

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

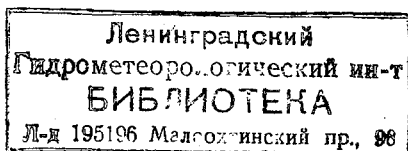
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ М. И. КАЛИНИНА

МЕЖВУЗОВСКИЙ СБОРНИК

ТРУДЫ
ВЫПУСК 61

ПРОБЛЕМЫ
АВИАЦИОННОЙ МЕТЕОРОЛОГИИ

Под редакцией
доктора физ.-мат. наук профессора С. В. СОЛОНИНА



ЛЕНИНГРАД
1976

291510

*Одобрено Ученым советом
Ленинградского гидрометеорологического института*

В сборнике опубликованы работы, посвященные актуальным проблемам авиационной метеорологии.

Рассматриваются математические принципы синтеза и отдельные аспекты технической реализации автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов и управления воздушным движением на основе использования высокопроизводительных ЭВМ, а также вопросы численного прогноза полей метеорологических элементов с привлечением спутниковой информации. Значительное внимание уделено идентификации зон интенсивной турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, и исследованию поведения самолета при полете в турбулентной атмосфере. Обсуждаются различные вопросы обработки метеорологической информации, необходимой при метеорологическом обеспечении полетов современной и перспективной авиации.

Сборник рассчитан на научных работников и специалистов в области авиационной метеорологии и управления воздушным движением, аспирантов гидрометеорологических вузов, а также на летный и штурманский состав авиации.



Ленинградский политехнический институт (ЛПИ) 1976 г.

С. В. СОЛОНИН, В. Д. ЕНИКЕЕВА (ЛГМИ)

МЕТОДЫ ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ В ПРИЛОЖЕНИИ К ЗАДАЧАМ АВИАЦИОННОЙ МЕТЕОРОЛОГИИ

Создание автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов (АСМОП) предполагает разработку новых методов диагноза и прогноза опасных для авиации метеорологических явлений. Учет метеорологических условий как при взлете (посадке) самолетов, так и в процессе полета по трассе приобретает особое значение в связи с вводом в эксплуатацию сверхзвуковых транспортных самолетов (СТС).

Особенности метеорологической обстановки при взлете (посадке) находят свое отражение в погодных минимумах, которые формализуются в виде комплексов критических значений метеорологических параметров.

При построении оптимальной траектории движения самолета необходимо учитывать особенности распределения температуры воздуха, положение струйных течений, очагов гроз, шквалов, потенциальных зон болтанки и обледенения и др. Несоввершенство диагноза и прогноза метеорологических условий существенно снижает экономическую эффективность полета.

Несмотря на достигнутые успехи в методиках идентификации отдельных метеорологических явлений, комплексный учет метеорологической обстановки осуществляется в основном синоптическими методами.

Использование математических методов теории распознавания образов в проблеме управления самолетом при заходе на посадку позволяет строить поверхности принятия решения в зависимости от характеристик положения самолета [21].

Широкое применение методов теории распознавания образов в решении некоторых задач авиации и космонавтики, описанное в работе [22], не охватывает особенностей идентификации опасных метеорологических явлений, что приводит к необходимости разработки специализированных алгоритмов выделения опасных зон.

В системе АСМОП [13, 14] предлагается использовать математические методы теории распознавания образов, позволяющие на основе комплекса количественных метеорологических параметров выделять зоны, опасные для авиации.

Математическая постановка задачи метеорологического обеспечения как взлета и посадки, так и полета на эшелонах заключается в следующем.

Каждая зона по трассе полета или в районе аэропорта описывается комплексом метеорологических параметров, являющихся случайными величинами и характеризующих совокупность учитываемых погодных явлений. Для i -й зоны обозначим указанный комплекс через вектор X_i :

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}), \quad (1)$$

где x_{im} , $m = \overline{1, n}$ — соответствующий метеорологический параметр комплекса.

Вопросу статистически обоснованного выбора параметров для идентификации опасных явлений уделяется особое внимание, ибо каждый учитываемый метеорологический параметр должен не только входить в описание физической природы, но и иметь существенно различные численные значения в случае отсутствия и в случае наличия того или иного метеорологического явления в данной зоне. Статистические методы отбора признаков [18, 19] позволили выделить комплексы параметров для диагноза и прогноза болтанки самолетов [6, 8, 15], для различения ливневых, градовых и грозовых облаков [9—11, 17, 20], прогноза гололеда [2, 16], шквалов [12].

Совокупность метеорологических параметров, используемых для выделения опасных для авиации зон, может быть получена объединением параметров, выбранных для каждого явления. Однако такой метод получения требуемого набора не является оптимальным, так как число входящих в него параметров велико и все они обладают различной статистической значимостью. В связи с этим необходима процедура упорядочения параметров с учетом как их информативности при прогнозе отдельных явлений, так и вероятности возникновения каждого из них.

Основой для упорядочения параметров комплекса является установление их статистической значимости на так называемой обучающей выборке (ОВ), в которую входят векторы X_i с указанием наличия или отсутствия опасных явлений в момент диагноза (прогноза) метеорологической ситуации. Очевидно, ОВ представляет собой набор векторов в n -мерном пространстве параметров-признаков R_n , причем каждому вектору ставится в соответствие решение о возможности или невозможности полета в случае, когда метеорологическая обстановка описывается конкретными значениями входящих в вектор параметров. Отсюда следует правило оценки информативности параметров. Наиболее существенны именно те из них, которые позволяют лучшим образом отличить вектора, соответствующие опасным ситуациям, от остальных векторов ОВ. Поэтому, если ввести два множества: Ω_1 — класс n_1 ситуаций, опасных для полета, и Ω_2 — класс n_2 ситуаций, при которых полет возможен, то комплекс n параметров $X^{(0)}$ будет оптимальным среди

всех комплексов n параметров $X^{(s)}$, если он минимизирует величину r среднего риска ошибок распознавания элементов ОБ при заданной функции потерь:

$$r = \sum_{\kappa=1}^2 \left[P(\Omega_{\kappa}) \sum_{i=1}^{n_1+n_2} L(X_i^{(0)} \in \Omega_{\kappa}; \Omega_l) p(X_i^{(0)}/\Omega_{\kappa}) \right] = \\ = \min_s \sum_{\kappa=1}^2 \left[P(\Omega_{\kappa}) \sum_{i=1}^{n_1+n_2} L(X_i^{(s)} \in \Omega_{\kappa}; \Omega_l) p(X_i^{(s)}/\Omega_{\kappa}) \right], \quad (2)$$

где i — номер вектора ОБ; $L(X_i \in \Omega_{\kappa}; \Omega_l)$ — функция потерь при отнесении вектора X_i к классу Ω_{κ} , если в действительности он относится к классу Ω_l ; $p(X_i/\Omega_{\kappa})$ — вероятность того, что X_i относится к классу Ω_{κ} .

Непосредственный учет экономической эффективности правильного предсказания метеорологической обстановки осуществляется при определении величины функции потерь. В случае, когда она имеет вид

$$L(X_i \in \Omega_{\kappa}; \Omega_l) = \begin{cases} 0, & \kappa = l; \\ 1, & \kappa \neq l, \end{cases} \quad (3)$$

средний риск r представляет собой вероятность ложного распознавания элементов ОБ, и его минимизация приводит к наилучшему разделению пространства признаков R_n на области, соответствующие классам Ω_1 и Ω_2 .

Основной этап построения алгоритма классификации синоптической обстановки в исследуемой зоне и вынесения решения о возможности движения самолетов заключается в построении разделяющей границы классов Ω_1 и Ω_2 в пространстве выбранных признаков. Наиболее простым решающим правилом является оптимальная байесова процедура классификации, которая при выборе функции потерь по формуле (3) имеет вид

$$X \in \Omega_{\kappa}, \text{ если } p(X/\Omega_{\kappa}) P(\Omega_{\kappa}) \geq p(X/\Omega_l) P(\Omega_l), \quad (4) \\ \kappa, l = 1, 2; \kappa \neq l.$$

Оценка вероятностей возникновения опасных явлений в зоне $P(\Omega_1)$ производится по ОБ или на основе аэроклиматических данных. Для класса синоптических ситуаций, при которых разрешается движение самолетов, имеет место соотношение

$$P(\Omega_2) = 1 - P(\Omega_1), \quad (5)$$

так как события, входящие в определение классов Ω_1 и Ω_2 , образуют полную группу:

$$R_n = \Omega_1 \cup \Omega_2; \Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset. \quad (6)$$

Поэтому, если выполняется неравенство

$$p(X/\Omega_1) \geq p(X/\Omega_2) \frac{1 - P(\Omega_1)}{P(\Omega_1)}, \quad (7)$$

то полет через зону (взлет, посадка) разрешается; в случае выполнения противоположного неравенства принимается решение о необходимости обхода зоны, которая считается опасной, или запрещается взлет, посадка в зоне.

Реализация блок-схемы алгоритмов обучения классификации и выделения опасных зон, представленных на рис. 1 и рис. 2, осуществляется на основе единого подхода к выбору метеорологических параметров в соответствии с минимизацией среднего риска (2) и к принятию окончательного решения по соотношениям (4). Такая возможность возникает при использовании метода потенциальных функций [1].

Первый из предлагаемых алгоритмов (рис. 1) позволяет на предварительном этапе оценить вероятности классов по ОВ (блок 2), при различных значениях параметра потенциальной функции α_l упорядочить выбранные метеорологические параметры (блок 5) и для каждой ситуации из ОВ оценить в блоке 7 апостериорную вероятность $p(\Omega_k/X)$ с помощью аппроксимации нормированной суммой потенциальных функций:

$$\Phi_k = \frac{1}{n_k} \sum_{m=1}^{n_k} \frac{1}{1 + \alpha_l \rho^2(X_l, X_m)}, \quad k = 1, 2, \quad (8)$$

где k — номер класса; n_k — число элементов ОВ для класса Ω_k ; α_l — l -е значение параметра потенциальной функции; ρ — евклидово расстояние между векторами X_l и X_m :

$$\rho(X_l, X_m) = \left[\sum_{j=1}^n (x_{lj} - x_{mj})^2 \right]^{1/2}. \quad (9)$$

Оценка по формуле (8) позволяет свести правило принятия решения для классификации ОВ к виду

$$X_l \in \Omega_1, \text{ если } \Phi_1 \geq \Phi_2. \quad (10)$$

Классификация каждого элемента ОВ в соответствии с блоками 8—11 алгоритма позволяет оценить ошибки классификации ОВ при используемом в формуле (8) значении параметра α_l (блок 12 алгоритма) и в случае их минимальности считать обучение классификации законченным.

Результаты обучения в виде полученной последовательности метеорологических параметров и значения параметра потенциальной функции $\alpha_{\text{опт}}$, оптимального с точки зрения минимума ошибок классификации ОВ, служат основой для осуществления оперативного алгоритма принятия решения о возможности полета, блок-схе-

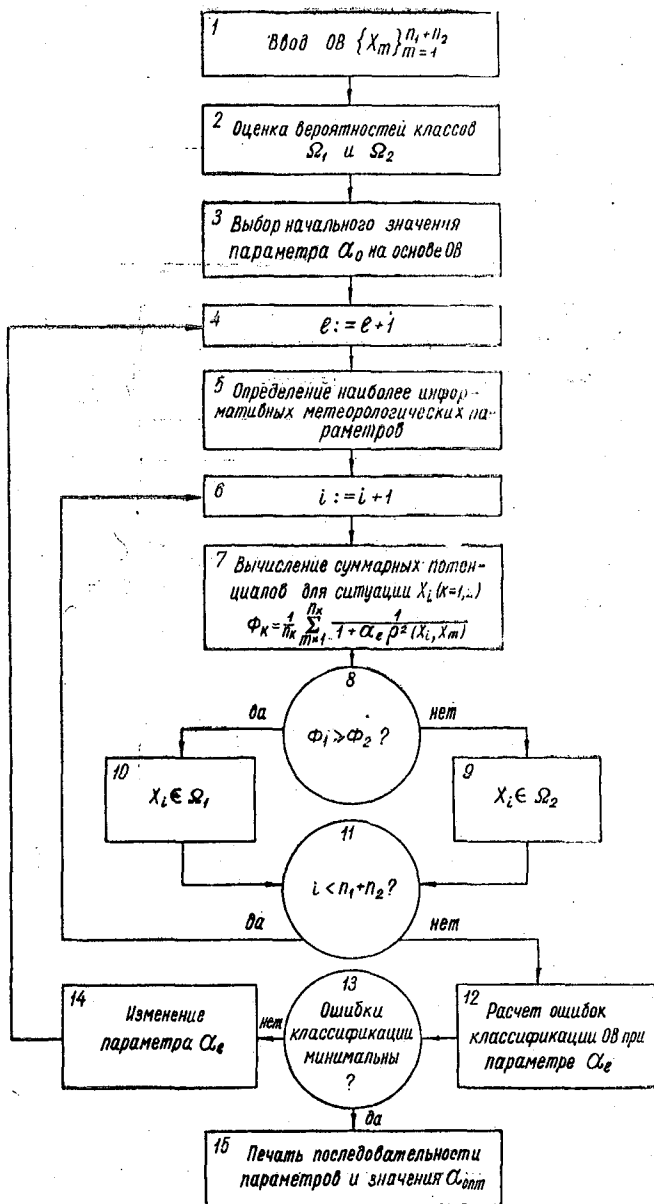


Рис. 1. Обобщенная блок-схема алгоритма обучения классификации метеорологических ситуаций.

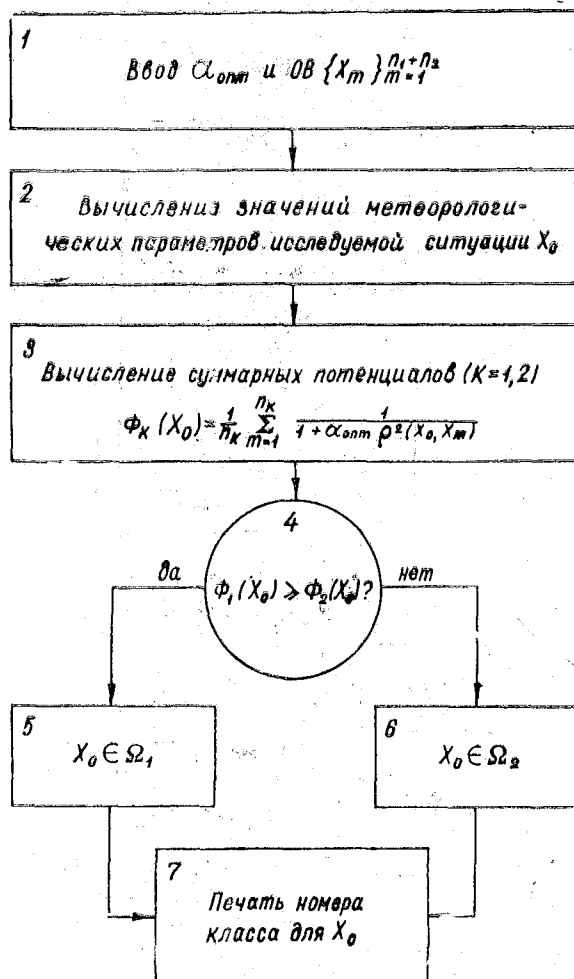


Рис. 2. Обобщенная блок-схема алгоритма определения зон, опасных (безопасных) для полетов.

ма которого представлена на рис. 2. Оперативный алгоритм также использует метод оценки вероятности с помощью потенциальных функций (блоки 3—6). Следует, однако, отметить, что в блоке 2 оперативного алгоритма вычисляются метеорологические параметры с требуемой прогностической заблаговременностью, причем могут использоваться как гидродинамические схемы, так и статистические (например, [5], [7]).

Предлагаемые алгоритмы могут быть модифицированы для принятия решения о возможности вылетов самолетов из нескольких аэропортов с учетом классности экипажей, что осуществляется путем подбора соответствующих ОВ и изменением параметров потенциальных функций для различных аэропортов и классов экипажей.

Выбор соответствующих метеорологических параметров позволяет адаптировать алгоритмы к конкретным условиям принятия решения на взлет (посадку) самолета или на необходимость обхода выделенной опасной зоны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М., «Наука», 1970, с. 384.
2. Багров А. Н., Вапник В. Н., Снитковский А. И. К прогнозу опасных явлений погоды. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 3, с. 35—43.
3. Багров А. Н., Снитковский А. И. Применение метода обобщенного портрета для численного прогноза гололеда. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 149, с. 3—13.
4. Баранов А. М., Солонин С. В. Авиационная метеорология. Л., Гидрометеониздат, 1975, с. 391.
5. Бортников С. А. Оперативный краткосрочный прогноз по полным уравнениям с целью обеспечения авиации. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 133, с. 46—54.
6. Бортников С. А., Васильев А. А. Прогноз турбулентности при ясном небе с помощью ЭВМ. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 6, с. 82—85.
7. Воробьев В. И., Волконский Ю. Н. Некоторые алгоритмы разработки физико-статистических методов авиационных прогнозов погоды. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 40—49.
8. Ломоносов Е. Г., Лунин Ю. Н. Определение зон турбулентности в ясном небе с помощью ЭВМ. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 1, с. 41—48.
9. Клибадзе А. В., Песков Б. Е. Исследование условий развития вечерних и дневных продолжительных гроз в Московской области с помощью дискриминантного анализа. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 149, с. 69—84.
10. Песков Б. Е., Вербицкая С. Н., Тимошенко Л. В. Исследование комплексного влияния на образование гроз различных метеорологических условий с применением линейного дискриминантного анализа. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 149, с. 20—55.
11. Пономаренко С. И., Кузнецова С. А. Условия возникновения и прогноз гроз в районе Москвы. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 139, с. 38—46.
12. Снитковский А. И., Переходцева Э. В. Информативность предикторов, используемых для прогноза шквала. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 149, с. 56—68.
13. Солонин С. В. Проблемы автоматизации метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ», 1971, вып. 42, с. 3—11.

14. Солонин С. В. Математические аспекты синтеза автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 3—8.
 15. Солонин С. В., Еникеева В. Д., Яворская Л. Ю. Применение методов теории распознавания образов для диагноза и прогноза болтанки самолетов. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 120—138.
 16. Тер-Мкртчян М. Г., Снитковский А. И., Лукиянова Л. Е. Использование дискриминантного анализа для прогноза гололеда. — «Труды ГМЦ», 1971, вып. 90, с. 3—38.
 17. Тимофеев А. В. Классификация метеорологических объектов при помощи полных систем решающих предикатов и опознающих графов. — «Метеорология и гидрология», 1975, № 1, с. 13—23.
 18. Тимофеев А. В. Нелинейные методы оценки информативности метеорологических параметров и классификации метеорологических явлений. — «Метеорология и гидрология», 1973, № 7, с. 36—46.
 19. Томин Ю. А. Методы отбора информативных признаков в задачах многомерной регрессии и распознавания образов. — «Труды ВНИИГМИ — МЦД», 1974, вып. 1, с. 70—87.
 20. Ягудин Р. А. Физико-статистическое исследование ночных гроз. — «Метеорология и гидрология», 1970, № 6, с. 62—68.
 21. Brand T. E., Li C. C. On the feasibility of applying pattern recognition concepts for an aircraft approach progress monitor. «Proc. IEEE Symp. Adapt. Process (9 th) Decis. and Contr., Austin, Tex, 1970» N—Y, 1970, XVIII.3/1—XVIII.3/5.
 22. Pau L.-F. Applications de la reconnaissance des formes dans le domaine aérospatial. L'Aéronautique et L'Astronautique № 42—1973—4, pp. 63—78.
-

В. И. ВОРОБЬЕВ (ЛГМИ), М. Н. ГРИНЬ (ВИКИ)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ СИНОПТИЧЕСКИХ ПОЛОЖЕНИЙ

В настоящее время прогнозы погоды разрабатываются, как правило, на основе субъективной визуальной оценки синоптических положений и процессов, представляемых картами погоды и картами барической топографии. При этом часто текущие синоптические положения относят к тому или иному типу с последующими прогностическими выводами по аналогии. Представляется целесообразным поэтому обективизировать процессы, связанные с установлением адекватности текущего синоптического положения тому или иному типу процессов какой-то классификации. Это, в частности, позволит повысить прогностическую значимость существующих классификаций синоптических процессов.

Не останавливаясь на анализе существующих методов и общих принципах классификации, которые подробно изложены, например, в работе [3], рассмотрим один из перспективных, на наш взгляд, подходов к разработке методов классификации синоптических положений, позволяющий в то же время обективно отнести любое синоптическое положение, не входящее в исходную для построения классификации выборку, к одному из типов этой классификации.

Поле любого метеоэлемента над определенной областью можно задать некоторым упорядоченным набором чисел N , дающих значения метеоэлемента в фиксированной географической точке. Очевидно, что в N -мерном пространстве признаков конкретное поле отобразится одной точкой, а точки, отображающие ряд полей, будут лежать в некоторой ограниченной области. Поскольку состояния атмосферы никогда в точности не повторяются, то точки отображений полей никогда не совпадают. Однако, если представить поля метеоэлемента статистически независимыми признаками, то область отображения можно разделить на более или менее обособленные подобласти с помощью вероятностных методов классификации. В частности, реализовать такой подход можно путем представления полей метеоэлементов коэффициентами разложения их по полиномам Чебышева 1-го рода и применения метода последовательного анализа.

Полиномы Чебышева 1-го рода имеют вид

$$T_p(x) = \cos(p \arccos x), \text{ при } |x| \leq 1, \quad (1)$$

где p — степень полинома.

Эти полиномы являются ортогональными в интервале $[-1, +1]$ с весом $1/\sqrt{1-x^2}$.

Если функция $H(x, y)$ задана в узлах географической сетки точек, то после ряда известных преобразований [8], ее можно представить в виде отрезка разложения

$$H(x, y) = \sum_{p,q=0}^{M,N} A_{pq} T_p(x) T_q(y), \quad (2)$$

где A_{pq} — коэффициенты разложения; M, N — максимальный порядок полиномов по осям x и y .

Каждое уравнение вида $T_p(x)T_q(y) = \text{const}$ представляет систему изолиний определенного вида, которой можно придать синоптическое истолкование [2]. Коэффициенты A_{pq} представляют собой поэтому в определенном смысле „веса“, с которыми конфигурация $T_p(x)T_q(y)$ входит в образование исходного поля.

Благодаря указанным свойствам, коэффициенты A_{pq} могут быть использованы в качестве «естественных» признаков типов синоптических положений. Методика вычисления их детально описана в статье [8].

Известны попытки осуществления классификаций метеорологических полей путем элементарного анализа коэффициентов старших членов разложения (2) [1, 4]. Однако исследования показывают, что распределение значений коэффициентов являются весьма сложными и поэтому реализация такого подхода сопряжена с большими трудностями.

Одним из возможных путей корректного решения данной задачи является применение к коэффициентам A_{pq} метода последовательного анализа. Этот метод позволяет, как известно [5], разделить объекты на два класса. Однако каждый из классов в свою очередь может быть разделен на два более мелких класса и т. д., т. е. метод в принципе позволяет классифицировать объекты с различной степенью детализации.

В работе [10] использован метод последовательного анализа Вальда для идентификации зон болтанки самолетов на основе комплекса упорядоченных метеорологических параметров. Однако поскольку метод последовательного анализа еще не применялся для классификации полей метеорологических элементов, остановимся на его сущности более подробно.

Пусть для каждого класса объектов ω_j ($j = 1, 2$) известны многомерная (N -мерная) функция $p(A/\omega_j)$ признаков A и вероятность $p(\omega_j)$ появления ω_j . Вероятностно-статистическое распознавание объектов сводится к минимизации вероятности ошибочного распо-

знания, т. е. к испытанию статистических гипотез посредством определения решающей функции $d(A)$, которая, например, при $d(A) = d_j$ означает, что принимается гипотеза $H_j: A \sim \omega_j$.

Если принятие решения d_j , когда в действительности входной образ принадлежит ω_i , приводит к потере $L(\omega_i, d_j)$, то величина условных потерь для $A \sim \omega_i$ составит

$$r(\omega_i, d_j) = \int_{\Omega_A} L(\omega_i, d_j) p(A/\omega_i) dA, \quad (3)$$

где Ω_A — пространство признаков.

Для данного множества априорных вероятностей $P\{p(\omega_1), p(\omega_2)\}$ средние потери составят

$$R(P, d_j) = \sum_{i=1}^2 p(\omega_i) r(\omega_i, d_j). \quad (4)$$

Распознавание сводится к выбору такого решения d_j ($j=1, 2$), которое минимизирует средние потери $R(P, d_j)$.

Оптимальное решающее правило минимизации называется байесовым правилом. В работе [12] приводится доказательство осуществимости байесова правила в общем случае и показано также, что если функция потерь принимает значения 0 и 1, то оно является решающим правилом безусловного максимума правдоподобия.

Для случаев, когда при истинности гипотезы H_1 необходимо получить решение в ее пользу с вероятностью, не меньшей $(1 - \alpha)$, а при истинности гипотезы H_2 — решение в пользу H_2 с вероятностью, не меньшей $(1 - \beta)$, оптимальное решение дали Нейман и Пирсон [13]. Они показали, что если рассматривается вариант одномерного вектора признаков $x_1, x_2, \dots, x_n$, то при данном числе наблюдений n критерий, обеспечивающий наименьшее β , определяется отношением правдоподобия

$$\lambda_n = \prod_{i=1}^n \frac{p(x_i/H_1)}{p(x_i/H_2)}, \quad (5)$$

Этот критерий решает, принять или отвергнуть гипотезу H_1 в зависимости от того меньше или больше λ_n некоторой постоянной (порога). Значение порога выбирается так, чтобы критерий давал нужную величину α . В принципе можно выбрать n так, чтобы критерий имел мощность $(1 - \beta)$. Величины α и β называются соответственно ошибкой первого и второго рода.

Более практичный критерий, с точки зрения техники применения, предложен Вальдом — последовательный критерий отношения вероятностей (п. к. о. в.) [5]. Обладая такими же оптимальными свойствами, как и критерий Неймана-Пирсона, п. к. о. в. (λ_i) отличается тем, что вычисляется не одновременно для всех значений n случайной величины, а последовательно

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{p(x_1/H_1)}{p(x_1/H_2)}, \quad \lambda_2 = \frac{p(x_1/H_1)p(x_2/H_1)}{p(x_1/H_2)p(x_2/H_2)}, \dots, \\ \lambda_i &= \frac{p(x_1/H_1)p(x_2/H_1) \dots p(x_i/H_1)}{p(x_1/H_2)p(x_2/H_2) \dots p(x_i/H_2)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Испытания производятся до тех пор, пока выполняется условие

$$C > \lambda_i > D, \quad (7)$$

где C и D — верхний и нижний пороги, соответственно, и прекращаются как только будет выполнено одно из неравенств

$$\lambda_i \geq C \text{ или } \lambda_i \leq D. \quad (8)$$

При этом решение принимается соответственно в пользу гипотезы H_1 или H_2 .

Пороги C и D выбираются так, чтобы приблизительно получить заданные вероятности ошибок α и β . Они определяются формулами:

$$C = \frac{1 - \alpha}{\beta}, \quad D = \frac{\alpha}{1 - \beta}. \quad (9)$$

На неоднородный многомерный вариант признаков п. к. о. в. обобщен в работах [6, 11]. Основными положениями этого обобщения являются:

- требование независимости признаков;
- ранжировка признаков в порядке убывания их информативности;
- разбивка каждого признака по градациям.

В остальном алгоритм последовательного анализа многомерных систем аналогичен алгоритму анализа одномерных систем.

Метод последовательного анализа был апробирован на примере классификации полей геопотенциала H_{500} над областью, ограниченной $45-65^\circ$ с. ш. и $75-135^\circ$ в. д. По условию решавшейся задачи требовалось найти способ объективного диагноза двух типов синоптических положений: когда на уровне H_{500} над югом Сибири и Дальнего Востока имеет место хорошо выраженный западно-восточный перенос (1-й тип) и когда он отсутствует (2-й тип). Рассматривался зимний сезон.

Тренировочная выборка была представлена коэффициентами разложений 360 полей 1-го и 200 полей 2-го типов по полиномам Чебышева 1-го рода четвертой степени (по 25 коэффициентов).

В соответствии с требованиями метода на первом этапе анализа была оценена степень влияния каждого коэффициента разложения на разделимость типов синоптических положений путем вычисления и сравнения значений функционалов Кульбака [9]:

$$J = \sum_{j=1}^m (P_{1j} - P_{2j}) \lg \frac{P_{1j}}{P_{2j}}, \quad (10)$$

где j — индекс градации коэффициента (значения коэффициентов разложения разбивались на ряд градаций); P_{1i} и P_{2i} — условные повторяемости градаций при синоптических положениях 1-го и 2-го типов.

Далее находились отношения правдоподобия

$$\kappa_i = 10 \lg \frac{P(A_i^j/H_1)}{P(A_i^j/H_2)}, \quad (11)$$

где i — порядковый номер коэффициента в соответствии с его информативностью; H_1 , H_2 — гипотезы, которым соответствуют обучающие выборки синоптических положений 1-го и 2-го типов.

Выбор формулы (11) для определения отношений правдоподобия вызван тем, что на практике оказалось более удобным применять вместо условия (7) соотношение

$$10 \lg C > \sum_{i=1}^n 10 \lg \frac{P(A_i^j/H_1)}{P(A_i^j/H_2)} > 10 \lg D. \quad (12)$$

Было испытано несколько вариантов разбивки коэффициентов на градации. В результате проверки успешности диагноза, осуществленной по специальной программе с помощью ЭВМ М-222 на тренировочной выборке, лучшим оказался вариант, когда каждый из коэффициентов разбивался на десять градаций. Успешный диагноз типов синоптических положений при этом обеспечивается с помощью 16 коэффициентов ($pq = 00, 02, 03, 04, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 31, 32, 33, 40, 42$).

Величины пороговых сумм отношений правдоподобия при различном допустимом уровне ошибок рассчитывались по формулам (9).

Примеры разбивки коэффициентов на градации и соответствующих им значений отношений правдоподобия, а также величин пороговых сумм приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

A_{pq}	Градация	κ_i	A_{pq}	Градация	κ_i
A_{00}	33,0	-6,66	A_{02}	4,90	+9,81
	33,0—30,5	+0,08		4,90 — 2,80	+9,01
	30,5—27,5	-1,26		2,80 — 2,00	+7,76
	27,5—25,5	-0,48		2,00 — 1,50	+1,53
	25,5—23,5	-1,27		1,50 — 0,75	+7,41
	23,5—22,5	-1,60		0,75 — 0,00	+0,75
	22,5—21,5	-0,02		0,00 — -0,50	+0,77
	21,5—20,0	+5,42		-0,50 — -1,00	-0,76
	20,0	+8,21		-1,00	-7,16

Таблица 2

β	Порог	α		
		0,20	0,10	0,05
0,20	$10 \lg C$	6,0	6,6	6,8
	$10 \lg D$	— 6,0	— 9,2	—12,0
0,10	$10 \lg C$	9,2	9,5	9,8
	$10 \lg D$	— 6,6	— 9,5	—12,6
0,05	$10 \lg C$	12,0	12,6	12,8
	$10 \lg D$	— 6,8	— 9,8	—12,8

Порядок применения табл. 1 и 2 следующий:

а) по значениям указанных 16 коэффициентов A_{pq} конкретного поля геопотенциала H_{500} определяются соответствующие им величины отношений правдоподобия κ_i и находится их сумма;

б) путем сравнения полученной суммы отношений правдоподобия с пороговыми значениями $10 \lg C$ и $10 \lg D$ определяется тип синоптического положения и уровни ошибок первого и второго рода α и β ;

в) в том случае, когда сумма отношений правдоподобия не достигает конкретного значения $10 \lg C$ или $10 \lg D$, решение принимается на основе решающего правила [7]: сумма $\sum_{i=1}^{16} \kappa_i \geq -3$ соответствует синоптическому положению 1-го типа, а сумма $\sum_{i=1}^{16} \kappa_i < -3$ — синоптическому положению 2-го типа.

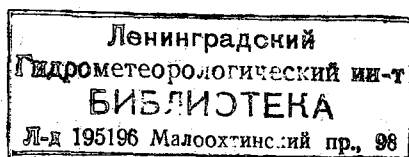
Методика диагноза была испытана на независимом материале (240 полей). Точный диагноз типов синоптических положений с обеспеченностью 0,9 отмечен в 84% случаев. Учитывая большую сложность диагноза типов синоптических положений при субъективном анализе карт AT_{500} , данный метод объективного диагноза, по-видимому, можно признать достаточно эффективным.

Аналогичным образом могут быть получены классификации и способы диагноза типов процессов по полям других метеозадающих элементов с целью решения исследовательских и прикладных задач, направленных на повышение качества метеорологического обеспечения авиации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алтыкис Е. В. О применении полиномов Чебышева для анализа форм циркуляции атмосферы. — В кн.: Проблемы Арктики и Антарктики, вып. 15. Л., Гидрометеоиздат, 1967, с. 53—61.
2. Багров Н. А. Аналитическое представление полей. — «Труды ЦИП», 1958, вып. 64, с. 3—25.

3. Багров Н. А. О классификации синоптических процессов. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 5, с. 3—11.
4. Белинский Н. А., Глаголева М. Г. Исследование возможности экстраполяции полей аномалий цикло- и антициклонической деятельности. — «Труды ЦИП», 1959, вып. 91, с. 3—17.
5. Вальд А. Последовательный анализ. Пер. с англ. М., Физматгиз, 1960, с. 39—90.
6. Гублер Е. В., Генкин А. А. Применение непараметрических критериев статистики в медико-биологических исследованиях. М., «Медицина», 1973, с. 15—60.
7. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. — «Советское радио», 1972, № 2, с. 11—49.
8. Крупицкая Т. М., Чернин К. Е. Аппроксимация двумерных полей многочленами Чебышева. — «Труды ААНИИ», 1964, т. 271, вып. 1, с. 31—44.
9. Кульбак С. Теория информации и статистика. Перевод с англ. М., «Наука», 1971, с. 81—109.
10. Солонин С. В., Еникеева В. Д., Яворская Л. Ю. Применение методов теории распознавания образов для диагноза и прогноза болтанки самолетов. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 120—138.
11. Фу К. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин. Перевод с англ. М., «Наука», 1971, с. 23—33, 198—204.
12. Min P. I., Landgrebe and Fu K. S. On feature selection in multiclass pattern recognition Proc. 2 nd. Princeton Conf. Information Sciences and Systems, March 1968, 453—457.
13. Neuman I. and Pearson E. S. On the use and interpretation of certain test criteria for purpose of statistical inference Biometrika. Pte, 175—240, Pt. 2, 1928.



КОМПЛЕКСАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ПРОГНОЗОВ

В практике метеорологического обеспечения авиации широко распространены прогнозы, при разработке которых прогнозист выбирает одну из двух взаимно исключающих формулировок: гроза -- без грозы, туман — без тумана, облачность ниже H_0 — облачность не ниже H_0 и т. п.

Для разработки прогнозов каждой из таких характеристик в настоящее время предложен ряд методик, различающихся перечнем предикторов и выбором решающих функций, с помощью которых пространство предикторов делится на области «осуществления» и «не осуществления» данного явления. Так при составлении альтернативных прогнозов дневных гроз по материалам утреннего температурного зондирования атмосферы в отечественной и зарубежной практике используется около сорока различных алгоритмов [5]. Аналогично обстоит дело с альтернативным прогнозом туманов [3] и некоторых других важных для авиации характеристик состояния атмосферы.

Естественно, что в силу отмеченных различий между алгоритмами каждый из методов прогноза данной характеристики обеспечивает получение информации, дополняющей информацию, даваемую другими методами, и поэтому совместное использование хотя бы части этих методов представляется весьма желательным. Однако успешное совместное использование нескольких методов возможно только при наличии обоснованных рекомендаций по комплексации прогнозов, составленных этими методами — т. е. по выбору окончательных формулировок прогноза при различных сочетаниях формулировок «частных» прогнозов привлекаемыми методами. Отсутствие таких рекомендаций является основной причиной того, что в синоптической практике для разработки прогнозов каждой характеристики используется обычно лишь какой-либо один, лучший по мнению синоптика прогностический метод.

Н. А. Багров, рассматривавший задачу комплексации количественных (многофазовых) прогнозов, пришел к справедливому выводу о невозможности получения таких рекомендаций при существующих объемах метеорологических архивов. Действительно, если, например, в прогнозах предусматривается осуществление

одной из десяти градаций (фаз) предиктанта, то при комплексации пяти «частных» методов число возможных сочетаний формулировок «частных» прогнозов составит 10^5 . Для каждого из этих сочетаний путем обработки архивного материала должна быть получена удовлетворительная оценка вероятности осуществления различных градаций (фаз) предиктанта — задача явно практически неразрешимая, даже при условии, что наиболее редко встречающиеся сочетания будут исключены из рассмотрения.

По-другому обстоит дело с комплексацией альтернативных прогнозов. Так при включении в комплекс пяти методов число возможных сочетаний формулировок «частных» прогнозов в этом случае равно всего 32, и получение удовлетворительных выборочных оценок вероятностей осуществления каждой (из двух) фаз предиктанта вполне осуществимо при имеющихся рядах наблюдений.

Составление рекомендаций по комплексации прогнозов может рассматриваться как частная задача проблемы разработки статистических методов метеорологических прогнозов, если формулировки «частных» прогнозов считать реализациями значений предикторов, а окончательные формулировки — значений предиктанта [2]. «Табу» статистического прогноза [6] в задаче комплексации может трактоваться как недопустимость включения в виртуальный перечень прогностических методов, проверка которых в данном районе привела к неудовлетворительным результатам. Поскольку при выполнении указанного требования в виртуальном перечне остается, как правило, всего несколько прогностических методов, для окончательного определения оптимального комплекса практически с одинаковым успехом могут использоваться любые стандартные процедуры отбора предикторов.

Для построения таблицы сопряженности удобно, перенумеровав методы, включенные в виртуальный перечень, обозначать результаты частных прогнозов единицей или нулем в соответствующем разряде двоичного числа. Так, например, запись 10.010 означает, что в данном случае методами № 1, 3 и 4 получен прогноз «без грозы» («без тумана» и т. п.), а методами № 2 и 5 — прогноз «гроза» («туман» и т. п.). С учетом указанных обозначений таблица сопряженности принимает следующий вид.

Таблица 1

Осуществилось	ПРОГНОЗЫ						Σ
	00 ... 00	00 ... 01				11 ... 11	
0	n_{11}	n_{12}	...	n_{1i}	...	n_{1k}	n_{10}
1	n_{21}	n_{22}	...	n_{2i}	...	n_{2k}	n_{20}
Σ	n_{01}	n_{02}	...	n_{0i}	...	n_{0k}	n_{00}

Выбор критерия отбора K зависит прежде всего от назначения прогнозов. Для универсальных прогнозов, предназначенных для использования широким кругом потребителей, в качестве такого критерия могут быть использованы выборочные оценки количества информации

$$J = - \left(\frac{n_{10}}{n_{00}} \lg \frac{n_{10}}{n_{00}} + \frac{n_{20}}{n_{00}} \lg \frac{n_{20}}{n_{00}} \right) + \sum_i \frac{n_{0i}}{n_{00}} \left(\frac{n_{1i}}{n_{0i}} \lg \frac{n_{1i}}{n_{0i}} + \frac{n_{2i}}{n_{0i}} \lg \frac{n_{2i}}{n_{0i}} \right), \quad (1)$$

коэффициента сопряженности Пирсона

$$P = \left(\frac{X^2}{n_{00} + X^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

где

$$X^2 = n_{00} \left\{ \sum_i \left(\frac{n_{1i}^2}{n_{10} n_{10}} + \frac{n_{2i}^2}{n_{20} n_{20}} \right) - 1 \right\},$$

коэффициентов Чупрова, Крамера и других характеристик тесноты связей [4].

При специализированных прогнозах, предназначенных для использования потребителем с известной матрицей затрат (табл. 2), для каждого из внутренних столбцов табл. 1 может быть определена окончательная формулировка прогноза, соответствующая минимуму вероятных затрат.

Таблица 2

Фаза, к которой готовится потребитель	Осуществившаяся фаза	
	0	1
0	q_{11}	q_{12}
1	q_{21}	q_{22}

Для i -го столбца табл. 1 при окончательной формулировке прогноза «гроза» (фаза 1) вероятные затраты потребителя (поверившего прогнозу!) составят

$$Q_i = \frac{n_{1i}}{n_{0i}} q_{21} + \frac{n_{2i}}{n_{0i}} q_{22}, \quad (3)$$

а при формулировке «без грозы» (фаза 0)

$$Q_i^0 = \frac{n_{1i}}{n_{0i}} q_{11} + \frac{n_{2i}}{n_{0i}} q_{12}. \quad (4)$$

Лучшей должна быть признана формулировка, соответствующая меньшему из полученных значений (Q_i), а оптимальным комплексом — группа методов, для которой средние вероятные затраты

$$Q = \sum_i \frac{n_{0i}}{n_{00}} Q_i \quad (5)$$

окажутся меньшими, чем для любых других групп методов, включенных в виртуальный перечень.

К сожалению, для большинства потребителей прогностической информации эффективность использования прогнозов определяется целым рядом различных показателей, не сводимых объективно к единой величине «затрат», и построение для таких потребителей табл. 2 становится практически невозможным. Так, например, вряд ли можно охарактеризовать одним числом ущерб, понесенный авиационным подразделением в результате отмены рейсов и в результате аварий и катастроф, вызванных ошибочными прогнозами.

При отсутствии таблицы затрат единственным методом определения «правильной» окончательной формулировки прогноза и сравнительной эффективности различных групп прогностических способов является метод экспертных оценок. Для выяснения возможностей применения этого метода вернемся к рассмотрению формул (3) и (4).

Предположим, что ущерб, понесенный потребителем в результате ошибок «пропуска» (осуществилось не ожидавшееся явление) и ошибок «ложной тревоги» (не осуществилось ожидавшееся явление), значительно превышает ущерб, связанный с метеоусловиями, при оправдавшихся прогнозах данного явления. Тогда выражения (3) и (4) можно представить в виде

$$Q'_i = \frac{n_{2i}}{n_{0i}} q_{12}, \quad (6)$$

$$Q^0_i = \frac{n_{1i}}{n_{0i}} q_{21}. \quad (7)$$

Но, как отмечалось выше, для i -го столбца табл. 1 окончательная формулировка «гроза» («туман» и т. п.) должна приниматься при выполнении неравенства

$$Q^0_i > Q'_i, \quad (8)$$

из которого с учетом формул (6) и (7) окончательно получаем

$$\frac{n_{2i}}{n_{1i}} > 1 / \frac{q_{12}}{q_{21}}. \quad (9)$$

Величина отношения $\frac{q_{12}}{q_{21}}$ и должна быть найдена методом экспертных оценок, реализация которого может состоять, например, в заполнении рядом компетентных представителей обслуживаемой отрасли народного хозяйства (экспертов) анкеты с вопросом: «Во сколько раз, с Вашей точки зрения, ущерб от ошибок пропуска в

среднем большое, чем от ошибок ложной тревоги?» По результатам такого анкетирования находится пороговая величина отношения $\frac{n_{2i}}{n_{1i}}$

$$\left(\frac{n_{2i}}{n_{1i}} \right)^* = 1 / \frac{q_{12}}{q_{21}}, \quad (10)$$

сравнение с которой и позволяет определить лучшие (для данного потребителя) окончательные формулировки прогнозов в каждом столбце табл. 1.

Нетрудно видеть, что аналогичных результатов можно достичь с помощью анкеты, в которой экспертам предлагается подчеркнуть правильное, по их мнению, число в утверждении: к осуществлению данного явления следует готовиться, если его вероятность p^* больше 5, 10, 15, ..., 95 %. В этом случае пороговая величина отношения $\frac{n_{2i}}{n_{1i}}$ легко находится из условия

$$\left(\frac{n_{2i}}{n_{1i}} \right)^* = \frac{p^*}{1 - p^*}. \quad (11)$$

После выбора окончательных формулировок прогнозов для каждого столбца табл. 1 могут быть рассчитаны нормированные минимальные вероятные затраты $\frac{Q_i}{q_{21}}$

$$\frac{Q_i}{q_{21}} = \frac{n_{2i}}{n_{0i}} \frac{q_{12}}{q_{21}} \quad (12)$$

или

$$\frac{Q_i^0}{q_{21}} = \frac{n_{1i}}{n_{0i}}. \quad (13)$$

Для определения оптимального комплекса сопоставляются рассчитанные для различных групп методов виртуального перечня средние нормированные вероятные затраты

$$\frac{Q}{q_{21}} = \sum_{(i)} \frac{n_{0i}}{n_{00}} \frac{Q_i}{q_{21}}. \quad (14)$$

Контроль надежности результатов отбора прогностических методов наиболее просто выполняется при разбиении архивного материала на две непересекающихся выборки [2]. Однако при небольшом объеме архива такой подход может привести к необоснованному уменьшению числа методов, включенных в оптимальный комплекс. В этих ситуациях более эффективными являются методы контроля, основанные на проверке «нулевой» гипотезы, согласно которой различия в значениях критерия отбора между сравниваемыми группами методов вызываются чисто случайными причинами (ограниченностью выборки) и поэтому не должны учитываться при выработке прогностических рекомендаций.

Проверка нулевой гипотезы осуществляется либо исходя из предполагаемого закона распределения выборочных оценок критерия отбора, либо по результатам статистических испытаний.

Алгоритмы комплексации могут разрабатываться для двух вариантов задачи. В первом из них предполагается, что состав оптимального комплекса постоянен (т. е. не зависит от формулировок прогнозов, полученных комплексированными методами). При реализации алгоритма прогнозы всеми отобранными методами могут составляться параллельно (одновременно).

Второй вариант предусматривает составление прогноза вначале одним «лучшим» методом, затем, в зависимости от результатов этого прогноза, находится второй метод, образующий с первым «лучшую» пару и т. д. Реализация алгоритма связана с построением графа, определяющего целый ряд оптимальных комплексов.

Вообще говоря, алгоритмы второго типа обеспечивают более высокую (во всяком случае не менее высокую) успешность прогнозов, чем алгоритмы первого типа, однако получение надежных прогностических рекомендаций при втором варианте комплексации требует привлечения большего архива.

Проиллюстрируем приведенные выше положения конкретным примером комплексации альтернативных прогнозов дневных гроз для района Киева.

Исходная выборка была составлена из прогнозов, разрабатывавшихся в летние месяцы 1958, 1959 и 1966 гг. методами Г. Фауста (метод № 1), Р. Вайтинга (метод № 2), А. В. Фатеева (метод № 3), А. Симиля (метод № 4) и И. А. Славина (метод № 5). Полученное по материалам исходной выборки распределение случаев гроз представлено в табл. 3.

Для определения оптимального комплекса применялась процедура просеивания, причем в качестве критериев отбора использо-

Таблица 3

Осуществилось	ПРЕДСКАЗАНО											
	00000	00001	00010	00011	00100	00101	00110	00111	01000	01001	01011	01100
К	62	22	1	1	18	1	1	3	1	5	1	3
К	18	4	1	4	16	6	3	6	0	5	0	3
Оптимальная стратегия	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К

Осуществилось	ПРЕДСКАЗАНО											
	01101	01111	10000	10001	10110	10111	11001	11011	11101	11110	11111	Σ
К	3	4	1	1	0	4	4	0	3	1	9	149
К	9	5	0	4	1	5	3	2	3	0	28	126
Оптимальная стратегия	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	

вались: для универсальных прогнозов — количество прогностической информации и для специализированных прогнозов — средние нормированные вероятные затраты потребителя. Контроль статистической значимости осуществлялся путем проверки нулевой гипотезы и привлечения дополнительного архивного материала.

Рассмотрим основные результаты, полученные для каждого из вариантов задачи.

1. Комплексация параллельных универсальных прогнозов

По итогам первого шага отбора в оптимальный комплекс был включен метод № 3 (табл. 4).

Таблица 4

№ методов	1	2	3	4	5
J , дед	0,01489	0,01276	0,02977	0,01950	0,01497

При проверке значимости, проводившейся методом Монте Карло (40 испытаний), во всех случаях получены значения J , меньшие J_3 . Поэтому нулевая гипотеза (утверждающая, что при $n \rightarrow \infty J \rightarrow 0$) была отклонена, и метод № 3 оставлен в оптимальном комплексе.

После второго шага отбора в комплекс дополнительно включен метод № 4 (табл. 5).

Таблица 5

№ методов	3,1	3,2	3,4	3,5
J , дед	0,03216	0,02979	0,03337	0,03308

При 40 статистических испытаниях значение J , большее $J_{3,4}$, также не было получено ни разу.

В результате третьего шага (табл. 6) в комплекс включен метод № 2. Из 40 испытаний значение $J > J_{3,4,2}$ было получено 2 раза. Таким образом на уровне около 5%, признанном нами достаточным, нулевая гипотеза и в этом случае должна быть отклонена.

Таблица 6

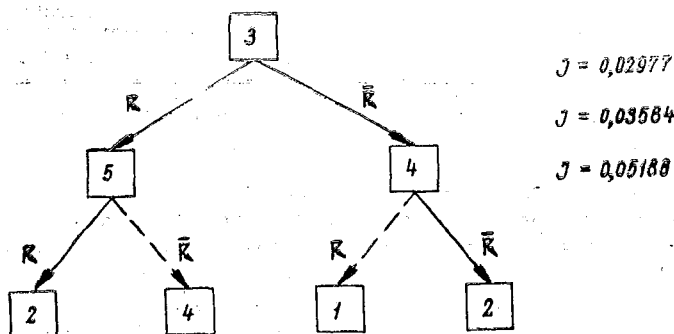
№ методов	3, 4, 1	3, 4, 2	3, 4, 5
J , дед	0,03888	0,04791	0,03826

Попытка включения в комплекс еще одного метода оказалась безуспешной, так как по результатам испытаний значения J , большие табличного, были получены в 6 случаях из 40, что на принятом уровне не дает оснований для отклонения нулевой гипотезы. Поэтому в оптимальный комплекс были включены только методы № 3, 4 и 2.

Среднее увеличение информативности прогнозов, достигнутое в результате комплексации, составило для исходной выборки (по сравнению с прогнозами методом № 3) 54 %.

2. Комплексация последовательных универсальных прогнозов

Результаты отбора оптимальных комплексов представлены на рисунке. Внутри прямоугольников на этом рисунке указаны номера методов, а символами у стрелок обозначены формулировки прогнозов, полученных данным методом. В правой части рисунка приведены средние значения количества информации при включении в комплекс одного, двух и трех методов.



Контроль статистической значимости в этом варианте задачи осуществлялся также путем проверки нулевой гипотезы, однако, в отличие от первого варианта, для проверки привлекалось теоретическое распределение удельного количества информации [1]. На принятом уровне (5%) нулевая гипотеза была отклонена для комплексов из одного, двух прогностических методов и комплексов $3 \rightarrow 5 \rightarrow 2$ и $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$. Для комплексов $3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$ и $3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ и комплексов большей размерности проверка не дает оснований для отклонения гипотезы. Поэтому при последовательной комплексации может быть рекомендовано использование только ветвей графа, показанных на рисунке сплошными линиями.

Согласно рисунку, разработка частных прогнозов должна производиться в такой последовательности: вначале используется метод № 3, затем, если получен прогноз «гроза» — метод № 5, а при прогнозе «без грозы» — метод № 4 и т. д. Окончательная формулировка прогноза определяется по таблице условных повторяемостей.

Использование в рассмотренном варианте нескольких различных комплексов привело по материалам исходной выборки к дополнительному увеличению информативности прогнозов (по сравнению с первым вариантом комплексации) на 8 %.

3. Комплексация параллельных специализированных прогнозов

Определение оптимального комплекса производилось в предположении, что полученное методом экспертных оценок пороговое значение вероятности гроз $p^* = 0,4$ ($\frac{q_{12}}{q_{21}} = 1,5$). Рекомендации потребителю прогнозов при указанном значении p^* приведены в последней строке табл. 3.

В результате применения процедуры просеивания в оптимальный комплекс были последовательно включены методы № 3, 4, 1, 2. Средние нормированные вероятные затраты для оптимальных комплексов различной размерности приводятся в табл. 7.

Таблица 7

№ методов	3	3, 4	3, 4, 1	3, 4, 1, 2
$\frac{Q}{q_{21}} n_{00}$	106,5	104	99,5	97

С целью контроля статистической значимости полученных результатов была проанализирована дополнительная серия из 148 прогнозов, составлявшихся рассматриваемыми методами в 1964—1965 гг. По материалам дополнительной выборки также строилась таблица распределения, причем в последней строке этой таблицы проставлялись те же символы, что и в соответствующих столбцах табл. 3.

Затем при $p^* = 0,4$ для каждого из комплексов были определены нормированные вероятные затраты, сопоставление которых показало, что включение в комплекс трех и более методов не может считаться оправданным, так как приводит (для дополнительной выборки) не к снижению, а к увеличению этих затрат. Поэтому в окончательном комплексе было оставлено всего два метода (№ 3 и № 4).

Полученное в результате комплексации снижение вероятных затрат составило (по сравнению с прогнозами методом № 3) 2,3%.

4. Комплексация последовательных специализированных прогнозов

Состав оптимальных комплексов из двух методов оказался одинаковым (методы № 3 и № 4). Комплексы большей размерности в соответствии с выводами варианта 3 не формировались. Таким образом, для рассматриваемого потребителя при привлеченном объеме архивного материала последовательная разработка прогнозов не дает никаких дополнительных преимуществ.

Автор благодарит С. Я. Семенова, выполнившего часть приведенных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Валь Е. Статистическое энтропическое соотношение, как вспомогательное средство для решения проблемы прогноза. — В кн.: Вопросы предсказания погоды, Л., Гидрометеониздат, 1958.
 2. Воробьев В. И., Волконский Ю. Н. Некоторые алгоритмы разработки физико-статистических методов авиационных прогнозов погоды. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51.
 3. Зверев А. С. Синоптическая метеорология и основы предвычисления погоды. Л., Гидрометеониздат, 1968.
 4. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М., «Наука», 1973.
 5. Пономаренко С. И., Лебедева Н. В., Чистяков А. Д. Методические указания. Оценка способов прогноза гроз и рекомендации по их использованию. Л., Гидрометеониздат, 1971.
 6. Яглом А. М. Статистические методы экстраполяции метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1963. (Труды Всесоюзного научного метеорологического совещания. Т. 2).
-

Б. Д. ПАНИН (ЛГМИ), Е. Т. НИКОНОВА (ВИКИ)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПУТНИКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В СХЕМЕ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО АНАЛИЗА, ОСНОВАННОЙ НА ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПО ПОЛНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Метеорологическая информация, получаемая в результате интерпретации спутниковых данных, является несинхронной по времени и разнородной по точности. Вследствие этого использование такой информации в оперативной практике сопряжено с значительными трудностями, связанными с необходимостью приведения этих данных к определенным срокам и согласования их с другими видами информации.

В настоящее время проводятся интенсивные исследования по вопросам использования несинхронной и разнородной информации, разработаны различные способы непрерывного усвоения этих данных с помощью пространственно-временного (четырёхмерного) анализа [1—6]. Четырёхмерный анализ может производиться на основе формальных или статистических принципов пространственно-временной интерполяции, либо на основе прогностических моделей и моделей общей циркуляции.

Четырёхмерный анализ и непрерывное усвоение разнородных и несинхронных данных с помощью прогностических моделей в общих чертах сводится к следующему. По исходным полям, построенным по данным измерений на сети станций, рассчитывается прогноз на момент времени, в который произведены спутниковые измерения. Счет прерывается, происходит интерпретация спутниковой информации, а затем — модификация прогностических полей на соответствующей территории и продолжение счета до следующего срока получения наземных или спутниковых измерений. Такая процедура повторяется многократно.

Таким образом, в процессе четырёхмерного анализа за счет введения фактических данных уточняются как прогностические поля, так и анализ на плохоосвещенной территории (за счет реализации динамического анализа [10, 11]). В рамках четырёхмерного анализа представляется также возможность решить проблему граничных условий, необходимых для реализации методов интерпретации спутниковых данных, сводящихся к решению краевых задач.

В качестве граничных условий для таких задач могут быть использованы прогностические данные.

При построении схем четырехмерного анализа возникает вопрос о том, каким образом производить согласование вводимых и прогностических данных. Одно из основных требований к согласованию состоит в том, чтобы в процессе дальнейшего интегрирования по времени не возникали паразитарные возмущения, приводящие к потере вычислительной устойчивости. Кроме этого, представляется также важным вопрос о том, как часто и какими порциями следует вводить спутниковые данные в схему четырехмерного анализа, так как от размеров вводимых массивов зависит степень их несинхронности и несогласованности. Вопрос этот не простой и при решении его следует исходить из точности спутниковых данных, а также учитывать свойства прогностической модели и технические возможности ЭЦВМ, на которой реализуется схема четырехмерного анализа.

По предварительным оценкам можно считать, что при введении в схему четырехмерного анализа массивов спутниковых данных, полученных в пределах одного витка, несинхронность можно не учитывать. Массивы, содержащие спутниковые данные с двух и более витков, необходимо привести к одному моменту времени. Такое приведение можно осуществить, например, способом, описанным ниже. При согласовании же спутниковых данных с прогностическими полями целесообразно использовать процедуру псевдопрогноза [12], так как при этом обеспечивается также согласование с уравнениями прогностической схемы.

Наиболее подходящей основой для четырехмерного анализа являются гидродинамические прогностические модели или модели общей циркуляции, так как в рамках этих моделей без привлечения дополнительных алгоритмов естественным образом реализуется как учет несинхронности по времени, так и согласование разнородной информации.

Рассмотрим проблему непрерывного усвоения спутниковой информации на основе прогностической модели, описанной в работе [9]. Система уравнений модели, записанная в изобарической системе координат, включает:

уравнения движения вдоль осей x и y

$$\frac{\partial u}{\partial t} + m \left(\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} \right) + \frac{\partial u \omega}{\partial \zeta} - lv = -mg \frac{\partial H}{\partial x} + \left(-\frac{g}{RT} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\kappa \zeta^2 \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + m \left(\frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} \right) + \frac{\partial v \omega}{\partial \zeta} + lu = -mg \frac{\partial H}{\partial y} + \left(-\frac{g}{RT} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\kappa \zeta^2 \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right); \quad (2)$$

уравнение статики

$$T = -\frac{g\zeta}{R} - \frac{\partial H}{\partial \zeta}; \quad (3)$$

уравнение неразрывности

$$m \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} = 0; \quad (4)$$

уравнение притока тепла

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + m \left(\frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega T}{\partial \zeta} - \frac{\gamma_a}{g} RT \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} = \\ = \frac{g}{c_p p_0} \left(\frac{\partial Q_{\lambda}}{\partial \zeta} + \frac{\partial Q_{\tau}}{\partial \zeta} \right) + \frac{Lm'}{c_p}; \quad (5) \end{aligned}$$

уравнение для влажности

$$\frac{\partial q}{\partial t} + m \left(\frac{\partial uq}{\partial x} + \frac{\partial vq}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega q}{\partial \zeta} = m' + \left(\frac{g}{RT} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\kappa \frac{\partial q}{\partial \zeta} \right), \quad (6)$$

где $\omega = \frac{1}{p_0} \frac{dp}{dt}$, $\zeta = \frac{p}{p_0}$ — вертикальная координата; κ — коэффициент вертикального турбулентного перемешивания; m' — количество сконденсировавшегося водяного пара в единице массы воздуха за единицу времени; Lm' , $\frac{\partial Q_{\lambda}}{\partial \zeta}$, $\frac{\partial Q_{\tau}}{\partial \zeta}$ — притоки тепла за счет фазового, лучистого и турбулентного теплообмена соответственно; m — масштабный множитель, остальные обозначения общепринятые.

С привлечением ряда диагностических соотношений, в том числе и уравнений переноса радиации, систему уравнений (1) — (6) можно замкнуть и интегрировать во времени.

Уравнения переноса записываются в виде:

$$\frac{\zeta g}{RT} \frac{\partial G^{\downarrow}}{\partial \zeta} = -\rho_n \kappa' (G^{\downarrow} - B), \quad (7)$$

$$\frac{\zeta g}{RT} \frac{\partial U^{\uparrow}}{\partial \zeta} = +\rho_n \kappa' (U^{\uparrow} - B), \quad (8)$$

$$-\frac{\zeta g}{RT} \sinh \frac{\partial F}{\partial \zeta} = \kappa'' \rho_n F, \quad (9)$$

где $G^{\downarrow}$ и $U^{\uparrow}$ — потоки нисходящей и восходящей длинноволновой радиации; F — поток солнечной радиации; ρ_n — плотность поглощающих радиацию газов; κ' и κ'' — массовые коэффициенты поглощения длинноволновой и солнечной радиации; h — высота солнца; B — функция Стефана-Больцмана.

Система уравнений (1) — (9) позволяет рассчитывать шесть неизвестных функций (u, v, ω, H, T, q) по их начальным значениям.

Задача решается при следующих граничных условиях. На верхней границе атмосферы при $\xi = 0$:

$\omega = 0, q = 0, G^\dagger = 0, F_0 = 1,98 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{мин}$ (солнечная постоянная),

$$\kappa \zeta^2 \frac{\partial u}{\partial \zeta} = \kappa \zeta^2 \frac{\partial v}{\partial \zeta} = \kappa \zeta^2 \frac{\partial T}{\partial \zeta} = 0.$$

На уровне подстилающей поверхности при $\xi = 1$:

$$\omega = -\frac{g^2}{RTl} \sqrt{\frac{\kappa}{2l}} \nabla^2 H - \frac{0,6g}{p_0 l} (p_p, z_p), + \frac{g}{Rl} \left(\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right),$$

$$q = s \cdot q_{\max} (0,3 \leq s \leq 1,0),$$

$$U^\dagger = \delta_0 T_*^4 + (1 - \delta_0) G^\dagger,$$

$$F^\dagger = F^\dagger A_0,$$

$$-\frac{c_p g p}{R^2 T^2} + \kappa \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \kappa^* \frac{\partial T^*}{\partial z} + \frac{g p L}{k^2 T^2} \cdot \kappa \frac{\partial q}{\partial \zeta} = F^\dagger + G^\dagger - U^\dagger - F^\dagger A_0,$$

где z_p — высота рельефа; $(p_p, z_p) = \frac{\partial p_p}{\partial x} \frac{\partial z_p}{\partial y} - \frac{\partial p_p}{\partial y} \frac{\partial z_p}{\partial x}$;

p_p — давление на уровне рельефа; A_0 — альbedo подстилающей поверхности; T_* и κ^* — температура и коэффициент теплопроводности подстилающей поверхности; z — вертикальная координата, отсчитываемая от уровня подстилающей поверхности; δ_0 — излучательная способность подстилающей поверхности.

На боковых границах области задается условие скольжения, т. е. равенство нулю нормальных к границе составляющих скорости ветра $c_n = 0$. Значения H, T и q на боковых границах непосредственно не прогнозируются, а интерполируются из прилегающих к границам внутренних областей.

Система уравнений (1) — (9) решается на прямоугольной сеточной области с шагом $\Delta x = \Delta y = 300 \text{ км}$, размером $30 \times 30 = 900$ узлов. Центральный узел сетки совпадает с северным полюсом, ось x на карте полярной стереографической проекции совпадает с меридианом 125° в. д., а ось y — с меридианом 145° з. д. По вертикали размер шага различен и определяется разностью $\Delta \xi$ между основными изобарическими уровнями: 1000, 850, 700, 500, 300, 200 и 100 мбар.

Система уравнений этой модели нелинейна и может быть проинтегрирована только с помощью численных методов. При интегрировании уравнения модели используются в дивергентной форме. Все пространственные производные заменяются центральными разностями за исключением узлов, прилегающих к границам, в которых используются направленные разности. Учитывая громоздкость рас-

четной схемы, а также в целях экономии «памяти» ЭВМ, вычисления всех функций производятся лишь в тех узлах сетки, где это требуется для конечно-разностных аналогов дифференциальных уравнений. С этой целью используется пространственно-временная «расшатанная» сетка А. Элиассена, в которой сеточные значения, вычисляемые на каждом шаге по времени, чередуются от шага к шагу в шахматном порядке. Для записи конечно-разностных аналогов уравнений модели [9] применительно к этой сетке используются следующие разностные и сглаживающие операторы:

$$\begin{aligned}\psi_x &\equiv \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} (\psi_{i+\frac{1}{2},j} - \psi_{i-\frac{1}{2},j}), \quad \psi_{xx} \equiv \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} (\psi_{i+1,j} + \\ &\quad + \psi_{i-1,j} - 2\psi_{i,j}), \\ \psi_y &\equiv \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{\Delta y} (\psi_{i,j+\frac{1}{2}} - \psi_{i,j-\frac{1}{2}}), \quad \psi_{yy} \equiv \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2} (\psi_{i,j+1} + \\ &\quad + \psi_{i,j-1} - 2\psi_{i,j}), \\ \bar{\psi}^x &= \frac{1}{2} (\psi_{i-\frac{1}{2},j} + \psi_{i+\frac{1}{2},j}), \quad \bar{\psi}^{xx} = \frac{1}{4} (\psi_{i+1,j} + 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}), \\ \bar{\psi}^y &= \frac{1}{2} (\psi_{i,j-\frac{1}{2}} + \psi_{i,j+\frac{1}{2}}), \quad \bar{\psi}^{yy} = \frac{1}{4} (\psi_{i,j+1} + 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}), \\ \psi_\zeta &\equiv \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = \frac{1}{\Delta \zeta} (\psi_{i,j,\kappa+1} - \psi_{i,j,\kappa-1}), \\ \psi_t &\equiv \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} (\psi_{i,j,\kappa}^{\theta+1} - \psi_{i,j,\kappa}^{\theta-1}), \quad \bar{\psi}^t = \frac{1}{2} (\psi_{i,j,\kappa}^{\theta+1} + \psi_{i,j,\kappa}^{\theta-1}),\end{aligned}$$

где ψ — рассчитываемая функция; κ — номер уровня; ζ — вертикальная координата, остальные обозначения общепринятые.

С учетом этих операторов интегрирование по времени осуществляется с помощью уравнений в следующей форме:

$$\begin{aligned}u_t &= -m \frac{\overline{(u^2)}_x + \overline{(uv)}_y}{\overline{\omega}_\zeta} - \overline{lu} \frac{\overline{v}}{\overline{\omega}_\zeta} - \overline{gm} \frac{\overline{H_x}}{\overline{\omega}_\zeta} + \\ &\quad + \left(\frac{g}{RT} \right)^2 (\kappa \zeta^2 \overline{u_\zeta})_\zeta, \\ v_t &= -m \frac{\overline{(uv)}_x + \overline{(v^2)}_y}{\overline{\omega}_\zeta} - \overline{lv} \frac{\overline{u}}{\overline{\omega}_\zeta} - \overline{gm} \frac{\overline{H_y}}{\overline{\omega}_\zeta} + \\ &\quad + \left(\frac{g}{RT} \right)^2 (\kappa \zeta^2 \overline{v_\zeta})_\zeta,\end{aligned}$$

$$\overline{\overline{T}}_{x,y}^t = -\frac{g}{R} \overline{\overline{\zeta}}_{\zeta}^t \overline{\overline{H}}_{x,y}^t,$$

$$\overline{[m(\overline{u}_x + \overline{v}_y) + \overline{\omega}_z]}^t = 0,$$

$$\begin{aligned} T_t = & -m \overline{[(uT)_x + (vT)_y]}^t - (\overline{\omega T})_{\zeta}^t + \frac{R}{g} \overline{\gamma_a}_{\zeta}^t \frac{\overline{\omega T}_{x,y}^t}{\zeta} + \\ & + \frac{g}{c_p p_0} \overline{[(Q_{\pi})_{\zeta} + (Q_T)_{\zeta}]}^{x,y} + \frac{Lm'}{c_p}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_t = & -m \overline{[(uq)_x + (vq)_y]}^t - (\overline{\omega q})_{\zeta}^t + m' \overline{\overline{q}}_{x,y}^t + \\ & + \left(\frac{g}{RT} \right)^2_{x,y} \overline{(\kappa_{\zeta}^2 q_{\zeta})_{\zeta}}^t. \end{aligned}$$

Осреднение по времени, примененное к уравнениям (1)–(6), осуществляется следующим образом.

По исходным значениям в момент времени t по схеме Эйлера определяются все функции в момент $t + \delta t$. Затем, используя значения функций в моменты t и $t + \delta t$, производится их осреднение. Осредненные значения вновь используются для вычисления производных по времени и окончательных значений в момент времени $t + \delta t$. Как видно из уравнения притока тепла, осреднение по времени не применяется к членам, описывающим неадиабатические притоки тепла.

Процедура четырехмерного анализа с помощью описанной прогностической модели была реализована на ЭВМ. Уравнения модели интегрировались от начального состояния за 03 часа 29 августа 1967 г. При анализе исходного состояния использовались данные на сети станций и значения климатических норм в тех районах, где данные отсутствовали. Начальное поле ветра было получено с помощью процедуры псевдопрогноза.

По данным об облачности, снятым с синоптических карт и карт нефанализа (за промежуток времени от 9 до 18 часов 29 и 30 августа 1967 г.), с помощью метода корреляции гармоник [7, 8] были получены поля H_{400} и p_{00} (приземного давления) для акватории Северной Атлантики и прилегающих районов Европы и Северной Америки. При решении уравнения Пуассона граничные условия использовались за 15 часов.

Для уточнения и приведения полей приземного давления p_{00} и H_{400} к синоптическим срокам использовалась двухпараметровая

прогностическая модель, которая строится на основе гипотез квазигеострофичности и квазиполитропности.

В качестве основных уравнений этой модели примем уравнение вихря скорости и уравнение притока тепла, которые запишем в изобарической системе координат:

$$\frac{\partial \Omega_p}{\partial t} + u \frac{\partial (\Omega_p + l)}{\partial x} + v \frac{\partial (\Omega_p + l)}{\partial y} + \tau \frac{\partial (\Omega_p + l)}{\partial p} = (\Omega_p + l) \frac{dp}{dt}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{RT(\gamma_a - \gamma)}{gp} \tau = 0, \quad (11)$$

где Ω_p — вертикальная составляющая вихря скорости; $\tau = \frac{dp}{dt}$ — аналог вертикальной скорости в изобарической системе координат.

Используя уравнение статики и считая движение геострофическим, уравнение (11) запишем в виде

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t \partial p} + u_g \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial p} + v_g \frac{\partial^2 H}{\partial y \partial p} + \frac{R^2 T(\gamma_a - \gamma)}{g^2 p^2} \tau = 0. \quad (12)$$

Примем, что давление на уровне тропопаузы неизменно и равно p_1 , а давление в середине тропосферы — p_c определяется соотношением

$$p_c = \frac{p_1 + p_{00}}{2}, \quad (13)$$

где p_{00} — приземное давление, приведенное к уровню моря.

Будем считать $\frac{\partial H}{\partial x}$ и $\frac{\partial H}{\partial y}$ линейными функциями от p так, что $\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial p}$ и $\frac{\partial^2 H}{\partial y \partial p}$ от p не зависят, а

$$\frac{\partial^2 H}{\partial s \partial p} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{H_c}{p_c - p_{00}} \right) \approx \frac{1}{p_1 - p_c} \frac{\partial H_c}{\partial s}, \quad (14)$$

где H_c — высота уровня с давлением $p = p_c$, $s = \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$.

Тогда для геострофических составляющих ветра на уровне $p(u_{g,p}; v_{g,p})$ и вертикальной составляющей геострофического вихря $(\Omega_{p,g})$ справедливы соотношения:

$$\left. \begin{aligned} u_{g,p} &= -\frac{g}{l} \left(\frac{\partial H_c}{\partial y} + \frac{R}{g} \frac{p-p_c}{p_1-p_{00}} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \frac{\partial \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}}{\partial y} \right), \\ v_{g,p} &= \frac{g}{l} \left(\frac{\partial H_c}{\partial x} + \frac{R}{g} \frac{p-p_c}{p_1-p_{00}} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \frac{\partial \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}}{\partial x} \right), \\ \Omega_{p,g} &= \frac{g}{l} \left(\nabla^2 H_c + \frac{R}{g} \frac{p-p_c}{p_1-p_{00}} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \nabla^2 \overline{T}_{p_{00}}^{p_c} \right), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где $\overline{T}_{p_{00}}^{p_c}$ — средняя температура слоя $p_{00} \div p_c$.

Из выражений (15) и (13) следует, что

$$\left. \begin{aligned} u_{g,p_1} &= u_{g,p_c} - \frac{R}{2l} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \frac{\partial \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}}{\partial y}, \quad v_{g,p_1} = v_{g,p_c} + \\ &\quad + \frac{R}{2l} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \frac{\partial \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}}{\partial x}, \\ u_{g,p_{00}} &= u_{g,p_c} + \frac{R}{2l} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \frac{\partial \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}}{\partial y}, \quad v_{g,p_{00}} = v_{g,p_c} - \\ &\quad - \frac{R}{2l} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \frac{\partial \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Примем, что $\tau = 0$ при $p = p_1$ и $p = p_{00}$, а при $p_1 < p < p_{00}$

$$\tau(p) = \tau(p_c) \left[1 - \left(\frac{p-p_c}{p_1-p_c} \right)^2 \right]. \quad (17)$$

Из уравнения (17) следует, что

$$\left. \frac{\partial \tau}{\partial p} \right|_{p=p_1} = \frac{4\tau(p_c)}{p_{00}-p_1}, \quad \left. \frac{\partial \tau}{\partial p} \right|_{p=p_{00}} = -\frac{4\tau(p_c)}{p_{00}-p_1}. \quad (18)$$

С учетом выражений (13), (15), (16), (18) запишем уравнение (10) для уровней p_1 и p_{00} и вычтем полученные уравнения одно из другого.

В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nabla^2 \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}}{\partial t} + \frac{g^2}{l} (H_c, \nabla^2 \overline{T}_{p_{00}}^{p_c}) + \left(\overline{T}_{p_{00}}^{p_c}, \frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right) = \\ = \frac{2\tau(p_c) l}{R \ln \frac{p_{00}}{p_c} (p_c - p_1)} \left(\frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Для уровня p_c , который будем считать бездивергентным, уравнение (10) запишем в виде

$$\frac{\partial \nabla^2 H_c}{\partial t} + \left(H_c, -\frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right) = 0. \quad (20)$$

В результате интегрирования уравнения (12) по p в пределах от p_c до p_{00} получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}}{\partial t} + R \ln \frac{p_{00}}{p_c} (H_c, \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}) + \frac{R}{g} F \cdot \tau(p_c) &= 0, \quad (21) \\ \text{где } F &= \frac{\gamma - \gamma_a}{g p_c} R \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c} \int_{p_c}^{p_{00}} \left[1 - \left(\frac{p - p_c}{p_1 - p_c} \right)^2 \right] \frac{dp}{p} = \\ &= \frac{R \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}}{g} (\gamma - \gamma_a) \left[\frac{1}{2} \frac{p_c + p_1}{p_c (p_c - p_1)} - \frac{2 p_1 p_c - p_1^2}{p_c (p_c - p_1)^2} \ln \frac{p_{00}}{p_c} \right]. \end{aligned}$$

После исключения $\tau(p_c)$ с помощью выражения (21) уравнение (19) записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nabla^2 \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}}{\partial t} + \frac{2 g l \left(-\frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right)}{F R^2 (p_c - p_1) \ln \frac{p_{00}}{p_c}} \frac{\partial \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}}{\partial t} + \frac{g^2}{l^2} (H_c, \nabla^2 \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}) + \\ + \left(\bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}, \frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right) + \frac{2 g \left(\frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right)}{F R (p_c - p_1)} (H_c, \bar{T}_{p_{00}}^{-p_c}) = 0. \quad (22) \end{aligned}$$

Уравнение (20) является уравнением Пуассона относительно $\frac{\partial H_c}{\partial t}$, а уравнение (22) — уравнением Гельмгольца относительно $\frac{\partial \bar{T}_{p_{00}}}{\partial t}$. Решение конечно-разностных аналогов этих уравнений удобно строить методом релаксаций по схеме:

$$\begin{aligned} R_{i,j}^{\gamma, \nu+1} &= \varphi_{i+1,j}^{\gamma} + \varphi_{i,j+1}^{\gamma} + \varphi_{i-1,j}^{\gamma+1} + \varphi_{i,j-1}^{\gamma+1} - (1 + \mu) \varphi_{i,j}^{\gamma} - \delta s^2 \tilde{L}_{i,j}, \\ \varphi_{i,j}^{\gamma+1} &= \varphi_{i,j}^{\gamma} + \alpha R_{i,j}^{\gamma, \nu+1}, \quad \max_{G_i} |R_{i,j}^{\gamma, \nu+1}| \leq \varepsilon, \end{aligned}$$

где

$$\varphi = \left| \frac{\partial H_c}{\partial t} \delta t \right|, \quad \mu = \left| \frac{2 g l \left(\frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right)}{F R^2 (p_c - p_1) \ln \frac{p_{00}}{p_c}} \right|,$$

$$\tilde{L} = \left| \begin{aligned} & - \left(H_c, \frac{g}{l} \nabla^2 H + l \right) (\pm \delta t) \\ & - \left\{ \frac{g^2}{l^2} (H_c, \nabla^2 T_{p_{00}}) + (T_{p_{00}}, \frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{2g \left(\frac{g}{l} \nabla^2 H_c + l \right)}{F(p_c - p_l)} (H_c, T_{p_{00}}) \right\} (\pm \delta t) \end{aligned} \right|.$$

Граничные условия в виде $\varphi_\Gamma = 0$ ставятся на контуре Γ , ограничивающем область G .

Рассмотрим, каким образом можно учесть несинхронность и привести исходные данные к одному моменту времени при использовании метода корреляции гармоник на этапе получения параметров регрессии, связывающих одноименные коэффициенты разложения полей оператора Лапласа $\nabla^2 H$ и некоторой функции $L(x, y)$.

Под $L(x, y)$ будем понимать любую функцию, определяемую по спутниковым данным (например, количество облачности и др.). Будем предполагать, что при реализации метода корреляции гармоник используются ортогональные функции $\varphi_l(y)$ и $\varphi_k(x)$, с помощью которых поля $\nabla^2 H(x, y)$ и $L(x, y)$ представляются разложениями вида:

$$\nabla^2 H(x, y) = \sum_{k+l=0}^M A_{kl}^{\nabla} \varphi_k(x) \varphi_l(y), \quad (23)$$

$$L(x, y) = \sum_{k+l=0}^M A_{kl}^L \varphi_k(x) \varphi_l(y). \quad (24)$$

Согласно методу корреляции гармоник, для одноименных коэффициентов разложения необходимо построить уравнения регрессии, которые в простейшем (линейном) случае записываются в виде:

$$A_{kl}^{\nabla} = a_{kl} A_{kl}^L + b_{kl}, \quad (25)$$

где a_{kl} и b_{kl} — параметры, подлежащие определению.

Очевидно, что параметры a_{kl} и b_{kl} следует определять с помощью A_{kl}^{∇} и A_{kl}^L , полученных в результате разложения полей $\nabla^2 H$ и L в пределах одной и той же территории за один и тот же момент времени. В действительности поля $\nabla^2 H$ рассчитываются по картам барической топографии, построенным по синхронным радиозондовым данным за синоптические сроки, а поля функции L определяются по несинхронным спутниковым данным, которые в общем случае могут быть существенно сдвинуты по времени относительно синоптических сроков. Поэтому, прежде чем определять параметры регрессии a_{kl} и b_{kl} , следует синхронизировать поля $\nabla^2 H$ и L в исходных выборках. В противном случае несинхронность полей $\nabla^2 H$ и L отразится на качестве интерпретации, так как пространственно-

временные связи между этими полями, которые найдут отражение в значениях параметров a_{kl} и b_{kl} , не будут соответствовать ситуациям, подлежащим анализу за пределами исходных выборок.

При решении вопроса о том, какое из полей ($\nabla^2 H$ или L) следует приводить в соответствие по времени к другому, необходимо считаться с возможностями построения схем пространственно-временной интерполяции. На первый взгляд представляется, что целесообразно приводить поля L к синоптическим срокам, за которые построены поля $\nabla^2 H$. Однако, учитывая, что для пространственно-временной интерполяции $\nabla^2 H$ можно использовать достаточно хорошо изученные прогностические модели, представляется целесообразным приводить поля $\nabla^2 H$ к времени спутниковых измерений.

Задача пространственно-временной интерполяции $\nabla^2 H$ решается с помощью обычной процедуры прогноза по исходным значениям H_c за сроки наблюдения, близкие к времени спутниковых измерений на сеточной области, охватывающей полосы обзора, в пределах которых предполагается проводить интерпретацию. Чтобы по возможности исключить влияние фиктивных граничных условий $\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|_{\Gamma} = 0$, сеточную область G , где задаются начальные значения H_c , следует брать большей, чем область G' , в пределах которой предполагается проводить интерпретацию ($G' \subset G$). Учитывая оценки влияния несинхронности, шаг по времени δt примем равным двум минутам.

Пространственно-временная интерполяция $\nabla^2 H$ к времени спутниковых измерений выполняется так же, как прогноз. Сначала определяются значения сдвига по времени $\Delta t_{i,j}$ спутниковых измерений относительно данных H_c для всех узлов в пределах сеточной области G . В общем случае $\Delta t_{i,j}$ могут быть положительные, отрицательные и нулевые. Затем рассчитываются

$\nabla^2 H_{i,j}^{t_0 \pm \delta t}$ и $\left(H, \frac{g}{l} \nabla^2 H + l \right)_{i,j}$ для всех узлов области G :

$$\nabla^2 H_{i,j}^{t_0 \pm \delta t} = \nabla^2 H_{i,j}^{t_0} - \left(H, \frac{g}{l} \nabla^2 H + l \right)_{i,j} (\pm \delta t), \quad (26)$$

где t_0 — исходный момент времени (соответствующий синоптическому сроку наблюдения). Знак у δt выбирается в соответствии со знаком $\Delta t_{i,j}$. После этого решается уравнение Пуассона для всей области G :

$$\nabla^2 H_{i,j}^{t_0 \pm \delta t} = F_{i,j}, \quad (27)$$

где $F_{i,j} = \left(H, \frac{g}{l} \nabla^2 H + l \right)_{i,j} (\pm \delta t)$ при условии $\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|_{\Gamma} = 0$ на контуре, ограничивающем область G .

Затем для узлов, где $|\delta t| < |\Delta t_{i,j}|$, рассчитываются значения функции $F_{i,j}$, и все вычисления повторяются до тех пор, пока $|\pm N \cdot \delta t| - \max |\Delta t_{i,j}| \leq \pm 1$ (N — число шагов по времени).

В результате получаются сеточные значения $H_{i,j}$ и $\nabla^2 H_{i,j}$ в пределах областей G и G' , приведенные к времени спутниковых измерений. Такие расчеты выполняются для всех ситуаций, которые включаются в исходную выборку. Полученные значения $\nabla^2 H_{i,j}$ в области G' наряду с функцией $L_{i,j}$ (в исходной выборке) используются для вычисления параметров a_{kl} и b_{kl} , которые отражают связь между коррелируемыми величинами в один и тот же момент времени.

Параметры a_{kl} и b_{kl} используются для вычисления A_{kl} и $\nabla^2 H$ за пределами исходной выборки по значениям функции L , рассчитанным по спутниковым данным. Полученные таким способом значения $\nabla^2 H$ соответствуют времени спутниковых измерений, по которым вычислялась функция L для анализируемой ситуации. Поэтому их следует привести к ближайшему синоптическому сроку. Такое приведение осуществляется только в области G' точно так же, как это делается для исходных выборок. При этом в области $G - G'$ используются значения H_c за тот синоптический срок, к которому осуществляется приведение (к 15 ч.).

Рассмотренный способ синхронизации по времени используется также и для уравнения (22).

При реализации рассмотренного способа в качестве уровня p_1 использовался уровень 200 мбар, а в качестве H_c принимались H_{400} . В начальный момент времени t_0 в области G' использовались значения H_c и p_{00} , полученные методом корреляции гармоник, по которым рассчитывались начальные значения $T_{p_{00}}^{400}$. В дальнейшем (на любом шаге по времени) значения p_{00} рассчитывались с помощью барометрической формулы по H_{400} и $T_{p_{00}}^{400}$. В процессе интегрирования по времени уравнений (20) и (22) в области $G - G'$ используются H_{400} , p_{00} и $T_{p_{00}}^{400}$ за тот синоптический срок, к которому осуществляется приведение. Интегрирование по времени продолжается до тех пор, пока не будет выполнено следующее условие для всех узлов в пределах области G' :

$$|\pm N \cdot \delta t| - \max_{G'} |\Delta t_{i,j}| \leq \pm 1 \text{ минута.}$$

Принимая $T_{400} \approx \frac{g H_{400}}{R}$, рассчитывался средний градиент в слое от земли до 400 мбар

$$\bar{\gamma} = \frac{2(T_{400} - T_{p_{00}}^{400})}{H_{400}}.$$

Затем с помощью формул для политропной атмосферы рассчитывались температура и высоты уровней 1 000, 850, 700 и 500 мбар.

Полученные значения вводились в схему вместо прогностических и согласовывались с прогностическими с помощью уравнений основной модели в адиабатическом приближении методом псевдопрогноза.

После согласования уравнения модели интегрировались на 12 и 36 часов. В результате были получены прогнозы на 3 часа 30 и 31 августа 1967 г. В табл. 1 приведены оценки прогноза на 3 часа 30 августа 1967 г.

Таблица 1

Средние абсолютные ошибки суточного прогноза высот $|\overline{\delta H}|$, процент совпадения по знаку прогностической и фактической изменчивости высот n , средние ошибки направления $\delta(dd)$ и скорости ветра $\delta(ff)$ (режим четырехмерного анализа)

Уровень, мбар	$ \overline{\delta H} $, дам	n , %	$\delta(dd)$, град	$\delta(ff)$, м/с	Уровень, мбар	$ \overline{\delta H} $, дам	n , %	$\delta(dd)$, град	$\delta(ff)$, м/с
1000	2,6	85	36	5,3	500	1,4	94	14	5,4
850	2,2	89	21	7,9	300	2,7	89	17	7,5
700	1,8	90	18	5,9	200	2,5	87	26	9,4

Приведенные оценки получены для внутренней части сеточной области размером 15×15 узлов, охватывающей ЕТС и прилегающие районы.

Для иллюстрации эффективности четырехмерного анализа в табл. 2 приведены оценки результатов интегрирования уравнений модели на 24 часа в обычном режиме прогноза для той же части сеточной области.

Таблица 2

Средняя абсолютная ошибка суточного прогноза высот $|\overline{\delta H}|$ и процент совпадения по знаку прогностической и фактической изменчивости высот n (режим прогноза)

Уровень, мбар	$ \overline{\delta H} $, дам	n , %	Уровень, мбар	$ \overline{\delta H} $, дам	n , %
1000	2,9	82	500	2,2	93
850	2,5	88	300	2,7	86
700	2,1	92	200	3,4	80

Из табл. 1 и 2 видно, что, несмотря на невысокую точность вводимой информации, результаты интегрирования в режиме четырехмерного анализа оказываются существенно лучше, особенно в отношении средней абсолютной ошибки прогноза высот.

Эти оценки позволяют полагать, что многократное непрерывное усвоение спутниковых данных (а также данных разведки погоды, измерений автоматических станций и другой разнородной по точности и несинхронной по времени информации) в режиме четырехмерного анализа позволит существенно улучшить качество диагностической и прогностической информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г ан д и н Л. С. Проблемы четырехмерного усвоения данных метеорологических наблюдений. — «Метеорология и гидрология», 1971, № 3, с. 15—21.
 2. Г у б а н о в а С. И. Учет асинхронных данных наблюдений в объективном анализе метеорологических полей. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 123, с. 48—53.
 3. З и н ь к о в с к а я Т. С. Схема четырехмерного анализа метеорологической информации с использованием вариационного метода согласования полей. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 123, с. 54—69.
 4. М а ш к о в и ч С. А. О четырехмерном анализе данных наблюдений. — «Метеорология и гидрология», 1971, № 11, с. 97—102.
 5. М у с а е л я н Ш. А., Х о р о ш и л о в А. Ф. О пространственно-временном анализе асинхронных метеорологических данных. — «Метеорология и гидрология», 1972, № 2, с. 36—46.
 6. М у с а е л я н Ш. А. и др. Вопросы использования данных метеорологических спутников в численном анализе и прогнозе. — «Метеорология и гидрология», 1970, № 12, с. 3—12.
 7. М у с а е л я н Ш. А. Некоторые вопросы численной интерпретации облачной информации, поступающей с искусственных спутников Земли. — «Труды ГГО», 1964, вып. 166, с. 203—213.
 8. М у с а е л я н Ш. А., Б е л и н с к а я А. А., Х а з и з о в а Н. С. О расчете полей ветра и давления на одном уровне атмосферы по данным об облачности, получаемым с метеорологических спутников. — В кн.: Динамика крупномасштабных процессов. М., «Наука», 1967, с. 43—57.
 9. П а н и н Б. Д., Н и к о н о в а Е. Т. Численный прогноз полей метеорологических элементов с учетом неадиабатичности атмосферных процессов. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 20—34.
 10. Ф у к с - Р а б и н о в и ч М. С., Ф е д о р о в а Н. Г., К р у г л о в а Е. Н. Численные эксперименты по использованию метода динамического согласования полей в баротропной прогностической модели по полным уравнениям гидротермодинамики. — «Труды ГМЦ», 1974, вып. 123, с. 28—36.
 11. Ф у к с - Р а б и н о в и ч М. С. О повышении качества анализа поля геопотенциала над районами, малоосвещенными исходной информацией. — «Метеорология и гидрология», 1964, № 5, с. 28—35.
 12. Ф е д о р о в а Н. Г. О применении метода динамического согласования при расчете ветра для прогностической модели по полным уравнениям гидротермодинамики. — «Труды ГМЦ», 1972, вып. 103, с. 29—41.
-

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СПУТНИКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОЛЯ ВЕТРА

Ветер является одной из важнейших характеристик состояния атмосферы, влияющих на взлет, посадку и полет самолетов по маршруту. В связи с недостатком сведений о полях ветра, получаемых от сети метеорологических и аэрологических станций, представляется целесообразным изыскать возможности косвенного дистанционного определения ветра со спутников. В работах [1, 2] предложены методы анализа поля ветра по спутниковым данным об облачности. Для безоблачных условий эти методы не пригодны. В то же время для безоблачных районов по спектрам уходящего излучения могут быть определены температура и влажность [3, 4].

Рассмотрим задачу анализа поля ветра по данным о температуре и влажности, получаемым с помощью спутников, и сформулируем требования к точности исходной информации. Эту задачу будем решать в изэнтропических координатах x_0, y_0, θ, t_0 , так как в этой системе координат в выражении для индивидуальной производной отсутствуют члены, содержащие вертикальную скорость.

В качестве исходных данных будем использовать вертикальные профили температуры и эффективного влагосодержания, так как именно эти характеристики могут быть непосредственно получены по спутниковым данным. Для простоты предположим, что атмосфера кусочно-политропна, а вертикальный профиль упругости водяного пара подчиняется экспоненциальному закону. В этом случае справедливы следующие формулы для вертикальных профилей температуры и эффективного влагосодержания:

$$T(\zeta) = T(\zeta_n) \left(\frac{\zeta_1}{\zeta_n} \right)^{\frac{R T_1}{g}} \left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right)^{\frac{R T_2}{g}} \dots \left(\frac{\zeta_{n-1}}{\zeta_{n-2}} \right)^{\frac{R T_{n-1}}{g}} \left(\frac{\zeta}{\zeta_{n-1}} \right)^{\frac{R T_n}{g}}; \quad (1)$$

$$w(\zeta) = w(\zeta_n) \left(\frac{\zeta_1}{\zeta_n} \right)^{l_1} \left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right)^{l_2} \dots \left(\frac{\zeta_{n-1}}{\zeta_{n-2}} \right)^{l_{n-1}} \left(\frac{\zeta}{\zeta_{n-1}} \right)^{l_n}, \quad (2)$$

где $\zeta = \frac{p}{1000}$; $\zeta_n = \frac{p_n}{1000}$ (p — давление на переменном уровне,

p_n — приземное давление); $w(\zeta) = -\frac{p_n}{g} \int_{\zeta}^0 \frac{\rho_1(\zeta)}{\rho(\zeta)} \zeta^n d\zeta$ — эффективное влагосодержание;

($\rho_1(\zeta)$ — плотность водяного пара; $\rho(\zeta)$ — плотность воздуха); n — постоянная, с помощью которой учитывается уширение линий поглощения водяного пара в зависимости от давления ($n \approx 1$); $4,1 \leq l \leq 4,7$; $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ — вертикальные градиенты температуры в слоях $\zeta_n \div \zeta_1, \zeta_1 \div \zeta_2, \dots, \zeta_{n-1} \div \zeta_n$.

Предположения о кусочной политропности и экспоненциальном профиле водяного пара не являются принципиальными и могут быть сняты, если располагать детальными сведениями о пространственных распределениях температуры и влажности, которые можно получить, например, в результате решения соответствующих обратных задач атмосферной оптики по спутниковым данным о спектрах уходящего излучения в полосах углекислого газа и водяного пара.

Для построения изэнтропических поверхностей

$$\Theta_K = T_K \zeta_K^{\frac{AR}{c_p}} \equiv \text{const} \quad (K=1, 2, \dots, K) \quad (3)$$

необходимо определить ζ_K .

Из формул (1) и (3), предполагая, что ζ_K соответствует участку кривой стратификации с $\gamma = \gamma_n$, имеем

$$\zeta_K = \left[\frac{T(\zeta_n)}{\Theta_K} \left(\frac{\zeta_1}{\zeta_n} \right)^{\frac{R\gamma_1}{g}} \left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right)^{\frac{R\gamma_2}{g}} \dots \left(\frac{\zeta_{n-1}}{\zeta_{n-2}} \right)^{\frac{R\gamma_{n-1}}{g}} \zeta_{n-1}^{-R\gamma_n} \right]^{\frac{g c_p}{R(g - \gamma_n c_p) A}} \quad (4)$$

В действительности ζ_K может не соответствовать этому участку кривой стратификации. Поэтому расчеты ζ_K необходимо уточнить. Для этого полученное по формуле (4) значение ζ_K для $\gamma = \gamma_n$ следует сравнить с $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n$ и на основе сравнения выбрать γ_n того участка кривой стратификации, которому соответствует ζ_K . После этого по формуле (4) рассчитывается уточненное значение ζ_K . При этом в правой части формулы (4) ζ_{n-1} и γ_n заменяются на ζ и γ , соответствующие слою, к которому относится данный участок кривой стратификации.

Высоты изэнтропических поверхностей рассчитываются по формулам вида:

$$H_{\Theta_K} = H_{\zeta_n}^{\zeta_1} + H_{\zeta_n}^{\zeta_2} + \dots + H_{\zeta_n}^{\zeta_K}, \quad (5)$$

где

$$H_{\zeta_n}^{\zeta_1} = \frac{R T_{\zeta_n}}{g} \ln \frac{\zeta_n}{\zeta_1}; \quad H_{\zeta_n}^{\zeta_2} = \frac{R T_{\zeta_1}}{g} \ln \frac{\zeta_1}{\zeta_2}, \dots$$

$$\dots, H_{\zeta_n}^{\zeta_K} = \frac{R T_{\zeta_n}}{g} \ln \frac{\zeta_n}{\zeta_K};$$

$$\begin{aligned} \overline{T}_{\zeta_n}^{\zeta_1} &= \frac{T(\zeta_n) \zeta_n^{\frac{R\gamma_1}{g}+1} - \zeta_1^{\frac{R\gamma_1}{g}+1}}{\zeta_n^{\frac{R\gamma_1}{g}} (\zeta_n - \zeta_1) \left(\frac{R\gamma_1}{g} + 1 \right)}; \quad \overline{T}_{\zeta_1}^{\zeta_2} = \frac{T(\zeta_1) \left(\zeta_1^{\frac{R\gamma_2}{g}+1} - \zeta_2^{\frac{R\gamma_2}{g}+1} \right)}{\zeta_1^{\frac{R\gamma_2}{g}} (\zeta_1 - \zeta_2) \left(\frac{R\gamma_2}{g} + 1 \right)}, \dots, \\ \dots, \overline{T}_{\zeta_n}^{\zeta_k} &= \frac{T(\zeta_n) \left(\zeta_n^{\frac{R\gamma_n}{g}+1} - \zeta_k^{\frac{R\gamma_n}{g}+1} \right)}{\zeta_n^{\frac{R\gamma_n}{g}} (\zeta_n - \zeta_k) \left(\frac{R\gamma_n}{g} + 1 \right)}. \end{aligned}$$

Значения температуры и эффективного влагосодержания на изэнтропических поверхностях определяются по формулам (3) и (2)

$$\begin{aligned} T_k &= \Theta_k \zeta_k^{\frac{A}{c_p} R}, \\ w_k &= w(\zeta_n) \left(\frac{\zeta_1}{\zeta_n} \right)^{l_1} \left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right)^{l_2} \dots \left(\frac{\zeta_k}{\zeta_{k-1}} \right)^{l_k}. \end{aligned}$$

Так как w_k является интегральной характеристикой влажности в столбе воздуха выше уровня ζ_k , то эту величину нельзя непосредственно использовать для анализа на изэнтропических поверхностях. Поэтому от w_k необходимо перейти к другим характеристикам влажности, например, к плотности водяного пара или к удельной влажности либо оперировать производной от w_k по ζ

$$w'_k = l_k w(\zeta_n) \left(\frac{\zeta_1}{\zeta_n} \right)^{l_1} \left(\frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right)^{l_2} \dots \frac{\zeta_k^{l_k-1}}{\zeta_{k-1}^{l_k}}. \quad (6)$$

Очевидно, что величина w'_k является характеристикой влажности на изэнтропических поверхностях $\Theta_k = \text{const}$ и однозначно связана с удельной влажностью. Уравнение переноса для w'_k вне пограничного слоя можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial w'_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial w'_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial w'_k}{\partial y} = 0. \quad (7)$$

Это уравнение и уравнение притока тепла в адиабатическом приближении

$$\frac{\partial T_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial T_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial T_k}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

позволяют решать задачу анализа ветра.

Действительно, если использовать значения w'_k и T_k за два момента времени t_1 и t_2 , то можно вычислить производные по времени

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w'_k}{\partial t} &\approx \frac{(w'_k)^{t_2} - (w'_k)^{t_1}}{t_2 - t_1} = \left(\frac{\Delta w'_k}{\Delta t} \right)_{t_1 + \frac{1}{2} \Delta t}, \\ \frac{\partial T_k}{\partial t} &\approx \frac{(T_k)^{t_2} - (T_k)^{t_1}}{t_2 - t_1} = \left(\frac{\Delta T_k}{\Delta t} \right)_{t_1 + \frac{1}{2} \Delta t}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

а также рассчитать осредненные значения $\overline{w'_k}$, $\overline{T_k}$, $\overline{u_k}$ и $\overline{v_k}$ за интервал времени $t_2 - t_1$ и отнести их к моменту $t_1 + \frac{1}{2} \Delta t$

$$\left. \begin{aligned} (\overline{w'_k})^{t_1 + \frac{1}{2} \Delta t} &= \frac{1}{2} [(w'_k)^{t_1} + (w'_k)^{t_2}], \\ (\overline{T_k})^{t_1 + \frac{1}{2} \Delta t} &= \frac{1}{2} [(T_k)^{t_1} + (T_k)^{t_2}]; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} (\overline{u_k})^{t_1 + \frac{1}{2} \Delta t} &= \frac{1}{2} [(u_k)^{t_1} + (u_k)^{t_2}], \\ (\overline{v_k})^{t_1 + \frac{1}{2} \Delta t} &= \frac{1}{2} [(v_k)^{t_1} + (v_k)^{t_2}], \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $\Delta t = t_2 - t_1$.

Заменяя производные по y и x отношениями конечных разностей и используя соотношения (9), (10), (11), уравнения (7) и (8) запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} \overline{u_k} \frac{\Delta \overline{w'_k}}{\Delta x} + \overline{v_k} \frac{\Delta \overline{w'_k}}{\Delta y} &= - \frac{\Delta \overline{w'_k}}{\Delta t}, \\ \overline{u_k} \frac{\Delta \overline{T_k}}{\Delta x} + \overline{v_k} \frac{\Delta \overline{T_k}}{\Delta y} &= - \frac{\Delta \overline{T_k}}{\Delta t}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

В уравнениях (12) опущены верхние индексы. Из (12) имеем:

$$\overline{u_k} = \frac{J_{t,y}(\overline{T_k}, \overline{w'_k})}{J_{x,y}(\overline{w'_k}, \overline{T_k})}; \quad (13)$$

$$\overline{v_k} = \frac{J_{t,x}(\overline{T_k}, \overline{w'_k})}{J_{x,y}(\overline{T_k}, \overline{w'_k})}, \quad (14)$$

$$\text{где } J_{p,q}(a, b) = \frac{\Delta a}{\Delta p} \cdot \frac{\Delta b}{\Delta q} - \frac{\Delta a}{\Delta q} \cdot \frac{\Delta b}{\Delta p}.$$

Формулы (13) и (14) позволяют вычислить осредненные за интервал времени Δt значения составляющих скорости ветра на изэнтропических поверхностях по исходным данным о температуре и

эффективном влагосодержании за два момента времени t_1 и t_2 . Формулы (13) и (14) неприменимы, когда обращаются в нуль знаменатели, что соответствует безградиентным полям T_κ и w'_κ . Правда, как показывает анализ, случаи, когда одновременно безградиентны поля T_κ и w'_κ , весьма редки.

В оперативной практике метеорологических подразделений изэнтропическая система координат не используется. Поэтому по полученным u_κ и v_κ на изэнтропических поверхностях необходимо получить их значения на изобарических поверхностях. Значения u и v на изобарических поверхностях ($\xi = \text{const}$) можно получить путем интерполяции. Для интерполяции целесообразно воспользоваться аппроксимацией вертикальных профилей u и v степенными полиномами

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= a_0 + a_1 \zeta + a_2 \zeta^2 + \dots + a_m \zeta^m + \dots, \\ \bar{v} &= b_0 + b_1 \zeta + b_2 \zeta^2 + \dots + b_m \zeta^m + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

где a_m и b_m — коэффициенты, определяемые по u_κ и v_κ на уровнях ζ_κ .

Полиномы (а) должны быть построены для каждого i, j узла сеточной области G , в пределах которой проводится анализ ветра. В принципе по значениям u_κ и v_κ может быть рассчитана дивергенция

$$\text{div } \bar{C} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}. \quad (б)$$

Для вычисления дивергенции можно воспользоваться также уравнением неразрывности в изэнтропической системе координат

$$\frac{\partial \bar{u}_\kappa}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_\kappa}{\partial y} = - \left(\frac{\partial f_\kappa}{\partial t} + \bar{u}_\kappa \frac{\partial \bar{f}_\kappa}{\partial x} + \bar{v}_\kappa \frac{\partial \bar{f}_\kappa}{\partial y} \right), \quad (в)$$

где $f_\kappa = \ln \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\frac{\partial F}{\partial \Theta} \right)_\kappa^{\frac{x}{x-1}}$; $F_\kappa = \frac{x}{x-1} R T_\kappa + g H_\kappa$; черта сверху означает осреднение по времени.

Функция F , которая называется функцией Монтгомери, определяется в два момента времени t_1 и t_2 . По этим значениям вычисляются $\bar{f}_\kappa$ и $\frac{\partial \bar{f}_\kappa}{\partial t}$. Необходимые значения $\bar{u}_\kappa$ и $\bar{v}_\kappa$ определяются рассмотренным способом по формулам (13) и (14).

Дивергенция на изобарических уровнях может определяться с помощью полиномов вида (а). Интегрирование полиномов, аппроксимирующих дивергенцию, по переменной ξ позволяет проводить

вычисления вертикальной скорости

$$\omega_z = \int_0^z \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) d\zeta,$$

где $\omega_z = \frac{d\zeta}{dt}$.

Произведем оценку допустимых значений погрешностей исходных данных, т. е. величин, фигурирующих в правой части формул (13) и (14), которые обеспечивают вычисления $\bar{u}_\kappa$ и $\bar{v}_\kappa$ с заданной точностью. В соответствии с методом Лагранжа относительные ошибки составляющих ветра $\bar{u}_\kappa$ и $\bar{v}_\kappa$ за счет погрешностей исходных данных определяются с помощью соотношений вида:

$$\frac{\Delta \bar{u}_\kappa}{\bar{u}_\kappa} \bigg|_{\delta \bar{f}_{\kappa,r}} = \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{f}_{\kappa,r}} \left[\frac{J_{t,y}(T_\kappa, \bar{w}_\kappa)}{J_{x,y}(T_\kappa, \bar{w}_\kappa)} \right] \right\} \frac{\delta \bar{f}_{\kappa,r}}{r \cdot \bar{u}_\kappa}; \quad (15)$$

$$\frac{\Delta \bar{v}_\kappa}{\bar{v}_\kappa} \bigg|_{\delta \bar{f}_{\kappa,r}} = \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{f}_{\kappa,r}} \left[\frac{J_{t,x}(T_\kappa, \bar{w}_\kappa)}{J_{x,y}(T_\kappa, \bar{w}_\kappa)} \right] \right\} \frac{\delta \bar{f}_{\kappa,r}}{r \cdot \bar{v}_\kappa}, \quad (16)$$

где $\bar{f}_{\kappa,r} = \left| \frac{\Delta \bar{T}_\kappa}{\Delta \bar{w}_\kappa} \right|$; $r = \left| \frac{\Delta t}{\Delta x} \right|$; фигурные скобки $\{ \}$ означают,

что стоящие в них производные вычисляются по средним значениям величин, входящих в формулы (13) и (14); $\delta \bar{f}_{\kappa,r}$ — погрешности $\Delta \bar{T}_\kappa$, $\Delta \bar{w}_\kappa$ по переменным t, x, y .

Для оценок примем:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 6 \text{ ч}, \quad \Delta x = \Delta y = 300 \text{ км}.$$

Оценки произведем для двух наборов средних значений $\bar{u}_\kappa$, $\bar{v}_\kappa$, $\Delta \bar{T}_\kappa$ и $\Delta \bar{w}_\kappa$, которые приведены в табл. 1 под номерами I и II.

Таблица 1

N	$\left \frac{\Delta \bar{u}_\kappa}{\bar{u}_\kappa} \right _{\text{м/с}}$	$\left \frac{\Delta \bar{v}_\kappa}{\bar{v}_\kappa} \right _{\text{м/с}}$	$\left \frac{\Delta \bar{T}_\kappa}{\bar{T}_\kappa} \right _{0,6 \text{ ч}}$	$\left \frac{\Delta \bar{T}_\kappa}{\bar{T}_\kappa} \right _{x, 0,300 \text{ км}}$	$\left \frac{\Delta \bar{T}_\kappa}{\bar{T}_\kappa} \right _{y, 0,300 \text{ км}}$	$\left \frac{\Delta \bar{w}_\kappa}{\bar{w}_\kappa} \right _{\text{г/см}^2, 6 \text{ ч}}$	$\left \frac{\Delta \bar{w}_\kappa}{\bar{w}_\kappa} \right _{x, 300 \text{ км}}$	$\left \frac{\Delta \bar{w}_\kappa}{\bar{w}_\kappa} \right _{y, 300 \text{ км}}$
I	20	20	8	6	12	0,3	0,1	0,4
II	10	10	3	2	5	0,1	0,05	0,15

Погрешности $\delta \bar{f}_{\kappa, r}$, соответствующие приведенным в табл. 1 средним величинам, которые обеспечивают вычисления $\bar{u}_{\kappa}$ и $\bar{v}_{\kappa}$ с относительной ошибкой 0,2, даны в табл. 2.

Таблица 2

Составляющие скорости ветра	N	$\delta \left \Delta \bar{f}_{\kappa, t} \right , 0/6 \text{ ч}$	$\delta \left \Delta \bar{f}_{\kappa} \right , 0/300 \text{ км}$	$\delta \left \Delta \bar{f}_{\kappa, y} \right , 0/300 \text{ км}$	$\delta \left \Delta \bar{w}_{\kappa, t} \right , \frac{\Gamma}{\text{см}^2}/6 \text{ ч}$	$\delta \left \Delta \bar{w}_{\kappa} \right , \frac{\Gamma}{\text{см}^2}/300 \text{ км}$	$\delta \left \Delta \bar{w}_{\kappa, y} \right , \frac{\Gamma}{\text{см}^2}/300 \text{ км}$
$\bar{u}_{\kappa}$	I	1,3 ÷ 0,9	1,1 ÷ 0,8	1,6 ÷ 1,2	0,07 ÷ 0,04	0,03 ÷ 0,02	0,05 ÷ 0,03
	II	0,5 ÷ 0,2	0,7 ÷ 0,2	0,5 ÷ 0,1	0,02 ÷ 0,009	0,01 ÷ 0,007	0,02 ÷ 0,009
$\bar{v}_{\kappa}$	I	4,5 ÷ 2,3	1,3 ÷ 0,9	5,2 ÷ 2,1	0,1 ÷ 0,05	0,1 ÷ 0,03	0,12 ÷ 0,03
	II	1,6 ÷ 1,0	0,9 ÷ 0,4	1,6 ÷ 1,0	0,05 ÷ 0,02	0,06 ÷ 0,01	0,05 ÷ 0,008

В табл. 2 указаны максимальные и минимальные значения $\delta \bar{f}_{\kappa, r}$, которые соответствуют различным сочетаниям знаков у $\bar{f}_{\kappa, r}$ в формулах (15) и (16). Так как $\delta \bar{f}_{\kappa, r}$ прямо пропорциональны заданным ошибкам $\Delta \bar{u}_{\kappa}$ и $\Delta \bar{v}_{\kappa}$ и обратно пропорциональны средним значениям $\bar{u}_{\kappa}$ и $\bar{v}_{\kappa}$, то с помощью табл. 2 легко произвести оценки $\delta \bar{f}_{\kappa, r}$.

Приведенные в табл. 2 данные характеризуют зависимость ошибок $\Delta \bar{u}_{\kappa}$ и $\Delta \bar{v}_{\kappa}$ от погрешности каждого элемента $\bar{f}_{\kappa, r}$ в отдельности независимо от других. В действительности ошибки составляющих ветра $\bar{u}_{\kappa}$ и $\bar{v}_{\kappa}$ зависят от погрешностей всех элементов и определяются суммой ошибок, возникающих за счет погрешности определения всех элементов, т. е.

$$\left| \frac{\Delta \bar{u}_{\kappa}}{\bar{u}_{\kappa}} \right| = \sum \left| \frac{\Delta \bar{u}_{\kappa}}{\bar{u}_{\kappa}} \right|_{\delta \bar{f}_{\kappa, r}},$$

$$\left| \frac{\Delta \bar{v}_{\kappa}}{\bar{v}_{\kappa}} \right| = \sum \left| \frac{\Delta \bar{v}_{\kappa}}{\bar{v}_{\kappa}} \right|_{\delta \bar{f}_{\kappa, r}},$$

где суммирование выполняется по всем значениям $\delta \bar{f}_{\kappa, r}$ (в рассматриваемом случае от 1 до 6). Поэтому, если анализ $\bar{u}_{\kappa}$ и $\bar{v}_{\kappa}$ необходимо выполнить, например, с относительной ошибкой 0,2, то значения погрешностей $\delta \bar{f}_{\kappa, r}$, приведенные в табл. 2, следует уменьшить

в шесть раз. В общем случае, т. е. для любых относительных ошибок $\frac{\Delta \bar{u}_k}{\bar{u}_k}$, $\frac{\Delta \bar{v}_k}{\bar{v}_k}$, значения $\delta \bar{f}_{k,r}$ из табл. 2 следует умножить на величины

$$\frac{1}{6} \frac{\Delta \bar{u}_k}{\bar{u}_k} \cdot \frac{\bar{u}_k}{\bar{u}_k}, \quad \frac{1}{6} \frac{\Delta \bar{v}_k}{\bar{v}_k} \cdot \frac{\bar{v}_k}{\bar{v}_k},$$

где через $\Delta \bar{u}_k$, $\Delta \bar{v}_k$, $\bar{u}_k$, $\bar{v}_k$ обозначены значения, при которых предполагается проводить оценки.

Анализ табл. 2 дает основание считать, что с точки зрения определения составляющих ветра к спутниковым данным должны быть предъявлены достаточно жесткие требования. Так для определения $\bar{u}_k$ и $\bar{v}_k$ с относительной ошибкой 0,2 производные по времени и составляющие градиентов температуры и влажности применительно к рассматриваемым случаям I и II должны определяться с погрешностями, не превосходящими значений, указанных в табл. 3.

Таблица 3

Составляющие скорости ветра	N	$\delta \left \Delta \bar{T}_k \right _t, 0,6 \text{ ч}$	$\delta \left \Delta \bar{T}_k \right _x, 0,300 \text{ км}$	$\delta \left \Delta \bar{T}_k \right _y, 0,300 \text{ км}$	$\delta \left \Delta \bar{w}_k \right _t, \frac{\Gamma}{\text{см}^2} / 6 \text{ ч}$	$\delta \left \Delta \bar{w}_k \right _x, \frac{\Gamma}{\text{см}^2} / 300 \text{ км}$	$\delta \left \Delta \bar{w}_k \right _y, \frac{\Gamma}{\text{см}^2} / 300 \text{ км}$
$\bar{u}_k$	I	0,21	0,18	0,27	0,01	0,005	0,009
	II	0,12	0,11	0,12	0,003	0,0017	0,0034
$\bar{v}_k$	I	0,75	0,21	0,87	0,017	0,017	0,02
	II	0,27	0,15	0,27	0,009	0,01	0,009

Можно считать, что значения $\bar{T}_k$ и $\bar{w}_k$, по которым рассчитываются градиенты и производные по времени, должны определяться с погрешностями по крайней мере не меньшими, чем приведенные в табл. 3. Применительно к существующей точности спутниковых измерений и методов интерпретации, исходя из полученных оценок, следует полагать, что анализ ветра по этим данным можно выполнять с относительной ошибкой не меньше 15—20%. Из формул (13) и (14) видно, что ошибки анализа зависят также от характера анализируемых ситуаций, т. е. от изменений по времени и значений градиентов. Как следует из табл. 2, при прочих равных условиях погрешности в исходных данных сказываются на точности

анализа ветра больше для малоградиентных ситуаций. Вполне естественно, что полученные оценки носят ориентировочный характер, так как они найдены для ограниченного набора возможных значений производных по времени и по переменным x и y .

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурцев А. И., Попова Т. П., Аникеева Л. А. Анализ поля воздушных течений в циклонах по телевизионным изображениям облачности со спутника «Космос-122». — «Труды ГМИ», 1968, вып. 20, с. 18—25.
 2. Мусаелян Ш. А., Белинская А. А., Хазизова Н. С. О расчете полей ветра и давления на одном уровне атмосферы по данным об облачности, получаемым с метеорологических спутников. — В кн.: Динамика крупномасштабных процессов. М., «Наука», 1967, с. 43—57.
 3. Богомоллов О. С., Панин Б. Д. О сравнении методов решения задачи термического зондирования атмосферы. — «Изв. АН СССР. Сер. физ. атм. и океана», 1972, т. VIII, № 12, с. 1314—1317.
 4. Богомоллов О. С., Панин Б. Д. Косвенное определение вертикального профиля влагосодержания атмосферы. — «Изв. АН СССР. Сер. физ. атм. и океана», 1973, т. IX, № 4, с. 363—370.
-

А. Е. БАРАБАНОВ, А. С. СОЛОНИН (ЛГУ)

**РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ
УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫМ ДВИЖЕНИЕМ
С ПРИМЕНЕНИЕМ
МАШИННО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ ЛОГИКИ,
ОСНОВАННОЙ НА ПРИНЦИПЕ РЕЗОЛЮЦИИ**

В работах [1—5] рассматриваются вопросы, связанные с проектированием автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов (АСМОП). В АСМОП предполагается реализовать алгоритмы обработки и объективного анализа метеорологической и навигационной информации, алгоритмы авиационного прогноза погоды, алгоритмы расчета и оптимизации режима полета, алгоритмы принятия решения на полет, алгоритмы контроля движения самолетов с целью исключения конфликтных ситуаций в полете по метеорологическим причинам. Последние две задачи реализуются в АСМОП совместно с системой управления воздушным движением (УВД).

Как видно из перечисленных алгоритмов, решение задачи метеорологического обеспечения и управления воздушным движением в рамках единой автоматизированной системы требует логической обработки большого потока навигационной и метеорологической информации. Вследствие этого целесообразно решать эти задачи на быстродействующих ЭВМ с использованием формальных методов логического вывода.

Информацию, вводимую в ЭВМ, необходимо закодировать на алгоритмически распознаваемом логическом языке, например, в виде формул логики предикатов. Исходные данные можно записать набором формул этого языка $\{A_i\}_{i=1}^n$, называемых аксиомами. Для решения задачи необходимо установить справедливость некоторого утверждения, записанного в виде формулы W . Эту формулу, согласно терминологии, принятой в теории логического вывода, будем называть теоремой. Отсюда математическая постановка задачи сводится к выводу формулы

$$\left(\bigwedge_{i=1}^n A_i \right) \Rightarrow W. \quad (1)$$

Одним из наиболее эффективных средств автоматического доказательства теорем является машинно-ориентированный принцип резолюции Дж. Робинсона [6—9]. Этот принцип универсален, т. е. любой алгоритм логического вывода может быть запрограммирован в виде принципа резолюции.

В настоящей статье рассмотрим один из алгоритмов управления воздушным движением, который может быть реализован на основе применения машинно-ориентированной логики. При этом отношения реальных объектов, существенные для задачи, записываются на формальном языке, удобном для применения метода резолюции, и показывается на примере, как машина обрабатывает полученный массив формальных текстов.

Прежде чем перейти к формулированию задачи, введем язык логики предикатов первого порядка и изложим правила вывода.

Логика предикатов первого порядка содержит функциональные и предикатные символы и переменные. С помощью функциональных символов и предметных переменных формируются правильно построенные выражения, называемые термами [10]. Если p^n символ n -местного предиката, а $t_1, \dots, t_n$ термы, то $p^n(t_1, \dots, t_n)$ называется предикатом. Набор предикатов, связанный между собой символами логических функций ($\neg, <, \&, = >$) называется правильно построенной формулой (ППФ). Предикат (P) или его отрицание ($\neg P$) называется литерой. Дизъюнкция литер называется простым дизъюнктом или предложением.

Основным правилом логического вывода принципа резолюции является процедура резольвенции — процедура вывода нового предложения из двух исходных предложений. Рассмотрим два предложения, заданных цепочками литер $\{L_i\}$ и $\{L'_i\}$. Предполагается, что переменные, входящие в первое предложение, не входят во второе, и наоборот. Пусть для подмножеств $\{L_i\} \subseteq \{L_i\}$ и $\{L'_i\} \subseteq \{L'_i\}$ существует подстановка λ термов вместо переменных такая, что каждое из подмножеств обращается в одноэлементное множество и эти два элемента суть литеры, отличающиеся только наличием знака отрицания ($\neg$) перед одной из них. Тогда согласно принципу резольвенции из предложений $\{L_i\}$ и $\{L'_i\}$ можно вывести новое предложение *

$$\{(\{L_i\} \setminus \{L_i\}) \vee (\{L'_i\} \setminus \{L'_i\})\}_\lambda, \quad (2)$$

которое называется их резольвентой.

Алгоритм принципа резолюции не зависит от того, какую теорему и из каких аксиом требуется доказать. Если формула выводима из аксиом, то он всегда в конечное число шагов находит ее доказательство [9], что позволяет назвать метод резолюции универсальным методом логического вывода. **

* Результат применения подстановки λ к каждому элементу цепочки $\{L_i\}$ обозначается $\{L_i\}_\lambda$.

** Алгоритмически установить невыводимость невыводимой из аксиом формулы принципиально невозможно, согласно теореме Геделя о неразрешимости [10].

Используя изложенный выше принцип резолюции, рассмотрим задачу о построении оптимального маршрута и профиля полета воздушного судна (ВС), а также коррекции движения ВС в соответствии с фактической воздушной обстановкой, решаемую в автоматизированной системе УВД. Под оптимальными понимаются лучшие в смысле функции качества (минимальное время, минимальный расход топлива и т. п.) маршруты и профили полета из конечного набора возможных маршрутов и профилей. Каждый вариант маршрута состоит из отдельных отрезков (этапов) трассы, а профиль — из участков, принадлежащих одному из разрешенных эшелонов.

При решении этой задачи нужно выбрать оптимальный маршрут и профиль таким образом, чтобы траектория полета ВС не проходила через зоны опасных метеорологических явлений. К таким явлениям относятся грозы; зоны интенсивного обледенения и интенсивной болтанки; ограниченная видимость (ниже установленного минимума); сильный порывистый ветер у земли на аэродроме вылета и посадки (выше допустимого минимума); большие положительные отклонения температуры воздуха от СА и др.

Выбор варианта маршрута и оптимального профиля полета производится на основе прогностической информации, но в процессе выполнения полета фактические условия могут оказаться ниже установленных минимумов, а также могут наблюдаться опасные для авиации явления. Следовательно, в процессе полета может возникнуть необходимость изменения профиля полета. В случае изменения метеорологических или навигационных условий в процессе полета коррекция профиля может быть проведена с помощью повторного решения задачи планирования с изменившимися начальными данными.

Маневрирование при обходе перечисленных выше опасных зон осуществляется в соответствии со следующими правилами: предпочтительно явление обходить путем набора высоты, если при этом позволяет потолок (летно-технические данные ВС), исключена возможность столкновения с ВС, летящими на встречном курсе или попутном (догон), а также гарантируется выход из зоны опасного явления (за счет маневра по высоте). Если маневр нельзя совершить ни вверх, ни вниз, то маневр совершается в бок. Траектория бокового обхода однозначно определяется геометрией опасных зон.

В соответствии со спецификой задачи формулируются предикаты. Каждый из них представляет собой свойство термов, стоящих в скобках после символа предиката. Решение задачи состоит в следующем: надо перебрать все маршруты, для каждого из них составить цепочку эшелонов по этапам, которые свободны для полета и оптимальны на этапе, и просуммировать функцию качества вдоль маршрута. Зная решение, мы строим предикаты по двум принципам: 1) выделяем наиболее существенные для задачи свойства объектов, представленных термами, и 2) возможно полнее опи-

сываем текущие значения переменных к тому моменту решения, где предикат используется.

Для данного маршрута a последовательность этапов естественным образом упорядочена, что фиксируется отношением (предикатом) $R_2(a, x, y)$, где x, y — имена этапов. Последовательность эшелонов на этапе также упорядочена (предикат $R_3(x, y)$). Перебор последовательности маршрутов требует отношения линейного порядка между ними.

Введение автоматического упорядочивания невозможно без аксиом равенства, мы же хотим обойтись средствами исчисления первого порядка без равенства, где существует эффективный метод логического вывода. Поэтому порядок перебора маршрутов придется постулировать (отношение $R_1(x, y)$). Предикаты $V_1(s_1, s_2)$ и $V_2(a, b, x, y)$ характеризуют функцию качества и вырабатываются дополнительными подпрограммами (наличие предиката $V_2(a, b, x, y)$ означает, что эшелон x лучше эшелона y этапа b маршрута a согласно функции качества).

Смысл остальных предикатов сводится к фиксации результатов сравнения и перебора:

$R(a, s, b)$ — маршрут a с оптимальной последовательностью эшелонов s лучший среди рассмотренных до маршрута b .

$T(a, b, c, s)$ — ставится задача о нахождении оптимального эшелона от c_1 до c этапа b маршрута a .

$\text{Fin}(a, b)$ — b — последний этап маршрута a .

$\text{Beg}(x)$ — x — первый маршрут при их перечислении.

$\text{Beg}_i(a, b)$ — b — первый этап маршрута a .

$P(a, b, x, c, s)$ — x — лучший из доступных эшелонов, начиная от c до c_4 на этапе b маршрута a .

$Q(a, b, c)$ — эшелон c этапа b маршрута a не содержит опасных зон.

$C(a, b, x, y, c)$ — c — имя эшелона лучшего среди x и y этапа b маршрута a .

$C_o(a, b, s_1, s_2, c, s_3)$ — маршрут c с профилем s_3 лучший среди маршрута a с профилем s_1 и маршрута b с профилем s_2 .

$U(a, b, y, d)$ — в эшелон y этапа b маршрута a не попадает опасная зона d и рассмотренные ранее опасные зоны.

$M(a, b, y, d)$ — в эшелон y этапа b маршрута a опасная зона d не попадает.

$K(x, y)$ — опасная зона x предшествует опасной зоне y .

Здесь и дальше буквы, обозначающие термы, есть предметные переменные. Исключение составляют c_1 и c_4 — имена самого нижнего и самого верхнего эшелонов.

Для применения метода резолюций список аксиом должен быть приведен к конъюнктивной нормальной форме. Но в реальной ситу-

ации всегда возможно и удобно строить аксиомы так, чтобы каждая из них была простой дизъюнкцией составляющих ее литер. Тогда в процессе автоматического решения не произойдет ни одного действия, которого бы не сделал человек при решении той же задачи.

Для каждого из шагов алгоритма решения формулируются несколько аксиом:

I. Оптимизация эшелонов на этапе

$$\neg Q(a, b, c) \vee \neg P(a, b, c, s) \vee T(a, b, c, s), \\ P(a, b, c, y, s) \vee \neg R_3(z, y) \vee \neg C(a, b, c, z, u) \vee \neg P(a, b, u, z, s).$$

II. Проверка допустимости маршрута на этапе и смена этапов

$$T(a, b, c, s) \vee Q(a, b, c) \vee \neg R_3(y, c) \vee \neg T(a, b, y, s), \\ P(a, b, x, c_1, f(x, s)) \vee \neg R_2(a, d, b) \vee \neg T(a, d, c_4, s), \\ T(a, b, c_1, q) \vee Q(a, b, c_1), \\ P(a, b, x, c_1, f(x, s_0)) \vee \neg \text{Beg}_1(a, b).$$

III. Смена маршрутов

$$R(a, s_1, b) \vee \neg R_3(c, b) \vee \neg \text{Fin}(b, f) \vee \neg R(d, s_2, c) \vee \\ \vee \neg T_1(b, f, c_4, s_3) \vee \neg C_0(d, b, s_2, s_3, a, s_1), \\ R(x, s, x) \vee \neg \text{Beg}(x) \vee \neg \text{Fin}(x, y) \vee \neg T(x, y, c_4, s).$$

IV. Сравнения

$$C(a, b, x, c, x) \vee Q(a, b, c); C(a, b, x, c, x) \vee \neg V_2(a, b, x, c), \\ C(a, b, x, c, c) \vee \neg Q(a, b, c) \vee \neg V_2(a, b, c, x), \\ C_0(a, b, s_1, s_2, a, s_1) \vee \neg V_1(s_1, s_2), \\ C_0(a, b, s_1, s_2, b, s_2) \vee \neg V_1(s_2, s_1).$$

V. Маневр в процессе полета

$$Q(a, b, y) \vee \neg U(a, b, y, m), \\ \neg U(a, b, y, d) \vee \neg M(a, b, y, d).$$

VI. Аксиомы начальных условий.

С помощью предикатов, определяемых символами $R_1, R_2, R_3, \text{Beg}, \text{Beg}_1, \text{Fin}, Q, V_1$ записываются условия конкретной задачи.

Теорема W записывается в виде п. п. ф. $\exists x \exists s : R(x, s, m)$, где m — имя маршрута, последнего при их перечислении. Утверждение W означает следующее: найти маршрут (x) и его оптимальную последовательность эшелонов (s) по этапам, который является наилучшим (R) среди всех маршрутов от начального до последнего (m) относительно выбранного критерия качества.

При задании конкретных начальных условий формула W доказывается (а x и s находятся) методом резолюций.

Способ выбора двух очередных дизъюнкций для применения правила резолюции достаточно ограничить правилом стратегии лозы: одна из дизъюнкций есть аксиома, а вторая — последняя из полученных резольвент.

R. 1	$\neg R_1(c, m_2) \vee \neg \neg \text{Fin}(m_2, b) \vee \neg R(d, s_2, c) \vee \neg \neg T(m_2, b, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(d, m_2, s_2, s_3, a, s)(c \rightarrow m_1)$
R. 2	$\neg \neg \text{Fin}(m_2, b) \vee \neg R(d, s_2, m_1) \vee \neg \neg T(m_2, b, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(d, m_2, s_2, s_3, a, s)(b \rightarrow l_1)$
R. 3	$\neg R(d, s_2, m_1) \vee \neg \neg T(m_2, l_1, c_4, s_3) \vee \neg \neg C_0(d, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 5	$\neg \neg \text{Beg}(m_1) \vee \neg \neg \text{Fin}(m_1, y) \vee \neg \neg T(m_1, y, c_4, s_2) \vee$ $\vee \neg \neg T(m_2, l_1, c_4, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 6	$\neg \neg \text{Fin}(m, y) \vee \neg \neg T(m_1, y, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_1, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 7	$\neg T(m_1, l_2, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_1, c_4, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$ $\neg Q(m_1, l_2, c_4) \vee \neg \neg P(m_1, l_2, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_1, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 8	$\neg Q(m_1, l_2, c_4) \vee \neg \neg P(m_1, l_2, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_1, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_2) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 14	$\neg Q(m_1, l_2, c_4) \vee \neg \neg P(m_1, l_2, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_1, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_2) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 16	$\neg P(m_1, l_2, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$ $\neg R(m_1, d, l_2) \vee \neg \neg T(m_1, d, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 18	$\neg R(m_1, d, l_2) \vee \neg \neg T(m_1, d, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)(s_2 \rightarrow f(c_1, s_3))$
R. 19	$\neg T(m_1, l_1, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$ $\neg Q(m_1, l_1, c_4) \vee \neg \neg R_3(y, c_4) \vee \neg \neg T(m_1, l_1, y, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 21	$\neg Q(m_1, l_1, c_4) \vee \neg \neg R_3(y, c_4) \vee \neg \neg T(m_1, l_1, y, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 23	$\neg T(m_1, l_1, c_4, s_2) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$ $\neg \text{Beg}_1(m_1, l_1) \vee \neg \neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)(s_2 \rightarrow f(c_1, s_3))$
R. 27	$\neg T(m_2, l_2, c_4, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$ $\neg T(m_2, l_1, c_1, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 30	$\neg Q(m_2, l_1, c_4) \vee \neg \neg R_3(y, c_4) \vee \neg \neg T(m_2, l_1, y, s_2) \vee$ $\vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 32	$\neg T(m_2, l_1, c_1, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$ $\neg T(m_2, l_1, c_1, s_3) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 36	$\neg Q(m_2, l_1, c_1) \vee \neg \neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$ $\neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 37	$\neg C_0(m_1, m_2, s_2, s_3, a, s)$
R. 38	$\neg \neg V(f(c_1, s_0), q)(a \rightarrow m_1, s \rightarrow f(c_1, s_0))$
R. 39	nil

Рассмотрим пример машинного решения простейшей задачи. Будут указаны все новые формулы (резольвенты), полученные автоматически в результате реализации относительно простого алгоритма стратегии лозы. Те резольвенты, вывод которых необходим для решения задачи, выписаны в таблице в соответствии с их порядковыми номерами.

Сформулируем начальные условия задачи. Между двумя аэродромами ВС может пролететь по двум маршрутам: m_1 и m_2 — причем первый из них поделен на два этапа l_1 и l_2 , на которых для ВС может быть выбран один из двух эшелонов: c_1 или c_4 . Второй маршрут состоит из одного этапа l_1 и тех же эшелонов c_1 и c_4 . При этом опасные зоны наблюдаются на обоих эшелонах маршрута m_2 и на эшелоне c_4 этапа l_1 маршрута m_1 . На этапе l_2 маршрута m_1 эшелон c_1 предпочтительнее эшелона c_4 относительно выбранного критерия качества.

Аксиомы начальных условий имеют следующий вид:

$\text{Beg}(m_1); R_1(m_1, m_2); R_2(m_1, l_1, l_2); R_3(c_1, c_4);$
 $\text{Fin}(m_1, l_2); \text{Fin}(m_2, l_1); \text{Beg}_1(x, l_1); V_2(m_1, l_2, c_1, c_4);$
 $Q(m_1, l_1, c_1); \neg Q(m_1, l_1, c_4); Q(m_1, l_2, c_1); Q(m_1, l_2, c_4);$
 $\neg Q(m_2, l_1, c_1); \neg Q(m_2, l_2, c_4).$

Теорема W представляется формулой $\exists x \exists s : R(x, s, m_2)$. Непосредственное применение правила резольвенции к формулам, определяемым стратегией лозы, приводит к получению последовательности резольвент. Та их часть, которая образует вывод формулы W , указана в табл.

Алгоритм кончает работу при получении пустой формулы (nil). В скобках в табл. указаны некоторые унифицирующие подстановки. Последняя подстановка термов вместо переменных, стоящих в теореме, есть по определению ответ.

В этой задаче ВС предписывается лететь по маршруту m_1 в эшелоне c_1 на обоих этапах.

Как видно из таблицы, решение этой простой задачи алгоритм метода резолюций выполняет быстро, так как одно применение правила резольвенции сводится лишь к нахождению унифицирующей подстановки и замене переменных термами. Это позволяет считать эффективным применение общего метода в рассматриваемых конкретных задачах.

На основе алгоритма принципа резолюции, использующего стратегию лозы, разработана программа на языке программирования РЕФАЛ. Программа способна доказывать теоремы широкого класса задач, включающую рассматриваемую здесь задачу УВД.

Авторы статьи выражают особую благодарность С. В. Солонину за ценные советы, связанные с возможностью применения машинно-ориентированной логики в задачах УВД.

ЛИТЕРАТУРА

1. Солонин С. В. О перспективах автоматизации метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ», 1967, вып. 29, с. 150—158.
 2. Солонин С. В. Проблемы автоматизации метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ», 1971, вып. 42, с. 3—11.
 3. Солонин С. В. Проблемы автоматизации метеорологического обеспечения СТС с применением ЭВМ большого быстродействия. Л., 1971, с. 39—44 (ЛГМИ. Труды Всесоюзной конференции по вопросам метеорологического обеспечения сверхзвуковой авиации).
 4. Солонин С. В. Математические аспекты синтеза автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 3—8.
 5. Солонин С. В., Протасова В. П. Алгоритмы управления в автоматизированной системе метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ». 1968, вып. 34, с. 36—48.
 6. Слэйгл Дж. Искусственный интеллект. М., «Мир», 1973, с. 310.
 7. Нильсон Н. Искусственный интеллект. М., «Мир», 1973, с. 270.
 8. Нильсон Н. Мобильный автомат, построенный с использованием принципов искусственного интеллекта. — В кн.: Интегральные роботы. М., «Мир», 1973, с. 21—40.
 9. Робинсон Дж. Машинно-ориентированная логика, основанная на принципе резолюции. Кибернетический сборник, № 7. Новая серия. М., «Мир», 1970, с. 194—219.
 10. Клини С. Математическая логика. М., «Мир», 1973, с. 480.
-

АЛГОРИТМЫ ПРИНЯТИЯ БЕЗОПАСНЫХ РЕШЕНИЙ НА ПОЛЕТ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

В связи с большим потоком информации, обрабатываемой при принятии решения на полет, становится необходимым разработать новые алгоритмы принятия безопасного решения на полет, которые были бы запрограммированы в виде программы для ЭВМ и требовали для своей реализации минимальное машинное время. В настоящей статье предлагаются два алгоритма решения этой задачи, которые удовлетворяют этим требованиям.

В первом алгоритме будут учитываться состояния атмосферы на аэродроме вылета и посадки, ибо эти данные в настоящее время являются основными для принятия безопасного решения на полет. Рассмотрим множество всех состояний атмосферы X в окрестности аэродрома вылета и множество Y множество всех состояний атмосферы в окрестности аэродрома посадки.

Эти множества разбиваются на две пары непересекающихся подмножеств X', X'' и Y', Y'' :

$$\begin{aligned} X' \cap X'' &= \emptyset, & X' \cup X'' &= X; \\ Y' \cap Y'' &= \emptyset, & Y' \cup Y'' &= Y. \end{aligned}$$

Множества X' и Y' будем называть множествами состояний атмосферы, которые благоприятствуют вылету и посадке соответственно, а X'' и Y'' — множества состояний атмосферы, не благоприятствующие взлету и посадке.

Введем в рассмотрение множества $\hat{X}$ и $\hat{Y}$ — множества минимумов погоды (пороговые погодные минимумы), которые допускают вылет и посадку воздушных судов (ВС).

Будем считать, что $X = \{x^i\}_{i=1}^{\infty}$, $\hat{X} = \{\hat{x}^i\}_{i=1}^p$, $Y = \{y^i\}_{i=1}^{\infty}$, $\hat{Y} = \{\hat{y}^i\}_{i=1}^q$, где $x^i = (x_1^i, \dots, x_N^i)$, $\hat{x}^i = (\hat{x}_1^i, \dots, \hat{x}_N^i)$,

$y^i = (y_1^i, \dots, y_N^i)$, $\hat{y}^i = (\hat{y}_1^i, \dots, \hat{y}_N^i)$, т. е. каждое состояние атмосферы является N компонентным вектором.

Основная идея, которая была положена в основу алгоритма, была предложена С. В. Солониным и заключается в следующем: «вы-

лет ВС возможен, если фактическая погода на аэродроме вылета и посадки не ниже минимально допустимой» [1—3].

Используя символы математической логики, можно предложить следующий алгоритм:

$$(\forall j) \{ (x_j^i - \hat{x}_j^i \geq 0) \& (y_j^i - \hat{y}_j^i \geq 0) \} \Rightarrow \{ x^i \in X' \} \& \{ y^i \in Y' \},$$

т. е. полет ВС разрешен;

$$(\exists j) \{ ((x_j^i - \hat{x}_j^i \geq 0) \& (y_j^i - \hat{y}_j^i < 0)) \vee ((x_j^i - \hat{x}_j^i < 0) \& (y_j^i - \hat{y}_j^i \geq 0)) \vee ((x_j^i - \hat{x}_j^i < 0) \& (y_j^i - \hat{y}_j^i < 0)) \} \Rightarrow \\ \{ ((x \in X') \& (y \in Y')) \vee ((x \in X'') \& (y \in Y')) \vee ((x \in X'') \& (y \in Y'')) \}.$$

т. е. полет ВС запрещен.

Приведенный алгоритм обобщается на случай, когда нужно принимать решение о безопасном полете не одного ВС, а κ ВС.

В этом случае множество $\hat{X}$ будет являться множеством матриц $\{\hat{X}_{ji}^i\}$ — матриц минимальных погодных условий (пороговые погодные матрицы) размерности $N \times \kappa$.

Рассмотренный алгоритм может быть с успехом применен, если учитывать не только метеорологическую информацию в окрестности аэродрома вылета и посадки, но и метеорологическую информацию на маршруте, информацию о состоянии взлетно-посадочных полос (ВПП), о техническом состоянии систем ВС, о состоянии экипажа ВС и т. п. Для этого эту информацию можно закодировать и ввести соответствующие пороги.

Второй алгоритм о принятии безопасного решения на полет основан на логическом алгоритме (построение полной системы элементарных решающих предикатов) автоматической классификации, разработанном под руководством А. В. Тимофеева в Ленинградском университете для решения задач диагностики [4—6]. Этот алгоритм с успехом применялся для решения задачи классификации градоопасных и ливневых облаков, используя метеорологические измерения, проводимые на территории Северного Кавказа и Закавказья в 1964—1969 гг. [5, 7].

Предположим, что на некотором аэродроме есть множество ВС $\{a\} \in A$, которым нужно дать команду, разрешающую или запрещающую взлет. Такая команда будет зависеть от метеорологических условий на аэродроме взлета и посадки, опасных явлений на маршруте, состояния ВПП, технического состояния бортовых систем ВС, физического состояния экипажа ВС.

Каждое ВС a , находящееся на аэродроме ($a \in A$), принадлежит одному из двух множеств: множеству A_1 — множеству ВС, которым может быть дана команда, разрешающая вылет, или множеству A_2 — множеству ВС, которым нельзя давать этой команды. Априорное разбиение множества A на A_1 и A_2 неизвестно.

На множестве всех ВС A зададим набор предикатов признаков $\eta_i(a)$, $i = 1, \dots, N$:

$$\eta_i(a) = \begin{cases} 1, & \text{если для ВС фактор благоприятствует принятию} \\ & \text{решения на полет,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Каждому ВС a ставится в соответствие некоторый набор предикатов признаков

$$a \rightarrow f(a) = \{\eta_i(a)\}_{i=1}^N.$$

В результате этого отображения в множестве предикатов $\{f\} = F$ выделяются два непересекающихся подмножества $F_1 = f(A_1)$ и $F_2 = f(A_2)$, соответствующие априорному разбиению $A = A_1 \cup A_2$. Этим множествам поставим в соответствие предикаты δ и $\bar{\delta}$:

$$\delta[f(a)] = \begin{cases} 1, & \text{если } f \in F_1 (a \in A_1), \\ 0, & \text{если } f \notin F_1 (a \notin A_1); \end{cases}$$

$$\bar{\delta}[f(a)] = \begin{cases} 1, & \text{если } f \in F_2 (a \in A_2), \\ 0, & \text{если } f \notin F_2 (a \notin A_2). \end{cases}$$

На практике множества F_1 и F_2 неизвестны, известными являются лишь конечные подмножества $\tilde{F}_1 \subset F_1$ и $\tilde{F}_2 \subset F_2$, на которых мы знаем значение δ и $\bar{\delta}$. Объединение $\tilde{F}_1 \cup \tilde{F}_2$ называют обучающей выборкой (ОВ).

Задача автоматической классификации ВС на два класса A_1 и A_2 состоит в построении по ОВ (объем которой обычно невелик) алгоритма, который обеспечивает наилучшую классификацию любых $a \in A$ по их признакам (образам) $f(a)$, т. е. в «восстановлении» множеств F_1 и F_2 .

Сопоставим каждому предикату η_i логическую переменную α_i определяемую соотношением

$$\alpha_i^{\eta_i} = \begin{cases} \alpha_i, & \text{если } \eta_i = 1, \\ \bar{\alpha}_i, & \text{если } \eta_i = 0, \end{cases}$$

а вектору предикату $f(a)$ сопоставим конъюнкцию N -го порядка

$$h_N[f(a)] = \bigwedge_{i=1}^N \alpha_i^{\eta_i}.$$

Конъюнкцией κ -го порядка называется

$$h_\kappa[f(a)] = \bigwedge_{i \in I} \alpha_i^{\eta_i},$$

где $\text{card } I = \kappa$.

Обозначим $M(h_k)$ число векторов ОВ, на которых $h_k = 1$, а $M(h_k, \delta)$ ($M(h_k, \bar{\delta})$) число векторов ОВ, принадлежащих классу F_1 (классу F_2), на которых $h_k(f) = 1$. Тогда условная вероятность

$$p(\delta/h_k) = \frac{M(h_k, \delta)}{M(h_k)}.$$

Аналогично вычисляется $p(\bar{\delta}/h_k)$, причем $p(\delta/h_k) + p(\bar{\delta}/h_k) = 1$.

Предположим, что существует разделяющий предикат

$$R(f) = \begin{cases} 1, & \text{если } f \in F_1, \\ 0, & \text{если } f \in F_2, \end{cases}$$

относящий f (или h_k) к одному из классов F_1 или F_2 .

Сопоставим $R(f)$ логическую разделяющую функцию вида

$$\delta^{R(f)} = \begin{cases} \delta, & \text{если } R(f) = 1, \\ \bar{\delta}, & \text{если } R(f) = 0. \end{cases}$$

Значения разделяющего предиката и логической разделяющей функции известны лишь на ОВ.

Конъюнкция $h_k(f)$ дает конечный исход δ (или $\bar{\delta}$) с вероятностью $p(\delta/h_k = 1) = 1$ (или $p(\bar{\delta}/h_k = 1) = 1$), если $M(h_k) \neq 0$ и $M(h_k, \bar{\delta}) = 0$ (или $M(h_k, \delta) = 0$). Импликация $h_k(f) \implies \delta^{R(f)}$ называется элементарной логической разделяющей функцией.

Рассмотрим алгоритм автоматической классификации [7], состоящий в последовательном формировании (по возрастающим порядкам конъюнкций $h_k(f)$) полной системы логических разделяющих функций. На k -м шаге алгоритма формируются конъюнкции k -го порядка следующим образом:

1. Если на $(k-1)$ -м шаге $h_{k-1} \implies \delta$ (или $\bar{\delta}$), то в h_{k-1} заменяется последняя компонента ее отрицанием и к полученной конъюнкции последовательно присоединяют $2(N-k+1)$ „неиспользованных“ логических переменных α_i^j .

2. Оцениваются условные вероятности $p(\delta/h_k)$, $p(\bar{\delta}/h_k)$ и берется конъюнкция h_k , дающая конечный исход. Если h_k несколько, то отбирается конъюнкция с наибольшим $M(h_k)$. При равенстве $M(h_k)$ берется такая конъюнкция, чтобы построенная конъюнкция $(k+1)$ -го порядка, дающая конечный исход, имела наибольшее $M(h_{k+1})$.

3. Если среди конъюнкций k -го порядка нет конъюнкций, приводящих к конечному исходу с вероятностью единица, то нужно взять конъюнкцию h_k с наибольшим значением $p(\delta/h_k)$ или $p(\bar{\delta}/h_k)$, а также конъюнкцию, полученную из h_k заменой последней компоненты на ее отрицание. К этим конъюнкциям присоединяются $2(N-k+1)$ „неиспользованных“ логических переменных.

Приведенные выше алгоритмы принятия решения на полет ВС достаточно эффективны и легко реализуемы на ЭВМ. Их можно считать близкими к «логике» принятия решения диспетчером в службе управления воздушным движением (УВД).

ЛИТЕРАТУРА

1. Солонин С. В., Протасова В. П. Алгоритмы управления в автоматизированной системе метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ», 1968, вып. 34, с. 36—48.
 2. Солонин С. В. Математические аспекты синтеза автоматизированной системы метеорологического обеспечения полетов. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 3—8.
 3. Баранов А. М., Солонин С. В. Авиационная метеорология. Л., Гидрометеониздат, 1975, с. 391.
 4. Пшибихов В. Н., Тимофеев А. В. Полные системы логических разделяющих функций и оптимальные опознающие графы. — В кн.: Методы вычислений. Л., изд-во ЛГУ, 1973, вып. 9, с. 115—134.
 5. Тимофеев А. В. Нелинейные методы оценки информативности метеорологических параметров и классификации метеорологических явлений. — «Метеорология и гидрология», 1973, № 7, с. 36—46.
 6. Тимофеев А. В. Опознающие графы и решающие предикаты в задачах классификации. — В кн.: Вопросы кибернетики. Труды II симпозиума по адаптивным системам. Л., 1975, с. 32—34.
 7. Тимофеев А. В. Классификация метеорологических объектов при помощи полных систем решающих предикатов и опознающих графов. — «Метеорология и гидрология», 1975, № 1, с. 13—23.
-

Л. Д. КРИВЦОВ, В. А. РЕМЕНСОН,
С. И. ТИТОВ (ВИКИ)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИНЦИПА АНАЛОГИЧНОСТИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПРОГНОЗОВ КОМПЛЕКСНЫХ АВИАЦИОННО-КЛИМАТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

В настоящее время практически в каждом метеорологическом подразделении имеются различные статистические характеристики, рассчитанные для многих метеорологических элементов и явлений. Эти характеристики применяются, главным образом, на этапе долгосрочного планирования летной работы. Ограниченное использование статистических характеристик при непосредственном метеорологическом обеспечении полетов и перелетов объясняется тем, что вычисляют их, как правило, без учета конкретных синоптических ситуаций. Между тем, любой синоптик при разработке прогноза погоды использует мысленное статистическое обобщение многих типичных ситуаций, которые ему приходилось ранее тщательно анализировать и сопоставлять с пространственным и временным изменением метеозаэментов и явлений. Следовательно, и при разработке физико-статистических моделей прогноза погоды желательно шире использовать классификацию атмосферных процессов на основе принципа аналогичности.

На современном этапе, когда метод аналогов развивается на базе использования ЭВМ, мы сталкиваемся с типичной проблемой машинного распознавания образов из множества синоптических ситуаций. Первоочередной в этой проблеме является задача установления объективных критериев для выбранной классификации. Следующий этап работы состоит в определении с помощью ЭВМ класса, к которому надо отнести каждую конкретную ситуацию. На заключительном этапе разрабатывается статистический метод прогноза метеозаэментов или явления с учетом разбивки всего пространства синоптических ситуаций на классы.

Эффективность такого подхода к проблеме прогноза погоды проиллюстрируем на примере получения комплексных авиационно-климатических показателей. Такие показатели широко используются на этапах принятия решения командно-руководящим составом летных подразделений, планирования летной работы и непосредственного метеорологического обеспечения полетов и перелетов.

Авиационно-климатические показатели характеризуют вероятность появления вполне определенного сочетания различных значений нескольких метеорологических элементов и явлений. В качестве такого интегрального комплекса можно использовать показатели различной степени сложности погоды для авиации, включающие в себя характеристики облачности (количество и высота) и дальности видимости.

Нами были рассчитаны комплексные авиационно-климатические показатели для Ленинграда в зависимости от типа синоптических ситуаций, а также статистические характеристики для отдельных метеозадач и явлений.

За основные признаки при классификации крупномасштабных атмосферных процессов были взяты характеристики, успешно использованные в работе [2] — лапласиан давления, описывающий форму профиля барического поля, и направление изобар, позволяющее судить о направлении переноса воздушных масс.

Исходным материалом для объективной классификации атмосферных процессов в районе Ленинграда послужили кольцевые карты погоды за 12 часов для трех зимних месяцев (декабрь, январь, февраль) за 1964—1973 гг. Данные снимались в узлах регулярной

Таблица 1

Число случаев различных типов синоптических ситуаций для Ленинграда за зимний сезон 1964—1973 гг.

Форма барического поля	Направление переноса воздушных масс	Число случаев	Общее число случаев данной формы поля
Антициклон, гребень	С, СВ	73	207
	В, ЮВ	52	
	Ю, ЮЗ	25	
	З, СВ	32	
	безградиентное поле	25	
Циклон, ложбина	С, СВ	215	513
	В, ЮВ	111	
	Ю, ЮЗ	45	
	З, СЗ	116	
	безградиентное поле	26	
Параллельные изобары	З, СЗ, С, СВ	85	138
	В, ЮВ, Ю, ЮЗ	53	
Седловины	Без учета направления	42	42

квадратной сетки точек с шагом 500 км. Классификация синоптических ситуаций осуществлялась с помощью ЭВМ М-222 по методике, изложенной в работе [2].

Архив синоптических ситуаций, насчитывающий 900 случаев, разбивался на 13 классов в зависимости от формы барического поля и направления переноса воздушных масс относительно района Ленинграда. Результаты численного определения типов синоптических ситуаций представлены в табл. 1.

Более детальная классификация синоптических процессов желательна, но в данном случае, по-видимому, нецелесообразна ввиду ограниченности выборки.

После разбиения всей выборки на классы была проведена статистическая обработка данных метеорологических наблюдений для четырех сроков (06, 12, 18 и 24 часа) отдельно для каждого из 13 классов типизации. В качестве примера в табл. 2 приведены следующие статистические характеристики: среднее количество облаков (балл), средняя высота облаков (м), средняя дальность видимости (км), а в табл. 3 — комплексные авиационно-климатические пока-

Таблица 2

Средние значения количества облаков, высоты нижней границы облачности и дальности видимости для Ленинграда (зима)

Форма барического поля	Направление переноса воздушных масс	количество облаков (балл)	Высота ниж- ней границы облачности (м)	Дальность видимости (км)
Антициклон, гребень	С, СВ	7,4	410	6,8
	В, ЮВ	7,4	360	5,6
	Ю, ЮЗ	6,6	380	6,0
	З, СЗ	7,4	430	7,1
	безградиентное поле	7,5	350	5,8
Циклон, ложбина	С, СВ	7,5	390	6,1
	В, ЮВ	8,4	390	7,6
	Ю, ЮЗ	8,4	380	6,5
	З, СЗ	7,8	390	5,3
	безградиентное поле	9,1	370	6,2
Параллельные изобары	З, СЗ; С, СВ	7,1	420	6,4
	В, ЮВ, Ю, ЮЗ	7,7	400	6,8
Седловины	Без учета направления	8,5	390	6,5

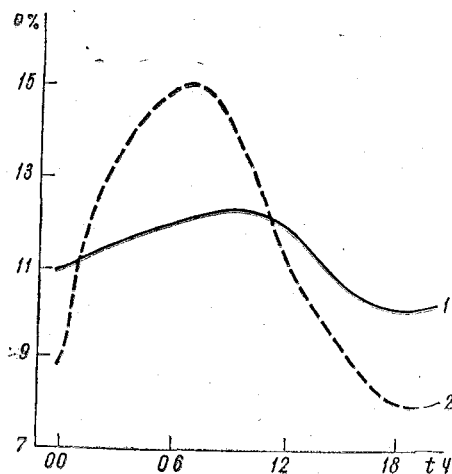
Повторяемость (%) различных сочетаний количества облаков, высоты облаков
и дальности видимости. Ленинград (зима)

Таблица 3

Форма барического поля	Направление переноса воздушных масс	$n \leq 8$ баллов, $H > 400$ м, $v \wedge 4$ км	$n \leq 8$ баллов, $H > 400$ м, $v \wedge 4$ км	Независимо от количества облаков		
				$400 \text{ м} \geq H \geq 200 \text{ м}$ или $4 \text{ км} \geq v \geq 3 \text{ км}$	$300 \text{ м} > H \geq 200 \text{ м}$ или $3 \text{ км} > v \geq 2 \text{ км}$	$200 \text{ м} > H$ или $2 \text{ км} > v$
Антициклон, гребень	С, СВ	9	26	53	8	4
	В, ЮВ	4	21	53	11	6
	Ю, ЮЗ	10	23	35	20	11
	З, СЗ	12	22	52	11	3
	безградиентное поле	15	10	52	20	3
Циклон, ложбина	С, СВ	10	15	53	13	9
	В, ЮВ	7	14	63	8	8
	Ю, ЮЗ	9	17	47	15	12
	З, СЗ	10	13	53	17	7
	безградиентное поле	5	27	42	12	14
Параллельные изобары	З, СЗ, С, СВ	12	19	62	4	3
	В, ЮВ, Ю, ЮЗ	10	10	62	8	10
Седловины	Без учета направления	7	16	57	12	8

затели: повторяемости простых метеорологических условий (количество облаков $n < 8$ баллов, высота облачности $H > 400$ м, дальность видимости $v > 4$ км) и сложных метеорологических условий (количество облачности $n \geq 8$ баллам). При этом сложные метеороусловия подразделялись на ряд градаций: 1) $H > 400$ м и $v > 4$ км; 2) $400 \text{ м} \geq H \geq 300 \text{ м}$ или $4 \text{ км} \geq v \geq 3 \text{ км}$; 3) $300 \text{ м} > H \geq 200 \text{ м}$ или $3 \text{ км} > v \geq 2 \text{ км}$; 4) $200 \text{ м} > H$ или $2 \text{ км} > v$.

В табл. 2—3 представлены статистические характеристики по данным наблюдений за 12 часов. Вообще отмечалось определенное различие между результатами, полученными для разных сроков наблюдений. На рисунке приведен график изменения повторяемости условий погоды с высотой нижней границы менее 200 м и видимостью менее 2 км для антициклонов (гребней) и циклонов (ложбин) в зависимости от срока наблюдений для южного и юго-западного направлений переноса воздушных масс.



Форму барического образования и направление переноса можно определять не по фактическим синоптическим картам, а по прогностическим картам, передаваемым по факсимильным каналам связи ГРМЦ и зональными РМЦ. Учитывая хорошее совпадение формы барического поля и направления переноса на приземных синкартах и картах АТ₈₅₀, можно использовать прогностические карты барической топографии уровня 850 мбар. В этом случае найденные статистические характеристики позволят разрабатывать вероятностный прогноз степеней сложности погоды для авиации с заблаговременностью от 24 до 72 часов.

Для проверки предложенной методики и оценки вероятностных формулировок использовался критерий успешности прогноза P в следующем виде [1]:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^N (f_{ij} - E_{ij}), \quad (1)$$

где N — число событий; r — число градаций, в которых может осуществляться каждое событие; величины f_{ij} — прогнозируемые вероятности того, что событие произойдет в градациях с номерами 1, 2, ..., r ; E_{ij} — принимает значение 1 или 0 в зависимости от того, произошло событие в градации j или нет.

Для идеального прогноза критерий успешности P равен нулю, а для самого плохого — двум.

В результате расчетов, проведенных на независимой выборке, для 90 случаев зимнего сезона 1974 года с использованием табл. 3 величина критерия P получилась равной 0,54, в то время как для климатологического прогноза она составила 0,86. Это свидетельствует о возможности и целесообразности использования предложенной методики прогнозирования комплексных авиационно-климатических показателей в вероятностной форме с учетом классификации синоптических процессов в практике метеорологического обеспечения авиации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пановский Г. А., Брайер Г. В. Статистические методы в метеорологии. Пер. с англ. под ред. Л. С. Гандина. Л., Гидрометеонздат, 1967, с. 123.
2. Садовников А. В. Характеристика синоптических процессов над территорией Советского Союза. ВИКА им. А. Ф. Можайского, 1973, с. 12—18.

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЗОН БОЛТАНКИ САМОЛЕТОВ НА ЭВМ

Анализ условий возникновения интенсивной атмосферной турбулентности статистическими методами позволяет использовать комплекс критериев ее возникновения для реализации на ЭВМ методики диагноза и прогноза зон болтанки самолетов. Болтанка при ясном небе, представляющая собой одно из наиболее опасных для авиации явлений вследствие затрудненности непосредственного обнаружения и неожиданности воздействия на летательный аппарат, при одинаковых метеорологических условиях отличается по величине перегрузок для различных типов самолетов. Зависимость величины перегрузки от числа M , нагрузки на крыло, воздушной скорости полета предполагает реакцию самолета не только на атмосферную турбулентность различного масштаба, но и на температурные неоднородности или на волнообразный ламинарный поток [11, 12].

Несмотря на успехи, достигнутые при численном моделировании условий развития интенсивной атмосферной турбулентности [16], отсутствие аналитического описания как самого явления, так и критериев его возникновения затрудняет определение зон болтанки методами гидродинамики. В связи с этим возрастает значение статистических методов диагноза и прогноза болтанки [5—7, 13], которые базируются на установлении набора метеорологических параметров, имеющих статистически обоснованную значимость при принятии решения о потенциальной опасности зоны для самолета данного типа.

Наряду с использованием аэрологических данных, все большую роль в определении потенциальных зон болтанки приобретают такие виды информации, как радиолокационная [18] и спутниковая [10, 19]. Комплексное использование столь различных источников предъявляет особые требования к совместной обработке полученных сведений: учет точности измерений радиозондами, метеолокаторами и спутниками, согласование данных по времени, зависимость освещенности информацией определенных уровней атмосферы и районов от вида используемых источников. Вопросы обработки поступающих данных должны решаться при построении

системы информативных признаков, которые могут иметь различные веса в зависимости от точности измерений и значимости данной метеоинформации для проблемы идентификации опасных явлений [14, 15].

Построение автоматической системы диагноза и прогноза потенциальных зон болтанки самолетов по уточненной модели атмосферной турбулентности осуществляется на основе теории распознавания образов.

Математическая постановка задачи и проведенные численные эксперименты по идентификации зон болтанки самолетов с привлечением некоторых методов теории распознавания образов были описаны в работе [13].

Предлагаемая в данной работе реализация численной схемы метода потенциальных функций приводит к сокращению объема вычислений за счет выбора последовательности информативных метеорологических признаков, значения которых характеризуют различия физического состояния зон болтанки и неопасных зон, а также вследствие адаптации параметров потенциальных функций в соответствии с обучающей выборкой (ОВ) и вследствие возможности локального распознавания возникшей ситуации в пространстве признаков.

1. Процедура классификации синоптических ситуаций при наличии и отсутствии болтанки

Будем считать, что имеется архив сообщений о наличии и отсутствии болтанки, который составляет обучающую выборку из n_1 векторов X_i , $i = \overline{1, n_1}$, являющихся элементами класса „отсутствие болтанки“ Ω_1 , и n_2 векторов X_j , $j = \overline{1, n_2}$, образующих класс „наличие болтанки“ Ω_2 . Сообщения пилотов о наличии или отсутствии болтанки относятся к определенным зонам (например, квадратам географической сетки).

Каждый из векторов X представляет собой набор n значений метеорологических параметров (признаков), которые образуют n -мерное пространство признаков R_n . Введем в R_n метрику (евклидово расстояние) между векторами X_i и X_j :

$$\rho(X_i, X_j) = \left\{ \sum_{m=1}^n (x_{im} - x_{jm})^2 \right\}^{1/2}, \quad (1)$$

где x_{im} и x_{jm} — m -я координата (признак) для векторов X_i и X_j соответственно.

Комплекс признаков, входящих в вектор X , выбирается на основе выводов теории турбулентности и изучения статистической связи метеорологических параметров и их комбинаций с явлением болтанки [4—7, 12—15].

Математическая формулировка требований к набору признаков зависит от того, является ли постановка задачи детерминистской или вероятностной. При детерминистском подходе области, соответ-

ствующие классам Ω_1 и Ω_2 , предполагаются непересекающимися, и каждый числовой набор значений признаков однозначно связывается либо с наличием, либо с отсутствием болтанки. Правило выбора оптимального комплекса для распознавания ОБ принимает вид:

$$Q(X_i^{(0)} \in \Omega_1; i = \overline{1, n_1}) \cap Q(X_j^{(0)} \in \Omega_2; j = \overline{1, n_2}) = \emptyset, \quad (2)$$

где $Q(X_t^{(0)} \in \Omega_\kappa; t = \overline{1, n_\kappa})$, $\kappa = 1, 2$ — области в $R_n^{(0)}$, соответствующие для классов Ω_κ набору векторов ОБ $X_t^{(0)}$, $t = \overline{1, n_\kappa}$; $X_i^{(0)}$ и $X_j^{(0)}$ — вектора значений метеорологических параметров оптимального комплекса для классов Ω_1 и Ω_2 соответственно.

Детерминистская постановка задачи является частным случаем вероятностной, при которой классы могут пересекаться в R_n . Каждый метеорологический параметр рассматривается как случайная величина, а набору n параметров соответствует n -мерная условная плотность вероятности векторов X для класса Ω_κ : $p(X/\Omega_\kappa)$. При статистической обработке сообщений о встречаемости болтанки для каждого из классов рассчитывается априорная вероятность появления $P(\Omega_\kappa)$.

Задача диагноза (или прогноза) потенциальных зон болтанки при вероятностном подходе сводится к классификации синоптической ситуации, описываемой диагностическим (или прогностическим) оптимальным набором признаков, как элемента класса Ω_1 или Ω_2 . Для вынесения решения относительно формулировки диагноза (или прогноза) строится процедура классификации, которая приводит к проведению в пространстве признаков границ классов с наименьшими ошибками классификации. Оптимальный байесовский классификатор имеет вид [15]

$$X \in \Omega_\kappa, \text{ если } P(\Omega_\kappa)p(X/\Omega_\kappa) \geq P(\Omega_l)p(X/\Omega_l), \quad (3) \\ l, \kappa = 1, 2; \kappa \neq l.$$

Так как вследствие теоремы Байеса справедливо соотношение

$$p(X/\Omega_\kappa) = \frac{p(\Omega_\kappa/X)}{P(\Omega_\kappa)} \sum_{l=1}^2 p(X/\Omega_l) P(\Omega_l), \quad (4)$$

то условие (3) эквивалентно следующему:

$$\frac{p(\Omega_\kappa/X)}{p(\Omega_l/X)} \geq 1, \quad (5)$$

где $p(\Omega_\kappa/X)$ — вероятность возникновения явления из класса Ω_κ при синоптической ситуации, описываемой вектором метеорологических параметров X .

Логарифмируя соотношение (5), получим неравенство

$$\ln p(\Omega_\kappa/X) - \ln p(\Omega_l/X) \geq 0, \quad (6) \\ \kappa, l = 1, 2; \kappa \neq l,$$

левая часть которого определяет дискриминантную функцию для классов Ω_1 и Ω_2 . Таким образом, построение границ классов в пространстве R_n сводится к аппроксимации апостериорных плотностей вероятности $p(\Omega_k/X)$, $k=1,2$, при обучении на элементах ОБ. Выбор формулировки диагноза (или прогноза) для конкретной синоптической ситуации X состоит в проверке соотношения (6).

Для оценки функций $p(\Omega_k/X)$ при обучении используются параметрические и непараметрические методы. В первом случае вид закона распределения считается известным, и обучение сводится к оценке параметров распределения (например, моментов). К непараметрическим относится метод потенциальных функций, при применении которого не делается никаких предположений о виде закона распределения.

2. Оценка плотностей вероятности на основе метода потенциальных функций

Аппарат метода потенциальных функций (ПФ), детально разработанный в работах [1, 2], применяется для аппроксимации неизвестных равномерно ограниченных непрерывных функций: разделяющих границ множеств, плотностей вероятности или функций распределения. В качестве потенциальных используются функции, убывающие с увеличением расстояния:

$$K_1(X, Y) = \exp \{ -\alpha_1 \rho^2(X, Y) \}, \quad (7)$$

$$K_2(X, Y) = \frac{1}{1 + \alpha_2 \rho^2(X, Y)}. \quad (8)$$

Будем в качестве аппроксимируемой функции $F(X)$ рассматривать неизвестную плотность вероятности $p(\Omega_k/X)$. После того, как для аппроксимации $F(X)$ использовано t векторов ОБ $X_1, X_2, \dots, X_t$ вычисляется оценка $F_t(X)$ по формуле [1]

$$F_t(X) = F_{t-1}(X) + r_t K(X, X_t), \quad (9)$$

где при $t=0$ полагается $F_0(X) = 0$. Величина r_t должна зависеть от информации, полученной о значениях $F(X)$ в результате обучения, и обеспечивать сходимость оценки $F_t(X)$ к $F(X)$.

Для сходимости в среднеквадратичном полагается $r_t = \gamma_t [F(X) - F_{t-1}(X_t)]$, где γ_t — последовательность положительных чисел такая, что $\sum_{t=1}^{\infty} \gamma_t = \infty$, $\sum_{t=1}^{\infty} \gamma_t^2 < \infty$.

Например, эти условия удовлетворяются, если $\gamma_t = \frac{1}{t}$.

При аппроксимации $F(X)$ суммой потенциалов полагается $r_t = \frac{1}{n_k}$, что целесообразно при непараметрическом методе.

Для построения решающего правила (6) заменим $p(\Omega_\kappa/X)$ нормированной суммой потенциалов $K(X, X_i)$; $X_i \in \Omega_\kappa$; $i = \overline{1, n_\kappa}$; $\kappa = 1, 2$, полагая в формуле (9) $r_i = \frac{1}{n_\kappa}$, и будем сопоставлять нормированные суммарные потенциалы:

$$\Phi_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} K(X, X_i), \quad \Phi_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{j=1}^{n_2} K(X, X_j). \quad (10)$$

Если выполняется неравенство $\ln \Phi_1 - \ln \Phi_2 \geq 0$, то выносится решение об отсутствии болтанки ($X \in \Omega_1$); в противном случае зона идентифицируется как потенциально опасная ($X \in \Omega_2$).

3. Выбор начального значения параметра ПФ

Определение параметра ПФ осуществляется в результате обучения: из нескольких значений α выбирается то, при котором данная ПФ приводит к наименьшим ошибкам при распознавании обучающей выборки. Однако этот метод требует исключения неопределенности в задании как начального значения $\alpha^{(0)}$, так и числа последовательных классификаций ОВ при разных значениях α .

Определение величины $\alpha_1^{(0)}$ для ПФ $K_1(X, Y) = \exp\{-\alpha_1 \rho^2(X, Y)\}$ основывается на оценке

$$\begin{aligned} p(\Omega_\kappa/X_j) &= \frac{1}{n_\kappa} \sum_{s=1}^{n_\kappa} K(X_s, X_j) = \frac{1}{n_\kappa} \sum_{s=1}^{n_\kappa} \exp\{-\alpha_1 \rho^2(X_s, X_j)\} \leq \\ &\leq \max_{s; s=\overline{1, n_\kappa}} \exp\{-\alpha_1 \rho^2(X_s, X_j)\}. \end{aligned}$$

Полагая

$$\alpha_1^{(0)} = \frac{\ln M}{D^2}, \quad (11)$$

где $M = \max_{\kappa; \kappa=1, 2} \{n_\kappa\}$; $D^2 = \min_{\substack{X_i \in \Omega_1, \\ X_j \in \Omega_2}} \{\rho^2(X_i, X_j)\}$,

получаем цепочку неравенств

$$\begin{aligned} p(\Omega_\kappa/X_j) &\leq \exp\{-\alpha_1^{(0)} D^2\} = \frac{1}{M} \leq \frac{\exp\{-\alpha_1^{(0)} \rho^2(X_j, X_j)\}}{n_l} \leq \\ &\leq \frac{1}{n_l} \sum_{s=1}^{n_l} \exp\{-\alpha_1^{(0)} \rho^2(X_j, X_s)\} = p(\Omega_l/X_j). \end{aligned}$$

Следовательно, при выборе начального значения параметра ПФ по формуле (11) вектора ОВ $X_i \in \Omega_\kappa$, $X_j \in \Omega_l$, $i = \overline{1, n_\kappa}$, $j = \overline{1, n_l}$; $\kappa, l = 1, 2$; $\kappa \neq l$ будут классифицироваться без ошибок при использовании ПФ вида формулы (7), ибо выполняется условие правильной классификации

$$X_j \in \Omega_l, \text{ если } p(\Omega_\kappa/X_j) \leq p(\Omega_l/X_j); \quad \kappa, l = 1, 2; \quad \kappa \neq l.$$

Для ПФ вида формулы (8) начальное значение $\alpha_2^{(0)}$, при котором обучающая выборка классифицируется безошибочно, вычисляется по формуле [3]

$$\alpha_2^{(0)} = \frac{M-1}{D^2} > 0. \quad (12)$$

Полученные начальные величины $\alpha^{(0)}$ используются в итеративном алгоритме обучения. Характеристикой качества распознавания ОВ при обучении служит критерий, введенный А. М. Обуховым [8]:

$$I_\alpha = 1 - e_{12} - e_{21}, \quad (13)$$

где e_{kl} — вероятность ошибочного отнесения элемента ОВ из класса Ω_l к классу Ω_k . Оптимальным является то значение $\alpha_{\text{опт}}$, при котором $I_{\alpha_{\text{опт}}} = 1$, т. е. ошибки распознавания ОВ отсутствуют. Получение $\alpha_{\text{опт}}$ является основой для выделения наиболее информативных из признаков и условием успешности последующей классификации.

4. Выбор последовательности информативных признаков

Методика отбора описывающих явление признаков привлекает особое внимание не только вследствие необходимости этой процедуры для целей распознавания образов, но и как одна из проблем обработки информации для сокращения объема последней без существенных потерь. В метеорологии используются такие способы упорядочения предикторов, как метод «просеивания» с различными критериями качества [4, 6, 13], метод разложения на естественные ортогональные составляющие и другие [14, 15].

Для реализации метода ПФ применяется процедура «просеивания» признаков, учитывающая особенности распознавания ОВ.

Величина среднего потенциала между элементами $X_i \in \Omega_1$ и $X_j \in \Omega_2$ при выборе ПФ в виде (3) вычисляется по формуле

$$P^{(2)} = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \left[\frac{1}{1 + \alpha_2 \rho^2(X_i, X_j)} \right]. \quad (14)$$

Выбор совокупности признаков, минимизирующий эту величину, обеспечивает правильное распознавание ОВ [17]. При этом минимизируется верхняя граница вероятности ошибочного распознавания, что приводит к достижению максимума I_α .

Вследствие неравенства, справедливого для любого положительного числа a : $\frac{1}{1+a} \geq \exp(-a)$, имеет место соотношение

$$P^{(2)} \geq \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \exp\{-\alpha_2 \rho^2(X_i, X_j)\} = P^{(1)}, \quad (15)$$

где $P^{(1)}$ — средний потенциал между классами Ω_1 и Ω_2 для ПФ вида (7) при $\alpha_1 = \alpha_2$. Так как $\alpha_1^{(0)} < \alpha_2^{(0)}$ при достаточно большом M ,

то минимизация величины $\bar{P}^{(2)}$ будет обеспечивать оптимальный выбор признаков при использовании потенциальной функции как вида (8), так и задаваемой формулой (7), но с более высоким значением α , чем $\alpha_1^{(0)}$.

Произведя для каждого элемента обучающей выборки оценку величин $p(\Omega_k/X)$ и $p(\Omega_l/X)$ с помощью суммарных потенциалов Φ_1 и Φ_2 , вычисленных по формулам (10), определим вероятности ошибок распознавания e_{21} и e_{12} при вынесении решения по байесовой процедуре. Если расчет ошибок e_{12} и e_{21} и критерия (13) производить при разном числе признаков $m \leq n$, то возможно определение минимального числа признаков, доставляющего максимум величине J_α .

5. Применение метода последовательного анализа Вальда для классификаций синоптических ситуаций

При использовании наборов признаков возрастающей размерности целесообразно применить последовательный критерий Вальда [13, 15], который обеспечивает в случае двух классов минимальные ошибки классификации и выигрыш в среднем числе используемых признаков.

Для m признаков ($m < n$) классификатор Вальда вычисляет последовательное отношение правдоподобия:

$$\lambda_m = \frac{p_m(X/\Omega_1)}{p_m(X/\Omega_2)}. \quad (16)$$

По заданным вероятностям ошибок e_{21} и e_{12} рассчитываются останавливающие границы (верхняя A и нижняя B):

$$A = \frac{1 - e_{21}}{e_{12}}; \quad B = \frac{e_{21}}{1 - e_{12}}, \quad (17)$$

где e_{kl} — вероятность принятия решения $X \in \Omega_k$, если в действительности $X \in \Omega_l$, $k \neq l$, $k, l = 1, 2$.

Вектор X относится к классу Ω_1 , если

$$\ln \lambda_m \geq \ln A; \quad (18)$$

для принятия решения $X \in \Omega_2$ должно выполняться неравенство

$$\ln \lambda_m \leq \ln B. \quad (19)$$

Если имеет место соотношение

$$\ln B < \ln \lambda_m < \ln A, \quad (20)$$

то классификация вектора X с точностью, соответствующей заданным ошибкам e_{21} и e_{12} , не гарантируется, так как вектор X попадает в область неопределенности, которая выделяется между классами Ω_1 и Ω_2 при введении останавливающих границ. В этом случае процесс распознавания проводится в $(m + 1)$ -мерном пространстве

после добавления следующего по порядку информативности признака.

Так как алгоритм метода ПФ используется для оценки апостериорных вероятностей $p_m(\Omega_k/X)$, $k=1, 2$, то отношение правдоподобия следует преобразовать в соответствии с теоремой Байеса к виду

$$\lambda_m = \frac{p_m(\Omega_1/X) \cdot P(\Omega_2)}{p_m(\Omega_2/X) \cdot P(\Omega_1)}. \quad (21)$$

Тогда логарифм последовательного отношения правдоподобия после замены плотностей вероятности на суммарные потенциалы приводится к выражению

$$\ln \lambda_m = \ln \Phi_1 - \ln \Phi_2 + \ln P(\Omega_2) - \ln P(\Omega_1). \quad (22)$$

Выполнение условия (18) или (19) позволяет останавливать процесс классификации вектора X при числе признаков, меньшем n . Среднее количество метеорологических параметров, при котором правильно идентифицируются все векторы обучающей выборки, принимается за достаточное для распознавания число признаков.

6. Численные эксперименты по реализации метода потенциалных функций

Архив исходных данных включал сообщения об отсутствии ($n_1 = 120$) и наличии болтанки ($n_2 = 90$) во время исследовательских полетов в 1968—1972 гг. Сведения о полетах были любезно предоставлены Г. С. Булдовским.

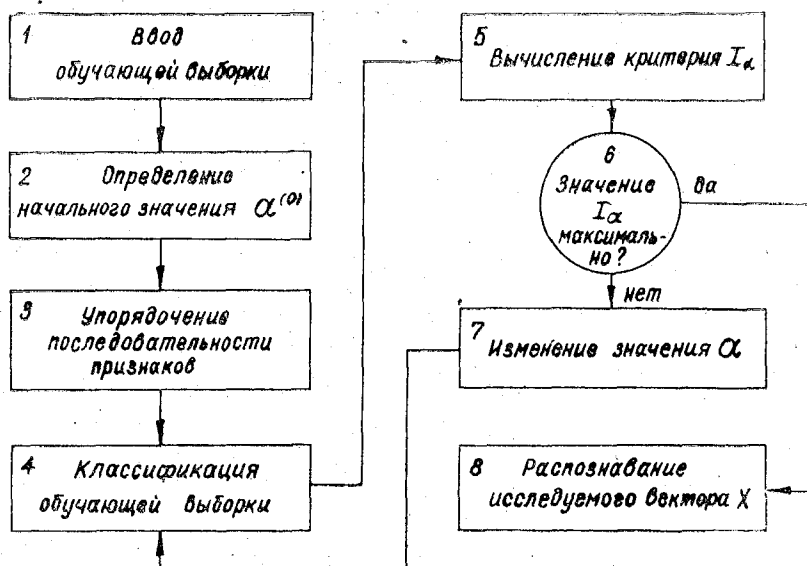
Каждый из векторов обучающей выборки описывался следующими семью признаками: x_{k1} — вертикальный градиент температуры; x_{k2} — горизонтальный градиент температуры по потоку; x_{k3} — модуль вертикального градиента скорости ветра; x_{k4} — модуль разности модулей вертикального градиента скорости ветра выше и ниже уровня полета; x_{k5} — модуль вертикального градиента направления ветра; x_{k6} — горизонтальный градиент скорости ветра по потоку; x_{k7} — параметр, введенный Г. С. Булдовским [6].

Расчет значений признаков производился по данным радиозондирований, сроки которых не отличались от сроков полетов более чем на два часа. Значения вертикальных характеристик полей приводились к слою толщиной 100 м, а горизонтальные градиенты относились к расстоянию 100 км.

Численные эксперименты проводились по программе, составленной на языке АЛГОЛ. Блоки 1—7 блок-схемы, приведенной на рисунке, реализуют этап обучения классификации, а блок 8 осуществляет классификацию исследуемого вектора X по методу Вальда или по байесовской процедуре при оптимальном значении параметра ПФ, определенном при обучении.

Так как вычисления проводились при возрастающем числе признаков, то в блоке 2 параметр α адаптировался к изменению раз-

мерности пространства. Для каждой из ПФ вида (7) или (8) получено по семь начальных значений параметра. Результаты для ПФ вида (8) приведены в табл. 1.



Блок-схема алгоритма обучения и классификации синоптических ситуаций для диагноза (прогноза) потенциальных зон болтанки самолетов.

Таблица 1

Значения параметров α для потенциальной функции $K_2(X, Y) = \frac{1}{1 + \alpha_2 \rho^2(X, Y)}$

Размерность пространства признаков m						
$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$	$m = 7$
129654	107321	81230	17767	2610	1208	348

Упорядочение последовательности параметров проводится в блоке 3. При минимизации величины $P^{(2)}$, задаваемой формулой (14), признаки были расположены в следующем порядке:

$$x_{\kappa 1}^{(0)} = x_{\kappa 3}; \quad x_{\kappa 2}^{(0)} = x_{\kappa 1}; \quad x_{\kappa 3}^{(0)} = x_{\kappa 7}; \quad x_{\kappa 4}^{(0)} = x_{\kappa 1}; \quad x_{\kappa 5}^{(0)} = x_{\kappa 6}; \\ x_{\kappa 6}^{(0)} = x_{\kappa 5}; \quad x_{\kappa 7}^{(0)} = x_{\kappa 2}.$$

Эта последовательность, как и при использовании других классификаторов для диагноза и прогноза болтанки [5—7, 9, 12, 13], хорошо отражает особую важность вертикальных градиентов поля скорости ветра и температуры.

Оценка вероятностей правильного и ложного распознавания на каждом шаге итераций по числу признаков $m \leq n$ производилась в 78

блоке 4, причём суммарные потенциалы вычислялись с учетом зависимости параметров α_1 и α_2 от размерности пространства. Результаты классификации ОВ для первых четырех признаков приведены в табл. 2.

Таблица 2

Вероятности распознавания по методу Вальда P_B
и вероятности правильного распознавания по процедуре Байеса P_B
для четырех признаков

Класс	Вид ПФ	Размерность пространства признаков							
		$m = 1$		$m = 2$		$m = 3$		$m = 4$	
		P_B	P_B	P_B	P_B	P_B	P_B	$P_B = P_B$	P_B
Ω_1	K_1	0,04	1,0	0,12	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
	K_2	0,02	1,0	0,18	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Ω_2	K_1	0,31	0,92	0,53	0,94	1,0	1,0	1,0	1,0
	K_2	0,08	0,11	0,14	0,86	1,0	1,0	1,0	1,0

Из табл. 2 следует, что правильное распознавание обучающей выборки достигается уже на третьем шаге для обоих классов Ω_1 и Ω_2 при использовании как метода Вальда, так и процедуры Байеса.

Расчет критерия I_α показал, что для метода Вальда ошибки распознавания отсутствовали, причем значения вероятностей e_{21} и e_{12} при расчете останавливающих границ были приняты равными 0,1. Низкие значения P_B на первых двух шагах изменения размерности пространства признаков указывают на большой процент нераспознанных векторов ОВ, что объясняется недостаточной информативностью совокупности первых двух параметров.

Значение I_α при применении процедуры Байеса изменялось от 0,76 на первом шаге до 1,0 на третьем и последующих; это означает наличие ошибок принятия решения по критерию Байеса на первых двух шагах.

Блоки 5—7 алгоритма обеспечивают определение оптимальных значений параметра α при обучении. Итеративный способ изменения α не привел к качественному изменению результатов классификации ОВ. Однако при уменьшении α незначительно сократились вероятности P_B и P_B при первых двух параметрах, вследствие чего можно сделать вывод об оптимальности выбора $\alpha_1^{(0)}$ и $\alpha_2^{(0)}$ по формулам (11) и (12).

Сравнение вероятностей правильного распознавания для ПФ вида (7) и (8) показывает большую эффективность первой из них как в случае процедуры Вальда, так и при байесовском классификаторе.

Сопоставление полученных результатов с итогами исследования исходного материала, проведенного в работе [13] для методов эталонов, Фикса — Ходжеса и локальных гистограмм, позволяет сделать вывод о преимуществе метода потенциальных функций вследствие меньшего числа признаков, достаточных для безошибочного распознавания обучающей выборки. Вычисление параметров ПФ по формулам (11) и (12) позволяет исключить этап обучения с целью поиска оптимальных значений α . Использование процедуры Вальда обеспечивает формулировку диагноза (или прогноза) с заранее заданными вероятностями ошибки, а упорядочение признаков по степени их влияния на разделимость классов приводит к уменьшению объема вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М., «Наука», 1970, 384 с.
2. Аркадьев А. Г., Браверман Э. М. Обучение машины классификации объектов. М., «Наука», 1971, 192 с.
3. Бабу К. Ч., Калра С. Н. О применении потенциальной функции Башкирова, Бравермана и Мучника для выделения информативных признаков при распознавании образов. — «Автоматика и телемеханика», 1972, № 12, с. 105—107.
4. Багров А. Н., Вапник В. Н., Снитковский А. И. К прогнозу опасных явлений погоды. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 3, с. 35—43.
5. Бортников С. А., Васильев А. А. Прогноз турбулентности при ясном небе с помощью ЭВМ. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 6, с. 82—85.
6. Булдовский Г. С. Связь турбулентности в стратосфере, вызывающей болтанку самолетов, с вертикальным распределением метеорологических параметров. — «Труды ГМЦ», 1970, вып. 70, с. 79—92.
7. Ломоносов Е. Г., Лукин Ю. Н. Определение зон турбулентности в ясном небе с помощью ЭВМ. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 4, с. 41—48.
8. Обухов А. М. К вопросу об успешности альтернативных прогнозов. — «Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1955, № 4.
9. Петренко И. В., Васильев А. А., Песков Б. Е. Условия образования и прогноз важных для авиации метеорологических явлений. — «Труды ГМЦ», 1973, вып. 79, 108 с.
10. Применение информации метеорологических спутников в анализе и прогнозе особых явлений погоды для авиации. (Пособие для синоптиков АМСГ, ЗАМЦ и МГАМЦ). Л., Гидрометеиздат, 1974, 60 с.
11. Пчелко И. Г., Петренко И. В., Булдовский Г. С. Метеорологические условия полетов сверхзвуковых самолетов. Л., Гидрометеиздат, 1970, 162 с.
12. Солонин С. В., Богаткин О. Г. Атмосферная турбулентность, вызывающая болтанку сверхзвуковых самолетов в стратосфере, и вопросы ее прогноза. — «Труды ЛГМИ», 1968, вып. 34, с. 71—83.
13. Солонин С. В., Еникеева В. Д., Яворская Л. Ю. Применение методов теории распознавания образов для диагноза и прогноза болтанки самолетов. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 120—138.
14. Томин Ю. А. Методы отбора информативных признаков в задачах многомерной регрессии и распознавания образов. — «Труды ВНИИГМИ—МПД», 1974, вып. 1, с. 70—87.
15. Фу К. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин. М., «Наука», 1971, 256 с.

16. Шакина Н. П. Внутренние волны и возникновение турбулентности в свободной атмосфере. (Обзор литературы). — «Труды ЦАО», 1973, вып. 112, с. 28—48.
 17. Baby C. Ch., Wah-Chun Chan. A note on the potential function algorithm for pattern classification. *Int. J. Control*, 1971, v. 13, № 1, 199—200.
 18. Robison Freda L., Konrad Thomas G. A comparison of the turbulent fluctuations in clear air convection measured simultaneously by aircraft and Doppler radar. *J. Appl. Meteorologie*, 1974, 13, № 4, 481—487.
 19. Woods J. A., Panofsky H. A. Satellite radiances and clear air turbulence probabilities, *Boundary — Layer Meteorologie*, 1973, 4, № 1/4, 361—375.
-

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ УПРУГОГО КРЫЛА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Большинство переменных нагрузок, действующих на агрегаты летательного аппарата (ЛА), являются случайными (маневренные нагрузки, нагрузка от беспокойного воздуха, акустические и т. д.).

Повышение общей эффективности современных самолетов приводит, как правило, к увеличению эластичности конструкции и, следовательно, к большему удельному влиянию факторов аэроупругости. За счет упругости конструкции возникают флаттерные колебания, а также резко меняются аэродинамические характеристики самолета — жесткого тела. Попутно это приводит к значительному увеличению усталостных нагрузок конструкций [1, 2].

В работе проводится вычисление усталостной долговечности упругого крыла, движущегося в турбулентной атмосфере.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

- O, x_0, y_0, z_0 — земная (неподвижная) система координат, ось y_0 — вертикально вверх;
- O, x, y, z — подвижная система координат, ось z — вдоль упругой линии крыла, начало координат на левом конце крыла; подвижная и неподвижная системы параллельны;
- V_0 — скорость движения крыла направлена вдоль оси Ox_0 ;
- l — длина крыла;
- EI — изгибная жесткость;
- m — погонная масса;
- ρ — плотность воздуха;
- S — характерная площадь;
- L — масштаб турбулентности;
- C_y — коэффициент местной подъемной силы;
- $v(z, t)$ — деформация упругой линии крыла вдоль оси Oy ;
- $W(x_0, z_0)$ — двумерное случайное поле вертикальных порывов;

- $R_W(r)$ — корреляционная функция поля вертикальных порывов;
 $R_W(z_1, z_2, \tau)$, — корреляционная функция и спектральная
 $S_W(z_1, z_2, \omega)$ плотность поля вертикальных порывов в подвижной системе координат;
 $R_Q(\tau), S_Q(\omega)$ — матрицы корреляционных функций и спектральных плотностей обобщенной силы $Q(t)$;
 $S_F(\omega)$ — матрица спектральных плотностей обобщенной координаты $F(t)$;
 $N(i\omega)$ — матрица амплитудно-фазовых частотных характеристик уравнения определяющего $F(t)$;
 $R_v(z, \tau), S_v(z, \omega)$, — корреляционная функция, спектральная
 $D_v(z), \sigma_v(z)$ плотность, дисперсия и стандарт деформации упругой линии крыла;
 T — усталостная долговечность конструкции;
 m', A — параметры кривой Велера;
 R — коэффициент в соотношении, определяющем величину T ; нижние индексы в T и R обозначают название гипотезы, на основании которой вычисляются эти величины.

Постановка задачи. Рассматривается схема упругого крыла в виде свободной балки [3]. Крыло движется в поле случайных вертикальных порывов с постоянной скоростью V_0 . Случайное поле порывов $W(x_0, y_0)$ однородно, изотропно и стационарно. В силу однородности поля можно считать, что $M\{W(x_0, z_0)\} = 0$. Задана корреляционная функция поля

$$R_W(r) = M\{W(x_0, z_0), W(x_0 + r_x, z_0 + r_z)\}, \quad (1)$$

где $r = |\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_z^2}$.

Для конкретных расчетов корреляционная функция берется в виде [7]

$$R_W(r) = \sigma_W^2 (1 - \alpha r^2) e^{-\alpha r^2}, \quad (2)$$

где σ_W^2 — дисперсия любой компоненты скорости турбулентного движения воздуха; $\alpha = \frac{1}{L^2}$, L — масштаб турбулентности.

При действии случайных вертикальных порывов у крыла возникают деформации. Следует, используя некоторые гипотезы из теории долговечности, вычислить усталостную долговечность упругого свободного крыла.

Определение $S_v(z, \omega)$ и $D_v(z)$. Следуя работе [3], запишем уравнение изгибных колебаний крыла

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\rho V_0^2 S}{2} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\rho V_0 S}{2} W(z, t). \quad (3)$$

Уравнение (3) имеет нулевые начальные и следующие граничные условия:

$$\frac{\partial^2 v(0, t)}{\partial z^2} = \frac{\partial^3 v(0, t)}{\partial z^3} = \frac{\partial^2 v(l, t)}{\partial z^2} = \frac{\partial^3 v(l, t)}{\partial z^3} = 0.$$

Оно записано в подвижной системе координат, и поэтому имеют место соотношения:

$$x_0 = V_0 t, \quad z_0 = z. \quad (4)$$

Аргумент корреляционной функции, исходя из уравнения (4), принимает вид:

$$r = \sqrt{(z_1 - z_2)^2 + V_0^2 \tau^2}, \quad (5)$$

где $t_1 - t_2 = \tau$.

Решение отыскивается в виде

$$v(z, t) = Z^T(z) F(t), \quad (6)$$

где n -мерные векторы $Z(z)$ и $F(t)$ определяются следующим образом.

Вектор $Z(z)$ — есть решение граничной задачи

$$Z^{(4)} - K^4 Z = 0, \\ Z''(0) = Z'''(0) = Z''(l) = Z'''(l) = 0.$$

Здесь $K = \text{diag} \{ \kappa_\alpha \} (\alpha = \overline{1, n})$, и элементы этой матрицы являются положительными корнями трансцендентного уравнения

$$\text{ch } \kappa l \cdot \cos \kappa l - 1 = 0.$$

Составляющие $z_1, \dots, z_n$ вектора Z образуют ортонормированную систему.

Обобщенная координата $F(t)$ определяется дифференциальным уравнением

$$\ddot{F} + 2B\dot{F} + \Omega^2 F = Q(t), \quad (7) \\ F(0) = \dot{F}(0) = 0,$$

где $Q(t) = s \int_0^l Z(u) W(u, t) du$ — обобщенная сила;

$$B = \text{diag} \{ \beta_\alpha \}; \quad \Omega = \text{diag} \{ \omega_\alpha \}; \quad E I K^4 = m \Omega^2; \\ 4m B \Omega = \rho V_0 S \bar{E}; \quad s = \rho V_0 S / 2m; \quad \bar{E} = \text{diag} \{ 1 \}.$$

Корреляционная функция и спектральная плотность обобщенной силы имеют вид:

$$R_Q(\tau) = M\{Q(t) Q^T(t + \tau)\} = s^2 \int_0^l \int_0^l Z(u) Z^T(v) R_W(u, v, \tau) du dv,$$

$$S_Q(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty R_Q(\tau) \cos \omega \tau d\tau = s^2 \int_0^l \int_0^l Z(u) Z^T(v) S_W(u, v, \omega) du dv = \\ = \frac{s^2}{\pi} \int_0^l \int_0^l \int_0^\infty Z(u) Z^T(v) R_W(u, v, \tau) \cos \omega \tau du dv d\tau. \quad (8)$$

Запишем формулу (8), принимая во внимание выражения (2) и (5):

$$S_Q(\omega) = \frac{s^2}{\pi} \int_0^l \int_0^l \int_0^\infty Z(u) Z^T(v) \{1 - \alpha [(u-v)^2 + V_0^2 \tau^2]\} \times \\ \times e^{-\alpha[(u-v)^2 + V_0^2 \tau^2]} \cos \omega \tau du dv d\tau.$$

Здесь интегралы по u , v и по τ разделяются. Интегралы по τ — табличные, двойной интеграл по u , v разбивается на два интеграла:

$$A_1 = \int_0^l \int_0^l e^{-\alpha(u-v)^2} Z(u) Z^T(v) du dv, \\ B_1 = \int_0^l \int_0^l e^{-\alpha(u-v)^2} (u-v)^2 Z(u) Z^T(v) du dv.$$

Матрицы A_1 и B_1 симметричные, размерности $n \times n$, их элементы вычислялись на ЭВМ с помощью повторного применения формулы квадратур наивысшей алгебраической степени точности (формула Гаусса) [4]. Ввиду того что подынтегральная функция является сильно осциллирующей, отрезок интегрирования разбивался на переменное число шагов. Результаты оценивались по относительной погрешности.

Окончательно матрица спектральной плотности обобщенной силы $S_Q(\omega)$ принимает вид

$$S_Q(\omega) = p e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha V_0^2}} \left(2 + \frac{\omega^2}{V_0^2 \alpha} \right) A_1 - q e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha V_0^2}} B_1, \quad (9)$$

$$\text{где } p = \frac{s^2}{4V_0 \sqrt{\alpha \pi}}; \quad q = \frac{s^2 \sqrt{\alpha}}{V_0 \sqrt{\pi}}.$$

Введем матрицу амплитудно-фазовых частотных характеристик $N(i\omega)$, соответствующую уравнению (7):

$$N(i\omega) = [\bar{E}(i\omega)^2 + 2B\Omega(i\omega) + \Omega^2]^{-1} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\omega_\alpha^2 - \omega^2 + i2\beta_\alpha \omega_\alpha \omega} \right\}.$$

Матрица спектральной плотности обобщенной координаты $F(t)$ дается выражением

$$S_F(\omega) = \overline{N(i\omega)} S_Q(\omega) N(i\omega). \quad (10)$$

При подстановке выражения (9) в формулу (10) образуются эрмитовы матрицы $\bar{N}(i\omega) A_1 N(i\omega)$ и $\bar{N}(i\omega) B_1 N(i\omega)$ [5]. В этом случае [6, 8] вводятся вещественные матрицы

$$\left. \begin{aligned} 2 A_2(\omega) &= \bar{N} A_1 N + (\bar{N} A_1 N)^*, \\ 2 B_2(\omega) &= \bar{N} B_1 N + (\bar{N} B_1 N)^*. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь матрица $(\bar{N} A_1 N)^*$ является транспонированной и комплексно сопряженной для $\bar{N} A_1 N$. Тогда, с учетом выражений (9) и (11), получаем из формулы (10)

$$S_F(\omega) = p e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha V_0^2}} \left(2 + \frac{\omega^2}{\alpha V_0^2} \right) A_2(\omega) - q e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha V_0^2}} B_2(\omega). \quad (12)$$

Переходим к определению корреляционной функции и спектральной плотности деформации упругой линии крыла, по формуле (6)

$$R_v(z, \tau) = Z^T(z) M \{ F^T(t) F(t + \tau) \} Z(z) = Z^T(z) R_F(\tau) Z(z)$$

и тогда

$$S_v(z, \omega) = Z^T(z) S_F(\omega) Z_z. \quad (13)$$

Дисперсии деформации упругой линии и изгибающего момента крыла определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} D_v(z) &= \sigma_v^2(z) = Z^T(z) \left[\int_0^\infty S_F(\omega) d\omega \right] Z(z), \\ D_M(z) &= (EI)^2 \frac{\partial^2 Z^T(z)}{\partial z^2} \left[\int_0^\infty S_F(\omega) d\omega \right] \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Вычисление усталостной долговечности T . В работе [1] дана связь между статистическими характеристиками нагрузки и величиной усталостной долговечности в виде кривой Велера, которая определяется двумя параметрами m' и A . Общее выражение для гипотез усталостной долговечности может быть записано в виде

$$T \sigma^{m'} = A R. \quad (15)$$

Здесь $\sigma = \sigma_v = \sqrt{D_v}$, а величина R — коэффициент усталостной долговечности, определяется принятой гипотезой.

Для гипотезы спектрального суммирования коэффициент усталостной долговечности

$$R_{c.c} = \frac{2\pi}{L(m') \left[\int_{\omega} \tilde{S}_v(\omega) \omega^{2/m'} d\omega \right]^{m'/2}}$$

где

$$L(m') = (\sqrt{2})^{m'} \Gamma\left(\frac{m' + 2}{2}\right)$$

и

$$\tilde{S}_v(\omega) = S_v(\omega)/D_v.$$

Для гипотезы пересечений коэффициент усталостной долговечности

$$R_n = \frac{2\pi}{L(m') \left[\int_0^\infty (\omega)^2 \tilde{S}_v(\omega) d\omega \right]^{1/2}}.$$

Для гипотезы амплитуд

$$R_a = \frac{2\pi \left[\int_0^\infty \omega^4 \tilde{S}_v(\omega) d\omega \right]^{(m'-1)/2}}{L(m') \left[\int_0^\infty \omega^2 \tilde{S}_v(\omega) d\omega \right]^{(2m'-1)/2}}.$$

Интегрирование проводится по всем возможным значениям частот $0 \leq \omega \leq \infty$.

Используя ранее полученные выражения, введем квадратичные формы

$$b(z) = Z^T(z) \left[\int_0^\infty S_F(\omega) d\omega \right] Z(z),$$

$$a(z) = Z^T(z) S_F(\omega) Z(z).$$

Тогда формулы для вычисления усталостных долговечностей, согласно гипотезам спектрального суммирования, пересечений и амплитуд, принимают вид:

$$T_{c, c} = \frac{\pi A}{(\sqrt{2})^{m'-2} \Gamma\left(\frac{m' + 2}{2}\right) \left[\int_0^\infty \omega^{2/m'} a(z, \omega) d\omega \right]^{m'/2}}; \quad (16)$$

$$T_n = \frac{\pi A}{(\sqrt{2})^{m'-2} \Gamma\left(\frac{m' + 2}{2}\right) b(z)^{\frac{m'-1}{2}} \left[\int_0^\infty \omega^2 a(z, \omega) d\omega \right]^{1/2}}; \quad (17)$$

$$T_a = \frac{\pi A \left[\int_0^\infty \omega^4 a(z, \omega) d\omega \right]^{(m'-1)/2}}{(\sqrt{2})^{m'-2} \Gamma\left(\frac{m' + 2}{2}\right) \left[\int_0^\infty \omega^2 a(z, \omega) d\omega \right]^{(2m'-1)/2}}. \quad (18)$$

Величины долговечностей вычислялись на ЭВМ для следующих значений параметров:

$$L = 1000 \text{ м}, V_0 = 180 \text{ м/с}, EI = 10^8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m = 35 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2, l = 50 \text{ м}, \\ \rho = 0,05354 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}, S = 200 \text{ м}^2.$$

Результаты вычислений дисперсии прогиба крыла приведены на графике (рис. 1). Значения дисперсии практически совпадают для $n = 2$ и $n = 3$, таким образом, при вычислениях достаточно брать две первые балочные функции.

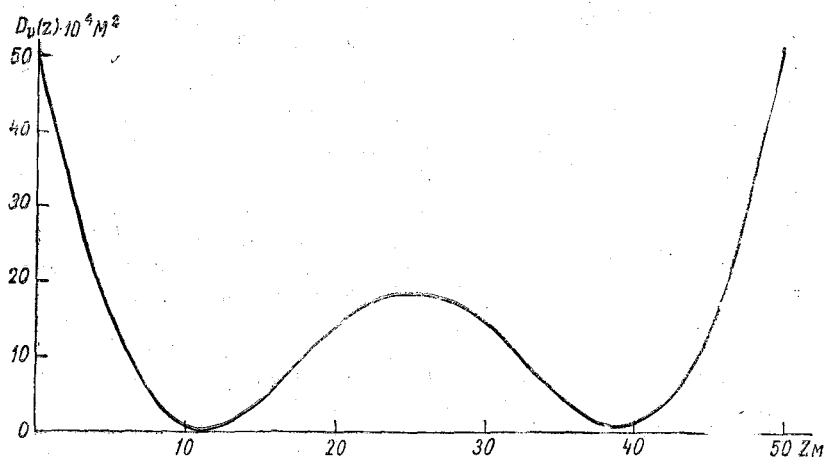


Рис. 1. График дисперсии прогиба крыла.

Вычисленные значения долговечности для различных точек крыла и различных гипотез приведены на рис. 2. Параметры A и m' определяются по кривой Велера для данного материала. Из работы [1] взяты три следующих значения: $A=2$, $m'=5,72$; $A=3$, $m'=5,82$; $A=10$, $m'=4$. Наблюдается корреляция между дисперсией прогиба и долговечностью. Как и следовало ожидать, меньшие долговечности соответствуют большему прогибу.

Значения долговечности, вычисленные согласно гипотезам спектрального суммирования и амплитуд, хорошо совпадают. Гипотеза пересечений дает несколько заниженные результаты.

Следует отметить увеличение значений долговечности с ростом значения параметра m' .

Минимальные долговечности, рассчитанные методами, предлагаемыми в работе [1], имеют порядок $10^7 - 10^{18}$ с.

Величины долговечностей зависят как от характеристик упругой балки — координаты по оси, длины, изгибной жесткости, погонной массы и площади, так и от статистических характеристик турбулентного потока и скорости движения крыла.

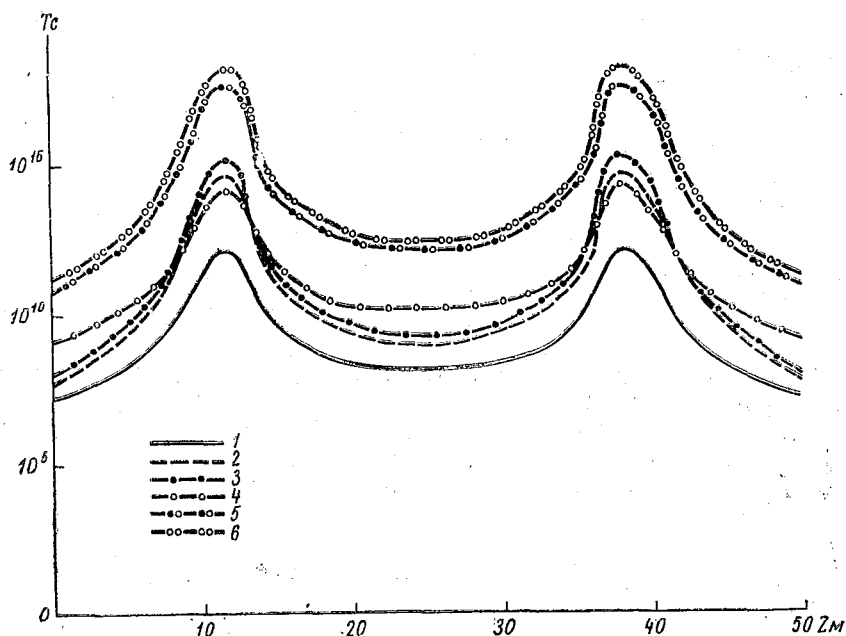


Рис. 2. График усталостной долговечности:

1 — T_n ($A = 10$, $m' = 4$); 2 — T_n ($A = 2$, $m' = 5,72$); 3 — T_n ($A = 3$, $m' = 5,82$);
4 — $T_{c.c}, T_a$ ($A = 10$, $m' = 4$); 5 — $T_{c.c}, T_a$ ($A = 2$, $m' = 5,72$); 6 — $T_{c.c}, T_a$ ($A = 3$, $m' = 5,82$)

ЛИТЕРАТУРА

1. Райхер В. Л. Гипотеза спектрального суммирования и ее применение для определения усталостной долговечности при действии случайных нагрузок. — «Труды ЦАГИ», 1969, вып. 1134, с. 3—39.
2. Викторов Б. В., Кирсанов Б. В. Анализ уравнений продольного движения упругого самолета с демпфером-автопилотом. — В кн.: Вопросы кибернетики. Проблемы авиационной и космической кибернетики. М., АН СССР, Научный совет по комплексной проблеме «кибернетика», 1974, с. 157—163.
3. Ершов Б. А. Движение упругого крыла в турбулентной атмосфере. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 96—102.
4. Крылов В. И. Приближенные вычисления интегралов. М., «Наука», 1967, 500 с.
5. Гантмахер Ф. Д. Теория матриц. М., «Наука», 1967, 575 с.
6. Пугачев В. С. Теория случайных функций. М., Физматгиз, 1962, 883 с.
7. Моинн А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. Механика турбулентности. М., «Наука», 1967, 720 с.
8. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. М., Гостройиздат, 1961, 202 с.

ДЕФОРМАЦИЯ УПРУГОГО САМОЛЕТА ПРИ ПОЛЕТЕ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

С ростом скоростей полета, мощностей силовых установок и особенно размеров летательных аппаратов (ЛА) все большее значение приобретают вопросы, связанные с упругими колебаниями конструкции ЛА. Значение усилий в элементах конструкции, связанных с упругими колебаниями, возрастает с увеличением размеров и относительной гибкости ЛА [1].

В работе рассматривается случай нагружения ЛА при полете в неспокойной атмосфере.

Случайное двумерное поле вертикальных порывов $W(x_0, z_0)$ задано в земной системе координат $x_0 y_0 z_0$. Оси x_0, z_0 параллельны плоскости горизонта, ось y_0 направлена вверх. Поле $W(x_0, z_0)$ стационарно, однородно, изотропно и задано корреляционной функцией

$$R_W(r) = M \{ W(x_0, z_0) W(x'_0, z'_0) \},$$

где

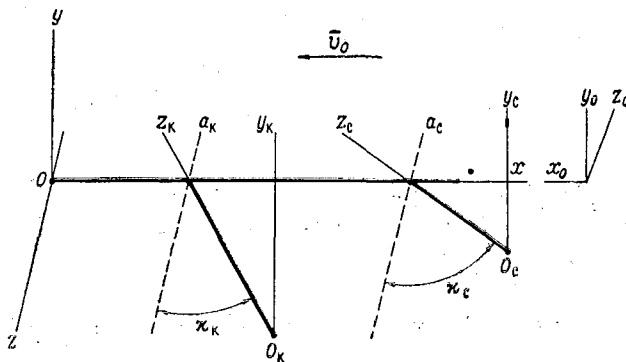
$$r^2 = (x'_0 - x_0)^2 + (z'_0 - z_0)^2.$$

В подвижной (связанной) системе координат $x y z$ ось x направлена вдоль продольной оси ЛА (к хвосту), ось y — параллельно оси y_0 и ось z — перпендикулярно $x y$. Связанная система координат движется поступательно вдоль оси x_0 с постоянной скоростью V_0 так, что $x_0 = -x + V_0 t$, $y_0 = y$ и $z_0 = -z$ (см. рис.).

В этой системе координат случайное поле возмущающих сил теряет свойства изотропности и независимости от времени. Подобное обстоятельство существенно усложняет задачу. Характер зависимости поля возмущающих сил от времени теперь определяется законом движения ЛА, и только при движении с постоянной скоростью поле будет стационарным по времени.

Пусть деформации упругого ЛА и возмущающие силы связаны линейным пространственно-временным оператором. В случае стационарного по времени случайного поля возмущений можно провести преобразование Фурье задачи и перейти к ее частотному описанию. Аналогичный подход использован в работе [2].

В подвижной системе координат квадрат расстояния между точками



$$P(x, z, t) \text{ и } P'(x', z', t), t < t',$$

$$r^2 = (V_0 \tau - \xi)^2 + \eta^2,$$

здесь

$$\tau = t' - t, \xi^2 = (x' - x)^2, \eta^2 = (z' - z)^2.$$

Обозначим

$$R_W(V \sqrt{(V_0 \tau - \xi)^2 + \eta^2}) = g(V \sqrt{(V_0 \tau - \xi)^2 + \eta^2}),$$

$$g(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\Omega) e^{i\Omega r} d\Omega,$$

$$G(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(r) e^{-i\Omega r} dr,$$

$$S(\omega, \xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(V \sqrt{(V_0 \tau - \xi)^2 + \eta^2}) e^{-i\omega \tau} d\tau,$$

где Ω и ω — пространственная и временная угловые частоты ($\Omega V_0 = \omega$).

Перейдем к вычислению $S(\omega, \xi, \eta)$. Замена $V_0 \tau - \xi = t$ дает

$$S(\omega, \xi, \eta) = \frac{1}{V_0} \int_{-\infty}^{\infty} g(V \sqrt{t^2 + \eta^2}) e^{-i \frac{\omega}{V_0} (t + \xi)} dt =$$

$$= \frac{2 e^{-i \frac{\omega}{V_0} \xi}}{V_0} \int_0^{\infty} g(V \sqrt{t^2 + \eta^2}) \cos \frac{\omega}{V_0} t dt.$$

Замена $t^2 + \eta^2 = u^2$ приводит к

$$S(\omega, \xi, \eta) = \frac{2e^{-i\frac{\omega}{V_0}\xi}}{V_0} \int_{\eta}^{\infty} g(u) \frac{u \cos \left[\sqrt{u^2 - \eta^2} \cdot \frac{\omega}{V_0} \right]}{\sqrt{u^2 - \eta^2}} du.$$

Тогда

$$S(\omega, \xi, \eta) = \frac{2e^{-i\frac{\omega}{V_0}\xi}}{V_0} \int_0^{\infty} G(v) \left[\int_{\eta}^{\infty} \cos(vu) \frac{u \cos \frac{\omega}{V_0} \sqrt{u^2 - \eta^2}}{\sqrt{u^2 - \eta^2}} du \right] dv. \quad (1)$$

Для преобразования формулы (1) используем интеграл [5]

$$\begin{aligned} & \int_{\eta}^{\infty} \sin(uv) \frac{\cos \frac{\omega}{V_0} \sqrt{u^2 - \eta^2}}{\sqrt{u^2 - \eta^2}} du = \\ & = \frac{\pi}{2} \bar{1} \left(v - \frac{\omega}{V_0} \right) J_0 \left[\eta \sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0} \right)^2} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $\bar{1}(\cdot)$ — единичная функция.

Дифференцируя выражение (2) по параметру v , получаем

$$\begin{aligned} & \int_{\eta}^{\infty} \cos(uv) \frac{u \cos \frac{\omega}{V_0} \sqrt{u^2 - \eta^2}}{\sqrt{u^2 - \eta^2}} du = \\ & = \frac{\pi}{2} \left\{ \delta \left(v - \frac{\omega}{V_0} \right) J_0 \left[\eta \sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0} \right)^2} \right] + \right. \\ & \left. + \bar{1} \left(v - \frac{\omega}{V_0} \right) J_1 \left[\eta \sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0} \right)^2} \right] \frac{\eta v}{\sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0} \right)^2}} \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

так как $\frac{d}{dz} \bar{1}(z) = \delta(z)$ и $\frac{d}{dz} J_0(z) = -J_1(z)$.

Подстановка выражения (3) в формулу (1) дает

$$\begin{aligned}
 S(\omega, \xi, \eta) &= \frac{e^{-i \frac{\omega}{V_0} \xi}}{V_0} \left\{ \int_0^\infty G(v) \delta\left(v - \frac{\omega}{V_0}\right) J_0 \left[\eta \sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2} \right] dv - \right. \\
 &- \int_0^\infty G(v) \overline{1} \left(v - \frac{\omega}{V_0}\right) J_1 \left[\eta \sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2} \right] \frac{\eta v dv}{\sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2}} \Big\} = \\
 &= \frac{e^{-i \frac{\omega}{V_0} \xi}}{V_0} \left\{ G\left(\frac{\omega}{V_0}\right) - \int_{\omega/V_0}^\infty G(v) J_1 \left[\eta \sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2} \right] \times \right. \\
 &\quad \times \frac{\eta v dv}{\sqrt{v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2}} \Big\}.
 \end{aligned}$$

Замена $v^2 - \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2 = x^2$ приводит к окончательному результату

$$\begin{aligned}
 S(\omega, \xi, \eta) &= \int_{-\infty}^\infty g(V(V_0 \tau - \xi)^2 + \eta^2) e^{-i \omega \tau} d\tau = \\
 &= \frac{e^{-i \frac{\omega}{V_0} \xi}}{V_0} G\left(\frac{\omega}{V_0}\right) \left\{ 1 - \frac{\eta}{G(\omega/V_0)} \int_0^\infty G\left(\sqrt{x^2 + \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2}\right) \times \right. \\
 &\quad \times J_1(\eta x) dx \Big\}. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Соотношение (4) представляет собой правило для вычисления преобразования Фурье функции $g(r)$ при замене r на

$$V(V_0 \tau - \xi)^2 + \eta^2.$$

Введем функцию поперечной когерентности [2]

$$C(\omega, \eta) = 1 - \frac{\eta}{G(\omega/V_0)} \int_0^\infty G\left(\sqrt{x^2 + \left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2}\right) J_1(\eta x) dx. \quad (5)$$

Тогда соотношение (4) примет вид

$$S(\omega, \xi, \eta) = \frac{1}{V_0} e^{-i \frac{\omega}{V_0} \xi} G\left(\frac{\omega}{V_0}\right) C(\omega, \eta). \quad (6)$$

Возьмем спектральную плотность $G(\Omega)$ в виде [3] (форма Баллена):

$$G(\Omega) = \sigma^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + 2a^2 \Omega^2 (n+1)}{(1 + a^2 \Omega^2)^{n+3/2}}, \quad (7)$$

здесь

$$a = \frac{\Gamma(n)}{\sqrt{\pi} \Gamma(n+1/2)} L;$$

$L = \frac{\pi}{2} G(0)$ — масштаб турбулентности;

$$\sigma^2 = M\{W^2(x_0, z_0)\}.$$

Выражение (7) дает:

при $n = 1/2$ (модель Драйдена)

$$G(\Omega) = \sigma^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + 3a^2 \Omega^2}{(1 + a^2 \Omega^2)^2} = \sigma^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + 3(1,339 \Omega L)^2}{[1 + (1,339 \Omega L)^2]^2};$$

при $n = 1/3$ (модель Кармана)

$$G(\Omega) = \sigma^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + (8/3) a^2 \Omega^2}{(1 + a^2 \Omega^2)^{11/6}} = \sigma^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + (8/3)(1,339 \Omega L)^2}{[1 + (1,339 \Omega L)^2]^{11/6}}.$$

В инерционном интервале ($1 \ll 1,339 \Omega L \ll 10^5$) модель Кармана может быть записана в виде

$$G(\Omega) \approx \sigma^2 \frac{L}{\pi} \frac{8/3}{(1,339 \Omega L)^{5/3}}.$$

Эта пропорциональность минус $5/3$ частоты была доказана Колмогоровым [4].

Перейдем к вычислению функции поперечной когерентности $C(\omega, \eta)$, когда спектральная плотность $G(\Omega)$ взята по Баллену, подстановка формулы (7) в выражение (5) дает

$$C(\omega, \eta) = 1 - \frac{\sigma^2 L \eta}{\pi G(\Omega)} \int_0^\infty \frac{1 + 2a^2(x^2 + \Omega^2)(n+1)}{[1 + a^2(x^2 + \Omega^2)]^{n+3/2}} J_1(\eta x) dx,$$

где по-прежнему $\Omega = \omega/V_0$.

Используем подстановку $ax = t$, тогда

$$C(\omega, \eta) = 1 - \frac{\sigma^2 L \eta}{\pi a G(\Omega)} \{ [1 + 2a^2 \Omega^2 (n+1)] M_1 + 2(n+1) M_2 \},$$

здесь

$$M_1 = \int_0^\infty \frac{J_1\left(\frac{\eta}{a} t\right)}{[(1 + a^2 \Omega^2) + t^2]^{n+3/2}} dt;$$

$$M_2 = \int_0^\infty \frac{t^2 J_1\left(\frac{\eta}{a} t\right)}{[(1 + a^2 \Omega^2) + t^2]^{n+3/2}} dt.$$

Интеграл M_2 можно вычислить, используя интеграл Нельсена [5]:

$$\int_0^{\infty} \frac{t^{\nu+1} J_{\nu}(y t)}{(\alpha^2 + t^2)^{\mu+1}} dt = \left(\frac{y}{2\alpha} \right)^{\mu} \frac{\alpha^{\nu}}{\Gamma(\mu+1)} K_{\nu-\mu}(\alpha y),$$

$$\operatorname{Re} \alpha > 0, \quad -1 < \operatorname{Re} \nu < 2 \operatorname{Re} \mu + 3/2.$$

Интеграл M_1 сводится к интегралу Нельсена интегрированием по частям. Обозначим

$$\chi = \frac{\eta}{a} \sqrt{1 + a^2 \Omega^2},$$

$$A = \frac{2(n+1)(1 + a^2 \Omega^2)}{1 + 2a^2 \Omega^2 (n+1)}.$$

Тогда

$$C(\omega, \eta) = \frac{2}{\Gamma(n+3/2)} \left(\frac{\chi}{2} \right)^{n+3/2} [K_{n+3/2}(\chi) - A K_{n-1/2}(\chi)].$$

Для инерционного интервала

$$a^2 \Omega^2 = \left[\frac{\Gamma(n)}{\sqrt{n} \Gamma(n+1/2)} \right]^2 \Omega^2 L^2 \gg 1, \quad \text{откуда}$$

$$\chi \approx \eta \Omega \quad \text{и} \quad A \approx 1.$$

Используя рекуррентные соотношения для функций Бесселя, получаем в этом случае

$$C(\omega, \eta) = \frac{2}{\Gamma(n+1/2)} \left(\frac{\eta \Omega}{2} \right)^{n+1/2} K_{n+1/2}(\eta \Omega). \quad (8)$$

Для модели Драйдена

$$C(\omega, \eta) = \eta \Omega K_1(\eta \Omega),$$

для модели Кармана

$$C(\omega, \eta) = \frac{2}{\Gamma(5/6)} \left(\frac{\eta \Omega}{2} \right)^{5/6} K_{5/6}(\eta \Omega).$$

При вычислении вероятностных характеристик деформации упругого ЛА используется частотный метод.

Многочисленные экспериментальные данные, накопленные в судостроении, авиационной технике, ракетостроении, а также некоторые теоретические исследования [1, 7] показывают, что с достаточной точностью корпуса (фюзеляжи) летательных аппаратов, крылья и стабилизаторы, имеющие относительные удлинения более четырех, можно схематически представить в виде тонкостенных балок переменного сечения с произвольно распределенной по длине массой и жесткостью.

Рассмотрим поперечные упругие колебания конструкции самолета со стреловидным крылом [1], динамическая схема которого представлена системой балок (см. рис.). Вынужденные колебания конструкции происходят под действием случайного поля вертикальных порывов $W(x_0, z_0)$.

Введем вспомогательные, связанные системы координат $O_K x_K y_K$ и $O_C x_C y_C$, начала координат O_K и O_C расположены на свободных концах консолей, оси x_K и x_C направлены вдоль осей жесткости консолей крыла и горизонтального стабилизатора к фюзеляжу и пересекают ось x в точках a_K и a_C (см. рис.).

Считаем, что консоли крыла и стабилизатора жестко связаны с корпусом фюзеляжа в местах пересечения осей жесткости, и система совершает только изгибные колебания в направлении, перпендикулярном плоскости xz .

При вычислении подъемной силы используется теория несущей полосы [8, 9], тогда коэффициент местной подъемной силы $C_y(x, z, t)$ пропорционален местному углу атаки. Обозначим через $\Delta\alpha(x, z, t)$ часть местного угла атаки, определяемого вертикальным порывом $W(x_0, z_0)$ и скоростью деформации крыла dv/dt .

Тогда

$$\Delta\alpha(x, z, t) \approx [W(x, z, t) - \partial v / \partial t] / V_0, \quad V^2 \approx V_0^2,$$

и выражение для погонной нагрузки принимает вид [9]

$$r(x, z, t) = \frac{1}{2} \rho S V_0 \left[W(x, z, t) - \frac{\partial v}{\partial t} \right],$$

где S — характерная площадь; ρ — плотность воздуха; V_0 — скорость потока.

Изгибные колебания конструкции самолета в этом случае описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + V_0 d \frac{\partial v}{\partial t} &= dW(x, t), \\ E_K I_K \frac{\partial^4 v_K}{\partial x_K^4} + m_K \frac{\partial^2 v_K}{\partial t^2} + V_0 d_K \frac{\partial v_K}{\partial t} &= d_K W(x_K, t), \\ E_C I_C \frac{\partial^4 v_C}{\partial x_C^4} + m_C \frac{\partial^2 v_C}{\partial t^2} + V_0 d_C \frac{\partial v_C}{\partial t} &= d_C W(x_C, t), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

здесь $v(x, t)$, $v_K(x_K, t)$, $v_C(x_C, t)$ — деформации осей жесткости фюзеляжа, крыла и стабилизатора; EI , $E_K I_K$, $E_C I_C$ — изгибные жесткости, принимаемые постоянными; m , m_K , m_C — погонные массы, принимаемые постоянными;

$$2d = \rho V_0 S, \quad 2d_K = \rho V_0 S_K, \quad 2d_C = \rho V_0 S_C.$$

Начальные условия нулевые.

Граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x=0, x=l, \\ \frac{\partial^3 v_k(x_k, t)}{\partial x_k^3} = \frac{\partial^2 v_k(x_k, t)}{\partial x_k^2} = 0 \quad \text{при } x_k=0, \\ \frac{\partial^3 v_c(x_c, t)}{\partial x_c^3} = \frac{\partial^2 v_c(x_c, t)}{\partial x_c^2} = 0 \quad \text{при } x_c=0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Здесь l, l_k, l_c — длины фюзеляжа, консоли крыла и стабилизатора.

Условия сопряжения:

$$\left. \begin{aligned} v(x, t) = v_k(x_k, t), \\ \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial v_k(x_k, t)}{\partial x_k} \sin \alpha_k, \end{aligned} \right\} \quad \text{при } x=a_k, x_k=l_k, \\ \left. \begin{aligned} v(x, t) = v_c(x_c, t), \\ \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial v_c(x_c, t)}{\partial x_c} \sin \alpha_c, \end{aligned} \right\} \quad \text{при } x=a_c, x_c=l_c, \quad (11)$$

где α_k, α_c — углы стреловидности крыла и стабилизатора;

$$\left. \begin{aligned} EI \left[\frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3} \right]_{a_k-0}^{a_k+0} = 2 E_k I_k \frac{\partial^3 v_k(x_k, t)}{\partial x_k^3}, \\ EI \left[\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right]_{a_k-0}^{a_k+0} = 2 E_k I_k \frac{\partial^2 v_k(x_k, t)}{\partial x_k^2} \sin \alpha_k, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

при $x = a_k, x_k = l_k$;

$$\left. \begin{aligned} EI \left[\frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3} \right]_{a_c-0}^{a_c+0} = 2 E_c I_c \frac{\partial^3 v_c(x_c, t)}{\partial x_c^3}, \\ EI \left[\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right]_{a_c-0}^{a_c+0} = 2 E_c I_c \frac{\partial^2 v_c(x_c, t)}{\partial x_c^2}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

при $x = a_c, x_c = l_c$.

Условия (11) определяют равенство поперечных перемещений и углов поворота поперечных сечений в местах соединения фюзеляжа и консоли крыла, фюзеляжа и консоли стабилизатора. Условия (12) и (13) определяют величины скачков, которые претерпевают перерезывающие силы и изгибающие моменты в местах крепления консолей крыла и стабилизатора к фюзеляжу.

Решение задачи (9) — (13) ищем в виде:

$$\left. \begin{aligned} v(x, t) &= X^T(x) T(t), \\ v_k(x_k, t) &= X_k^T(x_k) T(t), \\ v_c(x_c, t) &= X_c^T(x_c) T(t), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где n -мерные векторы $X(x)$, $X_k(x_k)$, $X_c(x_c)$, $T(t)$ определяются следующим образом. Вектор $X(x)$ — есть решение граничной задачи

$$\left. \begin{aligned} X^{(4)} - \Lambda^4 X &= 0, \\ X''(0) = X'''(0) = X''(l) = X'''(l) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Здесь $\Lambda = \text{diag} \{\lambda_z\}$, $(z = \overline{1, n})$ и элементы этой матрицы являются положительными корнями уравнения частот, которое будет приведено ниже. Из условий (12) и (13) определяются условия сопряжения, накладываемые на $X(x)$ в точках $x = a_k$ и $x = a_c$. Условия сопряжения имеют вид формул (12) и (13) с заменой $v(x, t)$, $v_k(x_k, t)$, $v_c(x_c, t)$ на $X(x)$, $X_k(x_k)$, $X_c(x_c)$.

Вектор $X_k(x_k)$ — есть решение уравнения

$$X_k^{(4)} - M^4 X_k = 0, \quad (16)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} X_k''(0) = X_k'''(0) &= 0, \\ X_k(l_k) = X(a_k), \quad X_k'(l_k) \sin z_k &= X'(a_k). \end{aligned}$$

Вектор $X_c(x_c)$ — есть решение уравнения

$$X_c^{(4)} - N^4 X_c = 0, \quad (17)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} X_c''(0) = X_c'''(0) &= 0, \\ X_c(l_c) = X(a_c), \quad X_c'(x_c) \sin z_c &= X'(a_c). \end{aligned}$$

В формулах (16) и (17) $M = \text{diag} \{\mu_z\}$, $N = \text{diag} \{\nu_z\}$, $(z = \overline{1, n})$, элементы этих матриц также определяются из уравнения частот.

Общие интегралы уравнений (15) — (17) запишем в виде

$$\begin{aligned} X(\lambda x) &= C_0 U_0(\lambda x) + C_1 U_1(\lambda x) + \\ &+ \left\|_{a_k < x} C_2 U_3[\lambda(x - a_k)] + C_3 U_2[\lambda(x - a_k)] + \right. \\ &+ \left. \left\|_{a_c < x} C_4 U_3[\lambda(x - a_c)] + C_5 U_2[\lambda(x - a_c)], \right. \end{aligned}$$

$$X_k(\mu x_k) = C_6 U_0(\mu x_k) + C_7 U_1(\mu x_k),$$

$$X_c(\nu x_c) = C_8 U_0(\nu x_c) + C_9 U_1(\nu x_c),$$

где $C_0, \dots, C_9$ — постоянные; U_0, U_1, U_2, U_3 — базисные функции [11].

Используя граничные условия (15) — (17) и условия сопряжения, приходим к системе однородных уравнений для определения постоянных C_α . Определитель этой системы и дает уравнение частот

$$\Delta(\lambda, \mu, \nu) = 0, \quad (18)$$

которое здесь в явном виде не выписывается.

Обобщенная координата $T(t)$ определяется дифференциальным уравнением

$$\ddot{T} + 2B\Gamma \dot{T} + \Gamma^2 T = Q(t). \quad (19)$$

Здесь $Q(t) = Q_\phi(t) + Q_k(t) + Q_c(t)$ — обобщенная сила:

$$\left. \begin{aligned} Q_\phi(t) &= q \int_0^l X(x) W(x, t) dx, \\ Q_k(t) &= q_k \int_0^{l_k} X_k(x_k) W(x_k, t) dx_k, \\ Q_c(t) &= q_c \int_0^{l_c} X_c(x_c) W(x_c, t) dx_c, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} B &= \text{diag} \{\beta_\alpha\}; \quad \Gamma = \text{diag} \{\gamma_\alpha\}; \\ \Gamma^2 &= EI\Lambda^4/m = E_k I_k M^4/m_k = E_c I_c N^4/m_c; \\ 2B\Gamma &= \frac{V_0 d}{m} \bar{E} = \frac{\rho V_0^2}{2} \frac{S}{m} \bar{E}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где $q = d \int_0^l X(x) X^T(x) dx / 3m$, $q_k = d_k \int_0^{l_k} X_k(x_k) X_k^T(x_k) dx_k / 3m_k$,

$$q_c = d_c \int_0^{l_c} X_c(x_c) X_c^T(x_c) dx_c / 3m_c.$$

Соотношения (21) позволяют перейти к одной переменной в уравнении частот (18):

$$\gamma^2 = E I \lambda^4 / m = E_{\kappa} I_{\kappa} \lambda^4 / m_{\kappa} = E_c I_c \lambda^4 / m_c.$$

Обобщенная сила $Q(t)$ в правой части уравнения (19) — случайная стационарная функция с равным нулю математическим ожиданием:

$$M\{Q(t)\} = 0.$$

Вычислим корреляционную функцию $R_Q(\tau)$ обобщенной силы:

$$R_Q(\tau) = M\{Q(t) Q^T(t+\tau)\} = M\left\{\sum_{\alpha} Q_{\alpha}(t) \cdot \sum_{\beta} Q_{\beta}^T(t+\tau)\right\},$$

$$R_Q(\tau) = \sum_{\alpha, \beta} R_{\alpha\beta}(\tau),$$

где индексы α и β принимают значения ϕ, κ, c , так, например, при $\alpha = \phi, \beta = \kappa$

$$R_{\phi\kappa}(\tau) = q_{\phi} q_{\kappa} \int_0^l \int_0^{l_{\kappa}} X(x) X_{\kappa}^T(x_{\kappa}) M\{W(x, t) W(x_{\kappa}, t+\tau)\} dx dx_{\kappa}.$$

Под знаком интегрирования стоит корреляционная функция случайного поля вертикальных порывов

$$M\{W(x, t) W(x_{\kappa}, t+\tau)\} = R_W(r),$$

которая вычисляется для точки фюзеляжа с моментом времени t и точки крыла с моментом времени $t + \tau$. Поэтому квадрат расстояния между этими точками

$$r^2 = (x'_0 - x_0)^2 + (z'_0 - z_0)^2,$$

записанный в неподвижной системе координат $x_0 y_0 z_0$, следует выразить через соответствующие связанные координаты $xy_z, x_{\kappa} y_{\kappa} z_{\kappa}, x_c y_c z_c$.

Эта связь имеет вид:

$$\begin{aligned} x_0 &= -x + V_0 t, \quad z_0 = -z; \\ x &= a_{\kappa} + (l_{\kappa} - x_{\kappa}) \sin \alpha_{\kappa}, \quad z = (l_{\kappa} - x_{\kappa}) \cos \alpha_{\kappa}; \\ x &= a_c + (l_c - x_c) \sin \alpha_c, \quad z = (l_c - x_c) \cos \alpha_c. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$R_{\alpha\beta}(\tau) = q_{\alpha} q_{\beta} \int_0^{l_{\alpha}} \int_0^{l_{\beta}} X_{\alpha}(u) X_{\beta}^T(v) R_W(r_{\alpha\beta}) du dv,$$

где

$$\begin{aligned} r_{\alpha\beta}^2 &= [V_0 \tau - \xi_{\alpha\beta}]^2 + \eta_{\alpha\beta}^2, \\ \xi_{\alpha\beta}^2 &= [a_{\beta} - (l_{\beta} - v) \sin \alpha_{\beta} - a_{\alpha} + (l_{\alpha} - u) \sin \alpha_{\alpha}]^2, \\ \eta_{\alpha\beta}^2 &= [(l_{\beta} - v) \cos \alpha_{\beta} - (l_{\alpha} - u) \cos \alpha_{\alpha}]^2. \end{aligned}$$

В этих формулах для фюзеляжа

$$X_{\phi}(x) = X(x), \quad l_{\phi} = l, \quad a_{\phi} = 0, \quad x_{\phi} = \pi/2, \quad l-u=u, \quad l-v=v.$$

Спектральная плотность $S_Q(\omega)$ обобщенной силы

$$\begin{aligned} S_Q(\omega) &= \sum_{\alpha, \beta} S_{\alpha\beta}(\omega) = \\ &= \sum_{\alpha, \beta} q_{\alpha} q_{\beta} \int_0^{l_{\alpha}} \int_0^{l_{\beta}} \int_{-\infty}^{\infty} X_{\alpha}(u) X_{\beta}^T(v) R_W(V[\overline{V_0 \tau - \xi_{\alpha\beta}}]^2 + \eta_{\alpha\beta}^2) \times \\ &\quad \times e^{-i\omega\tau} du dv d\tau. \end{aligned}$$

При интегрировании по τ используется соотношение (4) и какой-либо конкретный вид функции поперечной когерентности $C(\omega\eta)$. Обобщенная координата $T(t)$ связана с обобщенной силой $Q(t)$ дифференциальным уравнением (19) с нулевыми начальными условиями. Следовательно, спектральная плотность $S_T(\omega)$ обобщенной координаты определяется соотношением

$$S_T(\omega) = \overline{G(i\omega)} S_Q(\omega) G^T(i\omega), \quad (22)$$

здесь $G(i\omega) = [\overline{E(i\omega)^2} + 2B\Gamma(i\omega) + \Gamma^2]^{-1}$ — матрица амплитудно-фазовых частотных характеристик уравнения (19).

Используя формулы (14) и (22), определяем спектральные плотности смещений точек фюзеляжа, крыла и горизонтального стабилизатора

$$\left. \begin{aligned} S_v(x, \omega) &= X^T(x) S_T(\omega) X(x), \\ S_{v_k}(x_k, \omega) &= X_k^T(x_k) S_T(\omega) X_k(x_k), \\ S_{v_c}(x_c, \omega) &= X_c^T(x_c) S_T(\omega) X_c(x_c). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Для линейной деформируемой системы можно использовать метод перемещений [1] при вычислении усилий, возникающих в поперечных сечениях ЛА в результате упругих колебаний. Согласно методу перемещений, общие силовые факторы в поперечных сечениях ЛА (поперечные силы и изгибающие моменты) определяются через деформацию $v(x, t)$ по известным из теории сопротивления материалов формулам. В этом случае, используя спектральные плотности деформаций (23), вычисляются спектральные плотности поперечной силы и изгибающего момента. Спектральные плотности (23) являются исходными при рассмотрении усталостной долговечности конструкции ЛА, когда принимается во внимание турбулентность потока [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гладкий В. Ф. Динамика конструкции летательного аппарата. М., «Наука», 1969, 495 с.
 2. Conry G. Critical analysis of the methods used for predicting the response of large flexible aircraft to continuous atmospheric turbulence. AIAA Paper, No. 71-342, 7 p.
 3. Taylor I. Manual on Aircraft Loads. AGAR Dograph 83, Pergamon Press, 1965, 350 p.
 4. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. — «ДАН», 1941, т. 30, № 4, с. 299—303.
 5. Таблицы интегральных преобразований, т. I. М., «Наука», 1969, 343 с.
 6. Таблицы интегральных преобразований, т. II. М., «Наука», 1970, 327 с.
 7. Кузьмин Н. А., Лукаш П. А., Миляковский И. Е. Расчет конструкций из тонкостенных стержней и оболочек. М., Стройиздат, 1960, 260 с.
 8. Фын Я. Ц. Введение в теорию аэроупругости. М., Физматгиз, 1969, 523 с.
 9. Ершов Б. А. Движение упругого крыла в турбулентной атмосфере. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 96—102.
 10. Ершов Б. А., Тимошенко О. М. Определение усталостной долговечности упругого крыла, движущегося в турбулентной атмосфере. См. настоящий сборник.
 11. Курдюмов А. А. Вибрация корабля. М., Судпромгиз, 1953, 267 с.
-

А. П. БЕЛЯЕВ, Е. Д. МАМАЕВ (ЛГМИ)

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОБЪЕКТИВНОГО АНАЛИЗА ПОЛЕЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ, ОСНОВАННОМ НА ПРИМЕНЕНИИ СПЛАЙН-ФУНКЦИЙ

В последние годы появился целый ряд работ, посвященных применению сплайн-функций для объективного анализа полей метеорологических элементов [8, 12, 13 и др.]. Интерес к сплайн-аппроксимациям объясняется, по-видимому, двумя обстоятельствами. С одной стороны, переход к прогностическим схемам по полным уравнениям гидродинамики предъявляет повышенные требования к гладкости и согласованности исходной информации [6, 7]; с другой, — широко используемые методы анализа, основанные на оптимальной интерполяции и полиномиальной аппроксимации [4], вообще говоря, этим требованиям не удовлетворяют.

Действительно, при описании поля полиномом некоторой степени, число коэффициентов которого меньше числа исходных точек (станций), сглаживанию подвергается локальный участок поля, не согласованный с остальными. При этом само сглаживание носит более или менее случайный характер, так как такие факторы, как взаимное расположение станций, зависимость точности аппроксимации от числа исходных точек при заданной степени полинома, величины погрешностей данных зондирования и некоторые другие, могут быть учтены лишь весьма приближенно.

Процесс сглаживания поля при анализе методом оптимальной интерполяции существенным образом зависит от степени соответствия статистических характеристик действительной ситуации. То же можно сказать и о точности оптимальной интерполяции, что ограничивает возможности ее применения в случае, если статистические характеристики ненадежны или отсутствуют вообще.

В наиболее общем виде задача объективного анализа, основанная на вариационных принципах, может быть сформулирована следующим образом.

На множестве $P = \{p_k : k = \overline{1, K}\}$ точек некоторой двумерной области Ω заданы значения $\bar{f}_k$ функции $\bar{f}(x, y) \in C_q^r[\Omega]$, где $C_q^r[\Omega]$ — пространство функций, имеющих в Ω непрерывные частные производные до порядка r , включающие не более q дифференцирований по каждой из переменных.

Ищется функция $f(x, y)$, являющаяся решением вариационной задачи

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right]^2 d\Omega + \sum_{\kappa=1}^K p_{\kappa} [f(p_{\kappa}) - \bar{f}_{\kappa}]^2 = \min, \quad (1)$$

$C_q^r[\Omega]$

где p_{κ} — параметры сглаживания, регулирующие степень кривизны поля, аналогом которой в определенном смысле является интеграл, стоящий в левой части выражения (1), и величины невязок $|f(p_{\kappa}) - \bar{f}_{\kappa}|$, т. е. точность аппроксимации поля в заданных точках P .

Отметим, что рассмотренная постановка в некотором роде близка к постановке задачи оптимальной интерполяции, так как значения $\bar{f}_{\kappa}$ могут представлять собой не только данные станций зондирования, но и любую другую дополнительную информацию, в частности значения нормы поля. Однако, ввиду нелинейности $f(x, y)$ относительно наблюдаемых значений, непосредственное использование арсенала статистических методов [5] является затруднительным.

Известно [1, 11], что решением задачи (1) является сплайн, т. е. функция $f(x, y)$, совпадающая с полиномом

$$f_{ij}(x, y) = \sum_{t,u=0}^{r+1} a_{ij}^{tu} (x-x_i)^t (y-y_j)^u$$

в каждой из ячеек $s_{ij} = \{(x, y) : x_{i-1} \leq x \leq x_i, y_{j-1} \leq y \leq y_j\}$ некоторой сетки

$$S: \quad \begin{aligned} a &= x_1 < x_2 < \dots < x_n = b \\ c &= y_1 < y_2 < \dots < y_m = d, \end{aligned}$$

наложенной на рассматриваемую область Ω .

Ввиду того что для целей численного прогноза достаточно знание производных невысокого порядка, а также из соображений экономичности вычислительного процесса, при решении поставленной задачи целесообразно ограничиться пространством $C_2^4[\Omega]$, т. е. бикубическим сплайном, методы построения которого хорошо известны [1, 2, 11 и др.]. Однако практические приемы оптимального выбора параметров сглаживания p_{κ} , оказывающих существенное влияние на результат аппроксимации, до настоящего времени разработаны лишь для одномерных сплайнов. Поэтому нами была сделана попытка распространить принцип построения частичных сплайнов, применяющийся при интерполяции функции, заданной в узлах регулярной сетки [1, 9, 11 и др.], на случай ее задания в произвольно расположенных точках. Этому способствовало также появление работы [12], результаты исследований которой свидетельствуют о практически одинаковой точности одномерной сплайн-интерполяции и оптимальной интерполяции.

Рассмотрим область $R = \{(x, y) : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\} \supset \Omega$ и разобьем ее на ν подобластей $R_\zeta = \{(x, y) : a \leq x \leq b, y_{\zeta-1}^*(x) \leq y \leq y_\zeta^*(x)\}$ таким образом, чтобы $P \cap R_\zeta \neq \emptyset$, где $y_0^*(x) = c$, $y_\nu^*(x) = d$, $y_{\zeta-1}^*(x) \leq y_\zeta^*(x) \quad \forall x \in [a, b]$.

Упорядочим точки $P \cap R_\zeta$ по возрастанию абсциссы и обозначим их через $p_{\zeta 1}, p_{\zeta 2}, \dots, p_{\zeta \chi_\zeta}$, где χ_ζ — число точек множества $P \cap R_\zeta$. Заметим, что $p_{\zeta \eta} = (x_{\zeta \eta}, y_{\zeta \eta})$ и введем в рассмотрение точки $p_{\zeta 0} = (a^*, y_{\zeta 1})$, $p_{\zeta \chi_{\zeta+1}} = (b^*, y_{\zeta \chi_\zeta})$, где $a^* \ll a$, $b^* \gg b$.

Для каждого фиксированного $\zeta (\zeta = \overline{1, \nu})$ построим одномерный интерполяционный кубический сплайн $y_\zeta(x)$ при ограничениях $y(x_{\zeta \eta}) = y_{\zeta \eta} (\eta = \overline{0, \chi_\zeta + 1})$. Уравнения $y = y_\zeta(x)$ определяют в плоскости xOy кривые класса $C^3[a^*, b^*]$, проходящие через точки $P \cap R_\zeta$. Точки $p_{\zeta 0}$ и $p_{\zeta \chi_{\zeta+1}}$ были введены для того, чтобы, во-первых, определить $y_\zeta(x)$ на отрезке $[a, b]$ вообще говоря большем чем $[x_{\zeta 1}, x_{\zeta \chi_\zeta}]$, во-вторых, исключить влияние краевых условий на поведение кривых близ граничных линий $x = a$, $x = b$.

Построим теперь для каждого фиксированного $\zeta (\zeta = \overline{1, \nu})$ одномерный интерполяционно-сглаживающий сплайн $z_\zeta(x)$, являющийся решением задачи

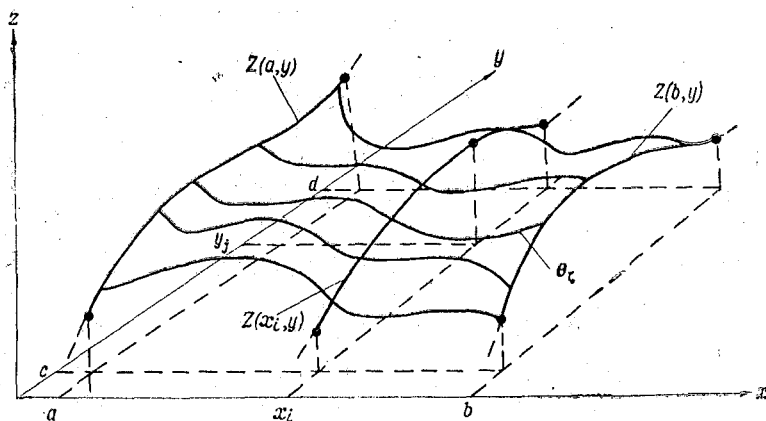
$$\int_{a^*}^{b^*} [z''(x)]^2 dx + p \sum_{\eta=0}^{\chi_\zeta+1} [z(x_{\zeta \eta}) - \bar{f}_{\zeta \eta}]^2 = \min_{C^3[a^*, b^*]}, \quad (2)$$

где $\bar{f}_{\zeta \eta} = \bar{f}(p_{\zeta \eta})$; p — параметр сглаживания, о выборе которого будет сказано ниже.

Так как сплайн $z_\zeta(x)$ является решением задачи (2), а сплайн $y_\zeta(x)$ минимизирует интеграл, стоящий в левой части выражения (2), то кривая Θ_ζ , получаемая пересечением цилиндрических поверхностей $y = y_\zeta(x)$ и $z = z_\zeta(x)$ в пространстве $xOyOz$ будет хорошо приближать частное решение задачи (1) (для $p_\kappa \in P \cap R_\zeta (\kappa = \overline{1, K})$) в области $\{(x, y_\zeta(x)) : x \in [a, b]\} \subset \Omega$.

Для нахождения общего решения, т. е. полиномов $f_{ij}(x, y)$, достаточно вычислить значения $f(x, y)$ в $n \times m$ точках (x_i, y_j) , которые однозначно определяют дважды кубический сплайн $f(x, y)$. Это осуществляется построением одномерного интерполяционного сплайна $Z(x_i, y) (i = \overline{1, n})$ при ограничениях $Z(x_i, y_\zeta(x_i)) = z_\zeta(x_i) (\zeta = \overline{1, \nu})$, $Z(x_i, c^*) = z_0(c^*)$, $Z(x_i, d^*) = z_{\nu+1}(d^*)$, где $c^* \ll c$, $d^* \gg d$. Подставив в $Z(x_i, y) (i = \overline{1, n})$ значения $y = y_j (j = \overline{1, m})$, получим значения искомой функции во всех узлах сетки S .

В случае необходимости определения дифференциальных характеристик поля, т. е. производных функции $f(x, y)$, можно найти известным образом [1] полиномы $f_{ij}(x, y)$, позволяющие непосредственное вычисление искомых производных в любой точке Ω . Если



Определение значения $f(x, y)$ в точке (x_i, y_j) .

аналитические представления $f(x, y)$ и ее производных не представляют самостоятельного интереса, то экономичнее ограничиться одномерными сплайнами. Действительно, частные производные $f(x, y)$ по y в узлах сетки S определяются дифференцированием $Z(x_i, y)$. Для нахождения частных производных $f(x, y)$ по x аналогичным образом строится интерполяционный сплайн $Z^*(x, y_j)$. Определение смешанных производных, например $\left. \frac{d^2 f(x, y)}{dx dy} \right|_{y=y_j}$, возможно путем дифференцирования сплайна $Z^{**}(x, y_j)$, интерполирующего $Z'(x_i, y)$ в точках y_j .

Нам осталось определить выбор параметров сглаживания. Обычно при объективном анализе процесс интерполяции осуществляется отдельно для каждого уровня, а ошибки измерения элементов данного уровня считаются одинаковыми для различных станций. Поэтому для районов, имеющих примерно равную плотность сети наблюдений, можно ограничиться одним параметром p . Его выбор может быть произведен эмпирическим путем. Однако более интересным представляется теоретическое определение параметра сглаживания, позволяющее получить оптимальный результат.

Если известно среднее квадратическое отклонение ошибки измерения и математическое ожидание ее равно нулю, то оптимальное

значение p определяется из решения нелинейного дифференциального уравнения [3], вытекающего из условия

$$M \left(\frac{\|G - F\|^2}{\|F\|} \right) = \min_p,$$

где G и F — векторы конечно-мерного пространства $E_{z_{\zeta+1}}$ с компонентами $z_{\zeta}(\chi_{\zeta\eta})$ и $\bar{f}_{\zeta\eta}$ ($\eta = 0, \chi_{\zeta+1}$), а $\|\cdot\|$ порождается скалярным произведением, введенным в $E_{z_{\zeta+1}}$ по формуле

$$(\varphi, \psi) = \frac{1}{\chi_{\zeta} + 2} \sum_{l=0}^{\chi_{\zeta}+1} \varphi_l \psi_l.$$

В заключение отметим, что стабильное положение станций зондирования позволяет заранее определить границы подобластей R_{ζ} , а тем самым и сплайны $y_{\zeta}(x)$ с учетом взаимного расположения исходных точек. Это обстоятельство, а также возможность применения только одномерных сплайнов снимают существенные ограничения, возникающие при нахождении коэффициентов полиномов $f_{ij}(x, y)$ обычными методами, и связанные с объемом оперативной памяти ЭВМ, количеством исходной информации, числом узлов сетки S . Точность предлагаемого метода, вообще говоря, будет тем выше, чем ближе к линейной функция $Y_{\zeta}(x) = y_{\zeta+1}(x) - y_{\zeta}(x)$. В частности, если исходные значения не содержат погрешностей (т. е. $\frac{1}{p} = 0$), а точки P совпадают с узлами сетки S , то результаты будут идентичны результатам обычной двумерной интерполяции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М., «Мир», 1972 (1967), 316 с.
2. Василенко В. Л., Переломов Е. М. Сплайн-интерполяция в прямоугольной области с хаотически расположенными узлами. — В кн.: Машинная графика и ее применение. Новосибирск, 1973, с. 96—103.
3. Василенко В. А. Обработка содержащей ошибки информации методом сплайн-сглаживания. — В кн.: Машинная графика и ее применение. Новосибирск, 1973, с. 104—110.
4. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1963, 285 с.
5. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л., Гидрометеониздат, 1976, 357 с.
6. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана на основе метода расщепления. Новосибирск, «Наука», 1972, 127 с.
7. Марчук Г. И. Численные методы в прогнозе погоды. Л., Гидрометеониздат, 1967, 356 с.
8. Пененко В. В. Об одном методе объективного анализа полей метеорологических элементов на сфере. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 5, с. 11—23.

9. Солонин С. В., Беляев А. П., Мамаев Е. Д. Об аппроксимации метеорологических полей дважды кубическими сплайнами. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 154—158.
 10. Anselone P. M., Laurent P. I. A general method for the construction of interpolating or smoothing spline-function. — «Num. Math». 12(5), 1968, p. 66—82.
 11. Birkhoff G. Numerical solution of elleptic partial differential equations. — «SIAM Publications», 1971, 78 pp.
 12. Chien-Hsiung Yang. A controlled experiment with one-dimensional interpolation. — «Journ. Appl. Meteorol.», 1974, vol. 13, № 6, p. 625—636.
 13. Mac Pherson A. K., Prise G. V. A numerical weather forecasting method using cubic splines on a variable mesh. — «Journ. Appl. Meteorol.», 1973, vol. 12, № 7, p. 1102—1113.
-

ОПЫТ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО РЕЖИМА НИЖНЕГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К НУЖДАМ АВИАЦИИ

Основными метеорологическими параметрами, определяющими условия взлета и посадки самолетов, являются скорость, направление и сдвиги ветра, а также порывистость. Для оперативного обслуживания авиации метеослужба должна своевременно информировать экипажи самолетов о вертикальном распределении этих характеристик в нижних слоях атмосферы. Чем больше вертикальные градиенты указанных характеристик, тем значительнонее меняются внешние воздействия, определяющие траекторию взлета. В настоящей работе представлены результаты расчета важных для авиации характеристик-сдвигов ветра и порывистости в нижнем 100-метровом слое атмосферы при разных макрометеорологических условиях, выполненные для одного аэродрома. Исходным материалом послужили данные температурно-ветрового зондирования, проведенного в 1969—1970 гг. на метеостанции Ташкент. Теоретической основой предлагаемого метода является модель пограничного слоя атмосферы, разработанная Бобылевой, Зилитинкевичем, Лайхтманом [1].

Ниже излагаются основы указанной модели.

Полагаем, что структура пограничного слоя, стационарного и однородного по горизонтали, определяется: скоростью геострофического ветра G , шероховатостью z_0 , параметром плавучести g/T , параметром Кориолиса λ и турбулентным потоком тепла у подстилающей поверхности $P_0/\rho c_p$. Система уравнений имеет вид:

$$\frac{d}{dz} \kappa \frac{du}{dz} + \lambda (v - v_g) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz} \kappa \frac{dv}{dz} - \lambda (u - u_g) = 0; \quad (2)$$

$$\kappa \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] - \alpha_T \frac{g}{T} \kappa \frac{d\Theta}{dz} + \alpha_b \frac{d}{dz} \kappa \frac{db}{dz} = \epsilon; \quad (3)$$

$$\kappa = l \sqrt{b}; \quad (4)$$

$$l = -2\kappa c^{1/4} \frac{\psi}{\frac{d\psi}{dz}}, \quad (5)$$

где $\psi = \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 - \alpha_T \frac{g}{T} \frac{d\Theta}{dz}$; $\varepsilon = b^2/\kappa$.

Граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } z \rightarrow z_0 \quad u \rightarrow v \rightarrow 0, \quad b = c^{-1/2} v_*^2, \\ &u \rightarrow u_g = -\frac{1}{\lambda \rho} \frac{\partial p}{\partial y} = G \cos \alpha, \\ &\text{при } z \rightarrow \infty \\ &v \rightarrow v_g = -\frac{1}{\lambda \rho} \frac{\partial p}{\partial x} = G \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь $\lambda = 2\omega \sin \varphi$, ω — угловая скорость вращения Земли; α — угол полного поворота ветра в пограничном слое; φ — широта; ρ — плотность воздуха; p — давление; T — среднее значение температуры в пограничном слое; v_* — динамическая скорость; g — ускорение силы тяжести; $\kappa = 0,4$ — постоянная Кармана; $c = 0,046$ — эмпирическая константа; κ — коэффициент турбулентного обмена для количества движения; $\kappa_T = \alpha_T \kappa$, $\kappa_b = \alpha_b \kappa$ — аналогичные коэффициенты для тепла и энергии турбулентности, причем постоянные α_T и α_b приняты равными соответственно 1 и 0,73.

Неизвестными являются u и v — горизонтальные составляющие скорости ветра, Θ — потенциальная температура, κ — коэффициент турбулентности, ε — скорость диссипации турбулентной энергии в тепло, l — средний масштаб турбулентности и $b = \frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{2}$ — средняя энергия пульсаций.

Система (1) — (5) решается численно с помощью ЭВМ. Для разных значений внешних параметров — числа Россби $Ro = \frac{G}{\lambda z_0}$ и па-

раметра стратификации $\mu_0 = -\frac{\kappa^2 g}{T\lambda} \frac{P_0/\rho c_p}{v_*^2}$ — получены в работах [1, 2] в форме таблиц и графиков вертикальные профили компонент напряжения трения $\eta = \kappa \frac{du}{dz}$, $\sigma = \kappa \frac{dv}{dz}$ и их градиентов $d\eta/dz$, $d\sigma/dz$, коэффициента турбулентности κ и средней энергии турбулентности b , используя которые, можно рассчитать искомые характеристики:

$$\chi = \frac{v_*}{\kappa G} = \left[\left(\frac{d\eta_n}{dz_n} \right)^2 + \left(\frac{d\sigma_n}{dz_n} \right)^2 \right]^{-1/2} \Big|_{z_0=z_{0n}}, \quad \eta_n = \frac{\eta}{v_*^2}, \quad \sigma_n = \frac{\sigma}{v_*^2},$$

модуль скорости ветра

$$|\vec{C}| = \chi G \sqrt{\left[\frac{\cos \alpha}{\chi} + \frac{d\sigma_n}{dz_n}(z_n) \right]^2 + \left[\frac{\sin \alpha}{\chi} - \frac{d\eta_n}{dz_n}(z_n) \right]^2}$$

сдвиг скорости ветра на интервале Δz

$$|\vec{\Delta C}| = \chi G \sqrt{\left[\frac{d\eta_n}{dz_n}(z_n) - \frac{d\eta_n}{dz_n}(z_n + \Delta z_n) \right]^2 + \dots + \left[\frac{d\sigma_n}{dz_n}(z_n) - \frac{d\sigma_n}{dz_n}(z_n + \Delta z_n) \right]^2},$$

градиент скорости ветра

$$\Gamma = \left| \frac{d\vec{C}}{dz} \right| = \frac{\chi}{z^2} \frac{\sqrt{\eta_n^2(z_n) + \sigma_n^2(z_n)}}{\kappa_n(z_n)}$$

и порывистость

$$V \bar{b} = \frac{z}{c^{1/4}} \chi G \sqrt{b_n} = 0.864 \chi G \sqrt{b_n}.$$

Параметры R_0 и μ_0 могут быть найдены по данным температур-

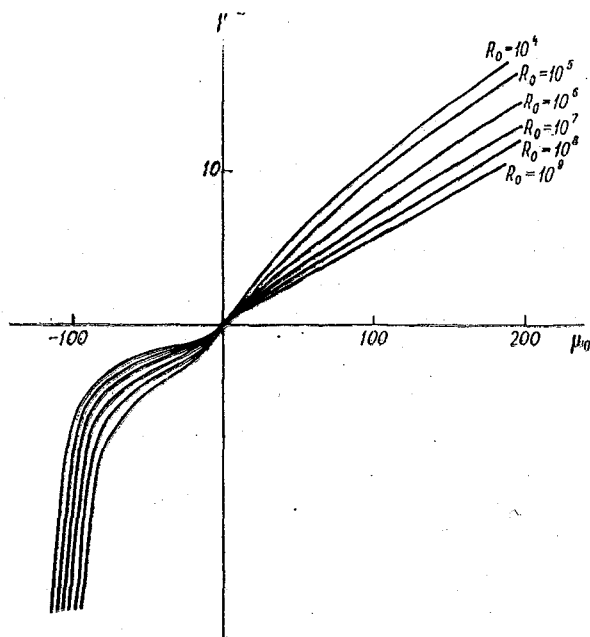


Рис. 1. Номограмма для определения параметра стратификации μ_0 по заданным значениям $\mu_0 \chi$ и R_0 .

Таблица 1

Рассчитанные значения коэффициента турбулентности κ , порывистости $\sqrt{b}$, сдвига ветра ΔC и его градиента Γ (средние и дисперсии) для уровня 10 м. Ташкент, июль 1969 г.

Число слу- чаев	Диапазон, u_0	G , м/с	$\overline{\kappa}$, м ² /с	$\Delta \kappa^2$, м ⁴ /с ²	$\sqrt{b}$, м/с	$(\Delta \sqrt{b})^2$, м ² /с ²	$\overline{\Delta C}$, м/с	ΔC^2 , м ² /с ²	$\overline{\Gamma}$, 1/с	$\Delta \Gamma^2$, 1/с ²
10	—105— 96	5	1,92	1,05	0,83	$1,4 \cdot 10^{-4}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,025	$1,1 \cdot 10^{-3}$
3	— 85— 76	5	1,56	$4,75 \cdot 10^{-1}$	0,74	$9 \cdot 10^{-4}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,032	$7 \cdot 10^{-4}$
3	— 85— 76	10	2,60	3,0	1,27	$3,2 \cdot 10^{-1}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,075	$8 \cdot 10^{-4}$
5	— 65— 56	5	1,25	$1,45 \cdot 10^{-1}$	0,64	$4,9 \cdot 10^{-3}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,034	$2,2 \cdot 10^{-4}$
1	— 55— 46	10	1,84	$9,4 \cdot 10^{-1}$	0,97	$6,8 \cdot 10^{-2}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,065	$3,9 \cdot 10^{-4}$
2	— 45— 36	5	0,90	10^{-4}	0,46	$6,2 \cdot 10^{-2}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,032	$7,4 \cdot 10^{-4}$
1	— 35— 26	5	0,76	10^{-3}	0,43	$8 \cdot 10^{-2}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,032	$7,2 \cdot 10^{-4}$
3	— 25— 16	5	0,70	$2,9 \cdot 10^{-2}$	0,40	$9,6 \cdot 10^{-2}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,041	$3,3 \cdot 10^{-4}$
1	— 15— 6	5	0,68	$3,85 \cdot 10^{-2}$	0,36	$1,2 \cdot 10^{-1}$	0,04	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,045	$1,9 \cdot 10^{-4}$
1	— 5— 5	5	0,56	$1,02 \cdot 10^{-1}$	0,34	$1,4 \cdot 10^{-1}$	0,09	$1,4 \cdot 10^{-4}$	0,037	$4,9 \cdot 10^{-4}$
3	6— 15	5	0,57	$9 \cdot 10^{-2}$	0,32	$1,5 \cdot 10^{-1}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,041	$3,2 \cdot 10^{-4}$
1	16— 25	5	0,47	$1,64 \cdot 10^{-1}$	0,30	$1,7 \cdot 10^{-1}$	0,08	$4,4 \cdot 10^{-5}$	0,038	$4,5 \cdot 10^{-4}$
5	46— 55	10	0,86	10^{-4}	0,57	$1,9 \cdot 10^{-2}$	0,08	$4,4 \cdot 10^{-5}$	0,081	$4,9 \cdot 10^{-4}$
4	56— 65	10	0,99	$1,37 \cdot 10^{-2}$	0,55	$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,085	$6,9 \cdot 10^{-4}$
4	76— 85	10	0,89	$2,2 \cdot 10^{-4}$	0,51	$4,2 \cdot 10^{-2}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,087	$8 \cdot 10^{-4}$
1	96— 105	5	0,33	$2,9 \cdot 10^{-1}$	0,21	$2,5 \cdot 10^{-1}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,055	$1,6 \cdot 10^{-4}$
2	116— 125	5	0,31	$3,06 \cdot 10^{-1}$	0,20	$2,6 \cdot 10^{-1}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,057	$3 \cdot 10^{-6}$
2	146— 155	5	0,30	$3,3 \cdot 10^{-1}$	0,20	$2,6 \cdot 10^{-1}$	0,05	$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,62	$8 \cdot 10^{-6}$
2	176— 185	5	0,28	$3,5 \cdot 10^{-1}$	0,19	$2,7 \cdot 10^{-1}$	0,07	$6,2 \cdot 10^{-5}$	0,067	$7 \cdot 10^{-5}$
2	196— 205	5	0,27	$3,56 \cdot 10^{-1}$	0,18	$2,8 \cdot 10^{-1}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,061	$3,2 \cdot 10^{-6}$
1	216— 225	5	0,25	$3,8 \cdot 10^{-1}$	0,18	$2,9 \cdot 10^{-1}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,073	$2 \cdot 10^{-4}$
1	246— 255	5	0,23	$4,05 \cdot 10^{-1}$	0,16	$3 \cdot 10^{-1}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,075	$2,7 \cdot 10^{-4}$
3	266— 275	5	0,22	$4,25 \cdot 10^{-1}$	0,15	$3,1 \cdot 10^{-1}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,078	$3,5 \cdot 10^{-4}$
15	296— 305	5	0,20	$4,5 \cdot 10^{-1}$	0,14	$3,2 \cdot 10^{-1}$	0,10	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,060	$4,5 \cdot 10^{-4}$

Повторяемость рассчитанных параметров κ , $\sqrt{b}$, Γ , ΔC (n — число случаев; n , % — то же в процентах),
Ташкент, июль 1970 г.

κ , м ² /с	n	n , %	κ , м ² /с	n	n , %	$\sqrt{b}$, м/с	n	n , %	Γ , с ⁻¹	n	n , %	ΔC , м/с	n	n , %
0,11—0,20	15	19,7	1,41—1,50	0	0	0,11—0,20	25	32,9	0,02—0,030	10	13,0	0,041—0,050	33	43,4
0,21—0,30	11	14,5	1,51—1,60	3	3,9	0,21—0,30	4	5,25	0,031—0,040	13	17,1	0,051—0,060	0	0
0,31—0,40	3	3,9	1,61—1,70	0	0	0,31—0,40	8	10,5	0,041—0,050	7	9,2	0,061—0,070	2	2,64
0,41—0,50	1	1,3	1,71—1,80	0	0	0,41—0,50	4	5,25	0,051—0,060	6	7,9	0,071—0,080	6	7,9
0,51—0,60	4	5,25	1,81—1,90	1	1,3	0,51—0,60	13	17,10	0,061—0,070	6	7,9	0,081—0,090	1	1,3
0,61—0,70	4	5,25	1,91—2,0	10	13	0,61—0,70	5	6,57	0,071—0,080	25	32,9	0,091—0,10	34	44,7
0,71—0,80	1	1,3	2,1—2,20	0	0	0,71—0,80	3	3,90	0,081—0,090	9	11,8			
0,81—0,90	11	14,5	2,21—2,30	0	0	0,81—0,90	10	13,0						
0,91—1,00	4	5,25	2,31—2,40	0	0	0,91—1,0	1	1,3						
1,10—1,20	0	0	2,41—2,50	0	0	1,01—1,10	0	0						
1,21—1,30	5	6,57	2,51—2,60	3	3,9	1,11—1,20	0	0						
1,31—1,40	0		2,61—2,70	0	0	1,21—1,30	3	3,9						

но-ветрового зондирования. Прежде всего, по фактическому профилю ветра находится величина G : она определяется как наибольшее значение модуля скорости ветра в пограничном слое. Далее, рассчитав по аэрологическим данным перепад температуры $\delta T = T_{1000 \text{ м}} - T_{2 \text{ м}}$, находим параметр

$$\mu_0 \lambda = -\frac{g x^2}{T_0 \lambda} \frac{\delta T}{G} \text{ и число Россби } Ro = \frac{G}{\lambda z_0}.$$

На рис. 1 представлена номограмма, позволяющая по известным значениям $\mu_0 \lambda$ и Ro определить параметр μ_0 . Для ташкентского аэродрома $z_0 \approx 2 \text{ см}$, $\varphi = 41^\circ \text{ с. ш.}$, поэтому $Ro = 0,052 \cdot 10^7 G$, а $\mu_0 \lambda = 54,5 \frac{\delta T}{G}$.

В табл. 1 представлены средние взвешенные значения коэффициента турбулентности κ , порывистости $\sqrt{\bar{b}}$, сдвига ветра ΔC и градиента скорости ветра Γ , а также дисперсии этих величин при разных скоростях G для разных градаций параметра термической устойчивости μ_0 . Все описанные характеристики рассчитаны для уровня флюгера (10 м), причем сдвиг ветра и его градиент найдены для слоя толщиной 1 м. Всего использовано 100 случаев зондирования для четырех разных сроков (4, 10, 16 и 22 ч) в июле 1969 и 1970 гг.

Таблица 2 позволяет оценить повторяемость различных градаций коэффициента κ , порывистости $\sqrt{\bar{b}}$, сдвига ветра ΔC и градиента скорости ветра Γ на уровне 10 м в летний период времени. Малые градиенты ветра (0,02—0,04) с^{-1} имеют 30%-ную повторяемость, большим градиентам (0,07—0,09) с^{-1} соответствует $\sim 45\%$ -ная повторяемость. Анализ полученных характеристик позволяет отметить следующие особенности: а) энергия пульсаций и коэффициент турбулентности увеличиваются с ростом неустойчивости (уменьшением μ_0 и скорости геострофического ветра); б) зависимость от скорости ветра близка к линейной, что видно из следующей сводки расчетных данных, полученных при фиксированном

Таблица 3

Величины	$G, \text{ м/с}$	
	5	10
$\kappa, \text{ м}^2/\text{с}$	1,25	2,6
$\sqrt{\bar{b}}, \text{ м/с}$	0,64	1,37
$\Gamma, \text{ с}^{-1}$	0,03	0,075
$\Delta C, \text{ м/с}$	0,05	0,10

значении $\mu_0 = -80$ (табл. 3); в) с усилением термической устойчивости модуль сдвига ветра и его градиент увеличиваются.

Диапазоны изменения исследуемых величин для рассматриваемого района: $0,02 \leq \Gamma \leq 0,08 \text{ C}^{-1}$, $0,05 \leq \Delta C \leq 0,10 \text{ м/с}$, при вариациях μ_0 от -100 до 300 . Рисунки 2, 3 наглядно иллюстрируют воз-

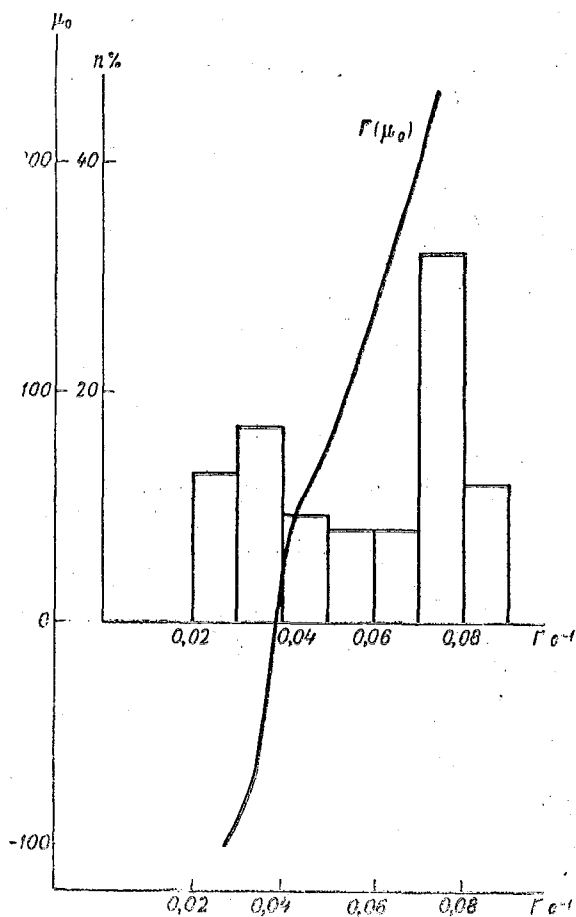


Рис. 2. Повторяемость различных градаций градиента скорости ветра Γ и зависимость Γ от параметра стратификации μ_0 . Ташкент, июль 1970 г.

растание Γ при переходе к устойчивым условиям и увеличение повторяемости больших значений градиента сдвига ветра в случае ночных инверсий.

Расчетные значения сдвига ветра на уровне 10 м подтверждаются эмпирическими данными Орленко и Шкляревич [3].

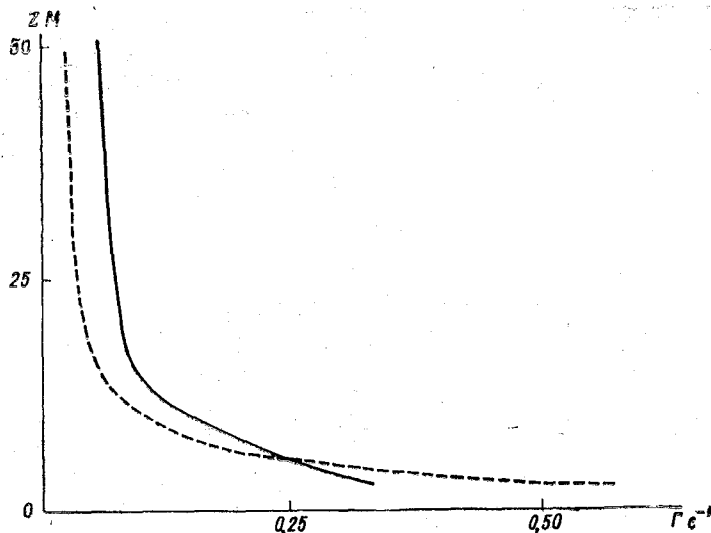


Рис. 3. Вертикальное распределение градиента скорости ветра Γ при разной стратификации:

----- $\mu_0 = 100$; — $\mu_0 = 300$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически — стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. — В кн.: Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. М., «Наука», 1967, с. 179—190. (Труды Международного коллоквиума, Москва, 15—22 июня 1965 г.).
2. Бобылева И. М. Расчет характеристик турбулентности в планетарном пограничном слое атмосферы. — «Труды ЛГМИ», 1970, вып. 40, с. 3—63.
3. Орленко Л. Р., Шкляревич О. Б. Вертикальные сдвиги ветра в пограничном слое атмосферы (по экспериментальным данным). — «Метеорология и гидрология», 1974, № 10, с. 32—40.

А. П. БЕЛЯЕВ, Е. Д. МАМАЕВ (ЛГМИ), А. Е. ПРИГОДИЧ (СЗ УГМС)

О ВОССТАНОВЛЕНИИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ СПЛАЙН-ИНТЕРПОЛЯЦИИ

С задачей восстановления вертикальных профилей метеорологических элементов приходится сталкиваться при контроле данных зондирования атмосферы, объективном анализе полей метеорологических элементов и в ряде других случаев. Для решения этой задачи обычно применяется метод оптимальной интерполяции, предусматривающий учет статистических характеристик поля [2]. Если, однако, они не являются достаточно надежными или отсутствуют вообще, то возникает необходимость в применении метода интерполяции, не использующего сведения о статистической структуре полей. Одним из таких методов может быть метод сплайн-интерполяции [1].

В настоящей работе приводятся результаты анализа расчетов вертикальных профилей давления уровней $1000 \div 200$ мбар, выполненных с применением кубических сплайнов. Анализу подвергались данные станций № 20 107, 20 292, 24 959, 30 710, 04 018, 03 774, 16 242, 27 612, 08 536, 60 715, 17 603, 38 457. В процессе вы-

Сравнительный анализ методов сплайн-интерполяции и оптимальной интерполяции при восстановлении вертикальных профилей давления

Величина ошибки, дкМ	Распределение ошибки в ‰											
	Сплайн-интерполяция. Уровни, мбар						Оптимальная интерполяция. Уровни, мбар					
	1000	850	700	500	300	200	1000	850	700	500	300	200
0—1	30,1	49,1	56,8	30,8	25,3	18,1	32,2	65,5	67,3	55,0	35,0	22,4
1—2	27,2	41,6	35,5	23,3	20,3	17,9	28,1	33,3	29,2	29,8	25,2	20,0
2—3	25,4	9,3	7,7	20,0	18,3	17,0	21,0	1,2	3,5	10,4	19,8	17,0
3—4	13,1	—	—	16,3	16,7	16,2	14,0	—	—	2,4	14,0	11,4
4—6	4,2	—	—	8,0	8,8	13,1	4,7	—	—	2,4	5,4	11,0
6—8	—	—	—	1,6	5,9	10,1	—	—	—	—	0,6	9,4
> 8	—	—	—	—	4,7	7,6	—	—	—	—	—	8,8

числений поочередно, исключалось значение одного из уровней и производилось восстановление (интерполяция) с других уровней. Всего было обработано 1 400 телеграфных сообщений, относящихся к различным сезонам. Для оценки полученных результатов (см. таблицу) аналогичные вычисления были произведены методом оптимальной интерполяции.

Обработка этих данных позволила для рассматриваемых методов выявить практическое совпадение вероятности появления ошибки и определить средне-статистическое распределение этой ошибки. Как видно из таблицы, точность восстановления вертикальных профилей давления методом сплайн-интерполяции является вполне приемлемой, что оправдывает применение этого метода в тех случаях, когда по каким-либо причинам использование статистических данных является невозможным. К дополнительным достоинствам следует отнести также удобство непосредственного определения значений поля и его производных в любой точке рассматриваемой области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М., «Мир», 1972 (1967), 316 с.
 2. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерполяции данных метеорологических данных. Л., Гидрометеониздат, 1976, 357 с.
-

С. В. СОЛОНИН, В. В. ОСЕЧКИН (ЛГМИ)

ИЗМЕРЕНИЕ АТМОСФЕРНОГО ОЗОНА НА РЕЙСОВЫХ САМОЛЕТАХ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ *

1. Общие соображения

В связи с исследованиями возможных последствий антропогенных воздействий на биосферу и климат Земли, а также в связи с разработкой и реализацией международных проектов и программ, направленных на обеспечение чистоты и контроля атмосферного воздуха, возникла проблема изучения режима малых примесей в атмосфере, в частности, атмосферного озона.

В настоящее время известны общие закономерности вертикального и горизонтального распределения озона в атмосфере. Большинство теоретических выводов о режиме и динамике атмосферного озона основано на анализе данных наземных наблюдений его общего содержания, наблюдений «эффекта обращения», единичных подъемов озонозондов, разовых запусков ракетных озонозондов и ограниченного материала аэростатных и спутниковых измерений. Перечисленные средства получения информации о пространственном распределении озона не позволяют в полной мере установить его «тонкую структуру» в планетарном масштабе, особенно на высотах, где происходят наиболее активные процессы стратосферно-тропосферного обмена.

Большие возможности для исследования нижней озоносферы открывает организация регулярных наблюдений за озоном на рейсовых самолетах, выполняющих полеты по воздушным трассам в различных районах земного шара. О перспективности самолетных методов исследования атмосферного озона свидетельствуют работы Кэя [6], Брюера [19], Мэргетройда [20], Бритаева [2, 3], Даниэльсена [20], Бишофа [15, 16], Бишофа и Фабиана [17], Зайлера и Варнека [25], Пенна [23], Тифенау [26].

* Краткое изложение доклада, подготовленного к совместному совещанию экспертов рабочих групп I.I и VIII.I СССР и США для обсуждения влияния деятельности человека на содержание озона в стратосфере и методов спутниковых, ракетных и самолетных наблюдений за малыми примесями в атмосфере, состоявшегося в Ленинграде с 28 июня по 2 июля 1976 г.

2. Опыт измерения атмосферного озона на транспортных самолетах

В научно-исследовательском институте авиационной метеорологии при Ленинградском гидрометеорологическом институте (НИИАМ ЛГМИ), начиная с 1971 года, проводится исследование возможностей использования рейсовых самолетов гражданской авиации для наблюдения за атмосферным озоном.

Исследование осуществляется в теоретическом и экспериментальном плане и имеет целью:

- разработку требований к бортовой аппаратуре для измерений озона на обычных транспортных самолетах без внесения каких-либо изменений в их конструкцию;

- разработку методики самолетных наблюдений озона, сводящей к минимуму влияние аэродинамических и газодинамических факторов и обеспечивающей наиболее высокую точность измерений в условиях рейсового полета;

- разработку оптимальной методики автоматической обработки и анализа самолетных измерений и их «привязки» к данным измерений другими методами (четырёхмерный анализ).

В течение 1971—1975 гг. сотрудниками НИИАМ ЛГМИ было выполнено 150 исследовательских полетов на трассовых транспортных самолетах Ту-104, Ту-134, Ту-154, Ту-114 и Ил-62, на которых производилось измерение озона в различных географических районах СССР. В частности, полеты выполнялись во все сезоны года на полярной воздушной трассе Москва — Амдерма — Хатанга — Тикси — Анадырь, на трансконтинентальных трассах Москва — Хабаровск, Ленинград — Магадан; на трассах южного направления Ленинград — Ташкент и Москва — Ташкент, а также в южных широтах страны на трассах Адлер — Ташкент, Семипалатинск — Ташкент и др.

В исследовательских полетах были испытаны электрохимический и хемилюминесцентный методы измерения озона.

С этой целью был апробирован опытный электрохимический бортовой озонометр, сконструированный В. В. Осечкиным совместно с В. Г. Самойловичем и являющийся кулонометрическим газоанализатором [10]. В приборе использована гальваническая электролитическая ячейка, разработанная В. З. Альпериным [1, 11]. Электрохимическая схема в ячейке принята по Хершу и Дерингеру [21]. Корпус ячейки выполнен из органического стекла и состоит из измерительной камеры, камеры вспомогательного электрода и камеры с запасным электролитом. Все три камеры заполнены электролитом, имеющим следующий состав: 2% NaBr и 0,001% NaI. Иодистый натрий в данном электролите является комплексообразователем ионов брома. При его отсутствии выходной сигнал снижается приблизительно в 2,5—3 раза [1]. Применение бромистых солей дает ряд преимуществ по сравнению с йодистыми с точки зрения избирательности.

В приборе использована непроточная электролитическая ячейка, поэтому в нем отсутствует устройство для равномерной подачи электролита в измерительную камеру, а, следовательно, отпадает необходимость в его постоянном обновлении. Это преимущество позволяет использовать реактив неопределенно долгое время, исключить из работы насоса функцию распределения реактива, что по существу решает проблему его хранения. Помимо этого в непроточной схеме значительно уменьшается расход электролита, так как отсутствуют потери реагента за счет его уноса проточным электролитом. Подробное описание ячейки имеется в работе [1].

Как отмечалось выше, в рейсовых полетах был испытан также хемилюминесцентный метод измерения концентрации озона. Опытный хемилюминесцентный озонометр, апробированный в полетах, подробно описан в работе [12]. В качестве чувствительного элемента в озонометре использован хемилюминофор, приготовленный из отечественного родамина С по технологии Регенера [24]. Принципиальная блок-схема хемилюминесцентного озонометра представлена на рис. 1. Для приема, усиления и преобразования световых сигналов служит электрический блок, собранный по схеме сцинтилляционного счетчика.

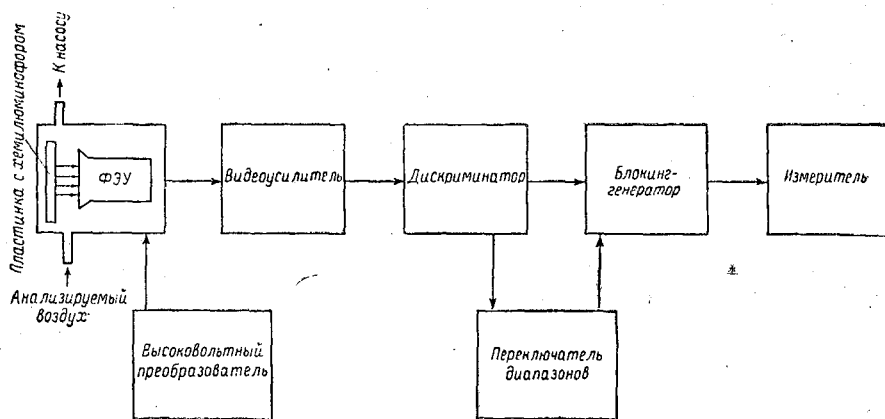


Рис. 1. Принципиальная блок-схема хемилюминесцентного озонометра.

Озонометр работает следующим образом. При протягивании озоновоздушной смеси через измерительную камеру прибора на поверхности хемилюминофора возникает хемилюминесцентная реакция озона с хемилюминофором. В результате этой реакции хемилюминофор излучает свет, фотоны которого воздействуют на чувствительную поверхность фотокаатода ФЭУ. Ток эмиссии пропорционален интенсивности падающего света. Поток электронов, сфокусированный электронно-оптической системой, попадает в умножительную систему.

Хемилюминесцентный озонметр — не абсолютный прибор. Для определения концентрации озона в абсолютных единицах требуется предполетная градуировка прибора. Точность озонметра $\pm 6\%$, чувствительность — $0,005 \text{ мг/м}^3$.

Исследовательские полеты показали, что электрохимический метод по сравнению с хемилюминесцентным имеет важное преимущество — высокую стабильность измерений озона.

При измерении атмосферного озона на рейсовых самолетах, имеющих герметические кабины, возникает проблема забора наружного воздуха.

Анализ результатов исследований Янга [27] по гигиенической оценке содержания озона в кабине транспортного самолета ДС-8 показывает, что концентрация озона в кабине и в негерметической gondole шасси примерно одинаковая. Об этом свидетельствует сравнительная оценка разрушения резиновых лент, использованных в полетах в качестве интегральных индикаторов озона.

По данным Брабетса [18], при параллельных измерениях озона в кабинах двух пассажирских реактивных самолетов, выполнявших полеты по близлежащим воздушным трассам Сиэтл — Чикаго и Портленд — Чикаго, несмотря на различные технические характеристики систем кондиционирования воздуха (СКВ), были получены идентичные профили.

Тифенау [26] недавно подтвердил, что концентрация озона, измеряемая на выходе из вентиляционных систем транспортных реактивных самолетов (с точностью до 10% , т. е. в пределах точности измерений), совпадала с данными вертикального озонзондирования в пунктах, расположенных вдоль маршрутов экспериментальных полетов.

Исследования, аналогичные по содержанию, были выполнены в 1972 г. в НИИАМ ЛГМИ. Измерения концентрации озона производились одновременно химическим [4, 8] и электрохимическим [10] методами в герметической кабине и негерметическом грузовом отсеке транспортного самолета Ан-12. В процессе полета регулировалась подача воздуха, отбираемого от компрессоров авиадвигателей с помощью перекрывного крана СКВ. По заданию исследователей бортинженер периодически закрывал перекрывной кран СКВ, и в гермокабину поступал воздух непосредственно из атмосферы, минуя СКВ. Показателем разгерметизации кабины служило равенство давлений воздуха в гермокабине самолета и в наружном воздухе на высоте полета (т. е. кабинный высотомер, в обычном состоянии определяющий степень герметизации кабины самолета, показывал высоту полета, равную 4200 м). При включении СКВ для наддува герметической кабины одновременно производились измерения озона в грузовом отсеке самолета.

Анализ экспериментальных материалов позволил установить, что герметизация кабины дозвукового самолета и связанный с ней отбор воздуха от компрессоров авиадвигателей не вносит существенного изменения в результаты измерений озона на высоте полета.

та (рис. 2). Такой эксперимент позволяет сделать вывод, что в СКВ дозвуковых реактивных самолетов термическое разрушение озона незначительно. Подобные результаты получены Комхиром [7].

Объяснение эффекта слабого разложения озона в компрессоре двигателя дано в работе [9].

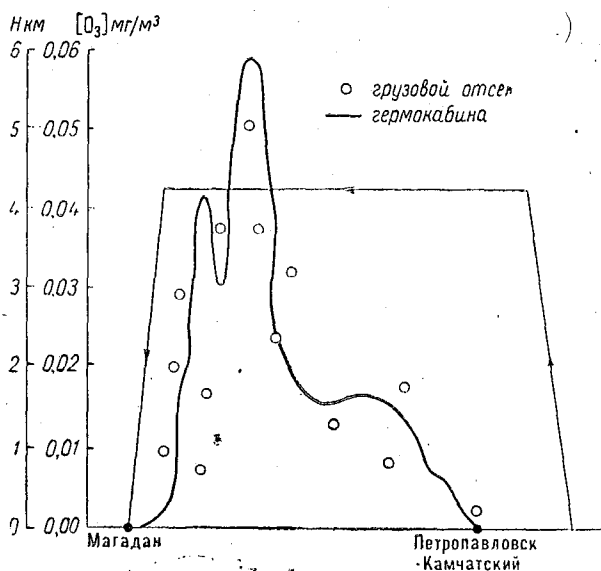


Рис. 2. Концентрация озона в герметической кабине и негерметическом грузовом отсеке самолета Ан-12 на трассе Петропавловск-Камчатский — Магадан. 5.VII.1972 г.

3. Некоторые результаты анализа измерений озона

Исследовательские полеты на рейсовых самолетах позволили подтвердить справедливость основных закономерностей пространственного распределения озона в атмосфере, обобщенных в монографии А. Х. Хргиана [14]. Вместе с тем в результате самолетных измерений установлены аномально высокие концентрации озона в области тропопаузы, особенно в зонах интенсивного стратосферно-тропосферного обмена.

Поле концентрации озона в верхней тропосфере и нижней стратосфере крайне неоднородно. Горизонтальная и вертикальная структура поля зависит от характера атмосферной циркуляции, высоты тропопаузы, турбулентного обмена и других факторов.

Для поля озона характерно чередование очагов повышенной и пониженной концентрации с большими горизонтальными градиентами, значительно большими, чем градиенты общего содержания озона (рис. 3).

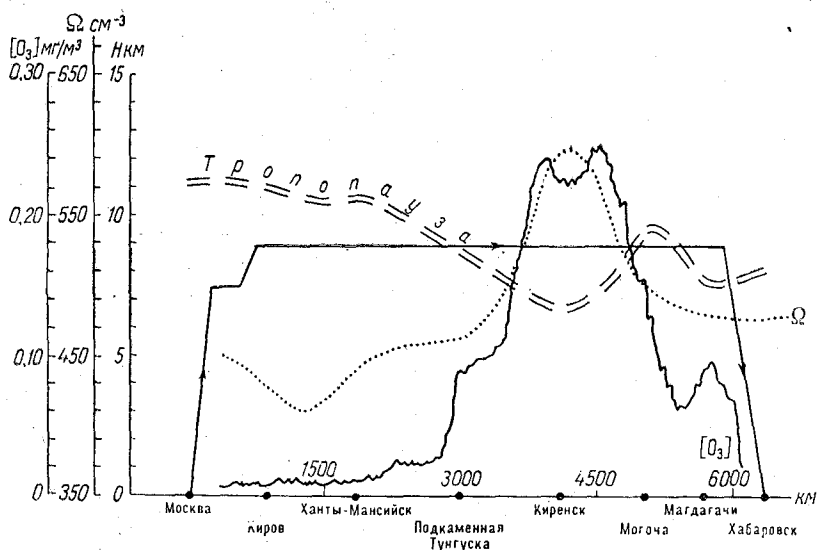


Рис. 3. Концентрация озона $[O_3]$ мг/м³ и общее содержание озона Ω на воздушной трассе Москва — Хабаровск. Самолет Ту-114. 17—18.IV.1973 г.

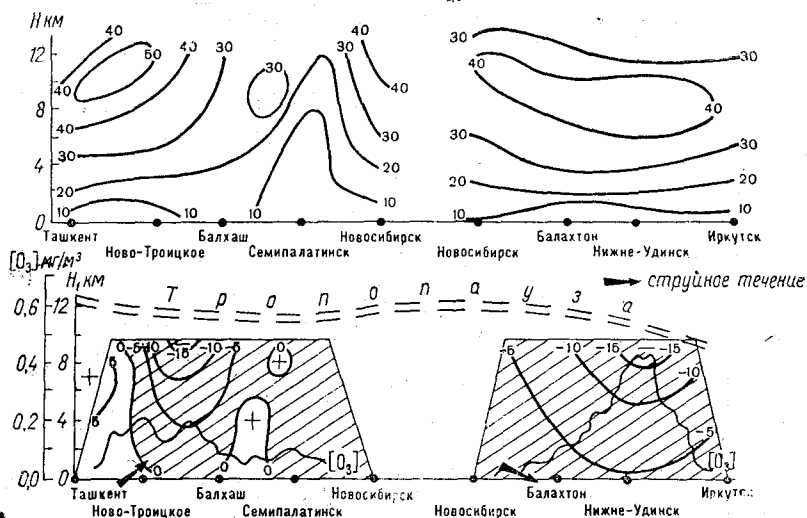


Рис. 4. Скорость ветра, м/с (на верхнем рисунке), концентрация озона $[O_3]$ мг/м³ и вертикальные токи, см/с (нисходящие токи — заштрихованная область) на воздушной трассе Иркутск — Новосибирск — Ташкент. Самолет Ту-104. 21.IV.1973 г. Вертикальные токи рассчитаны по методу А. Ф. Дюбюка [5].

Концентрация озона при полете на постоянной высоте претерпевает значительные вариации — от 0,01 до 0,6 мг/м³, т. е. от незначительных концентраций до значений, характерных для средней стратосферы.

Особенно сложная пространственная структура озона наблюдается при соприкосновении теплого полярного воздуха с более холодным субтропическим воздухом. Вторжение теплого полярного стратосферного воздуха связано с прохождением высотных ложбин, наиболее интенсивных в зимне-весенний период. Аналогичный процесс приводит к формированию горизонтального распределения озона. При полетах через высотные ложбины наблюдаются резкие вариации озона (рис. 4). Ложбина на АТ-300 совпадала с маршрутом Иркутск — Новосибирск и находилась над районами Западной и Восточной Сибири. Вторая ложбина на АТ-300 совпадала со вторым участком трассы Новосибирск — Ташкент и располагалась над восточными районами Средней Азии и Казахстана. Приближение самолета к высотной ложбине сопровождается увеличением общего содержания озона, характерного для полярной воздушной массы.

Слоистая структура озона может сохраняться длительное время, что объясняется влиянием длинноволновых возмущений и струйных течений с квазигоризонтальными очагами, имеющими очень большую протяженность.

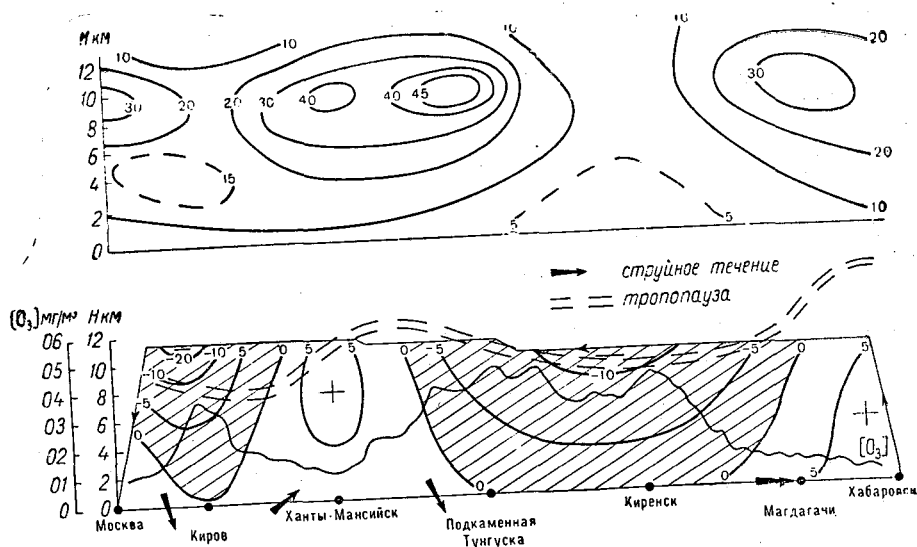


Рис. 5. Скорость ветра, м/с (на верхнем рисунке), концентрация озона $[O_3]$ мг/м³ и вертикальные токи, см/с (нисходящие токи — заштрихованная область) на воздушной трассе Хабаровск — Москва. Самолет Ил-62. 5.VI.1972 г. Вертикальные токи рассчитаны по методу А. Ф. Дюбюка [5].

Примером пересечения самолетом нескольких воздушных масс арктического и полярного происхождения может служить полет по трассе Хабаровск — Москва 5 июня 1972 г. (рис. 5). Очаги повышенной концентрации озона располагаются вдоль оси струи в виде узких полос на ее циклонической периферии на расстоянии 400—600 км от оси струи.

Рассмотренные выше процессы относятся к вариациям крупномасштабных очагов озона, связанных с чередованием на трассах полетов воздушных масс различного происхождения. Однако вариации озона могут быть значительными в пределах одной воздушной массы. Такие явления связаны с процессами внутримассовых вертикальных движений в атмосфере и турбулентным обменом.

Резкое увеличение концентрации озона на высоте полета может быть также связано с прохождением самолетом стратосферных участков маршрута (рис. 3—5). Однако как в стратосферных, так и тропосферных полетах резкое повышение («всплески») концентрации озона имеют по существу одно происхождение — опускание воздуха, обогащенного озоном, связанное с динамическими процессами в планетарных высотных фронтальных зонах (ПВФЗ).

На циклонических перифериях струйных течений озон проникает в тропосферу вследствие сильных нисходящих движений, причем максимумы концентрации озона совпадают с максимумами скорости нисходящих вертикальных движений.

Средняя концентрация озона в верхней тропосфере и нижней стратосфере по данным исследовательских полетов составляет 0,08—0,12 мг/м³ (рис. 6).

Сопоставление средней карты концентрации озона в верхней тропосфере и нижней стратосфере, построенной по данным самолетных измерений, и карт озона для стратосферных уровней, рассчитанных по корреляционным связям между общим содержанием озона и его концентрацией на различных высотах [13], показало хорошее совпадение основных озонных очагов.

Над Европейской территорией Советского Союза располагается озонная ложбина с низкими концентрациями озона (0,04—0,08 мг/м³). Озонные минимумы расположены на северо-востоке и юге ЕТС, а также в Средней Азии (0,02—0,04 мг/м³). Положение озонной ложбины совпадает с климатической ложбиной общего содержания озона в направлении с северо-востока ЕТС на Среднюю Азию. Озонный максимум наблюдается в Восточной Сибири с центром восточнее Подкаменной Тунгуски (0,12—0,16 мг/м³). Отроги Восточно-Сибирского озонного максимума направлены на северо-восток к районам Чукотки и на южные районы советской части Дальнего Востока. Следует отметить, что вытянутая область озонного максимума совпадает с климатической ложбиной на АТ-300, ось которой проходит через Подкаменную Тунгуску. В указанных отрогах концентрация озона составляет 0,10—0,12 мг/м³. В целом хорошо выражен широтный ход озона, характеризующийся увеличением его концентрации к северу. На северных отрогах Восточно-

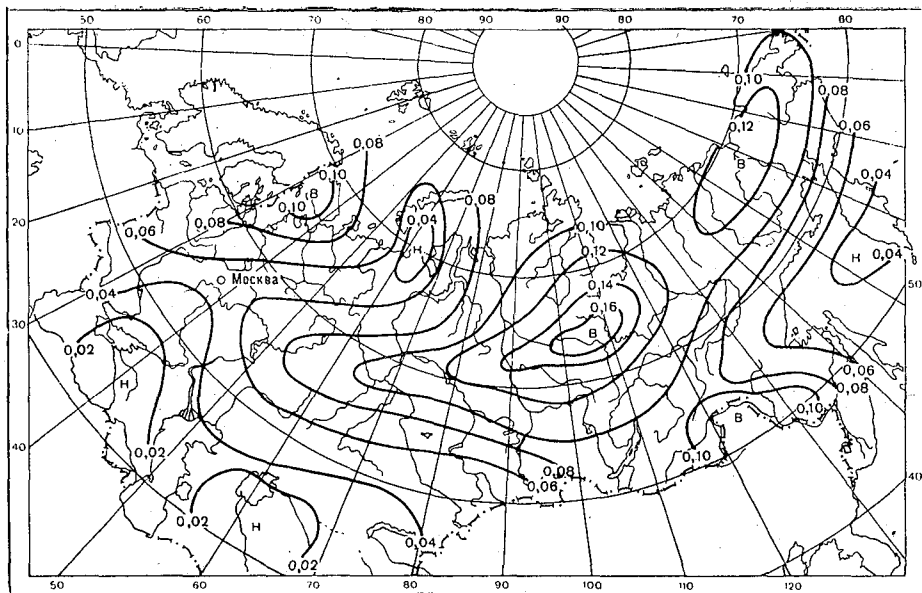


Рис. 6. Распределение средней концентрации озона (мг/м^3) в слое 8—11 км над территорией СССР по данным исследовательских полетов за 1971—1975 гг.

Сибирского максимума наблюдаются пониженные концентрации озона по сравнению с их значениями в его центральных районах. Это уменьшение, по-видимому, связано с тем, что полеты на полярных воздушных трассах выполнялись на меньших высотах (7—8 км) по сравнению с трассами умеренных широт (9—11 км).

Аномальные концентрации озона в верхней тропосфере и нижней стратосфере обнаружены в районах Восточной Сибири (на участке Подкаменная Тунгуска — Киренск, $0,5—0,6 \text{ мг/м}^3$), на востоке Казахстана (на трассе Новосибирск — Ташкент, $0,3—0,4 \text{ мг/м}^3$) к северо-западу от Хабаровска ($0,4—0,5 \text{ мг/м}^3$), и над районами Верхнего Поволжья ($0,3—0,5 \text{ мг/м}^3$).

4. Заключение

1. Регулярное измерение атмосферного озона на рейсовых самолетах гражданской авиации открывает большие возможности для детального изучения его пространственно-временного распределения в различных районах земного шара. Особенно важно использовать самолетные методы для исследования «тонкой структуры» озонных полей на уровнях интенсивного стратосферно-тропосферного обмена.

2. Электрохимические и хемилюминесцентные бортовые озонометры обеспечивают достаточно высокую точность измерений.

3. Наблюдение озона в свободной атмосфере должно проводиться одновременно с измерениями других малых атмосферных примесей в целях полного контроля газового и аэрозольного состава атмосферы.

4. Реализация глобальных программ исследования состояния газовой оболочки Земли требует заключения международных соглашений, предусматривающих использование унифицированной автоматической самолетной аппаратуры для измерения малых примесей в атмосфере, а также стандартной методики обработки и анализа получаемой информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альперин В. З. Кулонометрическое определение микроконцентрации озона с помощью ячейки с непроточным электролитом. — В сб.: «Автоматизация химических производств», 1969, вып. 5, М., НИИТЭХИМ.
2. Бритаев А. С. Измерение концентрации атмосферного озона химическим и электрохимическим методами. — «Труды ЦАО», 1960, вып. 37, с. 12—23.
3. Бритаев А. С. Измерение концентрации озона в тропосфере и предварительные результаты наблюдений. — «Труды ЦАО», 1962, вып. 45, с. 32—37.
4. Быховская М. С., Гинзбург Л. С., Хализова О. Д. Методы определения вредных веществ в воздухе. М., «Медицина», 1966, 595 с.
5. Дюбюк А. Ф. К вычислению вертикальной скорости по полю давления. — «Труды НИУ ГУГМС», сер. II, 1947, вып. 24, с. 28—51.
6. Кэй Р. Г. Измерение с самолета вертикального распределения озона до высоты 12 км химическим методом. В кн.: Ракетные исследования верхней атмосферы. Под ред. Р. Л. Ф. Бойда и М. Дж. Ситона. М., «ИЛ», 1957, с. 236—239.
7. Махта Л., Комхир У. Д. Озон в кабинах самолетов. — «Бюллетень ВМО», 1973, т. 22, № 4, с. 270—276.
8. Осечкин В. В. Экспериментальное исследование содержания озона в кабинах реактивных самолетов химическим методом. — «Труды ГГО», 1974, вып. 324, с. 144—154.
9. Осечкин В. В. О возможности исследования пространственного распределения атмосферного озона с помощью озонометра, установленного в кабине самолета. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 2, с. 103—107.
10. Осечкин В. В. Об автоматическом измерении концентрации атмосферного озона на рейсовых самолетах гражданской авиации. — «Труды ЛГМИ», 1974, вып. 51, с. 190—195.
11. Сайфи Р. Н., Блаженнова А. Н., Альперин В. З. Электрохимический газоанализатор. Авт. свид. № 191214. — «Бюллетень изобретений», 1967, № 3.
12. Самолетное зондирование атмосферного озона хемилюминесцентным методом. Авт.: Осечкин В. В., Гущин Г. П., Прибытков Л. Д. и др. — «Труды ГГО», 1976, вып. 357, с. 161—169.
13. Солонин С. В., Гущин Г. П., Виноградова Н. Н. Распределение концентрации озона на эшелонах полетов высотных самолетов. — «Труды ГГО», 1976, вып. 357, с. 194—204.
14. Хргиан А. Х. Физика атмосферного озона. Л., Гидрометеиздат, 1973, 291 с.
15. Bischof W. 1971. Carbon dioxide concentration in the upper troposphere and lower stratosphere. «Tellus», vol. 23, № 6, p. 558—561.
16. Bischof W. 1973. Ozone measurements in jet airliner cabin air. «Water, Air and Soil Pollution», vol. 2, № 1, p. 3—14.

17. Bischof W., Fabian P. 1973. Meridional tropospheric ozone distribution north of 50° from airplane measurements. «Pure and Appl. Geophysics», vol. 106—108, p. 1041—1043.
 18. Brabets R. I., Hersch C. H., Klein M. J. 1967. Ozone measurements survey in commercial jet aircraft. «J. Aircraft», vol. 4, № 1, p. 59—64.
 19. Brewer A. W. 1957. Ozone concentration measurement from an aircraft in N. Norway. «Quart. J. Roy. Met. Soc.», vol. 83, p. 266—268.
 20. Danielsen E., Bleck R., Shedlovsky J., Wartburg A., Haagen-son P., Pollock W. 1970. Observed distribution of radioactivity, ozone, and potential vorticity associated with tropopause folding. «J. Geoph. Res.», vol. 75, № 12, p. 2353—2361.
 21. Hersch P., Deuringer R. 1963. Galvanic monitoring of ozone in air. «Analytical Chemistry», vol. 35, № 7, p. 897—899.
 22. Murgatroyd R. S. 1960. Some recent measurements of ozone concentration from July 1959. «IUGG Monograph», № 3, Paris.
 23. Penn S. 1964. A case study using ozone to determine structure and air motions at the tropopause. «J. Appl. Met.», vol. 3, № 5, p. 581—586.
 24. Regener V. H. 1964. Measurements of atmospheric ozone with the chemiluminescent method. «J. Geophys. Res.», vol. 69, № 18, p. 3795—3800.
 25. Seiler W., Warneck P. 1972. Decrease of the carbon monoxide ratio at the tropopause. «J. Geoph. Res.», vol. 77, № 18, p. 3204—3214.
 26. Tiefenau H., Pruchniewicz P. G., Fabian P. 1972. Meridional distribution of tropospheric ozone from measurements aboard commercial airliners. «Zeitschrift für Geophysik», Bd. 38, H. 1, S. 145—141.
 27. Young W. A., Shaw D. B., Bates D. V. 1962. Presence of ozone in aircraft flying at 35,000 feet. «Aerospace Med.», vol. 33, № 3, p. 311—318.
-

СОДЕРЖАНИЕ

С. В. Солонин, В. Д. Еникеева. Методы теории распознавания образов в приложении к задачам авиационной метеорологии	3
В. И. Воробьев, М. Н. Гринь. Применение метода последовательного анализа для классификации синоптических положений	11
Ю. Н. Волконский. Комплексация альтернативных прогнозов	18
Б. Д. Панин, Е. Т. Никонова. Использование спутниковой информации в схеме четырехмерного анализа, основанной на прогностической модели по полным уравнениям	23
Б. Д. Панин. Об использовании спутниковой информации для анализа поля ветра	42
А. Е. Барабанов, А. С. Солонин. Решение одной задачи управления воздушным движением с применением машинно-ориентированной логики, основанной на принципе резолюции	51
А. С. Солонин. Алгоритмы принятия безопасных решений на полет воздушных судов	59
Л. Д. Кривцов, В. А. Ременсон, С. И. Титов. Использование принципа аналогичности при разработке вероятностных прогнозов комплексных авиационно-климатических показателей	64
В. Д. Еникеева. К вопросу определения потенциальных зон болтанки самолетов на ЭВМ	70
Б. А. Ершов, О. М. Тимощенко. Определение усталостной долговечности упругого крыла, движущегося в турбулентной атмосфере	82
Б. А. Ершов. Деформация упругого самолета при полете в турбулентной атмосфере	90
А. П. Беляев, Е. Д. Мамаев. Об одном методе объективного анализа полей метеорологических элементов, основанном на применении сплайн-функций	103
М. Г. Моманди. Опыт исследования метеорологического режима нижнего слоя атмосферы применительно к нуждам авиации	109
А. П. Беляев, Е. Д. Мамаев, А. Е. Пригодич. О восстановлении вертикальных профилей давления методом сплайн-интерполяции	117
С. В. Солонин, В. В. Осечкин. Измерение атмосферного озона на рейсовых самолетах гражданской авиации *	119

Межвузовский сборник, вып. 61

ПРОБЛЕМЫ АВИАЦИОННОЙ МЕТЕОРОЛОГИИ

Редактор *Э. В. Ваксенбург*

Корректор *С. А. Хянинен*

М-19964. Сдано в набор 21/07-1976 г. Подписано к печати 31/12-1976 г.

Формат бумаги 60×90^{1/16}. Бумага тип. № 2. Тираж 500 экз.

Объем 8,75 п. л. Зак. 617. Цена 1 р. 17 к.

ЛГМИ. 196195, Ленинград, Малоохтинский пр., д. 98.

УДК 551.509.314 + 654.71.052

Методы теории распознавания образов в приложении к задачам авиационной метеорологии. Солонин С. В., Еинкеева В. Д. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 3—10.

Обсуждается проблема использования теории распознавания образов для решения задач авиационной метеорологии в интересах обеспечения безопасности полетов. Рассматриваются оперативные алгоритмы обучения и классификации на основе реализации метода потенциальных функций.

Ил. 2. Библ. 22.

УДК 551. 509.314.

Применение метода последовательного анализа для классификации синоптических положений. Воробьев В. И., Гринь М. Н. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 11—17.

Рассматриваются возможности применения метода последовательного анализа результатов малопараметрического представления полей метеоэлементов в целях их классификации. Подход апробирован на примере классификации полей геопотенциала H_{500} .

Табл. 2. Библ. 13.

УДК 551.509.313 : 551.507.362

Использование спутниковой информации в схеме четырехмерного анализа, основанной на прогностической модели по полным уравнениям. Панин Б. Д., Никитина Е. Т. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 28—41.

Рассматриваются вопросы синхронизации результатов интерпретации спутниковой информации и включение этих данных в схему четырехмерного анализа.

Табл. 2. Библ. 12.

УДК 551.509.313 : 551.507

Об использовании спутниковой информации для анализа поля ветра. Панин Б. Д. Межвузовский сб., вып. 61, с. 42—50.

Обсуждается возможность косвенного определения ветра на основе данных о температуре и влажности, получаемых с помощью спутников, с точки зрения требований к точности исходной информации.

Табл. 3. Библ. 4.

УДК 551.5 : 629.13 + 621.396

Решение одной задачи управления воздушным движением с применением машинно-ориентированной логики, основанной на принципе резолюции. Барбанов А. Е., Солонин А. С. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 51—58.

Рассмотрен алгоритм управления воздушным движением (УВД), приспособленный для реализации на основе применения машинно-ориентированной логики. Приведен пример решения на ЭВМ простой задачи УВД. Указаны формулы (резолюенты), полученные автоматически в результате реализации относительно простого алгоритма «стратегии лозы».

Табл. 1. Библ. 10.

УДК 551.5 : 629.13 + 621.396

Алгоритмы принятия безопасных решений на полет воздушных судов. Соломин А. С. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 59—63.

Рассматриваются достаточно эффективные и легко реализуемые на ЭВМ алгоритмы принятия решения на полет, в определенном смысле отражающие «логику» действий диспетчера в службе управления воздушным движением. В алгоритмах учитывается метеорологическая и навигационная информация.

Библ. 7.

УДК 551.509.31

Использование принципа аналогичности при разработке вероятностных прогнозов комплексных авиационно-климатических показателей. Кривцов Л. Д., Ременсон В. А., Титов С. И. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 64—69.

Предлагаются набор комплексных авиационно-климатических показателей для Ленинграда, классификация синоптических условий, а также результаты прогнозов, полученных по принципу аналогичности.

Табл. 3. Ил. 1. Библ. 2.

УДК 551.509.314 : 629.7

К вопросу определения потенциальных зон болтанки самолетов на ЭВМ. Еникеева В. Д. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 70—81.

Рассматривается постановка задачи идентификации зон болтанки самолетов в условиях априорной неопределенности. Оценка апостериорных плотностей вероятности осуществляется с помощью потенциальных функций. Параметры адаптируются в зависимости от свойств обучающей выборки. Приведены результаты численных экспериментов.

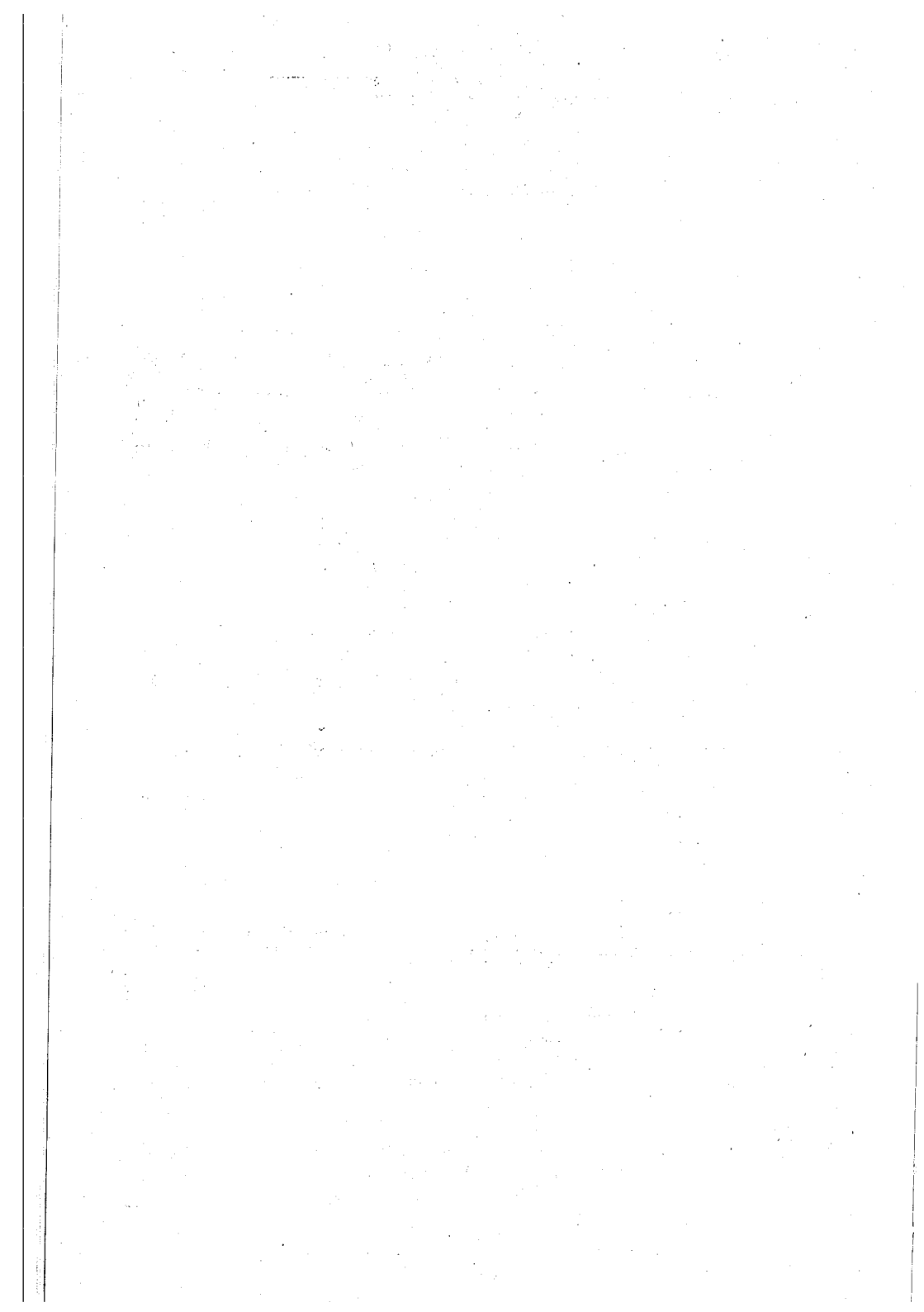
Табл. 2. Ил. 1. Библ. 19.

УДК 533.601.342 : 551.551.5

Определение усталостной долговечности упругого крыла, движущегося в турбулентной атмосфере. Ершов Б. А., Тимошенко О. М. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 82—89.

Рассматриваются поперечные колебания свободного упругого крыла в виде упругой балки под действием однородного и изотропного поля случайных порывов ветра. Вычисляются характеристики деформации балки. На основе гипотез спектрального суммирования, пересечений и амплитуд вычисляется долговечность балки для различных ее сечений. Приводится оценка полученных значений долговечности.

Ил. 2. Библ. 8.



УДК 533.601.342 : 551.551.5

Деформация упругого самолета при полете в турбулентной атмосфере. Ершов Б. А. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 90—102.

Вычисляется спектральная плотность упругой деформации летательного аппарата, происходящей под действием случайного поля вертикальных порывов. В качестве примера рассмотрена схема самолета со стреловидным крылом.

Ил. 1. Библ. 11.

УДК 551.501

Об одном методе объективного анализа полей метеорологических элементов, основанном на применении сплайн-функций. Беляев А. П., Мамаев Е. Д. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 103—108.

Рассматривается метод сплайн-интерполяции функции двух переменных с произвольно расположенными узлами, в основу которого положен принцип построения частичных сплайнов, что позволяет упростить алгоритм расчета и сократить затраты машинного времени. Обсуждается вопрос о возможности применения метода в целях аппроксимации метеорологических полей.

Ил. 1. Библ. 13.

УДК 551.509.

Опыт исследования метеорологического режима нижнего слоя атмосферы в интересах авиации. Моманди М. Г. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 109—116.

В работе предложена методика расчета параметров турбулентности, влияющих на взлет и посадку самолетов. Методика основана на полуэмпирической модели стационарного пограничного слоя атмосферы. В качестве исходных данных используются сетевые аэрологические материалы. Для примера по материалам температурно-ветрового зондирования на станции Ташкент проведены расчеты сдвигов ветра и порывистости в приземном слое, найдены повторяемости определяющих внешних условий и соответствующих характеристик турбулентности.

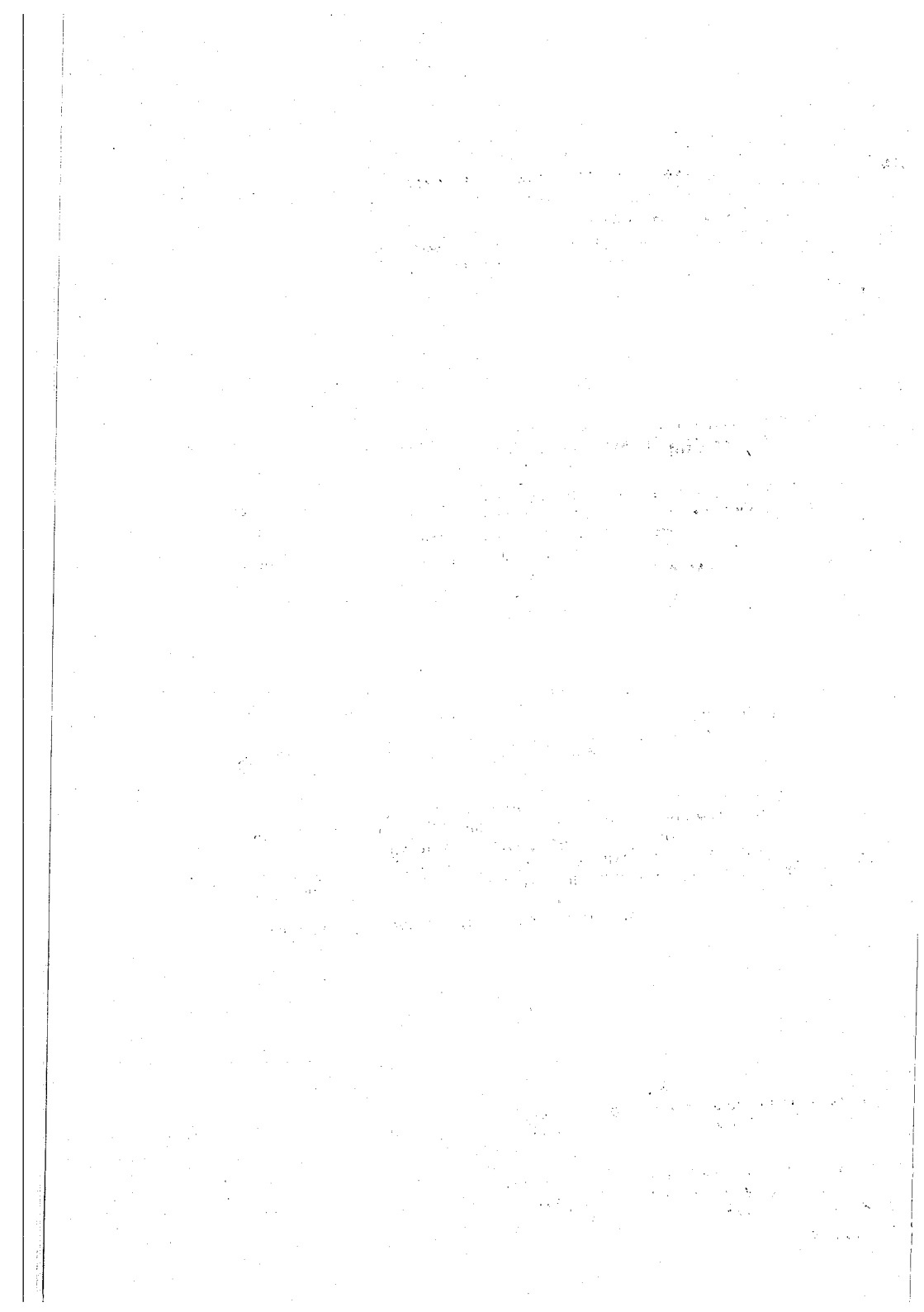
Табл. 3. Ил. 3. Библ. 3.

УДК 551.501

О восстановлении вертикальных профилей давления методом сплайн-интерполяции. Беляев А. П., Мамаев Е. Д., Пригодин А. Е. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 117—118.

В работе приводятся сравнительные оценки результатов расчета вертикальных профилей геопотенциала уровней 1000 ÷ 200 мбар, выполненных с применением методов оптимальной и сплайн-интерполяции.

Табл. 1. Библ. 2.



УДК 551.510.534:551.507.35

Измерение атмосферного озона на рейсовых самолетах гражданской авиации.
Солонин С. В., Осечкин В. В. Межвузовский сб., 1976, вып. 61, с. 119—129.

Анализируется опыт измерений атмосферного озона на рейсовых самолетах гражданской авиации. Описывается электрохимический и хемилюминесцентный методы измерения озона в условиях полета реактивного самолета. Приводятся результаты самолетных исследований озона на воздушных трассах СССР.

