

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ТРУДЫ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ
им. А. И. ВОЕЙКОВА

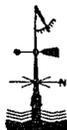
Выпуск

367

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ
И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
ПРОЦЕССОВ В АТМОСФЕРЕ

Под редакцией д-ра физ.-мат. наук
М. И. ЮДИНА
д-ра физ.-мат. наук
М. Е. ШВЕЦА

Российский государственный
гидрометеорологический
институт
САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
198100, СПб, Малоохтинский пр., 93



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ ЛЕНИНГРАД 1976

Излагаются гидродинамические и статистические исследования процессов в атмосфере.

Приводятся результаты исследования по учету различных физических факторов в гидродинамических и статистических схемах прогнозов погоды.

Сборник рассчитан на специалистов метеорологов, синоптиков, климатологов, физиков атмосферы, а также преподавателей, аспирантов, студентов, специализирующихся в области численных методов прогнозов погоды.

Hydrodynamic and statistical studies of processes in the atmosphere are presented.

Studies on including different physical factors in the hydrodynamic and statistical models of weather forecasting are given.

The publication is meant for specialists in meteorology, synoptics, climatology, atmospheric physics, as well as instructors, post-graduates, students specializing in the field of numerical methods of weather forecasts.

859682

В. А. Матюгин, М. И. Юдин

К ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ БАРОКЛИННЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ

В работе [4] были описаны преобразования, имеющие целью разделить уравнения динамики атмосферы на описывающие высокочастотные колебания (изменения «быстрых» переменных) и низкочастотные колебания (изменения «медленных» переменных). Для баротропной составляющей поля скорости было показано, что коэффициенты разложения по сферическим функциям потенциала скорости при не очень малых значениях порядка сферической функции ($l \geq 4$) представляют собой быстрые переменные, а коэффициенты разложения функции тока при том же условии представляют собой медленные переменные. Однако для планетарных волн при условии $l \leq 3$ собственные частоты должны находиться решением однородной системы, включающей как функцию тока ψ , так и потенциал скорости χ . При этом амплитуды колебания обеих рассматриваемых функций имеют одинаковый порядок. В [4] отмечалось, что бароклинная составляющая планетарных движений должна обладать аналогичными свойствами, но конкретные выводы существенно зависят от собственных чисел λ_b^2 однородного уравнения

$$\frac{\sigma^2}{\Gamma_a - \Gamma} \frac{d^2 F(\sigma)}{d\sigma^2} + \lambda^2 F(\sigma) = 0, \quad (1)$$

характеризующего зависимость метеорологических переменных от безразмерной вертикальной координаты $\sigma = p/p^{(s)}$ (p — давление воздуха, $p^{(s)}$ — значение p на уровне земной поверхности). Здесь $(\Gamma_a - \Gamma)$ — безразмерный параметр устойчивости, зависящий от σ . В настоящей статье рассматриваются методика и результаты расчетов собственных частот и собственных векторов, характеризующих планетарные бароклинные прогрессивные волны в атмосфере. Одним из интересных вопросов теории этих волн является изучение собственных чисел λ_b^2 и собственных векторов $F_b(\sigma)$ уравнения (1) в зависимости от стратификации атмосферы и граничных

условий. Этот вопрос заслуживает специального изучения. На настоящем этапе исследования было решено использовать результаты работ Л. В. Руховца [1] и А. Р. Тургунова [2], в которых получен спектр собственных чисел уравнения

$$\frac{\zeta^2}{d^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \zeta^2} = \Lambda Q. \quad (2)$$

Здесь ζ — отношение давления воздуха p к стандартному значению на уровне моря $P = 1013,25$ мбар; $d^2 = \frac{(\gamma_a - \gamma)R^2 T}{g \bar{f}^2}$ — параметр устойчивости; γ_a и γ — адиабатический и истинный вертикальные градиенты температуры воздуха, T — абсолютная температура, R — газовая постоянная, \bar{f} — параметр Кориолиса, g — ускорение свободного падения. Уравнение (2) решалось путем замены дифференциального оператора конечно-разностным, причем в работе [1] атмосфера разбивалась на 7, а в работе [2] на 10 слоев. Параметр Кориолиса заменялся его средним значением в умеренных и высоких широтах $\bar{f} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Граничные условия не вполне совпадали с условиями, приведенными в работе [4].

Важным подтверждением пригодности методики расчета собственных «динамических» векторов, примененной в работах [1, 2], является хорошее соответствие этих векторов «эмпирическим» собственным векторам, получаемым путем разложения метеорологических полей по эмпирическим ортогональным функциям. Исходя из этих соображений представляется целесообразным принять в качестве первого приближения решение уравнения (2), полученное Тургуновым. Заметим, что входящая в уравнение (1) величина $\Gamma_a - \Gamma$ равна по [4]

$$\Gamma_a - \Gamma = \frac{(\gamma_a - \gamma)R^2 T}{g \Omega^2 a^2},$$

где $\Omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ — угловая скорость вращения Земли, $a = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ — средний радиус Земли.

Сравнивая параметры в уравнениях (1) и (2), видим, что они связаны соотношением

$$\Gamma_a - \Gamma = \frac{\bar{f}^2}{a^2 \Omega^2} d^2 = \frac{1}{14,6 \cdot 10^{12}} d^2.$$

Отсюда получаем

$$\lambda^2 = -14,6 \cdot 10^{12} \Lambda. \quad (3)$$

Таблица 1

k	0	1	2	3
$\Lambda_k (10^{-12} \text{ м}^{-2})$	-0,137	-1,59	-5,95	-16,34
λ_k^2	2,00	23,2	86,8	238

В табл. 1 приведены собственные значения Λ_k для $k=0, 1, 2, 3$, взятые из работы [2], и соответствующие значения λ_k^2 . При этом собственное значение λ_0^2 соответствует баротропной моде.

Перейдем к рассмотрению выведенных в [4] уравнений для переменных $\psi_{l,n}^{(k)}$ и $\chi_{l,n}^{(k)}$.

Бароклиная подсистема уравнений для потенциала скорости $\chi_{l,n}^{(k)}$ и функции тока $\psi_{l,n}^{(k)}$ имеет вид:

$$\frac{d^2 \chi_{l,n}^{(k)}}{d\tau^2} + a_{l,n} i \frac{d\chi_{l,n}^{(k)}}{d\tau} + v_{l,n}^2 \chi_{l,n}^{(k)} + b_{l-2,n} \chi_{l-2,n}^{(k)} + c_{l+2,n} \chi_{l+2,n}^{(k)} + d_{l-1,n} i \psi_{l-1,n}^{(k)} + f_{l+1,n} i \psi_{l+1,n}^{(k)} = Q_{l,n}^{(\chi)}, \quad (4)$$

$$\frac{d\psi_{l,n}^{(k)}}{d\tau} + a_{l,n} i \psi_{l,n}^{(k)} + g_{l-1,n} \chi_{l-1,n}^{(k)} + h_{l+1,n} \chi_{l+1,n}^{(k)} = Q_{l,n}^{(\psi)}, \quad (5)$$

где

$$v_{l,n}^2 = \frac{1}{\lambda^2} C_l^2 + \beta_l \gamma_{l-1} \alpha_{l,n}^2 + \gamma_l \beta_{l+1} \alpha_{l+1,n}^2,$$

$$a_{l,n} = -\frac{2n}{C_l^2}, \quad b_{l,n} = \beta_{l+1} \beta_{l+2} \alpha_{l+2,n} \alpha_{l+1,n},$$

$$c_{l,n} = \gamma_{l-2} \gamma_{l-1} \alpha_{l-1,n} \alpha_{l,n}, \quad d_{l,n} = -\frac{2n}{C_l^2} \beta_{l+1} \alpha_{l+1,n},$$

$$f_{l,n} = -\frac{2n}{C_l^2} \gamma_{l-1} \alpha_{l,n}, \quad g_{l,n} = \beta_{l+1} \alpha_{l+1,n},$$

$$h_{l,n} = \gamma_{l-1} \alpha_{l,n}, \quad C_l^2 = l(l+1), \quad \beta_l = \frac{2l}{2l-1} \sqrt{\frac{l-1}{l+1}},$$

$$\gamma_l = \frac{2l+2}{2l+3} \sqrt{\frac{l+2}{l}}, \quad \alpha_{l,n} = \frac{\sqrt{(l^2-n^2)(l^2-1)}}{l^2},$$

$\tau = \Omega t$ — безразмерное время, t — время, $i = \sqrt{-1}$; $Q_{l,n}^{(\chi)}$, $Q_{l,n}^{(\psi)}$ — правые части уравнений (4), (5).

Отношение коэффициента $a_{l-1,n}$ в уравнении (4) к коэффициенту $v_{l,n}$ приближенно характеризует отношение частоты гармоники функции тока с номером $(l-1, n)$ к частоте гармоники потенциала скорости с номером (l, n) . В табл. 2 и 3 для значений $\lambda_1^2 = 23,2$ и $\lambda_2^2 = 86,8$ представлены отношения $\frac{a_{l-1,n}}{v_{l,n}}$, если $l > n$

(или $\frac{a_{l+1,n}}{v_{l,n}}$, если $l = n$). Если отношение $\frac{a_{l-1,n}}{v_{l,n}} \leq 0,25$, будем считать $\chi_{l,n}^{(k)}$ быстрыми переменными, а $\psi_{l-1,n}^{(k)}$ — медленными. При

$\frac{a_{l-1,n}}{v_{l,n}} > 0,25$ считаем, что достаточно полного разделения уравнений по частотам нет и переменные $\psi_{l-1,n}^{(k)}$, $\chi_{l,n}^{(k)}$ должны рассматриваться совместно.

В табл. 2 и 3 жирной чертой отделена область, где χ и ψ должны рассматриваться совместно, от области, где эти переменные

разделяются по частотам. Будем изучать такие системы уравнений, в которых потенциал скорости и функцию тока нужно рассматривать совместно. Можно выделить две группы уравнений. В группу I входят системы уравнений, начинающиеся с уравнения для $\chi_{n,n}^{(k)}$ ($n=1, 2, 3, 4$), в группу II входят системы уравнений,

Таблица 2

l	n						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0,4024						
2	0,7735	0,3807					
3	0,2236	0,5055	0,3104				
4	0,1017	0,2156	0,3628	0,2423			
5	0,0561	0,1159	0,1844	0,2705	0,1887		
6	0,0345	0,0704	0,1093	0,1535	0,2071	0,1489	
7	0,0228	0,0462	0,0708	0,0975	0,1273	0,1621	0,1195
8	0,0177	0,0356	0,0539	0,0729	0,0928	0,1140	0,1369

начинающиеся с уравнения для $\psi_{n,n}^{(k)}$ ($n=1, 2, 3, 4$). Так как изучаются собственные колебания системы (4), (5), то рассмотрению подлежит однородная система уравнений. Вопрос о замыкании системы решается следующим образом. $\psi_{n+2,n}^{(k)}$, $\psi_{n+3,n}^{(k)}$, ... рассматриваются как медленные переменные (квазипостоянные)

Таблица 3

l	n						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0,4223						
2	0,8215	0,4388					
3	0,2455	0,5716	0,4027				
4	0,1163	0,2513	0,4441	0,3503			
5	0,0669	0,1404	0,2301	0,3594	0,2965		
6	0,0430	0,0887	0,1407	0,2051	0,2963	0,2482	
7	0,0296	0,0605	0,0942	0,1331	0,1810	0,2469	0,2077
8	0,0266	0,0539	0,0827	0,1140	0,1492	0,1908	0,2427

и содержащие их члены переносятся в правую часть соответствующих уравнений. Далее на основании того, что в уравнениях, содержащих производные по времени от $\chi_{n+4,n}$, $\chi_{n+5,n}$, коэффициенты $c_{n+6,n} \ll \nu_{n+4,n}$, $c_{n+7,n} \ll \nu_{n+5,n}$, членами $c_{n+6,n}$, $\chi_{n+6,n}$, $c_{n+7,n}$, $\chi_{n+7,n}$ можно в первом приближении пренебречь. Метод

осреднения позволяет учесть эти члены в более высоком приближении.

Выпишем системы уравнений для обеих групп. Для первой группы:

$$\frac{d^2 \chi_{n,n}^{(k)}}{d\tau^2} + a_{n,n} i \frac{d \chi_{n,n}^{(k)}}{d\tau} + \nu_{n,n}^2 \chi_{n,n}^{(k)} + c_{n+2,n} \chi_{n+2,n}^{(k)} + f_{n+1,n} i \psi_{n+1,n}^{(k)} = 0,$$

$$\frac{d \psi_{n+1,n}^{(k)}}{d\tau} + a_{n+1,n} i \psi_{n+1,n}^{(k)} + g_{n,n} \chi_{n,n}^{(k)} + h_{n+2,n} \chi_{n+2,n}^{(k)} = 0,$$

$$\frac{d^2 \chi_{n+2,n}^{(k)}}{d\tau^2} + a_{n+2,n} i \frac{d \chi_{n+2,n}^{(k)}}{d\tau} + \nu_{n+2,n}^2 \chi_{n+2,n}^{(k)} + b_{n,n} \chi_{n,n}^{(k)} + c_{n+4,n} \chi_{n+4,n}^{(k)} + d_{n+1,n} i \psi_{n+1,n}^{(k)} = 0,$$

$$\frac{d^2 \chi_{n+4,n}^{(k)}}{d\tau^2} + a_{n+4,n} i \frac{d \chi_{n+4,n}^{(k)}}{d\tau} + \nu_{n+4,n}^2 \chi_{n+4,n}^{(k)} + b_{n+2,n} \chi_{n+2,n}^{(k)} = 0. \quad (I)$$

Для второй группы:

$$\frac{d \psi_{n,n}^{(k)}}{d\tau} + a_{n,n} i \psi_{n,n}^{(k)} + h_{n+1,n} \chi_{n+1,n}^{(k)} = 0,$$

$$\frac{d^2 \chi_{n+1,n}^{(k)}}{d\tau^2} + a_{n+1,n} i \frac{d \chi_{n+1,n}^{(k)}}{d\tau} + \nu_{n+1,n}^2 \chi_{n+1,n}^{(k)} + c_{n+3,n} \chi_{n+3,n}^{(k)} + d_{n,n} i \psi_{n,n}^{(k)} = 0,$$

$$\frac{d^2 \chi_{n+3,n}^{(k)}}{d\tau^2} + a_{n+3,n} i \frac{d \chi_{n+3,n}^{(k)}}{d\tau} + \nu_{n+3,n}^2 \chi_{n+3,n}^{(k)} + b_{n+1,n} \chi_{n+1,n}^{(k)} + c_{n+5,n} \chi_{n+5,n}^{(k)} = 0,$$

$$\frac{d^2 \chi_{n+5,n}^{(k)}}{d\tau^2} + a_{n+5,n} i \frac{d \chi_{n+5,n}^{(k)}}{d\tau} + \nu_{n+5,n}^2 \chi_{n+5,n}^{(k)} + b_{n+3,n} \chi_{n+3,n}^{(k)} = 0. \quad (II)$$

Решение этих систем будем считать зависящим от τ по закону $e^{i\sigma\tau}$, тогда для каждой группы получим однородную систему алгебраических уравнений. Так мы получаем алгебраическую задачу на нахождение собственных значений и собственных векторов, т. е. решаем задачу

$$AY = \sigma Y.$$

Матрица A соответствует системе дифференциальных уравнений (I) или (II). Как видно из этих систем, матрица A не является симметричной. Поэтому, кроме собственных векторов матрицы A , необходимо искать сопряженные собственные векторы матрицы A , где A' — матрица, транспонированная к A .

По вышеизложенной методике были рассчитаны собственные векторы и собственные значения для матрицы A и сопряженной матрицы A' для группы уравнений, содержащих в линейной части

$$\begin{aligned} & \chi_{1,1}^{(1)} \psi_{2,1}^{(1)} \chi_{3,1}^{(1)} \chi_{5,1}^{(1)}; \\ & \chi_{2,2}^{(1)} \psi_{3,2}^{(1)} \chi_{4,2}^{(1)} \chi_{6,2}^{(1)}; \\ & \chi_{3,3}^{(1)} \psi_{4,3}^{(1)} \chi_{5,3}^{(1)}; \\ & \chi_{4,4}^{(1)} \psi_{5,4}^{(1)} \chi_{6,4}^{(1)}; \\ & \psi_{1,1}^{(1)} \chi_{2,1}^{(1)} \chi_{4,1}^{(1)} \chi_{6,1}^{(1)}; \\ & \psi_{2,2}^{(1)} \chi_{3,2}^{(1)} \chi_{5,2}^{(1)}; \\ & \psi_{3,3}^1 \chi_{4,3}^1 \chi_{6,3}^1; \\ & \psi_{4,4}^1 \chi_{5,4}^1. \end{aligned}$$

Обозначим через r_n^j и s_n^j собственные векторы системы, относящиеся к зональному волновому числу n , для σ_j из первой и вто-

Таблица 4

Группа уравнений I

$n = 1$

	j						
	1	2	3	4	5	6	7
σ_j	0,0552	-0,2205	1,0860	-1,2139	1,6956	-1,8825	2,0468
σ_R	0,3333						
$r_{1,1}^j$	0,9230	0,6116	-0,0038	0,4195	0,2713	-0,1399	0,2507
$r_{2,1}^j$	0,3826	0,7662	0,5903	0,2034	-0,4372	-0,0513	-0,2594
$r_{3,1}^j$	-0,0211	0,1690	-0,6411	0,2469	0,7414	-0,0965	0,5309
$r_{4,1}^j$	0,0333	-0,0962	-0,3136	0,4933	-0,1087	-0,2603	-0,2598
$r_{5,1}^j$	-0,0018	-0,0212	0,3406	0,5989	0,1843	-0,4901	0,5317
$r_{6,1}^j$	-0,0076	0,0223	0,1096	-0,2199	0,1899	-0,3813	-0,2141
$r_{7,1}^j$	0,0004	0,0049	-0,1190	-0,2670	-0,3221	-0,7178	0,4382
$\bar{r}_{1,1}^j$	1,4543	-0,5761	-0,0022	-0,1169	0,1493	0,0283	0,0894
$\bar{r}_{2,1}^j$	-0,9493	1,4680	0,0498	0,2091	-0,2791	-0,0498	-0,1614
$\bar{r}_{3,1}^j$	-1,0047	1,2027	-0,5792	0,0945	0,4012	-0,0173	0,1542
$\bar{r}_{4,1}^j$	-0,0250	-0,1503	-0,7276	0,8132	-0,3921	0,4627	-0,7465
$\bar{r}_{5,1}^j$	-0,2247	-0,3882	0,7914	0,5890	0,2565	-0,2258	0,3970
$\bar{r}_{6,1}^j$	0,0009	0,0412	0,4484	-0,5350	1,1613	-1,0255	-1,0309
$\bar{r}_{7,1}^j$	0,0813	0,1434	-0,4399	-0,4178	-0,7129	-0,5261	0,5206

рой группы уравнений соответственно. Тогда можем написать

$$r_n^j = r_{1,n}^j i \psi_{n+1,n}^{(1)} + \sum_{k=0}^2 \left[r_{2k+2,n}^j \chi_{n+2k,n}^{(1)} + r_{2k+3,n}^j i \frac{d \chi_{n+2k,n}^{(1)}}{d \tau} \right], \quad (6)$$

$$s_n^j = s_{1,n}^j i \psi_{n,n}^{(1)} + \sum_{k=1}^2 \left[s_{2k+2,n}^j \chi_{n+2k+1,n}^{(1)} + s_{2k+3,n}^j i \frac{d \chi_{n+2k+1,n}^{(1)}}{d \tau} \right], \quad (7)$$

где $r_{k,n}^j$ и $s_{k,n}^j$ — компоненты собственных векторов матрицы A .

Расчеты производились для собственных значений вертикального оператора $\lambda_1^2 = 23,2$ и $\lambda = 86,8$.

В табл. 4—11 представлены собственные частоты σ_j , компоненты собственных векторов $\bar{r}_{k,n}^j$ и $\bar{s}_{k,n}^j$ матрицы A и компоненты собственных векторов $\bar{r}_{k,n}^j$ и $\bar{s}_{k,n}^j$ сопряженной матрицы A' для каждой группы уравнений для $\lambda_1^2 = 23,2$. Кроме того, даны частоты σ_R , получающиеся для волн Россби в соленоидальном приближении, т. е. при равной нулю потенциальной части вектора скорости.

Таблица 5.

$n = 2$

	j						
	1	2	3	4	5	6	7
σ_j	0,1085	-0,4308	1,0944	-1,3046	1,6811	-1,9460	2,0926
σ_R	0,3333						
$r_{1,2}^j$	0,9587	-0,4678	-0,1365	-0,3582	0,3432	0,1020	0,1850
$r_{2,2}^j$	0,2777	-0,8016	0,6073	-0,1721	-0,3397	0,0350	-0,1210
$r_{3,2}^j$	-0,0301	-0,3453	-0,6647	-0,2245	0,5710	0,0682	0,2533
$r_{4,2}^j$	0,0519	0,1253	-0,2684	-0,5031	-0,2702	0,2199	-0,2633
$r_{5,2}^j$	-0,0056	0,0540	0,2937	-0,6563	0,4543	0,4280	0,5510
$r_{6,2}^j$	-0,0101	-0,0261	0,0752	0,1998	0,2054	0,3964	-0,3092
$r_{7,2}^j$	0,0011	-0,0112	-0,0821	0,2606	-0,3453	0,7714	0,6469
$\bar{r}_{1,2}^j$	1,1325	0,2447	-0,0749	0,1038	0,1402	-0,0237	0,0540
$\bar{r}_{2,2}^j$	-0,3845	-0,9663	0,2993	-0,2064	-0,2956	0,0446	-0,1058
$\bar{r}_{3,2}^j$	-0,6888	-0,8805	-0,7001	-0,1047	0,2914	0,0171	0,0742
$\bar{r}_{4,2}^j$	-0,0218	0,1608	-0,5124	-0,8531	-0,6358	0,4256	-0,5655
$\bar{r}_{5,2}^j$	-0,2393	0,2549	0,5729	-0,5670	0,4293	0,1983	0,2988
$\bar{r}_{6,2}^j$	-0,0009	-0,0405	0,2333	0,4582	0,7523	1,0606	-1,0187
$\bar{r}_{7,2}^j$	0,0675	-0,0770	-0,2335	0,3273	-0,4743	0,5196	0,5101

Таблица 6

 $n = 3$

	j				
	1	2	3	4	5
σ_j	0,1473	-0,6449	1,1802	-1,5240	1,8414
σ_R	0,3000				
$r_{1,3}^j$	-0,9807	-0,3618	-0,1988	0,2831	0,3055
$r_{2,3}^j$	-0,1865	-0,7754	0,6038	0,1235	-0,2117
$r_{3,3}^j$	0,0275	-0,5001	-0,7127	0,1882	0,3899
$r_{4,3}^j$	-0,0505	0,1119	-0,1917	0,5115	-0,4021
$r_{5,3}^j$	0,0074	0,0722	0,2263	0,7795	0,7404
$\bar{r}_{1,3}^j$	-1,0384	0,1334	-0,0943	-0,0801	0,1106
$\bar{r}_{2,3}^j$	0,1791	-0,8415	0,5009	0,1819	-0,2643
$\bar{r}_{3,3}^j$	0,5078	-0,7350	-0,7363	0,0899	0,1970
$\bar{r}_{4,3}^j$	0,0115	0,1426	-0,3646	1,0204	-0,9769
$\bar{r}_{5,3}^j$	0,2186	0,1688	0,3719	0,5919	0,5952

Таблица 7

 $n = 4$

	j				
	1	2	3	4	5
σ_j	0,1659	-0,8549	1,2821	-1,6410	1,9051
σ_R	0,2667				
$r_{1,4}^j$	-0,9916	0,2728	0,1874	0,2369	0,2577
$r_{2,4}^j$	-0,1195	0,7244	-0,5848	0,1023	-0,1603
$r_{3,4}^j$	0,0198	0,6193	0,7498	0,1679	0,3053
$r_{4,4}^j$	-0,0450	-0,1001	0,1516	0,4951	-0,4195
$r_{5,4}^j$	0,0075	-0,0855	-0,1943	0,8125	0,7992
$\bar{r}_{1,4}^j$	-1,0102	-0,0804	0,0738	-0,0617	0,0814
$\bar{r}_{2,4}^j$	0,0871	0,8187	-0,6208	0,1660	-0,2329
$\bar{r}_{3,4}^j$	0,3722	0,6524	0,7038	0,0814	0,1548
$\bar{r}_{4,4}^j$	0,0050	-0,1370	0,2895	1,0482	-1,0099
$\bar{r}_{5,4}^j$	0,2037	-0,1310	-0,2652	0,5723	0,5890

Группа уравнений II

 $n = I$

	j						
	1	2	3	4	5	6	7
σ_j	0,5189	-0,7992	1,3900	-1,5349	1,8238	-2,0523	2,1347
σ_R	1,0000						
$s_{1,1}^j$	0,8788	0,3880	0,6314	-0,1265	0,4739	0,0296	0,1660
$s_{2,1}^j$	0,4068	0,6718	-0,2369	-0,3085	-0,3757	0,0870	-0,1812
$s_{3,1}^j$	-0,2111	0,5369	0,3293	-0,4735	0,6852	0,1786	0,3869
$s_{4,1}^j$	-0,1150	-0,2508	0,3559	-0,3813	-0,1033	0,2568	-0,2572
$s_{5,1}^j$	0,0597	-0,2004	-0,4947	-0,5853	0,1884	0,5270	0,5491
$s_{6,1}^j$	0,0258	0,0642	-0,1493	0,2294	0,1655	0,3438	-0,2757
$s_{7,1}^j$	-0,0134	0,0513	0,2075	0,3521	-0,3019	0,7055	0,5885
$\bar{s}_{1,1}^j$	0,8559	-0,2147	0,3047	0,0436	0,2837	-0,0088	0,0607
$\bar{s}_{2,1}^j$	0,1324	0,7576	-0,2174	-0,3579	-0,6033	0,1111	-0,2149
$\bar{s}_{3,1}^j$	-1,7132	0,6690	0,2058	-0,1916	0,4047	0,0466	0,1193
$\bar{s}_{4,1}^j$	-0,1564	-0,4159	0,7384	-0,7170	-0,3553	0,5480	-0,6380
$\bar{s}_{5,1}^j$	0,3734	-0,4625	-0,5724	-0,4385	0,2061	0,2546	0,3135
$\bar{s}_{6,1}^j$	0,0574	0,1457	-0,4686	0,6070	0,8527	1,0406	-1,0196
$\bar{s}_{7,1}^j$	-0,1217	0,1721	0,3491	0,3836	-0,4801	0,4955	0,4885

Собственные числа и собственные векторы для случая $\lambda_2^2 = 86,8$ не приводятся. Они в общем незначительно отличаются от соответственных величин для $\lambda_2^2 = 23,2$.

Из таблицы видно, что среди решений для каждой группы уравнений встречаются движения с очень малой частотой. Отметим большое отличие между частотой, найденной в данной работе, и частотой, полученной в соленоидальном приближении (σ_R). Это отличие уменьшается с увеличением волнового зонального числа. Этот факт говорит о значительном влиянии планетарных составляющих потенциала скорости на характер движения. Собственные векторы медленных планетарных движений включают с наибольшим весом в группе I величины $\psi_{n+1,n}$ и $\chi_{n,n}$, а в группе II — величины $\psi_{n,n}$ и $\chi_{n+1,n}$ ($n=1, 2, 3, 4$). Их веса примерно одного порядка и на порядок больше других составляющих вектора. С увеличением номера гармоники увеличивается вес составляющей, соответствующей функции тока, и уменьшается вес составляющей, соответствующей потенциалу скорости. Это подтвер-

Таблица 9

 $n = 2$

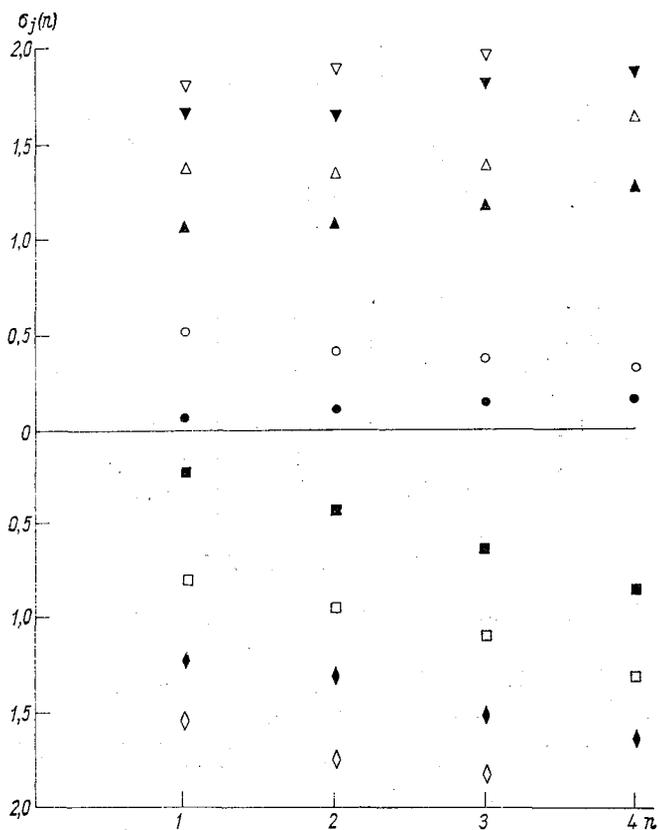
	j				
	1	2	3	4	5
σ_j	0,4392	-0,9551	1,4518	-1,7419	1,9393
σ_R	0,6667				
$s_{1,2}^j$	-0,9583	0,3409	-0,4718	0,0756	0,1971
$s_{2,2}^j$	-0,2559	0,6490	0,4348	0,2138	-0,2944
$s_{3,2}^j$	0,1124	0,6198	-0,6313	0,3725	0,5710
$s_{4,2}^j$	0,0544	-0,2025	-0,2472	0,4480	-0,3394
$s_{5,2}^j$	-0,0239	-0,1934	0,3589	0,7804	0,6582
$\overline{s}_{1,2}^j$	-0,9560	-0,1554	-0,2563	-0,0266	0,0909
$\overline{s}_{2,2}^j$	-0,0579	0,8166	0,5661	0,3344	-0,4673
$\overline{s}_{3,2}^j$	0,5472	0,6338	-0,5061	0,1611	0,2910
$\overline{s}_{4,2}^j$	0,0566	-0,3424	-0,6035	1,0073	-0,9638
$\overline{s}_{5,2}^j$	-0,1851	-0,3146	0,4578	0,5371	0,5336

Таблица 10

 $n = 3$

	j				
	1	2	3	4	5
σ_j	0,3795	-1,0997	1,4891	-1,8196	1,9935
σ_R	0,5000				
$s_{1,3}^j$	-0,9845	0,2851	0,3571	-0,0563	0,1140
$s_{2,3}^j$	-0,1614	0,6206	-0,4807	-0,1776	-0,2316
$s_{3,3}^j$	0,0613	0,6824	0,7158	-0,3232	0,4617
$s_{4,3}^j$	0,0277	-0,1753	0,2003	-0,4468	-0,3805
$s_{5,3}^j$	-0,0105	-0,1928	-0,2983	-0,8131	0,7585
$\overline{s}_{1,3}^j$	-0,9825	-0,1062	0,1653	0,0178	0,0434
$\overline{s}_{2,3}^j$	-0,0332	0,8386	-0,6859	-0,3084	-0,3876
$\overline{s}_{3,3}^j$	0,4175	0,5991	0,5768	-0,1455	0,2289
$\overline{s}_{4,3}^j$	0,0247	-0,3057	0,4704	-1,0442	-1,0116
$\overline{s}_{5,3}^j$	-0,1043	-0,2460	-0,3494	-0,5321	0,5466

ждает сделанный ранее [3] вывод, что в планетарной части спектра потенциальная часть скорости и соленоидальная имеют одинаковый порядок, а с уменьшением масштаба лучше выполняется условие квазисолеоидальности движения.



Рассмотрим теперь собственные частоты двух групп уравнений с другой точки зрения. А именно сопоставим наибольшие положительные собственные частоты в группах уравнений, отвечающих разным значениям зонального волнового числа n . Затем то же сделаем для наибольших по абсолютной величине отрицательных собственных частот, потом перейдем ко вторым, третьим и т. д. по величине частотам. Удобно произвести сопоставление на графике, вводя для сравниваемых частот при разных n одинаковые обозначения (треугольники, круги, квадраты, ромбы). Такое сопоставление см. на рисунке. Из него следует важный вывод о том, что в общей совокупности собственных частот уравнений динамики атмосферы имеются группы частот, весьма близких по

абсолютной величине. Это означает, что при нелинейном взаимодействии «быстрых» переменных возникают эффекты, знак которых не меняется в течение длительного времени. При применении метода осреднения соответствующие члены уравнений целесообразно описывать путем введения в систему новых медленных переменных.

Таблица 11

$n=4$

	j		
	1	2	3
σ_j	0,3354	-1,3237	1,6549
σ_R	0,4000		
$s_{1,4}^j$	-0,9946	0,2231	0,2604
$s_{2,4}^j$	-0,0981	0,5876	-0,4993
$s_{3,4}^j$	0,0329	0,7778	0,8263
$\bar{s}_{1,4}^j$	-0,9935	-0,0735	0,1087
$\bar{s}_{2,4}^j$	-0,0207	0,9440	-0,8877
$\bar{s}_{3,4}^j$	0,3006	0,5936	0,6395

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руховец Л. В. Многоуровневая модель прогноза поля геопотенциала, основанная на малом числе параметров. — «Тр. ГГО», 1964, вып. 151.
2. Тургунов А. Р. Малопараметрическая схема расчета агеострофических ветров. — В кн.: Решение уравнений гидротермодинамики применительно к задачам метеорологии. Ташкент, «ФАН», 1966, с. 73—86.
3. Юдин М. И. Соотношения элементов крупномасштабных атмосферных движений и некоторые прогностические следствия. Мат-лы совещания координационной комиссии по численным методам прогноза. Л., Гидрометеиздат, 1961, с. 5—24.
4. Юдин М. И. Основы построения спектральной модели циркуляции атмосферы и океана с учетом особенностей движений разных пространственных масштабов. — В кн.: Разностные и спектральные методы решения задач динамики атмосферы и океана. Труды симпозиума. Новосибирск, 1974, с. 49—67.

М. А. Швец, Б. Е. Шнейров

О РАСЧЕТЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АНСАМБЛЯ КУЧЕВЫХ ОБЛАКОВ В ТРОПИКАХ

1. Значительная часть энергообмена в атмосфере обусловлена освобождением энергии неустойчивости, присущей ряду состояний атмосферы. Конвекция в тропиках, возникающая в результате вертикальной неустойчивости, является важным фактором, который необходимо учитывать в динамике крупномасштабных процессов, поскольку она вносит в энергетический баланс тропической атмосферы не менее важный вклад, нежели процессы синоптического масштаба. Поэтому при изучении крупномасштабных движений в атмосфере возникает необходимость параметризации конвективных процессов. С другой стороны, основные характеристики ансамбля кучевых облаков в тропиках могут быть рассчитаны по синоптическим данным.

Такая обратная задача рассмотрена в работе [9], где излагается методика определения вертикального потока массы, водности, количества сконденсировавшейся и испарившейся влаги и других характеристик через параметры крупномасштабных движений. Однако в указанной работе сделаны некоторые неоправданные упрощения, приводящие к противоречиям. Так, например, концентрация жидкой влаги принимается равной нулю вблизи основания облака, что означает отсутствие осадков, в то же время для производной по вертикали от осадков принимается гипотетический закон, согласно которому эта производная пропорциональна удельной водности, причем коэффициент пропорциональности есть функция высоты.

В настоящей работе путем включения в систему уравнений вместо уравнения переноса полного влагосодержания в облаке, двух уравнений переноса для облачных и дождевых капель осуществлено более реалистическое моделирование ансамбля кучевой облачности. Схема гидрологического цикла в такой модели представлена на рис. 1.

2. Введем в рассмотрение статическую энергию

$$s \equiv c_p T + gz, \quad (1)$$

«влажную» статическую энергию

$$h \equiv c_p T + gz + Lq \quad (2)$$

и статическую энергию насыщения

$$h^* \equiv c_p T + gz + Lq^*, \quad (3)$$

где T — температура, c_p — удельная теплоемкость, g — ускорение свободного падения, z — высота, L — удельная теплота парообразования, q — удельная влажность, q^* — максимальная удельная влажность.

Рассмотрим горизонтальную единичную площадку, которая пересекает систему кучевых облаков. Гидрометеорологические элементы, осредненные по этой площадке, будем обозначать чер-

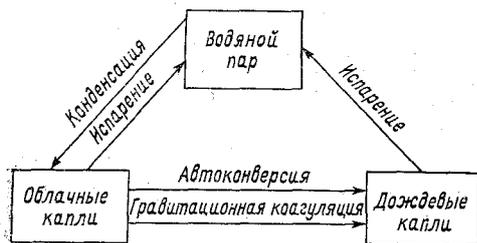


Рис. 1. Схема учета микрофизики облаков.

той, а отклонения от этих средних значений, обусловленные мезомасштабной конвекцией, — штрихами. Уравнения неразрывности, притоков тепла и влаги для осредненных величин имеют следующий вид:

$$\nabla \bar{\mathbf{W}} + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \nabla \bar{s} \bar{\mathbf{W}} + \frac{\partial \bar{s} \bar{\omega}}{\partial p} = \bar{Q}_R + L(\bar{c} - \bar{e}), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \nabla \bar{q} \bar{\mathbf{W}} + \frac{\partial \bar{q} \bar{\omega}}{\partial p} = \bar{e} - \bar{c}, \quad (6)$$

где \mathbf{W} — вектор горизонтальной скорости, ω — изобарическая вертикальная скорость, p — давление, c — количество сконденсировавшейся влаги, рассчитанное на единицу массы в единицу времени; e — количество испарившейся жидкой влаги, Q_R — радиационный приток тепла, ∇ — плоский оператор градиента.

Уравнения (5), (6) можно представить в виде:

$$\bar{Q}_1 \equiv \frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \nabla \bar{s} \bar{\mathbf{W}} + \frac{\partial \bar{s} \bar{\omega}}{\partial p} = \bar{Q}_R + L(\bar{c} - \bar{e}) - \frac{\partial}{\partial p} (\bar{s}' \bar{\omega}'), \quad (7)$$

$$\bar{Q}_2 \equiv -L \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \nabla \bar{q} \bar{\mathbf{W}} + \frac{\partial \bar{q} \bar{\omega}}{\partial p} \right) = L(\bar{c} - \bar{e}) + L \frac{\partial}{\partial p} (\bar{q}' \bar{\omega}'). \quad (8)$$

Из (7) и (8) следует, что

$$\overline{Q_1} - \overline{Q_2} - \overline{Q_R} = -\frac{\partial}{\partial p} (\overline{h' \omega'}). \quad (9)$$

Величина $\overline{h' \omega'}$ представляет собой поток энергии, характеризующий интенсивность мезомасштабной конвекции. Интегрируя (9) по p от уровня основания облаков p_1 , получим выражение для этого потока через осредненные (крупномасштабные) характеристики

$$F \equiv -\frac{1}{g} \overline{h' \omega'} = \frac{1}{g} \int_{p_1}^p (\overline{Q_1} - \overline{Q_2} - \overline{Q_R}) dp. \quad (10)$$

3. Примем, что отклонения h', s', q' и ω' обусловлены исключительно лишь конвекцией и перейдем к определению потоков влаги и энергии, обусловленных конвективными процессами. По определению

$$\overline{s' \omega'} = \overline{s \omega} - \overline{\tilde{s} \tilde{\omega}}. \quad (11)$$

Пусть σ_i — площадь сечения i -того облака координатной плоскостью p , а s_i и ω_i — соответственно средние по этому сечению значения статической энергии и вертикальной скорости. Тогда вертикальный поток массы воздуха через это сечение будет равен

$$M_i = -\int_{\sigma_i} \omega_i d\sigma = -\sigma_i \omega_i.$$

Введя в рассмотрение также значения статической энергии и вертикальной скорости окружающего облако воздуха \tilde{s} и $\tilde{\omega}$ и полагая

$$\sum_i \sigma_i = \sigma,$$

где суммирование ведется по всему ансамблю облаков, получим

$$\overline{s} = \sum_i s_i \sigma_i + \tilde{s}(1 - \sigma) = \tilde{s} - \sum_i (s_i - \tilde{s}) \sigma_i.$$

Аналогично этому

$$\overline{\omega} = \tilde{\omega} + \sum_i (\omega_i - \tilde{\omega}) \sigma_i,$$

$$\overline{s \omega} = (1 - \sigma) \tilde{s} \tilde{\omega} + \sum_i \sigma_i s_i \omega_i.$$

Подставляя полученные соотношения в (11) и учитывая, что согласно данным наблюдений $\sigma^2 \ll 1$ и $|\tilde{\omega}| \ll \omega_i$, находим

$$-\overline{s' \omega'} = \sum_i M_i (s_i - \tilde{s})$$

и аналогично

$$-\overline{q' \omega'} = \sum_i M_i (q_i - \bar{q}),$$

$$-\overline{h' \omega'} = \sum_i M_i (h_i - \bar{h}).$$

С учетом последних соотношений основные уравнения (7) и (8) можно переписать в следующем виде:

$$L \sum_i (c_i - e_i) + \frac{\partial}{\partial p} \sum_i M_i (s_i - \bar{s}) = \bar{Q}_1 - \bar{Q}_R, \quad (12)$$

$$L \sum_i (c_i - e_i) - L \frac{\partial}{\partial p} \sum_i M_i (q_i - \bar{q}) = \bar{Q}_2. \quad (13)$$

4. Составим теперь уравнения баланса массы, тепла, удельной влажности и водности для i -того облака. Удельную концентрацию жидкой влаги приравняем сумме удельной концентрации облачных капель q_{ki} и концентрации дождевых капель q_{di} . Примем также во внимание, что среднее по сечению облака значение дивергенции величины $\mathbf{W}s$ можно представить в следующем виде:

$$\int_{\sigma_i} \operatorname{div}(\mathbf{W}s) d\sigma = \oint_l V_n s dl = \oint_l V s \cos(\hat{n}\hat{V}) dl,$$

где V_n — нормальная к контуру l , ограничивающему площадь σ_i , составляющая скорости; V — модуль вектора скорости \mathbf{W} . Разделив интеграл по контуру на два интеграла так, чтобы $\cos(\hat{n}\hat{V})$ в каждом интеграле не менял своего знака, получим

$$\oint_l V_n s dl = \int_{l_1} V s \cos(\hat{n}\hat{V}) dl - \int_{l_2} V s \cos(\hat{n}\hat{V}) dl;$$

назовем

$$\int_{l_1} V \cos(\hat{n}\hat{V}) dl = \varepsilon_i - \text{втекание},$$

$$\int_{l_2} V \cos(\hat{n}\hat{V}) dl = \delta_i - \text{вытекание}.$$

Учитывая также, что по теореме о среднем

$$\int_{l_1} V s \cos(\hat{n}\hat{V}) dl = \varepsilon_i \bar{s} \quad \text{и} \quad \int_{l_2} V s \cos(\hat{n}\hat{V}) dl = \delta_i s_i,$$

придем к следующей системе уравнений:

$$\varepsilon_i - \delta_i + \frac{\partial M_i}{\partial p} = 0, \quad (14)$$

$$\varepsilon_i \bar{s} - \delta_i s_i + \frac{\partial(M_i s_i)}{\partial p} + L c_i = 0, \quad (15)$$

$$\varepsilon_i \bar{q} - \delta_i q_i + \frac{\partial(M_i q_i)}{\partial p} - c_i = 0, \quad (16)$$

$$- \delta_i q_{ki} + \frac{\partial(M_i q_{ki})}{\partial p} + c_i - \varphi_i = 0, \quad (17)$$

$$- \delta_i q_{li} + \frac{\partial(M_i q_{li})}{\partial p} + \varphi_i - r_i = 0. \quad (18)$$

Здесь φ_i — приток дождевых капель за счет укрупнения облачных капель, r_i — сток дождевых капель за счет гравитационного падения.

Согласно многим работам [2, 5—7 и др.], генерацию дождевых капель можно представить в виде суммы двух процессов: автоконверсии и гравитационной коагуляции, обуславливающих эффекты микрофизики облаков. Величина φ в с^{-1} определяется по формуле

$$\varphi = \frac{3,3 \cdot 10^3 \rho^2 q_k^3}{10^{-6} + \rho q_k} + 2,2 q_k q_d^{0,875}. \quad (19)$$

Величина стока равна

$$r = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_d q_d) = g \frac{\partial}{\partial p} (V_d \rho q_d). \quad (20)$$

Здесь V_d в см/с — средняя взвешенная скорость падения дождевых капель, которая согласно [2, 5, 6 и др.] равна

$$V_d = 2,86 \cdot 10^3 (\rho q g)^{0,125} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \quad (21)$$

(ρ — плотность воздуха). Система уравнений (10), (12) — (18) содержит девять неизвестных величин: h_i , ε_i , δ_i , M_i , s_i , c_i , q_i , q_{ki} и q_{li} . Для получения недостающего уравнения воспользуемся тем, что внутри облака имеет место насыщение. Поэтому

$$q_i = q^*(T_i, p_i).$$

Разлагая функцию q^* в ряд Тейлора, имеем

$$q_i = q^* + \left(\frac{\partial \bar{q}^*}{\partial t} \right)_p (T_i - \bar{T}) = \bar{q}^* + \frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial \bar{q}^*}{\partial T} \right)_p (s_i - \bar{s}).$$

Так как

$$h_i = s_i + L q_i, \quad \bar{h}^* = \bar{s} + L \bar{q}^*,$$

то получаем формулы, приведенные впервые в работе [1]:

$$s_i - \bar{s} = \frac{1}{1 + \gamma} (h_i - \bar{h}^*), \quad (22)$$

$$L(q_i - \tilde{q}^*) = \frac{\gamma}{1 + \gamma} (h_i - \tilde{h}^*), \quad (23)$$

где

$$\gamma = \frac{L}{c_p} \left(\frac{\partial q^*}{\partial T} \right)_p.$$

Обозначим

$$M_c = \sum_i M_i, \quad \varepsilon = \sum_i \varepsilon_i, \quad \delta = \sum_i \delta_i, \quad c = \sum_i c_i, \quad l = \sum_i l_i,$$

введем в рассмотрение среднее взвешенное по всему ансамблю облаков значение

$$\bar{h}_c = \frac{\sum_i M_i h_i}{M_c}$$

и аналогичные выражения для \bar{s}_c , \bar{q}_c , \bar{q}_k и \bar{q}_l . В ряде работ [3, 4, 9] делаются следующие предположения:

1) Существует тонкий слой вытекания, где

$$h_i = \tilde{h}^*.$$

Тогда из уравнений (22) и (23) следует, что

$$s_i = \bar{s} \quad \text{и} \quad q_i = \bar{q}^*.$$

2) В облаках, где имеет место вытекание воздуха, $q_{ki} + q_{di} = \bar{q}_k + \bar{q}_l$.

Мы также используем эти предположения, но второе в измененном виде, а именно $q_{ki} = q_k$ и $q_{di} = q_l$. С учетом этих приближений основная система уравнений (14) — (18) примет вид:

$$\varepsilon - \delta + \frac{\partial M_c}{\partial p} = 0, \quad (24)$$

$$(\varepsilon - \delta) \bar{s} + \frac{\partial (M_c \bar{s}_c)}{\partial p} + L_c = 0, \quad (25)$$

$$\varepsilon \bar{q} - \delta \bar{q}^* + \frac{\partial (M_c \bar{q}_c)}{\partial p} - c = 0, \quad (26)$$

$$-\delta \bar{q}_k + \frac{\partial (M_c \bar{q}_k)}{\partial p} + c - \varphi = 0, \quad (27)$$

$$-\delta \bar{q}_l + \frac{\partial (M_c \bar{q}_l)}{\partial p} + \varphi - r = 0, \quad (28)$$

$$e = \delta (\bar{q}_k + \bar{q}_l). \quad (29)$$

Последнее соотношение отражает тот факт, что все капли, выносящиеся из облака, испаряются.

Используя (24)–(26), преобразуем уравнения (12) и (13) к виду:

$$\begin{aligned} -M_c \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} &= \bar{Q}_1 - \bar{Q}_R + Le, \\ LM_c \frac{\partial \bar{q}}{\partial p} - L \delta(\bar{q}^* - \bar{q}) - Le &= \bar{Q}_2. \end{aligned}$$

Исключая из этих уравнений Le , получаем

$$\delta(\bar{h}^* - \bar{h}) - M_c \frac{\partial \bar{h}}{\partial p} = \bar{Q}_1 - \bar{Q}_2 - \bar{Q}_R. \quad (30)$$

Исключая c из (25) и (26), находим

$$\varepsilon(\bar{h}^* - \bar{h}) = M_c \frac{\partial \bar{h}_c}{\partial p} + \frac{\partial M_c}{\partial p} (\bar{h}_c - \bar{h}^*). \quad (31)$$

Комбинируя (30) и (31), получим

$$\bar{Q}_1 - \bar{Q}_2 - \bar{Q}_R = \frac{\partial}{\partial p} [M_c (\bar{h}_c - \bar{h})].$$

В результате интегрирования этого уравнения по вертикали, с учетом (10) приходим к уравнению

$$gF = M_c (\bar{h}_c - \bar{h}),$$

полученному ранее в [9].

Итак, система уравнений примет вид:

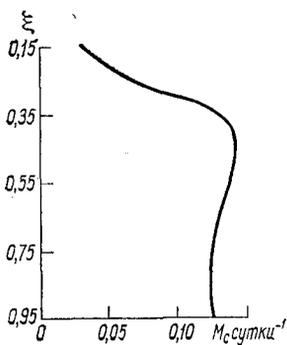
$$\begin{aligned} -M_c \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} &= \bar{Q}_1 - \bar{Q}_R + L \delta(\bar{q}_k + \bar{q}_l), \\ \delta(\bar{h}^* - \bar{h}) &= M_c \frac{\partial \bar{h}}{\partial p} + \bar{Q}_1 - \bar{Q}_2 - \bar{Q}_R, \\ \varepsilon &= \delta - \frac{\partial M_c}{\partial p}, \\ \bar{h}_c &= \bar{h} + \frac{gF}{M_c}, \\ \bar{s}_c &= \bar{s} + \frac{1}{1+\gamma} (\bar{h}_c - \bar{h}^*), \\ \bar{q}_c &= \bar{q} + \frac{\gamma}{L(1+\gamma)} (\bar{h}_c - \bar{h}^*), \\ c &= \frac{\partial}{\partial p} (M_c \bar{q}_c) - \frac{\partial M_c}{\partial p} \bar{q} - \delta(\bar{q}^* - \bar{q}), \\ M_c \frac{\partial \bar{q}_k}{\partial p} + c - \varphi &= 0, \\ M_c \frac{\partial \bar{q}_l}{\partial p} - g \frac{\partial}{\partial p} (V_{л\rho} \bar{q}_l) + \varphi &= 0. \end{aligned} \quad (32)$$

Эта система уравнений решается путем итераций, причем в первом приближении принимается $\delta(q_k + q_d) = 0$. Последние два уравнения этой системы дифференциальные. Для их решения требуется задание граничных условий. В качестве таких условий можно принять

$$q_k = 0 \quad \text{вблизи основания облаков,}$$

$$q_d = 0 \quad \text{на уровне, где } c=0.$$

Заметим, что интенсивность осадков равна $(\rho V_d q_d)_{p=p_0}$.



▲ Рис. 2. Осредненный по ансамблю вертикальный поток массы воздуха $M' = M_0 / \rho_0$.

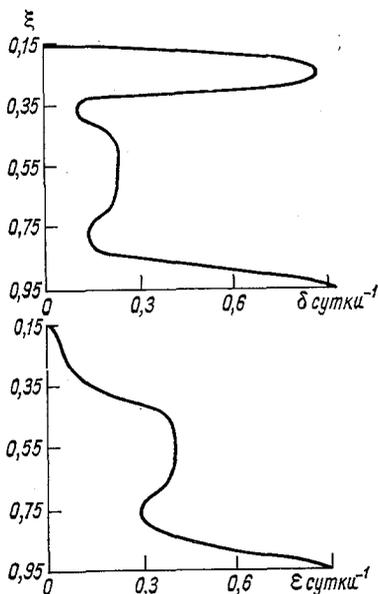


Рис. 3. Осредненные значения вытекания δ и втекания ϵ . ▶

Некоторые результаты численного решения системы (32) приведены на рис. 2—5, где $\xi = p/p_0$, $p_0 = 1000$ мб. При этом в качестве исходных данных были использованы распределения по высоте функций \bar{s} , \bar{h} , \bar{h}^* , Q_R , Q_1 , Q_2 и F , заимствованные из работы [9]. Как показывают расчеты, для рассмотренного примера расход тепла за счет испарения капель мал по сравнению с $(Q_1 - Q_R)$. Следует, вероятно, предположить, что для некоторых случаев можно в первом уравнении системы (32) пренебречь теплом испарения капель. Тогда отпадает необходимость в интегрировании двух последних уравнений системы (32), что упрощает задачу. Использование материалов «ТРОПЭКС-74» позволит проверить и усовершенствовать изложенную схему.

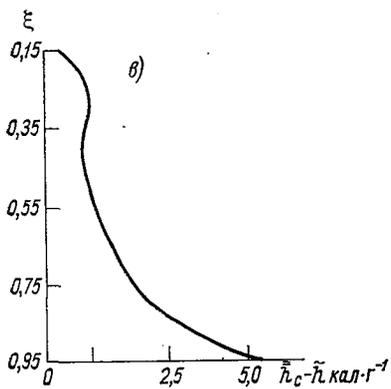
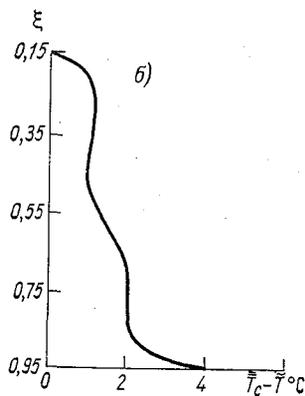
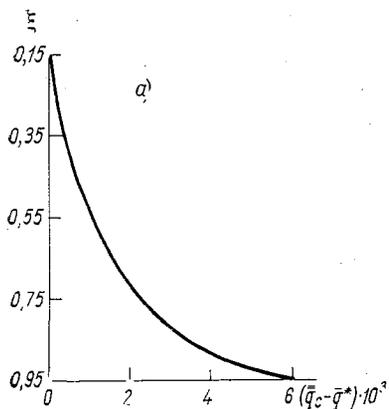
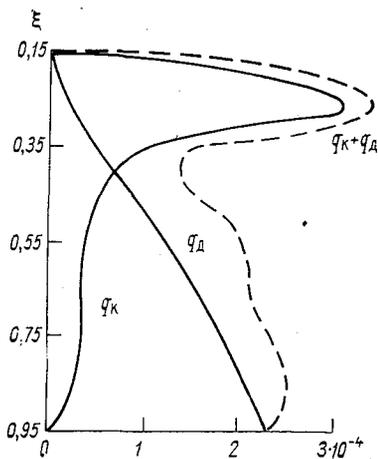


Рис. 4. Осредненный по ансамблю облаков «избыток» влажности (а), температуры (б), «влажной» статической энергии (в).

Рис. 5. Осредненные по ансамблю облаков распределения по высоте концентрации дождевых капель q_d , облачных капель q_k и их суммы.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аракава А. Параметризация кучевой конвекции.— В кн.: Труды второго Токийского симпозиума по численным методам прогноза погоды. Л., Гидрометеоздат, 1971, с. 225—233.
2. Арнасон Г., Браун П., Чу Р. Численное моделирование макрофизических и микрофизических процессов влажной конвекции.— В кн.: Труды второго Токийского симпозиума по численным методам прогноза погоды. Л., Гидрометеоздат, 1971, с. 19—28.
3. Arakawa A. A parametrization of cumulus convection and its application to numerical simulation of the tropical general circulation. Paper presented at the 7th Tech. Conf. on Hurricanes and Tropical Meteorology, Barbados, Amer. Meteor. Soc. 1971.
4. Arakawa A., Schubert W. H. Interaction of a Cumulus Cloud Ensemble with the Large-Scale Environment. Pt. 1.— „J. Atm. Sci.”, 1974, vol. 31, N 3, p. 674—701.
5. Liu J. Y., Orville H. D. Numerical Modelling of Precipitation and Cloud Shadow Effects on Mountain Induced Cumuli.— „J. Atm. Sci.”, 1969, vol. 26, N 6, p. 1283—1298.
6. Murray F. W., Koenig L. R. Numerical Experiments on the Relation Between Microphysics and Dynamics in Cumulus Convection.— „Month. Weath. Rev.”, 1972, vol. 100, N 10, p. 717—732.
7. Simpson J., Wiggert V. Models of precipitating cumulus towers.— „Month. Weath. Rev.”, 1969, vol. 97, N 7.
8. Wilhelmson R., Ogura Y. The pressure perturbation and the numerical modelling of a cloud.— „J. Atm. Sci.”, 1972, vol. 29, N 7, p. 1295—1307.
9. Yanai M., Esbensen S., Jan-hwa Chu. Determination of Bulk Properties of Tropical Cloud Clusters from Large-Scale Heat and Moisture Budgets.— „J. Atm. Sci.”, 1973, vol. 30, N 4, p. 611—627.

И. Л. Кароль, Е. Н. Каменская

РАСЧЕТ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ОКИСЛОВ АЗОТА В СТРАТОСФЕРЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы большое внимание уделялось изучению фотохимии и переноса соединений азота в стратосфере в связи с установлением их большого значения в фотохимии озона [5, 6]. Значительный интерес также вызвало возможное воздействие на озон окислов азота, содержащихся в продуктах сгорания, выбрасываемых реактивными двигателями высотных самолетов [2]. Малые концентрации этих соединений в стратосфере (в 10^2 — 10^4 раз меньшие концентрации озона) требуют сложной высокочувствительной аппаратуры для их измерения; в настоящее время опубликованы результаты единичных измерений вертикальных профилей концентраций в умеренных широтах северного полушария [4]. Большое число измерений имеется лишь для паров азотной кислоты HNO_3 [8]. Поэтому целесообразно построение численных моделей переноса и фотохимических преобразований соединений азота в стратосфере. В ряде таких моделей, созданных за рубежом, используются значения параметров переноса и фотохимических реакций для некоторых стандартных среднегодовых условий в умеренных широтах [5, 6]. Общеизвестно значительное сезонное изменение метеорологического режима в стратосфере, которое вместе с сезонным изменением высоты Солнца влияет и на условия образования переноса и распада фотохимически активных газов и аэрозолей.

В настоящей работе предложена модель вертикального макропереноса газов в слое 10—50 км стратосферы умеренных широт и системы фотохимических превращений соединений азота с сезонно изменяющимися параметрами, являющаяся развитием модели в [5]. Полученные среднесезонные вертикальные профили этих газов сравниваются с немногими измеренными профилями, устанавливается реальность использованных в модели значений параметров. Эти результаты необходимы для оценки степени глобального воздействия на стратосферный озон окислов азота, выбрасываемых двигателями высотных самолетов [2].

2. СХЕМА ФОТОХИМИИ СОЕДИНЕНИЙ АЗОТА В СТРАТОСФЕРЕ

Согласно современным представлениям [5, 6, 9] среди многих десятков фотохимических реакций в стратосфере, в которых участвуют соединения азота, влияющие на озон, основными будут следующие:

1. $N_2O + O^* \begin{cases} \xrightarrow{2NO} \\ \searrow N_2 + O_2 \end{cases}$ $k_1 = 10^{-10}$ молек $^{-1} \cdot$ см $^3 \cdot$ с $^{-1}$
обе ветви равновероятны
2. $O^* + M \rightarrow O + M$ $k_2 = 6 \cdot 10^{-11}$ молек $^{-1} \cdot$ см $^3 \cdot$ с $^{-1}$
3. $NO + O_3 \rightarrow NO_2 + O_2$ $k_3 = 0,9 \cdot 10^{-12} e^{-1200/T}$
4. $NO_2 + O \rightarrow NO + O_2$ $k_4 = 9,1 \cdot 10^{-12}$
5. $NO_2 + h\nu \rightarrow NO + O$ со скоростью J_8 с $^{-1}$ для $\lambda < 380$ нм
6. $NO_2 + O_3 \rightarrow NO_3 + O_2$ $k_6 = 1,1 \cdot 10^{-13} e^{-2450/T}$
7. $NO_2 + OH + M \rightarrow HNO_3 + M$ $k_7 = 2 \cdot 10^{-30}$ молек $^{-2} \cdot$ см $^6 \cdot$ с $^{-1}$
для $M = N_2$
8. $HNO_3 + h\nu \rightarrow NO_2 + OH$ со скоростью J_9 для $\lambda < 540$ нм
9. $HNO_3 + OH \rightarrow NO_3 + H_2O$ $k_9 = 1,3 \cdot 10^{-13}$ молек $^{-1} \cdot$ см $^3 \cdot$ с $^{-1}$

Здесь T — температура в Кельвинах; M — молекула газов воздуха (O_2 , N_2), участвующая в реакции без изменения; O^* — атом в возбужденном состоянии (1D), λ — длина волны излучения Солнца в нанометрах (1 нм = 10^{-9} м). Скорости J_i фотодиссоциации на уровне r при зенитном угле Солнца φ определяются выражением

$$J_i(r, \varphi) = \int I(\lambda) \alpha_i(\lambda) \exp\{-\sec \varphi [\alpha_2(\lambda) V_2(r) + \alpha_3(\lambda) V_3(r)]\} d\lambda, \quad (1)$$

где $i=2, 3, 5, 8$; $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_5, \alpha_8$ — коэффициенты поглощения энергии излучения молекулами O_2 , O_3 , NO_2 и HNO_3 ; $I(\lambda)$ — интенсивность излучения Солнца на верхней границе атмосферы; $V_2(r)$ и $V_3(r)$ — суммарное содержание O_2 и O_3 выше уровня r . Интегралы вычисляются по промежуткам от 170 нм до границ, указанных для J_5 и J_8 , и в них не учитывается релейское молекулярное рассеяние излучения, незначительное выше 20—25 км [3].

В ночных условиях вся фотодиссоциация прекращается ($J_5 = J_8 = 0$), содержание O , NO , OH резко уменьшается, но содержание O_3 , NO_2 , HNO_3 изменяется мало. Высшие окислы азота NO_3 и N_2O_5 образуются главным образом ночью (реакция 6 тогда служит одним из основных стоков озона), но опять диссоциируют в NO и NO_2 днем. Реакция 7 дает основной фотохимический сток NO и NO_2 в стратосфере, поскольку скорости разложения HNO_3 в реакциях 8, 9 и др. значительно меньше и большая часть HNO_3 удаляется из стратосферы переносом в тропосферу [5, 6, 8, 9].

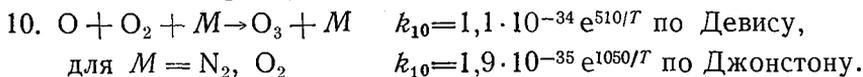
В освещенной Солнцем стратосфере быстро устанавливается фотохимическое равновесие между озоном и (O*)

$$(O^*) = J_3^*(O_3)/k_2(M), \quad (2)$$

а также между O, O₃ и NO₂ [1, 2]

$$(O) = [J_5(O_3) + J_5(NO_2)]/k_{10}(M) (O_2). \quad (3)$$

Здесь J_3^* — скорость диссоциации O₃ фотонами с $\lambda < 310$ нм, приводящей к образованию O*; k_{10} — постоянная основной реакции образования озона [2, 9]:



3. УРАВНЕНИЯ, КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ И ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

Система основных реакций 1—9 приводит к следующей системе уравнений для плотностей газов (X — число молекул газа X в 1 см³):

$$d \Pi(N_2O)/dr + Q_0^- = 0, \quad Q_0^- = k_1(O^*)(N_2O), \quad (4)$$

$$d \Pi(NO)/dr + Q_1^- = Q_1^+ = k_1(O^*)(N_2O) + k_4(O)(NO_2) + J_5(NO_2), \quad (5)$$

$$d \Pi(NO_2)/dr + Q_2^- = Q_2^+ = k_3(O_3)(NO) + J_8(HNO_3), \quad (6)$$

$$Q_2^- = k_4(O)(NO_2) + J_5(NO_2) + k_6(O_3)(NO_2) + k_7(M)(OH)(NO_2),$$

$$d \Pi(HNO_3)/dr + Q_3^- = Q_3^+ = k_7(M)(OH)(NO_2), \quad (7)$$

$$Q_1^- = k_3(O_3)(NO),$$

$$Q_3^- = (\kappa + J_8 + k_9(OH))(HNO_3).$$

Здесь $\Pi(X) = -\rho K_r d(X)/(M)/dr$ — вертикальный турбулентный поток газа; ρ — плотность воздуха; K_r — коэффициент вертикальной макротурбулентной диффузии. Коэффициент κ в выражении для Q_3^- (стока азотной кислоты HNO₃) может зависеть от скоростей реакций и плотностей разных газов и аэрозолей; эта зависимость еще плохо изучена [2, 8].

Для суммы $(NO_y) = (NO) + (NO_2) + (HNO_3)$ сложение уравнений системы (4) приводит к уравнению

$$d \Pi(NO_y)/dr + Q_3^- = Q_0^- = k_1(O^*)(N_2O), \quad (8)$$

если отбросить малый член $K_6(O_3)(NO_2)$ от медленной реакции 6. В это уравнение входят лишь основные источники и сток NO_y в стратосфере, интенсивность которых (как и интенсивность реакций преобразования соединений азота друг в друга) сильно зависит от распределений плотностей озона и гидроксила OH в стра-

тосфере. Для озона это распределение хорошо изучено [3], но ОН активно участвует во многих фотохимических реакциях, его содержание весьма изменчиво и трудно измеряемо. Сведения о глобальном распределении ОН и его сезонных изменениях очень скудны [3, 9].

Краевые условия задачи. На верхней границе $r=H$ стратосферы условия

$$(N_2O) = (NO_2) = (HNO_3) = 0 \text{ и } \Pi(NO)|_{r=H} = \Phi \quad (9)$$

отражают известные факты, что N_2O , NO_2 и HNO_3 не попадают в мезосферу, но образующееся там NO может переноситься в стратосферу [2]. На нижней границе $r=r_0$ рассматриваемого слоя концентрация N_2O известна (измерялась неоднократно [2, 5]):

$$c_0(r_0) = \varphi_0; \quad \Pi_i|_{r=r_0} = -\rho K_r \frac{dc_i}{dr} \Big|_{r=r_0} = -\rho \Theta c_i(r_0); \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

где

$$c_0 = \frac{(N_2O)}{(M)}; \quad c_1 = \frac{(NO)}{(M)}; \quad c_2 = \frac{(NO_2)}{(M)}; \quad c_3 = \frac{(HNO_3)}{(M)},$$

а условия для остальных примесей моделируют учет их вертикального турбулентного переноса в тропосфере. Способ такого учета основан на идее, изложенной в гл. 2 [1], и приводит к следующему выражению для параметра:

$$\Theta = u\beta/[uH_T(\beta - 1)/K_r + 1]; \quad \beta = \exp(r_0 - h)/H_T = \frac{\rho(h)}{\rho(r_0)}. \quad (11)$$

Здесь u — скорость удаления примеси на уровне h в тропосфере; K_r — средний по слою $h < r < r_0$ коэффициент вертикальной турбулентной диффузии, H_T — высота однородной атмосферы в этом слое. Так как соединения азота удаляются из тропосферы главным образом осадками [2, 5], то за h можно принять верхнюю границу слоя вымывания осадками, а за u — скорость вымывания. Из-за отсутствия сведений о значениях этих параметров для соединений азота были взяты их среднесезонные значения для радиоактивных аэрозолей из гл. 3 [1].

Решение задачи разбивалось на два этапа: 1) решение уравнения (4) с краевыми условиями (9) и (10) для $c_0(r)$ дает вертикальный профиль $Q^-(r)$ интенсивности основного источника NO_y в стратосфере правой части уравнения (8); 2) решение системы уравнений (5)–(7) с краевыми условиями (9) и (10) позволяет найти профили плотностей остальных примесей. Если пренебречь фотодиссоциацией HNO_3 (реакция 8), то система (5)–(7) распадается на систему уравнений (5), (6) и на уравнение (7).

После разностной аппроксимации всех этих уравнений с шагом $\Delta r = 2$ км краевые задачи для них решались на ЭВМ методом прогонки (см. гл. 5 в [1]). Система двух или трех разностных аналогов уравнений (5)–(7) записывалась в матричном виде и решалась методом матричной прогонки с простым явным об-

ращением получающихся матриц 2-го или 3-го порядка. Счет контролировался проверкой выполнения уравнения баланса источников и стоков для каждой примеси внутри и на границах промежутка $r_0 < r < H$ по схеме, изложенной в гл. 5 [1]. Величины (O^*) и (O) в Q_i^+ и Q_i^- исключались с помощью равенств (2) и (3) фотохимического равновесия. Среднесезонные профили (O_3) для 40 и 50° с. ш. взяты из меридиональных распределений, приведенных в [3] и обобщающих многочисленные измерения (O_3)

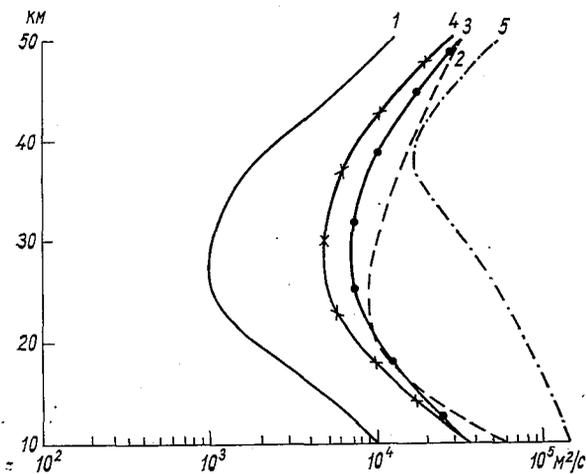


Рис. 1. Профили среднесезонного коэффициента вертикальной турбулентной диффузии K_T для лета (1), зимы (2), весны (3), осени (4) и коэффициента K_T макс из [5] (5).

в глобальном масштабе. Измерений (OH) в стратосфере очень мало, из-за большой изменчивости (OH) нельзя получить представление о ее глобальном среднем распределении по данным измерений. Поэтому использовались расчетные профили среднесезонных (OH) для умеренных широт из фотохимических моделей стратосферы в [5] и в [7].

Среднесуточные значения скоростей фотодиссоциаций J_3 , J_4 и J_5 и J_3 были взяты из [5, 6] и для крайних сезонов умножались на поправочные множители для учета изменения средней высоты Солнца и продолжительности светового дня. Значения ρ в kg/m^3 или M в $молек/см^3$ и температуры T в слое 10—50 км для определения постоянных k реакций взяты из таблиц сезонной стандартной атмосферы умеренных широт.

Профили коэффициента турбулентной диффузии K_T указаны на рис. 1. До уровня 25 км среднесезонные K_T взяты из рис. 4.10

в [1]. Выше они экстраполировались до 50 км по возрастающей экспоненте с параметрами роста молекулярной диффузии (см. [7]). Там же указан профиль максимального K_r из [5], который использовался при расчете некоторых вариантов.

Коэффициенты Θ в краевом условии (10), рассчитанные по формуле (11) для значений K_r , H_T и $h=3$ км, взяты из табл. 3.6 и 4.10 в [1] и указаны в табл. 1 вместе с этими значениями.

Таблица 1
Параметры краевого условия
на $r=r_0$

Сезон	Зима	Весна	Лето	Осень
u мм/с	7,0	6,8	7,1	7,0
K_r м ² /с	15	17	32	26
H_T км	6,9	7,0	7,25	7,1
Θ мм/с	2,9	3,2	5,1	4,4

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 представлены рассчитанные сезонные профили $c_0 = (N_2O)/(M)$, $c_y = (NO_y)/(M)$ для разных $c_0(r_0)$ и при пренебрежении фотохимическим стоком (NO_y) (т. е. при $Q_3^- = 0$ в уравнении (8)). Меньшая скорость переноса (меньше K_r) и большие значения $k_1(O^*)$ летом приводят к более быстрому убыванию c_0 с высотой и к меньшим значениям (NO_y) выше 30—35 км, чем зимой.

Профили измеренных c_0 и c_y , средние по данным нескольких аэростатных измерений в теплое полугодие разных лет в умеренных северных широтах [2, 4], хорошо согласуются с рассчитанными до уровня 25 км. Выше расчетные c_y значительно больше измеренных во все сезоны, очевидно, из-за неучета фотохимического удаления c_y в уравнении (8). Учет этого удаления при решении системы уравнений (4)—(7) дает более близкие к измеренным значения c_y , также указанные на рис. 2. Рассчитанные сезонные профили $c_2 = (NO_2)/(M)$ на рис. 3 в слое 20—35 км согласуются с двумя измеренными профилями. Отклонение измеренных от расчетных профилей ниже 20 км может быть случайным или связанным с образованием NO от воздействия космических элементарных частиц на молекулы N_2 [9], которое не учитывается в рассматриваемой модели.

Использование значений $\varphi_1 = 0,5 \cdot 10^8$ и $1,0 \cdot 10^8$ молек/(см²·с) из [6] в краевом условии (9) для (NO) на верхней границе $r=H$ приводит примерно к одним и тем же профилям (NO_y) и (NO_2) и лишь немного изменяет профиль NO выше 35—40 км во все сезоны. Таким образом, поступление NO из мезосферы в указанном

объеме не вносит существенного вклада в стратосферное содержание NO_y .

Вертикальные профили $(\text{HNO}_3)/(M)$ на рис. 4, рассчитанные для разных сезонов, меньше различаются друг от друга, чем сезонные профили (N_2O) и (NO_2) на рис. 2 и 3. До 25—27 км они хорошо согласуются с довольно многочисленными данными измерений с самолетов и аэростатов [2, 8], но выше 30 км единст-

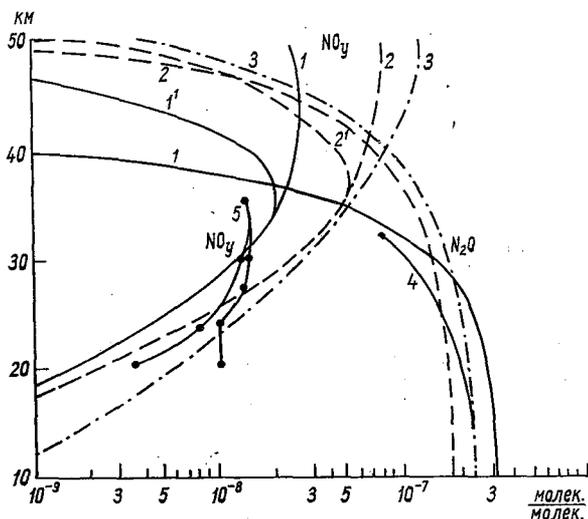


Рис. 2. Профили рассчитанных отношений смесей N_2O и NO_y для лета (1), зимы (2) и коэффициента $K_{\text{г макс}}$ (3); то же для NO_y с учетом фотохимического удаления HNO_3 (1' и 2'). Профили измеренных $(\text{N}_2\text{O})/(M)$, средние из [2] (4), и $(\text{NO}_y)/(M)$ по отдельным измерениям из [4] (5).

венный профиль, измеренный весной 1973 г., лежит заметно левее всех расчетных, из которых весенний ближе других к измеренному. Возможно, что принятая в модели интенсивность удаления HNO_3 (с $\kappa=0$) все же ниже реальной и следует учитывать еще другие процессы удаления HNO_3 , помимо фотохимии и турбулентной диффузии (например, гравитационное оседание аэрозолей, содержащих HNO_3). Немногие еще данные измерений в разные сезоны [8] подтверждают превышение зимних значений (HNO_3) над летними на рис. 4 по результатам расчетов.

На рис. 5 указаны вертикальные профили среднесезонных относительных долей $\eta_1 = (\text{NO})/(\text{NO}_y)$; $\eta_2 = (\text{NO}_2)/(\text{NO}_y)$ и $\eta_3 = (\text{HNO}_3)/(\text{NO}_y)$ — основных соединений азота в их общей сумме NO_y в стратосфере для зимы и лета. По сравнению с аналогичными профилями, приведенными в [7], доля (NO) заметно

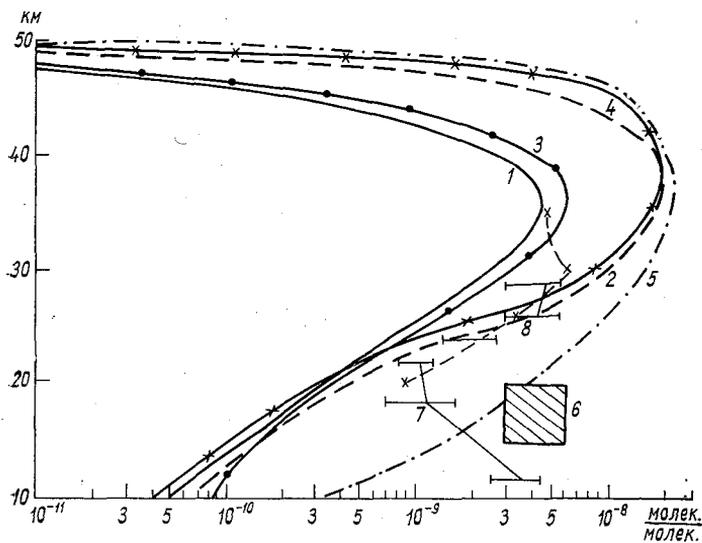


Рис. 3. Профили рассчитанных отношений смеси NO_2 для лета (1), зимы (2), весны (3), осени (4) и коэффициента $K_{\text{г макс}}$ (5), а также измеренных по осредненным данным из [2] (6) и отдельным измерениям из [4] (7, 8).

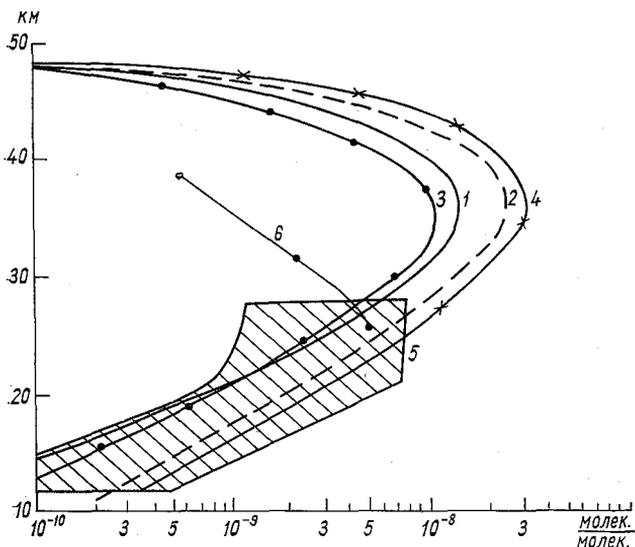


Рис. 4. Профили рассчитанных отношений смеси HNO_3 для лета (1), зимы (2), весны (3) и осени (4), а также измеренных по осредненным данным из [2, 8] (5) и измеренных в апреле 1973 г. [8] (6).

меньше, так как она средняя суточная, а выше указывалось ($\text{NO} = 0$) в ночной стратосфере. Летом максимальная доля HNO_3 приходится на слой 25—30 км максимальной интенсивности фотохимических преобразований окислов азота [5]. Зимой более интенсивный перенос в тропосферу приводит к смещению максимума η_3

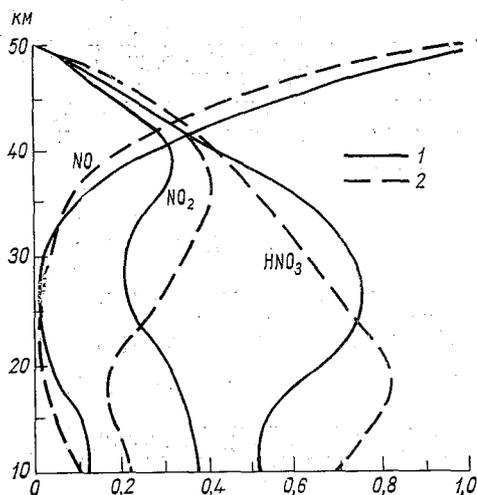


Рис. 5. Профили относительных долей NO , NO_2 , HNO_3 в их сумме NO_y , рассчитанные для лета (1) и зимы (2).

к уровню 20 км. Во все сезоны ниже 40 км доля HNO_3 составляет более половины среднесезонного суммарного содержания (NO_y), а доля NO_2 — примерно одну треть.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Приведенные результаты расчетов по грубой одномерной модели вертикального макротурбулентного переноса с учетом основных фотохимических реакций соединений азота в стратосфере показали, что сезонные изменения параметров переноса и реакций оказывают существенное влияние на распределение и значение плотностей окислов азота и азотной кислоты. Эти их сезонные изменения надо учитывать при оценках степени влияния на озон и радиацию в стратосфере выбросов окислов азота двигателями высотной реактивной авиации.

Сравнение расчетных и измеренных профилей NO_2 и N_2O позволяет делать оценки интенсивности вертикального переноса (коэффициента K_r). В частности, величина $K_{r \text{ макс}}$ из [5] представляется сильно завышенной, как это видно из рис. 2 и 3, где

профили вариантов с K_{rmax} хуже согласуются с данными измерений.

Прослежено влияние краевых условий на решение задачи. Вклад мезосферного источника (NO) в содержание рассматриваемых примесей в стратосфере незначителен, если он не превосходит 10^8 молек/(см²·с). Уменьшение вдвое скорости удаления u в слое вымывания и соответственное уменьшение величины Θ (формула (11)) в нижнем краевом условии (10) практически не сказывается на профилях (NO_y) выше 12 км.

Рассмотренная модель должна быть усовершенствована главным образом за счет нестационарности явления при изучении его сезонных изменений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кароль И. Л. Радиоактивные изотопы и глобальный перенос в атмосфере. Л., Гидрометеоздат, 1972, 380 с.
2. Кароль И. Л. Высотные самолеты и стратосфера. Л., Гидрометеоздат, 1974, 48 с.
3. Хргиан А. Х. Физика атмосферного озона. Л., Гидрометеоздат. 1973, 291 с.
4. Ackerman M. e. a. Simultaneous measurements of NO and NO₂ in the stratosphere.— „Planet. Space Sci.”, 1975, vol. 23, N 4, p. 651—660.
5. Basseur G., Nicolet M. Chemospheric processes of nitric oxide in the mesosphere and stratosphere.— „Planet. Space Sci”, 1973, vol. 21, N 6, p. 939—962.
6. Crutzen P., Ozone production rates in an oxygen-hydrogen-nitrogen oxide atmosphere.— „J. Geophys. Res.”, 1971, vol. 76, N 30, p. 7311—27.
7. Isaksen I., Hesstvedt E. The distribution of odd nitrogen in the lower stratosphere and possible perturbations caused by stratospheric air transport. NASA CR —2314, 1973. 27 p.
8. Lazrus A., Gandrud B. Distribution of stratospheric nitric acid vapor.— „J. Atm. Sci.”, 1974, vol. 31, N. 4, p. 1102—1108.
9. Nicolet M. An overview of aeronomic processes in the stratosphere and mesosphere.— „Canad. J. Chem.”, 1974, vol. 52, N 8, p. 1381—1392.

В. А. Васильев

О ДИНАМИЧЕСКОМ СОГЛАСОВАНИИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ СЛУЧАЙНЫЕ ОШИБКИ

До сравнительно недавнего времени считалось, что роль гравитационных волн в развитии атмосферных процессов является несущественной. Поэтому при решении уравнений гидротермодинамики стремились к предварительному исключению этих волн. Соответствующие преобразования прогностических уравнений обычно проводили с помощью геострофических соотношений или с помощью уравнений баланса [5].

С 50-х годов, начиная с работы И. А. Кибеля [2], прогностические схемы стали разрабатываться с учетом гравитационных волн. В работах А. М. Обухова [4] и И. А. Кибеля [2] было показано, что распространение быстрых гравитационных волн приводит к адаптации метеорологических полей, т. е. к приближению движения к геострофическому. Учет всех типов волн в уравнениях гидротермодинамики делает задачу интегрирования таких уравнений чрезвычайно сложной.

Опыт показывает, что при интегрировании таких моделей во времени в течение нескольких первых часов прогноза происходит закономерное изменение интегральных характеристик модели, таких, как средняя по области интегрирования энергия, средние изменения метеорологических полей, и т. д. Только через некоторое время эти характеристики поля перестают меняться и начинают колебаться около некоторого среднего установившегося значения.

Такое поведение модели не соответствует действительным представлениям о движении атмосферы, является результатом недостаточной согласованности начальных метеорологических полей, что приводит при интегрировании уравнений модели к развитию ложных гравитационных волн. Кроме того, модели, построенные на основе полных (нефильтрованных) уравнений движения, допускают применение в качестве начальных данных информации о реальном ветре, определенной с большими ошибками. Неточ-

ность исходной информации также является причиной развития шумов при прогнозе (8).

Таким образом, применение в практике численного решения уравнений динамики атмосферы нефильТРованных моделей предъявляет повышенные требования к согласованности исходных метеорологических полей. Одним из главных вопросов, который предстоит решить при построении схемы согласования метеорологических полей, является вопрос о фильтрации шумовых волн при использовании полных уравнений. Вместе с тем в процессе согласования не должны искажаться крупномасштабные черты поля.

В последние годы появился ряд работ [6, 7, 9, 11, 12], в которых процесс согласования строится с использованием процедуры псевдопрогноза (инициализации). Инициализация состоит в интегрировании уравнений прогностической модели, однако в отличие от прогноза интегрирование происходит попеременно вперед и назад по времени. Результатом такой процедуры являются не прогностические поля, а согласованные поля метеоэлементов в начальный момент времени. Кроме этого, схема интегрирования «вперед-назад» обладает свойствами селективного подавления высокочастотных колебаний [3].

В данной работе процедура динамического согласования строится на основе баротропной модели атмосферы, использующей в качестве исходной информации поля геопотенциала и ветра. В указанные поля вводятся случайные ошибки, распределенные по нормальному закону с различной дисперсией. Изучается характер трансформации этих ошибок в процессе процедуры динамического согласования. Особо рассмотрен вопрос об инициализации полей, содержащих коррелированные ошибки.

Основные уравнения

Запишем систему уравнений баротропной модели атмосферы по полным уравнениям гидротермодинамики в матричном виде

$$\frac{\partial X}{\partial t} + A \frac{\partial X}{\partial x} + B \frac{\partial X}{\partial y} = C, \quad (1)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} u & 0 & 1 \\ 0 & u & 0 \\ \Phi & 0 & u \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & v & 1 \\ 0 & \Phi & v \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} lv \\ -lu \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} u \\ v \\ \Phi \end{pmatrix},$$

u, v — составляющие скорости ветра, Φ — геопотенциал, l — параметр Кориолиса.

Начальные условия для этой системы запишем следующим образом:

$$u|_{t=0} = u_{g0}, \quad v|_{t=0} = v_{g0}, \quad \Phi|_{t=0} = \Phi_0,$$

где $u_{g0} = -\frac{1}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$ и $v_{g0} = \frac{1}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$ — составляющие геострофического ветра. Мы использовали значения Φ_0 , снятые с карты северного полушария АТ₅₀₀.

На границе области примем следующие допущения:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{\Gamma} = \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{\Gamma} = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\Gamma} = 0.$$

Такая баротропная полусферная модель атмосферы по полным уравнениям была изучена подробно, например, в работе [8]. Область анализа представляет собой прямоугольник размером 40×50 узлов, охватывающий значительную часть северного полушария. Шаг сетки $\Delta x = \Delta y$ составляет 300 км на широте 60° . В этой области записывается конечно-разностный аналог системы (1) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &\equiv F_1 = -\frac{m^2}{a} \left\{ \left[\left(\frac{u}{m} \right)^x u^x \right]_x + \left[\left(\frac{v}{m} \right)^y u^y \right]_y \right\} - \\ &\quad - \frac{m}{a} \bar{\Phi}_x^x + lv + \frac{m^2}{a} u \left[\left(\frac{u}{m} \right)^x + \left(\frac{v}{m} \right)^y \right], \\ \frac{\partial v}{\partial t} &\equiv F_2 = -\frac{m^2}{a} \left\{ \left[\left(\frac{u}{m} \right)^x u^x \right]_x + \left[\left(\frac{v}{m} \right)^y u^y \right]_y \right\} - \\ &\quad - \frac{m}{a} \bar{\Phi}_x^x - lu + \frac{m^2}{a} v \left[\left(\frac{u}{m} \right)^x + \left(\frac{v}{m} \right)^y \right], \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &\equiv F_3 = -\frac{m^2}{a} \left\{ \left[\left(\frac{u}{m} \right)^x \bar{\Phi}^x \right]_x + \left[\left(\frac{v}{m} \right)^y \bar{\Phi}^y \right]_y \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $a = \Delta x = \Delta y$ — шаг сетки; $m^2 = \left(\frac{1,8659}{1 + \sin \varphi} \right)^2$ — параметр увеличения карты для стереографической полярной проекции

$$\sin \varphi_{i,j} = \frac{1 - (r_{i,j}/b)^2}{1 + (r_{i,j}/b)^2},$$

b — расстояние от изображения полюса до изображения точек экватора,

$$r_{i,j} = a^2 [(i - i_0)^2 + (j - j_0)^2],$$

i_0, j_0 — безразмерные координаты Северного полюса.

$$\begin{aligned} \bar{f}^x &= \frac{1}{2} \left[f \left(x + \frac{\Delta x}{2} \right) + f \left(x - \frac{\Delta x}{2} \right) \right] \\ f_x &= \left[f \left(x + \frac{\Delta x}{2} \right) - f \left(x - \frac{\Delta x}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Итерационный процесс динамического согласования будем строить на основе схемы Эйлера с пересчетом, использованной также в работах [7, 9]:

$$\begin{aligned} X_{n+1}^* &= X_n + F_n \Delta t, \\ X_{n+1} &= X_n + F_{n+1}^*(X_{n+1}^*) \Delta t, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} X_n^* &= X_{n+1} - F_{n+1} \Delta t, \\ X_n &= X_{n+1} - F_n^*(X_n^*) \Delta t, \end{aligned} \quad (4)$$

где X_{n+1}^* и X_{n+1} — предварительные и окончательные значения компонент вектора $X = \begin{pmatrix} u \\ v \\ \Phi \end{pmatrix}$ в момент времени $n+1$. Системы (3)

и (4) образуют полный четырехтактный цикл псевдопрогноза. Шаг по времени Δt принимался равным 7 мин. Согласование проводилось за 108 четырехтактных циклов, что соответствует 12 часам псевдопрогноза. После каждого четырехтактного цикла согласования рассчитывались интегральные характеристики получающихся полей. В качестве таких характеристик были выбраны средняя по области анализа кинетическая энергия движения

$$\bar{E} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (u_i^2 + v_i^2) \quad (5)$$

и среднее по области анализа изменение абсолютных временных тенденций полей компонент вектора

$$\overline{|X_t^k|} = \frac{1}{N \Delta t} \sum_{i=1}^N |X_{i, t+\Delta t}^k - X_t^k|. \quad (6)$$

Для сопоставления согласованных полей использовалось среднее абсолютное отклонение согласованного поля в одном из вариантов анализа от «начального» поля.

$$\delta_t^{M, k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |X_{i, t}^{H, k} - X_{i, t}^{M, k}|. \quad (7)$$

Методика экспериментов

Расчеты производились с использованием имитированных данных о состоянии атмосферы.

Исходные данные о высоте изобарической поверхности H_{500} подвергались процедуре псевдопрогноза в соответствии с соотношениями (3) и (4). Полученные поля принимались в качестве начальных X_H для последующих экспериментов по динамическому согласованию. В дальнейшем предполагалось, что применительно к начальным полям инициализационная процедура является абсолютно точной в том смысле, что полученные в результате такого согласования поля геопотенциала и ветра в точности соответствуют некоторому состоянию атмосферы. Это состояние назовем «истинным»

состоянием атмосферы. Данные наблюдений имитировались путем наложения на начальные поля метеоэлементов случайных ошибок, распределенных по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0, и с различной дисперсией. Затем производилась инициализация «данных наблюдений», и полученные в результате поля сопоставлялись с начальным состоянием атмосферы. При этом оценивалась степень изменения ошибок наблюдений в процессе инициализации.

Рассматривались два варианта данных наблюдений. В первом из них случайные ошибки считались некоррелированными. Второй вариант предполагал наличие в полях метеоэлементов случайных ошибок с заданной пространственной корреляционной функцией. Для получения полей, обладающих такими свойствами, использовалась методика, описанная в работе [1].

Задача экспериментов состоит в исследовании характера трансформации случайных ошибок наблюдений в процессе согласования. Заметим, что в процессе инициализации изменениям подвергались как поля геопотенциала, так и поля ветра.

Анализ результатов согласования

Рассмотрим ситуации, в которых в поле геопотенциала вводились случайные ошибки со средним квадратическим отклонением соответственно 2, 4, 8, 16 дам. Проследим, как изменяются ошибки

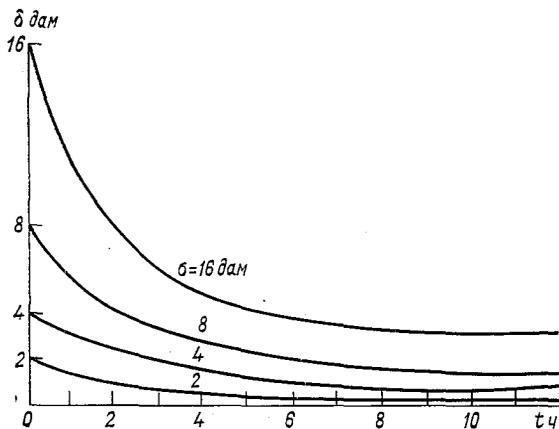


Рис. 1. Изменение среднего абсолютного отклонения инициализированного поля геопотенциала от «начального» в процессе инициализации при различном уровне ошибки в исходном поле.

наблюдений в процессе инициализации. Для этого в конце каждого «часа» псевдопрогноза рассчитаем среднее абсолютное отклонение согласованного поля от начального поля в соответствии с равенством (7). Результаты этих расчетов представлены на рис. 1,

из которого видно, что процесс динамического согласования обладает большой фильтрующей силой по отношению к коротковолновым шумам. Ошибки наиболее интенсивно убывают в течение первых 4—5 часов согласования, а затем их уровень остается практически постоянным. Это говорит о том, что инициализация, оказывая существенное влияние на высокочастотную компоненту движения, практически сохраняет неизменными крупномасштабные черты поля. Уровень ошибки в согласованных полях зависит от уровня первоначальной ошибки в начальном поле. В процессе инициализации ошибка в течение первых 40—50 инициализационных циклов уменьшается приблизительно на порядок.

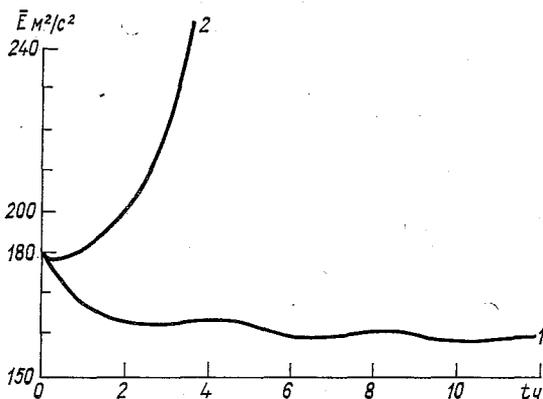


Рис. 2. Изменение средней по полю кинетической энергии системы.

1 — все поля меняются в процессе инициализации, 2 — поле геопотенциала периодически заменяется на исходное.

Представляет также интерес вопрос трансформации случайных ошибок исходных полей в том случае, когда одно из исходных полей в процессе инициализации остается неизменным. Рассмотрим, в частности, вариант, когда поле геопотенциала снова приравнивается начальному после каждого цикла согласования. Такой вариант согласования можно использовать для расчета поля ветра по данным о поле геопотенциала. Введем в поле геопотенциала случайную ошибку с математическим ожиданием, равным 0, и со средним квадратическим отклонением $\sigma = 16$ дам, а в поле ветра такую же ошибку с $\sigma = 5$ м/с.

Рисунок 2 показывает характер изменения средней по полю кинетической энергии системы, в случае когда все поля изменяются в процессе инициализации в соответствии с соотношениями (3) и (4), а также в случае когда поле геопотенциала заменяется на начальное поле после каждого четырехтактного цикла согласо-

ния. Из рис. 2 видно, что во втором случае имеет место рост средней по области анализа кинетической энергии системы.

Это происходит, по всей вероятности, из-за того, что ошибки в начальной информации в поле геопотенциала нарушают баланс, который устанавливается между полем геопотенциала полем ветра в течение одного цикла согласования. Нарушение баланса приводит к развитию малых гравитационных волн, оказывающих отрицательное влияние на устойчивость схемы.

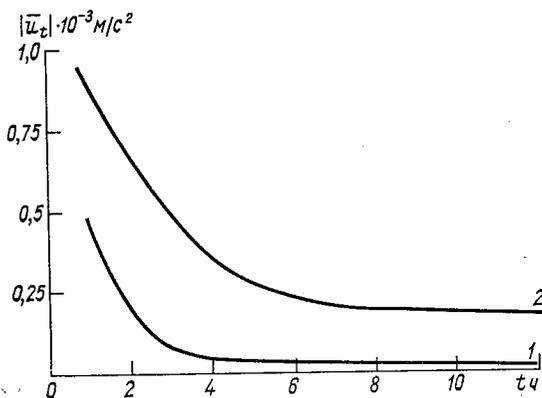


Рис. 3. Изменение средних по области временных тенденций в поле ветра.

1 — все поля изменяются в процессе согласования, 2 — поле геопотенциала периодически заменяется на исходное.

Рассмотрим изменение средних по области прогноза временных тенденций поля ветра $|\bar{u}_t|$, определяемых в соответствии с соотношением (6).

Как следует из рис. 3, тенденция в поле ветра в обоих случаях интенсивно убывает. Однако в том случае, когда поле геопотенциала заменяется на исходное, после каждого цикла согласования величина тенденции остается в течение всего времени согласования довольно значительной. Этот факт является, по-видимому, следствием нарушения баланса в полях геопотенциала и ветра, приводящего к тому, что процесс нелинейной адаптации этих полей в коротковолновом диапазоне происходит весьма медленно. Кроме того, обращает на себя внимание факт пространственной коррелированности ошибок в инициализированных полях, что является следствием функционального преобразования исходных полей метеозлементов, содержащих случайные ошибки.

Коррелированность ошибок прослеживается только в инициализированном поле геопотенциала (корреляционная функция содержит волну с периодом, равным двум шагам сетки), а в поле

ветра корреляция ошибок полностью отсутствует. Это, по-видимому, вызвано тем, что для коротковолновых движений геопотенциалу принадлежит более активная роль в процессе адаптации. Корреляционная функция ошибок геопотенциала приведена на рис. 4.

Если провести линейный анализ устойчивости для схемы (1), то можно видеть [10], что в результате применения конечно-разностных аналогов для интегрирования системы такого вида возникают паразитарные вычислительные шумы с длиной волны, равной двум шагам сетки. Таким образом, в процессе инициализации

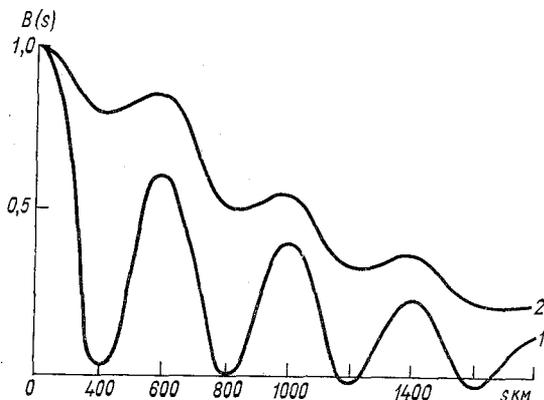


Рис. 4. Средняя по области корреляционная функция ошибок в инициализированном поле геопотенциала при различных значениях радиуса корреляции (R).

1) $R = 0$, 2) $R = \infty$

наряду с фильтрацией высокочастотной компоненты движения происходит генерация вычислительных шумов. Устранение таких шумов — весьма трудная и актуальная задача.

Представляет интерес проследить процесс инициализации метеорологических полей, ошибки в которых пространственно коррелированы. С помощью методики, описанной в [1], было получено поле случайных ошибок с корреляционной функцией, изображенной на рис. 5. Поля метеоэлементов, полученные при наложении подобных ошибок, имитируют информацию, поступающую, например, с ИСЗ.

Как показывают данные экспериментов, применение процедуры псевдопрогноза для полей, содержащих коррелированные ошибки, менее эффективно, что выражается в несколько более высоком уровне шумов в инициализированных полях, хотя общий характер понижения шумов, как это следует из рис. 6, остается прежним. Заметим также, что уровень шумов в инициализирован-

ном поле зависит от радиуса корреляции ошибок в начальном поле и возрастает с увеличением радиуса.

Рассматривая корреляционную функцию инициализированного поля геопотенциала, можно заметить, что вид ее сильно обусловлен характером начальной ошибки. Так, если начальные ошибки, налагаемые на поля, коррелированы между собой, то это приводит к более значительной пространственной корреляции ошибок в инициализированном поле. Кроме этого, по мере увеличения радиуса корреляции ошибок в начальных полях менее отчетливо проявляется периодический характер корреляционной функции ошибок в инициализированном поле.

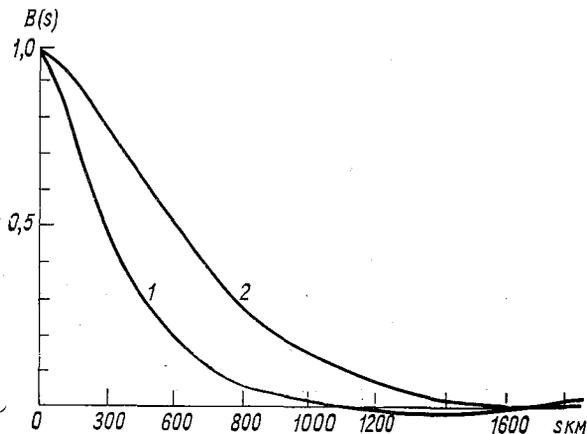


Рис. 5. Средняя по области корреляционная функция ошибок в начальном поле геопотенциала при различных значениях радиуса корреляции.

1) $R = 2500$ км, 2) $R = \infty$

Таким образом, в процессе инициализации поля метеорологических элементов приобретают целый ряд специфических черт.

Во-первых, происходит нелинейная адаптация полей ветра и геопотенциала.

Во-вторых, в процессе инициализации осуществляется выфилтровывание компонент движения, имеющих коротковолновую природу и обусловленных налагаемой на поле первоначальной ошибкой.

В-третьих, инициализационную процедуру следует строить таким образом, чтобы не противоречить физике процесса адаптации и достаточно надежно исключить из решения мелкомасштабные шумы. Такими свойствами обладает, как показали эксперименты, инициализационная процедура, в которой все поля меняются в процессе согласования.

В заключение заметим, что процедура псевдопрогноза может достаточно эффективно применяться как для динамического согласования метеорологических полей в рамках конкретной прогно-

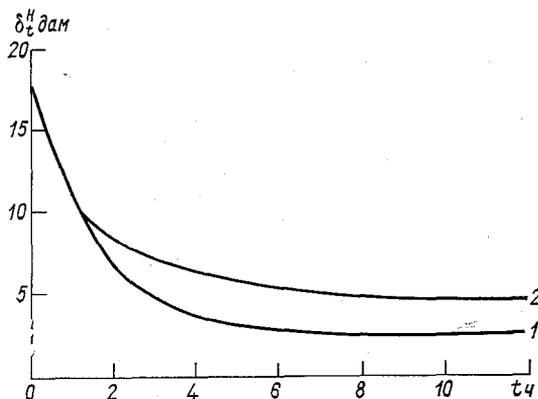


Рис. 6. Изменение среднего абсолютного отклонения инициализированного поля геопотенциала от «начального» при различных значениях радиуса корреляции (R) ошибок исходного поля.
1) $R=0$, 2) $R=\infty$

стической модели, так и для ассимиляции основных видов гидрометеорологической информации в различных схемах четырехмерного анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глуховский А. Б. О статистическом моделировании метеорологических полей.—Иzv. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 5, № 7, 1969, с. 724—729.
2. Кибель И. А. О приспособлении движения воздуха к геострофическому.—ДАН СССР, т. 104, № 1, 1955, с. 60—63.
3. Курихара И. Об использовании неявных и итерационных методов для интегрирования по времени уравнения волнового движения.—В кн.: Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана. Л., Гидрометеоздат, 1968, с. 168—198.
4. Обухов А. М. К вопросу о геострофическом ветре.—Иzv. АН СССР. Сер. геогр. и геоф., № 4, 1949, с. 281—306.
5. Томпсон Ф. Д. Анализ и предсказание погоды численными методами. М., Изд-во иностр. лит., 1962, с. 112—123.
6. Фалькович А. И., Юрко Т. А. Восстановление ветра в низких широтах методом динамического согласования полей.—Тр. Гидрометцентра СССР, 1972, вып. 103, с. 23—28.
7. Федорова Н. Г. О применении метода динамического согласования полей при расчете ветра для прогностической модели по полным уравнениям гидродинамики.—Тр. Гидрометцентра СССР, 1972, вып. 103, с. 29—41.
8. Фукс-Рабинович М. С. Об оценке влияния точности исходной информации на прогноз геопотенциала и скорости ветра с использованием примитивной баротропной модели атмосферы.—Тр. Гидрометцентра СССР, 1970, вып. 71, с. 98—108.

9. Фукс-Рабинович М. С., Федорова Н. Г. О динамическом согласовании исходных полей для моделей по полным уравнениям гидротермодинамики—«Метеорология и гидрология», № 5, 1972, с. 3—11.

10. Фукс-Рабинович М. С., Круглова Е. Н. О применении экологических полунеявных схем интегрирования систем полных уравнений динамики атмосферы—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1974, вып. 145, с. 54—72.

11. Bengtsson L. 4-dimensional assimilation of meteorological observation, GARP, Publications Series, N 15. January, 1975, p. 57—69.

12. Temperton C. Some experiments in dynamic initialization for a simple primitive equation model.— „Quart. J. Roy. Met. Soc.”, 99, 1973, p. 303—319.

*Л. Р. Дмитриева-Араго, Т. Н. Горбунова,
Л. В. Самойлова*

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАДИАЦИОННОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКОРОСТИ В АТМОСФЕРЕ

Среди методов вычисления вертикальной скорости широко известен метод, основанный на использовании уравнения притока тепла, названный «адиабатическим» методом [1]. Идея адиабатического метода состоит в определении вертикальной скорости путем вычисления отдельных членов уравнения при условии, что притоки тепла полагаются равными нулю. Это предположение было вызвано тем, что вычисление притоков тепла сопровождалось большими ошибками. С улучшением качества методов определения притоков тепла как расчетных, так и экспериментальных появились предложения использовать уравнение притока тепла для определения неадиабатической и адиабатической составляющих вертикальной скорости. В работе [2] из уравнения притока тепла по синоптическим данным о температурной тенденции и адвекции температуры из уравнения притока тепла рассчитана адиабатическая составляющая вертикальной скорости. Одновременно для тех же моментов времени по данным измерений инфракрасной радиации с помощью радиометеозонда Суоми-Куна была вычислена инфракрасная компонента вертикальной скорости.

В работе [3] разработан метод вычисления адиабатической и неадиабатической составляющих вертикальной скорости. Для уменьшения вычислительной погрешности авторы предложили вычислять среднюю для некоторого слоя вертикальную скорость. Уравнение притока тепла записывается в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \nabla T + \alpha \omega = E, \quad (1)$$

где

$$\omega = \frac{1}{p_0} \frac{dp_0}{dt}, \quad \alpha = - \frac{T \left(\frac{\gamma R}{g} + \frac{k-1}{k} \right)}{T_{ст}(1) \zeta},$$

$$E = \frac{\varepsilon}{c_p \rho T_{ст}(1)}, \quad \varepsilon = \frac{\rho g}{p_0} \frac{\partial Q}{\partial \zeta},$$

$$\gamma = -\partial T / \partial z, \quad k = c_p / c_v, \quad \zeta = p / p_0. \quad (2)$$

$T_{ст}(1) = T_{ст}(\zeta)_{\zeta=1}$, p — давление, p_0 — давление на уровне земли, Q — поток тепла, $T_{ст}(\zeta)$ — стандартная температура, c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении, ρ — плотность воздуха, ε — приток тепла к единице объема.

Авторы работы [3], представив вертикальную скорость в виде суммы $\omega = \omega_a + \omega_E$, где ω_a — адиабатическая составляющая вертикальной скорости, ω_E — неадиабатическая составляющая вертикальной скорости, получили следующее выражение для ω_E :

$$\omega_E = \frac{1}{x} E = \frac{1}{x} \frac{g}{c_p p_0 T_{ст}(1)} \frac{\partial Q}{\partial \zeta}. \quad (3)$$

Интегрирование по ζ от ζ_1 до 1 дает

$$\bar{\omega}_E = \frac{1}{(1 - \zeta_1)} \frac{1}{p_0 c_p T_{ст}(1)} \int_{\zeta_1}^1 \frac{1}{x} \frac{\partial Q}{\partial \zeta} d\zeta =$$

$$= \frac{1}{(1 - \zeta_1)} \frac{1}{p_0 c_p T_{ст}(1)} \left\{ \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=1} - \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=\zeta_1} - \int_{\zeta_1}^1 Q \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{1}{x} \right) d\zeta \right\}, \quad (4)$$

где

$$\bar{\omega}_E = \frac{1}{1 - \zeta_1} \int_{\zeta_1}^1 \omega_E d\zeta.$$

Так как $\frac{d}{d\zeta} \left(\frac{1}{x} \right)$ терпит разрыв на тропопаузе, то интеграл в (4) делится на две части

$$\bar{\omega}_E = \frac{1}{(1 - \zeta_1) p_0 c_p T_{ст}(1)} \left\{ \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=1} - \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=\zeta_1} - \int_{\zeta_1}^{\zeta_c} Q \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{x} \right) d\zeta - \int_{\zeta_c}^1 Q \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{x} \right) d\zeta \right\}, \quad (5)$$

где ζ_c — уровень тропопаузы.

Оценивая величину $\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{x} \right)$ в разных слоях атмосферы, авторы предложили формулу для расчета неадиабатической составляющей вертикальной скорости средней в слое от $\zeta=1$ до $\zeta=\zeta_c$:

$$\bar{\omega}_E = \frac{1}{(1 - \zeta_1) T_{ст}(1) p_0 c_p} \left\{ \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=1} - \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=\zeta_1} + a \int_{\zeta_1}^{\zeta_c} Q d\zeta + b \int_{\zeta_1}^{\zeta_c} Q d\zeta \right\}, \quad (6)$$

где $a = -\frac{d}{d\zeta} \left(\frac{1}{x} \right) = 1,04$ для тропосферы при $\gamma = 6,5 \cdot 10^{-3}$ град/м;

$$\bar{b} = -\frac{d}{d\zeta} \left(\frac{1}{x} \right) = 4,7 \text{ для стратосферы при } \gamma=0.$$

Для слоя ζ_1, ζ_2 , лежащего в пределах тропосферы, вместо (6) может быть написано

$$\bar{\omega}_E = \frac{1}{(\zeta_1 - \zeta_2) p_0 c_p T_{ст}(1)} \left\{ \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=\zeta_1} - \frac{Q}{x} \Big|_{\zeta=\zeta_2} + a \int_{\zeta_2}^{\zeta_1} Q d\zeta \right\}, \quad (7)$$

где $\zeta_1 > \zeta_2$.

Если рассматривать величину Q только как эффективный радиационный поток тепла, то формула (7) дает радиационную составляющую вертикальной скорости. В данной статье в отличие от работы [3], где радиационный приток задан средним для данного слоя значением, взятым из работы [4], потоки радиации были рассчитаны по данным аэрологического зондирования атмосферы о температуре и влажности, а также по данным об облачности, снятым с синоптических карт. Методика расчета потоков длинноволновой и коротковолновой радиации изложена в работах [5—7].

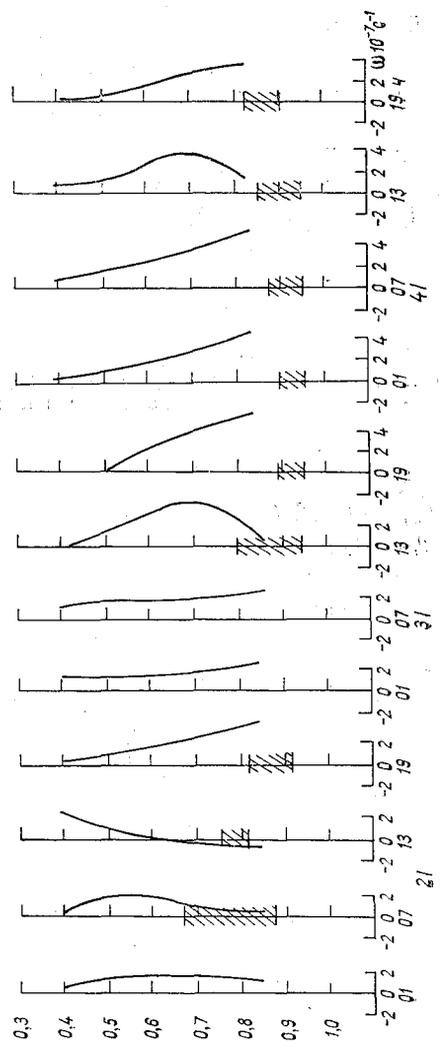
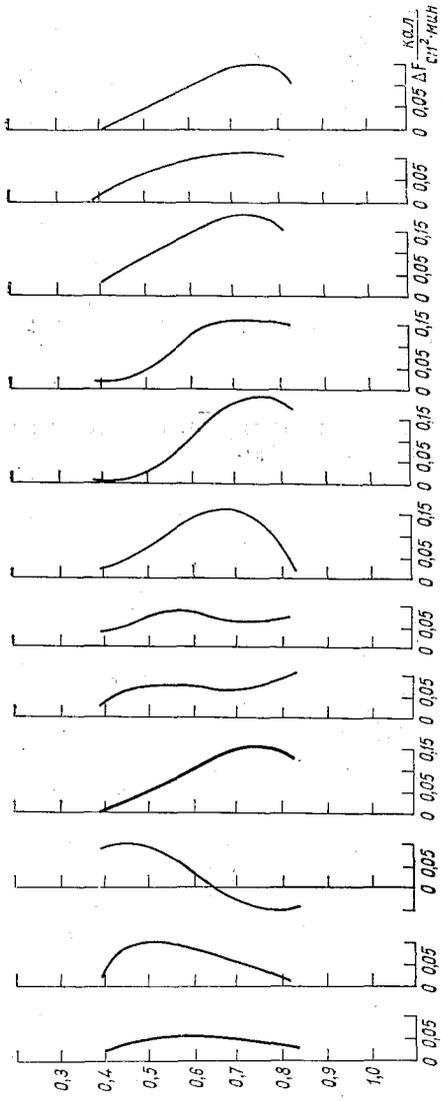
Для изучения закономерностей изменения радиационных вертикальных движений в пространстве и во времени были выполнены расчеты для периода с 1 по 7 января 1971 г. (26 случаев). В большинстве рассмотренных случаев отмечалась облачность, которая, как будет видно из дальнейшего, оказывает существенное влияние на величину и вертикальное распределение радиационной вертикальной скорости. Влияние это осуществляется посредством влияния облачности на вертикальное распределение радиационных потоков тепла.

Численные эксперименты по взаимодействию радиации и облачности показали, что облачные слои часто оказывают согревающее действие на тот слой, внутри которого они расположены [5, 7]. Следствием нагревания является появление восходящих вертикальных движений или ослабление нисходящих движений.

На рис. 1, 2 представлены рассчитанные по формуле (6) вертикальные скорости, средние для всей тропосферы, и радиационный приток ΔF ко всей толще тропосферы за 1—7 января 1971 г. На графиках положительные скорости ω соответствуют реальным нисходящим движениям, положительные значения ΔF — выхолаживанию. Приток к слою (ζ_1, ζ_2) рассчитывается как $\Delta F = Q_{\zeta_2} - Q_{\zeta_1}$.

На рис. 1 представлены вертикальные скорости, обусловленные только длинноволновыми притоками ΔF_d (нисходящие движения), на рис. 2 — вертикальные скорости за весь рассматриваемый период с учетом длинноволновой и коротковолновой радиации. Кривые на обоих рисунках отличаются друг от друга значениями вертикальной скорости в 13 ч, когда присутствует коротковолновый приток. Он либо уменьшает величину нисходящих движений, либо способствует образованию восходящих движений.

На рис. 3 представлены вертикальные профили радиационных вертикальных скоростей, построенные по значениям, полученным



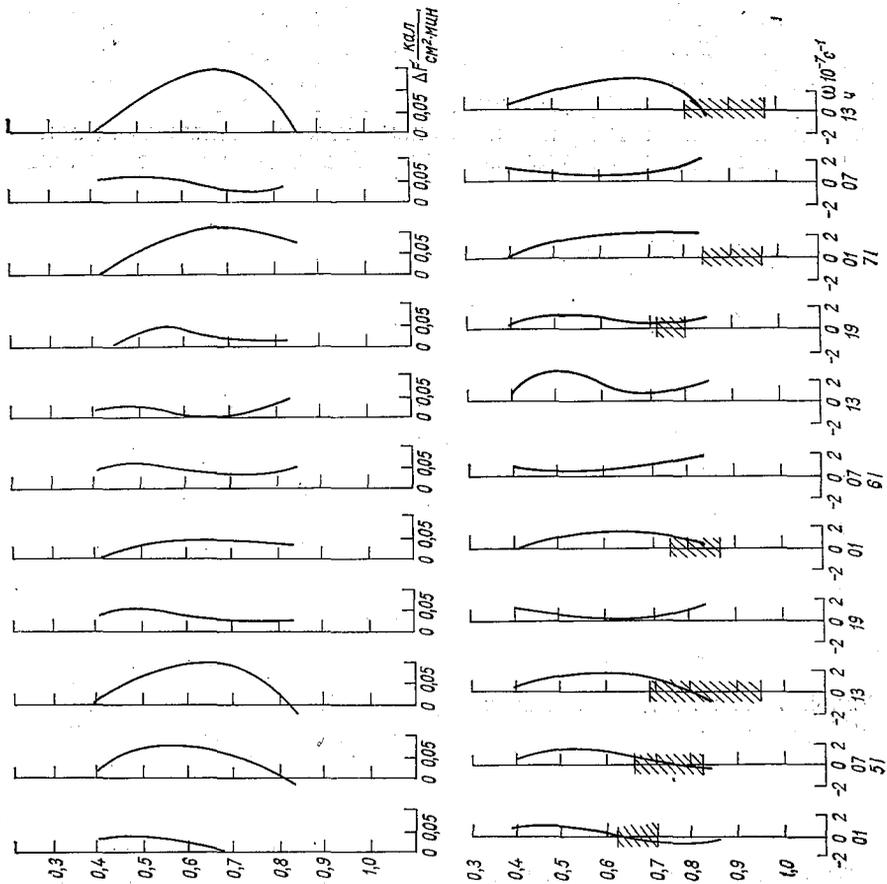


Рис. 3. Вертикальные профили радиационных вертикальных скоростей. Штриховкой обозначены облачные слои.

для стлельных более узких слоев: 1000—700, 700—500, 500—300 мбар для периода со 2 по 7 января 1971 г. по данным ст. Воейково. Рассчитанные значения ω были отнесены к серединам этих слоев. Здесь же приведены профили притоков радиации. В 13 ч радиационный приток $\Delta F = \Delta F_{\text{к}} + \Delta F_{\text{д}}$, где $\Delta F_{\text{к}}$ — приток за счет коротковолновой радиации, $\Delta F_{\text{д}}$ — приток за счет длинноволновой радиации. На графике отмечены также облачные слои, влияние которых зависит от расположения облачного слоя относительно

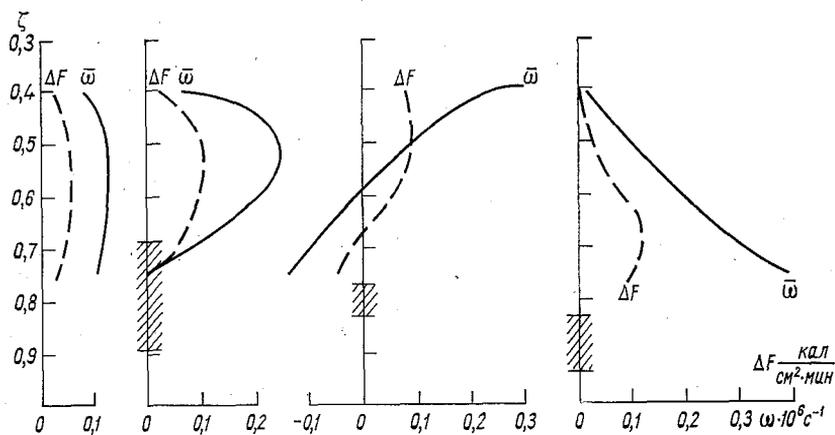


Рис. 4. Суточный ход радиационных вертикальных скоростей (ω), обусловленных суммой длинноволнового и коротковолнового притоков тепла ($\Delta F = \Delta F_{\text{д}} + \Delta F_{\text{к}}$), в 1, 7, 13 и 19 ч.

но слоев, для которых рассчитываются вертикальные скорости. В надоблачных слоях в основном имеют место нисходящие вертикальные движения ($\omega > 0$). В слоях, которые захватывают верхнюю часть облака или все облако, уменьшаются нисходящие вертикальные скорости или появляются восходящие движения. Притоки солнечной радиации в 13 ч усиливают этот эффект. Таким образом, профиль радиационных вертикальных скоростей согласуется с профилем радиационных притоков тепла.

На рис. 4 в качестве примера представлен суточный ход притока радиации и радиационных вертикальных потоков. На этом рисунке в течение одних суток 2 января 1971 г. четко проявляются перечисленные выше закономерности. Безоблачные условия в 1 ч сопровождаются положительным притоком (выхолаживание). Появление облачности в 7 ч приводит к усилению нисходящих движений над облаком.

Нагревание солнечной радиацией в 13 ч способствует образованию восходящих вертикальных движений в слое, где располо-

жена облачность. Общее понижение температуры в 19 ч и опускание облачного слоя способствуют увеличению нисходящих движений во всем рассматриваемом слое.

Рассчитанные в данной работе вертикальные скорости достаточно хорошо согласуются по величине и знаку с полученными в [2] вертикальными скоростями. Для сравнения на рис. 5 представлены профили $\omega(\zeta)$, рассчитанные по данным 1 ч, 2 и 3 января и профиль ω из работы [2], относящийся к 0 ч, осредненный по 21 безоблачному случаю, также для зимних условий.

Приведенные в статье результаты показывают, что предложенная схема правильно качественно и количественно

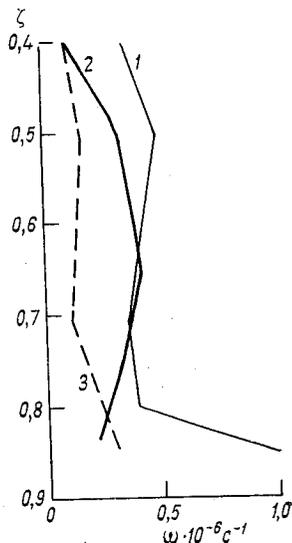


Рис. 5. Сравнение профилей вертикальных скоростей, полученных в работе [6] и в настоящей работе.

1 — Вашингтон, 0 ч декабрь 1970 г.; 2 — Воейково, 1 ч 2 января 1971 г.; 3 — Воейково, 1 ч 3 января 1971 г.

описывает радиационные вертикальные движения в атмосфере. Сравнение их с адиабатическими вертикальными скоростями показывает, что они составляют примерно 30% от последних [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы динамической метеорологии. Л., Гидрометеониздат, 1955. Авт.: Л. С. Гандин, Д. Л. Лайхтман, Л. Т. Матвеев, М. И. Юдин.
2. Ben R. Bullock, Lyle H. Horn, Donald R. Jonson. The contribution of infrared cooling to the vertical motion field and its implication in atmospheric energetics.— „Month. Weath. Rev.“, 1969, vol. 97, N 5, p. 371—381.
3. Швец М. Е., Шнееров Б. Е. Метод расчета вертикальных потоков в атмосфере с учетом неадиабатических факторов.—«Тр. ГГО», 1975, вып. 329, с. 3—14.
4. Dopplick T. G. Radiative heating of the global atmosphere.— „J. Atm. Sci.“, 1972, vol. 29, N 7, p. 1278—1294.
5. Дмитриева-Арраго Л. Р. Расчет потоков и притоков длинноволновой радиации в облачных условиях.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 197, с. 88—104.
6. Дмитриева-Арраго Л. Р., Самойлова Л. В. К расчету поля коротковолновой радиации в схеме общей циркуляции атмосферы.—«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1970, 6, № 1, с. 29—36.
7. Дмитриева-Арраго Л. Р., Парщина Г. В., Самойлова Л. В. Расчет потоков коротковолновой радиации в облачных условиях.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 272, с. 70—78.

Ю. В. Житорчук

К ПРОБЛЕМЕ ПОЛУЧЕНИЯ ПРЕДИКТОРОВ ДЛЯ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИХ ПРОГНОЗОВ

Центральной проблемой любого статистического метода прогноза является проблема получения информативных предикторов, обладающих стабильными во времени прогностическими связями. Решение этой задачи, как правило, связано с нахождением некоторого преобразования совокупности имеющихся тест-предикторов

$$Z_t = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}_t, \quad (1)$$

позволяющего путем введения ряда статистических и физических гипотез получить предикторы, в некотором смысле оптимальные с точки зрения их использования на независимом материале.

Заметим, что предикторы, оптимальные с точки зрения прогноза на независимой выборке, вследствие нестабильности прогностических связей, а также в результате невозможности полного отделения предикторов с «ложными» прогностическими связями не являются оптимальными для независимых прогнозов.

В настоящий момент наметился ряд направлений, позволяющих в той или иной степени уменьшить влияние перечисленных выше факторов. Это использование сравнительно малой по объему выборки, непосредственно примыкающей к климатологической эпохе составления прогноза [1], учет типизации атмосферных процессов при составлении прогностических уравнений [2], использование метода экспертной оценки для окончательного отбора предикторов [3] и некоторые другие методы [4].

Ниже предлагается метод получения предикторов для физико-статистических прогнозов, исходящий из гипотезы о наличии центров действия в атмосфере. Для того чтобы более точно сформулировать интересующую нас задачу, сделаем ряд замечаний об используемых далее обозначениях и терминологии.

Под информационной системой прогноза K будем понимать совокупность всех тест-предикторов, расположенных в хронологическом порядке,

$$K = \|Z\| = \{z_i\}_t. \quad (2)$$

В соответствии с этим под предиктором

$$X_t = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}_t \quad (3)$$

будем понимать результат некоторого преобразования информационной системы K :

$$X_t = F(K). \quad (4)$$

При этом, как правило, предполагается, что в результате преобразования (4) мы получаем вектор X , размерность которого меньше, чем размерность вектора Z . Преобразования, удовлетворяющие этому требованию, будем далее называть компрессией информационной системы, а отношение размерности вектора тест-предикторов n к размерности вектора предикторов m — степенью компрессии

$$\Theta = n/m. \quad (5)$$

В зависимости от вида функционала I , экстремум которого достигается преобразованием F , будем различать в соответствии с терминологией, принятой в работе [5], *содержательные и измерительные методы компрессии*.

Измерительные методы компрессии дают экстремум функционала вида

$$I = M\left\{\left(Z - \hat{Z}\right)^2\right\}, \quad (6)$$

где M — оператор математического ожидания, \hat{Z} — вектор, восстановленный по полученным значениям X ,

$$\hat{Z} = f_1(X). \quad (7)$$

В основе измерительных методов компрессии лежит представление о возможности аппроксимации исходного процесса при помощи того или иного метода.

В метеорологии широко применяются методы измерительной компрессии, как, например, разложение метеорологических полей по системе тех или иных базисных функций (полиномы Чебышева, естественные ортогональные составляющие и т. д.). Кроме того, применяются способы аппроксимации, основанные на тех или иных алгоритмах синоптической или объективной классификации метеорологических полей.

Если в результате применения двух измерительных методов получена одна и та же степень компрессии, то следует отдать предпочтение тому методу, результаты которого точнее аппроксимируют исходный процесс.

Измерительной компрессии могут быть подвергнуты информационные системы как тест-предикторов, так и предикторов. В случае же содержательной компрессии преобразованию вида (4) может быть подвергнута лишь система тест-предикторов, тогда находится экстремальное значение функционала вида

$$I = M\{(Y - \hat{Y})^2\}, \quad (8)$$

где Y — фактическое, а \hat{Y} — прогностическое значение вектора предиктанта

$$\hat{Y} = f_2(X). \quad (9)$$

В качестве функций f_1 и f_2 в выражениях (7) и (9), как правило, используются линейные операторы

$$\hat{Y} = \alpha X, \quad (10)$$

где $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$.

Задача содержательных методов компрессии состоит в выделении из информационной системы только той части информации, которая относится к возмущающим параметрам, т. е. выделению сигнала на фоне шумов. И следовательно, как это видно из (8), функционал, экстремум которого определяется содержательными алгоритмами компрессии, характеризует качество прогнозов, использующих предикторы, полученные в результате преобразования F .

Примерами алгоритмов содержательной компрессии могут служить алгоритмы канонических корреляций [6], просеивания [7], экспертной оценки [3] и т. д.

Сравнение эффективности методов содержательной компрессии производится исходя из точности аппроксимации предикторами прогнозируемых процессов.

Используя введенные выше понятия содержательной и измерительной компрессии, можно выделить из существующего многообразия способов отбора предикторов две принципиально различные друг от друга схемы, изображенные на рисунке.

а. Схема однократной компрессии. Ее основной особенностью является то, что информационная система тест-предикторов подвергается содержательной компрессии, результатом которой являются предикторы, используемые далее в прогностическом уравнении.

б. Схема двукратной компрессии. В этом случае информационная система вначале подвергается измерительной компрессии, результаты которой — содержательной.

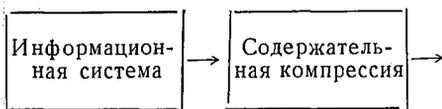
Рассмотрим преимущества и недостатки каждой из этих схем получения предикторов.

Как указывает М. И. Юдин [8], основным недостатком схемы получения предикторов путем однократной компрессии информа-

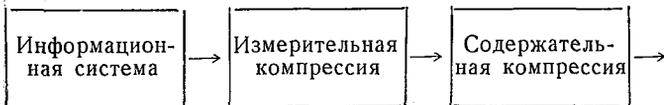
ционной системы является сильная зависимость результатов от нестационарности прогностических связей, а также ее слабая помехозащищенность, в результате чего значительно увеличивается вероятность включения в прогностическую схему ложных связей.

Реализация же второго метода, т. е. использование в качестве предикторов коэффициентов разложения по системе тех или иных базисных функций, позволяет выделить наиболее интенсивные крупномасштабные элементарные колебания типа стоячих волн. Многочисленные исследования показали, что эти колебания являются устойчивыми во времени, поэтому, использование того или иного метода измерительной компрессии дает возможность получения значительного количества консервативных предикторов.

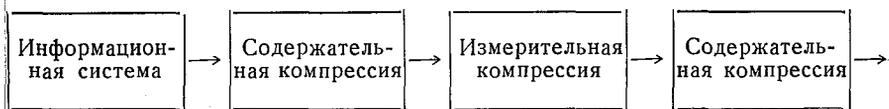
а



б



в



Схемы отбора предикторов.

Тем самым уменьшается вероятность включения в прогностическую схему ложных зависимостей, ухудшающих на независимой выборке качество статистических прогнозов.

Однако второй подход не лишен и ряда недостатков, главным из которых, по-видимому, является то, что при включении в схему отбора того или иного метода измерительной компрессии, в случае когда информация о предиктанте распределена не равномерно, а локализована в определенных районах полей тест-предикторов, может произойти существенная потеря этой информации.

В принципе, как указывает Г. В. Груза [7], при переходе к главным компонентам информативность некоторого «хорошего» тест-предиктора может раствориться между главными компонентами так, что один из тест-предикторов иногда влияет на предиктант больше, чем одна или даже две наиболее информативные главные компоненты.

Необходимо отметить, что каждая схема отбора предикторов имеет свои области преимущественного применения. Так, при про-

гнозе некоторых опасных явлений, для которых существует физически обоснованная модель развития процесса во времени, более предпочтительной является схема однократной компрессии информационной системы — при этом отбор предикторов опирается в основном на экспертную оценку, а статистические методы преобразования информационной системы носят вспомогательный характер.

В то же время при долгосрочном прогнозе с заблаговременностью несколько месяцев информация о предиктанте, по-видимому, распределена сравнительно равномерно. В этом случае наиболее крупномасштабные атмосферные процессы, выделяемые при измерительной компрессии, довольно часто являются и наиболее информативными предикторами [9], и, следовательно, применение двукратной схемы компрессии информационной системы для такого рода задач является вполне обоснованным.

В ряде случаев, когда информация о предиктанте локализована в определенных районах полей тест-предикторов, представляется целесообразным рассмотреть схему получения предикторов с трехкратной компрессией информационной системы (см. на рисунке схему *в*). Ее отличительной особенностью является то, что измерительной компрессии подвергается не вся информационная система тест-предикторов, а только определенная ее часть, удовлетворяющая выбранным критериям информативности, крупномасштабности и стабильности прогностических связей внутри зависимой выборки. Наличие такого предварительного отбора позволяет увеличить помехозащищенность получаемых предикторов, уменьшить вероятность включения ложных и нестабильных во времени прогностических связей, а последующая операция измерительной компрессии — выделить из этой совокупности наиболее крупномасштабную и прогностически ценную информацию и сконцентрировать ее в первых двух-трех членах разложения.

Остановимся теперь более подробно на тех основных гипотезах, которые положены в основу отбора тест-предикторов для последующей операции измерительной компрессии. Совокупность этих гипотез представляет из себя один из методов многоаспектной оценки значимости тест-предикторов [3], направленных на оптимизацию качества прогнозов на независимом материале. При этом предполагается, что тест-предикторы, оставленные для последующей операции измерительной компрессии, должны удовлетворять следующим условиям:

1. Информативность каждого тест-предиктора должна быть выше некоторого уровня

$$I \geq I_{кр}. \quad (11)$$

Это положение не исключает возможности включения в число отобранных и тест-предикторов с ложными прогностическими связями. Однако они так же были бы включены в число подлежащих измерительной компрессии, в случае если бы не производилась бы процедура предварительного отбора. Кроме того, если некоторый

тест-предиктор не содержит информации о прогнозируемом явлении, то каким бы линейным преобразованием мы его ни подвергали, он не увеличит информативности получаемых в результате этих преобразований предикторов, а уменьшит, «растворит» ее.

2. Прогностические связи между каждым из отобранных тест-предикторов и предиктантом должны быть достаточно стационарны внутри зависимой выборки, т. е.

$$C \geq C_{кр}, \quad (12)$$

где C — коэффициент стабильности

$$C = \frac{I^{(1)} - I^{(2)}}{I}, \quad (13)$$

$I^{(1)}$ и $I^{(2)}$ — показатели информативности на первом и втором участках зависимой выборки соответственно.

Это требование не гарантирует того, что стационарность прогностических связей, выявленная на зависимой выборке, будет сохраняться и при переходе к независимой выборке. Однако такая процедура позволяет отбросить информацию, которая с большой вероятностью будет ухудшать качество прогнозов на независимом материале.

Так, по нашему мнению, связи, выявленные на зависимой выборке и характеризующиеся значительной нестационарностью (хотя, может быть, сравнительно высокой в среднем информативностью), не должны учитываться при составлении прогноза; действительно, если при переходе к независимой выборке они сохранят нестабильный характер, то тем самым они будут ухудшать качество прогнозов. А если они стабилизируются в последующей климатологической эпохе, то вероятно изменение характера связи между этими тест-предикторами и предиктантом.

Кроме того, для случайных (ложных) связей характерны резкие изменения во времени и, таким образом, исключение нестационарных тест-предикторов, помимо всего прочего, уменьшает вероятность включения в состав предикторов ложных прогностических зависимостей.

3. Тест-предикторы, удовлетворяющие первым двум условиям, должны охватывать достаточно большие по площади районы.

Это условие накладывается для исключения мелкомасштабной, не имеющей прогностической ценности информации.

После первой содержательной компрессии оставшиеся тест-предикторы подвергаются измерительной компрессии, например разложению по естественным ортогональным составляющим, а далее коэффициенты разложения вновь подвергаются содержательной компрессии. Окончательно в качестве предикторов используются коэффициенты разложения, удовлетворяющие условиям 1—3.

В заключение отметим, что предложенная методика отбора предикторов путем трехкратной компрессии информационной системы была реализована и испытана при нашем участии на при-

мере задачи прогноза барического поля по Северной Атлантике заблаговременностью 3, 6 и 9 дней.

В докладе О. В. Бурениной, А. Т. Житорчук, Ю. В. Житорчук, К. В. Кондратовича, Н. Я. Пузановой и Р. П. Репинской «Вопросы выбора информативных предикторов и компрессия исходной информации в физико-статистических схемах прогноза барического поля на средние сроки», сделанном на Втором симпозиуме по применению статистических методов в метеорологии, были приведены оценки оправдываемости двух схем прогноза, использующих одну и ту же информационную систему тест-предикторов, преобразование которой осуществлялось в одном случае путем двукратной, а в другом — трехкратной компрессии.

Результаты сравнения оправдываемости этих схем показали преимущество способа получения предикторов путем трехкратной компрессии информационной системы. В этом случае в среднем абсолютная ошибка прогноза была меньше, примерно на 10—15%, а коэффициент корреляции между фактическими и прогностическими изменениями больше на 5—15%, чем для схемы, использующей предикторы, полученные по схеме двукратной компрессии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогнозов и возможности их внедрения.—«Метеорология и гидрология», 1967, № 11, с. 39—50.
2. Кац А. Л. Опыт построения синоптико-статистической методики прогноза декадной аномалии температуры.—«Метеорология и гидрология», 1965, № 5, с. 23—29.
3. Юдин М. И. Задача многоаспектной статистической оценки информативности прогностических соотношений.—«Тр. ГГО», 1975, вып. 329, с. 33—40.
4. Кац А. Л. Схема синоптико-гидродинамико-статистического прогноза погоды на 3—10 дней.—«Метеорология и гидрология», 1973, № 6, с. 15—25.
5. Генкин А. А., Медведев В. И. Прогнозирование психофизиологических состояний. Л., «Наука», 1973. 143 с.
6. Гандин Л. С. О применении метода канонических корреляций в метеорологии.—«Тр. ГГО», 1967, вып. 208, с. 5—22.
7. Груза Г. В. Основные вопросы корреляционного прогноза погоды.—«Тр. САНИГМИ», 1968, вып. 38, с. 78—105.
8. Юдин М. И. Физико-статистические методы долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968. 28 с.
9. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов.—«Тр. ГГО», 1971, вып. 273, с. 3—15.

Р. П. Репинская, А. В. Воротницкая

ОПЫТ КОМПЛЕКСАЦИИ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ПРОГНОЗОВ

Пусть из K известных методов прогноза некоторого метеорологического элемента в условиях данной местности (сезона, синоптической обстановки) применяется $k=1, 2, \dots, i$ методов. Причем все k методов являются независимыми в том смысле, что никакая пара методов не дает регулярно совпадающих формулировок. Кроме того, пусть имеется выборка из N параллельных прогнозов, составленных k методами для потребителей определенного класса. Требуется разработать рекомендации по определению оптимальной формулировки прогноза при различных сочетаниях формулировок частных прогнозов.

Условимся рассматривать каждое сочетание параллельно составленных прогнозов как k -мерный вектор-предиктор. Тогда поставленная задача сводится к определению статистической связи между одномерным вектором окончательной формулировки прогноза — предиктантом и k -мерным вектором-предиктором. Задача последнего, как известно, связано с определенными трудностями. Кажалось бы, чем больше методов мы включим в перечень тест-предикторов, тем больше всевозможных моделей прогнозируемого объекта будет учтено и тем лучше должны быть результаты комплексации. Однако чрезмерное увеличение размерности вектора-предиктора приводит к уменьшению статистической значимости выборочных характеристик связи и, следовательно, к уменьшению надежности тех рекомендаций, которые будут получены по архивной выборке [3].

Н. А. Багровым [1] показано, что при существующих объемах архива нет смысла комплексировать многофазовые прогнозы. Даже в случае альтернативных прогнозов число комплексированных методов должно быть существенно меньше N .

В данной работе предлагается алгоритм комплексации специализированных альтернативных прогнозов и реализуется на материале 387 случаев прогнозов гроз общего пользования, составляю-

щихся в Ленинградском бюро погоды (ЛБП) пятью частными методами, выбранными с учетом проверки различных методов прогноза гроз в равнинных районах ЕТС: 1) А. В. Фатеева, 2) М. Кокса, 3) ЛБП — метод Кокса, уточненный в ЛБП Л. П. Яковлевой, 4) синоптическим, 5) И. А. Славина. Указанные методы были включены нами в перечень виртуальных предикторов. Причем нумерация трест-предикторов соответствует приведенной последовательности.

Все расчеты производились на ЭВМ «М-222» в Главной геофизической обсерватории. Программа составлена на языке «Алгол-60».

Для поочередного исключения предикторов из виртуального перечня (отбора) используется процедура просеивания как наиболее удобная и экономическая в условиях данной задачи, когда число комплексируемых методов существенно меньше $k/2$ [2, 5].

Таблица 1

Осуществилось	Потребитель готовится	
	\bar{K}	\bar{K}
\bar{K}	s_{11}	s_{12}
\bar{K}	s_{21}	s_{22}

Таблица 2

Фазы предиктанта	Фазы предиктора		Σ
	1	2	
\bar{K}	n_{11}	n_{12}	n_{10}
\bar{K}	n_{21}	n_{22}	n_{20}
Σ	n_{01}	n_{02}	N

Задача комплексации специализированных прогнозов осложняется тем, что критерием отбора должна служить какая-либо статистическая характеристика полезности прогноза для данного класса потребителей. В качестве такой характеристики целесообразно использовать уменьшение затрат потребителя, представленных в денежном выражении, в результате правильного учета прогнозов погоды. Разумеется, эффективность действий потребителя должна рассматриваться в предположении, что прогностическая информация используется наилучшим образом. Выработка плана оптимального использования прогностической информации возможна при наличии сведений о влиянии атмосферных процессов на успешность хозяйственной деятельности потребителя. В теории статистических решений таблицу, характеризующую эту успешность при различных вариантах действий потребителя, принято называть матрицей затрат. Применительно к рассматриваемой задаче матрица затрат имеет вид табл. 1. В ней знак \bar{K} означает «гроза», знак \bar{K} — «без грозы»; s_{11} — математическое ожидание затрат потребителя при условии, что он готовится к грозе и гроза осуществилась; s_{21} — математическое ожидание затрат потребителя, готовящегося к грозе, но в действительности гроза не возникла и т. д.

Для выработки оптимальной стратегии построения матрицы затрат необходимо знать распределение условных вероятностей осуществления фаз предиктанта при различных значениях вектора-предиктора. В нашей задаче они легко могут быть найдены по матрице сопряженности (табл. 2). Выработка оптимальной стратегии действий потребителя при i -том сочетании частных формулировок прогноза производится следующим образом. Оцениваются вероятные затраты потребителя, готовящегося к осуществлению грозы:

$$Q_i^K = \frac{n_{1i}}{n_{0i}} s_{11} + \frac{n_{2i}}{n_{0i}} s_{21}. \quad (1)$$

Вероятные затраты потребителя, готовящегося при этом же сочетании частных формулировок прогноза к отсутствию гроз, равны:

$$Q_i^{\bar{K}} = \frac{n_{1i}}{n_{0i}} s_{12} + \frac{n_{2i}}{n_{0i}} s_{22}. \quad (2)$$

Оптимальной следует считать стратегию, обеспечивающую минимум Q_i . К сожалению, в настоящее время матрицы затрат потребителя известны лишь в исключительных случаях, причем дело здесь не только в отсутствии статистических данных, но и в принципиальных трудностях, возникающих, например, при сравнительной оценке ущерба, нанесенного в результате неблагоприятных погодных условий. Однако в этих сложных для количественного анализа ситуациях оптимальная стратегия использования прогностической информации иногда может быть найдена с помощью так называемого метода экспертных оценок. Содержание этого метода в применении к рассматриваемой задаче состоит в следующем. Предположим, что затраты потребителя в случаях, когда ожидаемое им явление осуществилось, значительно меньше, чем когда это явление не произошло. Тогда равенства (1) и (2) можно представить приближенно в виде:

$$Q_i^K = \frac{n_{2i}}{n_{0i}} s_{21}, \quad Q_i^{\bar{K}} = \frac{n_{1i}}{n_{0i}} s_{12} \quad (3)$$

и, следовательно,

$$\frac{Q_i^K}{Q_i^{\bar{K}}} = \frac{n_{2i}}{n_{1i}} \frac{s_{21}}{s_{12}}. \quad (4)$$

Таким образом, при известных n_{1i} и n_{2i} оптимальная стратегия определяется величиной $l = s_{21}/s_{12}$. Очевидно, что при $l < n_{1i}/n_{2i}$, $Q_i^K < Q_i^{\bar{K}}$ потребителю целесообразнее готовиться к осуществлению грозы, а при $l < n_{1i}/n_{2i}$, $Q_i^K > Q_i^{\bar{K}}$ — к безгрозью. Приведенные неравенства определяют пороговые значения l , при переходе которых должна изменяться стратегия потребителя. Эти значения и должны быть определены методом экспертных оценок. Далее на основании матрицы сопряженности можно поставить в соответ-

стве каждому сочетанию частных формулировок прогноза фазу предиктанта, к осуществлению которой следует готовиться данному потребителю. При условии оптимального использования прогностической информации в качестве критерия отбора методов могут служить величины, соответствующие вероятным затратам.

Анализ статистической значимости отбора осуществляется путем проверки нулевой гипотезы, согласно которой связь предиктант-предиктор исчезает при переходе к независимой выборке большого объема. Если нулевая гипотеза отвергается, вектор-предиктор может быть использован в прогностических целях. В противном случае он не имеет прогностической ценности. При

Т а б л и ц а 3

Фазы предиктанта	Фазы предиктора		Σ
	1	2	
κ	$\frac{n_{10}}{N} n_{01}$	$\frac{n_{10}}{N} n_{02}$	n_{10}
κ̄	$\frac{n_{20}}{N} n_{01}$	$\frac{n_{20}}{N} n_{02}$	n_{20}
Σ	n_{01}	n_{02}	N

проверке нулевой гипотезы возможны два подхода. В первом из них разрабатывается матрица сопряженности для случайных прогнозов. Пусть, например, по архивному материалу построена матрица сопряженности, представленная в табл. 2. Тогда табл. 3 будет матрицей сопряженности, соответствующей нулевой гипотезе. Различие между этими матрицами оценивается

некоторой числовой характеристикой, для выборочных значений которой установлен закон распределения, например, с помощью критерия хи-квадрат. При втором подходе, используемом нами, проверка нулевой гипотезы осуществляется методом Монте-Карло или методом статистических испытаний путем моделирования соответствующих матриц сопряженности. Не останавливаясь на общей теории метода, изложенной в работах [4, 6], покажем, как с его помощью могут быть построены матрицы сопряженности, соответствующие нулевой гипотезе.

Пусть с помощью ЭВМ получена последовательность случайных чисел $\xi_i (i=1, 2, \dots, n)$, равномерно распределенных на интервале $[0,1]$. Процедуру разыгрывания ξ_i построим следующим образом. Сначала заполним первую строку матрицы сопряженности для случайных прогнозов. Так как вероятность осуществления первой фазы предиктора равна n_{01}/N , второй фазы — n_{02}/N и т. д., условимся считать, что при $\xi_i < n_{01}/N$ осуществилась первая фаза предиктора, при $n_{02}/N > \xi_i \geq n_{01}/N$ — вторая фаза и т. д. Разыграв таким образом n_{10} случайных чисел, заполним первую строку матрицы сопряженности, затем, разыграв n_{20} случайных чисел, заполним вторую строку и т. д., пока не будет заполнена вся матрица.

Рассмотрим последовательность операций, выполняемых при реализации всего алгоритма комплексации в целом. Необходимыми исходными данными являются: результаты анализа оправдываемости прогнозов, регулярно составляющихся на материале N

случаев k различными методами, и матрица затрат (или пороговое значение критерия l , определенное методом экспертных оценок). Комплексация начинается с отбора лучшего метода. Строится k частных матриц сопряженности для каждого метода, включенного в список виртуальных предикторов. Далее в соответствии с матрицей затрат для каждой из формулировок прогноза определяются вероятные затраты потребителя при условии, что он готовится к осуществлению фазы предиктанта, указанной в прогнозе (или к противоположной фазе), и выбирается оптимальная стратегия. Теперь для каждой частной матрицы сопряженности определяется среднее взвешенное значение затрат \bar{Q} . Для этого по формулам (3) находятся минимальные Q для каждого столбца матрицы и складываются с соответствующим весом (повторяемостью). Таким образом определяется k значений $\bar{Q}^{(i)}$. Лучшим признается метод, соответствующий минимальным $\bar{Q}^{(i)}$. В случаях когда матрица затрат неизвестна и задано только пороговое значение критерия l , выбор оптимальной стратегии при i -той формулировке прогноза производится путем сравнения этого значения с величиной отношения n_{1i}/n_{2i} . Далее для каждой матрицы в соответствии с избранной стратегией определяется вероятность ошибок «пропуска» и ошибок «ложной тревоги» и вычисляются нормированные вероятные затраты $q = lp_1 + lp_2$, где l — пороговое значение критерия; p_1 — вероятность ошибок «пропуска»; p_2 — вероятность ошибок «ложной тревоги». Лучшим признается метод, обеспечивающий минимум указанной суммы.

Проверка статистической значимости отбора производится методом Монте-Карло путем моделирования $a=50$ раз частных матриц сопряженности, соответствующих нулевой гипотезе. Заметим, что матрица затрат потребителя проверке не подвергается. При отборе лучшей пары вновь строятся матрицы сопряженности. Затем для каждого сочетания формулировок частных прогнозов в соответствии с матрицей затрат находятся вероятные затраты и определяется оптимальная стратегия. При отсутствии матрицы затрат оптимальная стратегия находится по пороговому значению l . После определения вероятных затрат, соответствующих оптимальной стратегии, для каждого столбца матрицы вычисляются средние взвешенные затраты \bar{Q} (или нормированные затраты q). Затем сравниваются полученные для каждой матрицы значения \bar{Q} (или q) и выбирается пара методов, соответствующих минимуму средних вероятных затрат потребителя. При проверке статистической значимости отбора в этом случае проверяется нулевая гипотеза, утверждающая, что включение в комплекс второго метода «в действительности» не приводит ни к какому экономическому эффекту. Аналогично выбираются комплексы, состоящие из трех, четырех и т. д. методов. В результате применения указанных алгоритмов должны быть получены матрицы сопряженности для прогностических методов, включенных в окончательный комплекс. На основании этих матриц данному потребителю выдаются прогнозы вероятностной формулировки, определяемой по величине

соответствующих повторяемостей. При необходимости категорической формулировки для специализированных прогнозов она выбирается по табл. 4, в которой сочетания формулировок частных прогнозов записаны двоичным числом, разряды которого соответствуют номерам комплекслируемых методов.

Поскольку фактические матрицы затрат потребителей прогностической информации различных классов отсутствуют, то для примера задача комплексации параллельных специализированных

Таблица 4

Фазы предиктанта	Фазы предиктора							Σ
	11...11	11...10	00...01	00...00	
Оптимальная стратегия	n_{11}	n_{12}	...	n_{1i}	...	$n_{1(k-1)}$	n_{1k}	n_{10}
	n_{21}	n_{22}	...	n_{2i}	...	$n_{2(k-1)}$	n_{2k}	n_{20}
					N

прогнозов решалась для двух пороговых значений критерия $l:l=1, l=0,5$. В соответствии с этими значениями была определена оптимальная стратегия деятельности потребителей при различном сочетании формулировок частных прогнозов. Оказалось, что потребителям первого класса ($l=1$) подготовка к грозе целесообразна в ситуациях, для которых в соответствии с матрицей сопря-

Таблица 5

Фазы предиктанта	Фазы предиктора							Σ
	11...11	11...10	00...01	00...00	
K	n_{11}	n_{12}	...	n_{1i}	...	$n_{1(k-1)}$	n_{1k}	n_{10}
	n_{21}	n_{22}	...	n_{2i}	...	$n_{2(k-1)}$	n_{2k}	n_{20}
Σ	n_{01}	n_{02}	...	n_{0i}	...	$n_{0(k-1)}$	n_{0k}	N

женности (табл. 5) выполняется неравенство $n_{1i}/n_{2i} \geq 1$. Для потребителей второго класса ($l=0,5$) подготовка к грозе должна осуществляться при сочетаниях, для которых $n_{1i}/n_{2i} \geq 0,5$. С учетом сказанного табл. 5 была дополнена строками, содержащими указания фазы («гроза», «без грозы»), к осуществлению которой должны готовиться потребители первого и второго классов.

В результате просеивания, произведенного по нормированным затратам, лучшим был признан метод Кокса (табл. 6, № 2). Нормированные вероятные затраты для комплексов, составленных из двух методов, приведены в табл. 7. Из нее видно, что для по-

ребителей обоих классов оптимальной является комплексация методов Кокса (№ 2) и синоптического (№ 4). В качестве третьего метода для потребителей первого класса в комплекс с равным основанием могут быть включены либо метод Фатеева (№ 1), либо метод Славина (№ 5) (табл. 8). Для потребителей второго класса включение в комплекс дополнительно какого-нибудь третьего метода вообще нецелесообразно, так как не приносит уменьшения нормированных вероятных затрат.

Таким образом, в результате комплексации прогностических методов нормированные вероятные затраты потребителей первого и второго классов снижаются в среднем примерно на 10 и 20% соответственно.

При наличии необходимой исходной информации предложенный алгоритм может быть использован для комплексации специализированных альтернативных прогнозов других элементов погоды, а также для минимизации пространства предикторов при физико-статистическом прогнозировании.

Таблица 6

	Номер метода				
	1	2	3	4	5
$q_{l=1}$	94	35	68	48	84
$q_{l=0,5}$	137	58	93	59	101

Таблица 7

	Номера методов			
	2,1	2,3	2,4	2,5
$q_{l=1}$	35	35	34	35
$q_{l=0,5}$	58	58	48	58

Таблица 8

	Номера методов		
	2, 4, 1	2, 4, 3	2, 4, 5
$q_{l=1}$	32	33	32
$q_{l=0,5}$	48	48	48

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. О комплексном методе прогноза погоды.—«Метеорология и гидрология», 1962, № 4, с. 14—22.
2. Барабаш Ю. Л. и др. Вопросы статистической теории распознавания. М., «Сов. радио», 1967. 390 с.
3. Марченко А. С. Достижимая точность линейного статистического прогноза и оптимальная размерность предиктора.—«Изв. АН СССР», 1969, т. 5, № 9, с. 883—893.
4. Соболев И. М. Метод Монте-Карло. М., «Наука», 1972. 62 с.
5. Токарев Н. Н. К вопросу о выборе информативных предикторов при реализации дискриминантных и регрессионных прогностических схем.—«Тр. УкрНИГМИ», 1971, вып. 108, с. 41—46.
6. Iver A Lund. A Monte-Karlo method for testing the statistical significance of regression equation.—„J. Appl. Meteorol.”, 1970, vol. 9, N 3, p. 330—332.

И. Е. Чувашина

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КЛИМАТИЧЕСКИХ ГРАНИЦ СЕЗОНОВ ГОДА

Вопрос определения границ сезонов не новый, им занимались многие исследователи, которые подходили к решению этого вопроса с разных позиций. Работы по подходу к определению границ сезонов можно разделить в основном на три группы.

К первой группе работ можно отнести исследования авторов, которые предлагали определять границы сезонов года по признакам, характеризующим поступление солнечной энергии. К ним относятся работы А. И. Воейкова, Шоу, С. И. Небольсина, М. Ф. Спасского [4]. На основании такого подхода можно установить лишь условные границы сезонов.

Ко второй группе можно отнести работы, в которых предпринимаются попытки определения границ климатических сезонов с учетом более детального анализа термического режима в течение года. Большинство этих работ также опираются на условные признаки. Так, А. И. Кайгородов [8] считает, что наступление зимы следует относить ко времени перехода средней суточной температуры через 0°C , началом весны считает переход средней суточной температуры через 5°C . Лето он определяет как промежуток времени со средними суточными температурами, равными или больше 70% средней месячной температуры центрального летнего месяца. Наличие четырех сезонов года Кайгородов признает только для определенной зоны, где есть переход температуры через 0°C . Там, где этого перехода нет, он считает что существует только два времени года: теплое и холодное. К этой же группе можно отнести деление времен года по определенным градациям средних суточных температур воздуха. Такое деление лучше характеризует климатические сезоны года, чем предыдущие. К этим работам относятся работы К. С. Веселовского, И. П. Семенова-Тянь-Шаньского, Л. В. Федорова, А. В. Процера [4].

А. Н. Лебедев и Г. П. Писарева [9] в качестве критерия наступления весны берут среднюю дату перехода температуры воз-

духа через 0°С в сторону положительных значений, а зимы — переход через 0°С в отрицательную сторону. Но все авторы, рассматривающие климатические сезоны года как интервалы времени между определенными градациями средних суточных температур, пришли к одному и тому же выводу, а именно: в северных широтах отсутствует лето, в южных — зима. Этот вывод был неизбежен, так как авторы подходили с одними и теми же критериями определения границ сезонов к разным широтам.

К третьей группе можно отнести работы, в которых отмечаются элементы генетического подхода к решению данного вопроса. Это исследования Б. П. Мультановского [14], Н. Н. Галахова [4], С. Т. Пагавы [15], В. И. Егоровой [5].

Б. П. Мультановский в результате исследования синоптических процессов предложили делить год на пять сезонов, а не на четыре, он ввел понятие «предзимье», приняв во внимание значительную неоднородность синоптических процессов в течение зимнего сезона.

С. Т. Пагава на основе анализа карт барической топографии поверхности 500 мбар за 11 лет (1938—1948) выделяет шесть синоптических сезонов: весну, первую и вторую половину лета, осень, предзимье и зиму. В основном его деление года на сезоны совпадает с делением Мультановского, за исключением лета.

Из всех перечисленных направлений при определении границ климатических сезонов года наибольшее значение имеют работы, относящиеся к третьей группе. Но и эти работы не лишены недостатков. Они носят в некоторой мере субъективный характер и не дают количественных критериев определения границ сезонов года.

В данной работе предлагается корреляционный метод определения границ сезонов, основанный на следующих предположениях.

Как известно, под естественным климатическим сезоном понимается некоторый период времени года, характеризующийся однотипным ходом метеорологических процессов и определенным термическим режимом. Каждому климатическому сезону свойственны объективные закономерности, отличительные черты и свойства. При смене сезонов года происходит качественный переход к другому климатическому состоянию.

В качестве критерия структуры сезонов года нами была принята средняя суточная температура воздуха.

Температурное поле хорошо отражает влияние важных климатообразующих факторов: радиационные процессы, состояние подстилающей поверхности, характер общей циркуляции атмосферы, а также изменения солнечной активности. Но температурное поле в свою очередь влияет на общую циркуляцию атмосферы, так как сезонное распределение очагов тепла и холода способствует возникновению механизма определенной формы циркуляции, характерной для данного сезона.

Ввиду того что тепловые свойства материков и океанов в течение года претерпевают значительные изменения, повторяемость тех или иных форм или механизмов атмосферной циркуляции

имеет в среднем годовой ход. Следовательно, смена знака термического поля подстилающей поверхности от сезона к сезону обуславливает сезонную схему форм циркуляции и потому служит хорошим критерием структуры сезонов года.

Вследствие всего вышесказанного логично предположить, что корреляционные связи во времени «комплексных характеристик», дающих представление обо всем температурном поле, должны резко изменяться при переходе от сезона к сезону, тем самым оп-

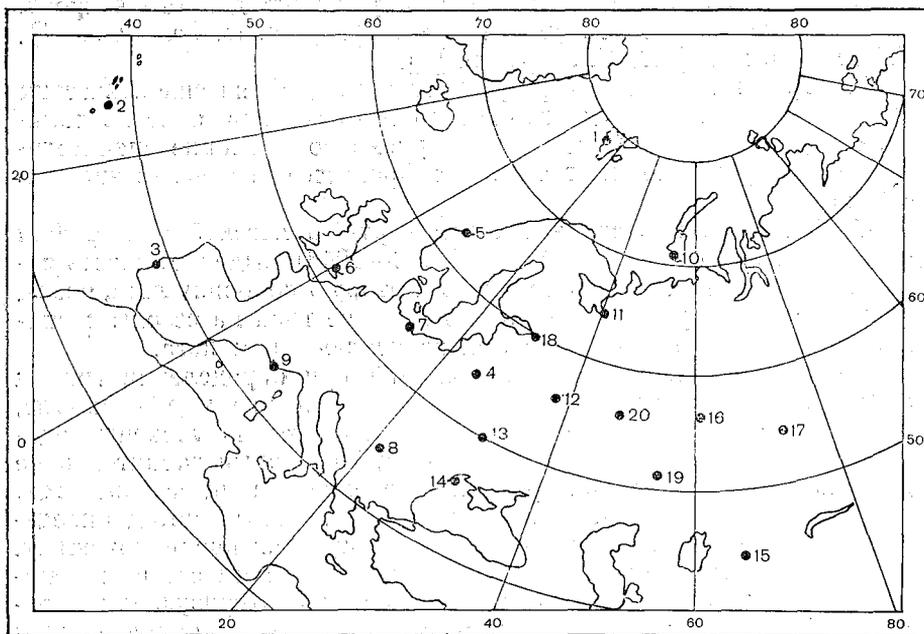


Рис. 1. Сеть используемых станций.

- 1 — Барендбург, 2 — Понта-Делгада, 3 — Лиссабон, 4 — Вильнюс, 5 — Торсхавн, 6 — Кью, 7 — полусумма значений температуры Берлина и Копенгагена, 8 — Белград, 9 — Марсель, 10 — Малые Кармакулы, 11 — Архангельск, 12 — Москва, 13 — Киев, 14 — Одесса, 15 — Кзыл-Орда, 16 — Свердловск, 17 — Омск, 18 — Ленинград, 19 — Оренбург, 20 — Казань.

ределяя даты смен сезонов года. Внутри сезонов вследствие однородности атмосферных процессов коэффициенты корреляции должны быть близкими по величине.

В качестве комплексных характеристик, определяющих температурное поле, были взяты коэффициенты разложения по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.) полей средних суточных значений температуры. Метод разложения метеорологических полей по е. о. ф. в настоящее время хорошо изучен и нашел широкое применение при исследовании статистической структуры метеорологических элементов [6], поэтому мы не будем останавливаться на его описании.

Для расчетов коэффициентов разложения по е. о. ф. температурного поля было выбрано 20 станций, положение их приведено на рис. 1.

Архив исходных данных собран за 39 лет для периода с января по март и за 38 лет — с апреля по июнь. За каждый месяц конкретного года средняя суточная температура взята не за все 30 суток, а лишь за 10 из них с интервалом 3 дня, чтобы исключить тесно связанные данные соседних дней. Всего было использовано

Таблица 1
Оценка сходимости рядов разложения по е. о. ф.

Месяц	λ_1	$\sum_{j=1}^2 \lambda_j$	$\sum_{j=1}^3 \lambda_j$	$\sum_{j=1}^4 \lambda_j$	$\sum_{j=1}^{20} \lambda_j$
Январь	34,4	49,0	58,7	65,2	799,0
Февраль	29,7	49,5	59,0	66,5	651,0
Март	23,3	41,8	52,3	65,0	450,3
Апрель	22,6	40,3	53,2	63,0	316,5
Май	24,2	46,0	55,0	61,6	318,2
Июнь	23,6	47,0	58,0	64,2	245,5

390 полей средней суточной температуры для каждого зимнего месяца и 380 полей для периода апрель — июнь. По этим полям рассчитывались коэффициенты горизонтального разложения по е.о.ф. по программе И. И. Поляка [16].

Годовой ход исключался путем использования отклонений от многолетних средних значений средней суточной температуры. Теоретический вопрос об учете годового хода температуры при исследовании статистической структуры этого элемента рассмотрен Р. Л. Каганом и К. М. Лугиной [7]. Необходимость исключения годового хода при изучении е. о. ф. полей средних суточных значений температуры показана в работах [11, 12].

Прежде всего проанализируем скорость сходимости рядов разложений средней суточной температуры за каждый месяц первого полугодия. В табл. 1 приведены вклады первых четырех членов разложения в процентах от суммарной дисперсии для разложения отклонений температуры от многолетних средних значений.

Вклад первого члена разложения максимальный в январе (34,4%), затем он постепенно уменьшается до 22,6% в апреле и незначительно возрастает к маю (24,2%). Но для всех месяцев он наибольший по величине.

Максимальные вклады второго члена разложения приходятся на летние месяцы (май—21,8%, июнь—23,4%), в эти месяцы вклады первого и второго членов разложения близки по величине. Наибольшие значения третьего члена разложения приходятся на апрель.

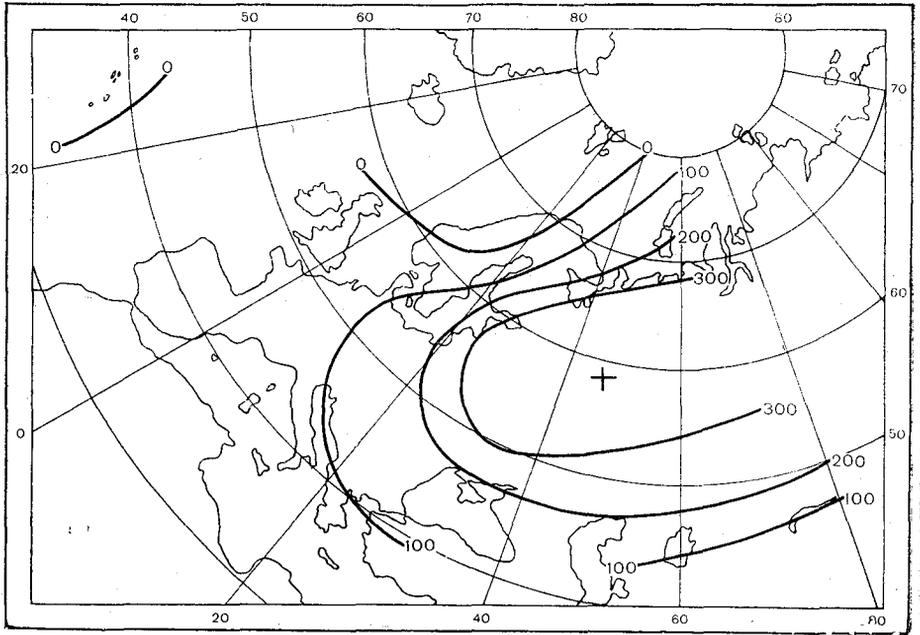


Рис. 2. Поле первой е.о.ф. x_{1i} в марте.

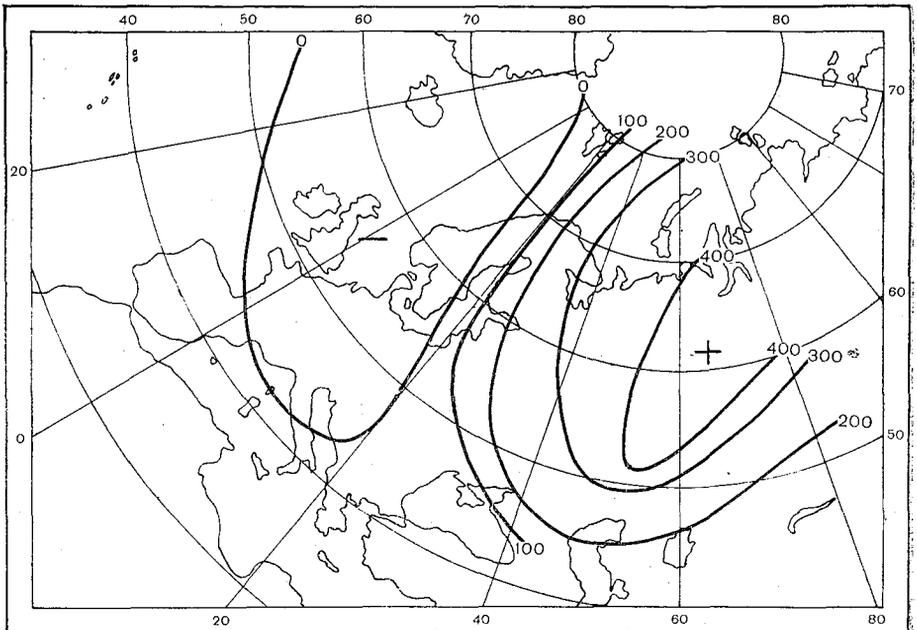


Рис. 3. Поле первой е.о.ф. x_{1i} в апреле.

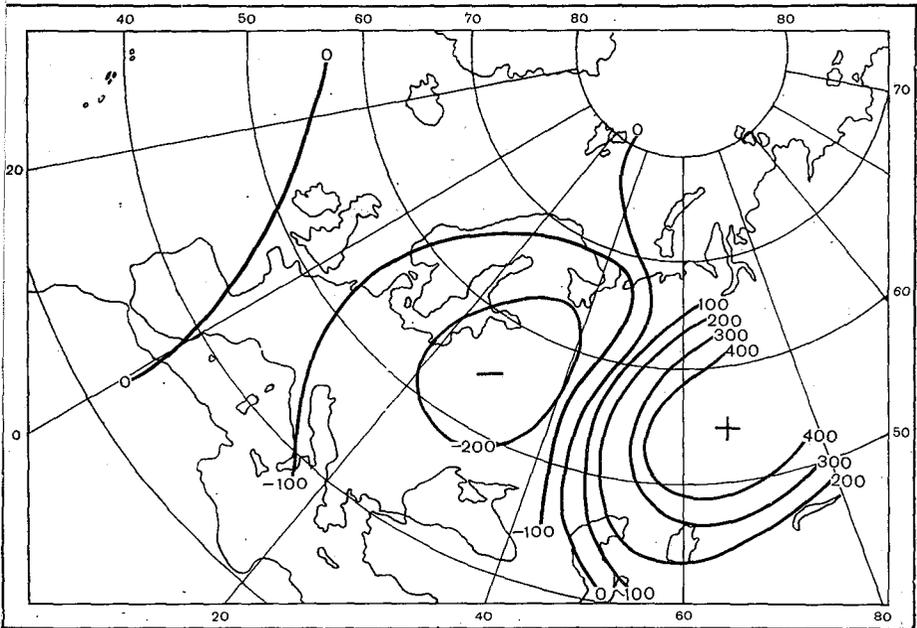


Рис. 4. Поле первой е.о.ф. x_{1i} в июне.

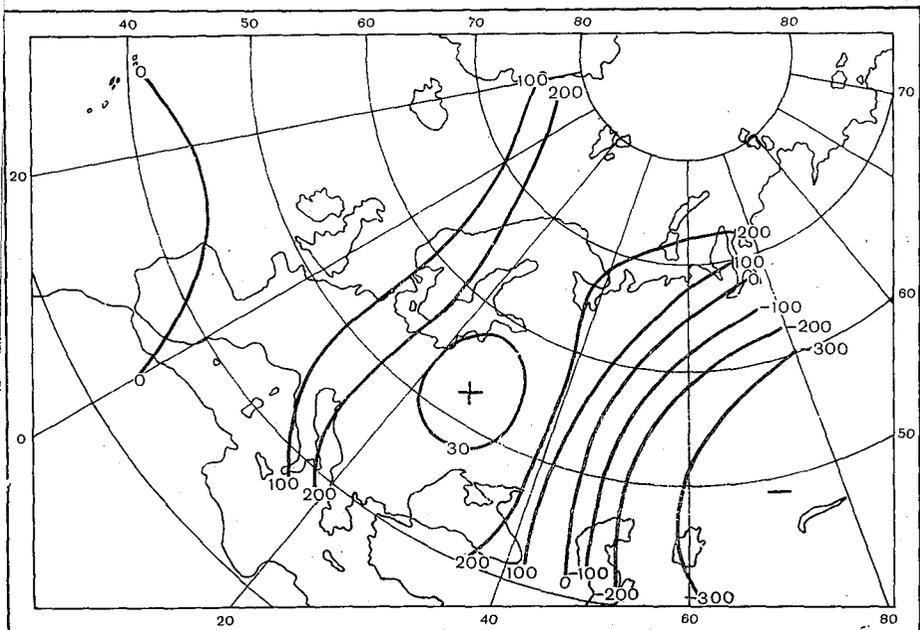


Рис. 5. Поле второй е.о.ф. x_{2i} в апреле.

Такое распределение вкладов отражает масштабность и сезонную изменчивость термических полей, так как известно, что зимние процессы более крупномасштабны, чем летние.

Поля первого собственного вектора (x_1) (рис. 2—4) распадаются на две категории. К первой относятся поля января — марта, характеризующиеся одной обширной областью положительных значений, к второй — поля мая и июня. Поля x_1 мая и июня распадаются на две области, положительную на востоке и отрицательную на западе рассматриваемой территории. Поле x_1 апреля занимает промежуточное положение (см. рис. 3), его нельзя отнести ни к зиме ни к лету. Поле x_2 апреля (рис. 5) визуально похоже на поле x_1 мая и июня, т. е. можно сделать вывод, что в поле x_1 апреля еще сохраняются признаки зимы, а поле x_2 отражает уже летние процессы.

Так как первые собственные числа (λ_1 и λ_2) равны дисперсиям первых коэффициентов разложения a_1 и a_2 и имеют максимальные вклады в суммарную дисперсию поля, а векторы x_1 и x_2 описывают и «первое и второе главные колебания» [6], то можно сделать вывод, что a_1 и a_2 описывают наиболее крупномасштабные процессы в пространстве и времени. Поэтому для определения границ сезонов были взяты только первые два коэффициента разложения по е.о.ф. Из коэффициентов разложения a_1 и a_2 были составлены ряды $\sum_{m=1}^n a_{1m}$, $\sum_{m=1}^n a_{2m}$ за 3, 6, 9, ..., 30-е числа каждого месяца, $n=39$ для января — марта и $n=38$ для апреля — июня. По этим рядам были рассчитаны корреляционные матрицы вида

$$\begin{pmatrix} 1 & R_{12} & R_{13} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & 1 & R_{23} & \dots & R_{2n} \\ R_{31} & R_{32} & 1 & \dots & R_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & R_{n2} & R_{n3} & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где R — коэффициенты корреляции между a_1 или a_2 за 3, 6, 9, ..., 30-е числа каждого месяца.

Перейдем к анализу рассчитанных таким образом корреляционных матриц (2) — (7). Анализируя корреляционные матрицы, можно отметить, что в матрице a_1 за январь, а также в матрицах a_1 и a_2 за май и март происходит резкое уменьшение корреляционной связи. Это уменьшение отмечается между 6 и 9 января, между 12 и 15 марта в матрицах a_1 и a_2 , между 12 и 15 мая в матрице a_1 . В матрице a_2 за май нарушение происходит между 15 и 18 мая. В матрице a_2 за январь нет таких резких изменений. Это объясняется тем, что первая е.о.ф. в январе составляет 34,4% суммарной дисперсии всего поля, отражая наиболее крупномасштабные температурные процессы в январе. В марте вторая е.о.ф. имеет уже больший вклад, чем в январе (табл. 2), а сами процессы меньше по масштабу, поэтому в корреляционной матрице a_2 за март также происходит нарушение корреляционной связи.

В мае и июне вклады первой и второй е.о.ф. в суммарное поле равны по величине, а по конфигурации полей (см. рис. 4 и 6) можно сказать, что поля второй и первой е.о.ф. поменялись местами. Поле второй е.о.ф. отражает более крупномасштабные процессы, чем поле первой е.о.ф., хотя первая е.о.ф. входит в суммарное поле дисперсии с большим весом (24,2%), чем вторая (21,8%).

Таблица 2

Оценка коэффициентов корреляции

Месяц	Коэффициент разложения a_i	n_1	n_2	r_1	r_2	$2\sigma_z$	$ z_1 - z_2 $	Вывод
Январь	a_1	39	39	0,756	0,537	0,544	0,388	$ z_1 - z_2 < 2\sigma_z$
Март	a_1	117	39	0,758	0,427	0,392	0,535	$ z_1 - z_2 > 2\sigma_z$
	a_2	117	39	0,568	0,456	0,392	0,152	$ z_1 - z_2 < 2\sigma_z$
Май	a_1	114	38	0,537	0,187	0,388	0,411	$ z_1 - z_2 > 2\sigma_z$
	a_2	152	38	0,646	0,343	0,374	0,320	$ z_1 - z_2 < 2\sigma_z$

Для оценки коэффициентов корреляции применяется найденное Фишером преобразование, при котором коэффициент корреляции в частных совокупностях приравнивается гиперболическому тангенсу некоторой величины z :

$$r = \text{th } z,$$

откуда

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}.$$

Предположим, что частичные совокупности взяты из одной и той же общей совокупности. Тогда разность между значениями

$$z' = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r'}{1-r'}, \quad z'' = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r''}{1-r''}$$

этих частных совокупностей будет иметь нормальное распределение с основной ошибкой

$$\sigma_{z'-z''} = \sqrt{\frac{1}{n_1-3} + \frac{1}{n_2-3}}.$$

Если

$$|z' - z''| > 2\sigma_{z'-z''},$$

то разность является значимой при 5%-ном уровне значимости. В таком случае предположение, что частичные совокупности взяты из одной и той же общей совокупности, является неверным. Для оценки коэффициентов корреляции были рассчитаны средние коэф-

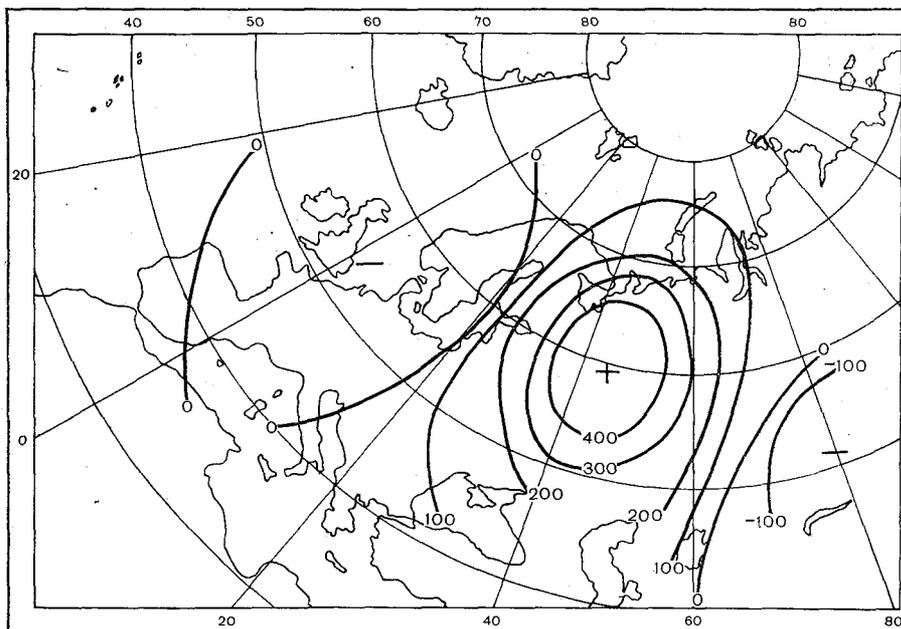


Рис. 6. Поле второй е.о.ф. x_{2i} в июне.

коэффициенты корреляции для значений, выделенных полужирным шрифтом, и брался минимальный коэффициент корреляции. Затем производилось их сравнение по вышеописанному методу. Результаты приведены в табл. 2.

Корреляционная матрица a_1 за январь

1	0,756	0,337	0,285	0,08	0,049	0,019	0,035	-0,075	-0,017
1	0,536	0,377	0,126	0,049	0,062	0,107	0,022	0,082	
1	0,763	0,325	0,252	0,295	0,295	0,174	0,224		
1	0,786	0,496	0,623	0,612	0,419	0,398			
1	0,810	0,511	0,354	0,303	0,324				
1	0,708	0,488	0,356	0,317					
1	0,786	0,550	0,338	0,338					
1	0,775	0,468	0,468	0,468					
1	0,642	0,642	0,642	0,642					
1	1	1	1	1					

Корреляционная матрица a_1 за февраль

1	0,603	0,296	0,236	0,261	0,410	0,252	0,072	0,116
	1	0,691	0,314	0,170	0,324	0,161	0,189	0,217
		1	0,700	0,424	0,485	0,386	0,354	0,213
			1	0,754	0,631	0,447	0,384	0,287
				1	0,687	0,427	0,276	0,331
					1	0,792	0,603	0,462
						1	0,749	0,475
							1	0,625
								1

(3)

Корреляционная матрица a_1 за март

1	0,731	0,639	0,530	0,361	0,311	0,147	0,312	0,153	0,057
	1	0,795	0,596	0,384	0,210	0,074	0,197	0,105	0,085
		1	0,748	0,470	0,353	0,189	0,327	0,183	0,200
			1	0,427	0,341	0,127	0,353	0,219	0,112
				1	0,703	0,671	0,599	0,526	0,512
					1	0,809	0,688	0,667	0,551
						1	0,796	0,727	0,678
							1	0,853	0,691
								1	0,814
									1

(4)

Корреляционная матрица a_1 за апрель

1	0,715	0,649	0,358	0,278	0,284	0,283	0,294	0,233	0,173
	1	0,770	0,489	0,269	0,112	0,168	0,249	0,172	0,270
		1	0,705	0,477	0,182	0,214	0,210	0,278	0,306
			1	0,697	0,339	0,310	0,222	0,007	0,189
				1	0,659	0,482	0,225	0,104	0,133
					1	0,657	0,487	0,264	0,174
						1	0,522	0,306	0,180
							1	0,641	0,282
								1	0,629
									1

(5)

Корреляционная матрица a_1 за май

1	0,419	0,125	0,086	-0,061	0	0,130	-0,027	-0,246	-0,071
	1	0,513	0,409	-0,098	-0,019	0,031	0,076	-0,154	-0,122
		1	0,679	0,110	0,006	-0,006	-0,138	0,035	0,033
			1	0,187	-0,060	-0,181	-0,225	0,023	0,143
				1	0,364	0,096	-0,007	0,081	-0,031
					1	0,410	0,329	0,523	0,198
						1	0,479	0,187	0,149
							1	0,439	0,086
								1	0,547
									1

Корреляционная матрица a_1 за июнь

1	0,536	0,223	-0,115	0,042	-0,093	-0,152	-0,277	-0,100	0,171
	1	0,336	-0,145	0,053	-0,238	-0,098	-0,459	-0,086	0,247
		1	0,279	0,071	-0,033	-0,001	-0,177	-0,186	0,118
			1	0,352	0,104	0,275	0,211	0,045	0,135
				1	0,576	0,396	0,339	0,365	0,188
					1	0,501	0,347	0,141	0,005
						1	0,620	0,116	0,092
							1	0,428	0,178
								1	0,590
									1

Корреляционная матрица a_2 за март

1	0,559	0,280	0,123	0,056	-0,016	0,22	0,186	0,314	0,234
	1	0,531	0,270	0,200	0,035	0,191	0,368	0,444	0,33
		1	0,613	0,343	0,061	0,235	0,222	0,275	0,385
			1	0,456	0,327	0,492	0,370	0,314	0,321
				1	0,713	0,573	0,438	0,353	0,281
					1	0,606	0,472	0,279	0,237
						1	0,583	0,285	0,220
							1	0,519	0,446
								1	0,637

(8)

Корреляционная матрица a_2 за май

1	0,773	0,444	0,329	0,357	0,473	0,354	0,127	-0,099	-0,302
1	0,570	0,387	0,365	0,312	0,335	0,330	0,090	-0,016	
1	0,604	0,357	0,473	0,495	0,086	-0,029	-0,191		
1	0,646	0,223	0,180	0,052	-0,134	0,103			
1		0,343	0,339	0,382	-0,092	0,051			
1			0,679	0,330	0,121	-0,170			
1				0,447	0,093	-0,197			
1					0,462	0,218			
1						0,495			
1							1		

(9)

Матрицы симметричные, поэтому приведены только их правые части.

Из табл. 2 видно, что частные совокупности в матрице a_1 за март и май не принадлежат общей совокупности. В матрицах a_1 за январь и в a_2 за март и май гипотеза, что частичные совокупности взяты из одной и той же общей совокупности, является не лишеной доверия при 5%-ном уровне значимости. Исходя из вышесказанного можно сделать вывод, что в марте и мае между 12-м и 15-м числами происходит качественный скачок, характеризующий переход от одого сезона к другому, что подтверж-

Таблица 3

Даты наступления весны и начала лета

Сезон	Даты начала сезонов		
	по Мультановскому и Ширикной	по Пагаве	по данной работе
Весна	14/III—18/V	13/III—8/V	13—15/III—12/V
Начало лета	19/V	9/V	13/V

дает нашу гипотезу о том, что при смене сезонов нарушается корреляционная связь во времени между комплексными характеристиками, в нашем случае между коэффициентами разложения по.о.ф. a_1 .

Полученные даты начала и конца весны и начала лета были сопоставлены с датами, полученными Б. П. Мультановским и Н. А. Ширикной, а также С. Т. Пагавой (табл. 3).

Из этой таблицы видно, что даты наступления и конца весны, а также наступления лета хорошо согласуются между собой. Следовательно, предложенный объективный метод можно использовать для определения сроков смены различных метеорологических явлений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алисов Б. П., Дроздов О. А., Рубинштейн Е. С. Курс климатологии. Л. Гидрометеоздат, 1952. 485 с.
2. Визе В. Ю. Материалы для предсказания средних месячных и сезонных состояний метеорологических элементов.—«Ж. геофизики и метеорологии» 1926, т. 3, вып. 3—4, с. 159—180.
3. Визе В. Ю. Материалы и предсказания средних месячных и сезонных состояний метеорологических элементов.—«Ж. геофизики и метеорологии», 1929 т. 4, вып. 1, с. 53—67.
4. Галахов Н. Н. Изучение структуры климатических сезонов года. М. Изд-во АН СССР, 1959. 181 с.
5. Егорова В. И. Опыт установления границ и характеристик естественных синоптических сезонов.—«Тр. ГГО», 1956, вып. 65(127), с. 41—70.
6. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеоздат, 1970. 99 с. Авт.: А. В. Мещерская, Л. В. Руховец, М. И. Юдин, Н. И. Яковлева.
7. Каган Р. Л., Лугина К. М. Статистическая структура аномалий метеорологических полей над Североамериканским континентом.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 228, с. 98—121.
8. Кайгородов А. И. О временах года в связи с аналитическими и сравнительно климатическими приемами изучения.—«Ж. геофизики и метеорологии», 1927, т. 4, вып. 2, с. 189—210.
9. Лебедев А. Н., Писарева Г. П. Климатические сезоны СССР.—«Тр. ГГО», 1956, вып. 62(124), с. 67—84.
10. Мещерская А. В., Ключкин Л. Н. О разложении полей аномалий средней месячной температуры по естественным ортогональным функциям.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 201, с. 14—51.
11. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Разложение полей средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям с учетом годового хода температуры.—«Тр. ГГО», 1969, вып. 236, с. 106—119.
12. Мещерская А. В. К учету нестационарности температуры в статистических разработках.—В кн.: Применение статистических методов в метеорологии. Л., Гидрометеоздат, 1971, с. 164—170.
13. Митропольский Л. К. Техника статистических вычислений. М., «Наука», 1971. 573 с.
14. Мультиановский Б. П. Основные положения синоптического метода долгосрочных прогнозов погоды. Ч. 1. М., ЦУЕГМС, 1933. 139 с.
15. Пагава С. Т. Естественный синоптический сезон.—«Метеорология и гидрология», 1949, № 4, с. 36—41.
16. Поляк И. И., Мещерская А. В., Яковлева Н. И. Вычисление главных компонент систем случайных векторов.—«Тр. ГГО», 1971, вып. 289, с. 11—20.

И. Е. Чувашина

**ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА РАЗЛОЖЕНИЯ В ДВОЙНЫЕ
РЯДЫ ПО е.о.ф. КООРДИНАТ И ВРЕМЕНИ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ
ПОЛЕЙ СРЕДНИХ СУТОЧНЫХ ТЕМПЕРАТУР**

В настоящее время установлено, что при исследовании временных и пространственных связей в полях различных элементов метод разложения по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.) обладает несомненными преимуществами, в частности, позволяет выявить как пространственные, так и временные крупномасштабные связи в атмосфере, что особенно важно при решении прогнозных задач.

Пространственная структура полей среднесуточных значений температуры достаточно хорошо исследована А. В. Мещерской [1, 2]. В работе [3] была показана необходимость исключения годового хода при исследовании пространственной и временной структуры полей средних суточных значений температуры.

Целью данной работы является получение новых количественных характеристик временной структуры полей средних суточных температур внутри месяца и сезона.

Для этой цели производится разложение в двойные ряды по е.о.ф. координат и времени по формуле

$$\begin{aligned} T(x_k, y_k, \tau_n) &= \sum_{i=1}^n a_i(\tau_n) \Phi_i(x_k, y_k) = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_{ij} \varphi_i(x_k, y_k) \psi_j(\tau_n). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\varphi_i(x_k, y_k)$ — i -тая компонента горизонтальных координат x_k, y_k (i -тый собственный вектор); $a_i(\tau_n)$ — i -тый коэффициент разложения по горизонтальным координатам x_k, y_k ; τ_n — число месяца данного года τ ; $\psi_j(\tau_n)$ — j -тая компонента временного разложения коэффициента $a_i(\tau_n)$; b_{ij} — j -тый коэффициент разложения по времени коэффициентов $a_i(\tau_n)$.

Разложение в двойные ряды (1) производилось в два этапа: на первом этапе рассчитывались коэффициенты разложения горизонтальных координат по формуле

$$a_i = \sum_{k=1}^n \sum_{k=1}^l (T(x_k, y_k) - \bar{T}(x_k, y_k) \varphi_i(x_k, y_k)), \quad (2)$$

где l — число станций, по которым производилось разложение (в нашем случае $l=20$); $\bar{T}(x_k, y_k)$ — среднее многолетнее значение среднесуточной температуры.

Для расчетов a_i было выбрано 20 станций на территории Атлантико-Европейского сектора за первое полугодие (январь — июль). Список станций и их положение на карте приведены в работе [10]. Средние суточные температуры брались не за каждый день месяца, а только за 10 дней с интервалом примерно в 3 дня, т. е. за 3, 6, 9, ..., 30-е числа каждого рассматриваемого месяца. Это делалось для того, чтобы исключить тесно связанные значения за соседние сутки. Ряд лет был равен 39 годам для января, февраля и марта; 38 годам для апреля, мая, июня.

Годовой ход средней суточной температуры исключался тем, что $\bar{T}(x_k, y_k)$ рассчитывалось для каждых выбранных суток. Рассчитанные коэффициенты разложения $a_i(x_k, y_k, \tau_n)$ удовлетворяют условию некоррелированности

$$\overline{a_i(x_k, y_k, \tau_n) a_\tau(x_k, y_k, \tau_n)} = 0. \quad (3)$$

Коэффициенты разложения по е.о.ф. горизонтальных координат a_i использовались для расчетов b_{ij} — временных коэффициентов разложения в ряд по е.о.ф., b_{ij} — рассчитывались по формуле

$$b_{ij} = \sum_{j=1}^m \sum_{n=1}^q a_i(\tau_n) \psi_j(\tau_n). \quad (4)$$

Расчет собственных векторов ψ_i горизонтальных координат производился по ковариационной матрице. Временные е.о.ф. ψ_i рассчитывались двумя способами:

- 1) для корреляционных матриц;
 - 2) для матриц, составленных из автокорреляционной функции $R(\tau_n)$ для a_i .
- $R(\tau_n)$ определялось по формуле

$$R(\tau_n) = \frac{\overline{a_i(\tau + \Delta \tau) a_i(\tau)}}{[a_i^2(\tau + \Delta \tau)]^{1/2} [a_i^2(\tau)]^{1/2}}, \quad (5)$$

где $\Delta \tau$ — сдвиг в сутках.

Для построения автокорреляционной функции использовалось 390 коэффициентов для зимних месяцев и 380 для периода апрель — июнь. Почему разложение по е.о.ф. времени было сделано двумя способами, будет объяснено дальше.

Все расчеты, за исключением последнего, производились по программе И. И. Поляка [6].

Коэффициенты b_{ij} считывались только для первых трех коэффициентов a_j , так как в работах [1, 8] показано, что первые три коэффициента разложения по е.о.ф. горизонтальных координат являются носителями основной доли информации о наиболее крупномасштабных пространственных процессах.

Известно также, что первым членам разложения по е.о.ф. горизонтальных координат соответствуют наиболее долговременные атмосферные процессы [1, 8, 9].

В табл. 1 приведены оценки сходимости рядов разложения по времени первых параметров горизонтального разложения средней суточной температуры по е.о.ф. корреляционных матриц a_1, a_2, a_3 .

Из табл. 1 видно, что наилучшей сходимостью обладают a_1 , разложенные для января, февраля, марта и апреля, для мая и июня — a_2 . Доказано [1, 8, 9], что скорость сходимости рядов временно́го разложения тесно связана с особенностями автокорреляционных функций, на основе которых производятся соответствующие расчеты. Если автокорреляционная функция характеризует долгопериодические процессы в атмосфере с боль-

Таблица 1

Оценка сходимости разложения по е. о. ф. времени корреляционных матриц (в % от D)

Вклад в D	a_1						a_2						a_3					
	I	II	III	IV	V	VI	I	II	III	IV	V	VI	I	II	III	IV	V	VI
λ_1	44,1	49,0	51,0	41,8	25,0	29,5	31,9	42,3	41,2	28,4	37,7	35,9	30,6	37,6	29,8	36,7	20,6	18,7
$\sum_{j=1}^2 \lambda_j$	65,2	66,3	76,2	59,7	46,4	48,7	55,3	61,0	59,3	49,2	56,5	61,8	52,8	59,6	49,2	56,2	38,6	36,7
$\sum_{j=1}^4 \lambda_j$	84,7	77,9	87,4	83,7	72,9	73,9	78,4	81,5	78,5	74,5	79,4	76,9	70,4	82,4	74,7	77,8	67,9	62,4
D	10,0	9,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	9,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	9,0	10,0	10,0	10,0	10,0

Примечание. D — суммарная дисперсия всего поля.

шим временным радиусом корреляции, то при разложении по времени скорость сходимости ряда и вклад нулевого члена разложения будут большими. В табл. 2 представлено время релаксации τ_g в сутках. Из табл. 2 видно, что время релаксации a_1 в январе, феврале и апреле больше, чем a_2 в эти же месяцы. В марте, мае и июне время релаксации a_2 больше, чем a_1 .

Таблица 2

Время релаксации τ_g временных автокорреляционных функций температуры

a_i	Месяц					
	I	II	III	IV	V	VI
a_1	17	19	17	25	8	8
a_2	11	13	25	8	19	19

Время релаксации τ_g рассчитывалось из предположения, что, начиная с τ_{g1} , $|z - 1,96\sigma_z| \leq 0$, где

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}, \quad (6)$$

r — коэффициент корреляции, σ_z — теоретическая средняя квадратическая ошибка параметра z , зависящая только от числа случаев.

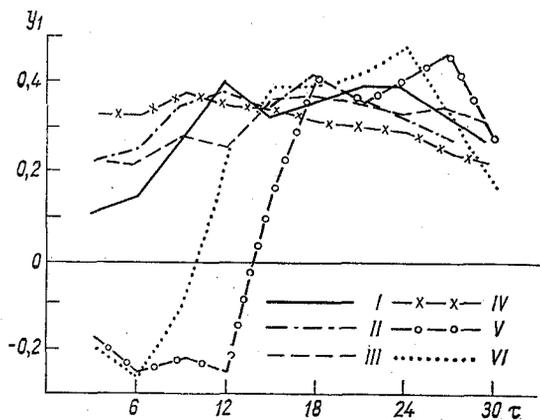


Рис. 1. Первая е.о.ф. времени, рассчитанная по корреляционной матрице коэффициента a_1 горизонтального разложения средних суточных значений температуры. Январь — июнь.

Рассмотрим формы е.о.ф. времени корреляционных матриц первых трех коэффициентов разложения по е.о.ф. горизонтальных координат. Первая е.о.ф. ψ_1 коэффициента a_1 января, февраля, марта и апреля не меняет положительного знака (рис. 1), ψ_2 меняет знак один раз, ψ_3 два раза меняет знак, т. е. для этих месяцев выполняется свойство е.о.ф. времени, состоящее в том, что число перемен знака равно $j-1$, где j — номер е.о.ф. [1, 8]. Это свойство нарушается для мая и июня. В эти месяцы ψ_1 и ψ_2

Таблица 3

Оценка сходимости разложения по е. о. ф. матриц, составленных по автокорреляционным функциям a_1 (в % от D)

Вклад в D	I	II	III	IV	V	VI
λ_1	42,3	43,3	50,9	41,5	25,0	22,9
$\sum_{j=1}^2 \lambda_j$	64,0	59,9	72,2	59,1	46,4	44,3
$\sum_{j=1}^3 \lambda_j$	74,1	69,0	81,3	73,9	61,2	59,5
$\sum_{j=1}^4 \lambda_j$	82,5	76,6	86,2	83,1	72,9	68,9
D	10,0	9,0	10,0	10,0	10,0	10,0

менялись местами. Значения ψ_2 коэффициента a_2 все положительные, кроме мая. Для ψ_2 свойство перемен знака выполняется только для января и февраля. Е.о.ф. корреляционных матриц коэффициентов горизонтального разложения из-за недостаточного числа случаев (390 случаев для января — марта и 389 для апреля — июня) имеют случайный разброс значений. Чтобы избавиться от этого недостатка, были рассчитаны е.о.ф. матриц, составленных по автокорреляционной функции a_1 горизонтального разложения для всех месяцев.

В табл. 3 представлены оценки сходимости рядов разложения по е.о.ф. матриц, составленных по автокорреляционным функциям.

Как видно из сравнения табл. 1 и 3, сходимость рядов е.о.ф. матриц, составленных по автокорреляционной функции a_1 , несколько ниже, чем сходимость рядов е.о.ф. корреляционных матриц a_1 .

Для автокорреляционных функций a_1 (рис. 2) всех месяцев выполняются все основные свойства е.о.ф. времени, указанные в работах [4, 8]. Временные е.о.ф., рассчитанные по автокорреля-

ционной функции средних суточных значений температуры, по формам и значениям близки е.о.ф. других элементов [4, 9]. В работе [1] показано, что коэффициенты разложения b_j по времени е.о.ф., рассчитанные по корреляционной матрице и автокорреляционной функции, близки по значениям. Поэтому для дальнейших расчетов будут использованы автокорреляционные функции.

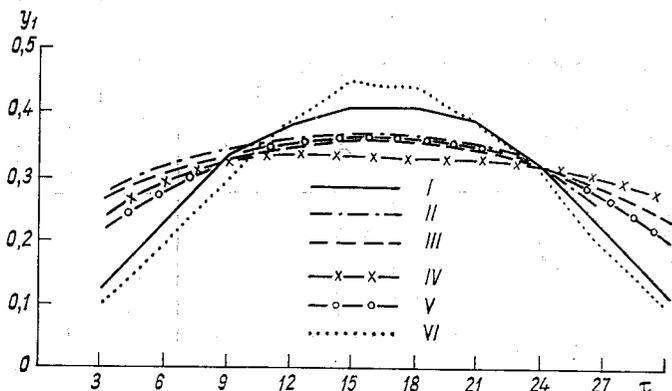


Рис. 2. Первая е.о.ф. времени, рассчитанная для автокорреляционной функции коэффициента a_1 горизонтального разложения средних суточных значений температуры. Январь — июнь.

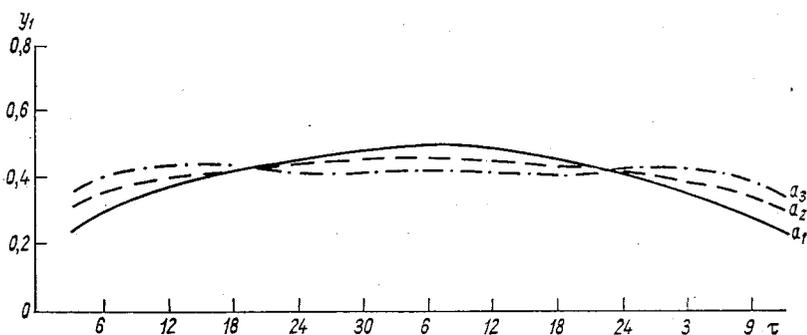


Рис. 3. Первые е.о.ф. времени, рассчитанные для коэффициентов a_1, a_2, a_3 горизонтального разложения средних суточных значений температуры за зимний сезон.

При анализе корреляционных матриц a_1 за месяцы первого полугодия выявились сезоны: зима, весна, лето [10]. Из коэффициентов a_1, a_2, a_3 были составлены матрицы для сезонов. Затем по матрицам автокорреляционных функций, характеризующих данный сезон, были рассчитаны временные е.о.ф. и коэффициенты разложения. Оценка сходимости дана в табл. 4.

Оценка разложения временных е. о. ф. матриц составленных автокорреляционных функций (в % от D)

Вклад в D	a_1			a_2			a_3		
	зима	весна	лето	зима	весна	лето	зима	весна	лето
λ_1	23,9	28,1	15,3	13,4	22,0	20,4	20,5	13,3	11,3
$\sum_{j=1}^2 \lambda_j$	39,4	44,1	30,5	22,1	33,3	33,8	31,8	25,9	22,4
$\sum_{j=1}^3 \lambda_j$	50,1	54,9	44,3	30,0	42,0	45,4	42,9	36,8	32,7
$\sum_{j=1}^4 \lambda_j$	57,4	62,8	53,3	36,5	50,5	53,7	49,9	43,5	42,6
$\sum_{j=1}^5 \lambda_j$	64,1	69,4	60,8	42,7	57,5	62,6	56,5	49,6	49,9
$\sum_{j=1}^6 \lambda_j$	70,26	75,2	66,6	46,7	64,7	69,0	62,6	56,0	51,5
$D_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j$	23,0	20,0	16,0	23,0	20,0	16,0	23,0	20,0	16,0

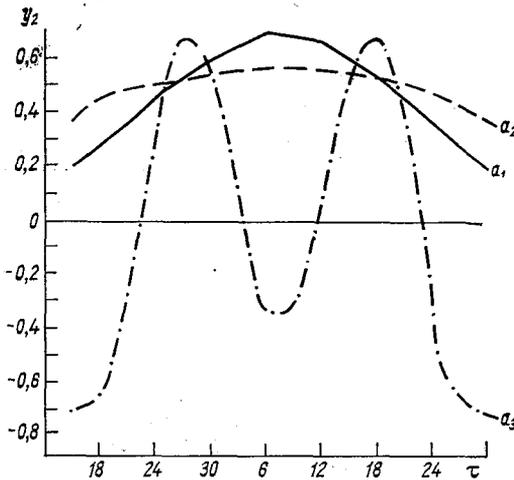


Рис. 4. Первые е.о.ф. времени, рассчитанные для коэффициентов a_1 , a_2 , a_3 горизонтального разложения средних суточных значений температуры на начало лета.

Сходимость сезонных е.о.ф. времени относительно низкая. Только вклады шести первых е.о.ф. в сумме дают приблизительно $\frac{2}{3}$ информации о поле. Сходимость временных е.о.ф. коэффициента разложения a_2 для зимы ниже, чем a_1 . Для лета, наоборот, сходимость a_2 лучше, чем a_1 , это еще раз подтверждает вывод о том, что первые временные е.о.ф. отражают долгопериодичность процесса. Известно, что зимние термические процессы более крупномасштабны по пространству и времени, чем летние процессы.

Для временных е.о.ф. первых трех коэффициентов разложений по е.о.ф. горизонтальных координат, полученных для зимы, выполняются все свойства временных е.о.ф. Для летних месяцев эти свойства выполняются только для первых двух коэффициентов (рис. 3, 4). В этом отличии также сказывается различная продолжительность термических процессов зимой и летом.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что коэффициенты разложения в двойные ряды по е.о.ф. координат и времени хорошо отражают наиболее крупные пространственные и временные термические процессы, а также хорошо отражают сезонные особенности термических полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеоздат, 1970. 199 с. Авт.: А. В. Мещерская, Л. В. Руховец, М. И. Юдин, Н. И. Яковлева.
2. Мещерская А. В., Клюквин Л. Н. О разложении полей аномалий средней месячной температуры по естественным ортогональным функциям.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 201, с. 14—52.
3. Мещерская А. В. Применение статистических методов в метеорологии.— В кн.: Применение статистических методов в метеорологии. Л., Гидрометеоздат, 1971, с. 164—170.
4. Мещерская А. В., Дмитриева-Арраго Л. Р. Разложение годового хода ледовитости северных морей по естественным ортогональным функциям времени.—«Метеорология и гидрология», 1968, № 10, с. 56—64.
5. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. М., «Наука», 1971. 573 с.
6. Поляк И. И., Мещерская А. В., Яковлева Н. И. Вычисление главных компонент системы случайных векторов.—«Тр. ГГО», 1971, вып. 289, с. 11—20.
7. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. М., «Наука», 1968. 546 с.
8. Репинская Р. П. Об устойчивости естественных функций времени поля давления.—«Тр. ГГО», 1969, вып. 236, с. 139—145.
9. Репинская Р. П. Разложение поля давления в двойные ряды по естественным составляющим горизонтальных координат и времени.—«Метеорология и гидрология», 1969, № 5, с. 28—37.
10. Чувашина И. Е. Корреляционный метод определения климатических границ сезонов года.— См. наст. сб.

Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева, В. М. Титов

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АКТИНОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ В ПРОГНОЗЕ СРЕДНЕЙ ДЕКАДНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

В формировании термического режима воздуха существенная роль принадлежит поглощенной солнечной радиации. Поэтому интересно было выяснить, как повлияет на прогноз средней декадной температуры введение актинометрических данных в качестве одного из предикторов.

Фундаментальные исследования пространственного распределения поглощенной радиации приведены в работах Т. Г. Берлянд [1].

Мы в своей работе использовали результаты статистического анализа поглощенной радиации, полученные В. В. Мухенберг [2] на материале за 9 лет (1956—1964), в виде декадных величин, взятых из актинометрических ежегодников. Для статистического анализа использовался метод разложения полей по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.), который позволяет полученную информацию по многим метеорологическим станциям предельно уплотнить в значительно меньшее число статистических параметров. Естественные функции координат синтезируют наиболее существенные особенности статистических пространственных связей рассматриваемого элемента, причем крупномасштабные особенности отделяются от мелкомасштабных. Первые коэффициенты разложения характеризуют наиболее долговременные компоненты атмосферных процессов.

В наших исследованиях было произведено разложение по е.о.ф. декадных значений поглощенной радиации за 6 лет (1955, 1965—1969) для марта. Таким образом при исследовании был использован материал за 15 лет (1955—1969), включая материалы Мухенберг. Карта расположения станций, по которым производилось разложение, представлена на рис. 1. Для этих же станций из актинометрических ежегодников были взяты данные суммарной радиации и альбедо подстилающей поверхности.

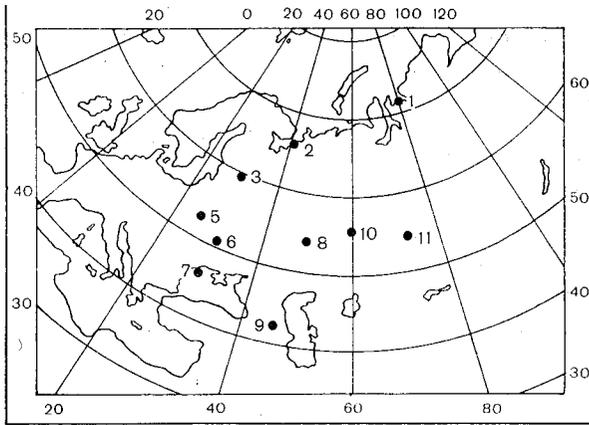


Рис. 1. Сеть актинометрических станций, данные которых используются в схеме прогноза.

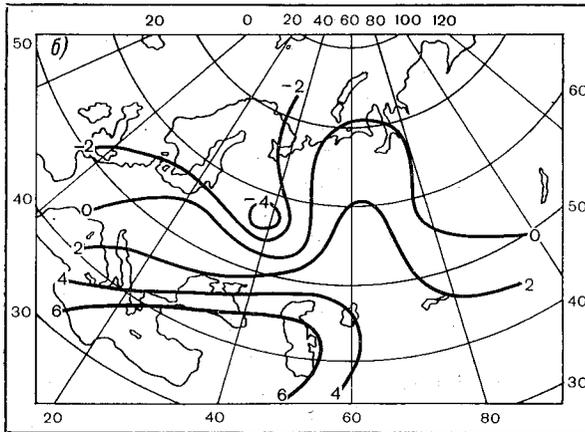
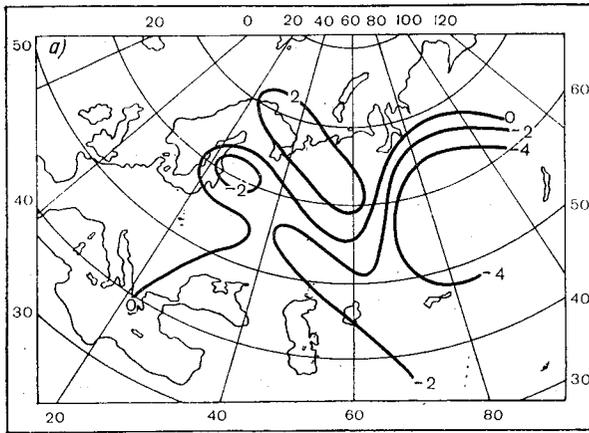


Рис. 2. Первый (а) и второй (б) собственные векторы ковариационной матрицы декадных значений поглощенной солнечной радиации.

В отделе динамической метеорологии Главной геофизической обсерватории разработан метод прогноза аномалий средних декадных температур для территории ЕТС и Зап. Сибири [3]. Основная особенность этого метода заключается в том, что, кроме циркуляционных характеристик, рассматриваются также характеристики состояния подстилающей поверхности и распределение облачности.

Для характеристики состояния атмосферной циркуляции были выбраны зональный индекс, используемый в работах Е. Н. Блиновой, меридиональный индекс, введенный М. И. Юдиным и А. А. Рождественским, а также введенный нами параметр, пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому контуру. Из

Оправдываемость прогнозов (ρ) средней декадной температуры с учетом актинометрических данных

Год		ρ	ρ_n
1967	II декада марта	0,07	0,10
	III декада марта	0,53	0,56
	I декада апреля	0,72	0,72
1968	II декада марта	0,34	0,35
	III декада марта	0,40	0,39
	I декада апреля	0,51	0,52
1969	II декада марта	-0,1	-0,1
	III декада марта	0,36	0,35
	I декада апреля	0,50	0,50

характеристик подстилающей поверхности в схеме рассматриваются две величины: снежный покров и ледовитость северных морей.

Как известно, статистический прогноз основан на том, что прогнозируемое значение метеорологического элемента в будущем ищется в виде линейной комбинации известных значений некоторых других элементов в настоящем:

$$X_n = \sum_{k=1}^n a_k X_k,$$

где X_n — прогнозируемое значение, X_k — известное значение, a_k — коэффициенты.

Было установлено шесть предсказателей для прогноза средней декадной температуры. В качестве седьмого мы взяли поглощенную радиацию.

В результате произведенного разложения по е.о.ф. были получены векторы X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 , а также значение дисперсии. На рис. 2 представлены первые два собственных вектора X_1 и X_2 , описывающие вместе около 80% суммарной изменчивости поля.

В отделе динамической метеорологии прогнозы средних декадных температур считались по схеме, разработанной нами ранее для 1967—1969 гг. (II и III декады марта и I декада апреля) с нулевой заблаговременностью. Результаты расчета приведены в таблице, где ρ — оправдываемость прогноза без учета поглощенной радиации, ρ_n — оправдываемость прогноза с учетом поглощенной радиации.

Нами было рассмотрено всего девять прогнозов. Получилось незначительное улучшение оправдываемости прогнозов средней декадной температуры.

Для окончательного суждения о роли поглощенной радиации в прогнозе средних декадных температур данную работу следует продолжить.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берлянд Т. Г. Распределение солнечной радиации на континентах. Л., Гидрометеоздат. 1961.
2. Мухенберг В. В. Пространственная структура поля поглощенной радиации.— «Тр. ГГО», 1967, вып. 209.
3. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. Статистическая схема прогноза среднедекадных температур с учетом данных о радиационных потоках, облачности, ледовитости и снежного покрова.— «Тр. ГГО», 1968, вып. 201.

Н. А. Волдырева, А. В. Мещерская

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОЛНЕЧНЫХ АНАЛОГОВ ДЛЯ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ОСАДКОВ

В последние годы резко повысился интерес метеорологов к солнечно-земным связям. Отражением этого возросшего интереса является первое всесоюзное совещание по проблеме «Солнечно-атмосферные связи в теории климата и прогнозах погоды» [15], а также многочисленные публикации. Интересный критический обзор работ, посвященный изучению солнечно-тропосферных связей, сделан Т. В. Покровской в недавно вышедшей монографии «Солнечно-тропосферные связи» [13].

В докладах и статьях все настоятельнее утверждается мнение о необходимости учета солнечной активности в долгосрочных прогнозах погоды [15]. Интересные практические результаты в советских работах получены в этой области Л. А. Вительсом [3—6], А. А. Гирсом [8], М. Ш. Болотинской [1, 2], П. П. Предтеченским [14], Т. В. Покровской [12, 13] и др.

В ОДМ ГГО при составлении долгосрочных прогнозов погоды физико-статистическим методом также предпринимаются попытки учета солнечной активности. Работы ведутся в двух направлениях.

С одной стороны, проводятся эксперименты по выявлению наиболее показательных из существующих индексов солнечной активности, которые в дальнейшем могли быть включены в состав предикторов. Некоторый опыт в этом плане уже накоплен. Еще в 1965 г. в физико-статистический прогноз в качестве предиктора был включен индекс геомагнитной возмущенности K_p . С некоторым перерывом этот индекс используется до настоящего времени [11]. Хотя индекс K_p , по нашим проработкам, не относится к числу лучших предикторов [18], учет его в некоторых случаях бывает весьма полезен.

С другой стороны, проводятся работы по испытанию существующих методик долгосрочных прогнозов, учитывающих солнечную активность, на базе исходных материалов физико-статистического метода.

В данной статье представлены результаты проработки второго направления. Для испытания был выбран метод долгосрочного прогноза барико-циркуляционного режима ЕТС по солнечным аналогам, предложенный Вительсом [5].

В отличие от Вительса, который прогнозировал барико-циркуляционный режим, в предлагаемой статье объектом прогноза служили районные осадки [9, 17] за апрель — июль для 36 административных областей ЕТС, 24 областей Северного Казахстана и 11 областей Западной Сибири. Осадки представлены в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.).

Метод Вительса построен на предположении о зависимости барико-циркуляционного режима атмосферы от солнечной активности. Хорошо известно, что в многолетнем ходе солнечной активности, выраженной числами Вольфа (W), четко выделяется 11-летняя цикличность. Поэтому весь период наблюдений за числами Вольфа можно разбить на группы лет в зависимости от положения каждого года относительно года-максимума этих чисел [6]. Такие группы лет Вительс назвал «солнечными аналогами» [5]. В первую группу попадают все годы, соответствующие максимуму чисел Вольфа, во вторую группу — годы, соответствующие первому году после максимума, и т. д. Группировка лет по годам солнечного цикла представлена в табл. 1, в которую вошли годы не за весь период наблюдений за числами Вольфа (с 1749 г.), а только часть их, с 1891 г., за которые имеются данные по районным осадкам. Кроме того, в целях экономии места, в табл. 1, приведена только нисходящая ветвь чисел Вольфа (от максимума). Группы лет, приходящиеся на восходящую ветвь W , не приведены.

В табл. 1 внесены также значения первого коэффициента разложения осадков ЕТС за июнь по годам солнечного цикла. Такие же таблицы составлены для всех предсказываемых коэффициентов разложения осадков для четырех месяцев (с апреля по июль) и трех территорий.

Прогноз осадков строится на предположении, что годы, попавшие в одну группу солнечных аналогов, должны характеризоваться сходными условиями барико-циркуляционного режима и, следовательно, осадков. Тогда, зная, в какую группу солнечных аналогов попадает прогнозируемый год, можно дать прогноз осадков по аналогии с условиями увлажнения, которые наблюдались ранее в этой группе лет. С этой целью для каждой группы солнечных аналогов рассчитываются средние значения коэффициентов разложения осадков, которые и являются прогностическими.

Прогностические поля аномалий районных осадков получают путем восстановления [10]. Для этого используются прогностические значения коэффициентов разложения, а также векторы и нормы, рассчитанные при разложении по е.о.ф. исходных полей районных осадков.

Распределение первого коэффициента разложения районных осадков ЕТС по годам солнечного цикла за июнь

Максимум	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7
1893 1,6	1894 6,1	1895 -1,3	1896 0,8	1887 -2,1	1898 -0,2	1899 3,3	1900 3,9
1905 -1,1	1906 0,5	1907 -0,1	1908 1,0	1909 4,0	1910 -1,9	1911 3,3	1912 1,2
1917 -3,2	1918 0,6	1919 3,6	1920 2,4	1921 -0,4	1922 1,5	1923 -0,4	
1928 2,6	1929 2,8	1930 -1,8	1931 -2,2	1932 5,4	1933 6,0		
1937 -1,7	1938 -2,2	1939 -4,3	1940 -3,3	1941 2,7	1942 5,5	1943 -2,9	1944 -0,7
1947 -1,0	1948 1,2	1949 4,9	1950 -1,6	1951 -6,4	1952 3,1	1953 -1,2	1954 -4,3
1957 -3,2	1958 5,9	1959 -3,2	1960 -2,4	1961 -4,5	1962 2,6	1963 0,2	1964 -4,6
1968 -4,2	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
Σ -9,3	14,9	-2,4	-5,3	-1,5	16,6	2,4	-4,6
$\frac{1}{n}\Sigma$ -1,2	2,1	-0,3	-6,8	-0,2	2,4	0,4	-0,9

По этой методике в 1973 г. было составлено 44 эпингоза (прогноз на старом материале) районных осадков на апрель—июль 1969—1973 гг. для ЕТС, Северного Казахстана и Западной Сибири. Кроме того, рассчитано 8 оперативных прогнозов на апрель—июль 1974 г. Рассмотрим успешность этих прогнозов.

Как отмечалось выше, в прогнозе по солнечным аналогам используются средние из аналогичных лет коэффициенты разложения районных осадков. Поэтому прогностические значения получаются сильно сглаженными. Если для оценки прогнозов применять общепринятые градации осадков (дефицит: менее 80% нормы, норма: 80—120%, избыток: более 120% нормы), то окажется

Таблица 2

Оправдываемость (%) эпингозов районных осадков, составленных по „солнечным аналогам“. Апрель—июль

Район	IV	V	VI	VII	Среднее
ЕТС и Северо-Запад 1969—1973 гг.	63	61	59	64	62
Казахстан и Западная Сибирь 1970—1973 гг.	52	52	53	54	53

что подавляющее большинство прогнозов (82%) попадает в градацию «норма». Это обеспечивает очень высокую оправдываемость прогнозов, но не отражает их действительной успешности. Аналогичная ситуация возникает, например, при оценке сезонных прогнозов по тем же градациям, что и месячных [16].

Чтобы получить более реальное представление об успешности прогнозов по солнечным аналогам, необходимо изменить границы градаций осадков так, чтобы повторяемость трех градаций была примерно одинаковой. Из этих соображений было принято, что норма осадков соответствует интервалу от 90 до 110% нормы, дефицит осадков соответствует осадкам менее 90% нормы, а избыток — более 110%. Исходя из этих градаций и были рассчитаны оценки оправдываемости прогнозов и эпингозов.

В табл. 2 приведены средние оценки оправдываемости эпингозов районных осадков за апрель—июль. Как видно из табл. 2, средняя оценка оправдываемости эпингозов по ЕТС равна 62%; по Казахстану и Западной Сибири средняя оправдываемость эпингозов равна 53%, что ниже уровня случайного прогноза (59%).

Уровень случайного прогноза подсчитывался, исходя из предположения о равночисленности трех градаций осадков. Тогда, фактическое распределение осадков в каждой градации должно быть таким, что на норму, дефицит и избыток осадков должно приходиться по $\frac{1}{3}$ (0,333) случаев. Отсюда можно получить веса каждой градации в оценке уровня случайного прогноза, если иметь

виду, что совпадение градаций для прогностических и фактических значений оценивается единицей, попадание в соседние градации оценивается как 0,5, а попадание прогностических и фактических значений в крайние градации оценивается как 0.

Для градаций «дефицит» осадков и «избыток» осадков имеем: $333 \cdot 1 + 0,333 \cdot 0,5 + 0,333 \cdot 0 = 0,5$. Для градации «норма» имеем: $333 \cdot 1 + 0,333 \cdot 0,5 + 0,333 \cdot 0,5 = 0,67$. Таким образом, в оценку случайного прогноза дефицит и избыток осадков должны входить с весом 0,5, а норма — с весом 0,67. Процедура оценки уровня случайного прогноза проводится каждый раз заново в зависимости от

Таблица 3

Оправдываемость (%) прогнозов районных осадков, составленных по «солнечным аналогам» на 1974 г. Апрель—июль

Район	IV	V	VI	VII	Среднее
ЕТС и Северо-Запад	69	52	61	58	60
Казахстан и Западная Сибирь	50	68	50	57	56

активной повторяемости трех градаций осадков для конкретного прогноза или группы прогнозов. Предположим, что повторяемость трех градаций для конкретного прогноза была такой: в 35% случаях был дан дефицит осадков, в 15% случаев — избыток в 50% случаев — норма. Тогда уровень случайного прогноза будет: $35 \cdot 0,5 + 15 \cdot 0,5 + 50 \cdot 0,67 = 58,5$ (%).

В табл. 3 приведены оценки оправдываемости оперативных прогнозов районных осадков на апрель — июль 1974 г. по «солнечным аналогам».

Следует отметить, что 1974 г., а также период 1969—1973 гг. являются благоприятными с точки зрения использования солнечных аналогов. В своих работах Вительс указывал, что наилучшая обеспеченность связей относится к нисходящей ветви солнечного цикла, а наихудшая — к году минимуму (1969—1974 гг. как раз приходится на нисходящую ветвь солнечного цикла).

Слабым местом прогноза по солнечным аналогам является оставление прогноза на прогнозе: чтобы составить прогноз осадков по солнечным аналогам, надо знать прогноз чисел Вольфа.

Второй недостаток этого метода состоит в малой обеспеченности среднего значения коэффициента разложения осадков для группы аналогичных лет. Так как длина ряда данных по районным осадкам составляет чуть более 80 лет, то при разноске этого ряда по годам солнечного цикла, в каждую группу солнечных аналогов попадает всего 5—7 лет. Это часто оказывается недостаточным для надежного установления даже знака прогнозируемого коэффициента разложения осадков.

При выполнении этой работы были сделаны попытки оценить статистическую обеспеченность прогноза знака коэффициента разложения районных осадков. С этой целью прогноз каждого коэффициента разложения рассматривался как самостоятельный прогноз. Всего было составлено 108 прогнозов коэффициентов разложения осадков. Знак оправдался в 63 случаях, т. е. в 58%.

Таблица 4

Распределение трех коэффициентов разложения по классам

	7+6+ 0-1-	5+2+ 2-5-	4+3+ 3-4-
Общее число случаев	11	34	63
Знак оправдался (+)	6	18	39
Знак не оправдался(-)	5	16	24
Число оправдавшихся случаев, %	54	53	62

Кроме того, все эпигнозы были разделены на три класса: высокой, средней и низкой обеспеченности знака коэффициента разложения районных осадков. Первый класс — высокой обеспеченности прогноза знака, когда все семь аналогов либо шесть из семи указывают на аномалии одного знака.

Таблица

	a_1			a_2			a_3		
	7+6+ 0-1-	5+2+ 2-5-	4+3+ 3-4-	7+6+ 0-1-	5+2+ 2-5-	4+3+ 3-4-	7+6+ 0-1-	5+2+ 2-5-	4+3+ 3-4-
Общее число случаев	6	11	19	4	7	25	4	11	21
Знак оправдался(+)	4	7	15	3	2	14	1	5	12
Знак не оправдался (-)	2	4	4	1	5	11	3	6	9
Число оправдавшихся случаев, %	67	64	79	75	29	56	25	45	57
Среднее, %	70			53			42		

Класс средней обеспеченности прогноза соответствует случаю когда из семи аналогов пять указывают на аномалии одного знака, а два — на аномалии другого знака.

Класс низкой обеспеченности прогноза соответствует случаю когда число лет с одним и тем же знаком примерно одинаково. Распределение всех случаев для трех коэффициентов разложения

по классам приведено в табл. 4. Как и следовало ожидать, наибольшее число случаев (63 из 108) приходится на класс низкой обеспеченности, когда число положительных и отрицательных указаний одинаково. Из 63 случаев в 39, т. е. в 62% случаев, прогноз знака оправдался.

Наименьшее число случаев (всего 11) приходится на класс высокой обеспеченности. Знак оправдался в шести случаях, т. е. в 54%. Отсюда можно сделать вывод, что указания одного знака в группе аналогов не является критерием высокой обеспеченности прогноза знака.

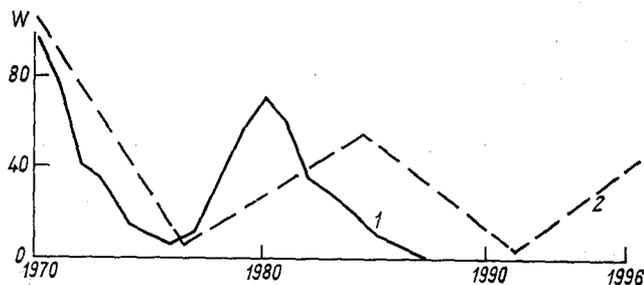


Рис. 1. Прогноз средних годовых чисел Вольфа по Васильеву и Кандауровой (1), по Бонову (2).

Если рассматривать отдельно распределение по классам первого (a_1), второго (a_2) и третьего (a_3) коэффициентов разложения, то, как видно из табл. 5, нельзя сделать вывод, что прогнозы первого класса лучше обеспечены.

Анализ табл. 5 указывает еще на одну закономерность, не связанную с распределением прогнозов по трем классам. Прогноз первого коэффициента разложения во всех классах обеспечен лучше, чем прогнозы второго и третьего коэффициентов разложения. Оправдываемость знака a_1 оказалась равной 67, 64 и 79% соответственно для первого, второго и третьего классов. Средняя оправдываемость a_1 по трем классам равна 70%, a_2 — 53% и a_3 — 42%.

Надо отметить, что составление прогноза по солнечным аналогам, при наличии прогнозов чисел Вольфа, не требует большой затраты времени. После предварительной проработки прогноз районных осадков на 4 месяца года можно составить за несколько дней.

Однако прогноз чисел Вольфа не является простой задачей. Методы прогнозов чисел Вольфа разной заблаговременности: от нескольких дней (краткосрочный прогноз) до нескольких циклов вперед (сверхдолгосрочный прогноз) изложены в книге Ю. И. Витинского [7].

На рис. 1 приведены прогнозы средних годовых чисел Вольфа по Васильеву и Кандауровой и прогноз чисел Вольфа по Бонову [7].

О. Б. Васильев и К. А. Кандаурова составили прогноз чисел Вольфа до 1982 г. Бонов дает прогноз чисел Вольфа до 1997 г. Оба прогноза указывают на минимум чисел Вольфа в 1976 г. Исходя из прогнозов чисел Вольфа можно дать прогноз районных осадков по солнечным аналогам. Как видно из рис. 1, 1975 г. приходится на последний год нисходящей ветви солнечного цикла и для него аналогами являются +7-е годы от максимума чисел Вольфа, т. е. 1900, 912, 1944, 1954, 1964.

В настоящее время составлен оперативный прогноз районных осадков для ЕТС, Казахстана и Западной Сибири на апрель—июль 1975 г. по солнечным аналогам с годовой заблаговременностью. На рис. 2 приведены прогностические значения аномалий районных осадков на апрель 1975 г. Аналогичные карты построены для мая—июля.

Прогнозы по солнечным аналогам не следует противопоставлять прогнозам синоптико-климатологическим, гидродинамическим и др. Наиболее рациональным явилось бы использование всех прогностических методов в едином комплексе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотинская М. Ш., Оль А. И. О связи повторяемости меридиональных форм атмосферной циркуляции с корпускулярным излучением солнца.—«Проблемы Арктики и Антарктики», 1969, вып. 31, с. 31—35.
2. Болотинская М. Ш., Беязов В. А. Влияние солнечной активности на формирование циркуляционных эпох и их стадий.—«Тр. ААНИИ», 1969, с. 289, с. 132—151.
3. Вительс Л. А. Опыт анализа прогностической связи с учетом солнечной активности.—«Тр. ГГО», 1961, вып. 11, с. 153—178.
4. Вительс Л. А. Солнечно-земные связи в 27-дневном цикле на разных фазах 11-летнего цикла.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 227, с. 51—61.
5. Вительс Л. А. Учет солнечной активности в долгосрочных прогнозах разной заблаговременности.—В кн.: Труды 1-го Всесоюз. совещания «Солнечно-атмосферные связи в теории климата и прогнозах погоды». Л., Гидрометеоиздат, 1974, с. 314—326.
6. Вительс Л. А. Аномалии циклического хода солнечной активности и тенденция современных колебаний климата.—«Тр. ГГО», 1962, вып. 133, с. 35—54.
7. Витинский Ю. И. Цикличность и прогнозы солнечной активности Л., «Наука», 1973, с. 3—254.
8. Гирс А. А. Макроциркуляционный метод долгосрочных метеорологических прогнозов. Л., Гидрометеоиздат, 1974, с. 3—487.
9. Ефремова Н. И. О методике вычисления ежегодных значений месячных сумм атмосферных осадков, средних для больших площадей.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 316, с. 160—178.
10. Естественные составляющие метеорологических полей. Л. Гидрометеоиздат, 1970, 3—199. Авт.: А. В. Мещерская, Л. В. Руховец, М. И. Юдин, Н. И. Яковлева.
11. Мещерская А. В., Леднева К. В., Блажевич В. Г. Характеристика дополнительной гидрометеорологической информации, используемой в физико-статистическом прогнозе.—«Тр. ГГО», 1975, вып. 353, с. 115—123.
12. Покровская Т. В. Синоптико-климатологические и гелио-геофизические долгосрочные прогнозы погоды. Л., Гидрометеоиздат, 1969, с. 3—251.
13. Покровская Т. В. Солнечно-тропосферные связи. Информ. центр. Обнинск, 1974, с. 3—56.

14. Предтеченский П. П., Бородовицкий К. Д. Основные положения метода долгосрочных предсказаний погоды, учитывающие солнечную активность.—«Тр. Ташкентской геофиз. обсерватории», 1940, № 1, с. 1—40.

15. Солнечно-атмосферные связи в теории климата и прогнозах погоды Труды 1-го Всесоюз. совещания. Л., Гидрометеиздат, 1974. 484 с.

16. Чувашина И. Е. К прогнозу осадков на сезон.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 113—115.

17. Юдин М. И., Гандин Л. С. Численный анализ и прогноз погоды.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 344, с. 116—132.

18. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью.— В кн.: Труды V Всесоюз. метеорл. съезда. Т. 2, Л., Гидрометеиздат, с. 83—94.

А. М. Садовяк,
В. С. Антонов, Н. Г. Садовяк

МЕТОД АППРОКСИМАЦИИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

В случаях параметрических решений многих сложных метеорологических задач вначале устанавливают физико-статистические связи между комплексом параметров атмосферы и изменением нужных для решения задачи метеоэлементов или явлений погоды, а затем полученные зависимости вводят в решение основной более общей задачи.

В работе [1] было показано, что для получения простого и экономичного алгоритма лучше всего зависимости, описанные графически, выражать в виде аналитических функциональных связей.

При аппроксимации многопараметрических связей общеизвестными методами [3, 4] обычно приходится встречаться с трудностями, из-за которых порою отказываются от использования этих методов в практике вычислений.

В данной статье на примере установленной в работе [2] зависимости между интенсивностью обложных осадков и комплексом термодинамических параметров атмосферы приводится описание разработанного авторами метода аппроксимации многопараметрических связей с помощью дробно-рациональной функции.

На рисунке, заимствованном из работы [2], зависимость между интенсивностью осадков у земли I , осредненной суммарной скоростью замерзания облака $\sum \frac{dn}{dt}$ и произведением коэффициента, характеризующего испарение осадков в подоблачном слое (k), мощности облачного слоя ниже уровня интенсивной кристаллизации (ΔH_2), средней влажности этого слоя (\bar{q}) и вертикальных восходящих токов на уровне 700-мбар поверхности (w_{700}), представляется в виде семейства линий, каждая из которых соответствует постоянному значению интенсивности осадков, выраженному в мм/ч.

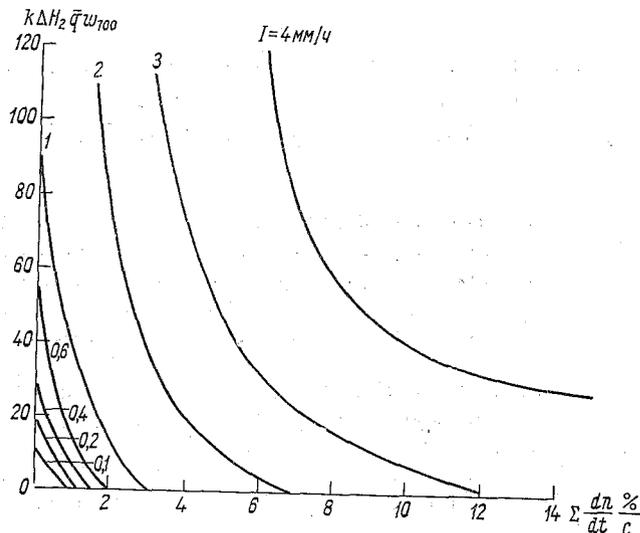
В дальнейшем простоты ради обозначим:

$$x = \sum \frac{dn}{dt}, \quad y = 0,1k \Delta H_2 \bar{q} w_{700},$$

Переменные x, y, I удовлетворяют некоторым естественным ограничениям:

$$0 \leq x \leq A, \quad 0 \leq y \leq B, \quad 0 \leq I \leq C.$$

В нашем случае значения x, y, I вне области, указанной на рисунке, практически не встречаются.



Зависимость между $I, \sum \frac{dn}{dt}$ и $k \Delta H_2 \bar{q} w_{700}$ по [2].

Существо решаемой нами задачи состоит в установлении зависимости $I=f(x, y)$ хотя бы приближенно, в приемлемой для практики аналитической форме. Критерием приемлемости для нас будет служить существование достаточно простых вычислительных процедур, реализация которых на ЭЦВМ не вызывает затруднений, при этом погрешности вычислений не должны превышать половины допустимой нами точности в установленных физико-статистических связях.

Решая поставленную здесь задачу, мы могли бы, идя по известному уже пути, выбрав на заданном семействе линий совокупность точек $\{(x_0; y_0), (x_1; y_1), \dots, (x_n; y_n)\}$, построить, например, интерполяционный многочлен Лагранжа $L_n(x, y)$. Этот путь представлялся автором нецелесообразным, во-первых, ввиду получае-

мого громоздкого и неэкономичного решения и, во-вторых, что для нашей задачи наиболее важно, из-за необходимости наложения известных ограничений на расположение узлов $(x_i; y_i)$ [3, 4]. Так как в нашем случае x и y , вообще говоря, зависимы, то, естественно, расположением узлов мы не вполне можем распоряжаться. Мало того, даже когда некая точка $(x^0; y^0)$ будет лежать на заданной кривой, соответствующей $I=I^0$, то при использовании для решения задачи интерполяционного многочлена Лагранжа, если точка $(x^0; y^0)$ не является узлом, мы не получим равенства

Таблица 1

Номер линии i	J	$\varphi_i(x, y)=0$
0	0,2	$y-2,200x - \frac{50,400}{x+3,000} + 14,800 = 0$
1	0,6	$y-x - \frac{-30,000}{x+2,500} + 9,000 = 0$
2	1,0	$y+0,222x - \frac{11,100}{x+1,000} + 2,100 = 0$
3	2,0	$y+0,300x - \frac{6,600}{x-1,000} - 1,000 = 0$
4	3,0	$y+0,270x - \frac{8,640}{x-2,500} - 2,360 = 0$
5	4,0	$y+0,125x - \frac{18,000}{x-4,000} - 2,500 = 0$

$L_n(x^0, y^0) = I^0$. С другой стороны, указанный выше путь решения задачи связан с неизбежной потерей априорной информации о зависимостях между x и y .

Для преодоления этих трудностей будем искать интерполирующую функцию в более широком классе функций.

Будем исходить из того, что в области $D = \{0 \leq x \leq A, 0 \leq y \leq B\}$ задано некоторое семейство линий уровня функции $I = f(x, y)$. По известным значениям I на этих линиях нужно восстановить зависимость $I = f(x, y)$ для всех $(x; y) \in D$. В нашей задаче линиями уровня являются кривые $I = \text{const}$, изображенные на рисунке.

Как известно, наиболее приемлемой и распространенной формой задания линий есть задание соответствующих им уравнений $\varphi_i(x, y) = 0$, где i — номер линии.

Для решаемой здесь конкретной задачи использовался метод наименьших квадратов [3]. Среди гипербол вида

$$\varphi(x, y) \equiv y + a_1x + a_2 + \frac{a_3}{x + a_4} = 0 \quad (1)$$

были выделены следующие, представленные в табл. 1. Заметим, что при конкретных расчетах используется лишь одна ветвь гиперболы (1), аппроксимирующая зависимость, изображенную на представленном рисунке.

В рассматриваемой области D представленные в табл. 1 уравнения $\varphi_i(x, y) = 0$ достаточно хорошо описывают полученные из эксперимента линии уровня. Произведенная оценка точности расчетов показала, что наибольшая погрешность при аппроксимации кривых по указанным в таблице уравнениям возникает в случае использования уравнения кривой, соответствующей $I = 2.0$ мм/ч. О точности аппроксимации этой кривой можно судить по табл. 2.

Таблица 2

x_i	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	5,00	6,00
y_i	6,95	4,70	3,45	2,60	1,95	1,10	0,50
\tilde{y}_i	7,00	4,65	3,40	2,59	2,00	1,15	0,52
$ \Delta y_i $	0,05	0,05	0,05	0,01	0,05	0,05	0,02
$\left \frac{\Delta y_i}{y_i} 100 \right $	0,7	1,0	1,4	0,3	2,5	4,5	4,0

Здесь x_i и y_i — координаты точки линии уровня, для которой производится расчет; \tilde{y}_i — решение уравнения $\varphi_3(x, y) = 0$ при заданном $x = x_i$.

Из табл. 2 видно, что ошибка в расчетах при использовании уравнения, которое описывает кривую при $I = 2,0$ мм/ч, не превышает 4,5%, что говорит о большой точности аппроксимации. Аппроксимация других кривых, как уже было указано, осуществлена с такой же и даже несколько большей точностью. На этом основании можно принять, что кривые, представленные на рисунке, довольно точно описываются уравнениями, которые приведены в табл. 1 и, таким образом, можно считать, что вся априорная информация содержится в указанной таблице.

В тех крайних случаях, когда семейство линий уровня является однопараметрическим, и можно каждой точке $(x; y)$ достаточно просто поставить в соответствие численное значение параметра, задача восстановления функции $I = f(x, y)$ сводится к задаче аппроксимации функции одной переменной и, конечно, в допустимых для данного метода пределах, полностью исчерпывается интерполированием функции одной переменной.

В решаемой задаче семейство линий уровня не является однопараметрическим, и по причинам, указанным выше, нас не удовлетворяет использование интерполяционных формул для функций многих переменных в том виде, в каком они описаны в специальной литературе, например в работах [3, 4].

Задача интерполирования некоторой функции, заданной таблицей

x_i	x_0	$x_1 \dots$	$x_k \dots$	x_n
$f(x_i)$	$f(x_0)$	$f(x_1) \dots$	$f(x_k) \dots$	$f(x_n)$

в большинстве случаев решается с помощью построения многочлена Лагранжа

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \frac{(x-x_0) \dots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \dots (x-x_n)}{(x_i-x_0) \dots (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \dots (x_i-x_n)} \quad (2)$$

с последующим использованием соотношения

$$f(x) \approx L_n(x). \quad (3)$$

Обсужденные выше затруднения и недостатки при использовании (2) и (3) для реализации решения в задачах рассматриваемого здесь типа существуют лишь потому, что функция $L_n(x)$ ищется в классе многочленов и $f(x)$ считается заданной в точках x_0, x_1, \dots, x_n . Мы же будем считать, что функция $f(x)$ задана на геометрических местах точек $\varphi_i(x) = 0$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$), которые являются линиями уровня $f(x)$ (значение $f(x)$ на линии уровня $\varphi_i(x) = 0$ будем в дальнейшем обозначать f_i), и $f(x)$ будем искать как некоторую функцию аргументов $\varphi_i(x)$ и f_i .

В связи с этим рассмотрим дробно-рациональную функцию вида

$$R_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i \frac{\varphi_0(x) \varphi_1(x) \dots \varphi_{i-1}(x)}{[\varphi_0(x) - \varphi_i(x)] [\varphi_1(x) - \varphi_i(x)] \dots [\varphi_{i-1}(x) - \varphi_i(x)]} \times \\ \times \frac{\varphi_{i+1}(x) \dots \varphi_n(x)}{[\varphi_{i+1}(x) - \varphi_i(x)] \dots [\varphi_n(x) - \varphi_i(x)]} \quad (4)$$

и для нее также будем считать, что

$$f(x) \approx R_n(x). \quad (5)$$

Легко видеть, что в случае

$$\varphi_i(x) \equiv x - x_i \quad (i=0, 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

уравнение (4) вырождается в уравнение (2) и, таким образом, формула (2) является частным случаем (4) при условии (6).

Из конструкции $R_n(x)$ видно, что если $\varphi_i(x^0) = 0$, то $R_n(x^0) = f^0$ и дробно-рациональная функция $R_n(x)$ является дифференцируемой сколько угодно раз. Разумеется, конечно, что последнее выполняется при естественном условии дифференцируемости $\varphi_i(x)$ ($i=0, 1, \dots, n$) и однозначности $f(x)$. Последнее является условием попарной несовместимости уравнений $\varphi_i(x) = 0$ ($i=0, 1, \dots, n$). Сказанное выше дает основание утверждать, что предложенная схема интерполирования функции одной переменной позволяет расши-

речь класс используемых при интерполяции функций, расширив при этом класс решаемых интерполированием задач.

Кроме того, конструкция функции $P_n(x)$ допускает ее применение и для интерполирования функций многих переменных.

Действительно, если на линии уровня $\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ принимает значения $f_i (i=0, 1, \dots, m)$, тогда можно для расчетов использовать соотношение вида

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &\approx R_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = \\ &= \sum_{i=0}^m f_i \frac{\varphi_0(x_1, x_2, \dots, x_n)}{[\varphi_0(x_1, \dots, x_n) - \varphi_i(x_1, \dots, x_n)]} \times \\ &\times \frac{\varphi_1(x_1, \dots, x_n) \dots \varphi_{i-1}(x_1, \dots, x_n) \varphi_{i+1}}{[\varphi_1(x_1, \dots, x_n) - \varphi_i(x_1, \dots, x_n)] \dots [\varphi_{i-1}(x_1, \dots, x_n) - \varphi_i(x_1, \dots, x_n)]} \times \\ &\times \frac{(x_1, \dots, x_n) \dots \varphi_m(x_1, \dots, x_n)}{[\varphi_{i+1} - \varphi_i] \dots [\varphi_m - \varphi_i]}. \end{aligned} \quad (7)$$

Например, если функция двух переменных $f(x, y)$ задана в точках $\{(x_0; y_0), (x_1; y_1), \dots, (x_m; y_m)\}$, то в качестве $\varphi_i(x, y)$ ($i=0, 1, \dots, m$) можно использовать функции вида $(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2$, или $|x-x_i| + |y-y_i|$ или некоторых других видов в зависимости от требований, налагаемых на $R_m(x, y)$. Важно отметить, что в этом случае известные ограничения на расположение узлов снимаются.

Таким образом, по разработанной здесь методике $[R_m \times (x_1, \dots, x_n)]$ является достаточно гладкой дробно-линейной функцией аргументов $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_m$, и поскольку $R_m(x_1, \dots, x_n)$ является элементом более широкого класса функций, чем класс многочленов, постольку указанные в начале данной работы трудности и слабые стороны решения задачи при интерполировании функций многих переменных устраняются.

На основе изложенного выше метода решения задач по аппроксимации многопараметрических зависимостей запишем $R_m(x, y)$ для конкретного случая, в частности для решаемого здесь примера восстановления функции $I=f(x, y)$ в виде

$$I \approx R_5(x, y) = \sum_{i=0}^5 f_i \frac{\varphi_0(x, y) \varphi_1(x, y) \dots \varphi_{i-1}(x, y) \varphi_{i+1}(x, y) \dots \varphi_5(x, y)}{[\varphi_0 - \varphi_i][\varphi_1 - \varphi_i] \dots [\varphi_{i-1} - \varphi_i][\varphi_{i+1} - \varphi_i] \dots [\varphi_5 - \varphi_i]}. \quad (8)$$

В уравнении (8) линии уровня, заданные соотношениями $\varphi_i(x, y) = 0$ ($i=0, 1, 2, 3, 4, 5$), и значения $f_i = I_i$, как было указано ранее, представлены в табл. 1.

Расчет $I=f(x, y)$ согласно (8) был осуществлен для точек области D с шагом $h_x = h_y = 1,0$ на ЭВМ «БЭСМ-4» в Черновицком госуниверситете. Результаты этого расчета приведены в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что ошибки в расчетах не превышают 10% вычисляемой величины, и, таким образом, результаты расчетов,

Таблица 3

y	x															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
11	1,12	1,96	2,32	3,14	3,50	3,95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	1,06	1,83	2,26	3,13	3,42	3,76	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	1,00	1,67	2,19	3,08	3,23	3,62	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0,92	1,54	2,10	2,98	3,04	3,51	4,54	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0,84	1,43	2,00	2,85	3,00	3,40	4,18	4,32	—	—	—	—	—	—	—	—
6	0,73	1,26	1,88	2,66	2,93	3,27	3,92	3,95	4,00	—	—	—	—	—	—	—
5	0,61	1,12	1,73	2,44	2,80	3,11	3,63	3,78	3,94	4,00	4,06	—	—	—	—	—
4	0,46	1,01	1,58	2,17	2,60	2,89	3,27	3,53	3,76	3,90	3,98	4,02	4,01	—	—	—
3	0,32	0,97	1,40	1,88	2,33	2,62	2,93	3,22	3,46	3,65	3,79	3,89	33,96	4,01	4,06	4,10
2	0,20	0,73	1,21	1,58	2,00	2,30	2,57	2,84	3,09	3,31	3,48	3,63	3,74	3,83	3,90	3,95
1	0,09	0,46	0,95	1,28	1,64	1,94	2,19	2,43	2,67	2,89	3,08	3,26	3,41	3,53	3,63	3,72
0	0,00	0,20	0,68	1,00	1,27	1,55	1,79	2,00	2,21	2,42	2,62	2,81	2,99	3,14	3,27	3,40

полученные согласно описанной выше методике, хорошо согласуются с экспериментом. Незаполненные клетки таблицы соответствуют точкам $(x; y)$, лежащим вне области интерполирования, ограниченной справа линией уровня $I=4,0$ мм/ч. Задача определения I в этих точках является задачей экстраполяционного типа и, вообще говоря, не может быть решена с помощью интерполирующих функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов В. С. Аппроксимация экспериментальных зависимостей между параметрами облаков и атмосферы и внутриоблачными микрофизическими процессами.—«Тр. ВГИ», 1968, вып. 11.
2. Антонов В. С. О возможности создания метода расчета количества обложных осадков, учитывающего кинетику фазовых переходов воды в атмосфере.—«Тр. УкрНИГМИ», 1974, вып. 126, с. 16—40.
3. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 1. М., «Наука», 1966.
4. Гельфонд А. О. Исчисление конечных разностей. М., Физматгиз, 1959.

А. Ольшович

ПРОГНОЗ ТЕМПЕРАТУРЫ ДЛЯ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЕВРОПЫ ПО ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОМУ МЕТОДУ

В данной статье излагаются некоторые результаты применения физико-статистического метода прогноза средней месячной температуры на весенне-летний период для Центральной Европы. Для решения задачи прогноза был использован физико-статистический метод, разработанный в ОДМ ГГО под руководством проф. М. И. Юдина. Принципиальные вопросы этой методики изложены М. И. Юдиным в работах [2—4], поэтому здесь мы лишь кратко изложим ее особенности. Физико-статистический метод предусматривает наиболее полный учет всех основных исходных параметров системы (атмосфера — мировой океан — деятельный слой почвы), в которой развиваются макропроцессы.

При прогнозе большой заблаговременности необходимо учесть информацию об атмосферных процессах большой протяженности во времени и в пространстве. Основные принципы отбора исходной информации сводятся к **следующим**:

- 1) требование полноты совокупности;
- 2) требование информативности предикторов;
- 3) учет предистории атмосферных процессов.

Для увеличения информативности предикторов используется разложение метеорологических полей по эмпирическим ортогональным функциям (е. о. ф.), что позволяет, во-первых, сконцентрировать основную информацию о поле в небольшом числе параметров разложения, а во-вторых, дает возможность выделить наиболее крупномасштабные компоненты атмосферных процессов, т. е. исключить так называемые метеорологические шумы. Преимущества применения метода разложения по е. о. ф. для прогноза погоды изложены в ряде работ и в частности в [1], поэтому здесь мы не будем останавливаться на этом вопросе. Таким образом, все предиктанты и большинство предикторов, используемых для прогноза, представлены параметрами разложения по е. о. ф.

При прогнозе в качестве предиктантов была взята средняя месячная температура за пять месяцев (апрель, май, июнь, июль и август) для 30 станций за 72 года (1900—1971), расположенных на территории Центральной Европы, в частности Польши. Поля средней месячной температуры были разложены по эмпирическим ортогональным функциям. Анализ этого разложения показывает, что достаточно хорошо описывают поля первые два члена разложения, дающие 77% общей дисперсии поля. Это дало возможность сократить объем исходной информации и использовать для выяснения прогностических связей лишь первые два коэффициента.

В качестве предикторов была использована информация, собранная и обработанная сотрудниками ГГО. В архив предикторов, используемых для прогноза средней месячной температуры, были выбраны атмосферные носители памяти — наземное давление, геопотенциал AT_{500} , температура воздуха у поверхности земли, осадки и облачность; внеатмосферные носители — ледовитость северных морей, граница снежного покрова; некоторые обобщенные показатели атмосферной циркуляции — число дней с формами циркуляции Г. Я. Вангенгейма, индекс зональной циркуляции, индекс геомагнитной возмущенности K_p ; характеристики Мирового океана — температура поверхности воды по данным девяти кораблей погоды Северной Атлантики, изменение тепло содержания верхнего 100-метрового слоя воды в квадратах L и D (по Смеду) в Северной Атлантике. Всего при составлении прогнозов средней месячной температуры для Центральной Европы на 1973, 1974, 1975 гг. было использовано около 700 предикторов.

Те же самые предикторы используются для оперативных прогнозов температуры и осадков на апрель — июль для Европейской территории СССР и Казахстана. Основные результаты этих прогнозов подробно представлены в статье [5]. Список основных предикторов, использованных при прогнозах, приведен в табл. 1.

Использование того же самого архива предикторов для прогнозов температуры на территории Центральной Европы представляет интерес как с точки зрения проблемы долгосрочного прогнозирования температуры в Центральной Европе, так и с точки зрения сопоставления результатов оценки прогностической значимости предикторов с теми результатами, которые получены ранее в [5].

Для того чтобы определить, какие предикторы несут наибольшую прогностическую информацию о полях температуры для Центральной Европы, используется метод оценки реальности статистических связей в совокупности. Как и в работе [5], нами рассчитывалось отношение числа значимых связей между предикторами и предиктантами к возможному числу связей. На основании работ [6, 7], значимой связью будем считать такую, для которой $|z/\sigma_z| \geq 2,2$, где $z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$, σ_z — средняя квадратическая ошибка z , а r — коэффициент корреляции. Для нормального распределения

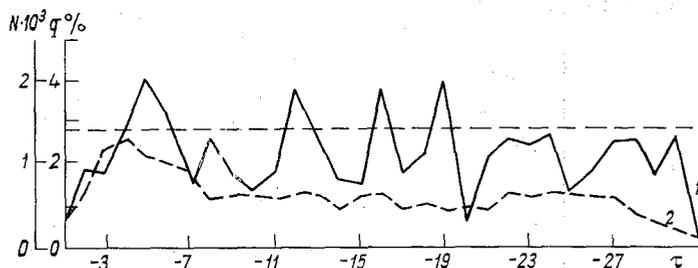
Отношение (%) числа значимых связей между предикторами и предиктантами к возможному числу связей

Элемент	Характеристика предикторов	Территория	Число предикторов	Предиктанты: Температура
еопотенциал AT ₅₀₀	Среднее за месяц	Европейский сектор	10	4,7%
		Американский "	52	1,9
		Азиатский "	6	0,5
	Дисперсия	Европейский "	5	3,5
		Американский "	4	2,2
аземное давление	Среднее за месяц	" "	8	1,7
		Азиатский "	8	2,9
	Дисперсия	Европейский "	5	1,3
емпература воздуха	Среднее за месяц	Европейский "	113	2,7
		Европейский "	7	5,2
			Северное полушарие	78
Осадки	Сумма за месяц	Европейский сектор	63	2,5
Облачность	Средняя за месяц	То же	36	2,8
емпература воды	" "	Северная Атлантика	62	3,7
ледовитость	" "	Гренландское море	14	1,5
Интенсивность зональной циркуляции	" "	Американский сектор	26	1,5
Число дней с формами циркуляции Вангенгейма	Е и W	Европейский сектор	54	2,5
Граница снежного покрова	Декада	Западная Европа	2	6,6
Индекс K _p	Средний за месяц	Планета	27	1,6
Теплосодержание	Разность двух соседних месяцев	Северная Атлантика	6	2,2

величины z в 28 случаях из 1000 (2,8%) отношение $|z/\sigma_z| \geq 2,2$, поэтому $q=2,8\%$ принято за начальный уровень информативности. В работе [5] за начальный уровень информативности было принято $q=1,2\%$, поскольку там значимыми считались связи $|z/\sigma_z| \geq 2,5$. Предполагается, что чем выше процент значимых связей по сравнению с начальным уровнем информативности, тем больше влияние конкретной группы предикторов на будущее значе-

ние предиктантов. Результаты анализа приведены в табл. Рассматривая эти результаты, необходимо иметь в виду, что при числе предикторов менее 20—30 статистическая обеспеченность выводов недостаточна и их следует рассматривать как предварительные.

Анализ табл. 1 показывает, что лучшими предикторами для прогноза средней месячной температуры на весенне-летний период на территории Центральной Европы являются температура воздуха Европейского сектора ($q=5,2\%$), геопотенциал AT_{500} над Европейским сектором ($q=4,7\%$), граница снежного покрова над Западной Европой ($q=6,6\%$). Хорошими предикторами (по показателю q) можно считать также температуру воды в Северной Атлантике ($q=3,7\%$), температуру воздуха северного полушария ($q=$



Повторяемость значимых связей ($q\%$) между средними месячными температурами весенне-летнего периода и совокупностью предикторов в зависимости от заблаговременности прогнозов (τ месяцев) и числа испытаний ($N \cdot 10^3$) для каждого месяца.

1 — заблаговременность прогнозов, 2 — число испытаний.

$=3,2\%$), дисперсию геопотенциала AT_{500} над Европейским сектором ($q=3,5\%$). Из остальных групп предикторов, информативность которых близка к начальному или ниже его, можно, однако, надеяться выделить относительно информативную часть при группировке по другим принципам, применяя методику многоаспектной оценки предикторов [7].

Из сопоставления результатов, полученных в работе [5], с результатами, представленными в табл. 1, вытекает, что одни и те же предикторы для разных территорий несут разную информацию. Например, хорошими предикторами при прогнозе температуры и осадков для территории ЕТС и Казахстана являются суммы осадков над территорией Европы, в отличие от прогнозов температуры для Центральной Европы, где месячные суммы осадков над территорией Европы надо включить в число самых слабых предикторов. Из табл. 1 также следует, что предикторы Европейского сектора гораздо информативнее для нашей задачи, чем предикторы Американского и Азиатского секторов.

Для учета предистории атмосферных процессов была взята информация за предшествующие 30 месяцев. Чтобы определить, какие

есяцы несут наибольшую прогностическую информацию, применен тот же самый метод подсчета значимых связей. На рисунке представлены значения q между совокупностью предикторов и прогнозируемой средней месячной температурой для Центральной Европы, кроме того приведено число испытаний для каждого месяца (в процентах от возможных). Из рисунка следует, что наибольшую прогностическую информацию несут предикторы в месяцы —4, —5, —6). При прогнозе на апрель — это декабрь, ноябрь, октябрь прошлого года. Выше начального уровня информативности оказались месяцы (—12, —16, —19). Это апрель прошлого года, декабрь и сентябрь позапрошлого года. В этот период особенно сильное влияние на температуру Центральной Европы имеют такие предикторы, как аномалия средней месячной температуры над Северным полушарием, температура поверхности воды в Атлантическом океане, среднее месячное давление над Европейским сектором и интенсивность зональной циркуляции над Американским сектором. Из вышесказанного вытекает, что при прогнозе на весенне-летний период надо большое внимание обратить на процессы осени предшествующих двух лет. Сравним эти результаты с результатами, полученными в работе [5].

В работе [5] представлен график повторяемости значимых связей (в процентах) для осадков юга ЕТС и Казахстана весенне-летнего периода в зависимости от заблаговременности предикторов. Из анализа этого графика следует, что наибольшую прогностическую информацию несут предикторы в месяцы, ближайšie прогнозируемому (—2, —3, —4). При прогнозе на май — это март, февраль, январь текущего года. Здесь существенное различие по сравнению с результатами, полученными для Центральной Европы (см. рисунок). Несколько выделяется значимость предикторов за месяц с —17 по —19 — это согласуется в какой-то мере с результатами, полученными нами. В то же время в работе [5] получен довольно четкий максимум информативности —25 и —26 месяцев, а по нашим результатам наблюдается падение информативности для этих месяцев. Из сопоставления графиков вытекает, что при прогнозах разных метеорологических элементов и различных территорий информативность предикторов различной заблаговременности не одинакова. Но, учитывая, что выборки для отдельных месяцев относительно малочисленны, выводы следует считать сугубо предварительными.

Таблица 2

Оправдываемость (%) прогнозов средней месячной температуры для Центральной Европы на весенне-летний период

Месяц	Год	
	1973	1974
Апрель	36	66
Май	60	95
Июнь	56	0
Июль	56	97
Август	41	83
Среднее	50	68

Оценка успешности прогнозов средней месячной температур производилась двумя способами. Во-первых, оценивалась успешность прогнозов по p и, во-вторых, получена оценка прогноза коэффициентов разложения. В табл. 2 приведен процент оправданности прогнозов средней месячной температуры для Центральной Европы на весенне-летний период на 1973 и 1974 гг.

Из табл. 2 видно, что из десяти составленных прогнозов средней месячной температуры не оправдалось три, остальные прогнозы оправдались довольно хорошо. Кроме того, прогнозы на 1974 оправдались лучше, чем на 1973 г.

Таблица

Оценка коэффициентов разложения средней месячной температуры для Центральной Европы

Номер коэффициента разложения предиктанта	Число случаев	Прогнозы				
		очень хорошие	хорошие	удовлетворительные	неудовлетворительные	плохие
1	10	2	3	1	2	2
2	10	4	2	1	1	2

Что касается оценки прогноза параметров разложения, то для этой цели был использован способ оценки успешности прогноза коэффициентов, разработанный Юдиным [6]. М. И. Юдин ввел следующую оценку успешности прогнозов коэффициентов разложения предиктантов:

очень хорошие прогнозы: $A^2 \leq 0,06B_0^2$,

хорошие прогнозы: $0,06B_0^2 < A^2 \leq 0,4B_0^2$,

удовлетворительные прогнозы: $0,4B_0^2 < A^2 \leq B_0^2$,

неудовлетворительные прогнозы: $B_0^2 < A^2 \leq 2,5B_0^2$,

плохие прогнозы: $A^2 > 2,5B_0^2$,

где A^2 — квадрат разности прогностического (a) значения коэффициента разложения предиктанта за n лет и фактического (b) его значения:

$$A^2 = (a_{np} - b_{фак})^2;$$

B_0^2 — медианное значение ряда B^2 :

$$B^2 = (b_n - b_k)^2,$$

где k — все предшествующие годы ($k=1, n-1$) рассматриваемого ряда предиктанта. Медианное значение B_0^2 определяется по ряду значений B^2 каждого коэффициента разложения предиктанта за 38 лет (прогноз на 1973 г.). В табл. 3 приведена оценка успешности

ости прогнозов на 1973, 1974 гг. первого и второго коэффициентов
азложения средней месячной температуры за апрель — август для
ентральной Европы.

Как следует из этой таблицы доля оправдавшихся прогнозов
оставляет 65%, причем 55% прогнозов оправдались хорошо
очень хорошо.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат, 1970. 199 с. Авт.: А. В. Мещерская, Л. В. Руховец, М. И. Юдин, И. Яковлева.
2. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогноза погоды и возможности их внедрения.—«Метеорология и гидрология», 1967, № 11, с. 39—49.
3. Юдин М. И. О принципиальных вопросах физико-статистической методики долгосрочных прогнозов большой заблаговременности.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 201, с. 3—7.
4. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968. 27 с.
5. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью.—В кн.: Тр. V Всесоюз. метеор. съезда. Т. 2. Л., Гидрометеиздат, 1972, с. 83—94.
6. Юдин М. И., Блажевич В. Г. Оценка значимости предикторов на основе комплексного статистического испытания.—«Тр. ГГО», 1975, вып. 329, с. 41—53.
7. Юдин М. И. Задача многоаспектной статистической оценки информативности прогностических соотношений.—«Тр. ГГО», 1975, вып. 329, с. 33—39.

В. И. Пономарь

ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ КРУПНОМАСШТАБНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ ВОД В ПОЛЯРНОМ ОКЕАНЕ

1. Для изучения изменчивости полей солености, плотности и течений с временными масштабами порядка года или нескольких лет рассматривается прогностическая модель океана с использованием кусочной интерполяции профиля солености. Задача ставится в соответствии с особенностями Полярного океана, известными из наблюдений, а также полученными при расчетах по другим моделям океана.

Во-первых, на основании сделанных оценок считается, что градиент плотности, а следовательно, и скорости океанических течений зависит практически только от градиентов солености, а температура является поэтому пассивной субстанцией, непосредственно не влияющей на циркуляцию вод.

Во-вторых, считается, что основные изменения в поле солености с временным масштабом порядка года сосредоточены в верхнем океане толщиной около 300—500 м и обусловлены главным образом нестационарностью поля ветра и колебаниями ледовитости.

Последнее вытекает из следующих соображений. Известно, что максимально изменчивым является поверхностный квазиоднородный слой океана, в котором развиваются дрейфовые течения и связанные с ними процессы вертикальной турбулентной диффузии и конвекции. Квазиоднородный слой ограничен снизу сезонным пикноклином, в котором дрейфовые течения и турбулентность существенно ослабляются. Однако наблюдения свидетельствуют о том, что возникающие в квазиоднородном слое аномалии в горизонтальном распределении солености (или температуры) передаются значительно глубже его нижней границы. Последнее может происходить как за счет турбулентной диффузии, так и за счет вертикальной адвекции.

В Полярном океане горизонтальная неоднородность поля солености формулируется главным образом под влиянием адвективных

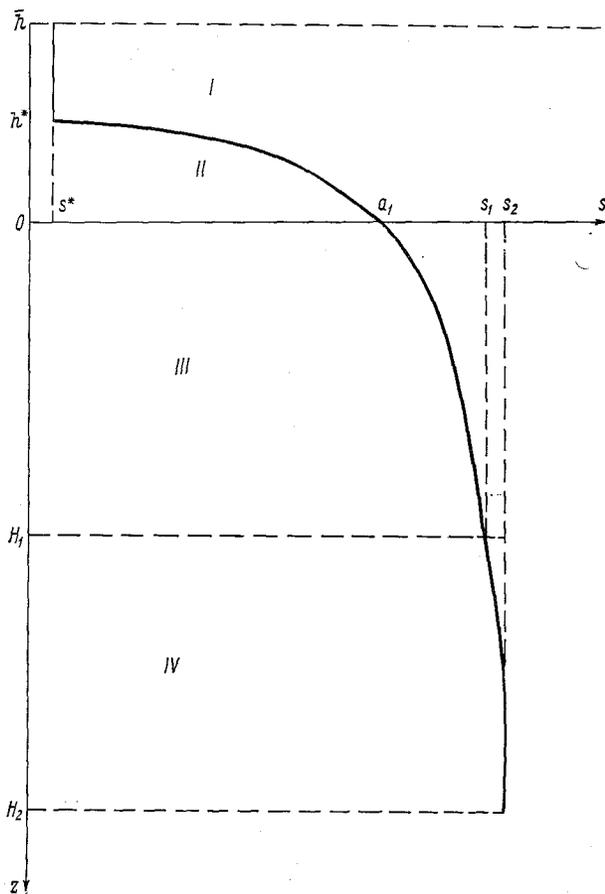
акторов, а именно притоков атлантических и тихоокеанских вод, бесного стока рек и перераспределения этих вод ветровыми и океаническими течениями. Есть основания полагать, что и годовая изменчивость солёности ниже однородного слоя также обусловлена адвективным механизмом, в котором основную роль играет нестационарность ветра. Существенные изменения в характере и интенсивности дрейфовой циркуляции приводят к появлению в поверхностном слое аномалий солёности адвективного происхождения, поскольку через границы бассейна поступают как солёные, так и пресные воды, распространяющиеся в этом слое. При этом благодаря вертикальной скорости, вызванной дрейфовыми и геострофическими течениями, устойчивые аномалии солёности квазиоднородного слоя могут передаваться в сезонный и главный пикноклин, казавшая влияние на скорость геострофических течений.

Вместе с тем структура квазиоднородного слоя и его сезонная изменчивость в значительной степени определяются вертикальными и турбулентными потоками соли, связанными с нарастанием и таянием льда. Однако модель льда пока не рассматривается. Поэтому потоки соли на поверхности океана определяются приближенно из оценок сезонного хода нарастания и таяния льда, термический режим Полярного океана также не рассматривается. В рамках таких предположений ставится задача, позволяющая исследовать взаимосвязь сезонной и годовой изменчивости поля солёности в верхнем слое океана.

2. Постановка задачи основана на предложенном в [4] способе расчёта полей течений, температуры и солёности в океане. Основной идеей последнего является введение кусочной интерполяции профилей солёности и температуры, что позволяет сводить задачу к двумерной. Итак, рассматривается модель с непрерывной стратификацией. В океане выделяются четыре слоя, представленные на рисунке: I) однородный слой ($h \leq z \leq h^*$), в котором солёность $s = s^*(x, y)$; II) сезонный пикноклин ($h^* \leq z \leq 0$, $s = b_1 + b_2 z + b_3 z^2 + (b_4 z_3)$); III) главный пикноклин ($0 \leq z \leq H_1$, $s = a_1 + a_2 z + a_3 z^2 + a_4 z^3$) и IV) глубинный слой ($H_1 \leq z \leq H_2$, $s = a_5 + a_6 z + a_7 z^2 + (a_8 z^3)$). Коэффициенты аппроксимации солёности по глубине $b_1, b_2, b_3 (b_4), a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 (a_8)$ являются функциями горизонтальных координат x, y . Для удобства начало координат выбирается на верхней границе главного пикноклина. В принципе для интерполяции профиля солёности в сезонном пикноклине и глубинном слое могут использоваться сплайны (добавляются коэффициенты b_4, a_8). Соответствующие последним дополнительные условия будут также указываться в скобках.

Заметим, что однородный слой вместе с сезонным пикноклином представляют собой деятельный слой, на нижней границе которого практически отсутствует годовой ход температуры, обусловленный сезонными изменениями у поверхности океана. При этом в Полярном океане при наличии развитого однородного слоя сезонный пикноклин оказывается весьма тонким и может, по-видимому, опи-

сываться моделями с разрывом профиля солености. При малой ж толщине однородного слоя сезонный пикноклин растягивается п оси z . Тогда область резкого изменения солености может оказат ся в районе верхней границы сезонного пикноклина. Таким обр зом, модель может по крайней мере качественно описывать любы профили солености, имеющие место в океане.



Вертикальный профиль солености в океане.

В однопараметрической модели [2] рассчитывается годовой ход температуры в сезонном термоклизе, но при этом практически не учитываются процессы в однородном слое. В настоящей работе, в отличие от последней, делается попытка в рамках одной модели детально описать нелинейное взаимодействие процессов в однородном слое, сезонном пикноклизе и главном пикноклизе. При этом из-

менения в главном пикноклине подвержены влиянию более быстрых сезонных колебаний в однородном слое.

Нижняя граница однородного слоя считается неизвестной функцией горизонтальных координат и времени. Поверхности же, ограничивающие по z главный пикноклин и глубинный слой, принимаются горизонтальными и постоянными во времени. При этом суммарная толщина однородного слоя и сезонного пикноклина выбирается такой, чтобы она была заведомо большей или равной максимально возможной глубине однородного слоя ($\bar{h} = -h_{\text{макс}}$). Остальные ограничивающие поверхности являются условными и соответствуют $H_1 = 500$ м, $H_2 = 2$ км.

Учитывая ранее высказанные предположения относительно изучаемой нестационарности с характерным временным масштабом порядка года, соленость самого нижнего слоя ($H_1 \leq z \leq H_2$) полагается постоянной во времени и заданной.

При исследовании нестационарности больших временных масштабов (приблизительно 10—100 лет) последнего предположения можно и не делать, считая соленость нижнего слоя ($H_1 \leq z \leq H_2$) неизвестной. Однако в таком случае вместе с динамической задачей, по-видимому, необходимо рассматривать и термическую модель Полярного океана с учетом многолетней изменчивости толщины ледяного покрова.

Таким образом, параметры \bar{h} , H_1 , H_2 , s_1 , s_2 (а следовательно, и a_5 , a_6 , a_7 при условии $\left. \frac{\partial s}{\partial z} \right|_{H_2} = 0$) считаются постоянными во времени и заданными. Тогда неизвестными параметрами остаются h^* , s^* , b_1 , b_2 , b_3 (b_4), a_1 , a_2 , a_3 , a_4 . В качестве связей между параметрами используются следующие условия соответствующие склейкам функций и их производных на границах между слоями:

$$\text{при } z = h^* \quad s^* = b_1 + b_2 h^* + b_3 h^{*2} + (b_4 h^{*3});$$

$$\text{при } z = 0 \quad b_1 = a_1, \quad b_2 = a_2, \quad (b_3 = a_3);$$

$$\text{при } z = H_1 \quad a_1 + a_2 H_1 + a_3 H_1^2 + a_4 H_1^3 = s_1,$$

$$a_5 + a_6 H_1 + a_7 H_1^2 + (a_8 H_1^3) = s_1,$$

$$a_2 + 2a_3 H_1 + 3a_4 H_1^2 = a_6 + 2a_7 H_1 + (3a_8 H_1^2),$$

$$2a_3 + 6a_4 H_1 = 2a_7 + (6a_8 H_1);$$

$$\text{при } z = H_2 \quad a_5 + a_6 H_2 + a_7 H_2^2 + (a_8 H_2^3) = s_2,$$

$$a_6 + 2a_7 H_2 + (3a_8 H_2^2) = 0,$$

$$(2a_7 + 6a_8 H_2 = 0). \quad (1)$$

Учитывая условия (1), получим следующие соотношения между неизвестными и известными параметрами (приведены соотноше-

ния для интерполяционных многочленов второй степени в сезонном пикноклине и глубинном слое):

$$\begin{aligned}
 b_1 &= a_1, & b_3 &= \frac{1}{h^{*2}} \left[s^* - \left(1 - 3 \frac{h^*}{H_1} \right) a_1 - \frac{h^*}{H_1} k_1 s_1 + \frac{h^*}{H_1} k_2 s_2 \right], \\
 b_2 &= a_2, & a_2 &= \frac{1}{H_1} (-3a_1 + k_1 s_1 - k_2 s_2), & a_5 &= l_1 s_1 - l_2 s_2, \\
 a_3 &= \frac{1}{H_1^2} (3a_1 + k_3 s_1 + k_4 s_2), & a_6 &= -l_3 s_1 + l_4 s_2, \\
 a_4 &= \frac{1}{H_1^3} (-a_1 + k_5 s_1 - k_6 s_2), & a_7 &= l_5 s_1 - l_6 s_2,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned}
 k_2 &= 4\sigma + \sigma^2, & k_1 &= 3 + k_2, & \sigma &= \frac{H_1}{H_2 - H_1}, \\
 k_4 &= 6\sigma + 2\sigma^2, & k_3 &= 3 + k_4, \\
 k_6 &= 2\sigma + \sigma^2, & k_5 &= 1 + k_6, & l_1 &= \frac{H_2^2}{(H_2 + H_1)^2}, \\
 l_2 &= \sigma \frac{2H_2 - H_1}{H_2 - H_1}, & l_3 &= l_4 = \frac{2H_2}{(H_2 - H_1)^2}, & l_5 &= l_6 = \frac{1}{(H_2 - H_1)^2}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

В силу соотношений (2) и задания s_1 и s_2 остается три свободных параметра s^* , h^* и a_1 . Для определения последних привлекается три уравнения, соответствующих уравнению диффузии соли, проинтегрированному по z в однородном слое, сезонном пикноклине и главном пикноклине:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial s^*}{\partial t} &= \frac{1}{(h^* - \bar{h})} L_1 + \frac{1}{(h^* - \bar{h})} (\Gamma_1 - \Gamma_2), \\
 c_2 \frac{\partial h^*}{\partial t} &= L_2 - \Gamma_3 + \Gamma_2 + e_1 \frac{\partial a_1}{\partial t} + e_3 \frac{\partial s^*}{\partial t} + e_2 \frac{\partial s_1}{\partial t}, \\
 \frac{\partial a_1}{\partial t} &= \frac{4}{H_1} L_3 - \frac{4}{H_1} \Gamma_4 + \frac{4}{H_1} \Gamma_3 - \frac{4}{H_1} e_4 \frac{\partial s_1}{\partial t},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned}
 L_3 &= - \underbrace{\int_0^{H_1} \left(u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} \right) dz}_I - \underbrace{\int_0^{H_1} s \operatorname{div} \mathbf{V} dz}_II - \\
 &\quad - \underbrace{\int_0^{H_1} \frac{\partial w s}{\partial z} dz}_III + \int_0^{H_1} \kappa \Delta s dz,
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$e_1 = h^* \frac{2}{3} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{h^*}{H_1} \right), \quad e_2 = \frac{1}{6} h^* \frac{h^*}{H_1} k_1,$$

$$e_3 = \frac{1}{3} h^*, \quad e_4 = 3 + 2\sigma + \frac{1}{3} \sigma^2,$$

L_1 и L_2 — интегралы от аналогичных L_3 дифференциальных операторов в соответствующих слоях. Через $\Gamma_1 - \Gamma_4$ обозначены вертикальные турбулентные потоки соли на границах слоев $z = \bar{h}$, $z = h^*$, $z = 0$, $z = H_1$ соответственно, например $\Gamma_2 = \overline{s'w'}|_{h^*}$. Если считать s_1 неизвестным, то к системе (4) добавляется аналогичное уравнение, проинтегрированное в слое $H_1 - H_2$.

Полагая $ds_1/dt = 0$, а также подставляя вместо локальных производных по времени в правой части второго уравнения (4) соответствующие правые части других двух уравнений, получим следующую систему:

$$\frac{\partial s^*}{\partial t} = \frac{1}{h^* - \bar{h}} L_1 + \frac{1}{h^* - \bar{h}} (\Gamma_1 - \Gamma_2), \quad (6)$$

$$c_2 \frac{\partial h^*}{\partial t} = q_1 L_1 + L_2 + q_3 L_3 + q_1 \Gamma_1 + (1 - q_1) \Gamma_2 - (1 - q_3) \Gamma_3 - q_3 \Gamma_4, \quad (7)$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} = \frac{4}{H_1} L_3 - \frac{4}{H_1} \Gamma_4 + \frac{4}{H_1} \Gamma_3, \quad (8)$$

где

$$c_2 = s^* - \left(1 - \frac{2h^*}{H_1}\right) a_1 - \frac{2}{3} \frac{h^*}{H_1} k_1 s_1 + \frac{2}{3} \frac{h^*}{H_1} k_2 s_2,$$

$$q_1 = \frac{1}{3} \frac{h^*}{(h^* - \bar{h})}, \quad q_3 = \frac{8}{3} \frac{h^*}{H_1} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{h^*}{H_1}\right).$$

Уравнения (6) — (8) должны удовлетворять начальным условиям для неизвестных параметров s^* , h^* и a_1 :

$$h^*|_{t=0} = h^{*0}(x, y), \quad s^*|_{t=0} = s^{*0}(x, y), \quad a_1|_{t=0} = a_1^0(x, y). \quad (9)$$

Поля h^{*0} , s^{*0} и a_1^0 можно брать из наблюдений, по возможности проводя их согласование.

3. Граничные условия к исходной системе уравнений на контуре бассейна D следующие. На участках твердого контура D_1 граничное условие для каждого из уравнений (6) — (8) можно получить из известного интегрального условия баланса потоков [2]:

$$\text{на } D_1 \int_{\bar{h}}^H \left(s v_n - \kappa_l \frac{\partial s}{\partial n} \right) dz = 0 \quad (10)$$

(H — глубина, n — направление нормали к контуру бассейна). Последнее можно выразить явно через неизвестные функции и их производные, относительно которых решается соответствующее уравнение.

Водообмен в проливах зависит от внешних по отношению к Арктическому бассейну факторов. Поэтому в качестве граничного условия на жидком контуре необходимо задавать значение неизвестной функции, относительно которой будет решаться конкретное уравнение, в частности s^* или a_1 :

$$s|_{D_{II}} = f(D_{II}). \quad (11)$$

Кроме того, поскольку соленость в бассейне зависит не только от условия (11), но и от скорости поступления соленых или пресных вод, то в проливах необходимо задавать средние скорости в каждом слое и учитывать их в решении.

На участке контура D_{III} , совпадающем с областью стока рек, граничное условие для верхнего слоя океана аналогично (11), а для главного пикноклина аналогично (10). Причем, поскольку в однородный слой постоянно поступает пресная вода рек, то соленость на этом участке контура можно задать равной нулю. Трудность состоит в том, что для области стока рек, вообще говоря, необходимо решать задачу мелкого моря. Условия на контуре (10)—(11) не учитывают также некоторые, по-видимому, важные пограничные эффекты, в частности сползание вдоль материкового склона переохлажденных вод с малой соленостью, или абвеллинг. Однако последние эффекты требуют пока отдельного рассмотрения.

4. На поверхности океана задаются граничные условия для потока соли, вытекающие из условия для потока массы, определяемого в основном выделением соли при замерзании льда:

$$\Gamma_1 = \frac{1}{\beta_s} (\rho^* - \rho_l) \frac{\partial h_l}{\partial t}, \quad (12)$$

где β_s — изменение плотности при изменении солености на 1‰ , h_l — толщина льда, ρ_l — плотность льда, а ρ^* — плотность воды в однородном слое, выражаемая через соленость по линейному уравнению состояния

$$\rho = \rho_0 - \alpha_T c_p \tau + \beta_s (s - 35), \quad (13)$$

где α_T — коэффициент термического расширения, τ — температура морской воды.

Граничное условие (12) связывает настоящую задачу с термической моделью Полярного океана и ледяного покрова.

Не рассматривая последние, условие (12) можно учитывать грубо, исходя из оценок сезонного хода толщины льда, а температуру надо льдом считать равной температуре замерзания.

5. Система уравнений (6)—(8) остается незамкнутой относительно скоростей течений, турбулентных потоков соли Γ_2 — Γ_4 . Для замыкания системы относительно наиболее важного турбулентного потока соли на нижней границе однородного слоя привлекается уравнение баланса кинетической энергии турбулентности.

$$\frac{g}{\rho_0} \overline{\rho' w^2} = P. \quad (14)$$

Правая часть уравнения (14) представляет сумму продукции (за счет сдвига скорости), диссипации и диффузии турбулентной энергии. Левую часть уравнения (14) легко выразить через турбулентный поток соли, используя линейное уравнение состояния с учетом исходного предположения относительно изменений плотности в Полярном океане ($\overline{\rho'w'} = \beta_s \overline{s'w'}$).

Турбулентный поток соли Γ_2 (при $z=h^*$), входящий в первые два уравнения системы (6)—(8), исключается при использовании уравнения диффузии соли, дважды проинтегрированного по z в однопородном слое, и уравнения баланса турбулентной энергии, один раз проинтегрированного в этом же слое.

В результате выражение для турбулентного потока соли на нижней границе однородного слоя имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma_2 = & \left(\frac{2h^*}{(h^* - \bar{h})} - 1 \right) \int_{\bar{h}}^{h^*} \left(\frac{dus^*}{dx} + \frac{\partial vs^*}{\partial y} + \frac{\partial ws^*}{\partial z} \right) dz - \\ & - \frac{2}{(h^* - \bar{h})} \int_{\bar{h}}^{h^*} \left(z \frac{\partial us^*}{\partial x} + z \frac{\partial vs^*}{\partial y} + z \frac{\partial ws^*}{\partial z} \right) dz + \\ & + \frac{2\rho_0}{g\beta_s(h^* - \bar{h})} \int_{\bar{h}}^{h^*} P dz - \Gamma_1. \end{aligned} \quad (15)$$

Причем интеграл от правой части уравнения (6) и соответствующие ей гипотезы замыкания в принципе можно взять из любой одномерной модели, использующей проинтегрированное в пограничном (или квазиоднородном) слое уравнение баланса энергии турбулентности. Наиболее простым оказывается использование выражения для $\int_{\bar{h}}^{h^*} P dz$ из работы [3].

Для замыкания системы уравнений (4) относительно турбулентных потоков соли на остальных поверхностях используется гипотеза Прандтля ($\overline{w's'} = -\kappa \frac{\partial s}{\partial z}$), где κ либо задается постоянным, либо исключается, как предлагается в [4].

6. Замыкание системы уравнений относительно скоростей течений производится следующим образом. Компоненты скоростей течений u , v , w , представленные в виде суммы дрейфовых и градиентных составляющих, выражаются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} u = & u_d - \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{g}{\Omega \rho_0 H_2} \int_{\bar{h}}^{H_2} z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + \frac{g}{\Omega \rho_0} \int_z^{H_2} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz, \\ v = & v_d + \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{g}{\Omega \rho_0 H_2} \int_{\bar{h}}^{H_2} z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \frac{g}{\Omega \rho_0} \int_z^{H_2} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz, \end{aligned} \quad (16)$$

где u_d , v_d компоненты дрейфовых течений, определяемые по экмановской модели; H — глубина бассейна, ρ — плотность морской воды, ψ — функция тока полных потоков.

Вертикальная скорость выражается из уравнения неразрывности, проинтегрированного от \bar{h} до z :

$$w_z = w|_{\bar{h}} - \int_{\bar{h}}^z \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz, \quad (17)$$

причем, на поверхности океана вертикальная скорость принимается равной нулю:

$$w|_{z=\bar{h}} = 0. \quad (18)$$

На границах между слоями она принимается равной сумме экмановской вертикальной скорости и скорости за счет дивергенции градиентных течений в вышележащих слоях:

$$w|_{z=h_i} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{rot}_z \frac{T^0}{\Omega} - \int_{\bar{h}}^{h_i} \operatorname{div} \mathbf{V} dz. \quad (19)$$

Для определения градиентов плотности используется линейное уравнение состояния (13). Поскольку градиенты температуры, по нашим оценкам, не влияют на градиенты плотности, то последние являются линейными функциями от градиентов солености.

Функция тока определяется из нестационарного уравнения вихря

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta_H \psi}{\partial t} - I \left(\frac{\Omega}{H}, \psi \right) = & -\frac{1}{\rho} \operatorname{rot}_z \frac{T^H}{H} + \frac{1}{\rho} \operatorname{rot}_z \frac{T^0}{H} + \\ & + \frac{g}{\rho_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{H} \int_{\bar{h}}^{H_2} (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{H} \int_{\bar{h}}^{H_2} (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \right] \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

где

$$\Delta_H \psi = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \right).$$

Компоненты тангенциальных напряжений трения на поверхности океана T_x^0 , T_y^0 и его дне T_x^H , T_y^H выражаются по формулам, аналогичным [5], использующим параметризацию пограничного слоя [1].

Уравнение (20) удовлетворяет следующим граничным условиям для функции тока:

$$(\psi)_D = f(D), \quad (21)$$

где $f(D)$ — известная функция, сохраняющая постоянные значения на соответствующих берегу частях контура D . Причем, значения $f(D)$ на участках контура, разделенных проливами, отличаются на величины соответствующих расходов в проливах, заданных из наблюдений.

Начальным условием для функции тока может служить ψ , полученная при выходе интегральной циркуляции из состояния покоя на стационарный режим при заданном ветре и поле солености, определяемом начальными условиями (9) для неизвестных параметров h^* , s^* , a_1 :

$$\psi|_{t=0} = \psi_0(T^0, \alpha_1^0, s^{*0}, h^{*0}), \quad (22)$$

7. Таким образом, учитывая замыкание относительно турбулентного потока соли на нижней границе однородного слоя (15), турбулентных потоков соли на нижележащих границах [4], а также учитывая задание $\frac{\partial h_{\perp}}{\partial t}$ в правой части граничного условия (12), система уравнений (6)—(8), (13), (16)—(20), граничных условий (10), (11), (21) и начальных условий (9), (22) является замкнутой.

Выраженные через градиенты солености u и v (16) подставляются в формулу (19) и уравнения (6)—(8). Последние аналитически интегрируются в пределах соответствующих слоев. В результате получается нелинейная система двумерных уравнений, содержащих неизвестные параметры h^* , s^* , a_1 и ψ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial t} + \alpha_1^* s^* \frac{\partial s^*}{\partial y} + \alpha_2^* s^* \frac{\partial s^*}{\partial x} + (v_d + \bar{A}_1 + \bar{B}_1) \frac{\partial s^*}{\partial y} + \\ + (u_d + \bar{A}_2 + \bar{B}_2) \frac{\partial s^*}{\partial x} - \bar{f}_3 s^* - \alpha_l \Delta s^* = \\ = \frac{\Gamma_1}{h^* - \bar{h}} - \frac{2\rho}{g\beta_s(h^* - \bar{h})} \int_{\bar{h}}^{h^*} P, \end{aligned} \quad (23)$$

$$c_2 \frac{\partial h^*}{\partial t} + c_3 \frac{\partial h^*}{\partial x} + c_4 \frac{\partial h^*}{\partial y} + c_5 h^* + c_6 h^{*2} + c_7 \Delta h^* = \Gamma_2 - \Gamma_3 + g_2, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial t} + \alpha_1 a_1 \frac{\partial a_1}{\partial y} + \alpha_2 a_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + \left(\beta_1 + \beta^* - \frac{4T_x}{H_1 \Omega \rho} + A_1 + B_1 + B^* \right) \times \\ \times \left(\frac{\partial a_1}{\partial y} + \left(\beta_2 - \beta^* + \frac{4T_y^0}{H_1 \Omega \rho} + A_2 + B_2 - B^* \right) \frac{\partial a_1}{\partial x} + \right. \\ \left. + (\gamma + \gamma^*) a_1 - \alpha \Delta a_1 = \mu + \mu^* + B_3^* + g_3 + \frac{4\Gamma_1}{H_1}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\text{где } v_d = \frac{1}{2\Omega\rho_0(h^* - \bar{h})} \left[\left(1 - \frac{4h^*}{h^* - \bar{h}} \right) T_y^0 - T_x^0 \right],$$

$$u_d = - \frac{1}{2\Omega\rho_0(h^* - \bar{h})} \left[\left(1 - \frac{2h^*}{h^* - \bar{h}} \right) T_y^0 - T_x^0 \right].$$

Нелинейная система уравнений (23)—(25) должна удовлетворять сглаженным и согласованным начальным условиям (9).

Граничные условия для уравнений (23)—(25) на «жидком» контуре (D_{II} , D_{III}) аналогичны (11) и сводятся к заданию h^* , s^* и a_1 на D_{II} и D_{III} .

$$h^* = \varphi_1(D, t), \quad s^* = \varphi_2(D, t), \quad a_1 = \varphi_3(D, t). \quad (26)$$

Условия же на «твердом» контуре, полученные из граничного условия (10), оказываются весьма сложными:

$$s^* \varphi_1 - \frac{\partial s^*}{\partial n} \varphi_2 = - \int_{h^*}^H \left(s v_n - \kappa \frac{\partial s}{\partial n} \right) dz, \\ \varphi_3(h^*) - \varphi_4 \frac{\partial h^*}{\partial n} = \varphi_5, \quad a_1 \frac{\partial a_1}{\partial \tau} \varphi_6 - \kappa \frac{\partial a_1}{\partial n} = \varphi_7, \quad (27)$$

где τ — направление касательной к контуру, n — направление нормали, а φ_i — функции, зависящие от остальных параметров, не выраженных в условиях (27) явным образом ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$).

Реализация задачи со смешанными нелинейными граничными условиями крайне затруднительна, особенно при наличии кривой производной (последнее условие). Поэтому, производя определенные допущения, можно попытаться решить систему (23)—(25) с граничными условиями Неймана:

$$\frac{\partial s^*}{\partial n} = F_1, \quad \frac{\partial h^*}{\partial n} = F_2, \quad \frac{\partial a_1}{\partial n} = F_3. \quad (28)$$

Если контур бассейна D_I расположить на мелководье, то $F_1 \equiv \equiv F_2 \equiv 0$ в силу граничного условия для нормальной составляющей полного потока (21), учитывая, что $H|_{D_I} = -\bar{h}$.

Таким образом, уравнения (23)—(25), (20), с полученными выражениями для всех коэффициентов, удовлетворяющие граничным условиям (27), (21) или (28), (21) и начальным условиям (9), (22), представляют нестационарную модель крупномасштабной циркуляции вод в Полярном океане.

8. Уравнение (24) представляет собой уравнение эволюции толщины однородного слоя. Причем, получено оно формально, интегрированием уравнения диффузии тепла в сезонном пикноклине с использованием интерполяции профиля солености многочленом второй и третьей степени. Интересно отметить, что при большой глубине однородного слоя и малой толщине сезонного пикноклина (см. рисунок), что имеет место в Полярном океане, уравнение (7) сводится к довольно простому условию (см. коэффициент c_2 и уравнение (7) при $h^* \rightarrow 0$, если вместо условия непрерывности предположить разрыв профиля солености на нижней границе однородного слоя $z = h^*$):

$$(s^* - a_1) \frac{\partial h^*}{\partial t} - \kappa_1 2 \left[\frac{\partial(s^* - a_1)}{\partial x} \frac{\partial h^*}{\partial x} + \frac{\partial(s^* - a_1)}{\partial y} \frac{\partial h^*}{\partial y} \right] - \\ - \kappa_1 \Delta h^* (s^* - a_1) = (s^* - a_1) \omega_{h^*} + \Gamma_2 - \Gamma_3. \quad (29)$$

Таким образом, частный случай (29) уравнения (7) при $s^* \rightarrow 0$ и $(s^* - a_1) \neq 0$ в условиях горизонтальной однородности $\left(\frac{\partial}{\partial x} (s^* - a_1) = \frac{\partial}{\partial y} (s^* - a_1) = 0, \omega_{h^*} = 0 \right)$ представляет собой соотношение на разрыве, используемое Краусом и Тернером в одномерной модели однородного слоя. Кроме того, в последней сезонный пикноклин не рассматривается и $\Gamma_3 = 0$. Сведение уравнения (7) к условию на разрыве (29) свидетельствует о том, что последнее может использоваться не только в одномерных моделях (как это делалось раньше), но и в моделях с горизонтальной неоднородностью и адвекцией. При этом для потока соли Γ_2 можно использовать выражение (15), а для определения солёности однородного слоя s^* — уравнение (23). Поток соли Γ_3 и коэффициенты в (23), включающие параметры нижних слоев, связывают такую модель однородного слоя с главным пикноклином. Уравнения (23), (15), (29) представляют собой пространственную модель однородного слоя с учетом горизонтальной адвекции.

Таким образом, при переходе от непрерывной стратификации к разрыву солёности на нижней границе однородного слоя все изменения h^* , связанные с горизонтальной неоднородностью и горизонтальной адвекцией в верхнем слое, заложены в потоке соли Γ_2 (15) и уравнениях (23), (25).

9. Еще одно преимущество нашей постановки задачи заключается в том, что она позволяет детально исследовать механизм вертикальной адвекции в океане. Исходя из (4) и (5) в уравнении (25) выделены две группы слагаемых, определяющих вертикальную адвекцию соли в главном пикноклине. Первая группа состоит из соответствующих внутренним факторам членов с коэффициентами $\alpha, \beta, \gamma, \mu$, включающими только известные параметры слоя $0-H_2$ (s_1, s_2 и H_1, H_2). Вторая группа слагаемых состоит из членов с коэффициентами β^*, γ^*, μ^* , содержащими хотя бы один из внешних по отношению к слою $0-H$ параметров: h^*, s^* или $T_{x,y}^0$. При этом последние слагаемые включают такие внешние факторы, непосредственно влияющие на вертикальную адвекцию соли в главном пикноклине, как вертикальную скорость за счет дивергенции экмановских течений ω_E , неоднородность солёности в верхнем слое $\bar{h} - 0$ и связанную с ней суммарную дивергенцию градиентных течений в этом слое. Аналогичным образом в уравнении (25) можно выделить непосредственно зависящие и независящие от внешних факторов слагаемые, в сумме составляющие горизонтальную адвекцию соли в слое $0-H_1$, т. е. члены II, III в (5). Коэффициенты A_i, B_i, g_i ($i=1, 2$) содержат только известные внутренние параметры слоя $0-H_2$, а в коэффициент B^* входят параметры верхнего слоя $0-\bar{h}$.

Оценки переменных коэффициентов в уравнении (23) показали следующее. Характерный масштаб напряжения ветра составляет $\hat{T} = 1$ дин/см², характерная глубина экмановского слоя при этом $h_E = 50$ м. Поскольку характерная глубина однородного слоя та-

кая же, то характерный дрейфовый поток в однородном слое равен экмановскому $s_d \approx 10^4$ см³/с, что соответствует средней дрейфовой скорости в слое $(\bar{h}-h^*) \sim 2$ см/с. Характерные скорости поверхностных градиентных течений также около 2 см/с. Следовательно, дрейфовый и градиентный потоки в однородном слое сравнимы по величине, т. е. горизонтальная адвекция соли в уравнении (23) в равной мере определяется как ветром, так и солёностью нижележащих слоев.

Оценивая вертикальные адвективные потоки, можно заключить, что на нижней границе однородного слоя при средней завихренности поля ветра преобладает экмановский поток, который и вызывает существенные изменения в сезонном пикноклине, а при больших промежутках времени и изменения в главном пикноклине.

Оценки переменных коэффициентов в уравнении (25) приводят к иным результатам. Коэффициенты, полученные при интегрировании горизонтальной адвекции от 0 до H_1 , входят в члены с $\partial a_1/\partial x$, $\partial a_1/\partial y$ и в правую часть (25). Коэффициенты A_i определяют горизонтальную адвекцию бароклинной составляющей скорости, B_i — баротропной составляющей за счет горизонтальной неоднородности в главном пикноклине, причем, $B_i < A_i$ ($i=1, 2$). Быстро меняющиеся параметры однородного слоя вносят добавку (B^*) лишь в меньшие коэффициенты, соответствующие баротропной составляющей скорости, причем $B^*/B_i \approx 10^{-2}$. Следовательно, возмущения в скоростях течений и соответственно в горизонтальной адвекции соли в главном пикноклине, непосредственно вызываемые изменениями параметров однородного слоя, крайне малы. При сопоставлении коэффициентов в каждом члене уравнения (25) оказывается, что максимальными являются коэффициенты, полученные при интегрировании горизонтальной адвекции. Заметим, что коэффициенты A_i и B_i одного порядка имеют противоположные знаки и в некоторой степени балансируются, хотя $B_i < A_i$ ($i=1, 2$).

Коэффициенты, полученные при интегрировании вертикальной адвекции, содержатся во всех членах уравнения (25). При этом максимальный относительный вклад этих коэффициентов оказывается в правой части и в слагаемом с a_1 . Относительное влияние параметров однородного слоя в этих коэффициентах больше, чем в коэффициентах, соответствующих горизонтальной адвекции. При численном решении задачи можно выяснить относительную роль механизма вертикальной адвекции и вертикальной турбулентной диффузии в нестационарности главного пикноклина.

Приведенная модель непосредственно связана с нарастанием и таянием льда через граничное условие (12). Поэтому к ней без каких-либо изменений можно добавить термическую модель ледяного покрова и более детальное описание вертикальной турбулентной диффузии в однородном слое на основе одномерных моделей. Такое обобщение настоящей модели позволит исследовать

одовой ход всех характеристик в сезонном пикноклине и ледяном покрове, а также влияние связанных с ним нелинейных взаимодействий на динамику.

Кроме того, предложенная нестационарная динамическая модель может служить частью полной модели Арктики с расчетом термического режима Полярного океана и многолетней изменчивости его ледовитости. Причем термическая модель океана и ледяного покрова должна непосредственно использовать результаты настоящей динамической модели, но строиться может независимо от нее. Обратное же влияние термического режима вод Арктического бассейна на его динамику будет осуществляться через одель ледяного покрова и граничное условие (12).

Такого рода обобщение приведенной нестационарной модели необходимо для изучения многолетней изменчивости циркуляции толщины льда в Арктике, связанной с долгопериодными колебаниями климата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термическом стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы.— В кн.: Тр. междунар. коллоквиума. Москва 15—20 июня 1965 г. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. М., 1967, 179—190.
2. Коснырев В. К., Фельзенбаум А. И. Численный эксперимент по расчету температуры и течений в Тихом океане.—«Океанология», 1975, т. 15, вып. 5, с. 796—802.
3. Реснянский Ю. Д. О параметризации интегральной диссипации турбулентной энергии в верхнем квазиоднородном слое океана.—«Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана», 1975, т. 11, № 7, с. 726—733.
4. Фельзенбаум А. И. Об одном методе расчета полей скорости течения, температуры и солености в океане.—«ДАН СССР», 1974, т. 217, № 1, 79—82.
5. Численный эксперимент по сезонной изменчивости глобальной циркуляции баротропном океане.—«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1972, т. 8, № 10, с. 1052—1072. Авт.: Б. А. Каган, Д. Л. Лайхтман, Д. А. Огасян, Р. В. Пясковский.

СОДЕРЖАНИЕ

- 200
- В. А. Матюгин, М. И. Юдин. К линейной теории бароклинических планетарных волн в атмосфере 1
- М. Е. Швец, Б. Е. Шнееров. О расчете основных характеристик ансамбля кучевых облаков в тропиках 1
- И. Л. Кароль, Е. Н. Каменская. Расчет вертикального распределения содержания окислов азота в стратосфере 2
- В. А. Васильев. О динамическом согласовании метеорологических полей, содержащих случайные ошибки 4
- Л. Р. Дмитриева-Арраго, Т. Н. Горбунова, Л. В. Самойлова. К определению радиационной компоненты вертикальной скорости в атмосфере 4
- Ю. В. Житорчук. К проблеме получения предикторов для физико-статистических прогнозов 5
- Р. П. Репинская, А. В. Воротницкая. Опыт комплексации специализированных альтернативных прогнозов 6
- И. Е. Чувашина. Корреляционный метод определения климатических границ сезонов года 6
- И. Е. Чувашина. Применение аппарата разложения в двойные ряды по е.о.ф. координат и времени для исследования временной структуры полей средних суточных температур 8
- Н. П. Есакова, В. Б. Афанасьева, В. М. Титов. Использование актинометрических данных в прогнозе средней декадной температуры 8
- Н. А. Болдырева, А. В. Мещерская. Использование солнечных аналогов для долгосрочного прогноза осадков 9
- В. С. Антонов, А. М. Садовьяк, Н. Г. Садовьяк. Метод аппроксимации многопараметрических зависимостей с помощью дробно-рациональной функции 10
- А. Ольшович. Прогноз температуры для Центральной Европы по физико-статистическому методу 11
- В. И. Пономарев. Трехпараметрическая нестационарная модель крупномасштабной циркуляции вод в Полярном океане 11

Труды ГГО, вып. 367

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В АТМОСФЕРЕ

Редактор В. И. Кузьменко. Технический редактор В. И. Семенова. Корректор Л. И. Хромов

Сдано в набор 27/II 1976 г. Подписано к печати 30/VIII 1976 г. М-19783. Формат 60×90/16
Бумага тип. № 1. Печ. л. 8,5. Уч.-изд. л. 8,69. Тираж 570 экз. Индекс МЛ-210. Заказ № 28
Цена 46 коп. Гидрометеиздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, 23.

Сортавальская книжная типография Управления по делам издательства, полиграфии и книжной торговли Совета Министров Карельской АССР, Сортавала, Карельская, 42.