

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ И КОНТРОЛЮ
ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

06
Т 78

ТРУДЫ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ
им. А. И. ВОЕЙКОВА

Выпуск

409

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

Под редакцией
канд. физ.-мат. наук Б. М. Ильина,
д-ра физ.-мат. наук И. И. Поляка

Ленинградский
гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Л-н, 195193 Малоохтинский пр., 98



ЛЕНИНГРАД ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ 1978

Рассматриваются результаты анализа гидрометеорологических наблюдений, выполненные с помощью ЭВМ. Дается описание программ по гармоническому анализу метеорологических полей. Излагаются вопросы хранения данных на техническом носителе.

Расчитан на научных работников, аспирантов и студентов, использующих ЭВМ для обработки и анализа наблюдений.

The results of analysis of hydrometeorological observations made with aid of computer are considered. A description of programs is given for harmonic analysis of meteorological fields. The problems of storing data on technical carrier are set forth.

The publication is intended for researchers, post-graduates and students using computer for processing and analysis observations.

И. И. ПОЛЯК, В. А. ШАХМЕИСТЕР

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДВУМЕРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПОЛЯ ГЕОПОТЕНЦИАЛА ПОВЕРХНОСТИ 500 мбар

Широкое распространение в метеорологии в настоящее время нашли методы анализа временных рядов с помощью теории стационарных случайных процессов. Получено много результатов, относящихся к исследованию колебаний с различными периодами, от секунд до тысячелетий.

Сделаны первые попытки осмыслить характер изменчивости климата Земли и сконструировать спектр климатических колебаний, охватывающий все возможные частоты [1]. Полученные с помощью методов спектрального анализа временных метеорологических рядов результаты способствуют глубокому пониманию физических процессов, происходящих в атмосфере, характера их развития и взаимодействия.

Еще более интересных результатов следует ожидать при переходе к спектральному анализу двумерных метеорологических полей. Увеличение размерности сразу ставит целый ряд вопросов, решение которых необходимо для обеспечения возможности проведения такого анализа. Одна из основных задач при этом — разделение случайной и детерминированной компонент, а именно — фильтрация тренда среднего и дисперсии. Различные типы двумерных полей имеют тренд различного вида. Перечислим кратко основные двумерные поля, встречающиеся в метеорологии. Поле будем обозначать функцией $f(\xi, \eta)$.

1. Переменные ξ и η представляют собой прямоугольные координаты (x, y) , полученные путем проектирования географических широтно-долготных координат наблюдений на плоскость. Например, поля приземного давления и температуры, метеоэлементов на основных изобарических поверхностях и т. п. Ясно, что они содержат широтный ход метеоэлемента и его дисперсии. Такие поля искажены также за счет сферичности Земли, что приводит

к априорной ограниченности возможности изучения мелкомасштабных движений при рассмотрении полей больших размеров. Поля такого типа наиболее часто встречаются в метеорологии. Поэтому определение возможности их спектрального анализа является одной из важнейших задач. Настоящая статья посвящена в основном именно этому вопросу.

2. Переменная ξ является широтой, а η — временем. Например, записи во времени осредненных по нескольким широтным градациям наблюдений какого-либо метеоэлемента. Такие поля содержат широтный ход элемента и его дисперсии, а также годовой или суточный тренд.

3. Переменная ξ является высотой, а η — временем. Это поле имеет тренд, обусловленный изменением метеоэлемента с высотой, а также годовой и/или суточный ход.

4. Переменная ξ представляет собой высоту, а η — широту. В этом случае присутствует как широтный ход метеоэлемента, так и его трендовая составляющая, изменяющаяся с высотой.

5. Могут быть и другие виды полей, которые удобно анализировать как двумерные. Например, поля среднемесячных значений метеоэлементов, где ξ и η — временные координаты, одна из которых представляет собой изменение от года к году, а другая — от месяца к месяцу. В этом случае также необходима фильтрация годового хода.

Двумерный гармонический анализ однородных случайных полей открывает большие возможности в исследованиях физического характера, связанных с выяснением природы и длин пространственных волн, формирующих случайные колебания метеополей. Какова интенсивность колебаний, соответствующих различным волнам, какие двумерные интервалы частот дают наибольший вклад в изменчивость поля? Сопоставление оценок, полученных по экспериментальным данным, с соответствующими оценками, найденными при использовании результатов численного моделирования атмосферы, позволит реально представить ценность созданной модели. Правда, для успешного использования двумерных схем необходимы поля с очень высоким разрешением, что само по себе представляет сложную проблему.

Оценки двумерных корреляционных и спектральных характеристик оказываются необходимыми при проверке правильности часто используемого предположения об изотропности метеорологических полей, оценивании доли белого шума, формирующего изменчивость поля и т. д. Определение мощности пространственных волн (т. е. мощности различных двумерных частотных интервалов) в последовательности изменяющихся во времени полей позволит анализировать перераспределение энергии во времени и пространстве, что в свою очередь необходимо при решении широкого круга метеорологических задач.

Большое значение, на наш взгляд, двумерные схемы гармонического анализа будут иметь при обработке спутниковой метеорологической информации, так как в этом случае можно форми-

ровать поля с очень высоким разрешением, позволяющим исследовать закономерности, обусловленные небольшими длинами волн.

Не останавливаясь подробно на методике оценивания основных статистических характеристик, описание которой дано в [2—4], укажем лишь последовательность проведения расчетов. Вычисления начинаются с нахождения оценок параметров тренда и разделения детерминированной и случайной компонент. В зависимости от типа анализируемого поля и наличия априорной информации алгоритмы фильтрации тренда отличаются друг от друга, их подробное описание и анализ должны проводиться одновременно с получением спектральных и корреляционных оценок. При использовании различных методик фильтрации тренда конечные результаты могут количественно отличаться друг от друга. Однако так же как и при оценивании спектров временных рядов, анализ двумерных спектральных и корреляционных характеристик иногда носит лишь качественный характер. Получаемое после фильтрации тренда случайное поле должно иметь нулевое среднее и постоянную для всех точек дисперсию. Далее с помощью двумерного дискретного преобразования Фурье определяется периодограмма, сглаживание которой приводит к оцениванию двумерной спектральной плотности. Сглаживание периодограммы осуществляется с помощью двумерного фильтра [3, 4], который характеризуется тремя параметрами: порядком и шириной по каждой из координатных осей ($2s+1$, $2r+1$). Если порядок равен 1, то фильтр представляет собой простое осреднение в каждом прямоугольнике размером $(2s+1) \times (2r+1)$ точек. Найденное таким образом среднее принимается в качестве сглаженного значения для центральной точки прямоугольника. При сглаживании крайних точек поле периодически продолжается в соответствии с симметрией коэффициентов Фурье.

Оценки корреляционной функции могут быть получены путем обратного двумерного преобразования Фурье периодограммы или спектра. Для наглядного анализа оцениваемые характеристики иногда удобно представлять в нескольких формах. Периодограммы и спектры будем рассматривать в трех формах: в виде поля, заданного во всех четвертях плоскости пространства частот; в виде поля, приведенного к первой четверти [4], и, наконец, в виде одномерного спектра. Последняя характеристика имеет смысл прежде всего для изотропных (или близких к изотропным) полей. Вычисление одномерного спектра осуществляется путем суммирования отдельных значений поля оценок, соответствующих определенным частотам, как это показано в табл. 2, 6, 7.

Аналогично наряду с двумерной корреляционной функцией будем рассматривать ее одномерный аналог, получаемый путем осреднения оценок, равноотстоящих от начала координат в пространстве запаздываний. Вычисленные таким образом величины представляют корреляционную функцию рассматриваемого поля в случае выполнения свойства изотропности. Приводимые ниже

Периодограмма поля нормированных аномалий геопотенциала

	3,1	3,7	4,6	6,2	9,3	18,5	∞	18,5	9,3	4,6	6,2	3,7	3,1
3,1	0	0	1	2	1	2	1	7	4	1	0	0	2
3,7	0	1	1	20	48	2	2	5	2	1	0	3	5
4,6	3	0	15	25	4	26	53	3	11	0	4	0	5
6,2	1	12	19	10	9	633	55	217	8	31	13	6	5
9,3	3	10	18	237	284	333	64	103	95	33	6	17	1
18,5	3	3	57	266	14	277	86	600	442	215	28	32	1
∞	6	28	23	51	157	8	0	8	157	51	23	28	6
18,5	1	32	28	215	442	600	86	277	14	266	57	3	3
9,3	1	17	6	33	95	103	64	333	284	237	18	10	3
6,2	5	6	13	31	8	217	55	638	9	10	19	12	1
4,6	5	0	4	0	11	3	53	26	4	25	15	0	3
3,7	5	3	0	1	2	5	2	2	48	20	1	1	0
3,1	2	0	0	1	4	7	1	2	1	2	1	0	0

 λ_2 (1000 км) λ_1
(1000 км)

спектральные оценки даны в долях единицы, умноженных на 10^4 ; значения двумерных корреляционных функций умножены на 10^2 .

Наибольшую трудность представляет изучение спектров метеорологических полей, заданных в виде функций прямоугольных координат. Для иллюстрации этих трудностей рассмотрим подробно результаты анализа поля геопотенциала поверхности 500 мбар в северном полушарии. Поле размером 32×32 было снято с карты в точках прямоугольной сетки с шагом, равным примерно 570 км. Как известно, такое поле не удовлетворяет требованиям одно-

Таблица 2

Приведенная к первой четверти периодограмма поля нормированных аномалий геопотенциала

λ_2 (1000 км)											λ_1 (1000 км)
2,1	3	2	0	1	5	1	1	1	1	1	
2,3	6	4	3	7	11	1	2	2	1	1	
2,6	5	12	6	3	2	3	2	1	2	0	
3,1	2	18	12	6	2	1	4	5	3	2	
3,7	3	14	100	42	2	8	12	5	4	1	
4,6	106	59	30	51	37	2	15	4	0	2	
6,2	110	1711	34	83	64	36	12	9	5	1	
9,3	128	871	759	539	47	55	7	1	14	2	
18,5	172	1754	913	960	168	71	7	15	4	6	
∞	0	17	315	101	45	56	12	10	4	1	
	∞	18,5	9,3	6,2	4,6	3,7	3,1	2,6	2,3	2,1	(1000 км)
Σ	0	1942	2985	3537	607	387	109	83	72	31	

ности ввиду широтного хода элемента и его дисперсии, схемы фильтрации которого и определяют в конечном счете вид спектральных и корреляционных оценок.

1. Будем отфильтровывать трендовую составляющую с помощью широтных климатических норм и дисперсий, приводимых в [5]. Интерполируя эти климатические значения в узлы сетки и вычисляя нормированные аномалии, получаем поле, с помощью которого будем определять необходимые оценки.

В табл. 1 даны значения периодограммы для нескольких первых двумерных гармоник. Амплитуды с номерами, большими, чем представленные в таблице, получились практически равными нулю. Поле симметрично относительно начала координат. Основная доля изменчивости приходится на первые четыре двумерные

Центральная часть корреляционной функции поля нормированных аномалий, полученная преобразованием Фурье периодограммы

	2,9	2,3	1,7	1,2	0,6	0	0,6	1,2	1,7	2,3	2,9	r_1 (1000 км)
2,9	-9	-10	-9	-7	-4	-2	-3	-6	-9	-12	-15	
2,3	-14	-11	-5	3	11	16	16	12	5	-2	-8	
1,7	-14	-7	4	19	32	40	41	33	22	10	1	
1,2	-10	1	18	38	56	66	65	52	36	19	6	
0,6	-4	11	31	56	77	88	82	65	43	23	7	
0	3	20	42	67	88	100	88	67	42	20	3	
0,6	7	23	43	65	82	88	77	56	31	11	-4	
1,2	6	19	36	52	65	66	56	38	18	1	-10	
1,7	1	10	22	33	41	40	32	19	4	-7	-14	
2,3	-8	-2	5	12	16	16	11	3	-5	-11	-14	
2,9	-15	-12	-9	-6	-3	-2	-4	-7	-9	-10	-9	
	r_2 (1000 км)											

гармоники, т. е. на масштабы движений с длинами волн более 4 тыс. км. Наибольшие амплитуды находятся в первой (и третьей) четверти.

В табл. 2 дана та же периодограмма, приведенная к первой четверти. На низкие частоты приходится большая часть изменчивости нормированных аномалий поля геопотенциала. В последней строке таблицы представлена одномерная периодограмма. Результаты стали более наглядны. Имеется значительный максимум,

Таблица 4

Проекция корреляционных оценок на ось

r (1000 км)	Отклонение от климатических норм		Преобразование Фурье спектра		Корреляционная функция	
	преобразование Фурье периодограммы	преобразование Фурье спектра	фильтрация первой двумерной гармоники	фильтрация осреднением по широтным кругам	М. И. Фортус	М. И. Юдина
0,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	0,88	0,85	0,83	0,84	0,78	0,90
1,2	0,73	0,65	0,60	0,63	0,47	0,67
1,7	0,52	0,40	0,33	0,37	0,17	0,47
2,3	0,29	0,18	0,10	0,15	-0,08	0,32
2,9	0,08	0,03	-0,02	0,01	-0,2	0,21
3,5	-0,05	-0,01	-0,03	-0,02	-	-

соответствующий длинам волн 9,3—6,3 тыс. км. Доля дисперсии нормированных аномалий, приходящаяся на первые четыре гармоники, составляет 85%.

В табл. 3 даны значения центральной части двумерной корреляционной функции, полученной путем обратного преобразования Фурье периодограммы. Все поле в виде изолиний представлено на рис. 1. Анализ оценок показывает, что до расстояний приблизительно 3 тыс. км предположение об изотропности поля геопотенциала, используемое в ряде работ (например, в [5]), выполняется с большой степенью точности. Одномерная корреляционная функция, полученная осреднением двумерных оценок, дана

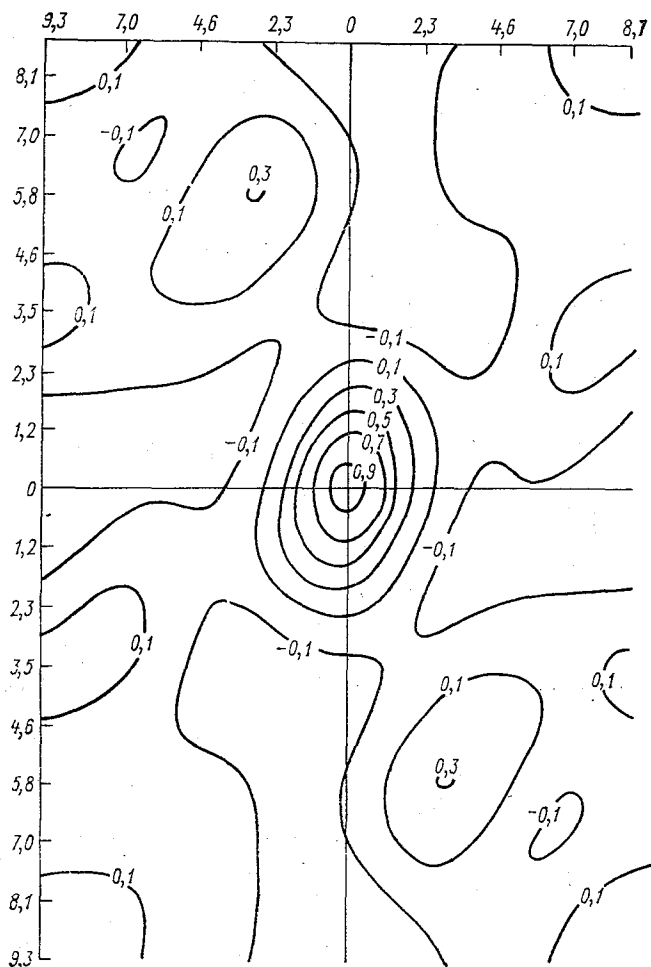


Рис. 1. Корреляционная функция поля нормированных аномалий.

в табл. 4 (графа 1). Для сравнения в графах 5 и 6 таблицы представлены две корреляционные функции из четырех рассмотренных в [5]. Они рассчитаны М. И. Фортус и М. И. Юдиным с помощью рядов наблюдений при предположении изотропности поля геопотенциала поверхности 500 мбар. Сравнение показывает, что значения вычисленной нами корреляционной функции расположены между значениями соответствующих оценок М. И. Фортус и М. И. Юдина.

Таблица 5

Спектр поля нормированных аномалий геопотенциала

λ_2 (1000 км)											
2,1	3	5	5	4	3	2	2	1	1	1	
2,3	3	7	6	5	3	3	2	2	1	1	
2,6	8	13	12	11	9	5	3	3	2	2	
3,1	15	29	27	17	15	9	5	3	3	2	
3,7	89	178	110	93	23	16	10	6	4	2	
4,6	158	308	207	183	78	42	14	8	5	3	
6,2	270	535	371	336	162	90	24	12	6	4	
9,3	292	563	403	372	198	105	33	17	7	5	
18,5	398	776	553	520	277	150	41	20	7	5	
∞	197	379	284	267	162	84	21	10	4	3	
	∞	18,5	9,3	6,2	4,6	3,7	3,1	2,6	2,3	2,1	λ_1 (1000 км)
Σ	197	1552	2094	2671	1734	979	259	140	69	53	

Рассмотрим спектральные плотности, полученные путем сглаживания периодограммы с помощью двумерного фильтра первого порядка с шириной по каждой из осей, равной пяти точкам. Центральная часть поля спектральных оценок, приведенного к первой четверти, представлена в табл. 5. Результаты этой таблицы позволяют прийти к выводам, аналогичным тем, которые были сделаны при рассмотрении периодограммы. Более подробный спектральный анализ с увеличением ширины используемого фильтра в данном случае вряд ли целесообразен, так как это приведет к расползанию мощности в область средних и высоких частот, что не соответствует реальному виду периодограммы. Значения одномерного спектра даны в последней строке табл. 5. По сравнению с величинами, полученными с помощью периодограммы, оценки

стали значительно более гладкими. Несколько уменьшился максимум, приходящийся на тот же частотный интервал от 9,3 до 6,2 тыс. км.

Центральная часть двумерной корреляционной функции, найденной преобразованием Фурье двумерного спектра, дана в табл. 6, а соответствующие одномерные оценки в табл. 4 (графа 2). Как и следовало ожидать, найденные величины близки к тем, которые вычислены с помощью преобразования Фурье непосредственно периодограммы.

Таблица 6

Центральная часть корреляционной функции поля нормированных аномалий геопотенциала, полученная преобразованием Фурье спектра

	2,9	2,3	1,7	1,2	0,6	0	0,6	1,2	1,7	2,3	2,9	r_1 (1000 км)
2,9	-1	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-1	
2,3	-2	-3	-2	1	5	8	7	5	2	0	-1	
1,7	-3	-2	2	11	21	28	27	19	10	3	0	
1,2	-2	0	10	27	46	57	53	38	21	8	1	
0,6	-1	5	21	46	71	85	76	53	28	11	2	
0	1	10	29	57	85	100	85	57	29	10	1	
0,6	2	11	28	53	76	85	71	46	21	5	-1	
1,2	1	8	21	38	53	57	46	27	10	0	-2	
1,7	0	3	10	19	27	28	21	11	2	-2	-3	
2,3	-1	0	2	5	7	8	5	1	-2	-3	-2	
2,9	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-1	-1	
												r_2 (1000 км)

Один из главных вопросов, который возникает при определении достоверности найденных оценок, заключается в следующем. Чем объяснить тот факт, что большая часть дисперсии анализируемого поля нормированных аномалий приходится на низкие частоты? Недостаточно корректной и неполной фильтрацией широтного тренда или действительно существующим положением, когда основная изменчивость этого поля осуществляется за счет очень длинных волн? Дать категорический ответ на этот вопрос довольно трудно, однако некоторый качественный анализ можно провести, изменив методику фильтрации широтного тренда и вычислив затем заново все спектральные и корреляционные оценки. Для иллюстрации влияния схемы фильтрации широтного тренда на конечные оценки и для демонстрации того, насколько велико может быть их различие для разных методик разделения детерминированной и случайной составляющих, приведем еще ряд результатов.

2. Предположим, что широтные климатические нормы и дисперсии неизвестны. Фильтрацию широтного тренда будем осуществлять путем оценивания средних значений и стандартов для различных широтных кругов. Поле отклонений от найденных средних, нормированное на стандарты, примем в качестве исходного для спектрального анализа.

В табл. 7 даны значения центральной части периодограммы, приведенной к первой четверти. Основная мощность (87%) соответствует четырем первым гармоникам. Одномерная периодо-

Таблица 7

Периодограмма поля отклонений от широтных средних

λ_2 (1000 км)	2	7	8	6	15	2	4	1	2
2,3									
2,6	10	29	8	7	2	2	1	6	2
3,1	16	42	13	10	7	1	7	3	1
3,7	42	160	61	65	8	12	5	4	6
4,6	126	58	92	12	10	3	8	5	0
6,2	74	1560	51	55	31	40	12	9	6
9,3	238	1456	1467	416	10	33	7	3	16
18,5	155	691	705	876	39	106	8	15	7
∞	0	1	439	64	76	52	38	11	17
	∞	18,5	9,3	6,2	4,6	3,7	3,1	2,6	2,1
Σ	0	846	4305	3095	453	582	174	116	102

λ_1
(1000 км)

грамма (последняя строка таблицы) имеет максимум в диапазоне периодов порядка 9,3—6,2 тыс. км, т. е. результаты получились качественно такими же, как и в уже рассмотренном случае.

Поле корреляционной функции, полученной преобразованием Фурье периодограммы, представлено на рис. 2. Изотропность поля геопотенциала, явно демонстрируемая рис. 1, на рис. 2 не настолько очевидна. Имеется некоторая асимметрия оценок. Однако, учитывая очень грубый и приближенный способ фильтрации широтного тренда и естественную выборочную изменчивость, можно утверждать, что изотропность поля геопотенциала приближенно имеет место.

Не рассматривая оценки спектров, укажем лишь, что их качественный характер полностью соответствует результатам, приводимым в табл. 6. Заметим также, что если различие периодограмм (см. табл. 2 и 7), полученных при разных схемах фильтрации

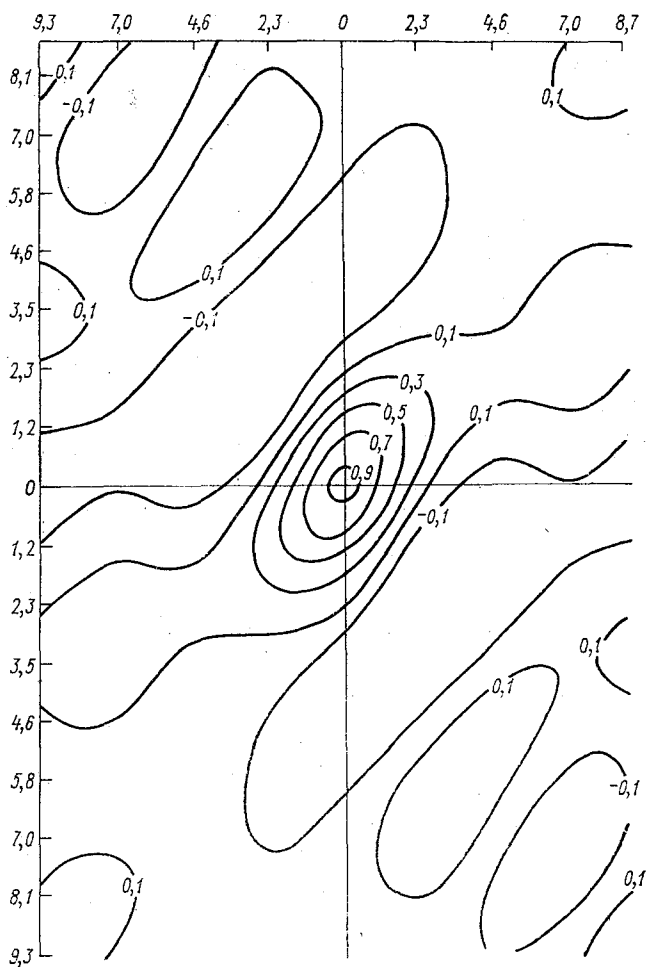


Рис. 2. Корреляционная функция поля отклонений от широтных средних.

тренда, довольно значительно, то спектральные оценки близки между собой и различаются не более чем в сотых долях процента.

3. Продолжим рассмотрение поля геопотенциала. Найдем его двумерное разложение Фурье (не фильтруя широтного тренда вообще, а только вычитая среднее по полю) и построим соответствующую периодограмму, приведенную к первой четверти (табл. 8). В последней строке табл. 8 даны доли дисперсии, приходящиеся на различные двумерные гармоники разложения. Как показывают результаты этой таблицы, на первую двумерную гармонику приходится 88% изменчивости поля геопотенциала. Ника-

Таблица 8

Амплитуды двумерного ряда Фурье поля геопотенциала

λ_2 (1000 км)											
2,1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
2,3	1	1	1	1	2	0	0	0	0	0	
2,6	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
3,1	0	2	1	0	0	0	1	1	1	0	
3,7	1	2	15	10	1	2	3	1	1	0	
4,6	19	34	8	9	6	1	3	1	0	0	
6,2	9	145	12	16	12	5	2	1	1	0	
9,3	19	94	134	62	20	6	1	0	2	1	
18,5	3360	2065	152	125	52	14	1	1	1	1	
∞	0	3385	95	33	5	7	1	1	0	0	
	∞	18,5	9,3	6,2	4,6	3,7	3,1	2,6	2,3	2,1	λ_1 (1000 км)
Σ	0	8809	493	401	165	62	14	9	10	5	

Таблица 9

Периодограмма поля геопотенциала после исключения первой гармоники

λ_2 (1000 км)											
2,1	4	2	1	3	7	2	3	2	0	1	
2,3	7	6	5	9	13	2	4	4	1	1	
2,6	3	6	9	2	2	3	2	2	2	0	
3,1	1	19	6	1	1	2	7	9	5	2	
3,7	11	16	122	83	8	14	24	9	5	3	
4,6	156	286	70	78	47	7	21	8	2	4	
6,2	72	1218	102	130	102	41	16	8	6	2	
9,3	158	791	1122	521	167	51	7	2	14	6	
18,5	0	0	1279	1052	441	116	9	12	6	5	
∞	0	0	799	278	44	55	10	9	2	1	
	∞	18,5	9,3	6,2	4,6	3,7	3,1	2,6	2,3	2,1	λ_1 (1000 км)
Σ	0	0	4148	3374	1389	524	124	83	91	48	

ких других особенностей, в частности в диапазоне длин волн 9,3—6,2 тыс. км, значения данной периодограммы не содержат. Следовательно, максимум спектра, соответствующий длинам волн 9,3—6,2 тыс. км, мог быть вызван фильтрацией широтного тренда, т. е. самим процессом обработки. Проиллюстрируем, как это могло случиться. Будем считать, что для описания широтного тренда поля геопотенциала достаточно первой двумерной гармоники, которая содержит 88% изменчивости.

Таблица 10

Спектр поля геопотенциала, полученный сглаживанием периодограммы табл. 9

λ_2 (1000 км)	3	6	5	5	4	4	3	3	2
2,3									
2,6	9	16	15	14	13	9	5	4	4
3,1	29	56	46	33	22	14	8	6	5
3,7	84	167	112	95	36	25	14	8	6
4,6	166	308	227	200	110	55	23	11	7
6,2	216	399	337	315	225	119	46	16	7
9,3	274	475	417	399	310	145	53	20	7
18,5	305	527	496	495	417	204	73	24	7
∞	166	278	272	269	238	111	38	12	4
	∞	18,5	9,3	6,2	4,6	3,7	3,1	2,6	2,3
Σ	165	1109	1934	2429	2201	1152	453	181	81

Найдем отклонения наблюдений от величин, вычисленных путем расчета значений, принимаемых этой гармоникой в узлах рассматриваемой сетки. Периодограмма, построенная с помощью таких отклонений, представлена в табл. 9. Амплитуды первой гармоники, как это и должно быть, равны нулю, и максимум, таким образом, оказывается в диапазоне длин волн 9,3—6,2 тыс. км.

Проведем сглаживание периодограммы табл. 9 с помощью фильтра первого порядка с $s=r=2$. Полученный спектр дан в табл. 10, в последней строке которой содержится его одномерная проекция. Как легко видеть, обсуждаемый максимум явно заметен в полученных оценках. Одномерная корреляционная функция, соответствующая спектру табл. 10, дана в графе 3 табл. 4.

Обсуждение результатов

Предпринятая попытка гармонического анализа поля геопотенциала, т. е. одного из двумерных полей такого типа, которые наиболее распространены в метеорологии, поставила целый ряд новых вопросов. Та неопределенность, статистическая и физическая, которая заключена в представлении широтного тренда, не позволила уверенно интерпретировать найденные спектральные оценки. Флуктуации полей метеоэлементов, вызванные как различием приходящей радиации, так и взаимодействием других многочисленных причин, едины в своем существовании и проявлениях. Вследствие этого разделение на детерминированную и случайную компоненты является в некотором смысле искусственной процедурой. В природе не существует «чистого» невозмущенного широтного тренда. Любая детерминированная компонента природных процессов условна, ее количественная и качественная оценки определяются многими факторами: периодом наблюдений, постановкой задачи, выбранным методом и т. п. Методы оценивания тренда часто грубы, и такая тонкая характеристика, как спектр, неизбежно искажается в процессе оценивания.

Условность тренда приводит к условности всех характеристик, вычисление которых осуществляется с его использованием. В частности, это верно и при анализе спектров. Это же можно с полной определенностью утверждать, исходя из проведенных исследований.

1. Примерно 85—90% изменчивости поля геопотенциала обусловлено широтным ходом.

2. Любая из рассмотренных методик может использоваться для оценивания корреляционных функций изотропных полей, поскольку они позволяют достаточно экономично находить оценки при отсутствии многолетних рядов наблюдений. Вычисленные в настоящей статье корреляционные функции, несмотря на то, что они рассчитаны только по одной реализации, близки к оценкам, найденным с помощью многолетних рядов наблюдений традиционными методами. Оценки корреляционных функций, полученные преобразованием Фурье спектров, несколько предпочтительнее тех, которые найдены аналогичным преобразованием периодограмм.

3. Максимуму спектра (в диапазоне периодов 9,3—6,2 тыс. км) на основании анализа только одного поля вряд ли следует придавать какой-либо физический смысл.

Необходимы дальнейшие исследования как наблюдаемых полей, так и полей, рассчитанных с помощью схем общей циркуляции атмосферы. Последнее наиболее интересно и перспективно, поскольку улучшение разрешения при этом представляется более реальной задачей.

Далее отметим, что ряд характерных черт найденных оценок обусловлен самой постановкой задачи. Выбранная система координат, являющаяся проекцией северного полушария на плоскость с центром в точке Северного полюса, наиболее широко

распространена в метеорологии в настоящее время. Однако она не является удобной для двумерного спектрального анализа метеополей, так как возможность интерпретации смещения отдельных особенностей спектра и корреляционной функции относительно осей координат весьма затруднительна. В этом одна из причин необходимости одномерного представления и, в частности, подсчета доли дисперсии, приходящейся на отдельные частотные интервалы, т. е. волны определенной длины. Используемая методика сведения двумерных оценок к одномерным позволяет наиболее полно извлечь информацию о частотном составе процесса, что имеет большое значение для изотропных полей; однако основные достоинства двумерного анализа при этом оказываются потерянными.

Рассмотренные выше результаты недостаточно точны вследствие того, что сетка точек, в которых заданы наблюдения, очень редкая. Уменьшение шага сетки, т. е. увеличение числа наблюдений, позволило бы получить значительно более детальные характеристики. При анализе полей с плохим разрешением, по-видимому, не имеет смысла оценивать спектр, а достаточно ограничиться анализом особенностей периодограмм и корреляционных функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mitchell J. M. An overview of climatic variability and its causal mechanisms.— „Quaternary Res.”, December 1976, 6(4), p. 1—13.
2. Поляк И. И. Оценивание спектральных плотностей и ковариационных функций двумерных случайных полей.— «Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 45—50.
3. Поляк И. И. Об одном классе двумерных фильтров.— «Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 56—59.
4. Шахмейстер В. А. Программа взаимного гармонического анализа двух однородных случайных полей.— См. наст. сб.
5. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л., Гидрометеониздат, 1976. 357 с.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ОБЩЕГО СОДЕРЖАНИЯ АТМОСФЕРНОГО ОЗОНА

В настоящей работе приводится гармонический анализ временных рядов среднесуточных измерений общего содержания атмосферного озона, и в этом смысле она является продолжением исследований их статистической структуры, предпринятых ранее в [2] и [3].

Как было отмечено в [2], основным препятствием для такого анализа являлось отсутствие рядов наблюдений достаточной продолжительности, наличие в них большого числа пропусков и значительных случайных ошибок. Основными публикациями данных по озону являются издания [5], которые ведутся с 1960 г. и охватывают период наблюдений с 1957 г. по настоящее время. Хотя в [5] приведены данные измерений для довольно большого числа обсерваторий (более 150), однако наблюдения на многих из них содержат значительное число пропусков или проводились по ограниченной программе. Ввиду этого можно выделить лишь 20—25 станций с периодом наблюдений более 15 лет. Из их числа для целей статистического анализа были выбраны семь, для которых ряды среднесуточных наблюдений общего содержания атмосферного озона содержат, на наш взгляд, наименьшее число пропусков. Рассматриваемые измерения O_3 , которые использовались в расчетах, даны в добсоновских единицах (1 дбс. ед. = 10^{-3} см).

В табл. 1 приведен список станций, их координаты, периоды наблюдений, длины рядов, количество пропусков, а также оценки выборочного среднего и стандарта для каждого ряда. Ряд наибольшей продолжительности (более 18 лет) получен для Ленинграда, однако пропуски здесь, так же как и в ряду наблюдений на ст. Тромсё, составляют около 40% общего количества наблюдений, а в отдельные зимние месяцы достигают 80—100%. Наиболее «полные» ряды имеем для станций Винья-ди-Валле и Мессина, периоды наблюдений более 17 лет.

Для уменьшения числа пропусков вместо среднесуточных на-

Характеристики анализируемых рядов наблюдений общего содержания атмосферного озона

№ п/п	Станция	Координаты		Период наблюдений	Длина ряда п.	Выборочное среднее \bar{X} ($O_3 \cdot 10^{-3}$ см)	Стандарт $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (10^{-3} см)	Общее количество пропусков
		широта	долгота					
1	Мессина	38° 12' с. ш.	15° 33' в. д.	1 VII 1957 г.—31 X 1974	6334	344	27	341
2	Винья-ди-Валле	42 5	12 13	1 VII 1957 г.—31 X 1974 г.	6334	342	32	235
3	Торонто	43 43	79 14 з. д.	1 I 1960 г.—31 XII 1972 г.	4749	363	38	1015
4	Ароза	46 46	9 40 в. д.	1 I 1957 г.—31 X 1974 г.	6513	334	33	1852
5	Оксфорд	51 45	1 11	1 VII 1957 г.—31 VIII 1974 г.	6273	355	40	1229
6	Ленинград	59 58	30 18	23 IV 1956 г.—31 VIII 1974 г.	6705	345	47	2769
7	Тромсё	69 39	18 57	1 VII 1957 г.—30 VI 1969 г.	4382	329	60	1912

блюдений y_i ($i=0, 1, \dots, n-1$, где n — объем выборки) будем рассматривать ряды трехдневных средних

$$\bar{y}_j = \frac{\sum_{m=0}^2 y_{j \times 3 + m} \cdot \Pi_{j \times 3 + m}}{3 - \mu_j},$$

где $j=0, 1, \dots, k-1$, $k = \text{entier}(n/3)$;

$\Pi_i = \begin{cases} 1 & \text{при наличии } i\text{-го измерения,} \\ 0, & \text{если } i\text{-е измерение отсутствует, } i=0, 1, \dots, n-1; \end{cases}$

$0 \leq \mu_j \leq 2$, где μ_j — число пропусков в j -м суммировании. Если $\mu_j = 3$ при некотором j , то соответствующее \bar{y}_j будем считать пропуском.

Таким образом, первоначальный объем выборки уменьшается втрое, что имеет существенное практическое значение при проведении расчетов на ЭВМ.

Из табл. 2, в которой приведены сведения о количестве пропусков в осредненных рядах, видно, что оно все же очень значительно для северных станций и составляет для Ленинграда приблизительно 25%, а для Тромсё — 30%.

Как известно, например, из [2], влияние пропусков сказывается на получении оценок высокочастотной части спектра, т. е. чем больше пропусков, тем больше смещается в область низких частот недостоверно рассчитываемая часть спектра. Уменьшение объема выборки за счет осреднения данных и, следовательно, увеличение шага данных по времени до трех суток приведет к уменьшению частоты Найквиста от $\omega_n = \pi/\Delta t = \pi$ до $\bar{\omega}_n = \pi/\bar{\Delta t} = \pi/3$, однако из-за большого числа пропусков оценки спектров на интервале частот $(\pi/3, \pi)$ не были бы достоверными.

Применение методов теории стационарных случайных процессов непосредственно к анализируемому процессу $Y(t)$ не является обоснованным, так как не выполняются условия стационарности в широком смысле, а именно, постоянства среднего и дисперсии. Как известно, например, из [1], имеется четкий годовой ход среднего общего содержания озона. В этой же монографии указывается и на наличие междусуточной изменчивости озона и приведены таблицы среднеквадратических отклонений средних суточных и месячных значений, в которых нетрудно проследить годовой ход. В публикации [6] указывается на наличие широтных

и сезонных вариаций коэффициентов изменчивости $\sigma = \frac{1}{\bar{x}} \left[\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1} \right]^{1/2}$.

Таким образом, можно утверждать, что годовому ходу атмосферного озона, так же как и основных метеоэлементов (например, температура воздуха, давление), соответствует годовой ход дисперсии. Чтобы обрабатывать имеющиеся ряды как реализации стационарных случайных процессов, необходимо на начальном этапе вычислений выявить и отфильтровать указанную периодическую составляющую в среднем и дисперсии.

Характеристики осредненных рядов и распределение полученных данных по месяцам

№ п/п	Станция	Длины рядов после их осреднения k -элементов ($n/3$)	Общее количество пропусков из осредненных рядов	Количество данных наблюдений по месяцам, градации за весь период												
				I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
1	Мессина	2111	61	175	163	169	170	170	170	187	179	170	170	165	164	168
2	Винья-ди-Валле	2111	25	176	161	170	168	170	170	187	180	180	177	170	170	167
3	Торонто	1583	96	117	117	115	122	125	127	127	140	126	128	128	127	115
4	Ароза	2171	174	154	164	174	170	170	159	184	175	172	157	153	165	165
5	Оксфорд	2091	110	152	158	167	167	165	182	175	173	168	161	163	150	150
6	Ленинград	2235	561	49	116	150	185	177	186	185	176	166	141	107	36	36
7	Тромсё	1460	414	45	81	96	113	113	117	95	103	100	95	51	37	37

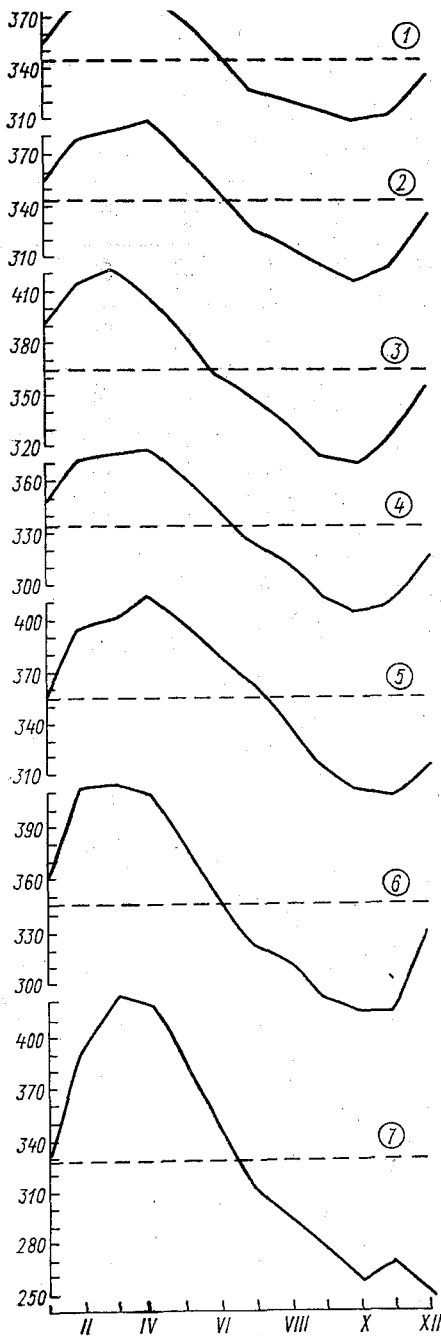


Рис. 1. Годовой ход общего содержания атмосферного озона.

Цифры в кружках на рис. 1—3, 5 соответствуют номерам станций в табл. 1.

При проведении всех расчетов на ЭВМ использованы алгоритм и программа [4], реализующая методику Кули-Тьюки гармонического анализа стационарных случайных процессов по схеме, описанной в [2]. Аппарат фильтрации гармонического тренда с любым периодом, описанный в [2] и включенный в [4], является более корректным по сравнению с фильтрацией гармонической составляющей путем скользящего сглаживания оценок корреляционной функции которая применялась в работе [3].

Процедура исключения годового хода из ряда \bar{y}_i ($i=0, 1, \dots, k-1$) заключается в следующем. Все измерения \bar{y}_i «сортируются» по 12 градациям, каждая из которых соответствует одному месяцу года, так что в одну градацию попадают данные за определенный месяц для всего периода наблюдений. Размеры V и XII градаций полагаем равными 11, а остальных — 10, что в сумме по всем градациям составляет 122, т. е. период годового колебания для трехдневных средних. В табл. 2 для всех рядов приведены сведения о количестве данных за весь период наблюдений, попавших в каждую градацию, соответствующую определенному месяцу года. Для каждого подмассива из j -й градации ($j=1, 2, \dots, 12$) рассчитываются оценки среднего x_j (пропуски в суммировании не учитываются) и отклонения каждого значения от этого среднего. С помощью полученных отклонений оцениваются стандарты $\bar{\sigma}_j$, после чего находятся отношения найденных отклонений к соответствующей оценке стандарта. Хотя в пределах каждо-

градации получаем подмассив нормированных отклонений, при переходе к результирующему ряду могут не выполняться равенства $\bar{X}_B=0$, $\sigma_B=1$, где \bar{X}_B — выборочное среднее, σ_B — стандарт. Поэтому окончательное преобразование ряда заключается в заполнении пропусков нулями, затем в нахождении оценки выборочного среднего \bar{X}_B , отклонений от него, оценки стандарта σ_B и в нормировании полученных отклонений на оценку стандарта. Полученный таким образом временной ряд можно приближенно считать реализацией стационарного процесса $\bar{Y}(t)$ с нулевым средним и дисперсией, равной 1.

Анализ результатов начнем с обсуждения годового хода в среднем и дисперсии, который был выявлен с помощью описанной методики. На рис. 1 приведены графики годового хода общего содержания озона. На каждом из графиков пунктирной чертой отмечено значение выборочного среднего \bar{X} , которое, однако, не является многолетним средним, поскольку периоды наблюдений не содержат целое число лет. На графиках стандартов, изображенных на рис. 2 и построенных по значениям σ_j ($j=1, 2, \dots, 12$), также заметен четкий годовой ход, который, как отмечается в [1], отражает большую активность процессов, влияющих на общее содержание озона, весной и малую активность летом и осенью. Отчасти годовой ход в дисперсии обусловлен также особенностями сбора данных, а именно наличием зимой большего числа пропусков и случайных ошибок.

В табл. 3 представлены минимальные и максимальные значения среднего (\bar{X}_{\min} , \bar{X}_{\max}) и стандарта (σ_{\min} , σ_{\max}), а также

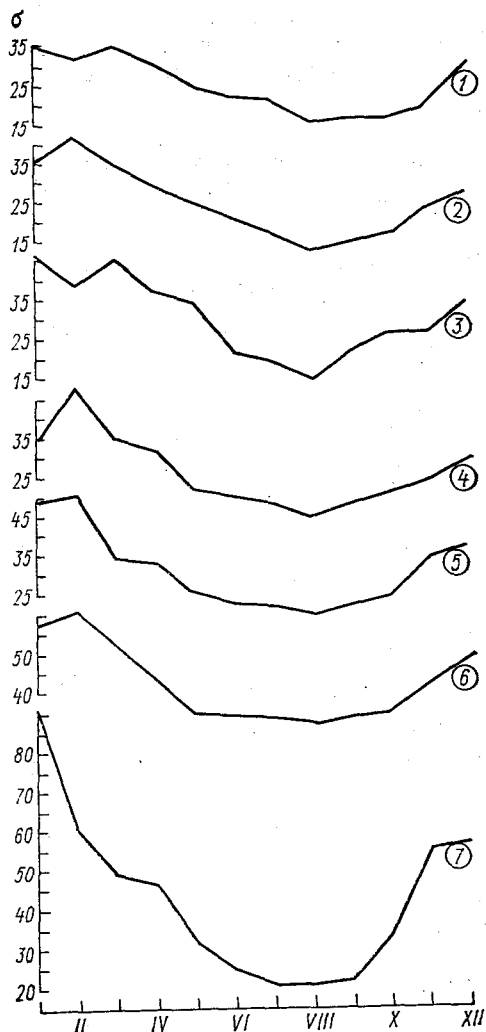


Рис. 2. Годовой ход стандарта общего содержания атмосферного озона.

месяцы, в которые эти значения достигаются для каждого ряда; амплитуда представляет собой разницу максимального и минимального значений. Из таблицы видно, что годовой ход среднего имеет максимум в марте или в апреле, минимум в основном приходится на октябрь. Наличие для Тромсё минимума в декабре, возможно, связано с погрешностями, обусловленными значительными пропусками в данных за этот месяц (как это видно из табл. 2). Годовой ход стандартов имеет максимальное значение преимущественно в феврале. Минимальные значения для всех станций приходится на август. При сравнении рис. 1 и 2 видно, что годовой ход среднего как бы «запаздывает» относительно годового хода стандарта на 1—2 месяца для максимального значения и на 2 месяца для минимального.

Таблица 3

Максимальные и минимальные значения годового хода среднего и стандарта исследуемых рядов общего содержания озона

№ п/п	Станция	$\bar{X}_{\text{макс}}$	Месяц максимума	$X_{\text{мин}}$	Месяц минимума	Амплитуда		$\bar{\sigma}_{\text{макс}}$	Месяц максимума	$\bar{\sigma}_{\text{мин}}$	Месяц минимума	Амплитуда	
						$X_{\text{макс}}$	$X_{\text{мин}}$					$\bar{\sigma}_{\text{макс}}$	$\bar{\sigma}_{\text{мин}}$
1	Мессина	382	III	310	X	72	6	I, III	16	VIII	20		
2	Винья-ди-Валле	389	IV	295	X	94	42	II	13	VIII	29		
3	Торонто	423	III	310	X	113	46	I, III	15	VIII	31		
4	Ароза	378	IV	284	X	94	48	II	15	VIII	33		
5	Оксфорд	412	IV	297	XI	115	51	II	20	VIII	31		
6	Ленинград	415	III	283	X	132	61	II	32	VIII	29		
7	Тромсё	423	III	250	XII	173	94	I	21	VIII	73		

Для анализируемых рядов можно отметить также широтные вариации годового хода среднего и дисперсии, которые несколько ярче выражены для северных станций (Ленинград, Тромсё), чем для южных (например, для Мессины). Это особенно заметно при сравнении амплитуд среднего и стандарта.

Перейдем к рассмотрению спектральных характеристик. Спектральные оценки были получены сглаживанием значений периодограмм с помощью регрессионного фильтра при $m=3$ и ширине, равной 25 точкам. Методика оценивания подробно рассмотрена в [2]. При расчетах на ЭВМ с помощью программы гармонического анализа [4] для каждого ряда получены $\text{entier}(k/2)+1$ значений периодограмм и столько же для оценок спектров, где k — размер выборки. Изобразить такое количество результатов в полном объеме в виде графиков не представляется возможным да и не имеет особого смысла. Для „сжатия“ результирующей информации был использован прием осреднения вычисленных

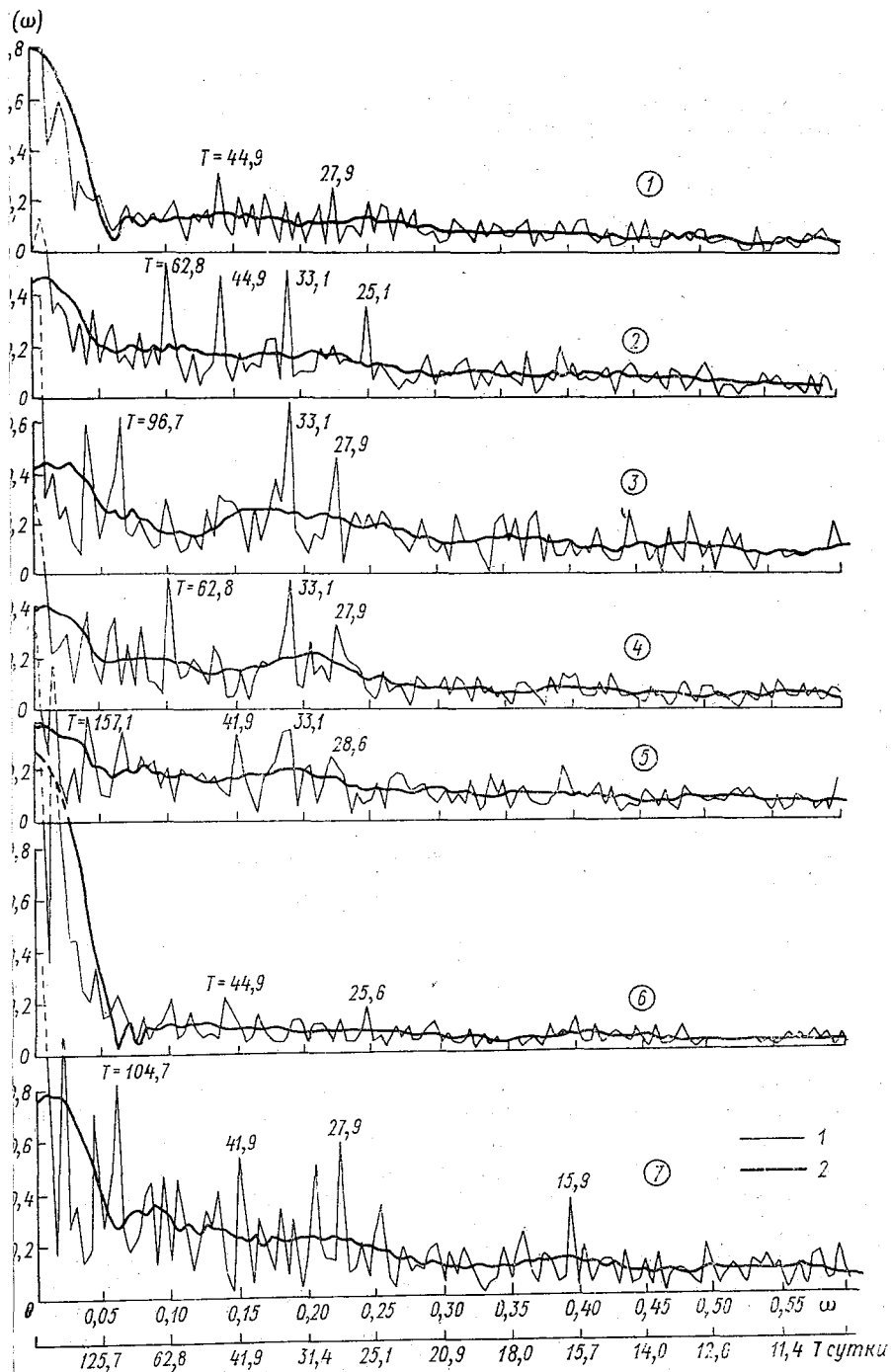


Рис. 3. Периодограммы (1) и спектры, полученные сглаживанием периодограммы регрессионными фильтрами при $m=3$ и $r=25$ (2), осредненные для набора градаций по частоте и приведенные в процентах от дисперсии процесса $\bar{Y}(t)$.

оценок для набора градаций по частоте, что также можно рассматривать как один из способов получения сглаженных оценок.

Вычисления производились в следующей последовательности. Был выбран шаг градации по частоте $\Delta\omega_{гр} = 0,005$, с помощью которого частотный интервал $[0, \pi/3]$ разбивался на $\text{entier}[\pi/(3\Delta\omega_{гр})] = 209$ подынтервалов одинаковой длины. Значения периодограмм для частот ω_p , попавших в j -ю градацию, так что

$$\Delta\omega_{гр} \cdot j \leq \omega_p < \Delta\omega_{гр} \cdot (j + 1),$$

где $j = 0, 1, \dots, 208$; $p = 0, 1, \dots, k/2$, осреднялись и полученная величина приписывалась частоте $\Delta\omega_{гр} \cdot (j + 1/2)$, т. е. середине j -го подынтервала $[\Delta\omega_{гр} \cdot j, \Delta\omega_{гр} \cdot (j + 1)]$. На рис. 3 представлены осред-

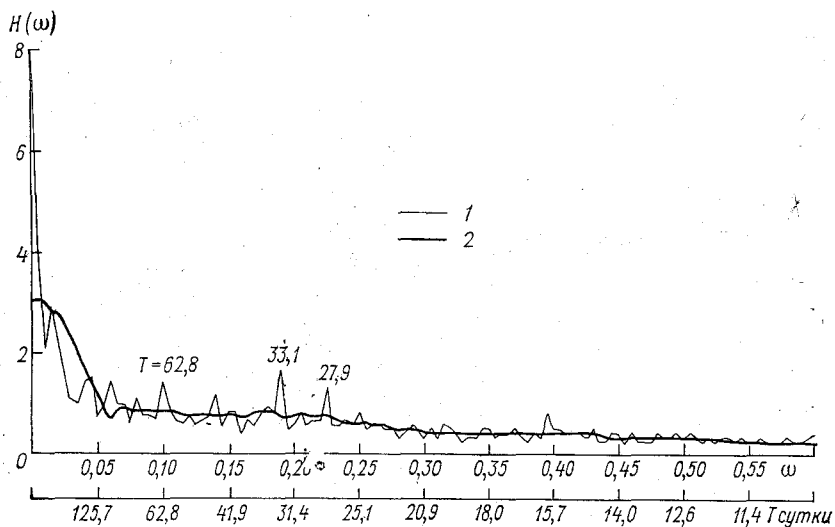


Рис. 4. Периодограмма (1) и спектр (2), осредненные по всем графикам рис. 1.

ненные периодограммы $H(\omega)$ и спектры; все значения приведены в процентах от общей дисперсии процесса $\bar{Y}(t)$. При рассмотрении графиков спектра и периодограммы, осредненных по всем рядам и представленных на рис 4, можно условно выделить пять интервалов в частотной области для следующих периодов: $(\infty, 125]$, $(125, 63]$, $(63, 27]$, $(27, 15]$ и $(15, 3]$ (в сутках).

В табл. 4 выписаны значения долей дисперсии, формирующих особенности периодограмм на данных интервалах. Как видно из этой таблицы, основные особенности имеются для периодов больше 15 дней (от 65 до 80% дисперсии на отдельных графиках, 72% — в осредненном спектре). Большая доля дисперсии (от 17% для Арозы до 49% для Ленинграда, 26% в осредненном спектре) соответствует I интервалу, т. е. периодам больше

125 дней, где формируется флуктуация большой мощности, точное значение периода которой определить невозможно из-за ограниченности объема выборки. Значения периодограмм и спектров в высокочастотной области спектра (V интервал) практически незначимы (менее 0,04%) и соответствуют белому шуму. На II и IV интервалах особенностей в периодограммах не выявлено.

Для III интервала в периодограммах обнаруживаются пики большей или меньшей мощности как на отдельных графиках, так и на осредненном для периодов приблизительно в 28, 33, 45 и 63 дня. Периодам в 28, 33 дня соответствуют всплески на шести

Таблица 4

Доля дисперсии в процентах, приходящаяся на различные частотные интервалы (периоды указаны в сутках)

№ п/п	Станция	I	II	III	IV	V
		(∞, 125]	(125, 63]	(63, 27]	(27, 15]	(15, 3]
1	Мессина	33	6	17	17	27
2	Винья-ди-Валле	20	11	21	19	30
3	Торонто	15	10	20	20	35
4	Ароза	17	13	23	17	30
5	Оксфорд	18	10	13	17	32
6	Ленинград	49	7	13	11	20
7	Тромсё	25	12	21	16	26
	Осредненный спектр	26	10	19	17	28

графиках (станции 1—5, 7), в 45 суток — на пяти графиках (станции 1, 2, 4, 6, 7), в 63 дня — на пяти графиках (станции 2—4, 6, 7). В осредненную периодограмму указанные флуктуации дают следующий вклад: 63-дневная гармоника — около 1,3% дисперсии, 28- и 45-дневные — 1,2% дисперсии, а 33-дневная — 1,6% дисперсии, что несколько превышает уровень белого шума. В графиках спектров заметно некоторое повышение мощности (по сравнению с белым шумом) на указанных частотах, однако суммарный эффект сглаживания периодограмм и получение осредненных оценок привели к слишком гладким спектрам. Поэтому для III интервала частот интересно посмотреть фрагменты неосредненных периодограмм $H(\omega)$, вычисленных с помощью каждого из временных рядов (рис. 5). Всплески для четырех указанных периодов имеются на всех графиках, однако, по сравнению с рис. 3 и 4 здесь они ярче выражены. Заметно также формирование незначительных особенностей спектров, например, для станций 1, 3—5 для периода в 33 дня или для станций 1—3, 5, 6 для периода в 45 суток. Тот факт, что отмеченные флуктуации присутствуют во всех рядах, говорит об их статистической значимости.

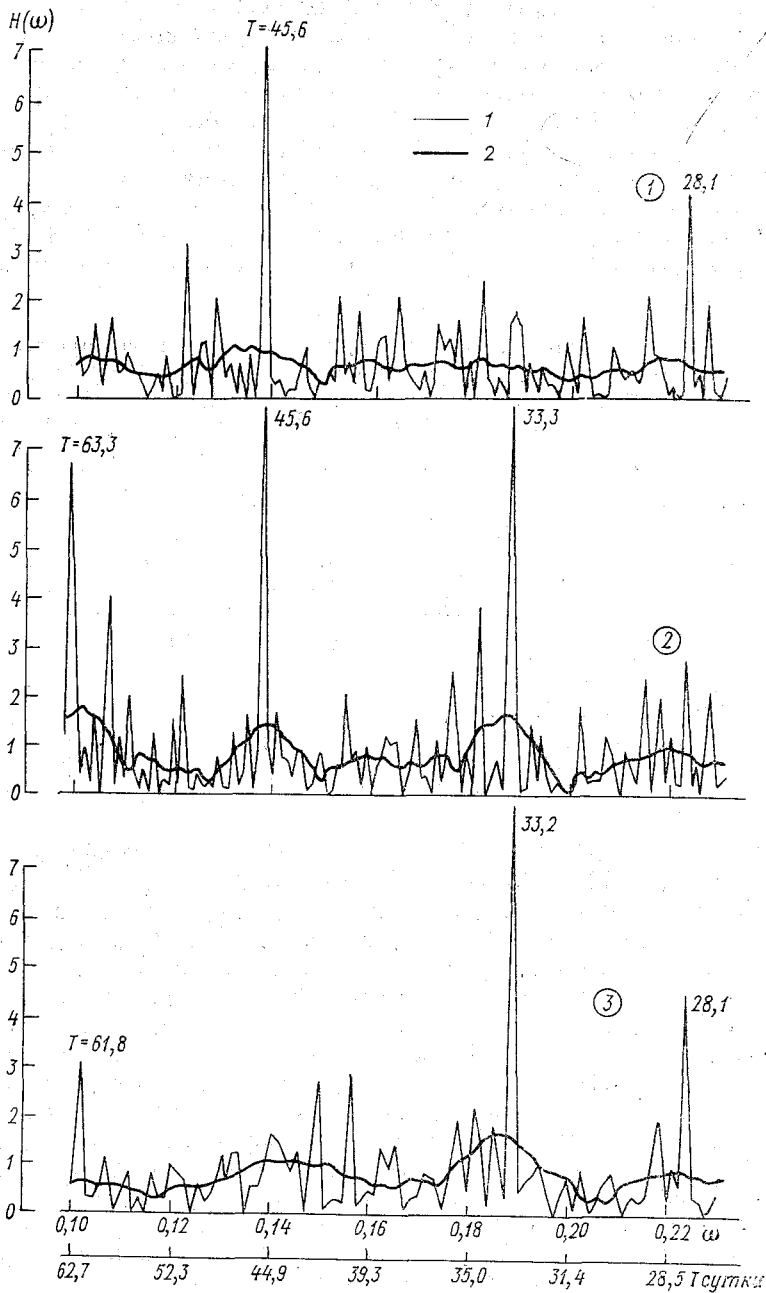
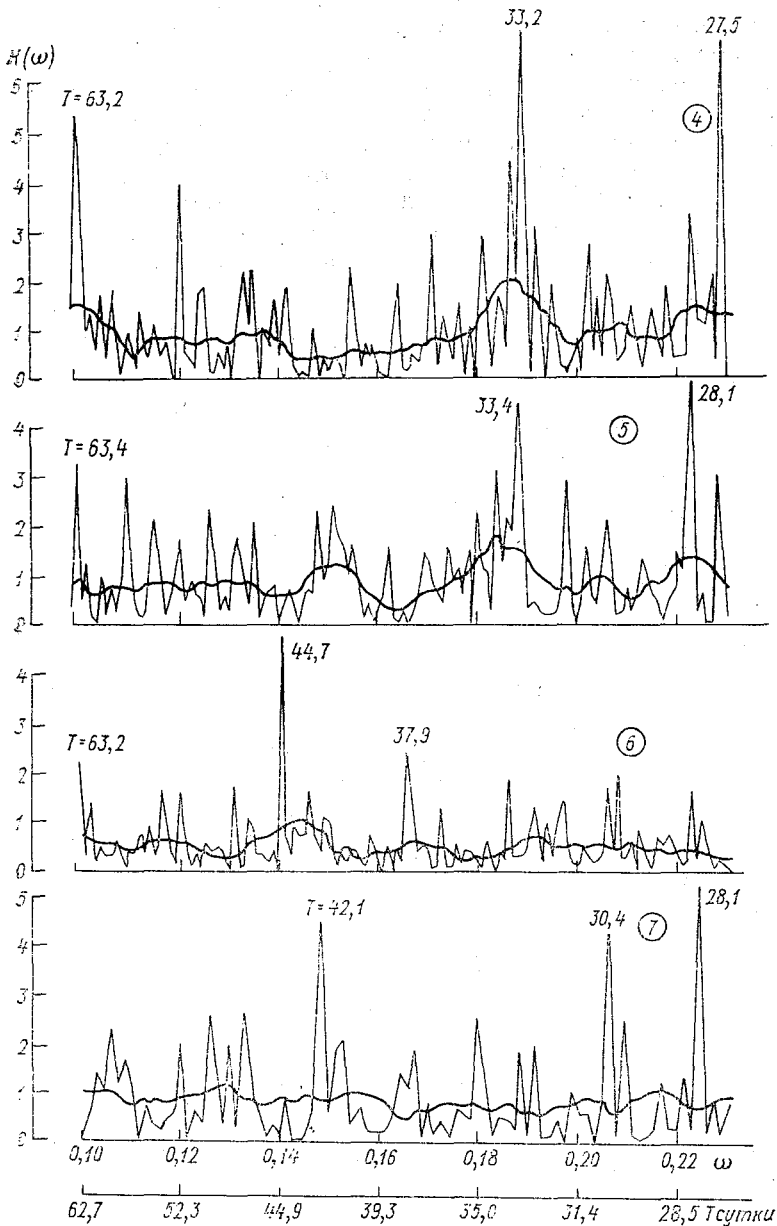


Рис. 5. Фрагменты неосредненных периодограмм (1) и спектров (2)



для III интервала периодов (63, 27] (в сутках).

На рис. 6 приведены оценки корреляционной функции $K_\tau = K(\tau)$ для каждого ряда в отдельности (станции 1—7) и осредненной по всем рядам корреляционной функции \bar{K}_τ , которая изображена на нижнем графике. Шаг по времени $\Delta\tau$ при расчете оценок равен трем суткам. Прежде всего следует отметить, что доля белого шума составляет около 50% дисперсии процесса на каждом из графиков. Для четырех станций (2, 3, 4, 5) корреляционные связи почти полностью затухают за 15—20 суток, на осредненном графике для сдвига $\tau=15$ суток $\bar{K}_\tau=0,1$. Для станции 1 отмечается высокая коррелированность наблюдений ($\tau \approx 60$ дней). Самые большие корреляции наблюдений для

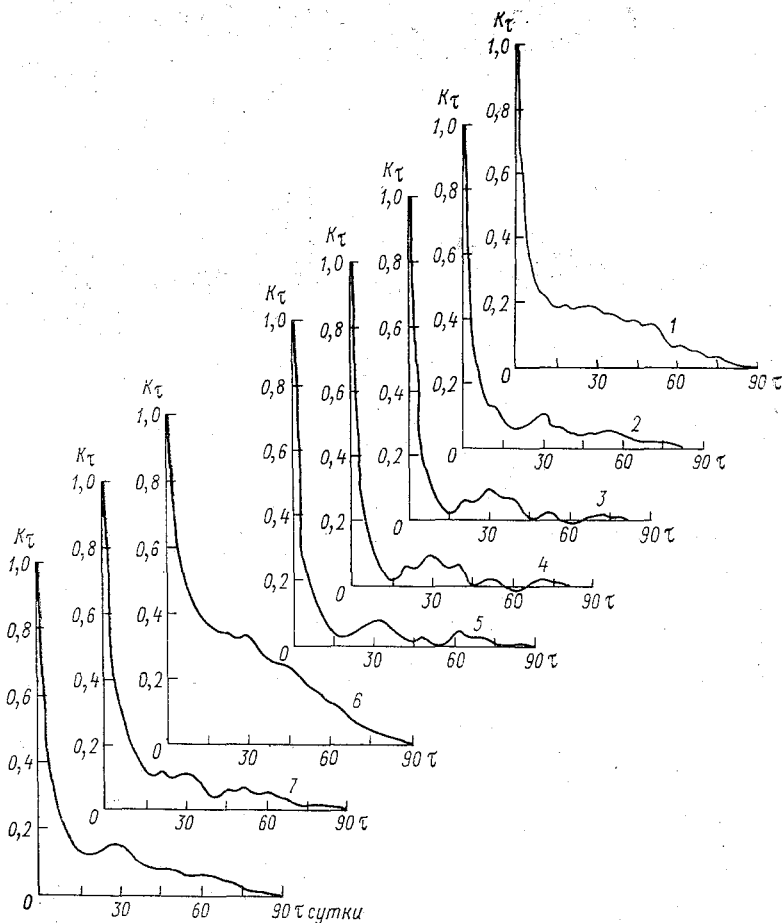


Рис. 6. Оценки корреляционных функций K_τ общего содержания атмосферного озона, найденные по данным наблюдений на каждой станции (1—7), и осредненная корреляционная функция \bar{K}_τ .

станции 6 ($\tau > 60$ суток) следует в значительной степени отнести за счет большого числа пропусков.

Итак, получены устойчивые флуктуации на периодограммах для периодов в 28, 33, 45 и 63 дня, хотя в графиках спектров для соответствующих частот не удалось выявить статистически значимых особенностей. Этот факт свидетельствует о том, что спектр процесса содержит отдельные линии на указанных частотах [2]. Здесь важен анализ периодограмм; оценивание спектра путем сглаживания регрессионными фильтрами [2], в основе которого лежит предположение о гладкости спектра, неприемлемо.

После опубликования второго тома Атласа глобального распределения атмосферного озона [6] будем обладать данными о широтном распределении среднемесячных значений общего содержания озона за 20 лет (1957—1975), на основе которых можно провести гармонический анализ полей озона, что должно существенно расширить наши представления о его статистической структуре.

В дальнейшем интересен также взаимный статистический анализ рядов общего содержания атмосферного озона с другими метеоэлементами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хргиан А. Х. Физика атмосферного озона. Л., Гидрометеиздат, 1973. 292 с.
2. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Л., Гидрометеиздат, 1975. 212 с.
3. Гриб Н. К., Поляк И. И. Некоторые статистические характеристики измерений атмосферного озона.—«Метеорология и гидрология», 1973, № 4, с. 87—93.
4. Елисеева И. Б., Котельникова Л. В., Поляк И. И. Программа статистического анализа временных метеорологических рядов.—См. наст. сборник.
5. Ozone data for the world. WMO. Toronto. Ontario. 1960—1974.
6. Atlas of the global distribution of total ozone, July 1957— June 1967. National Center for Atmospheric Research. Boulder, Colorado. January, 1976.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ЛИНЕЙНОГО ТРЕНДА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА

Одним из наиболее эффективных способов исследования интенсивности климатических колебаний метеорологических элементов во времени является анализ линейного тренда, параметры которого вычисляются по данным наблюдений. Этому вопросу посвящен ряд работ и, в частности, один из разделов книги [1]. В настоящей статье проводится более подробный анализ оценок, полученных в [1], а также обсуждаются возможные пути их интерпретации. Основной особенностью является тот факт, что линейный тренд исследуется совместно с соответствующими оценками спектральных характеристик. Фактически будут рассмотрены два различных подхода, которые приводят к различным статистическим моделям рассматриваемых временных рядов среднегодовых значений температуры воздуха.

Оценивание параметров линейного тренда и их статистических характеристик проводится с помощью метода наименьших квадратов, который для наблюдений Y_0, Y_1, \dots, Y_k , заданных в узлах t_0, t_1, \dots, t_k ($t_{i+1} - t_i = \text{const}$) позволяет получить ряд оценок [1, 2], обозначаемых следующим образом: \bar{Y} — среднее значение, σ_0^2 — дисперсия отклонений Y_i от \bar{Y} ; $\sigma_{Y^2}^2$ — дисперсия среднего; β_0 и β_1 — коэффициенты прямой $\beta_0 + \beta_1 t$; σ — дисперсия отклонений Y_i от прямой; $\sigma_{\beta_1}^2$ — дисперсия коэффициента β_1 ; S_i^2 — дисперсии точечных оценок $\beta_0 + \beta_1 t_i$ ($i=0, 1, \dots, k$).

С помощью этих оценок можно построить ряд критериев для рассмотрения гипотезы о наличии линейного тренда в наблюдаемых данных. Один из таких критериев, основанный на исследовании величин S_i^2 , был применен в работе [1] к анализу временных рядов среднегодовых значений температуры воздуха. Этот критерий не использовал предположения о законе распределения величин Y_i , и поэтому полученные в [1] выводы достаточно грубы.

Если предположить, что наблюдения Y_i представляют собой нормально распределенные случайные величины, то статистика

$$t(k-1) = \frac{|\beta_1|}{\sigma_{\beta_1}} \quad (1)$$

распределена по Стьюденту с $k-1$ степенью свободы. При больших k ($k > 30$) можно приближенно считать дробь Стьюдента (1) нормальной с нулевым средним и единичной дисперсией. Тогда неравенство $|\beta_1| > 3\sigma_{\beta_1}$ соответствует 99%-ному уровню значимости.

Прежде чем перейти к рассмотрению результатов, отметим, что анализ, проведенный в [1], не позволил принять гипотезу о наличии линейного тренда. Это в свою очередь дало возможность провести дальнейшее исследование временных рядов среднегодовых значений температуры воздуха методами теории стационарных случайных процессов.

Вычисленная в [1] спектральная плотность содержит два максимума: один в низких частотах с периодами более 12 лет, а другой, значительно меньший, с периодом примерно 2,16 года. Если не учитывать последнюю особенность, то с помощью результатов, полученных в [1], для временного ряда среднегодовых значений температуры воздуха в определенной точке Земли получаем следующую модель:

$$Y(t) = \bar{Y} + Y'(t), \quad (2)$$

где $Y'(t)$ представляет собой случайный процесс с нулевым средним и корреляционной функцией $M(\tau)$, которую можно приближенно принять равной

$$M(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau = 0, \\ 0,25e^{-0,4|\tau|} & \text{при } \tau \neq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Эта аппроксимация не учитывает особенностей спектра с периодом 2,16 года. Равенство (3) соответствует принятию предположения о том, что $Y'(t)$ представляет собой случайный процесс вида

$$Y'(t) = \sqrt{0,75} Y_1(t) + \sqrt{0,25} Y_2(t), \quad (4)$$

где $Y_1(t)$ — белый шум, а $Y_2(t)$ — стационарный случайный процесс с корреляционной функцией $e^{-\alpha|\tau|}$ ($E[Y_1(t)] = 0$; $E[Y_2(t)] = 0$).

Итак, рассмотренный в [1] подход к анализу наблюдений среднегодовых температур позволил получить аппроксимацию (2), которая показывает, что процесс содержит коррелированную компоненту.

Рассмотрим результаты оценивания параметров линейного тренда 18 временных рядов среднегодовых значений температуры воздуха (в градусах Цельсия), анализ которых проводился в [1]. Полученные оценки содержатся в табл. 1. Для того чтобы иметь

Оценки параметров линейного тренда

№ п/п	Станция	Период наблюдений, годы	k+1	Независимые наблюдения					Наблюдения		Значимость отклонения спектра от белого шума	
				σ_t	β_1	σ_{β_1}	$t(k-1)$	$\sigma\sqrt{t}$	σ_0	β_1		σ_{β_1}
1	Страсбург	1806—1955	180	0,731	0,002	0,0014	1,10	0,060	0,731	0,001	0,0022	—
2	Прага	1775—1955	181	0,876	-0,001	0,0012	0,79	0,065	0,875	-0,001	0,0019	—
3	Де-Вильт	1755—1955	201	0,701	0,002	0,0009	2,35	0,050	0,709	0,002	0,0014	—
4	Сен-Бернар	1818—1955	138	0,655	0,002	0,0014	1,71	0,056	0,659	0,002	0,0022	—
5	Берлин	1756—1955	200	0,832	0,002	0,0010	2,30	0,059	0,841	0,002	0,0017	—
6	Триест	1803—1955	153	0,608	0,002	0,0011	1,43	0,049	0,610	0,001	0,0019	—
7	Хойнлайсенберг	1781—1955	175	0,780	-0,001	0,0012	0,81	0,059	0,779	-0,001	0,0019	—
8	Базель	1755—1957	203	0,688	0,003	0,0008	3,64+	0,050	0,708	0,003	0,0013	+
9	Йена	1770—1955	186	0,762	0,003	0,0010	2,47	0,057	0,772	0,003	0,0017	—
10	Вена	1725—1955	181	0,827	-0,001	0,0012	1,01	0,061	0,827	-0,001	0,0019	—
11	Цвинбург	1735—1940	206	0,729	0,002	0,0009	1,86	0,051	0,733	0,001	0,0014	—
12	Женева	1755—1955	201	0,642	0,002	0,0008	3,00+	0,046	0,655	0,002	0,0012	+
13	Штутгарт	1792—1955	164	0,808	0,004	0,0013	3,33+	0,065	0,833	0,004	0,0021	+
14	Ленинград	1752—1966	215	1,038	0,004	0,0012	3,20+	0,074	1,077	0,003	0,0018	+
15	Карлсруэ	1799—1955	157	0,679	0,008	0,0012	6,32+	0,061	0,759	0,008	0,0019+	+
16	Париж	1757—1953	197	0,699	0,004	0,0009	4,42+	0,052	0,732	0,004	0,0014	+
17	Турин	1755—1911	157	0,683	0,001	0,0012	0,45	0,054	0,681	0,001	0,0018	+
18	Центральная Англия	1659—1973	315	0,596	0,002	0,0004	4,87+	0,037	0,595	0,002	0,0010	+

возможность использовать критерий (1), необходимо оценить закон распределения наблюдений. С этой целью были вычислены эмпирические функции распределения для всех рассматриваемых временных рядов и оценена их близость к нормальному закону с помощью критерия Колмогорова. Не приводя найденных оценок, укажем, что вероятности выполнения нормального закона распределения получились равными не менее, чем единице с тремя нулями после запятой. Это вполне понятно, так как среднегодовые величины вычислены путем суммирования большого числа наблюдений.

Проведем анализ оценок, представленных в табл. 1, с помощью критерия (1). Как видно из приводимых результатов, оценки параметра β_1 оказались статистически значимыми с 99%-ным уровнем для 7 временных рядов (с 95% — для 10 временных рядов). Сопоставим полученные выводы с данными спектрального анализа рассматриваемых наблюдений, проведенного в [1], где оценивалась близость рассчитываемых спектральных функций к теоретическому спектру белого шума. Для 8 временных рядов (из 18) различие оказалось статистически значимым с 99%-ным уровнем. Станции, для которых такое различие имеет место, помечены знаком + в последней графе табл. 1. Семь из этих восьми имеют также статистически значимую оценку параметра β_1 . Таким образом, результаты показывают, что для временных рядов среднегодовых значений температуры из установления значимости отличия оценки спектра от спектра белого шума, как правило, следует статистическая значимость линейного тренда.

В качестве статистической модели анализируемых временных рядов в случае принятия гипотезы о линейном тренде следует рассматривать выражение

$$Y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + X(t), \quad (5)$$

где β_0 — оценка среднегодового значения нормы температуры для данной станции; β_1 — скорость изменения температуры (среднее значение β_1 для рассматриваемых временных рядов равно 0,002, т. е. 2° на тысячу лет, а средний стандарт — $\sigma_{\beta_1} = 0,001$); $X(t)$ — случайный процесс.

С целью исследования характеристик процесса $X(t)$ были найдены временные ряды невязок $Y_t - (\beta_0 + \beta_1 t)$ и проведен их спектральный анализ. Не приводя подробных результатов, укажем, что для всех временных рядов температуры различие между спектром белого шума и спектрами временных рядов невязок не оказалось статистически значимым. Случайный процесс $X(t)$ представляет собой белый шум, и выражение (5) отражает характер изменения температуры воздуха на анализируемый период времени для некоторых станций. Возможность спектрального анализа невязок показана в [4]. Поскольку для 11 временных рядов оценка β_1 не оказалась статистически значимой даже с помощью критерия (1), то, рассматривая различные временные ряды, можно получать различные статистические выводы. Кроме того, приме-

няя различные подходы, можно получать различные статистические модели временных рядов.

Прежде чем переходить к обсуждению полученных выводов, остановимся еще на двух вопросах, которые представляют определенный интерес.

1. Рассмотрим, как изменяются оценки параметров линейного тренда, если предположить, что наблюдения статистически связаны. Теория метода наименьших квадратов позволяет построить необходимые оценки и для случая коррелированных наблюдений [1—3]. Однако практически провести такие расчеты затруднительно ввиду необходимости обращать корреляционную матрицу наблюдений, порядок которой равен числу членов временного ряда. Для того чтобы избежать численного обращения матриц большого порядка, следует аппроксимировать корреляционную функцию таким алгебраическим выражением, которое приводит к корреляционной матрице, допускающей точное обращение. Если использовать в качестве корреляционной функции выражение (3), то полученную в этом случае корреляционную матрицу точно обратить не удастся. Если же в качестве аппроксимации использовать функцию вида $e^{-\alpha|\tau|}$, то обращение легко осуществляется [1]. Ввиду того что $e^{-\alpha|\tau|}$ не является выражением подходящего вида для аппроксимации оценок корреляционной функции среднегодовых значений температуры, приводимые ниже результаты имеют ориентировочное значение.

При $\alpha=1$ получаем, что $e^{-|\tau|}$ завышает значение корреляционной функции (3) при $\tau=1$ и занижает в остальных точках.

Принимая, что среднегодовые значения температуры имеют корреляционную функцию вида $e^{-|\tau|}$, получаем оценки параметров β_1 и σ_{β_1} , представленные в соответствующих столбцах табл. 1. Как следует из этих результатов, найденные оценки β_1 (так же как и β_0 , не приводимые в этой таблице) практически не изменились по сравнению с результатами, найденными для независимых наблюдений. В то же время оценки σ_{β_1} значительно возросли и поэтому статистически значимым (с 99%-ным уровнем) оказалось только одно значение β_1 (с 95%-ным уровнем—5 значений).

2. Рассматривая более подробно оценки параметров линейного тренда, можно заметить, что продолжительность временных рядов, для которых оценка β_1 оказалась статистически значимой, в среднем больше, чем у остальных рядов. Временной ряд должен иметь достаточную продолжительность, чтобы параметр β_1 можно было оценить с достаточной достоверностью. Для наглядной иллюстрации этого положения в табл. 2 и 3 приведены результаты оценивания среднего, параметров линейного тренда и их статистических характеристик, вычисленные по данным отдельных участков временных рядов Центральной Англии и Ленинграда. Эти станции выбраны из тех соображений, что для первой из них оценка стандарта наблюдений минимальна (0,596), а для второй — максимальна (1,77) и оценки β_1 для обоих рядов статистически значи-

Таблица 2

Оценки параметров линейного тренда по данным отдельных участков наблюдений температуры воздуха Центральной Англии

Период, годы	k	σ_1	β_0	β_1	σ_{β_0}	σ_{β_1}	$t(k-1)$	$\sigma_{\bar{Y}}$	σ_0
1659—1973	315	0,596	9,140	0,002	0,034	0,0004	4,87	0,035	0,618
1664—1973	310	0,599	9,142	0,002	0,034	0,0004	4,86	0,035	0,621
1674—1973	300	0,604	9,146	0,002	0,035	0,0004	4,86	0,036	0,627
1684—1973	290	0,609	9,166	0,002	0,036	0,0004	4,11	0,037	0,626
1694—1973	280	0,600	9,188	0,001	0,036	0,0004	3,27	0,036	0,610
1704—1973	270	0,584	9,217	0,001	0,036	0,0005	2,07	0,036	0,588
1714—1973	260	0,589	9,218	0,001	0,037	0,0005	2,14	0,037	0,593
1724—1973	250	0,596	9,218	0,001	0,038	0,0005	2,23	0,038	0,601
1734—1973	240	0,590	9,202	0,002	0,038	0,0005	3,13	0,039	0,601
1744—1973	230	0,564	9,199	0,002	0,037	0,0006	3,67	0,038	0,579
1754—1973	220	0,569	9,205	0,002	0,038	0,0006	3,57	0,039	0,584
1764—1973	210	0,568	9,204	0,003	0,039	0,0006	3,87	0,040	0,587
1774—1973	200	0,578	9,226	0,002	0,041	0,0007	3,12	0,042	0,590
1784—1973	190	0,566	9,219	0,003	0,041	0,0007	3,76	0,042	0,585
1794—1973	180	0,569	9,237	0,003	0,042	0,0008	3,27	0,044	0,584
1804—1973	170	0,569	9,244	0,003	0,044	0,0009	3,28	0,045	0,585
1814—1973	160	0,573	9,258	0,003	0,045	0,0010	2,99	0,046	0,587
1824—1973	150	0,557	9,281	0,003	0,046	0,0011	2,41	0,046	0,566
1834—1973	140	0,540	9,266	0,004	0,046	0,0011	3,37	0,047	0,560
1844—1973	130	0,534	9,288	0,004	0,047	0,0012	2,99	0,048	0,550
1854—1973	120	0,529	9,301	0,004	0,048	0,0014	2,89	0,050	0,545
1864—1973	110	0,516	9,316	0,004	0,049	0,0015	2,77	0,051	0,531
1874—1973	100	0,507	9,308	0,006	0,051	0,0018	3,57	0,054	0,536
1884—1973	90	0,496	9,340	0,006	0,052	0,0020	3,13	0,055	0,520
1894—1973	80	0,465	9,409	0,003	0,052	0,0022	1,41	0,052	0,467
1904—1973	70	0,474	9,420	0,004	0,057	0,0028	1,30	0,057	0,476
1914—1973	60	0,482	9,445	0,002	0,062	0,0036	0,69	0,062	0,480
1924—1973	50	0,443	9,490	-0,002	0,063	0,0043	0,49	0,062	0,440
1934—1973	40	0,461	9,520	-0,010	0,073	0,0063	1,58	0,074	0,470
1944—1973	30	0,476	9,497	-0,016	0,087	0,0100	1,60	0,089	0,489
1954—1973	20	0,486	9,390	-0,001	0,109	0,0189	0,04	0,106	0,473
1964—1973	10	0,231	9,390	0,027	0,073	0,0255	1,07	0,074	0,233

Оценки параметров линейного тренда по данным отдельных участков наблюдений температуры воздуха г. Ленинграда

Период, годы	k	σ_1	β_0	β_1	σ_{β_0}	σ_{β_1}	$t(k-1)$	$\sigma_{\bar{Y}}$	σ_0
1752—1966	215	1,038	3,931	0,005	0,071	0,0011	4,18	0,073	1,077
1757—1966	210	1,036	3,919	0,005	0,072	0,0012	4,63	0,075	1,086
1767—1966	200	1,038	3,924	0,006	0,073	0,0013	4,84	0,077	1,094
1777—1966	190	1,025	3,907	0,008	0,074	0,0014	5,70	0,080	1,107
1787—1966	180	1,017	3,952	0,008	0,076	0,0015	5,19	0,081	1,088
1797—1966	170	1,023	3,966	0,008	0,078	0,0016	5,27	0,084	1,101
1807—1966	160	1,035	3,990	0,009	0,082	0,0018	5,17	0,088	1,116
1817—1966	150	1,034	4,069	0,008	0,084	0,0019	3,97	0,088	1,084
1827—1966	140	1,012	4,051	0,010	0,086	0,0021	4,86	0,092	1,091
1837—1966	130	1,033	4,090	0,011	0,091	0,0024	4,51	0,097	1,108
1847—1966	120	1,041	4,153	0,010	0,095	0,0027	3,77	0,100	1,098
1857—1966	110	1,062	4,200	0,011	0,101	0,0032	3,37	0,106	1,111
1867—1966	100	1,037	4,215	0,013	0,104	0,0036	3,72	0,110	1,102
1877—1966	90	1,003	4,319	0,011	0,106	0,0041	2,62	0,109	1,035
1887—1966	80	1,036	4,369	0,011	0,116	0,0050	2,16	0,119	1,060
1897—1966	70	1,026	4,447	0,008	0,123	0,0061	1,38	0,123	1,033
1907—1966	60	1,039	4,485	0,009	0,134	0,0077	1,12	0,134	1,041
1917—1966	50	1,065	4,538	0,007	0,151	0,0104	0,66	0,150	1,059
1927—1966	40	1,110	4,630	-0,004	0,176	0,0152	0,29	0,173	1,097
1937—1966	30	1,162	4,547	0,005	0,212	0,0245	0,19	0,209	1,142
1947—1966	20	0,901	4,650	-0,015	0,201	0,0349	0,42	0,197	0,881
1957—1966	10	0,795	4,790	-0,172	0,252	0,0876	1,96	0,288	0,912

мы. Как видно из табл. 2 и 3, для получения статистически значимой оценки параметра β_1 необходим ряд наблюдений в 80—90 лет.

Обсуждение результатов

Основная задача анализа полученных оценок заключается в выборе статистической модели, соответствующей анализируемым данным, а, следовательно, в составлении представления о характере изменений температуры в будущем. Задача достаточно трудная, так как полученные результаты не кажутся достаточно устойчивыми.

Более подробные вычисления, которые мы здесь не приводим, параметров линейного тренда и спектров на отдельных участках

анализируемых временных рядов показывают, что отмеченное возрастание температуры полностью обусловлено хорошо известным фактом глобального потепления в первой половине XX века. Определенное значение, по-видимому, имеет и то, что все станции, на которых отмечено возрастание температуры, представляют большие города (Карлсруэ, Париж, Берлин и т. д.), рост энергетики которых несомненно сказался на изменении их климата. Так что аппроксимация (5) характеризует особенности изменения температуры за время наблюдений.

Но может ли эта модель отражать закономерности изменения климата, имеющие значительно больший временной масштаб, чем рассматриваемый период времени?

Не останавливаясь на обсуждении вопросов, связанных с анализом мощности критериев, отметим, что всегда имеется естественное стремление отдать предпочтение тем из них, которые подтверждают выдвинутую гипотезу (в данном случае отличие от нуля оценки β_1). Это объясняется тем, что для самого выдвижения гипотезы уже обычно имеются какие-либо физические или экспериментальные основания, и необходимо, чтобы статистические оценки подтвердили замеченные особенности наблюдений.

Как показывают результаты работы, альтернативой линейному тренду является не просто отсутствие такового, а наличие коррелированной компоненты среднегодовых значений температуры.

Переходя к обсуждению модели (2), отметим следующее. Если линейный тренд обусловлен в основном потеплением в первой половине XX столетия, то особенность в низких частотах спектра, положенная в основу аппроксимации (2), устойчива во времени и пространстве. Устойчивость в пространстве иллюстрируется близкими оценками спектров, полученными по данным различных станций в [1]. Устойчивость во времени показана в [7], где найдено, что отмеченная особенность спектра проявляется на любом из временных подынтервалов ряда среднегодовых наблюдений Центральной Англии продолжительностью 128 лет каждый. Такие же результаты были найдены и с помощью данных других станций.

Устойчивость спектра во времени и пространстве является одним из замечательных фактов, которые удалось установить, анализируя временные ряды температуры методами теории стационарных случайных процессов.

Итак, мы рассмотрели две статистические аппроксимации временных рядов среднегодовых значений температуры воздуха. Таких аппроксимаций, по-видимому, может быть значительно больше [4—6,8].

Различие между двумя подходами, на наш взгляд, только кажущееся. Оба подхода физически приводят к одному и тому же выводу о том, что возможны достаточно мощные длиннопериодные колебания температуры воздуха.

В случае (2) это обусловлено известным в теории прикладного

спектрального анализа результатом, показывающим, что дисперсия периодограммы в каждой точке оси частот примерно равна квадрату спектральной плотности процесса, вычисленной в этой же точке [1]. Поэтому в низких частотах, где имеется возрастание значений спектра временных рядов температуры, рассчитываемым по экспериментальным данным периодограммам соответствуют большие дисперсии, что отражает возможность появления отдельных длиннопериодных колебаний с амплитудой большой мощности.

Аппроксимация (5) показывает, что длиннопериодные флуктуации температуры могут быть настолько интенсивными, что линейная аппроксимация отдельных участков наблюдений может оказаться статистически значимой.

Каждый из этих подходов имеет свои особенности. Модель (5) описывает одну из черт изменения температуры за последнее столетие, но она может оказаться совершенно непригодной для характеристики температуры в ближайшем будущем.

Вероятностная природа метеорологических наблюдений и применение статистических методов не оставляют места для категорических выводов о принятии тех или иных моделей. Однако аппроксимация (2) кажется более приемлемой ввиду отмеченной выше ее устойчивости во времени и пространстве. Вообще приводимые результаты в какой-то мере характеризуют ситуацию, в которой часто оказываются экспериментаторы, анализируя результаты наблюдений за природными процессами, для которых не создано достаточно обоснованной физической теории.

Автор выражает благодарность К. Я. Винникову за интерес, проявленный к настоящей статье, и высказанные критические замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Л., Гидрометеоиздат, 1975, 212 с.
2. Поляк И. И. Оценивание линейного тренда временных метеорологических рядов.—«Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 51—55.
3. Лииник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., Физматгиз, 1962.
4. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.
5. Поляк И. И., Шахмейстер В. А. Гармонический анализ временных рядов инсоляции, рассчитанных с помощью астрономической теории климата.—«Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 92—94.
6. Моин А. С. Вращение Земли и климат. Л., Гидрометеоиздат, 1972, 112 с.
7. Гриб Н. К., Поляк И. И. Скользящий спектральный анализ временного ряда температуры воздуха Центральной Англии.—«Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 71—91.
8. Mitchell J. M., jr. An overview of climatic variability and its causal mechanisms.—„Quaternary Res.”, 1976, 6(4).

И. И. ПОЛЯК

К АНАЛИЗУ ДЛИННОПЕРИОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ И ОСАДКОВ

Статистические характеристики длиннопериодных колебаний метеоэлементов необходимы при проведении любых исследований, связанных с анализом климата и его изменений. Такие колебания мало изучены [1], что объясняется рядом объективных трудностей, некоторые из которых будут рассмотрены ниже.

Приступая к анализу климатических данных, следует отметить, что имеется много различных определений понятия климата. Общепринятого определения этого термина не существует. Поэтому для четкого очерчивания границ проводимых исследований необходимо указать временной масштаб рассматриваемых колебаний.

В настоящей работе проводится анализ колебаний атмосферного давления и осадков с периодами от двух до 25—30 лет. Аналогичные исследования временного ряда температуры осуществлены в [9]. Ввиду того что физическая теория, объясняющая закономерности колебаний метеоэлементов с такими периодами, не создана, наблюдения будут анализироваться методами теории случайных процессов. Основой возможности такого анализа являются продолжительность и статистические свойства наблюдений.

В нашем распоряжении имеются выборки, объем которых совершенно недостаточен для полного и всестороннего статистического анализа. Периоды наблюдений сравнительно коротки, количество станций ограничено, к тому же они неравномерно распределены по территории земного шара.

Метеорологические элементы представляют собой многомерные и многомерные случайные процессы и для их изучения методами математической статистики необходимо иметь выборки многомерных полей, т. е. наблюдения за определенный период времени, охватывающие весь земной шар и как можно большее число уровней. Однако для анализа колебаний с периодами от нескольких лет до десятилетий таких данных не существует, и мы

вынуждены тем или иным способом уменьшать размерность пространства реализаций и, в конечном счете, рассматривать одномерные или двумерные выборки и получать их статистические характеристики.

Среди таких способов упомянем следующие.

1. Анализ временных рядов наблюдений отдельных станций [1, 4] или пространственных, а также пространственно-временных, двумерных случайных полей [5].

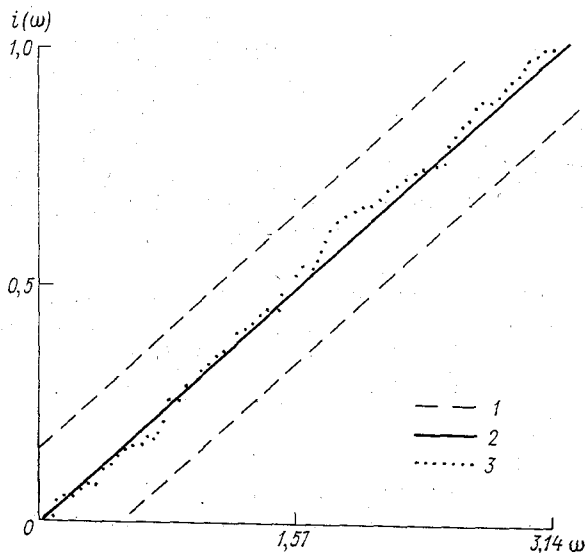


Рис. 1. 99%-ные доверительные интервалы (1), теоретическая спектральная функция белого шума (2) и оценки спектральной функции атмосферного давления (3). Ст. Базель.

2. Осреднение данных отдельных станций в одинаковые моменты времени и анализ сформированного таким образом временного ряда [2].

3. Использование статистических или физических предположений, позволяющих находить удобные одномерные характеристики, например предположение изотропности пространственных метеорологических полей [3].

4. В случае устойчивости оценок статистических характеристик, найденных, например, с помощью временных рядов отдельных станций, возможно их осреднение по ансамблю и получение параметров, описывающих общие закономерности рассматриваемых временных рядов [4].

В настоящей работе исследуется характер временной изменчивости колебаний метеозлементов. Для этого выбраны временные ряды среднегодовых наблюдений атмосферного давления

(в миллиметрах) за 205 лет (1755—1959) на ст. Базель и осадков (в миллиметрах) за 210 лет (1735—1944) на ст. Цванинбург [6, 7].

Анализ этих данных осуществляется с помощью методов теории стационарных случайных процессов. Численные схемы, реализующие эти методы, подробно даны в [4]. Вычисления производились в следующем порядке: периодограмма — спектр — корреляционная функция. Периодограмма рассчитывалась по одной из схем быстрого преобразования Фурье, а спектр оценивался сглаживанием периодограммы при помощи регрессионных фильтров.

Параметры фильтра для всех рассматриваемых в работе оценок выбраны постоянными: порядок равен трем, а ширина — 25 точкам. Значение периодограмм и спектров представлены в процентах от оценки дисперсии анализируемого временного ряда. Несмотря на условность такого масштаба (значения оценок зависят от числа точек ряда), он дает возможность наглядного сравнения результатов при анализе изменений во времени частотной структуры временных рядов.

Оценивание точности проводилось путем нахождения отклонений оценок спектра от соответствующих значений периодограмм. Сумма квадратов таких отклонений приблизительно определяет дисперсию периодограммы. Эта дисперсия, умноженная на сумму квадратов весовых коэффициентов фильтра, дает приближенную оценку дисперсии спектра [4].

Полученные характеристики в рамках теории стационарных случайных процессов дают исчерпывающую информацию о временных рядах только в том случае, когда наблюдения имеют нормальное распределение. Если это не так, необходим анализ моментов, порядок которых больше двух.

Ввиду того что каждое среднегодовое значение вычисляется путем осреднения большого числа наблюдений, принадлежность членов временных рядов среднегодовых величин нормальному распределению обеспечивается соответствующими предельными теоремами теории вероятностей [8].

Несмотря на это, для анализируемых временных рядов были рассчитаны эмпирические функции распределения и оценена их

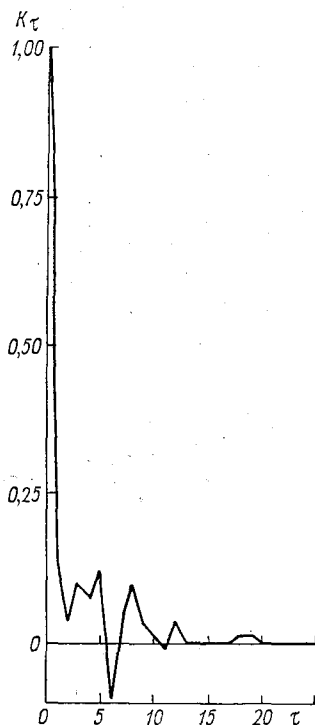


Рис. 2. Оценки корреляционной функции атмосферного давления. Ст. Базель.

близость к нормальному закону с помощью критерия А. Н. Колмогорова [8]. Как и следовало ожидать, вероятность гипотезы о принадлежности анализируемых наблюдений нормальному распределению для каждой из реализаций равна единице с тремя нулями после запятой.

Рассмотрение результатов начнем с анализа временного ряда атмосферного давления.

На рис. 1 сравниваются рассчитанная и теоретическая спектральные функции $i(\omega)$ белого шума. Рисунок показывает, что оценки располагаются внутри 99%-ных доверительных интервалов, т. е. анализируемый временной ряд представляет собой выборку белого шума.

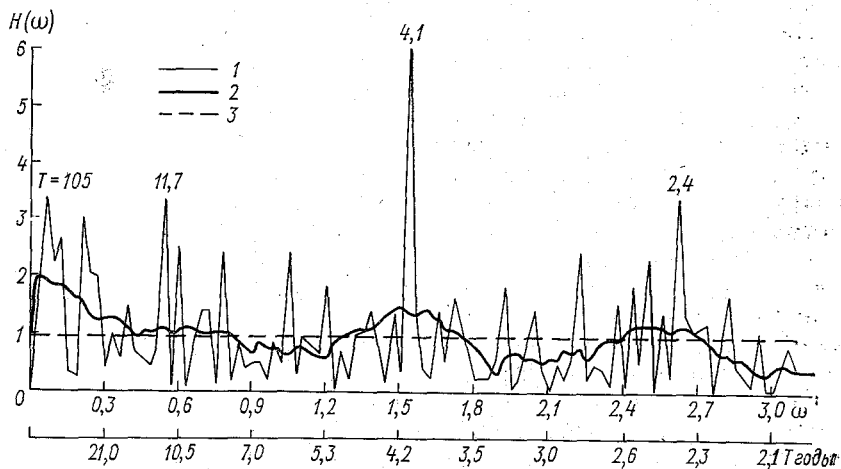


Рис. 3. Периодограмма (1), оценки спектра атмосферного давления (2) и спектр белого шума (3). Ст. Базель.

Тот же самый вывод следует из рассмотрения корреляционной функции K_τ (рис. 2). Коэффициенты корреляции при всех сдвигах, не равных нулю, настолько малы, что не оставляют никаких надежд на возможность экстраполяции данного ряда.

На рис. 3 изображены периодограмма, оценки спектра и спектр белого шума. На графике периодограммы имеются три отдельных больших всплеска, соответствующих периодам 4; 3,5 и 2,5 года, значения которых достигают 4% дисперсии. Поскольку стандартное отклонение значений периодограммы равно 0,95 (табл. 1), такие всплески можно считать закономерными.

Оценки спектра не выглядят достаточно гладкими. Если увеличить ширину фильтра, то оценки становятся более гладкими и располагаются ближе к спектру белого шума. Мы этого делать не будем, так как принадлежность выборки белому шуму несомненна (см. рис. 1). Отметим далее, что наименьшие значения оценки спектра принимают в интервале периодов, больших 10 лет,

г. е., как и следовало ожидать, мощные колебания с большими периодами маловероятны.

В первой строке табл. 1 даны оценки среднего и стандарта анализируемого ряда атмосферного давления, а также оценки точностных характеристик периодограммы и спектра. Если на рис. 3 нанести 95%-ные доверительные интервалы для спектральных оценок, то теоретический спектр белого шума будет внутри этих интервалов для всех анализируемых частот.

Вышеприведенный анализ предполагает, что временной ряд атмосферного давления представляет собой выборку стационарного случайного процесса. Рассмотрим, насколько верно такое предположение, т. е. насколько устойчив спектр атмосферного давления, а также исследуем временную изменчивость колебаний с различными частотами. Для этого попытаемся проследить характер изменения во времени спектральных и корреляционных

Таблица 1

Оценки точности рассчитываемых параметров атмосферного давления и осадков

Метеоэлемент	Период наблюдений, годы	Среднее, мм	Стандарт, мм	Стандарт периодограммы, %	Стандарт спектра, %
Давление	1755—1959	734,58	0,83	0,95	0,28
Осадки	1735—1944	743	124	0,90	0,27

оценок. Наиболее простой путь заключается в том, что временной ряд разбивается на отдельные участки, каждый из которых анализируется методами теории стационарных случайных процессов, и затем результаты сравниваются между собой. Поскольку в нашем распоряжении имеется лишь небольшой ряд (205 лет), мы не можем следовать такому пути.

Будем обрабатывать отдельные участки данного ряда продолжительностью 100 лет, сдвигая каждый из таких участков друг относительно друга на 5 лет. Всего таким образом получим 22 временных ряда $\left(\frac{205-100}{5} + 1\right)$. Результаты (периодограммы, спектры и корреляционные функции) поместим в табл. 2—4, где интервалы времени соответствуют реальным периодам, наблюдения которых использовались в расчетах.

Ввиду большого объема полученной цифровой информации не имеется возможности представить в статье все результаты. В рассматриваемых ниже таблицах мы ограничимся приведением только низкочастотной части спектров и периодограмм (до периодов 5 лет), так как именно этот интервал наиболее интересен при проведении исследований длиннопериодных колебаний.

Каждый столбец в табл. 2—4 представляет собой кадр изменяющихся во времени спектральных и корреляционных оценок.

Измененне во времени периодограммы атмосферного давления

Период	Интервал времени, годы																					
	1755-1854	1760-1859	1765-1864	1770-1869	1775-1874	1780-1879	1785-1884	1790-1889	1795-1894	1800-1899	1805-1904	1810-1909	1815-1914	1820-1919	1825-1924	1830-1929	1835-1934	1840-1939	1845-1944	1850-1949	1855-1954	1860-1959
0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100,0	2	2	2	3	3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
50,0	2	2	2	2	2	0	0	0	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	1	1
33,3	2	2	2	2	1	4	4	3	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	0	0	0
25,0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1
20,0	2	3	2	1	1	0	0	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	5	4	4
16,7	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	2	0	1	0	0	0
14,3	6	5	6	6	5	2	2	2	1	1	2	2	2	3	4	4	3	0	0	2	1	0
12,5	0	1	0	0	0	2	3	2	3	3	2	2	2	4	4	4	2	3	5	5	5	5
11,1	2	3	2	3	3	2	1	2	1	2	1	1	1	1	1	2	0	1	0	2	1	1
10,0	1	0	0	0	0	1	2	1	2	1	1	1	1	0	0	0	1	2	1	0	0	0
9,1	3	4	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	1	0	0	2	1	1	1	1	1
8,3	0	2	1	1	1	2	3	3	4	4	4	4	4	3	2	1	2	1	2	1	1	2
7,7	4	8	8	8	7	8	6	7	6	7	6	7	7	9	10	11	10	6	8	6	4	3
7,1	1	0	1	1	1	1	2	2	3	4	4	5	5	6	7	6	5	4	3	3	3	5
6,7	6	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
6,3	3	0	0	0	0	1	1	2	1	1	1	1	1	2	2	1	3	4	6	6	3	4
5,9	3	2	3	4	4	4	3	2	3	4	3	3	3	2	1	1	1	2	3	3	1	2
5,6	0	1	2	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	3	2	1	0	0	1	0
5,3	2	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	2
5,0	1	0	1	1	0	1	1	0	2	2	2	2	2	3	2	3	2	0	1	7	13	10

Изменение во времени оценки спектров атмосферного давления

Интервал времени, годы

Период	1755-1854	1760-1859	1765-1864	1770-1869	1775-1874	1780-1879	1785-1884	1790-1889	1795-1894	1800-1899	1805-1904	1810-1909	1815-1914	1820-1919	1825-1924	1830-1929	1835-1934	1840-1939	1845-1944	1850-1949	1855-1954	1860-1959
0,0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
100,0	2	2	2	2	2	2	2	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1
50,0	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
33,3	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25,0	2	2	2	2	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20,0	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
16,7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
14,3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12,5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
11,1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
10,0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
9,1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
8,3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7,7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7,1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6,7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6,3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5,9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5,6	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5,3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5,0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

В табл. 2 приведены периодограммы, причем оценки округлялись с точностью до 1%. Анализ данных этой таблицы наиболее интересен, поскольку они демонстрируют те колебания, которые реально имели место на каждом из анализируемых интервалов времени. Из таблицы видно, что отдельные всплески на периодограммах могут достигать 10—13% дисперсий. Они имеются во многих частотных интервалах, соответствующих периодам 7,7; 5; 4; 3,4; 2,4; 2,1, и только в низких частотах, с периодами более 15 лет, таких мощных всплесков нет. Периодограмма последнего столетнего интервала наблюдений (1860—1959 гг.) содержит два мощных всплеска с периодами примерно 5 лет и 3,4 года.

В табл. 3 приводятся оценки спектральных плотностей, полученные сглаживанием периодограмм табл. 2. Если в этой таблице провести изолинии, то они будут почти параллельны горизонтальной оси. Этот факт подтверждает правильность предположения

Таблица 5

Оценки точности рассчитываемых параметров атмосферного давления

№ п/п	Интервал наблюдений, годы	Среднее, мм	Стандарт, мм	Стандарт периодограммы, %	Стандарт спектра, %
1	1755—1854	734,59	0,84	1,91	0,57
2	1760—1859	734,60	0,83	2,13	0,64
3	1765—1864	734,60	0,86	2,12	0,64
4	1770—1869	734,61	0,85	1,93	0,58
5	1775—1874	734,63	0,85	1,94	0,58
6	1780—1879	734,58	0,82	2,12	0,64
7	1785—1884	734,58	0,82	1,94	0,58
8	1790—1889	734,55	0,82	1,91	0,57
9	1795—1894	734,51	0,79	1,91	0,57
10	1800—1899	734,50	0,80	1,73	0,52
11	1805—1904	734,50	0,80	1,78	0,54
12	1810—1909	734,52	0,81	1,80	0,54
13	1815—1914	734,53	0,81	1,72	0,52
14	1820—1919	734,51	0,83	1,85	0,55
15	1825—1924	734,53	0,84	2,17	0,65
16	1830—1929	734,53	0,83	1,97	0,59
17	1835—1934	734,52	0,77	1,86	0,56
18	1840—1939	734,50	0,80	1,60	0,48
19	1845—1944	734,51	0,79	1,83	0,55
20	1850—1949	734,57	0,83	1,74	0,52
21	1855—1954	734,56	0,82	2,06	0,62
22	1860—1959	734,56	0,81	1,93	0,58

о стационарности временного ряда атмосферного давления. Таким образом, несмотря на то, что на отдельных временных интервалах имеются мощные колебания, соответствующие различным частотам, спектры при этом остаются неизменно стабильными и близкими к белому шуму. Небольшую качественную особенность всех спектров табл. 3 все же следует отметить. Она заключается в том, что мощность низких частот с периодами более полутора-двух десятилетий несколько меньше мощности частот других частотных интервалов, а значительных колебаний с такими периодами за анализируемый период не наблюдалось.

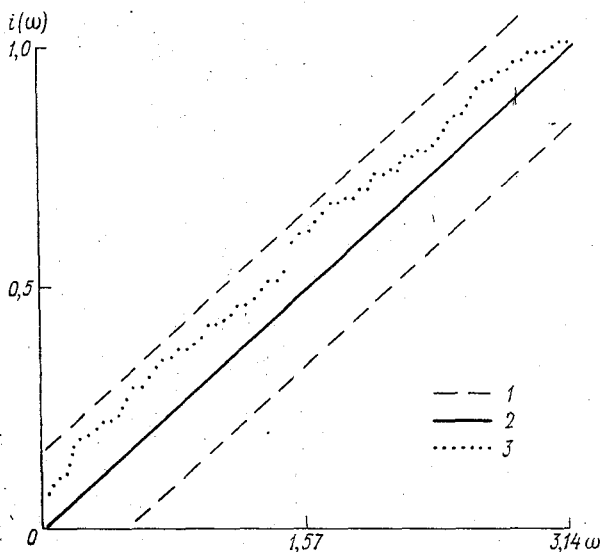


Рис. 4. 99%-ные доверительные интервалы (1), теоретическая спектральная функция белого шума (2) и оценки спектральной функции осадков (3). См. Цванинбург.

В табл. 4 дано восемь первых оценок корреляционных функций (в масштабе 10^2), полученных преобразованием Фурье соответствующих спектров табл. 3. Приводимые коэффициенты корреляции близки к нулю. Эмпирические оценки точности результатов, приводимых в табл. 2 и 3, для каждого анализируемого временного интервала даны в табл. 5.

Стандарты периодограмм близки к теоретическому значению белого шума, что показывает хорошее соответствие этих оценок теоретическим положениям [4].

В табл. 5 приведены также оценки средних значений и стандартов для 22 временных рядов. Стабильность среднего показывает, что среднегодовая норма атмосферного давления в опреде-

ленной точке земного шара является одной из самых устойчивых характеристик атмосферы. Если принять за норму атмосферного давления для ст. Базель 734,5 мм, то все четыре цифры этой величины будут правильными, ошибка будет только в пятой значащей цифре. Устойчивы также и оценки стандартов, равные приблизительно 0,8 мм.

Несмотря на большую мелкомасштабную изменчивость (с периодами в несколько дней), годовой ход, который имеет достаточно сложную форму и требует для своего описания не менее трех первых гармоник ряда Фурье, среднегодовые нормы, оцениваемые по столетним интервалам, оказываются практически постоянными. Такая стабильность нормы атмосферного давления является исключительной также и в том смысле, что ни один из метеоэлементов не обладает ничем подобным. Физически это, по-видимому, легко объяснить, так как давление характеризует массу атмосферы, а ее постоянство является основой всех физических процессов, происходящих в атмосфере.

Проведем аналогичный анализ временного ряда осадков [7].

Рассчитанная спектральная функция для случая осадков дана на рис. 4. Оценки не превышают 99%-ных доверительных интервалов, и анализируемый временной ряд близок к выборке белого шума.

Корреляционная функция этого ряда (рис. 5), хотя и имеет несколько положительных значений, близких к 0,1, также показывает, что шумовая составляющая очень велика.

Периодограмма (рис. 6) имеет ряд отдельных всплесков, максимальный из которых соответствует периоду 4,1 года. Оценки спектральной плотности отклоняются от спектра белого шума несколько больше, чем это имело место при анализе давления, однако изменчивость осадков также значительно превышает изменчивость атмосферного давления.

Оценки среднего и стандарта ряда, а также стандартов периодограммы и спектра даны во второй строке табл. 1.

Исследуем изменение во времени корреляционных и спектральных оценок, полученных по данным временного ряда осад-

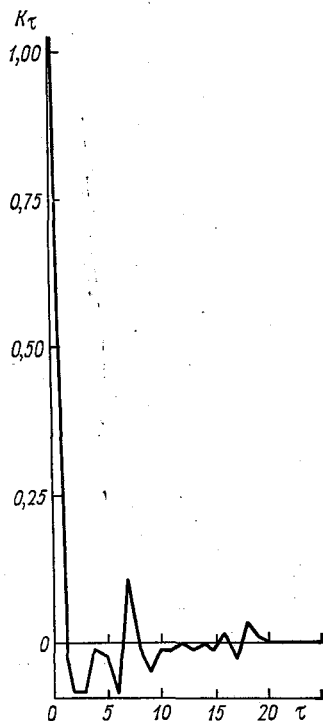


Рис. 5. Оценки корреляционной функции осадков. Ст. Цвининбург.

Изменение во времени периодogramмы осадков

Период	Интервал времени, годы																						
	1735-1834	1740-1839	1745-1844	1750-1849	1755-1854	1760-1859	1765-1864	1770-1869	1775-1874	1780-1879	1785-1884	1790-1889	1795-1894	1800-1899	1805-1904	1810-1909	1815-1914	1820-1919	1825-1924	1830-1929	1835-1934	1840-1939	1845-1944
0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100,0	9	8	14	13	15	9	5	6	6	6	6	7	6	4	3	3	2	2	2	2	3	2	0
50,0	4	6	1	2	1	3	5	5	6	9	11	10	10	8	4	3	3	2	2	2	1	1	1
33,3	7	10	3	4	4	2	3	0	1	2	3	3	2	6	0	1	6	6	4	2	2	3	2
25,0	3	2	2	2	2	3	4	4	4	2	1	2	3	6	7	7	9	4	4	5	2	6	6
20,0	2	3	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
16,7	2	3	1	0	1	2	2	2	2	0	0	1	0	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0
14,3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	3	4	5	7	8	6	1	2	2
12,5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	1	0	0	0	1	1	2	0
11,1	1	1	4	5	5	6	3	3	3	5	4	3	2	3	1	1	0	0	0	1	1	0	0
10,0	1	0	0	1	1	2	2	2	2	1	1	2	3	2	3	2	2	1	1	2	1	0	0
9,1	6	6	3	2	3	4	2	2	2	1	1	2	2	2	0	0	1	2	5	3	3	2	1
8,3	3	2	1	0	0	1	2	2	2	3	2	2	3	3	1	3	4	3	2	1	1	1	2
7,7	3	2	0	0	0	0	1	1	0	1	1	2	3	0	0	0	0	0	1	1	1	2	3
7,1	1	1	2	4	4	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	2	3
6,7	1	1	0	0	0	0	1	2	2	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
6,3	1	0	3	2	1	1	2	0	4	2	2	1	2	2	2	1	2	3	2	1	1	2	1
5,9	4	3	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	2	1	2	2	2	2	3	2	4	3	3
5,6	1	1	2	1	1	1	0	0	0	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1
5,3	1	1	1	1	1	1	3	3	3	4	5	3	3	2	2	2	6	2	2	1	1	4	1
5,0	0	1	1	1	1	1	2	3	2	2	2	2	3	2	5	4	9	5	4	4	4	4	1

ков, аналогично тому, как это было сделано при анализе атмосферного давления.

В табл. 6 приведены периодограммы, рассчитанные по данным отдельных 100-летних интервалов наблюдений. Наиболее значительные всплески соответствуют первым точкам периодограммы на нескольких первых кадрах. Это может быть объяснено либо существованием низкочастотного тренда осадков во второй половине 1700-х годов, либо большими систематическими ошибками данных наблюдений. Предположение об ошибках, на наш взгляд, более реально, так как наблюдения за осадками в то время не носили систематического и регулярного характера.

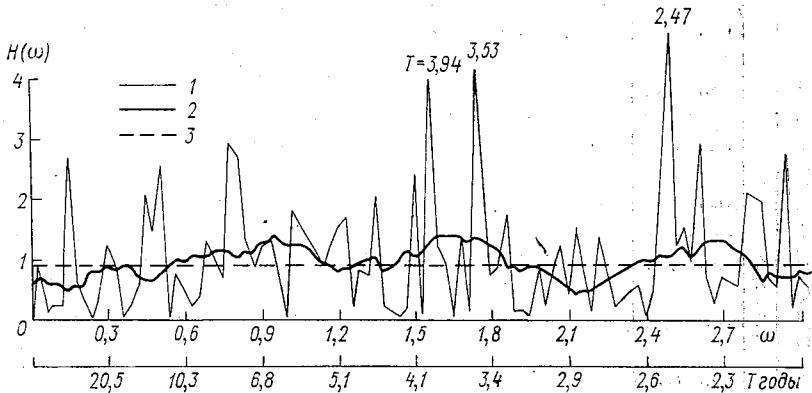


Рис. 6. Периодограмма (1), оценки спектра осадков (2) и спектр белого шума (3). Ст. Цванинбург.

Если рассматривать оценки спектральных плотностей (табл. 7), полученные сглаживанием периодограмм табл. 6, то эти оценки несколько отличаются от белого шума на первых кадрах. На этих кадрах заметна особенность в низких частотах, соответствующая периодам более 20—25 лет. Большинство приводимых в табл. 7 спектров практически совпадают с теоретическим спектром белого шума.

Приводимые в табл. 8 оценки корреляционных функций имеют коэффициенты корреляции, близкие к нулю почти на всех кадрах, за исключением нескольких первых.

В табл. 9 даны эмпирические оценки точности расчета периодограмм и спектров, а также средние и стандарты, найденные с помощью данных каждого из рассматриваемых временных интервалов в отдельности. Из этой таблицы видно, что оценки норм и стандартов крайне неустойчивы, т. е. изменчивость среднегодовых значений осадков очень велика. Это отражается и на оценках точности представления периодограмм и спектров, которые варьируют в несколько больших пределах, чем это имело место для атмосферного давления.

Изменение во времени корреляционной функции осадков

r	Интервал времени, годы																						
	1735-1834	1740-1839	1745-1844	1750-1849	1755-1854	1760-1859	1765-1864	1770-1869	1775-1874	1780-1879	1785-1884	1790-1889	1795-1894	1800-1899	1805-1904	1810-1909	1815-1914	1820-1919	1825-1924	1830-1929	1835-1934	1840-1939	1845-1944
1	27	29	16	13	19	20	9	11	8	11	13	11	11	11	1	-2	-6	-5	-2	-3	1	-2	4
2	6	10	6	7	6	4	1	1	0	2	2	4	4	1	-4	-4	-4	-3	-5	-4	-1	2	-3
3	4	8	10	10	13	6	1	0	4	7	7	14	11	12	7	8	6	10	9	13	12	10	11
4	16	19	18	18	19	17	12	13	9	12	14	13	11	8	4	3	0	-3	-1	-7	-4	-3	-4
5	10	12	13	11	11	5	8	8	8	13	14	9	7	5	5	6	4	3	0	0	2	0	1
6	0	-1	-1	-1	0	-5	-2	-3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-2
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Оценки точности рассчитываемых параметров осадков

№ п/п	Интервал наблюдений, годы	Среднее, мм	Стандарт, мм	Стандарт периодограммы, %	Стандарт спектра, %
1	1735—1834	728	128	1,91	0,57
2	1740—1839	724	128	1,93	0,58
3	1745—1844	738	130	2,33	0,70
4	1750—1849	737	129	2,34	0,70
5	1755—1854	738	127	2,42	0,73
6	1760—1859	731	128	2,10	0,63
7	1765—1864	719	119	1,64	0,49
8	1770—1869	723	124	1,66	0,50
9	1775—1874	726	128	1,57	0,47
10	1780—1879	733	131	1,87	0,56
11	1785—1884	735	132	1,88	0,56
12	1790—1889	732	127	1,70	0,51
13	1795—1894	737	125	1,59	0,48
14	1800—1899	744	122	1,60	0,48
15	1805—1904	751	118	1,90	0,57
16	1810—1909	754	117	1,81	0,54
17	1815—1914	757	115	1,86	0,56
18	1820—1919	761	114	2,13	0,64
19	1825—1924	757	117	1,97	0,59
20	1830—1929	757	118	1,88	0,56
21	1835—1934	753	122	2,12	0,64
22	1840—1939	758	121	2,09	0,63
23	1845—1944	755	114	1,90	0,57

Итак, несмотря на то, что как при анализе атмосферного давления, так и осадков временной ряд близок к выборке белого шума, изменчивость во втором случае в несколько раз больше, чем в первом.

Заканчивая анализ, сделаем следующие выводы.

1. Анализируемые временные ряды являются выборками стационарных случайных процессов.

2. Временные ряды атмосферного давления и осадков представляют собой с большой вероятностью выборки белого шума. Их спектры устойчивы во времени, т. е. даже на отдельных подынтервалах этих рядов близость наблюдений к белому шуму несомненна. Следовательно, пытаться экстраполировать такие ряды бессмысленно.

3. Как и для любой выборки белого шума, на периодограммах таких рядов возможно обнаружение случайных колебаний со сравнительно большой амплитудой. Эти колебания могут соответствовать различным частотам.

4. Оценки среднегодовых норм и стандартов атмосферного давления значительно более стабильны и устойчивы во времени, чем это имеет место для осадков.

5. Относительно наблюдений и анализа данных о количестве осадков можно также заметить следующее.

Временных рядов, содержащих данные о количестве осадков (такого типа, который анализировался в данной работе), совершенно недостаточно для изучения осадков. На наш взгляд, наряду с временными рядами количества осадков необходимо рассматривать случайные процессы, элементы которых представляют собой продолжительность периодов между выпадением осадков.

Такой подход связан с необходимостью количественного описания некоторых качественных представлений. (Например, что считать началом и концом выпадения осадков, в случае если эти осадки кратковременны и происходят с отдельными перерывами в течение нескольких дней?) Возможно, такое количественное описание должно быть связано с характером и сменой облачности. Ясно одно, что временной ряд количества осадков в отдельные годы и месяцы дает далеко не полное представление о таком сложном процессе, каким является выпадение осадков.

Проведенный анализ характера изменений колебаний метеорологических элементов во времени мог бы быть более убедительным, если бы временные интервалы не пересекались. Зависимость оценок параметров, получаемых на отдельных участках временного ряда, снижает их статистическую значимость; несмотря на это, локализация колебаний во времени становится значительно яснее.

Приводимые результаты характеризуют отдельные временные ряды. Однако ввиду того что по продолжительности ряды являются уникальными, значение найденных спектральных и корреляционных оценок носит далеко не частный характер. Как следует из аналогичного изучения температуры воздуха [4, 9], такие оценки несущественно отличаются от тех, которые можно получить путем усреднения результатов анализа ансамбля реализаций. В то же время возможности интерпретации существенно увеличиваются, а объем вычислений значительно сокращается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Monin A. S., Vulis I. L. On the spectra of the long-period oscillations of geophysical parameters.— „Tellus”, 1971. vol. 23, № 4—5.
2. Будыко М. И. Изменения климата. Л., Гидрометеоздат, 1974. 280 с.
3. Гандия Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеоздат, 1963. 287 с.
4. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Л., Гидрометеоздат, Л., 1975. 212 с.

5. Поляк И. И. Оценивание спектральных плотностей и ковариационных функций двумерных случайных полей.—«Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 45—50.
6. Bider M., Schiepp M. Luftdruckreihen der letzten zwei Jahrhunderte von Basel und Genf.—„Arch. Meteorol. Geophys. u. Bioklimatol. Ser. B”, 1961, Bd 11, H1. Cop.
7. Labrijn A. The climate of the Netherlands during the last two and half centuries. —„Koninklijk nederlandsch meteorologisch instituut”, 1945, vol 49, № 102, p. 94—99.
8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962. 277 с.
9. Гриб Н. К., Поляк И. И. Временная изменчивость среднегодовых значений температуры воздуха.—«Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 71—91.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ЛИНЕЙНОГО ТРЕНДА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ СРЕДНЕГОДОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

При изучении климата большой интерес представляет анализ длиннопериодных колебаний метеоэлементов, т. е. колебаний с периодом, большим времени наблюдений за метеоэлементом. Такой анализ необходим при исследовании климата и оценке возможности долгосрочных метеорологических прогнозов. Изучение спектральных оценок температуры воздуха и атмосферного давления, проведенное в [1], показало, что давление является более консервативной характеристикой земной атмосферы, чем температура.

В настоящей работе рассматриваются результаты оценивания линейного тренда 10 временных рядов среднегодовых значений приземного давления. Данные наблюдений аппроксимируются прямой линией, при этом предполагается, что длиннопериодное колебание метеоэлемента проявляется в виде монотонного возрастания или убывания наблюдаемой величины на рассматриваемом интервале. Для оценивания параметров линейного тренда используется метод наименьших квадратов, который позволяет получить статистически оптимальные оценки. Этот метод изложен в книге [1].

Рассмотрим наблюдения Y_0, Y_1, \dots, Y_k , заданные в узлах t_0, t_1, \dots, t_k ($t_{i+1} - t_i = \text{const}$). Ниже используются следующие обозначения тренда: \bar{Y} — среднее значение; σ_0^2 — дисперсия отклонений Y_i от \bar{Y} ; σ_y^2 — дисперсия среднего; β_0 и β_1 — коэффициенты прямой $\beta_0 + \beta_1 t$; σ_1^2 — дисперсия отклонений Y_i от прямой; $\sigma_{\beta_0}^2$ и $\sigma_{\beta_1}^2$ — дисперсии коэффициентов β_0 и β_1 . Оценки этих параметров, полученные по наблюдениям на каждой из 10 станций, представлены в табл. 1.

Проведем анализ оценок, представленных в табл. 1, с помощью критерия

$$t(k-1) = |\beta_1 / \sigma_{\beta_1}|.$$

Оценки параметров линейного тренда

Станция	Период наблюдений, годы	k	Независимые наблюдения						Наблюдения, коррелированные с корреляционной функцией	
			σ_t	β_t	σ_{β_t}	t(k-1)	$\sigma_{\bar{Y}}$	σ_0	β_t	σ_{β_t}
Базель	1755—1959	205	0,830	-0,000	0,0010	0,15	0,058	0,828	-0,000	0,0016
Женева	1768—1960	193	0,823	-0,000	0,0011	0,09	0,059	0,820	-0,000	0,0018
Копенгаген	1842—1960	119	0,966	0,000	0,0026	0,11	0,088	0,962	-0,000	0,0042
Халаранда	1860—1960	101	1,223	0,000	0,0042	0,10	0,121	1,217	0,001	0,0070
Гринвич	1854—1949	96	1,367	0,004	0,0050	0,78	0,139	1,364	0,004	0,0082
Валенсия	1866—1960	95	1,250	0,006	0,0047	1,25	0,129	1,253	0,007	0,0071
Абердин	1866—1960	95	1,628	-0,007	0,0061	1,12	0,167	1,630	-0,006	0,0096
Бодо	1868—1960	93	1,767	0,001	0,0068	0,20	0,182	1,758	0,003	0,0107
Торсхавн	1873—1959	87	1,254	-0,003	0,0054	0,50	0,134	1,248	-0,002	0,0082
Ленинград	1881—1950	70	1,320	-0,002	0,0078	0,28	0,157	1,312	-0,003	0,0126

Предполагаем, что исходные данные подчинены нормальному закону. Ввиду того что для всех рассматриваемых рядов k достаточно велико ($k \geq 70$), будем считать, что распределение Стьюдента величины β_1/σ_{β_1} практически совпадает с нормальным. Поэтому для 95%-ного уровня значимости должно выполняться неравенство $|\beta_1| \leq 2\sigma_{\beta_1}$.

Таблица 2

Оценки параметров линейного тренда по данным ст. Базель

Период, годы	k	σ_1	β_0	β_1	σ_{β_0}	σ_{β_1}	$t(k-1)$	$\sigma_{\bar{y}}$	σ_0
1755—1959	205	0,830	734,580	—0,000	0,058	0,0010	0,15	0,058	0,828
1760—1959	200	0,825	734,580	—0,000	0,058	0,0010	0,16	0,058	0,823
1770—1959	190	0,840	734,582	—0,000	0,061	0,0011	0,23	0,061	0,838
1780—1959	180	0,827	734,581	—0,000	0,062	0,0012	0,24	0,061	0,825
1790—1959	170	0,836	734,568	0,000	0,064	0,0013	0,13	0,064	0,834
1800—1959	160	0,833	734,539	0,001	0,066	0,0014	0,95	0,066	0,832
1810—1959	150	0,852	734,549	0,001	0,070	0,0016	0,77	0,070	0,851
1820—1959	140	0,860	734,561	0,001	0,073	0,0018	0,55	0,072	0,858
1830—1959	130	0,859	734,557	0,001	0,075	0,0020	0,73	0,075	0,858
1840—1959	120	0,824	734,548	0,002	0,075	0,0022	1,08	0,075	0,825
1850—1959	110	0,837	734,574	0,002	0,080	0,0025	0,62	0,080	0,835
1860—1959	100	0,812	734,564	0,003	0,081	0,0028	0,93	0,081	0,811
1870—1959	90	0,815	734,549	0,005	0,086	0,0033	1,40	0,086	0,819
1880—1959	80	0,828	734,587	0,003	0,093	0,0040	0,85	0,092	0,827
1890—1959	70	0,856	734,593	0,005	0,102	0,0051	0,95	0,102	0,856
1900—1959	60	0,885	734,602	0,006	0,114	0,0066	0,95	0,114	0,884
1910—1959	50	0,933	734,600	0,010	0,132	0,0091	1,13	0,132	0,936
1920—1959	40	0,932	734,692	0,003	0,147	0,0128	0,23	0,146	0,921
1930—1959	30	0,951	734,650	0,022	0,174	0,0201	1,10	0,174	0,954
1940—1959	20	0,968	734,815	0,004	0,217	0,0375	0,11	0,211	0,943
1950—1959	10	0,897	734,580	0,132	0,284	0,0987	1,34	0,296	0,935

Как видно из приводимых результатов, оценки параметра β_1 не оказались статистически значимыми (с 95%-ным уровнем) для всех 10 временных рядов.

В табл. 2 приведены результаты оценивания линейного тренда среднегодовых значений приземного давления по данным ст. Базель. Анализируя различные участки всего ряда наблюдений, можно заметить, что оценки параметра β_1 статистически незначимы как для выбранных отдельных интервалов, так и для всего

ряда в целом. Среднегодовые значения по всем градациям независимо от длины оказались почти постоянными.

Были получены также оценки линейного тренда при предположении, что наблюдения статистически связаны с корреляционной функцией ($e^{-\alpha|t|}$, при $\alpha=1$). Результаты получились аналогичными, поэтому эти оценки здесь не приводятся. Предположение о коррелированности не изменило, а еще более усилило сделанный вывод, так как стандартные отклонения стали еще больше, а оценки параметра β_1 практически не изменились.

Таким образом, для среднегодовых значений приземного давления интенсивность колебаний не может быть настолько мощной, чтобы линейный тренд оказался статистически значим. Статистические характеристики, полученные в [1], показали, что для рядов приземного атмосферного давления слишком велика шумовая составляющая. (Рассчитанная спектральная функция почти не выходит за 99%-ные доверительные границы для белого шума. Анализ периодограмм на всем интервале частот не позволяет выявить устойчивых максимумов.) С помощью этих статистических характеристик для данных рядов не удается выявить каких-либо значимых длиннопериодных колебаний изучаемого метеоэлемента. Полученные в работе оценки подтвердили это предположение и не позволили установить наличие значимого линейного тренда для рядов давления. Аномалии среднегодовых наблюдений атмосферного давления представляют собой выборку белого шума.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Л., Гидрометеоздат, 1975, с. 193—205.
2. Поляк И. И. Оценивание линейного тренда временных метеорологических рядов.—«Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 51—55.
3. Поляк И. И. Некоторые результаты анализа линейного тренда временных рядов температуры воздуха.—См. наст. сб.
4. Монин А. С. Вращение Земли и климат. Л., Гидрометеоздат, 1972. 112 с.

ПРОГРАММА ВЗАИМНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДВУХ ОДНОРОДНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ

В настоящей статье описаны алгоритм, методика и программа взаимного гармонического анализа двух однородных случайных полей. В ней реализована схема оценивания спектральных плотностей и корреляционных функций двух однородных случайных полей, предложенная в [1]. Программа написана на входном языке транслятора ГДР-алгол для ЭВМ БЭСМ-6.

Рассмотрим подробно последовательность вычислений. Пусть два однородных случайных поля $X(\theta, t)$ и $Y(\theta, t)$ представлены двумя конечными дискретными реализациями

$$X_{\theta t}, Y_{\theta t} \left(\begin{array}{l} \theta = 0, 1, \dots, N-1 \\ t = 0, 1, \dots, k-1 \end{array} \right). \quad (1)$$

Шаг отсчета по оси θ равен $\Delta\theta$, а по оси t равен Δt .

Первоначальная обработка измерений состоит в исключении среднего из рядов $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ и нормировке каждого из них на соответствующий стандарт. Таким образом, можно считать, что случайные поля $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ имеют нулевые средние значения и единичную дисперсию.

В программе используется схема быстрого преобразования Фурье [2], для которой необходимо, чтобы длины рядов по двум осям были равны степени 2. Поэтому в случае если N и k не равны степени 2, в программе предусмотрена возможность после вычитания среднего и нормировки дополнить поля $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ нулями до ближайшей степени двойки по каждой из осей координат.

Двумерные дискретные разложения Фурье реализаций $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ могут быть записаны в виде:

$$Y_{\theta t} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} \alpha_{pq} e^{i(\omega_p \theta + \omega_q t)}, \quad (2)$$

$$\alpha_{pq} = \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t} e^{-i(\omega_p \theta + \omega_q t)}, \quad (3)$$

$$X_{\theta t} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} C_{pq} e^{i(\Omega_p \theta + \omega_q t)}, \quad (4)$$

$$C_{pq} = \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} X_{\theta t} e^{-i(\Omega_p \theta + \omega_q t)}, \quad (5)$$

$$\left(\Omega_p = \frac{2\pi p}{N}, \quad \omega_q = \frac{2\pi q}{k} \right).$$

В программе реализована двумерная схема быстрого преобразования Фурье, в результате работы которой рассчитываются комплексные коэффициенты Фурье комплексного ряда

$$Z_{\theta t} = X_{\theta t} + iY_{\theta t} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} b_{pq} e^{i(\Omega_p \theta + \omega_q t)}. \quad (6)$$

Как следует из формул (2) — (5),

$$b_{pq} = C_{pq} + ia_{pq}. \quad (7)$$

Двумерное быстрое преобразование Фурье производилось с помощью двух последовательных одномерных преобразований сначала по строкам, затем по столбцам массива $Z_{\theta t}$, причем каждый коэффициент Фурье вычислялся для всех строк или столбцов одновременно.

Для перехода от комплексных коэффициентов Фурье комплексного ряда $Z_{\theta t}$ к комплексным коэффициентам вещественных рядов $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ использовались формулы:

$$\begin{aligned} C'_{pq} &= \frac{b'_{pq} + b'_{N-p, k-q}}{2}; \\ C''_{pq} &= \frac{b''_{pq} - b''_{N-p, k-q}}{2}; \\ a'_{pq} &= \frac{b''_{pq} + b''_{N-p, k-q}}{2}; \\ a''_{pq} &= \frac{b'_{N-p, k-q} - b'_{pq}}{2}; \\ &\left(\begin{aligned} p &= 1, 2, \dots, N-1; \\ q &= 1, 2, \dots, k-1 \end{aligned} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$C_{pq} = C'_{pq} + iC''_{pq}; \quad a_{pq} = a'_{pq} + ia''_{pq}; \quad b_{pq} = b'_{pq} + ib''_{pq}. \quad (9)$$

В случае $p=0, q \neq 0$ имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} C'_{0q} &= \frac{b'_{0q} + b'_{0, k-q}}{2}; & C''_{0q} &= \frac{b''_{0q} - b''_{0, k-q}}{2}; \\ a'_{0q} &= \frac{b''_{0q} + b''_{0, k-q}}{2}; & a''_{0q} &= \frac{b'_{0, k-q} - b'_{0q}}{2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Аналогично можно выписать соотношения для $q=0, p \neq 0$.

При $p=q=0$ справедливы формулы:

$$a'_{00} = b'_{00}, \quad C'_{00} = b''_{00}, \quad a''_{00} = 0, \quad C''_{00} = 0. \quad (11)$$

Взаимная периодограмма рассчитывалась по формуле

$$S_{pq} = a_{pq}^* C_{pq}, \quad (12)$$

а нормированная периодограмма каждого ряда в отдельности — по формуле из [1]

$$S_{pq} = |a_{pq}|^2. \quad (13)$$

Оценки взаимной спектральной плотности и спектральных плотностей каждого ряда были получены путем скользящего сглаживания периодограммы, которое производилось с помощью двумерного спектрального окна:

$$\overline{S}_{pq} = \sum_{i=-S}^S \sum_{j=-r}^r \alpha_{ij} S_{p+i, q+j}. \quad (14)$$

Коэффициенты двумерного фильтра α_{ij} рассчитывались либо по формулам, приведенным в [4], либо с помощью соотношения

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{(2S+1)(2r+1)}. \quad (15)$$

Перед выполнением сглаживания производилось периодическое продолжение периодограммы в область $(-S \leq p \leq N-1+S, -r \leq q \leq k-1+r)$. Формулы для периодического продолжения имели следующий вид:

$$S_{i_2 i_1} = S_{k_2 k_1} \left(\begin{array}{l} 0 \leq i_2 \leq N-1, \quad -S \leq k_2 \leq N-1-S \\ 0 \leq i_1 \leq k-1, \quad -r \leq k_1 \leq k-1+S \end{array} \right), \quad (16)$$

причем:

$$k_1 = \begin{cases} k+i_1 & -S \leq i_1 < 0 \\ i_1 & 0 \leq i_1 < k \\ i_1 - k & k \leq i_1 \leq k-1+S \end{cases}$$

$$k_2 = \begin{cases} N+i_2 & -r \leq i_2 < 0 \\ i_2 & 0 \leq i_2 < N \\ i_2 - N & N \leq i_2 \leq N-1+r. \end{cases} \quad (17)$$

Оценивание корреляционных и взаимных корреляционных функций производилось по формуле из [1]

$$M_{\nu, \tau} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} \overline{S}_{pq} e^{i(\omega_p \nu + \omega_q \tau)}. \quad (18)$$

Кроме того, в программе рассчитываются также стандарты периодограмм

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{1}{Nk} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} (S_{pq} - \bar{S}_{pq})^2} \quad (19)$$

и стандарт спектра

$$\sigma_S = \sqrt{a_{00} \sigma_H}. \quad (20)$$

На печать выдаются нормированные значения взаимной периодограммы, и поэтому для взаимной периодограммы и спектра при выдаче на печать производилась дополнительная нормировка на величину

$$d_{xy} = \frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t} X_{\theta t}. \quad (21)$$

Периодограммы и спектры выдаются на печать в области $(-N/2 \leq p \leq N/2-1, -k/2 \leq q \leq k/2-1)$, а корреляционные функции — в области $(-N/2 \leq v \leq N/2-1, -k/2 \leq \tau \leq k/2-1)$.

Кроме того, в программе производится приведение периодограмм и спектров каждого поля в область неотрицательных частот $(0 \leq p \leq N/2, 0 \leq q \leq k/2)$ и выдача их на печать в этой области. Это оказалось возможным вследствие соотношения, которое выполняется в силу симметрии периодограммы (при четных N и k):

$$\begin{aligned} & \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{k-1} |a_{pq}|^2 + |a_{00}|^2 + |a_{0k1}|^2 + |a_{N10}|^2 + |a_{N1k1}|^2 + \\ & + 2 \left[\sum_{q=1}^{k1-1} |a_{0q}|^2 + \sum_{p=1}^{N1-1} |a_{p0}|^2 + \sum_{q=1}^{k1-1} |a_{N1q}|^2 + \sum_{p=1}^{N1-1} |a_{pk1}|^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{p=1}^{N1-1} \sum_{q=1}^{k1-1} (|a_{pq}|^2 + |a_{N-pk-q}|^2) \right] \quad (22) \\ & (N1 = N/2, \quad k1 = k/2). \end{aligned}$$

Равенство Парсевалья в этом случае принимает вид

$$\frac{1}{Nk} \sum_{\theta=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{k-1} Y_{\theta t}^2 = \sum_{p=0}^{N1} \sum_{q=0}^{k1} S'_{pq}, \quad (23)$$

где периодограмма S'_{pq} связана с S_{pq} соотношениями:

$$\begin{aligned} S'_{00} &= S_{00}; & S'_{0q} &= 2S_{0p} & (q = 1, \dots, k1-1); \\ S'_{N10} &= S_{N10}; & S'_{p0} &= 2S_{p0} & (p = 1, \dots, N1-1); \\ S'_{0k1} &= S_{0k1}; & S'_{N1q} &= 2S_{N1q} & (q = 1, \dots, k1-1); \\ S'_{N1k1} &= S_{N1k1}; & S'_{pk1} &= 2S_{pk1} & (p = 1, \dots, N1-1); \end{aligned}$$

$$S'_{pq} = 2(S_{pq} + S_{N-pk-q}) \quad \left(\begin{array}{l} p=1, \dots, N1-1 \\ q=1, \dots, k1-1 \end{array} \right). \quad (24)$$

Перевод спектральной плотности в область неотрицательных частот производится по формулам, аналогичным (24). Это возможно благодаря тому, что при сглаживании сумма значений сохраняется, и поэтому равенство Парсеваля выполнено также для спектральных плотностей [3].

Исходные данные к программе имеют следующий вид.

I. Четыре числа: $m1, m2, s, r$.

$m1$ — степень 2; $2^{m1} = k$ — количество столбцов в массивах $X_{\theta t}, Y_{\theta t}$.

$m2$ — степень 2; $2^{m2} = N$ — количество строк в массивах $X_{\theta t}, Y_{\theta t}$.

s, r — величины, определяющие размеры используемого фильтра: s — полуширина фильтра по оси θ , r — полуширина фильтра по оси t .

II. Информационный массив из семи чисел, используемый при печати изолиний периодограмм, спектров и корреляционных функций.

1. an — признак. При $an=0$ изолинии печатаются обычным образом, при $an=1$ рассчитывается массив градаций для печати изолиний.

2. ba — начальный элемент массива градаций для печати изолиний спектров и периодограмм.

3. aq — размерность массива градаций.

4. bb — шаг между градациями в изолиниях спектров и периодограмм.

5. bc — начальный элемент массива градаций для печати изолиний корреляционной функции.

6. ar — размерность массива градаций.

7. bd — шаг между градациями в изолиниях корреляционной функции.

При $an=0$ значения остальных элементов этого массива должны также быть равны нулю, т. е. должно быть

$$ba = aq = bb = bc = ar = bd = 0.$$

III. Информационный массив из 11 элементов.

1. as — признак, управляющий режимом печати. Если он равен 1, то не печатаются изолинии. При $as=2$ печатаются поля результатов и изолинии этих полей.

2. aa — признак, определяющий вид сглаживания периодограммы.

При $aa=0$ идет счет без сглаживания. При $aa=1$ производится сглаживание периодограммы, коэффициенты двумерного фильтра рассчитываются по формулам [4]. При $aa=2$ счет идет со сглаживанием, коэффициенты фильтра рассчитываются по формуле (15).

3. ab — признак, определяющий режим ввода полей исходных данных $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$. Массивы должны быть набиты по столбцам.

При $ab =$ {

- 0 — ввод с перфокарт обычный бесформатный (по стандартной процедуре read);
- 1 — ввод с перфокарт в формате ЭВМ М-20.
- 2 — ввод по столбцам, каждый столбец заканчивается на отдельной перфокарте. Если при этом 10-й элемент информационного массива $am=0$, то ввод бесформатный, а при $am=1$ числа набиты в формате М-20.
- 3 — с магнитной ленты с математическим номером 43 по процедурам ГДР-алгола getape, wrtape.
- 4 — ввод с перфокарт в фортрановском формате 12f6.1.
- 5 — ввод с магнитной ленты по фортранному оператору read.

$ab=2$ используется, если производится дополнение массивов $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ нулями до ближайшей степени 2 по осям 0 и t .

4. ac — номер зоны (десятичный), в которой записан массив $X_{\theta t}$.

5. ad — номер зоны, в которой записан массив $Y_{\theta t}$ (при $ab \neq 3$ должно быть $ac=ad=0$).

6. $al=N \times k$ — длина вводимых массивов. Если производилось дополнение нулями, то указывается длина после дополнения.

7. af — признак. При $af=0$ не делается дополнение массивов $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ нулями до ближайшей степени 2, при $af=1$ делается.

8. ai — фактическое количество столбцов в массивах $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$. Оно указывается при $af=1$, а в остальных случаях полагается равным нулю.

9. ak — фактическое количество строк в массивах $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$. Оно указывается при $af=1$, в остальных случаях полагается равным нулю.

10. am — дополнительный признак. При $ab \neq 2$ полагается равным нулю. Если $ab=2$, то значение $am=0$ указывает, что ввод $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ бесформатный, а $am=1$ — ввод в формате М-20.

11. al — признак. При $al=1$ обрабатываются два поля, а при $al=0$ — одно поле, причем оно должно быть введено два раза.

IV. 1. bf — признак. При $bf \neq 0$ производится исключение широтного тренда. Рассчитываются средние и стандарты по широтным кругам. При $bf=3$ производится переход к отклонениям от среднего по широтному кругу и нормировка на соответствующий стандарт. При $bf=1$ вычитаются средние по широтным кругам, а при $bf=2$ производится только нормировка на стандарт.

2. В случае $m1=m2$ производится осреднение спектров, периодограмм и корреляционных функций по градациям. При этом вво-

дятся два числа: dz и $dz1$ — размер градации в корреляционной функции и в спектре и периодограмме соответственно.

3. Число ass . При $ass=0$ печать полей производится через один интервал, при $ass=1$ — через два интервала.

4. Число $ass1$. При $ass1=1$ выдача на печать периодограмм и спектров каждого поля производится только в положительной четверти (по формуле (24)), при $ass1=0$ печатаются оба представления периодограмм и спектров.

5. Поля метеоэлементов $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$, если это необходимо.

6. При $ab=5$ вводятся два пятизначных числа (в формате 15). Первые два знака обозначают математический номер ленты, с которой производится чтение исходных данных, следующие три знака — восьмеричный номер зоны, с которой производится чтение полей $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ соответственно.

V. При $bf \neq 0$ вводятся четыре числа.

1. $nk1$ — размер градации осреднения по оси θ . (Ширина полосы осреднения, используемой при исключении широтного тренда, задается в точках сетки.)

2. $nk2$ — размер градации по оси t .

3. $k11$ — координата полюса по оси θ (в точках сетки).

4. $k22$ — координата полюса по оси t .

VI. Два числа, Δt и $\Delta \theta$, т. е. шаги по осям t и θ соответственно.

Поля метеоэлементов могут находиться на различных носителях и подготовлены различными способами в зависимости от значения элемента ab .

Программа рассчитывает и печатает следующие величины: исходные поля, их средние, дисперсии, взаимную дисперсию dxy (по формуле (21)), периодограммы двух полей, взаимную периодограмму, спектры каждого поля в отдельности и взаимный спектр, корреляционные функции двух полей и взаимную корреляционную функцию.

Печать производится в следующем порядке:

1. Информационные массивы I, II.

2. Числа dz , $dz1$ (если они вводятся) и ass из информационного массива IV.

3. Информационные массивы III и V (если он вводится).

4. Исходные поля $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$. Если $af=1$, печатаются отклонения от среднего.

5. Средние, дисперсии и взаимная дисперсия полей $X_{\theta t}$ и $Y_{\theta t}$ с соответствующими заголовками.

В случае если производится дополнение нулями, сначала печатается дисперсия поля, дополненного нулями, затем дисперсия первоначального поля.

6. Печатаются частоты, периоды и сдвиги по осям t и θ с соответствующими заголовками. При дальнейшей выдаче на печать применяются следующие обозначения: XU означает, что печатается взаимная характеристика, X — характеристика первого поля, Y — характеристика второго поля.

7. Под заголовками *REHXY*, *IMHXY*, *HX* и *HU* печатаются соответственно вещественная и мнимая части взаимной периодограммы первого и второго полей. При $as=2$ сначала печатается сам массив, затем он же в изолиниях. Периодограммы выдаются на печать в процентах, умноженных на 100, а изолинии распечатываются для массива, выраженного в долях единицы. (Это же относится и к печати спектров.)

8. Печатаются стандарты периодограмм и спектров каждого поля с соответствующими заголовками.

9. Под заголовками «стандарт *REHXY*» и «стандарт *RESXY*» печатаются стандарты вещественной части взаимной периодограммы и спектра.

10. Под заголовками «стандарт *IMHXY*» и «стандарт *IMSXY*» печатаются стандарты мнимой части взаимной периодограммы и спектра.

11. Печатаются вещественная и мнимая части оценки взаимной спектральной плотности и оценки спектральной плотности для каждого поля с соответствующими заголовками.

12. Под заголовками *kXY*, *kX* и *kY* соответственно на печать выдаются оценки взаимной корреляционной функции и корреляционных функций первого и второго полей. Перед выдачей на печать значения корреляционных функций умножаются на 100.

При $al=0$, т. е. при анализе одного поля, печатаются только характеристики, относящиеся к этому полю.

Заметим, что в случае $m1=m2$ в программе введена выдача на печать осредненных значений периодограмм, спектров и корреляционных функций. (Градации осреднения выдаются элементами *dz*, *dz1* информационного массива IV.) Осреднение производится в 20 градациях, и осредненные значения печатаются после каждого поля (периодограммы, спектра и корреляционной функции).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк И. И. Оценивание спектральных плотностей и ковариационных функций двумерных случайных полей.—«Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 45—50

2. Курьянов Б. Ф., Медведева Л. Е. Гармонический анализ стационарных случайных процессов (с использованием быстрого преобразования Фурье). М., 1970. 63 с.

3. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Л., Гидрометеопиздат, 1975. 212 с.

4. Поляк И. И. Об одном классе двумерных фильтров.—«Труды ГГО» 1975, вып. 364, с. 56—59.

И. Б. ЕЛИСЕЕВА, Л. В. КОТЕЛЬНИКОВА, И. И. ПОЛЯК

ПРОГРАММА СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ

В настоящей работе дается краткое описание подготовки исходных данных для программы, реализующей методику статистического анализа временных метеорологических рядов. Алгоритмы и подробное обоснование методики даны в [1]. Программа учитывает особенности метеорологических наблюдений и позволяет проводить широкий круг исследований, связанных с оцениванием статистических характеристик, их интерпретацией и анализом.

В частности, имеется возможность оценивания и фильтрации тренда различного вида, исследования нестационарности путем нахождения спектральных и корреляционных характеристик на отдельных участках временного ряда, вычисления осредненных по ансамблю оценок спектров и т. п.

Центральной частью программы является вычисление спектральных и корреляционных оценок. Последовательность вычислений при этом следующая: периодограмма — спектр — корреляционная функция. Преобразование Фурье осуществляется с помощью одной из дискретных схем [1].

Программа составлена на языке фортран для ЭВМ БЭСМ-6. По своим возможностям она значительно шире тех программ по спектральному анализу, перечень которых дан в [3].

Информационный массив

Информационный массив состоит из трех последовательностей чисел, часть из которых может не вводиться, так как определяется непосредственно самой программой.

Первая последовательность состоит из двух чисел в формате 15 и должна вводиться **всегда**.

I. 1) Величина K такая, что $ABS(K)$ равно числу членов временного ряда.

Если $K > 0$, то вторая последовательность информационных величин не вводится.

Если $K \leq 0$, то вводится вторая последовательность информационных величин.

2) Величина IMN , указывающая сколько элементов III информационной последовательности будет введено.

При $IMN = III$ информационная последовательность не вводится.

II. Вторая информационная последовательность состоит из двух чисел (W и HT) в формате 2F 8.3.

Если $K > 0$, то эти числа не вводятся, а полагаются равными $W = 0,0$, $HT = 1,0$.

Если $K \leq 0$, то W и HT вводятся.

1) W представляет собой шаг по частоте, с помощью которого ось частот разбивается на $\frac{\pi}{W \cdot HT}$ градаций. В каждой из этих градаций происходит осреднение значений периодограмм, вычисленных для нескольких различных временных рядов, вводимых последовательно друг за другом со своими информационными массивами. Число этих рядов задается первым элементом III информационной последовательности. При этом если какие-то информационные величины не меняются от одного ряда к другому, то их можно не вводить. В частности значение W не должно принимать различных значений, т. е. должно быть одинаковым для всех одновременно обрабатываемых рядов, и его можно не вводить, если при этом не меняется HT .

2) HT — шаг по времени вводимых данных.

III. Третья информационная последовательность INF состоит из 13 чисел, каждое в формате 14. Эти величины вводятся со своим порядковым номером, формат которого 12. Оба числа пробируются на отдельной перфокарте. Например, если необходимо ввести пятый элемент этого массива, равный 1, то на отдельной перфокарте необходимо отперфорировать число 5 в формате 12 и число 1 в формате 14. При этом IMN должно быть равно 1. В программе элементам массива INF присвоены следующие числа:

Обозначение	IPR	LT	IN	IK	IG	CI	MG	PP	IT	IR	L	ID1	ID2
NF	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Значения	0	0	0	0	0	-999	0	0	1	12	3	365	0

Вводить элементы массива INF необходимо только в том случае, когда их значения отличаются от тех, которые представлены в таблице.

Значения элементов массива INF

1) IPR — количество одновременно анализируемых временных рядов с последующим осреднением периодограмм ($IPR = 0$ или $IPR \neq 0$ одновременно с W).

2) $LT = ABS(LT)$ равно числу точек на период гармонического тренда. Например, при обработке временного ряда среднемесячной температуры воздуха, при необходимости фильтрации

одовой гармонике и в ряду и в дисперсии $LT=12$. Если необходима фильтрация только годового хода ряда, $LT=-12$.

3) IN — шаг сдвига при расчете изменяющихся во времени спектров с помощью отдельных частей заданного ряда наблюдений.

4) IK — число членов на каждой из таких частей.

5) IG — признак выдачи графиков на АЦПУ. Графики выдаются только при $IG=1$.

6) CI — код отсутствующего элемента. Если $PP=0$, то $CI \geq 0$. Если $PP \neq 0$, то CI — любое целое или равное 0 число. Если $PP \neq 0$ и отсутствующих элементов нет, то CI не должно быть близко ни к одному из членов ряда (с точностью до 10^{-7}).

7) MG — абсцисса первой точки ряда наблюдений при расчете изменяющихся во времени спектров. MG не должно содержать более трех значащих цифр. Например, для среднегодовых значений температуры за период с 1805 по 1966 г. $MG=805$. Величина MG , так же как IG и IK , нужна только при расчете изменяющихся во времени спектров.

8) $PP=ABS(PP)$ равно размерности массива градаций, для каждой из которых подсчитывается среднее; спектры считаются для отклонений от этих средних при $PP > 0$ и для отклонений, нормированных на стандарты, рассчитанные для каждой градации, если $PP < 0$. При $PP=0$ отклонения не вычисляются. Например, при анализе данных с шагом 1 сутки и продолжительностью больше 1 года в программе имеется возможность находить отклонения от среднемесячных, от среднедекадных и любых других средних. Если $ABS(PP)=1$, то рассчитываются отклонения от среднемесячных; если $ABS(PP)=2$, то рассчитываются отклонения от декадных, при этом массивы градаций вводятся не нужно, а они заданы непосредственно в программе. Массив градаций, например, для нахождения среднемесячных величин имеет вид (без учета високосного года): 31, 59, 90, 120, 151, 181, 212, 243, 273, 304, 334, 365. В общем случае массив градаций должен вводиться. Параметр PP (совместно с $ID1$ и массивом градаций) позволяет осуществлять приближенную фильтрацию практически любого тренда ряда и его дисперсии. Оценки фильтруемого тренда выдаются на печать.

9) IT — признак вида кодировки чисел временного ряда.

$IT=-1$ — числа в формате фортрана: `FORMAT (12F 6.1)`, т. е. по 12 чисел на перфокарте.

$IT=0$ — числа в кодировке ЭВМ М-220, упакованные по три числа в одну ячейку ЭВМ М-220.

$IT=1$ — числа с плавающей запятой в кодировке М-220.

$IT > 1$ — числа записаны на МЛ в зону с номером IT .

10) IR — полуширина фильтра для сглаживания периодограммы (ширина фильтра $= 2 \times IR + 1$). Описание фильтров дано в [1, 2].

11) L — номер фильтра ($L=1$ — простое осреднение, $L=2$ —

биномиальный фильтр, $L=3$ — аналог аппроксимации многочленов 3-й степени [1]).

12) $ID1$ — значение, равное числу точек на период тренда, который фильтруется с помощью величины PP и массива градаций, вводимого в этом случае.

13) При $IH2=0$ графики на печать выдаются в процентах в противном случае — в обычном масштабе. Если $IPR \neq 0$, то $ID2$ должно быть также не равно нулю, причем если $ID2=1$, то все вычисляемые оценки печатаются для каждого из нескольких одновременно анализируемых рядов; если $ID2=2$ — такой печати не происходит, а выдаются только характеристики, осредненные по ансамблю.

Если $ABS(PP) > 2$, то вслед за информационными массивами должен вводиться массив градаций, состоящий из $ABS(PP)$ чисел в формате I4, а затем временной ряд наблюдений.

Ограничения на величины исходных значений:

1. $ABS(K) \leq 5000$.
2. При выдаче графиков $ABS(K)$ не должно быть более 4492.
3. Одновременно должны выполняться следующие два неравенства (при $IH \neq 0$):

$$\begin{cases} \text{entier}\left(\frac{K - IK}{IH}\right) + 1 \leq 38, \\ IH \left[\text{entier}\left(\frac{K - IK}{IH}\right) + 1 \right] < 10\,000. \end{cases}$$

Все получаемые оценки выдаются на печать с соответствующими надписями, как правило, не требующими пояснений.

Программа прошла многочисленные испытания. С ее помощью получен ряд результатов, часть из которых публикуется в настоящем сборнике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Гидрометеоздат, Л., 1975. 212 с.
2. Архипова Т. В. К анализу биномиальных фильтров. — См. наст. сб.
3. Поляк И. И. Алгоритмы и программы статистического анализа метеорологических наблюдений. — «Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 40—44.

Т. В. АРХИПОВА

К АНАЛИЗУ БИНОМИАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ

Фильтрация в настоящее время является одним из широко используемых методов обработки наблюдаемых данных. Существует много различных фильтров, применяемых для сглаживания во временной и частотных областях.

Выбор фильтра определяется, с одной стороны, статистической структурой, а с другой — физическим содержанием решаемой задачи. Постановка задачи фильтрации как задачи математической статистики приводит к необходимости минимизации дисперсии и смещения определяемых оценок.

Одним из наиболее широко используемых классов фильтров являются регрессионные фильтры, приводимые в целом ряде работ [1—3]. Подробно их статистические и гармонические характеристики исследуются в книге [1]. Эти фильтры являются оптимальными для белого шума. Если статистическая структура наблюдений не представляет собой белого шума, то оптимальными будут фильтры, отличные от регрессионных.

Определенные требования к виду фильтров может предъявлять и сам характер решаемых задач. Например, одной из важных является задача оценивания спектра в теории стационарных случайных процессов. Такое оценивание проводится путем сглаживания периодограммы. Из теории ясно, что спектральные оценки не могут быть отрицательными. Следует использовать такие фильтры, которые гарантируют положительные оценки при сглаживании периодограммы.

Использованные в работах [1—3] фильтры для оценивания спектра не удовлетворяют данному требованию, поскольку весовые коэффициенты этих фильтров могут быть отрицательными, что может привести к отрицательным спектральным оценкам.

Одной из схем фильтрации, которая не имеет отрицательных весовых коэффициентов, является метод сглаживания с помощью биномиальных фильтров.

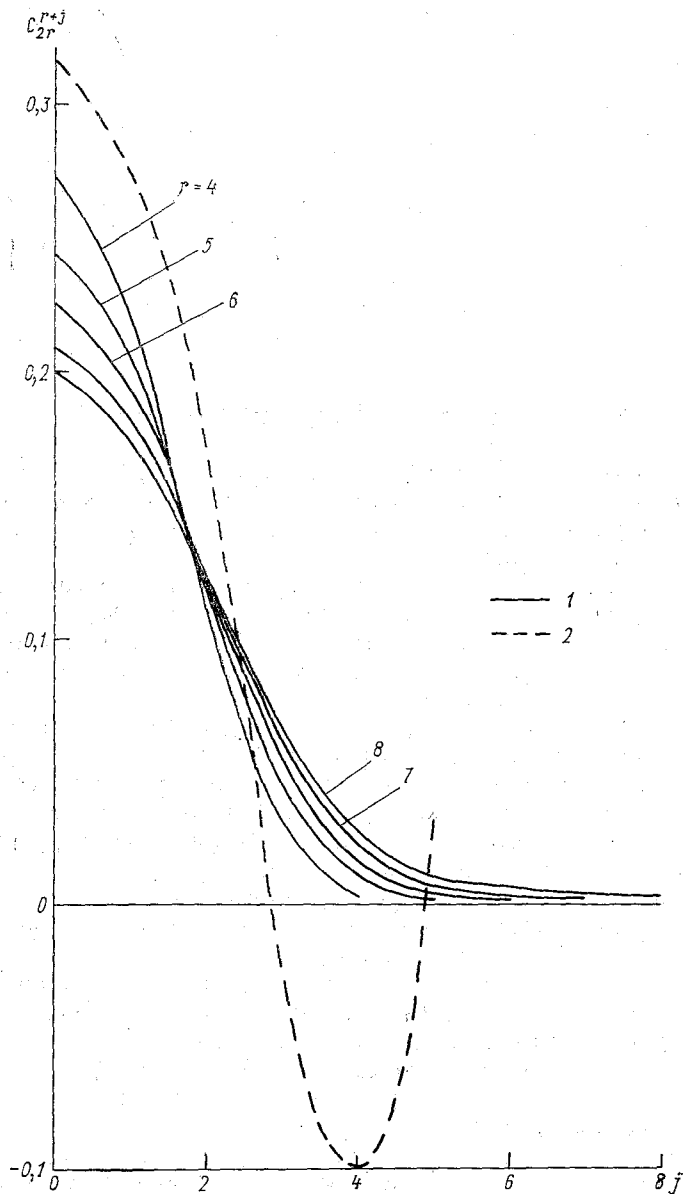


Рис. 1. Зависимость формы окна сглаживания биномиального фильтра от ширины фильтра (1) и окна регрессионного фильтра (2).

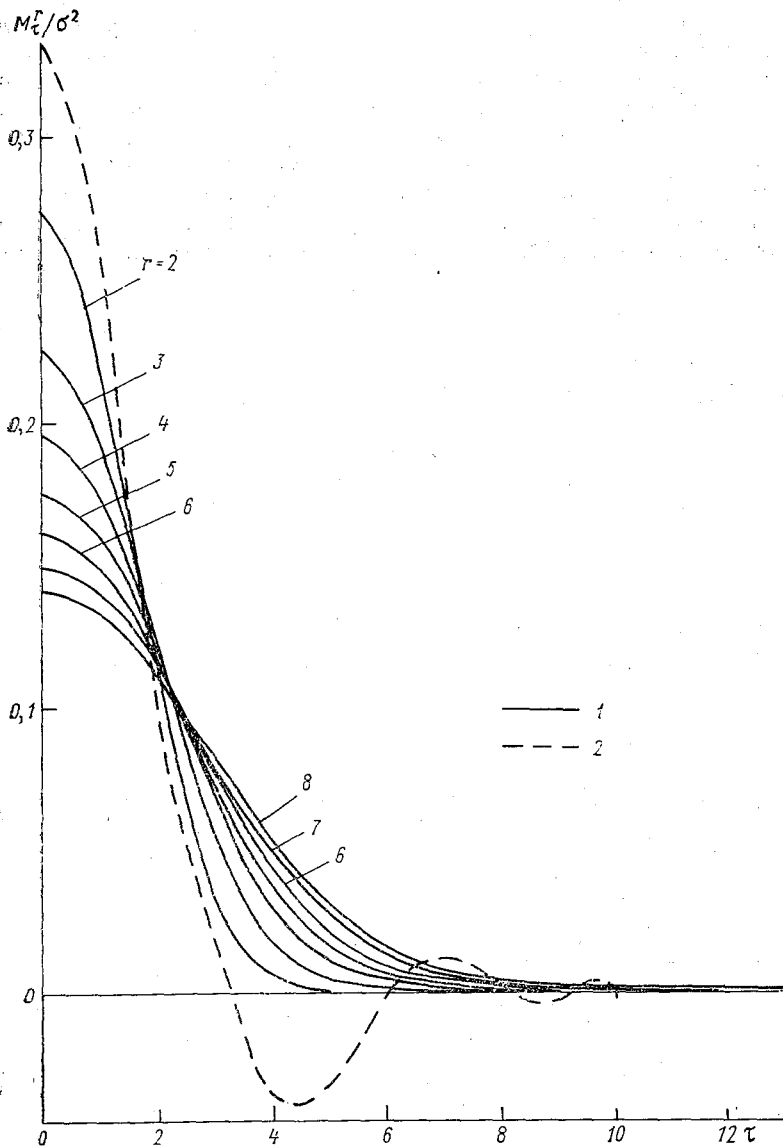


Рис. 2. Зависимость ковариационной функции оценок биномиального фильтра от ширины фильтра (1) и ковариационная функция оценок регрессионного фильтра (2).

В настоящей работе исследуются статистические и гармонические характеристики биномиальных фильтров и результаты иллюстрируются соответствующими графиками. (Для наглядности по дискретным точкам, значения которых получены по дискретным формулам этой статьи, проведены непрерывные кривы. На всех рисунках для сравнения штриховыми линиями представлены соответствующие статистические характеристики регрессионного фильтра, полученного при аппроксимации наблюдений многочленом 5-й степени при ширине фильтра, равной 11.)

Анализ биномиальных фильтров проведем аналогично тому, как это делалось в [1]. Рассмотрим коротко основные соотношения

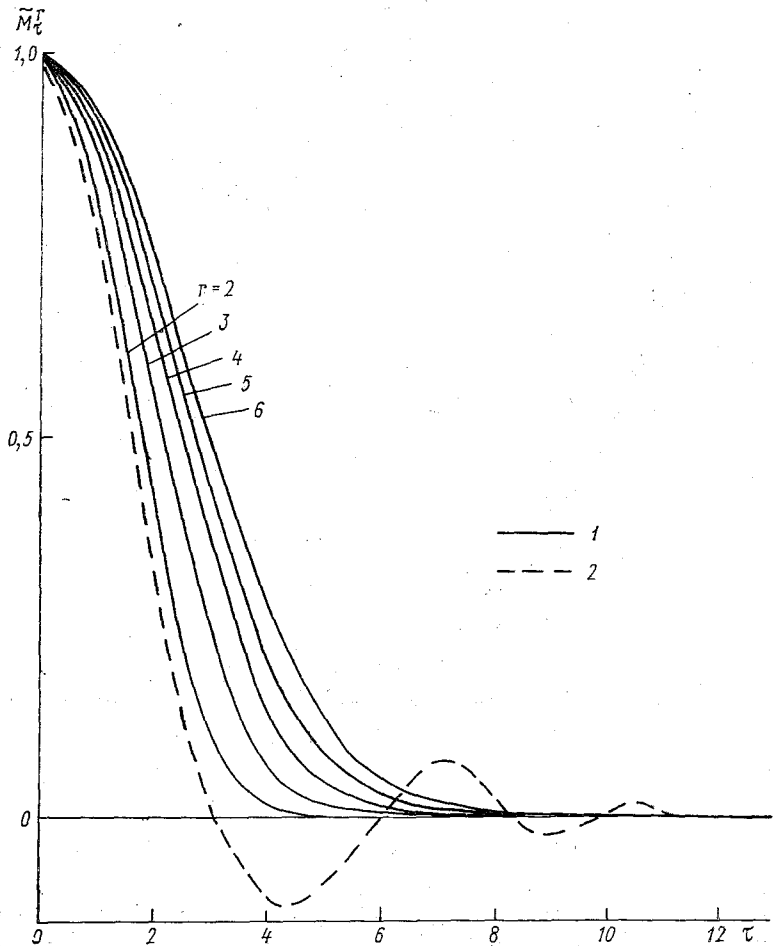


Рис. 3. Зависимость формы корреляционной функции оценок биномиального фильтра от ширины фильтра (1) и корреляционная функция оценок регрессионного фильтра (2).

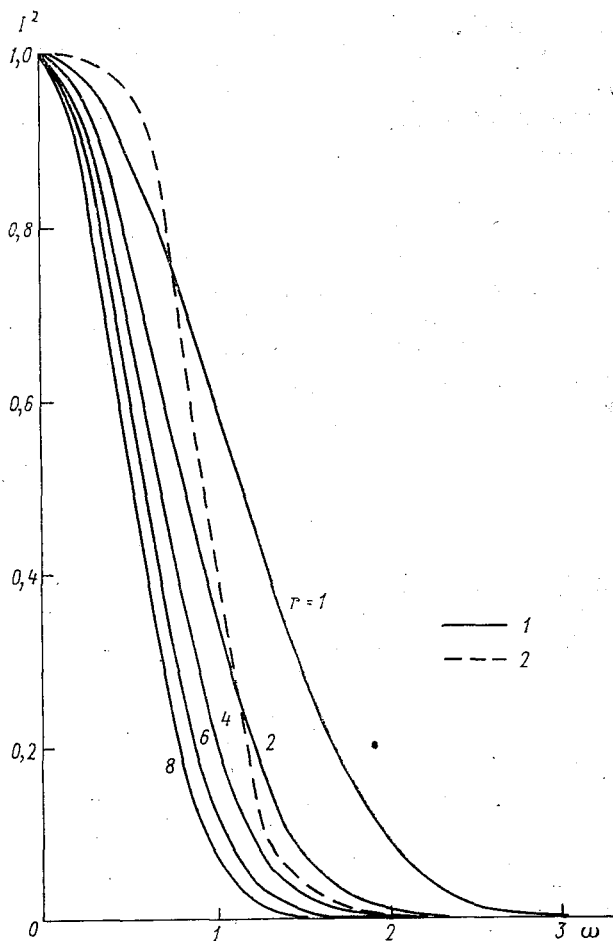


Рис. 4. Частотные характеристики биномиального фильтра при изменяющейся ширине фильтра (1) и частотная характеристика регрессионного фильтра (2).

ия. Общий вид формулы сглаживания с помощью биномиальных фильтров имеет вид

$$\bar{Y}_t = \sum_{j=-r}^r C_{2r}^{r+j} Y_{t+j}, \quad (1)$$

де Y_t ($t=1, 2, \dots, N$) — ряд наблюдений, полученный в моменты времени $i=1, 2, \dots, N$; C_{2r}^{r+j} — весовые коэффициенты биномиального фильтра определяются формулой

$$C_{2r}^{r+j} = \frac{(2r)!}{(r+j)!(r-j)!} \frac{1}{2^{2r}} \quad (j = -r, \dots, 0, \dots, r). \quad (2)$$

На рис. 1 представлены графики зависимости формы окна биномиального фильтра от ширины фильтра ($2r+1=5, 7, 9, 13, 15, 17$).

Далее анализировалась ковариационная функция M_{τ}^r сглаженных величин \bar{Y}_i :

$$M_{\tau}^r = \sigma^2 \sum_{j=-(r-|\tau|)}^r C_{2r}^{r+j} C_{2r}^{r+j-|\tau|}, \quad (1)$$

где $r=1, 2, \dots$; $\tau=0, 1, 2, \dots, 2r$; σ^2 принималось равным единице.

Рисунок 2 иллюстрирует вид ковариационных функций рядов оценок при различной ширине окна биномиального фильтра.

Расчетная формула для корреляционных функций M_{τ}^r выглядит следующим образом:

$$M_{\tau}^r = \frac{M_{\tau}^r}{\sum_{j=-r}^r C_{2r}^{r+j} C_{2r}^{r+j}} = \frac{1}{\sum_{j=-r}^r C_{2r}^{r+j} C_{2r}^{r+j}} \sum_{j=-(r-|\tau|)}^r C_{2r}^{r+j} C_{2r}^{r+j-|\tau|}. \quad (2)$$

Рисунок 3 показывает зависимость формы корреляционной функции оценок от ширины биномиального фильтра. Частотная характеристика предложенной схемы имеет вид

$$I^2(\omega) = \left[\sum_{j=-r}^r C_{2r}^{r+j} \cos(\omega j) \right]^2. \quad (3)$$

На рис. 4 даны графики частотных характеристик для разных r . (Кривая частотной характеристики регрессионного фильтра нанесена до первого касания оси частот.) Из рисунка видно, что частотные характеристики биномиального фильтра убывают монотонно по всему диапазону частот.

Описанный выше метод сглаживания с помощью биномиальных фильтров в настоящее время используется в программном спектральном анализе статистической структуры метеонаблюдений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Л., Гидрометеоиздат, 1975, с. 23—33.
2. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976, с. 1—756.
3. Кендел М. Дж., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. М., «Наука», 1976, с. 1—736.

ПРИМЕНЕНИЕ СПЛАЙНОВ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

При решении многих прикладных задач пограничного слоя атмосферы необходимо иметь информацию о вертикальном профиле коэффициента турбулентности. Непосредственное измерение коэффициента турбулентности в натуральных условиях связано с большими трудностями. В то же время профиль скорости ветра измеряется достаточно надежно. Существуют приближенные формулы, которые позволяют определять коэффициент турбулентности по значению скорости ветра и производных от скорости ветра. Таким образом, приближенное вычисление коэффициента турбулентности по экспериментальным значениям скорости ветра сводится к решению одной из основных задач интерполирования — к задаче нахождения производной от функции, заданной таблично.

Математически эту задачу можно сформулировать так: по известным значениям аргумента $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ и соответствующим значениям функции y_0, y_1, \dots, y_n ($y_i = f(x_i)$) требуется построить функцию $S(x)$, заданную для всех x из отрезка $[a, b]$ и удовлетворяющую условию

$$S(x_i) = y_i \quad (i = 0, 1, \dots, n). \quad (1)$$

Классическим аппаратом приближенного представления функций являются полиномы. Известно, что при любых конечных значениях аргумента и функции существует единственный полином степени n , удовлетворяющий условию (1). Этот полином довольно просто вычислять, его можно и дифференцировать. Однако интерполяционный полином обладает рядом недостатков, самым существенным из которых, пожалуй, является возможность появления необъяснимо больших экстремумов в промежутках между измерениями, т. е. этот полином может иметь колебания, не свойственные исходным данным. Кроме того, когда n велико, то интерполяционный полином может давать большие погрешности.

Поэтому на практике при использовании интерполяционного полинома часто разбивают отрезок $[a, b]$ на ряд подотрезков и на каждом из них строят свой полином.

С целью избежать упомянутых нежелательных эффектов, возникающих при использовании интерполяционных полиномов, в последнее время разрабатываются другие аппараты приближения свободные от этих недостатков. Одним из таких аппаратов являются сплайны.

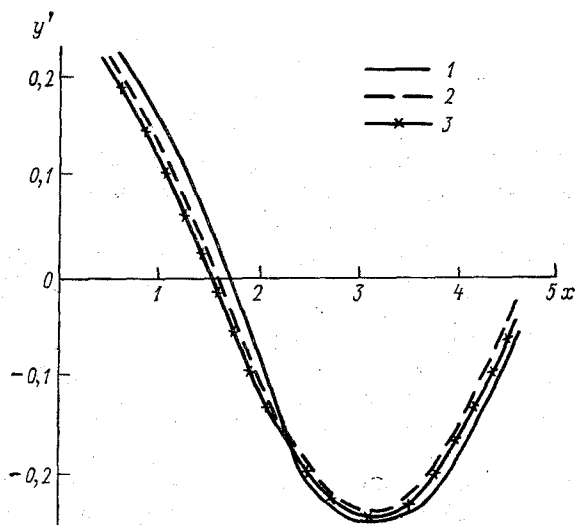


Рис. 1. Сравнение значений производных, вычисленных различными способами.

1) интерполяционный полином Ньютона, 2) сплайн $S(x)$,
3) сплайн $S_1(x)$.

Сплайном $S^m(f, x)$ порядка m называется функция, являющаяся многочленом степени m на каждом из отрезков $[x_{k-1}, x_k]$

$$S^m(f, x) = P_{k, m}(x) = a_{k0} + a_{k1}x + a_{k2}x^2 + \dots + a_{km}x^m \quad (2)$$

$$(x_{k-1} \leq x \leq x_k)$$

и удовлетворяющая условию непрерывности производных до порядка $(m-1)$ в точках x_k

$$P_{k, m}^{(i)}(x_k) = P_{k+1, m}^{(i)}(x_k) \quad (i = 1, 2, \dots, m-1). \quad (3)$$

В приложениях наиболее употребительными являются кубические сплайны. Объясняется это тем, что процесс построения таких сплайнов значительно проще, чем процесс построения сплайнов более высокого порядка, так как матрица системы уравнений, определяющей параметры сплайна, является трехдиагональной, и при решении этой системы можно применить экономичный ме-

од прогонки, легко реализуемый на ЭВМ. В то же время в случае малой гладкости приближаемой функции использование сплайнов более высокой степени не дает преимуществ в смысле порядка приближения.

Рассмотрим кубический сплайн $S(x)$, удовлетворяющий условиям:

1) $S(x)$ непрерывен вместе со своими производными до второго порядка включительно,

2) на каждом отрезке $[x_{k-1}, x_k]$ является кубическим полиномом вида

$$S(x) = S_k(x) = a_0^k + a_1^k(x_k - x) + a_2^k(x_k - x)^2 + a_3^k(x_k - x)^3, \quad (4)$$

3) в точках сетки выполняются равенства:

$$S(x_k) = f_k, \quad (5)$$

4) $S(x)$ удовлетворяет граничным условиям:

$$S''(a) = S''(b) = 0. \quad (6)$$

В монографии [1] показано, что задача нахождения кубического сплайна $S(x)$ имеет единственное решение, и приведен алгоритм вычисления коэффициентов a_l^k ($l=0, 1, 2, 3$).

Расчет производных с использованием сплайнов

z	u	v	u'	v'	z	u	v	u'	v'
0,25	1,98	0,96	4,100	4,650	200,0	9,57	1,69	0,0094	-0,0051
1,0	3,10	1,50	1,211	0,612	300,0	10,35	1,15	0,0056	-0,0046
4,0	4,21	2,10	0,266	0,129	400,0	10,77	0,70	0,0039	-0,0032
25,0	5,90	2,39	0,046	0,0021	500,0	11,10	0,50	0,0027	-0,0022
75,0	7,35	2,30	0,029	-0,0025	600,0	11,30	0,30	0,0012	-0,0016
100,0	8,95	1,90	0,017	-0,0038	800,0	11,48	0,15	0,0006	-0,0008

Другая форма представления кубического сплайна предложена в работе [2] и применялась автором для решения ряда гидродинамических задач. В этой форме сплайн записывается на каждом отрезке $[x_{k-1}, x_k]$ в виде

$$S_1(x) = a_k x^3 + b_k x^2 + c_k x + d_k \quad (x_{k-1} \leq x \leq x_k). \quad (7)$$

Основное отличие сплайна $S_1(x)$ от рассмотренного ранее сплайна $S(x)$ состоит в том, что требование непрерывности второй производной заменено заданием значений второй производной от сплайна в узлах сетки. В качестве значений второй производной

берутся ее конечно-разностные представления. При этом матрица системы уравнений, определяющей коэффициенты сплайна, оказывается совсем простой структуры, и процесс вычисления коэффициентов a_x, b_h, c_h, d_h сводится к расчету по рекуррентным формулам.

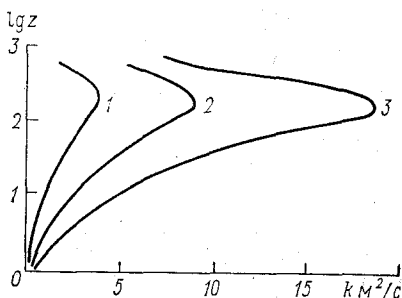


Рис. 2. Вертикальный профиль коэффициента турбулентности.

1) $V_g = 6,6$ м/с, 2) $V_g = 11,5$ м/с, 3) $V_g = 18,6$ м/с.

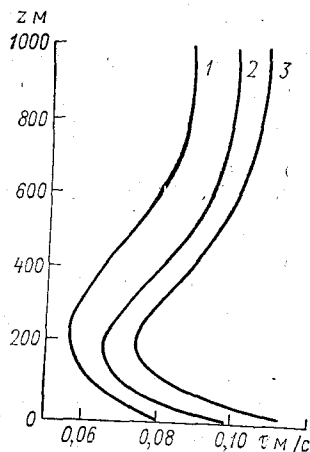


Рис. 3. Вертикальный профиль касательного напряжения.

Усл. обозначения см. рис. 2.

В качестве теста для проверки описанных выше алгоритмов нахождения производных были выбраны значения функций $y = \sin x$ и $y = e^x$ в интервале $0 \leq x \leq 5$ для случая неравномерной сетки с числом узлов 25. На рис. 1 приведены результаты расчетов первых производных по трем методам: по интерполяционному полиному Ньютона, построенному по пяти последовательным узлам, по сплайну $S(x)$ и по сплайну $S_1(x)$. Как видно из рисунка, сплайн $S(x)$ и интерполяционный полином дают хорошее совпадение с точным значением производной (на графике точка). Несколько худшие результаты получаются при использовании сплайна $S_1(x)$ и поэтому в дальнейшем этот сплайн рассматриваться не будет.

Для определения вертикальных профилей коэффициента турбулентности и касательного напряжения были выбраны приведенные в работе [3] экспериментальные данные по скорости ветра в условиях нейтральной стратификации. Рассматривались три значения геострофического ветра V_g : слабый ветер ($V_g = 6,6$ м/с), умеренный ($V_g = 11,5$ м/с), сильный ($V_g = 18,6$ м/с). Расположение узлов по вертикали, соответствующих значений скорости ветра

и их производных, рассчитанных по сплайну $S(x)$, приведено в таблице.

С использованием полученных значений производных коэффициент турбулентности определялся по формуле Лайхтмана

$$k(z) = \frac{l \sqrt{\left[\int_z^H (V_g - u) dz \right]^2 + \left[\int_z^H v dz \right]^2}}{\sqrt{\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2}}, \quad (8)$$

касательное напряжение τ рассчитывалось следующим образом:

$$\tau(z) = \sqrt{\tau_x^2(z) + \tau_y^2(z)}, \quad (9)$$

где $\tau_x(z) = \tau_{0x} - l \int_{z_0}^z v dz$; $\tau_y(z) = \tau_{0y} - l \int_{z_0}^z (V_g - u) dz$. В формулах (8) и (9) l — параметр Кориолиса; z_0 — шероховатость подстилающей поверхности; τ_{0x} , τ_{0y} — значение касательного напряжения при $z = z_0$.

Рассчитанные по формулам (8) и (9) профили коэффициента турбулентности и касательного напряжения для трех значений V_g приведены соответственно на рис. 2 и 3. Сравнение полученных значений коэффициента турбулентности и касательного напряжения с рассчитанными с помощью других методов, а также с вычисленными по теоретическим моделям свидетельствует о том, что сплайны можно применять при обработке экспериментальных данных по пограничному слою атмосферы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, Наука», 1973. 350 с.
2. Серков Н. К. Интерполяция эмпирических данных модифицированным кубическим сплайном.—«Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1976, вып. 22, с. 125—130.
3. Орленко Л. Р., Шкляревич О. Б. Некоторые особенности в распределении ветра и температуры в пограничном слое в холодный период.—Труды ГГО», 1973, вып. 297, с. 184—197.

ЧИСЛО НЕ ОБНАРУЖИВАЕМЫХ КОНТРОЛЕМ ВЕКТОРОВ ОШИБОК, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ПРОИЗВОЛЬНОМ МНОЖЕСТВЕ СИМВОЛОВ ДВУМЕРНОЙ МАТРИЦЫ, И ВЕРОЯТНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ПЯТЕН ОШИБОК

1. Структура двумерных кодовых матриц и некоторые термины, употребляемые в теории кодирования

Двумерная кодовая матрица с защитой по четности представляет собой прямоугольную таблицу информационных двоичных символов размером $(a_1-1) \times (a_2-1)$ (a_1-1 столбцов и a_2-1 строк), дополненную одной строкой и одним столбцом избыточными символами. Каждая строка и столбец рассматриваются как проверочные равенства (горизонтальные и вертикальные ПР), а входящий в них избыточный символ представляет собой сумму по модулю 2 информационных символов данной строки (столбца) (в дальнейшем указание на модуль суммирования будем опускать). Строка и столбец с избыточными символами также рассматриваются как проверочные равенства; таким образом, матрица в целом состоит из $N = a_1 \times a_2$ символов: $N_1 = (a_1-1) \times (a_2-1)$ информационных и $N_2 = a_1 + a_2 - 1$ избыточных. Если в процессе хранения (или передачи) информации искажений не возникает, то сумма всех символов любого ПР равна нулю и ПР считается *выполненным*; если же в данном ПР нечетное число символов искажено, то сумма становится равной 1. Такое ПР считается *нарушенным*.

Все N символов матрицы можно рассматривать как N -мерный вектор, каждая составляющая которого может принимать значение 0 или 1. Существует 2^N таких векторов, но только 2^{N_1} из них соответствуют разрешенным кодовым комбинациям (РКК), поскольку N_1 информационных символов могут быть выбраны произвольно, а остальные $N_2 = N - N_1$ избыточных символов зависят от информационных.

Векторы, соответствующие РКК, не нарушают ни одного ПР. Символам, искаженным в процессе хранения или передачи инфор-

мации (они образуют некоторое подмножество символов матрицы), можно сопоставить N -мерный вектор ошибки (ВО), который содержит единицы на местах искаженных символов и нули на остальных местах. Если ВО известен, то, прибавляя его к искаженной комбинации, можно восстановить первоначальное содержание матрицы.

Выявляя нарушенные ПР в двумерной матрице, можно исправлять одиночные ошибки, когда нарушено одно горизонтальное и одно вертикальное ПР, и обнаруживать ошибки двойной, тройной и большей кратности. Но некоторые конфигурации ВО, содержащие четное число единиц (4 и больше), не нарушают ни одного ПР и потому не могут быть обнаружены. Например, легко убедиться, что искажение, вызванное ВО, содержащим 4 единицы в вершинах прямоугольника, не нарушают ПР. Такие ВО называются необнаруживаемыми (НВО). При хранении информации на технических носителях наряду с независимыми ошибками, поражающими отдельные символы, встречаются пятна ошибок (обусловленные царапинами и другими дефектами носителя, пылью и т. п.), которые поражают сразу группы символов.

Задачей этой статьи является определение вероятности того, что некоторое пятно или, вообще, произвольное множество пораженных символов двумерной кодовой матрицы не будет обнаружено при контроле. Для этого прежде всего необходимо найти метод расчета числа не обнаруживаемых контролем векторов ошибок, элементы которых (единицы) расположены на символах, образующих пятно.

2. Некоторые свойства множеств, между элементами которых заданы бинарные соотношения

Установим сперва, отвлекаясь от конкретной задачи, некоторые общие свойства множеств, между элементами которых заданы бинарные соотношения, а затем покажем, как эти свойства могут быть применены к пятнам ошибок. В системах связи аналогом пятен являются групповые ошибки, которые рассматриваются во многих работах по теории кодирования (например, [1, 2] и др.).

Будем рассматривать конечные множества, в которых для любых двух элементов выполняется или не выполняется некоторое транзитивное (не зависящее от порядка, в котором взяты оба элемента) соотношение. Примерами таких соотношений может быть знакомство для множества людей, наличие прямого пути между двумя пунктами, наличие прямой связи между узлами связи и т. п. Введем для таких множеств и их элементов некоторые определения.

Два элемента a_i и a_j , для которых установленное свойство выполняется, будем называть смежными (обозначение $a_i - a_j$). Последовательность элементов множества $a_1 - a_2 - a_3 - \dots - a_i - \dots - a_n$, в которой каждые два соседних элемента смежные, назо-

вем *цепью*. В общем случае один и тот же элемент может встречаться в цепи несколько раз:

$$a_2 - a_1 - a_3 - a_1 - a_4 - a_5 - a_1 - \dots$$

Из цепей общего типа можно выделить некоторые разновидности. *Простой* назовем цепь, у которой все элементы различны. *Несократимой* (в отличие от *сократимой*) будем называть такую простую цепь, в которой смежными являются только соседние элементы. *Замкнутая* цепь характеризуется тем, что в ней первый и последний элементы смежны:

$$\overline{a_1 - a_2 - a_3 - \dots - a_n}. \quad (1)$$

Замкнутая цепь может быть простой и непростой.

Будем считать, что всякая цепь соединяет крайние (первый и последний) элементы цепи. Всякая смежная цепь с различными крайними элементами может быть превращена в несократимую, соединяющую те же элементы. Для этого надо последовательно проделать две операции:

1. Изъять из цепи те ее части, которые заключены между одинаковыми элементами (повторными вхождениями одного элемента), оставив одно вхождение такого элемента в цепь. При необходимости эту операцию следует проделать несколько раз, до тех пор пока одинаковых элементов не останется. В результате цепь превратится в простую.

2. Выделяя пары смежных элементов, которые не являются соседними в цепи, изъять все находящиеся между ними элементы. Эта операция повторяется до тех пор, пока цепь не превратится в несократимую.

Таким образом, справедливо следующее:

Свойство 1. Если существует цепь, соединяющая два элемента множества, то существует и несократимая цепь, соединяющая те же элементы.

Заметим, что при описанной выше процедуре, в общем случае, могут появляться разные варианты несократимых цепей, соединяющих одни и те же элементы.

Семейством будем называть такое непустое подмножество элементов исходного множества, в котором любые два элемента могут быть соединены цепью. Подмножество, содержащее один элемент, также будем считать семейством.

Будем называть *полной* по отношению к данному семейству такую цепь, которая включает все элементы семейства. Для всякого семейства может быть построена полная цепь.

В самом деле, из определения семейства следует, что любой элемент, например a_1 , может быть соединен цепью с каждым элементом: $a_1 - \dots - a_2$; $a_1 - \dots - a_3$; $\dots a_1 - \dots - a_n$. Поэтому цепь $a_2 - a_1 - a_3 - a_1 - a_4 - \dots - a_1 - a_n$ является полной. Во многих случаях семейству может быть сопоставлена полная цепь, являющаяся в то же время простой (возможны даже несколько вариантов таких простых цепей). Но существуют семейства, для которых

никакая полная цепь, описывающая семейство, не может быть простой.

Наконец, *максимальным* в данном множестве A будем называть такое семейство A_1 , в котором ни один элемент не является смежным для остальных элементов A . Множество может содержать одно или несколько максимальных семейств, поэтому можно говорить о разложении множества A на максимальные семейства A_1, A_2, \dots, A_k , которое удовлетворяет условиям

$$\bigcup_{i=1}^k A_i = A, \quad (2)$$

$$A_i \cap A_j = 0 \quad \text{при } i \neq j. \quad (3)$$

Процедуру выделения из данного множества A его максимальных семейств A_1, A_2, \dots, A_k можно представить следующим образом. Выберем произвольный элемент A (обозначим его a_{10}) и внесем его в A_1 (первый этап). Затем, на втором этапе переносим из A в A_1 элементы, смежные с a_{10} ($a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1r_1}$). На третьем этапе переносим из числа оставшихся в A элементы, смежные с $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1r_1}$ и т. д. Эта процедура продолжается до тех пор, пока на очередном этапе в A не будет обнаружено ни одного элемента, смежного с элементами, перенесенными в A_1 на предыдущем этапе. В полученном множестве A_1 можно построить смежную цепь, начинающуюся с элемента a_{10} и кончающуюся любым другим элементом, внесенным в A_1 на одном из этапов. Объединяя две такие цепи для двух произвольных элементов A_1 ($a_i; a_j$): $a_{10} \dots a_i; a_{10} \dots a_j$ в общую цепь вида $a_i \dots a_{10} \dots a_j$, получим смежную цепь, связывающую эти элементы. Таким образом, A_1 представляет собой семейство, причем, как нетрудно убедиться, оно является максимальным.

Если, после выделения A_1 оставшаяся часть множества A не пуста, то, повторяя описанную процедуру, можно выделить другие максимальные семейства A_2, \dots, A_k . Каждое из этих семейств (A_i) является максимальным в множестве A , поскольку ни одно из семейств, выделенных до A_i (A_1, A_2, \dots, A_{i-1}), так же как ни одно из семейств, выделенных после A_i (A_{i+1}, \dots, A_k), не может содержать элементов, смежных с элементами, вошедшими в A_i . Нетрудно видеть также, что для семейств A_1, \dots, A_k выполняются условия (2) и (3).

Справедливо следующее утверждение:

Теорема 1. Существует единственное разложение множества на максимальные семейства.

Для доказательства рассмотрим два таких разложения:

$$A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, \dots, A_k^{(1)} \quad \text{и} \quad A_1^{(2)}, A_2^{(2)}, \dots, A_m^{(2)}.$$

Выберем в каждом из подмножеств $A_1^{(1)}, \dots, A_k^{(1)}$ по одному элементу ($a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, \dots, a_k^{(1)}$). Никакие два из этих элементов не могут попасть в одно семейство во втором разложении, так как

в этом случае между ними существовала бы цепь вида $a_i^{(1)} - \dots - a_j^{(1)}$, а тогда семейства $A_i^{(1)}$ и $A_j^{(1)}$ не могли бы быть максимальными. Поэтому $m \geq k$. Точно так же доказывается неравенство $k \geq m$, откуда вытекает равенство $k = m$ числа максимальных семейств в обоих разложениях. Сопоставим теперь множество $A_i^{(1)}$, содержащее элемент $a_i^{(1)}$ и множество из второго разложения $A_i^{(2)}$, содержащее этот же элемент. Очевидно, каждый элемент, входящий в $A_i^{(1)}$ (и, следовательно, связанный смежной цепью с $a_i^{(1)}$) должен входить в $A_i^{(2)}$. Точно так же каждый элемент, входящий в $A_i^{(2)}$, должен входить в $A_i^{(1)}$. Этим доказывается равенство множеств $A_i^{(1)}$ в первом разложении и соответствующего ему множества $A_i^{(2)}$ во втором разложении. Аналогично показывается, что во втором разложении существует множество, полностью совпадающее с $A_2^{(1)}, \dots, A_k^{(1)}$, что и доказывает теорему 1.

Отметим еще два важных для дальнейшего свойства, которые выполняются для любого семейства.

Свойство 2. Всякое семейство может быть построено путем последовательного включения в него по одному элементу таким образом, что получающееся при каждом шаге множество будет семейством. Эту процедуру можно начать с любого элемента.

К любому семейству можно применить описанную выше процедуру выделения максимальных семейств из исходного множества. Эту процедуру можно начать с любого элемента и следующие элементы вводить в семейство по одному. Нетрудно показать, что при этом множество, получающееся на каждом шаге, образует семейство и в конечное множество войдут все элементы семейства.

Свойство 3. Во всяком семействе существует такой элемент, после изъятия которого оставшееся множество образует семейство.

Это вытекает из свойства 2, так как удаление элемента, включенного последним по описанной процедуре оставляет множество семейством.

3. Число НВО, локализованных на произвольном подмножестве символов двумерной матрицы, и вероятность появления пятен, не обнаруживаемых контролем

Рассмотрим теперь применение приведенных понятий и соотношений к конкретной задаче — определению вероятности появления на техническом носителе пятен, не обнаруживаемых контролем при использовании для кодовой защиты двумерных матриц. Для этого прежде всего следует определить число не обнаруживаемых векторов кодовых ошибок (НВО), или, что то же самое, число разрешенных кодовых комбинаций (РКК), единицы которых локализованы в символах, образующих пятно.

Будем считать смежными два символа матрицы, если они входят в общее проверочное равенство (ПР) — горизонтальное или вертикальное, а пятном — подмножество символов матрицы, образующих семейство.

Теорема 2. Число разрешенных кодовых комбинаций N (включая нулевую РКК) с единицами, располагающимися на множестве символов двумерной матрицы, образующих пятно, равно

$$N = 2^{n-m+1}. \quad (4)$$

В формуле (4) n означает число символов, пораженных пятном, m — число проверочных равенств, в которые входят символы пятна.

Предположим, что формула (4) справедлива при пятнах любой конфигурации (A_n), содержащих n_1 символов, и покажем, что отсюда следует ее справедливость для пятен, содержащих n_1+1 символов (A_{n_1+1}). Рассмотрим некоторое пятно A_{n_1+1} с n_1+1 символами и выделим в нем элемент (символ) a_{n_1+1} , после изъятия которого оставшиеся символы образуют семейство (пятно). В этом семействе A_{n_1} согласно индуктивному предположению может быть расположено

$$N_1 = 2^{n_1-m_1+1} \quad (5)$$

РКК (НВО), где m_1 — число ПР, затронутых пятном A_{n_1} . Ровно столько же невидимых векторов ошибки с нулем на месте элемента a_{n_1+1} содержит пятно A_{n_1+1} . Остается оценить еще число НВО, расположенных в пятне A_{n_1+1} , имеющих 1 на месте символа a_{n_1+1} . Для этого прежде всего заметим, что, поскольку каждый элемент матрицы входит в два проверочных равенства, включение a_{n_1+1} в семейство A_{n_1} , увеличивая число символов пятна на 1, может либо увеличить число проверочных равенств, связанных с пятном, на 1 (если одно из ПР элемента уже входило в число m_1 ПР, пораженных пятном A_{n_1}), либо оставить число ПР неизменным (если оба ПР элемента a_{n_1+1} связаны кроме a_{n_1+1} и с другими символами пятна A_{n_1}). Случай, когда оба проверочных равенства элемента a_{n_1+1} не были связаны с пятном A_{n_1} , невозможен, так как у элемента a_{n_1+1} в семействе A_{n_1} должен быть по крайней мере один смежный символ. Рассмотрим оба возможных случая.

Случай 1: при включении a_{n_1+1} число связей пятна A_{n_1} возрастает на 1 ($m_2 = m_1 + 1$). В этом случае в новом пятне A_{n_1+1} возможны только такие РКК (НВО), которые содержат нуль на месте символа a_{n_1+1} , поскольку существует связанное с a_{n_1+1} проверочное равенство, не содержащее других символов пятна. Таким образом, включение a_{n_1+1} в пятно, увеличивая число символов и проверочных равенств, связанных с пятном, на 1 ($n_2 = n_1 + 1$; $m_2 = m_1 + 1$), сохраняет неизменным числом РКК (НВО) ($N_2 =$

N_1). Легко видеть, что в этом случае формула (4) остается справедливой:

$$N_2 = 2^{n_2 - m_2 + 1} = 2^{n_1 + 1 - m_1 - 1 + 1} = 2^{n_1 - m_1 + 1} = N_1. \quad (6)$$

Случай 2: При включении a_{n+1} число ПР сохраняется. В этом случае каждое из двух проверочных равенств элемента a_{n+1} (будем называть эти ПР горизонтальным и вертикальным) содержит еще хотя бы по одному элементу пятна A_{n_1} (смежных с a_{n+1} «по вертикали» и «по горизонтали»). Выделим два таких элемента (обозначив их a_1 и a_2), отметим, что сами они не являются смежными, и построим внутри семейства (пятна) A_{n_1} несократимую цепь, связывающую a_1 и a_2 , что, как следует из изложенного выше, всегда возможно. Присоединив к этой цепи $a_1 - \dots - a_2$ элемент a_{n+1} , превратим ее в замкнутую простую цепь

$$a_1 - \dots - a_2 - a_{n+1}. \quad (7)$$

Заметим теперь, что всякой цепи такого вида соответствует некоторая ненулевая РКК (НВО) (обозначим ее H) с единицами на символах a_1, \dots, a_2, a_{n+1} . Это объясняется тем, что во всякое проверочное равенство, связанное с символами a_1, \dots, a_{n+1} , единицы входят парами и, таким образом, каждое ПР содержит четное число единиц. Прибавив эту РКК к каждой из $N_1 = 2^{n_1 - m_1 + 1}$ РКК, размещенных в пятне A_{n_1} , получим еще столько же новых РКК, расположенных в пятне A_{n+1} , которые отличаются как от исходных РКК (поскольку в них символ a_{n+1} равен не нулю, а 1), так и друг от друга (поскольку все они получены прибавлением одной и той же РКК H к разным РКК). Таким образом, мы показали, что пятно A_{n+1} содержит по крайней мере $2N_1 = 2^{2n_1 - m_1 + 2}$ различных РКК. Легко видеть, что никаких других РКК в пятне A_{n+1} быть не может. В самом деле, все РКК, у которых символ a_{n+1} равен нулю, вошли в множество из N_1 РКК, расположенных в пятне A_{n_1} ; если же предположить, что существует РКК с 1 на месте символа a_{n+1} , отличающаяся от всех РКК, полученных путем прибавления H к РКК, размещенных в пятне A_{n_1} , то, прибавив к ней вектор H , мы бы получили новую РКК с нулем на месте a_{n+1} , что невозможно.

Таким образом, во втором случае мы имеем $N_2 = 2N_1 = 2^{2n_1 - m_1 + 2}$; $m_2 = m_1$; $n_2 = n_1 + 1$. Отсюда следует, что и в этом случае формула (4) справедлива:

$$N_2 = 2^{n_2 - m_2 + 1} = 2^{n_1 + 1 - m_1 + 1} = 2^{2n_1 - m_1 + 2}. \quad (8)$$

Для минимального пятна, содержащего один символ ($n=1$; $m=2$), формула (4) также верна:

$$N = 2^{1-2+1} = 2^0 = 1,$$

поскольку на одном символе может располагаться только одна (нулевая) РКК.

Следующая теорема является обобщением предыдущей для произвольного подмножества символов двумерной матрицы.

Теорема 3. Число разрешенных кодовых комбинаций (включая нулевую), единицы которых располагаются на произвольном множестве (A) символов двумерной матрицы, равно

$$N = 2^{n-m+k}, \quad (9)$$

где k — число пятен (максимальных семейств), содержащихся в A .

Пусть A_i (n_i символов; m_i равенств); $i=1 \div k$ — пятна (максимальные семейства), содержащиеся в A . В каждом из них, согласно теореме 1, может быть размещено $N_i = 2^{n_i - m_i + 1}$ РКК (включая нулевую РКК). Каждая РКК в A может быть полученаложением (суперпозицией) из k частных РКК, взятых по одной из каждого максимального пятна. Это дает общее число РКК (включая нулевую), расположенных в A :

$$N = \prod_{i=1}^k N_i = \prod_{i=1}^k 2^{n_i - m_i + 1} = 2^{\sum_{i=1}^k n_i - \sum_{i=1}^k m_i + k} = 2^{n-m+k}.$$

Теперь можно определить вероятности того, что пятно или произвольная комбинация пораженных пятнами символов в двумерной матрице не будет обнаружена контролем. Всего в n символах может быть расположено 2^n разных вектором ошибок (включая нулевой ВО). Поскольку каждый пораженный символ может с равной вероятностью принять значение 0 или 1, то все 2^n ВО равновероятны. Вероятность того, что поражение не будет обнаружено, равна отношению числа необнаруживаемых ВО (т. е. РКК), расположенных на пораженных символах, к общему числу ВО на этих символах:

$$P_1 = \frac{2^{n-m+k}}{2^n} = 2^{-m+k}. \quad (10)$$

Если пораженный участок матрицы образует единое пятно ($k=1$), то

$$P_2 = 2^{-m+1}. \quad (11)$$

Необходимо отметить, что в число невидимых ВО, определяемых формулами (4) и (9), входит и нулевой ВО. Поэтому есть некоторая ненулевая вероятность того, что на месте пораженного участка (пятна или произвольного множества) случайным образом образуется правильная комбинация, совпадающая с исходной. Эта вероятность равна

$$P_3 = \frac{1}{2^n} = 2^{-n}. \quad (12)$$

Если нас интересует вероятность того, что на месте пятна произвольного множества) возникает ошибка, которая не будет

обнаружена, то P_3 следует исключить из вероятностей P_1 и P_2

$$P_4 = P_1 - P_3 = 2^{-m+k} - 2^{-n} \quad (13)$$

(для произвольного множества символов),

$$P_5 = P_2 - P_3 = 2^{-m+1} - 2^{-n} \quad (14)$$

(для одиночного пятна).

Для поражений значительного размера (n достаточно велико) поправка, вносимая формулами (13) и (14) (по сравнению с (10) и (11)) несущественна.

При больших размерах пятен ($m \gg 1$) вероятность того, что пятно не будет обнаружено, не очень велика (например, $P = 2^{-10}$ для пятен размером 5×5 , затрагивающим $m = 5 + 5 = 10$ проверочных равенств). Однако в системах длительного хранения информации, где появление пятен возможно, а требования к надежности высоки, с этой вероятностью необходимо считаться.

Автор считает своим долгом выразить благодарность Е. Л. Гениховичу, просмотревшему рукопись и сделавшему ряд ценных замечаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

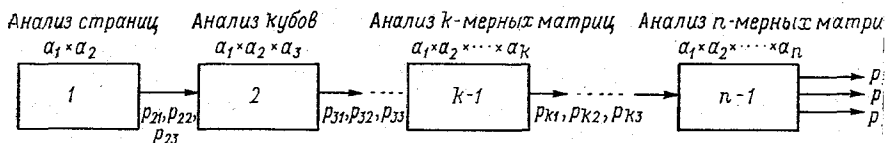
1. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки. Пер. с англ. М. «Мир» 1964. 338 с.
2. Самойленко С. И. Помехоустойчивое кодирование. М., «Наука», 1966. 238 с.

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПРАВЛЕНИЯ ПЯТЕН ОШИБОК В МНОГОМЕРНОЙ КОДОВОЙ МАТРИЦЕ

Многомерные кодовые матрицы (МКМ), применяемые для защиты в системах хранения гидрометеорологических данных (например, [4] и др.), удовлетворяют многочисленным требованиям, вытекающим из специфики длительного хранения информации [2]. Алгоритм декодирования МКМ, рассчитанный на борьбу с независимыми ошибками, а также помехоустойчивость МКМ по отношению к таким ошибкам рассматривались в [1, 3]. Однако МКМ позволяют справляться не только с независимыми, но и с группирующимися ошибками («пятнами»), что очень важно для практики создания и эксплуатации архивов. Возможности МКМ по исправлению ошибок такого типа рассматриваются в этой статье.

Существуют два пути для исправления пятен ошибок в МКМ. Первый из них реализуется в рамках обычного алгоритма декодирования [3], в котором проверяются двумерные матрицы с исправлением одиночных ошибок для всех наборов из двух координат. Если такую проверку начать со старших координат, то для первых проверок ошибки, образующие пятно на носителе, кажутся разнесенными (декоррелированными) и могут быть исправлены «поодиночке». Например, если декодирование четырехмерной матрицы размером $32 \times 33 \times 8 \times 8$ начинается с двумерных матриц 8×8 , образованных третьей и четвертой координатами (при постоянных для каждой матрицы значениях первой и второй координат), то в одну матрицу, проверяемую на первом этапе, попадают символы, отстоящие друг от друга на $32 \times 32 = 2^{10}$ шагов. Поэтому соседние (по первой и второй координатам) ошибки, которые могут принадлежать одному пятну, на первом же этапе попадают в разные матрицы и исправляются. Другая возможность исправления пятен ошибок состоит в использовании специального алгоритма, состоящего (для n -мерной матрицы) из $n-1$ последовательно работающих блоков (рисунок). Блок 1 проверяет двумерные матрицы (страницы), образованные первой

и второй координатами. Страницы, содержащие большое число ошибок, что может свидетельствовать о наличии пятна, помечаются. Блок 2 оценивает число помеченных страниц в трехмерной матрице (параллелепипеде), образованной первыми тремя координатами и, если помечена только одна страница, исправляет ее за счет внутренней избыточности параллелепипеда. Поскольку любая двумерная матрица (включая избыточную) является суммой остальных матриц по модулю 2, исправление состоит в замене помеченной матрицы суммой остальных матриц параллелепипеда. Кроме того, блок 2 проверяет параллелепипеды и помечает те из них, которые содержат две или более помеченных страниц и могут подозреваться на присутствие крупных пятен. Аналогично работают и последующие блоки, проверяя все более сложные матрицы — до блока $n-1$, который оценивает и при возможности исправляет всю n -мерную матрицу или выдает отказ от декодирования.



Блок-схема алгоритма, исправляющего пятна ошибок.

p_{n1} — отказ от декодирования, p_{n2} — ошибочное декодирование, p_{n3} — правильное декодирование.

Обозначим размеры координат МКМ через a_1, a_2, \dots, a_n . На каждом этапе декодирования, т. е. при декодировании каждой из k -мерных матриц ($k=2 \div n$), возможен один из трех случаев: — матрица помечена как ошибочная (вероятность p_{k1}); — матрица не помечена, но ошибочная (вероятность p_{k2}); — матрица не помечена и не содержит ошибок (вероятность p_{k3}).

Первый случай означает отказ от декодирования данной k -мерной матрицы за счет ее внутренних «ресурсов», второй и третий случаи соответствуют ошибочному и правильному декодированию.

Найдем выходные вероятности p_{n1}, p_{n2}, p_{n3} , характеризующие работу всего алгоритма. Отказ от декодирования k -мерной матрицы (p_{k1}) возникает тогда, когда поражено не менее двух из a_k входящих в нее $k-1$ -мерных матриц. Поэтому

$$p_{k1} = \sum_{i=2}^{a_k} C_{a_k}^i p_{(k-1)1}^i (1 - p_{(k-1)1})^{a_k - i}. \quad (1)$$

Правильному декодированию соответствуют два случая: все a_k $k-1$ -мерных матриц «в порядке» (т. е. не помечены и не сс

(содержат пятен) или помечена только одна матрица, а остальные $k-1$ матриц пятен не содержат и не помечены. Отсюда

$$p_{k3} = p_{(k-1)3}^{a_k} + a_k p_{(k-1)3}^{a_k-1} p_{(k-1)1}. \quad (2)$$

Ошибочное декодирование возникает в том случае когда k -мерная матрица содержит не более одной помеченной матрицы 1 -го порядка (и, следовательно, данная k -мерная матрица рассматривается, как «хорошая» сразу или после исправления), но при этом среди непомеченных $k-1$ -мерных матриц встречаются ошибочные (хотя бы одна):

$$p_{k2}(p_{(k-1)2} + p_{(k-1)3})^{a_k} - p_{(k-1)3}^{a_k} + \\ + a_k [(p_{(k-1)2} + p_{(k-1)3})^{a_k-1} - p_{(k-1)3}^{a_k-1}] p_{(k-1)1}. \quad (3)$$

Последовательно применяя формулы (1)–(3), можно найти конечные вероятности p_{n1} , p_{n2} , p_{n3} в зависимости от вероятностей появления обнаруживаемых (p_{21}) и необнаруживаемых (p_{22}) пятен в двумерных матрицах на входе. Заметим, что если все пятна двумерных матрицах обнаруживаются ($p_{22}=0$), то ошибочное декодирование не возникает ($p_{n2}=0$). Это вытекает из равенства (3) при $p_{(k+1)2}=0$. Рассмотрим теперь вопрос о вероятности обнаружения пятен в двумерных матрицах. Пятна, представляющие собой группы, как правило, рядом расположенных символов, могут различаться своими размерами и степенью поражения участка носителя, которую можно оценивать вероятностью p того, что попавший в пятно (пораженный) двоичный символ будет считан неправильно. Величина p может меняться от 0 (отсутствие пятна) до 0,5, когда первоначальные символы полностью стерты и при чтении символы 0 и 1 возникают с равной вероятностью и независимо от первоначального содержания пораженного участка.

В многомерных матрицах защита осуществляется путем контроля четности в каждом проверочном равенстве. Если в данном равенстве поражено t символов с вероятностью искажения пораженных символов p , то вероятность того, что общая четность пораженных символов, а следовательно, и четность всего равенства не будет нарушена, равна

$$p_1 = \sum_{i=0}^{i \leq t/2} C_t^{2i} p^{2i} (1-p)^{t-2i}. \quad (4)$$

Особое значение имеют пятна максимальной интенсивности, полностью уничтожающие предыдущую информацию. Полагая (4) $p=0,5$, для таких пятен получим

$$p_1 = \frac{1}{2^t} \sum_{i=0}^{i \leq t/2} C_t^{2i} = \frac{2^{t-1}}{2^t} = \frac{1}{2}. \quad (5)$$

В этом случае p_1 не зависит от числа пораженных символов (если, конечно, данное равенство попало в пораженный участок). Этот результат вполне естествен, так как сумма любого числа двоичных символов, выбранных случайно с вероятностью 0,5 может с равной вероятностью оказаться четной или нечетной.

В [5] показано, что вероятность необнаруживаемого пятна ошибок в двумерной матрице, равна

$$p = 2^{-m+1}, \quad (6)$$

где m — число проверочных равенств, пораженных пятном.

Вероятности p_{41} , p_{42} и p_{43} для четырехмерной матрицы размером $32 \times 33 \times 8 \times 8$

p	m					
	2	4	8	16	32	64
10^{-6}	$1,37 \cdot 10^{-21}$	$1,29 \cdot 10^{-20}$	$2,13 \cdot 10^{-20}$	$2,20 \cdot 10^{-20}$	$2,20 \cdot 10^{-20}$	$2,20 \cdot 10^{-20}$
	$3,198 \cdot 10^{-5}$	$7,995 \cdot 10^{-6}$	$4,997 \cdot 10^{-7}$	$1,951 \cdot 10^{-9}$	$2,978 \cdot 10^{-14}$	$6,935 \cdot 10^{-14}$
	0,999968	0,999992	0,9999995	0,999999998	~1	~1
10^{-5}	$1,37 \cdot 10^{-17}$	$1,29 \cdot 10^{-16}$	$2,13 \cdot 10^{-16}$	$2,20 \cdot 10^{-16}$	$2,20 \cdot 10^{-16}$	$2,20 \cdot 10^{-16}$
	$3,198 \cdot 10^{-4}$	$7,995 \cdot 10^{-5}$	$4,997 \cdot 10^{-6}$	$1,952 \cdot 10^{-8}$	$2,978 \cdot 10^{-13}$	$6,935 \cdot 10^{-13}$
	0,9997	0,99992	0,999995	0,99999998	~1	~1
10^{-4}	$1,37 \cdot 10^{-14}$	$1,28 \cdot 10^{-13}$	$2,13 \cdot 10^{-13}$	$2,20 \cdot 10^{-13}$	$2,20 \cdot 10^{-13}$	$2,20 \cdot 10^{-13}$
	$3,195 \cdot 10^{-3}$	$7,997 \cdot 10^{-4}$	$4,999 \cdot 10^{-5}$	$1,950 \cdot 10^{-7}$	$2,980 \cdot 10^{-12}$	$6,939 \cdot 10^{-12}$
	0,997	0,9992	0,99995	0,9999998	0,999999999	0,999999999
10^{-3}	$1,37 \cdot 10^{-9}$	$1,24 \cdot 10^{-8}$	$2,09 \cdot 10^{-8}$	$2,21 \cdot 10^{-8}$	$2,21 \cdot 10^{-8}$	$2,21 \cdot 10^{-8}$
	$3,150 \cdot 10^{-2}$	$7,968 \cdot 10^{-2}$	$4,998 \cdot 10^{-4}$	$2,032 \cdot 10^{-6}$	$2,980 \cdot 10^{-10}$	$6,938 \cdot 10^{-10}$
	0,9685	0,992	0,9995	0,999998	0,999999978	0,999999978
10^{-2}	$1,31 \cdot 10^{-5}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$	$1,94 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-4}$
	0,274308	0,076811	0,004977	$1,948 \cdot 10^{-5}$	$2,974 \cdot 10^{-10}$	$6,924 \cdot 10^{-10}$
	0,725679	0,923070	0,994829	0,999780	0,999800	0,999800
10^{-1}	0,072867	0,344609	0,450571	0,457583	0,457610	0,457610
	0,888335	0,352599	0,026037	0,000365	$1,533 \cdot 10^{-9}$	$4,811 \cdot 10^{-1}$
	0,038798	0,302792	0,523392	0,542052	0,542390	0,542390

Формулы (1) — (3) и (6) позволяют рассчитать вероятности правильного (p_{n3}), ошибочного (p_{n2}) декодирования и отказа (p_{n1}) для n -мерной матрицы в зависимости от размеров (m) пятен и вероятности их появления. В качестве примера в таблице приведены соответствующие характеристики для четырехмерной матрицы размером $32 \times 33 \times 8 \times 8$, рассчитанные по этим формулам для разных значений m , и вероятности p появления пятна на странице размером 32×33 . В каждой клетке таблицы располо-

кены вероятности правильного декодирования (внизу), ошибочного декодирования (посередине) и отказа (сверху).

Описанный алгоритм сам по себе не эффективен по отношению к независимым ошибкам, поэтому он должен применяться в сочетании с обычным алгоритмом [3]. В общей программе блок исправления пятен должен располагаться вначале, так как исправление пятен увеличивает эффективность основного алгоритма по отношению к остающимся независимым ошибкам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абашев Г. А. и др. Помехоустойчивость многомерных кодовых матриц.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 78—91.
2. Абашев Г. А. и др. Требования к помехоустойчивому кодированию гидрометеорологической информации.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 63—67.
3. Абашев Г. А. и др. Алгоритмы и программы кодирования и декодирования четырехмерной кодовой матрицы.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 68—77.
4. Афиногенов Л. П. Можно ли длительно хранить информацию на магнитных лентах?—«Метеорология и гидрология», 1974, № 11, с. 104—108.
5. Афиногенов Л. П. Число необнаруживаемых контролем векторов ошибок в произвольном множестве символов двумерной матрицы и вероятность обнаружения пятен ошибок.—См. наст. сб.

Л. П. АФИНОГЕНОВ, Г. А. АБАШЕЕ

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПРАВЛЕНИЯ СБОЕВ СИНХРОНИЗАЦИИ В МНОГОМЕРНЫХ КОДОВЫХ МАТРИЦАХ

При сбоях синхронизации в информации, считываемой с носителя, пропадает один или несколько символов или же под воздействием помехи появляются лишние символы. Это вызывает сдвиг всей последовательности, начиная с места сбоя, в ту или другую сторону и нарушение огромного числа проверочных равенств (ПР) в закодированном блоке. Поэтому обычные алгоритмы декодирования [1, 2], рассчитанные на исправление одиночных ошибок и даже пятен, не могут справиться с такими сбоями. Вместе с тем при считывании с носителя сбой синхронизации вполне возможен, и борьба с ними представляет важную задачу. В данной статье рассматриваются пути борьбы со сбоями синхронизации в системах хранения информации, использующих для кодовой защиты многомерные кодовые матрицы (МКМ).

Когда обмен между ЭВМ и внешним устройством (носителем) осуществляется байтами, сбой синхронизации приводит к потере целых байтов (или приобретению лишних байтов) и нарушению всей системы горизонтальных проверочных равенств в страницах и значительной части вертикальных равенств, начиная с вертикального равенства, в которые входил утерянный байт (или появившийся «приобретенный» лишний байт). На рисунке в качестве иллюстрации представлены две соседние страницы размером 32×16 ($4 \times 16 = 64$ байта) до и после сбоя выразившегося в потере байта № 31 на первой странице. При проверке двумерных матриц по первым двум координатам — страниц — это воспринимается как больших размеров пятно [2] в отличие от независимых ошибок, которые нарушают лишь небольшое число проверочных равенств. Так, при утере байта № 31 на первой странице (рис. б) и соответствующем сдвиге остальных байтов на той же странице оказываются затронутыми 41 из 48 проверочных равенств (заштрихованный участок), а на второй странице и последующих затрагиваются все 48 проверочных равенств.

Идея алгоритма, исправляющего ошибки, вызванные нарушениями синхронизации, состоит в следующем. В каждой двумерной матрице по первым двум координатам (странице) проверяется число нарушенных равенств, и если оно превышает некоторый минимум, то в такой странице можно подозревать пятно или сбой синхронизации. В последнем случае, как правило, нарушаются проверочные равенства и на последующих страницах. При обнаружении нескольких идущих подряд страниц с большим числом нарушенных равенств делается попытка выделить страницу, в которой произошел сбой синхронизации. Для этого просматриваются последовательные группы из N байтов (N — число байтов на странице). При «неудачной» попытке первый байт группы

а)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
33	34	35	36
37	38	39	40
41	42	43	44
45	46	47	48
49	50	51	52
53	54	55	56
57	58	59	60
61	62	63	64

б)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	32	33
34	35	36	37
38	39	40	41
42	43	44	45
46	47	48	49
50	51	52	53
54	55	56	57
58	59	60	61
62	63	64	65

2

65	66	67	68
69	70	71	72
73	74	75	76
77	78	79	80
81	82	83	84
85	86	87	88
89	90	91	92
93	94	95	96
97	98	99	100
101	102	103	104
105	106	107	108
109	110	111	112
113	114	115	116
117	118	119	120
121	122	123	124
125	126	127	128

2

66	67	68	69
70	71	72	73
74	75	76	77
78	79	80	81
82	83	84	85
86	87	88	89
90	91	92	93
94	95	96	97
98	99	100	101
102	103	104	105
106	107	108	109
110	111	112	113
114	115	116	117
118	119	120	121
122	123	124	125
126	127	128	129

Влияние сбоя синхронизации (утрача байта № 31 на первой странице) на проверочные равенства.

а — структура страниц до сбоя, б — структура страниц после сбоя. Байты пронумерованы в порядке их расположения на носителе.

отбрасывается и в группу вводится следующий по порядку байт. Если эту операцию начать с первой страницы, в которой нарушено много ПР, просматривая последовательно группы по l байтов, то в конце концов будет обнаружена неповрежденная страница и, тем самым, выделена страница, на которой произошел сбой. Так, например, в случае, изображенном на рисунке просматривая группы по 64 байта 1—65, 2—66 и т. д. и проверяя каждый раз, не образуют ли они страницу (критерием страницы является малое число нарушенных ПР, меньших $N_{\text{мин}}$), алгоритм дойдет до группы 65—128, образующей вторую страницу. Таким образом будет выделена поврежденная страница N_1 , установлен что в ней утерян один байт, и восстановлен последующий ряд страниц.

Страницы, на которых обнаружен сбой, помечаются и после проверки всего блока (n -мерной матрицы) исправление производится так же, как и при пятнах ошибок [2]: если трехмерный куб содержит одну помеченную страницу, то она исправляется внутренними средствами куба (заменяется суммой по mod 2 остальных страниц); куб, содержащий более одной помеченной страницы, помечается и в дальнейшем точно так же исправляется за счет внутренних средств четырехмерных образований и т. д., насколько позволяет размерность матрицы. Отказ от декодирования в n -мерной матрице возникает на последнем этапе проверки в том случае, когда она содержит более одной неисправленной на предыдущих этапах $n-1$ -мерной матрицы.

В отличие от пятен ошибок, которые могут исправляться обычным алгоритмом декодирования [1] (рассчитанным на независимые ошибки) за счет того, что при проверке двумерных матриц по старшим координатам символы, принадлежащие одному пятну, оказываются декоррелированными, сбои синхронизации таким алгоритмом не исправляются, так как они нарушают большинство равенств не только по первым, но и по старшим координатам. Поэтому проверка на сбои этого типа и локализация нарушенных страниц обязательно должны предшествовать основному алгоритму. Это, однако, не означает, что во всех случаях (т. е. при декодировании каждого блока) необходимо включать описанный алгоритм. Сбои синхронизации — сравнительно редкое явление; поэтому их поиск может включаться лишь тогда, когда более простой проверкой установлено, что в данном блоке сбой произошел. В качестве проверки могут использоваться: счет общего числа байтов, поступивших с носителя при считывании каждого блока (если в данной ЭВМ это возможно осуществить аппаратно или программно); проверка числа нарушенных равенств на последней странице или в последнем k -мерном кубе ($k=3 \div (n-1)$) данной n -мерной матрицы. Каждый из этих методов позволяет с удовлетворительной надежностью обнаруживать сбои синхронизации и только при необходимости включать весь алгоритм поиска места сбоя. Это позволяет экономить время ЭВМ, затрачиваемое на декодирование, что особенно важно для мас-

совой работы, когда архивные ленты используются для счета. При регенерации, когда требования к надежности особенно велики, целесообразно каждый раз применять весь алгоритм проверки целиком, так как это позволяет, например, бороться с двойными (хотя и очень маловероятными) сбоями синхронизации, из которых первый заключается в потере, а второй в приобретении лишнего байта. Контроль общего числа байтов или последних страниц (кубов) такие нарушения не обнаруживает.

Из описания алгоритма ясно, что он позволяет справляться со сбоями, при которых теряется сразу несколько байтов, идущих подряд (или приобретается несколько лишних байтов). Кроме того, он позволяет исправлять и несколько сбоев в одном блоке, если они попадают на разные страницы одного или различных кубов.

Перейдем теперь к оценке помехоустойчивости алгоритма по отношению к сбоям синхронизации. Будем исходить из того, что, начиная с места сбоя и последующего сдвига, в каждом двоичном разряде записаны символы, не зависящие от той информации, которая находилась на этом месте до сдвига, и с равной вероятностью принимающие значения 0 и 1. Таким образом, поражение имеет вид пятна, затрагивающего горизонтальные и вертикальные проверочные равенства (см. рисунок). Если сбой произошел на i -м байте (т. е. последний несдвинутый байт имеет номер $i-1$ при том порядке нумерации, который показан на первой странице рис. а), то число нарушенных вертикальных $m_i^{(в)}$ и горизонтальных $m_i^{(г)}$ равенств можно определить по формулам:

$$m_i^{(в)} = l - \left[\frac{i-1}{k} \right], \quad (1)$$

$$m_i^{(г)} = 8k - 8(i - kl + k - 1) \left[\frac{i}{kl - k + 2} \right], \quad (2)$$

где l — общее число вертикальных равенств в двумерной матрице; k — число восьмиразрядных байтов, входящих в одно вертикальное равенство; $[N]$ обозначает целую часть числа N . В справедливости этих формул можно убедиться при помощи простых рассуждений или на примерах. Так, для сбоя, изображенного на рисунке ($l=16$, $k=4$; $i=31$), получим

$$m_{31}^{(в)} = 16 - \left[\frac{31-1}{4} \right] = 16 - 7 = 9,$$

$$\begin{aligned} m_{31}^{(г)} &= 8 \cdot 4 - 8(31 - 4 \cdot 16 + 4 - 1) \left[\frac{31}{64 - 4 + 2} \right] = \\ &= 32 - 8(-30) \cdot 0 = 32. \end{aligned}$$

Общее число нарушенных равенств m_i и количество двоичных символов, попавших в пятно n_i , равно:

$$m_i = m_i^{(в)} + m_i^{(г)} = l + 8k - \left[\frac{i-1}{k} \right] -$$

$$-8(i - kl + k - 1) \left[\frac{i}{kl - k + 2} \right], \quad (3)$$

$$n_i = 8kl - 8(i - 1) = 8(kl - l + 1). \quad (4)$$

Пусть сбои синхронизации могут происходить независимо на любом байте с вероятностью p . Вероятность p_i того, что в данной матрице первый сбой произойдет на i -м байте, равна

$$p_i = (1 - p)^{i-1} p. \quad (5)$$

Отметим, что повторные сбои на данной странице нас уже не интересуют, поскольку часть матрицы, начиная с первого сбоя, в любом случае можно рассматривать как пятно.

Для расчета помехоустойчивости описанного выше алгоритма декодирования по отношению к сбоям синхронизации прежде всего необходимо найти характеристики страницы: вероятность обнаруживаемого искажения p_1 , вероятность необнаруживаемого искажения p_2 и вероятность неискаженной страницы p_3 . Очевидно,

$$p_3 = 1 - p_1 - p_2. \quad (6)$$

Абсолютные вероятности отсутствия (p_4) и наличия (p_5) сбоя синхронизации на странице размером kl байтов соответственно равны

$$p_4 = (1 - p)^{kl}, \quad (7)$$

$$p_5 = 1 - p_4 = 1 - (1 - p)^{kl}. \quad (8)$$

Условная вероятность сбоя на i -м байте (при условии, что был сбой синхронизации) равна

$$p_i^{(y)} = \frac{p_i}{p_5} = \frac{p(1 - p)^{i-1}}{1 - (1 - p)^{kl}}. \quad (9)$$

Найдем условные вероятности неискаженной страницы p_3^y , необнаруживаемого искажения p_2^y , обнаруживаемого искажения p_1^y .

Рассматривая результат сбоя синхронизации на i -м байте как пятно, поражающее n_i символов и m_i равенств, можно по формулам (12) и (14), полученным в [3], найти соответствующие условные вероятности:

$$p_{3i}^{(y)} = 2^{-n_i}, \quad (10)$$

$$p_{2i}^{(y)} = 2^{-m_i+1} - p_{3i}^{(y)} = 2^{-m_i+1} - 2^{-n_i}. \quad (11)$$

Отсюда, используя (3) и (4):

$$p_3^{(y)} = \sum_{i=1}^{kl} p_i^{(y)} p_{3i}^{(y)} = \sum_{i=1}^{kl} \frac{p(1 - p)^{i-1}}{1 - (1 - p)^{kl}} \cdot 2^{-m_i} =$$

$$= \frac{2^{-8(kl-1)} p}{1 - (1-p)^{kl}} \sum_{i=1}^{kl} (1-p)^{i-1} \cdot 2^{8i}, \quad (12)$$

$$p_2^{(y)} = \sum_{i=1}^{kl} p_i^{(y)} p_{2i}^{(y)} = \sum_{i=1}^{kl} \frac{p(1-p)^{i-1}}{1 - (1-p)^{kl}} 2^{-m_i+1} - p_3^{(y)} =$$

$$= \frac{2^{-l-8k+1}}{1 - (1-p)^{kl}} \sum_{i=1}^{kl} (1-p)^{i-1} \cdot 2^{\left[\frac{i-1}{k}\right] + 8(i-kl+k-1) \left[\frac{i}{kl-k+1}\right]} - p_3^{(y)}. \quad (13)$$

После преобразований формулы (12) и (13) приводятся к виду:

$$p_3^{(y)} = \frac{2^{-8kl} p}{1 - (1-p)^{kl}} \cdot \frac{2^{8kl} (1-p)^{kl} - 1}{2^8(1-p) - 1}, \quad (14)$$

$$p_2^{(y)} = \frac{2^{-l-8k+1}}{1 - (1-p)^{kl}} \cdot \frac{(1 - (1-p)^k) (2^{l-1} (1-p)^{k(l-1)} - 1)}{2(1-p)^k - 1} -$$

$$- \frac{(2^{-8k} (1-p)^{k(l-1)} - 2^{-8kl}) p}{(1 - (1-p)^{kl}) (2^8(1-p) - 1)}. \quad (15)$$

Вероятность обнаруживаемого сбоя $p_1^{(y)}$ равна

$$p_1^{(y)} = 1 - p_2^{(y)} - p_3^{(y)}. \quad (16)$$

Второй член в выражении (15) всегда на несколько порядков меньше первого; кроме того, при $p \leq 0,5$ (случай $p > 0,5$ практического интереса не представляет) $2^8(1-p) \gg 1$ и тем более $8kl(1-p)^{kl} \gg 1$. Поэтому точные формулы (14) и (15) могут быть заменены приближенными:

$$p_3^{(y)} \approx \frac{2^{-8} p (1-p)^{kl-1}}{1 - (1-p)^{kl}}, \quad (17)$$

$$p_2^{(y)} \approx \frac{2^{-l-8k+1}}{1 - (1-p)^{kl}} \cdot \frac{(1 - (1-p)^k) (2^{l-1} (1-p)^{k(l-1)} - 1)}{2(1-p)^k - 1}. \quad (18)$$

При малых p , когда соблюдается условие $1 \gg pkl$, $p \ll 1/kl$, эти формулы могут быть заменены еще более простыми:

$$p_3^{(y)} \approx \lim_{p \rightarrow 0} p_3^{(y)} \approx \frac{2^{-8}}{kl}, \quad (19)$$

$$p_2^{(y)} \approx \lim_{p \rightarrow 0} p_2^{(y)} = \frac{2^{-8k}}{l}. \quad (20)$$

Отсюда видно, что при очень малых p условные (но, конечно, безусловные) вероятности получения несканженной страницы необнаруживаемого искажения практически не зависят от p .

Условная вероятность обнаруживаемого искажения при малых равна

$$p_1^{(y)} = 1 - p_2^{(y)} - p_3^{(y)} \approx 1 - \frac{2^{-8k}}{kl} - \frac{2^{-8k}}{l} \approx 1 - \frac{2^{-8}}{kl}. \quad (21)$$

(третий член гораздо меньше второго).

Перейдем теперь к определению безусловных вероятностей p_2 , p_1 . Вероятность неискаженной страницы представляет собою сумму вероятности отсутствия сбоя и вероятности неискаженно страницы при наличии сбоя:

$$p_3 = p_4 + p_5 p_3^{(y)} = (1 - p)^{kl} + (1 - (1 - p)^{kl}) p_3^{(y)}. \quad (22)$$

Вероятности p_2 и p_1 равны:

$$p_2 = p_5 p_2^{(y)}, \quad (23)$$

$$p_1 = 1 - p_3 - p_2. \quad (24)$$

При малых p ($klp \ll 1$) формулы (22)—(24) могут быть заменены более удобными для расчетов:

$$p_3 \approx 1 - klp + (1 - 1 + klp) \frac{2^{-8}}{kl} = 1 - klp + 2^{-8} p \approx 1 - klp, \quad (25)$$

$$p_2 \approx (1 - (1 - p)^{kl}) \frac{2^{-8k}}{l} \approx klp \frac{2^{-8k}}{l} = 2^{-8k} kp, \quad (26)$$

$$p_1 \approx 1 - 1 + klp - 2^{-8k} kp = klp \left(1 - \frac{2^{-8k}}{l}\right). \quad (27)$$

В табл. 1 приведены значения p_1 , p_2 , p_3 , рассчитанные по формулам (16)—(27) для матрицы размером 32×33 ($k=4$, $l=33$).

Таблица

Вероятности p_1 , p_2 , p_3 для матрицы $8k \times l = 32 \times 33$ при разных значениях p

№ п/п	p	p_1	p_2	p_3
1	10^{-10}	$1,32 \cdot 10^{-8}$	$9,313 \cdot 10^{-20}$	~ 1
2	10^{-8}	$1,32 \cdot 10^{-6}$	$9,313 \cdot 10^{-18}$	~ 1
3	10^{-7}	$1,32 \cdot 10^{-5}$	$9,313 \cdot 10^{-17}$	~ 1
4	10^{-6}	$1,32 \cdot 10^{-4}$	$9,313 \cdot 10^{-16}$	0,9999
5	10^{-5}	$1,32 \cdot 10^{-3}$	$9,313 \cdot 10^{-15}$	0,9997
6	10^{-4}	0,0131	$9,197 \cdot 10^{-14}$	0,9869
7	$5 \cdot 10^{-4}$	0,0639	$4,373 \cdot 10^{-13}$	0,9361
8	10^{-3}	0,1237	$8,214 \cdot 10^{-13}$	0,8763
9	$5 \cdot 10^{-3}$	0,4840	$2,483 \cdot 10^{-12}$	0,5160

После локализации страниц, содержащих сбои синхронизации, алгоритм работает так же, как и при исправлении пятен ошибок; поэтому для расчета помехоустойчивости могут быть применены формулы (1)–(3), приведенные в [2], в которых входные вероятности задаются значениями p_1, p_2, p_3 .

Число циклов с использованием формул (1)–(3) из [2] определяется размерностью многомерной матрицы. Так, например, для четырехмерной матрицы потребуется два цикла. На первом из них определяются соответствующие характеристики трехмерных параллелепипедов, а на втором — характеристики всей четырех-

Таблица 2

Характеристики помехоустойчивости четырехмерной матрицы размером $32 \times 33 \times 8 \times 8$ по отношению к сбоям синхронизации (p)

№ п/п	Вероятность сбоя синхронизации	Вероятность правильного декодирования	Вероятность ошибочного декодирования	Вероятность отказа от декодирования
1	10^{-10}	~ 1	$5,96 \cdot 10^{-18}$	$3,57 \cdot 10^{-31}$
2	10^{-8}	~ 1	$5,96 \cdot 10^{-16}$	$3,57 \cdot 10^{-19}$
3	10^{-7}	~ 1	$5,96 \cdot 10^{-15}$	$1,23 \cdot 10^{-15}$
4	10^{-6}	~ 1	$5,96 \cdot 10^{-14}$	$1,16 \cdot 10^{-11}$
5	10^{-5}	0,999999933	$5,96 \cdot 10^{-13}$	$6,7 \cdot 10^{-8}$
6	10^{-4}	0,99942	$5,86 \cdot 10^{-12}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$
7	$5 \cdot 10^{-4}$	0,847	$2,29 \cdot 10^{-11}$	0,153
8	10^{-3}	0,343	$1,75 \cdot 10^{-11}$	0,657
9	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-9}$	$4,81 \cdot 10^{-19}$	0,999999998

мерной матрицы. Для матрицы размером $32 \times 33 \times 8 \times 8$ расчетные формулы имеют следующий вид.

Первый цикл — для кубов:

$$p_{31} = p_3^8 + 8p_3^7 p_1 \quad (28)$$

— вероятность отсутствия ошибок;

$$p_{21} = [(p_2 + p_3)^8 - p_3^8] + 8[(p_2 + p_3)^7 - p_3^7] p_1 \quad (29)$$

— вероятность необнаруженной ошибки;

$$p_{11} = 1 - p_{31} - p_{21} \quad (30)$$

— вероятность обнаруженной ошибки.

На втором цикле получают окончательные характеристики для всей матрицы:

$$p_{32} = p_{31}^8 + 8p_{31}^7 p_{11} \quad (31)$$

— вероятность правильного декодирования;

$$p_{22} = [(p_{21} + p_{31})^8 - p_{31}^8] + 8[(p_{21} + p_{31})^7 - p_{31}^7] p_{11} \quad (32)$$

— вероятность ошибочного декодирования;

$$p_{12} = 1 - p_{32} - p_{22}. \quad (33)$$

— вероятность отказа от декодирования.

В табл. 2 приведены значения характеристик четырехмерной матрицы в зависимости от вероятности сбоя p .

Эти зависимости имеют типичную форму: малые вероятности ошибки и отказа при $p < p_{r1} = 10^{-4}$ (p_{r1} — граничная точка, соответствующая началу зоны перехода), быстрый рост суммарной вероятности отказа и ошибочного декодирования в зоне переход: ($p_{r1} < p < p_{r2} = 10^{-3}$).

В заключение определим математическое ожидание числа пораженных равенств m_i в матрице при условии, что произошел сбой синхронизации:

$$\bar{m}_i = \sum_{i=1}^{kl} p_i^{(y)} m_i. \quad (34)$$

Здесь p_i^y — условная вероятность сбоя на i -м байте; m_i — соответствующее число «затронутых» равенств, определяемое формулами (9) и (3). Расчет по этой формуле дает

$$\begin{aligned} \bar{m}_i = l + 8k - \frac{(1-p)^k [1 + (l-1)(1-p)^{kl} - l(1-p)^{k(l-1)}]}{[1 - (1-p)^{kl}][1 - (1-p)^k]} - \\ - 8(1-p)^{kl-k+1} - \frac{1 + (k-1)(1-p)^k - k(1-p)^{k-1}}{[1 - (1-p)^{kl}]p}. \end{aligned} \quad (35)$$

Для малых значений p , которые реально возможны в практической работе, это выражение можно упростить, заменив пределом при $p \rightarrow 0$:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \bar{m}_i = l + 8k - \frac{l-1}{2} - 4 \frac{k-1}{l}. \quad (36)$$

Полученное значение \bar{m}_i позволяет ориентироваться при выборе величины N_{\min} , определяющий нижнюю границу числа нарушенных ПР в первом блоке алгоритма, локализацию места сбоев синхронизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абашев Г. А. и др. Алгоритмы и программы кодирования и декодирования четырехмерной кодовой матрицы. — «Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 68—77.
2. Афиногенов Л. П. Возможности исправления пятен ошибок в многомерной кодовой матрице. — См. наст. сб.
3. Афиногенов Л. П. Число необнаруживаемых контролем векторов ошибок, расположенных на произвольном множестве символов двумерной матрицы и вероятность обнаружения пятен ошибок. — См. наст. сб.

Г. А. АБАШЕВ, Л. П. АФИНОГЕНОВ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕКТОРОВ ОШИБОК И ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ДВУМЕРНЫХ МАТРИЦ ПО ОТНОШЕНИЮ К НЕЗАВИСИМЫМ ОШИБКАМ

1. Предварительные замечания

Двумерные матрицы с защитой по четности вдоль координат представляют собой структурную часть многомерных кодовых матриц — системы кодирования, применяемой в настоящее время для защиты гидрометеорологической информации в процессе длительного хранения [2]. Алгоритмы, применяющиеся при декодировании таких матриц [3], основаны на последовательном анализе двумерных матриц, образующихся при различных сочетаниях пар координат. Кроме того, в некоторых простейших случаях (например, для защиты информации на магнитных лентах в штатных накопителях ЭВМ) двумерные матрицы или близкие к ним коды применяются самостоятельно.

Ранее расчет помехоустойчивости многомерных и, в частности, двумерных матриц по отношению к независимым ошибкам (основному виду искажений) выполнялся приближенно и был справедлив лишь для достаточно малых вероятностей ошибок, либо был основан на предположениях, которые не являются строгими и требуют экспериментальной проверки [1]. Поэтому строгий расчет помехоустойчивости двумерных матриц *во всей области значений вероятности является актуальной задачей.*

В данной статье проводится такой расчет для конкретной матрицы размером $8 \times 8 = 64$ двоичных символа. Полученный результат позволяет сделать некоторые общие выводы, которые могут быть использованы при расчете матриц других размеров.

2. Структура «невидимых» векторов ошибок (НВО) и векторов ошибок, ведущих к неправильному исправлению

Двумерная матрица декодируется правильно, если она содержит только одну ошибку (или не содержит ошибок). Поэтому расчет вероятности правильного декодирования никаких трудно-

стей не представляет и все затруднения связаны с необходимостью разделить вероятности ошибочного декодирования и отказа.

Ошибочное декодирование возникает в двух случаях: когда вектор ошибки (ВО) сам образует одну из разрешенных кодовых комбинаций (РКК) (ненулевую) либо когда такой ВО сочетается с вектором одиночной ошибки. В первом случае не нарушается ни одно из горизонтальных и вертикальных проверочных равенств (ПР) (рисунок), и поэтому ошибки остаются необнаруженными

a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}		a_{mj1}		a_{mj2}		a_{mn}
a_{i21}	a_{i22}	a_{i23}		a_{i2j1}		a_{i2j2}		a_{i2n}
a_{i11}	a_{i12}	a_{i13}		a_{i1j1}		a_{i1j2}		a_{i1n}
a_{31}	a_{32}	a_{33}		a_{3j1}		a_{3j2}		a_{3n}
a_{21}	a_{22}	a_{23}		a_{2j1}		a_{2j2}		a_{2n}
a_{11}	a_{12}	a_{13}		a_{1j1}		a_{1j2}		a_{1n}

Структура двумерной матрицы.

(невидимый вектор ошибки — НВО). Во втором случае система ПР выделяет один символ как ошибочный (хотя в некоторых случаях этот символ может быть правильным). «Подозреваемый» символ исправляется (в некоторых случаях ошибочно), а остальные ошибки остаются незамеченными и неисправленными. Во всех остальных случаях возникает отказ от декодирования.

Рассмотрим структуру НВО. Двумерная матрица размером $m \times n$ содержит $N = mn$ символов, из которых $N_1 = (m-1)(n-1)$ являются информационными, а остальные $N_2 = N - N_1 = m + n - 1$ — избыточными.

Будем считать, что избыточные символы занимают верхнюю горизонталь и правую вертикаль (см. рисунок). Каждый избыточ-

ый символ представляет собой сумму по mod 2 (дополнение до четности числа 1) информационных символов данной строки или столбца¹

$$a_{mi} = \bigcup_{k=1}^{m-1} a_{ki}; \quad a_{in} = \bigcup_{k=1}^{n-1} a_{ik}, \quad (1)$$

и правый верхний символ a_{mn} , кроме того, равен сумме по mod 2 всех информационных символов матрицы:

$$a_{mn} = \bigcup_{j=1}^{m-1} \bigcup_{i=1}^{n-1} a_{ij}. \quad (2)$$

Такая матрица обладает кодовым расстоянием $d=4$, и простейшую ненулевую кодовую комбинацию (и одновременно простейший НВО) образуют четыре единицы, расположенные в вершинах любого прямоугольника (например, $a_{i_1j_1}, a_{i_2j_1}, a_{i_2j_2}, a_{i_1j_2}$ на рисунке). Будем называть такой вектор ошибки прямоугольным ПВО). Среди ПВО встречаются векторы, у которых все единицы расположены в квадрате, образованном пересечением двух соседних горизонтальных и вертикальных рядов (например, ПВО, образованный элементами $a_{22}, a_{32}, a_{33}, a_{23}$ на рисунке). Такие ПВО будем называть элементарными (ЭВО).

Весом вектора ошибки называется число содержащихся в нем единиц; ПВО и, в частности, ЭВО имеют вес 4.

Сумма (по mod 2) (суперпозиция) двух или нескольких НВО дает НВО. Это вытекает из общих свойств линейных кодов, разновидностью которых является двумерная матрица, но в данном конкретном случае легко может быть показано и непосредственно. Рассмотрим, например, суперпозицию двух НВО A и B и произвольную (i -ю) горизонталь (или вертикаль) в этой суперпозиции. Пусть A и B содержат в этой горизонтали соответственно $2a_i$ и $2b_i$ единиц (числа единиц должны быть четными, так как A и B — НВО), из которых k_i ($k_i \leq 2a_i; k_i \leq 2b_i$) — общие. При суперпозиции общие для A и B единицы переходят в нули. Таким образом, число единиц в i -й горизонтали у вектора $C = A \cup B$, получившегося в результате суперпозиции A и B , четное: $c_i = 2a_i - k_i + 2b_i - k_i = 2(a_i + b_i - k_i)$. Сказанное справедливо для любого проверочного равенства, откуда следует, что C также является НВО.

Вектор ошибки, приводящий к нарушению только одного горизонтального и одного вертикального проверочного равенства, следовательно, воспринимаемый, как одиночная ошибка, подлежащая исправлению, будем называть вектором одиночной ошибки (ВОО). Эти векторы, в отличие от НВО, содержат нечетное

¹ Иногда вместо сумм (1) используются величины $a_{mi} = \left(\bigcup_{k=1}^{m-1} a_{ki} \right) \vee 1$; $a_{in} = \left(\bigcup_{k=1}^{n-1} a_{ik} \right) \vee 1$, образующие дополнение числа 1 в информационных символах до нечетного. Это обстоятельство никак не влияет на рассматриваемые свойства кода.

число единиц. Среди ВОО есть векторы, ведущие к правильному декодированию (они состоят из одиночной ошибки «на фоне нулевого ВО), и векторы (их гораздо больше), ведущие к ошибочному декодированию (они состоят из одиночных ошибок на фон НВО).

Используя введенную терминологию, сформулируем (опуская доказательства) некоторые утверждения, касающиеся структуры ВО, ведущих к неправильному декодированию двумерной матрицы.

1. Всякий НВО может быть представлен как суперпозиция ПВО. Такое представление, вообще говоря, неоднозначно.

2. Всякий НВО может быть представлен как суперпозиция ЭВО. Такое представление единственно.

3. Любой конкретный ВОО можно представить как суперпозицию вектора, содержащего одну единицу (ВОЕ) и ПВО. Такое представление единственно.

4. Множество ВОО, порожденных конкретным НВО (A) в сочетании со всеми возможными ВОЕ, не имеет общих элементов с аналогичным множеством ВОО, порожденных другим НВО (B).

5. Множество ВОО, содержащих $2k+1$ единиц, состоит из векторов, полученных из N_{2k} НВО веса $2k$ путем замены одного из $mn-2k$ нулей на единицу и из $N_{2(k+1)}$ НВО веса $2(k+1)$ путем замены одной из $2(k+1)$ единиц на нуль. Все полученные таким образом ВОО веса $2k+1$ различны, всего имеется

$$N_{2k+1} = N_{2k}(mn - 2k) + N_{2(k+1)} 2(k+1) \quad (3)$$

ВОО веса $2k+1$.

Структурные свойства ВО, изложенные в п. 1—5, позволяют непосредственно найти полное число векторов, декодирующихся правильно $N_{\text{пд}}$, ошибочно $N_{\text{од}}$:

$$N_{\text{пд}} = 1 + mn, \quad (4)$$

$$N_{\text{од}} = (2^{(m-1)(n-1)} - 1)(mn + 1). \quad (5)$$

Отсюда полное число ВО, ведущих к отказу $N_{\text{отк}}$, равно

$$N_{\text{отк}} = 2^{mn} - N_{\text{пд}} - N_{\text{од}}. \quad (6)$$

В последней формуле 2^{mn} — полное число ВО кодовых комбинаций матрицы, включая нулевой.

Но для расчета характеристик помехоустойчивости матрицы полного числа ВО, $N_{\text{пд}}$, $N_{\text{од}}$, $N_{\text{отк}}$ недостаточно; необходимо еще знать распределение чисел ВО по весам.

Пусть известно число НВО с весами $0, 2, 4, \dots, 2k, \dots, mn$ (или $mn-1$, если m и n нечетные), которые мы обозначим $N_0, N_2, N_4, \dots, N_{2k}, \dots, N_{mn}$. Тогда числа ВОО с весом 1 (N_1), ведущим совместно с единственным нулевым НВО к правильному декодированию а также с весами $3, 5, \dots, 2k+1, \dots, mn-1$ (или mn при нечетных m, n) — $N_3, N_5, \dots, N_{2k+1}, \dots, N_{mn-1}$, ведущими совместно с осталь-

ыми НВО к ошибочному декодированию), могут быть найдены по формуле (3). После этого могут быть найдены все вероятности, характеризующие помехоустойчивость матрицы по отношению к независимым ошибкам:

$$P_3 = (1 - p)^{mn} + mnp(1 - p)^{mn-1} = (1 - p)^{mn-1}(1 + (mn - 1)p) \quad (7)$$

— вероятность правильного декодирования;

$$P_2 = \sum_{i=0}^{mn} N_i p^i (1 - p)^{mn-i} - P_3 = \sum_{i=3}^{mn} N_i p^i (1 - p)^{mn-i} \quad (8)$$

— вероятность ошибочного декодирования (в формуле (8) использовано то обстоятельство, что в двумерных матрицах отсутствуют НВО веса 2: $N_2 = 0$);

$$P_1 = 1 - P_2 - P_3 \quad (9)$$

— вероятность отказа.

Таким образом, для решения основной задачи достаточно иметь распределение по весам только НВО.

3. Методика расчета числа НВО на примере квадратной матрицы 8×8

Для НВО число единиц в каждой строке и каждом столбце должно быть четным. Количество НВО веса i определяется числом всевозможных способов расстановки i единиц в n позициях ($n = m \times m$ — общее число символов в матрице) при соблюдении условия четности числа единиц в каждой строке (столбце). Нетрудно показать, что число НВО веса i равно числу НВО веса $n - i$.

Таким образом, распределение чисел НВО по весам является симметричным относительно $i = n/2$, и, следовательно, достаточно найти числа НВО для весов i от $i = d$ до $i = n/2$.

Для матрицы 8×8 ($n = 64$; $d = 4$) необходимо найти числа НВО для весов $i = 4, 6, 8, \dots, 32$. Методика решения этой задачи заключается в следующем.

Учитывая, что строка (столбец) матрицы может содержать 0, 2, 4, 6, 8 единиц, вес НВО разбивается на сумму чисел 2, 4, 6, 8 всевозможными способами (например, $i = 4 = 2 + 2$; $i = 10 = 8 + 2 = 6 + 4 = 6 + 2 + 2 = 4 + 4 + 2 = 4 + 2 + 2 + 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$; и т. д.). Полученное число способов разбиения веса НВО представляет собой всевозможные варианты распределения ошибок по строкам матрицы, а количество чисел в каждом способе — число строк, занятых ошибками. Поскольку матрица квадратная, то все это справедливо и для столбцов. Для учета всех вариантов распределения ошибок по строкам и столбцам составляется квадратная таблица с числом граф, равным числу способов разбиения веса НВО, причем горизонтальные графы соответствуют способам распределения ошибок по столбцам, а вертикальные — по строкам

матрицы. Ячейки этой таблицы соответствуют определенному совместному распределению ошибок по строкам и столбцам матрицы. Однако не все совместные распределения возможны. Это относится к случаям, когда максимальное число единиц в строке превышает число столбцов, содержащих единицы, и, наоборот, максимальное число единиц в столбце больше числа строк, содержащих единицы. Ячейки таблицы, соответствующие таким случаям, зачеркиваются. Оставшиеся ячейки заполняются соответствующим числом НВО, которое подсчитывается при данном совместном распределении единиц по строкам и столбцам. Поскольку таблица симметрична относительно диагонали, расчет подлежат лишь ячейки, лежащие на диагонали и под ней. В остальные ячейки вписываются согласно симметрии уже полученные числа НВО.

Т а б л и ц а

К расчету числа НВО веса 8

Распределение в столбцах	Распределение в строках			
	6,2 (2 строки)	4,4 (2 строки)	4, 2, 2, (3 строки)	2, 2, 2, 2 (4 строки)
6,2 (2 столбца)	—	—	—	—
4,4 (2 столбца)	—	—	—	$C_8^4 C_8^2 N_1$
4, 2, 2 (3 столбца)	—	—	—	$C_8^4 C_8^3 N_1$
2, 2, 2, 2 (4 столбца)	—	$C_8^2 C_8^4 N_1$	$C_8^3 C_8^4 N_2$	$C_8^4 C_8^4 N_1$

Вначале числа НВО рассчитываются в предположении, что матрица имеет столько строк и столбцов, сколько их занимал НВО в данном варианте, а затем уже полученное число НВО умножается на коэффициент, учитывающий различные варианты расположения данных НВО в матрице 8×8 . Для этого сначала в матрице 8×8 выделяется прямоугольник, в котором при данном распределении заняты все строки и столбцы, и подсчитывается число НВО, которое затем умножается на число прямоугольников такой конфигурации в матрице 8×8 .

После заполнения всех ячеек подсчитывается сумма всех чисел таблицы, которая и дает полное число НВО данного веса. Поясним сказанное на примере расчета числа НВО веса 8. Число 8 представляется в виде суммы четных чисел в четырех вариантах: $8 = 6 + 2 = 4 + 4 = 4 + 2 + 2 = 2 + 2 + 2 + 2$. По этим вариантам составляется табл. 1, в которой часть ячеек зачеркнута, а в остальные

писаны значения чисел НВО, полученные по описанной методике. Полное число НВО веса 8 равно

$$N_{(8)} = 2C_8^2 C_8^4 N_1 + 2C_8^3 C_8^4 N_2 + C_8^4 C_8^4 N_3$$

В данном случае расчет дает следующие значения:

$$N_1 = 1; \quad N_2 = 18; \quad N_3 = 90; \quad N_{(8)} = 586\,040.$$

Значения чисел НВО для всех весов (округленные до трех десятичных знаков) приведены в табл. 2.

Нужно отметить, что расчет числа НВО для весов 20 и более чрезвычайно трудоемок, поэтому $N_{(28)}$, $N_{(36)}$ и $N_{(32)}$ определялись по аппроксимирующей функции (кривая нормального вида). При этом точка 30 использовалась как опорная. Правомерность такой

Таблица 2

Распределение чисел НВО по весам

Вес НВО	Число НВО	Вес НВО	Число НВО	Вес НВО	Число НВО
4	784	24	$1,53 \cdot 10^{13}$	44	$1,1 \cdot 10^{12}$
6	18 816	26	$3,76 \cdot 10^{13}$	46	$2,2 \cdot 10^{11}$
8	586 040	28	$6,72 \cdot 10^{13}$	48	$2,86 \cdot 10^{10}$
10	$1,29 \cdot 10^7$	30	$9,74 \cdot 10^{13}$	50	$3,85 \cdot 10^9$
12	$2,26 \cdot 10^8$	32	$1,1 \cdot 10^{14}$	52	$2,26 \cdot 10^8$
14	$3,85 \cdot 10^9$	34	$9,74 \cdot 10^{13}$	54	$1,29 \cdot 10^7$
16	$2,86 \cdot 10^{10}$	36	$6,72 \cdot 10^{13}$	56	586 040
18	$2,2 \cdot 10^{11}$	38	$3,76 \cdot 10^{13}$	58	18 816
20	$1,1 \cdot 10^{12}$	40	$1,53 \cdot 10^{13}$	60	784
22	$4,8 \cdot 10^{12}$	42	$4,8 \cdot 10^{12}$		

Примечание. Значения НВО для весов 28, 32 и 36 вычислены по аппроксимирующей кривой.

аппроксимации подтвердилась при проверке полного числа НВО в матрице 8×8 , полученного суммированием расчетных данных и сравнением с теоретическим значением (ошибка оказалась менее 1%).

Вид кривой распределения чисел НВО, как и ожидалось, в большей своей части близок по форме к нормальному распределению. Отклонение от последнего в пределах $\pm 3\sigma$ составляет не более 1,5%, где σ — дисперсия распределения. Что касается участков, лежащих за пределами трех дисперсий, то здесь отклонения от нормального закона возрастают, особенно на краях: фактические числа НВО на концах лежат выше. Это хорошо согласуется

с предположением о характере распределения чисел НВО в линейных кодах вообще, высказанном в работе [4].

Используя полученное распределение чисел НВО и формулу (3), найдем распределение по весам векторов одиночной ошибки, приводящих к неправильному декодированию. Значения чисел ВОО приведены в табл. 3. Нетрудно убедиться, что распределение ВОО для матрицы $m \times m$ также симметрично относительно среднего веса $m \times m/2$.

Таблица

Распределение чисел ВОО, приводящих к ошибочному декодированию

Вес ВОО	Число ВОО	Вес ВОО	Число ВОО	Вес ВОО	Число ВОО
3	$3,1 \cdot 10^3$	25	$1,6 \cdot 10^{15}$	47	$5,4 \cdot 10^{12}$
5	$4,8 \cdot 10^4$	27	$3,3 \cdot 10^{15}$	49	$6,5 \cdot 10^{11}$
7	$5,8 \cdot 10^6$	29	$5,3 \cdot 10^{15}$	51	$6,6 \cdot 10^{10}$
9	$3,4 \cdot 10^7$	31	$6,8 \cdot 10^{15}$	53	$7,3 \cdot 10^8$
11	$7,3 \cdot 10^8$	33	$6,8 \cdot 10^{15}$	55	$3,4 \cdot 10^7$
13	$6,6 \cdot 10^{10}$	35	$5,3 \cdot 10^{15}$	57	$5,8 \cdot 10^6$
15	$6,5 \cdot 10^{11}$	37	$3,3 \cdot 10^{15}$	59	$4,8 \cdot 10^4$
17	$5,4 \cdot 10^{12}$	39	$1,6 \cdot 10^{15}$	61	$3,1 \cdot 10^3$
19	$3,2 \cdot 10^{13}$	41	$5,7 \cdot 10^{14}$	63	64
21	$4,9 \cdot 10^{13}$	43	$4,9 \cdot 10^{13}$		
23	$5,7 \cdot 10^{14}$	45	$3,2 \cdot 10^{13}$		

Действительно, для веса $m \times m - (2k+1)$, являющегося симметричным относительно веса $2k+1$, из (3) имеем

$$M_{m \times m - (2k+1)} = N_{m \times m - (2k+2)}(m \times m - m \times m + 2k + 2) + N_{m \times m - 2k}(m \times m - 2k) = N_{m \times m - (2k+2)}(2k + 2) + N_{m \times m - 2k}(m \times m - 2k). \quad (10)$$

Поскольку $N_{m \times m - (2k+2)} = N_{2k+2}$ и $N_{m \times m - 2k} = N_{2k}$ из условия симметричности чисел НВО, то

$$N_{m \times m - (2k+1)} = N_{2k+2}(2k + 2) + N_{2k}(m \times m - 2k) = N_{2k+1}. \quad (11)$$

4. Характеристика помехоустойчивости матрицы 8×8

Вероятность правильного декодирования матрицы при независимых ошибках в символах равна

$$P_3 = P_{0 \text{ ош}} + P_{1 \text{ ош}} = C_{64}^0 p^0 (1-p)^{64} + C_{64}^1 p^1 (1-p)^{63} =$$

$$= (1-p)^{64} + 64(1-p)^{63}p = (1+63p)(1-p)^{63}, \quad (12)$$

де $P_{0\text{ош}}$ — вероятность отсутствия ошибок; $P_{1\text{ош}}$ — вероятность появления одной ошибки; p — вероятность искажения символа. Для $< 10^{-3}$ можно приближенно считать, что $(1-p)^{63} \approx 1-63p$, тогда

$$P_3 \approx (1-63p)(1+63p). \quad (13)$$

Вероятность неправильного декодирования состоит из двух составляемых

$$P_2 = P'_2 + P''_2, \quad (14)$$

де P'_2 — вероятность неправильного декодирования при «невидимых» ошибках; P''_2 — вероятность неправильного декодирования при векторах ошибок, ложно принимаемых за одиночные. Вероятность P'_2 вычисляется по формуле

$$P'_2 = \sum_{2k}^{64} \frac{A_{2k}}{C_{64}^{2k}} C_{64}^{2k} p^{2k} (1-p)^{64-2k} = \sum_{2k}^{64} A_{2k} p^{2k} (1-p)^{64-2k}, \quad (15)$$

де $k=1, 2, \dots$, A_{2k} — распределение чисел НВО по весам. Формулу (15) для малых p можно упростить, поскольку в этом случае $(1-p)^n - p^n \approx (1-p)^n$. Кроме того, последний член суммы (15) чрезвычайно мал по сравнению со всеми остальными. Учитывая это, а также симметричность распределения чисел НВО, получим

$$P'_2 \approx A_4 p^4 (1-p)^{60} + A_6 p^6 (1-p)^{58} + \dots + A_{32} p^{32} (1-p)^{32}.$$

Эта формула и использовалась для расчетов. Для вероятности P''_2 расчетная формула имеет аналогичный вид

$$P''_2 = \sum_{2k+1}^{63} A_{2k+1} p^{2k+1} (1-p)^{64-2k-1}, \quad (16)$$

где A_{2k+1} — распределение чисел ВОО по весам. Применяя те же упрощения, что и в предыдущем случае, имеем

$$P''_2 \approx A^3 p^3 (1-p)^{61} + A_5 p^5 (1-p)^{59} + \dots + A_{31} p^{31} (1-p)^{33}. \quad (17)$$

Вероятность отказа от декодирования равна

$$P_2 = 1 - P_2 - P_2. \quad (18)$$

Результаты расчетов по формулам (12) — (18), сведены в табл. 4.

Выводы

1. Приведенная методика позволяет точно рассчитать распределение по весам числа невидимых, а также ведущих к ошибочному исправлению векторов ошибок для двумерных матриц небольших размеров.

Значения P_1, P_2', P_2'', P_3 в зависимости от вероятности ошибки
в символе p

p	P_3	P_2'	P_2''	P_1
10^{-10}	$1-10^{-11}$	10^{-37}	$3,14 \cdot 10^{-27}$	$\sim 10^{-11}$
10^{-9}	$1-10^{-11}$	10^{-33}	$3,14 \cdot 10^{-24}$	$\sim 10^{-11}$
10^{-8}	$1-10^{-11}$	10^{-29}	$3,14 \cdot 10^{-21}$	$\sim 10^{-11}$
10^{-7}	$1-4 \cdot 10^{-11}$	10^{-25}	$3,14 \cdot 10^{-18}$	$\sim 4 \cdot 10^{-11}$
10^{-6}	$1-2 \cdot 10^{-9}$	10^{-21}	$3,14 \cdot 10^{-15}$	$\sim 2,2 \cdot 10^{-9}$
10^{-5}	$1-2 \cdot 10^{-7}$	10^{-17}	$3,14 \cdot 10^{-12}$	$\sim 2 \cdot 10^{-7}$
10^{-4}	$1-2 \cdot 10^{-5}$	10^{-13}	$3,14 \cdot 10^{-9}$	$\sim 2 \cdot 10^{-5}$
10^{-3}	0,998	$7,4 \cdot 10^{-10}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$	$\sim 1,9 \cdot 10^{-3}$
$2 \cdot 10^{-3}$	0,993	$1,1 \cdot 10^{-8}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$\sim 7,4 \cdot 10^{-3}$
$3 \cdot 10^{-3}$	0,984	$5,3 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-5}$	$\sim 1,6 \cdot 10^{-2}$
$4 \cdot 10^{-3}$	0,973	$1,56 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$\sim 2,7 \cdot 10^{-2}$
$5 \cdot 10^{-3}$	0,959	$3,6 \cdot 10^{-7}$	$2,9 \cdot 10^{-4}$	$\sim 4,1 \cdot 10^{-2}$
$6 \cdot 10^{-3}$	0,943	$7,1 \cdot 10^{-7}$	$4,7 \cdot 10^{-4}$	$\sim 5,6 \cdot 10^{-2}$
$7 \cdot 10^{-3}$	0,926	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-4}$	$\sim 7,4 \cdot 10^{-2}$
$8 \cdot 10^{-3}$	0,90674	$1,9 \cdot 10^{-6}$	10^{-3}	0,0920
$9 \cdot 10^{-3}$	0,88656	$3 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,1120
10^{-2}	0,86538	$4,3 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	0,1329
$2 \cdot 10^{-2}$	0,63292	$3,7 \cdot 10^{-5}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	0,3596
$3 \cdot 10^{-2}$	0,424148	10^{-4}	$1,4 \cdot 10^{-2}$	0,5617
$4 \cdot 10^{-2}$	0,2689	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	0,7129
$5 \cdot 10^{-2}$	0,1639	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$	0,8158
$6 \cdot 10^{-2}$	0,0969	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	0,8838
$7 \cdot 10^{-2}$	0,0559	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	0,9268
$8 \cdot 10^{-2}$	0,03159	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,9531
$9 \cdot 10^{-2}$	0,0175	$2,37 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	0,9693
0,1	0,00956	$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-2}	0,9802
0,2	$\sim 10^{-5}$	$4,3 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	0,9974
0,3	$6 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-3}$	0,9980

2. Это распределение достаточно точно аппроксимируется кривой нормального вида, что согласуется с результатами, полученными Э. Л. Блохом, В. В. Поповым и др. [4] для двух других примеров линейного кода.

3. Точность аппроксимации распределения НВО по весам кривой нормального вида возрастает по мере увеличения размеров ашищаемых блоков. Это обстоятельство, по-видимому, «типичное» для широкого класса кодов, позволяет применять приближенные методы для расчета помехоустойчивости для сложных кодов, тогда другие методы неприменимы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абашев Г. А. и др. Помехоустойчивость многомерных кодовых матриц.— Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 78—91.

2. Абашев Г. А. и др. Требования к помехоустойчивому кодированию гидрометеорологической информации.— «Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 63—68.

3. Абашев Г. А. и др. Алгоритмы и программы кодирования и декодирования четырехмерной кодовой матрицы.— «Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 68—77.

4. Блох Э. Л., Попов О. В. и др. Оценка вероятности необнаруженной ошибки для двоичных линейных кодов.— «Труды учебных институтов связи», 1966, вып. 29, с. 76—81.

5. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. Пер. с англ. Л., «Мир», 1976. 594 с.

Г. Н. МЯСНИКО

ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОГРАММА ФОРМИРОВАНИЯ МАШИННОГО АРХИВА ПО МИРОВОЙ АКТИНОМЕТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

Централизованный сбор и публикация ежемесячных результатов наблюдений мировой актинометрической сети производятся с 1964 г. (Международного года спокойного солнца) в соответствии с резолюцией XIV сессии Исполкома ВМО. Исходные материалы подготавливаются национальными метеослужбами по единой инструкции, утвержденной ВМО, и пересылаются в ГГО им. А. И. Воейкова для издания ежемесячников [1]. Ежемесячники содержат три вида данных, объединенных в таблицы трех типов:

I. Суточные и месячные значения суммарной радиации, а также месячные суммы числа часов солнечного сияния.

II. Часовые, суточные и месячные суммы радиационного баланса и суммарной радиации.

III. Средние месячные значения суммарной радиации за часовые промежутки. Здесь публикуются данные ряда станций, которые не ведут наблюдения за радиационным балансом и не включены поэтому в табл. II.

Кроме текущих результатов наблюдений, в ежемесячниках имеется раздел «Дополнения», в котором публикуются данные, поступившие несвоевременно (вид таблиц «Дополнений» практически не меняется), а также описательная часть — список станций, типы применяемых приборов, различные замечания, связанные с заменой приборов, изменением рельефа и местоположения станций и пр.

Накопленные с 1964 г. материалы общим объемом до 40 млн десятичных знаков представляют значительный интерес как для чисто климатологических задач, так и при создании различных численных моделей (например, при разработке схем численного долгосрочного прогноза погоды и т. д.). Однако для эффективного использования этих данных необходимо перевести их на технический носитель, чтобы иметь возможность обрабатывать значи-

ельные информационные массивы с помощью ЭВМ, а также обмениваться ими с другими НИУ ГУГМС и ВМО. Предметом рассмотрения данной статьи являются некоторые общие вопросы организации метеорологических архивов, структура конкретного актинометрического архива и программа его формирования.

Структура архива

При разработке научно-методических вопросов организации долговременных архивов на технических носителях был сформулирован ряд требований к таким архивам [2, 3]. Показаны большие возможности использования магнитных лент (МЛ) в качестве надежного технического носителя при условии помехоустойчивого кодирования исходной информации [4]. В литературе подробно описывалась система кодирования на принципе многомерных кодовых матриц, которая позволяет успешно бороться с искажениями сохраняемого на МЛ материала [5, 6]. Для защиты актинометрического архива рационально применить четырехмерные матрицы $33 \times 32 \times 8 \times 8$ (как и для других вновь создаваемых архивов [6]). «Информационный объем» одной матрицы — зоны, т. е. поле размещения архивной информации в памяти ЭВМ, составляет 6000 байт или 1500_{10} ячеек ЭВМ М-222, в которых используются младшие 32 разряда. Удобно хранить в каждой зоне данные, объединенные по смыслу в массивы соответствующей длины и разрядности. Поэтому размеры матриц отчасти определяют и макет размещения материала на магнитной ленте.

При построении актинометрического архива выбран климатологический принцип расположения данных в виде рядов наблюдений для отдельных переменных. «Переменными» в описываемом архиве являются сами станции, производящие синхронные измерения одноименных параметров в различных точках пространства. В качестве характерной длины временного ряда выбран 10-летний период: 1961—1970 (фактически с 1964 г.), 1971—1980 и т. д. Наблюдения за каким-либо одним актинометрическим параметром в течение 10 лет по разным станциям объединены в группе зон, называемой «файлом». Файлы могут содержать данные по всей мировой сети или только по некоторой ее части. В настоящее время зарегистрировано примерно 700 станций, присылающих в ГГО материалы по табл. I; около 100 станций из этих 700 дают материалы по табл. II и 60 — по табл. III. Каждой станции присвоен трехзначный номер (с учетом распределения по регионам), являющийся шифром данной переменной в архивном каталоге; каталог содержит 999 переменных, некоторые номера резервные.

Архив состоит из трех частей: результаты измерений суммарной радиации, радиационного баланса и обобщенные данные (все суммы, средние величины и сведения о продолжительности солнечного сияния). Материал первой части за 10 лет размещен на одной бобине МЛ, которая носит название СУМРАД; вторая часть занимает две бобины БАЛАНС, а третья часть — одну бобину

ОБЩАЯ. Наблюдения за следующее десятилетие, например 1971—1980 гг., записываются на других четырех лентах — архив будет постоянно пополняться.

Лента СУМРАД содержит основные данные по суммарной радиации Т — суточные суммы, объединенные в 2 файла (около

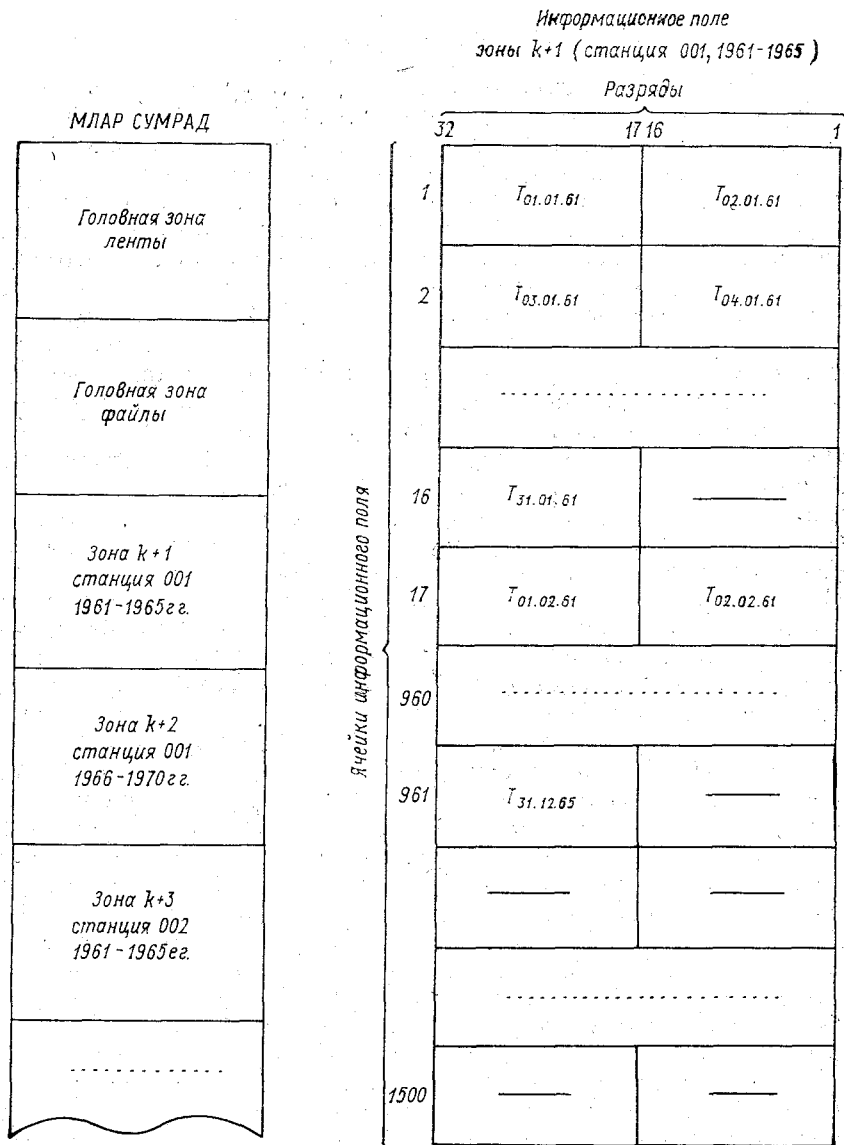


Рис. 1. Структура МЛАР СУМРАД и размещение данных по суммарной радиации в одной зоне.

00 станций в каждом). На любой из бобин БАЛАНС имеется также 2 файла, где хранятся основные результаты наблюдений за радиационным балансом — часовые суммы по 33 станциям в одном файле. На ленте ОБЩАЯ размещены 10 файлов, каждый из них содержит обобщенные данные по всей сети, а именно:

- месячные суммы суммарной радиации;
- среднесуточные значения суммарной радиации;
- месячные суммы количества часов солнечного сияния;
- среднесуточные значения продолжительности солнечного сияния;
- суточные суммы радиационного баланса;
- месячные почасовые суммы баланса;
- средние почасовые значения баланса;
- месячные суммы баланса;
- среднесуточные значения баланса;
- средние почасовые значения суммарной радиации.

Каждая бобина начинается с так называемой головной зоны ленты (ГЗЛ), а каждый файл — с головной зоны файла (ГЗФ). Головные зоны содержат формализованную информацию табличного типа о размерах и нумерации зон, о числе и размерах файлов, длине рядов наблюдений, количестве переменных, виде упаковки и масштабных множителях измеряемых величин и т. д. ГЗЛ и ГЗФ также подвергаются кодированию для защиты от искажений.

Рисунок 1 изображает схему расположения основных данных о суммарной радиации на МЛ архива (МЛАР) СУМРАД. В одной зоне находятся результаты наблюдений по станциям за 5 лет, таким образом, весь ряд хранится в двух зонах. В правой части рисунка показано, каким образом размещены числа в машинных словах информационного поля зоны. Напомним, что используется 500_{10} ячеек при 32-разрядном макете; для экономии ленты записываются только эти четырехбайтовые части машинных слов на МЛ в специальном аппаратном режиме «Архив». Числа упакованы по два в последовательных ячейках, каждое хранится в целом двоичном виде, занимая 16 разрядов. Из них младшие 13 разрядов отводятся для самой величины, один разряд — для ее знака, старшие два разряда — для признаков качества наблюдений. Последние дают возможность отличить обычные данные от сомнительных, помеченных в ежемесячниках скобками. Наблюдения объединены в группы по месяцам одинаковой продолжительности (31 день), которые должны занимать целое число ячеек в соответствии с правилами построения архивов [3]. Поэтому в каждой 6-й ячейке младшие два байта заполнены кодом отсутствия данных, представляющим собой единицы во всех 16 разрядах. Такой код заменяет отсутствующие результаты наблюдений, а также потребляется для резервных станций и для последних чисел месяцев, в которых меньше 31 дня. Сведения о суммарной радиации за 5 лет заполняют 960 ячеек информационного поля зоны, остальные ячейки содержат код отсутствия.

Ленты БАЛАНС имеют аналогичную структуру и упаковку данных, но временной шаг составляет один час вместо суток. Таким образом, в информационном поле зоны первые 1488 ячеек содержат результаты наблюдений по станции за 4 месяца, а 10-летний ряд хранится в 30 зонах.

Обобщенные данные чаще всего упаковываются также, однако месячные суммы суммарной радиации и баланса могут принимать большие числовые значения и поэтому не упаковываются, занимая целые 32-разрядные части слов (2 разряда — признаки качества, 1 разряд — знак и 29 разрядов — число). Зоны разных файлов содержат 10-летние ряды по разному количеству станций — от одной до 25 в зависимости от временного шага наблюдений.

Замечания:

а) средние величины в ежемесячниках публикуются с точностью до десятых долей. В архиве они хранятся в виде целых чисел, а их масштабный множитель в ГЗФ равен 0,1;

б) особенности применяемых метрологических стандартов некоторых национальных метеослужб привели к тому, что результаты наблюдений на станциях этих стран поступают в разных единицах измерения. Часть станций присылает данные в $\text{Дж}/\text{см}^2$ часть — в $\text{мВт}\cdot\text{ч}/\text{см}^2$, однако большинство станций (в том числе станции СССР) проводят измерения в $\text{кал}/\text{см}^2$. В архиве используется только одна система — $\text{кал}/\text{см}^2$, как наиболее распространенная, что не мешает при необходимости быстро пересчитать все величины в других единицах.

Создание архива

Работу по созданию архива можно представить как ряд более или менее типичных этапов (рис. 2).

1. Занесение данных на промежуточный технический носитель

а) Подготовка исходного материала и макета его размещения на промежуточном носителе.

В данном случае речь идет вначале о составлении полного списка зарегистрированных станций, присвоении им трехзначных шифров, записи этих шифров в один комплект ежемесячников с одновременной пометкой о нестандартных единицах измерения и т. д. Перенесение данных на промежуточный технический носитель — перфокарты или бумажные перфоленты — является в настоящее время необходимым, хотя и трудоемким этапом в создании машинного архива. Иногда на этом и заканчивается вся работа, а «архивом» называют тогда перфокартотеку или набор перфолент. Такое представление следует признать принципиально неправильным не только в связи с огромными трудностями при обработке данных на ЭВМ в достаточно большом объеме, но и в связи с невозможностью длительного надежного хранения.

В качестве промежуточного носителя для актинометрического архива выбрана перфолента, обладающая рядом преимуществ по сравнению с перфокартами — компактностью, высокой скоростью

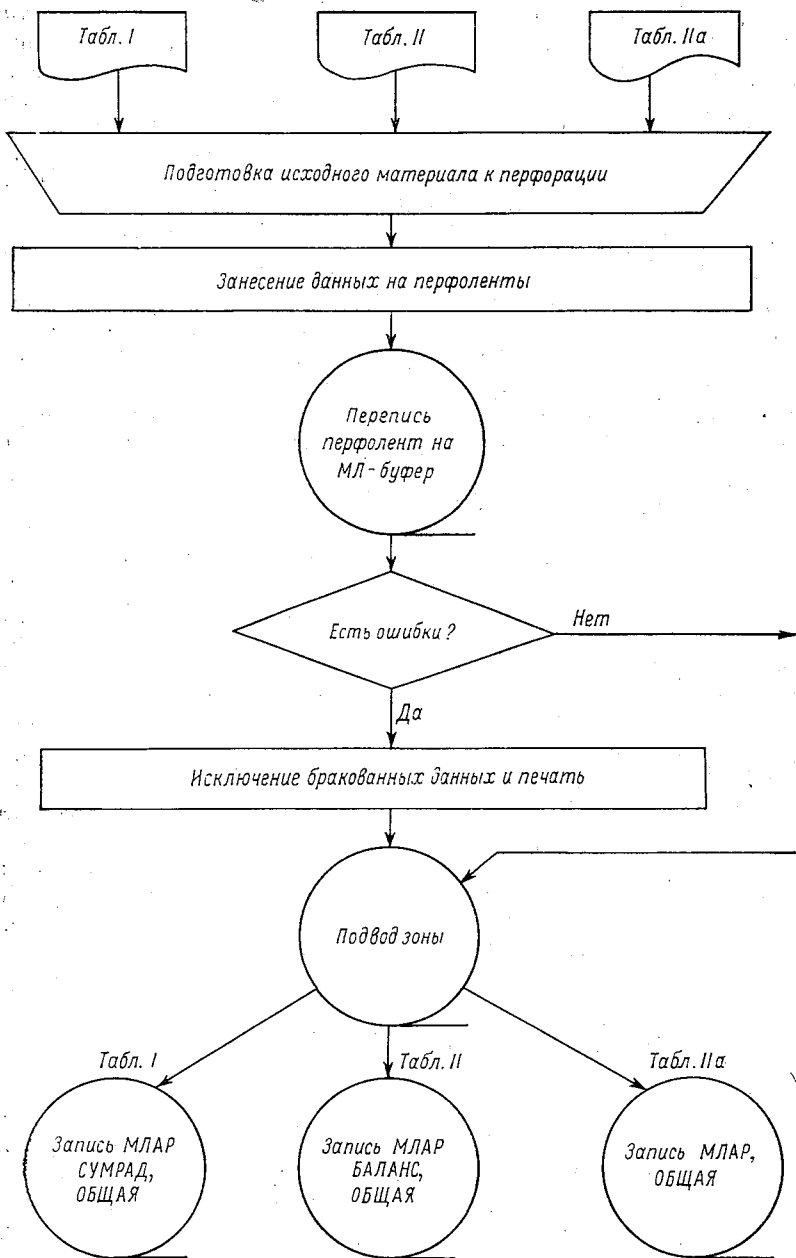


Рис. 2. Организация работы по созданию архива.

и удовлетворительной надежностью ввода в ЭВМ. Макет предусматривает набивку материала отдельными массивами с интервалами, что удобно для ввода в ЭВМ. Массив имеет заголовок, где указан вид таблицы, год, месяц, номер станции. Подобные заголовки, а также суммы, осредненные величины и конец массива отделены специальными знаками, между массивами оставляется участок чистой перфоленты длиной около 0,5 м. При перфорации табл. I каждый массив объединяет данные одной страницы ежемесячника (до 20 станций), при перфорации табл. II — данные одной станции.

б) Организация работ по перфорации.

Для набивки использовалось устройство «Целлотрон» с нестандартным 8-разрядным кодом Р-300. С целью устранения большинства ошибок набивки применялась повторная независимая перфорация одних и тех же ежемесячников с последующим сличением перфолент на «Целлотроне» и исправлением ошибок. Данные какой-либо таблицы ежемесячника занимают целую катушку перфоленты.

в) Использование буферных МЛ.

Поскольку ежемесячники построены в основном по синоптическому принципу, а архив — по климатологическому, материал поддается значительной перекомпоновке. В результате запись на архивные МЛ происходит в несколько раз медленнее, чем ввод перфолент в память ЭВМ. Следует также заметить, что при работе с перфолентами необходимо постоянное участие человека-исполнителя, а при работе с МЛ этого не требуется. В связи с этим производится вначале быстрая переноска данных с перфолент на буферные МЛ, а затем обработка этих данных и формирование архивных МЛ. Представляется, что подобная двухступенчатая организация записи архива может быть рекомендована во многих аналогичных случаях: наличие данных на буферных МЛ позволяет вести длительную работу по записи архива в «автоматическом» режиме. Запись на буферные МЛ производится с помощью устойчивым кодированием для защиты исходного материала от искажений при возможных сбоях аппаратуры или дефектах на МЛ, так как может пройти значительное время до окончания записи архивных лент.

2. Формирование архивных МЛ.

а) Обработка и контроль материала.

Программа осуществляет ввод данных очередного массива с промежуточного носителя — в данном случае с буферной МЛ — в память машины и обрабатывает заголовок. Расшифровывается вид таблицы, год, месяц, проверяется наличие знаков — разделителей, правильность набивки заголовка: год и месяц должны принадлежать соответствующему интервалу (например, 1961—1970 гг, номер месяца — от 1 до 12). Затем начинается обработка материала по частям: для табл. I — это месячные ряды по разным станциям, для табл. II — ряды ежечасных наблюдений за сутки по одной станции. Таблица IIa обрабатывается аналогично

соответствующим среднемесячным часовым суммам T в табл. II. Каждый раз проверяется правильность заголовка группы, т. е. номера станции или же даты. После этого символы с промежуточного носителя переводятся программой из кода перфоленты в двоичный машинный вид, преобразуются в числа с одновременной обработкой служебных знаков и контролем макета (наличие разделителя в конце группы, обработка знаков «минус», пометок качества, прочерков, отбраковка ошибочно набитых символов, контроль количества дней в месяце и т. д.). Результаты наблюдений, выраженные в Дж/см² или мВт·ч/см², переводятся в кал/см². Программа сравнивает суммы и средние значения, записанные на буферной МЛ, с вычисленными машиной. Если они отличаются друг от друга больше чем на определенную величину, то проверяемая группа считается негодной для записи в архив. Сообщения о браке выдаются на печать, а забракованные по разным причинам группы подлежат новой перфорации. Для всех групп производится упаковка данных по макету и формирование номеров нужных зон с учетом номера станции, года и месяца наблюдений.

б) Запись данных на МЛАР.

Разберем подробнее процесс поиска и подвода требуемой зоны, что происходит здесь особым образом. В отличие от обычных МЛ при работе с МЛАР актинометрического архива используются двенадцатиразрядные (двоичные) номера зон. Дело в том, что при плотности записи 32 байта/мм и 4-байтовым режиме «Архив» на стандартной бобине узкой МЛ может быть размещено не менее 2046_{10} архивных зон по 2112_{10} слов в каждой. Тогда на ленте оказывается 2—3 участка с одинаковой последовательностью номеров зон с 0001 по 1777_8 для полных участков. На лентах СУМРАД и БАЛАНС имеется по два полных участка, что дает возможность заполнить целиком бобину МЛ типа ORWO длиной до 670 м (на ленте ОБЩАЯ материал размещается пока на одном участке). Аппаратурные особенности ЭВМ М-222 позволяют использовать лишь зоны с 10-разрядными двоичными номерами не превышающими 1777_8 (1023_{10}). Реализация 12-разрядного номера зоны, т. е. находящегося в пределах $0001—1777_8$, может быть осуществлена путем автоматического перехода с одного участка на другой, что достигается программными средствами. Рассмотрим это на примере бобины МЛ с двумя участками.

Программа анализирует 12-разрядный номер запрошенной зоны и номер участка, где находится лента (последний хранится в специально отведенной ячейке). Если не требуется переходить на другой участок, то применяется обычное обращение. Если окажется, что зона принадлежит другому участку, то производится подвод начала и конца участка (в зависимости от направления перехода) путем подвода 2001_8 зоны или чтения 1777_8 зоны соответственно. Лента останавливается на промежутке между участками, программа меняет номер участка на новый, затем следует обращение к нужной зоне. При этом управляющая программа

«Диспетчер» выбирает верное направление перемотки ленты, сравнивая 12-разрядные номера зоны-заявки и последней зоны к которой было обращение на данном магнитофоне. Аналогичным образом организуются переходы при наличии трех участков (ленты типа BASF и Scotch имеют длину до 750 м). Например, для возврата из третьего участка в первый дается вначале подвода 4001₈ зоны, затем 2001₈. Подобный прием позволяет полностью реализовать длину МЛ при большой плотности записи.

По окончании перехода на нужный участок и подвода зон производится запись данных на МЛАР. На ленте ОБЩАЯ рядом по нескольким станциям часто хранятся в одной зоне, поэтому обобщенные данные накапливаются предварительно на магнитном барабане, что исключает необходимость нескольких обращений к одной и той же зоне и экономит машинное время.

3. Упорядочение архива — запись раздела «Дополнение», из правлений, ГЗЛ, ГЗФ, описательной части.

Последний этап создания актинометрического архива может быть не очень типичным, в связи с чем он не представлен на рис. 2. Материалы «Дополнений», а также забракованные данные подвергаются перфорации и описанной выше обработке с записью на соответствующее место. Задача упорядочения архива частично решается и при основной обработке, когда различные обобщенные данные по табл. I, II, а также данные табл. II объединяются на МЛАР ОБЩАЯ.

Запись ГЗФ может быть произведена как в самом начале работ, так и в конце. Однако ГЗЛ предпочтительно заполняют как можно раньше для контроля установки нужной МЛАР и избежание ошибок при формировании архива. Требуется предусмотреть место на МЛАР для размещения текстовой описательной части. Комплект МЛАР будет содержать тогда все необходимые сведения: словарь станций с их названиями, координатами, типами приборов, методикой наблюдений и т. д.

В заключение отметим, что предстоит дальнейшее усовершенствование способов защиты архивов (например, создание дублирующих или контрольных лент), разработка системы хранения и унифицированных методик построения машинных архивов для ЕС ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Солнечная радиация и радиационный баланс (мировая сеть). Л., 1964—1977 гг.
2. Абашев Г. А. и др. Требования к помехоустойчивому кодированию гидрометеорологической информации. — «Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 63—67.
3. Груза Г. В., Ранькова Э. Я. Организация метеорологических архивов для статистического анализа на ЭВМ. — «Труды САРНИГМИ», 1974, вып. 11 (92) с. 143—169.
4. Афиногенов Л. П. и др. О надежности длительного хранения дисковой информации при введении избыточности. — «Труды ГГО», 1973, вып. 313 с. 3—18.

5. Абашев Г. А. и др. Алгоритмы и программы кодирования и декодирования четырехмерной кодовой матрицы.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, 68—77.

6. Афиногенов Л. П. и др. Алгоритмы кодирования и декодирования четырехмерной кодовой матрицы, построенной на основе применения 8-разрядных байтов.—«Труды ВНИИГМИ», 1976, вып. 12, с. 73—83.

Е. П. РЫЖИХ, Л. П. ЩИПАНОВ

СИСТЕМА ДЛИТЕЛЬНОГО ХРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ НА СТАНДАРТНОЙ МАГНИТНОЙ ЛЕНТЕ ДЛЯ ЭВМ «МИНСК-32»

Введение

Непрерывный рост объемов гидрометеорологической информации (ГМИ), связанный с увеличением пунктов наблюдений и программ наблюдений в этих пунктах, резкое увеличение числа и объемов запросов на архивную ГМИ более остро, чем прежде ставит вопрос об эффективности процессов создания и эксплуатации архивов ГМИ.

Последнее возможно только в том случае, если система хранения, поиск и выдача данных будут строиться на современном научно-техническом уровне.

Система архивации ГМИ должна решать следующие задачи

1) сбор и подготовка ГМИ к архивации, включая контроль первичных данных;

2) занесение на технический носитель для долговременного хранения;

3) надежное длительное хранение;

4) обслуживание абонентов системы данными по заявкам

Основным методом обеспечения длительного и надежного хранения информации является помехоустойчивое кодирование и периодическая регенерация [1—4].

В настоящее время наиболее разработанными для длительного хранения являются два вида технических носителей — фотооптический [5, 6] и магнитная лента [7].

Если задачи длительного хранения очень больших массивов информации в специализированном центре в настоящее время экономически целесообразно решать на базе фотооптического носителя, то для создания долговременных архивов сравнительно не большого объема (до 10^{11} дв. единиц) магнитная лента (МЛ) более предпочтительна [7, 18].

В настоящей работе описывается система длительного хранения информации (СДХИ) на стандартных МЛ для ЭВМ «Минск-2», разработанная во ВНИИГМИ—МЦД. Разработка проводится на основе научных исследований, выполненных совместно ГГО им. А. И. Воейкова.

Методы обеспечения достоверности информации при хранении

Описанные в литературе методы защиты информации на МЛ [8, 9], в том числе используемые в ЭВМ третьего поколения, не удовлетворяют требованиям длительного хранения.

В СДХИ применяется 4-мерная кодовая матрица с защитой по четности вдоль каждой из четырех размерностей — координат. Это — разновидность итеративного кода, описанного ранее в работах Питерсона [10], Харкевича [11] и др.

Таблица 1

Вероятность правильного декодирования при средней вероятности ошибок P_0

$P_0 \dots$	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}	10^{-10}
$P_{\text{прав}} \dots$	$(1 \div 6,2) \cdot 10^{-14}$	$(1 \div 6,7) \cdot 10^{-15}$	$(1 \div 1,1) \cdot 10^{-18}$	$(1 \div 1,2) \cdot 10^{-22}$

В СДХИ выбраны следующие размеры (C_i) координат: $C_1=36$, $C_2=34$, $C_3=C_4=8$. Длина закодированного блока-матрицы составляет 78 400 дв. символов при избыточности $r=28\%$. Выбор размеров координат, и тем самым длины кода и избыточности, определяется многими, подчас противоречивыми требованиями, такими, как удобство реализации на выбранной ЭВМ с учетом ее операционной системы, требуемые характеристики надежности и т. п. Алгоритм кодирования прост и легко реализуется на ЭВМ. Последовательно осуществляются операции свертки по модулю два: двоичных разрядов первой координаты — «слова», двоичных слов второй координаты — «страницы», страниц третьей координаты — «книги» и, наконец, «книг» четвертой координаты — матрицы [12]. Указанный код допускает различные алгоритмы декодирования [12, 13]. Выбор того или иного алгоритма определяется требованиями к надежности, сложностью реализации на ЭВМ, реальной статистикой ошибок и т. д. Различные алгоритмы могут быть объединены в адаптивную систему, в которой последовательное включение того или иного модуля определяется конкретным характером поражения матрицы.

В СДХИ программно реализован алгоритм, состоящий из трех модулей. Первый определяет наличие сбоя синхронизации и в случае рассинхронизации осуществляет попытку ее устранения.

Второй модуль — «основной» — использует принцип образования и исправления двумерных матриц, в каждой из которых можно исправлять одну и обнаруживать любые две и значительное число ошибок большей кратности.

Двумерные матрицы получаются при рассечении четырехмерного куба плоскостями, параллельными парам координатных осей. Шести группам параллельных сечений ($C_4^2 = 6$) соответствуют шесть блоков в «основном» модуле (матрицы $C_4 \times C_3$, $C_4 \times C_2$, $C_3 \times C_2$, $C_4 \times C_1$, $C_3 \times C_1$, $C_2 \times C_1$).

Третий модуль — исправление «пятен» ошибок — включается, если шестой блок «основного» модуля не исправляет всех ошибок. Третий модуль оперирует страницами. Исправление ошибочных страниц, локализованных шестым блоком, осуществляется средствами третьей и четвертой координат.

Выбранные код и алгоритмы в основном отвечают требованиям, предъявляемым к системе помехоустойчивого кодирования при длительном хранении информации [14].

Расчеты и экспериментальное исследование помехоустойчивости 4-мерной кодовой матрицы показывают, что для рассматриваемых кода и алгоритма

Таблица 2

Вероятность потери информации $P_{\text{пот}}^{T_0}$
в конце срока хранения T_0

P_0	$P_{\text{пот}}^{T_0}$ при t_p	
	2 года	10 лет
10^{-5}	$3,35 \cdot 10^{-12}$	$6,7 \cdot 10^{-13}$
10^{-6}	$5,5 \cdot 10^{-15}$	$1,1 \cdot 10^{-16}$

кривая зависимости вероятности правильного декодирования $P_{\text{прав}}$ от входной вероятности ошибок P_0 имеет переход от $P_{\text{прав}} \approx 1$ до $P_{\text{прав}} \approx 0$ в области $P_0 = 10^{-3} \div 9 \cdot 10^{-3}$ [13]. Группирование ошибок в результате дефектов типа «пятна», царапин лишь незначительно смещает кривую в сторону меньших значений $P_{\text{прав}}$ [15].

Эксперименты по исследованию характера старения МЛ с информацией, проведенные за рубежом [19], показывают, что средняя частота ошибок $P_{\text{ср}}$ в записанной информации достигает величины $P_{\text{ср}} \approx 10^{-4}$ к концу десятилетнего срока хранения (для лент со средней интенсивностью использования раз в два года).

Центральное место в процессе хранения занимает периодическая регенерация, которая в сочетании с помехоустойчивым кодированием может обеспечить любую заданную наперед достоверность воспроизведения $P_{\text{прав}}$ защищенного блока в течение требуемого времени хранения T_0 . Причем для любых T_0 и P_0 период регенерации t_p , избыточность системы кодирования r и функция старения $\phi(t)$ связаны зависимостью типа неравенства [1]

$$r > 1 - \phi(t_p). \quad (1)$$

Можно показать, что при хранении защищенной информации в течение T_0 лет и проведении регенерации с периодом t_p вероятность потери закодированного блока $P_{\text{пот}}^{T_0} = 1 - P_{\text{прав}}^{T_0}$ не превышает величины

$$P_{\text{пот}}^{T_0} = k P_{\text{пот}}^{(0)}, \quad (2)$$

где $k = \frac{T_0}{t_p}$; $P_{\text{пот}}^{(0)} = 1 - P_{\text{прав}}^{(0)}$ — вероятность потери информации для одного периода регенерации.

Воспользовавшись (2) и данными табл. 1, можно подсчитать вероятности потери информации в течение срока хранения $T_0 = 10^3$ лет для различных P_0 и t_p (табл. 2). Указанные данные иллюстрируют случай с независимыми ошибками. Группирование, как указывалось выше, ухудшает результаты, в особенности при боях синхронизации. Последние, как показала практика работы МЛ на НМЛ-67, являются довольно распространенным следствием дефектов ленты типа вмятин.

Поэтому важную роль в процессе хранения играет дублирование лент как защита от аварийных ситуаций, а также реставрационные процедуры — очистка, перемотка. Последние значительно улучшают технологию хранения [16].

Структура хранения

В СДХИ «Минск-32» в качестве основного варианта принято хранение двух типов МЛ: магнитной ленты абонента (МЛАБ) магнитной ленты архива (МЛАР). Первая представляет собой защищенный экземпляр архивного носителя, структура которого в основном соответствует требованиям СМО ЭВМ «Минск-32». Размер физических блоков — зон МЛАБ не должен превышать 920 символов. МЛАБ служит рабочим экземпляром архива на МЛ; МЛАР — защищенная кодом лента — является страховым экземпляром и используется для восстановления отказавшей МЛАБ.

Технология архивации на базе ЭВМ «Минск-32» допускает другие варианты дублированного хранения в частности только двух МЛАР, что целесообразно для малоактивных архивов.

Основной вариант структуры хранения использует принцип «лента—лента», когда одна МЛАР по составу информации соответствует одной МЛАБ.

В начале МЛАР записываются зоны каталога (КАЗ), содержащие начальные и конечные блоки (НБ и КБ) файлов соответствующей МЛАБ. Наличие каталога в начале ленты позволяет получать справку непосредственно с МЛАР о ее содержании, не рогиная ленту целиком, и позволяет организовать индексно-следовательный доступ при выборке информации.

В каждой рабочей архивной зоне (РАЗ) в четырех логических блоках последовательно размещаются данные соответствующих зон МЛАБ. «Шапка» РАЗ может содержать информацию НБ и КБ, если в данной РАЗ начинаются зоны нового файла. Такое дублирование структурной информации увеличивает устойчивость МЛАР при аварийных отказах в зонах каталога.

Более высокий коэффициент блокирования на МЛАР с учетом значительных межзонных промежутков на МЛ, используемых на НМЛ «Минск-32», как раз и позволяет реализовать принцип

лента — лента, когда на МЛАР записывается вместе с избыточностью вся информация с МЛАБ.

Например, на МЛАР (и соответственно на МЛАБ) размещается $5 \cdot 10^7$ дв. символов содержательной информации в макет ТМ-1 (8-срочные наблюдения). Макет МЛАБ для ТМ-1 предлагает запись в виде отдельного файла данных о наблюдениях на станции за месяц. Внутри файла-станции записи блокируются в зоны размером не более 1920 символов. Всего на МЛАБ записывается около 600 таких файлов.

Технология архивации

Технология архивации ГМИ, принятая во ВНИИГМИ — МЦД предполагает следующую последовательность процедур.

Лента МЛАБ вместе с протоколом-справкой и заказом на архивацию поступает на ЭВМ. Технологическая программа проверяет качество записи МЛАБ и одновременно на рабочей МЛ (РАБМЛ) формирует каталог. На следующем этапе технологическая программа осуществляет позонное чтение МЛАБ, упаковку данных в формате архивных зон, помехоустойчивое кодирование и запись на МЛАР. Первыми записываются зоны КА с РАБМЛ. Чистая лента для МЛАР предварительно проходит автономную проверку на качество. В процессе формирования МЛАР получается протокол на АЦПУ, который отражает содержание сформированной МЛАР. Ленты МЛАБ и МЛАР вместе с архивными документами (протоколом и справкой), заверенными в группе технического контроля (ГТК), поступают в архив, где устанавливаются в соответствующие ячейки хранения.

В качестве идентификаторов архивных лент используются: имя формат, шифр и номер. МЛАР и МЛАБ одного набора данных отличаются только шифром. Идентификаторы записываются в блоке НК МЛАБ и МЛАР, в каталожных карточках архива, на этикетке, приклеиваемой к кассете, и присутствуют на всех протоколах АЦПУ при работе с лентами.

Формирование одной 750-метровой МЛАР занимает 35 мин.

Технология эксплуатации архива

Архивные МЛ размещаются в специализированном хранилище на стеллажах. МЛ ежегодно подвергаются перемотке с одной временной (автономной) проверкой качества записи. В случае не проходимых сбоев на МЛАБ (даже после очистки) лента восстанавливается на ЭВМ с МЛАР по технологической программе. Использование МЛАБ (и МЛАР) по запросу приравнивается к проверке, и следующий срок перемотки (проверки) назначается с учетом этого факта.

Регенерация МЛАР осуществляется, если в процессе ее автономной проверки (или при использовании на ЭВМ) хотя бы в од

ой из зон будет зафиксировано более 8 сбоев по четности или бой синхронизации.

Регенерация (перезапись на чистую МЛ с исправлением ошибок) осуществляется технологической программой на ЭВМ. Одновременно получается протокол на АЦПУ. Среднее время регенерации МЛАР составляет 60 мин. Журналы с результатами автоматической проверки архивных МЛ, а также машинные протоколы работы с МЛАР хранятся как архивные документы.

Рабочим экземпляром архивных дублей является МЛАБ, которая по запросу передается на ЭВМ, где с нее снимается копия на ленту абонента. В случае непроходимых сбоев при чтении МЛАБ из архива запрашивается МЛАР, с которой получают две копии МЛАБ (для абонента и в архив взамен первой). Процедура работы с МЛАР протоколируется на ЭВМ.

Если в процессе восстановления МЛАБ из МЛАР в архивных копиях последней возникает отказ от декодирования (неустраняемый даже после реставрационных процедур), восстановление осуществляется с использованием одновременно МЛАБ и МЛАР, после чего новая МЛАР формируется обычным путем.

Экономические характеристики системы

Методические вопросы расчета стоимости создания и эксплуатации архива на МЛ рассмотрены в работе [17]. Ниже приводятся основные стоимостные оценки, полученные с учетом специфики технологического процесса архивации во ВНИИГМИ—МЦД на примере 8-срочных данных.

Абсолютные затраты $A_{\text{арх}}$ на создание комплекта архивных МЛ, включающие стоимости двух бобин МЛ, трудозатрат на входную проверку МЛ, машинного времени на формирование МЛАР, составляют с учетом накладных расходов 108,3 руб. Относительные затраты на двоичный символ составляют $a_{\text{арх}} = 2,2 \times 10^{-6}$ руб/дв. символов.

Затраты на хранение комплекта архивных МЛ включают стоимости:

- ежегодной перемотки (проверки) (с возможным восстановлением на ЭВМ);
- периодической регенерации;
- обслуживания хранилища.

В настоящее время в качестве расчетной оценки величина t_p принята равной 10 годам.

Абсолютные затраты на хранение комплекта из двух архивных МЛ $A_{\text{хр}}$ составляют 13,8 руб. в год, а относительные затраты $a_{\text{хр}} = 2,8 \cdot 10^{-7}$ руб/дв. символов в год.

Затраты на получение архивных данных в объеме одной МЛ по заявке абонента (A и a обслуживания) составляют соответственно $A_{\text{обс}} = 7,35$ руб. и $a_{\text{обс}} = 1,5 \cdot 10^{-7}$ руб/дв. символов.

Заключение

Повышение эффективности СДХИ на МЛ в конечном счете сводится к снижению затрат на создание и эксплуатацию архивов. Уменьшение затрат на создание архивов следует ожидать в системе на базе ЕС ЭВМ за счет более рационального использования носителя (меньшие промежутки между зонами, более компактная структура хранения, большая плотность записи в перспективе).

В балансе стоимости хранения наибольший удельный вес имеют затраты на регенерацию (45%), периодические восстановительно-реставрационные процедуры (31%) и обслуживание хранилища (21,7%).

Как показывает анализ, наибольшего эффекта в снижении стоимости хранения можно добиться путем увеличения периода регенерации. В этом плане большое значение приобретают исследования, направленные на дальнейшее совершенствование алгоритмов декодирования, методов реставрации лент. Стоимость эксплуатации большого архива на МЛ может быть уменьшена также автоматизацией учета и планирования технологических процессов в системе хранения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афиногенов Л. П. Длительное хранение информации при использовании помехоустойчивого кодирования и периодической регенерации.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 55—62.
2. Афиногенов Л. П. Влияние регенерации на процесс старения, описываемый стохастическими матрицами.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 47—54.
3. Афиногенов Л. П. и др. Применение теории информации к вопросам длительного хранения данных.—«Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1975, вып. 4, с. 18—35.
4. Афиногенов Л. П. и др. О надежности длительного хранения дискретной информации при введении избыточности.—«Труды ГГО», 1973, вып. 313, с. 3—18.
5. Ногтиков А. Н., Рыжих Е. П. Система перезаписи архивной гидрометеорологической информации с перфокарт на фотоноситель.—«Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1975, вып. 4, с. 3—7.
6. Афиногенов Л. П. и др. Программно-аппаратурный комплекс для накопления и обработки гидрометинформации на фотооптическом носителе с высокой плотностью записи.—«Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1976, вып. 12, с. 10—21.
7. Афиногенов Л. П. Можно ли длительно хранить информацию на магнитных лентах?—«Метеорология и гидрология», 1974, № 11, с. 104—108.
8. Попова С. А. Использование помехоустойчивого кодирования для коррекции ошибок во внешних накопителях ЭВМ.—В кн.: Труды 2-й Всесоюзной конференции по теории кодирования (5-я секция). Ташкент, 1969, с. 124—130.
9. Джермейн К. Программирование на IBM/360. М., «Мир», 1971, 870 с.
10. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М., «Мир», 1976, 594 с.
11. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М., «Наука», 1965, 289 с.
12. Абашев Г. А. и др. Алгоритмы и программы кодирования и декодирования четырехмерной кодовой матрицы.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 68—77.

13. Абашев Г. А. и др. Помехоустойчивость многомерных кодовых матриц.—«Труды ГГО», 1975, вып. 347, с. 78—91.
14. Абашев Г. А. и др. Требования к помехоустойчивому кодированию гидрометеорологической информации.—«Труды ГГО», 1973, вып. 347, с. 63—67.
15. Афиногенов Л. П., Рыжих Е. П., Шипанова Л. П. Исследование помехоустойчивости четырехмерной кодовой матрицы на ЭВМ с помощью генератора «дефектов».—«Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1977, вып. 20, с. 12—18.
16. Устинов В. В. Способы увеличения срока службы магнитных лент.—«Техника кино и телевидения», 1972, № 2.
17. Абашев Г. А. Методика расчета затрат на хранение дискретных данных на магнитных лентах.—«Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1976, вып. 12, с. 47—56.
18. Houston G. B. Trillion bit memories.—„Datamation”, October, 1973, с. 52—58.
19. Poland W. B. Archival performance of NASA GFSC digital magnetic tape.—„AFIPS Conference Proceedings”, N. Y., 1973, vol 42, p.M68—M73.

СОДЕРЖАНИЕ

И. И. Поляк, В. А. Шахмейстер. Некоторые результаты двумерного спектрального анализа поля геопотенциала поверхности 500 мбар	1
Н. К. Гриб. Гармонический анализ временных рядов общего содержания атмосферного озона	1
И. И. Поляк. Некоторые результаты анализа линейного тренда временных рядов температуры воздуха	3
И. И. Поляк. К анализу длиннопериодных колебаний временных рядов атмосферного давления и осадков	4
Л. В. Котельникова. Некоторые результаты анализа линейного тренда временных рядов среднегодовых значений атмосферного давления	5
В. А. Шахмейстер. Программа взаимного гармонического анализа двух однородных случайных полей	6
И. Б. Елисеева, Л. В. Котельникова, И. И. Поляк. Программа статистического анализа временных метеорологических рядов	7
Т. В. Архипова. К анализу биномиальных фильтров	7
Б. Г. Вагер. Применение слайнов для приближенного вычисления коэффициента турбулентности	8
Л. П. Афиногенов. Число обнаруживаемых контролем векторов ошибок, расположенных на произвольном множестве символов двумерной матрицы, и вероятность обнаружения пятен ошибок	8
Л. П. Афиногенов. Возможности исправления пятен ошибок в многомерной кодовой матрице	9
Л. П. Афиногенов, Г. А. Абашев. Возможности исправления сбоев синхронизации в многомерных кодовых матрицах	10
Г. А. Абашев, Л. П. Афиногенов. Распределение векторов ошибок и помехоустойчивость двумерных матриц по отношению к независимым ошибкам	10
Г. Н. Мясников. Организация и программа формирования машинного архива по мировой актинометрической сети	12
Е. П. Рыжих, Л. П. Щипанова. Система длительного хранения информации на стандартной магнитной ленте для ЭВМ «Минск-32»	13