

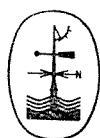
В.И.Корень

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МОДЕЛИ
В ПРОГНОЗАХ
РЕЧНОГО
СТОКА

LENINGRAD

4/9/91

HENRIQUE NUNES



Ленинград Гидрометеониздат 1991

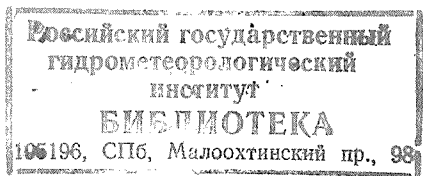
Рецензент д-р физ.-мат. наук Л. С. Кучмент

Рассматривается круг вопросов, связанных с разработкой методов краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды на основе математических моделей и с созданием автоматизированных прогностических систем: построение моделей, описывающих процессы формирования стока, их идентификация и реализация в схемах прогноза. Речная система представляется в виде цепочки последовательно-параллельно соединенных частных бассейнов, для которых строятся модели различной сложности. Используется преимущественно подход, основанный на параметрическом описании процессов. Большая часть практических приложений выполнена для рек лесной зоны европейской части СССР, однако предложенные модели и научно-методические подходы можно использовать при решении аналогичных задач и для других регионов.

Для специалистов в области математического моделирования, расчетов и прогнозов речного стока.

The book "Mathematical models for the forecasts of runoff" by V. I. Koren deals with the problem of working out the shortrange forecasting methods of discharge and flow stage which based on mathematical models and with problem of creation of automatical forecast systems — construction of models, parameters identification and realization in forecast schemes. A river system is divided into some subbasins joined each other parallelly — successively. The models of different complexity are working out for each subbasins. Approach based on parametrical description of the processes is used. The most part of the calculations are carried out for the rivers located in the forested zone of the ETS. But suggested models and scientific-methodical approaches may be useful for the other regions.

The book may be useful for experts in runoff modelling, simulation and forecasting.



Р 1805040700-009
К 069(02)-91 21-91

© В. И. Корень, 1991 г.

ISBN 5—286—00605—1

36427

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дальнейшее развитие методов прогнозов водного режима рек трудно представить без использования математических моделей, так как возможности совершенствования традиционных методов, основанных на довольно простых аналитических либо графических зависимостях, очень ограничены. Это обусловило расширение исследований по разработке математических моделей гидрологических процессов, которые позволяют построить унифицированные алгоритмы расчета различных элементов водного режима, автоматизировать процессы обработки больших объемов информации и выпуска прогнозов. Математическое моделирование не только стало аппаратом исследования физических процессов, происходящих на водосборе и в русле, но и получило практическую направленность.

В настоящее время накоплен определенный опыт реализации математических моделей для целей прогнозирования. Однако их возможности в оперативной практике используются далеко не полностью. Это обусловлено не только рядом объективных причин (несовершенство моделей, недостаточное информационное и техническое обеспечение прогностических центров), но и «психологическим барьером» между разработчиками моделей и гидрологами-прогнозистами. Надеюсь, что настоящая книга будет способствовать сближению этих специалистов и, следовательно, более широкому внедрению моделей в прогностическую практику.

Одной из центральных проблем математического моделирования является обеспечение реализуемости модели при существующей информационной базе. Особенно это важно в задачах, связанных с прогнозированием режима рек, когда гидрометеорологическая информация очень ограничена и ее точность невысока, а требования к точности прогнозов довольно жесткие. Эти обстоятельства существенно ограничивают спектр моделей в таких задачах и помимо собственно разработки модели требуют решения целого комплекса вопросов, связанных с идентификацией, адаптацией и реализацией моделей в автоматизированных прогностических системах. Настоящая книга посвящена обсуждению именно этих вопросов, связанных с разработкой методов краткосрочных прогнозов водного режима для речных систем.

Отечественные и зарубежные публикации в области математического моделирования в основном касаются общих концепций, использующихся при конструировании той или иной модели, и дают мало информации о методологических особенностях, возникающих при ее практической реализации. Вследствие этого книга в значительной мере является обобщением исследований, выполненных самим автором. Хотелось бы также отметить, что предпринимавшиеся попытки (в частности, в рамках международных проектов испытания моделей) сравнения возможностей различных моделей в расчетах и прогнозах не позволили получить четких

практических рекомендаций. В условиях реальной исходной информации и особенно ее неопределенности на период заблаговременности прогноза потенциальные преимущества моделей часто слабо сказывались на конечном результате. Поэтому в данной книге не приводится обстоятельный сравнительный анализ существующих моделей, а рассматриваются все этапы, от выбора структуры и зависимостей модели до корректировки в процессе выпуска прогнозов, на примере разработанных автором и показавших хорошую практическую применимость моделей.

Автор благодарен В. А. Бельчикову, сотрудничество с которым во многом способствовало выходу этой книги.

ВВЕДЕНИЕ

Гидрологические прогнозы — одна из областей гидрологии, где широко используются методы прикладной математики. Одна из первых теоретических схем формирования склонового стока — генетическая формула стока М. А. Великанова — наиболее последовательно и часто применялась при разработке методов прогнозов. Теоретические исследования формирования ливневого стока, водного баланса речных водосборов, процессов поглощения талых и дождевых вод в речных бассейнах, перемещения паводочных волн в русле заложили основу количественных методов прогнозов водного режима.

Несмотря на то что математические методы в гидрологии используют давно, математическое моделирование как сложившееся направление оформилось лишь в 70-е годы, когда появились возможности обрабатывать большие объемы информации с помощью вычислительных машин. В этот период были разработаны замкнутые модели, описывающие весь гидрологический цикл от поступления воды на водосбор до формирования стока в замыкающем створе.

За короткий период в различных странах предложено большое число таких моделей. Многие из них не прошли проверку временем, но можно перечислить несколько десятков моделей, по которым в литературе приводятся положительные результаты. Не случайно Всемирная метеорологическая организация осуществила два проекта по взаимному сравнению моделей формирования дождевого и талого стока (1968—1974 и 1984—1987 гг.). Как и следовало ожидать, проекты не позволили выделить какую-либо модель, дающую лучшие результаты в различных физико-географических условиях при ограниченной исходной информации. Более того, в некоторых случаях (при слабой освещенности данными) простые модели не уступали более сложным.

Несмотря на существенные достижения в исследовании физических закономерностей процессов формирования стока, в практических методах гидрологических прогнозов приходится использовать различные схематизации реальных процессов. В первую очередь это можно объяснить локальностью гидрологических процессов и, следовательно, значительной зависимостью особенностей развития процессов на водосборе от большого числа сильно меняющихся по территории гидрофизических характеристик подстилающей поверхности. Данных же измерений этих характеристик явно недостаточно для реализации строгих методов, причем трудно ожидать, что ситуация существенно изменится в ближайшем будущем. Вследствие этого в гидрологических прогнозах в основном используют концептуальные модели, интегрально учитывающие пространственные неоднородности.

Серьезные трудности при разработке математических моделей, описывающих процесс формирования стока на водосборе, связаны

также с ограниченностью постановки эксперимента в полевых условиях. В настоящее время не представляется возможным получить замкнутую систему уравнений, описывающих взаимодействие всех процессов стокообразования в целом на водосборе, достаточно хорошо обоснованную экспериментальными данными. Приходится использовать различные теоретические и эмпирические представления о процессах стокообразования, которые не всегда выполняются в реальных ситуациях. При описании процессов формирования стока на водосборе исследователь, с одной стороны, должен как можно более детально описать эти процессы, а с другой — обеспечить практическую реализуемость модели, т. е. не переусложнить ее. В результате компромисса между этими двумя подходами и возникает та или иная модель. Степень компромисса во многом зависит от специфики решаемой задачи и цели исследования.

Задачи, связанные с гидрологическими прогнозами, обладают определенной спецификой, заключающейся в следующем:

- решение во многом зависит от будущих метеоусловий, не известных на момент выпуска прогноза;
- оперативная информация может заметно уступать по точности и полноте режимной;
- требуется довольно высокая точность метода, так как его эффективность оценивается относительно инерционного прогноза;
- для получения значимого практического результата приходится иметь дело с довольно крупными речными водосборами.

Эти особенности не могли не сказаться на концепциях, положенных в основу моделей, и структуре последних. В большинстве случаев используют сравнительно простые модели, не очень требовательные к исходной информации.

Речной водосбор представляет собой сочетание различных элементов, для каждого из которых могут быть характерны процессы разных масштабов — от формирования стока на склоне до транзитного перемещения паводочной волны. Оптимального решения в этом случае можно достичь благодаря разработке комплекса моделей, максимально учитывающих наиболее характерные процессы для типичных элементов водосбора и более грубо описывающих менее существенные процессы. Степень схематизации зависит не только от особенностей формирования стока, но и от информационного обеспечения и специфики решаемой задачи. Поэтому проблема схематизации реальных процессов для элементов водосбора является одной из ключевых в математическом моделировании. Выбор частных моделей (подмоделей) не всегда удается сделать априори. В процессе построения прогностической системы приходится проводить сравнительные расчеты (приближенные к оперативным условиям) с использованием различных моделей и на основе анализа полученных результатов делать окончательный выбор. Задача осложняется тем, что исходные данные задаются в ограниченном числе произвольных точек, которые схематизируют

ванно представляют реальное распределение характеристик водосбора и входных данных.

Для получения приемлемой точности расчетов необходимо согласовать степень схематизации модели и данных. Характер и степень согласования зависят от качества и объема данных, а также от уровня схематизации модели. При этом обычно используют методы оптимизации, позволяющие найти оптимальное решение при имеющихся исходных данных. Полученные оценки параметров модели, конечно, могут оказаться несколько смещенными, поэтому для проверки их надежности необходимо проводить тщательный физический анализ результатов. Отечественный и зарубежный опыт показывает, что существующие методы оптимизации позволяют довольно надежно решать эту задачу, если, конечно, начальные оценки параметров модели и диапазон их изменения физически обоснованы.

Существенное влияние на развитие методов гидрологических прогнозов оказывает прогресс в области прогнозов погоды. Если раньше метеорологические прогнозы при выпуске гидрологических прогнозов практически не использовались либо использовались для качественных оценок, в современных методах прогноза, основанных на математических моделях, некоторые прогнозы погоды включаются в расчетные схемы. С увеличением заблаговременности эффективность прогнозов погоды для целей гидрологического прогнозирования сильно снижается. Вследствие этого математические модели находят применение в основном при разработке методов краткосрочных прогнозов.

ПРОБЛЕМЫ, СВЯЗАННЫЕ С РЕАЛИЗАЦИЕЙ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Опыт математического моделирования показал, что недостаточно построить (выбрать структуру и расчетные зависимости) модель, пусть даже хорошо обоснованную физически. Наиболее успешно функционирующие модели нельзя рассматривать в отрыве от методов их идентификации по данным наблюдательной сети станций и процедур, обеспечивающих их оптимальную эксплуатацию при решении конкретных практических задач, в данном случае — задач краткосрочного прогнозирования водного режима рек. Не случайно довольно развитая физико-математическая модель Английского института гидрологии [160], в основу которой положена Европейская гидрологическая система (SHE), из-за отсутствия хорошо отработанной методики идентификации не дала положительных результатов для реальных водосборов [147]. В то же время построенная на очень простых физических концепциях японская линейная емкостная модель [171], для которой разработана эффективная процедура идентификации, позволяет во многих случаях описать гидрограф с хорошей точностью.

Сведения о наиболее распространенных моделях, описывающих формирование стока на водосборе, можно найти в ряде публикаций [81, 82, 105]. Содержащейся в них (а в большинстве случаев и в первоисточниках) информации о расчетных соотношениях моделей, как правило, недостаточно для их практической реализации, так как большую роль играет принятый автором модели вычислительный алгоритм, остающийся обычно за рамками публикаций. Это вполне естественно, так как модели в настоящее время представляют собой довольно сложные вычислительные структуры и распространяются на уровне программ для вычислительных машин. Вследствие этого более целесообразно рассмотреть основные проблемы математического моделирования в задачах прогнозирования стока и возможности их решения при использовании различных моделей.

1.1. Выбор структуры модели

В краткосрочных прогнозах, как правило, используют детерминистические модели, предполагающие однозначную связь входных и выходных данных. В соответствии с основными принципами, используемыми при выборе структуры модели, и уровнем

описания основных стокообразующих процессов, можно выделить несколько подходов:

- анализ динамических систем без явного описания элементов гидрологического цикла (модели типа «черного ящика»);
- параметрическое описание основных процессов стокообразования (концептуальные модели);
- описание основных элементов гидрологического цикла на уровне дифференциальных уравнений в частных производных (физико-математические модели).

Естественно, что такое деление не является однозначным. При построении некоторых моделей можно использовать несколько подходов, и эти модели будут занимать промежуточное положение. Однако оно позволяет выделить наиболее существенные принципы, положенные в основу модели.

При построении моделей типа «черного ящика» применяют в основном методы анализа рядов Вольтерра [15] либо емкостные линейные элементы [170]. Во всех этих случаях при выборе структуры модели практически не используют теоретические и эмпирические зависимости, описывающие элементарные процессы на водосборе. Структуру модели ищут в рамках выбранного оператора путем ограничения его порядка в зависимости от соответствия фактических и рассчитанных данных на выходе. Таким образом, главной проблемой для этого типа моделей является создание эффективных алгоритмов выбора структуры минимальной сложности, включая оценку большого числа коэффициентов, как правило не имеющих физической интерпретации.

В этом отношении заметное преимущество имеют емкостные модели [153, 171, 172], занимающие промежуточное положение между первыми двумя типами моделей, в которых увеличение числа емкостей не приводит к резкому увеличению числа параметров, в отличие от моделей, основанных на рядах Вольтерра [126, 131, 149]. Емкостные модели наиболее развиты в Японии, где существует несколько модификаций так называемой модели «танк» [172]. В их основу положены линейные (реже нелинейные) зависимости, описывающие истечение жидкости из емкости. Параллельно-последовательное соединение различных емкостей позволяет строить довольно гибкие структуры. С увеличением числа емкостей увеличивается число степеней свободы (при добавлении одной емкости добавляется два-три параметра), что, естественно, затрудняет достаточно надежное определение параметров модели.

В концептуальных моделях эти недостатки в значительной мере устранены. Структуру модели выбирают с учетом физических представлений о стокообразующих процессах, приближенных решений и эмпирических связей между отдельными элементами модели. Это позволяет придать физический смысл большинству параметров и таким образом оценить возможный диапазон их изменения. В рамках общей структуры модели, как правило, можно выделить более простые подмодели, целесообразность

использования которых в конкретном регионе можно оценить не только по сходимости фактических и рассчитанных данных на выходе, но и в результате анализа условий формирования стока в данном регионе.

Все это обусловило широкое распространение концептуальных моделей в отечественной и зарубежной практике. Несмотря на большое разнообразие моделей, структура большинства из них имеет много общих черт. Как правило, они включают описание процессов водоподачи, потерь, перераспределения влаги в почве, поверхностного, почвенного и подземного притока к русловой сети, а также их преобразования в гидрограф в замыкающем створе. Однако степень детализации описания этих процессов, а также используемые в различных моделях зависимости могут существенно различаться, что, собственно, и приводит к их многообразию. Следует заметить, что эти различия связаны не только с особенностями формирования стока в том или ином регионе, но и в некоторой мере с опытом и взглядами исследователя.

Принципиальным моментом для концептуальных моделей является характер учета неравномерности входной информации и характеристик водосбора. В большинстве моделей не учтена в явном виде эта неравномерность, а реальный водосбор заменен неким эквивалентным однородным водосбором с постоянными интегральными характеристиками (модели с сосредоточенными параметрами). При этом параметры модели и входные данные должны быть репрезентативными для реального водосбора. Опыт показал, что, несмотря на столь грубое допущение модели с сосредоточенными параметрами во многих случаях дают удовлетворительные результаты в задачах прогнозирования.

Влияние неравномерности стокообразующих факторов на сток в замыкающем створе зависит от площади водосбора. Чем меньше водосбор, тем меньшую роль играют сглаживающие эффекты и тем большее влияние на сток оказывают мелкомасштабные неоднородности. С увеличением размеров водосбора влияние мелкомасштабных неоднородностей снижается, однако может существенно повыситься роль крупномасштабных неоднородностей, связанных со значительными различиями гидрофизических характеристик почвы на больших участках водосбора (например, на залесенных и открытых площадях), с изменчивостью водоподачи (например, при снеготаянии на горных водосборах) и др. В этих случаях эквивалентный однородный водосбор может оказаться неэффективным. Таким образом, можно говорить о некоторых оптимальных размерах водосбора, для которых наиболее эффективно использовать модели стока с сосредоточенными параметрами. Конечно, оптимальная площадь водосбора зависит от многих факторов и может сильно меняться для различных регионов и фаз водного режима и устанавливается, как правило, в процессе реализации модели.

Расширение возможностей концептуальных моделей стока с сосредоточенными параметрами достигается различными спосо-

бами. Наиболее распространено выделение сравнительно однородных частных бассейнов. Если удастся частные бассейны выделить таким образом, чтобы они замыкались гидрометрическими створами с измерениями стока, то для каждого из них независимо реализуется модель с сосредоточенными параметрами, а сток в замыкающем створе всего водосбора рассчитывается с использованием различных моделей трансформации паводочных волн. Этот прием эффективен, хотя и довольно трудоемок.

Однако не всегда удается выделить таким образом частные бассейны. Поэтому многие концептуальные модели включают элементы моделей с распределенными параметрами. Наиболее часто учитывается неравномерность входных данных, особенно для горных водосборов при расчетах снеготаяния [26, 45, 93, 132, 141, 159, 163, 166, 167, 172]. Водосбор разбивается на высотные зоны, для каждой из которых рассчитывается водоподача и составляющие водного баланса. Рассчитанная для каждой высотной зоны водоподача обычно осредняется для всего водосбора и затем преобразуется в гидрограф в замыкающем створе либо трансформируется независимо с каждой зоны. В последнем случае заметно увеличивается число параметров модели. Во многих моделях также явно учитываются условия формирования стока на залесенных и открытых участках водосбора. Естественно, что в этих случаях число параметров увеличивается, так как приходится учитывать различия не только в водоподаче, но и в водно-физических характеристиках подстилающей поверхности.

В ряде концептуальных моделей идея распределенности входных данных и параметров реализована более последовательно. Водосбор разбивается на условно однородные элементы [18, 154] либо квадраты [136], размер которых зависит от размера и особенностей бассейна, а также от числа станций с измерениями входных данных. Каждому такому элементу могут быть присущи индивидуальные характеристики стокообразования. Следовательно, с увеличением числа однородных элементов заметно увеличивается количество параметров, которые необходимо оценить по ограниченному исходным данным.

В отечественной практике используют также другой подход к учету неравномерности, основанный на теоретико-вероятностном осреднении, который позволяет увеличить размеры условно-однородных бассейнов. Такой подход был применен в одной из первых концептуальных моделей, разработанных автором совместно с Л. С. Кучментом [151]. При этом подходе необходимо использовать функции распределения плотности вероятностей входных данных и характеристик водосбора. К сожалению, для большинства водосборов такие функции построить не удастся из-за отсутствия информации. Поэтому реально введение функций распределения только для немногих переменных (запасы воды в снеге, глубина промерзания). В некоторых случаях функции распределения можно задать из теоретических соображений, введя один или несколько параметров распределения. Однако это целесооб-

разно делать только при очень сильном влиянии неравномерности рассматриваемого фактора, так как увеличение числа параметров усложняет процедуру их оценивания.

Наиболее существенным признаком физико-математических моделей, описывающих весь гидрологический цикл, является схема поверхностного стекания, основанная на гипотезе сплошного слоя воды на склоне. В этом случае процессы описывают с помощью уравнений в частных производных и неоднородности на водосборе учитывают естественным образом, т. е. эти модели в принципе являются моделями с распределенными параметрами. Однако реальная возможность учета неоднородностей зависит от имеющейся исходной информации. Для достаточно адекватного описания реальных процессов на склонах шаги интегрирования либо конечные элементы должны быть меньше ширины склона, т. е. составлять несколько сотен метров. Для практически значимых с точки зрения прогнозов водосборов расчет при такой дискретности по площади будет требовать слишком много времени даже на быстродействующих ЭВМ. Поэтому при практической реализации приходится выбирать заметно большие шаги интегрирования, заменяя реальную поверхность некоторой сглаженной. В соответствии с этим точечные данные фактических измерений входных данных и характеристик водосбора, даже если они имеются в достаточном количестве, могут оказаться нерепрезентативными для схематизированного водосбора. Следовательно, и в этом случае возникает проблема задания эффективных характеристик водосбора, согласованных с принятой схематизацией, даже при наличии детальных фактических измерений. Положительным фактором в данном случае является то, что большинство параметров физико-математических моделей имеет достаточно четкую физическую интерпретацию. Детальный анализ физико-математических моделей и особенностей их реализации дан в работе [85].

1.2. Идентификация моделей

Из вышесказанного следует, что практически любая модель, описывающая гидрологический цикл, включает большее или меньшее число параметров, значения которых могут меняться для различных водосборов. Априори не удастся оценить возможную эффективность модели в практических задачах, поскольку она в большой мере зависит от информационного обеспечения, чувствительности параметров к погрешностям исходных данных и надежности их определения по ограниченным данным наблюдений. Вследствие этого в настоящее время любая модель, имеющая практическую направленность, включает формализованную (в большей или меньшей степени) схему ее идентификации.

Под идентификацией в общем случае подразумевают установление структуры модели и определение ее параметров по входным и выходным данным. Чем больше используют физических

представлений о рассматриваемых процессах, тем меньшее место в процессе идентификации занимает выбор структуры модели. Таким образом, для физически более обоснованных моделей степень неопределенности задачи идентификации снижается. Так, для моделей типа «черного ящика» априори на основе физического анализа трудно установить, какого порядка оператор (число членов ряда Вольтерра либо количество емкостей [170]) лучше соответствует реальному процессу формирования стока в рассматриваемом регионе. Поэтому для данного типа моделей их оптимальную структуру устанавливают в процессе идентификации. Для многих концептуальных и физико-математических моделей структуру, как правило, определяют априори, и идентификация сводится к оцениванию параметров.

Наиболее последовательно задача идентификации решается при использовании моделей первого типа. В этом случае по данным наблюдений за воздействиями на водосбор (осадки, температура, испарение и др.) и стоком в замыкающем створе ищется в заданном классе функций оператор, наилучшим образом согласующий входные воздействия и реакцию водосбора и дающий минимальную погрешность расчета выходного гидрографа. Практически решение ищется методом последовательного увеличения порядка оператора и сопоставления получаемых погрешностей расчета. При использовании рядов Вольтерра решение ищется в виде разложений в ряды по ортогональным функциям. В этом случае удается получить аналитические выражения для определения коэффициентов разложения. Однако попытки реализовать такой подход для описания процесса формирования дождевых паводков [149] не дали положительных результатов. Это связано в первую очередь со слабой физической обоснованностью модели. Немаловажную роль сыграл и способ идентификации, основанный на решении обратной задачи, которая при наличии погрешностей в исходных данных чаще всего приводит к неустойчивости решения.

Значительно большие возможности имеет этот подход в расчетах перемещения паводочных волн в русле. Для этих целей широко используют линейный вариант (интеграл Дюамеля) рассмотренного оператора, который в этом случае более четко физически интерпретирован [33]. Решение чаще идут в виде различных аналитических представлений, включающих небольшое число параметров (1—3). Достаточно надежное определение параметров по входным и выходным данным обеспечивается наличием полуэмпирических и эмпирических зависимостей этих параметров от гидравлических и морфометрических характеристик русла. Положительные результаты были получены и при использовании нелинейного варианта для участка р. Волги со сложной поймой [83]. Однако в отличие от работы [149] для определения коэффициентов использован метод оптимизации, позволивший, по мнению авторов работы [83], построить более надежную процедуру идентификации.

Довольно эффективную процедуру идентификации удалось разработать авторам емкостной модели «танк» [171]. Эта процедура основана на расчленении выходного гидрографа на множество составляющих, формируемых каждой емкостью. Таким образом достигается уменьшение числа степеней свободы при определении параметров. Несмотря на слабую физическую обоснованность модели, такой прием позволил получить хорошие результаты для ряда водосборов, расположенных в различных регионах [146, 147]. Однако предложенный способ можно использовать только для моделей такого типа.

Многочисленные исследования выполнены в области идентификации концептуальных моделей. Однако, несмотря на это, нельзя говорить о существовании достаточно надежных и эффективных универсальных методов. Из-за многопараметричности моделей, а также ограниченности и низкой точности исходных данных для определения параметров приходится использовать методы оптимизации, которые могут давать неоднозначные решения. Для сужения области поиска и обеспечения устойчивости параметров приходится учитывать различную априорную информацию, которая зависит от особенностей модели, имеющихся данных, субъективных представлений исследователя. В силу этого можно говорить лишь о некотором общем подходе, сложившемся в процессе реализации концептуальных моделей:

- 1) методами гидрологического анализа определяют часть параметров модели непосредственно по данным измерений некоторых составляющих баланса, водно-физических характеристик почвы и снега и др.;

- 2) приближенно оценивают остальные параметры и устанавливают их возможные предельные значения с учетом физического смысла параметров и опыта использования модели для других объектов;

- 3) полученные приближенные оценки уточняют методом проб и ошибок (чаще реализованном в виде автоматизированных процедур) с использованием входных и выходных данных;

- 4) на независимых данных проверяют устойчивость полученных параметров.

Обычно стремятся как можно большее число параметров определить прямым путем, без оптимизации. Однако это не всегда удается из-за ограниченности данных измерений на водосборе, неоднозначности связи точечных и интегральных характеристик, а также недостаточно четкой физической интерпретации некоторых параметров.

В автоматизированных процедурах определения параметров обычно используют методы оптимизации, позволяющие с некоторой точностью найти минимум функции многих переменных. В качестве этой функции (критерия качества) применяют различные (чаще среднюю квадратическую погрешность) оценки точности расчета гидрографа в замыкающем створе. Исследования [6, 67, 133, 140, 143, 152, 162, 165, 174, 175] показали, что из-за погреш-

ностей исходных данных и неадекватности модели различные критерии качества могут давать существенно различные оценки параметров, причем смещенность оценок может сильно различаться для разных моделей. Более подробно эти проблемы будут рассмотрены в главе 3 применительно к предложенной в данной работе модели.

Аналогичные подходы используют и при идентификации физико-математических моделей. В этом случае упрощается проблема использования точечных данных на водосборе при оценивании параметров. В то же время усложняется процедура определения параметров с помощью методов оптимизации из-за большой трудоемкости расчетов для больших периодов времени. Требования к исходной информации при идентификации и эксплуатации этих моделей заметно выше. Поэтому при использовании информации со стандартной сети наблюдений для сравнительно больших водосборов эффективность физико-математических моделей снижается, и предпочтительнее пользоваться более простыми концептуальными моделями. Так, например, физико-математическая модель Английского института гидрологии [160] хорошо воспроизводила отдельные элементы стокообразования в точке, но для сравнительно больших водосборов (1—2 тыс. км²) реализовать модель не удалось из-за недостаточности данных наблюдений [147]. Почти все концептуальные модели (около десяти) в этих же условиях дали удовлетворительные результаты [147].

Более строго задачу идентификации физико-математической модели удастся поставить при расчетах трансформации волны на участке реки. В этом случае можно воспользоваться методами решения некорректных задач [116], позволяющих найти устойчивое решение с точностью, зависящей от точности данных и адекватности модели. Для участков рек оба этих показателя выше, чем для водосбора в целом. Несмотря на это, не всегда точность полученных характеристик оказывается достаточной для практических расчетов, и их значения приходится уточнять различными способами, включая методы оптимизации. Это, естественно, увеличивает трудоемкость процедуры идентификации и снижает ее объективность. Поэтому такую модель целесообразно использовать для особо важных водохозяйственных объектов, где можно организовать специальные измерения, либо для зарегулированных участков рек с сильным влиянием граничных условий, когда не удается получить удовлетворительных результатов с помощью более простых моделей.

1.3. Реализация моделей в схемах прогнозов

Как отмечалось выше, специфика гидрологического прогнозирования предъявляет определенные требования к математическим моделям. Они должны включать как можно меньшее число плохо прогнозируемых метеорологических величин, быть не очень чувст-

вительными к погрешностям исходных данных и легко настраиваться при изменении объема входной информации. Вследствие этого в прогностической практике в основном обращаются к достаточно гибким концептуальным моделям, а для некоторых задач — к моделям типа «черного ящика». Это обстоятельство, а также использование ограниченной и не очень надежной информации может приводить к тому, что точность расчетов может оказаться недостаточной для обеспечения эффективности прогноза. Некоторой компенсацией в этом случае является то, что имеется возможность оперативно анализировать ход погрешностей прогноза за счет непрерывного поступления информации о прогнозируемой величине и с учетом этого осуществлять корректировку прогноза, которую всегда делает гидролог-прогнозист с использованием различных субъективных способов. При выпуске прогнозов с помощью математических моделей в автоматизированном режиме необходимо построить объективные способы, максимально учитывающие опыт прогнозистов. В настоящее время намечилось несколько подходов при разработке процедур корректировки прогнозов.

1. Корректировка параметров модели. В этом случае осуществляют постоянное либо эпизодическое уточнение всех или части параметров модели с учетом поступившей к моменту выпуска прогноза информации [137, 176]. При этом используют методы оптимизации (для нелинейных моделей), наименьших квадратов, анализа временных рядов и динамических систем (для линейных моделей). Основная неопределенность этого подхода состоит в задании длины выборки, достаточной для надежной калибровки модели. В настоящее время ни теоретических, ни эмпирических оценок для такого выбора нет. Этот подход может приводить к неоправданно частой переоценке параметров, хотя поступление новой информации за сравнительно небольшой период не дает для этого серьезных оснований. Процесс калибровки модели является очень ответственным моментом реализации модели и осуществляется на большом архивном материале, как правило имеющем большую точность, чем оперативные данные. Поэтому корректировка параметров целесообразна только после накопления достаточно большого объема проверенных данных.

2. Явный учет начальных условий, основанный на использовании интеграла Дюамеля для случая ненулевых начальных условий. При аппроксимации кривой добегания с помощью гамма-распределения удается построить алгоритм, который учитывает несколько фактических расходов воды в замыкающем створе (их число равно параметру кривой добегания) непосредственно перед выпуском прогноза и сводит к минимуму погрешность их расчета [66]. Полагается, что, в силу инерционности рассматриваемых процессов, такая коррекция повысит точность расчета (прогноза) последующих расходов воды. С увеличением числа учитываемых при коррекции расходов устойчивость и эффективность этого алгоритма снижается. В этих случаях используют методы регуляри-

3642-17
зации решения [56] либо уменьшают порядок системы (а следовательно, и число используемых расходов воды) за счет введения параметра, характеризующего запаздывание [85]. Однако этот подход не учитывает погрешностей входных данных, что может приводить к снижению эффективности. Поэтому рассмотренный способ можно с успехом использовать, когда погрешности расчета в основном обусловлены неадекватностью модели, а не неточностью входных данных.

3. Корректировка, основанная на анализе временных рядов [12, 13] погрешностей расчета, полученных при использовании модели. Полагают, что модель достаточно надежно позволяет рассчитать детерминированную составляющую стока. Отклонения рассчитанных значений расходов воды от фактических связывают с влиянием случайных ошибок и рассматривают как некоторую временную последовательность, описываемую различными модификациями модели авторегрессии [12].

При определении порядка модели авторегрессии и ее коэффициентов анализируют автокорреляционные функции рядов погрешностей, полученных на архивных данных при расчете по используемой для прогноза математической модели. В предположении стационарности погрешностей с помощью полученной модели авторегрессии предсказывают вероятные погрешности в каждый последующий момент выпуска прогноза. При этом параметры исходной математической модели не корректируют. Такая процедура была использована для корректировки прогнозов, основанных на концептуальных моделях формирования стока на водосборе [158, 164] и на линейных моделях трансформации паводочных волн в русле [130, 150]. Наиболее слабым местом в этом случае является гипотеза о стационарности погрешностей за длительный период времени, которая для рек с неустойчивым режимом в лучшем случае позволяет выделить некоторую детерминированную составляющую погрешности, что для краткосрочных прогнозов вряд ли может дать стабильное улучшение. Этот подход, кроме того, не учитывает особенности используемой модели, в то время как изменчивость погрешностей во времени чаще связана с ее структурой. Для улучшения результатов в ряде работ [129, 134, 173], наряду с моделью авторегрессии, используют фильтрацию погрешностей, которая практически снимает допущение о стационарности.

Ни один из рассмотренных способов не обладает универсальностью. Успешность каждого из них зависит от регулирующей способности водосбора либо русла, значений и распределения погрешностей входных и выходных данных, особенностей используемой математической модели, заблаговременности прогнозов и др. Вследствие этого продолжается поиск новых способов корректировки, которые бы лучше удовлетворяли специфике используемой модели и решаемой задачи. В главе 6 рассмотрен адаптивный статистический алгоритм [57, 58], разработанный автором для моделей, основанных на преобразовании водоотдачи (расходов во

входных створах) в выходной гидрограф. В этом алгоритме использованы идеи двух последних подходов, рассмотренных выше.

1.4. Схематизация речной системы

Численные методы прогнозов, основанные на математических моделях, связаны с анализом и обработкой большого объема ин-

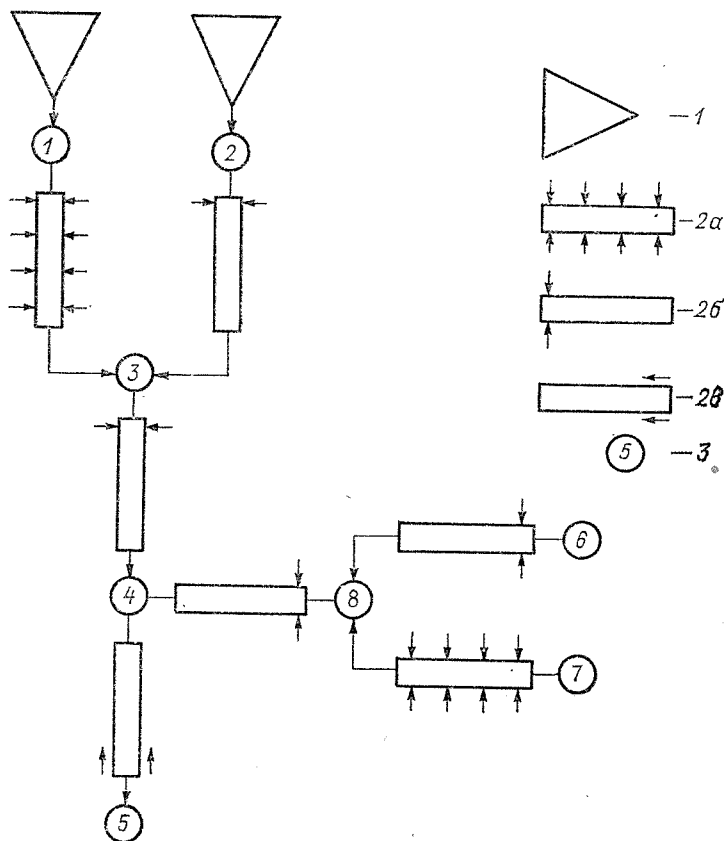


Рис. 1.1. Схематизация речной системы.

1 — бассейны первого типа; 2 — бассейны второго типа: а) с распределенным притоком, б) с сосредоточенным притоком, в) с регулируемым стоком; 3 — створы, в которых прогнозируется водный режим.

формации как при разработке, так и при эксплуатации схемы в оперативном режиме. Наиболее целесообразно такие подходы использовать в целом для речных систем в рамках автоматизированной обработки входной информации. В этом случае можно получить унифицированную схему прогноза для большого числа створов, расположенных на основной реке и притоках.

Речную систему представляют в виде цепочки соединенных последовательно-параллельно частных бассейнов. Схемы прогнозов основаны на определении параметров моделей по фактическим данным наблюдений за расходами (уровнями) воды и некоторыми метеорологическими величинами. Поэтому для надежного определения параметров частные бассейны должны ограничиваться створами, на которых ведут наблюдения за расходами (уровнями) воды. В таком случае получим два типа частных бассейнов (рис. 1.1):

1) бассейны, в которых производят измерения расходов воды только в выходных створах (будем их называть *концевыми*). В некоторых случаях могут иметься данные измерений расходов воды в ряде входных створов, однако их связь с расходами воды в замыкающем створе очень слабая. Для этих бассейнов характерно значительное изменение объема и формы волны паводка за счет притока воды к первичной русловой сети. Для расчета динамики притока необходимо описать основные элементарные процессы, т. е. построить математическую модель формирования стока на водосборе;

2) бассейны, тяготеющие к участкам рек, ограниченным одним или несколькими входными и выходными створами, в которых ведут наблюдения за расходами или уровнями воды. Для этих бассейнов форма волны в основном определяется гидрографами во входных створах. В некоторых случаях заметное влияние может оказывать промежуточный боковой приток (отток). Обычно для таких бассейнов удается построить более простые модели, основанные на описании процесса трансформации паводочных волн в русле. Степень схематизации при этом зависит от объема и распределения промежуточного притока, характеристик волны и русла, а также граничных эффектов. При значительных переменных подпорах, например, многие упрощенные модели оказываются неэффективными.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СТОКА НА ВОДОСБОРЕ

В течение последних 20 лет в Гидрометцентре СССР велись исследования, направленные на разработку моделей, описывающих процессы формирования стока на водосборе, которые можно было бы использовать в оперативной практике прогнозирования. При этом учитывались те обстоятельства, что информационное обеспечение для реальных водосборов весьма скудное, а возможности предсказания метеорологических величин, необходимых для расчетов стока, очень ограничены. Нельзя также не учитывать, что в прогностической практике приходится иметь дело с довольно крупными водосборами (как правило, больше 5—10 тыс. км²) и, таким образом, не слишком детализировать характер распределения стока для более мелких элементов водосбора.

Первоначально была построена модель формирования дождевых паводков [64], которая затем совершенствовалась как ее авторами, так и другими исследователями [5, 66, 93, 111, 122]. Несколько позже были проведены исследования динамики потерь талого стока и предложена модель формирования гидрографа весеннего половодья на равнинных водосборах [7, 65].

Следующим этапом можно считать разработку модели формирования стока в течение всего года для залесенных водосборов [8]. Это была первая модель, которая позволяла вести расчеты в переходные весенне-летний и осенне-зимний периоды, когда могут формироваться смешанные паводки при промерзании либо оттаивании почвы. Однако область ее применения была ограничена районами, практически полностью покрытыми лесом. Окончательная структура модели была получена после учета различий в формировании стока на залесенных и открытых участках водосбора [67].

2.1. Физические основы и особенности модели

Гидрограф в замыкающем створе формируется в результате взаимодействия большого числа гидрометеорологических величин, воздействующих на бесчисленное множество элементарных площадок водосбора. К основным стокообразующим факторам можно отнести осадки (в жидком и твердом виде), температуру и влажность воздуха, а также гидрофизические характеристики почвы. Наиболее изменчивыми по площади и в то же время наименее изученными являются характеристики почвы. В связи с этим достаточно обоснованный и надежный учет изменчивости этих характеристик для реальных водосборов очень затруднен и не всегда приводит к желаемым результатам.

С учетом этого обстоятельства модель строилась по принципу моделей с сосредоточенными параметрами. Таким образом, полагалось, что свойства подстилающей поверхности и входные воздействия на водосбор не меняются по площади либо их изменения можно описать некоторой функцией распределения. Для учета крупномасштабных неоднородностей (значительные различия условий формирования стока в отдельных частях водосбора, а не в отдельных точках) водосбор разбивается на подбассейны, для каждого из которых приближенно выполняется гипотеза однородности. Явно в модели учитываются лишь неоднородности, связанные с различиями формирования стока на залесенных и открытых участках водосбора. Поэтому деление на подбассейны по этому признаку не требуется.

В основу модели положено уравнение водного баланса зоны аэрации, которое решается раздельно для залесенных и открытых участков водосбора. Распределение этих участков по водосбору не учитывалось, а искались некоторые интегральные характеристики раздельно для всех залесенных и всех открытых участков в целом. При этом стремились учесть основные особенности формирования стока на этих участках, сохранив единую структуру модели и введя минимальное число дополнительных параметров.

Водопоглощательные свойства в поле и лесу существенно различны. Одной из основных причин, обуславливающих эти различия, является наличие небольшого (порядка 5—10 см) очень рыхлого поверхностного слоя почвы в лесу. Данные о механическом составе различных почв показывают [118], что с глубины 5—10 см пористость почвы на залесенных и открытых участках различается незначительно, тогда как выше этой границы различия очень существенны. Для учета этого обстоятельства в модели принята следующая схематизация. Линия дневной поверхности на залесенных участках условно перенесена на границу раздела между верхним (5—10 см) очень проницаемым слоем и нижележащей толщей почвы со значительно меньшей пористостью. Другими словами, полагаем, что на залесенных участках вся вода, поступившая на поверхность почвы, мгновенно поглощается верхним 5—10-сантиметровым слоем. Часть этой воды фильтруется в нижележащий слой, а часть стекает в ручейковую сеть, формируя близкий по времени стекания к поверхностному сток. Это позволяет построить модель таким образом, чтобы зависимости для расчета большинства составляющих баланса в поле и лесу различались лишь коэффициентами.

Снижение впитывающей способности на открытых участках часто связано с образованием в верхних слоях мерзлой почвы практически непроницаемых («запирающих») слоев [41]. На залесенных участках такие слои, как правило, не образуются. Физический механизм образования запирающих слоев исследовали многие авторы [37, 41, 44, 90, 106]. Полученные зависимости при наличии детальной информации о температурном и водном режиме, а также о гидрофизических характеристиках почв позво-

ляют оценить вероятность образования и мощность этих слоев. Поскольку такая информация, как правило, отсутствует, практическое использование этих зависимостей очень ограничено. В предлагаемой модели получено приближенное выражение, основанное на учете статистической структуры распределения водопоглотительных характеристик почвы.

При переходе от положительной температуры воздуха к отрицательной и наоборот могут происходить фазовые переходы влаги в почве, что отражается на ее водопоглотительных свойствах. Вследствие этого при одном и том же общем запасе влаги в почве могут формироваться различные потери в летний и весенний периоды из-за наличия в последнем случае влаги в твердом виде. В качестве характеристики фазового состояния влаги используют глубину промерзания, которую непрерывно рассчитывают наряду с составляющими водного баланса. Этим рассматриваемая модель принципиально отличается от моделей формирования талого и дождевого стока, разработанных в СССР и за рубежом и использовавшихся в прогностических задачах. В этих моделях к моделям формирования дождевого стока добавлены соотношения для расчета накопления и стаивания снега без какого-либо существенного изменения зависимостей, описывающих остальные процессы стокообразования. Такой подход может не дать положительных результатов при расчете талого и особенно смешанного стока для равнинных водосборов, которые расположены в районах с сезонным промерзанием почвы.

Необходимо также отметить, что процессы снегонакопления и снеготаяния на равнинных водосборах сравнительно однородны по площади, а динамика снегонакопления достаточно хорошо освещается данными снегосъемок. Поэтому при моделировании процесса формирования талого стока на таких водосборах расчету накопления и стаивания снега уделено несколько меньшее внимание, чем процессу формирования потерь. К отличительным особенностям модели можно отнести:

- раздельный расчет процессов стокообразования для зеленых и открытых участков водосбора;
- параметрическое описание основных процессов формирования, включая параметризацию теплофизических процессов в зоне аэрации;
- учет распределения снежного покрова и глубины промерзания на водосборе;
- расчет инфильтрации с учетом фазового состояния влаги в почве;
- сравнительно небольшое число входных характеристик без детализации их распределения по водосбору, что особенно важно при использовании модели в оперативном прогнозировании.

2.2. Расчетные соотношения модели

Структурно модель можно разбить на четыре блока: водный баланс и фазовые переходы в зоне аэрации; расчет элементов

водного баланса; оценка доли практически непроницаемых участков водосбора; преобразование поверхностного и почвенного притока к русловой сети в гидрограф в замыкающем створе.

Все уравнения, описывающие составляющие баланса, решают независимо для залесенных и открытых участков. Однако, как отмечалось выше, зависимости для расчета составляющих баланса выбирались одинаковыми. Поэтому приводимые ниже выражения (за исключением некоторых, о которых будет сказано ниже) использованы для обоих типов участков.

2.2.1. Водный баланс и фазовые переходы в зоне аэрации

Выделим верхний слой почвы мощностью $z_{\text{макс}}$ с максимальной продуктивной влагоемкостью $\theta_{\text{макс}}$. Для залесенных участков верхней границей этого слоя будет служить линия условной дневной поверхности (на 5—10 см ниже поверхности почвы).

В процессе промерзания и оттаивания почвы часть влаги будет переходить из жидкого состояния в лед, и наоборот. При неоднократных переходах температуры воздуха через 0°C может образоваться несколько промерзших слоев. Для простоты ограничимся двумя из них (рис. 2.1). Естественно, что в период промерзания и оттаивания число слоев может меняться: отдельные слои могут объединяться либо могут образоваться новые слои. В принятой схематизации число слоев может меняться от одного до пяти. Если предположить, что фазовые переходы влаги происходят только на фронте промерзания или оттаивания, а в зоне отрицательной температуры вся влага замерзает, можно получить балансовые соотношения влаги для твердой и жидкой фаз в каждом слое:

$$dW_{Ti}/dt = v_i + r_{Ti}, \quad i = 1, 2, \dots, 5; \quad (2.1)$$

$$dW_{Mi}/dt = r_{Mi}, \quad i = 2, 4, \quad (2.2)$$

где W_{Ti} , W_{Mi} — соответственно запас жидкой (талой) и твердой (мерзлой) составляющих влаги в i -м слое; v_i — интенсивность изменения жидкой составляющей вследствие водообмена с верхним и нижним слоями; r_{Ti} , r_{Mi} — интенсивность изменения жидкой и твердой составляющих в результате фазовых переходов на верхней или нижней границе слоя.

Следуя рис. 2.1, запишем выражения для расчета составляющих баланса (оттаивание почвы снизу не учитываем):

$$r_{Ti} = \left[\text{int} \left(\frac{i+1}{2} \right) - \text{int} \left(\frac{i}{2} \right) \right] \frac{dZ_i}{dt} \frac{W_{i+1}}{\Delta Z_{i+1}} - \frac{dZ_{i-1}}{dt} \frac{W_{Ti}}{\Delta Z_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 5; \quad (2.3)$$

$$r_{Mi} = \frac{dZ_i}{dt} \frac{W_{Ti+1}}{\Delta Z_{i+1}} - \frac{dZ_{i-1}}{dt} \frac{W_{Mi}}{\Delta Z_i}, \quad i = 2, 4; \quad (2.4)$$

$$v_i = \frac{\Delta Z_i}{Z_4} (h_B - E - q - q_{Mi} - q_M), \quad i = 1, 2, \dots, 4; \quad (2.5)$$

$$v_5 = q_M - q_r - q_{Ti}, \quad i = 5, \quad (2.6)$$

где $\text{int}(x)$ — целая часть переменной x ; Z_i — глубина залегания границы раздела между i -м и $(i+1)$ -м слоями; $W_i = W_{Ti} + W_{Mi}$ — суммарный запас влаги в i -м слое; $\Delta Z_i = Z_i - Z_{i-1}$ — мощность i -го слоя; h_B — водоподача на поверх-

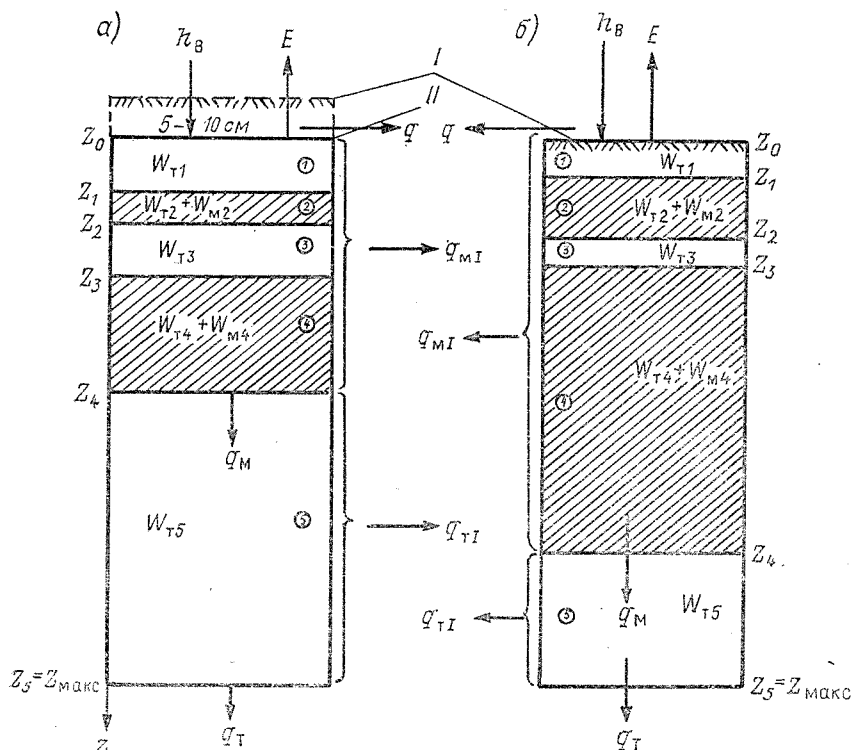


Рис. 2.1. Схематичный разрез почвы на лесных (а) и полевых (б) участках водосбора.

I — линия дневной поверхности, II — линия условной дневной поверхности; 1, 3, 5 — слои талой почвы; 2, 4 — промерзшие слои.

ность почвы; E — суммарное испарение с водосбора; q — поверхностный сток; q_{Mi} , q_{Ti} — почвенный сток из промерзшей (до Z_4) и нижней, непромерзшей, зон; q_M , q_T — отток влаги через нижние границы промерзшей (Z_4) и непромерзшей ($Z_4 - Z_5$) зон.

Зависимости для расчета границ раздела между промерзшими и талыми слоями найдем, используя уравнения тепловых потоков через снег и почву в предположении линейности изменения температуры в мерзлом (талом) слое почвы и снежном покрове:

$$q_c = \lambda_c (T_{\Pi} - T_c) / H_c; \quad (2.7)$$

$$q_{\Pi} = -\lambda_{\Pi} T_{\Pi} / Z_i, \quad (2.8)$$

где q_c и q_{π} — тепловые потоки через снежный покров и почву соответственно; λ_c , λ_{π} — соответственно теплопроводность снега и мерзлой (при промерзании) либо талой (при оттаивании) почвы; T_{π} и T_c — температура поверхности почвы и снега соответственно; H_c — высота снега; Z_i — глубина залегания границы раздела.

Если положить, что приток тепла и влаги снизу отсутствует, а фильтрующаяся при таянии вода не участвует в процессах теплообмена, то тепловые потоки q_c и q_{π} должны быть равны. Из этого условия можно получить зависимость для расчета температуры поверхности почвы

$$T_{\pi} = T_c [1 + \lambda_{\pi} H_c / (\lambda_c Z_i)]. \quad (2.9)$$

Но тепловой поток к фронту промерзания (таяния) расходуется на образование (таяние) льда и нагревание (охлаждение) скелета почвы. Теплоемкость почвы мала, и ею можно пренебречь, т. е.

$$q_{\pi} = \rho_v L_{\pi} (\theta_{i+1} + \theta_c) dZ_i / dt, \quad (2.10)$$

где ρ_v — плотность воды; L_{π} — удельная теплота плавления льда; θ_{i+1} — относительная продуктивная влажность почвы (по объему) на фронте промерзания (оттаивания); θ_c — прочносвязанная вода, близкая к влажности разрыва капилляров.

Интегрируя уравнение (2.10), после подстановки (2.8) и (2.9) в интервале времени Δt получаем

$$Z_i(t + \Delta t) = -(\lambda_{\pi} / \lambda_c) H_c + \{[(\lambda_{\pi} / \lambda_c) H_c + Z_i(t)]^2 + 2\lambda_{\pi} |T_c| \Delta t / [\rho_v L_{\pi} (\theta_{i+1} + \theta_c)]\}^{1/2}. \quad (2.11)$$

В соотношении (2.11) используются средние за интервал Δt значения H_c , T_c и θ_{i+1} . При отрицательной температуре по (2.11) получают перемещение границы промерзания, при положительной — оттаивания.

Следует отметить, что при выводе уравнения (2.11) не был учтен ряд факторов: миграция влаги к фронту промерзания, наличие незамерзшей влаги в зоне отрицательной температуры, нестационарность процесса распространения тепла в снеге и почве. Однако можно ожидать, что погрешности расчета, связанные с этими допущениями, заметно меньше погрешностей, обусловленных неточностью задания характеристик почвы, особенно если речь идет о расчете не в точке, а для всего водосбора.

Данных о температуре поверхности снега для реальных водосборов нет, она полагалась равной температуре воздуха. Как показано в работе [124], зависимость между температурой воздуха и температурой подстилающей поверхности можно выразить соотношением

$$T_c = T/a(t), \quad (2.12)$$

где T — температура воздуха; $a(t)$ — некоторая функция, меняющаяся от 0,9 до 1,0; для снежного покрова $a(t)$ близко к еди-

нице. Таким образом, допущение о равенстве значений T_c и T не должно внести существенных погрешностей в расчеты.

Для расчета границ промерзания (оттаивания) по выражению (2.11) необходимо задать теплопроводность снега и почвы. Теплопроводность снега тесно связана с его плотностью. Существует ряд формул [84] для его расчета, которые дают довольно близкие результаты для наиболее часто встречающихся значений плотности снега. В данной модели использована зависимость, предложенная в работе [27]:

$$\lambda_c = 1,373 \cdot 10^{2,25\rho_c}, \quad (2.13)$$

где λ_c в Дж/(см²·ч·°С); ρ_c — плотность снега, г/см³.

Сложнее задать теплопроводность почвы, которая зависит не только от плотности почвы, но и от ее влажности и фазового состояния влаги. К тому же данных измерений этой характеристики для различных почв немного. В общем виде зависимость для расчета теплопроводности почвы можно записать в виде

$$\lambda_n = f(\theta, \rho_n), \quad (2.14)$$

где ρ_n — плотность почвы; θ — влажность почвы.

Конкретные зависимости, использовавшиеся в расчетах, рассмотрены в главе 4.

Так как в процессе промерзания и оттаивания почвы промерзшие слои могут объединяться либо исчезать, число слоев со временем меняется. Содержание влаги во вновь образовавшихся слоях определяют из условия сохранения массы.

2.2.2. Расчет составляющих водного баланса водосбора

Для решения уравнений (2.5) и (2.6) необходимо задать соотношения для расчета динамики всех величин, входящих в правые части этих уравнений.

Водоподача на поверхность почвы. Так как модель предназначена для расчета и дождевого, и талого стока, то входной величиной могут быть и жидкие, и твердые (запас воды в снеге) осадки. Для расчета запаса воды в снеге используют данные об осадках и температуре воздуха. Полагают, что при температуре воздуха, большей некоторого критического ее значения ($T_{кр}$), выпадают жидкие осадки, в противном случае — твердые; таяние же снега происходит только при положительной температуре.

Для равнинных водосборов снеготаяние начинается практически одновременно на всей площади. На горных водосборах процессы снеготаяния и снегонакопления существенно зависят от высоты местности, поэтому расчеты приходится вести отдельно для каждой высотной зоны, что требует задания данных наблюдений на различных высотах. Модель разрабатывали для рек с преимущественно равнинными водосборами, лишь незначительная часть которых может находиться в горах с умеренными вы-

сотами (например, для рек, берущих начало на Северном Урале). В этих случаях обычно отсутствуют данные наблюдений на различных высотах, а данные измерений сосредоточены в равнинной и предгорной частях водосбора. Для таких водосборов была выбрана более простая схема учета разновременности снеготаяния и снегонакопления по высоте. Выделены равнинная часть водосбора, для которой имелись данные наблюдений за осадками и температурой воздуха, и горная, для которой учитывалось изменение температуры воздуха с высотой. Средневзвешенный на водосборе запас воды в снеге s_t в момент t рассчитывали по соотношению

$$s_t = s_{t-1} + (1 - \Delta f_{\text{к}}) P - h_c \Delta f_0, \quad (2.15)$$

где Δf_0 и $\Delta f_{\text{к}}$ — доли площади водосбора, расположенные ниже изотерм 0°C и $T_{\text{кр}}$ соответственно:

$$\Delta f_0 = \int_{z_c}^{z_0} f(z) dz; \quad \Delta f_{\text{к}} = \int_{z_0}^{z_{\text{кр}}} f(z) dz;$$

$$z_0 = z_c + T/\gamma_T; \quad z_{\text{кр}} = z_c + (T - T_{\text{кр}})/\gamma_T; \quad z_{\text{кр}} \leq z_0 \leq z_{\text{макс}},$$

где P , T — соответственно осадки и температура воздуха на равнинной части; h_c — слой стаявшего за единицу времени снега; $f(z)$ — гипсографическая кривая бассейна; z_c — средняя высота равнинной части водосбора; $z_{\text{макс}}$ — максимальная высота водосбора; γ_T — градиент температуры.

Для расчета интенсивности снеготаяния на полевых участках предложено ряд способов, полученных при разной степени детализации составляющих теплового баланса [18, 28, 43, 78, 98, 128]. В соответствии с этим требуется существенно разный объем исходных данных при их использовании. Значительно меньше исследований процесса снеготаяния в лесу. Это связано как с большой сложностью формирования теплового баланса в лесу и его зависимостью от полноты, состава и возраста леса, так и сочтен ограниченным объемом метеорологических наблюдений в лесу.

Приближенную зависимость для расчета снеготаяния в лесу можно получить, если положить, что из-за затененности кронами деревьев влияние солнечной радиации в лесу значительно меньше, чем на открытой поверхности. Аналогичное допущение было сделано в работе [128] при расчете снеготаяния на открытой местности при выпадении дождя. В этом случае основными факторами снеготаяния будут турбулентный тепло- и влагообмен, а также излучение атмосферы и кроны деревьев. Если воспользоваться приближенными зависимостями для расчета составляющих теплового баланса, полученными в работе [128], то можно записать выражение для расчета слоя стаивания за сутки

$$h_c = 1,28T + [4,85T + 8,5(e - e_n)]f(U), \quad (2.16)$$

где e — влажность воздуха; e_n — влажность насыщения при температуре поверхности снега; $f(U)$ — функция скорости ветра.

Член $e - e_n$ — можно представить в виде

$$e - e_n = (e' - e_{\text{макс}}) - d, \quad (2.17)$$

где e' — влажность насыщения при температуре воздуха T ; d — дефицит насыщения воздуха.

Без существенной потери точности можно считать, что температура поверхности снега в период таяния равна нулю и соответственно $e_n = 6,11$ гПа. С другой стороны, между парциальным давлением насыщающего пара при какой-либо температуре воздуха и этой температурой существует тесная связь, которую в диапазоне $0-8^\circ\text{C}$ (когда наиболее часто происходит снеготаяние) можно аппроксимировать выражением [98]

$$e' = 0,55T + 6,11. \quad (2.18)$$

С учетом (2.17) и (2.18) выражение (2.16) можно представить в виде:

$$h_c = a_1 T + b(T - 1,81d); \quad (2.19)$$

здесь

$$a_1 = 1,28 + 4,85f(U); \quad (2.20)$$

$$b = 4,68f(U). \quad (2.21)$$

Второй член правой части выражения (2.19) значительно меньше первого и соответствует стаиванию за счет влагообмена между снегом и атмосферой.

Большие трудности возникают при определении функции скорости ветра. Различные эмпирические зависимости получены для открытых участков. В работе [128], например, дана зависимость

$$f(U) = 0,16U, \quad (2.22)$$

где U — скорость ветра (м/с), измеренная на высоте флюгера.

В отечественных работах наиболее распространена зависимость [78]

$$f(U) = 0,18 + 0,1U. \quad (2.23)$$

Зависимости (2.22) и (2.23) дают одинаковый результат только при скорости ветра 3 м/с, в остальных случаях значения $f(U)$ могут заметно различаться. В лесу характер распределения ветра в приземном слое существенно различен и эти зависимости вряд ли могут дать надежные результаты. Поэтому при практическом использовании соотношения (2.19) коэффициенты a_1 и b приходится уточнять для конкретных условий. Кроме того, данных о скорости ветра, дефиците насыщения и температуре воздуха в лесу практически нет и приходится использовать соответствующие данные на открытых участках.

С учетом этого обстоятельства использована также более простая и распространенная на практике зависимость, основанная на связи слоя стаивания h_c с положительной температурой воздуха.

Эта связь вытекает из (2.19) в предположении малости второго слагаемого:

$$h_c = a\tilde{T}, \quad (2.24)$$

где a — коэффициент стаявания, равный слою воды, стаявшему за единицу времени при повышении температуры воздуха на 1°C ; $\tilde{T}$ — средневзвешенная по высоте температура воздуха, определяемая по соотношению

$$\tilde{T} = T \Delta f_p + \int_{z_p}^{z_0} [T - \gamma_T(z - z_p)] f(z) dz, \quad (2.25)$$

где Δf_p — доля площади равнинной части водосбора.

Точность расчета по соотношению (2.24) в большой степени зависит от условий снеготаяния. Чем теснее зависимость между радиационным балансом и температурой воздуха, тем точнее будет зависимость (2.24). Для залесенных площадей контраст условий снеготаяния при различных погодных условиях значительно меньше, чем для открытых. Поэтому для леса эта зависимость более устойчива.

Зависимость (2.24) очень удобна в прогностической практике, так как для расчета интенсивности снеготаяния на несколько дней вперед требуется только прогноз температуры воздуха, который прогнозируется сравнительно надежно.

Снежный покров на водосборе залегает неравномерно, и в период таяния не вся поверхность водосбора будет одновременно освобождаться от снега. Поэтому действительный (приведенный) слой талой воды, распределенной по всему водосбору (или элементу водосбора), будет меньше слоя, полученного из (2.24):

$$h_{\pi} = f_c h_c, \quad (2.26)$$

где h_{π} — приведенный слой талой воды; f_c — доля площади, покрытой снегом.

Для расчета покрытости водосбора снегом использована кривая распределения снежного покрова в виде гамма-распределения [4]:

$$f_c = 1 - \left[a_c^{\alpha_c} / \Gamma(\alpha_c) \right] \int_0^{K_c} x^{\alpha_c - 1} \exp(-a_c x) dx, \quad (2.27)$$

где α_c — параметр распределения, равный $1/C_{vc}^2$, C_{vc} — коэффициент вариации запаса воды в снеге по площади; K_c — относительный слой талой воды к моменту расчета t :

$$K_c = \frac{1}{s_{\text{нач}}} \int_{t_0}^t h_c(\tau) d\tau, \quad (2.28)$$

где $s_{\text{нач}}$ — осредненный по водосбору запас воды в снеге на дату начала снеготаяния t_0 .

При расчетах по соотношению (2.26) снежный покров сойдет полностью только при $K_c \rightarrow \infty$. Для устранения этого недостатка используют искусственный прием: вместо K_c вводят переменную $K'_c = K_c/\delta$ (δ — константа, несколько большая единицы). В этом случае f_c в каждый момент времени будет несколько больше соответствующего значения, полученного при использовании K_c . Сле-

довательно, снег сойдет ($\int_0^t h_n(\tau) d\tau = s_{нач}$) уже при некотором конечном значении K_c . Относительный слой стаявшей воды, при котором весь снег сойдет, будет в основном зависеть от δ . Как показали численные эксперименты, значение δ можно принять равным 1,05. В этом случае снег стает полностью, когда по кривой (2.27) покрытость бассейна близка к 0,15—0,20.

Стаявшая вода частично задерживается в снеге, удерживаясь в порах молекулярными силами. Водоудерживающая способность снега зависит от его структуры, основными характеристиками которой являются плотность и средний размер частиц льда, образующих снежный покров. В период снеготаяния структура снега, а следовательно и его водоудерживающая способность, очень быстро меняются. Уже вскоре после начала таяния вся снежная толща становится среднезернистой и ее водоудерживающая способность меняется мало [43]. Учитывая это обстоятельство, для расчета водоотдачи снежного покрова можно воспользоваться довольно простой схемой В. Д. Комарова [43]:

$$h_b = \begin{cases} 0, & \sum_0^t (h_n + P \Delta f_0) \leq \gamma s_{нач}; \\ \frac{h_n}{1 + \gamma s'_{нач}/s_{нач}} + P \Delta f_0, & \sum_0^t (h_n + P \Delta f_0) > \gamma s_{нач}, \end{cases} \quad (2.29)$$

где h_b — водоотдача снежного покрова, т. е. количество воды, поступившей на поверхность почвы; γ — водоудерживающая способность снега; $s'_{нач} = s_{нач} + \sum_0^{t_n} P \Delta f_0$; t_n — момент времени, когда стаявший слой снега в сумме с жидкими осадками достигает слоя удерживаемой снегом воды ($\gamma s_{нач}$).

Испарение с поверхности водосбора. Для расчета суммарного испарения использована зависимость, аналогичная полученной ранее [66] в модели дождевых паводков. Полагается, как в большинстве эмпирических формул, что испарение с увлажненной поверхности близко к испаряемости, которую можно рассчитать по наиболее простым эмпирическим зависимостям. При уменьшении влажности почвы суммарное испарение снижается по экспоненте:

$$E = k_2 d \exp [(W_{\max} - W)/W_{\max}], \quad (2.30)$$

где k_2 — параметр, равный испаряемости при дефиците насыщения воздуха, равном единице; W — запас продуктивной влаги в почве;

$W_{\text{макс}} = \theta_{\text{макс}} z_{\text{макс}}$ — максимально возможный запас продуктивной влаги в слое $z_{\text{макс}}$.

Испарение с поверхности снега и с почвы, покрытой снегом, не учитывали, так как, по экспериментальным данным [76], испарение со снега мало и составляет в среднем 0,3—0,4 мм/сут, а в лесу в 1,5—2 раза меньше.

При наличии промерзших слоев почвы в испарении участвует только талая составляющая влаги в слое 0— Z_4 , и выражение (2.30) можно переписать в следующем виде:

$$E = \begin{cases} k_2 d \exp \left(\frac{Z_4}{z_{\text{макс}}} \frac{\sum_{i=1}^4 W_{Ti}}{W_{\text{макс}}} - 1 \right) & \text{при } Z_4 \neq 0; \\ k_2 d \exp (W_5/W_{\text{макс}} - 1) & \text{при } Z_4 = 0. \end{cases} \quad (2.31)$$

Потери воды на впитывание в почву. При построении зависимости для расчета инфильтрации воды в мерзлую почву учитывали следующие положения, вытекающие из работ, выполненных рядом исследователей [35, 41, 44, 79]:

— основным показателем, обуславливающим различие впитывающей способности мерзлой и талой почвы, является льдистость, а не абсолютное значение глубины промерзания;

— влияние льдистости выражается в уменьшении пористости грунта и снижении его гидравлической проводимости;

— перенос влаги, связанный с капиллярными силами, незначительно различается для талых и мерзлых почв при одной и той же свободной пористости.

Будем полагать, что интенсивность инфильтрации пропорциональна среднему потоку влаги в выделенном слое почвы:

$$I = - \frac{l}{z_{\text{макс}}} \int_0^{z_{\text{макс}}} [D(\theta) \partial \theta / \partial z - K(\theta)] dz, \quad (2.32)$$

где l — коэффициент пропорциональности; $D(\theta)$ — коэффициент диффузии влаги в почве; $K(\theta)$ — гидравлическая проводимость.

Используя теорему о среднем, проинтегрируем выражение (2.32):

$$I = \bar{D}(\theta) (\theta_0 - \theta_{z_{\text{макс}}}) / z_{\text{макс}} + \bar{K}(\theta), \quad (2.33)$$

где $\bar{D}(\theta)$, $\bar{K}(\theta)$ — осредненные некоторым образом по глубине функции $D(\theta)$ и $K(\theta)$; θ_0 и $\theta_{z_{\text{макс}}}$ — влажность почвы (за вычетом прочносвязанной воды) соответственно на поверхности почвы и на нижней границе слоя.

При расчете по большим интервалам времени (порядка суток) при наличии заметной водоподачи влажность θ_0 можно приравнять к максимально возможной продуктивной влажности, а $\theta_{z_{\text{макс}}}$ — к средней влажности в слое $z_{\text{макс}}$. Положим также, что $\bar{D}(\theta) = D(\bar{\theta})$, а $\bar{K}(\theta) = K(\bar{\theta})$.

Коэффициент диффузии сильно меняется для различных почв и для одной и той же почвы по глубине. Данных измерений явно недостаточно для его надежного задания. Для почв многих типов существенные изменения коэффициента диффузии происходят в основном в небольшой зоне очень низкой влажности при сравнительно небольшой изменчивости в остальной зоне [115]. В связи с этим было принято допущение о постоянстве коэффициента диффузии при изменении влажности, т. е. $D(\theta) = D = \text{const}$.

Для аппроксимации зависимости гидравлической проводимости от влажности использована формула С. Ф. Аверьянова

$$K(\bar{\theta}_T) = K_0 \left(\frac{\bar{\theta}_T}{\bar{\theta}_{\text{макс}}} \right)^n, \quad (2.34)$$

где K_0 — коэффициент фильтрации талой насыщенной влагой почвы; $\bar{\theta}_T$ — относительное содержание жидкой фазы влаги в почве (по объему); n — параметр, принятый в дальнейшем равным 3,5.

Как отмечалось выше, для промерзшей почвы учитывали влияние льдистости. В соответствии с работой [79], гидравлическая проводимость уменьшается с увеличением льдистости:

$$K(\bar{\theta}_T) = K_0 (\bar{\theta}_T / \bar{\theta}_{\text{макс}})^{3,5} (1 + 8\bar{\theta}_m)^{-2}, \quad (2.35)$$

где $\bar{\theta}_m$ — относительное содержание льда в почве (по объему).

С учетом (2.35) и сделанных допущений можно переписать выражение для расчета интенсивности инфильтрации:

$$I = K_1 (\bar{\theta}_{\text{макс}} - \bar{\theta}) / z_{\text{макс}} + i (\bar{\theta}_T / \bar{\theta}_{\text{макс}})^{3,5} (1 + 8\bar{\theta}_m)^{-2}, \quad (2.36)$$

где $k_1 = lD$ и $i = lK_0$ — параметры, по физическому смыслу близкие к коэффициентам диффузии и фильтрации.

Лесные почвы на глубине 40—50 см от поверхности очень часто подстилаются более плотными слоями со значительно меньшей влагонепроводностью. Был рассмотрен только верхний слой с некоторым коэффициентом фильтрации K_v , на нижней границе которого задавался меньший коэффициент K_n . Параметр i в формуле (2.36) определяли как некоторую взвешенную величину

$$i = i_1 (1 - \bar{\theta}_T / \bar{\theta}_{\text{макс}}) + i_2 \bar{\theta}_T / \bar{\theta}_{\text{макс}}, \quad (2.37)$$

где $i_1 = lK_v$, $i_2 = lK_n$.

В районах избыточного увлажнения (например, север лесной зоны европейской части СССР) на потери могут оказывать влияние грунтовые воды, которые в период весеннего половодья нередко подходят близко к поверхности. В связи с ограниченностью информации о динамике уровней грунтовых вод была построена очень простая схема. Полагалось, что после оттаивания почвы интенсивность инфильтрации, рассчитанной по формуле (2.36), уменьшается на некоторую величину, пропорциональную косвенному показателю запаса грунтовых вод:

$$I_r = I - k_1 \xi \bar{\theta}_k / z, \quad (2.38)$$

где θ_k — показатель запаса грунтовых вод; ξ — параметр, меньший единицы, учитывающий влияние грунтовых вод.

В качестве косвенного показателя запаса грунтовых вод использовалась влажность почвы в слое $z_{\text{макс}}$ к моменту полного ее оттаивания. Полагалось, что связь грунтовых вод с почвенной влагой в зоне аэрации к концу половодья ослабевает, и влияние грунтовых вод после этого не учитывали.

Продолжительность выпадения жидких осадков внутри расчетного интервала времени может существенно отличаться от продолжительности водоподачи при снеготаянии (как правило, первая меньше второй). Поскольку в модели использована суммарная за интервал времени водоподача, для жидких осадков может существенно искажаться ее интенсивность. Для снижения влияния этого эффекта предусмотрена возможность приведения продолжительности дождя к продолжительности, равной принятому расчетному интервалу. Для этого при выпадении жидких осадков интенсивность инфильтрации уменьшают пропорционально отношению продолжительности выпадения осадков t_p к расчетному интервалу Δt :

$$I_p = It_p / \Delta t. \quad (2.39)$$

Поверхностный приток к русловой сети. Избыточная водоподача (за вычетом инфильтрации) идет на формирование поверхностного притока. В лесу под поверхностным притоком будем понимать передвижение воды в самом верхнем рыхлом 5—10-сантиметровом слое почвы. При движении по склонам вода может задерживаться в различных углублениях, снижая таким образом долю поверхностной составляющей притока. Если воспользоваться моделью микроуглублений Е. Г. Попова [98], основанной на экспоненциальном распределении емкостей задержания, то можно записать выражение для расчета поверхностного притока в лесу:

$$q_n = \begin{cases} (h_b - I) f_d & \text{при } I < h_b; \\ 0 & \text{при } I \geq h_b, \end{cases} \quad (2.40)$$

где f_d — действующая площадь водосбора (площадь залесенных участков, на которой заполнены все задерживающие емкости):

$$f_d = 1 - \exp \left[-m \sum^t (h_b - I - E) \Delta t \right], \quad (2.41)$$

где m — параметр задержания, равный обратной величине максимально возможного слоя задержания.

Для открытых участков будем полагать, что инфильтрация осуществляется только там, где не образовался запирающий слой. На остальной части инфильтрация отсутствует и потери формируются только за счет поверхностного задержания, т. е.

$$q_n = \begin{cases} (h_b - I) f_d f_{кр} + h_b f'_d (1 - f_{кр}) & \text{при } I < h_b; \\ h_b f'_d (1 - f_{кр}) & \text{при } I \geq h_b, \end{cases} \quad (2.42)$$

где $f_{кр}$ — доля площади открытых участков, на которой не образовался запирающий слой; f_d — действующая площадь открытых участков, на которых не образовался запирающий слой, определяемая по соотношению (2.41); f'_d — действующая площадь открытых участков, на которых образовался запирающий слой, вычисляемая по формуле

$$f'_d = 1 - \exp \left[-m \sum^t (h_b - E) \Delta t \right]. \quad (2.43)$$

Почвенный приток и отток влаги в нижележащие слои. Для расчета этих составляющих баланса использовали зависимости, аналогичные формуле Аверьянова. Полагали, что интенсивность оттока пропорциональна относительной влажности рассматриваемых слоев:

$$q_m = i_1 (\bar{\theta}_{т4} / \theta_{\max})^{3,5}; \quad (2.44)$$

$$q_t = i_2 (\theta_5 / \theta_{\max})^{3,5}, \quad (2.45)$$

где $\bar{\theta}_{т4}$ — среднее содержание жидкой влаги во всех слоях до нижней границы промерзания (Z_4).

При расчете почвенного притока учитывали то обстоятельство, что он осуществляется только в местах эрозийных врезов, которые могут дренировать влагу не со всего водосбора:

$$q_{mI} = \chi i_1 (\bar{\theta}_{т4} / \theta_{\max})^{3,5}; \quad (2.46)$$

$$q_{tI} = \chi i_2 (\theta_5 / \theta_{\max})^{3,5}, \quad (2.47)$$

где χ — параметр, меньший единицы, учитывающий дренированность водосбора.

При расчетах составляющих баланса с помощью этих соотношений по большим интервалам времени могут возникать погрешности, связанные с тем, что в вычислениях в каждый момент времени используют влажность почвы на начало расчетного интервала. Вследствие этого при перераспределении воды в почве после сильного увлажнения потоки влаги могут существенно завышаться. Компенсировать эти искажения приходится за счет снижения коэффициентов фильтрации по сравнению с их фактическими значениями. Искажения будут тем больше, чем больше коэффициент фильтрации и начальная влажность. Естественно, что такое смещение коэффициентов фильтрации нежелательно. Для устранения этого эффекта решим совместно уравнение баланса в дифференциальной и разностной формах, полагая, что изменения запаса влаги вызваны только фильтрационным членом:

$$dW/dt = -i_n (W/W_{\max})^{3,5}; \quad (2.48)$$

$$W_{t+\Delta t} = W_t - i (W_t/W_{\max})^{3,5} \Delta t, \quad (2.49)$$

где i_n — несмещенный коэффициент фильтрации; i — смещенный коэффициент фильтрации.

Проинтегрировав уравнение баланса (2.48) в интервале времени Δt и приравняв полученную на конец интервала времени влажность соответствующей влажности из соотношения (2.49), найдем выражение, связывающее смещенный и несмещенный коэффициенты фильтрации:

$$i = \frac{\beta}{\Delta t} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\beta + 2,5 i_n \Delta t} \right)^{0,4} \right] \approx \frac{i_n}{1 + i_n \Delta t / \beta},$$

$$\beta = W_{\text{макс}} (W_{\text{макс}} / W)^{2,5}. \quad (2.50)$$

Соотношение (2.50) было использовано для пересчета коэффициентов фильтрации i_1 и i_2 , входящих в формулы (2.37), (2.44) — (2.47).

Учет неодновременности схода снежного покрова. Все уравнения баланса решались раздельно для участков, покрытых снегом и освободившихся от него. Это позволяло учесть различную интенсивность протекания теплофизических процессов на этих участках. Для расчета непрерывного изменения доли освободившихся от снега участков в период снеготаяния границы промерзших слоев и составляющие водного баланса для открытых участков пересчитывали с учетом соответствующих величин на покрытых участках:

$$y_{ot} = y'_{ot} f_{t-\Delta t} / f_t + y'_{ct} (1 - f_{t-\Delta t} / f_t), \quad (2.51)$$

где y_{ot} — приведенные характеристики для открытых участков; y'_{ot} и y'_{ct} — вычисленные характеристики для открытых и покрытых участков соответственно; f_t и $f_{t-\Delta t}$ — доли освободившихся от снега участков для моментов t и $t - \Delta t$.

Поверхностный и почвенный приток с залесенных и открытых площадей водосбора определяли как взвешенные величины с покрытых снегом и освободившихся от него участков:

$$q_t = q_{ot} f_t + q_{ct} (1 - f_t); \quad (2.52)$$

$$q_{1t} = q_{1ot} f_t + q_{1ct} (1 - f_t). \quad (2.53)$$

2.2.3. Расчет доли площади, на которой образуются запирающие слои

Для образования запирающего слоя необходимы некоторые критические соотношения водопоглотительных характеристик почвы. По лабораторным исследованиям В. Д. Комарова [41], запирающий слой образуется только при достижении температурной почвы некоторого критического значения, зависящего от влажности почвы. На практике в качестве косвенной характеристики температуры почвы часто используют глубину промерзания. В работе [37], например, по экспериментальным данным получена зависимость доли площади, на которой образовался запирающий слой, от произведения средней по водосбору глубины промерзания на влажность почвы (рис. 2.2).

Влажность почвы и глубина промерзания меняются по водосбору. Предположим, что для открытых участков любого водосбора существует некоторое критическое значение $U_{кр} = (Z\theta)_{кр}$, при превышении которого почва делается практически непроницаемой. Тогда при наличии массовых измерений глубины промерзания и влажности почвы по всему водосбору можно было бы определить ту часть площади, на которой $Z_i\theta_i > (Z\theta)_{кр}$. На реальных водосборах такие измерения не производятся, а рассматриваемая модель позволяет получить только средние по водосбору значения этих характеристик. Поэтому необходимо ввести какую-либо гипотезу об их распределении.

Если для водосбора существует совместная кривая распределения глубины промерзания и влажности почвы $f(Z, \theta)$, то кривая распределения плотности вероятности функции $U = Z\theta$ может быть выражена соотношением [17]

$$F(U) = \int_0^{\infty} \int_0^{U/\theta} f(Z, \theta) dZ d\theta. \quad (2.54)$$

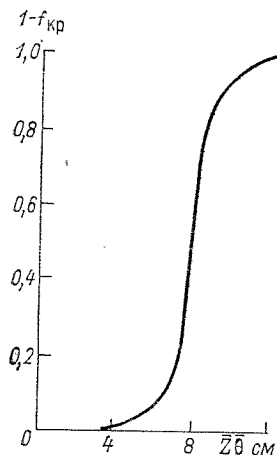


Рис. 2.2. Зависимость доли площади, на которой образовался запирающий слой от величины $\overline{Z\theta}$.

Из выражения (2.54) можно определить вероятность того, что $U < U_{кр}$, т. е. долю площади, на которой не образуются запирающие слои:

$$f_{кр} \{U \leq U_{кр}\} = \int_0^{\infty} \int_0^{U_{кр}/\theta} f(Z, \theta) dZ d\theta. \quad (2.55)$$

Это соотношение можно использовать только для экспериментальных водосборов с детальными измерениями Z и θ . Однако даже для таких водосборов трудно получить совместную кривую распределения глубины промерзания и влажности почвы. Обычно строят одномерные кривые распределения этих характеристик. Такие кривые получены для ряда водосборов, где имелись довольно детальные экспериментальные измерения. Анализ этих кривых показал, что их можно аппроксимировать однопараметрической гамма-функцией. На рис. 2.3 приведены данные о распределении глубины промерзания на водосборах европейской части СССР, заимствованные из работ [3, 38]. Как видно на этом рисунке, эмпирические данные достаточно хорошо описываются кривыми гамма-распределения при различных значениях коэффициентов вариации C_{vz} , соответствующих различным средним по водосбору значениям глубины промерзания. Можно заметить, что при $\overline{Z} \geq 40$ см все

данные ложатся практически на одну кривую. При $\bar{Z} < 40$ см коэффициент вариации глубины промерзания по площади увеличивается и наблюдается отчетливая зависимость кривых распределения от средней глубины промерзания. Коэффициенты вариации влажности почвы по площади значительно меньше, причем зависимость их от средней влажности на водосборе прослеживается заметно хуже.

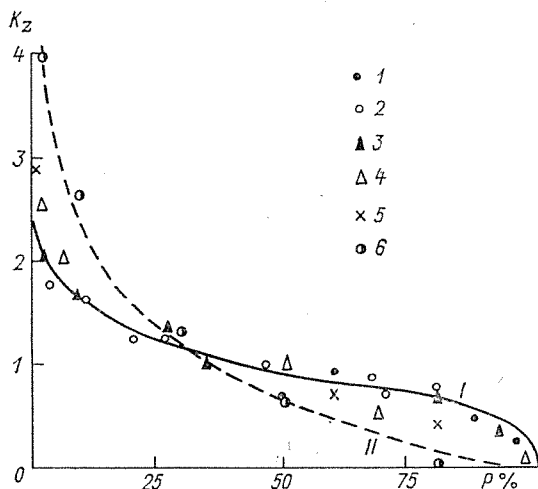


Рис. 2.3. Кривые распределения глубины промерзания $K_z = Z/\bar{Z}$, соответствующие гамма-распределению при разных значениях C_{vZ} .

Значения C_{vZ} : I — 0,45, II — 1,0; значения $\bar{Z}$:
I — 80 см, 2 — 70 см, 3 — 60 см, 4 — 40 см, 5 — 25 см,
6 — 15 см.

Если предположить, что Z и θ независимы, и воспользоваться их одномерным распределением, то вместо (2.55) можно записать

$$f_{кр} \{U \leq U_{кр}\} = \int_0^{\infty} \int_0^{U_{кр}/\theta} f(\theta) f(Z) d\theta dZ, \quad (2.56)$$

где $f(\theta)$ и $f(Z)$ — кривые распределения влажности почвы и глубины промерзания на открытых участках водосбора.

Подставим в (2.56) кривые распределения в виде гамма-функций. После интегрирования получим

$$f_{кр} = \frac{\alpha_\theta^{\alpha_\theta}}{\Gamma(\alpha_\theta) \Gamma(\alpha_Z)} \int_0^{\infty} K_\theta^{\alpha_\theta - 1} \exp(-\alpha_\theta K_\theta) \Gamma_s(\alpha_Z) dK_\theta, \quad (2.57)$$

где α_θ и α_Z — параметры кривых распределения влажности и глубины промерзания, равные соответственно $1/C_{v\theta}^2$ и $1/C_{vZ}^2$; K_θ —

модульный коэффициент влажности почвы, равный $\theta/\bar{\theta}$; $\Gamma_g(\alpha_z)$ — неполная гамма-функция;

$$\Gamma_g(\alpha_z) = \int_0^g x^{\alpha_z-1} \exp(-x) dx \quad \text{при } g = \alpha_z U_{кр}/\bar{Z}\bar{\theta}K_\theta. \quad (2.58)$$

Без существенной потери точности можно предположить, что α_z — только целые числа, и получить более простое выражение

$$f_{кр} = 1 - \frac{\alpha_\theta}{\Gamma(\alpha_\theta)} \sum_{i=1}^{\alpha_z} \frac{(\alpha_z K_{кр})^{\alpha_z-i}}{\Gamma(\alpha_z-i+1)} \int_0^\infty K_\theta^{\alpha_\theta-\alpha_z+i-1} \times \\ \times \exp(-\alpha_\theta K_\theta - \alpha_z K_{кр}/K_\theta) d\theta, \quad (2.59)$$

где $K_{кр} = U_{кр}/\bar{Z}$ — отношение критического значения произведения глубины промерзания и влажности к произведению их средних значений.

Как отмечалось выше, неравномерность распределения глубины промерзания значительно больше, чем влажности почвы. По оценкам, приводимым в работах [38, 43], значение α_z может меняться от θ до 6, а α_θ — от 6 до 11 и выше. При $\alpha > 10$ рассматриваемый элемент уже мало меняется по площади. Тогда, исключив влияние изменчивости по водосбору влажности почвы ($\alpha_\theta \rightarrow \infty$), упростим выражение (2.59):

$$f_{кр} = 1 - \exp(-\alpha_z K_{кр}) \sum_{i=1}^{\alpha_z} (\alpha_z K_{кр})^{\alpha_z-i} / \Gamma(\alpha_z-i+1). \quad (2.60)$$

Численные эксперименты показали, что различия расчетов по соотношению (2.60) и (2.59) при $\alpha_\theta > \alpha_z$ (если $\alpha_z \leq 6$) незначительны. На рис. 2.4 показаны зависимости доли площади, на которой образуется запирающий слой, от произведения $\bar{Z}\bar{\theta}$ при различных значениях α_z , полученные по выражениям (2.59) и (2.60). Как видно, различия небольшие, и в модели использовано более простое соотношение (2.60).

При расчете значения $f_{кр}$ использованы средние значения влажности почвы и глубины промерзания, полученные в результате расчета по модели на дату начала снеготаяния. После начала снеготаяния влажность в соотношении (2.60) сохраняли постоянной, равной ее значению на дату начала снеготаяния, а глубину промерзания уменьшали на слой оттаивания почвы к расчетному моменту времени. Таким образом, $f_{кр}$ увеличивалось в процессе оттаивания почвы, стремясь к единице.

Интересно сопоставить полученные соотношения с существующими в практике для расчета потерь в промерзшую почву.

При расчете суммарных потерь за половодье широко используют прием, основанный на определении потерь при заданных характеристиках водопоглощения на водосборе и неограниченных

запасах воды в снеге. В. Д. Комаров для расчета этой величины предложил следующую зависимость [3]:

$$P_{\text{макс}} = A \exp(-\alpha \bar{\theta}) \cdot \exp(-\beta \bar{Z} \bar{\theta}) = I(\bar{\theta}) \exp(-\beta \bar{Z} \bar{\theta}), \quad (2.61)$$

где A , α , β — параметры.

Если пренебречь потерями на поверхностное задержание и проинтегрировать выражение (2.42), то можно получить зависимость для расчета суммарных потерь (после вычитания результата интегрирования из суммарной водопадачи):

$$P'_{\text{макс}} = \left(\int_0^T I(\bar{\theta}) dt \right) f_{\text{кр}}. \quad (2.62)$$

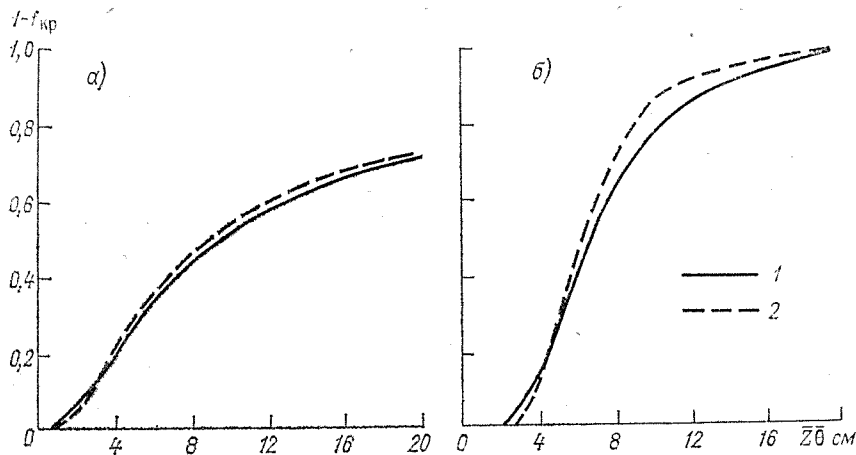


Рис. 2.4. Кривые $1 - f_{\text{кр}} = f(\bar{Z}\bar{\theta})$, рассчитанные при $U_{\text{кр}} = 6$, $\alpha_0 = 11$ и различных значениях α_z .

Значения α_z : а — 1, б — 6; 1 — расчет по соотношению (2.59), 2 — по соотношению (2.60).

При $\alpha_z = 1$ из (2.62) получаем

$$P'_{\text{макс}} = \left[\int_0^T I(\bar{\theta}) dt \right] [1 - \exp(-U_{\text{кр}}/\bar{Z}\bar{\theta})]. \quad (2.63)$$

В этом соотношении первый сомножитель представляет собой потенциальные суммарные потери на инфильтрацию, а второй — долю площади, на которой они формируются. Зависимости (2.63) и (2.61) близки по виду и учитывают одни и те же факторы, хотя каждый из сомножителей определяют по разным зависимостям. Следовательно, можно предположить, что соотношение (2.61) также косвенно учитывает долю непроницаемых участков (их показателем в этом случае также является произведение $\bar{Z}\bar{\theta}$) для случая, когда влажность почвы не меняется по площади, а глубина промерзания близка к гамма-распределению с $\alpha_z = 1$.

2.2.4. Преобразование поверхностного и почвенного притока к русловой сети в гидрограф в замыкающем створе водосбора

Обычно выделяют два этапа преобразования водоотдачи на водосборе: склоновую трансформацию и трансформацию в мелкой ручейковой и русловой сети. Для водосборов со временем добега-ния, большим суток, первый этап играет значительно меньшую роль и основные преобразования происходят в русловой сети.

Когда на водосборе залегает снежный покров, а почва промерз-шая, характер трансформации поверхностного и почвенного при-тока может отличаться от трансформации в летний период. Наи-большие различия этих процессов, очевидно, будут наблюдаться на склонах до попадания в первичную русловую и овражно-балоч-ную сеть. После поступления воды в русловую сеть при не очень мощном снежном покрове (1—1,5 м) на дне быстро образуются сплошные потоки, мало отличающиеся от аналогичных потоков в летнее время. Таким образом, можно положить, что характер трансформации талого и дождевого притока различается несуще-ственно. Во всяком случае, точность, с которой можно описать эти процессы, соизмерима с этими различиями.

Воспользуемся подходом, который применяют при получении уравнения для расчета трансформации по кривым добега-ния [33, 81, 92]. Запишем уравнение неразрывности с учетом бокового при-тока:

$$\partial \omega / \partial t + \partial Q / \partial x = q(x), \quad (2.64)$$

где ω — площадь живого сечения русла; Q — расход воды; $q(x)$ — боковой приток на единицу длины; t, x — координаты времени и длины.

Разобьем водосбор от истока до замыкающего створа на n частных площадей, аналогичных межизохронным площадям. Ру-словую сеть каждой частной площади условно заменим некоторым эквивалентным руслом с заданным боковым притоком. Пронте-грируем уравнение (2.64) для каждой частной площади, положив, что между объемом воды на каждой частной площади и расходом воды на ее нижней границе (отнесенным к эквивалентному руслу) существует линейная связь.

$$\tau_i dQ_i/dt + Q_i = Q_{i-1} + q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.65)$$

где τ_i — коэффициент пропорциональности между расходами и объемами воды для i -й частной площади; Q_i и Q_{i-1} — расходы воды на границах частных площадей; $q_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} q(x) dx$ — боковой приток к эквивалентному руслу на i -й площади. Частные площади нумеруют от истока к замыкающему створу.

Осуществим операцию преобразования Лапласа [107] над си-стемой (2.65):

$$\tau_i s Q_i(s) + Q_i(s) - \tau_i Q_i(0) = Q_{i-1}(s) + q_i(s), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.66)$$

где $Q_i(s)$ — изображение функции $Q_i(t)$; $Q_i(0)$ — значение функции $Q_i(t)$ при $t \rightarrow 0$.

Решим систему (2.66) относительно функции $Q_n(s)$:

$$Q_n(s) = \frac{Q_0(s)}{\prod_{j=1}^n (1 + \tau_j s)} + \sum_{i=1}^n \frac{q_i(s)}{\prod_{j=1}^n (1 + \tau_j s)} + \sum_{i=1}^n \frac{\tau_i Q_i(0)}{\prod_{j=1}^n (1 + \tau_j s)}. \quad (2.67)$$

Применив обратную процедуру преобразования Лапласа, получим выражение для расчета гидрографа в замыкающем створе $Q_n(t)$ (в дальнейшем индекс n будем опускать). Это выражение будет очень громоздким для практических расчетов, включающим большое число параметров, равное $n + 1$.

Зависимость для расчета гидрографа можно значительно упростить, если аналогично обычному приему при получении решения без учета бокового притока положить $\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_n = \tau$. Тогда из (2.67) можно получить [66]

$$\begin{aligned} Q(t) = & \int_0^t \frac{1}{\tau \Gamma(n)} \left(\frac{t-\xi}{\tau} \right)^{n-1} \exp[-(t-\xi)/\tau] Q_0(\xi) d\xi + \\ & + \sum_{i=1}^n \int_0^t \frac{1}{\tau \Gamma(n-i+1)} \left(\frac{t-\xi}{\tau} \right)^{n-i} \exp[-(t-\xi)/\tau] q_i(\xi) d\xi + \\ & + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Gamma(n-i+1)} \left(\frac{t}{\tau} \right)^{n-i} \exp(-t/\tau) Q_i(0). \end{aligned} \quad (2.68)$$

В уравнении (2.68) первое слагаемое соответствует обычному решению без учета бокового притока с кривой добегания (функцией влияния) в виде двухпараметрического гамма-распределения [81]. Второе слагаемое позволяет рассчитать трансформацию бокового притока, причем не включает дополнительных параметров. Третье слагаемое учитывает начальные условия при ненулевых расходах воды в начальный момент времени на границах частных площадей. При непрерывном расчете гидрографа в целом начальные условия можно не учитывать, так как их влияние быстро затухает при удалении от даты начала расчета. Учитывая также то, что расходы воды на входе самой верхней частной площади $Q_0(t)$ равны нулю, выражение (2.68) можно упростить и привести к виду

$$Q(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^t \frac{1}{\tau \Gamma(n-i+1)} \left(\frac{t-\xi}{\tau} \right)^{n-i} \exp[-(t-\xi)/\tau] q_i(\xi) d\xi, \quad (2.69)$$

которое удобно записать в виде интеграла свертки

$$Q(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^t p_i(t-\xi) q_i(\xi) d\xi, \quad (2.70)$$

где $p_i(t)$ — кривая добегания с i -й частной площади, определяемая по формуле

$$p_i(t) = \frac{1}{\tau \Gamma(n-i+1)} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{n-i} \exp(-t/\tau), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.71)$$

При трансформации почвенного притока полагали, что весь приток поступает на верхнюю частную площадь, т. е. $q_{I,1}(t) = q_I(t)$, а при $i > 1$ $q_{I,i}(t) = 0$:

$$Q_I(t) = \int_0^t p_I(t - \xi) q_I(\xi) d\xi, \quad (2.72)$$

где $p_I(t)$ — кривая добегания почвенного стока, рассчитываемая по зависимости (2.71) при $i = 1$.

Поверхностный приток распределяют по частным площадям пропорционально весовым коэффициентам

$$\varepsilon_i = \varepsilon / \sum_{j=1}^n \varepsilon^j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.73)$$

где ε — параметр, характеризующий распределение поверхностного притока по частным площадям, причем $\varepsilon > 0$.

При $\varepsilon > 1$ приток возрастает к замыкающему створу, при $\varepsilon < 1$ приток убывает; при $\varepsilon = 1$ приток распределен равномерно. Если $\varepsilon \rightarrow 0$, то весовые коэффициенты для всех частных площадей, кроме первой, равны нулю, т. е. в этом случае весь поверхностный приток относится к верхней площади и для расчета гидрографа, аналогично почвенному стоку, используют выражение (2.72) с кривой добегания поверхностного стока.

2.3. Параметры модели и исходные данные

Расчетные соотношения модели, приведенные в предыдущем разделе, включают ряд коэффициентов (параметров), которые могут меняться при переходе от одного водосбора к другому. Некоторые из этих коэффициентов учитывают влияние различных зональных факторов стокообразования и мало меняются для водосборов, находящихся в пределах одной и той же зоны. Другие параметры отражают влияние локальных особенностей формирования стока и могут существенно различаться для различных водосборов, находящихся даже в пределах одной зоны. В связи с этим эффективность использования модели для конкретных водосборов во многом зависит от надежности оценивания параметров модели, отражающих как зональные условия стокообразования, так и локальные особенности водосбора.

Предложенную модель можно использовать для расчета всех фаз режима (весеннее половодье, дождевые паводки, смешанные паводки, меженный сток) для водосборов с различной степенью за-лесенности. Однако на практике могут возникать более узкие за-

дачи, например задача расчета только дождевых паводков. Конкретные водосборы могут отличаться довольно однородными условиями формирования стока, например практически весь водосбор может быть залесен либо, наоборот, открыт. С учетом этого модель построена по принципу усложнения структуры и включает следующие основные модификации:

1) полный вариант раздельный — рассчитываются все фазы режима с учетом особенностей формирования стока на залесенных и открытых участках водосбора;

2) полный вариант осредненный — то же, что и предыдущий, но особенности формирования стока на залесенных и открытых участках не учитываются;

3) дождевой сток раздельный — рассчитывается только дождевой сток раздельно для лесных и открытых участков водосбора;

4) дождевой сток осредненный — то же, что и предыдущий, но особенности формирования стока на залесенных и открытых участках не учитываются.

В соответствии с этими модификациями меняется и число параметров, которое необходимо оценить для конкретного водосбора. В табл. 2.1 приведен список параметров для каждой из этих модификаций. Как видно, число параметров меняется от 12 (для самой простой модификации) до 28 для полной модели. Методология определения параметров будет детально рассмотрена в главе 4.

В соответствии с этими модификациями меняется и объем, и состав исходных данных, необходимых для расчета. Исходную информацию можно разбить на два вида:

— данные, непосредственно использующиеся в расчетных соотношениях модели;

— информация, используемая при определении параметров (калибровке модели) для конкретных водосборов либо регионов.

К первому виду относят осадки (жидкие и твердые), температуру и дефицит насыщения воздуха, запас воды в снеге на дату снеготаяния весной, а также характеристику влажности почвы в начальный момент расчета (начало расчета обычно выбирается в теплый период, когда почва талая) и возможный диапазон ее изменения за многолетний период. Могут быть использованы также данные снегосъемок (высота и запас воды в снеге) в период формирования снежного покрова. Последняя информация не обязательна, так как модель включает блок расчета этих характеристик по данным о температуре воздуха и осадках.

Значительно больше информации требуется для калибровки модели. Помимо перечисленных выше данных необходимы сведения об ежедневных (либо средних за принятый расчетный интервал времени) расходах воды, с помощью которых оценивают соответствие результатов расчета фактическим данным. Остальные данные не используют непосредственно в расчетах, однако они крайне необходимы для получения оценок параметров и анализа их физической обоснованности. К ним в первую очередь можно отнести: ход снеготаяния весной и даты схода снежного покрова

Коэффициенты разных модификаций модели

Модификации модели			
1	2	3	4
$\theta_{\text{макс}}$	$\theta_{\text{макс}}$	$\theta_{\text{макс}}$	$\theta_{\text{макс}}$
$i_{\text{н2}}$	$i_{\text{н2}}$	$i_{\text{н2}}$	$i_{\text{н2}}$
k_2	k_2	k_2	k_2
$T_{\text{кр}}$	$T_{\text{кр}}$	—	—
ξ	ξ	—	—
α_Z	$\{\alpha_Z\}$	—	—
γ	γ	—	—
ϵ	ϵ	ϵ	ϵ
$k_{\text{л}}, k_{\text{п}}$	k_1	$k_{\text{л}}, k_{\text{п}}$	k_1
$\chi_{\text{л}}, \chi_{\text{п}}$	χ	$\chi_{\text{л}}, \chi_{\text{п}}$	χ
$i_{\text{н. л}}, i_{\text{н. п}}$	$i_{\text{н}}$	$i_{\text{н. л}}, i_{\text{н. п}}$	$i_{\text{н}}$
$m_{\text{л}}, m_{\text{п}}$	m	$m_{\text{л}}, m_{\text{п}}$	m
$\tau_{\text{пов. л}}, \tau_{\text{пов. п}}$	$\tau_{\text{пов}}, \tau_{\text{почв}}$	$\tau_{\text{пов. л}}, \tau_{\text{пов. п}}$	$\tau_{\text{пов}}, \tau_{\text{почв}}$
$n_{\text{пов. л}}, n_{\text{пов. п}}$	$n_{\text{пов}}, n_{\text{почв}}$	$n_{\text{пов. л}}, n_{\text{пов. п}}$	$n_{\text{пов}}, n_{\text{почв}}$
$a_{\text{л}}, a_{\text{п}}$	$a_{\text{л}}, a_{\text{п}}$	—	—
$\alpha_{\text{л}}, \alpha_{\text{п}}$	$\alpha_{\text{л}}, \alpha_{\text{п}}$	—	—
$\rho_{\text{л}}, \rho_{\text{п}}$	ρ	—	—
$U_{\text{кр}}$	$\{U_{\text{кр}}\}$	—	—
$\theta_{\text{с}}$	$\theta_{\text{с}}$	—	—

Примечание. Индекс „л“ показывает, что коэффициент соответствует лесному участку, „п“ — полевому, „пов“ — поверхностному стоку, „почв“ — почвенному. Символ { · } обозначает, что данный параметр используют в том случае, когда бассейн рассматривается как полностью открытый

на залесенных и открытых участках, изменение глубины промерзания и оттаивания почвы, сведения о влажности почвы в зоне аэрации, данные об испаряемости и суммарном испарении, информацию о типах и механическом составе почв, а также их распределении на водосборе, тепло- и гидрофизические характеристики преобладающих на водосборе почв (пористость, наименьшая влагоемкость и влажность разрыва капилляров, плотность, теплопроводность, влагопроводность и др.).

МОДЕЛИ ТРАНСФОРМАЦИИ РАСХОДОВ (УРОВНЕЙ) ВОДЫ НА УЧАСТКАХ РЕК

В естественных условиях длина паводочных волн на реках значительно больше их высоты. В таких случаях расчеты по приближенным моделям трансформации часто имеют удовлетворительную точность. К тому же, данных для реализации других, более строгих, способов решения этой задачи, как правило, недостаточно.

Однако приближенные модели могут оказаться неэффективными, когда существенно нарушен естественный режим уровней (при наличии гидротехнических сооружений, создании подпоров при впадении крупных притоков) либо характеристики русла очень сильно меняются по длине участка и при изменении уровня воды (например, для участков с развитой поймой). Эти особенности в значительной степени учитывают при использовании одномерной модели неустановившегося движения (уравнений Сен-Венана).

3.1. Приближенные модели трансформации

Большая часть таких моделей основана на решении проинтегрированного по длине уравнения неразрывности при допущении об однозначной связи между объемами и расходами воды на участке реки. Различие методов в основном связано с выбором вида этой связи. При использовании достаточно общих нелинейных зависимостей, как правило, не удается получить аналитического решения, что затрудняет практическую реализацию таких моделей при отсутствии данных, необходимых для построения кривых объемов. Имеется несколько моделей [18, 81], полученных для некоторых частных случаев нелинейной зависимости. Опыт использования таких моделей небольшой, что при значительном разнообразии зависимостей между объемами и расходами воды затрудняет их применение для различных водных объектов.

Более общие нелинейные модели можно получить на основе функционального ряда Вольтерра. Методы анализа нелинейных систем намного сложнее, чем линейных, и требуют специального рассмотрения. Основные проблемы такого анализа применительно к гидрологическим задачам освещены в работах [81, 126, 149].

В данной работе рассматриваются лишь некоторые вопросы, связанные с практической реализацией линейных моделей, которые достаточно широко используют в гидрологических прогнозах. Более подробно теория линейных систем изложена в работе [81].

При нулевых начальных условиях из уравнения (2.68) можно получить линейное выражение для расчета расходов воды в замыкающем створе i -го участка (частного бассейна второго типа):

$$Q_i(t) = \int_0^t p_n(t-\xi) Q_{i-1}(\xi) d\xi + \sum_{j=1}^n \int_0^t p_j(t-\xi) q_j(\xi) d\xi, \quad (3.1)$$

где $p_j(t)$ — кривые добегания с j -й частной площади, определяемые по соотношению (2.71) (при $j=n$ $p_j(t) = p_n(t)$); $Q_{i-1}(\xi)$ — расходы воды в выходном створе предыдущего бассейна; $q_j(\xi)$ — промежуточный приток на j -ю частную площадь.

В общем случае частный бассейн может быть ограничен сверху несколькими входными створами. Тогда выражение (3.1) легко обобщить:

$$Q_i(t) = \sum_{l=1}^m \left[\int_0^t p_{nl}(t-\xi) Q_l(\xi) d\xi + \sum_{j=1}^{n_l} \int_0^t p_{jl}(t-\xi) q_{jl}(\xi) d\xi \right], \quad (3.2)$$

где m — число учитываемых входных створов; $Q_l(\xi)$ — расходы воды во входных створах.

Модель трансформации (3.2) позволяет учитывать сосредоточенный (первое слагаемое в правой части) и распределенный промежуточный приток. Для практических расчетов это выражение использовать довольно трудно из-за сложности определения распределенного промежуточного притока $q_{jl}(\xi)$. В связи с этим рассмотрим два частных случая.

3.1.1. Сосредоточенный промежуточный приток

Если промежуточный приток мал по сравнению с объемом воды, проходящим через входные створы, либо влияние его распределения по длине реки не очень значительно, можно ограничиться первым слагаемым выражения (3.2), введя коэффициенты приведения стока k_{cl} , которые интегрально учитывают невязку стока на рассматриваемом участке:

$$Q_i(t) = \sum_{l=1}^m k_{cl} \int_0^t p_{nl}(t-\xi) Q_l(\xi) d\xi. \quad (3.3)$$

Основные трудности при использовании этого уравнения связаны с определением оптимальных кривых добегания для каждого входа, в данном случае параметров τ_l и n_l , а также k_c .

Для определения коэффициентов приведения стока наиболее часто применяют метод аналогов [86]. На основе физического анализа выделяют стокооднородные площади, для которых модули стока можно принять одинаковыми. Затем не освещенную измерениями стока площадь распределяют между освещенными измерениями площадями, относящимися к выбранным входным створам

с учетом соответствия модулей стока, т. е. определяют площадные коэффициенты, соответствующие каждому входному створу:

$$k_{fl} = 1 + F_{nl}/F_l, \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (3.4)$$

где F_{nl} — неосвещенная площадь, отнесенная к l -му входу; F_l — площадь до l -го входного створа; очевидно, что $\sum_{l=1}^m (F_{nl} + F_l)$ должна равняться площади водосбора до выходного створа.

При ограниченном числе измерений стока такой анализ затрудняется. В этих случаях неосвещенную площадь можно распределить обратно пропорционально площадям, ограниченными входными створами:

$$F_{nl} = F_n (F/F_l) / \left(\sum_{j=1}^m F/F_{lj} \right), \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (3.5)$$

где F — общая площадь частного бассейна; F_n — неосвещенная площадь частного бассейна.

При переходе от площадных коэффициентов к коэффициентам приведения стока можно воспользоваться следующим приемом. Выбирают N паводков, для каждого из которых определяют коэффициент невязки баланса с учетом полученных площадных коэффициентов:

$$k_{ni} = V_i / \sum_{l=1}^m k_{fl} V_{li}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.6)$$

где V_i — объем стока в замыкающем створе для i -го паводка; V_{li} — объем стока l -го входа для i -го паводка.

При сильной изменчивости коэффициентов k_{ni} для различных паводков площадные коэффициенты уточняют, и расчеты по формуле (3.6) повторяют. Таким образом выбирают коэффициенты с наименьшим разбросом относительно среднего значения $\bar{k}_n$. После этого определяют коэффициенты приведения стока:

$$k_{cl} = \bar{k}_n k_{fl}, \quad l = 1, 2, \dots, m. \quad (3.7)$$

При выборе окончательных значений коэффициентов приведения стока учитывают также неравенство

$$Q_{\max i} \leq \sum_{j=1}^m k_{cj} Q_{\max ij}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.8)$$

где $Q_{\max i}$ и $Q_{\max ij}$ — максимальные расходы воды в замыкающем створе и входных створах соответственно для i -го паводка.

Если неравенство (3.8) не выполняется, процедуру определения коэффициентов приведения стока повторяют после увеличения веса входных створов с большими максимальными расходами воды.

Параметры кривых добегания оценивают по приближенным формулам [1]:

$$n = Li_0 / (Q \Delta H / \Delta Q), \quad (3.9)$$

где L — расстояние от входного до замыкающего створа; Q и i_0 — соответственно расход воды и уклон водной поверхности при установившемся режиме; $\Delta H/\Delta Q$ — соотношение приращений уровней и расходов воды, снятых с кривой расходов; если кривые расходов отсутствуют, используют более простую зависимость [1]

$$n = 2\Delta H_L/\bar{h}, \quad (3.10)$$

где ΔH_L — падение уровня воды на всем участке при установившемся режиме с глубиной $\bar{h}$.

Начальное значение параметра τ оценивают по сдвигу гидрографов во входном и выходном створах $\Delta t_{\text{макс}}$:

$$\Delta t_{\text{макс}} = \tau (n - 1). \quad (3.11)$$

Полученные таким образом значения параметров кривых добегаания могут оказаться неоптимальными, так как при разном наполнении русла его гидравлические и морфометрические характеристики могут очень сильно различаться и соответственно будут меняться оценки, полученные по формулам (3.9) — (3.11). Без многократных расчетов гидрографов за ряд лет трудно установить, какой из полученных вариантов предпочтительнее.

Очевидно, что такой подход очень трудоемок. В главе 4 будут рассмотрены способы уточнения параметров трансформации с помощью методов оптимизации, реализованные на ЭВМ.

3.1.2. Распределенный промежуточный приток

Если положить, что весь промежуточный приток сбрасывается в основное русло частного бассейна, то из (3.2) получим

$$Q(t) = \sum_{i=1}^m \int_0^t p_{ni}(t - \xi) Q_i(\xi) d\xi + \sum_{j=1}^{n_1} \int_0^t p_{ji}(t - \xi) q_j(\xi) d\xi, \quad (3.12)$$

где n_1 — параметр кривой добегаания от основного входного створа; $p_{j,1}(t)$ — кривые добегаания для частных площадей, примыкающих к основному руслу.

Этот подход был реализован при разработке метода прогноза дождевых паводков на р. Ононе (бассейн Верхнего Амура) [74, 75, 122]. Для расчета промежуточного притока от осадков использована упрощенная модель формирования дождевых паводков [122]. Упрощения были направлены на сокращение числа параметров, в результате чего полученная модификация модели включала всего три из них. При этом для расчета инфильтрации использовано соотношение, полученное в результате упрощения зависимости (2.36):

$$I = \begin{cases} k_1 (\theta_{\text{макс}} - \bar{\theta})/z_{\text{макс}} & \text{при } I < P; \\ P & \text{при } I \geq P, \end{cases} \quad (3.13)$$

а для расчета испарения — модифицированное выражение (2.30):

$$E = k_2 d \{ \exp [- (\theta_{\text{макс}} - \bar{\theta})/\theta_{\text{макс}}] - (1/e) (\theta_{\text{макс}} - \bar{\theta})/\theta_{\text{макс}} \}. \quad (3.14)$$

Частные площади при распределении вычисленного по модели промежуточного притока определяли при аппроксимации линии водораздела водосбора показательной зависимостью

$$F_i = \begin{cases} F \frac{[L - (i-1)L/n_1 + 1]^{\alpha+1} - (L - iL/n_1 + 1)^{\alpha+1}}{(L+1)^{\alpha+1} - 1} & \text{при } \alpha \neq -1; \\ \frac{F}{\ln(L+1)} \ln \frac{L - (i-1)L/n_1 + 1}{L - iL/n_1 + 1} & \text{при } \alpha = -1 \quad (i = 1, 2, \dots, n_1), \end{cases} \quad (3.15)$$

где L — расстояние от основного входного створа до замыкающего; α — показатель степени зависимости, описывающей линию водораздела.

При $\alpha > 0$ частные площади уменьшаются к замыкающему створу, при $\alpha < 0$, наоборот, увеличиваются. Этот коэффициент определяли с учетом графика нарастания не освещенной измерениями стока площади водосбора.

Учитывали также потери воды на заполнение бессточных углублений на пойме:

$$i_n(t) = \begin{cases} k_3 \{ \exp[-y(t-1)/k_3] - \exp[-y(t)/k_3] \} & \text{при } y(t) > y(t-1), \quad H(t) \geq H_0; \\ 0 & \text{при } y(t) \leq y(t-1), \quad H(t) < H_0, \end{cases} \quad (3.16)$$

где $H(t)$ — уровень воды в реке; H_0 — уровень выхода воды на пойму; k_3 — параметр распределения емкостей бессточных углублений. Величина $y(t)$ характеризует слой воды на пойме, который на подъеме определяли по приращению уровней воды, а на спаде — по кривой спада. Уравнение (3.16) решали раздельно для входного и выходного створов.

При распределении рассчитанных потерь по длине реки полагали, что потери изменяются линейно от верхнего створа к нижнему. Общий боковой приток (отток) на каждую частную площадь определяли как разность рассчитанных значений притока от осадков и потерь на пойме. Параметры моделей притока от осадков и потерь воды на пойме (всего четыре параметра), как и при сосредоточенном притоке, находили методом оптимизации одновременно с параметрами кривых добегания для входных створов.

Этот подход дал положительные результаты [75] для рек с выраженным паводочным режимом и хорошо развитой поймой. При сравнительно небольшой средней разнице точности расчетов с использованием данного подхода и подхода, основанного на сосредоточенном притоке, в отдельных случаях преимущество первого

подхода оказывается существенным, как это, например, видно на рис. 3.1 при прогнозировании максимальных расходов воды.

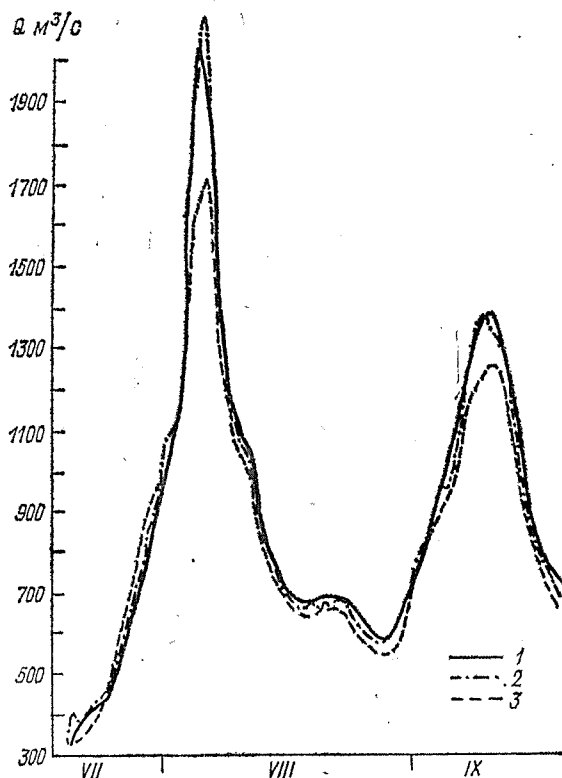


Рис. 3.1. Фактические (1) и спрогнозированные на сутки расходы воды р. Онона у с. Чирон с учетом распределенного (2) и сосредоточенного (3) притока (1969 г.).

3.2. Одномерная модель неустановившегося движения воды в русле (уравнения Сен-Венана)

Систему уравнений Сен-Венана можно записать в виде:

$$\partial Q / \partial t + \partial (Q^2 / \omega) / \partial x + g \omega \partial H / \partial x + g \omega Q |Q| / K^2 = 0; \quad (3.17)$$

$$\partial \omega / \partial t + \partial Q / \partial x = q;$$

$$\omega = \omega(x, H), \quad K = K(x, H) \quad (3.18)$$

с начальными условиями

$$Q(x, 0) = Q_0(x) \quad \text{и} \quad H(x, 0) = H_0(x), \quad (3.19)$$

где Q — расход воды; H — уровень воды; ω — площадь поперечного сечения; q — распределенный боковой приток; K — модуль расхода; g — ускорение свободного падения.

При выводе этих уравнений движение полагалось медленно изменяющимся (не учитываются местные потери напора при изменении живого сечения по длине), а глубина воды — достаточно малой по сравнению с длиной волны. Для реально наблюдающихся в реках волн эти ограничения не вносят существенных искажений в решение.

Расчеты трансформации паводочных волн ведут для ограниченных участков рек, поэтому, помимо начальных условий (3.19), необходимо задать граничные условия в конечных створах участка. В зависимости от рассматриваемой физической задачи эти условия могут меняться.

Наиболее часто в практике прогнозирования на зарегулированных участках рек встречаются две задачи: расчет водного режима в нижнем бьефе ГЭС со свободной правой границей (выходной створ) с целью краткосрочного прогноза либо выбора оптимального пускa и аналогичный расчет с регулированием на правой границе.

В обоих случаях на левой границе (входной створ) задают ход расходов либо уровней воды во времени:

$$Q(0, t) = \varphi_Q(t); \quad (3.20)$$

$$H(0, t) = \varphi_H(t). \quad (3.21)$$

Соотношения (3.20) или (3.21) решают совместно с уравнением обратной характеристики

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q - \sqrt{\frac{B}{g\omega}} \left\{ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (Q^2/\omega)}{\partial x} + \right. \\ \left. + g\omega \frac{\partial H}{\partial x} + g\omega \frac{Q|Q|}{K^2} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (3.22)$$

где $B = \partial \omega / \partial H$ — ширина русла.

Сложнее задать условия на правой границе. В первом случае, как правило, используют условие однозначности связи расходов и уровней воды [50]

$$Q(L, t) = f[H(L, t)]. \quad (3.23)$$

Эту зависимость решают совместно с уравнением прямой характеристики (уравнение (3.22), но со знаком «плюс» перед фигурной скобкой). Такое условие, очевидно, сужает класс решаемых задач. Однако для длинных участков крупных рек с устойчивым руслом оно не приводит к заметному снижению точности, так как речные волны при перемещении вниз по течению довольно быстро превращаются в кинематическую волну [156], для которой это условие выполняется.

Во втором случае правое граничное условие аналогично левому, только вместо уравнения обратной характеристики берут уравне-

ние прямой. При частичном регулировании стока на правой границе условия (3.23) и (3.20) либо (3.21) могут быть использованы совместно в разных диапазонах колебания расходов (уровней) воды.

Систему уравнений (3.17), (3.18) с рассмотренными начальными и граничными условиями решают с помощью численных методов. Некоторое обобщение опыта расчетов неустановившегося движения воды в реках с помощью этих уравнений можно найти в монографиях [25, 82].

В краткосрочных прогнозах водного режима с небольшими периодами расчета обычно применяют явные схемы интегрирования, позволяющие построить простые алгоритмы для ЭВМ. К ним, в частности, можно отнести схемы Лакса [148] и Лакса—Вендрофа [123], а также центральную шахматную схему [148], для обеспечения вычислительной устойчивости которых необходимо, чтобы соотношение между шагами интегрирования удовлетворяло условию Куранта [80]

$$c \Delta t / \Delta x \leq 1, \quad (3.24)$$

где $c = Q/\omega \pm \sqrt{gH}$ — скорость распространения малых возмущений в движущемся потоке; Δt и Δx — шаги интегрирования соответственно по времени и расстоянию.

Однако при расчетах даже для призматических каналов в некоторых случаях возникает неустойчивость при выполнении условия (3.24). Характерно, что это отмечалось не только для явных, но и для неявных схем [16]. Выполненный нами [48] анализ схемы Лакса и центральной схемы для линейаризованной системы Сен-Венана показал, что такая неустойчивость связана с аппроксимацией члена, характеризующего трение, в уравнении (3.17). Если в схеме Лакса этот член определяют по данным за предыдущий момент времени, то помимо условия Куранта необходимо выполнять неравенство

$$\Delta t \leq (\sqrt{1 + 2\gamma} - 1)/(\gamma G), \quad (3.25)$$

где $\gamma = u_0 \sqrt{gH_0}$ и $G = g i_0 / u_0$ — характеристики установившегося режима с уровнем воды H_0 , скоростью течения u_0 и уклоном дна i_0 .

При $\gamma = 0$, т. е. когда скорость течения пренебрежимо мала по сравнению со скоростью распространения малых возмущений, неравенство (3.25) соответствует критерию, полученному в работе [16] при использовании неявной схемы для упрощенного уравнения

$$\partial u / \partial t + 2Gu = 0. \quad (3.26)$$

Если член, характеризующий трение, аппроксимировать неявным выражением (использовать искомые переменные в будущий момент времени), то ограничение (3.25) ослабляется и при весе будущих значений, большем 0,5, вообще снимается. При весе,

меньшем 0,5, для схемы Лакса из уравнения (3.26) получено неравенство [48]

$$\Delta t \leq 1/[G(1 - 2\delta)], \quad (3.27)$$

где δ — вес, с которым входят будущие значения переменных.

Численные эксперименты для большого диапазона изменения начальных и граничных условий, а также характеристик русла [47, 49, 50] показали, что условия (3.25) и (3.26), полученные для линейаризованных уравнений, могут служить достаточно надежной оценкой и для нелинейных уравнений (3.17), (3.18).

В процессе этих расчетов выявлены некоторые особенности рассмотренных схем, вытекающие из свойств их аппроксимации. Схема Лакса обладает сильным сглаживающим эффектом, особенно в зонах с большими градиентами характеристик режима, и является негибкой по отношению к изменению соотношения шагов интегрирования: при уменьшении шага по времени (при постоянном Δx) точность снижается. Центральная шахматная схема лишена этих недостатков, однако обладает большой чувствительностью к погрешностям исходных данных и для нее характерна «пилообразность» решения: большие различия искомых функций в четных и нечетных точках разностной сетки. На использовании положительных особенностей каждой из этих схем построена схема Лакса—Вендрофа, в которой на нечетных шагах прибегают к схеме Лакса, а на четных — к центральной схеме.

Расчеты неустановившегося движения для линейаризованной системы уравнений Сен-Венана без учета члена, характеризующего трение, показали [51], что при длине волны $L > 20 \Delta x$ наилучшие результаты дает центральная схема, а схема Лакса приводит к заметно большему сглаживанию, чем схема Лакса—Вендрофа. Однако при введении в начальные условия погрешностей, распределенных по нормальному закону, центральная схема в течение длительного периода времени давала негладкое решение. Быстрее всего решение делается гладким при расчете по схеме Лакса, однако при $L < 60 \Delta x$ она дает заметное занижение амплитуды. Предпочтительнее в этих условиях схема Лакса—Вендрофа, так как она достаточно быстро приспосабливается к негладким данным и дает заметно меньшее снижение амплитуды по сравнению со схемой Лакса. Результаты одного из таких расчетов для центральной схемы и схемы Лакса—Вендрофа при $L = 120 \Delta x$ и среднем квадратическом отклонении $\sigma = 0,5$ показаны на рис. 3.2. На нем видно, что и через 6 ч после введения погрешностей центральная схема дает заметную осцилляцию решения.

При расчетах неустановившегося движения для реальных рек информация, как правило, задана с погрешностями, поэтому чувствительность схемы к погрешностям исходных данных имеет важное значение. В связи с этим предпочтительной является схема Лакса—Вендрофа, которая в дальнейшем использована при решении практических задач прогнозирования.

Многочисленные расчеты неустановившегося движения для естественных речных русел по уравнениям Сен-Венана показали,

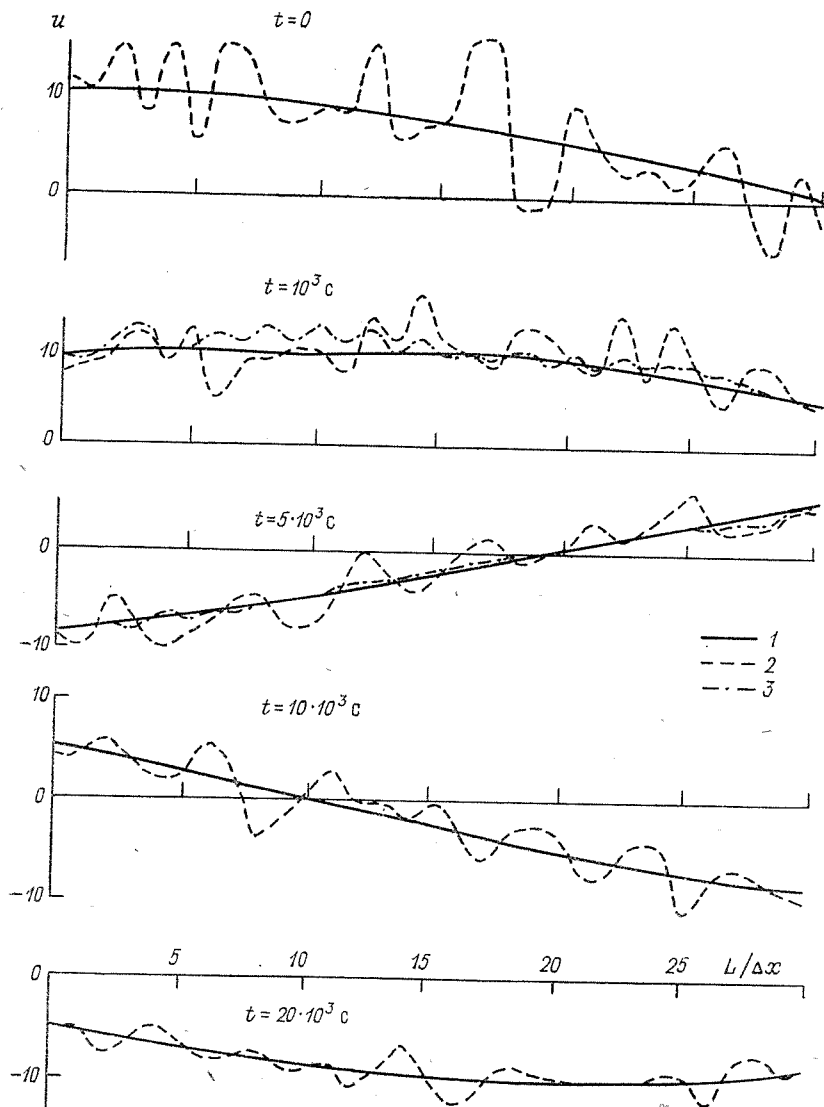


Рис. 3.2. Сравнение результатов расчетов скорости течения по различным схемам при введении погрешностей.

1 — точное решение, 2 — центральная схема, 3 — схема Лакса—Вендрофа ($L = 120 \Delta x$, $\sigma = 0,5$).

что на точность расчетов большее влияние оказывает не выбор разностной схемы, а качество их параметризации, т. е. задание гидравлических (модуль расхода, коэффициент шероховатости) и

морфометрических (ширина русла, площадь поперечного сечения) характеристик русла. Эти характеристики сильно меняются по длине реки, и их непосредственные измерения, даже весьма частые, не могут дать достаточно полную картину этих изменений. Кроме того, сами уравнения Сен-Венана основаны на определенной схематизации процессов стекания в русле (не учитываются, например, такие факторы, как извилистость русла, резкие изменения поперечного сечения, наличие рукавов, мертвых зон и др.), что существенно расширяет физический смысл входящих в них коэффициентов. В связи с этим для получения приемлемой точности приходится корректировать морфометрические и гидравлические характеристики по данным наблюдений за водным режимом. Задача усложняется тем, что морфометрические и гидравлические характеристики сильно меняются не только по длине, но и в зависимости от уровня воды. Поэтому при их корректировке приходится иметь дело с задачей с очень многими степенями свободы.

По данным специальных наблюдений на р. Свири [32] были сделаны расчеты трансформации попусков ГЭС. На участке реки протяженностью около 60 км имелось около 100 поперечных профилей, где проводились измерения, что позволило довольно детально задать функцию $\omega(x, H)$. Наблюдения за расходами воды, необходимые для определения функции $K(x, H)$, имелись в четырех створах. Функции $\omega(x, H)$ и $K(x, H)$ были представлены в виде разложений по полиномам Чебышева

$$f(x, H) = \sum_{k=0}^n \sum_{s=0}^m A_{ks} \psi_k(x) \psi_s(H), \quad (3.28)$$

где A_{ks} — коэффициенты разложения; ψ_k , ψ_s — нормализованные полиномы Чебышева соответственно k -й и s -й степени.

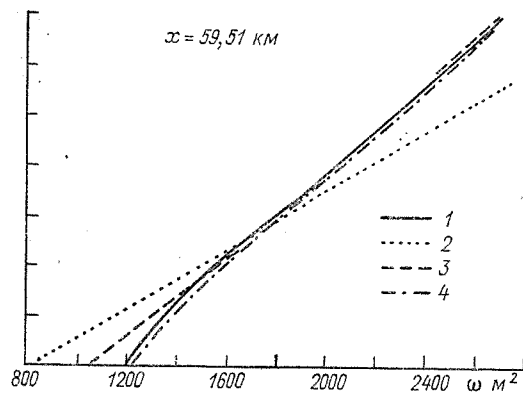
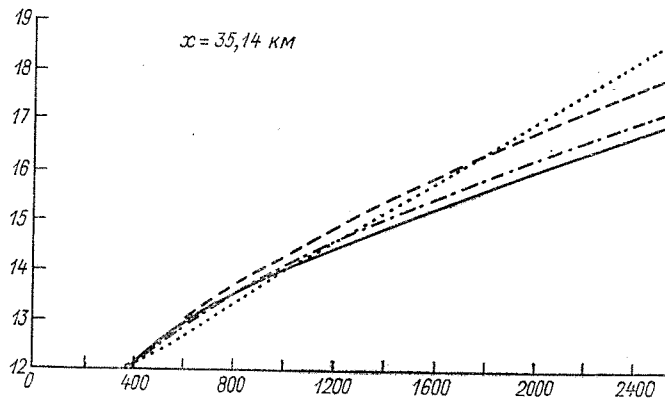
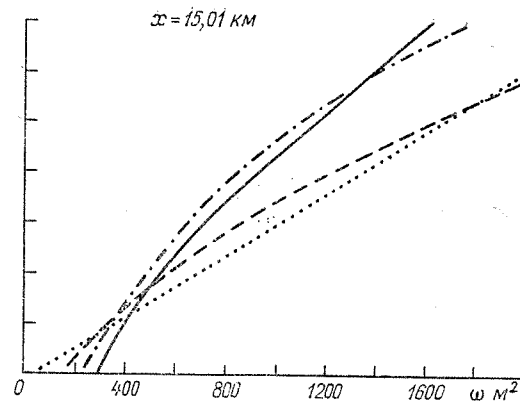
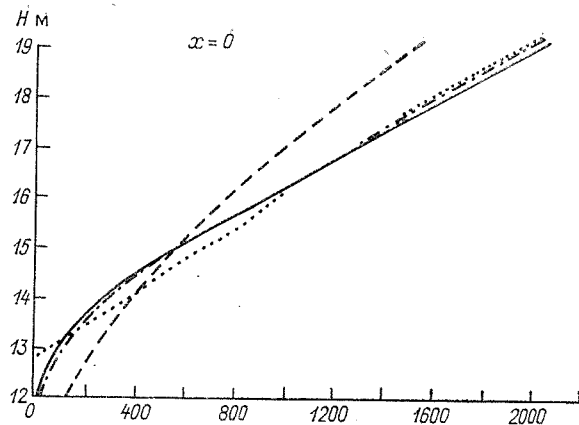
Коэффициенты разложения определяли по данным измерений функций x и H :

$$A_{ks} = \left[\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M f(x_i, \omega_j) \psi_{kN}(x_i) \psi_{sM}(H_j) \right] / \left[\sum_{i=0}^N \psi_{kN}(x_i) \sum_{j=0}^M \psi_{sM}(H_j) \right], \quad (3.29)$$

где N , M — число измерений функции соответственно по x и H .

Функция $K(x, H)$ очень нелинейна, поэтому для уменьшения числа полиномов аппроксимировалась ее логарифмическая анаморфоза $\lg K(x, \lg H)$. При $n = 6$ и $m = 3$ (использовано 28 коэффициентов разложения) точность аппроксимации оказалась достаточно высокой, и дальнейшее увеличение числа полиномов не приводило к заметному улучшению. На рис. 3.3 приведены зависимости $\omega(x, H)$, полученные при различном числе полиномов для ряда створов. Несмотря на то что полученные функции (при $n = 6$, $m = 3$) хорошо аппроксимируют фактические данные, точность расчета неустановившегося режима оказалась очень низкой (рис. 3.4).

Одной из возможных причин таких больших погрешностей является то, что функция $\omega(x, H)$ задается намного детальнее



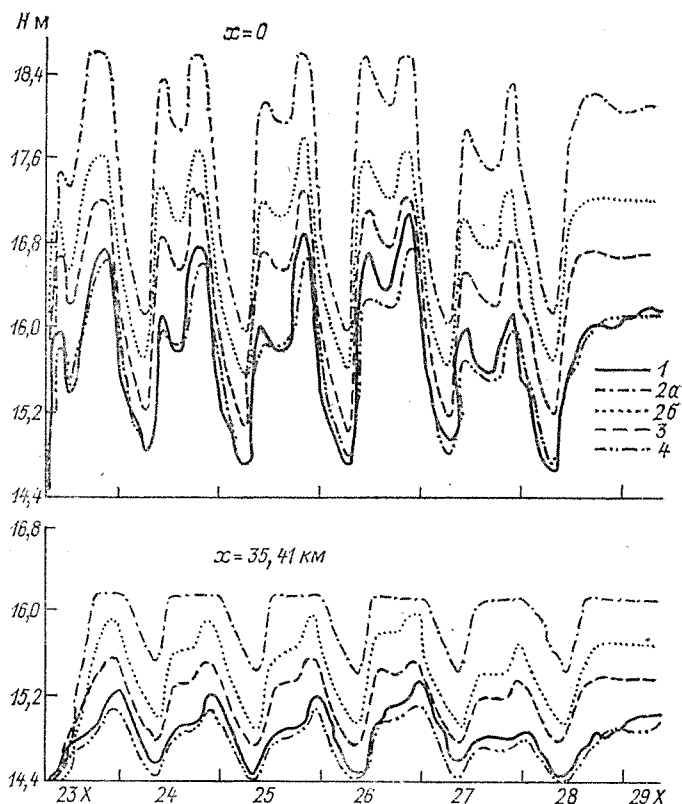


Рис. 3.4. Сравнение фактических (1) и рассчитанных (2—4) уровней воды при различных способах аппроксимации функций $\omega(x, H)$ и $K(x, H)$.

2 — при детальном учете морфометрии (α — использовано 28 коэффициентов, б — 9 коэффициентов), 3 — при учете информации в четырех створах, 4 — при использовании уточненных коэффициентов.

функции $K(x, H)$, и в процессе счета эти функции оказываются несогласованными. Подтверждением этого предположения могут служить расчеты при ограничении числа используемых полиномов, когда из-за более грубой аппроксимации функция $\omega(x, H)$ хуже учитывает локальные изменения характеристик русла. Так, при учете только 9 коэффициентов разложения ($n=m=2$) для функции $\omega(x, H)$ результаты расчетов оказались значительно лучше, чем при использовании 28 коэффициентов (рис. 3.4). Однако такой способ схематизации функции $\omega(x, H)$, очевидно, недостаточен для

Рис. 3.3. Зависимости $\omega(x, H)$, фактические (1) и рассчитанные (2—4) при различном числе полиномов.

2 — 4 коэффициента (линейный вариант), 3 — 9 коэффициентов (квадратичный вариант), 4 — 28 коэффициентов.

хорошего согласования морфометрических и гидравлических характеристик русла, так как при аппроксимации функций $\omega(x, H)$ и $K(x, H)$ использованы данные, относящиеся к различным створам. В связи с этим рассмотрен также вариант, когда коэффициенты разложения обеих функций определяют только по данным для четырех гидростворов. Как видно на рис. 3.4, точность расчетов при этом повысилась.

Можно отметить, что ни один из рассмотренных подходов не дает достаточно хорошего совпадения фактических и рассчитанных уровней воды. Уменьшение числа коэффициентов разложения (что равносильно сглаживанию рассматриваемых функций), а также использование различного числа створов при их определении позволяет получить более точное решение, однако достичь удовлетворительной для практики точности не удастся. Для повышения точности расчета, как отмечалось выше, приходится уточнять функции $\omega(x, H)$ и $K(x, H)$, используя наблюдения за водным режимом.

Представление этих функций полиномами несколько упрощает задачу. Используя небольшой ряд наблюдений за уровнями и расходами воды в ограниченном числе створов, можно скорректировать наиболее значимые коэффициенты разложения. Такая корректировка позволила получить вполне приемлемое решение (см. рис. 3.4).

В данном случае имелась детальная информация о характеристиках русла, что позволило получить достаточно хорошее начальное приближение коэффициентов разложения и выявить наиболее значимые коэффициенты, которые было целесообразно уточнить. В практике гидрологических прогнозов такая подробная информация, как правило, отсутствует и оценить начальные значения коэффициентов удается очень приближенно. В этом случае корректировка чрезвычайно трудоемка и редко позволяет получить хорошие результаты. В главе 4 будут рассмотрены подходы, основанные на методах решения некорректных задач, которые позволяют получить достаточно хорошие оценки этих функций.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ

4.1. Определение параметров моделей формирования стока на водосборе

Как приведенная в главе 2, так и другие аналогичные модели содержат ряд параметров, которые необходимо задать при расчете для конкретных водосборов. Большинство параметров имеют вполне определенный физический смысл. Однако многие из них практически невозможно измерить или вычислить прямым путем по фактическим данным. С одной стороны, это можно объяснить тем, что параметры являются интегральными характеристиками для всего водосбора либо его частей, а измерения в основном производят в точках, и, как правило, при этом не освещается все многообразие стокообразующих характеристик. Поэтому для получения интегральных характеристик данные измерений приходится осреднять. Опыт показывает, что простое осреднение даже при наличии многочисленных измерений редко дает возможность получить удовлетворительный результат, так как процессы на водосборе взаимосвязаны, причем эти связи существенно нелинейны. Даже для более простой задачи расчета неустановившегося движения воды в реках по уравнениям Сен-Венана не удается получить удовлетворительных результатов при использовании фактических данных о морфометрии и гидравлике русла без их предварительного согласования.

С другой стороны, надежных данных измерений на водосборе очень мало, а фактические данные о динамике основных процессов стокообразования на реальных водосборах отсутствуют и трудно ожидать, что в ближайшее время появятся надежные способы их получения. Данные специальных измерений на экспериментальных водосборах помогают определять начальные оценки параметров, анализировать физический смысл полученных результатов и задавать параметры, отражающие зональные особенности стокообразования. Для рассмотренной в главе 2 модели к последним можно отнести следующие параметры: k_2 — испаряемость при дефиците насыщения воздуха, равном единице; $T_{кр}$ — температуру воздуха, при превышении которой выпадают осадки в жидком виде; $\theta_{макс}$ — максимально возможную продуктивную влажность; θ_c — влажность разрыва капилляров (влажность завядания); ρ_n — плотность почвы; α_z , α_c — параметры кривых распределения соответственно глубины промерзания и снежного покрова; γ — водоудерживающую способность снега; a — коэффициент стаивания.

Большинство этих параметров (назовем их региональными) удастся достаточно хорошо оценить в результате физико-географического анализа различных обобщенных данных, а также эмпири-

ческих и полуэмпирических зависимостей для рассматриваемого региона. Остальные параметры (назовем их локальными) приходится определять по данным наблюдений на рассматриваемом водосборе, используя методы оптимизации.

4.1.1. Определение региональных параметров

Параметры, использующиеся при расчете водоподачи на поверхность почвы. Грубую оценку коэффициента стаивания для залесенных участков либо открытых участков при выпадении дождя можно получить, используя соотношения (2.19)—(2.23), из которых необходимо исключить дефицит насыщения воздуха и скорость ветра. Между дефицитом насыщения воздуха и средней суточной температурой воздуха имеется некоторая зависимость, а точнее тенденция увеличения дефицита с ростом температуры. В диапазоне температуры 0—10 °С, при котором, как правило, происходит таяние снега весной, эта связь более выражена. Для водосборов лесной зоны эту связь можно выразить уравнением $d = 0,63T$. Хотя такая зависимость очень приближенная, для получения оценочных значений она вполне приемлема. Подставив это соотношение для дефицита насыщения воздуха в выражение (2.19) и формулы (2.22) или (2.23) для функции скорости ветра, получим соответственно две зависимости для расчета суточного слоя стаивания:

$$h_{c1} = (1,28 + 0,67U) T; \quad (4.1)$$

$$h_{c2} = (2,04 + 0,42U) T. \quad (4.2)$$

Здесь скорость ветра принимается на высоте флюгера. В хвойных и лиственных лесах полнотой 0,7—1,0 скорость ветра во время снеготаяния меньше, чем на открытой местности, соответственно в 5—10 и 3—5 раз. Таким образом, средняя за период таяния скорость ветра в лесу вряд ли будет превышать 2 м/с. В таком случае коэффициент стаивания может меняться от 1,28 до 2,62 мм/(сут·°С) в соответствии с формулой (4.1) и от 2,04 до 2,88 мм/(сут·°С) — с формулой (4.2). Эти оценки близки к средним значениям, полученным по данным о снеготаянии [3]: для густых хвойных лесов 1,5—1,6 мм/(сут·°С), хвойных лесов полнотой 0,6—0,7 и густых смешанных 1,8—2,0 мм/(сут·°С) и для лиственных и изреженных хвойных 3—4 мм/(сут·°С).

Значительно сложнее оценить коэффициент стаивания на открытой местности, так как метеорологические величины в этом случае меняются значительно сильнее не только за период снеготаяния, но и в течение суток. Сильно меняется также суммарная солнечная радиация, поступающая на поверхность снежного покрова, из-за большой изменчивости альбедо снега и облачности. В соответствии с исследованиями Е. Г. Попова [97], суммарную радиацию на поверхность снежного покрова за светлую часть суток (в рассматриваемых широтах таяние происходит в период, близкий к дате равноденствия, т. е. светлую часть можно полагать равной половине суток) выразим через температуру воздуха, и то-

гда слой стаивания (мм/(сут.°C)) за счет этой составляющей будет равен

$$h_c = 6,2(1 - r)(T_{\text{макс}} - T), \quad (4.3)$$

где r — альbedo снега; $T_{\text{макс}}$ и T — соответственно максимальная и средняя суточная температура воздуха. Альbedo в течение всего периода таяния меняется от 0,7 до 0,3, однако в период таяния основной массы снега оно близко к 0,5 [3].

С достаточной степенью точности можно вычислить среднюю суточную температуру воздуха как среднее арифметическое значение из максимального и минимального суточных значений температуры. Если также принять менее очевидное соотношение между максимальной и минимальной температурой $T_{\text{мин}} = 0,5 T_{\text{макс}}$, то вместо (4.3) можно записать

$$h_c = 1,03T. \quad (4.4)$$

Прибавив этот слой стаивания к слою, обусловленному остальными составляющими теплового баланса (выражения (4.1) или 4.2)), получим общий слой стаивания на открытой местности:

$$h_{c1} = (2,31 + 0,67U)T; \quad (4.5)$$

$$h_{c2} = (3,07 + 0,42U)T. \quad (4.6)$$

Таким образом, в диапазоне скорости ветра от 1 до 5 м/с получим следующие значения коэффициента стаивания: от 2,98 до 5,66 при расчете по формуле (4.5) и от 3,49 до 5,17 — по формуле (4.6). Диапазон изменения коэффициента стаивания в этом случае заметно больше, чем для залесенных участков. Тем не менее для районов с устойчивыми многоснежными зимами (к северу от 54—55° с. ш.) удастся получить достаточно стабильные коэффициенты стаивания [42].

Приведенные оценки коэффициента стаивания для залесенных и особенно открытых площадей дают представление лишь о возможном диапазоне их изменения. Для более надежной оценки необходимо привлекать данные снегосъемок. В период таяния данные сетевых снегосъемок не очень надежны, поэтому получить достоверные данные об изменении интенсивности таяния не представляется возможным. По данным наблюдений удастся лишь построить зависимости интегральных слоев стаявшего снега от сумм положительных значений температуры воздуха за весь период снеготаяния. При выборе промежутка суммирования значений температуры необходимо ориентироваться на одну из последних снегосъемок, когда покрытость снегом была близка к 8—10 баллам. Зависимости строят раздельно для лесных и открытых маршрутов. Целесообразно на один график наносить точки по нескольким водосборам, находящимся в одинаковых климатических условиях. На рис. 4.1 такая зависимость получена для залесенных участков водосборов, расположенных на севере лесной зоны европейской части СССР (реки Нея, Луза, Юг). Тангенс угла наклона

линии связи, соответствующий коэффициенту стаивания, оказался равным 1,7 мм/(сут.°С).

Для определения параметра распределения высоты снежного покрова можно ориентироваться на типовые интегральные кривые, полученные для больших регионов [3]. Для открытых участков степной и лесостепной зон европейской части СССР такую кривую с достаточной точностью можно аппроксимировать гамма-распределением с $\alpha_c = 5$, что соответствует $C_{v_c} = 0,45$. Для залесенных

площадей этой территории, покрытых преимущественно еловым лесом полнотой 0,7—0,8, получена аналогичная кривая с $\alpha_c = 11$ при $C_{v_c} = 0,30$. Для залесенных участков более южных районов, покрытых преимущественно лиственными породами, с довольно равномерным залеганием **снежного** покрова α_c можно принять равным 25, что соответствует $C_{v_c} = 0,2$. В этом случае снег будет сходиться практически одновременно на всей площади.

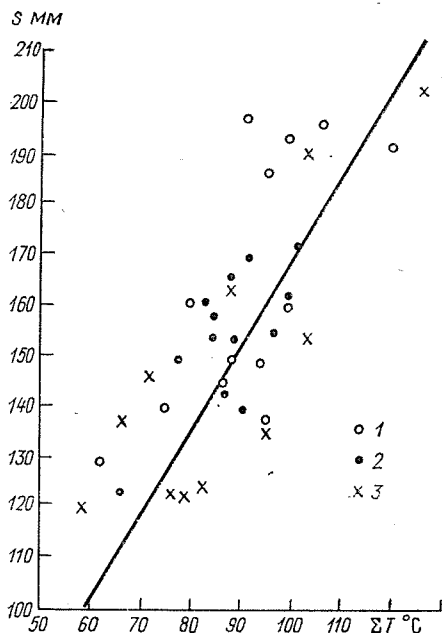


Рис. 4.1. Зависимость количества стаявшего снега s от суммы положительных средних суточных значений температуры воздуха ΣT в бассейнах рек.

Реки: 1 — Луза, 2 — Юг, 3 — Нея.

Водоудерживающую способность снега во всех случаях можно принимать постоянной и равной 0,13, что соответствует водоудерживающей способности среднезернистого снега [43].

Критическая температура воздуха $T_{кр}$ (°С), разделяющая случаи выпадения жидких и твердых осадков, зависит от высоты местности. В горных районах она смещается в сторону положительных значений [22]:

$$T_{кр} = 0,26z^2 - 0,258z + 1,047, \quad (4.7)$$

где z — высота места над уровнем моря, км.

В соответствии с этой зависимостью для равнинных регионов можно принять $T_{кр} = 1^\circ\text{С}$.

Воднофизические характеристики почвы. Параметры $\theta_{макс}$, θ_c и ρ_n можно определить по данным полевых измерений для различных почв на агрометеорологической сети, которые для различных

регионов обобщаются в справочниках «Агрофизические характеристики почв».

Для расчета глубины промерзания необходимо, помимо этих характеристик, еще задать зависимость (2.14), определяющую теплопроводность талой и мерзлой почвы. В ряде работ приводятся экспериментальные данные, а также графические и для некоторых почв аналитические зависимости [30, 31, 94]. Во всех случаях аргументами являются плотность и влажность почвы. В работе

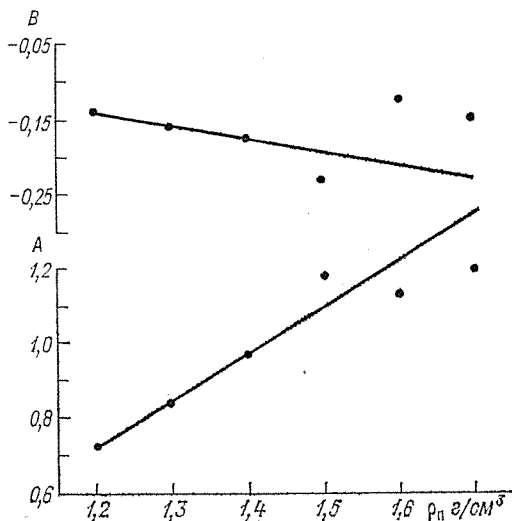


Рис. 4.2. Зависимости коэффициентов A и B в формуле (4.8) от плотности почвы ρ_p .

[94] приводятся зависимости показательного вида для различных типов почв. однако параметры этих зависимостей определены для узкого диапазона плотности, а в отдельных случаях и влажности почвы. Более обширная информация содержится в работе [30], где даны зависимости типа номограмм для различной плотности почвы. Эти зависимости аппроксимируются следующим выражением:

$$\lambda_{п.т} = A \lg \theta_v + B, \quad (4.8)$$

где $\lambda_{п.т}$ — теплопроводность талой почвы; θ_v — влажность почвы, % (по массе); A и B — коэффициенты, зависящие не только от типа почвы, но и от ее плотности.

С помощью этих зависимостей для глинистых и суглинистых почв были получены зависимости коэффициентов A и B от плотности почвы (рис. 4.2), которые достаточно хорошо аппроксимируются линейными уравнениями:

$$A = (1,25\rho_p - 0,77) \cdot 4,19; \quad (4.9)$$

$$B = -(0,16\rho_p - 0,05) \cdot 4,19. \quad (4.10)$$

Формулы (4.9) и (4.10) соответствуют величине $\lambda_{п. т.}$, выраженной в Дж/(м·ч·°С). Точность расчета $\lambda_{п. т.}$ по соотношению (4.8) с использованием (4.9) и (4.10) высокая практически для всего диапазона изменения влажности почвы. Для плотности почвы до 1,4 г/см³ получаются практически одинаковые результаты с расчетом по номограмме из работы [30]. С увеличением плотности точность несколько снижается, однако максимальная погрешность для плотности 1,7 г/см³ не превышает 10 %.

Для удобства использования полученных соотношений в модели формирования стока целесообразно перейти от влажности по массе к влажности по объему, выраженной в долях единицы, и теплопроводность выразить в Дж/(см·ч·°С):

$$\lambda_{п. т.} = \left[(5,42\rho_{п.} - 3,34) \left(\ln \frac{\theta}{\rho_{п.}} + 4,6 \right) - (1,6\rho_{п.} - 0,5) \right] \cdot 4,19. \quad (4.11)$$

Теплопроводность мерзлой почвы, в соответствии с работой [30], можно рассчитать по зависимости (после перехода к соответствующим единицам и замены W на θ)

$$\lambda_{п. м.} = \lambda_{п. т.} + [0,8 + 26,7 (\theta/\rho_{п.} - 0,1)] \cdot 4,19. \quad (4.12)$$

Из уравнения (4.12) следует, что льдистость почвы в период промерзания оказывает очень сильное влияние на теплопроводность почвы. Если почва талая, то изменение теплопроводности с изменением влажности почвы не очень большое. Для промерзшей же почвы наблюдается значительно большее увеличение теплопроводности с ростом влажности.

Распределение глубины промерзания на водосборе. При расчете доли площади, на которой образовался запирающий слой, используется параметр кривой распределения глубины промерзания, который можно определить по их коэффициенту вариации C_{vz} . Исследования характера распределения глубины промерзания по площади выполнены рядом авторов [38, 110] по материалам специальных наблюдений в бассейне Дона и в Валдайском филиале ГГИ. Наблюдения на стандартной сети станций не позволяют провести такие исследования. Поэтому для оценки параметра распределения α_z на водосборах европейской части СССР можно рекомендовать полученную в работе [38] зависимость коэффициента вариации глубины промерзания от средней глубины промерзания на водосборе (рис. 4.3). Наибольшие изменения коэффициента вариации наблюдаются при увеличении средней глубины промерзания до 30—40 см; при дальнейшем ее росте C_{vz} меняется мало, оставаясь близким к 0,45. Средняя глубина промерзания рассчитывается в модели, поэтому рис. 4.3 позволяет оценить $\alpha_z = 1/C_{vz}^2$.

Оценка коэффициента k_2 при расчете испарения. Коэффициент, характеризующий испаряемость, можно приближенно оценить по эмпирическим формулам для расчета испарения с водной поверх-

ности [121]. Если воспользоваться формулой Зайкова, то можно записать следующее приближенное выражение:

$$k_2 = 0,008 (1 - 0,51U), \quad (4.13)$$

где k_2 в мм/ч; U — скорость ветра на высоте флюгера, м/с.

Подставив наиболее характерное значение (например, среднее многолетнее значение за теплый период года) скорости ветра для рассматриваемого водосбора, получим оценку для k_2 .

Если водосбор частично или полностью залесен, в рассчитанное таким образом значение k_2 необходимо ввести поправку, так

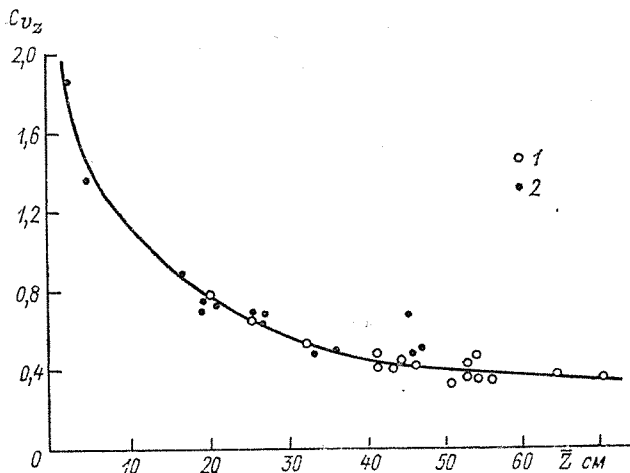


Рис. 4.3. Зависимость коэффициента вариации глубины промерзания почвогрунтов по площади Cv_z от средней глубины промерзания $\bar{Z}$ для полевых (1) и лесных (2) участков водосборов.

как суммарное испарение в лесу в летний период больше, чем на открытой местности. Это можно сделать, если определить средневзвешенное значение $\tilde{k}_2$:

$$\tilde{k}_2 = [1 + (b - 1)\beta] k_2, \quad (4.14)$$

где k_2 — коэффициент, определяемый по зависимости (4.13); β — коэффициент лесистости; b — соотношение испаряемости в лесу и поле, которое, на основе оценок ряда исследователей [76, 120, 125], можно принять равным 1,25.

4.1.2. Определение локальных параметров с помощью методов оптимизации

К этим параметрам можно отнести: коэффициенты фильтрации верхнего и нижнего слоев почвы; параметры водопоглотительной способности зоны аэрации (i_n , i_{n2} , k_1); параметр, обратный максимальному поверхностному задержанию (m); коэффициент, учиты-

вающий дренированность водосбора при формировании почвенного стока (χ); параметры трансформации поверхностного и почвенного притока (τ , n , ε); критическое значение льдистости при формировании запирающего слоя ($U_{кр}$); параметр, учитывающий влияние грунтовых вод (ξ).

При использовании методов оптимизации решение обратной задачи, которая в нашем случае некорректна, заменяется решением последовательных прямых задач. При этом ищутся такие значения параметров, при которых минимизируется некоторый функционал (критерий качества), характеризующий различие между фактическими и рассчитанными функциями:

$$\Phi^*(Q, X^*) = \min \Phi(Q, X), \quad (4.15)$$

где $\Phi(Q, X)$ — минимизируемый функционал, который зависит от фактических значений Q и вектора искомых параметров X ; X^* — вектор оптимальных параметров, при которых функционал достигает минимума.

В общем случае, особенно при наличии погрешностей исходных данных, методы оптимизации могут давать неоднозначные решения. Поэтому для уменьшения вероятности получения неоднозначного решения необходимо задать дополнительную информацию о возможной области изменения параметров либо другие ограничения, вытекающие из физических особенностей рассматриваемого процесса. Тогда область поиска оптимальных значений параметров сужается и вместо (4.15) решается задача с ограничениями:

$$\Phi^*(Q, X^*) = \min_{x \in X} \Phi(Q, X); \quad (4.16)$$

$$X_n < X < X_b; \quad (4.16a)$$

$$f(X) = 0, \quad (4.16b)$$

где X_n и X_b — нижние и верхние пределы изменения параметров; $f(X)$ — некоторые физические ограничения, вытекающие, например, из условий сохранения; X — область поиска, ограниченная неравенствами и равенствами (4.16a) и (4.16b).

Имеется много способов решения задач (4.15) и (4.16), основанных на детерминированном [89, 117] либо случайном [100] поиске. Во всех случаях решение ищется методом последовательных приближений, начиная с некоторого начального вектора параметров (X_0). Исключение составляет метод прямого перебора на заданной сетке значений параметров. Этот способ, в принципе, не зависит от выбора начальных значений параметров и при наличии нескольких локальных минимумов позволяет найти глобальный минимум функции (3.16). Однако его можно использовать только при очень ограниченном числе параметров (практически не больше двух) и узком диапазоне их изменения, так как необходимое число

вычислений функционалов (4.15) либо (4.16) равно $\prod_{i=1}^n m_i$ (m_i — число точек сетки для i -го параметра; n — число параметров).

В нашем случае приходится определять 10—15 параметров, и такой подход нереален.

Все многообразие методов оптимизации связано с различными алгоритмами выбора нового приближения параметров в процессе итераций. В зависимости от этого будет различаться скорость приближения к оптимальным значениям. Однако важным качеством метода является необходимое число вычислений функционалов (4.15), (4.16), которое во многом зависит от формы поверхности критерия качества. Поэтому не всегда удастся априори оценить, какой из способов наиболее подходит для данной задачи. В нашем случае при большом объеме вычислений, необходимых для расчета критерия качества, это обстоятельство приходится учитывать в первую очередь.

В данном исследовании использованы четыре метода оптимизации: алгоритм Вошера [177], являющийся одним из вариантов градиентного метода; методика оптимизации вычислительного центра МГУ [96], включающая три последовательно применяемых метода минимизации: покоординатный спуск, сопряженных градиентов и квадратичной аппроксимации функционала в окрестности минимума; метод Розенброка [102], в основу которого положен покоординатный спуск с преобразованием координат, позволяющим приблизить поверхность критерия качества в области локального поиска к сферам, что ускоряет поиск градиентным методом; прямой поиск [145].

Все эти методы ориентированы на поиск локального минимума, как практически все детерминированные методы. Сложность состоит в том, что ни один метод не дает возможности за конечное число итераций найти точный минимум (даже если он существует). Поэтому оптимальным для конкретной задачи можно считать метод, который за наименьшее число вычислений критерия качества позволяет максимально сузить область поиска, т. е. приблизиться к минимуму. С этой точки зрения лучшим оказался метод Розенброка, который давал очень быстрое уменьшение критерия качества в начале оптимизации. Близкие результаты при удачном задании начальных значений параметров были получены также по методике вычислительного центра МГУ, однако часто спуск по отдельным координатам резко замедлялся вследствие недостаточной гибкости параболической аппроксимации поверхности при наличии погрешностей в исходных данных. Следует отметить также, что очень быструю сходимость при отсутствии таких погрешностей давал метод прямого поиска. Однако в реальных условиях с большим уровнем шумов скорость сходимости сильно снижалась.

Другим важным моментом является то, что в каждом из этих методов применяют некоторые коэффициенты, регулирующие скорость движения по градиентам. Значения этих коэффициентов выбирают исходя из опыта работы метода для различных тестовых задач. При использовании такого алгоритма для других задач может оказаться необходимым менять эти коэффициенты, что усложняет его применение. В алгоритме Розенброка процедура

задания коэффициентов формализована и выполняется автоматически в процессе оптимизации. Поэтому единственной информацией, которую необходимо задать для работы алгоритма, являются начальные значения параметров. С учетом этого во всех дальнейших расчетах использован метод Розенброка.

Выбор критерия качества. От выбора критерия качества во многом зависит точность определения параметров. Особенно это важно, если исходные данные содержат погрешности. Чем больше эти погрешности, тем при прочих равных условиях большие различия в оценках параметров могут быть получены при использовании разных критериев качества.

Задача усложняется тем, что погрешности исходных данных неизвестны. Даже если удается оценить погрешности измерения входных данных в отдельных точках водосбора, погрешности осреднения значений по водосбору (если говорить об отдельных реализациях) при существующей густоте наблюдательной сети станций с достаточной уверенностью определить нельзя. К тому же трудно оценить погрешности, которые могут возникнуть в расчетах из-за неадекватности модели.

В ряде работ [133, 135, 143, 152, 168, 169, 175] рассмотрены вопросы, связанные с влиянием погрешностей исходных данных на оценки определяемых параметров различных моделей формирования стока. Некоторые теоретические оценки точности определения параметров в зависимости от точности данных получены в предположении линейности модели, независимости и гауссовском распределении погрешностей [143]. Показано, что в этом случае точность оценок параметров улучшается обратно пропорционально корню квадратному из произведения длины выборки («количество» информации), используемой для оптимизации, на содержание информации о параметрах в данных («качество» информации). Первая величина характеризует объем информации, вторая — ее качество. Однако практически определить содержание информации о параметрах в данных довольно трудно. Чаше всего для этого используют матрицу ковариации параметров. Однако для того чтобы оценка оказалась эффективной, необходимо на самом деле знать истинные значения параметров.

Большинство математических моделей формирования стока на водосборе, включая предложенную в настоящей работе, нелинейны, погрешности и параметры зависимы, а погрешности нередко связаны с выходной функцией модели. Все это приводит к тому, что теоретические оценки точности определения параметров не всегда эффективны, и в каждом конкретном случае приходится проводить дополнительные исследования с привлечением большого объема информации.

Рассмотрим применимость различных критериев качества при определении параметров предложенной модели формирования талого, дождевого и смешанного стока. Наибольшее распространение получил критерий, основанный на средней квадратической оценке. Этот критерий является лучшим, если погрешности неза-

висимы, не связаны с выходной функцией и распределены по нормальному закону с нулевой нормой и конечной дисперсией. В реальных ситуациях не все эти условия выполняются, поэтому предложен ряд модификаций этого критерия. В данном случае испытано несколько критериев качества:

1) обычный квадратичный функционал

$$\Phi_1(Q, X) = (1/N) \sum_{i=1}^N (Q_{pi} - Q_i)^2, \quad (4.17)$$

где N — общая длина выборки, используемой при оптимизации; Q_{pi} и Q_i — рассчитанные по модели и фактические расходы воды в замыкающем створе. Выборка может состоять из последовательности расходов для одного года либо нескольких лет;

2) средняя абсолютная погрешность

$$\Phi_2(Q, X) = (1/N) \sum_{i=1}^N |Q_{pi} - Q_i|; \quad (4.18)$$

3) критерий, учитывающий связность погрешностей [133]:

$$\Phi_3(Q, X) = \varepsilon^* R \varepsilon, \quad (4.19)$$

где $\varepsilon = Q_p - Q$ — вектор погрешностей расчета при соответствующих значениях параметров X ; ε^* — транспонированный вектор; R — матрица порядка $N \times N$, характеризующая попарную связность погрешностей с коэффициентом корреляции r :

$$R = \frac{1}{1-r^2} \begin{vmatrix} 1 & -r & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -r & 1+r^2 & -r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -r & 1+r^2 & -r & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.20)$$

Выражение (4.19) с учетом (4.20) было представлено в удобном для вычислений виде

$$\Phi_3(Q, X) = \frac{1}{1-r^2} \left(\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 - 2r \sum_{i=1}^{N-1} \varepsilon_i \varepsilon_{i+1} + r^2 \sum_{i=2}^{N-1} \varepsilon_i^2 \right). \quad (4.21)$$

Как следует из соотношения (4.21), при некоррелированных погрешностях ($r=0$) этот критерий совпадает с обычным квадратичным критерием. Коэффициент корреляции погрешностей вычисляли в процессе оптимизации при каждом векторе параметров X ;

4) критерий, использующий логарифмическое преобразование переменных, который, по мнению Тротмена [175], позволяет учесть связь погрешностей расчета с выходной функцией (в данном случае расходами воды), если между ними наблюдается прямо пропорциональная зависимость

$$\Phi_4(Q, X) = (1/N) \sum_{i=1}^N (\ln Q_{pi} - \ln Q_i)^2; \quad (4.22)$$

5) критерий, основанный на функции наибольшего правдоподобия, который учитывает неоднородность погрешностей рассчитанных расходов воды [168]:

$$\Phi_5(Q, X) = \sum_{i=1}^N \omega_i \varepsilon_i^2 \left[N \left(\prod_{i=1}^N \omega_i \right)^{1/N} \right]^{-1}, \quad (4.23)$$

где $\omega_i = Q_{fi}^{2(\lambda-1)}$ — весовая функция; Q_{fi} — точный расход воды в момент времени i , принимаемый обычно равным измеренному расходу воды Q_i ; λ — параметр, стабилизирующий дисперсию погрешностей и вычисляемый из неявного уравнения

$$\sum_{i=1}^N \ln Q_i - \sum_{i=1}^N \omega_i \varepsilon_i^2 - N \sum_{i=1}^N \omega_i \varepsilon_i^2 \ln Q_i = 0. \quad (4.24)$$

Уравнение (4.24) решалось итерационным методом Ньютона. Так как его решение зависит от рассчитанных расходов воды, параметры определяли поэтапно:

— задавали начальные значения параметров модели и значения λ ;

— при этих значениях осуществляли оптимизацию по критерию (4.23);

— по полученным параметрам и соответствующим им рассчитанным расходам из уравнения (4.24) определяли новое значение λ ;

— с этим новым значением λ и параметрами, полученными после первой оптимизации, выполняли повторную оптимизацию и т. д.

При задании начального приближения параметра λ учитывали следующее: при $\lambda=1$ критерий Φ_5 превращается в критерий Φ_1 ; при $\lambda < 1$ вес погрешностей расчета меньших расходов, в критерии (4.23) будет больше, чем для больших расходов; при $\lambda > 1$, наоборот, с большим весом будут входить ошибки больших расходов. Чаще всего оптимизацию начинали при $\lambda=1$.

Для оценки эффективности описанных критериев были использованы данные наблюдений на двух водосборах: р. Луза — д. Объячево (бассейн р. Северной Двины) и р. Шугор — с. Мича-бичевник (бассейн р. Печоры).

В расчетах использованы ежедневные данные о температуре и дефиците насыщения воздуха, осадках, расходах воды, а также данные снегосъемок за период с 1968 по 1980 г. для р. Лузы и с 1965 по 1977 г. для р. Шугор. Для обоих бассейнов эти годы были разбиты на калибровочную (5 лет) и контрольную (независимую) выборки. Калибровочные годы выбирали на основе качественного анализа с учетом наиболее полного охвата различных условий формирования стока (годы с высоким и низким стоком, различными характеристиками увлажненности водосбора в осенний период и глубиной промерзания).

По данным калибровочной выборки осуществляли оптимизацию параметров модели с использованием перечисленных выше критериев качества. Для бассейна р. Шугор были оптимизированы

17 параметров (учитывались особенности формирования стока на лесных и полевых участках), а для р. Лузы — 13 (водосбор рассматривался как чисто лесной). По полученным параметрам для каждого критерия проводили расчеты по данным контрольных выборок и определяли среднюю квадратическую погрешность расчета для этих выборок. Годы, по которым осуществляли оптимизацию, не учитывали при определении погрешности. Расчеты вели за весь гидрологический год начиная с 1 сентября. Начальные значения параметров при оптимизации принимали одинаковыми для всех критериев качества.

Для оценки влияния длины выборки на точность определения параметров были сделаны аналогичные расчеты, когда в оптимизацию включали 1, 2, 3 и 4 года, входящие в калибровочную группу лет. Оптимизировали те же параметры, что и для выборки из 5 лет. Результаты этих расчетов для обоих водосборов приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Средние квадратические погрешности расчета для контрольных выборок при использовании различных критериев качества, м³/с

Критерий	Число оптимизируемых лет									
	р. Шугор — с. Мичабицвник					р. Луза — д. Объячево				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Ф ₁	169	155	154	147	146	44	38	36	36	36
Ф ₂	183	159	163	147	151	48	43	37	38	36
Ф ₃	186	167	160	146	144	43	40	36	37	38
Ф ₄	179	155	159	156	164	43	47	47	46	45
Ф ₅	199	—	—	—	236	45	49	48	45	53

Из данных таблицы видно, что лучшие оценки, полученные по трем первым критериям (квадратический, абсолютная погрешность и с учетом связности погрешностей), оказались очень близкими (36 м³/с для р. Лузы и 144—147 м³/с для р. Шугор). Однако важно отметить, что только первый критерий для обоих водосборов дал монотонное убывание средней квадратической погрешности с увеличением длины выборки от 1 до 5 лет. При этом различие между крайними значениями оценок для выборок разной длины меньше, чем для других критериев. Остальные критерии дают нерегулярное изменение оценок при увеличении длины выборки.

Два последних критерия дают заметно худшие результаты. Особенно большие средние квадратические погрешности получены при использовании пятого критерия, причем наблюдается, скорее, обратная картина: при увеличении длины выборки оценки даже ухудшаются. Для четвертого критерия (с логарифмирова-

нием расходов) вообще трудно оценить влияния длины выборки, так как в одном случае (для р. Лузы) минимальная погрешность получена для выборки длиной 1 год, во втором случае (для р. Шугор) — 2 и 4 года.

Низкая эффективность пятого критерия, скорее всего, связана с уравнением (4.24), из которого определяется оптимальное значение параметра λ . На это указывает тот факт, что при оптимизации с использованием этого критерия при некоторых выборочных значениях λ , близких к единице, точность для контрольной выборки оказалась близкой к точности, полученной по квадратичному критерию. Если же затем использовать выражение (4.24) для уточнения λ , то результаты заметно ухудшатся, а параметр λ примет значения, близкие к нулю. Следует отметить, что сходимость уравнения (4.24) достаточно хорошая, так как при задании начального значения λ в широком диапазоне оптимальное его значение оказалось примерно одинаковым.

Выполненные расчеты позволяют сделать вывод о том, что во всяком случае для рассмотренной модели формирования стока лучшим является квадратичный критерий качества, давший в целом большую точность и лучше усваивающий дополнительную информацию при удлинении выборки, включенной в оптимизацию. При увеличении длины выборки уменьшение средней квадратической погрешности довольно быстро прекращается. В рассмотренных случаях достаточной оказывается выборка в 3—4 года. К такому же выводу о длине выборки пришли авторы работы [143].

Принципиальным является вопрос о выборе реализаций, включаемых в оптимизацию. Из-за большого разнообразия условий формирования стока из года в год, наличия случайных погрешностей в данных, а также неадекватности модели параметры, полученные в результате оптимизации по различным реализациям, могут заметно различаться. Поэтому для получения более показательных параметров оптимизацию проводят отдельно для каждой реализации, а затем осуществляют осреднение параметров, полученных для нескольких реализаций [140, 155, 161]. Такой подход уменьшает вероятность искажения осредненных параметров за счет случайных погрешностей в отдельных реализациях. Однако при большом числе параметров может оказаться, что некоторые из них очень слабо влияют на формирование стока отдельных реализаций и в силу этого будут принимать случайные значения при оптимизации по этим реализациям. Последующее осреднение сгладит этот эффект, однако полученные параметры могут оказаться смещенными.

Нами использован другой подход, основанный на оптимизации параметров по нескольким реализациям одновременно. В оптимизацию включают реализации с как можно большим различием условий формирования стока. Сравнительные расчеты с использованием обоих подходов были сделаны для бассейна р. Оки до г. Орла [6]. Были использованы данные с 1947 по 1965 г., из них 5 лет (1957, 1959, 1960, 1963, 1964), характеризующихся большим

разнообразием условий стокообразования, были выбраны для оптимизации. Особенно экстремальными были 1963 и 1957 гг., для них коэффициенты стока равнялись соответственно 0,98 и 0,28. Если для 1957 г. столь низкий коэффициент стока можно объяснить малой глубиной промерзания и низкой увлажненностью бассейна, то очень высокий коэффициент стока для 1963 г. при близких к средним водопоглотительных характеристиках бассейна может вызывать сомнение.

Были определены параметры по каждому году отдельно, а затем при оптимизации по всем 5 годам одновременно. Полученные в первом случае параметры осредняли и по ним рассчитывали расходы воды для остальных (независимых) 14 лет. Такие же расчеты были сделаны по параметрам, полученным при оптимизации по 5 годам одновременно. В табл. 4.2 приведены полученные кри-

Таблица 4.2

Критерии качества, полученные при различных способах использования реализаций

Год	Критерий качества по параметрам			
	оптимизированным для каждого года	осредненным за 5 лет	осредненным за 4 года (без 1963 г.)	оптимизированным по 5 годам одновременно
1957	9	1159	53	12
1959	8	54	28	19
1960	34	389	259	122
1963	15	87	155	74
1964	32	680	200	188
Средний за 5 лет	20	474	139	83
Средний за 1947—1965 гг.	—	299	96	78

терии качества для зависимой и независимой выборок. Из данных таблицы следует, что для 5 выбранных лет совпадение фактических гидрографов с рассчитанными по параметрам, полученным в результате оптимизации по каждому году отдельно, очень хорошее (средний критерий качества значительно меньше всех других вариантов). Оценки же, полученные по осредненным за эти 5 лет параметрам, оказались очень плохими как для включенных

в осреднение лет ($\bar{\Phi}=474$), так и для независимых ($\bar{\Phi}=237$). Как отмечалось, некоторое сомнение вызывали данные 1963 г., поэтому были сделаны также расчеты по параметрам, полученным в результате осреднения по четырем годам (без 1963 г.). Критерии качества при этом заметно уменьшились, однако достичь критериев качества, полученных при одновременной оптимизации по 5 годам, не удалось.

Таким образом, при большом числе параметров оптимизация практически любой единичной реализации позволяет получить

для нее хорошее совпадение с фактическими данными. Однако это может достигаться за счет смещения оценок отдельных параметров. Поэтому осредненные параметры могут оказаться нерепрезентативными даже для зависимой выборки. Одновременная оптимизация по нескольким годам значительно уменьшает вероятность смещения оценок параметров из-за возможной нечувствительности некоторых параметров для отдельных реализаций. Это позволило получить хорошие оценки несмотря на включение в оптимизацию 1963 г. Исключение из осреднения параметров, полученных для 1963 г., хотя и привело к улучшению результатов (по сравнению с осреднением по 5 годам), но его трудно рекомендовать для практического использования, так как не всегда удается оценить точность и особенность того или иного гидрографа, а следовательно, установить целесообразность его исключения из оптимизационной выборки. Число реализаций в каждом конкретном случае может меняться. Однако, как показали оценки, приведенные в табл. 4.1, а также опыт использования модели для других водосборов и оценки других авторов [143], достаточной является выборка 3—5 лет.

Ограничения и многокритериальность. Выше речь шла о решении задачи (4.15). Однако более предпочтительной является задача (4.16) с ограничениями (4.16а) и (4.16б). Эта задача эквивалентна задаче безусловной минимизации суммы [90]:

$$\Phi^*(Q, X^*) = \min \{ \Phi(Q, X) + \delta(X|X) \}, \quad (4.25)$$

где X — область поиска; $\delta(X|X)$ — так называемая индикаторная функция:

$$\delta(X|X) = \begin{cases} 0, & \text{если } X \in X; \\ \infty, & \text{если } X \notin X. \end{cases} \quad (4.26)$$

Так как область X задана неравенствами и равенствами (4.16а) и (4.16б), индикаторную функцию можно конкретизировать в виде последовательности «штрафов» $\delta_h(X|X)$ таким образом, чтобы

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \delta_h(X|X) = \delta(X|X). \quad (4.27)$$

Тогда исходная задача (4.16) сводится к последовательной минимизации функционала

$$\Phi^*(Q, X_k^*) = \min \{ \Phi(Q, X) + \delta_h(X|X) \}. \quad (4.28)$$

При $h \rightarrow \infty$ решение (4.28) даст минимум функции $\Phi(Q, X)$ в области X . Обычно функцию «штрафов» задают в виде

$$\delta_h(X|X) = v_h \psi(X), \quad (4.29)$$

где v_h — некоторое положительное число, стремящееся к бесконечности при $h \rightarrow \infty$; $\psi(X)$ — функция, равная нулю в области X и положительная за ее пределами.

Для ограничений вида (4.16а) и (4.16б) эту функцию удобно представить в виде

$$\psi(X) = \sum_{i=1}^n \varphi^2(x_i) + \sum_{i=1}^l f_i^2(X), \quad (4.30)$$

где n — число параметров, для которых заданы ограничения (4.16а); l — число равенств (4.16б); $\varphi(x_i)$ — отклонение i -го параметра от заданных неравенствами (4.16а) граничных значений $\{x_{ni}, x_{bi}\}$:

$$\varphi(x_i) = \begin{cases} 0 & \text{при } x_{ni} \leq x_i \leq x_{bi}; \\ x_i - x_{ni} & \text{при } x_i < x_{ni}; \\ x_{bi} - x_i & \text{при } x_i > x_{bi}. \end{cases} \quad (4.31)$$

Алгоритм поиска оптимальных параметров строят следующим образом:

— выбирают начальные значения параметров и задают монотонно возрастающую последовательность чисел $v_k \rightarrow \infty$, например $v_k = a^k$, где a — целое положительное число;

— для каждого k последовательно минимизируют функционал (4.28), причем начальные значения параметров для k -й минимизации выбирают равными параметрам, полученным при $(k-1)$ -й минимизации.

Таким образом, процедура определения параметров этим способом состоит в многократной минимизации функционала (4.28), т. е. требует весьма большого объема вычислений.

Этот подход использован при определении параметров для водосбора р. Ней до д. Буслаево. Было оптимизировано девять параметров модели. В качестве функции, ограничивающей область поиска, использована средняя квадратическая погрешность расчета глубины промерзания. Полагалось, что эта погрешность не должна превышать некоторого заданного значения δ_z , т. е. задавалась следующая ограничивающая функция:

$$f(X) = S_z(X) - \delta_z = 0, \quad (4.32)$$

где $S_z(X)$ — средняя квадратическая погрешность расчета глубины промерзания по модели с параметрами X .

Для определения этой погрешности были использованы данные наблюдений за глубиной промерзания на агрометеорологической сети в осенне-зимний период. В бассейне р. Ней имелось всего три пункта наблюдений, в которых измерения глубины промерзания велись через 5—10 сут. Значения по этим пунктам осредняли и использовали при расчете S_z . Таким образом, за каждый год имелось около 25—30 значений глубины промерзания. В оптимизацию включали 3 года, что давало возможность использовать около 100 значений при определении погрешности S_z .

Величину δ_z задать довольно трудно, так как точность вычисления средней глубины промерзания на водосборе по трем

точкам явно низкая. Для приближенной оценки δ_z использовано выражение [2]

$$\delta_z = C_{v_z} \bar{Z} / \sqrt{n}, \quad (4.33)$$

где C_{v_z} — коэффициент вариации глубины промерзания по площади; n — число точек измерения (в данном случае 3); $\bar{Z}$ — средняя глубина промерзания для всей выборки.

При средней глубине промерзания для р. Неи около 50 см и коэффициенте вариации, в соответствии с рис. 4.3, равном 0,45, получим $\delta_z = 15$ см.

Ограничения на параметры типа (4.16а) не задавались. Тогда задача сводится к минимизации функционала

$$\Phi^*(Q, X_k^*) = \min \{ \Phi(Q, X) + v_k [S_z(X) - \delta_z]^2 \}. \quad (4.34)$$

В качестве множителя v_k взята последовательность чисел $v_k = 5^k$. Расчеты были выполнены при δ_z , равном 15 и 10 см. Для получения сходимости решения оказалось достаточным 4—5 изменений v_k , т. е. процедура оптимизации была повторена 4—5 раз.

Соответствие фактической и рассчитанной глубины промерзания для обоих δ_z оказалось вполне удовлетворительным. При уменьшении δ_z с 15 до 10 см соответствие глубины улучшилось, но критерий качества расчета расходов воды несколько (на 5 %) увеличился. При δ_z , равном 15 см, критерий качества оказался близким к полученному при оптимизации без ограничения ($\delta_z \rightarrow \infty$). Погрешности расчета глубины промерзания в этих условиях оказались также близкими. Следовательно, такой подход может дать преимущество только при более точных оценках средней глубины промерзания по фактическим данным, что существенно ограничивает его возможности.

Для учета ограничений на параметры (4.16а) использован более простой прием, основанный на исключении из области поиска недопустимых значений параметров. В этом случае при оптимизации по критерию (4.15) параметрам, вышедшим за допустимые пределы, присваиваются значения в окрестности заданных границ. Такая процедура может снижать скорость сходимости до минимума, однако, как показали многочисленные расчеты, в рассматриваемых задачах с большим диапазоном граничных значений параметров уменьшение скорости сходимости незначительно.

При решении практических задач могут возникать различные требования к выходной функции. Например, нас может интересовать в основном точность расчета максимальных или минимальных расходов либо объемов стока за какие-либо периоды времени. В этих случаях кажется можно было бы выбрать соответствующим образом критерий качества (4.15) для получения желаемого практического результата. Однако для получения надежных оценок параметров модели объем используемой при расчете критерия качества информации должен быть значительно больше числа

параметров. Например, при использовании критерия качества (4.17) при оптимизации по 3—5 годам отношение числа параметров к объему данных равно 1 : 100—1 : 200. Такие же критерии, как средняя квадратическая погрешность расчета максимальных расходов или объемов, мало информативны, поскольку для получения соотношения между числом параметров и объемом информации порядка 1 : 100 необходимо включить в оптимизацию данные больше чем за 100 лет.

Подойти к решению этой задачи можно, если использовать не один критерий качества, а несколько, каждый из которых позволяет определить погрешности расчета интересующих нас элементов. Сложность состоит в том, что методы оптимизации требуют задания единственного критерия качества. В основном используют два приема, позволяющих преодолеть это препятствие.

В первом случае оптимизацию осуществляют с последовательно меняющимися критериями. Этот подход оказался наиболее эффективным при расчете дождевых паводков, когда большой интерес представляют максимальные расходы воды. Сначала параметры оптимизируют с использованием критерия качества (4.17), который учитывает большой объем информации и хорошо согласует фактические и рассчитанные объемы воды (естественно, если модель адекватно описывает реальный процесс, а шум в исходных данных не слишком велик). После этого оптимизацию осуществляют с другим критерием качества, придающим больший вес высоким расходам воды, например:

$$\Phi(Q, X) = (1/N) \sum_{i=1}^N (Q_{pi} - Q_i)^2 Q_i. \quad (4.35)$$

Поскольку этот критерий хуже учитывает сохранение объемов, то в этом случае в оптимизацию целесообразно включать только параметры, влияющие на перераспределение стока во времени и не меняющие его объем (параметры трансформации, задержания); остальные параметры принимают равными значениям, полученным после первой оптимизации. При этом число оптимизируемых параметров значительно сокращается, и можно ограничиться меньшим объемом информации. Поэтому при многопиковых паводках на втором этапе могут быть использованы и критерии, явно оценивающие погрешность расчета максимальных расходов воды.

Во втором случае строится обобщенный функционал, приводящий к однокритериальной задаче оптимизации:

$$\Phi^*(Q, X^*) = \min \sum_{i=1}^s \alpha_i \Phi_i(R_i, X), \quad (4.36)$$

где α_i — некоторые положительные числа; $\Phi_i(R_i, X)$ — критерии качества, учитывающие точность расчета какой-либо R_i -й выходной функции; s — число таких критериев.

Наиболее сложно при этом задать значения α_i . Обычно их задают интуитивно и затем уточняют в процессе оптимизации. Такой подход субъективен и может давать существенно разные результаты у различных пользователей.

Для определения α_i в данной работе использован подход, основанный на лексикографическом отношении предпочтения [95] в предположении ранжирования критериев по важности. Функционал (4.36) позволяет представить лексикографическое отношение в области решения, если для любых параметров X_1 и X_2 будет выполняться следующая цепочка условий:

$$\begin{aligned} \Phi_1(R_1, X_1) &> \Phi_1(R_1, X_2), & \Phi(Q, X_1) &> \Phi(Q, X_2) \\ \Phi_1(R_1, X_1) &= \Phi_1(R_1, X_2), \Phi_2(R_2, X_1) &> \Phi_2(R_2, X_2), & \Phi(Q, X_1) &> \Phi(Q, X_2) \\ &\dots\dots\dots \\ \Phi_l(R_l, X_1) &= \Phi_l(R_l, X_2), \quad l = 1, 2, \dots, s-1, & \Phi_s(R_s, X_1) &> \\ &> \Phi_s(R_s, X_2), & \Phi(Q, X_1) &> \Phi(Q, X_2). \end{aligned} \quad (4.37)$$

Для выполнения этих условий необходимо, чтобы α_i удовлетворяли неравенству [95]

$$\alpha_i > \max_{\Phi_i(R_i, X_1) > \Phi_i(R_i, X_2)} \frac{\sum_{l=i+1}^s \alpha_l [\Phi_l(R_l, X_2) - \Phi_l(R_l, X_1)]}{\Phi_i(R_l, X_1) - \Phi_i(R_l, X_2)}. \quad (4.38)$$

Неравенство (4.38) трудно реализовать, поэтому мы пользовались его верхней оценкой, равной

$$\alpha_i > \frac{1}{\mu_i} \sum_{l=i+1}^s \alpha_l M_l, \quad (4.39)$$

где

$$\begin{aligned} 0 < \mu_i &\leq \inf_{\Phi_i(R_i, X_1) \neq \Phi_i(R_i, X_2)} |\Phi_i(R_i, X_1) - \Phi_i(R_i, X_2)|; \\ M_l &\geq \max \Phi_l(R_l, X_1) - \min \Phi_l(R_l, X_2). \end{aligned}$$

Процедура определения коэффициентов α_i из (4.39) построена для дискретно заданных возможных значений параметров. В данном случае параметры могут меняться непрерывно в заданной области. Поэтому значения M_l и μ_i , входящие в это неравенство, определяли следующим образом. Для произвольно выбранных параметров находили значения всех критериев качества, включенных в функционал (4.36). Затем осуществляли оптимизацию параметров по каждому критерию независимо и находили минимальное значение каждого критерия. Значения M_l полагали рав-

ными разности значений критериев качества до оптимизации и после нее по каждому из выбранных критериев. Значение μ_i принимали пропорциональным минимуму соответствующего критерия качества. Расчет α_i начинали с последнего, наименее значимого критерия качества, для которого α_s полагается равным единице, и последовательно по рекуррентному соотношению (4.39) вычисляли соответствующие значения для каждого критерия качества в порядке возрастания их значимости.

Так же как и при использовании метода «штрафных» функций, расчеты были выполнены по данным р. Неи. Использовано пять критериев качества в разных вариантах, учитывающих соответствие фактических и рассчитанных гидрографов:

$$\Phi_1 = \sum_{i=1}^n (1/\bar{Q}_i^2) \sum_{j=1}^{N_i} \varepsilon_{ij}^2; \quad (4.40)$$

$$\Phi_2 = \sum_{i=1}^n (1/\bar{Q}_i) \sum_{j=1}^{N_i} |\varepsilon_{ij}|; \quad (4.41)$$

$$\Phi_3 = \sum_{i=1}^n (1/\sigma_i^2) \sum_{j=1}^{N_i} \varepsilon_{ij}^2; \quad (4.42)$$

$$\Phi_4 = \sum_{i=1}^n (1/\bar{Q}_i^3) \sum_{j=1}^{N_i} \varepsilon_{ij}^2 Q_{ij}; \quad (4.43)$$

$$\Phi_5 = \sum_{i=1}^n (1/\bar{Q}_i^3) \sum_{j=1}^{N_i} |\varepsilon_{ij}|^3; \quad (4.44)$$

где n — число лет, включенных в оптимизацию (в данном случае 3); N_i — длина реализации в i -м году (365); ε_{ij} — погрешность расчета; $\bar{Q}_i$ — средний годовой расход воды; σ_i — среднее квадратическое отклонение расходов воды в i -м году.

Порядок ранжирования оказывает существенное влияние на веса, с которыми тот или иной критерий входит в лексикографическое отношение. Характерно также быстрое убывание весовых коэффициентов с увеличением принятого номера критерия. Поскольку вес критериев быстро убывал, в обобщенный критерий (4.36) были включены только три наиболее значимых критерия — (4.40), (4.42), (4.43).

Сопоставление фактических и рассчитанных при оптимизации по обобщенному критерию качества (4.36) расходов воды показало удовлетворительную сходимость, однако заметного выигрыша по сравнению с однокритериальным вариантом не получилось. Это связано в основном с несовершенством способа определения коэффициентов α_i , а также с тем, что при оптимизации по каждому из этих критериев независимо результаты оптимизации оказались довольно близкими.

Выполненные расчеты показали, что использовавшиеся методы решения задачи (4.16) с ограничениями дают близкие результаты,

но существенно различаются объемом необходимых вычислений и исходных данных. Для водосборов, на которых ведутся специальные наблюдения и поэтому имеется более обширная и надежная информация не только о расходах воды в замыкающем створе (например, о глубине промерзания, влажности почвы, ходе снеготаяния и др.), целесообразны более трудоемкие подходы, позволяющие использовать эту информацию при определении параметров. Для водосборов со стандартной наблюдательной сетью, с которыми, как правило, приходится иметь дело на практике, такие подходы могут не дать преимуществ. Учитывая опыт реализации модели для таких водосборов, можно рекомендовать определенную последовательность оценивания параметров.

Решается однокритериальная задача с критерием качества (4.17). Учитывают только ограничения вида (4.16а), причем их вводят путем явного исключения из области поиска недопустимых значений параметров. Параметры определяют по следующей схеме:

- 1) задают оценки региональных параметров в соответствии с п. 4.1.1;
- 2) выбирают начальные значения локальных параметров и диапазон их изменения;
- 3) имеющуюся исходную информацию разбивают на две выборки: калибровочную (3—5 лет) и контрольную (5—7 лет). При выделении выборок необходимо стремиться, чтобы в каждой из них были экстремальные годы;
- 4) по калибровочной выборке осуществляют оптимизацию локальных параметров и по полученным оптимальным оценкам рассчитывают гидрографы для контрольной выборки;
- 5) сравнивают нормированные критерии качества для обеих выборок:

$$(1/N_K) \sum_{i=1}^{N_K} S_i/\sigma_i \geq (1/N_H) \sum_{i=1}^{N_H} S_i/\sigma_i, \quad (4.45)$$

где N_K , N_H — число лет, включенных в калибровочную и контрольную выборки соответственно; S_i — средняя квадратическая погрешность расчета расходов воды i -го года; σ_i — среднее квадратическое отклонение расходов воды i -го года. Рассматривают три ситуации:

а) оценки (4.45) близки — тогда можно переходить к следующему пункту;

б) оценки (4.45) различаются значительно — тогда процедуру оптимизации необходимо повторить с п. 3 после изменения состава выборок;

в) ни одна из перегруппировок выборок не привела к улучшению соотношения (4.45) — тогда процедуру калибровки надо повторить с п. 2 после изменения начальных значений параметров;

б) если после всех попыток точность расчетов оказалась все же недостаточной, то повторяют процедуру оптимизации, включив

несколько наиболее значимых региональных параметров. Как правило, достаточно включить три таких параметра, оказывающих наибольшее влияние на суммарный сток и распределение его во времени: $\theta_{\text{макс}}$, a , k_2 . Полученные после этого значения параметров принимают в качестве оптимальных и в дальнейшем сохраняют постоянными для всех лет.

Опыт показал, что такая последовательность определения параметров позволяет получить устойчивые значения параметров и обеспечить удовлетворительную точность расчета расходов воды. Естественно, что в тех случаях, когда априори трудно решить вопрос о целесообразности раздельного расчета процессов на залесенных и открытых участках, первоначально осуществляют оптимизацию параметров более простой модификации модели (для полностью залесенной либо открытой площади). После этого можно попытаться перейти к полной модификации и выбрать вариант, дающий существенно лучшие результаты, особенно для контрольной выборки.

4.2. Определение параметров линейных моделей трансформации

Если в замыкающем створе рассматриваемого участка реки ведутся наблюдения за расходами воды, то для определения параметров можно воспользоваться процедурой, принятой для модели формирования стока на водосборе. Однако задача значительно усложняется, если в замыкающем створе нет данных измерений расходов воды. Прямой подбор параметров, основанный на непосредственной трансформации расходов воды в уровни, не имеет смысла, так как при этом нельзя использовать условие сохранения объемов воды на участке.

В работе [87] использован прием, основанный на визуальном сопоставлении условной кривой расходов воды для замыкающего створа. Однако этот подход трудоемок и во многом субъективен, зависит от интуиции и опыта исследования, особенно при наличии нескольких входов.

Объективный способ, непосредственно использующий кривую расходов воды в замыкающем створе в процессе оптимизации параметров n и τ , был предложен в работе [53]. Полагалось, что между расходами и уровнями воды существует однозначная связь вида

$$Q = a_1 (H - H_0)^{m_1}, \quad (4.46)$$

где H_0 — уровень воды, при котором расход близок к нулю; a_1 , m_1 — коэффициенты, зависящие от формы кривой.

Прологарифмируем выражение (4.46):

$$\ln(H - H_0) = a \ln Q + b; \quad (4.47)$$

$$a = 1/m_1; \quad b = -\ln a_1/m_1.$$

При известных уровнях и расходах воды коэффициенты a и b легко определить по формулам:

$$a = K_{hq}/D_q; \quad b = \bar{h} - a\bar{q}, \quad (4.48)$$

где K_{hq} — взаимный корреляционный момент рядов $h = \ln(H - H_0)$ и $q = \ln Q$; D_q — дисперсия ряда q ; $\bar{h}$ и $\bar{q}$ — соответственно норма рядов h и q .

Так как полагалось, что в замыкающем створе ведутся наблюдения только за уровнем воды, то коэффициенты a и b нельзя определить непосредственно по данным наблюдений в этом створе, используя выражение (4.48). Для восполнения информации о расходах воды воспользуемся моделью трансформации (3.3) с параметрами n и τ , которая позволяет рассчитать расходы воды в замыкающем створе Q_p по расходам воды во входных створах.

Подставляя полученные значения расходов воды Q_p в выражения (4.48), можно найти коэффициенты a и b , а затем из уравнения (4.47) уровни воды. Меняя параметры n и τ , будем получать различные значения коэффициентов a и b , а следовательно и различный ход уровней воды в замыкающем створе.

Построим процедуру определения параметров n и τ таким образом, чтобы функция

$$\sigma = (1/T) \sum_{i=1}^T [h_i - h_{pi}(\tau_k, n_k)]^2 \quad (4.49)$$

стремилась к минимуму. В выражении (4.49) h_i — фактические уровни воды; $h_{pi}(\tau_k, n_k)$ — уровни, рассчитанные при k -м приближении параметров τ и n ; T — период, по которому осуществляется сравнение.

При использовании уравнений (4.47), (4.48) выражение (4.49) можно представить в виде

$$\sigma = D_h - K_{hq}^2/D_{q_k}, \quad (4.50)$$

где $q_k = \ln Q_p$ — логарифмы расходов воды, рассчитанных при τ_k и n_k ; D_h — дисперсия ряда фактических значений h .

Для нахождения минимума функции (4.50) можно использовать метод оптимизации.

Из выражения (4.50) следует, что средняя квадратическая погрешность расчета уровней не изменится, если все расходы воды умножить на какой-либо постоянный коэффициент. Следовательно, такая процедура определения параметров n и τ неоднозначна относительно расходов воды, т. е. она позволяет получать некоторые условные расходы воды, которые могут отличаться от фактических на некоторое постоянное значение (если, конечно, исключить погрешности расчета по интегралу (3.3)), которое без привлечения информации о расходах воды в замыкающем створе или промежуточном притоке можно оценить только приближенно. Если рассматривается задача с несколькими входами, необходимо оптимизировать также коэффициенты приведения стока.

Так как при построении этого алгоритма использовано условие однозначности кривой расходов, он может применяться только для устойчивых русел и для периода открытого русла.

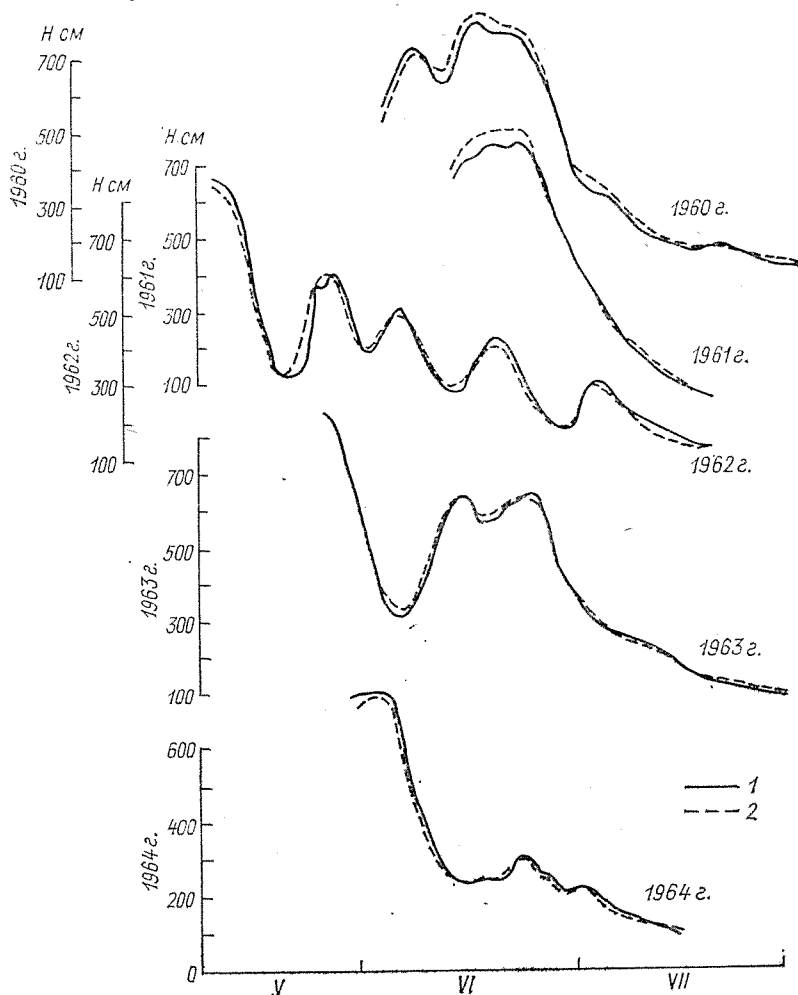


Рис. 4.4. Фактические (1) и рассчитанные (2) уровни воды р. Усы у д. Макарихи в период открытого русла.

Расчеты показали, что для таких условий алгоритм позволяет достаточно надежно определять параметры кривых добегания, обеспечивающих высокую точность расчета уровней воды. На рис. 4.4 представлены фактические и рассчитанные уровни воды для нескольких контрольных лет в створе р. Уса — д. Макариха (бассейн р. Печоры). Погрешность расчета уровней воды в этом случае не превышает 5 % многолетней амплитуды изменения уровней за половодье.

В рассматриваемом створе имелись данные измерений расходов воды, что позволило сопоставить их с расходами, полученными расчетом. В целом расходы воды также хорошо согласуются с фактическими как по фазе, так и по амплитуде, однако систематически несколько занижены. Фактическая и рассчитанная кривые расходов для этого створа оказались очень близкими:

$$Q_{\phi} = 0,21 (H + 50)^{1,6}; \quad (4.51)$$

$$Q_p = 0,19 (H + 50)^{1,6}. \quad (4.52)$$

Сравнение формул (4.51) и (4.52) показывает, что рассчитанные расходы воды ниже фактических в 1,1 раза, что близко к среднему значению неучтенного промежуточного притока на этом участке:

$$\overline{W}_{\text{вых}} / \overline{W}_{\text{вх}} = 1,06, \quad - \quad (4.53)$$

где $\overline{W}_{\text{вых}}$ и $\overline{W}_{\text{вх}}$ — средние за ряд лет объемы стока соответственно в выходном и входных створах.

Рассмотренный подход с успехом использован при разработке автоматизированных схем краткосрочных прогнозов для речных систем Печоры и Онона [9, 75].

4.3. Определение характеристик русла по данным о водном режиме

Как отмечалось в предыдущей главе, для большинства рек данных измерений характеристик русла недостаточно. Как правило, имеются лишь данные наблюдений за уровнями воды в ограниченном числе створов и расходами воды во входном и замыкающем створах. Для таких условий нами разработаны методы определения неизвестных функций, основанные на полиномиальной аппроксимации [69—72]. При весьма ограниченной информации даже о водном режиме эти методы не всегда позволяют получить такие характеристики русла, при использовании которых с достаточной для практики точностью можно рассчитать неустановившийся режим. Однако они дают возможность получить хорошее приближение, которое можно сравнительно легко уточнить.

4.3.1. Двухмерное представление искомых функций

Функции $\omega(x, H)$ и $K(x, H)$ представляют в виде полиномов Чебышева (3.28). Уравнение неразрывности (3.18) интегрируют по времени и расстоянию. После этого разложение функции $\omega(x, H)$ подставляют в полученное выражение. Меняя пределы интегрирования по времени так, чтобы охватить всю амплитуду изменения уровней воды, можно построить систему линейных ал-

гебраических уравнений для определения коэффициентов разложения:

$$\Phi A = X, \quad (4.54)$$

где A — вектор искоемых коэффициентов.

Матрица Φ и правая часть X зависят от исходных данных. Способ их определения достаточно подробно изложен в работах [68—70].

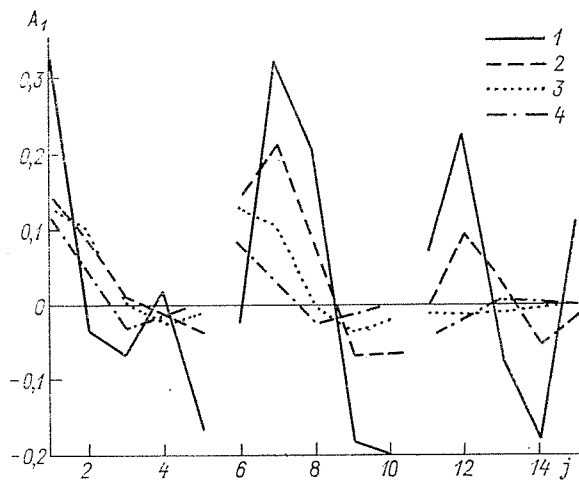


Рис. 4.5. Зависимость решения системы (4.55) от параметра регуляризации α .

Значения α : 1 — 10^{-6} , 2 — 10^{-5} , 3 — 10^{-4} , 4 — $7,8 \cdot 10^{-3}$; j — номер коэффициента разложения.

Из-за погрешностей исходных данных и неадекватности рассматриваемой модели матрица Φ может оказаться плохо обусловленной, и решение системы (4.54) будет неустойчивым относительно исходных данных. Для получения устойчивого приближенного решения можно использовать регуляризирующий функционал Тихонова [116]. Система (4.54) в этом случае приводится к виду

$$(\Phi^* \Phi + \alpha E) A = \Phi^* X, \quad (4.55)$$

где Φ^* — матрица, транспонированная по отношению к матрице Φ ; E — единичная матрица; α — параметр регуляризации, для определения которого можно использовать условие гладкости приближенного решения вблизи точного решения [116]:

$$\min [A(\alpha_{p+1}) - A(\alpha_p)]^2, \quad (4.56)$$

где $A(\alpha_{p+1})$ и $A(\alpha_p)$ — решение системы (4.55) для двух последовательных значений параметра регуляризации.

Расчеты по данным наблюдений на р. Свири показали, что параметр α играет большую роль. При α , близком к нулю, решение настолько неустойчиво, что площадь поперечного сечения в отдельных точках может оказаться отрицательной. На рис. 4.5 приведена зависимость коэффициентов разложения от параметра α .

Оказалось, что существует достаточно хорошо выраженный локальный минимум нормы (4.56) при значениях α порядка 10^{-3} — 10^{-4} . При дальнейшем увеличении α происходит сильное

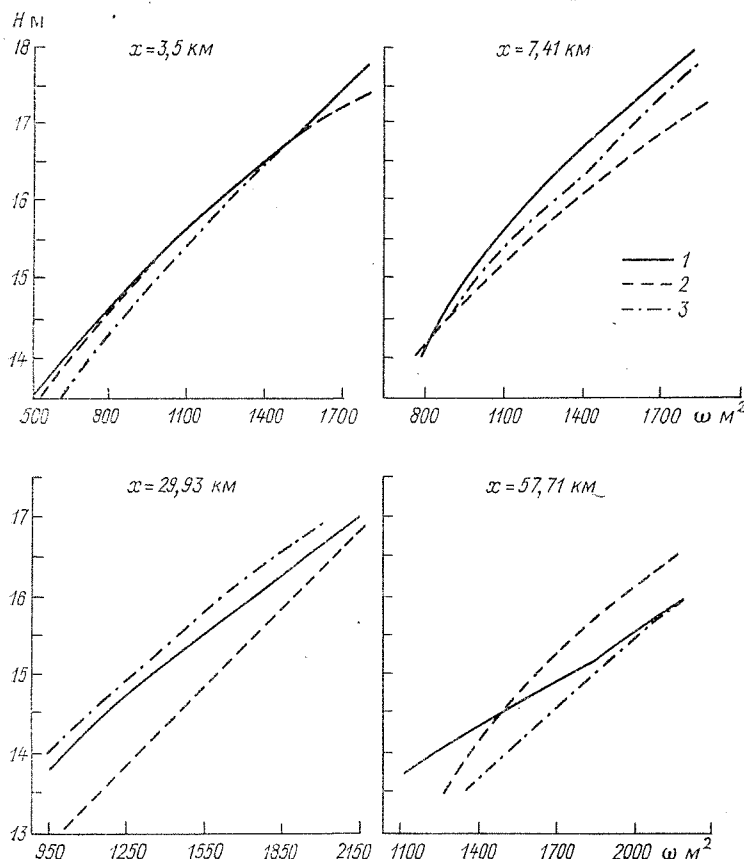


Рис. 4.6. Сравнение функций $\omega(x, H)$, рассчитанных различными способами.

1 — по фактическим данным, 2 — методом оптимизации, 3 — методом регуляризации.

сглаживание коэффициентов разложения; норма (4.56) увеличивается, а затем уменьшается, стремясь к нулю по мере стремления к нулю всех коэффициентов. При изменении числа определяемых коэффициентов разложения от 12 до 20 функция $\omega(x, H)$ существенно не изменялась. Коэффициенты, полученные по различным выборкам (при близкой амплитуде изменения расходов и уровней воды), оказались близкими, что говорит об их устойчивости.

Полученные при значениях степеней полиномов по длине $n=4$ и по уровню $m=3$ функции $\omega(H)$ для четырех гидростворов показаны на рис. 4.6. Там же приведены фактические площади попе-

речного сечения и рассчитанные по коэффициентам разложения, полученным по данным измерений поперечных профилей и уточненных методом оптимизации. Для двух верхних створов все кри-

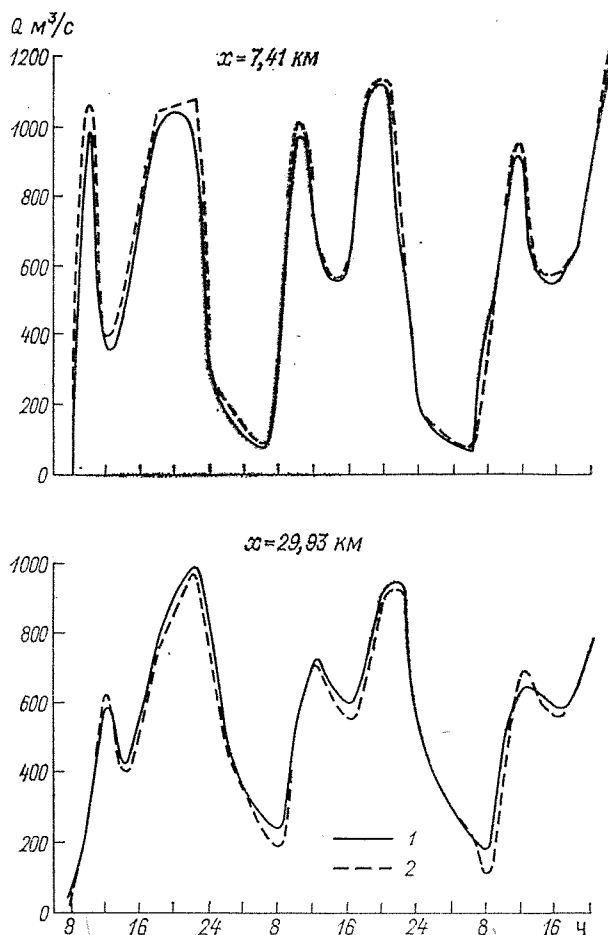


Рис. 4.7. Фактические (1) и рассчитанные (2) по морфометрическим данным, определенным путем решения обратной задачи, гидрографы р. Свири.

вые достаточно близкие, для двух других заметно различаются. Следует учитывать, что хорошее соответствие фактическим профилям еще не является свидетельством получения хороших результатов, так как расчеты неустановившегося движения с их использованием дали низкую точность (см. рис. 3.4).

Для оценки эффективности использования полученной функции $\omega(x, H)$ были рассчитаны гидрографы в промежуточных створах по уравнению неразрывности в интегральном виде

$$Q(x, t) = Q(0, t) - \int_0^x \frac{\partial \omega(\xi, H)}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} d\xi. \quad (4.57)$$

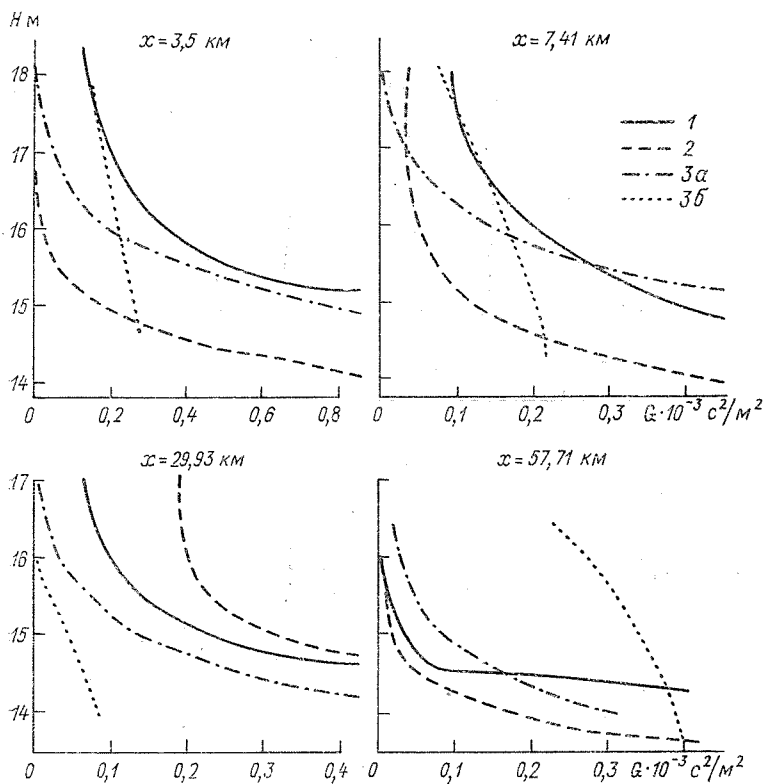


Рис. 4.8. Сопоставление фактических (1) и рассчитанных (2, 3) функций $G(x, H)$.

Метод расчета: 2 — оптимизация, 3 — регуляризация (а — с логарифмированием, б — без логарифмирования).

В этом случае расходы воды во входном створе $Q(0, t)$ задавали по данным о фактических сбросах воды, а функцию $\omega(\xi, H)$ определяли по коэффициентам разложения, полученным в результате решения системы уравнений (4.55) и (4.56). Совпадение фактических и рассчитанных при этом гидрографов оказалось хорошим (рис. 4.7).

Аналогично определялись гидравлические характеристики из динамического уравнения (3.15) после нахождения функции $\omega(x, H)$. Искалась не сама функция $G(x, H) = \omega^2/K^2$, а ее логарифм.

рифмическая анаморфоза. Так как полагалось, что данные о расходах воды по длине реки отсутствуют, их рассчитывали по соотношению (4.57) с учетом полученной ранее функции $\omega(x, H)$.

Расчеты для р. Свири показали, что характер зависимостей $G(x, H)$, полученных таким образом, согласуется с аналогичными зависимостями, построенными по наблюдениям в гидростворах, а также скорректированными методом оптимизации (рис. 4.8). Однако при низких уровнях воды характеристики сопротивления могут различаться для разных вариантов в 2—3 раза. На этом же рисунке показаны кривые $G(x, H)$, полученные без логарифмирования исходного уравнения. Как видно на рисунке, характер этих зависимостей существенно отличается от полученных другими способами. Это в основном связано с большой нелинейностью функции $G(x, H)$, что требует использования большого числа полиномов. Однако из-за недостаточной точности и ограниченности информации значительно увеличить число полиномов не всегда возможно. Поэтому предпочтительнее пользоваться вариантом, основанном на логарифмировании исходного уравнения.

4.3.2. Одномерное представление искомых функций

Для сильно меняющихся по длине русел число полиномов, необходимое для надежной аппроксимации характеристик русла, может оказаться слишком большим. При численном же интегрировании уравнений неустановившегося движения достаточно знать изменение этих характеристик как функций уровня воды в отдельных точках по длине. Промежуточные значения при необходимости могут быть получены интерполяцией.

В таких случаях нами использован подход, основанный на одномерном разложении искомых функций [72]

$$f(x_i, H) = \sum_{s=0}^m A_s(x_i) \psi_s(H), \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (4.58)$$

где k — число створов, для которых определяют коэффициенты разложения.

Интегрируя, как и в предыдущем случае, уравнение неразрывности по времени и длине, а динамическое — по длине, можно построить системы уравнений для определения коэффициентов разложения по данным об уровнях и расходах воды. Вместо гидравлической характеристики $G(x, H)$ будем искать менее изменчивый коэффициент шероховатости Шези—Маннинга

$$n^2 = \omega^2 (\omega/B)^{1/3} / K^2. \quad (4.59)$$

Заменив интегралы суммами и применив параметрический регуляризирующий алгоритм, получим две системы уравнений для определения коэффициентов функций ω и n^2 соответственно:

$$(\Phi^* \Phi + \alpha C) A_1 = \Phi^* X; \quad (4.60)$$

$$(R^* R + \alpha C) D = R^* \bar{Z}, \quad (4.61)$$

где A_1 и D — векторы искоемых коэффициентов для функций ω и n^2 длиной соответственно md и $(m_1+1)d$; m, m_1 — число полиномов соответственно для функций ω и n^2 ; d — число пунктов наблюдений за уровнем воды, в которых ищутся коэффициенты; Φ — матрица порядка $N \times md$ с элементами

$$f_{ij} = \begin{cases} \delta\psi_s(x_{\beta+1} - x_{\beta}), & \beta = 1; \\ \delta\psi_s(x_{\beta+1} - x_{\beta-1}), & 1 < \beta < d; \\ \delta\psi_s(x_{\beta} - x_{\beta-1}), & \beta = d; \end{cases} \quad (4.62)$$

где

$$\delta\psi_s = 0,5 \{ \psi_s[H(x_{\beta}, T_{i+1})] - \psi_s[H(x_{\beta}, T_i)] \} \quad (i = 1, 2, \dots, N; \\ j = 1, 2, \dots, md);$$

$$\beta = \text{int} \left\{ \frac{j + m - 1}{m} \right\}, \quad s = j - (\beta - 1)m;$$

N — число моментов времени, данные для которых включены в расчет ($N \geq md$); X — вектор порядка N с элементами

$$x_i = \int_{T_i}^{T_{i+1}} [Q(0, t) - Q(L, t) - \Delta Q(t)] dt; \quad (4.63)$$

$\Delta Q(t)$ — приток (отток) на рассматриваемом участке $\{0, L\}$, R — матрица порядка $N \times (m_1+1)d$ с элементами

$$r_{ij} = \begin{cases} 0,5v_{ij}\psi_s[H(x_{\beta}, T_i)](x_{\beta+1} - x_{\beta}), & \beta = 1; \\ 0,5v_{ij}\psi_s[H(x_{\beta}, T_i)](x_{\beta+1} - x_{\beta-1}), & 1 < \beta < d; \\ 0,5v_{ij}\psi_s[H(x_{\beta}, T_i)](x_{\beta} - x_{\beta-1}), & \beta = d; \end{cases} \quad (4.64)$$

здесь

$$v_{ij} = Q_p^2(x_{\beta}, T_i) B^{4/3}(x_{\beta}, T_i) / [\omega^{10/3}(x_{\beta}, T_i)] \quad (i = 1, 2, \dots, N; \\ j = 1, 2, \dots, (m_1 + 1)d),$$

$$\beta = \text{int} \{ (j + m_1) / (m_1 + 1) \}; \quad s = j - \beta - (\beta - 1)m_1;$$

Q_p — рассчитанные по уравнению (4.57) расходы воды по полученным в результате решения системы (4.60) функциям $\omega(x_{\beta}, H)$; Z — вектор длиной N с элементами

$$z_i = H(0, T_i) - H(L, T_i).$$

В этом случае для оценки нормы $\|A_1\|^2$ параметрического функционала Тихонова использовано более общее соотношение, так как искоемые коэффициенты являются функциями расстояния:

$$\|A_1\|^2 = \sum_{s=1}^m \int_0^L \{A_1^2 + dA_1^2/dx\} dx. \quad (4.65)$$

Поэтому вместо единичной матрицы вводится трехдиагональная квадратная матрица C порядка $m \times d$ с элементами

$$c_{ij} = \begin{cases} (x_\beta - x_{\beta-1})/2 + 1/(x_\beta - x_{\beta-1}) + (x_{\beta+1} - x_\beta)/2 + \\ + 1/(x_{\beta+1} - x_\beta) & \text{при } i = j, 1 < \beta < N; \\ (x_{\beta+1} - x_\beta)/2 + 1/(x_{\beta+1} - x_\beta) & \text{при } i = j, \beta = 1; \\ (x_\beta - x_{\beta-1})/2 + 1/(x_\beta - x_{\beta-1}) & \text{при } i = j, \beta = d; \\ -1/(x_{\beta+1} - x_\beta) & \text{при } j = i + m; \\ -1/(x_\beta - x_{\beta-1}) & \text{при } j = i - m; \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (4.66)$$

В уравнении (4.61) получается аналогичная матрица C для коэффициентов $\bar{D}$, только с учетом нулевых степеней полиномов ее порядок будет $(m_1 + 1)d$.

Как и в случае двухмерного разложения, необходимо доопределить d нулевых коэффициентов. Для этого использованы данные об отметках дна $H_0(x)$. Непосредственно использовать эти данные не удастся, так как амплитуда реально измеренных уровней воды заметно меньше интервала $\{H_0, H_{\max}\}$ и нормировку H приходится делать для заметно меньшего интервала $\{H_{\min}, H_{\max}\}$, чтобы область определения нормированной функции совпадала с областью существования системы ортогональных полиномов. Нарушение этого условия может приводить к значительному искажению рассчитанных функций. С учетом этого нулевые коэффициенты $A_0(x)$ определяли из уравнения

$$A_0(x) = \omega(x, H_{\min}) - \sum_{s=1}^m A_{1s}(x) \psi_s(H_{\min}), \quad (4.67)$$

где $\omega(x, H_{\min})$ — площадь поперечного сечения при некотором минимальном наблюдавшемся уровне воды $H_{\min}$.

Поскольку для реальных рек не всегда имеются измеренные значения $\omega(x, H_{\min})$, их находили по отметкам линии дна в предположении параболической формы русла на отрезке $\{H_0, H_{\min}\}$:

$$\omega(x, H_{\min}) = \frac{2}{3} B(x, H_{\min}) [H_{\min}(x) - H_0(x)]. \quad (4.68)$$

В случае одномерного разложения фактически решается интегральное уравнение. Это позволяет ограничить область поиска оптимального значения параметра регуляризации $\alpha_{\text{опт}}$ с помощью неравенства, полученного в работе [29]:

$$\alpha_\psi \leq \alpha_{\text{опт}} \leq \alpha_s \leq \alpha_\phi, \quad (4.69)$$

где α_ϕ соответствует локальному максимуму функции

$$\psi(\alpha) = \|\Phi dA_1/d\alpha - (\Phi A_1 - X)\|^2 / \|\Phi A_1 - X\|^2, \quad (4.70)$$

α_s и α_ϕ — локальным минимумам функций:

$$S_1(\alpha) = \|A_1(\alpha_{p+1}) - A_1(\alpha_p)\|^2; \quad (4.71)$$

$$\varphi_1(\alpha) = \|\alpha dA_1/d\alpha\|^2. \quad (4.72)$$

Рассмотренный подход был реализован для участка р. Волги ниже ГЭС им. XXII КПСС. Протяженность участка 448 км, на нем имелось девять постов, на которых производились наблюдения за уровнями воды. Коэффициенты разложения были определены для каждого из этих створов. Использованы также фактические данные о сбросах ГЭС и расходах воды в с. Верхнелебязье.

Оптимальное число полиномов для функции $\omega(x, H)$ определялось исходя из минимума функционала

$$K = \sum_{i=1}^N [Q(L, T_i) - Q_p(L, T_i)]^2, \quad (4.73)$$

где $Q(L, T_i)$ и $Q_p(L, T_i)$ — соответственно фактические и рассчитанные по соотношению (4.57) расходы воды в с. Верхнелебязье.

Коэффициенты шероховатости при изменении уровня воды менялись слабо, поэтому оказалось возможным использовать небольшое число полиномов ($m_1=2$).

В результате использования этого подхода удалось получить достаточно устойчивые функции при $m=6$, $m_1=2$, не очень сильно меняющиеся для различных выборок. По восстановленным функциям были рассчитаны расходы и уровни воды ниже ГЭС. Использована схема Лакса—Вендрофа. На верхней границе задавались сбросы ГЭС, а в створе с. Верхнелебязье — кривая расходов. Потери воды на пойме рассчитывались с учетом ее затопления:

$$q(x, t) = (1 - k) Q(0, t) \xi(x, t) / \text{abs} \int_0^L \xi(x, t) dx;$$

$$\xi(x, t) = [H(x, t) - H_v(x)] / [H_z(x) - H_v(x)], \quad (4.74)$$

где $H_v(x)$, $H_z(x)$ — соответственно уровни воды выхода на пойму и ее полного затопления; k — соотношение объемов воды в замкнутом и входном створах; $Q(0, t)$ — сбросы ГЭС.

Так как наблюдения за расходами воды по длине участка не ведутся, в начальный момент времени задавались только уровни воды, а расходы рассчитывались по упрощенному уравнению движения с учетом неравномерного по длине распределения площадей сечения:

$$Q(x, 0) = \sqrt{-\frac{\partial H}{\partial x} / \left(\frac{1}{gK^2\omega^3} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)}. \quad (4.75)$$

Расчеты трансформации попусков ГЭС с использованием восстановленных характеристик русла показали, что решение получается устойчивым и удовлетворительно согласуется с фактическими уровнями воды на нижележащих постах (рис. 4.9). Можно отметить, что приводимые в литературе [25, 119] результаты расчетов неустановившегося движения по уравнениям Сен-Венана с использованием морфометрических и гидравлических характе-

ристик русла, полученных по наблюдениям на стандартной гидрологической сети, уступают по точности расчетам, полученным в данном случае.

Тем не менее для краткосрочных прогнозов такая точность все же недостаточна. Однако важно то, что рассмотренный подход позволяет найти очень хорошее начальное приближение характеристик русла. Об этом свидетельствует, например, сравнение рисунков 4.9 и 3.4: точность расчетов с использованием характеристик, полученных по данным детальных измерений (рис. 3.4), значительно ниже точности, полученной в данном случае (рис. 4.9). Для получения приемлемой для прогнозов точности в последнем случае потребовалась лишь небольшая коррекция восстановленных функций. Так, после незначительной (в среднем на 10—15 %) коррекции восстановленных коэффициентов шероховатости [103] для рассматриваемого участка р. Волги удалось получить высокую точность расчетов за большой период наблюдений. На рис. 4.9 эти результаты сопоставлены с результатами расчетов без коррекции характеристик для одного года.

Рассмотренный подход позволил построить практическую схему прогноза неустановившегося движения на всем участке Нижней Волги [104] и учесть режим регулирования стока вододелителем [73]. При работе вододелителя нарушается естественный режим перераспределения воды по трем рукавам благодаря поддержанию определенного характера изменения расходов и уровней воды в створе вододелителя. В этом случае при интегрировании уравнений (3.17), (3.18) в створе вододелителя необходимо задать граничные условия, отличающиеся от рассмотренных выше (3.20), (3.21), (3.22).

Один из наиболее общих режимов работы вододелителя характеризуется тем, что начиная с некоторого уровня воды в вершине дельты поддерживается некоторый заданный ход уровней воды $H(t) = \varphi(t)$. В этом случае в створе плотины может нарушаться непрерывность изменения уровней воды в точке перехода от верхнего бьефа к нижнему. Поэтому, помимо условий сохранения баланса и равенства уровней в узле деления, было поставлено дополнительное условие для участка, расположенного непосредственно за плотинной: решалось уравнение обратной характеристики (3.22) при заданном расходе воды. Полученный при этом уровень воды может не совпадать с заданным в вершине дельты уровнем $\varphi(t)$. Разница этих уровней будет зависеть от интенсивности регулирования сбросов воды в нижний бьеф вододелителя и при переходе к естественному режиму должна стремиться к нулю.

Расчеты неустановившегося режима в периоды работы вододелителя показали, что учет работы вододелителя по данной схеме позволяет в 2—3 раза снизить погрешности расчета уровней и расходов воды для створов, расположенных в зоне подпора от вододелителя и ниже него по основному руслу р. Волги. Хорошо описывается перепад уровней воды в районе вододелителя. На рис. 4.10 показаны рассчитанные продольные профили для

подпорного участка с учетом и без учета влияния работы вододелителя.

Разработанная схема расчета была использована при выборе оптимального режима управления водноресурсной системой Ниж-

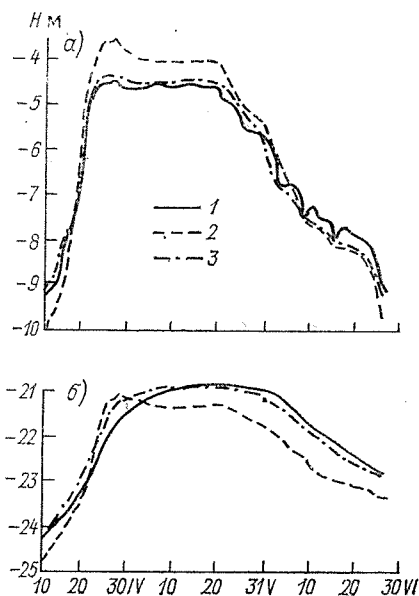


Рис. 4.9. Фактические (1) и рассчитанные (2, 3) уровни воды р. Волги за 1970 г.

а — Красноармейск (в 43 км от ГЭС), б — Верхнелебязье (в 448 км от ГЭС); метод расчета: 2 — по восстановленным характеристикам, 3 — по скорректированным характеристикам.

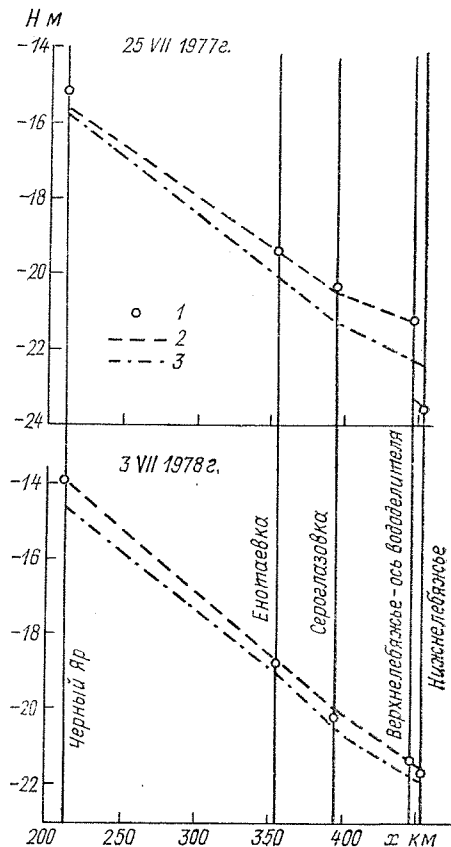


Рис. 4.10. Фактические (1) и рассчитанные с учетом (2) и без учета (3) работы вододелителя уровни воды на подпорном участке р. Волги.

ней Волги в период половодья. Для этого осуществлены многократные расчеты неустановившегося движения при различных графиках пусков ГЭС им. XXII съезда КПСС и разным режиме работы вододелителя.

РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ СТОКА ДЛЯ ЛЕСНОЙ ЗОНЫ ЕВРОПЕЙСКОЙ ЧАСТИ СССР

Для лесной зоны характерно сезонное промерзание почвы, сильно меняющееся от года к году. В периоды промерзания и оттаивания почвы могут формироваться как чисто дождевые, так и смешанные паводки. При этом условия формирования стока на водосборе существенно зависят от содержания и фазового состояния влаги в почве. Другим важным моментом является то, что водосборы, расположенные в этом регионе, отличаются различной степенью залесенности: от практически полностью покрытых лесом водосборов до полностью открытых.

Так как наиболее существенные особенности модели состоят в учете теплофизических процессов в зоне аэрации и различий в процессах формирования стока на залесенных и открытых участках, рассматриваемый регион является очень показательным для испытания и анализа возможностей модели.

При выборе водосборов, по которым испытывалась модель, помимо учета практической целесообразности стремились наиболее полно охватить различные условия формирования стока. Таким образом, полученные в работе результаты позволяют делать соответствующие выводы по всему региону.

5.1. Характеристика водосборов и исходной информации

Основные расчеты с использованием модели выполнены для небольших и средних водосборов в бассейнах рек Волги, Днепра, Северной Двины, Печоры (рис. 5.1). В табл. 5.1 приведены некоторые характеристики рассматриваемых водосборов с указанием числа пунктов, использовавшихся при осреднении входных данных. Как видно из данных таблицы, площади водосбора и залесенность выбранных водосборов менялись в широких пределах: от 10,5 до 2 тыс. км², а лесистость — от 97 % (практически полностью залесен) до 25 % (почти полностью открыт).

Рассматриваемый регион расположен в зоне умеренно континентального климата с холодной зимой и умеренно теплым летом. Для большинства водосборов характерна устойчивая погода в течение всего зимнего периода; оттепели непродолжительны, довольно редки и наблюдаются главным образом осенью при установлении снежного покрова. Лишь в бассейнах Верхнего Днепра и Мологи оттепели нередки в течение зимы и могут приводить к частичному стаяванию снежного покрова; иногда после

схода устойчивого снежного покрова наблюдаются случаи образования кратковременного снежного покрова даже в период весеннего половодья. Снег залегает довольно равномерно с некоторой тенденцией увеличения запасов воды в нем в восточном и север-

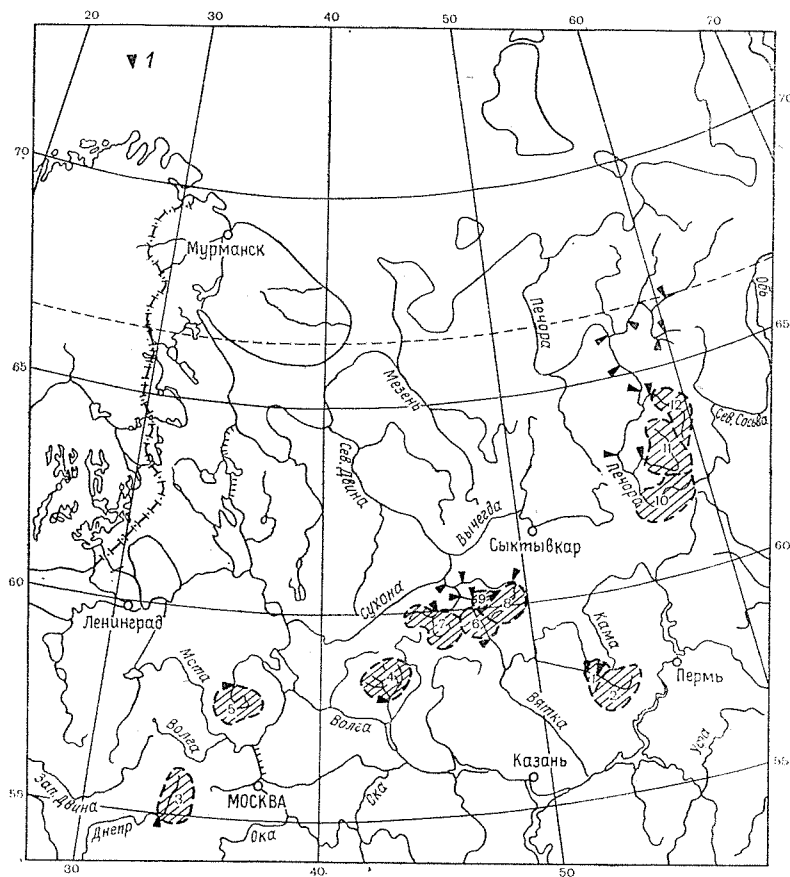


Рис. 5.1. Расположение рассматриваемых водосборов (заштрихованные площади).

Цифрами указаны номера водосборов в соответствии с табл. 5.1; 1 — створы, для которых рассчитывались гидрографы.

ном направлении в соответствии с продолжительностью холодного периода (табл. 5.2). Это не относится к водосборам рек бассейна Печоры (Верхняя Печора, Илыч, Щугор), часть территории которых расположена на западном склоне Северного Урала с высотами до 900—1100 м. Здесь определяющим фактором снегонакопления является высота водосбора. С увеличением средней высоты водосбора увеличивается средний запас воды в снеге на нем (рис. 5.2). К сожалению, данных регулярных наблюдений в го-

Таблица 5.1

**Характеристика водосборов и число пунктов, использовавшихся
при осреднении входных данных**

№ п/п	Река — пункт	Площадь водосбора, км²	Средняя высота водосбора, м	Лесистость, %	Заболоченность, %	Число пунктов, использовавшихся при осреднении характеристик		
						§ макс. л	§ макс. п	P, T, и
1	Чепца—Глазов	9750	209	40	1	5	10	3
2	Чепца—Полом	5930	217	58	1	5	10	3
3	Днепр—Дорогобуж	6390	228	42	1	3	6	6
4	Нея—Буслаево	5700	150	80	1	5	5	5
5	Молога—Боровское	5750	160	25	5	2	5	5
6	Молома—Пермьское	6070	172	80	2	6	—	6
7	Юг—Кичменгский Городок	8890	175	95	2	6	—	9
8	Луза—Объячево	6700	152	97	1	6	—	3
9	Пушма—Лодейное	2340	170	92	1	3	—	3
10	Печора—Якша	9620	290	91	2	5	—	5
11	Ильч—Приуральск	10500	326	90	3	2	—	3
12	Шугор—Мичабичевник	9220	408	66	6	3	—	3

рах практически нет. Самая верхняя станция расположена на высоте 350 м, в то время как максимальные отметки этих водосборов могут достигать 1200 м. Распределение площадей по высотам дано в табл. 5.3.

Сопоставление месячных сумм осадков за многолетний период с высотами станций, на которых они измерены, показывают явную тенденцию увеличения осадков с высотой, особенно в зимние месяцы. В этот период контраст температуры на разных высотах увеличивается, что способствует увеличению периода снегонакопления на больших высотах. Поэтому наблюдается довольно

Таблица 5.2

**Средние за многолетний период максимальные запасы
воды в снеге для водосборов**

Река — замыкающий створ	Средняя высота водосбора, м	Запас воды в снеге, мм
Молога—Боровское	160	104
Днепр—Дорогобуж	228	114
Нея—Буслаево	150	144
Юг—Кичменгский Городок	175	153
Луза—Объячево	152	165
Чепца—Глазов	209	170
Печора—Якша	290	254
Ильч—Приуральск	326	333
Шугор—Верхний Шугор	408	525

четкая связь максимальных снегозапасов с высотой (рис. 5.2). Выше отметки 350 м систематические данные отсутствуют. Имеются лишь качественные представления, основанные на результатах отдельных съемок в высокогорных областях. Наиболее представительную съемку в Приполярном Урале сделал А. О. Кеммерих [39]: в период, когда снегонакопление близко к максимальному,

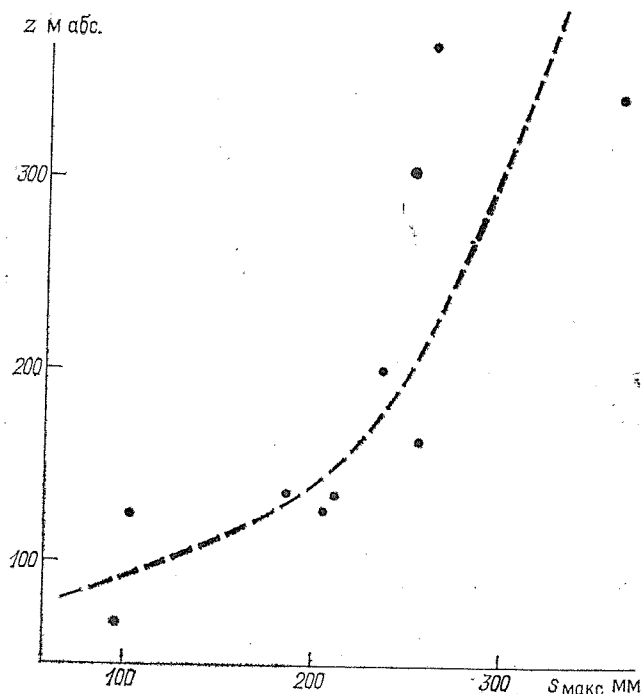


Рис. 5.2. Изменение максимальных запасов воды в снежном покрове $S_{\text{макс}}$ с высотой z в бассейне р. Печоры.

он дважды пересекает Урал с северо-запада на юго-восток в наиболее возвышенной части, проводя полные съемки снежного покрова с изменением его высоты и плотности. Используя полученные

Таблица 5.3

Распределение площадей по высотам для водосборов
в бассейне р. Печоры, %

Река	Диапазон высот, м				
	100—200	200—300	300—500	500—700	>700
Печора	52	23	24	1	—
Илыч	26	25	26	16	7
Щугор	22	24	25	24	5

результаты и данные других исследователей, он отметил следующие особенности распределения снежного покрова на Урале:

- во всех ландшафтных поясах с увеличением абсолютной высоты местности наблюдается увеличение высоты снежного покрова (на 10—20 см на 100 м высоты);

- наибольший градиент увеличения высоты снежного покрова (до 70 см на каждые 100 м высоты) наблюдается на подветренных склонах хребтов близ верхней границы леса;

- с увеличением абсолютной высоты увеличивается также плотность снега.

Почвы на большей части территории дерново-подзолистые, суглинистые, в верховьях некоторых рек (Нея, Луза) иногда супесчаные. Лишь в бассейне р. Чепцы почвы преимущественно супесчаные, а в отдельных южных частях водосбора — песчаные. Леса преимущественно хвойные (еловые, на песках сосновые).

Так как рассматриваемые водосборы находятся в зоне достаточного и избыточного увлажнения, влажность почвы осенью и весной здесь редко бывает меньше наименьшей влагоемкости. Заметное увеличение влажности верхних слоев почвы наблюдается во время зимних оттепелей. Уровни грунтовых вод залегают довольно глубоко (2—3 м), однако в периоды длительного увлажнения почвы (весной, а иногда и осенью) поднимаются близко к поверхности и могут оказывать заметное влияние на потери. При довольно большом среднем многолетнем коэффициенте стока за половодье (0,6—0,7) в отдельные годы наблюдаются очень низкие его значения (на р. Нее, например, в 1967 г. коэффициент стока был равен 0,38 при максимальном значении 0,87 в 1974 г.). Несколько выше коэффициенты стока рек в верховьях Печоры (0,75—0,80), причем наблюдается заметно меньшее изменение их от года к году. Для этих рек характерно увеличение стока с высотой водосбора [19] (рис. 5.3).

Несмотря на суровые зимы, почва в отдельные годы промерзает неглубоко (20—25 см). В эти годы, как правило, наблюдается сильное увлажнение почвы (за счет осенних дождей и оттепелей в начале зимы) и более мощный снежный покров. Практически для всех водосборов (за исключением водосборов в бассейне р. Печоры) прослеживается тенденция увеличения глубины промерзания с уменьшением максимальных запасов воды в снеге (рис. 5.4 а). Однако между глубиной промерзания и потерями стока связи не наблюдается (рис. 5.4 б). Потери в этом случае, скорее, зависят от льдистости почвы. Поэтому при небольшой глубине промерзания, но высокой влажности почвы могут создаваться неблагоприятные для потерь условия.

По типу питания реки рассматриваемого региона относятся к рекам с преобладающим снеговым питанием. В летне-осенний период питание преимущественно грунтовое, но со значительной долей дождевых вод, особенно заметной в начале лета (на спаде весеннего половодья и непосредственно за ним) и осенью. Зимой реки питаются исключительно грунтовыми водами.

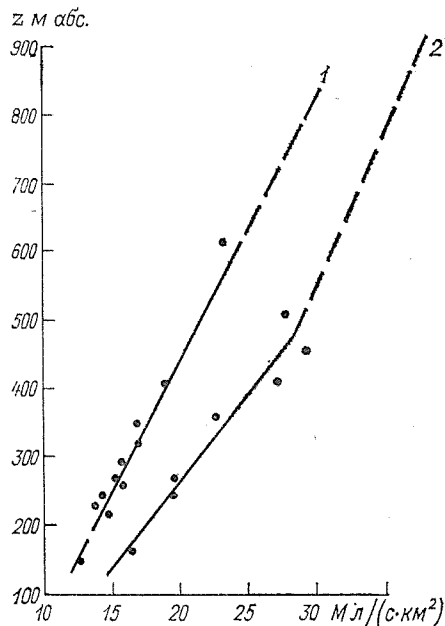


Рис. 5.3. Изменение среднего годового модуля стока M с высотой водосбора.
1 — верховья рек Печоры и Илыча, 2 — верховья р. Щугор.

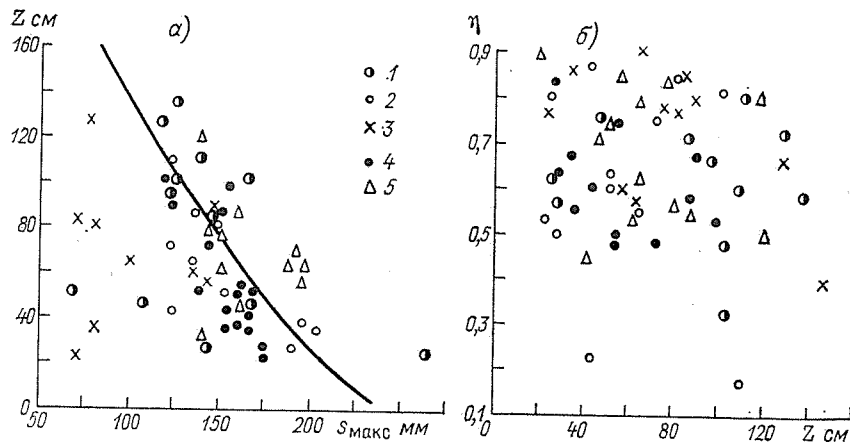


Рис. 5.4. Связь глубины промерзания Z со снегозапасами $S_{\max}$ (а) и ко-
эффициента стока за половодье η с глубиной промерзания Z (б).

Однако уровенный режим рек различается существенно. На большей части равнинных водосборов наблюдается довольно плавный ход уровней и расходов воды в период весеннего половодья, которое длится около 2 месяцев. Однако в отдельные годы, особенно на реках Юге, Чепце и Днепре, может наблюдаться несколько подъемов уровней, вызванных как перебойным снеготаянием, так и сильными дождями, выпадающими в период формирования половодья. Подъемы уровней, обусловленные осадками, меньше подъемов, связанных со снеготаянием, однако могут длиться больше месяца и давать объем стока, соизмеримый с объемом талого стока.

Особенно сильно затягивается половодье на р. Мологе. Общая продолжительность его достигает 4 месяцев и лишь в отдельные годы не превышает 2 месяцев. Однако выпадающие в этот период дожди не дают заметных подъемов уровней, а лишь замедляют либо приостанавливают спад. Такая значительная регулирующая способность водосбора, очевидно, связана с его повышенной заболоченностью (около 5 %).

Чисто дождевые паводки на этих реках формируются очень редко, и подъемы воды при этом незначительны. Заметно чаще паводки формируются поздней осенью и в начале зимы, когда осадки выпадают на слабoproмерзшую почву, покрытую тающим снегом, т. е. паводки являются смешанными. Наиболее характерны такие подъемы на р. Нее где максимальные уровни при этом могут достигать максимальных уровней весеннего половодья.

На водный режим рек в бассейне р. Печоры некоторое влияние оказывает разновременность таяния снега на равнинной, предгорной и горной частях водосборов. Колебания температуры воздуха приводят к быстрому изменению хода уровней воды, что придает гидрографу «гребенчатый» вид. Наиболее характерно это для р. Шугор, менее выражено на р. Печоре (до с. Якша). Однако даже для р. Печоры за полувековой период наблюдений однопиковое половодье отмечалось лишь 4 раза, наиболее часто наблюдалось трехпиковое половодье (около 50 % случаев), а в шести случаях — пятипиковое. Максимальный расход воды все же чаще наблюдается в первом пике (60 % случаев). Часто на спаде половодья и после него проходят дождевые паводки, интенсивность которых постепенно снижается, однако заметные подъемы уровней воды могут наблюдаться в течение всей летне-осенней межени.

Для всех водосборов существенную роль в период формирования половодья играют жидкие осадки. Суммарное количество осадков, выпадающих только за период снеготаяния, бывает соизмеримо с запасами воды в снеге. На реках бассейна Печоры таяние на самых возвышенных участках водосбора продолжается практически до конца половодья, и за этот период жидкие осадки могут превышать снегозапасы. В табл. 5.4 для некоторых водосборов приведены данные о максимальных снегозапасах в лесу ($S_{\text{макс. л}}$) и поле ($S_{\text{макс. п}}$), жидких осадках до даты схода снега

Таблица 5.4

Некоторые характеристики весеннего половодья

Год.	мм				η	Год	мм				η
	$S_{\text{макс. л}}$	$S_{\text{макс. п}}$	P_1	P_2			$S_{\text{макс. л}}$	$S_{\text{макс. п}}$	P_1	P_2	
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
р. Чепца — г. Глазов						1974	173	—	116	64	0,63
1967	142	125	19	8	0,59	1975	140	—	39	25	0,49
1968	281	264	61	25	0,62	1976	159	—	58	74	0,60
1969	156	140	15	6	0,80	1977	144	—	41	71	0,48
1970	155	118	89	2	0,72	1978	156	—	68	25	0,55
1971	150	147	5	27	0,71	1979	163	—	43	30	0,74
1972	132	122	61	12	0,66	1980	161	—	32	102	0,83
1973	173	144	2	7	0,57	р. Днепр — г. Дорогобуж					
1974	183	167	85	26	0,75	1967	175	134	72	78	0,57
1975	150	124	32	13	0,47	1968	167	143	20	59	0,60
1976	182	166	14	10	0,32	1969	98	66	30	42	0,39
р. Нея — д. Буслаево						1970	177	99	93	12	0,91
1965	155	134	15	82	0,53	1971	92	71	14	35	0,85
1966	205	192	52	39	0,80	1972	55	46	59	10	0,78
1967	123	88	22	42	0,39	1973	86	81	5	54	0,77
1968	192	163	70	34	0,59	1974	82	60	7	16	0,76
1969	120	87	17	76	0,76	1975	100	81	27	32	0,86
1970	147	117	27	78	0,75	1976	111	77	72	75	0,66
1971	138	97	49	96	0,66	1977	152	147	35	35	0,80
1972	123	62	19	80	0,72	р. Шугор — д. Мичабижевник					
1973	136	114	20	24	0,38	1966	560	—	—	160	0,71
1974	166	159	69	128	0,86	1967	422	—	—	193	0,80
1975	125	109	26	15	0,38	1968	425	—	—	262	0,73
р. Юг — с. Кичменгский Городок						1969	440	—	—	277	0,70
1968	166	—	94	46	0,67	1970	350	—	—	307	0,70
1969	154	—	26	19	0,53	1971	590	—	—	222	0,80
1970	123	—	21	38	0,67	1972	695	—	—	75	0,84
1971	154	—	55	61	0,60	1973	670	—	—	211	0,80
1972	150	—	64	89	0,58	1974	720	—	—	146	0,77
1973	170	—	7	42	0,48	1975	450	—	—	606	0,88
						1976	492	—	—	296	0,81
						1977	496	—	—	95	0,90

в лесу (P_1) и от даты схода снега до окончания половодья (P_2), а также коэффициенты стока (осадки после схода снега не учитывались) за половодье (η). Поскольку в горах наблюдения за снегом отсутствуют, установить даты схода снежного покрова не удастся, и в табл. 5.4 для р. Шугор приведены суммарные осадки за период половодья (графа 5) и коэффициенты стока с их учетом.

Отмеченные особенности водного режима рассматриваемых рек свидетельствуют о необходимости учета процессов стокообра-

зования в переходные периоды, когда формируется талый, дождевой и смешанный сток при промерзании и оттаивании почвы. Поэтому результаты, полученные при использовании предложенной модели, которая должна учитывать эти особенности, можно считать показательными.

5.2. Сравнительные расчеты некоторых элементов стокообразования

Многие зависимости, приведенные в главе 2, получены при довольно значительной схематизации процессов стокообразования на водосборе, а следовательно при ряде более или менее существенных допущений. Априори оценить влияние этих допущений на результаты не всегда удастся. Поэтому в некоторых случаях возникают затруднения при выборе наиболее подходящего варианта той или иной зависимости. Немаловажным является также стремление выбрать наиболее простые зависимости, включающие меньшее число параметров и использующие наиболее надежно измеряемые на стандартной сети наблюдений исходные данные.

В этих случаях могут оказаться полезными численные эксперименты, выполненные для различных модификаций некоторых соотношений модели. При этом можно использовать как фактические данные наблюдений на водосборах, так и некоторые моделируемые гипотетические ситуации [34].

5.2.1. Расчеты интенсивности снеготаяния

В главе 2 для расчета интенсивности снеготаяния приведено соотношение (2.19) с зависимостями (2.20)—(2.23) для расчета его коэффициентов и соотношение (2.24). Последнее включает один параметр, и для расчетов требуются только данные о температуре воздуха. Для расчета по зависимости (2.19) необходимы данные о температуре и дефиците насыщения воздуха, а также о скорости ветра, причем эта зависимость содержит два параметра и два коэффициента, которые можно определить по соотношениям (2.22) и (2.23).

Сравнительные расчеты интенсивности снеготаяния с использованием этих зависимостей выполнены по данным бассейна р. Неи. Результаты сопоставлены с данными снегосъемок, осредненными для всего водосбора.

При расчете по зависимости (2.24) не вполне ясно, какую температуру воздуха надо использовать. Так как снеготаяние преобладает в дневную часть суток, иногда вместо средней суточной температуры используют дневную либо максимальную температуру воздуха. Расчеты были выполнены с использованием средней суточной и максимальной температуры. В первом случае коэффициент стаивания оказался равным 1,82 мм/(сут·°С), во втором — 0,51 мм/(сут·°С). Ход снеготаяния по данным расчетов с учетом обоих значений температуры воздуха для нескольких характерных

лет представлен на рис. 5.5. Можно заметить, что результаты расчетов в обоих случаях близки. В начальный период интенсивность снеготаяния, рассчитанная по максимальной температуре, почти всегда больше соответствующих значений, рассчитанных по средней суточной температуре. В дальнейшем наблюдается обратная картина, и в результате в обоих случаях снег сходит практически

одновременно. В годы с дружным снеготаянием эти варианты расчета различаются несколько меньше, чем в годы с возвратами холодов.

При сопоставлении результатов расчетов хода снеготаяния с немногочисленными данными снегосъемок в период таяния, показанными на этом же рисунке, можно отметить незначительное преимущество расчетов с использованием средней суточной темпе-

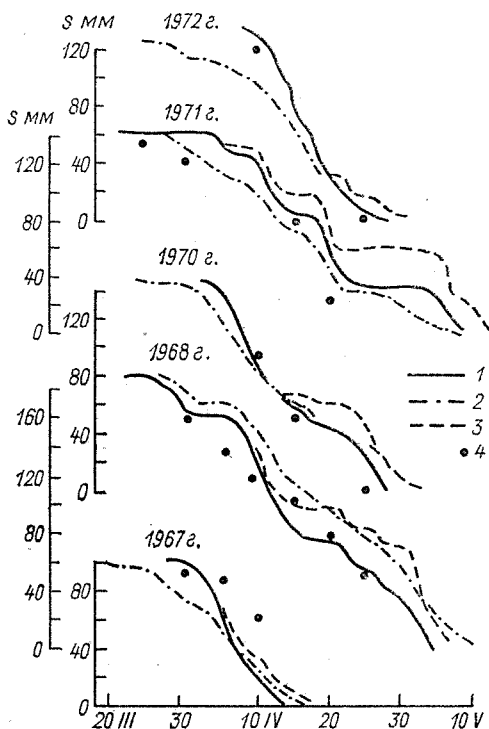


Рис. 5.5. Кривые хода снеготаяния, рассчитанные по различным соотношениям.

1 — по коэффициенту стаивания при $a=1,82$; 2 — по максимальной температуре воздуха при $a=0,51$; 3 — по формуле (2.19) при $a_1=1,58$, $b=0,68$; 4 — данные снегосъемок.

ратуры, для которых среднее квадратическое отклонение рассчитанных снегозапасов от фактических составило 18 мм по сравнению с 20 мм при расчетах по максимальной температуре воздуха. Таким образом, для залесенных площадей предпочтительнее пользоваться средней суточной температурой воздуха. Для таких условий контраст между дневной и ночной температурой значительно меньше, чем для открытых участков, и средняя суточная температура хорошо характеризует весь период снеготаяния. В связи с тем что максимальная температура воздуха значительно больше меняется по площади и при ее осреднении для всего водосбора могут допускаться большие погрешности, чем при осреднении средней суточной температуры, в расчет снеготаяния на открытых участках также вводили среднюю суточную температуру.

При использовании зависимости (2.19) возникают трудности, связанные с расчетом функции скорости ветра, так как зависимо-

сти, предложенные разными авторами, существенно различаются и получены для открытых участков, что затрудняет переход на залесенные участки. К тому же скорость ветра сильно меняется во времени и пространстве и трудно по данным отдельных измерений получить репрезентативное для площади среднее за интервал времени значение. Вследствие этого при значимой скорости ветра соотношения, включающие эту характеристику, могут давать значительные погрешности при расчетах интенсивности снеготаяния [28]. Поэтому полагалось, что скорость ветра не меняется и равна среднему многолетнему ее значению (как и при расчете испарения). Тогда коэффициенты a_1 и b можно определить, используя данные наблюдений за температурой и дефицитом насыщения воздуха, а также данные снегосъемок. Для этого достаточно решить систему уравнений

$$a_1 \sum_{j=1}^{t_i} T_{ij} + b \sum_{j=1}^{t_i} (T_{ij} - 1,8d_{ij}) = s_{\max i} - s_{t_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5.1)$$

где t_i — принятый период таяния для i -го случая; $s_{\max i}$, s_{t_i} — соответственно максимальный и оставшийся к моменту времени t_i запас воды в снеге; n — число выбранных периодов таяния.

Коэффициенты a_1 и b для р. Неи (залесенные участки) оказались равными соответственно 1,58 и 0,68. Сравнительно близкими к ним получились коэффициенты, рассчитанные по соотношениям (2.20) — (2.22) при скорости ветра 0,5 м/с: соответственно 1,67 и 0,37. Если же для расчета функции скорости ветра использовать зависимость (2.23), то даже при нулевой скорости ветра эти коэффициенты оказываются значительно большими: 2,15 и 0,84 соответственно.

Результаты расчетов схода снежного покрова по соотношению (2.19) с коэффициентами a_1 и b , определенными по фактическим данным из (5.1), при дружном снеготаянии очень близки к результатам расчета по коэффициенту стаивания, соответствующему средней суточной температуре (рис. 5.5). Для лет с перебойным снеготаянием (1968, 1971) различия несколько больше, причем при расчетах по зависимости (2.19) получается более поздняя дата схода снега. В целом, однако, трудно отдать предпочтение какому-либо из этих двух способов при сопоставлении с данными снегосъемок. Поэтому расчеты интенсивности снеготаяния можно вести по коэффициенту стаивания (2.24), так как при этом используется меньшее число параметров и входных данных.

5.2.2. Сравнительные расчеты промерзания почвы

В модель включено соотношение (2.11) для расчета промерзания почвы. Расчеты промерзания в точке по этому соотношению при достаточно точном задании всех необходимых данных показали высокую его точность. Однако для реальных водосборов не

всегда удается достаточно надежно задать необходимые данные, в частности теплопроводность и влажность почвы. Поэтому естественно желание многих авторов получить простые эмпирические соотношения, требующие для расчета минимум информации.

Были проведены сравнительные расчеты [54] динамики глубины промерзания с использованием зависимостей различной сложности. Это, с одной стороны, помогло выбрать оптимальные соотношения, которые используются в модели, и, с другой стороны, дало возможность выяснить физический смысл некоторых эмпирических зависимостей и их точность.

Без существенной потери точности выражение (2.11) можно преобразовать в вид

$$Z_{t+\Delta t} = Z_t - \lambda_{п.м} T \Delta t / [\rho_v L_{л} (\theta + \theta_c) (\lambda_{п.м} H_c / \lambda_c + Z_t)]. \quad (5.2)$$

Погрешность расчета по этому выражению не превышает 5 %, если

$$2\lambda_{п.м} T \Delta t / [\rho_v L_{л} (\theta + \theta_c) (\lambda_{п.м} H_c / \lambda_c + Z_t)] < 1. \quad (5.3)$$

Подставив в (5.3) наиболее характерные значения величин, входящих в это неравенство, получим, что при суточном расчетном интервале времени уже при высоте снежного покрова 3—5 см это условие выполняется.

Дальнейшее упрощение выражения (5.2) может быть достигнуто для случая, когда $\lambda_{п.м} H_c / \lambda_c \gg Z_t$. Если учесть, что теплопроводность мерзлой почвы примерно на порядок выше соответствующей величины для снега, а глубина промерзания и высота снежного покрова имеют один порядок значений, то такой случай вполне реален для районов с устойчивым снежным покровом. Тогда вместо выражения (5.2) можно записать

$$Z_t = - \frac{\Delta t}{\rho_v L_{л}} \sum_{i=0}^t \frac{\lambda_{ci}}{(\theta_i + \theta_c)} \frac{T_i}{H_{ci}}. \quad (5.4)$$

Из последней зависимости следует, что при достижении некоторой высоты снежного покрова основную роль при промерзании начинают играть тепловые свойства снега, а не почвы. Это обстоятельство значительно упрощает практическое использование соотношения (5.4), так как не требует задания трудноопределимой функции $\lambda_{п.м}$. Тем не менее в практических расчетах применить эту зависимость не всегда удается, так как она включает влажность на фронте промерзания, которую в зимнее время измеряют очень редко.

Если принять, что теплопроводность снега и влажность почвы в период промерзания не меняются, можно еще упростить выражение (5.4):

$$Z_t = -K \sum_{i=0}^t (T_i / H_{ci}); \quad K = \Delta t \bar{\lambda}_c / [\rho_v L_{л} (\bar{\theta} + \theta_c)], \quad (5.5)$$

где $\bar{\lambda}_c$ и $\bar{\theta}$ — принятые средние значения теплопроводности снега и влажности почвы соответственно.

Если же λ_c и θ осреднить не только за период промерзания, но и за многолетний период, то зависимость (5.5) будет соответствовать широко распространенной эмпирической зависимости, в частности зависимости для расчета максимальной глубины промерзания [36]

$$Z_{\text{макс}} = -a \sum_{i=0}^{t_m} T_{il}/H_{ci} - b, \quad (5.6)$$

где t_m — продолжительность периода промерзания; a и b — эмпирические параметры, которые для района Валдайского филиала ГГИ при декадном осреднении температуры воздуха и высоты снега оказались равными соответственно 10 и 5 [36].

Таким образом, соотношение (5.5) позволяет раскрыть физический смысл эмпирической зависимости (5.6). Из сделанных допущений при выводе зависимости (5.5) следует, что выражение (5.6) можно достаточно обоснованно использовать только для районов с устойчивым снежным покровом и достаточным увлажнением почвы, когда осеннее увлажнение из года в год и в течение зимы меняется незначительно. При расчетах динамики промерзания, особенно в начальный период, погрешности могут оказаться слишком большими. Значительное завышение глубины промерзания могут дать такие соотношения при малоснежной зиме и низкой температуре воздуха.

Если оценить коэффициент K в зависимости (5.5) для условий севера европейской части СССР, куда можно также отнести район Валдайского филиала ГГИ, то при наиболее типичных значениях влажности (0,35 — по объему) и плотности снега (0,25 г/см³) его значение для декадного интервала времени окажется равным 10,3 см²/(10 сут·°C), т. е. очень близким к эмпирически полученному значению коэффициента a для аналогичных условий. Коэффициент же b в формуле (5.6), скорее всего, связан с необходимостью компенсации погрешностей, допускаемых в начальный период промерзания.

С помощью соотношений (2.11), (5.2), (5.4) и (5.5) были выполнены сравнительные расчеты динамики глубины промерзания, средней для водосбора р. Неи. Теплопроводность талой и мерзлой почвы определяли по зависимостям (3.11) и (3.12), а снега — по (2.13). Относительную (по объему) влажность почвы в промерзшей зоне и на фронте промерзания определяли в процессе расчета по модели формирования стока. Расчеты вели до глубины 50 см, так как в модели учитывался только этот верхний слой.

Расчеты показали, что соотношения (2.11) и (5.2) дают практически одинаковые результаты. Глубина промерзания, полученная с использованием зависимости (5.4), в целом достаточно хорошо согласуется с данными расчетов по основной зависимости (2.11). Однако в некоторых случаях отклонения довольно существенны. Основные различия, как правило, возникают в начальный

период промерзания при небольшой высоте снежного покрова (меньше 3—5 см) и довольно низкой температуре воздуха ($-10... -15^{\circ}\text{C}$) и остаются в дальнейшем практически постоянными.

В связи с этим были выполнены расчеты при совместном использовании зависимостей (2.11) и (5.4): при высоте снега меньше 5 см использовано соотношение (2.11), в остальных случаях — (5.4), т. е. большей частью расчеты производили по приближенной зависимости (5.4).

Результаты в этом случае практически не отличались от результатов расчетов по основной формуле (2.11). Это дало основание включить именно этот вариант расчета промерзания в модель формирования стока, так как в нем значительно меньшая роль придается теплопроводности почвы, определяемой не всегда надежно.

По формуле (5.5) расчеты были выполнены с суточным и декадным интервалами времени с коэффициентами K , соответственно равными 1,03 и 10,3. При суточном интервале отклонения глубины промерзания от

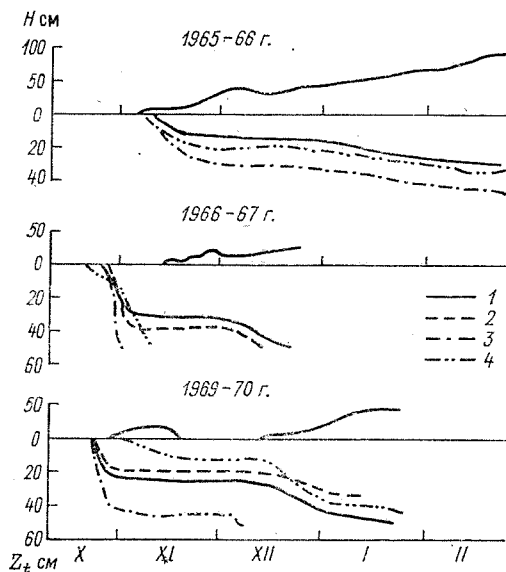


Рис. 5.6. Сопоставление хода глубины промерзания, рассчитанной по различным зависимостям.

1 — зависимости (2.11) и (5.2); 2 — зависимость (5.4); 3 — зависимость (5.5) при $\Delta t = 1$ сут; 4 — зависимость (5.5) при $\Delta t = 10$ сут; H — высота снежного покрова.

соответствующих значений, полученных по зависимости (2.11), очень большие, соизмеримые с глубиной промерзания. Результаты заметно улучшаются, если увеличить интервал осреднения. При декадном осреднении в отдельные годы совпадение с данными формулы (2.11) вполне приемлемо и при глубине промерзания больше 40 см отклонения не превышают 15 %. Однако при наличии мало-снежных холодных периодов отклонения, особенно в начале промерзания, могут быть очень большими. Результаты расчетов с использованием различных модификаций зависимости (2.11) для нескольких характерных лет приведены на рис. 5.6.

Таким образом, соотношения (5.4) и (5.5) даже для районов с относительно устойчивым снежным покровом могут давать значительные погрешности при расчетах глубины промерзания. Существенно улучшить результаты, очевидно, можно, если использовать фактические данные о глубине промерзания сразу после

установления устойчивого снежного покрова высотой 3—5 см. При построении зависимостей типа (5.6), кроме того, можно учесть влажность почвы к началу промерзания для каждого года, т. е. построить эмпирическую зависимость вида

$$Z_{\text{макс}} - Z_0 = f \left(\theta_0, \sum_{i=t_0}^{t_m} (T_i/H_{ci}) \right), \quad (5.7)$$

где Z_0 — заданная начальная глубина промерзания; θ_0 — влажность почвы в начале промерзания; t_0 — момент измерения начальной глубины промерзания.

5.2.3. Трансформация поверхностного притока в гидрограф в замыкающем створе

Серия расчетов была выполнена с целью анализа уравнения (2.69), полученного при описании модели формирования стока. Основное внимание было направлено на учет неравномерности поверхностного притока в схемах трансформации.

Поскольку предложенная модель позволяет рассчитывать лишь средний для залесенных либо открытых участков водосбора слой притока, для его распределения по частным площадям было предложено соотношение (2.73) с параметром ε . В этом случае уравнение для расчета трансформации можно записать в виде

$$Q(t) = \int_0^t \bar{p}(t - \xi) q(\xi) d\xi, \quad (5.8)$$

где $q(\xi)$ — средний слой притока, рассчитанный по модели; $\bar{p}(t)$ — некоторая интегральная кривая добегания:

$$\bar{p}(t) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \varepsilon^j} \sum_{i=1}^n p_i(t) \varepsilon^i, \quad (5.9)$$

где n — число частных площадей (параметр кривой добегания); $p_i(t)$ — частные кривые добегания (2.71).

Если вместо выражения (5.8) применить наиболее распространенный прием, при котором весь приток $q(\xi)$ относят к входному створу (верхней частной площади), то вместо интегральной кривой $\bar{p}(t)$ можно использовать кривую добегания (2.71) с $i=n$, т. е. $p_n(t)$. В этом случае можно оценить различие этих кривых добегания:

$$\bar{p}(t)/p_n(t) = \left(1 / \sum_{j=1}^n \varepsilon^j \right) \sum_{i=1}^n \varepsilon^i (\tau/t)^{i-1} \prod_{j=1}^{i-1} (n - j). \quad (5.10)$$

Отсюда следует, что несоответствие кривых добегания, а следовательно и погрешности расчета гидрографа в замыкающем створе, будет увеличиваться с увеличением параметров τ и n .

Естественно, что $\bar{p}(t) \rightarrow p_n(t)$ с увеличением t . Из выражения (5.10) также видно, что $\bar{p}(t) \equiv p_n(t)$ только тогда, когда $\varepsilon \rightarrow 0$.

Анализ зависимости (5.10) показывает, что при любых $\varepsilon \neq 0$ нельзя получить кривую добегания в виде двухпараметрического гамма-распределения, которая бы совпала с

кривой $\bar{p}(t)$. Поэтому и второй подход, основанный на подборе кривой добегания для трансформации общего притока, будет давать отклонения от расчетов по соотношению (5.8).

На рис. 5.7 показаны результаты сравнительных расчетов при различном распределении притока (для $n=5,1$, $\tau=2,4$ сут). Там

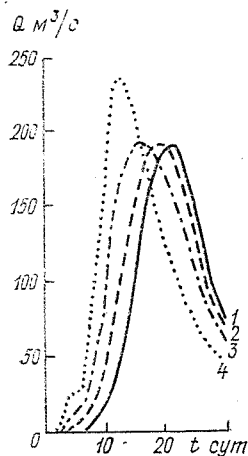


Рис. 5.7. Гидрографы р. Ингоды у с. Улеты, рассчитанные без учета (1) и с учетом (2—4) распределения годового притока (1956 г.).
Значения ε : 2 — 0,5, 3 — 1,0, 4 — 3,0.

же приведен гидрограф, полученный при $\varepsilon=0$, т. е. когда весь приток относится к входному створу. Как видно на рисунке, различия результатов с учетом и без учета распределения притока могут быть очень существенны даже при равномерно распределенном притоке ($\varepsilon=1$). С увеличением ε различия увеличиваются. Аналогичные расчеты при других значениях n и τ подтвердили вывод, сделанный на основе соотношения (5.10): с увеличением параметров трансформации различия гидрографов, рассчитанных с учетом и без учета распределения притока, увеличиваются.

Однако для получения выигрыша при использовании трансформации с распределенным притоком необходимо надежно задать параметр ε . Для небольшого водосбора р. Пушмы (бассейн р. Северной Двины) параметр ε определялся с помощью оптимизации в процессе определения параметров модели формирования стока. Оптимальное значение параметра ε оказалось равным 0,23 при $n=4,1$. Аналогичные расчеты для этой реки с сосредоточенным притоком дали практически такую же точность как на калибровочной, так и на контрольной выборке. Это вполне естественно, так как при полученных значениях ε и n приток распределяется, в соответствии с зависимостью (2.73), следующим образом: на самую верхнюю частную площадь приходится 77 % общего притока, а на последующие — соответственно 18, 4 и 1 %. Таким об-

разом, практически весь приток и в этом случае поступает как сосредоточенный на верхнюю площадь.

Представление о возможном распределении притока в русловую сеть можно получить, если воспользоваться закономерностями строения речной сети [24, 100]. В работе [24] получено соотношение между характеристиками речной сети любого порядка и распределением притока между потоками разного порядка:

$$q_{i/s}/q_s = l_{i/s} n_{i/s} / \sum_{j=1}^s (l_{j/s} n_{j/s}), \quad (5.11)$$

где $q_{i/s}$ — приток в поток i -го порядка речной сети s -го порядка; q_s — суммарный приток на водосборе; $l_{i/s}$ и $n_{i/s}$ — соответственно длина и число потоков i -го порядка в сети s -го порядка.

Используя зависимости для расчета $l_{i/s}$ и $n_{i/s}$ из работ [23, 24], преобразуем соотношение (5.11):

$$\frac{q_{i/s}}{q_s} = \begin{cases} \frac{K_l}{1 + (K_l - 1) \sum_{j=1}^{s-1} \alpha^{j-1} + \alpha^{s-1} (K_l - 1) K_n / K_f} & \text{при } i = 1; \\ \frac{\alpha^{i-1}}{1 + (K_l - 1) \sum_{j=1}^{s-1} \alpha^{j-1} + \alpha^{s-1} (K_l - 1) K_n / K_f} & \text{при } i > 1, \end{cases} \quad (5.12)$$

где $\alpha = K_l / K_n$; K_l , K_n , K_f — параметры Ржаницына, характеризующие структуру речной сети. Эти параметры слабо зависят от порядка потоков и колеблются в небольших пределах [24]. Для равнинных водосборов европейской части СССР наиболее характерны следующие значения этих параметров [23, 24]: $K_l = 1,83$, $K_n = 2,63$, $K_f = 2$. При этих значениях $(K_l - 1) K_n / K_f \approx 1,08$, что близко к единице. Если же учесть, что для речных систем старше пятого порядка α^{s-1} мало по сравнению с суммой в знаменателе, то без существенной потери точности можно положить $(K_l - 1) K_n / K_f = 1$. Тогда зависимость (5.12) можно упростить:

$$\frac{q_{i/s}}{q_s} = \begin{cases} \frac{K_l}{1 - (K_l - 1) \sum_{j=1}^s \alpha^{j-1}} & \text{при } i = 1; \\ \frac{\alpha^{i-1}}{1 + (K_l - 1) \sum_{j=1}^s \alpha^{j-1}} & \text{при } i > 1. \end{cases} \quad (5.13)$$

Выражение (5.13) по структуре идентично принятой нами зависимостью (2.73) для расчета распределения притока по частным площадям. Подставляя в (5.13) наиболее характерное значение $\alpha = 0,70$, можно оценить наиболее вероятное распределение притока по потокам разного порядка. В табл. 5.5 приведены значе-

Таблица 5.5

**Распределение притока ($q_{i/s}/q_s$) по потокам
разного порядка**

Порядок потока	Порядок речной сети				
	13	11	9	7	5
1	0,50	0,50	0,50	0,51	0,55
2	0,19	0,19	0,19	0,20	0,21
3	0,13	0,13	0,13	0,14	0,15
Сумма	0,82	0,82	0,82	0,85	0,91

ния $q_{i/s}/q_s$ для потоков первых трех порядков (временных водотоков) в речных системах разного порядка. Как следует из данных таблицы, большая часть притока сбрасывается в самые мелкие временные водотоки (82—91 %.) При этом для речных систем старше девятого порядка распределение притока сохраняется практически постоянным.

Если ведутся расчеты трансформации притока для рек старше восьмого-девятого порядка (площади водосборов больше 1,5—2 тыс. км²) с общим временем добегания, превышающим сутки, дифференциация притока по самым мелким временным потокам вряд ли может заметно отразиться на гидрографе в замыкающем створе. Поэтому целесообразно рассматривать суммарный приток к потокам до третьего порядка. С этим выводом хорошо увязывается результат, полученный для р. Пушмы, которую можно отнести к системе девятого порядка. Оптимальным для нее оказался вариант, когда 77 % притока отнесено к самой верхней частной площади, что очень близко к приведенному в табл. 5.5 значению (82 %).

Таким образом, соотношение (5.13) можно использовать для оценки параметра ε в зависимости (2.73). Однако при учете точности расчета притока по фактическим данным либо с использованием модели вряд ли целесообразна детализация распределения 15—20 % притока, что подтвердил расчет по р. Пушме. Вследствие этого при реализации модели для водосборов со стандартной наблюдательной сетью параметр ε можно принимать равным нулю, т. е. полагать, что весь приток сосредоточен на верхней частной площади.

5.3. Расчеты весеннего половодья и дождевых паводков на реках лесной зоны

В процессе разработки и развития модели были выполнены многочисленные расчеты для водосборов рассматриваемого региона. Расчеты велись с целью исследования возможностей и физи-

ческой обоснованности модели, совершенствования отдельных ее блоков, выработки оптимальной схемы оценивания параметров, получения практических схем непрерывного расчета стока в течение всего гидрологического цикла.

5.3.1. Оценки параметров и точность расчета ежедневных расходов воды

В соответствии с рекомендациями, данными в п. 4.1, для всех перечисленных в табл. 5.1 водосборов были определены параметры модели. Для всех равнинных водосборов региональные параметры принимались одинаковыми: $\theta_{\text{макс}}=0,45$; $a=1,8$ мм/(сут·°С) для залесенных участков, $a=4,5$ мм/(сут·°С) для открытых участков; $k_2=0,027$ мм/(гПа·ч); $\theta_c=0,1$; $\rho=1,3$ г/см³ для залесенных водосборов, $\rho=1,6$ г/см³ для открытых водосборов, $\alpha=11$ для залесенных и $\alpha=5,5$ для открытых водосборов, $\gamma=0,13$; $T_{\text{кр}}=1$ °С. Для трех водосборов в бассейне р. Печоры в связи с полугорным характером рельефа и вследствие этого менее равномерным залеганием снежного покрова коэффициент α был принят равным 6,25 ($C_{\text{вс}}=0,4$), а коэффициент стаяния для открытых участков увеличен до 5 мм/(сут·°С); остальные параметры принимались такими же, как для равнинных водосборов. Параметр кривой распределения глубины промерзания определен по графику на рис. 4.3.

Начальные оценки локальных параметров также были приняты одинаковыми для всех водосборов (табл. 5.6). Различными задавались только начальные значения параметров трансформации. Для поверхностного стока параметры τ и n находили путем сопоставления графика хода осадков (весной — температуры) и гидрографов в замыкающем створе; произведение τn близко к разности абсцисс центров тяжести этих графиков. Начальное значение параметра n было принято равным 2—3 для равнинных рек и 5—6 для полугорных. Для почвенного стока параметр n

Таблица 5.6

Начальные оценки локальных параметров модели

Параметр	Единица измерения	Начальные оценки	
		залесенные участки	открытые участки
k_1	см ² /ч	7,0	1,5
i_n	мм/ч	1,0	0,6
i_{n2}	мм/ч	0,1	0,1
m	мм ⁻¹	0,04	0,06
χ	—	0,5	0,3
ξ	—	0,1	—
$U_{\text{кр}}$	см	—	10

считали равным единице, а τ — близким к произведению tn для поверхностного стока.

Заданные начальные значения параметров затем для каждого водосбора уточняли с помощью метода оптимизации по схеме, приведенной в п. 4.1.2. Использованы ежедневные данные по каждому водосбору за 12—14 лет. Расчеты начинали после установления меженных расходов (после прохождения весеннего половодья): с 1 августа — для более южных водосборов и с 1 сентября — для водосборов, расположенных в северной части региона (Юг, Луза, Печора). В качестве характеристики начальной влажности почвы (1 августа либо 1 сентября) использовали средние за предшествующую декаду либо месяц расходы воды.

Таблица 5.7

Оптимальные параметры модели для равнинных водосборов

Параметр	р. Юг	р. Луза	р. Нея	р. Мо- лома	р. Чепца		р. Днепр	р. Молога
					г. Глазов	г. Полом		
$\theta_{\max}$	0,51	0,41	0,52	0,42	0,52	0,52	0,46	0,48
a	1,8	1,7	1,7	1,7	$\frac{2,1}{4,5}$	$\frac{2,1}{4,5}$	$\frac{2,1}{5,0}$	$\frac{—}{3,7}$
k_2	0,030	0,026	0,047	0,040	0,028	0,026	0,041	0,021
k_1	9,54	12,2	6,54	6,13	$\frac{7,30}{1,31}$	$\frac{7,40}{1,18}$	$\frac{4,70}{1,76}$	$\frac{—}{1,42}$
i_H	0,42	0,31	0,50	0,49	$\frac{1,0}{0,66}$	$\frac{1,0}{0,66}$	$\frac{1,3}{0,68}$	$\frac{—}{0,54}$
i_{H2}	0,16	0,30	0,01	0,01	0,11	0,11	0,10	0,32
m	0,03	0,03	0,26	0,09	$\frac{0,02}{0,10}$	$\frac{0,02}{0,07}$	$\frac{0,02}{0,04}$	$\frac{—}{0,50}$
χ	0,73	1,00	0,26	0,86	$\frac{0,03}{0,62}$	$\frac{0,03}{0,62}$	$\frac{0,11}{0,37}$	$\frac{—}{0,45}$
ξ	1,50	2,02	0,71	0	0	0	0	0
$U_{кр}$	—	—	—	—	$\frac{—}{13,5}$	$\frac{—}{12,9}$	$\frac{—}{14,0}$	$\frac{—}{14,5}$
$\tau_{пов}$	2,1	3,1	2,0	2,4	$\frac{1,1}{0,9}$	$\frac{1,4}{0,9}$	$\frac{1,6}{1,2}$	$\frac{—}{2,9}$
$n_{пов}$	2,5	2,8	3,4	3,7	$\frac{5,0}{9,6}$	$\frac{2,8}{6,0}$	$\frac{3,1}{6,3}$	$\frac{—}{5,4}$
$\tau_{почв}$	1,1	0,9	1,8	2,1	—	—	—	11,9
$n_{почв}$	1,9	2,1	1,4	2,4	—	—	—	1,3

Примечание. Здесь и в табл. 5.8 в числителе — данные для залесенных участков, в знаменателе — для открытых.

Таблица 5.8

**Оптимальные параметры модели для водосборов в
бассейне р. Печоры**

Параметр	р. Печора	р. Илыч	р. Шугор
$\theta_{\text{макс}}$	0,41	0,45	0,29
a	1,6	1,6	$\frac{2,3}{7,3}$
k_2	0,013	0,017	0,011
k_1	20,0	16,0	$\frac{12,2}{7,67}$
$i_{\text{н}}$	0,54	0,98	$\frac{16,0}{4,5}$
$i_{\text{н2}}$	0,16	0,21	0,69
m	0,01	0,016	$\frac{0,01}{0,016}$
χ	1,0	0,7	$\frac{0,23}{0,68}$
ξ	0	0	2,26
$U_{\text{кр}}$	—	—	$\frac{—}{2,74}$
$\tau_{\text{пов}}$	1,1	1,0	$\frac{0,3}{1,9}$
$n_{\text{пов}}$	5,1	4,1	$\frac{9,2}{3,0}$
$\tau_{\text{почв}}$	0,3	0,4	—
$n_{\text{почв}}$	9,0	4,1	—

Переход от этого индекса увлажнения к влажности почвы осуществляли с помощью зависимости

$$\theta_{\text{нач}} = \left(0,2 + 0,4 \frac{R_{\text{нач}} - R_{\text{нач. мин}}}{R_{\text{нач. макс}} - R_{\text{нач. мин}}} \right) \theta_{\text{макс}}, \quad (5.14)$$

где $R_{\text{нач}}$ — индекс увлажнения, использующийся в качестве характеристики начальной влажности; $R_{\text{нач. макс}}$ и $R_{\text{нач. мин}}$ — соответственно максимальное и минимальное значение этого индекса за имеющийся период наблюдений.

После получения оптимальных значений локальных параметров осуществляли их повторную оптимизацию (как рекомендовалось в п. 4.1.2) с включением трех наиболее значимых региональных параметров: $\theta_{\text{макс}}$, a , k_2 . Полученные значения параметров приведены в табл. 5.7 (для равнинных водосборов) и 5.8 (для

полугорных). Параметры $\theta_{\text{макс}}$, k_2 , $i_{\text{н2}}$, ξ принимали одинаковыми для залесенных и открытых участков.

В целом можно отметить, что полученные значения параметров для равнинных водосборов меняются не очень сильно. Средние квадратические отклонения региональных параметров θ_m и a не превышают 10 % их средних значений, равных соответственно 0,47 и 1,84 (для залесенных участков). Полученные средние значения этих коэффициентов очень близки к соответствующим значениям, установленным до оптимизации: 0,45 и 1,8. Заметно

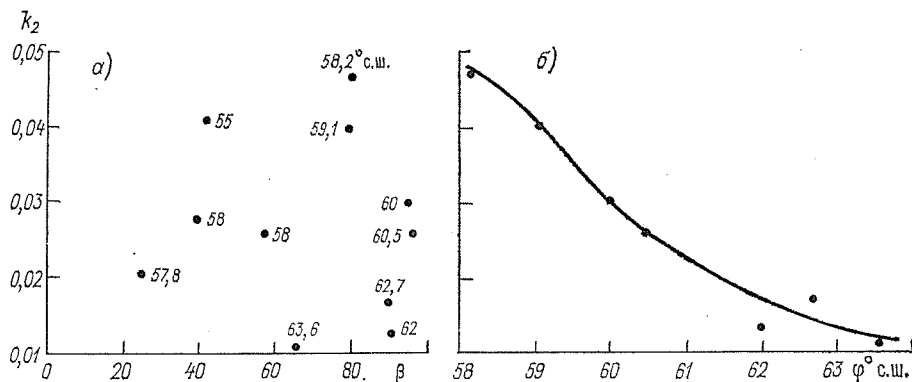


Рис. 5.8. Связь коэффициента испаряемости k_2 с коэффициентом лесистости β (а) и широтой местности φ (б).

У точек — широта центра тяжести водосбора.

больше меняется параметр k_2 (около 50 % среднего значения). Следует учитывать, что этот параметр представляет собой средневзвешенную величину из соответствующих значений для залесенных и открытых участков. В то же время суммарное испарение с леса в период интенсивного роста может превышать испарение с открытой поверхности на 15—30 % [76, 120, 125]. Поэтому средний коэффициент для частично залесенных водосборов должен быть несколько меньше соответствующего значения для почти полностью залесенного водосбора.

Однако попытка установить зависимость коэффициента испаряемости от лесистости не дала положительного результата (рис. 5.8 а). Анализ показал, что на коэффициент испаряемости оказывают совместное влияние лесистость и широта местности. Для практически полностью залесенных водосборов зависимость этого коэффициента от широты (рис. 5.8 б) оказалась довольно тесной. Такую зависимость можно объяснить, скорее всего, зональным изменением полноты и состава леса, а также температурой воздуха. По сравнению с открытой местностью степень уменьшения таких факторов испарения, как скорость ветра и радиация, сильно зависит от полноты и состава лесного массива. При полноте хвойного леса 0,7—1,0 скорость ветра уменьшается

в 5—10 раз, а суммарная радиация — в 3—6 раз, в то время как для лиственного леса соответственно в 3—5 и 2—3 раза [3]. По данным Элькенса [21], лиственный лес испаряет в 2—2,5 раза

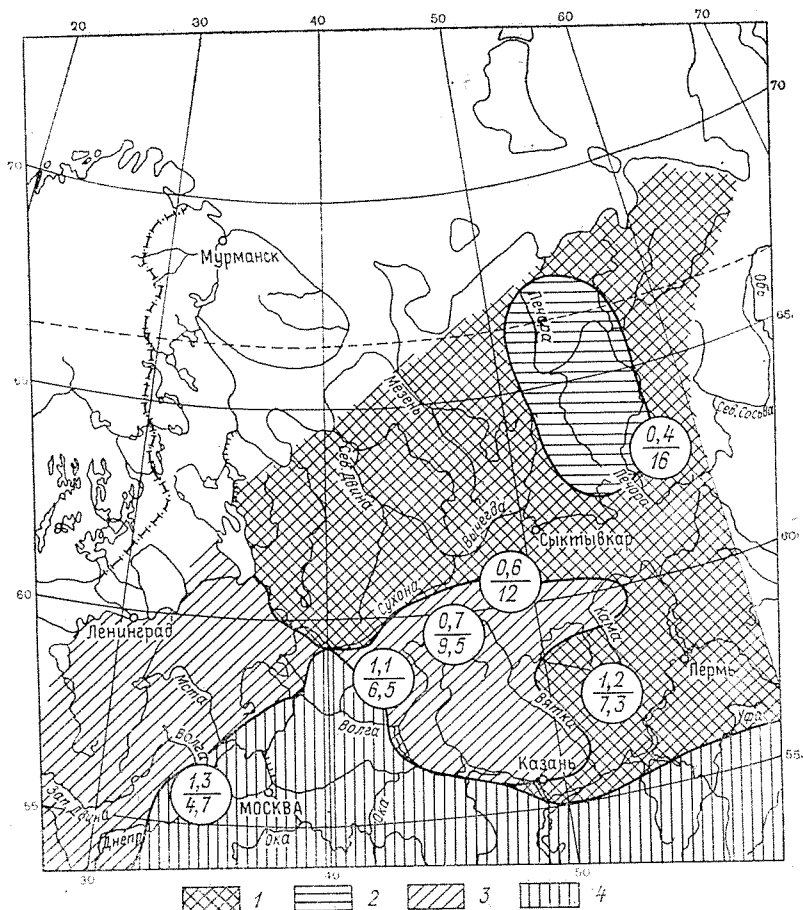


Рис. 5.9. Распределение параметров испаряемости (числитель, мм/сут) и водопоглотительной способности почвы (знаменатель, см²/ч) в лесной зоне европейской части СССР.

Преобладающие породы: 1 — ель; 2 — ель, сосна; 3 — ель, сосна, лиственные; 4 — лиственные.

больше, чем хвойный. К югу полнота леса уменьшается, а доля лиственных пород увеличивается (рис. 5.9), что ведет к увеличению испаряемости. С другой стороны, по исследованиям А. Р. Константинова [46], испаряемость зависит не только от дефицита насыщения воздуха и скорости ветра, но и от температуры воздуха, которая в зависимости (2.31) не учитывается. С увеличением температуры воздуха испаряемость увеличивается

примерно на 1,5—2 мм/сут при увеличении температуры на 5 °С. Это также способствует увеличению испаряемости к югу.

Заметно больше меняются локальные параметры, особенно параметры, характеризующие потери стока. Однако для большинства из них вариация не превышает 50 % их среднего значения. Четко прослеживаются различия между параметрами, полученными для залесенных и открытых участков. Средние коэффициенты, характеризующие водопоглотительную способность (k_1) почвы, для залесенных участков в 4—5 раз больше, чем для открытых.

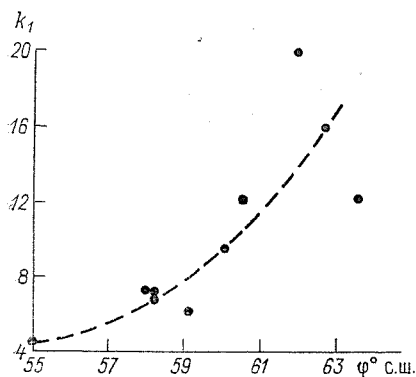


Рис. 5.10. Зависимость водопоглотительной способности почвы k_1 от широты местности φ .

Для залесенных участков параметр k_1 убывает с севера на юг (рис. 5.9, 5.10). Как и в случае с параметром k_2 , такая зависимость в основном связана с зональным изменением полноты и состава леса. На рис. 5.9 прослеживается постепенный переход к югу от хвойных пород к лиственным. Следует отметить также некоторое снижение к югу полноты леса. Как показал анализ многочисленных данных специальных наблюдений в различных лесных массивах, сделанный Г. В. Назаровым [91], водопроницаемость почвы и мощность лесной подстилки сильно меняются в зависимости от состава леса и сомкнутости древостоя (рис. 5.11). При одной и той же сомкнутости древостоя водопроницаемость букового леса заметно меньше, чем елового. В северной тайге мощность лесной подстилки больше, чем в зоне смешанных и лиственных лесов.

Вследствие этого должна наблюдаться тенденция убывания к югу водопоглотительной способности почвы на залесенных площадях. Таким образом, модель позволила количественно описать процесс формирования потерь воды в различных лесных массивах и подтвердить существующие качественные представления.

Коэффициенты фильтрации для залесенных и открытых участков различаются не так заметно, как параметр k_1 , хотя для открытых участков они всегда меньше. Не очень большая разница

между коэффициентами фильтрации для залесенных и открытых участков связана с тем, что в лесу нами условно исключен самый рыхлый верхний слой толщиной 5—10 см. Вследствие этого поверхностное задержание в лесу, как правило, выше, чем на открытых участках. Значительно ниже параметр χ для частично залесенных водосборов Чепцы и Днепра. Это связано с тем, что почвенный приток для них не трансформировался в отличие от других водосборов. Поэтому значения параметра χ , полученные для этих двух водосборов, несопоставимы с остальными.

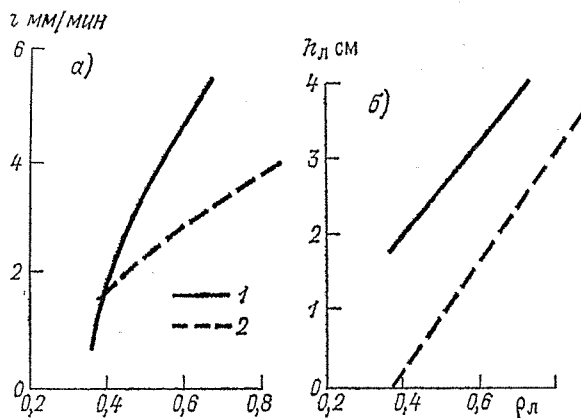


Рис. 5.11. Зависимость водопроницаемости почвы i (а) и мощности подстилки $h_{\text{л}}$ (б) от сомкнутости древостоя $\rho_{\text{л}}$ в еловом (1) и буковом (2) лесу [101].

Довольно устойчив для открытых участков параметр $U_{\text{кр}}$, характеризующий вероятность образования запирающего слоя. Для всех водосборов оказалось, что при влажности, близкой к наименьшей влагоемкости, почве достаточно промерзнуть на глубину 40—50 см, чтобы создались условия для образования запирающего слоя.

Для водосборов в бассейне р. Печоры характерна большая изменчивость практически всех параметров, причем они заметно отличаются от соответствующих величин для равнинных водосборов. Особенно сильно это отличие для р. Щугор, которая больше других приближается к горным рекам.

С помощью параметров, приведенных в табл. 5.7 и 5.8, были рассчитаны гидрографы за 10—12 лет. Осредненные за все годы оценки расчетов, отнесенные к естественной изменчивости расходов воды (σ) для каждого водосбора, приведены в табл. 5.9. Как видно в таблице, точность расчета для всех водосборов примерно одинаковая, причем не очень сильно различается для калибровочной и контрольной выборок. Средняя квадратическая погрешность расчета лишь для водосбора р. Мологи превысила

Таблица 5.9

Средние оценки расчетов для калибровочной и контрольной выборок

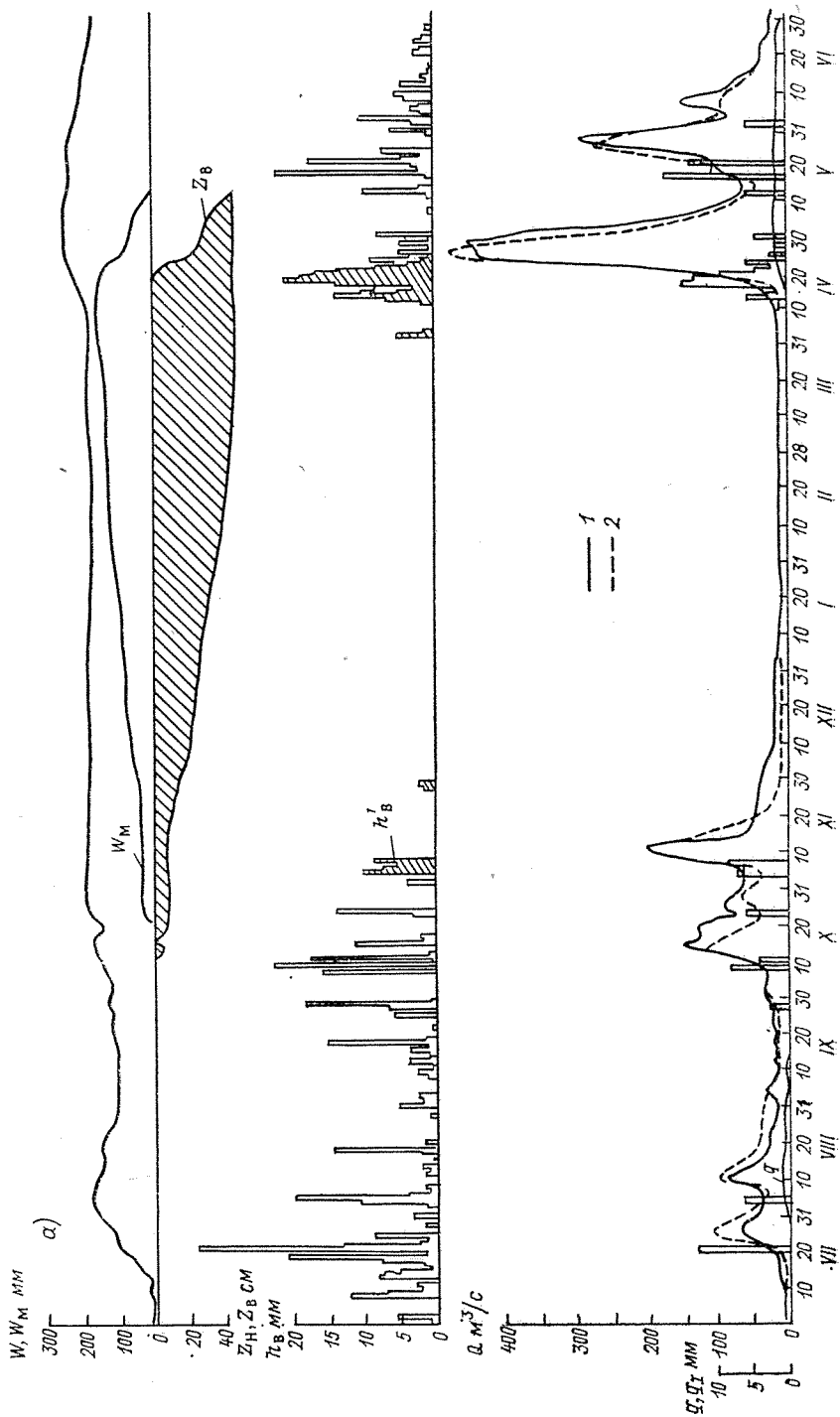
Река — пункт	Период расчета, годы	Оценка S/σ	
		калибровочная выборка	контрольная выборка
Юг — Кичменгский Городок	1968—1980	0,18	0,24
Луза — Объячево	1968—1980	0,22	0,22
Нея — Буслаево	1965—1976	0,26	0,28
Молома — Пермьское	1965—1975	0,17	0,39
Чепца — Глазов	1967—1976	0,22	0,27
Чепца — Полом	1967—1976	0,25	0,28
Днепр — Дорогобуж	1967—1977	0,42	0,34
Молога — Боровское	1970—1977	0,40	0,53
Печора — Якша	1966—1977	0,25	0,22
Илыч — Приуральск	1966—1977	0,28	0,21
Щугор — Мичабицевник	1966—1977	0,26	0,18
Средняя		0,26	0,29

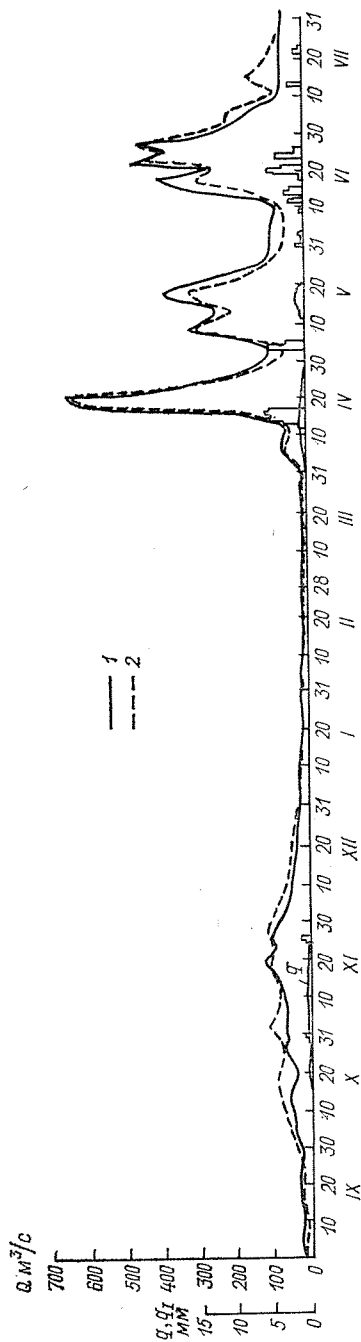
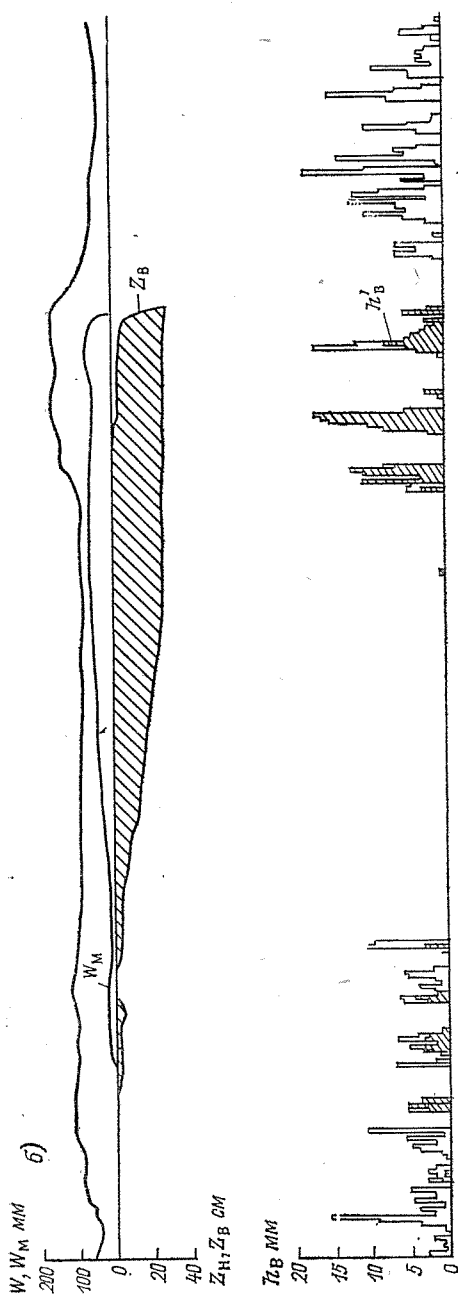
50 % естественной изменчивости. Для остальных водосборов она составляет 25—30 % естественной изменчивости.

На рис. 5.12 показаны фактические и рассчитанные гидрографы за весь гидрологический год по различным водосборам за характерные годы. Там же показан ход температуры воздуха и осадков и приведен ход основных элементов стокообразования, полученных в процессе расчетов по модели. Эти данные позволяют анализировать все основные составляющие баланса, а также оценить фазовое состояние влаги в почве. На рисунках видно, что точность расчета практически одинакова как в период весеннего половодья, так и при прохождении дождевых и смешанных паводков. Для визуальной оценки полученной точности на рис. 5.13, 5.14 приведены фактические и рассчитанные гидрографы за ряд лет в период наиболее характерной фазы режима рассматриваемых рек — весеннего половодья.

5.3.2. Анализ составляющих водного баланса

При разработке методов прогноза стока приходится осуществлять тщательный анализ условий формирования стока для выявления наиболее значимых составляющих водного баланса, их взаимосвязи, а также характера изменения во времени. Для такого анализа, как правило, данных фактических измерений недостаточно и приходится вводить различные предположения для компенсации недостающей информации. В этих случаях существенную помощь могут оказать математические модели формирования стока, в частности предложенная в данной работе, включающие описание основных элементарных процессов на





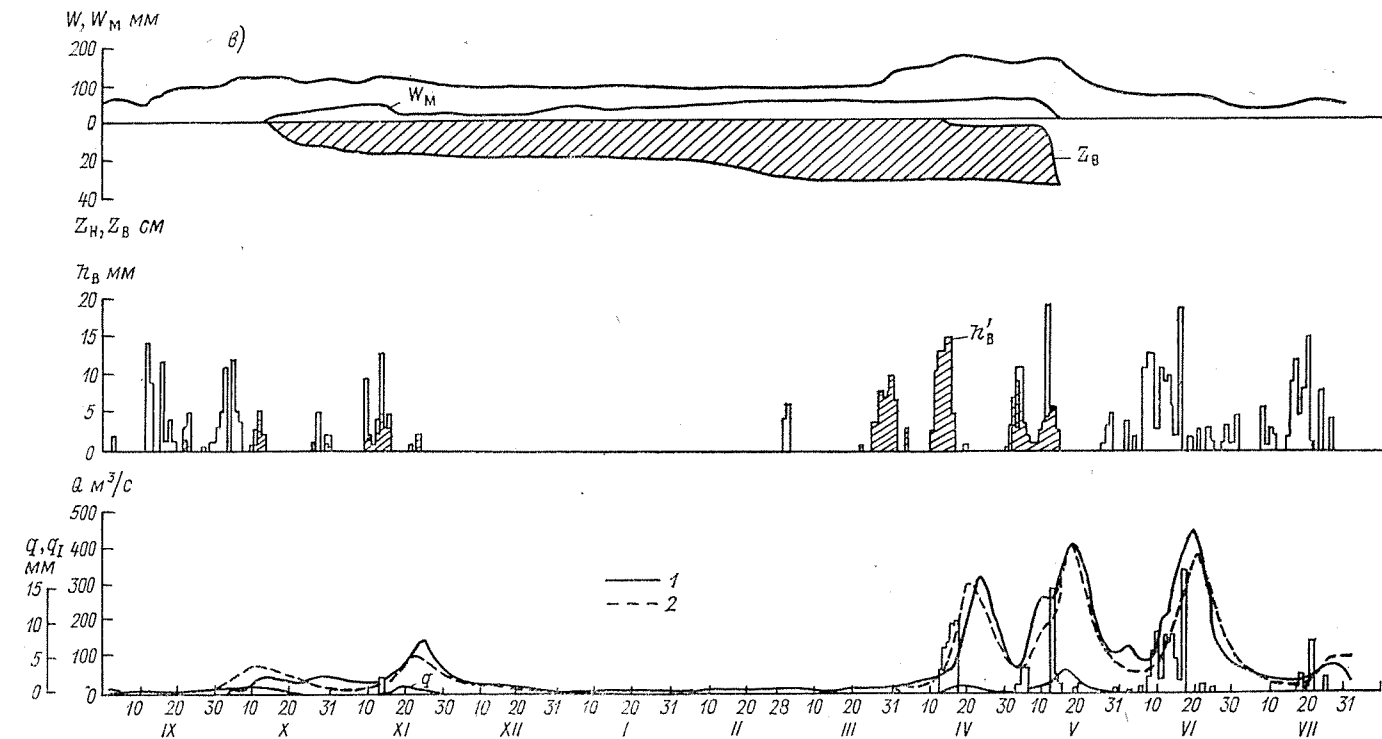


Рис. 5.12. Совмещенный график хода фактических (1) и вычисленных (2) расходов воды и основных элементов стокообразования.

a — р. Нея, b — р. Юг, $в$ — р. Луза; h_B — поступление воды с учетом талой составляющей; q — поверхностная, q_I — почвенная водоотдача; Z_H, Z_B — соответственно глубина нижней и верхней границы зоны промерзания; W — суммарный запас влаги в почве; W_M — «запас льда» в почве.

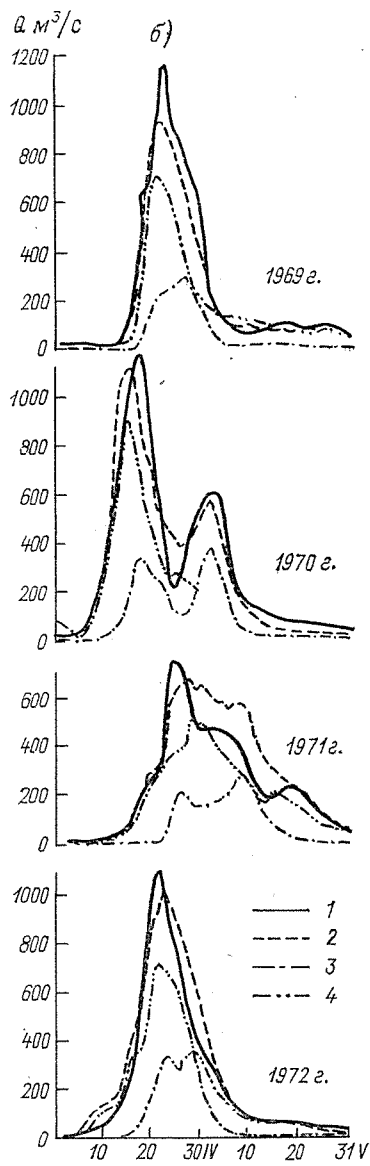
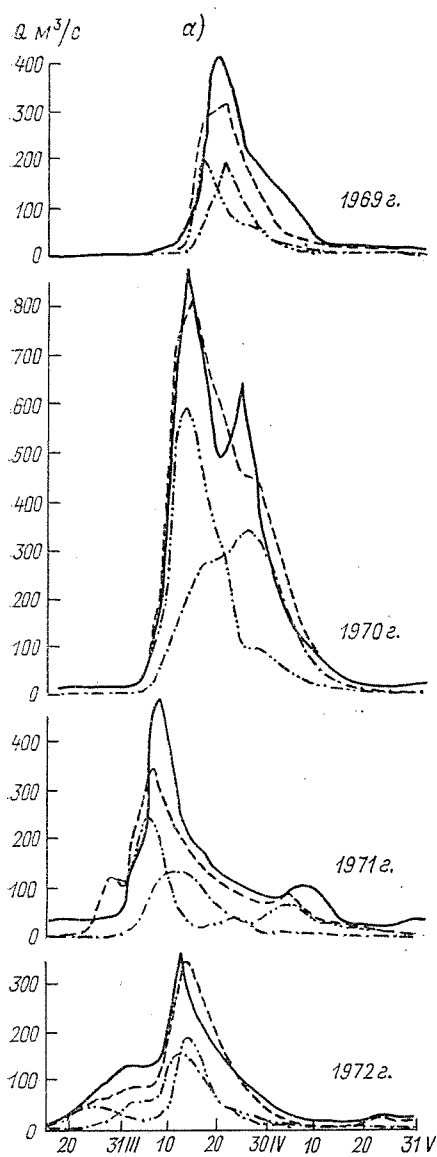
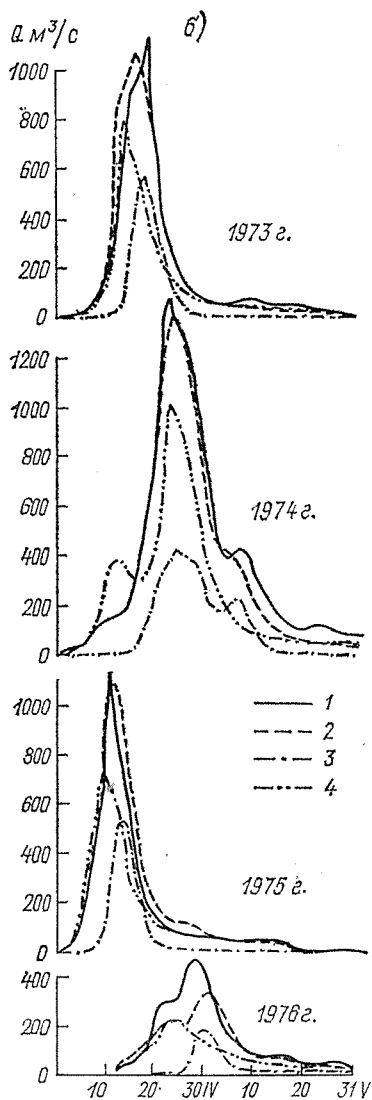
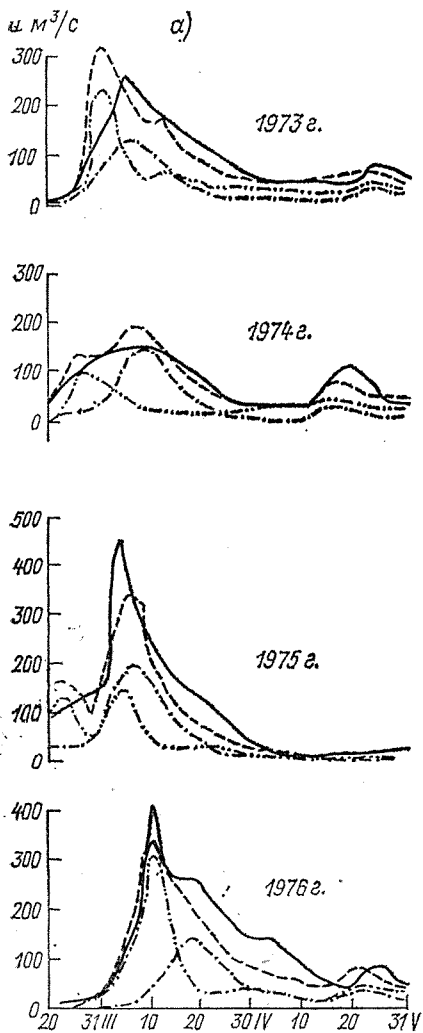


Рис. 5.13. Фактические (1)
 а) р. Днепр — г. Дорогобуж; б) р. Чепца — г. Глазов;



и рассчитанные (2—4) гидрографы.

рассчитанные гидрографы: 2 — суммарный, 3 — с поля, 4 — с леса.

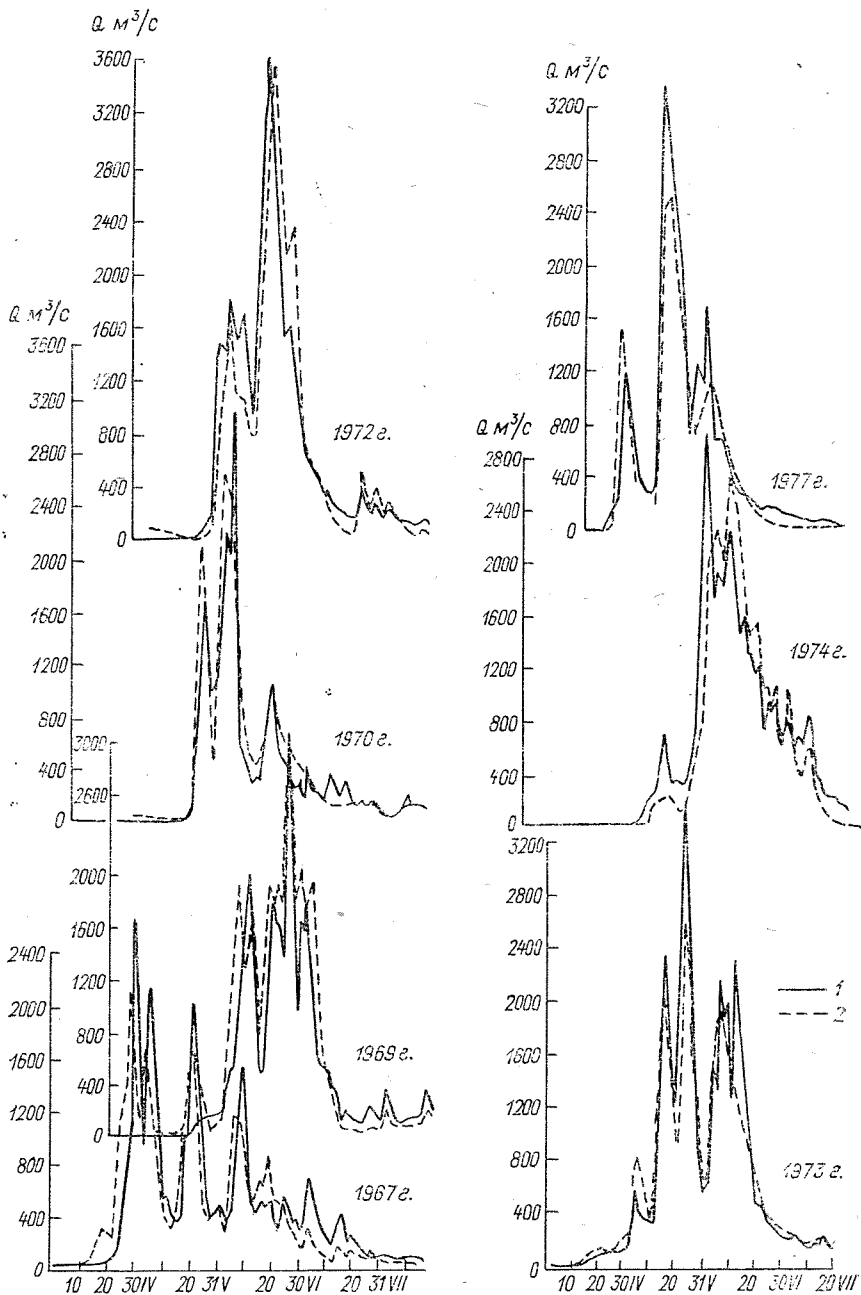


Рис. 5.14. Сопоставление фактических (1) и рассчитанных (2) гидрографов р. Щугор у д. Мичабичивник.

водосборе. В то же время анализ промежуточных результатов, получаемых с помощью модели, и сопоставление их с имеющимися данными измерений позволяют вскрыть достоинства и недостатки модели, установить степень ее адекватности физическому процессу.

Рассматриваемая модель помимо гидрографа в замыкающем створе позволяет рассчитывать ежедневные значения водопдачи, испарения, глубины промерзания и оттаивания почвы, запаса жидкой и твердой составляющих влаги в почве, потерь на впитывание в почву и задержание, поверхностного и почвенного притока. Все перечисленные характеристики рассчитываются раздельно для покрытой снегом и освободившейся от него частей залесенных и открытых участков.

Из всех перечисленных характеристик только о ходе снеготаяния и промерзания имеются данные прямых измерений, да и то в ограниченном числе точек на водосборе. Некоторые другие можно оценить по балансовым соотношениям либо по косвенным данным.

Снеготаяние и промерзание почвы. По большинству из рассмотренных водосборов сопоставлялись рассчитанные значения снеготаяния и глубины промерзания с соответствующими фактическими данными, осредненными для всего водосбора либо его части (залесенной, открытой). На рис. 5.15, 5.16 показан рассчитанный ход снеготаяния и данные о запасе воды в снеге в период снеготаяния по снегосъемкам для трех водосборов. В целом ход снеготаяния достаточно хорошо согласуется с данными снегосъемок, причем точность расчета для залесенных и открытых участков (рис. 5.16) примерно одинаковая. Однако в некоторых случаях рассчитанная интенсивность снеготаяния может заметно отличаться от полученной по снегосъемкам. Чаше это наблюдается при резких изломах кривой снеготаяния (1968, 1971, 1974 гг. для р. Лузы, рис. 5.16), когда по фактическим данным запас воды в снеге за небольшой промежуток времени (декаду) сначала резко уменьшается, а затем резко увеличивается при отсутствии заметных осадков. Можно предположить, что в значительной мере это может быть связано с недоучетом талой воды в снеге при снегосъемках. Этот вывод подтверждается также тем, что для этих же лет на водосборе р. Юга (с такой же залесенностью и расположенном рядом) таких резких колебаний не отмечается. Учитывая точность снегосъемок в период снеготаяния, можно считать, что расчеты с использованием коэффициента стаивания дают вполне приемлемые результаты. Все переломы в ходе снеготаяния описываются достаточно хорошо.

Значительно сложнее сопоставлять данные о глубине промерзания. Данных измерений глубины промерзания значительно меньше, чем снегосъемок. На водосборах с площадью 6—10 тыс. км² число пунктов измерений редко достигает 2—3. Для некоторых водосборов такие наблюдения вообще отсутствуют. С другой стороны, наблюдения за промерзанием приурочены

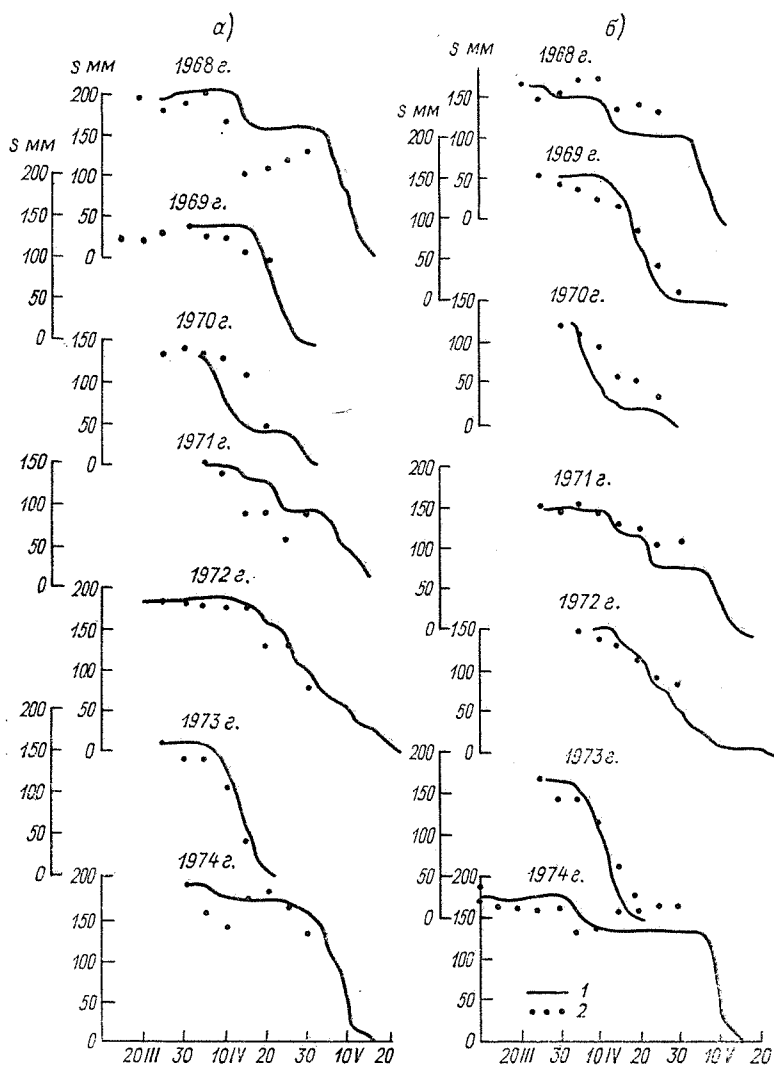
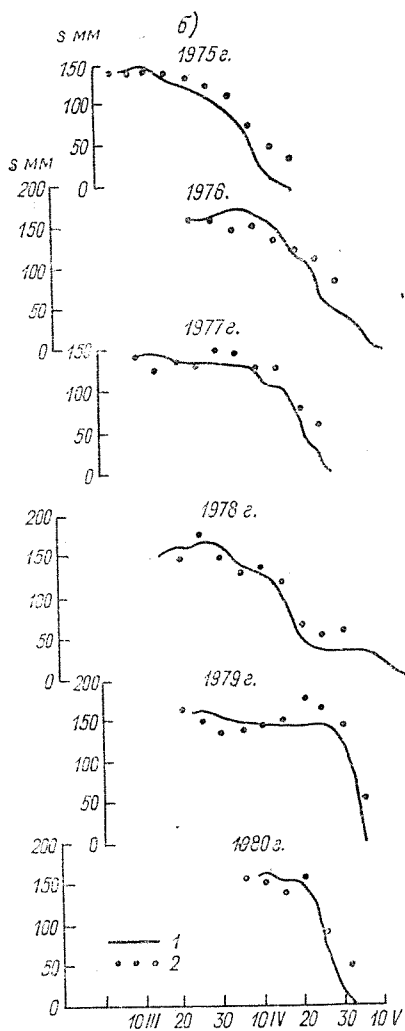
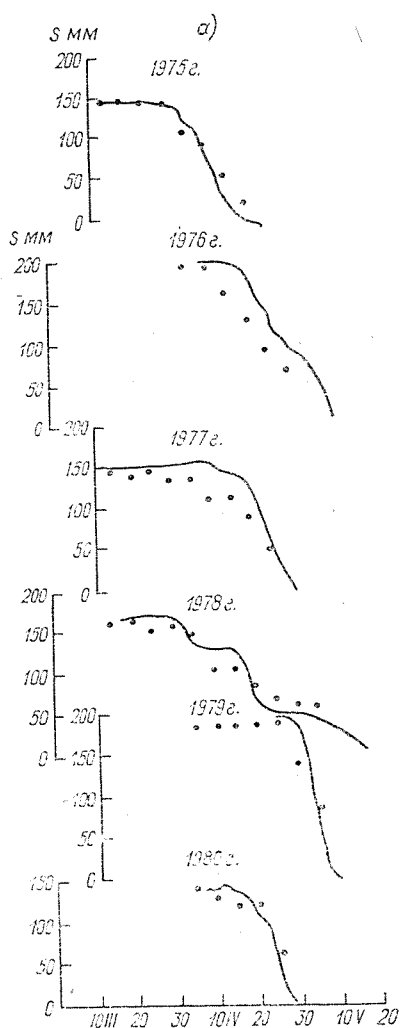


Рис. 5.15. Фактический (1) и рассчитанный (2) данные
а) р. Луза — с. Объячево;



танный (2) ход снеготаяния.

б) р. Юг — с. Кичменгский Городок.

к сельскохозяйственным угодьям и значительно меньше наблюдений на постоянных открытых участках. В лесу такие измерения вообще не ведутся. В силу большой изменчивости глубины промер-

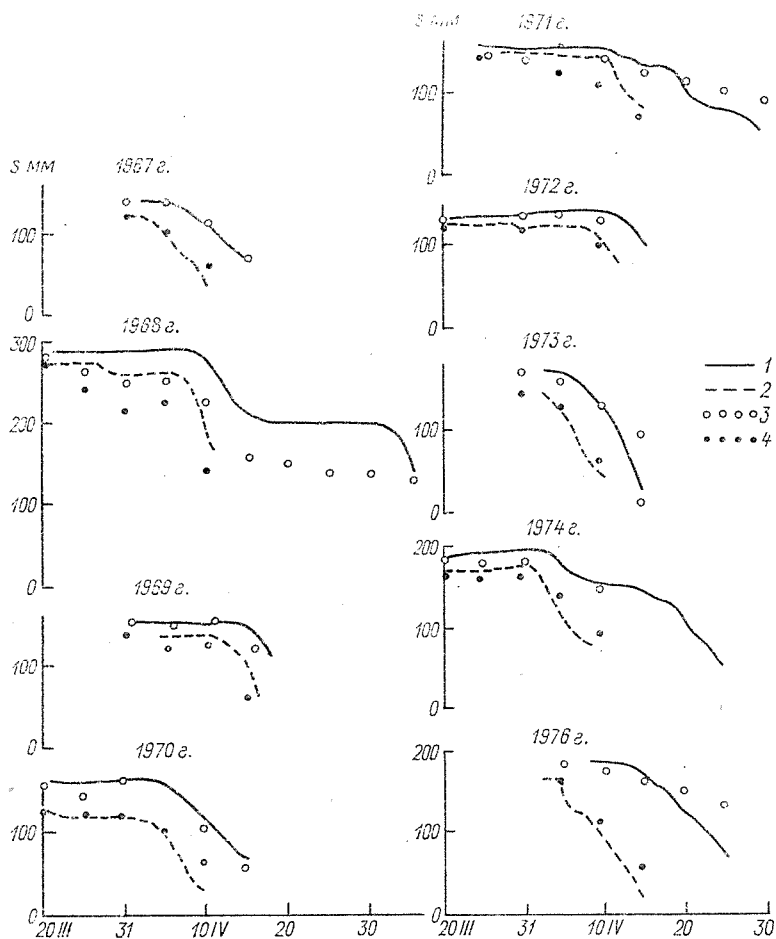


Рис. 5.16. Ход снеготаяния на водосборе р. Чепцы до г. Глазова по данным расчетов (1, 2) и снегосъемок (3, 4).

1, 3 — в лесу; 2, 4 — в поле.

зания по площади точность их осреднения при таком числе пунктов измерений очень низкая. Если воспользоваться зависимостью (4.33) для приближенной оценки погрешности осреднения, то при такой плотности наблюдательной сети относительная погрешность среднего значения составляет 30—50 %.

На рис. 5.6, 5.17 рассчитанные кривые хода промерзания сопоставлены с осредненными данными измерений (для р. Чепцы по двум точкам, для р. Нен — по трем, для р. Лузы — по одной).

Для представления об изменчивости глубины промерзания на рис. 5.18 рассчитанные кривые сопоставлены не с осредненной глубиной, а с глубиной по трем имеющимся пунктам. На этих же рисунках показан ход снегонакопления по данным снегосъемок и измерений по рейке у мерзлотомеров. Наиболее показательно сопоставление для р. Чепцы, так как большая часть площади водосбора (60 %) не занята лесом и имелась возможность сравнить фактические и рассчитанные данные для открытых участков. В общем рассчитанный и фактический ход промерзания за редким исключением согласуется довольно хорошо, если учесть, что вероятная погрешность фактического значения может составлять 15—30 см. Некоторый вклад в погрешность расчета могут также вносить различия в значениях высоты снега по снегосъемкам (эти данные использовали в расчетах) и по рейкам у мерзлотомеров.

На остальных водосборах сопоставлены рассчитанные значения глубины промерзания в лесу с данными измерений на открытых участках. Поэтому они могут дать представление лишь о соответствии характера изменения глубины промерзания во времени. Как видно на рис. 5.18, рассчитанная глубина промерзания, как правило, меньше фактической. Это вполне естественно, так как, по данным работы [36], максимальная глубина промерзания в лесу обычно в 1,3—2 раза меньше, чем на открытых участках. С учетом этого коэффициента и точности осреднения фактических данных полученное соответствие можно считать удовлетворительным.

Сравнить ход рассчитанных значений глубины оттаивания с фактическими не удастся, так как имеющиеся отрывочные данные относятся к открытым участкам, на которых оттаивание почвы сильно сдвинуто по времени по сравнению с оттаиванием в лесу. Можно только отметить, что, по нашим расчетам, до схода снега почва оттаивает очень слабо. После его схода почва, как правило, оттаивает в течение 5—10 сут. Эти результаты согласуются с экспериментальными данными [38].

Потери воды на инфильтрацию. Сравнительно надежно по данным измерений можно определить суммарные потери (включая потери на испарение) за половодье либо паводок. Средние квадратические погрешности расчета слоя стока за половодье для рассматриваемых водосборов составили 12—16 мм. Эта точность близка либо несколько выше точности обычных воднобалансовых зависимостей, использующихся в долгосрочных прогнозах стока за половодье. Основным фактором, позволяющим получить преимущество в наших расчетах, является учет динамики формирования водопоглощающей способности почвы как в осенне-зимний период, так и в период снеготаяния. Это обстоятельство можно проиллюстрировать рис. 5.19, 5.20.

На рис. 5.19 показаны зависимости коэффициента стока за половодье от характеристик увлажненности почвы для водосбора р. Ней. Одной из таких характеристик, часто используемой для

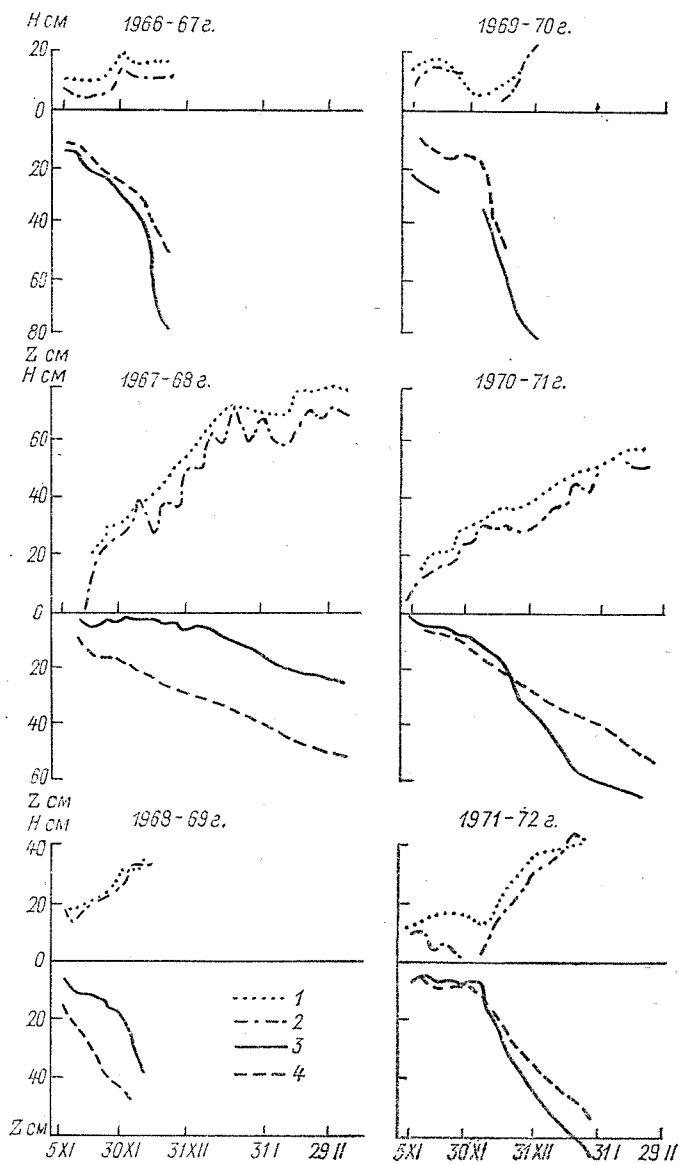
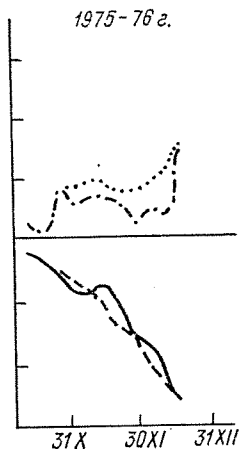
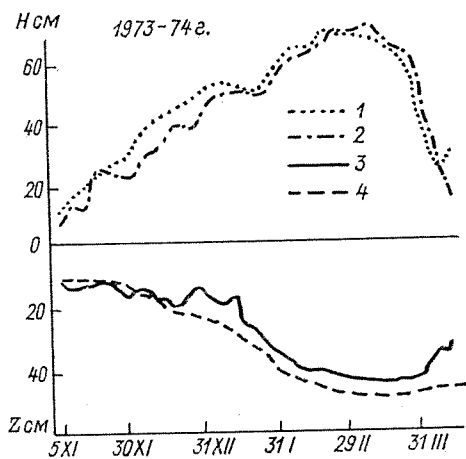
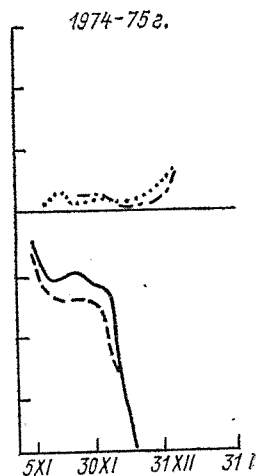
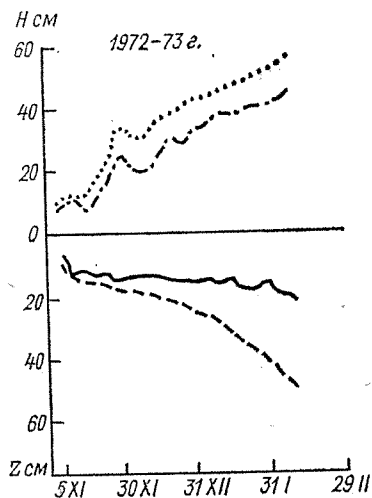


Рис. 5.17. Совмещенный график хода высоты снежного покрова H по данным рассчитанной (4) глубины промерзания почвы



негосъемок (1) и измерений у мерзлотомеров (2), а также фактической (3) и Z на водосборе р. Чепцы до г. Глазова.

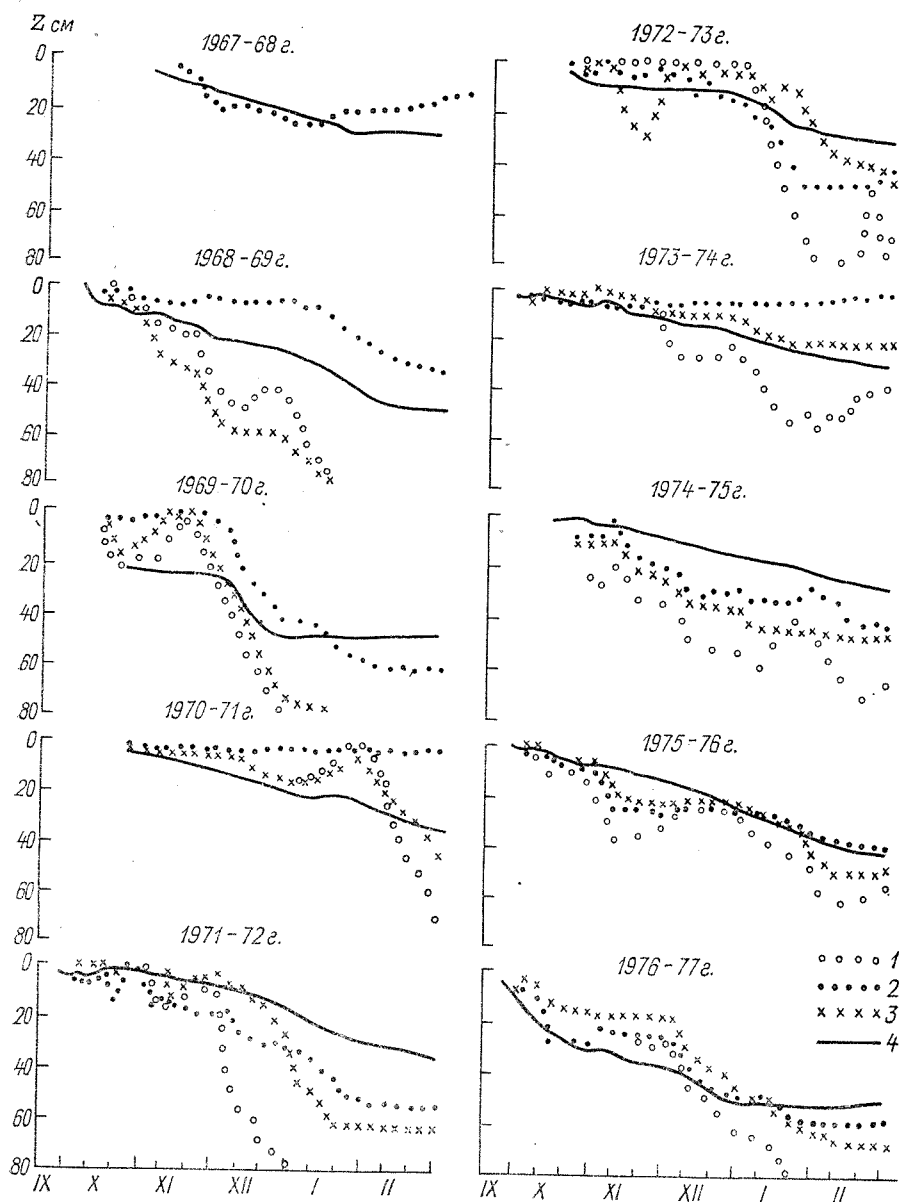


Рис. 5.18. Наблюдаемая (1—3) и рассчитанная (4) глубина промерзания почвы Z на водосборе р. Юг — с. Кичменгский Городок.

1 — Кичменгский Городок, 2 — Ньюсеница, 3 — Никольское.

рассматриваемого региона [28], является сумма средних месячных расходов воды за сентябрь—ноябрь ($\sum_{IX}^{XI} Q$). В другой зависимости характеристикой увлажненности служили рассчитанные по

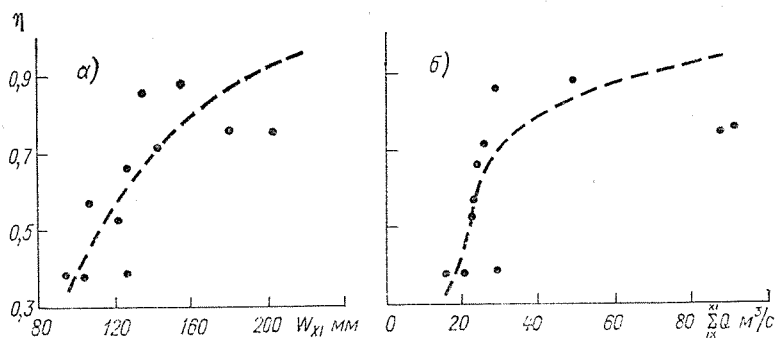


Рис. 5.19. Зависимости коэффициентов стока η за половодье от рассчитанных запасов влаги W_{XI} на конец ноября (а) и от суммы средних месячных расходов воды $\sum_{IX}^{XI} Q$ за сентябрь—ноябрь (б) на водосборе р. Нен до д. Буслаево.

модели запасы продуктивной влаги в 50-сантиметровом слое почвы на конец ноября (W_{XI}). Можно заметить, что разброс точек на обеих зависимостях довольно большой. Характерно, что

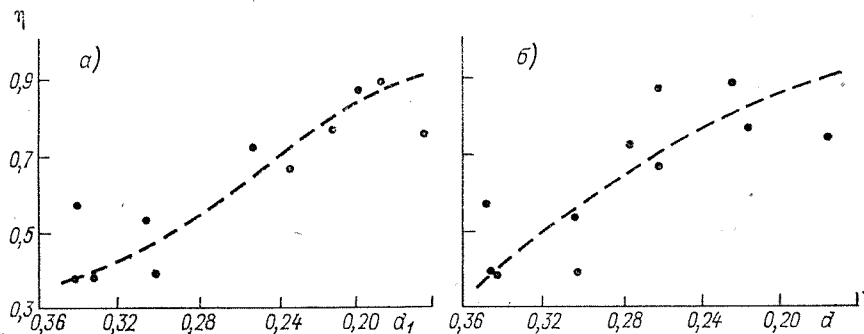


Рис. 5.20. Зависимости коэффициентов стока η за половодье от рассчитанных к началу снеготаяния дефицитов насыщения почвы d (по объему) в мерзлой зоне (а) и во всем 50-сантиметровом слое (б) почвы на водосборе р. Нен до д. Буслаево.

при небольшом изменении характеристики $\sum_{IX}^{XI} Q$ коэффициент стока может меняться практически от минимально до максимально возможного значения. Такая зависимость очень чувствительна к изменениям аргумента и может давать большие погрешности. В этом отношении зависимость с использованием величины W_{XI} предпочтительнее, хотя точность ее также не очень высокая.

На рис. 5.20 представлены аналогичные зависимости, где в качестве характеристик увлажненности использованы значения относительного дефицита насыщения почвы в промерзшей зоне (d_1) и во всем 50-сантиметровом слое почвы (d) непосредственно перед началом снеготаяния, рассчитанные по модели. Эти зависимости оказались теснее предыдущих, однако лишь зависимость (5.20 а), учитывающая состояние влаги в почве, достаточно надежна и не очень чувствительна к погрешностям аргумента. За-

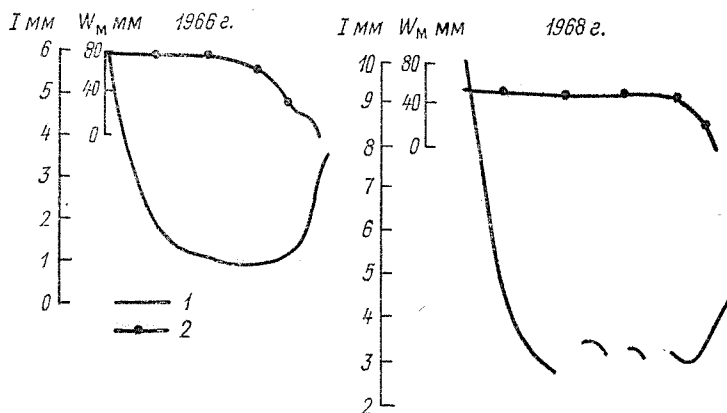


Рис. 5.21. Рассчитанные кривые инфильтрации (1) и изменения содержания льда в почве (2) на водосборе р. Ней.

метно от этой связи отклонились лишь точки, относящиеся к 1968 и 1970 гг., хотя погрешности рассчитанных по модели объемов стока за эти годы оказались не очень большими (соответственно 5,9 и 6,5 % слоя стока за половодье). Это, скорее всего, объясняется характером снеготаяния в эти годы (снеготаяние прерывалось сильными похолоданиями, в результате чего наблюдалось две четко выраженные волны половодья), что не учитывается в рассмотренных зависимостях, однако учитывается в модели при расчете гидрографа.

На рис. 5.21 показана динамика потерь в период весеннего половодья, когда быстро меняются условия впитывания за счет поглощения талой воды и оттаивания почвы. Там же показано изменение содержания льда в почве. Характерно, что в начале снеготаяния потери довольно быстро убывают со временем, затем спад замедляется и в большинстве случаев потери постепенно начинают увеличиваться в период быстрого оттаивания почвы. Такой характер изменения потерь согласуется с экспериментальными исследованиями [91]. При похолоданиях в период таяния кривые инфильтрации имеют разрыв, причем каждая последующая ветвь начинается с более высоких значений инфильтрации. Это подтверждает вывод о том, что погрешности расчета по вод-

нобалансовым зависимостям в 1968 и 1970 гг. могли быть связаны с характером снеготаяния.

Для исследования влияния хода снеготаяния на потери была выполнена серия расчетов для р. Нен при различной интенсивности снеготаяния [60]. Для этого за ряд лет в период снеготаяния вместо фактической температуры воздуха либо задавались различные постоянные значения температуры, либо они менялись скачкообразно. Это позволило проследить характер изменения кривых инфильтрации при различной интенсивности водоподачи (при одинаковом суммарном снегозапасе). Расчеты показали, что влияние интенсивности водоподачи на потери неоднозначно.

Если водоподача непрерывна в течение рассматриваемого промежутка времени (например, непрерывное снеготаяние с высокой интенсивностью, превышающей впитывающую способность почвы), то с увеличением интенсивности снеготаяния (водоподачи) суммарные потери воды всегда уменьшаются. Однако интенсивность снижения инфильтрации и ее динамика сильно зависят от состояния почвы к началу снеготаяния. При высоком увлажнении почвы в начальный период инфильтрация практически не зависит от интенсивности водоподачи (до тех пор, пока инфильтрация не превысит водоподачу). Это хорошо видно на рис. 5.22, на котором показаны кривые инфильтрации и хода поверхностного стока, полученные при различной постоянной температуре воздуха и соответственно интенсивности водоподачи. Кривые инфильтрации при различной интенсивности снеготаяния являются как бы продолжением кривой для наибольшей интенсивности, а суммарный сток за половодье уменьшается с уменьшением интенсивности водоподачи. На этом же рисунке показаны кривые инфильтрации, рассчитанные по широко используемой в практике экспоненциальной зависимости

$$I = h_v \exp(-s_t/P_m), \quad (5.15)$$

где h_v — водоподача в момент времени t ; s_t — суммарная водоподача к моменту t ; P_m — параметр, зависящий от водопоглотительных свойств почвы.

Параметр P_m определялся из условия совпадения рассчитанных и фактических потерь за это половодье. Как видно на рис. 5.22, в этом случае объем стока сохраняется постоянным при различной интенсивности снеготаяния, а интенсивность инфильтрации следует за интенсивностью водоподачи независимо от потенциальной способности впитывания.

Другая картина наблюдается в том случае, если водоподача не непрерывна (например, если через некоторое время после конца снеготаяния выпадают осадки). Тогда потери за один и тот же период времени (включая талую и дождевую составляющие) для различной интенсивности таяния уже меньше зависят от последней (при одном и том же максимальном запасе воды в снеге) и с увеличением интенсивности снеготаяния могут даже увеличиваться (табл. 5.10). При этом характер изменения суммар-

ных потерь будет также зависеть от увлажнения почвы к началу снеготаяния и от длительности бездождных периодов. При низкой влажности почвы (как это было, например, в 1973 и 1975 гг., см. табл. 5.10) влияние интенсивности снеготаяния уве-

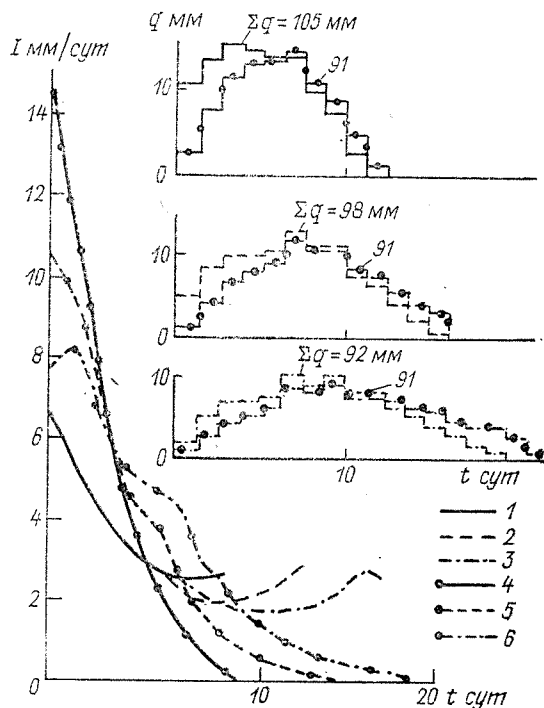


Рис. 5.22. Ход инфильтрации I и поверхностного стока q при различной постоянной температуре воздуха $\bar{T}$ в период снеготаяния.

1—3 — расчет по модели, 4—6 — по формуле (3.60); значения T : 1, 4—10 °C, 2, 5—7 °C, 3, 6—5 °C.

Таблица 5.10

Суммарные за период половодья потери талой составляющей ($I_{с.т}$) и талой с учетом дождевой ($I_{с.д}$) в зависимости от средней температуры воздуха T в период снеготаяния

Год	Запас воды в почве, мм	$I_{с.т}$				$I_{с.д}$			
		10° C	7° C	5° C	2° C	10° C	7° C	5° C	2° C
1971	150	—	69	100	122	—	120	136	133
1972	162	36	43	50	82	88	89	93	86
1973	104	78	90	103	136	118	129	134	148
1975	104	—	91	102	127	—	118	128	139

личивается и суммарные потери увеличиваются с уменьшением интенсивности. Чем больше длительность бездождных периодов, тем меньшее влияние при прочих равных условиях оказывает интенсивность снеготаяния на суммарные потери. Таким образом, можно ожидать, что на построение воднобалансовых зависимостей за половодье с учетом осадков на спаде половодья неучет интенсивности снеготаяния будет оказывать меньшее влияние, чем при аналогичном построении для чисто снеговой составляющей.

Модель позволяет также сопоставить сток с залесенных и открытых участков водосбора. В табл. 5.11 приведены рассчитан-

Таблица 5.11

Рассчитанные коэффициенты стока за половодье
с лесных ($\eta_{\text{л}}$) и полевых ($\eta_{\text{п}}$) участков

Год	р. Чепца — г. Глазов		р. Днепр — г. Дорогобуж	
	$\eta_{\text{л}}$	$\eta_{\text{п}}$	$\eta_{\text{л}}$	$\eta_{\text{п}}$
1967	0,35	0,73	0,73	0,71
1968	0,53	0,58	0,66	0,86
1969	0,39	0,79	0,47	0,57
1970	0,52	0,89	0,80	0,82
1971	0,61	0,93	0,54	0,95
1972	0,47	0,90	0,44	0,59
1973	0,49	0,73	0,47	0,78
1974	0,53	0,86	0,62	0,82
1975	0,44	0,68	0,59	0,51
1976	0,15	0,29	0,35	0,48
1977	—	—	0,80	0,73
Среднее	0,45	0,74	0,65	0,78

ные по модели коэффициенты стока за половодье для рек Чепцы и Днепра с залесенных и открытых площадей. В целом коэффициенты стока с открытых участков выше соответствующих значений для залесенных площадей (редкое исключение — р. Днепр). Однако соотношение этих коэффициентов очень сильно меняется от года к году (для р. Чепцы от 1,1 до 2,1, для р. Днепра от 0,6 до 1,8). Наибольшие различия коэффициентов наблюдаются для лет с большой глубиной промерзания и высоким запасом влаги в почве к началу промерзания (например, 1967 г. для р. Чепцы); наименьшие, наоборот, при небольшой глубине промерзания и средней влажности почвы (1968 г. для р. Чепцы).

Средние для рассматриваемой выборки коэффициенты стока с залесенных и открытых участков р. Чепцы равны соответственно 0,45 и 0,74. Эти значения очень близки к соответствующим коэффициентам, полученным в работе [118] для данного водосбора при разделении суммарного стока на две составляющие с помощью решения системы уравнений

$$y_i = \eta_{\text{л}} s_{\text{ли}} \beta_i + \eta_{\text{п}} s_{\text{пи}} (1 - \beta_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (5.16)$$

где β_i — коэффициент лесистости; y_i — общий слой стока за половодье; $s_{ли}$ и $s_{пн}$ — запасы воды в снеге соответственно в лесу и поле; $\eta_{л}$ и $\eta_{п}$ — коэффициенты стока соответственно с залесенных и открытых площадей; N — число водосборов с различной лесистостью, условия стокообразования на которых близки.

Представление о характере распределения стока с залесенных и открытых участков в течение половодья можно получить из рис. 5.13. На рисунках видно, что сформированные с этих участков гидрографы существенно различаются по амплитуде и фазе: на открытых участках максимум, как правило, выше и наступает раньше.

Для выяснения целесообразности отдельного учета процессов формирования стока на залесенных и открытых участках водосбора были сделаны параллельные расчеты без учета различий в формировании потерь на этих участках. При этом, если залесенность водосбора была больше 50 %, водосбор полагали чисто лесным, в противном случае — открытым. Таким образом, водосборы рек Неи, Моломы, Юга, Лузы, Шугора, Чепцы (до с. Полом) считались лесными, а водосборы рек Днепра, Моломы, Чепцы (до г. Глазова) — открытыми. Параметры модели для каждого из этих вариантов определяли заново. Однако снеготаяние для залесенных и открытых площадей рассчитывали отдельно, а затем определяли водоподачу как средневзвешенную величину:

$$\bar{h}_в = h_{в.л} \beta + h_{в.п} (1 - \beta), \quad (5.17)$$

где $h_{в.л}$ и $h_{в.п}$ — водоподача с залесенных и открытых участков.

В табл. 5.12 приведены значения критериев качества за все годы для водосборов, залесенность которых сильно отличается от предельных значений ($\beta = 1$ либо 0). Из данных таблицы следует, что упрощенный вариант в этом случае дает заметно худшие результаты (графы 3, 5, 7, 9), чем полный (графы 2, 4, 6, 8).

Другая картина наблюдается для водосборов рек Неи ($\beta = 0,8$) и Мологи ($\beta = 0,25$). В этих случаях точность расчетов по полной модели и ее модификациям оказалась практически одинаковой (табл. 5.12). Незначительное уменьшение среднего (за все годы) критерия качества р. Неи для полной модели произошло в основном за счет калибровочной выборки. Так как при учете открытой (для р. Неи) либо залесенной (для р. Мологи) составляющих вводятся дополнительные параметры, точность определения которых будет тем ниже, чем меньше доля открытых или залесенных участков, предпочтение в этих случаях следует отдать упрощенным вариантам.

Выполненное исследование позволяет сделать вывод о том, что при $0,25 < \beta < 0,8$ предпочтительнее пользоваться полной моделью, учитывающей различия в условиях формирования стока на залесенных и открытых участках водосбора. При $\beta < 0,25$ или $\beta > 0,8$ лучше пользоваться упрощенными модификациями, схематизирующими водосбор как чисто залесенный либо открытый.

Таблица 5.12

Критерии качества, полученные для различных вариантов расчета, мм²

Год	р. Чепца — г. Глазов		р. Чепца — с. Полом		р. Днепр — г. Дорогобуж		р. Щугор — с. Ми- чабичевник		р. Нея — д. Буслаево		р. Молога — д. Бо- ровское	
	лес, поле	поле	лес, поле	лес	лес, поле	поле	лес, поле	лес	лес, поле	лес	лес, поле	поле
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1965	—	—	—	—	—	—	—	—	27*	27*	—	—
1966	—	—	—	—	—	—	596	846	50*	83*	—	—
1967	35	80	76	115	113	221	810	806	17	22	—	—
1968	26	43	109	197	73	60	533	804	38*	38*	—	—
1969	35	82	51	53	20	14	951	854	54*	70*	—	—
1970	37	72	77	133	48	124	487	517	65*	70*	161	141
1971	56	58	56	43	67	95	666	660	24	13	11	8
1972	62	56	86	83	36	74	780	1315	55	59	11	6
1973	19	44	33	17	28	77	554	498	44	41	18	24
1974	52	72	75	83	60	62	913	1066	96	93	11*	14*
1975	43	37	112	89	50	57	1303	1587	7	6	7*	3*
1976	14	48	6	10	60	56	651	890	—	—	6*	11*
1977	—	—	—	—	19	16	766	718	—	—	17*	15*
Среднее	38	59	68	82	52	78	751	880	48	52	24	22

* Данные для калибровочной выборки.

Испарение и динамика влаги в почве. Основными расходными составляющими баланса влаги в почве являются испарение и почвенный сток. Так как при использовании модели ведется непрерывный расчет составляющих баланса, их можно определить за любые фазы гидрологического цикла.

Для ряда водосборов были определены средние значения испарения за периоды половодья и снеготаяния (табл. 5.13). Средняя интенсивность испарения за период половодья колеблется от 1,0 до 2,5 мм/сут, а за период снеготаяния — от 0,20 до 1,1 мм/сут. Эти результаты хорошо согласуются с данными измерений испарения в лесных районах европейской части СССР, приведенными в работе [76].

Суммарные значения испарения в период снеготаяния и половодья, рассчитанные с использованием модели, приведены в табл. 5.14 вместе с другими составляющими водного баланса почвы. Суммарное испарение с поверхности водосбора в период снеготаяния небольшое — в среднем 5—10 % водоподачи за этот период. Значение испарения как потерь стока и как фактора, влияющего на режим влаги в почве, значительно возрастает после схода снежного покрова. Суммарное испарение в зависимости от продолжительности половодья меняется в широких пределах и составляет 30—70 % водоподачи на поверхность водосбора. Такой большой процент испарения по отношению к водоподаче объясняется тем, что после схода снежного покрова на испарение часто расходуются не только выпадающие осадки, но и влага,

Таблица 5.13

Средняя интенсивность испарения за периоды снеготаяния (E_c) и половодья (E_n), мм/сут

Год	р. Нея — д. Буслаево		р. Юг — Кичменгский Городок		р. Луза — д. Объячево	
	E_c	E_n	E_c	E_n	E_c	E_n
1965	0,51	1,3	—	—	—	—
1966	0,35	1,4	—	—	—	—
1967	0,35	1,8	—	—	—	—
1968	0,40	1,5	0,40	1,2	0,50	1,1
1969	0,52	2,1	0,46	1,2	0,33	1,1
1970	0,36	2,2	0,24	1,5	0,22	1,2
1971	0,40	1,8	0,26	1,0	0,20	1,1
1972	0,66	2,2	0,48	1,3	0,63	1,2
1973	0,52	1,6	0,35	1,7	0,35	1,5
1974	0,56	1,1	0,27	1,4	0,27	1,2
1975	0,27	1,1	0,32	1,3	0,44	1,4
1976	—	—	0,24	1,2	0,34	1,2
1977	—	—	0,47	1,6	0,53	1,6
1978	—	—	0,20	1,1	0,23	1,0
1979	—	—	0,80	2,5	1,10	2,1
1980	—	—	0,64	1,8	0,62	1,4
Среднее	0,45	1,6	0,39	1,45	0,44	1,31

Таблица 5.14

Рассчитанные значения водоподачи ($S_{\text{макс}} + P$), испарения (E), почвенного стока (Y_I), запаса влаги в почве (W) и его изменения за период половодья (ΔW), мм

Год	$S_{\text{макс}} + P$	Y_I	E за период		W		ΔW
			снего- таяния	поло- водья	к началу снего- таяния	к концу поло- водья	

р. Юг — с. Кичменгский Городок

1968	306	56	14	67	82	120	38
1969	199	34	12	71	110	151	41
1970	182	40	6	62	148	109	—39
1971	270	66	9	62	108	129	21
1972	303	68	20	82	121	116	—5
1973	219	47	6	91	105	68	—37
1974	353	71	12	108	102	139	37
1975	204	51	6	77	83	79	—4
1976	291	57	6	61	78	168	90
1977	256	50	9	85	83	118	35
1978	249	45	9	70	102	119	17
1979	236	34	8	98	109	85	—24
1980	295	62	9	95	96	84	—12

р. Луза — с. Объячево

1968	363	58	18	73	60	75	15
1969	188	32	9	50	78	112	34
1970	201	45	6	65	96	58	—38
1971	285	65	8	71	97	81	—16
1972	368	76	26	77	79	83	4
1973	214	41	6	68	83	65	—18
1974	412	70	12	99	76	37	—39
1975	212	50	11	67	98	66	—32
1976	315	54	15	57	66	87	21
1977	218	35	10	86	69	59	—10
1978	242	43	11	67	87	56	—31
1979	232	34	12	75	104	70	—34
1980	297	45	10	80	86	56	—30

р. Нея — д. Буслаево

1965	248	29	18	84	140	169	29
1966	293	36	111	92	168	128	—40
1967	180	23	8	84	135	160	25
1968	290	31	22	126	124	114	—10
1969	206	21	8	88	173	168	—5
1970	246	28	10	129	200	150	—50
1971	275	34	20	188	145	91	—54
1972	210	26	14	123	162	112	—50
1973	176	18	12	72	104	120	16
1974	362	36	23	99	148	163	15
1975	163	19	7	55	103	144	41

содержащаяся в почве. Запасы влаги в почве для многих лет к концу половодья существенно уменьшаются, так что разница между запасом влаги на начало и конец половодья может достигать 50 мм (табл. 5.14). Таким образом, после схода снежного покрова суммарное испарение составляет весьма существенную долю расходной части водного баланса и оказывает большое влияние на режим почвенной влаги, а следовательно и на формирование потерь дождевого стока.

Было сопоставлено также суммарное испарение за теплую часть года (май—сентябрь) с соответствующими значениями, полученными методами Константинова [46] и Кузина [40], для водосборов рек Юга и Лузы (табл. 5.15). Средние за 13 лет значения испарения, рассчитанные по модели и этими методами, оказались близкими: для р. Лузы они практически совпали, для р. Юга отклонения от расчетов по модели составили 26 и 30 мм в сторону занижения. Занижение испарения при расчете методом Константинова для водосборов северо-запада европейской части СССР отмечалось раньше авторами работы [77]. Для лога Усадьевского (Валдайский филиал ГГИ) ими получено занижение нормы испарения по методу Константинова на 50 мм, а в экстремальные годы — на 70—100 мм. Приведенные в табл. 5.15 результаты для р. Юга совпадают с этими оценками, что дает основание считать полученные по модели значения испарения достаточно надежными. При сопоставлении также необходимо учитывать, что погрешность определения испарения даже по испарителям составляет 10 % [113].

Заметный вклад в общий сток за половодье вносит почвенный сток, составляющий 20—30 % общего стока за половодье (см.

Таблица 5.15

Значения испарения за май—сентябрь, рассчитанные по модели (E_M) и методом Константинова ($E_{КТ}$) и Кузина ($E_{Кз}$)

Год	р. Луза — д. Объячево			р. Юг — с. Кичменгский Городок		
	E_M	$E_{КТ}$	$E_{Кз}$	E_M	$E_{КТ}$	$E_{Кз}$
1968	209	236	219	251	240	229
1969	194	217	186	240	227	202
1970	231	238	243	303	218	252
1971	201	232	207	272	230	220
1972	259	230	261	335	237	290
1973	229	171	225	260	193	240
1974	237	243	262	282	245	269
1975	248	242	234	269	233	253
1976	218	249	218	252	254	212
1977	250	230	258	263	257	269
1978	189	188	184	196	231	190
1979	227	248	247	279	258	256
1980	190	218	200	221	206	194
Средн.	222	226	225	263	233	237

табл. 5.14). Однако в отдельные маловодные годы он может достигать 50 % общего стока. В целом заметна тенденция небольшого увеличения почвенного стока с увеличением водоподачи (рис. 5.23).

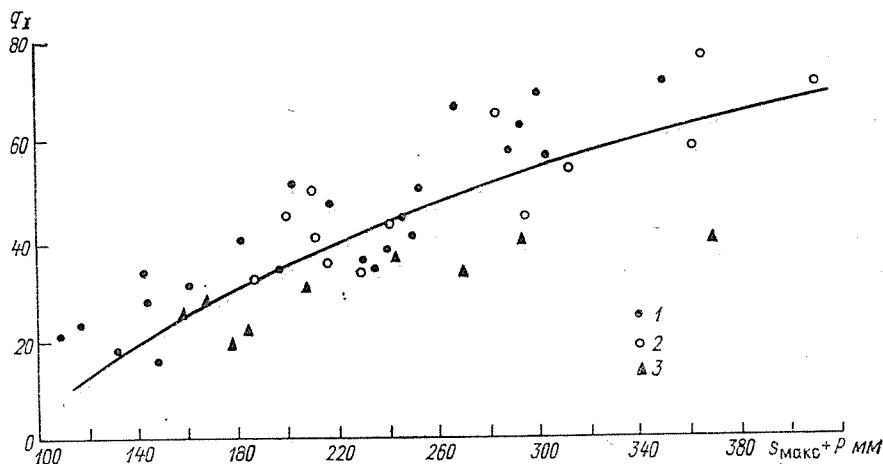


Рис. 5.23. Зависимость почвенного стока q_1 за период половодья от суммарной водоподачи $S_{\max} + P$.

1) р. Юг — с. Кичменгский Городок; 2) р. Луза — с. Объячево; 3) р. Нея — д. Буслаево.

5.3.3. Влияние детальности исходной информации на точность расчетов

Во всех упомянутых ранее расчетах были использованы средние суточные данные об осадках, расходах воды, температуре и дефиците насыщения воздуха. Данные о высоте снега и запасе воды в нем задавали с частотой проведения съемок (5—10 сут), а на каждый день их значения определяли с помощью интерполяции. В качестве максимального запаса воды в снеге принимали запас по снегосъемке, ближайшей к дате перехода температуры воздуха через 0°C весной. После начала таяния высоту снега и запас воды в нем определяли расчетным путем.

Сбор, анализ и подготовка для расчета на ЭВМ такого объема данных — довольно трудоемкий процесс. В связи с этим была исследована возможность расчета с укрупненными интервалами осреднения исходных данных. Для этой цели в модель был включен алгоритм осреднения суточных данных об осадках, расходах воды, температуре и дефиците насыщения воздуха по различным интервалам времени.

По данным для трех водосборов были выполнены [61] сравнительные расчеты ежедневных расходов воды за период половодья по суточным, 5-суточным, 15-суточным и месячным интервалам осреднения. При этом во всех вариантах использованы

параметры, полученные для суточного интервала осреднения. Входную информацию осредняли с начала расчета до начала снеготаяния. С момента начала снеготаяния во всех вариантах использована информация с постоянным (суточным) интервалом осреднения.

Расчеты показали, что на фазовые характеристики половодья интервал осреднения оказывает слабое влияние. Увеличение его приводит в основном к сглаживанию гидрографа. Вследствие этого наблюдается уменьшение объемов стока за половодье (рис. 5.24). В табл. 5.16 приведены объемы стока за половодье и характеристики содержания влаги в почве, рассчитанные при различных интервалах осреднения. Видно, что увеличение интервала осреднения ведет также к снижению запаса влаги в почве для всех вариантов расчета. Изменение глубины промерзания в среднем выражено заметно меньше, и лишь в отдельные годы разница может достигать 50 %. Таким образом, осреднение входной информации ведет к снижению запаса влаги в почве и как следствие к уменьшению стока за половодье.

На рис. 5.25 для трех водосборов показаны осредненные за все годы отклонения объемов стока и запасов влаги в почве, полученные при различных интервалах осреднения, от соответствующих значений, рассчитанных при суточном интервале. Как видно на этом рисунке, характер изменения этих отклонений для всех водосборов примерно одинаков. Чем больше уменьшается запас влаги, тем больше снижается рассчитанный объем стока.

Такая связь изменения стока и влажности почвы при различных интервалах осреднения характерна не только для осредненных за ряд лет, но и для ежегодных значений, причем связь практически одинакова для всех рассмотренных водосборов и интервалов осреднения. Это видно на рис. 5.26, на котором приведена зависимость отклонений стока и запаса влаги для 15- и 30-суточных интервалов осреднения для трех водосборов. В целом связь хорошо выражена, хотя для некоторых лет наблюдаются значительные отклонения.

Это обстоятельство имеет принципиальное значение. При построении воднобалансовых зависимостей для долгосрочных прогнозов стока за половодье используют характеристики увлажнения почвы, рассчитанные по метеорологическим данным, осредненным по каким-либо временным интервалам. Как следует из приведенного анализа, чем больше интервал осреднения, тем больше эта характеристика будет отличаться от реальных запасов влаги. В среднем это не должно сильно отразиться на точности расчета объема стока за половодье, так как существует вполне четкая зависимость между снижением запаса влаги и стока при увеличении интервала осреднения, что автоматически учтется при построении воднобалансовой зависимости. Однако при интервале осреднения больше 15 сут в отдельные годы может наблюдаться значительная потеря точности. Важно также подчеркнуть, что это исследование было выполнено для водосборов,

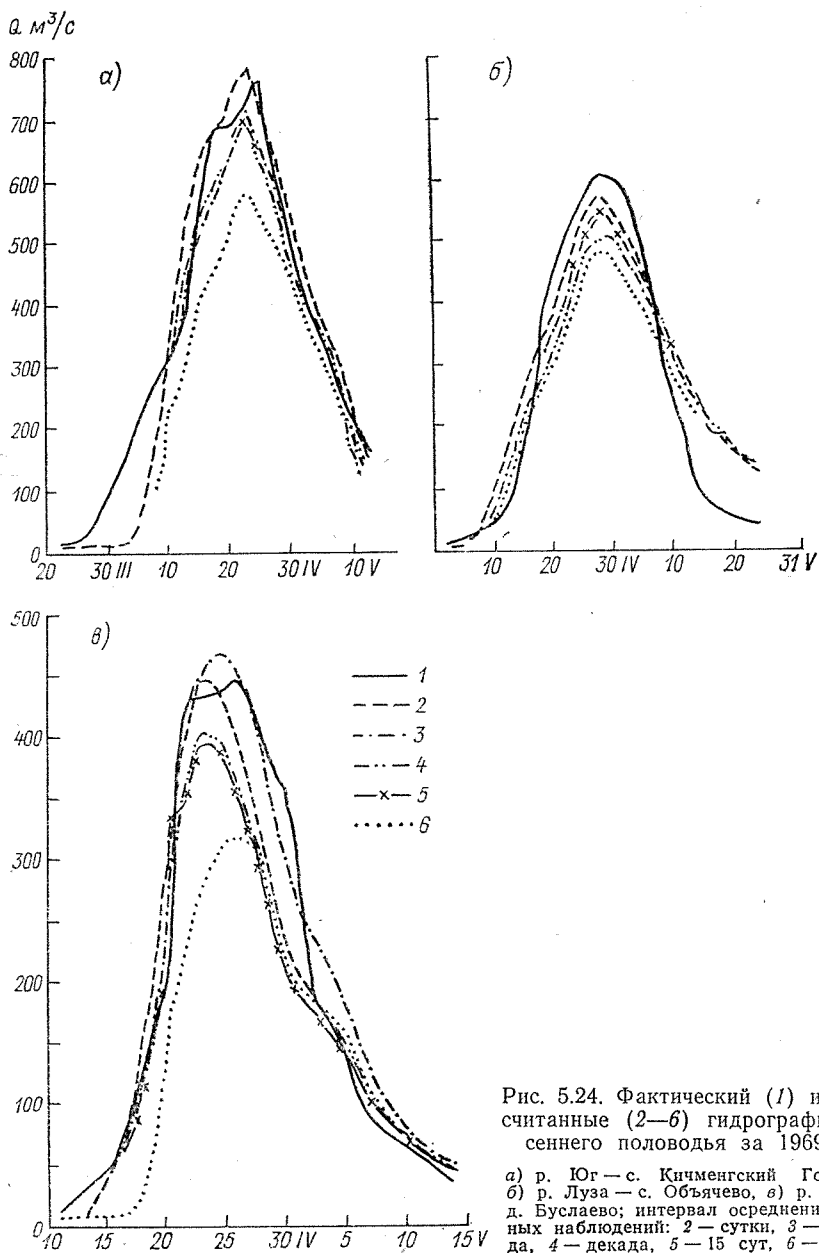


Рис. 5.24. Фактический (1) и рассчитанные (2—6) гидрографы весеннего половодья за 1969 г.

а) р. Юг — с. Кичменгский Городок, б) р. Луза — с. Объячево, г) р. Нея — д. Буслаево; интервал осреднения данных наблюдений: 2 — сутки, 3 — пентада, 4 — декада, 5 — 15 сут, 6 — месяц.

Таблица 5.16

Объем стока (Y мм), влажность (W мм) и глубина промерзания (Z см) почвы перед началом снеготаяния, полученные при различных вариантах осреднения исходных данных

Год	Интервал осреднения, сут														
	1			5			10			15			30		
	Y	W	Z	Y	W	Z	Y	W	Z	Y	W	Z	Y	W	Z

р. Нея — д. Буслаево

1965	114	120	41	95	111	48	81	94	50	79	93	49	79	94	49
1966	229	135	32	229	136	33	215	119	32	203	110	33	202	110	333
1967	70	117	50	62	107	50	62	106	50	59	96	47	53	99	50
1968	151	82	30	146	79	31	155	85	29	143	79	34	146	77	28
1969	116	129	50	111	123	50	107	124	50	112	123	49	93	101	50
1970	145	136	45	152	140	42	153	145	47	156	121	26	152	119	22
1971	116	127	43	87	102	50	91	100	47	97	99	40	98	99	40
1972	115	136	33	104	124	36	95	118	38	86	112	40	100	123	38
1973	81	90	28	91	93	27	90	112	39	72	85	37	56	63	40
1974	224	134	22	220	124	20	223	127	22	214	120	22	223	127	21
1975	66	84	31	57	75	34	64	79	30	54	60	24	56	63	24
1976	163	82	50	136	65	48	139	59	44	141	60	42	139	65	48

р. Юг — с. Кичменгский Городок

1968	177	78	32	176	76	32	178	79	30	178	78	37	174	73	31
1969	164	104	50	154	87	50	153	90	50	153	90	50	140	70	49
1970	131	142	50	98	108	50	98	108	50	81	84	44	80	77	37
1971	157	103	40	157	107	50	154	103	50	150	94	50	149	92	50
1972	174	115	39	165	103	41	163	102	40	163	101	43	165	88	44

Год	Интервал осреднения, сут														
	1			5			10			15			30		
	У	W	Z	У	W	Z	У	W	Z	У	W	Z	У	W	Z
1973	150	100	33	127	98	36	117	84	42	115	82	38	116	80	36
1974	215	96	32	204	76	27	202	74	28	206	80	30	207	82	32
1975	105	80	28	83	69	33	87	72	38	87	71	32	90	70	30
1976	159	76	46	154	68	44	152	66	44	154	69	44	140	48	45
1977	112	81	50	97	66	50	104	67	50	101	59	50	100	61	50
1978	109	96	30	103	91	28	105	91	30	103	88	28	87	74	25
1979	160	102	37	150	96	38	166	92	40	160	91	38	155	92	38
1980	190	91	38	189	77	38	175	80	44	179	71	35	179	78	42

р. Луза — с. Объячево

1968	245	68	32	245	67	31	246	67	31	244	69	34	245	67	31
1969	131	86	50	125	78	50	122	73	50	128	81	50	117	66	50
1970	107	105	50	95	91	50	97	94	50	94	91	50	85	79	50
1971	166	104	50	162	100	50	148	96	50	151	88	50	152	89	50
1972	214	86	44	196	67	38	196	67	44	193	63	40	187	58	41
1973	128	88	49	121	79	50	118	74	50	117	72	50	116	70	50
1974	295	85	31	294	81	30	294	80	30	297	88	34	290	76	30
1975	147	106	50	132	86	50	132	87	50	130	84	50	128	82	50
1976	202	72	48	208	69	46	206	69	47	207	68	46	176	49	45
1977	110	76	50	101	62	50	101	61	50	101	62	50	104	66	50
1978	118	95	30	118	94	30	136	105	42	121	87	39	94	57	30
1979	178	113	50	174	102	50	173	98	50	174	103	50	170	91	50
1980	222	94	29	203	98	44	226	72	22	244	57	12	243	57	13

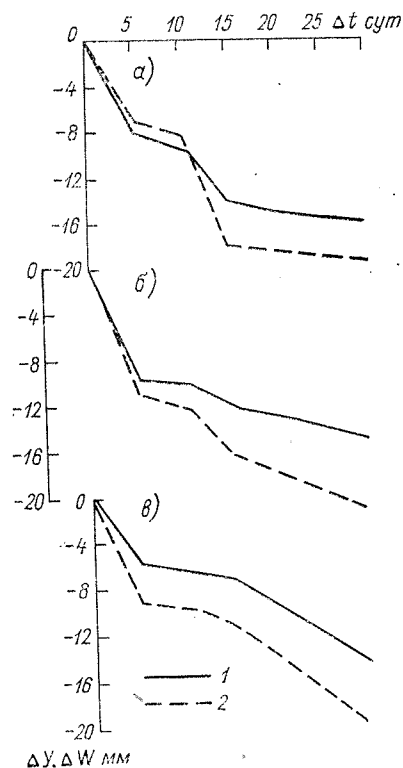


Рис. 5.25. Зависимости отклонений стока за половодье ΔY (1) и запаса влаги в почве ΔW (2) от интервала осреднения данных наблюдений.

а) р. Нея — д. Буслаево; б) р. Юг — с. Кичменгский Городок; в) р. Луза — с. Объячево.

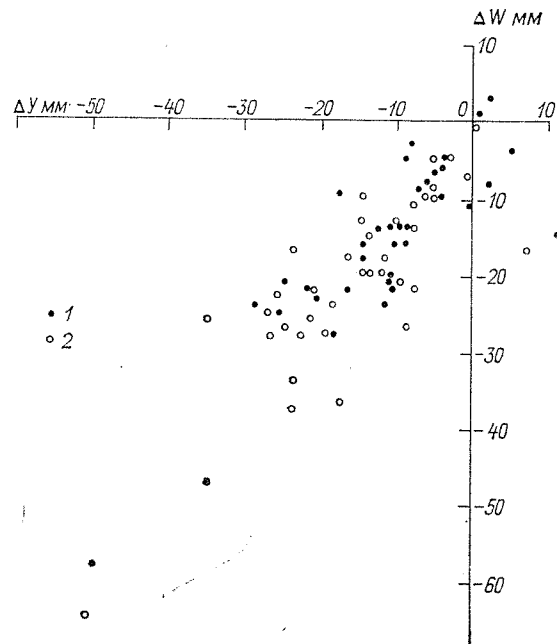


Рис. 5.26. Зависимость отклонений стока ΔY от отклонений запаса влаги в почве ΔW при 15-суточном (1) и месячном (2) осреднении данных наблюдений для рек Нея, Юга и Лузы.

расположенных в зоне достаточного и избыточного увлажнения. Для более южных водосборов такая зависимость может быть менее выражена, поэтому при построении воднобалансовых зависимостей в таких условиях необходимо делать тщательный анализ для выбора оптимального интервала осреднения.

При расчетах же ежедневных расходов воды в период весеннего половодья с помощью модели можно использовать входные данные за осенне-зимний период, осредненные не более чем по декадным интервалам времени. При больших интервалах осреднения погрешности заметно увеличиваются. В некоторых случаях можно существенно улучшить результаты для больших интервалов осреднения, если провести коррекцию параметров, которая бы учитывала систематическое смещение характеристики увлажнения почвы.

О расчете высоты и плотности снежного покрова. Определенные трудности связаны с использованием данных о высоте и плотности снежного покрова в период его формирования. Снегосъемки, особенно в начальный период формирования снежного покрова, на многих станциях проводят один раз в месяц. Поэтому интерполяцию высоты и плотности снега приходится делать для больших промежутков времени, что может отразиться на точности расчетов.

В связи с этим были выполнены расчеты без использования данных снегосъемок в период формирования снежного покрова. Высоту снежного покрова в этом случае вычисляли по данным об осадках с учетом температуры воздуха, а плотность снега задавали постоянной в течение всего периода расчета до начала снеготаяния. Однако запас воды в снеге на дату начала снеготаяния по-прежнему оценивали по снегосъемкам.

Можно ожидать, что большую роль при этом будет играть принятая плотность снега. Были сделаны расчеты при нескольких значениях плотности снега. В табл. 5.17 приведены погрешности расчетов ежедневных расходов воды р. Чепцы при различной плотности снега. Лучшие результаты были получены при плотности $0,2 \text{ г/см}^3$, причем средняя погрешность расчета расходов воды

Таблица 5.17

Критерии точности расчетов расходов воды р. Чепцы у г. Глазова, полученные при различной плотности снега, мм²

Год	Плотность снега, г/см ³				Год	Плотность снега, г/см ³			
	0,1	0,2	0,25	0,3		0,1	0,2	0,25	0,3
1967	57	27	26	35	1973	40	26	39	46
1968	58	27	53	63	1974	151	106	93	108
1969	99	40	38	39	1975	43	41	41	40
1970	46	31	28	27	1976	14	16	16	16
1971	54	73	98	119					
1972	57	71	90	98	Среднее	62	46	52	59

за 10 лет оказалась на 21 % больше погрешности, полученной при использовании данных снегосъемок. Близкие результаты получены также для р. Днепра, где средняя погрешность увеличилась на 19 %. Заметно выше точность аналогичных расчетов для практически полностью залесенного водосбора р. Неи (погрешность увеличилась всего на 8 %).

Анализ погрешностей расчета максимальных расходов воды в период половодья показал, что наибольшие отклонения связаны с погрешностями расчета высоты снежного покрова по данным об осадках в начальный период установления снежного покрова. В это время наиболее интенсивно происходит промерзание почвы, а следовательно, большое влияние на расчет промерзания будут оказывать погрешности определения высоты и плотности снежного покрова. После установления снежного покрова высотой больше 20 см эти погрешности сказываются значительно меньше.

Для более точного определения высоты и плотности снега была построена довольно простая схема расчета, в которой помимо изменения высоты снега за счет жидких и твердых осадков учитывался процесс уплотнения снега. В соответствии с работой [141], снижение высоты снега за счет уплотнения определяли по формуле

$$\Delta H_t = \frac{0,1P_t}{\rho_{с\ t-1}} \left(\frac{H_{t-1}}{25} \right)^{0,35}, \quad (5.18)$$

где P_t — твердые осадки, выпавшие в момент времени t ; H_{t-1} , $\rho_{с\ t-1}$ — соответственно высота и плотность снега в предшествующий расчетному момент времени.

Плотность свежевыпавшего снега рассчитывали в зависимости от температуры воздуха [141]

$$\rho_{с0} = \begin{cases} 0,05 + 0,0017(T + 15)^{1,5} & \text{при } T \geq -15^\circ\text{C;} \\ 0,05 & \text{при } T < -15^\circ\text{C.} \end{cases} \quad (5.19)$$

Текущую плотность снежного покрова определяли по запасу воды в снеге и его высоте.

Этот подход позволил заметно повысить точность расчета расходов воды в период половодья. Для почти полностью залесенных водосборов (реки Юг, Луза, Нея, Печора) погрешности расчетов практически не отличаются от погрешностей, полученных при использовании данных снегосъемок. Для менее залесенных водосборов точность несколько ниже, однако увеличение средней погрешности для водосборов рек Днепра и Чепцы по сравнению с вариантом расчета по данным снегосъемок не превышает 10 %. Это дало основание отказаться для залесенных водосборов от использования данных снегосъемок при определении высоты и плотности снега. Для частично залесенных водосборов данные снегосъемок используют для корректировки рассчитанных значений высоты и плотности на даты снегосъемок. Однако запас воды в снеге на дату начала снеготаяния в обоих случаях определяли по данным снегосъемок.

КРАТКОСРОЧНЫЕ ПРОГНОЗЫ РАСХОДОВ (УРОВНЕЙ) ВОДЫ НА РЕЧНЫХ СИСТЕМАХ

Представим речную систему в виде серии частных бассейнов (см. главу 1), для расчета гидрографа на каждом из которых воспользуемся моделью формирования стока на водосборе либо линейной моделью трансформации. Для объединения всех частных бассейнов в единую систему необходимо задать условия их сопряжения. Рассмотрены две возможности сопряжения:

1) если расходы (уровни) воды в замыкающем створе верхнего частного бассейна до момента выпуска прогноза заданы, то они задаются на входе следующего за ним участка. На период заблаговременности расходы в этом створе полагают равными спрогнозированным расходам на выходе верхнего водосбора:

$$Q_{it} = \begin{cases} Q_{i-1,t} & \text{при } t \leq t_0; \\ \tilde{Q}_{i-1,t} & \text{при } t > t_0, \end{cases} \quad (6.1)$$

где Q_{it} — расходы воды на входе i -го водосбора; $Q_{i-1,t}$ и $\tilde{Q}_{i-1,t}$ — фактические и спрогнозированные расходы воды на выходе $(i-1)$ -го участка; t_0 — момент выпуска прогноза;

2) если расходы (уровни) воды в замыкающем створе верхнего частного бассейна до момента выпуска прогноза не заданы, то на вход следующего за ним участка подаются рассчитанные и спрогнозированные значения на выходе верхнего бассейна для всего периода расчета, т. е.

$$Q_{it} = \tilde{Q}_{i-1,t}. \quad (6.2)$$

Опыт показал, что для получения эффективной численной схемы прогноза необходимо помимо идентификации моделей решить три основные задачи;

— учет входных данных на период заблаговременности прогноза;

— адаптация схемы к поступающей в процессе выпуска прогноза новой информации о водном режиме;

— оценка возможной заблаговременности прогноза для речной системы.

6.1. Задание входных данных на период заблаговременности прогноза

При использовании рассмотренных моделей расчета гидрографа (кроме уравнений Сен-Венана) в схемах прогноза выра-

жение для определения прогнозируемой величины записывают в виде

$$\hat{Q}_{t_0+\delta} = \sum_{i=1}^m k_{ci} \left[\sum_{j=\delta+1}^{r_i} p_{ij} q_{i, t_0+\delta-j+1} + \sum_{j=1}^{\delta} p_{ij} \tilde{q}_{i, t_0+\delta-j+1} \right], \quad (6.3)$$

где m — число входных створов, для которых задаются кривые добегания; δ — заблаговременность прогноза; k_{ci} — коэффициенты приведения стока (если используется модель, они равны единице); r_i — число значимых ординат кривых добегания «память»); p_{ij} — ординаты кривых добегания; q_{ij} — ординаты i -го входа в j -й момент времени, известные к моменту выпуска прогноза; $\tilde{q}_{ij}$ — ординаты, неизвестные в момент выпуска прогноза.

В соотношении (6.3) входные данные могут представлять собой либо расходы (уровни) воды (для бассейнов второго типа), либо вычисленные значения водоотдачи (для концевых частных бассейнов, исходной информацией для которых служат метеорологические данные). При этом необходимо задать не только входные данные, известные к моменту выпуска прогноза, но и неизвестные данные на период заблаговременности прогноза.

Влияние неточности задания входных данных на период заблаговременности во многом определяется формой кривой добегания: чем меньше вес начальных ординат кривой добегания, тем меньшую роль играют значения входных данных периода заблаговременности (будущие данные). Приблизительно удельное влияние будущих условий можно оценить по сумме начальных ординат кривой добегания (при их числе, равном заблаговременности прогноза).

Если схема прогноза строится на основе модели формирования стока на водосборе, то на период заблаговременности необходимо задать метеорологические данные (температура воздуха в период снеготаяния, а также дефицит насыщения воздуха и осадки) либо непосредственно поверхностный и почвенный сток. Для бассейнов второго типа необходимо экстраполировать расходы или уровни воды во входных створах. Если рассматривается речная система в целом, то проблема задания входных данных на период заблаговременности возникает только для концевых бассейнов, так как во всех промежуточных створах можно использовать прогнозы, полученные на выходе вышерасположенных участков.

При задании метеорологических данных можно использовать краткосрочные прогнозы погоды. Однако в настоящее время лишь прогнозы температуры воздуха на 3—5 сут точнее инерционных. Дефицит насыщения воздуха, как правило, не прогнозируется, а точность прогноза количества осадков очень низкая даже при небольшой заблаговременности. С другой стороны, при оценке эффективности метода прогноза необходимо оценить схему на материалах за длительный период. Архивы материалов по прогнозам температуры воздуха за длительный период чаще отсутст-

вуют. В связи с этим приходится использовать различные приемы экстраполяции данных на период заблаговременности. Нами рассматривалось несколько способов экстраполяции метеорологических данных:

1) на период заблаговременности все входные элементы полагались равными нулю;

2) температура и дефицит насыщения воздуха принимались постоянными и равными соответствующим значениям в день выпуска прогноза. Осадки полагались равными нулю;

3) температура и дефицит насыщения воздуха приравнивались средним за два предшествующих прогнозу дня значениям. Осадки, как и в двух предшествующих случаях, принимались равными нулю.

В табл. 6.1 приведены осредненные за 12 лет средние квадратические погрешности прогнозов за период весеннего половодья при рассмотренных способах экстраполяции для двух водосборов. Там же даны погрешности, полученные при использовании фактических данных на период заблаговременности. По данным табл. 6.1 видно, что 2-й и 3-й способы экстраполяции примерно одинаковы и заметно лучше 1-го способа.

Таблица 6.1

Средние квадратические погрешности прогнозов расходов воды при различных способах экстраполяции метеорологических данных

Заблаговременность, сут	р. Юг — с. Кичменгский Городок				р. Луза — с. Объячево			
	способы экстраполяции			фактические данные	способы экстраполяции			фактические данные
	1	2	3		1	2	3	
1	39	39	39	30	24	24	23	20
2	72	64	65	51	47	45	44	35
3	116	97	99	62	73	67	67	46
4	157	124	128	67	101	84	86	54

Для оценки влияния неточности задания на период заблаговременности каждого входного элемента (осадков P , температуры воздуха T , дефицита насыщения воздуха d) были составлены прогнозы при использовании фактических значений для двух элементов, а для третьего — нулевых. Оказалось, что основное влияние на погрешность прогноза оказывает неучет температуры воздуха, заметно меньше влияет неучет осадков, а исключение дефицита насыщения воздуха практически не влияет на точность прогноза (табл. 6.2).

Приведенные в таблицах оценки характерны для периода весеннего половодья. В этом случае, несмотря на заметную потерю точности при экстраполяции входных данных, все же удается

Средние квадратические погрешности прогнозов расходов воды при различном задании входной информации для р. Юг — с. Кичменгский Городок

Заблаговременность, сут	Значение S/σ			
	фактические данные	$T=0$	$P=0$	$D=0$
1	0,54	0,54	0,54	0,54
2	0,53	0,65	0,54	0,53
3	0,51	0,81	0,56	0,51
4	0,46	0,93	0,55	0,46

получить эффективный метод прогноза до 4 сут. Если же рассматривать дождевые паводки, то пока можно говорить только о прогнозах с естественной заблаговременностью (обеспеченной временем концентрации стока на водосборе). В табл. 6.1 видно, что в данном случае уже при заблаговременности 3 сут входные данные периода заблаговременности оказывают очень большое влияние на точность прогноза. Поэтому для таких водосборов вряд ли можно получить эффективные прогнозы дождевых паводков с заблаговременностью больше 2 сут.

В зависимости от формы гидрографа рассмотрены три способа экстраполяции расходов воды:

1) на период заблаговременности расходы воды принимают постоянными, равными расходу воды в день выпуска прогноза. Этот подход можно использовать только для очень плавных гидрографов при прогнозах небольшой заблаговременности;

2) на подъеме осуществляют экстраполяцию расходов воды с учетом близости расхода в день выпуска прогноза к максимальному значению за все годы ($Q_{\max}$):

$$Q_{t_0+\delta} = Q_{t_0+\delta-1} [1 - (1 - \gamma)(1 - \beta)] + (Q_{t_0} - Q_{t_0-1}) \gamma^{\delta}, \quad (6.4)$$

где Q_{t_0} и Q_{t_0-1} — фактические расходы воды соответственно в день выпуска прогноза и в предшествующий день; β — параметр кривой спада;

$$\gamma = 1 - Q_t/Q_{\max}.$$

В период спада расходы воды определяют по кривой спада с переменным параметром

$$Q_{t_0+\delta} = Q_{t_0} (Q_{t_0}/Q_{t_0-1})^{\delta}; \quad (6.5)$$

3) используют связь смежных по времени приращений расходов воды. В этом случае применяют рекуррентное выражение

$$Q_{t_0+\delta} = Q_{t_0+\delta-1} - r^{\delta} (Q_{t_0} - Q_{t_0-1}), \quad (6.6)$$

где r — коэффициент корреляции разностей расходов воды, смещенных на единицу времени; его определяют предварительно по архивным данным.

В большинстве случаев лучшие результаты были получены по второму способу. Соотношение (6.6) целесообразно использовать только при очень больших (порядка 0,8—0,9) коэффициентах корреляции приращений расходов воды.

6.2. Статистический алгоритм адаптации и корректировка прогнозов

В процессе выпуска непрерывных краткосрочных прогнозов, как правило, поступает новая информация о предсказываемом элементе. Эта информация характеризует состояние рассматриваемого водного объекта в момент выпуска прогноза (начальные условия). Естественно, что эффективность используемой для прогноза методики во многом будет зависеть от способа учета этой информации. Соотношение (6.3) не включает начальные условия.

Поскольку рассматриваемые модели не вполне адекватны реальному процессу, а входная информация задается с погрешностями, рассчитанные расходы (уровни) воды до момента выпуска прогноза ($t \leq t_0$) могут отличаться от уже имеющихся фактических значений. Это обстоятельство приведет к снижению точности прогноза, особенно с малой заблаговременностью, так как процесс, описываемый зависимостью (6.3), обладает инерционностью (тем большей, чем больше «память» кривой добегания). Период, в течение которого снижается точность прогноза вследствие погрешностей расчета до момента t_0 , зависит от формы кривой добегания.

Для исключения возможного накопления погрешностей к моменту выпуска прогноза в рассматриваемой схеме необходимо учесть начальные условия. В общем виде соотношение, учитывающее начальные условия, можно представить следующим образом:

$$\tilde{Q}_{t_0+\delta} = \hat{Q}_{t_0+\delta} + \Phi(Q, \delta), \quad (6.7)$$

где $\hat{Q}_{t_0+\delta}$ — спрогнозированное значение, полученное без учета начальных условий по соотношению (6.3); $\Phi(Q, \delta)$ — некоторый оператор, усваивающий фактические данные на выходе, поступающие к моменту выпуска прогноза.

Аналитическое выражение этого оператора при аппроксимации кривой добегания гамма-распределением вытекает из уравнения (2.68):

$$\Phi(Q, \delta) = \sum_{i=1}^n Q_i(0) \frac{1}{(i-1)!} \left(\frac{\delta}{\tau}\right)^{i-1} \exp(-\delta/\tau), \quad (6.8)$$

где n, τ — параметры кривой добегания; $Q_i(0)$ — расходы воды в момент выпуска прогноза на границах n отрезков, на которые разбит рассматриваемый участок русла. Однако фактические данные об этих расходах отсутствуют и в таком виде уравнение (6.8) удастся использовать только при $n=1$, когда $Q_1(0)$ соответствует расходу воды в замыкающем створе в момент выпуска прогноза.

Способы косвенного определения значений $Q_i(0)$ при $n \neq 1$ рассматривались в работах [56, 66]. В этом случае решалась обратная задача с использованием методов регуляризации. Решение очень сильно зависело от параметра n . С увеличением этого параметра эффективность оператора (6.8) снижалась, так как при этом увеличивалось влияние неточности входной информации на процесс определения $Q_i(0)$.

Это обстоятельство снижает эффективность такого подхода. Кроме того, в этом случае жестко задана аппроксимация кривой добегания, накладываются ограничения на параметр n , явно не учитываются погрешности входных данных и отсутствует возможность их экстраполяции на период заблаговременности.

Если предположить, что входные данные содержат погрешности, то с учетом зависимости (6.3) корректирующий оператор можно записать в следующем виде:

$$\Phi(Q, \delta) = \sum_{i=1}^m k_{ci} \sum_{j=t_0-r_i}^{t_0} \eta_{ij} p_{i, t_0-j+1}, \quad (6.9)$$

где η_{ij} — погрешности данных i -го входа в j -й момент времени.

Для использования соотношения (6.9) в прогнозах необходимо каким-либо образом задать вектор η , так как погрешности входных данных в действительности не известны.

Положим, что погрешности подчиняются нормальному закону распределения с центром $\bar{\eta}$ и дисперсией $D\eta$. Смоделируем вектор η_0 с параметрами $\bar{\eta}=0$ и $D\eta=1$ на интервале времени $\{t_0-r, t_0+\delta\}$. В каждом конкретном случае выпуска прогноза параметры распределения погрешностей неизвестны и могут отличаться от принятых при моделировании вектора η_0 . Для их оценки построим алгоритм, основанный на минимизации функционала

$$R(\eta_0, \bar{\eta}, D\eta) = \sum_{j=t_0-\Delta t_p}^{t_0} \alpha^{t_0-j} (Q_j - \tilde{Q}_j)^2, \quad (6.10)$$

где $\bar{\eta}, D\eta$ — искомые оценки параметров распределения погрешностей; Q_j — фактические расходы воды; $\tilde{Q}_j$ — расходы воды, рассчитанные по соотношению (6.7); Δt_p — интервал времени, за который учитывают погрешность расчета; α — коэффициент, снижающий влияние погрешностей расчета при удалении от даты выпуска прогноза ($t < t_0$), причем $0 \leq \alpha \leq 1$.

При вычислении $\tilde{Q}_j$ по соотношению (6.7) вектор погрешностей пересчитывают с учетом параметров $\bar{\eta}_k$ и $D\eta_k$, получающихся в процессе минимизации функционала (6.10):

$$\eta_k = \eta_0 D\eta_k + \bar{\eta}_k. \quad (6.11)$$

Если в прогностической схеме используют несколько входных гидрографов ($m > 1$), то для каждого из них необходимо моделировать свой вектор. Однако расчеты показали, что увеличение числа определяемых параметров распределения ведет к снижению устойчивости получаемых решений. В связи с этим моделировался один вектор погрешностей, который для каждого из входов распределялся пропорционально доле стока каждого входа по отношению к стоку в замыкающем створе (ω_i) за время t_m перед выпуском прогноза.

Используя для минимизации функционала (6.10) методы оптимизации, можно получить оценки $\bar{\eta}^*$ и $D\eta^*$, соответствующие вектору η_0 при некотором значении R^* ($\eta_0, \bar{\eta}^*, D\eta^*$). Поскольку вектор погрешностей генерируется для сравнительно короткого периода времени, он может оказаться неоптимальным для данной входной информации. В связи с этим процедуру минимизации функционала (6.10) необходимо повторить d раз (как правило, достаточно 10—15 раз), моделируя каждый раз новый вектор η_0 с параметрами $\bar{\eta}=0$ и $D\eta=1$. В результате получим ряд оценок ($\bar{\eta}_i^*, D\eta_i^*$) и значений R_i^* , соответствующих исходным векторам η_{0i} при $i=1, 2, \dots, d$.

Для использования в прогнозе выбирают те оценки погрешностей и исходный вектор, которым соответствует наименьшее значение R_i^* из d попыток. Для исключения векторов погрешностей с очень большими значениями дисперсии, наряду с этим критерием выбора окончательных оценок параметров распределения погрешностей, была использована оценка

$$A_k = (R_D^* - R_{\min}^*) / (R_{\max}^* - R_{\min}^*), \quad (6.12)$$

где $R_{\min}^*$, $R_{\max}^*$ — соответственно минимальное и максимальное значение функционала в серии d испытаний; R_D^* — значение функционала, соответствующее минимальной дисперсии погрешностей.

С учетом оценки A_k правило выбора оценок параметров распределения погрешностей можно сформулировать следующим образом:

$$(\eta_0, \bar{\eta}, D\eta)_{\text{опт}} = \begin{cases} (\eta_{0,i}, \bar{\eta}_i^*, D\eta_i^*) \Big|_{\min R_i^*} & \text{при } A_k \geq 0,4; \\ (\eta_{0,i}, \bar{\eta}_i^*, D\eta_i^*) \Big|_{\min D\eta_i^*} & \text{при } A_k < 0,4. \end{cases} \quad (6.13)$$

Такая адаптация схемы к входной информации необходима в каждом случае выпуска прогноза.

Рассмотренный алгоритм использован для корректировки краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды в бассейнах рек Онона [57] и Неи. Для первого водосбора схема прогноза основывалась на трансформации гидрографов, заданных во входных створах. Для второго прогнозы выпускались на основе модели формирования талого и дождевого стока. В этом случае входными данными в соотношении (6.3) являлись вычисленные значения водоотдачи. Проверочные прогнозы составляли ежедневно в период открытого русла по данным за 7—15 лет. Заблаговременность прогнозов для различных створов менялась от 2 до 8 сут. В общей сложности по каждому створу было составлено до 5 тыс. прогнозов различной заблаговременности.

Расчеты показали, что предложенный алгоритм адаптации позволяет значительно повысить точность прогнозов. Наибольший эффект достигается, как и следовало ожидать, для прогнозов с небольшой заблаговременностью. Практически для всех рассматриваемых створов прогнозы на сутки без учета начальных условий оказались неэффективными ($S/\sigma_\delta > 1$), в то время как с учетом этих условий значение S/σ_δ всегда было меньше единицы. С увеличением заблаговременности эффективность корректировки снижается и оценки приближаются к оценкам, полученным без учета начальных условий. В табл. 6.3 приведены средние за все годы оценки прогнозов различной заблаговременности по ряду створов.

Таблица 6.3

Средние оценки прогнозов S/σ_δ , полученные с использованием (числитель) и без использования (знаменатель) алгоритма адаптации

Река — пункт	Заблаговременность прогноза, сут							
	1	2	3	4	5	6	7	8
р. Онон — с. Бытэв	0,35	0,40	0,53	0,69				
	0,52	0,42	0,54	0,69				
р. Онон — с. Чиндат-1	0,36	0,34	0,34	0,37	0,64	0,61	0,68	
	1,03	0,60	0,47	0,43	0,69	0,62	0,68	
р. Онон — ст. Оловянная	0,36	0,36	0,36	0,36	0,38	0,39	0,44	0,57
	1,04	0,66	0,50	0,42	0,41	0,42	0,49	0,57
р. Онон — с. Чирон	0,51	0,46	0,47	0,47	0,49	0,52	0,57	0,60
	0,94	0,65	0,58	0,54	0,53	0,54	0,58	0,65
р. Нея — д. Буслаево	0,60	0,70	0,67	0,66				
	1,14	0,90	0,72	0,66				

Параметры α и Δt_p определяли в этом случае подбором при многократном повторении расчетов для различных их сочетаний. Функция ω_i для всех $i \neq 1$ полагалась равной нулю, а при $i=1$ единице, т. е. вектор погрешностей относился только к основному входу. Вектор погрешностей моделировался только до момента выпуска прогноза, а на период заблаговременности полагался равным нулю.

Естественно, что для других объектов необходимо выбрать свои оптимальные значения параметров. Такая процедура очень трудоемка, поэтому были выполнены исследования, направленные на поиск эффективных алгоритмов для определения этих параметров.

Анализ результатов расчетов показал, что значения и соотношения параметров Δt_p и α зависят от формы кривой дообегания и заблаговременности прогноза. С уменьшением параметра Δt_p роль параметра α сильно уменьшается, а при $\Delta t_p = 2$ его значение практически не влияет на результаты. С увеличением заблаговременности оптимальное значение произведения $\alpha \Delta t_p$ увеличивается (рис. 6.1).

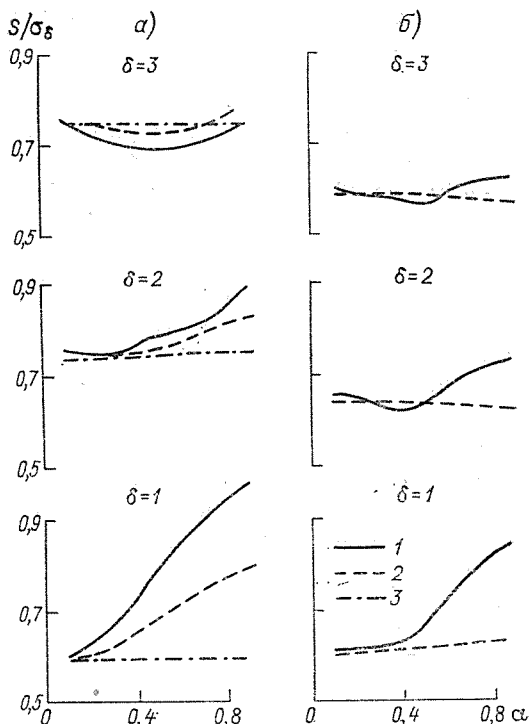


Рис. 6.1. Зависимость оценок прогнозов S/σ_δ различной заблаговременности δ от параметра α при разных значениях Δt_p .

а) р. Нея — д. Буслаево; б) р. Юг — с. Кичменгский Городок; значения Δt_p : 1 — 5 сут, 2 — 3 сут, 3 — 2 сут.

В соответствии с этим были построены соотношения для расчета этих параметров при аппроксимации кривых дообегания гамма-распределением:

$$\Delta t_p = \text{int} (n_i \tau_i) \Big|_{\max \omega_i}; \quad (6.14)$$

$$\alpha = \begin{cases} \delta / \Delta t_p & \text{при } \alpha < 1; \\ 1 & \text{при } \alpha \geq 1; \end{cases} \quad (6.15)$$

$$\omega_i = k_{ci} \sum_{j=t_0-L_{\max}}^{t_0} q_{ij} / \sum_{l=1}^m k_{cl} \sum_{j=t_0-L_{\max}}^{t_0} q_{lj}, \quad (6.16)$$

где

$$L_{\max} = \max \text{int} \{n_i \tau_i\}.$$

В этом случае не требуется проводить предварительных расчетов на архивных данных. Алгоритм адаптации разбивают на два этапа, выполняемых при каждом выпуске прогноза, т. е. для каждого t_0 :

- определяются параметры Δt_p , α , ω_i ;
- моделируется вектор погрешностей, определяются параметры распределения и решается уравнение (6.7).

При использовании этого алгоритма необходимо учитывать еще одно обстоятельство. Вектор погрешностей η моделируется с учетом расходов (уровней) воды перед выпуском прогноза. Поведение этого вектора на период заблаговременности неизвестно, и его необходимо экстраполировать каким-либо образом. Можно исходить из двух предельных случаев:

а) на период заблаговременности вектор погрешностей не моделируется (полагается равным нулю);

б) на этот период распространяется смоделированный вектор.

Между этими крайними случаями можно выбрать различные промежуточные значения. В большинстве случаев эффект начальных условий со временем быстро затухает. Поэтому для экстраполяции можно взять затухающую функцию

$$\psi_{t_0+\delta} = \sqrt{\delta+1} - \sqrt{\delta}. \quad (6.17)$$

Рассмотрены два варианта экстраполяции с использованием функции (6.17). В первом случае погрешность полагалась пропорциональной погрешности входных данных в день выпуска прогноза:

$$\tilde{\eta}_{t_0+\delta} = \eta_{t_0} \psi_{t_0+\delta}, \quad (6.18)$$

где η_{t_0} — смоделированная погрешность на входе в день выпуска прогноза.

Во втором варианте смоделированный вектор погрешностей, продолженный на период заблаговременности, сглаживался с помощью функции (6.17):

$$\tilde{\eta}_{t_0+\delta} = \eta_{t_0+\delta} \psi_{t_0+\delta}. \quad (6.19)$$

Средние за ряд лет погрешности прогнозов ежедневных расходов воды по ряду створов в бассейне р. Юга для рассмотренных случаев экстраполяции приведены в табл. 6.4. Как видно из данных таблицы, простое распространение вектора погрешностей на период заблаговременности для всех створов и заблаговременностей дает худшие оценки. Лучшие результаты получены при экстраполяции вектора по формуле (6.18). С увеличением заблаговременности оценки для всех способов экстраполяции (кроме простого распространения вектора) практически одинаковы, что вполне естественно, так как функция (6.17) быстро затухает. Таким образом, для практического использования можно рекомендовать экстраполяцию погрешностей по формуле (6.18).

Средние погрешности прогнозов расходов воды при различной экстраполяции вектора погрешностей для р. Юга

Заблаговременность прогноза, сут	Средняя погрешность, м³/с				Заблаговременность прогноза, сут	Средняя погрешность, м³/с			
	нулевой вектор	по формуле		смоделированный вектор		нулевой вектор	по формуле		смоделированный вектор
		(6.18)	(6.19)				(6.18)	(6.19)	
р. Юг — с. Кичменгский Городок					3	58	54	58	76
1	31	28	31	39	4	69	67	70	87
2	52	51	52	67	5	81	81	84	109
3	73	74	74	97					
4	90	90	90	125					
5	110	112	113	149					
р. Луза — с. Объячево					р. Юг — с. Подосиновец				
1	30	21	27	24	1	41	33	40	53
2	45	37	48	55	2	70	62	65	75
3	55	50	55	61	3	99	95	96	116
4	63	62	65	78	4	131	129	128	156
5	71	74	74	93	5	160	159	159	191
р. Луза — с. Красавино					р. Юг — с. Гаврино				
1	27	23	25	36	1	48	36	43	51
2	44	38	43	57	2	82	67	73	83
					3	115	105	110	124
					4	152	150	151	174
					5	193	196	194	222

6.3. Оценка эффективности метода прогноза и максимально возможной заблаговременности

Для оценки эффективности и максимально возможной заблаговременности используют отношение средней квадратической погрешности прогноза δ -й заблаговременности (S_δ) к среднему квадратическому отклонению фактических расходов воды в замыкающем створе за δ единиц времени (σ_δ). При расчете погрешности прогноза, как правило, используют архивные данные, причем на период заблаговременности входные данные не прогнозируют, а принимают равными наблюдаемым значениям ($\tilde{q}_{ij} = q_{ij}$). Следовательно, оценку схемы получают в расчетном, а не в прогностическом режиме. Вывод о справедливости такой оценки в прогностическом режиме делается либо априори в предположении малых погрешностей экстраполяции, либо на основании оценки небольшого числа расчетов с использованием спрогнозированных каким-либо способом входных данных. Очевидно, что такая оценка может оказаться ненадежной, особенно при определении максимально возможной заблаговременности.

Получим априорную оценку точности в прогностическом режиме [59]. Следуя соотношению (6.3), разделим погрешность прогноза (ξ) на две составляющие: погрешность, связанную с неадекватностью модели и неточностью данных измерений ($\xi_{и, м}$), и погрешность, являющуюся результатом неточности экстраполяции (прогноза) входных данных ($\xi_{в}$) за период заблаговременности:

$$\xi = \xi_{в} + \xi_{и, м}. \quad (6.20)$$

Погрешность $\xi_{и, м}$ вносится вторым слагаемым соотношения (6.3), а $\xi_{в}$ — первым. Можно положить, что обе эти погрешности независимы. Тогда средняя квадратическая погрешность прогноза δ -й заблаговременности будет равна

$$S_{\delta} = \sqrt{S_{и, м \delta}^2 + S_{в \delta}^2}, \quad \delta = 1, 2, \dots, \delta_{\max}, \quad (6.21)$$

где $S_{в \delta}$ — средняя квадратическая погрешность прогноза δ -й заблаговременности, связанная с экстраполяцией (прогнозом) входных данных; $S_{и, м \delta}$ — средняя квадратическая погрешность расчета (по фактическим данным на период заблаговременности); $\delta_{\max}$ — максимальная заблаговременность прогноза.

Если не используются никакие корректирующие процедуры ($\Phi(Q, \delta) \equiv 0$), то $S_{и, м \delta} = S_{и, м} = \text{const}$.

Погрешность $S_{и, м \delta}$ легко получить по архивным данным, полагая в соотношении (6.3) $\tilde{q}_{ij} = q_{ij}$. Для расчета значения $S_{в \delta}$ предположим, что при экстраполяции (прогнозе) входных расходов в t -й момент выпуска прогноза вносится погрешность $\xi_{в it \delta}$ в каждый расход на период заблаговременности δ . Тогда средняя квадратическая погрешность для δ -й заблаговременности, связанная с погрешностями экстраполяции входных данных, будет равна (если полагать, что кривые добегания стационарны):

$$S_{в \delta}^2 = (1/N) \sum_{i=1}^N \left(\sum_{l=1}^m k_{ci} \sum_{j=1}^{\delta} \xi_{в it j} p_{i, \delta-j+1} \right)^2, \quad (6.22)$$

где N — число прогнозов, для которых выполнена экстраполяция.

После возведения в квадрат уравнение (6.22) может быть представлено в следующем виде:

$$S_{в \delta}^2 = (1/N) \sum_{t=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^m k_{ci}^2 \left(\sum_{j=1}^{\delta} \xi_{в it j} p_{i, \delta-j+1} \right)^2 + 2 \sum_{d=1}^{m-1} \sum_{l=d+1}^m k_{cd} k_{ci} \left(\sum_{j=1}^{\delta} \xi_{в dt j} p_{d, \delta-j+1} \right) \left(\sum_{j=1}^{\delta} \xi_{в it j} p_{i, \delta-j+1} \right) \right\}. \quad (6.23)$$

Меняя порядок суммирования и делая соответствующие преобразования, из (6.23) можно получить

$$S_{в \delta}^2 = \sum_{i=1}^m k_{ci}^2 \sum_{j=1}^{\delta} \sigma_{в it j}^2 p_{i, \delta-j+1}^2 + 2 \sum_{i=1}^m k_{ci}^2 \sum_{j=1}^{\delta-1} \sum_{l=j+1}^{\delta} \mu_{ij, il} p_{i, \delta-j+1} \times \\ \times p_{i, \delta-l+1} + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{d=i+1}^m k_{ci} k_{cd} \sum_{j=1}^{\delta} \sum_{l=1}^{\delta} \mu_{ij, dl} p_{i, \delta-j+1} p_{d, \delta-l+1}, \quad (6.24)$$

где $\sigma_{\delta ij}$ — средняя квадратическая погрешность экстраполяции (прогноза) данных i -го входа с j -й заблаговременностью; $\mu_{ij, dl}$ — корреляционный момент погрешностей экстраполяции i -го входа j -й заблаговременности с погрешностями d -го входа l -й заблаговременности. Эти характеристики определяют обычными способами [88]:

$$\sigma_{\delta ij} = (1/N) \sum_{t=1}^N \xi_{\delta it}^2 \quad (6.25)$$

$$\mu_{ij, dl} = (1/N) \sum_{t=1}^N \xi_{\delta it} \xi_{\delta dlt} \quad (i = d = 1, 2, \dots, m; j = l = \delta = 1, 2, \dots, \delta_{\max}). \quad (6.26)$$

Первое слагаемое в (6.24) учитывает собственно погрешности экстраполяции каждого входа, второе — связность погрешностей экстраполяции различной заблаговременности для каждого входа, третье — связность погрешностей экстраполяции для различных входов. Если заданы все необходимые характеристики погрешностей экстраполяции, то по соотношению (6.24) можно рассчитать среднюю квадратическую погрешность прогнозов, связанную с экстраполяцией (прогнозом) входных данных, не прибегая к процедуре выпуска проверочных прогнозов. Для определения эффективности прогноза и максимально возможной заблаговременности прогноза необходимо лишь выполнить серию расчетов на архивных данных, чтобы получить значение $S_{н. м\delta}$.

Выражение (6.24) редко удастся использовать для практических расчетов, так как обычно задаются только средние квадратические погрешности экстраполяции (прогноза) входных данных. В таких случаях приходится пренебрегать связностью погрешностей экстраполяции для различных входов и разной заблаговременности, и выражение (6.24) упрощается:

$$S_{в\delta}^2 = \sum_{i=1}^m k_{ci}^2 \sum_{j=1}^{\delta} \sigma_{\delta ij}^2 p_{i, \delta-j+1}^2. \quad (6.27)$$

Для обеспечения эффективности прогноза необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$S_{\delta} / \sigma_{\delta\delta} = \sqrt{S_{н. м\delta}^2 + S_{в\delta}^2} / \sigma_{\delta\delta} \leq 0,8, \quad (6.28)$$

где $\sigma_{\delta\delta}$ — среднее квадратическое отклонение расходов (уровней) воды в замыкающем створе за δ единиц времени, которое легко определить по фактическим данным.

Подставив выражение (6.27) в (6.28), получим неравенство, которое можно использовать для оценки возможной заблаговременности:

$$\frac{S_{н. м\delta}}{\sigma_{\delta\delta}} \leq 0,8 \sqrt{1 - \frac{1}{(0,8\sigma_{\delta\delta})^2} \sum_{i=1}^m k_{ci}^2 \sum_{j=1}^{\delta} \sigma_{\delta ij}^2 p_{i, \delta-j+1}^2}. \quad (6.29)$$

Из (6.29) следует, что чем больше погрешности экстраполяции, тем меньше должна быть погрешность в расчетном режиме для получения эффективных прогнозов, т. е. возможная заблаговременность зависит не только от погрешностей экстраполяции и формы кривых добегания, но и от точности схемы в расчетном режиме. Подставляя в (6.29) соответствующие значения погрешностей для последовательно меняющихся значений δ , можем найти ту заблаговременность, для которой неравенство (6.29) не выполняется. Предыдущее значение δ и будет максимально допустимой заблаговременностью при заданных погрешностях расчета $S_{\Pi, \text{мб}}$. Неравенство (6.29) можно использовать и для оценки максимально допустимой погрешности в расчетном режиме ($S_{\Pi, \text{мб}}$), обеспечивающей эффективность прогнозов заданной заблаговременности при заданных погрешностях экстраполяции (прогноза) входных данных.

Рассмотрим некоторые частные случаи задания входных данных на период заблаговременности, когда сравнительно легко оценить средние квадратические погрешности экстраполяции этих данных.

1. Входные данные прогнозируют с помощью какой-либо методики. В этом случае средние квадратические погрешности экстраполяции в соотношении (6.29) равны средним квадратическим погрешностям прогноза входных данных.

2. На период заблаговременности во входных створах задают постоянные значения, равные значениям в день выпуска прогноза. Погрешности экстраполяции при этом будут равны среднему квадратическому отклонению входных данных (σ_{ij}) за соответствующие интервалы времени, значения которых можно использовать в соотношении (6.29) вместо σ_{ij} .

При некоторых допущениях в этом случае можно получить более простое выражение для оценки заблаговременности. Погрешности экстраполяции на δ единиц в любой момент времени j можно при таком способе экстраполяции представить в виде суммы погрешностей за каждую единицу времени:

$$\xi_{\delta ij} = \sum_{k=1}^{\delta} \xi_{ijk} \quad (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, N), \quad (6.30)$$

где $\xi_{ijk} = q_{i,j+k} - q_{i,j+k-1}$; N — общая длина выборки.

Тогда средняя квадратическая погрешность экстраполяции на δ единиц времени будет равна:

$$\sigma_{i\delta}^2 = \sum_{k=1}^{\delta} \sigma_{ik}^2 + 2 \sum_{k=1}^{\delta-1} \sum_{l=k+1}^{\delta} \mu_{kl}, \quad (6.31)$$

где σ_{ik} — среднее квадратическое отклонение входных данных за единицу времени в момент k ; μ_{kl} — корреляционные моменты погрешностей экстраполяции на k -й и l -й моменты времени.

Если ряд N достаточно длинный, то значения σ_{ik} не зависят от k и равны среднему квадратическому отклонению входных дан-

ных за интервал времени σ_{1i} . Полагая, как раньше, что погрешности некоррелированы, из (6.29) получаем более простое неравенство:

$$\frac{S_{н. м\delta}}{\sigma_{\delta\delta}} \leq 0,8 \sqrt{1 - \frac{1}{0,64\delta} \sum_{i=1}^m k_{ci}^2 \frac{\sigma_{1i}^2}{\sigma_{13}^2} \sum_{j=1}^{\delta} j p_{ij}^2, \delta - j + 1}. \quad (6.32)$$

В этом случае достаточно оценить изменчивость входных и выходных данных только за один интервал времени. Из-за допущения $\mu_{hl}=0$ среднее квадратическое отклонение будет несколько занижено. Однако влияние этой погрешности в соотношении (6.32) будет значительно меньше, так как σ_{1i}^2 делится на полученное аналогичным образом среднее квадратическое отклонение в замыкающем створе (σ_{13}^2). Это хорошо иллюстрируют данные табл. 6.5, в которой даны фактические значения среднего квадратического отклонения расходов воды для двух створов и значения, вычисленные по σ_1 . Видно что погрешности определения соотношения этих оценок для двух створов значительно меньше погрешностей определения самих оценок.

Таблица 6.5

Изменчивость расходов воды в двух створах р. Юга, определенная по фактическим данным (σ_f) и по значению $\sigma_1(\sigma_p)$

Заблаговременность прогноза δ сут	Кичменгский Городок (вход)			Подосиновец (выход)			$\frac{\sigma_f. К. Г.}{\sigma_f. П}$	Погрешность отношения, %
	$\sigma_f. К. Г.$ м ³ /с	$\sigma_p. К. Г.$ м ³ /с	погрешность, %	$\sigma_f. П$ м ³ /с	$\sigma_p. П$ м ³ /с	погрешность, %		
1	73	73	—	106	106	—	0,69	—
2	111	103	8	161	150	7	0,69	0
3	145	126	14	214	183	14	0,68	2
4	171	145	15	260	213	18	0,66	4
5	197	163	18	300	238	21	0,66	4

3. Расходы воды во входных створах на период заблаговременности задают постоянными, равными среднему расходу за весь период. Тогда средняя квадратическая погрешность экстраполяции будет равна среднему квадратическому отклонению расходов воды каждого входа (σ_i) и не будет зависеть от заблаговременности прогноза. В этом случае неравенство (6.29) можно записать в виде

$$\frac{S_{н. м\delta}}{\sigma_{\delta\delta}} \leq 0,8 \sqrt{1 - \frac{1}{(0,8\sigma_{\delta\delta})^2} \sum_{i=1}^m k_{ci}^2 \sigma_i^2 \sum_{j=1}^{\delta} p_{ij}^2}. \quad (6.33)$$

Особенно эффективно полученные оценки можно использовать для речной системы, когда рассматривается последовательность

прогнозов для многих створов, причем входными данными за период заблаговременности являются спрогнозированные расходы (уровни) воды в предыдущем створе. В этом случае, задав погрешности прогнозов в верхних концевых створах, можно по соотношению (6.24) либо его упрощенным вариантам оценить погрешность, а следовательно, и максимально возможную заблаговременность для всех нижележащих створов. Такой подход использован для системы р. Юга с двумя верхними концевыми входными створами на Юге (с. Кичменгский Городок) и Лузе (с. Объячево). С помощью полученных зависимостей были оценены погрешности в трех нижележащих створах (с. Подосиновец, д. Красавино, д. Гаврино).

За период половодья по 12 годам были составлены прогнозы ежедневных расходов воды и определены средние квадратические погрешности ($S_{\text{в}}$) по всем пяти створам. За этот же период получены ежедневные и средние квадратические погрешности ($S_{\text{п.м}}$) в расчетном режиме (во всех створах на период заблаговременности задавались фактические входные данные). По погрешностям ежедневных прогнозов определены корреляционные моменты между погрешностями для различной заблаговременности (от 1 до 5 сут). Этой информации достаточно для определения погрешностей прогноза в трех нижележащих створах, связанных с использованием прогнозов в концевых створах по соотношению (6.24) без последнего слагаемого, учитывающего связность погрешностей различных входов. В табл. 6.6 приведены полученные оценки, а также оценки, рассчитанные по погрешностям ежедневных прогнозов.

Из данных табл. 6.6 видно, что по соотношению (6.24) удастся достаточно хорошо оценить средние квадратические погрешности прогнозов. Несколько большее отклонение от фактических погрешностей для створа Гаврино, очевидно, связано с учетом связности погрешностей в вышележащих створах с. Подосиновец и д. Красавино.

Без учета связности погрешностей различной заблаговременности ($\mu_{jl}=0$) оценки оказываются сильно заниженными для всех створов (табл. 6.6, графы 8, 9). Для определения значений μ_{jl} необходимо иметь ряды ежедневных погрешностей прогнозов различной заблаговременности. Поскольку мы хотим оценить среднюю квадратическую погрешность без выпуска прогнозов, то корреляционные моменты определены по погрешностям, полученным в расчетном режиме. Полагалось, что связность погрешностей в расчетном и прогностическом режимах близка. Если, кроме того, положить, что для смежных значений заблаговременности коэффициенты корреляции погрешностей для данного створа одинаковы, то достаточно определить по фактическим данным коэффициент корреляции только для единичной заблаговременности, а остальные коэффициенты можно рассчитать по зависимости

$$r_{jl} = r_{j, j+1}^{l-1}, \quad (6.34)$$

Таблица 6.6

**Средние квадратические погрешности прогнозов, полученные
различными способами**

Заблаговре- менность прогноза, сут	По ежедневным погрешностям		По значениям r_{jl}					
			фактическим		рассчитанным из соотношения (6.34)		равным нулю	
	S	$S_{II}, м$	S	S_B	S	S_B	S	S_B

р. Юг — с. Подосиновец

1	42	28	38	25	38	25	38	25
2	79	41	71	58	72	60	64	49
3	118	47	111	101	108	97	89	75
4	158	50	149	140	142	133	111	100
5	189	51	175	167	167	159	127	116

р. Луза — д. Красавино

1	26	21	22	6	22	6	22	6
2	45	37	40	16	41	18	39	13
3	63	52	59	28	61	32	56	20
4	80	62	74	41	79	49	68	28
5	100	70	90	56	98	69	79	36

р. Юг — д. Гаврино

1	52	46	54	28	54	28	54	28
2	93	68	92	62	95	67	85	51
3	140	77	134	109	133	108	106	73
4	193	81	175	155	171	150	124	94
5	248	84	207	190	205	186	138	109

где $r_{j, j+1}$ — коэффициент корреляции погрешностей расчета для единичной заблаговременности.

Такой подход дал очень близкие оценки с расчетом по коэффициентам корреляции, определенным для всех сочетаний заблаговременности в прогностическом режиме (табл. 6.6). Поэтому его можно рекомендовать для практического использования как менее трудоемкий.

Рассмотренные способы получения оценок прогноза позволяют выделить погрешность, связанную с использованием прогностических данных на период заблаговременности. Сопоставление суммарных погрешностей (S) и погрешностей за счет использования прогноза (S_B) показывает, что вклад погрешностей, связанных с неточностью задания входных данных на период заблаговременности, быстро возрастает с увеличением заблаговременности и значительно больше вклада, обусловленного неадекватностью модели и погрешностями исходных данных.

6.4. Использование радиолокационных измерений осадков при прогнозе дождевых паводков

Эффективность прогнозов в большой мере зависит от степени усвоения поступающей в прогностический центр информации. В последнее время появились новые источники информации (радиолокаторы, спутники), данные измерений которых используют еще слабо. Это объясняется главным образом недостаточной разработкой вопросов, связанных с получением цифровой информации и ее оперативным распространением, а также ее усвоением в схемах прогнозов.

Особенно важна такая информация при прогнозировании дождевых паводков. Существующая осадкемерная сеть с плотностью один прибор на 1—2 тыс. км² [4] не позволяет получить надежные оценки осадков (особенно их распределение по площади) для водосборов меньше 5—10 тыс. км², для которых прогнозы дождевых паводков представляют наибольший интерес.

Таковыми возможностями потенциально обладает радиолокационный метод измерения осадков. По оценкам ряда исследователей [4, 14, 20], радиолокационный метод с соответствующей тарировкой превосходит по точности наземный способ при осреднении для площадей меньше 5—10 тыс. км², причем дает возможность построить карты распределения осадков с большой разрешающей способностью по площади и времени. Поэтому во многих странах ведутся исследования по созданию прогностических комплексов на базе радиолокаторов [127, 138, 139, 144, 157]. Экспериментальный полигон, оборудованный радиолокатором и густой наземной сетью, действует в Валдайском филиале ГГИ [109].

Нами было выполнено исследование [52] на примере водосбора р. Медвенки (площадь бассейна 21,5 км²), расположенного на территории подмосковной стоковой станции. Рассмотрены в основном вопросы, связанные с усвоением радиолокационных данных в моделях формирования стока различной сложности (с учетом распределенного и сосредоточенного притока воды от осадков). Использованы данные об осадках, полученные на автоматизированном измерительном радиолокационном комплексе ЦАО [10, 11], который позволял определить количество осадков по небольшим интервалам времени (около 15 мин) для квадратов с площадью 10 км². Осадки, измеренные радиолокатором, оказались близкими к данным плевниографических измерений на метеостанции Подмосковной, расположенной вблизи замыкающего створа водосбора р. Медвенки (рис. 6.2). Были сопоставлены данные по ближайшей к метеостанции радиолокационной точке и осредненные по четырем ближайшим точкам (табл. 6.7).

Водосбор был разбит на прямоугольники со сторонами 0,5 × 0,25 км (рис. 6.2). Для расчета гидрографа в замыкающем створе использована модель с распределенным притоком (2.69). При этом было выделено девять частных площадей шириной 1 км.

Водоотдача на каждой частной площади определялась как среднее из соответствующих значений, полученных в точках прямоугольной сетки, принадлежащих данной частной площади.

Так как радиолокационные измерения давали возможность получить осадки по небольшим интервалам времени, для расчета водоотдачи в каждой точке сетки можно было воспользоваться

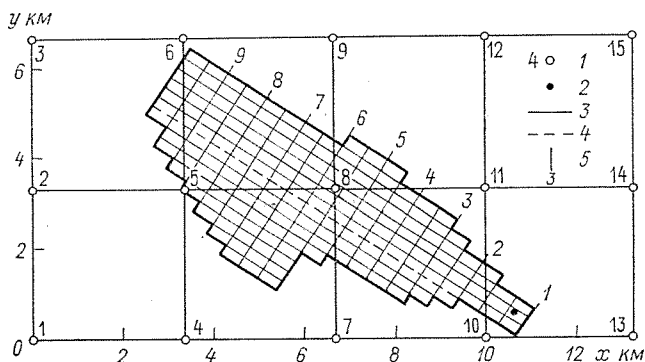


Рис. 6.2. Схема водосбора р. Медвенки до устья р. Закусы с разностной сеткой.

1 — ближайшие радиолокационные точки, 2 — метеостанция Подмосковная, 3 — границы водосбора, 4 — линия спрямленного русла, 5 — границы частных площадей.

Таблица 6.7

Сравнение осадков по данным радиолокатора и плевниографа в районе метеостанции Подмосковной за 1974 г., мм

Дата	Время	По радиолокатору		По плевнио-графу
		по четырем точкам (10, 11, 13, 14)	по точке 10	
24/V	15—16 ч	2,72	2,77	2,3
	16—17 ч	2,36	2,40	2,4
	17—18 ч	2,38	2,47	2,1
	18—18 ч 40 мин	1,30	1,26	1,6
	15—18 ч 40 мин	8,76	8,90	8,4
27/VII	8—9 ч	2,56	2,76	0,3
	9—10 ч	1,39	1,42	0,8
	10—11 ч	8,05	8,71	8,5
	11—11 ч 35 мин	2,49	2,24	2,5
	8—11 ч 35 мин	14,49	15,13	12,1
	13 ч 20 мин—14 ч	1,89	1,83	2,3
	14—15 ч	1,00	0,97	0,9
	15—15 ч 45 мин	0,48	0,44	0
	13 ч 20 мин—15 ч 45 мин	3,37	3,24	3,2
28/VII	18 ч 20 мин—20 ч 30 мин	0,39	0,30	0,2

диффузионной моделью инфильтрации влаги вместо рассмотренной в главе 2 емкостной модели:

$$q = P - I; \quad (6.35)$$

$$I = -(D \partial \theta / \partial z - K)_{z=0}; \quad (6.36)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} - K \right), \quad (6.37)$$

где q , P , I — соответственно интенсивность водоотдачи, осадков и инфильтрации в каждой точке сетки; θ — относительная влажность почвы (по объему); D — коэффициент диффузии; K — гидравлическая проводимость; z — вертикальная координата, направленная вниз.

Уравнения (6.35) — (6.37) решались численно с использованием центральной по глубине и направленной вперед по времени явной разностной схемы:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{jr}^{i+1} - \theta_{jr}^i}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z} \left\{ \tilde{D}_{j,j+1,r}^i \frac{\theta_{j+1,r}^i - \theta_{jr}^i}{\Delta z} - \right. \\ \left. - \tilde{D}_{j-1,j,r}^i \frac{\theta_{jr}^i - \theta_{j-1,r}^i}{\Delta z} - \tilde{K}_{j,j+1,r}^i + \tilde{K}_{j-1,j,r}^i \right\}; \end{aligned} \quad (6.38)$$

$$I_r^{i+1} = -\tilde{D}_{1,0,r}^{i+1} [(\theta_{1,r}^{i+1} - \theta_{0,r}^{i+1}) / \Delta z] + \tilde{K}_{1,0,r}^{i+1}; \quad (6.39)$$

$$q_r^{i+1} = P_r^{i+1} - I_r^{i+1}, \quad (6.40)$$

где Δz и Δt — шаги интегрирования соответственно по глубине и времени; i, j, r — индексы точек сетки по осям t, z и в плоскости xy ; $\tilde{D}_{j,j+1,r}^i$ и $\tilde{K}_{j,j+1,r}^i$ — коэффициенты диффузии и гидравлической проводимости в точке r в момент времени i , осредненные по глубине по точкам j и $j+1$.

Начальными и граничными условиями при решении разностных уравнений (6.38) — (6.40) являлись

$$\theta_{1,r}^0 = \theta_0(j, r); \quad (6.41)$$

$$\theta_{0,r}^i = \begin{cases} \theta_{1,r}^i - \Delta z (\tilde{K}_{0,1,r}^i - P_r^i) / \tilde{D}_{0,1,r}^i & \text{при } h_r^i = 0; \\ \theta_{\text{макс}} & \text{при } h_r^i \neq 0; \end{cases} \quad (6.42)$$

$$\theta_{1,r}^i = \theta_0(L, r), \quad (6.43)$$

где h_r^i — слой воды на поверхности почвы; L — нижняя граница выделенного слоя почвы; $\theta_0(j, r)$ — начальное распределение влажности почвы по глубине в точке r .

Для обеспечения вычислительной устойчивости необходимо выполнить условие [101]

$$D \Delta t / \Delta z^2 \leq 1/2. \quad (6.44)$$

Однако при конечных шагах Δt и Δz этот критерий может оказаться недостаточным. В работе [48] получено достаточное условие в виде

$$\Delta t \leq \frac{\Delta z^2}{2D} \sqrt{\frac{1}{1 + [K \Delta z / (4D)]^2}}. \quad (6.45)$$

Следует заметить, что для большинства типов почв, кроме, пожалуй, песчаных, $D \gg K$, и условие (6.45) не накладывает заметных дополнительных ограничений на шаги интегрирования. Например, для светло-каштановой суглинистой почвы максимальный коэффициент диффузии почти на три порядка больше максимальной гидравлической проводимости.

Для оценки эффективности описания процесса инфильтрации системой разностных уравнений (6.38)–(6.40) были выполнены расчеты для суглинистых почв, преимущественно распространенных на водосборе р. Медвенки. Воднофизические характеристики почвы аппроксимировались экспоненциальными зависимостями:

$$K = K_{\max} \exp[n(\theta - \theta_{\max})]; \quad (6.46)$$

$$D = D_{\max} \exp[(n - a)(\theta - \theta_{\max})], \quad (6.47)$$

где $\theta_{\max}$ — влажность насыщения; $K_{\max}$, $D_{\max}$ — соответственно гидравлическая проводимость и коэффициент диффузии при $\theta = \theta_{\max}$; a , n — параметры.

Значения $K_{\max}$, $D_{\max}$, a , n были определены с использованием данных опытов И. И. Судницына [115] и соответственно равнялись 0,18 см/ч, 0,15 см²/ч, 28 и 55 при $\theta_{\max} = 0,5$.

Результаты расчетов по рассмотренной модели были сопоставлены с данными двух опытов Судницына [114]. В одном опыте исследовался процесс перераспределения влаги после длительного полива. После полива и изоляции поверхности почвы в течение 23 дней измерялась влажность почвы до глубины 145 см. Рассмотренная модель, очевидно, должна описывать этот процесс, если на поверхности задать поток, равный нулю, а на нижней границе — постоянную влажности. В качестве начального распределения влажности по глубине можно взять одно из первых измерений в опыте. В целом соответствие рассчитанных и полученных опытным путем [114] профилей удовлетворительное (рис. 6.3 б).

Во втором опыте в течение 6 ч поддерживался постоянный уровень воды на высоте 5 см от поверхности почвы. Влажность почвы до начала опыта была одинаковой по глубине и равной 0,12. Этот случай соответствует принятым начальным и граничным условиям (6.41)–(6.43). Рассчитанные кривые инфильтрации хорошо согласуются с опытными кривыми (рис. 6.3 а).

Для решения уравнений (6.38)–(6.43) для всего водосбора необходимо задать распределение осадков по площади в любой момент времени t , а также влажность почвы по площади и глубине в начальный момент времени. На водосборе р. Медвенки

имелось два участка, на которых велись наблюдения за влажностью почвы один раз в декаду. Такое количество явно недостаточно для надежного задания распределения влажности по площади. В связи с этим привлекались данные об уровнях грунтовых вод, наблюдения за которыми ведутся в большом числе скважин (порядка 35) один раз в пентаду. Эти данные позволяют строить

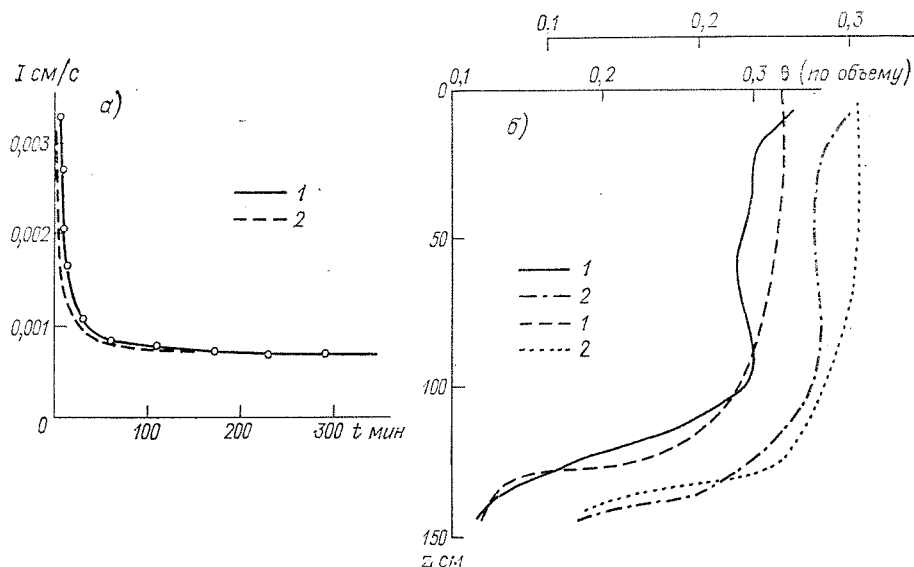


Рис. 6.3. Фактические (1) и рассчитанные (2) кривые инфильтрации (а) и профили влажности (б).

б) 1 — на третьи сутки, 2 — на десятые сутки.

карты залегания уровня грунтовых вод (рис. 6.4) и находить соответствующие значения в точках сетки. В точках, для которых грунтовые воды залегали глубоко (ниже 100 см от поверхности почвы), влажность по глубине задавалась как среднее из результатов измерений влажности на двух участках. В противном случае влажность задавалась в соответствии с распределением, характерным для капиллярной каймы над уровнем грунтовых вод. Распределение влажности в зоне капиллярной каймы рассчитывалось по уравнению (6.38) при максимальной влажности на нижней границе.

При использовании радиолокационных измерений осадки в точках сетки рассчитывались с помощью линейной интерполяции данных ближайших четырех радиолокационных точек. Всего для данного водосбора были привлечены данные 15 радиолокационных точек. Во втором случае, при использовании наземных данных, осадки принимались одинаковыми во всех точках сетки,

т. е. учитывалась только неравномерность распределения влажности почвы.

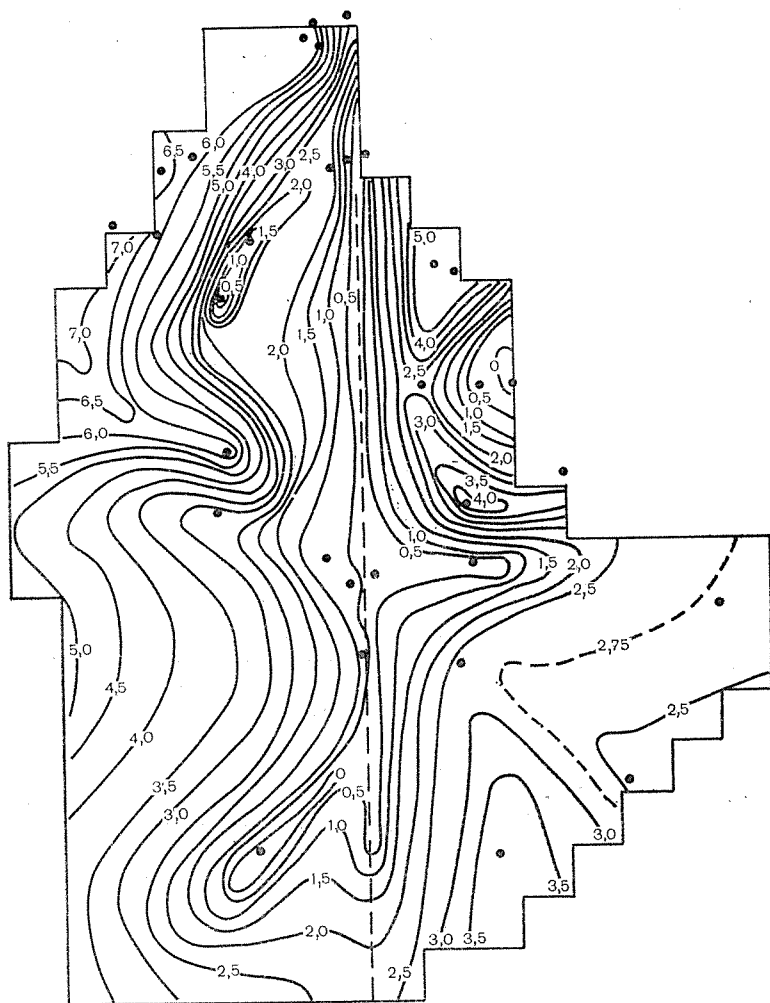


Рис. 6.4. Карта глубины залегания уровня грунтовых вод в бассейне р. Медвенки на 20 мая 1974 г., м.

Точками обозначены скважины.

Расчеты для нескольких ливней показали, что осредненные по водосбору слои стока и осадки, полученные при использовании радиолокационных и pluviографических данных, различаются очень незначительно как за отдельные интервалы времени, так и за весь паводок. При разных интервалах осреднения осадков (10, 30, 60 мин) эти различия практически одинаковы (табл. 6.8).

Заметно сильнее меняются мгновенные значения интенсивности инфильтрации и водоотдачи от точки к точке (рис. 6.5) при использовании радиолокационных данных по сравнению с плювиографическими. Это приводит к некоторому различию макси-

мальных расходов воды даже при близких средних по водосбору осадках. При увеличении интервала осреднения осадков максимальные расходы воды уменьшаются. Поэтому для более точных расчетов на небольших реках приходится использовать небольшие расчетные интервалы. Погрешности же радиолокационного измерения количества осадков увеличиваются с уменьшением времени осреднения [20, 142]. Грауман и Иглсон [142] представили эту зависимость в виде

$$S(\Delta t) = f_1(F, R) \Delta t^{-a}, \quad (6.48)$$

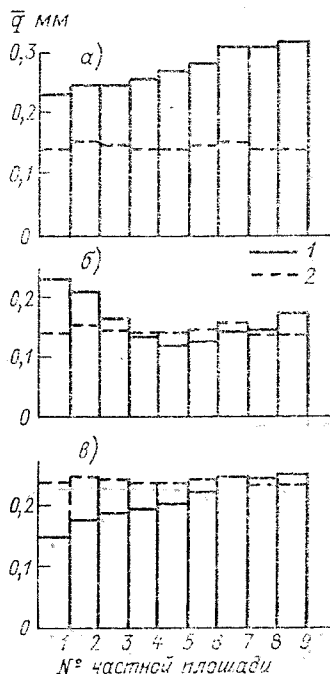


Рис. 6.5. Ход водоотдачи $\bar{q}$ в различные моменты времени для частных площадей на водосборе р. Медвенки 2 мая 1974 г. при 10-минутном осреднении осадков по радиолокационным (1) и плювиографическим (2) данным.

Значения t : а — 18 ч, б — 17 ч, в — 16 ч.

Таблица 6.8

Осредненные по водосбору осадки ($\bar{P}$) и сток ($\bar{Y}$) для различных вариантов задания осадков и интервалов осреднения

Элемент	Интервал времени, ч	Интервал осреднения, мин					
		15	30	60	15	30	60
		по радиолокационным данным			по плювиографическим данным		
$\bar{P}$ мм	15—16	2,40	2,41	2,40	2,35	2,34	2,34
	16—17	2,57	2,57	2,57	2,42	2,43	2,43
	17—18	1,94	1,94	1,93	1,92	1,92	1,92
	18—19	1,38	1,49	1,45	2,03	2,04	2,04
	15—19	8,29	8,41	8,35	8,72	8,73	8,73
$\bar{Y}$ мм	15—16	1,28	1,30	1,29	1,23	1,22	1,22
	16—17	1,46	1,45	1,45	1,31	1,32	1,32
	17—18	0,84	0,83	0,82	0,81	0,81	0,81
	18—19	0,49	0,46	0,35	1,01	0,94	0,94
	15—19	4,07	4,04	3,91	4,36	4,29	4,29

где $S(\Delta t)$ — средняя квадратическая относительная погрешность; F — площадь осреднения; R — расстояние от локатора; Δt — время осреднения, ч; α — параметр, который по данным Мучника [20] равен 0,24, а по данным Вильсона [142] — 0,38.

Наиболее полно исследованы погрешности радиолокационного измерения осадков, выпавших за время дождя [14, 20]. Продолжительность дождей, вошедших в обработку в работе [14], составила примерно 4 ч. Средняя квадратическая погрешность при площади осреднения 25 км² равнялась 0,24. Тогда, принимая α в среднем равным 0,31, из соотношения (6.48) можно получить зависимость для расчета средней квадратической погрешности при других интервалах осреднения для близких площадей:

$$S(\Delta t) = 0,36 \Delta t^{-0,31}. \quad (6.49)$$

Для исследования влияния этих погрешностей на точность расчета стока в замыкающем створе была выполнена серия численных экспериментов. В количество осадков, измеренное радиолокатором и осредненное по интервалам 10, 30 и 60 мин, вводились случайные погрешности, распределенные по нормальному закону с нулевой нормой и дисперсией, определяемой для каждого интервала осреднения по зависимости (6.49). Поскольку выборки данных об осадках ограничены, математическое ожидание и дисперсия моделируемых погрешностей могут отличаться от заданных. Поэтому моделируемые погрешности предварительно нормировались таким образом, чтобы их дисперсия и математическое ожидание были равны заданным. Количество осадков в каждой точке определялось в этом случае по соотношению

$$\tilde{P}_i = P_i + \left[\varepsilon_i - |\varepsilon_i| \frac{\bar{\varepsilon}}{(1/N) \sum_{j=1}^N |\varepsilon_j|} \right] \frac{S^2}{\sqrt{D_\varepsilon}} \bar{P}, \quad (6.50)$$

где P_i — осадки, измеренные радиолокатором в i -й точке; ε_i — моделируемые случайные числа с нормой $\bar{\varepsilon}$ и дисперсией D_ε ; $\bar{P}$ — среднее количество осадков для всего ряда N ; S — средняя квадратическая погрешность, заданная в соответствии с выражением (6.49).

Расчеты показали, что при введении случайных погрешностей по соотношению (6.50) точность определения средних по водосбору слоев стока и осадков за паводок уменьшается незначительно (табл. 6.9).

Несколько больше погрешности расчета максимальных расходов воды. Однако и в этом случае погрешности значительно меньше моделируемых погрешностей осадков. Таким образом, увеличение относительных погрешностей определения осадков с уменьшением интервала осреднения не должно приводить к заметному увеличению погрешностей определения слоев стока и максимальных расходов.

Средние квадратические погрешности относительных средних по водосбору осадков (S_P) и стока (S_Y), а также максимальных расходов (S_Q) для разных интервалов осреднения

Интервал осреднения, мин	$S(\Delta t)$	S_P	S_Y	S_a	$\frac{S_Y}{S_a}$	$\frac{S_Q}{S_a}$
10	0,63	0,047	0,096	0,101	2,04	2,15
30	0,45	0,069	0,141	0,167	2,05	2,42
60	0,36	0,077	0,164	0,180	2,13	2,34

С увеличением площади водосбора рассмотренная детализация процессов формирования стока на водосборе делает расчет слишком громоздким. К тому же из-за большого влияния сглаживающих эффектов на водосборе такой подход может оказаться неоптимальным. В этих случаях предпочтительнее использовать схемы расчета, основанные на моделях стока с сосредоточенными параметрами, оперирующие с осредненными по водосбору входными данными, в том числе осадками. На первый взгляд, для таких моделей радиолокационные данные об осадках слишком избыточны и не могут дать преимущества по сравнению с наземными данными.

Однако анализ показывает, что использование детальной радиолокационной карты осадков может привести к повышению точности расчета гидрографа по крайней мере за счет трех факторов:

- повышения точности определения среднего по водосбору слоя осадков;

- уменьшения расчетного интервала времени за счет большей разрешающей способности радиолокационных данных во времени;

- использования фактических функций распределения осадков по площади в каждый момент времени.

Сравнительные исследования точности измерения осадков с помощью радиолокатора и осадкомеров показали [14, 112], что для рек с площадями водосбора меньше 5 тыс. км² при существующей густоте осадкомерной сети (один прибор на 1—2 тыс. км²) выигрыш в точности определения средних по водосбору осадков с помощью радиолокатора достигает 35—45 %, а при улучшении системы тарировки радиолокатора 50—60 %.

Если зависимость между осадками и стоком выразить приближенно через коэффициент стока, то выигрыш в точности расчета стока будет таким же, как и для осадков. Если же учесть, что коэффициент стока зависит от суммы выпавших осадков, например, следующим образом:

$$\eta = cP^n, \quad (6.51)$$

то выигрыш в точности расчета стока будет несколько больше, чем для осадков:

$$Y_{\text{пл}}/Y_{\text{ос}} = (1 + \Delta P/P_{\text{ос}})^{n+1} \approx 1 + (n+1)\Delta P/P_{\text{ос}}, \quad (6.52)$$

где $Y_{\text{пл}}$ и $Y_{\text{ос}}$ — стоки, рассчитанные с использованием радиолокационных и осадкомерных данных соответственно; $P_{\text{ос}}$ — осадки по осадкомеру; ΔP — разница между средними по водосбору осадками по радиолокатору и осадкомерам; n, c — параметры зависимости (6.51).

Из (6.52) следует, что выигрыш в точности тем больше, чем больше параметр n .

Интервал осреднения интенсивности осадков во времени оказывает большое влияние на объем и динамику потерь. С увеличением интенсивности осадков относительные потери на инфильтрацию при прочих равных условиях уменьшаются. При большом временном осреднении значений осадков этот фактор практически не учитывается, а интенсивность дождя сильно занижается. В предложенной в главе 2 модели интенсивность дождя косвенно учитывается соотношением (2.39). Однако, пользуясь данными измерений по осадкомерам, можно, как правило, оценить только общую продолжительность дождя, в то время как наибольшее влияние на формирование стока оказывают осадки, выпадающие за небольшой промежуток времени с максимальной интенсивностью. В таких случаях даже знание продолжительности периода с осадками большой интенсивности может заметно повысить точность расчета гидрографа. Вследствие искажения реальной интенсивности осадков могут также смещаться оценки параметров модели, определяющих инфильтрацию, что усложняет анализ их физической достоверности.

Третий фактор позволяет уточнить расчет поверхностного стока по соотношениям (2.40), (2.42) модели формирования талого, дождевого и смешанного стока. При использовании данных редкой осадкомерной сети приходится считать, что осадки по водосбору не меняются, и потенциальная инфильтрация при расчете поверхностного стока сопоставляется с постоянным, средним по водосбору количеством осадков. В действительности реальная инфильтрация в каждой точке водосбора будет зависеть от осадков в этой точке:

$$I_{Pi} = \begin{cases} I, & P_i/P > I/P; \\ P_i, & P_i/P \leq I/P, \end{cases} \quad (6.53)$$

где I — средняя по водосбору потенциальная инфильтрация, определенная по соотношению (2.36); P_i — осадки в i -й точке; P — средние по водосбору осадки.

Тогда математическое ожидание инфильтрации по всему водосбору из (6.53) будет равно

$$M[I_P] = I \int_{I/P}^{\infty} f(K_P) dK_P + P \int_0^{I/P} K_P f(K_P) dK_P, \quad (6.54)$$

где $K_P = P_i/P$ — модульный коэффициент осадков; $f(K_P)$ — плотность распределения по водосбору вероятностей осадков.

Радиолокационные данные позволяют в каждый момент времени построить эмпирическую функцию плотности распределения вероятностей осадков $f(K_P, t)$ и вести расчет потерь с использованием более точного выражения (6.54). На рис. 6.6 показаны такие кривые, полученные по данным радиолокационных измерений осадков в районе Подмосковной стоковой станции.

Как видно на рисунке, кривые чаще имеют регулярный характер и близки к экспоненциальному виду.

Для удобства расчетов их можно аппроксимировать гамма-распределением, параметр которого можно определять по коэффициенту вариации осадков, полученному по радиолокационным данным в каждый расчетный момент времени. В этом случае для целых

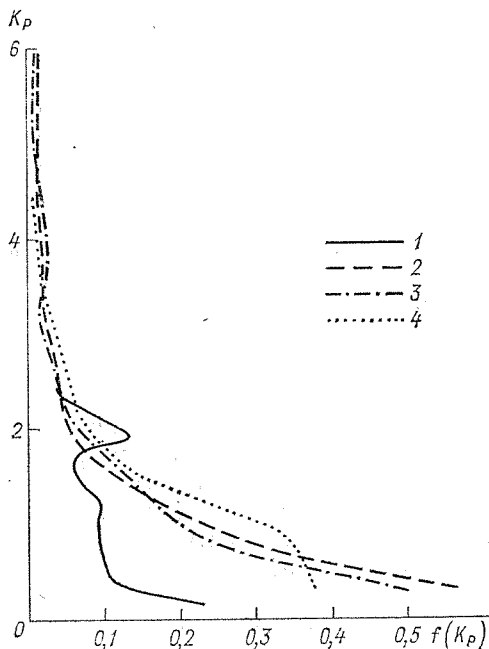


Рис. 6.6 Кривые плотности распределения вероятностей мгновенной интенсивности осадков для различных моментов времени.

1 — 8 ч 50 мин, 2 — 9 ч 50 мин, 3 — 9 ч 55 мин, 4 — 10 ч 05 мин 27 июля 1974 г.

значений параметра распределения из уравнения (6.54) можно получить выражение для расчета инфильтрации

$$M[I_P] = I \exp(-x) \sum_{i=1}^{\alpha} x^{\alpha-i} / \Gamma(\alpha - i + 1) + P \left[1 - \exp(-x) \sum_{i=0}^{\alpha} x^{\alpha-i} / \Gamma(\alpha - i + 1) \right], \quad (6.55)$$

где $x = \alpha I/P$; α — параметр распределения осадков.

В частном случае при $\alpha = 1$ (экспоненциальное распределение) можно легко оценить относительные погрешности расчета инфильтрации по соотношению (2.36) вместо (6.55):

$$\Delta = \begin{cases} 1 - \frac{P}{I} [1 - \exp(-I/P)], & P_i/P > I/P; \\ \exp(-I/P), & P_i/P \leq I/P. \end{cases} \quad (6.56)$$

Из соотношения (6.56) видно, что при экспоненциальном распределении осадков погрешности определяются соотношением между средним слоем осадков и потенциальной интенсивностью инфильтрации. Максимальная погрешность равна 0,37 при $I=P$. С увеличением параметра α , т. е. с увеличением равномерности осадков, относительные погрешности уменьшаются. В табл. 6.10 приведены погрешности, рассчитанные с использованием выражения (6.55), для некоторых значений α . Как видно из данных таблицы, при $\alpha=50$, что соответствует коэффициенту вариации осадков 0,14, погрешности уже незначительны для всех соотношений I/P .

Таблица 6.10

Относительные погрешности расчета инфильтрации без учета распределения осадков

α	I/P								
	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	2,0	4,0
1	0,15	0,21	0,27	0,34	0,37	0,35	0,26	0,14	0,02
2	0,05	0,10	0,16	0,24	0,27	0,25	0,16	0,05	0,00
3	0,02	0,06	0,11	0,19	0,22	0,20	0,12	0,03	0,00
5	0,01	0,02	0,06	0,14	0,18	0,15	0,07	0,01	0,00
10	0,00	0,00	0,02	0,09	0,13	0,10	0,03	0,00	0,00
50	0,00	0,00	0,00	0,02	0,06	0,03	0,00	0,00	0,00

6.5. Практические схемы краткосрочных прогнозов ежедневных расходов (уровней) воды

На основе предложенных моделей были разработаны методы непрерывных краткосрочных прогнозов расходов (уровней) воды для систем р. Юга до д. Гаврино (площадь водосбора 34 800 км²) и р. Печоры до с. Усть-Усы (188 000 км²). Такие прогнозы необходимы для обслуживания в основном судоходства и лесосплава. При этом интерес представляют прогнозы не только по крупным рекам, но и по сравнительно небольшим, для которых естественная заблаговременность составляет 1—2 сут. В соответствии с этим, для водосбора р. Юга расходы воды прогнозировались в пяти створах (табл. 6.11), причем в двух (с. Кичменгский Городок и с. Объячево) — с использованием модели талого и дождевого стока (бассейны первого типа), а в трех — трансформационной модели (бассейны второго типа).

На водосборе р. Печоры в шести створах прогнозировались расходы, в двух — уровни воды (табл. 6.12), причем для трех частных бассейнов (д. Якша, п. Приуральск, д. Мичабичевник) была использована модель формирования талого и дождевого стока, для остальных — трансформационная модель. Основные характеристики водосборов первого типа и некоторых элементов

Характеристика системы р. Юга

№ част- ного бас- сейна	Входной створ	Выходной створ	Тип инфор- мации	Площадь частного водосбора, км ²	Длина главного русла, км
1	—	р. Юг — с. Кич- менгский Горо- док	Q	8890	330
2	—	р. Луза — с. Объячево	Q	6670	211
3	р. Юг — с. Кич- менгский Горо- док	р. Юг — с. Подо- синовец	Q	6310	125
4	р. Луза — с. Объячево	р. Луза — д. Красавино	Q	9600	264
5	р. Юг — с. По- досиновец р. Луза — д. Красавино	р. Юг — д. Гав- рино	Q Q Q	3300	84

весеннего половодья даны в табл. 5.1 и 5.4. Полученные для них параметры модели приведены в табл. 5.7 и 5.8. Параметры трансформации для промежуточных створов получены с помощью способов, предложенных в п. 4.2, и сведены в табл. 6.13.

Проверочные прогнозы с заблаговременностью от 1 до 5 сут были составлены для 12 лет по всем створам указанных речных систем. Температура и дефицит насыщения воздуха на период заблаговременности принимали постоянными, равными соответствующим величинам в день выпуска прогноза, а осадки полагались равными нулю. Расходы воды в конечных створах (с. Петрунь и сумма расходов в створах с. Кожим и с. Косью) экстраполировали по соотношениям (6.4), (6.5). Для ежедневной корректировки прогнозов был использован статистический алгоритм адаптации, предложенный в п. 6.3. Полученные при этом оценки эффективности прогнозов (S/σ_0), осредненные за все годы, приведены в табл. 6.14. В этой же таблице даны аналогичные оценки, полученные без учета начальных условий. Как видно из таблицы, практически для всех створов учет начальных условий позволяет существенно повысить точность прогнозов с заблаговременностью до 2—3 сут. Для большей заблаговременности точность в основном определяется качеством модели и влиянием будущих метеоусловий.

Характеристика системы р. Печоры

№ частного бассейна	Входные створы	Выходной створ	Тип информации	Площадь частного бассейна, км²	Длина главного русла, км
1	—	р. Печора — д. Якша	Q	9620	303
2	—	р. Илыч — с. Приуральск	Q	10500	336
3	р. Печора — д. Якша	р. Печора — с. Троицко-Печорск	Q	15480	147
	р. Илыч — с. Приуральск		Q		
4	—		Q		
		р. Шугор — д. Мичабичевник	Q	9220	270
5	р. Печора — с. Троицко-Печорск	р. Печора — с. Усть-Шугор	Q	22680	323
	р. Шугор — д. Мичабичевник		Q		
6	р. Печора — с. Усть-Шугор	р. Печора — с. Усть-Кожва	H	7100	164
7	р. Уса — с. Петрунь	р. Уса — с. Адзьва	Q	18180	94
	р. Косью — с. Косью + р. Кожим — с. Кожим		Q		
8	р. Печора — с. Усть-Кожва	р. Печора — с. Усть-Уса	H	58700	118
	р. Уса — с. Адзьва		H		

Следует отметить, что, несмотря на довольно грубый способ задания метеоданных, на период заблаговременности, для большинства створов удалось получить эффективные прогнозы с заблаговременностью до 5 сут в период весеннего половодья. Однако заблаговременность прогнозов дождевых паводков для нижних створов не превышает 2 сут. Заметно худшие результаты были получены для створа р. Адзьва, когда при прогнозе экстраполиро-

Таблица 6.13

Параметры трансформации для систем рек Юга и Печоры

№ част-ного бассейна	Выходной створ	Входной створ	Параметры					
			k_c	n	τ	a	b	H_0
Бассейн р. Юга								
3	с. Подосиновец	с. Кичменгский Городок	1,59	3,77	0,46			
4	д. Красавино	с. Объячево	2,00	1,46	3,49			
5	д. Гаврино	с. Подосиновец	1,15	3,14	0,45			
		д. Красавино	1,24	4,37	0,46			
Бассейн р. Печоры								
3	с. Троицко-Печорск	д. Якша	1,50	4,83	0,20			
5	с. Усть-Щугор	с. Приуральск	1,40	3,78	0,47			
		с. Троицко-Печорск	1,30	2,02	1,31			
		д. Мичаби-чевник	1,40	2,28	0,23			
6	с. Усть-Кожва	с. Усть-Щугор	1,00	3,44	0,61	0,641	1,472	—50
7	с. Адзъва	с. Петрунь	1,02	3,05	0,59			
8	с. Усть-Уса	с. Косью + с. Кожим	2,13	2,65	1,60			
		с. Усть-Кожва	1,05	1,67	1,11	0,471	1,519	100
		с. Адзъва	1,01	2,13	1,31			

вались расходы воды во входных створах, для которых не строилась модель формирования стока.

Еще более наглядно эффективность использования модели формирования стока можно продемонстрировать при прогнозе для речной системы в целом. В табл. 6.15 приведены оценки для трех створов, расположенных ниже двух концевых частных бассейнов (с. Кичменгский Городок и д. Объячево), для которых использовалась модель формирования стока. Одна серия оценок была получена, когда в концевых створах использовались расходы воды, полученные в результате прогнозов по модели, а другая — когда расходы воды в этих створах экстраполировались по соотношениям (6.4), (6.5). Как видно из данных таблицы, при использовании во входных створах прогнозов по модели оценки во всех нижележащих створах заметно выше. Естественно, что наибольший эффект достигается при этом для большой заблаговременности. В этой же таблице приведены оценки для случая, когда прогнозы во входных створах составлялись с учетом фактических расходов воды на период заблаговременности. Эти оценки позво-

Таблица 6.14

Оценки точности (S/σ_6) прогнозов расходов (уровней) воды с учетом (числитель) и без учета (знаменатель) начальных условий для речных систем Юга и Печоры

Река — пункт	Заблаговременность прогноза, сут				
	1	2	3	4	5
р. Юг					
Юг — Кичменгский Городок	0,46	0,54	0,61	0,63	0,63
	0,95	0,66	0,61	0,63	0,63
Луза — Объячево	0,48	0,53	0,57	0,58	0,59
	1,30	0,86	0,69	0,64	0,60
Юг — Подосиновец	0,40	0,48	0,53	0,59	0,61
	0,65	0,64	0,57	0,59	0,59
Луза — Красавино	0,39	0,45	0,48	0,49	0,52
	1,13	0,77	0,62	0,64	0,54
Юг — Гаврино	0,36	0,41	0,48	0,53	0,57
	0,68	0,62	0,58	0,56	0,58
р. Печора					
Печора — Якша	0,57	0,68	0,62	0,62	0,65
	1,52	0,97	0,73	0,68	0,71
Илыч — Приуральск	0,52	0,61	0,68	0,78	
	1,02	0,80	0,73	0,82	
Щугор — Мичабичевник	0,51	0,58	0,75	0,87	
	0,86	0,68	0,79	0,89	
Печора — Троицко-Печорск	0,60	0,56	0,55	0,59	0,66
	1,37	0,91	0,74	0,73	0,73
Печора — Усть-Щугор	0,62	0,66	0,70	0,77	0,79
	1,36	1,06	0,95	0,93	0,90
Печора — Усть-Кожва	0,55	0,62	0,61	0,72	0,80
Уса — Адзьва	0,50	0,69	0,88		
	1,24	0,96	0,99		
Печора — Усть-Уса	0,34	0,45	0,58	0,77	0,74

**Оценки прогнозов расходов воды (S/σ_s) в период весеннего половодья
при различном задании входной информации для конечных створов
речной системы Юга**

Вид входной информации — рас- ходы воды	Заблаговременность прогноза, сут				
	1	2	3	4	5

р. Юг — с. Подосиновец

Фактические	0,26	0,26	0,21	0,18	0,16
Экстраполированные	0,39	0,57	0,69	0,77	0,77
Рассчитанные по модели	0,40	0,48	0,53	0,59	0,61

р. Луза — с. Красавино

Фактические	0,32	0,38	0,39	0,38	0,36
Экстраполированные	0,46	0,58	0,67	0,75	0,82
Рассчитанные по модели	0,39	0,45	0,48	0,49	0,52

р. Юг — д. Гаврино

Фактические	0,32	0,30	0,26	0,22	0,19
Экстраполированные	0,36	0,47	0,63	0,79	0,90
Рассчитанные по модели	0,36	0,41	0,48	0,53	0,57

ляют судить о потенциальных возможностях метода, связанных с использованием фактических входных данных.

С использованием полученных схем в 1986—1988 гг. выпускались прогнозы в оперативном режиме. Схема реализована в виде программного комплекса для ЭВМ, позволяющего выпускать прогнозы в автоматизированном режиме: исходная информация по каналам связи поступает в ЭВМ, декодируется, анализируется и формируется в виде базы данных, с использованием которой осуществляют расчеты, необходимые для составления прогноза. Программный комплекс включает модули, позволяющие формировать и редактировать базы данных для речной системы, причем в зависимости от технического оборудования ЭВМ и характера поступления входных данных расчеты могут вестись при использовании исходных данных со входного потока, магнитных носителей либо одновременно с обоих источников. Программа оформлена в виде стандартного модуля, который можно использовать для любой речной системы.

При задании метеоданных на период заблаговременности использовались прогнозы температуры воздуха и осадков, составляемые Северным Гидрометом и Гидрометцентром СССР. Оправданность прогнозов по 13 створам за эти годы составляла 70—95 % при заметно меньшей средней квадратической погрешности

Таблица 6.16

**Оправдываемость оперативных прогнозов, выпущенных для речных систем
Юга и Печоры в 1986—1988 гг., %**

Река — пункт	Заблаговременность прогноза, сут				
	1	2	3	4	5
р. Юг					
Юг — Кичменгский Городок	90	90	90	90	93
Луза — Объячево	88	93	95	95	98
Юг — Подосиновец	95	90	92	92	95
Луза — Красавино	80	84	91	91	93
Юг — Гаврино	85	84	82	84	89
р. Печора					
Печора — Якша	71	78	76	78	80
Илыч — Приуральск	83	76	68	73	76
Печора — Троицко-Печорск	68	80	78	73	73
Печора — Усть-Шугор	46	63	73	80	80
Печора — Усть-Кожва	78	76	76	68	76
Уса — Адзья	68	84			
Печора — Усть-Уса	90	85	83	83	76

по сравнению с инерционными прогнозами (табл. 6.16). Лишь для створа Усть-Шугор при заблаговременности 1 сут прогнозы оказались неэффективными (оправдываемость 46 %).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на сравнительно слабое внедрение математических моделей в оперативную практику, сейчас можно говорить о формировании на их основе новой научно-методической базы численных методов краткосрочных прогнозов водного режима рек. В данной работе рассмотрены ее основные концепции с учетом специфики гидрологических прогнозов. Предложенные методы прогнозов вошли в «Руководство по гидрологическим прогнозам» [108], а программное обеспечение для ЭВМ включено в фонд алгоритмов и программ Госкомгидромета СССР [58, 62].

В работе использованы достаточно общие концепции. Поэтому предложенные модели и методы прогнозов могут быть интересны с точки зрения расчетов и прогнозов стока в различных географических условиях. Точность расчетов на основе моделей формирования стока во многом зависит от соотношения неравномерности по площади входных данных и характеристик подстилающей поверхности и сглаживающих свойств бассейна и речной сети. С увеличением площади водосбора влияние последних усиливается. В то же время для больших водосборов существенную роль могут играть зональные различия подстилающей поверхности и климатических условий. Размер площади водосбора, для которой модель может дать оптимальные по точности результаты расчетов и прогнозов, зависит от физико-географических и климатических особенностей формирования стока. Для региона лесной зоны европейской части СССР, например, оптимальный размер площади оказался равным 5—10 тыс. км².

Если говорить о перспективах методов математического моделирования в задачах гидрологического прогнозирования, то нельзя не отметить важность исследований влияния на ход стока в замыкающем створе пространственной неравномерности факторов стока и сглаживающих свойств водосбора, направленных на улучшение параметризации моделей. Более широкое внедрение моделей в оперативную практику связано с расширением исследований по обобщению и районированию их параметров для различных географических регионов, а также получению региональных зависимостей для определения параметров по легко и достаточно надежно измеряемым характеристикам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акінньшин В. В. и др. Способы определения параметров кривых добегания//Тр. Гидрометцентра СССР.—1971.—Вып. 72.—С. 34—53.
2. Алексеев Г. А. Методы оценки случайных погрешностей гидрометеорологической информации.—Л.: Гидрометеониздат, 1975.—96 с.
3. Аполлов Б. А., Калинин Г. П., Комаров В. Д. Курс гидрологических прогнозов.—Л.: Гидрометеониздат, 1974.—420 с.
4. Безнис Л. И. и др. Результаты радиолокационного измерения осадков на площади в районе г. Валдая//Тр. 3-го Всесоюз. совещ. по радиолокационной метеорологии.—М., 1968.—С. 3—12.
5. Бельчиков В. А. Прогноз гидрографа дождевых паводков на р. Ингоде//Тр. Гидрометцентра СССР.—1977.—Вып. 183.—С. 56—65.
6. Бельчиков В. А., Корень В. И., Кучмент Л. С. Математическое моделирование процессов формирования стока на водосборе//Тр. Гидрометцентра СССР.—1972.—Вып. 81.—С. 3—32.
7. Бельчиков В. А., Корень В. И. Модель преобразования водоотдачи снежного покрова в сток и оптимизация ее параметров//Тр. 6-й конф. придунайских стран по гидрологическим прогнозам.—Киев, 1972.—Кн. 1.—С. 123—128.
8. Бельчиков В. А., Корень В. И. Модель формирования талого и дождевого стока для лесных водосборов//Тр. Гидрометцентра СССР.—1979.—Вып. 218.—С. 3—21.
9. Бельчиков В. А., Корень В. И., Нечаева Н. С. Краткосрочные прогнозы талого и дождевого стока для речных систем на основе математических моделей//Тр. 5-го Всесоюз. гидрол. съезда, Л., 1989.—Т. 7.—С. 162—168.
10. Берюлев Г. П. и др. Аппаратура для записи и обработки радиолокационной информации об осадках//Тр. ЦАО.—1975.—Вып. 121.—С. 41—49.
11. Берюлев Г. П. и др. Аппаратура для измерения количества жидких осадков на площади с применением одноволнового метеорологического радиолокатора//Тр. ЦАО.—1975.—Вып. 121.—С. 28—40.
12. Бокс Д., Дженкинс Г. Анализ временных рядов.—М.: Мир, 1974.—Т. 1.—406 с.
13. Бокс Д., Дженкинс Г. Анализ временных рядов.—М.: Мир, 1974.—Т. 2.—198 с.
14. Боровиков А. М. и др. Радиолокационные измерения осадков.—Л.: Гидрометеониздат, 1967.—140 с.
15. Ван-Трисс Г. Синтез оптимальных нелинейных систем управления.—М.: Мир, 1964.—172 с.
16. Васильев О. Ф. и др. Численный метод расчета распространения длинных волн в открытых руслах и приложение его к задаче о паводке//ДАН СССР.—1963.—Т. 151.—№ 3.—С. 525—527.
17. Вентцель Е. С. Теория вероятностей.—М.: Наука, 1964.—576 с.
18. Виноградов Ю. Б. Математическое моделирование процессов формирования стока.—Л., Гидрометеониздат, 1988.—312 с.
19. Водные ресурсы Нечерноземной зоны ЕТС.—Л.: Гидрометеониздат, 1980.—214 с.
20. Волюнец Л. М., Маркович М. Л., Мучник В. М. Результаты измерения количества осадков радиолокатором с устройством для коррекции на дальность//Изв. АН СССР.—1966.—Т. 2.—№ 6.—С. 617—629.
21. Воскресенский К. П. Гидрологические расчеты при проектировании сооружений на малых реках, ручьях и временных водотоках.—Л.: Гидрометеониздат, 1956.—468 с.
22. Глазырин Г. Е. Фазовое состояние осадков в горах в зависимости от приземной температуры воздуха//Метеорология и гидрология.—1970.—№ 1.—С. 30—34.
23. Горбунов Ю. В. Расчет запаса воды в речной сети на основе морфологических закономерностей ее строения//Метеорология и гидрология.—1971.—№ 2.—С. 57—68.

24. Горбунов Ю. В. Модель речной сети и ее применение для расчета паводков//Метеорология и гидрология.—1985.— № 10.— С. 76—85.
25. Грушевский М. С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах.—Л.: Гидрометеиздат, 1982.—288 с.
26. Денисов Ю. М. Схема расчета гидрографа стока горных рек.—Л.: Гидрометеиздат, 1965.—104 с.
27. Дьячкова Т. В., Серова Н. В. Теплофизические свойства снега//Тр. ГГО.—1960.—Вып. 94.—С. 76—79.
28. Жидиков А. П. и др. Методы расчета и прогноза половодья для каскада водохранилищ и речных систем.—Л.: Гидрометеиздат, 1977.—128 с.
29. Заикин П. И., Меченов А. С. Некоторые вопросы численной реализации регуляризирующего алгоритма для линейных интегральных уравнений первого рода//Вычислительные методы и программирование.—МГУ, 1973.—Вып. 21.—С. 155—163.
30. Иванов Н. С., Гаврильев Р. И. Теплофизические свойства мерзлых горных пород.—М.: Наука, 1965.—72 с.
31. Иванов Н. С. Тепло- и массоперенос в мерзлых горных породах.—М.: Наука, 1969.—240 с.
32. Исследования неустановившегося движения воды на реке Свири в зимних и летних условиях.—Л.: Гидрометеиздат, 1953.—252 с.
33. Калинин Г. П., Милюков П. И. Приближенный расчет неустановившегося движения водных масс.—Л.: Гидрометеиздат, 1958.—72 с.—(Тр. ЦИП. Вып. 66).
34. Калинин Г. П., Кучмент Л. С., Корень В. И. Численные эксперименты в гидрологии//Метеорология и гидрология. 1964.— № 11.— С. 16—22.
35. Калюжный И. Л. и др. Роль гидрофизических свойств почвы в формировании потерь стока весеннего половодья//Тр. ГГИ.—1977.—Вып. 233.—С. 127—136.
36. Капотов А. А. Об оценке глубины промерзания почво-грунтов на водосборах центральной части Северо-Запада ЕТС//Тр. ГГИ.—1975.—Вып. 224.—С. 71—82.
37. Капотов А. А. Оценка величины потерь стока на инфильтрацию в период весеннего половодья//Тр. 4-го Всесоюз. гидрол. съезда.—Л., 1976.—Т. 6.—С. 137—144.
38. Капотов А. А. и др. Влажность и промерзание почво-грунтов в районах Северо-Запада ЕТС//Тр. ГГИ.—1974.—Вып. 214.—С. 201—228.
39. Кеммерих А. О. Важнейшие закономерности распределения снежного покрова на Приполярном Урале//Изв. АН СССР. Сер. геогр.—1951.—С. 28—38.
40. Клибашев К. П., Горошков И. Ф. Гидрологические расчеты.—Л.: Гидрометеиздат, 1970.—460 с.
41. Комаров В. Д. Лабораторное исследование водопроницаемости мерзлой почвы//Тр. ЦИП.—1957.—Вып. 54.—С. 3—42.
42. Комаров В. Д. Весенний сток равнинных рек Европейской части СССР, условия его формирования и методы прогнозов.—Л.: Гидрометеиздат, 1959.—295 с.
43. Комаров В. Д. и др. Расчет гидрографа половодья небольших равнинных рек на основе данных об интенсивности снеготаяния//Тр. Гидрометцентра СССР.—1969.—Вып. 37.—С. 3—30.
44. Комаров В. Д., Макарова Т. Т. О влиянии льдистости, температуры, цементации и глубины промерзания почвы на инфильтрацию талых вод в бассейне//Тр. Гидрометцентра СССР.—1973.—Вып. 113.—С. 76—85.
45. Комаров В. Д., Мухин В. М., Полунин А. Я. Модель формирования снежного покрова и поступления воды на поверхность горного бассейна//Тр. Гидрометцентра СССР.—1976.—Вып. 163.—С. 38—57.
46. Константинов А. Р. Испарение в природе.—Л.: Гидрометеиздат, 1968.—532 с.
47. Корень В. И. Особенности некоторых разностных схем численного интегрирования уравнений Сен-Венана при расчетах неустановившегося движения воды для случая слияния рек (на примере прямоугольных русел)//Тр. ЦИП.—1965.—Вып. 141.—С. 35—48.

48. Корень В. И. Исследование устойчивости некоторых явных разностных схем при интегрировании уравнений Сен-Венана//Метеорология и гидрология.— 1967.— № 1.— С. 42—48.
49. Корень В. И. Неустановившееся движение в прямоугольном канале с периодически меняющейся шириной//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1967.— Вып. 2.— С. 36—43.
50. Корень В. И. Интегрирование уравнений Сен-Венана без инерционных членов и некоторые вопросы их линеаризации//Труды Гидрометцентра СССР.— 1968.— Вып. 25.— С. 23—28.
51. Корень В. И. Интегрирование уравнений Сен-Венана и аппроксимация морфометрических и гидравлических характеристик русла при расчетах неустановившегося движения//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1974.— Вып. 131.— С. 36—48.
52. Корень В. И. Об использовании радиолокационных измерений осадков для прогноза дождевых паводков//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1977.— Вып. 191.— С. 29—42.
53. Корень В. И. Определение параметров кривых добегаания при отсутствии наблюдений за расходами воды в замыкающем створе//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1978.— Вып. 207.— 108—112.
54. Корень В. И. О расчете глубины промерзания почвы//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1979.— Вып. 218.— С. 59—63.
55. Корень В. И. Моделирование процессов формирования стока рек лесной зоны ЕТС//Метеорология и гидрология.— 1980.— № 10.— С. 78—85.
56. Корень В. И. Математические модели дождевого и талого стока в гидрологических прогнозах//Некоторые вопросы современной научной и практической гидрологии.— М. 1981.— Ч. 1.— С. 188—198.
57. Корень В. И. Статистический алгоритм адаптации при выпуске непрерывных краткосрочных прогнозов стока//Метеорология и гидрология.— 1984.— № 3.— С. 80—84.
58. Корень В. И. Выпуск непрерывных краткосрочных прогнозов расходов (уровней) воды для речных систем//Аннотир. перечень новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета.— 1985.— Вып. 4.— С. 16.
59. Корень В. И. Об оценке погрешности и заблаговременности прогнозов при использовании кривых добегаания//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1987.— Вып. 295.— С. 50—56.
60. Корень В. И., Бельчиков В. А. Использование модели формирования талодождя для анализа составляющих водного баланса//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1982.— Вып. 240.— С. 39—49.
61. Корень В. И., Бельчиков В. А. Влияние детальности исходной информации на точность расчета по модели талодождя стока//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1983.— Вып. 265.— С. 64—69.
62. Корень В. И., Бельчиков В. А. Модель формирования талого и дождевого стока (RSMC). Аннотир. перечень новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета.— 1985.— Вып. 4.— С. 34.
63. Корень В. И., Кучмент Л. С. Численное интегрирование уравнений Сен-Венана по явным схемам при расчетах неустановившегося движения воды в реках//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1967.— Вып. 8.— С. 49—61.
64. Корень В. И., Кучмент Л. С. Применение методов оптимизации к построению математической модели формирования паводков//Метеорология и гидрология.— 1969.— № 11.— С. 69—77.
65. Корень В. И., Бельчиков В. А. Учет динамики потерь при расчете гидрографа весеннего половодья//Метеорология и гидрология.— 1970.— № 11.— С. 65—69.
66. Корень В. И., Кучмент Л. С. Математическая модель формирования дождевых паводков, оптимизация ее параметров и использование в гидрологических прогнозах//Метеорология и гидрология.— 1971.— № 11.— С. 59—68.
67. Корень В. И., Кучмент Л. С. Построение математической модели формирования дождевых паводков//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1971.— Вып. 72.— С. 3—22.
68. Корень В. И., Кучмент Л. С. Определение геометрических и гидравлических характеристик речного русла путем решения обратных задач для уравнений Сен-Венана//Водные ресурсы.— 1973.— № 4.— С. 83—100.

69. Корень В. И., Кучмент Л. С. Восполнение информации путем решения обратных задач для моделей стока с распределенными параметрами//Тр. Междунар. симпоз. по водохозяйственным проектам.— Мадрид, 1974.— Т. 1.— С. 557—568.
70. Корень В. И., Кучмент Л. С. Идентификация параметров моделей стока с распределенными параметрами//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1974.— Вып. 131.— С. 3—22.
71. Корень В. И., Кучмент Л. С. Решение обратных задач для моделей стока с распределенными параметрами (на примере уравнений Сен-Венана)//Тр. 4-го Всесоюз. гидрол. съезда.— Л., 1976.— Т. 7.— С. 208—216.
72. Корень В. И., Романов А. В. Определение морфометрических и гидравлических характеристик русла при интегрировании уравнений Сен-Венана//Метеорология и гидрология.— 1976.— № 8.— С. 71—80.
73. Корень В. И., Романов А. В. Расчет неустановившегося режима при искусственном регулировании стока в месте деления речных русел//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1983.— Вып. 246.— С. 41—46.
74. Корень В. И., Чернова Н. П. Учет распределенного бокового притока при расчетах неустановившегося движения воды//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1982.— Вып. 240.— С. 67—73.
75. Корень В. И., Чернова Н. П. Расчет (прогноз) трансформации расходов (уровней) воды на приточных участках рек//Тр. 12-й конф. придунайских стран по гидрологическим прогнозам.— Братислава, 1984.— С. 2—22—1—2—22—10.
76. Крестовский О. И. и др. Испарение в период весеннего снеготаяния и половодья//Тр. ГГИ.— 1972.— Вып. 194.— С. 165—182.
77. Крестовский О. И. и др. Определение испарения с водосборов северо-запада ЕТС для расчета и прогноза потерь воды в весенний период//Тр. ГГИ.— 1974.— Вып. 214.— С. 84—105.
78. Кузьмин П. П. Процесс таяния снежного покрова.— Л.: Гидрометеиздат, 1961.— 345 с.
79. Кулик В. Я. Приближенный теоретический анализ некоторых случаев впитывания воды в мерзлый грунт//Метеорология и гидрология.— 1972.— № 3.— С. 88—95.
80. Курант Р., Фридрихс К., Леви Г. О разностных уравнениях математической физики//Успехи мат. наук.— 1940.— № 8.— С. 125—160.
81. Кучмент Л. С. Математическое моделирование речного стока.— Л.: Гидрометеиздат, 1972.— 191 с.
82. Кучмент Л. С. Гидрологическое прогнозирование для управления водноресурсными системами//Итоги науки и техники. Сер. гидрология суши.— М., 1981.— 120 с.
83. Кучмент Л. С., Борщевский Е. Н. Идентификация нелинейных гидрологических систем//Метеорология и гидрология.— 1971.— № 1.— С. 42—47.
84. Кучмент Л. С., Демидов В. Н., Мотовилов Ю. Г. Формирование речного стока.— М.: Наука, 1983.— 216 с.
85. Кучмент Л. С., Пуклаков В. В. Об учете начальных условий и аппроксимации функций влияния для краткосрочных прогнозов водного режима//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1979.— Вып. 218.— С. 49—58.
86. Левин А. Г. Прогнозы паводков по данным о расходах воды малых рек//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1968.— Вып. 2.— С. 3—35.
87. Левин А. Г., Жидиков А. П. Предвычисление хода уровней реки Волги ниже ГЭС им. XXII съезда КПСС методом электромоделирования//Метеорология и гидрология.— № 8.— 1961.— С. 34—41.
88. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений.— М.: Наука, 1971.— 576 с.
89. Моисеев Н. Н. Методы оптимизации.— М.: Наука, 1978.— 352 с.
90. Мотовилов Ю. Г. Математическая модель инфильтрации воды в мерзлые почвогрунты//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1977.— Вып. 191.— С. 18—28.
91. Назаров Г. В. Зональные особенности водопроницаемости почв СССР.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1970.— 184 с.

92. Нежиховский Р. А. Руслловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды.— Л.: Гидрометеониздат, 1971.— 476 с.
93. Оганесян А. Е. Модель формирования талодождевого стока на горном водосборе//Гидрология 2000 года: Материалы Всесоюз. конф.— М., 1986.— С. 17—18.
94. Павлова К. К., Голицына Е. Ф. Тепловые свойства почв в талом и мерзлом состоянии//Тр. ГГИ.— 1974.— Вып. 214.— С. 123—133.
95. Подиновский В. В., Гаврилов В. М. Оптимизация по последовательно применяемым критериям.— М.: Сов. радио, 1975.— 192 с.
96. Поляк Б. Т., Скоков В. А. Подбор параметров кинетических уравнений по экспериментальным данным//Вычислительные методы и программирование.— М., 1967.— Вып. 9.— С. 167—178.
97. Попов Е. Г. Тепловой баланс и интенсивность снеготаяния//Тр. ЦИП.— 1948.— Вып. 9.— С. 3—53.
98. Попов Е. Г. Вопросы теории и практики прогнозов речного стока.— М.: Гидрометеониздат, 1963.— 295 с.
99. Растринин Л. А. Случайный поиск в задачах оптимизации многопараметрических систем.— Рига: Зинатне, 1965.— 2111 с.
100. Ржаницын Н. А. Морфометрические и гидрологические закономерности строения речной сети.— Л.: Гидрометеониздат, 1960.— 238 с.
101. Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач.— М.: Изд-во иностр. лит-ры. 1960.— 262 с.
102. Розенброк Х., Стори С. Вычислительные методы для инженеров-химиков.— М., Мир. 1968.— 440 с.
103. Романов А. В. Особенности идентификации и численного интегрирования системы уравнений Сен-Венана для русла со сложной поймой//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1977.— Вып. 191.— С. 3—17.
104. Романов А. В. Численная схема прогноза водного режима в системе разветвленных речных русел Нижней Волги//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1983.— Вып. 246.— С. 30—41.
105. Романов А. В., Жидиков А. П. Модели талодождевого стока в гидрологических расчетах и прогнозах//Обзорная информация ВНИИГМИ—МЦД. Сер. 37—27 Гидрология суши.— 1987.— Вып. 2.— 66 с.
106. Романов В. В., Павлова К. К., Калужный И. Д. О потерях талых вод на инфильтрацию в подзолистые почвы и черноземы//Тр. ГГИ.— 1974.— Вып. 214.— С. 106—122.
107. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа.— М.: Наука, 1965.— 287 с.
108. Руководство по гидрологическим прогнозам. Вып. 2.— Л.: Гидрометеониздат, 1989.— 246 с.
109. Румянцев В. А. и др. Опыт разработки и применения математических моделей бассейнов малых рек.— Л.: Гидрометеониздат, 1985.— 94 с.
110. Соколова Н. В. О пространственной и временной изменчивости промерзания почвы в бассейне р. Дона//Тр. ГГИ.— 1974.— Вып. 214.— С. 229—242.
111. Соседко М. Н. Особенности применения математической модели формирования дождевого стока для расчетов паводков в горной местности//Тр. УкрНИИ.— 1980.— Вып. 181.— С. 59—73.
112. Степаненко В. Д. Радиолокация в метеорологии.— Л.: Гидрометеониздат, 1973.— 343 с.
113. Струзер Л. Р. Оценка погрешности существующих методов определения испарения с почвы//Тр. 3-го Всесоюз. гидрол. съезда.— Л., 1959.— Т. 3.— С. 110—118.
114. Судницын И. И. Закономерности передвижения почвенной влаги.— М.: Наука, 1964.— 135 с.
115. Судницын И. И. Новые методы оценки водно-физических свойств почв и влагообеспеченности леса.— Л.: Наука, 1966.— 94 с.
116. Тихонов А. Н. О некорректно поставленных задачах//Вычислительные методы и программирование.— М., 1967.— Вып. 8.— С. 3—31.
117. Уайлд Д. Д. Методы поиска экстремума.— Л.: Наука, 1967.— 267 с.

118. Ускова Л. М. Сравнительная характеристика условий формирования и коэффициентов стока талых вод на безлесной и лесной частях бассейна//Тр. Гидрометцентра СССР.— 1971.— Вып. 84.— С. 34—48.
119. Федосеев В. А. Одномерная модель при расчетах неустановившегося движения воды в реках со сложной поймой//Тр. ГГИ.— 1968.— Вып. 161.— С. 76—91.
120. Федоров С. Ф. Влияние леса на водный баланс малых водосборов (по материалам ВНИГЛ)//Тр. ГГИ.— 1962.— Вып. 95.— С. 55—100.
121. Чеботарев А. И. Общая гидрология суши.— Л.: Гидрометеиздат, 1975.— 544 с.
122. Чернова Н. П. Модель формирования стока на приточном участке реки//Метеорология и гидрология.— 1982.— № 6.— С. 76—81.
123. Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана//Пер. с англ.— Л.: Гидрометеиздат, 1968.— 368 с.
124. Шехтер Ф. Н., Цейтин Т. Х. Глубина промерзания и температура почвы в зимнее время//Тр. ГГО.— 1955.— Вып. 53 (115).— С. 44—65.
125. Шпак И. С. Влияние леса на водный баланс водосборов.— Киев: Наукова думка, 1968.— 284 с.
126. Amorcho J., Orlob G. T. Nonlinear analysis of hydrologic systems//Water Resources Center.— 1961.— N 40.— 87 p.
127. Anderl B., Attmanspacher W., Shultz G. A. Accuracy of reservoir inflow forecasts based on radar rainfall measurements//W. R. R.— 1976.— Vol. 12.— N 2.— P. 217—223.
128. Anderson E. Techniques for predicting snow cover runoff//Intern. Symp. role of snow and ice in hydrology (measurement and forecasting).— Canada, 1972.— 30 p.
129. Andjelic M., Szöllosi-Nagy A. On the use of stochastic structural models for real time forecasting of the river Danube//Proc. Oxford Symp.— 1980.— N 129.— P. 371—380.
130. Anselmo V., Ubertaini L. Transfer function-noise model applied to flow forecasting//Intern. symp. logistics and benefits of using mathematical models of hydrologic and water resources systems.— Pisa, Italy, 1978.— P. 1—8.
131. Bell F. C. A survey of recent development in rainfall-runoff estimation//J. Inst. Engr. Australia.— 1966.— N 3.— P. 63—69.
132. Bergström S. The development of a snow routine for HBV-2 model//Nordic Hydrology.— 1975.— Vol. 6.— N 2.— P. 28—37.
133. Brian J. W., William W.-G. Y. Parameter estimation in rainfall-runoff models//J. Hydrology.— 1983.— Vol. 63.— P. 373—393.
134. Cameron R. J. An updating version of the Muskingum-Cunge flow routing technique//Proc. Oxford Symp.— 1980.— N 129.— P. 381—388.
135. Carrol R. J., Rupert D. A. A comparison between maximum likelihood and generalized least squares in a heteroscedastic linear model//J. Atm. Stat. Assoc.— 1982.— Vol. 77.— P. 878—882.
136. Charbonneau R., Fortin J. P., Morin G. The CEQUEAU model: description and examples of its use in problems related to water resources management//Hydrological sci. bull. AIHS.— 1977.— Vol. 22.— N 1.— P. 193—203.
137. Cluckie I. D., Harwood D. A., Harpin R. Three systems approaches to real time rainfall-runoff forecasting//Proc. Oxford Symp.— 1980.— N 129.— P. 389—396.
138. Cole J. On-line forecasting for a regulated river using weather data from radar//Real-time forecasting/control of water resource systems.— N. Y.: Pergamon Press, 1980.— P. 269—286.
139. Collier C., Cole J., Robertson R. The north west weather radar project: the establishment of a weather radar system for hydrological forecasting//Proc. Oxford Symp.— 1980.— N 129.— P. 31—40.
140. Dawdy D. R., Lichty R. W. Methodology of hydrologic model building. The use of analog and digital computers in hydrology//AIHS.— 1968.— Vol. 2.— N 81.— 12 p.
141. Gottlieb L. A general runoff model for snowcovered and glacierized basins//6th Nordic hydrological conf. Vemadolen, Sweden, 1980.— P. 172—177.

142. Grauman W. M., Egelson P. S. Evaluation of radar and raingage system for flood forecasting//MIT Report Massachyset's Techn. Inst.—1971.—N 138.—427 p.
143. Gupta V. K., Sorooshian S. The relationship between data and the precision of parameter estimates of hydrologic models//J. Hydrology.—1985.—Vol. 81.—N 1/2.—P. 57—77.
144. Hall A. J. B. Designs of operational areal rainfall networks using ground-based and radar data//IAHS-AISH.—1980.—N 129.—P. 41—50.
145. Hooke R., Jeeves T. A. Direct search solution of numerical and statistical problems//J. Assoc. Computer.—1962.—March 8.—P. 212—229.
146. Intercomparison of conceptual models used in operational hydrological forecasting//Operational hydrol. WMO.—1975.—Rep. N 7.—172 p.
147. Intercomparison of models of snowmelt runoff//Operational hydrol. WMO.—1986.—Rep. N 646.—36 p.
148. Issacson E., Stoker J., Troesch A. Numerical solution of flood prediction and river regulation problems. Rep. 3.—N. Y.: Univ., 1956.—70 p.
149. Jacoby S. L. S. A mathematical model for nonlinear hydrologic systems//J. Geophys. Res.—1966.—Vol. 71.—N 20.—P. 4811—4824.
150. Jones D. A., Moore R. J. A simple channel flow routing model for real time use//Proc. Oxford Symp.—1980.—N 129.—P. 397—408.
151. Koren V. I., Kuchment L. S. Physicostatistical model of rainfall flood formation and determination of its parameters//Proc. Intern. symp. mathematical models in hydrology.—Warszawa, 1971.—Vol. 2.—Pt. 2.—Top. 5.—12 p.
152. Kuczera G. Improved parameter influence in catchment models: 1. Evaluating parameter uncertainty. 2. Combining different kinds of hydrologic data and testing their compatability//W. R. R.—1983.—Vol. 19.—N 5.—P. 1151—1172.
153. Lambert A. O. Catchment models based on ISO-functions//J. Inst. Water Engineers.—1972.—N 26.—P. 413—422.
154. Leavesley G. H. et al. Precipitation-runoff modelling system: user's manual//U. S. Geological survey water resources investigations. Rep. B3-4238.—N. Y., 1983.—207 p.
155. Lichty R. W., Dawdy D. R., Bergmann J. M. Rainfall-runoff model for small basin flood hydrograph simulation. The use of analog and digital computers in hydrology//AISH.—1968.—Vol. 2.—N 81.
156. Lighthill M. J., Whitham G. B. On kinematic waves. 1. Flood movement in long rivers//Proc. Royal Soc.—London, 1955. Ser. A.—Vol. 229.—P. 69—76.
157. Lowing M. J., Price R. K., Harvey R. A. Real-time conversion of rainfall to runoff for flow forecasting in the river Dee.—Water Res. Center and Royal Radar Establishment. Symp. paper, 1975.—22 p.
158. Marivoet J. L., Vandewiele G. L. A real time rainfall-runoff model//Proc. Oxford Symp.—1980.—N 129.—P. 409—418.
159. Martinec J., Rango A., Major E. The snowmelt-runoff model user's manual//NASA Reference Publication.—1983.—N 1100.—118 p.
160. Morris E. M. Forecasting flood flows in grassy and forested basins using a deterministic distributed mathematical model//Proc. Oxford Symp.—1980.—N 129.—P. 247—255.
161. O'Connell P. E., Nash J. E., Farrel J. P. River flow forecasting through conceptual models. Pt. 2//J. Hydrology.—1970.—N 10.—P. 813—825.
162. O'Donnel T., Canedo P. The reliability of conceptual basin model calibration//Proc. Oxford Symp.—1980.—N 129.—P. 263—269.
163. Peck E. L., Anderson E. A. Operational use of snow accumulation and ablation in the United States.—Fairbanks, Alaska: Northern research basin symposium-workshop, 1977.—23 p.
164. Peck E. L. et al. Hydrological update techniques used by the US National Weather Service//Proc. Oxford Symp.—1980.—N 129.—P. 419—424.
165. Pilgrim D. H., Bloomfield P. H. I'A. Problems in determining infiltration and soil store parameters of runoff models//Proc. Oxford Symp.—1980.—N 129.—P. 271—277.
166. Quick M. C., Pipes A. A combined snowmelt and rainfall runoff model//Canadian J. Civil Engineering.—1976.—Vol. 3.—N 3.—P. 449—460.

167. Schermerhorn V., Kuehl D. W. Application of the SSARR model to a basin without discharge record.— Salt Lake City, Utah: U. S. ESSA Technical memorandum WBTM WR 55, 1970, 14 p.
168. Sorooshian S. Parameter estimation of rainfall-runoff models with heteroscedastic streamflow errors — the noninformative data case//J. Hydrology.— 1981.— Vol. 52.— N 1/2.— P. 127—138.
169. Sorooshian S., Gupta V. K., Fulton J. L. Evaluation of maximum likelihood parameter estimation techniques for conceptual rainfall-runoff models: influence of calibration data variability and length of model credibility//W. R. R.— 1983.— Vol. 19.— N 1.— P. 251—259.
170. Sugawara M. On the analysis of runoff structure about several Japanese rivers//Japanese J. Geoph.— 1961.— Vol. 2.— N 4.
171. Sugawara M. The flood forecasting by a series of storage type models//Intern. Symp. on floods and their computation.— Leningrad, 1967.— Vol. 4.— P. 75—82.
172. Sugawara M., Watanabe J. Tank model//Intern. Workshop on operational application of mathematical models in developing countries.— New Delhi, 1985.— Vol. 1.— P. 13—52.
173. Szöllösi-Nagy A. An adaptive identification and prediction algorithm for the real-time forecasting of hydrological time series//Hydrol. Sci. Bull.— 1976.— Vol. 21.— N 1.— P. 163—176.
174. Troutman B. M. Runoff prediction errors and bias in parameter estimation induced by spatial variability of precipitation//W. R. R.— 1983.— Vol. 19.— N 3.— P. 791—810.
175. Troutman B. M. Errors and parameter estimation in precipitation — runoff modeling: 1. Theory, 2. Case study//W. R. R.— 1985.— Vol. 21.— N 8.— P. 1195—1222.
176. Tucci C. E. M., Clark R. T. Adaptive forecasting with a conceptual rainfall-runoff model//Proc. Oxford Symp.— 1980.— N 129.— P. 445—454.
177. Wascher E. J. Algorithm-203//Communications ACM.— 1963.— Vol. 6.— N 6.— P. 64—69.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
Глава 1. Проблемы, связанные с реализацией моделей в задачах прогнозирования	8
1.1. Выбор структуры модели	—
1.2. Идентификация моделей	12
1.3. Реализация модели в схемах прогнозов	15
1.4. Схематизация речной системы	18
Глава 2. Параметрическая модель формирования стока на водосборе	20
2.1. Физические основы и особенности модели	—
2.2. Расчетные соотношения модели	22
2.2.1. Водный баланс и фазовые переходы в зоне аэрации	23
2.2.2. Расчет составляющих водного баланса водосбора	26
2.2.3. Расчет доли площади, на которой образуются запирающие слои	35
2.2.4. Преобразование поверхностного и почвенного притока к русловой сети в гидрограф в замыкающем створе водосбора	40
2.3. Параметры модели и исходные данные	42
Глава 3. Модели трансформации расходов (уровней) воды на участках рек	45
3.1. Приближенные модели трансформации	—
3.1.1. Сосредоточенный промежуточный приток	46
3.1.2. Распределенный промежуточный приток	48
3.2. Одномерная модель неустановившегося движения воды в русле (уравнения Сен-Венана)	50
Глава 4. Определение параметров моделей	59
4.1. Определение параметров моделей формирования стока на водосборе	—
4.1.1. Определение региональных параметров	60
4.1.2. Определение локальных параметров с помощью методов оптимизации	65
4.2. Определение параметров линейных моделей трансформации	81
4.3. Определение характеристик русла по данным о водном режиме	84
4.3.1. Двухмерное представление искомых функций	—
4.3.2. Одномерное представление искомых функций	89
Глава 5. Реализация модели формирования стока для лесной зоны европейской части СССР	95
5.1. Характеристика водосборов и исходной информации	—
5.2. Сравнительные расчеты некоторых элементов стокообразования	103
5.2.1. Интенсивность снеготаяния	—
5.2.2. Сравнительные расчеты промерзания почвы	105
5.2.3. Трансформация поверхностного притока в гидрограф в замыкающем створе	109
5.3. Расчеты весеннего половодья и дождевых паводков на реках лесной зоны	112
	197

5.3.1. Оценки параметров и точность расчета ежедневных расходов воды	113
5.3.2. Анализ составляющих водного баланса	120
5.3.3. Влияние детальности исходной информации на точность расчетов	145
Глава 6. Краткосрочные прогнозы расходов (уровней) воды на речных системах	153
6.1. Задание входных данных на период заблаговременности прогноза	—
6.2. Статистический алгоритм адаптации и корректировка прогнозов	157
6.3. Оценка эффективности метода прогноза и максимально возможной заблаговременности	163
6.4. Использование радиолокационных измерений осадков при прогнозе дождевых паводков	170
6.5. Практические схемы краткосрочных прогнозов ежедневных расходов (уровней) воды	181
Заключение	188
Список литературы	189
Предметный указатель	199

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Алгоритм адаптации 157

Баланс влаги 23

Водоподача 26

Водоудерживающая способность
снега 30, 62

Входные данные 153

Глубина

— промерзание 25

— оттаивания 25

Действующая площадь водосбора 33

Заблаговременность прогноза 153, 163

Запирающий слой 21, 35

Идентификация модели 12

Инфильтрация 31, 48

Испарение 30, 48

Испаряемость 30

Корректировка

— прогнозов 16, 157

— параметров 16

Коэффициент

— стаивания 29, 60

— теплопроводности снега 26

— — почвы 26, 64

— вариации глубины промерзания
36, 64

— запаса воды в снеге 29

Кривая добегания (функция влияния)
42

— интегральная 109

— частная 109

Критерий качества 66, 68

— квадратичный 69

— по абсолютной ошибке 69

— учитывающий связность ошибок
69

— с логарифмическим преобразова-
нием 69

— наибольшего правдоподобия 70

Лексикографическое отношение 78

Метод

— оптимизации 14

— — без ограничений (безусловный)
66

— — с ограничениями (условный) 66,
74

— радиолокационный 170

— решения обратных задач 13, 85

Модель

— формирования стока 20

— — детерминистическая 8

— — емкостная 9

— — параметрическая (концептуаль-
ная) 9

— — с сосредоточенными параме-
трами 10

— — с распределенными параме-
трами 12

— — типа «черного ящика» 9

— — физико-математическая 12

— трансформации 45

— — линейная с притоком 45

— — — сосредоточенным 46

— — — распределенным 48

— — нелинейная 45

Неустановившееся движение 50

Определение

— параметров 59

— — региональных 60

— — локальных 65

— — трансформации 81

— характеристик русла 87

Параметры модели 44

Полиномы Чебышева 55

Приведенный слой талой воды 29

Приток

— поверхностный 33

— почвенный 34

Прогноз

— водного режима 3

— расхода (уровней) 153, 181

Расчет

— высоты и плотности снежного по-
крова 152

— интенсивности снеготаяния 103, 127

— испарения 142

— потерь на инфильтрацию 131

— промерзания почвы 105, 127

— трансформации притока 109

Регуляризирующий функционал 85

Снеготаяние 27

Схематизация речной системы 18

Трансформация притока

— поверхностного 40

— внутриводосборного 42

Уравнения Сен-Венана 50

Условия

— начальные 16, 51

— граничные 51

Эффективность метода 163

Явные схемы 52

Монография

Корень Виктор Иванович

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ПРОГНОЗАХ РЕЧНОГО СТОКА

Редактор Т. С. Шмидт. Художник А. В. Васильев. Художественный редактор Б. А. Бураков. Технический редактор Н. В. Морозова. Корректор Л. Б. Емельянова.

ИБ № 2025. Сдано в набор 03.09.90. Подписано в печать 08.01.91. Формат 60×90^{1/16}. Бумага книжная. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 12,5. Кр.-отт. 12,5. Уч.-изд. л. 14,04. Тираж 1020 экз. Индекс ГЛ-151. Заказ № 195. Цена 2 р. 40 к.
Гидрометеониздат. 199226. Ленинград, ул. Беринга, 38.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Государственного комитета по печати. 190000, Ленинград, Прачечный переулоч, 6.