Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

МЕЖВУЗОВСКИЙ СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

ВЫПУСК 82

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени М. И. КАЛИНИНА

ЛЕНИНГРАД
1983

Метеорологические прогнозы. Сборник научных трудов. — Л., изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 169. (ЛГМИ).

В сборник включены работы, посвященные анализу и прогнозу полей метеорологических величин и явлений погоды. Обсуждаются вопросы совершенствования гидродинамических и физико-статистических краткосрочных и долгосрочных прогнозов. В ряде статей рассматриваются особенности распределения облачности по спутниковым данным, рассматриваются методы автоматической обработки первичной метеорологической информации.

Сборник рассчитан на научных работников, аспирантов и студентов гидрометеорологических институтов и географических факультетов университетов, а также на специалистов в области метеорологических прогнозов.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

УДК 551.(576.1+509.33+513)

П. Н. БЕЛОВ, Е. И. РОЗАНОВА (МГУ)

ОБЛАЧНОСТЬ И ОСАДКИ В ТРОПИЧЕСКОЙ ЗОНЕ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЗАЦИИ КУЧЕВОЙ КОНВЕКЦИИ

В численных моделях общей циркуляции атмосферы и при численном прогнозе погоды расчеты полей метеоэлементов производятся по уравнениям гидротермодинамики на сетке точек с шагом, значительно превышающим горизонтальные размеры мезо- и микроявлений Это приводит к тому, что при решении систем уравнений, описывающих крупномасштабные движения, не учитываются процессы малых пространственных масштабов.

В настоящее время производят оценку суммарного вклада того или иного атмосферного явления в процессы более крупного масштаба, т. е. это явление параметризуют. Интегральный эффект ансамбля процессов [2] выражают через макромасштабные переменные, заданные в узлах сетки, и таким образом исправляют и уточняют решения, полученные согласно численной модели.

Учет конвективных движений и сопутствующих им явлений (выделения скрытой теплоты конденсации, выпадения осадков) в численных моделях также производят с помощью параметризационных схем. Некоторые методы параметризации в той или иной степени отражают физику процесса образования облаков кучевых форм. В настоящей работе способ параметризации влажной конвекции, учитывающий как вовлечение окружающего воздуха в кучевое облако на нижних и средних уровнях, так и выброс массы влажного воздуха в верхней его части, рассматривается с точки зрения модели кучевого облака и применяется независимо от численной модели атмосферы.

Используемая методика параметризации разработана на кафедре метеорологии и климатологии МГУ. Она представляет собой усовершенствованный П. Н. Беловым и А. Ю. Щербаковым [1] метод Х. Куо [8], основанный на гипотезе проникающей конвекции.

В отличие от метода Х. Куо в данной методике учитывается процесс вовлечения в облако воздуха из окружения в нижней части облака и «выброс» воздуха из облака в его верхней части. При этом так же, как в работе [6] предполагается, что облако состоит из «ядра» и «оболочки». Взаимодействие же облака с окружением происходит в зоне оболочки.

В основу модели кучевого облака положены следующие допущения:

1) конвекция развивается при наличии мощного слоя с условно-неустойчивой стратификацией и при конвергенции потоков в подоблачном слое;

2) нижней границей кучевого облака считается уровень конденсации, верхняя граница совпадает с уровнем, для которого поток массы в облаке становится равным нулю;

3) облако состоит из теплого, защищенного ядра, не перемешивающегося с окружением, и оболочки;

4) ядро состоит из воздуха, поднимающегося псевдоадиабатически от основания облака;

5) площадь, занимаемая ядром облака в единицу времени, определяется потоком массы в облаке;

6) на нижних и средних уровнях облака оболочка состоит из вовлекаемого воздуха, на верхних — из выбрасываемого;

7) вся сконденсировавшаяся в облаке влага мгновенно выпадает в осадки.

Уровень конденсации z_k, а следовательно и нижняя граница облака определяется по формуле Ферреля

$$z_k = 122(t_0 - \tau_0),$$

где t_0 и τ_0 температуры воздуха и точки росы у земной поверхности в °С, а z_k выражено в метрах.

Поток влаги на нижней границе облака формируется под действием горизонтальной конвергенции влаги в слое от земной поверхности с давлением p_s до нижней границы облака с давлением $p_в$ и испарения с земной поверхности и выражается в виде

$$I = -\frac{1}{g} \int\limits_{p_в}^{p_s} \nabla \, (\vec{V}q) \, dp + Q_s,$$

где $\vec{V}$ — вектор горизонтальной скорости ветра; q — удельная влажность; ∇ — оператор Гамильтона,

$$Q_s = \rho \, C_D \, |\vec{V}_s| \, \delta q,$$

где ρ — плотность воздуха; $\vec{V}_s$ — вектор ветра у земной поверхности; C_D — коэффициент; δq — разность удельной влажности у земной поверхности и на верхней границе приводного слоя ($z \approx 75$ м).

Принимается, что после начала конденсации изменение температуры поднимающегося в облаке воздуха происходит по влажноадиабатическому закону. При отличии градиента температуры окружающего воздуха от влажноадиабатического происходит усиление или ослабление вертикального подъема воздуха в облаке, что в конечном счете и приводит к формированию верхней границы облака.

Процессы вовлечения в облако в его нижней части и выброса воздуха из облака в его верхней части существенным образом сказываются на восходящих движениях в облаках и приводят к тому, что высота верхней границы облака оказывается ниже уровня конвекции. В работе [1] оба эти процесса учитываются с помощью специальной итерационной процедуры.

Не останавливаясь на описании вычислительной процедуры, отметим лишь, что конечно-разностная аппроксимация уравнений модели производилась по данным 20 уровней: от поверхности земли до поверхности 50 гПа.

В результате расчетов по методике вычисляются нижняя и верхняя границы облака, процент покрытия неба облаком, вертикальная скорость, интенсивности осадков и притоков тепла.

Очевидно, что применение методики имеет смысл лишь в тех районах, где в пограничном слое атмосферы на достаточно больших площадях наблюдается конвергенция воздушных потоков. К таким районам относятся тропики. В тропической зоне сходимость воздушных течений формирует крупномасштабные поля упорядоченных вертикальных движений. При этом кучевые облака развиваются до значительных высот, нередко достигая тропопаузы.

Расчет параметров конвекции по облачной модели проводился по данным аэрологического зондирования атмосферы, полученным в Атлантическом тропическом эксперименте (АТЭП) на полигоне АВ. Полигон представлял собой область океана в Восточной Атлантике правильной шестиугольной формы и располагался между 5—12° с. ш. и 20—27° з. д. (рис. 1). В вершинах шестиугольника и в его центре находились научно-исследовательские суда, на которых проводились метеорологические наблюдения. Вертикальные профили дивергенции ветра, температуры, удельной влажности и плотности воздуха, необходимые для расчетов, относились к центру полигона. Параметры конвекции, полученные в результате численного эксперимента, определялись также для центральной точки полигона АВ. Для расчетов были взяты данные за сроки 0, 6, 12, 18 ч. по среднему гринвичскому времени за весь период III фазы АТЭП (30.08—19.09.74). Параметры конвекции, таким образом, были вычислены для 80 ситуаций. Анализ расчетного материала показал, что в период III фазы АТЭП верхняя граница модельного облака во всех случаях находилась ниже уровня конвекции, рассчитанного по адиабатической модели и составляющего 150—100 гПа. Верхняя граница облака изменялась от 800 до 200 гПа, нижняя — от 984 до 957 гПа. В 64% ситуаций модельное облако имело расчетную мощность менее 5 км и только в 10% случаев — более 9 км. Выпадение конвективных осадков отмечалось в 48 ситуациях из 80. Интенсивность осадков колебалась от $0{,}1 \cdot 10^{-5}$ до $15{,}0 \cdot 10^{-5}$ мм/с.

Незначительные колебания нижней границы модельного облака обусловлены малоизменяющимися значениями температуры и точки росы у поверхности океана. Вертикальное развитие конвективной облачности тесно связано с высотой, интенсивностью и мощностью инверсий. В [3] обнаружено свойство тропической атмосферы иметь три устойчивых уровня задерживающих слоев, причем они существуют не только в пассатной зоне, но и в районе внутритропической зоны конвергенции (ВЗК). Поэтому в тропической зоне наблюдаются облака, резко различающиеся по высоте верхней границы. Это либо пассатные, подынверсионные облака, развивающиеся до уровня 3 км, либо мощные кучевые, верхняя граница которых достигает высот 7—12 км.

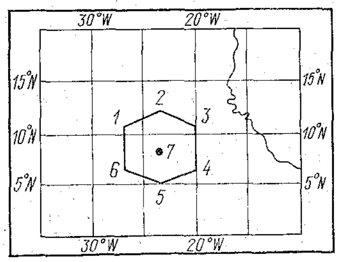


Рис. 1. Схема расположения судов на полигоне АВ в III фазе АТЭП. Под номерами обозначены суда: *1* — «Прибой»; *2* — «Академик Королев»; *3* — «Порыв»; *4* — «Эрнст Кренкель»; *5* — «Профессор Зубов»; *6* — «Океан»; *7* — «Профессор Визе»

Расчетные параметры конвекции сопоставлялись с данными наблюдений за состоянием облачности (балл, формы облаков) и гидрометеорологическими явлениями, которые проводились ежечасно на научно-исследовательском судне «Профессор Визе» (см. рис. 1). При сопоставлении расчетных и фактических данных считалось, что параметры конвекции вычислялись за 3—6 ч. до развития конвективного процесса в реальной атмосфере. Это объясняется тем, что согласно используемому в работе параметризационному методу интенсивность влажной конвекции главным образом определялась крупномасштабной влаги в подоблачном слое. Расчет конвергенции влаги относится к начальному моменту формирования процесса конвекции. Естественно предположить, что между крупномасштабной конвергенцией влаги в подоблачном слое и максимальным развитием конвективного процесса должен существовать сдвиг по времени. В данной работе, так же как и в [4], он полагался равным 3—6 ч.

Использование для расчетов последовательности сроков наблюдений позволило получить временной ход параметров модельного облака. На рис. 2 приводятся фрагменты зависимостей интенсивности конвективных осадков и верхней границы облака от времени.

При анализе графиков выделяются периоды, различающиеся значениями параметров конвекции. Со 2 по 6 сентября (см. рис. 2) отмечаются наибольшие величины интенсивности осадков — до $15 \cdot 10^{-5}$ мм/с. Повторяемость значений интенсивности осадков, превышающих $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ мм/с составила 45%. В 4 случаях из 20 осадки не выпадали. Верхняя граница модельного облака в рассматриваемый период также достигала своих максимальных значений — в половине случаев она превосходила уровень 500 гПа. С 7 по 11 сентября резко уменьшается повторяемость конвективных осадков. Величина их интенсивности не превышает $0{,}4 \cdot 10^{-5}$ мм/с. Модельное облако в этот период не развивается выше уровня 750 гПа. Отмечаются случаи, когда вертикальная мощность облака меньше используемого в модели шага по вертикали, равного 50 гПа. Тогда считается, что конвективный процесс происходит, но осадки не выпадают. Верхнюю границу облака в данной ситуации отождествляют с его нижней границей.

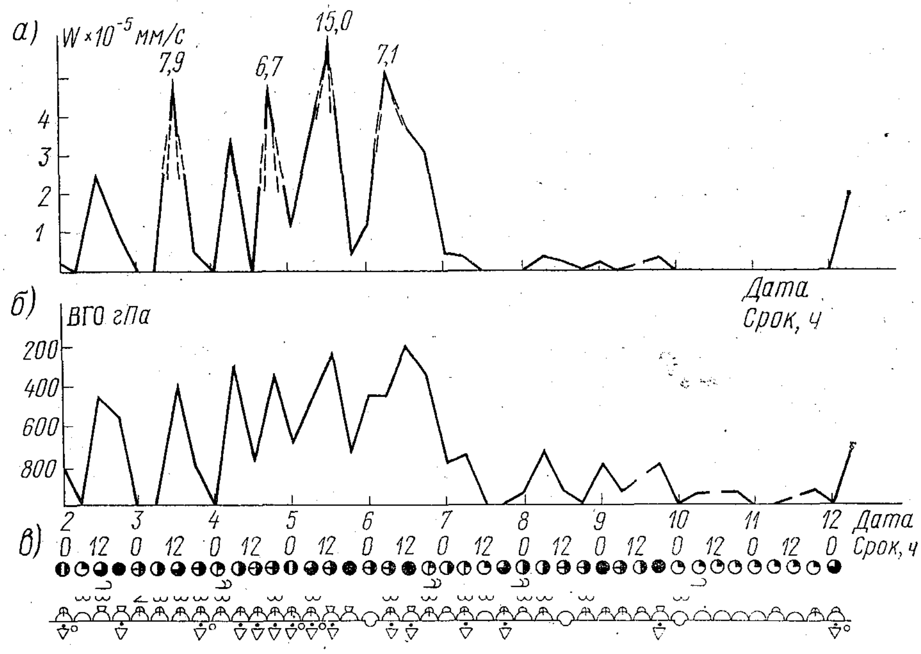


Рис. 2. Временной ход: *а*) интенсивности конвективных осадков (*W*); *б*) верхней границы модельного облака (ВГО); *в*) балла нижней облачности, форм облаков, осадков по наблюдениям на НИС «Профессор Визе» со 2 по 12 сентября 1974 г.

Фактическое состояние облачности (см. рис. 2, *в*) находится в соответствии с периодами развития конвективных процессов различной интенсивности. Со 2 по 6 сентября преобладали мощные кучево-дождевые облака. В большинстве случаев балл нижней облачности был более пяти. В эти дни резко возрастала повторяемость осадков по сравнению с другими периодами. Со 2 по 6 сентября дождь отмечался в 50% случаев. В периоды ослабления или отсутствия конвекции увеличивалась повторяемость плоских, средних и мощных кучевых облаков. С 7 по 11 сентября дождь отмечался только в четырех случаях, характерный балл облачности равнялся двум—пяти.

Спутниковая информация, помещенная в [7], позволяет проследить динамику ВЗК в районе полигона АВ. Выделенные периоды по расчетным данным находятся в полном соответствии с периодами «развитой» и «размытой» ВЗК. В период со 2 по 6 сентября ВЗК находилась в стадии обострения, проходила через центр полигона или несколько севернее центра, и представляла собой облачные полосы и скопления. В период с 7 по 11 сентября облачные скопления либо размывались, либо смещались к северу или к северо-западу.

Представляет интерес определение числа совпадений различных метеорологических ситуаций по результатам расчетов и наблюдений. Для этого все расчетные и фактические случаи разбивались на сходные классы по степени развития конвекции. Главным критерием при разделении на классы был факт наличия или отсутствия дождя. Это разделение осуществлялось следующим образом. К классу «кучевая облачность с осадками» относились случаи, когда мощность модельного облака превышала 50 гПа. К классу «кучевая облачность без осадков» — сроки, когда по всем диагностическим признакам конвективный процесс развивался, но разрешающая способность метода превосходила размеры облака. Предполагается, что в подобных случаях формируются низкие конвективные облака, не дающие осадков. В третий класс попали ситуации с отсутствием конвекции.

Данные наблюдений разбивались на классы по такому принципу: за случай с дождем принимался факт наличия осадков через 3—6 ч. после атмосферного зондирования, в класс «безоблачно» попали ситуации, когда над центром полигона облачность не превышала 2—3 баллов и наблюдались облака «хорошей погоды».

Результаты сопоставления метеорологических ситуаций по расчетам и наблюдениям сведены в таблице. Метеорологические ситуации, по расчету относящиеся к классу «кучевая облачность с осадками», наилучшим образом совпадают с фактическими данными (совпадение отмечается в 32 случаях). В 15 ситуациях, когда по расчету выпадали осадки, в фактической погоде они отсутствовали. Это объясняется тем, что в основу используемого для расчета метода положено допущение — вся сконденсировавшаяся в облаке влага мгновенно выпадает в виде осадков. Такое предположение приводит к тому, что расчетных ситуаций с дождем на 10 больше, чем фактических.

Следовало бы ожидать, что 15 расчетным ситуациям с дождем должны соответствовать наименьшие значения интенсивности осадков. На самом деле это не так: в половине случаев они превосходят $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ мм/с. В то же время в 14 из 32 совпавших ситуациях интенсивность конвективных осадков не превышала этой величины. Но независимо от факта выпадения дождя почти во все сроки по наблюдениям отмечалась мощная кучево-дождевая облачность.

Число случаев (над чертой) и повторяемость в процентах (под чертой) совпадений различных метеорологических ситуаций по результатам расчетов и наблюдений

Метеорологическая ситуация по наблюдениям	Метеорологическая ситуация по расчету			
	кучевая облачность с осадками	кучевая облачность без осадков	отсутствие конвекции	всего случаев
Кучевая облачность с осадками	$\frac{32}{67}$	$\frac{2}{17}$	$\frac{4}{20}$	38
Кучевая облачность без осадков	$\frac{15}{31}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{4}{20}$	25
Безоблачно	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{12}{60}$	17
Всего случаев	48	12	20	80

Ситуации, «неблагоприятные» для применения метода параметризации и относящиеся к классу «отсутствие конвекции», в 60% случаев совпадали с периодами «размытой» ВЗК. Это подтверждает правильность предположения о том, что крупномасштабная конвергенция влаги в подоблачный слой определяет интенсивность влажной конвекции.

При разделении на классы метеорологических ситуаций по результатам расчетов и наблюдений не учитывалась мощность облаков, а принимался во внимание факт наличия или отсутствия дождя. Это обусловлено тем, что осадки над тропическими районами океанов выпадают как из высоких, так и из низких «теплых» кучевых облаков из-за большого влагосодержания [1].

По материалам фактических наблюдений не представлялось возможным разделить облака по мощности их вертикального развития. Такое деление было проведено для модельных облаков. Установлено, что в 21 случае из 32 дождь выпадал из мощных облаков, верхняя граница которых превышала 5 км. В остальных случаях осадки формировали низкие облака с верхней границей порядка 2—3 км.

Из таблицы следует, что общее число совпадений различных ситуаций по результатам расчетов и наблюдений составляет 62%, а число совпадений близких ситуаций — 81%.

Проведем более подробный анализ и сравнение рассчитанных параметров конвекции и фактических данных на примере одной ситуации: за 06 ч. 6 сентября 1974 г. (время наблюдения по Гринвичу). Выбор этого срока обусловлен тем, что 6 сентября ВЗК имело обостренный характер. Над большей частью полигона наблюдались облачные скопления (рис. 3).

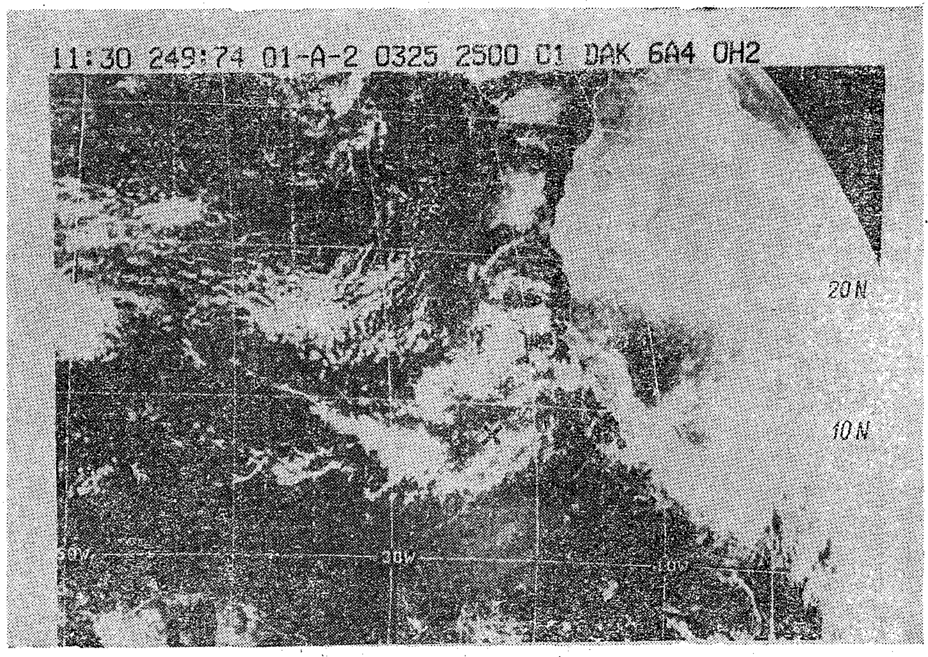


Рис. 3. Состояние облачности над Восточной Атлантикой (X — местоположение НИС «Профессор Визе») по наблюдениям с геостационарного спутника в 11 ч 30 мин гринвичского времени 6 сентября 1974 г.

По данным расчета в этот срок над полигоном отмечалась условно-неустойчивая температурная стратификация атмосферы. Мощность конвективно-неустойчивого слоя равнялась 175 гПа. Расчет этой характеристики определялся по методике, изложенной в [5]. Конвергенция влаги в подоблачном слое и вертикальная скорость на уровне 900 гПа составила соответственно $0{,}3 \cdot 10^{-4}$ кг/м$^2 \cdot$с и $1{,}7 \cdot 10^{-2}$ м/с. Термодинамические условия атмосферы привели к тому, что модельное облако развилось до поверхности 450 гПа. Именно на этом уровне произошла смена знака крупномасштабной вертикальной скорости (рис. 4). По-видимому, это послужило одной из причин того, что модельное облако в своем развитии не достигло уровня конвекции, равного 150 гПа.

На рис. 4 приведены профили интенсивности притока тепла и относительной площади, занимаемой облаками в единицу времени. Профиль интенсивности притока тепла имеет три максимума на уровнях 900, 600 и 450 гПа и два минимума на поверхностях 800 и 500 гПа. Наибольшее значение интенсивности притока тепла отмечается на уровне 600 гПа и составляет $5{,}6 \cdot 10^{-2}$ Дж/кг·с, наименьшее — $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ Дж/кг·с.

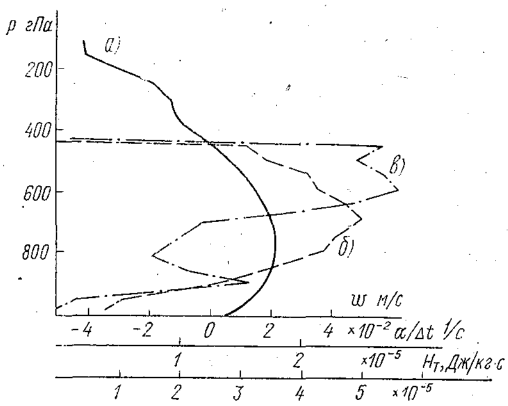


Рис. 4. Термодинамические условия модельного облака:
а) профиль вертикальной скорости (w), б) профиль относительных площадей, занимаемых облаком в единицу времени $\left(\frac{\alpha}{\Delta t}\right)$, в) профиль интенсивности притоков тепла (H_T) в 6 ч гринвичского времени 6 сентября 1974 г.

Для вертикального распределения относительных площадей, занимаемых облаком в единицу времени, характерно плавное увеличение значений от уровня конденсации до поверхности 700 гПа, а затем такое же равномерное их уменьшение до нуля на уровне 450 гПа. Относительная площадь покрытия неба облаками в единицу времени определяется потоками массы в ядре и в оболочке и характеризует степень вовлечения окружающего воздуха в облако. Таким образом, наибольших размеров оболочка достигает на уровне 700 гПа, где величина относительной площади, занимаемой облаками в единицу времени, составляет $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ 1/с. Такое интенсивное развитие вовлечения относительно сухого воздуха в облако приводит к понижению влагосодержания облачного воздуха и ослаблению процесса конденсации водяного пара. Если бы интенсивность притоков тепла конденсации определялась только динамическими факторами, то ее наименьшее значение отмечалось бы на уровне, где оболочка модельного облака достигает максимальных размеров. В данном примере глубокий минимум интенсивности притоков тепла наблюдается на уровне 800 гПа, т. е. полного соответствия нет. Это обусловлено тем, что интенсивность притока тепла определяется не только динамическими факторами, но и стратификацией атмосферы.

Подъем вовлекаемого на нижних и средних уровнях воздуха способствует конденсации. Поэтому максимум интенсивности притока тепла смещен на 100 гПа вверх в сторону наибольшего значения относительной площади покрытия неба облаками в единицу времени. Третий максимум интенсивности притоков тепла наблюдается непосредственно у верхней границы модельного облака. Он обусловлен выбросом влажного и теплого воздуха из облачного ядра. При перемешивании этого воздуха с холодным воздухом окружения происходит усиление процесса конденсации водяного пара и увеличение интенсивности притоков тепла.

После применения метода параметризации влажной конвекции в атмосферный столб выделилось 178,5 Дж/м^2·с скрытого тепла конденсации. Интенсивность осадков составила соответственно $7{,}1 \cdot 10^{-5}$ мм/с. По данным гидрометеорологических наблюдений над центром полигона преобладали кучево-дождевые облака, балл нижней облачности равнялся шести, отмечались умеренные осадки.

Таким образом, сопоставление результатов расчета с данными наблюдений для случая «развитой» ВЗК (06.09.74) и для всей III фазы АТЭП (см. табл. 1) позволяет заключить о практической возможности расчетов облачности и осадков в тропической зоне на основе метода параметризации.

Авторы выражают признательность А. Ю. Щербакову за основную часть программы для ЭВМ, предоставленную им для расчетов параметров конвекции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов П. Н., Щербаков А. Ю. Способ параметризации влажной конвекции с учетом взаимодействия между облаками и окружающим их воздухом. — М., Труды Гидрометцентра СССР, 1982, вып. 27, с. 18—32.
2. Миякода М. Численный прогноз и влияние процессов подсеточных масштабов. — В кн.: Теоретические основы прогноза погоды на средние сроки. Л., Гидрометеоиздат, 1979, с. 5—80.
3. Пастушков Р. С. и др. О широтной зависимости и распределении характеристик задерживающих слоев атмосферы в районе внутритропической зоны конвергенции Восточной Атлантики. — В кн.: ТРОПЭКС-74. Т. I. Л., Гидрометеоиздат, 1976, с. 268—276.
4. Снитковский А. И., Фалькович А. И. О связи осадков на полигоне АВ с крупномасштабными и термодинамическими характеристиками атмосферы.— В кн.: ТРОПЭКС-74. Т. I. Л., Гидрометеоиздат, 1976, с. 214—221.
5. Фалькович А. И. Термодинамические параметры и конвективная неустойчивость тропической атмосферы. — М., Метеорология и гидрология, 1977, № 9, с. 85—96.

6. Хаин А. П. Об одном способе учета вовлечения при параметризации конвекции. — М., Метеорология и гидрология, 1978, № 6, с. 32—40.
7. Gate Report No. 17. Report on the Field Phase of the GARP Atlantic Tropical Experiment. — Meteorological Atlas, July 1975.
8. Kuo H. L. On Formation and Intensification of Tropical Cyclones Through Lateut Release by Cumulus Convection. — J. Atmos. Sci., 1965, vol. 22, p. 40—63.

УДК 551.507.362.2

В. И. ВОРОБЬЕВ (ЛГМИ)

ЗОНАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОВТОРЯЕМОСТИ ОБЛАКОВ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ В ПЕРЕХОДНЫЕ СЕЗОНЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПО СПУТНИКОВЫМ ДАННЫМ

Облачность относится к тем метеорологическим явлениям, не все характеристики которых имеют типичный годовой ход с двумя экстремумами в основные (зима или лето) сезоны. К числу таких ее характеристик, как показала предварительная обработка спутниковых данных по некоторым районам северного полушария, относится повторяемость форм облаков. Поэтому представляет определенный интерес анализ приведенных ниже результатов расчета зонального распределения повторяемости облаков различных форм и ясного неба в переходные сезоны и их сопоставления с данными для основных сезонов, приведенных в [2].

Так же, как и в более ранних работах автора [2, 3], исходным материалом явились осредненные по равным площадям данные о формах облаков, снятые с карт нефанализа северного полушария. Эти карты строились в ГМЦ СССР по спутниковым ТВ снимкам облачности, сделанным в момент, близкий к местному полдню. Последнее обстоятельство представляется весьма важным, так как позволяет дать вполне определенную физическую интерпретацию результатам статистической обработки материалов и в дальнейшем, используя данные по опорным районам, перейти к оценкам распределения характеристик облачного покрова северного полушария в любое другое время суток.

Использовались карты нефанализа за весенние и осенние месяцы 1967—1971 гг. по части северного полушария, расположенного южнее 70° с. ш., что составляет 94% площади полушария.

При нефанализе выделяют 11 групп форм облаков [3]. Каждая из них может быть отнесена к одному из двух больших классов: конвективной и неконвективной облачности. Обоснования для включения той или иной группы форм облаков в какой либо класс, приведены в [2]. При облачности менее чем 2 балла форма облаков при нефанализе не определяется и эти случаи относятся к классу «ясное небо». Поскольку повторяемость конвективной и неконвективной облачности рассчитывалась с учетом случаев ясного неба, то суммарная средняя зональная повторяемость облаков обоих классов и ясного неба составляет 100%.

Данные, приведенные в табл. 1 и 2, показывают, что над океанами в переходные сезоны повторяемость конвективной облачности, так же как зимой и летом (см. табл. 3 в [2]), монотонно возрастает с севера на юг. При этом во всех широтных зонах (за исключением интервала широт 60—70° с. ш.) повторяемость конвективной облачности осенью больше. Это, надо полагать связано с тем, что осенью температура поверхностных вод океана выше чем весной, так как в годовом ходе она достигает максимума в конце лета (в августе) и минимума в конце зимы (в феврале) [4], и поэтому интенсивность конвекции осенью больше чем весной. По этой же причине акватория океана, над которой преобладает конвективная облачность, осенью больше чем весной и составляет 79% всей площади океанов северного полушария. В среднем для океанической поверхности зона преобладания конвективной облачности осенью расположена южнее 45° с. ш. Весной значения этих характеристик равны, соответственно, 75% и 40° с. ш.

Над континентальной частью северного полушария повторяемость конвективной облачности в переходные сезоны убывает с юга на север. При этом во всех широтных зонах, за исключением приэкваториального пояса, значения повторяемости существенно меньше, чем над океанами. В среднем для широтной зоны 0—70° с. ш. это различие как весной, так и осенью составляет 26%. Следует также отметить, что осенью в большинстве широтных зон, а также в среднем по всей континентальной части северного полушария, повторяемость конвективной облачности несколько больше, чем весной. Преобладание повторяемости конвективной облачности над неконвективной над континентами отмечается осенью, в среднем, южнее 39° с. ш. (63% площади континентов), а весной — южнее 36° с ш. (49% площади континентов).

Повторяемость конвективной облачности, рассчитанная по полушарным широтным зонам, в переходные сезоны возрастает с севера на юг и осенью несколько больше, чем весной. В среднем по всему полушарию конвективная облачность преобладает весной на 63% площади (в среднем южнее 39° с. ш.); а осенью на 67% площади полушария (в среднем южнее 42% с. ш.).

Распределение повторяемости неконвективной облачности в переходные сезоны над океанами, в связи с очень низкой повторяемостью ясного неба, практически обратно повторяемости конвективных облаков: она убывает с севера на юг и в среднем для всей акватории океана существенно меньше повторяемости конвективной облачности. Над континентальной частью полушария повторяемость неконвективной облачности также убывает с севера на юг, причем наиболее значительно в широтной зоне 10—40° с. ш., где существенно возрастает повторяемость ясного неба.

В широтной зоне 0—70° с. ш. над океанами весной повторяемость конвективной облачности в 2,4 раза, а осенью в 2,7 раза больше, чем неконвективной. Эти соотношения для континентальной части северного полушария равны, соответственно 1,1 и 1,2, а для полушария в целом — 1,6 и 1,8.

Таблица 1

Средняя по широтным зонам повторяемость конвективной и неконвективной облачности и ясного неба над океанами (о), континентами (к) и над всей широтной зоной (п) весной, %

Широтные зоны, град	Конвективная облачность			Неконвективная облачность			Ясное небо		
	о	к	п	о	к	п	о	к	п
60—70	42,8	22,9	25,5	52,8	68,6	66,5	4,4	8,5	8,0
50—60	42,8	29,1	32,7	54,3	60,7	59,0	2,9	10,2	8,3
40—50	45,2	36,2	39,1	53,6	51,8	52,4	1,2	12,0	8,5
30—40	54,1	40,7	46,0	43,8	38,0	47,3	2,1	21,3	13,7
20—30	66,3	37,8	52,1	29,2	22,1	25,6	4,5	40,1	22,3
10—20	75,9	51,2	67,0	17,5	13,8	16,2	6,6	35,0	16,8
0—10	84,3	81,6	83,4	12,6	11,9	12,3	3,1	6,5	4,3
0—70	67,9	41,9	53,9	28,1	38,8	33,8	4,0	13,3	2,3

Табл. 1 и 2, а также таблицы 3—5 из [2] позволяют получить среднее годовое зональное распределение конвективной и неконвективной облачности и ясного неба, как среднее из сезонных значений (табл. 3). Данные этой таблицы показывают, что в среднем за год повторяемость конвективной облачности монотонно возрастает от высоких широт к низким, а повторяемость неконвективной облачности, наоборот, убывает. Над континентами имеется хорошо выраженная зона высокой повторяемости ясного неба в широтной зоне 10—40° с. ш. Как над океанами, так

и над континентами, а также над всем северным полушарием конвективная облачность преобладает, в среднем, к югу от 38° с. ш., т. е. на 72% акватории океана, на 52% площади континентов и на 62% площади всего северного полушария.

Таблица 2

Средняя по широтным зонам повторяемость конвективной и неконвективной облачности и ясного неба осенью, %

Зоны	Конвективная облачность			Неконвективная облачность			Ясное небо		
	о	к	п	о	к	п	о	к	п
60—70	42,6	28,8	30,7	56,1	68,8	66,6	1,3	2,4	2,7
50—60	45,0	32,9	36,1	53,6	61,7	59,6	1,4	5,4	4,3
40—50	49,4	36,4	40,6	48,9	49,2	49,1	1,7	14,4	10,3
30—40	60,1	39,9	47,9	37,6	33,7	35,3	2,3	26,4	16,8
20—30	70,3	42,3	56,3	25,4	18,6	22,0	4,3	39,1	21,7
10—20	80,3	59,6	72,8	16,4	12,5	15,1	3,3	27,9	12,1
0—10	84,8	84,6	84,8	12,9	10,2	11,9	2,3	5,2	3,3
0—70	71,2	45,1	57,1	26,0	36,9	31,9	2,8	18,0	11,0

Таблица 3

Средняя за год повторяемость конвективной и неконвективной облачности и ясного неба по широтным зонам, %

Зоны	Конвективная облачность			Неконвективная облачность			Ясное небо		
	о	к	п	о	к	п	о	к	п
60—70	36,9	28,6	29,7	60,9	65,2	64,7	2,2	6,2	5,8
50—60	39,6	34,6	35,8	58,8	58,6	58,7	1,6	6,8	5,5
40—50	42,6	38,7	40,0	56,2	49,8	51,8	1,2	11,5	8,2
30—40	54,4	40,0	45,8	43,4	36,3	29,0	2,2	23,7	15,2
20—30	64,5	39,2	51,8	30,9	21,0	26,0	4,6	39,8	22,2
10—20	74,2	53,3	67,2	20,7	15,4	18,4	5,1	31,3	14,4
0—10	81,9	80,2	81,4	15,3	12,8	14,3	2,8	7,0	4,3
0—70	66,2	44,0	54,2	30,4	37,6	34,2	3,4	18,4	11,6

Для оценок годового хода повторяемости конвективной и неконвективной облачности по данным, приведенным в табл. 1—3, 3—4 из [2], построены табл. 4 и 5, где приведены отклонения сезонных повторяемостей от их средних годовых значений.

Таблица 4

Отклонения средних сезонных повторяемостей конвективной облачности от средних годовых значений в раличных широтных зонах, %

Зоны	Океаны				Континенты				Полушарие			
	В	Л	О	З	В	Л	О	З	В	Л	О	З
60—70	5,9	-14,9	5,8	3,2	—5,7	10,3	0,3	— 4,9	—4,1	6,9	1,0	—3,8
50—60	3,1	—10,2	5,4	1,7	—5,4	15,5	—1,6	— 8,5	—3,1	8,7	0,3	—5,9
40—50	2,6	— 9,4	6,8	—0,0	—2,5	15,2	—2,3	—10,4	—0,9	7,4	0,6	—7,1
30—40	—0,4	— 1,0	5,6	—4,2	0,7	7,0	—0,2	— 7,5	0,2	3,9	2,1	—6,2
20—30	1,8	— 2,2	5,8	—5,4	—1,4	10,1	3,1	—11,8	0,3	3,8	4,5	—8,6
10—20	1,7	— 1,2	6,1	—6,7	—2,1	15,3	0,3	—19,5	—0,2	4,3	5,7	—9,8
0—10	2,4	— 1,1	2,9	—4,2	1,4	3,6	4,3	— 9,3	2,0	0,7	3,4	—6,1
0—70	1,8	— 3,0	5,1	—3,9	—2,1	11,1	1,1	—10,1	—0,2	4,6	2,8	—7,0

Таблица 5

Отклонения средних сезонных повторяемостей неконвективной облачности от средних годовых значений в различных широтных зонах, %

Зоны	Океаны				Континенты				Полушарие			
	В	Л	О	З	В	Л	О	З	В	Л	О	З
60—70	—8,1	14,5	—4,8	—1,6	3,4	—11,6	3,6	4,6	2,0	—7,9	2,0	3,9
50—60	—4,5	10,5	—5,2	—0,8	2,1	—13,9	3,1	8,7	0,3	—7,5	0,9	6,3
40—50	—2,6	9,4	—7,3	0,5	2,0	—16,5	—0,6	15,1	0,6	—8,3	—2,7	10,4
30—40	0,5	—0,1	—5,7	5,3	1,7	—15,2	—2,6	16,1	1,2	—9,2	—3,8	11,8
20—30	—1,7	1,1	—5,5	6,1	1,2	— 8,8	—2,4	10,2	—0,4	—3,8	—4,0	8,2
10—20	—3,2	3,2	—4,3	4,3	—1,6	— 3,8	—2,9	8,3	—2,2	1,2	—3,3	4,4
0—10	—2,6	1,2	—2,3	3,7	—0,9	0,4	—2,6	3,1	—2,0	0,9	—2,4	3,5
0—70	—2,4	3,2	—4,4	3,6	1,2	—10,5	—0,7	10,0	—0,4	—4,1	—2,3	6,8

Данные табл. 4 показывают, что повторяемость конвективной облачности над океанами во всех широтных зонах имеет сложный годовой ход с двумя максимумами в переходные сезоны и двумя минимумами в основные сезоны. При этом основной максимум отмечается осенью, а основной минимум — в умеренных широтах летом, а в более низких широтах — зимой. Амплитуда годового хода, определяемая как наибольшая разность между отклонениями средних сезонных значений от средних годовых, в среднем для всей океанической поверхности, заключенной между экватором и 70° с. ш., равна 9%.

Над континентами повторяемость конвективной облачности имеет правильный годовой ход с одним максимумом и одним минимумом. Почти во всех десятиградусных широтных зонах, а также в широтной зоне 0—70° с. ш., максимум повторяемости отмечается летом, а минимум — зимой. Амплитуда годового хода во всех широтных зонах, исключая зону 60—70° с. ш., над континентами больше, чем над океанами, и в среднем для континентальной части северного полушария превышает 21%.

В среднем по всему полушарию в годовом ходе повторяемость конвективной облачности имеет во всех широтных зонах один максимум и один минимум, однако сезонное положение экстремумов меняется с широтой. Так, максимум повторяемости в высоких и умеренных широтах отмечается летом, а в тропической зоне — осенью. Минимум повторяемости на всех широтах, за исключением широтного пояса 60—70° с. ш., отмечается зимой. Амплитуда годового хода повторяемости конвективной облачности по всему широтному поясу 0—70° с. ш. достигает 12%.

Повторяемость неконвективной облачности (табл. 5) над океанами, так же как и конвективной облачности, имеет два максимума и два минимума. Максимумы отмечаются в основные сезоны, а минимумы — в переходные. При этом в высоких и умеренных широтах основной максимум повторяемости наблюдается летом, а в субтропической и тропической зоне — зимой. Основной минимум в большинстве широтных зон отмечается осенью. Амплитуда годового хода повторяемости неконвективной облачности над океанами немного меньше, чем конвективной и в среднем для широтной зоны 0—70° с. ш. равна 8%.

Над континентами и в среднем по полушарию повторяемость неконвективной облачности имеет годовой ход обратный годовому ходу конвективной облачности с максимумом во всех широтных зонах зимой и минимумом летом. Амплитуда годового хода так же, как над океанами, немного меньше, чем у конвективной облачности, и в широтной зоне 0—70° с. ш. составляет около 20%, а по полушарию — 11%.

Отклонения сезонных значений повторяемости ясного неба от средних годовых величин, как правило, малы и представляют собой дополнения до нуля суммы соответствующих отклонений от сезонных повторяемостей конвективных и неконвективных облаков. Над океанами амплитуды годового хода в десятиградусных широтных зонах за очень редкими исключениями не превышают 2—3%, а в среднем по широтной зоне 0—70° с. ш. эта величина составляет 1%. Над континентами различия в экстремальных значениях сезонных повторяемостей больше. В высоких и умеренных широтах, а также в приэкваториальной зоне они не превышают 10%. На границах зоны сезонной миграции континентальной области малооблачной погоды (10—40° с. ш.) амплитуда годового хода повторяемости ясного неба достигает 17—23% [1].

Анализ повторяемости облаков различных форм во все сезоны года подтверждает полученный автором на основе рассмотрения материалов только за основные сезоны [2] вывод, что в среднем по полушарию над океанами конвективные облака являются преобладающим типом облачности в течение всего года, а над континентами — в течение большей части года.

Установлено наличие в годовом ходе повторяемости конвективной облачности над океанами двух максимумов в переходные сезоны и двух минимумов в основные сезоны. Основной максимум наблюдается осенью. В высоких и умеренных широтах основной минимум отмечается летом, а в тропической и приэкваториальной зоне — зимой.

Наибольшая внутригодовая изменчивость повторяемости ясного неба наблюдается на границах зоны сезонной миграции континентальной области малооблачной погоды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алисов Б. П., Берлин И. А., Михель В. М. Курс климатологии, ч. III, — Л., Гидрометеоиздат, 1954. — 320 с.
2. Воробьев В. И. Основные результаты исследований облачного покрова северного полушария по спутниковым данным. — В сб.: Современные проблемы метеорологии, изд. ЛПИ, 1981, вып. 73, с. 13—30 (ЛГМИ).
3. Воробьев В. И., Фадеев В. С. Характеристики облачного покрова северного полушария по данным метеорологических спутников. — Л., Гидрометеоиздат, 1981. — 172 с.
4. Жуков Л. А. Общая океанология. — Л.: Гидрометеоиздат, 1976. — 376 с.

УДК 551.509.3

Б. Д. ПАНИН, Ю. Ж. АЛЬТЕР-ЗАЛИК,
Н. С. ЕРЕМИНА, А. Д. КУЗНЕЦОВ (ЛГМИ)

ПРОГНОЗ ПОЛЯ ВЕТРА В НИЖНЕЙ СТРАТОСФЕРЕ В ПЕРЕМЕННЫХ ЛАГРАНЖА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМ ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЯ

Введение

Трудности изучения особенностей термобарических полей в стратосфере обусловлены в основном недостатком начальных данных. Заполнить пробел в исходной информации можно в частности с помощью перспективной и уже зарекомендовавшей себя системы аэростатного зондирования атмосферы. В связи с этим представляется актуальной разработка методов долгосрочного прогноза траекторий аэростатов (поля ветра в переменных Лагранжа).

Предлагаемый метод расчета перемещения взвешенных субстанций в нижней стратосфере (уровни 50—100 гПа) предусматривает совместное использование гидродинамической и физико-статистической схем предвычисления.

Гидродинамическая модель

Гидродинамический прогноз полей геопотенциала и горизонтальных составляющих скорости ветра проводится на основе баротропной негеострофической модели, реализованной на «расшатанной» сетке.

Для прогноза поля геопотенциала используется баротропная негеострофическая модель, построенная на основе уравнений «мелкой воды» [3]

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -g\frac{\partial H}{\partial x} + lv;\\
&\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -g\frac{\partial H}{\partial y} - lu;\\
&\frac{\partial H}{\partial t} + u\frac{\partial H}{\partial x} + v\frac{\partial H}{\partial y} + H\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0,
\end{aligned} \qquad (1)$$

где обозначения— общепринятые.

В рамках исходных предпосылок, используемых при получении модели, проинтегрированной по вертикали [3], перестройка ее в целях реализации на других уровнях может быть осуществлена с помощью соотношений

$$\begin{aligned}
&u(x, y, z, t) = \bar{u}(x, y, t)\cdot f_1(z);\\
&v(x, y, z, t) = \bar{v}(x, y, t)\cdot f_1(z);\\
&\frac{\partial \Phi}{\partial s}(x, y, z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial s}(x, y, t)\cdot f_2(z),
\end{aligned} \qquad (2)$$

где $s = \begin{vmatrix} x \\ y \\ t \end{vmatrix}$.

Функции f_1 и f_2 линейны, с высотой их значения увеличиваются. Следовательно, введение f_1 и f_2 в прогностические уравнения означает уменьшение прогностической изменчивости метеорологических величин в вышележащих слоях, что соответствует реальному распределению изменчивости u, v и H по вертикали [4].

С учетом масштаба карты система прогностических уравнений, используемая для численных экспериментов, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\overline{m^2}^{xy}}{f_1^2}\left\{\left[\left(\overline{\frac{u}{m}}\right)^y \overline{u}^y\right]_x+\left[\left(\overline{\frac{v}{m}}\right)^x \overline{u}^x\right]_y-\overline{u}^{xy}\left[\left(\overline{\frac{u}{m}}\right)^y_x+\left(\overline{\frac{v}{m}}\right)^x_y\right]\right\}-$$

$$-\frac{g\overline{m}^{xy}}{f_2}\overline{H}^y_x+\frac{l}{f_1}\overline{v}^{xy};$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\overline{m^2}^{xy}}{(f_1)^2}\left\{\left[\left(\overline{\frac{u}{m}}\right)^y \overline{v}^y\right]_x+\left[\left(\overline{\frac{v}{m}}\right)^x \overline{v}^x\right]_y-\overline{v}^{xy}\left[\left(\overline{\frac{u}{m}}\right)^y_x+\left(\overline{\frac{v}{m}}\right)^x_y\right]\right\}-$$

$$-\frac{g\overline{m}^{xy}}{f_2}\overline{H}^x_y-\frac{l}{f_1}\overline{u}^{xy};$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=-\frac{\overline{m^2}^{xy}}{f_1 f_2}\left\{\left[\left(\overline{\frac{u}{m}}\right)^y \overline{H}^y\right]_x+\left[\left(\overline{\frac{v}{m}}\right)^x \overline{H}^x\right]_y\right\}, \qquad (3)$$

где $m=\dfrac{1{,}866}{1+\sin\varphi}$ — масштабный множитель для стереографической полярной проекции.

Форма записи уравнений системы (3) позволяет реализовать экономичный алгоритм прогноза на «расшатанной» сетке.

Область прогноза представляет собой квадратную сетку (31×31 узел) и охватывает бóльшую часть северного полушария. Центр сеточной области совпадает с северным полюсом. Шаг сетки между узлами одной четности равен 600 км, шаг по времени — 7 мин.

Для аппроксимации производных по времени использовалось сочетание методов направленных и центральных разностей, т. е. на каждом шаге по времени значения прогностических функций определялись дважды. Весовые коэффициенты, определяющие вклад прогностических значений функции, рассчитанные разными методами, определялись эмпирическим путем из соображений устойчивости вычислительного процесса.

Интегрирование по времени проводилось полунеявным методом с неявным расчетом значений геопотенциала. В качестве граничных условий использовалось равенство нулю нормальной составляющей вектора скорости ветра к границе области прогноза.

Физико-статистическая модель

Физико-статистический способ прогноза поля ветра в переменных Лагранжа, предложенный в [6], основан на анализе диагностических траекторий воздушных частиц. Диагностический период на стратосферных уровнях составляет пять суток, что соответствует информативности предыстории, которую, как показали исследования, можно ограничить 6—10 сутками. Аналогичный вывод получен Г. П. Курбаткиным при моделировании ультрадлинных волн и при разработке спектральной модели долгосрочного прогноза циркуляции [5].

Построение диагностических траекторий основано на модифицированной схеме Бурцева—Ветлова [2], в которой предусмотрено введение поправок на агеострофичность и увеличение временного шага ($\Delta\tau = 2$ ч).

Расчет прогностических траекторий осуществляется для выделенных в [1] форм стратосферной циркуляции.

При циклонической форме циркуляции (ЦФЦ) построение прогностических траекторий осуществляется тремя вариантами, выбор которых зависит от степени устойчивости макросиноптических процессов (табл. 1).

Таблица 1

Варианты прогностической схемы при циклонической форме циркуляции

Условия	Прогностические уравнения		
	Абсолютная устойчивость $\left\{\begin{matrix}\varphi_0\\ \lambda_0\end{matrix}\right\} = 0{,}5\,(\bar{f}_1 + f_1)$	Устойчивые макросиноптические процессы $\lambda_0 = a\,\lambda_1 + b\bar{\lambda}_1 - c\bar{\lambda}_2 + d\bar{\lambda}_3$; $\varphi_0 = (\bar{\lambda}_1 - \lambda_1)\,\mathrm{tg}\,\alpha_0 + \varphi_1$; $\alpha_0 = a'\,\alpha_1 + b'\,\bar{\alpha}_1 - c'\,\bar{\alpha}_2$	Нарушение устойчивости $\left\{\begin{matrix}\varphi_0\\ \lambda_0\end{matrix}\right\} = 0{,}2\sum\limits_i f_i$
$\Delta\alpha_1,\ \Delta\alpha_2 \geqslant 0$	$\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \leqslant \alpha_{кр}$	$\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 > \alpha_{кр}$	—
$\Delta\alpha_1 \geqslant 0$, $\Delta\alpha_2 < 0$	$\Delta\alpha_1 \leqslant \alpha_{кр}$ и $\Delta\alpha_2 \leqslant \alpha_{кр}$	—	$\Delta\alpha_1 > \alpha_{кр}$ или $\Delta\alpha_2 > \alpha_{кр}$
$\Delta\alpha_1,\ \Delta\alpha_2 < 0$	$\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \leqslant \alpha_{кр}$	$\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 > \alpha_{кр}$	—

В табл. 1 введены следующие обозначения:

$$\Delta\alpha_i = \mathrm{arctg}\,\bar{\gamma}_i - \mathrm{arctg}\,\bar{\gamma}_{i-1}\,; \tag{4}$$

$$\alpha_{кр} = 2\sum_{i=1}^{m} \mathrm{arctg}\left(\frac{\overline{\Delta\lambda}}{\Delta\varphi}\right)_i ; \tag{5}$$

$$\bar{\gamma}_i = \frac{\bar{\lambda}_i - \bar{\lambda}_{i-1}}{\bar{\varphi}_i - \bar{\varphi}_{i-1}}\,, \tag{6}$$

где φ_i и λ_i — координаты начальных точек участков траекторий за i-тую диагностическую дату; $\alpha_{кр}$ — критический угол изменчивости направления потоков (для слоя 50—100 гПа и широтной зоны 45—65° с. ш. $\alpha_{кр}=2{,}8°$).

При циклонической форме циркуляции в случае когда наблюдаются устойчивые макроскопические процессы в диагностическом периоде прогностическая траектория строится в соответствии с формулами формальной экстраполяции:

$$\lambda_0 = a\,\lambda_1 + b\,\bar{\lambda}_1 - c\,\bar{\lambda}_2 + d\,\lambda_3;$$

$$\varphi_0 = (\bar{\lambda}_1 - \lambda_1)\ \mathrm{tg}\ \alpha_0 + \varphi_1,$$

где

$$\alpha_0 = a'\,\alpha_1 + b'\,\bar{\alpha}_1 - c'\,\alpha_2.$$

Числовые коэффициенты в прогностических уравнениях для устойчивых макроскопических процессов, полученные в результате статистической обработки, представлены в табл. 2.

Таблица 2

Значения коэффициентов экстраполяции в прогностических формулах при циклонической форме циркуляции

Продолжительность прогноза, часы	Коэффициенты						
	a	b	c	d	a'	b'	c'
<12	0,5	0,70	0,1	−0,05	0,5	0,75	0,25
12—35	0,5	1,45	1,1	0,20	0,5	1,25	0,75
36—59	0,5	2,70	3,1	1,45	0,5	1,75	1,25
60—84	0,5	4,45	6,1	2,20	0,5	2,25	1,75
>84	0,5	0,75		−0,25			

При антициклонической форме циркуляции прогностические уравнения с учетом систематической и случайной составляющих изменчивости полей ветра в переменных Лагранжа [4] записываются в виде:

$$\lambda_0 = \lambda_1^q + (m_0 + n_0) + \tau\,(m_1 + n_1) + \tau^2\,(m_2 + n_2) + \tau^3 m_3, \qquad (7)$$

где коэффициенты для q-той градации долготной составляющей переноса сведены в табл. 3.

Широта конечной точки участка прогностической траектории при антициклонической форме циркуляции определяется по формулам

$$\varphi_0 = 0{,}5\ (\varphi_1 + \bar{\varphi}_1)\ \text{при}\ \tau \leqslant 72;$$
$$\varphi_0 = \varphi_1\ \text{при}\ \tau > 72. \qquad (8)$$

Таблица 3

Значения коэффициентов кубического полинома для расчета долготы прогностической траектории при антициклонической форме циркуляций в широтной зоне 45—65° с. ш.

λ^q, град	m_0	n_0	m_1	n_1	m_2	n_2	m_3
<2	−2,1	1,2	2,4	3,0	4,2	−3,4	−1,0
2—5	−1,7	1,4	4,4	4,7	2,3	−8,9	−1,0
6—10	−1,4	1,5	8,8	3,9	−4,0	2,2	−1,8
11—15	1,5	−0,7	10,2	4,2	1,6	1,7	−1,5
>15	4,2	−1,2	12,5	4,7	1,9	0,8	−1,5

Анализ результатов

Оценка прогноза поля геопотенциала проведена на основе анализа величин фактической изменчивости геопотенциала $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|\Delta H_\Phi|$, абсолютной $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|\Delta N_\Phi - \Delta N_\Pi|$ и относительной $\frac{\sum_{i=1}^{N}|\Delta H_\Phi - \Delta H_\Pi|}{\sum_{i=1}^{N}|\Delta H_\Phi|}$ ошибок прогноза, где ΔH_Π — прогностическая изменчивость геопотенциала.

В табл. 4 приведены результаты оценки прогноза поля геопотенциала на двое суток по гидродинамической схеме. Оценка суточных прогнозов осуществлена как для всей области прогноза, так и для каждой ее четверти (I и III четверти — верхняя половина области, II и IV — нижняя половина).

Анализ результатов прогноза показывает, что рассмотренная гидродинамическая схема прогноза достаточно правильно учитывает эволюцию барического поля. Оказалось, что результаты прогноза для нижней половины области лучше чем для верхней. Относительная ошибка прогноза геопотенциала для II и IV четвертей в среднем составила 0,62 при прогнозе на первые сутки и 0,61 — на вторые сутки. Для верхней половины прогностической области относительная ошибка наблюдается равной 1,00 на первые сутки и 0,87 на вторые. Такое увеличение ошибки прогноза в частности можно объяснить тем, что центры стратосферных циклонов, как правило, мигрируют в верхней области, а интенсивность их флюктуирует. Прогноз на вторые сутки для всей прогностической области несколько выше, так как со временем отмечается относительное согласование полей геопотенциала и ветра.

Таблица 4

Результаты оценки прогноза геопотенциала на уровне 100 гПа по баротропной негеострофической модели

Дата	Четверть прогностической области	$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lvert\Delta H_{\Phi}\rvert$, дкм	$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lvert\Delta H_{\Phi}-\Delta H_{\text{п}}\rvert$, дкм	$\frac{\sum_{i=1}^{N}\lvert\Delta H_{\Phi}-\Delta H_{\text{п}}\rvert}{\sum_{i=1}^{N}\lvert\Delta H_{\Phi}\rvert}$
15 июня 1971 г.	I	3,41	3,10	0,90
	II	4,83	3,50	0,73
	III	5,01	6,00	1,20
	IV	8,52	3,30	0,40
	по всей области	5,41	3,97	0,81
16 июня 1971 г.	I	2,40	2,50	1,00
	II	6,21	4,21	0,68
	III	5,80	4,02	0,69
	IV	7,40	4,01	0,54
	по всей области	5,40	3,67	0,73

При оценке прогноза лагранжевых характеристик ветра использовались значения относительных радиальных ошибок:

$$S_{\varphi,\lambda}=\frac{L_{\Phi}-L_{\text{П}}}{L_{\Phi}},$$

где L_{Φ} и $L_{\text{П}}$—длина участка фактической и прогностической траекторий.

Анализировались два случая прогноза траекторий продолжительностью 9 суток (15—23.06.1971) с координатами начальных точек: $\varphi_0^1=50°$ с. ш., $\lambda_0^1=20°$ в. д. и $\varphi_0^2=40°$ с. ш., $\lambda_0^2=40°$ в. д.

В результате проведенного анализа установлено, что использование гидродинамического прогноза на первые двое суток улучшает качество прогноза. Так, оправдываемость прогноза составила 86,4% с использованием только физико-статистической схемы предвычисления и 91,4% с использованием гидродинамической (на первые двое суток) и физико-статистической (на остальной период прогноза) схем предвычисления траекторий воздушных частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтер-Залик Ю. Ж. О возможности использования метода Лагранжа для диагноза и прогноза развития стратосферных процессов. — В сб.: Численное моделирование циркуляции в стратосфере. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1976, с. 58—67.

2. Альтер-Залик Ю. Ж., Пастернак С. В. К диагнозу дрейфа взвешенных в стратосфере субстанций. — В сб.: Труды 2-й конференции молодых ученых ЛГМИ, Л., 1979, с. 133—139.
3. Белов П. Н. Численные методы прогноза погоды. — Л.: Гидрометеоиздат, 1975, — с. 68.
4. Гарифулин К. К. Изменчивость ветра в свободной атмосфере. — Л.: Гидрометеоиздат, 1967. — с. 143.
5. Курбаткин Г. П., Синяев В. Н., Янцен А. Г. Спектральная модель долгосрочного прогноза со среднеклиматическими ограничениями. — Известия АН СССР, физика атмосферы и океана, 1973, т. 9, № 1, с. 1115—1128.
6. Солонин С. В., Альтер-Залик Ю. Ж. Алгоритм физико-статистического метода долгосрочного прогноза поля ветра в переменных Лагранжа на стратосферных уровнях. — В сб.: Ультрадлинные волны и долгосрочный прогноз погоды. ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1976, с. 13—19.

УДК 551.509

А. В. ДИКИНИС, К. В. КОНДРАТОВИЧ, Н. А. ЛАВРОВ (ЛГМИ)

ВЫЧИСЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПОТОКОВ ТЕПЛА В АТМОСФЕРЕ

Дивергенция горизонтальных потоков тепла в атмосфере является составной частью теплового баланса системы земля — атмосфера. По современным представлениям приходо-расход горизонтальных потоков тепла в атмосфере и океане является важнейшим климато- и погодообразующим фактором, а также должен учитываться при разработке долгосрочных и сверхдолгосрочных прогнозов погоды. В связи с этим становится понятным то внимание, которое в последнее время уделяется вопросам горизонтального переноса тепла в атмосфере [1—4, 6—9].

Ряд проблем современной гидрометеорологии, в частности проблемы взаимодействия атмосферы и океана, требует таких методов вычисления дивергенции горизонтальных потоков тепла, которые позволяют находить притоки тепла над большими территориями и одновременно с этим дают возможность осуществлять временную и пространственную детализацию расчетов [8]. К таким методам, по нашему мнению, относится способ вычисления дивергенции горизонтальных потоков тепла в каком-либо слое атмосферы, описанный в [5]. Изложим здесь в несколько иной интерпретации сущность предложенного метода и получим рабочие формулы, удобные для вычислений дивергенции горизонтальных потоков тепла с помощью ЭВМ.

Дивергенция $\operatorname{div}\vec{\Phi}$ горизонтального потока тепла $\vec{\Phi}$ в слое атмосферы, заключенном между изобарическими поверхностями P_1 и P_2 может быть с некоторыми упрощениями представлена в виде

$$\operatorname{div}\vec{\Phi}=\bar{\rho}\,C_p\left(\bar{u}\,\frac{\partial\bar{T}}{\partial x}+\bar{v}\,\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\right)=-\bar{\rho}\,C_p\,\bar{A}_T,$$

где $\bar{A}_T$ — термическая адвекция в слое, остальные обозначения общепринятые, черта сверху означает осреднение по вертикали в пределах рассматриваемого слоя.

Значения составляющей, осредненной по вертикали скорости ветра в (1), можно представить как среднее арифметическое от составляющих скорости на изобарических поверхностях P_1 и P_2

$$\bar{u}=\frac{1}{2}\,(u_{p_1}+u_{p_2});\quad \bar{v}=\frac{1}{2}\,(v_{p_1}+v_{p_2})\,. \qquad (2)$$

Переходя теперь к геострофическим соотношениям для $\bar{u}$ и $\bar{v}$, представляя среднюю температуру слоя $\bar{T}$ с помощью уравнения статики и подставляя эти выражения в (1), получим следующую формулу для дивергенции горизонтальных потоков тепла в слое

$$\operatorname{div}\vec{\Phi}=-\frac{C_p}{2}\,\frac{g}{a}\,\frac{\bar{\rho}}{l}\left[\left(\frac{\partial H_1}{\partial y}\,\frac{\partial H_2}{\partial x}-\frac{\partial H_1}{\partial y}\,\frac{\partial H_1}{\partial x}+\frac{\partial H_2}{\partial x}\,\frac{\partial H_2}{\partial y}-\right.\right.$$
$$\left.-\frac{\partial H_2}{\partial y}\,\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)-\left(\frac{\partial H_1}{\partial x}\,\frac{\partial H_2}{\partial y}-\frac{\partial H_1}{\partial x}\,\frac{\partial H_1}{\partial y}+\frac{\partial H_2}{\partial x}\,\frac{\partial H_2}{\partial y}-\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\partial H_2}{\partial x}\,\frac{\partial H_1}{\partial y}\right)\right]. \qquad (3)$$

Здесь g — ускорение силы тяжести: l — параметр Кориолиса; $a=67{,}4\lg\frac{P_1}{P_2}$; H_1, H_2 — значения геопотенциальных высот на изобарических поверхностях P_1 и P_2.

Запишем теперь соотношения (3) в предположении, что $P_1=1000$ гПа, $P_2=500$ гПа, и воспользуемся при этом равенством $\frac{\partial H_{1000}}{\partial S}=\frac{1}{g\rho}\,\frac{\partial P_0}{\partial S}$, где S — горизонтальная координата; P_0 — атмосферное давление, приведенное к уровню моря; ρ — плотность воздуха на уровне 1000 гПа. Ориентируем ось x в широтном направлении на восток, ось y — в меридиональном направлении на север. В таком случае выражение, стоящее в первой круглой скобке правой части (3), будет означать дивергенцию потоков тепла, обусловленного зональным переносом воздуха в слое 1000—500 гПа, а выражение, стоящее во второй круглой скобке — дивергенцию, обусловленную меридиональным переносом.

Обозначим эти составляющие дивергенции соответственно через $\operatorname{div}\vec{\Phi}_з$ и $\operatorname{div}\vec{\Phi}_м$ и запишем выражение для них раздельно:

$$\operatorname{div}\vec{\Phi}_з = -\frac{C_p}{2a}\frac{\bar{\rho}}{l\rho}\left(\frac{\partial P_0}{\partial y}\frac{\partial H_{500}}{\partial x} + g\rho\frac{\partial H}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{1}{g\rho}\frac{\partial P_0}{\partial y}\frac{\partial P_0}{\partial x} - \right.$$
$$\left. - \frac{\partial P_0}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial y}\right); \qquad (4)$$

$$\operatorname{div}\vec{\Phi}_м = \frac{C_p}{2a}\frac{\bar{\rho}}{l\rho}\left(\frac{\partial P_0}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial y} + g\rho\frac{\partial H}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{1}{g\rho}\frac{\partial P_0}{\partial x}\frac{\partial P_0}{\partial y} - \right.$$
$$\left. - \frac{\partial P_0}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial x}\right). \qquad (5)$$

Полная величина дивергенции горизонтальных потоков тепла определяется соотношением

$$\operatorname{div}\vec{\Phi} = \operatorname{div}\vec{\Phi}_з + \operatorname{div}\vec{\Phi}_м . \qquad (6)$$

Запишем теперь соотношения (4) и (5) в виде рабочих формул, представленных в конечно-разностной аппроксимации. При этом учтем, что архивные данные о приземном давлении P_0 и геопотенциале H_{500} обычно задаются в виде их значений в узлах широтно-долготной сетки с пятиградусными или десятиградусными интервалами. Пространственные интервалы Δx и Δy, которые необходимо ввести в выражения (4) и (5) для конечно-разностной аппроксимации, представляются теперь в виде

$$\Delta x = R\Delta\varphi; \quad \Delta y = R\cdot\cos\varphi\Delta\lambda,$$

где R — радиус земли; φ — географическая широта; $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ — угловые интервалы широтно-долготной сетки. Переходя к общепринятым в метеорологии единицам измерения давления и геопотенциала, принимая в качестве единицы временного интервала сутки и вводя соответствующую индексацию, получим следующие рабочие формулы для расчета дивергенции горизонтальных потоков тепла в нижнем пятиградусном слое тропосферы, выраженные в $\frac{\text{ккал}}{\text{м}^3/\text{сутки}}$

$$(\operatorname{div}\vec{\Phi}_з)_{i,j} = -\frac{K}{\sin\varphi_j\cdot\cos\varphi_j}\left[(P_{i,j+1} - P_{i,j-1})(H^{500}_{i+1,j} - H^{500}_{i-1,j}) + \right.$$
$$+ 1{,}25\,(H^{500}_{i,j+1} - H^{500}_{i,j-1})(H^{500}_{i+1,j} - H^{500}_{i-1,j}) - 0{,}8\,(P_{i,j+1} -$$
$$- P_{i,j-1})(P_{i+1,j} - P_{i-1,j}) - (P_{i+1,j} - P_{i-1,j})(H^{500}_{i,j+1} -$$
$$\left. - H^{500}_{i,j-1})\right]; \qquad (7)$$

$$(\mathrm{div}\,\vec{\Phi}_{\text{м}})_{i,j} = \frac{K}{\sin\varphi_j\cdot\cos\varphi_j}\,[(P_{i+1,j}-P_{i-1,j})\,(H_{i,j+1}-H_{i,j-1})+$$
$$+1{,}25\,(H_{i+1,j}-H_{i-1,j})\,(H_{i,j-1}-H_{i,j-1})-0{,}8\,(P_{i+1,j}-$$
$$-P_{i-1,j})\,(P_{i,j-1}-P_{i,j-1})-(H_{i+1,j}-H_{i-1,j})\,(P_{i,j+1}-$$
$$-P_{i,j-1})], \qquad (8)$$

где $k=1{,}54\cdot10^{-3}$, если $\Delta\varphi=\Delta\lambda=5°$;

$k=0{,}38\cdot10^{-3}$, если $\Delta\varphi=\Delta\lambda=10°$.

Индексы i, j определяют номера меридианов и соответственно параллелей широтно-долготной сетки. Числовые значения индексов растут при перемещении на восток и на север. Двойная индексация соответствует узлам широтно-долготной сетки.

Введя в выражения (7), (8) дополнительный множитель

$$-\frac{1}{C_p\bar{P}}\approx-6{,}05\,\frac{\text{м}^3\cdot\text{град}}{\text{ккал}},$$

мы сразу же получим значение термической адвекции, выраженное в $\frac{\text{град}}{\text{сутки}}$.

Соотношения, аналогичные (7) и (8), могут быть получены и для других слоев атмосферы.

Наличие массивов ежедневных данных о приземном давлении и геопотенциале на различных изобарических поверхностях в узлах регулярной сетки на технических накопителях позволяет весьма просто и с достаточной детализацией осуществлять расчеты дивергенции горизонтальных потоков тепла или термической адвекции в любом заданном районе полушария или земного шара. Последующее переменное или пространственное осреднение позволяет находить суммарные притоки горизонтальных потоков тепла в любом районе за любой отрезок времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев В. Ф., Малютин В. Н., Смирнов Н. П. Дивергенция горизонтальных потоков тепла и водяного пара. — В кн.: ПОЛЕКС — Север — 76, ч. 1. Л., Гидрометеоиздат, 1979, с. 30—36.
2. Верещагин М. А. О роли циклонической и антициклонической деятельности в формировании тепла в атмосфере. — В кн.: Циклоничность и антициклоничность в системе циркуляции атмосферы. — Казань, изд. ГУ, 1974, с. 74—89.
3. Груза Г. В. Интегральные характеристики общей циркуляции атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1965. — 145 с.
4. Гутерман И. Г. Горизонтальные потоки тепла, влаги и момента количества движения в свободной атмосфере. — Тр. ВНИИГМИ — МЦД, 1975, вып. 19, с. 3—40.
5. Кондратович К. В. Долгосрочные гидрометеорологические прогнозы в Северной Атлантике. — Л.: Гидрометеоиздат, 1977. — 183 с.

6. Котова Н. М., Сергеева Г. Г. Горизонтальные потоки тепла и влаги над Северной Атлантикой. — В кн.: ПОЛЕКС — Север — 76, ч. 1, Л., Гидрометеоиздат, 1979. с. 71—79.
7. Ракипова Л. Р. Тепловой режим атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1957. — 183 с.
8. Трешников А. Ф. Основные задачи и итоги национального натурного эксперимента. — В кн.: ПОЛЕКС — Север — 76, ч. 1. Л., Гидрометеоиздат, 1979, с. 3—8.
9. Шулейкин В. В. Крупномасштабные взаимодействия между океанами, Атмосферой и материками. — В кн.: Проблемы современной гидрометеорологии. Л., Гидрометеоиздат, 1977.

УДК 551.509

Г. Г. ТАРАКАНОВ (ЛГМИ)

ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ЛЕТНИХ ТЕМПЕРАТУР ПО ДАННЫМ ЗИМНИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Народная память хранит разнообразные сведения о живой и неживой природе в виде примет, пословиц, поверий и поговорок. Немало среди них и таких, которые имеют прямое отношение к погоде. Веками люди наблюдали, запоминали и передавали потомству различные приметы. Разумеется, больше всего народ интересовали перспективы на урожай. Поэтому в большинстве случаев погодный фольклор содержит сведения об ожидаемом лете по приметам, наблюдаемым зимой. Если обобщить пословицы и поговорки о погоде, бытующих в Ленинградской области, то можно получить нечто вроде прогностических правил.

1. Теплая и снежная зима — прохладное дождливое лето.
2. Снежная зима с оттепелями и морозами — влажное, теплое лето.
3. Холодная малоснежная зима — прохладное, сухое лето,
4. Нормальная, но малоснежная зима — теплое сухое лето.
5. Теплый февраль при малоснежной зиме — очень сухое, жаркое лето.
6. Морозный с сильными оттепелями февраль — очень дождливое лето.

Попытка прямого использования таких правил для прогноза не дала желаемого результата. Во-первых, эти правила не содержат количественных критериев. Во-вторых, не каждый год правила выполняются. В-третьих, они не охватывают все встречающиеся случаи. Вместе с тем представляется заманчивым, используя эти правила, разработать некоторую прогностическую схему. Для этого необходимо найти определенные количественные показатели, которые бы объективно характеризовали прошедшую зиму и давали какие-то указания на тенденцию развития летних процессов. При выборе показателей следует соблюдать три условия.

1. Показатели должны быть безразмерными.

2. Показатели должны отражать некий физический процесс.

3. Показатели следует вычислять по данным наблюдений в том пункте, для которого дается прогноз.

Последнее условие вытекает из того факта, что народные приметы вырабатывались веками при отсутствии какой-либо иной информации, кроме получаемой на месте.

Оказалось возможным и целесообразным выбрать следующие показатели.

1. Показатель температурного фона зимы и каждого зимнего месяца в отдельности $\widetilde{T}$ ($\widetilde{T}_{д}$, $\widetilde{T}_{я}$, $\widetilde{T}_{ф}$, $\widetilde{T}_{м}$), здесь индексы д, я, ф, м означают названия месяцев: декабрь, январь, февраль, март.

2. Показатель устойчивости зимних процессов S, определяемый частотой смены потеплений и похолоданий.

3. Показатель амплитуды температурных колебаний A_T.

4. Показатель контраста температур $J_{\delta T}$.

5. Показатель снегозапаса к моменту весеннего равноденствия $\widetilde{h}$.

6. Показатель преобладающего высотного барического поля весны J_p.

Показатель температурного фона зимы (ниже просто показатель $\widetilde{T}$) прежде всего отвечает на вопрос: была ли зима теплой, холодной или нормальной? Безразмерность данного показателя достигается тем, что он получается как отношение фактической средней месячной температуры к соответствующей климатической норме. Для сравнимости зимних показателей $\widetilde{T}$ с летними удобно ввести понятие условной зимней температуры (условной нормы). Под условной температурой $\overline{T}'$ будем понимать

$$\overline{T}'=\overline{T}-T_0, \tag{1}$$

где $\overline{T}$ — фактическая средняя месячная температуры (или норма); T_0 — некоторая отрицательная температура, принимаемая за условный нуль. В настоящей работе для Ленинграда принята $T_0 = -24°$ С. Путем экспериментирования было установлено, что при этом значении T_0 достигается наилучшая сравнимость зимних и летних показателей. Таким образом, для Ленинграда

$$\overline{T}'=\overline{T}+24 \text{ и } T'_N=T_N+24.$$

Здесь T'_N — условная норма температуры; T_N — фактическая норма температуры.

Следовательно, показатели T для зимы вычисляются как

$$\widetilde{T}_{д} = \frac{\overline{T}'_{д}}{T'_{дN}}; \quad \widetilde{T}_{я} = \frac{\overline{T}'_{я}}{T'_{яN}};$$
$$\widetilde{T}_{ф} = \frac{\overline{T}'_{ф}}{T'_{фN}}; \quad \widetilde{T}_{м} = \frac{\overline{T}'_{м}}{T'_{мN}}. \tag{2}$$

При вычислении летних показателей $\widetilde{T}$ прибегать к условным температурам нет необходимости из очевидных соображений (температура положительна).

Показатель $\widetilde{T}$ для зимы в целом вычисляется как среднее значение показателей по месяцам

$$\widetilde{T} = \frac{\widetilde{T}_{д} + \widetilde{T}_{я} + \widetilde{T}_{ф} + \widetilde{T}_{м}}{4}. \tag{3}$$

При $\widetilde{T} < 1$ зима холодная, при $\widetilde{T} \approx 1$ зима нормальная, при $\widetilde{T} > 1$ зима теплая.

Показатель устойчивости зимних процессов S вычисляется на основании числа смен знака процесса или числа переходов (N) кривой хода средних суточных температур через значение средней месячной температуры. Известно, что синоптические процессы одного знака продолжаются 5—6 дней или в среднем за период декабрь — март знак процесса меняется 22 раза. Можно считать

$$S = \frac{N}{22}. \tag{4}$$

При $S < 1$ процессы считаются устойчивыми, при $S \approx 1$ нормальными, при $S > 1$ — неустойчивыми.

Показатель амплитуды A_T характеризует зональность или меридиональность процессов. Малые амплитуды свойственны зональным процессам, большие — меридиональным.

$$A_T = \frac{\sum_{1}^{N} A_i}{N A_{\max}}. \tag{5}$$

Здесь A_i — амплитуды колебаний средней суточной температуры в течение периода декабрь — март. $A_{\max} = T_{\max} - T_{\min}$; $T_{\max}$ — наиболее высокая и $T_{\min}$ — наиболее низкая средние суточные температуры в период с декабря по февраль.

Два последних показателя позволяют вычислить показатель $J_{\delta T}$, ибо, хотя и косвенно, они в совокупности характеризуют интенсивность циклонической деятельности атмосферы в рассматриваемом районе. Оказалось удобным вычислять $J_{\delta T}$ в таком виде:

$$J_{\delta T}=\frac{0{,}75-A_T}{A_T}+\frac{S}{2}\,. \tag{6}$$

Чем больше S и меньше A_T, тем больше интенсивность циклонической деятельности. Последняя также определяется контрастом температур, а отсюда и название показателя $J_{\delta T}$.

Наличие и толщина снежного покрова к началу третьей декады марта определяет затраты тепла на таяние снега и испарение влаги и, следовательно, интенсивность весеннего прогрева подстилающей поверхности. Показатель снегозапаса удобно вычислять как

$$\widetilde{h}=0{,}95\ \frac{h}{h_N}+0{,}05, \tag{7}$$

где h — толщина снежного покрова на 20 марта; h_N — норма снежного покрова на 20 марта.

Рассматривая высотные барические поля (AT_{500}), удалось заметить, что при теплых зимах и малом снежном покрове на 20 марта весной преобладают антициклонические поля, при холодных зимах и значительном снежном покрове на 20 марта — циклонические. Этот факт можно выразить показателем

$$J_p=\frac{\widetilde{T}}{\operatorname{tg}\,(45\times\widetilde{h})}\,. \tag{8}$$

Все перечисленные показатели в какой-то степени отражают информацию, содержащуюся в пословицах и поговорках о погоде, и потому в рамках нашей задачи могут считаться предикторами, необходимо только найти соответствующие прогностические связи.

Для получения последних были использованы материалы наблюдений в Ленинграде с 1946 до 1965 гг. В табл. 1 приведены значения коэффициентов корреляции между показателями $\widetilde{T}$ для зимы и последующего лета.

Нетрудно видеть, что в целом ряде случаев отчетливо прослеживается связь летних показателей $\widetilde{T}$ с предшествующими зимними показателями. Вместе с тем имеются и очень слабые связи. Например, показатель $\widetilde{T}_{\mathrm{VIII}}$ (август) слабо связан с любым из зимних показателей $\widetilde{T}$.

На основе данных табл. 1 с помощью регрессионного анализа были получены прогностические соотношения, позволяющие вычислять значения показателей $\widetilde{T}$ для летних месяцев по данным предшествующей зимы (табл. 2). При этом использовались показатели $\widetilde{T}$, $J_{\delta T}$, $\widetilde{h}$, J_p.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции между показателями $\widetilde{T}$ для зимних и летних месяцев

Месяц, сезон	$\widetilde{T}_{VI}$ июнь	$\widetilde{T}_{VII}$ июль	$\widetilde{T}_{VIII}$ август	$\widetilde{T}_{IX}$ сентябрь	$\widetilde{T}_{л}$ лето
Декабрь $\widetilde{T}_д$	0,20	0,57	−0,14	−0,37	−0,01
Январь $\widetilde{T}_я$	−0,04	0,41	−0,19	0,3	0,12
Февраль $\widetilde{T}_ф$	0,40	0,39	0,22	0,50	0,58
Март $\widetilde{T}_м$	0,13	0,11	0,18	0,68	0,50
Зима $\widetilde{T}$	0,26	0,62	−0,03	0,22	0,38

Используя формулы табл. 2, уже в начале апреля можно предсказать температурный фон лета в целом и каждого летнего месяца, включая сентябрь, в отдельности. Средние значения температуры каждого месяца можно вычислить путем умножения полученного значения показателя $\widetilde{T}$ на норму соответствующего месяца. Для Ленинграда средние значения температур июня, июля, августа и сентября вычислялись как

$$\overline{T}_{VI}=\widetilde{T}_{VI}\cdot 14{,}8\,; \qquad \overline{T}_{VII}=\widetilde{T}_{VII}\cdot 17{,}8\,;$$

$$\overline{T}_{VIII}=\widetilde{T}_{VIII}\cdot 16{,}0\,; \qquad \overline{T}_{IX}=\widetilde{T}_{IX}\cdot 10{,}8\,.$$

Умножая вычисленные значения $\widetilde{T}$ на нормы максимальных и минимальных температур, можно получить прогностические значения среднего месячного максимума и минимума температуры.

Прогностические соотношения из табл. 2 были проверены на материалах наблюдений в Ленинграде за период 1966—77 гг. Результаты проверки характеризуются данными табл. 3.

Таблица 2

Прогностические соотношения

Месяцы	J_p	Прогностические соотношения
Июнь	$\geqslant 1$	$\widetilde{T}_{VI}=\dfrac{\widetilde{T}_ф-\widetilde{T}_д}{J_{\delta T}}+\widetilde{T}_д+4{,}8\ \widetilde{T}-2{,}5\ \widetilde{T}^2-2{,}3$
	<1	$\widetilde{T}_{VI}=0{,}64\ J_{\delta T}+1-\dfrac{\widetilde{T}_ф+\widetilde{T}_д}{2}$
Июль	$\geqslant 1$	$\widetilde{T}_{VII}=1{,}53+0{,}24\ \widetilde{T}_д+0{,}2\ \widetilde{T}+0{,}39\ J_{\delta T}^2-1{,}3\ J_{\delta T}$
	<1	$\widetilde{T}_{VII}=1{,}6+0{,}24\ \widetilde{T}_д+0{,}2\ \widetilde{T}+0{,}39\ J_{\delta T}^2-1{,}3\ J_{\delta T}$
Август	$\geqslant 1$	$\widetilde{T}_{VIII}=(2-\widetilde{T})+0{,}32\ (1-\widetilde{h})\times K\ (1-\widetilde{T}_м+\widetilde{T})$
	<1	$\widetilde{T}_{VIII}=(2-\widetilde{T})+0{,}20\ (1-\widetilde{h})\times K\ (1-T_м+T)$
Сентябрь	$\geqslant 1$	$\widetilde{T}_{IX}=0{,}5\ (\widetilde{T}_ф+\widetilde{T}_м)+1{,}28\left(1-\dfrac{\widetilde{T}+\widetilde{T}_д}{2}\right)$
	<1	$\widetilde{T}_{IX}=0{,}2\ \widetilde{T}_ф+0{,}15\ \widetilde{T}_м-0{,}35\ \widetilde{T}_д+1{,}0$

Примечание. $K=1-5{,}4\ (\widetilde{T}_м-\widetilde{T})^2$

Таблица 3

Ошибки прогноза средних температур летних месяцев 1966—1977 гг.

Ошибки	T° C	T°C $_{max}$	T°C $_{min}$
Средняя	0,80	0,93	0,70
Средняя квадратическая	0,94	1,25	0,83
Максимальная	2,6	3,0	1,7
Минимальная	0,0	0,0	0,1

Достигнутую точность можно считать удовлетворительной. Вместе с тем, наличие отдельных значительных ошибок заставляет считать полученные прогностические соотношения предварительными.

УДК 551.509

Р. П. РЕПИНСКАЯ (ЛГМИ)

СТАТИСТИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ ПРОГНОЗОВ

Известно [1, 6], что по качеству численные прогнозы барических полей у земли еще уступают синоптическим, а попытки непосредственного предвычисления метеоэлементов, необходимых для прогноза локальной погоды, в рамках динамических схем пока не привели к заметному успеху. Поэтому в последние годы в ряде стран интенсивно разрабатываются методики статистической интерпретации продукции численных схем [3, 9, 11, 12, 13].

В данной работе рассматривается статистическая коррекция численных прогнозов, получаемых в ГМЦ СССР по модели «Синтез», в терминах локального прогноза ветра на основе концепции использования статистик результатов модели [9], в рамках которой отбор наиболее информативных предикторов осуществляется методом случайного поиска с адаптацией — СПА [5].

Область задания результатов объективного анализа приземного давления (за 03 часа СГВ), суточного численного прогноза приземного давления p_0 и геопотенциала H_{700}, а также высоты рельефа h показана на рисунке. Дополнительно вычислялся геопотенциал $H_{1000} = 0{,}8\ (p_0 - 1000)$. Исходные выборки состояли из 28 случаев за холодный период 1980—81 гг.

Выбор системы прогностических признаков был обусловлен, с одной стороны, физическими закономерностями и связями, описывающими режим ветра в пограничном слое атмосферы, а с другой стороны, ограниченностью исходного материала. Так, в систему потенциальных предикторов, рассчитываемых по результатам модели, были включены: составляющие геострофического ветра u_g и v_g на уровнях 1000 и 700 гПа, вертикальный сдвиг модуля вектора геострофического ветра ΔV в слое 1000—700 гПа, добавочная вертикальная составляющая скорости w_h, обусловленная влиянием рельефа, геострофическая завихренность скорости Ω_g, циркуляция скорости Γ, геострофическая адвекция температуры A_T и адвективное изменение приземного давления A_{p_0}.

Рассмотрим физические соображения, на основании которых сформирован ансамбль эвристических предикторов [1, 4, 6].

1. В первом приближении можно считать, что с помощью геострофических соотношений

$$u_g = -\frac{g}{l}\frac{\partial H}{\partial y}, \quad v_g = \frac{g}{l}\frac{\partial H}{\partial x} \qquad (1)$$

описывается связь между полями давления и движения. При несоответствии этих полей, вызванных местными возмущениями барического поля, возникает апериодический затухающий процесс, приводящий к стационарному состоянию, удовлетворяющему геострофическим условиям. Происходит взаимная адаптация полей. Особенно быстро изменяется поле давления, приспосабливаясь к полю ветра, так что атмосфера всегда колеблется вблизи геострофического равновесия.

2. В среднем изменение скорости ветра с высотой значительно больше изменения его направления. Поэтому величина сдвига модуля вектора скорости в некотором слое

$$\Delta V = V_{700} - V_{1000} = \sqrt{(u_g^2 + v_g^2)_{700}} - \sqrt{(u_g^2 + v_g^2)_{1000}} \qquad (2)$$

численно мало отличается от векторного приращения геострофического ветра, которое зависит от среднего горизонтального градиента температуры в этом слое. При изменении температуры по горизонтали давление над разными пунктами изменяется по-разному, что приводит к перестройке поля давления, изменению горизонтального барического градиента с высотой и геострофического ветра, который при увеличении толщины слоя все более приближается к термическому, а изобары в конечном счете становятся параллельными изотермам.

3. Геострофическая адвекция температуры вычисляется по формуле

$$A_T = -\left(u_{g_{700}} \frac{\partial T_m}{\partial x} + v_{g700} \left(\frac{\partial T_m}{\partial y}\right)\right). \qquad (3)$$

Здесь T_m — средняя температура в слое 1000—700 гПа, определяемая с помощью уравнения статики

$$T_m = T_{850} = -\frac{g}{R}\, p_m \frac{\Delta H}{\Delta p}, \qquad (4)$$

где $R = 286{,}8$ Дж/(кг·К) — удельная газовая постоянная сухого воздуха; $p_m = 850$ гПа — среднее давление в слое; $\Delta p = 300$ гПа; $\Delta H = (H_{700} - H_{1000})$ гПа. Учитывая, что

$$\frac{\partial T_m}{\partial x} = \frac{lT}{g} \frac{\partial v_g}{\partial z}, \quad \frac{\partial T_m}{\partial y} = -\frac{lT}{g} \frac{\partial u_g}{\partial z} \qquad (5)$$

и вводя модуль вектора V_g и его направление α, получим:

$$A_T = \frac{lT_m}{g} V_g^2 \frac{\partial \alpha}{\partial z}, \qquad (6)$$

где $\frac{\partial \alpha}{\partial z}$ — изменение направления геострофического ветра с высотой.

4. Адвективное изменение приземного давления

$$A_{p_0} = -\left(u_{g_{700}} \frac{\partial p_0}{\partial x} + v_{g_{700}} \frac{\partial p_0}{\partial y}\right) \tag{7}$$

несет информацию о приближении (удалении) различных барических образований и фронтов, отражает влияние чисто динамического характера и косвенно связано с вертикальными движениями. В формуле (7) используются компоненты ветра на уровне 700 гПа, так как подвижные барические образования перемещаются в среднем в направлении и со скоростью, близкой к скорости ведущего потока на этом уровне.

5. Добавочная вертикальная составляющая скорости, обусловленная влиянием рельефа, приближенно вычисляется по формуле [6]

$$w_h = \left(u_{g_{700}} \frac{\partial h}{\partial x} + v_{g_{700}} \frac{\partial h}{\partial y}\right). \tag{8}$$

Известно [6], что орографические особенности могут в значительной степени влиять на воздушные массы и фронты, на возникновение, перемещение и эволюцию барических образований, на локальную и общую циркуляцию атмосферы. Наибольшее влияние на погоду оказывает развитие вертикальных движений воздуха. Так, с наветренной стороны гор ($w_h > 0$) наблюдается развитие облачности и выпадение орографических осадков, а на подветренной стороне ($w_h < 0$) облачность размывается.

Между составляющими скорости u, v и w_h в соответствии с уравнением неразрывности имеется взаимосвязь. Появление компоненты w_h вызывает изменение геострофических соотношений

$$u_g = -\frac{p_0}{lp_h} \frac{\partial H}{\partial y}, \quad v_g = \frac{p_0}{lp_h} \frac{\partial H}{\partial x}, \tag{9}$$

где p_0 и p_h — давление у подошвы горы и на ее вершине.

Над горами часто возникают интенсивные волновые возмущения, распространяющиеся до высот 10—15 км. По горизонтали влияние гор на воздушные течения прослеживается на сотни километров.

Общей закономерностью является антициклогенез с наветренной стороны гор и циклогенез с подветренной. Наблюдается замедление перемещения барических систем перед горами, а низкие холодные антициклоны вообще могут быть задержаны. Иногда при переваливании циклонов через горы наблюдается процесс сегментизации.

Влияние гор на атмосферные фронты проявляется в задержании фронтов, в изменении скорости перемещения того или иного участка фронта, в обострении фронтов, образовании фронтальных волн перед наветренной стороной и в размывании фронтов при их переваливании через горы.

Все приведенные обстоятельства указывают на важность учета влияния орографии при прогнозе приземного ветра, которое в определенной степени и отражает предиктор w_h.

6. Для прогностических целей большой интерес представляют также характеристики поля скорости. В качестве таких характеристик использовались геострофическая завихренность и циркуляция скорости.

Действительно, с изменениями вертикальной составляющей вихря скорости, характеризующей тенденцию вращательного движения в горизонтальной плоскости вокруг оси z

$$\Omega_g = \frac{g}{l} \nabla^2 H, \tag{10}$$

тесно связана эволюция барического поля. Среднее значение вихря скорости внутри контура L, ограничивающего площадь s, можно вычислить по формуле

$$\Omega_m = \frac{1}{s} \oint V_L \, dL = \frac{\Gamma}{s}, \tag{11}$$

где V_L — проекция вектора скорости на касательную, проведенную в данной точке контура; Γ — циркуляция скорости, характеризующая средний перенос воздуха вдоль замкнутого контура:

$$\Gamma = \oint (u dx + v dy) = \frac{g}{l} \oint \left(\frac{\partial H_{700}}{\partial x} dy - \frac{\partial H_{700}}{\partial y} dx \right). \tag{12}$$

Разностная аппроксимация дифференциальных формул предикторов осуществлялась с помощью наиболее точных конечно-разностных аналогов простых дифференциальных операторов по Д. Иенсену и Дж. Страуду [7].

Формулы для расчета предикторов на квадратной сетке в узле i, j имеют следующий вид:

$$(u_{g_{1000}})_{i,j} = -\frac{g}{12\Delta s} \left(\frac{m}{l}\right)_{i,j} (H_{i,j-2} - 8H_{i,j-1} + 8H_{i,j+1} - H_{i,j+2})_{1000}, \tag{13*}$$

$$(v_{g_{1000}})_{i,j} = \frac{g}{12\Delta s} \left(\frac{m}{l}\right)_{i,j} (H_{i-2,j} - 8H_{i-1,j} + 8H_{i+1,j} - H_{i+2,j})_{1000}, \tag{14*}$$

$$\Delta V_{i,j} = \sqrt{[(u_g^2 + v_g^2)_{i,j}]_{700}} - \sqrt{[(u_g^2 + v_g^2)_{i,j}]_{1000}}, \tag{15}$$

* Значения $(u_{g_{700}})_{i,j}$ и $(v_{g_{700}})_{i,j}$ вычисляются по аналогичным формулам.

$$(w_h)_{i,j} = -\frac{m_{i,j}}{12\,\Delta s}\,[(u_{g_{700}})_{i,j}\,(h_{i-2,j} - 8h_{i-1,j} + 8h_{i+1,j} - h_{i+2,j}) +$$
$$+ (v_{g_{700}})_{i,j}\cdot(h_{i,j-2} - 8h_{i,j-1} + 8h_{i,j+1} - 8h_{i,j+2})], \qquad (16)$$

$$(A_T)_{i,j} = -\frac{m_{i,j}}{12\,\Delta s}\,[(u_{g_{700}})_{i,j}\,(T_{i-2,j} - 8T_{i-1,j} + 8T_{i+1,j} - T_{i+2,j})_{850} +$$
$$+ (v_{g_{700}})_{i,j}\cdot(T_{i,j-2} - 8T_{i,j-1} + 8T_{i,j+1} - T_{i,j+2})_{850}], \qquad (17)$$

$$(A_{p_0})_{i,j} = -\frac{m_{i,j}}{12\,\Delta s}\,[(u_{g_{700}})_{i,j}\,(p_{i-2,j} - 8p_{i-1,j} + 8p_{i+1,j} - p_{i+2,j})_0 +$$
$$+ (v_{g_{700}})_{i,j}\,(p_{i,j-2} - 8p_{i,j-1} + 8p_{i,j+1} - p_{i,j+2})_0], \qquad (18)$$

$$(\Omega_{g_{1000}})_{i,j} = \frac{g}{12\,(\Delta s)^2}\left(\frac{m}{l}\right)_{i,j}\cdot(16\,H_{i-1,j} - H_{i-2,j} - 60\,H_{i,j} +$$
$$+ 16\,H_{i,j-1} - H_{i,j-2} - 16\,H_{i,j+1} + 16\,H_{i+1,j} - H_{i-2,j} - H_{i,j+2}), \qquad (19)$$

где Δs — шаг сетки; m — масштабный множитель стереографической проекции карты [1]; i — номер столбца; j — номер строки.

По формулам (13)—(19) значения виртуальных предикторов могут быть получены для узлов сетки, отстоящих на два ряда точек от границы области. Поскольку при аналогичной аппроксимации выражения (12) область, где могут быть вычислены значения Г, сильно уменьшается, для однотипности результатов циркуляция аппроксимировалась центральными разностями:

$$(\Gamma_{700})_{i,j} = \frac{g}{l_{i,j}}\,[2\,(H_{i+2,j-2} + H_{i+2,j} + H_{i+2,j+1} - H_{i+1,j-1} -$$
$$- H_{i+1,j-1} + H_{i-1,j-2} + H_{i-1,j+1} - H_{i-2,j-1} - H_{i-2,j+2}) +$$
$$+ (H_{i,j-2} - H_{i,j-1} + H_{i,j+1} - H_{i,j+2} - H_{i-2,j} +$$
$$+ H_{i-1,j} - H_{i+1,j})]_{700}. \qquad (20)$$

Построению прогностических уравнений регрессии предшествует процедура отбора наилучших тест-предикторов.

Пусть $X_q = \{x_j\}$, где $j = 1, 2, \ldots, q \geqslant 1$ — исходная система предикторов, состоящая из q-элементов. Из этой системы нужно выбрать наиболее информативную подсистему $X_n \in X_q$. Если q, n — малые числа, то выбор можно провести методом полного перебора всех C_q^n сочетаний предикторов. Однако объем вычислений будет очень велик. Если оценочный функционал, служащий критерием сравнения подмножеств прогностических признаков, удовлетворяет некоторым условиям, то можно решать задачу методом динамического программирования. При $\frac{q}{2} < n < q$ обычно используют процедуру последовательной отбраковки, а при $1<n<\frac{q}{2}$ — более эффективную процедуру «просеивания». Общим недостатком двух последних методов является то, что они не гарантируют получение оптимального результата. Наиболее экономичным является метод СПА, созданный Г. С. Лбовым [5], который рекомендуется использовать при $n \approx \frac{q}{2}$. Этот метод представляет собой усовершенствование метода Монте-Карло и позволяет за число шагов, сравнимое с $\sum_{i=0}^{n}(q-i)$, найти решение, близкое к оптимальному. Рассмотрим суть метода. Вначале вероятности выбора любого из предикторов одинаковы и равны $1/q$. На числовой оси в диапазоне от 0 до 1 за каждым из предикторов закрепляется отрезок $1/q$. Датчик случайных чисел с равномерным распределением в пределах 0—1 делает выбор n из q участков. Система n случайно выбранных таким образом предикторов оценивается по критерию информативности J. Пусть результат этой оценки $J_1^{(1)}$. Такая процедура повторяется α_1 раз и получаются оценки для α_1 случайных сочетаний по n параметров. Величина $J_{\max}^{(1)}$ укажет наиболее эффективное, а $J_{\min}^{(1)}$ — наименее эффективное n-мерное пространство признаков из группы α_1. Параметры, входящие в состав наиболее эффективного набора, «поощряются» (ширина соответствующих им участков на оси 0—1 увеличивается на величину $h \leqslant 1/q$ и становится равной $1/q+h$), а к параметрам из наиболее неудачного набора применяется процедура «наказания» (ширина их участков сокращается до $1/q-h$). Затем выполняется серия α_2 случайных испытаний. Теперь, после предыдущего уровня «обучения», вероятность выбора предикторов уже неодинакова. Снова «поощряются» параметры из наиболее эффективного набора и «наказываются» из наименее эффективного. После ряда этапов вероятность выбора предикторов, часто встречающихся в удачных сочетаниях, становится существенно больше других. Их участки занимают теперь почти весь отрезок 0—1. Датчик случайных чисел начинает выбирать одно и то же сочетание признаков. «Насыщение» наступает обычно после числа испытаний, существенно меньшего чем C_q^n.

Установлено [5], что информативность системы предикторов в зависимости от характера статистических связей между ними может быть больше или меньше суммы информативностей отдельных предикторов. Учет этих связей значительно усложняет задачу, поэтому для простоты заведомо зависимые предикторы используют как независимые, а информативность системы предикторов полагается равной сумме информативностей всех элементов системы. Если предикторы отличаются друг от друга затратами на их получение, то для оценки информативности отдельного предиктора используют критерий информационной эффективности $Q = J/N$, где J — полезный вклад, вносимый предиктором; N — затраты на его получение. Нами были приняты следующие допущения: все потенциальные предикторы, входящие в исходный ансамбль, независимы; затраты на получение любого предиктора одинаковы. Эти упрощения позволяют оценить информативность каждого предиктора с помощью критерия трудности распознавания, а информативность системы вычислять как простую сумму информативностей входящих в нее предикторов.

Предварительно производится статистическая обработка рядов значений предиктанта и предикторов: вычисляются частоты и вероятности попадания величины в каждую градацию. После этого предиктант Y и любой предиктор X можно рассматривать как полные группы событий:

$$Y \begin{pmatrix} y_i \\ p_i \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \ldots, k; \quad X \begin{pmatrix} x_j \\ q_j \end{pmatrix}, \quad j = 1, 2, \ldots, t,$$

где вероятности p_i и q_j удовлетворяют условиям $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$, $\sum_{j=1}^{t} q_j = 1$.

В качестве критерия информативности была выбрана величина

$$J(Y/X) = 1 - \frac{H_x(Y)}{H(Y)}, \tag{21}$$

для которой имеет место следующее свойство: $J(Y/X) \neq J(X/Y)$. Критерий (21), как показатель стохастической связи между величинами Y и X, изменяется от 0 (для независимых событий) до 1 (для полиосвязных событий). В формуле (21) обозначены: статистическая энтропия полной системы

$$H(Y) = -\sum_{i=1}^{k} p_i \log p_i; \tag{22}$$

$$H_x(Y) = \sum_{j=1}^{t} [H(Y/x_j)\, q_j] \tag{23}$$

— условная энтропия полной системы Y (если известно, какое из событий наступило в системе X). В формуле (23)

$$H(Y/x_j) = -\sum_{i=1}^{k} r_{i,j} \log r_{i,j} \tag{24}$$

— частная условная энтропия системы Y при j-том значении параметра X. Здесь

$$r_{i,j} = \frac{p_{i/j}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i/j}} = \frac{p_{i/j}}{q_j}, \quad i = 1, 2, \ldots, k. \tag{25}$$

— условная вероятность осуществления события y_i (если известно, что события x_j свершилось); $p_{i/j}$ — вероятность совместного осуществления событий x_j и y_i.

Выражение (23) следует из принципа аддитивности энтропий, согласно которому общая неопределенность выбора градации предиктанта по параметру X будет равна сумме энтропий $H(Y/x_j)$ с учетом того, что вероятность получения j-того значения параметра X равна q_j. Величину $H_x(Y)$ можно толковать и как математическое ожидание частной условной энтропии $H(Y/x_j)$, взятое для всех значений $x_1, x_2, \ldots, x_t$.

После отбора тест-предикторов строятся уравнения связи с помощью линейного регрессионного анализа. Прогностическая связь между предиктантом и тест-предикторами представляется в виде линейного уравнения множественной регрессии [1]:

$$\widetilde{y} = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \tag{26}$$

где $\widetilde{y}$ — прогностическое значение предиктанта; n — количество тест-предикторов, а $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — их прогностические значения; $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — искомые коэффициенты регрессии.

Сначала по архивным данным строится система $N \gg n$ условных уравнений, и в соответствии с методом наименьших квадратов ставится условие минимума суммы квадратов ошибок прогноза для всех N случаев. Далее строится система нормальных уравнений, решая которую, определяют коэффициенты регрессии c_i.

Для реализации поставленной задачи на ЭВМ были составлены две алгольных программы. С помощью первой программы осуществляются следующие этапы: интерполяции полей приземного давления p_0, геопотенциала H_{700} и высоты рельефа h, заданных в узлах шахматной сетки, в узлы квадратной сетки (поля H_{1000} и T_{850} рассчитываются по значениям p_0 и H_{700}); построение полей предикторов в узлах шахматней сетки по формулам (13)—(20); построение временных рядов предикторов для каждого сеточного узла и загрузка их на магнитную ленту.

Вторая программа состоит из трех блоков и осуществляет выбор наиболее информативных предикторов методом СПА и вычисление коэффициентов регрессии.

Первый блок предназначен для статистической обработки и оценки информативности виртуальных предикторов, входящих в исходную совокупность. Значения вероятностей p_i, необходимых для расчета энтропии HY, вычисляются с помощью алгоритма, предложенного в [2]. Находятся также экстремальные значения предикторов по выборкам. При определении оптимальной величины интервала (ширины градации) используется формула [8]: $\Delta y = 0{,}5\sigma$, где σ — среднеквадратическое отклонение, т. е. учитывается изменчивость величины Y. Для нормального распределения число интервалов при таком подходе будет всегда около 12, так как в 6σ укладывается 99,7% всех значений величины. Так как метеовеличины распределяются, как правило, по законам, близким к нормальному, в данном случае этот подход является правомерным. Начало отсчета переносится в точку, лежащую левее точки минимума, координата которой

$$YO=\begin{cases} \operatorname{sign}(\min y_k)\cdot [\text{entier}\left(\frac{|\min y_k|}{\Delta y}\right)\Delta y+\Delta y \text{ при } \min y_k<0, \\ \text{entier}\left(\frac{\min y_k}{\Delta y}\right)\Delta y \quad \text{при } y_k\geqslant 0. \end{cases} \tag{27}$$

Число интервалов определяется по формуле

$$Ly=\text{entier}\left(\frac{\max y_k-\min y_k}{\Delta y}\right)+2. \tag{28}$$

Относительный номер интервала, куда попадает число y_k, находится по формуле

$$ty=\text{entier}\left(\frac{y_k-YO}{\Delta y}\right). \tag{29}$$

Подсчитывается частота $my\,[ty]$ и вероятность $py\,[ty]$ попадания величины y_k в данный интервал: $py\,[ty]=my\,[ty]/N$.

По формуле (22) вычисляется энтропия предиктанта HY (используются натуральные логарифмы). Затем для каждого предиктора определяются экстремальные значения, координата начала отсчета XO, число интервалов Lx, частоты $mx\,[tx]$ и вероятности $px\,[tx]$ по интервалам. Вычисляются абсолютные частоты сочетаний значений x_i и y_j: $mxy\,[tx,\ ty]$, определяются условные вероятности

$$pxy\,[tx,\ ty]=mxy\,[tx,\ ty]/mx\,[tx] \tag{30}$$

и условная энтропия HXY. Критерий информативности рассчитывается по формуле (21).

Во втором блоке программы реализуется метод СПА: определяются предварительные значения вероятностей выбора предикторов; на каждом шаге делается ss серий испытаний (подключается СП Р1147 — датчик случайных чисел с нормальным распределением в интервале 0—1), выбирается jj чисел и определяются соответствующие номера предикторов; для каждой s-той серии рассчитывается суммарный критерий информативности; среди значений суммарных критериев выбираются экстремальные; устанавливаются номера предикторов, входящих в соответствующие наборы. Начиная с третьего шага, осуществляется проверка условия равенства максимальных суммарных критериев информативности на трех соседних шагах. Выполнение этого условия должно означать, что наступило «насыщение» и в наилучшие наборы на трех рассматриваемых шагах входят одни и те же предсказатели. Здесь предусмотрен выход из цикла по шагам, упорядочение номеров предикторов в лучшем наборе по возрастанию и отбрасывание повторяющихся номеров в наборе. При этом происходит настройка параметров в третьем блоке. Если условие «насыщения» не выполнилось, производится пересчет вероятностей выбора предикторов («поощрение» и «наказание») и переход к следующему шагу.

В третьем блоке программы производится расчет слагаемых в нормальных уравнениях и определение коэффициентов регрессии (по СП Р1052).

Расчеты, проведенные по зависимой выборке с помощью разработанных программ, показали (таблица), что для обоих предиктантов в среднем по области расчета в качестве наиболее информативных предикторов выбирались $(u_g, v_g)_{1000}$, $u_{g_{700}}$, реже $v_{g_{700}}$, A_T, w_h, Ω_g. Предикторы A_{p_0}, ΔV и Γ в уравнениях регрессии не фигурировали. Этот факт объясняется, вероятно, тем, что предикторы, вопреки принятой рабочей гипотезе, являются зависимыми, и, очевидно, те из них, которые несут дублирующую информацию, не могут быть выбраны в качестве наиболее значимых.

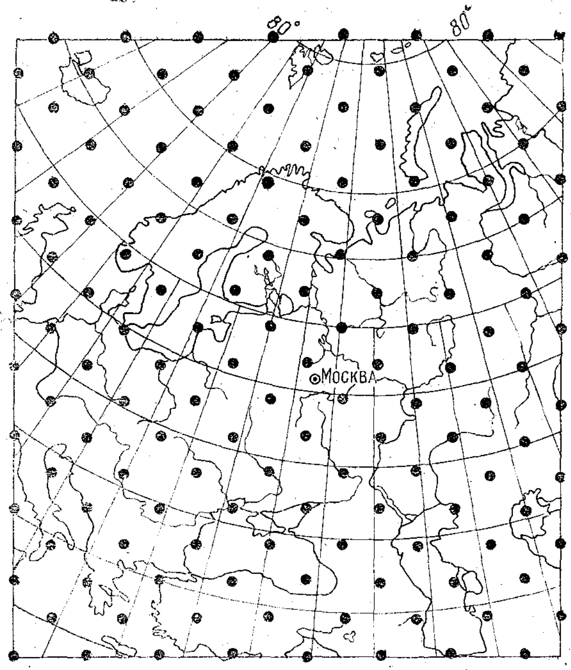
Таблица

Повторяемость выбора наиболее информативных предикторов в процентах

Предикторы / Предиктанты	1000 гПа			700 гПа		w_h	A_T	A_{p_0}	Γ	ΔV
	u_g	v_g	Ω_g	u_g	v_g					
$u_{g_{1000}}$	91	7	5	14	5	7	2	0	0	0
$v_{g_{1000}}$	66	30	2	16	11	0	7	0	0	0

Результаты коррекции составляющих приземного геострофического ветра оценивались на данном этапе работы для восьми ситуаций с помощью средней абсолютной ошибки прогноза. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие предварительные выводы: разработанный метод статистической коррекции обеспечивает уточнение численного прогноза приземного ветра примерно на 4,6%; зональная составляющая вектора скорости прогнозируется существенно лучше чем меридиональная.

В заключение отметим, что обе составленные в ходе работы программы на ЭВМ носят общий характер, т. е. их входные параметры (размер шахматной сеточной области, число случаев, число предикторов, степень «поощрения» и «наказания» предикторов и т. д.) можно варьировать. Это позволяет строить прогноз для любых метеоэлементов и районов и проводить широкие численные эксперименты с предложенной схемой.



Сеточная область задачи статистической интерпретации численных прогнозов

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов П. Н. Численные методы прогноза погоды. — Л.: Гидрометеоиздат, 1975. — 392 с.
2. Борисенков Е. П., Романов М. А. Алгоритмы и программы статистической обработки информации на ЭВМ. — Л.: Гидрометеоиздат, 1969, с. 154—155.
3. Воробьев В. И., Репинская Р. П. Об использовании результатов численных схем для прогноза локальной погоды. — В сб.: Гидрометеорологическое обеспечение народного хозяйства. Изд. ЛПИ, 1982, вып. 78, с. 23—31 (ЛГМИ).
4. Динамическая метеорология. — Л.: Гидрометеоиздат, 1976. — 607 с.
5. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. М.: Советское радио, 1972. — 206 с.
6. Зверев А. С. Синоптическая метеорология. — Л.: Гидрометеоиздат, 1977. — 711 с.
7. Иенсен Д., Страуд Дж. Точность конечно-разностных аналогов простых дифференциальных операторов. — В сб.: Труды II Токийского симпозиума по численным методам прогноза погоды. Л., Гидрометеоиздат, 1971, с. 361—370.

8. Кобышева Н. В., Наровлянский Г. Я. Климатологическая обработка метеорологической информации. — Л.: Гидрометеоиздат, 1978, с. 42—47.
9. Об интерпретации численных прогнозов для целей локального прогнозирования погоды. — Обнинск, ВНИИГМИ-МЦД. Экспресс-информация. Метеорология. 1978, вып. I (48), с. 20—35.
10. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. — М.: Наука, 1969. — 511 с.
11. Снитковский А. И. Краткосрочный прогноз температуры воздуха, обложных осадков и ветра на основании прогностических карт давления. — М., Метеорология и гидрология», 1979, № 9, с. 5—15.
12. Снитковский А. И. К прогнозу температуры воздуха. — М., Метеорология и гидрология, 1980, № 12, с. 14—26.
13. Снитковский А. И., Сонечкин Д. М., Фукс-Рабинович М. С., Шаповалова Н. С. Система объективного краткосрочного прогноза явлений и элементов погоды в США. — Обнинск, ВНИИГМИ-МЦД. 1978. — 56 с.

УДК 551.509.313

И. Н. РУСИН (ЛГМИ)

ВАРИАНТ ОБЪЕКТИВНОГО УЧЕТА ИСТОЧНИКОВ И СТОКОВ ТЕПЛА В МЕСЯЧНЫХ ПРОГНОЗАХ АНОМАЛИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА

Попытки применения уравнения теплового баланса системы атмосфера — подстилающая поверхность для расчета аномалий температуры слоев системы со значительной заблаговременностью предпринимались неоднократно [1, 2, 10]. При этом было отмечено, какую важную роль играет параметризация источников и стоков тепла в формировании температурных аномалий. В настоящее время описание притока тепла в теплобалансовых моделях производится в основном для тех членов, которые зависят от облачности и на статистической основе [10, 12]. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы в явном виде выписать те источники и стоки тепла, которые входят в уравнения теплового баланса интересующей метеорологов системы, но слабо зависят от облачности и потому учитываются в используемых методах не достаточно точно.

Эволюционные уравнения для месячных аномалий температуры формально легко получаются из уравнений теплового баланса тропосферы и деятельного слоя подстилающей поверхности, которые широко известны и будут использованы без дополнительных комментариев. Форма этих уравнений подробно описана, например, в работе [1]. Относительно этих уравнений следует сделать ряд замечаний, уточняющих сферу их применения. Прежде всего отметим, что как и Х. Адем, будем предполагать, что эти уравнения являются результатом усреднения исходных уравнений термодинамики, во-первых, по вертикали по всей толще деятельного слоя почвы и по всей высоте тропосферы, во-вторых, по времени за месячный промежуток. Месячный интервал усреднения позволяет эффективно использовать при описании динамики положения теории атмосферной макротурбулентности. С другой стороны среднемесячные температуры, хотя и отклоняются от многолетних норм, но эти аномалии являются небольшими по величине, редко превышая $\pm 4^\circ$ С, вследствие чего при получении уравнений, описывающих эволюцию этих аномалий, можно корректно производить линеаризацию ряда нелинейных членов. Если представить все входящие в них члены в виде суммы многолетних норм и среднемесячных аномалий и учесть, что уравнения теплового баланса для норм безусловно выполняются (подобная процедура часто используется в теории, например, [2]), то можно привести уравнения для аномалий без дальнейших пояснений:

$$\bar{h}_a \frac{\partial T'_a}{\partial t} + A' = J'_a + P' + R', \qquad (1)$$

$$\bar{h}_s \frac{\partial T'_s}{\partial t} + h'_s \frac{\partial \bar{T}_s}{\partial t} = J'_s - P' - E' - \Pi' - M'. \qquad (2)$$

В этих уравнениях средние многолетние величины выделены с помощью черты сверху, а месячные аномалии — с помощью штриха. Важно отметить, что интегральная теплоемкость столба атмосферы зависит главным образом от вертикальной протяженности столба и для интегральной модели атмосферы может быть принята постоянной, тогда как интегральная теплоемкость деятельного слоя подстилающей поверхности (в нашем случае — почвы) зависит не только от толщины слоя, но и от влажности почвы. Именно эти зависимости учитываются вторым членом левой части уравнения (2). Наличие указанных зависимостей существенно отличает процесс формирования аномалий приземной температуры от процессов, характеризующих воздух в тропосфере.

Перечислим принятые обозначения. В уравнениях T_a, T_s — соответственно температуры атмосферы и деятельного слоя подстилающей поверхности на их средних уровнях, h_a, h_s — толщины вертикальных столбов атмосферы и деятельного слоя подстилающей поверхности. Определение этих величин легко выполняется на основе работы [1], J_a, J_s — радиационные балансы атмосферы и деятельного слоя подстилающей поверхности; P — поток тепла за счет контактного турбулентного теплообмена между атмосферой и подстилающей поверхностью; Π — поток тепла через нижнюю границу деятельного слоя; M — затраты тепла на таяние снега и внутрипочечного льда; E — поток скрытого тепла, поступающего в атмосферу при испарении; R — суммарный поток тепла, полученного атмосферой при конденсации водяного пара и затраченного атмосферой на работу против силы тяжести при адиабатическом поднятии воздушных масс в устойчиво стратифицированной среде. Наконец, через A обозначен суммарный горизонтальный теплоперенос в атмосфере, происходящий за счет средней циркуляции воздуха и макротурбулентности. Следует отметить, что отсутствие соответственного члена в уравнении (2) обусловлено тем, что это уравнение относится только к континентам. Это предположение сделано, поскольку мы будем рассматривать месячный промежуток времени, в течение которого можно считать температуру океана практически неизменной. Точность выполнения такого предположения во всяком случае не меньше, чем точность прогностических расчетов температуры поверхности Мирового океана по существующим моделям в условиях неполноты и неточности исходной информации для них.

Сделаем еще два предположения, чтобы в настоящей работе рассматривать менее широкий круг источников и стоков, чем нужно для наиболее полного решения задачи. А именно, чтобы не вводить в рассмотрение методику расчета толщины деятельного слоя подстилающей поверхности, связанную с учетом динамики почвенной влаги и толщины снега или морского льда, ограничимся рассмотрением формирования аномалий в максимально теплые (холодные) по норме месяцы года. При этом из уравнения (2) исчезает второй член левой части. Во-вторых, в этой работе не будем касаться сложных асинхронных связей аномалий облачности и температуры, обнаруженных в исследованиях Ш. А. Мусаеляна [11]. Будем рассматривать только притоки тепла при климатически нормальной облачности.

Ниже описана попытка, опираясь на физические соображения и разработанные методы параметризации источников и стоков, тепла, замкнуть систему уравнений (1) и (2). При этом будут учтены результаты исследования чувствительности модели Адема к малым изменениям этих источников и стоков, полученные в работе [14].

Наиболее разработанным в настоящее время является вопрос о параметризации радиационного баланса для слоев рассматриваемой модели. В работе [4] излагаются теоретически обоснованные способы, рекомендуемые для параметризации процессов переноса радиации в атмосфере. Однако в двухслойных климатических моделях широко используются и хорошо себя зарекомендовали простые схемы радиационного баланса [3]. В работе [14] приведена форма полуэмпирической схемы радиационного баланса для используемой здесь двухслойной системы. Эта форма представляет радиационный баланс слоев в виде

$$J_a = \pi_a J + b_{a1} + b_{a2} T_a + b_{a3} T_s + b_{a4} n, \tag{3}$$

$$J_s = \pi_s J + b_{s1} + b_{s2} T_a + b_{s3} T_s + b_{s4} n, \tag{4}$$

где J — суммарная радиация, проходящая при безоблачном небе на подстилающую поверхность: π_a и π_s — коэффициенты поглощения солнечной радиации, соответственно в слое атмосферы и в деятельном слое; n — балл общей облачности; b_{a1}, b_{a2}, b_{a3}, b_{a4}, b_{s1}, b_{s2}, b_{s3}, b_{s4} — постоянные коэффициенты.

При нахождении формул для месячных аномалий радиационного баланса учтем, что величина J устанавливается по климатологическим данным и не изменяется от года к году. Изменчивость альбедо подстилающей поверхности, вызванная перемещением снеговой линии, приводит к аномалиям коэффициента π_s.

Определение связи альбедо подстилающей поверхности с ее температурой можно дать на основе предложения М. И. Будыко, полагая что альбедо изменяется скачком при переходе от бесснежной поверхности к заснеженной. Тогда

$$\pi'_s = \begin{cases} \Delta\pi_s & \text{при температуре перехода} \\ 0 & \text{вне зоны перехода.} \end{cases} \tag{5}$$

Определение зоны перехода в зависимости от температуры можно произвести по исходной информации.

Изменчивость коэффициента поглощения атмосферы, связанная с аномалиями облачности, в настоящее время не может быть корректно учтена. Во-первых, это связано с недостаточной изученностью параметров, влияющих на перенос радиации в облаках. Во-вторых, анализ материалов наблюдений показал, что синхронные связи аномалий температуры и облачности малы [11], вследствие чего аномалии n' не должны непосредственно входить в уравнение для расчета аномалий температуры. В-третьих, выявленные асинхронные связи этих аномалий должны учитываться, по-видимому, так как предложено в работе [12], для чего необходимо сначала определить форму притоков тепла при нормальной облачности. Именно такая задача и исследуется в настоящей работе. По этим причинам принято, что Па постоянный коэффициент, а аномалии облачности отсутствуют.

Учитывая эти соображения можно путем линеаризации получить следующие соотношения:

$$J'_a = b_{a2} T'_a + b_{a3} T'_s, \tag{6}$$

$$J'_s = \pi'_s \bar{J} + b_{s2} T'_a + b_{s3} T'_s. \tag{7}$$

Для получения выражения, определяющего месячные аномалии турбулентного потока тепла, необходимо использовать такую параметризацию этой величины, которая бы достоверно передавала физику процесса формирования именно среднего за месяц потока. В настоящее время такая параметризация разработана в работе [17]. В этой работе турбулентный поток тепла описывается тремя составляющими, одна из которых образуется за счет разности среднемесячных температур атмосферы и подстилающей поверхности, вторая — за счет суммарного эффекта трансформации воздушных масс, проходящих через данную точку, а третья — за счет суммарного эффекта суточных колебаний температуры. Используя обозначения работы [17] можно привести формулу для среднемесячного потока тепла

$$P = b_{p0} + b_{p1}\,(T_s - T_a) + b_{p2}\,|\nabla T_a|^2 + b_{p3}\,\sigma_s^2, \qquad (8)$$

в которой величины b_{p0}, b_{p1}, b_{p2}, b_{p3} являются постоянными или переменными коэффициентами, а σ_s^2— дисперсия флуктуаций приземной температуры, вызванных суточным ходом. Линеаризуя выражение (8), будем считать последний член левой части равным его средней многолетней норме, что согласуется с принятым ранее предположением об отсутствии аномалий облачности, так как основные искажения суточного хода температуры связаны, как известно, именно с влиянием облачности. После линеаризации получим

$$P' = b_{p1}\,T_s' - b_{p1}\,T_a' + (\vec{V}_p\,,\ \nabla T_a'), \qquad (9)$$

где введено обозначение

$$\vec{V}_p = 2\,b_{p2}\,\nabla \overline{T}_a. \qquad (10)$$

Аномалии тепла, затрачиваемого на таяние внутрипочвенного льда и снега, определяются, как показано в работе [7], в первую очередь, аномалиями осадков, выпавших поздней осенью и в начале зимы, вследствие чего мы примем величину M' как известную по результатам наблюдений, а для ее расчета следует использовать формулу (15) работы [7].

Расчет аномалий потока тепла через нижнюю границу деятельного слоя почвы требует знания режима температур в глубинных слоях почвы и в сезонном термоклине покрытого льдом океана. Получение этих данных связано с большими трудностями и в настоящее время они доступны только в отдельных местах даже в северном полушарии, поэтому мы будем считать, что

$$\Pi' = 0. \qquad (11)$$

Использование этого соотношения не исключает из модели влияние вечной мерзлоты, которое в настоящее время метеорологи считают важным [7], ее влияние проявляется в нормах приземной температуры.

К сожалению, в настоящее время очень немного фактических данных о величине R', определяющей, как указано ранее, суммарный эффект тепловыделения при конденсации и адиабатического изменения температуры, сопровождающего вертикальные токи в атмосфере. Адем в своих работах, посвященных месячному прогнозу [1], совершенно не принимал во внимание «тепловой эффект» вертикальных токов, но учитывал тепловыделение при конденсации, задавая его по фактическим данным. Численные эксперименты по моделям, аналогичным модели Адема, описанные в работе [14], показали, что при этом в областях интенсивной конденсации, главным образом, в зоне внутритропической конвергенции, учет конденсации и неучет адиабатического охлаждения приводит к сильному «перегреву» модели. Следовательно, не учитывая эффекта вертикальных движений, нельзя правильно рассчитать этот важный источник. Но определение вертикальных токов в настоящее время еще недостаточно точное, так же как параметризационные формулы для оценки месячного количества осадков [6, 13]. Поэтому, принимая во внимание противоположность знаков этих эффектов, можно при расчете месячных аномалий температуры принять, что

$$R' = 0. \tag{12}$$

Эта гипотеза согласуется со статистическими оценками, согласно которым зависимость месячных аномалий температуры от аномалий осадков мала и неустойчива, хотя обратная зависимость осадков от температуры безусловно имеет место [10].

Однако предположение (12) не решает все проблемы, возникающие при параметризации влагооборота в атмосфере, так как необходимо иметь формулу для расчета локальных аномалий испарения. Для получения этой формулы можно воспользоваться методом расчета среднемесячного испарения, разработанным М. И. Будыко и Л. И. Зубенок [8], поскольку именно с помощью этого метода построены наиболее полные климатические карты составляющих мирового водного баланса. Согласно этому методу испарение определяется формулой

$$E = \omega\, Q, \tag{13}$$

где Q — испаряемость, т. е. скорость испарения с полностью увлажненной поверхности, а ω — относительная увлажненность подстилающей поверхности. Для поверхностей, покрытых водой или льдом, или почвой, с влажностью больше или равной наименьшей полевой влажности, величина ω равна единице, для недостаточно увлажненной почвы она получается делением фактической влажности на величину наименьшей полевой влагоемкости. Именно использование величины влажности почвы, которая отличается сильной горизонтальной неоднородностью и климатически недостаточно изучена, делает формулу (13) далеко не идеальной для использования в долгосрочном прогнозе, однако более приемлемых и точных формул пока еще не существует.

Линеаризируя (13), получим формулу для определения аномалий испарения

$$E' = \omega' \overline{Q} + \overline{\omega} Q'. \tag{14}$$

Аномалии испаряемости Q' на предельно увлажненных территориях и акватории мирового океана зависят только от аномалий приземной температуры. В районах недостаточного увлажнения аномалии испаряемости зависят также и от аномалий относительной влажности воздуха. Однако в агроклиматических и мелиоративных расчетах для определения испаряемости используют зависимость ее от сумм температур, превышающих 10° С. В работе [5] получена такая же линейная зависимость, причем отмечено, что сумму температур, превышающих 10° С, можно получить по среднемесячной температуре. Это означает, что можно предполагать наличие локально линейной зависимости

$$Q' = b_Q T'_s, \tag{15}$$

в которой переменный от точки к точке коэффициент b_Q следует определить эмпирически. Учитывая, что над увлажненными поверхностями испаряемость и испарение тождественны, можно придать зависимости (15) и более универсальное значение, считая что над морем или полностью увлажненной сушей коэффициент определяется линеаризацией известного закона испарения Дальтона.

Приступая к параметризации аномалий ω', надо учесть, что над океаном, льдом или предельно увлажненной сушей следует считать эту величину равной нулю. Обратим также внимание, что в соответствие с определением испаряемости, данным в работе [5], нужно считать, что суша с температурой ниже 10° С предельно увлажнена. Для определения ω' в остальных случаях воспользуемся результатами анализа процессов формирования почвы в работе [16]. В этой работе получено эмпирическое линейное уравнение для определения влажности почвы с переменными коэффициентами, зависящими от места и времени. Линеаризуя это уравнение и деля его на величину наименьшей полевой влагоемкости, получим соотношение

$$\omega' = b_{\omega 1} T'_s + b_{\omega 2} \omega'_H + b_{\omega 3} R', \tag{16}$$

где $b_{\omega 1}$, $b_{\omega 2}$, $b_{\omega 3}$ — коэффициенты; R' — аномалия осадков за расчетный период, а ω'_H — аномалии влажности почвы в начале расчетного периода. Для построения замкнутых параметризационных зависимостей учтем принятое выше предположение (12). Совместное преобразование уравнений (14) и (16) позволяет с учетом (15) получить равенства

$$E' = b_{E1} T'_s + b_{E2} \omega'_H, \tag{17}$$

$$b_{E1} = \overline{\omega} b_Q + b_{\omega 1} \overline{Q}, \tag{18}$$

$$b_{E2} = b_{\omega 2} \overline{Q}. \tag{19}$$

Наиболее ответственным и сложным моментом замыкания системы (1)—(2) является параметризация аномалий атмосферного теплопереноса. Учитывая то, что интересующий нас горизонтальный теплоперенос является проинтегрированным по тропосфере и усреднен по месячному интервалу, можно представить его в виде суммы двух составляющих — упорядоченного среднемесячного переноса A_v и макротурбулентного теплопереноса A_T:

$$A = A_v + A_T\,. \tag{20}$$

Упорядоченный среднемесячный теплоперенос, отнесенный к высоте столба тропосферы, можно представить в виде

$$A_v = (\vec{V},\ \Delta T_a), \tag{21}$$

где $\vec{V}$ — среднемесячная скорость на уровне ведущего потока. Для нахождения месячной аномалии A'_V представим скорость и температуру в виде суммы их многолетних норм и месячных аномалий и произведем линеаризацию, в результате чего получим

$$A'_V = (\vec{V}',\ \nabla \overline{T}_a) + (\vec{\overline{V}},\ \nabla T'_a)\,. \tag{22}$$

Учитывая, что все нормы считаются известны из климатологических источников, остается определить месячные аномалии скоростей. Для этого предположим, что в тропосфере циркуляция определяется геострофическими соотношениями и на высоте 8 км имеется изопикнический уровень. Тогда, поскольку вертикальный градиент температуры в тропосфере может быть выражен через температуру T_s и T_a, можно показать, что

$$\vec{V}' = b_u \vec{l}_3 \times \nabla T'_s + b_{u1} \vec{l}_3 \times \nabla T'_a\,, \tag{23}$$

где b_u и b_{u1} — коэффициенты пропорциональности, которые несложно определить аналитически; $\vec{l}_3$ — вертикальный орт.

Подставляя (23) в (24) и учитывая свойства векторных операций, получим выражение, параметризирующее A'_V в виде

$$A'_V = (\vec{\overline{V}} + b_u \vec{l}_3 \times \nabla T'_s\,,\ \nabla T'_a)\,. \tag{24}$$

При параметризации дивергенции макротурбулентного потока тепла необходимо учесть, что согласно современным климатическим исследованиям [18] этот поток тепла направлен не строго параллельно градиенту температурного поля, а имеет значительную составляющую, параллельную изотермам. Это означает, что вместо обычной «градиентной» гипотезы для записи связи аномалии дивергенции макротурбулентного потока тепла с градиентом температуры следует принять форму [15]

$$A'_T = -\nabla k \nabla T'_a + (\vec{l}_3 \times \nabla k_{II}\,,\ \nabla T'_a)\,, \tag{25}$$

где k и $k_{\text{п}}$ — коэффициенты макротурбулентности. Не останавливаясь на физическом смысле соотношений и не описывая климатические характеристики этих коэффициентов, укажем только, что согласно работе [18], они обладают существенной пространственной изменчивостью, возрастая над океанами и уменьшаясь над континентами. Кроме того, им присуща и изменчивость от месяца к месяцу, хотя расчетов, позволяющих получить их месячные аномалии, в настоящее время практически нет. По этой причине будем считать, что эти коэффициенты не имеют аномалий, так что известные к настоящему времени карты этих величин [19] примем за их нормы.

Выражения (24) и (25) дают возможность окончательно выписать формулу для определения месячных аномалий горизонтального переноса тепла в атмосфере, входящего в уравнение (1):

$$A' = -\nabla k \nabla T'_a + (\vec{\bar{V}} + b_u \vec{l}_3 \times \nabla T'_s + \vec{l}_3 \times \nabla k_{\text{п}},\ \nabla T'_a). \tag{26}$$

Полученные выше формулы решают проблему замыкания системы (1)—(2) и позволяют сформулировать математически задачу прогноза месячных аномалий температуры деятельного слоя суши и среднего уровня тропосферы в виде двух уравнений с переменными коэффициентами:

$$\bar{h}_a \frac{\partial T'_a}{\partial t} - \nabla k \nabla T'_a + (\vec{V}_\Sigma,\ \nabla T'_a) + b_{ap} T'_a + \chi b_{pa} T'_s = $$
$$= -(1-\chi) b_{pa} T'_s, \tag{27}$$

$$\bar{h}_s \frac{\partial T'_s}{\partial t} + (\vec{V}_{p1} \nabla T'_a) + b_{sp} T'_a + \chi b_{spe} T'_s = -(1-\chi) b_{spe} T'_s -$$
$$- b_{E2} \omega'_H + J\pi'_s - M', \tag{28}$$

$$\vec{V}_\Sigma = \vec{\bar{V}} + b_u \vec{l}_3 \times \nabla T'_s + \vec{l}_3 \times \nabla k_{\text{п}}, \tag{29}$$

$$\chi = \begin{cases} 1 \text{ — континент} \\ 0 \text{ — океан.} \end{cases} \tag{30}$$

Коэффициенты b_{ap}, b_{pa}, b_{sp}, b_{spe} легко определяются по приведенным выше формулам.

Решение этой системы на приведенных выше ЭВМ не представляет затруднений. В качестве краевых условий к ней можно рекомендовать либо условия ограниченности решения у полюсов для всей поверхности земли, либо обращение в нуль значений аномалий у экватора.

Полезно описать качественно некоторые аспекты функционирования физической системы, подчиняющейся уравнениям (27), (28), так как это позволит более ясно оценить сферу ее применимости. «Источниками» месячных аномалий температуры поверхности земли служат исходные аномалии увлажненности почвы: либо аномалии «снеговой линии», либо аномалии затрат тепла на таяние внутрипочвенного льда и снега, либо, наконец, аномалии температуры поверхности Мирового океана. «Источниками» месячных аномалий температуры атмосферы могут быть в модели аномалии температуры воды Мирового океана. Следует также помнить, что наличие в модели переменных по пространству коэффициентов позволяет даже в линейной постановке учесть такие типичные для атмосферы процессы, как перераспределение энергии по волнам с различной длиной и резонансные явления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адем Х. О физических основах численного прогноза среднемесячных и среднесезонных температур в системе тропосфера — океан — материк. — В сб.: Теория климата. Л., Гидрометеоиздат, 1967, с. 258—292.
2. Блинова Е. И. Развитие гидродинамической теории долгосрочного прогноза погоды. — в кн.: Пятьдесят лет центру гидрометеорологических прогнозов. Л., Гидрометеоиздат, 1979, с. 43—60.
3. Будыко М. И. Полуэмпирическая модель термического режима атмосферы и реальный климат. Метеорология и гидрология, 1979, № 4, с. 5—17.
4. Гинзбург А. С., Фейгельсон Е. М. Параметризация лучистого теплообмена в моделях общей циркуляции атмосферы. — В кн.: Физика атмосферы и проблема климата. М., Наука, 1980, с. 42—66.
5. Давитая Ф. Ф., Мельник Ю. С. Проблема прогноза испаряемости и оросительных норм. — Л.: Гидрометеоиздат, 1970, 72 с.
6. Дроздов О. А., Григорьева А. С., Влагооборот в атмосфере. — Л.; Гидрометеоиздат, 1963. — 316 с.
7. Зверев И. И. О методике прогноза аномалий средней месячной температуры воздуха. — Тр. Гидрометцентра СССР, 1978, вып. 209, с. 3—56.
8. Зубенок Л. И. Испарение на континентах. — Л.: Гидрометеоиздат, 1976. — 264 с.
9. Макроциркуляционные факторы и прогноз значительных аномалий средней месячной температуры воздуха и месячных осадков по нечерноземной зоне РСФСР. Тр. — ВНИИГМИ — МЦД, вып. 82, М., Гидрометеоиздат, 1980. — 140 с.
10. Морской Г. И., Сажин С. М., Свиридова С. Г. Численный прогноз средних декадных значений приземной температуры с использованием данных метеорологических спутников Земли. — Метеорология и гидрология, 1968, № 9, с. 28—36.
11. Мусаелян Ш. А. О природе некоторых сверхдлительных атмосферных процессов. — Л.: Гидрометеоиздат, 1978. — 142 с.
12. Мусаелян Ш. А., Тавадян А. Д., Штейнбок Д. В. О динамико-статистической параметризации процесса теплового воздействия океана на атмосферу. — Метеорология и гидрология, 1981, № 10, с. 11—18.
13. Педь Д. А. К проблеме прогноза осадков на месяц. — Тр. ЦИП, вып. 139, 1965, с. 89—110.
14. Русин И. Н. Упрощенная модель термического режима системы атмосфера — океан — континент и воспроизведение среднегодовых норм приземной температуры. — В сб.: Численные эксперименты по динамике глобального климата. АН СССР. Дальневосточный научный центр. Тихоокеанский ин-т географии. Владивосток, 1982, с. 68—83.
15. Савченко В. Г., Тимачев В. Ф. К вопросу о структуре оператора турбулентного теплообмена при описании макротурбулентных потоков в атмосфере и океане, — Тр. ААНИИ, 1977, т. 347, с. 118—126.

16. Серякова Л. П., Семочкина Г. А. Запасы продуктивной влаги в почве, их изменчивость и прогноз на станции Белогорка Ленинградской области. — В сб.: Метеорологические прогнозы, изд. ЛПИ, 1978, вып. 68, с. 100—105 (ЛГМИ).
17. Saltzman B., Ashe S. Parumeterisation of the monthly mean vertical heat trausfer at the earth's surface. Tellus, 1976, vol. 20, no. 4, pp. 323—332.
18. Savijärvi H. The interaction of the monfhly mean flou and large—scale frusient eddies in two different circulation fypes. Geophysical, 1977, vol. 14, no. 12, pp. 207—229.

УДК 551.509

И. А. БАУМАН, А. И. САВИЧЕВ, Т. М. СОБОЛЕВА,
О. В. КАРПУСЬ (ЛГМИ)

ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА И ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫХ РАЙОНОВ АТЛАНТИКИ

Предсказание температуры воздуха и давления над Северной Атлантикой является одной из важных проблем долгосрочных прогнозов погоды.

На кафедре метеорологических прогнозов ЛГМИ в течение ряда лет проводились исследования по разработке методов долгосрочного прогнозирования среднего месячного давления и температуры воздуха для Северной Атлантики [1, 2, 3, 4, 5]. Результаты этих исследований позволили на синоптико-статистической основе приступить к составлению квартальных (включающих 3 месяца) опытных оперативных долгосрочных прогнозов аномалий средней месячной температуры воздуха с большой заблаговременностью для северо-восточного района Атлантики способом, предложенным И. А. Бауманом [1, 2, 3]. Одновременно с марта 1980 г., с недельной, а позже и с месячной заблаговременностью, ежемесячно составлялись прогнозы аномалий среднего месячного давления и температуры воздуха методом типовых макропроцессов, разработанным А. И. Савичевым [4, 5]. В этом случае прогнозы аномалий температуры воздуха являлись уточнением квартальных прогнозов аномалий температуры воздуха большой заблаговременности.

Поскольку принципиальные положения использованных методов долгосрочного прогнозирования аномалий температуры воздуха и давления для Северной Атлантики были опубликованы, в настоящей статье отражены лишь некоторые результаты дополнительных исследований по совершенствованию этих методов. Основное место в статье уделено анализу результатов опытного оперативного долгосрочного прогнозирования аномалий средней месячной температуры воздуха с заблаговременностью 3—5 месяцев, а также результатам прогнозов аномалий давления и температуры с недельной и месячной заблаговременностью с марта 1980 по апрель 1982 гг.

С целью совершенствования методики прогноза аномалий средней месячной температуры воздуха И. А. Бауманом была привлечена объективная типизация аномалий температуры воздуха для акватории Северной Атлантики к югу от 60° с. ш., разработанная Е. А. Семенюк [6]. Достоинством объективной типизации Е. А. Семенюк является то, что она сумела все многообразие полей аномалий средних месячных температур воздуха для Северной Атлантики свести к десяти вариантам и установить для каждого из них определенные закономерности пространственно-временного распределения, которые свидетельствуют о реальности выделенных типов аномалий. Однако в опубликованном виде типизацию Е. А. Семенюк затруднительно использовать для долгосрочного прогноза. Поэтому с целью устранения этого и некоторых других недостатков объективной типизации под руководством И. А. Баумана были построены раздельно для теплого и холодного полугодий карты повторяемости положительного знака аномалий температуры воздуха для акватории Северной Атлантики, охватывающей 45 десятиградусных квадратов. Такие карты были построены для каждого типа объективной типизации Е. А. Семенюк.

Для более детального исследования закономерностей в распределении аномалий температуры в типах нами помимо карт распределения повторяемости знака аномалий средней месячной температуры дополнительно были построены карты распределения повторяемости аномалий средних месячных величин AT_{500}. Величины повторяемостей на этих картах определялись как отношение числа случаев с положительными аномалиями в соответствующих квадратах к общему числу рассматриваемых случаев и они являлись указанием на вероятность появления соответствующего знака аномалий рассматриваемых характеристик в каждом из 45 десятиградусных квадратов исследуемой акватории Северной Атлантики.

Детальный анализ особенностей формирования аномалий температуры противоположного знака привел к выводу, что 10 типов машинной классификации можно объединить в три группы, которые существенно различаются географическим расположением очагов положительных и отрицательных аномалий температуры воздуха.

К 1-ой группе отнесены I, V, VI и IX типы. Для этой группы характерны положительные аномалии температуры воздуха на северо-востоке и юго-западе акватории Атлантики. Отрицательные аномалии температуры расположены в центральной части Северной Атлантики. Исключением является VI тип, где к югу от 40° с. ш. преобладают положительные аномалии температуры, а на северо-востоке широтной зоны 40—60° с. ш. — отрицательные аномалии.

Ко 2-ой группе были отнесены II, III и IV типы. Для этой группы характерна бóльшая повторяемость отрицательных аномалий на северо-востоке акватории и в районах, примыкающих к побережью США и Испании.

В 3 группу вошли VII, VIII и X типы. Для них характерен большой массив отрицательных аномалий температуры в восточной части акватории океана, тогда как для 1-ой группы в восточной и северо-восточной частях, в основном, преобладают положительные аномалии температуры воздуха.

Таким образом, из 45 десятиградусных квадратов акватории Северной Атлантики в каждом из 10 типов объективной классификации Е. А. Семенюк была определена повторяемость положительного знака аномалий температуры воздуха с учетом их сезонных особенностей и распространения этой типизации до 80° с. ш. Большие величины повторяемости появления аномалий соответствующего знака для многих квадратов привели к выводу о возможности использования построенных карт как для целей диагноза, так и для долгосрочного прогноза аномалий средней месячной температуры воздуха.

Составление карт повторяемости положительного знака аномалий температуры и аномалий величин AT_{500} обнаружило определенную согласованность в распределении положительных и отрицательных аномалий сравниваемых характеристик. При этом, как правило, районам с преобладанием положительного знака аномалий температуры воздуха соответствуют квадраты с положительными аномалиями геопотенциала на картах AT_{500}, а большим вероятностям отрицательных значений аномалий геопотенциала AT_{500} соответствуют районы с большой вероятностью аномалий температуры воздуха того же знака.

Прогностические возможности объективной типизации Е. А. Семенюк определяются тем, что автор приводит данные о наиболее вероятных переходах одного типа аномалий температуры воздуха в другой с указанием их заблаговременности. Отсюда становится ясным прогностическое значение полученных нами десяти вариантов карт повторяемости положительного знака аномалий температуры воздуха, так как на этих картах вероятности появления определенного знака во многих квадратах достигают 70—100%.

Для того, чтобы использовать закономерности наиболее вероятных переходов типов полей аномалий температуры воздуха [4], необходимо к моменту прогноза знать типы объективной классификации аномалий температуры воздуха в течение 12 предшествующих месяцев.

И. А. Бауманом были разработаны прогностические рекомендации, которые на основе использования матриц перехода одного типа в другой с временным сдвигом от 1 до 12 месяцев, а также некоторых инерционных связей и карт повторяемости положительного знака аномалий температуры, дают возможность уточнять оперативные долгосрочные прогнозы знака аномалий температуры воздуха с заблаговременностью не менее трех месяцев.

Таблица 1

Оценка оправдываемости квартальных прогнозов знака аномалий средней месячной температуры в значениях ρ с марта 1980 по апрель 1982 гг. способами ЛГМИ и ААНИИ

Год	1980									
Месяц	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\rho_{ЛГМИ}$	0,31	1,00	—0,10	0,65	—0,16	0,46	0,46	0,00	0,70	0,81
$\rho_{ААНИИ}$	0,67	0,00	0,47	0,40	0,07	0,33	0,00	0,00	—	—

Год	1981								
Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
$\rho_{ЛГМИ}$	1,00	0,31	0,45	0,23	0,38	0,23	—0,13	—0,08	—0,20
$\rho_{ААНИИ}$	0,80	—0,47	—0,60	0,00	0,80	—0,33	—0,06	0,00	0,80

Год	1981			1982			
Месяц	X	XI	XII	I	II	III	IV
$\rho_{ЛГМИ}$	0,25	0,25	0,08	0,40	0,33	0,73	0,73
$\rho_{ААНИИ}$	—0,27	—	—	0,33	—0,67	—0,60	0,33

Совершенствование методики типовых макропроцессов проводилось не только по линии уточнения полученных ранее прогностических связей и увеличения заблаговременности прогнозов, но и в направлении объективизации процедуры разработки прогнозов.

При уточнении прогностических связей мы исходили из представления о том, что формирование однотипных аномалий метеорологического режима в рассматриваемом районе в указанном месяце закономерно вытекает из соответствующего характера развития макропроцессов на северном полушарии в предшествующих четырех месяцах. В ходе исследования была выполнена классификация особенностей аномалий метеорологического режима над Северной Атлантикой в каждом календарном месяце. При этом учитывалось сходство в развитии макропроцессов северного полушария не только в данном месяце, но и в четырех предшествующих. При объединении макропроцессов в группы проводился количественный учет степени сходства особенностей развития циркуляции и погодных условий на полушарии.

Такие принципы классификации позволили максимально сконцентрировать существующую информацию о крупномасштабных особенностях развития макропроцессов за прошлые годы (начиная с 1900 г), выразив ее совокупностью типовых макропроцессов, и решить вопрос о том, какой характер развития макропроцессов в исходных четырех месяцах приводит к формированию того или иного типа аномалий метеорологического режима над Северной Атлантикой в каждом календарном месяце.

Преемственность определенных исходных макропроцессов с последующим их развитием в прогностических месяцах фиксировалась путем построения групповых графиков циркуляции, карт повторяемости знаков аномалий давления и температуры для последовательных пяти месяцев, а также средних карт аномалий давления и температуры для прогностических месяцев. На графиках и картах хорошо выявились однородные особенности направленного развития макропроцессов, которые рассматривались нами как типовые для соответствующей группы однородного развития макропроцессов.

Анализ типовых характеристик показал, что в исходном периоде каждого типового макропроцесса наблюдается определенное, характерное только для него развитие циркуляции, а районы формирования очагов аномалий давления и температуры и переход одного макросостояния атмосферы в другое взаимосвязано с особенностями циркуляции. Эти характеристики в соответствующих месяцах каждого типового макропроцесса имеют достаточно высокую обеспеченность, которая в среднем для циркуляционного фона на полушарии в значениях ρ составила 0,45, для знака аномалий давления $\rho = 0{,}42$, для знака аномалий температуры $\rho = 0{,}38$.

Таблица 2

Оценка оправдываемости уточнения прогнозов знака аномалий средней месячной температуры воздуха в значениях ρ за период с марта 1980 по апрель 1982 гг. способами ЛГМИ и ААНИИ

Год	1980									
Месяц	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\rho_{ЛГМИ}$	0,23	0,31	0,46	0,31	−0,16	0,00	0,07	0,00	0,31	0,84
$\rho_{ААНИИ}$	0,67	0,00	0,47	0,40	0,07	0,33	0,00	0,00	—	—

Год	1981											
Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\rho_{ЛГМИ}$	0,00	0,31	0,23	0,15	0,61	−0,53	0,87	0,00	0,70	0,00	0,73	0,93
$\rho_{ААНИИ}$	0,80	−0,47	−0,60	0,00	0,80	−0,33	−0,07	0,00	0,80	−0,27	—	—

Год	1982 г.			
Месяц	I	II	III	IV
$\rho_{ЛГМИ}$	0,33	0,33	0,33	0,68
$\rho_{ААНИИ}$	0,33	−0,67	−0,60	0,33

Установленная преемственность макропроцессов дает возможность составить прогноз типа аномалий метеорологического режима в Северной Атлантике. При этом на основе анализа особенностей развития текущего макропроцесса в предшествующих четырех месяцах решается вопрос о принадлежности его к одному из типов для соответствующего периода, а соответствующие характеристики выбранного типового макропроцесса в прогностическом месяце служат основой для составления метеорологического прогноза по Северной Атлантике.

Поскольку при оперативном непрерывном составлении прогнозов мы получаем прогностические значения целого ряда характеристик текущего макропроцесса на ближайшие один-два месяца, то появилась возможность увеличения заблаговременности метеорологических прогнозов по Северной Атлантике до полутора месяцев. Для этого на диагностическом этапе при определении направленности развития текущего макропроцесса и выборе действующего типового макропроцесса в качестве фактических характеристик текущего макропроцесса в третьем и четвертом месяцах исходного периода используются их прогностические значения на эти месяцы.

В целях объективизации выбора действующего типового макропроцесса производится расчет индекса аналогичности (J) между характеристиками текущего макропроцесса в исходном периоде и соответствующими характеристиками типовых макропроцессов данного периода. Текущий макропроцесс (S_i) относится к тому типовому (V_j), индекс аналогичности с которым (J) максимален, т. е.

$$S_i \in V_j, \quad \text{если} \quad J(S_i, V_j) = \max J(S_i, V_j).$$

Это условие представляет собой решающее правило, в соответствии с которым характеристики текущего макропроцесса на полушарии отождествляются с соответствующими характеристиками действующего типового макропроцесса.

Опытные оперативные долгосрочные прогнозы аномалий средней месячной температуры воздуха с большой заблаговременностью для северо-восточного района Атлантики составлялись поквартально с марта 1980 по апрель 1982 гг. И. А. Бауманом и Т. М. Соболевой. Кроме того, для этого же района с недельной заблаговременностью ежемесячно составлялись прогнозы аномалий среднего месячного давления и температуры А. И. Савичевым и О. В. Карпусь. Совершенствование методики типовых макропроцессов позволило с 1982 г. составлять прогнозы аномалий давления и температуры с месячной заблаговременностью.

Оценка прогноза знака аномалий температуры воздуха и давления проводилась для 30 станций, равномерно расположенных по северо-восточному району Атлантики с помощью критерия $\rho = \dfrac{n_+ - n_-}{n_+ + n_-}$, где n_+ — число пунктов, на которых прогноз оправдался по знаку; n_- — число пунктов, в которых прогноз не оправдался по знаку; $n_+ + n_-$ — общее число рассматриваемых пунктов. Результаты оправдываемости квартальных прогнозов с заблаговременностью 3—5 месяцев представлены в табл. 1, а оправдываемость их уточнения способом типовых макропроцессов в табл. 2. В табл. 3 дана оправдываемость прогнозов знака аномалий среднего месячного давления способом типовых макропроцессов.

В соответствующих строках таблиц 1—3 дана оправдываемость прогнозов аномалий температуры воздуха и давления с марта 1980 по апрель 1982 гг. макроциркуляционным методом ААНИИ и методом ЛГМИ.

Как видно из табл. 1 и 2, прогнозы ЛГМИ обоими способами лучше оправдались в месяцы холодного полугодия. Так, для квартальных прогнозов оправдываемость за холодный период в среднем составила 0,41, а за теплый 0,29. Для прогнозов методом типовых макропроцессов средняя оправдываемость в холодный период составила 0,38, а в теплый 0,30. Сопоставление оправдываемости долгосрочных прогнозов ЛГМИ с прогнозами ААНИИ за период с марта 1980 по апрель 1982 гг. приводит к выводу о более лучшей оправдываемости прогнозов, составленных для северо-восточной Атлантики в ЛГМИ, в большинстве календарных месяцев. Об этом свидетельствуют и средние значения ρ. Так, успешность прогнозов температуры по знаку с заблаговременностью 3—5 месяцев составила $\rho = 0{,}33$, уточнение прогнозов $\rho = 0{,}31$, в то время как для прогнозов ААНИИ ρ было равно 0,09. Оправдываемость прогнозов знака аномалий давления по способу ЛГМИ составила $\rho = 0{,}32$, а по ААНИИ $\rho = 0{,}08$.

Таблица 3

Оценка оправдываемости прогнозов знака аномалий среднего месячного давления в значениях ρ с марта 1980 по апрель 1982 гг. способом ЛГМИ и ААНИИ

Год	1980									
Месяц	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\rho_{ЛГМИ}$	1,00	0,23	0,46	−0,31	0,69	0,00	0,30	0,08	1,00	0,31
$\rho_{ААНИИ}$	0,93	0,07	0,40	−0,27	−0,33	0,87	0,27	−0,33	—	—

Год	1981											
Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\rho_{ЛГМИ}$	0,61	0,23	0,23	0,39	0,38	0,00	−0,33	0,73	0,00	0,08	0,13	0,93
$\rho_{ААНИИ}$	−0,20	0,20	−0,20	0,27	0,00	0,33	0,20	−0,60	0,53	0,20	—	—

Год	1982			
Месяц	I	II	III	IV
$\rho_{ЛГМИ}$	0,60	0,13	0,13	0,31
$\rho_{ААНИИ}$	0,53	−0,13	−0,87	−0,20

Таким образом, результаты опытных оперативных долгосрочных прогнозов свидетельствуют о перспективе использования рассмотренного метода для целей составления оперативных прогнозов большой заблаговременности для северо-восточной Атлантики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бауман И. А. К прогнозу аномалий средней месячной температуры воздуха в центральных районах Северной Атлантики. — Труды ЛГМИ, 1975, вып. 53, с. 97—104.
2. Бауман И. А. О прогнозе аномалий средней месячной температуры воздуха для районов Северной Атлантики синоптико-статистическим способом. — Труды ЛГМИ, 1976, вып. 60, с. 36—44.
3. Бауман И. А. Использование некоторых характеристик циркумполярного вихря для прогноза аномалий температуры воздуха в северо-восточных районах Атлантики. Депонированная рукопись № 110. Сборник «Вопросы анализа и прогноза погоды». Серия «Метеорология и климатология» вып. 9 (117) ВНИИГМИ—МЦД, 1981 г.
4. Савичев А. И. Долгосрочный прогноз барического поля для Северной Атлантики на месяцы теплого времени года. — Материалы рыбохозяйственных исследований Северного бассейна. Мурманск, изд. ПИНРО, 1969, вып. 14, с. 160—170.
5. Савичев А. И. К вопросу о прогнозе барического поля над Северной Атлантикой в феврале и марте на основе учета характеристик типовых процессов. — Труды ЛГМИ, 1976, вып. 60, с. 13—19.
6. Семенюк Е. А. Формирование аномалий температуры воздуха над Северной Атлантикой. — Труды ВНИИГМИ—МЦД, 1978, вып. 62, с. 3—57.

УДК 551.509

Л. Л. РУППЕРТ (ЛГМИ)

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЧИНЫ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

Примерное совпадение направления перемещения циклонов и антициклонов с потоками в верхней и средней тропосфере известно достаточно давно. Впервые на это, по-видимому, было указано С. И. Троицким и В. М. Михелем *.

Переход к широкому использованию высотных карт позволил сформулировать правило «ведущего потока», согласно которому низкие и средние, по вертикальной мощности, барические образо-

* Хромов С. П. Основы синоптической метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1948. — с. 403.

вания смещаются в направлении общего переноса воздуха в верхней и средней тропосфере. В отношении связи между скоростями потока и перемещением центров однозначной зависимости получить не удалось. В среднем скорость перемещения циклонов и антициклонов составляет 2/3 от скорости ветра на уровне 700 гПа и 1/2 от скорости ветра на поверхности 500 гПа. Попытки найти более точные и стабильные связи между полями скорости на высотах и перемещениями приземных центров существенного успеха не имели. Простота использования правила ведущего потока, несмотря на некоторые неточности результатов, сохраняет за ним и в настоящее время известный приоритет по сравнению с другими приемами прогноза перемещения барических центров.

Возникает естественный вопрос, почему низкие и средние циклоны и антициклоны смещаются в направлении высотных потоков? Как эти верхние потоки увлекают за собой барические образования, расположенные в самых нижних слоях атмосферы не возмущенных тем общим переносом, который господствует на высотах?

В синоптической метеорологии связь между полем движения и перемещением барических образований объясняется с помощью вергенции изогипс уровней 700 и 500 гПа. Действительно, в системе молодого циклона над его передней частью почти всегда отмечается расходимость, а в тыловой части сходимость изогипс и соответствующих им потоков. Однако, если учесть, что расходимость векторов скорости всегда сопровождается сходимостью модулей, причем при геострофическом ветре и движении на плоскости первый эффект полностью компенсируется вторым, то указанное выше объяснение окажется недостаточно обоснованным.

Если рассматривать случай возникновения так называемых фронтальных циклонов, т. е. циклонов, связанных с высотной фронтальной зоной и сильными ветрами на высотах, то здесь обнаружить достаточно четкие зоны вергенции изогипс обычно не удается.

$$\frac{\partial\Omega_z}{\partial t} = -u\frac{\partial\Omega_z}{\partial x} - v\frac{\partial\Omega_z}{\partial y} - w\frac{\partial\Omega_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho^2}\left[\frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial\rho}{\partial y}\frac{\partial p}{\partial x}\right] -$$

$$-(l+\Omega_z)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial x} - v\frac{\partial l}{\partial y}. \qquad (1)$$

Уравнение вихря скорости, полученное для одного уровня (1), не может быть использовано для выяснения причин изменения давления. Это связано прежде всего с тем, что здесь рассматривается плоское вихревое движение, а давление является главным образом весом вертикальной колонны воздуха. Использование при получении (1) уравнений движения по осям X и Y исключает возможность учета притока энергии из смежных слоев воздуха.

При оценке вклада дивергентного члена

$$-(l+\Omega_z)\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)\simeq -l\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) \qquad (2)$$

в изменения локального $\frac{\partial \Omega_z}{\partial t}$ или индивидуального вихря скорости $\frac{d\Omega_z}{dt}$ получается, что при расходимости скоростей $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}>0$ циклонический вихрь ослабевает, а антициклонический — усиливается.

Это верное положение нельзя трактовать как результат изменения давления в центре рассматриваемого вихря*. Уравнение описывает эффект, связанный с сохранением момента количества движения в относительном вихре при расширении или сжатии площади, им занимаемой на вращающейся Земле. Аналогичный эффект описывает член, связанный с изменением широты $-v\frac{\partial l}{\partial y}=-v\cdot 2\omega\cos\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial y}$. Напомним, что ось y направлена к северу. Согласно уравнению (1) легко получить, что при смещении циклонического вихря к северу его интенсивность убывает, а интенсивность антициклонического вихря возрастает. Синоптики хорошо знают, что в действительности циклоны и антициклоны ведут себя, как правило, по иному.

Здесь снова мы можем столкнуться с неверным использованием уравнения (1), если вытекающее из него изменение интенсивности вихря скорости будем трактовать как изменение давления в центре этого вихря.

В отношении широтного члена уравнения (1) напомним, что он описывает изменение циркуляции в системе вихрей, смещающихся с меридиональной слагающей на вращающейся Земле. Только за этот счет происходит изменение относительных скоростей частиц в системе взятого вихря, а значит происходит изменение и его интенсивности, на основании которого говорить о изменении давления нельзя.

Относительно использования уравнения вихря скорости для предвычисления давления отметим, что замена относительного вихря на лапласиан геопотенциала

$$\Omega_z=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial v}\cong\frac{g}{l}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right)\cong\frac{g}{l}\nabla^2 H,$$

при отбрасывании агеострофических отклонений означает, что реально используется геострофическая модель. Физически ясно, что при геострофических ветрах никаких изменений давления быть

* Как впервые указал И. А. Славин.

не может. Вместе с тем исходное уравнение вихря скорости получено при учете ускорений $\frac{du}{dt}$ и $\frac{dv}{dt}$, которых быть не может при установившемся движении. Последующие допущения о наличии бездивергентного уровня при отбрасывании в дифференциальном уравнении членов, составляющих примерно 10% от остальных, также не позволяет рассчитывать на получение устойчиво хороших результатов.

Использование обычной системы уравнений для плоского движения

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + lv,$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - lu$$

принципиально позволяет оценить связь между полем давления и полем движения, т. е. позволяет проследить переход кинетической энергии в энергию барического поля или наоборот. Повседневный синоптический опыт показывает, что возникновение активных циклонов и антициклонов в умеренных и высоких широтах всегда связано с наличием высотной фронтальной зоны со струйным течением. Более того, хорошо известно, что чем больше скорости ветров на высотах, тем вероятнее возникновение новых барических образований Этот факт однозначно указывает, что энергия, необходимая для возникновения и эволюции циклонов и антициклонов, черпается в основном из запасов кинетической энергии струйных течений. Единственным механизмом, с помощью которого кинетическая энергия верхней тропосферы может передаваться вниз, является турбулентное перемешивание, и как его следствие, — сила трения.

В нижних слоях атмосферы имеет место движение воздуха со слагающей к низкому давлению, при котором должны сглаживаться контрасты давления. Однако последние возникают все время вновь. Кроме того, известно, что скорость ветра даже при отсутствии струйных течений в подавляющем большинстве случаев в тропосфере растет с высотой. Отсюда следует, что сила трения в слоях от 1—1,5 км до 9—10 км, как правило, имеет слагающую, направленную вдоль вектора скорости, обусловленную передачей кинетической энергии вниз. При этом будет обеспечиваться такой баланс сил, при котором происходит перенос воздуха со слагающей к высокому давлению, постоянно порождающий неоднородности в поле давления.

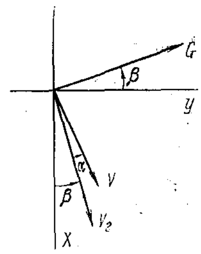
Не останавливаясь здесь на довольно громоздкой математической стороне вопроса, приведем основные формулы, полученные нами при рассмотрении силы турбулентного трения. Связь между модулем скорости и его направлением в условиях горизонтальной однородности потока имеет вид

$$v = c_2 e^{c_1 \delta}. \tag{4}$$

Здесь c_2 и c_1 — постоянные интегрирования; угол $\delta = \alpha + \beta$, где α — угол отклонения ветра от геострофического, а β — угол между осями координат и горизонтальной слагающей силы барического градиента (см. рисунок).

Выражение (4) можно записать в виде

$$v = v_2 e^{c_1 \alpha} \quad \text{где} \quad c_1 = \frac{\dfrac{\partial \ln v}{\partial z}}{\dfrac{\partial \delta}{\partial z}}. \tag{5}$$



Система координат и основные углы

В условиях нестационарного движения постоянная интегрирования c_1 является функцией времени. Значение c_1 может изменяться в очень широких пределах. Знак этой величины зависит от изменения вектора ветра с высотой.

В таблице рассмотрены основные случаи изменения ветра с высотой и соответствующие им агеострофические отклонения.

С помощью выражения (5) и уравнений движения по осям x и y удается получить значение коэффициента турбулентности

$$k = \frac{l\,[\sin\alpha - c_1 \cos\alpha + c_1 e^{c_1\alpha}]}{(c_1^2 + 1)\, e^{c_1\alpha} \left(\dfrac{\partial \delta}{\partial z}\right)^2} = \frac{\left(-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial n}\right) v\,[\sin\alpha - c_1\cos\alpha + c_1 e^{c_1\alpha}]}{\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(v\dfrac{\partial \delta}{\partial z}\right)^2}, \tag{6}$$

где $l = 2\omega\sin\varphi$; v — модуль скорости ветра. Выражение (6) показывает, что коэффициент турбулентности имеет отрицательное значение при $\alpha < 0$, т. е. в случае когда агеострофическая слагающая ветра направлена в сторону высокого давления. Таким образом, при переходе кинетической энергии в энергию барического поля $k < 0$ при движении воздуха к низкому давлению $k > 0$.

Для вычисления значения α на различных высотах для случая стационарного движения удается получить дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\alpha}{dz^2} - (p+q)\left(\frac{d\alpha}{dz}\right)^2 - (2p+q)\frac{d\alpha}{dz}\frac{d\beta}{dz} - p\left(\frac{d\beta}{dz}\right)^2 + \frac{d^2\beta}{dz^2} = 0, \tag{7}$$

где

$$p = \frac{2c_1 \sin\alpha - (c_1^2 - 1)(\cos\alpha - e^{c\alpha})}{\sin\alpha - c_1\cos\alpha + c_1 e^{c_1\alpha}}; \quad q = \frac{(c_1^2 + 1)\cos\alpha}{\sin\alpha - c_1\cos\alpha + c_1 e^{c_1\alpha}}.$$

Численное решение для случаев значительного возрастания ветра с высотой в передней части молодого циклона (от 15 м/с на высоте 1 км до 60 м/с на высоте 9 км) и адвекции тепла, при условии, что на высоте 1 км и 9 км ветер геострофический дает значение $-7° < \alpha < 0°$. Для тыловой части того же циклона при тех же граничных условиях оказалось $5° < \alpha < 0°$. Таким образом, можно считать достаточно обоснованным представление о том, что основные изменения давления происходят в результате турбулентной вязкости атмосферы, в результате которой ветер в свободной атмосфере достаточно сильно отклоняется от геострофического, обусловливая на каждом уровне свои очаги накопления или убыли массы.

В заключение отметим, что численный эксперимент по расчету агеострофических отклонений не закончен и здесь приведены только его первые результаты.

Отклонение ветра от изобар в зависимости от изменения модуля и направления ветра с высотой

Ветер растет с высотой и поворачивает вправо (адвекция тепла)	$c_1 < 0$	$v > v_r$	перенос к высокому давлению
		$v < v_r$	перенос к низкому давлению
Ветер растет с высотой и поворачивает влево (адвекция холода)	$c_1 > 0$	$v > v_r$	перенос к низкому давлению
		$v < v_r$	перенос к высокому давлению
Ветер убывает с высотой и поворачивает вправо (адвекция тепла)	$c_1 > 0$	$v > v_r$	перенос к низкому давлению
		$v < v_r$	перенос к высокому давлению
Ветер убывает с высотой и поворачивает влево (адвекция холода)	$c_1 < 0$	$v > v_r$	перенос к высокому давлению
		$v < v_r$	перенос к низкому давлению

v_r — скорость геострофического ветра.

УДК 551.509

В. В. КЛЕМИН (ВИКИ)

О ВЛИЯНИИ УПОРЯДОЧЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ НА СКОРОСТЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ВОЛН РОССБИ

Для исследования влияния упорядоченных вертикальных движений на скорость перемещения волн Россби воспользуемся баротропным уравнением вихря скорости [2]

$$\nabla^2 \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{L_0^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left(\frac{1}{l} \nabla^2 \Phi + l, \Phi \right), \qquad (1)$$

где Φ — потенциал «среднего» уровня в атмосфере; $l = 2\omega \cdot \sin\varphi$ — параметр Кориолиса; ω — угловая скорость вращения Земли: φ — широта; $L_0^2 = \frac{\sqrt{RT_1}}{l} = \frac{C_0}{l}$ — характерный масштаб длины волны; T_1 — температура на нижней границе атмосферы; R — газовая постоянная: ∇^2 — оператор Лапласа; (а, в) — якобиан.

Отметим, что второе слагаемое в левой части уравнения (1) появляется в результате интегрирования по вертикали плоской дивергенции скорости в предположении геострофичности атмосферных движений и по физическому смыслу представляет собой упорядоченную вертикальную скорость на нижней границе атмосферы.

Линеаризация уравнения (1) относительно зонального западно-восточного переноса позволяет получить уравнение для отклонения геопотенциала

$$\Phi'(x, y, t) = \Phi(x, y, t) - \overline{\Phi}(y)$$

от осредненного по широте значения $\overline{\Phi}(y)$ в следующем виде [3]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \Phi' - \frac{1}{L_0^2} \frac{\partial \Phi'}{\partial t} + \beta \frac{\partial \Phi'}{\partial x} = 0, \qquad (2)$$

где $\beta = \frac{2\omega \cdot \cos\varphi}{a_0}$ — параметр Россби, a_0 — средний радиус Земли, $V = -\frac{1}{l} \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial y}$ — средняя скорость зонального потока. Решение волнового уравнения (2), которое ищется в форме

$$\Phi' = A \cdot \sin \frac{2\pi}{L_x} (x - ct) \cos \frac{2\pi}{L_y} y,$$

где A — амплитуда; L_x, L_y — длины волн по осям x и y соответственно; c — фазовая скорость распространения волны вдоль оси x, позволяет получить выражение для фазовой скорости распространения волн, у которых оси ложбин и гребней незначительно отклоняются от меридианов, в следующем виде:

$$C = \frac{1}{1 + \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{L_x}{L_0}\right)^2}\left(V - \frac{\beta}{4\pi^2} L_x^2\right). \tag{3}$$

Как видно из формулы (3), сомножитель $\left(\frac{1}{L_0}\right)^2$, входящий во второе слагаемое левой части уравнения (1), т. е. в вертикальную скорость упорядоченных движений воздуха, влияет на величину фазовой скорости распространения волн Россби.

Представляет интерес рассмотреть следующую задачу: как необходимо изменить скорость упорядоченных вертикальных движений на нижней границе атмосферы, чтобы скорость волны Россби относительно земной поверхности была бы минимальной? Стационирование волн Россби позволит установить над обширными районами земного шара однотипные погодные условия.

Вернемся к уравнению (1). Уравнение (1) связывает локальное изменение геопотенциала $\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ с адвекцией абсолютного вихря скорости $\frac{1}{l}\Delta^2\Phi + l$. Если поле Φ в начальный момент времени t_0 задано, правая часть уравнения (1) может быть вычислена для этого момента времени. Поэтому будем считать, что правая часть уравнения (1) в момент t_0 является известной функцией координат. Тогда уравнение (1) относительно функции $\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ будет линейным неоднородным уравнением второго порядка, которое носит название уравнения Гельмгольца.

Если граничное условие для уравнения (1) записать в виде

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right|_{\Gamma} = \varphi(x, y), \tag{4}$$

где Γ — граница области $Д$, в которой ищется решение; φ — заданная функция, то получим задачу Дирихле, которая имеет единственное решение.

Решая задачу (1), (4), получим локальное приращение геопотенциала $\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ в каждой точке области $Д$. Интегрирование уравнения (1) по времени осуществляется шагами, причем шаг интегрирования δt выбирается таким образом, чтобы обеспечить вычислительную устойчивость процесса интегрирования. В течение элементарного шага δt величина $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ принимается постоянной, т. е. величина геопотенциала в конце каждого шага вычисляется по формуле

$$\Phi(x, y, t+\delta t) = \Phi(x, y, t) + \frac{\partial \Phi}{\partial t}(x, y, t) \cdot \delta t.$$

В настоящее время исследованиями [5] установлено, что оптимальные шаги интегрирования по времени δt и дифференцирования по пространству δS составляют соответственно 1 ч и 300 км. Домножим левые и правые части уравнения (1) и граничного условия (4) на δt и перепишем задачу (1), (4) в виде

$$\nabla^2 q - \frac{1}{L_0^2} q = f(x, y), \tag{5}$$

$$q|_\Gamma = 0,$$

где $q = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot \delta t$ — изменение геопотенциала в течение элементарного шага интегрирования по времени, $f = \left(\frac{1}{l} \nabla^2 \Phi + l, \Phi\right) \cdot \delta t$.

Если мы хотим, чтобы длинная волна достаточно большой амплитуды была близка к стационарной, необходимо потребовать, чтобы локальное изменение геопотенциала $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ было бы минимальным в области $Д$. Поскольку второе слагаемое правой части уравнения (1) представляет собой скорость вертикальных движений вблизи земной поверхности в геострофическом приближении, то задача отыскания поля упорядоченных вертикальных движений, обеспечивающих минимум скорости перемещения длинных волн, может быть сформулирована следующим образом: найти некоторую функцию $u(x, y)$, удовлетворяющую уравнению для ограничений

$$\Delta^2 q + u q = f(x, y) \tag{6}$$

и обращающую в минимум функционал

$$J = \iint_D q^2 \, dx \, dy = \min_u . \tag{7}$$

Для решения задачи (5), (6), (7), заменим уравнение (6) эквивалентной системой дифференциальных уравнений в частных производных [4]:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial q_1}{\partial x} - q_2 = 0; \qquad \frac{\partial q_1}{\partial y} - q_3 = 0; \\ &\frac{\partial q_2}{\partial x} - \xi_1 = 0; \qquad \frac{\partial q_2}{\partial y} - \xi_2 = 0; \\ &\frac{\partial q_3}{\partial x} - \xi_2 = 0; \qquad \frac{\partial q_3}{\partial y} + \xi_1 + uq_1 - f = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

При переходе от уравнения (6) к системе (8) введены новые зависимые переменные q_2, q_3, ξ_1, ξ_2, причем, первые две носят название переменных состояния, а две последние — параметрических переменных. Переменная q, входящая в уравнение (6), обозначена в системе (8) символом q_1.

Граничное условие зададим в виде

$$q_1|_\Gamma = 0, \tag{9}$$

причем, будем считать, что область $Д$, в которой ищется решение системы (8), представляет собой поверхность северного полушария, ограниченную с юга параллелью 30° с. ш. В каждой точке границы величина геопотенциала не изменяется со временем. Такое предположение вполне оправдано, так как, во-первых, изменчивость геопотенциала в средних широтах на порядок выше, чем в тропиках, и, во-вторых, задача Дирихле корректна относительно граничных условий [1].

Если начало прямоугольной системы координат совпадает с полюсом, то граничную кривую можно представить в параметрической форме следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos\varphi, \\ y &= r \cdot \sin\varphi, \end{aligned} \tag{10}$$

где r — радиус окружности граничной кривой; φ — азимут (полярный угол).

Следуя методам теории оптимизации, присоединим систему дифференциальных уравнений (8) к функционалу J при помощи векторных функций — множителей $\lambda(x, y)$, $\mu(x, y)$:

$$\begin{aligned} J = \iint_D \Big[& q_1^2 + \lambda_1\left(q_2 - \frac{\partial q_1}{\partial x}\right) + \mu_1\left(q_3 - \frac{\partial q_1}{\partial y}\right) + \lambda_2\left(\xi_1 - \frac{\partial q_2}{\partial x}\right) + \\ & + \mu_2\left(\xi_2 - \frac{\partial q_2}{\partial y}\right) + \lambda_3\left(\xi_2 - \frac{\partial q_3}{\partial x}\right) + \\ & + \mu_3\left(-\xi_1 - uq_1 + f - \frac{\partial q_3}{\partial y}\right)\Big] \, dxdy. \end{aligned} \tag{11}$$

Введем скалярную функцию — гамильтониан H

$$H = q_1^2 + \lambda_1 q_2 + \lambda_2 \xi_1 + \lambda_3 \xi_2 + \mu_1 q_3 + \\ + \mu_2 \xi_2 + \mu_3 (-\xi_1 - u q_1 + f). \tag{12}$$

Тогда выражение для J запишется в виде

$$J = \iint_D \left[H - \lambda_1 \frac{\partial q_1}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial q_2}{\partial x} - \lambda_3 \frac{\partial q_3}{\partial x} - \mu_1 \frac{\partial q_1}{\partial y} - \right. \\ \left. - \mu_2 \frac{\partial q_2}{\partial y} - \mu_3 \frac{\partial q_3}{\partial y} \right] dxdy \tag{13}$$

или в векторной записи

$$J = \iint_D \left[H - \lambda \frac{\partial q}{\partial x} - \mu \frac{\partial q}{\partial y} \right] dxdy, \tag{14}$$

где λ — вектор с составляющими λ_1, λ_2, λ_3; μ — вектор с составляющими μ_1, μ_2, μ_3; q — вектор с составляющими q_1 q_2, q_3. Прибавим и вычтем из подынтегральной функции величину $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y}\right) \cdot q$. Тогда получим

$$J = \iint_D \left[H + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \right) q \right] dxdy - \iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x} (\lambda q) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} (\mu q) \right] dxdy. \tag{15}$$

Пользуясь формулой Грина, приведем последний интеграл в правой части (15) к контурному

$$\iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x} (\lambda q) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu q) \right] dxdy = \int_\Gamma (\mu dx - \lambda dy)\, q\, d\sigma,$$

или, с учетом (10),

$$\int_\Gamma (\mu dx - \lambda dy)\, q d\sigma = - \int_\Gamma [\mu r \cdot \sin \varphi - \lambda r \cdot \cos \varphi]\, q d\sigma.$$

Выражение для J с учетом последнего равенства будет иметь вид

$$J = r \int_\Gamma [\lambda \cos \varphi - \mu \sin \varphi]\, q\, d\sigma + \iint_D \left[H + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \right) q \right] dxdy. \tag{16}$$

Вариация функционала δJ, вызванная вариацией управления u и вариациями параметрических переменных, составит

$$\delta J = r \int\limits_{\Gamma} [\lambda \cdot \cos\varphi - \mu \sin\varphi]\, \delta q\, d\sigma + \iint\limits_{D} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial q} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \right) \delta q + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial H}{\partial u_1}\, \delta u_1 \right] dx\, dy, \tag{17}$$

где u_1 — вектор с составляющими u, ξ_1, ξ_2. Множители λ и μ выбираем таким образом, чтобы выражение в круглых скобках второго интеграла в (17) обращалось в ноль:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} = -\frac{\partial H}{\partial q}. \tag{18}$$

Последнее равенство позволяет избежать непосредственных вычислений δq через вариации управления и параметрических переменных. На границе Γ, где q_1 задано, имеем

$$\delta q_1 = 0. \tag{19}$$

Чтобы обратить в ноль первый интеграл в выражении (17) для q_2 и q_3, потребуем на границе Γ выполнения равенств

$$\lambda_2 \cos\varphi - \mu_2 \sin\varphi = 0,$$

$$\lambda_3 \cos\varphi - \mu_3 \sin\varphi = 0. \tag{20}$$

Тогда первый интеграл в правой части выражения для вариации обратится в ноль и формула (17) с учетом (18), (19) и (20) примет вид

$$\delta J = \iint\limits_{D} \frac{\partial H}{\partial u}\, \delta u\, dx\, dy.$$

В точке экстремума J вариация δJ должна быть равна нулю при произвольном δu. Это имеет место только при

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0. \tag{21}$$

Уравнения (18) и (21) с граничными условиями (9) и (20) представляют собой уравнения Эйлера — Лагранжа классической вариационной задачи оптимизации для двух независимых переменных и образуют систему необходимых условий оптимальности.

Учитывая выражение (12) для гамильтониана H, запишем систему уравнений (18), (21) для составляющих векторов q, λ и μ:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{\partial\mu_1}{\partial y}=2q_1-\mu_3 u; \quad \mu_3 q_1=0;\\
&\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{\partial\mu_2}{\partial y}=\lambda_1; \qquad \lambda_2-\mu_3=0;\\
&\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}+\frac{\partial\mu_3}{\partial y}=\mu_1; \qquad \lambda_3+\mu_2=0.
\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Поскольку q_1, входящее в выражения (22), не равно нулю,

$$\lambda_2=\mu_3=0 \tag{23}$$

и система (22) упрощается:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{\partial\mu_1}{\partial y}=2q_1;\\
&\frac{\partial\mu_2}{\partial y}=\lambda_1;\\
&\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}=\mu_1;\\
&\lambda_3+\mu_2=0.
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

С учетом последних трех уравнений системы (24) граничные условия (20) примут вид

$$\mu_2|_\Gamma=\lambda_3|_\Gamma=0. \tag{25}$$

Объединяя уравнения (8) и (24), получим в окончательном виде систему уравнений для отыскания, в частности, оптимального u:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial q_1}{\partial x}=q_2; \ \frac{\partial q_1}{\partial y}=q_3; \ \frac{\partial q_2}{\partial x}=\xi_1; \ \frac{\partial q_2}{\partial y}=\xi_2;\\
&\frac{\partial q_3}{\partial x}=\xi_2; \ \frac{\partial q_3}{\partial y}+\xi_1+uq_1-f=0;\\
&\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{\partial\mu_1}{\partial y}=2q_1; \ \frac{\partial\mu_2}{\partial y}=\lambda_1; \ \frac{\partial\lambda_3}{\partial x}=\mu_1;\\
&\lambda_3+\mu_2=0.
\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Система (26) состоит из 10 уравнений и содержит 10 неизвестных. Граничными условиями для нее, согласно (5) и (25) будут следующие равенства:

$$q_1|_\Gamma=0, \tag{27}$$

$$\mu_2|_\Gamma=\lambda_3|_\Gamma=0. \tag{28}$$

Решая систему уравнений (26) с граничными условиями (27) и (28), получаем искомое оптимальное u, минимизирующее функционал (7).

В заключение заметим, что автор отдает себе полный отчет в том, что решение рассмотренной задачи может не найти практического применения. Однако он считает, что такой подход к решению задач управления атмосферными процессами является наиболее перспективным, так как он имеет перед собой целевую функцию и позволяет, в принципе, решать задачи при ограничениях, налагаемых на переменные u и q_i.

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К. Уравнения математической физики. — М., Наука 1979. — 450 с.
2. Кибель И. А. Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды. — М., Гостехиздат, 1957. — 380 с.
3. Томпсон Ф. Д. Анализ и предсказание погоды численными методами. — М., изд. иностр. лит., 1962. — 210 с.
4. Лурье К. А. Оптимальное управление в задачах математической физики. — М., Наука, 1975. — 490 с.
5. Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. — Л., Гидрометеоиздат, 1979. — 136 с.

УДК 551.509.314+654.71.052

В. А. РЕМЕНСОН (ВИКИ)

К ВОПРОСУ О КЛАССИФИКАЦИИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Классификация или упорядочение объектов по степени их схожести является одной из фундаментальных основ любой науки, в том числе и метеорологии. Она позволяет множество метеорологических величин и явлений представить в компактном виде, что облегчает обнаружение и изучение скрытых закономерностей, разработку моделей прогноза, климатическое районирование территории. В последние два десятилетия для классификации метеорологических объектов начали широко использовать численные алгоритмы с применением ЭВМ. Именно это направление классификации и будет предметом данной статьи.

Задача классификации распадается на две части: а) построение и описание классов; б) идентификация изучаемого объекта, т. е. отнесение его к одному из классов.

Основная проблема классификации заключается в определении числа m компактных подмножеств $\overline{A}$ множества A, состоящего из n объектов, и границ между этими подмножествами. Наиболее простой способ поиска компактных подмножеств состоит в полном переборе всех возможных классификаций с целью отыскания среди них такой, которая наилучшим образом удовлетворяет заранее выбранному критерию качества.

Однако из-за ограниченных возможностей ЭВМ этот подход практически исключается и приходится останавливаться лишь на некоторых классификациях, наиболее подходящих для решения конкретных задач.

При классификации метеорологических объектов классы первоначально представлены смешанной выборкой. О ее природе имеются лишь некоторые сведения. Требуется построить алгоритм обработки смешанной выборки, результатом чего явилось бы расщепление выборки на классы. Процесс расщепления смешанной выборки и построение распределений для полученных классов иногда называют генерацией гипотез [4].

Возможны два подхода при генерации гипотез.

При первом подходе организуется некоторая численная процедура, использующая внутренние свойства выборки, такие как мера близости между отдельными элементами выборки или между группами ее элементов. Большинство методов, использующих внутренние свойства выборки, относится к разделу статистической классификации, основанной на выборочных распределениях, получившему название кластерного анализа или кластер-анализа.

При втором подходе выборка рассматривается как единое целое, а для классификации используют число мод выборочной плотности распределения, свойств ковариационных матриц, свойства других выборочных моментов, ранговые свойства выборки и т. д. По обнаруженным неоднородностям можно выделить классы. К методам выделения классов на основе внешних свойств смешанной выборки относятся факторный анализ, метод главных компонент, метод смесей. Иногда удачно комбинируют методы обоих направлений.

Краткий обзор численных методов классификации метеорологических объектов содержится в работах [2, 5, 8, 9]. Большинство исследований, рассматриваемых в данных обзорах, касается проблем прогноза погоды и классификации климатов. В дополнение к этим работам следует указать на удачное использование алгоритмов кластерного анализа для типизации климатов Р. М. Вильфанд [1], А. Богачевым [13], К. Кьюмо [15], а также исследования, выполненные В. С. Комаровым [7], Т. Ж. Дайером [14], К. Д. Уилмотом [17] с использованием метода главных компонент, Д. Р. Мак-Бойлем [16], М. Р. Остином и Г. А. Уэппом [12] с применением факторного анализа. К. Д. Уилмот [18] использовал для той же цели P-модальный анализ, В. Э. Ницис [10] — теорию графов. Перечень работ в этих направлениях можно было бы продолжить.

Более подробно остановимся на математической постановке задачи кластерного анализа и покажем возможности использования методов этого направления для климатического районирования заданной территории. Она сводится к следующему. Пусть конечное множество $A_{\langle n \rangle} = \{ a_1, a_2, \ldots a_n \}$ обозначает n объектов, образующих смешанную выборку, подлежащую расщеплению на классы (кластеры). При этом предполагается, что выборка может быть разбита на некоторое число подмножеств $R = \{ A_{n_1}, A_{n_2}, \ldots, A_{n_m} \}$, $\left(\sum_{i=1}^{m} n_i = n \right)$ сходных между собой элементов. Здесь $n_1, n_2, \ldots, n_m$ представляет разбиение n объектов на кластеры $(m < n)$.

Под кластером понимают группу объектов (образов), формирующих в пространстве признаков компактную в некотором смысле область [3].

Любой из объектов классификации a_i характеризуется набором признаков или свойств, т. е. объекту сопоставляется r-мерный вектор наблюдаемых (измеряемых) показателей или характеристик $X_{<r>}$, а всему множеству объектов $A_{\langle n \rangle}$ соответствует множество векторов измерений $X_{\langle n \rangle} = \{ X_1, X_2, \ldots, X_n \}$, которое образует пространство признаков (Π-пространство).

Множество образов X описывает множество объектов A и может быть представлено как n точек в r-мерном пространстве E.

Задача кластерного анализа заключается в том, чтобы на основе данных, содержащихся во множестве X, разбить множество объектов A на m кластеров, так, чтобы объект a_i принадлежал только одному подмножеству разбиения и, чтобы объекты, принадлежащие одному и тому же кластеру были сходными, в то время как объекты, принадлежащие различным кластерам, были разнородными (несходными).

Сравнительное изучение метеорологических объектов в Π-пространстве убеждает в том, что в подавляющем большинстве случаев объекты группируются в компактных областях полного признакового гиперпространства не по всем признакам сразу, а только по большинству признаков. Принадлежность к классу определяется наибольшим числом общих значений признаков, и ни один из признаков в отдельности не определяет принадлежность к данному классу. Классы, определенные таким образом, называются политетическими [6]. Большинство методов кластер-анализа и классификации направлены на получение политетических классов.

В отличие от этого в монотетической классификации принадлежность объектов, определяется общими значениями всех или по крайней мере подавляющего большинства признаков, т. е. однозначно дается ответ, принадлежит ли объект данному классу или не принадлежит, в то время как в первом случае принадлежность описывается величиной, значения которой образуют континуум. При политетической классификации таксономическое структурирование превращается скорее в статистическую, чем в чисто геометрическую задачу. Для классификации метеорологических объектов чаще используется политетическая классификация. Однако при решении целого ряда прикладных задач, особенно при климатическом районировании территории по ограниченному ряду признаков, используют и монотетическую классификацию.

Степень сходства между объектами a_i и a_j устанавливается на основании неотрицательной вещественной функции $d(X_i, X_j)$ называемой функцией расстояния (метрикой).

Значение $d(X_i, X_j)$ представляет собой расстояние между образами X_i и X_j, которое эквивалентно расстоянию между объектами a_i и a_j соответственно выбранным характеристикам $<x_1, x_2, \ldots, x_r>'$.

Задача кластерного анализа могла бы считаться решенной, если бы объекты a_i и a_j попадали в один и тот же кластер всякий раз, когда расстояние между соответствующими точками измерений (наблюдений, признаков) объектов X_i и X_j было бы «достаточно малым» и, наоборот, попадали в разные кластеры, если расстояния между X_i и X_j было бы «достаточно большим». Определить, что же считать за «достаточно малое расстояние» и «достаточно большое расстояние» в каждом конкретном случае, приходится самому исследователю в зависимости от решаемой задачи, физической природы классифицируемых объектов, желаемой точности разбиения и т. д.

Перечень наиболее часто используемых функций расстояния $d(X_i, X_j)$ приводится в работах (3, 5). В большинстве численных классификаций метеорологических объектов предпочтение отдается евклидову расстоянию, которое определяется по формуле

$$d(X_i, X_j) = \sum_{l=1}^{r} (x_{il} - x_{jl})^{½}, \qquad (1)$$

где r — число признаков, по которым проводится классификация.

Довольно часто система признаков различна по своей физической природе, в связи с чем осуществляется их центрирование и нормировка с использованием соотношения.

$$\overset{\circ}{x}_{il} = \frac{x_{il} - \bar{x}_l}{\sigma_{x_l}}, \qquad (2)$$

где x_{il} — значение l-того признака для i-того объекта; $\bar{x}_l$ — среднее значение l-того признака по всем объектам; σ_{x_l} — среднее квадратическое отклонение для l-того признака.

Под решением задачи кластеризации будем понимать построение некоторой функции $D\colon X \to A$, которую называют решающей функцией, решающим правилом или правилом классификации.

Введем на множестве A функцию потерь $L(a)$, оценивающую потери от принятия решения a, когда параметр состояния объекта оценивается x. Функция потерь L позволяет сравнивать решающие правила. Считаем решающее правило D_0 лучше решающего правила D, если для любых x выполняется неравенство

$$L(D_0(x)) \leqslant L(D(x)). \tag{3}$$

Оптимальным считается такое D_0, для которого при всех D выполняется неравенство (3). Эта задача, как правило, не имеет решения. Приходится рассматривать либо класс допустимых решений, в котором одно из них выбирается в качестве оптимального, либо осуществлять свертывание многих критериев в один и решение для него обычной задачи на экстремум.

Особенностью классификации метеорологических объектов является то обстоятельство, что число классов m, на которое необходимо разбить исследуемую совокупность объектов n, как правило, заранее неизвестно и должно определяться в процессе решения самой задачи. В большинстве случаев неизвестна и функция потерь, дающая возможность оценить к чему может привести ошибка классификации или выбрать тот оптимальный уровень расщепления смешанной выборки на классы, который может служить пределом возможного объединения рассматриваемых объектов. В связи с этим рекомендуется использовать общий подход к проблеме классификации объектов, когда функция потерь отсутствует, т. е. задавать некоторую целевую функцию, которая характеризовала бы степень связности объектов внутри однородных классов (меру внутренней однородности кластеров) или разнородности кластеров между собой. При климатическом районировании территории, например, наибольший интерес представляет связность объектов в пределах выделяемых кластеров. Для ее оценки удобно пользоваться внутригрупповой суммой квадратов расстояний между центрами кластеров и всеми объектами, их образующими на данном шаге итерационного процесса объединения кластеров при использовании иерархических алгоритмов кластеризации.

Эта функция имеет следующий вид:

$$W = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{r} (x_{jil} - \bar{x}_{j_l})^2, \tag{4}$$

где m — число кластеров на соответствующем шаге итерационного процесса объединения кластеров; n_j — число объектов, образующих j-тый кластер; r — число признаков, на основе которых проводится классификация; x_{jil} — значение l-того признака для i-того объекта, входящего в j-тый кластер; $\overline{x}_{jl}$ — среднее для j-того кластера значение l-того признака.

По мере объединения кластеров значения целевой функции сначала плавно увеличиваются (объединяются близко расположенные объекты), затем наступает резкое увеличение (объединяются два сравнительно далеко отстоящие друг от друга кластера), которое может смениться плавным увеличением функции W и, наконец, наступает момент, когда происходит только резкое с изломами возрастание целевой функции (началось объединение всех далеко отстоящих друг от друга кластеров, содержащих примерно равное количество объектов).

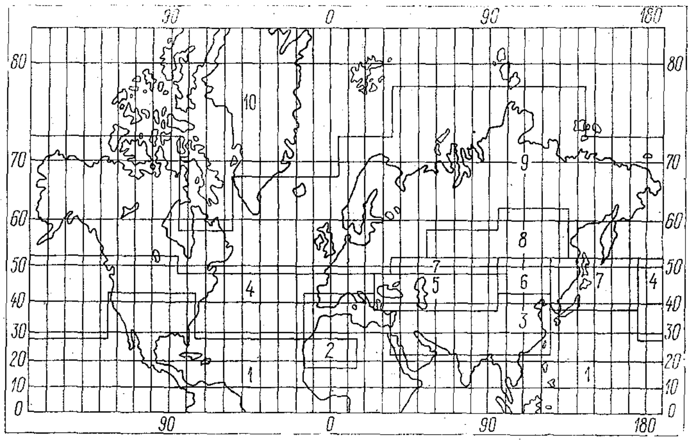
Быстрое возрастание функции W, сменяющееся более плавным ходом, объясняется тем обстоятельством, что между признаками рассеянных по территории метеорологических объектов, существуют как резкие, так и постепенные переходы.

При анализе графика целевой функции могут возникнуть затруднения, связанные с выбором момента окончания классификации, когда появляются локальные «всплески» на фоне плавного увеличения W с уменьшением числа остающихся кластеров. В этом случае можно рекомендовать прием, заключающийся в вычислении оценок средних квадратических отклонений по всем координатным осям признакового пространства и по каждому кластеру и выдачи результатов на печать, начиная с определенного шага интерационного процесса классификации. Совместный анализ графика целевой функции и таблиц средних квадратических отклонений признаков от их средних значений для статистических центров кластеров позволяет в большинстве случаев получить вполне удовлетворительные результаты.

На рисунке представлены результаты климатического районирования территории северного полушария по степени схожести вертикальных профилей температуры и плотности воздуха в июле, полученные автором совместно с А. Н. Аникиным. В качестве исходных данных использовались средние месячные значения температуры и плотности воздуха на 31 уровне (0,1, ..., 30 км), рассчитанные во ВНИИ ГМИ — МЦД для 648 узлов географической сетки точек, отстоящих друг от друга на 5° широты и 10° долготы.

Для решения задачи климатического районирования использовался модифицированный метод последовательной кластеризации [8].

Оценка меры изменчивости $\left(v = \frac{\sigma_x}{\overline{x}} \cdot 100\%\right)$, проведенная по каждому из полученных кластеров, показывает, что ее величина для температуры и плотности воздуха находится в пределах 0,5... 1,5% и лишь для отдельных уровней возрастает до 2,0...3,0%. Наибольшая изменчивость температуры воздуха для большинства локальных однородных районов отмечается в пограничном слое атмосферы и вблизи тропопаузы, наименьшая — в средней тропосфере. Наибольшая изменчивость плотности воздуха характерна для пограничного слоя и верхней стратосферы в умеренных и полярных широтах. Экваториальные широты представляют собой обширную зону небольшой изменчивости обеих метеорологических величин. Сравнение проведенной классификации с картами распределения давления воздуха у поверхности земли и преобладающими формами циркуляции в верхней тропосфере и нижней стратосфере в этот период года обнаруживает вполне приемлемую синоптическую интерпретацию проведенного районирования.



Карта локальных однородных районов по температуре и плотности воздуха (июль)

Дополнительная трудность при проведении подобного рода классификации заключается в необходимости понижения размерности исходного пространства признаков.

Приведенный пример климатического районирования территории северного полушария является типичным для монотетических классификаций. Они преследуют цель в основном не объяснения климатических особенностей отдельных регионов, а сжатия информации для решения различных прикладных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вильфанд Р. М. Типизация полей средней месячной температуры по территории СССР. — Труды ГМНИЦ СССР, 1978, № 209, с. 73—79.
2. Груза Г. В., Рейтенбах Р. Г. Статистика и анализ гидрометеорологических данных. — Л.: Гидрометеоиздат, 1982. — 216 с.

3. Дюран Б., Оделл П. Кластерный анализ. — М.: Статистика, 1978. — 128 с.

4. Иголкин В. Н. и др. Статистическая классификация, основанная на выборочных распределениях. — Л., изд. ЛГУ им. А. А. Жданова, 1978. — 104 с.

5. Еникеева В. Д., Солонин С. В. Применение теории распознавания образов при решении задач авиационной метеорологии. Учебное пособие. — Л., изд. ЛПИ им. М. И. Калинина, 1979. 69. с. (ЛГМИ).

6. Классификация и кластер. Пер. с англ. Кольцова П. П. Под ред. Журавлева Ю. И. — М.: Мир. 1980. — 392 с.

7. Комаров В. С. Основные принципы и результаты климатического районирования территории СССР методом многомерного анализа вертикальной структуры некоторых метеорологических полей в целях моделирования процессов реальной атмосферы. — Труды НИИ аэроклиматологии, 1972, вып. 79, с. 54—75.

8. Лаухин С. В., Ременсон В. А., Шустер Л. Г. Использование метода последовательной кластеризации для классификации метеорологических объектов. — М., ВНИИ ГМИ — МЦД, серия «Метеорология и климатология», 1981, вып. 9 (117), с. 170—178.

9. Николаев Ю. В. Классификация гидрометеорологических процессов с помощью ЭВМ. — Л.: Гидрометеоиздат, 1976. — 36 с.

10. Ницис В. Э. Применение графов к задаче климатического районирования по комплексу метеоэлементов. — В сб.: Применение статистических методов в метеорологии. Труды 3-го Всесоюзного симпозиума по применению статистических методов в метеорологии. Обнинск, 1977, М., 1978, с. 256—261.

11. Ту Дж., Гонсалес Р. Теория распознавания образов. — М.: Мир, 1979. — 411 с.

12. Austin M. P., Yapp G. A. Defination of rainfall regions of Souh—Eastern Austrlia by numerical classification methobs. — «Arch. Meteorol., Geophys. and Bioklimatol.», 1978, B 26, № 2—3, pp. 121—142.

13. Богачев А. Опит за обективна типизация кламата в България с приложение на ЕВМ. — Хидрология и метеорология, 1980, 29, № 5, с. 17—21.

14. Dyer T. G. J. On the componentes of time series, the removal of spatial dependence. — «Quart. Journ. Roy. Meteorol», 1976, 102, № 431, pp. 157—165.

15. Kyuma Kazutake. Numerical classification of climate. The method and its application to the climate of Japan. — «Soil. Sci. and Plant Nutz.», 1972, 18, № 4, pp. 155—167.

16. Mc Boyle G. R. Factor analytic approach to a climatic classification of Europe. — «Climatol. Bull.», 1972, № 12, I—II, pp. 13—18.

17. Willmott C. J. A component analitic approach to precipitation regionalisction in California. — «Arch. Meteorol., Geophis. and and Bioklimatol.», 1977, B24, № 4, pp. 269—281.

18. Willmot C. J. P—mode principal components, analysis, grouping and precipitation regions of California. — «Arch. Meteorol., Geophis. and Bioklimatol.», 1978, B26, № 4, pp. 277—295.

УДК 551.509.314+654.71.052

А. И. ОРЛОВ, В. С. ФАДЕЕВ (ВИКИ)

КЛИМАТИЧЕСКОЕ РАЙОНИРОВАНИЕ СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КОЛИЧЕСТВА ОБЛАКОВ

К настоящему времени опубликовано большое число работ по климатическому описанию облачности северного полушария. Значительная часть из них представлена в виде различного рода климатических справочников, атласов, карт, таблиц и описаний [1—8, 10—15]. Во многих исследованиях статистические характеристики отнесены к центру «элементарного квадрата» [2—6, 16], к узлу регулярной географической сетки [1, 11, 12, 14], к отдельной станции и т. д. Климатические характеристики облачности достаточно полно отражают действительную картину распределения облачного покрова над территорией северного полушария. Однако практическое использование этих характеристик, представленных в виде карт и таблиц для каждого квадрата сетки, при решении некоторых задач (например, при численном моделировании облачной обстановки), является затруднительным в силу их многочисленности. В связи с этим встает вопрос об уплотнении информации об облачной обстановке и ее компактном хранении на различных технических носителях с последующим использованием ее путем вызова из банков хранения. Анализ климатических характеристик облачности показал, что территорию северного полушария можно разделить на номинально однородные (квазиоднородные) облачные районы.

Существуют разные подходы к задаче выделения квазиоднородных облачных районов. Например, за основу при определении границ таких районов можно брать различия в суммах осадков и согласовать их с данными климатических сводок и спутников. Именно такой подход применил Гривс [17]. На территории земного шара им выделено 29 таких районов.

В монографии В. И. Воробьева и В. С. Фадеева [6] для определения границ квазиоднородных облачных районов были использованы статистические свойства поля облаков. Облачное поле считалось квазиоднородным, если в нем постоянными являются средние многолетние значения количества облаков ($\overline{x_i}$) и средние квадратические отклонения от средних многолетних ($\sigma_{i\overline{x}}$), а автокорреляционная функция количества облаков ($R_x(\vec{r_i}, \vec{r_j})$) не зависит от выбора равноудаленных точек пространства, т. е. $\overline{x_i} = \text{const}$, $\sigma_{i\overline{x}} = \text{const}$, $R_x(\vec{r_i}, \vec{r_j}) = \text{const}$. Для территории северного полушария ими было выделено 19 квазиоднородных районов.

Авторы работ [9, 16] для выделения квазиоднородных районов облачности применили один из методов кластерного анализа.

В качестве исходной системы признаков при этом они использовали значения повторяемости трех облачных градаций (0—2, 3—7 и 8—10 баллов) для центральных месяцев сезонов.

В данной работе задача климатического районирования северного полушария решалась на основе сезонных статистических распределений количества облаков с использованием метода кластерного анализа. Расчеты проводились на ЭВМ по программе, разработанной В. А. Ременсоном и А. Н. Аникиным.

Задачу классификации метеорологических объектов можно представить следующим образом. Вводится исследуемая совокупность объектов, которые нужно разбить на классы, учитывая, что число классов заранее неизвестно. Решение включает в себя несколько этапов: выбор исходной системы признаков, их преобразование, процедуру принятия решения о числе классов, определение принадлежности объекта к одному из классов и оценку качества полученной классификации.

Пусть множество $J = \{ J_1, J_2, \ldots, J_n \}$ обозначает смешанную выборку, включающую n элементарных квадратов (объектов, образов). Каждый объект из J характеризуется набором признаков, описывающих его свойства как представителя соответствующего класса (какого, пока неизвестно). В зависимости от выбора признаков можно получить различные варианты классификации, причем каждый из них будет отражать реально существующие различия между объектами. Для успешного решения задачи классификации в качестве набора признаков авторами были рассчитаны и использованы повторяемости облачных градаций 0, 1—3, 4—6, 7—8 и 9—10 баллов, а также средние значения (%) покрытия общей облачностью для каждого узла географической сетки северного полушария (описание исходного материала будет дано ниже). Обозначим эти признаки через множество векторов измерений (наблюдений) $X = \{ x_1, x_2, \ldots, x_n \}$, которое описывает множество объектов J. Множество X представляет n точек в r-мерном евклидовом пространстве E_r.

Задача кластерного анализа применительно к данной работе заключается в том, чтобы на основании данных повторяемостей, содержащихся во множестве X, разбить множество элементарных квадратов (точек) J, для которых рассчитаны повторяемости, на m классов $(m \ll n)$ таким образом, чтобы каждый объект J_i принадлежал только одному подмножеству разбиения и чтобы объекты, принадлежащие одному и тому же кластеру, были сходными, в то время как объекты, принадлежащие разным кластерам, были разнородными.

В работе в качестве меры сходства между объектами x_i и x_j используется квадрат евклидова расстояния, определяемый по формуле

$$d_{ij}^2 = \sum_{k=1}^{p} (x_{ki} - x_{kj})^2, \qquad (1)$$

где x_k — проекции вектора расстояний на оси координат системы P-мерного евклидова пространства (для рассматриваемого случая $P = 6$).

На этой мере рассеивания основано большинство методов кластерного анализа. Решением задачи кластерного анализа является разбиение множества объектов I, удовлетворяющее некоторому критерию кластеризации, который часто называют целевой функцией. Существуют различные критерии качества кластеризации. Одним из наиболее популярных является сумма квадратов ошибок отклонений характеристик всех объектов, входящих в каждый кластер.

В данном случае задача кластеризации заключается в том, чтобы по данным повторяемостей 5 градаций облаков, имеющихся для каждого из включенных в смешанную выборку n узлов регулярной географической сетки, получить m кластеров (непересекающихся подмножеств). При этом число кластеров заранее неизвестно, а определяется на основе целевой функции.

Алгоритм последовательной кластеризации достаточно надежен и не требует больших затрат машинного времени. Однако можно отметить два основных недостатка данного алгоритма:

1) относительная доля субъективизма в определении числа классов, которое осуществляется визуально на основе полученного графика целевой функции (резкое возрастание функции);

2) быстрый рост необходимой памяти ЭВМ при увеличении начального числа объектов (станций).

Для расчета статистических характеристик распределения облачности над северным полушарием и их последующего применения в алгоритме последовательной кластеризации использовались ежедневные спутниковые данные о количестве общей облачности (в баллах) в узлах регулярной географической сетки за 1966—1975 годы. Количество облаков выбиралось за каждые сутки внутри календарного месяца по «условным квадратам» — 2,5° к северу и югу и 5° к западу и востоку от узла географической сетки, осреднялось по «условному квадрату» и относилось к узлу.

На основе анализа графиков изменения показателя качества кластеризации было выделено в северном полушарии зимой — 13, весной 10, летом — 15 и осенью — 13 однородных облачных районов.

На рис. 1—4 представлены карты однородных облачных районов для всех четырех сезонов года.

Для каждого однородного облачного района рассчитаны средние значения повторяемости градаций балльности общего количества облачности 0, 1—3, 4—6, 7—8, 9—10 баллов и среднее значение покрытия общей облачностью, а также среднеквадратические отклонения (СКО) по каждой градации.

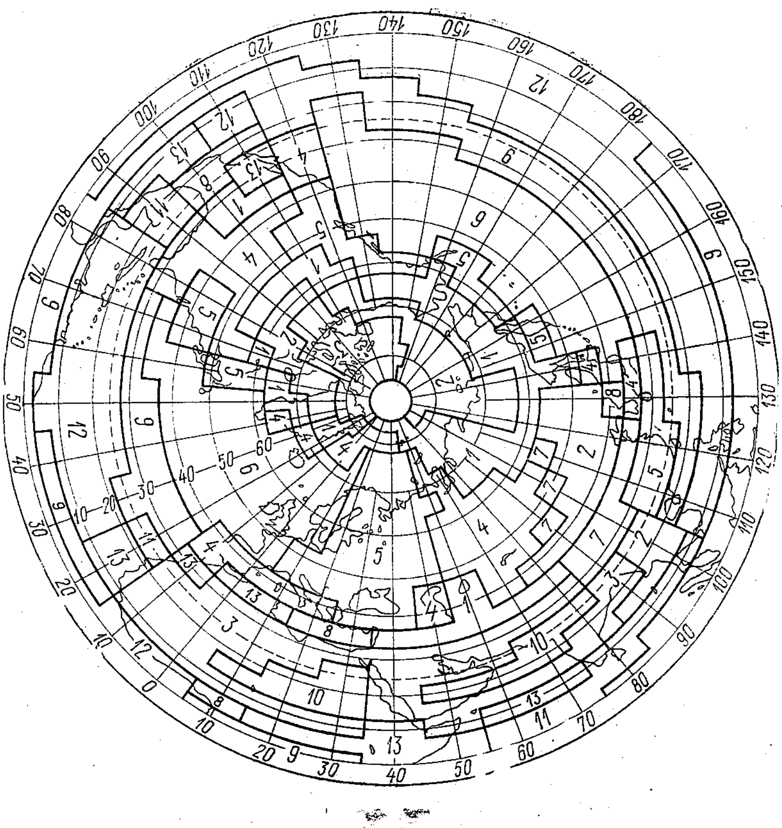


Рис. 1. Карта однородных облачных районов. Зима

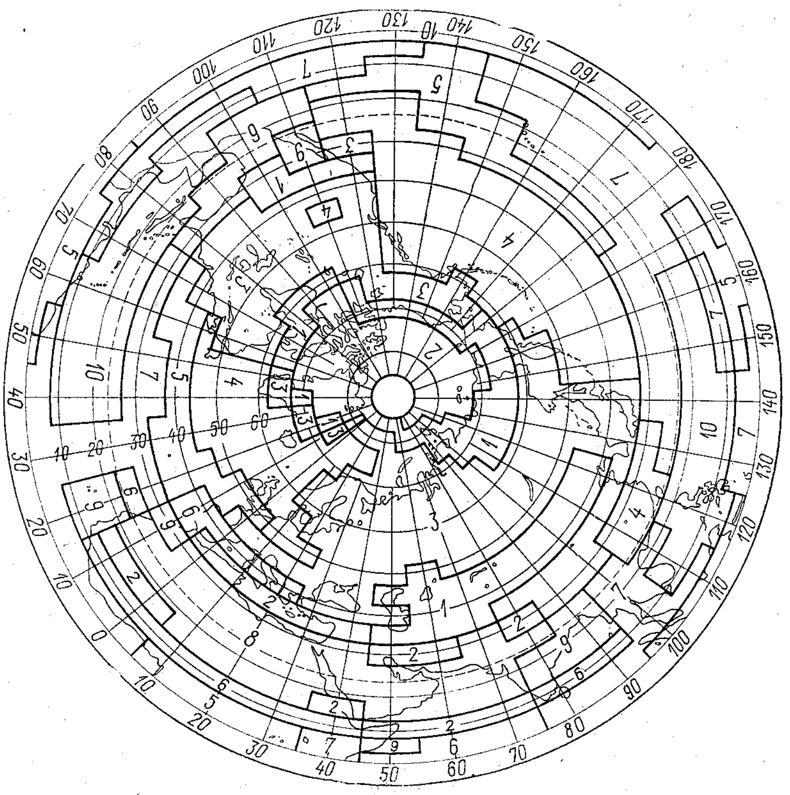


Рис. 2. Карта однородных облачных районов. Весна

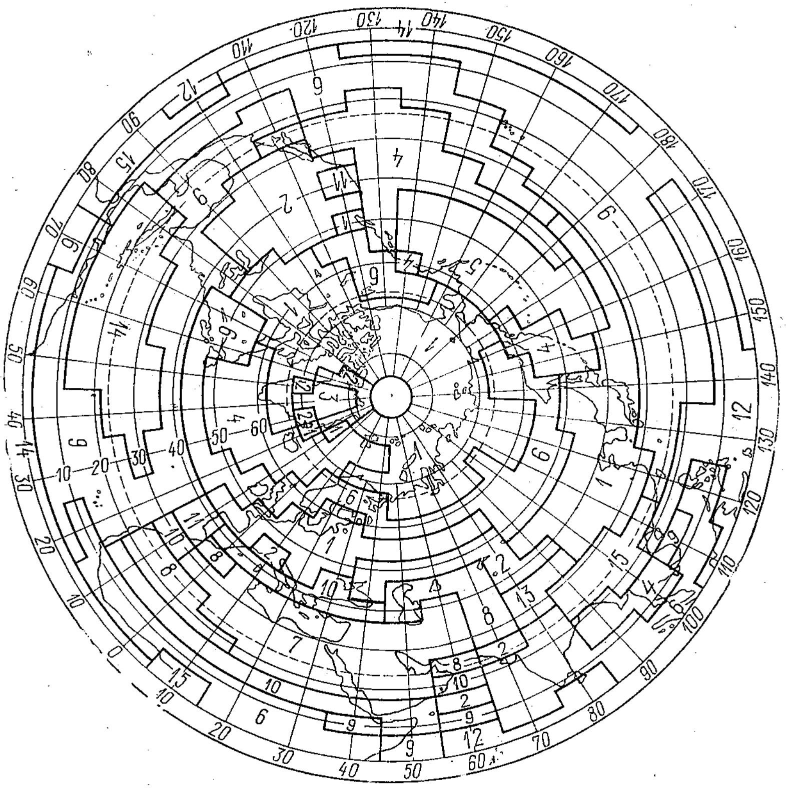


Рис. 3. Карта однородных облачных районов. Лето

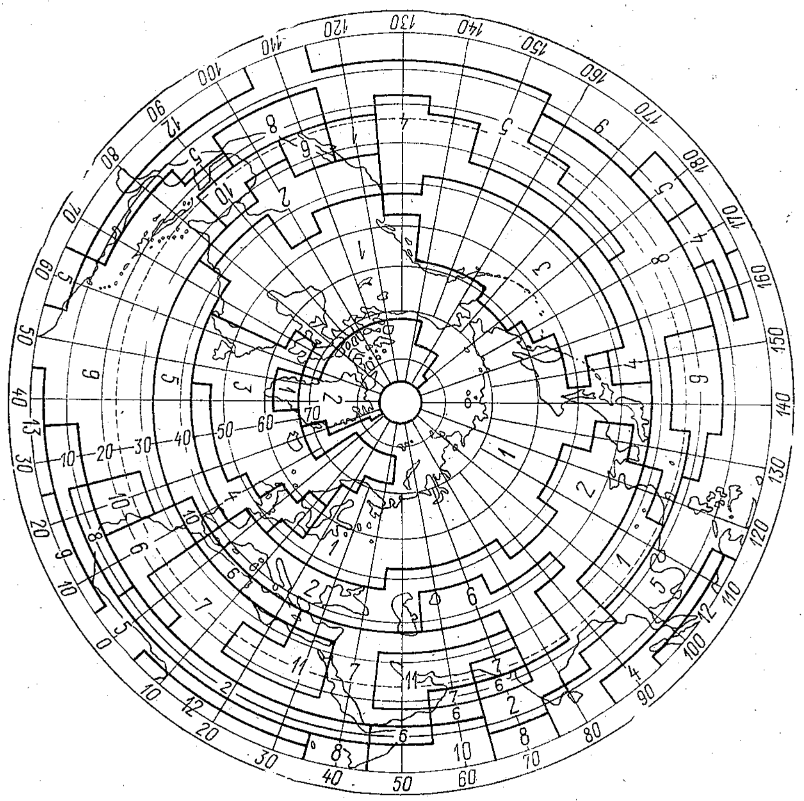


Рис. 4. Карта однородных облачных районов. Осень

Для каждого района характерно свое распределение облачности. В этом можно убедиться на примере карты однородных облачных районов для зимы (рис. 1). Из табл. 1 видно, что для 6-го района, расположенного в северной части Атлантического и Тихого океанов, зимой повторяемость как первой, так и третьей облачных градаций не превышает 3%, в то время как на долю четвертой и пятой градации в сумме приходится 76%.

В свою очередь, 3 и 10 районы, занимающие северную часть Африки и Аравийский полуостров, характеризуются максимальными (до 85%) повторяемостями малооблачной (0—3 балла) погоды. Это — зона пустынь. В этих районах на дни с пасмурной (7—10 баллов) погодой приходится 5—10% от общего количества дней.

От сезона к сезону меняются как количества однородных облачных районов, так и их границы и закон распределения облачности в них.

Полученные результаты, которые отражают особенности распределения облачного покрова над северным полушарием, удобны для использования при решении ряда прикладных задач и могут быть представлены в очень компактном виде на технических носителях.

Таблица 1

Статистические характеристики однородных облачных районов (зима)

Номер ООР	$\overline{X}$	$\sigma_{\overline{x}}$	Повторяемость (%) различных градаций облачности, СКО									
			(0) б	σ	(1—3) б	σ	(4—6) б	σ	(7—8) б	σ	(9—10) б.	σ
1	46	4	34	5	12	3	17	4	16	4	21	6
2	37	3	43	5	13	3	21	5	13	4	10	5
3	28	3	60	5	12	2	15	3	8	2	6	3
4	57	3	19	5	9	3	22	6	25	5	25	5
5	66	4	13	4	7	2	17	3	27	3	36	5
6	73	3	3	2	3	2	18	4	42	5	34	5
7	47	1	28	2	11	1	21	2	28	3	11	1
8	47	1	22	2	11	2	35	5	21	2	10	3
9	64	3	4	2	4	2	39	6	36	6	17	4
10	18	3	78	5	8	2	8	3	4	1	2	1
11	50	2	14	2	10	2	48	3	20	3	8	2
12	56	3	5	2	5	2	57	6	24	4	8	3
13	39	2	31	3	15	2	35	6	14	4	5	3

Примечание. В таблицах 1—4 средние многолетние значения количества облаков и средние квадратические отклонения от средних многолетних приведены в % покрытия площади квадрата облаками.

Таблица 2

Статистические характеристики однородных облачных районов (весна)

Номер ООР	$\overline{X}$	$\sigma_{\overline{x}}$	Повторяемость (%) различных градаций облачности, СКО									
			(0) б	σ	(1—3) б	σ	(4—6) б.	σ	(7—8) б.	σ	(9—10) б.	σ
1	45	3	33	3	12	2	21	4	19	3	15	4
2	37	4	44	3	13	3	18	3	12	2	13	5
3	55	4	20	5	10	2	22	3	27	5	21	4
4	70	4	6	4	5	2	20	4	36	5	33	5
5	64	3	4	3	6	2	34	5	39	6	17	4
6	47	4	20	4	14	2	40	4	19	5	8	3
7	58	3	5	3	9	2	46	4	27	3	13	4
8	22	4	66	6	13	2	12	3	6	2	2	1
9	36	2	34	3	18	2	33	4	11	2	4	1
10	51	3	8	3	10	2	59	4	17	4	6	2

Таблица 3

Статистические характеристики однородных облачных районов (лето)

Номер ООР	$\overline{X}$	$\sigma_{\overline{x}}$	Повторяемость (%) различных градаций облачности, СКО									
			(0) б.	σ	(1—3) б.	σ	(4—6) б.	σ	(7—8) б.	σ	(9—10) б.	σ
1	60	4	15	3	7	2	26	4	28	4	24	5
2	49	3	23	5	12	3	30	4	22	3	13	4
3	38	2	37	2	9	1	24	2	18	1	13	1
4	71	3	6	3	4	1	20	2	34	5	36	4
5	77	2	4	1	3	1	13	3	32	3	48	5
6	64	3	7	4	5	2	29	5	41	5	18	5
7	18	3	77	5	9	3	9	4	4	1	1	1
8	28	4	52	4	16	2	20	3	9	2	3	2
9	56	3	8	3	7	3	49	5	26	4	10	4
10	36	2	36	2	18	3	28	3	13	2	5	1
11	41	3	25	4	18	2	36	4	15	2	6	2
12	62	1	5	1	4	1	41	2	35	3	15	3
13	52	3	22	3	8	1	23	1	40	3	7	1
14	52	2	7	2	6	1	62	3	19	3	5	2
15	70	2	4	2	2	1	21	3	54	4	19	5

Таблица 4

Статистические характеристики однородных облачных районов (осень)

Номер ООР	$\overline{X}$	$\sigma_{\overline{x}}$	Повторяемость (%) различных градаций облачности, СКО									
			(0) б.	σ	(1—3) б.	σ	(4—6) б.	σ	(7—8) б.	σ	(9—10) б.	σ
1	61	5	17	5	7	2	19	4	30	5	27	6
2	46	4	29	5	11	2	23	5	22	4	14	4
3	73	3	4	2	3	1	17	3	43	4	33	4
4	68	2	4	3	4	2	28	4	40	4	24	3
5	63	2	4	2	4	2	42	5	36	4	14	3
6	34	3	43	6	15	3	26	3	12	2	5	2
7	24	4	63	6	13	2	14	3	7	2	3	2
8	56	3	9	3	8	3	43	4	28	3	12	5
9	56	3	6	2	4	1	58	5	23	4	9	3
10	46	4	20	4	10	3	47	4	17	3	6	3
11	16	2	82	3	8	1	6	2	3	1	1	1
12	71	2	3	2	1	1	24	3	54	3	19	4
13	47	1	13	1	3	0	72	1	10	2	2	0

ЛИТЕРАТУРА

1. Атлас климатических характеристик облачности по данным ИСЗ. — Л.: Гидрометеоиздат, 1979. — 128 с.
2. Берлянд Т. Г., Строкина Л. А. Глобальное распределение общего количества облаков.— Л.: Гидрометеоиздат, 1980. — 70 с.
3. Воробьев В. И., Фадеев В. С. Некоторые характеристики облачности над Северной Атлантикой, полученные по данным метеорологических ИСЗ. — Межвузовский сборник, изд. ЛПИ, 1977, вып. 64, с. 91—101 (ЛГМИ).
4. Воробьев В. И., Иванов С. В., Фадеев В. С. Опыт использования спутниковых данных для оценки распределения облаков различных форм. — Межвузовский сборник, изд. ЛПИ, 1978, вып. 68, с. 3—13 (ЛГМИ).
5. Воробьев В. И., Фадеев В. С. Некоторые характеристики облачности над акваторией Тихого океана, полученные по данным метеорологических спутников. — Межвузовский сборник, изд. ЛПИ, 1981, вып. 75, с. 104—114 (ЛГМИ).
6. Воробьев В. И., Фадеев В. С. Характеристики облачного покрова северного полушария по данным метеорологических спутников. — Л.: Гидрометеоиздат, 1981. — 172 с.
7. Ковалева Т. Е. Повторяемость пасмурного неба над северной частью Тихого океана. — Тр. НИАК, вып. 42, 1966, с. 38—46.
8. Кондратьев К. Я. Спутниковая климатология. — Л.: Гидрометеоиздат, 1971, — с. 62.
9. Лаухин С. В., Ременсон В. А., Шустер Л. Г. Использование метода последовательной кластеризации для классификации метеорологических объектов. Серия «Метеорология и климатология», вып. 9 (117), М., ВНИИГМИ, 1981, с. 170—178.
10. Лобанова В. Я. Климатические карты облачности. Северное полушарие. Период МГГ и МГС, НИАК, М., 1967, — с. 93.
11. Лобанова В. Я. Особенности географического распределения облачности над северным полушарием. Тр. НИАК, вып. 44. — Л.: Гидрометеоиздат, 1967, с. 42—46.
12. Михель В. М. Пространственно-временные характеристики облачности над территорией СССР. — Л.: Гидрометеоиздат, 1965. — 246 с.
13. Наровлянский Г. Я., Каулина М. Е., Кобышева Н. В. Распределение облачности над земным шаром. Изд. ЛВИКА им. А. Ф. Можайского, 1969. — 175 с.
14. Прик З. М. Климатический атлас Арктики. — Л.: Морской транспорт, 1963.
15. Шаповалова В. Д. Распределение повторяемости ясного и пасмурного неба над северным полушарием по спутниковым данным. Тр. ГГО, вып. 404. — Л.; Гидрометеоиздат, 1978, с. 97—102.
16. Шустер Л. Г., Азарова Л. А. О применении методов кластерного анализа для решения метеорологических задач. Тр. ВИКИ, вып. 592, с. 76—80.
17. Greaves J. H. Sherr Glasser A. H. Cloud cover statistics and their use in planning of remote sensing missions — «Remote Sens. Environ», 1970, vol. 1, № 2, pp. 95—101.

УДК 551.509.314:629.13

В. Д. ЕНИКЕЕВА (ЛГМИ)

О ТИПИЗАЦИИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ СИТУАЦИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОГНОЗУ СИЛЬНЫХ СДВИГОВ ВЕТРА В НИЖНЕМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Изучение метеорологических условий, при которых возникают сильные сдвиги ветра (СВ) в приземном слое атмосферы, приобрело в настоящее время особое значение для обеспечения безопасности полетов самолетов. Сильные сдвиги ветра, встречающиеся в нижнем стометровом слое, относятся к опасным для авиации явлениям погоды, так как могут существенно повлиять на взлетно-посадочные характеристики самолета и привести к предпосылке или к летному происшествию.

Разбор отдельных случаев возникновения сильных СВ, обусловивших летные происшествия, как и статистическая обработка расчетных величин СВ по данным ветрового зондирования атмосферы с последующей синоптической интерпретацией показывают [2, 6], что наиболее часто значительные СВ наблюдаются при прохождении атмосферных фронтов, в зонах интенсивной конвективной деятельности и при возникновении инверсий температуры. Отмечены повышенные значения СВ при наличии низкотропосферных струйных течений, а также СВ, развивающиеся под влиянием орографии и окружающей аэродром застройки. Однако приводимые различными авторами признаки дают, в основном, косвенные указания на возможность возникновения сильных вертикальных СВ, наиболее существенно влияющих на взлет и посадку самолетов; методика их прогноза на основе объективных количественных оценок только разрабатывается.

В данной работе делается попытка объективной типизации метеорологических ситуаций, сопровождавшихся возникновением сильных СВ, отмеченных по данным Ленинградской телебашни в 1979—1981 гг.

Анализ повторяемости умеренных и сильных СВ по указанным данным показал, что ее максимум приходится на январь, однако в марте и в ноябре также наблюдается рост повторяемости значительных СВ. Чаще всего повышенные СВ отмечались в слое 64—104 м во все времена года, причем в утренние часы их повторяемость несколько выше, чем в дневные. Этот факт может быть объяснен разрушением температурных инверсий в дневное время. Однако однозначная связь умеренных и сильных СВ с температурными инверсиями не прослеживается.

Для объективной типизации метеорологических ситуаций широко привлекаются математические методы анализа с помощью ЭВМ. Как известно, алгоритмы машинной типизации должны удовлетворять следующим условиям: число типов, на которое необходимо разбить исследуемую совокупность объектов (архив), заранее неизвестно и должно определяться автоматически; лучшей будет та из вычислительных процедур, которая обеспечивает меньший объем требуемой машинной памяти и меньшее число операций для построения типизации. Алгоритм должен быть достаточно универсальным: автоматически учитывать особенности архивных данных и допускать расширение архива без полной перестройки типизации. Это осуществляется путем выбора параметров алгоритма, позволяющих его адаптировать к изменению архива. Таким образом, решение задачи объективной типизации метеорологических ситуаций с помощью ЭВМ осуществляется в несколько этапов:

— выбор исходной системы признаков или метеорологических параметров, описывающих ситуацию;

— построение нескольких вариантов типизации при изменяющихся параметрах алгоритма (в автоматическом режиме);

— оценка качества полученной на каждом шаге типизации;

— принятие решения об оптимальной в смысле выбранного критерия качества типизации;

— определение средних векторов каждого типа и характеристик изменчивости метеорологических ситуаций, входящих в тип;

— при поступлении нового, ранее не рассматривавшегося объекта определение его принадлежности к тому или иному типу с целью прогноза или расширения типизируемого архива. Последний случай возникает при необходимости расширения возможностей алгоритма для типизации архивов большого объема.

В настоящее время разработано и применяется большое число алгоритмов типизации на основе самообучения, или кластерного анализа [1, 3, 4, 7—11]. Однако далеко не все из них являются адаптивными и достаточно экономными в вычислительном отношении. В нашем исследовании была применена адаптивная модификация алгоритма ранжирования матрицы расстояний между элементами архива [3], которая описана в [9].

Первичная адаптация алгоритма к особенностям архива достигается за счет определения начального значения параметра алгоритма r_0 на основе анализа минимального ($r_{\min}$) и максимального ($r_{\max}$) расстояния между элементами архива:

$$r_0 = r_{\min} + \frac{1}{z_0}\left(\frac{r_{\max}}{2} - r_{\min}\right),$$

где z_0 — число изменений параметра r с постоянным шагом в диапазоне $\Delta r = \frac{r_{\max}}{2} - r_{\min}$. Таким образом, первое разбиение на типы строится для значения параметра алгоритма r_0 и проводится оценка его качества, а затем автоматически изменяется параметр ранжирования матрицы расстояний между элементами архива r, определяющий последующие типизации. Поиск оптимального значения параметра r осуществляется при определении градиентным методом экстремума критерия качества типизации.

Выбор критерия качества типизации — важный этап разработки алгоритма, зачастую предопределяющий успешность решения задачи. Проведенное исследование эффективности различных критериев [5] позволило сделать вывод о предпочтительности критерия $\hat{F}(r)$, являющегося модификацией критерия, который предложен Н. Г. Загоруйко [7].

После построения оптимальной типизации алгоритм допускает последующую классификацию полей (метеорологических ситуаций), не входящих в архив. Примененный алгоритм принятия решения о принадлежности рассматриваемой ситуации X к одному из типов A_i, $i=1 \ldots K$ (K — число типов), основан на методе потенциальных функций и позволяет принять решение $X \in A_i$, если суммарный «потенциал» Φ_i больше суммарных потенциалов каждого из остальных типов:

$$\Phi_i(X) = \frac{1}{N_i} \sum_{n=1}^{N_i} K(X, X_n) > \Phi_j(X) = \frac{1}{N_j} \sum_{m=1}^{N_j} K(X, X_m),$$

где N_i, N_j — число элементов в типах A_i, A_j соответственно; X_n, X_m — элементы (метеорологические ситуации), входящие в типы A_i, A_j; $K(X, X_n)$ — потенциальная функция, определяющая «влияние» элемента X_n на элемент X, уменьшающееся при увеличении расстояния между X_n и X.

Несложно показать, что для конечной выборки процедура стохастической аппроксимации апостериорной плотности вероятности типа A_i [1] сводится к оценке суммарного потенциала:

$$P(A_i/X) \approx \frac{1}{N_i} \sum_{n=1}^{N_i} K(X, X_n).$$

В нашем случае это является основой для указания вероятности возникновения сильных СВ при появлении распределения приземного давления, описываемого полем X, т. е. для вероятностного прогноза метеорологических ситуаций, при которых возникают сильные СВ.

Была предпринята попытка типизации полей приземного давления в районе Ленинграда. Для этого с кольцевых карт погоды были сняты значения давления за 09 ч мск (при наличии СВ и при его отсутствии по данным телебашни) по 17 станциям, отмеченным на рис. 1. Так как район наблюдения невелик, густота сети станций достаточна, то интерполяция давления в узлы регулярной сетки не проводилась.

Рассмотрим результаты, полученные при применении алгоритма автоматической типизации.

При типизации полей давления с сопутствующими сильными СВ в 09 ч в январе по данным за 1979—1981 гг. было получено два типа полей давления. К первому типу относится свыше 90% метеорологических ситуаций. Среднее поле типа представлено на рис. 1. Изменчивость давления по 17 станциям составляет приблизительно 12 гПа в среднем для полей данного типа. Рельеф типового поля давления характеризуется расходимостью изобар в районе Ленинграда, который находится около оси гребня. Близкое фактическое поле приземного давления наблюдалось 13 января 1979 г., отмечалась изотермия. Вариации полей внутри типа позволяют выявить в основном признаки антициклональной циркуляции.

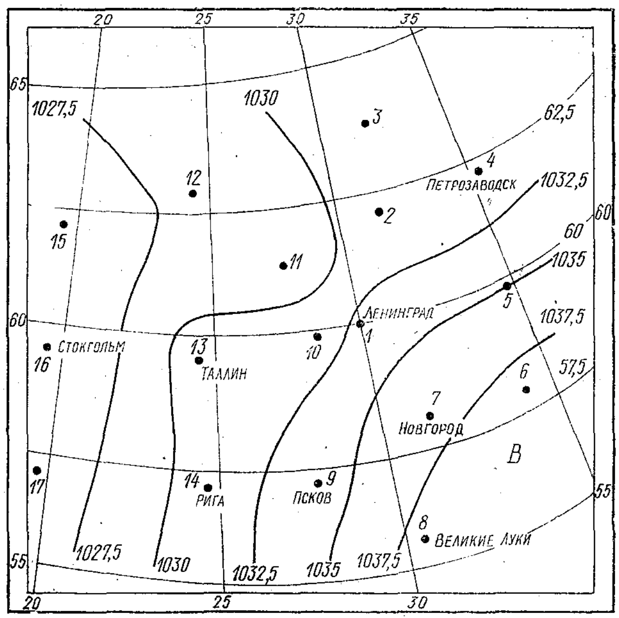


Рис. 1. Поле давления первого типа при наличии сдвига ветра

Ко второму типу относится только 9% случаев возникновения сильных СВ. При этом средняя изменчивость давления по станциям невелика (около 6 гПа). Типовое поле давления представлено на рис. 2. Как видно из рис. 2, район Ленинграда лежит в ложбине, повышенные СВ могут быть объяснены прохождением вторичного холодного фронта.

Дополнительно была проведена типизация полей давления для случаев, когда сильные СВ по данным телебашни не наблюдались. Наиболее представительным является первый тип (67% случаев), для которого среднее поле характеризуется редкими, меридионально вытянутыми изобарами. Во второй тип вошло 22% архива; характер циркуляции антициклональный.

В третьем типе (11% случаев) поле характеризуется расположением Ленинграда восточнее центра циклона.

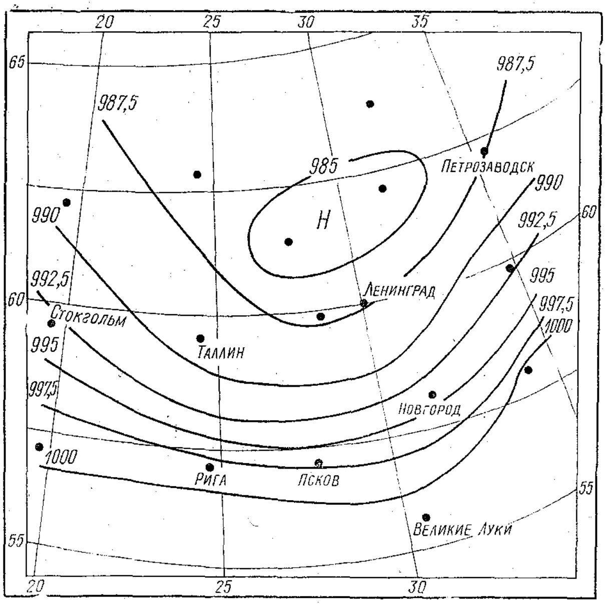


Рис. 2. Поле давления второго типа при наличии сдвига ветра

Из анализа полученных результатов типизации можно сделать следующие выводы:

— при антициклонической форме циркуляции вероятность появления значительного СВ в январе велика: более 90% всех случаев сильных СВ характеризуется этой формой циркуляции;

— при циклонической циркуляции однозначного прогностического вывода сделать нельзя. Эта форма циркуляции характерна примерно для 9% случаев сильных СВ и для 11% случаев отсутствия СВ;

— при меридиональном расположении изобар сильные СВ практически не наблюдаются.

Таким образом, полученная автоматическая типизация полей давления может иметь практическое приложение для прогноза такого опасного для авиации явления, как сильный СВ в нижнем слое атмосферы. Дальнейшее направление исследований связано с возможностью прогноза вертикального распределения ветра для каждого типа поля и уточнением значения прогнозируемого СВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. — М.: Наука, 1970. — 384 с.
2. Васильев А. А., Глазунов В. Г. Сдвиги ветра, турбулентность и вертикальные потоки в нижнем слое атмосферы, влияющие на взлет и посадку воздушных судов. — Л.: Гидрометеоиздат, 1979. — 29 с.
3. Груза Г. В., Раньков Е. Я. О принципах автоматической классификации метеорологических объектов. — Метеорология и гидрология, 1970, № 2, — с. 12—22.
4. Дорофеюк А. А. Алгоритмы автоматической классификации. — Автоматика и телемеханика, 1971, № 12, — с. 78—113.
5. Еникеева В. Д. К вопросу о критериях качества автоматической типизации метеорологических ситуаций. — В сб.: Численное моделирование циркуляции в стратосфере. Новосибирск, изд-во ВЦ СО АН СССР, 1976, — с. 52—57.
6. Журавлев А. И., Трунов О. К. Влияние сдвига ветра на взлет и посадку. — М., изд. Гос НИИ ГА, 1979. — 15 с.
7. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. — М., Советское радио, 1972. — 208 с.
8. Николаев Ю. В. Классификация гидрометеорологических процессов с помощью ЭВМ. — Л.: Гидрометеоиздат, 1976. — 36 с.
9. Солонин С. В., Еникеева В. Д. Адаптивные алгоритмы автоматической типизации гидрометеорологических явлений и процессов. — В сб.: Численное моделирование циркуляции в стратосфере. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1976, с. 43—51.
10. Сонечкин Д. М. Математическая теория классификации и ее применение в метеорологии. — Метеорология и гидрология, 1969, № 12, — с. 24—34.
11. Ту, Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. — М.: Мир, 1978. — 411 с.

УДК 551.575.1:509.325

Ю. Г. ЛУШЕВ, А. В. ТЕРТЫШНИКОВ (ВИКИ)

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗА РАДИАЦИОННОГО ТУМАНА

Радиационные туманы образуются в сравнительно однородных по своим термодинамическим свойствам воздушных массах в результате охлаждения земной поверхности и прилегающего слоя воздуха в темное время суток под влиянием излучения и турбулентного перемешивания. Определенное влияние на процессы туманообразования оказывают фазовые притоки тепла, притоки водяного пара вследствие испарения или конденсации влаги на подстилающей поверхности, гравитационные силы, а также ряд других факторов, например, теплофизические свойства подстилающей поверхности, начальное термогигрометрическое состояние приземного слоя воздуха, скорость ветра и др.

К настоящему времени известно значительное число работ, посвященных теоретическому и экспериментальному исследованию процессов туманообразования и оценке роли различных факторов в этих процессах [1, 2, 4, 8, 10]. Критический обзор наиболее важных из этих работ приведен, например, в [3].

В данной статье с помощью гидродинамической модели радиационного тумана, являющейся дальнейшим развитием модели, предложенной в [5], исследуются условия образования и особенности эволюции радиационных туманов и делается попытка решения задачи их краткосрочного прогноза.

Исходные уравнения

Исходя из указанных физических представлений и следуя [5], представим систему уравнений переноса тепла и влаги, описывающих нестационарный процесс туманообразования в турбулентной атмосфере, и уравнение теплопроводности почвы в виде

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \Pi}{\partial z}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial s}{\partial z}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T_{\text{п}}}{\partial t} = K_{\text{п}} \frac{\partial^2 T_{\text{п}}}{\partial \eta^2}, \tag{3}$$

$$\Pi = T \left(\frac{1000}{p}\right)^{0,286} + \frac{L}{C_p} q, \tag{4}$$

$$S = \begin{cases} q \text{ — при отсутствии тумана,} \\ q_m + \delta \text{ в тумане,} \end{cases} \tag{5}$$

$$q_m = 0,622 \frac{E(T)}{P}, \tag{6}$$

$$\lg E(T) = 10,79574 \left(1 - \frac{T_1}{T}\right) - 5,02800 \lg \left(\frac{T}{T_1}\right) +$$
$$+ 1,50475 \cdot 10^{-4} \left[1 \cdot 10^{-8,19690 \left(\frac{T}{T_1} - 1\right)}\right] +$$
$$+ 0,42873 \cdot 10^{-3} \left[10^{4,76955 \left(1 - \frac{T}{T_1}\right)}\right] + 0,78614. \tag{7}$$

Здесь t — время; z — высота; η — глубина; Π — эквивалентно-потенциальная температура; T и T_n — соответственно температура воздуха и почвы в К; S — удельное влагосодержание воздуха; q — удельная влажность воздуха; δ — удельная водность тумана; k — коэффициент турбулентности; k_n — коэффициент температуропроводности почвы; L и C_p — удельная теплота конденсации и теплоемкость воздуха при постоянном давлении; P — атмосферное давление; $E(T)$ — упругость насыщения водяного пара, $T_1 = 273{,}16$ К.

Расчет коэффициента турбулентности, зависящего от времени и высоты, выполняется по формуле Извекова—Дородницына

$$k(t, z) = k_\infty(t) \{1 + \varepsilon(t) - \exp[-m(t) z]\}, \tag{8}$$

где $k_\infty(t)$ — значение коэффициента турбулентности на верхней границе пограничного слоя; $m(t)$ — безразмерный параметр, характеризующий скорость возрастания k с высотой; $\varepsilon(t) = k_0/k_\infty(t)$ — безразмерный параметр; k_0 — коэффициент турбулентности в вязком подслое, имеющий порядок величины коэффициента молекулярной температуропроводности воздуха. Методика расчета параметров турбулентного обмена разработана в [6, 7].

Начальные и граничные условия

При исследовании особенностей образования и эволюции радиационных туманов при различных условиях турбулентного и радиационного режимов, система уравнений (1)—(5) решалась при следующих условиях.

1. В начальный момент времени ($t=0$) в пределах пограничного слоя (до высоты $z^* = 1000$ м) туман отсутствует, температура воздуха является линейной функцией высоты, распределение удельной влажности описывается формулой Хргиана, температура почвы в пределах слоя толщиной 1 м не зависит от глубины:

$$\Pi(0,z) = [T(0,z) - \gamma z] \left[\frac{1000}{P(0,z)}\right]^{0.286}, \tag{9}$$

$$S(0,z) = q(0,z) = q(0,0)\, 10^{(-az-bz^2)}, \tag{10}$$

$$T_\text{п}(0, \eta) = T_\text{п}(0,0) = T(0,0), \tag{11}$$

$$P(0,z) = P(0,0) \left[\frac{T(0,z)}{T(0,0)}\right] R_b^g \gamma. \tag{12}$$

Здесь $a = 0{,}0905$, $b = 0{,}0124$, если z в км; $R_\text{в}$ — удельная газовая влажного воздуха; γ — вертикальный градиент температуры.

2. На верхней границе области решения ($z^*=1000$ м), температура и удельная влажность воздуха не изменяются во времени:

$$\Pi(t,\ z^*)=\Pi(0,\ z^*)=\text{const},$$
$$S(t,\ z^*)=S(0,\ z^*)=q(0,\ z^*)=\text{const}. \qquad (13)$$

3. На нижней границе деятельного слоя почвы ($\eta^*=1$ м) температура почвы также не изменяется во времени:

$$T_n\ (t,\ \eta^*)=T_n(0,\ \eta^*)=\text{const}. \qquad (14)$$

На поверхности почвы ($z=\eta=0$) предполагается, что

$$T(t,\ 0)=T_n\ (t,\ 0),$$
$$S(t,\ 0)=S(0,\ 0)=\text{const} \qquad (15)$$

и выполняется уравнение баланса тепла

$$C_{\text{об}}\,\Delta\eta\ \frac{\partial T_{\text{п}}}{\partial t}=\rho\, C_p\, k\ \frac{\partial \Pi}{\partial z}+C_{\text{об}}\ k_{\text{п}}\ \frac{\partial T_{\text{п}}}{\partial \eta}-R\ (t,0), \qquad (16)$$

где $C_{\text{об}}$ — объемная теплоемкость почвы; $\Delta\eta$ — некоторая толщина поверхностного слоя почвы, величиной порядка нескольких сантиметров; ρ — плотность воздуха; $R(t,\ 0)$ — эффективное излучение земной поверхности, рассчитываемое, например, по формуле А. Ангстрема.

$$R\,(t,0)=f\sigma\ [T\ (t,2)]^3\ \{\,[T\,(t,2)\ (A+D\cdot 10^{-C\cdot q\ (t,\,2)})]+$$
$$+\,4\ [T\ (t,\,0)-T\ (t,2)]\,\}. \qquad (17)$$

Здесь f — относительный коэффициент излучения почвы; $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2 К^4) — постоянная Стефана—Больцмана; $A=0{,}18$; $D=0{,}25$; $C=151{,}93$ (если $q(t,\ 2)$ в кг/кг); $T(t,\ 2)$ и $q(t,\ 2)$ — температура и удельная влажность воздуха на уровне 2 м.

Эффективное излучение $R(t,\ 0)$ является основной причиной понижения температуры поверхностного слоя почвы в темное время суток, а через процессы турбулентного и молекулярного теплообмена — температуры прилегающих слоев воздуха и почвы.

В связи с более быстрым понижением температуры подстилающей поверхности, чем прилегающих слоев воздуха, эффективное излучение ее с течением времени уменьшается. При образовании тумана, с увеличением его вертикальной мощности $R(t,\ 0)$ может не только обратиться в нуль, но и принять отрицательное значение. В работе [10] было показано, что уже при толщине слоя тумана около 60 м эффективное излучение составляет около 30% от первоначального, а из работы [9] следует, что при толщине тумана порядка 200 м оно обращается в нуль.

Указанные особенности в изменении радиационного режима подстилающей поверхности в зависимости от вертикальной мощности и водности тумана в первом приближении можно учесть, если, следуя [9], принять, что при высоте верхней границы тумана ($z_т$) меньше некоторой предельной ($z_{пр}$) величина эффективного излучения земной поверхности (R_0) определяется соотношением

$$R_0 = R(t,\ 0)\,(1 - 6{,}4\cdot 10^{-2}\,\bar{\delta}\, z_т), \tag{18}$$

а при $z_т \geqslant z_{пр}$ $R_0 = 0$.

К моменту времени $t = t_{пр}$, при котором $z_т = z_{пр}$, температура земной поверхности достигает минимального значения, а температура воздуха и почвы растет соответственно с высотой и глубиной. Начиная с этого момента ($t > t_{пр}$), под влиянием турбулентного и молекулярного потоков тепла температура поверхностного слоя почвы начинает возрастать. Это возрастание через рассмотренные механизмы распространяется на вышележащие слои атмосферы и может привести к разрушению температурной инверсии вблизи подстилающей поверхности при сохранении ее на высотах и к рассеянию тумана.

По мере возрастания вертикальной мощности тумана и увеличения его водности все большее влияние на особенности вертикального распределения температуры воздуха оказывает радиационное излучение с верхней границы тумана, где поток эффективного излучения $R(t,\ z_т)$ с достаточной степенью точности можно полагать равным

$$R\,(t, z_т) = f_1\, \sigma\, [T\,(t, z_т)]^4, \tag{19}$$

а условие баланса тепла представить в виде

$$\left(k\,\frac{\partial П}{\partial z}\right)_{z_т - 0} + \left(k\,\frac{\partial П}{\partial z}\right)_{z_т + 0} = \frac{R\,(t,\ z_т)}{\rho\, C_p}. \tag{20}$$

Здесь $T(t,\ z_т)$ — температура воздуха на уровне верхней границы тумана; f_1 — коэффициент (порядка 0,25), характеризующий долю длинноволнового излучения «в атмосферном окне» (8—11 мкм). Вне «атмосферного окна» эффективное излучение практически равно нулю.

Особенности численного решения задачи

Для решения системы дифференциальных уравнений переноса тепла и влаги (1)—(3) при условиях (4)—(20), использован конечно-разностный метод. Разностный алгоритм решения системы и разностная сетка для области решения приняты в соответствии с рассмотренными в [5]. Сформулированная задача была реализована на ЭВМ ЕС—1030.

По рассчитанным значениям функций Π и $\mathring{S}$ для любых требуемых моментов времени и высот значения температуры, влажности и водности тумана определялись с использованием соотношений (4)—(7). Методика их расчета сводится к следующему:

1. В предложении, что воздух на данном уровне в данный момент времени насыщен водяным паром (имеется туман) решается система уравнений (4), (6) с учетом соотношения (7) и находятся T и q_m.

2. Из сравнения найденного значения q_m с вычисленным S устанавливается факт наличия или отсутствия тумана на данном уровне: при $S \geqslant q_m$ предположение о наличии тумана справедливо и искомые величины T и q_m определены правильно, а водность тумана находится из соотношения (5); при $S < q_m$ — тумана на данном уровне нет ($\delta = 0$), следовательно, фактическая удельная влажность равна q, а температура воздуха может быть найдена из (4).

Система уравнений (4), (6) в изложенной методике решается методом последовательных приближений с некоторой заданной точностью (ε). Контрольные расчеты показали, что метод имеет быструю сходимость и уже второе — третье приближение обеспечивают точность в определении температуры в $\pm 0{,}05$°C.

Результаты расчетов модельных вариантов задачи

Были рассчитаны несколько случаев образования и эволюции радиационного тумана при различных предположениях относительно характера изменения во времени коэффициента турбулентного обмена и величины эффективного излучения земной поверхности и верхнего слоя тумана (области конденсации).

При расчетах приняты следующие исходные данные, общие для всех вариантов задачи:

$T(0, 0) = T_n(0, \eta) = 288$ К; $q(0, 0) = 8{,}71 \cdot 10^{-3}$ кг/кг, что соответствует относительной влажности воздуха, равной 80%, $P(t, 0) = P(0, 0) = 10^3$ гПа; $\rho(t, 0) = \rho(0, 0) = 1{,}23$ кг/м^3; скорость ветра (u) на уровне 1 м равна $u(t, 1) = u(0, 1) = 1$ м/с; $z_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ м; $k_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ м^2/с; $k_п = 4{,}3 \cdot 10^{-7}$ м^2/с; $C_{об} = 2{,}92 \cdot 10^6$ Дж/м^3 К.

На рис. 1 приведены данные о вертикальном распределении температуры воздуха и водности тумана в различные моменты времени для условий, когда $k_\infty(t) = k_\infty(0) = 3$ м^2/с, а его вертикальное распределение для других моментов времени рассчитывалось по формуле (8). При расчете этого варианта было принято, что до момента достижения верхней границей тумана уровня $z_{пр} = 200$ м, $R(t, 0)$ определяется по формуле (17). При $z_т \geqslant 200$ м $R(t, 0)$, а излучение $R(t, z_т)$ определяется по формуле (19).

Анализ вертикального распределения температуры показывает, что охлаждение воздуха за счет радиационного выхолаживания подстилающей поверхности под влиянием турбулентного обмена быстро распространяется вверх и через 2 ч достигает высоты 150—200 м.

При этом в указанном слое образуется приземная инверсия температуры, а непосредственно у земли в слое толщиной 7—8 м происходит конденсация водяного пара. Средняя скорость понижения температуры в первые два часа на уровне $z=0$ составляет около 1,8 км/ч, на уровне $z=2$ м — около 1,5 км/ч, что находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными. По мере возрастания вертикальной мощности приземной инверсии и области конденсации (тумана), вследствие уменьшения $R(t, 0)$, скорость понижения температуры у земли и на высотах постепенно уменьшается.

Через $t=t_{пр}=5$ ч (рис. 1, кривая *5*) верхняя граница приземной инверсии достигает высоты 400 м, а верхняя граница тумана — высоты 200 м. С этого момента времени $R(t, 0)=0$ и под влиянием турбулентного притока тепла из воздуха и молекулярного притока тепла из почвы начинается прогрев подстилающей поверхности и прилегающих слоев воздуха и почвы. Под влиянием этих факторов вблизи земной поверхности приземная инверсия начинает разрушаться, а туман — рассеиваться. В то же время, за счет увеличения интенсивности понижения температуры воздуха на уровне верхней границы тумана, вызванного излучением, создаются условия, благоприятные для образования (усиления) приподнятой инверсии над туманом. На рис. 1 кривая 7 соответствует профилю температуры для момента времени $t=t_{пр}+2$ ч. Видно, что практически во всем слое от земной поверхности до высоты 350 м наблюдается падение температуры воздуха с высотой со средним градиентом $\bar{\gamma}=0,50 \div 0,55$ К/100 м. В слое 350—600 м сохраняется приподнятая инверсия с $\gamma=-0,4$ К/100 м.

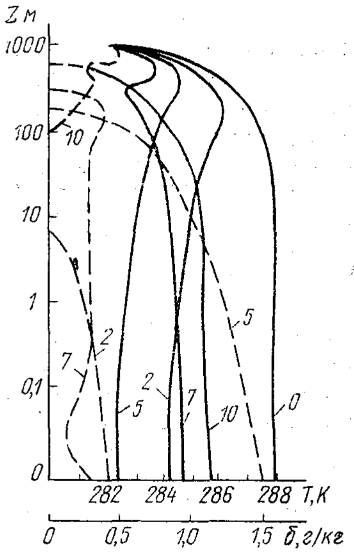


Рис. 1. Вертикальное распределение температуры воздуха (———) и водности тумана (— — — — —). (Цифры на кривых обозначают момент времени в час, для которого произведен расчет)

В дальнейшем, к моменту времени $t=t_{пр}+5$ ч (рис. 1, кривая *10*) приподнятая инверсия сохраняется в слое 600—800 м. При этом в слое 0—100 м туман рассеялся, а на высотах 100—600 м сохранился в виде облачности приподнятого тумана.

Особенностью вертикального распределения водности и радиационном тумане является то, что ее максимум в развивающемся тумане (до момента времени $t = t_{пр}$) наблюдается вблизи подстилающей поверхности (рис. 1, кривые *2* и *5*). В хорошо развитом тумане при $R(t, 0) \approx 0$ водность мало изменяется с высотой (рис. 1, кривая *7*), а в разрушающемся тумане максимум водности наблюдается вблизи его верхней границы (рис. 1, кривая *10*). Такое вертикальное распределение водности находится в хорошем соответствии с данными экспериментальных исследований микроструктуры облаков и туманов.

Расчеты, выполненные для других вариантов задачи туманообразования, в частности, для условий более интенсивного турбулентного обмена вблизи земной поверхности (для $k_0 \geqslant 2 \cdot 10^{-5}$ м²/с и $k_\infty(t) = 3$ м²/с $=$ const) и условий более интенсивного обмена во всем пограничном слое (для $k_0 \geqslant 2 \cdot 10^{-5}$ м²/с и $k_\infty(t) > 3$ м²/с) в основном подтвердили выводы, полученные в работе [5]. Так, увеличение k_0 приводит к некоторому уменьшению величины радиационного охлаждения земной поверхности за счет возрастания турбулентного притока тепла из воздуха к почве. Увеличение интенсивности турбулентного теплообмена в пограничном слое (увеличение $k_\infty(t)$ при неизменном $k_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ м²/с) сравнительно мало влияет на скорость охлаждения поверхности почвы, но приводит к более быстрому повышению верхней границы приземной инверсии при меньшей разности температур на ее границах.

Удовлетворительное согласие полученных результатов с теоретическими и экспериментальными данными о характере изменения метеорологических величин при образовании и развитии радиационных туманов послужило основанием использовать приведенную модель для решения задачи краткосрочного прогноза.

Результаты прогноза радиационного тумана

Проанализированы результаты двух случаев численного прогноза образования радиационного тумана на основе фактических исходных данных.

1. Прогноз дан для конкретного случая образования радиационного тумана в г. Ленинграде и его окрестностях в 03 ч 17 сентября 1980 г. В качестве исходных были использованы ежечасные наблюдения за температурой воздуха и почвы, а также за влажностью воздуха и скоростью ветра в Информационном Центре Погоды Ленинграда и данные радиозондирования атмосферы за 20 ч 30 мин 16 сентября 1980 года в п. Воейково.

На рис. 2 представлены кривые фактического (*1*) и прогностического (*2*) изменения температуры воздуха на уровне 2 м, а также изменения во времени верхней границы области конденсации (*3*) и верхней границы тумана (*4*), за которую принимался уровень с удельной водностью $\delta = 0{,}02$—$0{,}25$ г/кг. Последнее допущение представляется физически обоснованным, поскольку результатом конденсации водяного пара является не только туман, но и дымка. Различие между этими явлениями состоит в величине дальности горизонтальной видимости, которая в свою очередь, зависит от величины водности. Несмотря на значительную изменчивость водности в тумане, в среднем, ее величина при значениях дальности видимости около 1000 м имеет порядок несколько сотых грамм на килограмм воздуха.

Анализ рис. 2 показывает, что в первые два часа с начального момента времени прогностически значения температуры на 0,8—0,5° С ниже фактических, что могло быть обусловлено ошибками в оценке величины соответствующих коэффициентов, характеризующих теплофизические свойства подстилающей поверхности и величины коэффициента турбулентности (k_0) в вязком подслое. В последующие моменты времени отклонения прогностической температуры от фактической не превышали 0,2—0,3° С. Конденсация водяного пара вблизи земной поверхности началась около 21 ч 30 мин. Верхняя граница области конденсации повышалась медленно, со скоростью порядка 20 м/ч. До 24 ч удельная влажность по всей области конденсации была менее 0,05 г/кг, а дальность видимости по данным наблюдений составила 3—4 км. К 02 ч 17 сентября верхняя граница области конденсации достигла 80 м, а области тумана $c=0{,}05$ г/кг — менее 2 м. Горизонтальная дальность видимости ухудшилась до 2 км. В 03 ч видимость уменьшилась до 600—800 м и было отмечено образование тумана. По расчетам в 03 ч верхняя граница области конденсации достигла 100 м, а тумана — около 4 м.

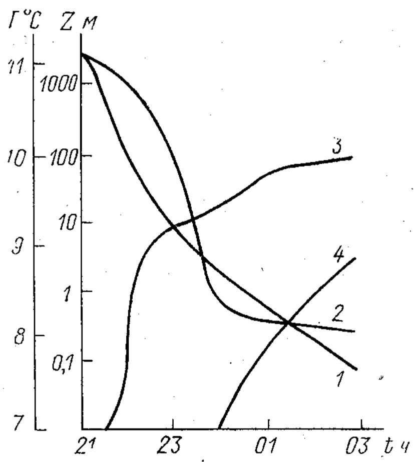


Рис. 2. Изменение во времени фактической (*1*) и прогностической (*2*) температуры воздуха, верхней границы области конденсации (*3*) и тумана (*4*)

Таким образом, рассмотренная модель в общем удовлетворительно описала данный реальный случай образования радиационного тумана.

2. Второй случай прогноза дан по исходным данным с 9 до 10 июня 1971 года для г. Москвы, когда в 03 ч наблюдалось образование тонкого слоя радиационного тумана вертикальной мощностью порядка нескольких метров.

В качестве начальных были использованы данные высотных наблюдений за температурой, влажностью и ветром Центральной

Высотной Гидрометеорологической обсерватории за 21 ч 9 июня, 00 и 03 ч 10 июня 1971 г. Фактическое вертикальное распределение температуры воздуха в указанные сроки приведено на рис. 3 (соответственно кривые *1*, *2* и *4*). Здесь же приведены данные прогноза вертикальных профилей температуры для сроков 00 и 03 ч (кривые *3* и *5*). Анализ кривых свидетельствует о вполне удовлетворительном соответствии результатов прогноза температуры фактическим данным. Для 00 ч 10 июня различие между прогностическими и фактическими данными на всех уровнях выше 15 м не превышает 0,2—0,3° С. Ниже 15 м измерения температуры в этот срок не производились. Через 6 ч с начального момента времени (в срок 03 ч 10 июня) ошибка в прогнозе температуры не превышала ±0,5° С в слое 2—15 м и 0,5—0,7° С выше 15 м.

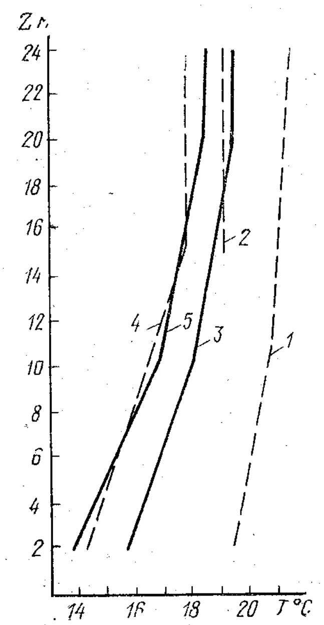


Рис. 3. Вертикальное распределение температуры воздуха: — — — фактическое в 21 ч 9.06.71 (*1*), в 00 ч (*2*) и в 03 ч 10.06.71 г. (*4*) ——— прогностическое в 00 ч (*3*) и в 03 ч 10.06.71 г. (*5*)

В 03 ч 10 июня наблюдатели отметили появление поземного радиационного тумана в низинах. По прогнозу к этому времени высота тумана составляла 1 м, а области конденсации — около 2 м.

В дальнейшем по данным наблюдений туман несколько уплотнился, однако вертикальная мощность его оставалась незначительной. Через 2—2,5 ч после восхода Солнца (около 8 ч утра) туман рассеялся и видимость улучшилась до 2 км.

По прогнозу к 5—6 ч утра верхняя граница области конденсации находилась на высоте около 6 м, а тумана — около 3—4 м. Дальнейший расчет при условии, что после 06 ч, вследствие лучистого притока тепла от Солнца, $R(t, 0) = 0$ показал, что туман начал разрушаться и к 8—9 ч область конденсации не превышала по высоте 1—2 м. Таким образом, и во втором случае результаты численного прогноза тумана вполне удовлетворительно согласуются с данными фактических наблюдений.

Выполненный анализ позволяет сделать следующие выводы.

1. Приведенная в работе физико-математическая модель радиационного тумана более строго и физически обоснованно, чем исходная [5], учитывает радиационный и турбулентный теплообмен в процессе туманообразования.

2. Результаты расчета модельных вариантов процесса туманообразования для различных условий турбулентного и радиационного режимов находятся в удовлетворительном согласии с теоретическими и опытными данными о характере изменения метеорологических величин при образовании и развитии радиационных туманов.

3. Удовлетворительное согласие результатов численного прогноза радиационного тумана с фактическими данными свидетельствует о том, что модель правильно учитывает основные механизмы туманообразования и может быть использована в практике гидрометеорологического обеспечения народного хозяйства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берлянд М. Е., Канчан Я. С. К теории образования радиационных туманов и их влияния на распространение примесей. — Труды ГГО, вып. 293, 1973, с. 3—20.
2. Буйков М. В., Хворостьянов В. И. Формирование и эволюция радиационного тумана и слоистой облачности в пограничном слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 13, № 4, 1977, с. 356—370.
3. Буйков М. В. Численное моделирование облаков слоистых форм. Обнинск, ВНИИГМИ МЦД, 1978, с. 43—48.
4. Захарова И. М. Численное моделирование процесса образования и развития радиационного тумана. — Труды ИЭМ, вып. 9 (52), 1975, с. 124—136.
5. Лушев Ю. Г., Матвеев Л. Т. Особенности образования и строения радиационных туманов. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 3, № 5, 1967, с. 469—472.
6. Матвеев Л. Т. К вопросу распределения скорости ветра в пограничном слое атмосферы и определения параметров турбулентного обмена. — Метеорология и гидрология, № 3, 1949.
7. Матвеев Л. Т. К установлению зависимости коэффициента турбулентности от высоты в приземном слое атмосферы. — Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 1960.
8. Мелкая И. Ю. Стационарная модель радиационного тумана. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 4, № 2, 1968, с. 220—223.
9. Шифрин К. С. К теории радиационных свойств облаков. Докл. АН СССР, 94, № 4, 1954.
10. Zdunkowski W. C. and Barr A. E. A radiative conductive model for the prediction of rodiative fog. Boundary layer meteorology, vol. 3, № 2, pp. 152—177, 1972.

УДК 551.509. 313.576

С. А. СОЛДАТЕНКО (ВИКИ)

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ МЕЗОМАСШТАБНОГО ПРОГНОЗА ОБЛАЧНОСТИ

Мезометеорологические атмосферные возмущения, согласно существующей классификации [12], подразделяются на три класса:

мезо-α, мезо-β и мезо-γ масштаба. В предлагаемой работе под мезопрогнозом понимается прогноз погоды мезо-α масштаба, т. е. движений и процессов, имеющих характерные горизонтальные размеры от 200 до 2000 км. К таким процессам, прежде всего, относятся процессы на атмосферных фронтах и большей части циклонических образований, а также орографическое воздействие на погоду.

Гидродинамический прогноз облачности, в том числе и мезомасштабный, представляет собой сложную задачу, что объясняется взаимосвязью и взаимозависимостью большого числа факторов, определяющих процессы облакообразования. Известно, что учет облачности в численных моделях положительно влияет на прогноз других метеорологических величин. Проведенные С. Манабе и Дж. Смагоринским численные эксперименты [10] показали, что такие важные атмосферные объекты как фронты и циклоны могут быть воспроизведены в рамках гидродинамических моделей только путем включения в расчетные схемы эффектов конденсации водяного пара. Учет конденсационных эффектов позволит прогнозировать движение фронтов, эволюцию циклонов и, возможно, процесс окклюдирования атмосферных фронтов.

Вопросам гидродинамического мезомасштабного прогноза погоды посвящены работы многих исследователей, здесь укажем лишь некоторые из них [2, 6, 14], однако необходимо отметить, что проблема численного мезопрогноза облачности требует своего дальнейшего развития. В данной работе рассматривается бароклинная неадиабатическая одиннадцатиуровенная модель атмосферы в квазистатическом приближении в системе координат x, y, p на карте стереографической полярной проекции, предназначенная для численного моделирования и прогноза фронтальной облачности.

Модель предполагается использовать, применяя телескопизацию, совместно с оперативно действующей в Северо-Западном УГМС шестиуровенной моделью, разработанной в Главной Геофизической Обсерватории [1, 4].

Уравнения модели. Основными уравнениями модели являются:

а) уравнения движения

$$u_t+m(uu_x+vu_y+gh_x)+\omega u_p=lv+g(\tau_X)_p+km^2(u_{xx}+u_{yy}), \qquad (1)$$

$$v_t+m(uv_x+vv_y+gh_y)+\omega v_p=-lu+g(\tau_Y)_p+km^2(v_{xx}+v_{yy}); \qquad (2)$$

б) уравнение неразрывности

$$m(u_x+v_y)+\omega_p=0; \qquad (3)$$

в) уравнения притока тепла и водяного пара

$$\Pi_t+m(u\Pi_x+v\Pi_y)+\omega\Pi_p=(1000/p)^{0,286}\ \gamma_a(H_p+LR_p)+$$
$$+km^2(\Pi_{xx}+\Pi_{yy}), \tag{4}$$

$$\Pi=(1000/p)^{0,286}(T+Lq/C_p), \tag{5}$$

$$s_t+m(us_x+vs_y)+\omega s_p=g(R_p+F_p)+km^2(s_{xx}+s_{yy}), \tag{6}$$

$$s=q_{\mathrm{m}}+\delta, \tag{7}$$

где u, v, ω — проекции вектора скорости на оси x, y, p; m — масштабный множитель стереографической проекции; g — ускорение свободного падения; h — высота изобарической поверхности; τ_x, τ_y — проекции вектора турбулентного напряжения трения на оси x и y; k — коэффициент горизонтального турбулентного обмена; p — давление; γ_a — сухоадиабатический градиент температуры; H, R, F — турбулентные потоки тепла, парообразной и капельно-жидкой влаги соответственно; L, c_p — удельные теплота конденсации и теплоемкость воздуха при постоянном давлении; T — температура; q, δ — удельные влажность воздуха и водность облака; q_{m} — насыщенное значение удельной влажности.

Индекс x, y или p означает дифференцирование по соответствующей переменной.

Система уравнений (1)—(7) решается в прямоугольной области $\Omega=(|x|\leqslant 2400$ км, $|y|\leqslant 2100$ км, $0<p\leqslant 1000$ гПа).

Краевыми условиями по p являются:
при $p=0$

$$\omega=0, \tag{8}$$

при $p=1000$

$$h_t+mu(h_x-z_x)+mv(h_y-z_y)+\omega h_p=km^2(h_{xx}+h_{yy}), \tag{9}$$

где z — функция, описывающая рельеф.

Боковые граничные условия получаются в результте фонового прогноза. Во время счета значения всех метеовеличин в точках, являющихся граничными для внутренней области, запоминаются и затем используются в качестве граничных условий для решения системы (1)—(7).

Численная схема. Вертикальная структура модели, используемая при конечно-разностном решении, следующая: на основных уровнях 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 950 и 1000 миллибар определяются геопотенциал и составляющие скорости ветра, а на промежуточных уровнях — температура, влажность воздуха, водность и балл облачности.

Для дискретизации прогностических уравнений применяется шахматная сетка Элиассена модифицированная Филлипсом [13]. Шаг по горизонтальным переменным равен 50 км.

Интегрирование по времени производится посредством двухшаговой схемы Лакса—Вендроффа [9], при этом шаг по времени равен две минуты.

Для предотвращения возникновения внутренних гравитационных волн значение коэффициента горизонтальной турбулентности вблизи боковых границ принималось равным 10^6, в то время как во всей внутренней области это значение равнялось 10^5.

Параметризация физических процессов. Обмен количеством движения между атмосферой и земной поверхностью выражается вектором напряжения турбулентного трения

$$\vec{\tau} = \rho_0 C_D \, |\vec{V}_0| \, \vec{V}_0 , \tag{10}$$

где ρ_0, $\vec{V}_0$ — плотность воздуха и скорость ветра на уровне 1000 гПа; C_D — коэффициент сопротивления, зависящий от типа подстилающей поверхности, устойчивости атмосферы и скорости ветра.

Вычисление C_D производится по формулам, приведенным в [5, 11]. Для остальной части атмосферы используем следующую величину напряжения

$$\vec{\tau} = -g\rho^2 k \, \frac{\partial \vec{V}}{\partial p} , \tag{11}$$

где k — коэффициент вертикальной диффузии, расчет которого производится по формуле предложенной в [7]:

$$k = \begin{cases} g\rho\nu^2 \left| \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial p} \right| (1 - \mu A) & \text{при неустойчивой стратификации,} \\[2ex] g\rho\nu^2 \left| \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial p} \right| (1 - \mu A)^{-1} & \text{при устойчивой стратификации,} \end{cases} \tag{12}$$

где ν — путь смешения (принимался равным 30 м); μ — эмпирический коэффициент, равный 18; $A = \dfrac{\sqrt{g\nu} \, \dfrac{\partial \theta}{\partial p}}{\theta \left| \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial p} \right|}$; θ — потенциальная температура.

Обмен явного и скрытого тепла между подстилающей поверхностью и атмосферой оценивается с помощью турбулентных потоков тепла H_0 и влаги R_0

$$H_0 = \rho_0 k_T C_p \, |\vec{V}_0| \, \Delta T, \tag{13}$$

$$R_0 = \rho_0 k_T \, |\vec{V}_0| \, \Delta q , \tag{14}$$

где $k_т$ — коэффициент тепло- и влагообмена;

$$\Delta T = T_0 - T_{975} - \gamma_a (h_{950} - h_{1000})/2; \quad \Delta q = q_0 - q_{975};$$

T_0, q_0 — температура и удельная влажность на уровне 1000 гПа; T_{975}, q_{975} — температура и удельная влажность на уровне 975 гПа.

Для вычисления потоков H_0 и R_0 привлекается уравнение баланса тепла

$$H_0 + LR_0 + Q_п = B, \tag{15}$$

где B — радиационный баланс земной поверхности; $Q_п$ — поток тепла в почву.

Методика расчета потоков изложена в [5].

В атмосфере турбулентные потоки тепла и влаги рассчитываются по формулам

$$H = g\rho^2 C_p k \frac{\partial\theta}{\partial p}, \tag{16}$$

$$R = g\rho^2 k \frac{\partial q}{\partial p}. \tag{17}$$

Конвективный перенос тепла и влаги параметризуется схемой конвективного приспособления. Критическое значение вертикального градиента температуры зависит от относительной влажности [8].

Инициализация. Для восстановления начальных данных геопотенциала и дефицита точки росы привлекается процедура интерполяции с редкой сетки на густую. Рассчет температуры производится по уравнению статики.

Начальный ветер представляет собой комбинацию бездивергентной и безвихревой компонент. Функция тока оценивается на основе данных о геопотенциале с помощью уравнения баланса, а потенциал скорости посредством уравнения неразрывности на основе данных о вертикальной скорости, которая вычисляется из диагностического уравнения.

Следующим этапом является восстановление поля облачности. По известным дефициту точки росы и температуре вычисляется относительная влажность

$$f = \frac{E(T-\Delta)}{E(T)}, \tag{18}$$

где Δ — дефицит точки росы.

В том случае, когда значение f превышает некоторое критическое $f_{кр}$, делается предположение о наличии 10-балльной облачности в этой точке пространства, причем водность облачности, ввиду отсутствия измерений, определяется по формуле, полученной Л. Т. Матвеевым [3]

$$\delta = 0{,}201 \cdot 10^{-3} \frac{T}{p} \exp\left[17{,}86\left(1 - \frac{258}{T}\right)\right]. \tag{19}$$

Критическое значеине относительной влажности изменяется от 100% вблизи подстилающей поверхности, до 80% в верхней тропосфере. Если же относительная влажность меньше критической, но больше некоторой пороговой f^* (пороговая относительная влажность изменяется от 80% в нижней тропосфере до 60% в верхней), то в этой точке пространства вычисляется балл облачности, являющийся функцией относительной влажности, вертикального градиента температуры и влажности и некоторых других параметров, которые могут быть получены в процессе вычислений.

В настоящее время с помощью модели проводятся численные эксперименты по моделированию эволюции циклона и, связанных с ним, фронтов.

В дальнейшем предполагается произвести усовершенствование схем параметризации пограничного слоя и приземного подслоя, а также конвекции, добавить блок расчета радиационных притоков тепла и исследовать влияние граничных условий на прогноз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бушкова Т. А. и др. Описание схемы численного анализа и прогноза оперативно применяемой в Северо-Западном УГМС. — Труды ГГО, 1975, вып. 353, с. 46—61.
2. Ветлищев Н. Ф., Желнин А. А., Кисельникова В. З., Пекелис Е. М., Прессман Д. Я. Мезомасштабный численный прогноз. — Метеорология и гидрология, 1982, № 4, с. 5—15.
3. Матвеев Л. Т. Динамика облаков. — Л.: Гидрометеоиздат, 1981. — 311 с.
4. Руховец Л. В. Многоуровенная модель прогноза поля геопотенциала, основанная на малом числе параметров. — Труды ГГО, 1964, вып. 151, с. 17—31.
5. Benwell G., Gadd A. et al. Jhe Bushby — Timpson 10 — level model on a fine mesh. — Met. office, Sci. Paper, 1971, № 32. 59 p.
6. Carpenter R. M. An experimental forecast using a non-hydrostatic mesoscale model. — Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 1979, v 105, № 445, p. 629—655.
7. Delson F., Miyakoda K., Clarke R. H. Parameterized processes in the surface boundary layer of an atmospheric circulation model. — Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 1972, v. 97, № 412. p. 181—208.
8. Gadd A. J., Keers J. F. The representation in a 10 — level model atmosphere of sensible and latent heat transfers from the earths surface to the atmosphere boundary layer. — Quart. J. Roy. Meteorol., Soc., 1970, v. 96. p. 297—308.
9. Lax P. D., Wendroff B. Systems of conservation laws. Commun. Pure Appl. Math., 1960, v. 13. p. 217—237.
10. Manabe S., Smagorinsky J., Holloway J. L., Stone H. M. Simulated climatology of a general circulation model with a hidrologic cycle. — Mon. Wea. Rev., 1970, v. 98, № 3. p. 175—212.

11. Nitta I., Yamagishi Y., Okamura V. Operational performance of a ragional numerical weather prediction model. — J. Meteorol. Soc. Jap., 1980, v. 57, № 4, p. 308—331.
12. Orlanski I. A rational svbdivision of scales for atmospheric processes. — Bull. Amer. Met. Soc., 1975, v. 56, № 5. p. 527—530.
13. Phyllips N. A.. Numerical integration of the hydrostatic system of equations with a modified version of the Elliassen finite —difference grid. Proceedings of the International Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokio, November, 1960. Tokio, Meteorol. Soc. of Japan, 1962. p. 109—119.,
14. Tapp M. C., White P. W. A. non—hydrostatic mesoscale model. — Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 1976, v. 102, № 432. p,. 277—296.

УДК. 551.501.776

Л. Г. ШУСТЕР (ВИКИ)

ВЫБОР ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ОБЩЕГО КОЛИЧЕСТВА ОБЛАКОВ

При решении некоторых прикладных задач, связанных с учетом влияния облачного покрова, а также при производстве косвенных расчетов климатических показателей возникает настоятельная необходимость аналитического представления закона распределения количества общей облачности.

Обычно результаты наблюдений за количеством облаков представляются в виде простого статистического ряда или в виде статистического распределения, являющегося обобщением результатов многолетних наблюдений.

Статистическое распределение количества облаков записывается в виде таблицы, в которой каждому значению (градации) количества облаков соответствует повторяемость этих значений (градаций). Статистическое распределение позволяет получить первое представление об основных закономерностях многолетнего режима количества облаков.

Одной из важнейших особенностей статистической структуры ряда наблюдений за количеством облаков является характер кривой распределения, имеющей ярко выраженную U-образную (I, J) форму.

В прикладных задачах, особенно реализуемых на ЭВМ, где необходимо учитывать влияние количества облаков, использование статистических распределений количества облаков не всегда удобно. Возникает необходимость аппроксимации эмпирического статистического распределения количества облаков тем или иным теоретическим законом распределения. Однако известно [1], что к распределениям таких метеорологических величин, как количество облаков и направление ветра, значения которых ограничены с двух сторон, очень трудно подбирать аналитические выражения. Поэтому, в литературе к настоящему времени имеются весьма скудные сведения по этому вопросу.

В. И. Воробьев и В. С. Фадеев [2] исследовали возможность аппроксимации количества облаков по спутниковым измерениям для Северной Атлантики и Европы тем или иным законом. Ими было показано, что распределение количества облаков для большинства равновеликих квадратов по данным ИСЗ в местный полдень можно аппроксимировать нормальным и логарифмически-нормальным законом (семейства распределений S_L и S_B Джонсона). По-видимому, это справедливо для достаточно больших площадей осреднения. Лучшие результаты авторы [2] получили, используя для аппроксимации количества облаков семейство распределений S_B Джонсона. Достаточно подробные сведения о распределениях Джонсона и методике нахождения оценок параметров этих распределений имеются в работе [3].

В работе [6] на примере многочисленных данных о количестве облаков на метеорологических станциях Норвегии и Швейцарии для зимы и лета показано, что с помощью сравнительно простой преобразовательной функции можно перевести U-образное распределение количества облаков в распределение, близкое к нормальному.

Функция преобразования имеет вид

$$y = \ln \frac{x}{100 - x}, \tag{1}$$

где x — степень покрытия облаками небесного свода в районе станции, выраженная в процентах ($0 \leqslant x \leqslant 100$). Среднее значение количества облаков (%) определяется из выражения

$$\bar{x} = 100 - \frac{1}{2} (p_{<2} + p_{<8}), \tag{2}$$

где $p_{<2}$ и $p_{<8}$ — эмпирические вероятности того, что в районе станции наблюдалось количество облачности менее 2 и 8 баллов соответственно.

Аппроксимация общего количества облаков бета-распределением первого рода осуществлена в работе [7], в которой диапазон изменения количества облаков 0...10 баллов с помощью преобразования переменной

$$x' = \frac{x - a}{b - a} \tag{3}$$

заменен единичным интервалом [0, 1].

Здесь $x=0(1)10$, $a \leqslant x \leqslant b$, $a=0$ и $b=10$ — нижняя и верхняя границы распределения количества облаков.

Переход от выборочных оценок среднего значения количества облаков $\bar{x}$ и среднего квадратического отклонения σ к оценкам параметров формы бета-распределения $\tilde{p}$ и $\tilde{q}$ осуществлялся по известным соотношениям [3]:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{q} &= \frac{1-\bar{x}}{\sigma^2}\,[\bar{x}(1-\bar{x})-\sigma^2] \\ \tilde{p} &= \frac{\bar{x}\,\tilde{q}}{1-\bar{x}} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Теперь функция плотности вероятности и интегральная функция бета-распределения запишутся в виде

$$\varphi(x', \tilde{p}, \tilde{q}) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\tilde{p}+\tilde{q})}{\Gamma(\tilde{p})\,\Gamma(\tilde{q})}\, x'^{\tilde{p}-1}\,(1-\bar{x}')^{\tilde{q}-1} & \text{при } 0 \leqslant x' \leqslant 1, \\ & \tilde{p}>0,\ \tilde{q}>0 \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \tag{5}$$

$$F(x', \tilde{p}, \tilde{q}) = \begin{cases} 0 & \text{при } x'<0 \\ \dfrac{\Gamma(\tilde{p}+\tilde{q})}{\Gamma(\tilde{p})\,\Gamma(\tilde{q})} \displaystyle\int_0^{x'} t^{\tilde{p}-1}\,(1-t)^{\tilde{q}-1}\,dt & \text{при } 0 \leqslant x' \leqslant 1 \\ 1 & \text{при } x'>1 \end{cases} \tag{6}$$

Здесь $\Gamma(\tilde{p}+\tilde{q})$, $\Gamma(\tilde{p})$, $\Gamma(\tilde{q})$ — гамма-функция.

Интегральная функция бета-распределения известна как неполная бета-функция. Ее значения затабулированы [4]. По таблицам неполной бета-функции, входами в которую являются значения x, $\tilde{p}$ и $\tilde{q}$, автор [7] получил выравнивающее распределение количества облаков.

Общая методика выбора закона распределения любой случайной величины достаточно полно изложена в [3]. Применительно к количеству облаков она сводится к следующему.

Для имеющейся выборки данных о количестве общей облачности находят оценки квадрата нормированного показателя асимметрии и нормированного показателя эксцесса — β_1 и β_2.

$$\beta_1 = r_3^2 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}, \tag{7}$$

$$\beta_2 = r_4 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}, \tag{8}$$

где μ_2, μ_3, μ_4 — выборочные оценки второго, третьего и четвертого центральных моментов распределения; r_3, r_4 — выборочные оценки третьего и четвертого основных моментов распределения.

На основании полученных оценок β_1 и β_2 по графикам [3], представленным на рис. 1, 2, 3, подбирают то или иное теоретическое распределение для описания распределения количества облаков.

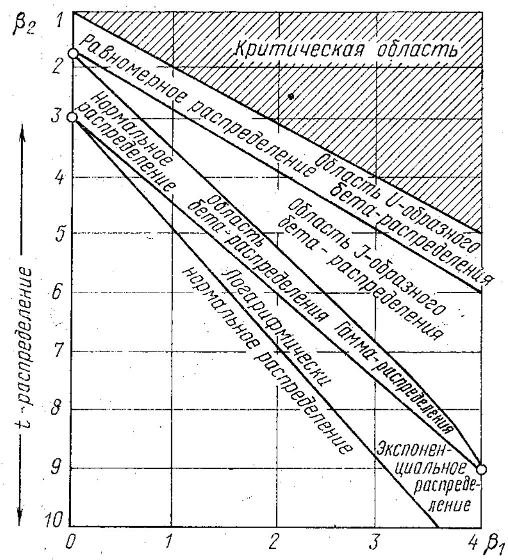


Рис. 1. Области в плоскости (β_1, β_2) для различных распределений

Проиллюстрируем подбор распределения Пирсона типа 1 (бета-распределение первого рода) для совокупности данных наблюдений за количеством облаков на станции Смоленск (январь).

Исходная выборка включает 10-летний ряд четырехсрочных наблюдений количества общей облачности за 1966—1975 гг., выкопированных из Метеорологического ежемесячника СССР. Ряд распределения количества облачности на ст. Смоленск по баллам и градациям 0,1 ... 3, 4 ... 6, 7 ... 9, 10 баллов приведен в табл. 1 в виде статистического распределения.

В табл. 1 x_i — значения количества облаков, m_i и p_i — абсолютная и относительная частоты.

Кривые семейства Пирсона вполне определяются при помощи первых четырех начальных моментов распределения. Через них находятся центральные и основные моменты распределения. Другими словами, при установлении кривой распределения Пирсона необходимо выполнить требование, чтобы эта кривая имела то же самое среднее значение $\bar{x}$, среднее квадратическое отклонение σ, коэффициенты асимметрии и эксцесса, как и исходный ряд распределения количества облаков.

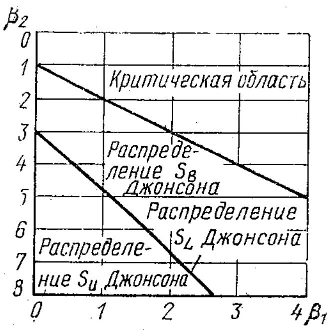


Рис. 2. Графики для выбора соответствующего аппроксимирующего распределения Джонсона

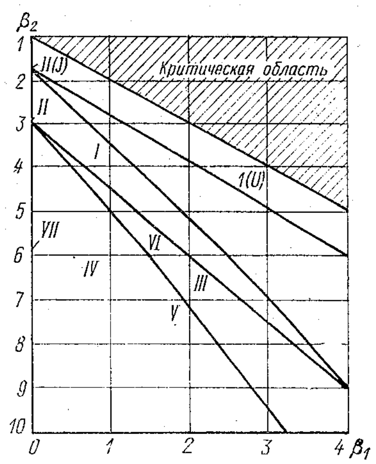


Рис. 3. Графики для выбора соответствующего аппроксимирующего распределения Пирсона (буквами U и J обозначены U-образная и J-образная формы распределений)

Таблица 1

Статистическое распределение количества облаков на ст. Смоленск (январь)

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{m_i}{p_i}$	$\frac{144}{12}$	$\frac{12}{1}$	$\frac{24}{2}$	$\frac{24}{2}$	$\frac{12}{1}$	$\frac{12}{1}$	$\frac{24}{2}$	$\frac{24}{2}$	$\frac{48}{4}$	$\frac{84}{7}$	$\frac{792}{66}$

x_i	0	1 . . . 3	4 . . . 6	7 . . . 9	10
$\frac{m_i}{p_i}$	$\frac{144}{12}$	$\frac{60}{5}$	$\frac{48}{4}$	$\frac{156}{13}$	$\frac{792}{66}$

Так как визуальное определение количества облаков не является достаточно точным, то от распределения количества облаков по баллам перейдем к распределению количества облаков по градациям 0,1 ... 3,4 ... 6,7 ... 9 и 10 баллов В этом случае за значения количества облаков (условно) будем принимать номер градации $x=1(1)5$ с условными интервалами количества облаков 0,5 ... 1,5; 1,5 ... 2,5; 2,5 ... 3,5; 3,5 ... 4,5; 4,5 ... 5,5. Серединами условных интервалов количества облаков являются номера градаций. Таким образом, интервал изменения количества облаков [0, 10] заменен интервалом [0,5; 5,5].

Для такого преобразованного ряда распределения количества облаков были рассчитаны основные статистики распределения.

Начальные моменты:

$$\nu_1=0{,}160;\quad \nu_2=1{,}980;\quad \nu_3=-3{,}020;\quad \nu_4=11{,}220.$$

Центральные моменты:

$$\mu_2=\sigma^2=1{,}9544;\quad \mu_3=-3{,}962;\quad \mu_4=13{,}455.$$

Основные моменты:

$$r_3=-1{,}450;\quad r_4=3{,}684;$$

$$\beta_1=r_3^2=2{,}103;\quad \beta_2=r_4=3{,}684.$$

По найденным значениям β_1 и β_2 из графиков, представленных на рис. 1, 2, 3, устанавливаем тип распределения, который может быть выбран для аппроксимации исходного ряда распределения количества облаков на ст. Смоленск.

Это может быть U-образное бета-распределение (см. рис. 1), распределение S_B Джонсона (см. рис. 2) и U-образное распределение Пирсона типа 1 (см. рис. 3).

Распределение Пирсона типа 1 имеет вид

$$\widetilde{m}_j=\widetilde{m}_0\left(1+\frac{x}{l_1}\right)^{q_1}\left(1-\frac{x}{l_2}\right)^{q_2}. \qquad (9)$$

Переменная $x=\dfrac{X-\hat{X}}{c}$ — представляет собой отклонение от наименее часто встречающегося значения количества облаков в исходном ряду распределения, нормированном на ширину интервала c.

В уравнении кривой Пирсона типа 1 $l=l_1+l_2$ называется размахом распределения, а параметры распределения q_1 и q_2 должны быть отрицательны.

Методика расчета параметров распределения Пирсона типа 1 $\widetilde{m}_0$, l_1, l_2, q_1, q_2 и вычисления выравнивающих частот достаточно подробно изложена в [5]. Для рассматриваемой задачи $\widetilde{m}_0=64{,}268$; $l_1=1{,}719$; $l_2=2{,}508$; $q_1=-0{,}619$ и $q_2=-0{,}903$.

Результаты вычисления выравнивающих частот в случае распределения Пирсона типа 1 представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты вычисления выравнивающих частот и критерия согласия Колмогорова

N_j	Условные интервалы	m_j	p_j	$F(x)$	$\widetilde{m}_j$	$\widetilde{p}_j$	$\widetilde{F}(x)$	$\lvert F(x)-\widetilde{F}(x)\rvert$
0	0,5 . . . 1,5	144	12	0,120	150	12,5	0,125	0,005
1 . . . 3	1,5 . . . 2,5	60	5	0,170	68	5,7	0,182	0,012
4 . . . 6	2,5 . . . 3,5	48	4	0,210	60	5,0	0,232	0,022
7 . . . 9	3,5 . . . 4,5	156	13	0,340	121	10,1	0,333	0,007
10	4,5 . . . 5,5	792	66	1,000	801	66,7	1,000	0,00)
Σ		1200	100		1200	100		

Из табл. 2 видно, что $n=\sum\limits_{j=1}^{5} m_j=1200$.

Проверка пригодности распределения Пирсона типа 1 для описания закона распределения количества облаков осуществлялась с помощью критерия согласия Колмогорова при 5% уровне значимости.

$$D_n=\max_x |F(x)-\widetilde{F}(x)|=0{,}022,\quad \lambda_0=\sqrt{n}\,D_n=0{,}7621,$$

$$1-k(\lambda_0)=0{,}60701.$$

Так как $1-k(\lambda_0)$ превышает 5% уровень значимости, то расхождение между наблюденным рядом количества облаков на станции Смоленск и выравнивающим распределением Пирсона типа 1 следует признать случайным и принятое распределение $\widetilde{F}(x)$ можно считать согласованным с наблюденным распределением $F(x)$ по критерию согласия Колмогорова.

Окончательно аналитическое выражение для описания закона распределения количества облаков на станции Смоленск можно записать в следующем виде:

$$\widetilde{m}_j=64{,}268\left(1+\frac{x}{1{,}719}\right)^{-0{,}619}\left(1-\frac{x}{2{,}508}\right)^{-0{,}903}. \qquad (10)$$

Аналогичные соотношения могут быть получены для любой синоптической станции, на которой наблюдается U-образный (I, J) характер кривой распределения количества облаков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кобышева Н. В., Наровлянский Г. Я. Климатологическая обработка метеорологической информации. — Л.: Гидрометеоиздат, 1978. — 295 с.

2. Воробьев В. И., Фадеев В. С. Характеристики облачного покрова северного полушария по данным метеорологических спутников. — Л.: Гидрометеоиздат, 1981. — 172 с.
3. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. — М.: Мир, 1969. — 395 с.
4. Пирсон К. Таблицы неполной бета-функции. — М., ВЦ АН СССР, 1974. — 538 с.
5. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. — М.: Наука, 1971. — 576 с.
6. Hisdal Vidar. A mathematical method for representing frequency distributions of cloud amount and related elements. — Arch. Met. Geoph. Biokl., 1974, Ser. B, N 22, p. 257—280.
7. Falls Lee W. The beta — distribution a statistical model for World cloud cover. — J. of Geoph. Res., 1974, vol. 79, N 9, p. 1261—1264.

УДК 551.509.314

В. В. ЧЁРНЫЙ (ВИКИ)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКО-СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗА

Широкое развитие гидродинамических методов привело к значительному повышению оправдываемости прогноза погоды. Однако большинство оперативных гидродинамических схем прогноза либо вообще не прогнозируют многие элементы и явления погоды, либо делают это с ограниченным успехом.

Поэтому в настоящее время для прогноза элементов и явлений погоды используются предикторы, прогнозируемые оперативными гидродинамическими схемами.

Существует два метода использования результатов численного прогноза — метод «идеального прогноза» (PP) и метод статистик прогноза (MOS). В идеальном прогнозе получаются устойчивые статистические оценки синхронных связей, которые оцениваются по большой выборке фактических данных. Полученные статистические связи переносятся на предикторы с прогностических карт, причем качество прогноза существенно зависит от точности предсказания этих предикторов.

В MOS прогностические связи определяются сразу же на прогностической информации и оптимально учитывают неточность гидродинамического прогноза предикторов. Архив прогностических данных ограничен, поэтому по мере роста прогностического архива оценки статистик будут изменяться.

В работе предлагается регрессионная схема прогноза, синтезируемая на основе адаптации коэффициентов, полученных в PP и MOS. В технической кибернетике под адаптацией понимается обучение системы принятию решения без учителя [1, 3, 4]. В нашей задаче адаптация состоит в эвристическом изменении параметров и структуры алгоритма прогноза на основе накопления архива прогностических данных. Обучение прогностической системы происходит при оценивании статистических параметров прогностических связей на постоянно растущей архивной выборке. Адаптация призвана восполнить недостаток в памяти прогностической системы априорной прогностической информации. Ясно, что память прогностической системы должна быть динамической, т. е. наряду с учетом новой прогностической информации, целесообразно ослаблять влияние оценок параметров по выборке фактических данных по некоторому закону.

Рассмотрим виды памяти прогностической системы и соответствующие этим видам алгоритмы адаптации коэффициентов в регрессионной схеме прогноза.

1. *Экспоненциальная память*

Для определения закона изменения коэффициентов используются эмпирические функции. Пусть выборка фактических данных представлена в виде матрицы X с элементами x_{ik} ($i=1,\dots,n$; $k=1,\dots,m$). Номер строки соответствует номеру наблюдения, номер столбца — номеру переменной. Каждая строка матрицы образует вектор-предиктор. Прогнозируемый параметр атмосферы (предиктант) представлен вектором-столбцом $Y=\|Y_i\|$, где $i=1, \dots, n$. Уравнение регрессии для случая синхронных прогностических связей будем искать в виде

$$Y=X\cdot A, \qquad (1)$$

где $A=\|a_k\|$ — вектор коэффициентов регрессии.

Значения предиктанта представлены вектором $\hat{Y}$, а значения предвычисленных предикторов в виде матрицы $\hat{X}$ с элементами $\hat{x}_{ik}$ ($i=1, \dots, p$; $k=1, \dots, n$). Найденное в соответствии с концепцией MOS прогностическое уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{Y}=\hat{X}\cdot B, \qquad (2)$$

где $B=\|b_k\|$— вектор коэффициентов регрессии.

Синтез описанных выше уравнений дает «адаптированное» уравнение регрессии

$$Y^*=X\cdot C, \qquad (3)$$

где Y^* — вектор оценок предиктанта.

$$C_j=a_j \exp(-\alpha M)+b_j(1-\exp(-\alpha M)), \qquad (4)$$

где M — объем выборки прогностических данных; α — эмпирический коэффициент, определяемый в результате численного эксперимента.

Закон изменения эмпирических функций при коэффициентах регрессии выбран эвристически, в соответствии с динамической памятью прогностической системы.

2. *Равномерная дискретная память*

Алгоритм адаптации коэффициентов при этом виде памяти основан на использовании метода неопределенных множителей Лагранжа. Пусть на основе большого архива фактических данных, в соответствии с концепцией «идеального прогноза», мы нашли прогностическое уравнение в виде (1). В результате накопления прогностических материалов оперативной гидродинамической схемы прогноза за определенный промежуток времени можно составить выборку прогностических предикторов, выраженных в виде матрицы $\hat{X}$. Прогностическое уравнение, в соответствии с концепцией MOS, ищем в виде решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\hat{Y}=\hat{X}\cdot A. \qquad (5)$$

Коэффициенты регрессии в (1) находятся из условия минимума квадрата суммарной ошибки между фактическим значением и статистической оценкой предиктанта:

$$E=(X\cdot A-Y)^2, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial A}=2\,[X\cdot A-Y]\,X'=0. \qquad (7)$$

Поэтому, согласно [8], вместо условного экстремума функции E ищем безусловный экстремум функции

$$F=(X\cdot A-Y)^2+\lambda\,(\hat{Y}-\hat{X}\cdot A), \qquad (9)$$

где $\lambda=\|\lambda_i\|$ — вектор неопределенных множителей Лагранжа, т. е.

$$\frac{\partial F}{\partial A}=2\,[X\cdot A-Y]\,X'+\lambda\,\hat{X}'. \qquad (10)$$

«Адаптированные» значения коэффициентов регрессии и множители Лагранжа находим как решения системы ЛАУ:

$$\hat{Y}=\hat{X}\cdot A,\quad 2\,X'\cdot X\cdot A-X'\,Y+\lambda\,\hat{X}'=0. \qquad (11)$$

3. *Равномерная бесконечная память*

Алгоритм предполагает включение в прогностическую схему фактической и прогностической информации с равными весами. Полученные статистические оценки прогностических связей будут неустойчивы, в виду различных статистических свойств рядов фактической и прогностической метеоинформации. Однако используемый в оперативной практике метеослужбы США для прогноза метеовеличин и явлений погоды метод MOS предполагает построение регрессионных схем прогноза как по фактическим, так и по прогностическим данным, что говорит о правомерности данного подхода к созданию схемы прогноза.

4. *Равномерная конечная память*

В СССР в настоящее время осуществляется гидродинамический прогноз для ограниченного количества параметров, что может привести к сильной корреляции потенциальных предикторов друг с другом. Включение таких предикторов в прогностическую схему приведет к плохой обусловленности ковариационных матриц, а следовательно, и к неустойчивости вычислительной процедуры.

Так как исходные даныне, т. е. прогностические данные, известны с какой-то погрешностью δ (δ — ошибка гидродинамического прогноза), то задача идентификации прогностической системы состоит в том, чтобы по имеющимся исходным данным найти приближение к точному решению, обладающее свойством устойчивости к малым изменениям исходных данных.

Указанную задачу можно решить с помощью метода регуляризации, разработанного А. Н. Тихоновым. Задача решается в соответствии с теорией вариационного исчисления. Находится элемент A^n, при котором функционал

$$M^{\alpha}[\hat{X}\cdot A^n, \hat{Y}_\delta] = R(\hat{Y}_\delta, \delta) + \alpha\Omega[\hat{Y}_\delta], \tag{12}$$

достигает точной нижней границы. В (12) приняты следующие обозначения:

$\hat{Y}_\delta$ — прогнозируемый вектор состояния атмосферы, зависящий от ошибки прогноза δ; $Y_\delta = \hat{X}\cdot A^n$ — прогностическое уравнение регрессии; $\hat{X}$ — матрица-предиктант; A^n — вектор коэффициентов регрессии; α — параметр регуляризации; $R(\hat{Y}_\delta, \delta)$ — сглаживающий функционал; $\Omega[\hat{Y}_\delta]$ — стабилизирующий функционал.

Параметр α определяется из условия

$$E_p(\hat{X}\cdot A^n, \hat{Y}_\delta) = \delta, \tag{13}$$

где E_p — значение невязки.

В нашей задаче запишем функционал, эквивалентный (12), выделив зависимость определяемых параметров от длины выборки прогностического ряда N и ряда фактических данных M:

$$M^{\alpha}(\delta, \alpha, N, M) = \frac{1}{N} \|\hat{X} \cdot A^n - \hat{Y}\|^2 + \frac{\alpha}{M} \|\hat{X} \cdot A^n - X \cdot A\|^2. \qquad (14)$$

Из условия нижней границы функционала (12) получим выражение для коэффициентов прогностического уравнения регрессии:

$$A^n = (\alpha N \cdot \hat{X}' \cdot X \cdot A + N\hat{X}' \cdot \hat{Y}) \, (M\hat{X}' \cdot \hat{X} + \alpha N\hat{X}' \cdot \hat{X})^{-1}. \qquad (15)$$

ВЫВОДЫ

1. В работе предложены различные способы адаптации коэффициентов регрессии, границы применения которых различны в зависимости от длины прогностической выборки и статистической связи между потенциальными предикторами.

2. На этапе отсутствия значительных архивов прогностической метеоинформации предложены варианты добавления ее к фактической информации. Наряду с эвристической идентификацией весовых множителей для коэффициентов регрессии, определенным по методам «PP» и «MOS», предложены способы оптимизации этих множителей.

3. Даже при отсутствии результатов численных экспериментов можно дать рекомендации по использованию предложенных алгоритмов в оперативной практике прогноза элементов и явлений погоды. Алгоритм с экспоненциальной памятью целесообразно использовать в случае, если предикторы прогностических уравнений регрессии «PP» и «MOS» совпадают и объем прогностической информации одного порядка с объемом фактической. Дискретный алгоритм используется для построения уравнений регрессии с большим числом членов, носит итеративный характер, и легко может быть реализован в оперативном режиме, так как не требует большого архива прогностической метеоинформации.

Роль весовых коэффициентов фактически играют множители Лагранжа. В случае сильно зависимых предикторов, особенно при построении моделей авторегрессии, целесообразно использовать метод регуляризации, отвечающий особенностям задачи прогноза. Выбор вида стабилизирующего функционала вызван желанием показать зависимость «адаптированных» коэффициентов регрессии от объема фактической и прогностической информации и ошибки гидродинамического прогноза предикторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барабаш Ю. Л. и др. Вопросы статистической теории распознавания. М.: Советское радио, 1967. — 400 с.
2. Груза Г. В. Адаптивные системы статистического анализа и прогноза погоды в метеорологии. — в сб.: Применение статистических методов в метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1971, с. 4—12.

3. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. — М.: Наука, 1966. — 176 с.
4. Райбман Н. С., Чадеев В. М. Адаптивные модели в системах управления. — М.: Советское радио, 1966. — 160 с.
5. Снитковский А. И. Краткосрочный прогноз температуры воздуха, обложных осадков и ветра на основании прогностических карт давления. — Метеорология и гидрология, 1979, № 9, с. 5—16.
6. Снитковский А. И. Краткосрочный прогноз осадков. — Метеорология и гидрология, 1981, № 7, с. 5—18.
7. Снитковский А. И., Сонечкин Д. М., Фукс-Рабинович М. С., Шаповалова Н. С. Система объективного краткосрочного прогноза явлений и элементов погоды в США. Обзор. Обнинск, 1978. — 55 с.
8. Тихонов А. Н., Арсенин В. Л. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 288 с.

УДК 551.558.1

В. И. ДУМЕНКО, В. Н. КОЗЛОВ (ВИКИ)

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГЛУБОКОЙ КОНВЕКЦИИ

Численное решение конечно-разностных систем, аппроксимирующих дифференциальные уравнения, связано с преодолением ряда трудностей, одной из которых является получение устойчивого счета на ЭВМ. В последнее время для анализа разностных схем стал широко применяться метод дифференциального приближения, который позволяет оценивать устойчивость существующих и вновь создаваемых разностных схем как для линейных, так и квазилинейных дифференциальных уравнений.

Современная теория дифференциальных приближений развита в трудах Н. Н. Яненко и Ю. И. Шокина [12, 13]. Анализ устойчивости разностных схем уравнений гидродинамики при помощи метода дифференциальных приближений содержится в работах [7, 10—14 и др.]. Рассмотрим возможность применения метода дифференциального приближения к задаче составления устойчивого алгоритма численного решения системы уравнений глубокой конвекции, которая, согласно [1], имеет вид:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\overline{\rho}} \operatorname{grad} p' + g\alpha\theta' \vec{k} + \nu \nabla^2 \vec{V}, \tag{1}$$

$$\frac{d\theta'}{dt} = -\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z} w + \varkappa \nabla^2 \theta', \tag{2}$$

$$\operatorname{div} (\overline{\rho} \vec{V}) = 0. \tag{3}$$

Здесь $\vec{V}=(u, v, w)$ — вектор скорости, p', θ' — отклонения давления и потенциальной температуры, соответственно, от статического значения $p(z)$ и невозмущенного состояния $\overline{\theta}(z)$; $\overline{\rho}=\overline{\rho}(z)$ — плотность в невозмущенном состоянии; $\nu=\frac{\mu}{\overline{\rho}}$ — коэффициент кинетической вязкости; $\varkappa=\frac{x\chi}{\overline{\rho}\cdot C_p}$ — коэффициент температуропроводности: $\chi=\text{const}$ — коэффициент теплопроводности; C_p — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении; α — коэффициент температурного расширения; $\vec{k}$ — единичный вектор, направленный вдоль оси z; остальные обозначения общепринятые.

Для выделения единственного решения систему уравнений (1)—(3) необходимо дополнить начальными и граничными условиями. Будем считать, что решается первая краевая задача и граничные условия согласованы с разностной схемой в соответствии с работой [8], а исследование вопросов влияния краевых условий на устойчивость численного решения может быть предметом самостоятельного рассмотрения.

Построим явную разностную схему первого порядка точности, аппроксимирующую исходную систему дифференциальных уравнений (1)—(3) разностями вперед по времени и пространственным переменным, взяв за основу уравнение для u — составляющей скорости. Она имеет вид:

$$(u_{i,j,k}^{n+1}-u_{i,j,k}^{n})\frac{1}{\tau}+\frac{u_{i,j,k}^{n}}{h}(u_{i+1,j,k}^{n}-u_{i,j,k}^{n})+$$
$$+\frac{v_{i,j,k}^{n}}{h}(u_{i,j+1,k}^{n}-u_{i,j,k}^{n})+\frac{w_{i,j,k}^{n}}{h}(u_{i,j,k+1}^{n}-u_{i,j,k}^{n})=$$
$$=-\frac{1}{\overline{\rho}_{i,j,k}^{n}}\frac{1}{2h}(p_{i+1,j,k}^{n}-p_{i-1,j,k}^{n})+\frac{\nu}{h^2}(u_{i+1,j,k}^{n}+u_{i,j+1,k}^{n}+$$
$$+u_{i,j,k+1}^{n}+u_{i-1,j,k}^{n}+u_{i,j-1,k}^{n}+u_{i,j,k-1}^{n}-6u_{i,j,k}^{n}). \qquad (4)$$

Здесь $h=\Delta x=\Delta y=\Delta z$ — шаг по пространственным координатам, принятый одинаковым по всем направлениям, $\tau=\Delta t$ — шаг по временному интервалу; i, j, k — номера узлов конечно-разностной сетки, соответственно, по осям x, y, z; n — номер шага по времени.

Нетрудно заметить, что схемы для v, w, θ' имеют аналогичный вид, так как конечно-разностное представление членов, характеризующих силу плавучести и стратификацию, на аппроксимацию влияния не оказывает [9]. Будем считать, что разностные операторы взяты в том же функциональном пространстве, что и аппроксимируемые ими дифференциальные операторы. В соответствии с [12] такое допущение возможно и устраняет целый ряд вычислительных трудностей, связанных с рассмотрением разных функциональных пространств для разностных и аппроксимируемых операторов. При таком подходе мы считаем, что разностные уравнения удовлетворяются функциями непрерывного аргумента в каждой точке рассматриваемой области.

Дифференциальное представление разностной схемы является записью данной схемы в терминах дифференциальных операторов и несет в себе полную информацию о разностной схеме. Последовательное рассмотрение нулевого, первого и второго дифференциальных приближений позволяет исследовать вопросы аппроксимации, образования вязкостных эффектов и устойчивости численных схем. Для получения дифференциального приближения каждый член разностной схемы представляют в виде непрерывной функции своих аргументов и проводят разложение в ряд Тейлора в окрестностях точки (t, x, y, z).

В общем случае дифференциальное приближение для уравнения (4) может быть записано следующим образом [13]:

$$\sum_{l=1}^{\infty} \frac{\tau^{l-1}}{l!} \frac{\partial^l u}{\partial t^l} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + u \sum_{l=2}^{\infty} \frac{h^{l-1}}{l!} \frac{\partial^l u}{\partial x^l} + v \sum_{l=2}^{\infty} \frac{h^{l-1}}{l!} \frac{\partial^l u}{\partial y^l} + w \sum_{l=2}^{\infty} \frac{h^{l-1}}{l!} \frac{\partial^l u}{\partial z^l} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0. \tag{5}$$

Уравнение (5) называется Г-формой дифференциального представления разностной схемы. При изучении свойств дифференциальных приближений разностных схем, согласно [12, 13], оказывается достаточным разложение до вторых производных по τ и h. Вследствие малости высших производных ($l > 2$) метеорологических величин [4] ими можно пренебречь, тогда уравнение (5) примет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \frac{\tau}{2} + u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{h}{2} + v \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{h}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + w \frac{\partial u}{\partial z} + w \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \frac{h}{2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0. \tag{6}$$

Одним из недостатков Г-формы дифференциального приближения является наличие членов $\frac{\partial^l u}{\partial t^l}$ $(l \geqslant 2)$, поэтому в дальнейшем при анализе устойчивости конечно-разностной схемы будем рассматривать дифференциальное представление в П-форме, которая получается из Г-формы заменой производных $\frac{\partial^l u}{\partial t^l}$ ($l \geqslant 2$) производными по x, y, z.

Для исключения из уравнения (6) членов с $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ применим к уравнению (6) операторы $\frac{\tau}{2}\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{\tau}{2} u \frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\tau}{2} v \frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\tau}{2} w \frac{\partial}{\partial z}$ и сложим полученные уравнения. С учетом сделанных выше замечаний для анализа характеристик достаточно ограничиться членами с $l=2$, поэтому пренебрежем всеми производными порядка $l>2$. Кроме того, отбросим члены с производными от $\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x}\right)$, так как при анализе дифференциального приближения для уравнения (6) используется лишь изменение составляющей скорости u. Полученная П-форма дифференциального приближения разностной схемы (4) будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x} + (K_1+\nu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (K_2+\nu)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (K_3+\nu)\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + K_4\frac{\partial u}{\partial x} + K_5\frac{\partial u}{\partial y} + K_6\frac{\partial u}{\partial z} + K_7\tau. \tag{7}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{\tau h}{4}\left(\frac{\partial u}{\partial t} - u\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} - w\frac{\partial u}{\partial z}\right) - u\frac{h}{2} - \frac{u^2}{2}\tau;\\
K_2 &= \frac{\tau h}{4}\left(\frac{\partial v}{\partial t} - u\frac{\partial v}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial y} - w\frac{\partial v}{\partial z}\right) - v\frac{h}{2} - v^2\frac{\tau}{2};\\
K_3 &= \frac{\tau h}{4}\left(\frac{\partial w}{\partial t} - u\frac{\partial w}{\partial x} - v\frac{\partial w}{\partial y} - w\frac{\partial w}{\partial z}\right) - w\frac{h}{2} - w^2\frac{\tau}{2};\\
K_4 &= \frac{\tau}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial t} - u\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} - w\frac{\partial u}{\partial z}\right);\\
K_5 &= \frac{\tau}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial t} - u\frac{\partial v}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial y} - w\frac{\partial v}{\partial z}\right);\\
K_6 &= \frac{\tau}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial t} - u\frac{\partial w}{\partial x} - v\frac{\partial w}{\partial y} - w\frac{\partial w}{\partial z}\right);\\
K_7 &= -uv\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} - uw\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial y} - vw\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}.
\end{aligned} \tag{7 а}$$

Указанный алгоритм П-формы дифференциального приближения может быть записан в виде таблицы и легко реализуется на ЭВМ. Необходимо отметить, что несколько громоздкий вид уравнения (7) связан, в первую очередь, с существованием квазилинейных членов $u\frac{\partial u}{\partial x}$, $v\frac{\partial u}{\partial y}$ и т. д., однако это уравнение необходимо для анализа устойчивости численного решения. В случае, если $u=v=w=\mathrm{const}$, то вид дифференциального приближения существенно упрощается.

Приведенная выше явная разностная схема является квазилинейной с переменными коэффициентами. Это делает практически невозможным использование для анализа устойчивости схемы метода Фурье, предназначенного для исследований линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Поэтому воспользуемся для анализа устойчивости разностных схем методом, основанным на рассмотрении свойств дифференциальных приближений этих схем.

При таком подходе устойчивость оценивается по знаку коэффициентов диссипативных членов дифференциальных приближений, содержащих частные производные второго порядка по пространственным переменным. Заметим, что такое условие устойчивости является необходимым для параболической формы дифференциального приближения.

Обратившись к (7) и учитывая, что в (1) коэффициенты при вторых производных одинаковы, имеем следующие условия устойчивости рассматриваемой разностной схемы:

$$K_1+\nu\geqslant 0,\ K_2+\nu\geqslant 0,\ K_3+\nu\geqslant 0. \tag{8}$$

Для уравнения (2) условием устойчивости являются неравенства вида (8), в которых ν заменено на χ.

Необходимость учета ν и χ вытекает из того, что они приводят к сглаживанию градиентов метеорологических величин, которые влияют на устойчивость решения. Кроме того, эти коэффициенты в явном виде присутствуют при вторых производных по пространственным переменным, которые, как было указано выше, определяют устойчивость вычислительной схемы.

При отрицательных значениях величин K_1, K_2, K_3, являющихся выражениями апроксимационной вязкости, искусственным увеличением коэффициента ν, или введением так называемой искусственной вязкости можно добиться повышения устойчивости численного решения разностной схемы [9].

Хотя наличие членов низшего порядка в системе (1)—(3) практически и не влияет на порядок апроксимации, однако может явиться причиной значительного уменьшения Δt вследствие быстрого изменения решения.

Приведенная к безразмерному виду система (1)—(3), согласно [1] имеет вид

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{S}\ \mathrm{grad}\, p + \frac{1}{S}\ \nabla^2\vec{V} + Gr\,\theta\,\vec{k}, \tag{9}$$

$$\mathrm{div}\,(S\vec{V}) = 0, \tag{10}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = w + \frac{1}{Pr\,S}\ \nabla^2\theta. \tag{11}$$

Здесь опущены штрихи для обозначения возмущенных величин, $S = \bar{\rho}/\rho_0$ — безразмерная характеристика гидростатической сжимаемости; $\mathrm{Gr} = \mathrm{Ra}/\mathrm{Pr}$ — число Грасгофа; Ra — число Релея; Pr — число Прандтля.

При выводе системы уравнений (9)—(11) приняты масштабы

$$\widetilde{x_i} = H,\ \widetilde{t} = H^2/\nu,\ \widetilde{V_i} = \nu_0/H,\ \widetilde{P} = \rho_0\nu_0^2/H^2,\ \widetilde{\theta} = \Delta\theta,\ \widetilde{\rho} = \rho_0, \tag{12}$$

где H — характерная толщина конвективного слоя; $\Delta\theta$ — разница потенциальной температуры на нижней и верхней границах слоя; ρ_0 — плотность на нижней границе, $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$.

Решая систему (9)—(11) методом расщепления на одном из этапов мы получим уравнение

$$\frac{\partial w}{\partial t} \approx Gr\,\theta, \tag{13}$$

конечно-разностная схема которого будет иметь вид

$$w^{n+1}_{i,j,k} \approx w^{n}_{i,j,k} + Gr\,\theta\Delta t. \tag{14}$$

Так как все члены в уравнении (14) должны иметь одинаковый порядок, то отсюда следует, что

$$\Delta t \approx \frac{|\,w^n_{i,j,k}\,|}{Gr\cdot|\,\theta\,|}. \tag{15}$$

Например, если $0\,(w^n_{i,j,k}) \sim 10', 0\,(Gr) \sim 10^9$, а $0\,(\theta) \sim 10^{-2}$, то $0\,(\Delta t)$ будет $\sim 10^{-6}$.

Вернемся к анализу устойчивости (8), физический смысл которой выражается в том, что наличие отрицательной вязкости приводило бы к численной неустойчивости вследствие усиления любых малых возмущений, возникающих в результате ошибок округления или аппроксимации.

Поэтому условия (8) могут быть необходимыми, но недостаточными для устойчивости численного решения разностной схемы.

Однако рассмотрение дифференциального приближения второго порядка дает условия, выполнение которых делает схему устойчивой даже без введения члена с искусственной вязкостью.

Для этого поставим условие, чтобы коэффициенты K_1, K_2 и K_3 были положительными или равными нулю. Рассмотрим, например, условие $K_1 \geqslant 0$:

$$\frac{\tau h}{4}\left(\frac{\partial u}{\partial t} - u\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} - w\frac{\partial u}{\partial z}\right) - u\frac{h}{2} - u^2\frac{\tau}{2} \geqslant 0. \qquad (16)$$

Обратившись к характерным значениям метеорологических величин при конвекции, видим, что схема (4) при принятом значении величины $u>0$ абсолютно неустойчива, так как условие (16) не выполняется. Нетрудно убедиться, что такое же утверждение справедливо и для схемы с разностями вперед по времени и центральными разностями по пространственным переменным, причем

$$K_1 < 0. \qquad (17)$$

Чтобы построить явную устойчивую схему, необходимо использовать аппроксимацию уравнений (1)—(3) разностями против потока [11]:

$$\frac{1}{\tau}\left(u^{n+1}_{i,j,k} - u^n_{i,j,k}\right) + \frac{u^n_{i,j,k}}{h}\left(u^n_{i,j,k} - u^n_{i-1,j,k}\right) = \frac{1}{\rho_{i,j,k}}\,\frac{1}{2h}\left(p^n_{i+1,j,k} - \right.$$

$$\left. - p^n_{i-1,j,k}\right) + \frac{\nu}{h^2}\left(u^n_{i+1,j,k} + u^n_{i-1,j,k} - 2u^n_{i,j,k}\right). \qquad (18)$$

Приведенная разностная схема (18), помимо естественной, обладает положительной искусственной схемной вязкостью, оказывающей стабилизирующее влияние на решение задачи (1)—(3) в рассматриваемом приближении. В соответствии с изложенным схема (4) также будет устойчивой, если $u<0$, так как это будет схема с разностями против потока.

Для простоты в дальнейшем будем анализировать одномерные уравнения, так как из (7 а) следует, что вид коэффициентов при вторых производных одинаков как для одномерных, так и трехмерных уравнений.

Из рассмотрения дифференциального приближения разностной схемы (18) следует, что в этом случае коэффициент K_1 имеет вид

$$K_1 = \frac{h}{2}u - \frac{\tau}{2}u^2 + \frac{\tau h}{4}\left(u\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial t}\right). \qquad (19)$$

Необходимым условием устойчивости является выражение

$$K_1 \geqslant 0, \qquad (20)$$

в котором отброшена естественная вязкость как заведомо положительная величина.

Воспользовавшись характерными значениями метеорологических величин, получаем для K_1 соотношение

$$K_1 = \frac{h}{2}\,u - \frac{\tau}{2}\,u^2 + \frac{\tau h}{4}\left(u\,\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial t}\right) \approx \frac{h}{2}\,u - \frac{\tau}{2}\,u^2, \tag{21}$$

так как выражение в круглых скобках для конвективных процессов близко к нулю.

Вследствие того, что u, аналогично v и w, в рассматриваемой задаче имеет порядок $\sim 10^1$, то равенство (21) имеет точность, вполне достаточную для проведения расчетов. Тогда выражение (20) приводит к следующей оценке

$$\tau/h \leqslant \frac{1}{|u|}. \tag{22}$$

Полученное условие (22) совпадает с условием устойчивости по Куранту [9] для несжимаемой жидкости в виде

$$C = |u| \cdot \Delta t/\Delta x \leqslant 1, \tag{23}$$

где C — число Куранта.

Однако условие (23) может оказаться недостаточным, так как не учитывает устойчивости атмосферы, выражаемой в данном случае числом Грасгофа.

Объединение условий (15) и (23) приводит к квадратному уравнению для определения шага по времени при решении системы (9)—(11) для разных чисел Грасгофа

$$Cr\,\theta\tau^2 - h \approx 0. \tag{24}$$

Решение этого уравнения не вызывает затруднений. Следовательно, устойчивость решения будет определяться размерами шагов конечно-разностной сетки, условием устойчивости атмосферы, характеризуемым числом Грасгофа (фактически числом Релея, так как для атмосферы $Pr \approx 1$) и величиной характерного отклонения температуры θ. Условие устойчивости (24) получено при рассмотрении явной конечно-разностной схемы, неявные схемы являются устойчивыми при любом Δt, но поскольку физическое решение задачи определяется числом Грасгофа, то и шаг по времени соответственно должен выбираться из условия (15) или (24).

Устойчивое решение задачи глубокой конвекции было получено нами в одно-, двух-, и трехмерном вариантах по методу, изложенному в работах [13] с учетом условия (24) при разных значениях числа $Cr < 10^6$. На нижней и верхней границах ставилось отсутствие возмущений в полях метеорологических величин и равенство нулю составляющих скорости ветра, на боковых границах ставилось условие периодичности всех функций. В начальный момент времени задавался температурный импульс на нижней границе и в середине слоя. При выборе характерных масштабов было принято, что величины H и ν_0 тождественно равны. На рис. 1 представлены безразмерные скорости для числа $Gr=10^5$, характерного для перехода к турбулентному режиму, и безразмерного времени 0,05 в плоскости (x, y) на высоте $z=0,5$.

Из рис. 1 видно, что, несмотря на то, что на нижней границе области был задан одинарный импульс, в атмосфере сформировались два очага восходящих движений. Показательно распределение отклонений давления от стандартных значений, приведенное на рис. 2 для этого случая. В областях восходящих движений наблюдается па-

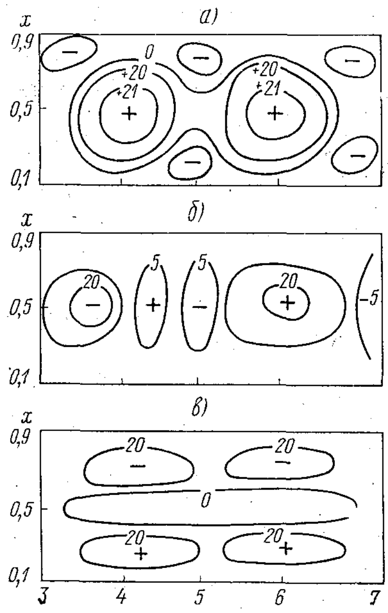


Рис. 1. Распределение безразмерных составляющих скорости потока в плоскости (x, y) на высоте $z=0,5$ для числа $Gr=10^5$ и безразмерного времени $t=0,05$ (*а*) w, *б*) v и *в*) u — составляющие скорости соответственно

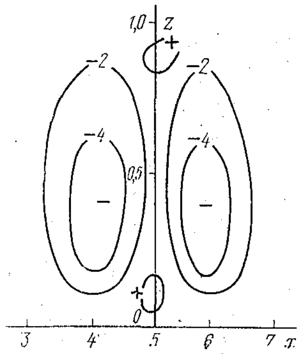


Рис. 2. Отклонения безразмерной величины давления от статического значения для числа $Gr=10^5$ и безразмерного времени $t=0,05$

дение давления в центре, и у границ рассматриваемой зоны наблюдаются незначительные отклонения от стандартного распределения либо их вообще не наблюдается. Решение задачи в последующие моменты времени изменяется несущественно, поэтому можно считать, что для $t=0,05$ безразмерного времени решение стационировано.

Следовательно, будучи экономичной, явная разностная схема (18) является устойчивой при оценке (24).

Таким образом, на примере одного из уравнений системы (1)—(3) был показан эвристический подход к оценке устойчивости численного решения системы дифференциальных уравнений. Получено аналитическое выражение, позволяющее выбрать шаг по времени в зависимости от условий аппроксимации и устойчивости атмосферы при решении системы уравнений глубокой конвекции. Рассматриваемые формы дифференциального приближения позволяют при оценке устойчивости использовать не только математические выводы, но и физические предпосылки, в частности, о наличии отрицательной вязкости, применение которых в вычислениях приводит к конструированию конечно-разностных схем разностями против потока. Итак, с помощью теории дифференциальных приближений можно рассчитать шаги по времени и пространству, позволяющие получить устойчивое решение конечно-разностных схем уравнений глубокой конвекции. Дальнейшие исследования могут быть продолжены в направлении получения устойчивых решений при сверхкритических значениях числа Грасгофа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алаутдинов М. Численное моделирование процессов глубокой конвекции. — Метеорология и гидрология, № 10, 1979, с. 48—55.
2. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Исследование схем метода «крупных частиц» с помощью дифференциальных приближений. — В кн.: Проблемы прикладной математики и механики. М., Наука, 1971, с. 145—155.
3. Вельтищев Н. Ф., Желнин А. А. Численная модель конвекции в потоке с вертикальным сдвигом. — Тр. ГМЦ, вып. 110, 197, с. 39—47.
4. Гандин Л. С. и др. Основы динамической метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1955. — 648 с.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — М.: Наука, 1972. — 392 с.
6. Голицин Г. С. Исследование конвекции с геофизическими приложениями и аналогиями. — Л.: Гидрометеоиздат, 1980. — 56 с.
7. Давыдов Ю. М., Сотников В. П. Дифференциальные приближения разностных схем. — М.: Изд. ВЦАН СССР, 1978. — 72 с.
8. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1980. — 536 с.
9. Рихтмаер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. (Пер. с англ.) — М.: Мир, 1972. — 420 с.
10. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений — М.: Наука, 1978. — 678 с.
11. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. (Пер. с англ.) — М.: Мир, 1980. — 616 с.
12. Шокин Ю. И. Метод дифференциального приближения. — Новосибирск, Наука, 1979, — 221 с.
13. Яненко Н. Н., Шокин Ю. И. О первом дифференциальном приближении разностных схем для гиперболических систем уравнений. — Сиб. матем. журнал, 1969, т. 10, № 5, с. 1173—1187.
14. Hirt C. W. Heuristic stability theory for finite—difference equations. — J. of Comput. Phys., 1968, v. 2, p. 339—355.

УДК 551.509

КЛЕПИКОВ В. А., ФИНОГЕЕВ Д. В. (ВИКИ)

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ АВТОРЕГРЕССИИ ДЛЯ ПРОГНОЗА ВИДИМОСТИ С ЗАБЛАГОВРЕМЕННОСТЬЮ ДО ОДНОГО ЧАСА

Для обеспечения безопасности взлета и посадки воздушных судов большое значение имеет прогноз дальности видимости с заблаговременностью от нескольких минут до одного часа [8]. Ошибка этих прогнозов согласно требованиям Всемирной Метеорологической организации [8] с обеспеченностью 90% должна находиться в пределах ± 200 м при видимости менее 700 м и $\pm 30\%$ от значения дальности видимости при ее величине более 700 м.

Однако существующие в настоящее время весьма немногочисленные методы прогноза видимости [2, 4, 5, 6, 9] имеют недостаточно высокую оправдываемость. Кроме того, они предназначены для прогнозирования с заблаговременностью один час и более. Поэтому не случайно в практике метеорологического обеспечения авиации наиболее распространенным методом прогноза видимости является так называемый синоптический метод.

По-видимому, основная сложность решения задачи прогноза дальности видимости состоит в том, что ее величина является функцией значительного числа метеорологических параметров, к которым прежде всего следует отнести температуру и влажность воздуха, скорость ветра, интенсивность и фазовое состояние осадков и характеристики загрязненности атмосферы. Однако использовать в качестве предикторов все влияющие на видимость параметры в рамках одной прогностической модели не представляется возможным из-за недостаточной изученности механизма их взаимодействия, а включение в прогностическую схему лишь части влияющих параметров существенно снижает эффективность прогнозов.

Кроме того, в некоторых расчетных методах прогноза видимости [2, 4, 5] предикторами являются прогностические значения метеорологических параметров, которые рассчитываются с определенной ошибкой, что также является причиной низкой оправдываемости расчетных методов прогноза видимости.

В связи с этим представляется целесообразным для решения задачи прогноза видимости использовать статистические методы, определенным достоинством которых является возможность суммарного учета влияющих факторов без количественного описания каждого из них в отдельности.

Выбор статистического метода прогноза осуществляется по методике [7], основанной на определении классификационных признаков объекта прогнозирования, которые включают: природу объекта прогноза, его масштаб, сложность, степень детерминированности, характер развития во времени и степень информационной обеспеченности. В результате применения этой методики было определено, что для прогноза дальности видимости целесообразно использовать класс моделей авторегрессии.

Применение моделей авторегрессии предполагает, что прогнозируемый временной ряд стационарен. Свободен от этого ограничения класс малопараметрических моделей «авторегрессии — скользящего среднего», предложенный Дж. Боксом и Г. Дженкинсом [1].

Модель авторегрессии — скользящего среднего» имеет вид

$$(1 - \Phi_1 C' - \ldots - \Phi_p C^p)\, \Delta^d h(t) = (1 - \theta C^1 - \ldots - \theta_q C^q)\, u(t), \quad (1)$$

где $\Phi_1, \ldots, \Phi_p$ — параметры авторегрессии; $\Theta_1, \ldots, \Theta_q$ — параметры скользящего среднего; C^p и C^q — операторы сдвига назад порядка p и q соответственно; Δ^d — разностный оператор степени d; $h(t)$ — текущее значение временного ряда; $u(t)$ — белый шум.

Идентификация модели «авторегрессии — скользящего среднего» для целей прогноза видимости осуществлялась по методике, изложенной в [1], которая основана на использовании автокорреляционной и частной автокорреляционной функций прогнозируемого временного ряда.

В качестве исходных данных использовались результаты визуальных наблюдений за горизонтальной видимостью, проведенных в аэропорту Внуково при значениях видимости менее 3 км в течение 5 лет. Всего для расчетов использовались 8172 наблюдения при временном интервале между ними равном 15 минутам. Реализации временных рядов видимости объединялись в совокупности в зависимости от сезона года (теплый, холодный), формы облачности (слоисто-дождевая, слоистая) и типа синоптического процесса (холодный фронт, теплый фронт, внутримассовый процесс).

Оценивание автокорреляционной и частной автокорреляционной функции для каждой совокупности реализаций временных рядов видимости производилось осреднением по числу реализаций, входящих в совокупность, с учетом различия в длине временных рядов.

В результате идентификации были получены два вида моделей временных рядов видимости. Одна из них в предложении стационарности временного ряда

$$\overline{V}(t) = \Phi_1 \overline{V}(t-1) + \Phi_2 \overline{V}(t-2), \quad (2)$$

а другая — нестационарности

$$\overline{V}(t) = (1 + \Phi_1)\overline{V}(t-1) - (\Phi_1 - \Phi_2)\overline{V}(t-2) - \Phi_2 \overline{V}(t-3). \quad (3)$$

Здесь $\overline{V}(t)$ — сглаженные с помощью скользящей средней значения временного ряда видимости.

На следующем этапе разработки прогностических формул по методике [1] проведено оценивание оптимальных параметров Φ_1 и Φ_2 в формулах (2) и (3), а также определение соответствующих им периодов осреднения.

В результате расчетов для каждой совокупности реализаций временных рядов видимости получены оптимальные значения параметров прогностических формул (2) и (3), которые представлены в табл. 1. Период осреднения, включающий три значения временного ряда, оказался оптимальным для всех совокупностей реализаций временных рядов видимости.

Таблица 1

Значения оптимальных параметров моделей временных рядов видимости

Сезон года	Форма облачности и тип процесса		Модель I		Модель II	
			Φ_1	Φ_2	Φ_1	Φ_2
Холодный	Ns	ХФ	1,7	−0,7	1,0	0,3
		ТФ	1,7	−0,7	0,9	0,2
		В	1,8	−0,8	0,9	0,2
	St	ХФ	1,7	−0,7	0,9	+0,2
		ТФ	1,8	−0,8	1,0	+0,2
		В	1,8	−0,8	1,0	+0,2
Теплый	Ns	ХФ	1,7	−0,7	0,8	0,2
		ТФ	1,7	−0,7	0,8	0,1
		В	1,8	−0,8	0,9	0,1

Оценка успешности прогнозов производилась по контрольной выборке в сравнении с инерционным методом прогноза видимости. В табл. 2 приведены среднеквадратические ошибки прогнозов видимости, составленных по первой (2) и второй (3) прогностическим моделям, а также инерционным методом в холодный период года при слоисто-дождевой облачности.

Из рассмотрения табл. 2 можно сделать следующие выводы.

1. Прогнозы дальности видимости, рассчитанные по I и II моделям временного ряда, имеют существенно меньшую ошибку, чем прогнозы, составленные инерционным методом.

2. Заметного преимущества в оправдываемости прогнозов при использовании I и II моделей не обнаружено, что косвенным образом свидетельствует о некоторой стационарности временных рядов видимости.

Таблица 2

Среднеквадратические ошибки (м) прогнозов видимости, составленных инерционным методом и с помощью I и II моделей в холодный период года при слоисто-дождевой облачности

Синоптическое положение	Модель прогноза	Заблаговременность прогноза, мин			
		15	30	45	60
Теплый фронт	инерционная	580	840	1100	1320
	I	360	390	780	1090
	II	380	390	740	1020
Холодный фронт	инерционная	1060	1480	1760	2040
	I	660	670	1250	1770
	II	600	610	1230	1700
Внутримассовый процесс	инерционная	600	950	1300	1650
	I	410	460	730	1020
	II	320	340	640	840

3. При заблаговремености до 45 мин ошибки прогнозов видимости в зоне холодного фронта в 1,5—2,0 раза больше ошибок при других синоптических положениях. Причиной этого, по-видимому, является сравнительно большая временная изменчивость видимости при прохождении холодных фронтов.

4. Ошибки прогнозов видимости с заблаговременностью до 30 минут, составленные по прогностическим моделям при прохождении теплых фронтов и внутримассовых процессах, соответствуют требованиям ВМО с обеспеченностью 75% (в предположении нормальности распределения ошибок прогноза).

Примерно аналогичные результаты были получены при оценке успешности прогнозов для других совокупностей реализаций временных рядов видимости.

Можно ожидать, что оправдываемость прогнозов видимости при использовании моделей авторегрессии повысится, если провести более детальную типизацию исходных данных.

Таким образом, применение предложенных расчетных формул для прогноза ограниченной видимости (менее 3000 м) будет способствовать повышению безопасности взлета и посадки воздушных судов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. — М.: Мир, 1974, вып. 1. — 406 с.
2. Демина Г. Н. Синоптико-статический метод прогноза ограниченной видимости в районе аэродрома Бодайбо. — Труды ЗСРНИГМИ, 1978, вып. 36. — 120 с.
3. Жуковский Е. Е. и др. Статистический анализ случайных процессов. — М.: Гидрометеоиздат, 1976. — 408 с.
4. Кокарев В. А. Прогноз дальности видимости вероятно-статистическим методом. Материалы научно-исследовательских работ по авиационной метеорологии. — М.: Воениздат, 1971, с. 99—107.
5. Коробова Н. М., Спицын В. А., Шметер Г. И. Синоптико-статистический метод прогноза опасных явлений погоды с учетом местных особенностей. — Методическое письмо МГАМЦ, 1972, вып. 9, с. 14—19.
6. Кошеленко И. В. Прогноз видимости в тумане и дымке. — Труды УкрНИГМИ, 1977, вып. 160. — с. 35.
7. Саркисян С. А. и др. Теория прогнозирования и принятия решения. — М.: Высшая школа, 1977. — 351 с.
8. Технический регламент. ВМО Метеорологическое обслуживание международной авиации. — Женева, 1979, т. 2, с. 109.
9. Яркова В. М. Уточнение синоптико-статистического метода прогноза видимости в радиационном тумане. Труды ЗСРНИГМИ, 1976, вып. 25. — 120 с.

УДК 551.509

А. Н. АНИКИН (ВИКИ)

АППРОКСИМАЦИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В ТРОПОСФЕРЕ И СТРАТОСФЕРЕ ПРИ ПОМОЩИ ПОЛИНОМОВ

Для многих практических задач, связанных с использованием метеорологической информации, приходиться прибегать к ее предварительному сжатию. Это обстоятельство явилось причиной разработки методов, реализующих переход от детального описания атмосферных полей к их описанию через сравнительно небольшое число обобщенных характеристик, концентрирующих существенную информацию о структуре полей. Эти методы основаны на разложении полей по системам известных функций. Коэффициенты разложения являются обобщенными характеристиками поля.

В зависимости от систем функций в настоящее время используются методы эмпирических и аналитических ортогональных функций. Первый метод основан на разложении полей по системам собственных векторов [3]. Второй метод предполагает использование для разложения различных систем аналитических ортогональных функций (сферических, кольцевых, полиномов Чебышева, Лежандра, Лагерра, Эрмита и др.) Широкое распространение получило использование полиномов Чебышева, так как оно дает хорошие результаты при аппроксимации атмосферных полей различной размерности [1, 2, 5]. Здесь имеются два подхода. Один предложен Н. А. Багровым в работе [1] и развит другими авторами. Его основой является точечное приближение функций с использованием полиномов, ортогональных на заданной системе точек. Другой подход основан на интегральном приближении функций. При этом требуется дополнительная интерполяция поля на промежутки между узлами [5]. Здесь разложение производится по полиномам Чебышева 1 рода, ортогональным на интервале [— 1,1].

В данной работе используется первый подход к аппроксимации вертикальных профилей метеовеличин, как частного случая атмосферного поля.

Некоторые практические задачи, такие, например, как построение точечных локальных малопараметрических моделей атмосферы, не тербуют рассмотрения атмосферных полей в целом, в них рассматривают лишь вертикальные профили, однако, для сжатия информации должна быть произведена их оптимальная параметризация. В данной работе исследуются возможности такой параметризации вертикальных профилей давления, температуры, зональной и меридиональной составляющих ветра, заданных своими значениями на высотах 0, 1, 2, ..., 30 км при помощи полиномов Чебышева ортогональных на заданной системе равноотстоящих точек.

Остановимся на реализации метода аналитических ортогональных функций для системы равноотстоящих точек, в которых заданы значения вертикальных профилей, подлежащих аппроксимации.

Пусть на множестве равноотстоящих точек $X = \{ x_0, x_1, \ldots, x_n \}$ задана функция $f(x_i)$, $i = 0\ (1)\ n$. Задача об аппроксимации этой функции может быть сформулирована следующим образом: данную функцию $f(x_i)$ заменить полиномом

$$Q_m(x_i) = \sum_{k=0}^{m} C_k P_k(x_i), \tag{1}$$

заданной степени m так, чтобы величина

$$S_m = \sum_{i=0}^{n} [Q_m(x_i) - f(x_i)]^2, \qquad (2)$$

на множестве X была минимальной.

Полином $Q_m(x_i)$ называется аппроксимирующим.

Функции $P_k(x_i)$, $k=0\,(1)\,m$ известны и образуют систему, называемую основной.

В качестве такой системы рассмотрим полиномы

$$P_0(x_i),\ P_1(x_i), \ldots, P_m(x_i), \qquad (3)$$

ортогональные на заданном множестве X, т. е.

$$\sum_{i=0}^{n} P_j(x_i) \cdot P_l(x_i) = 0 \text{ при } j \neq l$$

и таких, что

$$\|P_j\|_X^2 = \sum_{i=0}^{n} P_j^2(x_i) > 0, \qquad (4)$$

где $\|P_j\|_X = \sqrt{\|P_j\|_X^2}$ — называется нормой полинома $P_j(x_i)$ на множестве X.

В [4, 6] доказывается, что полиномы $P_k(x_i)$, ($k=0\,(1)\,m$) линейно независимы на X и на интервале $(-\infty, \infty)$ и поэтому любой полином $Q_m(x_i)$ степени не выше m может быть представлен в виде линейной комбинации (1) полиномов $P_k(x_i)$.

Это представление называется разложением полинома $Q_m(x_i)$ по системе полиномов (3).

Таким образом, аппроксимирующий полином для функции $f(x_i)$, заданной на X, будем искать в виде (1), для которого квадратичное отклонение (2) минимально.

Так как система полиномов (3) задана, то для нахождения $Q_m(x_i)$ необходимо определить лишь коэффициенты C_k. Их находим из условия необходимости минимума S_m, заменив в (2) $Q_m(x_i)$ на его разложение по системе полиномов (3) и решая относительно C_k систему $m+1$ уравнений $\frac{\partial S_m}{\partial C_k} = 0$. Откуда в силу ортогональности системы (3) и ее свойства (4) имеем [6]

$$C_k = \frac{\sum_{i=0}^{n} f(x_i)\, P_k(x_i)}{\sum_{i=0}^{n} P_k^2(x_i)}, \quad k = 0\,(1)\,m. \qquad (5)$$

Коэффициенты C_k, вычисленные по формуле (5), называются коэффициентами Фурье функции $f(x_i)$ относительно ортогональной системы $\{P_k(x_i)\}$ на X, а полином (1) с коэффициентами (5) полиномом Фурье для функции $f(x_i)$.

Этот полином обладает наименьшим квадратичным отклонением от этой функции на X [6] по сравнению со всеми полиномами того же порядка m.

Для аппроксимации вертикальных профилей давления, температуры и составляющих ветра в качестве системы (3) были выбраны ортогональные полиномы Чебышева для системы равноотстоящих точек $X = \{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$, которые могут быть заданы формулой [4]:

$$P_{m,n}(x_i) = \sum_{k=0}^{m} (-1)^k C_m^k C_{m+k}^k \frac{x_i^{(k)}}{n^{(k)}}, \tag{6}$$

где m — степень полинома; n — число точек без одной;

$C_m^k = \dfrac{m!}{k!\,(m-k)!}$ — биномиальный коэффициент;

$$\left.\begin{aligned} x_i^{(k)} &= x_i(x_i-1)\cdot \ldots \cdot (x_i-k+1) \\ n^{(k)} &= n(n-1)\cdot \ldots \cdot (n-k+1) \end{aligned}\right\} \text{ факториальные многочлены,}$$

причем

$$x_i^{(k)} = \begin{cases} 0, \text{ при } x_i \leqslant k-1 \\ \dfrac{x_i!}{(x_i-k)!}, \text{ при } x_i > k-1, \text{ для } n^{(k)} \text{ — аналогично.} \end{cases}$$

Для расчетов удобнее пользоваться нормированными ортогональными полиномами, т. е. такими, что

$$\|\widetilde{P}_{m,n}\| = 1.$$

Нормированные полиномы $\widetilde{P}_{m,n}$ могут быть получены из (6):

$$\widetilde{P}_{m,n}(x_i) = \frac{P_{m,n}(x_i)}{\sum_{i=0}^{n} P_{m,n}^2(x_i)}, \tag{7}$$

а для них соответственно

$$\widetilde{C}_k = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\, \widetilde{P}_{k,n}(x_i), \tag{8}$$

$$Q_m(x_i) = \sum_{k=0}^{m} \widetilde{C}_k \widetilde{P}_{k,n}(x_i). \tag{9}$$

Аппроксимация проводилась на ЭВМ по следующему алгоритму:

1) по формуле (6) рассчитывалась таблица полиномов $P_{m,n}(i)$, $m = 0(1)20$, $i = 0(1)30$, $n = 30$;

2) полученная таблица $P_{m,n}(i)$ преобразовывалась по формуле (7) в $\widetilde{P}_{m,n}(i)$;

3) вводились аппроксимируемые профили: $P(i)$, $T(i)$, $V_x(i)$, $V_y(i)$;

4) из (8) рассчитывались коэффициенты Фурье C_k;

5) для каждого вида профиля рассчитывалось:

а) таблица $Q_m(x_i)$;

б) таблица средних квадратических ошибок аппроксимации

$$\sigma_k = \frac{1}{31} \sum_{i=0}^{n} [Q_k(x_i) - f(x_i)]^2, \quad k = 3(1)20;$$

в) таблица средних абсолютных ошибок

$$a_k = \frac{1}{31} \sum_{i=0}^{n} | Q_k(x_i) - f(x_i) |;$$

г) таблица максимальных абсолютных ошибок

$$a_{mk} = \max_i \left\{ | Q_k(x_i) - f(x_i) | \right\}.$$

Расчеты по изложенному алгоритму показали следующее.

1. Использование ортогональных полиномов Чебышева для равноотстоящих точек позволяет аппроксимировать вертикальные профили метеовеличин с высокой степенью точности. Так, для давления и температуры уже при $k = 4$ (число членов разложения ряда (1) или степень полиномов (6)) ошибка a_{mk} не превосходит трех единиц младшего разряда целой части величин для всех уровней, а a_k и σ_k — двух, эти значения уменьшаются для $k = 5 \div 7$, а затем медленно начинают расти. Для составляющих ветра наибольшая точность аппроксимации достигается при $k = 7 \div 10$, что можно объяснить большей изменчивостью этих величин.

2. Для всех метеовеличин и на всех уровнях при $k \geqslant 12$ начинается резкий рост ошибок, что связано с ограниченностью разрядной сетки ЭВМ и при многократных последовательных умножениях и делениях ошибки округления (потери знаков в разрядной сетке) становятся существенными, причем выход из положения может быть найден лишь в случае использования специальных алгоритмов умножения и деления, так как увеличение точности аргументов до двойной не избавляет от прогрессирующего роста ошибок.

3. Расчеты по алгоритму не занимают много времени. Так, расчет таблицы $\widetilde{P}_{k,n}(i)$ на ЭВМ ЕС-1033 составляет не более двух минут, для $k = 0(1)20$ и $i = 0(1)30$.

В заключении следует отметить, что изложенный подход можно рассматривать как способ малопараметрического представления вертикальных профилей метеовеличин, так как для аппроксимации всех профилей используется одна таблица $P_{m,n}(i)$, а сам профиль заменяется пятью-десятью коэффициентами Фурье (в зависимости от требуемой точности) вместо 31-го исходного значения, и кроме того, этот подход может быть распостранен на случаи аппроксимации функций, заданных на произвольном точечном множестве и использования любых других видов ортогональных полиномов (Лагерра, Эрмита, Лежандра).

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А. Аналитическое представление полей. — Труды ЦИП, 1958, вып. 64, с. 3—25.
2. Багров Н. А., Стеблянко В. А. О точности аналитического представления метеорологических полей. — Труды ГМЦ, 1968, вып. 28, с. 30—40.
3. Мартемьянов В. И., Овчинникова Л. П. О представлении вертикальных профилей геопотенциала и температуры на некоторых станциях северного полушария с помощью систем собственных векторов. — Труды САНИ ГМИ, 1967, вып. 29 (44), с. 89—102.
4. Милн В. Э. Численный анализ, ИЛ, 1951.
5. Попова Т. В. Представление трехмерных метеорологических полей полиномами Чебышева. — Труды ГМЦ, 1977, вып. 170, с. 3—14.
6. Сеутин П. К. Классические ортогональные многочлены. Наука, 1979. — 416 с.

УДК 551.509

Т. В. ГЕРБОВИЧ (ЛГМИ)

ТЕОРЕТИКО-ИНФОРМАТИВНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ В ЗАДАЧЕ ВЫБОРА ПРЕДИКТОРОВ

Оценка информативности должна удовлетворять ряду требований, среди которых обеспечение полноты оценки связи между предиктором и предиктантом, простой вид оценки, способ расчета и возможность ее истолкования. Без выполнения этих требований сколько-нибудь широкое использование способа оценки вряд ли возможно. Чаще всего для оценки связи X и Y используется коэффициент корреляции. Но эта наиболее распространенная оценка не полностью удовлетворяет требованиям, предъявляемым к оценке информативности, так как недостаточно полно оценивает связь между величинами. Можно привести простой пример, показывающий, что при наличии даже функциональной зависимости между X и Y коэффициент корреляции $r(X, Y)$ может быть равен 0.

Для более полной информационной характеристики целесообразно обратиться к некоторым положениям теории информации, в частности, к таким характеристикам, как энтропия и информация.

Энтропия или информационная энтропия характеризует среднюю неопределенность и определяется следующим образом. Если имеется эксперимент X, допускающий n исходов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ соответственно с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$. $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, то энтропия

$$H(p_1, \ldots, p_n) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = \sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 \frac{1}{p_i}.$$

Можно определить количество информации

$$H(X \mid y) = -\sum_{X} p(x \mid y) \log_2 p(x \mid y)$$

и среднее условное количество информации

$$H(X \mid Y) = -\sum_{X} \sum_{Y} p(x \mid y) \log_2 p(x \mid y).$$

Средняя взаимная информация между X и Y определяется равенством

$$I(X, Y) = H(X) - H(X \mid Y).$$

$I(X, Y)$ можно интегрировать как среднюю неопределенность X, которая снимается после наблюдения исхода Y.

Информация обладает следующими свойствами.

1. $I(X, Y) \geqslant 0$ и $I(X, Y) = 0$ возможно в том и только в том случае, когда X и Y независимы.

2. $I(X, Y \leqslant I(Y, Y)$ равенство возможно только в том случае, когда Y функция от X.

3. $I(X, Y) = I(Y, X)$.

Для оценки информативности можно было бы использовать уже эту характеристику. Но неудобство состоит в необходимости определять в каждом конкретном случае верхнюю границу $I(Y, Y)$. Поэтому имеет смысл в качестве меры зависимости между X и Y рассмотреть теоретико-информационный коэффициент корреляции (информационный коэффициент корреляции), который определяется как функция от величины количества информации,

$$R_{\text{и}}(X, Y) = \sqrt{1 - 2^{-2I(X, Y)}}.$$

Свойства $R_{\text{и}}(X, Y)$ полностью определяются свойствами $I(X, Y)$. Применение $R_{\text{и}}(X, Y)$ в качестве информационного аналога коэффициента корреляции $r(X, Y)$ обусловлено тем, что $R_{\text{и}}(X, Y) = 0$

тогда, когда X и Y независимы и $R_и(X, Y) = 1$, если между случайными величинами X и Y существует функциональная зависимость.

Таким образом, $R_и(X, Y)$ можно рассмотреть как меру функциональной зависимости случайной величины X относительно величины Y. Выборочным аналогом служит статистика

$$\widehat{R}_и(X, Y) = \sqrt{1 - 2^{-2\widehat{I}(X, Y)}},$$

где $\widehat{I}(X, Y) = \widehat{H}(X) + \widehat{H}(Y) - \widehat{H}(X, Y)$ — выборочный аналог информации; $\widehat{H}(X) = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{n_i}{n} \log_2 \frac{n}{n_i} = -\sum\limits_{i=1}^{k} \frac{n_i}{n} \log_2 \frac{n}{n_i}$ — выборочный аналог энтропии; n — число наблюдений; k — число различных значений наблюдений (разбиений); n_i — число наблюдений в i-ом разбиении.

При вычислении выборочного аналога энтропии необходимо учитывать, что эта статистика является смещенной (ассимптотически несмещенной), причем при фиксированном n смещении определяется по формуле

$$B = H(X) - \widehat{H}(X) = \frac{k-1}{n} - \frac{1}{12\,n^2} \sum_X (\overline{m}_x - 1) + \frac{1}{24\,n^3} \sum_X (\overline{m}_x^2 - \overline{m}_x) + \ldots,$$

где k — число различных значений; m_x — число элементов до 1-го появления значения x, $\overline{m}_x = \frac{1}{r} \sum\limits_{i=1}^{r} m_x^i$; m_x^i — длина интервала от i-го появления значения x до следующего появления значения x. Погрешность в этом случае имеет порядок $\frac{1}{n^3}$.

Рассмотрим один из примеров использования теоретико-информационного коэффициента корреляции $R_и$ при подборе предикторов в статистической схеме прогноза барического поля. Барические поля в районе Средиземноморья были разложены на эмпирические ортогональные функции. Соответствующие методические положения опубликованы.

Задача прогноза барического поля сводится к получению эффективных схем прогноза первых коэффициентов разложений $T_1, T_2, \ldots, T_5$. Тест-предикторами явились области корреляции в различных физических полях на полушарии в моменты, предшествующие исходному за 3 и 6 дней. Поиск тест-предикторов ($П_i$) осуществлялся в поле приземного давления, геопотенциала H_{500} и термической адвекции в нижней тропосфере на полушарии.

В диагностической матрице приведены значения $\dot{R}_{\text{и}}$ (T_{1c}, $П_1$, ..., $П_5$) и между предикторами

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$
T_1	0,30	0,04	0,53	0,36	0,34
$П_1$		0,62	0,38	0,30	0,20
$П_2$			0,13	0,29	0,41
$П_3$				0,65	0,74
$П_4$					0,72

Данные матрицы свидетельствуют что наиболее информативным будет предиктор $П_3$. Этот предиктор сравнительно слабо связан с $П_1$ и $П_2$. Его связь с $П_4$ и $П_5$ (0,65 и 0,74) делает нецелесообразным исследование этих предикторов.

Предложенный подход отвечает комплексу требований, упомянутых в начале сообщения, и может быть рекомендован при разработке статистических схем прогноза.

УДК 551.509

Л. ЛАТИНОВ (аспирант ЛГМИ, НРБ)

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ ВЫБОР ПРЕДИКТОРОВ В ЦЕЛЯХ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ПОГОДЫ В БОЛГАРИИ

Общеизвестно, что корреляционные связи между характеристиками атмосферной циркуляции и погоды при значительном временном сдвиге τ, как правило, невелики. В этом, в частности, находит отражение многофакторность общей циркуляции атмосферы, региональные проявления которой свидетельствуют о сложной природе макропроцессов.

Сказанное не означает, что сравнительно небольшие величины коэффициентов корреляции являются непреодолимым препятствием в плане их прогностического использования. В тех случаях, когда найденные корреляционные оценки отражают существование реальных связей, физическая природа которых может быть рационально объяснена, их целесообразно использовать при создании синоптических и статистических схем долгосрочного метеорологического и гидрометеорологического прогноза.

В статье рассматриваются данные об особенностях корреляционных связей макропогоды в районе Болгарии с характеристиками атмосферной циркуляции северного полушария.

В качестве исходных материалов использованы осредненные месячные значения температуры воздуха и сумм осадков за 1900—1979 гг. на семи станциях: София, Садово, Образцов чифлик, Плевен, Габрово, Сливен и Казанлык. Указанные станции практически равномерно покрывают территорию НРБ.

Анализ многолетних рядов температуры воздуха для месяцев теплого полугодия (апрель—сентябрь) показывает, что в большинстве случаев аномалии не превышают 0,5—1,0° С, т. е. меньше 0,5σ. Различия между месячными аномалиями для отдельных станций также редко превышают 0,5σ. Зимой изменчивость существенно возрастает. Для подтверждения тезиса о том, что осредненные по 7 станциям значения температуры и осадков хорошо отражают специфику термического режима и режима осадков района, они были сопоставлены с данными 25 станций НРБ, более полно отражающими климатические особенности всех районов страны. Корреляция за 33-летнийй период (1948—1980 гг.) в большинстве случаев высокая ($r > 0{,}8$), лишь в некоторых горных районах и на побережье Черного моря в отдельные месяцы она снижается. Однако и в этом случае оценки связи остаются статистически значимыми при 95% уровне обеспеченности.

Таким образом, установлено, что задача долгосрочного прогноза погоды по району Болгарии сводится к задаче определение двух параметров: осредненных значений температуры и сумм осадков. Следовательно, нет необходимости статистической компрессии полей предиканта путем разложение по каким-либо базовым или эмпирическим функциям.

Для выделения предикторов привлечены данные об атмосферном давлении, температуре воздуха и количестве осадков за период 1899—1979 гг., о геопотенциале H_{700} за период 1948—1972 гг. и о геопотенциале H_{500} за период 1964—1979 гг. на пространстве северного полушария. Соответствующие месячные значения в узлах регулярной сетки, а также производные от них квартальные значения рассматривались как поле тест-предикторов.

При учете объема исходных выборок и уровне достоверности 95% статистически значимая корреляция превышает по модулю 0,22 для давления, температуры и осадков, 0,40 для поля H_{700} и 0,50 для поля H_{500}. Для тропической зоны и полярных районов оценка менее достоверна, так как исходные ряды здесь существенно короче.

Анализ корреляционных карт, «полюсом корреляции» которых являлись средние характеристики макропогоды в Болгарии, свидетельствует, что на пространстве полушария при различных временных сдвигах τ от 0 до 30 месяцев имеют место очаги статистически значимой связи. Характерные размеры очагов близки к размерам основных объектов синоптического анализа: циклонов и антициклонов.

Рассмотрение полей корреляции приводит к выводу, что почти все очаги значимых коэффициентов имеют тенденцию к сохранению знака корреляции. В последующем месяце (квартале) знак корреляции обычно сохраняется.

После предварительной оценки корреляционных карт число возможных очагов связи снизилось с 70 000—75 000 до 100—250. В ходе анализа исключены точки сети, в которых по той или иной причине данные оказались недостоверными.

Ометим, что выделение такого этапа при построении статистических схем прогнозов дает ряд преимуществ. Синоптический анализ корреляционных полей позволяет выделить репрезентативные предикторы и дать оценки их значимости на основе представлений о характере атмосферной циркуляции. Имеются районы, где коэффициенты корреляции имеют близкие значения по всем выбранным уровням, т. е. на уровне моря и в средней тропосфере. Однако такое утверждение нельзя распространить на все очаги.

Если отделить тропосферные данные, то тогда остаются вполне сопоставимые периоды наблюдения, при этом достаточно продолжительные (80 лет). Такая длина повышает достоверность статистических харакеристик и позволяет в статистических схемах пользоваться большим числом предикторов. Поэтому мы считаем, что отсутствие в статистических схемах прогноза характеристик средней тропосферы является не очень существенным недостатком, поскольку корреляция по высоте разных метеорологических полей несомненно имеет место, особенно при месячном и квартальном осреднении.

При рассмотрении связи месячных характеристик температуры и количества осадков Болгарии с давлением на уровне моря в северном полушарии выявилась определенная географическая локализация значимых коэффициентов корреляции в определенных районах (Кольский полуостров, область в районе Исландского минимума, островной части Канады и т. д.). Такие области мы рассматривали как опорные районы для подбора предикторов.

Количество всевозможных предикторов, характеризующих поля давления на уровне моря, температуры и количества осадков северного полушария, учитывая вышесказанное, а также учитывая связь между полученными возможными предикторами удалось сократить до 48 и в отдельных случаях еще больше (см. таблицу). Для геопотенциалов H_{700} и H_{500} количество предикторов сократилось до 10—15, призванных отразить лишь наиболее значимые зависимости.

Полученные наборы устойчивых во времени связей являются своего рода прогностическими правилами, которые могут быть использованы как дополнительные при синоптическом составлении долгосрочных прогнозов погоды по району Болгарии.

Таким образом, проведенное исследование корреляционных зависимостей дает возможность выявить наиболее существенные и перспективные в прогностическом отношении предикторы.

Число перспективных тест-предикторов в полях давления на уровне моря, температуры водуха и суммы осадков на пространстве северного полушаия при временных сдвигах τ от 2 до 30 месяцев для прогнозирования средних характеристик температуры и суммы осадков в Болгарии

Предиканты	Предикторы								
	месяцы						сезоны		полугодие
	IV	V	VI	VII	VIII	IX	IV—VI	VII—IX	IV—IX
Температуры	39	30	48	48	48	45	23	48	48
Суммы осадков	37	44	39	35	48	36	22	24	15

УДК 551.509

А. А. МАКОСКО (ВИКИ)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ СХЕМ К ВОЗМУЩЕНИЯМ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Численное моделирование атмосферных процессов является одним из основных средств решения задач прогноза погоды. Учитывая приближенный характер процесса моделирования и неопределенность в задании входной информации, необходимо иметь представление о степени соответствия модели реальной физической системе. Такое соответствие характеризуется чувствительностью модели к вариациям входных данных. Чувствительность определяет степень устойчивости системы по отношению к вариациям входных параметров и внешних воздействий. Таким образом, исследование чувствительности относится к изучению поведения модели в пространстве параметров. Как правило, возмущения параметров малы по сравнению с невозмущенными значениями, и оценка их влияния может искажаться фиктивными шумами, порождаемыми самой численной моделью. Поэтому удобно использовать специальные формулы теории возмущений, позволяющие непосредственно связать вариации исследуемых характеристик системы с вариациями параметров. Принципы построения таких формул для оценок вариаций линейных функционалов с использованием сопряженных уравнений изложены в работах [2—4].

Методы теории чувствительности позволяют исследовать чувствительность моделей динамики атмосферы к возмущениям начальных данных, погрешностям апроксимации дифференциальных операторов и т. д. Эти вопросы изучены в [4]. Вместе с этим в число параметров могут быть включены и возмущения в граничных условиях. Покажем возможность применения теории чувствительности в этом случае. С этой целью используем метод оценки вариации функционала [4]. При этом будем преследовать цель: сравнить эффективность некоторых способов задания корректных граничных условий в региональном численном прогнозе.

Рассмотрим уравнение

$$\begin{aligned} Aq &= f\cdot\delta t, \\ H &= G \quad \text{при} \quad t=0, \\ H|_{\Gamma} &= \psi(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где A — эллиптический самосопряженный оператор второго порядка; $q=\frac{\partial H}{\partial t}\,\delta t$ — тенденция геопотенциала; δt — шаг интегрирования по времени.

При $A=\nabla^2$ и $f=\left(\frac{g}{l}\;\Delta H+l,\,H\right)$ получаем уравнение для прогноза геопотенциала на среднем уровне с помощью баротропной квазигеострофической модели. При $A=\nabla^2+l^2\;\frac{\partial}{\partial\xi}\;\left(\frac{\xi^2}{m^2}\;\frac{\partial}{\partial\xi}\right)$ и $f=\left(\frac{g}{l}\;\Delta H+l,\,H\right)-lg\;\frac{\partial}{\partial\xi}\;\left(\frac{\xi^2}{m^2}\;\left(H,\,\frac{\partial H}{\partial\xi}\right)\right)$ получаем уравнение для прогноза геопотенциала с помощью бароклинной квазигеострофической модели.

В [2] показано, что граничные условия в задаче типа (1) можно исключить из рассмотрения, модифицируя правую часть f. С учетом этого задачу (1) перепишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\;AH &= F, \\ H &= G \quad \text{при } t=0, \\ H|_{\Gamma} &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

где $F=f+\delta f$, $\delta f=\delta f(\psi(t))$.

Поставим задаче (2) в соответствие сопряженную задачу

$$\begin{aligned} &-\frac{\partial}{\partial t} AH^* = F^*, \\ &H^* = H_T \quad \text{при} \quad t = T, \\ &H^* |_\Gamma = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Определим скалярное произведение

$$(a, b) = \int_\Omega ab\, d\Omega,$$

где Ω — область интегрирования.

Уравнения (2) и (3) помножим соответственно на H^* и H; полученные результаты вычтем один из другого и проинтегрируем на сегменте $0 \leqslant t \leqslant T$ по t. В результате получим

$$\int_0^T \int_\Omega dt\, d\Omega \left[\frac{\partial}{\partial t} A(H^* H)\right] = \int_0^T dt[(F, H^*) - (F^*, H)].$$

С учетом соответствующих начальных условий полученное выражение представим в виде

$$\int_\Omega d\Omega\, [A\,(H_T \cdot H_T) - A\,(GH_0^*)] = \int_0^T dt[(F, H^*) - (F^*, H)], \tag{4}$$

где

$$H_0^* = H^* |_{t=0}.$$

Предположим, что требуется найти линейный функционал от решения основной задачи, имеющий вид

$$J = \int_\Omega A\,(H_T \cdot H_T)\, d\Omega + \int_0^T (F^*, H) dt.$$

С помощью тождества (4) этот функционал перепишем в форме

$$J = \int_\Omega A\,(GH_0^*)\, d\Omega + \int_0^T (F^*, H) dt. \tag{5}$$

Теперь предположим, что ошибки в задании начальных данных отсутствуют, а граничные условия возмущены т. е. вместо $\psi(t)$ рассмотрим $\psi'(t) = \psi(t) + \delta\psi(t)$. Соответственно, вместо $F = f + \delta f$, $\delta f = \delta f(\psi(t))$ рассмотрим $F' = F + \delta F$, где $\delta F = \delta f(\psi'(t)) - \delta f(\psi(t))$. Тогда, учитывая выражение (5), для вариации функционала получим

$$\delta J = \int_0^T (\delta F, H^*) dt. \tag{6}$$

Таким образом, для вычисления отклонения функционала, соответствующего различным возмущениям в граничных условиях, достаточно решить одно сопряженное уравнение (3) и воспользоваться формулой (6).

В [2] отмечено, что применение формул теории возмущений имеет важную особенность. В связи с тем, что эти формулы пишутся для вариации функционала, погрешность в которой обычно допустима в пределах нескольких процентов, то для вычисления указанных вариаций нет необходимости знать точное решение основной и сопряженной задач, достаточно воспользоваться их приближенными решениями. Учитывая это, для решения основной и сопряженной задач будем использовать метод телескопизации [6], применение которого при прогнозе поля геопотенциала с помощью квазигеострофических моделей трудностей не составляет. Полученное в результате этого решение будем считать невозмущенным.

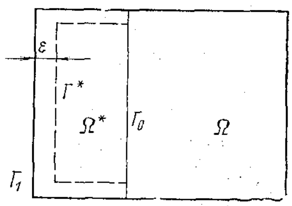
Конкретное исследование чувствительности к возмущениям в граничных условиях приведем на основе баротропной квазигеострофической модели. В качестве возмущенных граничных условий рассмотрим фиксированные по начальным данным граничные условия.

Численное интегрирование задачи (2) на сутки осуществлялось на регулярной сетке размером 21×21 точек с шагом $h = 150$ км. Шаг интегрирования по времени δt был выбран равным одному часу.

Вариация функционала оценивалась во внутренней части области интегрирования размером 15×15 точек и оказалась равной

$$\delta J = 254\,484. \tag{7}$$

Полученное большое значение вариации свидеельствует о неудовлетворительности выбранного способа задания граничных условий. В связи с этим необходимо использовать способ, позволяющий точнее задавать граничные условия. Такая необходимость имеется при региональном численном прогнозе, особенно когда область интегрирования окружена неосвещенными в метеорологическом отношении районами (см. рисунок).



Рассмотрим численный способ задания граничных условий. Зададим фиксированные по начальным данным граничные условия и вычислим поле $q^{t,\, t+\delta t}$ с помощью решения уравнения (1), где $A = \nabla^2$. Учитывая то, что внутри области интегрирования значения $q^{t,\, t+\delta t}$ определены с достаточной точностью, выделим часть прогностической области Ω^*, как показано на рисунке, и на Γ_0 зададим условия Коши. Эта задача является некорректно поставленной. Для ее решения наиболее приемлемы метод регуляризации А. Н. Тихонова [7] и метод квазиобращения [1], предложенный Латтесом и Лионсом. В [1] проведено сравнение эффективности этих методов в применении к решению задачи Коши для уравнения Лапласа. Показано, что реализация метода регуляризации представляет более сложную задачу по сравнению с реализацией метода квазиобращения и, помимо этого, метод А. Н. Тихонова дает несколько худшие результаты. Поэтому наш выбор был остановлен на методе квазиобращения. Заметим, что метод, близкий к этому, был предложен М. М. Лаврентьевым [7].

Идея метода квазиобращения здесь состоит в повышении порядка оператора там, где заданы условия Коши, и в понижении порядка там, где граничных данных нет или их недостаточно.

Введем в рассмотрение функцию

$$M = \begin{cases} 1, & \text{если } d(x, \Gamma_1) \geqslant \varepsilon, \\ \dfrac{d(x, \Gamma_1)}{\varepsilon}, & \text{если } d(x, \Gamma_1) < \varepsilon, \\ & d(x, \Gamma_1) \text{ — расстояние от точки } x \text{ до } \Gamma_1, \end{cases}$$

и положим $\varepsilon = h$, где h — шаг регулярной сетки. Применяя метод квазиобращения в области Ω^* и учитывая самосопряженность оператора $A = \nabla^2$, приходим к корректно поставленной задаче

$$A(M^2 Aq) = AM^2 F, \qquad (8)$$

с условиями $q|_{\Gamma_0} = q_0$, $\left.\dfrac{\partial q}{\partial n}\right|_{\Gamma_0} = q_1$, где n — нормаль к Γ_1.

Полученная задача решалась блочным методом последовательной верхней релаксации в сочетании с методом немонотонной прогонки для пятиточечных уравнений [5]. В результате получаются значения $q^{t,\,t+\delta t}$ на Γ^*.

Варьируя расположение области Ω^*, получим новые значения $q^{t,\,t+\delta t}$ на всей границе расчетной области в Ω. Решая с этими граничными условиями уравнение (1) в Ω, получим новое поле $q^{t,\,t+\delta t}$, в котором в значительной мере отсутствуют ошибки, обусловленные некорректным заданием граничных условий. Аналогично осуществляется следующий шаг по времени.

Заметим, что при решении задачи (8) возникает необходимость оптимизации размеров области Ω^*, а также процесса, реализующего решение задачи прогноза. С этой целью следует применить метод идентификации параметров численной модели [4]. Нами оптимизация была осуществлена экспериментально. Оказалось, что оптимальные размеры области Ω^* составляют 7×21 узлов.

Оптимизация процесса в силу положительной определенности оператора в левой части уравнения (8) свелась к согласованию невязок решений задач (1) и (8). При максимальной невязке решения задачи (1) в Ω $\varepsilon_\Omega = 0{,}01$ м, невязка решения задачи (8) в Ω^* должна составлять $\varepsilon_{\Omega^*} = 0{,}66$ м.

Выполняя прогноз с граничными условиями, задаваемыми по вышеописанному способу, и вычисляя вариацию функционала с помощью формулы (6), получаем

$$\delta J = 1590. \tag{9}$$

Таким образом, описанный способ задания граничных условий для интегрирования уравнения (1) является значительно эффективнее способа, использующего фиксированные по начальным данным граничные условия. Для подтверждения этого вывода приведем оценки качества прогноза на сутки с различными граничными условиями. В качестве начальных были использованы поля геопотенциала поверхности 500 гПа за 00(03) 8.10.80 г., 10.03.82 г., 13 и 14.08.82 г.

Оценки качества прогноза геопотенциала с различными граничными условиями

ПРОГНОЗ	δ	σ	ε
1	3,4	4,1	0,67
2	2,6	3,3	0,56
3	2,3	2,9	0,46

Обозначения:

δ — абсолютная средняя ошибка прогноза;
σ — средняя квадратическая ошибка;
ε — средняя квадратическая относительная ошибка;
1 — прогноз с фиксированными по начальным данным граничными условиями;
2 — прогноз с помощью предложенного способа задания граничных условий;
3 — телескопизированный прогноз.

Анализ приведенной таблицы показывает преимущество предложенного способа задания граничных условий по сравнению со способом, использующим фиксированные граничные условия. Для получения более надежных оценок необходимо значения δ, σ, ε вычислить хотя бы по 100—200 случаям. Применение метода оценки вариации функционала избавляют нас от этого, позволяя получить точные сравнительные оценки в виде вариаций функционала (7), (9). Для этого необходимо один раз решить задачи (2), (3) с помощью метода телескопизации для получения значений H^*, F на каждом шаге по времени (которые приближенно можно считать невозмущенными), а затем достаточно решить уравнение (2), задавая граничные условия с помощью какого-либо способа, и воспользоваться формулой (6).

В заключение заметим, что предложенный способ задания граничных условий может быть применен и в случае использования более сложной системы уравнений. Необходимым условием при этом является лишь возможность получения с помощью уравнений системы уравнения эллиптического типа относительно одной неизвестной функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л а т т е с Р., Л и о н с Ж.—Л. Метод квазиобращения и его приложения. — М.: Мир, 1970. — 334 с.
2. М а р ч у к Г. И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1980. — 536 с.
3. М а р ч у к Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974. — 303 с.
4. П е н е н к о В. В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. — Л.: Гидрометеоиздат, 1981. — 352 с.
5. С а м а р с к и й А. А., Н и к о л а е в Е. С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 590 с.
6. С а н д с т р е м А., Э л в и у с Т. Вычислительные проблемы моделирования в ограниченной области. — В кн.: Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Л., Гидрометеоиздат, 1982, с. 274—301.
7. Т и х о н о в А. Н., А р с е н и н В. Я. Методы решения некорректно поставленных задач. — М.: Наука, 1974. — 223 с.

УДК 551.5

А. В. ЦВЕТКОВ (ГГО), А. Г. КОШКИН (ААНИИ)

К СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛИЗУ ОБОБЩЕННЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК ЗОНАЛЬНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В СРЕДНЕЙ ТРОПОСФЕРЕ

Предсказание крупномасштабных перестроек в атмосфере сводится к изучению преобразований длинных термобарических волн в средней тропосфере. Особенности эволюции этих термобарических волн и связанных с ними аномалий режима погоды у поверхности земли составляют основу для изучения закономерностей преобразования форм атмосферной циркуляции.

В настоящей работе представлены результаты, полученные в процессе статистической обработки спектральных амплитуд разложений полей геопотенциала H_{500} по обобщенным сферическим функциям. Вопросу анализа спектральных амплитуд разложений полей геопотенциала H_{500} применительно к разработке количественных критериев для расчленения макропроцессов на однородные периоды циркуляции посвящена работа [2].

Исходным материалом послужили данные зональных гармоник разложений полей геопотенциала за май—июль 1970 г. Выбор зональных амплитуд для анализа колебаний циркуляции объясняется тем, что в зональной составляющей циркуляции сосредоточена основная часть энергии атмосферных процессов.

Волновой комплекс был представлен зональными гармониками с волновыми числами $n=0$, $l=1$—9, которые разделяются в зависимости от масштаба волн следующим образом:

$l=1$—3 — зональные гармоники масштаба ультрадлинных волн;

$l=4$—5 — зональные гармоники масштаба волн Россби;

$l=6$—8 — зональные гармоники масштаба циклонических волн;

$l=9$ — зональные гармоники волн более мелких масштабов.

При этом предполагалось, что крупномасштабным возмущениям в атмосфере свойственна некоторая равновесная форма, определяемая зональным потоком [3], а следовательно, по его свойствам можно определить и осообенности преобразования возмущений. Это предположение обосновывается на том, что возмущения в атмосфере трансформируют собственно зональный поток, а трансформируемый зональный поток определяет новую конфигурацию возмущений.

Статистический анализ рядов проводился следующим образом. Из рядов исходных данных в предположении, что низкочастотная компонента может содержать трендовую составляющую в виде прямой, исключался линейный тренд методом наименьших квадратов (МНК). Вычислялась оценка нормированной автокорреляционной функции для задержек от 0 до 46, по которой строилась оценка нормированной спектральной плотности методом Блэкмена—Тьюки [4]. Проводилось сглаживание оценки нормированной спектральной плотности по формуле (1), [5]

$$S(i) = 0{,}25\, B_{i-1} + 0{,}50\, B_i + 0{,}25\, B_{i+1}, \qquad (1)$$

где B_{i-1}, B_i, B_{i+1} — текущие значения несглаженной оценки спектральной плотности; $S(i)$ — сглаженная оценка спектральной плотности.

Метод Блэкмена—Тьюки имеет существенный недостаток, заключающийся в слабом разрешении спектральных пиков в низкочастотной области спектра, которая наиболее интересна для метеорологии.

Формула (2), [1])

$$N \geqslant \frac{1}{|f_2 - f_1|}, \qquad (2)$$

где N — длина ряда; f_2 и f_1 — частоты, которые надо разрешить, позволяет убедиться, что для разрешения спектральных пиков, соответствующих периодам 142,9 и, к примеру, 91 суткам необходимо иметь выборку длиной в 200 членов.

Наряду с традиционным методом спектрального анализа, когда оценка спектральной плотности мощности строится по автокорреляционной функции, использовался получивший широкое развитие метод максимальной энтропии (ММЭ), впервые предложенный Бургом [7]. Благодаря ММЭ удается получить высокую степень разрешения близких спектральных пиков, особенно в длинноволновой, метеорологически значимой области спектра.

При статистическом анализе рядов наблюдений, компонент циркуляции атмосферы существенную трудность представляет выделение трендов, связанных с годовыми, сезонными и апохальными ходами метеорологических элементов.

Оценки спектров ММЭ, как правило, дают хорошее разрешение спектральных пиков в низкочастотной области для коротких (по сравнению с длиной волны, которая аппроксимирует некоторый тренд) рядов. Спектральная плотность мощности ММЭ вычислялась по формуле [8]

$$S(f) = \frac{P_м}{f_N \left| 1 + \sum_{j=1}^{м-1} \gamma_j \exp(-i2\pi fj\Delta t) \right|^2}, \tag{3}$$

где $P_м$ — константа: f_N — частота Найквиста; γ_j — коэффициент ошибки прогноза; i — мнимая единица; Δt — дискрет.

Порядок M был выбран равным половине длины выборки. Это позволяет получить хорошее разрешение в низкочастотной области. Результатом спектрального анализа зональных гармоник поля геопотенциала H_{500} по ММЭ для масштаба циклонических волн явилось выделение в длинноволновой части спектральных пиков, соответствующих периодам 142,9 суток. Отметим, что такой степени разрешения не удается получить традиционными оценками.

Была также использована программа вычисления амплитуд, фаз, дисперсии ошибки «CONFIN» [6], входными параметрами которой являются значения периодов, вычисляемые по ММЭ спектру. Эта программа позволяет вычислять характеристики (амплитуды и фазы) МНК. В ходе анализа были построены график исходного ряда спектральных амплитуд зональной циркуляции Y и аналитическая кривая, аппроксимирующая временной ход ряда путем сложения колебаний с соответствующими периодами, амплитудами и фазами Y^*.

Аналитическая кривая может быть представлена в следующем виде:

$$Y^*(i) = a_0 + \sum_{k=1}^{P} R_к \cos\left(\frac{2\pi}{T_к} i\Delta t + \varphi_к\right); \; i = \overline{1, N},$$

где a_0 — постоянный член разложения; $R_к$ — амплитуда колебаний; $T_к$ — период колебаний; $\varphi_к$ — начальная фаза; Δt — шаг по времени (1 сутки).

Проведенное сравнение показало, что исследование двух программ ММЭ и «CONFIN» позволяет построить модельный ряд даже в случае ярко выраженного нестационарного процесса.

В результате обработки всех зональных гармоник была построена таблица значений спектральных периодов и соответствующих им значений амплитуд и фаз. Представленные в таблице сигналы, для которых отношение сигнал/шум более 0,5, можно использовать при экстраполяции ряда вперед.

Для сравнения в таблице даны значения периодов по традиционной оценке спектра.

Из таблицы видно, что традиционная оценка спектра дает достаточно хорошее согласование с ММЭ, однако в длинноволновой части спектра преимущества имеет оценка ММЭ.

Легко видеть, что во всех зональных гармониках существует полугодовая волна, которая в нашем случае представляет собой тренд. С увеличением номера зональных гармоник (т. е. с переходом от ультрадлинных волн к волнам более мелким, чем циклонические) амплитуда трендовой составляющей имеет тенденцию к квазипериодическому уменьшению. Начальные фазы полугодовых трендовых составляющих зональных гармоник четко разделяются в зависимости от масштаба волн, связанных с соответствующими зональными гармониками и имеют приблизительно равные значения и одинаковый знак для каждой масштабной группы.

Далее видно, что для зональных гармоник с волновыми числами $n=0$, $l=1$, 2, 3 (ультрадлинные волны) начальные фазы имеют одинаковые значения и положительный знак для каждой гармоники. Та же зависимость прослеживается и для зональных гармоник с волновыми числами $n=0$, $l=4$, 5 (волны Россби).

Зональные гармоники с волновыми числами $n=0$, $l=6$, 7, 8 относятся к волнам циклонического масштаба. Исходя из знака и величины начальной фазы гармоники $n=0$, $l=6$ можно предположить, что она является скорее переходной гармоникой от масштаба волн Россби к циклоническим волнам.

В заключение следует отметить, что предложенный метод спектрального анализа одномерных рядов позволяет проводить анализ в низкочастотной области, что особенно важно при выявлении периодов колебаний, связанных с однородными циркуляционными периодами и эпохальными колебаниями.

С помощью предложенного метода на ограниченном материале (длина выборки 92 числа) для зональных гармоник разложений полей H_{500} по обобщенным сферическим функциям выделены следующие периоды колебаний.

Таблица

Результаты спектрального анализа зональных гармоник по методу Блэкмена—Тьюки и ММЭ

Номера гармоник	Спектр по методу Блэкмена-Тьюки	Спектр по ММЭ		
	Период T (сут.)	период $T_к$ (сут.)	амплитуда $R_к$	фаза $\varphi_к$ (рад)
$n=0$		166,7	40,5	1,7
$l=1$	17,9	17,5	3,0	1,7
	8,8	8,3	2,4	—2,1
	4,6	4,5	1,7	—0,3
		166,7	34,5	1,7
$n=0$	8,9	8,5	3,1	—2,0
$l=2$	4,6	4,4	2,0	—0,9
$n=0$		200,0	6,2	1,7
$l=3$	31,0	27,8	5,8	—1,6
	9,2	8,9	4,3	—1,0
	4,5			
$n=0$		166,7	22,9	—1,4
$l=4$	31,0	29,4	8,1	—1,8
	9,3	9,0	5,6	—1,8
	4,3	4,2	3,0	2,3
$n=0$		166,7	31,3	—1,4
$l=5$	17,0	16,7	7,0	—2,2
	9,2	9,0	7,3	—0,9
	6,5	6,6	3,1	1,1
	5,3	5,1	3,8	0,2
$n=0$		142,9	14,7	—1,2
$l=6$	16,3	15,4	8,3	—1,9
	9,1	8,5	5,1	0,8
	5,3	5,1	3,7	0,2
$n=0$		142,9	13,2	1,1
$l=7$	15,3	14,9	8,7	—2,0
	8,4	8,7	5,4	1,2
$n=0$		166,7	27,2	1,3
$l=8$	15,6	14,1	6,4	—2,3
	9,2	8,9	6,0	1,7
	4,6	4,2	4,0	—0,7
	3,8	3,7	3,9	2,0
$n=0$		142,9	20,7	1,0
$l=9$	23,3	24,4	7,9	2,4
	9,5	8,9	6,3	2,1
	6,8	6,5	4,6	—2,7
	4,9			

В области зональных гармоник масштаба волн Россби получен период колебаний, близкий к месяцу (27,8 и 29,4 суток), а в области циклонических волн — 14,1—15,4 суток. Выделены также волны с периодами 5,1 и 8,9 суток. Начальные фазы для всех выделенных волн ведут себя аналогичным образом внутри каждой масштабной группы. По всей видимости начальную фазу можно рассматривать как индикатор при выборе значимых периодов колебаний зональных гармоник, характерных для каждой из масштабных групп. Полученные результаты следует считать предварительными, поскольку они получены на ограниченной выборке. Предполагается проведение анализа более обширнх данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Вып. 2, М.: Мир, 1972.
2. Куражов В. К. О количественных критериях для расчленения макропроцессов на однородные периоды циркуляции. Труды ААНИИ, т. 377, 1981.
3. Лоренц Э. П. Природа и теория общей циркуляции атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1970.
4. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982.
5. Пановский Г., Брайер Г. Статистические методы в гидрометеорологии, Л.: Гидрометеоиздат, 1972.
6. Цветков А. В. Аннотированный перечень новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР. Обнинск, 1979,
7. Burg J. P. Maximum entropy spectral analysis. In: Proc. 37-th Meeting of the Society of Exploration Geophysicists. Oklahoma City, Ok. October 31, 1967.
8. Ulrych T. J., Burg J. P. Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition. — Rev. Geoph. Space Physics. Vol. 13, № 1, p. 183—200, 1975.

СОДЕРЖАНИЕ

Межвузовский сборник
научных трудов, вып. 82

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ

Редактор *Иващенко Т. В.*

Корректор *Ломакина Л. В.*

Сдано в набор 12.05.83. Подписано в печать 5.11.83. М-38640.
Формат бумаги 60×90[1]/16. Бум. тип. № 2. Лит. гарн. Печать высокая.
Печ. л. 9,7. Уч.-изд. л. 9,8. Темплан 1983 г., поз. 162. Зак. 182.
Тираж 300 экз. Цена 1 р. 50 к.

Типография ВСОК ВМФ

УДК 551.(576.1+509.33+513)

Облачность и осадки в тропической зоне на основе метода параметризации кучевой конвекции. Белов П. Н., Розанова Е. И. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 3—13 (ЛГМИ).

В статье излагаются основы метода параметризации кучевой конвекции. Приводятся и обсуждаются результаты расчетов высоты верхней границы облаков, а также ряда параметров конвекции по данным Атлантического тропического эксперимента. Результаты расчетов сопоставляются с данными наблюдений, что позволяет заключить о практической возможности расчетов облачности и осадков в тропической зоне на основе метода параметризации.

Табл. 1. Илл. 4. Библ. 8.

УДК 551.507.363.2

Зональные характеристики повторяемости облаков различных форм в переходные сезоны, полученные по спутниковым данным. Воробьев В. И. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 13—19 (ЛГМИ).

Приводятся и излагаются данные о зональной (по десятиградусным широтным зонам) повторяемости облачности конвективных и неконвективных форм и ясного неба в северном полушарии в переходные сезоны, полученные по пятилетнему ряду спутниковых наблюдений. Результаты сопоставляются с аналогичными данными за основные сезоны. Установлены существенные различия в годовом ходе повторяемости облаков различных форм над океанами и континентами.

Табл. 5. Библ. 4.

УДК 551.509.3

Прогноз поля ветра в нижней стратосфере в переменных Лагранжа с использованием гидродинамической и физико-статистической схем предвычисления. Панин Б. Д., Альтер-Залик Ю. Ж., Еремина Н. С., Кузнецов А. Д. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 19—26 (ЛГМИ).

Рассмотрена усовершенствованная схема физико-статистического прогноза полей вертра в переменных Лагранжа с использованием гидродинамического подхода на первые 48 часов. Дан анализ результатов численного эксперимента.

Табл. 4. Библ. 6.

УДК 551.509

Вычисление горизонтальных потоков тепла в атмосфере. Дикинис А. В., Кондратович К. В., Лавров Н. А., Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 26—30 (ЛГМИ).

В статье излагается методика расчета горизонтальных потоков тепла в атмосфере на основе использования стандартных гидрометеорологических и аэрологических наблюдений. Излагаемая методика позволяет получить весьма детальные сведения о потоках тепла над обширными районами земного шара.

Библ. 9.

УДК 551.509

Долгосрочный прогноз летних температур по данным зимних наблюдений. Тараканов Г. Г. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 30—35 (ЛГМИ).

В статье рассматривается способ прогноза летних температур по данным зимних наблюдений в Ленинграде. Способ основан на использовании народных примет и поговорок. Сведения, почерпнутые из них, трансформированы в количественные прогностические зависимости.

Табл. 3.

Статистическая коррекция численных прогнозов. Репинская Р. П. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 36—47 (ЛГМИ).

Предложена методика статистической интерпретации численных прогнозов барических полей в нижней тропосфере в терминах локального прогноза ветра у земли. Выбор наиболее информативных тест-предикторов осуществляется с помощью случайного поиска с адаптацией.

Илл. 1. Библ. 13.

УДК 551.509.313

Вариант объективного учета источников и стоков тепла в месячных прогнозах аномалий температуры воздуха. Русин И. Н. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 47—57 (ЛГМИ).

Рассматривается вопрос получения прогностических соотношений для месячных аномалий температур тропосферы и подстилающей поверхности на основе уравнений теплового баланса соответствующих слоев по данным о температуре океана, снеговой линии, влажности почвы.

Замыкание системы уравнений производится путем параметризационных зависимостей, используемых в настоящее время для оценки среднемесячных значений потоков тепла и массы. Показано, что на основе выведенных уравнений можно использовать результаты синоптического прогноза ожидаемого направления меридиональных переносов при количественной оценке температурных аномалий, соответствующих этому прогнозу.

Библ. 19.

УДК 551.509

Долгосрочный прогноз температуры воздуха и давления для северо-восточных районов Атлантики. Бауман И. А., Савичев А. И., Соболева Т. М., Карпусь О. В. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 57—65 (ЛГМИ).

Излагаются результаты опытных оперативных прогнозов для аномалий средней месячной температуры и давления в северо-восточных районах. Атлантики синоптико-статистическим методом, разработанным в ЛГМИ. Результаты оценки прогнозов аномалий температуры воздуха с заблаговременностью 3—5 месяцев свидетельствуют об устойчивости связей. Причем для холодной половины года $\rho = 0{,}41$, а для теплой $\rho = 0{,}29$.

Одновременно в работе рассматриваются результаты оперативных прогнозов аномалий температуры воздуха и давления с заблаговременностью около одного месяца, а также возможность использования новой методики прогноза аномалий температуры воздуха для более низких широт на основе объективной типизации аномалий температуры воздуха для Северной Атлантики, предложенной Е. А. Семенюк.

Табл. 3. Библ. 6.

УДК 551.509

Физические причины изменения давления. Рупперт Л. Л. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып 82, с. 65—70 (ЛГМИ).

Рассматриваются случаи горизонтального движения, возникающие в результате действия силы барического градиента, силы Кориолиса и силы трения. Учет силы трения дает возможность рассчитать отклонение ветра от изобар и подсчитать перенос воздуха в направлении высокого давления в передней части циклонов и тыловой части антициклонов.

Илл., 1. Табл. 1.

УДК 551.509

О влиянии упорядоченных вертикальных движений на скорость перемещения волн Россби. Клемин В. В. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 71—78 (ЛГМИ).

На основании уравнения Гельмгольца исследуется влияние упорядоченных вертикальных движений на скорость перемещения волн Россби. Используя теорию оптимизации, изложено решение задачи отыскания поля упорядоченных вертикальных движений на нижней границе атмосферы, обеспечивающих минимум фазовой скорости распространения волн Россби.

Библ. 5.

УДК 551.509.314+654.71.052

К вопросу о классфикации метеорологических объектов. Ременсон В. А. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 78—85 (ЛГМИ).

Рассматривается постановка задачи численной классификации метеорологических объектов в интересах отыскания скрытых закономерностей, разработки моделей прогнозов, климатического районирования заданной территории. Показаны трудности, которые могут встречаться на этом пути, и возможные направления их преодоления. На примере использования метода последовательной кластеризации для климатического районирования территории северного полушария по степени схожести вертикальных профилей температуры и плотности воздуха демонстрируются возможности численных классификаций.

Илл. 1. Библ. 18.

УДК 551.509.314+654.71.052.

Климатическое районирование северного полушария на основе статистических распределений количества облаков. Орлов А. И., Фадеев В. С. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 86—97 (ЛГМИ).

В статье приведены результаты климатического районирования облачного покрова северного полушария, полученные на основе сезонных статистических распределений количества облаков с использованием алгоритма последовательной кластеризации. Представлены сезонные карты однородных облачных районов и таблиц статистических характеристик для каждого района. Приводимые материалы могут быть использованы специалистами теоретической и прикладной климатологии, а также смежных областей знаний.

Табл. 4. Илл. 4. Библ. 17.

УДК 551.509.314:629.13

О типизации метеорологических ситуаций применительно к прогнозу сильных сдвигов ветра в нижнем слое атмосферы. Е н и к е е в а В. Д. Межвузовский сборник. «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 98—103 (ЛГМИ).

Рассматривается адаптивный алгоритм автоматической типизации метеорологических ситуаций. Анализируются результаты автоматической типизации полей приземного давления с целью выявления ситуаций, благоприятных для возникновения сильных сдвигов ветра. Указаны возможности использования типизации в прогностических целях.

Илл. 2. Библ. 11.

УДК 551.575.1:509.325

Численный метод прогноза радиационного тумана. Л у ш е в Ю. Г., Т е р т ы ш н и к о в А. В. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 103—113 (ЛГМИ).

Приводится физико-математическая модель радиационного тумана, учитывающая нестационарность процессов, фазовые притоки тепла и зависимость эффективного излучения земной поверхности от вертикальной мощности и водности тумана. Анализируются результаты расчета ряда вариантов задачи для различных условий турбулентного и радиационного режимов, а также результаты прогноза радиационного тумана на основе фактических исходных данных.

Илл. 3. Библ. 10.

УДК 551.509.313.576

Численная модель мезомасштабного прогноза облачности. С о л д а т е н к о С. А. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ. вып. 82, с. 113—119 (ЛГМИ).

Рассматривается постановка задачи мезомасштабного прогноза, основанного на интегрировании полных уравнений гидротермодинамики. Предусматривается учет орографии и неадиабатических факторов. Приводятся алгоритмы решения задачи и примеры их реализации.

Библ. 14.

УДК 551.501.776

Выбор закона распределения для аппроксимации общего количества облаков. Ш у с т е р Л. Г. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 119—126 (ЛГМИ).

Рассматривается возможность применения бета-распределения первого рода, семейства распределений S_L и S_B Джонсона, распределения Пирсона типа I для аппроксимации общего количества облаков. Изложена общая методика выбора закона распределения любой случайной величины, даны рекомендации по ее использованию применительно к облачности. Показана возможность преобразования U-образного распределения количества облаков с помощью несложной функции в распределение, близкое к нормальному.

Табл. 2. Илл. 3. Библ. 7.

УДК 551.509.314

Использование адаптивных алгоритмов в задачах динамико-статистического прогноза. Ч е р н ы й В. В. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 126—131 (ЛГМИ).

Рассматриваются возможности учета статистических связей между предиктантом и предикторами, найденных по фактическим и прогностическим данным, с целью повышения оправдываемости прогноза. Предложен адаптивный алгоритм такого учета.

Библ. 8.

УДК 551.558

Исследование устойчивости численного решения уравнений глубокой конвекции. Д у м е н к о В. И., К о з л о в В. Н. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 131—140 (ЛГМИ).

Рассмотрено применение метода дифференциальных приближений для оценки устойчивости численного решения уравнений глубокой конвекции в сухой атмосфере. Предложен метод оценки устойчивости конечно-разностной схемы, являющейся модификацией Хирта в соответствии с физическими условиями задачи. Оценивается возможность параметризации конвективных процессов при прогнозе погоды.

Илл. 2. Библ. 14.

УДК 551.509

Применение моделей авторегрессии для прогноза видимости с заблаговременностью до одного часа. Клепиков В. А., Финогеев Д. В. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 141—145 (ЛГМИ).

Приводится методика прогноза ограниченной видимости с заблаговременностью до одного часа с помощью малопараметрической модели авторегрессии. Методика позволяет учитывать сезон года (теплый, холодный), формы облачности (слоисто-дождевая, слоистая) и типы синоптического процесса (холодный фронт, теплый фронт, внутримассовый процесс). Проведено оценивание оптимальных параметров прогностической модели. Оценка успешности прогнозов производилась по контрольной выборке в сравнении с инерционным методом прогноза видимости.

Табл. 2. Библ. 9.

УДК 551.509

Аппроксимация вертикальных профилей метеорологических величин в тропосфере и стратосфере при помощи полиномов. Аникин А. Н. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 145—150 (ЛГМИ).

Рассматриваются возможности использования полиномов Чебышева, ортогональных на множестве равноотстоящих точек для аппроксимации вертикальных профилей температуры, давления и составляющих ветра с целью их малопараметрического представления. Проведенные расчеты для различных районов показали, что ортогональные полиномы Чебышева позволяют аппроксимировать вертикальные профили метеорологических величин с высокой степенью точности малым числом разложения. Показано, что точность аппроксимации значительно зависит от выбора алгоритма расчета аппроксимирующего полинома на ЭВМ.

Библ. 6.

УДК 551.509

Теоретико-информативный коэффициент корреляции в задаче выбора предикторов. Гербович Т. В. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 150—153 (ЛГМИ).

Обобщен опыт использования теоретико-информативного коэффициента корреляции в схемах прогноза на трое суток барического поля по району Средиземного моря и Северной Атлантики.

УДК 551.509

Предварительный выбор предикторов в целях долгосрочного прогноза погоды в Болгарии. Латинов Л. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 153—156 (ЛГМИ).

Дан анализ предикторов при долгосрочном прогнозе погоды по Болгарии.

Табл. 1.

УДК 551.509

Исследование чувствительности прогностических схем к возмущениям в граничных условиях. Макоско А. А. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 156—162 (ЛГМИ).

Исследуется вопрос о чувствительности схемы прогноза поля геопотенциала при различных граничных условиях.

Табл. 1. Илл. 1. Библ. 7.

УДК 551.5

К спектральному анализу обобщенных сферических гармоник зональной циркуляции в средней тропосфере. Цветков А. В., Кошкин А. Г. Межвузовский сборник «Метеорологические прогнозы», изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 162—167 (ЛГМИ).

В работе представлены результаты спектрального анализа рядов коэффициентов разложения полей геопотенциала H_{500} по обобщенным сферическим функциям в период с мая по июль 1970 г.

Наряду с традиционной оценкой спектральной плоскости мощности Блэкмена—Тьюки получена оценка методом максимальной энтропии, главным образом, при больших порядках модели авторегрессии (АР).

Показано, что удовлетворительное спектральное разрешение в низкочастотной области спектра, когда проводится анализ нестационарного процесса (наличие тренда), достигается при максимально допустимом порядке АР, равном половине длины выборки.

Амплитуда и фаза волны, которая аппроксимирует тренд, были оценены методом наименьших квадратов.

Для каждой из сферических гармоник зональной циркуляции определены колебания, по которым построены ряды, моделирующие исходные выборки.

Табл. 1, Библ. 8.
