

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР
ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УНИВЕРСИТЕТОВ

ПРОВЕРЕНО
1950г.

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ПРОВЕРЕНО
1951г.

06:551.5:551.49
145

СБОРНИК ТРУДОВ

№ 2

к
о
о
о
к

БИБЛИОТЕКА
ЛЕНИНГРАДСКОГО
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА



ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОРДЕНА ЛЕНИНА УНИВЕРСИТЕТА
ИМ. А. А. ЖДАНОВА
ЛЕНИНГРАД
1950

*Настоящим выпуском Ленинградский Гидро-
метеорологический институт возобновляет
ежегодное издание Сборников трудов.*

*Сборник трудов, изданный в 1947 г., является
выпуском № 1.*

Ответственный редактор
В. И. Полтавцев

МЕТОДИКА ВЫЧИСЛЕНИЯ СУТОЧНЫХ СУММ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА СНЕГОТАЯНИЯ

Канд. техн. наук Ю. М. Алехин

Несмотря на то, что процессы снеготаяния и стока талых вод представляют большой интерес, изучение их для целей гидропрогнозов до последнего времени находилось в зачаточном состоянии. Это обуславливалось большими трудностями, возникающими при определении количественных соотношений между интенсивностью схода снега на площади бассейна и погодой. В последние годы для определения связи интенсивности снеготаяния с погодой был с успехом применен (главным образом П. П. Кузьминым) метод теплового баланса, который открыл широкие возможности в изучении процесса снеготаяния и предвычисления стока талых вод на площади бассейна.

Как известно, уравнение теплового баланса снежного покрова может быть записано в виде

$$W = Q_{\odot} + Q_s, \quad (1)$$

где W — суммарная величина теплового баланса снежного покрова;

Q_{\odot} — баланс радиационного теплообмена снежного покрова с внешней средой;

Q_s — баланс теплообмена снежного покрова с приземным слоем воздуха.

Следовательно, практическое применение метода теплового баланса определяется возможностью вычисления суточных сумм Q_{\odot} и Q_s по данным обычных наблюдений на сети метеорологических станций.

БАЛАНС РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛООБМЕНА Q_{\odot} (суточные суммы)

Ряд авторов, например П. П. Кузьмин [3, 5], предлагают применять для подсчета суточных сумм радиационного баланса Q_{\odot} , при отсутствии специальных актинометрических

наблюдений, таблицы среднемесячных максимально возможных суточных сумм прямой и рассеянной радиации (при безоблачном небе) и эмпирические формулы для вычисления эффективного излучения.

Рассмотрим вопрос о возможной точности вычисления суточных сумм радиационного баланса подобным путем.

В таблицах среднемесячных максимально возможных суточных сумм полной солнечной радиации (например в табл. 1) максимально возможные суточные суммы $(J+i)_{\odot}$ условно отнесены к 15-му числу каждого месяца и величины их для каждого дня находятся линейной интерполяцией. Что же касается учета облачности при вычислении „действительных“ суточных сумм полной солнечной радиации с помощью указанных таблиц, то для этого используется известное уравнение:

$$(J+i) = (J+i)_{\odot} (1 - 0,07 N), \quad (2)$$

где $(J+i)$ — суточная сумма полной солнечной радиации с учетом облачности;

$(J+i)_{\odot}$ — максимально возможная суточная сумма полной солнечной радиации из табл. 1;

N — среднесуточная облачность в баллах.

ТАБЛИЦА 1

Средние величины максимальных суточных сумм полной солнечной радиации на разных широтах (в кал./сут.). (По В. Н. Украинцеву [10])

Широта (в град.)	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
50	220	390	560	690	740
55	170	330	510	665	720
60	130	286	475	645	700
65	85	240	446	637	690
70	58	200	445	647	710

Изложенный способ определения суточных сумм $(J+i)$ по табл. 1 и формуле (2) не учитывает многих факторов, влияющих на напряженность солнечной радиации, как то: запыленности атмосферы, влажности воздуха, характера распределения облачности и ее форму.

Основываясь на результатах многочисленных актинометрических наблюдений [9,10,11,12,13], можно считать, что совместное воздействие многих факторов, не учитываемых при подсчете полной солнечной радиации с помощью табл. 1, является причиной ошибок, величина которых достигает

$\pm 80 - 90$ кал./сут. при $N=0$. С увеличением облачности ошибки подсчета возрастают главным образом потому, что формула (2) предполагает наличие прямолинейной связи между продолжительностью солнечного сияния и облачностью по уравнению

$$\frac{L}{L_0} = 1 - \frac{N}{10},$$

где L_0 — максимально возможная продолжительность сияния при безоблачном небе; L — продолжительность солнечного сияния при облачности N .

В действительности же, как показали специальные исследования [12], связь между облачностью и продолжительностью сияния криволинейна, в результате чего возможные ошибки вычисления полной солнечной радиации по формуле (2) достигают при $N=2$ балла ± 100 кал./сут., а при $N=6$ баллов ± 210 кал./сут. При дальнейшем увеличении облачности ошибки вычисления уменьшаются.

Значительные ошибки возникают и при вычислении суточной суммы эффективного излучения по эмпирическим формулам, которые получены по многолетним данным и рассчитаны на определение эффективного излучения за длительные промежутки времени.

В результате наших исследований, проведенных по материалам некоторых работ [8,14], оказалось, что возможные ошибки в вычислениях, зависящие от неучета скорости ветра в приземном слое атмосферы, вертикального температурного градиента и формы облачности, могут колебаться на широте Ленинграда от -14 до $+70$ кал./сут. при наиболее вероятной на этой широте, в весенний период времени, облачности $N=7$ баллов.

Помимо ошибок, возникающих при определении величин $(J+i)$ и R эмпирическим путем, значительные ошибки вычисления суточных сумм радиационного баланса появляются также в результате колебания альbedo снежной поверхности, которое при эмпирических подсчетах радиационного баланса принимается обычно постоянным. Основываясь на ряде работ [9,15,16] и результатах инструментальных наблюдений на Валдайской стоковой станции ГГИ, следует считать, что альbedo снежной поверхности в период таяния изменяется в широких пределах — от 25 до 80% во время снегопада. Такая большая амплитуда колебания альbedo исключает, с нашей точки зрения, возможность удовлетворительного определения его средней величины для всего периода снеготаяния и вынуждает производить это по край-

ней мере для двух периодов — начала и конца снеготаяния, разграничивая их друг от друга моментом появления проталин.

В первый период таяния, когда снег еще не пропитался талой водой, альbedo снежной поверхности колеблется обычно в пределах 80—45%, и, следовательно, средняя величина a для этого периода может быть принята равной 65% с амплитудой возможных отклонений $\pm 20\%$. Во второй период таяния, когда появляются проталины и снег в значительной степени пропитывается талой водой (до 40%, см. [1,2]), альbedo уменьшается, изменяясь в пределах 60—25%. Следовательно, средняя величина a в этот период может быть принята равной 40% с амплитудой возможных отклонений $\pm 20\%$. Такое подразделение весеннего снеготаяния значительно уточняет результаты вычислений, но даже и в этом случае возможные отклонения фактических величин альbedo от расчетных на $\pm 20\%$ являются причиной дополнительных ошибок, величины которых для северо-запада Европейской части СССР в весенний период времени достигают ± 57 кал./сут.

Если определить теперь суммарную ошибку, возникающую при вычислении суточных сумм радиационного баланса с помощью эмпирических формул и таблиц, то окажется, что при $N=2-8$ баллов она равняется $\pm 60-85$ кал./сут., т. е. в 1—5 раз больше самих суточных сумм Q_{\odot} , вычисленных эмпирическим путем.

Эти выводы, полученные в результате анализа многочисленных работ, подтверждаются актинометрическими наблюдениями, проведенными в 1946 г. на Валдайской стоковой станции ГИ, из которых следует, что ошибки вычисления радиационного баланса ΔW_{\odot} с помощью эмпирических формул могут доходить до 156 кал., особенно в последний период снеготаяния (табл. 2).

Кроме сказанного, необходимо учесть еще одно важное обстоятельство.

Обычно при рассмотрении вопроса о радиационном балансе принимается, что уравнение радиационного баланса снежного покрова имеет вид

$$Q_{\odot} = (J + i) (1 - a) - \Sigma R, \quad (3)$$

т. е. снежный покров приравнивается к непрозрачным поверхностям. На самом же деле на поверхности снежного покрова остается лишь часть полной солнечной радиации, а остальное ее количество проходит в глубину снега

ТАБЛИЦА 2

Дата	Среднесуточные величины			Радиационный баланс по уравнению (45)				Фактич. величины		Ошибки вычисления				
	температура воздуха (°C) $Z=2\text{ м}$	абс. влаж-ность воздуха (в мм) $Z=2\text{ м}$	облачность (в баллах)	$(Q' + q)_0$	расчетное альbedo (в %)	K _т	R	W	альbedo α	Q _ф	Q ₀	$\Delta W = Q_0 - W$	$\Delta Q = Q_0 - Q_ф$	$\frac{\Delta Q}{W}$
4 IV	1,30	4,05	4,5	414	65	99	144	-45	71	0	50	45	-50	0,9
5 IV	4,85	5,55	4,5	420	65	101	114	-13	69	18	50	31	-32	1,0
6 IV	5,63	5,18	9,5	427	65	47	-2	49	64	54	50	5	4	1,2
7 IV	1,30	3,30	6,5	433	65	82	120	-42	57	101	50	143	51	2,8
8 IV	1,20	3,85	6,2	440	65	86	118	-32	62	4	50	36	-46	0,8
9 IV	3,37	4,95	9,7	447	65	49	23	26	46	36	50	10	-14	0,7
10 IV	0,52	4,07	9,4	454	65	54	60	6	70	50	50	56	0	
11 IV	-3,75	2,99	9,6	461	65	53	55	2	70	50	50	52	0	
12 IV	-3,42	3,35	8,0	468	65	72	80	8	83	-24	50	16	-74	0,2
13 IV	-2,50	2,97	9,8	475	65	52	55	3	88	-12	50	9	-62	0,15
14 IV	-4,90	2,45	4,2	482	65	121	154	3	82	-54	50	-51	-104	0,5
15 IV	0,0	4,02	10,0	489	65	56	56	0	84	8	50	8	42	0,2
16 IV	-3,20	2,00	2,5	496	65	144	198	-54	81	17	50	71	-33	2,1
17 IV	-1,30	2,40	7,7	503	65	80	87	7	85	-17	50	-10	-67	0,15
18 IV	-3,19	4,45	8,4	510	65	71	53	18	75	11	50	-7	-39	0,2
19 IV	3,75	4,43	7,9	517	40	140	45	95	46	188	225	93	-37	2,7
20 IV	2,45	4,15	5,2	524	40	169	118	51	17	207	225	156	-18	8,6
21 IV	4,48	3,80	8,5	531	40	128	43	85	16	235	225	150	10	15,0
22 IV	6,17	3,95	7,0	538	40	165	49	116	16	266	225	150	41	3,5

$$k = (Q' + q)_0 (1 - 0,7N) (1 - r)$$

и „взаимодействует“ с эффективным излучением только через теплопроводность.

На основании литературных данных можно ориентировочно считать, что в верхнем слое сухого снега ($h=5$ см) остается 62%, а в верхнем слое мокрого снега ($h=5$ см)—92% от вошедшей в снег солнечной радиации. Беря из этих величин среднее, получаем, что верхний слой задерживает около 77% вошедшей в снег радиации.

Считая, что максимальной толщиной верхнего слоя снега с ясно выраженными суточными колебаниями температуры и, следовательно, с минимальной инерционностью взаимодействия между величинами $\sum(J+i)$ и $\sum R$ является $h=5$ см [7], приходим к уравнениям

$$\left. \begin{aligned} Q_{\odot L} &= \sum(J+i) (1-a) \cdot k_s - \sum R, \\ Q_{\odot H} &= \sum(J+i) (1-a) (1-k_s), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $Q_{\odot L}$ — радиационный баланс в верхнем (5 см) слое снега (можно считать—радиационный баланс поверхности снега);

$Q_{\odot H}$ — радиационный баланс глубоких слоев снежного покрова;

k_s — коэффициент, показывающий долю солнечной радиации, задержанной в верхнем (5 см) слое снежного покрова.

Уравнения (4), по нашему мнению, дают представление о своеобразном „парниковом“ эффекте в толще снежного покрова, причем „стеклом“ такого „парника“ является верхний 5-сантиметровый слой снега. В отличие от этого, обычно применяемое уравнение радиационного баланса совершенно исключает возможность такого эффекта, хотя многими исследователями [напр. ^{2,6}] отмечено, что даже при отрицательном тепловом балансе поверхности снежного покрова возможен прогрев, а иногда и таяние нижних слоев снега в случае безоблачного неба.

Подсчитывая, например, эмпирическим путем радиационный баланс по уравнению (3) для 1 апреля на широте 60° , получаем, что при безоблачном небе $Q_{\odot} = -14$ кал./сут., а при $N=6$ $Q_{\odot} = -8$ кал./сут. В случае же применения уравнений (4), находим, что при безоблачном небе 1 апреля в районе Ленинграда радиационный баланс поверхности снега равен -58 кал., а радиационный баланс в глубоких слоях снежного покрова $+44$ кал. Следовательно, результаты вычислений по уравнению (4), в отличие от результа-

тов вычисления по уравнению (3), говорят о возможности таяния снега в глубине снежного покрова даже при отрицательном радиационном балансе на его поверхности.

Итак, принимая во внимание все сказанное, можно заключить, что определение суточных сумм радиационного баланса с помощью эмпирических уравнений и таблиц совершенно нецелесообразно. Исходя из этого, мы предлагаем радиационную составляющую в уравнении теплового баланса (1) считать постоянной для данного пункта величиной.

Подобное предложение обосновывается прежде всего тем, что средне-многолетние суточные суммы радиационного баланса сравнительно медленно изменяются ото дня ко дню в период весеннего снеготаяния; так, например, на широте 60° средне-многолетние суточные суммы радиационного баланса снежного покрова увеличиваются в марте—апреле всего лишь на 0,8 кал. в сутки. Вместе с тем продолжительность весеннего снеготаяния в районе Ленинграда не превышает 20—25 суток, и, следовательно, средне-многолетняя суточная сумма радиационного баланса для середины периода снеготаяния отличается от таких же суточных сумм в начале и конце снеготаяния на 8—10 кал. Вполне очевидно поэтому, что, принимая в расчет постоянную для всего периода снеготаяния величину радиационного баланса \bar{Q}_0 , мы делаем ошибки от неучета главным образом непериодических факторов, и, следовательно, величины этих ошибок не могут быть больше ошибок вычисления радиационного баланса эмпирическим путем, так как уравнение (3) и табл. 1 непериодические факторы также не учитывают.

Поэтому, вводя в расчет постоянную для всего периода снеготаяния величину радиационного баланса \bar{Q}_0 , мы, коренным образом упрощая вычисления теплового баланса, не уменьшаем точности этих вычислений по сравнению с результатами применения громоздких эмпирических формул и таблиц. Наоборот, применяя постоянную величину \bar{Q}_0 , мы делаем меньшие ошибки вычисления теплового баланса, чем в случае применения формул и таблиц. Это следует, например, из анализа материалов наблюдений Валдайской экспедиции ГГИ, о чем будет сказано ниже.

Аналогично обоснованному выше подразделению всего периода снеготаяния на две части с величинами альbedo снежного покрова 65 и 40%, необходимо ввести в расчет две постоянные величины \bar{Q}_0 : постоянную величину \bar{Q}_{0_1} для начального периода снеготаяния, когда снежный покров является еще сплошным, и среднюю величину \bar{Q}_{0_2} для конечного периода снеготаяния (после появления проталин),

так как величина альбедо, а следовательно и величина радиационного баланса, с этого момента резко изменяется.

В качестве постоянных суточных сумм радиационного баланса в первый и во второй периоды снеготаяния необходимо брать среднеарифметические величины из ряда положительных суточных сумм радиационного баланса. Подобный вывод объясняется тем, что снежный покров обладает значительной влагоемкостью, вследствие чего в дни с отрицательным тепловым балансом некоторая часть холода может расходоваться на превращение задержанной в снеге талой воды при температуре 0° в лед той же температуры, т. е. понижение температуры снега в дни с отрицательным тепловым балансом может не происходить. На это обстоятельство необходимо обратить особое внимание, так как количество талой воды в снежном покрове в период таяния может достигать, как уже было отмечено, 40%^[1,2] и при превращении ее в лед в момент возврата холодов выделяется значительное количество тепла, достаточное для поддержания температуры снега на уровне 0° .

Нет сомнения, что некоторая часть отрицательного теплового баланса должна вводиться в расчет, но мы не имеем способа точного вычисления величин поправок при суммировании положительных и отрицательных величин. Поэтому мы вынуждены ограничиться учетом средних величин этих поправок, используя следующее эмпирическое правило: величина водоотдачи в любой день периода снеготаяния равна $m = \frac{+W}{8}$ мм, и отрицательный тепловой ба-

ланс никакого воздействия на последующее таяние снега не оказывает. Иными словами, мы полагаем, что в период снеготаяния в снежном покрове есть всегда талая вода и количество тепла, выделяющееся при ее замерзании в периоды возврата холодов, всегда превышает сумму отрицательного теплового баланса за периоды похолодания.

Очевидно, что сказанное справедливо лишь для периодов устойчивого снеготаяния, когда возвраты холодов сравнительно непродолжительны, но, учитывая, что нас интересуют именно такие периоды, можно считать, что применение указанного правила значительно уменьшит ошибки вычисления по сравнению с методом непрерывного суммирования. Подобный вывод сделан нами как на основании наблюдений Валдайской экспедиции, так и на основании проверки метода теплового баланса по материалам наблюдений метеостанций сети Ленинградского УГМС, в результате которой оказалось, что любые способы подсчета элементов теплового баланса дают наиболее точные величины водоотдачи лишь тогда, когда во внимание

принимаются только положительные суточные суммы теплового баланса, а отрицательные приравниваются к нулю.

Исходя из этого положения и основываясь на вышеизложенном о том, что точные величины водоотдачи могут быть получены при рассмотрении одних только положительных сумм теплового баланса, приходим к выводу, что при вычислении теплового баланса снежного покрова необходимо рассматривать одни только положительные суммы радиационного баланса Q_{\odot} .

В дальнейшем при подсчетах теплового баланса снеготаяния по данным наблюдений метеорологических станций Ленинградского УГМС нами принято, что постоянная величина радиационного баланса в первый период снеготаяния $\overline{Q_{\odot 1}} = 50$ кал./сут. Величина эта получена как средняя из положительных суточных сумм радиационного баланса, приведенных в табл. 2

Для второго периода снеготаяния величина $\overline{Q_{\odot}}$ на основании этих же наблюдений принята равной 225 кал./сут. Для сравнения величин радиационной составляющей, вычисленной по эмпирическим формулам и как среднее из длинного ряда предыдущих наблюдений, в табл. 2, наряду с фактическими (Q_{\odot}) и вычисленными эмпирическим путем (W_{\odot}) суточными суммами радиационного баланса, приведены постоянные величины радиационного баланса $\overline{Q_{\odot 1}}$, равные 50 и 225 кал./сут., и подсчитаны величины отношений $\left(\frac{\Delta W_{\odot}}{\Delta \overline{Q_{\odot}}}\right)$.

Оказалось, что отношение $\frac{\Delta W_{\odot}}{\Delta \overline{Q_{\odot}}}$ колеблется от 0,15 до 15,0 и в среднем для всего периода снеготаяния равно 2,4. Следовательно, по данным валдайских наблюдений, применение постоянных величин радиационного баланса более чем в два раза улучшает результаты вычислений для всего периода снеготаяния в целом.

БАЛАНС ТЕПЛООБМЕНА С ПРИЗЕМНЫМ СЛОЕМ ВОЗДУХА Q_b И ОБЩИЙ ВЫВОД О ВЫЧИСЛЕНИИ СУММАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА W

Как известно, теплообмен снежной поверхности с приземным слоем воздуха складывается из конвективного P_k и „парового“ P_u потоков тепла, определяемых уравнениями

$$P_k = A_1 \cdot C_p \cdot \frac{d\theta}{dz} \quad \text{и} \quad (5)$$

$$P_u = L \cdot A_2 \cdot \frac{0,623}{P} \frac{de}{dz}, \quad (6)$$

где A_1 — коэффициент обмена конвективной теплопередачи;
 A_2 — коэффициент обмена водяным паром;
 C_p — удельная теплоемкость воздуха;
 L — удельная теплота испарения.

Основываясь на простейшей форме психрометрического уравнения

$$E - e = Bp(T - t), \quad (7)$$

где E — упругость насыщающего пара;
 e — упругость пара атмосферного воздуха;
 T — температура смоченного термометра;
 t — температура сухого термометра;
 p — атмосферное давление;
 B — коэффициент;

и упрощенно принимая, что в уравнениях (5) и (6)

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{z_1 - z_2} \text{ и } \frac{de}{dz} = \frac{e_1 - e_2}{z_1 - z_2},$$

получаем для состояния равновесия, когда теплоотдача при испарении компенсируется поступлением тепла при обмене, выражение

$$C_p \cdot A_1 \frac{\theta_1 - \theta_2}{z_1 - z_2} = L \cdot \frac{0,623}{p} \cdot A_2 \cdot \frac{e_1 - e_2}{z_1 - z_2}, \quad (8)$$

откуда:

$$e_1 - e_2 = \frac{C_p \cdot A_1 \cdot p}{0,623 \cdot L \cdot A_2} (\theta_1 - \theta_2). \quad (9)$$

Из (7) и (9) получаем

$$\frac{C_p \cdot A_1 \cdot p}{0,623 \cdot L \cdot A_2} = Bp \text{ и } B = \frac{C_p \cdot A_1}{0,623 \cdot L \cdot A_2}. \quad (10)$$

Принимая $C_p = 0,2396$ и $L = 600$, получаем

$$B = 0,00064 \frac{A_1}{A_2}. \quad (11)$$

Значения коэффициента B для различных условий вентиляции и температур, приведены в табл. 3, из которой следует, что в случае хорошей вентиляции и при $t > 0$ отношение

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B}{0,00064} = \frac{0,00066}{0,00064} = 1,03. \quad (12)$$

ТАБЛИЦА 3

	Штиль 0 м/сек.	Слабый ветер 1,0—1,5 м/сек.	Умеренный ветер 2,5—3,0 м/сек.
Для $t > 0$	0,00120	0,00080	0,00066
Для $t < 0$	0,00106	0,00071	0,00058

Отношения $\frac{A_1}{A_2}$ при других условиях вентиляции и температуры приведены в табл. 4. Оказывается, что коэффициент турбулентного теплообмена A_1 почти во всех случаях больше коэффициента теплообмена испарением A_2 , причем величина расхождения между этими коэффициентами обратно пропорциональна скорости ветра. Можно считать, что при скорости ветра 2,5—3,0 м/сек. $A_1 = A_2 = A$ — общему коэффициенту обмена поверхности снега с воздухом, в то время как при скоростях ветра, близких к нулю, подобное допущение уже не может быть оправдано.

ТАБЛИЦА 4

	Скорость ветра (в м/сек.)		
	0,0	1,0—1,5	2,5—3,0
$t > 0$	1,68	1,25	1,03
$t < 0$	1,65	1,11	0,91

Следовательно, при $v = 2,5—3,0$ м/сек. факторы, влияющие на обмен, в общем одинаково воздействуют на перенос тепла и водяного пара. Поэтому, объединяя уравнения (5) и (6), получаем

$$Q_s = A \left(C_p \frac{d\theta}{dz} + L \frac{0,623}{p} \frac{de}{dz} \right). \quad (13)$$

Основное внимание при решении уравнения (13) обращается на вычисление коэффициента обмена A . Как известно, коэффициент A находят из распределения ветра в приземном слое, т. е. считают, что динамический коэффициент обмена, или „коэффициент турбулентной конвекции“, η из выражения

$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial z} \quad (14)$$

равен коэффициенту A .

Для решения вопроса о справедливости равенства $A = \eta$ необходимо, прежде всего, выяснить характер влияния условий стратификации на каждый из рассматриваемых коэффициентов.

Основываясь на выводах некоторых исследований [17, 18, 20], можно сказать, что влиянием условий стратификации на коэффициент турбулентной конвекции η в непосредственной близости к пограничной поверхности можно пренебречь и что влияние это увеличивается с высотой. Исходя из равенства $A = \eta$, мы должны допустить, что это применимо и к турбулентной проводимости A , причем величины коэффициентов у пограничной поверхности и степень влияния на эти коэффициенты условий стратификации по высоте должны быть одинаковыми.

На вопрос о равенстве коэффициентов A и η у пограничной поверхности можно ответить, сравнивая распределение скорости ветра и температуры на высоте. Если между изменениями температуры и скорости ветра по высоте существует аналогия, то в таком случае изменения температуры могут быть представлены уравнениями

$$\theta = \theta_1 \ln \frac{z+z_0}{z_0} \quad \text{или} \quad \theta = \theta_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^{1/n}, \quad (15)$$

где z_0 — мера шероховатости подстилающей поверхности;
 n — показатель степени, учитывающий шероховатость.

Можно ожидать, что логарифмическая формула будет приближенно действительна, если скорость ветра велика или если скорость ветра умеренна, а устойчивость стратификации мала, т. е. в тех случаях, когда скорость ветра может быть представлена логарифмической формулой. Согласно многим исследованиям, ожидание это оправдывается, но мера шероховатости z_0 получается гораздо меньше в том случае, когда мы имеем дело с изменениями температуры, нежели когда мы имеем дело с изменениями скорости ветра. Так, например, Свердруп [20] нашел, что в случаях слабой инверсии ($-0,18^\circ$ на 5 м) и при скорости ветра 4,5 м/сек. на высоте 2 м над поверхностью снега z_0 из наблюдений над профилем ветра равно 0,23 см, а из наблюдений над профилем температуры — 0,01 см, т. е. z_0 из наблюдений над температурой составляет менее одной двадцатой величины, выведенной из наблюдений над скоростью ветра. Подобные величины подтверждаются также рядом других исследований. Так, из наблюдений Вюста над распределениями температуры над морем следует, что $z_0 = 0,26$ см, тогда как из одновременных наблюдений над ветром Россби и Монтго-

мери нашли $z_0=4$ см. Следовательно, и в этом случае величина z_0 из наблюдений над температурой оказывается в 15 раз меньше, чем величина z_0 из наблюдений над ветром. Аналогичные результаты получаются также в тех случаях, когда распределение температур и скорости ветра может быть представлено не логарифмической, а степенной формулой вида $v = v_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^n$. В этих случаях величина показателя степени n , полученная из наблюдений над скоростью ветра, отличается от степени n , полученной из профиля температур, и это вполне согласуется с фактом различия z_0 при логарифмических распределениях метеорологических элементов.

Приведенные данные говорят о том, что η и A не могут быть тождественны в непосредственной близости к поверхности раздела. Это объясняется, вероятно, существованием популаминарного пограничного слоя, в котором перенос кинетической энергии и тепла следует иным, нежели в турбулентной области, законам.

Мы можем представить себе, что небольшая масса воздуха в пределах популаминарного слоя приходит в состояние полного покоя и, следовательно, в очень короткое время достигает скорости, равной нулю, но мы не можем допустить, что она немедленно принимает температуру поверхности. Это означало бы, что на поверхности кинетическая энергия теряется быстрее, нежели теплота, и, следовательно, градиент температуры на поверхности сравнительно больше, чем градиент скорости.

Таким образом, турбулентная конвекция и турбулентная проводимость не могут быть равны у поверхности раздела, и, для того, чтобы величины z_0 , полученные из наблюдений за ветром и температурой, были равны между собой, мы должны принять, что температура θ_0 в формуле

$$\theta - \theta_0 = k \cdot \ln \frac{z + z_0}{z_0} \quad (16)$$

не является температурой поверхности, а несколько отлична от нее.

Переходим теперь к рассмотрению вопроса об изменении турбулентной проводимости A с высотой и о связи величины A с турбулентной конвекцией η на более высоких уровнях в приземном слое воздуха.

Выводы об изменениях турбулентной проводимости в зависимости от высоты могут быть сделаны на основании изучения распределения температур в приземном слое воздуха.

Как известно, температура в приземном слое воздуха обыкновенно является линейной функцией $\ln z$, и, следовательно, турбулентная проводимость A должна быть линейной функцией z , если предположить, что влияние радиации на характер температурного распределения у поверхности земли незначительно.

Многочисленными исследованиями установлено, что турбулентная проводимость действительно является почти линейной функцией высоты при условии, что высота не превышает 2 м. Разные исследователи, придя к этому выводу, дают, однако, различные формулы для выражения линейной зависимости величины A от высоты z . Так, например, основываясь на наблюдениях Джонсона [22] за распределением температуры на высотах 1,2; 7,1 и 17,1 м, Келер показал, что все эти наблюдения могут быть объединены, если считать, что турбулентная проводимость A пропорциональ-

на $z^{6/7}$, т. е. $A = A_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^{6/7}$. В отличие от этого Бест [21] получает из своих наблюдений на высотах 2,5 см, 30 см, 1,2, 7,1 и 17,1 м, что A пропорционально $z^{1,8}$, т. е.

$A = A_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^{1,8}$. Наконец Гейгер в результате тщательных наблюдений на высотах ниже 1,5 м нашел почти линейную зависимость между относительными величинами A и z , т. е.

$$A = A_1 \left(\frac{z}{z_1} \right).$$

Что же касается особо важного для нас вопроса о соотношении между величинами A и η , то в литературе он почти не рассматривается. Во всех работах, как нечто незыблемое и безусловное, принимается $\eta = A$, что не может не внушить сомнений, учитывая разноречивость приведенных выше сведений о формуле связи $A = f(z)$.

Сомнения эти усиливаются еще более при рассмотрении некоторых опытов по одновременному измерению величин A и η , которые, как оказалось, не совпадают. Так, например, основываясь на изучении быстрых колебаний температуры и удельной влажности, Леттау нашел, что на высоте 95 см турбулентная проводимость $A = 20,0$ г/см²сек. Несколько минут спустя, наблюдая аналогичным образом быстрые колебания скорости ветра на тех же уровнях, он получил $\eta = 2,8$, т. е. $\frac{A}{\eta} = \frac{20}{2,8} = 7,1$. Приведем второй пример.

В работе М. И. Бudyко [9] приведены результаты опре-

деления коэффициента A методом измерения средней скорости испарения с подстилающей поверхности и разности удельных влажностей на двух высотах по соотношению

$$A_1 = \frac{E \ln \frac{z_1}{z_2}}{q(z_1) - q(z_2)},$$

в котором A_1 является „удельным“ коэффициентом турбулентной проводимости на единичной высоте.

Из общего числа 51 обработанного опыта 35 опытов, как отмечает М. И. Будыко, были выполнены при устойчивых состояниях приземного слоя воздуха и 16—в неустойчивых состояниях, но при $v_2 \leq 2$ м/сек., где v_2 — скорость ветра на высоте 2 м.

Исходя из правдоподобного допущения, что при неустойчивой стратификации и малой скорости ветра распределение ветра с высотой может быть с достаточной точностью выражено логарифмическим законом, мы подсчитали по логарифмической формуле

$$\eta = \rho k_0^2 (z + z_0) \frac{v_2}{\ln \frac{z_2 + z_0}{z_0}}, \quad (23)$$

о которой подробнее будет сказано ниже, коэффициент турбулентной конвекции η для 16 опытов, проведенных при неустойчивых состояниях атмосферы. В результате оказалось, что средняя величина отношения $\frac{A}{\eta}$ для 16 опытов равна 2,0 с амплитудой колебания от 1,2 до 3,5, что не дает оснований говорить о выполнимости равенства $A = \eta$.

Ограничиваясь этим в доказательствах неравенства коэффициентов A и η (мы возвратимся к этому при анализе материалов наблюдений Валдайской экспедиции ГГИ 1946 г.), произведем оценку условий стратификации на изменения величин η и A .

Влияние стабильности стратификации на величину отношения $\frac{A}{\eta}$ рассматривалось Тейлором [20], который нашел, что

$$\frac{A}{\eta} \leq \frac{\left(\frac{dv}{dz}\right)^2}{\frac{q}{\rho} \frac{d\rho}{dz}}. \quad (17)$$

Тейлор проверил справедливость этого соотношения и выявил, что в условиях водной среды оно дает вполне хорошие результаты.

Некоторые исследователи, например Свердруп, высказывали предположения, что уравнение (17) может быть применено и в условиях воздушной среды в непосредственной близости к земной поверхности; однако на результаты, полученные с помощью его, необходимо смотреть как на приближенные.

Если допустить, что изменения скорости и потенциальной температуры даются логарифмическими формулами, и считать, что в атмосфере

$$\frac{-q}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = \frac{q}{T} \frac{d\theta}{dz},$$

то получим выражение

$$\frac{A}{\eta} \leq \frac{T}{g} \frac{v_a^2}{\Delta\theta_a} \frac{1}{(z+z_0) \ln \frac{a+z_0}{z_0}}, \quad (18)$$

и приближенное уравнение

$$\frac{A}{\eta} = \varepsilon \left(\frac{v_a^2}{\Delta\theta_a} \right), \quad (19)$$

где v_a^2 — скорость на уровне a см;

$\Delta\theta_a$ — разность температур между уровнями $z = a$ и $z = 0$.

Из уравнения (19) следует

$$A = \eta \cdot \varepsilon \left(\frac{v_a^2}{\Delta\theta_a} \right), \quad (19a)$$

где ε — коэффициент пропорциональности, и, следовательно, уравнение (13) может быть представлено в виде

$$Q_e = \eta \varepsilon \left(\frac{v_a^2}{\Delta\theta_a} \right) \left(C_p \frac{d\theta}{dz} + L \frac{0,623}{p} \frac{de}{dz} \right). \quad (20)$$

Переходим к определению коэффициента η и градиентов $\frac{d\theta}{dz}$ и $\frac{de}{dz}$ в уравнении (20).

Исходя из уравнений

$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial z} \quad (14)$$

и

$$\eta = \rho e^2 \frac{dv}{dz}, \quad (21)$$

где $e = K_0 (z + z_0)$, а постоянная Кармане $K_0 = 0,38$, получаем зависимость

$$\frac{dv}{dz} = \frac{1}{K_0 (z + z_0)} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}, \quad (22)$$

интегрируя которую в пределах от $(z + z_0)$ до z_0 и производя несложные подстановки с использованием уравнения [14], получаем известную формулу:

$$\eta = \rho K_0^2 (z + z_0) \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \rho K_0^2 (z + z_0) \ln \frac{z + z_0}{z}. \quad (23)$$

Величина $(z + z_0)$ в исходной зависимости (22) и в формуле (23) пишется вместо z потому, что „длина смещения“ имеет определенную величину в непосредственной близости к поверхности и определяется здесь мерой шероховатости этой поверхности z_0 .

Аналогично (22) можно, очевидно, написать

$$\frac{d\theta}{dz} = C_1 \frac{1}{K_0 (z + z_0)} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (24)$$

и

$$\frac{de}{dz} = C_2 \frac{1}{K_0 (z + z_0)} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}. \quad (25)$$

Интегрируя уравнения (24) и (25) и полагая, что $\theta = \theta_0$ и $e = e_0$ при $z = z_0$, получаем (в отличие от (22), полученного в предположении $v = 0$ при $z = z_0$) уравнения

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{z + z_0} \frac{\theta - \theta_0}{\ln \frac{z + z_0}{z_0}} \quad (26)$$

и

$$\frac{de}{dz} = \frac{1}{z + z_0} \frac{e - e_0}{\ln \frac{z + z_0}{z_0}}. \quad (27)$$

Рассмотрим теперь вопрос о применимости уравнений (23), (26) и (27) при различных условиях стратификации.

Основываясь на теоретических выводах М. И. Будыко [19], согласно которым

$$\frac{\eta_1}{\eta_0} = \sqrt{1 + Ri}, \quad (28)$$

где η_1 — турбулентная конвекция в неадиабатических условиях;

η_0 — турбулентная конвекция в адиабатических условиях;

Ri — число Ричардсона,

приходим к выводу, что логарифмическая формула (23) может быть применена только в случае безразличного вертикального равновесия, а для использования ее при любых условиях стратификации в нее должен входить коэффициент, являющийся функцией Ri . Поэтому, исходя из уравнения (28) и принимая, что $\sqrt{1 + Ri} = S$, получаем

$$\eta_1 = S \cdot \eta_0 = S \rho K_0^2 (z + z_0) \frac{v}{\ln \frac{z + z_0}{z_0}}, \quad (29)$$

где $S = f(Ri)$ — коэффициент устойчивости стратификации приземного слоя воздуха.

Возможность применения логарифмической формулы с коэффициентом, учитывающим условия стратификации, может быть подтверждена рядом примеров. Это вытекает, например, из исследований М. И. Будыко, который обработал данные систематических наблюдений С. А. Сапожниковой в районе Саратова над скоростью ветра на высотах 1, 2 и 5 м для ночных инверсионных состояний с целью сравнения выполнимости логарифмического и степенного закона при инверсии.

Если, как отмечает М. И. Будыко, составить отношение $\frac{v_2 - v_1}{v_5 - v_1}$, где индексы соответствуют высоте измерений, то, согласно логарифмическому закону распределения, оно будет равно $\frac{\ln 2 - \ln 1}{\ln 5 - \ln 1} = 0,43$.

Вычисляя далее по наблюдениям за скоростью ветра истинную величину отношения $\frac{v_2 - v_1}{v_5 - v_1}$, М. И. Будыко

получил в среднем из 150 серий наблюдений $\frac{v_2 - v_1}{v_5 - v_1} = 0,43$,

что подтверждает применимость логарифмической формулы в случаях устойчивой стратификации, причем коэффициент

устойчивости стратификации может быть, очевидно, принят постоянным, по крайней мере до высоты 5 м.

Второй пример.

В своей работе [17] Д. Л. Лайхтман приводит графическую зависимость параметра p в уравнении

$$\eta = \rho K_0^2 z_0^{\frac{2}{p}} \frac{v_1}{p(z_1^{\frac{1}{p}} - z_0^{\frac{1}{p}})} z^{\frac{p-1}{p}} \quad (30)$$

от величины отношения $\left(\frac{\Delta t}{v_2^2}\right)$, где Δt — разность температур между высотами 5,0 м, и 1,5 м и v_2 — скорость ветра на высоте 2 м, причем выражение $\left(\frac{\Delta t}{v_2^2}\right)$ принято, как отмечает

Д. Л. Лайхтман, вследствие хорошей его корреляционной связи с числом Ричардсона.

Зависимость $p = f\left(\frac{\Delta t}{v_2^2}\right)$ рекомендуется Д. Л. Лайхтманом

применять в тех случаях, когда наблюдения за ветром имеются только на одном уровне; следовательно, при наличии наблюдений за ветром только на одном уровне в формулу (30) вводится коэффициент, аналогичный коэффициенту $S = f(Ri)$ в формуле (29).

Аналогично изложенному о применимости уравнения (23), точность логарифмических уравнений (26) и (27) будет, очевидно, определяться точностью выполнения логарифмического закона распределения температуры и влажности воздуха по высоте. Подобный вывод следует из того, что истинные величины теплообмена поверхности снега с воздухом будут, очевидно, определяться метеорологическими условиями в пограничном с поверхностью снега слое воздуха, тогда как обычная высота наблюдений за температурой и влажностью равна нескольким метрам от снежной поверхности. Поэтому уравнения (26) и (27) необходимо рассматривать как экстраполяционные, причем ошибки логарифмической экстраполяции температуры и влажности могут быть весьма ощутимы, если учесть, что минимальная высота наблюдений за температурой и влажностью на основной сети метеорологических станций равна 2 м и что при неадиабатическом состоянии распределение температуры и влажности может быть представлено степенной формулой вида $v = v_1 \left(\frac{z}{z_1}\right)^n$, в которой показатель степени n колеблется от 4 до 7.

Обозначая, следовательно, истинные величины температуры и влажности на высоте z через θ_z и e_z , а величины температуры и влажности, экстраполированные от уровня наблюдений (2 м) до высоты z , через $\theta_{\text{лог.}}$ и $e_{\text{лог.}}$ и определяя отношение этих величин, будем иметь $\frac{\theta_z}{\theta_{\text{лог.}}} = \frac{e_z}{e_{\text{лог.}}} = \tau$, причем $\tau = 1$ при наличии адиабатических условий в приземном слое воздуха.

Величина τ , названная нами коэффициентом логарифмической экстраполяции, может изменяться с изменением условий стратификации от 0,81 до 1,14 (при $z = 10$ см), и, следовательно, ошибки, возникающие в результате применения логарифмического закона распределения при неадиабатических состояниях, могут достигать $\pm 15 - 20\%$ от действительных величин температуры и влажности в прилегающем к снежной поверхности слое воздуха.

Отсюда следует, что уравнения (26) и (27) в неадиабатических условиях не точны и в них должны быть введены коэффициенты τ , т. е.

$$\frac{d\theta}{dz} = \tau \frac{1}{z+z_0} \frac{\theta - \theta_0}{\ln \frac{z+z_0}{z_0}} \quad (31)$$

и

$$\frac{de}{dz} = \tau \frac{1}{z+z_0} \frac{e - e_0}{\ln \frac{z+z_0}{z_0}}, \quad (32)$$

где $\tau = f(Ri)$ — коэффициент логарифмической экстраполяции.

Подставляя в равенство (20) уравнения (29), (31) и (32), получаем формулу для вычисления теплообмена снежной поверхности с приземным слоем воздуха

$$Q_b = \tau \cdot s \cdot \varepsilon \cdot \rho K_0^2 \frac{v_1^3 \cdot C_p}{\Delta\theta_2 \ln \frac{z_1+z_0}{z_0} \ln \frac{z_2+z_0}{z_0}} [(\theta_2 - \theta_0) + m(e_2 - e_0)], \quad (33)$$

где: τ — коэффициент логарифмической экстраполяции;

s — коэффициент стабильности атмосферы, $s = \frac{\eta_s}{\eta_0}$;

ε — коэффициент пропорциональности из уравнения (19а);

$$\varepsilon = \frac{A \cdot \Delta\theta}{\eta_s \cdot v^2};$$

- v_1 — скорость ветра на высоте z_1 ;
 θ_2 — потенциальная температура на высоте z_2 . Без больших погрешностей потенциальная температура на высоте 2 м может быть заменена обычной температурой воздуха на этой высоте;
 θ_0 — потенциальная температура воздуха, соприкасающегося с поверхностью снега. Строго говоря, θ_0 не равна потенциальной температуре поверхности снега, однако разница эта так мала, что без значительных погрешностей можно считать θ_0 температурой поверхности снега;
 e — абсолютная влажность воздуха в миллиметрах на высоте z_2 ;
 e_0 — максимальная упругость паров в миллиметрах при температуре 0° .

$$m = \frac{L \cdot 0,623}{C_p \cdot p} = 2,27.$$

Для определения коэффициентов τ , ϵ , s в формуле (33) и количественного выражения связи $A=f(\eta)$ нами использованы данные метеорологических и снегомерных наблюдений Валдайской экспедиции ГГИ 1946 г., приведенные в табл. 5. Суммарные величины теплового баланса в графе 10 этой таблицы подсчитаны по уравнению

$$W' = 8 \cdot \frac{1}{P} \cdot m, \quad (34)$$

где m — высота слоя стока талых вод в миллиметрах в сутки, вычисленная по данным ежедневных площадных снегосъемок и наблюдениями за осадками, испарением и конденсацией;

P — коэффициент „покрытия“, равный отношению площади, покрытой снегом, ко всей рассматриваемой площади.

Следует отметить, что вычисление величин W' с учетом одного только коэффициента покрытия не вполне справедливо, так как таяние снега при наличии проталин происходит со всей поверхности изолированных сугробов, а не с площади их проекций. Более подробно об этом будет сказано ниже.

Для определения связи $A=f(\eta)$ по данным наблюдений Валдайской экспедиции ГГИ нами применены уравнения (33) и (23), с помощью которых подсчитаны величины A , как остаточные части из уравнения теплового баланса, и коэффициент турбулентной конвекции η без учета условий стратификации.

ТАБЛИЦА 5

№ дней	Дата	Наблюдения над водным балансом						Тепло, затраченное на таяние W (кал./сут.)	$\Pi = \frac{Q}{\text{покр. снег}}$	$W' = W \cdot \frac{\Pi}{1}$	Суточный баланс радиационного теплообмена Q°	Метеорологические наблюдения					Абс. влажность на высоте 2 м < (мм)	Скорость ветра на высоте z = 12,5 м (в м/сек.)
		запас влаги в снеге (мм)	Осадки за сутки (мм)		испарение (-)	конденсация (+)	суточное количество таяния (мм)					20 см	60 см	200 см	температура в °C на выс.	20 см		
1	4 IV	163	0	0	0	0	—	1,0	—	0	8,19	3,64	4,35	0,15	1,3	4,05	5,5	
2	5 IV	142	0	0	+0,6	21,6	173	1,0	173	18	2,99	3,56	4,24	3,52	4,85	5,55	5,5	
3	6 IV	107	0	0	+0,5	35,5	284	1,0	284	54	1,92	2,46	3,06	3,95	5,63	5,18	5,5	
4	7 IV	95	0	0	-0,6	11,4	91	1,0	91	101	1,45	1,84	2,37	0,42	1,3	3,3	3,5	
5	8 IV	94	0	0	-0,1	0,9	7	1,0	7	4	2,1	2,43	2,82	0,58	1,2	3,85	5,25	
6	9 IV	56	0	3,2	+0,1	38,1	305	0,95	322	36	3,24	4,02	4,74	2,80	3,37	4,95	8,5	
7	10 IV	53	6,6	0	-0,5	9,1	73	0,82	89	50	3,6	3,58	5,43	0,32	0,52	4,07	6,25	
8	11 IV	52	0,9	0	-0,7	1,2	10	0,90	11	50	3,14	3,95	4,52	4,25	3,75	2,99	5,75	
9	18 IV	73	0	2,7	0	—	—	1,0	—	11	2,92	3,46	3,9	2,40	3,19	4,45	6,5	
10	19 IV	31	0	0,3	0	42,0	336	0,88	382	188	4,1	5,13	6,17	2,95	3,75	4,43	6,0	
11	20 IV	17	0	0	-0,1	13,9	111	0,48	232	207	1,45	2,0	2,65	2,1	2,45	4,15	2,75	
12	21 IV	6,2	0	0	-0,4	10,4	84	0,26	319	235	1,85	2,47	2,99	4,20	4,48	3,80	3,5	
13	22 IV	1,4	0	0,2	+0,2	5,0	40	0,12	334	266	2,22	2,83	3,65	5,85	6,17	4,95	5,0	

Из уравнений (1) и (33) следует:

$$\tau A = \frac{W' - Q_0}{\frac{C_p}{(z + z_0) \ln \frac{z + z_0}{z_0}} [(\theta - \theta_0) + m(e - e_0)]} \quad (35)$$

где

$$A = \varepsilon \cdot s \cdot \rho K_0^2 (z + z_0) \frac{V^3}{\Delta \theta \ln \frac{z + z_0}{z_0}}, \quad (36)$$

а W' находится из уравнения (34).

ТАБЛИЦА 6

№ дней	Дата	$(\theta - \theta_0)$	$(e - e_0)$	$m(e - e_0)$	α	$864 \cdot \alpha \cdot \beta$	W'	θ_0	$W' - \theta_0$	τA
1	4 IV	1,30	-0,53	-1,20	0,10	1,55				
2	5 IV	4,85	0,97	2,20	7,05	108,86	173	18	155	1,423
3	6 IV	5,63	0,60	1,36	6,99	108,00	285	54	231	2,138
4	7 IV	1,30	-1,28	-2,91	-1,61	-24,97	91	101	-10	0,400
5	8 IV	1,20	-0,73	-1,66	-0,44	-6,80	7	4	4	-0,59
6	9 IV	3,37	0,37	0,84	4,21	65,14	322	36	286	4,39
7	10 IV	0,52	-0,51	-1,16	-0,64	-9,94	89	50	39	-3,923
8	11 IV	0	-1,59	-3,61	-3,61	-55,75	11	50	-41	0,735
9	19 IV	3,75	-0,15	-0,34	3,41	51,70	382	188	194	3,752
10	20 IV	2,45	-0,48	-0,98	1,47	22,42	232	207	25	1,100
11	21 IV	4,48	-0,78	-1,77	2,71	41,90	319	235	84	2,004
12	22 IV	6,17	0,47	-1,07	5,10	78,88	334	266	68	0,862

$$\tau A = \frac{W' - Q_0}{864 \cdot \alpha \cdot \beta};$$

$$\alpha = [(\theta - \theta_0) + m(e - e_0)];$$

$$\beta = \frac{C_p}{(z + z_0) \ln \frac{z + z_0}{z_0}} = 0,0179.$$

Результаты вычислений по уравнению (35) приведены в табл. 6. Отмечаем, что в табл. 6 имеется несколько отрицательных величин τA , которые необходимо рассматривать как ошибочные; из дальнейшего рассмотрения они были исключены.

Для сравнения коэффициентов турбулентной проводимости A с коэффициентами турбулентной конвекции η построены

графики связи $\tau A = f(\eta_2)$ и $\tau A = f(\eta_{12,5})$ (рис. 1 и 2), где η_2 и $\eta_{12,5}$ — коэффициенты турбулентной конвекции, вычисленные по наблюдениям скорости ветра на высоте 2,0 и 12,5 (высота

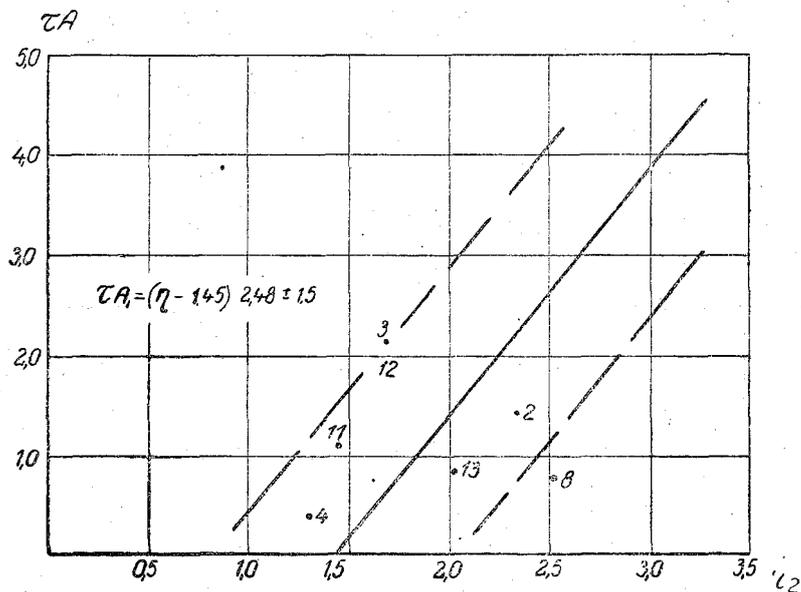


Рис. 1. Связь коэффициента турбулентной проводимости с коэффициентом турбулентной конвекции при $z=2$ м.

флюгера) метров соответственно. Результаты вычисления величин η_2 и $\eta_{12,5}$ с помощью уравнения (23) приведены в табл. 7.

ТАБЛИЦА 7

№ дней	Дата	η_2	$\eta_{12,5}$
1	4 IV	2,42	11,8
2	5 IV	2,36	11,8
3	6 IV	1,71	11,8
4	7 IV	1,32	7,5
5	8 IV	1,57	11,25
6	9 IV	2,64	18,2
7	10 IV	3,03	13,4
8	11 IV	2,52	12,3
9	19 IV	3,44	17,1
10	20 IV	1,48	5,88
11	21 IV	1,67	7,5
12	22 IV	2,03	10,7

В результате анализа полученных графических зависимостей (рис. 1 и 2) оказывается, во-первых, что равенство $\tau A = \eta$ не может быть оправдано. Так, например, отношение $\frac{\tau A}{\eta_2}$ (рис. 1) колеблется по средней линии от 0 до 2,1; отношение $\frac{\tau A}{\eta_{12,5}}$ (рис. 2) колеблется от 0 до 4,5. Во-вторых, из рис. 1 и 2 следует, что связь $\tau A = f(\eta)$ крайне неустойчива.

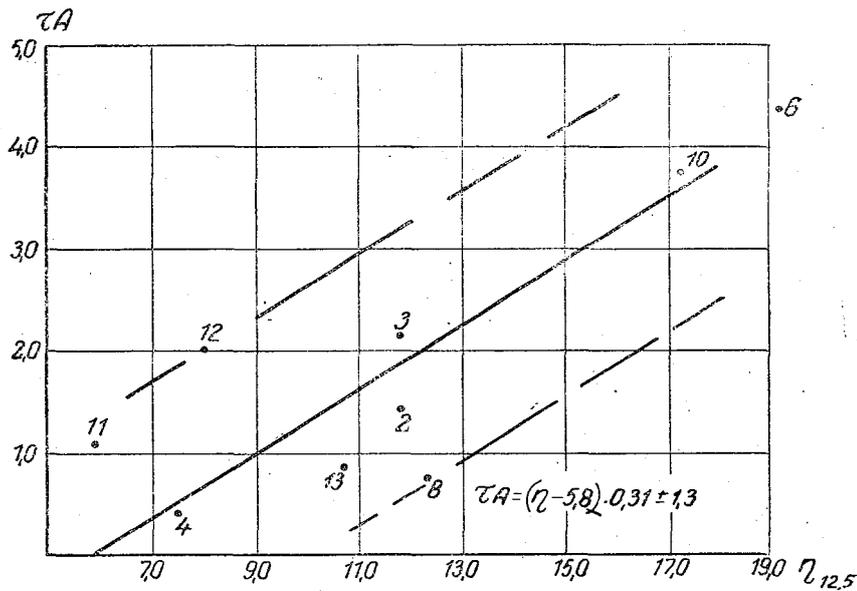


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, при $z=12,5$ м.

Так, разброс точек около средней линии связи $\tau A = f(\eta_2)$ (рис. 1) достигает $\pm 1,5 \frac{\text{гр}}{\text{см}^2 \text{ сек.}}$; подобная ошибка вычисления τA влечет ошибку вычисления суточной суммы теплового баланса по уравнению (35) на ± 162 кал./сут.

Таким образом, анализ материалов Валдайской экспедиции подтверждает вышеизложенное о том, что равенство $A = \eta$ является неправдоподобным, особенно учитывая, что коэффициент τ в произведении τA сравнительно мал.

Таким образом, анализ материалов Валдайской экспедиции подтверждает вышеизложенное о том, что равенство $A = \eta$ является неправдоподобным, особенно учитывая, что коэффициент τ в произведении τA сравнительно мал.

Второй целью обработки данных наблюдений Валдайской экспедиции является, как уже было отмечено, определение коэффициентов s и τ в формуле (33).

Исходя из зависимости (19 а) в предположении прямолинейной связи между $\frac{A}{\eta_s}$ и $\frac{V^2}{\Delta\theta}$ и вводя в (19 а) величины

$$s = \frac{\eta_s}{\eta_0} \text{ и } \tau, \text{ получаем}$$

$$\frac{\tau A}{\eta_0} = s \cdot \tau \cdot \varepsilon \cdot \frac{v^2}{\Delta\theta}, \quad (37)$$

откуда

$$s \tau \varepsilon = \frac{\tau A_1 \cdot \Delta\theta}{v^2 \cdot \eta_0}. \quad (38)$$

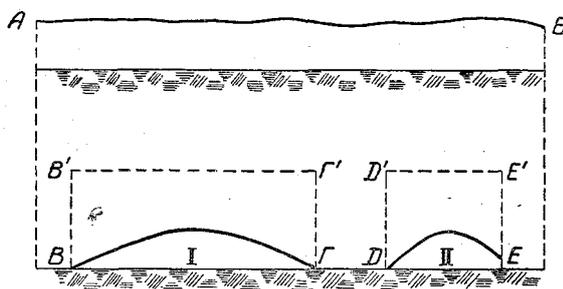


Рис. 3. Схема объемного изменения снежного покрова в период таяния.

Величины $s \tau \varepsilon$, вычисленные по уравнению (38), приведены в табл. 8, которая нуждается, прежде чем перейти к изложению полученных результатов, в одном объяснении.

Выше было сказано, что вычисление суточных сумм теплового баланса по уравнению (34) не является вполне справедливым при $\Pi < 1$, так как коэффициент покрытия Π учитывает площадь плановых проекций отдельных сугробов, а не фактическую площадь их внешней поверхности.

Представим разрез двух изолированных сугробов, образовавшихся в результате таяния сплошного снежного покрова (рис. 3).

В том случае когда коэффициент Π вычисляется из отношения $\frac{\omega_{\text{покр. снег.}}}{\omega_{\text{плоч. земли}}}$, в расчет принимается только плановая площадь снежного покрова, и, согласно рис. 3, $\Pi = \frac{B'G' + D'E'}{AB}$. Ошибочность этого соотношения заключается в предположении, что поверхностное таяние снега

в сугробах происходит только с площади проекции сугроба на горизонтальную плоскость. На самом же деле поверхностное таяние будет происходить по всей площади сугробов, т. е. по всей длине линий $BГ$ и $ДЕ$, и, следовательно,

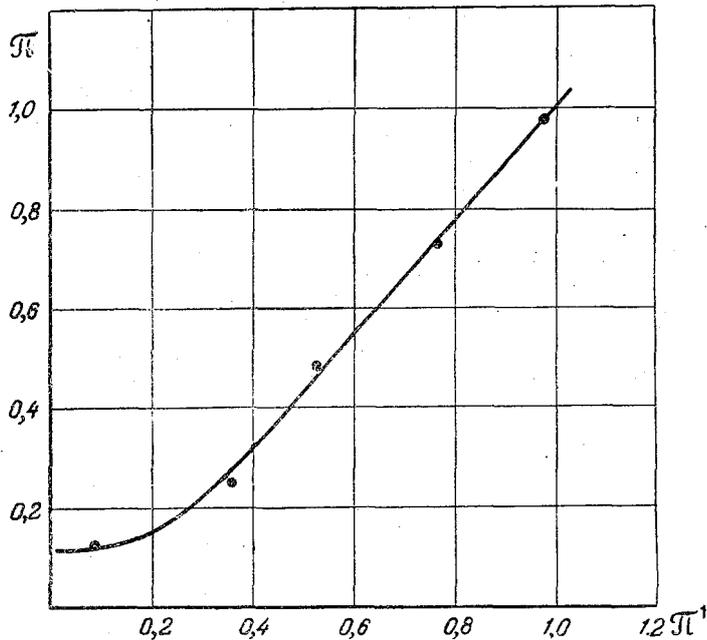


Рис. 4. Связь коэффициента покрытия при плоской поверхности снежного покрова с „объемным“ коэффициентом покрытия реальных сугробов.

истинная величина коэффициента покрытия $P' = \frac{BГ + ДЕ}{АБ}$

А так как $(BГ + ДЕ) > (B'Г' + Д'Е')$, то, следовательно, $P' > P$.

Для вычисления коэффициентов P' по наблюдениям Валдайской экспедиции нами был принят метод подбора, критерием которого служила связь $s \tau \epsilon = f(\Delta\theta)$. Опуская описание о техническом выполнении метода, приводим результат работы—рис. 4, который иллюстрирует связь коэффициента

$P = \frac{\omega_{\text{покр. снег.}}}{\omega_{\text{плоч. земли}}}$ с величинами P' — истинными величинами коэффициента покрытия.

Как видно из рис. 4, разность $(P' - P)$ увеличивается с уменьшением P , что может быть объяснено постепенным

увеличением кривизны поверхности сугробов по мере их уменьшения, так как наибольшую интенсивность таяния имеют, по нашему мнению, кромки сугробов, где толщина снега минимальна; в результате этого площадь сугроба уменьшается относительно быстрее, чем его высота, а кривизна поверхности сугроба увеличивается. Иллюстрацией этого положения является рис. 3, на котором изображены два типа сугробов — сугроб I с поверхностной линией $BГ$, соответствующий появлению проталин, и сугроб II с поверхностной линией $ДЕ$, соответствующий периоду окончания таяния.

Из рис. 3 следует, что $\frac{BГ'}{BГ} < \frac{ДЕ'}{ДЕ}$, и, следовательно,

по мере увеличения кривизны поверхности снега величина $П'$ по сравнению с $П$ увеличивается. Увеличение разности $(П' - П)$ имеет предел, ясно выраженный нижним участком кривой на рис. 4. Наибольшая величина разности $(П' - П)$ наблюдается при $П = 0,25$ ($П' - П) = 0,09$; при дальнейшем уменьшении величины $П$ разность $(П' - П)$ начинает уменьшаться.

Явление уменьшения разности $(П' - П)$ при $П' < 0,25$ может быть, по нашему мнению, объяснено тем, что с уменьшением сугробов уменьшается максимальная толщина их и наступает момент, когда интенсивность таяния средних частей сугробов выравнивается с интенсивностью таяния их кромок. В результате увеличения кривизны поверхности прекращается, и при дальнейшем таянии площадь проекции поверхности сугробов приближается к их „объемной“ площади, т. е. разность $(П' - П)$ уменьшается. Предел разности $(П' - П)$, согласно рис. 4, наступает при $П = 0,125$.

Ограничиваясь этим при рассмотрении зависимости $П' = f(П)$, отмечаем, что вычисление произведений $s_{\tau\theta}$ в табл. 8 выполнено с учетом истинных коэффициентов покрытия $П'$, определенных с помощью рис. 4 по величинам

$$П = \frac{\omega_{\text{покр. снег.}}}{\omega_{\text{плоч. земли}}}$$

В результате анализа приведенных в табл. 8 величин $s_{\tau\theta}$ оказалось, что они очень хорошо могут быть связаны с разностями температур воздуха $\Delta\theta = \theta_{200} - \theta_0$, где θ_{200} — температура на высоте 2 м над поверхностью снега, а θ_0 — температура снежной поверхности, которая в период таяния принята нами равной нулю.

Связь $s_{\tau\theta} = f(\Delta\theta)$ представлена на рис. 5. Максимальная ошибка вычисления произведения $s_{\tau\theta}$ по линии связи (рис. 5) равна $\Delta s_{\tau\theta} = \pm 0,02$, что соответствует ошибкам вычисления

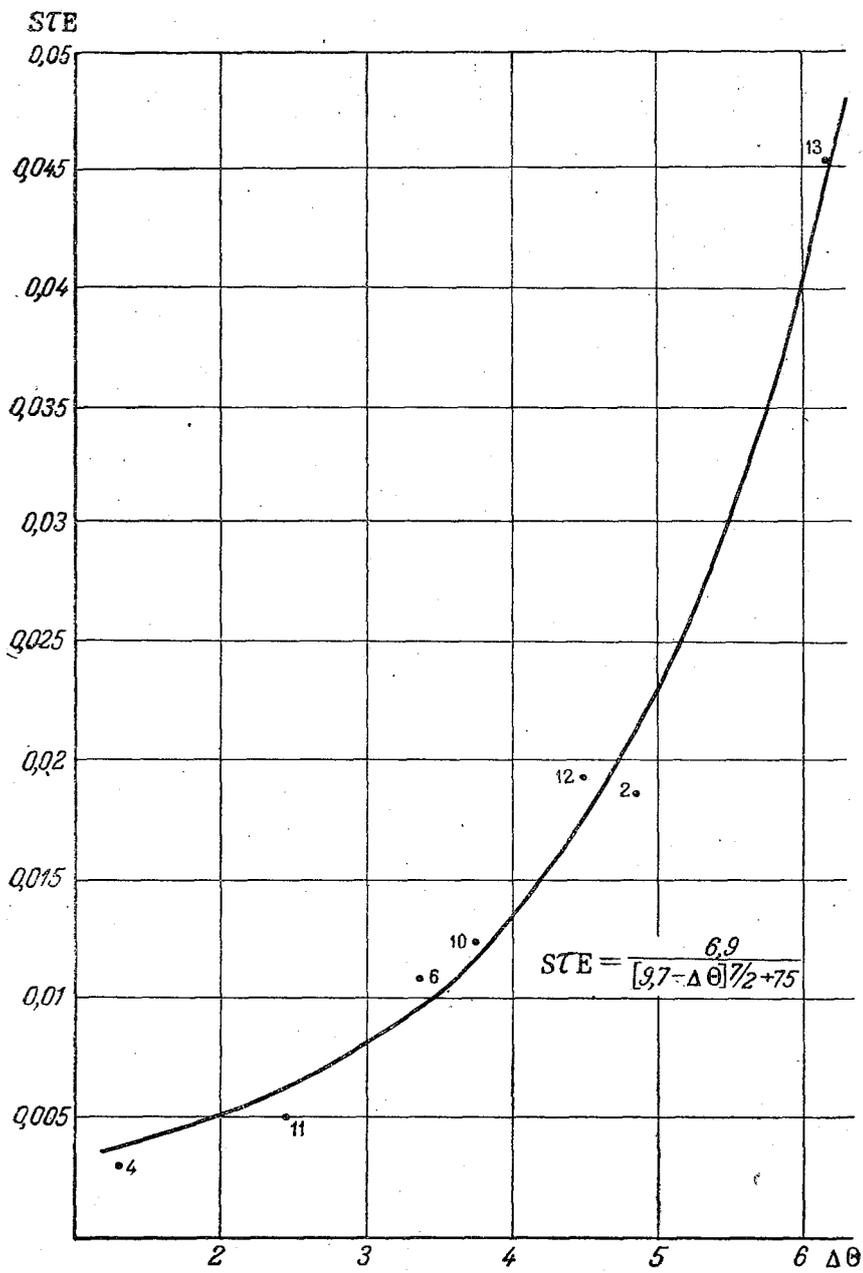


Рис. 5. Кривая связи произведения коэффициентов пропорциональности $s\tau E$ с температурой воздуха на высоте $z = 2$ м.

суточной суммы теплообмена снежной поверхности с приземным слоем воздуха по уравнению (33) $\Delta Q_b = \pm 15$ кал./сут.

Уравнение линии связи (рис. 5) может быть представлено в виде

$$s_{те} = \frac{6,9}{(9,7 - \Delta\theta)^{1/2} + 75}. \quad (39)$$

Подставляя (39) в формулу (33), получаем расчетное уравнение теплообмена снежной поверхности с приземным слоем воздуха

$$Q_B = 6,9 \rho C_p K_0^3 \frac{V_a^3}{\ln \frac{a+z_0}{z_0}} \frac{\Delta\theta + m \cdot \Delta e}{[(9,7 - \Delta\theta)^{1/2} + 75] \Delta\theta \ln \frac{b+z_0}{z_0}}, \quad (40)$$

где a — высота наблюдений над скоростью ветра

$$\Delta e = e_b - e_0;$$

$$\Delta\theta = \theta_b - \theta_0;$$

b — высота наблюдений за температурой и влажностью воздуха.

Следует подчеркнуть, что уравнение (40) дает возможность вычислять теплообмен поверхности снега с воздухом в тех случаях, когда скорость ветра измерена на высоте флюгера. Подобный вывод следует из того, что равенство (39), определяющее величину $s_{те}$ в уравнении (40), получено по наблюдениям за скоростью ветра на высоте 12,5 м.

Подставляя в уравнение (40) числовые значения параметров ρ , C_p , K_0 и m , принимая $a = 12,5$ м, $b = 2$ м, $\theta_0 = 0$, $e_0 = 6,11$ мб. и $\theta_b = t_b$ и определяя баланс теплообмена Q_b за сутки, получаем расчетное уравнение:

$$Q_B = \frac{[2,3 t_b + 5,2(e_b - 6,11)]}{[(9,7 - t_b)^{1/2} + 75] \cdot t_b} \cdot V^3 \text{ (кал/сут.)}, \quad (41)$$

где t_b — среднесуточная температура воздуха на высоте b (в °Ц);

e_b — среднесуточная влажность воздуха на высоте b (в мб.);

V — среднесуточная скорость ветра в м/сек. на высоте флюгера.

Суммируя вышеизложенное о вычислении суточных сумм радиационного баланса и баланса теплообмена снежного

№ пней	Дата	Π	Π'	W	$W'' = \frac{W}{\Pi'}$	Q_{\odot}	$W'' = Q_{\odot}$	$854 \pm \beta$	τA_1	$\eta_{12,5}$	$\frac{\tau A}{\eta_{1,5}}$	$\frac{V^2_{12,5}}{\Delta \theta}$	ste
1	5 IV	1,0	1,0	173	173	18	155	108,86	1,37	11,8	0,116	6,25	0,0185
2	6 IV	1,0	1,0	284	284	54	230	108,00	2,09	11,8	0,117	5,38	0,0325
3	7 IV	1,0	1,0	91	91	101	-10	-24,97	0,40	7,5	0,053	9,14	0,0058
4	8 IV	1,0	1,0	7	7	4	3	-6,80	-	11,25	-	-	-
5	9 IV	0,95	0,96	305	317	35	281	65,14	4,59	18,2	0,238	21,45	0,009
6	10 IV	0,82	0,84	73	85	50	35	-9,94	-	13,4	-	-	-
7	11 IV	0,90	0,91	10	11	50	-39	-55,75	-	12,3	-	-	-
8	19 IV	0,88	0,89	336	375	188	187	51,70	3,62	17,1	0,212	17,1	0,0123
9	20 IV	0,48	0,53	111	209	207	2	22,72	0,088	5,88	0,0150	3,08	0,005
10	21 IV	0,26	0,35	88	251	235	16	41,90	0,382	7,5	0,051	2,65	0,0192
11	22 IV	0,12	0,095	40	421	266	155	78,88	1,96	10,7	0,184	4,05	0,0454

Сборник грудов.

покрова с приземным слоем воздуха, получаем, согласно уравнениям (1) и (41), расчетные формулы для вычисления суточных сумм W в период таяния:

$$W_1 = \frac{[2,3 t_b + 5,2(e_b - 6,11)]}{[(9,7 - t_b)^{1/2} + 75] t_b} \cdot V^3 + 50 \text{ (кал./сут);} \quad (42)$$

$$W_2 = \frac{[2,3 t_b + 5,2(e_b - 6,11)]}{[(9,7 - t_b)^{1/2} + 75] t_b} \cdot V^3 + 225 \text{ (кал./сут).} \quad (43)$$

Согласно сказанному выше, первая из этих формул (42) должна применяться при сплошном ($\Pi = 1$), а вторая (43) при не сплошном снежном покрове.

АНАЛИЗ СПОСОБА П. П. КУЗЬМИНА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА СНЕЖНОГО ПОКРОВА

Для сравнения с изложенным выше способом вычисления элементов теплового баланса приводится, как наиболее распространенный в СССР, способ вычисления этих элементов по П. П. Кузьмину [3, 4, 5].

Сущность способа П. П. Кузьмина заключается в следующем:

а) Основными факторами снеготаяния являются солнечная радиация и теплообмен с воздухом; тепло, приносимое дождями, ничтожно, и им можно пренебречь.

б) Уравнение теплообмена снеговой поверхности может быть представлено в виде

$$W = W_{\odot} + W_k + W_u \quad (44)$$

где W — тепловой баланс снежного покрова в кал/см²;

W_{\odot} — баланс радиационного теплообмена снежной поверхности;

W_k — баланс конвективного теплообмена снежной поверхности;

W_u — баланс теплообмена испарением и конденсацией.

в) Количество талой воды, образующейся в результате теплообмена снежной поверхности с окружающей средой, находится из равенства $m = \frac{W}{8}$, где m — высота слоя талой воды в миллиметрах.

г) Суточный радиационный баланс W_{\odot} определяется уравнением

$$W_{\odot} = (Q^1 + q)_0 (1 - 0,7 N)(1 - r) - R, \quad (45)$$

где $(Q^1 + q)_0$ — максимально возможная суммарная солнечная радиация безоблачного неба, определяемая с помощью таблицы В. Н. Украинцева (табл. 1);

N — среднесуточное количество облачности в долях;

r — среднесуточная величина альbedo снежной поверхности;

R — эффективное излучение снежной поверхности.

д) Суточные суммы эффективного излучения в формуле (45) рекомендуется [3] вычислять по уравнению:

$$R = \alpha \cdot \sigma \cdot T_a^4 (1 - A)(1 - CN) + \alpha (\sigma T_n^4 - \sigma T_a^4), \quad (46)$$

где: $A = 0,07\sqrt{e} + 0,53$;

e — абсолютная влажность воздуха в миллиметрах;

T_a — абсолютная температура воздуха;

T_n — абсолютная температура поверхности снега;

N — общая облачность в долях;

σ — постоянная Стефана — Больцмана;

C — коэффициент, зависящий от количества в виде облаков; в среднем принято $C = 0,75$; $\alpha = 0,96$.

е) Величины теплообмена снежной поверхности с приземным слоем воздуха ($W_k + W_u$) определяются с помощью специальных формул, полученных на основе уравнений (5) и (6):

$$W_k = C_p \cdot A \cdot \frac{d\theta}{dz}, \quad (5)$$

$$W_u = 600 \cdot \frac{0,623}{p} \cdot A \cdot \frac{de}{dz}, \quad (6)$$

в предположении выполнимости логарифмических законов распределения метеоэлементов у поверхности земли и равенства $A = \eta$.

ж) Поэтому, применяя для вычисления величин $\frac{d\theta}{dz}$,

$\frac{de}{dz}$ и A в уравнениях (5) и (6) логарифмические зависимости (23), (26) и (27), подставляя в них числовые значения параметров ρ , C_p , K_0 и т. д., переходя от \ln к \lg и вычисляя тепловой баланс за сутки, П. П. Кузьмин [3, 4] получил

$$W_k = 0,0502 \frac{v_1}{\lg \frac{z_1 + z_0}{z_0}} \frac{t_2 - t_0}{\lg \frac{z_2 + z_0}{z_0}}; \quad (47)$$

$$W_k = 0,00173 \frac{v_1}{\lg \frac{z_1 + z_0}{z_0}} \frac{e_2 - e_0}{\lg \frac{z_2 + z_0}{z_0}}, \quad (48)$$

где z_1 — высота над снежной поверхностью, на которой измеряется скорость ветра v ;

z_2 — высота над снежной поверхностью, на которой измеряется абсолютная влажность.

Из изложенного следует, что уравнения (47) и (48) ошибочны, так как построены, во-первых, в предположении $\eta = A$ и, во-вторых, не учитывают условий стратификации, определяющих характер распределения метеорологических элементов в приземном слое атмосферы. Что же касается предложенного П. П. Кузьминым способа вычисления радиационного баланса с помощью уравнений (45) и (46) и табл. 1, то, основываясь на результатах приведенного выше анализа, можно сказать, что способ этот для вычисления *с у т о ч н ы х* сумм W_{\odot} применен быть не может, так как ошибки вычисления будут значительно превышать величину самих истинных сумм W_{\odot} .

ПРОВЕРКА СПОСОБОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА ПО МАТЕРИАЛАМ НАБЛЮДЕНИЙ НА НЕКОТОРЫХ МЕТЕОСТАНЦИЯХ ЛЕНИНГРАДСКОГО УГМС

Для определения точности рассмотренных выше способов вычисления теплового баланса мы произвели сравнительную проверку способа П. П. Кузьмина [уравнения (44), (45), (46), (47) и (48)] и предложенного нами уравнения (42).

Проверка была произведена по данным метеорологических и снегомерных наблюдений на 18 метеостанциях сети Ленинградского УГМС (табл. 9), на основании которых вычислены суточные суммы теплового баланса отдельно по уравнению (44) [с использованием уравнений (45), (46), (47) и (48)] и по уравнению (42) за 840 пункто-дней.

Вычисления теплового баланса по уравнению (43) не производились, так как точных данных о коэффициентах покрытия Π у нас не было. По этой же причине для сравнительной проверки уравнений (44) и (42) были выбраны только те дни, по которым была полная уверенность, что коэффициент покрытия для них равен единице.

ТАБЛИЦА 9

Список метеорологических станций, на которых материалы наблюдений использованы для проверки способов вычисления теплового баланса

№ по пор.	Наименование метеостанций	Координаты		Средняя высота флюгера (м)	Рассмотренный период наблюдений (годы)
		широта	долгота		
1	Ефимовское	59° 30'	34° 42'	9,5	1938—1940
2	Веребье	58 41	32 42	16,1	1939—1941
3	Крестцы	58 16	32 32	12,0	1938—1941
4	Валдай	58 59	33 15	12,5	1938—1941
5	Осьмино	59 01	29 05	13,9	1938—1940
6	Григорово	58 33	31 13	11,5	1938—1941
7	Оредеж	59 49	30 20	11,2	1938—1941
8	Белогорка	59 21	30 08	15,0	1938—1941
9	Кингисепп	59 22	28 36	14,5	1939—1941
10	Николаевское	58 34	29 44	17,3	1938—1941
11	Тихвин	59 39	33 32	11,2	1938—1939
12	Шимск	58 13	30 44	12,4	1938
13	Винница	60 38	34 47	11,0	1938—1940
14	Окуловка	58 22	33 19	16,3	1938—1940
15	Будогощ	59 27	32 28	11,5	1938—1940
16	Остров	57 21	28 20	13,0	1938—1939
17	Дно	57 50	29 59	13,1	1939—1941
18	Свирица	60 28	32 57	12,9	1938—1941

Ввиду того что снегомерные съемки, с помощью которых могут быть вычислены фактические величины теплового баланса, проводятся на метеостанциях три раза в месяц, мы были вынуждены сравнивать не суточные, а декадные суммы фактического и вычисленного теплового баланса в период таяния. В результате выполненных подсчетов были получены графики связи фактических и вычисленных декадных сумм теплового баланса (рис. 6, 7 и 8), по осям абсцисс которых отложены фактические декадные суммы теплового баланса, полученные по данным декадных снего-съемок с учетом выпавших в течение декады осадков.

По оси ординат на рис. 6 отложены декадные суммы теплового баланса, вычисленные по уравнениям П. П. Кузьмина (44), (45), (46), (47) и (48) при непрерывном суммировании положительных и отрицательных суточных сумм баланса внутри декады ($\Sigma \pm W$).

По оси ординат на рис. 7 отложены декадные суммы теплового баланса, вычисленные по уравнениям П. П. Кузьмина при прерывном суммировании одних только положительных сумм внутри декады ($\Sigma + W$).

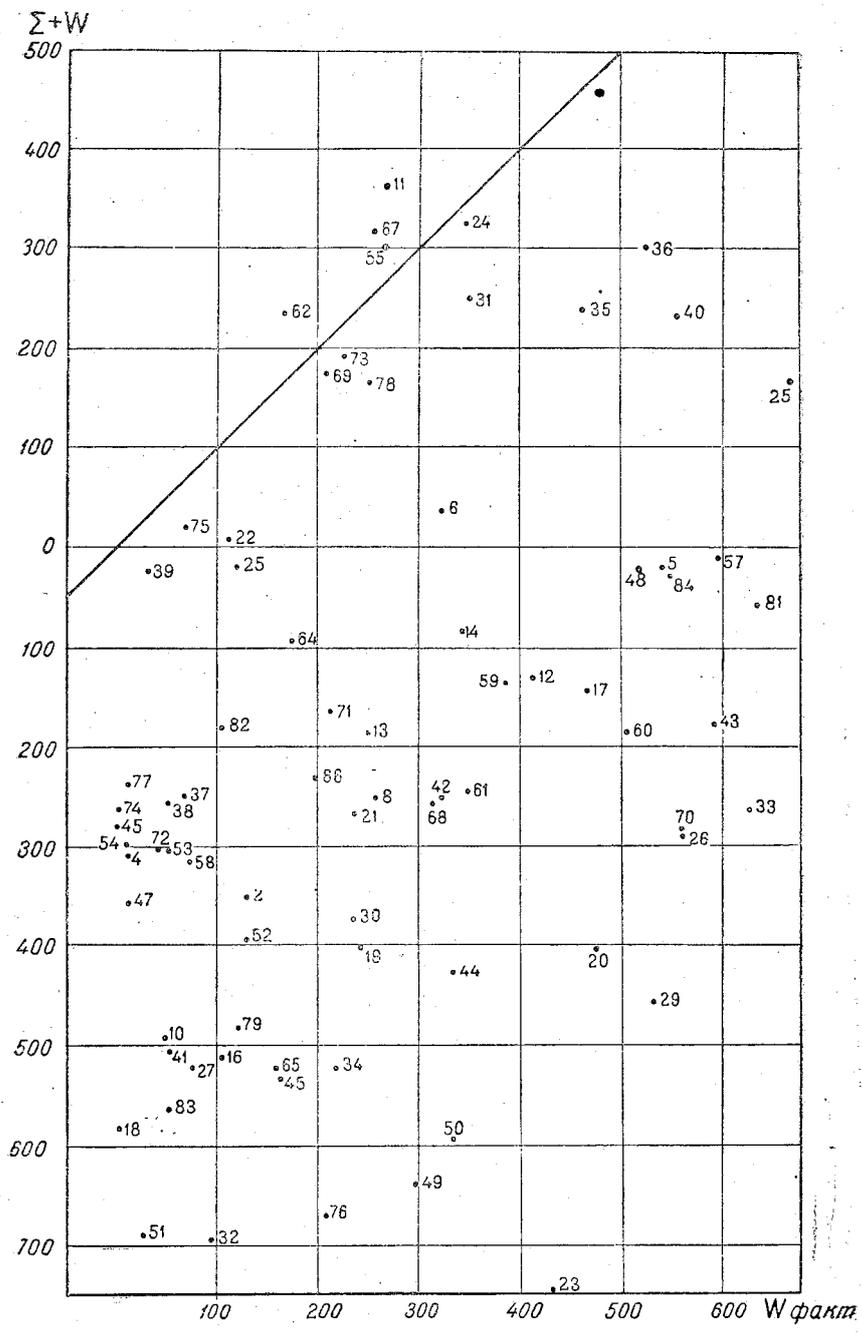


Рис. 6. Связь фактических и вычисленных по способу П. П. Кузьмина декадных сумм теплового баланса (при непрерывном суммировании положительных и отрицательных суточных сумм).

И, наконец, по оси ординат на рис. 8 отложены декадные суммы теплового баланса, вычисленные по уравнению (42) при суммировании одних только положительных сумм внутри декады (ΣW).

Из графиков следует:

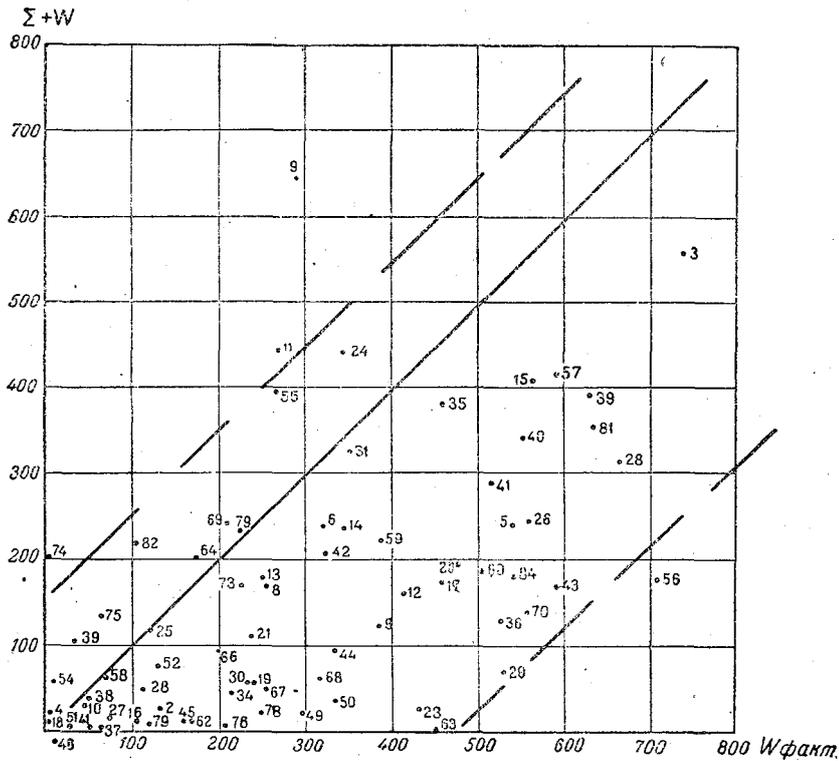


Рис. 7. То же, что и на рис. 6 (при суммировании одних положительных суточных сумм).

1. Высказанное ранее соображение о том, что прерывное суммирование одних только положительных суточных сумм теплового баланса должно дать, по сравнению с непрерывным суммированием положительных и отрицательных сумм, более точные результаты,— вполне оправдалось. Это вытекает из сравнения рис. 6 с рис. 7.

2. Способ вычисления теплового баланса по уравнению (42) дает более точные результаты по сравнению со способом вычисления теплового баланса по уравнениям П. П. Кузьмина.

Как следует из рис. 7, максимальные ошибки вычисления декадных сумм по уравнениям П. П. Кузьмина достигают 480 кал. в сторону занижения, тогда как максимальные ошибки вычисления декадных сумм теплового баланса по

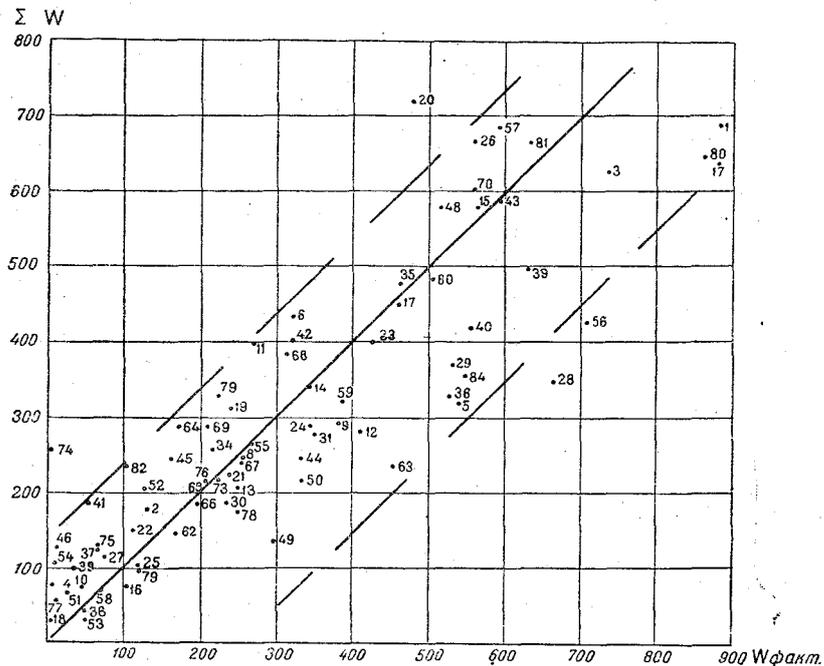


Рис. 8. Связь фактических и вычисленных по уравнению (43) декадных сумм теплового баланса.

уравнению (42) равняются 210 кал./сут. (рис. 8). Следовательно, максимальные ошибки вычисления теплового баланса по уравнению (42) в 2—3 раза меньше ошибок вычисления по способу П. П. Кузьмина.

Второй оценкой точности уравнений (44) и (42) являются коэффициенты корреляции связи фактических декадных сумм теплового баланса ($W_{\text{факт.}}$) с декадными суммами ΣW и ΣW . Оказалось, что коэффициенты корреляции связей на рис. 7 и 8 равны 0,41 и 0,71 соответственно.

В заключение следует отметить, что точность вычисления суточных сумм теплового баланса по уравнению (42) может быть повышена, если будет найден способ точного вычисления суточных сумм радиационного баланса при отсутствии специальных актинометрических измерений и будет уточнена связь $s_{\tau} = f(\Delta\theta)$ в уравнении (40).

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Л. Соколовский. Нормы максимального стока весенних паводков рек СССР. Гидрометеониздат, 1937.
2. В. И. Рутковский. Опыт изучения теплового баланса в период таяния. *Метеорология и гидрология*, № 5, 1941.
3. П. П. Кузьмин. Тепловой баланс снеготаяния. *Архив ГГИ*, 1945.
4. П. П. Кузьмин. Опыт исследования теплового и водного баланса снеготаяния. *Труды Гос. гидрол. инст.*, вып. 1 (55), Л., 1947.
5. П. П. Кузьмин. Исследование и расчет снеготаяния. *Труды Гос. гидрол. инст.*, вып. 7 (61), Л., 1948.
6. Н. Г. Евфимов. Изменения послойной плотности снежного покрова под действием различных факторов. *Метеорология и гидрология*. № 3, 1941.
7. А. П. Тольский. К вопросу о температуре снежного покрова. *Журнал геофизики и метеорологии*, т. II, вып. 3—4, 1925.
8. Н. Г. Евфимов. Суммы эффективного излучения для Слуцка. *Метеорология и гидрология*, № 8, 1938.
9. Н. Н. Калигин. *Актинометрия*. 1938.
10. В. Н. Украинцев. Приближенное вычисление сумм прямой и рассеянной солнечной радиации. *Метеорология и гидрология*, № 6, 1939.
11. L. Mamonova und S. Chotow. Trübungsfaktoren für verschiedene Typen troposphärischer Luftmaß über Moskau. *Met. Zeit.*, № 1, 1933.
12. В. Н. Украинцев. Облачность и солнечное сияние. *Метеорология и гидрология*, № 5, 1939.
13. Н. С. Темникова. Рассеянная радиация небесного свода в связи с формами облаков. *Метеорология и гидрология*, № 5, 1941.
14. Н. Г. Евфимов. Величины сумм эффективного излучения для некоторых пунктов СССР. *Метеорология и гидрология*, № 5, 1939.
15. Г. Д. Рихтер. Снежный покров, его формирование и свойства. Изд. АН СССР, 1945.
16. П. П. Кузьмин. Радиация, отраженная от поверхности моря и поглощенная слоями воды различной глубины. *Метеорология и гидрология*, № 7, 8, 1939.
17. Д. Л. Лайхтман. Профиль ветра и обмен в приземном слое атмосферы. *Изв. АН СССР, серия географ. и геофиз.*, т. VIII, 1944.
18. Д. Л. Лайхтман. О профиле ветра в приземном слое атмосферы при стационарных условиях. *Труды научно-исслед. учреждений. ГУГМС, серия I*, вып. 39, 1947.
19. М. И. Будыко. Турбулентный обмен в нижних слоях атмосферы. *Метеорология и гидрология*, № 2, 1946.
20. H. N. Sverdrup. The eddy conductivity of the air over a smooth snow field. *Geofysiske Publikasjoner*, vol. XI, № 7, 1936.
21. A. S. Best. Transfer of heat and momentum in the lowest layer of the atmosphere. *Geophysic. Mem.*, № 65, London, 1935.
22. N. K. Johnson. A study of the vertical gradient of temperature in the atmosphere near the ground. *Geophysic. Mem.*, № 46, London, 1929.

ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЕ СУТОЧНОГО ХОДА ВЛАЖНОСТИ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Д-р. физ.-мат. наук *Д. Л. Лайхтман*

Теория суточных колебаний влажности, помимо чисто научного интереса, имеет большое практическое значение. Такие явления, как конвективная облачность и туманы в приземном слое, определяются суточными колебаниями температуры и влажности. В то время как теоретическому анализу суточных колебаний температуры посвящено большое количество работ, суточные колебания влажности сравнительно мало анализировались теоретически. Настоящая работа представляет собой попытку построить метод предвычисления суточных колебаний влажности, основанный на современных представлениях об атмосферной турбулентности, которая в значительной мере формирует указанные колебания.

Примем, что коэффициент турбулентной диффузии зависит от высоты и меняется со временем. Что касается влияния процессов конденсации и испарения, то предположим, что они слабо развиты и не влияют на распределение водяного пара. Таким образом, применение полученных нами соотношений к исследованию туманов и конвективных облаков совершенно законно будет только для определения начала возникновения тумана или кучевых облаков. Эти величины обычно представляют наибольший практический интерес.

Прежде чем приступить к решению задачи, мы считаем необходимым остановиться на выборе краевых условий. Так, было бы естественно задавать удельную влажность вне пограничного слоя атмосферы и на некоторой глубине в почве, где она не подвержена суточным колебаниям (случай адвекции исключается из рассмотрения). Но для того чтобы при таких краевых условиях можно было сформулировать задачу математически, необходимо знать законы распространения водяного пара в почве, которые до настоя-

щего времени еще недостаточно исследованы. Это вынуждает нас выбрать краевые условия на поверхности почвы. В таком случае исключается из рассмотрения транспорт водяного пара в почве, а распространение его в атмосфере описывается уравнением турбулентной диффузии, и задача может быть легко сформулирована математически. Мы отдаем себе полный отчет в том, что такая формулировка обладает некоторыми недостатками и, может быть, главный из них тот, что никаких количественных выводов о распределении водяного пара в почве мы не сможем сделать.

Что касается того, каким должно быть выбрано условие для удельной влажности на поверхности почвы, то можно либо задавать самую удельную влажность, либо считать известным поток. Последнее мы считаем более целесообразным, так как в рассматриваемой задаче поток, во-первых, с большим основанием может считаться внешним параметром, поскольку поступление пара в атмосферу в значительной степени определяется процессами в почве и мало зависит от атмосферных условий; во-вторых, испарение легче поддается измерению или определению из косвенных наблюдений (из градиентных измерений или из теплового баланса), чем, например, сама влажность на границе почва-воздух. Разумеется, исключением является случай, в котором подстилающей поверхностью является вода или влажная почва, когда можно считать, что абсолютная влажность на границе равна максимальной упругости.

При указанных предположениях рассматриваемая задача состоит в решении уравнения турбулентной диффузии

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k(z, t) \frac{\partial q}{\partial z}, \quad (1)$$

где q — удельная влажность;
 $k(z, t)$ — коэффициент турбулентной диффузии;
 t, z — время и высота.

Уравнение (1) должно быть решено при следующих краевых условиях:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{z \rightarrow 0} k(z, t) \frac{\partial q}{\partial z} &= -\frac{P(t)}{\rho} = -E(t); & (a) \\ \lim_{z \rightarrow \infty} q(z, t) &= 0; & (b) \\ \lim_{t \rightarrow 0} q(z, t) &= q^0(z). & (c) \end{aligned} \right\} (2)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$P(t)$ — скорость испарения с почвы;

ρ — плотность воздуха;

$q^0(z)$ — начальное распределение водяного пара.

Коэффициент турбулентной диффузии, как это уже принималось рядом авторов, будем считать заданным в следующем виде:

$$k(z, t) = \begin{cases} [1 + \varphi(t)] (M + cz) & \text{для } z \leq H \\ [1 + \varphi(t)] (\mu + cH) & \text{для } z \geq H \end{cases} \quad (3)$$

По всей вероятности, зависимость коэффициента турбулентности от высоты для больших высот отличается от принятой в формуле (3), однако это не должно иметь существенного значения, так как на больших высотах влажность фиксирована во времени и погрешности в коэффициенте турбулентности не изменят ее. Поскольку $k(z, t)$ — периодическая функция времени, то

$$\int_0^T \varphi(t) dt = 0, \quad (4)$$

если T — период, в нашем случае — сутки.

$$\text{В формуле (3)} \quad \mu = \frac{1}{T} \int_0^T k(z, t) dt \quad \text{— среднесуточное}$$

значение коэффициента турбулентной диффузии у земной поверхности, имеющее порядок коэффициента молекулярной диффузии, а c — некоторая константа, выражающая рост среднесуточного значения коэффициента турбулентной диффузии с высотой

$$c = \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{T} \int_0^T k(z, t) dt.$$

Для средних условий

$$c = 0,05 \cdot U_1, \quad (5)$$

где U_1 — скорость ветра в метрах в секунду.

Для решения задачи умножим уравнение (1) на $F(\lambda, z) dz$, где $F(\lambda, z)$ — некоторая произвольная пока функция, и проинтегрируем от 0 до ∞ . Получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} q(t, z) F(z, \lambda) dz &= k \frac{\partial q}{\partial z} F(z, \lambda) \Big|_0^{\infty} - k \frac{\partial F}{\partial z} q \Big|_0^{\infty} + \\ &+ \int_0^{\infty} q(t, z) \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial F}{\partial z} \right) dz. \end{aligned} \quad (6)$$

Выберем теперь $F(z, \lambda)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} k(z, t) \frac{dF}{dz} &= -\lambda^2 [1 + \varphi(t)] F, \\ k \frac{dF}{dz} \Big|_{z=\infty} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

и потребуем, чтобы $F(z, \lambda)$ и $\frac{dF}{dz}$ на $z = \infty$ оставались конечными, а в интервале $0 \leq z < \infty$ были непрерывными. Подставляя значение $k(z, t)$, получим для определения $F(z, \lambda)$ следующее дифференциальное уравнение:

$$\lambda^2 F + \begin{cases} \frac{d}{dz} (\mu + cz) \frac{dF}{dz} = 0 & \text{для } z \leq H, \\ \frac{d}{dz} (\mu + cH) \frac{dF}{dz} = 0 & \text{для } z \geq H. \end{cases} \quad (7a)$$

Для того чтобы удовлетворялись условия на бесконечности, должно быть $\lambda^2 > 0$.

На основании условий (2), (3) и (7) уравнение (6) можно написать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} q(t, z) F(z, \lambda) dz &= \\ &= F(0, \lambda) E(t) - \lambda^2 (1 + \varphi) \int_0^{\infty} q(t, z) F dz, \end{aligned}$$

откуда

$$\int_0^{\infty} q(t, z) F(z, \lambda) dz = e^{-\lambda^2 \tau} \left\{ \int_0^{\infty} q^{\circ}(\xi) F(\xi, \lambda) d\xi + \right.$$

$$+ F(0, \lambda) \int_0^t e^{\lambda^2 \tau(\sigma)} E(\sigma) \cdot d\sigma \}, \quad (8)$$

$$\tau = \int_0^t (1 + \varphi) dt,$$

если удовлетворить условию (2 с).

Мы получили, таким образом, интегральное уравнение, из которого и найдем искомое решение. Для решения полученного интегрального уравнения воспользуемся тем, что если

$$\int_0^\infty \varphi(t, r) K(r, \mu) dr = \Phi(t, \mu), \quad (9)$$

то

$$\varphi(t, r) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\Phi(t, \lambda) \cdot K(r, \lambda)}{\alpha^2 \lambda} d\lambda, \quad (10)$$

где $K(r, \lambda)$ — ядро, которое является решением уравнения

$$\frac{d}{dr} \left[P(r) \frac{dK(r)}{dr} \right] + K[r(a(r) + \lambda^2)] = 0, \quad (11)$$

удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{r \rightarrow a} P(r) \left\{ \frac{dK(r, \lambda)}{dr} K(r, \mu) - \frac{dK(r, \mu)}{dr} K(r, \lambda) \right\} = 0 \quad (12)$$

и имеет асимптотическое представление:

$$F(r, \lambda) \sim \frac{\alpha_\lambda \sin(\tau + b_\lambda)}{\sqrt{P(r)}}, \quad (13)$$

$$\text{где } \tau = \lambda \int \frac{dr}{\sqrt{P(r)}}.$$

Решая уравнение (7 а), воспользовавшись условием (8) и непрерывностью $F(z, \lambda)$ и $\frac{dF}{dz}$ на $z = H$, получим $F(z, \lambda)$

с точностью до постоянного множителя в следующем виде:

$$F(z, \lambda) = A \left[J_0 \left(\frac{2\lambda}{c} \sqrt{\mu + cz} \right) N_1(\alpha) - N_0 \left(\frac{2\lambda}{c} \sqrt{\mu + cz} \right) J_1(\alpha) \right] \quad \text{для } z \leq H. \quad (14)$$

$$F(z, \lambda) = A \left\{ J_0[\beta] N_1(\alpha) - J_1(\alpha) N_0(\beta) \right\} \cos \frac{\lambda}{b} (z - H) - [J_1(\beta) N_1(\alpha) - J_1(\alpha) N_1(\beta)] \sin \frac{\lambda}{b} (z - H) \quad \text{для } z \geq H.$$

Здесь J_0, J_1, N_0, N_1 — обозначения цилиндрических функций I и II рода с соответствующими значками:

$$\alpha = \frac{2\lambda}{c} \sqrt{\mu}; \quad \beta = \frac{2\lambda}{c} b = \frac{2\alpha}{c} \sqrt{\mu + cH}. \quad (15)$$

Из формул (7), (8) и (14) следует, что ядро интегрального уравнения (8) удовлетворяет условиям (11), (12) и (13), причем

$$a_\lambda = A \sqrt{[J_0(\beta) N_1(\alpha) - J_1(\alpha) N_0(\beta)]^2 + [J_1(\beta) N_1(\alpha) - J_1(\alpha) N_1(\beta)]^2}. \quad (16)$$

В таком случае искомым решением является следующее выражение:

$$q(t, z) = \frac{2}{\pi b} \int_0^\infty \frac{F(z, \lambda) Y(t, \lambda)}{\alpha_\lambda^2} d\lambda, \quad (17)$$

причем

$$Y(t, \lambda) = e^{-\lambda^2 \tau(t)} \left\{ \int_0^\infty q^\circ(\xi) F(\xi, \lambda) d\xi + F(0, \lambda) \int_0^t e^{\lambda^2 \tau(\sigma)} E(\sigma) d\sigma \right\}. \quad (18)$$

Как легко заметить, неизвестный множитель A входит в одинаковых степенях в числитель и знаменатель формулы (17). В связи с этим в формулах (14) и (16) можем считать $A = 1$.

Из формул (17) и (18) вытекает, что вычисления $q(t, z)$ будут сведены к простым квадратурам при любых начальных и граничных условиях, которые можно выполнить с достаточной точностью графически, если затабулировать следующую функцию:

$$J(\tau, z, \xi) = \int_0^{\infty} \frac{F(z, \lambda) F(\xi, \lambda)}{\alpha_{\lambda}^2} e^{-\lambda^2 \tau} d\lambda. \quad (19)$$

Введя указанную функцию в формулу (17), получим

$$q(t, z) = \frac{2}{\pi b} \int_0^{\infty} q^{\circ}(\xi) J(\tau(t), z, \xi) d\xi + \int_0^t E(\sigma) J[\tau(t), \tau(\sigma), z, 0] d\sigma. \quad (20)$$

Такой путь получения численных данных был бы наиболее удовлетворительным, но построение таблиц $J(\tau, z, \xi)$ потребует большого труда.

Мы укажем сейчас иной путь, значительно более простой, хотя и менее общий.

Рассмотрим прежде всего интеграл

$$y(\tau, \lambda) = \int_0^t e^{\lambda^2 \tau(t)} E(t) dt. \quad (21)$$

Воспользуемся тем, что

$$dt = \frac{d\tau}{1 + \varphi(t)},$$

тогда

$$Y(\tau, \lambda) = \int_0^{\tau} e^{\lambda^2 \tau} \frac{E(t(\tau))}{1 + \varphi(t(\tau))} d\tau. \quad (22)$$

Допустим, что $\frac{\bar{E}(\tau)}{1 + \varphi(\tau)}$ может быть представлено рядом

Фурье:

$$\frac{\bar{E}(\tau)}{1 + \bar{\varphi}(\tau)} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n \cos \omega_n \tau + S_n \sin \omega_n \tau], \quad (23)$$

тогда

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau} e^{\lambda^2 \tau} \frac{\bar{E}(\tau)}{1 + \bar{\mu}(\tau)} d\tau &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ c_n \int_0^{\tau} e^{\lambda^2 \tau} \cos \omega_n \tau \cdot d\tau + \right. \\ &\quad \left. + S_n \int_0^{\tau} e^{\lambda^2 \tau} \sin \omega_n \tau d\tau \right\} + \int_0^{\tau} a_0 e^{\lambda^2 \tau} d\tau = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} c_n \operatorname{Re} \frac{e^{(\lambda^2 + i\omega_n)\tau} - 1}{\lambda^2 + i\omega_n} + S_n \operatorname{Im} \frac{e^{(\lambda^2 + i\omega_n)\tau} - 1}{\lambda^2 + i\omega_n} + \\ &\quad + Q_0 \int_0^{\tau} e^{\lambda^2 \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставив (24) в (18) и (17), получим после элементарных преобразований:

$$\begin{aligned} q(\tau, z) &= \int_0^{\infty} q^0(\xi) \Phi(\tau, z, \infty, \xi) d\xi + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{c_n \cos \omega_n \tau + S_n \sin \omega_n \tau}{\omega_n} \right] \operatorname{Im} \Phi(0, z, \sqrt{i\omega_n 0}) - \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{S_n \cos \omega_n \tau - c_n \sin \omega_n \tau}{\omega_n} \right] \operatorname{Re} \Phi(0, z, \sqrt{i\omega_n 0}) \right\} - \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{c_n}{\omega_n} \operatorname{Im} \Phi(\tau, z, \sqrt{i\omega_n 0}) - \frac{S_n}{\omega_n} \operatorname{Re} \Phi(\tau, z, \sqrt{i\omega_n 0}) \right] + \\ &\quad + Q_0 \int_0^{\tau} \Phi(\tau - \sigma, z, \infty, 0) d\sigma. \end{aligned} \quad (25)$$

$$\Phi(\tau, z, m, \xi) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda^2 \tau} F(z, \lambda) F(\xi, \lambda)}{\alpha_{\lambda^2} \left(\frac{\lambda^2}{m^2} + 1 \right)} d\lambda. \quad (26)$$

$Re \Phi$, $Im \Phi$ — вещественная и мнимая части функции Φ .

Таким образом, для вычисления по полученной формуле необходимо исследовать и найти методы вычисления некоторой трансцендентной функции $\Phi(\tau, z, m, \xi)$, заданной в виде интеграла (26).

Прежде всего покажем, что $\Phi(0, z, m, 0)$, входящая в формулу (25), выражается в конечном виде через цилиндрические функции. Проще всего это доказать, воспользовавшись тем, что уравнение

$$\frac{d}{dx} k(x) \frac{dy}{dx} + m^2 y = 0 \quad (27)$$

при

$$K(x) = \begin{cases} \mu + cx & 0 \leq x \leq H \\ \mu + cH & H < x < \infty \end{cases}$$

при краевых условиях

$$K \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = -1; \quad y \Big|_{x=0} = 0, \quad (28)$$

и непрерывности y и y' во всем интервале имеют следующее решение:

$$y = A I_0 \left(\frac{2m}{c} \sqrt{\mu + cx} \right) + B K_0 \left(\frac{2m}{c} \sqrt{\mu + cx} \right)$$

для $0 \leq x \leq H$;

$$y' = C e^{-\frac{m}{b}(x-H)} \quad \text{для } x > H, \quad b = \sqrt{\mu + cH} \quad (29)$$

$$A = \frac{1}{m \sqrt{\mu}} \frac{K_0 \left(\frac{2m}{c} b \right) - K_1 \left(\frac{2m}{c} b \right)}{I_1 \left(\frac{2m}{c} \sqrt{\mu} \right) \left[K_0 \left(\frac{2m}{c} b \right) - K_1 \left(\frac{2m}{c} b \right) \right] +}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{K_0\left(\frac{2m}{c}b\right) - K_1\left(\frac{2m}{c}b\right)}{+ K_1\left(\frac{2m}{c}\sqrt{\mu}\right)\left[I_0\left(\frac{2m}{c}b\right) + I_1\left(\frac{2m}{c}b\right)\right]}; \quad (30) \\
 B = & \frac{1}{m\sqrt{\mu}} \frac{I_0\left(\frac{2m}{c}b\right) - I_1\left(\frac{2m}{c}b\right)}{I_1\left(\frac{2m}{c}\sqrt{\mu}\right)\left[K_0\left(\frac{2m}{c}b\right) - K_1\left(\frac{2m}{c}b\right)\right] +} \\
 & \frac{I_0\left(\frac{2m}{c}b\right) - I_1\left(\frac{2m}{c}b\right)}{+ K_1\left(\frac{2m}{c}\sqrt{\mu}\right)\left[I_0\left(\frac{2m}{c}b\right) + I_1\left(\frac{2m}{c}b\right)\right]}; \\
 C = & \frac{c}{2m^2b\sqrt{\mu}} \frac{1}{I_1\left(\frac{2m}{c}\sqrt{\mu}\right)\left[K_0\left(\frac{2m}{c}b\right) - K_1\left(\frac{2m}{c}b\right)\right] +} \\
 & \frac{1}{+ K_1\left(\frac{2m}{c}\sqrt{\mu}\right)\left[I_0\left(\frac{2m}{c}b\right) + I_1\left(\frac{2m}{c}b\right)\right]}.
 \end{aligned}$$

В формулах (27), (28), (29) и (30) I_0 , K_0 — обозначения цилиндрических функций I и II рода от чисто мнимого аргумента.

Если теперь вспомогательное дифференциальное уравнение умножить на $F(x, \lambda) dx$ и проинтегрировать от 0 до ∞ , то получим

$$\begin{aligned}
 & K \frac{dy}{dx} F(x, \lambda) \Big|_0^{\infty} - yk \frac{dF}{dx} \Big|_0^{\infty} + \\
 & + \int_0^{\infty} y(x) \frac{d}{dx} \left(k \frac{dF}{dx} \right) dx - m^2 \int_0^{\infty} y(x) F(x, \lambda) dx = 0.
 \end{aligned}$$

Выбирая здесь $F(x, \lambda)$ так, чтобы

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dF}{dx} \right) = -\lambda^2 F, \quad k \frac{dF}{dx} \Big|_{x=0} = 0,$$

а F и F^1_x были непрерывны во всем интервале, выкладками, совершенно аналогичными тем, которые приведены выше, получим

$$\int_0^{\infty} F(x, \lambda) y(x) dx = \frac{F(\Theta, \lambda)}{\lambda^2 + m^2},$$

причем $F(x, \lambda)$ выражается формулами (14).

Так как в этом случае справедливо пользоваться формулами обращения (9) и (10), то

$$y(x) = \int_0^{\infty} \frac{F(x, \lambda) F(\Theta, \lambda)}{\alpha_{\lambda}^2 (\lambda^2 + m^2)} d\lambda. \quad (31)$$

Поскольку решение единственное, то

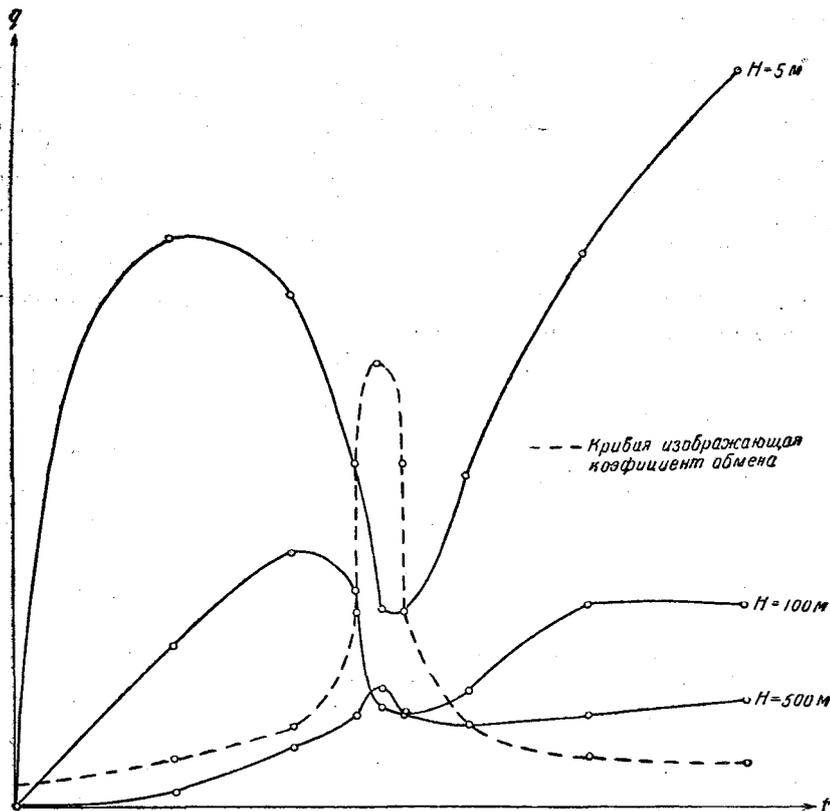
$$\frac{1}{m^2} \int_0^{\infty} \frac{F(x, \lambda) F(0, \lambda) d\lambda}{\alpha_{\lambda} \left(\frac{\lambda^2}{m^2} + 1 \right)} = \begin{cases} AI_0 \left(\frac{2m}{c} \sqrt{\mu + cx} + BK_0 \left(\frac{2m}{c} \sqrt{\mu + cx} \right) \right) x = H \\ -\frac{m}{Ce^b} (x-H), \quad x \geq H, \end{cases} \quad (32)$$

а сравнивая (32) и (26), имеем

$$\frac{1}{m^2} \Phi(0, z, m, 0) = \begin{cases} AI_0 \left(\frac{2m}{c} \sqrt{\mu + cz} + BK_0 \left(\frac{2m}{c} \sqrt{\mu + cz} \right) \right) z \leq H \\ -\frac{m}{Ce^b} (z-H), \quad z \geq H. \end{cases} \quad (33)$$

Заметим теперь, что для случая, когда нас интересует отклонение удельной влажности от ее среднесуточного значения, формула (25), если под $q(t, z)$ понимать отклонение от среднесуточного значения, будет иметь следующий вид:

$$q(\tau, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{c_n \cos \omega_n \tau + S_n \sin \omega_n \tau}{\omega_n} \right] J \Phi(0, z, \sqrt{i \omega_n}, 0) - \left[\frac{S_n \cos \omega_n \tau - C_n \sin \omega_n \tau}{\omega_n} \right] Re \Phi(0, z, \sqrt{i \omega_n}, 0) \right\}. \quad (34)$$



(Полученное выражение вытекает из (25) для больших τ .)

Пример. Для иллюстрации полученных формул нами вычислен пример изменения удельной влажности за сутки для трех высот 5, 100 и 500 метров. Суточный ход коэффициента турбулентной диффузии задан так, что $1 + \varphi(t) = \frac{1}{1 - 0,818 \cos \omega t}$. Это соответствует 10-кратному изменению коэффициента турбулентности за сутки. Для простоты

скорость испарения принята постоянной и равной единице.

Предлагаемый рисунок иллюстрирует результаты вычислений.

Как видно из рисунка, теоретические кривые хорошо описывают известные из опыта особенности изменений влажности в течение суток. Хорошо заметно отставание фазы с высотой. На высоте 500 метров заметен обратный ход влажности.

Полученные выше результаты принципиально решают вопрос о предвычислении влажности в приземном слое атмосферы. Для определения скорости испарения с почвы, которая должна быть задана, можно воспользоваться какой-либо из эмпирических формул.

В дальнейшем мы предполагаем специально заняться вопросом испарения с почвы в отношении возможности предвычислить его по каким-либо исходным данным. По другой линии работа будет развиваться как в отношении приведения формул к удобной для вычисления форме, так и по линии учета фазовых переходов.

О ВОЗМОЖНЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ ТЕРМИСТОРОВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Б. В. Горелик и Е. П. Гершт

ВВЕДЕНИЕ

Исследованию свойств термисторов, являющихся полупроводниковыми сопротивлениями, которые обладают отрицательным коэффициентом сопротивления, зависящим от температуры, посвящен ряд статей [1-6]. В этих статьях, так же как и в некоторых других, рассматриваются физические свойства термисторов и возможные области их применения. Однако большинство исследований не доведено до состояния, необходимого для технического осуществления конструкции приборов. В лучшем случае проведено исследование термистора определенной технологии и выяснена возможность применения его для данной частной задачи.

Мы поставили перед собой цель определить основные физические характеристики ряда термисторов, необходимые для технических расчетов при конструировании приборов, заменяющих термометры, гигрометры и анемометры. Кроме того, нас интересовало поведение термистора как элемента некоторых специальных схем.

Нами был поставлен ряд экспериментов, которые дали возможность выяснить следующее:

1) стабильность (воспроизводимость) сопротивления термисторов и условия ее увеличения;

2) основные физические константы, определяющие сопротивление термистора, а именно: величину A (в формуле

$R = Ae^{\frac{D}{T}}$), соответствующую сопротивлению термистора при $T \rightarrow \infty$; D — величину, связанную с энергией, необходимой для перевода электрона примеси в зону проводимости (для электронной проводимости) или электрона металла на энергетический уровень примеси (если проводимость

„дырочная“), и, наконец, α — температурный коэффициент сопротивления;¹

3) работу термистора в качестве датчика температуры в наземных условиях (проводная цепь); влияние влажности;

4) вольтамперную характеристику термистора; допустимые мощности рассеивания;

5) тепловую инерционность;

6) работу термистора в качестве датчика температуры в схеме радиозонда;

7) возможность получения двух совершенно идентичных по своим свойствам термисторов;

8) работу термистора в схеме генератора релаксационных колебаний (система RC с газоразрядной лампой) и получение посредством этой схемы сигнализации о повышении или понижении температуры.

Кроме того, в процессе исследования разработана методика работы с термисторами и приобретен опыт по эксплуатации термисторов в различных условиях.

I

Определение стабильности сопротивления термисторов, а также вычисление основных физических констант было произведено на основании данных, полученных при двух методах эксперимента.

Первая методика состояла в следующем. Термисторы помещались в печь (термостат), где устанавливался определенный температурный режим. Наличие такого режима определялось по неизменности показаний термометра и индикатора моста Уитстона, с помощью которого измерялось сопротивление термистора. Изменением тока подогрева печи достигалась новая определенная температурная точка. Таким образом весь интервал температур, от комнатной до $70^{\circ}C$, был пройден сначала вверх, а затем вниз. Для удобства сравнения, при измерениях с повышением и понижением температуры, брались одни и те же температурные точки.

Температура ниже комнатной (до -13°) получалась с помощью смеси из снега и соли, а также снега и азотной кислоты.

Так как достижение определенного температурного режима требует большой затраты времени, то в целях ускорения работы одновременно велось измерение сопротивления трех термисторов, которые поочередно включались в схему моста. Термисторы тонкой ниточкой привязывались к ртутному резервуару термометра. Это давало некоторую гаран-

¹ Более подробно см. [1,6].

тию того, что температура термометра и термисторов одинакова. При измерении температур ниже комнатной нижний конец термометра вместе с термисторами помещался в металлическую банку, погруженную в охлаждающую

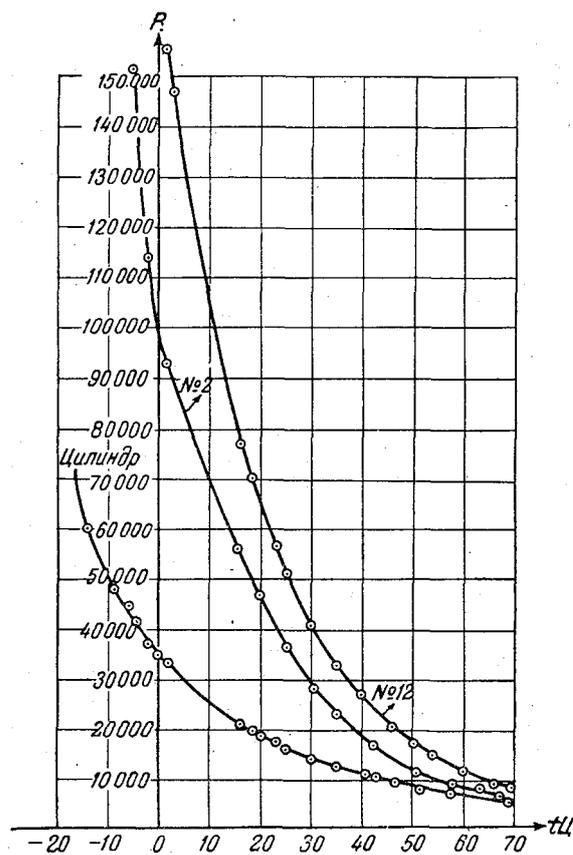


Рис. 1.

смесь. Верхний конец термометра вместе с переходной колодкой и зажимами, к которым были подведены провода от термисторов, укреплялся в штативе.

По данным измерений вычерчивались графики $R=f(t)$ (рис. 1) и $\lg R = F\left(\frac{1}{T}\right)$ (рис. 2). Графики подтверждают

экспоненциальную зависимость сопротивления от температуры, $R = Ae^{\frac{D}{T}}$.

Известно, что наиболее общее выражение, связывающее сопротивление полупроводника с температурой, имеет вид $R = AT^c e^{\frac{D}{T}}$, где c — постоянная, величина которой ле-

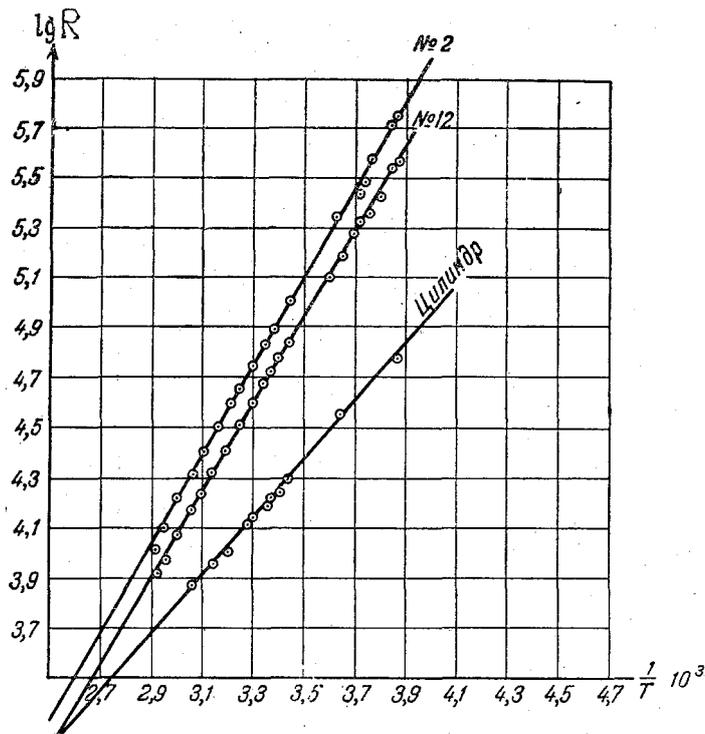


Рис. 2.

жит в пределах от 0 до \pm нескольких единиц. При $c \neq 0$ график $\lg R = F\left(\frac{1}{T}\right)$ должен отклоняться от прямой. В нашем случае заметного отклонения не наблюдается. Значит, c близко к нулю; однако методика измерений недостаточна для получения более точного численного значения c .

Уточнения результатов эксперимента математической обработкой по методу вычисления первых и вторых разностей также не получено. Рис. 2 дает возможность опреде-

лить константы A и D . Ордината точки пересечения прямой с осью ординат равна $\lg A$, абсцисса пересечения равна $\frac{\lg A}{D}$.

Значения измеренных величин приведены в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1

Величина	Термистор			
	№ 12	№ 2	цилиндрический	№ 3
A	0,059	0,064	4,8	22,24
D	1800	1720	2400	4500
$\rho_t = 18^\circ$ (в ом · см)	2880	4120	312	—

Термисторы № 12, № 2 и цилиндрический не подвергались термической тренировке (старению). Повторные контрольные измерения, произведенные через неделю, показали, что нестабильность термисторов № 12 и № 2 велика. Отклонения достигали 10% от первоначального значения, причем сопротивление термисторов № 2 и № 12 увеличилось, а сопротивление цилиндрического термистора уменьшилось на 1—2%.

Данные первого эксперимента были, кроме того, использованы для определения среднего температурного коэффициента сопротивления α (в интервале температур T_1 — T_2).

По определению $\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}$ и для случая полупроводникового термистора описывается формулой $\alpha = -\frac{D}{T^2}$, т. е. α отрицательно и уменьшается с повышением температуры. Все это достаточно подтверждено экспериментом. Результаты вычислений сведены в табл. 2.

Во втором эксперименте партия термисторов была подвергнута термическому старению в термостате при температуре порядка 70° в течение 20—25 дней. Старение резко повысило стабильность термисторов. Для большинства из них воспроизводимость показаний находилась в пределах точности измерений ($\approx 1,0\%$).

ТАБЛИЦА 2

	Термистор					
	№ 12		№ 2		цилиндрический	
	t°	R ом	t°	R ом	t°	R ом
	-13,5	364000	-13,5	557000	-13,5	60300
	18,1	70000	18,1	103000	18,1	19800
	70,5	8400	68,5	12230	69,0	6000
Расхождения значения сопротивления при обратном ходе	Нет		Нет		Нет	
Расхождение при измерении через неделю в интервале температур от -10° до $+18^{\circ}$. . .	Увеличение R на 3—3,5%		Увеличение R на 6—10%		Уменьшение R на 1—2%	
Температурный коэффициент α в интервале температур	%		%		%	
от $-13,5$ до -2°	5,7		7,4		4,8	
" 0 " 20°	4,4		4,7		2,8	
" 20 " 50°	3,5		3,9		2,4	
" 50 " 70°	3,4		3,7		2,0	

В этом эксперименте исследованию подверглись 8 термисторов, прошедших курс старения. Шесть из них были укреплены на внутренней поверхности гетинаксового цилиндра, два были заключены в герметически закрытые металлические гильзы с выводным стеклянным изолятором. По оси цилиндра проходил термометр. Измерения сопротивления термисторов велись в зависимости от температуры наружного воздуха и влажности, которая определялась по волосному гигрометру, проверенному по психрометру Ассмана.

Для повышения точности измерения сопротивления к каждому термистору приключалась своя измерительная батарея (большие сопротивления термисторов требуют большей ЭДС батареи) (рис. 3).

Необходимо отметить, что при предварительных исследованиях нами наблюдалось явление, имеющее важное значение для практического использования термисторов и состоящее в том, что при большой влажности ($\approx 100\%$) в переходном слое металлический контакт—полупроводник появляется гальваническая пара. Это явление приводит к полной невозможности производить измерения сопротивления мостом Уитстона.

Для обнаружения ЭДС гальванической пары в схеме предусмотрено включение термистора непосредственно на гальванометр (для контроля).

Вся система (термисторы, термометр, гигрометр) помещалась на воздухе, за окном. Для защиты от дождя, снега и ветра был приспособлен металлический ящик с „окнами“ и „жалюзи“.

Сравнение свойств термистора № 1, помещенного в герметически запаянную металлическую гильзу, со свойствами незащищенных термисторов показывает, что влага изменяет сопротивление термисторов. Следовательно, при измерении температуры термистором необходимо хорошо защищать его от действия влаги.

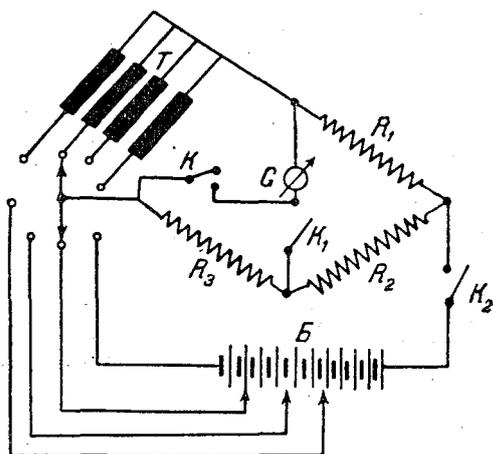


Рис. 3. Схема моста для измерения сопротивления термисторов. R_1, R_2, R_3 — сопротивления; T — термисторы; G — гальванометр; K, K_1, K_2 — ключи; B — батарея.

На рис. 4 дан график $\lg R = F\left(\frac{1}{T}\right)$, построенный по точкам, измеренным при влажности 50%, для открытого термистора № 3. Этот график был использован для определения констант A и D термистора № 3. Для увеличения масштаба начало координат перенесено в точку $\lg R_0 = 5,5$ и $\frac{1}{T_0} = 0,00345$.

Уравнение прямой в этой системе будет таким:

$$\lg R - 5,5 = \lg A + \frac{D}{2,3} \left(\frac{1}{T} - 0,00345 \right)$$

или

$$\lg R = \lg A + 5,5 - \frac{D}{2,3} \cdot 0,00345 + \frac{D}{2,3} \cdot \frac{1}{T} = B + \frac{D}{2,3} \cdot \frac{1}{T}$$

Отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат, равен $B = -0,053$. Отрезок на оси абсцисс равен $-\frac{B \cdot 2,3}{D} = 0,00003$.

$$\text{Находим } D = \frac{0,053 \cdot 2,3}{0,00003} \approx 4500;$$

$$\begin{aligned} \lg A = B - 5,5 + \frac{D}{2,3} - 0,00345 &= -0,053 - 5,5 + \\ + \frac{4500}{2,3} \cdot 0,00345 &= -5,553 + 6,9 = 1,347; \end{aligned}$$

$$A = 22,24.$$

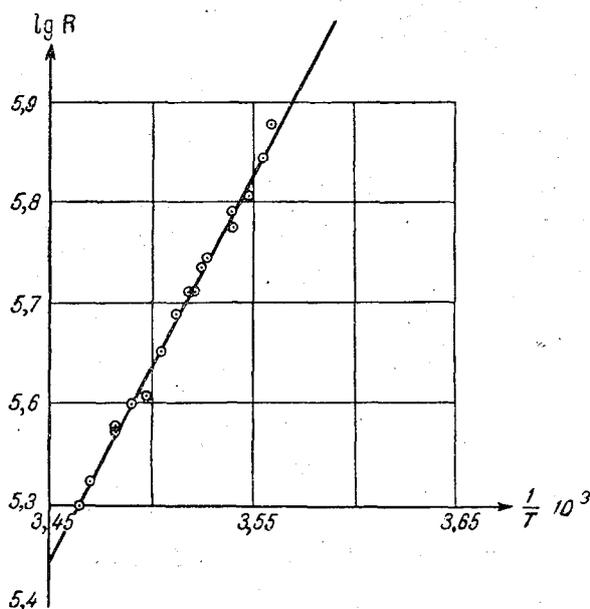


Рис. 4.

Зная D , можно вычислить энергию ΔE перехода электрона в зону проводимости.

$$\frac{\Delta E}{2k} = D; \quad \Delta E = 2kD = \frac{2 \cdot 1,37 \cdot 10^{-16} \cdot 4500}{1,6 \cdot 10^{-12}} \approx 0,77 \text{ eV.}$$

II

На рис. 5 представлены статическая и вольтамперная характеристики цилиндрического термистора, константы которого были определены ранее (табл. 1). Измерения производились в неподвижном воздухе при температуре 15° по схеме, изображенной на рис. 6. Ток, протекающий по тер-

мистору, измерялся миллиамперметром, сопротивление которого ничтожно по сравнению с сопротивлением термистора.

Отсчеты по приборам производились при достижении устойчивого теплового равновесия. Для контроля за темпе-

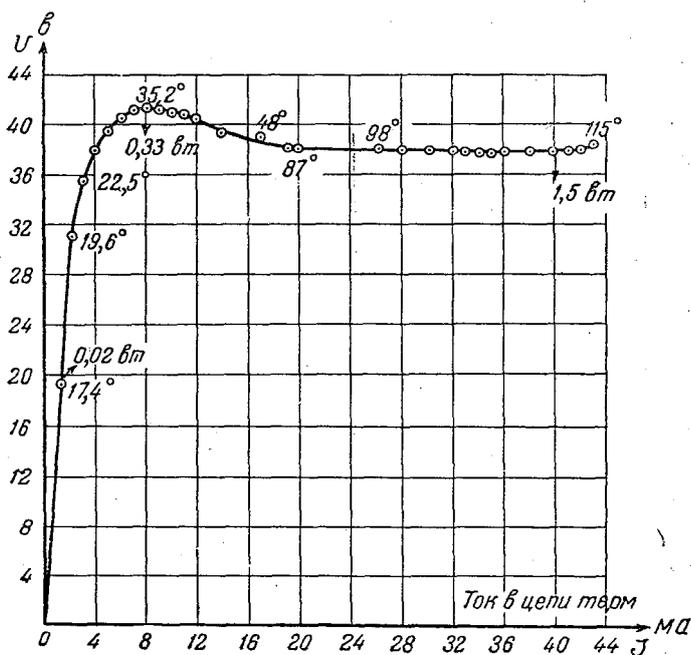


Рис. 5. Цифры указывают мощность, рассеиваемую в термисторе, и его температуру.

ратурой термистора последний находился в тепловом контакте с ртутным резервуаром термометра и спаем термопары.

Полученная вольтамперная характеристика является типичной для термисторов. Ясно выражен падающий участок кривой. Кривая имеет широкий участок, для которого напряжение не зависит от силы протекающего через термистор тока. Максимальная мощность рассеивания порядка 1,5 вт. Температура термистора при этом немного больше 100°. Дальнейшее увеличение мощности рассеивания приводит к порче термистора, к необратимым процессам, изменяющим его свойства. Падающий участок кривой начинается при температуре 35°. Такой должна быть температура подогрева термистора при работе его в схеме генератора, так

как для получения незатухающих колебаний нужно работать в области падающей характеристики.

Вольтамперная характеристика, кроме того, дает ориентировочные данные для решения вопроса об использовании термисторов в качестве измерителя давления и скорости потока. Измерения этих двух величин производились по схеме, изображенной на рис. 7.

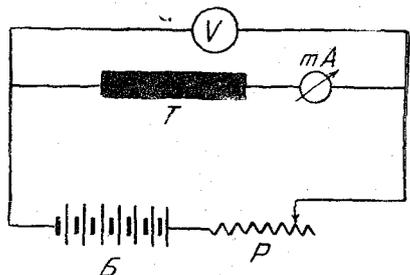


Рис. 6. Б — батарея; Т — термистор; Р — реостат.

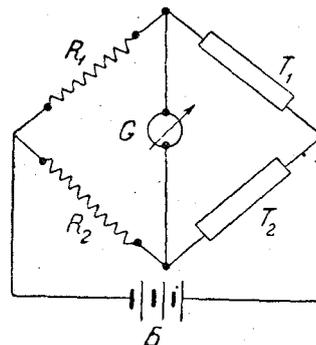


Рис. 7. T_1 — термистор в потоке или в вакууме; T_2 — термистор в неподвижном воздухе.

Термисторы, образующие плечи моста, должны быть совершенно одинаковыми. Оба термистора подогреваются током от батареи. Если один из них поместить в поток газа или жидкости или в вакуум, т. е. создать для термисторов разные условия охлаждения, балансировка моста нарушается. По величине отклонения индикатора нуля судят об интенсивности измеряемой величины, на основании предварительно проведенной градуировки. Для точности измерения необходимы два термистора, сохраняющих равенство сопротивлений в определенном интервале температур. Такие два термистора были получены. В интервале $\pm 4^\circ$ они сохраняли равенство сопротивления с точностью до 0,5%.

Такой же метод может быть использован и для измерения влажности: одно плечо моста образуется термистором, запаянным в стеклянный или металлический сосуд; второе плечо — второй термистор, открытый, помещаемый в изучаемую среду.

III

Важнейшей характеристикой термистора-термометра, с точки зрения его практического применения в гидрометеорологии, является его тепловая инерция. Под инерционностью термометра обычно понимают тот промежуток вре-

мени, в течение которого разность температур термометра и среды уменьшается в e раз.

Экспериментально удобнее измерять время τ_2 , за которое разность температур термистор — среда уменьшается не в e раз, а в два раза:

$$\frac{\theta_{\tau_2} - t}{\theta_0 - t} = \frac{1}{2}, \text{ или } \theta_{\tau_2} = t + \frac{\theta_0 - t}{2},$$

где θ_{τ_2} — температура термистора через время τ_2 ;

t — температура среды, в которую помещен термистор;

θ_0 — температура термистора в момент времени $\tau = 0$.

Нами была выбрана температура $\theta_0 = 30^\circ$ (на $10-15^\circ$ выше комнатной) и измерены сопротивления термистора при этой температуре, а также при температуре θ_{τ_2} . Термистор включался в схему моста, сбалансированного для сопротивления термистора при температуре θ_0 . После этого термистор нагревался в печи до температуры, несколько большей θ_0 . Индикатор моста отклонялся в сторону „много“. Затем термистор вынимался из печи, остывал, и стрелка индикатора двигалась к нулю. В момент прохождения через нуль (что соответствует температуре θ_0) пускался в ход секундомер. После этого мост переключался на сопротивление R , соответствующее θ_{τ_2} , и секундомер останавливался при втором прохождении стрелки через нуль.

Время между двумя последовательными прохождениями стрелки индикатора через нуль и есть τ_2 .

Для каждого термистора измерения производились несколько раз. Ошибка в определении времени не превышала 4%. Результаты измерений приведены в табл. 3.

ТАБЛИЦА 3

Сопротивление термистора при комнатной температуре	Размеры термистора: длина, диаметр (в мм)	τ_2 ср. сек.	λ сек.	τ_{10} сек.
8 300	18; 1,7	20	29	96
11 800	20; 1,7	19	27	89
250 000	20; 2,15	36	53	175

IV

Имея в виду использование термисторов в качестве датчика температуры в радиозонде, мы прежде всего стреми-

лись решить следующий вопрос: как сравнительно медленные изменения сопротивления термистора наиболее просто передать в виде радиосигналов (именно наиболее просто, так как радиозонд чрезвычайно ограничивает конструктора в отношении веса и габаритов)?

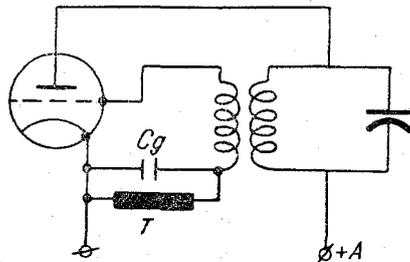


Рис. 8. C_g — емкость гридлика; T — термистор в качестве R_g .

Передача радиосигналов принципиально осуществима тремя способами: изменением амплитуды, частоты или фазы, несущей радиочастоты передатчика.

Термисторы, обладающие большим омическим сопротивлением, очевидно, проще всего можно использовать в схемах амплитудной модуляции. Простейшими из схем, пригодных для этой цели, будут схемы

автомодуляции или модуляции срывом колебаний.

Основываясь на вышеизложенном, мы использовали схему автоматодуляции, включая термистор в качестве сопротивления R_g гридлика задающего генератора. На рис. 8 дана принципиальная схема радиозонда с термистором, выполняющим функцию „утечки сетки”.

Период частоты автоматодуляции пропорционален сопротивлению R_g и емкости C_g гридлика ($T = \chi R_g C_g$).

Коэффициент пропорциональности χ сохраняет постоянное значение только в том случае, если не изменяются следующие величины: коэффициент обратной связи, параметры схемы и электронной лампы генератора, а также стабильность режима лампы генератора. Если эти условия выполнены, то частота автоматодуляции будет зависеть (при постоянстве C только от величины R_g .

Но так как величина R (сопротивление термистора) изменяется с изменением температуры окружающей среды, то, следовательно, будет изменяться и частота автоматодуляции. На приемной станции автоматодулированные колебания можно прослушивать как тон той или другой частоты. Изменение тона будет указывать на колебание температуры. Для количественных измерений нужен обычный ламповый частотомер. Такой прибор был изготовлен в радиолaborатории ЛГМИ. В основу его конструкции была положена схема измерителя частоты ИЧ-2, выпускаемого нашей промышленностью. Ламповый частотомер является самым удобным

прибором для этой цели, потому что его показания зависят только от частоты, но не зависят от формы и амплитуды действующего на входе прибора напряжения.

Для экспериментальной проверки и исследования работы описанной выше схемы нами был изготовлен опытный образец радиозонда. Вся схема была смонтирована на станине типового гребенчатого зонда. Вместо сложной

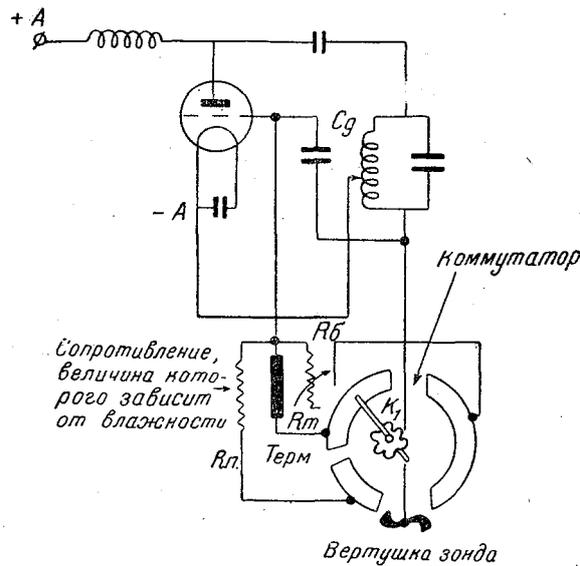


Рис. 9.

системы гребенок остался только один переключатель K_1 (рис. 9).

Переключатель K_1 вращается вертушкой и поочередно подключает в схему генератора сопротивления $R_m R_n$ или R_c . При подключении сопротивления R_m генератор автоматически модулируется частотой, соответствующей температуре среды, в которой находится зонд. Величина сопротивления R_n зависит от влажности (тонкий слой хлористого кальция в декстрине, нанесенный на изолирующую пластину); сопротивление R_c представляет собою набор постоянных сопротивлений, которые, переключаясь коробкой Бурдона, дают тон автомодуляции в зависимости от атмосферного давления.

Описанный радиозонд подвергался разносторонним ис-

пытаниям в лаборатории. Эти испытания в принципе подтвердили наши ожидания.¹

Рис. 10 иллюстрирует зависимость частоты автомодуляции от температуры. В небольшом интервале температур (15—30°) эта зависимость почти линейная.

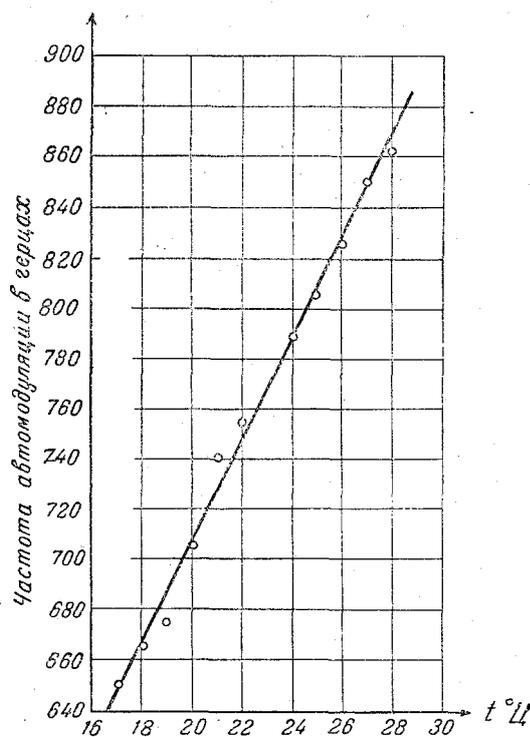


Рис. 10.

Чувствительность термистора к изменениям температуры при его работе в схеме автомодуляции значительна для температур $\leq 30^\circ$. Для термистора, имеющего сопротивление при $16,5^\circ$, равное 20800 ом, при $C_g = 92\,800$ мкф мы

$$\text{имеем } \frac{\Delta f}{\Delta T} \approx 20 \frac{\text{герц}}{\text{градус}}.$$

Измерения частоты автомодуляции в лабораторных условиях производились по нулевому методу с помощью катод-

¹ Во время студенческой практики в Даймише в 1948 г. ст. лаборантом лаборатории радиотехники Д. Н. Коваленко были выпущены два зонда с термистором в схеме автомодуляции. Изменения тона автомодуляции по мере подъема зонда очень наглядно демонстрировали изменение температуры с высотой.

ного осциллографа и генератора звуковых частот. При работе с радиозондом было установлено, что на частоту автомодуляции оказывает большое влияние напряжение источников питания (анодного и накального), размеры антенны и величина связи ее с контуром передатчика. Например, понижение анодного напряжения с 82 до 60 вольт изменяет частоту автомодуляции на 50%. Именно такое изменение напряжения было отмечено за один час работы радиозонда на комплекте питания, имевшемся в нашем распоряжении. Правда, за один час подъема радиозонда изменение частоты за счет изменения температуры в 4—5 раз больше. Все же изменение анодного напряжения вносит большую погрешность.

Изменение напряжения накала дает меньшую ошибку, но, как показали измерения, эта ошибка не имеет, к сожалению, монотонного хода.

Нами также были предприняты эксперименты с целью выяснить, какая схема генератора менее чувствительна к колебаниям напряжения. Точных количественных данных получить не удалось, но выяснилось, что как схема конденктивной связи, так и схемы индуктивной и электронной связи значительно меняют частоту автомодуляции с изменением режима питания лампы. Все эти схемы также реагируют на изменение величины связи контура генератора с антенной.

Выводы, к которым приводят эксперименты, описанные в этом разделе, следующие:

1. На базе типового радиозонда легко можно построить радиозонд с термистором в качестве датчика температуры.

2. Хорошая точность отсчета может быть получена только при наличии стабильных источников питания радиозонда.

Выше было указано, что частота автомодуляции генератора радиозонда в большой степени зависит от режима питания генераторной лампы и стабилизация режима питания в радиозонде—проблема довольно сложная. Поэтому естественно было обратиться к другим электрическим схемам, которые преобразовывали бы изменения сопротивления термистора в изменения частоты переменного тока в звуковом диапазоне. Такой схемой, частота генерации которой мало зависит от режима питания, является схема генератора *RC*.

Была поставлена задача проверить возможность работы генератора *RC* с термистором в качестве одного из сопротивлений схемы.

На рис. 11 изображена схема генератора *RC*, в котором сопротивление *R* представляет собой высокоомный терми-

стор (300 000—400 000 ом). Схема рассчитана на лампу „6Ф5”, требующую большого расхода мощности на питание, что исключает возможность ее применения в схеме радиозонда.

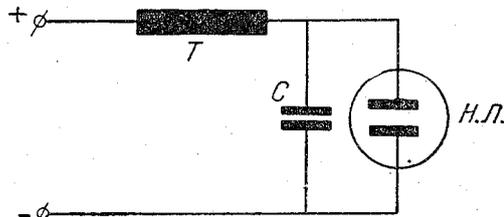


Рис. 11. *T* — термистор; *Н.Л.* — неоновая лампа.

Для радиозонда желательно построить такую схему на экономичной лампе батарейного питания, например из серии малогабаритных ламп. Наиболее подходящей по параметрам в этом случае является лампа СО-243.

Такой генератор был собран. Генерированная им частота зависела от величины сопротивления термистора.

Недостатком генератора *RC* является ничтожная мощность, которую он дает на выходе. Это требует промежуточных и конечных усилительных каскадов в схеме радиозонда и, следовательно, усложнения и удорожания схемы. Устранение недостатков, очевидно, может быть достигнуто применением комбинированных ламп. Вся проблема требует дальнейших исследований.

V

Включая термистор в качестве сопротивления в схему генератора релаксационных колебаний с газоразрядной лампой (рис. 11), мы получили термометр, позволяющий визуально отсчитывать температуру.

Полученные нами результаты подтвердили те данные, которые говорят о широких возможностях практического применения термисторов, а также дают нам материал для работы по конструированию и постройке конкретных приборов.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. L. Pearson. Bell Lab. Res., December, v. 4, p. 106, 1940.
2. W. Rosenberg. Electronic Engineering, June, 1947, стр. 185.
3. Б. Т. Коломиец. Журн. «Электричество», 3, 20, 1947.
4. Б. Т. Коломиец и И. Т. Шефтель. Журн. техн. физики, т. XVIII, 1947, стр. 1105.
5. Б. О. Сотсков. Журн. „Автоматика и телемеханика”, т. IX, вып. 1, 1948, стр. 39.
6. Е. П. Гершт и Б. В. Горелик. Журн. „Гидрология и метеорология”, № 5, 1948.

РАСЧЕТ ОПЕРЕНИЯ ГИДРОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕРТУШЕК

Канд. техн. наук *Н. А. Желудев*

Задача о разработке метода, который позволял бы с достаточной точностью определять оптимальные размеры оперения вертушек, серьезно была поставлена в 1939 г. в связи с введением стандартизованных приборов в гидрометсети.¹ Однако приступить непосредственно к решению этой задачи не представлялось возможным из-за отсутствия систематических исследований работы оперения и, кроме того, не была еще разработана методика этих исследований.

Известно, что основными динамическими характеристиками, определяющими качество работы любого оперения, являются восстанавливающий момент оперения и быстрота затухания колебаний вертушки в том случае, когда она под влиянием мгновенных изменений направления скорости отклоняется от устойчивого положения на некоторый малый угол. Последняя характеристика может быть кратко названа поперечной устойчивостью вертушки. Оба указанных фактора, в свою очередь, зависят от геометрических размеров оперения, расстояния оперения от оси вращения, формы корпуса вертушки и вида лопасти последней.

В результате рассмотрения многих форм оперения, применяемых в существующих конструкциях вертушек, для испытания было отобрано 29 вариантов различных форм оперения. Все они были подвергнуты испытаниям на определение восстанавливающего момента и поперечной устойчивости.

В настоящей работе мы не приводим описания экспериментальной установки и методики эксперимента, так как оно нами подробно изложено ранее.¹ Здесь мы ставим себе целью по данным эксперимента вывести расчетные формулы для подбора оперения к вертушке.

¹ Настоящая работа была начата нами в 1940 г. в Государственном гидрологическом институте.

ВОССТАНАВЛИВАЮЩИЙ МОМЕНТ ОПЕРЕНИЯ

Как уже указывалось выше, испытаниям подвергались 29 вариантов оперения вертушек, общий вид (чертеж) которых показан на рис. 1а, б, а геометрические характеристики

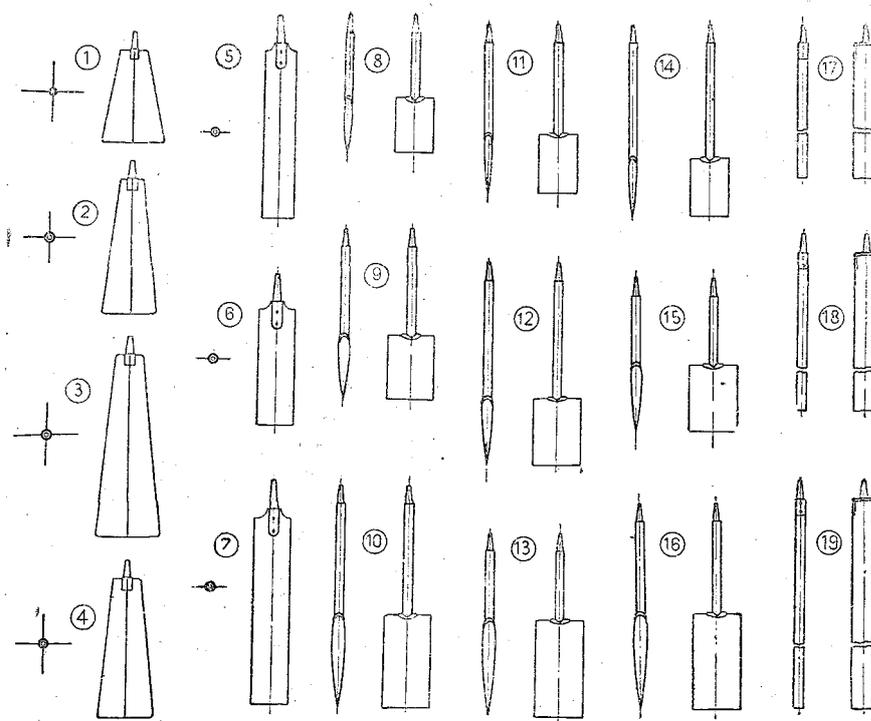


Рис. 1а. Общий вид оперения вертушек.

1-4—трапециевидное крестообразное; 5-7—прямоугольная пластина; 8-10—профилированное прямоугольное; 11-15—профилированное прямоугольное; 17-19—прямоугольное призматическое.

их помещены в табл. 1. Для каждого из вариантов определялся восстанавливающий момент в пределах изменения углов отклонения от 0 до 25° через 2,5°. Восстанавливающий момент оперения замерялся в присутствии вертушки. В качестве эталона была взята вертушка Лагу. В результате обработки экспериментальных данных мы получили не величину восстанавливающего момента, а так называемый коэффициент момента, который подсчитывался по формуле

$$C_0 = \frac{M_0}{\rho S U^2} \quad (1)$$

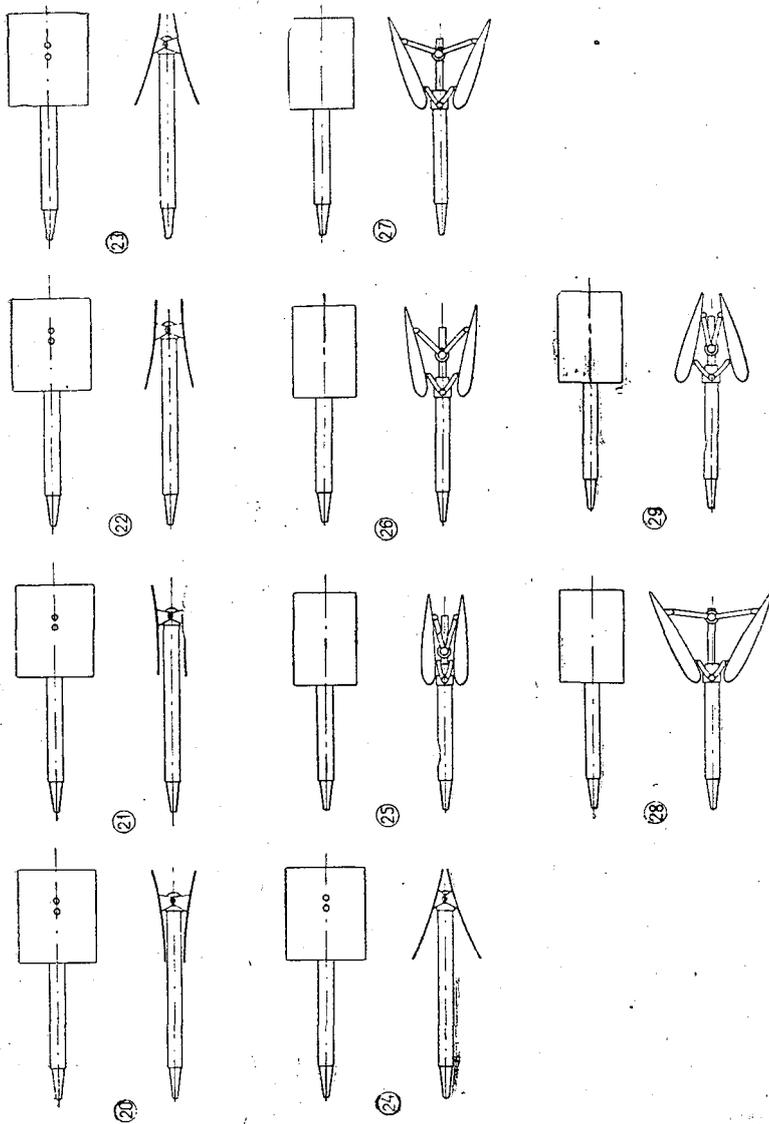


Рис. 16. То же, что и на рис. 1а.
20—24—двухстворчатое пластинчатое; 25—29—двухстворчатое профилированное.

ТАБЛИЦА 1

Геометрические характеристики оперения вертушек

№ опера- ния	Наименование оперения	Размеры оперения				Угол уста- новки град.	Момент инерции	Критерий устойчиво- сти	Период ко- лебаний T
		длина см	ширина см	площадь см ²	удлине- ние				
1	Трапециевидное кре- стообразное	20,0	6,0	200,0	2,0	—	75,7	19,50	0,309
2	То же	29,9	5,5	267,5	3,3	—	75,30	5,67	0,347
3	" "	40,0	6,0	400,0	4,0	—	90,60	23,70	0,359
4	" "	30,0	5,0	262,0	3,43	—	79,50	6,40	0,359
5	Прямоугольная пла- стина	38,0	7,0	266,0	5,43	—	134,0	5,29	0,447
6	То же	27,0	8,0	216,0	3,37	—	82,4	5,03	0,368
7	" "	42,0	8,2	344,0	5,25	—	99,7	13,40	0,394
8	Профилированное пря- моугольное с длиной плеча l = 18,5 см .	12,0	8,0	96,0	1,50	—	62,8	13,22	0,302
9	l = 23,0 см	14,0	9,8	137,0	1,43	—	108,0	6,98	0,404
10	l = 28,0 см	20,0	10,0	200,0	2,00	—	201,0	3,31	0,562
11	l = 23,0 см	12,0	8,0	96,0	1,50	—	94,0	3,83	0,364
12	l = 28,0 см	14,0	9,8	137,0	1,43	—	142,9	15,8	0,453
13	l = 18,5 см	20,0	10,0	200,0	2,0	—	113,4	16,9	0,423
14	l = 28,0 см	12,0	8,0	96,0	1,5	—	109,2	7,07	0,399
15	l = 18,5 см	14,0	9,8	137,0	1,43	—	81,0	5,08	0,353
16	l = 23,0 см	20,0	10,0	200,0	2,0	—	156,5	5,38	0,488
17	Прямоугольное приз- матическое	60,5	4,5	272,0	13,44	—	261,5	10,70	0,618
18	" "	80,0	4,5	360,0	17,75	—	498,0	19,70	0,864
19	То же	100,0	4,5	450,0	22,21	—	925,0	26,70	1,201
20	" "	12,0	10,0	120,0	1,20	- 9°	104,0	7,13	0,564
21	" "	12,0	10,0	120,0	1,20	- 5°	97,8	2,79	0,532
22	Двухстворчатое пла- стинчатое с длиной плеча l = 18,5 см .	12,0	10,0	120,0	1,20	+ 7°	100,5	11,0	0,565
23	" "	12,0	10,0	120,0	1,20	+ 15°	97,6	9,32	0,555
24	" "	12,0	10,0	120,0	1,20	+ 18°	100,5	4,73	0,562
25	" "	12,0	8,0	96,0	1,5	0°	90,7	0,56	0,554
26	" "	12,0	8,0	96,0	1,5	- 10°	95,0	18,70	0,563
27	Двухстворчатое про- филированное с длиной плеча l =	12,0	8,0	96,0	1,5	- 20°	87,1	16,50	0,537
28	" "	12,0	8,0	96,0	1,5	- 30°	87,5	4,60	0,531
29	" "	12,0	8,0	96,0	1,5	+ 15°	90,7	7,90	0,529

Рабочая формула при подсчете коэффициента момента C_0 имела вид:

$$C_0 = \frac{l}{\rho S l_1 x} \cdot \frac{P}{h}, \quad (2)$$

где ρ — плотность среды, в которой испытывалось оперение;
 $S = al_1$ — площадь оперения;
 l_1 — длина оперения;
 l — длина плеча;
 $x = 3,59 \cdot 10^2$ — постоянный коэффициент¹;
 P — показания весов в килограммах;
 h — показания микроманометра в миллиметрах вод. столба.

Численные значения коэффициента момента для всех испытанных вариантов оперения помещены в табл. 2.

Подвергавшиеся испытаниям 29 вариантов оперения по их различной конфигурации можно подразделить на шесть следующих групп: 1) плоское трапецевидное (4 варианта); 2) плоское прямоугольное (3 варианта); 3) профилированное прямоугольное в плане (9 вариантов); 4) прямоугольное призматическое (3 варианта); 5) двухстворчатое пластинчатое, пластины профилированы (5 вариантов); 6) двухстворчатое профилированное (5 вариантов).

При таком разделении оперения, входящие в группу, различаются между собой только шириной и длиной; группы оперения по геометрическим характеристикам отличаются друг от друга формой перьев, а также углом установки их к потоку (случай двухстворчатых перьев). Поэтому при сравнении экспериментальных данных вполне естественно ввести какие-то общие для всех перьев геометрические характеристики.

В качестве одного из основных геометрических критериев, являющегося общим для всех перьев, мы возьмем так называемое удлинение пера. Под удлинением пера мы будем понимать отношение площади пера к его средней ширине, взятой в квадрате, и условимся обозначать его через λ . Для оперений двухстворчатых введем, кроме того, дополнительный критерий, а именно — угол установки створок, т. е. угол, составленный хордой пера с продольной осью вертушки, который в дальнейшем будем обозначать через α_0 . Перейдем теперь к анализу экспериментальных данных и рассмотрим кривые восстанавливающего момента, причем сначала проанализируем кривые момента для каждой группы оперений, а затем перейдем к сравнению групп.

Итак, рассмотрим группу оперений трапецевидных. За-

¹ Н. А. Желудев. Методика испытания оперения гидрометрических вертушек. Арх. Гос. гидр. инст., 1940.

ТАБЛИЦА 2

ющего момента оперения

оперения							
9	10	11	12	13	14	15	16
—	—	—	—	—	—	—	—
0,0042	0,0074	0,0065	0,0086	0,0078	0,0215	0,0086	0,0078
0,0079	0,0143	0,0140	0,0210	0,0141	0,0357	0,0171	0,0121
0,0239	0,0215	0,0239	0,0378	0,0203	0,0572	0,0257	0,0142
0,0498	0,0322	0,0430	0,0572	0,0322	0,0857	0,0384	0,0273
0,0786	0,0571	0,0716	0,0930	0,0482	0,1288	0,0590	0,0505
0,0963	0,0857	0,1070	0,1300	0,0683	0,1715	0,0855	0,0735
0,1272	0,1215	0,1430	0,1870	0,1004	0,2150	0,1195	0,0972
0,1696	0,1505	0,1900	0,2388	0,1310	0,2708	0,1539	0,1245
0,2202	—	0,2390	—	0,1722	0,3290	0,1880	0,1562
0,2620	—	—	—	—	—	0,2310	0,1952
оперения							
25	26	27	28	29			
—	—	—	—	—			
0,0253	0,0777	0,0865	0,0475	0,0193			
0,0420	0,1259	0,1560	0,0777	0,0580			
0,0623	0,1680	0,2082	0,1034	0,0967			
0,0798	0,2012	0,2502	0,1379	0,1354			
0,1050	0,2440	0,2930	0,1728	0,1838			
0,1430	0,3190	0,3190	0,2160	0,2420			
0,1852	0,3960	0,3380	0,2602	0,3088			
0,2279	0,4380	0,3802	0,2940	—			
—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—			

висимость коэффициента момента от угла отклонения оперения для этой группы иллюстрируется кривыми, приведенными на рис. 2.

При рассмотрении их вполне отчетливо видно, что из четырех вариантов оперения наибольший коэффициент дает оперение с удлинением $\lambda = 2,0$. Оперения с удлинениями от

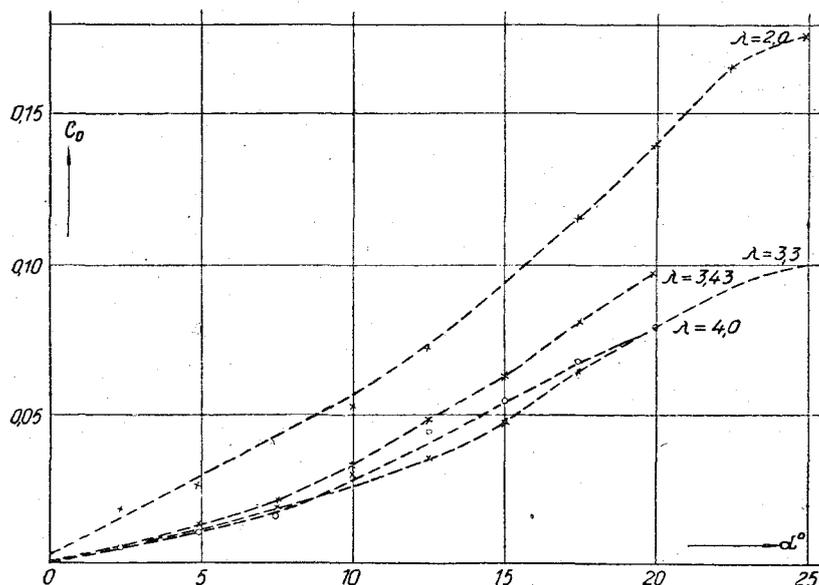


Рис. 2. Плоское трапецевидное оперение. Влияние удлинения на коэффициент момента.

$\lambda = 3,3$ до $\lambda = 4,0$ на углах отклонения, колеблющихся от 0 примерно до 5° , дают одно и то же значение коэффициента момента, и лишь начиная с $\alpha = 5^\circ$ кривые момента имеют расхождение. На основании опытных данных мы можем заключить, что в случае трапецевидного оперения длина пера, бóльшая некоторой предельной величины, дает уменьшение момента и что оптимальным оперением этой группы является оперение с удлинением $\lambda = 2,0$.

Плоское прямоугольное оперение дает при углах отклонения α от 0 до $7-8^\circ$ значение коэффициента момента практически одинаковое для удлинения, меняющегося от $\lambda = 3,37$ до $\lambda = 5,43$ (рис. 3). Изменение удлинения прямоугольного оперения вообще очень незначительно влияет на величину коэффициента момента. Наибольшее значение коэффициента дает оперение с $\lambda = 3,37$. Сравнение трапецевидного опере-

ния с прямоугольным такого же удлинения показывает, что коэффициент момента первого больше, чем второго (рис. 4), т. е. если оценивать качество работы оперения только ве-

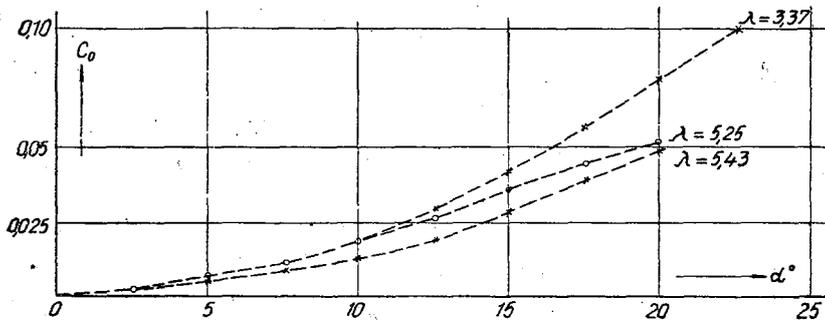


Рис. 3. Плоское прямоугольное оперение. Влияние удлинения на коэффициент момента.

личной восстанавливающего момента, то преимущество в этом случае остается за трапециевидным оперением.

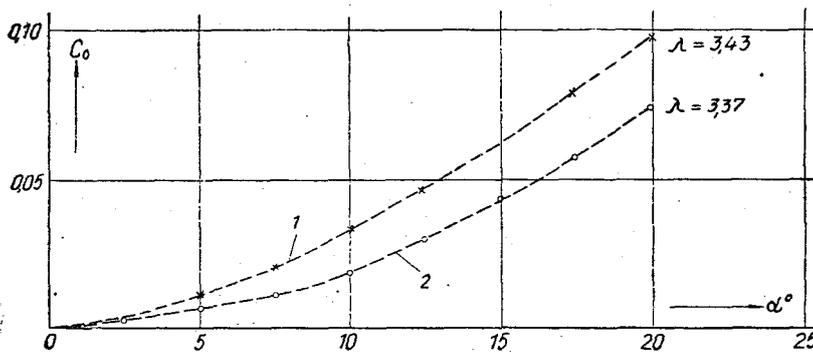


Рис. 4. Коэффициент момента трапециевидного (1) и прямоугольного (2) оперения.

Перейдем к рассмотрению данных испытаний профилированного оперения. В качестве пера профилированного оперения был взят симметричный профиль Жуковского с удлинением: $\lambda = 1,43; 1,50$ и $2,0$ и одинаковой относительной толщиной, равной $\epsilon = 15\%$. (Под относительной толщиной пера мы понимаем отношение максимальной толщины его к хорде, выраженное в процентах.) Каждое перо испытывалось с тремя вариантами плеч, т. е. расстояний передней кромки пера до оси вращения, равных $l = 18,5; 23,0$ и $28,0$ см.

На рис. 5, 6 и 7 показаны кривые зависимости коэффициента момента в функции угла отклонения α для выбранных удлинений при определенной длине плеча.

Для плеча $l=18,5$ см наибольшее значение момента дает перо с удлинением $\lambda=1,43$, а наименьшее оперение

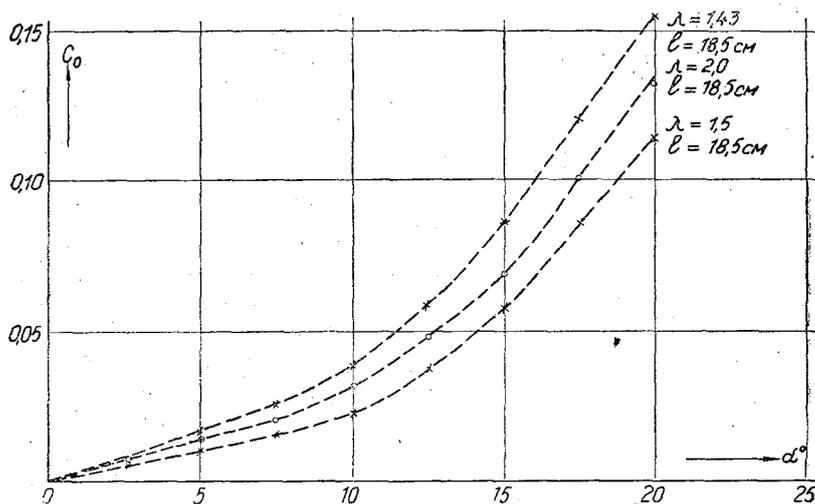


Рис. 5. Профилированное оперение. Влияние удлинения λ на коэффициент момента.

с $\lambda=1,5$. Те же перья, испытанные с плечом $l=23,0$ см (рис. 6), дают несколько иную картину хода кривых моментов, а именно — перо с удлинением $\lambda=1,5$ имеет максимальное значение коэффициента момента. Коэффициент момента пера с $\lambda=1,43$ очень мало разнится от коэффициента момента пера $\lambda=1,5$, исключая углы отклонения $\alpha=2-6^\circ$; в этом диапазоне коэффициент момента меньше, чем у пера с $\lambda=1,5$. Перо с удлинением $\lambda=2,0$ для плеча $l=23,0$ см дает минимальное значение момента. Перья с плечом $l=28$ см в результате испытаний показали, что $\lambda=1,5$ дает максимальное значение коэффициента момента, а $\lambda=2,0$ — минимальное (рис. 7).

Итак, из сравнения данных испытаний профилированных оперений следует, что удлинение пера, вообще говоря, не приводит к желаемому успеху, т. е. коэффициент момента с увеличением пера не возрастает, как кажется на первый взгляд, а убывает. Кроме того, из этих же экспериментальных данных можно заключить, что в данной се-

рии перьев перо с удлинением $\lambda=1,5$ является оптимальным, т. е. его коэффициент момента получается наибольшим. На рис. 8 показаны кривые коэффициента момента пера с $\lambda=1,5$, испытанного при длинах плеча $l=18,5; 23,0$ и $28,0$ см. Из рассмотрения кривых следует, что чем больше длина

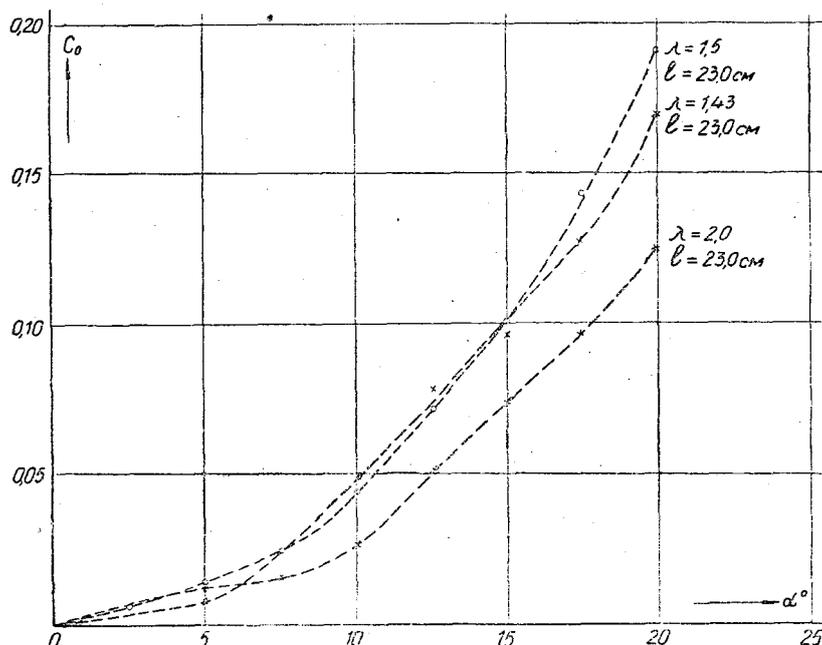


Рис. 6. Профилированное оперение. Влияние удлинения λ на коэффициент момента.

плеча, тем больше величина коэффициента момента. Очевидно, это обстоятельство объясняется явлением интерференции, т. е. при прочих одинаковых причинах, оказывающих влияние на величину момента, в этом случае на него еще значительно влияют интерференции винта и корпуса вертушки. Поэтому с увеличением длины плеча это взаимное влияние уменьшается и коэффициент момента резко возрастет.

Следующей группой оперений, подвергавшихся испытаниям, было прямоугольное призматическое, представленное тремя вариантами, отличающимися только удлинением (табл. 1, оперения № 17, 18 и 19). Кривые моментов этой группы оперений представлены на рис. 9. Из рассмотрения их видно, что вне зависимости от удлинения пера момент остается величиной, постоянной для рабочей области углов отклоне-

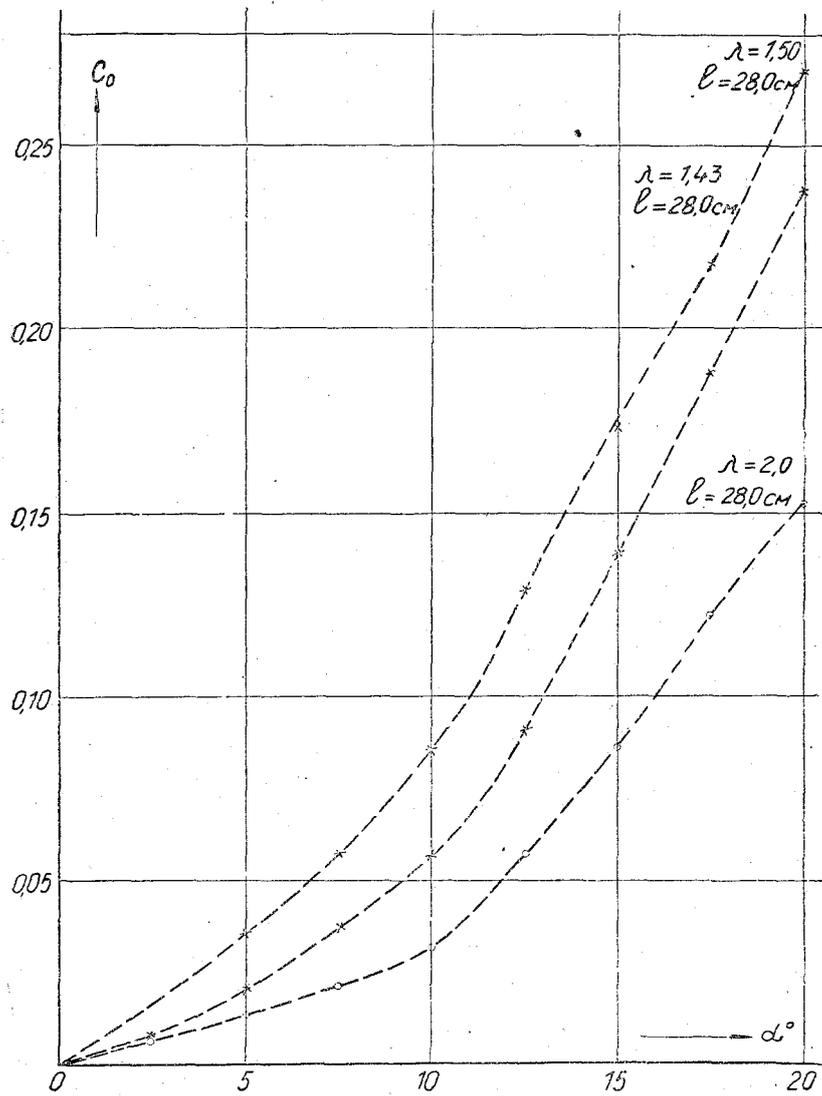


Рис. 7. Профилированное оперение. Влияние удлинения λ на коэффициент момента.

ния. Причем, если для перьев с $\lambda=13,44$ и $\lambda=17,75$ заметно очень небольшое расхождение в величине момента на углах отклонения, больших 10° , то оперение с $\lambda=22,2$ не дает

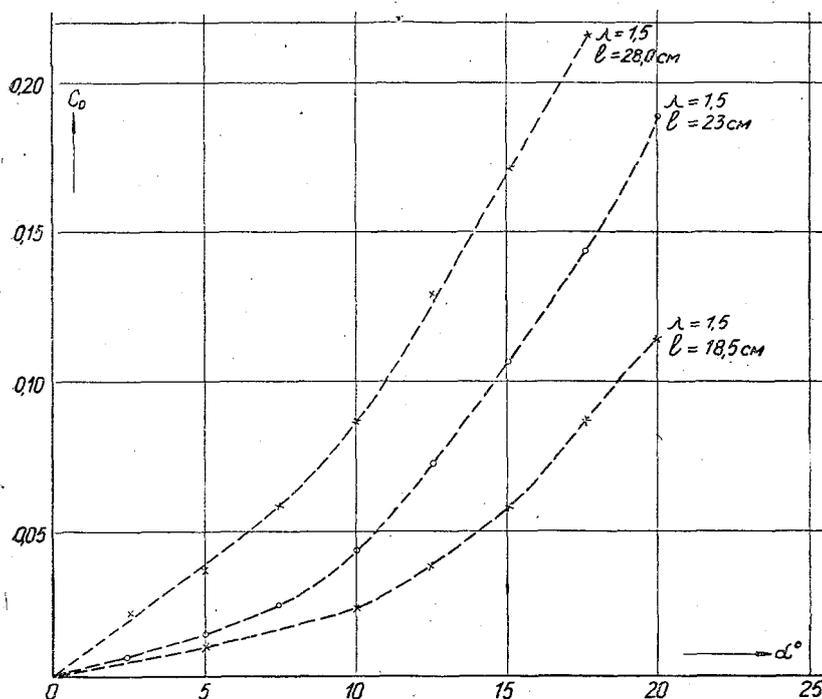


Рис. 8. Профилированное оперение. Влияние длины плеча на коэффициент момента.

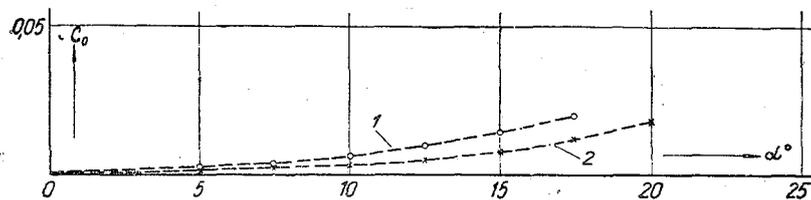


Рис. 9. Прямоугольное призматическое влияние удлинения.

никакого выигрыша, т. е. момент по величине не отличается от момента пера с $\lambda=13,44$. Таким образом можно констатировать, что удлинение прямоугольного пера выше значения $\lambda=13,44$ не дает никакого эффекта, и поэтому оперения с удлинением λ , большим чем $\lambda=13,44$, не рентабельны.

Рассмотрим следующую группу оперения—двухстворчатого-пластинчатого. Прежде чем перейти к анализу кривых момента этой группы оперения, скажем несколько слов о самом оперении.

Двухстворчатое пластинчатое оперение состоит из двух прямоугольных изогнутых пластин, составленных выпуклыми сторонами. Испытаниям подвергались оперения, линейные размеры которых оставались неизменными, изменялся лишь угол установки пластин по отношению продольной оси вертушки (угол между хордой изогнутой пластины и продольной осью вертушки).

Пластины для двухстворчатого оперения были выбраны прямоугольные с удлинением, равным $\lambda=1,2$. Изогнутость пластины определяется отношением максимального прогиба к хорде изогнутой пластины и равна $\epsilon=0,07$, что составляет 7% хорды. Углы установки пера к продольной оси были приняты равными $\alpha_0=-9^\circ, -5^\circ, +7^\circ, +15^\circ$. (Отрицательным углом установки мы называем угол, вершина которого находится впереди пера оперения, а положительным углом считаем тот, вершина которого находится позади пера.) На рис. 10 представлены кривые момента для четырех вариантов оперения (табл. 1, оперения № 20, 21, 22 и 23). При рассмотрении кривых момента обращает внимание, что величина момента двухстворчатого оперения резко возрастает по отношению ко всем группам оперения, ранее испытанного, и кроме того, оперение с максимальным отрицательным углом установки дает наибольшее значение величин момента, из всей группы подвергавшихся испытаниям. Кривые моментов для различных установочных углов следуют в порядке возрастания установочного угла.

Последней группой оперения, подвергавшейся испытаниям, было двухстворчатое профилированное. Двухстворчатое профилированное оперение состоит из двух прямоугольных симметричных перьев, расположенных симметрично относительно продольной оси вертушки. В качестве профиля пера взят симметричный профиль Жуковского с максимальной относительной толщиной, равной 15%, и удлинением $\lambda=1,5$. Установочные углы (углы между хордой профиля и продольной осью вертушки) были приняты равными: $\alpha_0=0^\circ, -10^\circ, -20^\circ, -30^\circ, +15^\circ$. На рис. 11 приведены кривые момента пяти вариантов двухстворчатого профилированного оперения (табл. 1, оперения № 25, 26, 27, 28 и 29).

Из рассмотрения кривых следует, что оперение с углом установки $\alpha_0=-20^\circ$ дает наибольшее значение момента, для угла установки $\alpha_0=-30^\circ$ момент резко падает.

Таким образом, увеличение отрицательного угла установки,

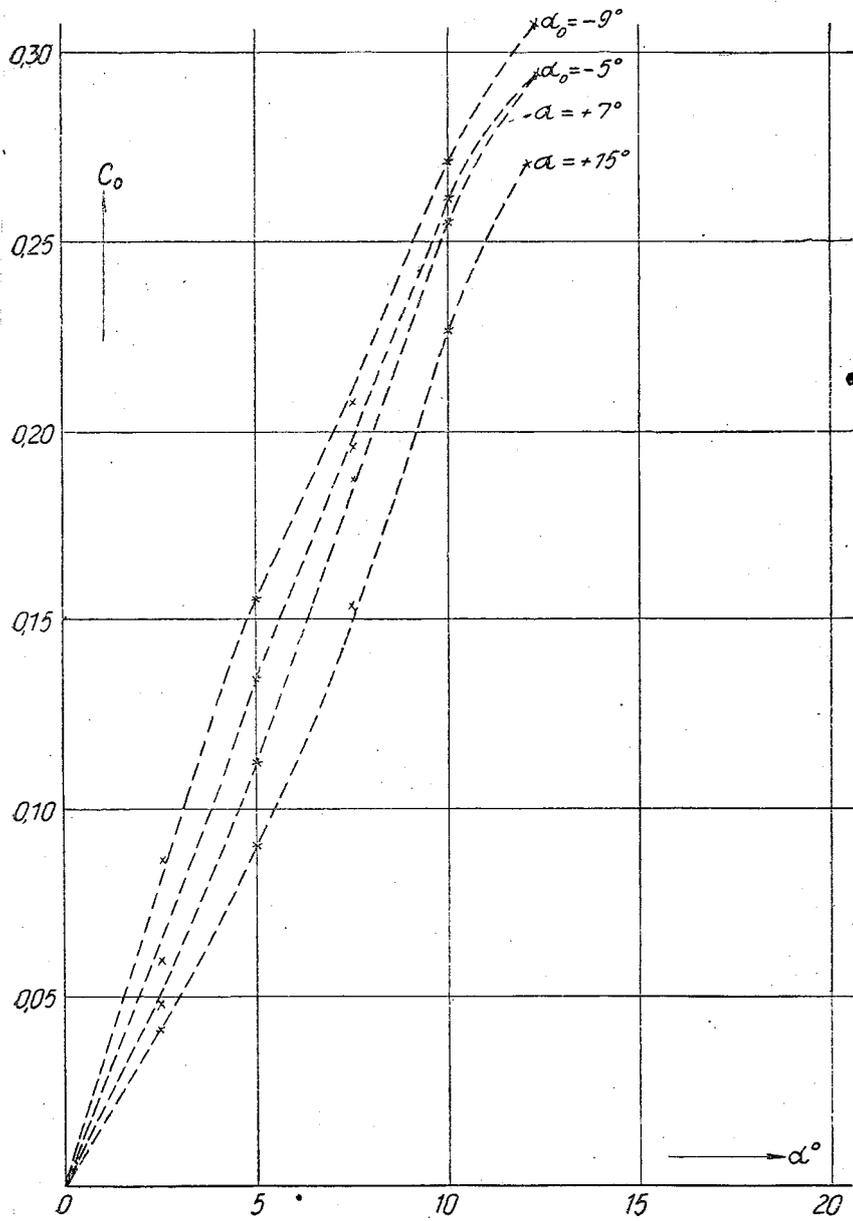


Рис. 10. Двухстворчатое оперение. Влияние угла раствора.

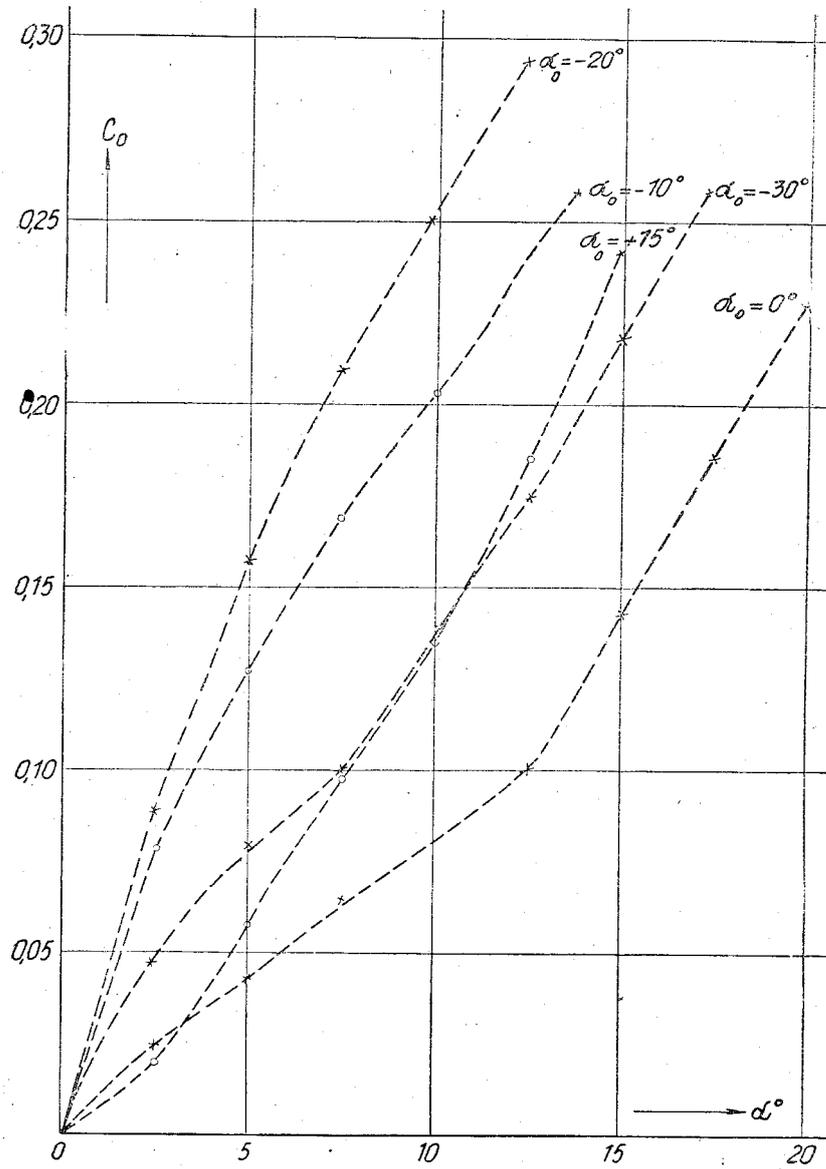


Рис. 11. Профилированное двухстворчатое оперение. Влияние угла раствора.

вообще говоря, не является причиной непрерывного возрастания момента: для данного оперения оптимальным является угол установки $\alpha_0 = -20^\circ$. Углы установки, большие и меньшие, чем $\alpha_0 = -20^\circ$, дают меньшее значение момента. Момент оперения с установочным углом $\alpha_0 = 0^\circ$ очень близок по своему значению к моменту профилированного оперения. Положительный угол установки, как и в случае двухстворчатого пластинчатого оперения, дает худший результат.

На рис. 12 приведены кривые наибольшего значения момента для каждой группы оперений. Из анализа кривых видно, что с точки зрения величины момента наиболее выгодным является оперение двухстворчатое пластинчатое, с $\alpha_0 = -9^\circ$ и двухстворчатое-профилированное с $\alpha_0 = -20^\circ$, которое дает одно и то же значение момента. Затем следует оперение профилированное с $\lambda = 1,5$ и длиной плеча $\lambda = 28,0$ см. Наименьшее значение момента дают прямоугольная пластина и прямоугольная призма.

УСТОЙЧИВОСТЬ ВЕРТУШКИ

Для исследования вопроса о быстроте реагирования вертушки на мгновенные изменения направления скорости потока мы используем метод малых колебаний. Этот метод возможно применить к изучению данного вопроса, потому что к нему приводит исследование физических причин. Действительно, если вертушка находится в потоке жидкости, то мгновенное изменение направления скорости потока видоизменяет картину силового взаимодействия движущейся среды на находящуюся в ней вертушку, а вследствие этого вертушка может быть выведена из положения устойчивого равновесия и будет двигаться по дуге круга, центром которого является ось вращения вертушки. Это движение будет носить характер колебательного с очень быстрым затуханием колебаний.

С точки зрения законов динамического подобия, безразлично, в какой среде проводятся испытания, нужно лишь соблюдение критериев подобия. Поэтому представлялось возможным провести испытания в чрезвычайно удобных лабораторных условиях.

Рассматривая малые колебания вертушки относительно ее точки закрепления, возникающие под влиянием сил, действующих на нее, а именно силы трения и гидродинамической силы, мы в результате получаем дифференциальное уравнение возмущенного движения вертушки

$$J\theta'' + \mu\theta' + n^2\theta = 0, \quad (3)$$

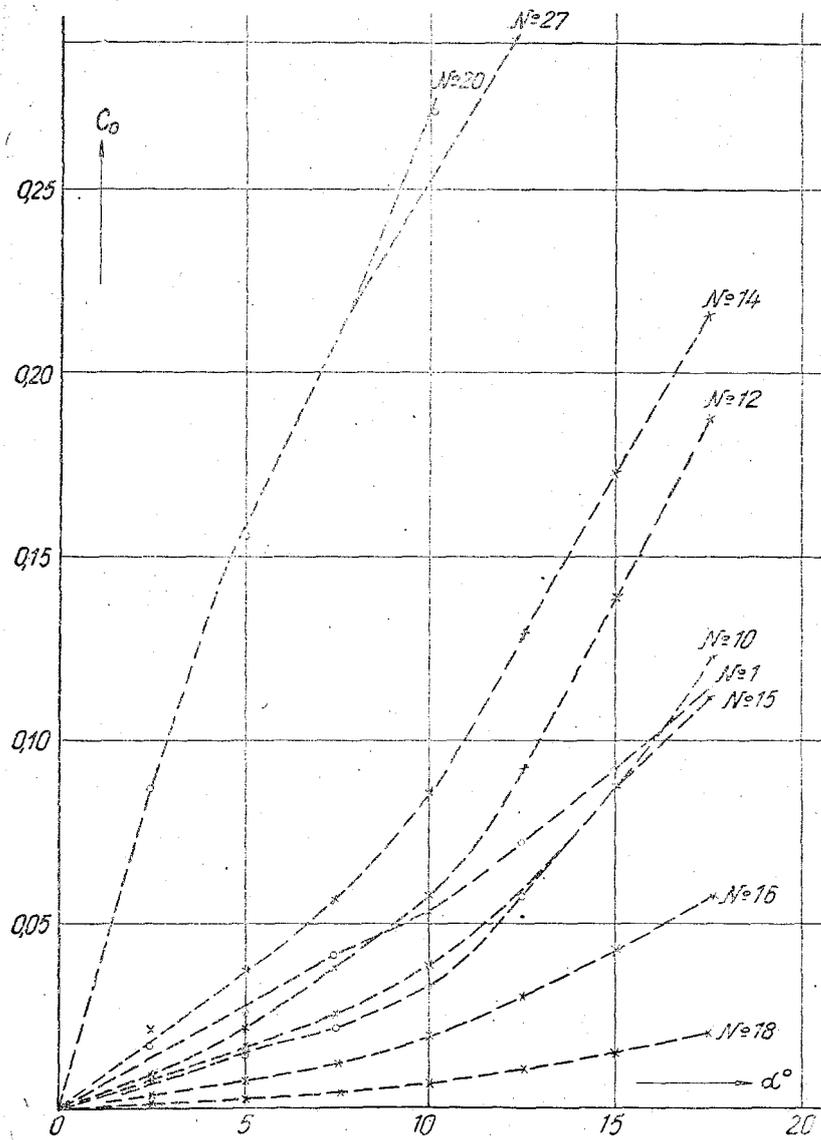


Рис. 12. Графики максимальных значений момента.

которое представляет собой обычное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и без последнего члена, где J — момент инерции вертушки; θ — угол отклонения вертушки от устойчивого положения равновесия;

$$\mu = \mu_0 + \frac{\partial M}{\partial U} l + \frac{\partial M}{\partial q};$$

M — гидродинамический момент вертушки;
 μ_0 — коэффициент трения вертушки;
 l — точка приложения гидродинамической силы;

$$n^2 = -\frac{\partial M}{\partial \sigma} U.$$

На основании опытных данных оказывается, что

$$\frac{n^2}{J} \gg \left(\frac{M}{J}\right)^2. \quad (4)$$

Поэтому корни характеристического уравнения будут комплексные, и общий интеграл уравнения, после определения постоянных интегрирования и подстановки их значений в уравнение движения, принимает вид:

$$\theta = \theta_0 l^{-\varphi t} \left(\cos \psi t + \frac{\varphi}{\psi} \sin \psi t \right), \quad (5)$$

где $\varphi = \frac{\mu}{2J}$ — вещественная часть корней характеристического уравнения, а

$$\psi = \sqrt{\left(\frac{\mu}{J}\right)^2 - \frac{n^2}{J}} \text{ — мнимая их часть.}$$

Опыты показали, что отношение $\frac{\varphi}{\psi}$ очень мало, и поэтому членом $\frac{\varphi}{\psi} \sin \psi t$ представилось возможным пренебречь. Тогда уравнение для угла отклонения вертушки принимает такой вид:

$$\theta = \theta_0 l^{-\varphi t} \cos \psi t. \quad (6)$$

Отсюда следует, что вертушка будет совершать затухающие колебания, период которых равен

$$T = \frac{2\pi}{\psi} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{\mu}{J}\right)^2 - \frac{n^2}{J}}} \quad (7)$$

Очевидно, что затухание колебаний будет тем быстрее, чем будет больше величина φt .

Логарифмический декремент затухания δ , равный натуральному логарифму от отношения двух последовательных размахов вертушки, выразится уравнением

$$\delta = \ln \eta = \ln \left(\frac{q_i}{q_{i+1}} \right) = \frac{\varphi T}{2},$$

или

$$\delta = \frac{\mu T}{4J}. \quad (8)$$

Следовательно, δ тем больше, чем больше μ и T и чем меньше J . Решив уравнение (8) относительно μ , получим

$$\mu = \frac{4J\delta}{T}. \quad (9)$$

Последнее равенство и характеризует собою степень затухания свободных колебаний вертушки. В дальнейшем величину μ мы будем называть критерием устойчивости колебаний. Численные значения μ для всех 29 вариантов оперения помещены в табл. 1. Там же приведены моменты инерции и периоды колебаний вертушки с различными формами оперения. Из сравнения численных данных для величины μ можно сделать вывод, что все варианты оперения создают вертушке устойчивость. Однако „степень“ устойчивости не одинакова для различных оперений. Одно оперение обеспечивает вертушке большую, а другое меньшую устойчивость, т. е. некоторые варианты оперения очень быстро погашают возникающие мгновенные колебания направления скорости или совершенно на них не реагируют, а другие реагируют значительно медленнее. К оперениям, которые либо не реагируют, либо очень медленно реагируют на мгновенные изменения направления скорости, нужно отнести следующие: трапециевидное крестообразное с удлинением $\lambda = 2,0$ и $\lambda = 4,0$; прямоугольное плоское с $\lambda = 5,25$; профилированное с $\lambda = 1,5$ и длиной плеча $l = 18,5$ см; то же с $\lambda = 1,43$ и длиной плеча $l = 28,0$ см и то же с $\lambda = 2,0$ и длиной плеча $l = 18,5$ см; прямоугольное призматическое $\lambda = 13,44$, $\lambda = 17,75$ и $\lambda = 22,21$; двухстворчатое пластинчатое $\lambda = 1,2$, установоч-

ные углы $\alpha_0 = +7^\circ$ и $\alpha_0 = +15^\circ$; двухстворчатое профилированное $\lambda = 1,5$, установочные углы $\alpha_0 = -10^\circ$ и $\alpha_0 = 20^\circ$.

Таким образом, перечисленные выше варианты оперения с точки зрения их очень малой чувствительности к мгновенным изменениям направления скорости оказываются непригодными.

РАСЧЕТ ОПЕРЕНИЯ

Назначением вертушки, как известно, является измерение с наибольшей точностью скорости течений.

Вертушка должна давать наиболее точную картину изменения скорости и отмечать даже незначительные ее колебания, а в случае наличия в потоке пульсаций должна регистрировать осредненное значение скорости. Из сказанного следует, что вертушка должна реагировать даже на очень малые изменения направления скорости. Эту задачу выполняет оперение вертушки, и поэтому точность показаний ее зависит от геометрических и гидродинамических характеристик оперения. Удачно подобранное оперение обеспечивает хорошую точность показаний вертушки. До сих пор размеры и формы подбирались к вертушке на основании простых интуитивных данных, поэтому в эксплуатации имеется очень много конструкций вертушек с чрезвычайно разнообразной формой оперения.

На основании полученных экспериментальных данных мы имеем теперь возможность подобрать оперение к вертушке. При подборе его мы будем исходить из того положения, что от мгновенного изменения направления скорости потока вертушка совершает движение по кругу, относительно точки ее закрепления, с постоянной угловой скоростью; тогда сила инерции вертушки будет равна только центробежной составляющей, момент которой относительно оси вращения равен нулю. Вследствие этого уравнение движения вертушки сводится к обычному уравнению статики, а именно: момент сил сопротивления должен быть равен моменту гидродинамических сил, приложенных к оперению вертушки, т. е.

$$M_T = M_0,$$

но так как

$$M_0 = C_0 \rho S l_1 U^2,$$

то

$$M_T = C_0 \rho S l_1 U^2. \quad (10)$$

Для того чтобы подобрать размеры оперения к вертушке, согласно равенству (10), мы должны знать величину момен-

та сил трения. Допустим, что из конструктивных данных вертушки этот момент определен как функция скорости, тогда

$$C_0 = \frac{M_T}{S l_1 \rho V^2}. \quad (11)$$

Из анализа экспериментальных данных нам известно, что наибольшее значение восстанавливающего момента дает оперение с удлинением $\lambda = 1,5$, а длина пера не должна превышать определенных размеров. Представим формулу (11) в следующем виде:

$$C_0 = \frac{M_T}{\lambda^2 a^3 \rho V^2}. \quad (12)$$

Кроме того, характер кривых зависимости коэффициента момента C_0 от угла отклонения α показывает, что при малых углах отклонения, порядка 10° , эта зависимость может быть с достаточной степенью точности принята как прямолинейная, т. е.

$$C_0 = K \alpha,$$

где K — тангенс угла наклона прямой к оси α , а α — угол отклонения вертушки, измеренный в радианах. Тогда равенство (12) может быть представлено в виде

$$K = \frac{M_T}{\lambda^2 a^3 \rho \alpha \cdot V^2}. \quad (13)$$

Задаваясь в формуле (13) удлинением оперения λ и принимая во внимание, что ширина пера не должна превышать диаметра винта вертушки, мы получим значение коэффициента K для определенной скорости и угла отклонения α .

Кривые коэффициента C_0 вычерчены в определенном масштабе, поэтому, пересчитав полученное значение K на этот масштаб, мы подбираем затем из имеющихся кривых наиболее близкое значение K , а тем самым и форму оперения.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОПРАВОК ДЛЯ УЧЕТА СОБСТВЕННЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ СТОЯЩЕГО НА ЯКОРЕ СУДНА

Канд. техн. наук *Н. А. Желудев*

Целью настоящей работы является разработка метода учета поступательно-возвратных перемещений судна, стоящего на якоре в открытом море.

В основу метода положено предложение Н. Н. Сысоева, заключающееся в применении серии самописцев угла наклона якорного троса. Самописцы присоединяются к тросу в местах соединения (сращивания) отдельных секций (смычек) ступенчатого троса и регистрируют изменение угла наклона его во времени с точностью $\pm 15'$ в масштабе 18 мм/час. В результате обработки лент самописцев наклона для мест сращивания троса могут быть получены серии углов наклона, пользуясь которыми можно вычислить изменение горизонтальной проекции перемещения судна как функции углов наклона и времени. Кроме того, по углам наклона представляется возможным вычислить горизонтальную составляющую, а также суммарную силу дрейфа, действующую на судно (давление ветра и трения.)

Вопрос о поступательно-возвратных перемещениях стоящего на якоре судна обсуждался неоднократно, однако исходными данными для вычисления перемещений являлись глубина места погружения якоря и сила дрейфа. Измерения колебаний силы дрейфа, вызывающих поступательно-возвратные перемещения судна, невозможно провести с достаточной для практики степенью точности. Трудность заключается в том, что колебания силы дрейфа очень значительны. Например, для экспериментального судна „Витязь“ (водоизмещение около 5500 т) сила дрейфа колеблется от 2000—3000 до 15000—30000 кг, что лишает возможности сконструировать такой динамометр или динамограф, который мог бы регистрировать изменение силы дрейфа в этих пределах и при этом обеспечивал бы одну и ту же точность в любой точке отсчета на всем диапазоне и не превышал $\pm 1-2$ кг.

Поэтому вполне естественно стремление к разработке

более точного и совершенного метода, каким является метод, предлагаемый Н. Н. Сыроевым. Его метод заслуживает внимания еще и потому, что самописцы позволяют производить вычисление горизонтального сноса судна не только со значительно большей точностью, но просты в изготовлении и дешевы.

В настоящей работе мы не будем касаться конструктивных деталей самописца. Нашей задачей является теоретическая разработка метода определения перемещений судна по заданным углам наклона якорного троса, замеренным самописцами угла. Кроме того, мы приводим оценку точности измерений тем и другим методами. В целях большей ясности и убедительности выводов нами выполнены численные примеры для случая одной и двух секций ступенчатого троса. Данные расчетов сноса судна для одно- и двухступенчатого тросов приведены в таблицах и иллюстрируются номограммами. Для n -ступенчатого троса приводится общая формула для подсчета сноса судна.

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ СТУПЕНЧАТОГО ТРОСА

Если рассматривать трос как тяжелую однородную нерастяжимую нить, то уравнения равновесия троса в этом случае имеют, как известно, следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} d\left(T \frac{dx}{ds}\right) &= 0, \\ d\left(T \frac{dy}{ds}\right) &= p ds. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В результате их интегрирования получаем

$$y = n \operatorname{ch}\left(\frac{x}{n} + A\right) + B, \quad (2)$$

где $n = \frac{P}{p}$ — напряжение горизонтального усилия;

P — проекция силы дрейфа на горизонтальную ось (постоянная величина);

p — вес единицы длины троса в воде;

A и B — постоянные интегрирования.

Условимся систему координат располагать таким образом, что начало координат будет находиться в точке закрепления якоря, ось OY направлена вертикально вверх и ось OX — горизонтально.

Пусть ступенчатый трос составлен из n секций, причем

погонный вес каждой секции соответственно будет равен $[p_1, p_2, p_3 \dots p_n]$. Под погонным весом будем понимать вес единицы длины троса в воде. Естественно, конечно, что для любой секции троса погонная нагрузка остается постоянной.

Обозначим, кроме того, длины секций, из которых составлен ступенчатый трос, через $S_1, S_2, S_3 \dots S_n$, а их проекции на ось абсцисс соответственно через $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$.

Рассматривая каждую секцию троса как отдельную тяжелую нерастяжимую нить, мы можем, согласно формуле (2), составить уравнения равновесия ступенчатого троса, а именно:

для участка $0 \leq x \leq a_1$

$$y = n_1 \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n_1} + A_1 \right) + B_1;$$

для участка $a_1 \leq x \leq a_1 + a_2$

$$y = n_2 \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n_2} + A_2 \right) + B_2;$$

для участка $a_1 + a_2 \leq x \leq a_1 + a_2 + a_3$

$$y = n_3 \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n_3} + \dots \right) + B_3$$

.....

для участка $a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} \leq x \leq a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + a_k$

$$y = n_k \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n_k} + A_k \right) + B_k.$$

Постоянные интегрирования $A_1, A_2 \dots A_k$ и $B_1, B_2, B_3 \dots B_k$ определяются из следующих граничных условий:

$$\text{при } X=0 \quad y=0, \quad \frac{dy}{dx} = 0;$$

$$\text{при } X=a_1 \quad y_1 = y_2, \quad \frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_2}{dx};$$

.....

$$\text{при } x = a_1 + a_2 + \dots + a_k \quad y_{k-1} = y_k, \quad \frac{dy_{k-1}}{dx} = \frac{dy_k}{dx}.$$

Подставляя значения граничных условий в уравнения равновесия для постоянных интегрирования, получим

$$A_1 = 0, \quad B_1 = -n_1;$$

$$A_2 = \frac{a_1}{n_1} - \frac{a_2}{n_2}, \quad B_2 = (n_1 - n_2) \operatorname{ch} \frac{a_1}{n_1} - n_1;$$

$$A_3 = \frac{a_1}{n_1} - \frac{a_2}{n_2} - \frac{a_1}{n_3} - \frac{a_2}{n_3};$$

$$B_3 = (n_2 - n_3) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) + (n_1 - n_2) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) - n_1;$$

$$A_k = \sum_{k=1}^{k-1} \frac{a_{k-1}}{n_{k-1}} - \frac{1}{n_k} \sum_{k=1}^{k-1} a_{k-1};$$

$$B_k = \sum_{k=1}^{k-1} (n_{k-1} - n_k) \operatorname{ch} \left(\sum_{k=1}^{k-1} \frac{a_{k-1}}{n_{k-1}} \right).$$

Подставляя теперь полученные значения постоянных интегрирования в уравнения равновесия, получим уравнения равновесия ступенчатого троса в окончательном виде:

при $0 \leq x \leq a_1$

$$y = n_1 \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n_1} \right) - n_1;$$

при $a_1 \leq x \leq a_1 + a_2$

$$y = n_2 \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n_2} + \frac{a_1}{n_1} - \frac{a_1}{n_2} \right) + (n_1 - n_2) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) - n_1;$$

при $a_1 + a_2 \leq x \leq a_1 + a_2 + a_3$

$$y = n_3 \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n_3} + \frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} - \frac{a_1}{n_3} - \frac{a_2}{n_3} \right) +$$

$$+ (n_1 - n_2) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) + (n_2 - n_3) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) - n_1;$$

(3)

при $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{k-1} \leq x \leq a_1 +$
 $+ a_2 + a_3 + \dots + a_{k-1} + a_k$

$$y = n_k \operatorname{ch} \left[\frac{x}{n_k} + \sum_1^{k-1} \frac{a_{k-1}}{n_{k-1}} - \frac{1}{n_k} \sum_1^{k-1} a_{k-1} \right] +$$

$$+ \sum_1^{k-1} (n_{k-1} - n_k) \operatorname{ch} \sum_1^{k-1} \frac{a_{k-1}}{n_{k-1}}$$

Нам требуется определить величины $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ которые, как известно, являются проекциями секций ступенчатого троса $S_1, S_2, S_3 \dots S_n$ на ось абсцисс, и затем по известным величинам $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ найти величину перемещения судна l как сумму

$$l = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n. \quad (4)$$

Поскольку нами заданы длины отдельных секций ступенчатого троса, для которых погонная нагрузка постоянна, то величины $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ могут быть найдены из уравнения цепной линии, составленного для каждой секции троса. Уравнение цепной линии в общем виде, как известно, имеет вид

$$S = \int_{a_{k-1}}^{a_k} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx.$$

Подставляя в последнее равенство значения $\frac{dy}{dx}$ для каждой секции ступенчатого троса и интегрируя, получим

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= n_1 \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right); \\ S_2 &= n_2 \left[\operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) - \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) \right]; \\ &\dots \dots \dots \\ S_k &= n_k \left[\operatorname{sh} \left(\sum_1^k \frac{a_k}{n_k} \right) - \operatorname{sh} \left(\sum_1^k \frac{a_{k-1}}{n_{k-1}} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$y = n \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n} \right) - n, \quad (7)$$

где $n = \frac{P}{p}$;

P — горизонтальная проекция силы, действующей на судно;

p — погонный вес единицы длины троса в воде.

Предположим, что самописец угла закреплен на тросе на каком-то определенном расстоянии по его длине, считая от начала координат. Пусть S_1 — длина троса от начала координат до точки крепления самописца угла. Тогда мы можем написать

$$S_1 = n \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n} \right), \quad (8)$$

где a_1 — абсцисса точки подвеса прибора.

Но так как, согласно уравнению (6),

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{sh} \left(\frac{x}{n} \right) = \operatorname{tg} \alpha, \quad (9)$$

то

$$S_1 = n \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Тангенс угла наклона троса к горизонту в точке подвеса прибора $\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right)$. Из последнего равенства получаем

$$n = \frac{S_1}{\operatorname{tg} \alpha_1},$$

и, следовательно,

$$P = \frac{p S_1}{\operatorname{tg} \alpha_1}, \quad (10)$$

так как $n = \frac{P}{p}$.

Таково выражение горизонтальной составляющей усилия, действующего на трос, как функции угла наклона последнего к горизонту.

Допустим, что величина угла α_1 изменяется от некоторого значения α_0 до $\alpha_0 \pm \Delta\alpha$, где $\Delta\alpha$ малая величина, и рассмотрим, как будет изменяться величина P . Для изменения величины P , которое будем называть ΔP , получим

$$\Delta P = P - P_1 = \frac{pS_1}{\operatorname{tg} \alpha_0} - \frac{pS_1}{\operatorname{tg}(\alpha_0 \pm \Delta\alpha)}$$

или

$$\Delta P = \frac{pS_1}{\operatorname{tg} \alpha_0} \cdot \left[1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg}(\alpha_0 \pm \Delta\alpha)} \right]. \quad (11)$$

Рассмотрим численный пример. Пусть $\alpha = 45^\circ$ и $\Delta\alpha = \pm 0^\circ 15'$; тогда, как это нетрудно подсчитать,

$$\Delta P = 0,009 pS_1,$$

т. е. ошибка составляет 0,9%.

Однако, вследствие очень быстрого изменения $\operatorname{tg} \alpha$ при возрастании угла наклона α , ошибка в пределах изменения α от 0 до 89° не остается постоянной, а меняется. Наименьшая ошибка в вычислении силы P получается в области углов наклона троса, равных $30-60^\circ$. В табл. 1 приведены величины ошибок для случая изменения $\Delta\alpha$, равного $\pm 0^\circ 30'$.

ТАБЛИЦА 1

Вычисление ошибки при измерении горизонтального усилия

№ по пор.	Углы наклона троса α°	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg}(\alpha + \Delta\alpha)^1$	$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \Delta\alpha)}$	Δp
1	0	0	0,00873	0	1,0
2	10	0,17633	0,18534	0,951	0,049
3	20	0,36397	0,37388	0,973	0,027
4	30	0,57735	0,58905	0,980	0,020
5	40	0,83910	0,85408	0,982	0,018
6	50	1,19175	1,21310	0,982	0,018
7	60	1,73205	1,76749	0,980	0,020
8	70	2,74748	2,82391	0,973	0,027
9	80	5,67128	5,97576	0,949	0,051
10	89	57,28996	114,58865	0,500	0,500

Из данных табл. 1 следует, что максимальная ошибка в определении P получается в области углов наклона $89^\circ - 89^\circ 30'$, что вполне естественно, ибо при углах, очень близких к 90° , тангенс угла наклона очень быстро возрастает.

Далее попытаемся установить функциональную зависимость величины перемещения судна как функции угла накло-

¹ $\Delta\alpha = \pm 0^\circ 30'$.

на троса. Будем при этом предполагать, что величина диаметра троса остается также постоянной. На поверхности водоема (при $y=H$) уравнение кривой равновесия принимает вид

$$H = n \operatorname{ch} \left(\frac{l}{n} \right) - n. \quad (12)$$

Отсюда следует

$$\frac{H}{n} + 1 = \operatorname{ch} \left(\frac{l}{n} \right). \quad (13)$$

Но так как $n = \frac{S}{\operatorname{tg} \alpha}$,

то

$$\frac{H}{S} \operatorname{tg} \alpha_1 + 1 = \operatorname{ch} \left(\frac{l}{S_1} \operatorname{tg} \alpha_1 \right),$$

откуда

$$l = \frac{S_1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \operatorname{Argch} \left[\frac{H}{S_1} \operatorname{tg} \alpha_1 + 1 \right]. \quad (14)$$

Равенство (14) представляет собой функциональную зависимость горизонтального сноса судна от угла наклона троса к горизонту, выведенную для случая троса постоянного диаметра.

Допустим, что α_1 изменяется от некоторого α_0 до $\alpha_0 \pm \Delta\alpha$, где $\Delta\alpha$ малая величина. Тогда для изменения l_1 будем иметь следующее выражение:

$$\Delta l = l - l_1 = \frac{S_1}{\operatorname{tg} \alpha_0} \operatorname{Argch} \left[\frac{H}{S_1} \operatorname{tg} \alpha_0 + 1 \right] - \frac{S_1}{\operatorname{tg} (\alpha_0 \pm \Delta\alpha)} \operatorname{Argch} \left[\frac{H}{S_1} \operatorname{tg} (\alpha_0 \pm \Delta\alpha) + 1 \right]$$

или

$$\Delta l = S_1 \left\{ \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} \operatorname{Argch} \left[\frac{H}{S_1} \operatorname{tg} \alpha_0 + 1 \right] - \frac{1}{\operatorname{tg} (\alpha_0 \pm \Delta\alpha)} \operatorname{Argch} \left[\frac{H}{S_1} \operatorname{tg} (\alpha_0 \pm \Delta\alpha) + 1 \right] \right\}. \quad (15)$$

Подсчитаем, какова ошибка в вычислении l , если

$\frac{H}{S_1} = 0,5$, угол отклонения троса $\alpha_0 = 40^\circ$ и колебания угла отклонения $\Delta\alpha = \pm 0^\circ 30'$.

В результате несложных выкладок получим $\Delta l = 0,028 S$, т. е. ошибка составляет 2,8%.

Определение собственных перемещений судна путем замера усилия, которое испытывает трос в точке его закрепления на палубе судна, а также угла наклона его к горизонтали в той же точке не обеспечивает достаточной степени точности вследствие того, что усилие T , которое испытывает трос в точке его закрепления на якорь, складывается из веса троса и силы дрейфа, т. е. сопротивления судна течению воды и ветру. Величина усилия колеблется от малых значений для малых глубин и небольших поверхностных течений до очень больших значений, порядка 20—30 т, в том случае, если глубина водоема велика. Поэтому прибор, с помощью которого производится измерение общего усилия, испытываемого тросом, должен иметь очень широкую измерительную шкалу порядка 1000—30000 кг.

Обеспечить точность в 1% на шкале с таким размахом чрезвычайно трудно. Если бы эта точность была достигнута, то она теряла бы свой смысл, потому что волнение поверхности водоема вызывает значительно большие колебания стрелки динамометра. Поэтому отсчеты по шкале прибора будут всегда грубо осредненными. Углы наклона троса в точке его закрепления на судне, обычно измеряемые помощью угломера, также отсчитываются грубо осредненно.

ТАБЛИЦА 2

Определение величины y_k ($P = 200$ кг)

k	$k \frac{a_k}{n_k}$	$k \frac{a_k}{n_k} \text{ ch } \frac{1}{n_k}$	$k \frac{a_k}{n_k} \text{ ch } \frac{1}{n_k}$	$n_{k-1} - n_k$	$\left(\frac{n_{k-1} - n_k}{k-1} \right) \frac{a_{k-1}}{\text{ch } \frac{1}{n_{k-1}}}$	B_k	y_k
1	3,38	14,64	4523,2	-307,7	- 307,7	- 307,7	4 215,5
2	3,75	21,12	5256,4	60,7	892,3	584,6	5 841,0
3	4,00	27,27	5735,0	29,6	627,5	1212,1	6 947,1
4	4,25	35,07	5851,2	50,73	1384,1	2596,2	8 447,4
5	4,47	43,52	6725,4	12,82	449,3	3045,5	9 770,9
6	4,52	45,92	5740,1	28,85	1255,6	4301,2	10 000

Поэтому при определении горизонтальной составляющей усилия (горизонтальный распор) мы, естественно, вносим ошибку, значительно превышающую 1%.

Метод учета поступательно-возвратных перемещений судна помощью самописцев угла наклона является наиболее точным, потому что на показания самописцев поверхностные течения и волнение влияют в очень незначительной степени. Кроме того, эти влияния могут быть всегда учтены с достаточной степенью точности.

В качестве примера решена следующая задача. При заданной глубине погружения якорного троса $H=10\,000$ м и заданной величине силы дрейфа P кг требуется определить:

- 1) необходимую длину S вытравленного ступенчатого троса;¹
- 2) абсциссы точек стыка секций и снос судна;
- 3) углы наклона троса в точках стыка секций, в случае, если P получает некоторое приращение.

Цифровые данные расчетов для случая горизонтальной силы (силы дрейфа) $P=200$ кг приведены в табл. 2—4, из которых виден и порядок расчета.

Из рассмотрения цифровых данных расчета, которые здесь не приведены, следует, что при изменении величины P от заданной (200 кг) в ту и другую сторону на 50 кг величина сноса судна меняется в среднем на 242 м, а угол наклона троса у поверхности изменяется в пределах $1^\circ 0'$. В случае, когда $P=2000$ кг, оказывается, что изменения ее в сторону увеличения и уменьшения на 100 кг вызывают изменения сноса судна в среднем на 170 м, в то время как угол у поверхности меняется также в пределах $1^\circ 0'$. Изме-

¹ Характеристика якорного троса

ТАБЛИЦА

D_k	14,0	15,5	17,0	18,5	20,0	21,5	23,0	24,5
S_k	4500	1630	1500	1300	1300	1200	1050	950
Q_k	2925	1300	1380	1560	1690	1600	1920	2155
P_k	0,65	0,81	0,92	1,20	1,30	1,60	1,83	2,27

где D_k — диаметр троса в мм;

S_k — длина секций троса в м;

Q_k — вес секции троса в кг;

P — вес единицы длины троса в кг.

ТАБЛИЦА 3
Вычисление сноса судна и углов пригиба троса ($P = 200$ кг)

k	S_k	P_k	n_k	$\frac{S_k}{n_k}$	$\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k \frac{u_i}{a_i-1}$	$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \text{sh} \frac{u_i}{a_i}$	$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{u_i}{a_i}$	$\frac{a_k}{n_k}$	a_k	$\text{tg } \alpha_k$	α_k°
1	4500	0,65	307,70	14,63	—	14,63	3,38	3,38	1046,03	14,63	86°05'
2	1600	0,81	247,0	6,48	14,63	21,11	3,75	0,37	91,39	21,11	87°17'
3	1500	0,92	217,40	6,15	21,11	27,26	4,00	0,25	54,35	27,26	87°54'
4	1300	1,20	166,67	7,80	27,26	35,06	4,25	0,25	41,67	35,06	88°22'
5	1300	1,30	153,85	8,45	35,06	43,51	4,47	0,22	33,85	43,51	88°41'
6	300	1,60	125,0	2,40	43,51	45,91	4,52	0,05	6,25	45,91	88°45'

нение угла наклона троса по длине вытравленного троса на заданной глубине в 10 000, м в случае малой силы дрейфа колеблется в пределах 3—4°; в случае большей силы дрейфа ($P=2000$ кг) диапазон углов колебания по глубине равен 20—25°.

Это обстоятельство дает возможность градуировать шкалу самописца наклона так, что гарантируется отсчет углов с точностью до 0°15'.

РАСЧЕТ СНОСА СУДНА ПО ЗАПИСЯМ САМО- ПИСЦА УГЛА

Перейдем теперь к рассмотрению метода и приема расчета сноса судна по данным записи самописца угла наклона.

Разберем сначала случай, когда трос состоит из одной секции, т. е. когда диаметр троса остается величиной постоянной для всего троса.

ТАБЛИЦА 4

Зависимости углов провисания троса от сноса судна ($P=200$ кг; $l=1273,5$ м)

5 м	l_k м	α_k°
4 500	1056,0	86°05'
6 100	1137,4	87°17'
7 600	1191,8	87°54'
8 900	1233,5	88°22'
10 200	1267,4	88°41'
10 500	1273,7	88°45'

РАСЧЕТ ОДНОЙ СЕКЦИИ И ПОСТРОЕНИЕ НОМОГРАММЫ

Полагаем, что длина вытравленного троса равна S и его диаметр D .

Исходные уравнения для расчета получим из равенств (3), (5) и (6).

Для одной секции троса будем иметь

$$\left. \begin{aligned} y &= n \operatorname{ch} \left(\frac{x}{n} \right) - n; \\ S &= n \operatorname{sh} \left(\frac{x}{n} \right); \\ \frac{dy}{dx} &= \operatorname{sh} \frac{x}{n} = \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Воспользовавшись соотношением между sh и ch выразим $\operatorname{ch} \frac{x}{n}$ через тангенс угла наклона, т. е.

$$\operatorname{ch} = \frac{x}{n} + \sqrt{1 + \operatorname{sh}^2\left(\frac{x}{n}\right)} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (17)$$

Тогда, принимая во внимание, что на поверхности $y=H$, $x=l$, и подставив $\operatorname{ch} \frac{x}{n}$ в первое уравнение (16), получим

$$H = n [\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1]$$

или

$$n = \frac{H}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1}. \quad (18)$$

Из второго и третьего уравнений (16) получим

$$\operatorname{sh}\left(\frac{l}{n}\right) = \frac{S}{n}. \quad (19)$$

Формулы (18) и (19) дают возможность вычислить по заданным глубине погружения якоря, длине вытравленного троса и углу наклона троса горизонтальное усилие и снос судна.

Считая глубину погружения якоря произвольным параметром, мы можем вычислить величины n и l для различных H при определенном α .

Нами проведен численный расчет для вычисления величин n и l по заданным $S = 4500$ м и значениям H от 2000 до 4200 м через 200 м. Данные расчета помещены в табл. 5 и 6.

На рис. 1 представлена номограмма, с помощью которой по данным глубине погружения якоря, длине вытравленного троса и углу наклона его к горизонту можно без каких-либо вычислений чрезвычайно просто определить величину

$$n = \frac{P}{p} \text{ и перемещение судна } l.$$

Номограмма построена следующим образом. По оси абсцисс отложены углы наклона троса в градусах, по оси ординат значения n .

Так как глубина погружения якоря H может быть различной, то величина $n = \frac{P}{p}$ подсчитана для различных значений H . Поэтому на номограмме имеется несколько кривых, каждая из которых соответствует определенной глубине

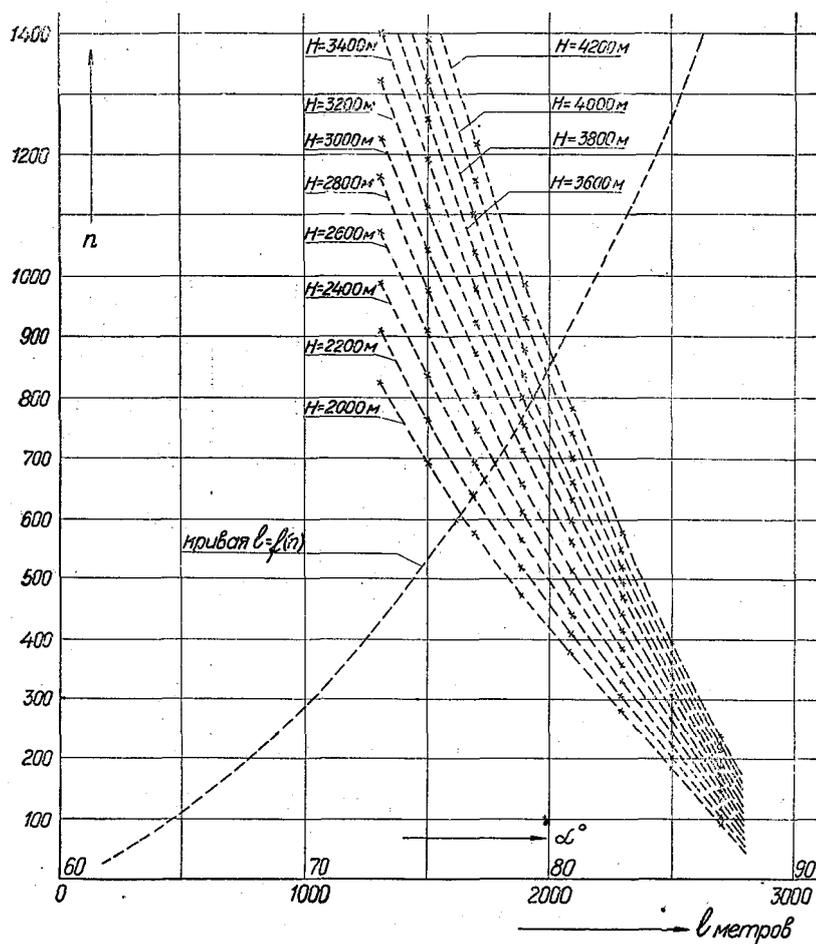


Рис. 1. Номограмма для расчета напряжения p и сноса судна l . (Одна секция троса $S=4500$ м.)

ТАБЛИ
Вычисление величины горизон

№ по пор.	α°	A	H=2000	H=2200	H=2400	H=2600	H=2800
1	61	0,9433	1886,6	2075,3	3263,9	2452,6	2641,2
2	63	0,8333	1666,6	1833,3	1999,9	2165,6	2333,2
3	65	0,7299	1459,8	1605,8	1751,8	1897,7	2043,7
4	67	0,6410	1282,0	1410,2	1538,4	1666,6	1794,8
5	69	0,5586	1117,2	1228,9	1340,6	1452,4	1564,1
6	71	0,4831	966,2	1062,8	1159,4	1256,1	1352,7
7	73	0,4132	826,4	909,0	991,7	1074,3	1157,0
8	75	0,3496	699,2	769,1	839,0	909,0	978,9
9	77	0,2898	579,6	637,6	695,5	753,5	811,4
10	79	0,2358	471,6	518,8	565,9	613,1	660,2
11	81	0,1855	371,0	408,1	445,2	482,3	519,4
12	83	0,1386	277,2	304,9	332,6	360,4	388,1
13	85	0,0955	191,0	210,1	229,2	248,5	267,4
14	87	0,0552	110,4	121,4	132,5	143,5	154,6
15	89	0,0173	35,6	39,20	42,7	46,3	49,80

ЦА 5

тального усилия $n = \frac{P}{p_k}$

$H=3000$	$H=3200$	$H=3400$	$H=3600$	$H=3800$	$H=4000$	$H=4200$
2829,9	3018,6	3207,2	3395,9	3584,5	3773,2	3961,9
2499,9	2666,6	2833,2	2999,9	3166,5	3333,2	3499,9
2189,7	2335,7	2481,7	2627,6	2773,6	2919,6	3065,6
1923,0	2051,2	2179,4	2307,6	2435,8	2564,0	2692,4
1675,8	1787,5	1899,2	2011,0	2122,7	2234,4	2346,1
1449,3	1545,9	1642,5	1739,2	1835,8	1932,4	2029,0
1239,6	1532,2	1404,9	1487,5	1570,2	1652,8	1735,4
1048,8	1117,7	1188,6	1258,6	1328,5	1398,4	1468,3
869,4	927,4	985,3	1043,3	1101,2	1159,2	1217,2
707,4	754,6	801,7	848,9	896,0	943,2	990,4
556,5	593,6	630,7	667,8	704,9	742,0	779,1
415,8	443,5	471,2	499,0	526,7	554,4	582,1
286,5	305,6	324,7	343,8	352,9	382,0	401,1
165,6	176,6	187,7	198,7	198,7	209,8	231,8
53,40	57,00	60,5	64,1	67,6	71,2	74,8

ТАБЛИЦА 6
Вычисление величины перемещения судна в (S=4500 м)

№ по пор.	n	$sh \frac{l}{n}$	$\frac{l}{n}$	l	№ по пор.	h	$sh \frac{l}{n}$	$\frac{l}{n}$	l
1	30	150,0	5,7038	171,11	16	1200	3,75	2,03	2436,0
2	50	90,0	5,1900	259,50	17	1400	3,2142	1,88	2632,0
3	60	75,0	5,0106	300,64	18	1600	2,8125	1,75	2800,0
4	80	56,25	4,72	377,60	19	1800	2,500	1,65	2970,0
5	100	45,00	4,50	450,00	20	2000	2,250	1,55	3100,0
6	150	30,00	4,09	630,50	21	2200	2,0454	1,46	3212,0
7	200	22,50	3,81	762,00	22	2400	1,8750	1,39	3336,0
8	300	15,00	3,40	1020,0	23	2600	1,7307	1,32	3432,0
9	400	11,25	3,11	1244,0	24	2800	1,6071	1,25	3500,0
10	500	9,00	2,89	1445,0	25	3000	1,5000	1,19	3570,0
11	600	7,50	2,71	1626,0	26	3200	1,4062	1,14	3648,0
12	700	5,428	2,58	1806,0	27	3400	1,3235	1,09	3706,0
13	800	5,625	2,41	1928,0	28	3600	1,2500	1,05	3780,0
14	900	5,00	2,29	2061,0	29	3800	1,1250	0,96	3840,0
15	1000	4,50	2,21	2210,0	30	4000	1,1250	0,96	3840,0

погружения якоря. Для всех глубин величина n колеблется от минимального значения n_{\min} до максимального n_{\max} .

В этом промежутке изменений n мы можем подсчитать величину сноса судна для заданной величины вытравленного троса, в нашем случае $S=4500$ м. Кривая $l=f(n)$ нанесена на номограмму, причем за ось абсцисс принята ось n , а ось ординат помещена несколько ниже оси, по которой отсчитываются градусы.

Порядок пользования номограммой рассмотрим на конкретном примере. Пусть в результате показаний самописца угла мы получили отметку угла наклона троса, равную $\alpha=75^\circ$, глубина погружения якоря при этом была равна $H=2200$ м.

Для определения величины перемещения судна, соответствующего данным показаниям самописца угла и глубины H , поступаем так. На оси абсцисс, по которой отложены углы наклона троса, находим точку, соответствующую 75° , из этой точки проводим вверх вертикальную прямую до пересечения с кривой; против которой стоит отметка $H=2200$ м. Из точки пересечения вертикальной прямой и кривой с отметкой $H=2200$ м проводим вторую прямую, перпендикулярную первой; эту прямую продолжаем до тех пор, пока она не пересечет кривую $l=f(n)$. Из точки их пересечения опускаем перпендикуляр на нижнюю прямую номограммы (ось отсчета l). Точка пересечения этого перпендикуляра с горизонтальной прямой и дает величину перемещения.

Для рассматриваемого нами частного случая l получилось равным 3130 м.

На номограмме ход определения сноса для частного случая показан пунктирными линиями.

РАСЧЕТ СНОСА СУДНА ДЛЯ СЛУЧАЯ ДВУХ СЕКЦИЙ ТРОСА

Представим себе, что якорный трос состоит из двух секций разного диаметра. Уравнения равновесия в этом случае, как известно, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= n \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) - n_1; \\ y_2 &= n \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) + (n_1 - n_2) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) - n_1. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Уравнения (20) написаны соответственно для стыка секций и поверхности водоема.

Следовательно, глубина погружения якоря будет равна

$$H = y_1 + y_2 \equiv n_1 \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) - n_1 + \\ + n_2 \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) + (n_1 - n_2) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) - n_1$$

или

$$H = (2n_1 - n_2) \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) + n_2 \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) - 2n_1. \quad (21)$$

На основании формулы (6) можем написать:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right)$$

и

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right),$$

где α_1 — угол наклона троса в месте стыка секций;
 α_2 — угол наклона троса у поверхности.

Кроме того, можем написать

$$\operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) = \sqrt{1 + \operatorname{sh}^2 \left(\frac{a_1}{n_1} \right)} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1}; \\ \operatorname{ch} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) = \sqrt{1 + \operatorname{sh}^2 \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right)} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2}.$$

Подставив значения ch из последних равенств в уравнение (21), получим

$$H = (2n_1 - n_2) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} + n_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} - 2n_1. \quad (22)$$

Известно, что вес единицы длины троса в воде (p_k) равен:

$$p_k = \frac{\pi D_k^2}{4} (\gamma - \gamma_1),$$

где γ — удельный вес материала троса и γ_1 — удельный вес воды. Следовательно

$$n_k = \frac{P}{p_k} = \frac{4P}{\pi D_k^2 (\gamma - \gamma_1)};$$

$$n_{k+1} = \frac{P}{p_{k+1}} = \frac{4P}{\pi D_{k+1}^2 (\gamma - \gamma_1)},$$

откуда

$$n_{k+1} = kn_k, \quad (23)$$

где коэффициент k равен $k = \left(\frac{D_{k+1}}{D_k} \right)^2$.

Принимая во внимание равенство (23), уравнение (22) можно представить в следующем виде:

$$H = n_1 [(2 - k) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} + k \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} - 2], \quad (24)$$

отсюда

$$n_1 = \frac{H}{(2 - k) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} + k \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} - 2}. \quad (25)$$

Таким образом, по показаниям самописцев угла, установленных в месте стыка секций троса и у поверхности, а также при заданной глубине погружения якоря можно без особого труда, пользуясь уравнением (25), определить величину n_1 . Перемещение судна l можно определить, используя уравнения (5), которые для случая троса, состоящего из двух секций, будут иметь вид

$$S_1 = n_1 \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right);$$

$$S_2 = n_2 \left[\operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) - \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) \right].$$

Или, если принять во внимание равенство (23), будем иметь

$$S_1 = n_1 \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right);$$

$$S_2 = kn_1 \left[\operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{kn_1} \right) - \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) \right]. \quad (26)$$

По найденному значению n_1 сначала определяем величину a_1 из первого уравнения системы (26), а затем, подставляя полученное значение a_1 во второе уравнение той же системы, находим a_2 . Сумма $a_1 + a_2$ дает, очевидно, величину перемещения судна l . Необходимо отметить, что n_1 есть

функция двух переменных параметров H и α , поэтому, если мы вычислим величину n_1 , допустим, для различных H , то перемещение судна также можем представить как функцию $l=f(n)$. Таким образом, имеется возможность построить номограмму для расчета перемещения судна для случая, когда трос составлен из двух секций.

Нами проделан численный расчет для частного случая, а именно: длина первой секции $S_1=4500$ м, диаметр троса ее $D_1=14$ мм; длина второй секции $S_2=1600$ м, ее диаметр $D_2=15,5$ мм.

Расчет проведен для глубин H от 3400 до 5400 м через 200 м. Данные вычислений помещены в табл. 7 и 8.

На рис. 2 приведена номограмма расчета сноса судна для случая двухступенчатого троса.

Из анализа уравнения (25) следует, что напряжение n_1 в случае определенной длины троса и определенной глубины погружения якоря обращается в нуль не при значении α_2 , равном 90° , как это кажется сначала, а при α значительно меньшем 90° , и затем n_1 становится величиной отрицательной.

Попытаемся установить предельное значение угла наклона троса у поверхности, при котором n_1 обращается в нуль. Для этой цели исключим $\operatorname{tg} \alpha_1$ из уравнения напряжения (n_1). Так как

$$S_2 = kn_1 \left[\operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right) - \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right) \right], \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} \right),$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right),$$

то

$$S_2 = kn_1 [\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1],$$

откуда

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 - \frac{S_2}{kn_1}. \quad (27)$$

Подставив полученное равенство в уравнение (24), после несложных преобразований будем иметь

$$n_1 = \frac{-(A_1 H + C) \pm \sqrt{(A_1 H + C)^2 - (A^2 - B_1^2)(H^2 - E^2)}}{A_1^2 - B_1^2}, \quad (28)$$

где H — глубина погружения якоря;

ТАБЛИЦА 7

Значение n_1 —случай двух секций троса ($S_1=4500$ м и $S_2=1600$ м)

α°	$H=3400$	$H=3600$	$H=3800$	$H=4000$	$H=4200$	$H=4400$	$H=4600$	$H=4800$	$H=5000$	$H=5200$	$H=5400$
61°	2498,9	2591,3	2688,1	2786,6	2880,9	2978,7	3076,0	3172,1	3268,9	3363,8	3463,8
63	2221,9	2304,2	2384,6	2474,2	2562,0	2647,6	2733,2	2816,2	2902,0	2987,7	3071,6
65	1961,3	2038,4	2114,3	2188,3	2264,8	2341,1	2414,2	2487,6	2564,5	2638,4	2713,2
67	1733,5	1801,9	1868,2	1933,1	2000,6	2064,8	2131,2	2197,2	2262,1	2328,3	2393,0
69	1523,8	1580,0	1637,6	1694,3	1752,9	1814,3	1867,0	1923,5	1981,6	2037,4	2094,2
71	1328,1	1376,8	1427,3	1475,9	1525,8	1544,0	1623,5	1672,0	1722,1	1770,4	1756,7
73	1142,3	1185,2	1227,3	1269,9	1312,2	1353,8	1396,1	1437,6	1479,8	1522,7	1563,1
75	971,8	1007,9	1045,1	1079,1	1116,1	1149,7	1186,3	1220,9	1257,7	1292,7	1327,7
77	811,2	842,3	871,4	901,3	932,4	960,1	988,8	1018,7	1048,1	1077,6	1106,5
79	664,3	687,7	712,0	735,3	759,2	781,5	807,3	831,1	852,7	878,6	903,2
81	525,0	543,5	562,8	580,6	599,9	619,0	637,9	655,9	674,2	694,5	693,5
83	394,7	401,3	422,4	436,4	450,1	464,0	478,4	—	—	—	—
85	271,9	282,0	292,4	301,9	309,6	—	—	—	—	—	—
87	157,4	164,0	55,4	—	—	—	—	—	—	—	—
89	50,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

ТАБЛИЦА 8
Определение перемещений l судна

№ по поп.	n_1	$\operatorname{sh} \frac{a_1}{n_1}$	$\frac{a_1}{n_1}$	a_1	Kn_1	$\frac{S_0}{Kn_1}$	$\operatorname{sh} \left(\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2} \right)$	$\frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{Kn_1}$	$\frac{a_2}{Kn_1}$	a_2	$l = a_1 + a_2$
1	50	90,00	5,19	259,5	40,750	39,260	129,260	5,56	0,37	15,1	274,6
2	100	45,00	4,50	450,0	81,500	19,630	64,630	4,85	0,36	29,3	479,3
3	200	22,50	3,81	762,0	163,000	9,815	32,315	4,17	0,36	58,7	820,7
4	300	15,00	3,40	1020,0	244,500	6,543	21,543	3,76	0,36	88,0	1108,0
5	400	11,25	3,20	1280,0	326,000	4,907	16,157	3,48	0,28	92,3	1371,3
6	500	9,00	2,89	1445,0	407,500	3,926	12,926	3,25	0,36	146,7	1591,7
7	600	7,50	2,71	1626,0	489,000	3,271	10,771	3,07	0,36	176,0	1802,0
8	700	6,43	2,56	1792,0	570,500	2,804	9,234	2,91	0,35	199,7	1991,7
9	800	5,63	2,41	1928,0	652,000	2,453	8,083	2,78	0,37	241,2	2169,2
10	900	5,00	2,31	2079,0	733,500	2,181	7,181	2,66	0,35	256,7	2335,7
11	1000	4,50	2,21	2210,0	815,000	1,963	6,463	2,56	0,35	285,3	2495,3
12	1200	3,725	2,02	2544,0	978,000	1,135	5,360	2,36	0,34	332,5	2776,5
13	1400	3,210	1,88	2632,0	1141,000	1,402	4,612	2,21	0,33	376,5	3008,2
14	1600	2,810	1,76	2816,0	1304,000	0,227	4,037	2,07	0,31	404,2	3220,2
15	1800	2,500	1,65	2970,0	1467,000	1,091	3,591	1,95	0,30	440,1	3410,1
16	2000	2,250	1,55	3100,0	1630,000	0,982	3,232	1,84	0,29	472,7	3592,7
17	2200	2,045	1,46	3212,0	1793,000	0,892	2,937	1,74	0,28	502,0	3774,0
18	2400	1,874	1,39	3336,0	1956,000	0,818	2,697	1,72	0,33	645,5	3981,5
19	2600	1,736	1,32	3432,0	2119,000	0,755	2,491	1,64	0,32	678,1	4110,1
20	2800	1,610	1,25	3500,0	2292,000	0,701	2,311	1,57	0,32	730,2	4230,2
21	3000	1,500	1,19	3570,0	2445,000	0,654	2,154	1,57	0,32	782,4	4352,4
22	3200	1,406	1,14	3648,0	2608,000	0,613	2,019	1,45	0,31	808,5	4456,5
23	3400	1,326	1,09	3706,0	2771,000	0,577	1,901	1,40	0,31	859,0	4565,0
24	3600	1,250	1,05	370,80	2934,000	0,545	1,795	1,35	0,30	880,2	4660,2

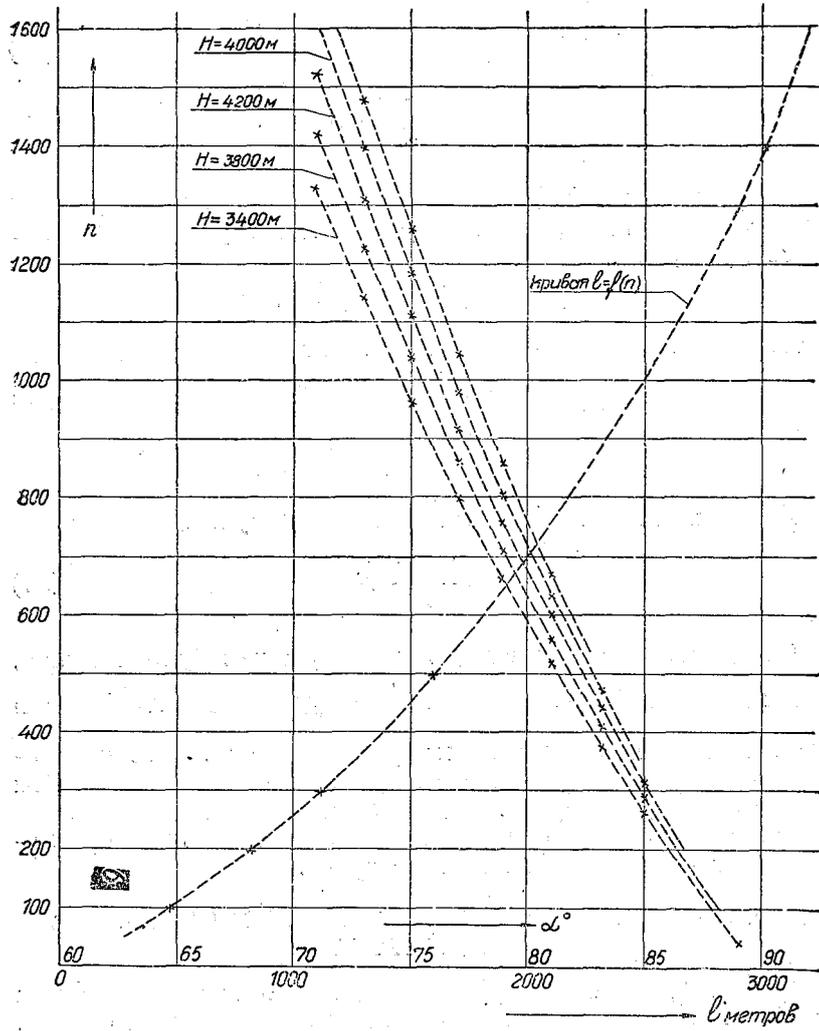


Рис. 2. Номограммы для расчета напряжения n и сноса судна l . (Две секции троса $S_1=400$ м и $S_2=1600$ м.)

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 2 - k\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2}; \\ B_1 &= (2-k)\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2}; \\ C &= \frac{(2-k)^2}{k} S_2 \operatorname{tg} \alpha_2; \\ E &= \frac{2-k}{k} S_2. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Из уравнения (28) следует, что n_1 может обратиться в нуль только тогда, когда второй член дискриминанта будет равен нулю, т. е.

$$(A^2 - B^2)(H^2 - E^2) = 0.$$

А это может быть в том случае, когда

$$H^2 - E^2 = 0 \quad (30)$$

или

$$H = E.$$

Воспользовавшись равенствами (29) получим

$$H = \frac{2-k}{k} S_2. \quad (31)$$

Следовательно, когда глубина погружения будет меньше, чем величина $\frac{2-k}{k} S_2$, напряжение будет отрицательным и судно начнет перемещение к нулевой точке, т. е. к положению устойчивого равновесия, несмотря на то, что на самом деле на него действует какая-то сила дрейфа.

Однако эта сила оказывается малой величиной сравнительной с составляющей от веса троса.

РАСЧЕТ СНОСА СУДНА В СЛУЧАЕ КАКОГО УГОДНО ЧИСЛА СЕКЦИЙ ТРОСА

Рассмотрим теперь общий случай определения сноса судна, т. е. будем полагать, что трос составлен из n секций. Условимся считать, что самописцы угла наклона закреплены в каждом стыке секций и у поверхности.

Тогда, пользуясь общим выражением для тангенсов углов наклона троса [см. равенства (6) для различных глубин погружения самописцев], получим следующие равенства:

$$v_1 = n_1 [\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} - 1];$$

$$y_2 = n_1 [k_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} + (1 - k_1) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} - 1];$$

$$y_3 = n_1 [k_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_3} + (1 - k_2) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} + \\ + (k_1 - k_2) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} - 1];$$

.....

$$y_n = n_1 k_n \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_n} + \sum_1^{n-1} (k_{n-1} - k_n) \\ \sum_1^{n-1} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{n-1}}.$$

Глубина погружения якоря, очевидно, будет равна сумме всех y_n , т. е.

$$H = \sum_1^n y_n.$$

Если обозначить постоянные (для заданного случая) множители при n_1 в правых частях вышенаписанных равенств соответственно через A_1, A_2, \dots, A_n , то глубина H может быть выражена так:

$$H = n_1 \sum_1^n A_n, \quad (32)$$

где

$$A_1 = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} - 1;$$

$$A_2 = k_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} + (1 - k_2) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} - 1;$$

$$A_n = k_n \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_n} +$$

$$+ \sum_1^{n-1} (k_{n-1} - k_n) + \sum_1^{n-1} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{n-1}},$$

где k_1, k_2, \dots, k_n — соответственно переходные коэффициенты тросов.

Таким образом, величина n определяется по заданным глубине погружения якоря, диаметрам тросов и углам наклона его секций.

Затем, пользуясь уравнениями (5), находим величину перемещения каждого прибора (a_n). Суммируя a_n , получим величину перемещения судна l :

$$l = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n. \quad (33)$$

ЛИТЕРАТУРА

- Н. Н. Сысоев. О методике измерения течений в океане. 1946. Фонды Инст. океанологии Акад. Наук СССР.
В. Л. Позднюнин. Корабельная архитектура. Судовые устройства, вып. II-IV. Л., 1932.
-

К ВОПРОСУ ОБ ИЗУЧЕНИИ ВЕТРОВОГО ПОЛЯ АТМОСФЕРЫ С ПОМОЩЬЮ ТЕРМОАНЕМОМЕТРА

Л. Г. Качурин

Для изучения структуры быстро меняющегося во времени и пространстве поля ветра требуются мгновенные и точечные измерения вектора скорости ветра. Для измерения вертикальной составляющей скорости ветра требуется дистанционный анемометр большой чувствительности.

Одним из наиболее совершенных методов измерения скорости ветра является метод электрического термоанемометра. В числе схем такого анемометра есть следующая. Тонкая платиновая нить накаливается электрическим током и включается в схему термометра сопротивления (электротермоанемометр). Благодаря малым габаритам датчика, малой инерционности, большой чувствительности, дистанционности эта схема дает наибольшие возможности для измерения малых скоростей и пульсаций скоростей потоков.

Однако, несмотря на большое количество работ, посвященных измерению неустановившихся потоков с помощью электротермоанемометров, эту задачу в приложении к атмосферным условиям следует считать нерешенной. Решение осложняется наличием широкого спектра пульсаций скоростей и резко выраженной температурной неоднородностью естественного турбулентного потока.

Как известно, тепловой баланс нити в воздушном потоке определяется уравнением

$$0,24 J^2 r = (4\pi\lambda c_p \rho R v)^{1/2} \cdot (t_1 - t_2), \quad (1)$$

где J — сила тока накала нити;

r — сопротивление единицы длины нити;

λ — теплопроводность воздуха;

c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении;

ρ — плотность воздуха;

R — радиус нити;

v — скорость воздушного потока;

t_1 — температура нити;
 t_2 — температура потока.

Это уравнение справедливо при $Rv > 0,018 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$.

При меньших Rv справедливо уравнение

$$0,24 J^2 r = \frac{2\pi \lambda (t_1 - t_2)}{\ln \frac{\lambda e^{1-\lambda}}{2 \rho c_p Rv}}. \quad (2)$$

Отметим обстоятельства, являющиеся препятствием при конструировании электротермоанемометров.

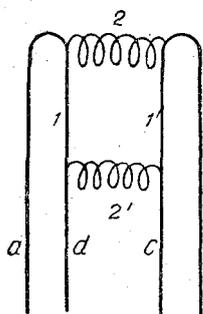


Рис. 1.

1. Изменение температуры потока сдвигает градуировочную кривую (теплоотдача нити пропорциональна $t_1 - t_2$). Применение высоких температур накала уменьшает эффект ($t_1 - t_2 \rightarrow t_1$ при $t_1 > t_2$), но приводит к быстрому износу нитей. Кроме того, сильный накал нити искажает поле скорости и увеличивает инерцию датчика.

2. Градуировочные кривые термоанемометров имеют большую кривизну (например при методе $t_1 - t_2 = \text{const}$, $\frac{dJ}{dv} \sim \frac{1}{J\sqrt{v}}$),

поэтому термоанемометры не могут работать в большом диапазоне скоростей. Известные методы спрямления градуировки связаны со значительным усложнением схемы прибора.

В настоящей статье на примере двух осуществленных нами анемометров разбирается возможность частичного преодоления указанных выше затруднений при выборе схемы прибора.

В а р и а н т I

Датчик (рис. 1) представляет собою платиновый мост сопротивлений 1, 2, 1', 2', укрепленный на штырях a, b, c, d, которые являются подводщими проводами моста. 1 и 1' — тонкие нити (принимающие); 2 и 2' — нити в несколько раз большего диаметра (компенсаторы). Датчик четырехжильным кабелем соединяется с распределительным щитком.

Электрическая схема анемометра иллюстрируется рис. 2, градуировочная кривая приведена на рис. 3.

При разомкнутой кнопке прибор работает по кривой I (малые скорости), при замкнутой—по кривой II (большие

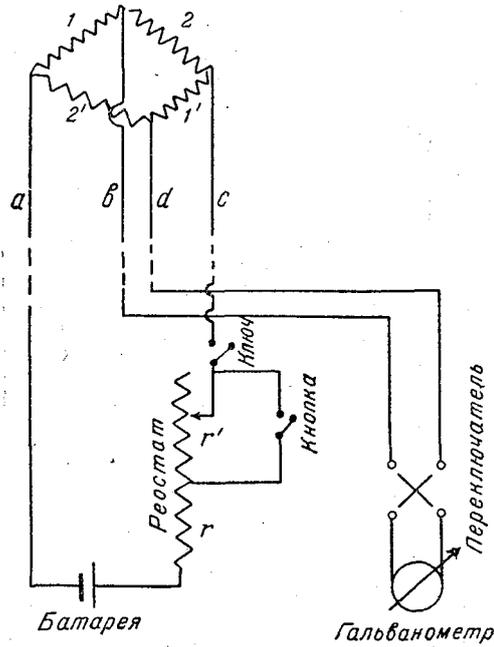


Рис. 2.

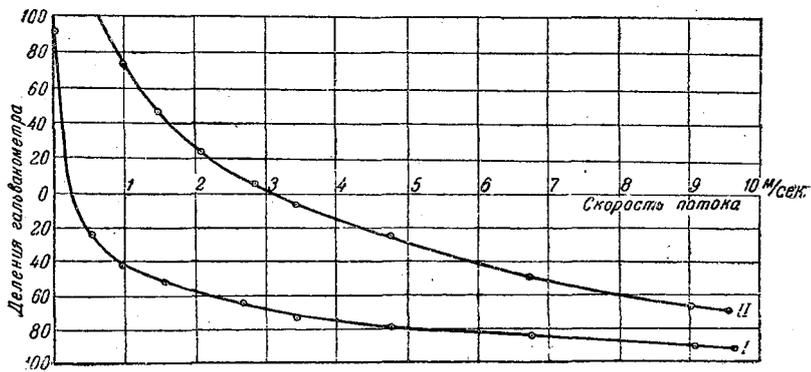


Рис. 3.

скорости). Система двух шкал позволяет работать с одним датчиком в большом диапазоне скоростей.

При заданной токовой нагрузке принимающих нитей чув-

ствительность анемометра максимальна; это снижает рабочий накал принимающих нитей.

Вариант II

Самокомпенсация температурных пульсаций воздушного потока в схемах с нитями разных диаметров несовершенна вследствие разной тепловой инерции нитей, а работа с двумя шкалами неудобна в естественных условиях, особенно при включении в схему самописца.

Предлагаемый вариант II позволяет при помощи спрямления градуировки значительно расширить диапазон измерений при одной шкале и улучшить самокомпенсацию изменения температуры воздушного потока.

Датчик (рис. 4) представляет собою платиновые нити 1, 2, приваренные в точках x' , x , y , y' к стоечкам, которые являются продолжением подводящих проводов a , b , c .

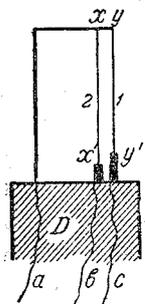


Рис. 4.

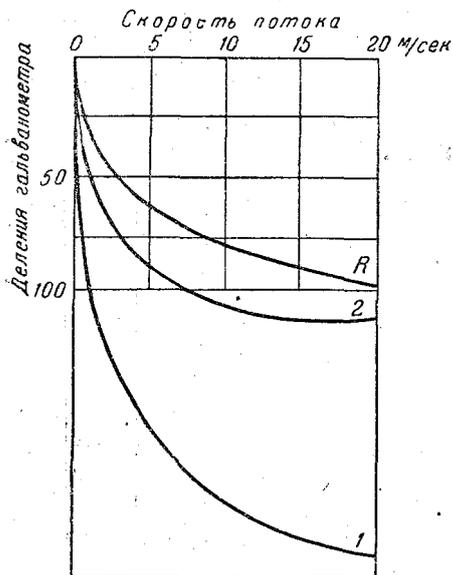


Рис. 5.

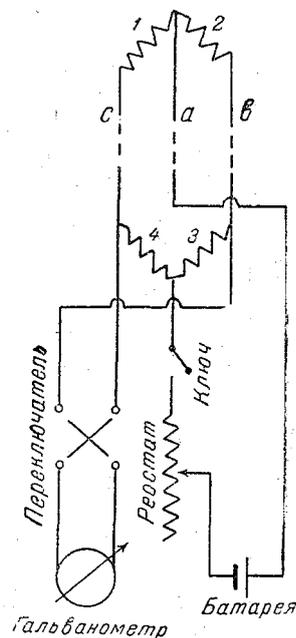


Рис. 6.

Нити 1, 2 — два соседних плеча моста сопротивлений, два других плеча которого (3, 4 — см. рис. 6) монтируются либо внутри держателя D (рис. 4), либо в распределитель-

ном щитке. Напряжение на указывающем приборе будет определяться разностью чувствительностей к потоку нитей 1, 2.

Аналитический расчет градуировочной кривой является довольно сложной задачей на совместное решение уравнения I или II и уравнений Кирхгофа.

Рассмотрим схему экспериментального подбора длин нитей и тока накала при заданной чувствительности на концах интервала измерений (рис. 5). Абсцисса графика — ско-

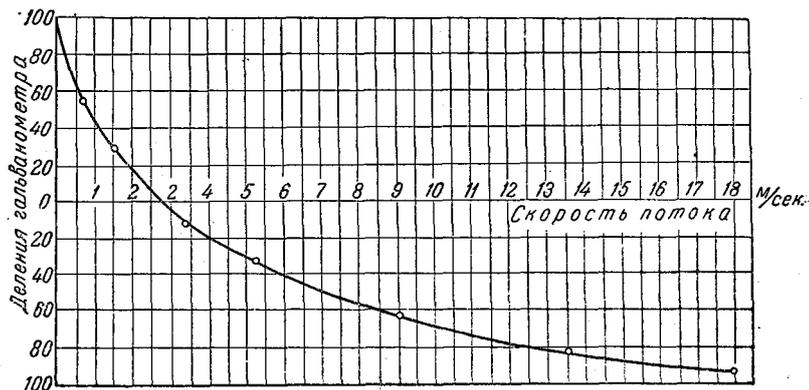


Рис. 7.

рость воздушного потока, ордината — напряжение на указывающем приборе в делениях шкалы. Кривая 1 соответствует $r_2 = \text{const}$ (сопротивление нити 2, рис. 4); кривая 2 соответствует $r_1 = \text{const}$ (сопротивление нити 1, рис. 4).

Если сопротивления r_1 и r_2 в несколько раз больше, чем сопротивления r_3 и r_4 (рис. 6), то ординаты напряжения на указывающем приборе (кривая R) при $r_1, r_2 \neq \text{const}$ равны разности соответствующих ординат кривых 1 и 2. При этом наклон кривой (градуировочная кривая анемометра) на нижнем пределе меньше, а на верхнем пределе равен наклону кривой 1.

Удачным подбором параметров можно добиться значительного расширения интервала измерений с почти постоянной относительной точностью. Такой прием особенно удобен в логометрических схемах.

В заключение даем схему (рис. 6) и градуировочную кривую (рис. 7) прибора, построенного на указанном принципе. Предлагаемое улучшение градуировочной кривой может применяться в любой схеме прибора, предназначенного для измерения пульсирующих потоков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Г. Качурин. Авторское свидетельство СССР № 77788. 1948.
 2. J. V. King. On the convection of heat from small cylinders in stream of fluid. 1914.
 3. С. Г. Попов. Измерение воздушных потоков. 1947.
-

АННОТАЦИИ
ДИССЕРТАЦИЙ, ЗАЩИЩЕННЫХ В ЛЕНИНГРАДСКОМ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ

В. И. Бушук: Синоптико-аэрологические условия
возникновения и развития антициклонов, формирующихся
в массах арктического воздуха

(Кандидатская диссертация, защищена 17 IV 1947)

На основании анализа синоптических и аэрологических материалов за 1934—1939 гг. в работе рассмотрены необходимые и достаточные условия возникновения и развития заключительных антициклонов в арктическом воздухе. Такими условиями являются образование устойчивого деформационного поля, в которое должны входить два центральных (высоких) циклона, и развитие (регенерация) возмущения на арктическом фронте, возникшем в этом деформационном поле. Указанные условия определяют адвективные и динамические процессы, которые приводят к антициклональному преобразованию деформационного поля и к возникновению и развитию заключительного антициклона. Найденные условия позволяют предвидеть возникновение и развитие заключительного антициклона за два-три дня до вхождения на континент.

При вхождении антициклонов на континент Европы западный центральный циклон располагается в районе Исландии, а восточный — в районе Таймырского полуострова.

Образование (наличие) центрального циклона на западе указывает на прекращение циклонической деятельности на арктическом фронте к востоку от него и позволяет определить последний член циклонической серии на арктическом фронте перед вхождением заключительного антициклона. Образование (наличие) центрального циклона в районе Таймырского полуострова приводит к устойчивой и длительной адвекции холода из арктического бассейна после развития (регенерации) возмущения на арктическом фронте, возникшем в деформационном поле.

Частое образование центрального циклона в районе Таймырского полуострова подтверждается сезонными и месячными картами среднего распределения давления в периоды с наибольшим количеством вхождений заключенных антициклонов.

В. Н. Сварчевский: Дистанционная аэродромная
метеорологическая станция для обслуживания авиации

(Кандидатская диссертация, защищена 12 VI 1947)

В связи с развитием сети воздушных сообщений возникла необходимость создания компактной дистанционной метеорологической станции для обслуживания авиации. Основными требованиями, предъявляемыми

к такой станции, являются надежность работы, необходимая точность измерений и простота в устройстве и эксплуатации, не требующая высококвалифицированного обслуживающего персонала.

В работе представлен обзор существующих в СССР и за границей метеорологических приборов, работающих на различных принципах, и рассмотрены основные методы их использования.

Ввиду неудовлетворительной работы контактов было тщательно исследовано влияние на них со стороны их формы, типа, материала, рабочей нагрузки и внешних условий. Результаты исследований показали преимущество роликово-точечного контакта перед остальными.

В датчиках температуры, влажности и осадков хорошие результаты были достигнуты применением потенциометрического сопротивления со свободной контактной стрелкой, прижимающейся в момент отсчета.

Особое внимание при разработке станции было обращено на выбор наиболее надежной и простой электрической схемы. Испытания показали, что наиболее выгоднейшей схемой в данном случае является схема с применением логометра в качестве прибора, показывающего скорость ветра, температуру, влажность и осадки. На логометрическую схему меньше всего влияет изменение сопротивления соединительных проводов, следовательно, показания прибора являются более точными.

Обобщенные результаты исследований дали возможность разработать первый вариант дистанционной аэродромной метеорологической станции для обслуживания авиации, которая была изготовлена и испытана в лабораторных и полевых условиях.

Б. М. Гальперин. Радиационный баланс Нижнего Поволжья за вегетационный период

(Кандидатская диссертация, защищена 20 VI 1947)

В работе рассматриваются две задачи:

1. Улучшение методики приближенных расчетов притока солнечной радиации.

2. Расчет радиационного баланса засушливой зоны Европейской части СССР — Нижнего Поволжья, где основным процессом, определяющим термический режим летнего времени, является трансформация (прогревание) воздушных масс под воздействием подстилающей поверхности.

Проведен анализ существующих методов приближенных расчетов притока солнечной радиации, показавший, что наиболее удовлетворительным является метод С. И. Савинова, позволяющий оценить отдельно суммы прямой и рассеянной радиации; этот метод применим и при наличии коротких рядов гелиографических наблюдений.

Получены формулы, дающие возможность определить приход прямой солнечной радиации в безоблачный день более точно, особенно при небольших высотах солнца, чем общепринятые таблицы Анго и Миланковича.

Проведен анализ материалов по рассеянной радиации, обнаруживший, что имеющиеся в литературе данные недооценивают эту часть солнечной энергии.

Выяснено, что погрешность в определении облачности сравнительно мало сказывается при вычислении суммарного притока радиации; устойчивость последнего очень велика, что позволяет при расчетах использовать данные за короткий период.

Составлены таблицы соотношения между действительным и возможным месячным приходом суммарной радиации, в зависимости от степени облачности и рассеивающей способности облачного покрова.

Принятая в данной работе методика определения притока солнечной радиации может быть применена для приближенных расчетов по Европейской части СССР.

Произведено определение месячных сумм прямой и рассеянной радиации для нескольких пунктов, расположенных в различных частях Нижнего Поволжья, начиная от лесостепи и кончая полупустыней. При расчетах использованы радиационно-климатические характеристики, полученные по материалам наблюдений в Саратове.

Обнаружено, что повышенный приток прямой солнечной радиации является одной из особенностей засушливого климата Нижнего Поволжья. Значительно возрастая с северо-запада на юго-восток, приток прямой радиации в полупустынной зоне оказывается выше, чем в более южных районах Европейской части СССР, уступая лишь Средней Азии.

Исходя из результатов измерений альbedo различных угодий, производившихся в течение всего теплого периода в Саратове, а также некоторых литературных данных, определен радиационный приход: суммы поглощенной подстилающей поверхностью солнечной радиации.

Вследствие большого альbedo полупустынной зоны (светлые глинисто-солонцовые и песчаные почвы) сглаживается различие в радиационном приходе отдельных районов Нижнего Поволжья.

Радиационный расход — эффективное излучение подстилающей поверхности — в Нижнем Поволжье за весь теплый период превышает все остальные расходные статьи общего теплового баланса, вместе взятые: расход тепла на испарение, прогревание почвы и воздуха.

В связи с возрастанием температуры земной поверхности и уменьшением облачности эффективное излучение возрастает к югу. В результате радиационный баланс подстилающей поверхности на большей части территории Нижнего Поволжья оказывается одинаковым, а в полупустынной зоне он даже несколько ниже. Пониженное значение радиационного баланса, вследствие высоких значений альbedo и температуры поверхности и малой облачности, получено для Ташкента при сравнении его с Павловском (Ленинградская область) в период с наибольшим притоком солнечной радиации (май—сентябрь).

Поток конвективного тепла, поступающий в атмосферу от подстилающей поверхности, в Нижнем Поволжье возрастает с северо-запада к юго-востоку вследствие уменьшения расхода тепла на испарение, что показано на примере схемы теплового баланса для лесостепной и полупустынной зон.

П. И. Смирнов. К вопросу о восходящем скольжении и форме облачности теплового фронта

(Кандидатская диссертация, защищена 27 V 1948)

Целью работы являются критическое рассмотрение различных теорий восходящего скольжения теплого воздуха по фронтальной поверхности и исследование с новой точки зрения формы облачности теплового фронта.

В работе рассматриваются теории, предложенные Штюве (восходящее скольжение за счет существования изаллобарических центров в нижней стратосфере) и Экснером, теория малых колебаний стационарной поверхности разрыва Кочина, теория восходящего скольжения за счет конвергенции изаллобарического градиента у фронта. Автором показано, что все эти теории не учитывают влияния пограничного слоя атмосферы и поэтому не могут дать правильного анализа физических причин восходящего скольжения на фронте. Именно вследствие этого все эти теории

приводят к подтверждению старой классической схемы облачности теплого фронта, т. е. к непрерывной по вертикали системе Cs—As—Ns.

Используя работы советских метеорологов, посвященные изучению пограничного слоя атмосферы, а также идею подсчета вертикальной скорости, высказанную Прандтлем, автор проводит анализ причин восходящего скольжения и считает таковыми изменение ветра с высотой в пограничном слое атмосферы, изменение ветра во фронтальной зоне, а также степень устойчивости воздушных масс и величину барического градиента у фронта. Выше пограничного слоя, где трением практически можно пренебречь, важнейшую роль в образовании надфронтальной облачности играют инерционные движения у фронта.

Анализируя форму восходящего скольжения на теплом фронте, автор считает, что облачность теплого фронта должна быть по вертикали не сплошной, а многоярусной, т. е. должно иметь место чередование облачных слоев с безоблачными прослойками. Этот факт автор подтверждает анализом синоптического материала ЦИП и аэрологического материала ЦАО и Морской обсерватории в Гамбурге.

Наиболее типичной автор считает трехъярусную систему облачности (не считая, однако, обязательным в любом случае наличие именно трех ярусов).

Первый, наиболее мощный слой (2—2,5 км), дающий осадки, — Ns второй слой мощностью 1—1,5 км, также часто дающий осадки, — As и, наконец, третий слой — Cs. Эти слои разделяются безоблачными прослойками, мощность которых часто достигает несколько сот метров.

В заключение, в соответствии с указанным выше, автор предлагает новую схему облачности теплого фронта.

И. А. Янковский. Опыт исследования температуры и плотности воздуха стратосферы

(Кандидатская диссертация, защищена 27 V 1948)

Работа представляет собою аэроклиматологическое описание нижнего слоя стратосферы над Европейской частью Союза и Западной Европой.

В работе дается краткий обзор предыдущих исследований строения верхних слоев атмосферы. Далее показано, что радиационная ошибка, входящая в данные температурных зондирований, мала. Кроме того, исследованы колебания высоты нижней границы стратосферы и ее температуры.

На базе обширного табличного материала и большого числа графиков и карт исследовано вертикальное и горизонтальное распределение температуры в нижнем слое стратосферы и ее годовой ход. Сделан краткий анализ средних градиентов температуры по вертикали над различными широтами.

Кроме того, исследовано распределение давления и плотности воздуха в нижнем слое стратосферы над Европейской частью Союза на основе подробных таблиц.

С. И. Титов. Опыт применения критерия Ричардсона к анализу устойчивости атмосферы

(Кандидатская диссертация, защищена 28 II 1946)

В 1920 г. Ричардсон теоретически определил энергетические условия для возрастания и затухания атмосферной турбулентности. Условия эти определяются соотношением притока кинетической турбулентной энергии от среднего ветра и ее диссипацией при турбулентном перемешивании и записываются в форме неравенства

$$\mu \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right] > \eta \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z},$$

(где μ — коэффициент турбулентности обмена количества движения; $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$, $\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}$ — изменение осредненных компонентов скорости с высотой; η — коэффициент турбулентной теплопроводности; θ — потенциальная температура; g — ускорение силы тяжести), называемого в литературе критерием турбулентности Ричардсона. Ряд физических соображений, лежащих в основе вывода его, показывает, что критерий турбулентности Ричардсона является более обобщенным критерием устойчивости атмосферы, чем температурный градиент.

В работе дан вывод критерия турбулентности для более общих условий в атмосфере, когда турбулентное перемешивание приводит к перераспределению масс воздуха по высоте (когда имеет место конечный перенос масс через рассматриваемую поверхность). Для указанных условий получен критерий турбулентности атмосферы в следующей форме:

$$\left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right] > \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + C_p \frac{T}{\theta^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2.$$

Второе слагаемое члена неравенства, стоящего справа, определяет величину турбулентной диссипации, вследствие конечного переноса массы (вертикального потока массы), при вертикальном перемешивании.

Кроме того, в работе дан обзор теоретических и экспериментальных исследований по проверке и применению критерия Ричардсона к различным метеорологическим проблемам.

По результатам обработки базисных шаропилотных наблюдений и змейковых подъемов метеорографов получены средние значения характеристик притока кинетической турбулентной энергии и ее диссипации. Последние результаты, а также наблюдения других авторов (Сеттон, Дерст, Хейвуд) указали на наличие тесной связи числа Ричардсона

$$R_i = \frac{g \frac{\partial \ln \theta}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2}$$

с турбулентным состоянием атмосферы, что опре-

деляет критерий Ричардсона как универсальный параметр атмосферной турбулентности.

Л. Т. Матвеев. Теория распределения и суточного изменения скорости ветра в пограничном слое атмосферы

(Кандидатская диссертация, защищена 20 II 1947)

1. В работе решена задача о суточном изменении скорости ветра в пограничном слое атмосферы под влиянием изменяющегося в течение суток состояния турбулентного обмена внутри этого слоя при постоянстве в течение суток скорости потока и турбулентного обмена в свободной атмосфере. Особенности суточного изменения скорости ветра удовлетворительно объяснены теорией.

2. Решение нестационарной задачи приведено в новой постановке при строгом выполнении граничных условий.

3. Дано решение задачи о распределении скорости ветра по высоте

внутри пограничного слоя (решение стационарной задачи) при двух предположениях относительно закона изменения коэффициента обмена по высоте. Проведенное сравнение предложенной модели *A*, физически вполне обоснованной, с моделью *B* показало, что практически с вполне достаточной степенью точности можно пользоваться результатами расчета профиля ветра по модели *B*. Выяснены причины этого обстоятельства.

4. Решена задача расчета профиля ветра только по наземным данным. Решение ее получено в результате совместного решения задачи о распределении и суточном изменении скорости ветра.

5. Выяснено, при каком законе в отношении изменения коэффициента обмена с высотой можно получить высоту обращения скорости ветра в ее суточном изменении. Высота обращения получена как в результате решения нестационарной, так и стационарной задачи. В последнем случае ее определение сведено к знанию только наземных данных об изменении скорости ветра.

6. Подробно рассмотрен вопрос о зависимости угла наклона вблизи поверхности земли от внешних параметров задачи и состояния турбулентного обмена в приземном слое атмосферы. Дано объяснение ряда особенностей в изменении угла наклона, ранее отсутствовавшее.

С. С. Гайгеров. К вопросу об исследовании атмосферы на свободных аэростатах

(Кандидатская диссертация, защищена 4 VII 1946)

Первые главы работы посвящены обзору старых научных полетов аэростатов. Особенно подробно описываются старые, мало известные полеты в России — Гарнеререна в 1803 г. и Захарова в 1804 г. Затем показано постепенное совершенствование методики простейших метеорологических наблюдений на аэростатах, переход к применению аспирации приемников температуры и влажности и их защиты от радиации (Гей-Люссак, Уэлш, Рыкачев, Ассман).

Далее приводятся описание и научные результаты исследований на аэростатах в России, проведенных во второй половине прошлого столетия. Показана роль в развитии научного воздухоплавания русских ученых-аэронавтов. Дан обзор трудов Поморцева. Среди них особо отмечена организация первого одновременного полета трех аэростатов в 1892 г. Поморцев показал мощь арктического вторжения в тылу циклона, убывание ее при растекании, формирование антициклона из двух воздушных масс. Исследование Поморцева трактуется как первый опыт трехмерного анализа в истории синоптической метеорологии.

Особая глава дает результаты исследования атмосферы в международные аэрологические дни в России и за границей. Отмечено значение непосредственных наблюдений на аэростатах в развитии зарождавшейся аэрологической сети. Приведен факт составления первой высотной карты по данным одновременных аэростатных подъемов. Изложены методика и результаты использования аэростатов для изучения атмосферного электричества, актинометрических наблюдений, распределения ядер конденсации, измерения вертикальных движений.

Далее в одной из глав автор останавливается на длительных свободных полетах, представляющих интерес для прослеживания траекторий воздушных масс, эволюции их свойств, задерживающих и переходных слоев, облачных систем и т. п. Приводятся наиболее длительные полеты, их синоптическая обстановка. Автор останавливается и на вопросах увеличения возможной длительности свободных полетов.

Дается также краткое изложение опыта использования аэростатов применительно к современным задачам метеорологии, проведенного при

полетах на аэростатах в Центральной аэрологической обсерватории накануне Великой Отечественной войны. Освещается вопрос использования основного свойства аэростатов — перемещения вместе с потоком воздуха — для изучения неадвективных изменений характеристик воздушных масс, а также их траекторий. Приведены примеры групповых и одиночных полетов для целей исследования трансформации воздушных масс, давших впервые величины неадвективных изменений метеорологических элементов и попытки анализа некоторых причин трансформации. Показаны траектории нескольких воздушных течений в случае относительно однородных воздушных масс и при наложении масс различного происхождения.

Наконец последняя и самая большая глава работы посвящена описанию и синоптико-аэрологическому анализу результатов свободного полета 13—16 марта 1941 г., продолжавшегося около трех суток.

После изложения цели полета, оборудования аэростата, синоптической обстановки, предшествующей полету, автор дает систематическое описание своих наблюдений в полете и их предварительных результатов за каждые сутки полета, в неразрывной связи с развитием синоптического процесса. Полет происходил из Москвы в район севернее Новосибирска, в массах арктического воздуха большой вертикальной мощности, с большой скоростью смещавшихся в тылу одного, затем другого циклона.

Отсутствие существенных различий в направлении и скорости потоков на разных высотах позволило получить неадвективные изменения метеорологических элементов в нижнем слое кАВ. Удалось показать, что суточный ход метеорологических элементов и влияние подстилающей поверхности охватывали лишь нижние 500 м этой воздушной массы. Выше сказывались результаты вертикальных смещений и обмена с более высокими слоями воздуха, с которыми не летел аэростат, и влияние адвекции поэтому на них не исключалось.

Результаты наблюдений при полете над Уралом позволили осветить некоторые вопросы орографических влияний меридиональных хребтов Южного Урала на мощный западно-восточный перенос. Приведен пример подъема задерживающего слоя над горами. Описаны наблюдения над облаками препятствий. Приведены указания о наличии явления фена на Южном Урале. Результаты наблюдений в третьи сутки полета показали быстрое растекание, уменьшение мощности АВ и вследствие этого уменьшение характеристик воздушных масс на различных высотах.

Проекция траектории аэростата показала путь АВ в течение трех суток. Методом термоизоплет и временных разрезов удалось впервые проследить суточный ход температуры за время полета, свободный от влияния горизонтальной адвекции, а также показать развитие приземных инверсий и эволюцию других задерживающих слоев и слоев перехода.

О. Г. Крича к. Типы синоптических процессов Европы и их применение к задачам обрезанной карты

(Кандидатская диссертация, защищена 4 VII 1946)

Исходя из представлений о синоптических процессах какого-либо района, как о проявлениях в этом районе черт атмосферной циркуляции большого порядка, и рабочей гипотезы о существовании ограниченного количества основных форм атмосферной циркуляции, автор ставит задачу создания системы типовых синоптических процессов, их признаков и характеристик условий погоды, как методической основы прогноза погоды по обрезанной синоптической карте для районов, не освещаемых в военное время метеорологическими данными. Первым этапом такой

задачи является полная типизация всех возможных синоптических процессов, которая и выполнена настоящей работой.

В качестве контрольного испытания дается примерный анализ условий погоды различных районов для двух типовых процессов. В приложении к работе приводятся каталог схем типовых процессов и календарь их осуществления за несколько лет.

И. И. Гайворонский. Электропроводимость нижних слоев тропосферы

(Кандидатская диссертация, защищена 15 XI 1945)

В работе дается подробный критический анализ литературы, посвященной проводимости атмосферы.

На основе литературных данных показано, что основными факторами, определяющими проводимость атмосферы, являются радиоактивность и прозрачность атмосферы. Наибольшее влияние на проводимость атмосферы оказывает прозрачность воздуха. Систематические наблюдения проводимости, произведенные в свободной атмосфере, до настоящего времени в литературе не освещены.

В работе сообщаются результаты наблюдений проводимости в свободной атмосфере на привязном аэростате в течение июня, июля и августа 1936 и 1937 гг. Параллельно с наблюдениями в свободной атмосфере проводились наземные наблюдения проводимости.

В работе также показан характер изменения проводимости с высотой, а также зависимость проводимости атмосферы от стратификации последней. Кроме того, обнаружена зависимость проводимости от запыленности воздушных масс и, следовательно, от типа последних.

Четкой связи проводимости с абсолютными значениями температуры и давления воздуха не установлено.

М. М. Архангельский. Некоторые вопросы стока осадков по поверхности водосбора

(Кандидатская диссертация, защищена 13 XII 1945 г.)

Работа посвящена рассмотрению понятия времени добегания, уже основательно вошедшего в обиход гидрологических расчетов и прогнозов, и построению карт изохрон. Вопрос этот является весьма актуальным, так как позволяет уточнить существующие методы прогнозов и расчетов паводковых гидрографов и максимальных расходов.

В обзорной части рассматриваются существующие методы расчетов и прогнозов упомянутых величин: эмпирические и полуэмпирические формулы (Кейстлина, НТК, НКПС, Срибного, Протодьяконова и других) и новейшие методы расчетов и прогнозов, связанные с использованием понятия времени добегания (проф. М. А. Великанова и проф. Д. Л. Соколовского). Сравнение тех и других позволяет сделать заключение о плодотворности введения в методику гидрологических прогнозов и расчетов паводкового стока понятия времени добегания как интегральной характеристики и условий стекания осадков по поверхности водосбора. В связи с этим автор ставит перед собой две задачи:

1. Рассмотрение свойств времени добегания как характеристики стекания.

2. Составление достаточно простой и объективной методики построения карт изохрон.

Разбивая объем жидкости, стекающей по поверхности, на элементарные объемы (частицы) и прослеживая их движение, автор рассматривает

время добегания, связанное с данной движущей частицей. Такое определение позволяет считать время добегания, наравне с другими гидромеханическими характеристиками, непрерывной и однозначной (рассматривая время как параметр) функцией точки. Автор доказывает теоремы, необходимые для обоснования построения изохрон, рассматривает производные кривые $\frac{d\omega}{d\tau} = f(\tau)$; $\omega = \omega(\tau)$, которыми пользуются в расчетах прогнозов

паводкового тока, и устанавливает их физическое содержание, а также физические допущения, которые необходимо сделать относительно характера движения жидкости по поверхности, чтобы иметь право считать их постоянными для данного водосбора. Автор доказывает две теоремы: 1) для плоского движения жидкости с потенциалом скоростей обладают свойством сохранения; 2) если мы выберем замыкающий створ таким образом, что он во всех точках будет перпендикулярен входящим в него линиям тока, то линии равного времени добегания совпадут с изопотенциалами.

Эти теоремы позволяют предложить простой и в то же время объективный метод построения изохрон, который сводится: 1) к построению изопотенциалов на поверхности водосбора, принимаемых за изохроны относительно водотока; 2) к расчету времени добегания вдоль одной из линий наибольшего уклона, пересекающей изопотенциалы, и к расчету его вдоль тальвега; 3) к трансформации изохрон относительно водотока в изохроны относительно створа.

Далее автор рассматривает движение жидкости тонким слоем по склону. Являясь струйчатым, движение это, тем не менее, может быть в расчетах заменено движением некоторой фиктивной жидкости, стекающей непрерывным слоем. Составляются уравнения движения этой фиктивной жидкости таким образом, чтобы расход и давление фиктивной жидкости на элементарной площадке соответственно равнялись таковым для реальной жидкости:

$$\frac{\alpha}{2gx} \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dS} \right) = i(s) - \frac{ku}{H} - \frac{u^2}{c^2 R},$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial (uH)}{\partial S} - (h - p) = 0, \text{ где } h - p = f(t),$$

и даются выражения для скорости, как решения этого общего уравнения для частных случаев установившегося процесса стекания: 1) при сопротивлении, зависящем от первой степени скорости.

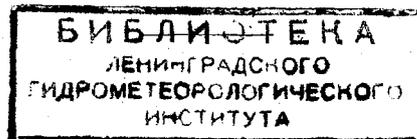
$$u^2 = \frac{2}{AS \frac{2k}{Af(t)}} \int_0^S i(s) S \frac{2k}{Af(t)} dS; \quad A = \frac{\alpha}{2gx};$$

2) при сопротивлении, зависящем от квадрата скорости

$$u^2 = \frac{2}{A \left[\frac{2S}{c^2 R f(t)} - 1 \right]} \int_0^S i(s) \frac{2S}{c^2 R f(t)} dS.$$

СОДЕРЖАНИЕ

Ю. М. Алехин. Методика вычисления суточных сумм теплового баланса снеготаяния	3
Д. Л. Лайхтман. Предвычисление суточного хода влажности в приземном слое атмосферы	42
Б. В. Горелик и Е. П. Гершт. О возможных применениях термисторов для измерения некоторых гидрометеорологических величин	55
Н. А. Желудев. Расчет оперения гидрометрических вертушек	71
Н. А. Желудев. Вычисление поправок для учета собственных перемещений стоящего на якоре судна	93
Л. Г. Качурин. К вопросу об изучении ветрового поля атмосферы с помощью термоанемометра	121
Аннотации диссертаций, защищенных в Ленинградском Гидрометеорологическом институте.	127



Подписано к печати 21-IX-1950 г. М-29157. Печ. л. 8,5. Уч. л. 10,5.
Тираж 700+50 отд. отт. Заказ 705.

Типография Ленинградского Государственного Университета им. А. А. Жданова,
Ленинград, Университетская набережная, 7/9.