

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

---

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

*Н. Б. БАРЫШНИКОВ*

ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
ТУРБУЛЕНТНОГО РУСЛОВОГО  
ПОТОКА

*Утверждено ученым советом института  
в качестве учебного пособия*

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени М. И. КАЛИНИНА

ЛЕНИНГРАД  
1985

Б-24

УДК 556.536

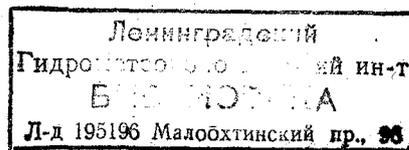
Барышников Н. Б. Гидромеханический анализ турбулентного руслового потока. Учебное пособие. — Л.: Изд. ЛПИ, 1985, 83 с. (ЛГМИ).

В учебном пособии изложены методы расчета параметров русловых потоков турбулентного режима. Приведены концепции различных авторов о кинематической структуре турбулентных русловых потоков. Рассмотрены методы расчетов параметров плоских потоков и потоков в руслах прямоугольной и естественных форм сечений, а также потоков под ледяным покровом.

Пособие предназначено для студентов-гидрологов гидрометеорологических институтов и географических факультетов университетов.

Илл. 24. Библ. 19.

Рецензенты: кафедра гидрологии суши Ленинградского государственного университета имени А. А. Жданова; А. Ф. Кудряшов, канд. техн. наук, доцент (Ленинградский сельскохозяйственный институт).



© Ленинградский гидрометеорологический институт (ЛГМИ), 1985 г.

## ВВЕДЕНИЕ

«Динамика русловых потоков и русловые процессы» является одной из сложнейших специальных дисциплин, преподавание которых осуществляется в процессе подготовки инженеров-гидрологов. Это обусловлено тем, что, являясь теоретическим обоснованием ряда специальных дисциплин (гидрометрии, водотехнических изысканий и др.), она находится на стыке гидромеханики, гидравлики, морфологии, теории грунтов, геологии и ряда других предметов. Сложность освоения дисциплины обусловлена также несовершенством теории турбулентности, а именно турбулентными потоками и занимается динамика русловых потоков, что приводит к необходимости постановки и, что самое важное, решению трех и даже четырехмерных задач, методика решения которых еще не разработана.

Являясь частью гидрологии суши, данная дисциплина имеет дело с натурными объектами (реками, озерами, водохранилищами и др.), при расчете параметров которых широко используются вероятностные и динамические методы.

Помимо анализа ряда теоретических вопросов, в этой дисциплине рассматривается решение большого количества проблем, имеющих важнейшее народнохозяйственное значение.

Особенно сложной является вторая часть курса, посвященная теории русловых процессов, в которой рассматривается взаимодействие жидкого потока и деформируемых русла и поймы. Создание этой теории осложняется рядом трудностей, пока неразрешимых. Именно это привело к разработке двух подходов к теории русловых процессов гидроморфологического и гидродинамического. Поэтому задачей ближайшего времени является создание единой теории русловых процессов посредством объединения этих двух направлений на основе последних достижений речной гидравлики и динамики русловых потоков.

Последний учебник по курсу, разработанный В. Н. Гончаровым, был издан в 1962 г. За этот период развитию динамики русловых потоков уделялось значительное внимание. Как в Советском Союзе, так и за рубежом было проведено большое количество исследований, направленных на решение ряда задач, выдвигаемых практикой водохозяйственного строительства. Все это при-

вело к разработке принципиально новых концепций по ряду разделов курса. Интенсивно развивались исследования процессов взаимодействия руслового и пойменного потоков, русловых процессов, движения двухфазных потоков и ряда других. Особенно большое внимание уделялось и уделяется в настоящее время проблеме антропогенного воздействия на окружающую среду и, в частности, воздействия гидротехнических сооружений на русловые процессы и динамику русловых потоков.

Принципиально новые проблемы возникли в последние годы при разработке проектов реализации крупномасштабных народнохозяйственных проблем, таких как перераспределение стока рек, строительство БАМа, дамбы для защиты города Ленинграда от наводнений и ряда других. В частности, это разработка методов расчета пропускной способности и русловых деформаций больших земляных каналов, деформаций и пропускной способности «антирек» и ряд других.

В данном учебном пособии из-за его небольшого объема освещены только отдельные аспекты теории движения потоков в жестких руслах. Учитывая, что один из наиболее важных разделов курса, теория движения потоков в руслах с поймами, изложен автором в изданном в 1984 г. конспекте лекций, в пособии в дополнение к этому конспекту приведена только одна глава по этой проблеме, дополняющая содержание конспекта и посвященная изложению вопросов затопления и опорожнения пойм.

Учебное пособие представляет интерес для студентов гидрологических факультетов гидрометеорологических институтов, студентов-гидрологов географических факультетов университетов, аспирантов и инженеров, специализирующихся в области динамики русловых потоков и речной гидравлики.

## 1. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В РЕКАХ И КАНАЛАХ

Как известно из курса гидравлики, различают два режима движения жидкости: ламинарный и турбулентный, выделяя между ними переходную область. В открытых потоках — реках и каналах обычно наблюдается турбулентный режим движения воды, но в меженный период возможно движение и при ламинарном режиме. Так, при значительном уменьшении уровней река разбивается перекатами на ряд бьефов, движение воды в которых происходит с очень малыми скоростями, соответствующими переходной области или даже ламинарному режиму. Близкие к этому режимы наблюдаются при интенсивном зарастании русла реки растительностью и в зимнюю межень на реках, протекающих в зоне с суровыми климатическими условиями, в периоды, предшествующие их промерзанию.

В реках и каналах движение воды происходит под действием силы тяжести ( $G$ ), которую можно разложить на нормальную

( $P_n$ ) и касательную ( $\tau_0$ ) составляющие. Именно за счет касательной силы, называемой действующей, и осуществляется движение воды в открытых руслах.

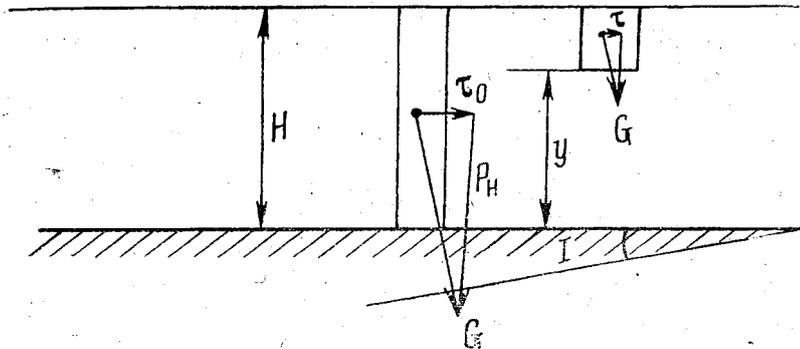


Рис. 1. Схема разложения силы тяжести ( $G$ ) на нормальную ( $P_n$ ) и касательную ( $\tau_0$ ) составляющие.

Как видно на рис. 1, величина действующей силы (на единицу площади), называемая касательным напряжением, равна

$$\tau_0 = GI = \rho g HI,$$

Выделим часть единичного объема величиной  $H - y$ , для которого эта действующая сила

$$\tau_d = \rho g (H - y)I,$$

где  $I$  — уклон дна, при равномерном движении равен уклону свободной поверхности потока.

При ламинарном режиме действующая сила уравновешивается силой вязкости численно равной

$$\tau_c = \mu \frac{du}{dy},$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость и  $u$  — местная продольная скорость.

Равенство действующей силы и силы сопротивления дает уравнение движения ламинарного потока

$$\rho g (H - y)I = \mu \frac{du}{dy}. \quad (1)$$

Отсюда получаем

$$u = \frac{\rho g I}{\mu} \left( Hy - \frac{y^2}{2} \right), \quad (2)$$

или

$$u = \frac{\rho g H^2 I}{\mu} \left( \frac{y}{H} - \frac{y^2}{2H^2} \right). \quad (3)$$

Максимальная скорость потока ( $u_0$ ) наблюдается на поверхности, т. е. при  $y=H$ ,

$$u_0 = \frac{\rho g H^2 I}{2\mu}. \quad (4)$$

Средняя скорость потока

$$v = \frac{1}{H} \int_0^H u dy = \frac{\rho g H^2 I}{3\mu} = \frac{2}{3} u_0. \quad (5)$$

Таким образом, расчет параметров потоков ламинарного режима осуществляется довольно просто. Однако потоки такого режима встречаются в реках и каналах относительно редко. Более сложным и часто встречающимся в натуральных условиях является турбулентный режим движения жидкости, описанию которого и посвящены следующие главы.

## 2. НЕЗАМКНУТОСТЬ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ГИДРОМЕХАНИКИ. ПЛОСКИЙ ПОТОК

Из курса гидромеханики известно, что для описания осредненного поля скоростей турбулентного руслового потока О. Рейнольдсом получена система из четырех уравнений с десятью неизвестными, которая в декартовой системе координат имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u}\bar{w}) \right] &= \rho \bar{X} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \bar{u}'^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \bar{u}'v' \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho \bar{u}'w' \right); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{v}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{v}\bar{w}) \right] &= \\ = \rho \bar{Y} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \rho \bar{v}'u' \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \rho \bar{v}'^2 \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \rho \bar{v}'w' \right); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\overline{w\bar{u}}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{w\bar{v}}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w\bar{w}}) \right] =$$

$$= \rho \bar{Z} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \rho \overline{w'u'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \rho \overline{w'v'} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \rho \overline{w'^2} \right); \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

где  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  и  $\bar{w}$  — проекции осредненной местной скорости на соответствующие оси координат ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ );  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  — проекции соответствующих пульсационных добавок на оси координат;  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$  — проекции массовых сил, отнесенных к единице массы, на оси координат;  $p$  — сила давления и  $\rho$  — плотность жидкости.

Уравнения (6—8) называются уравнениями движения, а (9) — уравнением неразрывности.

Система уравнений Рейнольдса незамкнута. Поэтому одной из основных задач теории турбулентности является, хотя бы приближенное, решение проблемы замыкания этой системы уравнений.

Системы уравнений, полученные Ж. В. Буссинеском и В. М. Маккавеевым, также незамкнуты и не дают возможности получения однозначного решения о распределении скоростей по сечению потока.

Одним из путей решения системы уравнений являлось всемерное упрощение задачи, выражавшееся в переходе от рассмотренных естественных потоков, характеризующихся неустановившимся, неравномерным режимом, к так называемым плоским потокам.

Так, В. Н. Гончаров [4] предлагает считать в качестве плоского — поток равномерного, установившегося режима прямоугольного сечения очень большой ширины, в котором влиянием боковых стенок можно пренебречь (т. е. пристенные области не рассматриваются). Таким образом, реальный русловой поток, в котором скорость и другие его характеристики являются функцией координат и времени, т. е.  $u=f(x, y, z, t)$ , предлагается заменить схематизированным, в котором продольная скорость потока ( $u$ ) зависит только от ординаты, т. е.  $u=f(y)$ . Но решение даже такой одномерной задачи требует знания закономерностей формирования и структуры турбулентного потока.

Такое положение в теоретическом анализе повлекло за собой интенсивное развитие экспериментального изучения как схематизированных лабораторных, так и натуральных потоков. Целью этих исследований являлось выявление кинематической структуры потока и закономерностей распределения скоростей в нем.

### 3. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ПОТОКА

Наиболее полный обзор экспериментальных исследований кинематической структуры потока приведен в работах Д. И. Гринвальда [7] и И. К. Никитина [15].

Следует отметить, что до настоящего времени отсутствует единая стандартная методика проведения этих тонких и важных экспериментов, что очень часто приводит к возникновению диаметрально противоположных гипотез, трактующих одинаковые явления.

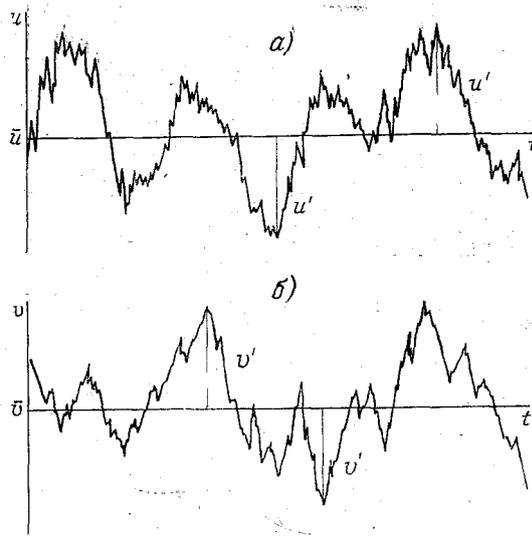


Рис. 2. Изменение мгновенных значений скоростей:  
а — продольных; б — вертикальных.

Рассмотрим основные итоги этих исследований. Как вытекает из анализа экспериментальных данных, скорости и другие характеристики потока непрерывно изменяются во времени около их среднего значения (рис. 2). Такой характер их изменения является аperiодическим и называется пульсационным. Это позволяет ряду исследователей считать его случайным, что, в свою очередь, дает возможность применять к турбулентным потокам аппарат математической статистики и теории вероятности. Так М. Д. Миллионщиков подчеркивает, что при больших числах Рейнольдса «снова возникает статистически упорядоченный режим течения, который мы и называем турбулентным».

На рис. 2 показано изменение продольной ( $u$ ) и вертикальной ( $v$ ) составляющих скорости в конкретной точке потока, измеренных малоинерционным датчиком. Мгновенные значения продоль-

ной и вертикальной составляющих скорости можно представить в виде суммы их осредненных значений ( $\bar{u}$  и  $\bar{v}$ ) и пульсационных добавок ( $u'$  и  $v'$ ):

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v'.$$

Определение осредненных значений скоростей производится по выражениям:

$$\bar{u} = \frac{\int_0^T u dt}{T}, \quad \bar{v} = \frac{\int_0^T v dt}{T}.$$

Уместно отметить, что для плоского потока  $\bar{v} = 0$ .

Анализ данных натуральных и лабораторных измерений позволяет констатировать наличие в потоке крупномасштабных пульсаций скоростей и других характеристик потока. Так, например, В. В. Дементьев проанализировавший данные специальных измерений скоростей и других параметров потока, выполненных вертушками Ж-3 и ГР-21 на 32 горных реках, пришел к выводу о наличии в потоке крупномасштабных пульсаций скоростей, уровней и расходов воды с периодом от 1—3 до 40—50 минут. На эти крупные пульсации накладываются более мелкие пульсации.

Наличие в потоке пульсаций обусловлено прохождением вихрей соответствующих размеров. Размеры пульсаций скоростей и других характеристик потока тесно связаны с размерами вихревых структур. Установлено, что величина пульсаций скоростей возрастает с увеличением шероховатости русла и продольной скорости потока.

Важное для нужд практики значение имеет вопрос выбора продолжительности измерения скоростей ( $t$ ); необходимой и достаточной для того, чтобы осредненная за этот интервал времени скорость была бы равна (в пределах требуемой точности) осредненной за длительный период времени скорости потока.

Анализ обширных натуральных и лабораторных данных позволил Госкомгидромету рекомендовать для натуральных вертушечных измерений период осреднения, равный 100 с. Большинство исследователей считают эту величину вполне приемлемой, отмечая, что при скоростях, близких к начальной скорости вертушки, ее необходимо существенно увеличить. По лабораторным данным распределение пульсаций продольных составляющих скоростей характеризуется наличием четко выраженного максимума вблизи дна потока (рис. 3). Значительно сложнее картина распределения пульсаций скоростей в естественных потоках. Немногочисленные исследования этого вопроса в натуральных условиях обобщены в упоминавшейся выше монографии Гринвальда [7].

Большинство исследователей считает распределение пульсаций скоростей и других элементов потока случайным и применяет

к их расчету аппарат математической статистики и теории вероятности.

Таким образом, турбулентный режим — это статистически упорядоченный обмен, вызванный вихревыми образованиями различного масштаба. Поэтому, как отмечают А. С. Монин и А. М. Яглом: «единственным возможным в теории турбулентности представляется статистическое описание, опирающееся на изучение специфических статистических закономерностей, присущих большим

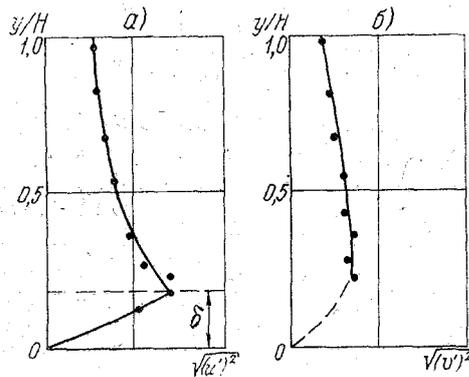


Рис 3. Эпюра распределения пульсационных значений скоростей по глубине потока:

а — продольных; б — вертикальных.

совокупностям однотипных объектов. Таким образом, теорией турбулентности может быть лишь статистическая гидромеханика, изучающая свойства ансамблей течений или газов, находящихся в макроскопически одинаковых внешних условиях» [14].

Рядом исследователей на основе экспериментальных данных были предложены различные схемы кинематической структуры турбулентного потока.

В. Н. Гончаров выделяет в турбулентном потоке два вида возмущений (или вихрей): основные (или вихри первого рода) и вторичные. Основные возмущения, возникая на тормозящей стенке при обтекании ее потоком, получают значительный запас кинетической энергии и имеют максимальную вертикальную составляющую скорости. Возмущения в виде локальных вихрей, перемещающиеся в толщу основного потока, затрачивают этот запас энергии на движение против силы тяжести, торможение продольно-поступательного движения, механизм турбулентного перемешивания и др. По мере дальнейшего перемещения в толще потока они, израсходовав значительную часть своей энергии, смешиваются с окружающей жидкостью и теряют свою индивидуальность. Вихри первого рода осуществляют массообмен между нижними и верхними слоями основного потока, формируют его ско-

ростное поле, переносят наносы и осуществляют теплообмен. Каждое конкретное возмущение, зародившееся у стенки, характеризуется определенными размерами и значениями начальной скорости. Возмущения крупных размеров встречаются редко и называются низкочастотной частью спектра возмущений, а малых — встречаются часто и называются высокочастотной частью спектра (рис. 4).

Анализируя данные кинофото-съемки, В. Н. Гончаров пришел к выводу о наличии в потоке вторичных возмущений (второго рода), имеющих размеры, соизмеримые с размерами потока, и обладающих малым запасом энергии. Причина их образования неясна, предполагается, что они являются вторичными образованиями из-за условий входа. По мнению В. Н. Гончарова, считающего, что они обладают малым запасом энергии, их роль в потоке невелика. Эти вихри, двигаясь по примеру гусеницы трактора, несколько увеличивают пульсации скоростей в потоке.

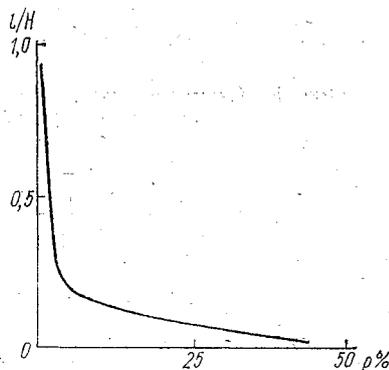


Рис. 4. Кривая распределения относительных размеров  $\left(\frac{L}{H}\right)$  возмущений

Эксперименты, выполненные в последние годы зарубежными исследователями «пузырьковым методом», в основном подтвердили гипотезу В. Н. Гончарова.

В какой-то степени близки к этой гипотезе концепции Н. Е. Кондратьева, Н. С. Знаменской, А. В. Караушева и М. Д. Миллионщикова, хотя каждая из них имеет свои существенные особенности. Общим является образование у тормозящей стенки вихревых структур, передающих сопротивления в толщу потока. Так, Н. Е. Кондратьев считает, что турбулентный поток обладает свойствами дискретной среды и рассматривает его отдельные фрагменты. В потоке с грядовым дном, для участка над напорным склоном гряды, выделяет два фрагмента: транзитный поток, в котором частицы движутся по слабо изогнутым траекториям, где возможно применить потенциальный закон течения, и придонный слой с траекториями циклоидальной формы. Этот слой заполнен катящимися по дну эллиптическими вальцами, по которым скользит транзитный поток (рис. 5). Промежутки между двумя большими соседними вальцами, имеющими одинаковое направление вращения, заполнены вальцами меньшего размера, противоположного направления вращения. Такое заполнение промежутков может быть бесконечным (рис. 6). Однако наименьший размер вихрей определяется силами вязкости диссипирующими энергию в тепловую.

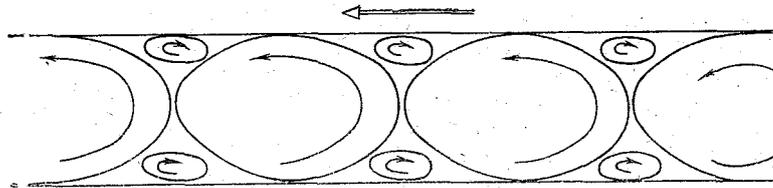


Рис. 5. Схематическое изображение кинематической структуры придонного слоя потока по Н. Е. Кондратьеву.

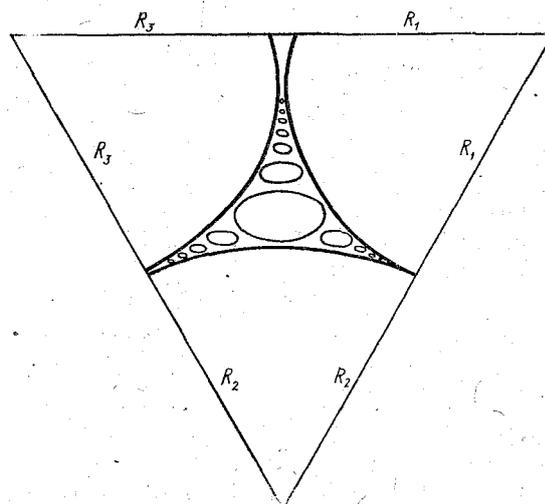


Рис. 6. Схема заполнения промежутков между соседними вальцами по Н. Е. Кондратьеву.

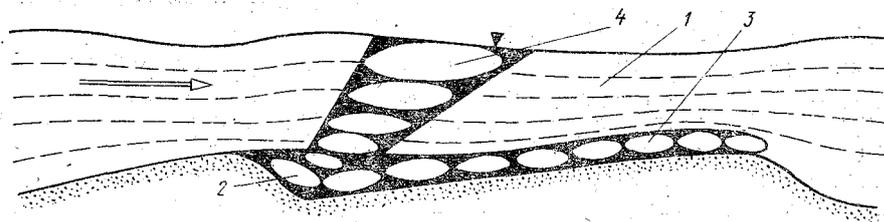


Рис. 7. Схема кинематической структуры потока при грядовой форме дна по Н. С. Знаменской:  
 1 — транзитный поток; 2 — водоворотная зона; 3 — зона вихрей, катящихся по напорному склону гряды; 4 — зона вихрей, вырывающихся из подвалья гряды в толщу потока.

Н. С. Знаменская, развивая гипотезу Н. Е. Кондратьева для подвалья гряды, схематизирует течения в нем в виде концентрических элементов и выделяет зону выброса из подвалья гряды завихренной жидкости (рис. 7). Эта зона в реальных потоках очень сложна, но для плоского потока схематизируется в виде системы восходящих вихрей эллипсовидной формы.

Существенно отличная точка зрения изложена М. А. Великановым. Рассматривая спектр турбулентных пульсаций, он выделяет в нем в качестве основной незначительную часть, т. е. вихри крупного размера, имеющие вид эллипсов. Эти вихри, возникая в толще потока в результате неустойчивости основного осредненного течения и охватывая его на полную глубину (рис. 8), перемещаются в направлении осредненного течения с некоторым скольжением относительно дна. Между такими соседними вихрями

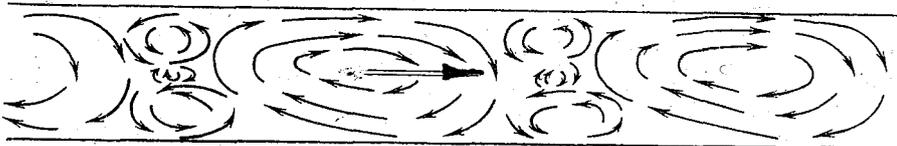


Рис. 8. Схема кинематической структуры потока по М. А. Великанову.

максимального размера в областях перехода нисходящих токов одного вихря в восходящие — другого, должны возникать вихри меньшего размера и противоположного знака вращения, т. е. так же как и в концепции Н. Е. Кондратьева (рис. 6).

На основе своей гипотезы М. А. Великанов предлагает разделить все поле скоростей на три составляющие: поле осредненных скоростей, их структурных пульсаций, определяемых перемещением в потоке крупномасштабных вихрей, и поле случайных пульсаций, формируемое вихрями меньшего размера.

Близка к предложенной М. А. Великановым гипотеза А. А. Таунсенда. Оригинальная схема структуры потока предложена В. М. Маккавеевым, представившим поток в виде серии водоворотов с вертикальными осями вращения, занимающими всю глубину потока. В пределах каждого такого водоворота жидкость совершает осевые и вращательные движения. По длине потока наблюдается чередование водоворотов таким образом, что восходящие течения жидкости внутри них обязательно сменяются нисходящими (рис. 9). Таким образом осуществляется смена восходящих и нисходящих течений жидкости, пронизывающих толщу потока на всю его глубину. Первоначально вертикальные, оси вращения водоворотов искривляются под действием поля осредненных скоростей, что приводит к разрушению таких водоворотов. Образующиеся новые системы водоворотов обладают теми же свойствами, что и разрушенные.

Имеется еще ряд гипотез как отечественных, так и зарубежных авторов, содержание которых излагается в специальной литературе [8 и др.].

Как вытекает из анализа гипотез кинематической структуры потока, отдельные авторы, а точнее группы авторов, иногда придерживаются противоположных взглядов, несмотря на то, что

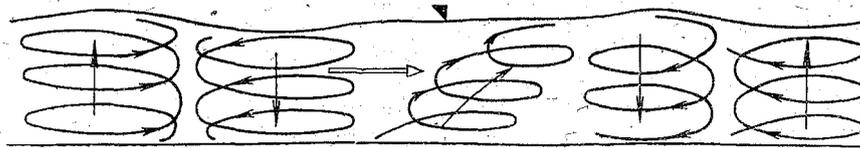


Рис. 9. Схема кинематической структуры потока по В. М. Маккавееву.

в основу их гипотез положены фактически одни и те же экспериментальные данные. Например, гипотезы В. Н. Гончарова и М. А. Великанова. Первый считает, что основная роль в передаче сопротивлений и формировании поля скоростей принадлежит возмущениям, формирующимся у стенки, а крупные возмущения, возникающие в толще потока, существенного влияния на его характеристики не оказывают. М. А. Великанов, наоборот, основную роль отводит именно этим крупным, макромасштабным возмущениям.

Невольно напрашивается вопрос, в чем же причина столь значительных расхождений? По-видимому, ее следует искать в сложности процесса, быстром изменении всех характеристик турбулентного потока, несовершенстве методов его экспериментального изучения.

Другое, если так можно выразиться, структурное направление, изучающее закономерности формирования кинематической структуры потока, не противоречит статистическому подходу, а развивает и дополняет его.

#### 4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ СКОРОСТЕЙ ПО ГЛУБИНЕ ПОТОКА

Распределение скоростей по сечению естественных русел зависит от ряда факторов: шероховатости дна, глубины и уклона водной поверхности. Помимо указанных, действует еще ряд дополнительных факторов: растительность в русле, ледяной покров, ветер, морфология русла и поймы, русловые деформации и пр. Все эти факторы, оказывая влияние на поле скоростей, препятствуют его точному теоретическому описанию.

В то же время для решения ряда практических и теоретических задач необходимо знание расчетной эпюры скоростей. Такое

положение привело к аналитическому решению простейшей задачи распределения скоростей по глубине плоского потока с недеформируемым руслом, т. е. фактически к определению зависимости

$$\bar{u} = f\left(y, \frac{H}{\Delta}\right),$$

где  $\bar{u}$  — местная осредненная скорость;  $y$  — ордината, отсчитываемая от дна потока;  $H$  — глубина потока;  $\Delta$  — высота выступов шероховатости дна.

Но и для этого простейшего случая теоретическое решение задачи отсутствует.

Система уравнений, описывающих поле скоростей турбулентного потока, незамкнута. Это вынуждает исследователей искать частные пути ее решения, основанные на различных физических предположениях и допущениях, а также на анализе обширного натурального и экспериментального материала.

Одним из ранних путей решения системы уравнений Навье — Стокса явился вывод так называемого закона Лоренца, который до настоящего времени используется для получения формул, описывающих профиль распределения осредненных во времени скоростей по глубине потока:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (11)$$

Применяя эту систему уравнений к плоскому потоку и пренебрегая значением  $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  как величиной второго порядка малости, получим

$$v \frac{\partial u}{\partial y} = -gi. \quad (12)$$

Учитывая, что для плоского потока  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$  из уравнения (11) получим  $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ . Прибавим к левой части уравнения (12) значение  $u \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ , тогда  $\frac{\partial}{\partial y} (uv) = gi$ .

Принимая  $u = \bar{u} + u'$ , а  $v = \bar{v} + v' = v'$  (для условий равномерного, установившегося режима), получим  $uv = \bar{u}v' + u'v'$ .

Проведем операцию осреднения и получим  $\bar{uv} = \bar{u}'v'$ . Отсюда  $\frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'v') = -gi$ . Интегрируя это выражение и допуская  $\bar{u}'v' = 0$  при  $y = H$ , получим

$$\rho (\bar{u}'v') = \rho g(H - y)i. \quad (13)$$

Это выражение, получившее название закона Лоренца, может быть использовано для вывода формулы, описывающей распределение осредненных во времени скоростей по глубине плоского потока.

Учитывая, что правая часть выражения (13) равна касательному напряжению и принимая  $u' = v'$ , получим

$$u' = v' = \sqrt{g(H-y)i} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = v_d \sqrt{1 - \frac{y}{H}}, \quad (14)$$

где  $v_d = \sqrt{gHi}$  — динамическая скорость.

Для получения расчетных связей необходимы дополнительные допущения. Обычно принимают

$$u = l \frac{du}{dy}, \quad (15)$$

где  $l$  — длина пути смещения, являющаяся функцией от  $y$ . Однако характер зависимости  $l = f(y)$  пока еще не выяснен и в общем виде может быть принят

$$l = \alpha y^m. \quad (16)$$

Определение параметров  $\alpha$  и  $m$  выполняется по натурным и лабораторным данным весьма приближенно, что, в первую очередь, обусловлено недостаточной высокой точностью исходной информации. В результате различные авторы получают значение параметра  $m$  в довольно широких пределах, что, в свою очередь, приводит к различным видам кривых, описывающих распределение скоростей по глубине потока.

Действительно, решая совместно уравнения (14), (15), (16), получим

$$u = \int \frac{\sqrt{g(H-y)i}}{\alpha y^m} dy = \int \frac{\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}}{\alpha y^m} dy. \quad (17)$$

Задаваясь различными значениями параметра  $m$  и решая уравнение (17), можно получить качественно отличные формулы, описывающие кривые распределения скоростей по глубине потока (логарифмическую, степенную и др.). Однако этот вывод основан на ряде малообоснованных допущений.

В частности, Л. Прандтль одним из первых, решая уравнение (17) и принимая  $m = 1$ ,  $\alpha = \kappa$ , а  $\tau$  — постоянным, получил логарифмический профиль скоростей

$$u = \frac{v_d}{\kappa} \lg y + c, \quad (18)$$

где  $\kappa$  — постоянная Кармана,  $c$  — постоянная интегрирования.

Большинство исследователей [15 и др.] считает, что логарифмическая кривая наилучшим образом соответствует натурным данным.

Однако в литературе можно встретить и ряд других формул, рекомендуемых авторами для описания профиля скоростей по глубине потока. Не вдаваясь в детальный анализ допущений и самих выводов, рассмотрим лишь некоторые конечные результаты.

А. В. Караушевым предложена эллиптическая формула<sup>1</sup>

$$u \approx u_0 \sqrt{1 - \left(0,57 + \frac{3,3}{C}\right)}; \quad (19)$$

Базеном — параболическая формула

$$u = u_0 - \frac{24v}{C} \left(1 - \frac{y}{H}\right)^2, \quad (20)$$

Коллупайло — степенная формула

$$u = a v y^{1/b}, \quad (21)$$

где  $a$ ,  $b$  — эмпирические коэффициенты;  $u_0$  и  $v$  — соответственно максимальная и средние скорости на вертикали;  $C$  — скоростной коэффициент Шези.

Это далеко неполный перечень предложений по расчету профилей распределения скоростей по глубине потока. Чем же объяснить, что такие различные формулы (18—21) рекомендуются для описания одного и того же профиля скоростей и насколько близки результаты расчетов по ним? Точность расчетов, в первую очередь, определяется обоснованностью допущений, принятых при выводе формулы, а также диапазоном и надежностью исходной информации, особенно данных натуральных наблюдений, использованных для определения постоянных. Сравнение результатов расчетов, выполненных по различным формулам, показывает, что наибольшие расхождения наблюдаются в придонном слое (рис. 10), где происходит зарождение турбулентных возмущений, а точность измерения скоростей наиболее низкая.

Следует отметить, что и в последующие годы ряд исследователей неоднократно обращался к выводу формул для описания профиля скоростей, преимущественно логарифмического.

Так, Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц получили логарифмический профиль распределения скоростей, исходя из соображений размерности и трех постулатов.

1. В силу граничного условия прилипания вязкой жидкости к твердой стенке скорость течения возрастает с удалением от стенки.

<sup>1</sup> Здесь и далее знак осреднения над значением скорости опускается.

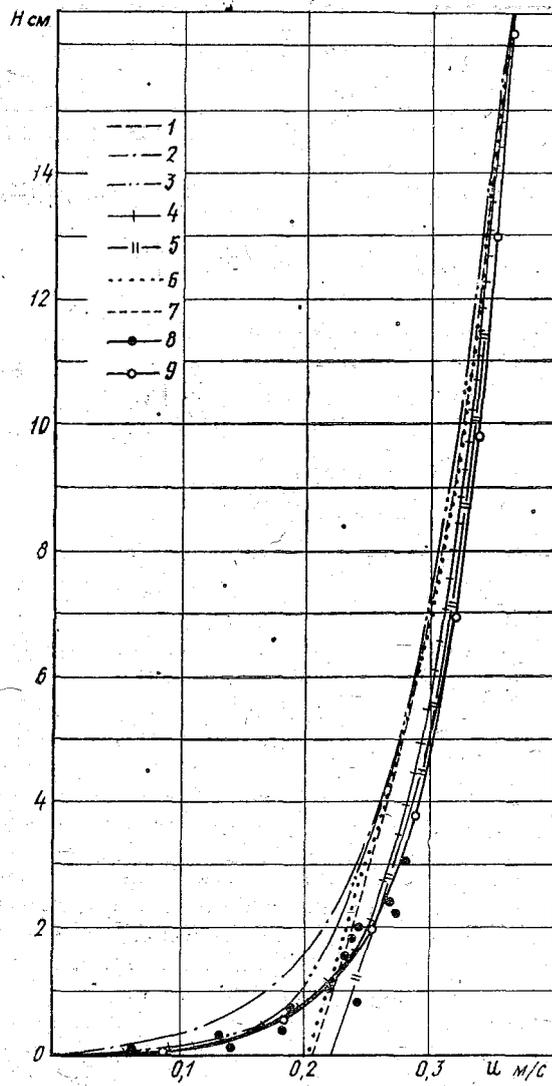


Рис. 10. Распределение продольных скоростей по вертикали по данным экспериментов и расчетным зависимостям: 1 — Базена; 2 — И. Никуралдзе; 3 — Г. Кармана; 4 — Ф. А. Шеллева; 5 — А. В. Караушева; 6 — Д. Н. Келлегена; 7 — В. Н. Гончарова; 8 — опытные данные, полученные методом скоростной микрокиносъемки; 9 — опытные данные, полученные с помощью динамической трубки.

2. Молекулярное сопротивление для развитого турбулентного потока пренебрежимо мало по сравнению с молярным.

3. На всех расстояниях  $y > 0$  величина градиента осредненной скорости не зависит ни от  $\Delta$ , ни от вида трения на стенке, а определяется величиной касательного напряжения в потоке ( $\tau$ ).

Исходя из этих постулатов,

$$\frac{du}{dy} = A \tau^x \rho^y y^z,$$

и соображений размерности, получают

$$\frac{du}{dy} = A \frac{\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}}{y}, \quad (22)$$

Принимая  $A = \frac{1}{\kappa}$ , а  $\sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = v_d$ , переписывают (22) в виде

$$\frac{du}{dy} = \frac{v_d}{\kappa y}.$$

Интегрируя, получают логарифмическую формулу, аналогичную формуле Прандтля (18)

$$\bar{u} = \frac{v_d}{\kappa} \ln y + c.$$

Эта формула выведена для гладкой стенки. Выполняя ее анализ, К. В. Гришанин [8] указывает, что из величин  $y$ ,  $\rho$ ,  $\tau$  нельзя составить выражение с размерностью скорости и отмечает, что в этом есть глубокий физический смысл, ибо скорость на уровне  $y_1$  определяется распределением скоростей во всем слое  $0 \leq y \leq y_1$  и, следовательно, не может зависеть от вязкости жидкости и высоты шероховатости выступов. Исходя из этого, для шероховатой стенки К. В. Гришанин рекомендует вместо формулы (18) следующую:

$$u = \frac{v_d}{\kappa} \ln \frac{y}{\Delta} + C_2. \quad (23)$$

Оригинальный вывод, основанный на разработанной им кинематической структуре потока, предложил В. Н. Гончаров.

В основу его вывода, помимо уравнений движения и неразрывности, положена следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} u_* &\sim v_*, \\ u_* &= S \frac{d\bar{u}}{dy}, \\ \frac{v_*}{v_{*0}} &= \frac{c}{y+c}, \end{aligned}$$

где  $v_*$  и  $v_{*0}$  — соответственно местная и начальная вертикальные составляющие скорости возмущений;  $u_*$  — продольная составляющая скорости возмущений относительно масс жидкости основного потока;  $c \approx 0,06 \Delta$  — постоянная, имеющая размерность длины;  $S$  — коэффициент пропорциональности; принимается автором независящим от  $y$ .

Решая систему уравнений для плоского турбулентного потока, получает зависимость между местной и максимальной скоростями на вертикали

$$\frac{u}{u_0} = \frac{\ln \frac{y+c}{c}}{\ln \frac{H}{c}} = \frac{\lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta} + 1 \right)}{\lg \frac{16,7 H}{\Delta}} \quad (24)$$

Используя формулу для расчета расхода воды, В. Н. Гончаров получает зависимость между средней и максимальной скоростями

$$\frac{v}{u_0} = \frac{\ln \frac{H}{2,71 c}}{\ln \frac{H}{c}} = \frac{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 H}{\Delta}} \quad (25)$$

Подставляя значение  $u_0$  из (25) в (24), получает

$$u = v \frac{\ln \frac{y+c}{c}}{\ln \frac{H}{2,7 c}} = v \frac{\lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta} + 1 \right)}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} \quad (26)$$

Формула (26) близка по своей структуре к (24), но в качестве основной расчетной величины в нее введена средняя скорость потока.

При определении ряда параметров потоков часто возникает необходимость расчета донной скорости, за которую можно принять скорость потока на высоте выступов шероховатости ( $u_\Delta$ ). Для ее нахождения подставим в (26) значение  $y = \Delta$ , тогда получим

$$u_\Delta = v \frac{\lg 17,7}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = \frac{1,25 v}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} \quad (27)$$

Таким образом, в настоящее время нет однозначного решения системы уравнений движения и неразрывности с целью определения расчетного профиля распределения скоростей по глубине потока. Частные решения, основанные на различных допущениях,

приводят к существенно отличным результатам. Однако различные формулы, описывающие эпюру скоростей плоского потока, дают близкие результаты за исключением придонной области, где расхождения весьма велики. Большинство исследователей, оценивая степень соответствия различного вида формул натурным данным, отдает предпочтение логарифмической формуле. Уместно отметить, что при выполнении стандартных наблюдений на сети Госкомгидромета донная скорость не измеряется, ибо даже при измерении скоростей вертушкой со штанги, ось прибора не опускается ниже 10 см от дна.

## 5. КОЭФФИЦИЕНТ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА

Незамкнутость системы уравнений движения и неразрывности для потоков турбулентного режима привела к разработке ряда гипотез. Одной из них является концепция, основанная на введении в расчеты так называемого коэффициента турбулентного обмена ( $A$ ). Этот коэффициент введен Буссинеском по аналогии с коэффициентом динамической вязкости. Действительно, для ламинарного режима сопротивление движению потока — касательное напряжение

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

Записывая выражение для расчета касательного напряжения для турбулентного потока по аналогии с ламинарным, получим

$$\tau = A \frac{du}{dy}$$

Если коэффициент динамической вязкости  $\mu$ , зависящий от свойств жидкости и ее температуры, имеет строгий физический смысл, то этого нельзя сказать о параметре  $A$ . Его величина обычно определяется обратным расчетом по экспериментальным данным на основе градиентных наблюдений

$$A = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} \approx \frac{\rho g (H - y) l}{\frac{\Delta u}{\Delta y}}$$

Значение параметра  $A$  и его распределение по глубине также можно получить, определяя градиенты скоростей по одной из многочисленных формул, описывающих распределение скоростей по глубине потока. Однако при этом эпюры распределения параметра  $A$  по глубине потока получаются даже качественно отличными. В этом нетрудно убедиться, если построить эпюры  $A = f(y)$ , полученные расчетом по одной из логарифмических формул и по

параболической формуле Базена или эллиптической — А. В. Караушева. Поэтому в расчетах, как правило, принимают значения коэффициента турбулентности постоянным, не изменяющимся по глубине и ширине потока.

## 6. СОПРОТИВЛЕНИЕ ШЕРОХОВАТЫХ РУСЕЛ

Как уже указывалось, в открытых русловых потоках массы жидкости перемещаются под действием силы, равной проекции силы тяжести на направление движения.

При равномерном движении жидкости действующее усилие уравновешивается силой сопротивления:  $\tau_d = \tau_c$ . При ламинарном режиме сила сопротивления обусловлена молекулярными силами вязкости. Для переходной области и турбулентного режима получить выражение для силы сопротивления аналитическим путем не удалось, что обусловлено сложностью и недостаточной изученностью структуры турбулентного потока.

Полное касательное напряжение сопротивления может быть рассчитано по формуле, которая для потока в целом может быть записана в виде

$$\tau_c = \mu \frac{du}{dy} + A \frac{du}{dy}. \quad (28)$$

Второй член равенства характеризует сопротивление за счет так называемого молярного обмена, т. е. за счет интенсивного массообмена между придонными слоями и основной толщей потока, в процессе которого осуществляется торможение турбулентного потока. При этом градиент скорости имеет тот же физический смысл, что и для первого члена равенства (28), но под  $u$  понимается осредненная продольная скорость.

Формула (28) констатирует, что в реальном турбулентном потоке процесс торможения осуществляется за счет турбулентной и молекулярной вязкости. В случае ламинарного движения, второй член правой части формулы (28) близок к нулю, при этом касательное напряжение трения на стенке будет пропорционально первой степени скорости.

В развитом турбулентном потоке, при больших значениях чисел Рейнольдса, первый член правой части формулы (28) значительно меньше второго и им можно пренебречь. В результате касательное напряжение будет пропорционально второй степени скорости.

При переходном режиме оба слагаемых правой части формулы (28) могут быть соизмеримы, причем касательное напряжение оказывается пропорциональным скорости в степени больше единицы, но меньше двух.

Отсутствие теоретического решения вопроса расчета сопротивлений в переходной области и турбулентном режиме привело



Первая — «область гладких русел». Она представлена линией  $abv$ . Эта область характеризуется тем, что в ней коэффициент  $\lambda$  не зависит от шероховатости (считается, что выступы шероховатости втоплены в пограничный слой и передача сопротивлений от дна в толщу потока осуществляется только через этот слой), а зависит только от числа Рейнольдса, т. е.  $\lambda = f(\text{Re})$ .

Имеются различные частные выражения этой зависимости, основанные на экспериментальном материале. Так, Прандтль в 1932 г. для гладких труб предложил зависимость  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg (\text{Re}_D \sqrt{\lambda'}) - 0,8$ . В последующий период резко возросло количество таких эмпирических зависимостей, на основе дополнительной информации уточняющих зависимость, полученную Прандтлем, и в настоящее время их число измеряется несколькими десятками.

Вторая область ( $\text{III}_1$ ) — область «доквадратичного сопротивления шероховатых русел». Она расположена между линиями  $abv$  и  $gd$ . В этой области характер зависимости  $\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{H}{\Delta}\right)$  весьма сложный и недостаточно изученный. В частности, В. Н. Гончаров считает, что эта область соответствует полугладким и полусероховатым стенкам.

Третья область ( $\text{III}_2$ ) — область квадратичного сопротивления шероховатых русел; располагается вправо от линии  $gd$ . В этой области коэффициент  $\lambda$  не зависит от числа Рейнольдса (все линии графика прямые параллельные оси чисел Рейнольдса), а только от относительной шероховатости. Поэтому данную область называют автомодельной. В ней сопротивление пропорционально квадрату средней скорости, т. е.

$$\tau = \rho \lambda \frac{v^2}{2} \quad (29)$$

Для определения значения параметра  $\lambda$  рядом авторов предложено значительное количество формул, основанных на различных гипотезах. В качестве примера можно привести формулу В. Н. Гончарова

$$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2} \quad (30)$$

Подставляя значение  $\lambda$  из (30) в (29), получим формулу для расчета величины сопротивления движению плоского потока турбулентного режима в виде

$$\tau_c = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2} \frac{v^2}{2} \quad (31)$$

Учитывая, что  $\tau_d = \tau_c$ , или

$$\rho g H I = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2} \frac{v^2}{2},$$

получим формулу для расчета средней скорости плоского потока (по В. Н. Гончарову):

$$v = 4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \sqrt{2 g H I}. \quad (32)$$

Приравняв значение скорости по (32), аналогичному, но по формуле Шези, получим выражение для расчета коэффициента Шези ( $C$ ) плоского потока:

$$C = 4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \sqrt{2 g} = 17,7 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}. \quad (33)$$

Как показывает анализ формулы (33), коэффициент Шези зависит только от относительной шероховатости и не зависит от других видов сопротивлений. Такой вид формулы приемлем для расчетов коэффициентов шероховатости только для ограниченного числа водотоков, в частности для горных рек, и неприемлем для расчетов на реках с грядовым режимом перемещения наносов.

## 7. ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

В начале XX века Л. Прандтлем введено понятие пограничного слоя, образующегося между тормозящей стенкой и ядром потока, оказавшееся очень плодотворным при решении ряда задач практической аэро- и гидродинамики. Первоначально предполагалось, что движение жидкости в этом слое ламинарное, а между ним и турбулентным ядром потока существует переходный слой, в котором и возникают турбулентные возмущения.

В последующие годы предложения Прандтля были уточнены и дополнены как самим автором, так и другими исследователями. Наибольший успех достигнут при изучении потоков с гладкими тормозящими стенками. Рассмотрим вкратце основные итоги этих работ и те проблемы, которые остались нерешенными в настоящее время, а затем перейдем к анализу данных о потоках с шероховатыми стенками.

В турбулентном потоке, сформированном трением о гладкую тормозящую стенку, выделяются отдельные слои: прилипший к стенке неподвижной жидкости, вязкий, переходный и турбулентное ядро потока.

Нахождение пристенного слоя на границе потока и стенки обуславливает наличие в нем явлений поверхностного эффекта, связанных с изменением некоторых обычных физических свойств

среды. Они вызываются действием молекулярных сил, достигающих высоких значений на границе и не выявляющихся внутри жидкой среды.

В случае смачиваемой стенки прилипший слой, толщина которого по данным В. Н. Гончарова составляет  $0,7 \cdot 10^{-5}$  см, сростается с ней настолько, что жидкость не отрывается от нее даже под действием собственного веса. В этом слое вязкость значительно возрастает у стенки и уменьшается в направлении толщи потока. Значительно сложнее вопрос при наличии несмачиваемой стенки. Эксперименты показывают на аналогичное смачиваемой стенке распределение скоростей, что противоречит законам физики, ибо в этом случае молекулы жидкости должны отталкиваться от стенки и прилипший слой образоваться не может. Этот парадокс пока еще не нашел объяснения.

Вязкий слой непосредственно примыкает к прилипшему. Свое название он получил из-за преобладающего в нем влияния сил вязкости.

Действительно, в турбулентном потоке касательное напряжение сопротивления  $(\tau)$  можно представить как сумму двух составляющих  $\tau = \tau_T + \tau_B$ , где  $\tau_T = A \frac{du}{dy}$ , а  $\tau_B = \mu \frac{du}{dy}$ ;  $\tau_T$  и  $\tau_B$  — касательные напряжения соответственно за счет турбулентных и молекулярных сил вязкости;  $A$  и  $\mu$  — коэффициенты турбулентной и динамической вязкости.

Применяя это уравнение к вязкому слою, делаем вывод, что для него  $\tau_B \gg \tau_T$ . В то же время при больших значениях чисел Рейнольдса потоков многочисленными экспериментами на пластинках обнаружены переходный и турбулентный режимы течения жидкости в этом слое.

Толщину вязкого слоя  $\delta$  обычно определяют из соотношения  $N = \frac{v_d \delta}{\nu}$ , где  $v_d = \sqrt{gHI}$  — динамическая скорость;  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости. Величина  $N$ , которую иногда называют числом Рейнольдса пограничного слоя, считается постоянной, но из-за невысокой точности экспериментов исследователи рекомендуют различные ее значения (от 3 до 12). Например, М. А. Мостков рекомендует  $N=3, 5$ , В. Н. Гончаров — 4, И. К. Никитин — 5, 6, Никурадзе — 11, 6.

Выше вязкого слоя поток имеет турбулентный характер. Принято считать, что резкого перехода от вязкого слоя к турбулентному ядру потока нет. Поэтому и выделяют переходный слой, в котором и происходит формирование возмущений. Верхняя гра-

ница этого слоя обычно определяется числом  $\frac{v_d y}{\nu} = 30 \div 70$ , а слоя постоянного напряжения 500—1000.

В переходном слое преимущественное значение имеют касательные сопротивления за счет турбулентных сил вязкости. В турбулентном ядре касательные напряжения за счет молекулярных сил вязкости малы и в расчетах ими обычно пренебрегают.

Значительно сложнее и менее изучена структура пограничного слоя у шероховатых стенок. Это объясняется недостаточной экспериментальной изученностью проблемы, обусловленной влиянием формы, густоты, характера размещения, а также неоднородности выступов шероховатости на структуру потока и сопротивление его движению.

Существование режима гидравлически гладкого русла при шероховатой стенке, когда выступы шероховатости не увеличивают коэффициенты сопротивления по сравнению с гладкой тормозящей стенкой, принято объяснять тем, что выступы шероховатости встроены в вязкий слой и их обтекание имеет ламинарный характер. Примеры такого обтекания выступов приведены на рис. 11 (1—5).

При режиме, соответствующем переходной области сопротивления, выступы шероховатости высотой  $\Delta$  лишь частично находятся в области вязкого слоя  $\delta$ , т. е.  $\Delta > \delta$ . При обтекании их течением турбулизированным потоком образуются вихри. При течении с квадратичным режимом сопротивления вязкий слой полностью отсутствует. Выступы шероховатости по всей высоте находятся в зоне турбулентного течения и их обтекание характеризуется квадратичным режимом сопротивления. Однако теоретического обоснования этой схемы нет.

И. К. Никитин [15, 16], проведя детальные эксперименты по изучению механизма пограничного слоя, пришел к выводу о необходимости замены понятия пограничный слой на придонный слой, имеющий ряд принципиальных отличий от первого при условии обтекания потоком шероховатой тормозящей стенки. Для гладкой стенки они практически совпадают. В чем же заключаются эти различия?

1. Толщина придонного слоя ( $\delta'$ ) либо равна, либо больше высоты выступов шероховатости, т. е.  $\delta' \geq \Delta$ . Причем для режимов, относящихся к переходной и квадратичной областям сопротивлений, верхняя граница придонного слоя располагается несколько выше вершин выступов шероховатости (при примерно равной высоте выступов), но режим течения в этом слое соответственно переходный или турбулентный.

2. Течение в придонном слое определяется не молекулярной, а полной вязкостью, значение которой для верхней границы слоя ( $\epsilon_\delta$ ) И. К. Никитин предлагает определять по формуле

$$\epsilon_\delta = \nu - \left( \frac{u'v'}{dy} \right)_\delta, \quad (34)$$

3. Средняя для этого слоя скорость зависит только от динамической скорости  $v_0 = 5,6 v_d$ .

4. Верхняя граница слоя соответствует максимуму эпюры распределения по глубине среднеквадратических пульсационных составляющих продольной скорости потока (см. рис. 3).

Исследования И. К. Никитина являются значительным шагом вперед в изучении механизма пограничного слоя у шероховатой стенки.

В то же время его экспериментами подтверждена справедливость положения о пограничном слое для гладких стенок. При этом автор отметил, что для течений в гладких руслах и в шероховатых при режимах гидравлически гладкого течения величина  $\varepsilon_0$  близка к молекулярной вязкости, т. е.  $\varepsilon_0 = N$ .

На основании анализа экспериментальных данных И. К. Никитин рекомендует значение  $N = 5,6$ .

Учитывая, что для вязкого слоя постоянное значение  $N$  рекомендуется исходя из условий ламинарного движения жидкости в нем, рассмотрим как это положение согласуется с тем, что слой является составляющим турбулентного потока, движущегося по законам квадратического сопротивления, число Рейнольдса которого изменяется при изменении характеристик потока.

Объяснение этого явления приведено В. Н. Гончаровым

$$\tau = \mu \frac{u_0}{\delta} = \rho \nu \frac{u_0^2}{u_0 \delta} = \rho g \frac{2\nu}{u_0 \delta} \frac{u_0^2}{2g}$$

Учитывая, что  $u_0 = \frac{v_0}{2}$ , а  $N = \frac{v_0 \delta}{\nu}$ , получим

$$\tau = \frac{\rho g}{N} \frac{u_0^2}{2g} = \mu \frac{u_0}{\delta}$$

Условие о пропорциональности сопротивления квадрату скорости при турбулентном режиме движения потока выполняется только при постоянном значении  $N$ . Следовательно, необходимо принять, что  $N = \text{const}$ .

Развитие учения о пограничном слое привело к разработке так называемых двух- и трехслойных моделей турбулентного движения, в которых поток подразделяется по глубине соответственно на две или три части. Для каждой части применяется свой закон распределения скоростей. Так, для двухслойной модели применяется линейный закон распределения скоростей в пределах пограничного слоя и логарифмический — для турбулентного ядра потока. Для трехслойной модели Карман дополнительно выделяет переходный слой, находящийся между пограничным слоем и турбулентным ядром потока. Как указывает И. К. Никитин [16] двух- и трехслойную модели не следует противопоставлять полумпирическим теориям. В частности, выполняя анализ двухслой-

ной модели, И. К. Никитин отмечает: «В основу этой модели положен известный логарифмический закон сопротивления, и ее универсальность является прежде всего следствием универсальности этого закона. Отличие модели от теории Л. Прандтля заключается лишь в отказе от постоянства коэффициентов и в конкретизации движения в пристенных слоях на основе принципа осреднения по элементу шероховатой поверхности и обоснованного выбора положения совмещенного начала координат  $u=0, y=0$ » [16, с. 103].

В данном учебном пособии приведены лишь краткие сведения о пограничном слое. Всем интересующимся этим вопросом и желающим более полно изучить его необходимо обратиться к монографиям Г. Шлихтинга [19], И. К. Никитина [15] и другим.

### 8. ГЛАДКИЕ, ПОЛУГЛАДКИЕ И ПОЛУШЕРОХОВАТЫЕ СТЕНКИ

Как указывалось в предыдущей главе, эксперименты, проведенные Никурадзе в трубах и Зегждой в каналах, позволили им получить графическую зависимость  $\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{H}{\Delta}\right)$ , близкую к приведенной на рис. 11. Как показывает анализ этого графика, характер зависимости  $\lambda = f(\text{Re})$  определяется величиной относительной шероховатости  $\left(\frac{H}{\Delta}\right)$ . При больших ее значениях и числах Рейнольдса, превышающих критические, коэффициенты сопротивления не зависят от числа Рейнольдса, т. е. изображаются линиями параллельными оси абсцисс (чисел  $\text{Re}$ ). При уменьшении относительной шероховатости критические значения чисел Рейнольдса увеличиваются и, наконец, при малых значениях относительной шероховатости они становятся настолько большими, что превышают их значения, обычно наблюдаемые в реальных потоках. Это приводит к тому, что во всем диапазоне чисел Рейнольдса, освещенных измерениями, наблюдается зависимость вида  $\lambda = f\left(\frac{H}{\Delta}, \text{Re}\right)$  (рис. 11, кривая  $abv$ ). Такой характер зависимости позволил ввести понятия гладких и полугладких стенок.

Следует отметить, что любые стенки являются шероховатыми, и понятия гладкой и полугладкой стенок являются условными. Тем более, что четких количественных рекомендаций о том, при какой высоте выступов шероховатости тормозящую стенку следует считать гладкой, полугладкой, полушероховатой или шероховатой нет. В то же время деление тормозящих стенок на гладкие и шероховатые имеет большое практическое значение, в частности при моделировании.

Рассмотрим, что же понимается под гладкой стенкой. Под гидромеханически гладкой стенкой понимается тормозящая поверх-

ность, имеющая минимальную однородную шероховатость. Толщина пограничного слоя у такой стенки неизменна по ее длине и ширине. Пограничный слой около этой стенки должен сохраняться при всех числах Рейнольдса, встречающихся в реальных потоках и при модельных испытаниях. Как видно, определение в значительной мере является условным. Наиболее близкой к гладким стенкам является поверхность полированного зеркала.

Таким образом, для гладкой стенки обязательным условием является передача сопротивлений от нее в толщу потока через пограничный слой, в котором  $\tau = \mu \frac{u_\delta}{\delta}$ , где  $u_\delta$  — наибольшая скорость на верхней границе пограничного слоя;  $\delta$  — толщина этого слоя.

Однако в натуральных и модельных потоках дно и тормозящие стенки практически никогда не бывают идеально гладкими, тем более достаточно больших размеров. Именно это привело к введению понятия полугладких стенок, к которым обычно относят реальные тормозящие стенки (бетонные, металлические и др.), характерным для них является наличие небольших удобно обтекаемых или плохо обтекаемых, но редко расположенных выступов шероховатости (стыки труб, рельсов и пр.). Над хорошо обтекаемыми выступами толщина пограничного слоя уменьшается, следовательно, сопротивление движению потока увеличивается.

Действительно  $\tau = \mu \frac{u_\delta}{\delta}$ . Учитывая, что значение  $u_\delta$  считается неизменным по длине потока,  $\mu$  — так же постоянно, то  $\tau$  — возрастает.

Наличие редко расположенных выступов шероховатости на стенке приводит к местному срыву пограничного слоя за ними, но затем он восстанавливается. Это так же приводит к увеличению сопротивлений движению потока. Как видно на рис. 11, кривые зависимости  $\lambda = f(\text{Re})$  для полугладких стенок располагаются несколько выше аналогичных, но для гладких стенок, что обусловлено увеличением сопротивлений при тех же числах Рейнольдса.

Некоторые исследователи (В. Н. Гончаров и др.) выделяют в самостоятельный класс полужероховатые стенки. Это стенки, режим сопротивления которых при малых числах Рейнольдса соответствует полугладким, а при больших — шероховатым стенкам. Выделение такого класса стенок несколько условно. Действительно, как видно на рис. 11, для всех шероховатых стенок характер зависимости  $\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{H}{\Delta}\right)$  при малых числах Рейнольдса близок к аналогичным, но для полугладких стенок и только при определенных критических значениях чисел Рейнольдса эти кривые переходят в прямые не зависящие от чисел Рейнольдса.

Формулы для расчета скоростей и сопротивлений потоков, разработанные для шероховатых стенок, основаны на учете в ка-

честве основного расчетного параметра высоты выступов шероховатости  $\left(\frac{H}{\Delta}\right)$  или коэффициента шероховатости ( $n$ ) и неприемлемы для расчета параметров потоков с гладкими стенками. Поэтому ряд исследователей предлагает для расчета параметров таких потоков ввести понятие  $\Delta_{гг}$  или  $\frac{H}{\Delta_{гг}}$ . В частности, В. Н. Гончаров под  $\Delta_{гг}$  понимает высоту выступов шероховатости стенки, равнозначную по сопротивлению гладкой и приводит для его расчета эмпирическую формулу

$$\frac{H}{\Delta_{гг}} = \left(\frac{Re+41}{800}\right)^{0,92} \quad (35)$$

С ее учетом формулы для расчета средних скоростей и сопротивлений движению потока приобретают вид:

$$v = 3,7 \lg\left(\frac{Re+41}{112}\right) \cdot \sqrt{2gHI}; \quad (36)$$

$$\tau = \frac{\rho}{\left(3,7 \lg\frac{Re+41}{112}\right)^2} \frac{v^2}{2}. \quad (37)$$

Как указывает автор формулы (35), точность расчета по ней составляет  $\pm 3\%$ .

При расчете полугладких стенок можно применять аналогичные формулы, но расчетное значение  $\Delta$  существенно больше  $\Delta_{гг}$ .

## 9. ТУРБУЛЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ. РАССЕЯНИЕ ОТ ИСТОЧНИКА — ТОЧКИ

В связи с тем, что скорость течения в данной точке пульсирует не только по величине, но и по направлению, частицы любой субстанции, имеющие ту же плотность, что и несущие массы жидкости, проходящие через эту точку, перемещаются по различным случайным траекториям, имеющим весьма сложный характер.

Экспериментальное изучение этого процесса довольно сложно, ибо все известные методы основаны на введении в конкретную точку потока либо красителей и химических реактивов, либо твердых веществ, например шариков сополимерстирола, имеющих плотность, равную плотности воды, что, нарушая структуру потока, искажает естественный ход процесса. В качестве примера можно привести устройство, разработанное И. К. Никитиным. Принципиальная схема его состоит из датчика в виде стеклянной трубки с калиброванным выпускным отверстием, через которое

В конкретной точке в поток вводится 10%-ный раствор  $\text{CuSO}_4$ . Приемное устройство в виде редкой металлической сетки располагается на той же глубине, что и датчик, но ниже его по направлению течения потока. Под воздействием раствора  $\text{CuSO}_4$  на металлической решетке образуется круглое пятно черного цвета. По степени почернения, размеру пятна и данным тарировки определяют величину и интенсивность рассеяния частиц. Как показали эксперименты, вертикальные и горизонтальные отклонения траекторий частиц равны между собой и пропорциональны расстоянию от датчика. Их дисперсии также равны между собой, т. е.  $\sigma_y = \sigma_z$ , и пропорциональны расстоянию.

Наибольшую сложность представляет установление зависимости  $\sigma_y$  от расстояния и других определяющих факторов. В. Н. Гончаров, используя предложение М. А. Великанова о том, что  $\sigma_y = \alpha x$ , если  $x \leq x_0$ , и  $\sigma_y = \alpha x^{0,5}$ , если  $x > x_0$ , и, исходя из анализа размерностей, получил

$$\frac{\sigma_y}{x} = \alpha_3 \left( \frac{\Delta}{x} \right)^{0,25},$$

где  $\alpha_3$  — безразмерный коэффициент;  $\Delta$  — высота выступов шероховатости. Принимая значение  $\alpha_3 = \frac{2 \sqrt{2g}}{C \left( 1 + \frac{y-b}{H} \right)^2}$ , получает окончательное выражение для расчета дисперсии:

$$\frac{\sigma_y}{x} = \frac{2 \sqrt{2g}}{C \left( 1 + \frac{y-b}{H} \right)^2} \left( \frac{\Delta}{x} \right)^{0,25},$$

где  $x$  — абсцисса;  $y$  — ордината;  $b$  — размер вихря;  $C$  — коэффициент Шези.

Анализом экспериментальных данных установлено, что плотность распределения частиц как по глубине, так и по ширине потока близка к нормальному симметричному, описываемому уравнением

$$P = f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}.$$

Этим уравнением определяется, что общий контур турбулентного рассеяния, внутри которого сосредоточено 99,7% всей совокупности отклонений, находится в пределах  $\pm 3\sigma_y$ . В пределах  $\pm 2\sigma_y$  находится 97,4% всей совокупности, а в пределах  $\pm \sigma_y$  находится — 68,3%.

Так как вертикальные и поперечные отклонения имеют одинаковый порядок, то уравнение

$$\frac{3\sigma_y}{x} = \frac{6\sqrt{2g}}{C \left(1 + \frac{y-b}{H}\right)^2} \left(\frac{\Delta}{x}\right)^{0,25} \quad (38)$$

будет описывать кривую, образующуюся в результате сечения пространственного коноида турбулентного рассеяния плоскостью (рис. 12).

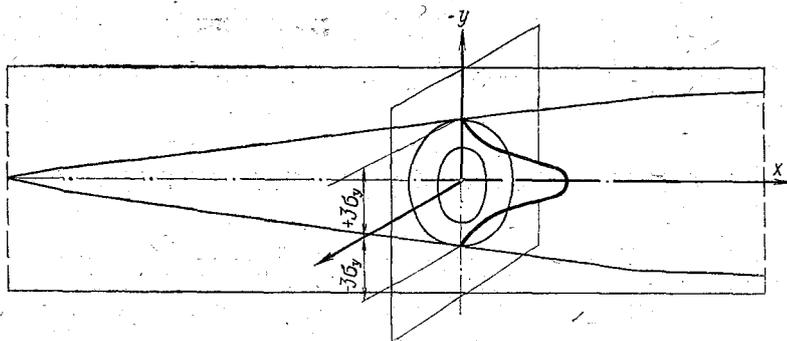


Рис. 12. Сечение пространственного коноида турбулентного рассеяния плоскостью.

При решении задачи очищения промышленных стоков от примесей существенное значение имеет расчет длины пути, на котором происходит полное перемешивание сточных вод, сбрасываемых в реки.

Допуская, что сточные воды сбрасываются в поток через точечный источник, расположенный на половине глубины потока, расстояние  $x_H$ , на котором сточные воды распространяются на всю глубину, определяется тем, что  $H = 6\sigma_y$ . Однако, учитывая, что в промежутке между  $\pm 2\sigma_y$  и  $\pm 3\sigma_y$  располагается около 2% частиц, в практических расчетах следует принимать  $H = 4\sigma_y$  (39).

Подставляя (39) в (38), получим

$$x_H = \left[ \frac{CH \left(1 + \frac{y-b}{H}\right)^2}{8\sqrt{2g}\Delta^{0,25}} \right]^{4/3} \quad (40)$$

Аналогично выполняются расчеты расстояния  $x_B$ , на котором сточные воды распространяются на всю ширину потока, при условии ввода их в середине водотока:

$$x_B = \left[ \frac{CB \left(1 + \frac{y-b}{H}\right)^2}{8\sqrt{2g}\Delta^{0,25}} \right]^{4/3} \quad (41)$$

Формулы (38) и (39) справедливы только для условий расположения места сброса сточных вод соответственно на половине глубины или посредине водотока. При других условиях значения  $x_B$  и  $x_H$  следует увеличить в зависимости от местоположения точки выпуска сточных вод.

Уместно отметить, что применяемый в гидрометрии для измерения расходов воды метод смещения основан на принципе турбулентного рассеяния.

Аналитические расчеты распространения загрязнений выполняются по уравнениям, полученным на основании теории турбулентной диффузии, разработанной В. М. Маккавеевым и его учениками. Основы этой теории будут приведены в следующих главах.

## 10. СИЛЫ, ОТРЫВАЮЩИЕ ВИХРИ ОТ СТЕНКИ

В главе 3 приведены гипотезы различных авторов, описывающих кинематическую структуру потока. Большинство из них считают, что основные вихри, формирующие поле скоростей и определяющие режим сопротивления движению турбулентного потока, образуются на тормозящей стенке. Эти вихри, отрываясь от стенки и перемещаясь в толщу потока, имеют вертикальную составляющую скорости ( $v_*$ ), которая уменьшается по мере удаления от дна. Изменение этой скорости по глубине может быть описано формулой, предложенной В. Н. Гончаровым [4],

$$\frac{v_*}{v_{*0}} = \frac{c}{y+c}$$

(обозначения приведены в главе 4).

Следовательно, возникает вопрос, за счет каких же сил вихри (или возмущения) перемещаются вверх против действия силы тяжести? За счет каких сил они получают начальный запас кинетической энергии, равный  $\frac{m v_{*0}^2}{2}$  (где  $m$  — масса вихря) и расходимый на увеличение запаса потенциальной энергии и преодоление сил сопротивления? Не менее важным является и определение величины начальной скорости вихрей ( $v_{*0}$ ).

Ответ на первый вопрос был получен в 1934 г. А. А. Саткевичем. Для этой цели он выполнил анализ системы уравнений движения в форме Громеки — Лямба для невязкой жидкости, выводов которых приводится в курсе гидромеханики.

Запишем эти уравнения в декартовой системе координат. Ось абсцисс  $x$  расположим горизонтально, а ось ординат  $y$  направим

вертикально вверх. Тогда система этих уравнений может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z), \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_x \omega_z - u_z \omega_x), \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_y \omega_x - u_x \omega_y). \end{aligned} \quad (42)$$

Она аналогична системе уравнений Эйлера, с той существенной разницей, что уравнениями Громеки—Лямба описывается не только сумма усилий, но и их связь с характером движения жидкой среды.

В этих уравнениях приняты следующие обозначения:  $F_x, F_y, F_z$  — проекции массовых сил, отнесенных к единице массы (т. е. ускорения), на соответствующие оси координат;  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$  и  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} \right)$  — соответственно силы давления и инерционная, также относящиеся к единице массы;  $u_x, u_y, u_z$  — проекции скорости течения, а  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — проекции угловой скорости вращения на соответствующие оси координат.

Умножая построчно обе части уравнений соответственно на проекции приращения пути  $dx, dy, dz$  и почленно суммируя их, получим в левой части три многочлена, первый из которых имеет вид:

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz. \quad (43)$$

Ограничиваясь движением открытых потоков, происходящих под действием только массовой силы тяжести, направленной по оси  $y$  в сторону отрицательных значений и равной  $F_y = -g$ , получим значения других проекций массовых сил равными нулю, т. е.

$$F_x = F_z = 0.$$

Тогда многочлен (43) будет равен  $-g dy$ .

Второй многочлен можно представить в виде

$$-\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right), \quad (44)$$

и третий

$$-\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2}{2} \right) dy + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{u^2}{2} \right) dz \right]. \quad (45)$$

Если к этим двум последним многочленам соответственно добавить частную производную по времени, умноженную на  $dt$ , т. е.  $\frac{\partial p}{\partial t} dt$  и  $\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{u^2}{2} \right) dt$ , то выражения (44) и (45) будут являться полными дифференциалами, т. е.

$$-\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial t} dt + \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = -\frac{dp}{\rho},$$

$$-\left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{u^2}{2} \right) dt + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2}{2} \right) dy + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{u^2}{2} \right) dz \right] = -d \left( \frac{u^2}{2} \right).$$

Учитывая, что рассматривается установившееся движение, для которого частные производные по времени равны нулю:  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$  и  $\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{u^2}{2} \right) = 0$ , многочлены (44) и (45) также будут являться полными дифференциалами.

Таким образом, сумма всех трех многочленов левой части системы уравнений (42) после ее умножения на приращение пути приводится к выражению

$$-g dy - \frac{dp}{\rho} - d \left( \frac{u^2}{2} \right),$$

которое является полным дифференциалом удельной энергии сечения потока

$$-g d \left( y + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} \right) = -g dE.$$

Сумма левых частей уравнений (42) равна соответствующей сумме членов правых частей этих уравнений, умноженных на соответствующее приращение пути по осям координат  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , т. е.

$$-\rho g dE = -2\rho [(u_z \omega_y - u_y \omega_z) dx + (u_x \omega_z - u_z \omega_x) dy + \\ + (u_y \omega_x - u_x \omega_y) dz]. \quad (46)$$

Анализ уравнения (46) показывает, что движение невязкой жидкости происходит без потерь энергии при условиях, обращающих его правую часть в нуль, а это возможно только в двух случаях. Первый, когда частицы жидкости перемещаются без вращения, т. е. в безвихревом режиме движения, при котором

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0. \quad (47)$$

Учитывая, что  $\omega_x = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)$ ;  $\omega_y = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$ ;  $\omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$ , из (47) получим следующее условие:

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x}; \quad \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x}; \quad \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial z}.$$

Второй случай соответствует условию, когда выражения в правой части уравнения (46), заключенные в круглые скобки, равны нулю, т. е.

$$u_z \omega_y - u_y \omega_z = 0; \quad u_x \omega_z - u_z \omega_x = 0; \quad u_y \omega_x - u_x \omega_y = 0.$$

Отсюда вытекает второе условие движения невязкой жидкости без потерь энергии в виде

$$\frac{u_x}{\omega_x} = \frac{u_y}{\omega_y} = \frac{u_z}{\omega_z} = \text{const.}$$

Отвечающие этим условиям течения называются продольно-винтовыми. А. А. Саткевич, выполняя анализ уравнения (46), пришел к выводу, что если эти два условия отсутствуют, то изменение энергии (левая часть уравнения) равно работе некоторых сил (правая часть уравнения) вихревой природы, умноженных на приращение пути, т. е.  $A = F dS$ . Проекция вектора силы ( $F$ ) на оси координат можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} F_x &= -2\rho(u_z \omega_y - u_y \omega_z), \\ F_y &= -2\rho(u_x \omega_z - u_z \omega_x), \\ F_z &= -2\rho(u_y \omega_x - u_x \omega_y). \end{aligned} \quad (48)$$

Сам вектор силы, направленный по нормали к плоскости  $u, \omega$ , может быть записан в общем виде:

$$F = -2\rho u \omega \sin(u \wedge \omega).$$

Наибольшее значение эта сила будет иметь при угле между векторами  $u, \omega$ , равном  $\frac{\pi}{2}$ :

$$F_{\text{макс}} = -2\rho u \omega, \quad (49)$$

а наименьшее, равное нулю, — при угле между этими векторами, равном нулю.

В плоском турбулентном потоке движение совершается в плоскости  $x, y$ . Поэтому угловая скорость вращения вихря  $\omega$  будет равна угловой скорости вращения вихря вокруг оси  $z$ , т. е.

$$\omega = \omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right). \quad (50)$$

При равномерном движении изменение скоростей по длине потока не происходит, следовательно,  $\frac{\partial u_y}{\partial x} = 0$ , тогда из (50) получим

$$\omega = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_x}{\partial y}.$$

Подставляя это значение в (49), будем иметь

$$F_{\text{макс}} = \rho u \frac{\partial u_x}{\partial y}.$$

Для плоского потока  $u_x = u$ , тогда

$$F_{\text{макс}} = \rho u \frac{\partial u}{\partial y} = \rho \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2}{2} \right). \quad (51)$$

Эта сила будет расположена по нормали к плоскости  $\omega$ ,  $u$  и направлена вверх, поэтому она и называется подъемной силой. Это разъясняется в явлениях так называемого «эффекта Магнуса», объяснением которых и является приведенная выше трактовка А. А. Саткевичем уравнений Громеки — Лямба. Наибольшего значения сила достигает у дна, где наибольшее значение имеет и вектор  $\omega_z = -\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}$ , т. е. тормозящая стенка, развивая на

группах частиц, образующих вихрь, эту подъемную силу, принуждает вихри отделяться от стенки в толщу потока, поэтому А. А. Саткевич и назвал их принужденными вихрями.

При угле  $u \wedge \omega$ , равном нулю, направление оси вихря будет совпадать с направлением скорости. В этом случае  $\sin(u \wedge \omega)$  будет равен нулю, а вместе с этим будет равна нулю и подъемная сила. Вихри, находящиеся в этих условиях, А. А. Саткевич именует свободными.

Поскольку последние не играют заметной роли в механизме плоского турбулентного потока, далее понятие о свободных вихрях уже не используется.

Возвращаясь к рассмотрению равномерного движения турбулентного потока, надо помнить, что принужденные вихри имеют физическую структуру основных возмущений турбулизации, порождаемых стенкой (дном). Они представляют собой, как это изложено ранее, отдельные группы частиц, имеющие различные размеры, частоту и различную ориентацию. Поэтому для большой совокупности таких вихрей при различной их ориентации среднее значение подъемной силы составляет лишь долю максимального значения, равную  $\alpha$ , т. е. среднее значение подъемной силы будет равно для единицы объема жидкости вихря

$$F = \alpha \rho \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2}{2} \right). \quad (52)$$

Очевидно, что для вихрей (возмущений) различных размеров разными будут и подъемные усилия.

После определения величины и физического обоснования причин возникновения подъемной силы необходимо определить начальную вертикальную составляющую скорости вихрей ( $v_{*0}$ ). Это значение скорости будет максимальным у дна и наблюдается при отрыве вихрей от тормозящей стенки.

Для определения значения  $v_{*0}$  воспользуемся предложением В. Н. Гончарова, который исходит из положения о равенстве импульса подъемной силы, возникающей на возмущении, изменению количества его движения. Действительно, импульс подъемной силы  $F$  за время  $dt$  сообщит единице объема возмущения количество движения, равное  $\rho dv_*$ .

Таким образом

$$F dt = \rho dv_*$$

Подставляя значение  $F$  из (52), получим

$$F = \rho \frac{dv_*}{dt} = \alpha \rho \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2}{2} \right). \quad (53)$$

Заменяем частную производную полной, ибо рассматриваем движение только по ординате  $y$ , и получим

$$\frac{dv_*}{dt} = \alpha \frac{d}{dy} \left( \frac{u^2}{2} \right).$$

Левая часть уравнения (53) является полной производной от вертикальной составляющей скорости возмущений ( $v_*$ ) по времени. Поэтому

$$\frac{dv_*}{dt} = \frac{\partial v_*}{\partial t} + \frac{\partial v_*}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_*}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v_*}{\partial z} \frac{dz}{dt}. \quad (54)$$

Для плоского потока изменения во времени, по абсциссе ( $x$ ) и аппликате ( $z$ ) не происходят. Следовательно, члены уравнения (54)

$$\frac{\partial v_*}{\partial t} = \frac{\partial v_*}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial v_*}{\partial z} \frac{dz}{dt} = 0.$$

Тогда из (54) получим

$$\frac{dv_*}{dt} = \frac{\partial v_*}{\partial y} \frac{dy}{dt}. \quad (55)$$

В этом выражении  $\frac{dy}{dt}$  — скорость вертикальных перемещений масс жидкости. Как известно, в потоке имеются как возмущения, перемещающиеся вверх от тормозящей стенки, так и замещающие, направленные вниз, течения, т. е.  $\frac{dy}{dt}$  не является однозначной величиной.

Поэтому В. Н. Гончаров, принимая  $\frac{dy}{dt} = v_*$ , делает произвольное допущение. Подставляя в (55) вместо  $\frac{dy}{dt}$  значение  $v_*$ , получим

$$\frac{dv_*}{dt} = v_* \frac{dv_*}{dy} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_*^2}{2} \right). \quad (56)$$

Из (53) с учетом (56) получим

$$\alpha \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_*^2}{2} \right).$$

Переходя от частных производных к полным, что вполне приемлемо для плоского потока, в котором все характеристики изменяются только по  $y$ , получим

$$\alpha \frac{d}{dy} \left( \frac{u^2}{2} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{v_*^2}{2} \right). \quad (57)$$

Подъемное усилие имеет существенное значение лишь у дна потока в месте отрыва вихря от стенки. Обозначив расстояние от дна до центра вихря через  $b$ , на котором скорость ( $v_{*b}$ ) имеет наибольшее значение, и местную продольную скорость на той же высоте через  $u_b$ , из (57) получим:

$$v_{*b} = \sqrt{\alpha} u_b + c. \quad (58)$$

Определяем постоянную  $c$  на основе граничных условий. Она равна нулю ( $c=0$ ), ибо при  $u_b=0$ ,  $v_{*b}$  также равно нулю.

Определив значение  $u_b$  по формуле (26), получим

$$u_b = v \frac{\lg \frac{16,7b + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}}. \quad (59)$$

Учитывая, что  $b$  пропорционально  $\Delta$ , числитель в (59) также будет постоянной величиной. Обозначим его  $\alpha_1$  и с учетом этого, подставив значение  $u_b$  из (59) в (58), получим

$$v_{*b} = \frac{\alpha_1 \sqrt{\alpha} v}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}}.$$

Принимая  $\alpha_1 \sqrt{\alpha} = \alpha_2$ , получим

$$v_{*b} = \frac{\alpha_2 v}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}}. \quad (60)$$

Значение постоянной  $\alpha_2$  определяется на основе специальных экспериментов. При этом формируется дно потока из зерен одинаковой крупности  $k$  несвязных грунтов. Постепенно увеличивая скорость, доводят ее до критического значения, при котором зерна начинают отрываться от дна потока. При этом принимается, что значение начальной скорости отрыва вихрей от дна потока ( $v_{*b}$ ) будет примерно равно гидравлической крупности этих зерен, т. е.  $v_{*b} = \omega$ .

Далее, принимая  $\Delta = 0,7 k$  и измеряя значения глубин ( $H$ ) и средних скоростей потока ( $v$ ), на основе формулы (60) определяем значение коэффициента  $\alpha_2$ :

$$\alpha_2 = \frac{\omega}{v} \lg \frac{8,8 H}{k}.$$

Учитывая, что все параметры, входящие в это уравнение, измеряются с различной степенью точности и ошибки измерений могут быть достаточно большие, необходимо выполнить несколько серий опытов, в которых изменяется значение крупности зерен  $k$ . Значение коэффициента  $\alpha_2$  получается как среднеарифметическое из всех значений, полученных по данным измерений.

Значение  $\alpha_2$ , полученное на основе экспериментов В. Н. Гончаровым, равно единице ( $\alpha_2 = 1$ ). Тогда из (60) получаем окончательное выражение для расчета вертикальной составляющей скоростей вихрей у дна в виде

$$v_{*b} = \frac{v}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}.$$

## 11. ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ И СОПРОТИВЛЕНИЙ В ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ РАВНОМЕРНЫХ ПОТОКАХ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

### 11.1. Методика расчета полей скоростей и сопротивлений

После рассмотрения теории плоского потока и методов, применяемых для расчета его полей скоростей и сопротивлений, перейдем к изучению более сложных двухмерных потоков, простейшими из которых являются потоки в руслах прямоугольного поперечного сечения. Русла равнинных рек, как правило, имеют большие значения относительных ширин  $\left(\frac{2B}{H}\right)$ , достигающих значений 100 и более. Хотя форма поперечного сечения таких русел и описывается параболической зависимостью, но в первом при-

близости она может быть заменена прямоугольным сечением. Руслу искусственных каналов часто также близки и прямоугольной форме сечения.

Рассмотрим методы расчета полей скоростей и сопротивлений прямолинейных равномерных потоков прямоугольного сечения.

Примем следующие обозначения (рис. 13):  $2B$  — ширина потока;  $H$  — глубина;  $\Delta_d$  и  $\Delta_c$  — соответственно высота выступов шероховатости дна и стенок;  $y$  — ордината, направленная от дна к поверхности потока;  $z$  — аппликата, направленная от стенок в толщу потока. Ее значение изменяется от 0 (на стенках) до  $B$  (в середине потока);  $u$ ,  $v$ ,  $u_0$  — соответственно местная, средняя и максимальная скорости потока на вертикалях;  $V$  и  $u_{00}$  — соответственно средняя и максимальная скорости всего потока.

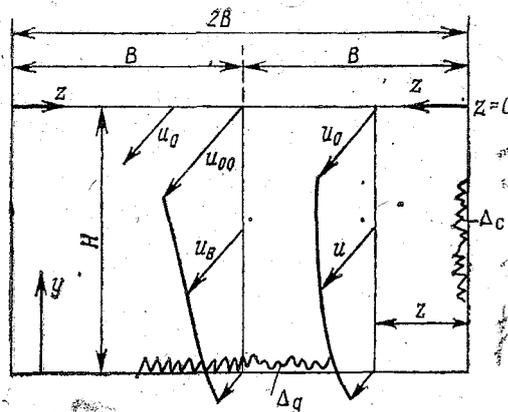


Рис. 13. Схема обозначений параметров турбулентного потока равномерного режима в русле прямоугольного сечения.

При выводе формулы, описывающей распределение скоростей по сечению потока [4], введем следующие допущения: 1 — поток симметричен, т. е. характер изменения скоростей и других его параметров в левой и правой частях идентичен; 2 — значение местной скорости на вертикали зависит только от расстояния до тормозящей стенки. Следовательно, на все частицы жидкости, находящиеся на скоростной вертикали, боковые стенки оказывают одинаковое воздействие. Максимальные скорости в этом случае должны находиться на наибольшем удалении от тормозящей стенки, т. е. на поверхности, а максимальная скорость всего потока на поверхности осевой вертикали.

Введение этих допущений позволяет применять формулы, полученные для плоского потока, к расчету распределения скоростей по вертикалям и горизонталям. С этой целью используем

логарифмическую зависимость, полученную В. Н. Гончаровым [4] для расчета скоростей на любой произвольно взятой вертикали. Тогда

$$u_l = u_1 \frac{\ln \frac{r+c}{c}}{\ln \frac{l}{c}}, \quad (61)$$

где  $l$  — наибольшее расстояние от тормозящей стенки (в нашем случае дна) до точки, где располагается максимальная скорость;  $r$  — любая координата. Для открытого потока  $l=H$ ;  $u_1=u_0$  — максимальная скорость потока на вертикали. Эта скорость находится на поверхности потока. С учетом того, что  $l=H$ , формула (62) может быть записана в виде

$$u = u_0 \frac{\ln \frac{y+c_d}{c_d}}{\ln \frac{H}{c_d}}, \quad (62)$$

учитывая, что  $c_d = 0,06 \Delta_d$ , получим

$$u = u_0 \frac{\lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right)}{\lg \frac{16,7 H}{\Delta_d}}.$$

Обычно расчет местных скоростей выполняется по значениям средних скоростей. С этой целью, подставив в (62) вместо максимальной скорости из (25) значение средней скорости на вертикали, получим

$$u = v \frac{\lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right)}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta_d}}.$$

Расчет распределения скоростей по ширине потока осуществляется аналогичным образом. Применяв формулу (61) к расчету распределения поверхностных скоростей по ширине потока, получим

$$u_0 = u_{00} \frac{\ln \frac{z+c_c}{c_c}}{\ln \frac{B}{c_c}}. \quad (63)$$

Принимая  $c_c = 0,06 \Delta_c$ ,

$$u_0 = u_{00} \frac{\lg \left( \frac{16,7 z}{\Delta_c} + 1 \right)}{\lg \frac{16,7 B}{\Delta_c}}.$$

Подставляя (63) в 62, получим

$$\begin{aligned} u &= u_{00} \frac{\ln \frac{y+c_d}{c_d} \ln \frac{z+c_c}{c_c}}{\ln \frac{H}{c_d} \ln \frac{B}{c_c}} = \\ &= u_{00} \frac{\ln \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right) \ln \left( \frac{16,7 z}{\Delta_c} + 1 \right)}{\ln \frac{16,7 H}{\Delta_d} \ln \frac{16,7 B}{\Delta_c}}, \end{aligned} \quad (64)$$

или

$$u = u_{00} \frac{\lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right) \lg \left( \frac{16,7 z}{\Delta_c} + 1 \right)}{\lg \frac{16,7 H}{\Delta_d} \lg \frac{16,7 B}{\Delta_c}}.$$

Для расчета местных скоростей через среднюю скорость потока необходимо подсчитать расход воды

$$Q = 2 \int_0^H \int_0^B u \, dy \, dz = 2 B H V. \quad (65)$$

Подставляя (64) в (65) и делая ряд допущений, В. Н. Гончаров [4] получает

$$V = u_{00} \frac{\ln \frac{6,15 H}{\Delta_d} \ln \frac{6,15 B}{\Delta_c}}{\ln \frac{16,7 H}{\Delta_d} \ln \frac{16,7 B}{\Delta_c}}. \quad (66)$$

Преобразуя (64) с учетом (66), получим

$$u = V \frac{\ln \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right) \ln \left( \frac{16,7 z}{\Delta_c} + 1 \right)}{\ln \frac{6,15 H}{\Delta_d} \ln \frac{6,15 B}{\Delta_c}}, \quad (67)$$

или

$$u = V \frac{\lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right)}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta_d}} \frac{\lg \left( \frac{16,7 z}{\Delta_c} + 1 \right)}{\lg \frac{6,15 B}{\Delta_c}} \quad (68)$$

По формулам (67) и (68) можно рассчитать поле скоростей потока прямоугольного сечения (рис. 14).

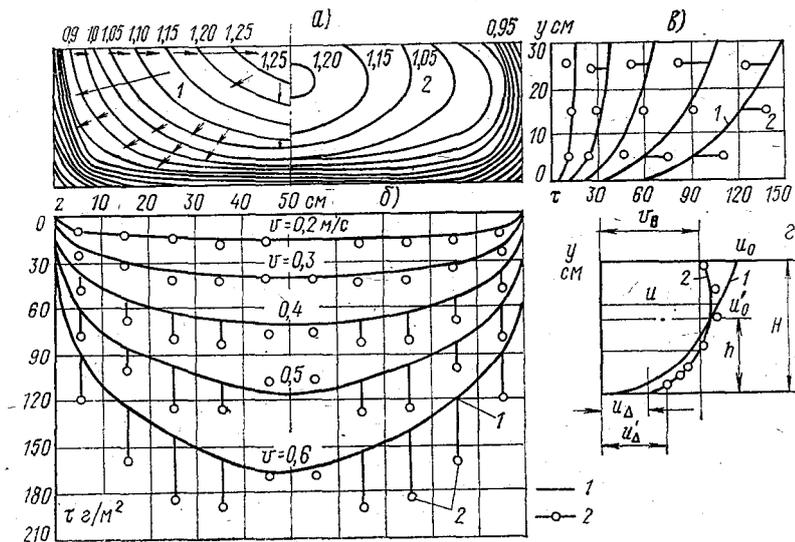


Рис. 14. Поле скоростей и распределение касательных напряжений турбулентных потоков равномерного режима в руслах прямоугольного сечения по данным опытов и расчетов:

*a* — поля скоростей; *b* — поля сопротивлений; *в* и *г* — эпюры распределения соответственно касательных напряжений и скоростей потока по глубине; 1 — расчетные данные; 2 — данные опытов.

С учетом тех же допущений можно получить расчетные выражения для определения сопротивления движению потоков в открытых руслах прямоугольного сечения.

Учитывая, что для плоского потока

$$\tau = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{l}{c}\right)^2} \frac{u_l^2}{2} \quad \text{и применяя это выражение для любой произвольно взятой скоростной вертикали, получим}$$

$$\tau_d = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{H}{c_d}\right)^2} \frac{u_0^2}{2} = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{16,7 H}{\Delta_d}\right)^2} \frac{u_0^2}{2} \quad (69)$$

Выражая максимальную скорость на вертикали через максимальную скорость потока из (63), запишем

$$\begin{aligned} \tau_d &= \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{H}{c_d}\right)^2} \left( \frac{\ln \frac{z+c_c}{c_c}}{\ln \frac{B}{c_c}} \right)^2 \frac{u_{00}^2}{2} = \\ &= \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{16,7 H}{\Delta_d}\right)^2} \left[ \frac{\lg \left( \frac{16,7 z}{\Delta_c} + 1 \right)}{\lg \frac{16,7 B}{\Delta_c}} \right]^2 \frac{u_{00}^2}{2}. \end{aligned}$$

С учетом (66), получим

$$\tau_d = \frac{0,0625 \rho}{\left(\lg \frac{6,15 H}{\Delta_d}\right)^2} \left[ \frac{\lg \left( \frac{16,7 z}{\Delta_c} + 1 \right)}{\lg \frac{6,15 B}{\Delta_c}} \right]^2 \frac{V^2}{2}. \quad (70)$$

Аналогичным образом определяются касательные напряжения и для боковых стенок:

$$\tau_c = \frac{0,0625 \rho}{\left(\lg \frac{6,15 B}{\Delta_c}\right)^2} \frac{\left[ \lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right) \right]^2}{\left(\lg \frac{6,15 H}{\Delta_d}\right)^2} \frac{V^2}{2},$$

или

$$\tau_c = \frac{0,0625 \rho}{\left(\lg \frac{16,7 B}{\Delta_c}\right)^2} \frac{\left[ \lg \left( \frac{16,7 y}{\Delta_d} + 1 \right) \right]^2}{\left(\lg \frac{16,7 H}{\Delta_d}\right)^2} \frac{u_{00}^2}{2}. \quad (71)$$

Как показывает анализ формул (70) и (71), касательные напряжения сопротивления, в противоположность плоскому потоку, изменяют свои значения по периметру сечения, достигая наибольших значений на стенках у поверхности потока, а на дне на середине сечения.

Рассмотрим полное сопротивление движению потока (на единицу длины)

$$W_c = 2 \int_0^H \tau_c dy + 2 \int_0^B \tau_d dz. \quad (72)$$

Подставляя в (72) соответствующие значения  $\tau_d$  из (70), а  $\tau_c$  по (71) и пропуская промежуточные преобразования, В. Н. Гончаров получает

$$W_c = \frac{1,02 \rho}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7 c_d}\right)^2} \frac{V^2}{2} \left[ 2H \left( \frac{\lg \frac{H}{2,7 c_d}}{\lg \frac{B}{2,7 c_c}} \right)^2 + 2B \right]. \quad (73)$$

Учитывая, что

$$W_c = (2B + 2H) \tau_{cp} = \rho \lambda \frac{V^2}{2} (2H + 2B),$$

получим

$$\lambda = \frac{1,02}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7 c_d}\right)^2} \frac{P}{\chi}, \quad (74)$$

где  $P = 2H \left( \frac{\lg \frac{H}{2,7 c_d}}{\lg \frac{B}{2,7 c_c}} \right)^2 + 2B$ , а  $\chi = 2B + 2H$ .

Так как  $W_d = \rho g 2BHI$ , а  $W_d = W_c$ , то

$$\rho g 2BHI = \rho \lambda \frac{V^2}{2} (2B + 2H).$$

Подставляя значение  $\lambda$  из (74) и пропуская промежуточные преобразования, находим

$$V = 4 \left( \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \right) \sqrt{2gRI} \sqrt{\frac{\chi}{p}}. \quad (75)$$

Сравнивая расчетные выражения для определения средних скоростей плоского потока (32) и потока прямоугольного сечения, следует отметить, что они отличаются только на значение радикала

$\sqrt{\frac{\chi}{p}}$ , величина которого уменьшается при увеличении соотношения  $\frac{2B}{H}$ .

## 11.2. ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ РАСЧЕТНЫХ МЕТОДОВ

Вывод формул для расчета полей скоростей и сопротивлений, а также для расчета средних скоростей и полных значений сопротивлений русел прямоугольного сечения движению потоков в них выполнен В. Н. Гончаровым на основе ряда допущений. Поэтому

необходимо сравнить результаты расчетов по ним с экспериментальными данными.

Следует подчеркнуть, что любая гипотеза, любое расчетное выражение могут быть использованы для расчетов только в том случае, если расчетные данные имеют приемлемую сходимость с экспериментальными (натурными или лабораторными).

Сравнение расчетных величин скоростей и сопротивлений движению потоков, полученных по формулам (62—75) В. Н. Гончарова, находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными для широких потоков ( $\frac{2B}{H} \geq 8-10$ ). Для узких потоков их расхождения весьма значительны. Исходя из этого, оценим основные отклонения расчетных данных от полученных экспериментальным путем сначала для широких, а затем для узких потоков, и выполним анализ причин этих расхождений.

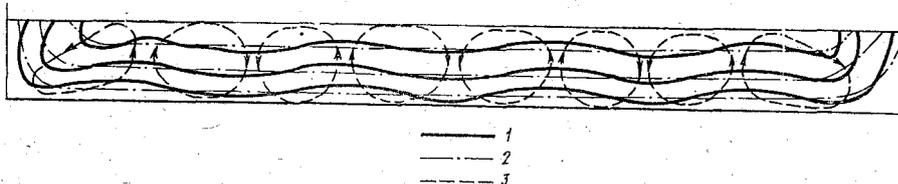


Рис. 15. Поле скоростей турбулентного потока равномерного режима в широких ( $\frac{2B}{H} > 10$ ) руслах прямоугольного сечения:

1 — данные опытов; 2 — расчетные данные; 3 — вторичные циркуляционные течения.

Измерения полей скоростей и сопротивлений движению потоков в руслах прямоугольного сечения выполнялись в лотках многими исследователями А. И. Лосиевским, Г. Н. Лапшиным, В. Н. Гончаровым, И. П. Спицыным и др. Сравнение этих данных с расчетными для широких потоков действительно указывает на их довольно хорошее соответствие. Исключение составляют два момента: 1 — в пристенных областях экспериментальные поля скоростей и сопротивлений существенно отличаются от расчетных (рис. 15), 2 — экспериментальные изотакхи имеют волнообразный вид, а на расчетных волны отсутствуют.

Если первое несоответствие объясняется недостаточным учетом влияния боковых стенок, то второе — наличием в потоке восходящих и нисходящих вторичных течений, накладывающихся на основное продольное. Действительно, как видно на рис. 15, наблюдается чередование подъемов и понижений изотакх. Подъемы

изотах обусловлены восходящими вторичными течениями, а их понижения — нисходящими вторичными течениями. Эти восходящие и нисходящие течения являются пространственными, а их проекции на плоскость поперечного сечения как бы образуют замкнутые циклы. Число таких циклов в сечении всегда четное.

Такая структура турбулентного потока, напоминающая схему, предложенную В. М. Маккавеевым (см. рис. 9), может быть описана только трехмерной математической моделью.

Рассмотрим экспериментальные данные для потоков, протекающих в узких руслах. Как показывает анализ опубликованных работ, расхождение между расчетными и лабораторными данными весьма значительны. Эпюры скоростей потоков в узких руслах близки к аналогичным для потоков в широких руслах, но только в пристенной области. В чем же состоит отличие? Оно заключается в том, что поля скоростей и касательных напряжений для потоков в узких руслах сложно трансформированы в сторону выравнивания.

Наиболее детальные эксперименты в узких лотках выполнены В. Н. Гончаровым совместно с Н. Г. Лапшиным. Как видно на рис. 14, б, экспериментальные данные о сопротивлениях на дне лотка всегда больше расчетных и имеют два максимума, расположенных на расстоянии  $0,2B$  от середины сечения. На боковых стенках расчетные сопротивления существенно меньше измеренных в нижних частях стенок, а в верхних частях немного больше последних.

Данные об измеренных сопротивлениях находятся в хорошем соответствии с данными об измеренных скоростях. Так, В. Н. Гончаров приводит эпюры распределения скоростей по глубине потока, построенные по расчетным и измеренным данным (рис. 14, г). Как видно на рисунке, они различаются не только количественно, но и качественно. Максимум эпюры скоростей, построенной по данным измерений, заглублен под поверхность и имеет меньшее значение. Вся эпюра как бы выровнена по глубине, но что особенно важно при расчетах расходов наносов, измеренная донная скорость значительно больше расчетной.

Аналогична и трансформация поля скоростей (рис. 14, а) по сечению.

В чем же причина такого несоответствия? Она заключается в неравенстве по периметру сечения действующих усилий потока силам сопротивления (рис. 14, б). Как видно на рисунке, действующее усилие на дне, равное  $\tau_d = \rho g Hl$ , неизменно по его ширине. В то же время сила сопротивления на дне потока изменяется по его ширине и может быть как больше, так и меньше действующего усилия потока. На вертикальных стенках действующее усилие равно нулю, а сила сопротивления стенок имеет конечное значение.

Все это приводит к возникновению на дне и стенках неуравновешенных касательных усилий, являющихся причиной появления вторичных циркуляционных течений, стремящихся уменьшить величину этих неуравновешенных усилий.

Учитывая, что силы сопротивления  $\left(\tau_c = \rho \lambda \frac{v^2}{2}\right)$ , пропорциональны квадрату скорости, а действующее усилие  $\tau_d = \rho g H I$ , величина неуравновешенных усилий  $\left(\Delta \tau = \tau_c - \tau_d = \rho \lambda \frac{v^2}{2} - \rho g H I\right)$  тем больше, чем меньше относительная ширина лотка  $\left(\frac{2B}{H}\right)$ .

В широких потоках эти разности усилий ( $\Delta \tau$ ) малы и не могут вызвать существенной трансформации полей скоростей.

Таким образом, расчетная методика, предложенная В. Н. Гончаровым для расчетов полей скоростей и сопротивлений потоков в руслах прямоугольного сечения может быть с успехом применена к широким равномерным потокам, а для узких — в нее надо вносить существенные коррективы, т. е. последние нельзя рассчитывать по формулам, разработанным для плоских потоков.

Именно такие узкие потоки В. Н. Гончаров и назвал потоками «пространственного режима». Однако четкого деления потоков на широкие и узкие им не дано. Имеются предложения ряда авторов, доведенные до расчетных формул, позволяющие подразделять все потоки на потоки пространственные или непространственные (плоские).

По-видимому, наиболее объективным критерием может быть характер распределения соотношения действующих касательных усилий и сил сопротивления по периметру сечения потока. Однако это встречает ряд затруднений. В частности, на стенках величина этого соотношения переходит в бесконечность, да и формулы, объективно характеризующие эту величину, также отсутствуют. Поэтому рядом исследователей были предложены различные эмпирические значения критериев. В основу большинства из них положено соотношение  $\frac{h}{H}$ , где  $h$  — центр гидравлического сечения эпюры скоростей, т. е. расстояние от дна до точки с максимальной скоростью потока (рис. 14, з). При  $\frac{h}{H} = 1,0$  поток имеет плоский, непространственный режим течения, а при  $\frac{h}{H} < 1,0$  — пространственный режим. Этот критерий является объективным для лабораторных потоков, при отсутствии ветра, льда и интенсивного лесосплава, но не всегда применим к натурным потокам.

В то же время расчет этой величины также затруднен. Для ее определения предложено несколько эмпирических формул вида

$\frac{h}{H} = f\left(\frac{2B}{H}, \frac{\Delta_d}{H}, \frac{\Delta_c}{B}\right)$ . В качестве примера можно привести формулу В. Н. Гончарова:

$$\frac{h}{H} = 1,13 \sqrt[3]{\frac{2B}{H}} \sqrt{\frac{\Delta_d}{H}}$$

При расчетах по этой формуле значения  $\frac{h}{H}$  могут быть и больше единицы, хотя физически это не может быть объяснено. Следовательно, при  $\frac{h}{H} \geq 1$  потоки относятся к плоским потокам, а при  $\frac{h}{H} < 1$  — к пространственным.

И. Ф. Карасев [10], проанализировав данные примерно 500 измерений по 80 каналам и рекам, пришел к выводу о том, что эффект пространственности в них проявляется при значительно больших, чем по данным В. Н. Гончарова, значениях соотношения ширин русел к их глубинам  $\left(\frac{2B}{H}\right)$ . Им предложен критерий оценки влияния эффекта пространственности

$$\theta = \frac{2B}{H} \sqrt{\frac{2g}{\lambda}}$$

в котором, помимо относительной ширины, введен коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda = \frac{2g}{C^2}$ . Автор отмечает: «Ширина естественных русел всегда значительно превосходит глубину. Этим обеспечивается квазиоднородность внутренней структуры турбулентного потока, при которой  $\theta > 1$ . Если влияние пульсационных составляющих и пристенных градиентов скоростей на кинематическую структуру потока соизмеримы, что характерно для лотков, каналов и относительно узких речных русел при прохождении паводков, значения критерия уменьшаются и находятся в пределах  $\theta = 0,30 - 0,50$ » [10, с. 94].

Анализ критерия И. Ф. Карасева ( $\theta$ ) показывает, что его значение близко по форме к критерию В. Н. Гончарова. Действительно, критерий  $\theta$  с учетом аппроксимации и формулы Маннинга может быть преобразован к следующему виду:

$$\theta \approx \alpha \sqrt{2g} \frac{2B}{H} \left(\frac{\Delta}{H}\right)^{1/6},$$

где  $\alpha$  — постоянный коэффициент.

В то же время коэффициент  $\lambda$  для естественных русел учитывает не только основные, но и другие виды сопротивлений. Этот вопрос более детально будет рассмотрен в следующих главах.

К сожалению, И. Ф. Карасев не привел конкретных числовых показателей введенного им параметра  $\theta$ , позволяющих подразделять потоки на потоки плоского и пространственного режимов.

## 12. ЕСТЕСТВЕННЫЕ РУСЛОВЫЕ ПРЯМОЛИНЕЙНЫЕ РАВНОМЕРНЫЕ ПОТОКИ

### 12.1. Влияние формы сечения на пропускную способность русел

Формы сечений естественных русел весьма разнообразные и трудно поддаются математическому описанию. В первом приближении их можно подразделить на простые и сложные (составные).

К простым относится большинство меженных речных русел с шириной значительно большей глубины, характеризующихся плавным изменением последней. Как правило, они близки к прямоугольной форме сечения.

К сложным — относятся составные русла, в отдельных частях которых наблюдается резкое изменение глубин. Частным случаем таких русел являются русла с одной или двусторонней поймами, в которых при слиянии руслового и пойменного потоков на границе их раздела из-за разницы скоростей возникают дополнительные сопротивления, уменьшающие, как правило пропускную способность руслового отсека и потока в целом. Это явление названо кинематическим эффектом, возникающим при взаимодействии руслового и пойменного потоков. Аналогичные процессы наблюдаются при побочном типе руслового процесса, когда над побочным течением наблюдается течение воды, и в руслах с резко различной шероховатостью по ширине [2, 3].

Вопросы влияния формы сечений на пропускную способность русел при равномерном режиме движения потока начали рассматриваться еще в конце прошлого столетия. Так, французский инженер Антуан Шези в 1785 г. предложил широко известную в наше время формулу для расчета скоростей равномерных русловых потоков, в виде  $v = C \sqrt{RI}$ , названную в честь автора — формулой Шези. А. Шези предполагал, что учет влияния формы сечения на величину скоростей потока отражается гидравлическим радиусом, а значение параметра  $C$  считал постоянным. В последующий период было проведено большое количество исследований и сделан ряд интересных предложений, обобщенных в работе П. Ф. Горбачева [5]. Необходимо отметить исследования Дарси, Базена, Христена и Зидека на основе экспериментальных исследований, приведших к выводу о том, что скорости течения, а следовательно, и пропускная способность русел полукруглой формы, на 7—10% больше, чем прямоугольной и треугольной форм при тех же гидравлических радиусах. Это положение впоследствии было подтверждено многими исследователями, в частности Куттером, ко-

торый даже рекомендовал увеличить значение коэффициента Шези на 5—6 единиц для сечений полукруглой формы.

В предыдущей главе было показано, что даже потоки в руслах прямоугольной формы имеют разные средние скорости, а пропускная способность таких русел при различных соотношениях ширины к глубине также отличается. При значениях этого соотношения меньших 6—10, происходит значительная трансформация полей скоростей.

Наиболее фундаментальное исследование вопроса влияния формы сечения на пропускную способность русла выполнено А. А. Маастиком [12], который пришел к ряду важных выводов.

1. Закономерной зависимости сопротивления движению воды в открытых гладких руслах от формы сечения не обнаруживается.

2. В шероховатых руслах влияние формы сечения на коэффициент сопротивления увеличивается с возрастанием абсолютной шероховатости, а при постоянной шероховатости уменьшается с увеличением гидравлического радиуса потока.

3. Влияние формы сечения объясняется вторичными течениями.

Все эти работы были направлены на вскрытие физической сущности процесса, но они не дают рекомендаций по учету вскрытых закономерностей в расчетных методах. Поэтому представляет интерес рассмотреть методы расчета, рекомендуемые для учета влияния формы сечения на пропускную способность естественных русел и каналов.

Следует отметить, что формы поперечных сечений естественных русел исключительно многообразны. Фактически нет двух одинаковых по форме сечения русел. Более того, форма сечения естественных русел изменяется и притом весьма значительно по длине водотока, а характер этого изменения также оказывает существенное влияние на пропускную способность русла. Именно поэтому гидрометрические створы располагаются на прямолинейных участках, где изменения формы сечения русел минимальные.

Попытки математического описания каждого поперечного сечения, по-видимому, бесперспективны. Поэтому необходимо разработать более строгую их типизацию.

На первом этапе целесообразно рассмотреть предложения различных авторов по учету влияния формы сечения на скорости и пропускную способность русел простых форм сечения.

Так, М. А. Мостков предложил производить учет влияния формы сечения каналов на их пропускную способность с помощью параметра

$$\delta = \frac{R}{\sqrt{\omega}} = \frac{V\sqrt{\omega}}{\chi},$$

где  $\omega$  — площадь поперечного сечения русла (канала);  $R$  — гидравлический радиус.

По данным М. А. Мосткова, только за счет изменения угла откоса канала трапециевидальной формы возможно увеличение его пропускной способности на 10—11%.

В. Н. Гончаров предложил представлять любую форму сечения в виде симметричной кривой глубин, математическим описанием которой может служить формула

$$\frac{H}{H_{\max}} = \left( \frac{b}{B} \right)^r,$$

где  $H$  и  $b$  — соответственно глубина и ширина русла при любом расчетном уровне;  $H_{\max}$  и  $B$  — наибольшая глубина и ширина русла при наивысшем из расчетных уровней;  $r$  — показатель степени,  $r = \frac{H_{\max}}{H_{\text{ср}}} - 1$ . Именно показатель степени  $r$ , характеризующий соотношение максимальной и средних глубин, автор рекомендует в качестве показателя формы сечения.

Тогда пропускная способность русла любой формы сечения, по мнению В. Н. Гончарова, может быть определена по формуле

$$Q = \beta Q_{\text{пр}},$$

где  $Q_{\text{пр}}$  и  $Q$  — пропускная способность русел прямоугольной и расчетной форм сечений;  $\beta$  — коэффициент, учитывающий влияние формы сечения на его пропускную способность,

$$\beta = \frac{(1+r)^{1,67}}{1+1,67r}. \quad (76)$$

Коэффициент  $\beta$  может быть больше или равен единице (для русел прямоугольной формы).

Как показывают элементарные расчеты по формуле (76), русла треугольной формы сечения должны иметь большую пропускную способность, чем округлые, что не соответствует действительности. Следовательно, коэффициенты  $\delta$  по М. А. Мосткову и  $\beta$  по В. Н. Гончарову имеют ограниченное применение и расчеты с их учетом не всегда соответствуют экспериментальным данным.

Более обоснованным является предложение Г. В. Железняка [9], основанное на учете распределения глубин по ширине потока. Им разработан критерий

$$\beta_* = \frac{1}{\omega \sqrt{H_{\text{ср}}}} \int_0^B H^{3/2} db.$$

Однако и критерий  $\beta_*$ , названный его автором параметром формы живого сечения, также нельзя признать универсальным. Действительно, расходы воды, подсчитанные с учетом этого критерия в руслах прямоугольной и треугольной форм сечений, отличаются на 13%. Причем последние превышают расходы воды

в руслах округлой формы, что также не соответствует данным экспериментов [1].

Данной проблеме посвящено еще значительное количество отечественных и зарубежных исследований. Однако, как и приведенные, они, как правило, основаны на учете геометрических характеристик сечений и недоучитывают изменения структуры потока и потому не применимы для расчетов пропускной способности русел естественных форм сечений.

Как видно из приведенного краткого обзора имеющихся предложений, в настоящее время отсутствует универсальный критерий, учитывающий влияние простых форм сечений на пропускную способность русел. Следовательно, этот вопрос нуждается в дальнейшей проработке как в теоретическом, так и в экспериментальном направлениях.

## 12.2. Сопротивление движению потоков в естественных руслах

Полученные в предыдущих главах выводы и зависимости были основаны на данных лабораторных экспериментов и наблюдений в искусственных каналах. Естественные же водотоки протекают в шероховатых и, как правило, деформирующихся руслах. Полное сопротивление естественных русел движению воды в них складывается из трех частей: сопротивления зернистой шероховатости дна, сопротивления за счет различных видов донных гряд и сопротивления формы русла, т. е.

$$\lambda = \lambda_{ш} + \lambda_{г} + \lambda_{ф},$$

где  $\lambda$ ,  $\lambda_{ш}$ ,  $\lambda_{г}$  и  $\lambda_{ф}$  — коэффициенты гидравлического трения соответственно полного, за счет зернистой шероховатости, донных гряд и формы русла.

Соотношение между коэффициентами гидравлического трения соответствует соотношению между гидравлическими уклонами

$$I = I_{ш} + I_{г} + I_{ф} \text{ и коэффициентами Шези } \frac{1}{C^2} = \frac{1}{C_{ш}^2} + \frac{1}{C_{г}^2} + \frac{1}{C_{ф}^2}.$$

Сопротивление формы русла определяется характером изменения площадей живых сечений вдоль потока. Существенных значений эти сопротивления достигают в местах резкого изменения площадей живых сечений. В то же время на естественных водотоках такие участки обычно деформируются, и изменение площадей сечений, а следовательно, ширины и глубины по длине равнинных рек происходит плавно.

В качестве примера на рис. 16 приведен график изменения ширины русла и поймы р. Оки на участке длиной около 800 км.

Для расчета коэффициента  $\lambda_{ш}$  могут служить основанные на логарифмическом законе распределения скоростей формулы

А. П. Зегжды  $\lambda_{ш} = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{H}{\Delta} + 4,25\right)^2}$ , В. Н. Гончарова  $\lambda_{ш} =$   
 $= \frac{1}{\left(4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2}$  или других авторов.

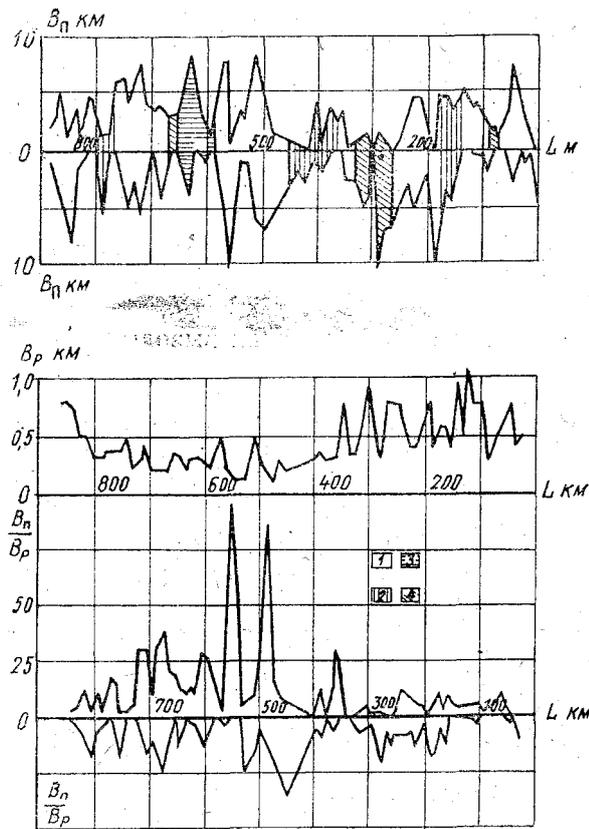


Рис. 16. Изменение ширины русла и поймы по длине р. Оки:  
 1 — свободное меандрирование; 2 — немеандрирующие русла; 3 — ограниченное меандрирование; 4 — данные о типе руслового процесса отсутствуют.

Так, К. В. Гришанин [8] рекомендует для расчетов  $\lambda_{ш}$  более простую формулу Маннинга — Штриклера  $\lambda_{ш} = \frac{0,046}{\left(\frac{H}{k}\right)^{1/3}}$ .

Значительно сложнее вопрос о сопротивлении грядового рельефа дна. Это объясняется многообразием форм гряд (рифеля, бары, антидюны и прочее) и несовершенством наших знаний о причинах их образования.

Основным фактором, определяющим величину сопротивления, является крутизна гряд, т. е. отношение их высоты ( $\Delta_r$ ) к длине ( $l_r$ ). Действительно, при увеличении крутизны гряд возрастает доля площади, занятая водоворотными зонами, находящимися в подвалье гряды.

Е. М. Лорсен установил зависимость между относительной высотой гряд  $\frac{\Delta_r}{H}$  и коэффициентом гидравлического трения, причем эта связь идентична зависимости  $\lambda_{ш} = f\left(\frac{k}{H}\right)$ , где  $k$  — крупность зерен донных отложений.

К. В. Гришанин [8] считает, что коэффициент  $\lambda_r$  должен зависеть как от крутизны, так и от относительной высоты гряд и предлагает зависимость

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} = f\left(\frac{\Delta_r}{H}, \frac{\Delta_r}{l_r}\right). \quad (77)$$

При этом он отмечает, что получение этой зависимости в явном виде не решит задачи расчета сопротивлений гряд, ибо ее использование невозможно без знания связей размеров гряд с характеристиками потока и наносов. Более перспективными считает те зависимости, в которых  $\lambda_r$  определяется непосредственно в функции характеристик потока и крупности наносов. В качестве примера может быть приведена, полученная М. Абу Аламом и Д. Кеннеди, эмпирическая зависимость.

$$\lg \frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} = 0,85 + 0,005 \frac{v^2}{gk}.$$

Формулы для расчета сопротивлений донных гряд от характеристик потока и наносов предлагались еще рядом авторов, но все они не являются универсальными, ибо недоучитывают большей инерционности донногрядовой формы перемещения наносов, чем характеристик потока (скоростей, расходов воды, глубин и пр.). А это отставание, особенно на спаде половодья, приводит к тому, что в меженный период в руслах рек наблюдаются застывшие, присущие паводочному периоду, русловые образования: побочни, длинные гряды и другие образования (о чем подробнее будет указано в последующих главах), на которых образуются гряды меньших размеров, параметры которых соответствуют характеристикам потоков последующего, меженного периода.

Донногрядная фаза перемещения наносов присуща равнинным рекам, дно которых сложено песчаными отложениями. Поэтому для равнинных рек  $\lambda_r \gg \lambda_{ш}$ , а на горных реках, русла которых

сложены галечниками и валунами, как правило, преобладающее влияние имеет  $\lambda_{ш}$ .

Проблема расчета гидравлических сопротивлений русла в настоящее время не решена, и Д. Кеннеди назвал ее «камнем преткновения, о который споткнулся не один исследователь». Поэтому в настоящее время в инженерной практике применяется упрощенная методика расчета гидравлических сопротивлений, основанная на уравнении равномерного движения и общеизвестной формуле Шези, учет сопротивлений в которой производится приближенно с помощью коэффициентов Шези ( $C$ ) и шероховатости ( $n$ ). Коэффициент Шези однозначно связан с коэффициентом  $\lambda$  зависи-

$$C = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}}$$

Так как коэффициент гидравлического трения для квадратичной области сопротивлений зависит только от относительной шероховатости русла, то, по-видимому, коэффициент Шези должен зависеть от того же. Однако в условиях естественных водотоков эта зависимость несколько сложнее.

### 12.3. Средняя скорость руслового потока

В 1871 г. Сен-Венан разработал систему уравнений для описания неравномерного, неустановившегося движения русловых потоков, которая с небольшими изменениями, внесенными в нее в последующие годы, может быть представлена в виде:

$$I_d - \frac{\partial H}{\partial l} = \frac{v|v|}{C^2 R} + \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{qv}{g\omega}; \quad (78)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q_1. \quad (79)$$

В первом, называемом уравнением движения или динамического равновесия (78),

$$I_d - \frac{\partial H}{\partial l} = I, \quad (80)$$

т. е. уклону свободной поверхности, где  $I_d$  — уклон дна,  $\frac{\partial H}{\partial l}$  — изменение глубин по длине русла ( $l$ ).

Первый член правой части уравнения (78), характеризующий уклон трения, имеет для речных потоков решающее значение. Фактически он характеризует сопротивление при равномерном, установившемся режиме потока и обычно записывается в виде

$$\frac{v^2}{C^2 H}. \quad (81)$$

Второй и третий члены правой части уравнения (78), называемые инерционными, характеризуют соответственно уклоны за

счёт неравномерного и неустановившегося движения. На прямолинейных, беспойменных участках, особенно в меженьный период, вес этих членов, по сравнению с первым, мал, но при движении волны попуска, наличии поймы и в ряде других случаев их учет становится обязательным.

Коэффициенты Кориолиса  $\alpha = \frac{\int_{\omega} u^3 d\omega}{v^3 \omega}$  и Буссинеска  $\alpha' = \frac{\int_{\omega} u^2 d\omega}{v^2 \omega}$  учитывают неравномерность распределения скоростей по сечению потока. В большинстве курсов гидравлики рекомендуется принимать их значения равными 1,1. Однако в ряде случаев, в частности в потоках с поймами и на горных реках, они могут достигать значения трех и более.

Последний член уравнения (78)  $\frac{qv}{g\omega}$  учитывает затраты энергии на боковой приток, эффект взаимодействия руслового и пойменного потоков и пойменное регулирование ( $q = q_b + q_n + q_p$ ).

Для равномерного, установившегося движения на бесприточном участке реки второй, третий и четвертый члены правой части уравнения (78) равны нулю, тогда с учетом (80) и (81) получим

$$I = \frac{v|v|}{C^2 H} \text{ и далее}$$

$$v = C \sqrt{HI}, \quad (82)$$

т. е. общеизвестную формулу Шези, характеризующую равномерный режим движения, и наиболее часто применяемую для расчета средних скоростей беспойменных речных потоков.

Уравнение (78), вывод которого приведен в специальных курсах гидравлики, является общим для всех случаев движения жидкости в русловых потоках и его анализ будет продолжен в других главах.

Н. М. Бернадский доказал возможность применения формулы Шези также и для отдельной скоростной вертикали. Расчет средних скоростей по уравнению (82) основан на значении коэффициента Шези ( $C$ ), который определяется по одной из многочисленных эмпирических формул. Еще в 1936 г. П. Ф. Горбачев [5] выполнил анализ более 200 формул для расчета коэффициента Шези, а на сегодняшний день их количество превышает 300. Все известные формулы можно подразделить на две группы. Первая — включает в себя формулы, основанные на значениях коэффициентов шероховатости ( $n$  или  $\gamma$ ), определяемых по таблицам (Срибно, Чоу, Бредли и др.) и описательной характеристике русла и поймы. Общий вид таких формул  $C = f(H, n)$  или  $C = f(H, \gamma)$ .

Наиболее часто употребляемыми для практических расчетов являются формулы:  
Маннинга

$$C = \frac{1}{n} H^{1/6}; \quad (83)$$

Н. Н. Павловского

$$C = \frac{1}{n} H^y; \quad (84)$$

Штриклера с коррективами А. В. Караушева

$$C = 33 \left( \frac{H}{k} \right)^{1/6}; \quad (85)$$

Г. Ф. Железнякова

$$C = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n} - \frac{\sqrt{g}}{0,13} (1 - \lg H) \right] + \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{1}{n} - \frac{\sqrt{g}}{0,13} (1 - \lg H) + \frac{\sqrt{g}}{0,13} \left( \frac{1}{n} + \sqrt{g} \lg H \right) \right]}; \quad (86)$$

В. Ф. Галмазы

$$C = \frac{1}{n} (21 - 100n) \lg H, \quad (87)$$

где  $y = 2,5n + 0,13 - 0,75\sqrt{H}$  ( $\sqrt{n} - 0,1$ ) (для  $H < 5$  м);  $k$  — средняя крупность частиц, слагающих дно потока.

Сравнительный анализ формул этой группы неоднократно выполнялся различными авторами и после П. Ф. Горбачева, но однозначного ответа о преимуществе той или иной формулы дать в настоящее время не представляется возможным. В то же время еще Н. Н. Павловский указывал на несовершенство формулы (83). Это обусловлено тем, что коэффициенты шероховатости  $n$  являются интегральной характеристикой сопротивлений в русловом потоке, а попытки установления однозначной зависимости между ними и абсолютной шероховатостью русла ( $\Delta$ ) или крупностью частиц, слагающих его дно ( $k$ ), не достигают успеха.

Примером таких связей являются формулы: В. Н. Гончарова  $n = 0,045 \Delta^{1/6}$ , А. В. Караушева  $n = 0,03 k^{1/6}$ , А. Л. Радюка  $n = 0,08 k^{1/2}$ . Как видно, в этих формулах различны не только постоянные, но даже и показатели степени. Действительно, на большинстве равнинных рек перемещение наносов происходит в виде донных гряд, формы и размеры которых зависят от характеристик потока и изменяются с изменением последних.

В то же время сопротивление движению потока при образовании донных гряд может увеличиться в 5—7 раз по сравнению с безгрядной фазой. Переменно влияние и ряда других факторов

на величину сопротивления русла (растительность и др.), хотя это лишь частично отражено в указанных выше таблицах для определения значений  $n$ . Поэтому в настоящее время необходима разработка методики определения коэффициента шероховатости  $n$  в зависимости от определяющих факторов или введение вместо  $n$  другого параметра, более объективно характеризующего сопротивление. В то же время необходимы и дальнейшие проработки с целью использования для расчетов уравнения (78) вместо уравнения равномерного движения (80).

Вторая группа формул для определения коэффициента  $C$  основана на предположении, что поток сам вырабатывает себе русло и поэтому коэффициент Шези определяется в зависимости от уклона свободной поверхности и глубины

$$C=f(I, H).$$

Формулы этой группы являются перспективными, ибо в них вместо коэффициента шероховатости  $n$ , определяемого несколько субъективно, введен уклон свободной поверхности. Их недостатком является низкая точность измерения уклона свободной поверхности в натуральных условиях. К тому же формулы этой группы теоретически обоснованы недостаточно и, как правило, являются региональными.

#### 12.4. Распределение скоростей по сечению потока

Этот вопрос разработан недостаточно. Как указано в предыдущей главе, В. Н. Гончаров для русла прямоугольного сечения достаточно большой ширины  $\left(\frac{2B}{H} > 8-10\right)$  предложил методику расчета поля скоростей, основанную на допущении о том, что влияние боковых стенок на скорости по вертикали является одинаковым и не зависит от места расположения расчетной скорости по глубине.

Результаты сравнения расчетных и наблюдаемых данных (см. рис. 15) позволяют сделать вывод о довольно близком их совпадении для широких потоков. Отклонения расчетных величин от фактических наибольшие в пристенных областях. Второе отличие заключается в том, что изотахи, построенные по фактическим данным, характеризуются слабовыраженными подъемами и спадами, напоминающими волновую поверхность, которая обусловлена вторичными течениями, образующими замкнутые циклы.

В узких же руслах прямоугольного сечения  $\left(\frac{2B}{H} < 8-10\right)$  наблюдается более значительное расхождение между расчетными и фактическими данными (см. рис. 14).

Значительно сложнее расчет полей скоростей в естественных руслах. Если допустить, что распределение скоростей на верти-

кали вполне соответствует одному из аналитических выражений (17—21) или (23—26), то решение поставленной задачи сводится к нахождению кривой распределения средних на вертикалях скоростей по ширине потока.

Рассмотрим методику, предложенную А. В. Караушевым [11] для расчета распределения средних скоростей по ширине потока в руслах простых форм сечения. Формула Шези приемлема для отдельной вертикали при условии, что в зоне ее расположения течение близко к равномерному  $v_i = C_i \sqrt{H_i I}$ , где  $v_i$  — средняя скорость на вертикали;  $C_i$  — коэффициент Шези и  $H_i$  — глубина на  $i$ -й вертикали.

С учетом формулы Н. Н. Павловского (83) для расчета коэффициента Шези получим

$$v_i = \frac{H_i^{0,5+y} I^{0,5}}{n_i}$$

Определив  $H_i$  и  $n_i$  по данным о профиле сечения, грунтах, описательной характеристике русла и таблице коэффициентов шероховатости (Срибного, Чоу и др.) и приняв уклон свободной поверхности неизменным по ширине потока, что для прямолинейного участка реки простейшей формы сечения является вполне приемлемым, можно рассчитать расход воды через данное сечение реки:

$$Q = \sum_{i=1}^m v_i f_i = I^{1/2} \sum_{i=1}^m \frac{H_i^{1/2+y}}{n_i} f_i,$$

где  $m$  — число участков, на которые разделено поперечное сечение;  $f_i$  — площадь сечения между скоростными вертикалями;  $v_i$  — осредненная между соседними вертикалями скорость течения.

Если при этом известен фактический расход воды, то принимаем полученные по таблицам значения  $n_i$  — условными ( $n_{i \text{ усл}}$ ), находящимися с истинными значениями  $n_i$  в соотношении:

$$n_i = \frac{1}{k_1} n_{i \text{ усл}},$$

где  $\frac{1}{k_1}$  — постоянный для всех участков поправочный коэффициент.

Принимая  $k = k_1 \sqrt{I}$ , получим для расхода воды

$$Q = k \sum_{i=1}^m \frac{H_i^{1/2+y}}{n_{i \text{ усл}}} f_i,$$

тогда

$$k = \frac{Q}{\sum_{i=1}^m \frac{H_i^{1/2+y} \cdot f_i}{n_{i \text{ усл}}}}$$

Определив значение  $k$ , можем вычислить как средние на участках, так и средние на вертикалях скорости потока по формуле  $V_i = k \frac{H_i^{1/2 + y}}{n_{i \text{ усл}}}$  и построить эпюру их распределения по ширине реки.

Данная методика не лишена недостатков, ибо в ней не учитывается влияние берегов и турбулентного взаимодействия между смежными отсеками потока и самое важное — она приемлема только для условий равномерного режима.

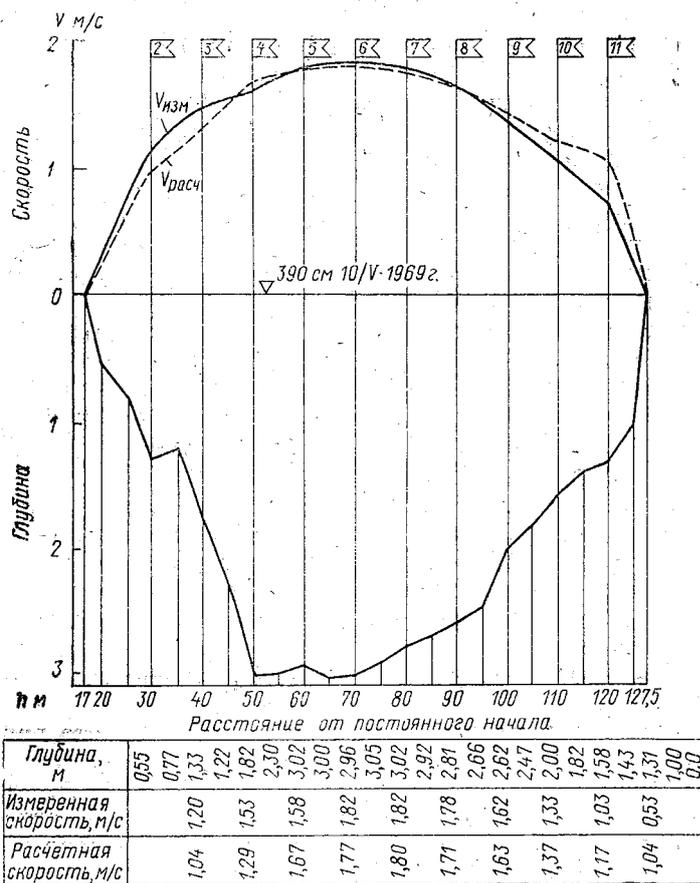


Рис. 17. Эпюры распределения скоростей по ширине р. Лебедь, с. Усть-Лебедь. Расчетная и по данным измерений 1969 г.

Окончательный вывод можно сделать только на основании сопоставления расчетных и натуральных данных. На рис. 17 в качестве примера представлены эпюры распределения скоростей по

сечению р. Лебедь у с. Усть-Лебедь по данным измерений и расчетов.

Как видно на рисунке, отклонения расчетных от фактических данных существенны только в прибрежных отсеках, а в целом расчетная эпюра близка к полученной по данным измерений.

### 13. ПОТОКИ ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ

#### 13.1. Общие положения

Изучению зимнего режима рек посвящена обширная научная литература. Этими вопросами занимались многие ведущие отечественные и зарубежные исследователи. Так, в конце прошлого столетия были опубликованы труды К. С. Веселовского и М. А. Рыкачева, а в начале текущего — В. М. Лохтина, В. Б. Шестаковича и др. Детальный анализ исследований по данной проблеме выполнен Б. П. Пановым [17], Я. И. Марусенко [13] и Я. Л. Готлибом [6]. В этих и других работах приведены как классификации рек по особенностям зимнего режима, так и методы расчета потоков под ледяным покровом.

В курсе гидрологии суши был сделан достаточно глубокий анализ типизаций рек по зимнему режиму. Однако для целей разработки методики расчета параметров потоков под ледяным покровом эти типизации непригодны, ибо основной нашей задачей является исследование возможностей применения достижений теории плоского потока к расчету потоков под ледяным покровом. К плоским же потокам относятся только те потоки, которые протекают под сплошным ледяным покровом, плавающим на воде, то есть напорные потоки. Практически возможен расчет параметров потоков и при наличии многослойного льда внутри них, но при условии, что каждый слой льда занимает всю ширину потока и имеет достаточно большое распространение по длине реки, то есть необходимо соблюдение условия равномерности движения таких потоков и неизменности их шероховатости.

Прежде чем перейти к изложению методов расчета параметров таких потоков, необходимо рассмотреть процессы замерзания рек, которые определяют величину и характер изменения шероховатости нижней поверхности ледяного покрова. Они существенно изменяются в зависимости от водности реки и направления ее течения относительно сторон света.

Можно выделить в отдельную группу большие реки, текущие с юга на север. Это, в первую очередь, большие сибирские реки: Обь, Енисей и Лена, а также реки, протекающие по Европейской территории страны: Печора, Северная Двина, Неман и др. На большинстве из них наблюдается довольно интенсивный осенний ледоход, обычно сопровождаемый образованием заторов и зажоров. Ледовый покров на таких реках образуется в результате

смерзания отдельных льдин различных размеров и ориентации (горизонтальных, вертикальных или промежуточных положений). Именно это приводит к резкому увеличению шероховатости нижней поверхности ледяного покрова ( $n_{\text{л}}$ ) в момент образования ледостара.

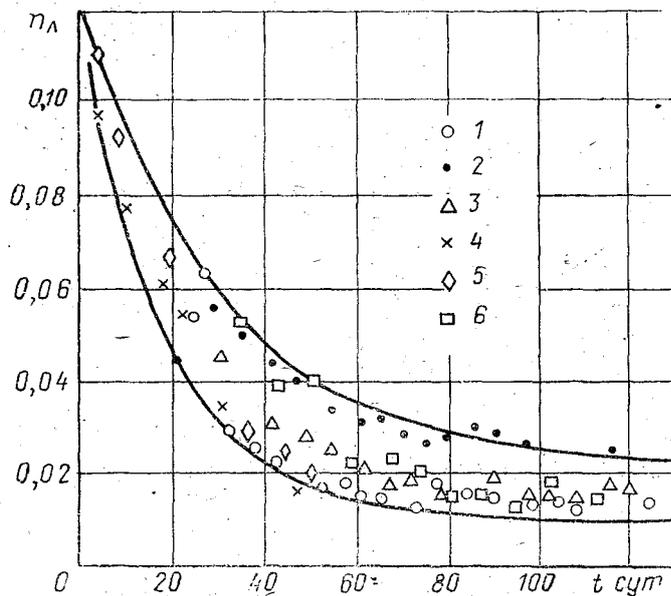


Рис. 18. График изменения коэффициента шероховатости нижней поверхности льда в зависимости от числа суток, прошедших после установления ледостава:  
1—6 — данные соответственно с 1952/53 по 1957/58 годы.

Немногочисленные наблюдения, проведенные в полевых условиях на ряде рек страны (например, на р. Енисее или р. Ангаре), позволили получить графики зависимости  $n_{\text{л}} = f(t)$ . Как видно на рис. 18, значения коэффициента шероховатости ( $n_{\text{л}}$ ) после образования ледяного покрова достигают величины 0,08—0,12 и уменьшаются по экспоненциальной зависимости до значений 0,016—0,022 в конце зимы.

Такой характер зависимости  $n_{\text{л}} = f(t)$  обусловлен следующим. Из-за смерзания льдин во время осеннего ледохода, часто сопровождаемого заторами, нижняя поверхность льда имеет очень большую шероховатость, значение которой существенно изменяется от года к году. Затем под влиянием текущей воды и нарастания льда на его нижней поверхности, высота выступов шероховато-

сти уменьшается, они как бы обтаивают, острые выступы сглаживаются, что приводит к постепенному уменьшению значений коэффициентов шероховатости (на рис. 18 до 0,018—0,030). Этот процесс практически продолжается весь зимний период и только весной перед вскрытием реки отмечается небольшое увеличение значений  $n_d$ , обусловленное изменением структуры льда. Данный график является типичным для рек, текущих на север, с осенним ледоходом и устойчивым ледоставом в зимний период.

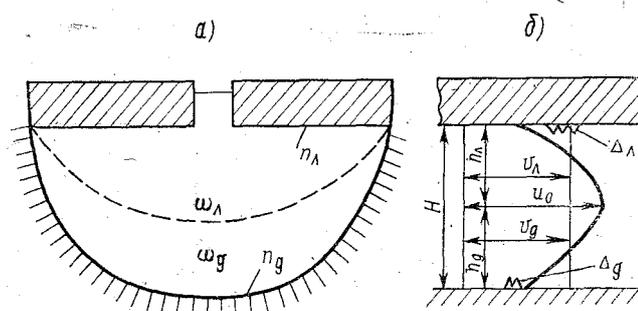


Рис. 19. Схема деления потока под ледяным покровом на отсеки:

*а* — по Лоттеру; *б* — по Гончарову и Белоконю.

Важной характеристикой для рек с устойчивым ледоставом является положение динамической оси потока, под которой понимают линию, совпадающую с положением наибольшей скорости на вертикали. Ее положение обычно характеризуется величиной  $u_0$  (рис. 19).

Несколько отличный процесс замерзания наблюдается на средних реках, текущих с севера на юг, и на малых реках. Замерзание на них начинается с появления заберегов сначала у берегов, где скорости течения наименьшие. Постепенно забереги разрастаются и, достигая стрежня реки, срастаются. В этом случае высота выступов шероховатости значительно меньше, чем в предыдущем случае и значения коэффициентов шероховатости достигают лишь  $n_d = 0,04—0,06$ . Однако и в этом случае наблюдается постепенное уменьшение коэффициентов шероховатости во времени, хотя интенсивность этого изменения будет значительно меньшей. Причиной уменьшения коэффициентов шероховатости также является сглаживание (обтаивание) выступов шероховатости на нижней поверхности льда текущей водой.

В этом случае положение динамической оси потока является более устойчивым и значительно меньше изменяется во времени и в пространстве.

Можно выделить еще несколько промежуточных типов замерзания рек, но это уже не имеет принципиального значения для разработки и применения расчетных методов.

Все описанные процессы замерзания относятся к незарегулированным рекам. На зарегулированных реках процесс их замерзания имеет ряд особенностей. Так, известно, что верхние бьефы особенно больших водохранилищ замерзают на 2—3 недели позднее, чем в бытовых условиях. В нижних бьефах водохранилищ образуется полынья, размеры которой могут достигать нескольких десятков, а иногда и сотен километров. Более того, из-за пускового режима работы ГЭС посредине ледяного покрова в нижнем бьефе образуется продольно расположенная трещина, длина которой может достигать нескольких десятков километров. Это явление также необходимо учитывать при разработке методики расчета параметров зимнего режима рек.

### 13.2. Методы расчета параметров потока под ледяным покровом

#### 13.2.1. Методы расчета, основанные на теории плоского потока

Все методы расчета параметров потоков под ледяным покровом можно подразделить на две группы. К первой — относятся методы, основанные на теории плоского потока, ко второй — на определении расчетной величины осредненного по сечению коэффициента шероховатости.

Примером методов первой группы является методика, разработанная В. Н. Гончаровым [4]. Примем глубину и скорость потока в бытовых условиях равными  $H_0$  и  $v_0$  и шероховатость дна  $\Delta_d$ . При этом допускается, что шероховатость дна при образовании ледяного покрова не изменяется. При возникновении ледяного покрова глубина ( $H$ ) потока увеличивается, а его скорость ( $v$ ) уменьшается. Задачей расчета является определение глубины и скорости потока под ледяным покровом по соответствующим их значениям при открытом русле (при постоянном значении расхода воды) и значениям выступов шероховатости дна ( $\Delta_d$ ) и льда ( $\Delta_l$ ).

Разделим поток под ледяным покровом на два потока — поток подо льдом и поток у дна. (см. рис. 19). Обозначим параметры этих потоков соответствующими индексами. Для потока подо льдом — введем индекс «л», например  $h_l$ ,  $v_l$ ,  $\Delta_l$ . Для потока у дна — индекс «д», например  $h_d$ ,  $v_d$ ,  $\Delta_d$ . Движение во всех потоках принимается равномерным.

Исходя из теории плоского потока, выразим касательные напряжения сопротивления, создаваемые дном и ледяным покровом, через максимальную скорость потока:

$$\tau_l = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{16,7 h_l}{\Delta_l}\right)^2} \frac{u_{l0}^2}{2}, \quad \tau_d = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{16,7 h_d}{\Delta_d}\right)^2} \frac{u_{d0}^2}{2}. \quad (88)$$

Соответственно действующие касательные усилия для этих потоков можно записать в виде:

$$\tau_{\text{л}} = \rho g h_{\text{л}} I_{\text{л}}, \quad \tau_{\text{д}} = \rho g h_{\text{д}} I_{\text{д}}. \quad (89)$$

Автор методики принимает допущение о том, что уклон свободной поверхности потока при открытом русле равен уклону потока под ледяным покровом, а также, что уклоны частей потока, равны уклону всего потока под ледяным покровом, т. е.  $I_0 = I_{\text{л}} = I_{\text{д}}$ .

Приравняв действующие касательные усилия (89) соответствующим силам сопротивления (88), получим:

$$\frac{u_0^3}{\left(4 \lg \frac{16,7 h_{\text{д}}}{\Delta_{\text{д}}}\right)^2} = 2 g h_{\text{д}} I,$$

$$\frac{u_0^3}{\left(4 \lg \frac{16,7 h_{\text{л}}}{\Delta_{\text{л}}}\right)^2} = 2 g h_{\text{л}} I. \quad (90)$$

Поделив первое равенство почленно на второе и применив аппроксимацию логарифмического выражения в виде  $\lg \frac{16,7 h}{\Delta} \approx 1,78 \left(\frac{h}{\Delta}\right)^{1/8}$ , получим

$$\left(\frac{\lg \frac{16,7 h_{\text{д}}}{\Delta_{\text{д}}}}{\lg \frac{16,7 h_{\text{л}}}{\Delta_{\text{л}}}}\right)^2 \approx \left(\frac{\Delta_{\text{л}} h_{\text{д}}}{\Delta_{\text{д}} h_{\text{л}}}\right)^{1/4} \approx \frac{h_{\text{л}}}{h_{\text{д}}},$$

откуда

$$\frac{h_{\text{л}}}{h_{\text{д}}} = \left(\frac{\Delta_{\text{л}}}{\Delta_{\text{д}}}\right)^{1/5}. \quad (91)$$

Учитывая, что  $H = h_{\text{д}} + h_{\text{л}} = h_{\text{д}} \left(1 + \frac{h_{\text{л}}}{h_{\text{д}}}\right)$ , т. е.  $\frac{h_{\text{л}}}{H} = \frac{1}{1 + \frac{h_{\text{л}}}{h_{\text{д}}}}$ , с уче-

том (91) получим

$$\frac{h_{\text{л}}}{H} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta_{\text{л}}}{\Delta_{\text{д}}}\right)^{1/5}}. \quad (92)$$

Определим соотношение между средними скоростями всего потока  $v$  под ледяным покровом и его составляющими ( $v_{\text{л}}$  и  $v_{\text{д}}$ ), ис-

ходя из равенства касательных сил сопротивления действующим касательным усилиям, то есть

$$\tau_{л} = \rho g h_{л} l = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{6,15 h_{л}}{\Delta_{л}}\right)^2} \frac{v_{л}^2}{2},$$

$$\tau_{д} = \rho g h_{д} l = \frac{\rho}{\left(4 \lg \frac{6,15 h_{д}}{\Delta_{д}}\right)^2} \frac{v_{д}^2}{2}.$$

Разделим первое равенство почленно на второе и после преобразования получим

$$\frac{v_{л}}{v_{д}} = \sqrt{\frac{h_{л}}{h_{д}} \frac{\lg \frac{6,15 h_{л}}{\Delta_{л}}}{\lg \frac{6,15 h_{д}}{\Delta_{д}}}}. \quad (93)$$

Применяя аппроксимацию вида

$$\lg \frac{6,15 h}{\Delta} \approx 1,6 \left(\frac{h}{\Delta}\right)^{1/8} \quad (94)$$

и подставляя вместо логарифмической степенную функцию, получим

$$\frac{v_{л}}{v_{д}} = \left(\frac{h_{л}}{h_{д}}\right)^{5/8} \left(\frac{\Delta_{л}}{\Delta_{д}}\right)^{1/8}.$$

Подставляя в это выражение значение  $\frac{\Delta_{л}}{\Delta_{д}}$  из (91), получим, что

$$\frac{v_{л}}{v_{д}} = 1,$$

т. е. средние скорости частей потока под ледяным покровом равны между собой, следовательно, они должны быть равны средней скорости всего потока, т. е.

$$v_{л} = v_{д} = v$$

Учитывая основное условие — постоянство расхода воды, получим

$$\begin{aligned} q_0 = q = v_0 H_0 = v H = v h_{д} + v h_{л} = \\ = v h_{д} \left(1 + \frac{h_{л}}{h_{д}}\right) = v h_{д} \left[1 + \left(\frac{\Delta_{л}}{\Delta_{д}}\right)^{1/5}\right]. \end{aligned} \quad (95)$$

Так как

$$v = v_d = 4 \lg \frac{6,15 h_d}{\Delta_d} \sqrt{2 g h_d I},$$

$$v_0 = 4 \lg \frac{6,15 H_0}{\Delta_d} \sqrt{2 g H_0 I},$$

с учетом (94), находим

$$v = v_d = 6,4 \left( \frac{h_d}{\Delta_d} \right)^{1/8} \sqrt{2 g h_d I},$$

$$v_0 = 6,4 \left( \frac{H_0}{\Delta_d} \right)^{1/8} \sqrt{2 g H_0 I}.$$

Следовательно,

$$\frac{v}{v_0} = \left( \frac{h_d}{H_0} \right)^{5/8}.$$

Подставляя это выражение в (95), имеем

$$\frac{h_d}{H_0} = \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{\Delta_d}{\Delta_d} \right)^{0,2} \right]^{8/15}}.$$

На основе (92), получим

$$\frac{H}{H_0} = \left[ 1 + \left( \frac{\Delta_d}{\Delta_d} \right)^{0,2} \right]^{0,385}.$$

Таким образом, теория плоского потока дает возможность рассчитывать увеличение глубины при пропуске расхода воды под ледяным покровом, а следовательно, и решать обратную задачу: по данным о глубинах (уровнях) и значениям высоты выступов шероховатости льда и дна определить глубину, при которой данный расход воды прошел бы при открытом русле. Это в свою очередь открывает перспективу подсчета расходов воды зимнего периода по кривым расходов воды открытого русла. Основная трудность при этом состоит в определении величины  $\Delta_d$ .

### 13.2.2. Методы расчета, основанные на определении приведенного коэффициента шероховатости

Вторая группа методов основана на вычислении осредненного для русла в целом коэффициента шероховатости, называемого приведенным коэффициентом шероховатости. Последующий расчет рекомендуется выполнять по формулам Шези — Павловского или даже Шези — Маннинга.

Поток, текущий подо льдом, по характеру течения наиболее близок к течению жидкости в напорной трубе, но с резко отличной шероховатостью по ширине. Поэтому большинство авторов счи-

тает, что коэффициент Шези потока подо льдом так же учитывает и влияние формы сечения русла.

Прежде чем выполнить анализ предложений и расчетных схем различных авторов, рассмотрим те допущения и основополагающие соображения, которые они используют при выводе расчетных формул.

1. Все авторы принимают движение потока под ледяным покровом равномерным и считают возможным для расчета его скоростей использовать формулу Шези.

2. Предполагается, что живое сечение потока состоит из двух частей, скоростной режим в каждой из которых формируется соответствующей частью смоченного периметра (дна и ледяного покрова).

3. Деление живого сечения на указанные в предыдущем пункте части осуществляется либо пропорционально длине соответствующей части смоченного периметра (Н. Н. Павловский, Г. К. Лоттер и др.), либо по линии раздела, соединяющей точки, соответствующие положению максимальных на вертикали скоростей (П. Н. Белоконь, И. М. Коновалов, В. М. Маккавеев и др.).

Такой характер деления сечения приводит к субъективному назначению частей сечения. Так, часто принимают  $\omega_d = \omega_l$  или  $R_d = R_l = R$ .

4. При выводе формул большинство авторов (Н. Н. Павловский, Г. К. Лоттер и др.) рассматривают фактическое живое сечение, закрытое сверху поверхностью с отличной от дна шероховатостью. Однако ряд авторов (П. Н. Белоконь и др.) рассматривают открытое русло, считая дополнительные сопротивления от льда равномерно распределенными по смоченному периметру.

Рассмотрим наиболее распространенные и обоснованные расчетные методы.

Одним из первых расчет осредненного коэффициента шероховатости ( $n_c$ ) для русел с резко отличной шероховатостью по периметру сечения предложил Н. Н. Павловский. Он исходил из положения о равенстве касательных усилий сопротивления по периметру потока действующему в данном сечении касательному усилию:

$$\tau_d \chi_d + \tau_l \chi_l = \rho g \omega I, \quad (96)$$

где  $\tau_d$  и  $\tau_l$  — осредненные касательные усилия сопротивления частей смоченного периметра русла ( $\chi_d$  и  $\chi_l$ ) с резко отличной шероховатостью, в частности дна и льда;  $\omega$  — площадь сечения русла.

Исходя из уравнения (96), Н. Н. Павловский рекомендует расчет коэффициента Шези для русла в целом выполнять по формуле

$$C = C_d C_l \sqrt{\frac{1 + \alpha}{\alpha C_d^2 + C_l^2}}, \quad (97)$$

где  $C_d$  и  $C_n$  — скоростные коэффициенты Шези для частей потока, подверженных воздействию различной шероховатости ( $n_d$  и  $n_n$ );

$$\alpha = \frac{\chi_d}{\chi_n}.$$

Для расчета приведенного коэффициента шероховатости он рекомендует формулу

$$n_c = \sqrt{\frac{n_d^2 + \alpha n_n^2}{1 + \alpha}}. \quad (98)$$

Сложность применения формул (96—98) заключается в субъективизме при определении частей площади сечения потока, соответствующих тормозящему влиянию стенок с различной шероховатостью.

Далее, автор для вычисления коэффициентов Шези рекомендует формулу (84), которая разработана им для расчетов потоков с глубинами менее 3 м.

Впервые уравнение (96) для расчетов параметров потоков под ледяным покровом применил П. Н. Белокопьев, принявший вместо уклона дна гидравлический уклон. Он разделил поток на два отсека по линии максимальной скорости (см. рис. 19), а касательные напряжения на дне и нижней поверхности льда рекомендует определять по зависимостям:

$$\tau_n = \rho g \frac{v^2}{C_n^2}, \quad \tau_d = \rho g \frac{v^2}{C_d^2}, \quad (99)$$

где  $v$  — средняя скорость потока в целом.

Скоростные коэффициенты Шези потоков под ледяным покровом ( $C_n$ ) и у дна ( $C_d$ ) рекомендует вычислять по формуле Маннинга (83), а средние скорости этих потоков — по формуле Шези.

Гидравлические радиусы отсеков потоков рекомендуется определять по формулам:

$$R_n = \frac{\omega_n}{\chi_n}, \quad R_d = \frac{\omega_d}{\chi_d};$$

для широких русел обычно принимают  $\chi_n = \chi_d = B$ .

Приведенный коэффициент Шези определяет по формуле

$$\frac{1}{C_c^2} = \frac{1}{C_n^2} + \frac{1}{C_d^2}, \quad (100)$$

а приведенный коэффициент шероховатости русла

$$n_c = n_d (1 + \alpha \beta^{1,5})^{2/3}, \quad (101)$$

где  $\beta = \frac{n_n}{n_d}$ .

Недостатком методики является субъективизм и неопределенность деления площади сечения потока на две части. Это обусловлено недостаточной степенью точности измерения скоростей и, как следствие, неточным определением положения линии максимальных на вертикалях скоростей. Помимо этого А. А. Сабанеев считает, что при выводе зависимости (100) П. Н. Белоконов упустил множитель 2, то есть формулу (100) необходимо записать в виде

$$\frac{2}{C_c^2} = \frac{1}{C_n^2} + \frac{1}{C_d^2}. \quad (102)$$

Соответственно формула (101) для определения коэффициента шероховатости будет иметь вид

$$n_c = n_n \left( \frac{1 + \alpha \beta^{\frac{-2}{2y+1}}}{1 + \alpha} \right)^{y+0,5}, \quad (103)$$

где  $y$  — показатель степени в формуле Н. Н. Павловского (84).

В последующие годы методика расчета  $n_c$  неоднократно совершенствовалась и уточнялась рядом авторов. Рассмотрим их основные предложения.

Так, Р. А. Нежиховский рекомендует определять приведенные коэффициенты шероховатости рек под ледяным покровом, исходя из формулы Шези-Маннинга

$$n_c = k \frac{\bar{h}^{2/3} I^{1/2}}{v},$$

где  $\bar{h}$  — средняя глубина потока до нижней поверхности шуголедяного покрова;  $k=0,63$  — постоянный коэффициент, полученный из формулы А. А. Сабанеева.

Коэффициенты шероховатости нижней поверхности шуголедяного покрова рекомендует вычислять по формуле

$$n_n = (2n_c^{3/2} - n_d^{3/2})^{2/3},$$

полученной на основе формул А. А. Сабанеева и П. Н. Белоконоя.

Ф. Ф. Раззоронов рекомендовал для расчета коэффициентов шероховатости нижней поверхности шуголедяного покрова р. Ангары зависимость

$$n_n = n_n \left[ \left( \frac{Q_0}{Q_3} \right)^{3/2} \left( \frac{H_0 - H}{H_0} \right)^{3/2} \left( \frac{I_3}{I_0} \right)^{3/4} - 1 \right]^{2/3}, \quad (104)$$

где  $Q_0$  и  $Q_3$  — соответственно расходы воды в открытом русле и при наличии ледяного покрова;  $H_0$  и  $H$  — соответственно средние глубины в русле, соответствующие расходам воды  $Q_0$  и  $Q_3$ ;  $I_0$  и  $I_3$  — уклоны водной поверхности соответственно при открытом русле и под ледяным покровом.

Оригинальной является методика, разработанная В. И. Синогиным, который провел детальные эксперименты как на гидравлической, так и на воздушной моделях. В гидравлическом лотке прямоугольного сечения, длиной 3,46 м, шириной 0,5 м и высотой 0,08 м исследовались напорные равномерные потоки. Шероховатости дна и верхней поверхности лотка были резко отличными и изменились от  $n=0,0089$  до  $n=0,0222$ .

Воздушная модель имела размеры, близкие к размерам гидравлического лотка, а именно  $0,4 \times 0,435 \times 0,08$  м.

Автор методики считает, что при соотношениях ширин лотков к их глубинам, равном 5—7, обеспечивался плоский характер движения потока, а эффект пространственности наблюдался только в пристенных отсеках.

В результате анализа и обработки данных экспериментов им был получен ряд интересных выводов и зависимостей.

1. Получена надежная графическая зависимость  $\frac{h_d}{H} = f\left(\frac{n_d}{n_s}\right)$ , аналитическое выражение которой имеет вид

$$\frac{h_d}{H} = 0,61g \frac{n_d}{n_s} + 0,5. \quad (105)$$

2. Используя зависимости, полученные И. К. Никитиным для расчета средних скоростей потока ( $v$ ) и толщины придонного слоя ( $\delta$ ), автор получил формулу для определения соотношения коэффициентов шероховатости дна и нижней поверхности льда

$$\frac{n_{d,c}}{n_d} = \left(\frac{h_d}{h_s}\right)^{0,25} \frac{2,671g \frac{h_d}{\delta_d} + 5,2}{2,671g \frac{h_d}{\Delta_d} + 5,2}. \quad (106)$$

По формуле (106), при наличии сведений о соотношении коэффициентов шероховатости дна и нижней поверхности льда ( $n_d/n_c$ ), можно получить закономерность изменения положения динамической оси потока.

3. На основании допущения о равномерности режима движения потока под ледяным покровом, то есть на основе формулы Шези, получено выражение для расчета приведенного коэффициента шероховатости русла:

а) для всего смоченного периметра (дна и нижней поверхности льда)

$$n_c = \frac{n_d}{1,67 \left[ \left(0,61g \frac{n_d}{n_s} + 0,5\right)^{1,75} + \frac{n_d}{n_s} \left(0,5 - 0,61g \frac{n_d}{n_s}\right)^{1,75} \right]}, \quad (107)$$

б) для смоченного периметра без учета нижней поверхности льда

$$n_c = \frac{n_d}{\left(0,61g \frac{n_d}{n_n} + 0,5\right)^{1,75} + \frac{n_d}{n_n} \left(0,5 - 0,61g \frac{n_d}{n_n}\right)^{1,75}} \quad (108)$$

Методика В. И. Синотина более обоснована, чем ранее приведенные, однако и она имеет ряд недостатков, основными из которых являются:

1) она основана только на данных экспериментов, полученных в узких напорных лотках и нуждается в проверке на натурном материале;

2) при проведении экспериментов не исключено влияние эффекта пространственности. Как указывалось в главе 11, эффект пространственности по данным В. Н. Гончарова проявляется до значений  $\frac{2B}{H} = 10$ , а по данным И. Ф. Карсева и при значительно

больших значениях отношения ширины к глубине. В то же время эксперименты на гидравлической модели выполнялись при значениях  $\frac{2B}{H} = 6,25$ , а на воздушной — при 5,3—5,4;

3) как указывает автор методики, на зависимость (105) значительное влияние оказывает абсолютная величина коэффициента шероховатости, объясняя это влияние масштабным эффектом.

Таким образом, расчетные формулы для определения значения приведенного коэффициента шероховатости (107, 108 и др.) могут быть использованы для двух целей:

1) для определения приведенного коэффициента шероховатости, если известны коэффициенты шероховатости русла ( $n_d$ ) и нижней поверхности ледяного покрова ( $n_n$ );

2) для определения коэффициента шероховатости нижней поверхности ледяного покрова по данным натуральных измерений параметров потоков подо льдом.

Для решения проблемы расчета параметров потоков, движущихся под ледяным покровом, необходимо проведение детальных натуральных исследований с целью создания таблицы коэффициентов шероховатости нижней поверхности льда, подобных таблицам Срибного, Чоу, Бредли и другим для открытого русла.

При наличии таких таблиц расчет приведенного коэффициента шероховатости можно выполнять по одной из формул (107) и др.), а расчет средних скоростей потоков под шуголедяным покровом — по формуле Шези

$$v = C_c \sqrt{RI_3}$$

Здесь  $C_c = \frac{R^y}{n_c}$ , где  $y$  — показатель степени в формуле Н. Н. Павловского (84).

По-видимому, в потоках под льдом его значение отличается от  $1/6$ , как это принято Маннингом для открытого русла. Действительно, В. Н. Гончаров рекомендует принимать значение  $u$  равным  $1/8$ , а В. И. Синотин  $1/4$ .

#### 14. ПРОЦЕСС ЗАТОПЛЕНИЯ И ОПОРОЖНЕНИЯ ПОИМ

Еще более сложен учет влияния составных форм сечения русла на их пропускную способность. Это обусловлено кинематическим эффектом взаимодействия руслового и пойменного потоков, вскрытого в конце 40-х годов нашего столетия Г. В. Железняковым.

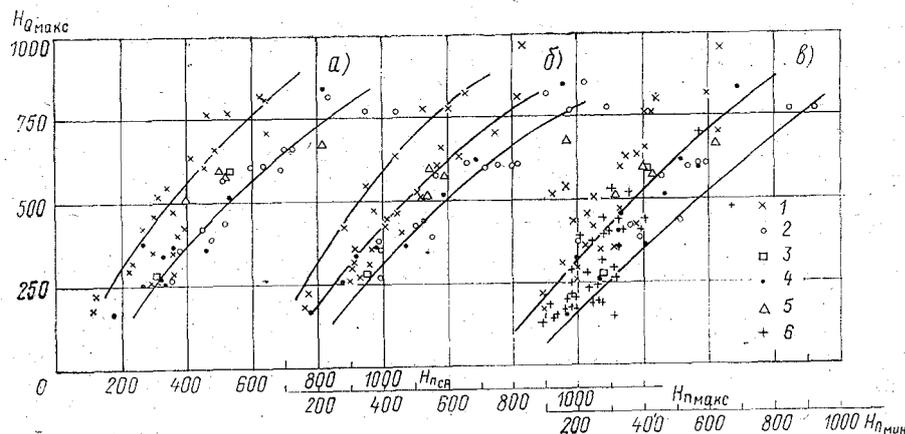


Рис. 20. Зависимости  $H_{п} = f(Q_{макс})$  с учетом типа руслового процесса:  
*а* — средние уровни затопления пойм; *б* — уровни затопления бровок прирусловых валов; *в* — уровни затопления низин пойм; 1—4 — данные при различных типах руслового процесса; 5 — данные по р. Обь; 6 — данные по рекам Белоруссии.

Сложность задачи заключается в невозможности применения расчетного аппарата, разработанного для плоского потока и в необходимости применения недостаточно разработанной теории движения потока с переменной массой.

Выход воды на пойму в паводочный период происходит, как правило, при уровнях воды, соответствующих максимальным расходам воды 50%-ной обеспеченности.

Действительно, между этими уровнями и средними отметками пойм с учетом типа руслового процесса установлена довольно четкая корреляционная зависимость (рис. 20).

Однако слияние руслового и пойменного потоков и образование единого транзитного потока происходит обычно при более

высоких уровнях, соответствующих, как правило, максимальным расходам воды обеспеченностью близкой к 1%. Это обусловлено наличием продольных прирусловых валов, создаваемых самим потоком на границе русла и поймы. Высота таких валов на крупных реках может достигать нескольких метров, что и объясняет образование единого транзитного потока при более высоких уровнях, чем средняя отметка поймы. В то же время эти валы не являются сплошными, в них имеются понижения как естественного, так и искусственного происхождения, называемые прорвами, через которые происходит интенсивный водообмен между руслом и поймой в процессе затопления и опорожнения последней. Учитывая, что отметки свободной поверхности русла и поймы в этот период могут отличаться на значительные величины, достигающие метра и более, в прорвах, работающих как водосливы, скорости течения достигают нескольких метров в секунду.

Динамика затопления пойм зависит от их типа. Учитывая, что вопросы типизации пойм рассматриваются в других учебных пособиях, а также то, что наиболее распространенным типом пойм являются поймы свободно меандрирующих рек, рассмотрим динамику затопления и опорожнения пойменного массива свободного меандрирования в процессе прохождения паводка. В начале паводка заполнение пойменного массива происходит через низовые прорвы. При дальнейшем подъеме уровня вода начинает переливаться через гребни верховых прорв. После включения верховых прорв увеличиваются скорости наполнения пойменных емкостей и скорости подъема уровня в них. С момента, когда уровень воды на пойме становится выше уровня в реке у низовой прорвы, последняя начинает работать в обратном направлении. Вода поступает из поймы в русло, следовательно, массив начинает участвовать в пропуске паводка. При дальнейшем подъеме уровня, превышающего отметки прирусловых валов, потоки русла и поймы сливаются, образуя единый транзитный поток, который, как уже отмечалось, соответствует уровням малой обеспеченности. Такой поток на большинстве рек наблюдается, как правило, не ежегодно. На спаде паводка уровень воды в реке может оказаться ниже уровня на пойме у верховых прорв. В этом случае верховые прорвы будут работать в обратном направлении, отдавая воду реке. Процесс продолжается до момента обсыхания гребней верховых прорв. После этого сток воды из поймы в реку происходит только через низовые прорвы и этот процесс может продолжаться в течение значительной части межени. К тому же часть паводочных вод аккумулируется в различных бессточных пойменных водоемах, фильтруется в почву и испаряется, следовательно, исключается из транзитного течения.

В ГГИ разработана упрощенная методика расчета затопления и опорожнения пойменного массива [18]. На рис. 21 изображен простейший пойменный массив, имеющий одну пойменную емкость, одну верховую и одну низовую прорвы. По планово-высот-

ным данным строится кривая зависимости объема пойменной емкости ( $W_{п}$ ) от отметки уровня воды в пойме  $Z_{п}$  (рис. 22) и график зависимости расхода воды через прорвы от положения уровня воды в реке  $Z_{р}$  и в пойме  $Z_{п}$  (рис. 23).

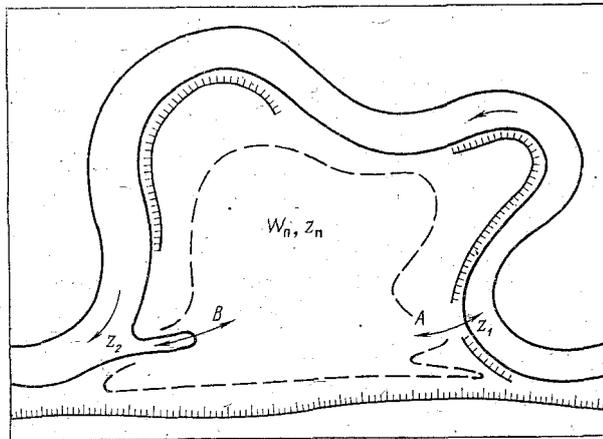


Рис. 21. Схема простейшего пойменного массива при свободном меандрировании

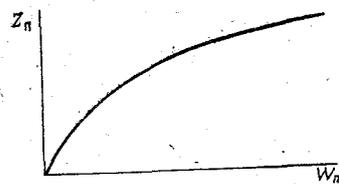


Рис. 22. Зависимость объема пойменной емкости  $W_{п}$  от отметки уровня воды в пойме  $Z_{п}$

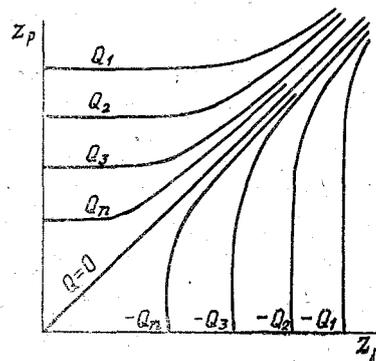


Рис. 23. Зависимость расхода воды через прорву от отметок уровня воды в реке  $Z_{р}$  и на пойме  $Z_{п}$

По данным натурных наблюдений строят совмещенный график хода уровней воды в реке у низовой ( $Z_{н}$ ) и верховой ( $Z_{в}$ ) прорв и на пойме  $Z_{п}$ , на который наносятся также отметки гребней верхней ( $Z_{вп}$ ) и нижней ( $Z_{нп}$ ) прорв (рис. 24).

На его основе рассчитывают хронологический график поступления и оттока воды с пойменного массива через прорвы. Расход воды через прорвы определяется по формуле водослива, принимая за величину напора разность отметок уровней (в реке и на пойме).

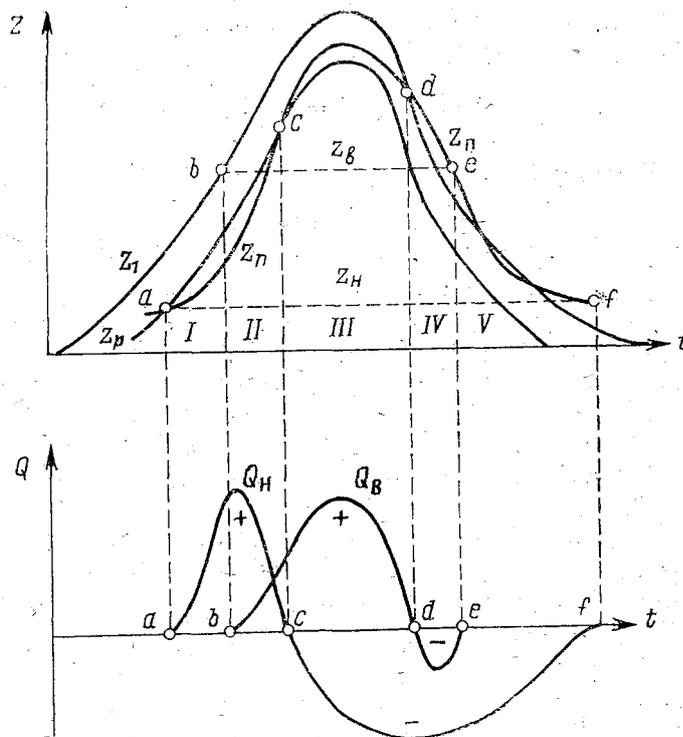


Рис. 24. Совмещенные хронологические графики уровней и расходов воды при затоплении и опорожнении пойменного массива

Поступление воды на пойменный массив начинается через низовую прорву, когда уровень воды в этом месте реки превысит отметку ее гребня (рис. 24, точка  $a$ ) и будет происходить до тех пор, пока уровень воды на пойме не сравняется с уровнем воды в реке (точка  $c$ ). Аналогичное явление, но наступающее несколько позднее, наблюдается и у верхней прорвы (точки  $e$  и  $d$ ).

После того как уровни воды в пойменном массиве превысят соответствующие в реке, в прорвах изменится направление течения. На пойме будет наблюдаться транзитный поток (точка  $c$  и

d). При дальнейшем снижении уровней воды в реке отток воды с поймы будет происходить через верховую (до точки e) и низовые прорвы (точка f). При этом вся поступившая на массив через прорвы вода, за исключением израсходованной на заполнение бессточных пойменных емкостей, испарение и фильтрацию, стечет обратно в реку. В этой схеме не учтен местный приток воды на пойму с бассейна и склонов долины.

Авторы методики предлагают определять объем транзитного стока ( $W_T$ ) по выражению

$$W_T = \int_c^f Q_H dt = \int_c^e Q_B dt,$$

а объем аккумуляции:

$$W_a = \int_a^e Q_H dt = \int_b^c Q_H dt.$$

По подсчетам авторов, сделанном на ограниченном по объему материале, отношение  $W_T = W_a = 1 : 0,85$ , т. е. объем аккумуляции близок к величине объема транзитного стока.

Методика расчета сводится к определению по плано-высотным и гидрологическим характеристикам расчетного паводка кривых зависимостей:  $Z_H = f(W)$ ,  $Q_H = f(Z_{Hn}, Z_H)$ ,  $Q_B = f(z_{Bn}, z_n)$  на основе заданных для расчетного паводка значений  $Z_{Hn} = f(t)$  и  $Z_{Bn} = f(t)$ .

Целью расчета является получение кривых:  $Q_B = f(t)$ ,  $Q_H = f(t)$  и  $Z_H = f(t)$ . При этом делается допущение об отсутствии уклона свободной поверхности в аккумулялирующей емкости, а также предполагается, что единый транзитный руслопойменный поток не образуется. Решение задачи выполняется в конечных разностях, методом последовательного приближения.

### Заключение

В данном учебном пособии в строгом соответствии с программой изложена часть курса динамики русловых потоков, посвященная расчету параметров потоков в деформируемых жестких руслах. Небольшой объем пособия заставил автора основную часть материала изложить в сжатой, конспективной форме. Поэтому в конце пособия приведен список литературы, который может оказать существенную помощь при углубленном изучении отдельных его вопросов.

Из-за малого объема в пособие не включены разделы курса динамики потоков с жестким руслом, посвященные изгибу руслового потока, бифуркации русел и дополнительным сопротивлениям движению потоков. Эти разделы автор собирается изложить в учебнике, который планирует издать в ближайший период.

Наиболее сложная часть курса, посвященная проблеме взаимодействия руслового и пойменного потоков, изложена в конспекте лекций автора, изданном в 1984 г., который служит естественным дополнением к данному учебному пособию.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барышников Н. Б., Кокарев А. В. К вопросу о влиянии формы сечения на пропускную способность русла. — Тр. ЛГМИ, 1969, вып. 36, с. 80—88.
2. Барышников Н. Б. Морфология, гидрология и гидравлика пойм. — Л.: Гидрометеоздат, 1984. — 280 с.
3. Барышников Н. Б. Динамика русловых потоков. Раздел «Взаимодействие руслового и пойменного потоков. Конспект лекций. — Л., изд. ЛПИ, 1984, 50 с. (ЛГМИ).
4. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. — Л.: Гидрометеоздат, 1962. — 374 с.
5. Горбачев П. Ф. Формулы средней скорости. — М.-Л.: ОНТИ, 1936. — 171 с.
6. Готлиб Я. Л., Донченко Р. В., Пехович А. И., Соколов И. Н. Лед в водохранилищах и нижних бьефах ГЭС. — Л.: Гидрометеоздат, 1983. — 200 с.
7. Гринвальд Д. И. Турбулентность русловых потоков. — Л.: Гидрометеоздат, 1974. — 166 с.
8. Гришанин К. В. Динамика русловых потоков. — Л.: Гидрометеоздат, 1979. — 311 с.
9. Железняков Г. В. Пропускная способность русел каналов и рек. — Л.: Гидрометеоздат, 1981. — 311 с.
10. Карасев И. Ф. Русловые процессы при переброске стока. — Л.: Гидрометеоздат, 1975. — 288 с.
11. Караушев А. В. Речная гидравлика. — Л.: Гидрометеоздат, 1969. — 416 с.
12. Маастик А. А. Исследование сопротивления движению воды в открытых призматических руслах. — Тарту, издат. Эстонской с/х академии, 1950, 27 с.
13. Марусенко Я. И. Влияние ледовых образований на гидравлическое сопротивление потоков рек и каналов. — Львов: Вища школа, 1981. — 160 с.
14. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Часть 2. — М.: Наука, 1967. — 720 с.
15. Никитин И. К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. — Киев, изд. АН УССР, 1963, 142 с.
16. Никитин И. К. Сложные турбулентные течения и процессы тепломассопереноса. — Киев: Наукова думка, 1980. — 283 с.
17. Панов Б. П. Зимний режим рек СССР. — Л.: Издательство ЛГУ, 1960. — 240 с.
18. Рекомендации по учету руслового процесса при проектировании ЛЭП. — Л.: Гидрометеоздат, 1973. — 180 с.
19. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1969. — 742 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	3
1. Режимы движения жидкости в реках и каналах . . . . .	4
2. Незамкнутость системы уравнений гидромеханики. Плоский поток . . . . .	6
3. Кинематическая структура потока . . . . .	8
4. Распределение осредненных скоростей по глубине потока . . . . .	14
5. Коэффициент турбулентного обмена . . . . .	21
6. Сопротивление шероховатых русел . . . . .	22
7. Пограничный слой . . . . .	25
8. Гладкие, полугладкие и полшероховатые стенки . . . . .	29
9. Турбулентное рассеяние. Рассеяние от источника — точки . . . . .	31
10. Силы, отрывающие вихри от стенки . . . . .	34
11. Поля скоростей и сопротивлений в прямолинейных равномерных потоках прямоугольного поперечного сечения . . . . .	41
11.1. Методика расчета полей скоростей и сопротивлений . . . . .	41
11.2. Оценка применимости расчетных методов . . . . .	47
12. Естественные русловые прямолинейные равномерные потоки . . . . .	52
12.1. Влияние формы сечения на пропускную способность русел . . . . .	52
12.2. Сопротивление движению потоков в естественных руслах . . . . .	55
12.3. Средняя скорость руслового потока . . . . .	58
12.4. Распределение скоростей по сечению потока . . . . .	61
13. Потоки под ледяным покровом . . . . .	64
13.1. Общие положения . . . . .	64
13.2. Методы расчета параметров потока под ледяным покровом . . . . .	67
13.2.1. Методы расчета, основанные на теории плоского потока . . . . .	67
13.2.2. Методы расчета, основанные на определении приведенного коэффициента шероховатости . . . . .	70
14. Процесс затопления и опорожнения пойм . . . . .	76
Заключение . . . . .	80
Литература . . . . .	81

**НИКОЛАЙ БОРИСОВИЧ БАРЫШНИКОВ**

**Гидромеханический анализ турбулентного руслового потока**

Учебное пособие

Редактор *З. Б. Ваксенбург*

Корректор *Л. В. Ломакина*

Обложка художника *Р. П. Костылева*

---

Сдано в набор 27.03.85. Подписано в печать 30.12.85. М-22716.  
Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага тип. № 2. Лит. гарн. Печать высокая. Печ. л. 5,2.  
Уч.-изд. л. 5,0. Тираж 700 экз. Темплан 1985 г., поз. 1815. Зак. 131. Цена 35 коп.  
ЛПИ им. М. И. Калинина, 195251, Ленинград, Политехническая ул., 29.

---

Типография ВСОК ВМФ

