

В.И.БЕКРЯЕВ

**ПРАКТИКУМ
ПО ФИЗИЧЕСКИМ
ОСНОВАМ ВОЗДЕЙСТВИЯ
НА АТМОСФЕРНЫЕ
ПРОЦЕССЫ**

Допущено Государственным
комитетом СССР по народному
образованию в качестве учебного
пособия для студентов вузов,
обучающихся по специальности
«Метеорология»



Ленинград Гидрометеиздат
1991

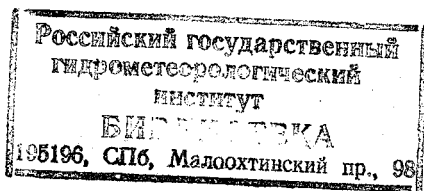
УДК 551.509.6+551.57

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук Довгальук Ю. А.,
канд. физ.-мат. наук Зинченко А. В.
(Главная геофизическая обсерватория им. Воейкова А. И.);
канд. географ. наук доцент Данова Г. М.,
канд. географ. наук доцент Иванова С. М.
(Одесский гидрометеорологический институт).

Практикум содержит тематические задания, посвященные физическим аспектам активных воздействий на атмосферные процессы. Рассматриваются природа действия реагентов, физика облако- и осадкообразования, возможности вызывания осадков и предотвращения градобитий, методы рассеяния туманов и управления грозowymi процессами и т. д. Большинство заданий построено по принципу численного моделирования. Каждое из них включает в себя элементы научно-исследовательской работы. Выполнение расчетной части заданий ориентировано на использование программируемых калькуляторов или миниЭВМ. Для части заданий приводятся программы реализации их на ПЭВМ на языке «Бейсик».

Предназначен для студентов гидрометеорологических вузов и университетов, обучающихся по специальности «Метеорология», может быть использован специалистами в области физики облаков и активных воздействий.



Б 1805040400-093 11-91
069(02)-91

© В. И. Бекряев, 1991 г.

ISBN 5-286-00638-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Решение проблемы целенаправленного экологически безопасного управления атмосферными процессами, предотвращения опасных явлений погоды или ослабления их разрушительной силы, уменьшения связанного с ними ущерба народному хозяйству представляется актуальной сегодня и важнейшей задачей гидрометеорологии на ближайшую перспективу. Для достижения ощутимых успехов в этом направлении требуются усилия не только тех, кто непосредственно участвует в мероприятиях по воздействиям, но и специалистов, обеспечивающих получение и обработку оперативной информации, прогнозирование и предвычисление динамики процессов, режимные обобщения и др.

Основной особенностью дисциплины «Физические основы воздействия на атмосферные процессы» является ее пограничный характер — на стыке различных учебных курсов. В науке об управлении явлениями погоды используются новейшие достижения физики облаков и физической химии, термодинамики атмосферы и математической статистики, экспериментальной метеорологии и др.

В последние десятилетия работы в области активных воздействий вышли за рамки не только лабораторных, но и полевых экспериментов. В стране в настоящее время осуществляются широкомасштабные мероприятия по борьбе с градобитиями и увеличению осадков на значительных площадях, рассеиванию туманов, вентилизации глубоких карьеров, борьбе с заморозками. Проводятся эксперименты по созданию мощных конвективных облаков, ослаблению электрической активности гроз, предпринимаются попытки воздействия на тропические ураганы. Поиски эффективных путей управления атмосферными процессами послужили мощным стимулом к выполнению глубоких теоретических и экспериментальных исследований, разработке технических средств и методов наблюдений. В свою очередь многочисленные натурные эксперименты по воздействиям позволили получить данные, необходимые для понимания физики атмосферных процессов.

Большие масштабы явлений, с которыми обычно приходится иметь дело при воздействиях, и технические сложности лабораторного физического моделирования таких явлений обусловили характер настоящего Практикума. Для того чтобы учащийся мог глубже познакомиться с физикой явления или особенностями конкретных методов воздействия, в качестве основной формы изучения предлагается выполнение тематических заданий, построенных по принципу численного эксперимента. Изучив теорию вопроса, учащийся должен выполнить серию расчетов, результаты которых позволяют

выявить основные закономерности изучаемого явления, проанализировать эти результаты и там, где это возможно, сравнить их с экспериментальными данными. Таким образом, задания представляют собой не только учебные упражнения, но и имеют целью развитие навыков самостоятельной исследовательской работы, что отвечает современным требованиям подготовки творчески активных специалистов.

Практикум предназначен для студентов, обучающихся по специальности метеорология, а также слушателей ФПК по специальности «Активные воздействия». Задания Практикума могут быть использованы как типовые курсовые работы на младших курсах или как подготовительный этап при выполнении курсового и дипломного проектирования на старших. Практикум может оказаться также полезным специалистам в области физики облаков и активных воздействий.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Работу над заданием следует начинать с изучения теории вопроса. Каждому заданию предшествуют теоретические сведения в объеме, позволяющем с пониманием дела выполнить регламентированную вычислительную часть, но, по-видимому, недостаточном для того, чтобы глубоко разобраться в существе вопроса и провести квалифицированный анализ результатов расчета. Перечень рекомендованной литературы в конце каждого задания следует рассматривать как минимальный, поскольку с каждым годом после издания Практикума этот список все менее будет отражать состояние вопроса. Для знакомства с новыми материалами по теме задания нужно использовать периодические издания и монографии.

Выполнение заданий в основном ориентировано на использование инженерных микрокалькуляторов. Расчеты можно вести «вручную», последовательно осуществляя вычислительные операции, либо по программе — при наличии соответствующего калькулятора. Для некоторых заданий приводятся программы реализации их на ПМК типа «Электроника БЗ-34», МК-56 и аналогичных им.

В связи со стремительным внедрением в учебный процесс вычислительной техники, в частности персональных компьютеров, на последнем этапе подготовки Практикума для ряда заданий составлены программы на языке «Бейсик» — для ПЭВМ «Электроника-85». При использовании ПЭВМ резко сокращается время, необходимое для выполнения расчетов, благодаря чему возрастают возможности учета новых факторов. В связи с этим в расчетные схемы вводятся дополнения и уточнения, которые, если они не оговариваются по ходу заданий, внимательный читатель легко обнаружит, знакомясь с текстами программ. В каждом задании предусмотрены различные варианты исходных данных. Для того чтобы освоить материал, как правило, достаточно провести расчеты для одного из вариантов. Однако если в группе одно и то же задание выполняют несколько человек, то полезно сравнить полученные результаты.

Необходимый справочный материал приводится в приложениях в конце книги.

Заключительной частью выполнения задания является анализ результатов. Получив количественные характеристики исследуемых процессов, нужно выявить физические закономерности, вытекающие из расчетов, оценить роль допущений и ограничений, принятых в расчетной схеме, сравнить результаты расчетов с экспериментальными данными, сопоставить их с результатами, полученными

разными авторами. На этом этапе необходимо снова вернуться к рекомендованной и подобранной самостоятельно литературе.

Ряд заданий по смыслу продолжают другие. Они составлены таким образом, что любое из них может быть выполнено независимо — без ознакомления с другими заданиями из этой серии. Однако такое ознакомление настоятельно рекомендуется учащемуся.

Несколько практических советов, следование которым сэкономит учащемуся время:

— приступая к расчетам, подготовьте бланк таблицы для записи результатов — промежуточных и окончательных. При считывании результата с индикатора записывайте 3—4 значащие цифры — не тратьте время на запись чисел с избыточной точностью: при построении графиков их неизбежно придется округлять;

— внимательно читайте раздел «Содержание работы» и вы найдете предостережения и рекомендации там, где неподготовленный исполнитель сделает ошибки;

— стройте результирующие графики не после окончания всех расчетов, а параллельно с ними и вы своевременно обнаружите ошибки; проверяйте каждый результат с позиций здравого смысла;

— и, наконец, думайте, анализируйте и сопоставляйте свои результаты с мнениями и результатами других авторов и вы не только найдете ответы на поставленные вопросы, но и зададите преподавателю, товарищам и (еще лучше!) себе много новых.

По окончании всей работы составляется отчет. Отчет по заданию должен включать в себя следующее.

1. *Введение*, содержащее постановку задачи и цель работы.
2. *Краткое изложение теории вопроса* на основе рекомендованной и самостоятельно подобранной литературы.
3. *Результаты расчетов* в виде таблиц и графиков.
4. *Анализ результатов*, их сопоставление с экспериментальными данными и результатами расчетов других авторов (по литературным источникам).
5. *Заключение*.
6. *Список использованной литературы*.

Одним из вариантов защиты отчета является доклад на практическом или семинарском занятии группы.

ЗАДАНИЕ 1

ПРИРОДА ДЕЙСТВИЯ ХЛАДОРЕАГЕНТОВ

Капельное облако при отрицательных температурах представляет собой пример термодинамической системы, находящейся в метастабильном состоянии. Такое облако остается коллоидально устойчивым до тех пор, пока в нем не появляются ледяные кристаллы. С их появлением характер внутриоблачных процессов резко меняется, так как ледяные кристаллы быстро растут за счет сублимации, а затем и коагуляции. При воздействиях ледяные кристаллы образуются в результате внесения в облака кристаллизующих реагентов — льдообразующих или хладореагентов.

Хладореагентами называют вещества, которые при нормальных условиях имеют низкую температуру испарения. Типичными хладореагентами являются твердая углекислота (точнее, CO_2 — «сухой лед») и жидкий пропан (C_3H_8). Кристаллообразующее действие хладореагентов заключается в следующем. Благодаря низкой температуре поверхности реагента происходит сильное охлаждение окружающего воздуха, в результате чего повышается относительная влажность — настолько быстро, что водяной пар становится пересыщенным и создаются условия для спонтанного (безъядерного) образования гетерофазных зародышей — микроскопических жизнеспособных капель и кристаллов льда. Термодинамическая вероятность (скорость) образования гетерофазных зародышей в пересыщенном паре определяется выражением

$$\Omega_i = A \left(\frac{e}{E_0} \right)^2 \exp \left[- \frac{4\pi\sigma_{i-\text{п}} r_i^{*2}}{3kT} \right], \quad (1)$$

где A — практически постоянный множитель, имеющий размерность Ω , T — температура, e — парциальное давление водяного пара; E_0 — давление насыщенного водяного пара при температуре $T_0 = 273,15$ К; k — постоянная Больцмана; $\sigma_{i-\text{п}}$ — поверхностная энергия на границе вода — пар или лед — пар (индекс i здесь и ниже соответствует параметрам воды или льда); r_i^* — радиус гетерофазного зародыша:

$$r_i^* = \frac{2\sigma_{i-\text{п}}}{\rho_i k N_A T \ln \frac{e}{E_i}}, \quad (2)$$

где μ — молярная масса воды; ρ_i — плотность воды (или льда); N_A — число Авогадро; E_i — давление насыщенного водяного пара над водой или льдом при температуре T .

При отрицательных температурах и достаточном пересыщении теоретически всегда существует вероятность образования как

капель воды, так и кристаллов льда. Однако практически будут наблюдаться зародыши той фазы, для которой больше значение Ω .

При условии $\Omega_{\text{л}} \approx \Omega_{\text{в}}$ будут формироваться, естественно, и ледяные кристаллы, и капельки воды. Очевидно, что в рамках рассматриваемой задачи интерес представляют условия, в которых $\Omega_{\text{л}} \geq \Omega_{\text{в}}$. Впрочем, при очень больших абсолютных значениях $\Omega_{\text{л}}$ скорость образования ледяных кристаллов может оказаться достаточно высокой даже в том случае, если $\Omega_{\text{л}}$ несколько меньше, чем $\Omega_{\text{в}}$.

Целью настоящей работы является определение границ зоны спонтанной конденсации вокруг частицы хладореагента и расчет предельных значений термодинамической вероятности образования ледяных кристаллов.

Содержание работы

1. Рассчитайте поле температуры $T = T(r)$ на разных удалениях r от частицы реагента радиусом R .

Считая, что охлаждение воздуха вокруг реагента происходит сферически изотропно, уравнение теплопроводности можно представить в виде

$$\frac{\partial(rT)}{\partial\tau} = k_T \frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2} \quad (3)$$

Полагая процесс установившимся, $\partial(rT)/\partial\tau = 0$ и задавая очевидные граничные условия: $T = T_{\text{обл}}$ при $r \rightarrow \infty$ и $T = T_R$ при $r = R$, получите из уравнения (3) формулу для расчета температуры T как функции расстояния r от центра частицы реагента:

$$\frac{T - T_{\text{обл}}}{T_R - T_{\text{обл}}} = \frac{R}{r}, \quad (4)$$

где $T_{\text{обл}}$ — температура облака (при $r \rightarrow \infty$).

По формуле (4) рассчитайте T (рекомендуется вычисления выполнить для $r/R = 1,0; 1,05; 1,1; 1,2; 1,3; 1,5; 2; 3; 5; 10; \infty$).

2. Полагая, что давление водяного пара в зоне охлаждения реагента сохраняется равным давлению пара в облаке ($e = E_{\text{обл. в}}$), рассчитайте на тех же расстояниях от поверхности реагента относительную влажность над водой $f_{\text{в}}$ и льдом $f_{\text{л}}$:

$$f_{\text{в}} = \frac{e}{E_{\text{в}}(T)}, \quad f_{\text{л}} = \frac{e}{E_{\text{л}}(T)}. \quad (5)$$

3. Критическое пересыщение $f_{\text{кр}}$ (пересыщение, при котором начинается спонтанная конденсация, точнее — скорость образования зародышей становится практически регистрируемой величиной) рассчитайте по формуле

$$\lg f_{\text{кр. в}} = 0,2 \left(\frac{854}{T} - 1 \right)^{3/2}, \quad (6)$$

где $f_{\text{кр. в}}$ — безразмерная величина, если T измеряется в кельвинах. (Формула (6) получена из уравнения (1.3.7) в работе [14] под-

становкой в него зависимости от температуры поверхностного натяжения воды на границе с паром: $\sigma_{в-п} = (75,6 - 0,13 t) 10^{-3}$ (см. приложение 2), где σ — в Дж/м², если t — в °С.)

4. Результаты расчетов по формулам (4) — (6) представьте на одном графике как функции r . Имея в виду, что спонтанное ядрообразование происходит лишь при $f_v \geq f_{кр в}$, найдите $r_{гр}$ — границу зоны спонтанного ядрообразования как абсциссу точки пересечения кривых f_v и $f_{кр в}$. Обратите внимание на то, что условия спонтанного образования капель (и кристаллов) создаются лишь в очень малом объеме воздуха, прилегающем к частице реагента.

5. Далее будем рассматривать образование только ледяных частиц. Оценим, как изменяются в зоне охлаждения размеры гетерофазных ледяных зародышей r_l^* . Если в выражение (2) подставить все постоянные и мало меняющиеся величины, а зависимость $\sigma_{л-п} = \sigma_{л-п}(T)$ представить в виде $\sigma_{л-п} = (80,5 - 0,085 t) \cdot 10^{-3}$ (см. приложение 2), то формулу (2) можно преобразовать к виду

$$r_l^* = 0,174 \cdot 10^{-7} \left(\frac{1220}{T} - 1 \right) \frac{1}{\lg f_l}, \quad (7)$$

где r_l^* — в сантиметрах, если T — в кельвинах; f_l — разумеется, величина безразмерная.

Рассчитайте по формуле (7) несколько значений r_l^* при разных r . Результаты расчета представьте в виде графика $r_l^* = r_l^*(r)$.

Конечно, при $r > r_{гр}$ новые частицы не образуются, но построенная зависимость позволяет представить, как быстро должны расти ледяные частицы, образовавшиеся вблизи поверхности реагента, чтобы они оказались гетерофазными в невозмущенной части облака.

6. Перейдите теперь к расчету Ω_l . Формула (1) с учетом выражения (7) приобретает вид

$$\Omega_l = 10^{24} \left(\frac{E_{обл}}{E_0} \right)^2 \cdot 10^{-\frac{1}{3 \lg^2 f_l} \left(\frac{1220}{T} - 1 \right)^3}, \quad (8)$$

где Ω — в см⁻³·с⁻¹.

Используя найденные ранее значения T и f_l , рассчитайте вероятность образования ледяных зародышей внутри зоны спонтанной сублимации ($R \leq r \leq r_{гр}$). Постройте график $\Omega_l = \Omega_l(r)$. Обратите внимание на то, что объем, где происходит интенсивное ядрообразование, существенно уменьшился по сравнению с найденным ранее (см. п. 4).

7. Оцените теперь общее число ледяных зародышей, образующихся в единицу времени вокруг частицы реагента:

$$W = 4\pi \int_R^{r_{гр}} \Omega_l r^2 dr. \quad (9)$$

Поскольку интеграл (9) в квадратурах не вычисляется, выполните графическое интегрирование. С этой целью постройте график зависимости $\Omega_{\text{л}} \cdot r^2$ от r .

Предостережение. Для того чтобы не наделать ошибок при графическом интегрировании, график нужно построить в натуральном (не логарифмическом) масштабе!

Найдите по графику площадь, ограниченную кривой, определите масштаб единицы площади и, умножив значение интеграла на 4л, вычислите суммарную вероятность W .

8. Найдите вид зависимости $W = W(T_{\text{обл}})$. С этой целью повторите все расчеты, необходимые для вычисления интеграла (9), при нескольких (трех-четырех) значениях температуры облака $T_{\text{обл}}$ (и соответственно $E_{\text{обл}}$) в диапазоне от $T_{\text{обл}} = 273$ К до $T_{\text{обл}} \geq T_R$. (Воспользуйтесь для выполнения этой части задания вычислительной техникой — см. дополнения 1 и 2.)

9. Проанализируйте полученные результаты. Рассмотрите при этом допущения, принятые в расчетной схеме; оцените какие из результатов завышены, какие — занижены. Учтите, в частности, при анализе, что условие $e = \text{const}(r) = E_{\text{обл}}$ в реальных процессах не выполняется. Пар расходуется как на образование, так и на рост зародышей в зоне охлаждения.

Дополнение 1. Реализация вычислений на программируемом микрокалькуляторе

Предложенные выше расчеты по заданию были ориентированы на использование табличных значений давления насыщенного водяного пара над водой и льдом. Для более эффективного использования возможностей вычислительной техники зададим зависимости $E_{\text{в(л)}} = E_{\text{в(л)}}(T)$ аналитически, например формулами Магнуса (см. приложение 3). Тогда для непосредственного расчета формулы (5) можно представить в виде

$$f_{\text{в}} = \frac{E_{\text{обл, в}}}{E_{T \text{ в}}} = 10^{7,63 \frac{T_{\text{обл}} - T_0}{T_{\text{обл}} - 31,25} - 7,63 \frac{T - T_0}{T - 31,25}}, \quad (\text{Д. 1})$$

$$f_{\text{л}} = \frac{E_{\text{обл, л}}}{E_{T \text{ л}}} = 10^{7,63 \frac{T_{\text{обл}} - T_0}{T_{\text{обл}} - 31,25} - 9,5 \frac{T - T_0}{T - 7,65}}. \quad (\text{Д. 2})$$

Решая последовательно уравнения (4), (Д.1), (Д.2), (6), (7), (8), можно рассчитать все перечисленные в п. 1—7 характеристики как функции безразмерного расстояния от поверхности реагента $r/R \in [1, \infty]$.

Вычислительная часть задания реализована в виде двух программ (программы 1.1 и 1.2), ориентированных на использование ПМК типа «Электроника БЗ-34», МК-56 и более совершенных модификаций.

Программа 1.1. Расчет T , f_B , f_L , $f_{кр.в.}$, r_L^* , Ω_L

Распределение регистров памяти

РП	0	1	2	3	4	5	6
x	273,15 (T_0)	$T_{обл}$	T_R	—	T	f_B	f_L
РП	7	8	9	A	B	C	D
x	$f_{кр}$	r_L^*	Ω_L	7,63	3125	$0,174 \cdot 10^{-7}$	1220

Примечание. При составлении программы использовано случайное совпадение численных параметров 7,63 и 7,65 в уравнении (Д.2). Далее везде они приняты равными 7,63 (регистр ПА).

Текст программы 1.1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	F1/x	П-х2	П-х1	—	×	П-х1	+	х-П4	П-х1	П-х0
1	—	П-х1	П-хВ	—	÷	П-хА	×	х-П3	П-х0	П-х4
2	—	П-х4	П-хВ	—	÷	П-хА	×	+	F10 ^x	х-П5
3	П-х0	П-х4	—	П-х4	П-хА	—	÷	9	,	5
4	×	П-х3	+	х-П9	F10 ^x	х-П6	8	5	4	П-х4
5	÷	1	—	F√—	FBx	×	5	÷	F10 ^x	х-П7
6	П-хД	П-х4	÷	1	—	В↑	П-хС	×	П-х9	÷
7	х-П8	↔	Fx ²	FBx	×	3	÷	П-х9	Fx ²	÷
8	/—/	П-х3	2	×	+	2	4	+	х-П9	F10 ^x
9	х-П9	С/П	В/О							

Пояснения к программе

1. Команды 56, 57: вместо умножения на 0,2 осуществляется деление на 5.
2. Команды 72, 73, 74 эквивалентны операции возведения в третью степень (x^3).
3. По команде 88 в память П9 записывается значение $\lg \Omega_L$, а по команде 90 в эту же ячейку памяти записывается собственно Ω_L . Сделано это с целью сохранения результата расчета, если $|x| = |\lg \Omega_L| > 99$, так как в этом случае команда 10^x не выполняется — на индикаторе появляется "error".

Работа с программой

Нажмите последовательно клавиши «F», «ПРГ» и наберите программу от 00 до 92. Нажмите клавиши «F», «АВТ» и введите исходные для вашего варианта значения переменных и все константы — в соответствии с распределением регистров памяти. Наберите в x значение r/R и запустите расчет: «В/О», «С/П». После останова на индикаторе появится значение Ω_L при заданном значении r/R . Извлеките из регистров памяти П5—П8 значения переменных f_B , f_L , $f_{кр.в.}$, r_L^* (в любой последовательности). Запишите их в таблицу. Наберите новое значение r/R и повторите все операции.

Контрольный пример. Дано: $T_{обл}=263$ К, $T_R=195$ К, $r/R=1$. В результате расчета получено: $\Omega_{л}=4,5 \cdot 10^{19}$ см⁻³·с⁻¹, $T=195$ К, $f_{в}=2028,8$, $f_{л}=4247,9$; $\kappa_{\Sigma, в}=17,479$; $r_{л}^*=2,52 \cdot 10^{-8}$ см.

Программа 1.2. Численное интегрирование уравнения (9)

Используем при интегрировании модифицированный метод прямоугольников. Разобьем область интегрирования на n отрезков длиной Δr и перейдем к шагу интегрирования $\delta = \Delta r/R$. Тогда середину i -го интервала ($i = 0, n$) можно задать выражением

$$r_i = R[1 + \delta(i + 0,5)]. \quad (Д.3)$$

Соответственно формулы (4), (8), (9) с учетом выражений (Д.1)–(Д.3) запишем в виде, удобном для организации вычислений:

$$T_i = T_{обл} + \frac{T_R - T_{обл}}{1 + \delta(i + 0,5)}, \quad (Д.4)$$

$$\lg \Omega_{л, i} = 24 + 2 \cdot 7,63 \frac{T_{обл} - T_0}{T_{обл} - 31,25} - \left(\frac{1220}{T_i} - 1 \right)^3 \times \\ \times \frac{1}{3 \left(7,63 \frac{T_{обл} - T_0}{T_{обл} - 31,25} - 9,5 \frac{T_i - T_0}{T_i - 7,63} \right)^2}, \quad (Д.5)$$

$$W = 4\pi R^3 \delta \sum_{i=1}^{\kappa_{\Sigma}} \Omega_{л, i} [1 + \delta(i + 0,5)]^2. \quad (Д.6)$$

Распределение регистров памяти

РП	0	1	2	3	4	5	6
x	273,15	$T_{обл}$	T_R	κ	T_i	R	κ_{Σ}
РП	7	8	9	A	B	C	D
x	δ	W	$\Sigma \Omega_{л, i} [1 + \delta(i + 0,5)]^2$	7,63	31,25	9,5	1220

Текст программы 1.2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	П-х2	П-х1	—	П-х6	П-х3	—	0	+	5	+
1	П-х7	×	1	+	х-П8	÷	П-х1	+	х-П4	П-х1
2	П-х0	—	П-х1	П-хВ	—	÷	П-хА	×	В↑	В↑
3	П-х4	П-х0	—	П-х4	П-хА	—	÷	П-хС	×	—
4	Fx^2	F^1/x	П-хD	П-х4	÷	1	—	Fx^2	2	×
5	3	÷	×	/—/	↔	2	×	+	FL3	4
6	+	$F10^x$	П-х8	Fx^2	×	П-х9	+	х-П9	×	00
7	4	×	$F\pi$	×	П-х5	Fx^2	FBx	×	×	П-х7
8	×	х-П8	С/П	В/О						

Пояснения к программе

Интеграл (9) или сумма (Д.6) вычисляются тем точнее, чем меньше значение δ и, соответственно, чем больше число шагов n . Однако при этом требуется слишком много времени работы ПМК. При неосторожном выборе сли-

ком большого значения δ результат интегрирования окажется очень грубым. Программа построена таким образом, что можно заранее задать заведомо достаточное число шагов n , продублировав их в регистрах памяти ПЗ и П6. Можно, однако, вести расчет, следя за изменением значения W . При этом число циклов интегрирования задается в регистре ПЗ. При обращении к этому регистру по команде 68 происходит уменьшение содержащегося в нем числа шагов на единицу. А в регистре П6 задается общее число шагов от начала интегрирования k_{Σ} . В зависимости от характера изменения $W_{(i)}$ можно изменять и δ , и k .

Работа с программой

После нажатия клавишей «F», «ПРГ» наберите последовательно программу от 00 до 83. Перейдите в режим автоматической работы («F», «ABT») и введите в регистры памяти постоянные коэффициенты, исходные данные вашего варианта, выбранное значение δ и число шагов в первом цикле. Рекомендуется для проверки работоспособности программы и правильности выбора δ задать для первого цикла $k = 1$ и, естественно, $k_{\Sigma} = 1$. Нажатием клавиши «B/O», «C/П» запустите расчет. После останова на индикаторе можно прочесть значение $W_{(1)}$. Наберите теперь снова $k = 1$, а $k_{\Sigma} = 1 + 1 = 2$ и выпишите значение интеграла после второго шага — $W_{(2)}$. Сравните значения $W_{(1)}$ и $W_{(2)}$. Если они практически не отличаются друг от друга, значит δ слишком велико. Очистите регистр 9 («Сх», «х-П9»), задайте уменьшенное значение δ и повторите расчеты. Если $W_{(2)}$ существенно больше $W_{(1)}$, то продолжайте расчет, задавая $k \geq 1$ и суммируя в регистре П6 общее число шагов.

Контрольный пример. Дано: $T_{обл} = 263$ К, $T_R = 195$ К, $R = 1$ см, $\delta = 0,05$.

Результаты расчета

k	k_{Σ}	$W_{k_{\Sigma}} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$
1	1	$2,18 \cdot 10^{19}$
1	2	$3,45 \cdot 10^{19}$
2	4	$4,55 \cdot 10^{19}$
6	10	$4,973 \cdot 10^{19}$
10	20	$4,978 \cdot 10^{19}$

Легко видеть, что после $k_{\Sigma} = 10$ нарастание интеграла пренебрежимо мало; продолжение расчета не имело смысла.

Выполните аналогичные расчеты для разных $T_{обл}$, сохраняя все остальные параметры постоянными.

Внимание: изменяя $T_{обл}$, не забудьте очистить регистр П9 от предыдущего результата W .

Дополнение 2. Реализация задания на ПЭВМ

В прилагаемой программе реализованы одновременно задания 1 и 2. По смыслу они продолжают друг друга, поэтому целесообразно выполнять анализ по обоим заданиям сразу. Формы представления результатов оговорены в текстах заданий.

Контрольные вопросы

1. Что такое гетерофазный зародыш?
2. Какой физический процесс называют спонтанной сублимацией?
3. Что такое критическое пересыщение?
4. Как изменяется критическое пересыщение при понижении температуры?
5. Как из формулы (1) получить формулу (6)?
6. Как найти объем зоны спонтанного ядрообразования?
7. Покажите, как выводится формула (9).
8. Какова природа действия хладореагентов?

Задачи

1. На некотором расстоянии от гранулы углекислоты температура воздуха составляет -32°C . Находится ли эта точка внутри зоны спонтанной конденсации, если температура облака равна -5°C .

2. В переохлажденное облако при температуре -10°C вводится углекислота. До какого размера должны вырасти ледяные зародыши в зоне охлаждения вблизи гранулы углекислоты, чтобы они оказались жизнеспособными в облаке?

Варианты исходных данных

Номер варианта	$T_{\text{обл}} \text{ K}$	$R \text{ см}$	$T_R \text{ K}$	Реагент
1	268	0,1	194	CO_2
2	268	0,2	194	CO_2
3	268	0,3	194	CO_2
4	268	0,4	194	CO_2
5	268	0,5	194	CO_2
6	263	0,1	194	CO_2
7	263	0,2	194	CO_2
8	263	0,3	194	CO_2
9	263	0,4	194	CO_2
10	263	0,5	194	CO_2
11	263	0,1	231	C_3H_8
12	263	0,2	231	C_3H_8
13	263	0,3	231	C_3H_8
14	268	0,1	231	C_3H_8
15	268	0,2	231	C_3H_8
16	268	0,3	231	C_3H_8

Список рекомендуемой литературы: [1], с 1—50; [14], п. 1.1—1.4, 2.5; [19], п. 18.11; [29], глава X, п. 67.

Приложение к заданию 1

Программа реализации задания на ПЭВМ «Электроника-85»

```

SET NO DOUBLE
10 PRINT \ PRINT \ PRINT \ PRINT "      ПРОГРАММА << HLADOREAGENT>>"
20 PRINT \ PRINT \ PRINT \ PRINT "      Природа действия хладореагентов."
30 PRINT " Расчет льдообразующей активности хладореагентов "
40 PRINT "      Композиция заданий 1 и 2"
50 PRINT \ PRINT \ PRINT "<< Введите исходные данные для Вашего варианта:"
60 PRINT " -температура облака TOBL(K) ="; \ INPUT TOBL
70 PRINT " -температура реагента TR(K) ="; \ INPUT TR
80 PRINT " -плотность реагента ROR(кг/м^3)="; \ INPUT ROR
90 PRINT " -теплота испарения реагента LR(дж/кг)="; \ INPUT LR
100 PRINT " -радиус частицы реагента R0(м)="; \ INPUT R0
110 PRINT \ PRINT " Внимание! Программой решаются следующие задачи:"
120 PRINT " 1. Расчет параметров T, Fв, Fл, Fкрит., Rкритер., Omega(Oм), W,"
130 PRINT "    как функций расстояния от центра частицы r при e=Ев, обл. "
140 PRINT " 2. Расчет суммарной вероятности образования ледяных зародышей"
150 PRINT "    вокруг частицы реагента W при разных температурах облака "
160 PRINT " 3. Расчет времени TAU и пути h испарения частицы реагента,"
170 PRINT "    количества активных ледяных частиц, образующихся вокруг "
180 PRINT "    частицы реагента в ед. времени, n и льдообразующей активности"
190 PRINT "    реагента N лоз при различных температурах облака "
200 PRINT " 4. Расчет времени TAU и пути h полного испарения частиц реагента"
210 PRINT "    в зависимости от их исходного размера R0 при заданной Tobl"
220 PRINT \ PRINT "      Наберите номер выбранной Вами задачи"; \ INPUT N0
230 A=1260\LAM=.0238\P=1000\B=.1
240 K=0\X=1\W=0\DX0=.01\T0=273.15\EO=6.107\DX=DX0 \ PRINT \ PRINT
250 ON N0 GOTO 260,540,640,790
260 PRINT "   Задайте то предельное значение Xмакс=тмакс/R, на котором Вы"
270 PRINT "   хотите закончить расчет: Xмакс="; \ INPUT XM
280 PRINT \ PRINT "      Результаты расчетов для задачи 1 " \ PRINT
290 PRINT "r, см      T,K      Fв      Fл      Fкр Rг, мм Oм, 1/(м^3*с) W, 1/с"
300 RR=(X+DX/2)*R0 \ IF X>XM THEN 450
310 T=TOBL+(TR-TOBL)/(X+DX/2)
320 ENT=EO*10^(7.63*(T-T0)/(T-31.25))\ELT=EO*10^(9.5*(T-T0)/(T-7.65))
330 EMOBL=EO*10^(7.63*(TOBL-T0)/(TOBL-31.25))\FN=EMOBL/ENT
340 FL=EMOBL/ELT\FKR=10^(1.2*(854/T-1)^1.5)\RG=.174*(1220/T-1)/LOG10(FL)
350 LOM=30+2*LOG10(EMOBL/EO)-(1220/T-1)^3/3/(LOG10(FL)*LOG10(FL))
360 IF LOM<-10 THEN LOM=-10
370 OM=10^LOM\DN=4*3.14159*R0^3*DX*(X+DX/2)^2*OM\W=W+DN
380 IF N0=2 GOTO 440
390 PRINT USING "#.###",RR*100; \ PRINT USING " ###.##",T;

```

```

400 PRINT USING " ####.##",FW;\ PRINT USING " ####.##",FL;
410 PRINT USING " ##.##",FKR;\ PRINT USING " #.###",RG,
420 PRINT USING " #.###",OM,\ PRINT USING " #.###",W
430 K=K+1\ IF K=INT(K/15)*15 GOTO 500
440 DX=DX+DX0\X=X+DX\ GOTO 300
450 IF N0=2 THEN RETURN
460 PRINT " Расчет закончен.Скопируйте результаты для анализа."
470 PRINT " Для решения следующей задачи наберите 1, для перехода к "
480 PRINT " другому варианту задания 2,выход из программы 3";\ INPUT N
490 ON N GOTO 110,50,890
500 PRINT "Техническая остановка.Скопируйте результаты для анализа."
510 PRINT "Для продолжения расчетов наберите 0,переход к другой задаче 1,"
520 PRINT " другому варианту задания 2,выход из программы 3";\ INPUT N1
530 K=0\ ON N1+1 GOTO 290,110,50,890
540 PRINT " Результаты расчета для задачи 2 "
550 PRINT \ PRINT " Тобл,K W,1/c log W "\ PRINT
560 FOR TOBL=273 TO TR STEP -5
570 GOSUB 310
580 IF W<10^-10 THEN W=10^-10
590 PRINT TOBL,W,LOG10(W)\X=1\W=0\DX=DX0\N1=2\ NEXT TOBL
600 PRINT " Скопируйте результаты для анализа.Для перехода к задачам 2,3,4 "
610 PRINT " наберите 1,задаче 1 и другому варианту задания наберите 2,"
620 PRINT " выход из программы 3";\ INPUT N3
630 ON N3 GOTO 110,50,890
640 PRINT \ PRINT " Результаты расчета для задачи 3 "\ PRINT
650 PRINT " Тобл,K TAU исп.,с h исп.,м n,1/c N лоз,1/кг "
660 PRINT \TOBL=273\DT0=1\DT=0
670 EMOBL=E0*10^(7.63*(TOBL-T0)/(TOBL-31.25))
680 ENTR=E0*10^(7.63*(TR-T0)/(TR-31.25))\ IF TOBL<TR GOTO 750
690 TAU=4/5*ROR*LR/A/LAM*R0^1.25/(TOBL-TR)
700 FKR=10^(.2*(854/TR-1)^1.5)\HI=B*ROR*LR/LAM*R0^1.75/(TOBL-TR)
710 NS=.17E+14*R0*(EMOBL-FKR*ENTR)/P*(273-TOBL)^3
720 NLOA=.14E+10/R0^.75*LR/LAM*(EMOBL-FKR*ENTR)/P*(273-TOBL)^3/(TOBL-TR)
730 IF EMOBL<FKR*ENTR THEN NS=0\NLOA=0
740 PRINT TOBL,TAU,HI,NS,NLOA\DT=DT+DT0\TOBL=TOBL-DT\ GOTO 670
750 PRINT " Скопируйте результаты для анализа.Для перехода к задачам 2,3,4 "
760 PRINT " наберите 1,задаче 1 и другому варианту задания наберите 2,"
770 PRINT " выход из программы 3";\ INPUT N4
780 ON N4 GOTO 110,50,890
790 PRINT \ PRINT " Повторите ввод температуры облака TOBL=";\ INPUT TOBL
800 PRINT \ PRINT \ PRINT " Результаты расчета для задачи 4 "
810 PRINT \ PRINT " R0,см TAU исп.,с h исп.м "
820 FOR R0=.01 TO 0 STEP -.0005
830 TAU=4/5*ROR*LR/A/LAM*R0^1.25/(TOBL-TR)
840 HI=B*ROR*LR/LAM*R0^1.75/(TOBL-TR)\ PRINT R0*100,TAU,HI\ NEXT R0
850 PRINT " Скопируйте результаты для анализа.Для перехода"
860 PRINT " к другому варианту задания наберите 2, выход "
870 PRINT " из программы 3";\ INPUT N5
880 IF N5=2 GOTO 50
890 END

```

ЗАДАНИЕ 2

РАСЧЕТ ЧИСЛА ЛЕДЯНЫХ КРИСТАЛЛОВ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ ПРИ ВНЕСЕНИИ ХЛАДОРЕАГЕНТОВ В ОБЛАКО

В задании 1 расчет вероятности образования гетерофазных зародышей выполняется при условии, что содержание водяного пара в облаке и у поверхности частицы хладореагента одно и то же ($e = E_{\text{обл}}$). В реальных условиях водяной пар, «израсходованный» на образование и рост кристаллов и капель, восполняется с конечной скоростью (определяемой скоростью диффузии). Таким образом, одновременно с уравнением притока тепла следует рассматривать уравнение притока пара. Решение первого из них для установившегося процесса приведено в задании 1:

$$\frac{T - T_{\text{обл}}}{T_R - T_{\text{обл}}} = \frac{R}{r}, \quad (1)$$

где T — температура воздуха на расстоянии r от центра частицы, $T_{\text{обл}}$ — температура облака, R — радиус частицы реагента, T_R — температура поверхности реагента.

Анализ результатов, полученных в задании 1, показывает, что вероятность спонтанного ядрообразования резко возрастает с приближением к поверхности реагента. Поэтому для упрощения выкладок будем полагать, что гетерофазные зародыши образуются в бесконечно тонком слое непосредственно у поверхности реагента при $r = R$.

Уравнение диффузии водяного пара для установившегося состояния имеет вид

$$\frac{\partial^2 (re)}{\partial r^2} = 0. \quad (2)$$

Здесь содержание пара описывается его парциальным давлением e .

Зададим граничные условия. Одно из них определяется легко: при $r \rightarrow \infty$ имеем $e = E_{\text{обл}}$ (давлению пара, насыщенного при температуре облака над водой). Другое граничное условие нужно задать при $r = R$. Для спонтанной конденсации необходимо, чтобы пересыщение было больше критического. Таким образом, условие полного «расхода» пара на спонтанное ядрообразование будет описываться выражением $e_R = f_{\text{кр} R} E_R$, где e_R — парциальное давление водяного пара в воздухе у поверхности гранулы, E_R — давление водяного пара, насыщенного при температуре поверхности реагента. При этих условиях решение уравнения (2) имеет вид

$$d = E_{\text{обл}} - \frac{R}{r} (E_{\text{обл}} - f_{\text{кр} R} E_R) \quad (3)$$

Термодинамическая вероятность образования зародышей еще не характеризует действительное число зародышей, капель и

кристаллов, которые диффундируют от хладореагента в облако. Дело в том, что жизнеспособными в облаке могут быть только те частицы, которые успевают вырасти в зоне охлаждения до значительных размеров. Если, например, влажность в облаке практически равна 100 %, то это означает, что мелкие капли, образовавшиеся в зоне охлаждения, испарятся сразу же, как только в результате турбулентного обмена они окажутся вне зоны охлаждения. Ледяные зародыши в переохлажденном облаке имеют больше возможностей вырасти и сохраниться, так как в невозмущенной части переохлажденного облака существует пересыщение относительно льда.

Рассмотрим некоторую граничную поверхность, концентрически окружающую частицу хладореагента, и прилегающий к ней объем воздуха. Через эту поверхность с одной стороны идет поток водяного пара к частице реагента, с другой — от частицы — поток ледяных зародышей. В установившемся состоянии оба потока равны.

Используя уравнение Максвелла, можно показать, что поток пара описывается формулой

$$J = 4\pi DR \frac{\mu}{M} \frac{\rho_{\text{вх}}}{p} (E_{\text{обл}} - f_{\text{к, R}} E_R), \quad (4)$$

где D — коэффициент диффузии водяного пара; ρ и M — молярные массы водяного пара и воздуха соответственно, $\rho_{\text{вх}}$ и p — плотность и давление воздуха.

В невозмущенной части облака — вне зоны охлаждения — жизнеспособными окажутся только те ледяные частицы, которые успели вырасти до размеров гетерофазного ледяного зародыша, соответствующего пересыщению $E_{\text{обл в}}/E_{\text{обл л}}$,

$$r_{\text{л}}^* = \frac{2\sigma_{\text{п-л}}}{\rho_{\text{л}} k N_A T \ln \left(\frac{E_{\text{обл в}}}{E_{\text{обл л}}} \right)}. \quad (5)$$

Произведя замену

$$\ln \frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{л}}} \simeq \frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{л}}} - 1 \simeq 10^{-2} (273 - T_{\text{обл}}) \quad (6)$$

и подставляя все постоянные, находим

$$r_{\text{л}}^* = \frac{1,5 \cdot 10^{-7}}{273 - T_{\text{обл}}}, \quad (7)$$

где $r_{\text{л}}^*$ — в метрах, если $T_{\text{обл}}$ — в кельвинах.

Тогда число ледяных кристаллов, выходящих из зоны спонтанной сублимации в единицу времени, описывается выражением

$$n = \frac{J}{4/3 \pi \rho_{\text{л}} r_{\text{л}}^{*3}} = 1,7 \cdot 10^{13} R \frac{E_{\text{обл}} - f_{\text{к, R}} E_R}{p} (273 - T_{\text{обл}})^3. \quad (8)$$

Здесь n измеряется в с^{-1} , если R — в метрах; E и p следует подставлять в одинаковых единицах, например в гектопаскалях.

Эти выкладки сделаны для частицы реагента, неподвижной относительно окружающего воздуха. Скорость распространения «волны холода» от частицы хладореагента обычно больше скорости

ее падения относительно воздуха. Поэтому можно полагать, что порядок числа ледяных зародышей, рассчитанного по формуле (8), не изменится, если относить его также к падающей в облаке частице реагента.

Скорость испарения сравнительно крупной сферической частицы углекислоты или капли пропана, падающей в воздухе, определяется приближенной формулой

$$-\frac{dR}{d\tau} = \frac{\lambda(T_{\text{обл}} - T_R)}{R\rho_p L_p} \varphi(\text{Re}) \simeq \frac{A\lambda(T_{\text{обл}} - T_R)}{R^{1/4}\rho_p L_p}, \quad (9)$$

где λ — коэффициент теплопроводности воздуха, ρ_p — плотность реагента, L_p — теплота испарения реагента, $\varphi(\text{Re})$ — ветровой множитель, A — размерный численный множитель: $A = 1,26 \times 10^3 \text{ м}^{-3/4}$.

Разделяя в формуле (9) переменные и интегрируя по времени от нуля до $\tau_{\text{исп}}$, а по размерам от R_0 до нуля, найдем время полного испарения частицы реагента

$$\tau_{\text{исп}} = \frac{4}{5} \frac{\rho_p L_p}{A\lambda} \frac{R_0^{5/4}}{T_{\text{обл}} - T_R}. \quad (10)$$

Путь, который до полного испарения проходит частица с начальным радиусом R_0 , составляет

$$h_{\text{исп}} = B \frac{\rho_p L_p}{\lambda} \frac{R_0^{7/4}}{T_{\text{обл}} - T_R}, \quad (11)$$

численный множитель $B = 0,1 \text{ м}^{5/4} / \text{с}$.

Суммарное число ледяных кристаллов, образующихся за время существования частицы реагента

$$n_{\Sigma} = \int_0^{\tau_{\text{исп}}} n d\tau = c \frac{\rho_p L_p}{\lambda} R_0^{9/4} \frac{(E_{\text{обл}} - f_{\text{кр}} R E_R)}{p} \frac{(273 - T_{\text{обл}})^3}{T_{\text{обл}} - T_R}, \quad (12)$$

где $c = 6 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1/4} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{К}^{-3}$.

Содержание работы *

1. По формуле (1) рассчитайте изменение температуры вокруг частицы хладореагента, задавая $r = R; 1,1 R; 1,2 R; 1,3 R; 1,5 R; 2R; 3R; 5R; 10R; \infty$.

2. По формуле

$$\lg f_{\text{кр}} = 0,2 \left(\frac{854}{T} - 1 \right)^{3/2} \quad (13)$$

рассчитайте критическое пересыщение как функцию r , используя в качестве значений T результаты, полученные при решении задачи п. 1.

3. По формуле (3) рассчитайте распределение парциального давления водяного пара как функции r , подставляя в формулу (3)

* Реализация основной части этого задания на ПЭВМ приведена в приложении к заданию 1.

значение $f_{кр R}$, найденное при $T = T_R$. Перейдите от $f_{кр} = f_{кр}(r)$ к $e_{кр}$ — критическому давлению водяного пара, при котором начинается спонтанное ядрообразование. Используйте для этого очевидное соотношение $e_{кр} = f_{кр} E_T$.

Результаты расчетов e и $e_{кр}$ представьте на одном графике. Обратите внимание на то, что при этом по смыслу повторяются зависимости $f_{кр}(r)$ и $f_v(r)$, рассмотренные в задании 1. Однако здесь представлены распределения не относительных, а абсолютных характеристик. В связи с этим появляется кажущаяся противоположность графических зависимостей. Абсцисса пересечения кривых e и $e_{кр}$, как и в задании 1, является границей зоны спонтанного ядрообразования.

4. По формуле (8) рассчитайте число ледяных кристаллов n , образующихся в единицу времени вокруг частицы реагента радиусом R_0 (заданным в таблице вариантов) при различных температурах облака. Расчеты выполните для диапазона температур $273 - T_R$. Результаты представьте в виде графика $n = n(T_{обл})$. Анализируя этот график, обратите внимание на рассчитанную в задании 1 зависимость $W = W(T_{обл})$, отражающую вероятность образования ледяных зародышей в единицу времени вокруг частицы реагента. Чем определяются различие и сходство этих зависимостей?

5. Исследуйте зависимость $\tau_{исп}$ и $h_{исп}$ от размеров частицы реагента и температуры облака. С этой целью рассчитайте по формулам (10), (11) $\tau_{исп}$ и $h_{исп}$ и постройте их зависимости от радиуса R_0 (варьируя его от $0,5 \cdot 10^{-3}$ до 10^{-2} м) при $T_{обл}$, заданной в таблице вариантов, а также их зависимость от температуры $T_{обл}$ (в интервале $243 - 273$ К) при заданном R_0 .

6. Проанализируйте теперь, как изменяется льдообразующая активность реагента с изменением температуры облака. Для того чтобы перейти к льдообразующей активности N , значения n_x , рассчитанные по формуле (12), отнесем к массе частицы реагента. Тогда

$$N = 1,4 \cdot 10^9 \cdot R_0^{-3/4} \frac{L_p}{\lambda} \frac{(E_{обл} - f_{кр R} E_R)}{p} \frac{(273 - T_{обл})^3}{T_{обл} - T_R}, \quad (14)$$

где численный множитель $1,4 \cdot 10^9$ выражается в $\text{м}^{-1/4} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{К}^3$.

При подстановке всех параметров в единицах СИ размерность N получим в кг^{-1} .

По формуле (14) рассчитайте и постройте зависимость $N = N(T_{обл})$ в диапазоне температур $243 - 273$ К. На этот же график для сравнения перенесите результаты экспериментов по определению льдообразующей активности, представленные на рис. 2.1 и 2.2.

Внимание: на рисунках льдообразующая активность отнесена к 1 г!

Сравнивая результаты расчета с результатами эксперимента, обратите внимание как на большой разброс экспериментальных данных, так и на то, что в соответствии с формулой (14) льдообразующая активность зависит от размера частиц реагента.

Контрольные вопросы

1. Какова природа действия хладореагентов?
2. Что такое льдообразующая активность реагента?
3. Как изменяется число ледяных кристаллов, образующихся при внесении реагента в облако, в зависимости от температуры облака?
4. Какими факторами определяется оптимальный размер частиц реагента?

Задачи

1. Засев переохлажденного облака осуществляется с самолета, летящего над верхней кромкой облака. На гранулы какого размера следует дробить углекислоту, чтобы добиться максимальной эффективности ее использования при условии, что облако засеивается по всей его толще, но в подоблачный слой гранулы не выпадают. Температура облака -10°C , плотность гранул углекислоты 700 кг/м^3 , мощность облака: а) 250 м, б) 500 м, в) 1000 м.

2. Определите температуру облака, при которой образование ледяных частиц вокруг капель пропана оказывается практически невозможным. Найдите аналогичный предел льдообразующей активности «сухого» льда.

3. Какое количество пропана надо распылить, чтобы в переохлажденном тумане над ВПП в объеме $2000 \times 100 \times 50 \text{ м}$ создать концентрацию ледяных кристаллов 10^4 м^{-3} . Температура тумана -5°C . Характерный размер капель пропана 0,25 мм.

Варианты исходных данных

Номер варианта	$T_{\text{обл}} \text{ К}$	$R_0 \text{ м}$	Реагент
1	268	0,002	CO_2
2	268	0,004	CO_2
3	268	0,006	CO_2
4	268	0,008	CO_2
5	268	0,010	CO_2
6	263	0,002	CO_2
7	263	0,004	CO_2
8	263	0,006	CO_2
9	263	0,010	CO_2
10	258	0,002	CO_2
11	268	0,0005	C_3H_8
12	268	0,0010	C_3H_8
13	263	0,0005	C_3H_8
14	263	0,0010	C_3H_8
15	258	0,0005	C_3H_8

Примечание. Плотность гранул углекислоты зависит от способа их получения. Для прессованной углекислоты $\rho(\text{CO}_2) = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность пропана $\rho(\text{C}_3\text{H}_8) \approx 900 \text{ кг/м}^3$. Температура реагента: $T_R(\text{CO}_2) = 194 \text{ К}$, $T_R(\text{C}_3\text{H}_8) = 240 \text{ К}$; теплота испарения $L(\text{CO}_2) = 5,74 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, $L(\text{C}_3\text{H}_8) = 3,8 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

Список рекомендуемой литературы: [29], с. 338—347; [8], с. 142—145; [18], п. 18.11; [1], с. 1—50; [14], п. 2.5.

Приложение к заданию 2

Льдообразующая активность хладореагентов: результаты экспериментов

В обзоре [1] анализируется большое число работ, посвященных теоретическим и экспериментальным исследованиям хладо-

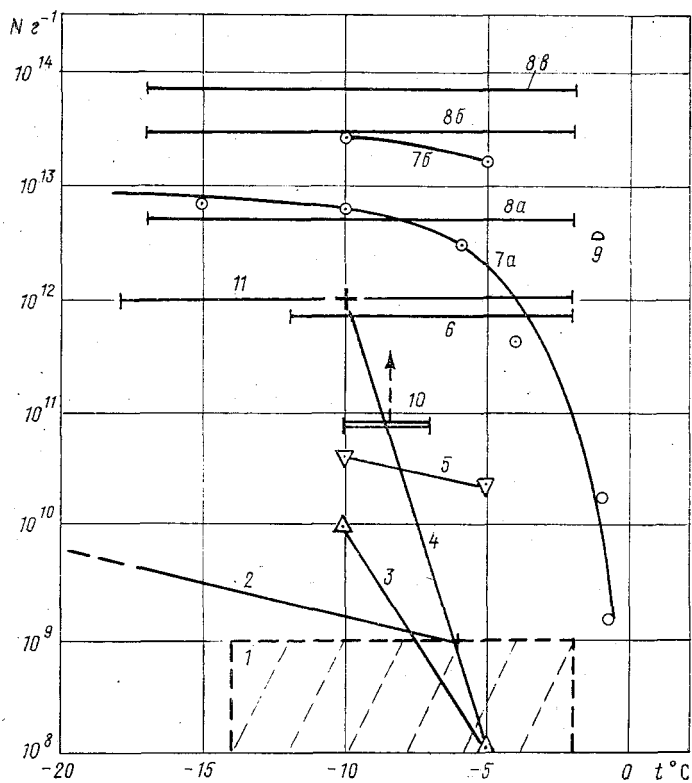


Рис. 2.1. Льдообразующая активность N «сухого льда» (CO_2) при разных температурах по результатам измерений различных авторов.

1—9 — результаты лабораторных опытов; 10, 11 — данные натурных экспериментов.

реагентов. В частности, приводятся сведения о льдообразующей активности наиболее распространенных реагентов — углекислоты (CO_2) и пропана (C_3H_8). Попытка обобщения этих сведений представлена на рис. 2.1 и 2.2. Используя их, следует иметь в виду, что лабораторные опыты проводились в различных условиях — в камерах разного объема, при разных скоростях обдува, различными

были методики отбора проб и способы расчета льдообразующей активности. Как правило, отсутствуют данные о дисперсности реагента. Все эти обстоятельства являются оправданием громадного разброса на рис. 2.1.

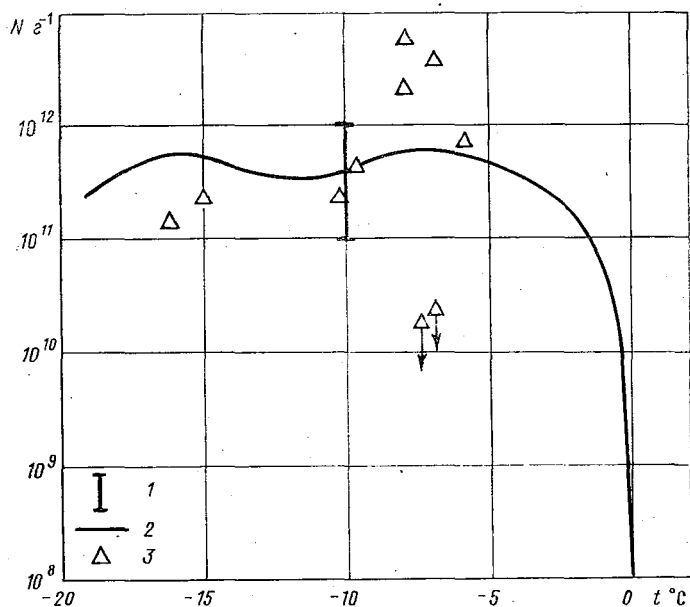


Рис. 2.2. Льдообразующая активность N пропана (C_3H_8).

1 и 2 — результаты лабораторных опытов, 3 — данные натурального эксперимента.

Здесь не приводятся ссылки на оригинальные работы — любознательный читатель найдет их в [1]. Нумерация работ на рисунках условная. Заметим только, что номерами 1—4 на рис. 2.1 отмечены данные из публикаций 20—40-летней давности, когда техника экспериментов была менее совершенной.

ЗАДАНИЕ 3

ЕСТЕСТВЕННАЯ КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ ОБЛАКОВ

Существуют два возможных механизма кристаллизации переохлажденной воды: *гомогенный*, когда зародышевые кристаллы льда образуются в чистой воде в результате флуктуаций — случайной группировки молекул, и *гетерогенный*, когда ледяные зародыши образуются на поверхности содержащихся в воде (или в воздухе) нерастворимых, но гидрофильных частиц — льдообразующих ядер (ЛОЯ). При этом независимо от вида механизма появление ледяных гетерофазных зародышей в переохлажденной воде есть процесс вероятностный.

Термодинамическая вероятность гомогенного образования зародышей в переохлажденной воде описывается уравнением [14]

$$\Omega_{\text{л}} = C_{\text{в}} \exp \left[-\frac{4\pi r_{\text{л}}^{*2} \sigma_{\text{в-л}}}{3kT} \right] \exp \left[-\frac{c\mu}{kN_A} \ln \frac{T_0}{T} \right], \quad (1)$$

где $C_{\text{в}}$ — постоянная, имеющая размерность $\Omega_{\text{л}}$; $r_{\text{л}}^*$ — радиус гетерофазного зародыша, $\sigma_{\text{в-л}}$ — поверхностное натяжение на границе вода—лед, k — постоянная Больцмана, N_A — число Авогадро, T — температура воды, T_0 — температура равновесия вода — лед ($T_0 = 273,15$ K), c — удельная теплоемкость и μ — молярная масса воды.

В правой части уравнения (1) — два экспоненциальных сомножителя. Первый из них характеризует возрастание вероятности появления ледяных зародышей с понижением температуры (чем ниже температура, тем меньше размер гетерофазного зародыша). Второй сомножитель отражает уменьшение вероятности с увеличением вязкости воды при понижении температуры.

Подставляя характерные значения параметров и используя приближенное соотношение $\ln(T/T_0) \simeq \frac{t}{T_0}$, можно формулу (1) привести к виду

$$\Omega_{\text{л}} = 3 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-\frac{8000}{t^2} + 0,015t}, \quad (2)$$

где $\Omega_{\text{л}}$ — в $\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, если t — в $^{\circ}\text{C}$.

Интенсивность гетерогенного льдообразования прежде всего зависит от концентрации ЛОЯ в каплях воды или в воздухе. В природе концентрация ЛОЯ весьма изменчива. В связи с этим найти универсальную зависимость для вероятности гетерогенного процесса не представляется возможным. Однако, обобщая многочисленные опыты для суммарного действия обоих механизмов, в диа-

пазоне температур практически от нуля до $-35 \dots -40^\circ\text{C}$ как наиболее вероятную можно использовать зависимость

$$\Omega_{\Sigma} = -3 \cdot 10^{-4} t \cdot 10^{-0,25t}, \quad (3)$$

где, как и в формуле (2), Ω_{Σ} — в $\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, t — в $^\circ\text{C}$.

В соответствии с теорией (см. [14]) доля замерзших капель как функция температуры t , радиуса капель r и времени τ при постоянной температуре (а значит, и постоянном Ω_{Σ}) может быть рассчитана по формуле

$$W = 1 - \exp[-4/3\pi r^3 \Omega_{\Sigma} \tau]. \quad (4)$$

Для облаков, где температура капель, увлекаемых вертикальными токами, не остается постоянной, удобно перейти от времени к температуре, вводя скорость охлаждения $dt/d\tau = \frac{dT}{d\tau} = \dot{T}$. Тогда

$$W = 1 - \exp\left[-\int_0^t 4/3\pi \frac{r^3}{\dot{T}} \Omega_{\Sigma} dt\right]. \quad (5)$$

При постоянных r и $\dot{T}$ доля замерзших капель является функцией параметра

$$X = \int_0^t \Omega_{\Sigma} dt. \quad (6)$$

Подставляя выражение (3) в формулу (6), получим для $X(t)$:

$$X(t) = -9 \cdot 10^{-4} [1 - (0,58t + 1) \cdot 10^{-0,25t}], \quad (7)$$

где $X(t)$ — в $\text{К}/(\text{см}^3 \cdot \text{с})$, если t — в $^\circ\text{C}$.

Учащемуся рекомендуется получить формулу (7), выполнив необходимые преобразования.

Для справки:

$$\int x e^{ax} dx = e^{ax} \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) + c.$$

Содержание работы

1. По формуле (2) рассчитайте удельную вероятность гомогенного образования ледяных зародышей в переохлажденной воде в зависимости от температуры. Расчеты выполните для диапазона температур $0 \dots -150^\circ\text{C}$. Результаты представьте в виде графика $\Omega_{\Sigma} = \Omega_{\Sigma}(t)$ или $\lg \Omega_{\Sigma} = \lg \Omega_{\Sigma}(t)$.

Рассчитайте по формуле (3) и нанесите на этот же график зависимость $\Omega_{\Sigma} = \Omega_{\Sigma}(t)$ ($\lg \Omega_{\Sigma} = \lg \Omega_{\Sigma}(t)$) в диапазоне температур $0 \dots -40^\circ\text{C}$, для которого эта формула справедлива.

Проанализируйте полученные результаты. Обратите внимание на вклад ЛОЯ в кристаллизацию воды при небольших переохлаждениях.

2. Оцените степень соответствия формулы (3) результатам эксперимента. На рис. 3.1 приведены результаты экспериментов разных авторов, отражающие зависимость температуры замерзания проб капель от их размера. Опыты проводились с целью исследования закономерностей как гомогенной, так и гетерогенной кристаллизации. В последнем случае наблюдается особенно большой разброс данных. Это обстоятельство определяется, вероятно, тем, что в опытах использовалась вода разной степени очистки, опыты проводились в среде, содержащей неконтролируемую концентрацию примесей, задавалась разная (часто непостоянная) скорость охлаждения.

Все экспериментальные данные относятся к средним для исследованных проб температурам замерзания, т. е. $W = 0,5$. Если предположить, что r и $\dot{T}$ в ходе опытов остаются постоянными, то из уравнения (5) можно получить (переходя от r к d — диаметру капель, как на рис. 3.1):

$$d^3 = \frac{4,2\dot{T}}{\pi X(t)}. \quad (8)$$

По формуле (8) рассчитайте зависимость $d = d(t)$ при трех различных скоростях охлаждения: $\dot{T} = -1$; $\dot{T} = -0,1$ и $\dot{T} = -0,01$ К/с. Скопируйте рис. 3.1, нанесите на него результаты ваших расчетов и проанализируйте их. Оцените степень соответствия результатов расчетов экспериментальным данным.

3. Рассчитайте процесс естественной кристаллизации для облаков различных форм. Если в формуле (5) применительно к облакам произвести замену:

$$\dot{T} = \frac{dt}{dz} \frac{dz}{d\tau} \approx -\gamma_{\text{ва}} w,$$

то долю замерзших капель, поднимающихся вместе с восходящим потоком (в предположении полного увлечения), можно рассчитать как функцию температуры (понижающейся с высотой):

$$W = 1 - \exp \left[\frac{4}{3} \pi r^3 \frac{X(t)}{\gamma_{\text{ва}} w} \right]. \quad (9)$$

По формуле (9) с учетом (7) выполните расчеты при двух значениях w : малой вертикальной скорости w_1 , характерной для слоистообразных облаков, и сравнительно большой w_2 , типичной для мощных конвективных облаков. В свою очередь, для каждого облака рассчитайте $W = W(t)$ при трех значениях радиуса капель. Имея в виду, что в слоистых облаках спектр капель более узкий, для него примите r равным r_0 , $2r_0$ и $3r_0$. Для конвективного облака (при w_2) подставляйте $r = r_0$, $3r_0$ и $5r_0$. Для $\gamma_{\text{ва}}$ используйте его среднее значение, например, соответствующее $t = -15^\circ\text{C}$ и $p = 700$ гПа для слоистого облака и $t = -25^\circ\text{C}$ и $p = 500$ гПа для конвективного (численные значения $\gamma_{\text{ва}}$ при различных t и p см. в приложении 4). Результаты расчетов для каждого из облаков представьте в виде графиков $W = W(t)$.

Рассчитайте и нанесите на эти же графики осредненные зависимости

$$\bar{W}(t) = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{3}.$$

Это соотношение справедливо, если вклад капель каждого из размеров в водность облака одинаков. При более строгих расчетах осреднение следует осуществлять с учетом функции распределения капель по размерам.

4. В ряде работ приводятся статистические данные о повторяемости облаков, состоящих из капель, ледяных кристаллов или смешанной фазы. Обобщение этих данных представлено в приложении к заданию — на рис. 3.2. Скопируйте этот рисунок и нанесите на копию обе кривые $\bar{W} = \bar{W}(t)$. Оцените соответствие результатов расчетов эмпирическим данным. При этом имейте в виду, что ваши расчеты относятся к идеализированным облакам и, естественно, не отражают всего многообразия реальных процессов. В частности, в реальных облаках повторяемость ледяной или смешанной фазы может быть выше за счет выпадения частиц льда из облаков более высокого яруса, размножения ледяных кристаллов при их разрушении, а также за счет коагуляции переохлажденных капель с ледяными частицами.

5. Предположение о полном увлечении, использованное выше, вообще говоря, справедливо лишь для конвективных облаков, в которых скорость восходящего потока существенно больше скорости падения облачных капель относительно воздуха. В слоистообразных облаках скорость падения капель соизмерима со скоростью вертикальных токов. Чтобы получить другую предельную оценку интенсивности кристаллизации капель в слоистообразном облаке или тумане, нужно выполнить расчет в предположении «зависания капель». Полагая, что капли не смещаются по высоте, а следовательно, находятся при постоянной температуре, долю замерзших капель как функцию времени можно рассчитать по уравнению (4).

Подставьте в уравнение (4) выражение (3) и рассчитайте изменение во времени W для значений r , равных r_0 (слоистое облако) и $0,5 r_0$ (туман) при трех температурах -10 , -20 , -30 °C. Расчет ведите до тех пор, пока не будет выполняться условие $W \approx 1$. Результаты расчетов представьте графически в виде зависимостей $W = W(\tau)$ или $W = W(\lg \tau)$.

Проанализируйте все полученные результаты.

Контрольные вопросы

1. Какова природа гомогенного и гетерогенного механизмов кристаллизации переохлажденной воды?
2. Перечислите известные вам виды ЛОЯ.
3. Чем определяется экстремальный характер зависимости термодинамической вероятности гомогенного льдообразования от температуры?

4. Почему при одинаковой скорости охлаждения крупные капли замерзают быстрее (при более высоких температурах), чем мелкие?

5. Почему капли одинакового размера переохлаждаются в конвективных облаках до более низких температур, чем в слоистообразных?

Задачи

1. При какой предельной температуре с вероятностью 50 % можно ожидать, что дистиллированная вода в нейтральной кювете не закристаллизуется в течение суток, если объем кюветы 1 см³; 100 см³; 1 л?

2. Рассчитайте, как долго могут находиться в переохлажденном состоянии при температуре -30°C капли радиусом 1; 10; 100; 1000 мкм, прежде чем закристаллизуется половина из них.

3. С какой скоростью нужно охлаждать капли радиусом 10^{-3} см, чтобы при температуре -40°C замерзла лишь 1/100 их часть?

Варианты исходных данных

Номер варианта	w_1 см/с	w_2 м/с	r_0 мкм
1	1,0	10	6
2	1,5	15	6
3	2,0	20	6
4	2,5	25	8
5	3,0	30	8
6	3,5	15	8
7	4,0	20	8
8	5,0	25	8
9	6,0	30	8
10	10,0	20	8
11	2,0	10	5
12	3,0	15	5
13	4,0	20	5
14	0,5	5	4
15	0,5	10	4

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 2.3; [29], гл. 11, п. 14; [20], п. 4.3; [31], гл. 1; [19], п. 17.8; [38], п. 7.2, 9.2.4.

Приложение к заданию 3

Результаты экспериментов и наблюдений

Изучению закономерностей замерзания капель воды посвящены многочисленные эксперименты различных авторов. При этом проводились опыты с чистой дистиллированной водой и водой, содер-

жащей естественные ЛОЯ; исследуемые капли обдувались воздушным потоком или изолировались от воздуха (погружались

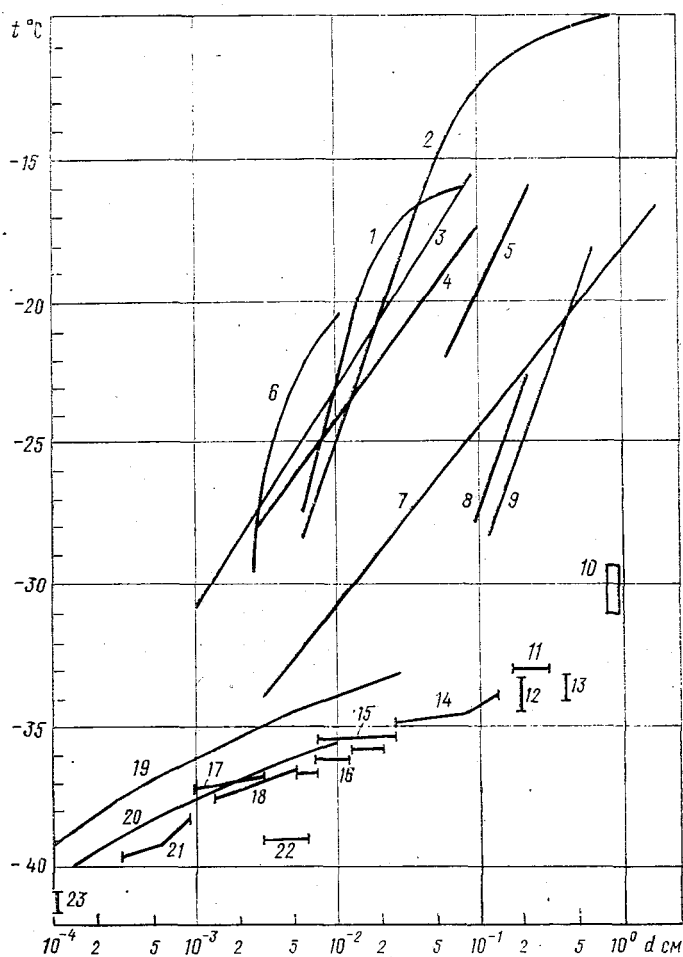


Рис. 3.1. Связь между средней (медианной) температурой заморзания капель воды и их диаметром d по результатам измерений различных авторов.

1—9 — гетерогенное заморзание, 10—23 — гомогенное.

в нейтральные жидкости); скорость охлаждения составляла в разных опытах от 10^{-3} до 10^0 К/с. Часть результатов представлена на рис. 3.1. Здесь показаны зависимости температуры заморзания половины капель из общей выборки ($W = 0,5$) от их эквивалентного диаметра (отложенного в логарифмическом масштабе). В нижней части рисунка сгруппировались точки, соответствующие результатам опытов, в которых использовалась вода самой высокой степени

очистки. Предполагается, что эти данные отражают закономерности гомогенного льдообразования. В верхней части рисунка расположены точки, соответствующие результатам экспериментов с дистиллированной водой и водой проб осадков, для которой не предпринимались специальные меры по защите от атмосферных ЛОЯ. Эти зависимости, по-видимому, отражают закономерности гетерогенного замерзания. Цифры у кривых соответствуют условной нумерации работ различных авторов. Рисунок обобщает дан-

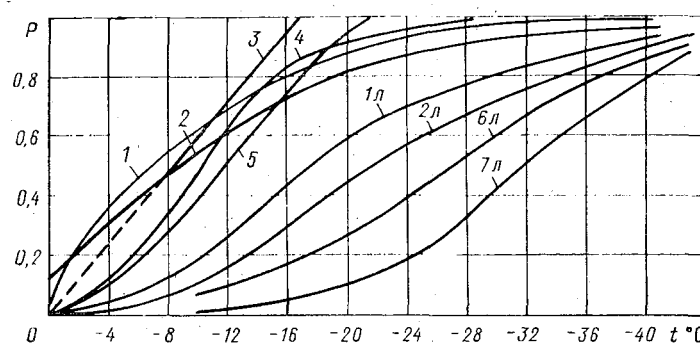


Рис. 3.2. Повторяемость P ледяной и смешанной фаз в облаках при различных температурах по данным [19, 29, 31].

1—5 — ледяная и смешанная фазы в облаках, 1л, 2л, 6л, 7л — только ледяная фаза. Кривые 1, 4 построены путем преобразования приведенных авторами данных о повторяемости чисто водяных облаков P_v по соотношению $P_{\text{л}} + P_{\text{см}} = 1 - P_v$; 1л — по соотношению $P_{\text{л}} = 1 - (P_{\text{см}} + P_v)$; 1—5 получены без разделения облаков на виды (подавляющее большинство — слоистообразные), 6л — для мощных ливневых облаков, 7л — для градовых облаков.

ные, приведенные в книгах [20, 29, 38], где содержатся ссылки на оригинальные работы.

На рис. 3.2 приведена повторяемость облаков, состоящих только из ледяных кристаллов или имеющих смешанное фазовое строение (вода + лед). Здесь снова обобщаются результаты различных авторов, относящиеся к различным географическим районам (СССР — средняя полоса и Закавказье, а также Европа и Северная Америка). Основные данные заимствованы из работ [19, 29, 31].

ЗАДАНИЕ 4

ПРИРОДА ДЕЙСТВИЯ ЛЬДООБРАЗУЮЩИХ РЕАГЕНТОВ

Как уже отмечалось в предыдущем задании, при сравнительно небольших переохлаждениях появление ледяной фазы в облаках и туманах связано с механизмом гетерогенного ядрообразования (нуклеации) на аэрозольных частицах. Такие частицы принято называть льдообразующими ядрами (ЛОЯ). Доля ЛОЯ в атмосферном аэрозоле очень мала, однако они играют большую роль в процессе осадкообразования. Поэтому естественным было найти вещества, введение которых в диспергированном (измельченном) состоянии в облака искусственно увеличивало бы в них концентрацию ЛОЯ. Эти вещества получили название льдообразующих реагентов (ЛОР).

Первым реагентом стало иодистое серебро (AgI). Его начали использовать около 50 лет назад, однако до сих пор AgI является самым эффективным ЛОР. В последующие годы в качестве ЛОР испытаны сотни различных веществ. Среди них достаточно эффективными оказались соли PbI_2 и CuS , органические вещества $\text{C}_6\text{H}_6\text{O}_3$ (флороглюцин) и $(\text{C}_2\text{H}_4\text{O})_4$ (метальдегид), металлоорганические соединения, например $\text{CuC}_{10}\text{H}_{14}\text{O}_4$ (ацетилацетонат меди) и ряд других.

Говоря о природе действия ЛОЯ и ЛОР, рассматривают два возможных механизма льдообразования: непосредственное образование ледяного зародыша в результате сублимации пара, пересыщенного надо льдом, на поверхности ядра (фазовое превращение пар — лед), либо формирование льда в процессе превращений пар — вода — лед при замерзании воды, обволакивающей инородную частицу ЛОЯ или ЛОР. Соответственно рассматривают ядра сублимации и замерзания. Последние, в свою очередь, подразделяют на иммерсионные (включенные), когда ядро полностью погружено в каплю воды (захвачено ею), и адсорбционные, если ядро или часть его покрыты тончайшей пленкой воды (толщиной от нескольких слоев до десятков слоев молекул). Иногда как разновидность ЛОЯ выделяют контактные ядра, льдообразующие свойства которых проявляются в момент столкновения их с переохлажденными каплями.

Разнообразие свойств, внутренней и поверхностной структуры, межмолекулярных и электростатических связей веществ, проявляющих льдообразующие свойства, не позволило до настоящего времени построить теоретическую модель нуклеации. В то же время удалось сформулировать следующие основные требования к ЛОР:

- нерастворимость (или плохая растворимость) в воде при сохранении гидрофильности;
- хорошая диспергируемость при условии, что размеры частиц реагента больше размеров гетерофазных ледяных зародышей;
- минимальное поверхностное натяжение на границе раздела реагент—лед.

3. Рассчитайте плотность распределения частиц реагента по размерам $\eta(r)$. С этой целью подставьте в формулу (3) значения r в интервале от $0,2 r_m$ до $10 \bar{r}_r$. Имея в виду, что $\eta(r) \rightarrow 0$ как при $r \rightarrow 0$, так и при $r \rightarrow \infty$, вычислите 4—5 значений $\eta(r)$ при $r < r_m$ и 5—8 значений при $r > r_m$.

Результаты расчетов по заданиям, приведенным в п. 2 и 3, совместите на одном графике: по оси абсцисс в одном и том же масштабе отложите величины r и kr_L^V , по оси ординат в области отрицательных значений отложите температуру $\Delta T = T_{обл} - T_0$ (переохлаждение), в области положительных значений $\eta(r)$. Такое построение позволяет наглядно представить изменение доли частиц ЛОР, превращающихся в АЛЧ при понижении температуры. Для этого, взяв произвольное значение ΔT , проведите через него прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения с соответствующей кривой kr_L^V ; через точку пересечения проведите прямую, параллельную оси ординат. Площадь под кривой $\eta(r)$ справа от этой линии соответствует искомой доле частиц ЛОР.

Анализируя графики, убедитесь, что при фиксированной ΔT доля частиц ЛОР, выступающих в роли ядер сублимации, существенно меньше доли ядер замерзания.

4. Перейдите от $\eta(r)$ к $N(\Delta T)$ — максимальной льдообразующей активности реагента при переохлаждении ΔT :

$$N = N_0 [1 - F(z)] = N_0 [1/2 - \Phi(z)]. \quad (10)$$

Подставив выражение $r = kr_L^V(\Delta T)$ в формулу (4), найдите соответствующие значения $\Phi(z)$ (см. приложение 9) и вычислите по формуле (10) значение N .

Внимание! $\Phi(-z) = -\Phi(z)$.

Используя зависимости $r_L^V = kr_L^V(\Delta T)$, постройте обобщающие зависимости льдообразующей активности реагента от температуры облака $N = N(\Delta T)$. Значение $N = 10^9 \dots 10^{10} \text{ г}^{-1}$ соответствует температуре, которую обычно называют температурным порогом реагента. Найдите эту температуру для вашего варианта (для обоих механизмов нуклеации). Проанализируйте полученные зависимости.

5. Значения ЛОАР, полученные выше, соответствуют условию $\tau \rightarrow \infty$. Чтобы оценить временной ход, естественно, необходимо знать $\Omega_L^V(T_{обл})$. В таблице вариантов при температуре T^* и времени τ^* задано значение $W = N^*/N_0$ — доля числа частиц ЛОР, зарегистрированных как АЛЧ. Эффективность реагента определяется суммарной поверхностью всех частиц. Используя соотношение (7в), найдите среднеквадратический радиус $\bar{r}_2$. Подставив в уравнение (9) $\bar{r}_2$, а также τ^* , N^* и N_0 , найдите Ω_L^V . Теперь по тому же уравнению (9) при известных $\bar{r}_2$, Ω_L^V и N_0 рассчитайте временной ход N от $\tau = 0$ до τ , при котором $N = 0,99 N_0$.

Проанализируйте все полученные результаты. Обратите внимание на различие значений r_L^V при разных механизмах льдообразования, на соответствующее изменение ЛОАР как функции темпе-

ратуры. При проработке рекомендуемой литературы рассмотрите зависимость ЛОАР от способов и режимов диспергирования, состава пиротехнических смесей и присадок к реагенту, уровня внесения реагента в облаке.

Контрольные вопросы

1. Проведите классификацию ЛОЯ по механизму льдообразования на них.
2. Перечислите известные вам ЛОР.
3. Назовите основные характеристики активности ЛОР. Какова взаимосвязь между этими характеристиками?
4. Перечислите известные вам способы диспергирования и доставки в облака ЛОР.
5. Какие способы повышения ЛОАР вы знаете?
6. Какие факторы способствуют уменьшению ЛОАР?

Задачи

1. Максимальная (при $\tau \rightarrow \infty$) льдообразующая активность реагента при температуре -12°C в 100 раз больше, чем при -7°C . Среднекубический радиус частиц реагента $\bar{r}_3 = 0,20$ мкм, модалный $r_m = 75$ нм. Какова ЛОАР при температуре -15°C ?
2. При постоянной температуре в камере через 50 с от момента диспергирования реагента зарегистрировано $N = 10^{12}$ г $^{-1}$. Сколько АЛЧ образуется через 500 с? Среднекубический размер частиц $\bar{r}_3 = 150$ нм, плотность реагента $\rho_p = 2 \cdot 10^3$ кг/м 3 .

Варианты исходных данных

Номер варианта	r_m мкм	σ	T^* К	τ^* с	W
1	0,03	0,3	263	100	0,4
2	0,04	0,3	263	100	0,1
3	0,03	0,4	263	150	0,2
4	0,04	0,4	263	150	0,3
5	0,02	0,5	263	200	0,5
6	0,03	0,5	258	30	0,1
7	0,02	0,6	258	30	0,2
8	0,03	0,6	258	10	0,05
9	0,02	0,7	258	50	0,2
10	0,03	0,7	258	50	0,3
11	0,05	0,3	263	30	0,1
12	0,05	0,4	263	30	0,1
13	0,04	0,5	265	30	0,1
14	0,04	0,6	265	50	0,2
15	0,05	0,6	265	50	0,2

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 1.4; [8], глава 5; [31], глава 1; [32], п. 6.2, 6.3.

ЗАДАНИЕ 5

РОСТ ЧАСТИЦ ОСАДКОВ В ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ СЛОИСТООБРАЗНЫХ ОБЛАКАХ

В умеренных и высоких широтах капельные облака — теплые и переохлажденные — могут стать дождящими только при значительной мощности или большой водности. Основная часть обычно наблюдающихся неконвективных облаков не дает осадков до тех пор, пока в них не создаются условия для кристаллизации. С появлением ледяной фазы вследствие значительной разности давления насыщенного водяного пара над водой и льдом начинается перегонка водяного пара с капель на кристаллы. Ледяные кристаллы быстро растут и превращаются в частицы осадков в облаках сравнительно малой мощности. Это обстоятельство позволяет вызывать осадки из недождящих переохлажденных облаков либо увеличивать интенсивность осадков из облаков сравнительно малой мощности.

В настоящем задании рассматриваются механизмы превращения облачных частиц в частицы осадков, их зависимости от параметров облака. Для типичных распределений температуры и водности выполняются расчеты роста капель и ледяных частиц при падении их через облако. Результаты таких расчетов являются основой оценок пригодности облаков для воздействия с целью вызывания осадков.

Рост капель и ледяных частиц в облаке определяется двумя механизмами — конденсацией (сублимацией) и коагуляцией:

$$\frac{dr}{d\tau} = \left(\frac{dr}{d\tau} \right)_{\text{конд}} + \left(\frac{dr}{d\tau} \right)_{\text{коаг}}. \quad (1)$$

Конденсационный рост капель

Обратимся сразу к «зрелому» облаку, опуская из рассмотрения стадию формирования облачных частиц, чтобы можно было пренебречь влиянием ядер конденсации и зависимостью давления насыщенного водяного пара от кривизны поверхности. Тогда для скорости роста капли можно использовать уравнение

$$\left(\frac{dr_v}{d\tau} \right)_{\text{конд}} = \frac{D}{r_v} \frac{\rho_{vx}}{\rho_v} \frac{\mu}{M} \frac{E_v}{p} (f - 1) \frac{\varphi(\text{Re})}{1 + \kappa_v}, \quad (2)$$

где

$$\varphi(\text{Re}) = 1 + 0,24 \sqrt{\text{Re}}, \quad (3)$$

$$\kappa_v = \frac{D\mu^2 L^2 \rho_{vx}}{k N_A M T^2 \lambda} \frac{E_v}{p}, \quad (4)$$

r_v — радиус капли, τ — время, D — коэффициент молекулярной диффузии пара, ρ_v и ρ_{vx} , μ и M — плотности и молярные массы воды и воздуха соответственно, E_v — давление насыщенного водя-

ного пара над водой, p — давление, f — относительная влажность в облаке, k — постоянная Больцмана, N_A — число Авогадро, $\varphi(Re)$ — безразмерный коэффициент вентиляции (ветровой множитель), Re — число Рейнольдса:

$$Re = \frac{2r_v v(r_v)}{\nu}, \quad (5)$$

$v(r_v)$ — скорость падения капли в воздухе, ν и λ — кинематический коэффициент вязкости и коэффициент теплопроводности воздуха. Делитель $1 + \kappa_v$ учитывает изменение скорости конденсационного роста (или испарения) капли в результате нагревания (охлаждения) за счет выделения (поглощения) тепла L фазового превращения пар — вода.

Скорость падения $v(r_v)$ может быть рассчитана по эмпирическим формулам, например по формуле, аппроксимирующей результаты экспериментов, приведенные в приложении 7:

$$v(r_v) = 9,6 \cdot (1 - \exp(-1200r_v))(1 - \exp(-12000r_v))\varphi(z), \quad (6)$$

где $v(r_v)$ — в м/с, если r_v — в метрах. Множитель $\varphi(z)$ учитывает изменение скорости падения капель с высотой, связанное с изменением плотности воздуха. С достаточной для практических целей точностью его можно задать в виде

$$\varphi(z) = \sqrt{\rho_{вхн}/\rho_{вх}(z)}, \quad (7)$$

где $\rho_{вхн}$ — плотность воздуха при нормальных условиях ($p = 1013,6$ гПа, $T = 293$ К).

Сублимационный рост ледяных частиц

Особенности роста ледяной частицы определяются рядом обстоятельств. Прежде всего ледяные частицы, пока их меньше, чем капель, находятся в условиях пересыщения над льдом. В уравнении (2) это обстоятельство требует замены множителя $f - 1$ на $f - E_l/E_v$. Основные трудности связаны с учетом формы ледяной частицы. Большое разнообразие форм ледяных частиц (иглы, столбики, призмы, пластинки, дендриты и др.) определяет условия их роста, скорости падения в воздухе, соотношения между массами и линейными размерами. Ограничимся здесь рассмотрением частиц, формирующихся при не очень больших переохлаждениях, — гексагональных пластинок (простейшая форма снежинок). Будем аппроксимировать их сильно сплюснутым эллипсоидом вращения с отношением осей $\alpha = a/b$, где a — малая ось, b — большая.

Введем для удобства сравнения и расчетов величину $r_{экв}$ — размер такой капли, которая по массе эквивалентна растущей ледяной частице. Имея в виду, что масса ледяного эллипсоида рассчитывается по формуле

$$m_l = 4/3\pi\rho_l ab^2 = 4/3\pi\rho_l a b^3, \quad (8)$$

для радиуса эквивалентной капли получаем:

$$r_{\text{эКВ}} = \delta b, \quad \delta = \left(\alpha \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} \right)^{1/3}. \quad (9)$$

Скорость падения ледяного эллипсоида $v(b, \alpha)$ связана со скоростью падения эквивалентной капли соотношением

$$v(b, \alpha) = \delta v(r_{\text{эКВ}}), \quad (10)$$

где $v(r_{\text{эКВ}})$ рассчитывается по формуле (6).

Удобной характеристикой формы ледяной частицы является ее электростатическая емкость C . Для сплюсненного эллипсоида она определяется выражением

$$C = \frac{b \sqrt{1 - \alpha^2}}{\arccos \alpha}. \quad (11)$$

С учетом перечисленных особенностей формулу скорости сублимационного роста можно представить в виде

$$\left(\frac{dr_{\text{эКВ}}}{d\tau} \right)_{\text{субл}} = \frac{D}{r_{\text{эКВ}}} \frac{\rho_{\text{вх}}}{\rho_{\text{л}}^{1/3} \rho_{\text{в}}^{2/3}} \frac{\sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha^{1/3} \arccos \alpha} \frac{\mu}{M} \frac{E_{\text{в}}}{\rho} \left(f - \frac{E_{\text{л}}}{E_{\text{в}}} \right) \frac{\varphi(\text{Re})}{1 + \kappa_{\text{л}}}, \quad (12)$$

где

$$\kappa_{\text{л}} = \frac{D \mu^2 (L + L^*)^2 \rho_{\text{вх}}}{k N_A M T^2 \lambda} \frac{E_{\text{л}}}{\rho},$$

L^* — теплота фазового перехода вода—лед.

Число Рейнольдса для ледяной частицы описывается той же формулой (5), если вместо $r_{\text{в}}$ подставлять $r_{\text{эКВ}}$.

Обратный переход от $r_{\text{эКВ}}$ к b легко осуществляется с помощью выражения (9).

Коагуляционный рост

Формула для коагуляционного роста капли имеет простой вид

$$\left(\frac{dr_{\text{в}}}{d\tau} \right)_{\text{коаг}} = \frac{\Theta(r_{\text{в}}, r') v(r_{\text{в}}) q}{4 \rho_{\text{в}}}, \quad (13)$$

где q — водность облака, $\Theta(r_{\text{в}}, r')$ — коэффициент захвата каплей радиусом $r_{\text{в}}$ каплей радиусом r' (при $r' < r_{\text{в}}$).

Коэффициент захвата Θ является довольно сложной функцией $r_{\text{в}}$ и r' . В литературе приводятся многочисленные таблицы результатов численного моделирования и обобщения экспериментальных данных. Одна из таких таблиц приведена в приложении 5.

Скорость коагуляционного роста ледяной частицы оговоренной формы определяется формулой

$$\left(\frac{dr_{\text{эКВ}}}{d\tau} \right)_{\text{коаг}} = \frac{\Theta(r_{\text{эКВ}}, r') v(b, \alpha) q}{4 \rho_{\text{л}}^{2/3} \rho_{\text{в}}^{1/3} \alpha^{2/3}}. \quad (14)$$

Суммируя (2) и (13), а также (12) и (14), получим полные уравнения роста капель и ледяных частиц. Для решения практиче-

ских задач часто бывает удобнее перейти от производных по времени к производным по высоте, используя очевидные соотношения

$$d\tau = \frac{dz}{w - v(r_B)} \quad \text{или} \quad d\tau = \frac{dz}{w - v(b, \alpha)}. \quad (15)$$

Для слоистообразных (неконвективных) облаков значением w в знаменателях выражений (15) обычно можно пренебречь по сравнению с $v(r_B)$ или $v(b, \alpha)$. При этом для падающей капли, естественно, $dz < 0$.

Водность q и ее распределение с высотой являются функциями температуры, скорости восходящих потоков, времени существования облака и пр. Воспользуемся для определения средней водности $\bar{q}$ как функции T эмпирической зависимостью (справедливой для диапазона температур от 10 до $-20 \dots -25^\circ\text{C}$)

$$\bar{q} = q_0 + B(\bar{T} - 273), \quad (16)$$

где q_0 — средняя водность облаков при $t \approx 0^\circ\text{C}$; $q_0 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$; B — коэффициент пропорциональности; $B = 0,75 \cdot 10^{-5} \text{ кг/(м}^3 \cdot \text{K)}$.

Приближенное аналитическое решение

Несмотря на значительные упрощения приведенная численная модель остается все-таки довольно громоздкой. Ее полное решение возможно только путем численного интегрирования. Однако для выявления основных закономерностей можно получить аналитическое решение, если принять следующие дополнительные упрощения: а) облако однородно — его параметры (температура, водность, влажность, плотность воздуха) не меняются с высотой; б) в формулах (2) и (12) пренебрегаем влиянием ветрового множителя ($\varphi(\text{Re}) = 1$) и эффектами нагрева ($\kappa_B, \kappa_L = 0$); в) скорость падения капель и ледяных частиц задается простыми соотношениями $v(r_B) = \beta r_B$ и $v(b, \alpha) = \beta \delta r_{\text{экв}}$, где $\beta = 8 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$.

Тогда, объединяя уравнения (2) и (13), а также (12) и (14), переходя от переменной τ с помощью (15) к z , можно получить трансцендентные относительно r_B и $r_{\text{экв}}$ уравнения:

$$r_B - r_{B0} - G_B \left(\arctg \frac{r_B}{G_B} - \arctg \frac{r_{B0}}{G_B} \right) = \frac{\bar{\Theta}_B \bar{q}}{4\rho_B} (z_{B, \Gamma} - z), \quad (17)$$

$$G_B = \sqrt{\frac{4D}{\bar{\Theta}_B \beta} \frac{\bar{\rho}_{\text{вх}}}{\bar{q}} \frac{\mu}{M} \frac{\bar{E}_B}{\bar{p}}},$$

$$r_{\text{экв}} - r_{\text{экв}0} - G_L \left(\arctg \frac{r_{\text{экв}}}{G_L} - \arctg \frac{r_{\text{экв}0}}{G_L} \right) = \frac{\bar{\Theta}_L \bar{q} (z_{B, \Gamma} - z)}{4\rho_L^{2/3} \rho_B^{1/3} \alpha^{2/3}}, \quad (18)$$

$$G_L = \sqrt{\frac{4D}{\bar{\Theta}_L \beta} \frac{\bar{\rho}_{\text{вх}}}{\bar{q}} \frac{\mu}{M} \frac{\bar{E}_B}{\bar{p}} \left(f - \frac{\bar{E}_L}{\bar{E}_B} \right) \frac{\sqrt{1 - \alpha^2}}{\arccos \alpha}},$$

где $r_{в0}$ и $r_{экв0}$ — «стартовые» размеры капли и ледяной частицы, заданные на высоте $z_{в.г}$ (на верхней границе облака), z — текущая высота. Коэффициенты захвата, как и другие параметры, при интегрировании принимались независимыми от $r_{в}$ и $r_{экв}$ (средними).

Содержание работы

1. От заданных в таблице вариантов исходных данных перейдите, используя очевидные формулы и таблицы приложений, к средним для облака значениям $\bar{T}$, $\bar{q}$, $\bar{E}_в$, $\bar{E}_л$, $\bar{\rho}_{вх}$, $\bar{p}$ (для определения $\bar{p}$ используйте уравнение статики).

Постройте вспомогательные зависимости скоростей падения капель воды $v(r_{в})$ и ледяных частиц $v(b, \alpha)$ от их размеров $r_{в}$ и $r_{экв}$. Для заданного в вашем варианте значения r' постройте зависимость коэффициента захвата Θ от $r_{в(экв)}$ по данным приложения 5.

2. Оцените, как меняется вклад конденсационного и коагуляционного механизмов роста с изменением размеров капель. С этой целью для средних значений параметров, перечисленных выше, рассчитайте по формулам (2) и (13) отдельно скорости роста и их сумму как функции $r_{в}$ в интервале от $r_{в} = r'$ до $r_{в} = 100 \dots 150$ мкм. Используйте при расчетах вспомогательные графики для нахождения $v(r_{в})$ и $\Theta(r_{в}, r')$ при каждом новом значении $r_{в}$. Результаты расчетов представьте в виде графиков $(dr_{в}/d\tau)_{конд} = f_1(r_{в})$, $(dr_{в}/d\tau)_{коаг} = f_2(r_{в})$ и $dr_{в}/d\tau = f_1(r_{в}) + f_2(r_{в})$. Выполните аналогичные расчеты для ледяной частицы по формулам (12), (14); постройте соответствующие графики.

Проанализируйте полученные результаты. Сравните ваши графики с представленными на рис. 2.2.2 в работе [14].

3. Повторите указанные расчеты, последовательно пренебрегая в формулах (2) и (12) влиянием нагрева (полагая $\kappa_{в}, \kappa_{л} = 0$) и ветрового множителя (полагая $\phi(Re) = 1$). Нанесите результаты на те же графики. Оцените границы допустимости таких упрощений.

4. Про моделируйте процесс формирования капель осадков в облаке: по формуле (17) рассчитайте изменение с высотой размеров капли $r_{в}$ от значения на уровне $z_{в.г}$, большего r' (например, $r_{в} = 3r'$), до размера, который она будет иметь на нижней границе облака $z_{н.г}$. Подбирайте значения $r_{в}$ так, чтобы в пределах облака ($z_{н.г} \leq z \leq z_{в.г}$) получить 4—5 значений z . Результаты представьте в виде графика $r_{в} = r_{в}(z)$.

Теперь оцените, долетит ли капля до поверхности Земли. Если сохранить допущения, при которых получено уравнение (17), то, интегрируя уравнения (2), легко получить:

$$r_{в} = \sqrt[3]{r_{в, н.г}^3 + 3 \frac{D}{\beta} \frac{\bar{\rho}_{вх}}{\rho_{в}} \frac{\mu}{M} \frac{\bar{E}_в}{\bar{p}} (f - 1)(z_{н.г} - z)}. \quad (19)$$

В формуле (19) все переменные осреднены по толщине подоблачного слоя (п.о). Будем считать, что градиент температуры под облаком $\gamma = 0,005$ К/м. Естественно, $f = f_{п.о}$. Остальные параметры легко рассчитываются. Результаты расчета нанесите на тот же график, продолжая его от $z_{н.г}$ к $z = 0$.

5. Выполните аналогичные расчеты для ледяной частицы по формуле (18), разумеется, если средняя температура в облаке ниже 0°C . Когда в подоблачном слое $t > 0^\circ\text{C}$, то, полагая, что ледяная частица растаяла, ее судьбу под облаком рассчитайте по формуле (19). Изменение размеров ледяной частицы под облаком — при отрицательных температурах — рассчитайте по формуле, полученной интегрированием уравнения (12):

$$r_{э\kappa\text{в}} = \sqrt[3]{r_{э\kappa\text{в}, н.г}^3 + \frac{3D}{\beta} \frac{\bar{\rho}_{\text{вх}}}{\rho_{\text{л}}^{2/3} \rho_{\text{в}}^{1/3} \alpha^{2/3}} \frac{\mu}{M} \frac{\bar{E}_{\text{в}}}{\bar{\rho}} \left(f - \frac{\bar{E}_{\text{л}}}{\bar{E}_{\text{в}}}\right) \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\arccos \alpha} (z_{н.г} - z)}. \quad (20)$$

Постройте соответствующие графики.

Эти расчеты можно рассматривать как моделирование засева переохлажденных облаков ледяными кристаллами. Оказалось ли воздействие эффективным? Если в результате воздействия осадки у поверхности Земли получить не удалось, оцените при каких параметрах облака успех мог бы быть достигнут.

Дополнение. Реализация задания на ПЭВМ

Напоминание. Прежде чем приступить к работе с программой на ПЭВМ, внимательно изучите текст основного задания.

Использование ПЭВМ позволяет выполнить более строгие расчеты, осуществляя численное интегрирование дифференциальных уравнений с учетом изменения параметров облака с высотой. В прилагаемой программе изменение температуры в облачном слое задается линейным от $T_{н.г}$ до $T_{в.г}$. Чтобы избежать необходимости обращаться к таблицам, расчет $E_{\text{в}}$ и $E_{\text{л}}$ как функций температуры ведется по уравнениям Магнуса (см. приложение 3). С той же целью табличные данные для коэффициента захвата (приложение 5) аппроксимированы формулой

$$\Theta(r, r') = \left[1 - \exp\left(-\frac{r'}{a} \left(\frac{r-r'}{r+b/r'}\right)^2\right)\right] \exp\left[-\left(\frac{r}{cr'}\right)^2\right], \quad (\text{Д.1})$$

где $a = 5 \cdot 10^{-6}$ м, $b = 4 \cdot 10^{-4}$ м, $c = 1500$. Для расчета коэффициента захвата каплей ледяными частицами второй сомножитель в формуле (Д.1) опускается.

Распределение водности с высотой считается симметричным относительно границ облака:

$$q(z) = Q(z - z_{н.г})(z_{в.г} - z), \quad (\text{Д.2})$$

где Q — нормирующий множитель: $Q = 6\bar{q}/H^2$, H — мощность облака: $H = z_{в.г} - z_{н.г}$.

Возможная последовательность этапов работы приведена непосредственно в тексте программы. При использовании вычислительной техники время резко сокращается. В связи с этим расчеты изменения размеров капель и ледяных частиц при падении их через облако повторите для значений H , вдвое больших и вдвое меньших заданного в таблице вариантов. Все результаты представьте в виде графиков — в соответствии с требованиями раздела «Содержание работы» основного задания. Там же оговорены узловые моменты анализа результатов.

Контрольные вопросы

1. Как меняется вклад механизмов конденсационного и коагуляционного роста капель при изменении их размеров?
2. Влияние какого фактора учитывается в формулах конденсационного роста введением коэффициента вентиляции?
3. Что такое коэффициент захвата? От каких параметров и как он зависит?
4. Почему скорость сублимационного роста ледяных частиц существенно больше скорости конденсационного роста капель? Какие факторы определяют это различие?
5. Какими факторами определяется скорость коагуляционного роста капель и ледяных частиц?
6. Объясните физику процессов искусственного осадкообразования при воздействии на переохлажденные облака кристаллизующими реагентами?

Задачи

1. Используя правило Лопитала, докажите, что для сферической ледяной частицы ($\alpha = 1$) справедливо равенство

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha^{1/3} \arccos \alpha} = 1.$$

Для справки: $\frac{d}{dx} \arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$

2. В термогигрокамеру с температурой -10°C и относительной влажностью над водой $f = 1$ вводятся ледяные зародыши эквивалентного размера $r_{\text{экв}0} = 1$ мкм. Как быстро ледяные частицы вырастут до $r_{\text{экв}} = 100$ мкм, если $\alpha = 1,0; 0,25; 0,05$? Скоростью падения частиц относительно воздуха можно пренебречь.

3. На нижней границе облака, расположенной на высоте 600 м над уровнем Земли, радиус капли составляет $r_b = 200$ мкм. Долетит ли капля до поверхности Земли, если температура в подоблачном слое 10°C , относительная влажность 0,8? Для грубого решения примите $\varphi(\text{Re}) = 1$.

Варианты исходных данных

Номер варианта	r' мкм	f	$T_{н.г}$ К	$T_{в.г}$ К	H м	α	$f_{п.о}$
1	4	1,001	273	268	1200	0,05	0,9
2	6	1,001	268	263	800	0,05	0,9
3	8	1,001	263	259	600	0,05	0,9
4	4	1,002	273	267	1000	0,05	0,9
5	5	1,002	270	265	800	0,05	0,9
6	6	1,002	268	262	600	0,025	0,8
7	7	1,002	265	258	1000	0,025	0,8
8	8	1,002	260	256	600	0,025	0,8
9	9	1,001	273	265	1200	0,025	0,8
10	10	1,001	278	268	1500	0,025	0,8
11	4	1,003	275	268	1200	0,10	0,7
12	5	1,003	278	270	1200	0,05	0,7
13	6	1,003	265	260	600	0,025	0,8
14	7	1,001	268	265	1200	0,01	0,95
15	8	1,001	263	255	1200	0,01	0,95

Примечание. Во всех вариантах $z_{н.г} = 500$ м, $p_{н.г} = 950$ гПа, в под-
облачном слое $\gamma = 0,005$ К/м.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 2.1, 2.2; [8], глава 3; [18], главы
9, 10; [26], главы 6, 7, 8.

Программа
реализации задания на ПЭВМ «Электроника-85»

```

SET NO DOUBLE
10 PRINT "      ПРОГРАММА << DOGD-SNEG >>" \ PRINT \ PRINT \ PRINT
20 PRINT "      Рост частиц осадков в слоистообразных облаках" \ PRINT
30 PRINT "      Задание 5" \ PRINT \ PRINT
40 ROW=1000 \ ROL=920 \ D=.000022 \ LAM=.024 \ LC=.25E+07 \ NY=.000015 \ LZ=334000
50 E0=6.107 \ T0=273.15 \ MY=18 \ M=29 \ R0=1.275 \ K=.138E-22 \ NA=.6027E+27
60 PRINT \ PRINT " Введите следующие параметры : " \ PRINT
70 PRINT " - температура воздуха у поверхности земли TP2(K)="; \ INPUT TP2
80 PRINT " - температура на нижней границе облака TNG(K)="; \ INPUT TNG
90 PRINT " - температура на верхней границе облака TWG(K)="; \ INPUT TWG
100 PRINT " - высота нижней границы облака над землей ZNG(m)="; \ INPUT ZNG
110 PRINT " - высота верхней границы облака над землей ZWG(m)="; \ INPUT ZWG
120 PRINT " - давление на нижней границе облака PNG(rПа)="; \ INPUT PNG
130 PRINT " - средний радиус мелких облачных капель RS(m)="; \ INPUT RS
140 PRINT " - характерная влажность в облаке FS(безразн.)="; \ INPUT FS
150 PRINT " - влажность в подоблачном слое FPO(безразн.)="; \ INPUT FPO
160 PRINT " - параметр формы ледяной частицы ALFA(безразн.)"
170 PRINT "      ВНИМАНИЕ! 0 < ALFA < 1 . Итак, ALFA="; \ INPUT ALFA
180 PRINT \ PRINT " Проверьте правильность ввода всех параметров:" \ PRINT
190 PRINT "TP2="; TP2; " TNG="; TNG; "TWG="; TWG; "ZNG="; ZNG; "ZWG="; ZWG;
200 PRINT " PNG="; PNG; "RS="; RS; "FS="; FS; "FPO="; FPO; "ALFA="; ALFA; \ PRINT
210 PRINT \ PRINT " Обнаружив ошибки, наберите 0 и повторите ввод. Для про-"
220 PRINT " должения работы - любое число, кроме нуля"; \ INPUT N1
230 IF N1=0 GOTO 60
240 H=ZWG-ZNG \ G1=(TWG-TNG)/H \ G2=(TNG-TP2)/ZNG \ ND=(ROL/ROW*ALFA)^(1/3)
250 A=LC^2*D*MY^2/(M*LAM*K*NA) \ AL=A*((LC+LZ)/LC)^2 \ BB=.02
260 MH1=SQR(1-ALFA^2)/ALFA^(1/3)/ATN(SQR(1-ALFA^2)/ALFA) \ GOTO 310
270 P=PNG*(1-.034*(Z-ZNG)/(T+TNG)*2) \ P0=.348*P/T
280 EW=E0*10^(7.63*(T-T0)/(T-31.25)) \ EL=E0*10^(9.5*(T-T0)/(T-7.65))
290 QS=.00025+.75E-05*(T-273.15) \ Q=6*QS/(H*N)*(Z-ZNG)*(ZWG-Z)
300 RETURN
310 PRINT \ PRINT " Программой предусмотрены следующие этапы расчета:"
320 PRINT \ PRINT " 1. зависимость скоростей конденсационного и коагуляци-"
330 PRINT " онного роста облачных капель от их размера,"
340 PRINT " 2. зависимость скоростей сублимационного и коагуляционного"
350 PRINT " роста ледяных частиц от их размера,"
360 PRINT " 3. рост и испарение капель при падении их через облако"
370 PRINT " и под облаком - до земли"
380 PRINT " 4. рост и испарение ледяных частиц." \ PRINT
390 PRINT " Наберите номер нужного Вам этапа."; \ INPUT N2

```

```

400 ON N2 GOTO 410,420,730,720
410 PRINT \ PRINT \ PRINT "          Результаты расчетов для капли "\ GOTO 430
420 PRINT \ PRINT \ PRINT "          Результаты расчетов для ледяной частицы "
430 PRINT " R капли      (dR/dTAU)      (dR/dTAU)      (dR/dTAU)      "
440 PRINT "(лед. част.)   конд. (субл.)   коагул.      сублимрн.      "
450 PRINT "            и            н/с            н/с            н/с            "
460 T=(TNG+TNG)/2\Z=(ZNG+ZNG)/2\F=FS
470 IF N2=2 GOTO 620
480 FOR R=RS TO .000165 STEP .00001
490 GOSUB 270
500 URN=9.6*(1-EXP(-1200*R))*(1-EXP(-12000*R))*SOR(R0/R0)
510 FI=1+.24*SOR(2*R*URN/NY)
520 DRC=(F-1)*R0/ROH*D/R*NY/M*EN/P*FI/(1+A*R0*EN/(T^2*P))
530 IF R<RS THEN KZR=0\ GOTO 560
540 KZR=(1-EXP(-RS/.000005*(R-RS)^2/(R+.4E-09/RS)^2))
550 KZR=KZR*EXP(-R*R/(1500*1500*RS*RS))
560 DRK=QS*KZR*URN/ROH/4\DRS=DRC+DRK\ IF N2=1 GOTO 580
570 RETURN
580 PRINT R,DRC,DRK,DRS\ NEXT R
590 PRINT " Сопируйте результаты для анализа.для перехода к следующему"
600 PRINT " этапу наберите 1,выход из программы 2";\ INPUT N3
610 ON N3 GOTO 310,1320
620 FOR RL=RS TO .000165 STEP .00001
630 GOSUB 270
640 URL=9.6*(1-EXP(-1200*RL))*(1-EXP(-12000*RL))*SOR(R0/R0)*ND
650 FIL=1+.24*SOR(2*RL/ND*URL/NY)\NH=1+AL*RO*EL/(T^2*P)
660 DRLS=(F-EL/EN)*D/RL*RO/ROL^(1/3)/ROH^(2/3)*NH*NY/M*EN/P/NH\FIL
670 KZRL=(1-EXP(-RS/.000005*(RL-RS)^2/(RL+.4E-09/RS)^2))
680 DRLK=QS*URL*KZRL/(4*ROL^(2/3)*ROH^(1/3)*ALFA^(2/3))
690 IF N2=2 GOTO 710
700 RETURN
710 PRINT RL,DRLS,DRLK,DRLS+DRLK\ NEXT RL\ GOTO 590
720 PRINT " Задайте стартовые условия для частиц осадков:"
730 PRINT " - расстояние от верхней границы облака DH(n)=";\ INPUT DH
740 PRINT " - радиус частицы RH(n)=";\ INPUT RH
750 PRINT \ PRINT \ PRINT "          Результаты расчета          "\ PRINT
760 PRINT "Высота      Радиус капли или      Время      Радиус большой"
770 PRINT "          эквив. лед. част.      осн лед. частицы"
780 PRINT " Z, м      Rв или Rэкв, м      TAU, с      b, м"
790 R=RH\TAU=0\K2=0\Z=ZNG-DH\T=TNG-G1*DH\F=FS
800 IF N2=4 THEN RL=RH\ GOTO 1110
810 PRINT Z,R,TAU\DZS=0\K2=K2+1\ IF K2=INT(K2/15)*15 GOTO 830
820 DZ=10\ GOSUB 490
830 DTAU=DZ/URN\DTAU1=ABS(BB*R/DRS)
840 IF DTAU>DTAU1 THEN DZ=DZ/2\ GOTO 830
850 DRC2=DRC*DTAU\DRK2=Q/QS*DRK*DTAU\R=R+DRC2+DRK2\Z=Z-DZ\TAU=TAU+DTAU
860 T=TNG-G1*(ZNG-Z)\ IF Z<=ZNG GOTO 950
870 DZS=DZS+DZ\ IF DZS>=100 GOTO 810
880 GOTO 820
890 PRINT " Техническая остановка.Сопируйте результаты для анализа."

```

```

900 PRINT " Для продолжения расчета наберите 0, переход к следующему "
910 PRINT " этапу 1, выход из программы 2";\ INPUT N4
920 ON N4+1 GOTO 930, 310, 1320
930 ON N2-2 GOTO 820, 1120
940 PRINT Z, RL, TAU, RL/ND\ GOTO 960
950 PRINT Z, R, TAU
960 PRINT " Частица достигла нижней границы облака. Скопируйте результаты. "
970 PRINT " Для расчета судьбы частицы под облаком наберите CONT "
980 STOP \F=FPONK2=0\K3=0\ IF N2=4 GOTO 1200
990 PRINT Z, R, TAU\ DZ=10\K2=K2+1\ IF K2=INT(K2/15)*15 GOTO 890
1000 GOSUB 490
1010 DTAU=DZ/URL\DRZ=DRC*DTAU\R=R+DRZ\Z=Z-DZ\T=TNG-G2*(ZNG-Z)\TAU=TAU+DTAU
1020 IF R<=0 THEN R=0\ GOTO 1060
1030 IF Z<=0 THEN Z=0\ GOTO 1060
1040 K3=K3+1\ IF K3=INT(K3/10)*10 GOTO 990
1050 GOTO 1000
1060 PRINT Z, R, TAU\ IF Z=0 GOTO 1080
1070 PRINT " На пути падения под облаком капля испарилась. "
1080 PRINT " Расчет закончен. Скопируйте результаты для анализа. "
1090 PRINT " Переход к новому этапу 1, выход из программы 2";\ INPUT N5
1100 ON N5 GOTO 310, 1320
1110 PRINT Z, RL, TAU, RL/ND\ DZS=0\K2=K2+1\ IF K2=INT(K2/15)*15 GOTO 890
1120 DZ=10\ GOSUB 630
1130 DTAU=DZ/URL\ DRLS=DRLS+DRL\K=Q/QS\ DTAU1=ABS(66*RL/DRLS2)
1140 IF DTAU>DTAU1 THEN DZ=DZ/2\ GOTO 1130
1150 DRLZ=DRLS*DTAU\RL=RL+DRLZ\Z=Z-DZ\T=TNG-G1*(ZNG-Z)
1160 IF T>=T0 GOTO 1270
1170 TAU=TAU+DTAU\ IF Z<=ZNG GOTO 940
1180 DZS=DZS+DZ\ IF DZS>=100 GOTO 1110
1190 GOTO 1120
1200 PRINT Z, RL, TAU, RL/ND\ DZ=10\K2=K2+1\ IF K2=INT(K2/15)*15 GOTO 890
1210 GOSUB 630
1220 DTAU=DZ/URL\ DRLZ=DRLS*DTAU\RL=RL+DRLZ\Z=Z-DZ\TAU=TAU+DTAU
1230 T=TNG-G2*(ZNG-Z)\ IF T>=T0 GOTO 1270
1240 IF Z<=0 THEN Z=0\ GOTO 1310
1250 K3=K3+1\ IF K3=INT(K3/10)*10 GOTO 1200
1260 GOTO 1210
1270 PRINT Z, RL, TAU, RL/ND
1280 PRINT " Ледяная частица спустилась до нулевой изотермы и, растаяв, "
1290 PRINT " превратилась в каплю. Для продолжения наберите CONT "
1300 STOP \N2=3\N=RL\K2=0\ GOTO 1000
1310 PRINT Z, RL, TAU\ GOTO 1000
1320 END

```

ЗАДАНИЕ 6

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РЕАГЕНТОВ В ОБЛАКАХ

Воздействия с целью рассеяния туманов или низкой облачности, вызывания осадков, предотвращения градобитий и др. осуществляются путем внесения в облака или туманы реагентов, способствующих образованию ледяных частиц. При этом в зависимости от вида реагента, способа его диспергирования, средств доставки и цели воздействия используются различные схемы засева. Введение реагента в слоистообразные облака производится обычно с самолета при движении его по некоторому маршруту, называемому линией засева. В мощные конвективные облака реагент вводится с помощью специальных ракет («Облако», «Алазань», «Небо», «Кристалл»), снарядов («Эльбрус») или пиропатронов. Если используются ракеты, то реагент выбрасывается по трассе полета при горении шашки активного дыма. С помощью снарядов реагент вводится локально: на некоторой высоте снаряд взрывается. В операциях по рассеянию переохлажденных туманов ввод реагента осуществляется с помощью специальных генераторов, установленных на небольшой высоте с наветренной стороны.

Наземные генераторы используют также и в практике борьбы с градом для предупредительного увеличения концентрации льдообразующих ядер в воздухе на больших территориях. Общим для всех перечисленных вариантов засева является то обстоятельство, что вблизи источника создается избыточная концентрация реагента. Его распределение по пространству осуществляется благодаря механизму турбулентной диффузии. Умение рассчитать этот процесс позволяет выбирать наиболее эффективную методику воздействия.

В настоящем задании учащемуся предлагается рассчитать процессы распространения реагентов (или образовавшихся в результате их внесения активных ледяных кристаллов) при разных способах их внесения, определить размеры зоны кристаллизации и ее изменение во времени.

В основе методики расчета лежит решение общей задачи о диффузии пассивной примеси при различных начальных и граничных условиях (см. [14]). Применительно к перечисленным схемам засева рассмотрим три частных случая.

1. *Диффузия примеси от мгновенного линейного источника.* Это решение применимо для случаев засева с самолета или с помощью ракет. Концентрация ледяных частиц в конусообразно расширяющейся за самолетом или ракетой зоне рассчитывается по формуле

$$C(r, \tau) = \frac{Q'}{4\pi D\tau} \exp\left[-\frac{r^2}{4D\tau}\right], \quad (1)$$

где Q' — число ледяных кристаллов, образующихся при внесении реагента на единице пути по линии засева; D — коэффициент турбулентной диффузии; r — расстояние от линии засева по перпендикуляру к ней; τ — время.

Если ϕ — расход реагента на единицу пути, а N — льдообразующая активность реагента (число ледяных кристаллов, образующихся на единицу массы реагента), то

$$Q' = \phi N. \quad (2)$$

Формула (1) получена для изотропной турбулентности. Если атмосфера анизотропна, т. е. турбулентное перемешивание по вертикали (z) и горизонтали (y) неодинаково, то вместо формулы (1) можно использовать формулу

$$C(y, z, \tau) = \frac{Q'}{4\pi \sqrt{D_y D_z} \tau} \exp \left[-\frac{y^2}{4D_y \tau} - \frac{z^2}{4D_z \tau} \right]. \quad (3)$$

При этом, естественно, $y^2 + z^2 = r^2$.

2. *Мгновенный точечный источник.* Такое решение отражает процесс распространения реагента при внесении его с помощью снарядов, когда диспергирование осуществляется взрывом. В этом случае для расчета концентрации реагента (при изотропной турбулентности) применима формула

$$C(r, \tau) = \frac{Q}{(4\pi D \tau)^{3/2}} \exp \left[-\frac{r^2}{4D \tau} \right]. \quad (4)$$

Здесь $Q = mN$ — число ледяных кристаллов, образующихся при взрыве снаряда; m — масса реагента в снаряде.

3. *Непрерывный точечный источник.* Решение используется для расчета распространения реагента от наземного (или приподнятого) генератора, работающего достаточно долго, чтобы процесс можно было считать установившимся. Если при этом рассматривать условия, когда выделенный генератором реагент увлекается ветровым потоком со скоростью u , то соответствующая формула для определения концентрации имеет вид

$$C(x, y, z) = \frac{\dot{Q}u}{4\pi \sqrt{D_y D_z} x} \exp \left[-\frac{y^2 u}{4D_y x} \right] \times \\ \times \left\{ \exp \left[-\frac{(z-h)^2 u}{4D_z x} \right] + \exp \left[-\frac{(z+h)^2 u}{4D_z x} \right] \right\}, \quad (5)$$

где $\dot{Q} = N \frac{dm}{d\tau}$ — число ледяных частиц, поступающих от источника в единицу времени; h — высота расположения источника; ось x направлена по потоку, y — поперек его; z — высота.

Содержание работы

1. Исследуйте закономерности распространения реагента от мгновенного линейного источника.

По формуле (1) рассчитайте поле концентрации реагента в координатах r, τ следующим образом. Задайте последовательно несколько фиксированных значений τ , например $\tau = 500, 1000, 2000, 3600, 5400$ с. При каждом из выбранных значений τ рассчитайте $C(r, \tau)$ при разных значениях r (r задавайте от нуля до такого значения, при котором $C(r, \tau) \simeq 10^0 \dots 10^1 \text{ м}^{-3}$). Приготовьте координатную сетку r, τ и в узлах этой сетки нанесите вычисленные

значения C . Проведите изолинии концентрации, кратные 10^n . Проанализируйте полученное поле концентрации.

Обратите внимание на то, что вблизи источника концентрация достигает очень больших значений. Здесь ледяных частиц слишком много, поэтому они не имеют тех преимуществ в скорости роста, какими обладают, находясь среди большого числа переохлажденных капель. Такое состояние называется «перезасев». С удалением от линии засева и вдоль нее от источника концентрация быстро уменьшается. При очень малых концентрациях ледяные частицы быстро растут за счет перегонки пара с водяных капель. Однако при этом не происходит сколь-нибудь заметного изменения микроструктуры облака. Существует, таким образом, зона с оптимальной концентрацией, при которой ледяные кристаллы растут быстро и число их достаточно велико, чтобы происходило рассеяние облака либо выпадение из него фиксируемых осадков. Конечно, оптимальная концентрация (как и результат воздействия) зависят от мощности, водности и температуры облака; ее характерные значения, как полагают, составляют 10^3 – 10^5 м⁻³.

2. Если принять за границу зоны кристаллизации расстояние от оси $r = R$, на котором концентрация близка к оптимальной $C = C_R$, то для расчета расширения зоны кристаллизации во времени из уравнения (1) с учетом выражения (2) можно получить формулу

$$R = a \sqrt{D\tau \ln \frac{\varphi N}{b D \tau C_R}}. \quad (6)$$

(Учащемуся предлагается самостоятельно найти численные значения постоянных a и b , решив уравнение (1) относительно r при $r = R$ и $C = C_R$.)

По формуле (6) выполните расчеты изменения размеров зоны кристаллизации во времени при двух характерных для слоисто-образных облаков значениях коэффициентов диффузии: D_0 и $5D_0$ — каждый при двух значениях оптимальной концентрации $C_R = 10^3$ м⁻³ и $C_R = 10^4$ м⁻³.

Результаты расчетов представьте в виде графика $R = R(\tau)$. Сравните результаты расчетов и эксперимента: нанесите на этот же график экспериментальные данные, приведенные, например, на рис. 18.15 в работе [19]. Выберите 5–7 опытов, соответствующих различным скоростям расширения зоны.

Внимание! Учтите, что на рис. 18.15 в работе [19] приведена ширина зоны, а не радиус.

Аналогичные результаты для опытов, выполненных в других условиях, приводятся в работе [23].

3. Используя формулу (6), рассчитайте при $C_R = 10^3$ м⁻³ время, через которое зона кристаллизации перестанет существовать ($R = 0$).

4. По формуле (3), принимая $D_z = D_0$, а $D_y = 5D_0$ и задавая таким образом скорость распространения примеси по вертикали

меньшей, чем по горизонтали (что характерно для устойчивой стратификации атмосферы), рассчитайте поле концентрации в плоскости, перпендикулярной линии засева для времени $\tau = 1800$ с. Нанесите результаты расчета на координатную сетку y, z и проведите изолинии концентрации так, как указано в п. 1. Оцените роль анизотропной турбулентности.

5. Проанализируйте теперь закономерности расширения зоны кристаллизации при внесении реагента с помощью снарядов. Будем говорить о воздействии на облака типа Сб с целью предотвращения градобитий. При этом, чтобы подавить возможность роста крупных градин, который в основном определяется коагуляцией с переохлажденными каплями, нужно стремиться к такому состоянию, которое выше характеризовалось как перезасев. В рамках используемого решения это достигается за счет увеличения значения C_R .

Подставляя в формулу (4) снова $r = R$, а $C = C_R$, легко получить формулу для радиуса зоны, внутри которой $C > C_R$ и условия для роста града отсутствуют:

$$R = 2 \sqrt{D\tau \ln \frac{Q}{(4\pi D\tau)^{3/2} G_R}} \quad (7)$$

По формуле (7) рассчитайте изменение R со временем. Имея в виду, что турбулентность в мощных конвективных облаках существенно больше, чем в слоистообразных, задайте при расчетах $D = 50 D_0$. Расчеты выполните для двух значений $C_R: 10^5$ и 10^6 м^{-3} . Расчет ведите от $\tau = 0$ до полного исчезновения зоны ($R = 0$). Представьте результаты в виде графика $R = R(\tau)$. Проанализируйте полученные результаты. Сравните их с близкими по смыслу данными, приведенными в работе [14] на рис. 3.4.2.

6. Рассчитайте распространение реагента от наземного источника. По формуле (5) выполните расчет поля концентрации для осевого вертикального сечения (при $y = 0$). Если ориентироваться на условия неустойчивого состояния приземного слоя атмосферы (летний день, часы, предшествующие развитию мощных конвективных облаков), то $D_z > D_y$. Задайте $D_y = 0,5 D_0$, а $D_z = D_0$. Результаты расчета представьте на координатной сетке x, z в виде изолиний концентрации. Проанализируйте полученные результаты.

Контрольные вопросы

1. Перечислите и охарактеризуйте способы внесения реагента в облака.
2. Изменяется ли с изменением коэффициента диффузии максимальная ширина зоны кристаллизации при заданном C_R ?
3. Что понимают под оптимальной концентрацией реагента? Как она зависит от параметров облака и целей воздействия?
4. От каких параметров облака зависит льдообразующая активность реагента?
5. Какие факторы приводят к дезактивации реагента?
6. В литературе, в частности в работе [23], приводятся различные характерные типы расширения зоны кристаллизации. Кроме

рассмотренного в настоящем задании — сначала зона увеличивается, достигает максимального размера и далее уменьшается до нуля,— наблюдается также непрерывное линейное и даже экспоненциальное увеличение размеров зоны со временем. Каковы возможные причины такого изменения размеров зоны кристаллизации?

Задачи

1. Рассчитайте нормы расхода реагента, при которых зоны кристаллизации, образуемые за двумя самолетами, летящими параллельными курсами на расстоянии 3 км друг от друга, сомкнутся через 30 мин. Коэффициент турбулентности в облаке $30 \text{ м}^2/\text{с}$, льдообразующая активность реагента 10^{12} г^{-1} .

2. Используя уравнение (7), выведите формулу для времени, которое необходимо, чтобы зона кристаллизации достигла максимального размера ($\tau_{R_{\text{макс}}}$). Подставив эту формулу в уравнение (7), получите выражение для $R_{\text{макс}}$. Найдите затем соотношение между $\tau_{R_{\text{макс}}}$ и временем, в течение которого зона прекратит свое существование $\tau_R=0$.

3. Используя формулы, полученные при решении предыдущей задачи, рассчитайте максимальный размер зоны кристаллизации ($R_{\text{макс}}$) и время, в течение которого зона достигает этого размера ($\tau_{R_{\text{макс}}}$), если реагент диспергируется при подрыве снаряда. Масса реагента в снаряде 100 г, льдообразующая активность реагента 10^{13} г^{-1} , коэффициент турбулентности $D = 5 \cdot 10^2 \text{ м}^2/\text{с}$, $C_R = 10^5 \text{ м}^{-3}$.

Оцените, на какой высоте в облаке зона достигнет максимального размера, если снаряд взрывается на уровне 4 км, средняя скорость восходящих потоков 10 м/с.

Варианты исходных данных

Номер варианта	$\Phi \text{ г/м}$	$N \text{ г}^{-1}$	$m \text{ г}$	$\frac{dm}{dt} \text{ г/с}$	$D_0 \text{ м}^2/\text{с}$	$u \text{ м/с}$	$h \text{ м}$
1	0,1	$5 \cdot 10^{12}$	50	0,5	5	5	0
2	0,2	$5 \cdot 10^{12}$	100	0,4	5	5	0
3	0,3	10^{12}	150	0,3	5	5	5
4	0,4	10^{12}	200	0,2	5	3	5
5	0,5	10^{12}	250	0,1	5	3	5
6	0,1	10^{13}	50	0,5	10	5	10
7	0,2	10^{13}	100	0,4	10	5	10
8	0,3	10^{13}	150	0,2	10	3	20
9	0,4	10^{13}	200	0,3	10	3	20
10	0,5	10^{13}	250	0,1	10	3	20
11	0,5	$5 \cdot 10^{12}$	100	1,0	15	10	100
12	0,5	10^{12}	200	0,5	15	10	200
13	1,0	10^{12}	100	0,01	10	1	0
14	1,0	10^{13}	200	0,05	10	3	0
15	1,5	10^{12}	100	0,05	5	3	0

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 3.4; [19], п. 18.11; [23], глава II; [8], глава 5, особенно п. 5.5.

ЗАДАНИЕ 7

РАСЧЕТ СТРУИ МЕТЕОТРОНА

Появление мощных конвективных облаков над вулканами, сильными пожарами послужило отправной точкой для разработки метода искусственного осадкообразования путем интенсификации конвекции с помощью локальных, но мощных тепловых источников. Автор этого метода французский ученый А. Дессенс назвал устройство, предназначенное для указанных целей, метеотроном [9]. Метеотрон Дессенса представлял собой систему горелок, в которых сжигалось низкосортное топливо. Потоки нагретого воздуха устремлялись вверх, образуя мощную конвективную струю. Если такая струя достигала уровня конденсации, то наблюдалось образование облаков, которые при благоприятных условиях развивались до кучеводождевых.

В настоящее время более эффективным считается стимулирование конвекции с помощью струй, обладающих не только тепловой, но и значительной кинетической энергией, в частности струй, создаваемых системой реактивных двигателей, отработавших летный ресурс. Описания серии экспериментов с метеотронами разных конструкций приводятся в работе [7].

Очевидно, что успешность воздействия в первую очередь определяется метеорологическими условиями, в частности стратификацией атмосферы. Если атмосфера абсолютно устойчива, то никакие реально возможные затраты энергии не могут дать положительного эффекта. В то же время очевидно, что при абсолютно неустойчивой атмосфере воздействие не требуется. Однако в атмосфере возможны ситуации, когда потенциальная неустойчивость не реализуется без толчка извне. Например, при наличии небольших приподнятых запирающих слоев, препятствующих развитию естественной конвекции. Предварительные расчеты распространения струи метеотрона позволяют заранее оценить целесообразность воздействия.

Выполним расчет параметров струи, следуя теоретической схеме [14]. Разобьем общую задачу искусственного облакообразования на две части: расчет характеристик струи до уровня конденсации («сухая» струя) и расчет облачной струи, ее динамики. В настоящем задании рассматривается первая часть задачи.

Основными исходными уравнениями для расчета параметров турбулентной струи в стратифицированной атмосфере являются уравнения для импульса, тепло- и влагосодержания:

$$d(mw) = m \frac{g}{w} \frac{\Delta T}{T} dz, \quad (1)$$

$$d(m \Delta T) = m(\gamma - \gamma_a') dz, \quad (2)$$

$$d(ms') = s dm. \quad (3)$$

Здесь w — вертикальная скорость в струе, $\Delta T = T' - T$ — разность температур струя — окружающая среда, g — ускорение свободного падения, γ , γ_a — градиент температуры в среде и адиабатический градиент в струе (примем далее для упрощения расчетов, что $\gamma_a = \gamma_a = g/c_p$), s' и s — массовые доли водяного пара в струе и среде соответственно, m — секундная масса струи:

$$m = \pi R^2 \rho' w, \quad (4)$$

где R — радиус струи, ρ' — плотность воздуха в струе. Закон изменения секундной массы струи обычно задается в виде

$$\frac{1}{m} \frac{dm}{dz} = \frac{C}{R}, \quad (5)$$

где C — постоянная вовлечения; $C = 0,22$. Точное решение системы (1) — (5) может быть реализовано численно на ЭВМ.

Для ускорения вычислений и реализации решения с помощью малой вычислительной техники уравнения (1) — (3), (5) проинтегрируем, однако не для всей струи (это сделать не удастся), а для сравнительно небольших слоев по высоте, в пределах которых можно пренебречь изменением ряда параметров. Начнем с уравнения (5). Если полагать, что в пределах малого шага по высоте ξ радиус струи остается постоянным ($R = \text{const}$), то для секундной массы легко получим

$$m_{z+\xi} = m_z \exp\left(c \frac{\xi}{R}\right). \quad (6)$$

Тогда для $\xi = h_i$, где i — номер шага, получим

$$m_i = m_{i-1} \exp\left(c \frac{h_i}{R_{i-1}}\right). \quad (7)$$

С учетом (6) уравнения (2) и (1) далее последовательно интегрируются, если принять, что в пределах шага R_{i-1} , γ_i , T_{i-1} — остаются постоянными. (Учащемуся предлагается самостоятельно проделать соответствующие преобразования). В результате интегрирования получаются следующие рекуррентные соотношения

$$\Delta T_i = \left[\Delta T_{i-1} + (\gamma_i - \gamma_a) \frac{R_{i-1}}{C} \left(\exp\left(C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right) - 1 \right) \right] \times \\ \times \exp\left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right), \quad (8)$$

$$w_i = \left\{ w_{i-1}^2 + \frac{g}{T_{i-1}} \frac{R_{i-1}}{C} \left(\exp\left(C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right) - 1 \right) \times \right. \\ \times \left[2 \Delta T_{i-1} + (\gamma_i - \gamma_a) \frac{R_{i-1}}{C} \left(\exp\left(C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right) - 1 \right) \right]^{1/2} \exp\left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right) \Big\}. \quad (9)$$

Аналогичным образом, принимая, что в пределах i -го шага s остается постоянной ($s = s_{i-1}$), и интегрируя уравнение (3), получаем:

$$s'_i = \left[s'_{i-1} + s_{i-1} \left(\exp \left(C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) - 1 \right) \right] \exp \left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right). \quad (10)$$

Теперь при переходе от одного слоя к другому рассчитаем изменение радиуса. Используя формулу (4), находим:

$$R_i = R_{i-1} \sqrt{\frac{w_{i-1}}{w_i} \exp \left(C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) \exp (10^{-4} h_i)}, \quad (11)$$

где множитель $\exp (10^{-4} h_i)$ учитывает изменение плотности воздуха с высотой:

$$\frac{\rho'_{i-1}}{\rho'_i} \approx \frac{\rho_{i-1}}{\rho_i} \approx \exp \left[\frac{\gamma_A - \gamma_i}{T_{i-1}} h_i \right] \approx \exp (10^{-4} h_i),$$

γ_A — градиент автоконвекции: $\gamma_A = 3,4 \cdot 10^{-2}$ К/м.

Добавим к системе еще ряд очевидных уравнений

$$z_i = z_{i-1} + h_i, \quad (12)$$

$$T_i = T_{i-1} - \gamma_i h_i, \quad (13)$$

$$T'_i = T_i + \Delta T_i. \quad (14)$$

Решение системы рекуррентных уравнений (7) — (14) позволяет выполнить расчет изменения параметров струи с высотой.

Чтобы начать вычисления, необходимо задать граничные параметры струи на исходном уровне при $z = 0$: w_0 , ΔT_0 , R_0 , s_0 . Фооновыми условиями являются распределения температуры и влажности в среде. Зададим температуру воздуха на исходном уровне T_0 .

Тогда в соответствии с уравнением (13) $T_i = T_0 - \sum_{i=1}^i \gamma_i h_i$, т. е. изменение температуры определяется градиентом γ (в общем случае изменяющимся с высотой). Аналогично можно задать и изменение $s(z)$. Однако, упрощая задачу, воспользуемся для изменения массовой доли водяного пара с высотой аппроксимацией

$$s = s_0 e^{-z/H}, \quad (15)$$

где s_0 — массовая доля водяного пара при $z = 0$, H — параметр распределения.

Исходное содержание пара в струе зададим соотношением

$$s'_0 = s_0 + c_p \Delta T_0 \frac{\alpha'}{\alpha}, \quad (16)$$

где второе слагаемое учитывает выделение влаги при сгорании топлива, α' и α — влаго- и теплотворная способности топлива.

Значения w_0 , ΔT_0 , R_0 определяются параметрами метеотрона, полная мощность которого описывается выражением

$$N_0 = \pi R_0^2 w_0 \rho'_0 (c_p \Delta T_0 + w_0^2/2). \quad (17)$$

Решение системы (7)–(14) сводится к следующему. Задав параметры струи и фоновые условия на исходном (нулевом) уровне, сделаем первый шаг по высоте — вычислим параметры струи на высоте $z_1 = 0 + h_1$. Изменим здесь фоновые характеристики в соответствии с их распределением (γ_i, s_i) и вычислим параметры струи на высоте $z_2 = z_1 + h_2$ и т. д. Расчет может выполняться последовательно «вручную» или с использованием программируемой вычислительной техники.

Содержание работы

1. Выполните анализ развития сухой струи метеотрона при различных условиях в атмосфере. Основными факторами, управляющими развитием струи, как легко видеть, являются распределения температуры и влажности в среде. Рассчитайте параметры струи при фиксированных значениях T_0 и H и различных γ и s_0 . В таблице вариантов заданы два значения градиента (γ_1 и γ_2) и два значения относительной влажности ($f_{0,1}$ и $f_{0,2}$). Расчеты выполните для трех вариантов: при $f_{0,1}$ для двух распределений температуры (γ_1 и γ_2) и при γ_1 для двух исходных значений влажности $f_{0,1}$ и $f_{0,2}$.

Рекомендация. При выборе шага h_i руководствуйтесь следующими ограничениями: на первых четырех-пяти шагах $h_i \leq R_{i-1}$, далее $h_i \leq 2 \dots 4R_{i-1}$, но всегда $h_i < 200$ м.

Расчет проводите до выполнения условия $f' = 1$, если ранее струя не «остановится» ($\omega = 0$). Результаты расчетов представьте в виде графиков $\omega = \omega(z)$, $\Delta T = \Delta T(z)$, $T = T(z)$, $f' = f'(z)$.

Примечание. Для перехода от исходной относительной влажности f_0 к s_0 и обратного перехода — от s'_i к f'_i — используйте формулу

$$s = \frac{\mu}{M} \frac{fE}{p}. \quad (18)$$

Значение E как функцию температуры можно найти в приложении 3. Для расчета давления можно использовать уравнение

$$p_i \approx p_{i-1} \left(1 - \frac{3,4 \cdot 10^{-2}}{T_i} h_i \right). \quad (19)$$

Проанализируйте полученные зависимости. Графики $T = T(z)$ и $T' = T'(z)$ удобно продублировать на аэрологической диаграмме. Тогда о достижении уровня конденсации легко можно судить по выполнению условия $s(z) = s_{\text{нас}}$. Значения массовой доли насыщенного водяного пара (устаревший термин — «удельная влажность») нанесены на диаграмме. Проведите от уровня конденсации кривые стратификации и состояния и оцените возможность развития конвективных облаков над струей метеотрона.

2. Оцените возможности пробивания запирающего слоя при изменении исходных параметров струи метеотрона. Возьмите за основу вариант расчета, соответствующий комбинации параметров $T_0, \gamma_1, f_{0,1}$. Выберите высоту z_i на 500–1000 м ниже рассчитанного вами уровня конденсации. С этого уровня и выше задайте запира-

ющий слой: резко измените градиент температуры, например, приняв его изотермическим. При этом новом градиенте с высоты z_i повторите расчет до потолка подъема струи — до $z = z\{w = 0\}$, если, конечно, ранее не будет достигнуто условие конденсации $f' = 1$. Продлите запирающий слой на 100—200 м выше потолка подъема, а далее задайте снова тот же градиент температуры $\gamma = \gamma_1$. Если условие $f' = 1$ достигается раньше, чем $w = 0$, границу нижнего запирающего слоя опустите еще ниже. Разумеется, расчет параметров струи в запирающем слое придется повторить.

Теперь измените по своему желанию либо соотношение между ΔT_0 , R_0 и w_0 , сохраняя N_0 в формуле (17), либо N_0 (увеличьте его) за счет изменения любого из варьируемых параметров.

Выполнив снова расчеты, определите, пробивает ли струя запирающий слой. Если с первой попытки пробить запирающий слой не удалось, снова измените параметры струи и сделайте еще одну попытку и т. д. до тех пор, пока снова не создадутся условия для развития облака. Оцените, насколько реальны параметры струи, при которых удалось достигнуть успеха.

Дополнение к заданию. Реализация расчетов на программируемом калькуляторе

Ниже система уравнений (7)—(14) запрограммирована для реализации на МК типа «Электроника БЗ-34». При использовании калькуляторов с регистром памяти Е дополнительно решается уравнение (19).

Распределение регистров памяти

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	(E)
z	ΔT	w	s'	R	h	γ	T	s_0	—	γ_a	H	C	—	(p)

Текст программы

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	П-хС	П-х5	×	П-х4	÷	Fe ^x	х-П9	1	—	П-х4
1	×	П-хС	÷	х-ПД	П-х6	П-хА	—	×	П-х1	+
2	В↑	П-х1	+	П-хД	×	1	0	×	П-х7	÷
3	П-х2	F _x ²	+	F _√	П-х9	÷	х-ПД	↔	П-х9	÷
4	х-П1	П-х2	П-хД	х-П2	÷	П-х9	×	1	ВП	4
5	/—/	П-х5	×	Fe ^x	×	F _√	П-х4	×	х-П4	П-х9
6	1	—	П-х0	П-хВ	÷	/—/	Fe ^x	×	П-х8	×
7	П-х3	+	П-х9	×	х-П3	П-х0	П-х5	+	х-П0	1
8	3	4	ВП	3	/—/	П-х5	×	П-х7	÷	—
9	П-хЕ	×	х-ПЕ	П-х7	П-х6	П-х5	×	—	х-П7	С/П
10	В/О									

Пояснения к программе

Полностью программа реализуется на МК-52 и аналогичных ему или более совершенных. При использовании ПМК с 14 регистрами памяти и 96 командами команды 79—92, решающие уравнения (19), не набираются. Сразу за командой 78 следует набирать текст с 93 позиции (П—х7 и далее до В/О).

Работа с программой

Включив МК, перейдите в режим набора программы («F», «ПРГ») и наберите команды 00—100 либо 00—86 (см. выше). Перейдите затем в режим автоматической работы («F», «АВТ»). Выберите вариант расчета и для него в регистры памяти 1—4 введите параметры струи на исходном уровне, в регистры 6—8, (E)—характеристики среды, а в регистры A, B, C—постоянные параметры. В соответствии с рекомендациями основного задания выберите значение h_1 и введите его в регистр П5. В регистре ПО следует установить $z_0 = 0$. Приготовьте бланк таблицы для записи результатов расчетов: i (номер шага по высоте), z_i , ΔT_i , w_i , R_i , s_i , T_i и p_i . Нажмите последовательно клавиши «В/О», «С/П» и после останова спишите в таблицу все перечисленные переменные. Если нужно, измените значения h и γ и сделайте следующий шаг. Расчет выполняйте либо до $s_i = s_{\text{нас}}(z)$ (уровень конденсации), либо до $z|_{w=0}$ (предельная высота подъема струи). Для определения уровня конденсации с помощью уравнения (18) можно вести расчет f' до $z|_{f'} = 1$.

Выполните расчеты для всех вариантов, перечисленных в тексте основного задания.

Контрольные вопросы

1. Что такое секундная масса?
2. Какими факторами определяется изменение скорости в струе с высотой?
3. Какими факторами определяется изменение с высотой температуры в струе?
4. Струя воздуха, обладающая некоторым начальным перегревом, распространяется вверх в изотермической атмосфере. Изобразите графически распределение температуры в струе с высотой.
5. Какие погодные условия являются благоприятными для создания конвективных облаков с помощью метеотрона?

Задачи

1. Выведите формулу изменения средней скорости в изотермической струе (при безразличной стратификации).
2. Докажите, что формулу вовлечения $\frac{1}{m} \frac{dm}{dz} = \frac{C}{R}$ в случае изотермической струи можно представить в виде $dR/dz = C$.

3. Определите исходную относительную влажность воздуха в тепловой струе метеотрона, работающего на углеводном топливе, если относительная влажность воздуха $f_0 = 0,5$, температура 20°C , перегрев струи $\Delta T_0 = 40\text{ K}$ (теплотворная способность топлива $4 \cdot 10^7\text{ Дж/кг}$, влаготворная — $1,5\text{ кг/кг}$).

Варианты исходных данных

Номер варианта	Параметры струи			Параметры атмосферы				
	$\Delta T_0\text{ K}$	$w_0\text{ м/с}$	$R_0\text{ м}$	$T_0\text{ K}$	$\gamma_1\text{ К/м}$	$\gamma_2\text{ К/м}$	$f_{0,1}$	$f_{0,2}$
1	30	5	50	303	0,008	0,005	0,8	0,5
2	40	5	50	293	0,008	0,005	0,8	0,6
3	50	5	50	283	0,009	0,006	0,9	0,7
4	50	4	50	283	0,008	0,005	0,8	0,5
5	40	4	50	293	0,007	0,004	0,8	0,5
6	80	3	40	293	0,008	0,005	0,8	0,5
7	80	3	40	283	0,008	0,006	0,9	0,4
8	75	5	40	293	0,009	0,005	0,9	0,5
9	75	5	40	283	0,009	0,006	0,8	0,5
10	50	5	60	303	0,007	0,004	0,7	0,3
11	10	10	100	303	0,009	0,005	0,8	0,4
12	20	5	100	303	0,008	0,005	0,8	0,4
13	50	2	100	293	0,008	0,005	0,8	0,5
14	250	250	2	293	0,007	0,004	0,9	0,4
15	250	500	1	293	0,008	0,006	0,7	0,3

Примечание. Во всех вариантах $p_0 = 1000\text{ гПа}$, $H = 4000\text{ м}$.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 3.1, 3.2; [9], глава 1, 3; [7], главы 1—5.

ЗАДАНИЕ 8

СТРУЙНАЯ МОДЕЛЬ ОБЛАЧНОЙ КОНВЕКЦИИ

С мощными кучевыми облаками часто связаны явления погоды, имеющие в основном локальный характер, но обладающие большой разрушительной силой и причиняющие немалый ущерб народному хозяйству. К таким явлениям относятся, например, град, гроза, ливень. Вид, размеры и концентрация частиц осадков определяются распределением по высоте и сечению облака вертикальной и горизонтальной составляющих скорости, влажности и других параметров. Расчет профилей этих параметров в сочетании с результатами радиолокационных наблюдений позволяют оценить степень градо- и грозоопасности облаков, определить, насколько необходимо воздействие, а также место внесения реагента и его дозировку, т. е. обеспечить возможность грамотного и теоретически обоснованного воздействия.

Наблюдения показывают, что вертикальные токи в мощных кучевых облаках на стадии максимального развития имеют характер непрерывной струи. Это обстоятельство позволяет использовать для расчетов термодинамических параметров облака так называемую струйную модель облачной конвекции, базирующуюся на теории свободных турбулентных струй.

В настоящем задании учащемуся предлагается освоить один из вариантов приближенного расчета параметров облачной струи.

В теории струй основными исходными являются уравнения импульса, тепло- и влагосодержания, которые для облачной струи можно представить в виде

$$d(mw) = m \frac{g}{w} \frac{\Delta T - Tq}{T} dz, \quad (1)$$

$$d(m \Delta T) = m(\gamma - \gamma_a) dz + \frac{L}{c_p} d(mq), \quad (2)$$

$$d[m(q + S')] = fS dm, \quad (3)$$

где w — вертикальная составляющая скорости в облаке, $\Delta T = T' - T$ — перегрев облака относительно окружающей среды на той же высоте, q — влажность в струе, g — ускорение свободного падения, γ и γ_a — градиент температуры в среде и сухадиабатический градиент, L — теплота парообразования, c_p — теплоемкость воздуха, S' и S — массовые доли насыщенного водяного пара в струе при температуре T' и в окружающей среде при температуре T соответственно, f — относительная влажность в среде (относительная влажность в струе $f' = 1$).

Изменение секундной массы m задается выражением

$$\frac{1}{m} \frac{dm}{dz} = \frac{C}{R}, \quad (4)$$

где

$$m = \pi R^2 \rho' w, \quad (5)$$

C — постоянная вовлечения ($C = 0,22$), R — радиус облачной струи, ρ' — плотность воздуха в струе.

Строгое аналитическое решение системы уравнений (1)–(5) невозможно, поэтому решать ее приходится численно, с помощью ЭВМ. Однако расчеты могут быть существенно упрощены, если воспользоваться приближенным решением, выполняя интегрирование послойно — шагами по высоте.

Если в пределах i -го шага по высоте пренебречь изменением радиуса струи ($R_i = \text{const}$) и задавать толщину слоя h_i так, чтобы градиент температуры оставался в нем постоянным ($\gamma_i = \text{const}$), то уравнение (2) с учетом выражения (4) элементарно интегрируется. В уравнении (3) перейдем от переменного по высоте произведения fS к его среднему значению:

$$\langle fS \rangle = \frac{f_{i-1}S_{i-1} + f_iS_i}{2},$$

после чего интегрирование не представляет труда.

При сравнительно небольшом перегреве струи можно воспользоваться приближенным соотношением между S' и S на одном и том же уровне (при одинаковом давлении)

$$S'(T') = S(T)(1 + 0,08 \Delta T). \quad (6)$$

После несложных преобразований получают следующие рекуррентные уравнения для расчета ΔT_i и q_i :

$$\Delta T_i = \frac{\Delta T_{i-1} \left(1 + 0,08 \frac{L}{c_p} S_{i-1} \right) \exp \left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) + \left(\gamma_i - \gamma_a \right) \frac{R_{i-1}}{C} \left(1 - \exp \left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) \right) + \frac{L}{C_p} A_i}{1 + 0,08 \frac{L}{C_p} S_i}, \quad (7)$$

где

$$A_i = S_{i-1} \exp \left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) - S_i + \frac{f_{i-1}S_{i-1} + f_iS_i}{2} \left(1 - \exp \left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) \right), \quad (8)$$

$$q_i = q_{i-1} \exp \left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) + A_i + 0,08 \left(\Delta T_{i-1} S_{i-1} \exp \left(-C \frac{h_i}{R_{i-1}} \right) - S_i \Delta T_i \right). \quad (9)$$

Заменим архимедово ускорение в правой части уравнения (1) его средним арифметическим значением:

$$\left\langle g \frac{\Delta T - Tq}{T} \right\rangle \simeq \frac{g}{T_{i-1}} \frac{\Delta T_{i-1} + \Delta T_i - T_{i-1} (q_{i-1} + q_i)}{2}.$$

Тогда после интегрирования получим

$$w_i = \sqrt{w_{i-1}^2 \exp\left(-2C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right) + \frac{g}{T_{i-1}} \frac{R_{i-1}}{2C} \left[\Delta T_{i-1} + \Delta T_i - \right.} \\ \left. - T_{i-1}(q_{i-1} + q_i)\right] \left(1 - \exp\left(-2C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right)\right)}. \quad (10)$$

Радиус струи при переходе от одного расчетного слоя к другому можно найти по уравнению, полученному в предыдущем задании:

$$R_i = R_{i-1} \sqrt{\frac{w_{i-1}}{w_i} \exp\left(C \frac{h_i}{R_{i-1}}\right) \exp(10^{-4} h_i)}. \quad (11)$$

Учащемуся рекомендуется проделать все выкладки, связанные с получением формул (7)–(10).

Систему уравнений (7)–(11) для замыкания следует дополнить соотношениями

$$T_i = T_{i-1} - \gamma_i h_i, \quad (12)$$

$$z_i = z_{i-1} + h_i. \quad (13)$$

Для удобства анализа можно рассчитывать распределение температуры в струе:

$$\bar{T}_i' = T_i + \Delta T_i. \quad (14)$$

Массовая доля насыщенного водяного пара определяется формулой

$$S_i = 0,622 \frac{E_i}{p_i}. \quad (15)$$

Значения парциального давления насыщения водяного пара E как функции температуры приводятся в приложении 3. В общем ряду рекуррентных уравнений для расчета давления удобно воспользоваться соотношением

$$p_i = p_{i-1} \left(1 - \frac{\gamma_A}{T_{i-1}} h_i\right), \quad (16)$$

где γ_A — градиент автоконвекции; $\gamma_A = 3,2 \cdot 10^{-2}$ К/м.

Расчетная схема, изложенная здесь, пригодна для использования в штилевой атмосфере или в ситуациях, когда в слое развития конвекции не наблюдается существенного изменения скорости и направления ветра (отсутствует сдвиг ветра).

При численной реализации системы (7)–(16) фоновыми являются данные зондирования атмосферы, представленные зависимостями $\gamma = \gamma(z)$ и $f = f(z)$.

Для решения системы следует задать граничные условия. Нижней границей облачной струи является уровень конденсации: $z_{y.k} = z_0 = 0$. Тогда естественно положить $q_0 = 0$. Обычно принимают также $\Delta T_0 = 0$. Значения w_0 логично задавать зависящими от R_0 : чем больше диаметр облака, тем больше скорость восходящих потоков на его нижней границе. Удобно пользоваться полученным на основе наблюдений эмпирическим правилом: вертикальная скорость на уровне конденсации w_0 , выраженная в м/с, соответствует радиусу облачной струи R_0 , выраженному в км. Вторым граничным условием является высота, на которой $w = 0$. При выборе шага h_i следует руководствоваться соотношениями $h_i \leq R_0/2$, если $R_0 < 2000$ м и $h_i \leq 1000$ м, если $R_0 > 2000$ м.

Содержание работы

1. Для подготовки к расчетам выпишите рабочую систему уравнений. С этой целью подставьте в уравнения (7)–(10) все постоянные и мало изменяющиеся параметры. Можно, например, принять $g/T_i = g/\bar{T} = 4 \cdot 10^{-2}$ м/(с²·К); $\gamma_a = 10^{-2}$ К/м; $L/c_p = 2,5 \cdot 10^3$ К; $0,08 L/c_p = 200$.

Разработайте алгоритм решения системы уравнений и составьте программу реализации ее на ЭВМ. При выполнении расчетов «вручную» заготовьте бланк таблицы для записи промежуточных результатов и вычисленных значений параметров среды и облачной струи на различных высотах.

2. Выпишите заданные в таблице вариантов исходных данных значения w_0 , R_0 (в метрах!), f (предполагается, что $f = \text{const}(z)$), T_{01} , γ_1 , p_0 . В этом и последующих вариантах расчета будем считать, что градиент температуры сохраняется до высоты тропопаузы ($z = 8000$ м) над уровнем конденсации. Выше тропопаузы — изотермия ($\gamma = 0$).

Выберите значение шага h_i . На высотах z_i , определяемых выражением (13), рассчитайте по формуле (15) значения S_i . (Значения S_i можно снять с аэрологической диаграммы, если на нее нанести кривую стратификации температуры.)

Процедура вычислений заключается в следующем. Подставьте в формулу (7) параметры струи, соответствующие уровню конденсации ($\Delta T_0 = 0$, R_0), параметры среды на высотах $z = 0$ (S_0 , f_0) и $z = h_1$ (S_1 , $f_1 = f_0$) и характеристики слоя γ_1 и h_1 . Вычислите значение ΔT_1 — перегрев струи на высоте $z_1 = h_1$. Подставив все перечисленные параметры и вычисленное значение ΔT_1 в формулу (9), найдите значение q_1 . Аналогично по формулам (10), (11) вычислите значения скорости и радиуса струи на высоте z_1 . Повторите все операции на втором шаге — найдите значения ΔT_2 , q_2 , w_2 , R_2 , T_2 на высоте $z_2 = z_1 + h_2$. Продолжайте расчет до тех пор, пока $w_i > 0$. Отрицательное значение подкоренного выражения в (10) свидетельствует о том, что облачная струя затухает в пределах текущего слоя. Построив график $w = w(z)$, без труда можно найти $z|_{w=0}$, экстраполируя кривую $w(z)$ к условию $w = 0$.

Постройте графики остальных рассчитанных характеристик: $R = R(z)$, $q = q(z)$, $T = T(z)$ и $T' = T'(z)$. Последние два графика удобно нанести на бланк аэрологической диаграммы. Проведите на диаграмме кривую состояния от уровня конденсации. Сравните последнюю с зависимостью $T' = T'(z)$. Объясните, чем определяются подобие и различие этих зависимостей.

3. Повторите аналогичные расчеты для двух других сочетаний T_0 и γ : T_{01} и γ_2 ; T_{02} и γ_1 . Остальные параметры сохраняются. Результаты расчетов представьте в виде графиков.

Проанализируйте все результаты расчетов. Прежде всего обратите внимание на зависимость интенсивности конвекции от температуры на уровне конденсации при одинаковом γ и градиента температуры при постоянной T_0 . Сочетания параметров характеризуют условия развития облаков в теплой влажнонеустойчивой воздушной массе при T_{01} и γ_1 , холодной воздушной массе и теплой массе при малой энергии неустойчивости при T_{02} и γ_1 .

Примечание. Если для выполнения задания используется ЭВМ, то не пренебрегайте возможностью исследовать зависимость параметров облака от его горизонтальных размеров. Выполните расчеты для T_{01} и γ_1 с радиусом облачной струи, вдвое меньшим и вдвое большим значения R_0 , заданного в таблице вариантов. Не забудьте одновременно изменить w_0 .

4. Распределения вертикальной скорости и водности облака с высотой могут быть далее использованы при численном моделировании процессов осадкообразования. Для этих целей удобно результаты расчета представить в виде аналитических выражений. Распределение $w = w(z)$ можно аппроксимировать трехпараметрической формулой

$$\dot{w} = w_0 + \alpha z^2 (h - z). \quad (17)$$

Задача заключается в том, чтобы найти такие значения w_0 , h , α , при которых формула (17) давала бы значения $w(z)$, практически равные тем, по которым она построена. Что касается w_0 и h , то они определяются легко: w_0 задано как граничное условие, h найдите как высоту, на которой еще раз $w = w_0$. Чтобы найти α , учтем, что в соответствии с (17) максимум скорости соответствует высота

$$z_{w_{\max}} = \frac{2}{3}h. \quad (18)$$

(Убедитесь в этом, приравняв к нулю производную по z от правой части выражения (17).) Если в зависимости $w = w(z)$ максимум скорости $w_{\max}$ соответствует этой высоте, то, подставляя выражение (18) в формулу (17), найдите α :

$$\alpha = \frac{27}{4} \frac{w_{\max} - w_0}{h^3}. \quad (19)$$

Как правило, в реальных ситуациях $z_{\omega_{\max}}$ не будет совпадать с $z = \frac{2}{3}h$. В этих случаях в формулу (19) можно подставлять среднее из значений $\omega_{\max}$ и $\omega_{2/3h}$. Тогда

$$\alpha = \frac{27}{4} \frac{(\omega_{\max} + \omega_{2/3h})/2 - \omega_0}{h^3}. \quad (19a)$$

Определив ω_0 , h , α , по формуле (17) рассчитайте $\hat{\omega} = \hat{\omega}(z)$ и нанесите для сравнения результаты на график $\omega = \omega(z)$. Сравните аппроксимируемую и аппроксимирующую зависимости.

Если кривые расходятся сильно, то попробуйте сблизить их, изменяя параметры, либо используйте более строгие методы (например, метод наименьших квадратов).

Перейдем теперь к аппроксимации зависимости $q = q(z)$. Заметим, впрочем, что, называя q водностью, мы не учитывали неизбежного замерзания воды при низких температурах. Фактически q характеризует суммарный вклад взвешенных в воздухе частиц воды и льда: $q = q_v + q_l$. Попытаемся аппроксимировать зависимость этой суммы от высоты выражением

$$\hat{q} = \beta z^\delta. \quad (20)$$

Опыт показывает, что можно принять $\delta = 1/2$. Тогда для нахождения β достаточно взять q при любом значении z в нижней части облака ($1000 \text{ м} \leq z \leq 3000 \text{ м}$) и решить уравнение (20) относительно β . Найдите β для ваших расчетов. Для сравнения представьте зависимость $\hat{q} = \hat{q}(z)$ на одном графике с $q = q(z)$.

Контрольные вопросы

1. Каково соотношение между вертикальным градиентом температуры в облачной струе и влажноадиабатическим градиентом?
2. Почему максимум перегрева в облачной струе не совпадает по высоте с максимумом скорости?
3. Обычно принято считать, что высота верхней границы мощных конвективных облаков совпадает с уровнем конвекции. Согласуется ли это представление с результатами ваших расчетов?
4. Почему при одном и том же градиенте температуры в атмосфере летом (при высоких температурах) конвективные облака развиваются, а зимой (при низких температурах) — нет?

Задача

При оценках параметров конвекции в метеорологии часто используют понятие адиабатической частицы (метод частицы). Получите из уравнений (7), (9), (10) формулы для расчета температуры, водности и скорости адиабатической частицы. Выполните для сравнения расчеты по этим формулам при $T_{0,1}$ и γ_1 .

Варианты исходных данных

Номер варианта	w_0 м/с, R_0 км	$T_{0,1}$ К	$T_{0,2}$ К	γ_1 К/м	γ_2 К/м	f	p_0 ГПа
1	2	293	263	0,007	0,005	0,6	900
2	3	293	263	0,007	0,005	0,7	900
3	4	293	263	0,007	0,005	0,8	900
4	5	293	263	0,007	0,005	0,8	900
5	3	288	268	0,008	0,005	0,7	850
6	4	288	268	0,008	0,005	0,7	850
7	5	288	268	0,008	0,005	0,7	850
8	3	288	268	0,007	0,005	0,8	850
9	4	288	268	0,007	0,005	0,8	850
10	5	288	268	0,007	0,005	0,8	850
11	1	283	263	0,008	0,006	0,6	800
12	2	283	263	0,008	0,006	0,7	800
13	3	283	263	0,008	0,006	0,8	800
14	4	283	263	0,008	0,006	0,8	800
15	5	283	263	0,008	0,006	0,5	800

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 3.1, 3.2, 4.4; [7], главы 4, 5, приложения; [8], глава 3.

ЗАДАНИЕ 9

РОСТ КАПЕЛЬ И ГРАДИН В МОЩНЫХ КОНВЕКТИВНЫХ ОБЛАКАХ

По современным представлениям образование града в мощных кучевых облаках происходит при замерзании небольшого числа сравнительно крупных капель в средней переохлажденной части облака. Замерзшие капли становятся градовыми зародышами, рост которых не ограничен критическим радиусом, в отличие от незамерзших, которые при достижении определенных размеров теряют устойчивость, разбрызгиваются и тем самым лишаются возможности преодолеть вертикальный восходящий поток.

В настоящем задании учащемуся предлагается исследовать основные различия в закономерностях роста капель и градин и грубо промоделировать процесс воздействия на градовое облако.

Размеры и концентрация градин зависят прежде всего от таких параметров облака, как вертикальная скорость, водность и температура, их распределений по вертикали и горизонтали. Ниже с целью ускорения расчетов профили перечисленных величин заданы.

Градовыми зародышами, так же как и зародышами капель дождя, становятся наиболее крупные из облачных частиц. Скорость их конденсационного (сублимационного) роста существенно меньше, чем коагуляционного. В этом случае изменение размеров индивидуальных капель и градин со временем τ можно рассчитать, решая уравнение

$$\frac{da}{d\tau} = \frac{\mathcal{E}qv(a)}{4\rho_{в(л)}}, \quad (1)$$

где a — радиус капли или градины, $\rho_{в(л)}$ — плотность воды (льда), q — абсолютная водность облака, $v(a)$ — скорость падения капли или градины относительно неподвижного воздуха, $\mathcal{E}$ — коэффициент захвата.

Изменение положения растущей частицы в облаке по высоте определяется очевидным соотношением

$$dz = (w - v(a)) d\tau. \quad (2)$$

Здесь w — вертикальная составляющая скорости в облаке. Будем пока считать, что w зависит только от высоты и не меняется по сечению облака (т. е. выполним расчеты в рамках одномерной модели).

Обычно в нижней и средней частях конвективного облака скорость возрастает с высотой, на некоторой высоте она достигает максимума, а далее — к верхней границе облака — уменьшается до нуля. Такое распределение можно аппроксимировать формулой (см. задание 8)

$$w = w_0 + az^2(h - z), \quad (3)$$

где z — высота, отсчитываемая от нижней границы облака (уровня конденсации).

Параметры распределения ω_0 , α и h подбираются таким образом, чтобы формула (3) отражала измеренное или рассчитанное изменение скорости с высотой. В настоящем задании эти параметры предполагаются известными (см. варианты исходных данных).

Скорость падения капель воды относительно неподвижного воздуха при нормальных условиях ($\dot{T} = 293$ К, $\dot{p} = 1000$ гПа) можно рассчитать по эмпирической формуле

$$\dot{v}_в(a) = 9,6 (1 - e^{-1,2 \cdot 10^3 a_в}) (1 - e^{-12 \cdot 10^3 a_в}), \quad (4)$$

где $\dot{v}_в(a)$ — в м/с, если a — в метрах.

Аналогичная формула для градины (крупной ледяной частицы сферической формы) имеет вид

$$\dot{v}_л(a) = 200 \sqrt{a_л},$$

где, как и выше, $\dot{v}_л(a)$ — в м/с, а a — в метрах.

Чтобы учесть изменение скорости падения частиц при изменении плотности воздуха с высотой, правые части выражений (3) и (4) обычно умножают на отношение $(\dot{\rho}_{вх}/\rho_{вх}(z))^{\kappa} = \varphi(z)$, где $\dot{\rho}_{вх}$ — плотность воздуха при нормальных условиях, показатель степени $\kappa \approx 0,5$:

$$v(a) = \dot{v}(a) \varphi(z). \quad (5)$$

Поскольку в соответствии с формулой (3) принимается, что $z = 0$ на уровне конденсации, то удобно выразить поправочный множитель в виде

$$\varphi(z) = \left[\frac{\dot{\rho}_{вх}}{\rho_{вх.к}} \exp\left(\frac{\gamma_A - \gamma}{T} z\right) \right]^{1/2} \approx \left(\frac{\dot{p}}{\rho_k} \frac{T_k}{T} \right)^{1/2} \exp\left(\frac{z}{2 \cdot 10^4}\right), \quad (6)$$

где γ_A — градиент автоконвекции: $\gamma_A = 3,4 \cdot 10^{-2}$ К/м; γ — градиент температуры в среде.

Водность облака обычно также является величиной, возрастающей с увеличением z до некоторого уровня, а затем убывающей в основном в результате замерзания переохлажденной воды. Аппроксимируем распределение жидкокапельной водности выражением

$$q = b \rho_{вх} z^{1/2} \exp\left[-\left(\frac{z - h_0}{h_{и.к} - h_0}\right)^\varepsilon\right], \quad (7)$$

где h_0 — высота нулевой изотермы в облаке; $h_{и.к}$ — высота уровня интенсивной кристаллизации; b и ε — параметры, индивидуальные для каждого облака, так же как и $h_{и.к}$.

Параметр $h_{н.к}$ отражает естественный процесс замерзания капель, он зависит от скорости вертикальных токов и распределения капель по размерам. Изменением $h_{н.к}$ (его уменьшением) или ε (его увеличением) можно также моделировать воздействие на градовые облака кристаллизующим реагентом.

Для сравнительно крупных капель и градин, о которых здесь идет речь, коэффициент захвата $\Theta \approx 1$. Однако при этом следует учесть то обстоятельство, что если градина преодолевает восходящий поток и приближается к нулевой изотерме, то не вся захваченная ею переохлажденная вода успевает замерзнуть (при $t = 0^\circ\text{C}$ лед, естественно, не нарастает при любой водности). Часть воды сдувается встречным потоком. Поэтому на нисходящей ветви траектории следует использовать эффективный коэффициент захвата $\Theta_{эф} = \Theta k_{осв}$, где $k_{осв}$ — коэффициент освоения.

Для того чтобы не вводить новые обозначения в формулу (1), воспользуемся для вычисления $\Theta_{л}$ соотношением

$$\Theta_{л} = \begin{cases} 1 & \text{при } w > v_{л}(a), \\ \left(\frac{z - h_0}{h - h_0} \right)^{1/2} & \text{при } w < v_{л}(a). \end{cases} \quad (8)$$

Для воды во всех случаях $\Theta_{в} = 1$.

Таким образом, выполнение работы связано с численным интегрированием уравнения (1) с учетом соотношений (2) — (8).

Ниже представлен вариант последовательного решения «вручную». Варианты решений с использованием программируемого микрокалькулятора и персонального компьютера приводятся в дополнениях к заданию.

Содержание работы

1. Для того чтобы иметь четкое представление о полях скорости и водности в моделируемом облаке, о зависимости скоростей падения капель и градин от размеров, постройте графики связи: $w = w(z)$, $q = q(z)$, $\dot{v}_в = v(a_в)$, $\dot{v}_л = v(a_л)$. Проанализируйте эти графики, сопоставьте между собой изменение скорости и водности с высотой. Постройте также зависимости $\varphi = \varphi(z)$ и $\Theta_{л} = \Theta(z)$, которые вместе с зависимостями, указанными выше, далее при расчетах будут использованы как вспомогательные для ускорения расчетов.

2. Рассчитайте рост и перемещение в облаке капли, выполняя численное интегрирование уравнения (1). Точность численного решения тем выше, чем меньше шаг по времени Δt_i . Однако при этом увеличивается число операций (шагов). Поэтому расчет лучше вести с переменным шагом. Зададим увеличение размера растущей частицы в пределах i -го шага по времени соотношением

$$a_{i+1} = a_i(1 + \beta_i). \quad (9)$$

Тогда $\Delta\tau_i$ определим как

$$\Delta\tau_i = \frac{\Delta a_i}{(da/d\tau)_i} = \frac{4\rho_0\beta_i a_i}{\partial_{\beta} q(z_i) v_{\beta}(a_i)}. \quad (10)$$

Чтобы найти на очередном шаге высоту, на которой находится растущая частица, следует вычислить

$$\Delta z_i = [\omega_i - v_{\beta}(a_i)] \Delta\tau_i \quad (11)$$

и

$$z_{i+1} = z_i + \Delta z_i. \quad (12)$$

Суммируя $\Delta\tau_i$, находим текущее время от момента старта (начала расчета):

$$\tau_{i+1} = \tau_i + \Delta\tau_i. \quad (13)$$

В качестве стартового возьмите уровень $z_0 = 1000$ м над основанием облака (в нижней части облака крупных капель еще нет), соответствующий стартовый размер капли a_{00} задан в таблице вариантов. Процедура расчетов сводится к следующему. Снимите с графиков и подставьте в формулу (10) значения всех переменных:

a_{00} , $q(z_0)$, $v_{\beta}(a_{00}) = \dot{v}_{\beta}(a_{00})\varphi(z_0)$. Для первого шага задайте $\beta_0 = 0,1$. Вычислите $\Delta\tau_0$, а затем, сняв с соответствующего графика $\omega(z_0)$, рассчитайте также и Δz_0 . Прибавив это значение к высоте стартового уровня (1000 м), найдите новую координату капли z_1 . Используя соотношение (9), вычислите размер этой капли на новой высоте. В соответствии с выражением (13) приравняйте $\Delta\tau_0 = \tau_1$, поскольку $\tau = 0$.

Теперь все готово для того, чтобы сделать следующий шаг. Подставьте в формулу (10) все параметры, зависящие от высоты, при $z = z_1$, а параметры, зависящие от a , при $a = a_1$. Осталось определиться с β_1 . Если $\Delta z_0 < 400$ м, то оставьте $\beta_1 = \beta_0$. Если $\Delta z_0 > 400$ м, то уменьшите β вдвое: $\beta_1 = \beta_0/2$. Сосчитайте $\Delta\tau_1$ и последовательно Δz_1 , τ_2 , z_2 , a_2 . Повторите далее все вычислительные операции для z_2 и a_2 и т. д. Результаты расчетов представьте в виде графиков $a = a(\tau)$ и $a = a(z)$.

Обратите внимание на то, что изменение высоты Δz может быть как положительным, так и отрицательным ($\Delta z_i \geq 0$) в зависимости от знака разности $\omega_i - v_{\beta}(a_i)$.

Предостережение. Будьте внимательны при выборе β_i . Условие $\Delta z_i \leq 400$ м обеспечивает устойчивость решения при достаточно большой влажности. В верхней части облака при малых q и $v(a_i) \rightarrow \omega_i$ возможно появление неустойчивости: противоречащие физическому смыслу скачки капли вверх-вниз. Чтобы избежать этого, уменьшайте β_i .

Если на некоторой высоте размер капли окажется больше критического ($a_{кр} \simeq 3 \cdot 10^{-3}$ м = 3 мм), то смоделируйте ее разбрызгивание: на той же высоте задайте произвольно размер «капли-осколка» меньшим, чем $a_{кр}$. Удобно, например, представить, что

капля разрушилась на восемь равных частей; тогда радиус «осколка» вдвое меньше текущего значения.

Расчет прекратите, когда капля или выпадет из облака через его основание ($z = 0$), или зависнет в облаке, не имея возможности преодолеть восходящий поток.

3. Выполните расчеты роста градин. Используйте ту же процедуру решения уравнения (1), что и выше, подставляя теперь в него параметры, относящиеся ко льду.

Внимание! Не забудьте при этом, что в отличие от расчетов для капли на нисходящей ветви траектории для града $\Theta_d \neq 1$.

В качестве стартового возьмите уровень на 1500—2000 м ниже уровня $h_{и.к.}$. Именно здесь начинается замерзание наиболее крупных капель. Выполните два варианта расчетов для двух размеров градовых зародышей на стартовом уровне: 1) $a_0 = 2a_{00}$, 2) $a_0 = 5a_{00}$. В каждом из вариантов расчет следует прекратить, когда градина опустится до нулевой изотермы: $z \leq h_0$. Если градовый зародыш вертикальными токами выносится в предвершинную часть облака, где водность и, следовательно, скорость роста града малы, то расчет можно прекратить, если $\tau_{i+1} > 7200$ с. Большое время пребывания зародыша в верхней части применительно к реальному градовому облаку означает, что в результате дивергенции зародыш вынесется за пределы облака — градина не образуется.

Результаты расчетов представьте, как и выше, графически. Воспользуйтесь рис. 4.5.9 из работы [14] и оцените концентрацию градин, выпадающих из облака, для каждого из вариантов расчета (при сильном градобитии). Обобщите результаты на возможные варианты исходных размеров градовых зародышей и высоты стартовых уровней.

4. Промоделируйте воздействие на облако кристаллизующими реагентами. Оцените, в какой мере оно скажется на конечных размерах градин и их концентрации.

В рамках используемой расчетной схемы влияние засева можно учесть, задав уменьшение водности в переохлажденной части облака. В соответствии с формулой (7) это достигается понижением уровня интенсивной кристаллизации. Задайте значение этого уровня на 5000—1500 м меньше, чем $h_{и.к.}$, указанное в таблице вариантов. Пересчитайте распределение водности с высотой при новом значении $h_{и.к.}$. Нанесите его на график $q = q(z)$, построенный ранее для облака без воздействия. Выполните снова расчеты роста градин по п. 3. Нанесите результаты расчетов на соответствующие графики. Проанализируйте полученные результаты. Возвращаясь к рис. 4.5.9 [14], оцените эффект воздействия. При этом имейте в виду следующее. Если после воздействия обе группы градин (для обоих вариантов расчета) восходящим потоком увлечены в верхнюю, закристаллизованную часть облака, где они практически не растут, то воздействие, безусловно, было удачным. Если после воздействия «выпадают» только градины, образовавшиеся на крупных зародышах, то по конечному размеру следует

оценить, как изменилась их концентрация. Если восходящий поток преодолевают градины обоих размеров, то, очевидно, воздействие было неэффективным. Повторите расчеты при других значениях $h_{н.к}$ и ε .

Дополнение 1. Расчет роста градовых частиц на ПМК

При использовании ПМК типа «Электроника БЗ-34» и аналогичных ему полное решение задачи для капель и градин в единой программе осуществить не удастся. Ограничимся поэтому здесь решением наиболее интересной части — расчетом градовых частиц. Выпишем еще раз полную систему уравнений с учетом тех преобразований, которые сделаны с целью сокращения числа вводимых параметров и вычислительных операций:

$$\Delta\tau_i = \frac{C_{\text{л}}\beta_i a_{\text{ли}} \exp\left(\frac{z_i}{10^4}\right) \exp\left[-\left(\frac{z_i - h_0}{\Delta h}\right)^2\right]}{\Theta_{\text{л}}(z_i) z_i^{1/2} v_{\text{л}}(a_i)}, \quad (\text{Д.1})$$

$$v_{\text{л}}(a_i) = 200d \exp\left(\frac{z_i}{2 \cdot 10^4}\right) \sqrt{a_{\text{ли}}}, \quad (\text{Д.2})$$

$$w_i = w_0 + \alpha z_i^2 (h - z_i), \quad (\text{Д.3})$$

$$\Theta_{\text{л}}(z_i) = \begin{cases} 1 & \text{при } w_i - v_{\text{л}}(a_i) \geq 0, \\ \left(\frac{z_i - h_0}{h - h_0}\right)^{1/2} & \text{при } w_i - v_{\text{л}}(a_i) < 0, \end{cases} \quad (\text{Д.4})$$

$$\Delta z_i = [w_i - v_{\text{л}}(a_i)] \Delta\tau_i, \quad (\text{Д.5})$$

$$z_{i+1} = z_i + \Delta z_i, \quad (\text{Д.6})$$

$$\tau_{i+1} = \tau_i + \Delta\tau_i, \quad (\text{Д.7})$$

$$a_{i+1} = a_i (1 + \beta_i). \quad (\text{Д.8})$$

Коэффициенты $C_{\text{л}}$ и d включают в себя ряд параметров. Следует рассчитать их заранее, а их численные значения ввести в соответствующие регистры памяти:

$$C_{\text{л}} = \frac{4\rho_{\text{л}}}{b} \frac{T_{\text{к}}}{0,348\rho_{\text{к}}}, \quad d = \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{к}}} \frac{T_{\text{к}}}{T}\right)^{1/2}, \quad \Delta h = h_{\text{н.к}} - h_0,$$

где $C_{\text{л}}$ выражено в $\text{м}^{0,5}$, если $\rho_{\text{л}}$ — в $\text{кг}/\text{м}^3$, T — в кельвинах, ρ — в гектопаскалях, b — в $\text{м}^{-0,5}$.

Распределение регистров памяти

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D
w_0	a	τ	z	h	h_0	Δh	—	—	ε	α	β	$C_{\text{л}}$	d

Текст программы

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	П-х1	$F\sqrt{\quad}$	2	0	0	$\times$	П-хD	$\times$	П-х3	2
1	ВП	4	$\div$	Fe^x	$\times$	х-П7	П-х4	П-х3	—	П-х3
2	Fx^2	$\times$	П-хA	$\times$	П-х0	+	П-х7	—	х-П8	$Fx > 0$
3	34	1	БП	42	П-х3	П-х5	—	П-х4	П-х5	—
4	$\div$	$F\sqrt{\quad}$	П-х7	$\times$	П-х3	$F\sqrt{\quad}$	$\times$	$F1/x$	П-хC	$\times$
5	П-хв	$\times$	П-х1	$\times$	П-х3	1	ВП	4	$\div$	Fe^x
6	$\times$	П-хB	П-х5	—	П-х6	$\div$	П-х9	$\leftrightarrow$	Fxy	Fe^x
7	$\times$	х-П7	П-х8	$\times$	х-П8	П-х3	+	х-П3	П-х2	П-х7
8	+	х-П2	П-х1	П-х8	1	+	$\times$	х-П1	С/П	В/О

Пояснения к программе

1. Команды 29, 30 определяют изменение Δz_i при падении градины сквозь облако.
2. Команда 74 осуществляет запись в П8 текущего значения Δz_i , которое может быть проконтролировано после останова при выборе значения β_i .

Работа с программой

1. Рассчитайте коэффициенты C_d и d для заданного варианта исходных данных.
2. Наберите программу («F», «ПРГ» и далее текст программы от 00 до 89). Перейдите в режим автоматической работы («F», «ABT») и введите все исходные значения в регистры памяти в соответствии с п. 3, а затем п. 4 основного задания.
3. Приготовьте для записи результатов бланк таблицы, содержащей столбцы i , a_i , z_i , τ_i , (Δz_i) .
4. Нажмите на клавиши «В/О», «С/П» и после останова занесите в таблицу значения всех переменных. Измените при необходимости значение β . Снова нажмите клавиши «В/О», «С/П» и запишите новые значения переменных. Повторяйте эти операции до тех пор, пока не получите условия, оговоренные в п. 3 и 4 основного задания. В дополнение к вариантам задания рассчитайте траектории градин при других z_0 и a_0 (выберите сами две-три комбинации стартовых данных). Результаты всех расчетов представьте в виде графиков, проанализируйте их в соответствии с рекомендациями основного задания.

Дополнение 2. Реализация заданий 9 и 10 на ПЭВМ

В следующем задании рассматривается двумерная стационарная модель мощного конвективного облака. Для получения более полного представления о характере процессов и оценки допусти-

мости упрощений, неизбежных в одномерной модели, в прилагаемой ниже программе реализуются одновременно задания 9 и 10. Учащемуся настоятельно рекомендуется ознакомиться с обоими заданиями и выполнить сравнительный анализ результатов.

Небольшие изменения в расчетной схеме задания 9 связаны с вычислением коэффициента захвата, определяемого здесь лишь размерами растущих капель и ледяных частиц — без учета размеров облачных капель. При этом параметрически учитывается захват градиной, растущей в режиме мокрого роста, не только переохлажденных капель, но и мелких ледяных частиц. Для сравнительных оценок рассчитываются собственно водность (жидкокапельная) и суммарная водность как содержание взвешенных в воздухе капель и ледяных частиц (водность + ледность). Соответственно изменения размеров капель и градин рассматриваются либо в рамках идеализированной модели облака с запретом на замерзание воды, либо в более реалистичной модели с учетом оледенения.

Воздействие на облако может быть промоделировано изменением параметров $h_{н.к}$ и ϵ — одновременно или по очереди.

Внимание! Не забудьте после воздействия, т. е. изменения этих параметров, распечатать новое распределение водности в облаке.

Контрольные вопросы

1. Каковы характерные распределения в мощном конвективном облаке вертикальной скорости и водности с высотой? Действием каких факторов они определяются?
2. Какую роль играет цепной процесс дробления капель в дождевом облаке?
3. Какие факторы определяют конечный размер градин, выпадающих из облака?
4. Что такое уровень интенсивной кристаллизации? Почему внесение реагента приводит к изменению высоты этого уровня?
5. Какие реагенты используются при воздействии на градовые облака?

Задачи

1. Какой путь должна пройти градина в облаке с постоянными по высоте водностью $q = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ и скоростью восходящего потока $w = 10 \text{ м/с}$ для того, чтобы она выросла от $a_0 = 0,25 \text{ см}$ до $a = 2,0 \text{ см}$? Коэффициент захвата $\mathcal{E}_л = 0,8$, средняя плотность воздуха в слое роста $\rho_{вх} = 0,7 \text{ кг/м}^3$.
2. Какую часть переохлажденной воды в облаке с теми же параметрами, что и в задаче 1, следует закристаллизовать (насколько надо изменить водность), чтобы при падении через слой облака толщиной 2,5 км градина не смогла вырасти до размера $a \geq 0,5 \text{ см}$?

Варианты исходных данных

Номер варианта	a_{00} МКМ	w_0 м/с	α м ⁻² ·с ⁻¹	b м ^{-1/2}	$h_{и}$ К М	h м
1	40	2	$0,20 \cdot 10^{-9}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	6000	8000
2	40	3	$0,15 \cdot 10^{-9}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	7000	9000
3	40	4	$0,10 \cdot 10^{-9}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	7500	10000
4	40	5	$0,25 \cdot 10^{-9}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	6000	8000
5	40	3	$0,20 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	7500	9000
6	50	4	$0,15 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	7500	10000
7	50	5	$0,25 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	6000	8000
8	50	2	$0,20 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	7000	9000
9	50	3	$0,15 \cdot 10^{-9}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	8000	10000
10	50	4	$0,20 \cdot 10^{-9}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	7500	9000
11	60	5	$0,15 \cdot 10^{-9}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	7000	9000
12	60	5	$0,25 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	6500	8500
13	30	2	$0,15 \cdot 10^{-9}$	$0,8 \cdot 10^{-4}$	6000	8000
14	30	3	$0,25 \cdot 10^{-9}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	5500	7000
15	30	4	$0,20 \cdot 10^{-9}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	5500	7000

Примечание. Во всех вариантах: $h_0 = 2000$ м, $\varepsilon = 2$, $p_K = 850$ гПа, $T_K = 287$ К.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 4.5; [3], глава 7; [27], главы 9, 10; [19], п. 23.6; [8], п. 8.1.

Приложение к заданию 9

Реализация заданий 9 и 10 на ПЭВМ «Электроника-85»

```

SET NO DOUBLE
10 PRINT \ PRINT \ PRINT \ PRINT "ПРОГРАММА<< GRAD>>" \ PRINT \ PRINT
20 PRINT " Рост капель и градин в одномерной и двумерной моделях "
30 PRINT "      Сб-облака. Композиция задания 9 и 10 "
40 PRINT \ PRINT "Введите основные исходные данные для Вашего варианта:"
50 PRINT " сначала - параметры в формулах: скорости  $W=W0+ALFA*Z^2*(H-Z)$ "
60 PRINT " ~ исходную скорость на уровне конденсации  $W0(м/с)$ =" ; \ INPUT W0
70 PRINT " ~ параметр  $ALFA(1/(м^2*с))$ =" ; \ INPUT ALFA
80 PRINT " ~ мощность облака ,т.е.параметр  $H(м)$ =" ; \ INPUT H
90 PRINT " и водности  $Q=B*R0*Z^(1/2)*exp(-((Z-H0)/(HIK-H0))^EPS)$ "
100 PRINT " ~ коэффициент  $B(1/(м^1/2))$ =" ; \ INPUT B
110 PRINT " ~ параметр EPS(безразмерный)=" ; \ INPUT EPS
120 PRINT " ~ высоту уровня интенсивной кристаллизации  $HIK(м)$ =" ; \ INPUT HIK
130 PRINT " а теперь: температуру на уровне конденсации  $TUK(°C)$ =" ; \ INPUT TUK
140 PRINT " и давление на этом же уровне  $PUK(гПа)$ =" ; \ INPUT PUK
150 PRINT " ~ высоту нулевой изотермы над уровнем конденсации  $H0(м)$ =" ; \ INPUT H0
160 PRINT " ~ радиус облака на уровне конденсации  $R0(м)$ =" ; \ INPUT R0
170 PRINT \ PRINT " Проверьте правильность ввода всех параметров:" \ PRINT
180 PRINT " W0=";W0;"ALFA=";ALFA;"H=";H;"B=";B;"EPS=";EPS;"HIK=";HIK;
190 PRINT " TUK=";TUK;"PUK=";PUK;"H0=";H0;"R0=";R0;
200 PRINT \ PRINT "Обнаружив ошибки,наберите 0 и повторите ввод"
210 PRINT " Для продолжения работы наберите любое число,кроме 0"; \ INPUT N1
220 IF N1=0 GOTO 10
230 P0=1013.25\T0=273.15\ROW=1000\R0L=917\0=.00005\0=.22\ PRINT \ PRINT
240 PRINT "ВНИМАНИЕ! В программе предусмотрена возможность последователь-
250 PRINT " ного решения следующих задач(этапов):"
260 PRINT " 1.Распределение с высотой скорости W, суммарной водности"
270 PRINT " (вода+лед) Qs,капельной водности Q и радиуса облака R"
280 PRINT " 2.Расчет изменения с высотой размеров капли в одномерном"
290 PRINT " облаке при условии запрета на замерзание воды"
300 PRINT " 3.Расчет изменений размеров градин в одномерной модели облака"
310 PRINT " при реалистичном распределении водности (с учетом замерзания)"
320 PRINT " 4.Расчет полей (распределения по вертикали и горизонтали) "
330 PRINT " составляющих скорости - вертикальной Wv и горизонтальной Wh"
340 PRINT " 5.Изменение размеров градины вдоль ее траектории в двумерной "
350 PRINT " модели облака."
360 PRINT " 6.Моделирование воздействия на градовое облако"
370 PRINT " Выход из программы 7." \ PRINT
380 PRINT " Наберите номер выбранной Вами задачи(этапа) " ; \ INPUT N\N1=0

```

```

390 ON N GOTO 400,750,780,1360,780,1560,1650
400 Z=0\ PRINT \ PRINT "      Распределение параметров в облаке
410 PRINT " Z,м      W,м/с      QS,г/м^3      Q,г/м^3      R,м "
420 PRINT "
430 W=W0+ALFA*Z*(H-Z)\ IF N=4 GOTO 470
440 QS=.348*PUK/TUK*B*SQR(Z)*EXP(-2*D*Z)
450 IF Z<=H0 THEN Q=QS\ GOTO 470
460 MN=((Z-H0)/(HIK-H0))^EPS\Q=QS*EXP(-MN)
470 R=R0*EXP(D*Z)*SQR(W0/(W+.0001))*(1+C*Z/(R+.01)))
480 IF N=1 GOTO 700
490 IF N=4 GOTO 610
500 FI=SQR(P0/PUK*TUK/T0)*EXP(D*Z)
510 VAW=9.6*(1-EXP(-1200*AW))*(1-EXP(-12000*AW))*FI
520 VAL=200*SQR(AL)*FI
530 EW=1-EXP(-2*(AW/(.0001+AW))^2)\DAM=EW*QS*VAW/(4*ROW)*DTAU
540 EL1=(1-EXP(-2*(AL/(.0001+AL))^2))*(1+4*Q(QS-Q)/(QS*QS+.1E-07))
550 EL=EL1*SQR(ABS((Z-H)/(H-H0)))
560 IF N=5 THEN XX=RR/R\ GOTO 620
570 DAL=EL*Q*VAL/(4*ROL)*DTAU
580 DZW=(W-VAW)*DTAU\DZL=(W-VAL)*DTAU
590 IF N=2 GOTO 910
600 IF N=3 GOTO 1190
610 RR=XX*R
620 IF XX>=1 THEN D2=0\ GOTO 640
630 D2=SQR(1-XX*XX)
640 WR=1.5*W*D2\QR=1.5*Q*D2
650 IF XX=1 THEN UR=-W*C/2\ GOTO 680
660 IF XX>1 THEN UR=-W*C/2/XX\ GOTO 680
670 UR=-W*XX*R/2*(3*D2*(D+ALFA*Z/W*(H-1.5*Z))+C/R*(1/(1+D2)-D2/2))
680 IF N=5 GOTO 1170
690 RETURN
700 PRINT Z,W,QS*1000,Q*1000,R
710 DZ=500\Z=Z+DZ\ IF Z<H GOTO 430
720 PRINT " Скопируйте результаты для анализа.Для перехода к другому"
730 PRINT " этапу наберите 1,выход из программы 2";\ INPUT N4
740 ON N4 GOTO 240,1650
750 PRINT \ PRINT " Задайте координаты старта капли : "
760 PRINT " - высоту над уровнем конденсации ZS(м)="\ INPUT ZS
770 PRINT " - исходный (стартовый) радиус AWS(м)="\ INPUT AWS\ GOTO 840
780 PRINT " Задайте координаты старта ледяной частицы : "
790 PRINT " - высоту над уровнем конденсации ZS(м)="\ INPUT ZS
800 PRINT " - исходный (стартовый) радиус ALS(м)="\ INPUT ALS
810 IF N=3 GOTO 840
820 PRINT " - расстояние от оси облачной струи rS(м)="\ INPUT RS
830 PRINT \ PRINT \ PRINT
840 PRINT " Результаты расчета для капли (AW) или ледяной частицы (AL) "
850 PRINT " TAU,с      Z,м      AW или AL,мм      r,м      "
860 PRINT "
870 TAU=0\Z=ZS\AW=AWS\DTAU=5\K=0\K1=0\AL=ALS\RR=RS\TAU1=7200\G1=20
880 IF N=3 GOTO 1190

```

```

890 IF H=5 GOTO 1190
900 GOTO 430
910 G=G1\ IF K=INT(K/G)*G THEN 960
920 AM=AM+DAM\ IF AM>=.003 GOTO 1020
930 Z=Z+DZM\ IF Z<0 THEN 1070
940 TAU=TAU+DTAU\ IF TAU>=TAU1 THEN 1110
950 AL=0\K=K+1\ GOTO 430
960 PRINT TAU,Z,AM*1000\K1=K1+1\ IF K1=INT(K1/16)*16 GOTO 980
970 GOTO 920
980 PRINT " Техническая остановка.Скопируйте результаты для анализа."
990 PRINT " Для продолжения расчета наберите 0,для перехода к другому "
1000 PRINT " этапу 1";\ INPUT N6
1010 ON N6+1 GOTO 920,240
1020 PRINT TAU,Z,AM*1000\AM=AM/2\ PRINT TAU,Z,AM*1000
1030 PRINT "Капля достигла критического размера,произошло ее разбрызгива-"
1040 PRINT "ние на 8 равных частей.Для продолжения расчета роста капли"
1050 PRINT " наберите 0,для перехода к другому этапу 1 ";\ INPUT N2\K1=0
1060 ON N2+1 GOTO 430,240
1070 PRINT "Капля выпала из облака.Расчет для этой капли закончен."
1080 PRINT " Скопируйте результаты для анализа."
1090 PRINT " Для продолжения работы наберите CONT и нажимите BK"
1100 STOP \ GOTO 240
1110 PRINT " Время роста частицы слишком велико.Не пора ли остановиться?"
1120 PRINT " Скопируйте результаты для анализа.Для продолжения расчета"
1130 PRINT " судьбы растущей частицы наберите 0, для перехода к другому "
1140 PRINT " этапу - любое число, кроме нуля. ";\ INPUT N3
1150 K1=0\ IF N3=0 THEN TAU1=TAU1*2\ GOTO 430
1160 GOTO 240
1170 DAL=EL*QR*UAL/(4*ROL)*DTAU
1180 DZL=(MR-UAL)*DTAU\DRR=UR*DTAU\RR=RR+DRR
1190 G=G1\ IF ABS(DZL)<=2 THEN G=G1*4
1200 IF K=INT(K/G)*G GOTO 1250
1210 K=K+1\AL=AL+DAL\Z=Z+DZL
1220 IF Z<=H0 THEN PRINT TAU,Z,AL*1000,RR\ GOTO 1310
1230 TAU=TAU+DTAU\ IF TAU>=TAU1 GOTO 1110
1240 GOTO 430
1250 PRINT TAU,Z,AL*1000,RR\K1=K1+1\ IF K1=INT(K1/16)*16 GOTO 1270
1260 GOTO 1210
1270 PRINT " Техническая остановка.Скопируйте результаты для анализа."
1280 PRINT " Для продолжения расчета наберите 0,переход к следующему "
1290 PRINT " этапу 1,выход из программы 2";\ INPUT N5
1300 K1=0\ ON N5+1 GOTO 1210,240,1650
1310 PRINT " Градина опустилась ниже нулевой изотермы.Далее ее судьба не"
1320 PRINT " рассматривается.Скопируйте результаты для анализа."
1330 PRINT " Для повторения расчета при других стартовых данных или перехо-"
1340 PRINT " да к новому этапу наберите 1,выход из программы 2";\ INPUT N6
1350 ON N6 GOTO 240,1650
1360 PRINT \ PRINT " Распределения Nr и Ur по сечению выводятся на экран "
1370 PRINT " для безразмерных расстояний хгг/R от 0.0 до 1.2 с шагом 0.2"
1380 PRINT " Шаг по высоте 2000 м.Задайте ZU-высоту первого снизу нужного"

```

```

1390 PRINT " Вам сечения .Повторяя эту операцию при разных ZU,можно полу-"
1400 PRINT " чить распределения Wг и Ur при любых Z.Итак,ZU(n)=";\ INPUT ZU
1410 PRINT "
1420 PRINT "Значения Wг и Ur(м/с) на расстояниях X=r/R от оси "
1430 PRINT " 0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0* 1.2 Z,м R,м"
1440 PRINT "-----"
1450 PRINT " (1-я строка Wг, 2-я строка Ur) "
1460 FOR Z=ZU TO H STEP 2000
1470 FOR XX=0 TO 1.2 STEP .2\ GOSUB 430
1480 PRINT USING " ##.##",WR;\ NEXT XX\ PRINT ,Z;R
1490 FOR XX=0 TO 1.2 STEP .2\ GOSUB 430
1500 PRINT USING " ##.##",UR;
1510 NEXT XX\ PRINT \ NEXT Z
1520 PRINT "*Внимание!Условие x=1(т.е.r=R) соответствует границе облака."
1530 PRINT " Скопируйте результаты для анализа.Для продолжения работы"
1540 PRINT " наберите CONT и нажмите BK"
1550 STOP \ GOTO 240
1560 PRINT " Воздействие моделируется понижением уровня интенсивной"
1570 PRINT " кристаллизации HIK или увеличением параметра EPS "
1580 PRINT " Итак,задайте новое значение HIK=";\ INPUT HIK
1590 PRINT " и новое (или старое) значение EPS=";\ INPUT EPS
1600 PRINT " Теперь получите и проанализируйте новое распределение водности."
1610 PRINT " Если оно Вас удовлетворит,то скопируйте его и повторите снова "
1620 PRINT " этапы 3 и 5, исследуя,соответственно,воздействие на одномерное "
1630 PRINT " и двумерное облака.Наберите CONT и нажмите BK."
1640 STOP \N=1\ GOTO 390
1650 END

```

Внимание! Ошибка: в строке 540 во втором сомножителе пропущен знак умножения.
 Следует набрать $4(+ ** (QS-Q)/(QS * QS+0.1 * E-07)).$
 Q^{-}

ЗАДАНИЕ 10

ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ КУЧЕВО-ДОЖДЕВОГО ОБЛАКА

В предыдущем задании рост и перемещение капель и градин рассчитывались в рамках одномерной модели: изменение параметров облака задавалось только по одной координате — высоте. Легко понять, что термодинамические характеристики реального облака являются функциями не только высоты, но и горизонтальных координат. Как этап приближения к реальному облаку в настоящем задании предлагается построить и проанализировать поле скоростей в рамках двухмерной стационарной осесимметричной модели.

Струйная модель облачной конвекции позволяет рассчитать осредненные по сечению облака вертикальную скорость $\bar{w}$, температуру T' , влажность q , а также радиус облачной струи R как функции высоты (см. задание 8). Для перехода от интегральных характеристик к распределению их по сечению облака нужно задать вид функции распределения. Его подбирают на основе анализа экспериментальных данных. Так, для распределения вертикальной составляющей скорости можно использовать выражение

$$\frac{w}{w_0} = \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где w_0 — скорость на оси облака, r — расстояние от оси ($0 \leq r \leq R$).

Связь между $\bar{w}$ и w определяется выражением

$$\bar{w} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R w_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{1/2} 2\pi r dr. \quad (2)$$

Выполнив интегрирование, находим:

$$\bar{w} = a w_0, \text{ или } w_0 = \bar{w}/a. \quad (3)$$

(Учащемуся предлагается самому определить значение коэффициента a .) Таким образом, профиль вертикальной скорости в горизонтальном сечении облака можно рассчитать, зная $\bar{w}$, по формуле

$$w = \frac{1}{a} \bar{w} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Воздух из окружающей среды вовлекается в облако через его боковую поверхность. Изменения вертикальной скорости внутри облака и радиуса облака с высотой приводят к появлению горизонтальных составляющих в облаке. Из уравнения неразрывности для элементарного цилиндра радиусом r можно найти v_r — горизонтальную составляющую скорости в облаке на произвольном расстоянии от центра (но на фиксированной высоте):

$$-v_r = \frac{r}{2} \left(\frac{\bar{w}_r}{\rho_{\text{вх}}} \frac{\partial \rho_{\text{вх}}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}_r}{\partial z} \right), \quad (5)$$

где $\rho_{\text{вк}}$ — плотность воздуха; $\bar{w}_r$ — вертикальная скорость, осредненная по площади для той части облака, которая ограничена переменным радиусом r ,

$$\bar{w}_r = \bar{w} \frac{R^2}{r^2} \left[1 - \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{3/2} \right]. \quad (6)$$

Аппроксимируем зависимость $\bar{w} = \bar{w}(z)$, как и в предыдущем задании, формулой

$$\bar{w} = \bar{w}_0 + \alpha z^2 (h - z). \quad (7)$$

Тогда, подставляя выражение (7) в уравнение (5) и используя соотношения струйной модели (задание 8) для горизонтальной составляющей скорости как функции высоты и расстояния от оси струи, можно получить:

$$v_r = -\bar{w} \frac{r}{2} \left\{ 3 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{1/2} \left[D + \frac{\alpha z}{\bar{w}} \left(h - \frac{3}{2} z \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{C}{R} \left[\frac{1}{1 + (1 - r^2/R^2)^{1/2}} - \frac{(1 - r^2/R^2)^{1/2}}{2} \right] \right\}, \quad (8)$$

где C — постоянная вовлечения; $C = 0,22$; D — размерный параметр: $D \simeq 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$.

Радиус струи изменяется с высотой в соответствии с выражением

$$R = R_0 \exp(Dz) \sqrt{\frac{\bar{w}_0}{\bar{w}} \left(1 + \frac{C}{R_0} z \right)}, \quad (9)$$

где R_0 — радиус облачной струи на уровне конденсации.

Совместное и последовательное решение системы уравнений (7), (9), (4) и (8) позволяет рассчитать искомые поля составляющих w и v_r в координатах z и r .

Содержание работы

1. Рассчитайте изменение радиуса облачной струи R с высотой: при различных значениях z ($0 \leq z \leq h$) по формуле (7) рассчитайте $\bar{w}$ и подставьте эти значения в сочетании с соответствующими значениями z в формулу (9). Вычертите контур облака ($R = R(z)$).

2. Рассчитайте поля составляющих скорости. С этой целью на разных высотах (например, через 1000 м) и на каждой высоте на различных расстояниях от оси струи ($0 \leq r \leq R$) по формулам (4) и (8) рассчитайте значения w и v_r . Для ускорения расчетов рекомендуется построить вспомогательный график $A(r/R) = (1 - r^2/R^2)^{1/2}$ при изменении безразмерного расстояния в диапазоне $0 \leq r/R \leq 1$. Впрочем, как легко видеть, при $r/R = 1$

$$v_r|_{r=R} = -\bar{w} \frac{C}{2}. \quad (10)$$

Заметим также, что при $r > R$ (вне облачной струи) $w|_{r>R} = 0$, а

$$v_r|_{r>R} = -\bar{w} \frac{C}{2} \frac{R}{r}. \quad (11)$$

На одной из половин контура облака в узлах расчетной сетки (т. е. при различных сочетаниях z и r) выпишите рассчитанные значения w и проведите изолинии. На другой половине контура аналогично постройте поле составляющей v_r .

Постройте отдельно еще одно — векторное — поле скоростей. С этой целью на 5—6 уровнях по z (в нижней, средней и предвершинной частях облака) в узлах сетки нанесите составляющие w и v_r (в одинаковых масштабах!) и постройте их геометрические суммы (как суммы векторов $w + v_r$). В соответствии с уравнением (8) положительное значение составляющей v_r соответствует движению от центра облака. Проведите линии тока в облаке.

Проанализируйте построенные поля. Объясните взаимозависимость полей w и v_r .

3. Рассчитайте траекторию движения крупной гипотетической частицы постоянного размера, т. е. имеющую постоянную скорость падения при нормальных условиях. Примером такой частицы может служить крупная капля воды, которая, конечно, меняет свои размеры — растет, разбрызгивается, — но скорость ее падения относительно воздуха, как и скорость падения крупных осколков, остается практически одинаковой. Задайте скорость падения такой частицы зависящей только от плотности воздуха (т. е. от высоты):

$$u = 10 \exp(0,5 \cdot 10^{-4} z), \quad (12)$$

где u — в м/с, если z — в метрах.

Постройте для удобства расчетов вспомогательный график $u = u(z)$.

Решение уравнения траектории сводится к вычислению конечных разностей:

$$\Delta r = \frac{v_r}{w - u} \Delta z. \quad (13)$$

Процедура расчетов заключается в следующем. Пусть на некоторой высоте z_c и расстоянии от оси облака r_c заданы стартовые координаты частицы (см. таблицу вариантов исходных данных; перейдите от $(r/R)_c$ к r_c , рассчитав предварительно или сняв с графика значение R при z_c). В точке старта найдите значения w и v_r , воспользовавшись построенными ранее полями этих составляющих. Аналогично снимите со вспомогательного графика u . Задайте Δz_1 и, подставив все значения в выражение (13), найдите Δr_1 . Рассчитайте теперь новые координаты частицы:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_c + \Delta z_1, \\ r_1 &= r_c + \Delta r_1. \end{aligned} \quad (14)$$

Найдите в точке z_1, r_1 новые значения ω и v_r , а также u , задайте очередной шаг Δz_2 и рассчитайте Δr_2 . Вычислите координаты частицы, сделайте следующий шаг и т. д. Шаг Δz_i выбирайте, сообразуясь с характером траектории. На участках почти вертикального подъема или опускания при $|v_r/(\omega_r - u)| < 1$ можно задавать $\Delta z_i \leq 250 \dots 500$ м. Если $|v_r/(\omega_r - u)| > 1$, задавайте Δz_i таким, чтобы выполнялось условие $\Delta r_i \leq 0,1R$. Расчет ведите до тех пор, пока либо траектория частицы замкнется (станет повторять себя), либо частица выпадет из облака.

Анализируя результаты, спроецируйте их мысленно на процессы в реальных облаках.

Дополнение 1. Реализация расчетов на ПМК

Система уравнений (4), (7) — (9), (12) — (14) может быть реализована на программируемом калькуляторе типа МК-52.

Программа составлена таким образом, что с ее помощью рассчитываются как поля составляющих скорости так и траектории частиц.

Примечание. Ввиду полного использования ресурсов МК область счета ограничена контурами струи ($r \leq R$).

Распределение регистров памяти

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E
Δz	$\bar{\omega}_0$	R_0	z	r	$\bar{\omega}$	R	—	ω	v_r	a	h	C	D	1,5

Текст программы

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	П-хВ	П-х3	—	П-х3	Fx^2	×	П-хА	×	П-х1	+
1	х-П5	$F1/x$	П-х1	×	П-хС	П-х2	÷	П-х3	×	1
2	+	×	$F\sqrt{-}$	П-х2	×	П-хД	П-х3	×	Fe^x	×
3	х-П6	1	П-х4	П-х6	÷	Fx^2	—	$F\sqrt{-}$	х-П7	П-х5
4	×	П-хЕ	×	х-П8	П-хВ	П-х3	П-хЕ	×	—	П-х3
5	×	П-хА	×	П-х5	÷	П-хД	+	П-х7	×	П-х6
6	×	3	×	П-хС	1	П-х7	+	$F1/x$	П-х7	2
7	÷	—	×	П-х6	÷	+	П-х5	×	П-х4	×
8	2	÷	/—/	х-П9	П-х8	П-хД	П-х3	×	Fe^x	1
9	0	×	—	÷	П-х0	×	П-х4	+	х-П4	П-х3
10	П-х0	+	х-П3	С/П	В/О					

Работа с программой

1. Нажмите клавиши «F», «ПРГ» и наберите текст программы от 00 до 104.

2. Перейдите в режим автоматической работы «F», «АВТ» и введите в регистры памяти все постоянные для данного варианта параметры: $\bar{\omega}_0$; R_0 ; a ; h ; C ; D ; 1,5.

3. Выполните расчеты составляющих скорости $w = w(z, r)$ и $v_z = v_r(z, r)$, а также изменения радиуса струи с высотой $R = R(z)$.

Приготовьте бланк таблицы для записи результатов расчетов.

Введите в регистр памяти (х—ПЗ) значение z ($0 \leq z \leq h$), задайте $r = 0$ (х—П4), $\Delta z = 0$ (х—П0). Нажмите клавиши «В/О», «С/П» и после останова считайте из регистров памяти (П—х6, П—х8, П—х9) значения R , w и v_r (при $r = 0$, естественно, должно получиться $v_r = 0$). Теперь, не меняя z , задавайте r в интервале $0 \leq r \leq R$ (5—7 значений) и для каждого из r найдите w и v_r (значение R при этом, конечно, должно оставаться одним и тем же).

Измените значение z и проделайте снова все операции расчета распределений w и v_r по сечению облака. После перебора всех высот z и расстояний r постройте контуры облачной струи, распределения $w(z, r)$, $v_r = v_r(z, r)$ и их векторной суммы, как это указано в п. 1 и 2 основного задания.

4. Перейдите к расчету траекторий крупных капель. Приготовьте для записи результатов бланк таблицы, содержащей столбцы: номер шага, Δz , z , r . Введите в регистры памяти координаты точки старта z_c и r_c , заданные в таблице вариантов. Задайте для первого шага $\Delta z_1 = 250$ м (х—П0). Запустите расчет, после останова считайте с индикатора значение новой координаты z , извлеките из П4 новое значение r , запишите их в таблицу. Если это нужно, измените Δz (см. п. 3 основного задания) и сделайте следующий шаг. Расчет, таким образом, ведите до замыкания траектории либо выхода частицы из области счета ($z < 0$, $r > R$).

5. Выполните аналогичные расчеты для других координат старта (зафиксировав z_c , измените r_c , а затем, зафиксировав r_c , измените z_c ; задавайте изменения Δr_c , $\Delta z_c \leq 500 \dots 1000$ м).

Проанализируйте все полученные результаты.

Дополнение 2. Реализация задания на ПЭВМ

Выше с целью сокращения объема вычислений проводился расчет траекторий для частиц постоянного размера. Для реальных процессов интерес представляют траектории градин, размеры которых изменяются. Чтобы решить такую задачу, расчетную схему следует дополнить уравнением скорости роста градовых частиц, например, в том же виде, что и в предыдущем задании:

$$\frac{da_n}{d\tau} = \frac{\partial_n q v(a_n)}{4\rho_n}. \quad (\text{Д.1})$$

Как и в задании 9, аппроксимируем распределение осредненной по сечению водности выражением

$$\bar{q} = bz^{1/2} \rho_{\text{вх}} \exp\left(-\frac{z}{10^4}\right) \exp\left[-\left(\frac{z-h_0}{\Delta h}\right)^6\right]. \quad (\text{Д.2})$$

Для перехода от $\bar{q}(z)$ к $q(z, r)$ воспользуемся уравнением, аналогичным (1):

$$q = 3/2 \bar{q} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2}, \quad (\text{Д.3})$$

а для скорости падения градины относительно воздуха — формулой

$$v(a_n) = 200d \exp(0,5 \cdot 10^{-4}z) \sqrt{a_n}. \quad (\text{Д.4})$$

В дополнении 2 к заданию 9 приводится программа совместной реализации уравнений (4), (7)—(9), (12)—(14), (Д.1)—(Д.4) — см. приложение к заданию 9.

Контрольные вопросы

1. Каково характерное распределение вертикальной составляющей скорости в конвективном облаке?
2. Как и почему изменяются профили горизонтальной составляющей скорости в облаке от основания к вершине?
3. В чем заключаются принципиальные различия роста частиц осадков в рамках одномерной и двумерной моделей?
4. Существуют ли в реальных конвективных облаках условия для накопления капельной влаги (образования зоны аккумуляции)?

Варианты исходных данных

Номер варианта	w_0 м/с	R_0 м	α м ⁻² ·с ⁻¹	h м	Координаты старта	
					z_c м	$(r/R)_c$
1	4	4000	$0,15 \cdot 10^{-9}$	8000	2000	0,5
2	4	4000	$0,20 \cdot 10^{-9}$	9000	2000	0,3
3	4	4000	$0,25 \cdot 10^{-9}$	9000	2000	0,3
4	4	5000	$0,15 \cdot 10^{-9}$	7000	2000	0,4
5	4	5000	$0,20 \cdot 10^{-9}$	8000	2000	0,4
6	5	5000	$0,25 \cdot 10^{-9}$	9000	2500	0,2
7	5	5000	$0,15 \cdot 10^{-9}$	7000	2500	0,2
8	5	5000	$0,20 \cdot 10^{-9}$	8000	2500	0,3
9	5	4000	$0,15 \cdot 10^{-9}$	8000	2500	0,3
10	5	6000	$0,20 \cdot 10^{-9}$	9000	2500	0,3
11	3	3000	$0,15 \cdot 10^{-9}$	6000	1500	0,1
12	3	3000	$0,20 \cdot 10^{-9}$	7000	1500	0,2
13	3	3000	$0,25 \cdot 10^{-9}$	8000	1500	0,3
14	6	6000	$0,25 \cdot 10^{-9}$	9000	2500	0,4
15	6	6000	$0,30 \cdot 10^{-9}$	10000	2500	0,5

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 4.5; [19], п. 23.6; [8], п. 8.1; [36], глава 3, 4, 5.

ЗАДАНИЕ 11

ТЕПЛОВОЙ МЕТОД РАССЕЯНИЯ ТУМАНОВ

Одним из возможных методов рассеяния туманов является нагревание воздуха и, следовательно, испарение капель тумана. «Взошло солнце, и туман рассеялся» — заметил наблюдательный писатель, отражая короткой фразой сущность причинно-следственных связей.

Результаты экспериментов по рассеянию теплых туманов с помощью реагентов, ускоряющих конденсационно-коагуляционные процессы, показывают, что использовавшиеся до настоящего времени методы не были достаточно эффективными. Уверенные результаты получены только при непосредственном нагревании (тепловой метод). Принято считать, что применение этого метода ограничено в связи со значительными энергетическими затратами. Поэтому использование его может быть оправданным и экономически выгодным, например, в крупных аэропортах, которые несут большие убытки при закрытии в случае тумана. Представляется, что реальная ситуация не столь однозначна. В зависимости от метеорологических условий затраты тепловой энергии изменяются от практически недостижимых до теоретически сравнительно небольших, когда основные трудности связаны с решением не принципиальных, а технологических задач.

Оценки энергетических затрат, необходимых для рассеяния тумана над взлетно-посадочной полосой (ВПП), составляют содержание настоящего задания.

Теоретически минимальное количество тепла $Q_{\min}$, необходимое для полного испарения тумана в единичном объеме (назовем его нормой тепла), складывается из затрат тепла на собственно испарение капель и на нагревание воздуха на $\Delta T_{\min} = T_1 - T_0$, т. е. от исходной температуры T_0 до температуры T_1 , при которой вся капельножидкая влага может содержаться в виде насыщенного пара:

$$Q_{\min} = c_p \rho_{\text{вх}} \Delta T_{\min} + L q_0, \quad (1)$$

где c_p и $\rho_{\text{вх}}$ — теплоемкость и плотность воздуха, L — теплота фазового превращения вода—пар, q_0 — водность тумана.

Значение $\Delta T_{\min}$ находится из совместного решения уравнений баланса тепла и общего влагосодержания в тумане, в котором сжигается некоторое количество топлива (см. [14]):

$$\begin{cases} c_p \rho_{\text{вх}} dT - L dq = \alpha dm, \\ dq + \rho_{\text{вх}} ds = \alpha' dm. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь α и α' — теплотворная и влаготворная способности топлива, s — массовая доля водяного пара.

Исключим из системы (2) dm и проинтегрируем от исходных параметров T_0, q_0, s_0 до $T_1, q_1 = 0, s_1$. Переходя затем от массовой

доли s к парциальному давлению насыщенного водяного пара E и выражая последнее с помощью уравнения Клаузиуса—Клапейрона (его линейным разложением), можно получить:

$$\Delta T_{\min} = \frac{q_0 \left(1 + L \frac{\alpha'}{\alpha}\right)}{\rho_{\text{вх}} \left(\frac{\mu^2 L}{k N_A T_0^2} \frac{E_0}{p} - c_p \frac{\alpha'}{\alpha} \right)}. \quad (3)$$

(Учащемуся рекомендуется проделать самостоятельно соответствующие преобразования.)

Подставляя значения постоянной Больцмана k , числа Авогадро N_A , молярных масс воды μ и воздуха M и имея в виду, что обычно $L \frac{\alpha'}{\alpha} \ll 1$, выражение (3) можно привести к виду

$$\Delta T_{\min} = \frac{q_0}{\rho_{\text{вх}} \left[\left(\frac{58}{T_0} \right)^2 \frac{E_0}{p} - c_p \frac{\alpha'}{\alpha} \right]}, \quad (4)$$

где множитель $(58/T_0)^2$ измеряется в K^{-1} , если, разумеется, подставлять T в кельвинах.

Для идеального топлива, например, при использовании электронагревателей, $\alpha' = 0$. Значения α и α' для реального топлива приведены в приложении 8.

Если расчет выполняется для штилевых условий, то норма тепла, найденная по уравнению (1), должна быть умножена на общий объем просветляемой зоны. Когда туман натекает на ВПП со скоростью ветра u , то испарять его необходимо непрерывно — в единицу времени в объеме

$$V = (b \cos \varphi + l \sin \varphi) h u, \quad (5)$$

где b , l и h — ширина, длина и высота просветляемой зоны, φ — угол между вектором скорости ветра и азимутом ВПП (если ветер направлен вдоль ВПП, то $\varphi = 0$ или 180°).

Содержание работы

1. По формуле (4) при q_0 , заданной в соответствующем варианте исходных данных, рассчитайте $\Delta T_{\min}$ для реального и идеального топлива в диапазоне температур $-20 \dots 10^\circ\text{C}$ с интервалом 5°C . Используя полученные значения $\Delta T_{\min}$, по формуле (1) рассчитайте норму тепла при разных температурах тумана. Результаты расчетов представьте в виде графиков $\Delta T_{\min} = \Delta T(T)$, $Q_{\min} = Q(T)$. Проанализируйте полученные результаты. Обратите внимание на роль дополнительного влаговыделения при сгорании топлива при различных температурах.

2. Для температуры $T_0 = T_\infty$, указанной в вашем варианте, рассчитайте расход топлива на зону объемом $V = blh$ при штиле и секундный расход (используя формулу (5)) при заданной ско-

рости ветра u , направленного поперек полосы ($\varphi = 90^\circ$). Оцените практическую возможность реализации метода.

3. Определите температуру, при которой рассеяния тумана при использовании реального топлива не происходит. Для этого приравняйте к нулю знаменатель в формуле (4). Тогда

$$\left(\frac{58}{T_0}\right)^2 \frac{E_0}{p} = c_p \frac{\alpha'}{\alpha}. \quad (6)$$

Поскольку значение E_0 зависит от T_0 и эта зависимость носит экспоненциальный характер, уравнение (6) относительно T_0 оказывается трансцендентным. Решать его удобно графически. Вычислите значение параметра $B = c_p \frac{\alpha'}{\alpha} \left(\frac{T_0}{58}\right)^2 p$ при нескольких значениях T_0 в диапазоне 233—263 К. Нанесите результаты на график $B = B(T)$. Размерность B соответствует размерности p . На этом же графике постройте кривую $E = E(T)$ по табличным данным. Точка пересечения кривых $B = B(T)$ и $E = E(T)$ дает искомую температуру, соответствующую пределу применимости теплового метода.

Предостережение: обе кривые постройте в одинаковом масштабе.

4. Рассмотрим теперь один из практически возможных вариантов нагревания воздуха. Пусть нагревание осуществляется системой тепловых источников, размещенных равномерно по всей площади ВПП. Тогда для одномерного случая уравнение теплопроводности может быть приведено к виду

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (7)$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} T(\tau, 0) &= T_{00} = \text{const}(\tau), \\ T(0, z) &= T_\infty = \text{const}(z). \end{aligned}$$

Переходя в уравнении (7) к переменной $\beta = z/(2\sqrt{D\tau})$, получите решение его в виде

$$\Delta T(\tau, z) = T - T_\infty = (T_{00} - T_\infty) [1 - \text{erf} \beta], \quad (8)$$

где $\text{erf} \beta$ представляет собой сокращенную запись так называемого интеграла вероятности (ошибок):

$$\text{erf} \beta = \text{erf} \left(\frac{z}{2\sqrt{D\tau}} \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\beta e^{-\xi^2} d\xi, \quad (9)$$

где τ — время, D — коэффициент турбулентной диффузии, T_{00} — температура воздуха у теплового источника, T_∞ — температура воздуха при $\tau = 0$ на всех высотах ($0 \leq z \leq \infty$) и при $\tau > 0$ на высоте $z \rightarrow \infty$. (Значения $\text{erf} \beta$ см. в приложении 10.)

5. При заданных значениях T_{∞} , $T_{00} - T_{\infty}$ и D рассчитайте по формуле (8) изменение температуры во времени на верхней границе слоя, подлежащего освобождению от тумана, — на высоте $z=h$. Расчет выполните для интервала времени 0—1 ч. Постройте зависимость $\Delta T_h = \Delta T_h(\tau)$. Определите по графику время τ^* , которое требуется, чтобы выполнялось условие $\Delta T_h = \Delta T_{\min}$, т. е. чтобы граница тумана поднялась до высоты h . Рассчитайте и постройте теперь вертикальные профили распределения температуры $\Delta T = \Delta T(z)$ при времени $\tau = \tau^*$ и для сравнения при $\tau = 1/2\tau^*$ и $\tau = 2\tau^*$. Для момента $\tau = \tau^*$ найдите $\overline{\Delta T_{0-h}}$ — осредненный нагрев в слое 0— h . Отношение $\overline{\Delta T_{0-h}}/\Delta T_{\min}$ в первом приближении показывает, во сколько раз реальные затраты тепла, необходимые для рассеяния тумана при нагревании его снизу, превышают норму.

Более строго поток тепла с единичной поверхности можно рассчитывать по формуле

$$Q = 2\rho_{\text{вх}}c_p(T_{00} - T_{\infty})\sqrt{D\tau/\pi}. \quad (10)$$

Определите по формуле (10) расход тепла за время τ^* . Сравните его с нормой тепла, необходимой для рассеяния тумана в столбе единичного сечения толщиной h : $Q_{\text{норм}} = Q_{\min}h$.

При анализе результатов обратите внимание на то, что в формулах (8), (10) не учитываются затраты тепла на испарение капель. Оцените хотя бы качественно роль других неучтенных факторов: горизонтальной диффузии, конвективного перемешивания, содержания растворимых ядер конденсации и др. Учтите также и то обстоятельство, что значения $\Delta T_{\min}$ и $Q_{\min}$ получены в предположении установившегося процесса, т. е., вообще говоря, при $dT/d\tau \rightarrow 0$ или $\tau \rightarrow \infty$. В реальных условиях испарение тумана должно происходить за конечное и сравнительно небольшое время (в частности, при испарении тумана, натекающего на ВПП).

Контрольные вопросы

1. Как изменяется минимальный нагрев, необходимый для испарения тумана, в зависимости от температуры воздуха? От влажности тумана?
2. При каких условиях рассеяние тумана в результате сжигания в нем углеводородного топлива оказывается вообще невозможным? Почему?
3. В чем заключается основной недостаток теплового метода рассеяния тумана при равномерном распределении источников тепла у поверхности Земли?
4. Что такое идеальное топливо?
5. В чем заключается принцип действия системы «Турбоклер»? «ФИДО»?
6. Перечислите известные вам пути реализации теплового метода рассеяния туманов.

Задачи

1. Рассчитайте минимальное количество керосина как топлива, необходимого для испарения тумана в единице объема (1 м^3), если водность тумана $0,3 \text{ г/м}^3$, температура воздуха 0°C .

2. Оцените секундные затраты тепла и эквивалентный расход природного газа (метана), необходимые для рассеяния тумана над ВПП длиной 2000 м до высоты 50 м при боковом (перпендикулярно ВПП) ветре скорость которого составляет 2 м/с . Температура воздуха -5°C , водность тумана $0,2 \text{ г/м}^3$.

3. Через какое время на высоте $z = 30 \text{ м}$ воздух нагреется на $2\Delta T_{\text{мин}}$, если нагревание осуществляется снизу — от поверхности Земли. Перегрев у земли $\Delta T_0 = 20 \text{ К}$, температура воздуха 10°C , водность тумана $0,2 \text{ г/м}^3$, коэффициент диффузии $D = 1 \text{ м}^2/\text{с}$.

Варианты исходных данных

Номер варианта	$q_0 \text{ г/м}^3$	$T_\infty \text{ К}$	$T_{00} - T_\infty$	$D \text{ м}^2/\text{с}$	$u \text{ м/с}$	Топливо
1	0,1	273	10	0,5	2	Керосин
2	0,2	273	15	0,5	2	Керосин
3	0,3	273	20	1,0	2	Метан
4	0,4	273	25	1,0	2	Керосин
5	0,1	273	30	0,5	2	Пропан
6	0,2	263	10	0,5	3	Пропан
7	0,3	263	15	1,0	3	Метан
8	0,4	263	20	1,0	3	Метан
9	0,1	263	10	0,5	3	Керосин
10	0,2	263	15	0,5	3	Бензин
11	0,3	278	20	1,0	1	Керосин
12	0,4	278	25	1,0	1	Бензин
13	0,5	278	30	1,0	1	Уголь
14	0,2	258	5	0,3	4	Водород
15	0,4	258	10	0,6	5	Дрова

Примечание. Во всех вариантах: $l = 2000 \text{ м}$, $b = 100 \text{ м}$, $h = 50 \text{ м}$, $p = 1000 \text{ гПа}$.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 5.2; [8], п. 7.2.

ЗАДАНИЕ 12

РАССЕЯНИЕ ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ ТУМАНОВ КРИСТАЛЛИЗУЮЩИМИ РЕАГЕНТАМИ

Рассеяние переохлажденных туманов (или низких слоистообразных облаков) весьма эффективно осуществляется при внесении в них сравнительно небольшого числа микроскопических ледяных кристаллов. Физика воздействия заключается в том, что вследствие разности парциального давления насыщенного водяного пара над водой и льдом происходит быстрая перегонка пара с капель на кристаллы. При этом если концентрация ледяных кристаллов существенно меньше, чем капель, то перераспределение взвешенной в воздухе воды с большего числа частиц на меньшее приводит к резкому увеличению дальности видимости. Практически ледяные частицы в тумане создаются с помощью хладоагентов — «сухой» углекислоты или пропана, — распыляемых с наветренной от объекта (например, ВПП) стороны. Используются также льдообразующие реагенты.

Целью настоящего задания является расчет просветления тумана — изменения его характеристик при различной концентрации ледяных частиц.

Для расчета метеорологической дальности видимости в тумане, состоящем из капель и ледяных частиц, можно использовать формулу Траберта

$$L = \frac{b}{n_v r_v^2 + n_l r_l^2}, \quad (1)$$

где b — безразмерный коэффициент: $b \approx 0,62$; n_v и n_l — объемная концентрация капель и ледяных частиц соответственно; r_v и r_l — их размеры (радиусы).

Поскольку речь идет о сравнительно тонких слоях туманов (низкой облачности), состоящих из мелких капель, то в отличие от задачи, рассмотренной в задании 5, пренебрежем здесь механизмом коагуляционного роста по сравнению с сублимационным. Тогда на основании уравнения Максвелла формулы для скорости испарения капель и сублимационного роста ледяных кристаллов можно записать в виде

$$\frac{dr_v}{d\tau} = D \frac{\rho_{vx}}{\rho_v} \frac{1}{r_v} \frac{\mu}{M} \frac{E_v}{p} (f - 1), \quad (2)$$

$$\frac{dr_l}{d\tau} = D \frac{\rho_{vx}}{\rho_l} \frac{1}{r_l} \frac{\mu}{M} \frac{E_v}{p} \left(f - \frac{E_l}{E_v} \right), \quad (3)$$

где D — коэффициент молекулярной диффузии пара; ρ_{vx} , p — плотность и давление воздуха; ρ_v , ρ_l — плотность воды и льда; μ , M — молярные массы водяного пара и воздуха; E_v , E_l — давление

насыщенного водяного пара при температуре тумана над водой и льдом; f — относительная влажность воздуха.

Полный вывод уравнений конденсационного и сублимационного роста частиц дан в работе [14] (п. 5.5). (Учащемуся рекомендуется оценить, при каких упрощающих предположениях получены выражения (2), (3).)

В уравнениях (2), (3) кроме r_v и r_l , зависит от времени также и относительная влажность f . Для определения ее воспользуемся уравнением баланса парообразной и сконденсировавшейся влаги в тумане:

$$\begin{aligned} 4/3\pi r_v^3 \rho_v n_v + 4/3\pi r_l^3 \rho_l n_l + \frac{\mu}{M} \frac{f E_v}{p} \rho_{\text{вх}} = \\ = 4/3\pi r_{0v}^3 \rho_v n_v + 4/3\pi r_{0l}^3 \rho_l n_l + \frac{\mu}{M} \frac{f_0 E_v}{p} \rho_{\text{вх}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где параметры с индексом 0 (r_{0v} , r_{0l} , f_0) соответствуют моменту начала воздействия ($\tau=0$). После дифференцирования уравнения (4) по времени при $f_0=1$ легко получить

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = -4\pi D \left[n_v r_v \varepsilon + n_l r_l \left(\varepsilon + 1 - \frac{E_l}{E_v} \right) \right], \quad (5)$$

где $\varepsilon = f - 1$. Естественно, $d\varepsilon/d\tau = df/d\tau$.

Совместное численное решение уравнений (2), (3), (5) и (1) требует высокой точности вычислений и тщательного подбора временных шагов. В противном случае появляется неустойчивость решения: вопреки физическому смыслу производные становятся знакопеременными. Ниже приводятся два решения задачи: приближенное аналитическое и численное интегрирование.

1. Приближенное аналитическое решение

Легко себе представить, что, пока существуют капли ($r_v > 0$), при $n_l \ll n_v$, рост ледяных частиц, а следовательно, и испарение капель происходят при влажности, близкой к насыщению над водой ($f_v \approx 1$). В этом можно убедиться, выполнив часть 2 настоящего задания. Впрочем в этом можно убедиться, выполнив оценку влажности для времени, примерно соответствующего моменту полного испарения капель τ^* . В это время дальность видимости достигает максимального значения. Если продифференцировать уравнение (1) по времени τ , приравнять производную к нулю и подставить в полученное выражение уравнения (2), (3), то можно найти $\varepsilon^* = f^* - 1$ — отличие влажности от значения, соответствующего состоянию насыщения над водой:

$$\varepsilon^* = \frac{E_l/E_v - 1}{n_v \rho_v / n_l \rho_l + 1}. \quad (6)$$

(Учащемуся следует получить выражение (6), выполнив указанные преобразования.)

При $\tau < \tau^*$ реальное отличие влажности от ее значения при насыщении, разумеется, меньше ϵ^* . Это обстоятельство позволяет разбить все решение на два этапа.

На первом этапе принимается, что, пока в тумане существуют капли воды, ледяные частицы растут при влажности $f_v = 1$. Тогда, интегрируя уравнение (3), легко получить:

$$r_l = \sqrt{r_{0л}^2 + 2D \frac{\rho_{вх}}{\rho_l} \frac{\mu}{M} \frac{E_v}{p} \left(1 - \frac{E_l}{E_v}\right) \tau}, \quad (7)$$

где $\tau \in [0, \tau^*]$. Решив уравнение (4) при условии $f_v = f_0 = 1$, найдем r_l^* , соответствующее моменту τ^* :

$$r_l^* = \left(r_{0л}^3 \frac{\rho_v n_v}{\rho_l n_l} + r_{0л}^3\right)^{1/3}. \quad (8)$$

Подставив выражение (8) в формулу (7), найдем τ^* :

$$\tau^* = \frac{r_l^{*2} - r_{0л}^2}{2D \frac{\rho_{вх}}{\rho_l} \frac{\mu}{M} \frac{E_v}{p} \left(1 - \frac{E_l}{E_v}\right)}. \quad (9)$$

На втором этапе водяных капель в тумане нет — рост ледяных частиц идет за счет сублимации пара при влажности, превышающей значение, соответствующее насыщению надо льдом.

Уравнение (3) приводится теперь к виду

$$\frac{dr_l}{d\tau} = \frac{4}{3} \pi D n_l \frac{r_{\infty л}^3 - r_l^3}{r_l}, \quad (10)$$

где $r_{\infty л}$ — максимальное значение радиуса ледяной частицы при $\tau \rightarrow \infty$:

$$r_{\infty л} = \left[\frac{\rho_v n_v}{\rho_l n_l} r_{0л}^3 + r_{0л}^3 + \left(1 - \frac{E_l}{E_v}\right) \frac{3}{4\pi} \frac{\rho_{вх}}{\rho_l n_l} \frac{\mu}{M} \frac{E_v}{p} \right]^{1/3}. \quad (11)$$

Разделяя переменные и интегрируя уравнение (10) по времени от τ^* до τ и по радиусу от r_l^* до r_l , получаем трансцендентное относительно r_l выражение:

$$\tau = \tau^* + \frac{1}{8\pi D n_l r_{\infty л}} \left[\ln \frac{(r_{\infty л}^2 + r_{\infty л} r_l + r_l^2)(r_{\infty л} - r_l^*)^2}{(r_{\infty л}^2 + r_{\infty л} r_l^* + r_l^{*2})(r_{\infty л} - r_l)^2} - \right. \\ \left. - 2\sqrt{3} \left(\operatorname{arctg} \frac{2\frac{r_l}{r_{\infty л}} + 1}{\sqrt{3}} - \operatorname{arctg} \frac{2\frac{r_l^*}{r_{\infty л}} + 1}{\sqrt{3}} \right) \right]. \quad (12)$$

(Учащемуся рекомендуется самостоятельно выполнить переход от уравнения (3) к уравнению (10) с учетом выражений (4), (11) и получить выражение (12).)

Содержание работы

1. По формуле (1) при заданных в вариантах исходных данных значениях $\tau_{0в}$ и $n_{0в}$ рассчитайте дальность видимости в тумане до воздействия.

2. По той же формуле найдите предельные установившиеся значения дальности видимости после воздействия ($L_{уст}$) для различных концентраций ледяных частиц. Для нахождения $L_{уст}$ рассчитайте предельные размеры ледяных частиц $r_{\infty л}$ по формуле (11). Учтите при этом, что в установившемся состоянии $r_v = 0$. Расчеты выполните для значений $n_{л} = 10^1 n_v, 10^0 n_v, 10^{-1} n_v, \dots, 10^{-5} n_v$. Результаты расчетов представьте на графике $L_{уст} = L_{уст}(\ln n_{л})$.

3. Определите по графику, при какой наибольшей из использованных концентраций $n_{л}$ достигается дальность видимости, достаточная для нормальной работы аэропорта, например $L_{уст} = 1000$ м. Назовем эту концентрацию оптимальной ($n_{опт}$): при всех концентрациях $n_{л} > n_{опт}$ дальность видимости не достигнет заданного значения $L_{уст}$.

4. Рассчитайте изменение дальности видимости со временем в результате воздействия при $n = n_{опт}$. С этой целью сначала рассчитайте по формулам (9), (10) радиус ледяных кристаллов r^* и время τ^* , когда все капли испарятся. Для интервала времени от $\tau = 0$ до $\tau = \tau^*$ рассчитайте значения $r_{л}$ по формуле (7). Для выбранных моментов времени, используя формулу (4), рассчитайте радиусы капель воды r_v , полагая $f = f_0 = 1$. Для тех же моментов времени по формуле (1) рассчитайте дальность видимости L .

Теперь перейдите ко второму этапу. Подставив в формулу (12) значения $r_{л}$ в интервале от $r_{л}^*$ до $r_{\infty л}$, рассчитайте τ — время, которое необходимо для того, чтобы кристаллы выросли до заданного размера. Для этих же моментов времени рассчитайте дальность видимости в тумане. На каждом из этапов расчеты выполните для 5—7 моментов времени.

Результаты расчетов представьте графически в виде временного хода размеров капель и кристаллов, а также дальности видимости: $r_v = r_v(\tau)$, $r_{л} = r_{л}(\tau)$, $L = L(\tau)$.

5. Оцените, как изменяется динамика процесса при изменении концентрации вводимых в туман ледяных частиц. С этой целью выполните аналогичные расчеты для $n_{л} = 0,1 n_{опт}$ и $n_{л} = 10 n_{опт}$. Нанесите результаты расчетов на тот же график $L(\tau)$.

Проанализируйте полученные результаты. Обратите внимание на то, что при расчетах не учтены процессы коагуляционного взаимодействия капель и кристаллов, гравитационного оседания кристаллов, выделения теплоты сублимации и замерзания. Завышено или занижено в связи с этим время рассеяния тумана? Реальный туман состоит из капель разных размеров. Как это обстоятельство скажется на временном ходе дальности видимости?

2. Численное интегрирование системы уравнений (1) — (3), (5) на ПМК

Для того чтобы сократить число вычислительных операций и вводимых в регистры памяти параметров, приведем уравнения (2), (3), (5) к более компактному виду, объединяя коэффициенты и постоянные для выбранного варианта значения величин. При этом заблаговременно исключим операцию деления на нуль (при $r_{\text{в}} \rightarrow 0$)

$$dr_{\text{в}}^2/d\tau = 2A\varepsilon, \quad (13)$$

$$\frac{dr_{\text{л}}^2}{d\tau} = 2A \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} (\varepsilon + c), \quad (14)$$

$$d\varepsilon/d\tau = -D' [n_{\text{в}} r_{\text{в}} \varepsilon + n_{\text{л}} r_{\text{л}} (\varepsilon + c)], \quad (15)$$

где

$$A = D \frac{\rho_{\text{вх}}}{\rho_{\text{в}}} \frac{\mu}{M} \frac{E_{\text{в}}}{p}, \quad c = 1 - E_{\text{л}}/E_{\text{в}},$$

$$D' = 4\pi D, \quad \rho_{\text{в}}/\rho_{\text{л}} = 1,1.$$

Напомним, что

$$\rho_{\text{вх}} = 0,348 (p/T),$$

при этом $\rho_{\text{вх}}$ — в кг/м³, если p — в гектопаскалях, а T — в кельвинах.

Наиболее ответственным при переходе от производных к конечным разностям является выбор шага по времени $\Delta\tau$. В начальный период при малых значениях $r_{\text{л}}$ допустимый шаг по времени составляет десятые и даже сотые доли секунды. Собственно время рассеяния тумана достигает десятков минут (10^3 — 10^4 с). Очевидно, что интегрирование с малым постоянным шагом потребует чрезмерно большого времени счета. Ниже реализована схема автоматического выбора шага.

Зададим допустимое относительное приращение радиуса ледяной частицы β :

$$\Delta r_{\text{л}, i} = \beta r_{\text{л}, i}. \quad (16)$$

Тогда в соответствии с уравнением (14)

$$\Delta\tau_i = \frac{\beta r_{\text{л}, i}^2}{1,1A (\varepsilon + c)}. \quad (17)$$

Здесь индекс i соответствует порядковому номеру временного шага; $i=0, \infty$.

Последовательное вычисление всех переменных осуществим далее по схеме Эйлера:

$$\tau_{i+1} = \tau_i + \Delta\tau_i, \quad (18)$$

$$(d\varepsilon/d\tau)_i = -D' [n_B r_{B,i} \varepsilon_i + n_L r_{L,i} (\varepsilon_i + c)], \quad (19)$$

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + (d\varepsilon/d\tau)_i \Delta\tau_i, \quad (20)$$

$$\left(\frac{dr_B^2}{d\tau}\right)_i = 2A\varepsilon_{i+1}, \quad (21)$$

$$r_{B,i+1} = \sqrt{r_{B,i}^2 + \left(\frac{dr_B^2}{d\tau}\right)_i \Delta\tau_i}. \quad (22)$$

И, наконец, для расчета $r_{L,i+1}$ воспользуемся условием (16):

$$r_{L,i+1} = r_{L,i} (1 + \beta_i). \quad (23)$$

Система уравнений реализуется программой 5.2., в которой предусматривается возможность осуществления k шагов по времени (циклов) без останова для считывания.

Распределение регистров памяти

Регистры памяти	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D
Параметры . . .	$\Delta\tau$	k	L	r_B	r_L	1,1	n_B	n_L	ε	τ	A	β	c	D'

Текст программы

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	П-х4	Fx^2	П-хС	П-х8	+	х-П2	$Fx \geq 0$	84	$\div$	П-хВ
1	$\times$	П-хА	$\div$	П-х5	$\div$	х-П0	П-х9	+	х-П9	П-х3
2	П-х6	$\times$	П-х8	$\times$	П-х4	П-х7	$\times$	П-х2	$\times$	+
3	$Fx \geq 0$	40	П-хД	$\times$	П-х0	$\times$	/-/	П-х8	+	х-П8
4	П-х3	$Fx \geq 0$	59	П-х8	П-хА	$\times$	П-х0	$\times$	2	$\times$
5	$\leftrightarrow$	Fx^2	+	$Fx \geq 0$	57	$F\sqrt{x}$	х-П3	Сх	х-П3	П-хВ
6	1	+	П-х4	$\times$	х-П4	FL1	00	П-х3	Fx^2	П-х6
7	$\times$	П-х4	Fx^2	П-х7	$\times$	+	F1/x	0	,	6
8	2	$\times$	х-П2	П-х9	С/П	В/О				

Пояснения к программе

1. Команды 06, 07 останавливают счет, если $(\varepsilon + 1 - E_L/E_B) \leq 0$. Из физических соображений следует, что относительная влажность в тумане стремится к значению, соответствующему насыщению надо льдом. Переход через это условие связан с конечностью временного шага $\Delta\tau_i$. Последние значения r_{Li} и L_i с точностью до ошибок численного интегрирования соответствуют установившимся ($r_{\infty, L}$ и $L_{уст}$).

При работе на ПЭВМ в дополнение к оговоренному в тексте основного задания объему вычислений сделайте параллельные расчеты для монодисперсного и полидисперсного туманов. Число градаций выберите по своему усмотрению.

Контрольные вопросы

1. Какова физика процесса рассеяния переохлажденного тумана при внесении в него искусственно образованных ледяных частиц?
2. Как зависит установившаяся дальность видимости в тумане от концентрации введенных ледяных частиц?
3. Как зависит скорость просветления тумана от концентрации ледяных частиц?
4. Почему после внесения ледяных частиц дальность видимости в переохлажденном тумане сначала возрастает, а затем уменьшается? Таков ли ход дальности видимости в полидисперсном тумане?
5. Какие реагенты используются для рассеяния переохлажденных туманов?
6. Выше при расчетах не учитывалось, что концентрации капель и кристаллов изменяются в результате турбулентного перемешивания. Как учет этого обстоятельства скажется на зависимости $L=L(\tau)$?
7. Туман натекает на аэродром с некоторой постоянной скоростью. Как оценить расстояние, на котором надо расположить генераторы ледяных частиц, чтобы максимальный эффект просветления достигался над ВПП?

Задачи

1. В результате воздействия переохлажденный туман стал ледяным. Пренебрегая эффектом гравитационного выпадения ледяных частиц, рассчитайте ледность тумана, если исходная водность тумана $0,2 \text{ г/м}^3$, температура -8°C .
2. Переохлажденный туман состоит из капель радиусом $5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, концентрация их $3 \cdot 10^8 \text{ м}^{-3}$. В туман внесены ледяные частицы с концентрацией 10^5 м^{-3} , радиусом 10^{-6} м . Температура тумана -10°C , влажность в нем $f \approx 1$.
Рассчитайте:
 - а) какова исходная дальность видимости в тумане;
 - б) до какого предельного размера могут вырасти ледяные частицы (без учета их возможного выпадения)?
 - в) какой окажется установившаяся дальность видимости после воздействия?
3. Рассчитайте, насколько повысится температура воздуха, если переохлажденный туман с дальностью видимости 100 м полностью закристаллизовать. Исходная температура -5°C , влажность $f_0=1$.

Варианты исходных данных

Номер варианта	n_0 в м^{-3}	r_0 в м	Температура тумана, $^{\circ}\text{C}$
1	10^9	$3 \cdot 10^{-6}$	-5
2	10^9	$3 \cdot 10^{-6}$	-10
3	10^9	$3 \cdot 10^{-6}$	-15
4	$5 \cdot 10^8$	$4 \cdot 10^{-6}$	-5
5	$5 \cdot 10^8$	$4 \cdot 10^{-6}$	-10
6	$5 \cdot 10^8$	$4 \cdot 10^{-6}$	-15
7	$3 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{-6}$	-5
8	$3 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{-6}$	-10
9	$3 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{-6}$	-15
10	$2 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^{-6}$	-5
11	$2 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^{-6}$	-10
12	$2 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^{-6}$	-15
13	$5 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{-6}$	-10
14	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^{-6}$	-10

Примечание. Во всех вариантах $p = 1000$ гПа, $r_{0л} = 2 \cdot 10^{-6}$ м.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 5.1, 5.5; [8], п. 7.1, 7.2, см. также раздел 5.

Приложение к заданию 12

Программа реализации задания на ПЭВМ «Электроника-85»

```

SET NO DOUBLE
10 PRINT \ PRINT \ PRINT \ PRINT " ПРОГРАММА <<ТУМАН>>" \ PRINT \ PRINT
20 PRINT "      Рассеяние переохлажденных туманов путем внесения "
30 PRINT "      кристаллизующих реагентов. "
40 PRINT \ PRINT \ PRINT " Введите исходные данные для Вашего варианта:"
50 PRINT \ PRINT "      -температура воздуха (тумана) T(K)="; \ INPUT T
60 PRINT "      -давление воздуха P(гПа)="; \ INPUT P
70 PRINT "      -дальность видимости до воздействия L0(м)="; \ INPUT L0
80 PRINT "      -средний радиус капель тумана R00(м)="; \ INPUT R00
90 PRINT \ PRINT " Проверьте правильность набора всех характеристик:"
100 PRINT "      T=";T;"P=";P;"L0=";L0;" R00=";R00;
110 PRINT \ PRINT " Обнаружив ошибки,наберите 0 и повторите ввод." \ PRINT
120 PRINT " Для расчета воздействия задайте концентрацию ледяных частиц."
130 PRINT " Чтобы ее определить, наберите 1.Если она Вам известна,"
140 PRINT " наберите 2 "; \ INPUT N2
150 G=0 \ ON N2+1 GOTO 40,210,160
160 PRINT \ PRINT "Введите концентрацию ледяных частиц NL(1/м^3)="; \ INPUT NL
170 PRINT \ PRINT " Задайте модель тумана.Если Вы хотите выполнить "
180 PRINT " расчет для монодисперсного тумана, наберите 1, полидисперс-"
190 PRINT " ного -число градаций для капель G (<1 G <=15) "; \ INPUT G
200 DIM NW(15),RW(15),DRW(15),RR(15),DR(15),PR(15),SPR(15),P(15),SP(15)
210 M=29\NY=18\RW=1000\ROL=920\EO=6.107\T0=273.15\D=.000022\B=.01
220 EW=EO*10^(7.63*(T-T0)/(T-31.25))\EL=EO*10^(9.5*(T-T0)/(T-7.65))
230 RO=.348*P/T\A=D*RO/RW*NY/M\EW/P\O=1-EL/EW\DI=4*PI*D\RL0=.000001
240 TAU=0\RL=RL0\L=L0\EPS=0\N=20 \ IF G>15 GOTO 680
250 NM0=.62/(L0*RW0^2)\NLU=100*NM0 \ IF G>1 GOTO 710
260 PRINT \ PRINT \ IF G=1 GOTO 380
270 PRINT " Максимальный размер, до которого могут вырасти ледяные частицы,"
280 PRINT " и установившаяся дальность видимости при разных концентрациях"
290 PRINT " вводимых ледяных частиц (задано, что RL0 = 1*10^-6 м) "
300 PRINT \ PRINT "      Nл,1/м^3      Rл,макс,м      Lуст,м
310 RL3=(RW*NM0/(ROL*NLU)*RW0^3+RL0^3+C*RO/(PI*ROL*NLU)*NY/M\EW/P^3/4)
320 RLU=RL3^.333\LU=.62/(NLU*RLU^2)
330 PRINT NLU,RLU,LU\NLU=NLU*.1 \ IF NLU>1 GOTO 310
340 PRINT " Скопируйте эти результаты.Выберите то значение концентрации NL,"
350 PRINT " при котором достигается необходимое значение Lуст."
360 PRINT " Для продолжения наберите 0, выход из программы 1."; \ INPUT NN
370 ON NN+1 GOTO 160,950
380 IF G=1 THEN I=G\RW(I)=RW0\NW(I)=NM0\SP(0)=0\SP(I)=RW(I)*NW(I)
390 PRINT \ PRINT \ PRINT "      Результаты расчета, " \ PRINT \ K3=0
400 PRINT "      Время      Радиус самой      Радиус ледя-      Дальность      Влажность"
410 PRINT "      крупной капли      ных частиц      видимости      воздуха "
420 PRINT "      TAU,с      Rв(G),мкм      Rл,мкм      L,м      fв,б/разн."
430 PRINT "-----"
440 PRINT TAU,RW(G)*10^6,RL*10^6,L,EPS+1

```

Внимание! Для того чтобы исключить возможность сбоя в работе ПЭВМ, при наборе программы номер строки 200 исправьте на 35

```

450 K2=K2+1\ IF K2=INT(K2/15)*15 GOTO 590
460 DTAU=B*RL*RL/(A*(EPS+C)*1.1)\ IF DTAU>5 THEN H=10\ IF DTAU>20 THEN H=5
470 TAU=TAU+DTAU\DEPS=-D1*(SP(G)*EPS+NL*RL*(EPS+C))*DTAU
480 IF DEPS>0 THEN DEPS=0
490 EPS=EPS+DEPS\ IF (EPS+C)<=0 GOTO 640
500 RL=SQR(RL*RL+2*A*ROW/ROL*(EPS+C)*DTAU)\ FOR I=1 TO G
510 RR(I)=RW(I)*RW(I)+2*A*EPS*DTAU\ IF RR(I)<=0 THEN RR(I)=0
520 RW(I)=SQR(RR(I))\P(I)=RW(I)*NW(I)\SP(I)=SP(I-1)+P(I)
530 IF RW(I)=0 THEN NW(I)=0
540 PR(I)=RW(I)*RW(I)*NW(I)\SPR(I)=SPR(I-1)+PR(I)\ NEXT I
550 L=.62/(SPR(G)+NL*RL*RL)\K=K+1\ IF K=INT(K/H)*H GOTO 440
560 IF RW(G)=0 THEN K3=K3+1\ IF K3=1 GOTO 580
570 GOTO 460
580 PRINT " Все капли испарились!!"\ GOTO 440
590 PRINT " Техническая остановка.Скопируйте результаты для анализа."
600 PRINT " Для продолжения наберите 0. Для анализа текущего распределения"
610 PRINT " капель по размерам 1.Переход к другому варианту воздействия 2,"
620 PRINT " новому варианту тумана 3, выход из программы 4";\ INPUT N4
630 K2=0\ ON N4+1 GOTO 460,590,120,40,950
640 PRINT " Расчет закончен. Скопируйте результаты для анализа. "
650 PRINT " Для перехода к другому варианту воздействия наберите 2,новому "
660 PRINT " варианту тумана 3,выход из программы 4";\ INPUT N5
670 K2=0\ ON N5+1 GOTO 120,40,950
680 PRINT " Будьте внимательнее! Вы задали G>15,для исправления ошибки "
690 PRINT " наберите 0, выход из программы 1."; \ INPUT N3
700 ON N3+1 GOTO 170,950
710 PRINT \ PRINT " Задано следующее распределение капель по размерам"
720 PRINT " Номер Сред.радиус Конц.капель Вклад в L,м суммы "
730 PRINT "градаций,i Rв,мкм Nв,1/м^3 градаций от 1 до i"
740 PRINT "-----"
750 DRW0=.00005/(G*G+G)\RW(0)=0\SN=0\ FOR I=1 TO G
760 DRW(I)=DRW(I-1)+DRW0\RW(I)=RW(I-1)+DRW(I)
770 DR(I)=(RW(I)-RW(I-1))/20\R=RW(I-1)\SIR=0
780 IR=R*R*EXP(-R*SQR(12)/RW0)*DR(I)\SIR=SIR+IR
790 R=R+DR(I)\ IF R<RW(I) GOTO 780
800 NW(I)=NW0+6*SQR(12)/RW0^3*SIR\ NEXT I
810 FOR I=1 TO G\RW(I)=((RW(I-1)+RW(I))/2)
820 PR(I)=(NW(I)*RW(I)*RW(I))\SPR(I)=SPR(I-1)+PR(I)\ NEXT I
830 AL=.62/L0/SPR(G)\ FOR I=1 TO G\NW(I)=NW(I)*AL\SPR(I)=SPR(I)*AL
840 LSI=.62/SPR(I)\ PRINT I,RW(I)*10^6,NW(I),LSI\ NEXT I
850 PRINT "Проанализируйте это распределение.Если Вы хотите внести "
860 PRINT " изменения,наберите 0, для перехода к расчету воздействия ско-"
870 PRINT " пируйте результаты и наберите 1,выход из программы 2";\ INPUT N6
880 ON N6+1 GOTO 170,390,950
890 PRINT \ PRINT " i Rв,i,мкм Nв,i, 1/(м^3). "
900 FOR I=1 TO G\ PRINT I,RW(I)*10^6,NW(I)\ NEXT I
910 PRINT " Скопируйте это распределение для последующего анализа "
920 PRINT " Для продолжения расчета наберите 0,для выхода из программы-"
930 PRINT " - любое число ";\ INPUT N7
940 IF N7=0 GOTO 390
950 END

```

ЗАДАНИЕ 13

РАССЕЯНИЕ ТУМАНОВ ГИГРОСКОПИЧЕСКИМИ РЕАГЕНТАМИ (ПРИРОДА ДЕЙСТВИЯ ГИГРОСКОПИЧЕСКИХ РЕАГЕНТОВ)

Возможности воздействия на теплые облака и туманы ограничены тем, что в них отсутствует потенциальная фазовая неустойчивость, характерная для переохлажденных аэрозолей. Аэродисперсная система коллоидально устойчива, если она состоит из мелких капель, размеры которых мало отличаются друг от друга. Для нарушения устойчивости в облако или туман необходимо ввести частицы, которые ввиду специфических свойств могли бы быстро расти. Такими свойствами обладают гигроскопические вещества. Гигроскопические растворимые вещества понижают парциальное давление насыщенного водяного пара над раствором. Если мелкие частицы гигроскопических веществ ввести в туман, то они будут поглощать водяной пар, в результате чего влажность понижается, а капли тумана станут испаряться — оптическая плотность тумана изменится. В облаках гигроскопические частицы быстро вырастают до таких размеров, что далее в результате коагуляции с облачными каплями могут превратиться в частицы осадков.

В качестве гигроскопических реагентов обычно используют распространенные вещества NaCl (поваренная соль), CaCl_2 или $\text{CaCl}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ (кристаллогидраты хлористого кальция) и другие соли. Как реагенты представляют интерес и минеральные удобрения, применяемые, в частности, для внекорневой подкормки растений (карбамид $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$, аммиачная селитра NH_4NO_3 и др.).

Целью настоящего задания является исследование эффективности гигроскопических реагентов применительно к задаче просветления тумана над взлетно-посадочной полосой.

По современным представлениям парциальное давление насыщенного водяного пара $E_{r,p}$ над каплей радиусом r , содержащей массу растворенной соли, связана с давлением насыщенного водяного пара над чистой водой E соотношением

$$E_{r,p} = E \exp \left[\frac{r^+}{r} - \Phi \frac{\mu m_c}{M_c (4/3\pi \rho_p r^3 - m_c)} \right], \quad (1)$$

где μ и M_c — молярные массы воды и соли, ρ_p — плотность раствора, Φ — осмотический коэффициент раствора, r^+/r — томпсоновская добавка; $r^+ \simeq 1,2 \cdot 10^{-9}$ м.

При влажности воздуха, близкой к насыщению над водой ($f \rightarrow 1$), удобно в качестве исходного принимать такой размер капли, при котором она представляет собой насыщенный раствор

при полном растворении всей массы ядра. Тогда выражение (1) можно записать в виде

$$E_{r,p} = E \left(1 + \frac{r^+}{r} - c_r \frac{r_n^3}{r^3} \right). \quad (2)$$

Здесь $c_r = (E - E_{n,p})/E$; $E_{n,p}$ — парциальное давление насыщенного водяного пара над плоской поверхностью насыщенного раствора соли. Значения равновесной влажности $f^* = 1 - c_{r(R)}$ для ряда солей приведены в приложении 6.

Будем рассматривать моодисперсный туман, состоящий из капель радиусом r , образовавшихся на облачных ядрах конденсации, предельный радиус которых как капель насыщенных растворов составлял r_n . В туман вводится реагент в виде капель насыщенного раствора R_n , их текущий радиус R . Обозначим концентрацию капель в тумане n , их исходный размер (до начала воздействия) r_0 , концентрацию частиц реагента N . Тогда из уравнения Максвелла, приравнявая поток пара к гигроскопическим частицам к оттоку пара от облачных капель и пренебрегая зависимостью парциального давления насыщенного водяного пара от радиуса кривизны, можно получить:

$$\frac{dR}{d\tau} = 0,622 \frac{\rho_{вх}}{\rho_в} \frac{DE}{R_p} \left[\frac{c_R \left(\frac{R_n}{R} \right)^3 - c_r \left(\frac{r_n}{r} \right)^3}{1 + \frac{NR}{nr}} \right], \quad (3)$$

где $\rho_{вх}$ — плотность воздуха, $\rho_в$ — плотность воды, D — коэффициент молекулярной диффузии водяного пара, τ — время, p — давление воздуха.

В выражении (3), кроме R , функцией времени является также радиус капель тумана r . Полагая содержание сконденсированной влаги в тумане постоянным, r можно выразить в виде

$$r = \sqrt[3]{r_0^3 - \frac{N}{n} (R^3 - R_n^3)}. \quad (4)$$

Уравнение (3) интегрируется численно.

Принимая, что относительная влажность в сформировавшемся тумане мало отличается от 100 %, из формулы (2) по известному значению r_0 можно найти примерное значение r_n :

$$r_n = r_0 \sqrt[3]{\frac{1}{c_r} \frac{r^+}{r_0}}. \quad (5)$$

В отличие от воздействия кристаллизующими реагентами, при котором перегонка воды с капель на кристаллы происходит практически до полного испарения капель (см. задание 12), при внесении гигроскопических реагентов капли тумана (облака) не испаряются полностью. С увеличением размеров крупных капель концентрация раствора в них уменьшается, одновременно возрастает концентрация раствора в каплях тумана. При условии

равновесия ($dR/d\tau=0$) из уравнения (3) с учетом формул (4) и (5) легко найти максимальный размер капли, растущей на частичке реагента:

$$R_{\text{макс}} = r_0 \frac{\left(1 + \frac{N}{n} \frac{R_{\text{н}}^3}{r_0^3}\right)^{1/3}}{\left(\frac{1}{c_R} \frac{r^+}{r_0} \frac{r_0^3}{R_{\text{н}}^3} + \frac{N}{n}\right)^{1/3}}. \quad (6)$$

Воспользуемся для расчета дальности видимости в тумане, как и в задании 12, формулой

$$L = \frac{0,62}{nr^2 + NR^2}. \quad (7)$$

Подставив в формулу (7) вместо R значение $R_{\text{макс}}$, а вместо r соответствующее значение $r_{\text{мин}}$, найдем связь между установившейся после воздействия дальностью видимости и концентрацией N и размерами капель реагента $R_{\text{н}}$:

$$L_{\text{уст}} = L_0 \frac{\left[\frac{N}{n} + \frac{1}{c_R} \frac{r^+}{r_0} \left(\frac{r_0}{R_{\text{н}}}\right)^3\right]^{2/3}}{\left[\frac{N}{n} + \left(\frac{r_0}{R_{\text{н}}}\right)^3\right]^{2/3} \left[\left(\frac{1}{c_R} \frac{r^+}{r_0}\right)^{2/3} + \frac{N}{n} \left(\frac{R_{\text{н}}}{r_0}\right)^2\right]}, \quad (8)$$

где L_0 — дальность видимости в тумане до воздействия, которая определяется по формуле (7) при $N=0$, $r=r_0$.

Если выражение (8) продифференцировать по N и приравнять производную к нулю, то можно получить формулу для оптимальной концентрации $N_{\text{опт}}$, для которой при заданном $R_{\text{н}}$ установившаяся дальность видимости окажется максимальной ($L_{\text{у.м}}$):

$$N_{\text{опт}} = n \left(\frac{r_0}{R_{\text{н}}}\right)^3 \left[\sqrt{\frac{(5B+1)^2}{36} + B \left(\frac{2}{3} \frac{R_{\text{н}}}{r_0} \frac{1-B}{B^{1/3}} - 1\right)} - \frac{5B+1}{6} \right], \quad (9)$$

где

$$B = \frac{1}{c_R} \frac{r^+}{r_0}.$$

При выводе формул (8), (9) не учитывались ни коагуляционные взаимодействия между каплями, ни выпадение их из тумана.

Содержание работы

1. Для заданных в таблице вариантов значений r_0 и n рассчитайте по формуле (7) L_0 — исходную дальность видимости в тумане до воздействия.

2. По формулам (9), (8) оцените возможности изменения дальности видимости в тумане при воздействии. С этой целью,

задавая различные значения размеров капель реагента R_n — от r_0 до $(15 \dots 20)r_0$, рассчитайте оптимальную концентрацию $N_{\text{опт}}$ и соответствующую ей дальность видимости $L_{y.m.}$. Результаты расчетов представьте в виде графиков $N_{\text{опт}} = N(R_n)$, $L_{y.m.} = L(R_n)$.

3. Для тех же значений R_n рассчитайте расход реагента по очевидной формуле

$$Q = \frac{4}{3}\pi \rho_n R_n^3 N_{\text{опт}} V, \quad (10)$$

где ρ_n — плотность раствора реагента (в первом приближении можно принять равной плотности воды), V — объем зоны над ВПП, в которой следует рассеять туман (задайте, например, $V = 2000 \times 100 \times 50 \text{ м}^3$). Постройте график связи $L_{y.m.} = L(Q)$. Определите значения $N_{\text{опт}}$, R_n^* и Q^* , при которых достигается необходимая для работы аэропорта дальность видимости, например $L_{y.m.} \geq 1000 \text{ м}$.

4. Для того чтобы оценить «чувствительность» метода к возможным и неизбежным на практике отклонениям концентрации и размеров от заданных, по формуле (8) рассчитайте установившуюся дальность видимости $L_{\text{уст}}$ при разных N и R_n : при фиксированном значении R_n^* задайте концентрацию в 3 и 10 раз больше и меньше оптимальной и при $N = N_{\text{опт}}$ задайте R_n в 1,5 и 2 раза больше и меньше R_n^* . Результаты представьте в виде графиков $L_{\text{уст}} = L(N)$ и $L_{\text{уст}} = L(R_n)$.

5. А теперь — самое интересное. При оптимальных значениях $N_{\text{опт}}$ и R_n^* рассчитайте изменение дальности видимости со временем — от $L = L_0$ в момент воздействия до $L = L_{y.m.}$. С этой целью необходимо по формулам (3) и (4) найти изменение во времени R и r . Сначала по формуле (6) найдите, подставив в нее $N_{\text{опт}}$ и R_n^* , значение $R_{\text{макс}}$, которое представляет собой верхний предел интегрирования уравнения (3). Интегрирование этого уравнения осуществляется численно (метод решения см., например, в задании 5).

Для того чтобы упростить расчеты, можно заменить численное интегрирование уравнения (3) графическим. Подставьте в уравнение (3) выражение (4). Теперь рассчитайте и постройте график изменения параметра $(dR/d\tau)^{-1}$ как функцию R в интервале от R_n^* до $0,99 R_{\text{макс}}$ (при $R \rightarrow R_{\text{макс}}$ $(dR/d\tau)^{-1} \rightarrow \infty$, поэтому при построении графика следует ограничиться значением R , несколько меньшим $R_{\text{макс}}$). Площадь под кривой $(dR/d\tau)^{-1}$, заключенная между абсциссами R_n^* и R , соответствует времени τ , в течение которого капля вырастает от исходного размера R_n^* до текущего значения R . Найдите последовательно 5—6 значений τ для разных значений R . Вычислите синхронные им значения r по формуле (4). Подставляя R и r в формулу (7), рассчитайте изменения дальности видимости. Постройте графики $R = R(\tau)$, $r = r(\tau)$ и $L = L(\tau)$, имея в виду, что при $\tau \rightarrow \infty$ $R \rightarrow R_{\text{макс}}$, $r \rightarrow r_{\text{мин}}$, а $L \rightarrow L_{y.m.}$

Объясните ход кривых, их особенности и взаимозависимости.

6. Выше расчеты выполнялись без учета того обстоятельства, что крупные частицы реагента падают через туман и выпадают из него. Этот эффект играет двойную роль. С одной стороны, выпадение частиц способствует просветлению тумана. Однако с другой стороны, чем быстрее реагент выпадает из тумана, тем в меньшей мере проявляются его гигроскопические свойства — капли тумана не успевают испариться. Естественно, что эффект зависит от протяженности тумана.

Зададим толщину слоя тумана h . Будем считать, что реагент вносится по всему слою h равномерно. Используя полученную на предыдущем этапе связь между R и τ , рассчитайте путь l , который проходит частица реагента за время τ , суммируя малые участки пути, для каждого из которых можно пренебречь изменениями R :

$$l = \sum_{i=1}^k v(R_i) \Delta\tau_i, \quad i = \overline{1, k},$$

где $v(R)$ — скорость падения капли реагента; k — число интервалов, определяемое условием $l \simeq h$. Для расчета $v(R)$ используйте соответствующую формулу из заданий 5, 9 или постройте вспомогательный график по данным приложения 7. Найдите теперь время $\tau_h = \sum_{i=1}^k \Delta\tau_i$. В этот момент заканчивается выпадение частиц реагента из тумана. Для этого момента рассчитайте дальность видимости у поверхности Земли, подставляя в формулу (7) значение r при $\tau = \tau_h$ и принимая, что $N=0$. Выполните эти вычисления для $h = 100$ и 200 м.

Проанализируйте все результаты. По ним и литературным данным сделайте общее заключение о достоинствах и недостатках метода рассеяния тумана с помощью гигроскопических реагентов.

Контрольные вопросы

1. Какое свойство гигроскопических веществ позволяет использовать их в качестве реагентов при воздействии на облака и туманы?
2. В чем заключается принципиальное отличие природы действия гигроскопических реагентов от кристаллизующих?
3. Перечислите известные Вам гигроскопические реагенты.
4. Почему при внесении гигроскопических веществ капли естественного тумана не испаряются полностью?
5. Как зависит установившаяся дальность видимости в тумане от концентрации гигроскопического реагента?
6. С чем связаны основные ограничения в использовании гигроскопических реагентов при воздействии на облака и туманы?

Задачи

1. В туман вводятся капли насыщенного раствора NaCl радиусом $R_n=12$ мкм с концентрацией 10^{-6} м $^{-3}$. До какого предельного размера они могут вырасти в тумане с исходной дальностью видимости 100 м и средним радиусом капель 4 мкм? Как при этом изменится дальность видимости?

2. Исходная дальность видимости в тумане 150 м, концентрация капель $n=2 \cdot 10^8$ м $^{-3}$. В туман вводятся капли насыщенного раствора $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$. Средний размер капель $R_n=20$ мкм. При какой концентрации реагента может быть получена максимальная дальность видимости? Каково ее значение?

Варианты исходных данных

Номер варианта	r_0 мкм	n см $^{-3}$	t °C	Реагент
1	3	400	0	NaCl
2	3	400	5	$\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
3	3	400	10	NH_4Cl
4	4	300	10	NaCl
5	4	300	10	$\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
6	4	300	0	NH_4Cl
7	5	200	0	NaCl
8	5	200	20	NH_4NO_3
9	5	200	10	$\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
10	6	100	0	NaCl
11	6	100	-10	$\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
12	2	500	10	NH_4NO_3
13	2	500	15	$\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
14	3	500	10	$\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
15	7	100	15	$\text{CaCl}_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$

Примечание. Во всех вариантах $p=1000$ гПа, $c_r=0,20$; значения $c_R=1-\dot{f}$ см. в приложении 6.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 1.7, 5.5; [15], главы 1, 2; [30], глава 1.

ЗАДАНИЕ 14

ИСКУССТВЕННАЯ ВЕНТИЛЯЦИЯ КАРЬЕРОВ

ЧАСТЬ I. РАЗРУШЕНИЕ ИНВЕРСИЙ

Для современного этапа развития горнодобывающей промышленности характерно дальнейшее расширение добычи полезных ископаемых открытым способом. Глубина открытых карьеров в настоящее время достигает 300—400 м, проектная глубина ряда карьеров составляет 500—700 м. Эксплуатация карьеров, к сожалению, до сих пор сопровождается выделением большого количества пыли и вредных газов (при бурении, взрывах, экскавации пород, использовании автотранспорта и т. д.). Рассеяние этих примесей обычно происходит за счет естественного воздухообмена. Однако с углублением карьеров увеличивается повторяемость условий, при которых естественная вентиляция оказывается недостаточной, и требуется искусственное проветривание с целью предотвращения опасных для здоровья людей загазованности и запыленности воздуха.

Наиболее эффективным средством искусственной вентиляции являются свободные турбулентные струи, создаваемые специальными устройствами. Высокая эффективность искусственного проветривания достигается при расположении вентиляционных струйных установок в нижней части карьера. Струя, создаваемая такой установкой, должна обладать достаточной энергией, чтобы могла выходить за пределы карьера, вынося из него загрязненный воздух. Одновременно вне струи в карьере создается компенсирующий нисходящий поток воздуха. В результате адиабатического сжатия воздух здесь нагревается, что в конечном итоге приводит к разрушению инверсий и интенсификации естественного воздухообмена. Часто последний фактор оказывается определяющим.

В настоящем задании выполняются расчеты накопления примеси в карьере, трансформации поля температуры при искусственной вентиляции, времени, необходимого для полной замены воздуха в карьере, и энергетической эффективности искусственной вентиляции.

Рассмотрим процесс накопления взвешенной примеси в карьере, следуя теоретической схеме [14]. Изменение концентрации примеси c описывается уравнением диффузии:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial c}{\partial z} - wc \right). \quad (1)$$

Полное решение уравнения (1) весьма громоздко. Однако его удается упростить, если рассматривать интегральную характеристику — изменение содержания примеси во всем столбе воздуха, задавая при этом физически обоснованный вид функции распре-

деления концентрации по высоте. Аппроксимируем в любой момент времени профиль концентрации выражением

$$c = c_0 e^{-z/\beta}, \quad (2)$$

где c_0 — концентрация примеси при $z = 0$, β — параметр распределения, который определяется как

$$\beta = D c_0 / J,$$

D — коэффициент турбулентной диффузии (турбулентности), J — интенсивность поступления примеси, отнесенная к единице поверхности. При этом c_0 и β являются функциями времени.

В частном случае, когда упорядоченного движения в карьере нет ($w=0$), а интенсивность поступления примеси и коэффициент диффузии задаются зависящими от времени, например, в виде

$$J = J_0 e^{\kappa_J \tau},$$

$$D = D_0 e^{\kappa_D \tau},$$

для концентрации примеси как функции высоты z и времени τ можно вывести уравнение

$$c = \sqrt{\left[c_{0,0}^2 + \frac{J_0^2}{D_0} \frac{1}{\kappa_J} (e^{\kappa_J \tau} - 1) \right] e^{(\kappa_J - \kappa_D) \tau}} \times \\ \times \exp \left[- \frac{z}{\sqrt{\left[\beta_0^2 + D_0 \frac{1}{\kappa_J} (e^{\kappa_J \tau} - 1) \right] e^{(\kappa_D - \kappa_J) \tau}}} \right]. \quad (3)$$

Здесь $c_{0,0}$, J_0 , D_0 , β_0 — значения параметров в исходный момент времени при $\tau=0$. (Учащемуся рекомендуется вывести уравнение (3), подставив в уравнение (2) величины c_0 и β , которые можно найти из уравнений (3.3.25) и (3.3.27) в работе [14].)

Внимание! Учтите при использовании ниже уравнения (3), что при $\kappa_J = 0$ ($J = J_0 = \text{const}(\tau)$) множитель $\frac{1}{\kappa_J} (e^{\kappa_J \tau} - 1) = \tau$.

Искусственная вентиляция карьеров может быть успешной, если она осуществляется за время, значительно меньшее, чем характерное время накопления примеси. Тогда поступлением примеси за время вентиляции при расчетах можно пренебречь.

Будем полагать, что опускание воздуха в карьере вне струи на фиксированном уровне происходит с одинаковой скоростью по всему сечению карьера. Если скорость опускания W достаточно велика, чтобы можно было пренебречь турбулентным перемешиванием, то изменение температуры на произвольном уровне можно описать выражением

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = W (\gamma - \gamma_a), \quad (4)$$

где γ и γ_a — градиент температуры в карьере и сухоадиабатический градиент,

$$W = \frac{m(z)}{\rho_{\text{вх}} S_k(z)}, \quad (5)$$

$m(z)$ — секундная масса струи, $\rho_{\text{вх}}$ — плотность воздуха, $S_k(z)$ — площадь сечения карьера на произвольной высоте.

Задавая карьер в виде усеченного перевернутого конуса с радиусом малого сечения r_0 (дно карьера) и большого сечения r_6 (борт карьера), легко получить

$$S_k(z) = \pi \left(r_0 + \frac{r_6 - r_0}{H} z \right)^2, \quad (6)$$

где H — глубина карьера.

Время, необходимое для того, чтобы выбросить весь загрязненный воздух за пределы карьера, т. е. время, в течение которого верхняя граница загрязненного слоя воздуха опустится до дна карьера, описывается выражением

$$\tau_{\text{в}} = - \int_0^H \frac{dz}{w}. \quad (7)$$

Расчет параметров струи, создаваемой тепловым источником, подробно рассматривается в задании 7. Для целей настоящей работы можно воспользоваться упрощенным аналитическим решением уравнений струи. Зададим изменение секундной массы m в струе линейной зависимостью

$$m = m_0 \left(1 + \frac{C}{R_0} \frac{T'_0}{T_0} z \right). \quad (8)$$

Тогда уравнение для скорости (уравнение (1) задания 7) легко может быть проинтегрировано для всей струи — от источника до максимальной высоты подъема $z_{\text{макс}}$, за которую принимается уровень, где $w=0$:

$$z_{\text{макс}} = \frac{R_0}{C} \frac{T_0}{T'_0} \times \\ \times \left[\sqrt{1 + \frac{2C}{R_0} \frac{T'_0}{T_0} \frac{1}{\gamma_a - \gamma} \left(\Delta T_0 + \sqrt{\Delta T_0^2 + w_0^2 (\gamma_a - \gamma) \frac{T_0}{g}} \right)} - 1 \right]. \quad (9)$$

В формулах (8), (9) R_0 , w_0 , ΔT_0 — радиус, скорость и перегрев струи на исходном уровне (при $z=0$); T'_0 и T_0 — температуры струи и среды на этом же уровне, C — постоянная вовлечения: $C=0,22$; g — ускорение свободного падения.

Секундная масса струи на уровне $z=0$ определяется формулой

$$m_0 = \pi R_0^2 w_0 \rho_0. \quad (10)$$

Исходная мощность тепловой струи N_0 составляет

$$N_0 = m_0 (c_p \Delta T_0 + w_0^2/2). \quad (11)$$

Изменение полной энергии воздуха в карьере при изменении в нем стратификации определяется изменениями энергии неустойчивости ΔE и энтальпии (теплосодержания) $\Delta \Theta$. Если градиент температуры в карьере изменился от γ_1 до γ_2 при фиксированной температуре на борту, то для карьера заданной формы

$$\Delta E \simeq \frac{\pi g \rho_{\text{вх}}}{5T} H^3 (\gamma_2 - \gamma_1) \left(r_6^2 + \frac{1}{2} r_6 r_0 + \frac{1}{6} r_0^2 \right), \quad (12)$$

$$\Delta \Theta \simeq \frac{\pi c_p \rho_{\text{вх}}}{12} H^2 (\gamma_2 - \gamma_1) [2r_0^2 + (r_0 + r_6)^2]. \quad (13)$$

Отношение

$$\eta = \frac{\Delta E + \Delta \Theta}{N_0 \tau_B} \quad (14)$$

характеризует эффективность использования энергии струи при искусственной вентиляции.

Содержание работы

1. Выполните расчет накопления угарного газа СО в угольном карьере (выделение СО происходит при самовозгорании пластов угля). По формуле (3) при заданных в таблице вариантов значениях D_0 , κ_D и J_0 рассчитайте изменение концентрации примеси на высоте $z=2$ м в течение суток. В исходный момент ($\tau=0$) задайте $c_{0,0}=0$, $\beta_0=0$. Будем полагать также, что $\kappa_J=0$.

Результаты расчета представьте в виде графика $c=c(\tau)$. Отметьте на этом же графике значение предельно допустимой концентрации (ПДК), которая для СО составляет по объему $2 \cdot 10^{-5} = 0,002$ %. Определите по графику, когда надо начинать искусственную вентиляцию. Рассчитайте и постройте для этого момента вертикальное распределение концентрации примесей $c=c(z)$.

2. Исследуйте трансформацию температурного поля в карьере при искусственной вентиляции; определите время, необходимое для полной замены загрязненного воздуха в объеме карьера чистым.

Сначала по формуле (8) оцените дальноточность струи при исходных параметрах, заданных в таблице вариантов. Если $z_{\text{макс}}$ окажется меньше заданного значения глубины карьера H , то, увеличивая в разумных на ваш взгляд пределах любой из параметров R_0 , w_0 , ΔT_0 (или все сразу), добейтесь, чтобы струя поднялась над карьером на 25—50 м. Аналогично, если при заданных параметрах струи $z_{\text{макс}}$ существенно больше H , уменьшайте исходные параметры, чтобы «сэкономить» затраты энергии. Подбрав таким образом параметры струи (теплового источника), подставьте затем выражения (6) и (8) в формулу (5) и рас-

ЗАДАНИЕ 15

ИСКУССТВЕННАЯ ВЕНТИЛЯЦИЯ КАРЬЕРОВ

ЧАСТЬ II. ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД РАССЕЯНИЯ ТУМАНОВ (СМОГОВ) В КАРЬЕРАХ

Динамический метод рассеяния туманов является разновидностью теплового, в котором испарение капель воды происходит благодаря адиабатическому нагреванию воздуха в искусственно созданном нисходящем потоке.

В работах [2, 14] выполнены оценки возможностей просветления тумана этим методом над взлетно-посадочной полосой аэродрома. Расчеты показывают, что в условиях, близких к штилевым, туман над ВПП может быть рассеян за несколько минут. Однако при наличии ветра техническая реализация метода трудна и очень громоздка. Вероятно, поэтому в литературе не приводится сколь-нибудь убедительных сведений об оперативном использовании динамического метода на аэродромах.

Идея метода неожиданно нашла практическое применение в других условиях — при искусственной вентиляции глубоких карьеров (разрезов). Стенки карьера естественным образом ограничивают пространство, внутри которого создается нисходящий поток, компенсирующий выброс воздуха струей метеотрона. (Общие сведения по теории искусственной вентиляции карьеров приводятся в задании 14. Учащемуся настоятельно рекомендуется познакомиться с этими сведениями, прежде чем приступить к выполнению настоящей работы.)

Часто загрязнение воздуха в карьере связано с образованием тумана (смога). Туман в объеме карьера является своеобразным индикатором устойчивого состояния воздуха. В то же время, отражая коротковолновую солнечную радиацию днем и поглощая излучаемую Землей длинноволновую радиацию ночью, туман уменьшает суточную изменчивость температуры, способствует сохранению устойчивого распределения температуры и накоплению загрязнений в карьере — вплоть до катастрофических концентраций. Рассеяние тумана приводит к появлению местной горно-долинной циркуляции и естественному выносу загрязнений из карьера.

Целью настоящей работы является оценка возможностей использования динамического метода рассеяния туманов в карьере на основе устройств, создающих конвективные струи.

Пренебрегая механизмом турбулентного перемешивания, изменение водности в опускающемся и в результате этого нагреваемом тумане можно найти из условия адиабатичности — постоянства полной энергии единичной массы воздуха:

$$\frac{d}{dz} \left(c_p T + gz - \frac{Lq}{\rho_{\text{вх}}} \right) = 0, \quad (1)$$

где $c_p T$ — внутренняя энергия, c_p — теплоемкость при постоянном давлении, T — температура воздуха, gz — потенциальная энергия, $Lq/\rho_{\text{вх}}$ — энергия фазового превращения вода—пар, q — водность тумана (абсолютная), $\rho_{\text{вх}}$ — плотность воздуха.

После несложных преобразований из уравнения (1) можно получить

$$\frac{dq}{dz} = -\frac{c_p \rho_{\text{вх}}}{L} (\gamma_a - \gamma_{\text{ва}}), \quad (2)$$

где γ_a и $\gamma_{\text{ва}}$ — соответственно сухо- и влажноадиабатический градиенты температуры.

Пренебрежем изменением плотности воздуха с высотой. Тогда, разделяя переменные и интегрируя уравнение (2) от q_0 — водности тумана на некотором исходном уровне z_0 — до водности q на уровне z , получаем:

$$q = q_0 + \frac{c_p \rho_{\text{вх}}}{L} (\gamma_a - \gamma_{\text{ва}}) (z - z_0). \quad (3)$$

Если, как обычно, ось z направлена вверх, то при опускании тумана $z - z_0 < 0$. Положив в уравнении (3) $q=0$, найдем путь, на котором происходит полное испарение тумана:

$$h = z_0 - z = \frac{q_0 L}{c_p \rho_{\text{вх}} (\gamma_a - \gamma_{\text{ва}})}. \quad (4)$$

Выпишем здесь необходимые для дальнейших расчетов формулы, выводы или объяснения которых приведены в задании 14.

Скорость нисходящих токов в карьерном пространстве при работе струйной установки

$$W(z) = \frac{m(z)}{\rho_{\text{вх}} S_k(z)}. \quad (5)$$

Изменение секундной массы струи с высотой

$$m = m_0 \left(1 + \frac{C}{R_0} \frac{T'_0}{T_0} z \right). \quad (6)$$

Площадь поперечного сечения карьера на высоте z , если карьер задается в виде перевернутого усеченного конуса,

$$S_k(z) = \pi \left(r_0 + \frac{r_0 - r_0}{H} z \right)^2. \quad (7)$$

Максимальная высота подъема струи (дальнобойность ее)

$$z_{\text{макс}} = \frac{R_0}{C} \frac{T_0}{T'_0} \times \left[\sqrt{1 + \frac{2C}{R_0} \frac{T'_0}{T_0} \frac{1}{\gamma_a - \gamma} \left(\Delta T_0 + \sqrt{\Delta T_0^2 + \omega_0^2 (\gamma_a - \gamma) \frac{T_0}{g}} \right)} - 1 \right]. \quad (8)$$

Все обозначения те же, что и в задании 14.

Содержание работы

1. По формуле

$$L = 0,33q_0^{-2/3}, \quad (9)$$

где L — в метрах, если q — в кг/м^3 , рассчитайте исходную дальность видимости в карьере до начала воздействия. Значения q_0 , заданное в таблице вариантов, примите постоянным во всем объеме карьера.

2. Убедитесь, что при заданных параметрах R_0 , w_0 , ΔT_0 струя метеотрона выходит за пределы карьера: рассчитайте по формуле (8) $z_{\text{макс}}$ и сравните это значение с H — глубиной карьера. Если $z_{\text{макс}} < H$, то измените параметры струи таким образом, чтобы струя поднималась над бортом карьера на 25—50 м.

3. По формуле (5) с учетом (6), (7) рассчитайте зависимость $W = W(z)$. Результаты расчета представьте в виде графика.

4. Рассчитайте время полной вентиляции карьера τ_v . С этой целью разбейте профиль скорости нисходящего потока на ряд участков Δz_i , для каждого из которых можно принять значение w почти постоянным. Для каждого из участков вычислите отношение $\Delta z_i/W_i$, которое соответствует времени опускания воздуха на высоту Δz_i . Суммируя эти отношения, найдите

$$\tau_v = \sum_{i=1}^k \frac{\Delta z_i}{W_i}, \quad (10)$$

где k — число выделенных участков; i — номер участка, $i = \overline{1, k}$.

5. Рассчитайте трансформацию полей температуры и влажности тумана в карьере. Как и в задании 14, используйте графический метод решения задачи. Нарисуйте исходную стратификацию температуры по значениям T_0 — температуры на дне карьера — и γ , заданным в таблице вариантов. Приготовьте аналогичный график для зависимости $q = q(z)$. Нанесите на него значение $q_0 = \text{const}(z)$. Выберите на графиках $T(z)$ и $q(z)$ несколько точек по высоте (8—10), совместив верхнюю из них с высотой $z = H$ (борт карьера). Будем отождествлять эти точки с соответствующими им по высоте слоями воздуха. Выполните теперь расчеты шагами по времени. Выбирайте шаги по времени $\Delta \tau_i \leq 100$ с. Сделайте первый шаг $\Delta \tau_1$. Опустите каждую точку на высоту $\Delta z_1 = W \Delta \tau_1$, снимая значения W с графика, построенного ранее, и нагрейте на $\Delta T_1 = \Delta z_1 \gamma_{\text{ва}}$. Значения $\gamma_{\text{ва}}$ можно найти в приложении 4. Соединив новые точки, получите распределение температуры в конце первого шага. При этом примите, что выше борта карьера распределение температуры не изменяется.

Рассчитайте изменившиеся значения влажности тумана в каждой точке, подставляя все найденные ранее значения Δz_1 последовательно в формулу (3). Нанесите результаты на график $q(z)$ при новых значениях z и постройте новый профиль влажности.

Аналогично сделайте второй шаг, третий и т. д. Опускание каждой точки таким образом ведите до тех пор, пока $q > 0$. Если

для какой-либо точки на очередном шаге получится $q \leq 0$, то приравняйте q к нулю (туман испарился) и далее опускайте эту точку в соответствии с сухадиабатическим законом: $\Delta T_j = \gamma_a \Delta z_j$.

Результаты расчетов рассмотрите в двух вариантах: а) в исходный момент весь карьер заполнен туманом, но выше карьера тумана нет; б) туман заполняет карьер и околокарьерное пространство. В варианте «а» изменение высоты верхней точки отражает одновременно и опускание верхней границы тумана. В варианте «б» примите, что туман непрерывно затекает в карьер с неизменными по времени q_0 и T_0 , повторяя по высоте судьбу объема, в исходный момент находившегося при $z = H$.

Расчет прекратите, если в варианте «а» туман испарится во всем объеме карьера либо верхняя граница его опустится до дна. В варианте «б» при этом соответственно в нижней части карьера появится «окно» без тумана либо произойдет лишь ослабление его на пути опускания.

6. Выполните аналогичные расчеты для тумана с той же исходной водностью q_0 , но температурой на дне на 10 К ниже, чем T_0 .

Проанализируйте все полученные результаты. При анализе обратите внимание на зависимость эффективности метода от исходной температуры воздуха в карьере. Сравните время, необходимое для рассеяния тумана, со временем полной вентиляции t_b .

Контрольные вопросы

1. Какой физический принцип лежит в основе динамического метода рассеяния туманов?
2. Какими факторами определяются ограничения в использовании динамического метода?
3. Будет ли испаряться туман, если в исходном состоянии $\gamma = \gamma_{va}$?

Задачи

1. В результате воздействия сформирован упорядоченный нисходящий поток в слое тумана толщиной 150 м.
 - а) Определите максимальную высоту свободной от тумана зоны, если водность тумана $0,1 \text{ г/м}^3$, температура воздуха 0°C , давление 1000 гПа.
 - б) При какой водности тумана воздействие в этих условиях окажется неэффективным (туман, опускаясь до поверхности Земли, не успеет испариться)?
2. Найдите критическое значение вертикального градиента водности, при котором дальность видимости в опускающемся тумане на фиксированной высоте остается постоянной, если температура тумана $-10, 0, 10^\circ\text{C}$, давление 1000 гПа.

3. Исходная дальность видимости в тумане 100 м, температура воздуха -10°C . Насколько изменится дальность видимости в некотором объеме тумана, если его опустить на 100 м?

Варианты исходных данных

Номер варианта	q_0 г/м ³	T_0 К	γ К/м
1	0,1	263	-0,020
2	0,1	268	-0,020
3	0,1	273	-0,015
4	0,1	278	-0,015
5	0,2	263	-0,010
6	0,2	268	-0,010
7	0,2	273	-0,020
8	0,2	278	-0,020
9	0,3	268	-0,015
10	0,3	273	-0,015
11	0,3	275	-0,020
12	0,3	278	-0,010
13	0,1	263	-0,030
14	0,2	268	-0,020
15	0,3	273	-0,010

Примечание. Исходные параметры струи w_0 , R_0 , ΔT_0 и параметры карьера r_0 , r_6 , H — те же, что и в соответствующих вариантах задания 14.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 3.3, 4.6, 5.3; [2], задание № 9.

ЗАДАНИЕ 16

ЗАСЕВ ГРОЗОВЫХ ОБЛАКОВ КОРОНИРУЮЩИМИ РАЗРЯДНИКАМИ С ЦЕЛЬЮ ПРЕДОТВРАЩЕНИЯ МОЛНИЙ

Генерация грозового электричества связана с процессами взаимодействия капель и кристаллов, в частности со взрывообразным раскалыванием переохлажденных облачных капель, намерзающих на поверхности частичек крупы и града [14, 13, 22]. Вследствие разности скоростей падения относительно воздуха мелких ледяных кристаллов, заряжающихся при взрыве положительно, и более крупных частиц, крупы или града, заряжающихся преимущественно отрицательно, происходит пространственное разделение зарядов: в предвершинной части облака формируется положительный объемный заряд, а ниже — отрицательный. Если в процессе развития облака напряженность электрического поля (градиент потенциала) превысит некоторое критическое значение, то развивается искровой разряд — молния, нейтрализующий разноименные заряды.

В последние годы в разных странах проводились опыты по ослаблению электрической (молниевой) активности облаков путем внесения в них большого числа своеобразных микроразрядников — легких коротких проводников. В качестве таких разрядников использовались металлизированные нейлоновые нити, полочки фольги, углен (углеродное волокно, лен). В сильных электрических полях каждый проводничек становится микрогенератором ионов того и другого знака, что связано с появлением коронных разрядов у концов этих проводников (если они ориентированы параллельно вектору поля). Увеличение концентрации ионов в облаке приводит к возрастанию проводимости воздуха (уменьшению его сопротивления) и как следствие усилению токов потерь. В результате интенсивность разделения зарядов, напряженность электрического поля, а с ними и вероятность возникновения молний резко уменьшаются.

В настоящем задании учащемуся предлагается выполнить приближенные расчеты напряженности поля без воздействия и после воздействия, с тем чтобы оценить возможности метода и получить определенное представление о его перспективности.

Будем рассматривать зрелое грозовое облако. Если расстояние между разноименными объемными зарядами меньше, чем горизонтальный размер облака, то можно рассматривать это облако как плоский конденсатор. Изменение напряженности поля E между обкладками конденсатора можно рассчитать по формуле

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0 S} \frac{dQ}{d\tau}, \quad (1)$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная; ϵ — диэлектрическая проницаемость воздуха: $\epsilon=1$; S — площадь сечения облака; Q — заряд облака.

Изменение заряда определяется действием трех факторов:

1) тока заряда I_Γ , т. е. интенсивностью механизма генерации и разделения зарядов;

2) тока проводимости I_λ , т. е. утечки зарядов за счет внутренней — ионной и турбулентной проводимости;

3) тока искусственной проводимости I_K , связанного с введением в облако коронирующих разрядников; пока облако не засеяно, $I_K=0$.

Таким образом,

$$\frac{dQ}{d\tau} = I_\Gamma - I_\lambda - I_K. \quad (2)$$

Здесь

$$I_\Gamma = i_\Gamma S, \quad (3)$$

$$I_\lambda = \lambda ES, \quad (4)$$

$$I_K = i_K n S, \quad (5)$$

где i_Γ — ток заряда, отнесенный к единице площади; λ — удельная проводимость; n — число коронирующих разрядников, приходящихся на единицу площади; i_K — ток коронирования для единичного разрядника:

$$i_K = \alpha l u E (E - E_{\text{кор}}); \quad (6)$$

l — длина разрядника; u — подвижность ионов; α — константа; $\alpha = 1,4 \cdot 10^{-11}$ Ф/м; $E_{\text{кор}}$ — напряженность коронирования, т. е. градиент потенциала электрического поля, при котором на концах разрядника начинается коронный разряд. Величина $E_{\text{кор}}$ связана с длиной и диаметром разрядника эмпирическим соотношением

$$E_{\text{кор}} = 0,75 \cdot 10^5 \frac{d^{1/3}}{l}, \quad (7)$$

где $E_{\text{кор}}$ — в В/м, если d и l — в метрах. (Формула (7) аппроксимирует результаты экспериментов с разрядниками диаметром $d = (10 \dots 1000) \cdot 10^{-6}$ м и длиной $l = (2 \dots 10) \cdot 10^{-2}$ м.)

Интенсивность грозового процесса будем характеризовать величиной i_Γ , предполагая ее заданной и не зависящей от времени. Тогда, подставляя в уравнение (1) выражения (2) — (4) и интегрируя по τ от 0 до τ и по E от E_0 до E , получаем формулу для расчета изменения напряженности поля в облаке до воздействия:

$$E = \frac{i_\Gamma}{\lambda} + \left(E_0 - \frac{i_\Gamma}{\lambda} \right) e^{-\frac{\lambda}{\epsilon \epsilon_0} \tau}. \quad (8)$$

Подставляя в уравнение (1) одновременно с формулами (2) — (4) также выражение (5) и интегрируя от E^* (напряжен-

ности поля в момент воздействия τ^*) до E и по времени от τ^* до τ , получаем:

$$E = E_{уст} - \frac{\kappa}{c} \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{\kappa}{c} \frac{1}{E_{уст} - E^*}\right) \exp[\kappa(\tau - \tau^*)]}, \quad (9)$$

где

$$\kappa = \sqrt{b^2 + 4ac}, \quad a = \frac{i_r}{\varepsilon \varepsilon_0},$$

$$b = -(cE_{кор} + \lambda/\varepsilon \varepsilon_0), \quad c = \frac{anlu}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (10)$$

$E_{уст}$ — предельное (установившееся) значение напряженности электрического поля после засева (при $\tau \rightarrow \infty$):

$$E|_{\tau \rightarrow \infty} \equiv E_{уст} = \frac{\kappa + b}{2c}. \quad (11)$$

(Учащемуся рекомендуется, проделав все выкладки, получить выражения (8), (9), (11).)

Очевидно, что $E_{уст}$ зависит от n . (В этом легко убедиться, анализируя формулы (10), (11). Легко также убедиться, что при $n=0$ $E_{уст} = i_r/\lambda$, как и в формуле (8).) Решая уравнение (11) относительно n , найдем плотность коронирующих разрядников, обеспечивающих снижение напряженности до значения $E_{уст}$:

$$n = \frac{1}{alu} \frac{i_r - \lambda E_{уст}}{E_{уст}^2 + E_{кор} E_{уст}}. \quad (12)$$

Содержание работы

1. По уравнению (8) рассчитайте изменение напряженности электрического поля в облаке со временем. Задайте произвольное значение E_0 , соответствующее «домолниевой» напряженности поля, например $E_0 = 10^4$ В/м. Оценки показывают, что молнии возникают в облаке при напряженностях $E(\mathbb{K}) \geq 5 \cdot 10^5$ В/м. Расчеты выполните для двух облаков с различными токами заряда: а) $i_r = i_0$ (i_0 указано в таблице исходных данных) и б) $i_r = 3i_0$. В свою очередь для каждого из облаков расчеты проводите в двух вариантах — с запретом на молнию и с моделированием молниевых разрядов. В первом варианте расчет E проводите до тех пор, когда в уравнении (8) вторым слагаемым по сравнению с первым можно будет пренебречь — E принимает установившееся значение. Полученная зависимость представляет собой ход напряженности в идеализированном облаке без молний.

Во втором варианте в момент времени τ_1 , когда напряженность достигает (или несколько превышает) значение $E(\mathbb{K})$, смоделируйте молниевый разряд: резко (мгновенно) измените E до значения E_1 . Выбор скачка напряженности $\Delta E = E - E_1$ определяется

количеством электричества, нейтрализованного молнией. Из наблюдений известно, что одна молния нейтрализует заряд ΔQ , составляющий десятки кулон ($\Delta Q = 10 \dots 30$ Кл). В соответствии с уравнением (1) рассчитайте для ваших вариантов ΔE :

$$\Delta E = E - E_1 = \frac{\Delta Q}{\epsilon \epsilon_0 S}, \quad (13)$$

задавая произвольно разумные, на ваш взгляд, значения ΔQ (следя, впрочем, за тем, чтобы при этом E_1 не оказалось отрицательным: молния нейтрализует заряды, но не заряжает и не перезаряжает облако).

После молниевых разрядов расчет восстановления поля проводите снова по уравнению (8), подставляя в него вместо E_0 значение E_1 , а вместо τ значение $\tau - \tau_1$ (время отсчитывается от момента вспышки молнии). Когда напряженность снова достигнет (превысит) $E(\xi)$, смоделируйте новый удар молнии — можно с другим значением ΔQ . Повторите эти операции несколько раз. Результаты расчетов представьте графиками $E = E(\tau)$. Отметьте на этих графиках значение напряженности молниевых разрядов $E(\xi) = 5 \cdot 10^5$ В/м. Обратите внимание на изменение частоты молниевых разрядов при изменении тока заряда.

Примечание. Если облако в варианте «а» (при $i_r = i_0$) не достигает стадии грозы ($E_{уст} < E(\xi)$), то моделирование разрядов выполните только для облака из варианта «б».

2. Промоделируйте теперь воздействие на грозовое облако.

Сначала по формуле (7) рассчитайте $E_{кор}$ для заданной в таблице вариантов длины разрядников; диаметр разрядника задайте, например, равным 20 мкм.

Для достижения успеха в облако нужно ввести такое число разрядников, чтобы выполнялось условие $E_{уст} < E(\xi)$. При этом нужно иметь в виду следующее. Если $E_{уст}$ лишь незначительно меньше $E(\xi)$, то молниевый разряд может произойти в результате случайных колебаний напряженности. Если добиваться, чтобы выполнялось условие заведомого подавления грозы $E_{уст} \ll E(\xi)$, то потребуется слишком большой расход разрядников. Будем считать оптимальной концентрацию, при которой $E_{уст} = (0,5 \dots 0,75) E(\xi)$. С учетом этого по формуле (12) рассчитайте $n_{опт}$.

Теперь в произвольный момент времени τ^* , когда напряженность составляет E^* , «внесите» в облако разрядники — мгновенно и равномерно по всему облаку. С этого момента расчет E ведите по формуле (9), подставляя в нее $n_{опт}$. Результаты расчетов нанесите на те же графики $E = E(\tau)$. Проанализируйте их. Обратите внимание на время, в течение которого происходит основное изменение E после засева.

3. Определите весовой расход разрядников при оптимальной концентрации по всему объему облака, подлежащему засеву.

Если полагать, что «зона действия» единичного разрядника представляет собой сферу, то от концентрации n , отнесенной к еди-

нице площади, можно перейти к концентрации n_V , отнесенной к объему:

$$n_V = \frac{3}{4\pi} n^{3/2}. \quad (14)$$

При заданных радиусе облака R и среднем расстоянии между зарядами h необходимое число разрядников определяется выражением

$$N = n_V \pi R^2 h. \quad (15)$$

Рассчитайте массу одного разрядника и, умножив ее на N , найдите искомый расход «реагента».

Справка. Плотность угля $1,6 \cdot 10^3$ кг/м³; примерно равна ей и средняя плотность металлизированного нейлона.

Анализируя результаты, оцените, насколько реальна доставка такой массы разрядников с помощью самолетов, ракет. Учтите при этом, что в реальных облаках нет необходимости засеивать весь объем, обычно можно ограничиться зоной, где E достигает максимальных значений. В то же время в реальных условиях разрядники выносятся воздушными потоками из электрически активной части облака, поэтому требуется восполнять их число.

Контрольные вопросы

1. Назовите и охарактеризуйте основные механизмы генерации грозового электричества.
2. Что такое коронный разряд?
3. Какова физическая природа ослабления электрической активности грозы при внесении в облако коронирующих разрядников?
4. Почему ток коронирования усиливается при увеличении длины коронирующего разрядника?

Задачи

1. При какой длине разрядника по нему потечет ток коронирования силой 0,1 мкА, если его диаметр 30 мкм, а напряженность внешнего электрического поля $5 \cdot 10^4$ В/м?
2. Оцените значение естественной ионной проводимости в облаке, если время релаксации напряженности электрического поля $\tau_{\text{рел}} = 5$ с (время релаксации — интервал, в течение которого скачек напряженности ΔE , вызванный ударом молнии, при восстановлении поля уменьшается в e раз).
3. После удара молнии напряженность упала до $5 \cdot 10^4$ В/м. Определите, через какое время может ударить новая молния, если ток заряда в облаке $i_r = 5 \cdot 10^{-6}$ А/м²?
4. Каждый удар молнии уменьшает напряженность поля до 10^5 В/м. Молнии следуют с интервалом около 10 с. Удастся ли предотвратить дальнейшие молниевые разряды, если в облако

внести коронирующие разрядники с концентрацией $n=10^{-2} \text{ м}^{-2}$
 Длина разрядников 10 см, диаметр 40 мкм.

Варианты исходных данных

Номер варианта	$i_0 \text{ А/м}^2$	$\lambda (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$	$l \text{ м}$	$R \text{ км}$	$d \text{ км}$
1	$3 \cdot 10^{-7}$	$0,5 \cdot 10^{-12}$	0,05	1,5	1,0
2	$4 \cdot 10^{-7}$	$0,5 \cdot 10^{-12}$	0,05	1,5	1,5
3	$5 \cdot 10^{-7}$	$1,0 \cdot 10^{-12}$	0,05	2,0	1,5
4	$6 \cdot 10^{-7}$	$1,0 \cdot 10^{-12}$	0,05	2,5	2,0
5	$7 \cdot 10^{-7}$	$1,0 \cdot 10^{-12}$	0,05	2,5	1,0
6	$1 \cdot 10^{-6}$	$2,0 \cdot 10^{-12}$	0,10	1,5	1,0
7	$2 \cdot 10^{-6}$	$3,0 \cdot 10^{-12}$	0,10	1,5	1,0
8	$3 \cdot 10^{-6}$	$4,0 \cdot 10^{-12}$	0,10	2,0	1,5
9	$3 \cdot 10^{-6}$	$5,0 \cdot 10^{-12}$	0,10	2,0	1,5
10	$3 \cdot 10^{-6}$	$6,0 \cdot 10^{-12}$	0,10	2,5	1,5
11	$1 \cdot 10^{-6}$	$0,2 \cdot 10^{-11}$	0,05	3,0	1,5
12	$2 \cdot 10^{-6}$	$0,3 \cdot 10^{-11}$	0,05	3,0	2,0
13	$3 \cdot 10^{-6}$	$0,5 \cdot 10^{-11}$	0,05	3,0	2,0
14	$5 \cdot 10^{-7}$	$1,0 \cdot 10^{-12}$	0,10	2,5	1,5
15	$1 \cdot 10^{-7}$	$0,1 \cdot 10^{-12}$	0,10	4,0	2,5

Примечание. Используемые для расчета константы имеют следующие значения: $E(\kappa) = 5 \cdot 10^5 \text{ В/м}$; $\alpha = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$; $\epsilon = 1$; $u = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Список рекомендуемой литературы: [14], п. 6.6; [13], глава 2 и п. 2 главы 3; [19], п. 23.3, 23.4; [20], глава IX; [21], главы 3—5; [8], п. 8.2.

ЗАДАНИЕ 17

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ И ТЕМПЕРАТУРЫ КАПЕЛЬ В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ

В ряде экспериментальных работ, связанных с введением капель воды в поток воздуха, важно знать скорость охлаждения капель и разность температур среды и капли, возникающую при испарении последней. Эти вопросы возникают, например, при конструировании аэрозольных аэродинамических труб, предназначенных для создания потока переохлажденных капель. В таких трубах моделируется рост града и крупы, исследуется электризация облачных частиц, связанная с замерзанием капель и т. п. При расчетах условий и интенсивности обледенения морских судов требуется знать температуру капель воды, образовавшихся в результате всплеска при ударе волны о борт судна, которые падают на палубу и надстройки.

При выполнении настоящего задания учащийся освоит один из вариантов расчета траекторий капель, познакомится с методом расчета изменения температуры капель при постоянных параметрах среды.

Обратимся сначала к расчету траекторий капель. Будем рассматривать каплю, падающую с некоторой высоты вниз и увлекаемую одновременно горизонтальным воздушным потоком (ветром). Уравнения движения для такой капли имеет вид

$$\frac{dv}{d\tau} = g + \frac{F_c}{m}, \quad (1)$$

где v — скорость движения капли, g — ускорение свободного падения, m — масса капли, F_c — сила сопротивления воздуха (трения).

Для получения приближенного аналитического решения примем нестрогое допущение о независимости горизонтальной u и вертикальной w составляющих скорости капли. Тогда в координатах z и x (по вертикали и горизонтали) запишем

$$\frac{dw}{d\tau} = g - C_a \rho_{\text{вх}} \frac{w^2}{2} \frac{\pi r^2}{m}, \quad (2)$$

$$\frac{du}{d\tau} = C_a \rho_{\text{вх}} \frac{(v^* - u)^2}{2} \frac{\pi r^2}{m}, \quad (3)$$

где v^* — скорость ветра, $\rho_{\text{вх}}$ — плотность воздуха, m и r — масса и радиус капли, C_a — коэффициент аэродинамического сопротивления.

Если принять, что C_a не зависит от скорости движения капли относительно воздуха, то, найдя C_a из условия установившегося

движения (при $dw/d\tau=0$) и подставив это значение в формулы (2) и (3) и выполнив интегрирование, получим:

$$w = w_y \frac{\exp(2g\tau/w_y) - 1}{\exp(2g\tau/w_y) + 1}, \quad (4)$$

$$u = \frac{v^*}{1 + w_y^2/gv^*\tau}, \quad (5)$$

где w_y — установившаяся скорость падения капли, которая может быть рассчитана по формуле

$$w_y = 9,6(1 - e^{-1,2 \cdot 10^5 r})(1 - e^{-1,2 \cdot 10^4 r}), \quad (6)$$

где w_y — в м/с, если r — в метрах.

Формула (5) аппроксимирует результаты экспериментов, приведенных в приложении 7.

Путь, который проходит капля от исходного положения до момента τ , может быть выражен через его составляющие по осям x и z :

$$z = \int_0^\tau w d\tau = \frac{w_y^2}{2g} \ln \frac{[\exp(2g\tau/w_y) + 1]^2}{4 \exp(2g\tau/w_y)}, \quad (7)$$

$$x = \int_0^\tau u d\tau = v^*\tau - \frac{w_y^2}{g} \ln \left(1 + \frac{gv^*\tau}{w_y^2} \right). \quad (8)$$

Учащемуся рекомендуется, выполнив интегрирование, получить формулы (4) и (5), (7) и (8) самостоятельно.

Подсказка. Интегрируя уравнение (7), воспользуйтесь подстановкой $\exp\left(\frac{2g\tau}{w_y}\right) = y$.

Перейдем теперь к расчету температуры. Вопрос о влиянии тепла конденсации на скорость конденсационного роста капель детально рассмотрен в работе [14]. Здесь же речь идет об отдельных каплях; изменение параметров среды, в частности температуры и влажности, за счет испарения капель предполагается пренебрежимо малым.

Изменение теплосодержания капли определяется теплоотдачей в среду и затратами тепла на испарение:

$$\frac{dq}{d\tau} = \left(\frac{dq}{d\tau} \right)_r + \left(\frac{dq}{d\tau} \right)_n. \quad (9)$$

В соответствии с теорией

$$\left(\frac{dq}{d\tau} \right)_r = -4\pi r \lambda (1 + 0,24 \sqrt{\text{Re}}) \Delta T, \quad (10)$$

$$\left(\frac{dq}{d\tau} \right)_n = -4\pi r D \frac{\mu L E}{k N_A T} (1 + 0,24 \sqrt{\text{Re}}) \left[(1 - f) + \frac{L \mu \Delta T}{k N_A T^2} \right], \quad (11)$$

где Re — число Рейнольдса; λ — коэффициент теплопроводности воздуха; D — коэффициент молекулярной диффузии водяного пара; ΔT — разность температур капли и среды; T — температура среды; E — парциальное давление водяного пара, насыщенного при температуре среды; f — относительная влажность; L — теплота конденсации.

Левую часть уравнения (9) можно выразить через изменение разности температур:

$$\frac{dq}{d\tau} = c_b m \frac{d(\Delta T)}{d\tau}, \quad (12)$$

где c_b — удельная теплоемкость воды, m — масса капли.

Учащемуся предлагается, подставив формулы (10) — (12) в выражение (9) и выполнив интегрирование, получить уравнение для ΔT в виде

$$\Delta T = \left(\Delta T_0 + \frac{a}{b} \right) e^{-b\beta\tau} - \frac{a}{b}, \quad (13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{D\mu LE}{kN_A T} (1 - f) = 12 \frac{E}{T} (1 - f), \\ b &= \frac{D\mu^2 L^2 E}{(kN_A)^2 T^3} + \lambda = 6,5 \cdot 10^4 \frac{E}{T^3} + 2,4 \cdot 10^{-2}, \\ \beta &= \frac{3(1 + 0,24 \sqrt{Re})}{c_b r^2 \rho} = 7,2 \cdot 10^{-7} \frac{1 + 85 \sqrt{\omega_y r}}{r^2}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Численные коэффициенты в выражениях (14) соответствуют следующим размерностям переменных величин: T — в кельвинах, E — в гектопаскалях, ω_y — в м/с, r — в метрах,

Обратите внимание на то, что отношение a/b представляет собой разность температур сухого и идеального смоченного термометров.

Содержание работы

1. Оцените степень соответствия результатов расчета по уравнению (13) следующим данным эксперимента, полученным в результате измерений температуры капель воды, падающих относительно воздуха.

Опыт 1 [34]: радиус капли 1,35 мм, температура воздуха 28,3 °С, влажность 22 %, исходный перегрев $\Delta T_0 = 0$,

τ с	0	2	5	10	15
ΔT К	0	7	10	12,5	14

Опыт 2: эквивалентный радиус капли 2,8 мм, температура воздуха —2,8 °С, влажность около 10 %, исходный перегрев 10,4 К,

τ с	0	5	10	15	20	24
ΔT К	10,4	7,2	4,6	2,4	0,7	—0,3

Для обоих опытов по формуле (13) рассчитайте изменение температуры капель со временем. Сравните полученные результаты с данными опытов, нанесите их на графики $\Delta T = \Delta T(\tau)$.

2. Выполните расчеты применительно к аэрозольной аэродинамической трубе. Рассчитайте, на каком удалении от рабочего сечения трубы должна быть расположена капельница (форсунка), чтобы капли на пути движения успевали охладиться до температуры T . Расчеты выполните для капель радиусом $r_1 = 10^{-3}$ см и $r_2 = 10^{-2}$ см при значениях параметров потока, указанных в таблице вариантов. Исходная разность температур $\Delta T_0 = 30$ К.

По формуле (13) рассчитайте изменение ΔT во времени. Постройте график $\Delta T = \Delta T(\tau)$. Определите по графику время τ^* , соответствующее условию $\Delta T = 0$. Теперь по формуле (8) рассчитайте путь, который проходит капля за время τ^* . Оцените фактор инерционности капли. С этой целью сравните полученное значение x с тем путем, который капля прошла бы за время τ^* , если бы она двигалась со скоростью потока.

3. Выполните расчеты для капель воды, падающих на палубу судна. Для тех же значений v^* , T и f по формулам (7), (8) рассчитайте и постройте траектории капель, если они образуются на высоте 10 м над палубой. Расчеты выполните для двух размеров капель: $r_2 = 10^{-2}$ см и $r_3 = 10^{-1}$ см. Исходный перегрев капель определяется температурой воды. Будем считать, что $T_b = 273$ К.

По формуле (13) рассчитайте температуру этих капель в момент падения на палубу. По формуле (4) определите, как меняется скорость падения капли. Проанализируйте результаты.

4. При контакте переохлажденных капель с поверхностью, покрытой льдом, часть капли практически мгновенно замерзает, поскольку выделяющееся при кристаллизации тепло идет на нагревание переохлажденной капли и кристаллизация почти не зависит от обмена с окружающей средой. Доля замерзшей воды при этом определяется простым соотношением

$$\delta = \frac{m_{\text{л}}}{m} = \frac{c_{\text{в}} \Delta T}{L^*},$$

где L^* — теплота фазового превращения вода—лед. Оцените эту долю для условий вашего варианта.

Найдите, при каком переохлаждении капля воды может закристаллизоваться полностью без теплообмена с окружающей средой.

Проанализируйте все результаты.

Контрольные вопросы

1. Какова зависимость установившейся скорости падения капли в воздухе от их размера?
2. Что такое ветровой множитель? Что он учитывает?

3. Какими факторами определяется установившаяся разность температур капля—воздух?

4. Зависит ли установившаяся разность температур капля—воздух от размеров капель? А скорость установления?

Задачи

1. Капля воды радиусом 500 мкм с исходной температурой 30 °С падает в воздухе, температура которого 10 °С и относительная влажность 50 %. Через какое время температура капли будет равна температуре воздуха? К какому установившемуся значению будет стремиться температура капли?

2. Капля воды с температурой 10 °С вносится в среду с температурой 30 °С и относительной влажностью 50 %. К какому установившемуся значению будет стремиться температура капли?

Варианты исходных данных

Номер варианта	v^* м/с	T К	f	Номер варианта	v^* м/с	T К	f
1	5	263	0,6	6	15	258	0,5
2	10	263	0,6	7	5	253	0,4
3	15	263	0,6	8	10	253	0,4
4	5	258	0,5	9	15	253	0,4
5	10	258	0,5	10	10	263	0,7

Список рекомендуемой литературы: [14], с. 38—43, 58—59; [35], с. 112—116.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Значения некоторых физических величин

Число Авогадро: $N_A = 6,027 \cdot 10^{26}$ кмоль⁻¹.

Постоянная Больцмана: $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Универсальная газовая постоянная: $R^* = kN_A = 8,314 \times 10^3$ Дж/(К·кмоль).

Молярная масса сухого воздуха: $M = 28,964 \approx 29$ кг/кмоль.

Молярная масса водяного пара: $\mu = 18,015 \approx 18$ кг/кмоль.

Ускорение свободного падения: $g = 9,807$ м/с².

Сухоадиабатический градиент температуры: $\gamma_a = g/c_p = 0,976 \cdot 10^{-2}$ К/м.

Градиент автоконвекции: $\gamma_a = \frac{gM}{kN_A} = 3,42 \cdot 10^{-2}$ К/м.

Заряд электрона (элементарный заряд): $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрическая постоянная: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Некоторые характеристики воздуха, воды, льда и водяного пара

№ п/п	Характеристика	Обозначение	Единица измерения	Значение при 0 °C	Зависимость от температуры (t °C или T К) и давления (p гПа)
1	Плотность воздуха, воды, льда	ρ	кг/м ³	1,275	$\rho = \rho_0 (p/1000) (273,15/T) = 0,348 p/T$
		ρ_v	кг/м ³	1000	$\rho_v = 917 (1 - 1,58 \cdot 10^{-4} t)$
		ρ_l	кг/м ³	917	$[t = -60 \dots 0 \text{ °C}]^*$
2	Теплота фазовых превращений вода-пар, лед-пар, вода-лед	L	Дж/кг	$2,50 \cdot 10^6$	$L = (2,50 \cdot 10^3 - 2,72 t) \cdot 10^3;$ $[t = -50 \dots 10 \text{ °C}]$
		L_c	Дж/кг	$2,84 \cdot 10^6$	$L_c \approx \text{const } (t)$
		L^*	Дж/кг	$3,34 \cdot 10^6$	$L^* = (333,7 + 2,03 t - 1,05 \cdot 10^{-2} \cdot t^2) \cdot 10^3 = 2,8$ $[t = -50 \dots 0 \text{ °C}]$
3	Теплоемкость воздуха при постоянном давлении, при постоянном объеме, воды, льда	c_p	Дж/(кг · К)	1005	$c_p \approx \text{const } (t, p)$
		c_v	Дж/(кг · К)	718	
		c_v	Дж/(кг · К)	4220	$c_v = 4,18 \cdot 10^3 [1 + 3,1 \cdot 10^{-8} (t - 35)^2 + 3,9 \cdot 10^{-9} (t - 35)^4]$ $[t = 0 \dots 35 \text{ °C}]$
					$c_v = 4,22 \cdot 10^3 (1 + 8,23 \cdot 10^{-5} t^2)$ $[t = -40 \dots 0 \text{ °C}]$
		c_l	Дж/(кг · К)	2106	$c_l = 2,106 \cdot 10^3 (1 + 0,348 \cdot 10^{-3} t)$ $[t = -40 \dots 0 \text{ °C}]$

4	водяного пара при постоянном давлении	c_p, p	Дж/(кг · К)	1854	
	при постоянном объеме	c_p, v	Дж/(кг · К)	1390	
	Коэффициент молекулярной теплопроводности	λ	Дж/(м · с · К)	$2,42 \cdot 10^{-2}$	$\lambda = 2,42 \cdot 10^{-2} (1 + 2,9 \cdot 10^{-3}t)$
	воздуха	λ_B	Дж/(м · с · К)	0,56	$\lambda_B = 0,56 (1 + 2,93 \cdot 10^{-3}t)$
5	воды	λ_L	Дж/(м · с · К)	2,22	$\lambda_L = 2,22 (1 - 1,59 \cdot 10^{-2}t)$
	льда				$\lambda_L = \frac{488,2}{T} + 0,4685$
	водяного пара	$\lambda_{\text{п}}$	Дж/(м · с · К)	$1,58 \cdot 10^{-2}$	$[t = -160 \dots 0^\circ\text{C}]$ $\lambda_{\text{п}} = 1,58 \cdot 10^{-2} (1 + 5,3 \cdot 10^{-2}t)$
	Коэффициент молекулярной диффузии	D	$\text{м}^2/\text{с}$	$0,22 \cdot 10^{-4}$	$D = 0,22 \cdot 10^{-4} (1 + 6,8 \cdot 10^{-3}t) \frac{1013}{p}$ $D = 0,21 \cdot 10^{-4} \left(\frac{T}{273,15} \right)^{1,94} \frac{1013}{p}$ $[t = -40 \dots 40^\circ\text{C}]$
	водяного пара в воздухе				$D_B = 1,075 \cdot 10^{-9} \exp [4,14 \cdot 10^{-2}t + 2,048 \cdot 10^{-4}t^2 + 2,713 \cdot 10^{-5}t^3]$ $[t < 0^\circ\text{C}]$
	воды в воде (самодиффузия)	D_B	$\text{м}^2/\text{с}$	$1,075 \cdot 10^{-9}$	$D_B = (1,075 + 4,26 \cdot 10^{-2}t + 2,667 \cdot 10^{-4}t^2 - 2,667 \cdot 10^{-6}t^3) 10^{-9}$ $[t \text{ около } 0^\circ\text{C}]$

* В квадратных скобках — диапазон аппроксимации.

№ п/п	Характеристика	Обозначение	Единица измерения	Значение при 0 °С	Зависимость от температуры (t °С или T К) и давления (P ГПа)
6	Коэффициент вязкости воздуха	η	Н · с/м ²	$0,172 \cdot 10^{-4}$	$\eta = 0,172 \cdot 10^{-4} (1 + 2,9 \cdot 10^{-3} t)$ [$t = -40 \dots 40$ °С]
	кинематический	ν	м ² /с	$0,135 \cdot 10^{-4}$	$\nu = 0,135 \cdot 10^{-4} (1 + 6,5 \cdot 10^{-3} t) \frac{1000}{P}$ [$t = -40 \dots 40$ °С]
	воды	$\eta_{\text{в}}$	Н · с/м ²	$0,179 \cdot 10^{-2}$	$\eta_{\text{в}} = 0,179 \cdot 10^{-2} \exp [-3,54 \cdot 10^{-2} t \times$ $\times (1 - 1,07 \cdot 10^{-2} t + 0,754 \cdot 10^{-4} t^2)]$ [$t = -40 \dots 40$ °С]
7	Поверхностное натяже- ние на границе				
	вода—пар	$\sigma_{\text{в-п}}$	Дж/м ²	$75,6 \cdot 10^{-3}^{**}$	$\sigma_{\text{в-п}} = (75,6 - 0,13 t) \cdot 10^{-3}$ [$t = -60 \dots 0$ °С]
	(вода—влажный воз- дух)			$76,1 \cdot 10^{-3}^{**}$	$\sigma_{\text{в-п}} = (76,1 - 0,153 t) \cdot 10^{-3}$ [$t = -40 \dots 40$ °С]
	лед—пар	$\sigma_{\text{л-п}}$	Дж/м ²	$80,5 \cdot 10^{-3}^{**}$	$\sigma_{\text{л-п}} = (80,5 - 0,085 t) \cdot 10^{-3}$ [$t < 0$ °С]
	(лед—влажный воз- дух)			$106 \cdot 10^{-3}^{**}$	$\sigma_{\text{л-п}} = \sigma_{\text{в-п}} + \sigma_{\text{в-л}}$
	вода—лед	$\sigma_{\text{в-л}}$	Дж/м ²	$28,5 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\text{в-л}} = (28,5 + 0,25 t) \cdot 10^{-3}$ [$t = -40 \dots 0$ °С]

** Различные источники.

Приложение 3

Парциальное давление насыщенного водяного пара (гПа) над плоской поверхностью чистой воды и льда при разных температурах

t °C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>Вода</i>										
100	1013,25	728,19	756,11	784,92	814,63	845,28	876,88	909,45	943,02	977,61
90	701,13	493,17	513,35	534,22	555,79	578,09	601,13	624,94	649,52	674,92
80	473,66	325,41	339,65	354,41	369,70	385,56	401,97	418,98	436,58	454,80
70	311,68	208,66	218,44	228,61	239,17	250,15	261,56	273,40	285,69	298,45
60	199,25	129,64	136,17	142,97	150,06	157,46	165,16	173,17	181,52	190,21
50	123,39	77,798	82,01	86,419	91,029	95,850	100,89	106,15	111,65	117,40
40	73,773	44,924	47,548	50,304	53,197	56,233	59,418	62,759	66,260	69,930
30	42,427	24,858	26,428	28,083	29,829	31,668	33,606	35,646	37,793	40,052
20	23,371	13,118	14,016	14,967	15,975	17,042	18,171	19,365	20,628	21,952
10	12,271	6,565	7,054	7,574	8,128	8,718	9,345	10,012	10,720	11,473
00	6,107	5,677	5,274	4,897	4,544	4,214	3,906	3,617	3,348	3,096
—00	2,862	2,644	2,440	2,251	2,075	1,911	1,759	1,618	1,487	1,366
—10	1,254	1,150	1,054	0,964	0,883	0,807	0,737	0,673	0,613	0,559

$t, ^\circ\text{C}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-30	0,509	0,463	0,420	0,382	0,346	0,314	0,284	0,257	0,232	0,210
-40	$1,891 \cdot 10^{-1}$	1,704	1,533	1,379	1,238	1,111	0,996	0,892	0,797	$0,712 \cdot 10^{-1}$
-50	$6,354 \cdot 10^{-2}$	5,663	5,040	4,481	3,979	3,528	3,125	2,764	2,441	$2,154 \cdot 10^{-2}$
-60	$1,897 \cdot 10^{-2}$	1,669	1,466	1,286	1,126	0,985	0,860	0,747	0,653	$0,567 \cdot 10^{-2}$
-70	$4,919 \cdot 10^{-3}$	4,260	3,682	3,178	2,737	2,353	2,013	1,729	1,477	$1,260 \cdot 10^{-3}$
<i>Лед</i>										
-00	6,106	5,622	5,173	4,756	4,371	4,014	3,684	3,379	3,097	2,837
-10	2,597	2,375	2,171	1,983	1,810	1,651	1,505	1,371	1,248	1,135
-20	1,032	0,937	0,850	0,771	0,698	0,632	0,572	0,517	0,467	0,421
-30	0,380	0,342	0,308	0,277	0,249	0,223	0,200	0,179	0,161	0,144
-40	$1,283 \cdot 10^{-1}$	1,145	1,021	0,910	0,809	0,720	0,639	0,567	0,502	$0,445 \cdot 10^{-1}$
-50	$3,933 \cdot 10^{-2}$	3,474	3,066	2,702	2,379	2,092	1,837	1,612	1,412	$1,236 \cdot 10^{-2}$
-60	$1,080 \cdot 10^{-2}$	0,943	0,822	0,716	0,622	0,540	0,469	0,406	0,351	$0,303 \cdot 10^{-2}$
-70	$2,614 \cdot 10^{-3}$	2,250	1,935	1,661	1,424	1,219	1,042	0,889	0,757	$0,644 \cdot 10^{-3}$
-80	$5,468 \cdot 10^{-4}$	4,635	3,922	3,313	2,794	2,352	1,976	1,657	1,387	$1,159 \cdot 10^{-4}$
-90	$9,665 \cdot 10^{-5}$	8,043	6,680	5,537	4,580	3,781	3,114	2,559	2,099	$1,717 \cdot 10^{-5}$

Внимание! Множители 10^{-n} , стоящие в крайних столбцах, относятся ко всем значениям в соответствующей строке.

Аппроксимации зависимостей $E_{в(л)}=E_{в(л)}(T)$

Формулы Магнуса:

$$E_{в} = E_0 10^{7,63 \frac{T-T_0}{T-31,25}},$$

$$E_{л} = E_0 10^{9,5 \frac{T-T_0}{T-7,65}},$$

где E — в гектопаскалях, если T — в кельвинах, $E_0=6,107$ гПа, $T_0=273,15$ К.

Полиномиальные формулы [38]:

$$E_{в(л)} = a_0 + t \left(a_1 + t \left(a_2 + t \left(a_3 + t \left(a_4 + t \left(a_5 + a_6 t \right) \right) \right) \right) \right),$$

$$\frac{dE_{в(л)}}{dt} = b_0 + t \left(b_1 + t \left(b_2 + t \left(b_3 + t \left(b_4 + t \left(b_5 + b_6 t \right) \right) \right) \right) \right),$$

где E — в гектопаскалях, dE/dt — в гПа/К, если t в °С. Коэффициенты a_i , b_i имеют следующие значения:

для воды

для льда

($t=-50 \dots 50$ °С)

($t=-50 \dots 0$ °С)

$$a_0=6,107\,799\,961$$

$$a_0=6,109\,177\,956$$

$$a_1=4,436\,518\,521 \cdot 10^{-1}$$

$$a_1=5,034\,698\,970 \cdot 10^{-1}$$

$$a_2=1,428\,945\,805 \cdot 10^{-2}$$

$$a_2=1,886\,013\,408 \cdot 10^{-2}$$

$$a_3=2,650\,648\,471 \cdot 10^{-4}$$

$$a_4=4,176\,223\,716 \cdot 10^{-4}$$

$$a_4=3,031\,240\,396 \cdot 10^{-6}$$

$$a_5=5,824\,720\,280 \cdot 10^{-6}$$

$$a_5=2,034\,080\,948 \cdot 10^{-8}$$

$$a_6=4,838\,803\,174 \cdot 10^{-8}$$

$$a_6=6,136\,820\,929 \cdot 10^{-11}$$

$$a_7=1,838\,826\,904 \cdot 10^{-10}$$

$$b_0=4,438\,099\,984 \cdot 10^{-1}$$

$$b_0=5,030\,305\,237 \cdot 10^{-1}$$

$$b_1=2,857\,002\,636 \cdot 10^{-2}$$

$$b_1=3,773\,255\,020 \cdot 10^{-2}$$

$$b_2=7,938\,054\,040 \cdot 10^{-4}$$

$$b_2=1,267\,995\,369 \cdot 10^{-3}$$

$$b_3=1,215\,215\,065 \cdot 10^{-5}$$

$$b_3=2,477\,563\,108 \cdot 10^{-5}$$

$$b_4=1,036\,561\,403 \cdot 10^{-7}$$

$$b_4=3,005\,693\,132 \cdot 10^{-7}$$

$$b_5=3,532\,421\,810 \cdot 10^{-10}$$

$$b_5=2,158\,542\,548 \cdot 10^{-9}$$

$$b_6=-7,090\,244\,804 \cdot 10^{-13}$$

$$b_6=7,131\,097\,725 \cdot 10^{-12}$$

Приложение 4

Значения влажноадиабатического градиента (К/100 м) при разных значениях температуры t и давления p

t °C	p гПа					
	1000	800	600	400	200	100
—60	0,973	0,972	0,970	0,968	0,959	0,943
—50	0,966	0,964	0,960	0,952	0,928	0,886
—40	0,950	0,944	0,934	0,914	0,861	0,774
—30	0,917	0,903	0,882	0,842	0,745	0,615
—20	0,856	0,831	0,793	0,730	0,597	0,458
—10	0,763	0,726	0,674	0,594	0,456	0,342
0	0,658	0,614	0,557	0,478	0,361	0,269
10	0,532	0,489	0,436	0,371	0,286	0,226
20	0,435	0,398	0,356	0,307	0,247	0,207
30	0,363	0,335	0,303	0,267	0,223	0,187
40	0,315	0,294	0,270	0,243	0,204	0,163

Приложение 5

Коэффициент захвата $\mathcal{E}$ для капель радиусом r , падающих сквозь облако
капель радиусом r'

r мкм	r' мкм							
	2	3	4	6	8	10	15	20
15	0,002	0,003	0,004	0,006	0,010	0,012	0,007	—
20	0,002	0,002	0,004	0,007	0,015	0,023	0,026	—
25	0,005	0,01	0,01	0,010	0,026	0,054	0,130	0,06
30	0,01	0,01	0,01	0,016	0,058	0,17	0,485	0,54
40	0,01	0,01	0,03	0,19	0,35	0,45	0,60	0,65
60	0,01	0,02	0,05	0,22	0,42	0,56	0,73	0,80
80	0,02	0,06	0,18	0,35	0,50	0,62	0,78	0,85
100	0,03	0,07	0,17	0,41	0,58	0,62	0,82	0,88
150	0,07	0,13	0,27	0,48	0,65	0,73	0,84	0,91
200	0,10	0,20	0,34	0,58	0,70	0,78	0,88	0,92
300	0,15	0,31	0,44	0,65	0,75	0,83	0,96	0,91
400	0,17	0,30	0,50	0,70	0,81	0,87	0,93	0,96
600	0,17	0,31	0,54	0,72	0,83	0,88	0,94	0,98
1000	0,15	0,37	0,52	0,74	0,82	0,88	0,94	0,98
1400	0,11	0,34	0,49	0,71	0,83	0,88	0,94	0,95
1800	0,08	0,29	0,45	0,68	0,80	0,86	0,96	0,94
2400	0,04	0,22	0,39	0,62	0,75	0,83	0,92	0,96
3000	0,02	0,13	0,33	0,55	0,71	0,81	0,90	0,94

Приложение 6

Равновесная относительная влажность над насыщенным раствором солей при разных температурах (плоская поверхность раздела)

Соль	Температура °C		
	—20	0	25
KNO ₃	0,99	0,96	0,92
KCl	0,96	0,88	0,84
LiCl	—	—	0,13
NaCl	0,80	0,76	0,75
NaNO ₃	—	—	0,74
NH ₄ Cl	0,90	0,81	0,77
NH ₄ NO ₃	—	—	0,62
(NH ₄) ₂ SO ₄	—	—	0,80
MgCl ₂ · 6H ₂ O	0,40	0,35	0,33
CaCl ₂ · 6H ₂ O	0,50	0,40	0,25
CaCl ₂ · 4H ₂ O	—	—	0,18

Приложение 7

Установившаяся скорость v_y падения каплей воды относительно спокойного воздуха при нормальном давлении 1013 гПа и температуре 20 °C (экспериментальные результаты Ганна—Кинцера)

Радиус капли, м	Масса капель, г	v_y м/с
0,05 · 10 ⁻³	5,24 · 10 ⁻⁷	0,27
0,10 · 10 ⁻³	4,19 · 10 ⁻⁶	0,72
0,15 · 10 ⁻³	1,414 · 10 ⁻⁵	1,17
0,20 · 10 ⁻³	3,35 · 10 ⁻⁵	1,62
0,25 · 10 ⁻³	6,55 · 10 ⁻⁵	2,06
0,30 · 10 ⁻³	1,131 · 10 ⁻⁴	2,47
0,35 · 10 ⁻³	1,796 · 10 ⁻⁴	2,87
0,40 · 10 ⁻³	2,68 · 10 ⁻⁴	3,27
0,45 · 10 ⁻³	3,82 · 10 ⁻⁴	3,67
0,50 · 10 ⁻³	5,24 · 10 ⁻⁴	4,03
0,60 · 10 ⁻³	9,05 · 10 ⁻⁴	4,64
0,70 · 10 ⁻³	1,437 · 10 ⁻³	5,17
0,80 · 10 ⁻³	2,14 · 10 ⁻³	5,65
0,90 · 10 ⁻³	3,05 · 10 ⁻³	6,09
1,00 · 10 ⁻³	4,19 · 10 ⁻³	6,49
1,10 · 10 ⁻³	5,58 · 10 ⁻³	6,90
1,20 · 10 ⁻³	7,24 · 10 ⁻³	7,27
1,30 · 10 ⁻³	9,20 · 10 ⁻³	7,57
1,40 · 10 ⁻³	1,149 · 10 ⁻²	7,82
1,50 · 10 ⁻³	1,414 · 10 ⁻²	8,06
1,60 · 10 ⁻³	1,726 · 10 ⁻²	8,26
1,70 · 10 ⁻³	2,06 · 10 ⁻²	8,44
1,80 · 10 ⁻³	2,44 · 10 ⁻²	8,60
1,90 · 10 ⁻³	2,87 · 10 ⁻²	8,72
2,00 · 10 ⁻³	3,35 · 10 ⁻²	8,83

Радиус капли, м	Масса капель, г	v_y м/с
$2,10 \cdot 10^{-3}$	$3,88 \cdot 10^{-2}$	8,92
$2,20 \cdot 10^{-3}$	$4,46 \cdot 10^{-2}$	8,98
$2,30 \cdot 10^{-3}$	$5,10 \cdot 10^{-2}$	9,03
$2,40 \cdot 10^{-3}$	$5,79 \cdot 10^{-2}$	9,07
$2,50 \cdot 10^{-3}$	$6,55 \cdot 10^{-2}$	9,09
$2,60 \cdot 10^{-3}$	$7,36 \cdot 10^{-2}$	9,12
$2,70 \cdot 10^{-3}$	$8,24 \cdot 10^{-2}$	9,14
$2,80 \cdot 10^{-3}$	$9,20 \cdot 10^{-2}$	9,16
$2,90 \cdot 10^{-3}$	$1,022 \cdot 10^{-1}$	9,17

Приложение 8

Теплотворная α и влаготворная α' способности некоторых видов топлива

Топливо	α Мдж/кг	α' кг/кг
Метан (природный газ)	55	2,25
Пропан	50	1,6
Спирт (этиловый)	31	1,2
Бензин	44	1,4
Керосин	40	1,4
Уголь		
бурый	15	} 0,4—0,5
антрацит	22	
Дрова	10	0,4—0,6
Торф	8	0,5—0,6
Водород	14	9,0

Приложение 9

Значения функции Лапласа $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,00	0,0000	0,09	0,0359	0,18	0,0714	0,27	0,1064
0,01	0,0040	0,10	0,0398	0,19	0,0753	0,28	0,1103
0,02	0,0080	0,11	0,0438	0,20	0,0793	0,29	0,1141
0,03	0,0120	0,12	0,0478	0,21	0,0832	0,30	0,1179
0,04	0,0160	0,13	0,0517	0,22	0,0871	0,31	0,1217
0,05	0,0199	0,14	0,0557	0,23	0,0910	0,32	0,1255
0,06	0,0239	0,15	0,0596	0,24	0,0948	0,33	0,1293
0,07	0,0279	0,16	0,0636	0,25	0,0987	0,34	0,1331
0,08	0,0319	0,17	0,0675	0,26	0,1026	0,35	0,1368

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,36	0,1406	0,92	0,3212	1,48	0,4306	2,08	0,4812
0,37	0,1443	0,93	0,3238	1,49	0,4319	2,10	0,4821
0,38	0,1480	0,94	0,3264	1,50	0,4332	2,12	0,4830
0,39	0,1517	0,95	0,3289	1,51	0,4345	2,14	0,4838
0,40	0,1554	0,96	0,3315	1,52	0,4357	2,16	0,4846
0,41	0,1591	0,97	0,3340	1,53	0,4370	2,18	0,4854
0,42	0,1628	0,98	0,3365	1,54	0,4382	2,20	0,4861
0,43	0,1664	0,99	0,3389	1,55	0,4394	2,22	0,4868
0,44	0,1700	1,00	0,3413	1,56	0,4406	2,24	0,4875
0,45	0,1736	1,01	0,3438	1,57	0,4418	2,26	0,4881
0,46	0,1772	1,02	0,3461	1,58	0,4429	2,28	0,4887
0,47	0,1808	1,03	0,3485	1,59	0,4441	2,30	0,4893
0,48	0,1844	1,04	0,3508	1,60	0,4452	2,32	0,4898
0,49	0,1879	1,05	0,3531	1,61	0,4463	2,34	0,4904
0,50	0,1915	1,06	0,3554	1,62	0,4474	2,36	0,4909
0,51	0,1950	1,07	0,3577	1,63	0,4484	2,38	0,4913
0,52	0,1985	1,08	0,3599	1,64	0,4495	2,40	0,4918
0,53	0,2019	1,09	0,3621	1,65	0,4505	2,42	0,4922
0,54	0,2054	1,10	0,3643	1,66	0,4515	2,44	0,4927
0,55	0,2088	1,11	0,3665	1,67	0,4525	2,46	0,4931
0,56	0,2123	1,12	0,3686	1,68	0,4535	2,48	0,4934
0,57	0,2157	1,13	0,3708	1,69	0,4545	2,50	0,4938
0,58	0,2190	1,14	0,3729	1,70	0,4554	2,52	0,4941
0,59	0,2224	1,15	0,3749	1,71	0,4564	2,54	0,4945
0,60	0,2257	1,16	0,3770	1,72	0,4573	2,56	0,4948
0,61	0,2291	1,17	0,3790	1,73	0,4582	2,58	0,4951
0,62	0,2324	1,18	0,3810	1,74	0,4591	2,60	0,4953
0,63	0,2357	1,19	0,3830	1,75	0,4599	2,62	0,4956
0,64	0,2389	1,20	0,3849	1,76	0,4608	2,64	0,4959
0,65	0,2422	1,21	0,3869	1,77	0,4616	2,66	0,4961
0,66	0,2454	1,22	0,3883	1,78	0,4625	2,68	0,4963
0,67	0,2486	1,23	0,3907	1,79	0,4633	2,70	0,4965
0,68	0,2517	1,24	0,3925	1,80	0,4641	2,72	0,4967
0,69	0,2549	1,25	0,3944	1,81	0,4649	2,74	0,4969
0,70	0,2580	1,26	0,3962	1,82	0,4656	2,76	0,4971
0,71	0,2611	1,27	0,3980	1,83	0,4664	2,78	0,4973
0,72	0,2642	1,28	0,3997	1,84	0,4671	2,80	0,4974
0,73	0,2673	1,29	0,4015	1,85	0,4678	2,82	0,4976
0,74	0,2703	1,30	0,4032	1,86	0,4686	2,84	0,4977
0,75	0,2734	1,31	0,4049	1,87	0,4693	2,86	0,4979
0,76	0,2764	1,32	0,4066	1,88	0,4699	2,88	0,4980
0,77	0,2794	1,33	0,4082	1,89	0,4706	2,90	0,4981
0,78	0,2823	1,34	0,4099	1,90	0,4713	2,92	0,4982
0,79	0,2852	1,35	0,4115	1,91	0,4719	2,94	0,4984
0,80	0,2881	1,36	0,4131	1,92	0,4726	2,96	0,49846
0,81	0,2910	1,37	0,4147	1,93	0,4732	2,98	0,49856
0,82	0,2939	1,38	0,4162	1,94	0,4738	3,00	0,49865
0,83	0,2967	1,39	0,4177	1,95	0,4744	3,20	0,49931
0,84	0,2995	1,40	0,4192	1,96	0,4750	3,40	0,49966
0,85	0,3023	1,41	0,4207	1,97	0,4756	3,60	0,49984
0,86	0,3051	1,42	0,4222	1,98	0,4761	3,80	0,499928
0,87	0,3078	1,43	0,4236	1,99	0,4767	4,00	0,499968
0,88	0,3106	1,44	0,4251	2,00	0,4772	5,00	0,499997
0,89	0,3133	1,45	0,4265	2,02	0,4783		
0,90	0,3159	1,46	0,4279	2,04	0,4793		
0,91	0,3186	1,47	0,4292	2,06	0,4803		

Интеграл вероятности. Функция Крампа

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt = 2\Phi(x\sqrt{2})$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0113	0,0226	0,0338	0,0451	0,0564	0,0676	0,0789	0,0901	0,1013
0,1	0,1125	0,1236	0,1348	0,1459	0,1569	0,1680	0,1790	0,1900	0,2009	0,2118
0,2	0,2227	0,2335	0,2443	0,2550	0,2657	0,2763	0,2869	0,2974	0,3079	0,3183
0,3	0,3286	0,3389	0,3491	0,3593	0,3694	0,3794	0,3893	0,3992	0,4090	0,4187
0,4	0,4284	0,4380	0,4475	0,4569	0,4662	0,4755	0,4847	0,4937	0,5027	0,5117
0,5	0,5205	0,5292	0,5379	0,5465	0,5549	0,5633	0,5716	0,5798	0,5879	0,5959
0,6	0,6039	0,6117	0,6194	0,6270	0,6346	0,6420	0,6494	0,6566	0,6638	0,6708
0,7	0,6778	0,6847	0,6914	0,6981	0,7047	0,7112	0,7175	0,7238	0,7300	0,7361
0,8	0,7421	0,7480	0,7538	0,7595	0,7651	0,7707	0,7761	0,7814	0,7867	0,7918
0,9	0,7969	0,8019	0,8068	0,8116	0,8163	0,8209	0,8254	0,8299	0,8342	0,8385
1,0	0,8427	0,8468	0,8508	0,8548	0,8586	0,8624	0,8661	0,8698	0,8733	0,8768
1,1	0,8802	0,8835	0,8868	0,8900	0,8931	0,8961	0,8991	0,9020	0,9048	0,9076
1,2	0,9103	0,9130	0,9155	0,9181	0,9205	0,9229	0,9252	0,9275	0,9297	0,9319
1,3	0,9340	0,9361	0,9381	0,9400	0,9419	0,9438	0,9456	0,9473	0,9490	0,9507
1,4	0,9523	0,9539	0,9554	0,9569	0,9583	0,9597	0,9611	0,9624	0,9637	0,9649
1,5	0,9661	0,9673	0,9684	0,9695	0,9706	0,9716	0,9726	0,9736	0,9745	0,9755
1,6	0,9763	0,9772	0,9780	0,9788	0,9796	0,9804	0,9811	0,9818	0,9825	0,9832
1,7	0,9838	0,9844	0,9850	0,9856	0,9861	0,9867	0,9872	0,9877	0,9882	0,9886
1,8	0,9881	0,9895	0,9899	0,9903	0,9907	0,9911	0,9915	0,9918	0,9922	0,9925
1,9	0,9928	0,9931	0,9934	0,9937	0,9939	0,9942	0,9944	0,9947	0,9949	0,9951
2,0	0,9953	0,9955	0,9957	0,9959	0,9961	0,9963	0,9964	0,9966	0,9967	0,9969
2,1	0,9970	0,9972	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9979	0,9980	0,9980
2,2	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988
2,3	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993
2,4	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996
2,5	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9997	0,9997	0,9998
2,6	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9999
2,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баханов В. П. Генерация ледяных кристаллов хладореагентами для целей активных воздействий на переохлажденные облака и туманы. Обзорная информация.— Обнинск: ВНИИГМИ—МЦД, 1981.— 50 с.
2. Бекряев В. И. Практикум по курсу «Физические основы воздействия на атмосферные процессы».— Л.: Изд-во ЛПИ, 1977.— 106 с.
3. Бибилашвили Н. Ш., Бурцев И. И., Сулаквелидзе Г. К. Руководство по организации и проведению противогололедных работ.— Л.: Гидрометеиздат, 1981.— 168 с.
4. Волощук В. М. Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей.— Л.: Гидрометеиздат, 1971.— 208 с.
5. Волощук В. М., Седунов Ю. С. Процессы коагуляции в дисперсных системах.— Л.: Гидрометеиздат, 1975.— 320 с.
6. Волощук В. М. Кинетическая теория коагуляции.— Л.: Гидрометеиздат, 1984.— 284 с.
7. Вульфсон Н. И., Левин Л. М. Метеотрон как средство воздействия на атмосферу.— М.: Гидрометеиздат, 1987.— 131 с.
8. Деннис А. Изменение погоды засевом облаков/Пер. с англ.— М.: Мир, 1983.— 272 с.
9. Дессенс А. Можем ли мы изменить климат?— Л.: Гидрометеиздат, 1969.— 117 с.
10. Довгалюк Ю. А., Ивлев Л. С. Физика водных и других атмосферных аэрозолей.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1977.— 255 с.
11. Жекамухов М. К. Некоторые проблемы формирования структуры градин.— Л.: Гидрометеиздат, 1982.— 172 с.
12. Изменение погоды человеком. Пер. с англ.— М.: Прогресс, 1972.— 240 с.
13. Имянитов И. М., Чубарина Е. В., Шварц Я. М. Электричество облаков.— Л.: Гидрометеиздат, 1971.— 93 с.
14. Качурин Л. Г. Физические основы воздействия на атмосферные процессы.— Л.: Гидрометеиздат, 1989.
15. Лактионов А. Г. Равновесная гетерогенная конденсация.— Л.: Гидрометеиздат, 1988.— 160 с.
16. Леонов М. П., Перелет Г. И. Активные воздействия на облака в холодное полугодие.— Л.: Гидрометеиздат, 1967.— 151 с.
17. Литвинов И. В. Структура атмосферных осадков.— Л.: Гидрометеиздат, 1974.— 154 с.
18. Мазин И. П., Шметер С. М. Облака: строение и физика образования.— Л.: Гидрометеиздат, 1983.— 279 с.
19. Матвеев Л. Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы.— Л.: Гидрометеиздат, 1984.— 751 с.
20. Мейсон Б. Дж. Физика облаков/Пер. с англ.— Л.: Гидрометеиздат, 1961.— 541 с.
21. Мучник В. М. Физика грозы.— Л.: Гидрометеиздат, 1974.— 351 с.
22. Мучник В. М., Фишман Б. Е. Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере.— Л.: Гидрометеиздат, 1982.— 208 с.
23. Половина И. П. Воздействия на внутримассовые облака слоистых форм.— Л.: Гидрометеиздат, 1971.— 215 с.
24. Прихотько Г. И. Искусственные осадки из конвективных облаков.— Л.: Гидрометеиздат, 1968.— 173 с.
25. Райст П. Аэрозоли. Введение в теорию/Пер. с англ.— М.: Мир, 1987.— 278 с.
26. Роджерс Р. Р. Краткий курс физики облаков/Пер. с англ.— Л.: Гидрометеиздат, 1979.— 231 с.

27. Руководство по применению радиолокаторов МРЛ-4, МРЛ-5, МРЛ-6 в системе градозащиты.—Л.: Гидрометеиздат, 1980.—230 с.
28. Степаненко В. Д., Гальперин С. М. Радиотехнические методы исследования гроз.—Л.: Гидрометеиздат, 1983.—204 с.
29. Физика облаков/А. М. Боровиков, И. И. Гайворонский, Е. Г. Зак и др.—Л.: Гидрометеиздат, 1961.—459 с.
30. Филатов С. С. Вентиляция карьеров.—М.: Недра, 1981.—206 с.
31. Химия нижней атмосферы/Под ред. С. Расула, пер. с англ.—М.: Мир, 1976.—408 с.
32. Хоргуани В. Г. Микрофизика зарождения и роста града.—М.: Гидрометеиздат, 1984.—187 с.
33. Чалмерс Дж. А. Атмосферное электричество.—Л.: Гидрометеиздат, 1974.—421 с.
34. Численное моделирование облаков/Е. Л. Коган, И. П. Мазин, Б. Н. Сергеев, В. И. Хворостьянов.—М.: Гидрометеиздат, 1984.—185 с.
35. Шишкин Н. С. Облака, осадки, грозовое электричество.—Л.: Гидрометеиздат, 1964.—401 с.
36. Шметер С. М. Термодинамика и физика конвективных облаков.—Л.: Гидрометеиздат, 1987.—287 с.
37. Эксперимент по увеличению осадков в бассейне оз. Севан/Н. И. Вульфсон, В. М. Копченков, А. Г. Лактионов и др.—М.: Гидрометеиздат, 1985.—235 с.
38. Pruppacher H. R., Klett J. D. Microphysics of cloud and precipitation.—Dordrecht, Boston, London: D. Reidel. Pub. Comp., 1978.—714 p.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ	5
ЗАДАНИЕ 1. Природа действия хладореагентов	7
ЗАДАНИЕ 2 Расчет числа ледяных кристаллов, образующихся при внесении хладореагентов в облако	17
ЗАДАНИЕ 3 Естественная кристаллизация переохлажденных облаков	24
ЗАДАНИЕ 4 Природа действия льдообразующих реагентов	31
ЗАДАНИЕ 5 Рост частиц осадков в переохлажденных слоистообразных облаках	36
ЗАДАНИЕ 6 Распространение реагентов в облаках	47
ЗАДАНИЕ 7 Расчет струи метеотрона	52
ЗАДАНИЕ 8 Струйная модель облачной конвекции	59
ЗАДАНИЕ 9 Рост капель и градин в мощных конвективных облаках	66
ЗАДАНИЕ 10 Двумерная модель кучево-дождевого облака	79
ЗАДАНИЕ 11 Тепловой метод рассеяния туманов	85
ЗАДАНИЕ 12 Рассеяние переохлажденных туманов кристаллизующими реагентами	90
ЗАДАНИЕ 13 Рассеяние туманов гигроскопическими реагентами (Природа действия гигроскопических реагентов)	102
ЗАДАНИЕ 14 Искусственная вентиляция карьеров. Часть I. Разрушение инверсий	108
ЗАДАНИЕ 15 Искусственная вентиляция карьеров. Часть II. Динамический метод рассеяния туманов (смогов) в карьерах	114
	143

ЗАДАНИЕ 16	
Засев грозных облаков коронирующими разрядниками с целью предотвращения молний	119
ЗАДАНИЕ 17	
Расчет траекторий и температуры капель в воздушном потоке	125
ПРИЛОЖЕНИЯ	129
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	141

Учебное пособие

Бекряев Виктор Иванович

ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИЧЕСКИМ ОСНОВАМ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА АТМОСФЕРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Редактор О. В. Лапина. Художник А. В. Васильев. Художественный редактор Б. А. Бураков. Технический редактор Г. В. Ивкова. Корректор И. Б. Михайлова. Сдано в набор 17.01.91. Подписано в печать 03.07.91. Формат 60×90¹/₁₆. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 9,0. Кр.-отт. 9,25. Уч.-изд. л. 9,53. Тираж 1480 экз. Индекс МОЛ-29. Заказ № 4. Цена 2 р. 60 к. Гидрометеиздат. 199226, Ленинград, ул. Беринга, 38.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Государственного комитета СССР по печати. 190000, Ленинград, Прачечный переулок, 6.