1}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь n — номер самого верхнего уровня. Очевидно, подобное исправление является весьма ответственным шагом. Поэтому, прежде чем его реализовать, целесообразно попытаться устранить ошибку другими, менее радикальными, средствами.

2.1. С этой целью привлечем в дополнение к рассматриваемому слою i — $(i+1)$ соседний снизу слой $(i-1)$ — i и проанализируем невязки δ_{i-1}^i , δ_i^{i+1} с точки зрения выполнения условий (6), (8) с учетом их знаков. В зависимости от выполнения этих условий уточним значения H_i или t_i по соотношениям (7) или (9).

2.2. Если же описанное уточнение H_i , t_i невозможно, то вместо слоя $(i-1)$ — i привлечем дополнительно слой $(i+1)$ — $(i+2)$, примыкающий к рассматриваемому слою сверху. Аналогичный анализ невязок δ_i^{i+1} , δ_{i+1}^{i+2} позволит вывести заключение о возможности уточнения значений H_{i+1} или t_{i+1} .

2.3. Если вышеописанные пробы показывают, что ошибку нельзя устранить изменением H или t на нижней или на верхней границе рассматриваемого слоя, то первоначальное подозрение о неправильном вычислении относительного геопотенциала считается подтвержденным, и выполняется исправление данных по соотношениям (11). Противоположной является ситуация, когда допустима коррекция H или t как на нижней, так и на верхней границах слоя. В такой ситуации однозначное решение затруднительно, и потому необходимая информация выдается из памяти ЭВМ для специального анализа человеком.

3. Однозначное решение невозможно также в случаях, когда невязка, превышающая допустимую, обнаружена лишь в самом

нижнем или самом верхнем слоях. В этих случаях на усмотрение человека предлагается несколько вариантов исправления ошибки.

Пусть фактическая невязка недопустимо велика в самом нижнем слое:

$$|\delta_1^2| > \Delta_1^2. \quad (12)$$

Тогда возможны три типа ошибки и соответственно три вида исправления.

3.1. При искажении геопотенциала нижнего уровня исправление вносится по формуле

$$H_1 = H'_1 + \delta_1^2. \quad (13)$$

3.2. При искажении температуры нижнего уровня исправление вносится по формуле

$$t_1 = t'_1 + \frac{\delta_1^2}{B_1^2}. \quad (14)$$

3.3. При искажении относительного геопотенциала нижнего слоя необходимо исправить высоту всех изобарических поверхностей, кроме самой нижней:

$$\left. \begin{aligned} H_2 &= H'_2 - \delta_1^2, \\ H_3 &= H'_3 - \delta_1^2, \\ &\vdots \\ H_n &= H'_n - \delta_1^2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

4. Если невязка превосходит допустимое значение в самом верхнем слое, т. е. если обнаружено условие

$$|\delta_{n-1}^n| > \Delta_{n-1}^n, \quad (16)$$

то возможны два вида исправления.

4.1. При искажении геопотенциала самого верхнего уровня или при неправильном вычислении относительного геопотенциала верхнего слоя исправление вносится по соотношению

$$H_n = H'_n - \delta_{n-1}^n. \quad (17)$$

4.2. Исправление ошибочной температуры самого верхнего уровня возможно по формуле

$$t_n = t'_n + \frac{\delta_{n-1}^n}{B_{n-1}^n}. \quad (18)$$

5. Рассмотрим возможности восстановления отсутствующих в телеграмме значений геопотенциала или температуры. Опыт показывает, что отсутствие некоторых значений H или t — явление весьма частое. Если отсутствие одного значения H или t обнару-

жено на промежуточном уровне, то оно будет воспринято как ошибка, и, следовательно, телеграмма автоматически подвергнется соответствующему исправлению. Это обстоятельство облегчает алгоритмизацию статического контроля. Необходимо только обеспечить, чтобы отсутствующие значения в памяти машины были представлены какими-либо числовыми комбинациями, например 0 или 999, но не буквенными или управляющими символами.

На крайних уровнях, нижнем или верхнем, можно восстановить отсутствующее значение H или t по формулам

$$H_1 = H_2 - A_1^2 - B_1^2(t_1 + t_2); \quad (19)$$

$$t_1 = \frac{1}{B_1^2}(H_2 - H_1 - A_1^2) - t_2; \quad (20)$$

$$H_n = H_{n-1} + A_{n-1}^n + B_{n-1}^n(t_{n-1} + t_n); \quad (21)$$

$$t_n = \frac{1}{B_{n-1}^n}(H_n - H_{n-1} - A_{n-1}^n) - t_{n-1}. \quad (22)$$

Эти формулы следуют из уравнения (2) в предположении, что соответствующая невязка равна нулю.

Если на крайнем уровне отсутствуют одновременно значения H и t , то их восстановление невозможно, и такой уровень исключается из рассмотрения.

Если отсутствие обоих значений H и t обнаружено на промежуточном уровне и если на соседних уровнях имеются значения H и t , то, вообще говоря, отсутствующие значения можно оценить как решение системы двух уравнений вида (2). Однако такая оценка недостаточно надежна, и, по нашему мнению, ее не следует включать в процедуру контроля.

Остановимся теперь на некоторых особенностях алгоритма статического контроля.

Исходными данными для контроля служат значения H и t каждого из 10 изобарических уровней, входящих в часть A телеграммы. Отсутствие некоторых данных обозначается числовой группой 999. Анализ телеграммы начинается с определения крайних уровней: нижнего и верхнего. Крайним может служить уровень либо «полный», т. е. имеющий значения H и t , либо «неполный», т. е. такой, на котором отсутствует H или t . В последнем случае требуется, чтобы уровень, соседний с крайним, был полным, так как только при этом условии возможно восстановление крайнего уровня до полного по соотношениям (19)—(22). Если номера обнаруженных крайних уровней отличаются от 1 и 10, то печатается соответствующая диагностика, предупреждающая, что на данной станции нет стандартного набора изобарических уровней.

Дальнейший контроль выполняется по слоям снизу вверх. При обнаружении ошибки в некотором слое проверяется, не сопровождается ли она ошибкой также в следующем слое или, быть мо-

жет, в двух следующих слоях. Здесь под ошибкой понимается превышение фактической невязкой допустимого значения. В зависимости от этой пробы выполняется исправление или происходит отказ от дальнейшего контроля с печатью диагностики. Отказ имеет место в случае, если ошибки обнаружены в трех соседних слоях. Такая ситуация свидетельствует о сложных комбинированных искажениях, требующих специального дополнительного анализа. Отказ происходит и в том случае, когда не удалось исправить H или t на границе двух слоев с недопустимыми невязками. Это означает, как правило, что ошибочны оба эти значения на одном уровне. Кроме того, предусмотрен отказ, если при движении снизу вверх встретился промежуточный «пустой» уровень, не имеющий ни H , ни t .

После любого исправления фактические невязки соответствующих слоев пересчитываются с учетом этого исправления, и контроль продолжается. Исправление сопровождается выдачей на печать сведений о типе ошибки, величине исправления, значениях невязок до исправления и после него. Печатаются также сведения обо всех неоднозначных исправлениях. Эта информация необходима для принятия решения человеком в наиболее сложных ситуациях и для совершенствования методики контроля.

Описанный алгоритм реализован на ЭВМ БЭСМ-6 на языке ФОРТРАН. В качестве иллюстрации приведем некоторые результаты контроля 532 телеграмм. Эти телеграммы, поступившие в Гидрометцентр СССР, содержат данные по северному полушарию за 12 ч 11 ноября 1976 г. Их статический контроль потребовал 1 мин 35 с машинного времени, включая трансляцию программы.

1. В 107 телеграммах набор уровней отличается от стандартного. В частности, в 40 случаях нижним уровнем является поверхность 850 мбар, в 4 случаях — 700 мбар. 63 телеграммы «обрезаны» сверху; в 43 случаях верхний уровень расположен на поверхности 200 мбар или ниже.

2. Восстановление t на нижнем крайнем уровне произошло в 172 случаях, а восстановление H — в 2 случаях. В подавляющем большинстве таким нижним уровнем является поверхность 1000 мбар. По Наставлению [4], в тех случаях, когда приземное давление менее 1000 мбар, но не менее 900 мбар, в телеграмму включается геопотенциал H_{1000} , рассчитанный по приземному давлению и температуре. Значение t_{1000} в таких случаях отсутствует, как предусмотрено кодом [3].

3. Значения H на промежуточных уровнях исправлены в 31 случае, в том числе в 12 случаях значение H изменено на величину, кратную 100 или 10 дам, а в одном случае восстановлено отсутствующее значение H .

4. Значения t на промежуточных уровнях исправлены в 15 случаях, в том числе в четырех случаях вероятно искажение знака температуры, а в двух случаях восстановлено отсутствующее значение t .

5. В одном случае исправлено значение относительного геопотенциала: значение H_{400}^{300} увеличено на 11 гп. дам.

6. Предложены различные варианты исправления для нижнего крайнего слоя в шести случаях и для верхнего крайнего слоя в десяти случаях.

7. В трех случаях обнаружена неоднозначность допустимых исправлений H или t на обеих границах проверяемого слоя (ошибка типа 2.3).

8. В шести случаях оказались ошибочными значения H и t на одном уровне; иногда одно из них было ошибочно, а другое отсутствовало.

9. В 10 случаях обнаружены сложные комбинированные ошибки.

10. Наконец, в двух случаях произошел отказ из-за отсутствия H и t на промежуточном уровне.

Эти данные подтверждают эффективность статического контроля как обязательной части режимной обработки аэрологической информации. В ближайшем будущем предполагается объединить статический и временной контроль в рамках единого алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гандин Л. С. и др. О статическом контроле аэрологических телеграмм.— Труды ГГО, 1964, вып. 151, с. 3—16.

2. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных.— Л.: Гидрометеониздат, 1976.—359 с.

3. Код для передачи данных вертикального зондирования атмосферы КН-04.— Л.: Гидрометеониздат, 1971.—31 с.

4. Наставление гидрометеорологическим станциям и постам. Вып. 4. Аэрологические наблюдения на станциях. Часть IIIа. Температурно-ветровое зондирование атмосферы системой «Метеорит»—РКЗ.— Л.: Гидрометеониздат, 1973.—256 с.

5. Парфиневи́ч Я.: Комплексный контроль аэрологической информации. Методическое пособие.— М.: Гидрометеониздат, 1976.—67 с.

*Л. Л. Брагинская, В. С. Морозов
Р. И. Шульгинская*

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГУЛИРОВАНИЯ ОТПУСКА ТЕПЛА НА ОТОПЛЕНИЕ ПО ДАННЫМ О ТЕМПЕРАТУРЕ В РАЗНЫХ РАЙОНАХ ГОРОДА

Отпуск тепла для отопления жилых и общественных зданий существенно зависит от метеорологических параметров и, в первую очередь, от температуры наружного воздуха. До 1967 г. регулирование теплоотпуска в разных районах города Ленинграда осуществлялось по данным о температуре воздуха, полученным на городской метеостанции при Информационном центре погоды расположенной в центре города. Однако, как показано в работе [1], температура воздуха в разных районах города Ленинграда и его окрестностей существенно различна, что связано с особенностью застройки, характером подстилающей поверхности, близостью к Финскому заливу. В этой связи для обеспечения корректного отпуска тепла необходима постановка наблюдений за метеорологическими параметрами в районах жилых кварталов. Поэтому с декабря 1966 г. по инициативе Северо-Западного УГМС в Ленинграде была организована специальная сеть постов для наблюдений за температурой воздуха. В восьми районах города персоналом Теплоэнерго 4 раза в сутки (в 3, 9, 15, 21 ч) производятся измерения температуры воздуха. Методическое руководство наблюдениями осуществляется Информационным центром погоды. Подробно производство таких наблюдений описано в работе [5]. На основании полученных сведений о температуре наружного воздуха диспетчер Теплоэнерго с учетом скорости ветра и прогноза температуры задает режим работы каждой группы котельных на последующие 6 ч. Кроме того, несколько имеющих в городе метеорологических станций также сообщают сведения о температуре воздуха и скорости ветра для корректировки отпуска тепла в прилегающем к метеостанции районе.

Организация таких наблюдений позволила не только обеспечить требуемый температурный режим в помещениях, но и получить существенный экономический эффект.

В данной работе предпринята попытка оценить экономическую эффективность работы такой сети наблюдений.

Попытки оценить экономическую эффективность учета метеорологических факторов при регулировании отпуска тепла содержатся в ряде работ [3, 4]. При этом большие трудности возникают при оценке потерь, которые несет потребитель в случае, когда из-за неточно заданной метеорологической информации не обеспечивается требуемый тепловой режим из-за недоотпуска тепла. В этом случае обычно считают, что потери потребителя при недодаче тепловой энергии равны стоимости неизрасходованного топлива. Заведомо ясно, что это не так. Если температура в помещении ниже требуемой санитарными нормами, то это приводит к простудным заболеваниям, снижению производительности труда, браку на производстве. В некоторых случаях предполагают, что потери потребителя в 10 раз превышают стоимость неизрасходованного топлива [3].

В данной работе предлагается применить при оценке эффективности более корректного учета метеорологических факторов при регулировании отпуска тепла метод оцениваемого эквивалента [2]. Этот метод может быть применим при оценке экономической эффективности некоторых информационных работ, которые направлены на усовершенствование параметров метеорологической информации. В тех случаях, когда в результате выполненной работы метеорологическая информация становится более точной, более полной и более своевременной, оценить такое усовершенствование путем сравнения старой и новой информации, как правило, невозможно. Однако, если имеется иной путь, с помощью которого можно было бы достичь того же результата, которого удалось достичь на основании данной работы, то затраты, связанные с реализацией этого другого пути, будут приближенно характеризовать экономический эффект этой работы.

Предположим, что у нас нет сведений о фактической температуре в разных районах города, а есть только данные, полученные городской метеостанцией. В этом случае для поддержания необходимого температурного режима внутренних помещений в других районах города нужно было бы иметь расчетную температуру для каждого района. Для оценки расчетной температуры воспользуемся уравнением регрессии

$$T_2 = a + bT_1, \quad (1)$$

где T_2 — расчетная температура в конкретном районе, T_1 — температура, измеренная на городской метеостанции, a и b — коэффициенты, которые определяются по формулам

$$b = \frac{\overline{T_1 T_2} - \overline{T_1} \overline{T_2}}{\overline{T_1^2} - (\overline{T_1})^2}, \quad (2)$$

$$a = \overline{T_2} - b \overline{T_1}. \quad (3)$$

При этом средние затраты тепла $\bar{Q}_1$, необходимые для отопления зданий, определяются по формуле

$$\bar{Q}_1 = k(18 - \bar{T}_2), \quad (4)$$

где k — коэффициент, учитывающий термическое сопротивление наружных ограждающих конструкций, отапливаемую площадь и длительность отопительного периода, 18 — расчетная температура внутреннего воздуха, принятая по СНиП равной 18°C.

В результате организации специальных наблюдений в районе расположения котельной затраты тепла на отопление зданий рассчитываются по данным о температуре в конкретном районе. В этом случае средние затраты тепла $\bar{Q}_0$ определяются по формуле

$$\bar{Q}_0 = k(18 - \bar{T}_0), \quad (5)$$

где $\bar{T}_0$ — средняя температура воздуха в районе котельной. Экономический эффект корректного учета температуры воздуха при регулировании теплоотпуска определится разностью между $\bar{Q}_1$ и $\bar{Q}_0$.

Попробуем оценить такой экономический эффект на примере котельной, которая обслуживает район аэропорта Пулково.

В качестве исходных данных были использованы параллельные наблюдения за температурой на двух пунктах — городской метеостанции и станции в районе аэропорта Пулково (Ленинград, АМЦ). Были привлечены данные измерений температуры в 9 и 21 ч за 10 лет.

Средняя месячная температура в районе аэропорта Пулково отличается от температуры, измеренной на городской метеостанции, на 0,5—1,1°C. Насколько значительна эта цифра, видно из приведенных в работе [5] данных о том, что при понижении температуры наружного воздуха на 1°C температура воды в сети должна быть повышена на 2—3°C, для чего все котельные должны сжечь за час в среднем 5 т условного топлива. В отдельные сроки разности температур достигают 7—8°C, при этом наибольшая разность наблюдается при антициклональной погоде.

В табл. 1 приведена средняя температура для всех месяцев отопительного сезона по данным городской метеостанции и станции в районе аэропорта Пулково. Из приведенных в табл. 1 данных видно, что в районе аэропорта средняя месячная температура в течение всего отопительного сезона ниже, чем на городской метеостанции. При этом в течение первых трех месяцев отопительного сезона эта разность не превышает 0,7°C, затем в январе увеличивается до 0,9°C, достигает максимума в феврале (1,3°C) и снижается до 0,5°C в конце отопительного сезона. Из этого следует, что, если ориентироваться на температуру, измеренную на городской метеостанции, мы в среднем не додадим 5—12% топлива, а в отдельные дни в 2—3 раза больше. Следовательно, использование данных о температуре, полученных на городской

Таблица 1

Средняя расчетная температура с разной обеспеченностью

$P\%$	n	$\bar{T}_1^{\circ}\text{C}$	a	b	$\bar{T}_2^{\circ}\text{C}$	$\Sigma\%$
О к т я б р ь						
50	558	4,8	-0,6	0,99	4,1	—
75	235		-1,7	1,01	3,1	6
87	92		-2,7	1,02	2,2	14
94	42		-3,4	1,02	1,5	19
97	16		-4,1	1,04	0,9	22
Н о я б р ь						
50	540	-0,2	-0,6	1,03	-0,8	—
75	253		-1,4	1,10	-1,6	3
87	96		-2,3	1,17	-2,5	8
94	43		-3,1	1,21	-3,2	11
97	15		-3,8	1,23	-4,0	16
Д е к а б р ь						
50	558	-3,6	-0,4	1,06	-4,2	—
75	260		-1,0	1,15	-5,1	4
87	92		-1,6	1,27	-6,2	8
94	32		-2,6	1,41	-7,7	11
97	15		-3,3	1,46	-8,6	16
Я н в а р ь						
50	558	-8,8	-0,4	1,08	-9,9	—
75	253		-1,1	1,14	-11,1	5
87	93		-2,0	1,16	-12,2	9
94	35		-3,0	1,17	-13,3	13
97	17		-3,4	1,19	-13,9	16
Ф е в р а л ь						
50	510	-6,4	-0,7	1,10	-7,7	—
75	200		-2,0	1,17	-9,5	7
87	64		-3,7	1,22	-11,5	16
94	24		-6,3	1,14	-13,6	24
97	11		-7,7	1,16	-15,1	30
М а р т						
50	558	-2,7	-0,9	1,03	-3,7	—
75	219		-2,2	1,11	-5,2	7
87	89		-3,4	1,13	-6,4	13
94	35		-4,5	1,14	-7,6	18
97	10		-6,2	1,09	-9,1	26

$P\%$	n	$\overline{T}_1^{\circ}\text{C}$	a	b	$\overline{T}_2^{\circ}\text{C}$	$\bar{\mathcal{E}}\%$
Апрель						
50	540	3,3	—0,1	0,88	2,8	—
75	265		—0,8	0,81	1,9	6
87	104		—1,3	0,75	1,2	10
94	33		—2,0	0,65	0,1	15
97	12		—2,8	0,53	—1,0	20

метеостанции, приведет к систематическому недоотапливанию жилых зданий в районе аэропорта Пулково, при этом ущерб вследствие нарушения теплового режима внутренних помещений во много раз превосходит стоимость неизрасходованного топлива. Для обеспечения нормального теплового режима в помещениях необходимо выбрать такую расчетную температуру, чтобы в подавляющем большинстве случаев она была не выше фактической температуры в конкретном районе.

В табл. 1 приводятся коэффициенты a и b для расчетной температуры разной обеспеченности, обеспеченность P (в%), число случаев, использованных в расчетах n , а также средняя расчетная температура $\overline{T}_2$. При обеспеченности 50% средняя расчетная температура совпадает со средней температурой, измеренной на станции в районе аэропорта Пулково (Ленинград, АМЦ). В октябре—ноябре, чтобы обеспечить в 97% случаев расчетную температуру ниже наблюдаемой, средняя расчетная температура должна быть на 3,2°C ниже средней измеренной температуры. В декабре—январе эта разность составляет свыше 4°C. Особенно большие различия между расчетной и измеренной температурой имеют место в феврале, когда средняя расчетная температура с обеспеченностью 94% отличается от измеренной температуры на 5,9°C, а с обеспеченностью 97% — на 7,4°C.

Выбирая расчетную температуру, мы должны взять ее с достаточно большой обеспеченностью, т. е. чтобы свыше, скажем, 90% случаев был обеспечен в помещении нормальный тепловой режим. При этом нам потребовались бы значительные дополнительные расходы топлива, которых удалось избежать благодаря постановке специальных наблюдений в конкретном районе. Экономическая эффективность оценивается разностью между затратами при ориентации на расчетную температуру и затратами, которые имеют место в настоящее время при регулировании отпуска тепла по фактической температуре, измеренной в данном районе.

Относительный экономический эффект ($\bar{\mathcal{E}}\%$) определяется по формуле

$$\bar{\mathcal{E}} = \left[\frac{\overline{Q}_1 - \overline{Q}_0}{\overline{Q}_0} \right]. \quad (6)$$

В табл. 1 приведены данные относительного экономического эффекта при выборе расчетной температуры с разной обеспеченностью. Относительный экономический эффект особенно существен в феврале, когда он составляет 24% при выборе расчетной температуры с обеспеченностью 94% и до 30% при выборе расчетной температуры с обеспеченностью 97%. В центральные месяцы зимы, хотя относительный экономический эффект несколько ниже (11—16%), экономия топлива очень значительна, так как в течение двух месяцев затрачивается около половины топлива, расходуемого в течение отопительного сезона. Если учесть, что котельная, обслуживающая район аэропорта Пулково, в среднем расходует ~6000 т условного топлива, то можно сказать, что организация специальных наблюдений даст экономический эффект только в этом районе, исчисляемый в 16 000 руб за отопительный сезон.

Необходимо иметь в виду, что на тепловой режим зданий помимо температуры наружного воздуха существенное влияние оказывают скорость ветра и радиация. В дальнейшем желательно при регулировании отпуска тепла учитывать информацию об этих элементах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белявская И. М. О температурных различиях на территории Ленинграда за отопительный сезон 1967—68 гг.—Труды ГГО, 1974, вып. 337, с. 102—107.
2. Гандин Л. С., Брагинская Л. Л. Об оценке экономической эффективности работ по усовершенствованию методов объективного анализа метеорологических полей.—Труды ГГО. 1975, вып. 348, с. 162—169.
3. Кузнецова Н. Н. Результаты оценки эффективности обслуживания ГЭЦ Мосэнерго ежедневными прогнозами температуры воздуха.—В кн.: Эффективность гидрометеорологического обслуживания народного хозяйства. Л. Гидрометеиздат, 1973, с. 56—62.
4. Мастерских М. А. Об эффективности метеорологического обслуживания народно-хозяйственных организаций Москвы.—В кн.: Гидрометеорологическое обеспечение народного хозяйства СССР. М., Гидрометеиздат, 1974, с. 112—118.
5. Шульгинская Р. И. К вопросу о регулировании отопления в зависимости от температуры воздуха.—Труды ГГО, 1974, вып. 377, с. 108—114.

*Л. С. Гандин, Е. Е. Жуковский,
Т. М. Брунова*

К ВОПРОСУ О КОМПЛЕКСИРОВАНИИ ПРОГНОЗОВ

Как известно, для многих видов метеорологических прогнозов, особенно на долгие сроки, существует не одна, а множество различных прогностических методик, причем применение каждой методики в отдельности часто не в состоянии обеспечить нужную для практических целей точность. В таких условиях естественно поставить вопрос о комплексировании прогнозов, т. е. о выработке определенных рецептов, указывающих, на какое значение прогнозируемого элемента следует ориентироваться в зависимости от результатов прогноза по всем методикам. Этому вопросу посвящен ряд работ [1, 3, 4 и др..].

Среди трудностей, возникающих при количественном подходе к комплексированию прогнозов, принципиальную роль играет неопределенность, связанная с выбором критерия успешности прогнозов. Каждый такой критерий характеризует успешность с какой-то одной стороны, и указать среди них «наилучший» невозможно. Вместе с тем, исходя из различных критериев успешности, мы получили бы разные рецепты относительно комплексирования прогнозов.

Во избежание этой неопределенности к задаче комплексирования прогнозов целесообразно применить экономический подход, а именно исходить из принципа минимизации средних статистических потерь потребителя, пользующегося прогнозами.

Пусть потребитель обладает набором из M мероприятий, каждое из которых ориентировано на определенную фазу погоды, например, на определенный интервал значений некоторого метеорологического элемента. Решение о проведении того или иного из мероприятий потребитель вынужден принимать заблаговременно и может пользоваться при этом данными категорических прогнозов тех же фаз согласно N различным методикам.

Будем характеризовать каждую из этих фаз номером, а именно пусть z_n ($n=1, 2, \dots, N$) есть номер фазы, спрогнозированный в результате применения n -ной методики прогноза, y — номер фа-

ы, на которую ориентировано решение потребителя, и x — номер фактически осуществившейся фазы.

Потери, которые несет потребитель из-за метеорологических факторов, зависят от значений x и y . Совокупность средних значений таких потерь $L(x, y)$ при всех сочетаниях x и y образует квадратную матрицу порядка M , именуемую матрицей потерь или матрицей риска. Можно при каждом фиксированном x отсчитывать компоненты матрицы потерь от величины $L(x, x)$, т. е. приять, что потери потребителя обусловлены лишь отличием фазы y , на которую было ориентировано его решение, от фактически осуществившейся фазы x . Это соответствует рассмотрению так называемых метеорологических потерь (рисков), для которых все диагональные элементы $L(x, x)$ матрицы $L(x, y)$ равны нулю. Можно показать, что переход к метеорологическим потерям не влияет на стратегию экономически оптимального комплексирования прогнозов.

Пусть вероятность осуществления фазы x равна $p(x)$. Тогда, не имея прогностической информации, потребитель был бы вынужден ориентироваться всегда на одну и ту же фазу $y = y_{0k}$, именно на ту, для которой средние потери

$$\bar{L}(y) = \sum_{x=1}^M L(x, y) p(x) \quad (y = 1, 2, \dots, M) \quad (1)$$

наименьшие. Это составляет климатически оптимальное решение или климатически оптимальную стратегию. Экономический эффект по сравнению с ориентацией на любую другую фазу y_b может быть оценен разностью $\bar{L}(y_b) - \bar{L}(y_{0k})$.

Имея прогностические значения z , полученные с помощью какого-то одного метода, и зная матрицу условных вероятностей $p(x/z)$ осуществления фазы x , если спрогнозирована фаза z , потребитель может при каждом конкретном z избрать экономически оптимальное решение, т. е. ориентироваться на ту фазу y_{01} , для которой средние потери

$$\bar{L}(y; z) = \sum_{x=1}^M L(x, y) p(x|z) \quad (2)$$

минимальны. Совокупность таких решений при всех значениях прогнозированной фазы

$$y_{01} = y_{01}(z) \quad (3)$$

оставляет экономически оптимальную стратегию. Задача разработки такой стратегии была впервые сформулирована А. С. Моциным [2]. Средние потери при ней получаются осреднением потерь, рассчитанных по формуле (2) при условии (3), по всем прогностическим фазам

$$\bar{L}_1 = \sum_{z=1}^M \bar{L}(y_{01}(z); z) p(z), \quad (4)$$

где $p(z)$ — вероятность прогноза фазы z . Поскольку произведение

$$p(x|z)p(z) = p(x, z) \quad (5)$$

представляет собой вероятность совместного осуществления прогностической фазы z и истинной фазы x , то выражение (4) с учетом (2), (3) и (5) можно записать в виде

$$L_1 = \sum_{x=1}^M \sum_{z=1}^M L(x, y_{01}(z))p(x, z). \quad (6)$$

Это минимальное значение средних потерь можно сопоставлять с целью оценки эффекта экономически оптимальной стратегии со средними потерями при иных стратегиях, в том числе с упомянутой величиной $\bar{L}(y_{0k})$ для климатически оптимальной стратегии и с потерями при стратегии доверия прогнозу, получающимися если в формуле (6) вместо $y_{01}(z)$ задать $y=z$.

Пусть теперь имеются результаты применения N методов прогноза и известны условные вероятности $p(x|z_1, z_2, \dots, z_N)$ осуществления фазы x , если по первому методу спрогнозирована фаза z_1 , по второму — фаза z_2 и т. д. Экономически оптимальным решением

$$y_0 = y_0(z_1, z_2, \dots, z_N) \quad (7)$$

при каждой конкретной комбинации прогностических фаз будет тогда такое значение фазы y_0 , для которого средние потери

$$\bar{L}(y, z_1, z_2, \dots, z_N) = \sum_{x=1}^M L(x, y)p(x|z_1, z_2, \dots, z_N) \quad (8)$$

минимальны по сравнению с их величиной при других значениях $y \neq y_0$.

Совокупность экономически оптимальных решений (7) при всех комбинациях прогностических фаз составляет экономически оптимальную стратегию. Средние потери при такой стратегии могут быть рассчитаны по формуле

$$\bar{L}_N = \sum_{x=1}^M \sum_{z_1=1}^M \sum_{z_2=1}^M \dots \sum_{z_N=1}^M L(x, y_0(z_1, z_2, \dots, z_N)) \times \\ \times p(x, z_1, z_2, \dots, z_N), \quad (9)$$

где $p(x, z_1, z_2, \dots, z_N)$ — вероятность совместного осуществления прогностических фаз $z_1, z_2, \dots, z_N$ по первому, второму и т. д. методу прогноза и фактической фазы x .

Значения этой вероятности, сведения о которой необходимы для выработки экономически оптимальной стратегии и оценки ее эффективности, образуют гиперкубическую матрицу порядка M в пространстве $N+1$ -го измерения. Для того чтобы оценить компоненты такой матрицы сколько-нибудь надежно, необходимо использовать весьма большой ряд наблюдений, сопровождающихся

прогнозами по всем комплекслируемым методам. Это требование ограничивает возможности практической реализации описанного подхода весьма небольшими значениями M и N .

Простейшим вариантом с этой точки зрения является вариант $M=N=2$, представляющий собой комплексирование двух альтернативных прогнозов. Матрица вероятностей $p(x, z_1, z_2)$ в этом случае является кубической матрицей второго порядка, т. е. состоит из 8 элементов. Что касается матрицы метеорологических потерь $L(x, y)$, то она помимо нулевых элементов $L(1, 1) = L(2, 2) = 0$ содержит лишь два положительных числа $L(1, 2)$ и $L(2, 1)$. Поэтому формула (8) приобретает в данном варианте вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}(1; z_1, z_2) &= L(2, 1)p(2|z_1, z_2), \\ \bar{L}(2; z_1, z_2) &= L(1, 2)p(1|z_1, z_2). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Если при данном сочетании прогностических фаз z_1 и z_2 (каждая из них может быть либо 1, либо 2) $\bar{L}(1; z_1, z_2) < \bar{L}(2; z_1, z_2)$, то оптимальным решением будет $y=y_0=1$. В противоположном случае $y=y_0=2$.

Формула (9) для этого варианта имеет вид

$$\bar{L}_2 = \sum_{x=1}^2 \sum_{z_1=1}^2 \sum_{z_2=1}^2 L(x, y_0(z_1, z_2))p(x, z_1, z_2), \quad (11)$$

где значения $y_0(z_1, z_2)$ определены на основании формул (10) указанным способом. При этом из 8 слагаемых правой части формулы (11) отличны от нуля лишь те, для которых $y_0 \neq x$, т. е. либо $x=1$ и $y_0=2$, либо $x=2$ и $y_0=1$.

Средние потери при экономически оптимальной стратегии, вычисляемые по формуле (11), естественно сопоставлять как с потерями при климатически оптимальной стратегии, так и с потерями при стратегиях доверия к каждому прогнозу в отдельности. Соответствующие формулы получаются, если в (11) вместо $y=y_0(z_1, z_2)$ положить либо $y=z_1$, либо $y=z_2$.

Введем в рассмотрение разности

$$\left. \begin{aligned} \Delta(z_1, z_2) &= L(1, 2)p(1, z_1, z_2) - \\ &- L(2, 1)p(2, z_1, z_2). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Согласно (10) и (5), от знака разности $\Delta(z_1, z_2)$ зависит, какое из значений $y=1$ или $y=2$ соответствует экономически оптимальному решению при данных значениях z_1 и z_2 . Поэтому выбор экономически оптимальной стратегии полностью определяется сочетанием знаков разностей $\Delta(1, 1)$, $\Delta(2, 2)$, $\Delta(1, 2)$ и $\Delta(2, 1)$.

В табл. 1 перечислены такие сочетания и указаны соответствующие им экономически оптимальные стратегии. Каждая такая стратегия характеризуется совокупностью четырех решений (каждое из которых есть либо $y=1$, либо $y=2$), принимаемых в зависимости от комбинации прогнозируемых фаз z_1 и z_2 .

Первые 6 из перечисленных 16 стратегий являются «вырожденными» в том смысле, что они не представляют собой стратегии комплексирования прогнозов. Именно, решения при стратегиях 1 и 2 принимаются независимо от обоих прогнозов, а при стратегиях 3—6 — независимо от одного из прогнозов: стратегии 3 и 4 ориентированы на фазы согласно одному из прогнозов (при игнорировании другого), а стратегии 5 и 6 — на фазы, зеркальные по отношению к одному из прогнозов.

Остальные 10 стратегий (с 7 по 16) используют информацию обоих прогнозов, т. е. действительно являются стратегиями комплексирования прогнозов. Может показаться, что некоторые из них, как, например, стратегии 9 и 10, в которых при совпадении прогностических фаз решение ориентировано на противополож-

Таблица

Знаки разностей $\Delta(z_1, z_2)$ и экономически оптимальные стратегии комплексирования прогнозов

Разность $\Delta(z_1, z_2)$	Номер стратегии															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	Знак разности															
$\Delta(1,1)$	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	+	-	-
$\Delta(2,2)$	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	+	-	-
$\Delta(1,2)$	+	-	+	-	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	+	-
$\Delta(2,1)$	+	-	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+
Прогнозируемые фазы (z_1, z_2)	Экономически оптимальные стратегии															
	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2
	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	2
	1	2	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	1	2
	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1

ную фазу, не могут быть оптимальными. Однако в действительности, в зависимости от значений компонент матрицы $p(x, z_1, z_2)$ и соотношения потерь $L(1, 2)$ и $L(2, 1)$, экономически оптимальной может быть любая из перечисленных 16 стратегий.

Для иллюстрации изложенного подхода рассмотрим два примера, относящиеся к комплексированию прогнозов аномалии средней месячной температуры воздуха. На основании результатов совместного испытания двух методов прогноза аномалии температуры, любезно предоставленных в наше распоряжение М. И. Юдиным и А. В. Мещерской, были рассчитаны компоненты матрицы $p(x, z_1, z_2)$, приведенные в табл. 2 для двух выборок. Первая из них построена по данным 476, а вторая — по данным 365 случаев.

Таблица 2

Компоненты матрицы $p(x, z_1, z_2)$ (в %) для двух выборок

x	(z_1, z_2)			
	(1,1)	(2,2)	(1,2)	(2,1)
Выборка I				
1	19,3	7,8	10,3	10,5
2	21,6	9,7	6,9	13,9
Выборка II				
1	13,7	11,5	12,0	12,8
2	15,1	16,4	9,4	9,1

На основании приведенных формул легко, по данным табл. 2, найти экономически оптимальную стратегию потребителя по известному отношению

$$\lambda = \frac{L(2, 1)}{L(1, 2)}, \quad (13)$$

характеризующему экономические последствия решений потребителя. Результаты этих расчетов представлены на рис. 1, числа на котором означают номера экономически оптимальных стратегий согласно табл. 1.

Естественно, что для потребителей с сильно асимметричными потерями ($\lambda \ll 1$ или $\lambda \gg 1$) экономически оптимальной оказывается стратегия полного игнорирования прогнозов, а именно, стратегия ориентации на ту фазу, при которой ошибки меньше (стратегии 1 и 2). Что касается промежуточного интервала значений λ , то он делится, вообще говоря, на 3 отрезка, для каждого из которых оптимальна некоторая определенная стратегия комплексирования прогнозов. Среди этих оптимальных стратегий может встре-

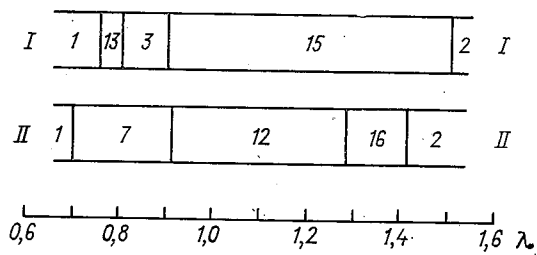


Рис. 1. Номера оптимальных стратегий при различных значениях параметра λ по данным выборок I и II.

чаться (а может не встречаться) стратегия игнорирования одного из прогнозов, как это получается для выборки I в интервал $0,80 < \lambda < 0,89$, когда оптимальной оказывается стратегия 3 доверия первому прогнозу.

Таким образом, зная свою экономику и обладая информацией о совместных повторяемости фактических фаз погоды и результатов их прогноза различными методами, каждый потребитель может выработать для себя экономически оптимальную стратегию комплексирования прогнозов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. О комплексном методе прогноза погоды. — Метеорология и гидрология, 1964, № 4, с. 14—22.
2. Монин А. С. Об использовании ненадежных прогнозов. — Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1962, № 2, с. 218—228.
3. Репинская Р. П., Воротницкая А. В. О комплексации альтернативных прогнозов. — Метеорология и гидрология, 1976, № 1, с. 16—23.
4. Храбров Ю. П. К вопросу о составлении прогнозов погоды комплексным методом. — Труды ЦИП, 1960, вып. 89, с. 122—125.

Е. Е. Жуковский

О ПРОГНОЗАХ ЗНАКА АНОМАЛИИ И ИХ ОПТИМАЛЬНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ

В процессе принятия хозяйственных решений, основанных на использовании метеорологических прогнозов, часто приходится сталкиваться с такой ситуацией, когда прогнозируемый метеорологический элемент X по своей физической природе является непрерывной величиной, в то время как прогнозы даются потребителю не в непрерывной, а в фазовой форме. При этом, как показано на рис. 1, область возможных значений X делится на некоторое число непересекающихся и не обязательно равных фаз — градаций $F_1, F_2, \dots, F_n$ и вместо ожидаемого численного значения X , которое принципиально может принадлежать любой точке области изменения прогнозируемого параметра, в тексте прогноза указывается только ожидаемая фаза.

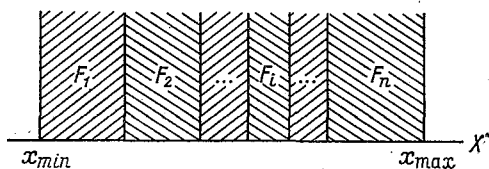


Рис. 1. Пример замены области возможных значений непрерывной величины X на градации F_i .

Интуитивно ясно, что указанная замена непрерывных величин фазовыми во многих случаях может приводить к снижению хозяйственной ценности прогностической информации, однако в какой степени это снижение существенно, зависит от характера прогнозируемого метеозлемента, методики прогноза и, главное, от особенностей производственных условий того или иного потребителя. Важно также установить, как меняется эффективность прогнозов с увеличением или уменьшением числа предсказываемых градаций, как произвести деление области возможных значений X на градации и т. д. Частично эти вопросы уже обсуждались нами в работе [7]. Ниже более подробно рассматривается случай замены непрерывных прогнозов простейшей альтернативной методикой — прогнозами знака аномалии.

Исходные прогностические модели

Допустим, что влияющий на производственную деятельность метеорологический элемент X представляет собой непрерывную случайную величину, изменчивость которой характеризуется нормальным распределением

$$f(x) = N(\bar{x}, \sigma_x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right], \quad (1)$$

где $\bar{x}$ — норма, а σ_x — среднее квадратическое отклонение параметра X .

Рассмотрим две взаимосвязанные прогностические схемы.

Схема I. Прогноз ожидаемых значений X дается потребителю в непрерывной форме (например, составляется по некоторому уравнению регрессии) и характеризуется тем, что совместное распределение фактических (x) и прогностических (x^*) значений описывается двумерным нормальным законом

$$f(x, x^*) = N(\bar{x}, \bar{x}^*, \sigma_x, \sigma_{x^*}, \rho). \quad (2)$$

Через $\bar{x}^*$ и σ_{x^*} здесь обозначены среднее значение и среднее квадратическое отклонение переменной x^* ; ρ — коэффициент корреляции между x и x^* .

В дальнейшем мы будем считать, что $\bar{x} = \bar{x}^*$, т. е. рассматри-

ваемый непрерывный прогноз является несмещенным. Кроме того, примем, что $\rho \geq 0$. Анализ только этого случая оказывается достаточно точным, поскольку при $\rho < 0$ все полученные ниже результаты остаются без изменения.

Схема II. Прогноз величины X является альтернативным и дается потребителю в виде одной из двух формулировок: Π_1 («Ожидаемое значение X ниже нормы») или Π_2 («Ожидаемое значение X выше нормы»). Таким образом, схема II соответствует прогнозу знака аномалии. В последующем изложении мы будем рассматривать случай, когда альтернативы Π_1 и Π_2 связаны с непрерывными прогнозами x^* правилом

Таблица 1

Матрица сопряженности для прогнозов знака аномалии

Факт	Прогноз		Σ
	Π_1	Π_2	
$x \leq \bar{x}$	p_+	p_-	0,5
$x > \bar{x}$	p_-	p_+	0,5
Σ	0,5	0,5	1

Таблица 2

Общий вид матрицы сопряженности двух дихотомических переменных

Состояние переменной B	Состояние переменной A		Σ
	A_1	A_2	
B_1	p_{11}	p_{12}	$p(B_1)$
B_2	p_{21}	p_{22}	$p(B_2)$
Σ	$p(A_1)$	$p(A_2)$	1

$$\left. \begin{aligned} x^* \leq \bar{x} &\Rightarrow \Pi_1, \\ x^* > \bar{x} &\Rightarrow \Pi_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

т. е. при $x^* \leq \bar{x}$ дается прогноз Π_1 , а при $x^* > \bar{x}$ — прогноз Π_2 .

Матрица сопряженности, описывающая совместное распределение фактических и прогностических значений метеозлемента X , в данном случае приведена в табл. 1, где через p_+ и p_- обозначены половинные вероятности правильных и соответственно ошибочных прогнозов знака аномалии.

Подобную прогностическую схему можно полностью описать одним единственным числом, в качестве которого удобнее всего использовать полную оправдываемость предсказаний [4]

$$\eta = 2p_+ = 1 - 2p_- \quad (4)$$

Нетрудно показать, что при выполнении условия (3) величина η будет связана с коэффициентом корреляции ρ , характеризующим описанную выше непрерывную прогностическую схему, соотношением

$$\eta = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \rho. \quad (5)$$

Отсюда видно, что при $\rho \geq 0$ значение η лежит между $1/2$ и 1 . Обратная зависимость, позволяющая определить величину ρ по заданной полной оправдываемости прогнозов знака аномалии, будет иметь вид

$$\rho = \sin \pi \left(\eta - \frac{1}{2} \right) = -\cos \pi \eta. \quad (6)$$

Это есть частный случай формулы для расчета так называемого коэффициента тетракорической корреляции [3, 9]:

$$\rho_T = \sin \left[\frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{p_{11} p_{22}} - \sqrt{p_{12} p_{21}}}{\sqrt{p_{11} p_{22}} + \sqrt{p_{12} p_{21}}} \right]. \quad (7)$$

Последний часто используется в качестве показателя статистической связности двух альтернативных переменных, совместное распределение которых описывается матрицей, приведенной в табл. 2. Легко видеть, что при $p_{11} = p_{22}$ и $p_{12} = p_{21}$ эта матрица переходит в матрицу, записанную в табл. 1, а из формулы (7) непосредственно следует равенство (6).

Установим теперь некоторые дополнительные соответствия между прогностическими схемами I и II, которые нам понадобятся в дальнейшем. В частности, найдем, как будут выглядеть условные распределения фактических значений метеозлемента X в случае, когда предварительно дан прогноз Π_1 или Π_2 . Обозначим интересующие нас плотности вероятности соответственно через

$\varphi_1(x) = f(x|\Pi_1)$ и $\varphi_2(x) = f(x|\Pi_2)$. Тогда, учитывая правило (3) можно записать, что

$$\varphi_1(x) = f(x|\Pi_1) = \frac{\int_{-\infty}^{\bar{x}} f(x, x^*) dx^*}{\int_{-\infty}^{\bar{x}} f(x^*) dx^*}, \quad (8)$$

$$\varphi_2(x) = f(x|\Pi_2) = \frac{\int_{\bar{x}}^{\infty} f(x, x^*) dx^*}{\int_{\bar{x}}^{\infty} f(x^*) dx^*}. \quad (8a)$$

Подставляя сюда нормальные распределения $f(x, x^*) = N(\bar{x} = \bar{x}^*, \sigma_x, \sigma_{x^*}, \rho)$ и $f(x^*) = N(\bar{x}, \sigma_{x^*})$, после преобразований получим

$$\varphi_1(x) = \left[1 - 2 \Phi \left(\gamma \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x} \right) \right] f(x), \quad (9)$$

$$\varphi_2(x) = \left[1 + 2 \Phi \left(\gamma \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x} \right) \right] f(x). \quad (9a)$$

Здесь Φ — интеграл вероятности, заданный в форме

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-v^2/2} dv,$$

а параметр γ рассчитывается как

$$\gamma = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} = \operatorname{tg} \pi(\gamma - 1/2).$$

Нетрудно видеть, что условные законы $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ отличаются от исходного нормального распределения $f(x)$. При этом обе функции φ графически изображаются асимметричными модальными кривыми, являющимися зеркальным отражением друг друга относительно оси ординат $x = \bar{x}$.

При принятом выше условии $\rho > 0$ функция $\varphi_1(x)$ имеет положительную асимметрию, а $\varphi_2(x)$ — отрицательную. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведена пара таких кривых, построенных для случая $\bar{x} = 0$, $\sigma_x = 1$ и $\rho = 0,90$. В пределе, когда $\rho = 1$, плотности вероятности $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ отличаются от нуля только на одной из полуосей и выражаются зависимостями

$$\varphi_1(x) = \begin{cases} 2f(x) & \text{при } x \leq \bar{x}, \\ 0 & \text{при } x > \bar{x}; \end{cases} \quad (10)$$

$$\varphi_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq \bar{x}. \\ 2f(x) & \text{при } x > \bar{x}, \end{cases} \quad (10a)$$

Используя формулы (9) — (9а), можно найти основные числовые характеристики рассматриваемых условных распределений, в частности, их математические ожидания, медианы и дисперсии.

При наличии прогноза знака аномалии Π (Π суть Π_1 или Π_2) среднее значение метеоэлемента X может быть определено из соотношения

$$\bar{x}(\Pi_i) = \int_{-\infty}^{\infty} x \varphi_i(x) dx \quad (i=1,2). \quad (11)$$

Подставляя сюда последовательно выражения (9) и (9а) и интегрируя, получим

$$\bar{x}(\Pi_1) = \bar{x} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \rho \sigma_x, \quad (12)$$

$$\bar{x}(\Pi_2) = \bar{x} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \rho \sigma_x. \quad (12a)$$

Из этих равенств видно, что условные средние отличаются от формы $\bar{x}$ метеоэлемента X тем сильнее, чем выше успешность

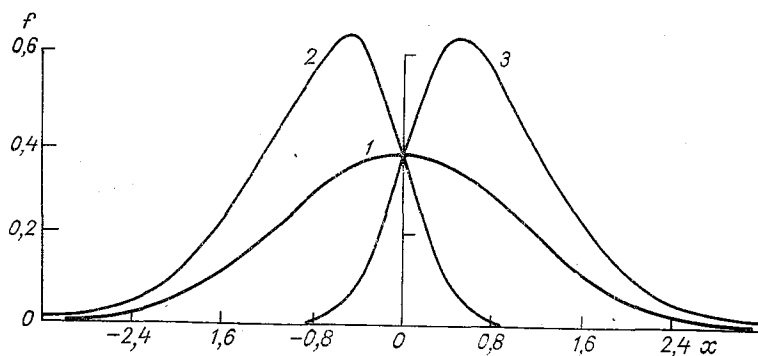


Рис. 2. Кривые распределений.
1 — $f(x)$, 2 — $f(x|\Pi_1)$, 3 — $f(x|\Pi_2)$.

прогнозов. Максимальный сдвиг значений $\bar{x}(\Pi_1)$ и $\bar{x}(\Pi_2)$ относительно $\bar{x}$ соответствует значению $\rho=1$ и по абсолютной величине оставляет $0,8\sigma_x$.

Для нахождения медиан $\mu_x(\Pi_1)$ и $\mu_x(\Pi_2)$ необходимо рассмотреть уравнения

$$\int_{-\infty}^{\mu_x(\Pi_i)} \varphi_i(x) dx = \frac{1}{2} \quad (i=1,2). \quad (13)$$

При этом ввиду зеркальной симметрии функций $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ достаточно решить только одно из них и далее воспользоваться очевидным соотношением

$$\mu_x(\Pi_2) = 2\bar{x} - \mu_x(\Pi_1). \quad (14)$$

Как и условные средние $\bar{x}(\Pi_1)$ и $\bar{x}(\Pi_2)$, условные медианы $\mu_x(\Pi_1)$ и $\mu_x(\Pi_2)$ будут отличаться от нормы $\bar{x}$ тем больше, чем выше ρ . В частности, при $\rho=1$

$$\mu_x(\Pi_1) = \bar{x} - 0,68 \sigma_x, \quad (15)$$

$$\mu_x(\Pi_2) = \bar{x} + 0,68 \sigma_x. \quad (15a)$$

Наконец, не представляет особого труда найти и дисперсии изучаемых условных распределений. Согласно определению,

$$\sigma_x^2(\Pi_i) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - \bar{x}(\Pi_i)]^2 \varphi_i(x) dx \quad (i=1,2), \quad (16)$$

причем в обоих случаях, когда $\Pi_i = \Pi_1$ или $\Pi_i = \Pi_2$, результат интегрирования оказываются одинаковыми. После соответствующих вычислений получаем

$$\sigma_x^2(\Pi_1) = \sigma_x^2(\Pi_2) = \sigma_x^2 \left(1 - \frac{2}{\pi} \rho^2\right). \quad (17)$$

Экономические оценки и оптимальные стратегии

Основываясь на результатах проведенного анализа прогностических схем I и II, рассмотрим более подробно вопросы, связанные со сравнительной оценкой их хозяйственно-экономической полезности. При этом следует помнить, что конечный эффект, получаемый от любого прогноза, всегда определяется двумя факторами — качеством прогностического обслуживания и тем, как эта прогностическая информация используется в процессе управления производством. Естественно также, что в зависимости от требований и специфики потребителя экономические результаты в разных случаях могут быть совершенно разными [1, 8]. Поэтому в дальнейшем речь будет идти не о потребителе вообще, а о конкретном потребителе, для которого характерна вполне определенная чувствительность к погодным условиям. В соответствии со сказанным будем исходить из следующих предпосылок.

Допустим, что имеется некоторый хозяйственный объект или технологический процесс, подверженный влиянию определенного метеорологического фактора X . В качестве такового может выступать температура, ветер, осадки или любой другой метеорологический элемент, характеризующийся непрерывным распределением. Примем, что управление технологией осуществляется с учетом ожидаемых погодных условий и достигает максимальной эффективности, когда значения X известны потребителю заблаговременно и достаточно точно. Ввиду отсутствия такой информации принимаемые хозяйственные решения отличаются от оптимальных, и это приводит к известным экономическим потерям r . В общем случае величина r зависит от фактического значения $X=x$, которое наблюдалось в природе, и значения $X=\bar{x}$, в расче-

ге на которое планировались хозяйственные мероприятия. Конкретный вид функции потерь

$$r = r(x, \bar{x}) \quad (18)$$

определяется спецификой рассматриваемых производственных условий, в то время как величина $\bar{x}$ зависит от выбранной стратегии действий потребителя метеоинформации. Последний, например, может полностью игнорировать прогнозы и, принимая решения, ориентироваться на норму метеозлемента. В этом случае $\bar{x} = \bar{x} = \text{const}$. С другой стороны, легко представить себе противоположную ситуацию, когда потребитель полностью доверяет прогнозам и действует так, как если бы прогностическая информация обладала абсолютной достоверностью. Эти и ряд других стратегий были проанализированы нами в работах [5, 6], причем в качестве экономического критерия эффективности управления в условиях погодной неопределенности использовалась величина средних потерь¹

$$R = \overline{r(x, \bar{x})} \quad (19)$$

Черта в этой записи соответствуют операции статистического осреднения.

Напомним коротко о некоторых полученных в [6] результатах. В предположении, что влияющий на производство метеорологический элемент X имеет нормальное распределение, а потери, вызванные отклонением фактических погодных условий от ожидаемых, выражаются разностной функцией потерь вида

$$r(x, \bar{x}) = \begin{cases} A_1(\bar{x} - x) & \text{при } x \leq \bar{x}, \\ A_2(x - \bar{x}) & \text{при } x > \bar{x} \end{cases} \quad (20)$$

(A_1 и A_2 — постоянные коэффициенты, характеризующие «цену» единичных ошибок разных знаков), было показано, что при принятии хозяйственных решений в расчете на норму средние потери вычисляются по формуле

$$R = R_n = (A_1 + A_2) \frac{\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} \quad (21)$$

Более эффективной оказывается так называемая климатически оптимальная стратегия. Она состоит в том, что в отличие от первого случая планирование мероприятий осуществляется в расчете на некоторое отличное от нормы значение $\bar{x} = a_{\text{кл}}$, минимизирующее средние потери. Величина $a_{\text{кл}}$ находится при этом из соотношения

$$a_{\text{кл}} = \bar{x} + t_0 \sigma_x, \quad (22)$$

¹ Некоторые другие критерии обсуждались в работе [2].

где t_0 — корень уравнения

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} \frac{1-k}{1+k}, \quad k = A_1/A_2. \quad (23)$$

Средние потери, соответствующие климатически оптимальной стратегии, равны

$$R_{кл} = R_n \exp(-t_0^2/2). \quad (24)$$

Нетрудно видеть, что для любых $k \neq 1$ ($A_1 \neq A_2$) параметр t_0 не равен нулю и следовательно, величина $R_{кл}$ меньше R_n .

Наибольший интерес для нас представляют случаи использования прогностической информации. В частности, было показано, что если в распоряжении потребителя имеется непрерывный прогноз, отвечающий описанной выше схеме I, то при планировании хозяйственных мероприятий в расчете на значения X , указанные в тексте прогноза ($\tilde{x} = x^*$), средние потери $R = R_n$ будут выражаться зависимостью

$$R_n = R_n \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_{x^*}}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho \frac{\sigma_{x^*}}{\sigma_x}}. \quad (25)$$

Интересно отметить, что величина R_n может быть как меньше, так и больше R_n . Так, например, если $\sigma_{x^*} = \sigma_x$, то до тех пор, пока коэффициент корреляции фактических и прогностических значений остается меньше $1/2$, имеет место неравенство

$$R_n < R_n. \quad (26)$$

т. е. стратегия полного доверия прогнозу в данном случае экономически менее выгодна, чем игнорирование прогностических сведений и ориентация на климатическую норму метеозлемента X .

Наряду с этим существует некоторая оптимальная стратегия, позволяющая использовать непрерывный прогноз с наибольшей эффективностью и обеспечивающая снижение средних потерь до минимума. Применительно к рассматриваемой экономической модели эта стратегия состоит в планировании хозяйственных мероприятий, ориентированных не на сами значения x^* , указываемые в тексте прогноза, а на некоторые связанные с x^* значения $\tilde{x} = a_0$, вычисляемые по формуле

$$a_0 = M(x|x^*) + t_0 \sigma_x \sqrt{1 - \rho^2}. \quad (27)$$

Здесь $M(x|x^*)$ — регрессия x на x^* , а t_0 — тот же параметр, что и в (22).

При условиях

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \bar{x}^*, \\ \sigma_{x^*} &= \rho \sigma_x, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

т. е. когда прогноз x^* сам по себе уже является регрессионным,

$$M(x|x^*) = x^*,$$

и равенство (27) приобретает вид

$$a_0 = x^* + t_0 \sigma_x \sqrt{1 - \rho^2}. \quad (29)$$

Средние потери, соответствующие описанной оптимальной стратегии использования прогностической информации, равны

$$R_0 = R_n \exp(-t_0^2/2) \sqrt{1 - \rho^2}. \quad (30)$$

Очевидно, что для всех $\rho \neq 0$ величина R_0 меньше R_n , $R_{кл}$ и R_n .

Предположим теперь, что при тех же самых условиях, когда по-прежнему имеет место зависимость (20), потребитель вместо непрерывных прогнозов x^* получает прогнозы знака аномалии X , отвечающие прогностической схеме II. Хозяйственное использование этой информации сводится к тому, что при тексте прогноза Π_1 („ $X < \bar{x}$ “) потребитель ориентируется на некоторое значение $\tilde{x} = a_1$, а при тексте Π_2 („ $X > \bar{x}$ “) — на значение $\tilde{x} = a_2$.

Опуская промежуточные преобразования, при проведении которых учитываются полученные выше аналитические выражения для условных распределений $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$, запишем сразу окончательное соотношение для расчета «альтернативных» средних потерь $R = R'$, отвечающих произвольным значениям a_1 и a_2 . Оно имеет вид

$$R' = \frac{A_1 + A_2}{2} \sigma_x \left\{ \sum_{i=1}^2 [t_i \Phi(t_i) + \Phi^{(1)}(t_i) + 2I_i] + \right. \\ \left. + (t_2 - t_1)(1 - \eta) + \frac{kt_1 - t_2}{1 + k} \right\}. \quad (31)$$

В эту формулу введены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} t_i &= \frac{a_i - \bar{x}}{\sigma_x} \quad (i = 1, 2), \\ I_1 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^0 (t_1 - z) \Phi(\gamma z) e^{-z^2/2} dz, \\ I_2 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_2} (t_2 - z) \Phi(\gamma z) e^{-z^2/2} dz, \\ \Phi^{(1)}(z) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Рассчитанная в соответствии с (31) величина R' существенно зависит от того, по какому принципу выбираются значения a_1 и a_2 или, иначе говоря, какое количественное содержание потребитель вкладывает в прогнозы знака аномалии (как он их интерпретирует).

Понятно, что оптимальной стратегией в рассматриваемой ситуации будет ориентация на значения $a_1 = a_{10}$ и $a_2 = a_{20}$, опре-

деляемые из условия минимума величины R' . Дифференцируя выражение (31) по t_1 и t_2 и приравнявая полученные результаты к нулю, нетрудно получить следующие два уравнения для расчета интересующих нас оптимумов:

$$\Phi(t_1) + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^0 \Phi(\gamma z) e^{-z^2/2} dz = \frac{1}{1+k} - \eta \quad (33)$$

и

$$\Phi(t_2) + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_2} \Phi(\gamma z) e^{-z^2/2} dz = \eta - \frac{k}{1+k}. \quad (33a)$$

Средние потери R'_0 , отвечающие найденным отсюда значениям $t_1=t_{10}$ и $t_2=t_{20}$, будут вычисляться по формуле

$$R'_0 = \frac{A_1 + A_2}{2} \sigma_x \left[\Phi^{(1)}(t_{10}) + \Phi^{(1)}(t_{20}) - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_{10}}^{t_{20}} z \Phi(\gamma z) e^{-z^2/2} dz \right]. \quad (34)$$

В частном случае, когда $A_1=A_2$ ($k_1=k'=1$), величина R будет пропорциональна среднему абсолютному отклонению фактических значений $X=x$ от значений a_1 и a_2 , на которые ориентируется потребитель. Нетрудно понять, что при этом минимум R имеет место, когда a_1 и a_2 — медианы соответствующих условных распределений.

Сравнивая друг с другом уравнения (33) — (33 а), можно убедиться, что между величинами t_{10} и t_{20} существует однозначная функциональная связь

$$t_{20}(k'=1/k, \eta) = -t_{10}(k, \eta). \quad (35)$$

Поэтому при проведении расчетов достаточно решить только одно из уравнений, например, первое, и, найдя функцию $t_{10} = t_{10}(k, \eta)$, для нахождения значений t_{20} воспользоваться свойством (35).

На рис. 3 изображены графики, иллюстрирующие зависимость оптимальных параметров t_{10} и t_{20} , а следовательно, и величин $a_{10} = \bar{x} + t_{10}\sigma_x$ и $a_{20} = \bar{x} + t_{20}\sigma_x$ от весовых коэффициентов A_1 и A_2 при различной успешности прогнозов. При этом по оси абсцисс влево от начала координат отложены значения коэффициента $k=A_1/A_2$, а вправо — значения $k'=A_2/A_1$. Начало координат соответствует точке $k=k'=1$ (т. е. $A_1=A_2$).

Нижняя и верхняя границы построенного семейства кривых отвечают значениям t_{10} и t_{20} при 100%-ной оправдываемости прогнозов знака аномалии и описываются зависимостями

$$\Phi(t_1) = -\frac{1}{2} \frac{k}{1+k}, \quad (36)$$

$$\Phi(t_2) = \frac{1}{2} \frac{1}{1+k}. \quad (36a)$$

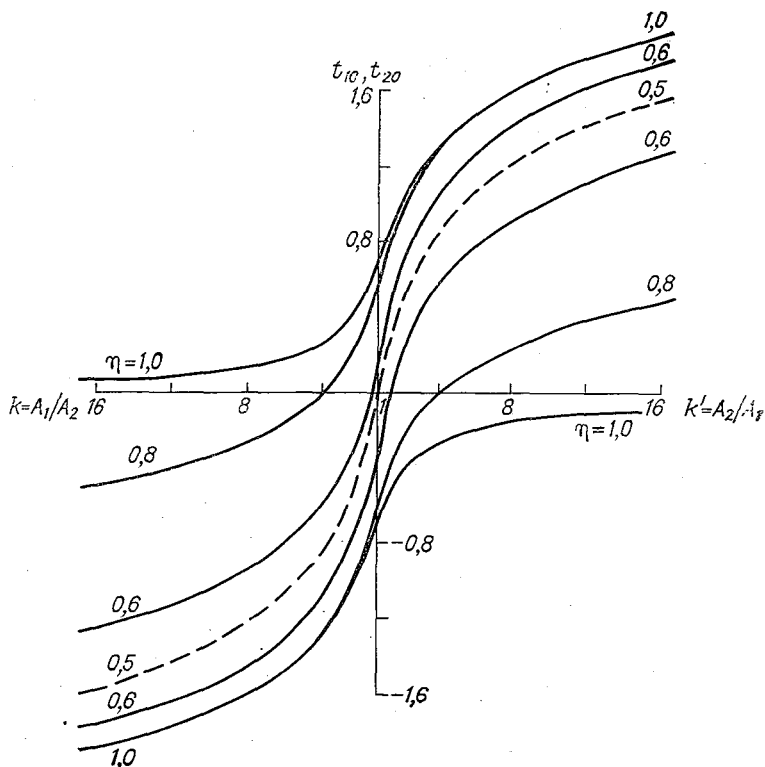


Рис. 3. Зависимость оптимальных параметров t_{10} и t_{20} от весовых коэффициентов A_1 и A_2 .

Кривые, лежащие выше пунктирной линии, относятся к параметру t_{20} ; кривые, лежащие ниже пунктирной линии, к параметру t_{10} .

Кривая, проходящая через начало координат, соответствует другому предельному случаю, когда $\eta = \frac{1}{2}$. При этом значения t_{10} , t_{20} одинаковы и определяются из условия:

$$\Phi(t_1) = \Phi(t_2) = \frac{1}{2} \frac{1-k}{1+k}. \quad (37)$$

Отсюда следует, что какая бы из двух возможных фаз метео-элемента («ниже» или «выше» нормы) не прогнозировалась, потребитель всегда должен принимать одно и то же решение, которое, как видно из сопоставления последнего выражения с формулой (23), отвечает климатически оптимальной стратегии. Этот результат вполне очевиден и объясняется тем, что при $\eta = \frac{1}{2}$ прогноз не несет в себе никакой полезной информации.

Анализируя приведенные на рис. 3 кривые, полезно также обратить внимание на еще одно обстоятельство. Для любой оправдаваемости прогнозов, меньшей единицы, всегда можно указать некоторое достаточно большое число κ , такое, что при $k > \kappa$ оба параметра t_{10} и t_{20} отрицательны, а при $k < 1/\kappa$ (т. е. $k' > \kappa$) наоборот, оба положительны. Например, при $\eta = 0,8$ пороговый уровень $\kappa = 4$. В общем же случае

$$\kappa = \frac{\eta}{1-\eta}. \quad (38)$$

Ситуации, в которых величины t_{10} и t_{20} имеют одинаковый знак, интересны с той точки зрения, что вне зависимости от содержания прогноза оптимальная стратегия предписывает потребителю ориентироваться на аномалию какого-то одного определенного знака. В частности, при $k > \kappa$ оптимальные значения t_{10} и t_{20} оказываются оба отрицательны и, следовательно, как при прогнозе « X ниже нормы», так и при прогнозе « X выше нормы» потребитель, придерживающийся оптимальной стратегии, должен принимать решения, рассчитанные на некоторые значения X , меньшие нормы $\bar{x}$. С другой стороны, если $k < 1/\kappa$, то справедливо противоположное утверждение: при любом содержании прогноза оптимальные действия потребителя будут состоять в ориентации на некоторые значения X , большие нормы.

Из сказанного, конечно, не следует, что при $k > \kappa$ (или $k < 1/\kappa$) имеющиеся альтернативные прогнозы потребителем никак не используются. С точки зрения «знака» принимаемых решений это действительно так. Однако по существу дела прогностическая информация здесь не игнорируется и ее влияние на хозяйственную деятельность выражается в том, что параметры t_{10} и t_{20} , указывающие потребителю, на какие значения X ему следует ориентироваться, получая тот или иной прогноз, оказываются хотя и одинаковыми по знаку, но разными по величине.

Завершающим этапом проведенного исследования является оценка экономических последствий, которые возникают в результате замены непрерывных прогнозов прогнозами знака аномалии. Естественно, что при проведении такого анализа следует исключить из рассмотрения эффекты, связанные с возможной неоптимальностью хозяйственных действий потребителя метеоинформации, и исходить из сопоставления потенциальных экономических возможностей, обеспечиваемых каждой из прогностических схем. В соответствии с этим, решая поставленную задачу для конкретного потребителя, величины средних потерь, отвечающие непрерывным прогнозам и прогнозам знака аномалии, необходимо сравнивать в предположении оптимальности принимаемых решений. При этом целесообразно рассматривать не абсолютные значения R_0 и R'_0 , а относительный показатель

$$\lambda = \frac{R_{кл} - R'_0}{R_{кл} - R_0}. \quad (39)$$

В числителе этой дроби стоит разность между средними потерями при климатически оптимальной стратегии и средними потерями при наличии прогнозов знака аномалии, в знаменателе — разность между средними потерями при климатически оптимальной стратегии и средними потерями при непрерывных прогнозах. Таким образом, величина λ показывает, какую долю от хозяйственного эффекта, получаемого от оптимально используемых непрерывных прогнозов, могут дать прогнозы знака аномалии.

Рассмотрим для иллюстрации два частных случая. В простейшем из них потери, вызванные отсутствием точных сведений об ожидаемых значениях метеоэлемента X , могут зависеть только от того, правильно ли угадан знак аномалии X . Понятно, что прогностические схемы I и II для таких потребителей совершенно эквивалентны и величина $\lambda = 1$.

Представим себе теперь другую ситуацию, когда потери пропорциональны квадрату отклонений x от $\bar{x}$, т. е. имеет место зависимость

$$r(x, \bar{x}) = B(x - \bar{x})^2 \quad (40)$$

(B — некоторая величина, характеризующая «цену» квадрата ошибки $\Delta = x - \bar{x}$).

Нетрудно понять, что в этом случае оптимальная стратегия использования непрерывных прогнозов x^* заключается в планировании хозяйственных мероприятий, ориентированных на «регрессионные» значения

$$\bar{x} = M(x|x^*) = \bar{x} + \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_{x^*}} (x^* - \bar{x}^*), \quad (41)$$

а средние потери R_0 вычисляются по формуле

$$R_0 = B \sigma_x^2 (1 - \rho^2). \quad (42)$$

При переходе от непрерывных прогнозов к прогнозам знака аномалии оптимальной стратегией для таких потребителей служит ориентация на условные математические ожидания (12) — (12а). При этом средние потери оказываются пропорциональны условным дисперсиям (17) и составляют величину

$$R'_0 = B \sigma_x^2 \left(1 - \frac{2}{\pi} \rho^2\right). \quad (43)$$

Что касается климатически оптимальной стратегии, то, как очевидно, она в данном случае состоит в ориентации на норму метеоэлемента X и характеризуется средними потерями

$$R_{кл} = R_n = B \sigma_x^2. \quad (44)$$

Подставляя значения (42) — (44) в формулу (39), получаем, что независимо от ρ величина λ равна 0,64. Таким образом, для

всех потребителей, производственные условия которых характеризуются функцией потерь вида (40), потенциальная эффективность прогнозов знака аномалии составляет 64% от потенциальной эффективности непрерывных прогнозов.

Аналогичным образом могут быть получены оценки λ для исследовавшегося выше случая линейной разностной функции потерь (20). Величины средних потерь $R_{кл}$, R_0 и R'_0 определяются при этом по формулам (24), (30) и (34). Как показывает анализ параметр λ в данном случае зависит от коэффициента неравномерности потерь k и коэффициента корреляции ρ , однако эта зависимость является довольно слабой и практически величина меняется в весьма узких пределах, так что альтернативные прогнозы оказываются при этом вдвое менее эффективными, чем непрерывные.

В заключение автор хотел бы выразить благодарность Т. М. Бруновой, выполнявшей в процессе подготовки этой статьи некоторые расчеты и принимавшей участие в обсуждении результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. Об экономической полезности прогнозов. — Метеорология и гидрология, 1966, № 2, с. 3—12.
2. Беленький Д. Х., Жуковский Е. Е. О нескольких подходах к задачам оптимального использования гидрометеорологической информации. В кн.: Гидрометеорологическое обеспечение народного хозяйства СССР. М: Гидрометеиздат, 1974, с. 125—131.
3. Брукс К., Карузерс Н. Применение статистических методов в метеорологии. — Л.: Гидрометеиздат, 1963. — 415 с.
4. Гандин Л. С., Жуковский Е. Е. О рациональном использовании прогностической и климатологической информации при принятии хозяйственных решений. — Метеорология и гидрология, 1973, № 2, с. 18—26.
5. Жуковский Е. Е., Чудновский А. Ф. Оптимизация экстраполяции (или интерполяции) при критериях качества, отличающихся от среднеквадратической погрешности и ее применение в задачах агрометеорологии. — Сб. трудов по агрономической физике, вып. 20. Л.: Гидрометеиздат, 1972, с. 93—117.
6. Жуковский Е. Е. К сравнению различных вариантов использования метеорологической информации при принятии хозяйственных решений. — Метеорология и гидрология, 1974, № 2, с. 38—48.
7. Жуковский Е. Е., Брунова Т. М. О фазовых прогнозах непрерывных метеорологических величин. — Труды II Всесоюзного симпозиума по применению статистических методов в метеорологии. — Л.: Гидрометеиздат, 1977, с. 187—195.
8. Монин А. С. Об использовании ненадежных прогнозов. — Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1962, № 2, с. 218—228.
9. Пановский Г. А., Брайер Г. В. Статистические методы в метеорологии. — Л.: Гидрометеиздат, 1967. — 242 с.

Л. Л. Брагинская

О ПРИМЕНЕНИИ ПРИНЦИПА МИНИМИЗАЦИИ КРУПНЫХ ПОТЕРЬ ПРИ НАЗНАЧЕНИИ ОРОСИТЕЛЬНЫХ НОРМ

В последние годы большое внимание уделяется разработке экономически оптимальных стратегий потребителей метеорологической информации. В ряде работ, посвященных решению этой задачи, в основу положен принцип минимизации средних потерь [1, 3]. Однако не всегда этот принцип является наиболее приемлемым. Во многих случаях целесообразно при выработке оптимальных хозяйственных решений потребителей метеорологической информации использовать предложенный Л. С. Гандиным подход, основанный на минимизации повторяемости крупных потерь [2].

При таком подходе оптимальное значение метеорологического элемента, на которое рекомендуется ориентироваться потребителю, находится из условия, что вероятность превышения потребителем некоторой заданной величины потерь минимальна.

Рассмотрим стратегию использования метеорологической информации на основе минимизации повторяемости крупных потерь при принятии решения о назначении оросительных норм.

Под оросительной нормой N понимается разность между суммарным водопотреблением растений, необходимым для получения заданного урожая, и теми естественными ресурсами влаги, которыми растения располагают в вегетационный период. Будем исходить из упрощенной модели, предполагая, что зависимость урожая U от суммарного водопотребления выражается функцией вида

$$U = \begin{cases} 0 & \text{при } w < \frac{b}{a}, \\ aw - b & \text{при } \frac{b}{a} < w \leq \frac{U_{\max} + b}{a}, \\ U_{\max} & \text{при } w > \frac{U_{\max} + b}{a}, \end{cases} \quad (1)$$

где w — необходимое суммарное водопотребление; a — коэффициент, характеризующий эффективность использования почвенной влаги растением; b — величина, которая характеризует суммарное водопотребление, если $U=0$.

В работе [4] показано, что для степных районов Кулунды уравнение (1) вполне удовлетворительно описывает связь между суммарным водопотреблением яровой пшеницы и урожаем зерна при современном уровне агротехники. С увеличением водопотребления урожай растет до некоторого максимального значения, которое может быть обеспечено для данного района при орошении. При достижении этого насыщающего значения $U_{\max}$ величина урожая не меняется с ростом водопотребления.

В работе [3] показано, что при любой влагообеспеченности вегетационного периода чистый доход от реализации урожая максимален, если оросительную норму планировать исходя из перспективы получения максимального урожая $U_{\max}$. В этом случае она рассчитывается по формуле

$$N = \frac{U_{\max} + b}{a} - E, \quad (2)$$

где $\frac{U_{\max} + b}{a}$ — необходимое суммарное водопотребление, E — водопотребление, обеспечиваемое естественным увлажнением.

Так как величина E заранее не известна, при расчете величины оросительной нормы приходится ориентироваться на некоторое значение $E = \bar{E}$ и вычислять норму как

$$N = \frac{U_{\max} + b}{a} - \bar{E}. \quad (3)$$

В этом случае возможны два вида ошибок. Если фактическое водопотребление, обеспечиваемое естественными условиями увлажнения, оказалось меньше величины $\bar{E}$, то из-за недостатка влаги урожай снизится на величину, пропорциональную разности $(\bar{E} - E)$. В случае когда фактическое водопотребление, обеспечиваемое естественными условиями увлажнения, оказывается выше предполагаемой величины $\bar{E}$, имеет место непроизводительный расход воды, равный разности $(E - \bar{E})$. При этом, как показано в работе [3], функция потерь из-за несоответствия фактических и предполагаемых условий естественной влагообеспеченности является разностной, линейной и несимметричной и описывается формулой

$$L(E, \bar{E}) = \begin{cases} (am - n)(\bar{E} - E) & \text{при } E \leq \bar{E}, \\ n(E - \bar{E}) & \text{при } E > \bar{E}, \end{cases} \quad (4)$$

где m — коэффициент пропорциональности дохода от реализации урожая (без учета затрат на орошение) величине урожая, n — коэффициент пропорциональности затрат на орошение величине оросительной нормы.

Используя результаты Н. Б. Мещаниновой по оценке агроклиматических условий возделывания яровой пшеницы на юге Западной Сибири, в Кулундинской степи и данные [3], рассмотрим варианты планирования оросительных норм в зависимости от редней многолетней влагообеспеченности и от того, повторяемость каких потерь требуется минимизировать. При этом, согласно [3], в качестве исходных данных примем: $U_{\max}=35$ ц/га; $m=10$ руб/га; $n=10$ коп/мм.

В работе [4] показано, что для каштановых почв Центральной Кулунды $a=0,09$ ц/мм·га; $b=6,8$ ц/га, а для суглинистых и глинистых почв $a=0,103$ ц/мм·га, $b=8,1$ ц/га.

Поскольку, как показано в [3], ежегодные колебания параметра E можно считать подчиняющимися нормальному закону распределения, а функция потерь описывается формулой (4), интегральная функция распределения потерь потребителя $G(L, \bar{E})$ определяется, согласно [2], по формуле

$$G(L, \bar{E}) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\frac{L}{am-n} - \bar{E} + \bar{E}}{\sqrt{2} \sigma_E} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\frac{L}{k} + \bar{E} - \bar{E}}{\sqrt{2} \sigma_E} \right) \right], \quad (5)$$

где $\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-u^2} du$ — функция Крампа.

Для пункта Рубцовск, расположенного на юге Западной Сибири, в Кулундинской степи, произведены расчеты интегральной функции распределения потерь потребителя в зависимости от $\bar{E}$ при разных значениях величины потерь L . При расчетах были приняты следующие параметры: $\bar{E}=200$ мм; $\sigma_E=37$ мм; $a=0,1003$ ц/мм·га; $b=8,1$ ц/га [3].

На рис. 1 приведено рассчитанное по формуле (5) семейство интегральных кривых распределения потерь потребителя $G(L, \bar{E})$. Как видно из рис. 1, при любом L существует единственное значение $\bar{E}$, при котором $G(L, \bar{E})$ максимально. С увеличением L величина $\bar{E}$ сдвигается в сторону меньших значений, т. е. чем большие потери мы минимизируем, тем на меньшую величину естественной увлажненности мы должны ориентироваться и тем большую норму орошения нужно назначить. При этом вероятность того, что потери не превысят эту заданную величину с увеличением L , растет. Если вероятность того, что при минимизации потерь $L=3$ руб/га потери не превысят этой величины, составляет всего 0,36%, то при ориентации на величину $L=24$ руб/га можно утверждать с вероятностью почти 100%, что потери не превысят этой величины.

Оптимальные значения $\bar{E}_L$ (мм) и соответствующие им величины оросительной нормы N при разных значениях минимизируемой величины крупных потерь L , найденные из условия экстремума, приведены на рис. 2.

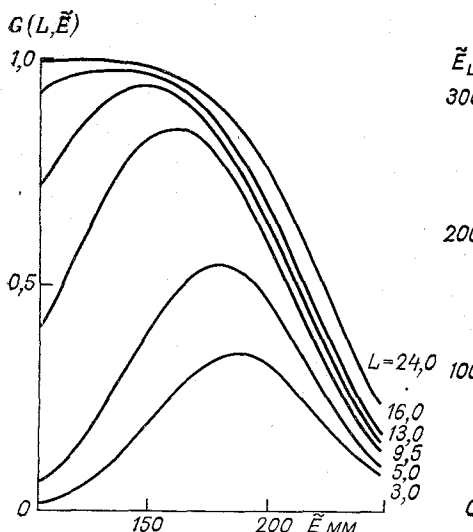


Рис. 1. Интегральная функция $G(L, E)$ распределения потерь потребителя.

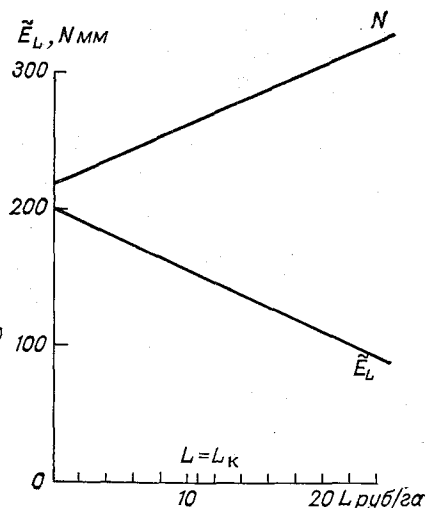


Рис. 2. Зависимость оптимального значения E_L и нормы N от величины крупных потерь L .

Среднее многолетнее водопотребление, обеспечиваемое естественными условиями увлажнения $\bar{E}$ в Рубцовске, составляет 200 мм. Как показано в работе [3], при минимизации повторяемости средних потерь климатически оптимальное значение $\bar{E}_0$ составляет 152 мм. Существует единственное значение $L = L_K$ такое, что минимизация повторяемости потерь, больших L_K , эквивалентна минимизации средних потерь. L_K находится из соотношения

$$\operatorname{erf}\left(\frac{2n - am}{2\sqrt{2}(am - n)n\sigma_E}L_K\right) = \frac{2n - am}{am}. \quad (6)$$

При подстановке численных значений в (6) оказалось, что $L_K = 10,8$ руб/га. Это означает, что при минимизации потерь, больших 10,8 руб/га, средние потери равны минимальной величине, составляющей 6,6 руб/ц.

Как видно из рис. 2, оптимальное значение E_L с ростом величины L сдвигается в сторону меньших значений. Происходит это оттого, что потери при положительных ошибках больше, чем при отрицательных $(am - n) > n$. Соответственно, чем больше величина потерь, повторяемость которых требуется минимизировать, тем большую величину оросительной нормы надо планировать. При этом вероятность того, что потери превысят заданное значение L с увеличением оросительной нормы, уменьшается. Преимущество использования стратегии минимизации повторяемости крупных потерь видно из рис. 3, где показана вероятность $q(L, E)$ потерь, больших L , при трех стратегиях — ориентации на норму, минимизации средних потерь и минимизации повторяемо-

ти крупных потерь. Как видно из рис. 3, при небольших значениях L все три кривые близки, т. е. в этом случае безразлично, какой стратегии придерживаться. При необходимости свести к минимуму повторяемость больших значений L принцип минимизации крупных потерь дает значительные преимущества. С количественной точки зрения это иллюстрируется табл. 1, где приведены данные, характеризующие увеличение повторяемости крупных потерь при стратегии минимизации средних потерь и ориентации на норму по сравнению с минимальным значением этой повторяемости при стратегии минимизации повторяемости крупных потерь.

При минимизации повторяемости крупных потерь мы игнорируем то обстоятельство, что средние потери увеличиваются. Насколько увеличиваются средние потери при минимизации различных значений, видно из табл. 1. В случае когда минимизируется повторяемость небольших значений L и очень больших его значений, величина средних потерь увеличивается по сравнению с его минимальным значением почти в два раза. Однако применять принцип минимизации крупных потерь при небольших значениях параметра L бессмысленно. Задать величину минимизируемой повторяемости потерь L должен потребитель с учетом всей экономики данного хозяйства. Априори можно сказать, что задавая значение $L=18$ руб/га, мы в большой степени оградим себя от повторяемости крупных потерь, увеличив при этом средние на 30%.

Поскольку вопрос о нормах орошения решается в масштабах целого района, рассмотрим, какие оптимальные значения N рекомендуются в различных пунктах Кулундинской степи в зависимости от применяемой хозяйственной стратегии.

На рис. 4 приведены зависимости норм орошения при стратегии ориентации на среднее многолетнее водопотребление, при стратегии минимизации средних потерь и при минимизации повторяемости потерь выше 15 и 20 руб/га от среднего многолетнего водопотребления, обеспечиваемого естественными условиями увлажнения. На рис. 4 а приведены данные для суглинистых и глинистых почв, а на рис. 4 б — для каштановых почв. По оси абсцисс отложены значения среднего многолетнего водопотребления

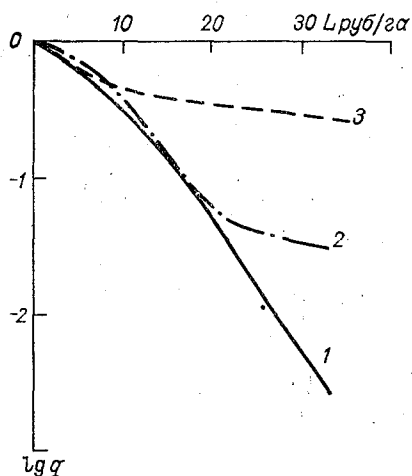


Рис. 3. Повторяемость крупных потерь $q(L)$ при разных хозяйственных стратегиях.

1 — при минимизации крупных потерь,
2 — при минимизации средних потерь,
3 — при ориентации на норму.

Относительное увеличение повторяемости крупных потерь при минимизации средних потерь и при ориентации на норму по сравнению с минимальным его значением при стратегии минимизации крупных потерь и относительное увеличение средних потерь при стратегии минимизации крупных потерь

	L руб/га							
	2	5	6,6	10	12	15	20	25
$\frac{q(L, \bar{E}) - q(L, \bar{E}_L)}{q(L, \bar{E}_L)}$	0,009	0,168	0,427	1,893	4,029	12,383	99,392	1170
$\frac{q(L, E_0) - q(L, \bar{E}_L)}{q(L, \bar{E}_L)}$	0,128	0,280	0,180	0,013	0,047	0,831	9,821	107,5
$\frac{\bar{L}(\bar{E}_L) - \bar{L}(E_0)}{\bar{L}(E_0)}$	0,8	0,3	0,2	<0,1	<0,1	0,1	0,3	0,8

для отдельных пунктов. Так как при ориентации на среднюю многолетнюю норму водопотребления средние потери зависят от межгодовой изменчивости этой величины, которая для всех пунктов принята одной и той же (по рекомендации авторов [3]) и определяются по формуле

$$L = am \frac{\sigma_E}{\sqrt{2\pi}}, \quad (7)$$

то в этом случае средние потери для всех пунктов, расположенных на суглинистых и глинистых почвах одинаковы и составляют величину 15,2 руб/га, а для всех пунктов, расположенных на каштановых почвах — 13,3 руб/га. Объясняется это разницей в значении коэффициента a , характеризующего эффективность использования почвенной влаги растением.

Величина N_2 характеризует нормы орошения при стратегии минимизации средних потерь. При этом средние потери для всех пунктов, расположенных на суглинистых и глинистых почвах равны 6,6 руб/га, а для всех пунктов, расположенных на каштановых почвах — 6,3 руб/га.

Величины же норм орошения линейно зависят от среднего многолетнего водопотребления, обеспечиваемого естественными условиями увлажнения.

Величины N_3 и N_4 представляют нормы орошения при стратегии минимизации повторяемости потерь выше 15 и 20 руб/га соответственно. При этом интегральная функция распределения потерь для всех пунктов одинакова и определяется приведенными выше данными. Однако величина нормы орошения существенно зависит от средней естественной влагообеспеченности и при ми-

минимизации потерь выше 15 руб/га на 25—40% больше, чем норма орошения при ориентации на среднюю многолетнюю влагообеспеченность.

При выработке хозяйственной стратегии необходимо иметь в виду, что ориентация на среднюю многолетнюю влагообеспеченность заведомо невыгодна. Что касается стратегии минимизации

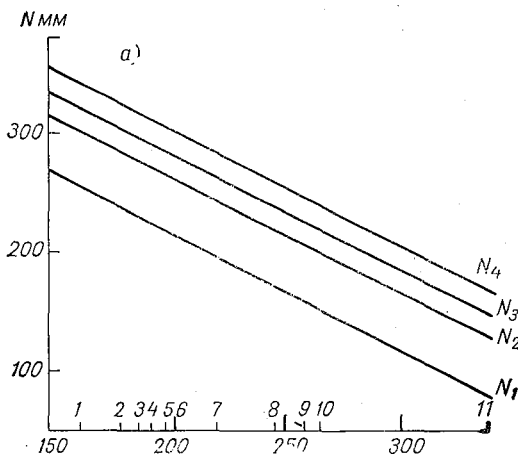
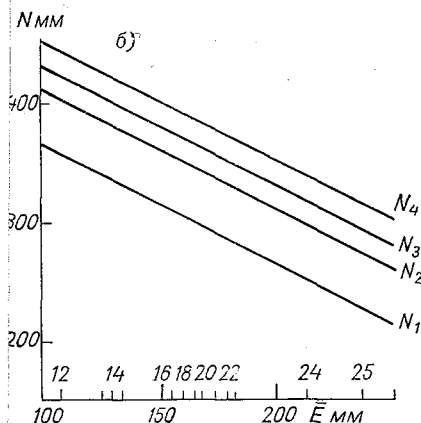


Рис. 4. Зависимость нормы орошения от средней естественной влагообеспеченности для пунктов, расположенных на суглинистых и глинистых почвах (а) и на каштановых почвах (б).

N_1 —при ориентации на норму, N_2 —при минимизации средних потерь, N_3 —при минимизации повторяемости потерь, больших 15 руб/га, N_4 —при минимизации повторяемости потерь, больших 20 руб/га;

1 — Краснозерск, 2 — Локоть, 3 — Баево, 4 — Шипуновский з/с, 5 — Рубцовск, 6 — Локтевский з/с, 7 — Барнаул, 8 — Тогул, 9 — Змеиногорск, 10 — Бийск, 11 — Белокуриха, 12 — Александровский хутор, 13 — Корней, 14 — Павлодар, 15 — Семиярка, 16 — Славгород, 17 — Ключи, 18 — Родионо, 19 — Щербакты, 20 — Иртышск, 21 — Лебяжье, 22 — Барнаул, 23 — Михайловка, 24 — Хабары, 25 — Алейский з/с.



средних потерь и стратегии минимизации повторяемости крупных потерь, при выборе одной из этих стратегий необходимо исходить из конкретной экономики данного хозяйства, из его ресурсов. Если ресурсы данного хозяйства очень велики и оно может не считаться с редкими, но очень крупными потерями, тогда следует выбрать стратегию минимизации средних потерь. При выборе стратегии минимизации крупных потерь потребитель должен задать

величину потерь, которые нужно минимизировать исходя из функции потерь потребителя, интегральной повторяемости потерь, средних потерь. Такие исследования можно провести для одного пункта, последующие затем расчеты для конкретного экономического района при уже выбранной хозяйственной стратегии трудности не представляют.

Выше была рассмотрена простейшая модель определения норм орошения при различной хозяйственной стратегии. При этом учитывалась зависимость норм орошения от средней многолетней влагообеспеченности и была произведена дифференциация пунктов в зависимости от того, на каких почвах они расположены. Остальные параметры были приняты постоянными. Это, однако не всегда справедливо. Встает вопрос, как же изменятся величины норм орошения, если параметры, принятые постоянными для всей территории, будут меняться от пункта к пункту.

Предположим, что среднее квадратическое отклонение влагообеспеченности σ_E различно для разных пунктов. При этом величины норм орошения, рассчитанные при стратегии ориентации на норму и стратегии минимизации крупных потерь, не изменятся так как они не зависят от σ_E . Значения же норм орошения при стратегии минимизации средних потерь линейно зависят от величины σ_E , с увеличением σ_E они растут пропорционально σ_E .

Что касается средних потерь, то при любой стратегии они линейно зависят от σ_E .

Относительно параметров m и n можно отметить, что коэффициент пропорциональности дохода от реализации урожая величины урожая может быть принят постоянным для данного района, однако затраты на орошение для разных пунктов могут быть существенно различны.

В случае если величина n выше принятого нами значения 10 коп/мм, несимметричность функции потерь уменьшается, оптимальное значение E_L сдвигается в сторону больших значений. Соответственно величина оросительной нормы уменьшается. То же самое можно сказать о величине оросительной нормы при стратегии минимизации средних потерь. Величина средних потерь при этом не меняется.

За максимальный урожай орошаемой яровой пшеницы в районе Кулунды был принят средний максимальный урожай, равный 35 ц/га. Величина максимального урожая в различных пунктах может быть существенно различна. При этом норма орошения линейно зависит от величины максимального урожая.

В заключение автор выражает признательность Е. Е. Жуковскому за советы при выполнении данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беленький Д. Х., Гандин Л. С., Жуковский Е. Е. Об использовании климатологической информации при принятии хозяйственных решений. — Труды ГГО, 1974, вып. 337, с. 91—101.

2. Г андин Л. С. О стратегии использования метеорологической информации на основе минимизации повторяемости крупных потерь потребителя.— Труды КазНИГМИ, 1977, вып. 62, с. 16—30.

3. Жуковский Е. Е., Чудновский А. Ф. Оптимальные решения при назначении оросительных норм.— Труды УкрНИГМИ, 1973, вып. 128, 50—57.

4. Мещанинова Н. Б. Агрометеорологическое обоснование орошения рпных культур.— Л.: Гидрометеиздат, 1971.— 126 с.

З. И. Пивоварова, В. В. Стадни

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫБРОСОВ СУТОЧНЫХ СУММ СУММАРНОЙ РАДИАЦИИ

Для многих практических задач, связанных с учетом и использованием солнечной энергии, требуются данные о числе и длительности периодов, в течение которых солнечная радиация превышает те или иные значения. Частично этот вопрос рассматривался в [9, 12] при определении повторяемости непрерывной продолжительности поступления прямой солнечной радиации на перпендикулярную поверхность для трех заданных уровней: 0,5—1,0 и 1,0 кал/(мин·см²). В [1] на примере одной станции рассматривалась возможность применения статистической теории выбросов для определения интегральной повторяемости и продолжительности периодов с заданными значениями прямой радиации поступающей на горизонтальную поверхность. Из элементов близких к солнечной радиации, расчеты повторяемости непрерывной длительности в заданных градациях выполнены для солнечного сияния [13]. Частично обобщение этих данных и увязка их с суточными суммами суммарной радиации для летнего месяца (июля) приведены в [11]. По другим метеорологическим элементам повторяемость и продолжительность периодов с заданными значениями исследовалась в значительно большем числе работ например, [2—8, 15—18].

Учитывая большой практический интерес к суточным суммам суммарной радиации, в данной работе сделана попытка применить для этого элемента разработанную Е. И. Федорченко программу расчета характеристик выбросов [6].

Согласно [6], под выбросом последовательности X вверх через заданный уровень C понимается пересечение последовательности этого уровня снизу вверх. Считается, что выброс последовательности X вверх через уровень C происходит в момент времени $k + 1/2$, если выполняется условие

$$X(k) < C, \quad X(k+1) > C$$

и в момент $k+1$, если

$$X(k) < C, \quad X(k+1) = C, \dots, X(k+l) = C, \\ X(k+l+1) > C.$$

Аналогично считается, что выброс вниз происходит в момент $+1/2$, если

$$X(k) > C, \quad X(k+1) < C$$

в момент $k+1$, если

$$X(k) > C, \quad X(k+1) = C, \quad \dots, \quad X(k+l) = C, \quad X(k+l+1) < C.$$

Применительно к суточным суммам суммарной радиации момент времени $k+1/2$ нужно рассматривать как условный. Фактически для суточных сумм радиации, приход которой осуществляется только в светлую часть суток, начало выброса вверх или вниз относится к календарной дате.

Под продолжительностью выброса вверх через уровень понимается интервал времени между моментом выброса вверх через уровень и ближайшим выбросом вниз. Расчет в программе производится по данным n реализаций случайной последовательности, каждая из которых содержит m членов. В нашем случае длина реализации равна длине месяца, число реализаций — периоду наблюдений.

Исходным материалом для расчетов послужили ряды ежедневных сумм суммарной радиации, полученные регистрацией на 25 станциях, расположенных на ЕТС, Средней Азии и прилегающих районах Урала и Казахстана. Период наблюдений на большинстве из них охватывал 1957—1975 или 1961—1975 гг. и только четыре станции имели более длинные ряды — с середины 1930 до 1975 г. Расчет произведен для четырех месяцев представителей сезонов — января, апреля, июля и октября, а по станциям Воейково и Карадаг — за все месяцы года.

При выборе уровней, через которые определялись выбросы суммарной радиации, учитывались пространственные изменения суммарной радиации, экстремальные суммы радиации и погрешности определения суммарной радиации. Согласно [12], суточные суммы суммарной радиации имеют погрешность в январе около $10 \text{ кал}/(\text{сут} \cdot \text{см}^2)$ и около $35 \text{ кал}/(\text{сут} \cdot \text{см}^2)$ в июле. Самые низкие уровни и интервал между последующими уровнями выбирались таким расчетом, чтобы они в 1,5—2 раза и более превышали погрешность определения суточных сумм. Выбранные уровни указаны в табл. 1.

Очень существенным является вопрос о точности, с которой может быть получено среднее число выбросов суммарной радиации, учитывая сравнительно короткие ряды наблюдений. Для этой цели на примере четырех станций (Якутск, Карадаг, Тбилиси, Ташкент) с длинными рядами наблюдений (30—40 лет) был сделан расчет характеристик выбросов с изменением объема выборки: весь имеющийся ряд наблюдений, период 18—19 лет и 15 лет (отсчет от 1975 г.). Результаты расчетов по двум из этих станций приведены в табл. 2. Наряду со средним числом выбросов $\bar{N}$ за различные периоды в табл. 2 приведены средние квадратические ошибки определения среднего числа выбросов $\sigma_{\bar{N}} (\sigma_{\bar{N}} = \frac{\sigma_N}{\sqrt{n}}$, где

Таблица

Среднее число и продолжительность выбросов вверх и вниз через заданный уровень и их среднее квадратическое отклонение

	С кал/ (сут·см²)									
	10	20	40	60	80	120	160	200 ^а	240	280

Январь

Архангельск, $\bar{Q} = 11$, $\sigma = 7$

$\bar{N}^{\uparrow}$	3,8	1,7	0,2							
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	1,6	1,2	0,4							
$\bar{N}^{\downarrow}$	2,8	1,2	0,1							
$\bar{F}^{\uparrow}$	14,7	3,3	0,2							
σ_F	2,2	2,3	0,4							

Тарту, $\bar{Q} = 36$, $\sigma = 21$

$\bar{N}^{\uparrow}$	1,0	4,0	4,8	2,3	0,8					
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	1,2	1,4	1,3	1,2	0,7					
$\bar{N}^{\downarrow}$	1,0	3,7	4,3	1,9	0,6					
$\bar{F}^{\uparrow}$	29,5	23,7	11,2	4,3	1,3					
σ_F	2,0	3,8	3,5	3,0	1,3					

Москва, МГУ, $\bar{Q} = 49$, $\sigma = 22$

$\bar{N}^{\uparrow}$	0,1	1,8	4,4	4,4	2,0					
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,3	1,5	1,5	1,6	1,2					
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,1	1,4	4,0	3,8	1,6					
$\bar{F}^{\uparrow}$	30,9	28,6	19,1	9,6	3,1					
σ_F	0,3	2,2	5,8	4,5	2,3					

Карадаг, $\bar{Q} = 110$, $\sigma = 59$

$\bar{N}^{\uparrow}$	0,02	0,7	3,1	5,0	6,0	6,1	4,3	1,7	0,4	
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,15	0,9	1,9	2,2	1,5	1,5	1,6	1,3	0,7	
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,02	0,7	3,0	4,9	5,7	5,8	3,9	1,4	0,3	
$\bar{F}^{\uparrow}$	30,9	30,3	27,1	23,4	19,9	12,4	7,0	2,3	0,5	
σ_F	0,2	0,9	2,7	4,1	3,9	4,3	4,0	1,9	0,9	

C кал/ (сут·см²)	C кал/ (сут·см²)									
	10	20	40	60	80	120	160	200	240	280

Аральское море, $\bar{Q} = 153$, $\sigma = 51$

$\bar{N}^{\uparrow}$			0,3	1,1	2,3	4,6	5,2	2,7	0,4
$\sigma_{N^{\uparrow}}$			0,6	1,1	1,3	1,7	1,4	1,3	0,5
$\bar{N}^{\downarrow}$			0,3	0,9	2,1	4,2	4,6	2,2	0,1
$\bar{F}^{\uparrow}$	31,0	31,0	30,7	29,7	28,2	21,7	15,9	5,7	0,7
σ_F	0	0	0,6	1,5	2,0	4,2	3,8	2,9	1,1

Ташкент, $\bar{Q} = 150$, $\sigma = 71$

$\bar{N}^{\uparrow}$	0,2	0,4	1,7	3,0	4,1	5,4	5,6	4,9	2,1	0,3
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,4	0,7	1,4	1,5	1,4	1,5	1,5	1,5	1,3	0,5
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,2	0,4	1,7	3,0	4,1	5,4	5,6	4,8	2,0	0,2
$\bar{F}^{\uparrow}$	30,8	30,6	28,9	26,7	24,7	19,5	14,7	9,8	2,8	0,3
σ_F	0,4	0,9	2,0	2,8	3,1	4,3	4,7	3,8	1,8	0,7

C кал/ (сут·см²)	C кал/ (сут·см²)									
	50	100	150	200	300	400	450	500	550	600

Апрель

Архангельск, $\bar{Q} = 290$, $\sigma = 126$

$\bar{N}^{\uparrow}$	0,2	1,6	3,2	4,3	5,1	3,6	2,1	0,9	0,2
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,4	1,5	1,8	1,6	1,2	1,1	0,8	0,9	0,4
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,2	1,6	2,9	4,2	4,8	3,2	1,8	0,7	
$\bar{F}^{\uparrow}$	29,8	27,8	25,1	21,4	14,4	6,7	3,3	1,4	0,2
σ_F	0,4	1,9	3,0	4,4	4,5	3,4	1,8	1,6	0,4

Тарту, $\bar{Q} = 310$, $\sigma = 138$

$\bar{N}^{\uparrow}$	0,3	1,3	3,1	4,4	5,6	4,2	3,4	1,5	0,4	0,05
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,6	1,4	1,8	1,4	1,5	1,4	1,5	1,4	0,6	0,21
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,3	1,4	3,0	4,3	5,5	3,9	3,0	1,2	0,2	0,05
$\bar{F}^{\uparrow}$	29,7	28,2	25,3	21,9	15,6	9,3	5,8	2,2	0,8	0,05
σ_F	0,6	1,7	3,3	3,9	4,5	4,1	3,1	2,1	1,3	0,2

	С кал/ (сут·см²)									
	50	100	150	200	300	400	450	500	550	600

Москва, МГУ, $\bar{Q} = 322$, $\sigma = 142$

$\bar{N}^\uparrow$	0,3	1,7	3,2	4,6	5,8	4,5	2,8	1,6	0,7	0,4
$\sigma_{N^\uparrow}$	0,6	1,4	1,4	1,6	1,3	1,6	1,6	1,4	1,3	1,4
$\bar{N}^\downarrow$	0,3	1,6	3,1	4,4	5,6	4,0	2,3	1,3	0,5	0,3
$\bar{F}^\uparrow$	29,6	27,9	25,5	23,1	17,3	9,6	5,7	3,1	1,2	0,7
σ_F	0,7	2,0	2,5	3,2	4,2	3,9	4,1	3,5	2,6	2,1

Карадаг, $\bar{Q} = 398$, $\sigma = 154$

$\bar{N}^\uparrow$	0,07	0,7	1,6	2,8	4,6	5,1	5,4	4,3	2,8	1,0
$\sigma_{N^\uparrow}$	0,3	0,9	1,2	1,7	1,8	1,6	1,4	1,6	1,7	1,2
$\bar{N}^\downarrow$	0,07	0,7	1,6	2,7	4,4	5,0	5,0	3,8	2,5	1,0
$\bar{F}^\uparrow$	29,9	29,1	27,7	25,8	21,4	16,6	13,6	9,3	5,1	1,5
σ_F	0,4	1,4	2,1	2,6	3,8	4,6	4,8	4,8	3,6	1,9

Аральское море, $\bar{Q} = 484$, $\sigma = 138$

$\bar{N}^\uparrow$	0,06	0,1	0,7	1,1	2,9	4,0	4,7	5,3	4,7	2,6
$\sigma_{N^\uparrow}$	0,2	0,3	0,7	0,5	1,3	1,9	1,3	1,3	1,2	0,8
$\bar{N}^\downarrow$	0,06	0,1	0,6	0,9	2,6	3,6	4,3	4,7	4,1	2,2
$\bar{F}^\uparrow$	29,9	29,8	29,2	28,6	25,7	23,2	20,8	17,1	12,3	5,1
σ_F	0,2	0,5	0,9	0,9	2,5	3,6	4,1	4,5	4,4	2,5

Ташкент, $\bar{Q} = 417$, $\sigma = 166$

$\bar{N}^\uparrow$	0,2	1,2	2,2	3,1	4,7	5,5	5,4	4,9	3,8	1,8
$\sigma_{N^\uparrow}$	0,4	1,3	1,6	1,7	1,5	1,3	1,5	1,6	1,4	1,4
$\bar{N}^\downarrow$	0,2	1,2	2,1	3,1	4,4	5,2	5,2	4,6	3,4	1,4
$\bar{F}^\uparrow$	29,8	28,7	27,2	25,7	22,4	17,7	15,2	11,8	9,0	3,2
σ_F	0,4	1,4	2,3	2,9	3,5	4,3	4,4	4,3	3,9	3,5

	С кал/ (сут·см²)									
	100	150	200	300	400	500	600	650	700	750

Июль

Архангельск, $\bar{Q} = 448$, $\sigma = 152$

$\bar{N}^\dagger$	0,2	0,9	1,9	3,8	5,7	5,6	2,9	1,4	0,3	0,1
$\sigma_{N^\dagger}$	0,4	1,0	1,2	1,7	2,0	1,3	1,4	1,1	0,7	0,3
$\bar{N}^\downarrow$	0,2	0,9	1,9	3,9	5,8	5,6	3,3	1,6	0,4	0,1
$\bar{F}^\dagger$	30,8	29,9	28,4	25,4	19,6	13,1	5,6	2,1	0,4	0,1
σ_F	0,4	1,13	1,9	2,4	3,6	4,4	3,3	1,9	0,8	0,3

Тарту, $\bar{Q} = 448$, $\sigma = 153$

$\bar{N}^\dagger$	0,2	1,0	1,9	4,0	5,7	4,9	2,4	1,1	0,2	0,1
$\sigma_{N^\dagger}$	0,4	0,8	1,2	1,4	1,5	1,5	1,2	1,0	0,5	0,4
$\bar{N}^\downarrow$	0,2	1,0	1,9	3,8	5,7	5,0	2,6	1,4	0,4	0,1
$\bar{F}^\dagger$	30,8	29,7	28,7	25,3	19,3	13,0	5,6	2,2	0,5	0,1
σ_F	0,4	1,4	1,7	1,8	3,8	4,8	3,9	1,7	1,0	0,4

Москва, МГУ, $\bar{Q} = 453$, $\sigma = 147$

$\bar{N}^\dagger$	0,5	1,0	1,8	3,2	4,9	5,6	2,7	0,8	0,2	
$\sigma_{N^\dagger}$	0,6	1,1	1,5	1,7	1,6	1,2	1,6	1,0	0,5	
$\bar{N}^\downarrow$	0,5	1,0	1,8	3,3	5,1	5,5	2,9	0,9	0,2	
$\bar{F}^\dagger$	30,4	29,6	28,6	25,6	21,5	13,9	4,3	1,2	0,3	
σ_F	0,7	1,5	2,0	3,3	3,6	4,0	3,0	1,4	0,6	

Карадаг, $\bar{Q} = 584$, $\sigma = 109$

$\bar{N}^\dagger$			0,07	0,6	1,8	4,2	5,5	4,4	1,6	0,2
$\sigma_{N^\dagger}$			0,26	0,7	1,2	1,2	1,3	1,5	1,4	0,6
$\bar{N}^\downarrow$			0,07	0,6	1,9	4,4	5,7	4,8	1,7	0,2
$\bar{F}^\dagger$	31,0	31,0	30,9	30,3	28,6	24,6	17,2	10,1	2,5	0,2
σ_F	0	0	0,3	0,9	1,6	2,4	3,4	4,0	2,7	0,6

	С кал/ (сут·см²)									
	100	150	200	300	400	500	600	650	700	750
Аральское море, $\bar{Q}=623$, $\sigma=113$										
$\bar{N}^{\uparrow}$	0,06	0,06	0,2	0,4	1,2	3,0	4,9	5,5	4,0	0,7
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,23	0,23	0,4	0,7	1,1	2,0	1,8	1,3	1,4	1,3
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,06	0,06	0,2	0,7	1,3	3,1	5,3	6,2	4,6	0,7
$\bar{F}^{\uparrow}$	30,9	30,9	30,8	30,3	29,3	26,9	22,1	16,9	7,4	1,0
σ_F	0,2	0,2	0,4	0,8	1,5	3,1	4,1	4,1	3,2	1,6
Ташкент, $\bar{Q}=654$, $\sigma=79$										
$\bar{N}^{\uparrow}$	0,03	0,06	0,1	0,2	0,6	1,4	3,0	4,7	3,4	0,4
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,17	0,24	0,3	0,4	1,0	1,6	1,8	1,4	1,6	0,7
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,03	0,06	0,1	0,2	0,5	1,4	2,8	5,0	3,8	0,5
$\bar{F}^{\uparrow}$	30,9	30,9	30,9	30,9	30,4	29,4	26,4	21,1	7,0	0,6
σ_F	0,2	0,2	0,3	0,4	1,0	1,8	3,0	4,0	3,6	1,0
	С кал/ (сут·см²)									
	15	30	50	100	150	200	250	300		
Октябрь										
Архангельск, $\bar{Q}=56$, $\sigma=39$										
$\bar{N}^{\uparrow}$	2,1	4,7	4,9	2,7	0,6	0,1				
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	1,4	1,8	1,7	1,6	0,8	0,5				
$\bar{N}^{\downarrow}$	2,2	5,3	5,6	2,9	0,7	0,2				
$\bar{F}^{\uparrow}$	28,4	20,8	13,5	4,4	0,9	0,2				
σ_F	1,7	3,6	4,4	3,0	1,0	0,5				
Тарту, $\bar{Q}=94$, $\sigma=60$										
$\bar{N}^{\uparrow}$	0,5	2,7	5,0	5,4	3,3	1,1	0,4			
$\sigma_{N^{\uparrow}}$	0,8	1,8	1,6	1,4	1,0	0,8	0,6			
$\bar{N}^{\downarrow}$	0,6	3,0	5,4	5,9	3,7	1,4	0,5			
$\bar{F}^{\uparrow}$	30,4	27,1	22,0	12,8	5,8	1,9	0,6			
σ_F	0,8	2,1	3,6	3,3	2,5	1,7	0,8			

	С кал/ (сут·см ²)									
	15	30	50	100	150	200	300	400	450	500

Москва, МГУ, $\bar{Q} = 114$, $\sigma = 74$

$\bar{N}^\uparrow$	0,2	1,4	3,3	4,9	3,6	2,0	0,2	0,05		
$\sigma_{N^\uparrow}$	0,4	1,2	1,4	1,5	1,3	1,0	0,9	0,22		
$\bar{N}^\downarrow$	0,2	1,6	3,8	5,6	4,3	2,5	0,2	0,05		
$\bar{F}^\uparrow$	30,8	29,0	25,1	14,2	8,4	4,7	0,4	0,05		
σ_F	0,5	1,6	2,8	4,4	4,7	4,5	1,5	0,2		

Карадаг, $\bar{Q} = 253$, $\sigma = 94$

$\bar{N}^\uparrow$		0,05	0,4	1,7	3,4	4,9	3,8	0,4	0,05	0,07
$\sigma_{N^\uparrow}$		0,21	0,7	1,3	1,6	1,9	1,5	0,7	0,21	0,34
$\bar{N}^\downarrow$		0,05	0,4	1,9	3,6	5,1	4,4	0,7	0,07	0,07
$\bar{F}^\uparrow$	31,0	30,9	30,6	28,6	26,0	21,6	11,0	0,9	0,1	0,07
σ_F	0	0,2	0,8	2,1	2,9	3,5	3,4	1,3	0,5	0,3

Аральское море, $\bar{Q} = 271$, $\sigma = 96$

$\bar{N}^\uparrow$			0,2	1,6	2,8	3,5	3,0	0,7		
$\sigma_{N^\uparrow}$			0,4	1,3	1,8	1,5	1,7	0,8		
$\bar{N}^\downarrow$			0,2	1,7	3,2	4,0	3,8	1,0		
$\bar{F}^\uparrow$	31,0	31,0	30,8	29,0	26,1	23,3	14,3	1,5		
σ_F	0	0	0,4	1,5	2,9	3,2	2,9	1,1		

Ташкент, $\bar{Q} = 300$, $\sigma = 95$

$\bar{N}^\uparrow$		0,1	0,4	1,2	2,1	2,6	3,8	1,4	0,1	
$\sigma_{N^\uparrow}$		0,3	0,5	1,0	1,3	1,4	1,5	0,9	0,3	
$\bar{N}^\downarrow$		0,1	0,5	1,4	2,4	3,0	4,4	1,9	0,2	
$\bar{F}^\uparrow$	31,0	30,9	30,5	29,5	27,7	26,3	19,0	3,2	0,2	
σ_F	0	0,3	0,6	1,1	1,8	2,6	4,3	2,3	0,5	

Примечания: 1. Величину $\bar{F}^\downarrow$ можно определить как разность между числом дней в месяце и значениями $\bar{F}^\uparrow$. 2. Значения $\sigma_{N^\downarrow}$ близки к $\sigma_{N^\uparrow}$; значения $\sigma_{F^\uparrow}$ и $\sigma_{F^\downarrow}$ одинаковы.

Таблица 2

Среднее число выбросов ($\bar{N}$) и точность определения среднего числа выбросов ($\sigma_{\bar{N}}\%$) при различной длине ряда наблюдений

C	$\bar{N}_{42}$	$\bar{N}_{19}$	$\bar{N}_{15}$	$\sigma_{\bar{N}_{42}}$	$\sigma_{\bar{N}_{19}}$	$\sigma_{\bar{N}_{15}}$	$\bar{N}_{32}$	$\bar{N}_{18}$	$\bar{N}_{15}$	$\sigma_{\bar{N}_{32}}$	$\sigma_{\bar{N}_{18}}$	$\sigma_{\bar{N}_{15}}$
Карадаг, январь							Ташкент, январь					
10	0,02	0	0	100	0	0	0,2	0	0	50	0	0
20	0,7	0,8	0,7	20	28	31	0,4	0	0	32	0	0
40	3,1	3,4	3,2	10	12	14	1,7	1,3	1,1	14	19	24
60	5,0	5,0	4,7	7	9	11	3,0	2,6	2,3	9	12	15
80	6,0	5,7	5,3	4	7	8	4,1	3,6	3,3	6	9	10
120	6,1	6,0	5,7	4	5	6	5,4	5,1	5,1	5	7	8
160	4,3	4,0	3,7	6	9	10	5,6	5,8	5,9	5	6	7
200	1,7	1,2	1,0	12	17	18	4,9	5,3	5,3	5	6	6
240	0,4	0,2	0,2	29	50	50	2,1	2,4	2,1	11	12	12
280	0	0	0	0	0	0	0,3	0,4	0,3	32	36	49
$\bar{Q}$	110	109	111				150	161	162			
σ	± 59	± 57	± 58				± 71	± 70	± 70			
Карадаг, июль							Ташкент, июль					
100	0	0	0	0	0	0	0,03	0	0	100	0	0
150	0	0	0	0	0	0	0,1	0	0	67	0	0
200	0,1	0,1	0,1	57	64	69	0,1	0,1	0,1	56	90	92
300	0,6	0,6	0,7	19	30	30	0,2	0,2	0,1	40	51	92
400	1,8	1,8	2,0	10	15	15	0,6	0,6	0,5	31	40	56
500	4,2	4,2	4,3	5	7	8	1,4	1,6	1,3	21	26	33
600	5,5	5,5	5,7	4	6	7	3,0	3,0	2,7	11	17	20
650	4,4	3,7	4,7	5	10	10	4,7	4,7	4,4	5	8	8
700	1,6	0,9	0,7	14	25	30	3,4	4,1	4,3	8	8	8
750	0,2	0	0	48	0	0	0,4	0,7	0,7	27	26	27
$\bar{Q}$	584	578	575				654	659	662			
σ	± 109	± 103	± 105				± 79	± 80	± 75			

n — число лет). Анализ табл. 2 показывает, что разница между средним числом выбросов, полученным за разный период наблюдений, через уровни, близкие к норме, небольшая. По мере удаления уровня от нормы она увеличивается. Уменьшение длины ряда может привести к потере выбросов через крайние уровни (например, в январе через уровень 10 кал/(сут·см²). Следует отметить, что изменение $\bar{N}$, особенно на крайних уровнях, может происходить и под влиянием векового хода радиации. Так, напри-

мер, в Карадаге, где отмечается уменьшение суммарной радиации [10, 12], $\bar{N}$ из 19-летнего ряда 1938—1956 гг. (предшествующего периоду, указанному в табл. 2) имеет следующие значения:

Январь	$\bar{C}$	10	20	40	80	160	200	240
$\bar{Q}=112$	$\bar{N}$	0,05	0,5	2,8	6,3	4,6	2,2	0,6
Июль	$\bar{C}$	200	300	400	500	650	700	750
$\bar{Q}=590$	$\bar{N}$	0,05	0,5	1,9	4,2	5,0	2,2	0,5

Увеличение числа выбросов суточных сумм суммарной радиации через низкие уровни и уменьшение выбросов через высокие уровни во второй период наблюдений (1957—1975 гг.) является отражением векового хода радиации на этой станции.

Ошибка определения среднего числа выбросов $\sigma_{\bar{N}}$ возрастает с уменьшением длины ряда в 1,5—2 раза. Для уровней, близких к норме, при длине ряда 30—40 лет она составляет 4—5%, при длине ряда 15 лет — 7—8% величины $\bar{N}$. Среднее квадратическое отклонение σ_N , характеризующее разброс числа выбросов за отдельные годы, во всех рассматриваемых пунктах для уровней, близких к норме, составляет 25—30% среднего числа выбросов. Для крайних уровней, выбросы через которые наблюдаются не каждый год, значение σ_N может достигать сотен процентов не только для 15-летнего, но и для 40-летнего ряда (см. табл. 1).

Если считать допустимой относительную среднюю квадратическую ошибку определения среднего числа выбросов 20—25%, т. е. вдвое превышающую ошибку определения числа выбросов вблизи нормы, то, согласно полученным данным, при рядах наблюдений 15—19 лет такая точность выполняется до уровней, отстоящих от нормы $\bar{Q}$ в среднем на $\pm 1,5\sigma$ (см. табл. 2). При выраженной асимметрии уровни, на которых ошибка определения $\bar{N}$ не превышает 20%, отстоят от нормы несимметрично. Летом на юге СССР, где распределению суточных сумм свойственна отрицательная асимметрия, диапазон уровней составляет $-1,5\sigma \div +\sigma$, зимой на севере ЕТС при положительной асимметрии соответственно $-\sigma \div +1,5\sigma$. При объеме выборки 30—40 лет диапазон уровней расширяется; например, в Карадаге до $-2,5\sigma \div +1,5\sigma$ относительно нормы, в Ташкенте — до $-2\sigma \div +\sigma$.

Представляет интерес оценить хотя бы приближенно необходимую длину ряда для получения среднего числа выбросов через все выбранные уровни с заданной точностью. Для этого можно воспользоваться способом, примененным в [5] для рядов средней суточной температуры, где графически исследовалась зависимость среднего квадратического отклонения σ_N и числа лет n от среднего числа выбросов $\bar{N}$ при заданной 20%-ной относительной средней квадратической ошибке. Оказалось, что для уровней, близких к норме, для расчета числа выбросов суммарной радиации с такой точностью достаточны ряды наблюдений длиной около 10 лет, для уровней, среднее число выбросов через которые 0,5, т. е. в среднем выброс осуществляется 1 раз в 2 года, необходимы уже

60-летние ряды, а для крайних уровней, число выбросов через которые менее 0,1, период наблюдений должен быть более 100 лет

Поскольку рядов суммарной радиации такой длительности нет, то среднее число выбросов через уровни, близкие к крайним, которые представляют очень большой интерес для практики, приходится пока определять со значительной большей погрешностью. Так, при наличии 20-летних рядов на тех уровнях, выбросы через которые наблюдаются ежегодно ($\bar{N} \approx 1$), средняя квадратическая ошибка $\sigma_{\bar{N}}$ составит около 30%. На уровнях, близких к крайним, среднее число выбросов через которые около 0,2, средняя квадратическая ошибка будет порядка 50%. Отметим, что полученный результат о необходимой длине ряда радиации аналогичен выводу в [5] для температуры.

Перейдем к анализу полученных данных о среднем числе и продолжительности выбросов. В табл. 1 приводится среднее число выбросов вверх $\bar{N}^{\uparrow}$ и вниз $\bar{N}^{\downarrow}$ через все выбранные уровни, средняя общая продолжительность выбросов вверх $\bar{F}^{\uparrow}$ и их средние квадратические отклонения σ_N и σ_F для выборочных станций, расположенных в различных климатических условиях.

Максимальное число выбросов, наблюдаемое, как известно, около нормы, для сумм радиации колеблется примерно от 4 до 6, по сравнению, например, с температурой это в 1,5 раза больше. Для средней суточной температуры в этих же районах, согласно [18], отмечается 3—4 выброса. По мере удаления уровня от нормы среднее число выбросов убывает.

Сравнивая число выбросов суммарной радиации вверх и вниз через один и тот же уровень, можно заметить, что на всех уровнях (за исключением самых крайних) оно неодинаково. В месяцы, когда имеет место рост радиации, связанный с увеличением высоты солнца и продолжительности дня, среднее число выбросов вверх превышает число выбросов вниз. Из данных табл. 1 это особенно проявляется в январе в северных районах ЕТС, например, в Архангельске. В месяцы, характеризующиеся падением радиации, соотношение между числом выбросов вверх и вниз обратное (например, октябрь). В летние месяцы разница между $\bar{N}^{\uparrow}$ и $\bar{N}^{\downarrow}$ незначительная. Соотношение числа выбросов вверх и вниз подтверждает вывод, сделанный в [14] о заметном нарушении стационарности в холодное полугодие за счет резко выраженного годового хода радиации и сравнительно небольшом внутримесячном изменении радиации в теплое полугодие.

Для иллюстрации изменения среднего числа выбросов вверх через уровни 300 и 500 кал/(сут·см²), которые встречаются во все месяцы теплого периода года, приводится рис. 1. Число выбросов через один и тот же уровень для каждого месяца различное на севере и на юге. В теплый период с апреля по сентябрь на севере (Воейково) число выбросов через уровень 300 кал/(сут·см²) больше, чем на юге (Карадаг), в связи с более низким средним многолетним приходом суммарной радиации. Наибольшее среднее число выбросов через уровень 500 кал/(сут·см²) в Воейково

Карадаге близки. Однако период, в течение которого значения точных сумм могут превышать $500 \text{ кал/}(\text{сут} \cdot \text{см}^2)$ в северной части ЕТС составляет 5 месяцев, а в южной увеличивается до месяцев.

Средняя за период наблюдений общая продолжительность выбросов в каждом месяце в целом изменяется от 30—31 дня до 1—0,2 дня, что свидетельствует о правильности выбора диапазона уровней. Исключением является апрель в крайних южных айонах, где для заданного высокого уровня $600 \text{ кал/}(\text{сут} \cdot \text{см}^2)$ $\bar{F}^\dagger$ составляет 3—5 дней. Чтобы выявить наличие выбросов и их продолжительность при условиях, близких к максимально-му приходу радиации, нужно было бы взять еще более высокий уровень. Отметим также, что в январе на севере общая продолжительность выбросов вверх через самый низкий заданный уровень $10 \text{ кал/}(\text{сут} \cdot \text{см}^2)$, составляет всего около 15 дней (например, Ар-ангельск), и следовательно, ам большие значения $\bar{F}^\dagger$ характерны для меньших сумм радиации. Но поскольку точность их определения близка к предельной, задавать более низкий уровень было нецелесообразно.

Общая продолжительность выбросов вверх для каждого уровня возрастает с севера на юг, что отражает влияние астрономического фактора. Но вряду с этим она заметно возрастает в восточных районах. Увеличение общей продолжительности выбросов $\bar{F}^\dagger$ с запада на восток находится в соответствии с изменением по территории нормы суммарной радиации (объясняемое режимом облачности) при почти постоянном значении среднего квадратического отклонения или даже некоторой тенденции уменьшения σ к востоку (например, в апреле [14]). Поэтому при обобщении $\bar{F}^\dagger$ по территории, восточные районы к которым относится территория ЕТС восточнее 50° в. д., прилегающие районы Урала, Казахстана и юг Средней Азии) рассматривались отдельно. На рис. 2 представлена зависимость $\bar{F}^\dagger$ и $\bar{F}^\downarrow$ для нескольких уровней от широты места.

Следует иметь в виду, что при использованной методике расчета величины $\bar{F}^\dagger$ и $\bar{F}^\downarrow$ определяются с погрешностью. Особенно

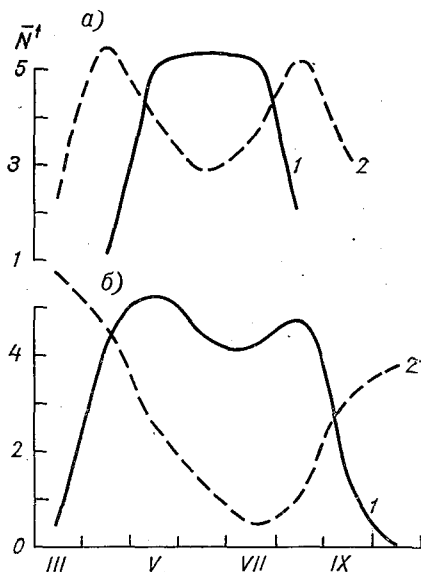


Рис. 1. Среднее число выбросов вверх через уровни.

а — Воейково, б — Карадаг; 1 — 500, 2 — 300 $\text{кал/}(\text{сут} \cdot \text{см}^2)$.

большая погрешность отмечается на крайних уровнях (для на высоких, для $\bar{F}^\downarrow$ на низких), что следует из значений σ_F , характеризующих разброс продолжительностей за отдельные годы (см. табл. 1).

Наряду со средним числом выбросов выше или ниже заданного уровня и общей их продолжительностью важной характеристикой является средняя непрерывная продолжительность выброса за уровень ($\bar{\tau}$). При использованном методе она может быть получена только приближенно по формуле $\bar{\tau} = \bar{F}/N$.

Средняя непрерывная продолжительность выбросов вверх ($\bar{\tau}^\uparrow$) и вниз ($\bar{\tau}^\downarrow$) для нескольких уровней приведена на рис. 3. При этом представлены уровни, которые определяются с погрешностью не более 25—30%.

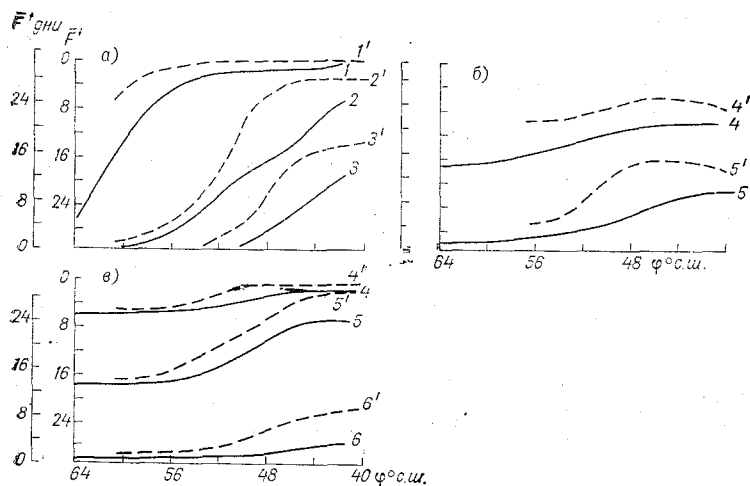


Рис. 2. Зависимость общей продолжительности выбросов (в днях) через заданные уровни от широты места.

а — январь, б — апрель, в — июль; 1 — уровень 20, 2—80, 3—160, 4—300, 5—500, 6—700 кал/(сут·см²); 1', 2', 3', 4', 5', 6' — то же для восточных районов.

Из рис. 3 видно, что средняя непрерывная длительность периодов со значениями выше выбранных уровней в общем увеличивается с севера на юг. Для января особенный интерес представляют периоды с суточными суммами радиации ниже 20 кал/(сут·см²). Такой приход радиации характерен для дней со сплошной облачностью нижнего яруса, при этом резко снижается естественная освещенность и возникает необходимость в дополнительном энергоснабжении. В северных районах ЕТС (Архангельск) непрерывная продолжительность периода с суточным приходом менее 20 кал составляет около 23 дней за месяц. К югу она уменьшается и в районе Ленинграда составляет 3—5 дней (5 — в городе, 3 —

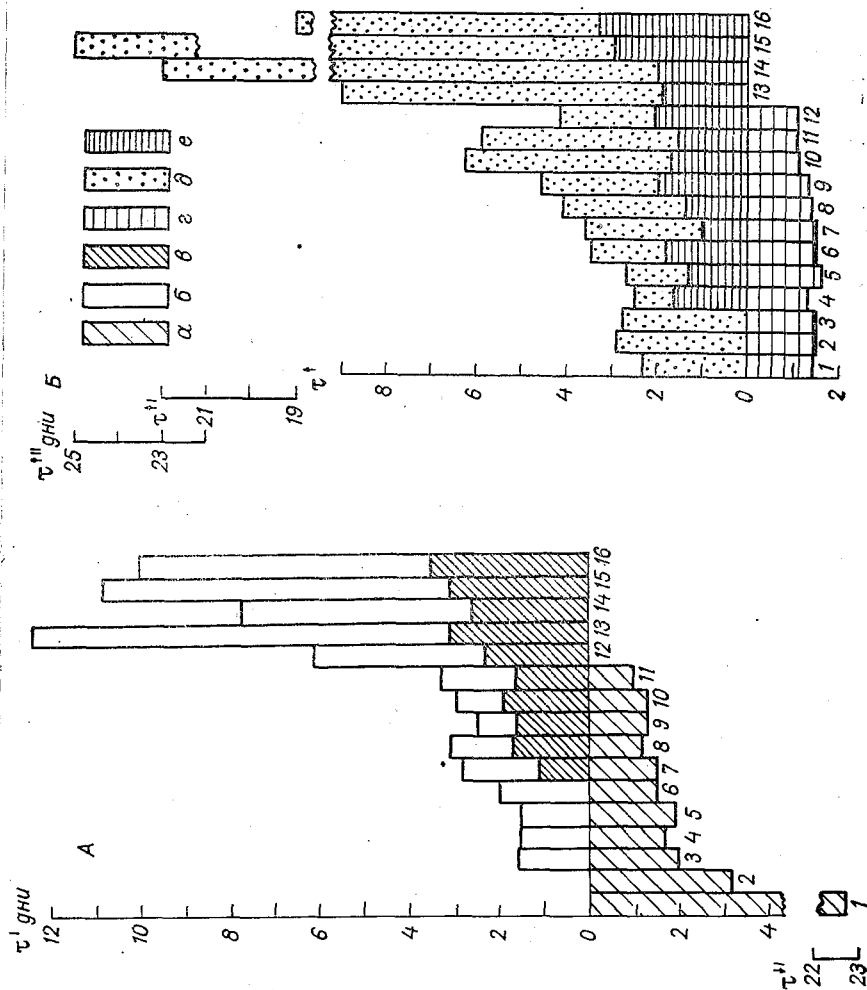


Рис. 3. Средняя продолжительность выбросов вверх и вниз (в днях) через заданные уровни.

А — январь, Б — июль; а — уровень 20, б — 80, в — 160, г — 300, д — 500, е — 700 кал/(сут·см²); 1 — Архангельск, 2 — Воейково, 3 — Тарту, 4 — Москва, МГУ, 5 — Каунас, 6 — Куйбышев, 7 — Киев, 8 — Кишинев, 9 — Одесса, 10 — Цимлянск, 11 — Карадаг, 12 — Семипалатинск, 13 — Аральское море, 14 — Ташкент, 15 — Кайраккумское водохранилище, 16 — Самарканд.

в пригороде), Куйбышеве и Каунасе 1,5—1,9 дня, на побережье Черного моря (Карадаг) — 1 день. В Средней Азии суточные суммы ниже уровня 20 кал/(сут·см²) за рассмотренный период не наблюдались или встречались так редко, что среднее число выбросов через этот уровень получается с большой погрешностью.

Рассматривая среднюю непрерывную продолжительность выбросов в июле можно увидеть, что на некоторых северных и южных станциях значения $\bar{\tau}_{700}$ и $\bar{\tau}_{300}$ отсутствуют. Это связано с тем, что за рассмотренный период в северных районах ЕТС суммы радиации выше 700 кал/(сут·см²) встречаются редко, и ошибка определения выбросов через этот уровень значительно выше допустимой. То же самое можно сказать о суммах радиации ниже 300 кал/(сут·см²) на юге Средней Азии, которые встречаются один раз в несколько лет. В июле на ЕТС средняя непрерывная длительность периода с высокими и низкими значениями радиации приблизительно одинакова и колеблется от 1 до 2 дней. В Средней Азии средняя длительность выброса вверх через 700 кал/(сут·см²) составляет 2—3 дня, а продолжительность выброса вниз через 300 кал/(сут·см²) не определялась по указанной причине.

Вычисление средней продолжительности выбросов через крайние или близкие к крайним уровни (например, 750 в июле, 10 в январе), среднее число выбросов через которые меньше 1, нецелесообразно. При расчете по примененной формуле, τ могут достигать высоких значений, в десятки раз превосходящих длину месяца (так же, как было указано в [4, 5]), что, естественно лишено физического смысла.

Наряду с выбранными постоянными уровнями, кратными 20, 50, 100, для радиации большой интерес представляют уровни, более тесно связанные с нормой и изменчивостью (средним квадратическим отклонением). С этой целью были сделаны дополнительные расчеты числа выбросов и средней общей продолжительности выбросов суммарной радиации через два важных, по нашему мнению, уровня, отстоящих от нормы на $\pm\sigma$. Во-первых, выбросы через эти уровни определяются с небольшими погрешностями (ошибки определения не превышают 20%), во-вторых, эти уровни чаще всего принимаются за критерии достоверности аномалий радиационных элементов [10, 12]. Через уровень $\bar{Q}+\sigma$ рассмотрены выбросы вверх, через уровень $\bar{Q}-\sigma$ — вниз. Характеристики выбросов через эти уровни получены интерполяцией.

В табл. 3 для нескольких пунктов приводятся значения уровней $\bar{Q}+\sigma$ и $\bar{Q}-\sigma$ (для сравнения приведены средние максимальные и минимальные суммы радиации), среднее число и средняя общая продолжительность выбросов вверх и вниз. Во все рассматриваемые месяцы уровень $\bar{Q}+\sigma$ оказывается ниже среднего максимума. Только в июле в Средней Азии, где в распределении суточных сумм отмечается сильная отрицательная асимметричность, уровень $\bar{Q}+\sigma$ близок к среднему максимуму, поэтому данные по выбросам вверх через этот уровень в районе Средней Азии

Таблица 3

Среднее число выбросов вверх ($\bar{N}^{\uparrow}$) через уровень $\bar{Q}+\sigma$ и вниз ($\bar{N}^{\downarrow}$) через уровень $\bar{Q}-\sigma$ и средняя общая продолжительность ($\bar{F}^{\uparrow}$) выбросов суточных сумм суммарной радиации за уровни ($\bar{Q}\pm\sigma$)

Станция	$\bar{Q}+\sigma$	$Q_{\max}$	$\bar{N}^{\uparrow}$	$\bar{F}^{\uparrow}$	$\bar{Q}-\sigma$	$Q_{\min}$	$\bar{N}^{\downarrow}$	$\bar{F}^{\downarrow}$
Январь								
Архангельск	20	29	1,7	3,3	4	3	—	—
Боейково	40	66	2,5	5,2	10	7	2,2	3,2
Куйбышев	90	132	3,8	7,6	30	18	2,2	4,6
Карадаг	170	221	3,6	5,8	50	25	4,0	5,7
Ташкент	220	226	3,5	6,3	80	27	4,1	6,3
Кайраккумское водохранилище	240	270	2,3	5,3	100	44	3,6	5,4
Апрель								
Архангельск	430	501	2,8	5,3	165	88	3,2	5,9
Боейково	430	518	3,0	5,8	160	78	3,8	6,3
Куйбышев	525	568	2,2	4,7	240	107	3,2	5,9
Карадаг	550	602	2,9	5,2	250	114	3,6	7,4
Ташкент	580	638	2,2	4,2	250	88	3,7	6,0
Кайраккумское водохранилище	590	648	2,4	5,9	300	140	3,8	5,7
Июль								
Архангельск	600	674	2,9	5,6	300	144	3,9	5,3
Боейково	610	674	2,8	5,3	310	148	3,5	5,6
Куйбышев	645	693	2,1	4,0	350	185	3,1	4,9
Карадаг	695	719	1,8	3,6	475	311	3,8	5,4
Ташкент	735	744	1,3	2,5	575	426	2,5	3,8
Кайраккумское водохранилище	750	746	0,6	1,0	575	409	2,3	3,3
Октябрь								
Архангельск	100	152	2,7	4,4	15	11	2,2	2,6
Боейково	130	209	3,2	5,8	25	14	3,3	4,5
Куйбышев	210	282	2,6	6,7	50	25	3,4	5,6
Карадаг	350	394	2,1	5,9	160	72	3,9	5,9
Ташкент	400	428	1,5	4,0	200	73	3,0	5,0
Кайраккумское водохранилище	420	449	1,4	4,3	240	111	3,0	4,5

особенно важны для практики. Уровень $\bar{Q}-\sigma$ на большей части территории выше среднего минимума за исключением северных районов ЕТС в январе (а на крайнем севере и в октябре), где он близок к среднему минимуму и выбросы вниз через этот уровень в данном районе также представляют практический интерес.

В январе на ЕТС среднее число выбросов через уровень $\bar{Q} + \sigma$ увеличивается с севера на юг от 1,7 до 3,6. В Средней Азии $\bar{N}$ несколько меньше, чем на юге ЕТС. В остальные месяцы среднее число выбросов к югу уменьшается, особенно это проявляется в июле, когда на севере ЕТС среднее число выбросов через $\bar{Q} + \sigma$ составляет около 3, а на юге Средней Азии 1,3—0,6. Поскольку в этом районе уровень $\bar{Q} + \sigma$ близок к среднему максимуму, то естественно, что выбросы через него наблюдаются в среднем один раз в год и реже. Через уровень $\bar{Q} - \sigma$ наименьшее число выбросов (около 2) отмечается в январе и октябре в северных районах ЕТС, где, как уже указывалось, этот уровень приближается к среднему минимуму. По мере продвижения на юг число выбросов через этот уровень в холодный период года возрастает до 3—4. В летнее время среднее число выбросов через этот уровень на ЕТС меняется очень мало (3,1—3,9), а в Средней Азии оно уменьшается до 2,5.

Если сравнить среднее число выбросов вверх через уровень $\bar{Q} + \sigma$ и вниз через уровень $\bar{Q} - \sigma$, то можно увидеть, что только в январе к северу от 55° с. ш. и в октябре на крайнем севере величина $\bar{N}^\downarrow$ превышает величину $\bar{N}^\uparrow$, в остальное время среднее число выбросов вниз больше, чем число выбросов вверх. Эту закономерность следует иметь в виду при учете ресурсов солнечного тепла и, в частности, при оценках естественной освещенности, так как она указывает на более частый переход радиации к низким значениям, чем к высоким.

Общая продолжительность периодов пребывания суммарной радиации выше уровня $\bar{Q} + \sigma$ в течение года колеблется от 3 до 6 дней в месяц. Примерно столько же времени величины суммарной радиации находятся ниже уровня $\bar{Q} - \sigma$. Отсюда, учитывая отмеченную особенность, что $\bar{N}^\downarrow > \bar{N}^\uparrow$, можно сделать вывод, что на большей части территории выбросы вниз, к минимальным значениям, будут более кратковременные, чем выбросы в сторону максимальных значений.

В заключение отметим, что проведенное исследование показало возможность расчета характеристик выбросов (с использованием алгоритма из [6]) суточных сумм суммарной радиации при длине ряда 15 лет и более. Полученные данные о числе выбросов через заданные уровни, общей и средней их продолжительности могут быть полезны для решения многих прикладных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзен А. М., Ципенюк А. П. Анализ изменчивости солнечной радиации с помощью статистической теории выбросов.—Труды ГГО, 1969, вып. 250, с. 139—147.
2. Анисимова Т. Н. Расчет характеристик непрерывной продолжительности скорости ветра.—Труды НИИАК, 1966, вып. 37, с. 47—57.
3. Зыкова Г. Г. Продолжительность периодов с низкими температурами на Азиатской части СССР.—Л.: Гидрометеиздат, 1969.—117 с.
4. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О применении теории выбросов к исследованию температурных рядов.—Труды ГГО, 1970, вып. 267, с. 86—99.

5. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете статистических характеристик выбросов случайной функции.— Труды ГГО, 1970, вып. 268, с. 146—172.
6. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. Расчет характеристик выбросов временной структуры случайных последовательностей.— Труды ГГО, 1975, вып. 364, с. 66—76.
7. Назарова И. В. Непрерывная продолжительность различных скоростей ветра на территории СССР.— Труды НИИАК, 1962, вып. 18, с. 50—137.
8. Пеньков А. П. Обеспеченность различной непрерывной продолжительности периодов с заданной высотой нижней границы облаков на Азиатской территории СССР.— Труды НИИАК, 1968, вып. 27, с. 25—37.
9. Пивоварова З. И. Изучение радиационного климата СССР по данным актинометрических наблюдений.— В кн.: Радиационный климат и измерения (Секция С-6. Доклады на Всесоюзн. научн.-техн. конф. по использованию солнечной энергии). М., ВНИИТ, 1969, с. 3—22.
10. Пивоварова З. И. О периоде осреднения и погрешности средних величин составляющих радиационного баланса.— Труды ГГО, 1973, вып. 303, с. 160—189.
11. Пивоварова З. И. Исследование радиационного режима применительно к запросам проектирования жилищ.— В кн.: Природно-климатическое районирование и проблемы градостроительства. М., Гидрометеиздат, 1974, с. 53—60.
12. Пивоварова З. И. Радиационные характеристики климата СССР.— Л.: Гидрометеиздат, 1977.— 335 с.
13. Справочник по климату СССР. ч. I. Солнечная радиация, радиационный баланс и солнечное сияние. Вып. 1—34.— Л.: Гидрометеиздат, 1966—1968.
14. Стадник В. В. Статистические характеристики суточных сумм суммарной радиации.— См. наст. сб.
15. Столяр Э. А. О непрерывной продолжительности метелей различной обеспеченности в некоторых пунктах юго-востока Западной Сибири.— Труды НИИАК, 1968, вып. 54(4), с. 47—54.
16. Титов В. И. Повторяемость непрерывной продолжительности облачности ниже 200 м на Европейской территории СССР.— Труды НИИАК, 1964, вып. 25, с. 3—19.
17. Титов В. И. Повторяемость и непрерывная продолжительность горизонтальной видимости на Европейской территории СССР.— Труды НИИАК, 1964, вып. 25, с. 41—57.
18. Федорченко Е. И. О среднем числе выбросов средней суточной температуры воздуха на территории СССР.— Труды ГГО, 1976, вып. 374, с. 181—185.

СОДЕРЖАНИЕ

Л. С. Гандин. Об определении градиентов по данным наблюдений с коррелированными ошибками	3
Ю. М. Либерман. Базовая программа объективного анализа метеорологических полей и ее применение для анализа ветра	13
Р. Л. Каган, К. М. Лугина, В. С. Антоненко. К вопросу об анизотропии пространственно-временной структуры барического поля	20
Р. Л. Каган. О пространственно-временной структуре поля ветра	29
В. В. Стадник. Статистические характеристики суточных сумм суммарной радиации	41
Е. Е. Сибир. Статистические характеристики максимальной скорости ветра в Днепропетровске	52
Р. Л. Каган, Е. И. Хлебникова. О влиянии ошибок наблюдений на характеристики экстремумов метеорологических процессов	59
В. П. Тараканова. Некоторые опыты контроля данных косвенного зондирования атмосферы	69
Л. С. Гандин, Т. В. Андрейчук. О горизонтальном и горизонтально-временном контроле данных косвенного зондирования атмосферы	74
Ю. М. Либерман. Алгоритм неоперативного статического контроля аэрологической информации	84
Л. Л. Брагинская, В. С. Морозов, Р. И. Шульгинская. Некоторые оценки эффективности регулирования отпуска тепла на отопление по данным о температуре в разных районах города	92
Л. С. Гандин, Е. Е. Жуковский, Т. М. Брунова. К вопросу о комплексировании прогнозов	98
Е. Е. Жуковский. О прогнозах знака аномалии и их оптимальном использовании	105
Л. Л. Брагинская. О применении принципа минимизации крупных потерь при назначении оросительных норм	119
З. И. Пивоварова, В. В. Стадник. Исследование выбросов суточных сумм суммарной радиации	128

Труды ГГО, вып. 412

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В МЕТЕОРОЛОГИИ

Редактор Н. С. Смирнова
Технический редактор Т. В. Павлова
Корректор Л. Б. Емельянова

Сдано в набор 12.07.78. Подписано в печать 24.12.79. М-13310. Формат 60×90/16. Бум. тип. № 1. Лит. гарн. Печать высокая. Печ. л. 9,75. Уч.-изд. л. 10,55. Тираж 730 экз. Индекс МЛ-280. Заказ 678. Цена 75 коп. Заказное.

Гидрометеониздат, 199053. Ленинград, 2-я линия, 23.

Сортавальская книжная типография Управления по делам издательств, полиграфии и книжной торговли Совета Министров Карельской АССР. Сортавала, Карельская, 42.