

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

06
T-48

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ТРУДЫ

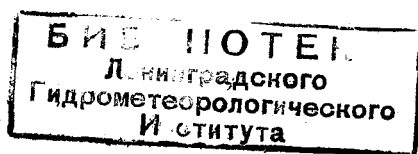
ВЫПУСК 34

ПРОБЛЕМЫ
АВИАЦИОННОЙ МЕТЕОРОЛОГИИ

225408

Под редакцией доцента канд. физ.-мат. наук С. В. СОЛОНИНА

Сборник I
работ Научно-исследовательского института
авиационной метеорологии



ЛЕНИНГРАД
1968

УДК 551.5:629.13+656.7.052

Одобрено Ученым советом Ленинградского гидрометеорологического института.

АННОТАЦИЯ

В сборнике опубликованы работы научных сотрудников Научно-исследовательского института авиационной метеорологии при ЛГМИ, посвященные некоторым актуальным проблемам авиационной метеорологии.

Рассматриваются различные аспекты рационального учета влияния ветра и температуры воздуха на полет самолета, особенности структуры полей метеорологических элементов применительно к задачам метеорологического обеспечения полетов современной и перспективной сверхзвуковой авиации, а также вопросы диагноза и прогноза болтанки самолетов.

Обсуждается вопрос о синтезе автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов.

Сборник рассчитан на научных работников и специалистов в области авиационной метеорологии, студентов и аспирантов гидрометеорологических вузов, а также на летный и штурманский состав ВВС и ГА.

123456789

С. В. Солонин

**О НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ АСПЕКТАХ
ПРОБЛЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО УЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ
И ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛЕЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ
ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ
АВИАЦИОННОЙ МЕТЕОРОЛОГИИ**

Обсуждаются вопросы оптимального учета физического состояния атмосферы при метеорологическом обеспечении полетов современных и перспективных самолетов. Подчеркивается необходимость использования при этом особенностей пространственной и временной структуры полей метеорологических элементов.

Введение

Последние годы характеризуются глубокими исследованиями по физике атмосферы и крупными достижениями в области практического применения численных методов анализа и прогноза погоды. Эти достижения в значительной степени обусловлены общим научным и техническим прогрессом и все возрастающей народнохозяйственной ролью метеорологии.

Большое влияние на развитие метеорологии оказали успехи авиации и ракетной техники, предъявивших новые более высокие требования к качеству и объему метеорологической информации, а также к скорости ее переработки. Впервые возникла острая необходимость детального исследования атмосферных процессов в глобальном масштабе и на самых различных уровнях (от приземного слоя до космических высот).

Современный уровень развития авиации позволяет серийным сверхзвуковым самолетам военной авиации производить полеты на высотах до 20 км со скоростями, в 1,5—2 раза превышающими скорость звука. Самолеты гражданской авиации совершают регулярные рейсы в верхней тропосфере и нижней стратосфере с дозвуковыми скоростями.

В настоящее время перед метеорологической наукой возникли новые сложные проблемы, поставленные быстро развивающимся сверхзвуковым воздушным транспортом. Вслед за сверхзвуковыми самолетами ВВС к 1970 г. в ряде стран планируется внедрение сверхзвуковых транспортных самолетов (СТС). Проекты таких самолетов разрабатываются в СССР (сверхзвуковой лайнер ТУ-144), США (Боинг-733, Локхид L-2000), Англии и Франции (англо-французский проект «Конкорд»).

Подобно тому как появление на воздушных трассах самолетов ТУ-104, ИЛ-18, АН-10 и других оказало большую услугу развитию метеорологии, значительно обогатив знания об атмосферных процессах в верхней тропосфере и нижней стратосфере, освоение стратосферы

сверхзвуковыми пассажирскими лайнерами явится новым, не менее плодотворным этапом в научных достижениях метеорологии.

Сейчас невозможно полностью предвидеть все последствия и изменения в методике метеорологического обеспечения полетов, которые вызовут СТС, однако, несомненно, они будут радикальными и далеко идущими... Это связано прежде всего с тем, что, во-первых, неизмеримо возрастет значение количественного учета физического состояния атмосферы в авиационной практике. Как показали исследования в интересах эксплуатации сверхзвуковых самолетов, проведенные в СССР и других странах, летно-технические характеристики самолетов с числом $M > 1$ варьируют в значительных пределах при изменении метеорологических условий. В связи с этим возникает задача оптимального учета полей метеорологических элементов при планировании и выполнении полетов.

Во-вторых, потребуется более быстрый, точный и полный анализ все возрастающего объема метеорологической информации, включая спутниковую.

В-третьих, появится необходимость в составлении специализированных (в самом глубоком понимании этого слова) прогнозов погоды для СТС.

Для решения перечисленных выше сложных задач метеорологическая наука уже сегодня располагает необходимой научной базой.

Прежде всего следует подчеркнуть исключительно большое значение трудов И. А. Кибеля, Е. Н. Блиновой, А. М. Обухова, Г. И. Марчука, А. С. Мониной, М. И. Юдина и многих других ведущих советских ученых для совершенствования методики метеорологического обеспечения перспективной авиации. Этими трудами создан фундамент для постановки и решения многих, самых разнообразных и важных задач авиационной практики.

Оперативные схемы краткосрочного прогноза погоды на основе бароклинических квазигеострофических моделей (исследования С. Л. Белоусова, П. К. Душкина и Е. Г. Ломоносова, М. И. Юдина, Б. Д. Успенского, П. Н. Белова, Е. П. Борисенкова, А. Ф. Дюбюка, И. З. Лутфулина, А. И. Бурцева и др.) позволяют выполнять на ЭЦВМ практически весь комплекс предварительных аэронавигационных расчетов и решать вариационные задачи с целью выбора оптимальных профиля и маршрута полета.

Перспективными для авиационной метеорологии являются также использование эмпирических функций в краткосрочном прогнозе погоды (А. М. Обухов, М. И. Юдин, Л. В. Руховец и др.), интегрирование полной системы прогностических уравнений (В. М. Кадышников, Г. И. Марчук и др.).

Для целей планирования полетов со значительной заблаговременностью и выполнения предварительных расчетов большое значение имеет разработка численных методов прогноза погоды малой заблаговременности и долгосрочных. В этом направлении советскими учеными достигнуты крупные теоретические и весьма обнадеживающие практические результаты. Решению этой проблемы посвящен ряд фундаментальных исследований Е. Н. Блиновой, А. М. Обухова, М. И. Юдина, А. С. Мониной, С. А. Машковича, Е. М. Добрышмана, Н. А. Багрова, Е. П. Борисенкова, Г. П. Курбаткина и др.

Использование метеорологической информации в инженерно-штурманских расчетах, выполняемых на ЭЦВМ, требует развития методики объективного анализа исходных полей метеорологических элементов. Эта проблема также успешно решается (исследования Л. С. Гандина,

Г. И. Марчука, С. А. Машковича, В. В. Быкова, Г. П. Курбаткина и др.).

При разработке алгоритма для принятия на ЭЦВМ решения на выполнение полета особое значение имеет развитие численных методов прогноза облачности, осадков, туманов, турбулентности и других метеорологических элементов (работы Л. Т. Матвеева, М. Е. Швеца, М. Е. Берлянда, Д. Л. Лайхтмана, В. А. Бугаева, Ш. А. Мусаеляна, Л. Г. Качурина и др.).

Теоретические исследования турбулентности (труды А. Н. Колмогорова, А. М. Обухова, А. С. Мониной, А. М. Яглома, М. И. Юдина, Д. Л. Лайхтмана, Л. Г. Лойцянского и др.) создали предпосылки для решения непосредственно проблемы диагноза и прогноза болтанки самолетов (исследования Н. З. Пинуса, И. Г. Пчелко, В. А. Джорджио, М. А. Петросянца, Н. И. Давыдова, А. С. Дубова и др.) с целью обеспечения безопасности полетов на различных высотах, включая стратосферные эшелоны.

Следует особо подчеркнуть важность для аэронавигационной практики изучения струйных течений и климатологических характеристик полей ветра и температуры воздуха (исследования Х. П. Погосяна, В. А. Бугаева, В. А. Джорджио, И. Г. Гутермана, А. С. Марченко, Г. Я. Наровлянского, А. Л. Каца, Н. В. Петренко, И. В. Ханевской).

Современная авиационная метеорология в своих исследованиях тесно соприкасается с аэродинамикой, аэронавигацией и другими авиационными дисциплинами и чутко реагирует на их запросы.

Эта особенность авиационной метеорологии проявляется, начиная с первых исследований в интересах аэронавигации, выполненных А. А. Фридманом.

В дальнейшем эта тенденция получила развитие в трудах А. П. Молчанова, М. И. Юдина, Н. З. Пинуса, А. М. Баранова, Г. И. Коган-Белецкого и др.

На постановку и решение многих важных проблем, находящихся на стыке метеорологии и навигации, очень большое влияние оказали труды Г. Ф. Молоканова [19—21]. Им выполнен ряд исследований (по методам барической навигации, определения оптимальных траекторий), которые одинаково важны как для развития авиационной метеорологии, так и для совершенствования аэронавигации.

В настоящей статье обсуждаются общие аспекты проблемы и отдельные результаты исследований автора по вопросам оптимального учета физического состояния атмосферы при метеорологическом обеспечении полетов современных и перспективных сверхзвуковых самолетов.

Основное направление исследований автора было одобрено в 1961 г. существовавшей тогда Координационной комиссией по авиационной метеорологии ГУГМС при Совете Министров СССР.

При выполнении работы мы стремились указать наиболее простые и легко реализуемые способы решения задач на основе учета физических особенностей структуры полей метеорологических элементов.

К постановке задачи об оптимальной стратегии (алгоритме управления) при метеорологическом обеспечении полетов

По мере развития и качественного улучшения метеорологической техники все более контрастным становится противоречие между достаточно высоким техническим уровнем отдельных видов метеорологических установок, приборов, комплексов, используемых авиационной метеорологической службой, и сравнительно примитивной методикой метеорологического обеспечения полетов в целом.

36 (Между тем в настоящее время имеются объективные предпосылки для ее коренного изменения. Современная математика и электроника позволяют вторгнуться в самые сокровенные области деятельности авиационного синоптика, которые до последнего времени основывались на его субъективном опыте и, казалось, не поддавались количественному учету и объективному выражению.

Применение математической логики (исчисления высказываний) дает возможность формализовать сложные мыслительные процессы, из которых складывается так называемое логическое мышление. Строго определенная система символов для обозначения высказываний или их составных частей, а также для различного рода операций, позволяет записать высказывания в виде формул. Применяя аксиомы и правила вывода соответствующего исчисления, можно получать формальным путем всевозможные логические следствия из любой заданной системы утверждений [5].

4 (Необходимо также подчеркнуть большие достижения в теории оптимальных процессов, которые для авиационной практики имеют особое значение. Математическая теория оптимального управления, созданная коллективом советских ученых во главе с академиком Л. С. Понтрягиным, является одним из крупнейших достижений современной математики и получила всемирное признание. Основные положения этой теории изложены в изданной в 1961 г. монографии Л. С. Понтрягина, В. Г. Болтянского, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко «Математическая теория оптимальных процессов» [26], удостоенной Ленинской премии. Большие заслуги в разработке теории оптимальных автоматических систем принадлежат одному из ее зачинателей А. А. Фельдбауму [38]. Крупные результаты по развитию математических методов решения задач теории оптимальных систем получены Н. Н. Красовским [11] и многими другими советскими учеными.

Все это представляет достаточный базис для решения проблемы автоматизации процесса метеорологического обеспечения полетов. К этому следует добавить, что современные управляющие машины универсального или специализированных типов позволяют реализовать самые разнообразные алгоритмы.

Структурная схема автоматической системы метеорологического обеспечения (управления) может быть абстрактно представлена в виде управляющего устройства и управляемого объекта.

Состояние управляемого объекта характеризуется управляемыми величинами (параметрами) $x_1, \dots, x_n$.

Эти величины удобно рассматривать в качестве координат вектора

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_n). \quad (1)$$

В таком случае вектор $\vec{x}$ называют выходным вектором или выходной величиной объекта.

Управляющие воздействия от управляющего устройства представим в виде вектора

$$\vec{v} = (v_1, \dots, v_r). \quad (2)$$

На вход управляющего устройства подается задающее воздействие z — инструкция, конкретизирующая цель управления.

В общем случае инструкция представляет собой вектор

$$\vec{z} = (z_1, \dots, z_n). \quad (3)$$

Так как при метеорологическом обеспечении полетов необходимо иметь информацию о координатах самолета и метеорологических усло-

виях, в которых совершается полет (экипаж постоянно поддерживает двухстороннюю связь с аэродромом вылета или посадки), то система автоматического метеорологического обеспечения полетов должна быть замкнута (управляющее устройство по линии обратной связи получает нужную информацию).

Если величина $\vec{x}$ не соответствует требованиям $\vec{z}$, то управляющее устройство оказывает соответствующее воздействие на управляемый объект (изменение эшелона, курса полета и т. д.), чтобы приблизить $\vec{x}$ к требованиям $\vec{z}$.

Отклонение вектора $\vec{x}$ от требований $\vec{z}$ может быть вызвано различными причинами, в частности изменением метеорологических условий на маршруте, не предусмотренным прогнозом.

С точки зрения теории автоматических систем непредвиденное изменение метеорологических условий, способное повлиять на траекторию полета, логично отождествить с возмущающим воздействием — помехой. Так как выполнение полета затрудняют целый ряд метеорологических явлений, то возмущающее воздействие обозначим в виде вектора

$$\vec{y} = (y_1, \dots, y_k). \quad (4)$$

Помехи могут быть вызваны также другими причинами, однако в данном случае, чтобы упростить изложение, мы не будем принимать их во внимание.

Метеорологическое обеспечение полетов должно предусматривать принятие наилучших решений, т. е. быть оптимальным. При выборе критериев оптимальности необходимо учитывать не только метеорологические, но и навигационные факторы. В связи с этим следует заметить, что автоматизация метеорологического обеспечения полетов должна решаться в комплексе с автоматизацией управления воздушным движением в целом.

Алгоритм управляющего устройства, если не налагать на него особых ограничений, определяется характеристиками объекта управления, требованиями, предъявляемыми к объекту управления, характером информации об управляемом объекте, поступающей в управляющее устройство.

Связь выходной величины $\vec{x}$ с входными величинами $\vec{v}$ и $\vec{y}$ символически можно записать в виде соотношения

$$\vec{x} = \vec{F}(\vec{v}, \vec{y}), \quad (5)$$

где $\vec{F}$ — оператор, выражающий закон соответствия между двумя множествами функций и задаваемый с помощью аналитических зависимостей, графиков, таблиц, предписаний.

Для довольно широкого класса аэронавигационных задач зависимость (5) можно задать в виде дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, \dots, x_n; v_1, \dots, v_r; y_1, \dots, y_k; t), \\ &\dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, \dots, x_n; v_1, \dots, v_r; y_1, \dots, y_k; t), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где f_i — в общем случае нелинейные функции координат и времени.

В векторной форме выражение (6) примет вид

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{f}(\vec{x}, \vec{v}, \vec{y}, t), \quad (7)$$

здесь $\vec{f} = (f_1, \dots, f_n)$ — вектор — функция векторов $\vec{x}, \vec{v}, \vec{y}$ и времени t

Уравнения (6) и (7) однозначно определяют вектор $\vec{x}(t)$, если известна вектор-функция $\vec{v}(t)$, а также заданы помехи $\vec{y}(t)$ и начальные условия

$$x_i^{(0)} = (x_i)_{t=0} \quad (i=1, \dots, n). \quad (8)$$

Методически удобно непредвиденные возмущения y_μ считать внешними воздействиями и в состав оператора $\vec{F}$ включать только возмущения, предполагаемые известными.

Воздействия возмущений y_μ могут быть аддитивными или параметрическими. В нелинейной системе трудно разграничить эти два типа воздействий [38].

При решении вопроса об автоматизации управления воздушным движением и метеорологического обеспечения полетов необходимо учитывать различного вида ограничения, которые могут быть обусловлены особенностями режима полетов по воздушным трассам страны, диапазоном допустимых изменений отдельных параметров, соображениями безопасности и т. д.

Таким образом, ограничения могут быть наложены как на управляющие воздействия v_j , так и на координаты $x_i (i=1, \dots, n)$ управляемого объекта.

Если рассматривать $\vec{v}$ — пространство (r — мерное пространство вектора $\vec{v}$), то ограничения символически можно записать в виде допустимой области этого пространства $\Omega(\vec{v})$

$$\vec{v} \in \Omega(\vec{v}). \quad (9)$$

Аналогично, вектор $\vec{x}$ ограничен в n -мерном $\vec{x}$ -пространстве некоторой допустимой областью $\Omega(\vec{x})$

$$\vec{x} \in \Omega(\vec{x}). \quad (10)$$

В наиболее общем случае функционалы L от $\vec{u}(t), \vec{x}(t)$ и $\vec{y}(t)$

$$L, [\vec{v}(t), \vec{x}(t), \vec{z}(t)] \in \Omega_v(L) \quad (v=1, \dots, l), \quad (11)$$

где $\Omega_v(L)$ — допустимая область изменения функционала L_v .

Случайные возмущения y_μ (случайный процесс) могут явно не фигурировать в условиях задачи, тем не менее, если $\vec{y}$ случайно, то при заданном векторе управления выходной вектор будет случайным процессом.

Целью управления является достижение экстремума величины J , называемой критерием оптимальности и являющейся функционалом. При этом в зависимости от требований задачи необходимо достичь максимум или минимум величины J .

В самом общем случае критерий оптимальности определяется задающим воздействием $\vec{z}$, выходной величиной $\vec{x}$, входными величинами $v, \vec{y}$ и временем t .

В частности, если требуется, чтобы величина J была максимальна, то функционал

$$J(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{v}, t) = \max \quad (12)$$

является аналитической формулировкой цели управления.

Перечислим некоторые классы частных задач, представляющих практический интерес для авиации: задача о полете на наибольшую (максимальную) дальность D ($J = -D_{\max}$); задача о подъеме на максимальную высоту H ($J = -H_{\max}$); задача о полете из одной точки пространства в другую за минимальное время T ($J = T_{\min}$); задача о полете с минимальным расходом топлива G_T ($J = G_{T \min}$).

Необходимо отметить, что нельзя добиться одновременного достижения экстремума для двух или более функционалов, так как экстремумы у различных функционалов не соответствуют одному и тому же значению совокупности определяющих их аргументов. Поэтому можно ставить задачу об экстремуме одного функционала, налагая при этом дополнительные условия на остальные функционалы. Сами по себе эти ограничения, вообще говоря, могут быть достаточно сложными.

Если подытожить сказанное выше, то станет очевидным, что информация об управляемом объекте должна содержать информацию об его операторе $\vec{F}$, информацию о возмущении $\vec{y}$, информацию о выходном векторе $\vec{x}$, информацию о цели управления, т. е. о функционале J , наконец, информацию о задающем воздействии $\vec{z}$.

Известно, что если все виды информации об управляемом объекте заданы заранее управляющему устройству, или она поступает в него в виде текущей информации, то такая система называется системой с полной информацией об объекте [38].

В автоматической навигационно-метеорологической системе информации об объекте не всегда будет полной, что существенно усложняет систему управления. Применение самонастраивающихся систем автоматического управления позволяет при недостаточной начальной информации обеспечить повышенное значение принятого критерия оптимальности по сравнению с самонастраивающимися системами.

Естественно, автоматическая система навигации и метеорологического обеспечения полетов может быть реализована в виде информационно-логической системы. Обобщенный алгоритм управления должен формироваться путем синтеза частных алгоритмов.

Важное значение в этом плане представляет задача определения оптимального процесса.

Предположим, что помехи отсутствуют, уравнения (6) являются уравнениями первого порядка, f_i — непрерывные и дифференцируемые по своим аргументам функции, $\vec{v}(t)$ — кусочнонепрерывная функция, удовлетворяющая ограничению (9). Определить оптимальный процесс в таком случае означает найти такое управление $\vec{v}(t)$ и соответствующее движение $\vec{x}(t)$ объекта, при котором изображающая точка $\vec{x}$ в фазовом пространстве из начального положения $\vec{x}^0$ переходит за время T в положение $\vec{x}^{(T)}$ ($\vec{x}^{(T)}$ принадлежит некоторому подмножеству E точек фазового пространства) по траектории, обеспечивающей минимум функционалу

$$J = \int_0^T P[\vec{x}(t), \vec{v}(t), t] dt, \quad (13)$$

где P — конечная и, как правило, положительная скалярная функция $\vec{x}, \vec{v}$ и t .

В частном случае, когда подмножество E вырождается в фиксированную точку $\vec{x}^{(T)}$, а время T заранее не фиксировано, приняв в формуле (13) $P=1$, получим $J=T$. Условие $J=\min$ превращается в условие $T=\min$, и, таким образом, приходим к задаче о максимальном быстродействии*.

Примером задачи о максимальном быстродействии может служить задача об определении траектории, обеспечивающей минимальное время полета самолета между двумя пунктами, впервые поставленная известным математиком Е. Цермело [53, 54].

Математические методы оптимизации и возможности их реализации при решении задач авиационной метеорологии

Целью управления, как отмечалось выше, является достижение экстремального значения функционала, обеспечивающего оптимальный режим полета.

Интерес к вопросам оптимального учета метеорологических условий при планировании и выполнении полетов имеет давнюю историю. Можно назвать большое число работ, в которых рассматриваются те или иные аспекты названной проблемы. Этим вопросам посвящены работы Е. Цермело [53, 54], Р. Мизеса [50], известного итальянского математика Леви-Чивита [49], Ф. Франка [46] и др. Однако работы перечисленных авторов не были доведены до практических приложений и представляли чисто научный интерес как примеры решения классическими методами сложных вариационных задач. Позднее были сделаны попытки внедрения отдельных теоретических результатов в авиационную практику [7, 19—21, 33—35, 40—42].

Широкое применение электронных вычислительных машин и разработка новых методов определения экстремальных значений функций позволяют поставить и решить новые задачи. Этим можно объяснить резко возросший интерес к исследованиям оптимальных режимов, проявляемый в СССР и за рубежом.

Развитие функционального анализа, теории оптимальных процессов, линейного и динамического программирования позволяет успешно решать многие вариационные задачи, которые раньше казались неразрешимыми.

Сложные вариационные задачи (особенно, когда отсутствует аналитическое выражение для исследуемой функции) могут решаться так называемым методом наискорейшего спуска (или наискорейшего подъема), «методом оврагов» (разработан И. М. Гельфандом и М. Л. Цейтлиным), линейного и динамического программирования, методом Л. С. Понтрягина, методом последовательного анализа вариантов и др. [2—5, 9, 11, 26, 27].

Тем не менее, как показывает анализ многих авиационно-метеорологических задач, нельзя добиться существенных результатов путем «слепого» применения математических методов без учета особенностей структуры полей метеорологических элементов и физических процессов, происходящих в атмосфере.

* Переходные процессы (процессы перехода из начального фазового состояния в предписанное конечное состояние) с наименьшим временем перехода называются оптимальными в смысле быстродействия [3].

Хорошим подтверждением этой мысли может служить высказывание одного из известных математиков, автора динамического программирования Р. Беллмана: «Трехмерная задача о траекториях, содержащая три переменные, характеризующие положение, и три переменные скорости, приводит при использовании динамического программирования к функциям от 6 фазовых переменных... Даже, если каждая из переменных может принимать только 10 различных значений, это составляет 10^6 значений, что представляется абсурдно большим числом» [18].

Заметим, что при решении многих задач авиационной метеорологии число переменных может существенно превышать названное Р. Беллманом.

Необходимо отметить, что при решении цикла задач, связанных с определением оптимальных режимов полетов самолета в реальных полях метеорологических элементов, весьма важно принимать во внимание особенности пространственной и временной структуры этих полей. Это позволяет существенно упростить многие задачи и довести их до практических приложений. В частности, как показывает анализ траектории полета самолета в барическом поле, очень большие преимущества получаются при использовании квазигеострофического приближения. При интегрировании дифференциальных уравнений траектории самолета в барическом поле с привлечением геострофических соотношений происходит переход в новое качество, обусловленное основным свойством крупномасштабных атмосферных движений — адаптацией поля давления к полю ветра [22, 25, 35, 39, 41].

При решении прикладных задач, связанных с определением оптимальных режимов при планировании полетов, большие преимущества получаются при применении нормального закона распределения вектора ветра в круговой форме и понятия эквивалентного ветра [6, 15, 21, 23, 52].

Нормальный закон распределения случайных величин может быть использован и при расчете климатических параметров других характеристик физического состояния атмосферы, которые необходимо принимать во внимание при планировании полетов. В первую очередь это касается температуры воздуха, влияющей на многие летно-технические показатели самолета (расход топлива, дальность полета и т. д.), особенно сверхзвукового.

Задача определения оптимального профиля полета существенно упрощается, если использовать понятия критического вертикального градиента ветра и эквивалентной аэродинамической температуры воздуха. При этом изучение особенностей пространственной структуры поля температуры позволяет применить «естественное осреднение».

Использование метода математической аналогии при определении траектории минимального времени полета в поле переменного ветра

Весьма эффективные методы решения задач оптимизации могут быть разработаны на основе метода математической аналогии. В частности, используя аналогию между распространением возбуждения в неоднородной анизотропной среде и самолетом, летящим в поле переменного ветра, нетрудно математически сформулировать известный графический метод изохрон, применяемый в авиационной практике, а также получить закон «преломления» оптимальной траектории полета, адекватный известному оптическому закону Снеллиуса.

На аналогию между распространением света и аэронавигационной задачей впервые указал Ф. Франк [46, 47]. В дальнейшем Р. Мизес [50]

предложил графический способ построения траектории минимального времени в предположении, что полет совершается на постоянной высоте и ветер не изменяется со временем. Однако, несмотря на кажущуюся простоту, графический способ Р. Мизеса удастся применить лишь для идеализированных полей ветра. Специально проведенные в 1957 г. под руководством автора Б. Т. Грушанским эксперименты показали, что даже при наличии трех-четырех различных ветровых областей возникают значительные технические трудности. Однако реальные поля ветра имеют более сложную структуру. Кроме того, необходимо учитывать не только анизотропность «среды», но и ее неоднородность и изменчивость во времени.

Действительно, скорость ветра в общем случае является функцией координат и времени

$$\vec{u} = \vec{u}(\vec{r}, t), \quad (14)$$

где $\vec{r}(x, y, z)$ — радиус-вектор, определяющий положение точки в трехмерном пространстве (x, y, z — проекции радиус-вектора на соответствующие оси прямоугольной системы координат):

Условие (14) характеризует неоднородность и изменчивость «среды» во времени. Так как влияние ветра на путевую скорость полета $\vec{W}$ зависит от угла ветра ϵ (угла между направлением воздушной трассы и направлением ветра), то по отношению к летящему самолету «среда» является не только неоднородной, но и анизотропной.

В геометрической оптике используется функция $Q(x, y, z)$, называемая эйконалом

$$\text{grad } Q = \vec{N}, \quad (15)$$

где $\vec{N}$ — лучевой вектор (вектор, перпендикулярный к волновой поверхности и имеющий модуль, равный показателю преломления).

В работах [33, 46] показано, что в соответствии с теоремой Малю [14], при полете по траектории минимального времени вектор $\vec{N}$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \vec{N} = \nabla n + \vec{s}(n - \vec{s} \nabla n) = & -\frac{1}{W^2} \left[\vec{u} + \frac{(\vec{s} \vec{u}) \vec{u}}{\sqrt{(\vec{s} \vec{u})^2 + V^2 - u^2}} + \right. \\ & \left. + \vec{s} \left\{ \frac{1}{W} + \frac{\vec{s}}{W^2} \left[\vec{u} + \frac{(\vec{s} \vec{u}) \vec{u}}{\sqrt{(\vec{s} \vec{u})^2 + V^2 - u^2}} \right] \right\} \right] = \frac{\vec{i}}{W_V}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\vec{s}$ и $\vec{i}$ — единичные векторы соответственно в направлении путевой и воздушной скоростей самолета V ; $W_{\vec{s}}$ — проекция путевой скорости на направление вектора воздушной скорости (продольной оси самолета).

На основе формулы (16) разработан и реализован на ЭЦВМ «Раздан-2» алгоритм получения оптимальных траекторий (см. статью «Некоторые результаты численного эксперимента по определению траекторий минимального времени полета в поле переменного ветра», помещенную в наст. сб., и работу [33]).

К аналогичным результатам можно прийти с несколько других позиций, используя задачу о распространении возбуждения в неоднородной и анизотропной среде, рассмотренную И. М. Гельфандом и С. В. Фоминым [4]. Каждая точка, до которой возбуждение дошло в момент времени t , с этого момента сама становится источником дальнейшего распространения возбуждения.

Это позволяет сформулировать задачу о полете самолета в кратчайшее время в самом общем виде следующим образом.

Пусть пространство, в котором летит самолет, представляет собой n -мерное многообразие X , в котором введена определенная система координат. Каждой точке x из X соответствует n чисел $x^1, x^2, \dots, x^n$.

Через фиксированную точку в X будет проходить совокупность всевозможных траекторий (гладких кривых)

$$x = x(s). \quad (17)$$

Тогда совокупность векторов, касательных к этим кривым в рассматриваемой точке

$$x' = \frac{dx}{ds}, \quad (18)$$

представляет собой n -мерное касательное линейное пространство $R(x)$.

Предложим, что $x(s)$ и $x(s+ds)$ — две близкие точки некоторой траектории

$$x = x(s).$$

Скорость самолета относительно земной поверхности зависит от x (координат самолета) и x' (направления полета).

Если обозначить через $f(x, x')$ величину, обратную путевой скорости, то время dt , за которое самолет перелетит из точки $x(s)$ в точку $x(s+ds)$, будет равно

$$dt = f(x, x') ds. \quad (19)$$

В данном случае $f(x, x')$ представляет собой «показатель преломления» траектории минимального времени полета.

Общее время, которое потребуется самолету, чтобы пролететь некоторый конечный путь между точками $x_1 = x(s_1)$ и $x_2 = x(s_2)$, равно

$$T = \int_{s_1}^{s_2} f(x, x') ds. \quad (20)$$

Минимум интеграла (20) даст продолжительность полета по траектории минимального времени. Естественно, минимум должен браться по всем кривым $x = x(s)$, соединяющим точки x_1 и x_2 .

Запишем уравнение изохроны в виде

$$F(x, t) = 0. \quad (21)$$

Найдем уравнение, которому удовлетворяет функция $F(x, t)$, описывающая изохрону, и уравнения траекторий минимального времени.

Рассмотрим поставленную задачу в терминах теории нормированных пространств.

В n -мерном линейном пространстве $R(x)$ введем норму. За норму примем

$$\|x'\| = f(x, x'). \quad (22)$$

Нетрудно показать, что функция $f(x, x')$ действительно обладает всеми свойствами нормы. Она неотрицательна, положительно однородна первой степени относительно x' , удовлетворяет условию строгой выпуклости [4].

Совокупность векторов линейного нормированного пространства $R(x)$, удовлетворяющих условию

$$\|x'\| \leq \alpha, \quad (23)$$

назовем сферой радиуса α в $R(x)$. Отсюда следует, что сфера радиуса α является областью пространства $R(x)$, которую пройдет за время t самолет, находящийся в начальный момент в точке x — в центре сферы.

Пространство линейных функционалов $\tilde{R}(x)$ на $R(x)$ представляет собой n -мерное пространство с векторами $k = (k_1, \dots, k_n)$, называемыми контраградиентными векторами из $R(x)$. Пространство $\tilde{R}(x)$ является сопряженным к $R(x)$.

В сопряженном пространстве норма вектора k

$$\|k\| = \sup_{x'} \frac{(k, x')}{\|x'\|}, \quad (24)$$

где $\sup$ берется по всем $x' \neq 0$ из $R(x)$, а функция (k, x') есть значение линейного функционала $k \in \tilde{R}(x)$ в точке $x' \in R(x)$.

Если обозначить норму элемента $k \in \tilde{R}(x)$ через $H(x, k)$, то, согласно определению,

$$H(x, k) = \sup_{x'} \frac{(k, x')}{f(x, x')}. \quad (25)$$

Переход от функции $f(x, x')$ к функции $H(x, k)$ в соответствии с формулой (25) означает преобразование Лежандра в параметрической форме [4].

Перейдем теперь к определению дифференциального уравнения, удовлетворяющего функции $F(x, t)$.

Согласно методике построения изохрон, каждая точка изохроны $F(x, t) = 0$ через промежуток времени dt сама «распространится» по сфере

$$f(x, dx) \leq dt. \quad (26)$$

Изохрона в момент $t + dt$ будет огибающей этих сфер. Поэтому эта огибающая (изохрона, отнесенная ко времени $t + dt$) определяется уравнением

$$F(x, t + dt) = 0. \quad (27)$$

Последнее означает, что гиперплоскость, касательная к поверхности $F(x, t + dt)$, является касательной и к некоторой сфере

$$f(x, dx) \leq dt, \quad (28)$$

центр которой находится в точке x , принадлежащей поверхности $F(x, t) = 0$.

Уравнение каждой гиперплоскости в пространстве $R(x)$ можно записать в виде

$$\sum_{i=1}^n k_i dx^i = \text{const}, \quad (29)$$

где $k = (k_1, \dots, k_n) \in \tilde{R}(x)$.

Соответственно, уравнение гиперплоскости, касательной к поверхности $F(x, t + dt) = 0$, имеет вид

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial x^i} dx^i = C. \quad (30)$$

Если гиперплоскость (30) является одновременно касательной к сфере радиуса dt с центром в точке x , то постоянная в выраже-

нии (30) равна радиусу сферы, умноженному на норму вектора $\left(\frac{\partial F}{\partial x^1}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x^n}\right)$, т. е. на $H\left(x, \frac{\partial F}{\partial x^i}\right)$, и уравнение гиперплоскости примет вид

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial x^i} dx^i = H\left(x, \frac{\partial F}{\partial x^i}\right) dt. \quad (31)$$

Воспользовавшись уравнением (21), предварительно продифференцировав его и подставив полученное выражение в уравнение (31), окончательно будем иметь

$$\frac{\partial F}{\partial t} + H\left(x, \frac{\partial F}{\partial x^i}\right) = 0. \quad (32)$$

Уравнение (32) является уравнением Гамильтона — Якоби и описывает изменение положения изохроны со временем.

Полный интеграл уравнения Гамильтона — Якоби зависит от n параметров и определяет $(n+1)$ — параметрическое семейство изохрон

$$F(x, t, a_1, \dots, a_n) = 0.$$

В свою очередь семейство изохрон определяет $(2n-1)$ — параметрическое семейство оптимальных траекторий самолета.

Для того чтобы получить уравнение траектории минимального времени полета, примем за параметр вдоль каждой из оптимальных траекторий время t . Тогда норма вектора $\frac{dx}{dt}$ тождественно равна единице, и, согласно выражению (31), в каждой точке x вектор $\frac{dx}{dt}$, касательный к траектории минимального времени, связан с ковариантным вектором k соотношением

$$\sum_{i=1}^n k_i \frac{dx^i}{dt} = H(x, k). \quad (33)$$

В сопряженном пространстве для любого другого вектора k

$$\sum_{i=1}^n k_i \frac{dx^i}{dt} \leq H(x, k).$$

Таким образом, вдоль оптимальной траектории, когда k определяет гиперплоскость, касательную к изохроне,

$$\frac{\partial}{\partial k_i} \left[\sum_{i=1}^n k_i \frac{dx^i}{dt} - H(x, k) \right] = 0, \quad (34)$$

или

$$\frac{dx^i}{dt} = \frac{\partial H(x, k)}{\partial k_i}.$$

Система уравнений (34) представляет собой n обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка с $2n$ неизвестными функциями $x^1, \dots, x^n$ и $k_1, \dots, k_n$. Привлекая для замыкания системы уравнение Гамильтона — Якоби, получим возможность полностью описать траектории минимального времени полета.

Некоторые результаты экспериментальной проверки точности барических методов

Так как в основу барических методов положены соотношения, полученные теоретическим путем, для проверки их справедливости была разработана и реализована специальная программа экспериментальных исследований.

Программой были предусмотрены исследовательские полеты на рейсовых самолетах, а также на самолете «летающая лаборатория». Методика исследовательских полетов автора на самолетах-лидерах Ту-104 в 1958 г. и на рейсовых самолетах по трассам Москва—Ленинград, Ленинград—Киев на самолетах Ту-104 в 1960 г., а также на самолетах Ту-114 и Ту-104 в 1963 г. с участием специалистов ГосНИИ ГА (ведущий инженер Н. А. Титов [32]) практически ничем не отличалась.

Перед выполнением каждого исследовательского полета проводилась наземная подготовка, включающая анализ высотных карт барической топографии AT_{400} , AT_{300} и AT_{200} мб (фактических и прогностических), вертикальных разрезов атмосферы по трассе, струйных течений и тропопаузы.

На основании анализа всего аэросиноптического материала производился расчет углов сноса (поправок в курс) самолета для отдельных участков трасс.

Для облегчения выполнения расчетов углов сноса барическим методом использовалась номограмма [35].

Перед полетом экипажу вручался бланк с расчетными значениями углов сноса на отдельных участках трассы, полученными барическим методом. При этом обращалось внимание штурмана на необходимость более тщательных определений углов сноса в полете с использованием всех имеющихся на самолете аэронавигационных средств.

Во время полета рейсового самолета самолетовождение выполнялось в строгом соответствии с НПС ГА.

При полетах специалистов ГосНИИ ГА участники летного исследования непрерывно проводили полный комплекс визуальных и инструментальных метеорологических наблюдений, поскольку наряду с проверкой барического метода решались другие метеорологические задачи [32].

Полеты происходили в разное время суток и на высотах 7000, 8000, 9000, 10000 м.

В полете регистрировались температура наружного воздуха с учетом динамического нагрева, магнитный курс, высота, путевая и воздушная скорости и т. д.

При камеральной обработке результатов исследовательских полетов привлекался весь комплекс аэросиноптического материала. При анализе материалов обращалось внимание на достаточную освещенность трассы метеорологическими данными. В расчет принимались только такие измерения, которые были обеспечены метеорологической информацией, необходимой для научных обобщений.

Остановимся на некоторых результатах экспериментальной проверки барического метода на воздушных трассах. Анализ результатов расчетов и их сравнение с фактическими данными показал, что в целом обнаруживается удовлетворительное согласие между углами сноса (поправками в курс), определенными в полете на отдельных этапах, и рассчитанными барическим методом перед вылетом самолета или при последующей камеральной обработке аэросиноптического материала.

Точность барических методов зависит от промежутка времени

между радиозондированием атмосферы и измерениями в полете. Это различие в точности видно из табл. 1 и 2, полученных на основе обработки данных полетов 1958 г.

Таблица 1

Повторяемость различных градаций ошибок при сравнении фактических углов сноса с вычисленными по данным менее 6-часовой давности

Градации ошибок, град	0-2	3-4	5-6	6	Всего
Число случаев	103	40	10	5	158
Повторяемость, %	65,2	25,3	6,3	3,2	100

Таблица 2

Повторяемость различных градаций ошибок при сравнении фактических углов сноса с вычисленными по данным более 6-часовой давности

Градации ошибок, град	0-2	3-4	5-6	6	Всего
Число случаев	108	63	19	6	196
Повторяемость, %	55,1	32,2	9,7	3,0	100

Аналогичные результаты получились при анализе материалов последующих серий исследовательских полетов, а также в полетах, выполненных специалистами ГосНИИ ГА [32]. Так, при выполнении расчетов по ближайшей по времени карте барической топографии (в том числе 6-часовой давности) по данным полетов ГосНИИ ГА в 58% случаев величина ошибок в определении угла сноса не превышает 2°, а повторяемость ошибок более 6° составляет менее 5% (табл. 3).

Таблица 3

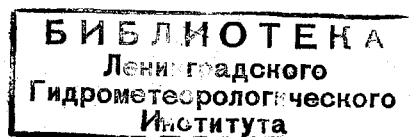
Повторяемость различных градаций ошибок при определении углов сноса барическим методом по данным серий полетов ГосНИИ ГА

Градации ошибок, град	0-2	3-4	5-6	6	Всего
Число случаев	71	31	15	6	123
Повторяемость, %	57,8	25,2	12,2	4,8	100

Наибольшие погрешности расчетов углов сноса вызваны использованием карт барической топографии за сроки, по времени намного отличающиеся от времени полета, применением барического метода при режиме набора высоты и снижения (неустановившиеся режимы полета), недостаточной освещенностью метеорологической информацией отдельных участков трассы, а также погрешностями инструментальных методов, применяемых на самолетах.

Отдельные значительные расхождения фактических и расчетных значений углов сноса могут быть объяснены эффектом «нулевого слоя», так как на ряде участков полет выполнялся на уровне максимального ветра. Согласно Фаусту [45] и другим авторам [30], в этом случае агеострофические отклонения максимальны.

Поскольку на практике не всегда возможно добиться такого положения, когда все рейсы будут обеспечены самыми «свежими» данными радиозондирования, так как в настоящее время выпуск радиозондов



925408

проводится не более 4 раз в сутки, то представляет несомненный интерес использование прогностических карт барической топографии уровней, совпадающих с эшелонами полетов самолетов.

В процессе исследования была дана оценка точности расчетов углов сноса барическим методом по прогностическим картам. Оно показало, что использование прогностических карт дает наибольшую точность расчетов углов сноса.

При расчетах по прогностическим картам в 70% случаев величина ошибок в угле сноса не превышает 2°.

Была сделана оценка точности барического метода в зависимости от формы барического поля, кривизны изогипс и наличия струйных течений (табл. 4, 5).

Таблица 4

Повторяемость различных градаций ошибок при определении углов сноса в зависимости от кривизны изогипс

Характер кривизны изогипс	Циклоническая кривизна					Прямолинейные изогипсы					Антициклоническая кривизна				
	0-2	3-4	5-6	6	Всего	0-2	3-4	5-6	6	Всего	0-2	3-4	5-6	6	Всего
Число случаев	62	32	9	5	108	56	30	7	2	95	41	15	4	2	62
Повторяемость, %	57,4	29,7	8,3	4,6	100	59	31,6	7,4	2,0	100	66,2	24,2	6,4	3,2	100

Из табл. 4 видно, что наибольшая точность расчетов имеет место при антициклонической кривизне изогипс, несколько меньшая при прямолинейных изогипсах и еще меньше при циклонической кривизне. Эта зависимость точности метода от кривизны изогипс может быть физически объяснена. При циклонической кривизне изогипс действительная скорость ветра меньше геострофической.

Прослеживается некоторая связь точности барического метода со струйными течениями (табл. 5).

Таблица 5

Повторяемость различных градаций ошибок в зависимости от струйных течений

Условия полета	В струйном течении					Вне струйного течения				
	0-2	3-4	5-6	6	Всего	0-2	3-4	5-6	6	Всего
Число случаев	74	41	8	5	128	85	38	10	4	137
Повторяемость, %	57,8	32	6,3	3,9	100	62,1	27,7	7,3	2,9	100

При полетах в струйных течениях точность несколько меньше, чем вне струйного течения. Последнее можно объяснить тем, что в струйном течении в верхней тропосфере должны наблюдаться большие агеострофические составляющие скорости ветра [51].

Средняя квадратическая ошибка определения угла сноса барическим методом по материалам всех серий полетов составила 3°,2. По данным Г. Ф. Молоканова, средняя квадратическая ошибка измерения угла сноса оптическим прицелом визированием вперед при тщательной работе штурмана составляет $\pm 1,5 \div 2,0$, а при помощи радиолокационной станции $\pm 2 \div 3^\circ$.

Все это позволяет сделать вывод, что проведенное исследование барического метода расчета углов сноса свидетельствует о возможности использования квазигеострофического приближения в практике самолетовождения. Основные теоретические положения барического метода в целом подтверждаются всем комплексом материалов, полученных в исследовательских полетах.

Точность барического метода расчета углов сноса в большинстве случаев близка к точности определения угла сноса обычными аэронавигационными методами.

Наибольшие преимущества барического метода проявляются на участках большой протяженности и в районах, слабо освещенных в метеорологическом отношении. С этой точки зрения, значительные преимущества имеют барические методы при полетах по межконтинентальным воздушным трассам.

Отдельные значительные расхождения между фактическими и расчетными значениями углов сноса могут быть объяснены также погрешностями аэронавигационных измерений и эффектом «нулевого слоя», поскольку на ряде участков трасс полет выполнялся на уровне максимального ветра.

Подтверждением достаточной точности барических методов могут служить также результаты расчетов траектории минимального времени полета на основе использования квазигеострофического приближения [35].

Некоторые дополнительные сведения о результатах экспериментальной проверки барических методов приведены в совместной работе Н. А. Титова и автора [32].

Влияние температурного поля стратосферы на полет сверхзвукового самолета и связанные с ним новые задачи

Вопросы, связанные с проявлением влияния поля температуры на полет сверхзвукового самолета, в общей постановке рассмотрены в работе [1], а также подробно обсуждаются во многих исследованиях.

Эти исследования показывают, что температура воздуха имеет особое значение для сверхзвукового самолета. Летно-технические характеристики перспективных сверхзвуковых пассажирских самолетов должны в больших пределах варьировать в связи с изменением температурного режима стратосферы. Поскольку все аэродинамические расчеты для самолетов и двигателей производятся по стандартным значениям различных метеорологических элементов, то это обстоятельство необходимо принимать во внимание при разработке методики метеорологического обеспечения СТС.

Особенно сильно температура воздуха влияет на условия разгона самолета и переход самолета на сверхзвуковой режим, на время выхода на заданный эшелон и расход топлива, на предельно допустимую высоту полета, гарантирующую безопасность полета. Последнее следует из распределения температуры воздуха в стратосфере и профиля полета сверхзвукового самолета при выходе на заданный эшелон или на высоту потолка.

Для оценки степени влияния температурного режима на выполнение полета в стратосфере автором было проведено специальное исследование межсуточной изменчивости и положительных отклонений температуры воздуха от СА в различное время года на уровне 100 мб в пунктах: Москва, Свердловск, Иркутск, Хабаровск, Мурманск, Симферополь, Ташкент, Новосибирск.

По данным радиозондирования за 1958—1961 гг. для перечисленных пунктов максимальное положительное отклонение температуры от СА на уровне 100 мб (16 км) равнялось 19,7°С, а максимальное отрицательное отклонение 17,1°С. Анализ поля температуры на уровне 100 мб показал, что в большинстве случаев температура на этой высоте значительно отличается от стандартной и только в 98 случаях (что составляет 10,4% от общего количества наблюдений) температура на уровне 100 мб равнялась стандартному значению. Положительные и отрицательные отклонения температуры от СА на уровне 100 мб практически встречаются одинаково часто. Например, по данным исследования повторяемость положительных отклонений температуры воздуха от СА составляет 42,7%, а отрицательных — 46,9%.

По-видимому, при осуществлении регулярных рейсов в стратосфере сверхзвуковые пассажирские самолеты могут встретить более значительные вариации температуры (как во времени, так и в пространстве). В подтверждение этой мысли приведем данные об изменчивости температуры воздуха по межконтинентальным воздушным трассам. Так, по воздушной трассе Москва—Гавана на уровне 100 мб 3 января 1966 г. изменение температуры воздуха составило 29°, 28 февраля 1966 г. — 28°; по воздушной трассе Москва—Токио 26 июля 1965 г. — 24°. Такие вариации температуры воздуха должны приводить к очень большим колебаниям числа Маха и всех важнейших летных характеристик сверхзвукового самолета.

Особенно сильно зависят от температурного режима стратосферы потолок и максимально допустимая безопасная высота полета, между которыми имеется взаимное однозначное соответствие. В связи с этим возникает, в общем, довольно сложная задача оценки в метеорологической практике влияния температуры воздуха на максимально допустимую безопасную высоту (потолок) полета.

Для определения потолка необходимо проинтегрировать уравнение продольного движения самолета, принимая во внимание при этом изменение с высотой температуры, плотности воздуха, числа Маха и других характеристик.

Математически эта задача предельно упрощается, если воспользоваться введенным автором понятием эквивалентной аэродинамической температуры воздуха. Эквивалентной аэродинамической температурой воздуха называется расчетная температура воздуха, которая оказывает такое же влияние на условия набора высоты и высоту потолка, как реальное распределение температуры воздуха. Выражение для эквивалентной аэродинамической температуры воздуха можно получить на основе интегрального представления известных формул приведения [1]. При этом необходимо принимать во внимание, что на каждом исследуемом уровне значение некоторой заданной функции от давления и температуры воздуха $F(p, T)$ должно быть одинаковым в реальных условиях и на условной высоте в СА, а именно:

$$F(p, T) = F(p_{ст}, T_{ст}),$$

где F — значение некоторой заданной функции.

Для определения эквивалентной аэродинамической температуры воздуха необходимо иметь подробную информацию о распределении температуры воздуха в слое от уровня разгона самолета до высоты потолка. Однако, как известно, сведения о температуре воздуха на больших высотах передаются обычно через 1,5—2,5 км.

Тем не менее этот недостаток можно преодолеть на основе исполь-

зования особенностей вертикальной структуры поля температуры воздуха в стратосфере.

Совместный анализ данных температурно-ветрового зондирования и материалов 975 полетов самолетов до предельно больших высот в течение 1963—1966 гг., выполненный под руководством автора аспирантом О. Г. Богаткиным, позволил установить, что за квазиэквивалентную аэродинамическую температуру можно принять температуру воздуха на уровне 100 мб. Между температурой воздуха на этом уровне, скоростью полета (числом Маха) и максимально допустимой безопасной высотой полета имеется практически однозначная связь. Хотя эта связь была установлена на материале полетов конкретного типа самолета, тем не менее ее вполне можно распространить и на проектируемые перспективные сверхзвуковые самолеты, имеющие потолок в СА до 20 000 м и скорость полета до 2000 км/час. Это обусловлено тем, что физика влияния температуры воздуха на силу тяги тождественна для всех самолетов с воздушно-реактивными двигателями [1].

В табл. 6 представлены результаты оценки влияния температуры воздуха на высоту потолка (z) гипотетического сверхзвукового самолета, имеющего потолок 20 000 м и скорость полета 2000 км/час.

Анализ табличных данных хорошо иллюстрирует ранее высказанное утверждение о важности учета температуры воздуха в стратосфере для решения задачи безопасности полетов проектируемых сверхзвуковых транспортных самолетов. Из таблицы видно, что максимальное изменение высоты потолка, а следовательно, и максимально допустимой безопасной высоты полета, превышает 3000 м.

Таблица 6

Экстремальные значения высоты потолка и его колебаний для гипотетического самолета по материалам зондирования за 1958—1961 гг.

Пункты	Температура, °C			Потолок, м		
	макс.	мин.	ΔT	$z_{\text{мин}}$	$z_{\text{макс}}$	Δz_n
Москва	—44,2	—73,2	29,0	18 500	21 500	3000
Свердловск	—45,6	—73,6	28,0	18 600	21 550	2950
Иркутск	—43,1	—69,7	26,6	18 400	21 200	2800
Хабаровск	—36,8	—62,0	25,2	17 300	20 300	3000
Мурманск	—41,5	—70,0	28,5	18 000	21 200	3200
Симферополь	—44,7	—68,3	23,6	18 500	21 000	2500
Ташкент	—57,2	—70,3	13,1	20 200	21 200	1000

При оценке колебаний потолка за счет пространственной изменчивости температуры воздуха по воздушным трассам Москва—Нью-Йорк, Москва—Гавана, Москва—Монреаль, Москва—Токио было установлено, что максимальные изменения максимально допустимой безопасной высоты в процессе полета за счет пространственной изменчивости температуры воздуха достигают 2,5—3 км. Неучет температурного фактора при этом, естественно, может привести к весьма тяжелым последствиям.

Для самолетов, имеющих более высокий потолок (до 30 км), в качестве квазиэквивалентной температуры можно принять температуру воздуха на уровне 50 мб.

Изменение температуры воздуха в стратосфере вызывает большие вариации многих других параметров, определяющих условия полетов. В частности, значительные изменения претерпевает число Маха. Как известно, число Маха является критерием подобия по сжимаемости воздуха и входит в формулы воздушной скорости самолета, силы тяги двигателя и т. д.

Большие отклонения температуры воздуха от стандартных значений, обусловленные стратосферными потеплениями и ее пространственной изменчивостью, позволяют сформулировать ряд интересных и практически важных вариационных задач. На рассмотрении одной из них мы остановимся ниже.

Так как для сверхзвукового самолета влияние температуры воздуха на все летно-технические характеристики может оказаться более существенным, чем других метеорологических элементов, поэтому представляет интерес сформулировать вариационную задачу об оптимальной траектории (например, по расходу топлива) в температурном поле.

Поскольку поле температуры неоднородно, но изотропно, то данная задача в принципе значительно проще аналогичной задачи о траектории минимального времени полета в поле переменного ветра.

Потребное для выполнения полета количество топлива без учета анизотропного поля ветра можно рассматривать в виде функционала вида:

$$G_T = F[\bar{x}(t)]. \quad (35)$$

Для того, чтобы вещественный функционал F имел минимум на оптимальной траектории $\bar{x}(t)$, необходимо выполнить условие

$$F'[\bar{x}(t), a] = 0, \quad (36)$$

т. е. чтобы в соответствующей области функция (от a) $F'[\bar{x}(t), a]$ обращалась тождественно в нуль.

Для установления, представляет ли такое решение $\bar{x}$ максимум или минимум или экстремума нет, аналитический функционал необходимо разложить в ряд, аналогичный ряду Тейлора:

$$F[\bar{x}(t) + \varepsilon \varphi(t)] = F[\bar{x}(t)] + \varepsilon E_1 + \frac{1}{2!} \varepsilon^2 E_2 + \dots = f(\varepsilon).$$

В силу условия (36) E_1 должно быть равно нулю, поэтому для существования максимума или минимума достаточно, чтобы функционал (целый и однородный) второй степени принимал только вещественные значения и сохранял постоянство знака на любой вещественной функции $\varphi(t)$ из области, в которой разложение справедливо.

Из условия (36) автоматически получаются не только известные уравнения Эйлера, но и граничные условия.

При совместном учете влияния ветра и температуры воздуха задача существенно усложняется. Однако использование понятия скомпенсированного на температуру воздуха эквивалентного ветра позволяет свести ее к задаче, рассмотренной ранее.

Предположим, что при изменении температуры воздуха на 1° относительное изменение дальности полета равно η .

$$\text{Тогда} \quad dL = -\eta L dT. \quad (37)$$

Проинтегрируем (37) от $L_{\text{ст}}$ до L

$$\int_{L_{\text{ст}}}^L \frac{dL}{L} = \int_{T_{\text{ст}}}^T -\eta dT. \quad (38)$$

Отсюда получаем

$$L = L_{\text{ст}} e^{-\eta(T - T_{\text{ст}})}.$$

Если принять во внимание связь между часовым расходом топлива и температурой воздуха, рассмотренную автором в работе [1], то после

весьма элементарных преобразований можно записать выражение для температурной добавки к эквивалентному ветру по маршруту

$$w_T = \eta V (\bar{T} - T_{ст}), \quad (39)$$

где η — размерный коэффициент, ранее входивший под знак интеграла.

Поле температурной добавки к ветру изотропно, поэтому совместный учет температурного и ветрового факторов не вносит каких-либо принципиальных изменений в постановку и решение задачи об оптимальной траектории полета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов А. М., Мазурин Н. И., Солонин С. В., Янковский И. А. Авиационная метеорология. Гидрометеониздат, Л., 1966.
2. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О. Некоторые вопросы математической теории процессов управления. ИЛ, М., 1962.
3. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. Изд-во «Наука», М., 1966.
4. Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление. Физматгиз, М., 1961.
5. Глушков В. М. Введение в кибернетику. Изд-во АН УССР, Киев, 1964.
6. Гутерман И. Г. Распределение ветра над Северным полушарием. Гидрометеониздат, Л., 1965.
7. Джордж Дж. Прогноз погоды для авиации. Гидрометеониздат, Л., 1966.
8. Дитчберн Р. Физическая оптика. Изд-во «Наука», М., 1965.
9. Зубов В. И. Теория оптимального управления судном и другими подвижными объектами. Изд-во «Судостроение», Л., 1966.
10. Кибель И. А. О приспособлении движения воздуха к геострофическому. ДАН СССР, 104, № 1, 1955.
11. Красовский Н. Н. Об одной задаче оптимального регулирования. Прикладная математика и механика, т. 21, № 5, 1957.
12. Кузнецов Е. С. Закон распределения случайного вектора. ДАН СССР, № 3-4, 1935.
13. Ландсберг Г. С. Оптика. Гостехтеориздат, М., 1957.
14. Маделунг Э. Математический аппарат физики. Физматгиз, М., 1960.
15. Марченко А. С. Определение некоторых климатических характеристик ветра расчетным путем. Метеорология и гидрология, № 4, 1962.
16. Марченко А. С. Влияние эллиптичности рассеивания вектора ветра на климатические характеристики эквивалентного ветра. Труды НИИАК, вып. 25, 1964.
17. Марченко А. С. Круговая и эллиптическая форма двумерного нормального закона в аэроклиматологии ветра. Труды НИИАК, вып. 25, 1964.
18. Методы оптимизации с приложениями к механике космического полета. Под ред. Дж. Лейтмана. Изд-во «Наука», М., 1963.
19. Молоканов Г. Ф. Учет ветра в дальних полетах. Воениздат, М., 1957.
20. Молоканов Г. Ф. О законе управления самолетом, перелетающим из одного пункта в другой в кратчайшее время. Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, № 1, 1966.
21. Молоканов Г. Ф. Точность и надежность навигации летательных аппаратов. Машгиз, М., 1967.
22. Монин А. С. Изменение давления в бароклинной атмосфере. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 1958.
23. Наровлянский Г. Я. Авиационная климатология. Гидрометеониздат, Л., 1962.
24. Наровлянский Г. Я., Солонин С. В. Эквивалентный ветер и методы его расчета. Гидрометеониздат, Л., 1962.
25. Обухов А. М. К вопросу о геострофическом ветре. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 4, 1949.
26. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Физматгиз, М., 1961.
27. Робертс С. Динамическое программирование в процессах химической технологии и методы управления. Изд-во «Мир», М., 1965.
28. Солонин С. В., Либерман Ю. М. Исследования применимости нормального закона распределения случайных величин для получения режимных характеристик ветра в свободной атмосфере. Сб. «Проблемы физики атмосферы», I. Изд. ЛГУ, Л., 1963.

29. Солонин С. В. Расчет климатических и навигационно-метеорологических характеристик ветра с использованием методов математической статистики. Труды ЛГМИ, вып. 19, 1963.
30. Солонин С. В., Мальцева А. А., Ружило В. С. Исследование агеострофических отклонений ветра по экспериментальным данным. Труды ЛГМИ, вып. 19, 1963.
31. Солонин С. В. О применимости нормального кругового закона распределения случайных величин при расчете режимных и навигационно-метеорологических характеристик ветра. Труды НИИАК, вып. 25, 1964.
32. Солонин С. В., Титов Н. А. О некоторых результатах летно-экспериментального исследования барического метода на рейсовых самолетах. Труды ГОСНИИ ГА, вып. 40, 1967.
- 33. Солонин С. В. О применении принципа Ферма при определении траектории минимального времени полета самолета. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
34. Солонин С. В. О перспективах автоматизации метеорологического обеспечения полетов. Труды ЛГМИ, вып. 29, 1967.
- 35. Солонин С. В. Использование квазигеострофического приближения при решении задач, связанных с необходимостью учета влияния ветра на полет самолета. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
36. Солонин С. В. О влиянии эллиптичности в распределении случайного вектора на результаты расчета климатических характеристик эквивалентного ветра. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
37. Тихонов В. И. Выбросы случайных процессов. АН СССР, Успехи физических наук, вып. 3, июль, 1962.
38. Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. Изд-во «Наука», М., 1966.
39. Юдин М. И. Новые методы и проблемы краткосрочного прогноза погоды. Гидрометеиздат, Л., 1963.
40. Arrow K. I. On the use of winds in flight planning. Journ. Met., vol. 6, 1949.
41. Bellamy I. C. The use of pressure altitude and altimeter corrections in meteorology. Journ. Met., vol. 2, № 1, 1945.
42. Bessémoulin I. and Pöne R. Determination des routes aériennes á dureté minimum. In. Sci. Met., vol. 1, 1949.
43. Brooks C. E. P., Durst C. S., Carruthers N. Upper winds over the world. Part I. Q. J. R. M. 72, 1946.
44. Crutcher H. L. Route equivalent winds. B. A. M. S., vol. 37, № 1, 1956.
45. Faust H. Die Nullschicht der Sitz des troposphärischea Wind maximums. Met. Rundschau, № 1-2, 1963.
46. Frank P. Die schnellste Flugverbindung zwischen zwei Punkten. Zeitschrift für angew. Mathematik und Mechanik. Bd. 13, 1933.
47. Frank P. Zeitschrift für Phys. Bd. 80, 1933.
48. Graystone B. A. Equivalent headwinds at heights of 30 000 ft and 40 000 ft along air routes. Met. Rep. № 20, London, 1958.
49. Levi-Civita T. Über Zermelo's Luftfahrtproblem. Z. angew. Math. Mech. Bd. 11, 1931.
50. Mises R. Zum Navigationsproblem der Luftfahrt. Z. angew. Math. Mech. Bd. 11, 1931.
51. Neiburger N. and Angell I. K. Meteorological applications of constant-pressure balloon trajectories. J. Meteorol., vol. 13, 1956.
52. Sawyer J. S. Equivalent headwinds application of upper-wind statistics to rout planning. Met. Rep. No. 6, London, 1950.
53. Zermelo E. Über die Navigation in der Luft als Problem der Variationsrechnung. Jahresbericht. Der Deutschen Mathematiker Vereinigung. Bd. 39, Heft 9—12, 1930.
54. Zermelo E. Über das Navigationsproblem bei ruhender oder veränderlicher Windverteilung. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. Bd. 11, Heft 2. 1931.

*С. В. Солонин, О. Я. Аксакова, Н. Н. Аксельрод, А. Ю. Баскин,
И. В. Егорова, Г. И. Мазуров, В. П. Протасова, Э. В. Сергенева,
Б. М. Юровский*

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТРАЕКТОРИЙ МИНИМАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ПОЛЕТА В ПОЛЕ ПЕРЕМЕННОГО ВЕТРА

Анализируются результаты численного эксперимента по определению траекторий минимального времени полета самолета в поле переменного ветра различными методами. Дается оценка устойчивости траекторий минимального времени в зависимости от особенностей аэросиноптических условий. Приводятся рекомендации по реализации результатов исследования.

Введение

Большое внимание, уделяемое в последнее время вопросам рационального использования информации о полях метеорологических элементов в авиационной практике, связано как с разработкой систем автоматического управления, так и открывшимися возможностями перехода на качественно новую методику метеорологического обеспечения полетов на основе широкого применения данных искусственных спутников Земли и высокопроизводительных электронных вычислительных машин для обработки результатов измерений, анализа и прогноза погоды в глобальном масштабе [1, 4—9].

В большинстве работ, посвященных различным аспектам оптимального учета полей метеорологических элементов в практике самолетовождения, рассматриваются теоретические принципы и методы оптимизации, и, как правило, авторы ограничиваются единичными примерами расчетов. Последнее не позволяет достаточно обоснованно ответить на многие вопросы, которые могут возникнуть при реализации результатов исследований.

В данной статье рассмотрены некоторые результаты численного эксперимента по определению траекторий минимального времени (ТМВ) различными методами за сравнительно продолжительный период времени. При постановке численного эксперимента авторы стремились исследовать:

- 1) точность и эффективность различных методов определения ТМВ;
- 2) влияние временной изменчивости поля ветра (давления) и масштаба пространственного осреднения при переходе к конечно-разностным формулам на результаты расчетов характеристик ТМВ;

- 3) пространственную и временную устойчивость ТМВ;
- 4) наиболее характерные синоптические ситуации, благоприятные для получения большого выигрыша во времени при полете по ТМВ;
- 5) эффективность регулярных полетов по ТМВ в течение продолжительного времени.

Авторы далеки от мысли, что приводимые в данной статье сведения отвечают на все поставленные вопросы.

Исходные уравнения

В прямоугольной системе координат, без учета кривизны Земли, в предположении, что полет выполняется на постоянной высоте, система дифференциальных уравнений, описывающих ТМВ, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V \cos \psi + u_x, \\ \frac{dy}{dt} &= V \sin \psi + u_y, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{\partial u_x}{\partial y} \cos^2 \psi + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \sin 2\psi + \frac{\partial u_y}{\partial x} \sin^2 \psi, \quad (2)$$

где x, y — прямоугольные координаты самолета; t — время; V — воздушная скорость самолета; ψ — угол между осью абсцисс и направлением продольной оси самолета (вектора воздушной скорости); u_x, u_y — проекции вектора ветра соответственно на ось абсцисс и ординат.

Уравнение (2) определяет закон изменения $\psi(t)$ при полете по ТМВ.

При выполнении расчетов по полю давления (геопотенциала) с использованием модели геострофического ветра система уравнений (1) и (2) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V \cos \psi - \frac{1}{l} \frac{\partial H}{\partial y}, \\ \frac{dy}{dt} &= V \sin \psi + \frac{1}{l} \frac{\partial H}{\partial x}, \end{aligned} \right\} \quad (1')$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -k \left[\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \sin^2 \psi + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \cos^2 \psi - \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} \sin^2 \varphi \right], \quad (2')$$

где $H = H(x, y, t)$ — абсолютный геопотенциал изобарической поверхности полета; $l = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса;

$$k = \frac{1}{lV^2}.$$

При построении ТМВ графоаналитическим способом ось абсцисс направляется по продольной оси самолета и уравнение (2') записывается в конечных разностях:

$$\Delta \gamma = c \Omega t_i, \quad (3)$$

где γ — курс самолета; $c = \frac{1}{l \Delta y^2}$; $\Omega = 2H_0 - H_n - H_d$; H_0, H_n, H_d — абсолютные геопотенциалы изобарической поверхности соответственно в средней точке участка маршрута с постоянной поправкой в курс и в точках, расположенных на перпендикуляре к линии курса на расстоянии шага Δy (справа и слева) по направлению от средней точки; t_i — время пролета элементарного участка маршрута, на которые разбивается маршрут полета с постоянной поправкой в курс [4, 7].

С учетом сферичности Земли система дифференциальных уравнений, позволяющих определить ТМВ, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{1}{R} \left(V \cos \gamma + \frac{1}{lR \cos \varphi} \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right), \\ \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{1}{R \cos \varphi} \left(V \sin \gamma - \frac{1}{lR} \frac{\partial H}{\partial \varphi} \right), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{V}{R} \sin \gamma \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{lR^2 \cos \varphi} \left[\sin 2\gamma \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \varphi \partial \lambda} + \frac{3 \sin^2 \varphi - 1}{\sin 2\varphi} \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \gamma \cos \varphi \left(2 \operatorname{ctg} 2\varphi \frac{\partial H}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 H}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{\cos^2 \gamma \partial^2 H}{\cos \varphi \partial \lambda^2} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где φ , λ — географическая широта и долгота; R — радиус земного шара.

При определении ТМВ на основе принципа Ферма используется соотношение:

$$c = \frac{\sin \nu_1}{W_{V_1}} = \frac{\sin \nu_2}{W_{V_2}} = \dots = \frac{\sin \nu_n}{W_{V_n}} = \text{const}, \quad (6)$$

где ν_i — угол между нормалью к границе раздела двух ветровых областей и продольной осью самолета; W_{V_i} — проекция путевой скорости на направление вектора воздушной скорости; 1, 2, ..., n — номера участков, на которые разбит маршрут и в пределах которых можно пренебречь пространственной изменчивостью ветра.

Более подробные сведения о приведенных здесь уравнениях и их интегрировании имеются в работах [2—8].

Исходные данные и методика исследования

При выполнении расчетов, связанных с определением ТМВ и продолжительности полета по ним, а также для анализа полученных результатов были использованы приземные и высотные синоптические карты северного полушария за 1967 г. Выбор соответствующей карты барической топографии определялся высотой полета.

ТМВ исследовались по четырем межконтинентальным воздушным трассам: Москва — Гавана, Москва — Нью-Йорк, Москва — Монреаль, Москва — Токио, по которым производились выборочные расчеты для наиболее интересных синоптических ситуаций. Кроме того, по воздушной трассе Москва — Гавана был просчитан весь ноябрь 1967 г. в предположении, что в течение месяца проводились регулярные полеты, а также по одному—двум дням для каждого характерного месяца календарных сезонов. ТМВ рассчитывались в прямом и обратном направлениях для воздушных скоростей 760, 850 и 2000 км/час, т. е. для типичных скоростей соответственно турбовинтовых, турбореактивных и сверхзвуковых самолетов.

С целью выявления достоинств и недостатков отдельных методов ТМВ определялись графоаналитическим способом по полю давления, методом изохрон и на ЭЦВМ «Раздан-2». Программа вычислений на ЭЦВМ на основе принципа Ферма была составлена и реализована в двух вариантах.

В первом варианте в качестве исходных данных в узлах сетки точек задавались величины скорости и направления ветра, по которым для каждого узла рассчитывались величины составляющих скорости ветра. Расчет средних величин составляющих скорости ветра производился по следующему алгоритму. По координатам соответствующей точки траектории определялась координата ближайшего к данной точке узла.

По значению курса для данной точки находился квадрат, через который проходила траектория полета. По значениям составляющих в углах этого квадрата определялись средние величины составляющих скоростей.

Во втором варианте в качестве исходных данных в узлах сетки точек задавались величины геопотенциала, по которым для каждого узла рассчитывались величины составляющих скорости геострофического ветра.

При вычислении производных в процессе эксперимента производилось варьирование шага от 300 до 600 км и более.

Опыт расчетов показал, что трех или четырех итерационных циклов достаточно, чтобы получить требуемую точность прохождения ТМВ через заданный конечный пункт воздушной трассы.

При этом было установлено, что в целом оптимальные результаты получаются при шаге 300—400 км (при сферической сетке: 3° по широте и 5° по долготе в умеренных географических широтах).

При использовании конечно-разностных соотношений, например в графоаналитическом способе, в пределах элементарного участка можно исходить из соотношений, полученных без учета кривизны Земли. Однако при построении ТМВ, при определении дальности и продолжительности полета в последнем случае необходимо применять формулы сферической тригонометрии для отдельных участков трассы.

Элементы ортодромии (кратчайшее расстояние) в процессе эксперимента вычислялись по формулам:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{cosec} (\lambda_2 - \lambda_1) - \sin \varphi_1 \operatorname{ctg} (\lambda_2 - \lambda_1), \quad (7)$$

$$\cos S = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos (\lambda_2 - \lambda_1), \quad (8)$$

где α — направление ортодромии; S — длина ортодромии в градусах дуги большого круга; (φ_1, λ_1) и (φ_2, λ_2) — соответствующие координаты исходного и конечного пунктов трассы или участка трассы.

Ниже проанализируем результаты расчетов. Так как по разрозненным ТМВ трудно провести достаточно объективный анализ, в качестве основного массива ТМВ для сопоставления привлечем данные по воздушной трассе Москва—Гавана за ноябрь 1967 г.

Анализ результатов численного эксперимента и некоторые практические рекомендации

Расчет ТМВ различными методами дал хорошее совпадение по продолжительности полета при отдельных существенных расхождениях в географическом положении оптимальной траектории. Особенно большие расхождения в географическом положении трассы получаются при использовании метода изохрон. Последнее, по-видимому, можно объяснить накоплением погрешностей при довольно сложных графических построениях, связанных с методом изохрон.

Результаты расчетов ТМВ за ноябрь 1967 г. приведены в табл. 1. Из этой таблицы видно, что большим выигрышем во времени, в основном, соответствуют большие отклонения от ортодромии, но обратное не всегда верно. Этот, на первый взгляд, чисто внешний фактор имеет конкретное физическое истолкование, связанное с величиной изменения градиента ветра вдоль трассы, т. е. второй производной от геопотенциала.

Таблица 1

Результаты расчета траекторий минимального времени по воздушной трассе
Москва—Гавана $V=850$ км/час

Ноябрь 1967 г.

Дата	$\bar{g}$	ΣL_{δ_i}	$\bar{W}_{\min}$	$T_{\min}$	$\bar{W}_{\text{опт}}$	$T_{\text{опт}}$	$S_{\min}$	$\Delta \tau_i$	$\Delta t_{\text{опт}}$	$T_{\text{реал}}$	$\Delta t_{\text{реал}}$
1	1,54	7 615	854	11,42	830	11,60	9 751	1,32	0,18	12,49	1,07
2	0,50	3 330	831	11,63	821	11,68	9 638	0,53	0,05	12,91	1,28
3	2,08	6 050	824	11,73	817	11,81	9 693	0,81	0,08	13,05	1,32
4	1,89	10 738	825	11,74	815	11,83	9 701	1,18	0,09	12,97	1,23
5	2,13	14 840	799	12,27	782	12,34	9 778	1,48	0,07	13,37	1,10
6	4,52	22 126	822	12,26	780	12,43	10 101	2,57	0,17	13,49	1,23
7	1,04	5 620	783	12,38	779	12,51	9 606	0,53	0,13	13,79	1,41
8	1,48	—9 695	793	12,25	741	13,08	9 681	0,97	0,83	14,09	1,84
9	3,91	—20 300	848	12,10	774	12,46	10 255	2,47	0,36	13,85	1,75
10	6,70	—35 680	865	12,37	785	12,31	10 626	3,97	0,06	13,71	1,34
11	3,74	—24 385	850	11,84	783	12,32	10 027	2,15	0,48	13,82	1,98
12	3,04	—16 420	842	11,73	798	12,08	9 893	1,38	0,35	13,08	1,25
13	2,09	—8 870	817	11,85	798	12,09	9 666	1,03	0,24	13,23	1,38
14	2,26	—8 770	806	12,08	784	12,33	9 735	1,22	0,25	13,25	1,17
15	1,43	—4 910	785	12,38	769	12,56	9 676	0,83	0,18	13,83	1,45
16	5,48	—27 900	871	11,76	759	12,78	10 174	3,50	1,02	14,22	2,46
17	1,57	—3 175	794	12,31	778	12,43	9 686	0,87	0,12	13,74	1,43
18	1,43	—6 220	781	12,40	763	12,65	9 651	0,84	0,25	13,61	1,21
19	0,17	1 680	791	12,29	780	12,41	9 680	0,08	0,12	13,92	1,63
20	2,70	—14 480	829	12,09	774	12,46	9 967	1,81	0,37	14,37	2,28
21	3,35	—19 160	810	12,76	758	12,74	10 276	2,08	0,02	14,85	2,09
22	0,00	4 390	787	12,33	762	12,65	9 667	0,09	0,32	14,21	1,88
23	1,09	4 580	768	12,58	762	12,65	9 642	0,65	0,07	13,87	1,29
24	1,30	8 090	785	12,34	775	12,43	9 674	0,63	0,09	13,99	1,56
25	1,30	—8 750	804	12,10	783	12,31	9 711	0,93	0,21	13,72	1,62
26	2,70	—13 790	822	12,05	778	12,40	9 872	1,80	0,35	14,29	2,24
27	1,52	—10 640	811	12,01	774	12,38	9 717	0,82	0,37	13,93	1,92
28	1,78	—12 570	810	12,07	763	12,64	9 798	0,97	0,57	13,88	1,81
29	4,26	—26 320	876	11,69	759	12,68	10 214	2,75	0,99	14,30	2,61
30	2,39	—13 870	812	12,14	779	12,41	9 845	1,33	0,27	14,16	2,02
Средние месячные значения	1,24	—6 860	816	12,10	780	12,38	9 847	0,74	0,28	13,73	1,63

При этом (при прочих равных условиях) полет при встречном ветре будет давать больший выигрыш (абсолютный и относительный), чем при попутном.

Интересно отметить, что в ряде случаев (1, 10, 11, 16 и 19 ноября) на трассе Москва—Гавана средний по оптимальной трассе ветер был попутным (до 26 км/час) при общем западно-восточном переносе.

Большинство случаев, около 70%, связано с отклонением ТМВ при полете в Гавану вправо (к северу), в более возмущенное барическое поле. Получается, что ТМВ отклоняется в область попутных ветров, связанных с серией циклонов по северо-востоку Атлантики.

Можно указать, как на интересный факт, что в случае отклонения ТМВ к югу от ортодромии выигрыши во времени невелики — максимальный из них равен 0,18 час. Это объясняется прежде всего незначительным, по сравнению с увеличением длины трассы, ослаблением встречных ветров (величина второй производной мала) к югу от ортодромии и отсутствием в этом районе барических образований, благоприятных для получения выигрыша.

Величина относительного вихря, осредненная за каждый день, показывает, что первую неделю и два дня в третьей декаде ноября 1967 г. барическое поле в районе трассы носило преимущественно антициклонический характер, причем максимум барической активности приходился на 6/XI 1967 г., когда величина относительного вихря достигала 4,52. В остальные дни, что характерно для рассматриваемого района, наблюдалась циклоническая деятельность, особенно в полосе широт 40—70° с. ш.

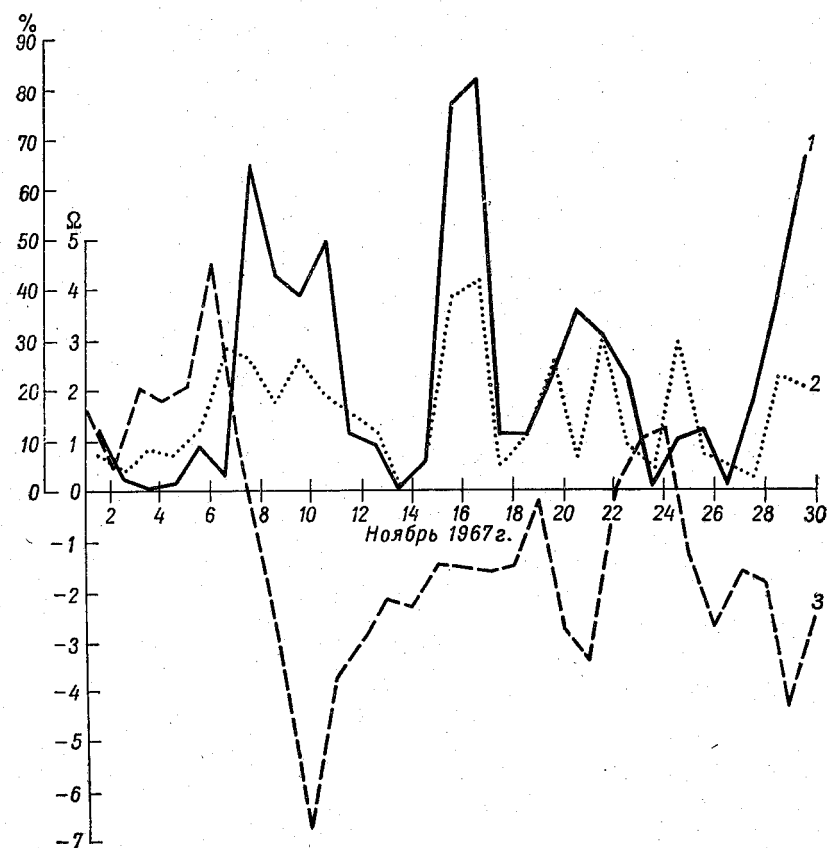


Рис. 1. Изменчивость $\Delta t_{орт}$, L_{δ_i} , Ω в ноябре 1967 г. по воздушной трассе Москва — Гавана.
1 — $\Delta t_{орт}$; 2 — L_{δ_i} ; 3 — Ω .

В ряде случаев при изменении шага удавалось существенно увеличить выигрыш во времени за счет более выгодного положения трассы в поле ветра. К сожалению, априори определить оптимальный шаг затруднительно. Имеющиеся данные по этому вопросу весьма малочисленны, а проблема выбора величины «фильтрующего» шага достаточно сложна.

На результаты расчетов влияет величина воздушной скорости. С увеличением воздушной скорости самолета влияние поля ветра на его полет, в смысле относительного выигрыша во времени, уменьшается. Однако стоимость единицы времени эксплуатации скоростных самолетов значительно больше, чем нескоростных.

Необходимо также отметить, что увеличение скорости полета повышает точность расчетов, основанных на использовании модели геострофического ветра, поскольку «отфильтровываются» мезомасштабные агеострофические отклонения ветра, а следовательно, уменьшаются ошибки, связанные с принятием условия геострофичности.

Численный эксперимент по расчету ТМВ включал в себя определение ТМВ по среднемесячной карте АТ₃₀₀ за ноябрь 1967 г. для трассы Москва—Гавана. Результат оказался несколько неожиданным: среднемесячный выигрыш при полете по ТМВ, выведенный из ежедневных данных, в точности совпал с выигрышем, рассчитанным по среднемесячной карте АТ₃₀₀. И в том и в другом случае выигрыш во времени составил 0,28 час или около 17 мин.

В ходе численного эксперимента был произведен расчет устойчивости ТМВ. Для этого траектория какого-либо дня переносилась в барическое поле следующего дня и вычислялось время полета по траектории для предыдущего дня. Оценка устойчивости траекторий производилась путем сравнения времени полета по траектории, рассчитанной по барическому полю за данный день, и времени полета по траектории, определенной по барическому полю предыдущего дня и перенесенной на данный день (инерционный прогноз). Определялись коэффициенты корреляции для двух статистических совокупностей выигрышей во времени: для 1-й статистической совокупности $r_1=0,40$, для 2-й — $r_2=0,66$.

Результаты расчета устойчивости ТМВ по трассе Москва — Гавана за ноябрь месяц 1967 г. представлены на рис. 1.

В качестве параметра устойчивости была выбрана изменчивость выигрыша во времени от дня ко дню, отнесенная к величине всего диапазона выигрышей.

Из анализа полученных данных об устойчивости ТМВ видно, что периоды слабой устойчивости хорошо согласуются с периодами максимумов циклонической активности и, наоборот, периоды относительной устойчивости траекторий связаны с ослаблением циклонической и усилением антициклонической активности на уровне эшелона полета. Месячный ход параметра устойчивости согласуется с синоптическими периодами, определяемыми в ААНИИ для обширного района северного полушария, куда попадает и рассматриваемая трасса Москва—Гавана.

Для ноября 1967 г. эти синоптические периоды следующие: 1—4, 5—8, 9—12, 13—15, 16—18, 19—21, 22—25, 26—30.

Оказалось, что максимумы неустойчивости ТМВ в основном совпадают с датами смены синоптических периодов. Это хорошо иллюстрирует рис. 1.

Однако вопрос устойчивости ТМВ полета самолета в барическом поле имеет два аспекта.

С одной стороны, можно рассматривать устойчивость минимальных траекторий в чисто временном плане, т. е. изменчивость абсолютного выигрыша, что было рассмотрено выше.

С другой стороны, необходимо проанализировать устойчивость траекторий с точки зрения их географического положения, отклонения от ортодромии. Величина и знак отклонения ТМВ от ортодромии определяются величиной и знаком Ω по трассе. Это следует из приведенных выше формул.

В качестве параметра, характеризующего отклонения ТМВ от ортодромии, была выбрана сумма боковых уклонений $\sum L_{\delta_i}$.

Оказалось, что существует довольно хорошая связь между измен-

чивостью выигрыша и суммой боковых уклонений; коэффициент корреляционной связи $r=0,55$ (рис. 1).

По физическим соображениям трудно утверждать наличие связи между выигрышем во времени и величиной боковых уклонений в достаточно большом интервале изменения этих переменных вследствие анизотропности и неоднородности поля ветра. Вероятно, логичнее будет говорить о такой связи в простых синоптических ситуациях, обусловленных слабо возмущенным барическим полем.

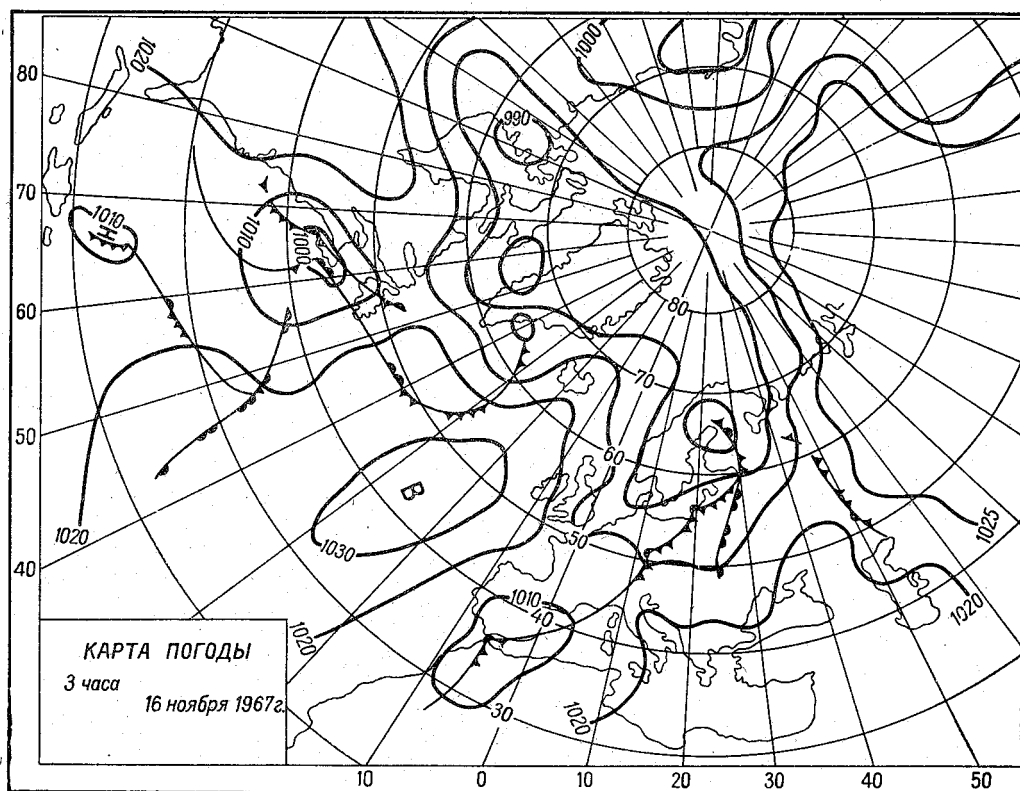


Рис. 2. Приземная карта погоды за 03 час 16 ноября 1967 г.

Проанализируем результаты расчета ТМВ для трассы Москва — Гавана за 03 час московского времени 16 ноября 1967 г. Минимальный маршрут, рассчитанный для этого дня, дал выигрыш 1,02 час.

Синоптическая ситуация у земли и на изобарической поверхности 300 мб была следующей (рис. 2, 3):

Над севером Скандинавского п-ва на приземной карте располагался окклюдированный циклон (давление 985 мб), к юго-западу от которого была ориентирована глубокая ложбина, прослеживающаяся до больших высот. Эта ложбина хорошо выражена и на 300 мб поверхности, использованной при расчетах. Далее по трассе к западу наблюдался гребень, с осью проходящей через Исландию. Во второй половине трассы располагалось хорошо выраженное струйное течение, образованное высоким антициклоном с давлением в центре несколько большим 1030 мб. Область низкого давления проходила от Гренландии к юго-юго-западу с центрами над Гренландией ($P=990$ мб) и в районе северо-востока

Северной Америки ($P < 1000$ мб). С этими циклонами у земли был связан арктический фронт. На уровне 300 мб такому барическому полю соответствовала четко выраженная ложбина, направленная от Гренландии к югу и юго-юго-западу, и область высокого давления над югом Атлантики. Между этими барическими образованиями располагалась отчетливо выраженная фронтальная зона со струйным течением, ось которого проходила вдоль исследуемой трассы (максимальные скорости ветра южнее). На оси струйного течения скорости ветра достигали 250—270 км/час.

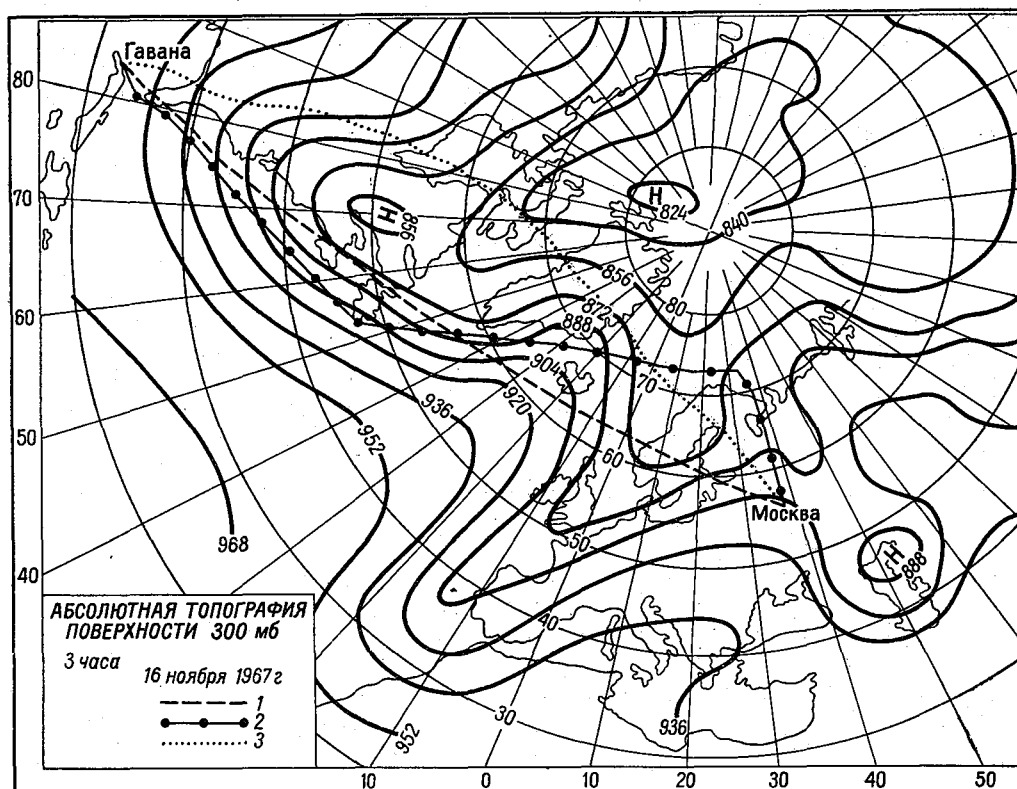


Рис. 3. Карта AT_{300} за 03 час 16 ноября 1967 г.
1 — ортодромия; 2 — фактическая воздушная трасса; 3 — ТМВ.

Необходимо отметить, что во всех случаях с наибольшими выигрышами (8, 29 ноября) синоптическая ситуация на изобарической поверхности 300 мб была аналогичной. Наблюдались две глубокие ложбины: над Атлантическими побережьями Европы и Северной Америки. Последняя и сыграла основную роль при получении таких больших выигрышей по трассе Москва—Гавана, поскольку выигрыши в этих случаях получались во второй половине трассы, когда ТМВ проходила в зоне попутных ветров.

Таким образом, указанная синоптическая ситуация может быть использована в качестве наиболее целесообразной для полета по ТМВ. Необходимо отметить, что рекомендуемая благоприятная синоптическая ситуация на уровне 300 мб в более сглаженном виде повторяется на среднемесячной карте AT_{300} . В целом весь ноябрь месяц можно счи-

тать благоприятным для использования ТМВ при полетах по воздушной трассе Москва — Гавана.

Проведенные в ходе численного эксперимента расчеты ТМВ для других месяцев показали, что периоды с максимальными величинами выигрыша, при прочих равных условиях, совпадают с периодами максимума циклонической деятельности в районе расположения воздушной трассы.

Особенно значительные выигрыши во времени при высокой циклонической активности дают ТМВ по сравнению с реальными трассами (см. табл. 1).

Остановимся далее кратко на некоторых проблемах, связанных с возможностью реализации полета по ТМВ.

При учете ветра исходят из необходимости, во-первых, выполнения полета по заданной воздушной трассе (требования к точности выдерживания трассы могут быть различными) и, во-вторых, получения оптимального результата. В большинстве случаев в полной мере согласовать эти два условия не представляется возможным. Требование точного выдерживания заданной трассы ограничивает возможности рационального использования информации о поле ветра (давления) для повышения экономичности воздушных перевозок.

В процессе численного эксперимента по определению ТМВ полета самолета выяснилось, что ТМВ может проходить на значительном удалении от трассы (мы будем приводить цифры относительно ортодромии; расстояние от реальной трассы можно оценить по рис. 3).

Так, 16/XI 1967 г., когда наблюдался максимальный выигрыш за месяц, максимальное отклонение от трассы составило 1870 км, в среднем же за месяц эта величина находится в пределах 600—800 км.

При увеличении диапазона допустимых отклонений от трассы возникнут дополнительные технические трудности (особенно при полетах над океанами) и потребуются дополнительные материально-технические затраты (установка аэронавигационного оборудования и т. д.). Все это будет существенно уменьшать экономические выгоды, связанные с реализацией ТМВ. На это обращалось ранее внимание в работе [8]. Не надо забывать также и о том, что положение ТМВ довольно сильно меняется от дня ко дню, поэтому, видимо, будет целесообразнее использовать средние (стандартные) за какой-то период времени трассы.

Большие возможности для преодоления указанных трудностей предоставляют системы автономной навигации, уменьшая зависимость самолета от наземных средств обеспечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буркова М. В., Джорджио В. А., Джураев А. Д., Неушкин А. И., Петросянц М. А., Романов Н. Н. Предложение о многомаршрутной системе полетов самолетов с использованием струйных течений. Научные Труды ТГУ, вып. 259, 1964.
2. Гюнтер Н. М. Курс вариационного исчисления. Гостехиздат, 1941.
3. Лаврентьев М., Люстерник Л. Основы вариационного исчисления, т. I, ч. II, ОНТИ, 1935.
4. Молоканов Г. Ф. Учет ветра в дальних полетах. Воениздат, М., 1957.
5. Молоканов Г. Ф. О законе управления самолетом, перелетающим из одного пункта в другой в кратчайшее время. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, № 1, 1966.

6. М а т ы ц и н В. Д. Определение закона управления самолетом для получения оптимальной траектории при полете в условиях переменного ветра. Автоматика и телемеханика, т. XXII, № 1, 1961.
7. С о л о н и н С. В. Использование квазигеострофического приближения при решении задач, связанных с необходимостью учета влияния ветра на полет самолета. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
8. С о л о н и н С. В. О применении принципа Ферма при определении траектории минимального времени полета самолета. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
9. С о л о н и н С. В. О перспективах автоматизации метеорологического обеспечения полетов. Труды ЛГМИ, вып. 29, 1967.

С. В. Солонин, В. П. Протасова

АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ В АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПОЛЕТОВ

Рассматриваются общие принципы построения и частные алгоритмы автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов.

Основные элементы автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов

В работе [9] были высказаны общие соображения о перспективах автоматизации метеорологического обеспечения полетов. При этом автор исходил из анализа объективных предпосылок, созданных успехами в области технической кибернетики. Современные управляющие машины универсального или специализированных типов позволяют реализовать сложнейшие алгоритмы. Так как высокопроизводительные ЭЦВМ обладают скоростью вычислений порядка сотен тысяч и миллионов элементарных операций в секунду, управляющие устройства с применением ЭЦВМ можно рассматривать практически безынерционными.

Большие возможности для решения широкого класса задач метеорологического обеспечения полетов предоставляют метеорологические спутники (космические системы «Метеор», «ЭССА» и т. д.), позволяющие осуществлять сбор сведений об атмосферных процессах в глобальном масштабе, и использование ЭЦВМ для переработки метеорологической информации (вплоть до вычерчивания карт полей давления, облачности и других элементов). Поскольку автоматизация метеорологического обеспечения полетов должна решаться совместно с автоматизацией управления воздушным движением, само собой разумеется, элементами такой системы должны быть навигационные спутники и спутники связи.

Алгоритм управляющего устройства, если не налагать на него особых ограничений, будет определяться характеристиками объекта управления, требованиями, предъявляемыми к объекту управления, характером информации об управляемом объекте, поступающей в управляющее устройство.

При решении вопроса об автоматизации управления воздушным движением и метеорологического обеспечения полетов надо исходить из необходимости принятия оптимальных решений и учитывать различного вида ограничения, которые могут быть обусловлены особенностями ре-

жима полетов по воздушным трассам страны, диапазоном допустимых изменений отдельных параметров, соображениями безопасности и т. д. При выборе критериев оптимальности необходимо учитывать как метеорологические, так и навигационные факторы.

Вполне очевидно, что автоматическая система навигации и метеорологического обеспечения полетов может быть реализована в виде информационно-логической системы, причем одной из главнейших ее задач должно быть обеспечение безопасности полетов (предотвращение критических ситуаций), связанных с проявлением опасных метеорологических явлений и попадания самолета в условия ниже установленных минимумов.

Поэтому все полеты самолетов (аэродромные, маршрутные, перелеты) необходимо обеспечить соответствующей информацией о фактической и ожидаемой (прогностической) погоде.

Важное значение для автоматизации метеорологического обеспечения полетов имеет автоматизация процесса метеорологических наблюдений. По существу, автоматизация производства метеорологических наблюдений является исходным пунктом автоматизации метеорологического обеспечения полетов в целом. Одним из положительных решений этой задачи может рассматриваться разработанный в НИИАМ ЛГМИ Б. Я. Толстобровым проект автоматического метеорологического информатора для аэропортов.

Метеорологический информатор, состоящий из трех основных блоков: блока датчиков, блока индикации и блока речевого информатора, предусматривает полную автоматизацию приземных метеорологических наблюдений с индикацией результатов на выносных табло и автоматической передачи на борт самолета, минуя наземные каналы связи.

Метеорологический информатор должен обеспечивать выдачу следующих метеорологических элементов: температуры и влажности воздуха, направления и скорости ветра, давления, видимости, высоты, формы и количества облаков и особо опасных для авиации явлений погоды (гроза, град, гололед и т. д.).

При дальнейшей разработке алгоритма автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов будем исходить из того, что в состав системы входит информатор (или система информаторов), являющийся источником фактической погоды.

Ожидаемая (прогностическая) погода определяется в системе по частным алгоритмам, предусматривающим решение уравнений гидродинамики. Так как не все метеорологические явления в настоящее время могут быть предсказаны на основе численных методов, автоматизированная система должна предусматривать ручной ввод данных качественных прогнозов, составляемых синоптиками.

Закон соответствия между двумя множествами функций (выходных и входных параметров) для аэронавигационных задач можно задать в виде системы дифференциальных уравнений, в общем случае нелинейных.

Как известно, свободные движения многосвязной системы с переменной структурой, состоящей из n контуров управления произвольного порядка, связанных алгебраическими или дифференциальными связями по регулируемым координатам через объект управления, параметры которого меняются в широких пределах, описываются системой векторных дифференциальных уравнений [8].

$$\frac{d\vec{x}_i}{dt} = \vec{f}_i(\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n) \quad (i=1, \dots, n), \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned}\vec{x}_i &= (x_{i1}, \dots, x_{is_i^i}); \vec{f}_i = (f_{i1}, \dots, f_{is_i^i}); \\ f_{i\mu} &= x_{i(\mu+1)} \quad (\mu=1, \dots, s_i^i - 1); \\ f_{is_i^i} &= - \sum_{\mu=1}^{s_i^i} a_{i\mu}^i x_{i\mu} \sum_{\substack{\mu=1 \\ \mu \neq j}}^{s_{j+1}^i} \sum_{j=1}^n a_{j\mu}^i x_{j\mu} - b_i U_i;\end{aligned}$$

$\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n$ — управляемые координаты; $a_{i\mu}^i, a_{j\mu}^i, b_i$ — переменные параметры системы; $U_1, \dots, U_n$ — управляющие воздействия в каждом из контуров управления; s_i^i — порядок собственного оператора объекта в i -м контуре; s_j^i — порядок оператора связи по j -ой регулируемой координате в i -м контуре.

Естественно, в схеме системы с переменной структурой должны быть логические переключающие устройства, выполняющие скачкообразное изменение величины и знака различных параметров управляющих устройств. Коммутация параметров осуществляется обычно в зависимости от знака произведения двух переменных. Логические законы коммутации в системах с переменной структурой можно записать так:

$$\begin{aligned}\psi_i &= \left\{ \begin{array}{l} \omega_{1i} \text{ при } sx_i > 0, \\ \omega_{2i} \text{ при } sx_i < 0, \end{array} \right\} \\ \psi_i &= \left\{ \begin{array}{l} \omega_{1i} \text{ при } sx_i \rightarrow +0, \\ \omega_{2i} \text{ при } sx_i \rightarrow -0, \end{array} \right\}\end{aligned}\quad (2)$$

где s — комбинация координат состояния системы; x_i — координата системы регулирования; ω_{1i} и ω_{2i} — коммутирующие коэффициенты усиления по каналу соответствующей переменной x_i .

Вопросы, касающиеся практической реализации алгоритмов управления систем с переменной структурой и способов построения логических переключающих устройств, рассмотрены в [8].

Примеры алгоритмов оптимизации при решении конкретных аэронавигационных задач приведены в работах [7, 10] и являются предметом особого рассмотрения в настоящем сборнике, поэтому мы не будем останавливаться на них.

В автоматической системе метеорологического обеспечения полетов имеется возможность регулярного использования данных о навигационных элементах самолета для восполнения метеорологической информации о поле ветра и давления.

В работе [11] получены формулы, которые могут быть использованы при разработке алгоритма и программы для получения информации о барическом поле и ветре на высотах по данным о траектории самолета. Приведем те из них, которые необходимы нам в дальнейшем:

$$\text{grad}_V H = \frac{lL}{At}, \quad (3)$$

$$\text{grad}_V H = \frac{lV \text{tg } \Delta \gamma}{A}, \quad (4)$$

$$H_s = 0,1z + \frac{T}{T_{cr}} (z_{ps} - z_p), \quad (5)$$

$$u_W = \frac{g}{lW} \frac{dz}{dt}, \quad (6)$$

$$u = \sqrt{W^2 + V^2 - 2W\sqrt{V^2 - u_w^2}}, \quad (7)$$

$$\delta = \alpha + \arcsin \frac{u_w}{u} \pm 180^\circ, \quad (8)$$

где H — геопотенциал изобарической поверхности полета; $t = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса; L — боковое уклонение самолета относительно линии курса за время t ; A — постоянная, зависящая от единиц измерения геопотенциала; $\Delta\gamma$ — поправка в курс; T и $T_{ст}$ — температура воздуха фактическая и стандартная соответственно на высоте полета; z , z_p и z_{ps} — высоты соответственно истинная (по радиовысотомеру), барометрическая и барометрическая на стандартной изобарической поверхности; u — скорость ветра; W — путевая скорость; V — воздушная скорость; u_w — проекция вектора ветра, нормальная к линии пути; α — путевой угол; δ — направление ветра.

Остановимся подробно на рассмотрении алгоритма и программы для принятия решения на полет самолета или группы самолетов по маршруту на основе фактической или прогностической метеорологической информации с использованием быстродействующих ЭВМ, а также алгоритма и программы для обработки самолетной информации.

Алгоритм и программа для принятия решения на полет самолета или группы самолетов по маршруту

Рассматриваемые алгоритмы (№ 1, 2, 3) решают задачу разрешения вылета с основного аэродрома (функция $R_{i,k}$), задачу запрета на вылет с основного аэродрома (функция $O_{1,k}$) и задачу запрета вылета с основного аэродрома вследствие невозможности посадки самолета (функция $O_{2,k}$).

$$R_{1,k} = f[\{x_0\} \wedge \{x_i^{(0)}\} \vee \{x_i^{(1)}\} \vee \dots \vee \{x_i^{(j)}\}], \quad (9)$$

$$O_{1,k} = f[\{\bar{x}_0\} \wedge \{x_i^{(0)}\} \vee \{x_i^{(1)}\} \vee \dots \vee \{x_i^{(j)}\} \vee \{\bar{x}_i^{(0)}\} \vee \dots \vee \{\bar{x}_i^{(j)}\}], \quad (10)$$

$$O_{2,k} = f[\{x_0\} \wedge \{\bar{x}_i^{(0)}\} \wedge \{\bar{x}_i^{(1)}\} \wedge \dots \wedge \{\bar{x}_i^{(j)}\}], \quad (11)$$

где $\{x_0\}$ — совокупность параметров фактической погоды на аэродроме вылета, допускающая взлет;

$\{\bar{x}_0\}$ — совокупность параметров фактической погоды на аэродроме вылета, не допускающая взлет;

$\{x_i^{(j)}\}$ — совокупность параметров фактической (прогнозируемой) погоды на j -м аэродроме посадки, допускающая посадку;

$\{\bar{x}_i^{(j)}\}$ — совокупность параметров фактической (прогнозируемой) погоды на j -м аэродроме посадки, не допускающая посадку;

$\wedge$ — логическая связка „и“;

$\vee$ — логическая связка „или“.

Рассматриваемые алгоритмы разработаны при следующих основных допущениях:

1. Фактическая (прогнозируемая) погода за время полета самолета на аэродромах посадки не изменится.

2. Фактическая (прогнозируемая) погода за время полета самолета по трассе допускает полет.

При разработке алгоритмов приняты следующие обозначения:

i — номер маршрута;

k — тип самолета с модификацией по классности;

P_1 — количество метеорологических параметров, учитываемых при анализе разрешения на вылет с основного аэродрома;

P_2 — количество метеорологических параметров, учитываемых при анализе разрешения на посадку для основного и запасных аэродромов посадки;

j — количество аэродромов посадки для i -го маршрута (основного и запасных, расположенных в порядке приоритета).

Алгоритмы представлены на рис. 1, 2, 3.

Для каждого алгоритма разработана операторная схема программы.

Рассмотрим операторную схему программы и функциональную схему работы каждого алгоритма.

Алгоритм № 1 составлен в предположении, что $P_1 \neq P_2$.

Операторная схема программы имеет следующий вид:

$$U_0 V_1 V_2^0 E_3^0 V_4^{i,j} E_5^{i,j} O_6(i) \downarrow_1 F_7(i) O_8(k) \downarrow_2 F_9(k) O_{10}(P_1) \downarrow_3 F_{11}(P_1) P_{12} \times \\ (\Delta x_{0,k}^{P_1}) \downarrow_7 P_{13} \downarrow_3 O_{14}(j) \downarrow_4 F_{15}(j) O_{16}(P_2) \downarrow_5 F_{17}(P_2) P_{18} (\Delta x_{i,j}^{P_2}) \downarrow_8 P_{19} \downarrow_5 \Phi_{20} \times \\ \times (R) \downarrow_6 P_{21} P_{22} \downarrow_2 P_{23} \downarrow_1 Y_{24} \downarrow_7 \Phi_{25}(O_1) \downarrow_6 \downarrow_8 P_{26} \downarrow_4 \Phi_{27}(O_2) \downarrow_6,$$

где

U_0 — начало программы;

V_1 — ввод программы расчета и необходимых стандартных подпрограмм (перевод $10 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 10$);

V_2^0 — ввод в память машины массива стандартных минимумов погоды для каждого типа самолетов;

E_3^0 — обращение к подпрограмме перевода массива стандартных минимумов погоды из десятичной системы счисления в двоичную;

$V_4^{i,j}$ — ввод в память машины массива фактической (прогнозируемой) погоды по аэропорту вылета и по всем j аэропортам посадки для всех i маршрутов;

$E_5^{i,j}$ — обращение к подпрограмме перевода массива фактической (прогнозируемой) погоды по аэропорту вылета и по всем j аэропортам посадки для всех i маршрутов;

$O_6(i)$ — восстановление номера маршрута для очередного расчета (присвоение i значения 0);

$F_7(i)$ — оператор перехода к анализу очередного маршрута (присвоение i значения $i+1$);

$O_8(k)$ — оператор восстановления типа самолета для анализируемого маршрута (присвоение k значения 0);

$F_9(k)$ — оператор перехода к анализу очередного типа самолета i -го маршрута (присвоение k значения $k+1$);

$O_{10}(P_1)$ — восстановление числа метеорологических параметров, учитываемых при анализе на аэродроме вылета (присвоение P_1 значения 0);

$F_{11}(P_1)$ — оператор перехода к анализу очередного метеорологического параметра на аэродроме вылета (присвоение P_1 значения P_1+1);

$P_{12}(\Delta x_{0,k}^{P_1})$ — логический оператор сравнения P_1 -го метеорологического параметра с соответствующим минимумом погоды:

$$\Delta x_{0,k}^{P_1} = x_{0,k}^{P_1} - x_{0 \min, k}^{P_1} \quad (12)$$

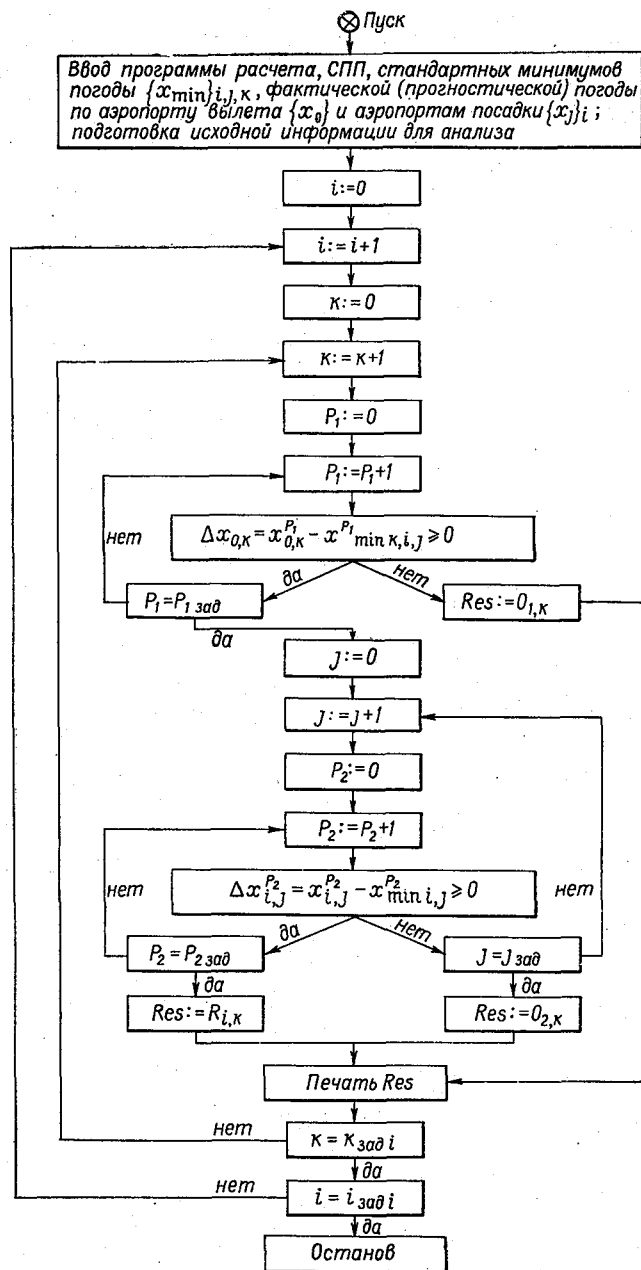


Рис. 1. Алгоритм № 1 анализа метеорологических условий на аэродроме вылета и на аэродроме посадки при $P_1 \neq P_2$ для i маршрутов и k_i типов самолетов.

где $x_{0,k}^{P_1}$ — значение P_1 -го фактического (прогнозируемого) метеорологического параметра на аэродроме вылета для k -го типа самолета i -го маршрута; $x_{0\min,k}^{P_1}$ — значение P_1 -го минимума для k -го типа самолета на аэродромах вылета.

Если $\Delta x_{0,k}^{P_1} \geq 0$, то переход к оператору P_{13} . Если $\Delta x_{0,k}^{P_1} < 0$, то переход к оператору $\Phi_{25}(O_1)$;

P_{13} — логический оператор сравнения P_1 с P_1 заданным.

Если условие выполнено, т. е. $P_1 = P_{1\text{ зад}}$, то переход к оператору $O_{14}(j)$.

Если условие не выполнено, то переход к оператору $F_{11}(P_1)$, $O_{14}(j)$ — оператор восстановления количества аэродромов посадки для i -го маршрута (присвоение j значения 0);

$F_{15}(j)$ — оператор перехода к анализу разрешения посадки на следующем аэродроме (присвоение j значения $j+1$);

$O_{16}(P_2)$ — восстановление числа метеорологических параметров, учитываемых при анализе на j -м аэродроме посадки (присвоение P_2 значения 0);

$F_{17}(P_2)$ — оператор перехода к анализу очередного метеорологического параметра на j -м аэродроме посадки (присвоение P_2 значения P_1);

$P_{18}(\Delta x_{i,j}^{P_2})$ — логический оператор сравнения P_2 -го метеорологического параметра с соответствующим минимумом:

$$\Delta x_{i,j}^{P_2} = x_{i,j}^{P_2} - x_{\min i,j}^{P_2}, \quad (13)$$

где $x_{i,j}^{P_2}$ — значение P_2 -го фактического (прогнозируемого) метеорологического параметра на j -м аэродроме для k -го типа самолета i -го маршрута; $x_{\min i,j}^{P_2}$ — значение P_2 -го минимума для k -го типа самолета на j -м аэродроме посадки.

Если $\Delta x_{i,j}^{P_2} \geq 0$, то переход к оператору P_{19} . Если $\Delta x_{i,j}^{P_2} < 0$, то переход к оператору P_{26} , P_{19} — логический оператор сравнения P_2 с P_2 заданным.

Если условие выполнено, т. е. $P_2 = P_{2\text{ зад}}$, то переход к оператору $\Phi_{20}(R)$.

Если условие не выполнено, то переход к $F_{17}(P_2)$,

$\Phi_{20}(R)$ — присвоение функции Res значения $R_{1,k}$;

Π_{21} — печать значения функции Res ;

P_{22} — логический оператор сравнения k с k заданным i -м.

Если условие выполнено, т. е. $k = k_{\text{зад}}$, переход к оператору P_{23} .

Если условие не выполнено, переход к оператору $F_9(k)$;

P_{23} — логический оператор сравнения i с i заданным.

Если условие выполнено, т. е. $i = i_{\text{зад}}$, то переход к оператору Ψ_{24} .

Если условие не выполнено, то переход к оператору $F_7(i)$; $\Phi_{25}(O_1)$ — присвоение функции Res значения $O_{1,k}$. Переход к оператору Π_{21} .

Π_{26} — логический оператор сравнения j с j заданным.

Если условие выполнено, т. е. $j = j_{\text{зад}, i}$, то переход к оператору

$\Phi_{27}(O_2)$.

Если условие не выполнено, то переход к оператору $F_{15}(j)$;

$F_{27}(O_2)$ — присвоение функции Res значения $O_{2,k}$. Переход к оператору Π_{21} .

Рассмотрим работу алгоритма № 1.

Алгоритм позволяет по результатам анализа фактической (прогнозируемой) погоды на аэродроме вылета и аэродромах посадки опре-

делить значение функции Res для всех типов самолетов всех заданных маршрутов. Функция Res может принимать одно из трех значений: либо $R_{1,k}$, либо $O_{1,k}$, либо $O_{2,k}$.

Операторы $U_0—E_5^i$ осуществляют ввод программы, стандартных подпрограмм, используемых при расчете, исходной информации по аэропорту вылета и аэропортам посадки и стандартных минимумов погоды.

Чтобы проанализировать все маршруты, производится подготовка ячейки i (i присваивается значение 0) оператором O_6 .

Оператор F_7 осуществляет переход от i -го к $i+1$ маршруту.

Так как на каждом маршруте должны быть проанализированы все k типов самолетов, оператор O_8 производит подготовку ячейки k для анализа.

Оператор F_9 является началом цикла по анализу (рассмотрению) всех типов самолетов данного маршрута.

Группа операторов $O_{10}, F_{11}, P_{12}, P_{13}, \Phi_{20}$ производит сравнение метеорологических параметров — фактических (прогнозируемых) со стандартными — для принятия решения о возможности вылета самолета k -го типа i -го маршрута. Если хотя бы один из параметров фактической (прогнозируемой) погоды меньше стандартного минимума, то функции Res присваивается значение $O_{1,k}$, т. е. запрет вылета на трассу, и происходит переход к анализу очередного ($k+1$) типа самолета.

В противном случае происходит переход к очередной группе операторов $O_{14}, F_{15}, O_{16}, F_{17}, P_{18}, P_{19}, P_{26}, \Phi_{27}$, которая анализирует погоду в j пунктах посадки (сравнением параметров P_2 фактической погоды со стандартными минимумами) и принимает решение о возможности (запрете) посадки на j аэродроме самолета k -го типа i -го маршрута.

Если при сравнении параметров на j -м аэродроме параметры фактической погоды выше минимумов, то печатается функция $Res=R_{1,k}$ — разрешение посадки на этом аэродроме.

Если на j -м аэродроме минимумы выше параметров фактической (прогнозируемой) погоды, то переходим к анализу погоды на следующем $j+1$ аэродроме.

Таким образом, производится анализ погоды на всех аэродромах посадки (основном и запасных), пока не будут перебраны все аэродромы посадки.

Если хотя бы на одном аэродроме разрешена посадка, то печатается функция $Res=R_{1,k}$.

Если на всех аэродромах посадки вследствие погодных условий посадка не может быть произведена, то печатается функция $O_{2,k}$ — запрет вылета на трассу вследствие невозможности посадки.

Итак, получив функцию Res для k -го типа самолета i -го маршрута, переходим к оператору P_{22} . Если на данном маршруте просмотрены все заданные типы самолетов ($k=k_{\text{зад } i}$), то происходит переход к оператору P_{23} , чтобы просмотреть все заданные маршруты.

Если просмотрены все маршруты, т. е. $i=i_{\text{зад}}$, то происходит «останов» машины, т. е. работа алгоритма закончена.

Алгоритм № 2 составлен в предположении, что $P_1=P_2$.

Операторная схема программы имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 &U_0 V_1 V_2 E_3^i V_4^i E_5^i O_6(i) \downarrow_1 F_7(i) O_8(k) \downarrow_2 F_9(k) O_{10}(j) \downarrow_3 F_{11}(j) O_{12}(P) \downarrow_4 F_{13} \times \\
 &\times (P) P_{14}(\Delta x_{0,k}^P) \downarrow_6 P_{15}(\Delta x_{i,j}^P) \downarrow_7 P_{16} \downarrow_4 \Phi_{17}(R) \downarrow_5 \Pi_{18} P_{19} \downarrow_2 P_{20} \downarrow_1 \Psi_{21} \downarrow_6 \Phi_{22} \times \\
 &\times (O_1) \downarrow_5 \downarrow_7 P_{23} \downarrow_3 \Phi_{24}(O_2) \downarrow_5.
 \end{aligned}$$

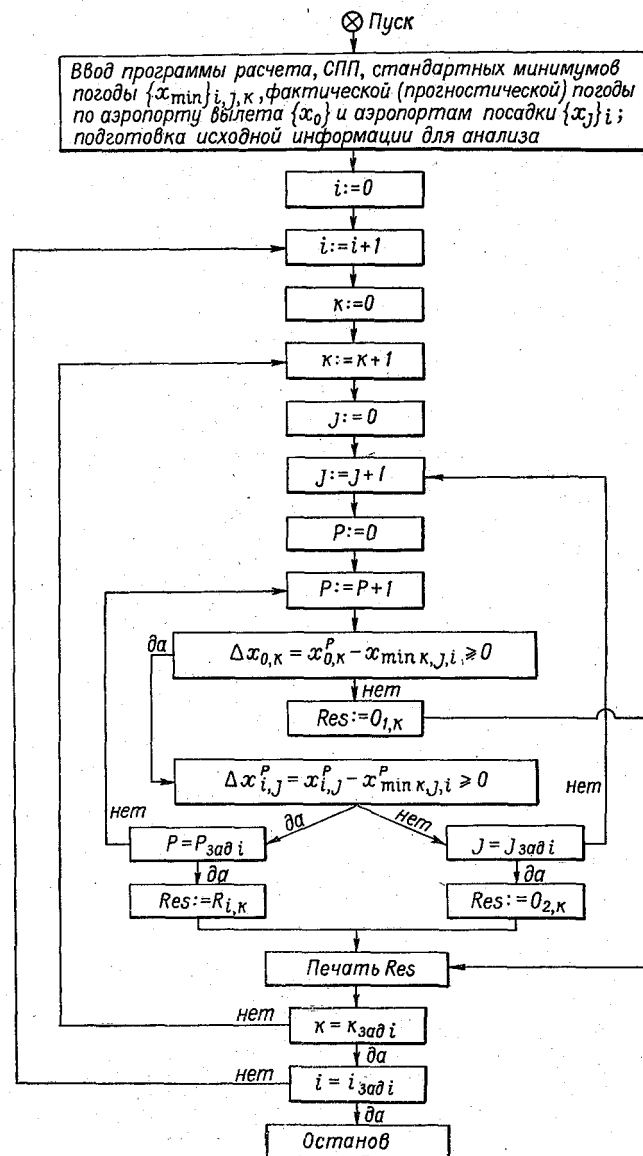


Рис. 2. Алгоритм № 2 анализа метеорологических условий на аэродроме вылета и на аэродромах посадки при $P_1 = P_2 = P$ для i маршрутов и k_i типов самолетов.

где группа операторов $U_0, V_1, V_2^0, E_3^0, V_4^{i,j}, E_5^{i,j}, O_6(i), F_7(i), O_8(k), F_9(k)$ — аналогична соответствующей группе операторов алгоритма № 1.

Группа операторов $O_{10}(j), F_{11}(j), O_{12}(P), F_{13}(P)$ тождественно равна группе операторов $O_{14}(j), F_{15}(j), O_{16}(P_2), F_{17}(P_2)$.

Оператор $R_{14}(\Delta x_{0,k}^P)$ тождествен оператору $P_{12}(\Delta x_{0,k}^P)$.

Группа операторов $P_{15}, P_{16}, \Phi_{17}(R), \Pi_{18}, P_{19}, P_{20}, \mathcal{Y}_{21}, \Phi_{22}(O_1), P_{23}, \Phi_{24}(O_2)$ тождественно равна группе операторов $P_{18}(\Delta x_{i,j}^{P_2}), P_{19}, \Phi_{20}(R), \Pi_{21}, P_{22}, P_{23}, \mathcal{Y}_{24}, \Phi_{25}(O_1), P_{26}, \Phi_{27}(O_2)$.

Функционально работа алгоритма № 2 отличается от работы алгоритма № 1 в следующем: в первом алгоритме сначала происходит переборка всех параметров фактической (прогнозируемой) погоды и сравнение их со стандартными минимумами на основном аэродроме, т. е. на аэродроме вылета. И если вылет разрешен, то осуществляется анализ погоды на аэродромах посадки (основном и запасных) (см. рис. 1).

Во втором алгоритме сравнение одного (первого, второго и т. д.) параметра фактической (прогнозируемой) погоды со стандартными минимумами происходит одновременно на аэродроме вылета и j -м аэродроме посадки, т. е. сначала выясняется возможность вылета с аэродрома по первому из параметров. Если вылет разрешен, то сразу по этому же параметру выясняется возможность его приема на аэродроме посадки.

После этого переходим к сравнению второго параметра.

В остальном алгоритм № 2 тождествен алгоритму № 1.

Теперь перейдем к рассмотрению работы алгоритма № 3, проанализировав его отличие от предыдущих.

Алгоритм № 3 может быть использован для осуществления одиночных вылетов самолетов, а также, как и алгоритмы № 1 и 2, для анализа полетов по всем маршрутам аэродрома (рис. 3, а, б). Рассмотрим операторную схему алгоритма № 3, она имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & U_1 V_1 V_2^0 E_3^0 V_4^{i,j} E_5^{i,j} V_6 O_7(i) \downarrow_1 P_8 \downarrow_2 \mathcal{Y}_9 \downarrow_2 F_{10}(i) P_{11} \downarrow_3 P_{12} \downarrow_1 \downarrow_3 O_{13}(k) \times \\ & \times \downarrow_4 P_{14} \downarrow_1 F_{15}(k) P_{16} \downarrow_5 P_{17} \downarrow_6 \downarrow_5 O_{18}(j) \downarrow_6 F_{19}(j) O_{20}(P) \downarrow_7 F_{21}(P) P_{22}(\Delta x_{0,k}^P) \times \\ & \times \downarrow_9 \Phi_{23}(O_1, k) \downarrow_8 \Pi_{24} \downarrow_4 \downarrow_9 P_{25}(\Delta x_{i,k}^P) \downarrow_{10} P_{26} \downarrow_6 \Phi_{27}(O_2, k) \downarrow_8 \downarrow_{10} P_{28} \downarrow_7 \Phi_{29} \times \\ & \times (R) \downarrow_8, \end{aligned}$$

где операторы $U_0, V_1, V_2^0, E_3^0, V_4^{i,j}, E_5^{i,j}$ тождественны соответствующим операторам алгоритмов № 1 и 2; V_6 — оператор ввода в машину признаков i' и k' . В случае рассмотрения всех маршрутов i' и k' имеют значения нуль.

В случае рассмотрения одиночного полета признаку i' присваивается номер i -го маршрута, а признаку k' присваивается значение, равное типу самолета.

Операторы $O_7(i), P_8, \mathcal{Y}_9, F_{10}(i), O_{13}(k), F_{15}(k), O_{18}(j), F_{19}(j), O_{20}(P), F_{21}(P), P_{22}(\Delta x_{0,k}^P), \Phi_{23}(O_1, k), \Pi_{24}, P_{25}(\Delta x_{i,k}^P), P_{28}, \Phi_{29}(R, k), P_{26}, \Phi_{27}(O_2)$

тождественны соответственно операторам первого алгоритма:

$$\begin{aligned} & O_6(i), P_{23}, \mathcal{Y}_{24}, F_7(i), O_8(k), F_9(k), O_{14}(j), F_{15}(j), O_{16}(P), F_{17}(P), \\ & P_{12}(\Delta x_{0,k}^P), \Phi_{25}(O_1), \Pi_{21}, P_{18}(\Delta x_{i,j}^{P_2}), P_{19}, \Phi_{20}(R), P_{26}, \Phi_{27}. \end{aligned}$$

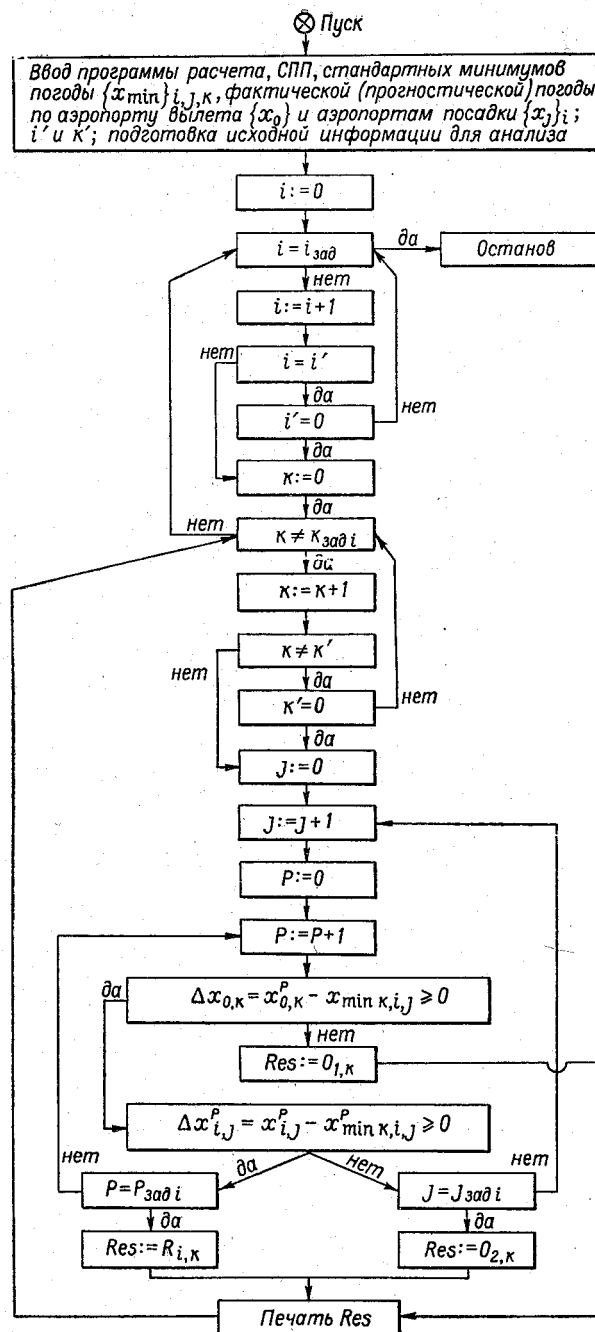


Рис. 3. Алгоритм № 3 анализа метеорологических условий на аэродроме вылета и j аэродромах посадки при $P_1 = P_2 = P$:

а) при $i' = 0$, $k' = 0$ для i маршрутов и k_i типов самолетов;

б) при $i' \neq 0$, $k' \neq 0$ для одного самолета k' -го типа i' -го маршрута.

Если мы рассматриваем возможность вылета по всем маршрутам всех типов самолетов, то работа алгоритма № 3 аналогична работе алгоритма № 2.

Если рассматривается возможность одиночного полета по i -му маршруту, то работа алгоритма происходит следующим образом.

С помощью операторов P_{11} и P_{12} осуществляется выборка из всех маршрутов заданного маршрута.

Операторы P_{16} и P_{17} отбирают заданный тип самолета.

После выбора заданного маршрута и заданного типа самолета определяется возможность вылета и посадки на аэродромах посадки (основном и запасных).

Операторная схема и программа для получения информации о барическом поле и ветре на высотах по данным о траектории полета самолета

На основании соотношений (3) — (8) операторная схема программы для получения информации о барическом поле и ветре на высотах по данным о траектории самолета может быть представлена в следующем виде:

$$U_0 V_1 V_2^i E_3^i O_4(i) \downarrow_1 P_5 \downarrow_2 F_6(i) A_7^i A_8^i A_9^i A_{10}^i A_{11}^i A_{12}^i A_{13}^i E_{14}^i \Pi_{15} \downarrow_1 \downarrow_2 Y_{16},$$

где U_0 — начало программы;

V_1 — ввод программы расчета, необходимых стандартных подпрограмм (перевод $10 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 10$, $\sin x$, $\lg x$, $\sqrt{x}$, $\arcsin x$, перевод из радианной меры в градусную);

V_2^i — ввод в память машины массивов исходной информации

$$\varphi[i], L[i], t[i], V[i], \Delta\gamma[i], z[i], z_p[i], T[i], W[i], \alpha[i] \text{ и } \frac{dz}{dt}[i]$$

и постоянных

$$\omega, A, g, T_{\text{ст}}, z_{p_{\text{ст}}};$$

E_3^4 — обращение к подпрограмме перевода указанных массивов и постоянных из десятичной системы счисления в двоичную;

$O_4(i)$ — восстановление номера рассматриваемой точки для очередного просчета (присвоение i значения 0);

P_5 — логический оператор проверки просчетов всех заданных точек (проверка неравенства $i \neq n$, где n — количество заданных точек).

Если условие выполнено, то переход к оператору $F_6(i)$, в противном случае переход к оператору Y_{16} ;

$F_6(i)$ — оператор перехода к расчету очередной точки (присвоение i значения $i+1$);

A_7^i — расчет значения $l(i) = 2\omega \sin \varphi$;

A_8^i — арифметический оператор расчета градиента геопотенциала в соответствии с формулой (3);

A_9^i — арифметический оператор расчета градиента геопотенциала в соответствии с формулой (4);

A_{10}^i — арифметический оператор расчета высоты основной изобарической поверхности в геопотенциальных декаметрах в соответствии с формулой (5);

A_{11}^i — арифметический оператор расчета проекции вектора ветра, нормальной к линии пути в соответствии с формулой (6);

A_{12}^i — арифметический оператор расчета скорости ветра в соответствии с формулой (7);

- A_{13}^i — арифметический оператор расчета направления ветра в соответствии с формулой (8);
 E_{14}^r — обращение к подпрограмме перевода из $2 \rightarrow 10$ и перевода из радианной меры в градусную результатов расчета;
 P_{15} — печать результатов расчета. Переход к оператору P_5 ;
 Y_{16} — конец программы, «останов».

Программа автоматизированной обработки бортовой информации на ЭЦВМ с использованием АЛГОЛ-60 имеет следующий вид:

```
begin real  $\omega$ ,  $\pi$ ,  $A$ ,  $TST$ ,  $ZPS$ ,  $\delta$ ,  $g$ ,  $l$ ,
          grad  $HX1$ , grad  $HX2$ ,  $HS$ ,  $UW$ ,  $U$ ;
array  $\varphi$ ,  $L$ ,  $t$ ,  $V$ ,  $\Delta\gamma$ ,  $Z$ ;  $ZP$ ,  $VZ$ ,  $T$ ,  $W$ ,  $\alpha[1:n]$ ;
integer  $i$ ,  $n$ ;
  ввод ( $n$ ,  $A$ ;  $\varphi$ ,  $L$ ,  $t$ ,  $V$ ,  $\Delta\gamma$ ,  $Z$ ,  $ZP$ ,  $T$ ,  $W$ ;  $TST$ ,  $ZPS[i]$ );
   $\omega := .115_{10} - 4$ ;  $\pi := .31416_{10} + 1$ ;  $g := .981_{10} + 1$ ;
  for  $i := 1$  step 1 until  $n$  do.
    begin  $l := .2_{10} + 1 \times \omega \times \sin(\varphi[i])$ ; grad  $HX1 := l \times L[i] / (A \times t[i])$ ;
          grad  $HX2 := l \times V[i] \times \text{tg}(\Delta\gamma[i]) / A$ ;
           $HS := .1 \times Z[i] + T[i] \times (ZPS[i] - ZP[i]) / TST[i]$ ;
           $UW := g \times VZ[i] / (l \times W[i])$ ;
           $U := \text{sqrt}(W[i] \times W[i] - .2_{10} + 1 \times W[i] \times \text{sqrt}(V[i] \times$ 
             $\times V[i] - UW \times UW))$ ;
           $\delta := \alpha[i] + \text{arc sin}(UW/U) + \pi$ ;
          вывод (grad  $HX1$ , grad  $HX2$ ,  $HS$ ,  $UW$ ,  $U$ ,  $\delta$ );
    end.
  end. . .
```

Учитывая то обстоятельство, что с самолетом постоянно поддерживается двухсторонняя радиосвязь, а также ведется радиолокационное наблюдение за его положением, автоматизация сбора информации не представляет серьезной технической трудности.

ЛИТЕРАТУРА

- Агеев М. И. Основы алгоритмического языка АЛГОЛ-60. ВЦ АН СССР, М., 1965.
- Баранов А. М., Мазурин Н. И., Солонин С. В., Янковский И. А. Авиационная метеорология. Гидрометеиздат, Л., 1966.
- Бусленко Н. П. Математическое моделирование производственных процессов. Изд-во «Наука», М., 1964.
- Криницкий Н. А., Миронов Н. А., Фролов Г. Д. Программирование. Изд-во «Наука», М., 1966.
- Лавров С. С. Универсальный язык программирования. Изд-во «Наука», М., 1964.
- Мак-Кракен Д. Ж. Программирование на АЛГОЛе. Изд-во «Мир», М., 1964.
- Молоканов Г. Ф. О законе управления самолетом, перелетающим из одного пункта в другой в кратчайшее время. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, № 1, 1966.
- Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета. Под ред. академика Б. Н. Петрова и проф. С. В. Емельянова. Изд-во «Наука», М., 1968.
- Солонин С. В. О перспективах автоматизации метеорологического обеспечения полетов. Труды ЛГМИ, вып. 29, 1967.
- Солонин С. В. О применении принципа Ферма при определении траектории минимального времени полета самолета. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
- Солонин С. В. Получение информации о барическом поле и ветре на высотах по данным рейсовых самолетов. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.

Ф. А. Гисина

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ТЕРМИЧЕСКИ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ АТМОСФЕРЕ

Из системы спектральных уравнений баланса энергии турбулентности и интенсивности пульсаций температуры получены формулы для расчета основных характеристик турбулентности. Проведен расчет этих характеристик при разных внешних параметрах.

Изучение спектральных характеристик турбулентности необходимо для решения ряда задач как научного, так и прикладного характера. Спектры энергии турбулентности представляют, в частности, большой интерес для авиационной метеорологии.

В настоящее время детально исследована только инерционная область спектра. Предсказанный впервые Колмогоровым и Обуховым [2, 6, 7] «закон — 5/3» для спектров скорости и температуры надежно подтвержден многочисленными измерениями в атмосфере, океане и лабораторных установках.

Инерционная область спектра — это область волновых чисел, на которые не влияют ни молекулярные эффекты, ни архимедовы силы, возникающие в температурно-стратифицированной атмосфере.

Первая оценка низкочастотной границы инерционного интервала в условиях стратифицированного потока была получена Обуховым [8], который ввел масштаб длины $L_* = \epsilon^{1/4} (g/T)^{-1/2} N^{-3/4}$, определяющий размер вихрей, на которые влияет сила Архимеда. Вихри, размер которых существенно меньше L_* , принадлежат инерционному интервалу. Аналогичный масштаб длины для нижней границы инерционного интервала был позднее получен Болджиано [11, 12]. Область вихрей $l > L_*$ Болджиано назвал интервалом плавучести.

Естественно, что большой интерес представляет исследование спектральных характеристик турбулентности в термически стратифицированной атмосфере в области низких частот, лежащих за границей инерционного интервала. В последние годы в этом направлении был выполнен ряд теоретических и экспериментальных работ. Значительное внимание этому вопросу было уделено также и на состоявшемся в 1965 г. в Москве международном симпозиуме по атмосферной турбулентности и распространению радиоволн.

Существенным, однако, является то, что для низкочастотной области равновесного интервала — интервала плавучести — при устойчивой стратификации в настоящее время теоретически получены две разные формы спектра: «закон — 11/5» Болджиано [11, 12] и «закон — 3» Ламли—Шура [10, 14]. «Закон — 11/5» получен также Мониным [5] и автором [1].

В настоящей работе исследуются спектральные характеристики турбулентности в термически стратифицированной атмосфере. Рассчитываются следующие характеристики: трехмерный спектр энергии

турбулентности — $E(p) \left(\frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) = \int_0^\infty E(p) dp \right)$, трехмерный

спектр интенсивности пульсаций температуры — $G(p) \left(\overline{T'^2} = \int_0^\infty G(p) dp \right)$,

спектр потока количества движения — $\tau(p) \left(\overline{u'w'} = \int_0^\infty \tau(p) dp \right)$, спектр

потока тепла — $H(p) \left(\overline{w'T'} = \int_0^\infty H(p) dp \right)$,

где (u', v', w') — компоненты пульсаций скорости в направлениях ox , oy и oz , T' — пульсация температуры, p — волновое число.

Основные спектральные уравнения для определения этих характеристик и гипотезы для входящих в них спектров $\tau(p)$ и $H(p)$ были сформулированы в предыдущей работе автора [1]. В этой работе было рассмотрено два различных механизма для спектральных турбулентных потоков количества движения и тепла, названных механизмами слабого и сильного взаимодействий основных (средних) и турбулентных (пульсационных) полей. Однако для случая сильного взаимодействия полей скорости и полей температуры, представляющего наибольший интерес, в [1] было получено приближенное решение, что не позволило рассмотреть достаточно широкую спектральную область.

В данной работе будет получено точное решение системы спектральных уравнений для случая сильного взаимодействия полей скорости и полей температуры, и проведен расчет спектров и анализ различных членов спектральных уравнений при различных внешних параметрах.

Исходная система уравнений для определения основных спектральных характеристик включает спектральные уравнения баланса энергии турбулентности и интенсивности пульсаций температуры:

$$\varepsilon = S(p) - \frac{dU}{dz} \int_p^\infty \tau(p) dp + \beta \int_p^\infty H(p) dp, \quad (1)$$

$$N = R(p) - \frac{dT}{dz} \int_p^\infty H(p) dp. \quad (2)$$

Эти уравнения записаны для области волновых чисел от p до ∞ . Уравнение (1) означает, что в данной области волновых чисел энергия может изменяться под влиянием следующих причин: $S(p)$ — переноса энергии по спектру от малых p к большим (от больших вихрей к ма-

лым), $\frac{dU}{dz} \int_p^\infty \tau(p) dp$ — производства энергии турбулентности средним

движением $\frac{dU}{dz}$ — градиент средней скорости), $\beta \int_p^\infty H(p) dp$ — про-

изводства (или расхода) энергии благодаря работе сил плавучести (β — параметр плавучести, равный g/T), ε — диссипации энергии в тепло. Поскольку рассматривается стационарный процесс, то все источники и стоки энергии уравниваются. Аналогично в уравнении (2) член

$\frac{dT}{dz} \int_p^\infty H(p) dp$ характеризует порождение пульсаций температуры средним температурным полем, осуществляемое благодаря переносу тепла $H(p)$ ($\frac{dT}{dz}$ — градиент средней температуры), член $R(p)$ описывает перенос по спектру пульсаций температуры, наконец, N является аналогом диссипации и характеризует рассасывание температурных неоднородностей молекулярной температуропроводностью.

При записи уравнений (1), (2) сделано предположение о локальной однородности, поэтому в них отсутствуют диффузионные члены*.

Для функций переноса $S(p)$ и $R(p)$ примем гипотезу Гейзенберга [13]:

$$\left. \begin{aligned} S(p) &= K(p) \int_0^p 2p^2 E(p) dp, \\ R(p) &= \alpha K(p) \int_0^p p^2 G(p) dp. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для спектральных потоков количества движения и тепла в области волновых чисел от p до ∞ используем предположение о сильном взаимодействии основных и пульсационных полей температуры и скорости, в соответствии с которым:

$$\int_p^\infty \tau(p) dp = -K(p) \left[2 \int_0^p p^2 E(p) dp \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$$\int_p^\infty H(p) dp = \pm \alpha K(p) \left[\int_0^p p^2 G(p) dp \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) видно, что это предположение является спектральным аналогом гипотезы Буссинеска—Шмидта для интегральных потоков количества движения и тепла: роль коэффициента турбулентности играет спектральный коэффициент турбулентности $K(p)$, характеризующий трение, создаваемое малыми вихрями, а вместо градиентов средних полей входят градиенты соответствующих пульсационных полей, создаваемые большими вихрями (волновые числа от 0 до p).

В (3)—(5) величина α характеризует отличие коэффициента турбулентной температуропроводности от коэффициента турбулентности для количества движения. Для спектрального коэффициента турбулентности используем соотношение [5]:

$$K(p) = \gamma \left[\int_p^\infty p^{-2} E(p) dp \right]^{1/2}. \quad (6)$$

* Эти уравнения записаны для достаточно больших вихрей l , на которые не влияют молекулярные вязкость и температуропроводность.

Подставив (3) — (6) в (1) и (2), получим:

$$\varepsilon = K(p) \int_0^{\infty} 2p^2 E(p) dp + \frac{dU}{dz} K(p) \left[\int_0^p 2p^2 E(p) dp \right]^{\frac{1}{2}} \pm \alpha \beta K(p) \left[\int_0^p p^2 G(p) dp \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

$$N = \alpha K(p) \int_0^p p^2 G(p) dp + \alpha \left| \frac{dT}{dz} \right| K(p) \left[\int_0^p p^2 G(p) dp \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

В (5) и (7), как и всюду в дальнейшем, верхний знак соответствует устойчивому состоянию ($\frac{dT}{dz} > 0$), а нижний — неустойчивому ($\frac{dT}{dz} < 0$).

Точное решение уравнений (7), (8) для основных спектральных характеристик можно получить в параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} p^4 &= \frac{\gamma^2 \varepsilon}{4K^3(p)} [1 - \Psi(p)] \left[1 \pm \frac{c}{\sqrt{1+b/K(p)}} \right], \\ E(p) &= \frac{8}{3\gamma^2} p K^2(p) \chi(p), \\ G(p) &= \frac{4}{3} \frac{N}{p^3 K(p)} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+b/K(p)}} \right) \chi(p), \\ \tau(p) &= \frac{2}{3} \left| \frac{dU}{dz} \right| (1 - \Psi^{-1}(p)) \frac{K(p)}{p} \chi(p) \times \\ &\quad \times \left[1 + \frac{a}{2K(p)} \frac{\Psi(p)}{1 - \Psi^{-1}(p)} \left(1 \pm \frac{c}{\sqrt{1+b/K(p)}} \right) \right], \\ H(p) &= \pm \frac{2}{3} \left| \frac{dT}{dz} \right| (1 - \sqrt{1+b/K(p)}) \frac{K(p)}{p} \chi(p) \times \\ &\quad \times \left[1 + \frac{b}{2K(p) \sqrt{1+b/K(p)} (1 - \sqrt{1+b/K(p)})} \right], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где введены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} b &= -\frac{4N}{\alpha \left(\frac{dT}{dz} \right)^2}, \quad a = \frac{4\varepsilon}{\left(\frac{dU}{dz} \right)^2}, \quad c = \frac{\beta N}{\varepsilon \left| \frac{dT}{dz} \right|}, \\ \Psi(p) &= \left[1 + \frac{a}{K(p)} \left(1 \pm \frac{\alpha \beta B(p) K(p)}{\varepsilon} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \\ B(p) &= -\frac{1}{2} \left| \frac{dT}{dz} \right| (1 - \sqrt{1+b/K(p)}), \\ \chi(p) &= \left\{ 1 + \frac{a}{6K(p)} \frac{\Psi^3}{1 - \Psi(p)} \left(1 \pm \frac{c}{\sqrt{1+b/K(p)}} \right) \pm \frac{bc}{6K(p)} \times \right. \\ &\quad \times \left. \frac{(1+b/K(p))^{-3/2}}{\left(1 \pm \frac{c}{\sqrt{1+b/K(p)}} \right)} \right\}^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Зная внешние параметры — ε , N , β , $\frac{dU}{dz}$, $\frac{dT}{dz}$, по формулам (9) и (10) можно рассчитать все спектральные характеристики как функции волнового числа p . Как следует из уравнений (1) и (2), спектры формируются под влиянием разнообразных эффектов. Интересно оценить роль этих эффектов для различных сочетаний внешних параметров. Из-за от-

существования необходимой информации при расчетах сочетание параметров ε , N , β , $\frac{dU}{dz}$, $\frac{dT}{dz}$ до некоторой степени было произвольным; пределы изменения ε и N на больших высотах выбирались в соответствии с результатами работы [3].

Расчеты были проведены для следующих значений параметров (табл. 1).

Таблица 1

Случай	$\varepsilon, \frac{м^2}{сек^3}$	$N, \frac{град^2}{сек}$	$\frac{dU}{dz}, \frac{м/сек}{100 м}$	$\frac{dT}{dz}, \frac{град}{100 м}$
1	10^{-5}	10^{-6}	2	+1 — устойчивость -1 — неустойчивость
2	10^{-5}	10^{-4}	2	0,1
3	10^{-5}	10^{-4}	1	1
4	10^{-4}	10^{-7}	0,1	2

Для всех случаев рассчитывались спектры $E(p)$, $G(p)$, $\tau(p)$, $H(p)$ и члены уравнений (1) и (2). Результаты расчета приведены на рис. 1—4.

Результаты расчета для случая 1 представлены на рис. 1 а, б, в. Из рис. 1 а, б видно, что в области больших волновых чисел до $p \geq 1 м^{-1}$ имеется инерционный интервал, в котором выполняется «закон—5/3», который при $p < 1 м^{-1}$ переходит в «закон—1» для спектров энергии и интенсивности пульсаций температуры; спектры $\tau(p)$ и $H(p)$ в области малых волновых чисел практически постоянны. «Закон—1» для спектра энергии был впервые теоретически получен Ченом [15], а для спектра температуры в [1]. Из рис. 1 в видно, что, как и следовало ожидать, в инерционной области основную роль играют члены, характеризующие перенос по спектру энергии и пульсаций температуры, а в области меньших волновых чисел наиболее существенными оказываются члены, описывающие производство энергии и температурных пульсаций средними полями скорости и температуры соответственно.

Влияние стратификации проявляется только в области $p < 1 м^{-1}$. В рассмотренном примере влияние стратификации на $E(p)$, $\tau(p)$ и величину $H(p)$ оказалось несущественным (знак $H(p)$ меняется на противоположный при переходе от устойчивой стратификации к неустойчивой).

В случае 2 (рис. 2 а) инерционный интервал имеет примерно такую же границу, как и в случае 1, но теперь «закон—5/3» в области меньших волновых чисел переходит в «закон—11/5» для $E(p)$ и $\tau(p)$, в «закон—7/5» для $G(p)$ и в «закон—9/5» для $H(p)$, т. е. в законы, впервые

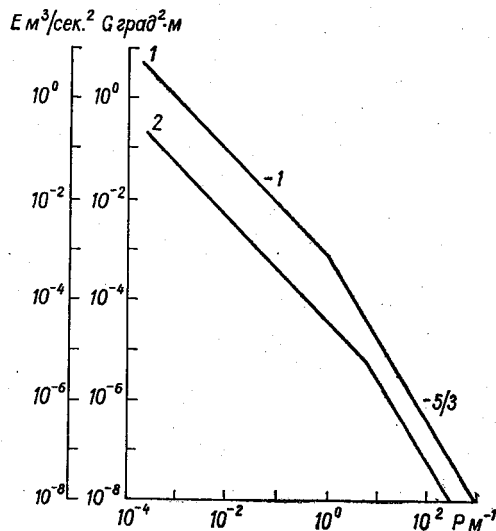


Рис. 1а. Спектры энергии турбулентности (кривая 1) и интенсивности пульсаций температуры (кривая 2) для случая 1.

предсказанные Болджиано из соображений размерности. Соответствующая этому случаю спектральная зависимость различных членов уравнений (1) и (2) представлена на рис. 2б, из которого видно, что в области $p < 1 \text{ м}^{-1}$ роль производства энергии и диссипации энергии является несущественной, а члены, характеризующие влияние плавучести и перенос энергии по спектру, примерно одинаковы по величине. Этот результат совпадает с предположением Болджиано [11, 12] о роли этих членов в спектральном балансе энергии турбулентности.

Результаты расчета различных членов уравнений (1), (2) для случая 3, который, так же как и 2, относится к устойчивой стратификации, приведены на рис. 3. Очень интересным является то, что в этом случае для всей рассматриваемой области волновых чисел наблюдается «закон—5/3», хотя из рис. 3 следует, что инерционный интервал простирается только до $p \sim 10 \text{ м}^{-1}$, а затем существенную роль играют члены, описывающие производство энергии средним полем скорости и расход

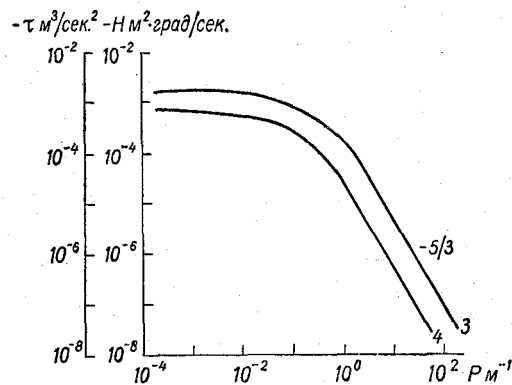


Рис. 1б. Спектры потоков количества движения (кривая 3) и тепла (кривая 4) для случая 1.

ее на работу против силы плавучести, которые практически уравнивают друг друга. Диссипация энергии и перенос энергии по спектру в этой области малы и не влияют на спектры. Это показывает, что «закон—5/3» в этом случае существенно отличается от закона Колмогорова—Обухова. Представляется, что можно провести аналогию между этим случаем и рассмотренным Ламли [4] случаем неоднородной турбулентности при безразличном равновесии, когда при достаточно малых p наблюдался «закон—5/3» для спектра $E(p) = \alpha \epsilon^{2/3} p^{-5/3}$, в котором, однако, величина α была не постоянной, как это требует закон Колмогорова—Обухова, а зависела от отношения порождения энергии средним движением P к диссипации энергии ϵ : $\alpha = 0,504 \left[1 + 0,383 \left(\frac{P}{\epsilon} - 1 \right) \right]^{2/3}$. Если $\frac{P}{\epsilon}$ будет существенно больше единицы, то $E(p)$ не будет содержать ϵ .

Наконец, в случае 4, результаты расчета для которого представлены на рис. 4 а, б, видно, что во всей рассматриваемой области волновых чисел для $E(p)$ и $\tau(p)$ выполняется «закон—5/3», и соответственно в уравнении (1) основную роль играет перенос энергии турбулентности по спектру, равный диссипации энергии (рис. 4, б). Спектры $G(p)$ и $H(p)$ в области $p \geq 10 \text{ м}^{-1}$ также подчиняются «закону—5/3», но в области $p < 10 \text{ м}^{-1}$ зависимость от p существенно изменяется; для $H(p)$ меняется даже характер зависимости: убывание с ростом p сменяется возрастанием. В этой области $G(p) \sim p^{-5/3}$, а $H(p) \sim p^{1/3}$.

В спектральном уравнении (2) основную роль в этой области играет порождение пульсаций температуры средним температурным полем.

Таким образом, проведенный расчет показывает, что в зависимости от значений внешних параметров: ϵ , N , β , $\frac{dU}{dz}$ и $\frac{dT}{dz}$ в области волновых

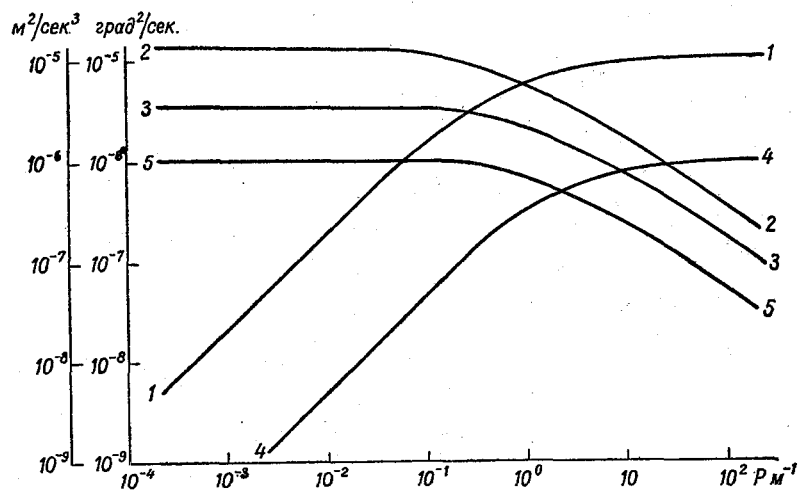


Рис. 1в. Члены спектральных уравнений (1) и (2) для случая 1.
 1 — перенос энергии турбулентности по спектру (m^2/sec^3); 2 — производство энергии турбулентности средним полем скорости (m^2/sec^3); 3 — расход энергии на работу против силы плавучести (m^2/sec^3); 4 — перенос по спектру пульсаций температуры ($град^2/сек$); 5 — порождение температурных пульсаций средним полем температуры ($град^2/сек$).

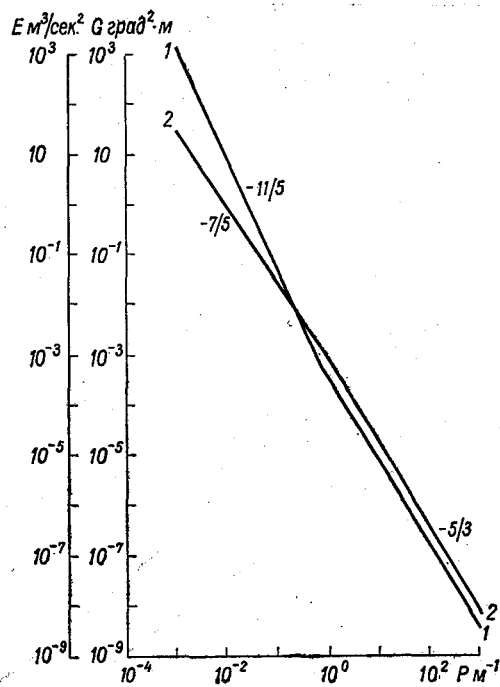


Рис. 2а. Спектры энергии турбулентности (кривая 1) и интенсивности пульсаций температуры (кривая 2) для случая 2.

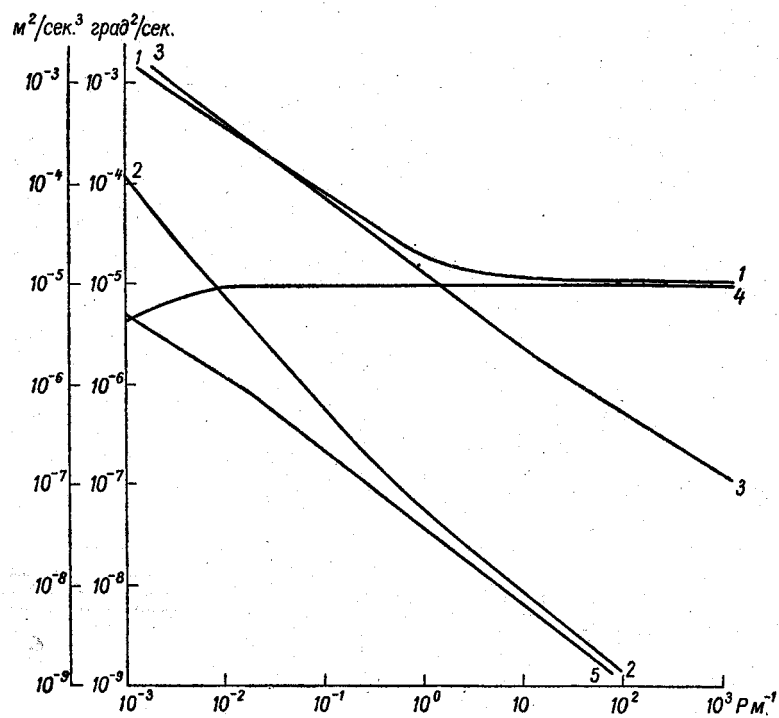


Рис 2б. Члены спектральных уравнений (1) и (2) для случая 2.
Усл. обозначения см. рис. 1.

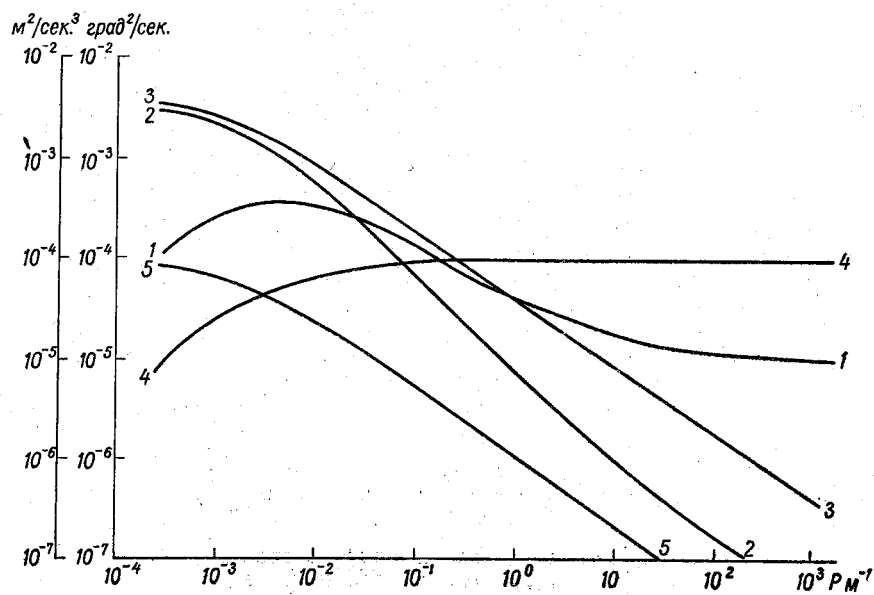


Рис. 3. Члены спектральных уравнений (1) и (2) для случая 3.
Усл. обозначения см. рис. 1.

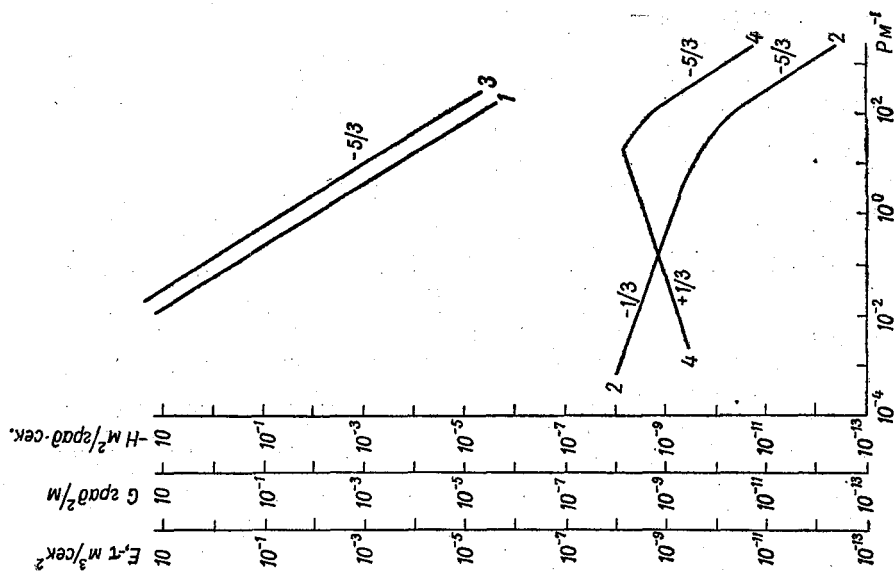


Рис. 4а. Спектры энергии турбулентности (кривая 1), интенсивности пульсаций температуры (кривая 2), потоков количества движения (кривая 3) и тепла (кривая 4) для случая 4.

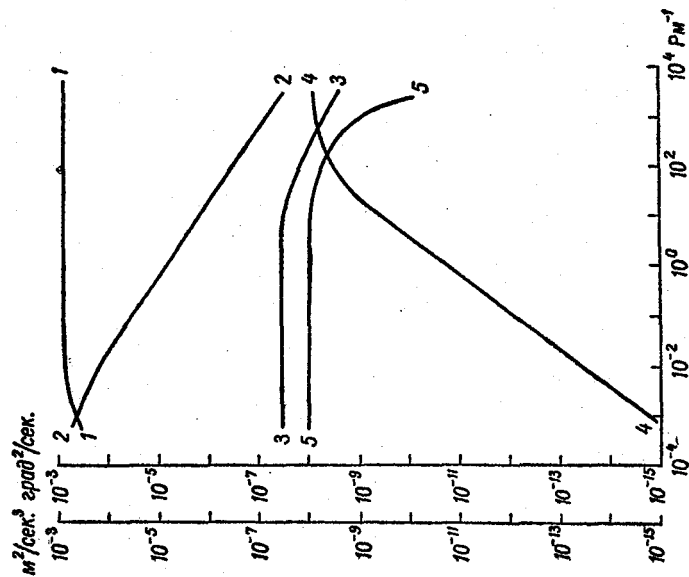


Рис. 4б. Члены спектральных уравнений (1) и (2) для случая 4.

Усл. обозначения см. рис. 1.

чисел, меньших тех, которые принадлежат инерционному интервалу, могут наблюдаться различные формы спектра.

Уже указывалось, что имеющиеся экспериментальные данные пока недостаточны для проверки различных теорий. В связи с этим Филлипс [9] предложил для проверки теорий Болджиано [11, 12] и Ламли [14] проводить измерение спектра пульсаций температуры, ибо последние в этих двух теориях отличаются более существенно, чем спектры энергии ($G(p) \sim p^{-7/2}$ в теории Болджиано, $G(p) \sim p^{-1}$ получено Филлипсом, используя гипотезы Ламли [14]).

Однако предложенная Филлипсом проверка не является однозначной. Действительно, в настоящей работе (а также в [1]) для спектра температуры в области малых волновых чисел также получен закон $G(p) \sim p^{-1}$ (см. рис. 1а), но из совершенно других теоретических предположений. Законы же для спектра энергии в нашем случае и в теории Ламли существенно различны: $E(p) \sim p^{-1}$ и $E(p) \sim p^{-3}$ соответственно.

Поэтому нам представляется, что были бы весьма полезны эксперименты, в которых одновременно измеряются спектры энергии и температуры в области малых волновых чисел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гисина Ф. А. О влиянии градиентов средней скорости и температуры на статистические характеристики турбулентности. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 2, № 8, 1966.
2. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. ДАН СССР, т. 30, № 4, 1941.
3. Копров В. М., Цванг Л. Р. Характеристики мелкомасштабной турбулентности в стратифицированном пограничном слое. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 2, № 11, 1966.
4. Ламли Д. Л. Инерционный интервал в неравновесной турбулентности. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. Изд-во «Наука», М., 1967.
5. Монин А. С. О спектре турбулентности в термически стратифицированной атмосфере. Изв. АН СССР, сер. геофиз. № 3, 1962.
6. Обухов А. М. О распределении энергии в спектре турбулентного потока. Изв. АН СССР, сер. геогр., геофиз., т. 5, № 4—5, 1941.
7. Обухов А. М. Структура температурного поля в турбулентном потоке. Изв. АН СССР, сер. геогр., геофиз., т. 13, № 1, 1949.
8. Обухов А. М. О влиянии архимедовых сил на структуру температурного поля в турбулентном потоке. ДАН СССР, т. 125, № 6, 1959.
9. Филлипс О. М. О теориях Болджиано и Ламли—Шура „Архимедова интервала“. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. Изд-во «Наука», 1967.
10. Шур Г. Н. Экспериментальное исследование энергетического спектра атмосферной турбулентности. Труды ЦАО, вып. 43, 1962.
11. Boldgiano R. Turbulent spectra in a stable stratified media. J. Geoph. Res. 64, № 12, 1959.
12. Boldgiano R. Structure of turbulence in stratified media. J. Geoph. Res. 67, № 8, 1962.
13. Heisenberg W. Zur statistische Theorie der Turbulenz. Zs. für Physik 124, № 7—12, 1948.
14. Lumley I. L. The spectrum of nearly inertial turbulence in a stably stratified fluid J. Atm. Sci 21, № 1, 1964.
15. Tchen C. M. On the spectrum of energy in turbulent shear flow. J. Res. Nat. Bur. standards 50, № 1, 1968.

С. М. Пономарева

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ПРОФИЛИ НЕКОТОРЫХ СРЕДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ И БЮДЖЕТ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЭНЕРГИИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Излагается методика и результаты численного решения задачи о распределении средних характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое в предположении о стационарности и горизонтальной однородности. Описывается алгоритм, позволяющий по данным температурно-ветрового зондирования найти вертикальное распределение коэффициента турбулентной вязкости, средней кинетической энергии турбулентности и всех составляющих уравнения баланса. Анализируются характерные особенности профилей, рассчитанных по материалам Цимлянской экспедиции 1965 г., проводится сравнение с опытными данными.

Изучение режима турбулентности в пограничном слое представляет одну из важнейших проблем современной физики атмосферы, имеющей широкие практические приложения, например, в аэронавигации, самолетостроении, при исследовании ветровых нагрузок на различные аппараты и т. п. При метеорологическом обеспечении авиации также необходимо накопление и обобщение данных по турбулентности, вызывающей болтанку, непосредственно влияющую на полет самолета.

Наиболее турбулизированными областями в атмосфере являются пограничный слой и область у тропопаузы. Хорошо обеспечен градиентными и пульсационными наблюдениями приземный подслон. Для свободной атмосферы (преимущественно, на высотах 6—12 км) также накоплен значительный материал не только по средним, но и спектральным характеристикам.

Для высот от нескольких сот метров до 1—2 км данные о турбулентности еще весьма немногочисленны, причем больше всего известно о коэффициенте турбулентного обмена и гораздо меньше — об интенсивности пульсаций, скорости диссипации и бюджете пульсационной энергии. Совсем недавно начато систематическое изучение тонкой структуры турбулентности на высотах больше 100 м с привязных аэростатов и метеорологических вышек. Однако необходимая аппаратура имеется лишь в отдельных пунктах, и при составлении прогноза турбулентности приходится рассчитывать только на обычные аэрологические материалы.

Многочисленные попытки найти надежную связь параметров тур-

булентности с градиентами ветра и температуры (или их комбинацией — числом Ri) для отдельных уровней в атмосфере не увенчались пока успехом. По-видимому, определение параметров турбулентного режима только по локальным значениям первых производных средней скорости и температуры без учета взаимного влияния разных уровней представляет собой только первое приближение.

Физически более оправдан подход, основанный на полной системе уравнений движения, замыкаемой уравнениями притока тепла и баланса энергии турбулентности (с учетом диффузии энергии по вертикали) и рядом гипотез о связи искомых средних пульсационных характеристик и их зависимости от координат. Подобная модель [2, 7] положена в основу предлагаемой методики. При этом профили ветра и температуры считаются уже заданными, а искомые параметры турбулентности, «управляемые» уравнением баланса и связанные принимаемыми полуэмпирическими соотношениями, определяются в результате интегрирования этого уравнения на полуоси $[0, \infty]$.

Полученные при численном решении на ЭВМ результаты подтверждают возможность определения осредненных профилей характеристик турбулентности по обычным аэрологическим материалам.

Впервые аналогичная, в основных чертах, идея предложена в работе [1], представляющей собой попытку найти приближенное решение уравнения баланса, упрощенного отбрасыванием диффузионного члена. Однако это весьма грубое решение, без учета перераспределения турбулентной энергии по вертикали, дает сильно завышенные значения исследуемых величин.

Основные уравнения

Уравнение баланса, или, как его иногда называют, уравнение переноса турбулентности в стационарном случае записывается с учетом диффузионного члена в обычной форме

$$k \left[\left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right)^2 + \left(\frac{d\bar{v}}{dz} \right)^2 \right] - \frac{g}{T_0} k_T \frac{d\bar{\theta}}{dz} - \varepsilon + diff = 0, \quad (1)$$

где $\bar{u}$, $\bar{v}$ — горизонтальные составляющие скорости ветра, $\frac{d\bar{\theta}}{dz}$ — градиент потенциальной температуры, T_0 — средняя температура пограничного слоя, g — ускорение силы тяжести, ε — средняя скорость диссипации энергии турбулентности в тепло, $diff$ — диффузионный приток турбулентной энергии.

Положенные в основу уравнения (1) полуэмпирические предположения связывают вертикальные турбулентные потоки импульса и тепла с первыми производными составляющих скорости и температуры при помощи линейных соотношений с коэффициентами пропорциональности k и k_T , причем $k_T = \alpha_T k$. Для диффузионного члена также принимается «градиентное» представление [19]

$$diff = \frac{d}{dz} k_b \frac{db}{dz},$$

где $k_b = \alpha_b k$.

Задача состоит в определении по известным функциям $\bar{u}(z)$, $\bar{v}(z)$, $\bar{t}(z)$ вертикального распределения средней кинетической энергии пульсаций на единицу массы $b = \frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}{2}$, коэффициента вихревой вязкости k и диссипации ε , которые связаны между собой по

предположению А. Н. Колмогорова, А. С. Мони́на, А. М. Обухова [13, 19, 20]:

$$k = lb^{1/2}, \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{cb^3}{k}. \quad (3)$$

Вводимый дополнительно масштаб длины l (аналог пути смещения Прандтля) С. С. Зилитинкевич и Д. Л. Лайхтман [7] предложили в условиях стратифицированной атмосферы определять как

$$l = -\tilde{\kappa} \frac{\left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{d\bar{v}}{dz} \right)^2 - \frac{g}{T_0} \alpha_T \frac{d\bar{\theta}}{dz} \right]}{\frac{d}{dz} \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{d\bar{v}}{dz} \right)^2 - \frac{g}{T_0} \alpha_T \frac{d\bar{\theta}}{dz} \right]} = -\tilde{\kappa} \frac{\psi}{\frac{d\psi}{dz}}. \quad (4)$$

Первый этап решения — нахождение профиля l по аэрологическим данным — наиболее трудоемкий и сложный для реализации на ЭВМ. Алгоритм включает получение осредненных и сглаженных профилей ветра и температуры, численное дифференцирование и далее расчет по формуле (4).

Второй этап — решение уравнения баланса, которое после простых преобразований приводится к виду

$$\frac{d^2\beta}{d\zeta^2} - a^2\beta = f(\zeta)\beta^{1/2}. \quad (5)$$

Здесь

$$\beta = \frac{b^{3/2}}{c^{3/4}v_*^3}, \quad \zeta = \int_{z_0}^z \frac{dz}{l}, \quad a^2 = \frac{3c^2}{2\alpha_b}, \quad f(\zeta) = -\frac{3\tilde{\kappa}^2 c^{1/4}}{2\alpha_b^2 v_*^2} \frac{\Psi^3}{\left(\frac{d\Psi}{dz} \right)^2}.$$

После конечно-разностной аппроксимации уравнение (5) решается методом прогонки. Значения эмпирических констант следующие. Число Прандтля (α_T) принято равным единице. Известно большое число работ, посвященных определению α_T , обзор которых имеется в [19]. В большинстве случаев диапазон изменения от 0,5 до 1,5 в зависимости от стратификации. Судя по последним работам [8, 14, 25, 30, 32], α_T может еще больше отличаться от единицы при сильной неустойчивости. Так как в нашем расчете не учитывалось изменение α_T при возрастании устойчивости с высотой, то для всех уровней принято $\alpha_T = 1$.

Что касается остальных коэффициентов, то, следуя [2, 7], $\alpha_b = 0,73$, $c = 0,046$, $\kappa = 0,41$, $\tilde{\kappa} = \kappa c^{1/4}$.

Область интегрирования разбивается на двести точек. Граничные условия следующие:

$$b \rightarrow c^{-1/2} v_*^2, \quad b \rightarrow 0, \\ z \rightarrow z_0, \quad z \rightarrow \infty$$

Таким образом, для расчета нужно знать у земли напряжение трения $\frac{\tau}{\rho} = v_*^2$ и параметр шероховатости z_0 , которые мы определяли по логарифмическому профилю ветра из градиентных измерений.

В качестве условия на верхней границе пограничного слоя для величины b фактически принималась не нулевая величина. Ввиду приближенности модели (неучет нестационарности и адвекции) представляется более правильным принять для b при $z = H$ некоторое малое

нечное значение. Численный эксперимент показывает, что при различных $b \leq 0,1 \text{ м}^2/\text{сек}^2$ расчетные профили b и k меняются мало.

Обычно верхнее граничное условие ставится на некотором уровне, где скорость ветра по модулю или направлению достигает асимптотического значения. В данной работе за высоту пограничного слоя принят уровень, на котором характеристическая функция $\psi \approx 0$ с некоторой точностью, зависящей от точности исходных данных.

Отметим, что расчет одного случая (получение профилей b , k , ϵ , diff , $k\psi$ по заданному распределению ветра и температуры) занимает на машине М-20 несколько минут.

Обработка опытных данных

Исходные материалы представляют собой данные Цимлянской экспедиции (июль 1965 г.). Осредненные вертикальные профили модуля скорости ветра и направления до высот 2—4 км были получены на основе базисных шаропилотных наблюдений, организованных с трех баз одновременно, что позволило получить весьма надежный опытный материал. Всего обработано 8 серий, каждая из которых включала наблюдения в течение нескольких часов. В течение каждого часа выпускалось 6 шаров-пилотов с 10-минутным интервалом. Впоследствии эти наблюдения в ГГО были обработаны и осреднены отдельно по каждой базе, а потом по всем трем базам. В нижней части среднечасовые профили «склеивались» с данными градиентных наблюдений. Для исключения случайных ошибок все профили были сглажены по трехпараметрической схеме [5]. Инструментальная погрешность шаропилотных наблюдений не превышала $\pm 0,5 \text{ м/сек}$ по скорости и $\pm 5^\circ$ по направлению. Фактическая ошибка после осреднения и сглаживания была значительно меньше.

Градиенты $\frac{d\bar{u}}{dz}$ и $\frac{d\bar{v}}{dz}$, необходимые для расчета функции $\Psi = \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2 + \left(\frac{d\bar{v}}{dz}\right)^2 - \frac{g}{T_0} \left(\frac{d\bar{t}}{dz} + \gamma_a\right)$, определялись численным дифференцированием. Для расчетов отбирались безадвективные случаи или случаи с небольшой адвекцией (судя по характеру изменения ветра с высотой). Распределение температуры измерялось с самолета (вертолета) дважды с получасовым интервалом между измерениями. Инструментальная погрешность температурных наблюдений $\leq \pm 0,2$.

Термический член функции Ψ рассчитывали так. Для каждого температурного профиля, заданного таблично, подбирались на ЭВМ аппроксимирующая функция (в виде полиномов Чебышева), так что производные $\frac{d\bar{t}}{dz}$ определялись аналитически.

Этот подготовительный этап работы описывается подробно в связи со спецификой метода. Вся необходимая информация заключена в градиентах ветра и температуры. Поэтому к качеству исходных профилей и их обработке предъявляются высокие требования. Численное дифференцирование эмпирических кривых требует большого внимания и сопряжено с погрешностями, оценить которые трудно. Приближенные оценки показывают, что значения b и k рассчитываются в приземном слое с ошибкой в несколько десятков процентов. Выше 100 м точность падает, поскольку летом над степью в дневных условиях градиенты температуры сравнимы с адиабатическим, так что погрешность при определении функции Ψ , а соответственно и величин b и k , возрастает приблизительно до 100—200%. В окрестности H , в области малого из-

менения ветра с высотой и перемежаемости турбулентности, b и k достигают некоторых малых предельных значений ($b \leq 0,1 \text{ м}^2/\text{сек}^2$, $k \leq 5 \text{ м}^2/\text{сек}$), определяемых, исходя из точности наших данных, только с точностью до порядка.

Анализ результатов

По материалам Цимлянской экспедиции было рассчитано 30 среднечасовых профилей b и k и всех составляющих уравнения баланса. В дневные часы (10—15 час) было 14 профилей, в утренние (7—9 час) — 8, в вечерние (17—19 час) — тоже 8 профилей.

Рисунок 1 иллюстрирует вертикальное распределение b и k для одного из сроков. На рис. 2, 3 показано среднее распределение этих же величин для разных условий. Эти осредненные данные обладают гораздо большей надежностью, чем отдельные профили.

Данные для Цимлянка получены преимущественно в антициклональных условиях при небольшой облачности и умеренном ветре. В качестве параметров, характеризующих состояние пограничного слоя, рассматривались максимальная скорость ветра на уровне

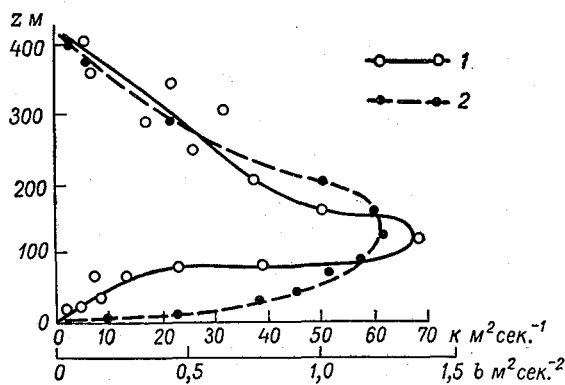


Рис. 1. Вертикальные профили коэффициента турбулентности k (1) и интенсивности турбулентности b (2) в пограничном слое. Цимлянск, 20/VII 1965 г., 18—19 час.

на уровне H ($C_{\max}$) и параметр устойчивости $\mu = -\tilde{\alpha} \frac{gP_0}{T_0 c_p \lambda \sigma_*^2}$, где λ — параметр Кориолиса, а P_0 — измеренный у земли вертикальный турбулентный поток тепла по данным ИФА.

В итоге все опыты классифицированы следующим образом:

$C_{\max}$, м/сек	μ	Характеристика устойчивости	Число случаев
< 5	$-10 \leq \mu < 0$	Слабая неустойчивость или безразличное равновесие	11
$5 \div 8$	$-50 \leq \mu < -10$	Умеренная неустойчивость	14
$8 \div 12$	$\mu < -50$	Сильная неустойчивость	5

Рассмотрим отличительные особенности полученных характеристик турбулентности.

Масштаб турбулентности l

Величина l растет почти линейно до уровня $0,3—0,5 H$, а потом постепенно убывает до некоторого асимптотического значения порядка $25 \div 70 \text{ м}$, в зависимости от условий. Наибольшие значения, которых достигает l на высотах $100—400 \text{ м}$, составляют $100—200 \text{ м}$. Возможностей

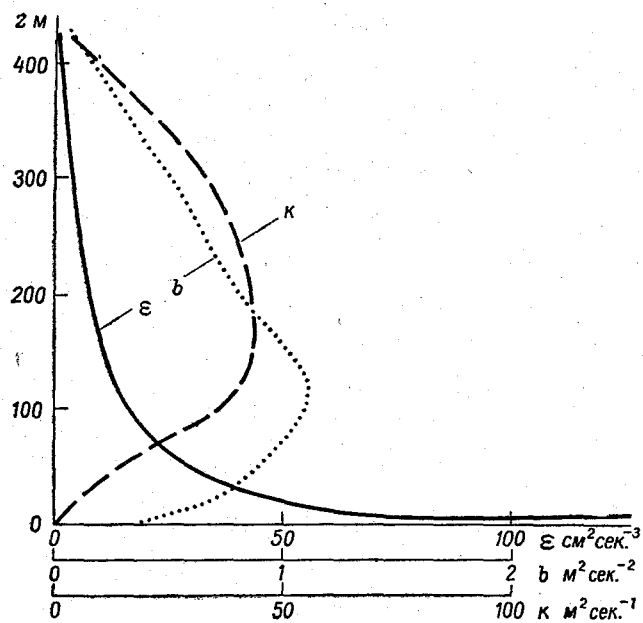


Рис. 2. Осредненные профили интенсивности турбулентности b , коэффициента турбулентности k и средней скорости диссипации ϵ в условиях нейтрального равновесия и слабой неустойчивости.

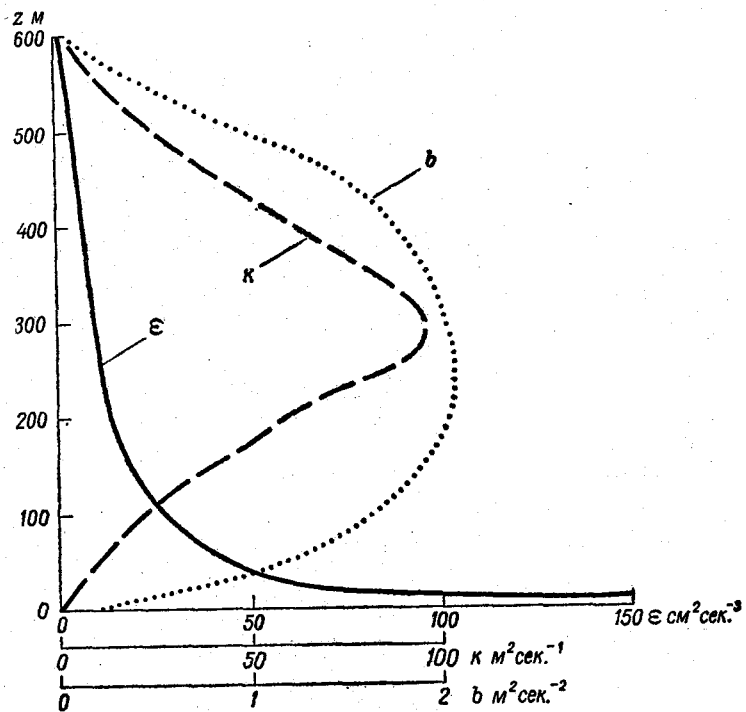


Рис. 3. Осредненные профили интенсивности турбулентности b , коэффициента турбулентности k и средней скорости диссипации ϵ при умеренной неустойчивости.

сравнить рассчитанные профили l с экспериментальными крайне мало. Линейный рост l для нейтральных условий в приземном слое подтверждается многочисленными опытами. Известна также формула Блэкадара [26], определяющая l на уровне H в форме $l_H = \frac{27 \cdot 10^{-5} U_g}{\lambda}$, где U_g — скорость геострофического ветра. При U_g порядка 5—15 м/сек и широты Цимлянска l_H должно быть порядка нескольких десятков метров, что согласуется с нашими расчетами.

Гораздо лучше изучено поведение l в лабораторных условиях. Суммируя результаты разных опытов в пограничных слоях на пластинах [16, 17, 21, 23, 24, 33], можно заключить, что в большинстве случаев профиль l следующего вида:

$$l = \begin{cases} \alpha z, & 0 < \frac{z}{\delta} < 0,2, \\ (0,08 \div 0,10) \delta, & 0,2 \leq \frac{z}{\delta} < 0,4, \\ (0,06 \div 0,08) \delta, & 0,4 \leq \frac{z}{\delta} < 1,2, \end{cases}$$

где $\delta = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dz$.

Таким образом, в нестратифицированном потоке путь смешения очень слабо меняется во внешней части, занимающей около 50% толщины пограничного слоя. Во всяком случае, располагая информацией только о профиле скорости, практически невозможно найти распределение l более определенно. В планетарном пограничном слое даже при нейтральной стратификации у земли возрастание устойчивости с высотой приводит к ослаблению турбулентного обмена, так что уменьшение l в атмосфере при z , больших 100—200 м, представляется вполне обоснованным.

Коэффициент турбулентной вязкости k

Профили k подобно профилям l представляют собой кривые с хорошо выраженным максимумом на высотах от 100 до 400 м. Абсолютные значения k сильно зависят от стратификации и в течение дня меняются на порядок и больше (см. рис. 2—4).

При сильной неустойчивости значения k в области максимума составляют по расчету несколько сот м²/сек, при среднем k в пограничном слое около 50 м²/сек. Утром и вечером при слабой неустойчивости $k_{\max} \approx 50$ м²/сек на высоте 100—200 м, при среднем значении k в слое от 0 до 500 м около 10 м²/сек.

Полученные значения k , положение и форма профиля в основном согласуются удовлетворительно с данными других авторов, обобщенными в [3, 6, 12, 31]. Измерения [18, 29] в условиях, близких к Цимлянским, показывают, что $\bar{k}$ в слое от 0 до 1000 м колеблется от 20 до 70 м²/сек, а высота максимума от 100 до 400 м. Наибольшее из измеренных k составляет 300 м²/сек.

Большинство известных нам оценок получено разными косвенными путями — либо по распределению ветра, либо из опытов с вертикальным распределением примесей. Прямых измерений — по отношению вертикального потока количества движения к градиенту средней скорости — очень мало. Из сравнения с имеющимися данными видно, что рассчитанные k несколько завышены, особенно при сильной неустойчивости.

По-видимому, это следствие сглаживания и осреднения начальных профилей ветра и температуры и соответствующего уменьшения сдвигов скорости — эффект, равнозначный усилению турбулентного обмена.

Анализ прямых измерений k в лабораторных условиях [16, 17, 21, 23, 24, 33] показывает, что в пристеночной области $k = \kappa v_* z$. Максималь-

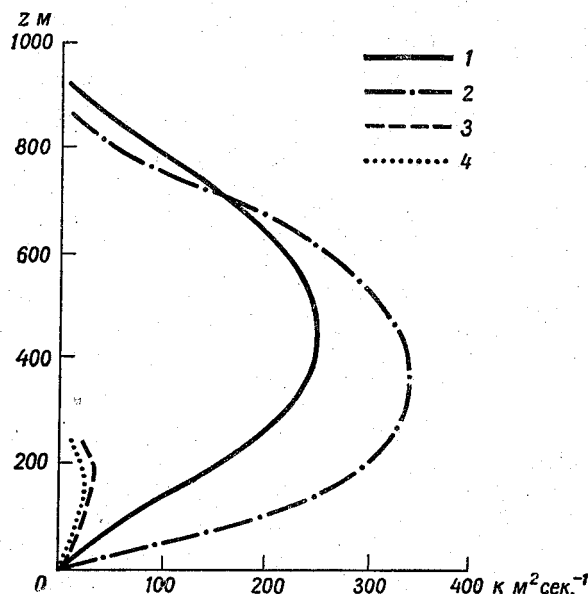


Рис. 4. Суточный ход коэффициента турбулентности k 22.VII 1965 г.

— 10 час 30 мин — 11 час 30 мин; 2 — 12 час 30 мин — 13 час 30 мин; 3 — 17–18 час; 4 — 18–19 час.

ного значения коэффициент вихревой вязкости достигает при $z = 0,2–0,4$ толщины пограничного слоя, причем зона максимума довольно широкая. Не совсем ясно, как ведет себя k у верхней границы турбулизированной области. По одним данным [16, 17, 28, 33], k мало меняется в этой области ($k \approx 0,016 U_\infty \delta$), по другим [23, 24, 27], k убывает почти до 0. Вообще, если рассчитать профиль скорости, полагая k и l постоянными в области ядра, то этот профиль довольно хорошо согласуется с измеренным, хотя наилучшие результаты получаются, если принять k и b в области $(H \pm 0,2 H)$ пропорциональными коэффициенту перемежаемости.

Для планетарного пограничного слоя предположение о постоянстве k в его внешней части было бы вряд ли обоснованным, так как при возрастании устойчивости энергия пульсаций и напряжение трения, а также k и ϵ должны стремиться к нулю. Это подтверждается проведенными расчетами.

Интенсивность турбулентности b

Осредненные профили b для разных условий устойчивости даны на рис. 2, 3 и 5. В силу принятой гипотезы о пропорциональности коэффициента турбулентности пульсационной скорости, характер распределения b и k по высоте имеет аналогичный характер. При сильной неустойчивости b растет с высотой и достигает максимума при $z \approx 100–400$ м, составляющего $3–6$ м²/сек². Выше интенсивность пульсаций постепенно убывает до значения $\leq 0,1$ м²/сек².

При ослаблении неустойчивости высота максимума несколько снижается, а величина турбулентной энергии составляет от 1 до 3 м²/сек²; в условиях, близких к равновесным, максимальные $b \approx 1$ м²/сек², и расположен максимум на высотах 50–150 м. Эти результаты удовлетворительно совпадают с данными наблюдений [10, 11, 15, 19, 22] как по порядку величины, так и по характеру зависимости от высоты и стратификации.

Наибольшее число данных имеется в приземном слое, для которого хорошо известно, что энергия турбулентности меняется пропорционально скорости ветра, но довольно слабо зависит от высоты (во всяком случае в 10-метровом слое в условиях неустойчивости). Наши расчеты также согласуются с измерениями на вышках в Обнинске, Брукхевене и О'Нейле [10, 11, 15]. Рассчитанные значения b в приземном слое меняются мало, а общий уровень турбулентности возрастает с усилением неустойчивости. Величина $\frac{b^{1/2}}{\bar{U}_{300}}$ при умеренной и слабой неустойчивости в приземном слое оказалась $\leq 0,1-0,2$ (по измерениям на башне ИПГ это отношение также $\approx 0,1$).

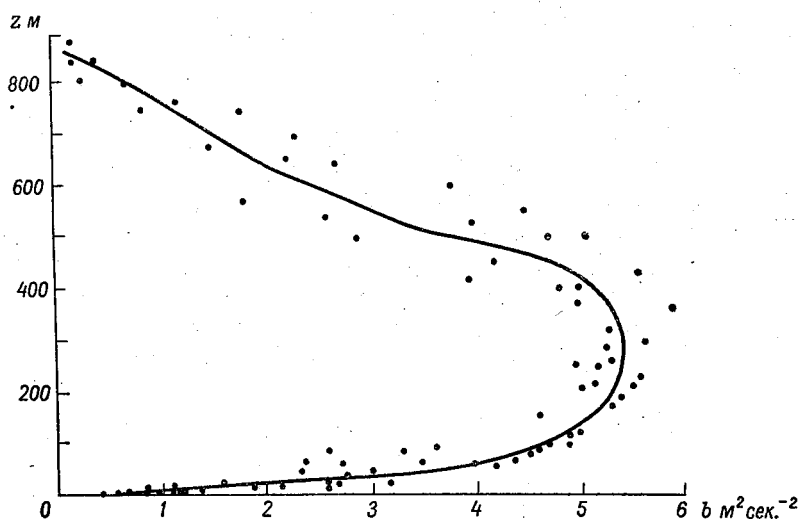


Рис. 5. Среднее распределение интенсивности турбулентности b при сильной неустойчивости.

На высотах, не превышающих несколько сот метров, данных очень мало. Судя по измерениям ИФА, в Цимлянске летом 1965 г. [19] в дневных условиях режим свободной конвекции устанавливается уже на сравнительно небольшой высоте. Как и следует из теории подобия Мономина—Обухова, при свободной конвекции энергия флуктуации почти не меняется с высотой. Измеренные в этих условиях значения b действительно медленно меняются, начиная со 100 м, и имеют тот же порядок, что получен в расчетах.

Средняя скорость диссипации ϵ

На рис. 2, 3 помещены также рассчитанные нами средние профили величины ϵ для разных типов устойчивости в атмосфере. Максимальная у земли скорость диссипации быстро убывает примерно до высоты нескольких десятков метров. Для утренних и вечерних часов профили ϵ у земли хорошо описываются формулой $\epsilon = \frac{\sigma^3}{\kappa z}$. Типичное значение ϵ на уровне нескольких метров порядка 10^2-10^3 см²/сек, что хорошо согласуется с измерениями ИФА, опытами Болла, Рекорда и Крамера, Тейлора и других авторов, обобщенными в [6, 19].

Уменьшение ϵ с высотой выше приземного слоя становится более

плавным, хотя оценки, полученные на 300-метровой башне ИПГ [9], указывают на резкое уменьшение ϵ вплоть до высоты 300 м.

Вообще, для высот больше 50 м, в опытных данных имеется большой разброс, связанный с использованием различных числовых коэффициентов при расчете ϵ по графикам структурной функции по «закону 2/3» [19]. Особенно мало данных для высот порядка 1 км. Здесь преобладают вихри больших размеров, генерация и диссипация турбулентной энергии невелики и убывают с высотой довольно медленно (строго говоря, на этих уровнях в условиях свободной конвекции $\bar{\epsilon} = \frac{g}{T_0} \frac{P}{\rho c_p} \simeq \text{const}$).

Интересно сопоставить наши расчеты диссипации с самолетными измерениями структурных характеристик турбулентности в Цимлянской экспедиции [4, 19, 22]. Как видно из табл. 1, удовлетворительное согласие расчетных и опытных данных наблюдается для утренних и вечерних сроков. Для конвективных условий в полуденные часы $\epsilon_{\text{расч}}$ превышают $\epsilon_{\text{изм}}$ примерно на $1/2$ порядка. При сравнении наших результатов с опытами на Брукхевенской [15] и Обнинской башнях [9, 10] также получилось хорошее согласие для нейтральных и близких к ним условий и некоторое превышение рассчитанных значений над измеренными при усилении неустойчивости.

Таблица 1

Сравнение рассчитанных и измеренных значений ϵ ($\text{см}^2/\text{сек}^3$).

Высота, м	Безразличное равновесие и слабая неустойчивость				Свободная конвекция	
	вечер		утро		день	
	$\epsilon_{\text{изм}}$	$\epsilon_{\text{расч}}$	$\epsilon_{\text{изм}}$	$\epsilon_{\text{расч}}$	$\epsilon_{\text{изм}}$	$\epsilon_{\text{расч}}$
50	14 (12—16)	40 (20—70)	10 (7—12)	40 (20—70)	20 (14—30)	80 (60—100)
100	10 (7—12)	12 (2—30)	6 (5—8)	12 (5—30)	35 (12—70)	75 (10—100)
200	7 (5—10)	7 (3—12)	3 (1—5)	7 (1—10)	30 (10—70)	70 (10—160)
300	6	3 (2—6)	1	4 (2—8)	20	60 (20—100)
500	—	—	—	—	14 (9—20)	50 (5—80)
1000	—	—	—	—	8 (5—12)	15 (1—30)

Примечание. В скобках указан диапазон изменения ϵ .

Бюджет турбулентной энергии в пограничном слое

Большой и интересный материал получен при расчетах составляющих уравнения энергии. Перечислим вкратце основные результаты:

1. В большей части турбулентного пограничного слоя скорость генерации пульсационной энергии равна скорости диссипации. Наибольшие абсолютные значения обеих составляющих — у самой стенки. При этом, главная часть производства энергии имеет механическое происхождение, в то время как термическая составляющая ниже 10-метрового уровня относительно невелика.

Как показано в [15], этот малый приток энергии за счет плавучести диффундирует наверх.

2. При расчетах получилось, что в некоторых случаях, обычно при большой неустойчивости приземного слоя, генерация энергии на высоте в несколько метров даже меньше локальной диссипации. Аналогичные

результаты получены при измерениях на Брукхевенской вышке [15] и в некоторых лабораторных экспериментах [21, 23], когда порождение турбулентной энергии убывает с удалением от стенки быстрее, чем уменьшается вязкая диссипация. Диффузия сверху компенсирует эту разницу.

3. Величина диффузионного переноса возрастает с усилением неустойчивости; при сильной неустойчивости диффузионный член в несколько раз больше соответствующей величины при нейтральном равновесии для данного уровня. Сравнение этого члена с остальными составляющими бюджета энергии показывает, что с высоты в несколько десятков метров он по порядку величины приближается к остальным членам уравнения баланса (для умеренной и сильной неустойчивости).

Для этих же условий на высоте в несколько сот метров дивергенция вертикального потока энергии турбулентности превышает локальную генерацию энергии пульсаций и соизмерима с диссипативным членом.

4. Для всех типов стратификации на уровнях $>100-200$ м продукция энергии относительно мала. Для области $z \approx 200-700$ м режим турбулентности определяется конвективными процессами и соответствующей продукцией энергии, которая для преобладающих здесь крупных вихрей невелика. Также невелика вязкая диссипация, которая изменяется на этих высотах довольно медленно. В этой зоне постепенного затухания турбулентности вследствие возрастания устойчивости с высотой превышение диссипативных потерь над производством энергии уравновешивается диффузией с нижележащих уровней.

Заключение

Материалы Цимлянской экспедиции, в которой были одновременно представлены и градиентные, и аэрологические, и пульсационные измерения в пограничном слое, представляли большие возможности для проверки разработанной методики получения характеристик турбулентности по данным температурно-ветрового зондирования.

В результате анализа расчетных и опытных данных обнаруживается удовлетворительное согласие величин b , k и ϵ для большинства случаев, кроме условий сильной неустойчивости. Для конвективных условий в переходные часы расчетные данные завышены (в меньшей мере — на несколько десятков процентов — для b , и в большей степени — на несколько сот процентов — для ϵ). Превышение расчетных величин над измеренными в этих случаях вытекает из ограниченности принятой в основу метода модели горизонтально-однородной и стационарной атмосферы.

Другое необходимое условие получения хороших расчетных профилей характеристик турбулентности — достаточно надежные исходные данные. При соблюдении этих требований предлагаемая методика, реализованная в виде стандартной программы обработки метеорологической информации, обеспечивает оперативный и доступный способ получения сведений о турбулентном режиме в пограничном слое.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтер-Залик Ю. Ж., Лайхтман Д. Л. Об использовании аэрологических данных для определения болтанки самолетов в свободной атмосфере. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 2, № 5, 1966.
2. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. АН СССР, Международный коллоквиум по микроструктуре турбулентности и влиянию турбулентности на распространение радиоволн, М., 1965.

3. Воронцов П. А. Турбулентность и вертикальные токи в пограничном слое атмосферы. Гидрометеиздат, Л., 1966.
4. Гурвич А. С., Копров Б. М., Цванг Л. Р., Яглом А. М. Эмпирические данные о мелкомасштабной структуре турбулентности. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. Труды Международного colloквиума в Москве. Изд-во «Наука», М., 1967.
5. Дмитриев А. А. Об уменьшении случайных ошибок сглаживанием при измерениях на метеорологических мачтах. Сб. «Изучение пограничного слоя атмосферы с 300-метровой метеорологической башни». ИПГ, М., 1963.
6. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л., Монин А. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. III, № 3, 1967.
7. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. I, № 2, 1965.
8. Зилитинкевич С. С., Чаликов Д. В. Определение универсальных профилей скорости ветра и температуры в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 4, № 3, 1968.
9. Зубковский С. Л., Цванг Л. Р., Иванов В. Н., Клинов Ф. Я., Кравченко Т. К. Измерение некоторых характеристик турбулентности в нижнем 300-метровом слое атмосферы. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1963.
10. Иванов В. Н. О некоторых характеристиках турбулентности ветрового поля в нижнем 300-метровом слое атмосферы. Сб. «Изучение пограничного слоя атмосферы с 300-метровой метеорологической башни». ИПГ, М., 1963.
11. Клинов Ф. Я. О стационарных метеорологических измерениях в нижнем 300-метровом слое. Сб. «Изучение пограничного слоя атмосферы с 300-метровой метеорологической башни». ИПГ, М., 1963.
12. Ключникова Л. А. К вопросу о расчете коэффициента турбулентности в пограничном слое атмосферы. Труды ГГО, вып. 205, 1967.
13. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, сер. физ., т. 6, № 1—2, 1942.
14. Крыстанов Л., Йорданов Д. О турбулентности в приземном слое воздуха. Сб. «Равновесный температурный градиент», Гидрометеиздат, Л., 1967.
15. Ламли И. Л., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. Изд. «Мир», М., 1967.
16. Меллор Дж. Л., Джибсон Д. М. Равновесные турбулентные пограничные слои. Сб. «Механика», 2x102, 1967.
17. Меллор Дж. Л. Влияние градиентов давления на турбулентное течение вблизи стенки. Сб. «Механика», 2x102, 1967.
18. Минервин В. Е. Турбулентность в нижнем слое атмосферы и в облаках нижнего яруса. Труды ЦАО, вып. 71, 1966.
19. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 2. Изд-во «Наука», М., 1967.
20. Обухов А. М. Турбулентность в температурно-неоднородной атмосфере. Труды института теоретической геофизики АН СССР, т. 1, 1946.
21. Ротта И. К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Изд-во «Судостроение», М., 1967.
22. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. Изд-во «Наука», М., 1967.
23. Хинце И. О. Турбулентность. Физматгиз, М., 1963.
24. Bradshaw P. The turbulent structure of equilibrium boundary layers, J. Fluid Mech., v. 29, p. 4, 1967.
25. Charnock H. Flux — gradient relations near the ground in instable conditions, Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 93, N 395, 1967.
26. Estoque M. A. An approximation of boundary layer wind profiles, Tellus, v. 19, N 4, 1967.
27. Klebanoff P. S. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient, NACA Rep. 1247, 1955.
28. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow, NACA Rep. 1174, 1954.
29. McCormick R. A., Kurfis K. U., Vertical diffusion of aerosol over a city, Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 92, N 393, 1966.
30. Record F. A., Cramer H. E., Dissipation rates and exchange processes, Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 92, N 394, 1966.
31. Sharon S. N. A study of heat transfer coefficients in the lowest 400 metres of the atmosphere, J. Geoph. Res. v. 70, N 8, 1965.
32. Swinbank W. The exponential wind profile, Quart. J. Roy. Met. Soc., v. 90, 1964.
33. Uchido S., Matsumija N. Analysis of turbulent boundary layer along a flat plate, Memoirs of the faculty eng. Nagoya Univ., v. 18, N 1, 1966.

С. В. Солонин, О. Г. Богаткин

АТМОСФЕРНАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ, ВЫЗЫВАЮЩАЯ БОЛТАНКУ СВЕРХЗВУКОВЫХ САМОЛЕТОВ В СТРАТОСФЕРЕ, И ВОПРОСЫ ЕЕ ПРОГНОЗА

Рассмотрены физические причины, обуславливающие болтанку сверхзвуковых самолетов. Проведен анализ аэросиноптических условий, при которых наблюдается болтанка различной интенсивности. Высказаны общие соображения по её прогнозу.

Введение

В настоящее время авиационные метеорологи многих стран проявляют повышенный интерес к исследованию метеорологических условий полетов в стратосфере. Этот интерес обусловлен тем, что в ближайшие годы начнется регулярная эксплуатация сверхзвуковых транспортных самолетов на внутренних и международных трассах. Вполне очевидно, что успешное метеорологическое обеспечение пассажирских сверхзвуковых лайнеров, для которых вопросы безопасности полета и комфорта имеют особое значение, возможно только при всестороннем и глубоком изучении турбулентности в стратосфере.

В работе [11] были высказаны общие соображения об условиях, благоприятных для возникновения явления болтанки сверхзвуковых самолетов в стратосфере. При этом автор подчеркивал, что спектр длин волн, на которые будет реагировать сверхзвуковой самолет, должен отличаться от спектра, вызывающего болтанку обычных реактивных самолетов или высотного самолета *U-2*, используемого для исследования турбулентного состояния стратосферы.

В статье [8] также обращалось внимание на важность учета особенностей аэродинамики сверхзвуковых самолетов при объяснении болтанки, а также того обстоятельства, что большие скорости полета и малая плотность воздуха в стратосфере будут приводить к ослаблению затухания (естественного демпфирования) возникших колебаний самолета.

Большой интерес представляют данные экспериментального изучения турбулентности при ясном небе на больших высотах по программе подготовки к сверхзвуковым пассажирским полетам. В этой связи можно указать на результаты исследований, выполненных Австралийским отделением Метеорологического бюро Британского содружества

[12]. В работе [12] отмечается связь турбулентных зон со струйными течениями и увеличение повторяемости интенсивной турбулентности на высотах 15—18 км в районе Вумеры. Указанные высоты совпадают с эшелонами перспективных сверхзвуковых транспортных самолетов.

В данной статье представлены результаты анализа материалов наблюдений летчиков над турбулентностью при полетах в стратосфере на дозвуковом и сверхзвуковом режимах. Интенсивность болтанки оценивалась в полете по градациям: болтанка отсутствовала, болтанка слабая (δ^1), умеренная (δ^2), сильная (δ^3), очень сильная (δ^4). Всего было проанализировано более 4000 полетов, из которых в 429 наблюдениях болтанка различной интенсивности. Расхождения между временем полета самолета и сроком приземных синоптических материалов, используемых в процессе анализа, не превышали 3 час, аэрологических данных — 6 час.

При выполнении исследования авторы стремились определить аэро-синоптические условия болтанки самолетов в стратосфере на высотах до 20 км и возможности диагноза и прогноза болтанки по данным температурно-ветрового зондирования.

Ниже остановимся на конкретных результатах исследования.

Аэро-синоптические условия болтанки самолетов

Протяженность турбулентных зон в стратосфере по данным исследования составила примерно 1% от протяженности стратосферных полетов. Для того чтобы в полете встретиться с одним случаем болтанки, необходимо пролетать в стратосфере примерно 7300 км. Для встречи с болтанкой с умеренной и более высокой интенсивности необходимо

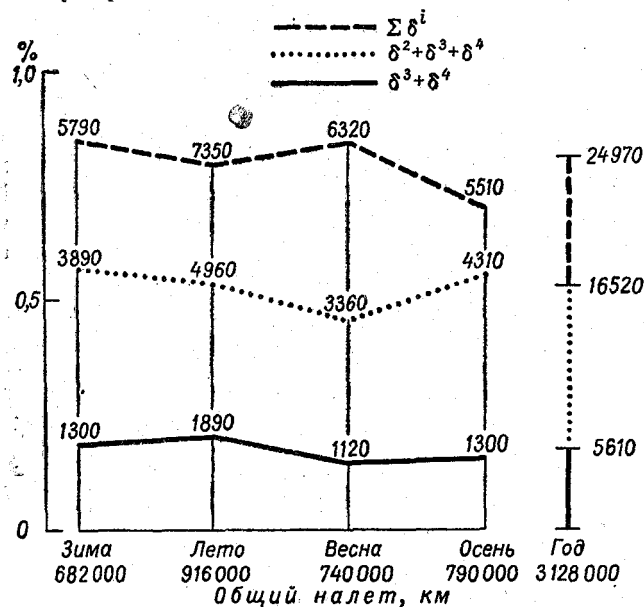


Рис. 1. Налет в турбулентных зонах при болтанке различной интенсивности.

пролететь расстояние в 11 400 км, а для встречи с сильной и очень сильной болтанкой — 33 000 км. Более подробные данные о налете в турбулентных зонах и встречаемости болтанки приведены на рис. 1, 2.

На рис. 1 показан общий налет в стратосфере по сезонам и в целом за год и налет в турбулентных зонах. По оси ординат отложена средняя относительная протяженность зон болтанки в процентах. Цифры на графике показывают налет в зонах турбулентности (в км) с болтанкой различной интенсивности.

Обработанный и проанализированный материал полетов в стратосфере дозвуковых и сверхзвуковых самолетов показывает, что в стратосфере, на высотах до 20 000 м, может наблюдаться турбулентность, которая вызывает болтанку самолетов самой различной интенсивности (от слабой до очень сильной).

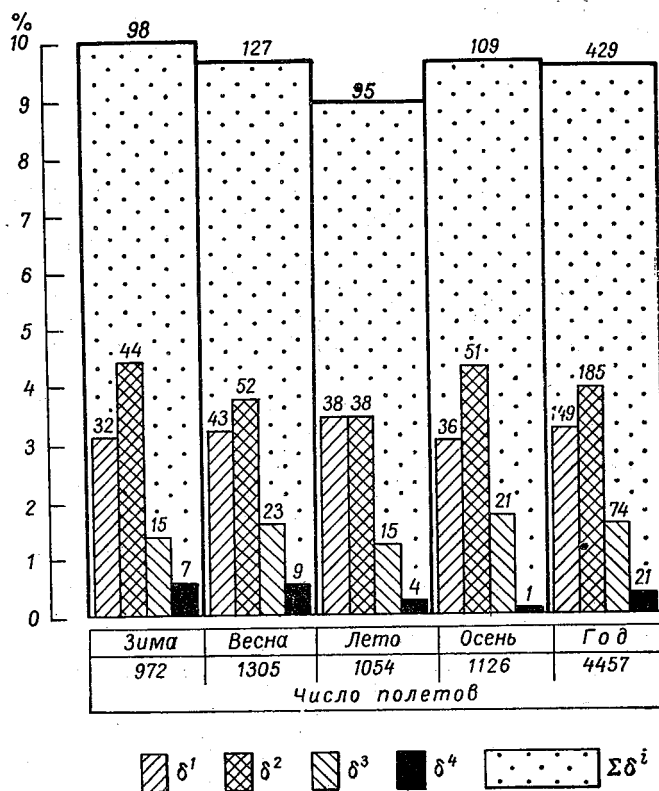


Рис. 2. Повторяемость болтанки по календарным сезонам.

В среднем за год повторяемость болтанки (без учета интенсивности) на высотах 11 000—20 000 м составляет 9,6%. Наибольшую повторяемость болтанка имеет в зимние месяцы, а наименьшую — в летние. Это хорошо видно на рис. 2, на котором представлены статистические характеристики болтанки по сезонам. Чаще всего наблюдается умеренная болтанка (4,1%) и слабая болтанка (3,3%). Повторяемость сильной и очень сильной болтанки несколько меньше и составляет всего 2,2%.

Из всех проанализированных 429 полетов с болтанкой в стратосфере в 149 полетах наблюдалась слабая, в 185 полетах умеренная и в 95 — сильная и очень сильная болтанка.

Наибольшая повторяемость сильной и умеренной болтанки приходится на март. Диаграмма (рис. 2) выполнена в масштабе в зависимости от повторяемости болтанки в процентах, а числа над столбцами по-

казывают число случаев с болтанкой различной интенсивности за исследуемый сезон. Общее число полетов с болтанкой и без болтанки по сезонам и все обозначения приведены ниже диаграммы.

Обращает внимание на рис. 2 значительно более высокая повторяемость сильной и очень сильной болтанки в весенне-зимний период. Умеренная и слабая болтанка встречается примерно одинаково часто в течение всего года.

Остановимся на анализе зависимости повторяемости болтанки от синоптического положения у земли, формы барического поля, наличия облачности, адвекции, вергенции изогипс и наличия струйных течений в верхней тропосфере.

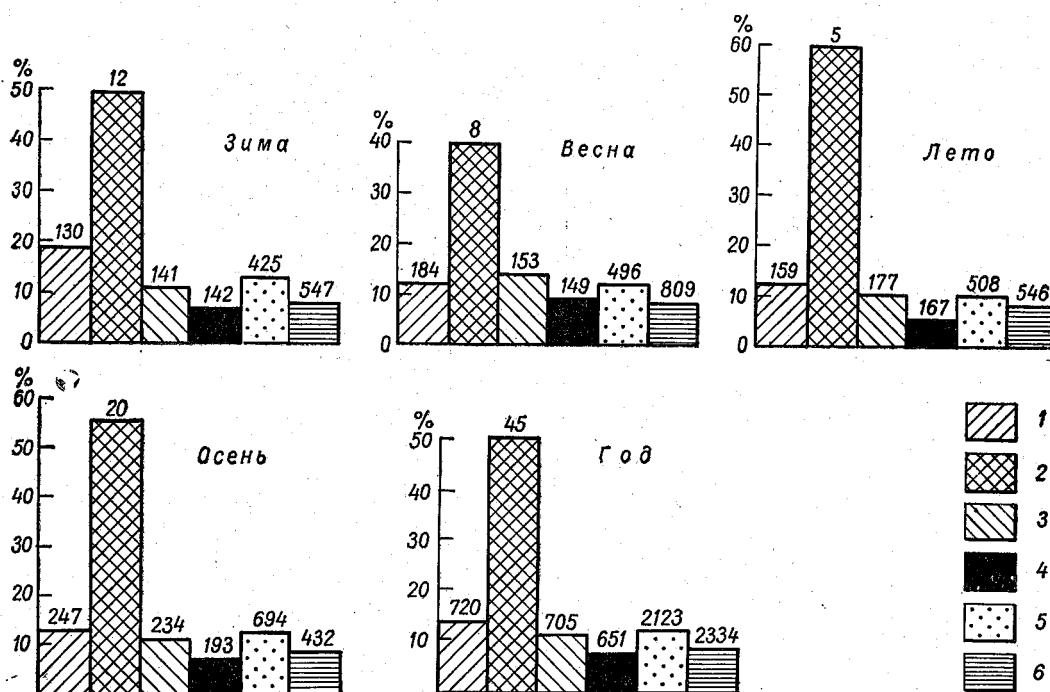


Рис. 3. Повторяемость болтанки самолетов на атмосферных фронтах.
1 — холодный фронт I рода; 2 — холодный фронт II рода; 3 — теплый фронт; 4 — фронты окклюзии; 5 — всего на атмосферных фронтах; 6 — вне атмосферных фронтов.

При анализе случаев болтанки в зависимости от синоптического положения у земли все полеты были разбиты на 5 групп, связанные соответственно с холодными фронтами I и II родов, теплыми фронтами, фронтами окклюзий; в последнюю группу вошли случаи, не связанные с атмосферными фронтами.

Как показал анализ, наиболее часто болтанка в стратосфере наблюдается при наличии у земли холодных фронтов I и II родов. Повторяемость болтанки на указанных фронтах составляет 14 и 51% соответственно. При прохождении теплых фронтов повторяемость болтанки равна 11%, а фронтов окклюзий — 7%. Наибольшая повторяемость болтанки при прохождении холодных фронтов наблюдается в зимнее время, а при прохождении теплых фронтов — весной.

Вне фронтальных разделов повторяемость болтанки в течение года мало изменяется и близка к 8%. Подробные статистические данные о повторяемости болтанки на различных фронтах даны на рис. 3.

На этой диаграмме показана в процентах повторяемость болтанки самолетов по сезонам и за год на различных фронтах отдельно, общая повторяемость болтанки на фронтах без учета характера фронта и повторяемость болтанки вне фронтальных разделов. Числа над каждым столбцом указывают общее число фронтальных разделов (с болтанкой и без болтанки в стратосфере) за исследуемый сезон.

Анализ диаграмм рис. 3 показывает, что сезонные различия в статистических характеристиках болтанки на атмосферных фронтах несущественны. Исключение составляет зимний период, в течение которого повторяемость болтанки на холодных фронтах I рода несколько выше, чем в другие сезоны. В летние месяцы, наоборот, значительно возрастает повторяемость болтанки на холодных фронтах II рода. Это можно объяснить усилением конвективной деятельности, повышением интенсивности вертикальных потоков и наиболее мощной, чем в другие периоды, грозовой деятельностью, результаты которой, по всей вероятности, оказывают некоторое возмущающее влияние на стратосферу. Однако механизм такого влияния не ясен.

Полученные результаты в целом согласуются с данными исследований И. Г. Пчелко [6], справедливыми для тропосферы и нижней стратосферы.

Прослеживается связь болтанки с характером высотного барического поля.

Все полеты в стратосфере были отнесены к одному из шести видов барического поля на высоте полета. Разделение производилось по следующим группам: центральная часть циклона, ложбина, периферия циклона, центральная часть антициклона, гребень, периферия антициклона.

Наибольшая повторяемость болтанки наблюдается при пересечении низких барических образований. По полученным данным максимум повторяемости болтанки при полете через высотную ложбину имеет место в осенне-зимний период, а при пересечении высотных гребней — весной. В целом за год повторяемость болтанки в ложбинах и на периферии циклонов несколько выше, чем в гребнях и на периферии антициклонов, что совпадает с результатами, полученными Н. И. Давыдовым [3] и Н. З. Пинусом [1] для нижней стратосферы и верхней тропосферы. Отсутствие резкого различия между повторяемостью болтанки в ложбинах и гребнях физически можно объяснить тем, что в динамическом отношении эти системы являются неустойчивыми и представляют собой зоны генерирования турбулентности. На это, в частности, обращает внимание В. Партл [10].

При анализе повторяемости болтанки самолетов от наличия облачности нами были использованы только две градации: за облаками и безоблачно. Полеты в облаках на высотах более 11 000 м относились к тропосферным полетам, так как в таких случаях высота тропопаузы была, как правило, выше 11 000 м.

Наиболее часто болтанка в стратосфере наблюдается над зоной сплошной облачности в нижележащих слоях. Это особенно заметно в осенне-зимний период. Только летом повторяемость болтанки за облаками и при ясном небе примерно одинакова.

Имеется связь между явлением болтанки самолетов и характером адвекции. Результаты наших исследований совпадают с выводами многих авторов, утверждающих, что повторяемость болтанки при адвекции холода в 1,5—2,0 раза выше, чем при адвекции тепла или нулевой адвекции. По полученным данным повторяемость болтанки при адвекции холода составляет 12%, при адвекции тепла — 9%, а при нулевой адвекции — всего 6%. Наибольшая повторяемость болтанки при адвекции

холода наблюдается зимой. При адвекции тепла и нулевой адвекции повторяемость болтанки примерно одинаковая в течение всего года.

Болтанка при адвекции холода наибольшую повторяемость имеет в осенне-зимний период (17 и 14% соответственно). При адвекции тепла повторяемость болтанки от сезона к сезону меняется слабо. Наблюдается значительное увеличение повторяемости болтанки в летнее время при нулевой адвекции. Последнее можно объяснить, по-видимому, развитием конвективных движений летом.

Обработка материала показала, что возникновение турбулентности в стратосфере почти в равной мере определяется как сходимостью, так и расходимостью изогипс. Значительно реже турбулентность, вызывающая болтанку самолетов в стратосфере, возникает в параллельных изогипсах.

Однозначной связи между явлением болтанки в стратосфере и струйными течениями в верхней тропосфере нет. Так, из 2097 проанализированных полетов при струйных течениях только в 272 наблюдалась болтанка самолетов. Полученные результаты исследования согласуются с данными И. Г. Пчелко [6, 7] о том, что болтанка без учета ее интенсивности часто наблюдается при сравнительно небольших скоростях ветра. Однако сильная и очень сильная болтанка обычно имеет место при больших скоростях ветра, сопровождаемых большими вертикальными и горизонтальными сдвигами ветра. В нашем исследовании 65% случаев сильной и очень сильной болтанки наблюдались при ветре на высоте полета более 100 км/час.

Как показал анализ данных температурно-ветрового зондирования и высотных карт, большое значение для диагноза болтанки самолетов в стратосфере имеет учет трехмерной структуры поля ветра. Наряду с горизонтальными (боковыми) и вертикальными сдвигами ветра, важно принимать во внимание и изменение скорости ветра по потоку.

По характеру турбулентных зон в стратосфере преобладают отдельные резкие толчки или броски самолета с повторяемостью 60%. Повторяемость непрерывных турбулентных зон за весь период исследования составляет 38% и только в 2% имели место прерывистые турбулентные зоны.

Повторяемость отдельных резких толчков несколько увеличивается в летнее время. В осенне-зимний период увеличивается повторяемость непрерывных турбулентных зон, а число прерывистых турбулентных зон примерно одинаково в течение всего года.

Представляет интерес и вопрос о размерах турбулентных зон в стратосфере. Так, за период наблюдений длина зон болтанки колебалась от 13 до 250 км. Максимальная повторяемость длины зон с интенсивной турбулентностью приходится на градации 25—50 и 50—100 км, а средняя длина зоны болтанки для всех случаев равна 62 км (рис. 4). На рис. 4 числа над каждой кривой показывают количество случаев болтанки, приходящихся на данную градацию длины зоны турбулентности для различных сезонов.

В весенне-зимний период наибольшая повторяемость длины зон болтанки приходится на градацию 25—50 км. Летом и осенью протяженность зон болтанки несколько увеличивается и максимальному значению повторяемости уже соответствует градация 50—100 км.

Полученные данные полностью подтверждают результаты исследования Н. З. Пинуса [1] и Н. И. Давыдова [3] о размерах турбулентных зон.

Толщина (высота) турбулентных зон в стратосфере несколько меньше, чем в тропосфере. Так, в 74% случаев толщина зоны болтанки не

превышает 300 м, хотя в отдельных случаях может быть значительно больше 1000 м. За время исследований минимальная толщина зоны болтанки равнялась 200 м, максимальная 1500 м, а среднее значение толщины зоны для всех случаев — 287 м (рис. 5).

Для всех сезонов года градицам толщины зон болтанки самолетов 100—200 м и 200—300 м соответствует значение повторяемости, близкое к 40%, а градации 300—400 м — 20%. Во все сезоны на повторяемость вертикальной мощности зон болтанки, превышающей 500 м, приходится не более 3—5% от общего числа полетов с болтанкой.

Отметим некоторые особенности болтанки при сверхзвуковой скорости полета.

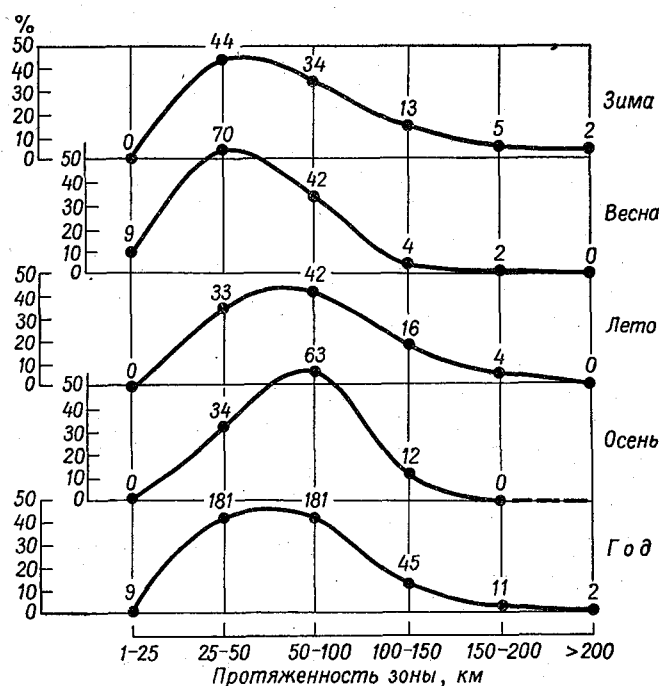


Рис. 4. Повторяемость различной протяженности зон болтанки самолетов.

Как и для дозвуковых полетов, полеты со скоростью, превышающей скорость звука, могут сопровождаться болтанкой. Повторяемость болтанки на этой скорости (без учета интенсивности) равна в целом за год 9,4%.

Анализ аэросиноптических условий болтанки показал, что при сверхзвуковых полетах повторяемость болтанки при наличии фронта у земли значительно выше, чем вне области фронтальных разделов (11 и 7% соответственно). Как и для всех полетов, эта зависимость выражена лучше в зимний период. Особенно велика повторяемость болтанки в тех случаях, когда у земли наблюдаются холодные фронты 1-го и 2-го родов.

Хорошей зависимости между формой барического поля и болтанкой сверхзвуковых самолетов проследить не удалось.

Повторяемость болтанки при адвекции холода при полетах быстрее звука равна 13%, в то время как при адвекции тепла — 8% и нулевой

адвекции — 6%. Наибольшая повторяемость болтанки при адвекции холода наблюдается в зимние месяцы и составляет 18%.

Повторяемость болтанки сверхзвуковых самолетов при сходимости или расходимости изогипс почти в 2 раза выше, чем при параллельных изогипсах.

На высотах 16 000—20 000 м болтанка чаще всего наблюдалась при больших скоростях ветра. Особенно это относится к случаям сильной и очень сильной болтанки.

По характеру турбулентных зон для сверхзвуковых самолетов преобладают отдельные толчки или броски: 86% для всех сверхзвуковых полетов с болтанкой и 93% для полетов в средней стратосфере. Случаев с прерывистой турбулентной зоной зафиксировано не было.

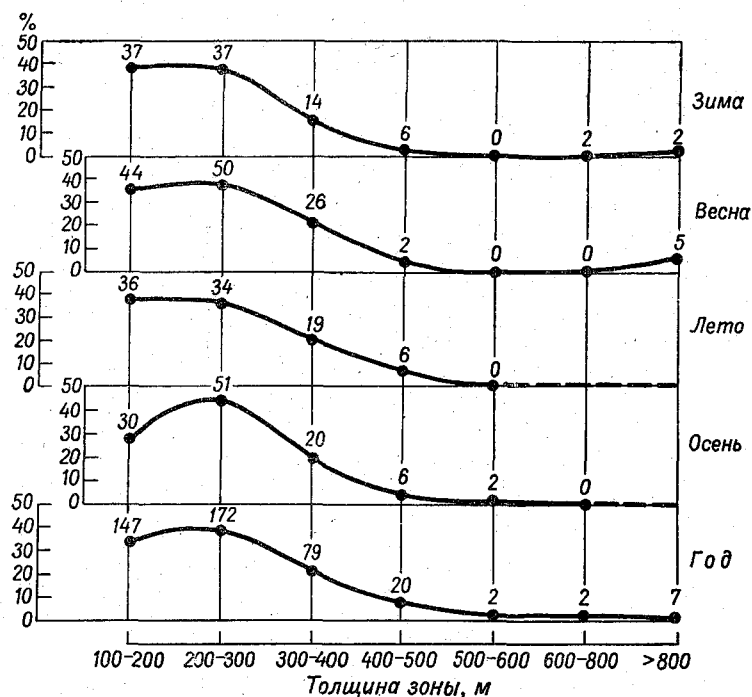


Рис. 5. Повторяемость различной толщины зон болтанки самолетов.

Длина и толщина зон болтанки при сверхзвуковом полете, в основном, меньше, чем у дозвуковых самолетов. В 96% случаев длина зоны болтанки менее 100 км, хотя в отдельных случаях она может быть равна нескольким сотням километров. На высотах 16 000—20 000 м длина турбулентных зон меняется от 27 до 132 км, а среднее значение длины зоны болтанки равно 34 км. Для всей стратосферы средняя длина турбулентной зоны составляет 51 км.

Значительно уменьшается при сверхзвуковом полете и толщина турбулентных зон, вызывающих болтанку самолета. Ни в одном из проанализированных случаев она не превышает 500 м. Среднее значение толщины турбулентной зоны при сверхзвуковых полетах для всей стратосферы составило 262 м, а в средней стратосфере — 220 м.

Совместный анализ приземных и высотных синоптических карт и данных температурно-ветрового зондирования позволил установить диагностические и прогностические признаки болтанки самолетов.

Прогноз болтанки в стратосфере синоптическим методом

Остановимся на конкретных прогностических признаках, которые указывают на благоприятные условия для возникновения болтанки самолетов.

Болтанку самолетов в стратосфере следует указывать в прогнозе в том случае, если в районе полетов наблюдаются:

1. Холодные фронты I и II родов. Повторяемость болтанки на холодных фронтах наибольшая по сравнению с другими атмосферными фронтами. Болтанка на холодных фронтах не наблюдается в тех случаях, когда они слабо выражены или когда горизонтальный градиент температуры в стратосфере в области фронтальной зоны менее 2°C на 100 км, а горизонтальный градиент скорости ветра менее 20 км/час на 100 км.

2. Теплые фронты или фронты окклюзии, связанные с четко выраженными высотропосферными или стратосферными струйными течениями и имеющие горизонтальные градиенты температуры в стратосфере более 2°C на 100 км, а горизонтальные градиенты скорости ветра более 20 км/час на 100 км.

3. Высотропосферные или стратосферные струйные течения.

Показателями болтанки, связанной со струйным течением в стратосфере, являются большие вертикальные градиенты скорости ветра — более 10 м/сек на 1 км высоты и изменение направления ветра с высотой более 15° на 1 км высоты.

4. Периферия циклона, ложбина, гребень.

Если полет самолета в стратосфере происходит в указанных барических образованиях, то необходимо особенно тщательно учитывать их характерные признаки, при которых наблюдается болтанка. Как показало проведенное исследование, наиболее благоприятные условия для развития турбулентности, вызывающей болтанку самолетов в стратосфере, связаны с глубокими барическими ложбинами, которые продолжают углубляться.

Примером может служить случай 3 февраля 1966 г., когда на высоте 17 000 м наблюдалась умеренная болтанка в 150 км юго-западнее Новосибирска. В районе, где отмечалась болтанка, происходило постепенное понижение высоты 100 мб поверхности и углубление ложбины. В период с 09 до 15 час высота поверхности 100 мб понизилась на 8 дкм, а с 15 до 21 час еще на 7 дкм. Такое резкое понижение высоты 100 мб поверхности и обострение ложбины при достаточно большой силе ветра на высоте полета (34 м/сек) и привели к образованию зоны интенсивной турбулентности на этом участке маршрута.

Болтанка в заполняющихся ложбинах бывает значительно реже.

При пересечении высотных циклонов в центральной их части болтанка самолетов наблюдается весьма редко. Намного чаще сведения о болтанке передаются экипажами с периферии циклонов. Анализ показал, что на западной и юго-западной периферии циклонов случаев болтанки бывает в среднем в 1,5 раза больше, чем на восточной и северо-восточной периферии. Особенно велика вероятность возникновения болтанки на юго-западной периферии углубляющегося циклона при адвекции холода и сходимости изогипс.

Болтанку на периферии антициклона и, особенно, в гребне можно объяснить тем, что, согласно Партлю [10], в этих барических системах в непосредственной близости друг от друга могут находиться воздушные течения с различной скоростью. Это способствует образованию локаль-

ных турбулентных зон, попадая в которые самолет испытывает болтанку.

5. Кучево-дождевая и мощно-кучевая облачность в тропосфере, связанная с атмосферными фронтами, может рассматриваться как прогностический признак болтанки в нижней и даже средней стратосфере. Однако для окончательного суждения о болтанке самолетов в стратосфере при наличии указанной облачности в тропосфере необходимо привлекать дополнительные сведения. Не совсем ясны также физические причины существования такой связи, установленной эмпирически.

6. Адвекция холода, особенно при большой сходимости потоков.

7. Значительное усиление ветра по результатам двух последних радио-ветровых зондирований атмосферы в интересующем пункте.

Как показало проведенное исследование, за 6 час (время между двумя соседними пусками радиозондов) скорость ветра над пунктом в большинстве случаев меняется незначительно (в 76% случаев скорость ветра за 6 час изменяется на ± 10 м/сек и менее). Однако в отдельные сроки колебания скорости ветра могут быть очень большими. Так, например, по данным Красноярского радиозонда за 15 час. 24 февраля 1966 г. на высоте 12 000 м наблюдался ветер со скоростью 39 м/сек. Через 6 час скорость ветра на этой же высоте достигла 95 м/сек, а еще через 6 час вновь упала до 47 м/сек. К сожалению, погода у земли на всех аэродромах в районе Красноярска была ниже установленного минимума и ни один самолет не смог подняться в воздух и сообщить о турбулентности в этом потоке.

Приведем другой пример резкого усиления ветра в стратосфере.

20 апреля 1966 г. по данным радиозондирования за 21 час над Барнаулом на высоте 16 000 м наблюдался ветер со скоростью 28 м/сек. Зондирование за 03 час 21 апреля 1966 г. зафиксировало ветер на этой же высоте со скоростью 60 м/сек, а за 09 час — 22 м/сек.

Ветровое зондирование выполнялось опытными специалистами и его результаты тщательно контролировались, что исключало возможность больших погрешностей наблюдений.

При большом усилении ветра следует прогнозировать явление болтанки. Приведем пример болтанки самолета, связанной с усилением ветра. 19 февраля 1966 г. в 07 час на высоте 17 300 м самолет попал в зону умеренной турбулентности в районе Новосибирска. По данным зондирования на 03 час в Новосибирске на высоте полета наблюдался ветер 4 м/сек. При следующем выпуске радиозонда в 09 час на этой же высоте скорость ветра была 27 м/сек.

Физически это можно объяснить существованием больших горизонтальных градиентов скорости ветра по потоку, что объективно выражается в резких колебаниях скорости ветра в пункте наблюдения.

Резкое усиление ветра и явление болтанки может быть вызвано также наличием больших вертикальных градиентов скорости ветра и турбулентным переносом количества движения из одного слоя в другой.

При усилении более чем на 10 м/сек за последние 6 час болтанка наблюдалась в 68% случаев.

Связь явления болтанки с усилением ветра может быть еще более выраженной, если за критерий усиления (ослабления) ветра принять большее значение изменения скорости ветра, например, 20 м/сек за 6 час. При усилении или ослаблении ветра за 6 час более чем на 20 м/сек повторяемость болтанки составляет 74%.

При слабом ветре на высоте полета (до 15 м/сек) болтанка в стратосфере наблюдается обычно в зонах больших боковых сдвигов ветра на циклонической стороне стратосферных струйных течений.

Для повышения обеспеченности прогнозов болтанки в стратосфере целесообразно принимать во внимание одновременно несколько признаков (комплекс критериев).

Таковыми признаками могут служить скорость ветра, его вертикальные и горизонтальные градиенты (сдвиги), изменение скорости ветра во времени, горизонтальный градиент температуры и наличие кучево-дождевой облачности в тропосфере.

Совместный анализ материалов полетов и данных температурно-ветрового зондирования атмосферы позволил определить численные значения отдельных критериев турбулентности, которые составили: для скорости ветра 25 м/сек; для вертикального градиента скорости ветра $10 \frac{\text{м/сек}}{\text{км}}$; для горизонтального градиента скорости ветра $5 \frac{\text{м/сек}}{100 \text{ км}}$; для вертикального градиента направления ветра $15 \frac{\text{град}}{\text{км}}$, для усиления (ослабления) ветра за 6 час $10 \frac{\text{м/сек}}{\text{град}}^{\circ\text{C}}$; для горизонтального градиента температуры $2 \frac{\text{град}}{100 \text{ км}}$.

Наличие в тропосфере кучево-дождевых облаков также является одним из критериев турбулентности для стратосферы.

Если в заданном районе одновременно выполняется 3 или 4 и более критериев (признаков), то в прогнозе следует указывать болтанку самолетов.

Проверка метода комплекса критериев на эмпирическом материале показала, что для стратосферы его оправдываемость (без учета интенсивности болтанки) близка к 70%. Оправдываемость прогноза сильной и очень сильной болтанки методом комплекса критериев составила 83%.

Использование нескольких признаков (критериев) позволяет избежать грубых просчетов, вызванных большими погрешностями радиозондирования в стратосфере.

О возможности применения количественных методов для прогноза болтанки сверхзвуковых самолетов

К сожалению, возможности применения количественных методов диагноза и прогноза болтанки самолетов в стратосфере ограничены из-за больших ошибок в данных температурно-ветрового зондирования на больших высотах и ряда других обстоятельств, связанных с существующей методикой зондирования стратосферы. Тем не менее представляет определенный интерес провести первые опыты в этом направлении.

На имеющемся материале полетов с болтанкой нами была проведена оценка возможности определения характеристик турбулентности по методу Д. Л. Лайхтмана [5].

Окончательные расчетные формулы имеют следующий вид:

$$k = 0,160 \Phi^{-\frac{1}{2}} \text{ctg}^2 \alpha, \quad (1)$$

$$l = 0,185 \Phi^{-\frac{1}{2}} \text{ctg} \alpha, \quad (2)$$

$$b = 0,75 \text{ctg}^2 \alpha. \quad (3)$$

Здесь

$$\text{ctg} \alpha = \left(\frac{d}{dz} \Phi^{-\frac{1}{2}} \right)^{-1}, \quad (4)$$

$$\Phi = \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 - a_T \frac{g}{T_0} \left(\frac{dT}{dz} + \gamma_a \right), \quad (5)$$

где k — коэффициент турбулентности ($\text{м}^2/\text{сек}$); l — масштаб турбулентных движений (м); b — кинетическая энергия турбулентности ($\text{м}^2/\text{сек}^2$); u, v — горизонтальные компоненты скорости ветра ($\text{м}/\text{сек}$); g — ускорение силы тяжести; T_0 — температура воздуха (в $^\circ\text{К}$) на нулевом уровне; α_T — универсальная постоянная (≈ 1); z — высота (м);

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \gamma_a \text{ (град/м)}; \quad (6)$$

T — температура воздуха (в $^\circ\text{К}$); γ_a — сухоадиабатический градиент температуры.

Подробно методика определения характеристик турбулентности по аэрологическим данным описана в статье Ю. Ж. Альтер-Залика [2].

Если при этом воспользоваться структурно-кинематической формулой Ляпина—Дубова [4], введя в нее критерий подобия по сжимаемости воздуха — число Маха, то после ряда элементарных преобразований можно записать [8]:

$$k = \frac{\kappa R T M^2 |\Delta n| \tau}{2\eta \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln c_y}, \quad (7)$$

где $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$; R — универсальная газовая постоянная; M — число Маха; Δn — вертикальная перегрузка; τ — среднее время сохранения вертикальной перегрузки одного знака; $\eta = \frac{b_\infty}{b(\omega)}$ — поправочный коэффициент; $b(\omega)$ — передаточная функция самолета, зависящая от частоты турбулентных возмущений, высоты полета и типа самолета; b_∞ — постоянная, зависящая от аэродинамических характеристик самолета, высоты и режима полета (подробности см. [8]); $c_y = c_y(\alpha, M, \text{Re})$ — коэффициент подъемной силы самолета, величина которого зависит от угла атаки α , чисел Маха и Рейнольдса.

На основании формул (1) и (7) имеем

$$|\Delta n| = \frac{0,32\eta \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln c_y}{\kappa R T M^2 \Phi^{\frac{1}{2}} \text{tg}^2 \alpha}. \quad (8)$$

По указанной методике были проанализированы материалы полетов в стратосфере.

В 10% случаев удалось успешно применить метод Д. Л. Лайхтмана и получить положительный результат. Расчетные коэффициенты турбулентности и перегрузки хорошо подтверждались эмпирическими данными.

Однако в большинстве случаев из-за слабой освещенности стратосферы (данные о распределении температуры, скорости и направления ветра при зондировании получаются через очень большие интервалы по высоте), низкой точности измерений, трудностей сглаживания вертикальных профилей метеорологических элементов по ограниченным данным расчетный метод не позволял определить количественные характеристики турбулентности.

В отдельных случаях получались абсурдно большие значения коэффициентов турбулентности, что можно объяснить погрешностями исходной информации, используемой при расчетах.

По-видимому, для стратосферы наряду с вертикальными профилями важно также учитывать горизонтальную структуру полей метеорологических элементов.

В заключение отметим, что приведенные данные об аэросиноптических условиях болтанки и соображения по ее прогнозу являются предварительными.

В порядке подготовки к метеорологическому обеспечению регулярных рейсов сверхзвуковых транспортных самолетов необходимо интенсифицировать разработку новой более точной аппаратуры для вертикального зондирования стратосферы и предъявить повышенные требования к объему и качеству метеорологической информации.

При существующем состоянии службы погоды прогнозы болтанки сверхзвуковых транспортных самолетов в стратосфере могут составляться лишь на основе синоптического метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атмосферная турбулентность, вызывающая болтанку самолетов. Под ред. Н. З. Пинуса. Гидрометеиздат, М., 1962.
2. Альтер-Залик Ю. Ж. Методика расчета характеристик турбулентности по аэрологическим данным. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
3. Давыдов Н. И. Методика прогноза болтанки самолетов в верхней тропосфере и нижней стратосфере (8—15 км). Сб. «Материалы Научной конференции по авиационной метеорологии». Гидрометеиздат, М., 1963.
4. Дубов А. С. Определение коэффициента турбулентного обмена по ускорению самолета. Труды ГГО, вып. 98, 1959.
5. Лайхтман Д. Л., Альтер-Залик Ю. Ж. Об использовании аэрологических данных для определения болтанки самолетов в свободной атмосфере. Изв. АН СССР, № 5, 1966.
6. Пчелко И. Г. Аэросиноптические условия болтанки самолетов в верхних слоях тропосферы и нижней стратосфере. Гидрометеиздат, М., 1962.
7. Пчелко И. Г. Турбулентность при ясном небе. Метеорология и гидрология, № 12, 1966.
8. Солонин С. В. К вопросу об определении интенсивности болтанки самолетов в стратосфере при сверхзвуковой скорости полета. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
9. Физика атмосферы и авиационная метеорология. Под ред. В. А. Джорджо. Труды ТГУ, вып. 225, 1963.
10. Partl W. Clear air turbulence at the tropopause levels. Journal of the Institute of Navigation, vol. 9, N 4, Winter 1962—1963.
11. Reiter E. R. Development of a practical technique to predict clear air turbulence will be a milestone in supersonic transport conquest of the lower stratosphere. Astronautics and Aeronautics. May, 1964.
12. Spillane K. T. Clear air turbulence and supersonic transport. Nature, 214, N 5085, 1967.

О. Г. Богаткин

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ПРОГНОЗА БОЛТАНКИ САМОЛЕТОВ

Предложен новый способ прогноза болтанки самолетов, основанный на графическом анализе данных температурно-ветрового зондирования атмосферы.

В настоящее время для диагноза и прогноза болтанки самолетов в оперативной практике часто используется число Ричардсона.

Критическое значение числа Ричардсона, принимаемое в качестве критерия турбулентности, у разных авторов различное и колеблется в широких пределах (от 0,5 до 5).

И. Г. Пчелко [2] обращает внимание на очень небольшое диагностическое значение величин Ri . Одним из объяснений несоответствия между явлением болтанки самолетов и величиной Ri могут служить ошибки, которые возникают при расчете вертикального градиента скорости ветра. Это связано с тем, что полет самолета не совпадает по времени с температурным и ветровым зондированием и большими погрешностями в определении скорости ветра.

М. В. Заварина и М. И. Юдин [1] особо указывают на зависимость результатов вычислений числа Ri от масштаба осреднения. Так как производные, входящие в формулу числа Ri , заменяются конечными разностями, результаты вычисления чисел Ri в значительной степени зависят от толщины слоя z , для которого они рассчитываются.

М. В. Завариной и М. И. Юдиным [1] показано, что в общем случае

$$Ri \sim z^{\alpha},$$

где α может меняться в пределах от $\frac{2}{3}$ до 1.

Отсюда следует, что при различной толщине слоя могут получиться разные значения числа Ri . Авторы рекомендуют вычислять число Ri для слоев толщиной порядка 300—600 м. При вычислении по слоям большей толщины могут получиться завышенные значения.

Дополнительные трудности при прогнозе болтанки самолетов с помощью числа Ri выражаются еще и в том, что число Ричардсона характеризует уровень турбулентной энергии в строго определенном слое, равном масштабу осреднения, и не дает непрерывной картины вертикального распределения турбулентных слоев, которые могут вызвать болтанку самолетов. Кроме того, при полетах на различных высотах расчет

чисел Ричардсона для многих уровней (эшелонов полета) отнимает у оперативных работников значительное время. И. Г. Пчелко [2] обращает внимание на то, что слои с повышенным уровнем турбулентности зачастую наблюдаются не в тех слоях, где имеют место малые числа Ri , а в зонах резкого изменения значений Ri по вертикали.

Отсутствие надежной связи между числами Ri и явлением болтанки самолетов вызывает необходимость поисков других, более надежных критериев и способов прогнозирования. Автором предложен графический способ прогноза болтанки самолетов. Суть этого способа заключается в следующем. Если на специальном бланке построить профили скорости, направления ветра и температуры, то для каждого линейного участка профиля вертикальные градиенты соответствующих метеорологических элементов будут характеризоваться наклоном рассматриваемого участка кривой распределения к горизонтальной оси. Чем меньше угол наклона между построенными кривыми и горизонтальной осью, тем больше вертикальный градиент данного метеоэлемента.

В качестве критериев при диагнозе и прогнозе болтанки использовано понятие критических значений вертикальных градиентов метеорологических элементов. По результатам экспериментальных исследований установлены критические значения вертикальных градиентов для следующих метеоэлементов: для скорости ветра — $10 \frac{м/сек}{км}$, для направления ветра — $15 \frac{град}{км}$, для температуры — $7 \frac{°C}{км}$.

Методика выделения зон болтанки самолетов сводится к тому, что по построенным профилям метеоэлементов для каждого линейного участка определяется угол наклона профиля к горизонтальной оси и сравнивается с его критическим значением. Для удобства работы можно так подобрать масштаб, чтобы для всех трех элементов величина критического угла была одинаковой.

Если на график нанести сетку, имеющую наклон, соответствующий критическим значениям вертикальных градиентов, то диагноз и прогноз болтанки самолетов будет сведен к сравнению наклона стандартных линий сетки и исследуемого участка профиля. Последнее осуществляется таким же образом, как это делается при определении устойчивости стратификации по эмаграмме или характера адвекции на совмещенной карте AT_{700} и OT_{1000}^{500} .

Наличие «неустойчивости» по одному из рассматриваемых вертикальных профилей является признаком существования турбулентности, благоприятной для возникновения болтанки. Если в каком-либо слое «неустойчивость» обнаруживается по вертикальным профилям двух метеоэлементов, то это служит указанием на большую вероятность болтанки.

Из приведенного примера (рис. 1) видно, что за счет вертикальных градиентов скорости ветра турбулентность должна наблюдаться в слоях 8,7—9,5 км и 12,1—13,3 км, а за счет вертикального градиента направления ветра — в слое 11,5—12,5 км.

В слое 12,1—12,5 км в нашем примере наблюдается совпадение двух признаков возникновения турбулентности (заштрихованный участок рис. 1). Эта зона является областью наибольшей вероятности болтанки.

Во время перелета на эшелоне 12000 м при данном распределении температуры и ветра с высотой в слое 12,0—12,5 км имела место такая сильная болтанка самолетов, что старший летчик перелетающей группы

был вынужден сменить эшелон полета на 10000 м, на котором полет протекал спокойно.

Основные достоинства графического способа прогноза болтанки — высокая оперативность и возможность выявления вертикального распределения слоев повышенной турбулентности и болтанки самолетов непрерывно для всех высот. Этим устраняется недостаток всех других методов прогноза болтанки, использующих в своей основе число Ri и дающих ступенчатую и прерывистую картину характера турбулентного состояния атмосферы.

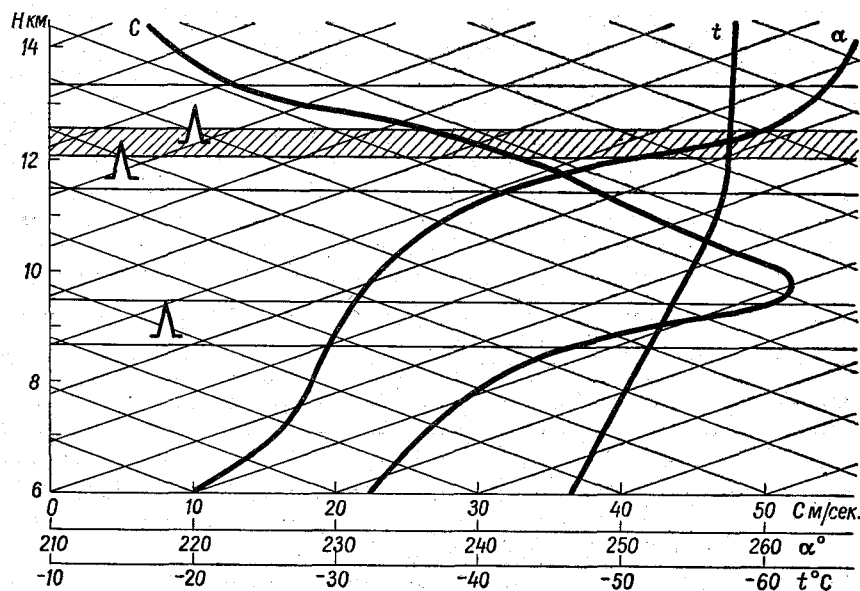


Рис. 1. Графический метод прогнозирования болтанки.
C — скорость ветра; α — направление ветра; t — температура.

Данный способ прогнозирования проверялся на фактическом материале полетов. Всего было проанализировано более 500 полетов с болтанкой и более 3000 полетов без болтанки.

Оправдываемость прогноза болтанки самолетов графическим способом без учета ее интенсивности для стратосферы и тропосферы составляет 63—64%, а прогноза сильной и очень сильной болтанки — 71—74%. Оправдываемость отсутствия болтанки близка к 95%.

Этот способ прогнозирования прошел оперативную проверку в некоторых метеорологических подразделениях и получил подтверждение. Таким образом, графический способ прогнозирования болтанки самолетов может быть использован для диагноза и прогноза турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, на всех возможных эшелонах полетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заварина М. В., Юдин М. И. Уточнение и использование числа Ричардсона для выявления зон болтанки самолетов. Метеорология и гидрология, № 2, 1960.
2. Пчелко И. Г. Аэросиноптические условия болтанки самолетов в верхних слоях тропосферы и нижней стратосфере. Гидрометеиздат, М., 1962.
3. Солонин С. В., Яковлева М. В. Результаты исследования атмосферной турбулентности применительно к вопросам диагноза и прогноза болтанки самолетов. Труды ЛГМИ, вып. 19, 1963.

Д. И. Казакевич, С. В. Солонин

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ СКОРОСТЕЙ ВЕТРА

Рассматривается корреляционная функция скоростей ветра и устанавливается связь между корреляционными функциями векторных и скалярных процессов и полей. При этом вектор ветра принимается за двумерную гауссовскую величину.

В работе А. С. Марченко [2] предпринята попытка определения корреляционной функции скорости ветра путем установления двумерного закона распределения $f(u_1, u_2)$, представляющего собой совместную плотность распределения скоростей ветра u_1 и u_2 , взятых в различные моменты времени или в различных точках пространства. Вектор ветра рассматривается как случайный двумерный вектор, компоненты которого $u_x(t)$ и $u_y(t)$ представляют собой взаимно независимые случайные функции, подчиняющиеся при каждом значении t нормальному закону распределения с равными дисперсиями.

На основании теоретического определения совместной плотности распределения модулей $|\vec{u}(t_1)|$ и $|\vec{u}(t_2)|$ устанавливается связь между корреляционными функциями векторных $\vec{u}(t)$ и скалярных $|\vec{u}(t)|$ полей. При этом путем принятия ряда допущений сравнительно простые и практически приемлемые формулы для коэффициентов корреляции были получены для случая, когда средние скорости ветра близки к нулю. В действительности же, как указано в работе, средние скорости ветра $M_u = m$ в ряде случаев отличны от нуля, и их значения могут значительно превышать дисперсии σ^2 . Так, при типичных для струйных течений условиях $\frac{m^2}{\sigma^2} = 2,4 \div 12$. Для этих условий, полученная в работе совместная плотность распределения скоростей представляет весьма громоздким выражением, не позволившим получить практически приемлемых формул для вычисления коэффициентов корреляции.

В настоящей работе выводятся формулы для определения корреляционной функции скоростей ветра для случая, когда средние значения скоростей ветра существенно превышают их среднеквадратические отклонения. Предлагаемый метод основан не на использовании совместной плотности распределения скоростей, а на использовании характери-

ческих функций системы случайных величин, которая для нормально распределенных случайных величин имеет простой вид.

Математически задача формулируется следующим образом. Рассматривается двумерный случайный вектор

$$\vec{u}(t) = u_x(t)\vec{i} + u_y(t)\vec{j}, \quad (1)$$

компоненты которого $u_x(t)$ и $u_y(t)$ являются нормально распределенными стационарными случайными функциями с математическими ожиданиями $m_x = m_1$, $m_y = m_2$, дисперсиями $D_x = D_y = \sigma^2$ и корреляционными функциями $K_x(\tau)$ и $K_y(\tau)$.

Компоненты вектора считаются взаимно независимыми, т. е. их корреляционная функция связи равна нулю [1, 3—5].

Требуется определить корреляционную функцию $K_u(\tau)$ модуля случайного вектора

$$u(t) = \sqrt{u_x^2(t) + u_y^2(t)}. \quad (2)$$

Для этого вначале определим корреляционную функцию $K_z(\tau)$ квадрата модуля

$$z(t) = u_x^2(t) + u_y^2(t). \quad (3)$$

Очевидно, что случайная функция $z(t)$ не будет являться нормально распределенной, однако стационарность ее сохраняется.

$$\begin{aligned} K_z(\tau) &= M\{[z(t) - M(z(t))][z(t+\tau) - M(z(t+\tau))]\}, \\ M[z(t)] &= M[z(t+\tau)] = M[u_x^2(t)] + M[u_y^2(t)] = (\sigma^2 + m_1^2) + (\sigma^2 + m_2^2) = \\ &= 2\sigma^2 + m_1^2 + m_2^2 = \lambda. \end{aligned} \quad (4)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} K_z(\tau) &= M[(z(t) - \lambda)(z(t+\tau) - \lambda)] = M[z(t)z(t+\tau)] - \lambda M[z(t)] - \\ &- \lambda M[z(t+\tau)] + \lambda^2 = M[z(t)z(t+\tau)] - \lambda^2 = M\{[u_x^2(t) + u_y^2(t)][u_x^2(t+\tau) + \\ &+ u_y^2(t+\tau)]\} - \lambda^2 = M[u_x^2(t)u_x^2(t+\tau)] + M[u_x^2(t)u_y^2(t+\tau)] + \\ &+ M[u_y^2(t)u_x^2(t+\tau)] + M[u_y^2(t)u_y^2(t+\tau)] - \lambda^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим систему четырех нормально распределенных случайных величин

$$u_{x_1} = u_x(t), u_{x_2} = u_x(t+\tau), u_{y_3} = u_y(t), u_{y_4} = u_y(t+\tau).$$

Характеристическая функция этой системы, как известно, имеет вид

$$E(u_1, u_2, u_3, u_4) = \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{k,j=1}^4 K_{k,j} u_k u_j + i \sum_{k=1}^4 \bar{u}_{x_k} u_k\right\}, \quad (6)$$

где $\bar{u}_{x_k}$ — математическое ожидание случайных величин u_{x_k} , а $K_{k,j}$ — моменты связи случайных величин u_{x_k} и u_{x_j} .

$K_{k,j} = M[(u_{x_k} - \bar{u}_{x_k})(u_{x_j} - \bar{u}_{x_j})]$ являются элементами корреляционной матрицы $\|K_{k,j}\|$.

Для рассматриваемой системы случайных величин

$$\begin{aligned} K_{11} &= K_{22} = \sigma^2, \\ K_{33} &= K_{44} = \sigma^2, \\ K_{12} &= K_x(\tau), \\ K_{34} &= K_y(\tau). \end{aligned}$$

Так как случайные функции $u_x(t)$ и $u_y(t)$ взаимно независимы, то $K_{13} = K_{23} = K_{14} = K_{24} = 0$.

Таким образом, корреляционная матрица имеет вид

$$\|K_{k,j}\| = \begin{vmatrix} \sigma^2 & K_x(\tau) & 0 & 0 \\ \sigma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 & K_y(\tau) \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2 \end{vmatrix} \quad (7)$$

Математические ожидания, стоящие в правой части формулы (5), есть начальные моменты четвертого порядка рассмотренной системы случайных величин. Эти моменты можно найти путем дифференцирования характеристической функции системы.

$$\begin{aligned} M[u_x^2(t) u_x^2(t+\tau)] &= M[u_{x_1}^2 u_{x_2}^2] = \frac{1}{i^4} \frac{\partial^4 E(u_1, u_2, u_3, u_4)}{\partial u_1^2 \partial u_2^2} \Big|_{u_1=u_2=u_3=u_4=0} = \\ &= 2K_{12}^2 + K_{11}K_{22} + \bar{u}_{x_1}^2 K_{22} + \bar{u}_{x_2}^2 K_{11} + 4\bar{u}_{x_1}\bar{u}_{x_2}K_{12} + \bar{u}_{x_1}^2 \bar{u}_{x_2}^2 = 2K_x^2(\tau) + \sigma^4 + m_1^2\sigma^2 + \\ &\quad + m_1^2\sigma^2 + 4m_1^2K_x(\tau) + m_1^4. \end{aligned} \quad (8)$$

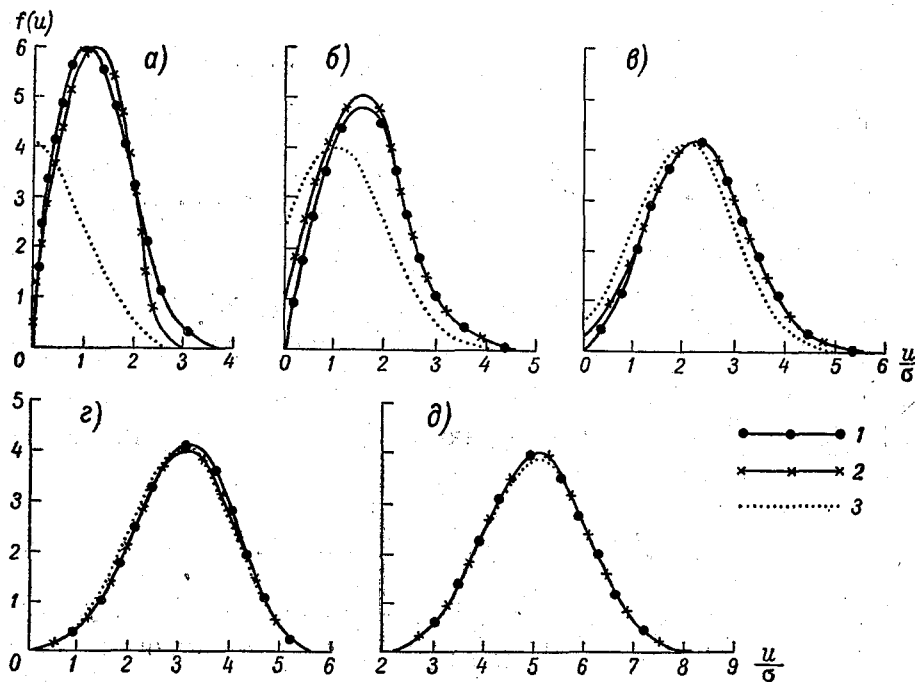


Рис. 1. Кривые распределения $f(u)$ для различных значений $\frac{m}{\sigma}$.
 $a - \frac{m}{\sigma} = 0$; $б - \frac{m}{\sigma} = 1$; $в - \frac{m}{\sigma} = 2$; $г - \frac{m}{\sigma} = 3$; $д - \frac{m}{\sigma} = 5$; 1 — по формуле (10); 2 — по формуле (14); 3 — по формуле (13).

Вычислив аналогично остальные значения математических ожиданий и подставив их в формулу (5), получим

$$K_z(\tau) = 2[K_x^2(\tau) + K_y^2(\tau)] + 4[m_1^2K_x(\tau) + m_2^2K_y(\tau)]. \quad (9)$$

Чтобы определить корреляционную функцию случайной функции $u(t)$, зная корреляционную функцию ее квадрата $z(t)$, нужно иметь закон распределения, которому подчиняется $u(t)$ при каждом значении t .

Как известно, закон распределения модуля двумерного вектора $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$, компоненты которого есть независимые между собой нормально распределенные случайные величины с одинаковыми дисперсиями σ^2 , но различными средними $\bar{u}_x = m_1$, $\bar{u}_y = m_2$, представляет собой обобщенную функцию Релея

$$f(u) = \begin{cases} \frac{u}{\sigma^2} e^{-\frac{u^2 + m^2}{2\sigma^2}} I\left(\frac{mu}{\sigma^2}\right) & \text{при } V > 0, \\ 0 & \text{при } V < 0. \end{cases} \quad (10)$$

В формуле (10) $m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ представляет собой среднее значение модуля вектора $\vec{u}$, $I\left(\frac{mu}{\sigma^2}\right)$ — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента. При $\frac{m}{\sigma} \gg 1$ можно заменить функцию Бесселя ее асимптотическим выражением

$$I_0(w) \sim \frac{e^w}{\sqrt{2\pi w}} \left(1 + \frac{1}{8w} + \dots\right).$$

Тогда можем записать

$$f(u) = \frac{u}{\sigma^2} e^{-\frac{u^2 + m^2}{2\sigma^2}} \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi um}} e^{-\frac{um}{\sigma^2}} \left(1 + \frac{\sigma^2}{8um} + \dots\right). \quad (11)$$

Ограничившись двумя членами ряда, получим

$$f(u) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(u-m)^2}{2\sigma^2}} \left(1 + \frac{\sigma^2}{8um}\right) \sqrt{\frac{u}{m}}. \quad (12)$$

Из этой формулы видно, что с точностью до множителя $\left(1 + \frac{\sigma^2}{8um}\right) \sqrt{\frac{u}{m}}$ обобщенная функция Релея может быть заменена нормальным законом распределения

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(u-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad u > 0. \quad (13)$$

Обобщенная функция Релея (10) имеет ярко выраженную асимметрию при малых значениях $\frac{m}{\sigma}$, с увеличением величины $\frac{m}{\sigma}$ асимметрия уменьшается. При $\frac{m}{\sigma} = 2$ коэффициент асимметрии равен 0,24, при $\frac{m}{\sigma} = 3$ коэффициент асимметрии равен уже 0,07.

Для повышения точности будем аппроксимировать обобщенную функцию Релея (10) нормальным законом распределения не по формуле (13), а в виде

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma'} e^{-\frac{(u-m')^2}{2\sigma'^2}}, \quad u > 0, \quad (14)$$

приняв в качестве его математического ожидания m' и дисперсии σ'^2 соответствующие значения математического ожидания и дисперсии распределения (10).

Как известно, для распределения (10)

$$M[u] = m' = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\left(1 + \frac{m^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{m^2}{4\sigma^2}\right) + \frac{m^2}{2\sigma^2} I_1\left(\frac{m^2}{4\sigma^2}\right) \right] e^{-\frac{m^2}{4\sigma^2}}, \quad (15)$$

$$D[v] = \sigma'^2 = 2\sigma^2 + m^2 - m'^2. \quad (16)$$

На рис. 1 приведены кривые распределения, рассчитанные по формулам (10), (13) и (14) при значениях $\frac{m}{\sigma} = 0, 1, 2, 3, 5$. По оси абсцисс отложены значения u в единицах σ , по оси ординат $f(u)$.

Из анализа рисунков видно, что при $\frac{m}{\sigma} \gg 2$ погрешность аппроксимации распределения (10) нормальным распределением (14) весьма незначительна. Аппроксимация распределением (13) дает худшие результаты.

Будем теперь считать, что случайная функция $u(t)$ при каждом значении t подчинена нормальному закону распределения (14) с математическим ожиданием m' и среднеквадратическим отклонением σ' , определяемым по формулам (15), (16).

Ранее мы получили корреляционную функцию для случайной функции $z(t) = u^2(t)$. Установим теперь связь между корреляционными функциями $K_z(\tau)$ и $K_u(\tau)$. Корреляционная функция $K_z(\tau)$ определяется по формуле

$$\begin{aligned} K_z(\tau) &= M\{[u^2(t) - M(u^2(t))][u^2(t+\tau) - M(u^2(t+\tau))]\} = \\ &= M\{[u^2(t) - (\sigma'^2 + m'^2)][u^2(t+\tau) - (\sigma'^2 + m'^2)]\} = \\ &= M[u^2(t)u^2(t+\tau)] - (\sigma'^2 + m'^2)^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Обозначим $u(t) = u_1$, $u(t+\tau) = u_2$.

Так как u_1 и u_2 являются нормально распределенными случайными величинами, то характеристическая функция системы этих двух случайных величин будет иметь вид

$$E(u_1, u_2) = \exp\left\{-\frac{1}{2}(K_{11}u_1^2 + 2K_{12}u_1u_2 + K_{22}u_2^2) + i(\bar{u}_1u_1 + \bar{u}_2u_2)\right\}, \quad (18)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{u}_2 = m', \\ K_{11} &= D(u_1) = \sigma'^2, \\ K_{22} &= D(u_2) = \sigma'^2, \\ K_{12} &= M[(u_1 - \bar{u}_1)(u_2 - \bar{u}_2)] = K_u(\tau). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$K_u(\tau)$ — искомая корреляционная функция случайной функции $u(t)$.

Входящие в формулу (17) величины

$$\begin{aligned} M[u^2(t)u^2(t+\tau)] &= M[u_1^2u_2^2] = \frac{1}{i^4} \frac{\partial^4 E(u_1, u_2)}{\partial u_1^2 \partial u_2^2} \bigg|_{u_1=u_2=0} = \\ &= 2K_u^2(\tau) + 4m'^2K_u(\tau) + (m'^2 + \sigma'^2)^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Подставив (19) в (17), получим

$$K_z(\tau) = 2K_u^2(\tau) + 4m'^2K_u(\tau) = 2[K_u(\tau) + m'^2]^2 - 2m'^4. \quad (21)$$

Отсюда

$$K_u(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{K_z(\tau) + 2m'^4} - m'^2. \quad (22)$$

Подставляя вместо $K_z(\tau)$ его выражение по формуле (9), окончательно имеем

$$K_u(\tau) = \sqrt{K_x^2(\tau) + K_y^2(\tau) + 2[m_1^2 K_x(\tau) + m_2^2 K_y(\tau)] + m'^4 - m'^2}. \quad (23)$$

Эта формула дает возможность определять корреляционную функцию скоростей ветра по значениям корреляционных функций компонент вектора ветра. Она пригодна для расчета при всех значениях $\frac{m}{\sigma} \geq 2$.

Таким образом, формула (23) может быть использована для районов с большой повторяемостью струйных течений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гутерман И. Г. Распределение ветра над северным полушарием. Гидрометеопиздат, Л., 1965.
2. Марченко А. С. Корреляционные функции $\vec{v}$ -процессов и $\vec{v}$ -полей. Вопросы гидрометеорологии Сибири. Западно-Сибирское книжное издательство. Новосибирск, 1965.
3. Марченко А. С. Круговая и эллиптическая форма двумерного нормального закона в аэроклиматологии ветра. Труды НИИАК, вып. 25, 1964.
4. Солонин С. В. Расчет климатических и навигационно-метеорологических характеристик ветра с использованием методов математической статистики. Труды ЛГМИ, вып. 19, 1963.
5. Солонин С. В., Либерман Ю. М. Исследование применимости нормального закона распределения случайных величин для получения режимных характеристик ветра в свободной атмосфере. Сб. «Проблемы физики атмосферы», № 1. ЛГУ, 1963.

С. Н. Каплан

О ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЕ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ ОБЛАЧНОСТИ

Исследуются временные структурные характеристики высоты нижней границы облачности для района Ленинграда в различные сезоны в диапазонах высот 0—200, 0—400 и 0—1500 м для временных интервалов от 1 час до 2—3 сут. Приводятся оценки погрешностей полученных характеристик, а также оцениваются погрешности некоторых методов временной экстраполяции и интерполяции высоты низкой облачности.

В связи с требованиями авиации и народного хозяйства диагноз и прогноз высоты нижней границы облачности (ВНГО) является до сих пор важной задачей, поставленной перед метеорологами. Сложная структура ВНГО [4, 6] и зависимость от множества физических факторов делают ее предсказание трудной проблемой, не решенной до конца и в настоящее время. Наряду с гидродинамическими методами разрабатываются статистические методы диагноза и прогноза ВНГО, основанные на исследовании пространственно-временной структуры данного метеозлемента. Благодаря исследованию характеристик пространственно-временной структуры возможно также решение некоторых важных прикладных задач метеорологии, в том числе уточнение методики наблюдений за облачностью.

Известно, что выбор принципа расчета существенно сказывается на выводах относительно статистической структуры данного метеозлемента. При решении этого вопроса необходимо прежде всего учесть рассматриваемые масштабы явления. Как указывается в работах [4, 6, 11], прогнозированию может подлежать некоторая осредненная высота НГО, соответствующая изменениям ВНГО в макросиноптическом масштабе, при этом могут быть указаны возможные отклонения фактической высоты от средней. Следовательно, при современном прогнозировании высоты облаков рассматривается крупномасштабная изменчивость ВНГО во времени. В этом случае в зависимости от требований потребителя временные интервалы τ (сроки прогноза) могут колебаться от нескольких часов до суток. При оперативном обслуживании авиации интерес представляют также микроизменения высоты облачности, которые проявляются при рассмотрении временных интервалов τ внутри часа [9].

Таким образом, в зависимости от задачи исследованию подлежат характеристики изменчивости в тех или иных временных масштабах.

Кроме того, при исследовании изменчивости ВНГО необходимо решить также вопрос об ограничении диапазона рассматриваемых высот облаков.

Так, можно исследовать структурные характеристики высоты нижней границы для облачности нижнего яруса, т. е. для высот от 0 до порядка 2000 м, а можно рассчитывать эти характеристики для низкой облачности (наиболее важной и опасной для авиации), ограничиваясь выборками, внутри которых высота облачности находится в пределах от 0 до 200 м, от 0 до 400 м и т. д. Очевидно, что характеристики структуры будут для этих случаев различны, вследствие чего окажутся различными и выводы, основанные на этих структурных характеристиках.

В данной работе рассматриваются структурные и корреляционные функции ВНГО в зависимости от интервалов τ от 1 до 72 час, определяющих изменчивость ВНГО, связанную с синоптическими процессами. Указанные характеристики рассчитаны для трех диапазонов высот: 0—1500, 0—400, 0—200 м. Материалом для расчетов послужили ежедневные наблюдения за ВНГО на ст. Шоссейная (Ленинград) за период с 1951 по 1954 гг.

На основании полученных характеристик рассчитаны затем средние квадратические погрешности некоторых методов экстраполяции и интерполяции.

Значения высот облачности в исследуемом ряду наблюдений получены различными методами: шаропилотным, самолетным, прибором «облако», визуальным. Погрешности этих методов исследуются в работах [2, 4, 5, 6]. Из указанных работ следует также, что изменчивость ВНГО превосходит погрешности методов измерения. Поэтому, как нам представляется, при учете их изменчивости ВНГО может быть выявлена на основе исследования данного ряда наблюдений.

Расчеты структурных характеристик производились по формулам:

$$b_h(\tau) = \overline{[h(t) - h(t+\tau)]^2}, \quad (1)$$

$$\sigma_h^2 = \overline{[h(t) - h(t)]^2}, \quad (2)$$

$$r_h(\tau) = 1 - \frac{b_h(\tau)}{2\sigma_h^2}, \quad (3)$$

где $h(t)$, $h(t+\tau)$ — высота облаков в моменты t и $t+\tau$, $b_h(\tau)$ — структурная функция, σ_h^2 — дисперсия, $r_h(\tau)$ — нормированная корреляционная функция.

Нормированная корреляционная функция получена на основе рассчитанной структурной функции по формуле (3). Указанные статистические характеристики рассчитывались для каждого месяца. В дальнейшем было произведено осреднение характеристик внутри сезонов, так что сезонные значения этих характеристик получены за 4 года по 12 выборкам. Всего в расчетах использовалось более $2 \cdot 10^5$ пар наблюдений. Расчет характеристик производился на машине БЭСМ-3М. На рис. 1, 2, приведена структурная функция $b_h(\tau)$ для различных сезонов. В табл. 1 помещены удвоенная дисперсия $2\sigma_h^2 = b_h(\infty)$ и средняя квадратическая изменчивость $\sqrt{\sigma_h^2}$ для соответствующих сезонов.

Отметим прежде всего, что уменьшение диапазона рассматриваемых высот приводит, естественно, к уменьшению значений структурных характеристик. Так, при $\tau = 10$ час $b_h(\tau)$ для зимы в диапазоне 0—1500 м составляет $1,0 \cdot 10^5$ м², а в диапазонах 0—400 и 0—200 м $b_h(\tau)$ равно соответственно $1,0 \cdot 10^4$ и $0,47 \cdot 10^4$ м².

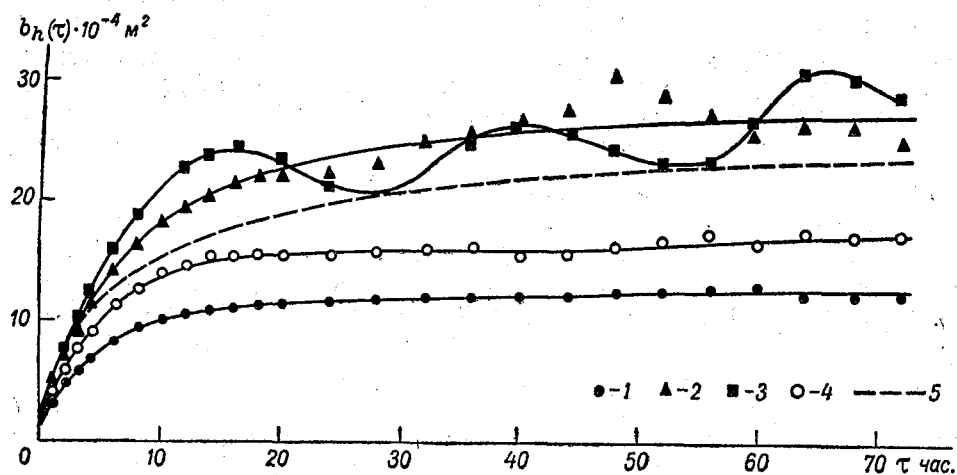


Рис. 1. Временная структурная функция высоты нижней границы облачности в диапазоне высот 0—1500 м.

1 — зима; 2 — весна; 3 — лето; 4 — осень; 5 — структурная функция для лета при исключенном суточном ходе.

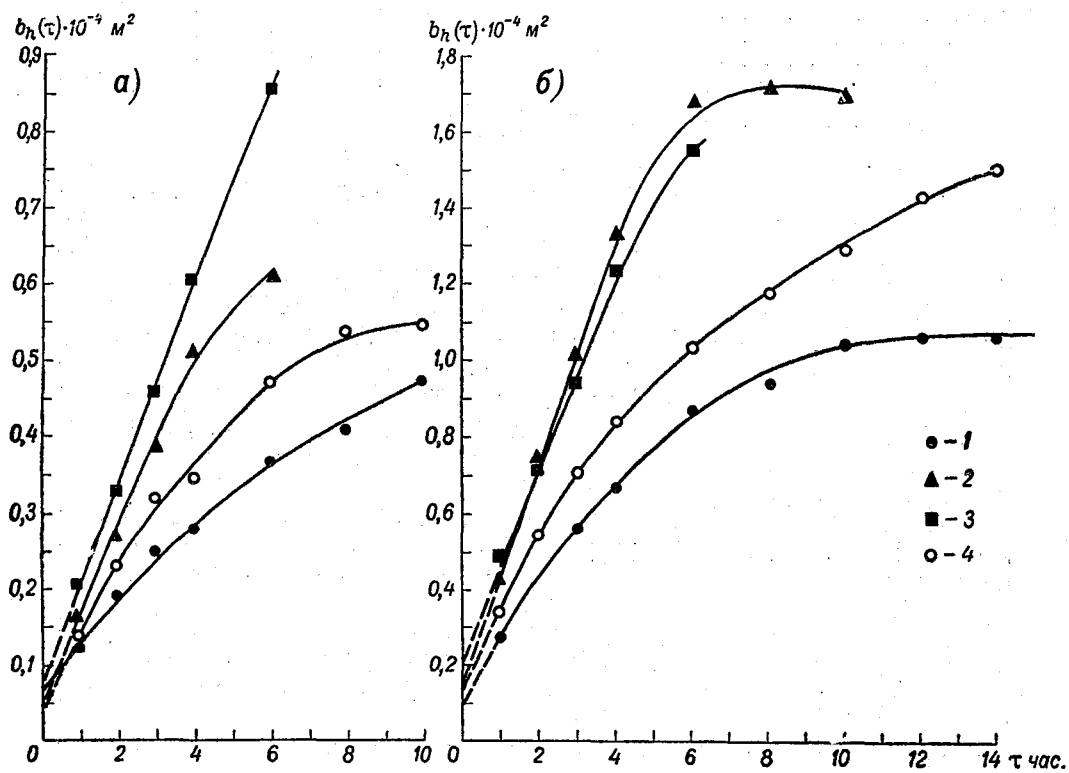


Рис. 2. Временная структурная функция высоты нижней границы облачности в двух диапазонах высот.

а — 0—200 м; б — 0—400 м; остальные обозначения, как на рис. 1.

Изменение величин структурных функций от осенне-зимнего периода к весенне-летнему аналогично для всех трех диапазонов высот. Зимой и осенью $b_h(\tau)$ и соответственно $\sqrt{b_h(\tau)}$ меньше, чем летом и весной. Так, например, для слоя 0—200 м при $\tau=5$ час $b_h(\tau)$ зимой и осенью составляет соответственно $0,32 \cdot 10^4$ и $0,42 \cdot 10^4$, а весной и летом $0,56 \cdot 10^4$ и $0,74 \cdot 10^4$ м². Аналогичные сезонные изменения испытывают величины σ_h^2 и $\sqrt{\sigma_h^2}$ (см. табл. 1).

Как следует из рис. 1, 2, увеличение интервала τ приводит к возрастанию значений структурной функции $b_h(\tau)$. Степень этого возрастания в различные сезоны и для различных диапазонов высот может быть определена через параметры (табл. 3) аналитических выражений, аппроксимирующих кривые нормированных корреляционных функций (табл. 2).

Таблица 1

Диапазон высот, м Сезон	0—1500		0—400		0—200	
	I	II	I	II	I	II
Зима	17,4	290	1,6	90	0,56	53
Весна	35,0	420	2,4	110	1,08	73
Лето	31,0	390	2,4	110	0,84	65
Осень	25,6	360	2,0	99	0,52	51

Примечание. I — $2\sigma_h^2 \cdot 10^{-4}$ [м²]; II — $\sqrt{\sigma_h^2}$ [м].

Остановимся коротко на погрешностях полученных структурных характеристик. Как указывалось выше, наблюдения за высотой облачности на ст. Шоссейная производились за рассматриваемый период с помощью нескольких методов. Можно показать, что, поскольку наблюдения разными методами чередовались случайно, суммарный вклад погрешностей этих методов в величину структурной функции определяется при экстраполяции $b_h(\tau)$ в точку с ординатой при $\tau=0$ [3, 10]. Как показывают оценки $b_h(0)=2\bar{\delta}^2$, $\sqrt{\bar{\delta}^2}$ для интервала высот 0—1500 м (рис. 1) колеблется в зависимости от сезона от 70 до 110 м, для слоя 0—400 м составляет 22—31 м, а для интервала высот 0—200 м равна ~20 м (рис. 2). Тот факт, что эти результаты не превосходят погрешностей отдельных методов измерения ВНГО [2, 8], свидетельствует о возможности исследования структуры ВНГО на основании данного ряда наблюдений и о достаточной надежности полученных структурных функций.

Известно, что погрешности в эмпирической структурной функции возникают также за счет недостаточной длины ряда наблюдений T при расчете $b_h(\tau)$ для соответствующего τ . При $\frac{\tau}{T}$ не больше 0,1 (в нашем случае при $\tau=3$ сут, $\frac{\tau}{T}=0,1$) относительная погрешность δ_1 не превосходит для одной выборки 20—30% [1]. Эта погрешность может быть уменьшена статистическим осреднением, т. е. увеличением набора выборок. Как уже указывалось, структурные характеристики получены внутри сезона осреднением по 12 выборкам. Таким образом, относительная погрешность δ_1 наших структурных функций, уменьшенная в $\sqrt{n-1}$

раз [1], где n — число выборок, составляет $\sim 10\%$. Однако укажем, что эта оценка соответствует погрешности структурной функции для ВНГО в слое 0—1500 м, где выборки имеют продолжительность до месяца. Для слоев 0—400 и 0—200 м выборки, внутри которых ВНГО находилась в указанных пределах, соответственно уменьшаются, уменьшаясь также при переходе от зимы к лету. Поэтому, несмотря на то, что структурные функции (для указанных диапазонов высот) рассчитывались до τ порядка 50—60 час, однако их следует считать надежными, с погрешностью до 10% лишь в пределах 10—20 час, а для лета в диапазоне высот 0—200 м до $\tau=3-4$ час.

Используя гипотезу о стационарности процесса, мы должны учесть также вклады периодических факторов типа суточного и годового хода ВНГО. В сезонных структурных функциях влияние годового хода почти исключено, хотя в переходные сезоны этот вклад в дисперсию, например, составляет половину квадрата амплитуды годового хода ВНГО [3]. Как показывают расчеты годового хода ВНГО, он заметен лишь для диапазона высот 0—1500 м, где $2a_1=500$ м. Таким образом, вклад в дисперсию в этом слое равен $\frac{1}{2} (\frac{1}{2} \cdot 500)^2 = 3,12 \cdot 10^4 \text{ м}^2$ и составляет 20% от σ_h^2 в переходные сезоны.

Для диапазонов высот 0—400 и 0—200 м годовой ход высоты не обнаруживается.

Вклад суточного хода ВНГО может быть оценен согласно [7]. Он заметен лишь на структурной функции, рассчитанной для диапазона высот 0—1500 м для лета (рис. 1, кривая 3). Здесь амплитуда его составляет в среднем $2a=360$ м, а вклад в $b_h(\tau)$ при этом составляет $\frac{2a^2}{b_h(\infty)} = \frac{2a^2}{2\sigma_h^2} = 20\%$.

Таким образом, можно утверждать, что структурные функции, рассчитанные на материале ежечасных наблюдений ВНГО на ст. Шоссейная, получены с небольшими погрешностями, не превышающими 10%, в диапазоне высот 0—1500 м для зимы до $\tau=3$ сут. В остальные сезоны погрешности растут до 20% за счет суточного либо годового хода ВНГО.

В диапазонах 0—400 и 0—200 м наблюдаются погрешности, связанные с недостаточной длиной выборок. Однако эти погрешности можно считать малыми ($\sim 10\%$) в слое 0—400 м до $\tau=10-20$ час, а в слое 0—200 м до $\tau=3-6$ час.

Наибольшее внимание уделяется исследованию структуры низкой облачности [4, 6, 9, 11]. Однако сравнение результатов различных работ часто затруднительно вследствие разных временных масштабов исследуемой изменчивости, разных диапазонов высот НГО, а также разницы в самих исследуемых характеристиках. Все же попытаемся сравнить данные некоторых работ с нашими результатами.

В работе [11] показано, что для большинства пунктов на территории СССР средняя абсолютная изменчивость при $\tau=15$ мин для теплого полугодия больше, чем для холодного. Этот факт следует также из наших данных. Структурные функции $b_h(\tau)$ (рис. 1, 2) для всех τ весной и летом лежат выше, чем для зимы и осени.

Кроме того, в [11] при диапазоне высот 0—300 м приводится для $\tau=1$ час средняя абсолютная разность Δh , равная в холодное полугодие 22 м, а в теплое — 28 м.

По нашим данным для Ленинграда среднее квадратическое отклонение $\sqrt{b_h(\tau) - 2\delta^2}$ при том же $\tau=1$ час, для диапазонов высот 0—200 и 0—400 м, равно зимой 28 и 42 м соответственно, а летом 37 и 54 м.

Это отличие от данных работы [11] можно объяснить, в частности, тем, что средняя квадратическая разность вообще больше средней абсолютной вследствие усиления (квадратично) вкладов больших разностей высот НГО.

Средняя квадратическая изменчивость ВНГО для одного частного случая низкой облачности для $\tau=40$ мин, приведенная в работе [9], составляет величину порядка 20—25 м. Учитывая, что при $\tau=1$ час, $\sqrt{b_h(\tau)}$ должна быть несколько больше, можно утверждать, что изменчивость, приведенная в [9], близка к полученной нами средней квадратической изменчивости для зимы для диапазона высот 0—200 м.

На основании полученных сглаженных структурных функций рассчитаны по формуле (3) нормированные корреляционные функции $r_h(\tau)$. Результаты расчета $r_h(\tau)$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

τ	Зима			Весна			Лето			Осень		
	0—1500	0—400	0—200	0—1500	0—400	0—200	0—1500	0—400	0—200	0—1500	0—400	0—200
0	0,98	0,94	0,96	0,91	0,92	0,95	0,98	0,98	0,89	0,98	0,98	0,9
1	0,82	0,82	0,78	0,86	0,82	0,85	0,84	0,80	0,75	0,86	0,82	0,73
2	0,71	0,73	0,68	0,80	0,69	0,75	0,72	0,70	0,61	0,77	0,72	0,56
3	0,65	0,65	0,62	0,74	0,58	0,68	0,66	0,61	0,45	0,70	0,64	0,42
4	0,60	0,59	0,53	0,67	0,45	0,60	0,62	0,54	0,27	0,64	0,57	0,35
6	0,52	0,50	0,43	0,60	0,40	0,48	0,55	0,48	0,10	0,56	0,47	0,21
10	0,41	0,41	0,22	0,47	0,34	0,30	0,46	0,41	0,13	0,46	0,34	0,02
20	0,34	0,29	—	0,36	0,28	—	0,33	0,25	—	0,39	0,18	—
30	0,32	0,25	—	0,31	0,26	—	0,26	0,15	—	0,39	0,10	—
40	0,31	0,25	—	0,26	—	—	0,33	—	—	0,39	0,05	—
50	0,28	0,25	—	0,25	—	—	0,20	—	—	0,37	0,05	—
60	0,28	0,21	—	0,24	—	—	0,19	—	—	0,35	—	—
70	0,26	0,10	—	0,24	—	—	0,16	—	—	0,34	—	—

До τ порядка 10—20 час эти нормированные корреляционные функции хорошо аппроксимируются формулой

$$r_h(\tau) = Ae^{-a\tau^n}, \quad (3')$$

параметры A , a , n приведены в табл. 3.

Таблица 3

Сезон \ Диапазон высот, м	0—1500			0—400			0—200		
	A	a	n	A	a	n	A	a	n
Зима	0,98	0,20	0,6	0,94	0,25	0,5	0,96	0,23	0,7
Весна	0,91	0,103	0,8	0,92	0,14	1,0	0,95	0,108	1,0
Лето	0,98	0,20	0,6	0,98	0,24	0,6	0,89	0,145	1,5
Осень	0,98	0,155	0,7	0,98	0,21	0,7	0,96	0,30	0,9

Убывание нормированной корреляционной функции с ростом τ в разных диапазонах высот и в различные сезоны не одинаково. Характеристикой такого убывания корреляции служит время корреляции, т. е. тот интервал τ_h , при котором $r_h(\tau)$ убывает в два раза. В табл. 4 приведено время корреляции τ_h в разные сезоны и для различных интервалов высот.

Для интервала высот от 0 до 1500 м τ_h составляет 7 час независимо от сезона. В диапазоне 0—400 м τ_h изменяется от 6 зимой до 3,5 час весной.

Таблица 4

Сезон \ Диапазон высот, м	0—1500	0—400	0—200
Зима	7	6	5
Весна	7	3,5	5
Лето	7	5	2,5
Осень	7	5	2,5

Для слоя 0—200 м время корреляции особенно резко меняется от 2,5 час в летний период до 5 час зимой.

Таким образом, для диапазонов высот 0—200 и 0—400 м время корреляции зимой больше, чем летом, что свидетельствует о большей инерционности ВНГО в зимний период по сравнению с летним.

Рассмотренные выше структурные характеристики высоты нижней границы облачности являются основой для решения различного рода задач, включая оценки возможных ошибок различных методов экстраполяции и интерполяции ВНГО во времени.

В частности, известно, что информация о высоте облаков поступает к потребителю и используется им с некоторым запаздыванием. Очевидно, что с увеличением интервала τ между моментом t измерения высоты и моментом $t+\tau$ получения ее потребителем разница между фактической $h_\phi(t+\tau)$ и полученной $h(t)$ и принятой им для момента $t+\tau$ возрастает. Эта погрешность δ_2^2 может быть оценена.

$$\delta_2^2(\tau) = [h_\phi(t+\tau) - h_s(t+\tau)]^2, \quad (4)$$

где $h_s(t+\tau)$ — значение ВНГО, экстраполированное каким-либо способом в момент $t+\tau$.

При $h_s(t+\tau) = h_\phi(t)$,

$$\delta_2^2(\tau) = [h_\phi(t+\tau) - h_\phi(t)]^2 = b_h(\tau) = 2[\sigma_h^2 - m_h(\tau)], \quad (5)$$

где $m_h(\tau)$ — ненормированная корреляционная функция.

Таким образом, при использовании через время τ значения $h(t)$ допускается погрешность, квадрат которой в среднем равен структурной функции для данного τ .

Возможна также оптимальная экстраполяция последнего наблюдения с учетом его «веса» p [3]. При этом принимается

$$h_s(t+\tau) = ph_\phi(t). \quad (6)$$

Выражение для p получается из условия минимума δ_2^2 , откуда $p = r_h(\tau)$, а величина среднего квадрата погрешности при этом δ_3^2 равна

$$\delta_3^2 = \sigma_h^2 - r_h(\tau) m_h(\tau). \quad (7)$$

Таким образом, в данном случае, значение ВНГО в момент $t+\tau$ может быть представлено в виде $h_s(t+\tau) = r_h(\tau) h(t)$. Тогда δ_3^2 будет в среднем минимальна и равна (7).

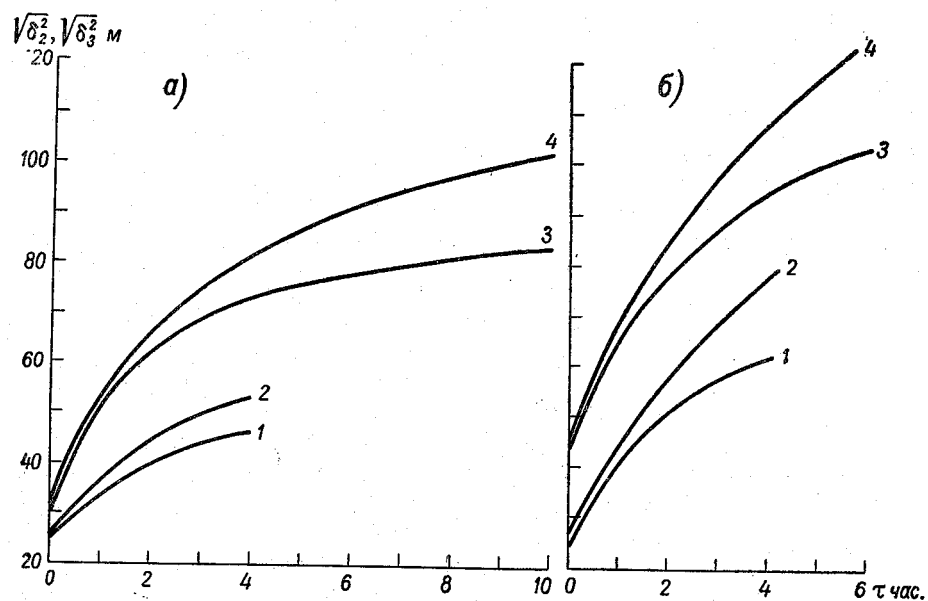


Рис. 3. Средние квадратические погрешности $\sqrt{\delta_2^2}$ и $\sqrt{\delta_3^2}$ линейной и оптимальной экстраполяции последнего наблюдения высоты нижней границы облачности при колебаниях высот в слое 0—200 м (1, 2) и 0—400 м (3, 4).

а — зима; б — лето; 2, 4 — $\sqrt{\delta_2^2}$; 1, 3 — $\sqrt{\delta_3^2}$.

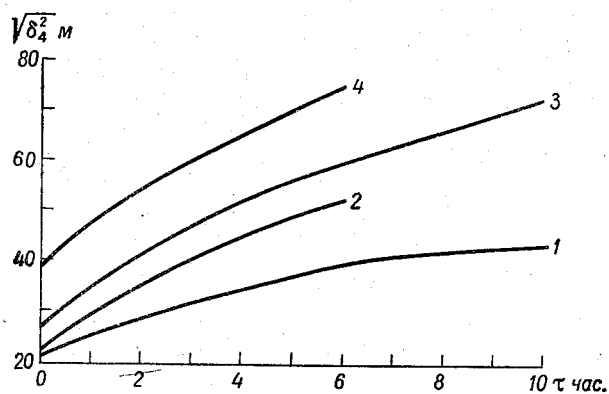


Рис. 4. Средняя квадратическая погрешность интерполяции в середину интервала $\left(\frac{\tau}{2}\right)$ между двумя наблюдениями.

1, 2 — для диапазона высот 0—200 м; 3, 4 — для высот в слое 0—400 м; 1, 3 — зима; 2, 4 — лето.

На рис. 3 приведены средние квадратические погрешности $\sqrt{\delta_2^2}$ и $\sqrt{\delta_3^2}$ для зимы и лета в интервалах высот 0—200 и 0—400 м. Как следует из рис. 3, с увеличением времени запаздывания информации τ средняя квадратическая погрешность ее возрастает, при этом использование значения ВНГО с весом, равным $r_h(\tau)$ для времени запаздывания τ снижает среднюю квадратическую погрешность ($\sqrt{\delta_3^2} < \sqrt{\delta_2^2}$). От зимы к лету погрешность возрастает (ср. а) и б)). На основе полученных структурных характеристик возможны также оценки различных методов интерполяции высоты нижней границы облачности во времени. Наибольший интерес представляют методы линейной и оптимальной интерполяции, подробно рассмотренные в работах [3, 10], где приводятся также выражения для средних квадратических погрешностей этих методов.

Представляет также интерес расчет средней квадратической погрешности интерполяции метеозлемента δ_4^2 в середину промежутка времени $\frac{\tau}{2}$ между двумя измерениями, когда погрешность наибольшая

$$\delta_4^2 = b_h\left(\frac{\tau}{2}\right) - \frac{1}{4} b_h(\tau). \quad (8)$$

В этом случае погрешности линейной и оптимальной интерполяции равны и выражаются формулой (8), а «веса» наблюдений, между которыми производится интерполяция, равны $p_1 = p_2 = 0,5$.

Приводим на рис. 4 средние квадратические погрешности интерполяции ВНГО в середину интервала между наблюдениями для двух диапазонов высот 0—200 и 0—400 м и сезонов: зима и лето. Из рис. 4 следует, что с увеличением интервала между наблюдениями погрешность δ_4^2 растет. Погрешность интерполяции не может быть меньше погрешности наблюдений ВНГО, которая определяется ординатой при $\tau=0$ (рис. 4). При фиксированном τ погрешность интерполяции зимой меньше, чем летом. Так, при $\tau=1$ час для низкой облачности с высотой в пределах 0—200 м она составляет 25 м зимой и 30 м летом. При фиксированной погрешности интервалы между наблюдениями зимой могут быть больше, чем летом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бютнер Э. К. О вычислении структурных и корреляционных функций по конечному интервалу наблюдений. Труды ГГО, вып. 144, 1963.
2. Божевилов Н. С. Состояние и перспективы развития приборов и методов измерения высоты облаков. Бюллетень технической информации, № 9. Гидрометеиздат, М., 1961.
3. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеиздат, Л., 1963.
4. Гоголева Е. И. Условия возникновения низкой облачности над ЕТС и возможности ее прогноза. Гидрометеиздат, Л., 1956.
5. Дунаева А. В. К вопросу о структуре нижней границы слоистой облачности. Труды ГГО, вып. 184, 1966.
6. Зак Е. Г., Марфенко О. В. Структура нижней кромки облачного покрова. Труды ЦАО, вып. 7, 1952.
7. Каплан С. Н. О временной структуре облачности. Труды ЛГМИ, вып. 31, 1967.
8. Карунин Н. А. О величине ошибок при определении высоты облаков визуальным методом. Метеорология и гидрология, № 1, 1950.
9. Кожарин В. С. О закономерностях колебаний высоты нижней границы облаков. Метеорология и гидрология, № 6, 1967.
10. Лайхтман Д. Л., Каган Р. Л. Некоторые вопросы рационализации снего съемок. Труды ГГО, вып. 108, 1960.
11. Рубинштейн М. В. Некоторые характеристики изменчивости высоты нижней границы облаков. Труды ГМЦ, СССР, вып. 13, 1967.

В. С. Ершова, С. В. Солонин

О НАИВЫГОДНЕЙШЕЙ СКОРОСТИ ПОЛЕТА САМОЛЕТА С УЧЕТОМ ВЕТРА

Рассматривается задача о наивыгоднейшей воздушной скорости самолета с учетом ветра. В качестве интегральной характеристики ветра по маршруту использован эквивалентный ветер.

Наивыгоднейший режим полета зависит как от аэродинамических характеристик самолета и параметров двигателя, так и от физического состояния атмосферы. Однако при исследовании оптимальных режимов полетов транспортных самолетов обычно исходят из условий стандартной атмосферы. Между тем известно, что маршрут и профиль полета дозвукового самолета на наибольшую дальность, режим наиболее экономичного расхода топлива и т. д. в значительной степени определяются полем ветра.

Оптимальный учет ветра важно осуществлять как в каждом конкретном полете, так и при составлении расписания движения транспортных самолетов, совершающих регулярные рейсы по воздушным трассам [4]. Вполне очевидно, что правильно составленное расписание рейсовых полетов позволяет получить большую экономию материально-технических средств.

В данной статье рассмотрим наивыгоднейшую воздушную скорость самолета, полет с которой потребует минимального расхода топлива. Для учета влияния ветра на путевую скорость воспользуемся понятием эквивалентного ветра [1, 4]. Так как путевая скорость однозначно связана с величинами воздушной скорости и эквивалентного ветра, то такая постановка задачи тождественна задаче о наивыгоднейшей путевой скорости в смысле минимального расхода топлива.

Уравнения движения самолета можно записать в виде уравнения движения центра масс

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{X} + \vec{Y} + \vec{G} + \vec{P} \quad (1)$$

и уравнения движения самолета вокруг центра масс

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{Q}. \quad (2)$$

Здесь m — масса самолета; $\vec{V}$ — скорость центра масс (ц. м.) самолета, направленная по касательной к траектории ц. м.; t — время; $\vec{X}$ — сила лобового сопротивления; $\vec{Y}$ — подъемная сила; $\vec{G}$ — вес самолета; $\vec{P}$ — сила тяги, создаваемая двигателем; $\vec{M}$ — момент количества движения самолета; $\vec{Q}$ — главный момент внешних сил, приложенных к самолету, относительно ц. м.

Уравнения (1) и (2) могут быть представлены в виде шести скалярных уравнений. Однако нас будет интересовать только продольное движение самолета.

Проекция (1) на направление, касательное к траектории,

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha - X - G \sin \vartheta, \quad (3)$$

проекция (1) на нормаль

$$m \frac{V^2}{r} = P \sin \alpha + Y - G \cos \vartheta, \quad (4)$$

где r — радиус кривизны траектории; α — угол атаки; ϑ — угол наклона траектории.

Проекция уравнения (2) на бинормаль равна

$$J_z \frac{d^2\beta}{dt^2} = Q_z, \quad (5)$$

где J_z — момент инерции самолета относительно его поперечной оси (оси z); Q_z — суммарный момент аэродинамических сил относительно поперечной оси; β — угол тангажа ($\beta = \vartheta + \alpha$).

Для горизонтального полета самолета

$$\vartheta = 0, \quad \beta = \alpha,$$

поэтому уравнения движения (3) и (4) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= P \cos \alpha - X, \\ 0 &= P \sin \alpha + Y - G. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

В дальнейшем будем рассматривать квазиустановившийся горизонтальный полет самолета с учетом эквивалентного ветра по маршруту. Квазиустановившееся движение характеризуется малыми ускорениями, так что в уравнениях движения пренебрегаем инерционными членами. Не будем также принимать во внимание составляющую силы тяги по нормали, т. е. полагаем, что сила тяги совпадает с направлением вектора воздушной скорости.

При таких предположениях из уравнения (6), характеризующего полет самолета, имеем:

$$\left. \begin{aligned} P - X &= 0, \\ Y - G &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

К ним добавляются кинематические соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= 0, \\ \frac{dL}{dt} &= V + w, \\ \frac{dG}{dt} + c_e P &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где L — горизонтальный путь (дальность полета); h — высота полета; V — воздушная скорость самолета; w — эквивалентный ветер по маршруту (встречный или попутный); c_e — удельный расход топлива.

Последнее уравнение из (8) определяет весовой расход топлива для двигателя.

Аэродинамические силы X и Y связаны с аэродинамическими характеристиками самолета соотношениями:

$$X = c_x S \rho \frac{V^2}{2},$$

$$Y = c_y S \rho \frac{V^2}{2},$$

где S — площадь крыла; ρ — плотность воздуха; $c_x = c_x(\alpha, M, Re)$ — коэффициент лобового сопротивления; $c_y = c_y(\alpha, M, Re)$ — коэффициент подъемной силы.

В дозвуковом диапазоне скоростей полета (при числах Маха $M \leq 0,7-0,8$) реальная поляра самолета, связывающая между собой аэродинамические коэффициенты, хорошо аппроксимируется параболой второго порядка

$$c_x = c_{x_0} + b c_y^2,$$

где c_{x_0} — коэффициент пассивного сопротивления; $b = \frac{1}{\pi \lambda_{эф}} (\lambda_{эф} - \text{эф-эффективное удлинение крыльев})$.

Воспользовавшись отношением $\frac{c_y}{c_x} = k$, которое называется качеством самолета, и учитывая уравнения (7), получим

$$k = \frac{c_y}{c_{x_0} + b c_y^2} = \frac{2G}{\rho S V^2 \left(c_{x_0} + \frac{4G^2 b}{\rho^2 S^2 V^4} \right)}.$$

Рассмотрим два режима дозвукового полета.

1. Полет на постоянной высоте по барометрическому высотомеру и с постоянной воздушной скоростью

На изобарической поверхности полета температура воздуха изменяется незначительно, ветер переменный.

Тогда из уравнений (8) имеем

$$L = \frac{2}{c_e \rho S V^2 c_{x_0}} \int_{G_1}^{G_0} \frac{(V+w) dG}{1 + \frac{4G^2 b}{c_{x_0} \rho^2 S^2 V^4}}. \quad (9)$$

В том случае, если известен эквивалентный ветер по маршруту w_M , результат интегрирования выражается в элементарных функциях

$$L = \frac{V + w_M}{c_e \sqrt{b c_{x_0}}} \left\{ \arctg \frac{2G_0 \sqrt{\frac{b}{c_{x_0}}}}{\rho S V^2} - \arctg \frac{2G_1 \sqrt{\frac{b}{c_{x_0}}}}{\rho S V^2} \right\}. \quad (10)$$

Поставим задачу определить наивыгоднейшую воздушную скорость, т. е. такую скорость, полет с которой обеспечивает наименьший расход топлива.

Для этого определим из (10) G_1

$$G_1 = \frac{G_0 - \frac{\rho S V^2}{2 \sqrt{\frac{b}{c_{x_0}}}} \operatorname{tg} \frac{c_e L \sqrt{b c_{x_0}}}{V + w_M}}{1 + \frac{\rho S V^2}{2 \sqrt{\frac{b}{c_{x_0}}}} \operatorname{tg} \frac{c_e L \sqrt{b c_{x_0}}}{V + w_M}}. \quad (11)$$

Пусть $G_0 = G + G_T$, где G_0 — вес самолета вместе с топливом в начале горизонтального полета; G — вес самолета без топлива; G_T — вес топлива.

Тогда введя безразмерную величину $\frac{G_T}{G_0} = \mu_T$, получим для нее следующее выражение:

$$\mu_T = 1 - \frac{G_1}{G_0} = \frac{\operatorname{tg} \frac{c_e L \sqrt{AB}}{V + w_M} \left(\frac{1}{V^2} \sqrt{\frac{B}{A}} + V^2 \sqrt{\frac{A}{B}} \right)}{1 + \frac{1}{V^2} \sqrt{\frac{B}{A}} \operatorname{tg} \frac{c_e L \sqrt{AB}}{V + w_M}}, \quad (12)$$

где

$$A = \frac{c_{x_0} \rho S}{2 G_0},$$

$$B = \frac{2 G_0 b}{\rho S}.$$

Наиболее вероятные значения параметров, входящих в формулу (12), позволяют заменить $\operatorname{tg} \frac{c_e L \sqrt{AB}}{V + w_M}$ его аргументом.

Следовательно,

$$\mu_T = c_e L \frac{\left(\frac{B}{V^2} + AV^2 \right)}{V + w_M + \frac{c_e L B}{V^2}} \quad (13)$$

Если же в (12) пренебречь еще и вторым слагаемым в знаменателе, который мал по сравнению с единицей, то

$$\mu_T = \frac{c_e L}{V + w_M} \left(\frac{B}{V^2} + AV^2 \right). \quad (14)$$

В соответствии с необходимым условием экстремума $\frac{d\mu_T}{dV} = 0$, имеем из уравнения (13)

$$AV^5 + 2Aw_M V^4 + 4ABc_e LV^2 - 3BV - 2Bw_M = 0 \quad (15)$$

и из уравнения (14)

$$AV^5 + 2Aw_M V^4 - 3BV - 2w_M B = 0. \quad (16)$$

Проанализируем полученные результаты. Анализ начнем с более простого уравнения (16).

Согласно теореме Декарта, число положительных корней многочлена $f(x)$ с действительными коэффициентами (подсчитываемых каждый столько раз, какова его кратность) либо равно числу перемен зна-

ка в ряду коэффициентов $f(x)$, либо на четное число меньше. Поэтому уравнение (16) для попутного эквивалентного ветра имеет один положительный корень. Верхнюю границу его можно определить, применяя способ Ньютона, согласно которому, если при $V=V_1$ многочлен $\varphi(V)$ и все его производные принимают положительные значения, то V_1 служит верхней границей положительных корней.

Применим указанный способ к многочлену (16):

$$\varphi(V) = AV^5 + 2Aw_M V^4 - 3BV - 2Bw_M,$$

$$\varphi^I(V) = 5AV^4 + 8Aw_M V^3 - 3B,$$

$$\varphi^{II}(V) = 20AV^3 + 24Aw_M V^2,$$

$$\varphi^{III}(V) = 60AV^2 + 48Aw_M V,$$

$$\varphi^{IV}(V) = 120AV + 48Aw_M,$$

$$\varphi^V(V) = 120A.$$

Легко проверить, что все эти многочлены положительны при $V_1 = \sqrt[4]{\frac{3B}{A}}$.

Для определения нижней границы нужного нам корня обратимся к графику функции $\mu_T(V)$, определяемой формулой (14). Характер изменения μ_T для $V > 0$ пред-

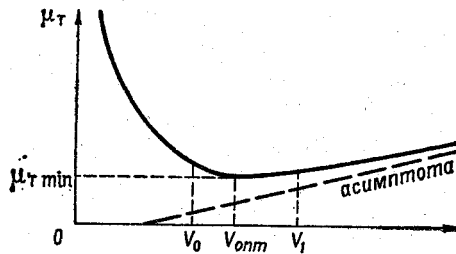


Рис. 1.

ставлен на рис. 1, где $V_0 = \sqrt[4]{\frac{B}{A}}$. Пунктиром изображена асимптота, уравнение которой $\mu = c_e AL \times (V - w_M)$.

Таким образом, в первом приближении экстремальное значение воздушной скорости для уравнения (16) лежит в пределах

$$\sqrt[4]{\frac{B}{A}} < V < \sqrt[4]{\frac{3B}{A}}.$$

Дальнейшее уточнение значения корня можно проводить по методу Ньютона или методу хорд [2, 3, 6].

В случае встречного ветра выражения (14) и (16) переписутся в виде:

$$\mu_T = \frac{c_e L}{V - w_M} \left(\frac{B}{V^2} + AV^2 \right), \quad (17)$$

$$AV^5 - 2Aw_M V^4 - 3BV + 2Bw_M = 0. \quad (18)$$

По теореме Декарта уравнение (18) должно иметь два или ни одного положительных корней. Для решения этого вопроса обращаемся к графику функции $\mu_T(V)$, определяемой формулой (17). Рассмотрение графика этой функции показывает, что она имеет два экстремума, но один находится в области значений $V < w_M$.

Верхняя граница положительных корней уравнения (18) зависит от величины встречного ветра. Если, например, $V < 3w_M$, то за верхнюю границу можно принять

$$V_1 = \sqrt[4]{\frac{7B}{A}}.$$

Знание верхней границы вполне достаточно, как, впрочем, и в предыдущем случае, для доводки значения корня уравнения (18) по методу Ньютона.

Обратимся теперь к более точным соотношениям (13) и (15).

При попутном ветре будет много общего со случаем, когда использовались уравнения (14) и (16): уравнение (15) имеет один положительный корень, заключенный в тех же самых границах $\sqrt[4]{\frac{B}{A}} < V < \sqrt[4]{\frac{3B}{A}}$, а рассмотрение графика функции μ_T , определяемой по формуле (13), показывает, что этот корень доставляет функции μ_T минимум.

В случае встречного ветра выражения (13) и (15) переписутся в виде:

$$\mu_T = c_e L \frac{B + AV^4}{V^3 - V^2 w_M + c_e LB}, \quad (19)$$

$$AV^5 - 2Aw_M V^4 + 4ABc_e LV^2 - 3BV + 2Bw_M = 0. \quad (20)$$

Нам необходимо найти тот корень уравнения (20), который доставляет минимум функции μ_T (19). По теореме Декарта число положительных корней уравнения (20) или 4, или 2, или 0. Для решения вопроса

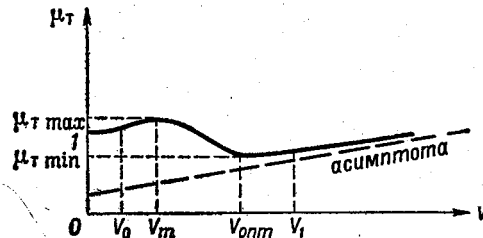


Рис. 2.

о количестве положительных корней обратимся к графику функции (19). Характер изменения μ_T для $V > 0$ показан на рис. 2. Здесь представлена только качественная картина. Вполне возможно, что для каких-то значений параметров в (19) $\mu_{T \max}$ и $\mu_{T \min}$ будут мало отличаться друг от друга. Возможно также и то, что $V_{\max}$ и $V_{\text{опт}}$ достаточно близки между собой, но $V_{\text{опт}}$ всегда будет большим. Верхняя граница положительных корней зависит от встречного ветра. Для $V > 3w_M$ она, как и в случае (17) — (18), может быть принята равной $V_1 = \sqrt[4]{\frac{7B}{A}}$.

При уточнении значения оптимальной воздушной скорости по методу Ньютона необходимо отправляться именно от верхней границы V_1 .

В заключение рассмотрения более точных соотношений следует отметить тот факт, что использование уравнений (16) или (18), не учитывающих дальность полета, дает завышенное значение воздушной скорости.

II. Полет с постоянными воздушной скоростью и углом атаки (по наивыгоднейшим высотам)

В этом случае по мере выгорания топлива (уменьшения веса) самолет будет медленно набирать высоту (первое кинематическое соотношение из системы уравнений (8) не равно нулю). Соотношения (7)

выполняются за счет уменьшения плотности воздуха при непрерывном наборе высоты. Так как угол наклона касательной к траектории полета по отношению к горизонту составляет несколько угловых минут, будем им пренебрегать.

На основании уравнений (7) и (8) имеем

$$L = \frac{k}{c_e} \int_{G_1}^G \frac{(V+w) dG}{G}. \quad (20)$$

После интегрирования выражения (20) при условии, что задан эквивалентный ветер по маршруту, и ряда элементарных преобразований получим

$$\mu_T = 1 - \exp \left\{ -Lc_e \left[\frac{AV^2}{(V+w_M)^2} + \frac{B}{V^3(V+w_M)} \right] \right\}. \quad (21)$$

Для определения наивыгоднейшей воздушной скорости продифференцируем выражение (21) по V и в соответствии с необходимым условием экстремума приравняем нулю

$$\begin{aligned} \frac{d\mu_T}{dV} = Lc_e \left[\frac{AV(V+2w_M)}{(V+w_M)^2} - \frac{B(3V-2w_M)}{V^3(V+w_M)^2} \right] \times \\ \times \exp \left\{ -Lc_e \left[\frac{AV^2}{(V+w_M)^2} + \frac{B}{V^3(V+w_M)} \right] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Так как в уравнении (22) экспоненциальный множитель не равен нулю, то остается предположить, что

$$\frac{AV(V+2w_M)}{(V+w_M)^2} - \frac{B(3V+2w_M)}{V^3(V+w_M)^2} = 0. \quad (23)$$

Уравнение (23) преобразуется к виду

$$AV^5 + 2AV^4w_M - 3BV - 2Bw_M = 0. \quad (24)$$

Таким образом, мы получили выражение, идентичное рассмотренным ранее, поэтому не будем останавливаться на способах его решения.

Заметим только, что в данном случае при вычислении параметров A и B необходимо использовать значение плотности воздуха на высоте начала крейсерского полета.

Так как все навигационные расчеты выполняются по значению путевой скорости, например расчет продолжительности полета, необходимого запаса топлива и т. д., то для получения наивыгоднейшей путевой скорости достаточно к значению наивыгоднейшей воздушной скорости, определенной с учетом ветра, прибавить значение эквивалентного ветра.

В рассмотренных задачах мы исходили из условия, что в полете поддерживается постоянная воздушная скорость. Значительно больший интерес представляет решение задачи о наивыгоднейшей воздушной скорости с учетом физического состояния атмосферы и других факторов (не только расхода топлива), определяющих экономичность полета. При этом для получения максимального экономического эффекта целесообразно снять условие постоянства воздушной скорости. Закон изменения воздушной скорости в полете в таком случае будет зависеть от метеорологических условий — полей ветра и температуры воздуха, для задания которых может быть использована фактическая и прогностическая метеорологическая информация, а также результаты измерений темпе-

ратуры и ветра непосредственно в полете. Реализация такого оптимального режима в полете в свете последних научных и технических достижений не вызывает принципиальных затруднений.

На постановке и решении указанной задачи мы предполагаем остановиться особо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов А. М., Мазурин Н. И., Солонин С. В., Янковский И. А. Авиационная метеорология. Гидрометеиздат, Л., 1966.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. Изд-во «Наука», М., 1965.
3. Мишина А. П., Проскуряков И. В. Высшая алгебра. Физматгиз, М., 1962.
4. Наровлянский Г. Я., Солонин С. В. Эквивалентный ветер и методы его расчета. Гидрометеиздат, Л., 1962.
5. Остославский И. В. Аэродинамика самолета. Оборонгиз, М., 1957.
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, ч. 1. Изд-во «Наука», М., 1966.

С. В. Солонин, Л. И. Толстоброва

УЧЕТ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ С ЦЕЛЬЮ ПОВЫШЕНИЯ РЕГУЛЯРНОСТИ ПОЛЕТОВ

Рассматриваются количественные характеристики, позволяющие учесть влияние метеорологических условий на регулярность и безопасность полетов.

В качестве иллюстрации приводятся результаты расчетов повторяемости метеорологических условий ниже установленных минимумов и вероятности их ухудшения через различные интервалы времени для района Ленинграда.

Важность учета метеорологических условий с целью повышения регулярности полетов в настоящее время осознана самым широким кругом авиационных специалистов. Непрерывное расширение сети авиалиний и все возрастающая потребность в увеличении их пропускной способности делают этот вопрос особенно актуальным, так как повышение регулярности полетов в значительной степени адекватно увеличению пропускной способности воздушных трасс.

В настоящей статье рассматриваются некоторые количественные характеристики, позволяющие учесть влияние метеорологических условий на регулярность полетов, а также обсуждаются пути решения указанной проблемы.

Появлению этой статьи во многом способствовало знакомство авторов с работами Ю. Г. Коновалова, выполнившего весьма оригинальное и перспективное исследование и удачно применившего математический аппарат для количественного анализа регулярности и безопасности полетов.

Остановимся на основных понятиях и определениях, имеющих отношение к рассматриваемым вопросам.

Можно ставить задачу о регулярности полетов в каком-либо одном заданном направлении, по воздушной трассе в целом (в двух направлениях) или по множеству трасс, при этом понятие регулярность полетов не претерпит принципиального изменения.

Регулярность полетов P по воздушной трассе представляет собой предел отношения числа выполненных по расписанию (регулярных) рейсов n к N — числу рейсов, запланированных за рассматриваемый промежуток времени,

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{m}{N}\right), \quad (1)$$

где m — общее число случаев нарушения регулярности.

Так как регулярность может быть нарушена не только из-за ухудшения метеорологических условий ниже установленных минимумов, но и по различным техническим причинам, то в общем случае вероятность выполнения рейса без нарушений (регулярность полетов) равна

$$P = 1 - P_m - P_d + P_o, \quad (2)$$

где P_m — вероятность нарушения регулярности по метеорологическим условиям;

P_d — вероятность нарушения регулярности по другим причинам;

P_o — вероятность одновременного нарушения регулярности по метеорологическим и другим причинам (пересечение множеств).

Однако ниже будем принимать во внимание только метеорологические факторы.

Как известно, минимум погоды определяется высотой нижней границы облачности и метеорологической дальностью видимости [1]. Предположим, что в аэропорту вылета вероятность (повторяемость) метеорологических условий ниже взлетного минимума M_1 равна P_1 , а в аэропорту посадки вероятность (повторяемость) метеорологических условий ниже посадочного минимума M_2 равна соответственно P_2 . Тогда регулярность полетов по воздушной трассе равна

$$P = (1 - P_1) (1 - P_2). \quad (3)$$

Так как решение на вылет, как правило, принимается на основании прогноза погоды в пункте посадки, то для регулярности полетов по прогнозу имеем

$$P = (1 - P_1) (1 - P_2) P_n, \quad (4)$$

где P_n — оправдываемость прогнозов по минимуму (отношение числа оправдавшихся прогнозов к числу данных прогнозов при погоде выше минимума).

При принятии решения на полет по фактической погоде в пункте посадки в момент вылета (инерционный прогноз) выражение (3) примет вид

$$P = (1 - P_1) (1 - P_2) (1 - Q(T)), \quad (5)$$

где $Q(T)$ — вероятность ухудшения погоды в пункте посадки ниже минимума M_2 через время полета T , если в момент вылета погода была выше минимума.

Как установил Ю. Г. Коновалов, для $T \leq 8$ час эта функция может быть аппроксимирована выражением вида

$$Q(T) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right). \quad (6)$$

Анализ формул (3) — (5) показывает, что максимальная регулярность достигается при полетах без учета прогноза. Регулярность полетов увеличивается с уменьшением вероятности (повторяемости) метеорологических условий ниже минимумов для пунктов взлета и посадки, при повышении устойчивости погоды и при улучшении качества прогнозов. В пределе при полной оправдываемости прогнозов и при $T=0$ формулы (4) и (5) принимают вид формулы (3).

Нетрудно показать, что безопасность полетов — вероятность благополучного выполнения рейса, которую, следуя Ю. Г. Коновалову, обозначим через B , зависит от вероятности того, что прибывший в аэропорт самолет застанет условия не ниже посадочного минимума, т. е.

$$B = \frac{1}{1 + P}, \quad (7)$$

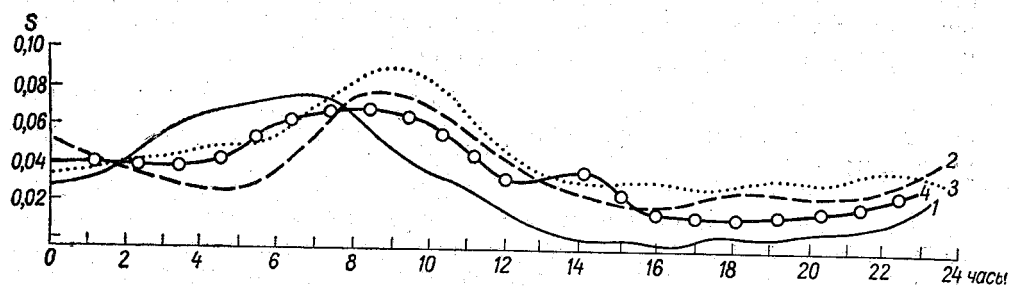


Рис. 1. Суточный ход повторяемости метеорологических условий ниже $M_0=100/1000$ м.
1 — сентябрь; 2 — октябрь; 3 — ноябрь; 4 — сезон.

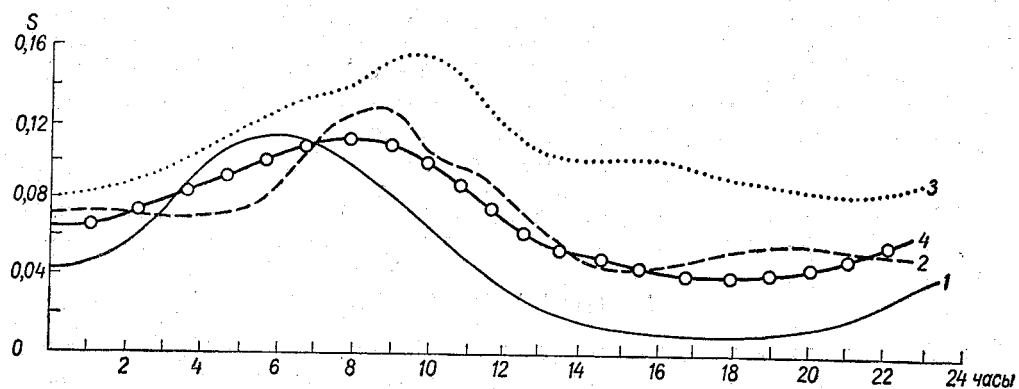


Рис. 2. Суточный ход повторяемости метеорологических условий ниже $M_0=150/1500$ м.
Усл. обозначения см. рис. 1.

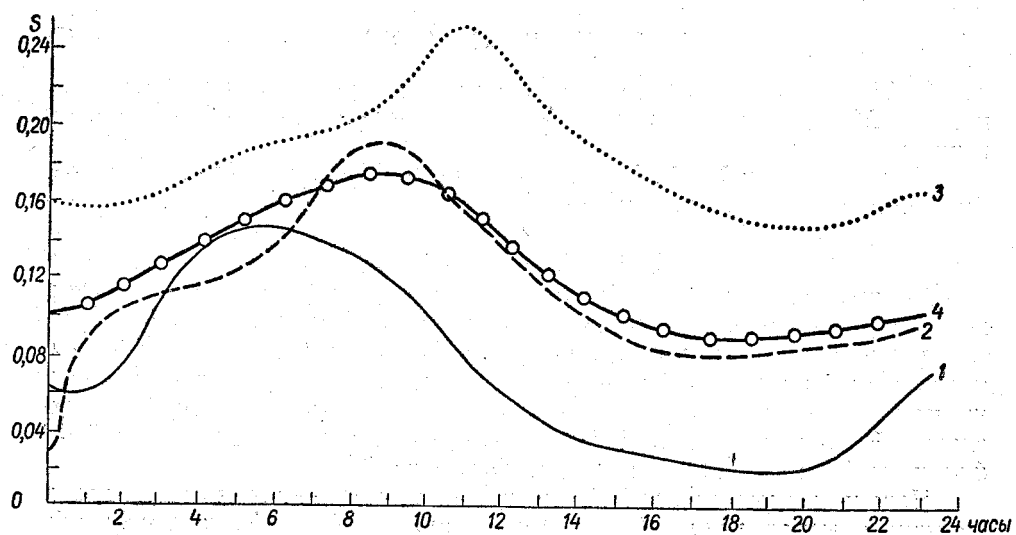


Рис. 3. Суточный ход повторяемости метеорологических условий ниже $M_0=200/2000$ м.
Усл. обозначения см. рис. 1.

где P' — вероятность того, что к моменту прибытия самолета метеорологические условия ниже посадочного минимума.

Совместный анализ формул (3)—(7) показывает, что вариант (формула (3)), обеспечивающий максимальную регулярность, имеет наименьшую безопасность.

Для исследования взаимосвязи регулярности и безопасности полетов с оправдываемостью метеорологических прогнозов, повторяемостью погодных условий ниже взлетно-посадочного минимума (M_0) и вероятностью ухудшения погоды были использованы материалы ежечасных визуальных и инструментальных наблюдений за высотой нижней границы облаков и дальностью горизонтальной видимости в районе Ленинграда. Всего было обработано 21840 наблюдений в течение сентября, октября и ноября (осенний сезон) за 10 лет (1957—1966 гг.).

В качестве M_0 использовались следующие минимумы: 100/1000, 150/1500 и 200/2000 м, — наиболее часто встречающиеся в авиационной практике.

Некоторые результаты расчетов представлены в табл. 1 и на рис. 1—6.

Таблица 1

Вероятность погодных условий ниже взлетно-посадочного минимума M_0

Минимум	Месяцы		
	IX	X	XI
100/1000	0,02	0,04	0,05
150/1500	0,05	0,07	0,10
200/2000	0,07	0,12	0,18

Из табл. 1 видно, что вероятность (повторяемость) метеорологических условий ниже минимума заметно возрастает от сентября к ноябрю.

Установлен также суточный ход повторяемости для всех минимумов за отдельные месяцы и средней повторяемости за сезон (рис. 1—3).

Наибольшая повторяемость погодных условий ниже всех трех минимумов приходится на утренние часы: в сентябре на 5—7 час, в ноябре на 8—9 час и в октябре для первых двух минимумов на 9—10 час, а для третьего минимума — на 10—11 час. Наименьшая повторяемость для всех минимумов во все рассматриваемые месяцы приходится на период 14—20 час.

На рис. 4—6 представлен суточный ход вероятности ухудшения метеорологических условий за сезон для различных минимумов.

Численный анализ по приведенным выше формулам показал, что из-за недостаточной точности прогноза вариант полетов при сравнительно небольшой их продолжительности (времени T) по фактической погоде оказывается более предпочтительным по сравнению с вариантом полетов по прогнозу.

В заключение отметим, что при разработке оптимального варианта расписания движения самолетов по воздушным трассам, обеспечивающего максимальную пропускную способность и безопасность по метеорологическим условиям, можно воспользоваться теорией очередей или результатами исследований в области проблем последовательных решений с многозначным выбором [3—5]. В частности, представляется возможным привлечь задачи о правилах остановки [2].

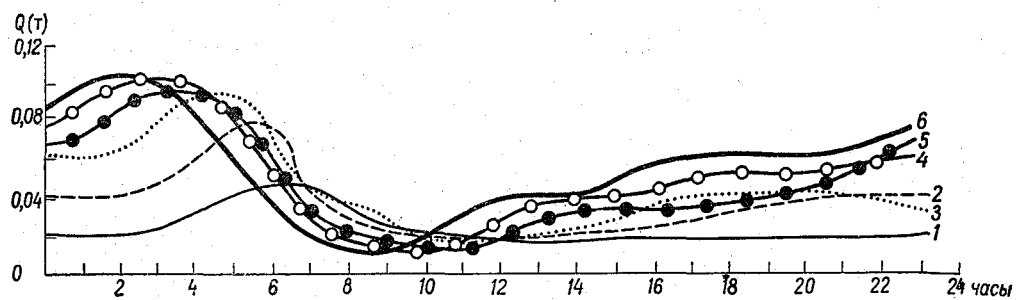


Рис. 4. Средний суточный ход $Q(T)$ за сезон, $M_0=100/1000$ м.
Кривые 1–6 показывают вероятность ухудшения погоды соответственно через 1, 2, 3, 4, 5, 6 час.

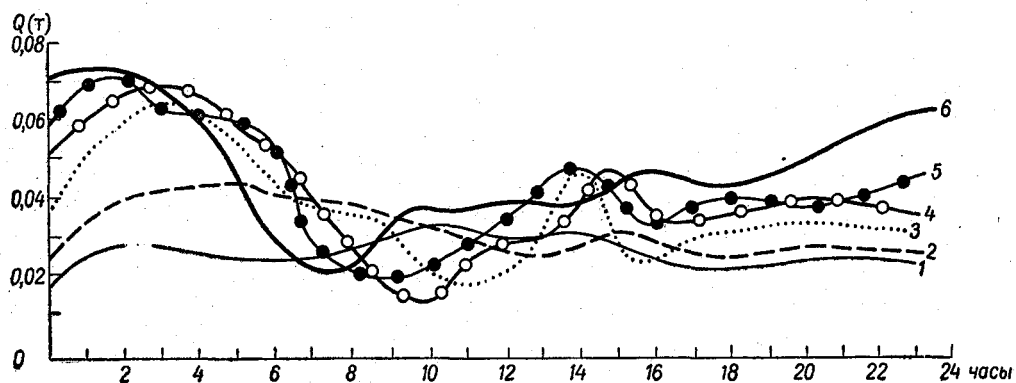


Рис. 5. Средний суточный ход $Q(T)$ за сезон, $M_0=150/1500$ м.
Усл. обозначения см. рис. 4.

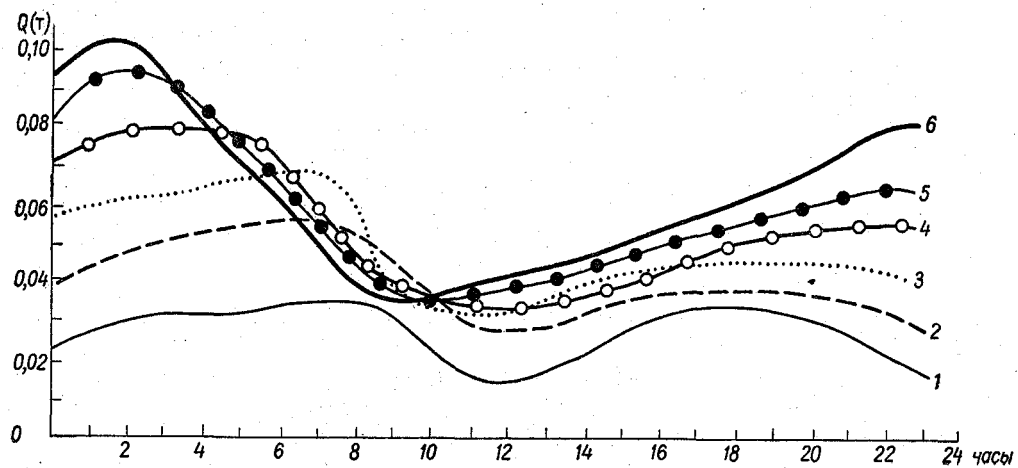


Рис. 6. Средний суточный ход $Q(T)$ за сезон, $M_0=200/2000$ м.
Усл. обозначения см. рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов А. М., Мазурин Н. И., Солонин С. В., Янковский И. А. Авиационная метеорология. Гидрометеиздат, М., 1966.
2. Брейман Л. Задачи о правилах остановки. Прикладная комбинаторная математика. Сб. статей под ред. Э. Беккенбаха. Изд-во «Мир», М., 1968.
3. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. Изд-во «Наука», М., 1966.
4. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. Физматгиз, М., 1963.
5. Черчмен У., Акоф Р., Арноф Л. Введение в исследование операций. Изд-во «Наука», М., 1968.

С. М. Зисельсон

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ НА РЕГУЛЯРНОСТЬ ПОЛЕТОВ

Обсуждаются общие аспекты влияния метеорологических условий на регулярность полетов. Приводится пример расчета вероятности метеорологических условий ниже минимума для района Ленинграда.

Под регулярностью движения самолетов понимается строгое выполнение рейсов по центральному и местным расписаниям в соответствии с НПП ГА.

Влияние метеорологических условий на регулярность полетов очень велико. За последние годы 60 % случаев нарушения регулярности полетов связаны с неблагоприятными условиями погоды [4].

В 1963 г. авиакомпании США понесли убытки в размере 67 млн. долларов только из-за посадки самолетов на запасных аэродромах при сложных метеорологических условиях в конечных пунктах полетов [10].

По Министерству гражданской авиации СССР нарушение регулярности полетов приносит значительные убытки, которые увеличиваются вместе с быстрым развитием воздушных перевозок.

Все расчеты по убыткам неполны, так как они не учитывают всех потерь. В расчет принимаются только убытки авиационных предприятий и недостаточно учитываются потери народного хозяйства из-за неучастия сотен тысяч работников в общественном производстве.

Несмотря на актуальность проблемы учета метеорологических условий с целью повышения регулярности полетов, можно указать лишь на ограниченное число работ, посвященных различным аспектам этой проблемы [2, 6, 7].

В монографии [2] подробно рассматриваются задачи планирования работы подразделений МГА с помощью методов линейного программирования. При постановке и решении задачи оптимизации автор учитывает временно действующие факторы, приводящие к невозможности распределения ресурсов n -го вида по пунктам назначения. Одной из причин появления таких факторов может явиться временный «выход из строя» начального или конечного пункта трассы по метеорологическим условиям.

В статьях, посвященных экономике воздушного транспорта в СССР и за рубежом, имеются отдельные, очень краткие сведения, касающиеся регулярности полетов [3, 10].

Заслуживает внимания методика учета климатических характери-

стик аэропорта Шенефельд (ГДР), который используется по условиям погоды на 95%, и аэродрома Тимишоара-Джеармата (СРР) [9]. В последней работе исследуются годовая и суточная повторяемость и вариации метеорологических элементов.

В работе [4] рассматривается сочетание высоты нижней границы облачности ниже 200 м с видимостью менее 2 км, обозначаемое символом $K_{200,2}$. Автор считает, что эти параметры близки к минимальным условиям полетов современной транспортной авиации. Исходя из этих соображений делается попытка расчета вероятности сложных для авиации метеорологических условий и их устойчивости на Европейской территории СССР. Следует заметить, что расчет только для $K_{200,2}$ не отражает всех минимумов, при которых работает современная авиация. В настоящее время самолеты с ТРД работают при минимумах 1,0/100; 1,5/120 днем и 1,5/100; 2,0/150 ночью. В перспективе посадочные минимумы будут снижены, поэтому необходимо выполнить расчеты для минимумов 1,0/100; 0,8/100 и ниже.

Рассмотрение регулярности в целом за год не дает правильной картины ее нарушения. Целесообразнее рассматривать нарушение регулярности полетов по полугодиям: теплое (апрель—сентябрь) и холодное (октябрь—март). Тогда окажется, что в средних широтах нарушение регулярности по метеорологическим условиям в теплое полугодие незначительно и, в основном, нарушается по вине подразделений и служб МГА.

В холодное полугодие, когда интенсивность полетов уменьшается, нарушение регулярности почти полностью происходит из-за неблагоприятных метеорологических условий (погода ниже минимума) в пунктах вылетов и посадок самолетов. Предприятия МГА в зимний сезон работают ритмично, так как имеют большой резервный самолетный парк. Если годовой объем перевозок принять за 100% (1964 г.), то на теплое полугодие падает 60% всех перевозок, а в июле—августе перевозки возрастают в 2 раза по сравнению с январем [3].

Использование многолетних ежечасных метеорологических наблюдений поможет повысить регулярность полетов на аэродромах путем выявления наиболее неблагоприятных временных интервалов для взлета и посадки самолетов и учета этих интервалов при составлении расписаний.

Высота облачности, видимость, ветер, грозы, гололед и другие явления находят свое место в существующих климатических описаниях аэродромов, составленных по разной методике и за различные ряды наблюдений. Каждый элемент погоды рассматривается отдельно и собрать все климатические элементы воедино не представляется возможным. В лучшем случае изучается сочетание нижней границы облачности с видимостью [4, 9].

Предлагаемая методика учета всех фиксируемых погодных характеристик позволяет в какой-то степени исправить этот недостаток и довести исследование до логического окончания — использования полученных результатов вероятности наступления неблагоприятных погодных условий в пунктах вылета и посадки для рекомендаций при составлении расписания по одной из трасс.

В работе [6] представлены нелинейная и линейная математические модели задачи составления расписания. Автор предусматривает ситуации, когда в аэропортах могут быть «запретные» или «нежелательные» для вылетов и прилетов рейсовых самолетов интервалы времени. Эти интервалы, зависящие от метеорологических условий, мы и предлагаем определять.

Будем считать погоду ниже минимума на данном аэродроме в течении астрономического часа неблагоприятным событием.

В расчетах принципиально безразлично, что это за событие, туман или низкая облачность, гололед или гроза.

Важно определить ежечасную вероятность появления неблагоприятного события. Используются только многолетние данные ежечасных наблюдений за погодой на ВПП. Кратковременные, менее часа, ухудшения погоды не учитываются, так как такие ухудшения не могут изменить полученные результаты, но значительно усложнят расчеты.

Определяются погодные критерии, при которых аэропорт закрывается по погоде для различных типов самолетов. При определении критериев необходимо принимать во внимание пространственную изменчивость метеорологических элементов, например, облачность высотой 100 м принимается за 115—120 м (15—20%) [1].

Кроме того, в расчет следует вводить названное нами время «позиции ожидания» или время ожидания неблагоприятного события. Например, туман на аэродроме с видимостью 500 м возник в 7 час. Можно считать, что он мог появиться в 6 час, следовательно, «позиция ожидания» в данном случае будет равна 1 час.

Ряд наблюдений должен быть 12—15-летний. Массив перфокарт ежечасной погоды основных аэропортов СССР за 12—15-летний ряд наблюдений составлен в НИИАК.

В случае невозможности использования массива перфокарт из-за ввода большого количества перфокарт и относительно малого выхода, целесообразно, на первом этапе исследования, использовать таблицы ежечасных наблюдений или дневники погоды, имеющиеся в аэропортах.

На основании полученной информации составляются сводные месячные таблицы ежечасной погоды ниже минимума за многолетний период на данном аэродроме.

Статистическими методами рассчитывается вероятность погоды ниже минимума в часовых интервалах.

Такой расчет был произведен нами для района Ленинграда за ноябрь месяц. Рассматривался 19-летний ряд наблюдений (1949—1967 гг.). Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Вероятность (в %) наступления неблагоприятного события (погода ниже указанного минимума и все другие явления, влияющие на закрытие аэродрома) в часовых интервалах по району Ленинграда за ноябрь месяц

Минимумы погоды днем/ночью	Интервалы времени																							
	01-02	02-03	03-04	04-05	05-06	06-07	07-08	08-09	09-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-01
2/200	15	15	14	15	17	18	18	17	19	21	22	21	18	17	17	17	17	16	15	15	15	16	16	16
1,5/120; 2/150	11	11	12	12	14	15	14	14	15	15	14	12	10	10	10	9	12	12	11	11	11	12	12	11
1/100; 1,5/100	7	7	7	8	9	10	9	8	9	10	9	8	7	7	6	6	6	7	6	6	6	7	7	7

Анализ полученных результатов приводит к следующим выводам: для района Ленинграда в ноябре месяце «нежелательными» интервалами времени для минимума 2/200 будет интервал с 10 до 13 час; при минимуме 1,5/120 днем и 2/150 ночью — с 05 до 12 час; при минимуме 1/100 днем и 1,5/100 ночью — с 05 до 08 и с 09 до 12 час. Эти рекомендации могут быть использованы при составлении расписания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рубинштейн М. В. Некоторые характеристики изменчивости высоты нижней границы облаков. Труды ГМЦ СССР, вып. 13, 1967.
- 2. Румянцева Э. П. Математические методы в планировании гражданской авиации. «Транспорт», М., 1967.
3. Столяров Э. Б. Анализ сезонности общего объема перевозок в гражданской авиации за 1958—1964 гг. Труды РИИГА, вып. 84, 1966.
4. Титов В. И. Вероятность сложных для авиации метеорологических условий и их устойчивость на Европейской территории СССР. Труды НИИАК, вып. 46, 1967.
5. Федоров Е. К. Некоторые итоги выполнения плана научно-исследовательских работ за 1966 год и перспективы научных исследований в новой пятилетке. Метеорология и гидрология, № 6, 1967.
- 6. Шидловский А. Я. Математические методы в составлении расписаний движения пассажирских самолетов. Труды РИИГА, вып. 73, 1966.
- 7. Яковлев Л. В. Регулярность воздушного движения в гражданской авиации. Изд. ВАУ ГА, Л., 1964.
8. All-Weather landings. Machine Design, 36, № 21, 1964.
9. Wehner H. Die Klimatologie des Flughafens Schönefeld (Berlin). Techn.—ökon. Inform zivil Luftfahrt, 1, N 4, 1965.
10. Chertic A., Lorentz L., Cristescu G., Mihai E., Cazacu G. Ghid climatologic al aeroportului Timisoara-Gearmata. «Culegere lucrari Inst. meteorol., 1964», Bucuresti, 1966.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр. *
✓ С. В. Солонин. О некоторых физических и математических аспектах проблемы оптимального учета пространственной и временной структуры полей метеорологических элементов при решении задач авиационной метеорологии .	3
✓ С. В. Солонин, О. Я. Аксакова, Н. Н. Аксельрод, А. Ю. Баскин, И. В. Егорова, Г. И. Мазуров, В. П. Протасова, Э. В. Сергеева, Б. М. Юровский. Некоторые результаты численного эксперимента по определению траекторий минимального времени полета в поле переменного ветра	25
С. В. Солонин, В. П. Протасова. Алгоритмы управления в автоматизированной системе метеорологического обеспечения полетов	36
Ф. А. Гусина. Расчет основных спектральных характеристик турбулентности в термически стратифицированной атмосфере	49
С. М. Пономарева. Вертикальные профили некоторых средних характеристик турбулентности и бюджет турбулентной энергии в пограничном слое . .	59
7 С. В. Солонин, О. Г. Богаткин. Атмосферная турбулентность, вызывающая болтанку сверхзвуковых самолетов в стратосфере, и вопросы ее прогноза	71
1. О. Г. Богаткин. Графический способ прогноза болтанки самолетов	84
Д. И. Казакевич, С. В. Солонин. Корреляционная функция скоростей ветра	87
С. Н. Каплан. О временной структуре нижней границы облачности	93
В. С. Ершова, С. В. Солонин. О наивыгоднейшей скорости полета самолета с учетом ветра	102
С. В. Солонин, Л. И. Толстоброва. Учет метеорологических условий с целью повышения регулярности полетов	110
✓ С. М. Зисельсон. К вопросу о влиянии метеорологических условий на регулярность полетов	116

Редактор З. Б. Ваксенбург

М-16767. Подписано к печати 4/XII 1968 г. Тираж 500. Объем 7,5 печ. л. Заказ 1583

Типография им. Володарского Лениздата. Цена 1 р. 10 к.